

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE  
DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE  
BIBLIOTHEQUE - المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

## **THESE**

Présentée au

Département de Génie Electrique  
en vue de l'obtention du

### **Grade de MAGISTER**

EN ELECTROTECHNIQUE  
Option : MACHINES ELECTRIQUES

PAR

**M. TOUATI Saïd**

Ingénieur d'Etat en Electrotechnique  
du Centre universitaire de BEJAIA

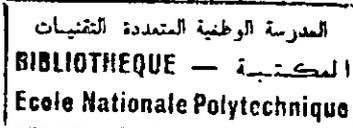
## **THEME**

**CALCUL D'UNE MACHINE SYNCHRONE A  
AIMANTATION TOURNANTE EN UTILISANT UNE  
METHODE DES EQUATIONS INTEGRALES DE  
FRONTIERE**

Soutenue publiquement le /12/1996 devant le jury d'examen composé de

MM	S. Rechak	Professeur à l'ENP	Président
	R. Ibtouen	Maître de conférences à l'ENP	Rapporteur
	S. Mekhtoub	Chargé de cours à l'ENP	Rapporteur
	O. Touhami	Maître de conférences à l'ENP	Examineur
	A. Mekhaldi	Chargé de cours à l'ENP	Examineur
	S. Tahi	Chargé de cours à l'USTHB	Examineur

## AVANT-PROPOS



Le travail présenté dans ce mémoire a été réalisé au sein du Laboratoire des Machines Electriques de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger.

A Messieurs R. IBTIOUEN, Maître de conférence à l'Ecole Nationale Polytechnique et S. MEKHTOUB, Chargé de cours à l'Ecole Nationale Polytechnique, je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance pour la confiance qu'ils m'ont témoigné en assurant la direction scientifique de mes travaux. Je ne saurai les remercier assez pour leur suivi attentif tout au long de notre travail, pour leurs critiques constructives et leurs conseils judicieux.

Je voudrais aussi remercier très sincèrement M. O. TOUHAMI, Maître de conférence à l'Ecole Nationale Polytechnique, pour ses précieuses critiques et remarques et pour avoir accepté de faire partie de l'honorable jury.

Je tiens à exprimer ma vive gratitude à Messieurs A. MEKHALDI, Chargé de cours à l'Ecole Nationale Polytechnique et S. TAHI, Chargé de cours à l'Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumedienne, pour l'intérêt qu'ils ont bien voulu porter à mon travail en acceptant de le juger.

Pour terminer, j'associe volontiers à ces remerciements tous mes collègues et amis, particulièrement les post-graduants du département de génie électrique: MM. LOUDINI Malik, NAIT SEGHIR Amirouche, NESBA Ali, pour la précieuse aide qu'ils m'ont prodiguée, pour leur soutien moral et pour l'ambiance agréable qu'ils ont su créer autour de moi.

Je ne manquerais pas d'adresser mes remerciements à tout le personnel de la Bibliothèque et notamment le service des Périodiques pour leur aide et pour leur sympathie.

*Je dédie cette Thèse à toute ma famille.  
Votre générosité, amour et compréhension  
ont été déterminants pour ma réussite.  
Je vous serais éternellement reconnaissant.*

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

# ***TABLE DES MATIERES***

**INTRODUCTION GENERALE** . . . . . 1

**CHAPITRE I GENERALITES SUR LES MACHINES SYNCHRONES A POLES LISSES  
A AIMANTS PERMANENTS**

I.1 INTRODUCTION . . . . . 3

I.2 AIMANTS PERMANENTS . . . . . 3

    I.2.1 Rappels des propriétés magnétiques à l'échelle macroscopique  
    des matériaux . . . . . 3

    I.2.2 Aimants permanents . . . . . 6

    I.2.3 Caractéristiques des aimants . . . . . 6

    I.2.4 Excitation par aimants permanents . . . . . 10

I.3 DIFFERENTES STRUCTURES ROTORIQUES DES MACHINES  
SYNCHRONES A AIMANTS PERMANENTS . . . . . 12

    I.3.1 Structures sans pièces polaires. . . . . 12

    I.3.2 Structures avec pièces polaires. . . . . 14

I.4 ONDULATIONS DU COUPLE . . . . . 18

I.5 CONCLUSION . . . . . 20

**CHAPITRE II      METODE GENERALEMENT UTILISEES POUR DETERMINER LA  
DISTRIBUTION DU CHAMP ELECTROMAGNETIQUE**

II.1 INTRODUCTION . . . . . 21

II.2 EQUATIONS DE DIFFUSION DU CHAMP ELCTORMAGNETIQUE  
DANS LES PROBLEMES D'ELECTROTECHNIQUE . . . . . 21

II.3 PRINCIPE DE LA METHODE ANALYTIQUE PAR SEPARATION  
DES VARIABLES . . . . . 24

II.4 PRINCIPE DE LA METHODE DES DIFFERENCES FINIES . . . . . 25

II.5 PRINCIPE DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS . . . . . 29

II.6 COMPARAISONS ENTRE LES DIFFERENTES METHODES . . . . . 33

II.7 CONCLUSION . . . . . 33

<b>CHAPITRE III</b>		<b>CALCUL D'UNE MACHINE SYNCHRONE A POLES LISSES A AIMANTATION TOURNANTE</b>	
III.1	INTRODUCTION . . . . .		34
III.2	STRUCTURE DE LA MACHINE A AIMANTATION TOURNANTE A POLES LISSES . . . . .		36
III.3	MODELE D'ETUDE . . . . .		37
III.4	METHODE DE RESOLUTION ANALYTIQUE . . . . .		41
III.4.1	Potentiel vecteur créé par l'aimantation tournante . . . . .		41
III.4.2	Potentiel vecteur créé par les courants statoriques . . . . .		48
III.4.3	Calcul du couple électromagnétique développé par la structure a aimantation tournante . . . . .		50
III.5	METHODE DE RESOLUTION SEMI-NUMERIQUE . . . . .		52
III.5.1	Equations intégrales basées sur l'identité de Green . . . . .		52
III.5.2	Modèle bidimensionnel de la structure étudiée . . . . .		55
III.5.3	Technique de résolution . . . . .		57
III.6	CONCLUSION . . . . .		61
 <b>CHAPITRE IV</b>		 <b>DETERMINATION DES PERFORMANCES D'UNE MACHINE SYNCHRONE A AIMANTATION TOURNANTE</b>	
IV.1	INTRODUCTION . . . . .		62
IV.2	EXPLOITATION DE LA METHODE ANALYTIQUE . . . . .		63
IV.2.1	Distribution des inductions dues aux aimants . . . . .		63
IV.2.2	Influence des paramètres géométriques du rotor sur les inductions dues aux nombre N barreaux aimantés . . . . .		68
IV.2.2.1	Influence du nombre des barreaux aimantés . . . . .		68
IV.2.2.2	Influence de l'épaisseur des aimants . . . . .		68

IV.2.2.3	Influence de l'épaisseur de la barrière amagnétique . . . . .	69
IV.2.2.4	Influence de l'ouverture des aimants . . . . .	69
IV.2.2.5	Influence de l'épaisseur de l'entrefer mécanique . . . . .	69
IV.2.3	Influences des paramètres de structure sur le couple développé par la machine synchrone à aimantation tournante . . . . .	76
IV.2.4	Ondulations du couple . . . . .	87
IV.2.4.1	Influence de l'épaisseur des aimants . . . . .	87
IV.2.4.2	Influence du nombre N de barreaux aimantés . . . . .	88
IV.2.4.3	Influence de l'ouverture des aimants sur un pas polaire . . . . .	89
IV.3	EXPLOITATION DE LA METHODE SEMI-NUMERIQUE . . . . .	90
IV.3.1	Influence des paramètres géométriques rotorique sur les inductions dues aux N barreaux aimantés . . . . .	90
IV.3.1.1	Influence du nombre N de barreaux aimantés . . . . .	90
IV.3.1.2	Influence de l'épaisseur des barreaux aimantés . . . . .	91
IV.3.1.3	Influence de l'épaisseur de l'entrefer mécanique . . . . .	91
IV.3.2	Couple développé par la structure à aimantation tournante . . . . .	96
IV.3.3	Comparaison des résultats obtenus par la M.E.I.F et par le Code testé [35] . . . . .	98
IV.4	COMPARAISON DES RESULTATS OBTENUS PAR LES DIFFERENTES METHODES . . . . .	100
IV.5	CONCLUSION . . . . .	102
	<b>CONCLUSION GENERALE</b> . . . . .	103

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

# ***INTRODUCTION GENERALE***

L'utilisation des machines électriques machines associées aux convertisseurs statiques fait l'objet d'une évolution rapide grâce au développement de nouvelles structures électromécaniques de conversion d'énergie [1]. L'apparition des matériaux pour aimants permanents performants à base de terres rares a augmenté leur utilisation au niveau des excitation des machines électriques et en particulier au niveau des machines synchrones à collecteur électronique [2,3,4]. En effet, dans de nombreux domaines d'application, les machines synchrones autopilotées remplacent progressivement les machines à courant continu à collecteur mécanique. Ces dernières machines ne peuvent convenir pour les grandes vitesses ni en milieux corrosifs. De plus, le collecteur mécanique relativement fragile nécessite un entretien fréquent [5,6].

Les machines synchrones à aimants sont utilisées lorsqu'on recherche un couple massique et volumique important et une faible inertie [7]. Les inducteurs des machines synchrones à aimants présentent diverses structures. Le choix de ces structures est souvent imposé par des contraintes technico-économiques. Parmi les contraintes techniques, on peut citer les hautes performances, une vitesse élevée, un minimum de pulsations de couple, une consommation énergétique minimale, un encombrement et un poids réduits [8].

Dans notre travail, qui est une suite de celui entrepris par L. Hadjout [3] au sein de notre Laboratoire à l'ENP, nous étudions une structure à rotor lisse à aimantation tournante. Cette dernière est obtenue en agissant sur la direction d'aimantation et donc sur le nombre de barreaux aimantés constituant le pôle. Ce type de machine synchrone développe, en principe, une induction sinusoïdale au niveau de l'entrefer et ainsi son adaptation est réalisée avec une alimentation par des courants sinusoïdaux [9,10,11]. Dans la gamme des fortes puissances, il y'a lieu de signaler que ce type de structure, caractérisée par un entrefer magnétique assez large, peut être favorable pour une commutation naturelle par les tensions induites.

En absence de pièces polaires et afin de maintenir une induction appréciable au niveau de l'entrefer, l'utilisation des aimants performants de type terre rare est nécessaire. En effet, nous utilisons des aimants de type  $N_d F_e B$  qui présentent une caractéristique de désaimantation linéaire.

Notre travail consiste, sous certaines hypothèses compatibles avec l'objectif visé, à proposer et à exploiter des modèles permettant un dimensionnement géométrique préalable rapide et efficace d'une machine synchrone à aimantation tournante en cherchant à obtenir un couple élevé avec un minimum d'ondulations.

Dans le premier chapitre de notre travail, nous exposons les caractéristiques générales des matériaux à aimants permanents utilisés comme inducteurs des machines électriques. Ensuite, nous donnons un classement de différentes structures possibles des inducteurs de machines synchrones.

Dans le deuxième chapitre, nous présentons des modèles électromagnétiques de calcul du potentiel vecteur des machines synchrones à aimants permanents à pôles lisses [3,4,6,9]. Ce sont en particulier les modèles analytiques, basés en particulier sur le principe de séparation des variables et les modèles numériques, utilisant une technique de résolution des équations différentielles à dérivées partielles, il s'agit plus particulièrement de la méthode des éléments finis [13,14] et de la méthode des différences finies [1]. Pour la méthode des équations intégrales de frontières [4,5,12], nous en exploitons un modèle appliqué à la structure étudiée dans notre travail.

Au niveau du troisième chapitre, nous utilisons deux modèles en 2D différents pour déterminer les potentiels vecteurs créés par les différentes sources (aimants et courants). Dans le premier, nous utilisons des solutions analytiques pour le calcul de champ dans la structure à aimantation tournante. Au niveau du deuxième modèle, nous utilisons une méthode des équations intégrales de frontière (M.E.I.F), basée sur l'identité de Green en 2D, associée à une solution analytique.

Enfin le quatrième et dernier chapitre constitue une exploitation des modèles analytique et semi-numérique développés dans le chapitre précédent. En fonction des critères adoptés et définis dans l'objectif ci-dessus, nous recherchons les dimensions optimales du prototype étudié. Nous terminons ce chapitre par une comparaison des résultats obtenus, à l'aide des deux méthodes que nous avons utilisées d'une part entre elles et d'autre part avec ceux issus d'un code numérique de calcul de champ d'usage général et testé référencié "Difimédi".

# ***CHAPITRE - I -***

***GENERALITES SUR LES MACHINES***

***SYNCHRONES A AIMANTS***

***PERMANENTS***

## I.1 INTRODUCTION

L'évolution des matériaux magnétiques a conduit à leur plus large utilisation dans l'industrie moderne et dans les techniques de pointes [15]. Les aimants permanents performants réunissent simultanément deux qualités essentielles:

- la première consiste en une aimantation de l'ordre du Tesla
- la deuxième porte sur une rigidité magnétique permettant ainsi de qualifier l'aimant de véritablement permanent dans des conditions d'utilisation assez sévères, et par conséquent un produit d'énergie  $(-B.H)_{\max}$  disponible assez important [16].

Dans ce chapitre, nous rappelons les éléments essentiels des matériaux magnétiques rencontrés dans la construction des machines électriques. Nous donnons ensuite un classement général de différentes structures de machines synchrones à aimants permanents sachant que notre travail porte sur une structure à pôles lisses. Enfin, nous abordons les différents paramètres susceptibles de minimiser les ondulations du couple électromagnétique.

## I.2 AIMANTS PERMANENTS

### I.2.1 Propriétés magnétiques à l'échelle macroscopique des matériaux

Les propriétés des matériaux magnétiques peuvent être mises en évidence en les soumettant à un champ magnétique extérieur. Le champ résultant peut être, soit légèrement plus faible ou plus élevé que le champ magnétique original, soit beaucoup plus intense. On distingue trois catégories de substances: Diamagnétiques, paramagnétiques et ferromagnétiques [17].

Une substance ferromagnétique placée dans un champ magnétique extérieur ( $H$ ) donne un champ résultant relativement important. En éliminant ce champ extérieur, cette substance conserve une aimantation résiduelle. Il existe une interaction des atomes qui forment des domaines au sein de cette substance. A l'intérieur de chaque domaine, les moments dipolaires magnétiques sont tous orientés dans le même sens, celle-ci

diffère cependant d'un domaine à un autre. Cet alignement est plus important que l'effet contraire du à l'agitation thermique. Cependant, en augmentant la température jusqu'à une valeur critique appelée " Température de Curie ", l'interaction disparaît et la substance ferromagnétique devient paramagnétique.

Les figures I.1.a et I.1.b illustrent le changement de structure macroscopique d'une substance ferromagnétique sous l'effet d'un champ extérieur.

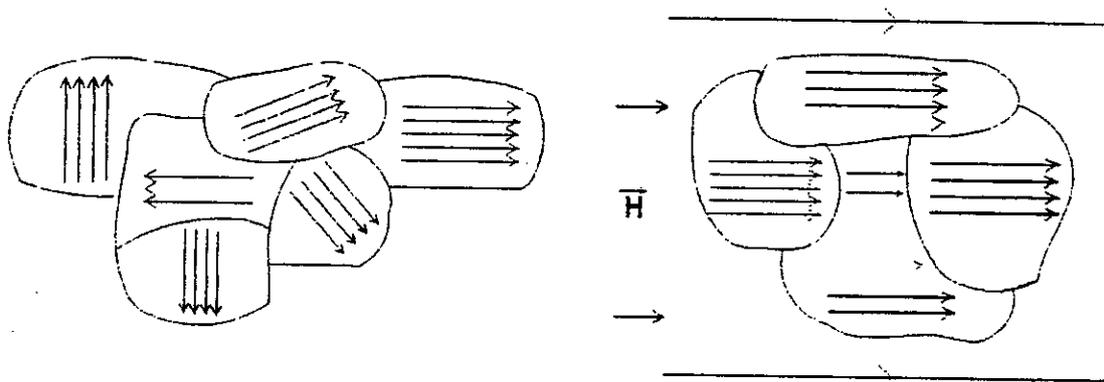


Figure I.1.a et I.1.b Changement de structure d'une substance ferromagnétique

L'effet global est un alignement général des domaines suivant la direction du champ d'excitation magnétique. Tout le matériau peut être assimilé à un grand dipôle magnétique qui produit lui même une aimantation  $\vec{M}$ . L'induction magnétique  $\vec{B}$  et le champ magnétique  $\vec{H}$  sont régis par une relation de type:

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{M} \quad (\text{I.1})$$

L'induction  $\vec{B}$ , est liée au degré d'alignement des domaines et dépend du champ d'excitation magnétique  $\vec{H}$ . Cependant lorsque tous les domaines sont alignés, une augmentation de  $\vec{H}$  ne se traduit pas nécessairement par un accroissement de  $\vec{B}$ , on dit alors que le matériau a atteint la saturation.

Les Figures I.2 a et b représentent respectivement la courbe de première aimantation et de désaimantation d'un matériau ferromagnétique.

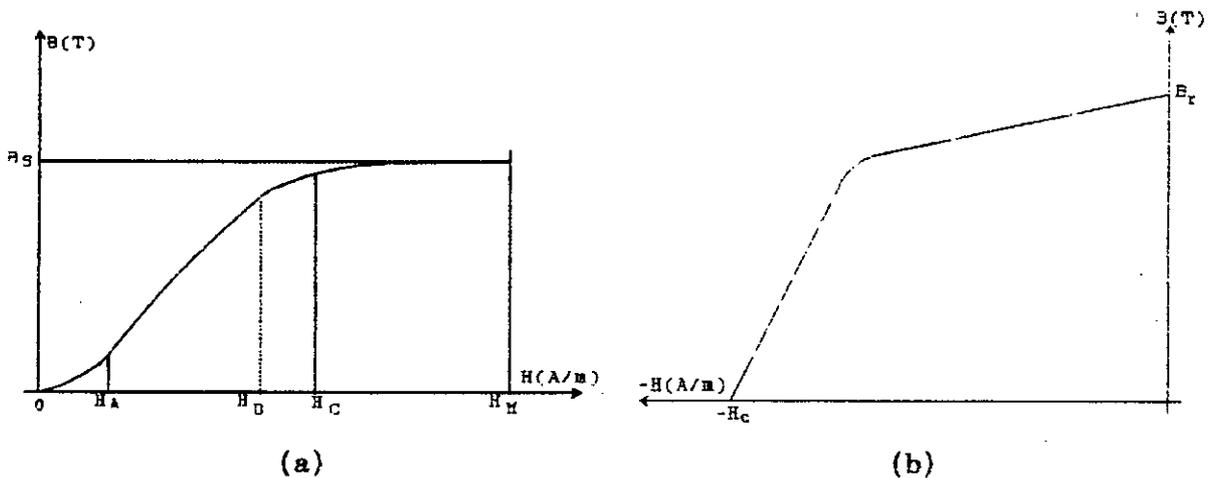


Figure I.2 Courbe de première aimantation (a) et de désaimantation (b).

La Figure I.2.a montre, que pour un champ d'excitation compris entre 0 et  $H_A$ , l'aimantation est réversible. Si on supprime le champ  $H$ , les dipôles magnétiques reprennent leur position initiale. Pour  $H_A < H < H_B$ , l'aimantation est irréversible. Si on augmente d'avantage  $H$  ( $H > H_B$ ), on atteint la saturation. Si l'on diminue  $H$  après l'avoir fait croître jusqu'à  $H_M$ , la courbe de "retour" ne se superpose pas à celle "de l'aller". Pour un champ magnétique  $H$  nul, il existe une induction magnétique rémanente  $B_r$ . Pour l'annuler, il faut appliquer un champ d'excitation de sens contraire appelé Champ Coercitif [ $H_c$ ].

Le cycle d'hystérésis représenté sur la Figure I.3 illustre la variation de l'induction en fonction de la variation du champ d'excitation (alternatif) d'une valeur maximale  $H_M$  à une valeur minimale  $-H_M$  et vice versa.

