

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ecole Nationale Polytechnique

Laboratoire de Traitement du signal
Département d'électronique

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Thèse

EN VUE DE L'OBTENTION
DU GRADE DE MAGISTER
EN ELECTRONIQUE APPLIQUEE

Option : Acquisition et traitement de l'information

Thème

**CODAGE D'IMAGES FIXES
ET ANIMEES A FAIBLE
DEBIT**

Etudié par :

M^r Said Belkacemi

Ingénieur d'état en Electronique (ENP)

Directeur de thèse : M^r Belkacem Derras Maître de conférence (ENP).

Soutenue publiquement le / / 1996 Devant le jury composé de :

Président : M^r A. FARAH Maître de conférences E.N.P.

Rapporteur : M^r B. DERRAS Maître de conférences E.N.P.

Examineurs : M^r M. BOULEMDEN Professeur Univ. BATNA

M^r D. BERKANI Maître de conférences E.N.P.

M^{lle} M. GUERTI Maître de conférences E.N.P.

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

نَرْفَعُ دَرَجَاتٍ مِّنْ نِّسَاءٍ

وَنُفِخُ فِي الصُّورِ يَوْمَئِذٍ
وَأَنصُرُ الْمُتَّقِينَ

عبدالمجيد

صَدَقَ اللّٰهُ العَظِیْمُ

- یوسف 76 -



ملخص

في هذه الدراسة كان إهتمامنا متعلقا بترميز الصور الثابتة و المتحركة بطرق تسمح بتخفيض
معتبر لسرعة تدفق المعلومات عند الإتصالات بالصور.

فيما يخص ترميز الصور الثابتة فقد إستعملنا طريقتين الأولى تسمى (BTC) و فيها نقوم بعملية
تجزئة الصورة و تكميم ثنائي لكل جزء منها. و قد أضيف لهذه الطريقة البسيطة مرزاً أنترويا
و الذي يسمح بتخفيض ملحوظ لسرعة التدفق.

أما الطريقة الثانية فقد إستعملنا فيها نظام JPEG ، هذا النظام الذي يعدّ مرجعا لترميز الصور
الثابتة بطريقة فعّالة.

فيما يخص الصور المتحركة فقد إستعملنا ثلاثة أنظمة مقترحة للترميز و تفكيكه. الأول يعتمد

على الترميز الهجين (hybride) و الإثنان الآخران يعتمدان على النظام المرجعي JPEG

أولهما سمح بالوصول إلى معامل 0,1 بيت/عينة/صورة (0,1 bit / pixel / image) مع نوعية مقبولة
للصورة الناتجة ، و ثانيهما يسمح بترميز الصور الفردية فقط و ذلك بالتقنية السابقة JPEG

و عند الإستقبال يمكن إستكمال الصور الزوجية على أساس الصور الفردية.

هذا المرز الأخير ، و بالنسبة للصور ذات الشكل QCIF مع سرعة بث تساوي 25 صورة في

الثانية ، لا يتطلب إستعماله لشريطنا المتحرك سوى سرعة تدفق تعادل 37 كيلوبيت / ثا
(37Kbits/s) مما يجعله جدّ ملائم للإتصالات الهاتفية بالصورة.

مفاتيح: ترميز الصورة ، ترميز ، ترميز أنتروبي ، تقليص ، سرعة تدفق ، BTC ، JPEG

هاتف بالصورة.

Résumé

Dans cette thèse nous nous sommes intéressés au problème de codage d'images fixes et animées de telle façon à avoir le maximum de compression pour une éventuelle transmission à faible débit. Pour le codage d'images fixes, deux méthodes ont été utilisées l'une appelée B.T.C. (Bloc Truncation Coding) où une binarisation s'effectue pour chaque bloc de la même image. A cette méthode très simple, il a été ajouté un module de codage entropique qui permet d'avoir un codage adaptatif et de réduire considérablement le débit. Dans une deuxième méthode nous avons utilisé la norme J.P.E.G. (Joint Photographic Expert Group) qui est un standard pour la compression d'images fixes. Le codage d'image animées a été réalisé à travers trois CODEC (Système de Codage et Décodage); l'un basé sur le codage hybride et le second est à base du standard JPEG. Ce dernier a atteint, pour une qualité d'images acceptable un taux de bits d'environ de 0,1 bit/pixel/image. Un autre codec d'images animées a été aussi proposé, celui-ci code seulement les images impaires et le récepteur se chargera de reconstruire les images paires par une interpolation à partir des images reçues. Ce dernier codec a permis d'atteindre un taux de bit de 0,06 bits/pixel/image. Exigeant ainsi, pour notre séquence d'images au format QCIF (Quarter of Common Intermediate Format) et pour une fréquence de projection de 25 images/seconde, un débit de 37 Kbits/s seulement pour notre séquence. Pour une qualité d'images acceptable et un débit pareil, ce codec se voit très adapté pour un service de visiophonie.

Mots clés: Codage d'images, Codage entropique, CODEC, Compression, Débit, B.T.C., J.P.E.G., Visiophonie.

Abstract :

In this study we address the problem of still and moving image compression using very low bit-rate methods. For still image coding, two methods were used : the first one called B.T.C. (Block Truncation Coding), where a binarization is accomplished for each image block. For this simple method, we have added a module of entropic coding that allows the coding to be adaptive and hence reduces the greatly bit-rate. For the second method we have used the J.P.E.G. standard for still image coding. The moving image coding has been carried out through three proposed CODECs (Coding-decoding). The first is based on a hybrid coding and the second is based on the JPEG standard. The latter one has attained, for an acceptable images quality, a bit rate around 0,1 bit/pixel/image. Another Codec makes use of only the odd images of the sequence and latter the even images are built at the receiver by interpolation from the odd ones. For our image sequence, the latter Codec has permitted to attain a bit-rate of 0,06 bits/pixel/image. Thus, for a QCIF format images and image projection frequency of 25 images/s, only a bit-rate of 37 Kbits/s is required. For an acceptable image quality and a similar bit-rate, this Codec is very well suited to visiophony systems.

Key Words : Image coding, Entropic coding, CODEC, Compression, Bit-rate, BTC, JPEG, Visiophony.

	Pages
INTRODUCTION	1
1. GENERALITES SUR LES IMAGES	4
1.1. Qu'est ce qu'une image	4
1.2. Numérisation des images	4
1.2.1. Balayage	5
1.2.2. L'échantillonnage	6
1-2-3 La Quantification	7
1.3. Les Domaines d'application	8
1.3.1. La Télévision	8
1.3.2. La Visioconférence	9
1.3.3. Le Visiophone	9
1.3.4. La Télévision Haute Définition T.V.H.D.	12
1.4. Traitement des images	12
1.5. Conclusion	13
2. Différentes Techniques de Codage d'images	14
2.1. Introduction	14
2.2. Méthodes sans distorsions	14
2.2.1. Codage statistique	14
2.2.2. Codage par plages	14
2.2.3. Codage par plans de bits	15
2.3. Méthodes avec distorsions	16
2.3.1. Codage prédictif	16
2.3.2. Codage par transformation	17
2.3.3. Codage hybride	20
2.3.4. Codage par bandes spectrales	20
2.3.5. Codage par interpolation	20
2.3.6. Codage par troncature de bloc	21
2.3.7. Codage par Quantification Vectorielle	21
a) Définition de la Q.V.	21
b) Q.V. dans le domaine spatial	23
b1) Application directe	23
b2) Q.V. par classification	24
b3) Q.V. prédictive	25

c) Q.V. dans le domaine transformée	26
d) Q.V. inter-images	28
2.4. Efforts de standardisation	30
2.4.1. Images fixes	31
2.4.2 Images animées	32
a) La recommandation H.120 du CCITT	32
b) La recommandation H.261 du CCITT	32
c) Le standard MPEG	35
2.5. Réseaux de communication Multimédias.....	36
2.5.1. Réseaux publics	36
2.5.2. Réseaux privés	36
2.6. Conclusion	37
3. Codage d'images Fixes	38
3.1. Introduction	38
3.2. Méthode de codage par troncature de bloc B.T.C.	38
3.2.1. Algorithme de base	38
3.2.2. B.T.C. optimum au sens M.S.E.....	41
3.2.3. Utilisation de quelques modifications	42
a) Utilisation de la Q.V.	42
b) Utilisation du codage entropique	43
b1) Codage binaire de Huffman.....	43
b2) Application du codage entropique au B.T.C....	44
3.3. Méthode de codage par l'algorithme J.P.E.G.	45
3.3.1. Besoins et choix de la méthode	45
3.3.2. Description de la méthode	51
3.3.3. Codage et quantification des coefficients	51
3.3.4. Résultats et commentaires	61
3.4. Conclusion	61
4. Codage d'images animées	63
4.1. Introduction	63
4.2. Méthode de codage hybride	63
4.2.1. Présentation de la méthode	63
4.2.2. Filtrage passe-bas	64
4.2.3. Quantification	65
4.2.4. Codage entropique	66
4.2.5. Résultats et commentaires	66
4.3. Méthode de codage par le standard J.P.E.G.....	67
4.3.1. Principe de la méthode	67
4.3.2. Résultats et commentaires	73
4.4. Codage par interpolation	78
4.5. Conclusion	82

CONCLUSION	83
Bibliographie	85
Annexes	94
Annexe A : Transformation Optimale K.L.T.	94
Annexe B : Algorithme rapide de calcul de la D.C.T.	99
Annexe C : Théorie du codage entropique	110

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

INTRODUCTION

Le débit dans les transmissions numériques est limité par la capacité du canal de transmission. De ce fait, si on veut transmettre beaucoup plus d'informations en moins de temps à travers un canal donné il faut procéder en faisant un codage approprié de l'information à transmettre.

L'image est considérée, de nos jours, comme le support d'informations le plus performant; son utilisation s'intensifie de jour en jour en télécommunications en médecine comme dans d'autres domaines. Par conséquent des techniques de traitement, de transmission et de stockage sont nécessaires et évoluent de jour en jour surtout avec l'apparition des applications multimédias [JAYANT-93]. La grande quantité d'information que représente l'image fixe ou animée a fait que plusieurs auteurs se sont intéressés au domaine du codage d'images dans un souci de réduire au maximum le débit en conservant tout de même une qualité d'image acceptable. La compression se fait par élimination des données redondantes dans l'image ensuite par quantification et codage de l'information utile. A la réception (si on est dans un cas de communication), la restitution de l'image doit être d'une grande fidélité et doit présenter un minimum de dégradation perceptible par l'oeil de l'observateur. La qualité d'image requise à la restitution est étroitement liée à l'application traitée (on est moins sévère en visiophonie par exemple qu'en TVHD).

Les méthodes de codage d'images se divisent en deux types : le premier type n'introduit aucune dégradation à l'image après décodage et restitue ainsi une image identique à l'image originale du codeur [JONES-81], [SPATARU-87], [REVILLET-92]. Ce genre de méthodes ne permet pas d'atteindre des débits faibles et voit son application se limiter au codage d'images délicates où chaque petit détail a son importance. Le deuxième type de méthodes introduit une certaine perte d'information se reflétant par des distorsions plus au moins perceptibles à l'oeil. Ce genre de méthodes permet d'atteindre de faibles débits avec une bonne qualité d'images. Notre intérêt s'orientera donc vers ces méthodes.

Les méthodes prédictives sont des méthodes classiques de codage avec distorsions, opérant dans le domaine spatial (x-y) de l'image [JAYANT-74], [ZSCHUNKE-77], [PRATT-84]. Dans ce genre de méthodes une prédiction du symbole à coder est faite à partir de l'information codée transmise antérieurement. L'erreur résultante de la différence entre la valeur actuelle du symbole et sa prédiction est quantifiée puis codée pour être enfin transmise.

Au lieu de travailler dans le domaine spatial de l'image, une deuxième classe de méthodes s'appliquent au domaine transformé où la distribution statistique des coefficients permet un meilleur codage. Dans ces systèmes de codage [WINTZ-72], [NETRAVELI-80], [GONZALEZ & WINTZ-86], l'image est divisée d'abord en blocs, ensuite une transformée est appliquée à chaque bloc indépendamment des autres, les coefficients résultants seront quantifiés puis codés. Le but de la transformation est de convertir les éléments d'image en coefficients non corrélés et de compacter la plupart de l'énergie de l'image en quelques coefficients seulement, et ce pour écarter de la transmission le reste des coefficients non significatifs. Depuis son introduction par Ahmed en 1974 [AHMED-74], la transformée en cosinus parmi toutes les transformées orthogonales connues, reste de loin la meilleure et la plus populaire en codage d'images parce que ses caractéristiques sont proches de celles de la transformée optimale K.L.T. (Krauhunen-Loeve Transform) [NETRAVELI-80].

Les systèmes Hybrides de codage d'images [GONZALEZ & WINTZ-86] marient le codage par transformée au codage prédictif pour tirer profit des avantages de l'un comme de l'autre; ils sont surtout employés en codage d'images animées.

Les codeurs par interpolation [NETRAVELI-80], se basent sur quelques échantillons de l'image qu'ils transmettent pour retrouver toute l'image par interpolation à partir des valeurs des pixels reçues. Ce genre de codeurs opèrent généralement dans le domaine spatial de l'image mais ne permettent pas d'avoir un débit faible.

L'application de la quantification vectorielle au domaine du codage d'images a fait que plusieurs méthodes très diverses ont vu ainsi le jour [GOLDBERG-86], [GOLDBERG & SUN-86], [RAMAMURTHI & GERSHO-86]. Le problème majeur de la quantification vectorielle est de trouver le dictionnaire optimal. Bien que l'algorithme L.B.G. existe [LINDE-80], cette tâche reste laborieuse, très compliquée et loin d'être évidente, surtout quand la dimension des vecteurs dépasse deux. Malgré cela, plusieurs auteurs se sont penchés sur ce sujet et bien que les débits atteints ne soient pas très faibles, chacun à sa façon, ils développèrent diverses variantes de méthodes [NASRABADI-88].

De toutes ces méthodes de codage, l'application de la transformée en cosinus bidimensionnelle reste la plus utilisée, et la mieux appréciée vu les résultats encourageants qu'elle a atteints : des débits faibles avec des qualités d'images appréciables et aussi des possibilités d'implémentation diverses et attirantes. Tous les standards de compression finalisés ou en cours d'élaboration font tous appel à cette transformée.

Les efforts de standardisation qui ont été élaborés par le groupe J.P.E.G. (Joint Photographic Expert Group), qui est une collaboration entre le CCITT (Comité Consultatif International de Télégraphe et Téléphone) et ISO (Organisation

Internationale de Standardisation), ont abouti au premier standard de compression d'images numériques pour les images fixes [WALLACE-91] utilisant la transformée en cosinus bidimensionnelle. Des efforts de standardisation ont été élaborés aussi pour le codage d'images animées. Ce standard, intitulé MPEG (Moving Picture Expert Group), propose une méthode de codage dans laquelle quelques images de la séquence sont prédites et d'autres interpolées à base d'images codées par transformation [LE GALL-91]. Il opère par détection puis compensation du mouvement [INRS-93]. Ce standard se base essentiellement sur la recommandation H.261 du CCITT [JOLIVET-92].

Nous nous sommes intéressés dans notre travail d'abord au codage d'images fixes, puis au codage d'images animées à des débits faibles applicables en visiophonie. En codage d'images fixes nous avons utilisé une méthode simple de codage qui est bien connue en littérature appelée B.T.C. (Codage par Troncature de Bloc) suivant deux variantes où l'une d'elles minimise l'erreur de reconstruction. Nous avons amélioré cette méthode en lui ajoutant un module de codage entropique qui a permis de réduire le taux de bits à des valeurs bien inférieures à celles atteints par la méthode B.T.C. seule arrivant à 0,5 bits/pixel au lieu de 1,25 bits/pixel pour une qualité d'image identique. Puis dans une deuxième approche nous avons testé le standard JPEG de codage d'images fixes qui a atteint de faibles taux de bits (0,1 bits/pixel). En codage d'images animées, trois CODECs ont été proposés, le premier est une adaptation de la méthode hybride de codage, le deuxième est une utilisation personnelle du standard JPEG dans le codage d'images animées pendant que le troisième est une amélioration de ce dernier CODEC par interpolation. Ce dernier CODEC n'exige, pour notre séquence Miss America, qu'un débit de 37 Kbits/s seulement pour un format d'images QCIF et une fréquence de projection de 25 images/s.

Le reste de cette thèse sera organisé comme suit : nous verrons dans le Premier chapitre de ce travail essentiellement des généralités sur l'image numérique. Le deuxième chapitre fera un tour d'horizon sur différentes techniques de codage d'images. Le troisième chapitre sera consacré à l'étude approfondie de deux méthodes de codage d'images fixes; l'une de troncature de bloc qu'on améliorera par un codage entropique et l'autre appliquera le standard JPEG de codage d'images fixes. Le quatrième chapitre sera consacré à l'étude de plusieurs systèmes de codage d'images animées, l'un hybride que nous avons adapté pour le codage d'images animées, un deuxième conçu à base du standard JPEG qu'on améliorera pour avoir un troisième système de codage/décodage pour des images animées.

CHAPITRE 1

GENERALITES SUR LES IMAGES

1.1. Qu'est ce qu'une image ?

L'image est, d'après la définition donnée dans le dictionnaire LAROUSSE : "Une reproduction visuelle d'un objet par un miroir ou un instrument d'optique".

Le monde des images est subdivisible en trois groupes [MARION-87], [VENETSANAPOULOS-87] :

1- les images physiques visibles qui sont parfaitement matérielles;

2- les images physiques non visibles; ce sont les images optiques hors du domaine du visible. Une vue infrarouge est une image non visible mais après l'impression d'une pellicule sensible à ce rayonnement elle devient une image physique visible;

3- les images mathématiques qui sont des concepts théoriques et par conséquent invisibles de nature.

Les images physiques visibles sont des images bidimensionnelles monochromes ou trichromes. La figure 1.1 représente une image monochrome qui n'est qu'une distribution continue $f(x,y)$ traduisant l'intensité lumineuse du point de coordonnées (x,y) .



Fig 1.1 Une image monochrome

1.2. Numérisation des images [MARION-87],[PRATT-84], [GONZALEZ&WINTZ-86]

Si on veut la traiter par ordinateur, une image analogique, doit être numérisée, c'est à dire traduite en un tableau de nombres où chaque nombre traduit la valeur d'intensité en ce point. Ce processus de numérisation se décompose en trois opérations :

1.2.1. Balayage

Le balayage se fait sur la surface de l'image par une ouverture ou par un spot de dimensions finies, ce qui introduit un filtrage passe bas. Sur la figure 1.2 on déplace une petite ouverture carrée de coté α sur des lignes distantes de α .

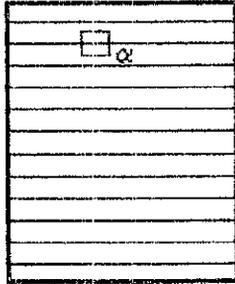


Fig 1.2 Balayage par un spot.

La figure 1.3 représente une ouverture carrée de coté α de transparence uniforme se déplaçant de gauche à droite devant un trait blanc de largeur L sur un fond noir.

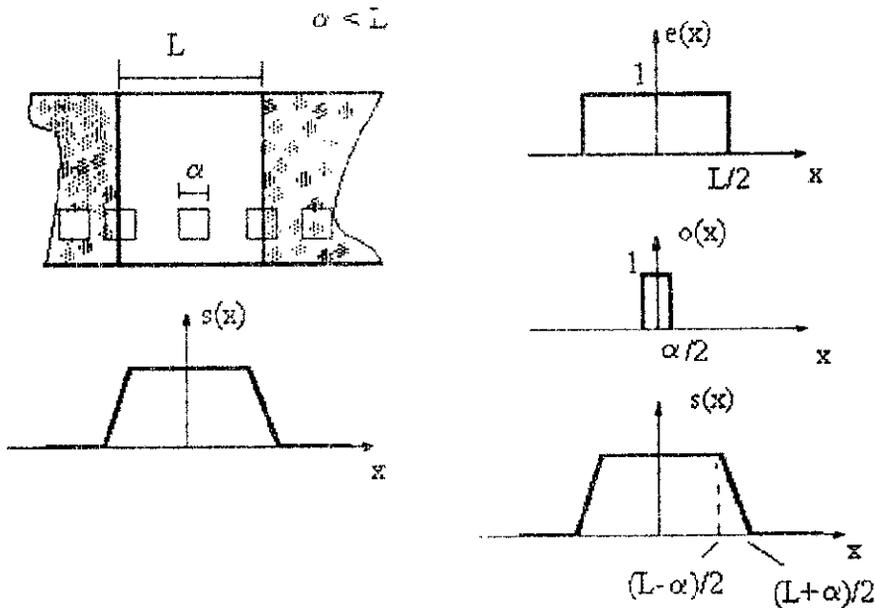


Fig 1.3 Balayage par une ouverture d'un trait blanc.

Si on recueille le flux lumineux à travers l'ouverture, il varie en fonction de la position de celle-ci, on obtient la forme trapézoïdale de la figure 1.3.

La ligne blanche peut être considérée comme une fonction porte de largeur L de même que le spot mais celui-ci sera de largeur α .

Le signal $e(x)$ sera considéré comme l'entrée de notre système, le signal $s(x)$ comme sa sortie, on a donc :

$$s(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} e(x') o(x-x') dx' \quad (1-1)$$

$$= e(x) * o(x) \quad (1-2)$$

où * désigne le produit de convolution et $o(x)$ représente la réponse impulsionnelle du système.

*) Le pré filtrage

Les dimensions du spot de balayage effectuent un filtrage de l'image que l'on veut numériser, c'est une opération de convolution dans le domaine spatial de l'image par la fonction ouverture $o(x)$.

1.2.2. L'échantillonnage

Une image statique peut être représentée par une fonction de deux variables $s(x,y)$. La valeur de la fonction au point $P(x,y)$ représente l'intensité lumineuse de ce point. A la place des variables continues x et y , considérons les variables discrètes $n_h \Delta x$ et $n_v \Delta y$. Si les dimensions horizontale et verticale de l'image sont H et respectivement V , l'image est décomposée en un nombre $N_h = H/\Delta x$ éléments (pixels) sur l'horizontale et $N_v = V/\Delta y$ pixels sur la verticale. Les dimensions Δx et Δy sont choisies telles que N_h et N_v soient des nombres entiers appelés définitions horizontale et respectivement verticale.

Le signal le long d'une ligne horizontale (verticale) sur la longueur finie H (V) peut être considéré comme périodique et développé en série de Fourier contenant des termes de la forme $I \sin(w_x x)$ ($I \sin(w_y y)$). Les grandeurs w_x et w_y sont appelées fréquences spatiales, les plus hautes fréquences du spectre du signal sont notées $\Omega_x = 2\pi/\Delta x$ et $\Omega_y = 2\pi/\Delta y$ où Δx et Δy représentent les périodes d'échantillonnage spatiales. On peut définir une distribution delta périodique bidimensionnelle :

$$\delta(x,y) = \Delta x \Delta y \sum_{n_h=0}^{N_h-1} \sum_{n_v=0}^{N_v-1} \{ \delta(x-n_h \Delta x ; y-n_v \Delta y) \} \quad (1-3)$$

qui est non nulle seulement aux points $x = n_h \Delta x$ et $y = n_v \Delta y$.

L'échantillonnage idéal est réalisé par le produits :

$$s_{ei}(x,y) = s(x,y) \cdot \delta(x,y) \quad (1-4)$$

$$= s(x,y) \quad \text{pour } x = n_h \Delta x \text{ et } y = n_v \Delta y$$

Le signal $s(x,y)$ peut être reproduit à partir des échantillons $s(n_h \Delta x, n_v \Delta y)$ comme suit :

$$s(x,y) = \sum_{n_h=0}^{N_h-1} \sum_{n_v=0}^{N_v-1} s(n_h \Delta x, n_v \Delta y) \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi}{\Delta x}(x-n_h \Delta x)\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi}{\Delta y}(y-n_v \Delta y)\right) \quad (1-5)$$

1.2.3. La quantification

L'intensité de chaque pixel est une valeur continue qui doit être traduite par un nombre de valeur finie. L'opération de quantification est réalisée généralement conjointement avec l'échantillonnage par un convertisseur analogique/numérique (voir Fig 1.4) pour obtenir une image numérisée.

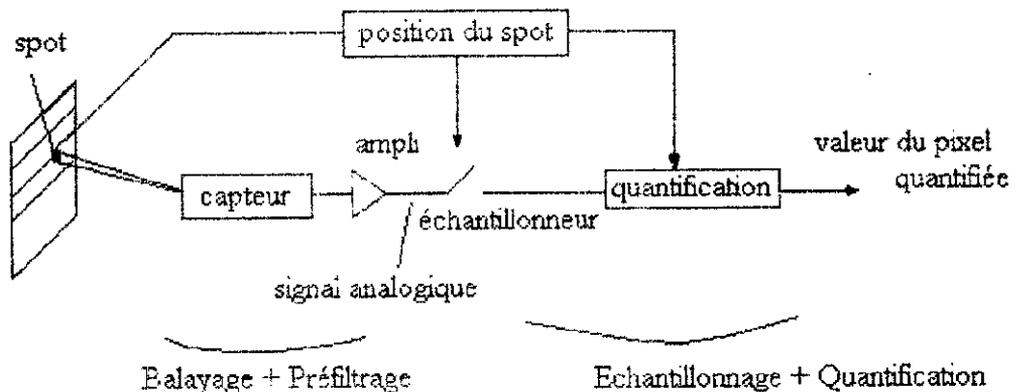


Fig 1.4 Schéma d'un numériseur d'images. [MARION-87]

Moins on a de niveaux de quantification et plus grande sera l'imprécision sur la valeur attribuée à chaque pixel. Ainsi la figure (Fig 1.6) fait apparaître l'effet résultant de la réduction du nombre de niveaux sur une image de 320 x 200 pixels. En pratique un convertisseur analogique/numérique à 256 niveaux est suffisant. La figure 1.5 montre la quantification pour un nombre de niveaux égale à 10

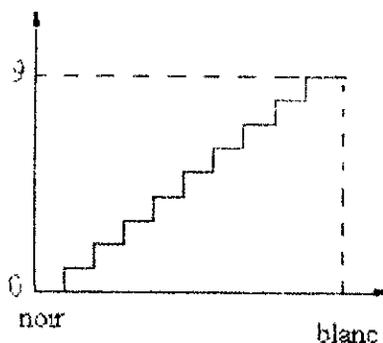


Fig 1.5 Quantification scalaire à 10 Niveaux.



Fig 1.6 Quantification de l'image (320 x 200 pixels)

a) A droite : à 16 niveaux.

b) A gauche : à 256 niveaux.

1.3. Domaines d'application

1.3.1. La télévision

Actuellement il existe trois standards de télévision couleurs :

1) Le système N.T.S.C. (National Television System Committee) utilisé au Japon et en Amérique du nord.

2) Le système P.A.L. (Phase Alternation Line) utilisé en Europe de l'ouest.

3) Le système S.E.C.A.M. (Séquentiel Couleur Avec Mémoire) adopté par la France, les pays qui formaient l'U.R.S.S. et toute l'Europe de l'est.

La normalisation de l'image numérique fait qu'au lieu de numériser le signal vidéo composite [POLOYSONGSANG-82], on procède à une numérisation séparée des composantes de luminance et de chrominance [KANEKO & ISHIGURO-87].

La norme "4.2.2" (voir Tableau 1-1) est fidèle à l'avis 601 du C.C.I.R. (Comité Consultatif International de Radiocommunication) à ce sujet.

1.3.2. La visioconférence [HOUERY-92]

La réunion par téléphone ou la télé réunion consiste à mettre en relation plus de deux correspondants téléphoniques, chacun pouvant entendre les voix de tous les autres participants.

L'objectif de la téléconférence est de restituer les conditions réelles d'une réunion face à face; l'image des participants doit être transmise en même temps que la parole.

La principale technique de base de la visioconférence réside dans la numérisation et la compression de l'image animée [SRINIVASAN & RAO-87].

Un premier type de CODEC (codeur/décodeur) de visioconférence a été définie par un groupe de travail de la commission des communautés européennes (C.C.E.), (Projet COST 211), puis normalisé en 1983 par la conférence européenne des administrations des postes et télécommunications (C.E.P.T.) et en 1984 par le C.C.I.T.T. (Comité Consultatif International Télégraphique et Téléphonique) Avis H120. Ce CODEC utilise un débit de 2048 Kb/s. Une deuxième norme pour ce CODEC, permet de restituer la même qualité d'image que la première mais n'utilisant qu'un débit de 384 Kb/s.

1.3.3. Le Visiophone [JOLIVET-92], [TAJIRI-91], [REVILLET-92]

a) Introduction

Depuis le début de la téléphonie, l'idée de voir son interlocuteur en même temps que de lui parler a été vite vue comme une évolution logique du téléphone. Ce type de téléphone amélioré s'appelle le Visiophone. L'obstacle majeur du visiophone était la quantité d'information nécessaire à la transmission des images qui est beaucoup plus importante que celle nécessaire pour transmettre la parole. Un nouveau réseau de transmission était donc nécessaire pour la visiophonie. L'évolution des techniques de traitement du signal et de codage d'images a permis de réduire, et avec des proportions considérables, la quantité d'information à transmettre, ce qui pourrait laisser concevoir des terminaux connectables au réseau téléphonique numérique actuel.

b) Réseau

La bande passante nécessaire à la transmission d'un signal téléphonique est de 300 à 3400 Hz. Celle nécessaire pour un signal de télévision s'étend de 50 Hz à 6 Mhz, donc la transmission analogique d'images de télévision demande environ 2000 fois plus

de bande passante que celle d'un signal téléphonique. Le signal téléphonique est transmis à travers un réseau numérique avec un débit de 64 Kb/s, par contre le débit nécessaire pour la transmission d'un signal de télévision numérique dit 4:2:2 défini dans la recommandation 601 du C.C.I.R. est de 216 Mb/s soit environs 3500 fois plus de débit que celui d'un signal téléphonique. La bande passante retenue pour la parole permet une bonne intelligibilité de celle ci, mais elle est bien insuffisante pour les services de visiophonie. En visiophonie, il n'est pas nécessaire d'avoir une définition d'images aussi bonne qu'en télévision puisque le but est de voir le visage de son interlocuteur. Deux formats d'images ont été alors définis par le C.C.I.T.T. Ces formats sont appelés Formats Communs Intermédiaire C.I.F. (common intermediate format) et Q.C.I.F. (Quarter of C.I.F.) universellement reconnue en visiophonie [JAYANT-93].

La transmission des images aux formats C.I.F. demande un débit de 36 Mb/s soit 560 voies téléphoniques, et celle des images aux formats Q.C.I.F. un débit de 9 Mb/s soit 140 voies téléphoniques. Ces débits sont trop élevées pour s'intégrer dans le réseau de téléphonie numérique actuel et les techniques de codage qui vont être examinées ont pour but de réduire le débit à des valeurs convenables pour des communications à 64 Kb/s en réservant 1,6 Kb/s pour la structure de trame, 16 Kb/s à la parole et 46,4 Kb/s restant à l'image; ou pour des communications à 128 Kb/s où on réserve 16 Kb/s à la parole, 2 Kb/s à la structure de trame et 110 Kb/s à l'image ce qui a pour effet d'améliorer la qualité d'image présentée par rapport aux communications à 64 Kb/s.

Tableau 1.1 : Standards de la T.V. numérique et du Visiophone.

Standard	Composantes	Points utile/ligne	Lignes/Image		Fréquence image (Hz)	Débit (**)	
			Total	Utile		Brut (Mb/s)	Util (Mb/s)
4 : 2 : 2	Y	720	625	576	25 (30)	216	166
	CR et CB	360	(525)*	(480)			
C.I.F	Y	352		288	30		36
	CR et CB	176		144			
Q.C.I.F.	Y	176		144	30		9
	CR et CB	88		72			

(*) chiffre entre parenthèses : système à 525 lignes.

(**) Débit brut compte des suppression ligne et trame et débit utile points et ligne visibles uniquement.

C_B Composante de différence de couleur bleu.

C_R Composante de différence de couleur rouge.

Y Composante de luminance.

c) Terminal résidentiel [JOLIVET-92], [TAJIRI-91]

Ce terminal est destiné à des applications résidentielles à usage individuel et transmet un son de qualité téléphonique et des images au format Q.C.I.F. sur un seul canal de 64 Kb/s.

Il intègre un boîtier compact (Fig 1.7) contenant :

- 1) Une caméra;
- 2) Un écran de visualisation;
- 3) Un combiné téléphonique;
- 4) Un CODEC audio assurant le codage et le décodage d'un son de qualité 16Kb/s;
- 5) Un CODEC d'images animées à 48 Kb/s;
- 6) Un interface de ligne;
- 7) Un système de gestion avec clavier de commande.

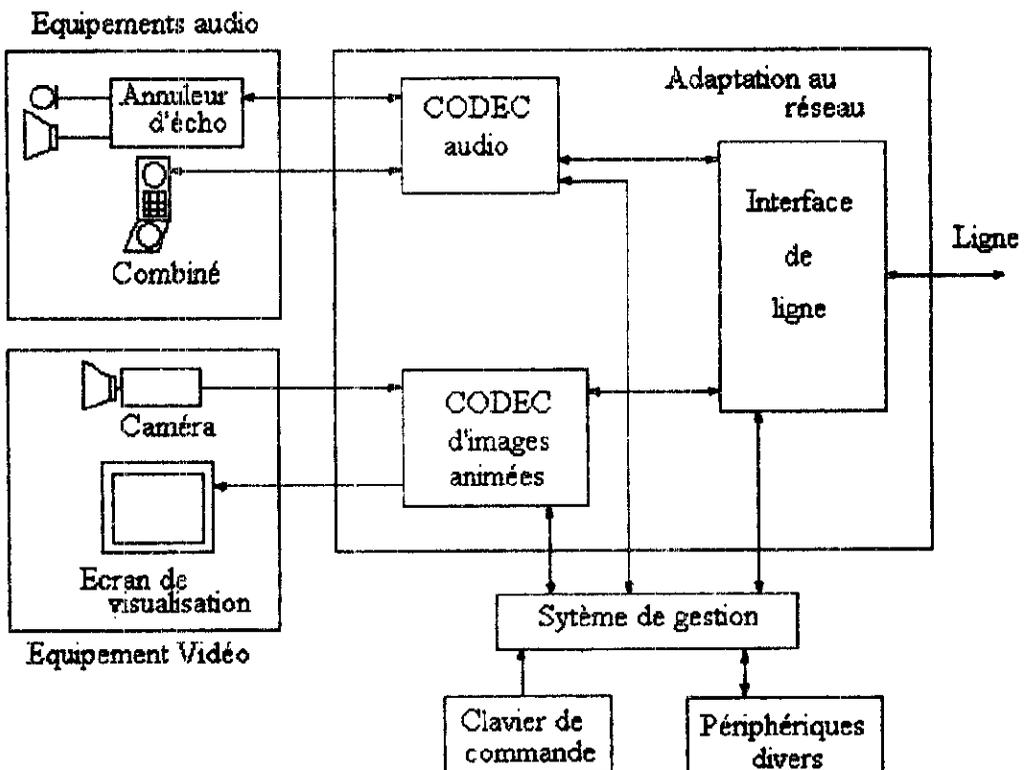


Fig 1.7 Schéma synoptique d'un visiophone.