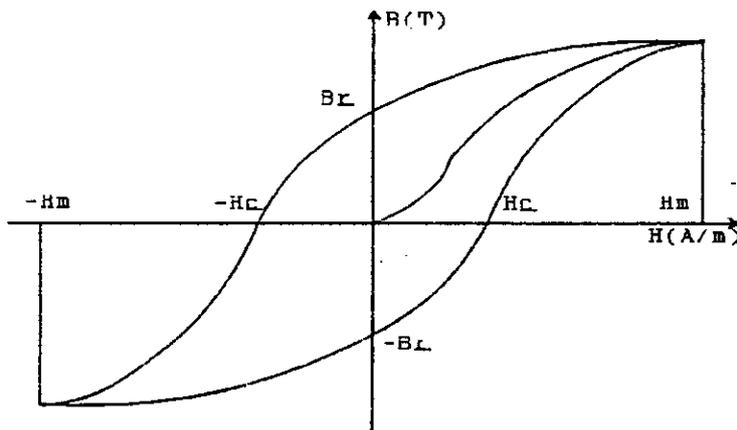


Figure I.3 Cycle d'hystérésis

On peut classer les substances ferromagnétiques en deux grandes catégories :

- les matériaux ferromagnétiques "doux", caractérisés par un faible champ coercitif, une aimantation facilement modifiable, une grande perméabilité et un cycle d'hystérésis étroit.

- Les matériaux ferromagnétiques "durs", caractérisés par un fort champ coercitif, une aimantation difficilement modifiable et un large cycle d'hystérésis. Ce sont des matériaux utilisés pour les aimants permanents.

### I.2.2 Aimants permanents

D'un point de vue magnétique, un aimant permanent est défini par un volume et une aimantation rigide  $\vec{M}$  en tout point de ce volume [7]. L'aimantation rigide, signifie que  $\vec{M}$  ne varie pas, en particulier sous l'action d'un champ magnétique extérieur.

### I.2.3 Caractéristiques des aimants

Jusqu'aux premières décennies du 20<sup>ème</sup> siècle, le seul matériau utilisé industriellement pour la fabrication des aimants est l'acier au Carbone (1 à 1.2 % de C ) [7]. Des additions pouvant atteindre 6% de Tungstène (1880) ou de Chrome (1916) ont permis d'améliorer leur qualité magnétique. Ces aimants sont caractérisés par une induction rémanente ( $B_r$ ) relativement élevée ( environ 1T ), un champ coercitif très faible de 4 à 5 kA.m<sup>-1</sup> et une énergie ne dépassant pas 1.7 kJ.m<sup>-3</sup>.

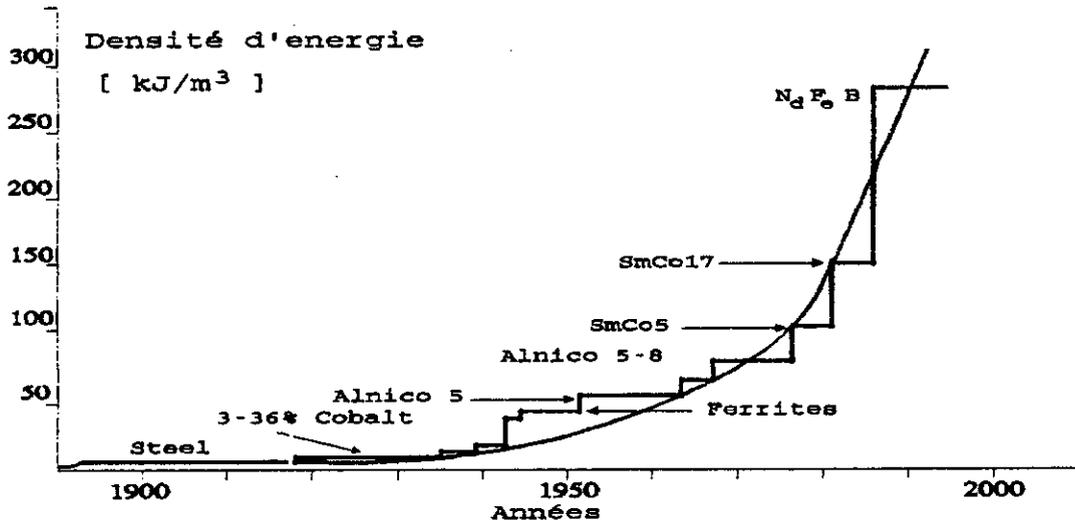


Figure I.4 Evolution dans le temps de la densité d'énergie ( $-BH_{max}$ ) des aimants [8]

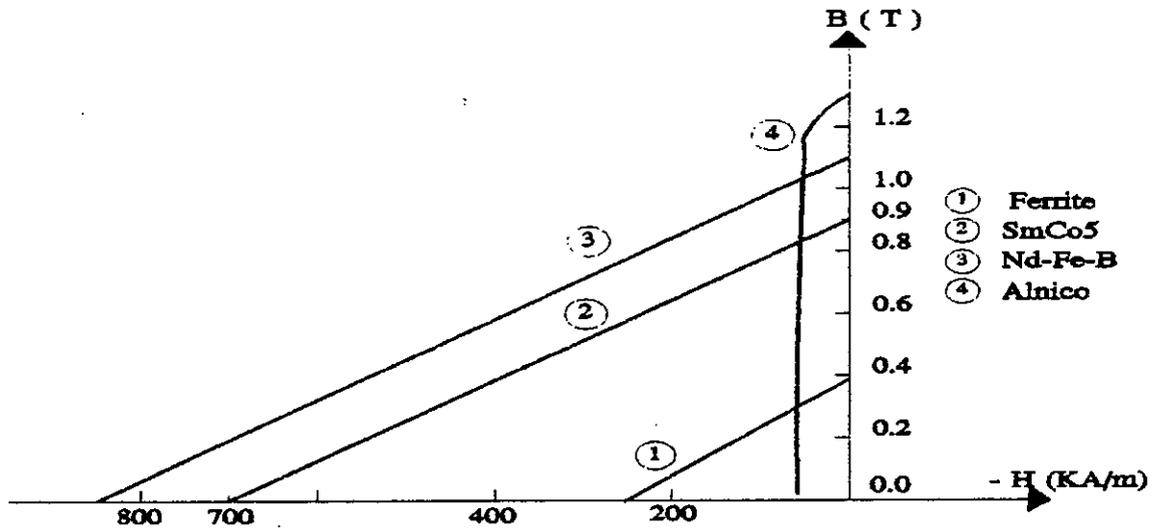


Figure I.5 Caractéristiques magnétiques de certains matériaux à aimants [8]

Actuellement, on classe les matériaux pour aimants en trois grandes familles; les aimants métalliques, les ferrites et les terres rares. Le tableau I.1 représente quelques propriétés magnétiques de ces aimants.

Matériau	$B_r$ (T)	$H_c$ (kA/m)	$(BH_{max})$ (kJ/m <sup>3</sup> )
Alnico	1.280	51	44
Ferrites	0.385	2.35	28
Mn-Al-C	0.56	39	61
SmCo <sub>5</sub>	0.87	637	146
N <sub>45</sub> Fe <sub>77</sub> B <sub>8</sub>	1.23	881	290

Tableau I.1 Propriétés magnétiques de quelques nuances d'aimants permanents [8]

#### a - Les aimants métalliques

Il existe plusieurs aimants de type métallique [7]. Les ALNICO (alliages Aluminium-Nickel-Cobalt) sont les plus importants pour une application dans les machines électriques. Etant durs et fragiles, les ALNICO sont caractérisés par une induction rémanente relativement élevée. Cependant, ils présentent une faible valeur du champ coercitif, rendant ainsi leur utilisation au niveau des machines électriques difficile. En effet, ils nécessitent généralement une réaimantation lors d'un défaut au cours du fonctionnement. Cependant, en ce qui concerne l'effet thermique, la faible variation de leur aimantation vis à vis de la température les rend avantageux par rapport à leurs concurrents (les ferrites).

#### b - Les Ferrites

Les ferrites sont des matériaux frittés. Ils sont très sensibles aux contraintes mécaniques; ce qui pose problème pour leur utilisation dans la construction des rotors des machines électriques. En effet, leur usinage n'est possible qu'à l'aide des meules diamantées. Les ferrites possèdent une induction rémanente faible et une bonne résistance à la désaimantation grâce à leur champ coercitif assez élevé. Leur prix relativement bas leur offre la possibilité d'être utilisées dans diverses applications, principalement dans les équipements automobiles [7,12].

## C - Aimants à bases de terres rares

Les aimants à base de terres rares font partie de la nouvelle génération d'aimants aux propriétés magnétiques supérieures à celles des matériaux utilisés jusqu'alors [33,34]. Ils sont caractérisés par un large cycle d'hystérésis, une aimantation importante (de l'ordre du Tesla) et suffisamment rigide (Perméabilité voisine de celle de l'air), ainsi qu'un champ coercitif élevé. Toutes ces propriétés font qu'ils sont recommandés pour les machines électriques à hautes performances dans la gamme des faibles et des moyennes puissances [21]. Parmi ces matériaux, on peut citer, principalement, ceux du type Samarium-Cobalt et ceux du type Néodyme-Fer-Bore (Tableau I.2).

Aimants permanents	SmCo <sub>5</sub>	Sm <sub>2</sub> Co <sub>17</sub>	NdFeB
Coefficient de stabilité thermique de B <sub>r</sub> $\alpha = -\frac{\Delta B_r}{B_r \Delta T} \quad (K^{-1})$	4.2 10 <sup>-4</sup>	3. 10 <sup>-4</sup>	12. 10 <sup>-4</sup>
Stabilité thermique de H <sub>c</sub> $\beta = -\frac{\Delta H_c}{H_c \Delta T} \quad (K^{-1})$	2. 10 <sup>-3</sup>	2. 10 <sup>-3</sup>	10 <sup>-2</sup>
Température de Curie T <sub>c</sub> (°C)	710	710	310
Température maximale de fonctionnement dans l'air T <sub>max</sub> (°C)	250	350	150

Tableau I.2 Caractéristiques thermiques des aimants terres rares [9]

### c.1 Samarium-Cobalt ( Sm-Co )

Ils sont caractérisés par une induction rémanente assez élevée avec un champ coercitif intense. Leur produit d'énergie important ajouté à leur insensibilité aux variations de la température font qu'ils sont utilisés dans la construction des machines électriques. Néanmoins, leur coût assez élevé par rapport aux ferrites confine ces derniers dans certaines applications spécialisées et dans la technologie de pointe [7].

### c.2 Néodyme Fer Bore ( $N_dF_eB$ )

A partir de 1985, Les aimants à base de  $N_dF_eB$  ont fait une entrée sur le marché mondial des aimants dominé par les Ferrites [6]. Ils ont une induction rémanente et un champ coercitif élevés et par conséquent un produit d'énergie  $(-BH)_{\max}$  élevé à température ambiante. Cependant, des problèmes de stabilité thermique et d'oxydation qui limitent leur emploi [8,9].

## I.2.4 Excitation par aimants permanents

Afin de préciser les particularités d'une excitation par aimants permanents, on compare généralement deux circuits magnétiques élémentaires (Figure I.6). L'un est excité par un aimant de longueur  $l_a$  et d'aimantation  $\vec{M}$ , l'autre par une bobine de section de cuivre (a.b), parcourue par une densité de courant  $J$ . On admet dans les deux cas que la perméabilité des pièces polaires est très importante et que les fuites magnétiques sont négligeables.

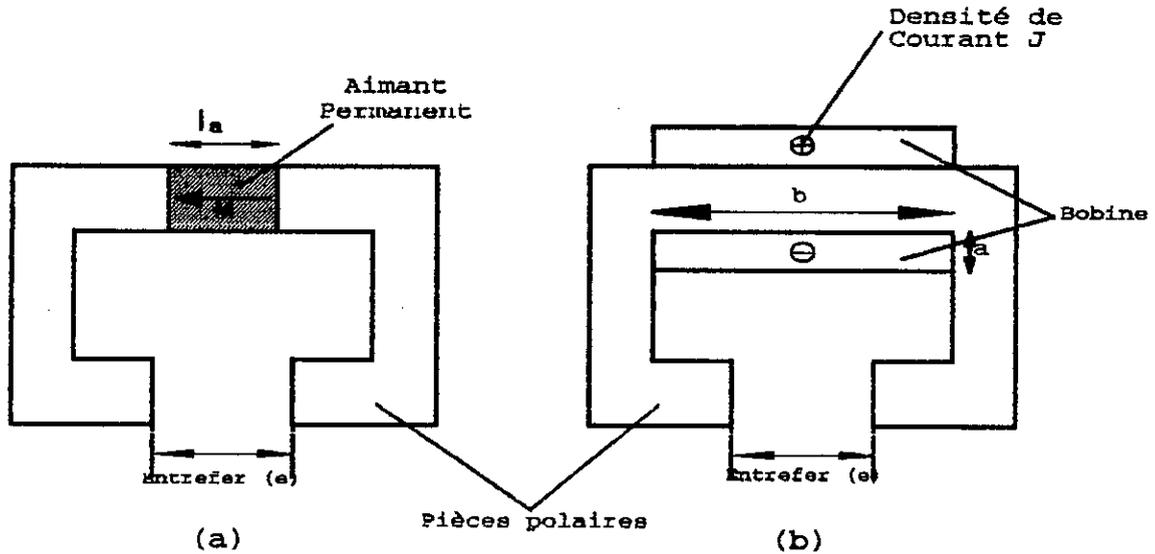


Figure I.6 Comparaison entre deux circuits, l'un excité par un aimant (a) et l'autre par une bobine (b)

L'induction dans les deux circuits est exprimée respectivement par :

$$B_a = \mu \frac{l_a}{(l_a + e)}$$

et

$$B_b = \mu_0 J \frac{a \cdot b}{e}$$

Dans le cas où l'on veut réduire, de façon homothétique, les dimensions des deux circuits, on constate que l'induction dans l'entrefer du circuit avec aimant reste inchangée alors que celle du circuit avec bobine diminue. Pour avoir la même induction dans les deux circuits, on est amené à augmenter la densité de courant, ce qui entraîne un échauffement qui nécessite un surdimensionnement des enroulements. L'excitation par aimants est surtout intéressante pour les machines de faible et de moyenne puissance. Une autre particularité des aimants permanents se résume dans la facilité de leur positionnement et agencement dans les circuits magnétiques des machines électriques, qui permettent d'envisager plusieurs structures dont quelques exemples sont énumérés ci-après. Un autre avantage de l'utilisation des aimants permanents pour la production du flux concerne la suppression des pertes par effet Joule qui sont d'autant plus élevées que la machine est de taille plus réduite [9].

### I.3 DIFFERENTES STRUCTURES ROTORIQUES DES MACHINES SYNCHRONES A AIMANTS PERMANENTS

La littérature consultée donne toute une variété de structures rotoriques de machines synchrones à aimants permanents. On distingue principalement deux grandes catégories:

- Structures sans pièces polaires.
- Structures avec pièces polaires.

#### I.3.1 Structures sans pièces polaires.

L'induction dans l'entrefer est égale à celle des aimants (aux fuites près). Ces derniers sont généralement en forme de "tuiles" directement fixées sur la surface du rotor grâce à des frettes amagnétiques au niveau de l'entrefer. Les performances de ce type de machines peuvent être déterminées par plusieurs paramètres: Le sens d'aimantation, l'épaisseur des aimants, leur ouverture sur un pas polaire, l'épaisseur de l'entrefer, le type d'aimant utilisé, le mode d'alimentation adopté et la densité des courants statoriques [4]. Le sens d'aimantation peut être radial (Figure I.6), azimutale (Figure I.7) ou mixte (Figure I.8).

Les structures à pôles lisses sont caractérisées par un entrefer magnétique assez large accentué par l'épaisseur des aimants et par celle de la frette de maintien. De ce fait, l'inductance statorique est plus faible que celle d'une machine classique à rotor bobiné à pôles lisses. Ainsi, La réaction d'induit est plus réduite, ce qui favorise une commande plus simple [3,4]. De plus, pour une amélioration des performances des machines à aimants, l'utilisation des terres rares est plus recommandée pour les moteurs synchrones à pôles lisses.

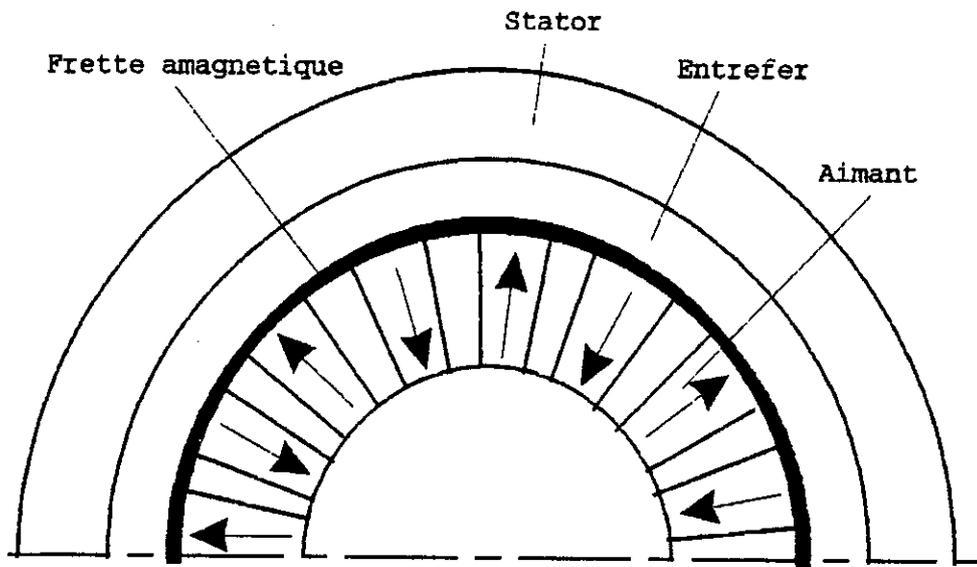


Figure I.6 Inducteur à pôles lisses et à aimantation radiale [18]

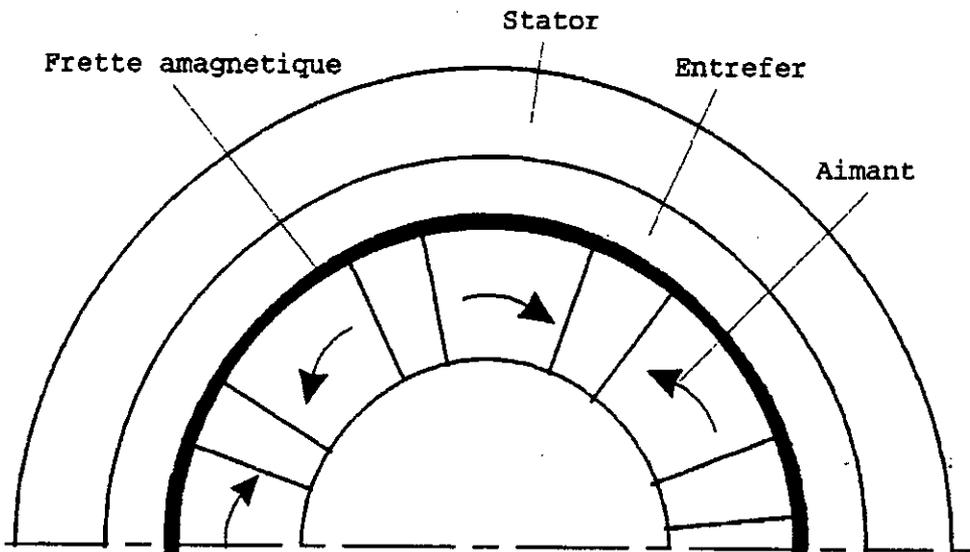


Figure I.7 Inducteur à pôles lisses et à aimantation tangentielle [18]

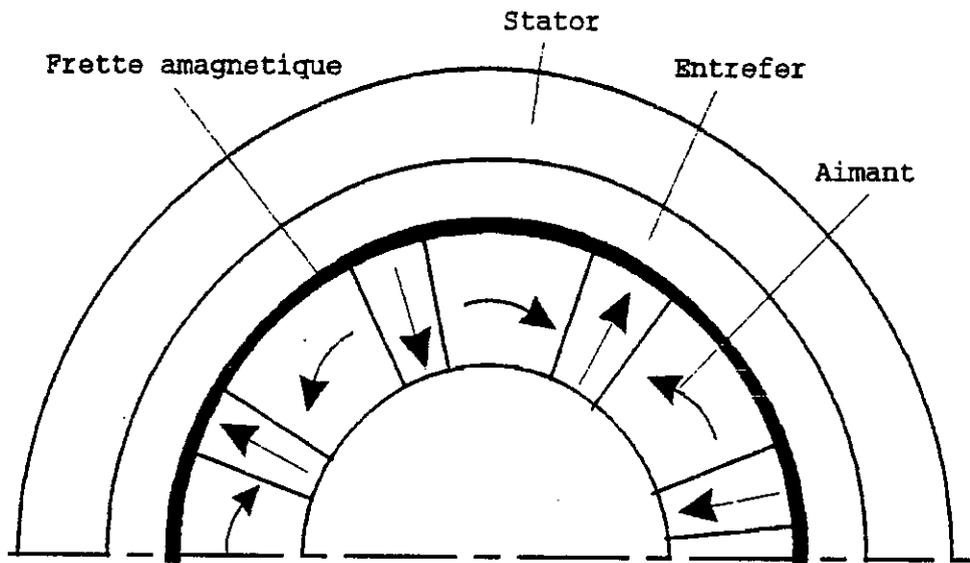


Figure I.8 Inducteur à pôles lisses et à aimantation mixte [18]

### I.3.2 Structures rotoriques avec pièces polaires

La saillance des machines synchrones à aimants permanents permet d'augmenter le couple maximal. Suivant la disposition des aimants par rapport aux pièces polaires, on peut obtenir une concentration de flux au niveau de l'entrefer. Les pièces polaires permettent de réduire de façon significative l'épaisseur équivalente de l'entrefer ainsi que le volume des aimants par rapport aux structures sans pièces polaires. Cependant, dans ce type d'inducteur, la réaction d'induit est relativement plus importante.

#### I.3.2.a Structures avec pièces polaires sans concentration de flux

Généralement, les aimants sont à aimantation radiale et placés sous des pièces polaires (Figure I.9). Le rotor, vu par l'induit, n'est plus lisse. l'inductance statorique n'est plus

constante en fonction de la position du rotor. On définit habituellement deux valeurs extrêmes notées  $L_d$  et  $L_q$ , correspondant respectivement à l'inductance suivant l'axe polaire et à l'inductance suivant l'axe interpolaire.

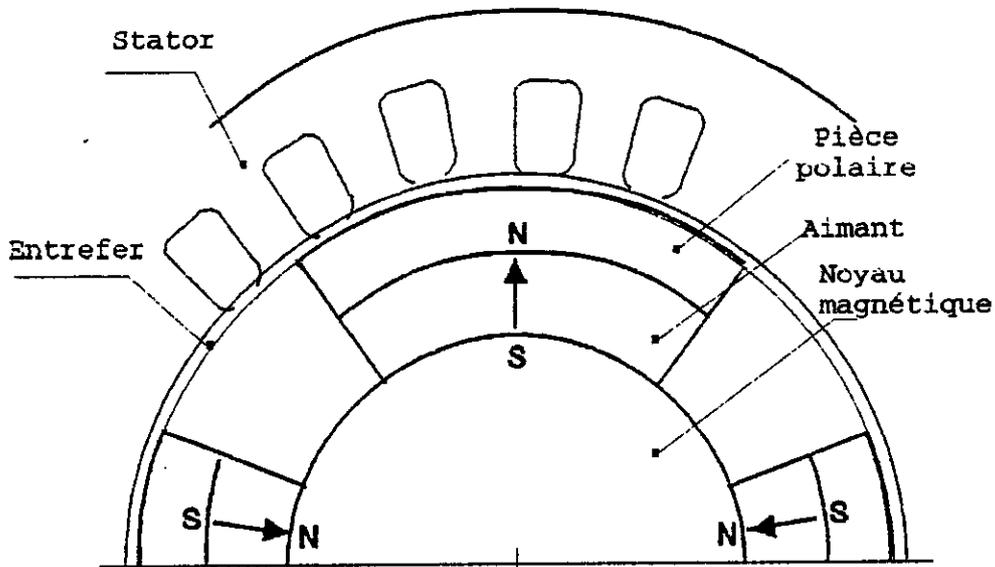


Figure I.9 Inducteur avec pièces polaires et aimantation radiale ; sans concentration de flux [4]

### I.3.2.b Structures avec pièces polaires et concentration de flux

L'induction dans l'entrefer peut être, en raison du caractère conservatif du flux d'induction, plus importante que celle de l'aimant. Ce cas est obtenu lorsque la structure de la machine est telle que la section droite de l'aimant est plus importante que celle du passage du flux inducteur au niveau de l'entrefer. Une telle structure est dite à "concentration de flux". Un exemple est donné à la Figure I.10.

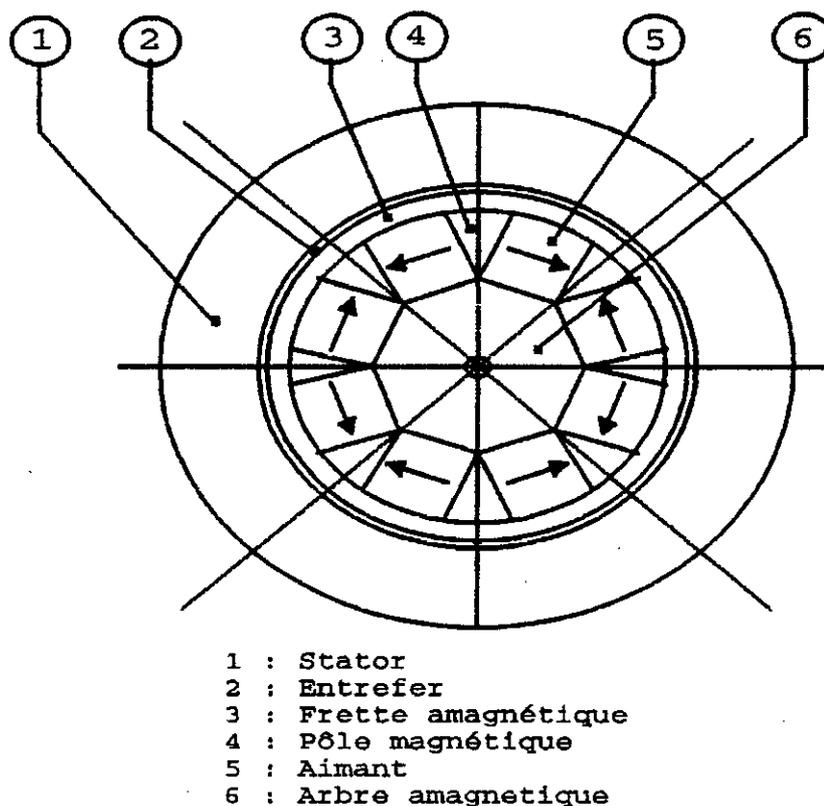


Figure I.10 Inducteur avec pièces polaires et aimantation tangentielle [4]

### I.3.3 Structure à aimants insérés dans l'armature rotorique

Les aimants, à aimantation radiale, sont insérés entre les dents rotoriques et débouchent sur l'entrefer (Figure I.11). Cette structure, permet en principe, d'augmenter le couple tout en réduisant le volume d'aimant [4]. Elle permet également d'obtenir une meilleure stabilité mécanique. Le couple, accentué par la réluctance de la structure est la résultante d'un couple d'interaction et d'un couple de réluctance.

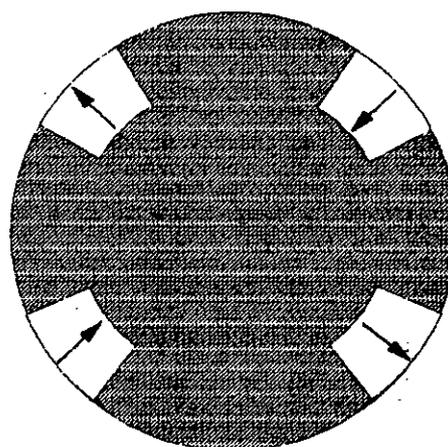


Figure I.11 Inducteur d'une machine synchrone à aimants insérés dans le fer rotorique [3]

### I.3.4 Structures rotoriques de machines synchrones à aimants internes

Les inducteurs à aimants internes suscitent un grand intérêt dans plusieurs applications industrielles [17,24]. Ces structures sont à géométrie complexe et peuvent donner lieu à une concentration de flux (Figure I.12). La robustesse mécanique de ces machines permet d'atteindre de grandes vitesses de rotation par rapport aux structures déjà citées ci-dessus. Cependant, ces structures présentent l'inconvénient du fer qui est largement saturé. La détermination des réactances directe et quadrature des structures à aimants encastrés dans le fer rotorique compliquent la résolution des équations du champ électromagnétique [6].

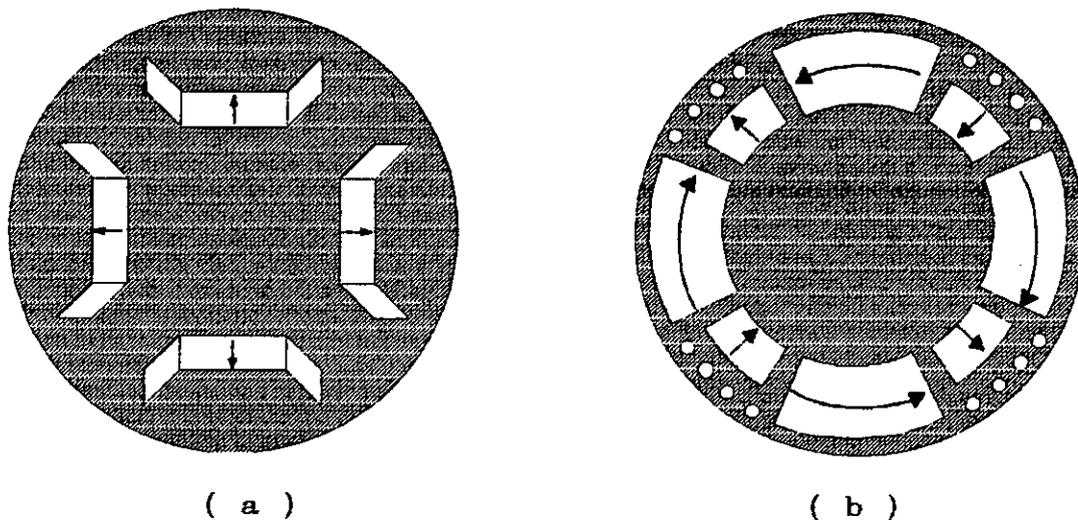


Figure I.12 Exemples de structure d'inducteurs à aimants internes [4]

### I.3.5 Structures rotoriques de machines synchrones à aimants à enroulement dans l'entrefer

Le stator de cette structure est constitué par des bobines préformées puis enrobées dans un manchon cylindrique par coulage d'un matériau de type résine époxy. Le manchon est ensuite glissé dans l'armature du stator et collé à cette dernière [6,37,53].

L'entrefer magnétique étant considérablement accru par rapport à celui des structures classiques, les aimants doivent avoir une induction rémanente élevée pour que l'induction dans l'entrefer ait une valeur suffisante. Ces structures sont avantageuses sur le plan acoustique, étant donné l'absence de couple de détente.

### I.3.6 Structures rotoriques de machine synchrone à aimantation tournante

L'aimantation de cette structure est créée par un nombre  $N$  de barreaux aimantés par pôle à direction d'aimantation variable. L'angle d'inclinaison est fonction du nombre de ces barreaux (Figure I.14). Cette configuration permet d'obtenir en principe une induction de forme d'onde sinusoïdale au niveau de l'entrefer. C'est ce type de structure que nous étudions dans la suite de notre travail.

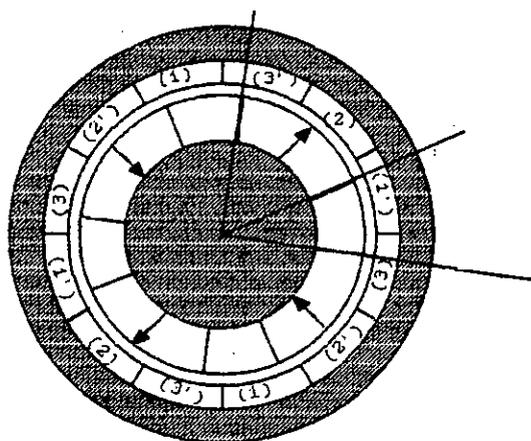


Figure I.13 Structure d'une machine à aimants et à enroulement dans l'entrefer [6]

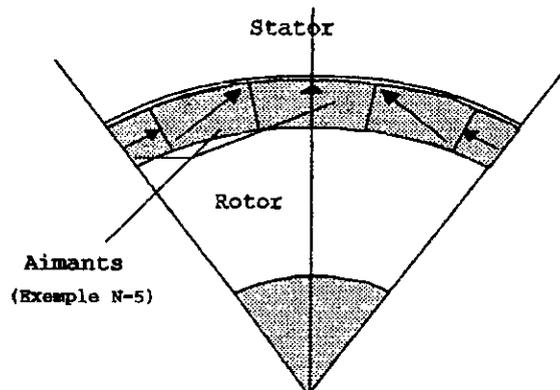


Figure I.14 Structure d'une machine à pôles lisses à aimantation tournante

### I.4 ONDULATIONS DU COUPLE

On distingue deux grandes familles de machines synchrones, celles à f.e.m trapézoïdale et celles à f.e.m sinusoïdale. Dans le premier cas pour réduire les ondulations du couple, l'alimentation doit être effectuée par des créneaux de courant. Dans le deuxième cas, l'alimentation est effectuée par des courants de formes d'onde sinusoïdale.

Généralement, dans l'entrefer d'une machine synchrone à aimants permanents, l'induction magnétique est non sinusoïdale, à cause de la structure de l'inducteur à aimants et/ou de la saturation du circuit magnétique dans les encoches statoriques. L'interaction, entre les harmoniques de l'induction et les courants statoriques, produit des ondulations du couple électromagnétique [20]. Pour de grandes vitesses de rotation, cette variation est filtrée par l'inertie du système, toutefois pour les faibles vitesses, les performances de ces machines se détériorent [21]. L'utilisation d'une structure à aimantation tournante, alimentée par des courants statoriques de formes d'onde sinusoïdale devrait réduire fortement les ondulations du couple électromagnétique comme nous l'avons précisé ci-dessus [6,12]

La machine synchrone autopilotée et sa commande de couple permet l'obtention d'un fonctionnement analogue à celui des machines à courant continu. L'autopilotage, comme technique d'entraînement, consiste à alimenter la machine par des courants, de fréquence asservie à la vitesse de rotation obtenue par l'intermédiaire d'un capteur de position [15]. La machine synchrone autopilotée présente un certain nombre d'avantages par rapport aux autres types de moteurs. L'absence du système balais-lames de collecteur permet de mettre en évidence les avantages suivants :

- possibilité de fonctionnement dans des zones dangereuses et inaccessibles (mines, les centrales nucléaires, espace, etc...) [15],
- robustesse mécanique autorisant l'accès à de plus grandes vitesses de rotation,
- amélioration des performances grâce à l'absence des pertes Joules rotoriques, avec une augmentation du rendement et de la puissance massique.

La machine synchrone autopilotée peut offrir un fonctionnement à facteur de puissance unitaire par rapport à son compétiteur qui est le moteur asynchrone qui a cependant l'avantage de ne pas présenter de couple de détente [9]

Les systèmes d'actionneurs électriques à hautes performances, utilisant des moteurs synchrones à aimants permanents et à pôles lisses alimentés par onduleur à MLI de tension contrôlé en courant font généralement appel à une commande vectorielle.

Pour cette méthode, la stratégie de contrôle consiste à orienter le flux suivant la direction quadrature de la machine, donc à annuler le courant direct ( $I_{d_s}=0$ ) [11,15]. Le couple électromagnétique ainsi développé est maximal. Le comportement de la machine sera donc identique à celui de la machine à courant continu, présentant ainsi des meilleures performances de régulation de position ou de vitesse. La machine synchrone à aimantation tournante se trouve en principe adaptée à ce type de contrôle grâce à l'aimantation de forme d'onde sinusoïdale et à une alimentation par des courants statoriques sinusoïdaux .

#### I.4 CONCLUSION

Lors de la conception des machines synchrones à aimants permanents pour une application donnée, les paramètres géométriques de la structure, le type d'alimentation, le matériau utilisé, les performances et le coût doivent être pris en considération. Toutefois, certains paramètres sont souvent imposés par les conditions d'utilisation et d'environnement.

Les machines synchrones à aimants permanents englobent toute une variété de structures pour leur inducteur. Ces machines sont caractérisées par un couple massique élevé qui les avantage par rapport aux structures classiques. Cependant, le couple présente des ondulations, ce qui pousse à la recherche de l'adaptation de l'alimentation à la structure considérée en respectant le cahier de charges.

La structure que nous étudions est à aimantation tournante alimentée par un système triphasé de courants sinusoïdaux. Nous cherchons à obtenir une f.e.m de forme d'onde sinusoïdale par action sur les paramètres rotoriques tout en cherchant à minimiser les ondulations de couple. Pour effectuer cette étude, deux modèles d'étude de cette structure seront développés dans la suite de notre travail.

# ***CHAPITRE - II -***

***METHODES GENERALEMENT UTILISEES***

***POUR LA DETERMINATION DE LA***

***DISTRIBUTION DU CHAMP***

***ELECTROMAGNETIQUE***

## II.1 INTRODUCTION

La détermination de la distribution du champ électromagnétique au niveau des machines électriques s'effectue, suivant l'objectif recherché, la géométrie et les hypothèses adoptées en utilisant des méthodes analytiques (cas des géométries simples) et/ou des méthodes numériques.

Nous nous intéressons au calcul de champ au niveau des machines synchrones à pôles lisses et à aimants permanents dans le cadre d'un prédimensionnement géométrique. Ce type de structure présente une largeur d'entrefer magnétique relativement importante ce qui favorise l'utilisation d'une méthode des équations intégrales de frontières. D'ailleurs, c'est cette technique que nous allons appliquer à la structure étudiée au niveau du troisième chapitre tout en développant une solution analytique.

Au niveau de ce deuxième chapitre, nous donnons dans le cas de la magnétostatique (problème que nous avons à traiter dans le cas de la structure étudiée) l'équation de diffusion du champ électromagnétique en 2D en terme de potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$ , ainsi que les conditions aux limites. Ensuite nous exposons brièvement les principes généraux des méthodes analytiques, des différences finies et des éléments finis.

## II.2 EQUATIONS DE DIFFUSION DU CHAMP ELECTROMAGNETIQUE DANS LES PROBLEMES D'ELECTROTECHNIQUE

Après un rappel des équations fondamentales de l'électromagnétisme, à savoir les équations de Maxwell, nous utilisons la formulation en terme de potentiel vecteur.

En électrotechnique, les phénomènes décrits sont à basse fréquence. En conséquence, les charges et les courants de déplacement peuvent être négligés. Les équations de Maxwell se

réduisent donc à :

$$\left\{ \begin{array}{l} r\bar{\partial}tE = -\frac{\partial\bar{E}}{\partial t} \quad (\text{II-1.a}) \\ r\bar{\partial}t\bar{H} = \bar{J} \quad (\text{II-1.b}) \\ \text{div } \bar{E} = 0 \quad (\text{II-1.c}) \\ \text{div } \bar{J} = 0 \quad (\text{II-1.d}) \end{array} \right.$$

Les propriétés physiques des matériaux se traduisent par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{E} = \mu \bar{H} \quad (\text{II-2.a}) \\ \bar{J} = \sigma \bar{E} \quad (\text{II-2.b}) \end{array} \right.$$

Dans le cas le plus général, où les matériaux présentent une anisotropie magnétique et électrique, les grandeurs  $\mu$  et  $\sigma$  représentant respectivement la perméabilité et la conductivité du milieu, sont des tenseurs (ils dépendent du point de fonctionnement de la machine, du champ et de la fréquence). Dans le cas de notre étude, nous les considérons comme des grandeurs scalaires constantes.

La résolution du système (II-1) associé aux équations (II-2) permet de décrire l'ensemble des phénomènes physiques. Afin de faciliter l'introduction des méthodes numériques, il est nécessaire de reformuler ces équations afin de ne plus avoir qu'une ou tout au plus deux équations à résoudre.