1.3.4. La télévision haute définition T.V.H.D. [JAYANT-93], [TONGE-87]

Comme son nom l'indique, on pourra avec les techniques de la T.V.H.D. de voir des images de qualité meilleure que celles proposées actuellement, mais seront en contrepartie plus volumineuses. Cette amélioration se voit en l'augmentation du nombre de lignes, la réduction des bruits par de nouvelles techniques de traitement et une nouvelle conception du balayage de l'écran.

Le système japonais présenté à la normalisation fonctionne avec la fréquence de 60 Hz et propose des images de 1125 lignes, avec une bande passante de 20 Mhz pour la luminance, 7 Mhz pour la chrominance bande étendue et 5 Mhz pour la chrominance bande étroite.

Les Européens ont lancé un projet baptisé EUREKA-95 pour proposer un système pour les pays utilisant une fréquence de 50 Hz et qui reste toujours compatible avec les émissions de la télévision conventionnelle.

1.4 Traitement d'images

Une image est traitée dès qu'on a besoin d'en extraire une information. Suivant le but poursuivi on peut classer les différentes techniques de traitement d'images comme suit :

1) Améliorer la qualité subjective ou objective d'une image, la rendre plus agréable ou améliorer son contraste par exemple. Ce sont donc les techniques de rehaussement (enhancement) [LIM-84], [ROSE & HAIMAN-89].

2) Retrouver une image idéale après qu'une dégradation n'est survenue sur celle-ci. Ce sont donc les techniques de restauration (restoration) [HUNT-84].

3) Détecter la présence de formes ou de contours particuliers sans préserver les autres informations contenues dans l'image. C'est donc des techniques de détection [KUNT-87bis], [NEUVO-87].

4) Analyser pour la compréhension de l'image dans un souci de doter les machines de la capacité visuelle. La reconnaissance de formes entre dans cette catégorie [ROSENFELD-84], [VERNAZZA-87].

5) Réduire la quantité d'information à manipuler si on veut transmettre ou stocker une ou plusieurs images tout en les dégradant le moins possible, afin de gagner en encombrement ou en temps de transmission puisque le théorème de Nyquist [SPATARU-87], [HAYKIN-88], [FONTOLLIET-83] affirme que dans un canal équivalent à un filtre passe bas idéal avec une fréquence de coupure B ($B = 4000$ Hz pour le canal téléphonique) il est possible de transmettre des symboles avec un débit

$M \leq 2B$ symboles/seconde sans interférences entre symboles. Cette dernière est due à la dispersion du canal qui fait apparaître au moment d'échantillonnage du signal reçu des contributions provenant des impulsions adjacentes (Fig 1.8). Ce domaine est celui du codage d'images, c'est l'un des aspects de la théorie de l'information et c'est le but de ce travail dans le cas des images fixes et animées.

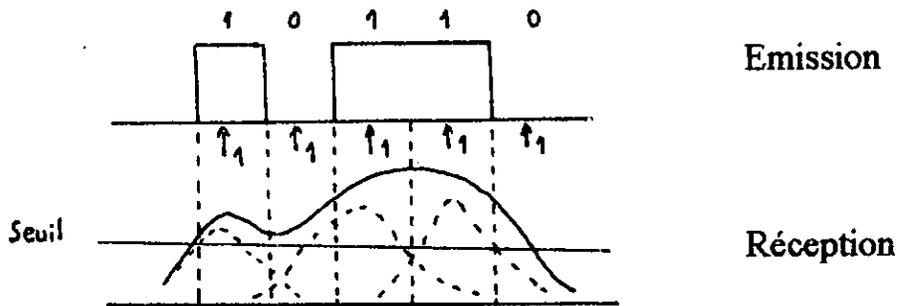


Fig 1.8 Interférences entre symboles.

Si on veut numériser, par exemple, une image carrée de 6 x 6 cm avec un pas d'échantillonnage de 0,1 mm en utilisant un numériseur de 10 bits alors :

$$\text{le nombre de pixels} = \frac{600^2}{0,1^2} = 36.000.000 \text{ pixels}$$

$$\text{et le nombre de bits} = 36 \cdot 10^6 \times 10 = 36 \cdot 10^7 \text{ bits} = 360 \text{ millions de bits!}$$

1.5. Conclusion

L'image numérique voit son application s'intensifier et s'élargir dans plusieurs domaines. De ce fait plusieurs techniques de traitement lui ont été réservées. Sa manipulation fait en sorte qu'on travaille avec une énorme quantité d'information. Cette dernière doit être réduite si on veut gagner en encombrement ou en temps de transmission. La réduction du débit, dans ce cas, nécessite l'utilisation de différentes techniques de codage d'images. Les chapitres suivantes de cette thèse ont pour but de traiter cet aspect en détail.

CHAPITRE 2

DIFFERENTES TECHNIQUES DE CODAGE D'IMAGES

2.1. Introduction

La majorité des méthodes de codage d'images tirent profit de la grande redondance spatiale ou temporelle qui existe dans une image fixe ou animée. Le but de ces techniques est alors de supprimer au maximum cette redondance dans un souci de réduire le débit. Ces méthodes de codage peuvent être classées suivant deux critères : [GAMAZ-92], [NETRAVALI-80]

2.1.1. Critère lié à la distorsion apportée à l'image originale

On distingue alors les méthodes sans distorsions où aucune distorsion n'est apportée à l'image reconstruite après décodage et les méthodes avec distorsions où une certaine distorsion est apportée aux images reconstruites. En exploitant les propriétés visuelles de l'oeil humain, ces distorsions peuvent être indécélables ou tout au moins tolérables.

2.1.2. Critère lié au domaine de travail

On distingue alors les méthodes spatiales qui opèrent dans le domaine spatial de l'image c'est-à-dire qui utilisent directement les valeurs des pixels et les méthodes transformées qui opèrent dans le domaine transformé c'est-à-dire qui utilisent les coefficients de l'image après lui avoir appliqué une transformation généralement orthogonale.

2.2. Méthodes sans distorsions

2.2.1. Méthode statistique

Dans cette méthode, on associe à la valeur de chaque pixel un code dont la longueur est variable et ne dépend que de la probabilité d'apparition du niveau de gris du pixel considéré. Plus cette probabilité est forte et plus ce mot-code est de longueur courte et vice versa. L'algorithme de Huffman ou de Shannon-Fane [SPATARU-87], [JONES-81], [RISSANEN-81] sont les plus performants dans ce sens.

2.2.2. Méthode par plages

Cette méthode consiste à parcourir l'image ligne par ligne et à considérer les suites de pixels qui ont la même valeur en les décrivant par leur longueur et leur valeur. Par exemple, une plage de 10 pixels noirs sera représentée par deux nombres 10 et 0.

Cette méthode ne s'applique efficacement qu'aux images binaires (à 2 niveaux de gris) [HUNG-77], [KUNT-87].

2.2.3. Méthode par plans de bits [KUNT-87], [REVILLET-92]

Pour une image numérique où chaque pixel est codé sur M bits, on peut isoler le i ème bit de chaque échantillon pour construire l'image binaire correspondante. En appliquant ce même procédé à tous les bits on obtient alors M images binaires appelées plans de bits. Pour chaque image binaire on peut utiliser la méthode par plage ou tout autre méthode de codage d'images binaires.

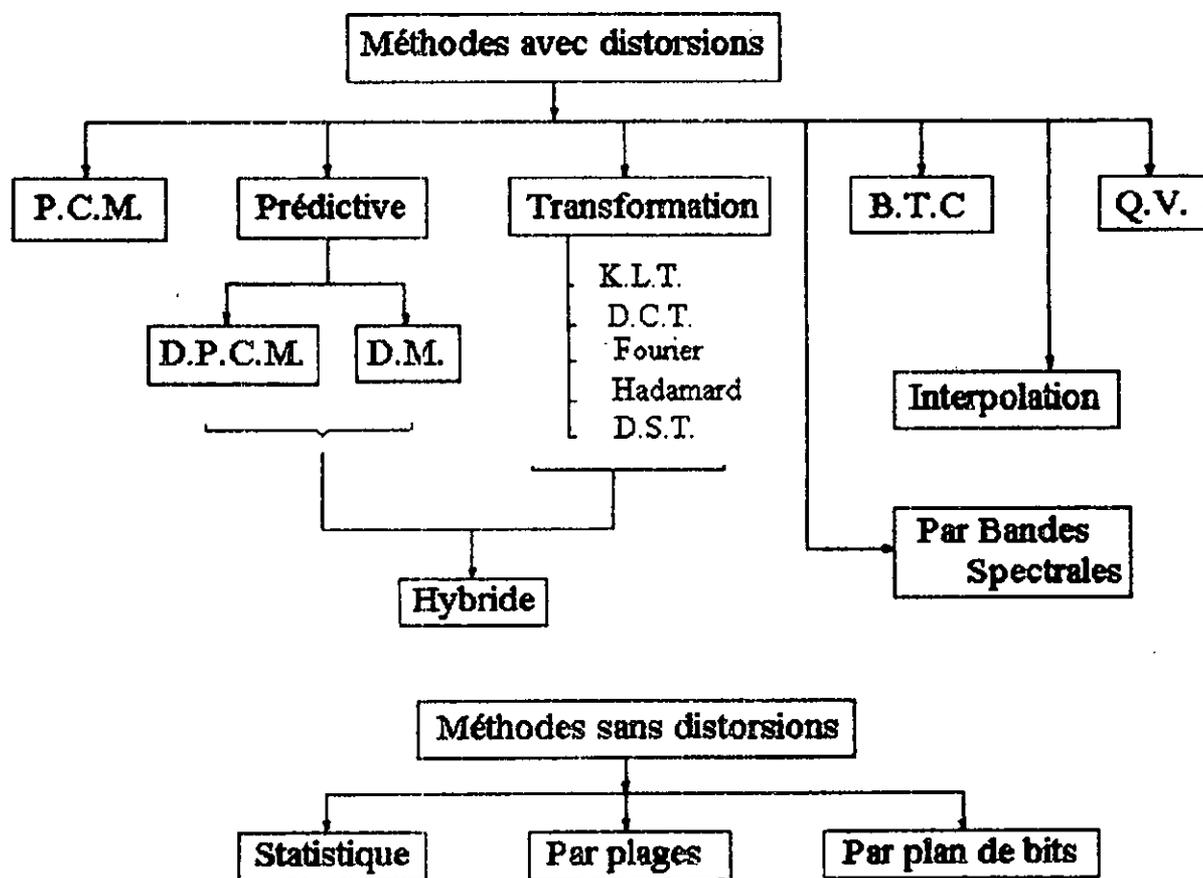


Fig 2.1 Les différentes techniques de codage des images. [TAWBI-92],[GAMAZ-92],[NETRAVALI-80],[NASRABADI-88]

2.3. Méthodes avec distorsion

2.3.1 Codage prédictif

Dans les systèmes de codage prédictif (Fig 2.2), une prédiction du symbole à coder est faite à partir de l'information codée et transmise antérieurement. L'erreur résultante de la différence entre la valeur actuelle du symbole et sa prédiction (erreur de prédiction) est quantifiée à partir d'un nombre fini d'amplitudes discrètes. Ces niveaux quantifiés sont représentés en binaire par des mots-code fixes ou variables pour être transmis ensuite à travers un canal. [SPATARU-87], [JAYANT-74], [LUEN-77], [ZSCUNKE-77], [HONDA-84], [NETRAVALI-80], [GUGLIELO-91].

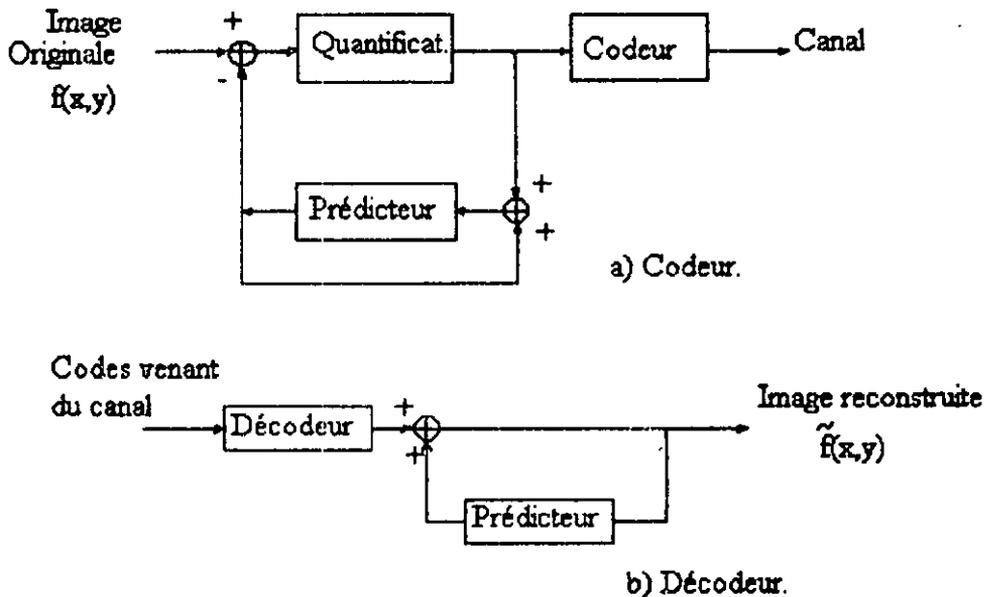


Fig 2.2 Schéma d'un émetteur/récepteur D.P.C.M.

Le codeur prédictif comprend trois éléments essentielles :

- 1) Prédicteur.
- 2) Quantificateur.
- 3) Codeur entropique pour minimiser le nombre de bits moyen par symbole.

Suivant le nombre de niveaux de quantification N , on distingue la modulation Delta (dans ce cas $N = 2$ c'est un codage avec un seul bit) et la modulation DPCM ($N > 2$, c'est un codage avec plus d'un bit).

La prédiction peut être intra-image dans le cas de transmission d'images fixes ou inter-images dans le cas de transmission d'images animées. Dans ce dernier cas elle utilise des pixels d'images antérieures.

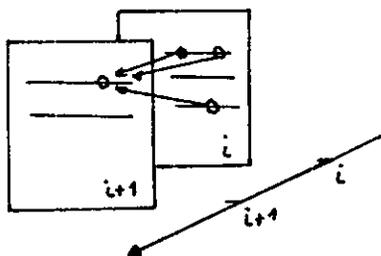


Fig 2.3 Le prédicteur inter-images.

Puisque en général, l'image présente un caractère non stationnaire, alors l'adaptation de ce genre de codage s'obtient en ajustant les coefficients du prédicteur ou bien le quantificateur [MODESTINO-77], [PRATT-84].

La prédiction du prochain pixel est faite en utilisant les pixels antérieurs décodés, une erreur de transmission dans n'importe quel échantillon antérieur peut donc affecter le présent échantillon qui à son tour affectera d'autres échantillons futurs, ce qui pourrait avoir un effet désastreux. Le meilleur moyen de se protéger est d'avoir des codes détecteurs/correcteurs d'erreurs efficaces. Avec ce genre de codeurs on peut atteindre des taux de bits de 2 à 3 bits/pixels avec une bonne qualité d'images [GONZALEZ&WINTZ-86],[PRATT-84],[JAYANT & NOLL-84]. Ce taux de bits n'est pas assez bas pour un service de visiophonie .

2.3.2. Codage par transformation

Dans les systèmes de codage par transformation, l'image est divisée en blocs, ensuite une transformation orthogonale est appliquée à chaque bloc indépendamment des autres. Les coefficients résultants seront quantifiés puis codés [WINTZ-72], [GONZALEZ & WINTZ-86]. Le but de la transformation est de convertir les éléments de l'image considérée en coefficients non corrélés et compacter la plupart de l'énergie de l'image en quelques coefficients seulement, pour pouvoir éliminer le reste des coefficients non significatifs de la transmission [PRATT-84], [JAYANT & NOLL-84].

a) Transformation Optimale (K.L.T.) [SPATARU-87]

Si T est une transformation orthogonale, elle satisfait la relation suivante :

$$T^t T = I \quad (2-1)$$

où T^t est la matrice transposée de T et I la matrice unité.

Soit x la matrice de données qui représente les pixels de l'image:

$$x^t = [x(0), x(1), \dots, x(N-1)] \quad (2-2)$$

En appliquant T à la matrice x on obtient :

$$X = T x \quad (2-3)$$

où :

$$X^t = [X(0), X(1), \dots, X(N-1)] \quad (2-4)$$

est la matrice de données dans l'espace transformé.

La transformation orthogonale est définie par l'ensemble des vecteurs orthogonaux $\{\theta_i\}$

$$T^t = [\theta_0 \ \theta_1 \ \dots \ \theta_{N-1}] \quad (2-5)$$

$$x = T^t X \quad (2-6)$$

Afin d'obtenir une compression de données, on réduit la dimension de l'espace transformé de N à M avec $M < N$. L'erreur introduite en négligeant $(N-M)$ termes est donnée par la relation (voir annexe A) :

$$\Delta x = x - \tilde{x} \quad (2-7)$$

L'erreur quadratique moyenne est définie par :

$$M.S.E. = \{E (||\Delta x||^2)\} = \text{tr} \{E (\Delta x^t \Delta x)\} \quad (2-8)$$

Les vecteurs de base de la transformation qui rendent minimum l'erreur quadratique moyenne et qui donnent des coefficients entièrement décorrélés sont les vecteurs propres de la matrice de covariance de x , $C_X = E(xx^t)$, c'est-à-dire ces vecteurs représentent la solution de l'équation aux valeurs propres suivante :

$$C_X \theta_i = \lambda_i \theta_i \quad \forall i = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2-9)$$

et dans ce cas l'erreur quadratique moyenne minimale sera donnée par :

$$(M.S.E.)_{\min} = \sum_{i=M}^{N-1} \lambda_i \quad (2-10)$$

où λ_i sont les valeurs propres de la matrice C_X . elles représentent les variances des composantes $X(i)$ supposées ayant des valeurs moyennes nulles.

La transformation T obtenue de l'équation (2-9) est optimale, c'est-à-dire en ce sens qu'aucune autre transformation ne permet d'obtenir une erreur quadratique inférieure.

b) Transformations sous-optimales

Plusieurs autres transformations ont été utilisées dans la littérature. Elles réduisent la corrélation entre les coefficients transformés par rapport aux pixels d'image et elles sont faciles à implémenter. Parmi ces transformation, on peut citer :

- La transformée de Fourier discrète est l'une des transformées les plus utilisées. Elle est définie par la matrice T avec les éléments T_{ik}

$$T_{ik} = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{(-2\pi j(ik))/N} \quad (2-11)$$

Cette transformée est très utilisée surtout avec l'implantation de l'algorithme FFT (Fast Fourier Transform).

- La transformée de Hadamard a l'avantage d'employer seulement des additions. Pour une transformée symétrique d'ordre $N = 2^n$, elle est définie par le noyau

$$T_{ik} = \frac{1}{\sqrt{N}} (-1)^{b(i,k)} \quad (2-12)$$

où

$$b(i,k) = \sum_{L=0}^{n-1} i_L k_L$$

i_L et k_L représentent le $L^{\text{ème}}$ bit dans la représentation en binaire de, i et k , respectivement.

- La transformée en cosinus discrète DCT (Discrete Cosine Transform) est la plus utilisée dans le domaine du codage d'images; elle s'approche en performance de la transformation optimale [ROSE-90], [PEARLMAN-90], [VAISHAMPAYON-90],

[SAGHRI-86]. Elle a été développée pour la première fois par Ahmed [AHMED-74] et elle est définie par le noyau :

$$T_{ik} = 2 \frac{C(i)}{\sqrt{N}} \cos\left[\frac{(2k+1)i\pi}{2N}\right] \quad (2-13)$$

où

$$C(i) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & i = 1 \\ 1 & i = 2, 3, \dots, N \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Ces transformations sont différentes de la transformation optimale (K.L.T.) par le fait qu'elles ne dépendent pas des statistiques de l'image. De plus, elles sont simples à implémenter. Elles sont toutes unitaires et donc leurs transformations inverses, nécessaires pour la reconstruction du vecteur image, sont aussi faciles à calculer et à implémenter.

2.3.3. Codage Hybride [HABIBI-74], [ROESE-77], [POLYSONGSANG-82]

Les codeurs hybrides combinent le codage prédictif et le codage par transformation pour tirer profit des avantages de l'un comme de l'autre. Ce type de codeurs, surtout appliqué pour le codage d'images animées, applique une transformation bidimensionnelle dans le domaine spatial de l'image et un codage D.P.C.M. le long de la composante temporelle pour exploiter la redondance temporelle dans la séquence d'images.

2.3.4. Codage par bandes spectrales [BARNWELL-82]

Cette méthode consiste à faire passer le signal d'image à travers des filtres passe-bande. Pour chaque sortie d'un filtre un quantificateur différent sera utilisé, ainsi les hautes fréquences seront grossièrement quantifiées tandis que les basses fréquences seront quantifiées finement.

2.3.5. Codage par interpolation

Dans ce genre de codage, seulement un sous-ensemble de pixels de l'image est envoyé au récepteur qui fera une interpolation pour retrouver les pixels non transmis et ainsi reconstruire l'image toute entière.

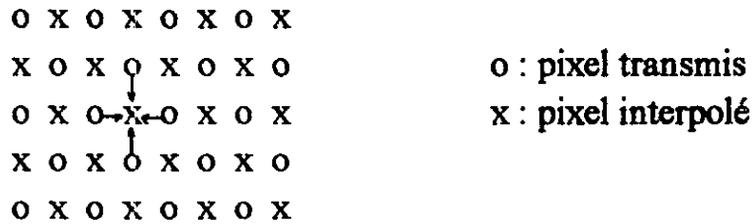


Fig 2.4 Exemple de codage par interpolation .

Le codage par interpolation adaptatif comporte trois étapes :

- 1) Choisir certains pixels pour la transmission;
- 2) Construire l'interpolation des pixels non transmis;
- 3) Evaluer l'erreur d'interpolation. Si elle est en dessous d'un certain seuil, alors il faut choisir moins de pixels pour la transmission. Si elle est en dessus alors il faut en choisir plus [HASKEL-72],[NETRAVALI-80].

Deux informations dans ce cas doivent être connues par le récepteur

- 1) les adresses des pixels choisis pour la transmission;
- 2) la valeur d'intensité du pixel choisi pour la transmission.

Ces deux informations vont augmenter le débit binaire lors d'une transmission. Il apparaît qu'en terme de bits nécessaires pour une qualité d'image donnée, les codeurs par interpolation paraissent moins efficaces que les codeurs par transformation.

2.3.6. Codage par troncature de bloc [DELP-79], [HALVERSON-84], [USPIKAR-87].

Dans ce système très simple de codage, l'image est traitée par blocs de $n \times n$ pixels, où s'effectue une binarisation. A partir de la moyenne m , de l'écart type σ de chaque bloc et d'une matrice de signes indiquant pour chaque pixel s'il se trouve au dessus ou au dessous d'un seuil préétabli, on pourra restituer l'image bloc par bloc. Un taux de bit de 2 bits/pixel donne une bonne restitution d'image (Voir en détail chapitre 3 Section 2).

2.3.7. Méthodes de codage par quantification vectorielle

a) Définition de la quantification vectorielle

Soit l'espace multidimensionnel \mathcal{R}^M à M dimensions formé des vecteurs X , où chaque vecteur $X = [x_1, x_2, \dots, x_M]^T \in \mathcal{R}^M$ aura comme représentant par la quantification vectorielle, un des vecteurs $Y_i \in \mathcal{R}^M$ du dictionnaire B_N

$$B_N = \{ Y_1, Y_2, \dots, Y_N \} \quad Y_i \in \mathcal{R}^M, N : \text{taille du dictionnaire.}$$

Le choix de tel ou tel vecteur comme représentant du vecteur X se fera après un calcul de distances pour tous les vecteurs candidats $Y_i \{i=1, \dots, N\}$, le représentant de X sera celui qui aura la distance $d(X, Y_i)_{i=1, \dots, N}$ minimale c'est-à-dire sera le plus proche voisin de X . La fonction de quantification s'écrirait alors

$$Y_i = Q(X)$$

Les vecteurs prototypes du dictionnaire B_N définissent donc des partitions C_i définies par

$$C_i = \{ X / d(X, Y_i) < d(X, Y_k) \quad , \quad k = 1, 2, \dots, (i-1), (i+1), \dots, M \}$$

Ces régions (Fig 2.5) sont aussi appelées régions de Voronoi, elles sont convexes et ont des frontières particulières.

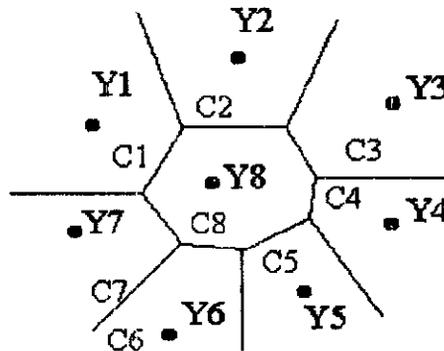


Fig 2.5 Régions de Voronoi ($M=2$)

Un quantificateur vectoriel est optimal, si parmi tous les quantificateurs, il est celui qui minimise l'espérance mathématique de la distance :

$$E[d(X, Y)] = E[d(X, Q(X))] = \int d(X, Q(X)) P(X) dx$$

où $P(X)$ est la densité de probabilité de X .

La compression de l'information à transmettre, en utilisant un codage par quantification vectorielle, est reflétée par le fait qu'au lieu de quantifier chaque composante du vecteur x_i du vecteur X par le quantificateur optimal de Max [MAX-60] et transmettre la valeur quantifiée, on quantifie le vecteur X lui même par un quantificateur vectoriel et on transmettra cette fois-ci seulement l'indice i de son vecteur représentant Y_i du dictionnaire B_N . Le débit du dictionnaire B_N est alors :

$$R = \frac{1}{M} \log_2 (N) \quad \text{bits}$$

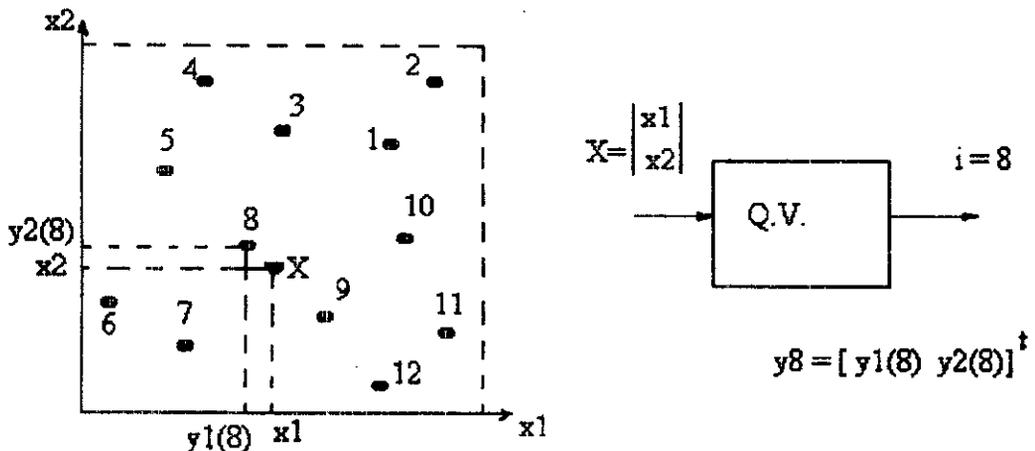


Fig 2.6 Principe de la Quantification Vectorielle.

Plusieurs auteurs se sont penchés sur l'utilisation de la quantification vectorielle dans le codage d'images. Ils ont obtenu des images reconstruites de bonne qualité mais avec des taux de bit relativement importants pour un service de visiophonie [GOLDBERG-86], [GOLDBERG-86bis], [HANG & WOODS-85].

b) Quantification vectorielle (Q. V.) dans le domaine spatial

b1) Application directe [NASRABADI-88]

On divise en premier lieu l'image en vecteurs de dimensions bien déterminées. Le vecteur erreur résultant, obtenu de la différence entre le vecteur X et sa moyenne sera ensuite quantifiée vectoriellement .

le quantificateur approprié. La complexité de calcul est aussi réduite puisque seule une sous-classe du dictionnaire est consultée pour chaque vecteur (Fig 2.10).

Pour préserver la fidélité des contours, en terme de position et orientation angulaire, on étend la classification à un nombre élevé de classes (Fig 2.9) où chaque bloc de contour est divisé en plusieurs classes suivant l'orientation et la position du contour.

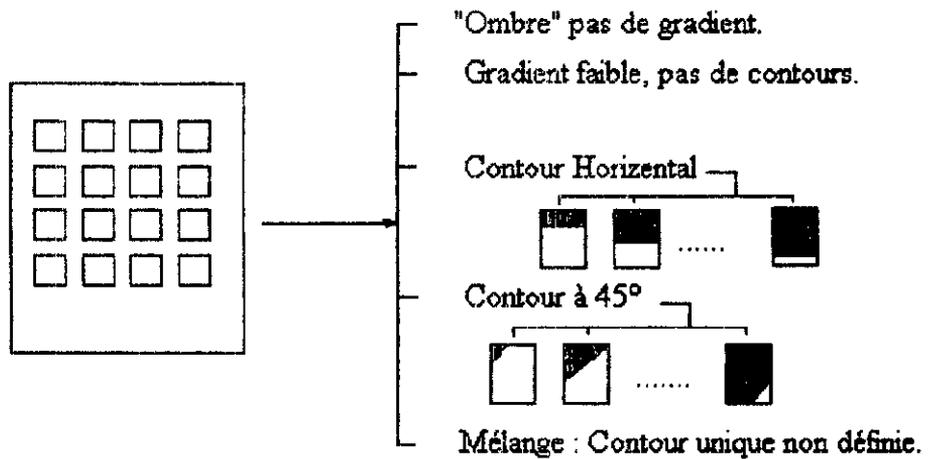


Fig 2.9 C.V.Q. (Classified Vector Quantization)

[RAMAMURTHI & GERSHO-86]

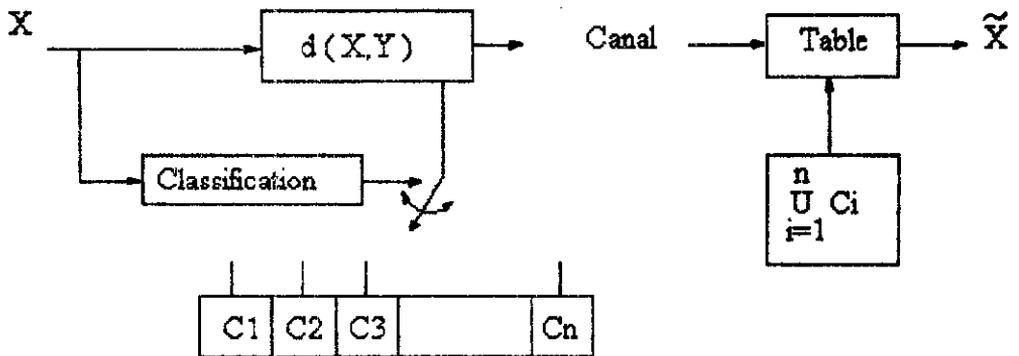


Fig 2.10 Système de codage C.V.Q.

b3) Quantification vectorielle prédictive [NASRABADI-88]

La quantification vectorielle dans ce type de codeur (Fig 2.11) est appliquée à l'erreur entre le vecteur de pixels x et sa prédiction \hat{x} estimée à partir des vecteurs précédents. Ce vecteur erreur e est alors codé en utilisant le dictionnaire d'erreur.

Pour améliorer les performances de ce système, on le rend adaptatif en classant les images d'entrée en catégories et en utilisant le prédicteur et le quantificateur appropriés pour chaque classe.

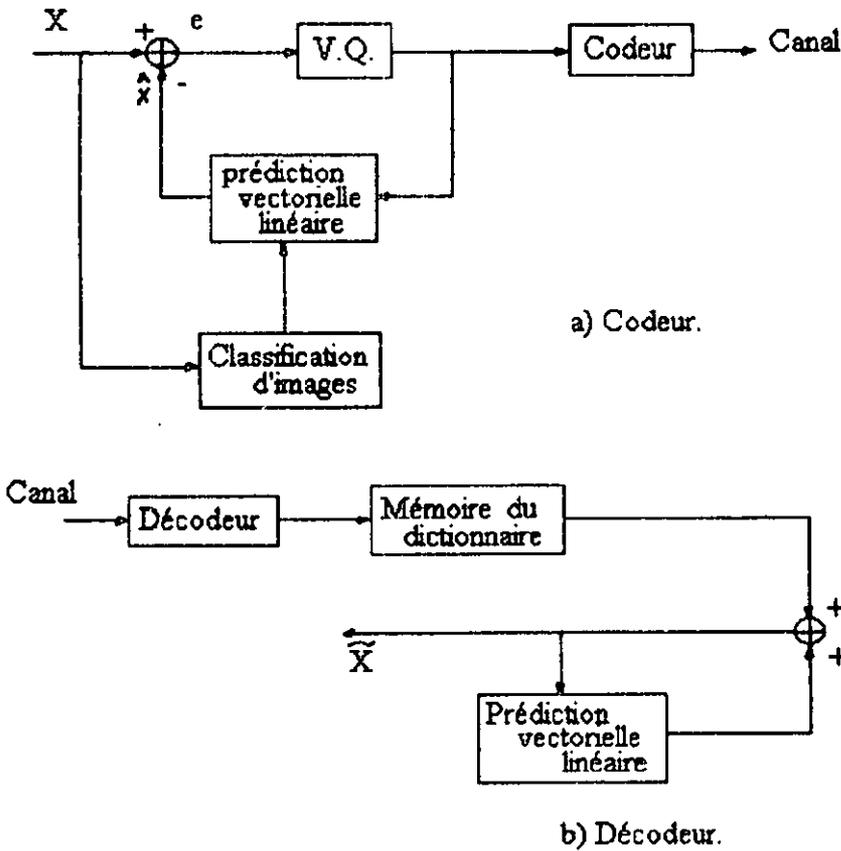


Fig 2.11 Quantification Vectorielle différentielle adaptative

c) Q.V. dans le domaine transformé T.V.Q. (Transform Vector Quantizers)

Dans les codeurs par transformation unidimensionnelle, les lignes d'images sont transformées par une transformation unitaire 1-D, et une matrice de filtrage est utilisée pour le choix des coefficients normalisés à retenir. La corrélation entre coefficients de la même ligne n'est pas significative parce que la transformation rend les coefficients non corrélés, par contre la corrélation interlignes est relativement significative et peut être exploitée par la quantification vectorielle (Fig 2.12).