### II.2.1 Formulation utilisant le potentiel vecteur magnétique

Toute méthode de résolution ne peut être raisonnablement appliquée qu'à une seule équation, faisant apparaître une seule inconnue, qui est un potentiel. En utilisant la relation (II-1.c), on peut écrire :

$$\bar{E} = r\bar{\partial}t \bar{A}$$

où  $A$  est le potentiel vecteur magnétique.

L'équation (II-1.a) permet d'écrire :

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \nabla \Phi \quad (\text{II-3})$$

où  $\phi$  est un potentiel scalaire électrique.

Par L'équation II.1.c, on est amené à résoudre :

$$R\vec{\sigma}t\left(\frac{1}{\mu}r\vec{\sigma}t\vec{A}\right) = -\sigma\left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \nabla\Phi\right) \quad (\text{II-4})$$

$\phi$  et  $A$  doivent vérifier la relation suivante :

$$\text{div } \sigma \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \nabla\phi \right) = 0 \quad (\text{II-5})$$

qui traduit L'équation II.1.d.

En associant les conditions aux limites décrivant le problème physique, la résolution de L'équation (II-4) fournit un potentiel magnétique  $\vec{A}$  défini à un potentiel scalaire près. On impose alors une condition supplémentaire sur la divergence du vecteur potentiel  $\vec{A}$ , qui simplifie L'équation II-3. On choisit alors la Jauge de Coulomb :

$$\text{div } \vec{A} = 0$$

En l'introduisant dans L'équation (II-5), elle permet de découper partiellement les potentiels  $\phi$  et  $A$ . Le potentiel scalaire  $\phi$  est de nature électrostatique (charges superficielles accumulées sur le conducteur) ou de nature électrocinétique (d.d.p appliquée à une partie du matériau). Lorsqu'il n'existe pas, on obtient alors :

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (\text{II-6})$$

Sur la surface de séparation des deux milieux notés (1) et (2), on doit assurer la continuité de la composante normale de l'induction  $\vec{B}$  :

$$B_{n1} = B_{n2} \quad (\text{II-7})$$

et en absence des courants superficiels, il vérifie les conditions aux limites :

$$H_{t1} = H_{t2} \quad (\text{II-8})$$

Les conditions aux limites s'écrivent alors :

$$\begin{cases} \vec{n} \cdot (r\vec{\partial}t\vec{A}_1 - r\vec{\partial}t\vec{A}_2) = 0 \\ \vec{n} \wedge \left( \frac{1}{\mu_1} r\vec{\partial}t\vec{A}_1 - \frac{1}{\mu_2} r\vec{\partial}t\vec{A}_2 \right) = 0 \end{cases} \quad (\text{II-9})$$

où  $\vec{n}$  est un vecteur unitaire normale à la surface de séparation orienté de (2) vers (1). La deuxième équation de (II-9) donne :

$$\frac{1}{\mu_1} \left( \frac{\partial A_t}{\partial n} \right)_1 - \frac{1}{\mu_2} \left( \frac{\partial A_t}{\partial n} \right)_2 = \frac{1}{\mu_1} \left( \frac{\partial A_n}{\partial \tau} \right)_1 - \frac{1}{\mu_2} \left( \frac{\partial A_n}{\partial \tau} \right)_2 \quad (\text{II-10})$$

Où  $\tau$  représente la composante tangentielle.

Dans un problème bidimensionnel, toutes les grandeurs sont caractérisées par une invariance dans une direction donnée généralement suivant Oz (axe de rotation). Dans ces conditions, l'équation vectorielle (II-4) se transforme en une équation scalaire de la forme :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial y} \right] = J_s \quad (\text{II-11})$$

Dans le cas où il n'existe pas de courants superficiels  $J_s$ , on obtient l'équation de Laplace  $\Delta A = 0$ .

### II.3 PRINCIPE DE LA METHODE ANALYTIQUE PAR SEPARATION DES VARIABLES

Les méthodes analytiques sont les plus utilisées et les plus intéressantes pour la résolution de l'équation de diffusion de champ là où elles peuvent être adoptées. On peut distinguer principalement trois méthodes différentes :

- Méthode de séparation des variables [45],
- Méthode des images [46],
- Méthode des transformées conformes [47].

La méthode généralement utilisée pour résoudre l'équation

(II.11) dans le cas des machines synchrones à aimants permanents à pôles lisses est basée sur le principe de séparation des variables [3,4,43]. Ce principe consiste à chercher une solution de la forme suivante :

$$A(r, \theta) = \alpha(r) \beta(\theta) \quad (\text{II.12})$$

On est conduit à l'expression :

$$\frac{1}{\alpha} \left( r^2 \frac{\partial^2 \alpha}{\partial r^2} + r \frac{\partial \alpha}{\partial r} \right) + \frac{1}{\beta} \frac{\partial^2 \beta}{\partial \theta^2} = 0 \quad (\text{II.13})$$

Une fonction de  $r$  ne peut être constamment égale à une fonction de  $\theta$  que si chacune d'elle est une constante que nous désignons par  $n^2$  [34], d'où:

$$\frac{1}{\beta} \frac{\partial^2 \beta}{\partial \theta^2} = -n^2 \quad (\text{II.14})$$

$$\frac{1}{\alpha} \left( r^2 \frac{\partial^2 \alpha}{\partial r^2} + r \frac{\partial \alpha}{\partial r} \right) = n^2 \quad (\text{II.15})$$

La résolution de ces équations conduit à :

$$\begin{cases} \beta(\theta) = a \sin(n\theta) + b \cos(n\theta) \\ \alpha(r) = c r^n + d r^{-n} \end{cases} \quad (\text{II.16})$$

Les coefficients  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  sont déterminés à partir des conditions aux limites sur le potentiel et sur sa dérivée.

#### II.4 PRINCIPE DE LA METHODE DES DIFFERENCES FINIES

Depuis l'apparition des calculateurs puissants, l'emploi des méthodes numériques est devenu un moyen efficace et nécessaire pour la conception des machines électriques [10,25]. Dans cette partie, nous allons brièvement aborder la méthode des différences finies, appliquée à la résolution de l'équation de Laplace, dérivant des équations de diffusion du champ électromagnétique.

Le principe fondamental de cette méthode consiste à appliquer au domaine d'étude une grille de points, dont la finesse permet une bonne approximation des contours du domaine (discrétisation du domaine). En bidimensionnel, la discrétisation revient à quadriller le plan  $(x,y)$  par des

droites. Chaque noeud du réseau, ainsi obtenu de coordonnées  $(x,y)$  étant repéré par des indices  $(I,J)$  (Figure II.1).

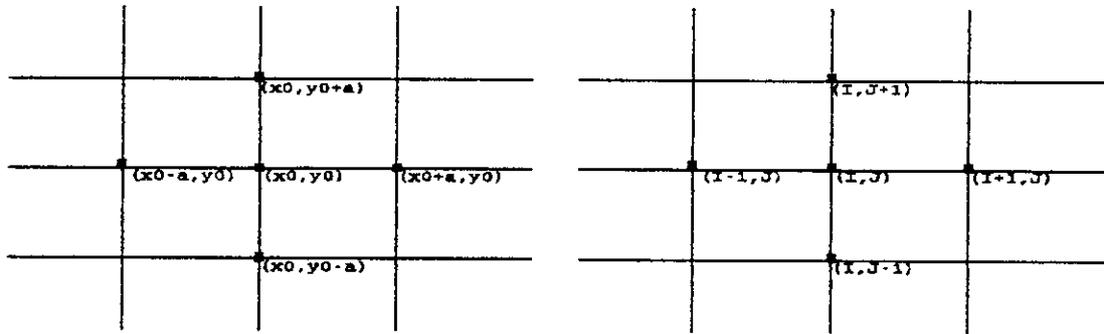


Figure II.1 Discretisation du domaine

Etant donné un point de coordonnées  $(x,y)$ , on peut appliquer le développement en séries de Taylor (second ordre par exemple):

$$\begin{aligned}
 A(x,y) = & A(x_0, y_0) + [(x-x_0) \left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)_{(x_0, y_0)} + (y-y_0) \left(\frac{\partial A}{\partial y}\right)_{(x_0, y_0)}] \\
 & + \frac{1}{2!} [(x-x_0)^2 \left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}\right)_{(x_0, y_0)} + (y-y_0)^2 \left(\frac{\partial^2 A}{\partial y^2}\right)_{(x_0, y_0)}] \\
 & + (x-x_0)(y-y_0) \left(\frac{\partial^2 A}{\partial x \partial y}\right)_{(x_0, y_0)}
 \end{aligned} \quad (II.17)$$

L'application de ce principe aux différents noeuds du domaine (Figure II.1) permet d'écrire le potentiel vecteur magnétique en chaque point.

$$\begin{aligned}
 A_1 &= A_0 + h_1 \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{1}{2!} h_1^2 \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} \\
 A_2 &= A_0 + h_2 \frac{\partial A}{\partial y} + \frac{1}{2!} h_2^2 \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \\
 A_3 &= A_0 - h_3 \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{1}{2!} h_3^2 \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} \\
 A_4 &= A_0 - h_4 \frac{\partial A}{\partial y} + \frac{1}{2!} h_4^2 \frac{\partial^2 A}{\partial y^2}
 \end{aligned} \quad (II.18)$$

Après simplification, nous obtenons l'expression du potentiel vecteur dans le noeud 0 en fonction des potentiels vecteurs dans les noeuds voisins 1, 2, 3 et 4. Cette expression s'écrit suivant deux cas distincts :

- Cas d'un milieu homogène [34]

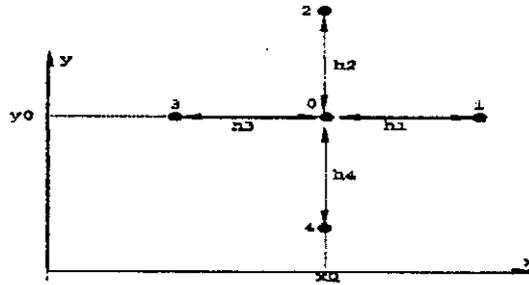


Figure II.2 Cas d'un milieu homogène

$$4 A_0 = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 \quad (II.19)$$

- Cas d'un milieu non homogène [34]

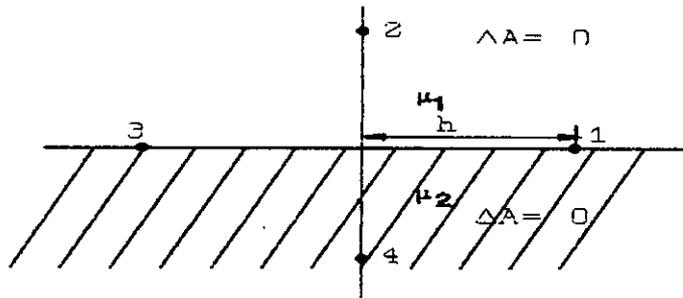


Figure II.3 Cas d'un milieu non homogène

$$4(\mu_1 + \mu_2) A_0 = (\mu_1 + \mu_2)(A_1 + A_3) + 2(\mu_2 A_4 + \mu_1 A_2) \quad (II.20)$$

En écrivant cette expression pour chaque noeud, le système peut se mettre sous la forme matricielle :

$$[K] [A] = [C] \quad (II.21)$$

où on appelle  $[K]$  : matrice coefficient.

$[C]$  : matrice conditions initiales.

Pour la résolution de ce système, soit on utilise une méthode directe, basée sur la triangularisation de la matrice "coefficient", soit on utilise une méthode itérative, dans

laquelle à partir des solutions initiales arbitraires, on s'approche de la solution réelle par des itérations successives. La deuxième méthode est mieux adaptée pour les problèmes présentant une saturation, par contre la première méthode s'applique bien pour des systèmes linéaires à nombre de noeuds réduits.

La Figure II.4 représente, dans le cas de la machine étudiée, un exemple de lignes de champ calculées en utilisant le code numérique [35] basé sur le principe des différences finies.

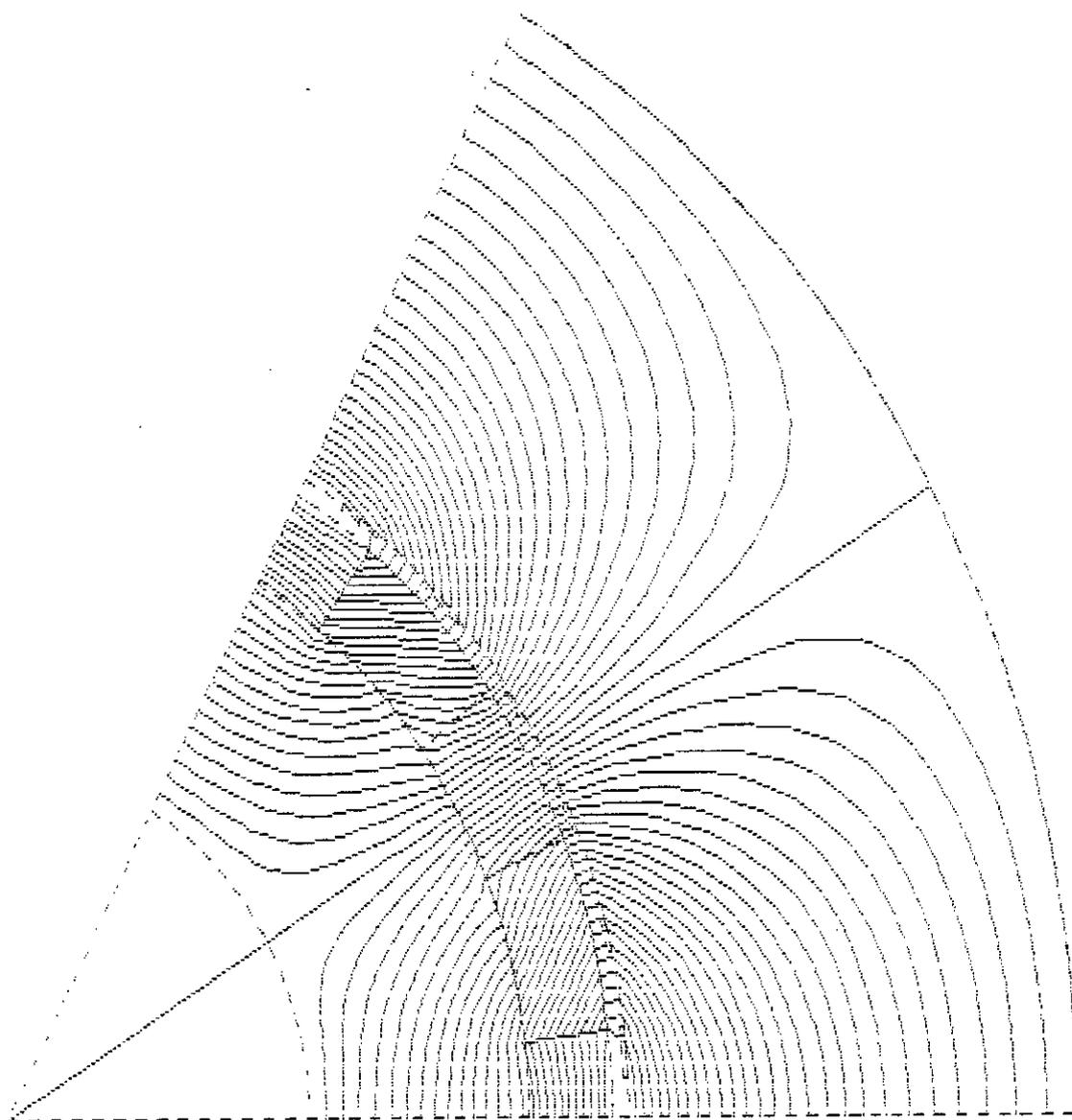


Figure II.4 Lignes de champs obtenues par le code testé DIFIMEDI [35]  
pour un exemple de 5 barreaux aimantés

## II.5 PRINCIPE DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

Le laboratoire des machines électriques de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger parallèlement à celui de l'H.S.T.H.B., développe actuellement des résolutions de l'équation de diffusion de champ électromagnétique dans le cas des machines à aimants permanents en utilisant également la méthode des éléments finis [48,49]. Deux démarches sont possibles pour la résolution de l'équation (II.11) [50,51]:

- Par l'intermédiaire d'une projection de type Galerkin (résidus pondérés)
- Par l'intermédiaire d'une formulation variationnelle.

En électrotechnique, la 2<sup>ème</sup> possibilité est la plus utilisée souvent sous l'aspect variationnel énergétique, car à partir de l'énergie, on peut calculer facilement les autres grandeurs. Euler a montré que résoudre l'équation différentielle de type

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial f}{\partial \frac{\partial A}{\partial x}} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\partial f}{\partial \frac{\partial A}{\partial y}} \right] = 0 \quad (\text{II.22})$$

revient à minimiser la fonctionnelle d'énergie s'exprimant sous la forme :

$$W = \iint_D f(A, x, y, \frac{\partial A}{\partial x}, \frac{\partial A}{\partial y}) dx dy \quad (\text{II.23})$$

avec D représente l'ensemble du domaine d'étude.

En appliquant ce principe à la résolution de l'équation (II.11) en 2D, on obtient [50]:

$$W = \iint_D \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A}{\partial y} \right) - (\mu_0 J + \mu_0 H_c) A \right] dx dy \quad (\text{II.24})$$

L'utilisation de la méthode des éléments finis pour la résolution d'un problème posé peut être décrite en cinq étapes successives :

- pour une interpolation du premier ordre  $n=1$  :

$$A_i = a_1 + a_2 x_i + a_3 y_i \quad (\text{II.27})$$

- pour une interpolation du second ordre  $n=2$  :

$$A_i = a_1 + a_2 x_i + a_3 y_i + a_4 x_i^2 + a_5 y_i^2 + a_6 x_i y_i \quad (\text{II.28})$$

$i$  étant le numéro du noeud de l'élément considéré.

### II.5.2 Calcul des grandeurs locales et globales

La résolution par la méthode des éléments finis se ramène à déterminer le potentiel vecteur  $\vec{A}$  sur chaque noeud. Ce potentiel permettra de déduire les grandeurs locales (induction, champ, flux, perméabilité) et globales (couple, énergie, force).

#### a. Grandeurs locales

En deux dimensions, l'induction  $\vec{B}$  a pour composantes :

$$\vec{B} = \text{Rot } \vec{A} = \begin{vmatrix} \frac{\partial A}{\partial y} \\ -\frac{\partial A}{\partial x} \\ 0 \end{vmatrix} \quad (\text{II.29})$$

En utilisant par exemple un élément triangulaire à trois noeuds, le potentiel vecteur  $\vec{A}$  en tout point situé à l'intérieur d'un élément est obtenu par interpolation à partir des potentiels vecteurs des noeuds du triangle [50].

$$A(x, y) = \sum_{i=1}^3 A_i \alpha_i(x, y) \quad (\text{II.30})$$

Avec

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= N_i (2N_i - 1) \\ \alpha_2 &= N_j (2N_j - 1) \\ \alpha_3 &= N_k (2N_k - 1) \end{aligned} \quad (\text{II.31})$$

Une fois que le potentiel vecteur est défini en tout point d'un élément, on peut alors facilement définir l'induction  $B(x,y)$ , le champ  $H(x,y)$  et la perméabilité  $\mu(x,y)$ .

Le flux d'induction à travers une surface de un mètre entre le point  $p$  et  $q$  de coordonnées  $(x_p, y_p), (x_q, y_q)$  s'écrit [50] :

$$\Phi = A(x_p, y_p) - A(x_q, y_q) \quad (\text{II.32})$$

## b. grandeurs globales

### 1. Calcul de l'énergie

L'expression de l'énergie électromagnétique est donnée par:

$$W = \iint_{\Omega} \left( \int_0^B H \cdot dB \right) d\Omega \quad (\text{II.35})$$

### 2. Calcul du couple

Le couple électromagnétique est très important pour le dimensionnement d'une machine électrique. Deux méthodes de calcul sont possibles :

- Intégration du tenseur de Maxwell (en deux dimensions) [50] :

$$C = \int_{\Gamma} \left[ (r \times H) \cdot B_n - \frac{HB}{2} \cdot (r \times n) \right] d\Gamma \quad (\text{II.33})$$

où  $\Gamma$  est le contour de la surface considérée, et  $n$  la normale sortante à cette surface.

- Méthode des travaux virtuels [50]:

$$C = -\frac{\partial W}{\partial \theta} = -\iint_{\Omega} H \cdot \frac{\partial B}{\partial \theta} d\Omega - \iint_{\Omega} \int_0^B H \cdot db \frac{\partial}{\partial \theta} (d\Omega) \quad (\text{II.34})$$

avec  $\Omega$  représente le domaine d'étude.

## II.6 COMPARAISONS ENTRE LES DIFFERENTES METHODES

Les méthodes analytiques possèdent deux principaux avantages par rapport aux méthodes numériques :

- Les solutions obtenues pour des structures à géométries lisses, sont des expressions simples et facilement programmables.
- Le temps de calcul est relativement court, permettant ainsi une étude paramétrique rapide.

La méthode des différences finies est la plus ancienne des méthodes numériques. Elle est limitée par la complexité de la géométrie du domaine, ainsi que par la taille du système d'équations à résoudre.

Les méthodes des éléments finis ont l'avantage de tenir compte des problèmes d'évolution, caractérisés par une géométrie complexe et une non-linéarité. La matrice du système d'équations à résoudre obtenue par cette méthode est du type bande, facilitant ainsi sa résolution.

## II.7 CONCLUSION

Nous avons brièvement exposé les trois principales méthodes de résolution de l'équation de diffusion du champ dans les machines électriques. La structure que nous étudions, sous l'hypothèse des courants ramenés aux niveaux des isthmes d'encoches, se prête, en principe assez bien au calcul du champ en utilisant une méthode analytique (géométrie simple) ou une méthode des équations intégrales de frontières (pôles lisses et entrefer magnétique assez large). Une comparaison qualitative entre ces méthodes permet de montrer les avantages et les inconvénients de chacune d'elles.

Au chapitre suivant, nous développons ces deux méthodes de calcul appliquées à la machines synchrones à pôles lisses et à aimantation tournante.

# ***CHAPITRE - III -***

***CALCUL D'UNE MACHINE SYNCHRONE***

***A POLES LISSES A AIMANTATION***

***TOURNANTE***

## III.1 INTRODUCTION

Au niveau des machines électriques, la connaissance du champ magnétique créé par des sources ( courants ou aimants ) est nécessaire, pour le calcul de leur performances globales (induction, force, couple...) [11,13]. Les équations différentielles obtenues à partir du modèle de Maxwell ne peuvent être résolues analytiquement que dans de rares configurations et en adoptant des hypothèses simplificatrices. L'emploi des méthodes numériques et en particulier la méthode universelle c'est à dire la méthode des éléments finis s'impose dans la plupart des cas et en particulier quand on cherche les contraintes magnétiques auxquelles sont soumis les matériaux en divers points de la machine. Nous recherchons, dans ce travail, des outils efficaces et rapides permettant d'effectuer un prédimensionnement géométrique de la structure étudiée.

Dans ce chapitre, nous développons deux méthodes de calcul des potentiels vecteur magnétiques (dûs aux aimants et aux courants) dans le cas d'une machine synchrone à aimantation tournante. Dans le premier cas, Il s'agit d'une méthode analytique basée sur la résolution de l'équation du champ en utilisant le principe de séparation de variables. La deuxième méthode est semi-numérique. Elle utilise une Méthode des Equations Intégrales de Frontières (M.E.I.F) basée sur l'identité de Green en 2D associée à une solution analytique. Ces deux méthodes vont nous permettre de déterminer les grandeurs caractéristiques de la structure étudiée.

Les avantages des méthodes des équations intégrales de frontière se résument comme suit :

- Diminution de la dimension du problème.
- Traitement facile des problèmes lorsque le domaine s'étend à l'infini.
- Préparation facile de la géométrie.
- Calcul assez rapide, pour des géométries assez simples et, assez précis pour peu d'inconnues.

Les inconvénients de la méthode des équations intégrales de frontières sont :

- Programmation plus complexe pour les domaines multiples (matrice pleine et temps de calcul prohibitif pour des géométries complexes).
- Difficulté de calcul pour les problèmes avec milieux saturables et anisotropes.
- Perte de précision pour des problèmes dont lesquels le rapport du volume à la surface est petit.

Dans une première partie, et après avoir présenté la structure abordée ainsi que le modèle d'étude associé aux hypothèses simplificatrices adoptées, nous développons donc une méthode analytique basée sur le principe de séparation des variables. Dans une deuxième partie, et sous les mêmes hypothèses, nous présentons une méthode des équations intégrales de frontières basée sur l'identité de Green en 2D.

### III.2 STRUCTURE DE LA MACHINE A AIMANTATION TOURNANTE A POLES LISSES

Le stator de la structure étudiée est composé de tôles feuilletées. L'enroulement triphasé, classique en étoile, est à pas diamétral à simple couche. La structure étudiée ne présente pas de circuit amortisseur. Le rotor, à pôles lisses, est constitué de tôles feuilletées d'un matériau ferromagnétique de très grande perméabilité. Un pas polaire comporte  $N$  barreaux aimantés. La direction d'aimantation de ces barreaux est liée à leur nombre  $N$  sous un pôle. Cette aimantation n'occupe pas nécessairement toute l'ouverture sur un pas polaire. Des pièces amagnétiques peuvent exister entre deux pôles successifs.

Le matériau pour aimant utilisé dans ce type de structure à pôles lisses est à base de terres rares, caractérisé par une perméabilité voisine de celle de l'air et une aimantation voisine de 1 Tesla.

La structure à étudier est représentée à la (Figure III.1)

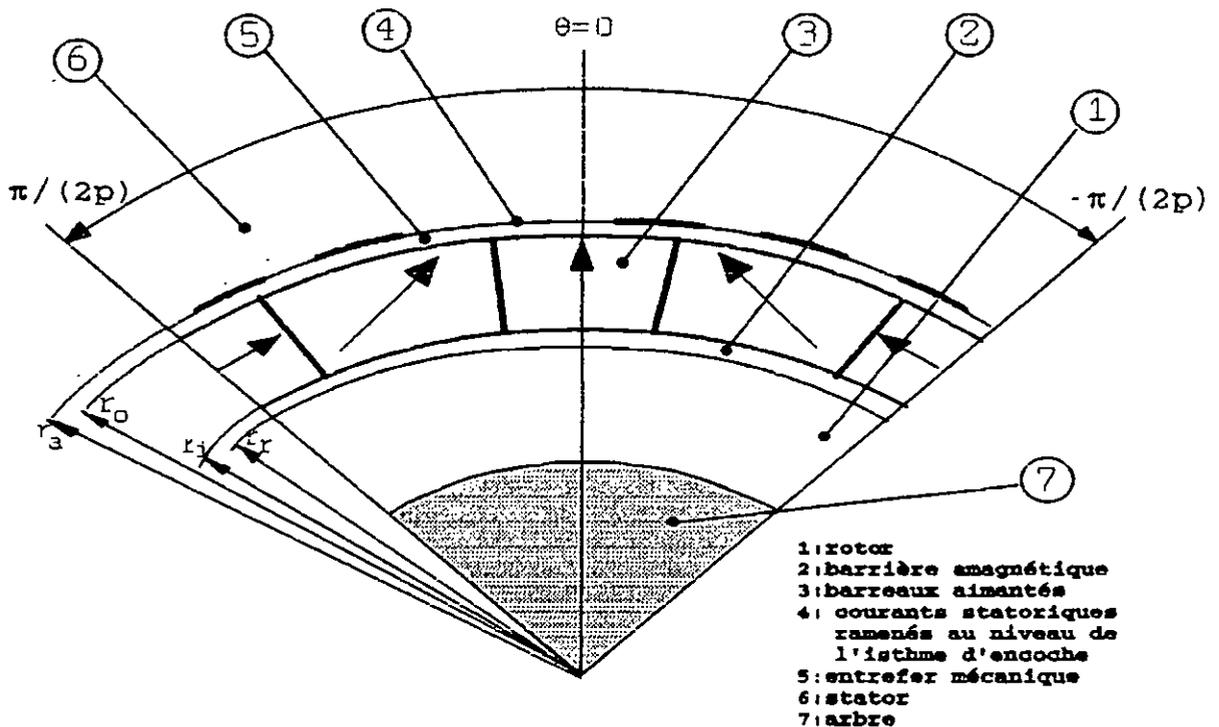


Figure III.1 Structure de la machine étudiée sur un pas polaire

## III.3 MODELE D'ETUDE

Pour analyser les performances de la structure étudiée (Figure I.1) suivant l'objectif visé, nous adoptons les hypothèses simplificatrices suivantes :

- a) Modèle bidimensionnel en coordonnées polaires.
- b) Les perméabilités du fer statorique et du fer rotorique sont supposées très grandes
- c) Les courants statoriques sont ramenés au niveau des isthmes des encoches
- d) L'aimantation des barreaux aimantés est supposée uniforme et rigide dans le sens choisi. La perméabilité des aimants modernes est proche de celle du vide ( $\mu = \mu_0$ ).

Dans le cadre de l'hypothèse (b), Nous utilisons le potentiel magnétique vecteur  $\vec{A}$ , qui dans ce cas possède une seule composante suivant la direction axiale Oz de la machine. Les inductions radiales et tangentiellles se déduisent par :

$$B_r = \frac{\partial A}{r \partial \theta} (r, \theta) \quad \text{et} \quad B_\theta = -\frac{\partial A}{\partial r} (r, \theta) \quad (\text{III.1})$$

Le potentiel magnétique vecteur  $\vec{A}$  est la résultante du potentiel vecteur créé séparément par les barreaux aimantés et par les courants statoriques. Chaque source est représentée par un modèle approprié.

## III.3.1 Modèle des aimants

Compte tenu de l'hypothèse (d), chaque aimant présente une aimantation  $\vec{M}$  radiale avec  $r \vec{\text{rot}} \vec{M} = 0$ . Ceci suggère qu'on a sensiblement  $\text{div} \vec{M} = 0$ . L'aimantation varie donc en  $\frac{1}{r}$ . On écrira donc :

$$M(r) = M \frac{r_m}{r} \quad (\text{III.2})$$

avec  $M$  est la valeur de l'aimantation au niveau du rayon moyen  $r_m = \frac{r_0 + r_i}{2}$ ;  $r_0$  et  $r_i$  représentent respectivement les rayons

externe et interne du rotor.

Deux modèles permettent de représenter les aimants; Le modèle Ampérien ou le modèle Coulombien[3].

#### a - Représentation ampérienne des aimants

L'induction  $\vec{B}$  définie par  $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$  est créée par des densités superficielles de courants. Celles-ci sont situées dans le vide aux niveaux des flancs latéraux des aimants pour une aimantation radiale (Figure III.2.a) et sur les surfaces externes ( $r=r_0$ ) et interne ( $r=r_i$ ) dans le cas d'une aimantation tangentielle (Figure III.2.b). Ces densités sont dirigées suivant la direction axiale de la machine. Cette densité s'écrit:  $\vec{J}_s = \vec{M} \wedge \vec{n}$ , où  $\vec{n}$  est la normale sortante à la surface considérée[3].

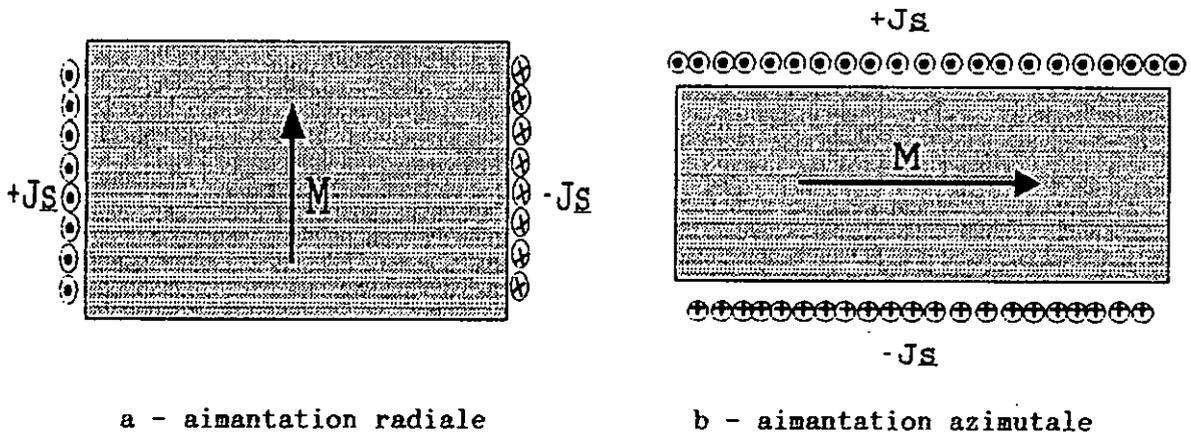


Figure III.2 Modèle ampérien des aimants

#### b - représentation coulombienne.

Cette représentation considère que le champ produit par les aimants est équivalent à celui que produirait des masses magnétiques uniformément  $\sigma_s$  réparties sur la surface des aimants.

De la même manière que pour la représentation ampérienne, la distribution superficielle des masses magnétiques telle que  $\sigma_s = \vec{M} \cdot \vec{n}$  est répartie sur les surfaces interne ( $r=r_i$ ) et externe ( $r=r_o$ ) pour une aimantation radiale (Figure III.3.a) et sur les flancs latéraux des aimants pour une aimantation tangentielle (Figure III.3.b).

Pour la structure considérée, nous adoptons le modèle ampérien pour le calcul du potentiel magnétique vecteur créé par les aimants.

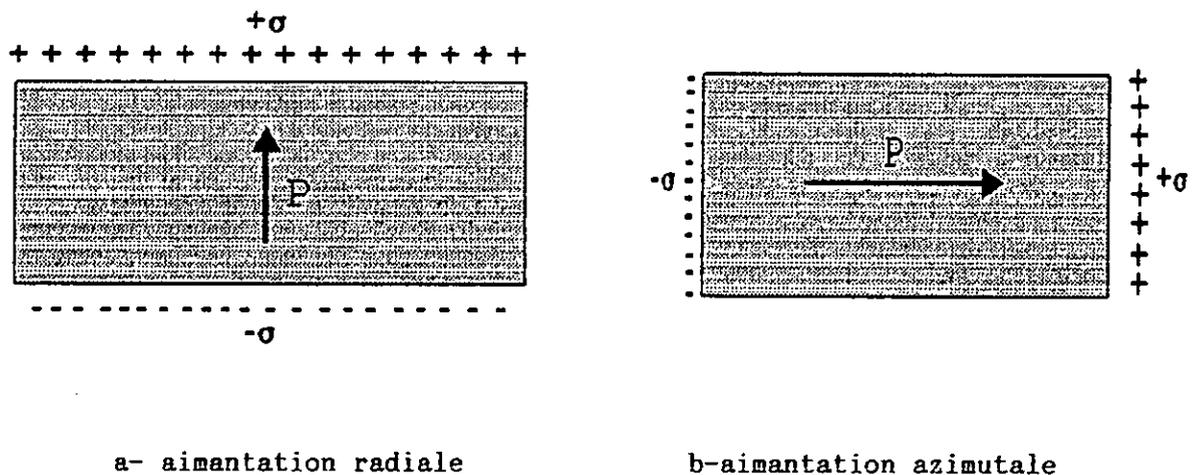


Figure III.3 Modèle coulombien des aimants

### III.3.2 Modèle des courants statoriques

Le stator de la machine considérée, est composé d'un enroulement triphasé à simple couche. Il comprend six encoches par pôle et par phase. Chaque encoche est composée de  $n$  conducteurs traversés par un courant de valeur efficace  $I$ . Nous admettons que la densité volumique des courants dans chaque encoche est ramenée à une densité surfacique au droit de l'isthme d'encoche (Figure.III.4).



Figure III.4 Modèle des courants statorique

Cette distribution de densité superficielle de courant équivalente est répartie tout le long d'un stator lisse. Cette considération reste valable tant que l'on ne s'intéresse pas au couple de détente et qu'on ne tienne pas compte de l'effet de saturation du fer. Elle est donnée par l'expression suivante :

$$J_{sc} = \frac{N I}{e} \quad (\text{III.3})$$

### III.3.3 Choix des repères

Comme nous l'avons précisé ci-dessus, le modèle d'étude présente une symétrie par rapport à l'axe Oz. Nous travaillons alors dans un plan de section droite de la machine. L'axe origine lié au rotor ( $\theta = 0$ ) correspond à la position angulaire d'un axe polaire Nord-Sud du barreau à aimantation radiale. Dans le domaine du stator, un point est repéré par rapport à l'axe origine ( $\theta' = 0$ ), qui est l'axe de symétrie des encoches alimentées par les courants positifs de la "phase a". En considérant le fonctionnement synchrone de la machine, un point est, à chaque instant, repéré par  $\theta$  dans le référentiel du rotor et par  $\theta'$  dans celui du stator. Nous avons alors :

$$\theta' = \theta + \delta \quad (\text{III.4})$$

où  $\delta$  représente la position angulaire du rotor par rapport à celle du stator, elle varie sur un intervalle de  $(\frac{\pi}{3.p})$  degrés électrique dans le cas d'un fonctionnement synchrone autopiloté.

## III.4 METHODE DE RESOLUTION ANALYTIQUE

## III.4.1 Potentiel vecteur créé par l'aimantation tournante

Le principe consiste à décomposer l'aimantation de chaque barreau aimanté suivant une direction tangentielle ( $\theta$ ) et une direction radiale ( $r$ ). Nous considérons les trois milieux suivants (Figure III.1):

- Milieu (1) : constitué par la barrière amagnétique ( $r_i < r \leq r_1$ )
- Milieu (2) : contenant les aimants ( $r_i < r \leq r_0$ )
- Milieu (3) : constitué par l'entrefer mécanique ( $r_0 < r \leq r_a$ )

## III.4.1.1 Potentiel vecteur créé par la composante radiale

Le modèle ampèrien des aimants permet de considérer que l'induction  $B$  est créée par des courants superficiels, situés dans le vide au niveau des flancs des aimants (Figure III.5)[4].

a - Potentiel vecteur créé par le  $i^{\text{ième}}$  barreau aimanté

On note par  $\theta_i$  la position du  $i^{\text{ième}}$  aimant par rapport à l'axe origine  $\theta=0$ . Nous avons une distribution périodique de la densité superficielle de courant équivalente  $J_{si} = \pm M_i(r)$  pour  $\theta = -\theta_i \pm \theta_0$  (Figure III.5)

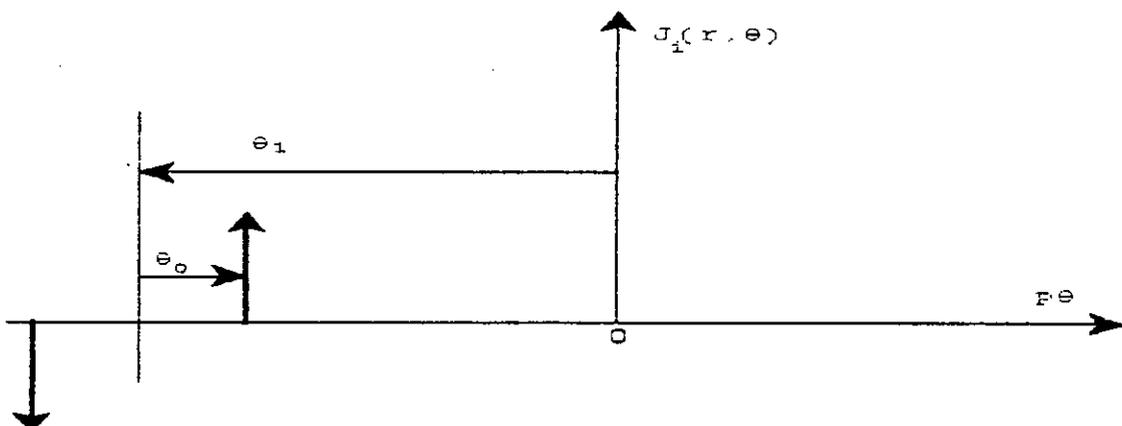


Figure III.5 Distribution de la densité superficielle de courant de la composante radiale du  $i^{\text{ème}}$  aimant considéré

où  $\theta_0$  et  $M_i$  représentent respectivement la demi-ouverture de

l'aimant considéré et l'aimantation au niveau du rayon moyen.