Un pixel x est représenté par ses coordonnées $x(n_1, n_2)$ dans une image de $N_1 \times N_2$ pixels. Les coefficients transformés $P(n_1, m_2)$ sont donnés par :

$$P(n_1, m_2) = \sum_{n_2=0}^{N_2-1} x(n_1, n_2) T(n_2, m_2)$$

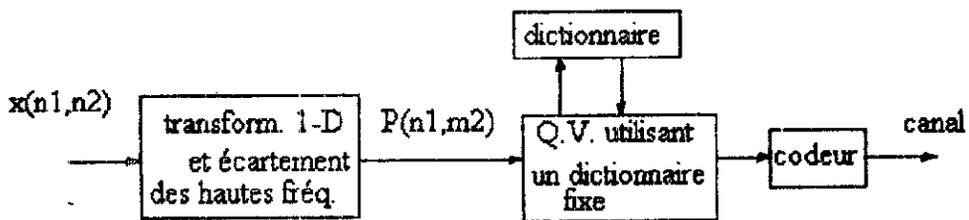
où m_2 et $n_1 = 0, 1, \dots, (N_2-1)$
 m_2 : Coordonnée dans le domaine transformé.
 T : Matrice de transformation.

Chaque coefficient $P(n_1, m_2)$ est ensuite normalisé par l'écart type $\sigma(m_2)$.

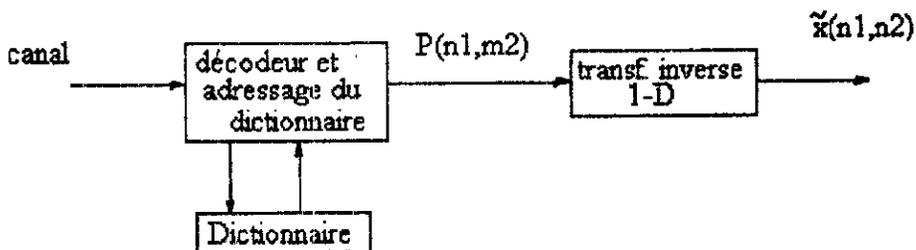
$$\sigma^2(m_2) = \frac{1}{N_1} \sum_{n_1=0}^{N_1-1} ([P(n_1, m_2)]^2) - [\mu(m_2)]^2$$

où la moyenne $\mu(m_2)$ est :

$$\mu(m_2) = \frac{1}{N_1} \sum_{n_1=0}^{N_1-1} P(n_1, m_2) \quad \text{pour } m_2 = 0, 1, 2, \dots, (N_2-1)$$



a) Codeur.



b) Décodeur.

Fig 2.12 Système T.V.Q. unidimensionnel.

La dimension K des vecteurs, dépend fortement du facteur de corrélation des images à coder. Puisque l'activité à l'intérieur d'une image est différente d'une zone à une autre, K ne peut être fixe. Un système adaptatif proposé par Nasrabadi [NASRABADI-88] emploie plusieurs dictionnaires de vecteurs de différentes dimensions K (voir figure 2.13).

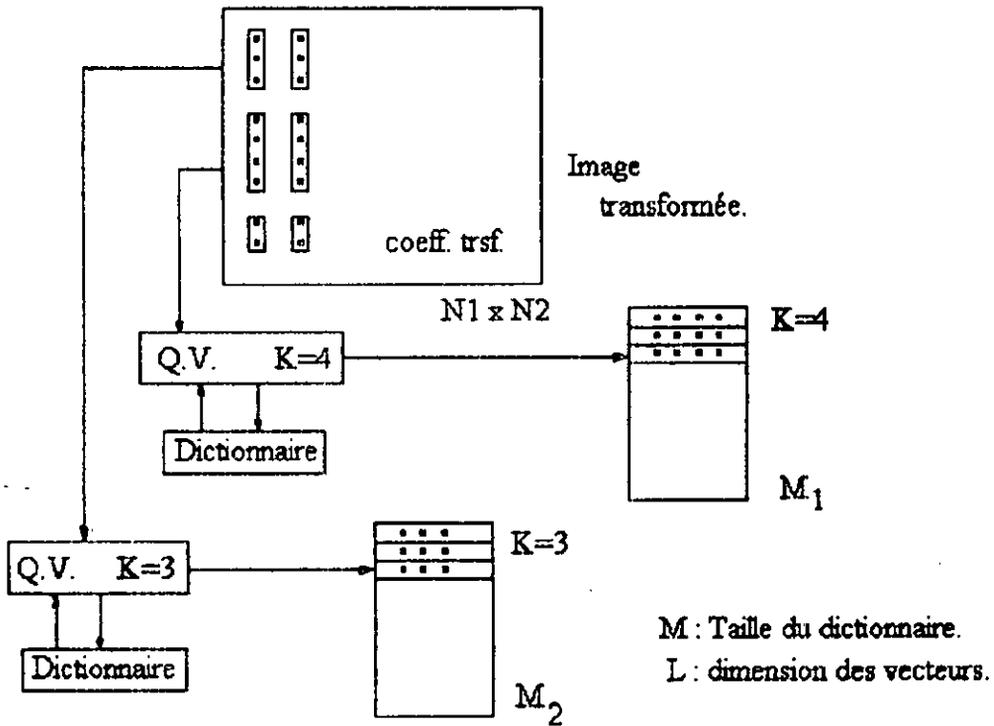


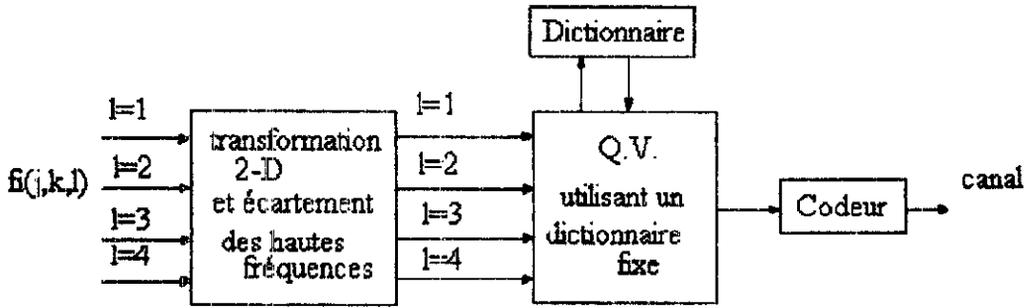
Fig 2.13 Système T.V.Q. adaptatif.

Remarque : Ces méthodes T.V.Q. citées peuvent être facilement étendues à une transformation bidimensionnelle.

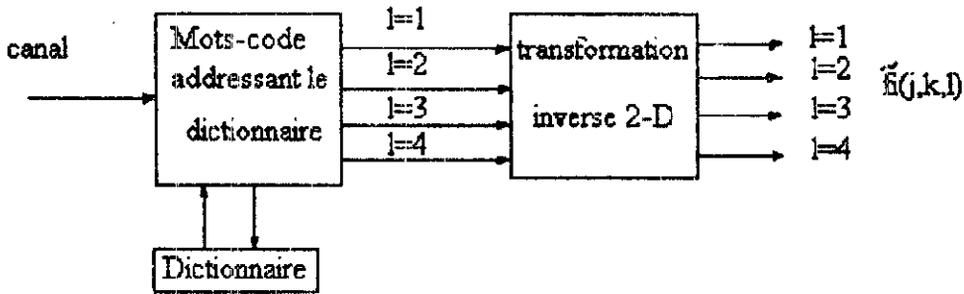
d) Q.V. inter-images (I.T.V.Q. : Interframe Transform Vector Quantization)

Dans les codeurs à trois dimensions, une transformation est appliquée dans les directions spatiales et dans la direction temporelle. Les coefficients résultants sont normalisés puis codés. Pour réduire le taux de bits, d'une part, et la complexité dans les calculs d'une autre part, la quantification vectorielle peut être appliquée.

Un système de codage est présenté en [NASRABADI-88] où une transformation est utilisée dans les directions spatiales et une quantification vectorielle est employée le long de la direction temporelle (Fig 2.14).



a) Codeur.



b) Décodeur.

$f_i(j,k,l)$: valeur du pixel de coordonnées (j,k)
dans le bloc d'image i de la l^{eme} image.

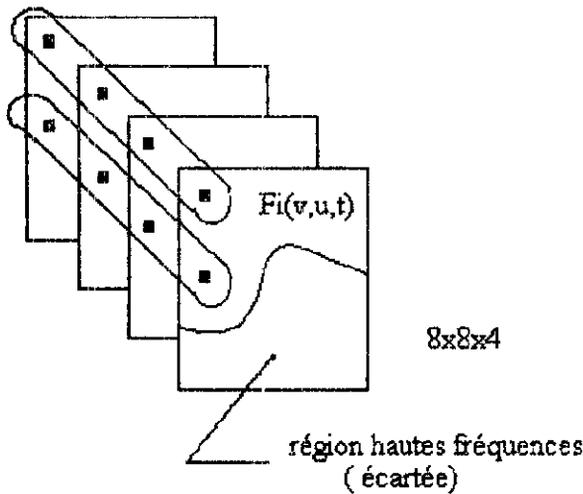


Fig 2.14 Système I.T.V.Q.

Le taux de bits dans ce cas est

$$R = C \frac{\log_2(N)}{M} \text{ bits}$$

où

N : Taille du dictionnaire.

M : Dimension des vecteurs.

C : Nombre de coefficients retenus divisé par le nombre total de pixels dans le bloc.

On remarque que la dimension M des vecteurs est fixée à priori. Or le nombre des images pouvant être regroupées, dépend de la variation temporelle à l'intérieur de la séquence d'images à coder. Donc pour exploiter la corrélation temporelle entre les images consécutives d'une même séquence, M doit être alors variable. Dans ce but, la quantification vectorielle doit être adaptative respectant le mouvement à l'intérieur de la séquence d'images. Si dans celle-ci il y a peu de mouvements, un grand nombre d'images seront regroupées (M sera grand). Ceci est une conséquence de la grande corrélation temporelle entre images consécutives. Par contre, pour une séquence d'images dans laquelle il y a une grande densité de mouvement d'objets, seulement un petit nombre d'images consécutives seront regroupées car la scène change considérablement d'une image à une autre. La séquence d'images est alors classifiée et puis codée en utilisant le dictionnaire approprié comme le montre la figure 2.15.

2.4. Efforts de Standardisation

Il est certain que le meilleur moyen de guider les efforts est de mettre en place des standards pour la représentation et la communication des informations multimédia (images fixes, images mobiles ou vidéo et sons). Deux standards concernant les images fixes sont connues le JPEG (Joint Photographic Expert Group) et le JBIG (Joint Bi-level Image expert Group) [ABDAT & BELLANGER-92].

Pour le domaine de l'image animée deux standards récents ont été présentés : le premier est la recommandation H.261 du CCITT qui est un standard pour des débits de $p \times 64$ Kbits/s ($1 \leq p \leq 32$). Il est destiné à la visiophonie. Le deuxième standard est le MPEG (Moving Pictures Experts Group) [ABDAT & BELLANGER-92], [LE GALL-91] donné par quatre variantes

- MPEG-I, destiné à des applications ayant un débit de 1,5 Mbits/s.
- MPEG-II, destiné pour le codage d'images animées à des débits de 10 à 15 Mbits/s.
- MPEG-III, destiné à la Télévision Haute Définition.
- MPEG-IV Est en cours de création et concerne le codage d'images animées à des débits très bas (10 Kbits/s).

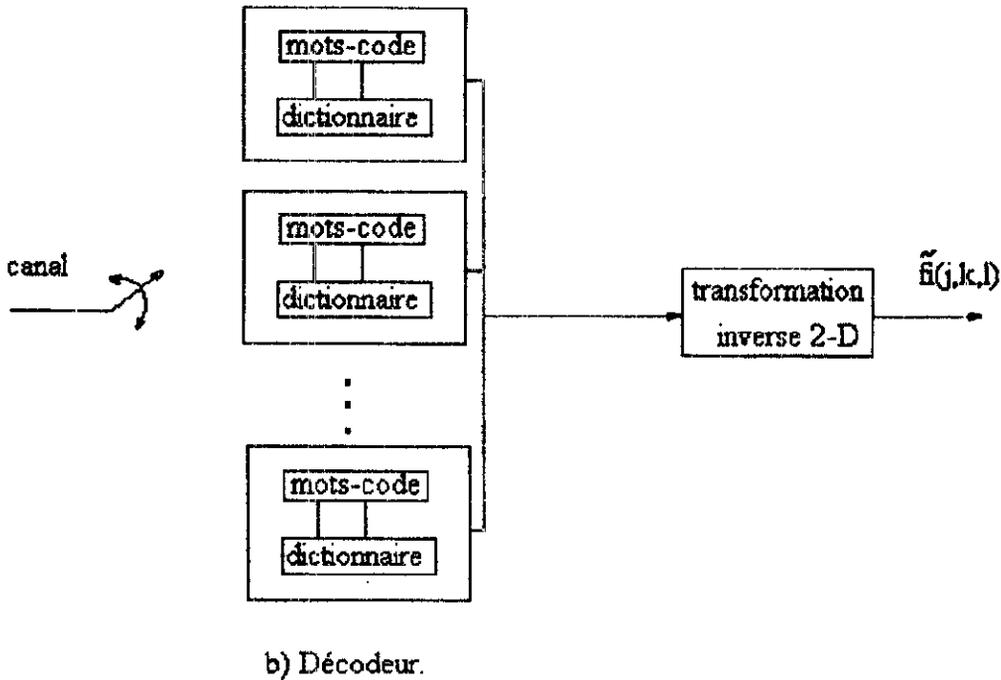
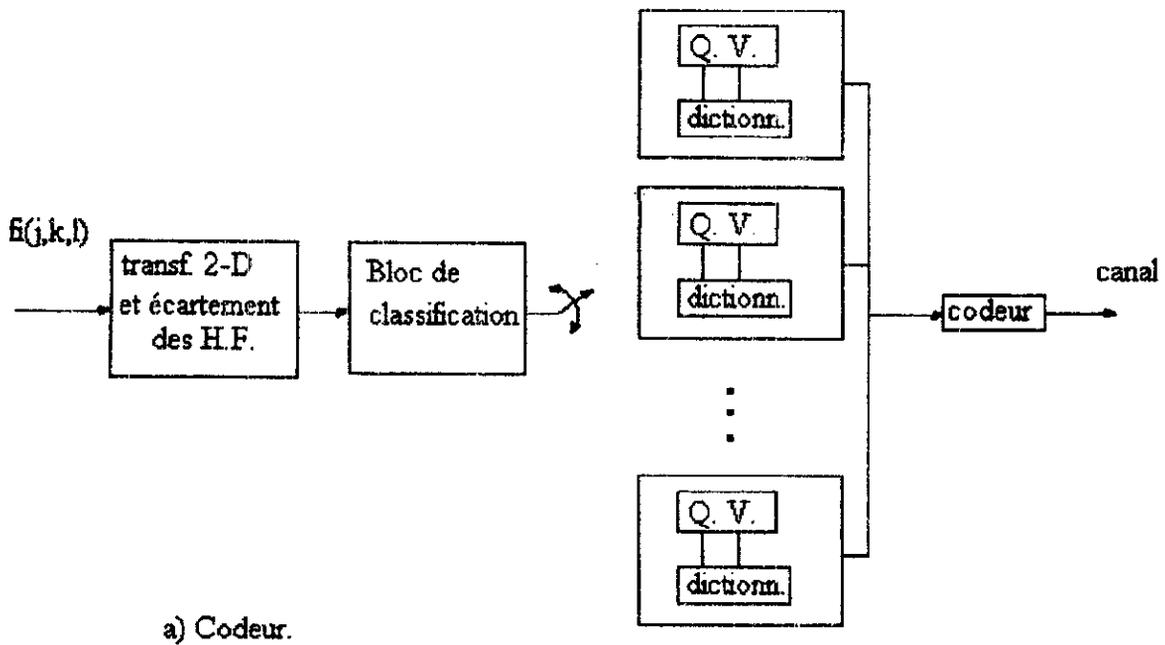


Fig 2.15 Système I.T.V.Q. adaptatif.

2.4.1. Images Fixes

Le standard conçu pour le codage d'images fixes porte le nom de JPEG, il est destiné au stockage et à la transmission puis la restitution des images fixes. Il se base sur une transformation DCT puis sur une quantification et codage entropique de

Huffman des coefficients résultants de la transformation (pour plus de détails, voir la section 3.3).

Le standard JBIG, quant à lui, concerne les images à deux niveaux; il est destiné pour des applications ayant des débits de 9,6 Kbits/s à 64 Kbits/s.

2.4.2. Images animées

a) La recommandation H.120 du CCITT [HOUERY-92]

L'un des premiers standards de codage d'images animées fut celui du CCITT, Avis H.120 (Fig.2.16), conçu pour la visioconférence par un groupe de travail de la commission de la communauté européenne (CCE) puis normalisé en 1983 par la Conférence Européenne des administrations des Postes et Télécommunications (CEPT) et en 1984 par le CCITT. Il utilise un débit de 2048 Kbits/s (dont 1856 Kbits/s pour l'image c'est-à-dire 29 canaux de 64 Kbits/s, 64 Kbits/s pour la parole et le reste pour la gestion du canal).

Le signal vidéo composite est décomposé en ses trois composantes RVB puis décomposé en 286 lignes comprenant chacune 256 échantillons de luminance et 52 échantillons de différence de chrominance codés sur 8 bits chacun, ce qui donne un débit de 16 Mbits/s. Un facteur de compression de 2 est obtenu en utilisant le codage DPCM, et un facteur de 4 en comparant l'image à coder avec la précédente pour ne transmettre que ce qui a changé en faisant une adaptation pour réguler le débit.

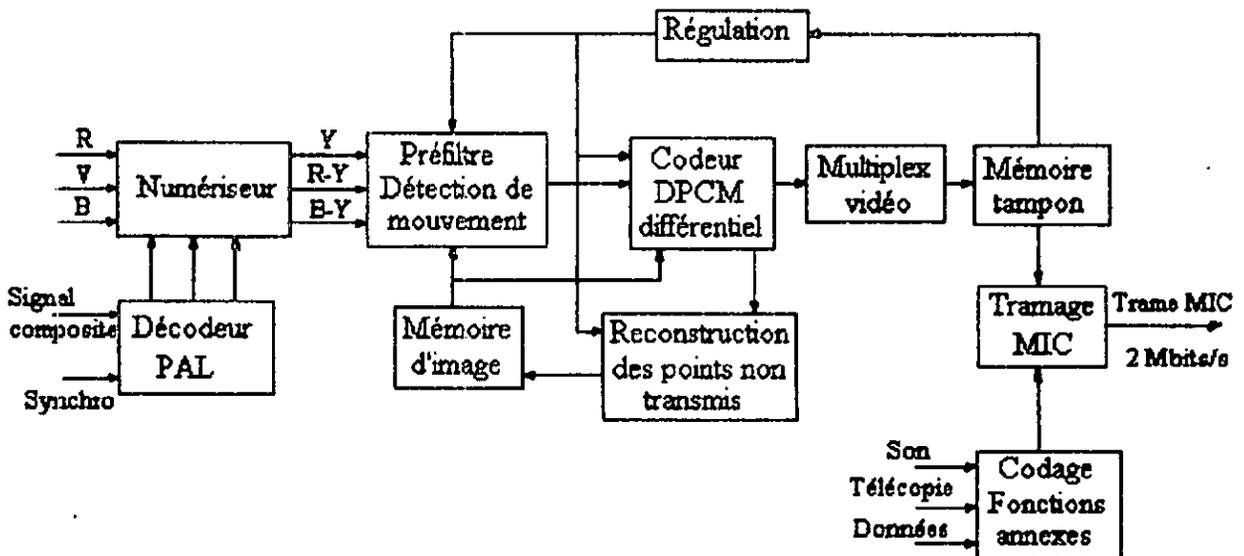


Fig 2.16 Synoptique du codeur de visioconférence H.120.

b) La recommandation H.261 du CCITT [JOLIVET-92]

Le H.261 est le standard destiné pour le codage des images animées pour la visiophonie (Fig 2.17 et Fig 2.18). Il est connu sous le nom de standard à p x 64 Kbits/s pour ses débits variants de 64 Kbits à 2 Mbits/s par pas de 64 Kbits/s.

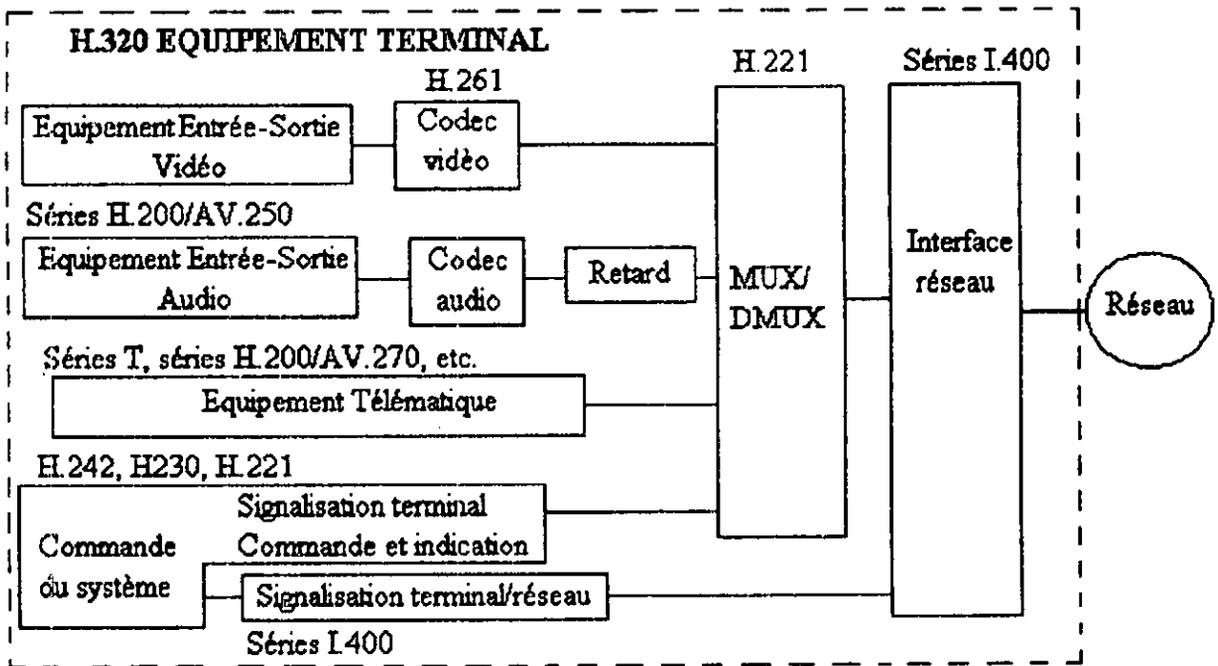


Fig 2.17 Recommandations CCITT relative au visiophone.
[GUGLIELO-91]

Le H.261 utilise le codage Hybride (voir section 2.3.3); il combine les techniques de la transformée DCT (voir section 2.3.2.2) et le codage prédictif (voir section 2.3.1). Le codage par DCT permet de réduire la redondance spatiale (codage intra-trames) et le codage prédictif est utilisé pour la réduction de la redondance temporelle (codage inter-trames).

Après la conversion de la séquence d'images au format CIF ou QCIF, l'image est divisée en macroblocs de 16x16 points en luminance et 8x8 points en chrominance correspondant à la même surface d'image du fait du sous-échantillonnage de la couleur. Le H.261 a des spécifications optionnelles pour la compensation du mouvement qui permet, dans le cas de la visiophonie, d'améliorer nettement la prédiction permettant ainsi d'estimer la meilleur approximation du bloc.

Les macroblocs peuvent être codés suivant plusieurs modes :

- 1) Le mode inter-images est utilisé lorsqu'il n'y a pas de mouvement.

- 2) Le mode inter-images compensé est utilisé en cas de déplacement d'objets.
- 3) Le mode intra-images est utilisé lorsque la prédiction du mouvement n'est pas bonne (exemple d'un changement de plan).
- 4) Aucune information n'est transmise pour les macroblocs non actifs.

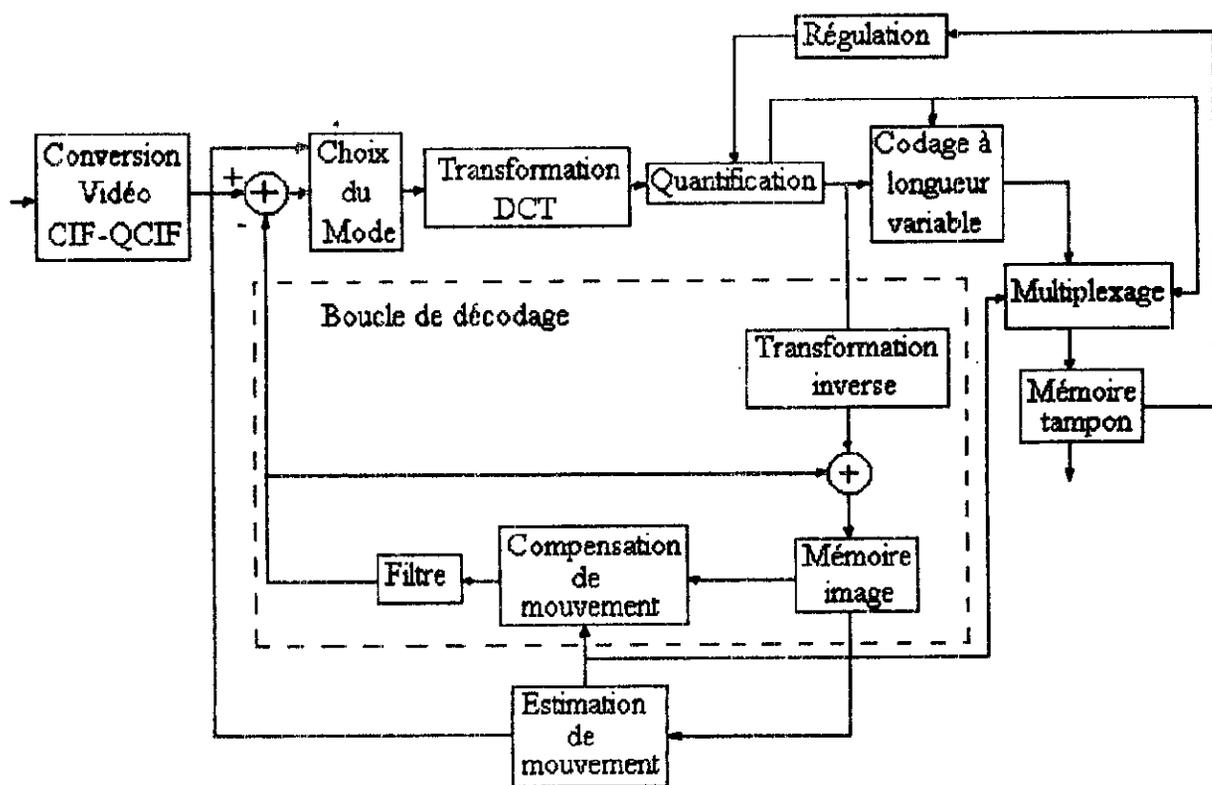


Fig 2.18 Synoptique du codeur H.261.

-) Transformation

Après avoir fait le choix du mode, chaque bloc de 8 x 8 pixels du macrobloc en mode intra-images ou la différence entre ce bloc et le bloc correspondant de l'image précédente éventuellement déplacé du vecteur mouvement estimé, est traité par la transformation DCT.

-) Quantification et codage

Une quantification linéaire des coefficients de la transformée est effectuée. Après quantification, les coefficients sont balayés par un mode dit en zigzag. Les événements transmis sont des couples constitués du nombre de coefficients nuls suivi de l'amplitude

quantifiée du coefficient non nul suivant. Ces événements présentent une distribution statistique bien adaptée à une réduction de débit par une technique de codage entropique.

c) Le MPEG [LE GALL-91]

Les efforts développés par les équipes du CCITT pour le H.261 sont utilisées comme point de départ pour le développement d'un standard de codage d'images animées par l'ISO (Organisation Internationale de Standardisation). Ce Standard s'intitule : MPEG (Moving Picture Expert Group).

Ce standard définit 3 types de trames :

1) Trames du type I Aucune réduction de redondance temporelle leur est appliquées, ces trames servent de repère pour les accès aléatoires à la séquence.

2) Trames du type P Sont des trames prédites des trames I ou des trames P déjà prédites.

3) Trames du type B Sont des trames prédites bidirectionnellement; ces trames ne sont jamais utilisées pour la prédiction d'autres trames.

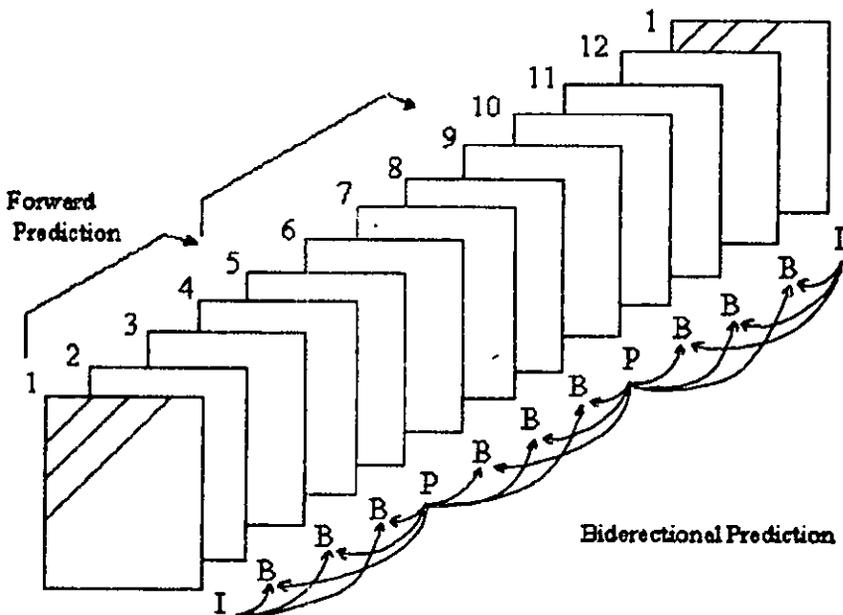


Fig 2.19 Les trois types de trames utilisées par MPEG.

2.5. Réseaux de communication Multimédias [TANENBAUM-90]

2.5.1. Les Réseaux publics

1) Le plus vieux des réseaux et le plus grand est sans doute le réseau téléphonique analogique; il est déployé sur tous les continents et son installation est déjà faite ce qui donne à le considérer avec intérêt bien que ce réseaux est limité par un débit maximum de 10 Kbits/s.

2) Le RNIS (Réseau Numérique à Intégration de Service) à bande étroite est bien adapté à la visiophonie aux débits du H.261. Ce réseau numérique a un 1^{er} accès de base nommé 2B+D, pour deux canaux isochrones de type B à 64 Kbits/s chacun et un canal D à 64 Kbits/s pour la signalisation (Débit total 144 Kbits/s). Le 2^{ème} accès est l'accès primaire à n canaux B (n=30 pour l'Europe) et un canal D à 64 Kbits/s.

3) Le RNIS à large bande permet à l'utilisateur d'atteindre plusieurs dizaines de Mbits/s (155,2 Mbits/s). Le mode de transfert utilisé par le RNIS est l'ATM (Asynchronous Transfert Mode) qui est un mode orienté paquet utilisant un multiplexage temporelle asynchrone.

2.5.2. Les réseaux privés

Les réseaux locaux les plus connus sont sans doute ceux de l' IEEE à savoir l'IEEE 802.3 (Ethernet), IEEE 802.4 (Token bus) et IEEE 802.5 (Token ring) qui sont très répandu dans les entreprises surtout le premier, mais ne sont pas adaptés pour transmettre des informations multimédias pour deux raisons :

1) Capacité de ces réseaux est de l'ordre d'une dizaine de Mbits/s qui est partagé entre tous les terminaux connectés au réseau (alors pour transmettre de la vidéo, on a besoin d'au moins quelques Mbits/s pour chaque terminal).

2) Problème de temps réel des informations multimédias, c'est-à-dire les protocoles des réseaux précédents ne peuvent supporter les contraintes de temps requises sans chute de performances.

La norme IEEE 802.9 ou norme IVDLAN (Integrated Voice/data Local Area Network) [ABDAT & BELLANGER-92] permet de communiquer avec des réseaux externes privés (IEEE 802.x) ou publiques (RNIS). Le support de transmission pour cette norme n'est pas partagé; elle a une structure en étoile mais les ressources peuvent êtres partagées entre plusieurs IVDTE (Integrated Voice/Data Terminal Equipment), contrairement aux autres normes IEEE 802.x où le support de transmission est partagé.

Deux débits sont spécifiés, le premier à 4,096 Mbits/s (disponible pour chaque IVDTE) et le deuxième débit à 20,48 Mbits/s. Ceci lui permettra de transmettre des séquences vidéo codées suivant MPEG-I et MPEG-II.

2.6. Conclusion

Les méthodes de codage d'images sans distorsions sont employées en générale pour les images délicates (en imagerie médicale par exemple). Elles engendrent des taux de compression réduits mais restituent une image fidèle sans aucune distorsion.

Pour avoir des taux de compression plus élevés nous devons opter pour les méthodes avec distorsions même si celles-ci introduisent des distorsions, qui sont plus au moins acceptables sur l'image reconstruite.

Les méthodes par quantification vectorielle s'appliquent mieux en codage d'images animées mais, malgré leur diversité, ne sont pas encore arrivées à une qualité d'image satisfaisante à des débits faibles, en plus de la tâche laborieuse qu'elles nécessitent et qui est le calcul du dictionnaire optimal.

Seules, entre toutes les méthodes, les méthodes par transformée arrivent à des débits binaires faibles avec des rapports qualité d'image par débit binaire acceptable ce qui pousse à les utiliser plus que d'autres méthodes.

Pour améliorer les méthodes avec distorsions en réduisant le débit binaire à des valeurs plus faibles, ces méthodes sont souvent employées conjointement avec des méthodes sans distorsions (méthode statistique surtout).

CHAPITRE 3

CODAGE D'IMAGES FIXES

3.1. INTRODUCTION

Les systèmes de communication d'images numériques sont caractérisés par des débits binaires très élevés, ce qui rend les opérations de transmission et de stockage très coûteuses. Une opération de compression avant la transmission est donc très souhaitée. Les systèmes de compression qui ont pour but de réduire le débit binaire, tirent profit en général de la grande corrélation qui existe entre pixels voisins d'une même image en codage d'images fixes.

Nous étudierons, dans ce qui suit, deux méthodes de codage d'images fixes; l'une appelée méthode de codage par troncature de bloc (B.T.C.) qui est une méthode spatiale très simple à implémenter donnant des résultats meilleurs en terme de taux de bits atteint/qualité d'image, que les méthodes prédictives [ZSCHUNKE-77], [DELP-79] surtout si on lui ajoute un module de codage entropique comme on l'a proposé dans ce qui suit, et l'autre est une méthode transformée adaptative utilisant le standard J.P.E.G. de compression qui applique la transformée en cosinus bidimensionnelle à l'image divisée en blocs.

3.2. Méthode de Codage par troncature de blocs B.T.C.

3.2.1. Algorithme B.T.C. de base [DELP-79]

Pour l'étude présentée, l'image sera divisée en blocs de $n \times n$ pixels et le quantificateur élaboré binarisera chaque bloc indépendamment des autres. Si on veut utiliser le quantificateur optimal de MAX [MAX-60] qui minimise l'erreur quadratique moyenne, on devra avoir une connaissance à priori, de la fonction densité de probabilité des pixels dans chaque bloc, mais en général cette fonction n'est pas connue d'une façon adéquate.