Dans ce cas, la densité volumique de courant (Figure III.5) est donnée par l'expression suivante [III.2] :

$$J_i(r, \theta) = \pm \frac{M(r)}{r} \delta_{(-\theta_i \pm \theta_0)} \quad (\text{III.5})$$

Où  $\delta_{(-\theta_i \pm \theta_0)}$  est la distribution de Dirac en  $-\theta_i \pm \theta_0$

L'expression (III.5) est développable en série de Fourier sur l'ensemble de la machine :

$$J_i(r, \theta) = \sum_k J_{i_k}(r) \cdot \sin((2k+1)p(\theta + \theta_i)) \quad (\text{III.6})$$

Cette égalité est vérifiée presque partout et  $J_{i_k}(r)$  représente le coefficient de Fourier d'ordre  $(2k+1)$  calculé sur un pas polaire. Il est donné par [28] :

$$j_{i_k}(r) = \frac{4}{\pi} \frac{P}{r^2} \cdot M_{r_i} \cdot \sin((2k+1)p \theta_0) \quad (\text{III.7})$$

où  $M_{r_i}$  est la composante radiale de l'aimantation inclinée suivant un angle  $\theta_i$  du  $i^{\text{ème}}$  barreau considéré. Elle est exprimée par:

$$M_{r_i} = M \cdot \cos(\theta_i) \quad (\text{III.8})$$

Que ce soit dans les zones (1), (2) ou (3), le potentiel vecteur  $A_{r_i}(r, \theta)$  est de la forme :

$$A_{r_i}(r, \theta) = \sum_k \alpha_{i_k}(r) \cdot \sin((2k+1)p(\theta + \theta_i)) \quad (\text{III.9})$$

\* Au niveau du milieu (1),  $\Delta A_{r_i}^1 = 0$  permet d'obtenir :

$$\frac{\partial^2 \alpha_{i_k}^1(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \alpha_{i_k}^1(r)}{\partial r} - \left[ \frac{(2k+1)}{r} p \right]^2 \alpha_{i_k}^1(r) = 0 \quad (\text{III.10})$$

En  $r=r_i$ , la condition  $\left( \frac{\partial \alpha_{i_k}^1(r_i)}{\partial r} = 0 \right)$  permet d'écrire :

\* Au niveau du milieu (2),

$$\alpha_{i_k}^1(r) = a_1 \left[ \left( \frac{r}{r_i} \right)^{(2k+1)p} + \left( \frac{r_i}{r} \right)^{(2k+1)p} \right] \quad (\text{III.11})$$

$$\Delta A_{r_i}^2 + \mu_0 j_i = 0 \quad (\text{III-12})$$

de sorte que

$$\frac{\partial^2 \alpha_{i_k}^2(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \alpha_{i_k}^2(r)}{\partial r} - \left[ \frac{(2k+1)}{r} p \right]^2 \alpha_{i_k}^2(r) + \mu_0 J_i = 0 \quad (\text{III.13})$$

la solution particulière, dans ce cas, est de la forme:

$$c_2 = \frac{4 M_{r_i} \mu_0}{\pi p} \frac{r_m}{(2k+1)^2} \sin((2k+1) p \theta_0) \quad (\text{III.14})$$

$$\alpha_{i_k}^2(r) = c_2 + a_2 r^{(2k+1)p} + b_2 r^{-(2k+1)p} \quad (\text{III.15})$$

\* Au niveau du milieu (3), ( $\Delta A_{r_i}^3 = 0$ ) produit:

$$\frac{\partial^2 \alpha_{i_k}^3(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \alpha_{i_k}^3(r)}{\partial r} - \left[ \frac{(2k+1)}{r} p \right]^2 \alpha_{i_k}^3(r) = 0 \quad (\text{III.16})$$

En  $r=r_2$ , la condition ( $\frac{\partial \alpha_{i_k}^3(r_2)}{\partial r} = 0$ ) permet d'écrire :

$$\alpha_{i_k}^3(r) = a_3 \left[ \left( \frac{r}{r_i} \right)^{(2k+1)p} + \left( \frac{r_i}{r} \right)^{(2k+1)p} \right] \quad (\text{III.17})$$

Les quatre coefficients  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_2$  et  $a_3$  sont calculés en écrivant les conditions de continuité des potentiels vecteurs et de leurs dérivées normales en  $r=r_i$  et  $r=r_0$ . Tous calculs effectués, on obtient :

$$a_1 = \frac{c_2}{2} \frac{\sinh((2k+1)(\beta+\gamma)) - \sinh((2k+1)\beta)}{\sinh((2k+1)(\alpha+\beta+\gamma))} \quad (\text{III.18})$$

$$a_2 = -\frac{c_2}{2} \frac{\sinh((2k+1)\alpha) e^{-(2k+1)(\beta+\gamma)} - \sinh((2k+1)\beta) e^{(2k+1)\alpha}}{\sinh((2k+1)(\alpha+\beta+\gamma))} \cdot r_i^{-(2k+1)p} \quad (\text{III.19})$$

$$b_2 = -\frac{c_2}{2} \frac{\sinh((2k+1)\alpha) e^{(2k+1)(\beta+\gamma)} - \sinh((2k+1)\beta) e^{-(2k+1)\alpha}}{\sinh((2k+1)(\alpha+\beta+\gamma))} \cdot r_i^{(2k+1)p} \quad (\text{III.20})$$

$$a_3 = \frac{c_2}{2} \frac{\sinh((2k+1)(\alpha+\gamma)) - \sinh((2k+1)\alpha)}{\sinh((2k+1)(\alpha+\beta+\gamma))} \quad (\text{III.21})$$

$$e^{\alpha} = \left( \frac{I_i}{I_r} \right)^p \quad (\text{III.22})$$

Avec :

$$e^{\beta} = \left( \frac{I_a}{I_o} \right)^p \quad (\text{III.23})$$

$$e^{\gamma} = \left( \frac{I_o}{I_i} \right)^p \quad (\text{III.24})$$

#### b - Potentiel vecteur créé par les N-1 barreaux aimantés

Après avoir calculé le potentiel vecteur magnétique du  $i^{\text{ème}}$  barreau aimanté, une généralisation pour le calcul du potentiel vecteur des N-1 barreaux aimantés restants est effectuée. Parmi les expressions ci-dessus, seules  $\theta_i$  et  $M_i$  varient suivant les nouvelles coordonnées du barreau considéré, nous obtenons donc:

\* Dans le milieu (1)

$$A_r^1 = \sum_{i=1}^N A_r^1, (r, \theta) \quad (\text{III.25})$$

\* Dans le milieu (2)

$$A_r^2 = \sum_{i=1}^N A_r^2, (r, \theta) \quad (\text{III.26})$$

\* Dans le milieu (3)

$$A_r^3 = \sum_{i=1}^N A_r^3, (r, \theta) \quad (\text{III.27})$$

#### III.4.1.2 Potentiel vecteur créé par la composante tangentielle des N barreaux aimantés

La composante tangentielle de l'aimantation des N barreaux aimantés est représentée par des densités superficielles, situées au niveau de leurs surfaces externe et interne (en  $r_o$  et en  $r_i$ , Fig. III.1). Le potentiel vecteur créé par la composante tangentielle est la résultante du potentiel vecteur créé par la densité de courant en  $r=r_i$  et du potentiel vecteur créé en  $r=r_o$ .

a - Potentiel vecteur créé par la densité de courant équivalente en  $r=r_i$  des N barreaux aimantés

La densité de courant volumique de la composante tangentielle des N barreaux aimantés est représentée sur la (Figure III.6)

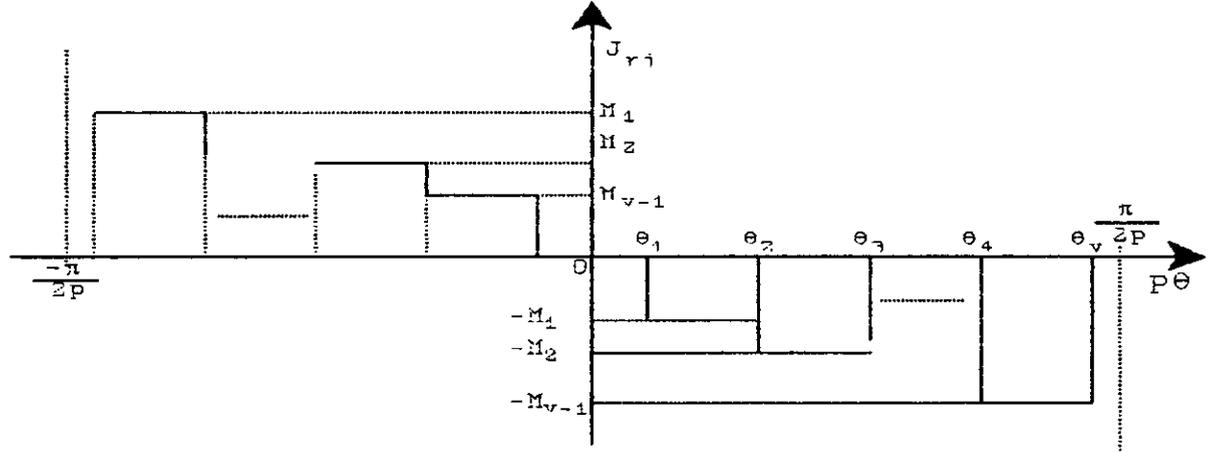


Figure III.6 Distribution de la densité superficielle équivalente de la composante tangentielle en  $r=ri$

où 
$$v = \frac{N + 1}{2} \tag{III.28}$$

Ce signal est développable en série de Fourier [8] :

$$J_{ri}(r, \theta) = \sum_k J_{ri_k}(\theta) \sin((2k+1)p \theta) \tag{III.29}$$

$J_{ri_k}(\theta)$  est le coefficient de Fourier du signal représenté sur la (Figure III.6). Son expression est:

$$J_{ri_k}(\theta) = \frac{K_{ri}}{I} \tag{III.30}$$

avec

$$K_{ri} = -\frac{4 I_m}{\pi (2K+1)} \sum_{i=1}^v M_i [(\cos((2k+1)p\theta_{i_1}) - \cos((2k+1)p\theta_{i+1}))] \tag{III.31}$$

Le potentiel vecteur est de la forme :

$$A_c(r, \theta) = \sum_k \alpha_k \sin((2k+1)p \theta) \tag{III.32}$$

Nous définissons deux zones distinctes:

La zone (1') où  $r_1 < r \leq r_i$  et la zone (2') où  $r_1 < r \leq r_2$  ( Fig. III.1). Que ce soit dans la première zone ou dans la deuxième, l'équation du champ à résoudre est du même type.

Dans la zone (1'),  $a_k$  est exprimé par:

$$a_k^{1'} = a_1^1 \left[ \left( \frac{r}{r_r} \right)^{(2k+1)p} + \left( \frac{r_r}{r} \right)^{(2k+1)p} \right] \quad (\text{III.33})$$

Dans la zone (2'), il est donné par:

$$a_k^{2'} = a_2^1 \left[ \left( \frac{r}{r_a} \right)^{(2k+1)p} + \left( \frac{r_a}{r} \right)^{(2k+1)p} \right] \quad (\text{III.34})$$

Les coefficients  $a_1^1$  et  $a_2^1$  sont obtenus, en utilisant les équations de continuité à la surface de séparation des deux zones en  $r=r_i$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial A_t^{1'}}{\partial r} - \frac{\partial A_t^{2'}}{\partial r} = \mu_0 J_s(r=r_i) \\ A_t^{1'} = A_t^{2'} \end{array} \right. \quad (\text{III.35})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_t^{1'} = A_t^{2'} \end{array} \right. \quad (\text{III.36})$$

On obtient donc :

$$a_1^1 = \frac{\mu_0 k_{ri}}{2(2k+1)} \frac{\cosh((2k+1)p\alpha)}{\sinh((2k+1)(\alpha+\phi))} \quad (\text{III.37})$$

$$a_2^1 = \frac{\mu_0 k_{ri}}{2(2k+1)} \frac{\cosh((2k+1)p\phi)}{\sinh((2k+1)(\alpha+\phi))} \quad (\text{III.38})$$

avec 
$$e^\phi = \left( \frac{r_a}{r_i} \right)^{(2k+1)p} \quad (\text{III.39})$$

où  $\alpha$  est donnée par l'équation (III.22)

b - Potentiel vecteur créé par la densité de courant équivalente en  $r=r_\eta$  des N barreaux aimantés

De la même manière que ci-dessus, la densité de courant volumique équivalente est un signal périodique développable en séries de Fourier sur l'ensemble de la machine. Elle est exprimée par:

$$J_{r\theta}(r, \theta) = \sum_k J_{r\theta k}(\theta) \sin((2k+1)p\theta) \quad (\text{III.40})$$

où  $J_{r\theta k}$  représente le coefficient de Fourier d'ordre  $(2k+1)$ . Il est donné par :

$$J_{r0k} = \frac{K_{r0}}{r} \quad (\text{III.41})$$

où  $K_{r0} = -K_{ri}$  et  $K_{ri}$  est donné par l'expression (III.31).

Pour le calcul du potentiel vecteur créé par cette densité, on définit deux zones indépendantes :

\* zone (1'') où  $r_r < r < r_0$

\* zone (2'') où  $r_0 < r < r_a$

Que ce soit dans la zone (1'') ou dans la zone (2''), le potentiel vecteur magnétique  $A_c$  est solution de l'équation de Laplace, il s'écrit sous la forme :

$$A_c''(r, \theta) = \sum_k \alpha_k \sin((2k+1)p\theta) \quad (\text{III.42})$$

La dérivée normale de ce potentiel étant nulle au niveau de l'armature du rotor. L'expression de la fonction  $\alpha_k$  s'écrit :

\* dans la zone (1''),

$$\alpha_{k1} = a_1^2 \left[ \left( \frac{r}{r_r} \right)^{(2k+1)p} + \left( \frac{r_r}{r} \right)^{(2k+1)p} \right] \quad (\text{III.43})$$

\* dans la zone (2'')

$$\alpha_{k2} = a_2^2 \left[ \left( \frac{r}{r_a} \right)^{(2k+1)p} + \left( \frac{r_a}{r} \right)^{(2k+1)p} \right] \quad (\text{III.44})$$

Les coefficients  $a_1^2$  et  $a_2^2$  sont obtenus en écrivant la continuité des potentiels vecteurs et de leurs dérivées normales en  $r_0$ :

$$\begin{cases} \frac{\partial A_c^{1''}}{\partial r} - \frac{\partial A_c^{2''}}{\partial r} = \mu_0 J_s(r=r_0) \\ A_c^{1''} = A_c^{2''} \end{cases} \quad (\text{III.45})$$

On obtient donc :

$$a_1^2 = \frac{\mu_0 k_{r0}}{2(2k+1)} \frac{\cosh((2k+1)p\beta)}{\sinh((2k+1)(\beta+\psi))} \quad (\text{III.46})$$

$$a_2^2 = \frac{\mu_0 k_{r0}}{2(2k+1)p} \frac{\cosh((2k+1)\psi)}{\sinh((2k+1)(\beta+\psi))} \quad (\text{III.47})$$

avec

$$e^\psi = \left( \frac{r_a}{r_0} \right)^{(2k+1)p} \quad (\text{III.48})$$

tandis que  $\beta$  est donnée par l'expression (III.23)

Finalement, en tenant compte de la linéarité du modèle considéré, le potentiel vecteur créé par la composante tangentielle dans les trois milieux (1), (2) et (3) est donné par:

♦ Dans le milieu (1)

$$A_t^1(r, \theta) = A_t^{1'}(r, \theta) + A_t^{1''}(r, \theta) \quad (\text{III.49})$$

♦ Dans le milieu (2)

$$A_t^2(r, \theta) = A_t^{2'}(r, \theta) + A_t^{2''}(r, \theta) \quad (\text{III.50})$$

♦ Dans le milieu (3)

$$A_t^3(r, \theta) = A_t^{3'}(r, \theta) + A_t^{3''}(r, \theta) \quad (\text{III.51})$$

#### III.4.2 POTENTIEL VECTEUR CREE PAR LES COURANTS STATORIQUES

En tenant compte du mode d'alimentation adopté où les courants au stator sont de forme d'onde sinusoïdales, la densité superficielle équivalente aux courants statoriques est représentée sur la (Figure III.7) :

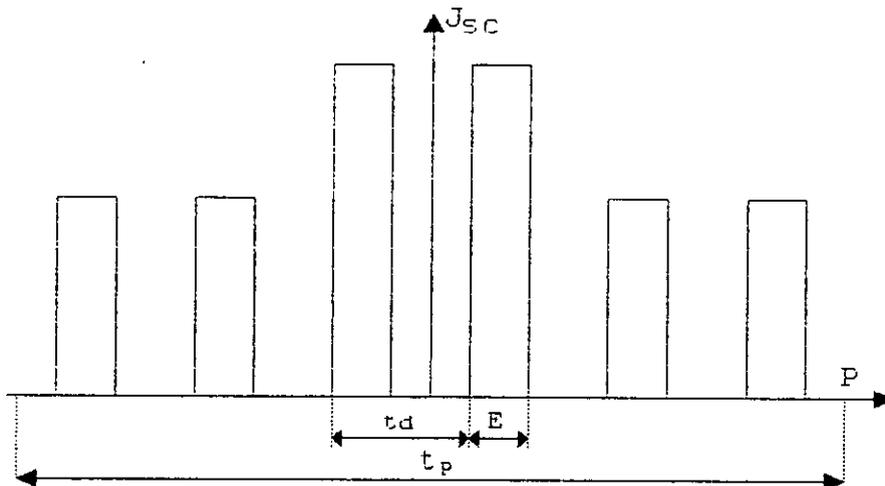


Figure III.7 Distribution de la densité superficielle équivalente des courants au stator

Cette distribution est développable en série de Fourier, et s'écrit :

$$J_{sc}(p\theta') = \sum_k J_{sc_k} \cos((2k+1)p\theta') \quad (\text{III.52})$$

où  $J_{sc_k}$  est le coefficient de Fourier de rang  $(2k+1)$ . C'est une fonction des différents coefficients de bobinage [28]. Il est calculé sur un demi pas polaire en utilisant l'expression :

$$J_{sc_k} = \frac{2}{\pi} \cdot NI \cdot K_b(k) \quad (\text{III.53})$$

où  $NI$  représente les Ampères tours développés par les six encoches du stator sur un pas polaire. Le coefficient  $K_b(k)$  représente le coefficient de bobinage d'une bobine à pas diamétral. A partir de l'expression (III.52), le potentiel vecteur  $A_c(r, \theta')$  créé par les courants statoriques dans le domaine de l'entrefer magnétique  $r_1 < r < r_2$  (Figure III.1) est solution de l'équation de Laplace. Il s'écrit sous la forme:

$$A_c(r, \theta') = \sum_k \alpha_{c_k}(r) \cos((2k+1)p\theta') \quad (\text{III.54})$$

La condition  $\frac{\partial A_c(r, \theta')}{\partial r} = 0$  au niveau de l'armature du rotor

( $r=r_1$ ) permet d'écrire  $\alpha_{c_k}(r)$  sous la forme :

$$\alpha_{c_k}(r) = d_k \left[ \left( \frac{r}{r_1} \right)^{(2k+1)p} + \left( \frac{r_1}{r} \right)^{(2k+1)p} \right] \quad (\text{III.55})$$

le coefficient  $d_k$  est obtenu en écrivant la condition

( $\frac{\partial A_c(r, \theta')}{\partial r} = -\mu_0 J_{sc}$ ) au niveau de l'armature statorique, il

s'écrit :

$$d_k = \frac{I_a \mu_0 J_{c_k}}{2(2k+1)p \sinh((2K+1)p\psi)} \quad (\text{III.56})$$

avec  $\psi$  est donné par l'expression (III.48).

A partir des expressions des potentiels vecteurs calculées à l'aide des relations développées précédemment, les inductions magnétiques, dues aux différentes sources (aimants et courants) s'en déduisent à l'aide des relations (III.2).