Pour notre schéma de codage, nous avons utilisé aussi un quantificateur destiné à minimiser l'erreur quadratique moyenne (M.S.E.), il sera présenté à la section 3.2.2. Dans ce qui suit nous présenterons un quantificateur binaire non paramétrique qui préserve les moments d'ordres 1 et 2 des échantillons de chaque bloc [DELP-79],[HALVERSON-84]. Ce quantificateur est défini de la manière suivante :

$$Q[X_i] = \begin{cases} a & \text{si } X_i \geq X_{Th} \\ b & \text{si } X_i < X_{Th} \end{cases} \quad \text{pour } i = 1, 2, \dots, m. \quad (3-1)$$

où :

- X_i : Valeur d'un pixel dans le bloc $i=1,2,\dots,m$
- $m = n^2$: nombre de pixels dans un bloc.
- X_{Th} : une valeur de seuil prise dans notre cas égale à la moyenne des pixels du bloc considéré.

Soit q le nombre des X_i tels que $X_i \geq X_{Th}$.

Pour préserver les moments d'ordres 1 et 2, les deux niveaux de quantification devront satisfaire le système d'équations suivant:

$$\begin{cases} m\bar{X} &= (m-q)b + qa \\ m\bar{X}^2 &= (m-q)b^2 + qa^2 \end{cases} \quad (3-2)$$

où $\bar{X} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i$ est la moyenne ; (3-3)

et $\bar{X}^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i^2$ est le moment d'ordre 2; (3-4)

ce qui donne :

$$\begin{cases} b = \bar{X} - \bar{\sigma} \sqrt{\frac{q}{(m-q)}} \\ a = \bar{X} + \bar{\sigma} \sqrt{\frac{m-q}{q}} \end{cases} \quad (3-5)$$

où $\bar{\sigma}^2 = \bar{X}^2 - (\bar{X})^2$ (3-6)

Chaque bloc sera donc décrit par la seule connaissance de \bar{X} , $\bar{\sigma}$ et d'une matrice de m bits de signes qui indiqueront si le pixel considéré est supérieur ou inférieur au seuil X_{Th} . Cette information permettra de reconstruire chaque pixel du bloc.

Exemple : Pour des blocs de dimension 3 x 3 pixels :

* $n = 3$

$$* \text{ bloc} = \begin{vmatrix} 255 & 240 & 200 \\ 210 & 190 & 109 \\ 200 & 190 & 109 \end{vmatrix}$$

$$* \bar{X} = 189,22$$

$$* \bar{\sigma} = 47,65$$

$$* q = 7$$

$$* \text{ Matrice de bits} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

(matrice de signes)

Le calcul appliqué à (3.5) donne

$$* b = 100 \quad * a = 215$$

$$* \text{ Bloc reconstruit} = \begin{vmatrix} 215 & 215 & 215 \\ 215 & 215 & 100 \\ 215 & 215 & 100 \end{vmatrix}$$

La reconstruction de l'image se fera bloc par bloc en calculant a et b pour chaque bloc séparément des autres et en attribuant ces valeurs aux pixels en concordance avec le bit reçu de chaque pixel dans la matrice de signes.

\bar{X} et $\bar{\sigma}$ ont été quantifiés à 8 bits chacun, le taux de bits résultant est donc relatif à la dimension du bloc n choisie (Tableau 3-1).

Tableau 3-1 Dimension des blocs et taux de bits relatifs

n	Nombre de bits nécessaire pour chaque bloc à transmettre.	Taux de bits T (bits/pixels)
2	20 bits	5
4	32 bits	2
8	80 bits	1,25
10	116 bits	1,16

Résultats et Commentaires

Cette méthode de codage a été appliquée à une série d'images. Pour n = 4 (T = 2 b/p), presque aucune distorsion n'a été observé sur aucune de ces images, et la

distinction entre image originale et image reconstruite a été quasi impossible.

En effet, la distorsion ne commence à apparaître qu'à partir de $n = 8$ ($T = 1,25$ b/p). Toutefois pour ce taux de bits l'image est tout de même acceptable (Fig 3.9 , 3.10).

Les figures 3.1, 3.2, 3.3, 3.4 représentent l'application de cette méthode sur 4 images différentes et présentent pour chaque cas l'image originale et les images reconstruites à différents débits pour différentes valeurs de n .

3.2.2. B.T.C. optimum au sens M.S.E.

Pour ce quantificateur le critère de fidélité est l'erreur quadratique moyenne M.S.E. Soient Y_1, Y_2, \dots, Y_m les valeurs des pixels X_i du bloc tels que $Y_1 \leq Y_2 \dots \leq Y_m$ Soit q le nombre des X_i tels que $X_i \geq X_{Th}$; les deux niveaux du quantificateur a et b seront calculés cette fois-ci en minimisant le critère suivant [DELP-79]

$$J_{MSE}(a,b) = \sum_{i=1}^{m-q} (Y_i - b)^2 + \sum_{i=m-q+1}^m (Y_i - a)^2 \quad (3-7)$$

Ce qui donne :

$$\left\{ \begin{array}{l} b = \frac{1}{(m-q)} \sum_{i=1}^{m-q} Y_i ; \\ a = \frac{1}{q} \sum_{i=m-q+1}^m Y_i ; \end{array} \right. \quad (3-8)$$

Une méthode évidente pour résoudre ce problème est de choisir comme seuil X_{Th} , toutes les valeurs possibles (il y a au maximum $(m-1)$ seuils) et de prendre celle qui minimise J_{MSE} . Chaque bloc sera représenté par m bits de signes (qui indiqueront si le pixel considéré est supérieur ou inférieur au seuil X_{Th}) et par les valeurs a et b quantifiées chacune, dans notre cas, par 8 bits.

Résultats et Commentaires

Cette méthode de codage a été appliquée sur les mêmes images que précédemment, le taux de bits résultant dépend de la dimension n des blocs choisis (voir Tableau 3-1). Pour $n = 4$ ($T = 2$ b/p) aucune distorsion n'est perceptible et presque aucune différence n'est observée du point de vue qualité d'images (Fig. 3.5, 3.6, 3.7, 3.8) par rapport à la première méthode, bien que l'erreur quadratique moyenne de

l'image reconstruite ait été minimisée (Fig. 3.9 et 3.10). Il est à mentionner que l'erreur quadratique moyenne normalisée est définie par :

$$\text{M.S.E.} = \frac{\sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} (f(x,y) - f'(x,y))^2}{\sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} f(x,y)^2} \quad (3-9)$$

où

- L'image à coder est de dimensions NxM pixels.
- $f(x,y)$ représente la valeur du pixel de coordonnées (x,y) de l'image originale.
- $f'(x,y)$ représente la valeur du pixel de coordonnées (x,y) de l'image reconstruite.

Pour $n = 8$ les distorsions apparaissent, cependant les images restent acceptables. Malgré la minimisation d'erreur quadratique moyenne, cette méthode n'apporte pas une grande différence en qualité d'image pour $n = 4$ et 8 et ce n'est qu'à partir de $n = 10$ qu'elle paraît légèrement plus efficace dans la totalité des images reconstruites.

3.2.3. Utilisation de quelques modifications

a) Utilisation de la quantification vectorielle [USPIKAR-87]

Au lieu de quantifier \bar{X} et $\bar{\sigma}$ séparément avec un quantificateur scalaire, on peut, grâce à la quantification vectorielle, quantifier le vecteur à deux dimensions (\bar{X} , $\bar{\sigma}$) avec un quantificateur vectoriel approprié, ainsi le taux de bits nécessaire pour représenter $\bar{\sigma}$ et \bar{X} sera réduit. Une technique décrite en [LINDE-80] appelée " Algorithme L.B.G. " utilise une procédure itérative pour arriver à un quantificateur vectoriel optimum basé sur une longue séquence de vecteurs d'entrée. La matrice binaire de dimension $n \times n$ pourra elle aussi faire l'objet d'une quantification vectorielle si on la considère comme un vecteur de dimension $m = n^2$.

Les résultats obtenus par Uspikar [USPIKAR-87] sont présentés dans le tableau 3-2.

- pour $n = 4$
- Les dictionnaires, que ce soit pour la matrice binaire ou pour le vecteur (\bar{X} , $\bar{\sigma}$), ont été choisis de taille 256 .

Tableau 3-2 Taux de bits atteint par l'introduction de la Q.V.

Application de la Q.V.	Taux de bits T (b/p)
$(\bar{X}, \bar{\sigma})$	1,5
$(\bar{X}, \bar{\sigma}) +$ la matrice de signe.	1

b) Utilisation du codage entropique [BELKACEMI & DERRAS-95]

b.1) Codage binaire de Huffman

Principe

Le problème qui se pose est de trouver une méthode de codage optimale pour toutes les distributions de probabilité. Autrement dit, il faut que ce procédé de codage, parmi tous les autres procédés, permette d'arriver à la plus petite longueur moyenne des mots-code. Cependant deux propriétés générales des codes optimaux sont nécessaires à énoncer :

1) Afin qu'un code soit optimal il faut que le mot-code le plus court soit attribué au symbole ayant la probabilité la plus grande.

2) Pour arriver à un codage optimal, il faut que les longueurs des deux derniers mots-code, relatifs aux symboles ayants les plus faibles probabilités, soient égales.

Un procédé général de codage optimal a été proposé par Huffman.

Algorithme de codage entropique [SPATARU-87], [MASSEY-72],
[GUAZZO-80]

L'algorithme de codage de Huffman peut être résumé dans les étapes suivantes :

- 1) Classer les symboles s_i dans l'ordre décroissant de leur probabilité p_i .
- 2) Additionner les deux probabilités les plus faibles et associer un bit "0" (ou "1") à la probabilité la plus grande et un bit "1" (ou "0") à la plus faible des deux en générant un nouveau symbole r_i dont la probabilité est la somme des deux précédentes.
- 3) Répéter l'étape 2 jusqu'à avoir une probabilité égale à l'unité.
- 4) Former les mots-code, partant de la probabilité unité vers chaque symbole s_i , de

probabilité p_i . Si les probabilités p_i de la source S étaient des puissances de $(1/2)$, l'algorithme de Huffman serait optimal absolu et dans ce cas la longueur moyenne par mot code serait minimale et égale à l'entropie $H(S)$ de la source $L = H(S)$ (voir annexe C). Ce schéma de codage est instantané cela signifie qu'aucun mot code n'est le préfixe d'un autre mot code.

Exemple

Messages s_k [R0]	Probabilités $p(s_k)$	Mots-code ck	SOURCES INTERMEDIAIRES			
			[R1]	[R2]	[R3]	[R4]
						0,60 (0)
					0,40	0,40 (1)
s1	0,30	0.0	0,30	0,30	0,30 (0)	
				0,30	0,30 (1)	
s2	0,25	1.0	0,25	0,25 (0)		
s3	0,15	1.1	0,15	0,15 (1)		
s4	0,15	0.1.0	0,15 (0)			
			0,15 (1)			
s5	0,10 (0)	0.1.1.0				
s6	0,05 (1)	0.1.1.1				

L'entropie des symboles est :

$$H(S) = - \sum_{k=1}^6 (p(s_k) \log(p(s_k))) = 2,4 \text{ bits/symbole.}$$

$$\text{la longueur moyenne } L = \sum_{k=1}^N (L_k p(s_k)) = 2,45 \text{ bits/symbole.}$$

b2) Application du codage entropique au codage B.T.C.

Dans les sections 3.2.1 et 3.2.2, le récepteur reçoit pour chaque bloc un flux de bits, représentant une matrice de $n \times n$ bits et un couple $(\bar{\sigma}, \bar{X})$ ou (a, b) tel que chaque élément du couple soit représenté par un mot de longueur fixe.

Au lieu de coder chaque élément du couple par un code de longueur fixe (dans le cas des sections 3.2.1 et 3.2.2 on a 8 bits), il serait préférable de lui attribuer un code de longueur variable en concordance avec sa probabilité d'apparition. Ainsi plus sa probabilité d'apparition est grande et plus le code correspondant sera de longueur minime.

La même méthode a été appliquée en outre à la matrice de signes; la divisant en mots de 8 bits chacun, définissant ainsi 256 autres symboles, et, donnant à chaque symbole un code de longueur variable, en utilisant l'algorithme de Huffman.

Résultats et Commentaires

En appliquant ce type de codage sur nos images, les images résultantes sont les mêmes que celles apparaissant aux figures 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, puisque l'ajout du codage statistique au codage B.T.C. n'introduit pas de distorsion supplémentaire mais réduit seulement le taux de bits, en particulier si les images ne sont pas riches en information, le cas où cette réduction est importante (Tableau 3-3).

Tableau 3-3 Amélioration du taux de bits
par rapport à la Méthode B.T.C.

Images	Dimension des blocs ' n '	Taux de bits (b/p) BTC seul	Taux de bits (b/p) BTC et méth. Huff.
Visage	4	2	1,70
	8	1,25	1,08
Cosmonaute	4	2	1,71
	8	1,25	0,95
Politiciens	4	2	1,00
	8	1,25	0,60
Présidents	4	2	0,85
	8	1,25	0,48

3.3. Méthode de codage par l'Algorithme J.P.E.G.

3.3.1. Besoins et choix de la méthode [WALLACE-91]

Le but a été de développer une méthode pour une compression d'images satisfaisant les besoins suivants :

- 1) Etre proche ou au moins, ne pas être très loin de l'état de l'art en comparaison avec le taux de compression et la fidélité de l'image.
- 2) Etre applicable à n'importe quel genre d'images et ne pas être limité à un type ou à une classe d'images.
- 3) Avoir une complexité réduite, pouvant avoir une implémentation hardware simple.



Fig 3.1 Application de la méthode B.T.C. (Visage)

- en haut à gauche : Image originale.
- en haut à droite : Image décodée $n = 8$.
- en bas à gauche : Image décodée $n = 4$
- en bas à droite : Image décodée $n = 10$.

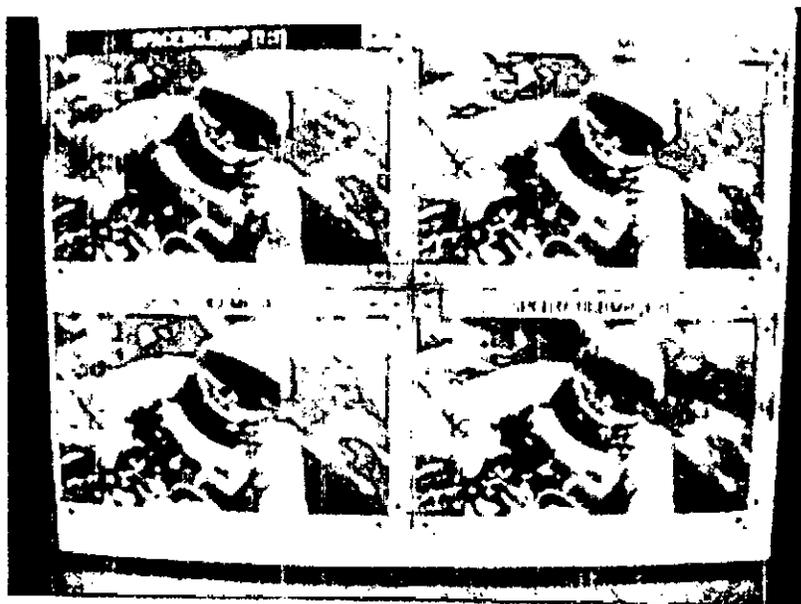


Fig 3.2 Application de la méthode B.T.C. (Cosmonaute)

- en haut à gauche : Image originale.
- en haut à droite : Image décodée $n = 8$.
- en bas à gauche : Image décodée $n = 4$
- en bas à droite : Image décodée $n = 10$.

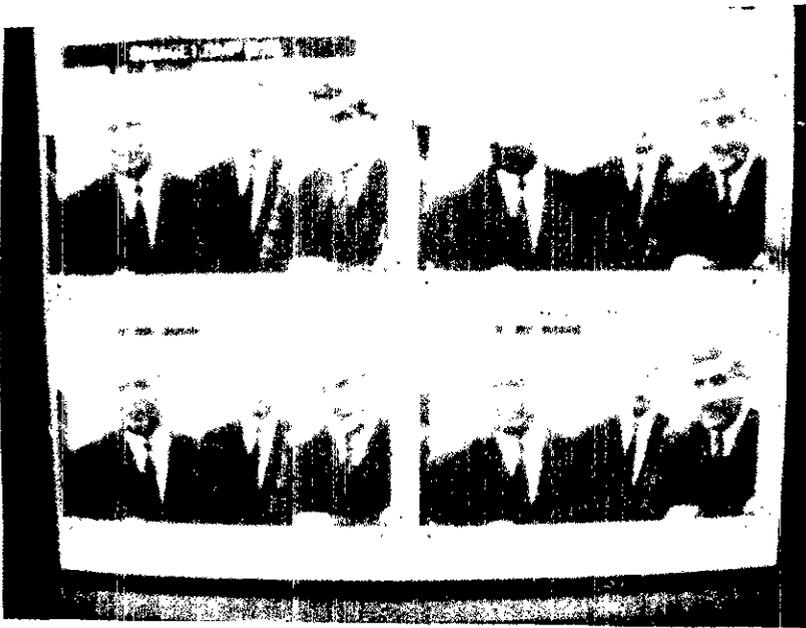


Fig 3.3 Application de la méthode B.T.C. (Politiciens)

- en haut à gauche : Image originale.
- en haut à droite : Image décodée $n = 8$.
- en bas à gauche : Image décodée $n = 4$
- en bas à droite : Image décodée $n = 10$.



Fig 3.4 Application de la méthode B.T.C. (Présidents)

- en haut à gauche : Image originale.
- en haut à droite : Image décodée $n = 8$.
- en bas à gauche : Image décodée $n = 4$
- en bas à droite : Image décodée $n = 10$.



Fig 3.5 Application de la méthode B.T.C.
avec minimisation de l'erreur (Visage)

- en haut à gauche : Image originale.
- en haut à droite : Image décodée $n = 8$.
- en bas à gauche : Image décodée $n = 4$
- en bas à droite : Image décodée $n = 10$.

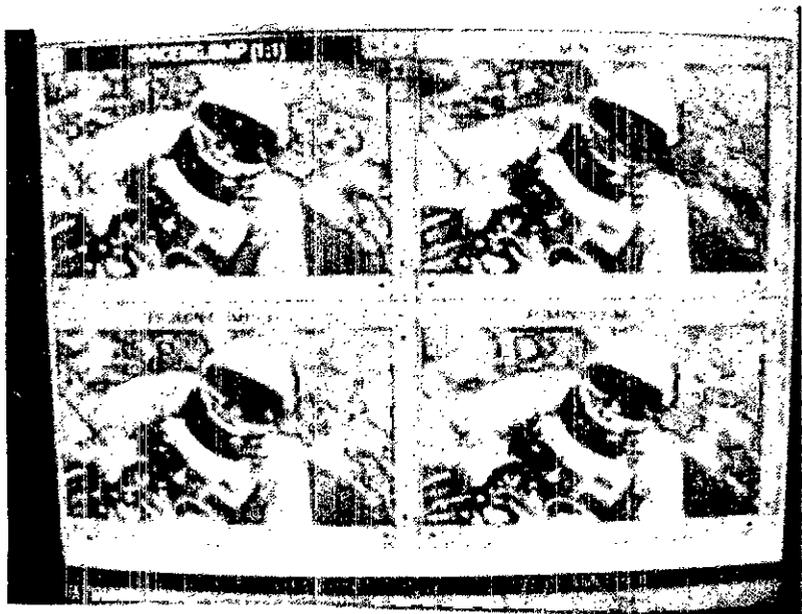


Fig 3.6 Application de la méthode B.T.C.
avec minimisation de l'erreur (Cosmonaute)

- en haut à gauche : Image originale.
- en haut à droite : Image décodée $n = 8$.
- en bas à gauche : Image décodée $n = 4$
- en bas à droite : Image décodée $n = 10$.

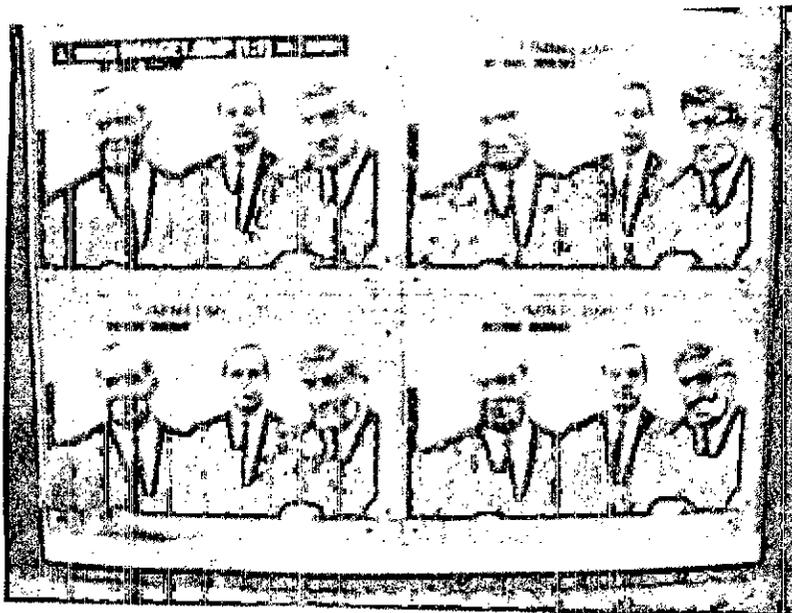


Fig 3.7 Application de la méthode B.T.C.
avec minimisation de l'erreur (Politiciens)

- en haut à gauche : Image originale.
- en haut à droite : Image décodée $n = 8$.
- en bas à gauche : Image décodée $n = 4$
- en bas à droite : Image décodée $n = 10$.

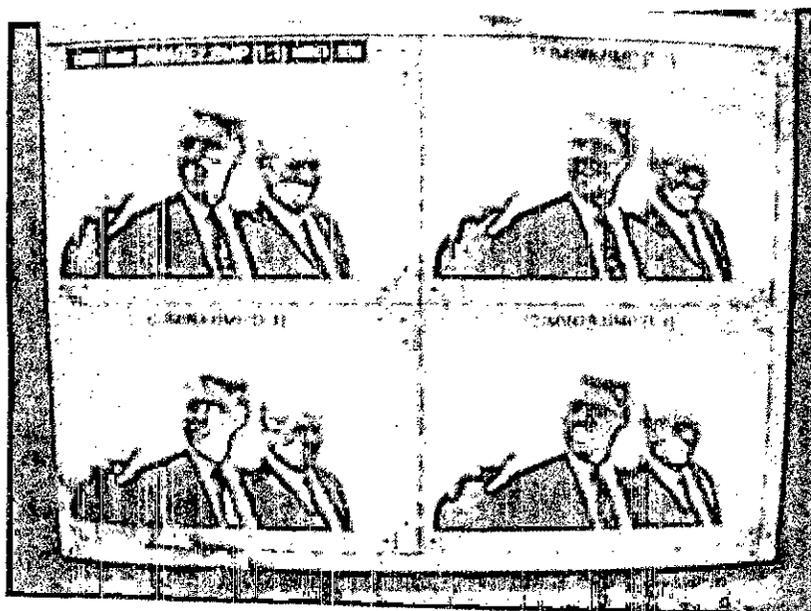


Fig 3.8 Application de la méthode B.T.C.
avec minimisation de l'erreur (Présidents)

- en haut à gauche : Image originale.
- en haut à droite : Image décodée $n = 8$.
- en bas à gauche : Image décodée $n = 4$
- en bas à droite : Image décodée $n = 10$.

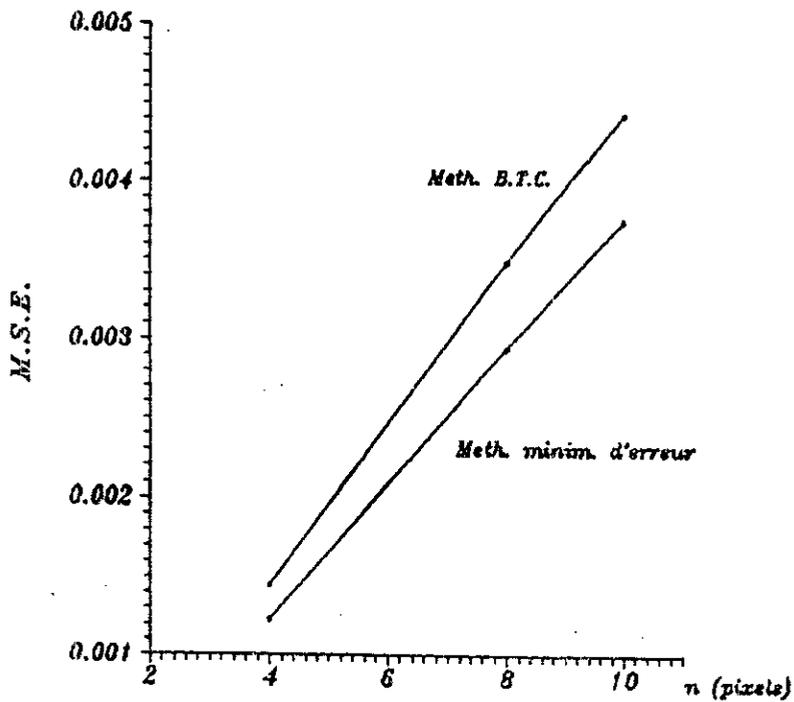


Fig 3.9 M.S.E. en fonction de la dimension des blocs.
(Image: Visage)

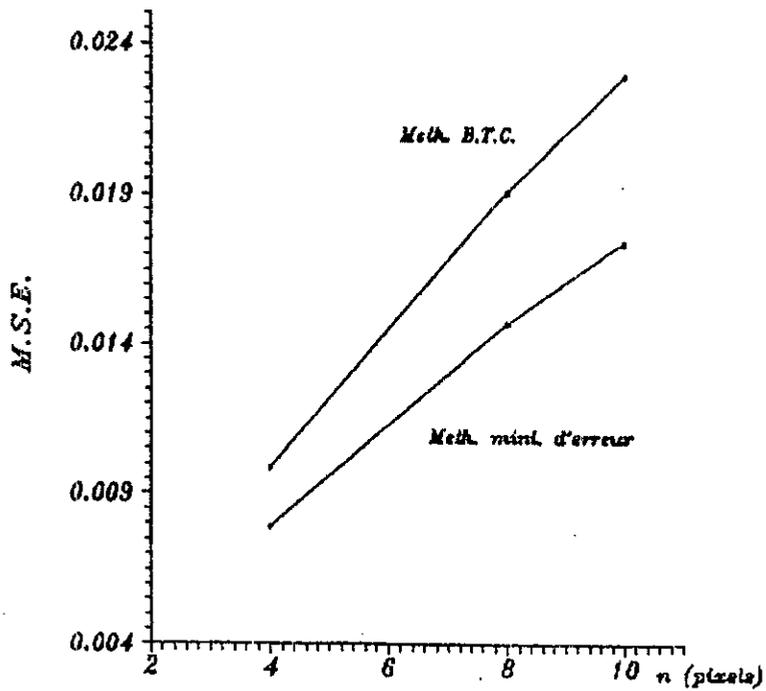


Fig 3.10 M.S.E. en fonction de la dimension des blocs.
(Image: Cosmonaute)

4) Codage sans pertes c'est-à-dire que l'image est codée en garantissant une reconstruction exacte de chaque valeur d'échantillon de l'image après décodage.

3.3.2. Description de la méthode [WALLACE-91], [GAMAZ-92]

L'algorithme de compression est le suivant (Fig. 3.11)

- 1) Appliquer la transformation DCT-2D à chaque bloc d'image de dimension 8 x 8 pixels (voir Annexe A);
- 2) A partir d'une table pré-définie, on quantifie linéairement les 64 coefficients résultants dans le domaine transformé (Fig. 3.12);
- 3) Ces coefficients quantifiés seront réarrangés en une séquence unidimensionnelle pour permettre un meilleur codage entropique (Fig. 3.14);
- 4) Les coefficients obtenus seront codés par codage optimal de Huffman, par valeur et par événement (pour plus de détails voir la section 3.3.3).

3.3.3. Codage et Quantification des coefficients

a) Transformation et quantification

A l'entrée du codeur, les valeurs des échantillons de l'image sont d'abord décalées de 2^{p-1} où p représente le nombre de bits nécessaires pour coder un pixel de l'image originale (il faut faire un décalage inverse après décodage)

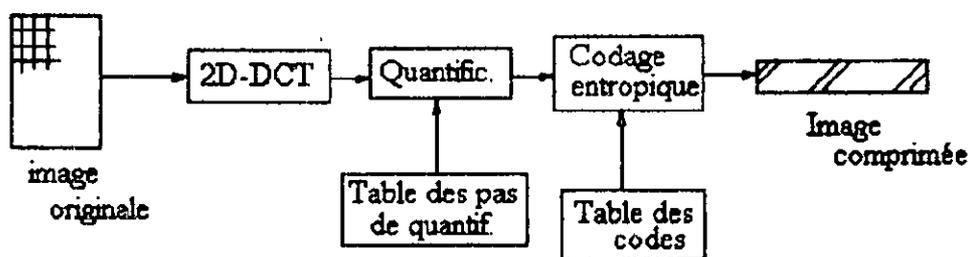
$$f(x,y) = f'(x,y) - 2^{p-1} \quad (3-10)$$

où :

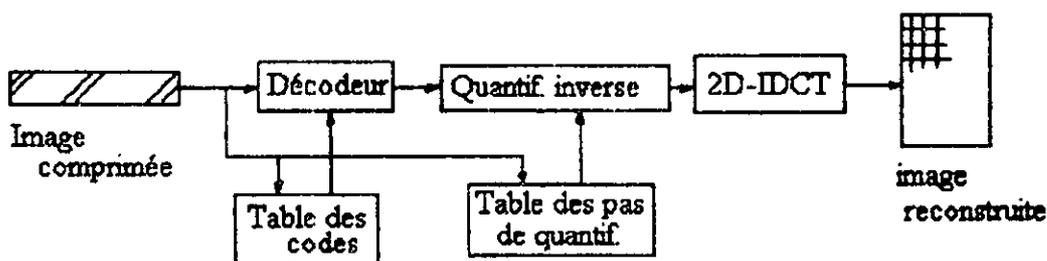
- $x,y = 0,1,2,\dots,(n-1)$ et n est la dimension du bloc (dans notre cas $n=8$).
- $f'(x,y)$ valeur du pixel de coordonnée (x,y) dans le bloc de l'image.
- $f(x,y)$ nouvelle valeur du pixel.

de sorte que l'intervalle d'apparition se transforme d'un intervalle non signé [0.. 2^p-1] en un intervalle signé [$-2^{p-1} \dots 2^{p-1}-1$] et la gamme dynamique de leur module diminue; c'est-à-dire pour une image à 256 niveaux de gris avec $p=8$, on a

$$\begin{aligned} 0 &\leq f'(x,y) \leq 255 \\ -128 &\leq f(x,y) \leq 127 \\ 0 &\leq |f(x,y)| \leq 127 \end{aligned} \quad (3-11)$$



a) Codeur.



b) Décodeur.

Fig. 3.11 CODEC du Standard J.P.E.G.

Ces valeurs $f(x,y)$ seront transformées par une DCT-2D et chaque coefficient $F(u,v)$ résultant sera l'objet d'une quantification uniforme:

$$F_q(u,v) = \text{round} \left[\frac{F(u,v)}{Q(u,v) + P} \right] \quad (3-12)$$

où

- $F_q(u,v)$ est le coefficient quantifié;
- round est la fonction d'arrondi;
- $Q(u,v)$ est le pas de quantification (Fig. 3.12);
- P est un facteur de contrôle du débit;

La table Q des pas de quantification a pour but d'annuler tous de coefficients de faibles amplitudes et de réduire ainsi la gamme dynamique des coefficients pour permettre de faire un bon codage entropique. La matrice $Q1$ représentée dans Fig. 3.12 a été établie expérimentalement par ISO/JPEG [JPEG-91]. Le critère d'optimisation pour l'élaboration de cette table a été l'amélioration de la qualité visuelle de l'image décomprimée, donc elle est le résultat d'un bon nombre de tests [HUNG-91]. Nous avons dérivé la matrice $Q2$ présentée dans la figure 3.12 à partir la matrice $Q1$ en multipliant ses éléments par un facteur de deux, pour l'utiliser dans le but d'avoir des

taux de bits plus faibles en éliminant encore plus les coefficients de hautes fréquences

16	11	10	16	24	40	51	61	32	22	20	32	48	80	102	122
12	12	14	19	26	58	60	55	24	24	28	36	52	116	120	110
14	13	16	24	40	57	69	56	28	26	32	48	80	114	158	112
14	17	22	29	51	87	80	62	28	34	44	58	102	174	160	124
18	22	37	56	68	109	103	77	36	44	74	112	136	218	206	154
24	35	55	64	81	104	113	92	48	70	110	128	162	208	226	184
49	64	78	87	103	121	120	101	98	128	156	174	206	242	240	202
72	92	95	98	112	100	103	99	144	184	190	196	224	200	206	198

a) Q1 b) Q2

Fig. 3.12 Tables des pas de quantification.

b) Codage des coefficients

Le coefficient DC, qui est une mesure de la moyenne des 64 valeurs de $f'(x,y)$, sera codé séparément des autres coefficients AC. Puisqu'il y a toujours une grande corrélation entre les coefficients DC de blocs voisins, alors on codera la différence $\Delta DC_i = DC_i - DC_{i-1}$ pour $i = 1, 2, \dots, M$ ou M est le nombre de blocs de l'image. Les autres coefficients AC quantifiés seront d'abord réarrangés puis codés par événement.

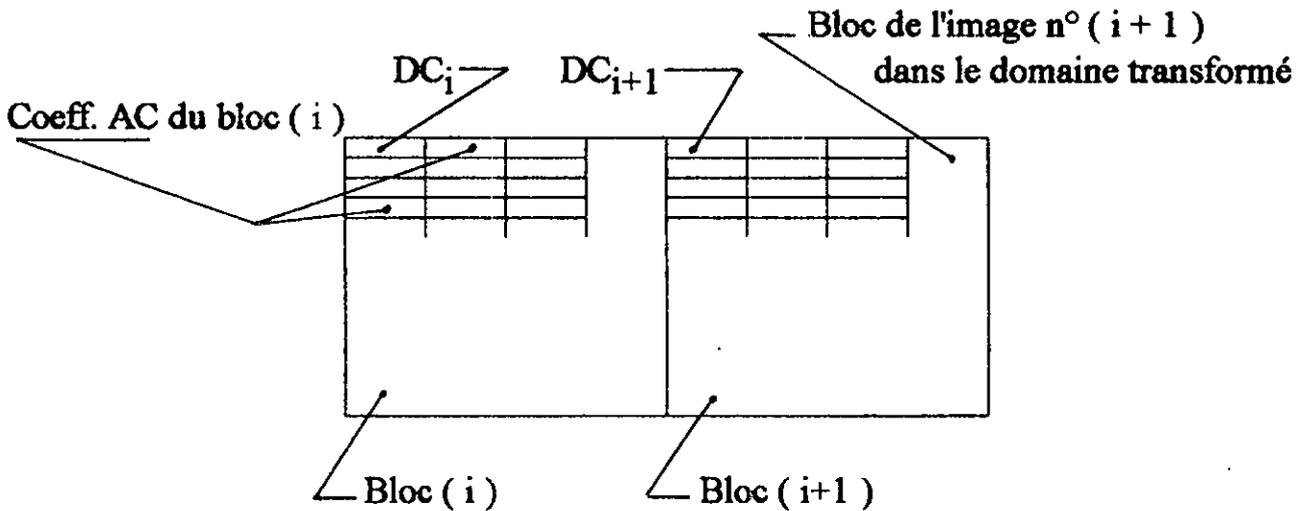


Fig. 3.13 Coefficients DC et AC.

b1) Codage des coefficients DC

Le codage des coefficients ΔDC_i se fera entropiquement donc il tiendra compte de la probabilité d'apparition des amplitudes de la variable ΔDC_i (voir Tableau 3-4). Le codage de Huffman est plus qu'utile dans ce genre de situations.

On définit alors 12 catégories d'intervalles et on calcule leurs probabilités d'apparition suivant les valeurs de ΔDC_i après quoi on associe un code qui représentera la catégorie désignée, la longueur du mot-code sera plus faible pour les catégories ayant des probabilités d'apparition plus grande. Cette dernière a été calculée sur 1000 réalisations de ΔDC_i ; ces réalisations proviennent des 1000 blocs transformés 8×8 qui constituent l'image à coder (puisqu'elle est de format 320×200 pixels). Il est à signaler que les probabilités d'apparition des catégories doivent être transmises avec l'image comprimée.

Après avoir défini la table des codes pour chaque catégorie on codera alors chaque différence ΔDC_i de la manière suivante :

- La séquence binaire représentant DC_i sera composée de deux champs :

champ1, champ2

Où :

- Champ1 : représente le code de Huffman de la catégorie associée à l'élément ΔDC_i . Le numéro CAT de cette catégorie (voir tableau 3-4) définit la longueur binaire du champ2.

- Champ2 : représente le code associé à la valeur de ΔDC_i :

- 1) Ecrire ΔDC_i dans la représentation en complément à 2 sur $(CAT+1)$ bits.
- 2) Si $\Delta DC_i > 0$ les CAT bits de poids faibles de ΔDC_i forment le champ2.
- 3) Si $\Delta DC_i < 0$ les CAT bits de poids faibles de $(\Delta DC_i - 1)$ forment le champ2.

Si par exemple $\Delta DC_i = -5$, la séquence binaire représentative est : 100010

où :

champ1 = 100

champ2 = 010

**Tableau 3-4 Catégories et codes de Huffman associés
Pour le codage des coefficients DC**

Catégories CAT	Intervalle de valeurs	Probabilités	Code (champ1)
0	0	0,328	11
1	-1,1	0,324	01
2	-3,-2,2,3	0,223	10
3	-7,...,-4,4,...,7	0,105	100
4	-15,...,-8,8,...,15	0,020	000
5	-31,...,-16,16,...,31	0,000	/
6	-63,...,-32,32,...,63	0,000	/
7	-127,...,-64,64,127	0,000	/
8	-255,...,-128,128,...,255	0,000	/
9	-511,...,-256,256,...,511	0,000	/
10	-1023,...,-512,512,...,1023	0,000	/
11	-2047,...,-1024,1024,...,2048	0,000	/

b2) Codage des autres coefficients AC

- Réarrangement

Le réarrangement des coefficients $F_q(u,v)$ a pour but de les transformer en une séquence unidimensionnelle $V(i)$; $i=0,1,2,\dots,n^2-1$ rangés le plus possible dans l'ordre décroissant des amplitudes de sorte que les coefficients nuls soient regroupés pour faciliter le codage entropique. Pour un tel réarrangement, les techniques de balayage les plus utilisées sont les suivantes :

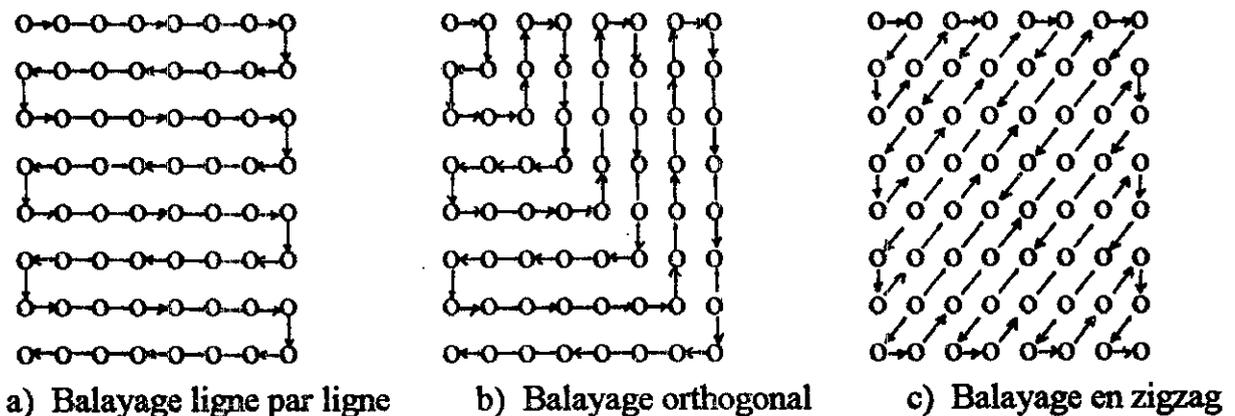


Fig 3.14 Différents balayages utilisés

D'après les résultats obtenus (voir tableau 3-6), le balayage en zigzag est le mieux conseillé puisqu'il donne le plus faible débit, comme en témoignent les références [CHEN & PRATT-84], [SAGHRI-86], [GAMAZ-92], [HUNG-91], [WALLACE-91].

Tableau 3-5 Exemple de codage des valeurs ΔDC_i issue de la catégorie CAT = 3

CAT	Code Huffman HCAT	ΔDC_i	Complément à 2	Code (champ2)
3	1 0 0	7	0111	111
		6	0110	110
		5	0101	101
		4	0100	100
		-4	1100	011
		-5	1011	010
		-6	1010	001
		-7	1001	000

Tableau 3-6 Débits atteints pour différents balayages utilisés

	Débits à différents balayages (bits/p)		
	Zig-zag	Orthogonal	ligne par ligne
Fig 3.15	0.19	0.20	0.20
	0.16	0.17	0.17
	0.09	0.11	0.11
Fig 3.16	0.24	0.25	0.26
	0.21	0.22	0.22
	0.15	0.16	0.17

- Evénements et codes

cette fois-ci, on ne codera pas chaque coefficient AC séparément mais on codera des événements qui sont des couples (long,taille) où

- taille : représente le numéro de la catégorie dans laquelle se trouve le coefficient non nul de l'événement (Tableau 3-4).

- long : représente la longueur de la plage des coefficients nuls qui précèdent le coefficient non nul de l'événement, avec

$$1 \leq \text{taille} \leq 10 \quad \text{et} \quad 0 \leq \text{long} \leq 15$$

L'événement particulier (0,0) spécifie que les coefficients restants du vecteur V sont tous nuls et l'événement (15,0) représente 15 coefficients nuls suivi d'un coefficient nul aussi. Pour l'élaboration de la séquence binaire le représentant, chaque événement sera codé sur 2 champs distincts : champ1,champ2

- Champ1 représente le code de Huffman désignant le couple (long,taille), (voir Tableau 3-6).

- Champ2 représente le code associé au coefficient non nul de l'événement écrit sous le même format que le champ2 dans le codage de ΔDC_i .

Tableau 3-6 Evénements et code de Huffman associés

(Image : VISAGE)

Evénements (Long,Taille)	P_i	Code Huff. associé
(0,0)	0,37200	0
(1,1)	0,27300	01
(1,2)	0,12500	11111
(1,3)	0,02800	110111
(1,4)	0,00300	11011011
(1,5)	0,00000	/
(1,11)	0,06200	0011
(3,2)	0,00140	0110111011
(3,3)	0,00037	101100111011
(15,10)	0,00000	/



Fig 3.15 Application de la méthode JPEG (Visage)

- en haut à gauche : Image originale.
- en haut à droite : Image décodée à 0,16 b/p
- en bas à gauche : Image décodée à 0,19 bits/pixels
- en bas à droite : Image décodée à 0,09 b/p

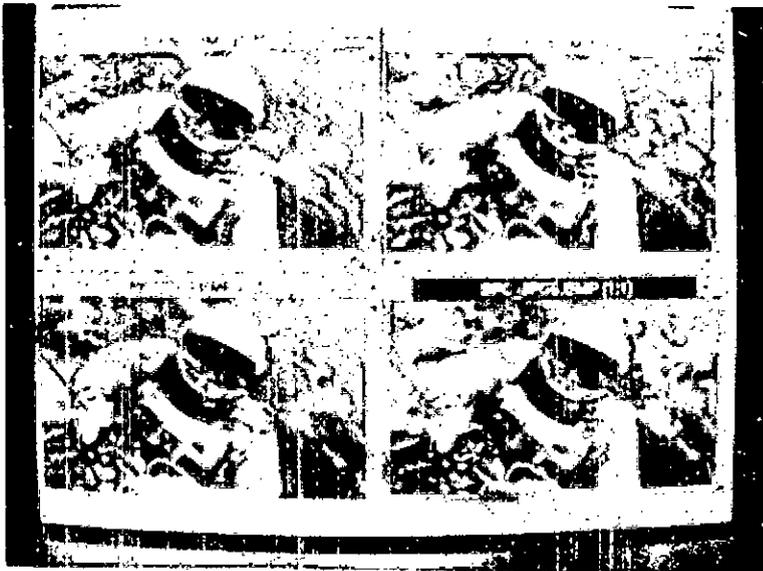


Fig 3.16 : Application de la méthode JPEG. (Cosmonaute)

- en haut à gauche : Image originale.
- en haut à droite : Image décodée à 0,21 b/p
- en bas à gauche : Image décodée à 0,24 bits/pixels
- en bas à droite : Image décodée à 0,15 b/p



Fig 3.17 : Application de la méthode JPEG (Politiciens)

- en haut à gauche : Image originale.
- en haut à droite : Image décodée à 0,15 b/p
- en bas à gauche : Image décodée à 0,20 bits/pixel.
- en bas à droite : Image décodée à 0,12 b/p

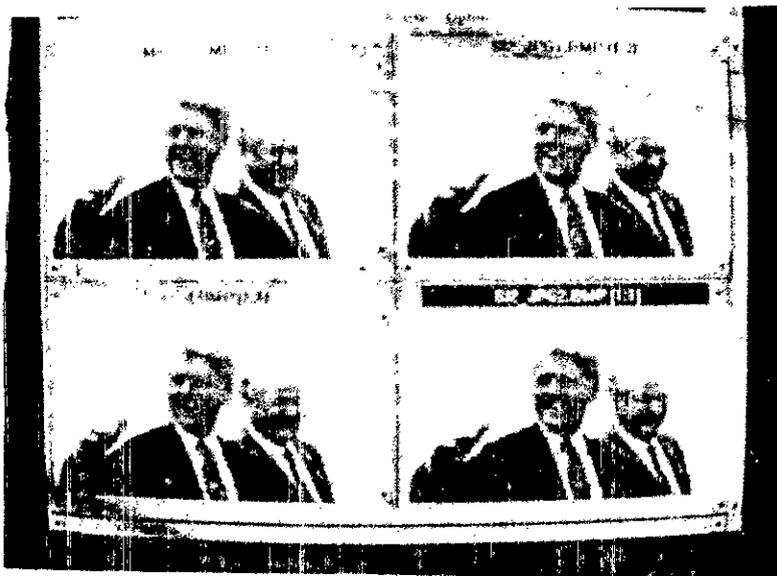


Fig 3.18 : Application de la méthode JPEG (Présidents)

- en haut à gauche : Image originale.
- en haut à droite : Image décodée à 0,15 b/p.
- en bas à gauche : Image décodée à 0,20 bits/pixel.
- en bas à droite : Image décodée à 0,12 b/p.

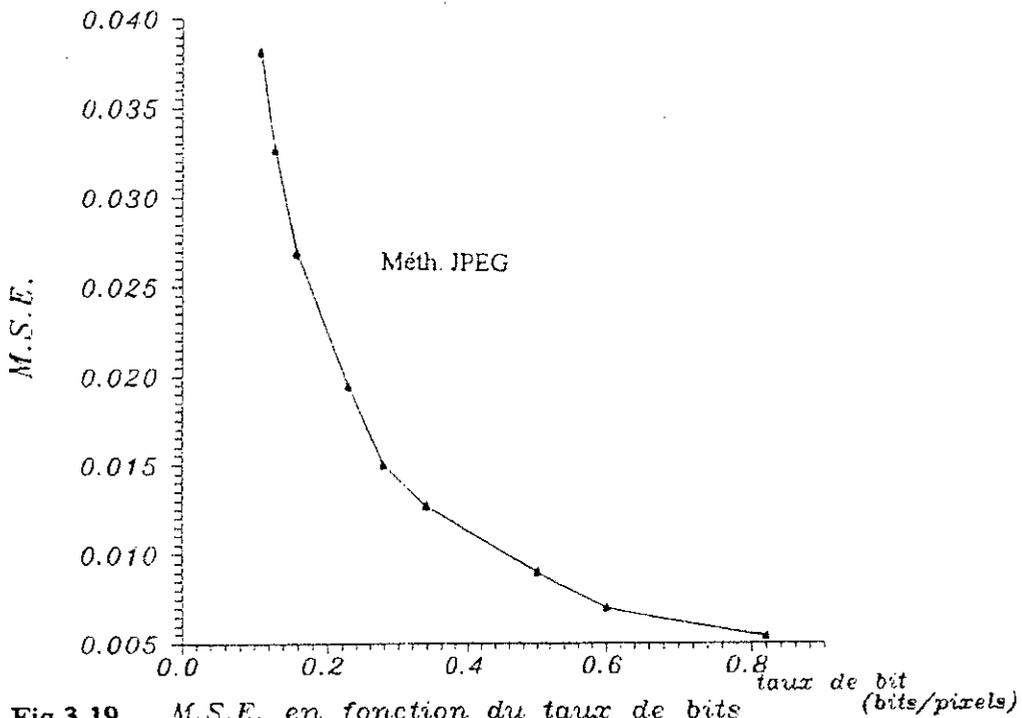


Fig 3.19 M.S.E. en fonction du taux de bits (Image: Cosmonaute)

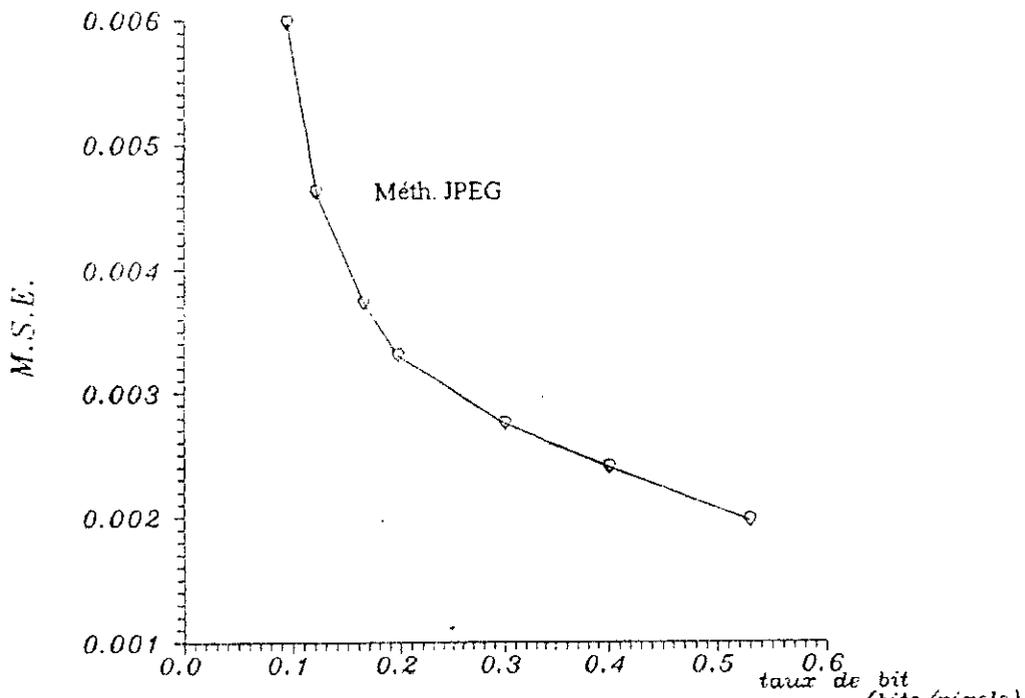


Fig 3.20 M.S.E. en fonction du taux de bits (Image: Visage)

Exemple

$$V = \begin{array}{|c} 10 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -3 \\ - \\ - \\ - \end{array}$$

L'événement = (3,2) a pour code (Tableau 3-6) C1 = 0110111011 qui représente le champ1. Le coefficient non nul (C.N.N.) de l'événement est (-3), Il a comme représentation en complément à 2 la séquence binaire N1 = 101.

Puisque le C.N.N. appartient à la catégorie 2 et qu'il est négatif, le champ2 aura comme longueur 2 bits, et représentera les deux bits de poids faible de C.N.N. en complément à 2 moins 1 (C.N.N - 1); champ2 = 00.

La chaîne binaire qui représente l'événement (3,2) est donc : 0110111011 00

3.3.4. Résultats et commentaires

Cette méthode a été appliquée à notre série d'images (Fig 3.15, 3.16, 3.17, 3.18); les résultats obtenus montrent qu'à un débit de 0,4 b/p l'image reconstruite est très bonne et qu'aucune distinction entre elle et l'image originale ne peut être faite. Ce n'est qu'à partir d'un taux de bits inférieur à 0,2 b/p que l'effet bloc commence à apparaître, ceci est dû à l'effet de bord lors du traitement des blocs séparément les uns des autres.

Comme c'était prévu, plus le taux de bits est faible et plus l'erreur moyenne quadratique est grande (Fig. 3.19, 3.20). En comparaison avec les méthodes de la sections 3.2, cette méthode nous a permis d'obtenir des débits très faibles avec de bonnes qualités de restitution, ce qui la rend très conseillée en codage d'images fixes.

3.4. CONCLUSION

Les méthodes que nous avons vues dans ce chapitre sont des méthodes de codage d'images fixes avec perte d'information, c'est-à-dire qu'elles introduisent à la reconstruction, une certaine distorsion plus ou moins perceptible à l'oeil humain. Ce sont donc des méthodes de codage à distorsions mais très efficaces, surtout pour la transmission ou le stockage d'images, à faible débit, ne nécessitant pas une

reconstruction de très bonne fidélité.

La réduction du débit est l'une de nos préoccupations majeures, donc notre souci a été de concevoir ou d'adopter une méthode de codage qui donne le plus faible débit possible avec, en contrepartie, une bonne restitution d'images.

La méthode de troncature de blocs, malgré sa simplicité puisqu'elle ne fait que binariser chaque bloc d'image indépendamment des autres, a été quand même capable d'arriver à des taux de bits de l'ordre de 0,5 bit/pixel avec une assez bonne restitution surtout si le contenu informationnel de l'image n'est pas riche (cas des images : Présidents et Politiciens). Ce taux de bit atteint n'a été possible qu'en faisant un mariage entre le codage B.T.C. et le codage entropique, puisque le codage B.T.C. lui seul ne peut arriver à des taux de bits inférieurs à 1 bit/pixel.

L'algorithme J.P.E.G., quant à lui, s'adapte bien au contenu informationnel de l'image transformée en exploitant la réduction de bit offerte par le codage de Huffman. Cette méthode s'appuie essentiellement sur une quantification et un codage des coefficients issus de la transformation en cosinus bidimensionnelle particulièrement intéressants et très performants présentant à eux seuls la clé de cette méthode de codage.

Les taux de bits atteints par cette méthode de codage pour une restitution d'images acceptable, varient de 0,10 à 0,20 bit/pixels, la rendent ainsi très recommandée pour le codage d'images fixes à faible débit.

CHAPITRE 4

CODAGE D'IMAGES ANIMEES

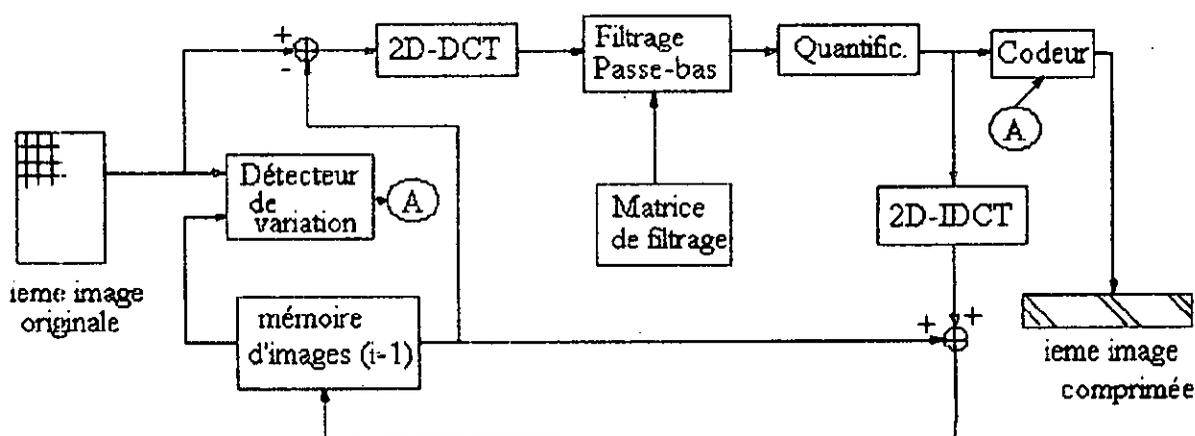
4.1. INTRODUCTION

Une image animée est un ensemble d'images séquentielles qui donnent lors de leur présentation, l'impression d'un mouvement continu. Le nombre d'images qui doit être présenté par seconde est déterminé en accord avec le système visuel humain et notamment avec la persistance rétinienne; une fréquence de 25 images par seconde est suffisante.

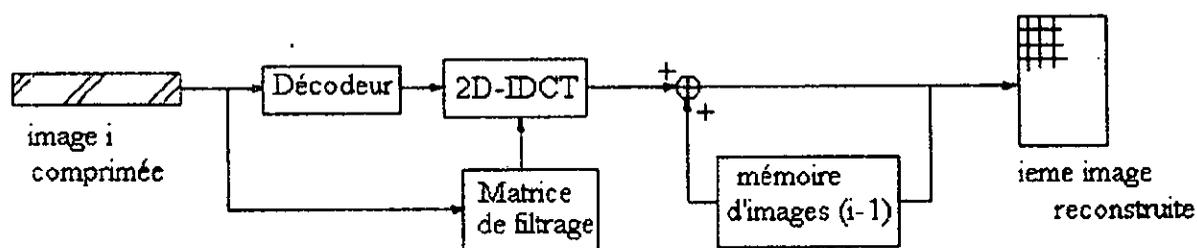
Les images consécutives d'une même séquence présentent une grande corrélation, surtout si le mouvement dans la scène est faible. Cette dernière caractéristique sera utilisée dans notre schéma de codage pour nous permettre de réduire davantage le taux de bits.

4.2. Méthode de codage hybride [BELKACEMI & DERRAS-96]

4.2.1. Présentation de la méthode



a) Codeur.



b) Décodeur.

Fig. 4.1 CODEC Hybride pour images animées.

Le détecteur de déplacement (Fig 4.1.a) compare l'image précédente (i-1) de la séquence avec la ième image à coder et ceci bloc par bloc de 8 x 8 pixels chacun. S'il détecte une différence, le bloc correspondant sera traité sinon ce dernier restera intact dans la mémoire image et on ne transmettra au récepteur qu'un code indiquant que ce bloc est resté inchangé. Si une variation correspondant à un déplacement est détectée, ce n'est que dans ce cas que nous appliquerons la transformation en cosinus bidimensionnelle au bloc de l'images (i), les coefficients résultants de l'image (i) feront alors l'objet d'un codage DPCM en utilisant les coefficients transformés du bloc antérieur de la même image (i) comme coefficients prédits du bloc à coder de l'image (i), et seule la différence de quelques coefficients transformés jugés importants, sera quantifiée avec un quantificateur Q utilisant un nombre limité de niveaux de quantification, puis codée entropiquement pour être transmise au récepteur qui se chargera de faire l'opération inverse.

4.2.2. Filtrage passe-bas

Ceci consiste à définir une matrice de mêmes dimensions que les blocs d'images, qu'on appellera matrice de filtrage dont chacun des éléments indique, s'il est différent de zéro, que le coefficient correspondant du bloc fera l'objet d'une DPCM, sinon il sera écarté de la transmission (Fig 4.2).

La matrice de filtrage $Q(u,v)$ a été inspirée des travaux de [CHEN-77bis], [GAMAZ-92], [JAYANT & NOLL-84], [GONZALEZ & WINTZ-86], [PRATT-84] :

$$Q(u,v) = \begin{cases} 1 & \text{si } B(u,v) \neq 0 \\ 0 & \text{si } B(u,v) = 0 \end{cases} \quad u,v = 0,1,2,\dots,n-1 \quad (4-1)$$

où

$$B(u,v) = \frac{1}{2} \log_2(\sigma^2(u,v)) - \log_2(D) \quad (4-2)$$

$$\sigma^2(u,v) = E [(F(u,v))^2]$$

$$= \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K [F_i(u,v)]^2 \quad ; K \text{ nombre de blocs de l'image.}$$

$$F(u,v) = \frac{4}{n^2} C(u) C(v) \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-1} f(i,j) \cos\left[\frac{(2i+1)u\pi}{2n}\right] \cos\left[\frac{(2j+1)v\pi}{2n}\right] \quad (4-3)$$

- $f(i,j)$ ($i,j=0,1,\dots,n-1$) sont les valeurs des pixels dans un bloc donné;
- $F(u,v)$ ($u,v=0,1,\dots,n-1$) sont les coefficients transformés.
- $C(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}$.
- $C(u) = C(v) = 1$ si $(u,v) \neq (0,0)$.
- D est un paramètre de contrôle.

La figure 4.2 représente un exemple de cette matrice Q dans le cas de la séquence d'images MISS-AMERICA.

1 1 1 1 1 1 0 1	1 1 1 1 1 1 0 0
1 1 1 1 1 1 0 0	1 1 1 0 0 1 0 0
1 1 1 1 1 1 0 0	1 1 0 0 0 0 0 0
1 1 1 1 0 0 0 0	1 1 0 0 0 0 0 0
1 1 1 0 0 0 0 0	1 0 0 0 0 0 0 0
1 1 1 1 0 0 0 0	1 0 0 0 0 0 0 0
0 1 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0
1 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0
a) <u>Q1</u>	b) <u>Q2</u>

Fig 4.2 Exemple de matrices de filtrage

Les coefficients moins représentatifs et dont l'élimination n'affectera pas trop l'image, seront écartés de la transmission. Ces coefficients sont représentés par une variance faible.

4.2.3. Quantification

Le quantificateur conçu aura un nombre limité de niveaux de quantification N et quantifiera la différence diff_k entre la valeur du pixel et sa prédiction de la manière suivante :

$$Q[\text{diff}_k] = \begin{cases} \text{round}(\text{diff}_k) & \text{si } -N \leq \text{diff}_k \leq N \\ N & \text{si } \text{diff}_k > N \\ -N & \text{si } \text{diff}_k < -N \end{cases} \quad (4-4)$$

où N est un entier positif et round est l'opération d'arrondi.

4.2.4. Codage entropique

Le codage entropique est utilisé pour réduire aux maximum le taux de bits en minimisant la longueur moyenne du mot-code (voir annexe C). Chaque bloc dans lequel aucun mouvement n'a été détecté, aura un code C_0 et chaque niveau de quantification aura un code défini en rapport avec sa probabilité d'apparition. Nous aurons donc, en plus du code C_0 , à donner aux $(2N+1)$ niveaux de quantification $S_{-N}, S_{-N+1}, \dots, S_{-1}, S_0, S_1, \dots, S_{N-1}, S_N$, des codes de longueurs variables.

L'algorithme de Huffman sera appliqué sur $2(N+1)$ symboles : $(2N+1)$ symboles représentant les niveaux de quantification et un symbole représentant le bloc inchangé (voir Tableau 4-1).

Tableau 4-1 : Codes donnés aux différents symboles pour la séquence d'images Miss-America ($N=50$)

Symbole	P_i	Code
S_{-50}	0,00000	/
S_{-49}	0,00000	/
.....
S_{-30}	0,00629	0100110
S_{-29}	0,00193	000011101
S_{-28}	0,00048	11110111110
.....
S_{+28}	0,00000	/
S_{+29}	0,00000	/
S_{+30}	0,00677	1100110
S_{+31}	0,00000	/
S_{+32}	0,00000	/
.....
S_{+50}	0,00000	/
C_0	0,17800	00

4.2.5. Résultats et commentaires

Cette méthode hybride a été appliquée sur la séquence d'images Miss-America de format QCIF (176 x 144 pixels) normalisé pour un service de visiophonie, les blocs

d'images ont été choisis avec 8 x 8 pixels chacun. La matrice Q1 (Fig 4.2) a été employée comme matrice de filtrage. Avec une bonne qualité d'images reconstruites (Fig 4.3), surtout quand le mouvement dans la scène n'est pas important, cette méthode a atteint un taux de bits de 0,5 bits/pixel/image. Quand un mouvement brusque se produit dans la scène, l'image se détériore (Fig 4.4). La distorsion aperçue dans la figure 4.4 est due aux erreurs de dépassement dans l'opération de quantification pour N choisi égal à 30 (Fig 4.9).

Pour une source d'entropie maximale qui, dans un intervalle de temps D, émet M échantillons quantifiés à L niveaux, présente une entropie de [SPATARU-87] :

$$H_M = M \log_2(L) \text{ bits} \quad (4-5)$$

Cette relation montre que la réduction de l'entropie peut être obtenue beaucoup plus facilement en diminuant M la dimension de l'espace du message qu'en diminuant L le nombre de niveaux de quantification à cause de la dépendance logarithmique de H par rapport à L. Alors nous avons utilisé comme matrice de filtrage la matrice Q2 (Fig.4.2) qui permet d'éliminer de la transmission plus de coefficients que la matrice Q1.

Les images obtenues cette fois-ci sont moins bonnes mais restent toujours satisfaisantes avec un débit bien inférieur qui est de l'ordre de 0,30 bits/pixel/image (Fig. 4.5, 4.9).

Puisque N n'a pas changé, alors les erreurs de dépassement apparaissent toujours dans les images où le mouvement est brusque (Fig. 4.6, 4.10). Donc Pour éliminer ce problème de dépassement nous avons légèrement augmenter la valeur de N (N=50), en gardant la même matrice de filtrage Q2. Les images obtenues, cette fois-ci sont meilleures (Fig 4.7) et l'effet du mouvement brusque a disparu (Fig. 4.8) au prix d'un débit légèrement supérieur de l'ordre de 0,32 bits/pixel/image.

4.3. Méthode de codage par le standard J.P.E.G. [BELKACEMI & DERRAS-96]

4.3.1. Principe de la méthode

Vue l'efficacité du standard JPEG dans le codage d'images fixes nous avons pensé à l'utiliser pour le codage d'images animées en concevant une nouvelle méthode de codage. Dans celle-ci, l'image est découpée en blocs de 8 x 8 pixels chacun. Chaque bloc de l'image i à coder est comparé au bloc correspondant de l'image (i-1) précédente. Si un mouvement dans la scène est détecté alors le bloc est codé comme on l'a vu dans la section 3.3 en utilisant la norme J.P.E.G., sinon un code est généré et transmis au récepteur indiquant que ce bloc n'a pas changé par rapport au bloc correspondant de l'image précédente et par conséquent aucun traitement ne s'y fera (Tableau 4-2).

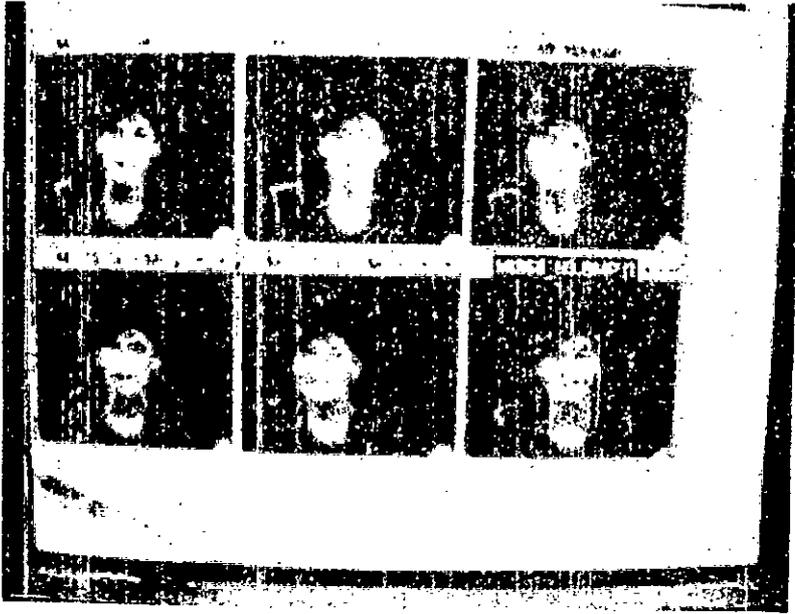


Fig 4.3 Images résultants du codec hybride (Q1, N=30).
Séquence Miss-America, images n° 2,10,20,40,50



Fig 4.4 Images résultants du codec hybride (Q1, N=30) dans la région active.
Séquence Miss-America, images n° 26,27,28,29.