### III.4.3 CALCUL DU COUPLE ELECTROMAGNETIQUE DEVELOPPE PAR LA STRUCTURE A AIMANTATION TOURNANTE

Le couple électromagnétique développé par la structure à aimantation tournante peut être déterminé en utilisant le moment de la force de Laplace, dû à la composante  $H_t B_n$  du tenseur des contraintes de Maxwell. Pour une machine cylindrique de longueur utile  $l_u$  et de rayon d'alésage  $r_a$ , le couple développé au niveau de la surface statorique entourant l'entrefer est donné par :

$$\Gamma = 2 p l_u r_a \int_{-\frac{\pi}{2}p}^{\frac{\pi}{2}p} H_t \cdot B_n \alpha \theta \quad (\text{III.57})$$

La continuité de la dérivée normale du potentiel vecteur en  $r=r_a$  permet d'écrire :

$$H_t = - J_{sc}(p\theta') \quad (\text{III.58})$$

où  $J_{sc}(p\theta')$  représente la distribution de la densité superficielle équivalente des courants statoriques donnée par l'expression (III.52). En l'absence du couple de détente, le couple résultant représente l'interaction entre les sources aimants permanents-courants statoriques. L'induction radiale due aux aimants au niveau du rayon d'alésage est représentée par  $B_r$ . Elle s'écrit ainsi :

$$B_r(r_a, \theta) = \frac{1}{r} \frac{\partial A(r_a, \theta)}{\partial \theta} \quad (\text{III.59})$$

En remplaçant dans (III.57)  $H_t$  et  $B_r$  par leurs expressions, le couple s'écrit:

$$\Gamma = 2 p l_u \int_{-\frac{\pi}{2}p}^{\frac{\pi}{2}p} \frac{\partial A}{\partial \theta} J_{sc}(p\theta') \alpha \theta' \quad (\text{III.60})$$

En régime linéaire, le couple développé par l'aimantation tournante sera la résultante du couple développé par les composantes radiale et tangentielle séparément.

### III.4.3.1 Couple développé par la composante radiale de l'aimantation tournante

Le couple développé par cette composante sera lui même la résultante des couples d'interaction entre chaque barreau aimanté d'une part et les courants statoriques d'autre part, nous écrivons alors :

$$\Gamma_r = \sum_{i=1}^N \Gamma_{r_i} \quad (\text{III.61})$$

En tenant compte des résultats obtenus précédemment, l'induction radiale s'écrit :

$$B_{r_i} = p(2k+1) \sum_k a_3 \frac{2}{r_a} \cos((2k+1)p(\theta + \theta_i)) \quad (\text{III.62})$$

Après intégration de l'équation (III.60), l'expression de  $\Gamma_{r_i}$  devient :

$$\Gamma_{r_i} = 4I_u \pi \sum_k^{\infty} (2k+1)p a_3 J_{sk} \cos((2k+1)p(\delta + \theta_i)) \quad (\text{III.63})$$

où  $a_3$  est donné par l'expression (III.21)

En fonction des coordonnées de chaque barreau aimanté, le couple total  $\Gamma_r$  développé par la composante radiale est calculé à partir de l'expression (III.58)

### III.4.3.2 Couple développé par la composante tangentielle de l'aimantation tournante

De façon similaire, l'induction radiale créée par cette composante au niveau du rayon d'alésage statorique est exprimée par :

$$B_r^t = p(2k+1) \sum_k \frac{2}{r_a} [a_2^1 + a_2^2] \cos((2k+1)p\theta) \quad (\text{III.64})$$

En remplaçant cette expression dans l'équation (III.60) et après intégration, la relation donnant le couple dû à la composante tangentielle devient :

$$\Gamma_t = 4I_u \pi \sum_k^{\infty} (2k+1)p (a_2^1 + a_2^2) J_{sk} \cos((2k+1)p\delta) \quad (\text{III.65})$$

où  $a_2^1$  et  $a_2^2$  sont donnés respectivement par les expressions (III.38) et (III.47).

## III.5 METHODE DE RESOLUTION SEMI-NUMERIQUE

## III.5.1 EQUATIONS INTEGRALES BASEES SUR L'IDENTITE DE GREEN

Pour transformer l'équation de Poisson (II.11) obtenue précédemment, ainsi que les conditions aux limites en une équation intégrale, on utilise la formulation basée sur l'identité de Green [30].

Cette méthode a pour fondement l'application de la seconde identité de Green au potentiel vecteur  $A$  et à la fonction de Green  $G(P,Q)$  associée à l'opérateur Laplacien.

$$\iint_s (A \cdot \Delta G - G \cdot \Delta A) ds = \int_l (A \cdot \frac{\partial G}{\partial n} - G \cdot \frac{\partial A}{\partial n}) dl \quad (\text{III-63})$$

où  $\vec{n}$  représente la normale extérieure à la surface  $S$

## III.5.1.1 Fonction de Green :

Nous avons vu que le calcul de l'équation de diffusion du champ peut être ramené à la résolution dans le plan des équations de type  $\Delta A = F$ . où  $F$  est un vecteur représentant l'excitation.

Dans le cas où il n'existe pas ( $F=0$ ), nous aurons  $\Delta A = 0$ .

En utilisant la fonction de Green, notre but est de chercher la solution à l'équation :

$$\Delta G(P,Q) = \delta(r_{PQ}) \quad (\text{III-64})$$

où  $P$  est le point fixe et  $Q$  le point courant.

La fonction  $G(P,Q)$  correspond au potentiel créé par une source ponctuelle au point  $Q$ . L'opération de dérivation s'effectue au point  $P$ . Cette fonction ne dépend que de la distance  $r = |PQ|$ . Elle vaut en trois dimensions [36,37] :

$$G(P,Q) = \frac{1}{4\pi r_{PQ}} \quad (\text{III-65})$$

et en deux dimensions :

$$G(P,Q) = -\frac{1}{2\pi} \ln r_{PQ} \quad (\text{III-66})$$

C'est cette dernière que nous allons utiliser dans notre étude. D'après l'équation (III.64),  $\Delta G$  n'est définie que pour tout point  $P$  différent de  $Q$ . Dans tout l'espace excluant un contour de rayon  $\epsilon$  autour du point  $P$  :

$$\Delta G(P, Q) = 0 \quad (\text{III-67})$$

L'équation (III.63), en tenant compte de l'équation  $\Delta A = F$  s'écrit :

$$\begin{aligned} \iint_s GF ds &= \int_l [A(Q) \cdot \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n} - G(P, Q) \cdot \frac{\partial A(Q)}{\partial n}] dl \\ &+ \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\epsilon} [A(Q) \cdot \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n} - G(P, Q) \cdot \frac{\partial A(Q)}{\partial n}] dl \end{aligned} \quad (\text{III-68})$$

où  $\epsilon$  est le contour entourant le point P.

L'équation (III.68) est définie dans un plan  $\Gamma$  (Figure III.8) limitée par une frontière  $l$  avec :

$\frac{\partial A}{\partial n}$  est donnée sur  $l_1$ ,  $A$  est donnée sur  $l_2$  et  $l_1 \cup l_2 = l$

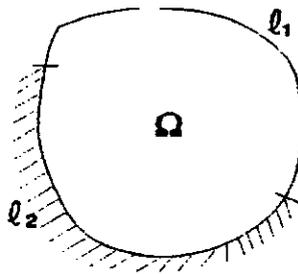


Figure III.8 Définition d'un domaine  $\Omega$

Deux cas sont alors considérés [38]:

1 / Si P est situé dans  $\Omega$  mais pas sur la frontière  $l$

Le terme  $A(Q) \cdot \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n}$  de la seconde intégrale du second membre de L'équation (III.68) est de la forme :

$$A(Q) \cdot \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n} = \frac{1}{2\pi r_{PQ}} A(Q) \quad (\text{III-69})$$

et l'intégrale de ce terme sur  $\epsilon$  vaut :

$$\frac{1}{2\pi r_{PQ}} \cdot A(Q) \cdot 2\pi r_{PQ} = A(P) \quad (\text{III-70})$$

Le terme  $G(P, Q) \cdot \frac{\partial A(Q)}{\partial n}$  est équivalent à  $-\frac{1}{2\pi} \ln r_{PQ} \cdot \frac{\partial A(Q)}{\partial n}$  et

nulle sur le domaine  $\epsilon$ . L'équation (III.68) s'écrit alors :

$$A(P) = \iint_{\Sigma} G(P, Q) \cdot F(Q) ds + \int_L [G(P, Q) \cdot \frac{\partial A(Q)}{\partial n} - A(Q) \cdot \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n}] dl \quad (\text{III-71})$$

2 / Si P est un point régulier de la frontière :

Le raisonnement est identique, seule la relation (III.70) est modifiée, puisque l'intégration ne s'effectue pas sur un contour, mais seulement sur une portion.

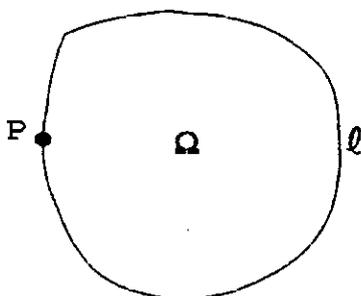


Figure III.9 Point régulier du domaine d'intégration

La relation (III.71) prends alors la forme :

$$C(P) \cdot A(P) = \iint_{\Sigma} G(P, Q) \cdot F(Q) ds + \int_L [G(P, Q) \cdot \frac{\partial A(Q)}{\partial n} - A(Q) \cdot \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n}] dl \quad (\text{III-72})$$

où le coefficient  $C(P) = \frac{\alpha}{2\pi}$ , avec  $\alpha$  étant l'angle correspondant

au " balayage de  $l$  depuis le point  $P$  ".

De même pour un point de la frontière correspondant à un angle " intérieur  $\alpha$

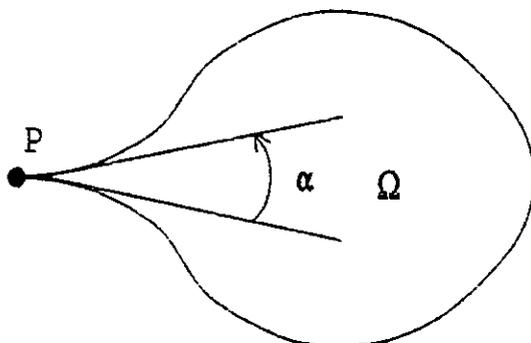
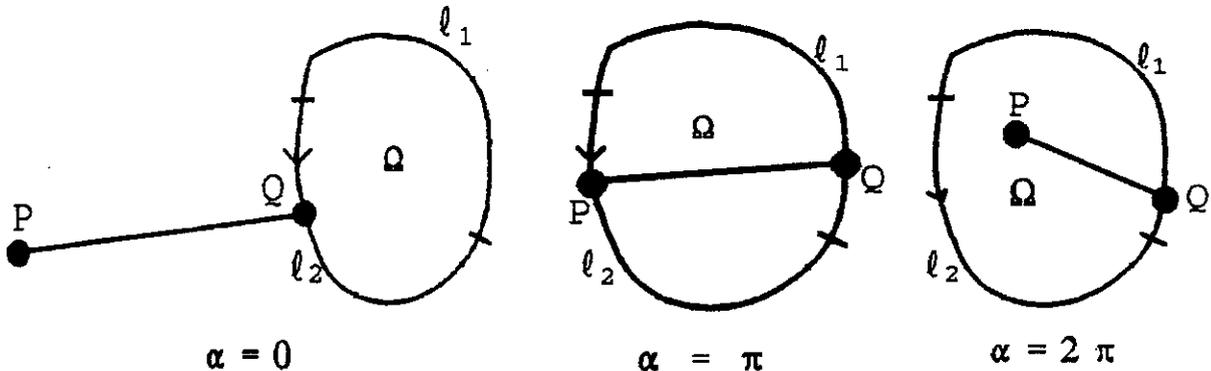


Figure III.9 Cas pour un point anguleux

Dans tout les cas, la relation (III.72) est valable, et l'angle  $\alpha$  est donné par :



Avec un mode d'approximation adéquat de  $A$  et  $\frac{\partial A}{\partial n}$  sur  $l$ , et grâce à un choix judicieux des points  $P$  sur la frontière, l'équation (III.72) permet d'obtenir le potentiel  $A$ , là où l'on connaît  $\frac{\partial A}{\partial n}$  et  $\frac{\partial A}{\partial n}$  là où l'on connaît  $A$ .

### III.5.2 MODELE BIDIMENSIONNEL DE LA STRUCTURE ETUDIEE

#### III.5.2.1 Potentiel vecteur créé par les barreaux aimantés

Dans le domaine délimité par le contour fermé  $[a,b,c,d]$  (Figure III.10), on est amené à résoudre l'équation de Poisson  $\Delta A_a = \mu_0 J_s$ . Le potentiel vecteur  $A_a$  créé par les  $N$  barreaux aimantés par pôle admet les densités superficielles ( $J_s$ ) comme sources. Ce potentiel vecteur est la résultante d'un potentiel vecteur  $A_{ar}$  créé par la composante radiale de l'aimantation tournante, et d'un potentiel vecteur  $A_{at}$  créé par la composante tangentielle.

#### III.5.2.2 Potentiel vecteur créé par la composante radiale des $N$ barreaux aimantés

On peut admettre que le potentiel vecteur créé par cette composante est la résultante des potentiels vecteurs créés par la composante radiale de chacun des  $N$  barreaux (Figure III.10).

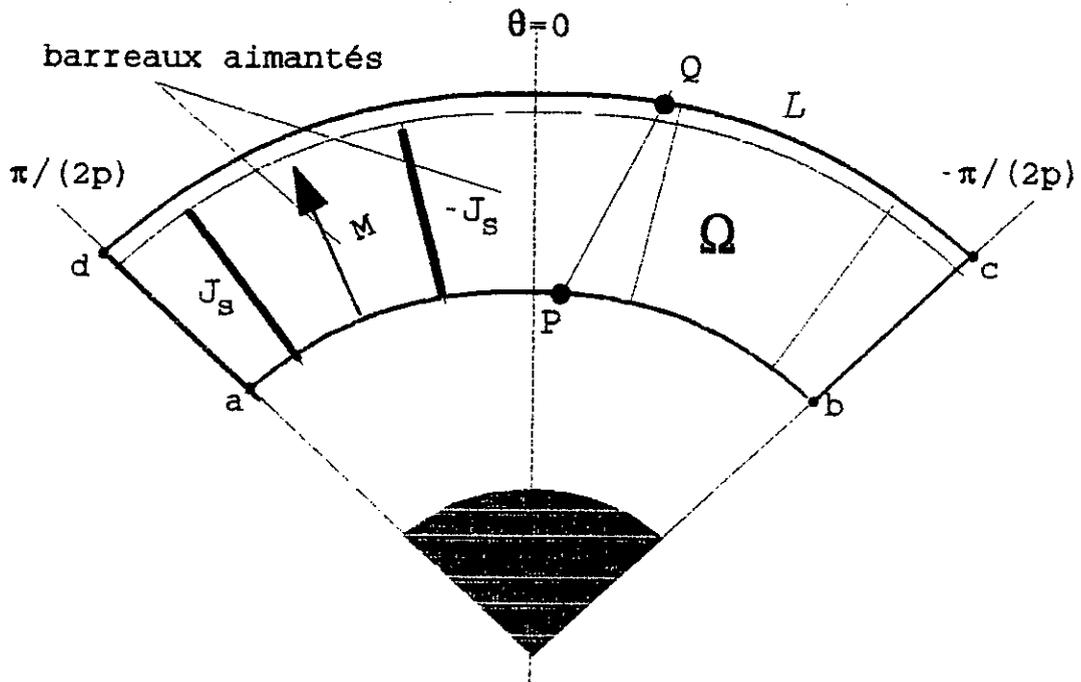


Figure III.10 Domaine d'étude pour la composante radiale des  $N$  barreaux aimantés

Nous représentons la composante radiale par des densités superficielles de courants situées dans le vide au niveau des flans des aimants [voir: paragraphe III.4.5]. L'équation à résoudre dans le domaine délimité par le contour  $L$   $[a, b, c, d, a]$  est celle de Poisson  $\Delta A_{r_i} = -\mu_0 J_s$ . La formulation intégrale de l'équation de Poisson est donnée par l'expression suivante:

$$C(p) \cdot A_{r_i}(p) = \iint_{\Omega} G(p, q) \cdot J_{s_x} ds + \int_L [G(p, q) \cdot \frac{\partial A_{r_i}(q)}{\partial n} - A_{r_i}(q) \cdot \frac{\partial G(p, q)}{\partial n}] dl \quad (\text{III-73})$$

Seul le type de point régulier est considéré dans la résolution numérique de notre problème, nous avons donc  $C(p) = \frac{1}{2}$ .

### III.5.2.3 Potentiel vecteur créé par la composante tangentielle des barreaux aimantés

De façon identique au cas ci-dessus, nous représentons la composante tangentielle de chaque barreau aimanté par deux densités superficielles de courant  $J_{r_i}$  et  $J_{r_0}$  (Figure III.11) respectivement en  $r=r_i$  et  $r=r_0$ .

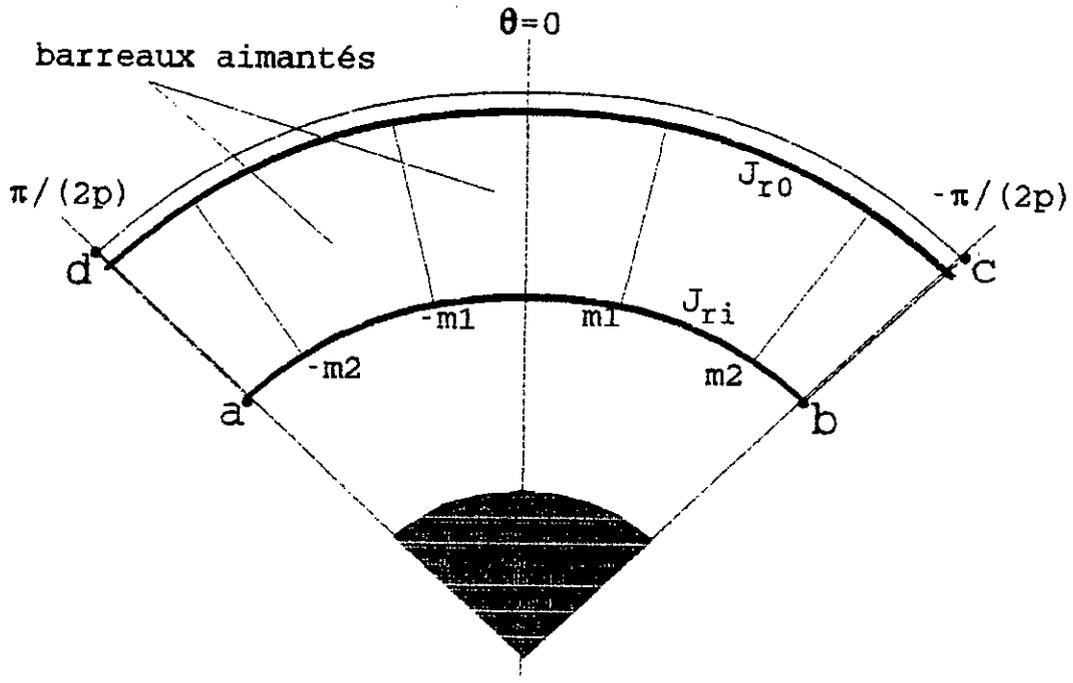


Figure III.11 Domaine d'étude de la composante tangentielle des  $N$  barreaux aimantés

La même équation est à résoudre dans le même domaine défini par:  $L=[a,b,c,d,a]$ . Seule la distribution de la densité superficielle de courant change.

### III.5.3 TECHNIQUE DE RESOLUTION

Nous avons montré que les équations de diffusion du champ dans un domaine ( $\Omega$ ) se ramènent à des équations intégrales de frontière sur un contour ( $L$ ) entourant le domaine ( $\Omega$ ). A l'exception de quelques géométries simples, la solution analytique est impossible. Le recours à des techniques d'approximation de cette solution est alors nécessaire.

#### III.5.3.1 Equations intégrales de frontière régulières

Lorsque le point fixe "P" est sur la frontière  $L$  (Figure III.11) et que le point courant "Q" s'approche de celui-ci, le noyau de l'intégrale devient singulier. L'emploi d'une méthode d'intégration numérique nécessite, dans ce cas, l'utilisation d'une solution analytique. Par contre, si on prend "P" hors du

domaine considéré, le coefficient  $C(p) = 0$ . Nous obtenons l'équation :

$$\int (G \frac{\partial A}{\partial n} - A \frac{\partial G}{\partial n}) dl = 0$$

Cette équation est alors une intégrale de frontière régulière.