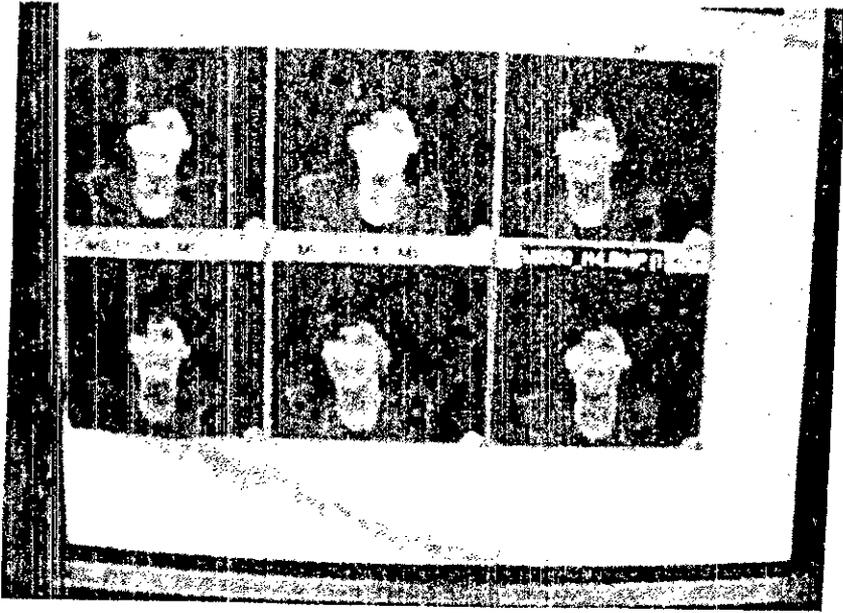


Fig 4.5 Images résultants du codec hybride (Q2, N=30).
Séquence Miss-America, images n° 2,10,20,40,50

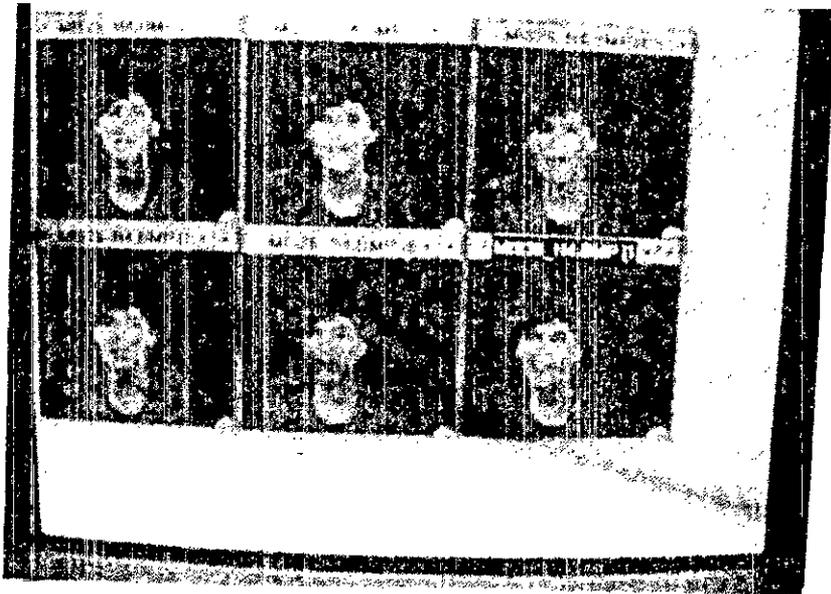


Fig 4.6 Images résultants du codec hybride (Q2, N=30) dans la région active
Séquence Miss-America, images n° 26,27,28,29.

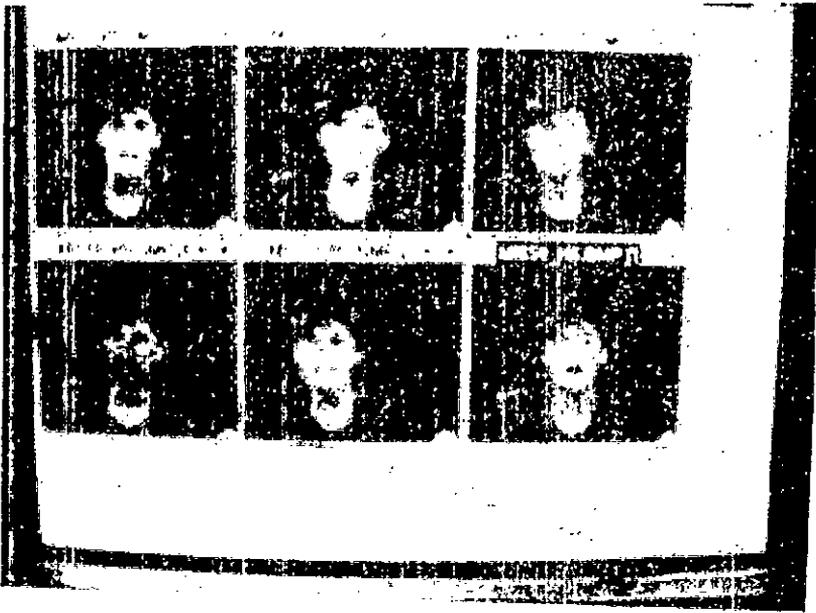


Fig 4.7 Images résultants du codec hybride (Q2, N=50).
Séquence Miss-America, images n° 2,10,20,40,50

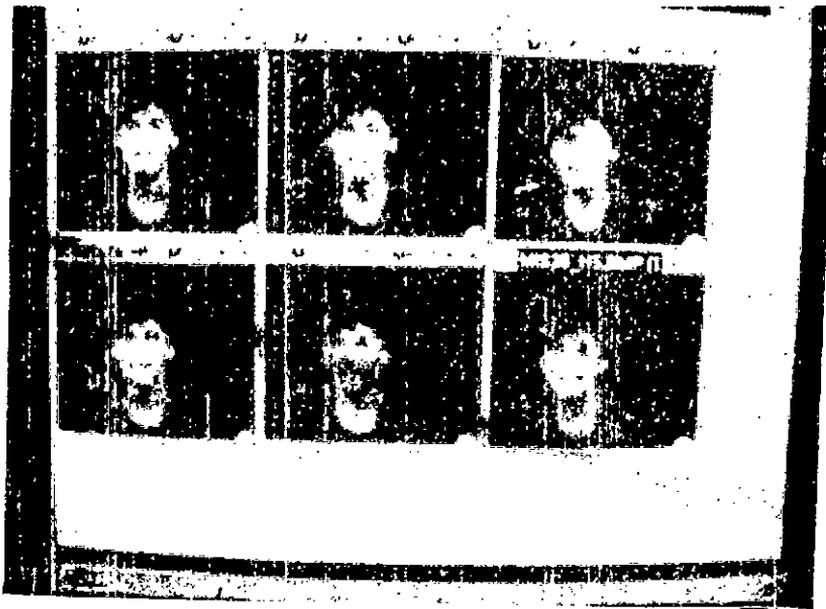
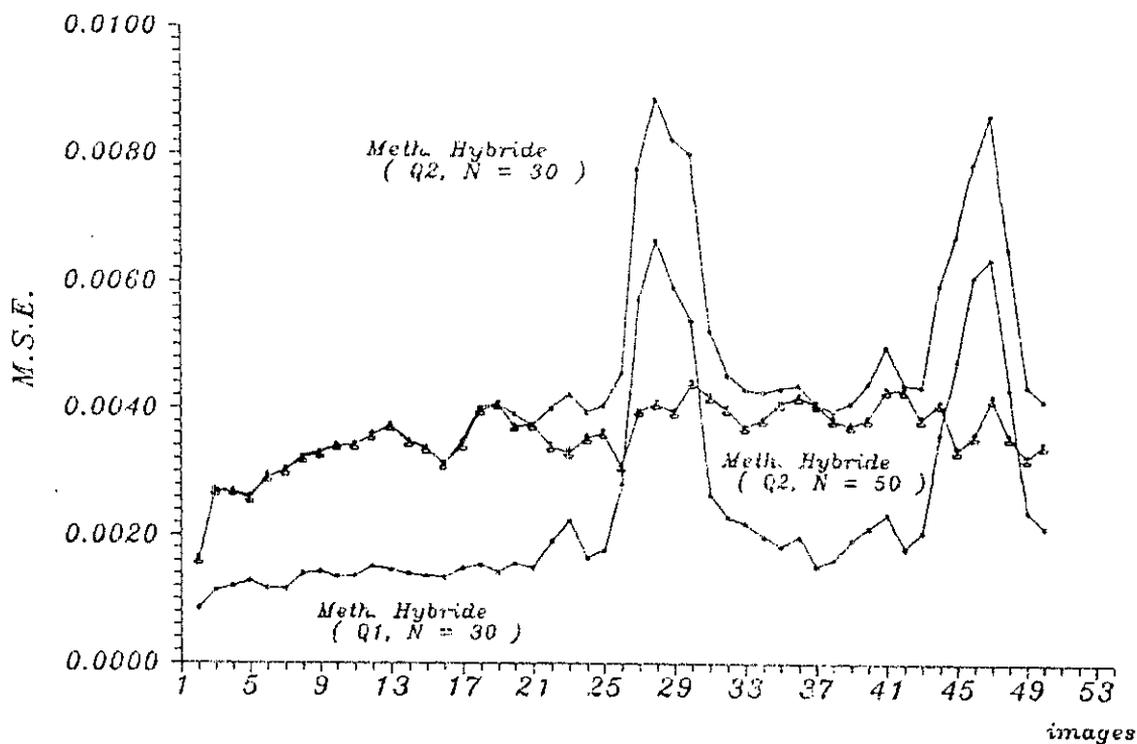
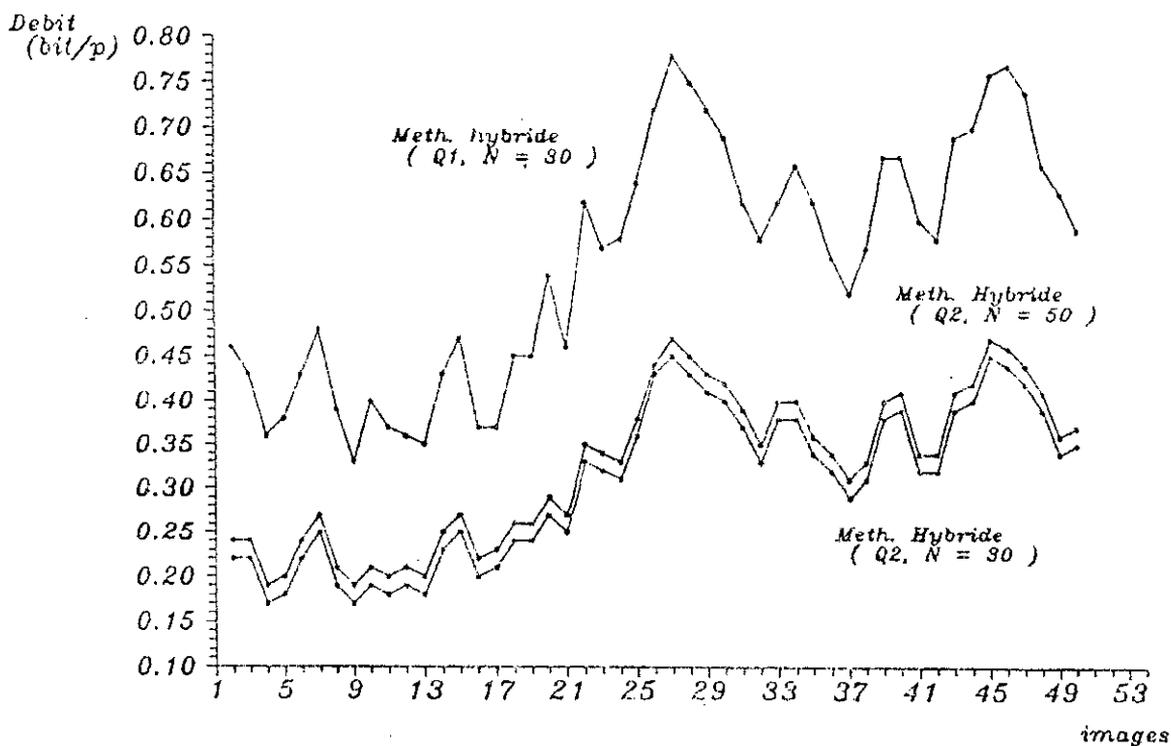


Fig 4.8 Images résultants du codec hybride (Q2, N=50) dans la région active.
Séquence Miss-America, images n° 26,27,28,29.

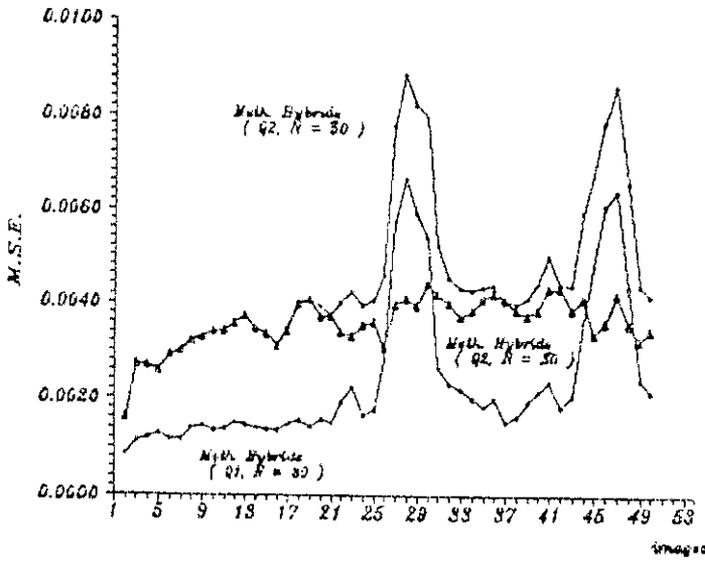


M.S.E. en fonction du numero
d'image decodee.
(Sequence: Miss America)

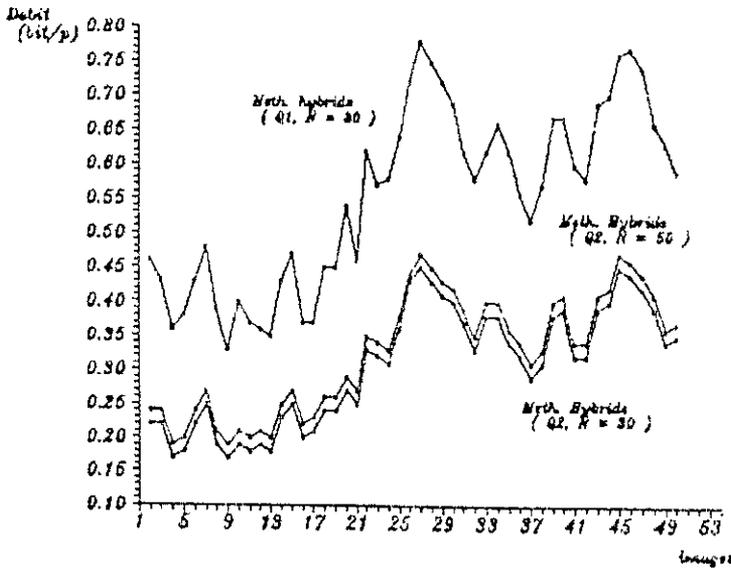


Debit en fonction du numero
d'image decodee.
(Sequence: Miss America)

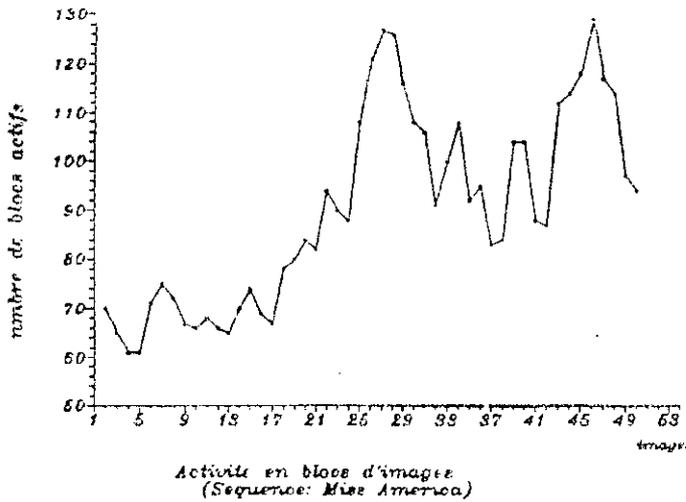
Fig 4.9 Résultats du CODEC Hybride pour différentes
matrices de filtrages et valeurs de N.



M.S.E. en fonction du numero d'image decodée.
(Sequence: Miss America)

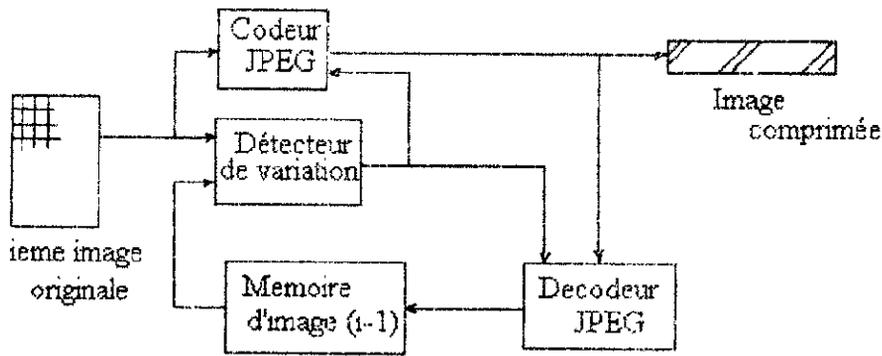


Debit en fonction du numero d'image decodée.
(Sequence: Miss America)

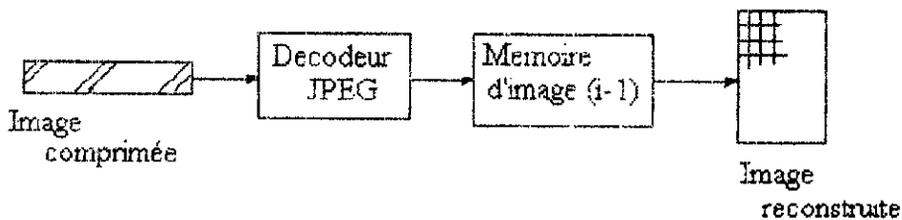


Activité en blocs d'images
(Sequence: Miss America)

Fig 4.10 Résultats du CODEC Hybride suivant l'activité dans la scène.



a) Codeur.



b) Décodeur.

Fig. 4.11 CODEC Utilisant norme J.P.E.G.
Pour images animées.

4.3.2 Résultats et commentaires

Cette méthode a été appliquée sur la même séquence d'images que précédemment, résultant en deux débits moyens différents à savoir $T = 0,12$ bits/pixels/images (Fig.4.12) et $T = 0,10$ bits/pixel/image (Fig.4.13). Plus le débit moyen par image est grand et plus les images reconstruites sont mieux appréciées. La figure 4.14 montre en l'occurrence la variation du M.S.E. pour chaque image de la séquence pour les deux débits moyens cités. On peut remarquer alors ce qui suit :

1) Le taux de bits le plus faible engendre le M.S.E. le plus grand, on voit bien que la courbe du M.S.E. pour le taux de bits moyen par image le plus faible se trouve en dessus de la même courbe pour le taux de bits moyen qui lui est supérieur.

2) Les régions de pics entre la 24^{ème} image et la 30^{ème} et entre la 40^{ème} et la 50^{ème} image (Fig.4.14 et Fig.4.15) correspondant à une activité relativement

grande de l'image, engendrent un débit plus grand en comparaison avec les images en dehors de ces régions dans lesquelles l'activité est réduite.

Tableau 4-2 : Codes générés pour les différentes catégories dans le codage des coeff. DC et pour le bloc inchangé.
(Image n° 31 de la séquence Miss-America)

Catégories	Prob. d'appar.	Codes
0	0,0126	1.0.1.1.1.0
1	0,0277	1.1.1.1.0.
2	0,0404	0.1.1.0.
3	0,0581	0.1.0.
4	0,058	1.0.0
5	0,053	0.0.0.
6	0,0025	0.0.1.1.1.0.
7	0	/
8	0	/
9	0	/
10	0	/
11	0	/
C0	0,7477	1



Fig 4.12 Images résultant du codec à base du JPEG pour images animées
à 0,12 bits/pixels/image
Séquence Miss-America, images n° 2,10,20,40,50

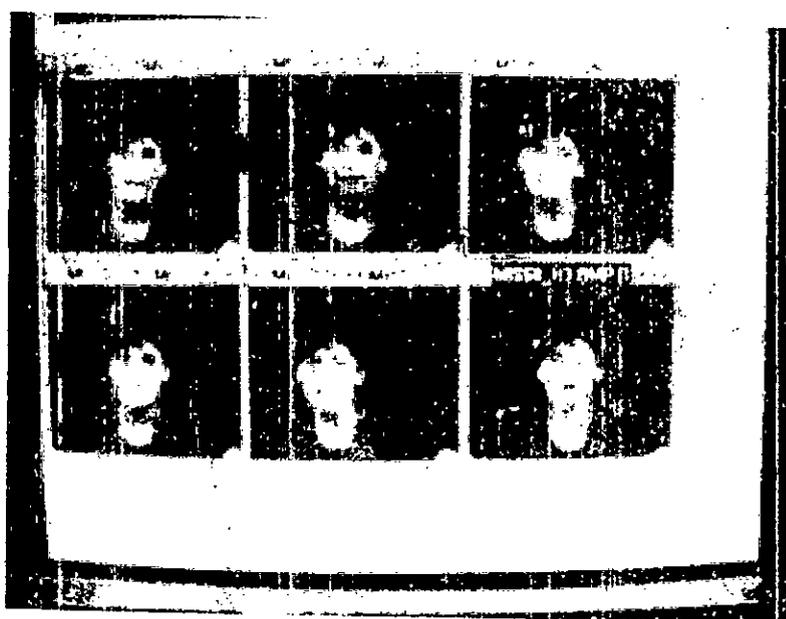
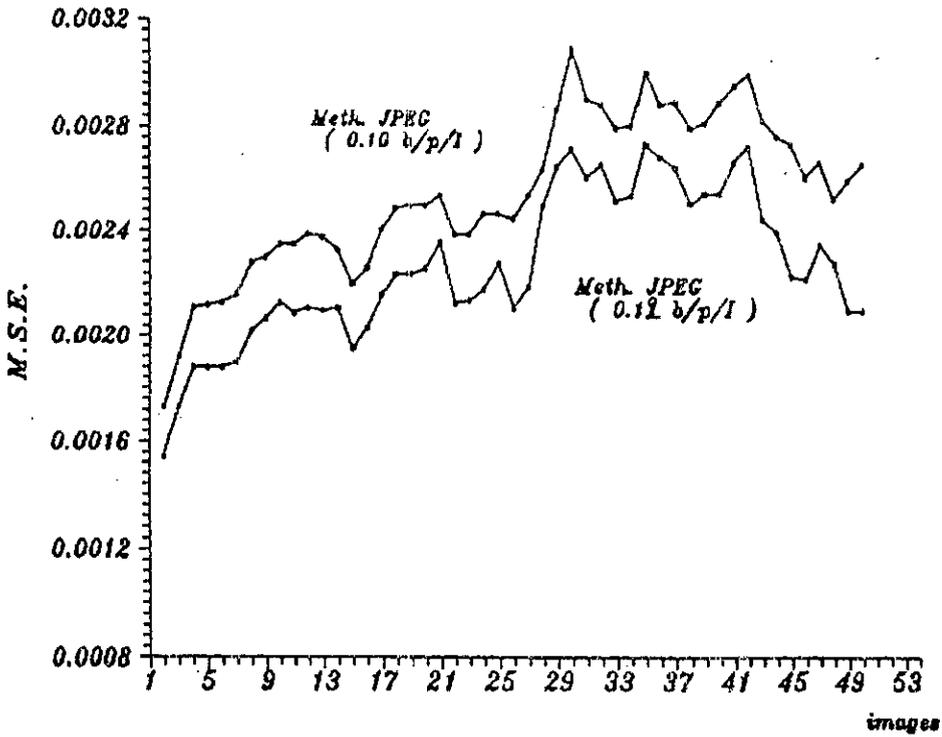
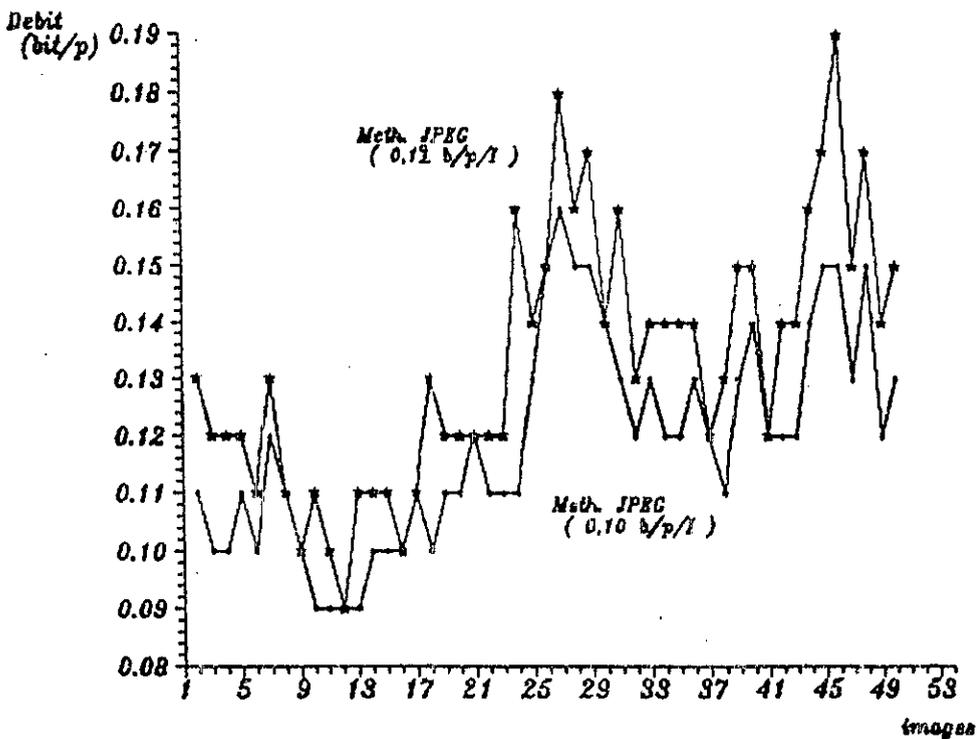


Fig 4.13 Images résultant du codec à base du JPEG pour images animées
à 0,10 bits/pixels/image
Séquence Miss-America, images n° 2,10,20,40,50



M.S.E. en fonction du numero d'image decodee.
(Sequence: Miss America)



Debit en fonction du numero d'image decodee.
(Sequence: Miss America)

Fig 4.14 Résultats du CODEC à base du JPEG pour images animées.

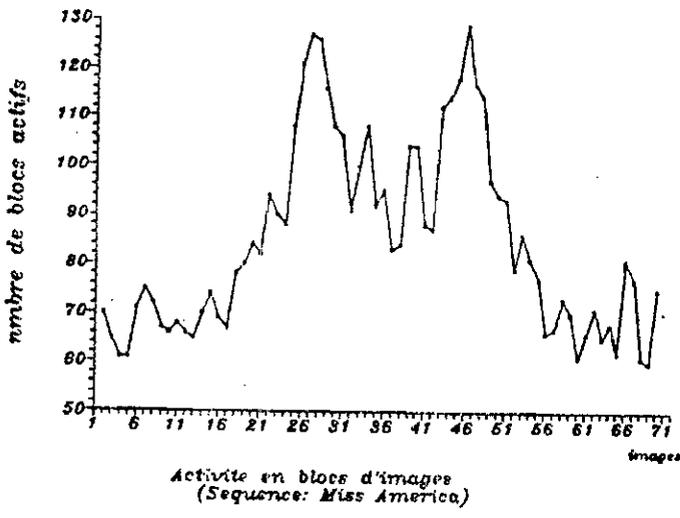
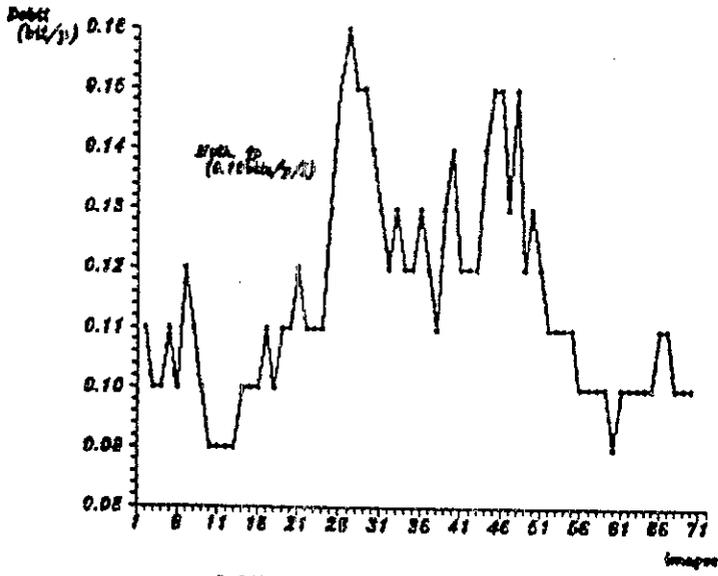
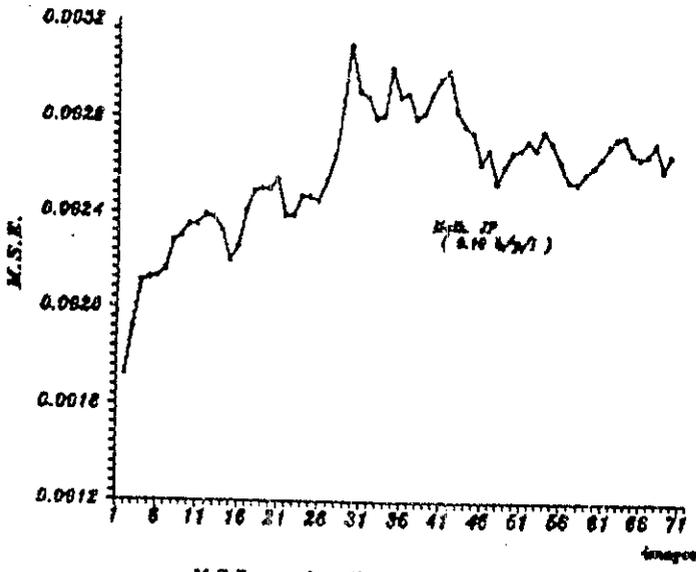


Fig 4.15 Résultats du CODEC à base du JPEG suivant l'activité dans la scène.

4.4. Codage par Interpolation

Vu que le CODEC d'images animées à base de JPEG a prouvé son efficacité par rapport à la méthode hybride comme décrite en section 4.2, alors nous avons pensé à l'utiliser pour concevoir un autre CODEC. Celui-ci, en plus de l'utilisation du codage à base de JPEG appliqué aux images impaires de la séquence, il utilise aussi une interpolation au décodage pour reconstruire les images paires.

Les images J dans la figure 4.16 sont codées par ce CODEC et les images I sont interpolées. Les images interpolées dans les régions de la séquence peu actives sont bonnes (Fig 4.17). Par contre celles interpolées dans les régions présentant une grande activité ne sont pas satisfaisantes (Fig 4.18). Toutefois lors du déroulement de la séquence à 25 images/s cette dégradation n'est pas vraiment gênante. Cette technique permet de réduire le taux de bits par un facteur de 2 par rapport au CODEC d'images animées à base de JPEG, arrivant pour notre séquence Miss America à 0,06 bits/pixel/image. N'exigeant ainsi, pour une fréquence de 25 image/s et pour un format QCIF, qu'un débit de 37 Kbits/s (fig.4.20).

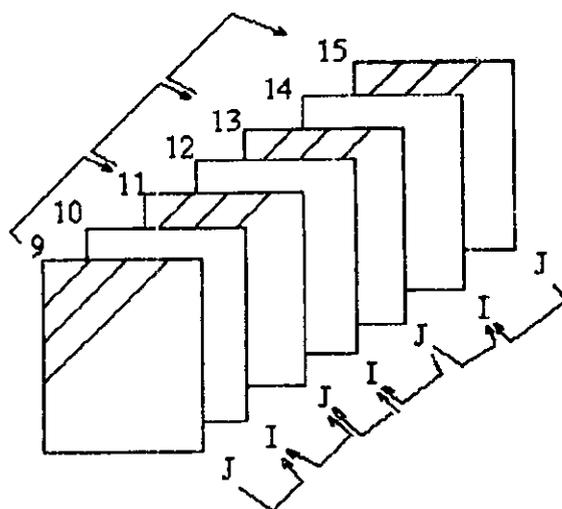


Fig 4.16 Codage par Interpolation.

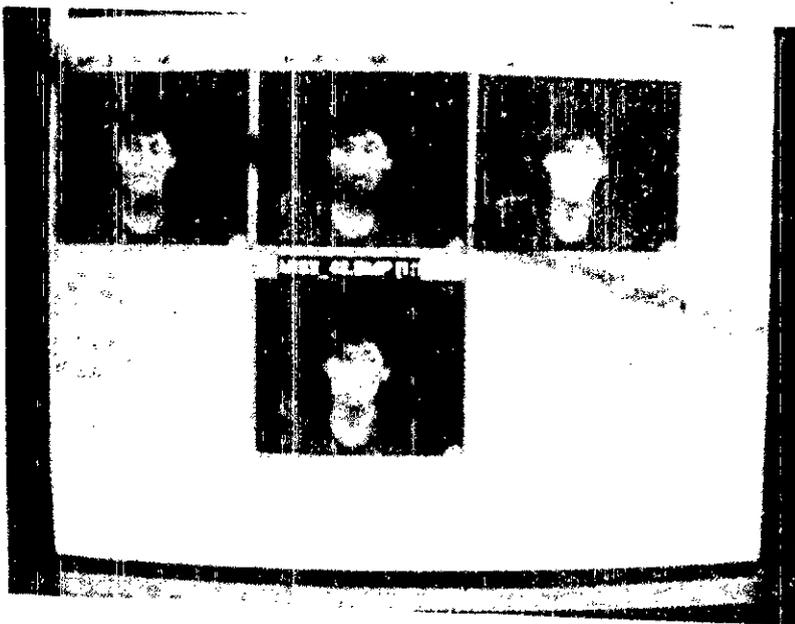


Fig 4.17 Image interpolée dans la région peu active
séquence Miss-America
(Image 4 interpolée, image en bas originale)

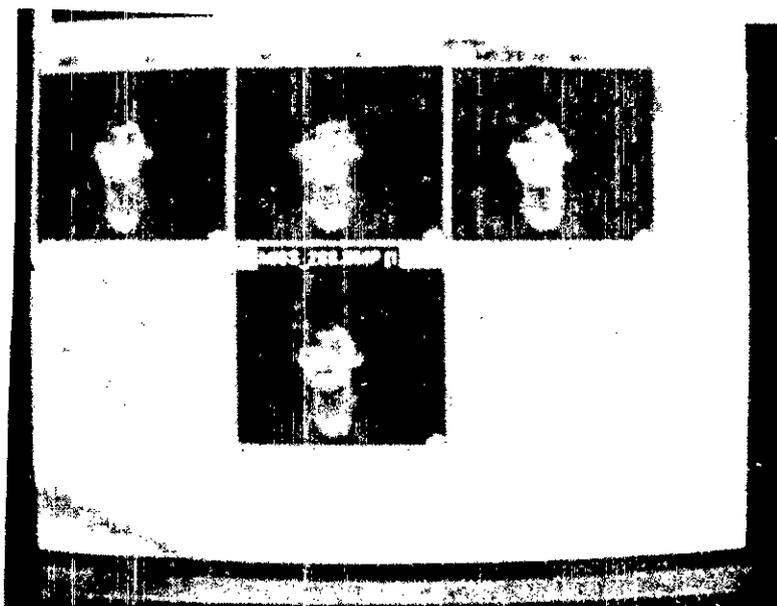
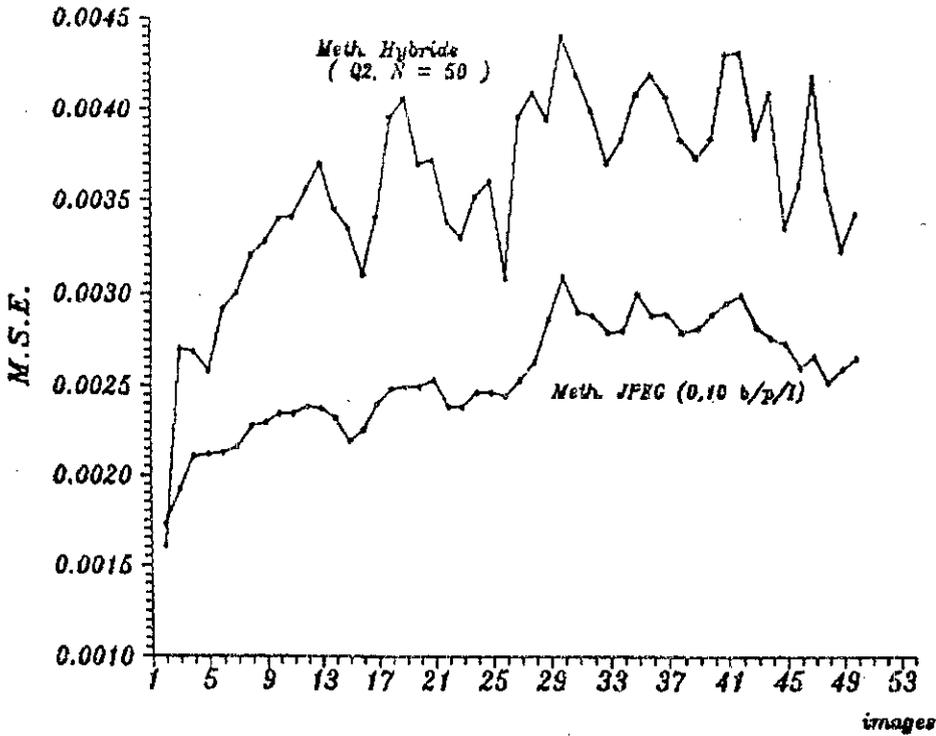
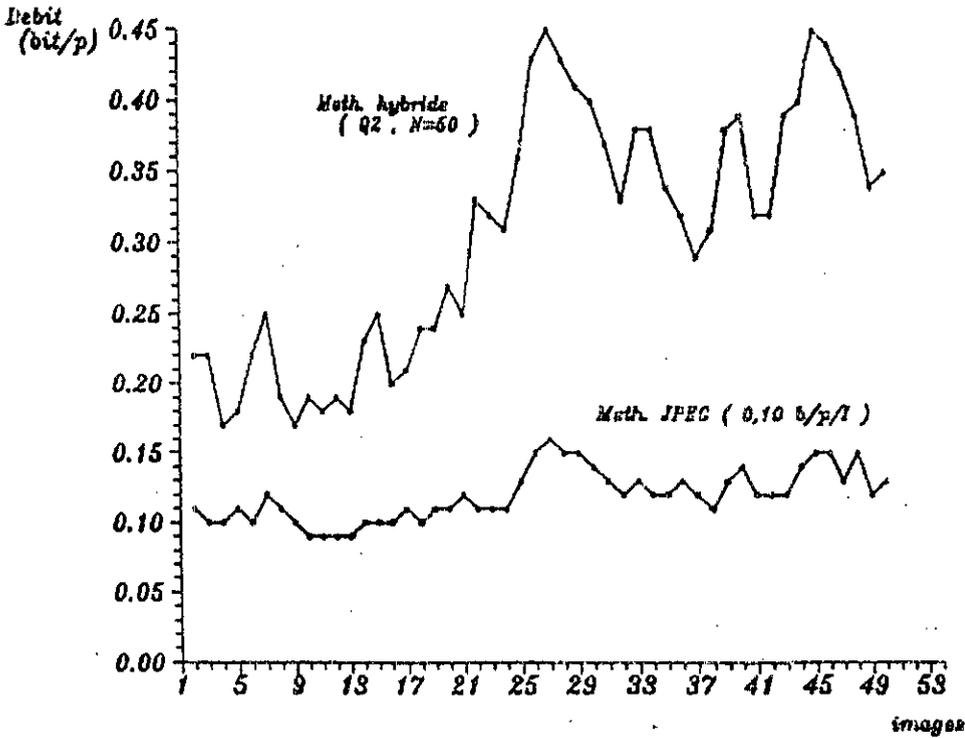


Fig 4.18 Image Interpolée dans la région active
séquence Miss-America
(Image 26 interpolée, image en bas originale)

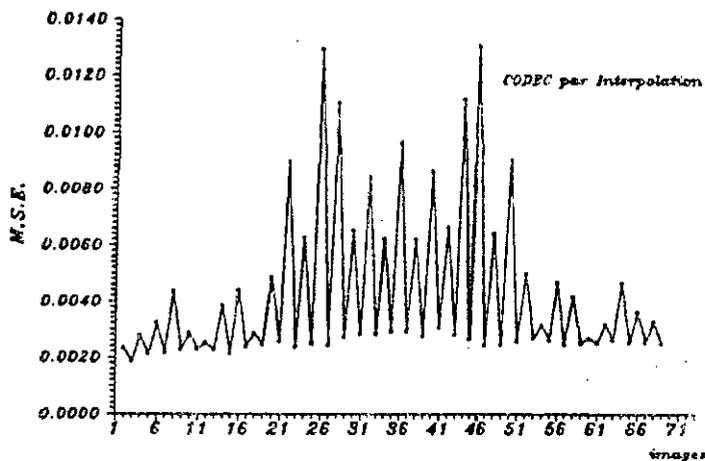


M.S.E. en fonction du numero d'image decodee.
(Sequence: Miss America)

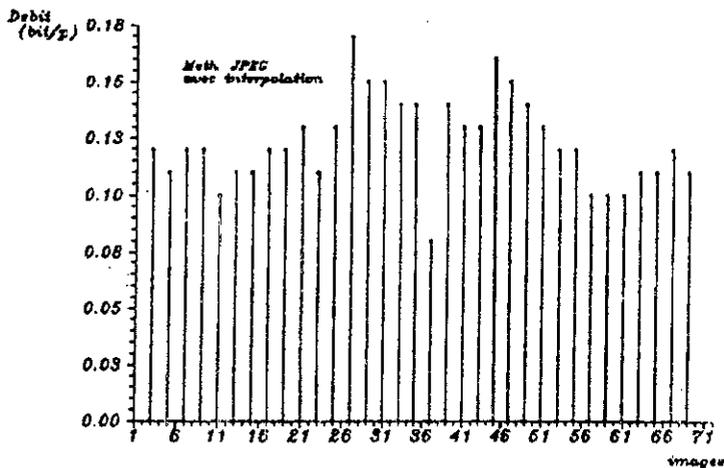


Debit en fonction du numero d'image decodee.
(Sequence: Miss America)

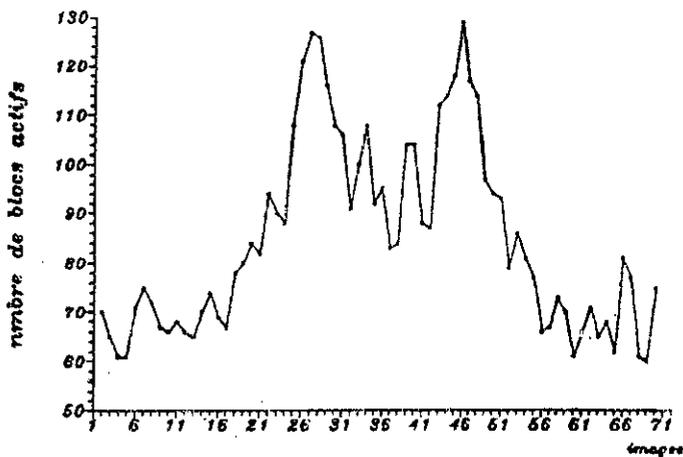
Fig 4.19 Comparaison du CODEC à base du JPEG sans interpolation et du CODEC Hybride.



M.S.E. en fonction du numero d'image decodee.
(Sequence: Miss America)



Debit en fonction du numero d'image decodee.
(Sequence: Miss America)



Activite en blocs d'images
(Sequence: Miss America)

Fig 4.20 Résultats du CODEC à base du JPEG et de l'interpolation suivant l'activité dans la scène.

4.5. Conclusion

Les méthodes, utilisées dans ce chapitre, ont comme but de réduire le débit de transmission dans le cas d'images animées. La méthode Hybride utilisée a été adaptée pour l'image animée en distinguant entre un bloc d'image actif et un autre non actif. Les blocs d'images codés par la méthode hybride sont ceux dans lesquels une activité par rapport aux mêmes bloc de l'image précédente a été décelée. Pour réduire encore le débit à des valeurs plus faibles nous avons pensé à ne transmettre que la différence de quelques coefficients transformés significatifs, suivant une matrice appelée matrice de filtrage. Cette matrice avec le codage entropique ont un grand mérite dans la réduction du débit, qui varie d'une image à une autre et augmente si l'activité de l'image croit (Fig.4.10). La prédiction joue, elle aussi, un grand rôle dans la réduction du débit, plus elle est bonne et plus le débit diminue. Puisque les blocs d'images codées sont ceux où une activité a été ressentie, alors la prédiction intra-image a été préférée à la prédiction inter-images. Le taux de bits atteint par cette méthode a été en moyenne égale à 0,30 bits/pixel/image, donc, elle ne permet de transmettre sur un canal téléphonique numérique pour un service de visiophonie, en moyenne que 6 images/seconde.

Un deuxième CODEC a été proposé; il se base sur le codage JPEG, qui est appliqué seulement aux blocs présentant un changement par rapport aux mêmes blocs de l'image précédente. Cette méthode, comme la méthode hybride décrite, tire profit du fait qu'une image de visiophonie, par exemple, ne présente pas une grande activité et son arrière plan ne change pas fréquemment et ceci d'une manière générale dans toute la séquence. Cette méthode de codage a atteint un taux de bits moyen de 0,10 bits/pixel/image permettant ainsi la transmission sur un canal téléphonique numérique pour un service de visiophonie, en moyenne 18 images/seconde pour une qualité d'image satisfaisante (en n'utilisant que 46,4 Kb/s du canal puisque 1,6 Kb/s sont réservés pour la structure de trame et 16 Kb/s pour le son). Le débit atteint par ce CODEC est bien inférieur à celui atteint par le CODEC hybride et présente un M.S.E. inférieur également (Fig.4.19), ceci est dû essentiellement à l'efficacité de l'algorithme JPEG.

Une amélioration a été introduite par la proposition cette fois-ci d'un troisième CODEC qui ne code cette fois-ci que les images impaires de la séquence par le codeur à base de JPEG puis interpole les images paires au niveau du décodeur. Ceci a pour effet de réduire considérablement le débit en n'exigeant cette-fois-ci que 37 Kbits/s pour une fréquence de 25 images/s et pour un format QCIF.

CONCLUSION

Notre travail est porté sur le codage d'images fixes et animées à de faibles débits. Plusieurs méthodes dans la littérature ont été examinées, diverses approches ont été appliquées par les auteurs, mais à l'unanimité on préfère l'application de la transformée en cosinus discrète bidimensionnelle pour ses caractéristiques proches de celles de la transformée optimale (K.L.T.). Cependant la quantification et le codage des coefficients transformés reste la clé de chaque approche pour réduire au maximum le débit pour d'éventuelles transmissions ou stockage. En générale on préfère travailler dans l'espace transformé, au lieu de l'espace spatial (x-y) de l'image, vu que les coefficients transformés sont décorrelés et présentent une distribution statistique bien adaptée pour un codage optimal.

Au début de notre travail nous avons insisté sur le codage d'images fixes, dans un souci de réduire le débit. Dans un premier temps, nous avons utilisé une méthode très simple de codage appelé troncature de bloc, très connue en littérature mais qui ne permet malheureusement pas d'atteindre des taux de bits inférieurs à 1bit/pixel. Pour améliorer cette méthode nous lui avons ajouté un module de codage entropique qui a réduit considérablement le débit puisque nous avons atteint des débits de l'ordre de 0,48 bits/pixel pour quelques images pas très riches en informations.

Le standard JPEG a, lui aussi, été simulé et testé, sur notre série d'images et a donné des taux de bits variant entre 0,1 à 0,2 bits/pixel avec une assez bonne qualité d'images. Cette technique de codage applique la DCT-2D à l'image divisée en blocs, et utilise une matrice de pas de quantification. Cette matrice a été déterminée par JPEG/ISO après plusieurs tests psycho-visuels. Pour réduire encore plus le débit, nous avons proposé une autre matrice de pas de quantification, différente de celle de JPEG/ISO avec des poids plus importants. Les coefficients résultants de la transformation DCT-2D sont quantifiés puis codés par un codage DPCM et par événement en utilisant le codage entropique.

Vu l'efficacité de cette dernière méthode de codage, nous avons pensé à élaborer un nouveau système de codage à base du standard JPEG pour images animées. Ce CODEC, qui ne code que les régions d'images dans lesquelles une variation par rapport à l'image précédente est détectée, a pu arriver à un taux de bits moyen de 0,10 bits/pixel/image bien inférieur à celui atteint par le CODEC hybride que nous avons adapté au codage d'images animées et qui n'a pas pu atteindre un taux de bits inférieur à 0,30 bits/pixel/images, et ce pour une qualité d'image identique. Ce CODEC hybride ne code que les régions actives de l'image, et ne transmet que l'erreur de

prédiction de quelques coefficients seulement, choisis par l'importance de leur contenu informationnel.

Pour améliorer le CODEC à base de JPEG pour les images animées, dans le sens de la réduction du débit, nous avons pensé à appliquer la technique de l'interpolation. A base de deux images reçues (codées par le CODEC à base de JPEG pour images animées), on interpole l'image intermédiaire. Un taux de bits de 0,06 bits/pixel/image a été atteint cette fois-ci. Ce taux de bit très bas signifie que pour une séquence d'images au format QCIF et avec une projection de 25 images/s, ce dernier CODEC n'exigerait que seulement 37 Kbits/s pour la séquence de Miss America.

Donc sur un canal de 64 Kbits/s, avec ce CODEC nous pourrions réserver en plus des 16 Kbits/s du son et 1,6 Kbits/s de la structure de trame, un débit de 9,4 Kbits/s pour le codage de la chrominance qui se fait plus grossièrement que celui de la luminance.

Un module de filtrage inséré au niveau du décodeur pourra atténuer l'effet de bloc pour améliorer la qualité visuelle des images restituées. La prédiction utilisée dans le CODEC hybride ne fait aucune compensation du mouvement. Cette dernière réduit considérablement le débit, cela pourra être un axe important comme continuité de ce travail.

BIBLIOGRAPHIE

BDAT & BELLANGER-92]

M. Abdat et M. Bellanger, " La Standardisation Multimedia, " *Proceedings du premier séminaire national SSA'92*, Blida, Algérie, Volume2, pp.352-372, 13-15 Decembre 1992.

DOUL-87]

Jean-pierre Adoul, " Speech-Coding Algorithms and Vector Quantization, " in *Advanced Digital Communications* by Kamilo Feher (Editor), Printice-Hall, New jersey, U.S.A. 1987.

HMED-74]

N. Ahmed et. al., " Discrete Cosine Transform, " *IEEE Trans. on Computer*, pp. 90-93, January 1974.

ARLAUD-93]

Michael Barlaud, "Compression Numérique des Images," Assemblée Générale du GDR traitement du Signal et des Images Obernai 10-12 Mai 93.

BARNWELL-82]

Thomas P. Barnwell, " Subband Coder Design Incorporating Recursive Quadrature Filters and Optimum ADPCM Coders, " *IEEE Trans. on A.S.S.P.* vol-30, N°5, pp. 751-765, October 1982.

BAUCH-74]

Helmut H. Bauch et. al., " Picture Coding, " *IEEE Trans. on Commun.*, Vol-22, N°9, pp. 1158-1167, September 1974.

BELKACEMI & DERRAS-95]

S. Belkacemi and B. Derras, " Improvement of B. T. Still Image Coding Using a Statistical Approach, " will appear in *Proceedings of Premier Seminaire Genie Electrique*, Biskra, Algérie, December 1995.

BELKACEMI & DERRAS-96]

S. Belkacemi and B. Derras, " Low Rate Moving Image Coding Via a JPEG-Based Method," Submitted to *2ème Conférence Maghrébine d'Automatique, d'Electrotechnique et d'Electronique Industrielle COMAEI' 96*, Telemcen, Algérie, December 1996.

CASSERAU-89]

Philippe M. Casserau et. al., " Encoding of Images Based on Lapped Orthogonal Transform, " *IEEE Trans. on Commun.*, Vol-37, N°2, pp. 189-193, February 1989.

HAKRABOTI-87]

N. B. Chakraboti, " A Hybrid Hadamard LPC Scheme for Picture Coding " *IEEE Trans. on A.S.S.P.*, Vol-35, N°3, pp. 391-394, March 1987.

HEN-77]

Wen-Hsiung Chen et. al., " A Fast Computational Algorithm for the Discrete Cosine Transform, " *IEEE Trans. on Commun.*, Vol-25, N°9, pp. 1004-1009, September 1977.

HEN-77 bis]

Wen-Hsiung Chen et. al., " Adaptive Coding of Monochrome and Color Images, " *IEEE Trans. on Commun.*, Vol-25, N°11, pp. 1285-1292, November 1977.

HEN & PRATT-84]

Wen-Hsiung Chen and W. K. Pratt, " Scene Adaptive Coder, " *IEEE Trans. on Commun.*, Vol-32, N°3, pp. 225-232, March 1984.

HO & LEE-91]

N. Cho and S. Lee, " Fast Algorithm and Implementation of 2-D Discrete Cosine Transform, " *IEEE Trans. on circuits and systems* , Vol-38, N°3, pp. 280-291, May 1981.

OLLOQUE-85]

" Visualisation et Traitement d'Images " Acte du colloque National de visualisation et traitement d'images organisé à Nancy I.N.P. le 15,16,17 Janvier 1985.

VETKOVIC & PAPOVIC-92]

Zoran Cvetkovic and Miodrag V. Papovic, " New Fast Recursive Algorithm for the Computation of the Discrete Cosine and Sine Transforms, " *IEEE Trans on Signal processing*, Vol-40, N°8, pp. 2083-2086, August 1992.

DAVISSON-72]

Lee Davisson, " Rate-Distortion Theory and Application, " *Proceedings of IEEE*, Vol-60, N°7, pp. 800-808, July 1972.

DELP-79]

Edward J. Delp et. al., " Image Compression Using Truncation Coding, " *IEEE Trans. on Commun.*, Vol-27, N°9, pp. 1335-1342, Sept. 1979.

DUHAMEL-87]

Pierre Duhamel et. al., " Improved Fourier and Hartley Transform Algorithms: Application to Cyclic Convolution of Real Data, " *IEEE Trans. on A.S.S.P.*, Vol 35, N°6, pp. 818-824, June 1987.

FARRELL-86]

Paul M. Farrell et. al., " Recursive Block Coding - A new Approach to Transform Coding, " *IEEE Trans. on Commun.*, Vol-34, N°2, pp. 161-179, February 1986.

FONTOLLIET-83]

P.G. Fontolliet, *Systèmes de Télécommunication*, Edition Dunod Lausanne, Suisse 1983.

AMAZ-92]

N. Gamaz, " Etude et Développement d'Algorithme de Compression d'Images Fixes par T.C.D.-2D, " Thèse de Magistère C.D.T.A. , Novembre 1992.

ERSHO-82]

Allen Gersho, " On the Structure of Vector Quantizers, " *IEEE Trans. on Information Theory*, Vol-28, N°2, pp. 157-166, March 1982.

OLDBERG-86]

M. Goldberg et. al., " Image Compression Using Adaptive Vector Quantization, " *IEEE Trans. on Commun.*, Vol-34, N°2, pp. 180-187, February 1986.

OLDBERG & SUN-86]

M. Goldberg and H. Sun, " Image Sequence Coding using Vector Quantization, " *IEEE Trans. on Commun.*, Vol-34, N°7, pp. 703-710, July 1986.

ONZALEZ & WINTZ-86]

R.C. Gonzalez and Paul Wintz, *Digital Image Processing*, Korean Student Edition, Korea 1986.

UAZZO-80]

Mauro Guazzo, "A General Minimum-Redundancy Source-Coding Algorithm, " *IEEE Trans. on Information Theory*, Vol-26, N°1, January 1980.

UGLIELO-91]

Mario Guglielmo et. al., " Speech and Image Coding for Digital Communications, " *ETT*, Vol-II, N°01, pp. 21-44, January-February 1991.

GUPTA & RAO-90]

A. Gupta and K. Rao, "A Fast Algorithm for the Discrete Sine Transform, " *IEEE Trans. on A.S.S.P.*, Vol-38, N°3, pp. 553-557, March 1990.

HABIBI-74]

Ali Habibi, " Hybride Coding of Pictorial Data, " *IEEE Trans. on Commun.*, Vol-22, N°5, pp. 614-624, May 1974.

HABIBI-77]

Ali Habibi, " Survey of Adaptive Image Coding Techniques, " *IEEE Trans. on Commun.*, Vol-25, N°11, pp. 1275-1284, November 1977.

HAMOUDI & SAADI-93]

Redha Hamoudi et Abderahmane Saadi, " Conception et Réalisation d'un Système de Développement d'Algorithme de Traitement Numérique d'Images Sous Windows, " P.F.E. en Informatique I.N.I., Alger, 1993.

HALVERSON-84]

D.R. Halverson et. al., " A Generalized Block Truncation Coding Algorithm for Image Compression, " *IEEE Trans. on A.S.S.P.*, Vol-32, N°3, pp. 664-668, June 1984.

HANG & WOODS-85]

H. Hang and J.W. Woods, " Predictive Vector Quantization of Images, " *IEEE Trans. on Commun.*, Vol-23, N°12, pp. 1208-1219, Nov. 1985.

HASKELL-72]

Barry G. Haskell et. al., " Interframe Coding of Videotelephone Pictures, " *Proceedings of IEEE*, Vol-60, N°7, pp. 792-800, July 1972.

HAYKIN-88]

Simon Haykin, " Digital Communication, " Edition John Wiley and Sons Inc. 1988.

HONDA-84]

Masaaki Honda and F. I., " Bit Allocation in Time and Frequency Domains for Predictive Coding of Speech, " *IEEE Trans. on A.S.S.P.*, Vol-32, N°3, pp. 465-473 June 1984.

HOU-87]

Hsieh S. Hou, " A Fast Recursive Algorithm for Computing the Discrete Cosine Transform, " *IEEE Trans. on A.S.S.P.*, Vol-35, N°10, pp. 1455-1461, October 1987.

HOUEY-92]

Nicholas Houery, " Téléconférence, " *Techniques de l'ingénieur*, E7860, 1992.

HUNG-77]

Thomas S. Hung, " Coding of Two Tone Images, " *IEEE Trans. on Commun.*, Vol 25, N°11, pp. 1406-1424, November 1977.

HUNG-91]

Andy C. Hung et. al., " Optimal Quantizer Step Sizes for Transform Coders, " *Proceedings ICASSP 91*, pp. 2621-2624, May 1991.

HUNT-84]

B. R. Hunt, " Image Restoration " in *Digital image processing techniques* by Michael P. Ekstrom (Editor), Academic Press, Inc Orlando, Florida ,U.S.A. 1984.

INRS-93]

INRS-Telecommunications, Image Communications Group, *Research Progress Report*, University of Quebec, June 1993.

JAIN-84]

Anil K. Jain et. al., " Image Data Compression, " in *Digital image processing techniques* by Michael P. Ekstrom (Editor), Academic Press, Inc Orlando, Florida ,U.S.A. 1984.

JAYANT-74]

Nuggehally S. Jayant, " Digital Coding of Speech Waveforms : PCM, DPCM, and DM Quantizers, " *Proceedings of IEEE*, Vol-25, N°5, pp. 611-634, May 1974.

JAYANT & NOLL-84]

N.S. Jayant and Peter Noll, *Digital Coding of Waveforms : Principles and Applications to Speech and Video*, Printice-hall, Inc, New Jersey (U.S.A.), 1984.

AYANT-93]

Nikil Jayant, " Hight Quality Networking of Audio-Visual Information, " *IEEE communications magazine*, pp. 84-95, September 1993.

DLIVET-92]

J.Claude Jolivet, " Visiophone, " *Techniques de l'ingénieur*, E7820, 1992.

DNES-81]

Christopher B. Jones, " An Efficient Coding System for long source Sequences, " *IEEE Trans. on Information Theory*, Vol-27, N°3, pp. 297-305, March 1981.

PEG-91]

" Digital Compression and Coding of Continuous-Tone Still images " *JPEG-9-R7 : Working draft for development of JPEG CD*, 14 February 1991.

ANEKO & ISHIGURO-87]

Hisashi Kaneko and T. ISHIGURO, " Digital Television Processing Techniques, " in *Advanced Digital Communications* by Kamilo Feher (Editor), Printice-hall, New Jersey, U.S.A., 1987.

RISHNA-87]

Hari Krishna et. al., " The Livenson Reccurence and Fast Algorithms for Solving Toeplitz Systems of Linear Equations, " *IEEE Trans. on A.S.S.P.*, Vol-35, N°6, pp. 839-848, June 1987.

UNT-87]

M. Kunt, *Traitement Numérique des Signaux*, édition Dunod, Lausanne, Suisse, 1987.

UNT-87bis]

M. Kunt et. al., " Recent Results in Hight-Compression Image Coding, " *IEEE Trans. on circuits and systems*, Vol-34, N°11, pp. 1306-1336, November 1987.

E GALL-91]

Didier Le Gall, " MPEG : A Video Compression Standard for Multimedia applications, " *Communications of the ACM*, Vol-34, N°4, pp. 46-58, April 1991.

-92]

Weiping Li, " A New Algorithm to Compute the D.C.T. and its Inverse, " *IEEE Trans. on Signal Processing*, Vol-39, N°6, pp. 1305-1313, June 1991.

IM-84]

Jae S. Lim, " Image Enhancement, " in *Digital image processing techniques* by Michael P. Ekstrom (Editor), Academic Press, Inc Orlando, Florida, U.S.A. 1984.

INDE-80]

Y. Lind, A. Buzo and R. Gray, " An Algorithm for Vector Quantizer Design, " *IEEE Trans. on Commun.*, Vol-28, N°1, pp. 84-95, January 1980.

UEN-77]

Tsu Luen et. al., " Adaptive Delta Modulation Systems for Video Encoding, " *IEEE Trans. on Commun.*, Vol-25, N°11, pp. 1302-1314, November 1977.

[MALONE-88]

Kevin T. Malone et. al., "Contour Gain Vector Quantization," *IEEE Trans. on A.S.S.P.*, Vol-36, N°6, pp 862-870, June 1988.

[MALVAR-87]

Henrique S. Malvar, "Fast Computation of the Discrete Cosine Transform and the Discrete Hartly transform," *IEEE Trans. on A.S.S.P.*, Vol-35, N°10, pp. 1484-1485, October 1987.

[MARION-87]

André Marion, *Introduction aux Techniques de Traitement d'Images*, édition Eyrolles, Paris, France 1987.

[MASSEY-72]

James L. Massey, "Variable-Length Codes and Fano Metric," *IEEE Trans. on Information Theory* Vol-18, N°01, pp. 196-198, January 1972.

[MAX-60]

Joel Max, "Quantizing for Minimum Distortion," *IRE trans on information theory*, pp. 7-12, March 1960.

[CRL-92]

Image Video Coding and Processing, *Multimedia Communications Research Laboratory, Annual report 1991/92*, pp. 14-17, University of Ottawa.

[MERSEREAU-94]

R. M. Mersereau et. al. "Vector Quantization for Video Data Compression" in *Motion Analysis Image Sequence Processing* by M. Ibrahim Sezan and Reginald L. Lagendijk (Editors), Klunver Academic Publishers, U.S.A., 1994

[MITCHELL-89]

Joan L. Mitchell et. al., "Graphics Image Coding for Freeze-Frame Video Conferencing," *IEEE Trans. on Commun.*, Vol-37, N°5, pp. 515-522, May 1989.

[MODESTINO-79]

J. W. Modestino et. al., "Combined Source-Channel Coding of Images," *IEEE Trans. on Commun.*, Vol-27, N°11, pp. 1644-1659, Nov.1979.

[NARASHIMA & PETERSON-78]

Madihally J. Narashim and Allen M. Peterson, "On the Computation of the D.C.T.," *IEEE Trans. on Commun.*, Vol-26, N°6, June 1978.

[NASRABADI-88]

Nasser M. Nasrabadi and Robert A. King, "Image Coding Using Vector Quantization : A Review," *IEEE Trans. on Commun.*, Vol-36, N°8, pp. 957-971, August 1988.

[NEAGOE-88]

Victor-Emil Neagoe, "Predictive Ordering and Linear Approximation for Image Data Compression," *IEEE Trans. on Commun.*, Vol-36, N°10, pp. 1179-1182, October 1988.

NETRAVELI-80]

Arun N. Netravali et. al., " Picture Coding : A Review, " *Proceedings of the IEEE*, Vol-68, N°3, pp. 366-407, March 1980.

NEUVO-87]

Y. Neuvo et. al., " Linear-Median Hybride Edge Detectors, " *IEEE Trans. on circuits and systems*, Vol-34, N°11, pp. 1337-1343, November 1987.

NICOULIN-94]

A. Nicoulin et. al., " Image Sequence Coding Using Motion Compensated Subband Decomposition, " in *Motion Analysis Image Sequence Processing* by M. Ibrahim Sezan and Reginald L. Lagendijk (Editors), Klunver Academic Publishers, U.S.A., 1994

PAPOULIS-85]

Athanasios Papoulis, *Probability, Random Variables, and Stochastic Procecess*, International Student Edition, 1985.

PEARLMAN-90]

W. A. Pearlman, " Adaptive Cosine Transform Image Coding with Constant Block Distortion, " *IEEE Trans. on Commun.*, Vol38, N°5, pp. 698-703, May 1990.

PIETER-72]

J. Pieter M. S., " An Algorithm for Source Coding, " *IEEE Trans. on Information Theory*, Vol-118, N°3, pp. 395-399, May 1972.

PITAS-87]

Ionnis Pitas et. al., " Multidimensional Cyclic Convolution Algorithm with Minimal Multiplicative Complexity, " *IEEE Trans. on A.S.S.P.*, Vol-35, N°3, pp. 384-390, March 1987.

POLYSONGSANG-82]

A. Poloyongsang et. al., " DCT/DPCM Processing of NTSC Composite Video Signal, " *IEEE Trans. on Commun.*, Vol-30, N°3, pp. 541-549, March 1982.

PRATT-84]

W. K. Pratt, *Digital Image Processing*, Korean Student Edition, Korea 1984.

RAMABADRAN & COHN-89]

Tenkasi V. Ramabadran and David L. Cohn, " An Adaptive Algorithm for the Compression of Computer Data, " *IEEE Trans. on Commun.*, Vol-37, N°4, pp.317-324, April 1989.

RAMAMURTHI & GERSHO-86]

B. Ramamurthi and A. Gersho, " Classified Vector Quantization of Images, " *IEEE Trans. on Commun.*, Vol-34, N°11, pp. 1105-1115, November 1986.

REVILLET-92]

Bernard Revillet, " Télécopie, " *Techniques de l'ingénieur*, E7830, 1992.

RISSANEN-81]

Jorma Rissanen et. al., " Universal Modeling and Coding, " *IEEE Trans. on Information Theory*, Vol-27, pp. 12-23, January 1981.

ROESE-77]

John A. Roese et. al., " Interframe Cosine Transform Image Coding, " *IEEE Trans. on Commun.*, Vol-25, N°11, pp. 1329-1339, November 1977.

ROSE & HAIMAN-89]

Kenneth M. Rose and Arie Heiman, " Enhancement of one Dimensional Variable Length DPCM Images Corrupted by Transmission Errors, " *IEEE Trans. on Commun.*, Vol-37, N°4, pp. 373-379, April 1989.

ROSE-90]

Kenneth Rose et. al., " DCT/DST Alternate-Transform Image Coding, " *IEEE Trans. on Commun.*, Vol-38, N°1, pp. 94-101, January 1990.

ROSENFELD-84]

Azriel Rosenfeld, " Image Analysis, " in *Digital image procesing techniques* by Michael P. Ekstrom (Editor), Academic Press, Inc Orlando, Florida, U.S.A. 1984.

SAGHRI-86]

John A. Saghri et. al., " Adaptive Transform Coding Based on Chain Coding Concepts, " *IEEE Trans. on Commun.*, Vol-34, N°2, pp. 112-117, February 1986.

SEGAL-76]

A. Segal, " Bit Allocation and Encoding for Vector Sources, " *IEEE Trans. on Information Theory*, Vol-15, N°2, March 1976.

SORENSEN-87]

Henrik V. Sorensen et. al., "Real Valued Fast Fourier Transform Algorithm, " *IEEE Trans. on A.S.S.P.*, Vol 35, N°6, pp. 849-863, June 1987.

SPATARU-87]

Alexandru Spataru, *Fondement de la Theorie de la Transmission de l'Information*, Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, Suisse, 1987.

SRINIVASAN & RAO-87]

Ram Srinivasan and K. R. Rao, " Motion-Compensated Coder for Videoconferencing, " *IEEE Trans. on Commun.*, Vol-35, N°3, pp. 297-304, November 1987.

TANENBAUM-90]

Andrew Tanenbaum, *Réseaux, Architectures, Protocoles, Applications*, Inter-Edition, Paris 1990.

TAJIRI-91]

Tetsuo Tajiri et. al., " Single Board Video Codec for ISDN Visual Telephone, " *Proceedings IEEE ICASSP 91*, pp. 2853-2856, May 1991.

TAWBI-92]

W. Tawbi et. al., " Video Coding and Quality of Service, " *MASI 92/93*, November 1992.

- DNIGE-87] Gary J. Tonge, " Image Processing for Higher Definition Television, " *IEEE Trans. on circuits and systems*, Vol-34, N° 11, pp. 1385-1398, November 1987.
- TUBARO & ROCCA-94] S. Tubaro and F. Rocca, " Motion Field Estimators and their Applications to Image Interpolation, " in *Motion Analysis Image Sequence Processing* by M. Ibrahim Sezan and Reginald L. Lagendijk (Editors), Klunver Academic Publishers, U.S.A., 1994
- URAMATO-92] Shin-ichi Uramato et. al., " A 100 Mhz 2-D Discrete Cosine Transform Core Processor, " *IEEE journal of solid state circuits*, Vol-27, N°4, pp. 492-498, April 1992.
- USPIKAR-87] Vishwas R. Uspikar and Jewan P.R., "B.T.C. Image Coding Using Vector Quantization, " *IEEE Trans. on Commun.*, Vol-35, N°3, pp. 352-356, March 1987.
- VAISHAMPAYON-90] Vinay A. Vaishampayon et. al., " Optimal Block Cosine Transform Image Coding for Noisy Channels, " *IEEE Trans. on Commun.*, Vol-38, N°3, pp. 327-336, March 1990.
- VENETSANOPOULOS-87] Anastasio N. Venetsanopoulos, " Forward, " *IEEE Trans. on circuits and systems*, Vol- CAS-34, N°11, pp. 1261-1263, November 1987.
- VERNAZZA-87] Geanni L. Vernazza et. al., " A Knowledge-Based Systeme for Biomedical Image Processing and Recognition, " *IEEE Trans. on circuits and systems*, VOL-34, N°11, pp. 1399-1416, November 1987.
- WALLACE-91] Gregory K. Wallace, " The J.P.E.G. Still Picture Compression Standard, " *Communications of the ACM*, Vol-34, N°4, pp. 30-44, April 1991.
- WANG--86] Zhongde Wang, "Comments on - a Fast Computational Algorithm for the D.S.T.-," *IEEE Trans. on Commun.*, Vol-34, N°2, pp. 204-206, February 1986.
- WINTZ-72] Paul Wintz, " Transform Picture Coding, " *Proceedings of IEEE*, Vol-60, N°7, pp.809-820, July 1972.
- YIP & RAO-87] P. Yip and K. R. Rao, " On the Shift Property of DCT's and DST's, " *IEEE Trans. on A.S.S.P.*, Vol-35, N°3, pp. 404-406, March 1987.
- ZSCHUNKE-77] Willmut Zschunke, " DPCM Picture Coding with Adaptive Prediction, " *IEEE Trans. on Commun.* Vol-25, N°11, pp. 1295-1302, November 1977.

ANNEXES ...

Annexe A

La transformation optimale de Krahunen-Loeve (K.L.T.)

T est une transformation orthogonale, elle satisfait la relation suivante :

$$T^t T = I \quad (A-1)$$

où T^t est la matrice transposée de T et I la matrice unité.
Soit x la matrice de données représentant les pixels d'image:

$$x^t = [x(0), x(1), \dots, x(N-1)] \quad (A-2)$$

où $x(i)$ est le (i+1)ème vecteur de x, de dimension N.
En appliquant la transformation T à la matrice x, on obtient

$$X = T x \quad (A-3)$$

où :

$$X^t = [X(0), X(1), \dots, X(N-1)] \quad (A-4)$$

est la matrice de données dans l'espace transformé et $X(i)$ représentent le (i+1)ème vecteur de X. En considérons les normes

$$\text{tr}(x^t x) = \|x\|^2 \quad \text{et} \quad \text{tr}(X^t X) = \|X\|^2 \quad (A-5)$$

et en tenant compte des relations (A-1) et (A-3) on peut montrer que

$$\|x\|^2 = \|X\|^2 \quad (A-6)$$

Cette relation montre que la transformation orthogonale conserve la norme euclidienne.
La transformation orthogonale est définie par un ensemble des vecteurs orthogonaux $\{\emptyset_i\}$

$$T^t = [\emptyset_0 \ \emptyset_1 \ \dots \ \emptyset_{N-1}] \quad (A-7)$$

et la condition d'orthonormalité peut s'écrire sous la forme

$$\emptyset_i^t \emptyset_k = \delta_{ik} \quad \forall i, k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (A-8)$$

A partir des relations (A-7) et (A-8) on obtient :

$$\mathbf{x} = \mathbf{T}^t \mathbf{X} = [\varnothing_0 \varnothing_1 \dots \varnothing_{N-1}] \mathbf{X} \quad (\text{A-9})$$

$$\mathbf{x} = \varnothing_0 \mathbf{X}^t(0) + \varnothing_1 \mathbf{X}^t(1) + \dots + \varnothing_N \mathbf{X}^t(N-1) = \sum_{i=0}^{N-1} \varnothing_i \mathbf{X}^t(i) \quad (\text{A-10})$$

fin d'obtenir une compression de données, on réduit la dimension de l'espace transformé de N à M avec $N < M$.

Après compression \mathbf{x} devient :

$$\hat{\mathbf{x}} = \sum_{i=0}^{M-1} \varnothing_i \mathbf{X}^t(i) \quad (\text{A-11})$$

l'erreur introduite en négligeant (N-M) termes est donnée par la relation :

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}} = \sum_{i=M}^{N-1} \varnothing_i \mathbf{X}^t(i) \quad (\text{A-12})$$

l'erreur quadratique moyenne est :

$$\text{M.S.E.} = E \{ \|\Delta \mathbf{x}\|^2 \} = \text{tr} \{ E (\Delta \mathbf{x}^t \Delta \mathbf{x}) \} \quad (\text{A-13})$$

En remplaçant la relation (A-12) dans (A-13) on obtient :

$$\text{M.S.E.} = \text{tr} \left\{ E \left(\sum_{i=M}^{N-1} \sum_{k=M}^{N-1} \mathbf{X}(i) \varnothing_i^t \varnothing_k \mathbf{X}^t(k) \right) \right\} \quad (\text{A-14})$$

$$= \text{tr} \left\{ E \left(\sum_{i=M}^{N-1} \sum_{k=M}^{N-1} \mathbf{X}(i) \delta_{ij} \mathbf{X}^t(j) \right) \right\}$$

$$= \text{tr} \left\{ E \left(\sum_{i=0}^{M-1} \mathbf{X}(i) \mathbf{X}^t(i) \right) \right\}$$

On a par ailleurs la matrice de covariance de \mathbf{x} donnée par :

$$\mathbf{C}_\mathbf{x} = E \{ \mathbf{x} \mathbf{x}^t \} \quad (\text{A-15})$$

A partir de la relations (A-9) on obtient : $X^t(i) = \phi_i^t x$ qu'on remplace dans la relation (A-14) :

$$M.S.E. = \text{tr} \sum_{i=M}^{N-1} E\{x^t \phi_i \phi_i^t x\} = \sum_{i=M}^{N-1} E\{\phi_i^t x x^t \phi_i\} \quad (A-16)$$

en tenant compte de la relation (A-15) on obtient :

$$M.S.E. = \sum_{i=M}^{N-1} \phi_i^t C_X \phi_i \quad (A-17)$$

la matrice de covariance C_X étant connue, on doit déterminer les vecteurs ϕ_i , de la transformation T qui rend minimum l'erreur quadratique moyenne.

On utilise la méthode des multiplicateurs de Lagrange :

$$M.S.E. = \sum_{i=M}^N \phi_i^t C_X \phi_i - \sum_{i=M}^{N-1} \lambda_i (\phi_i^t \phi_i - 1) \quad (A-18)$$

$$= \sum_{i=M}^{N-1} [\phi_i^t C_X \phi_i - \lambda_i (\phi_i^t \phi_i - 1)] \quad (A-19)$$

Pour que le M.S.E. soit minimum il faut que :

$$\nabla_{\phi_i} (M.S.E.) = 0 \quad (A-20)$$

si la matrice C_X est symétrique alors :

$$\nabla_{\phi_i} (\phi_i^t C_X \phi_i) = 2 C_X \phi_i \quad (A-21)$$

$$\nabla_{\phi_i} (\phi_i^t \phi_i) = 2 \phi_i \quad (A-22)$$

En introduisant les relations (A-21) et (A-22) dans la relation (A-20) celle ci devient :

$$\nabla_{\phi_i} (M.S.E.) = 2 C_X \phi_i - 2 \lambda_i \phi_i = 0 \quad (A-23)$$

où on obtient :

$$C_X \phi_i = \lambda_i \phi_i \quad (A-24)$$

plaçant (A-24) dans (A-17) on obtient :

$$M.S.E._{\min} = \sum_{i=M}^{N-1} \lambda_i \quad (A-25)$$

ont les valeurs propres de la matrice C_X .

ecteurs de base de la transformation qui rend minimum l'erreur quadratique ne sont donc les vecteurs propres de la matrice de covariance C_X .

nsformation solution de l'équation propre (A-24) est optimale, en ce sens une autre transformation ne permet d'obtenir une erreur inférieure.

matrice de covariance C_X dans l'espace transformé est donnée par :

$$C_X = E [X X^t] \quad (A-26)$$

$$= T E [x x^t] T^t = T C_x T^t \quad (A-27)$$

nsformation optimale génère des coefficients non corrélés , cette propriété est née par la relation :

$$E [X^t(i) X(k)] = \delta_{ik} \lambda_i \quad (A-28)$$

nséquence la matrice de covariance C_X est une matrice diagonale :

$$C_X = \text{diag}(\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{N-1}) \quad (A-29)$$

s valeurs propres représentent les variances des composantes $X(i)$ de valeurs nnes nulles.

Si on transmet seulement M paramètres (parmi les N), on obtient une pression de donnée avec une distorsion donnée par (A-25). Bien que la K.L.T. soit ale, son utilisation en pratique poserait de sérieux problèmes :

1) La fonction de corrélation d'une image numérique n'est pas stationnaire, donc nécessaire d'évaluer pour les différentes images les matrices de corrélation pondantes et de calculer les vecteurs propres associés.

2) Il existe des difficultés de calcul des vecteurs propres de C_X , parfois cette ce est singulière et par conséquent, certains vecteurs ne peuvent pas être définis manière unique et même dans le cas où C_X est non singulière, le calcul des valeurs es et des vecteurs propres d'une matrice est itératif, nécessitant ainsi un très grand re d'opérations.

3) Malheureusement, il n'y a pas d'algorithme de calcul rapide pour la forme optimale, ce qui rend difficile la détermination des vecteurs propres de la matrice de covariance.

Par ces raisons la transformation optimale est rarement employée, on lui préfère les transformations sous-optimales. Cependant elle est très utile comme référence, car elle permet de calculer l'écart de la performance d'une transformation donnée par rapport à la transformation optimale.

ANNEXE B

Algorithme de calcul rapide de la D.C.T.

Introduction

Après son introduction par Ahmed et. al. [AHMED-74], la transformée cosinus (D.C.T.) a trouvé une large application en imagerie, en traitement du signal, en compression de données et en filtrage car ces performances s'approchent largement de celles de la transformation optimale [AHMED-74], [PRATT-84], [GONZALEZ & PETERSON-86]. Un certain nombre d'articles concernant le calcul rapide de cette transformée a été publié [AHMED-74], [CHEN-77], [NARASHIMA & PETERSON-78], [CHEN-77], [VAR-87], [CVETKOVIC & PAPOVIC-92], [HOU-87], [CHO & LEE-91]. Ces algorithmes peuvent être classifiés suivant leurs méthodes d'approches dans l'une de ces catégories :

- 1- Calcul indirect [AHMED-74], [NARASHIMA & PETERSON-78]
- 2- Factorisation directe [CHEN-77]
- 3- Calcul récursif [HOU-87], [LI-91], [CVETKOVIC & PAPOVIC-92]

La F.F.T. est utilisé en général dans le calcul indirect. Pour la factorisation directe on a proposé un algorithme [CHEN-77] mais qui, signalons le, n'est pas simple en matière d'implémentation. Pour les méthodes utilisant le calcul récursif, la simplicité de l'implémentation de ce genre d'algorithmes et les performances obtenues par Hou [HOU-87] les rendent très recommandées.

Définition et exemple

Par définition la D.C.T. [AHMED-74] d'une séquence donnée $\{ x_n ; n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \}$ est une séquence transformée $\{ z_k ; k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \}$ donnée par la relation suivante :

$$z_k(N, x) = \frac{2\epsilon_k}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cos\left(\pi \frac{(2n+1)k}{N}\right) \quad \text{pour } k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (\text{B-1})$$

$$\varepsilon_k = \begin{cases} 1/\sqrt{2} & \text{pour } k = 0 \\ 1 & \text{pour } k \neq 0 \end{cases}$$

fecte, donc, que l'amplitude continue z_0 , nous prendrons dans ce qui suit $\varepsilon_k = 1$ qui sera ensuite multiplié par $(1/\sqrt{2})$.

C.T. définie en (B-1) peut être ré-écrite sous forme matricielle :

$$Z = \frac{2}{N} T(N) X \quad (\text{B-2})$$

et Z sont respectivement deux vecteurs colonnes, la séquence à transformer et la séquence transformée arrangées dans l'ordre naturel, $T(N)$ désigne la matrice d'ordre N . Pour la clarté de cet exposé le facteur $(2/N)$ sera omis et n'apparaîtra qu'à

le

Pour $N=2$

$$\begin{vmatrix} z_0 \\ z_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ \alpha & -\alpha \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_0 \\ x_1 \end{vmatrix} \quad (\text{B-3})$$

$$\alpha = (1/\sqrt{2})$$

ur $N = 4$

$$\begin{vmatrix} z_0 \\ z_2 \\ z_1 \\ z_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & | & 1 & 1 \\ \alpha & -\alpha & | & \alpha & -\alpha \\ \hline \beta & -\delta & | & -\beta & \delta \\ \delta & \beta & | & -\delta & -\beta \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_0 \\ x_2 \\ x_1 \\ x_3 \end{vmatrix} \quad (\text{B-4})$$

$$\alpha = 1/\sqrt{2} \quad ; \quad \beta = \cos(\pi/8) \quad ; \quad \delta = \sin(\pi/8)$$

pour $N = 8$

$$\begin{array}{c|cccc|cccc|c}
 z_0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & x_0 \\
 z_4 & \alpha & -\alpha & \alpha & -\alpha & \alpha & -\alpha & \alpha & -\alpha & x_2 \\
 z_2 & \beta & -\delta & -\beta & \delta & \beta & -\delta & -\beta & \delta & x_4 \\
 z_6 & \delta & \beta & -\delta & -\beta & \delta & \beta & -\delta & -\beta & x_6 \\
 \hline
 z_1 & \lambda & \mu & -\gamma & -\varepsilon & -\lambda & -\mu & \gamma & \varepsilon & x_7 \\
 z_5 & \mu & \gamma & -\varepsilon & \lambda & -\mu & -\gamma & \varepsilon & -\lambda & x_5 \\
 z_3 & \varepsilon & -\lambda & \mu & \gamma & -\varepsilon & \lambda & -\mu & -\gamma & x_3 \\
 z_7 & \gamma & \varepsilon & \lambda & \mu & -\gamma & -\varepsilon & -\lambda & -\mu & x_1
 \end{array} = \text{(B-5)}$$

$$\lambda = \cos(\pi/16) \quad \varepsilon = \cos(3\pi/16)$$

$$\mu = \sin(3\pi/16) \quad \gamma = \sin(\pi/16)$$

à partir de ces résultats on peut observer la propriété de récursivité de la matrice D.C.T.

$$\hat{T}(N) = \begin{array}{|cc|}
 \hat{T}(N/2) & \hat{T}(N/2) \\
 \hat{D}(N/2) & -\hat{D}(N/2)
 \end{array} \quad \text{(B-6)}$$

est la matrice T avec quelques permutations de lignes et de colonnes.

Propriétés de la D.C.T.

Après avoir vu les propriétés de la D.C.T. pour des ordres faibles, nous considérons maintenant ce qui suit ses propriétés générales.

Proposition 1

La D.C.T. peut être convertie en une transformée de Fourier.

Preuve :

Basé sur le travail de [HOU-87], on peut écrire :

$$z_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cos\left(\theta_k + \frac{2\pi kn}{N}\right) \quad (\text{B-7})$$

$$\theta_k = \pi k / (2N) \quad (\text{B-8})$$

$$x_n = x_{2n} \quad \text{pour } n = 0, 1, 2, \dots, (N/2)-1 \quad (\text{B9})$$

$$x_{N-n-1} = x_{2n+1}$$

dire, la séquence X_n a été l'objet d'un réarrangement en concordance avec la suivante :

$$\tilde{X} = P X \quad (\text{B-10})$$

représente la matrice de permutation suivante :

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & - & - & - & - & - & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & - & - & - & - & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & - & - & 0 \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ 0 & - & - & - & - & - & - & 1 & 0 \\ 0 & - & - & - & - & - & - & 0 & 1 \\ 0 & - & - & - & - & 0 & 1 & 0 & 0 \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ 0 & 1 & 0 & - & - & - & - & - & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B-11})$$

Proposition 2

La matrice de transformation peut être partitionnée en quatre blocs, pour les composantes paires de la séquence X_n , les blocs gauches sont égaux, par contre pour les composantes impaires de la séquence, les blocs droit et gauche sont de signe opposés.

Preuve

Déterminons le noyau de la D.C.T. Donné en (B-7) :

$$\tilde{t}_{kn} = \cos\left(\theta_k + \frac{2\pi kn}{N}\right)$$

$$\tilde{t}_{kn} = \cos(\theta_k) \cos\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) - \sin(\theta_k) \sin\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) \quad (\text{B-12})$$

$$k = 0, \dots, N-1$$

$$n = 0, \dots, N-1$$

divisant l'intervalle de présence de n en 2 sous intervalles :

$$n' : \left(0, \frac{N}{2} - 1\right)$$

et

$$n'' = n' + (N/2) : \left(\frac{N}{2}, N-1\right)$$

dans le premier intervalle :

$$\tilde{t}_{kn'} = \cos(\theta_k) \cos\left(\frac{2\pi kn'}{N}\right) - \sin(\theta_k) \sin\left(\frac{2\pi kn'}{N}\right)$$

dans le second intervalle :

$$\begin{aligned} \tilde{t}_{kn''} &= \cos(\theta_k) \cos\left(\frac{2\pi kn''}{N}\right) - \sin(\theta_k) \sin\left(\frac{2\pi kn''}{N}\right) \\ &= \cos(\theta_k) \cos\left(\frac{2\pi k(n'+N/2)}{N}\right) - \sin(\theta_k) \sin\left(\frac{2\pi k(n'+N/2)}{N}\right) \\ &= \cos(\theta_k) \cos\left(\pi k + \frac{2\pi kn'}{N}\right) - \sin(\theta_k) \sin\left(\pi k + \frac{2\pi kn'}{N}\right) \end{aligned}$$

alors :

$$\tilde{t}_{kn''} = \cos(\theta_k) \cos\left(\frac{2\pi kn'}{N}\right) - \sin(\theta_k) \sin\left(\frac{2\pi kn'}{N}\right) \quad \text{pour } k \text{ paire}$$

$$\tilde{t}_{kn''} = -\cos(\theta_k) \cos\left(\frac{2\pi kn'}{N}\right) + \sin(\theta_k) \sin\left(\frac{2\pi kn'}{N}\right) \quad \text{pour } k \text{ impaire}$$

donc d'après ce qui précède, on peut écrire :

$$\text{pour } n' : \left(0, (N/2)-1\right) \quad \text{et} \quad n'' : \left(N/2, N-1\right)$$

$$\tilde{t}_{kn}'' = \tilde{t}_{kn}' \quad \text{pour } k \text{ paire entre } (0 \text{ et } N-2) \quad (\text{B-13a})$$

$$\tilde{t}_{kn}'' = -\tilde{t}_{kn}' \quad \text{pour } k \text{ impaire entre } (1 \text{ et } N-1) \quad (\text{B-13b})$$

Compte tenue de cette propriété, on peut diviser la matrice DCT en deux blocs.

Les éléments paires dans la demie-matrice gauche sont égaux aux éléments correspondants dans la demie matrice droite et les éléments impaires dans la demie-matrice gauche sont de signe opposé à ceux se trouvant dans la demie matrice droite.

Alors on peut rassembler les éléments d'ordres paires de la matrice DCT dans la partie supérieur et ceux dont l'ordre est impaire dans la partie inférieure. La matrice aura par conséquent, la forme suivante:

$$\tilde{T}(N) = \begin{vmatrix} \tilde{E}(N/2) & \tilde{E}(N/2) \\ \tilde{D}(N/2) & -\tilde{D}(N/2) \end{vmatrix} \quad (\text{B-14})$$

où \tilde{E} et \tilde{D} sont deux matrices carrée de $(N/2) \times (N/2)$ et seront définie dans la section B.4. La séquence Z de sortie sera alors : $Z = [z_0, z_2, \dots, z_{N-2}, z_1, z_3, z_5, \dots, z_{N-1}]^T$ et la séquence d'entrée est comme définie en (B-10).

B.3.3. Proposition 3

La moitié supérieure de la matrice de transformation D.C.T. d'ordre N correspond à deux matrices de transformations D.C.T. d'ordre $(N/2)$ chacune.

Preuve

soit $k = 2m$ pour $m = 0, 1, 2, \dots, M-1$ où $M = (N/2)$

et $\theta_m = \frac{m\pi}{2M}$

alors l'élément dans le quadrant supérieur gauche de la matrice D.C.T. $N \times N$ est :

$$\begin{aligned} & \cos(\theta_k) \cos\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) - \sin(\theta_m) \sin\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) \\ &= \cos(\theta_m) \cos\left(\frac{2\pi mn}{M}\right) - \sin(\theta_m) \sin\left(\frac{2\pi mn}{M}\right) \end{aligned}$$

qui est le même élément dans la matrice de dimension $M \times M$ donc : $\tilde{E}(N/2) = \tilde{T}(N/2)$

B.4. L'Algorithme rapide récursif

Maintenant on essayera de dériver une relation entre T et D dans (B-6). Ecrivons d'abord le noyau D.C.T. dans (B-12) :

$$\tilde{t}_{kn} = \cos(k \phi_n) \quad (\text{B-15})$$

$$\text{où } \phi_n = (n + \frac{1}{4})\left(\frac{2\pi}{N}\right) \quad \text{pour } n = 0, 1, 2, \dots, (N-1)$$

dans (B-14) pour $M = \frac{N}{2}$ on a :

$$\tilde{E}(M) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \cos(2\phi_0) & \cos(2\phi_1) & \dots & \cos(2\phi_{M-1}) \\ - & - & \dots & - \\ - & - & \dots & - \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ - & - & \dots & - \\ - & - & \dots & - \\ \cos((N-2)\phi_0) & \cos((N-2)\phi_1) & \dots & \cos((N-2)\phi_{M-1}) \end{vmatrix} \quad \begin{array}{l} E(M) \text{ concerne} \\ \text{les } k \text{ paires.} \end{array}$$

$$\tilde{D}(M) = \begin{vmatrix} \cos(\phi_0) & \cos(\phi_1) & - & - & \cos(\phi_{M-1}) \\ \cos(3\phi_0) & \cos(3\phi_1) & - & - & \cos(3\phi_{M-1}) \\ - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - \\ \cos((N-1)\phi_0) & \cos((N-1)\phi_1) & - & - & \cos((N-1)\phi_{M-1}) \end{vmatrix} \quad \begin{array}{l} D(M) \text{ concerne} \\ \text{les } k \text{ impaires.} \end{array}$$

en utilisant l'identité suivante :

$$\cos((2k+1)\phi_m) = 2\cos(2k\phi_m)\cos(\phi_m) - \cos((2k-1)\phi_m) \quad (**)$$

on obtient :

$$\hat{D}(M) = L \tilde{E}(M) \text{diag}(\cos(\phi_m)) \quad m = 0, 1, 2, \dots, (M-1) \quad (\text{B-16})$$

où L est une matrice triangulaire inférieure définie ainsi :

$$L = \begin{vmatrix} 1 & 0 & - & - & - & - & - & - & 0 \\ -1 & 2 & 0 & - & - & - & - & - & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 0 & - & - & - & - & 0 \\ -1 & 2 & -2 & 2 & 0 & - & - & - & 0 \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ -1 & 2 & -2 & & & & & & 2 \end{vmatrix} \quad (\text{B-17})$$

en utilisant (B-14), la D.C.T. devient :

$$\begin{vmatrix} z_e \\ z_o \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \tilde{E}(M) & \tilde{E}(M) \\ \tilde{D}(M) & -\tilde{D}(M) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \tilde{x}_p \\ \tilde{x}_r \end{vmatrix} \quad (\text{B-18})$$

où

$$x_p = [x_0 \ x_2 \ \dots \ x_{N-2}]^T$$

$$x_r = [x_{N-1} \ x_{N-3} \ \dots \ x_1]^T$$

$$z_e = [z_0 \ z_2 \ \dots \ z_{N-2}]^T$$

$$z_o = [z_1 \ z_3 \ \dots \ z_{N-1}]^T$$

Pour formuler l'algorithme de la D.C.T. on arrange d'abord les indexes de z_e et z_o par inversion de bits dans la forme (B-6) :

$$\hat{z}_e = R z_e \quad \text{et} \quad \hat{z}_o = R z_o$$

où R est la matrice de permutation pour un réarrangement par inversion de bits, en appliquant ce réarrangement et en utilisant la propriété de la proposition 3 on obtient d'après (B-18) :

$$\begin{vmatrix} \hat{z}_e \\ \hat{z}_o \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \hat{T}(M) & \hat{T}(M) \\ \hat{D}(M) & -\hat{D}(M) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \tilde{x}_p \\ \tilde{x}_r \end{vmatrix} \quad (\text{B-19})$$

on a vue par (B-16) que :

$$\hat{T}(M) = R \tilde{E}(M)$$

et

$$\hat{D}(M) = R L \tilde{E}(M) \text{diag}(\cos(\phi_m)) \quad \text{pour } m = 0, 1, 2, \dots, (M-1)$$

l'algorithme récursif pour le calcul de la D.C.T. est alors donné par (B-19) comme :

$$\begin{pmatrix} \hat{z}_e \\ \hat{z}_o \end{pmatrix} = \frac{2}{N} \begin{pmatrix} \hat{T}(\frac{N}{2}) & \hat{T}(\frac{N}{2}) \\ K \hat{T}(\frac{N}{2}) Q & -K \hat{T}(\frac{N}{2}) Q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{x}_p \\ \tilde{x}_r \end{pmatrix} \quad (\text{B-20})$$

où $K = R L R^T$ (B-21)

et

$$Q = \text{diag}[\cos(\phi_m)] \quad \text{pour } m = 0, 1, 2, \dots, \frac{N}{2}-1 \quad (\text{B-22})$$

et puisque R est symétrique alors $R = R^T$ donc : $K = R L R$ (B-23)

les éléments de K sont : 0, (+/-)1, (+/-)2 donc seulement les opérations d'additions de soustractions et de décalages sont nécessaires dans l'utilisation de K comme matrice multiplicative.

La figure A-1 représente le graphe général de la transformation D.C.T.

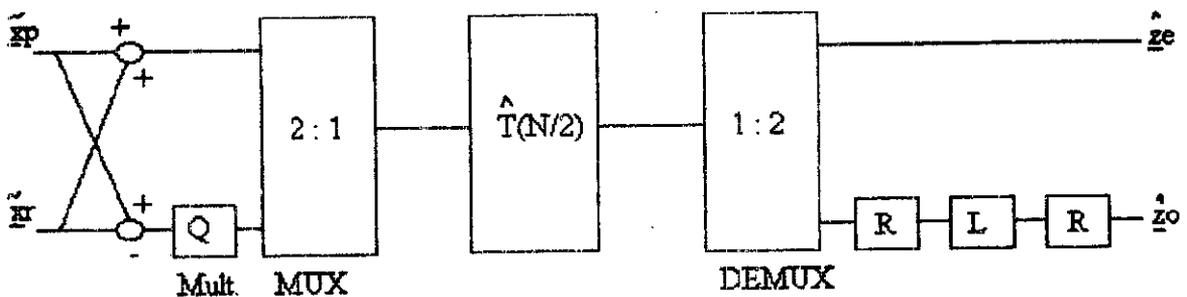
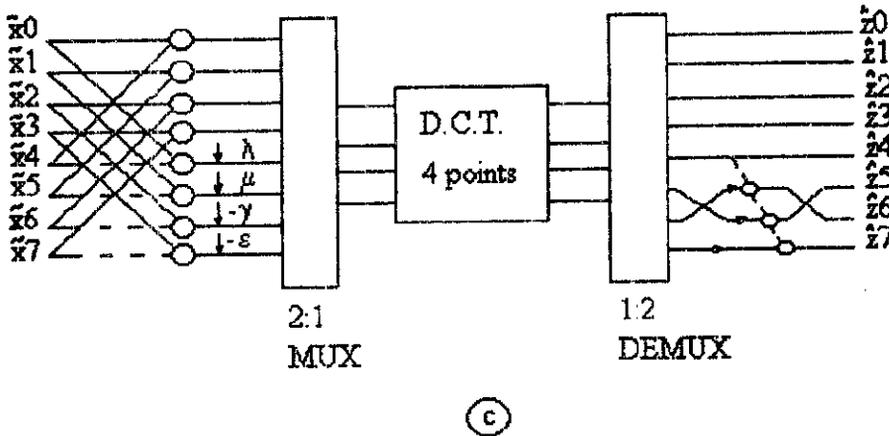
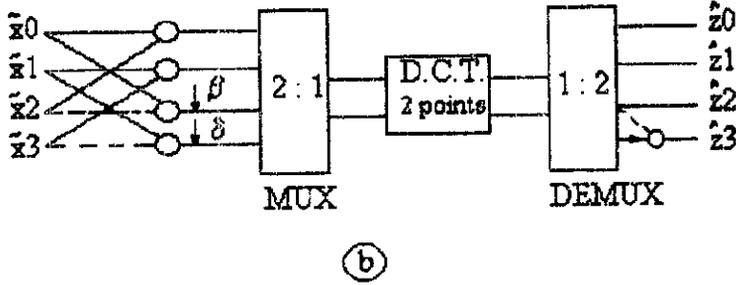
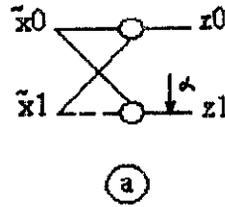


fig A-1 graphe général de la transformation rapide D.C.T.

exemple



a) $N = 2$

b) $N = 4$

c) $N = 8$

- O : représente un additionnaire.
- - - - : représente un transfert avec un facteur multiplicatif (-1)
- ↓ : multiplieur.
- - : Décalage (multiplication par 2).

B.5 Performances de l'algorithmme

Les algorithmmes de calcul rapide de la D.C.T. sont comparés ici ; on comparera trois algorithmmes : l'un utilisant la F.F.T. [NARASHIMA & PETERSON-78], le second

s'appuie sur la factorisation de Chen [CHEN-77] et le dernier celui qu'on a présenté dans cette annexe [HOU-87].

Tableau B-1 Efficacité en nombre d'opérations.
(N.A. = nombre d'additions, N.B. = nombre de multiplications)

N	Calcul direct		Utilisation de la F.F.T. [NARASHIMA & PETERSON-78]		Factorisation directe [CHEN-77]		Calcul récursif [HOU-87]	
	N.A.	N.M.	N.A.	N.M.	N.A.	N.M.	N.A.	N.M.
2	4	4	8	8	2	3	2	1
4	16	16	28	24	8	6	9	4
8	64	64	80	64	26	16	29	12
16	256	256	208	160	74	44	81	32
32	1024	1024	512	384	194	116	209	80
64	4096	4096	1216	896	482	292	513	192

Nous pouvons remarquer que cet algorithme est simple à implémenter et donne des performances en temps de calcul appréciables ce qui rend son utilisation plus recommandée.

Annexe C

Théorie du codage entropique

C.1. Introduction

Soit une source discrète S pouvant générer d'une manière aléatoire N symboles distincts S_i .

Par définition l'entropie de la source S est :

$$H(S) = - \sum_{i=1}^N (p_i \log(p_i)) \quad \text{bits/symbole}$$

où $p_i = p(S = S_i)$

et

$\log()$ désigne le logarithme à base de 2.

L'entropie $H(S)$ est maximale pour $p_i = \frac{1}{N}$ ($i=1,2,\dots,N$) ; cela signifie que lorsque la source est équiprobable son entropie est maximale $H(S) = H_{\max} = \log_2(N)$ et de ce fait on a en général

$$H(S) \leq H_{\max} = \log_2(N)$$

L'entropie de la source S traduit la quantité d'information moyenne nécessaire pour représenter un symbole S_i .

Coder un signal S sans perte d'information, c'est définir une loi de codage qui lui associe une suite binaire b et une loi de décodage qui associe à toute suite binaire b le même signal S .

C.2. Codes à décodage unique

Soit une source discrète S , sans mémoire, générant des symboles pris sur un ensemble $\{S_i\}$:

$$\{S_i\} = \{S_1, S_2, S_3, \dots, S_N\}$$

et dont les probabilités sont:

$$\{P_i\} = \{P_1, P_2, P_3, \dots, P_N\}$$

et soit :

$$\{X\} = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_D\}$$

l'alphabet fini du code. Avec les lettres x_i on peut former un nombre N de mots-codes c_i

$$\{C\} = \{c_1, c_2, c_3, \dots, c_N\}$$

Ces mots-codes sont des successions finies de lettres de l'alphabet $\{X\}$, le codage est l'opération qui consiste à établir une correspondance biunivoque entre les symboles $s_k \in S$ et les mots $c_k \in C$. La totalité des mots c_k constitue un code.

Si pour chaque succession de mots correspond une seule succession de lettres de la source dans ce cas, le code s'appelle à décodage unique [SPATARU-87].

C.2.1. Codes instantanées

Au fur et à mesure que l'on réceptionne la succession de lettres de l'alphabet du code, on peut déterminer les mots du code sans se rapporter aux lettres suivantes, un tel code est instantané.

- Préfixe

Soit $c_i = x_{i1}x_{i2}\dots x_{im}$ un mot du vocabulaire d'un code. La suite de lettre $x_{i1}x_{i2}\dots x_{ik}$ avec $k < m$ s'appelle préfixe du mot c_i . Une condition nécessaire et suffisante pour qu'un code soit instantané est qu'aucun mot du code ne soit le préfixe d'un autre mot-code.

Remarque : Tout code instantané est à décodage unique mais l'inverse n'est pas vraie.

C.3. Longueur moyenne d'un mot code

Soit une source S caractérisée par l'ensemble des messages :

$$[S] = [s_1 s_2 s_3 \dots s_N]$$

avec les probabilités :

$$[P] = [p(s_1) p(s_2) p(s_3) \dots p(s_N)]$$

Soit les mots-code :

$$[C] = [c_1 c_2 c_3 \dots c_N]$$

qui apparaissent avec les mêmes probabilités que les messages de la source :

$$[P_c] = [P] = [p_1 p_2 p_3 \dots p_N]$$

où $p_i = p(s_i)$

Les longueurs des mots-code sont :

$$[L] = [l_1 l_2 l_3 \dots l_N]$$

où l_i est égal au nombre de lettres de l'alphabet du code qui composent le mot c_i
l'alphabet du code est : $[X] = [x_1 x_2 x_3 \dots x_D]$
l'entropie de la source est :

$$H(S) = H(C) = - \sum_{i=1}^N (p(s_i) \log(p(s_i)))$$

où $H(C)$ est l'entropie des mots-code $[C]$.
l'entropie de l'alphabet du code $[X]$ est :

$$H(X) = - \sum_{i=1}^D (p(x_i) \log(p(x_i)))$$

L'information moyenne par mot-code est donnée par le produit du nombre moyen par lettre, L et de l'information moyenne par lettre, $H(X)$, c'est-à-dire

$$H(S) = H(C) = L H(X) \quad (\text{£})$$

la valeur maximale de l'entropie s'obtient lorsque les probabilités $p(x_i)$ sont égales; à savoir lorsque : $p(x_1) = p(x_2) = p(x_3) = \dots = p(x_D) = \frac{1}{D}$

donc : $H(X) \leq \log(D)$

compte tenue de cette inégalité, la relation (£) devient :

$$H(S) = H(C) = L H(X) \leq L \log(D)$$

d'où:

$$L \geq \frac{H(S)}{\log(D)} = L_{\min}$$

Dans le cas binaire où $D = 2$ alors $L \geq H(S) = L_{\min}$
La longueur moyenne L d'un mot-code a une limite inférieure égale à l'entropie de la source divisée par la valeur maximale de l'entropie de l'alphabet du code.