### III.5.3.2 Résolution de l'équation intégrale

La relation (III.73) montre que nous aboutissons à des équations intégrales de "Fredholm" de deuxième espèce de la forme [39] :

$$f(x) = \lambda \int_a^b K(x,y) f(y) dy + g(x) \quad (\text{III-74})$$

$k(x,y)$  est le noyau de l'équation intégrale,  $g(x)$  une fonction donnée (pour notre cas celle de Green) et  $f(x)$  la fonction inconnue ( potentiel vecteur magnétique).

Deux méthodes sont particulièrement utilisées pour l'approximation de ces intégrales :

- La méthode des approximations successives, qui nous permet de calculer une série de fonctions approchées ( $F_n$ ) par:

$$F_n = \lambda \int_a^b K(x,y) F_{n-1}(y) dy + g(x) \quad (\text{III-75})$$

- La méthode numérique avec résidus pondérés et des éléments finis de frontières. L'intégrale est approximée par une formule de quadrature numérique et les équations intégrales sont discrétisées sur un ensemble finis d'éléments du domaine.

Cette dernière est celle que nous allons utiliser pour le cas de la machine synchrone à aimantation tournante.

### III.5.3.3 Discrétisation numérique

Le principe de la résolution numérique avec des éléments de frontière consiste à discrétiser les équations intégrales associées, c'est à dire à rechercher leur solution en un certain nombre des noeuds définis dans le domaine d'étude.

## a - Découpage en élément finis

L'évaluation des intégrales de frontières ne nécessite que la connaissance géométrique des frontières des domaines. Celles-ci sont découpées en élément finis isoparamétriques de type linéaire [40] (Figure III.13).

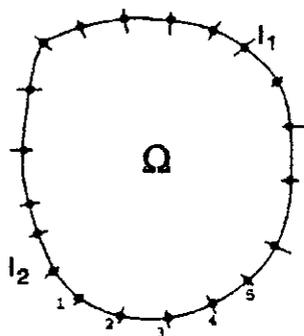


Figure III.12 Discretisation du domaine en éléments linéaires

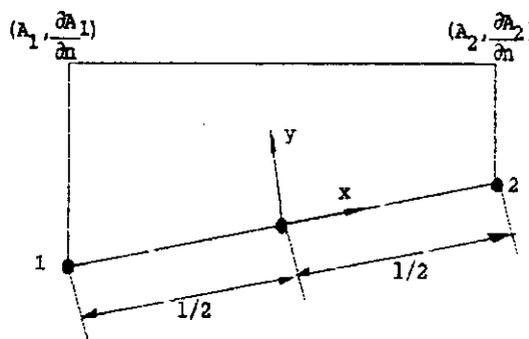


Figure III.13 Modèle isoparamétrique de l'élément

Une fonction de base d'interpolation permet de définir les coordonnées locales des éléments à partir de leurs coordonnées cartésiennes.

$$x_i(\xi) = N_i(\xi) x_i \quad \xi \text{ varie entre } -1 \text{ à } 1$$

Les grandeurs physiques sont approximées par les mêmes fonctions de base :

$$F(\xi) = \sum_{k=1}^3 N_k(\xi) F_k \quad (\text{III-76})$$

Lors de ce découpage en élément finis, des singularités géométriques apparaissent lorsque le domaine présente des arrêtes, ce qui rend la valeur de  $\frac{\partial A}{\partial n}$  indéfinie. Pour notre cas,

la solution pour laquelle nous avons opté consiste à prendre pour valeur de cette normale au noeud singulier, la résultante des normales aux points réguliers voisins. Le noeud est alors traité comme un point régulier.

## b - Discretisation numérique de l'équation intégrale

L'équation intégrale s'exprime comme étant la somme des intégrales sur chacun des éléments d'un maillage.

En prenant comme exemple la relation (III.73) obtenue à partir du modèle de la machine à aimantation tournante, l'équation de Poisson s'écrit :

$$c_i A_i + \iint_{\Omega} G J_{ex} ds = \sum_{j=1}^n \frac{\partial A_j}{\partial n} \int_L G dl - \sum_{j=1}^n A_j \int_L \frac{\partial G}{\partial n} dl \quad (\text{III-77})$$

où  $i$  et  $j$  représentent respectivement les noeuds des points P et Q définis ci-dessus. En posant que  $\iint_{\Omega} G J_{ex} ds = B_i$ , l'équation

(III.77) sous la forme matricielle s'écrit :

$$c_i A_i + B_i + \sum_{j=1}^n \hat{H}_{ij} A_j = \sum_{j=1}^n \hat{G}_{ij} \frac{\partial A_j}{\partial n} \quad (\text{III-78})$$

où  $\hat{H}_{ij}$  et  $\hat{G}_{ij}$  sont des matrices carrées obtenues par intégration numérique en utilisant la méthode de Gauss.

$$\hat{H}_{ij} = \int_{ij} \frac{\partial G}{\partial n} dl \quad (\text{III-79.a})$$

$$\hat{G}_{ij} = \int_{ij} G dl \quad (\text{III-79.b})$$

### c - Intégration numérique

Pour l'évaluation de l'intégrale sur un élément donné, on utilise une formule d'intégration de Gauss :

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \sum_{i=1}^n \omega_i f(\xi_i) \quad (\text{III-80})$$

où  $n$  est l'ordre de l'intégrale,  $\omega_i$  et  $\xi_i$  sont respectivement les poids et les coordonnées locales des points spécifiques de cette intégration.

### d - Constitution du système linéaire

Après discrétisation des équations intégrales, nous obtenons deux inconnues par point ( $A$  et  $\frac{\partial A}{\partial n}$ ). Pour chacun des points

éléments de frontière, on écrit une équation associée aux conditions aux limites, un système linéaire d'équations est établi sous la forme :

$$B + H A = G \frac{\partial A}{\partial n} \quad (\text{III-81})$$

En effectuant un arrangement pour les matrices H et G, et en tenant compte des conditions aux frontières pour le potentiel magnétique vecteur et pour sa dérivé normale, on obtient l'équation matricielle finale :

$$[S] \{X\} = \{F\} \quad (\text{III-82})$$

où  $\{X\}$  est un vecteur comportant les potentiels magnétiques vecteurs et leurs dérivées normales inconnus sur la frontière considérée. La résolution de ce système d'équations est effectuée en utilisant la méthode de Gauss.

#### IV.6 CONCLUSION

La méthode analytique que nous avons développée est caractérisée par des expressions simples, donnant le potentiel vecteur magnétique créé par la structure à aimantation tournante. Les autres grandeurs peuvent s'en déduire facilement tout en permettant la détermination des efforts développés en fonction des paramètres géométriques.

La méthode des équations intégrales de frontière s'est révélée fort intéressante dans le cas où on cherche uniquement des grandeurs dans une surface donnée, par exemple le cas de notre structure, où l'on cherche le potentiel vecteur que sur le rayon d'alésage du stator, permettant ainsi le calcul de l'induction et du couple. Ces derniers permettent un prédimensionnement géométrique rapide de la machine étudiée.

# ***CHAPITRE - IV -***

***DETERMINATION DES PERFORMANCES***

***D'UNE MACHINE SYNCHRONE***

***A AIMANTATION***

***TOURNANTE***

#### IV.1 INTRODUCTION

L'exploitation des deux méthodes de calcul du champ développées dans le chapitre précédent, nous permet de prédimensionner la structure étudiée.

Au niveau de ce chapitre, nous commençons par une exploitation de la méthode analytique où nous présentons différentes distributions des inductions (radiale, tangentielle et totale) créées par les différentes composantes de l'aimantation des barreaux. Le couple électromagnétique, nécessaire au prédimensionnement, est également déterminé. Une validation des résultats, en utilisant le code testé Difimedi [35], est effectuée. La même exploitation, sous les mêmes hypothèses et conditions, est également traitée en utilisation la méthode semi-numérique développée au chapitre précédent.

Nous effectuons alors une comparaison des résultats obtenus à partir des deux méthodes ci-dessus, à savoir : la méthode analytique et la méthode semi-numérique et avec ceux issus du code numérique de calcul de champ testé Difimedi [35]. Nous terminons cette exploitation par un choix des paramètres de la structure étudiée, en cherchant à obtenir un couple maximum avec un minimum d'ondulations tout en tenant compte de la possibilité de réalisation (puissance de la machine étudiée faible).

## IV.2 EXPLOITATION DE LA METHODE ANALYTIQUE

Les modèles analytique et numérique élaborés dans le chapitre précédent sont exploités dans le cas d'une machine à pôles lisses et à aimantation tournante présentant les paramètres suivants [4,41] :

- Diamètre d'alésage	: 62 mm
- Longueur utile	: 140 mm
- Epaisseur de l'entrefer mécanique	: 0.8 mm
- Nombre de paires de pôles	: 3
- Nombre d'encoches statoriques	: 36
- Courant nominal	: 9.0 A
- Aimant à base de $N_2F_2B$	: $\mu_0 M = 1T$

### IV.2.1 Distribution des inductions dues aux aimants

Les inductions créées par les barreaux aimantés sont les résultantes des inductions créées séparément par la composante radiale d'une part, et par la composante tangentielle d'autre part.

#### IV.2.1.1 Induction créée par la composante radiale des barreaux aimantés

A partir des expressions du calcul du champ déterminées dans le paragraphe III.2.3.1, nous avons calculé la distribution de différentes inductions dues aux barreaux aimantés. La Figure (IV.1) représente la distribution de l'induction radiale au niveau du rayon d'alésage dans le cas où le nombre de barreaux aimantés par pôle est égale à 5 et une épaisseur totale  $E_p$  égale 4.8 mm. La Figure IV.2 illustre un exemple de distribution des inductions radiale et tangentielle créées au niveau de l'entrefer dans les mêmes conditions que celles données à la Figure IV.1.

#### IV.2.1.2 Induction créée par la composante tangentielle des N barreaux aimantés

La composante tangentielle des N barreaux aimantés par pôle crée au niveau de l'entrefer une induction radiale relativement faible par rapport à celle créée par la composante radiale. Effectivement, ce résultat confirme celui obtenu par L. Hadjout [3].

L'exploitation des expressions obtenues dans le paragraphe III.2.3.2 permettent de représenter, sur les Figures IV.3 et IV.4, un exemple de distribution pour les inductions radiales créées par les N barreaux aimantés, respectivement au niveau du rayon d'alésage et au niveau de l'entrefer. Les ondulations sont plus accentuées que dans le cas des inductions radiales (Figure IV.1). Ce dernier résultat est encore analogue à celui obtenu par L. Hadjout pour la structure qu'il a étudiée.

#### IV.2.1.3 Inductions créées par l'aimantation tournante

L'exploitation des expressions obtenues au paragraphe III.2.3.3 nous a permis de représenter la distribution des inductions radiales créées par l'aimantation tournante respectivement au niveau du rayon d'alésage et au niveau de l'entrefer, Figures (IV.5) et (IV.6).

L'induction radiale créée par l'aimantation tournante pour différents nombre de barreaux aimantés est donnée à la Figure (IV.8.a).

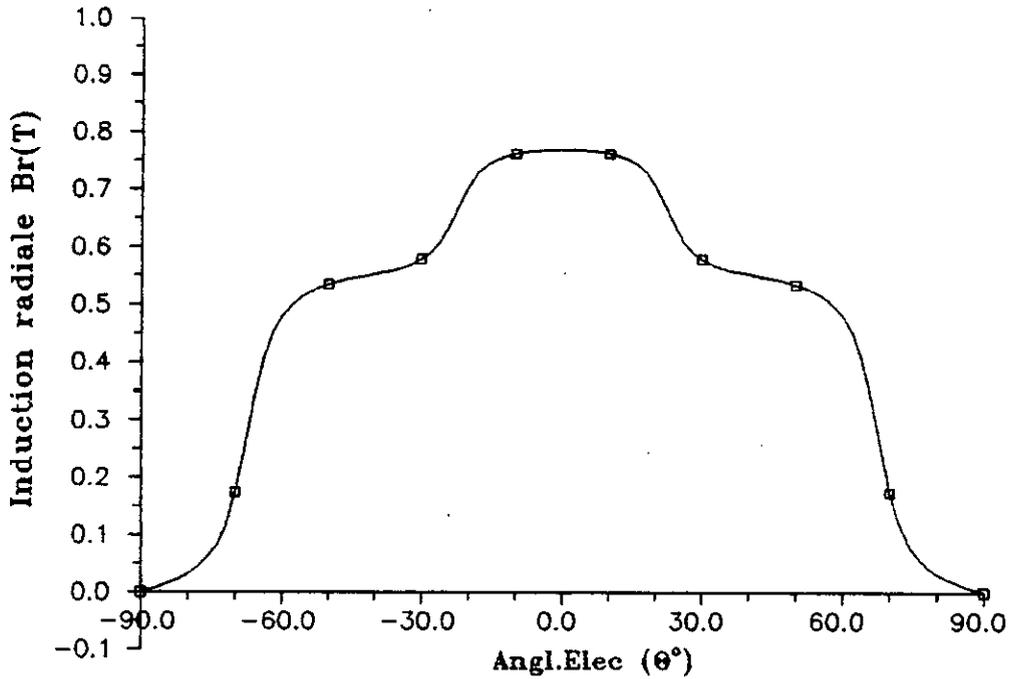


Figure IV.1 Exemple de répartition de l'induction radiale due à la composante radiale, pour  $N=5$  barreaux aimantés d'épaisseur totale  $E_p = 4.8$  mm, au niveau du rayon d'alésage

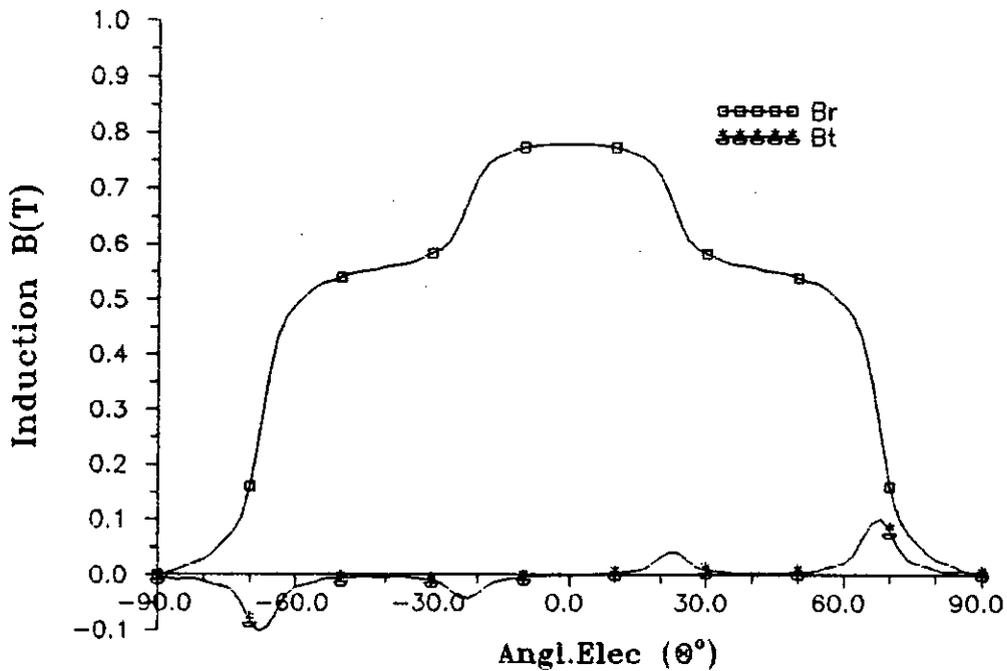


Figure IV.2 Exemple de répartition de l'induction due à la composante radiale pour  $N=5$  barreaux aimantés d'épaisseur totale  $E_p = 4.8$  mm au niveau de l'entrefer ( $r =$  )

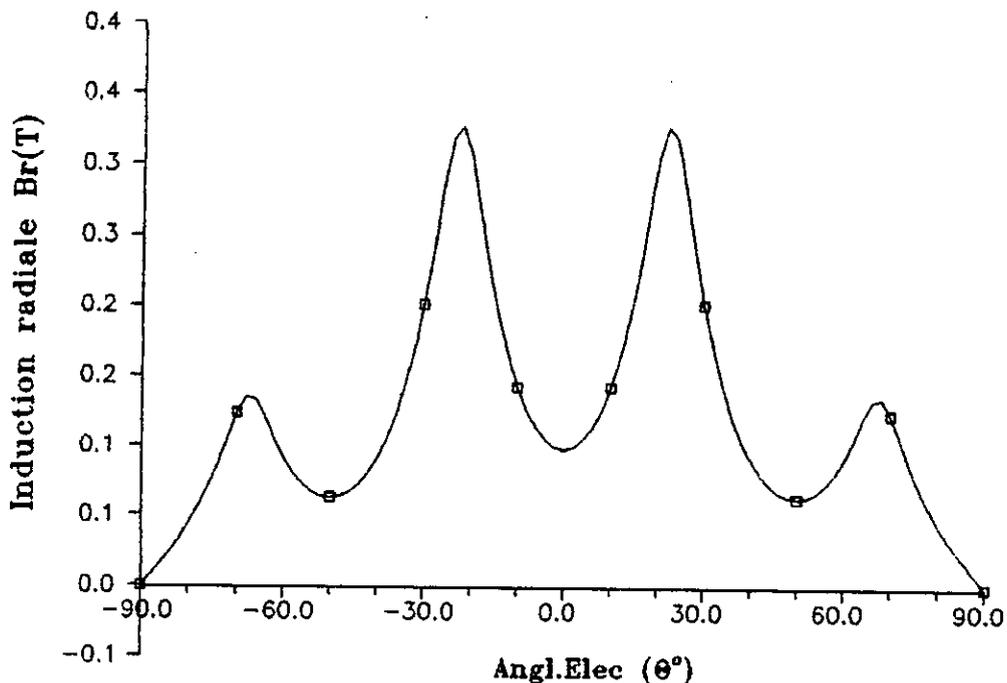


Figure IV.3 Répartition de l'induction radiale due à la composante tangentielle pour  $N=5$  barreaux aimantés d'épaisseur totale  $E_p = 4.8$  mm au niveau du rayon d'alésage

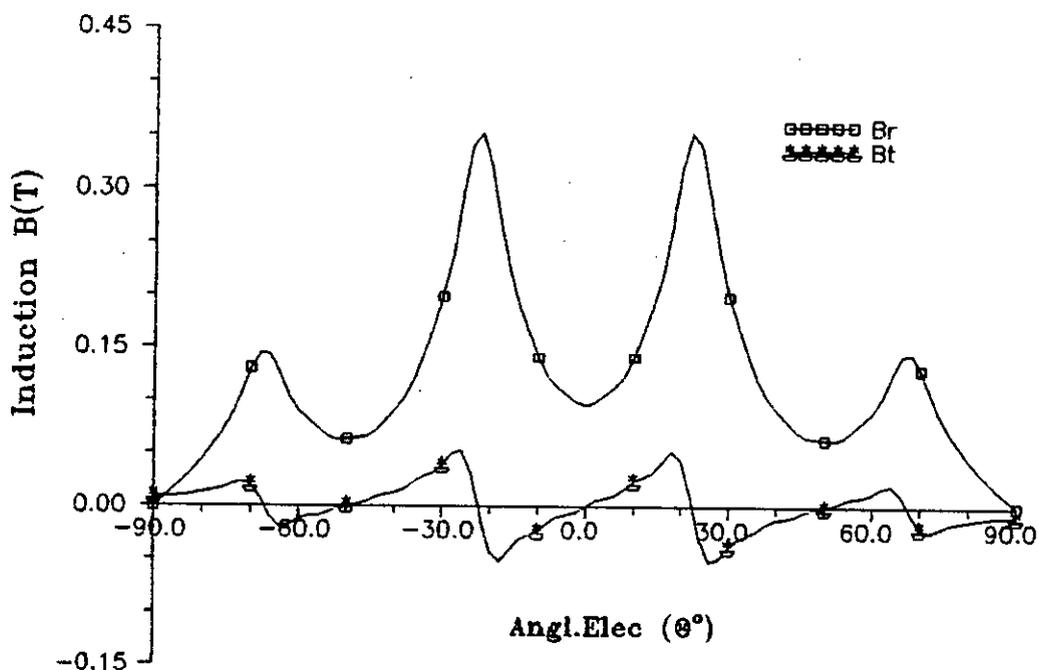


Figure IV.4 Exemple de répartition de l'induction due à la composante tangentielle pour  $N=5$  barreaux aimantés d'épaisseur  $E_p = 4.8$  mm au niveau de l'entrefer (  $r = 30.5$  mm )

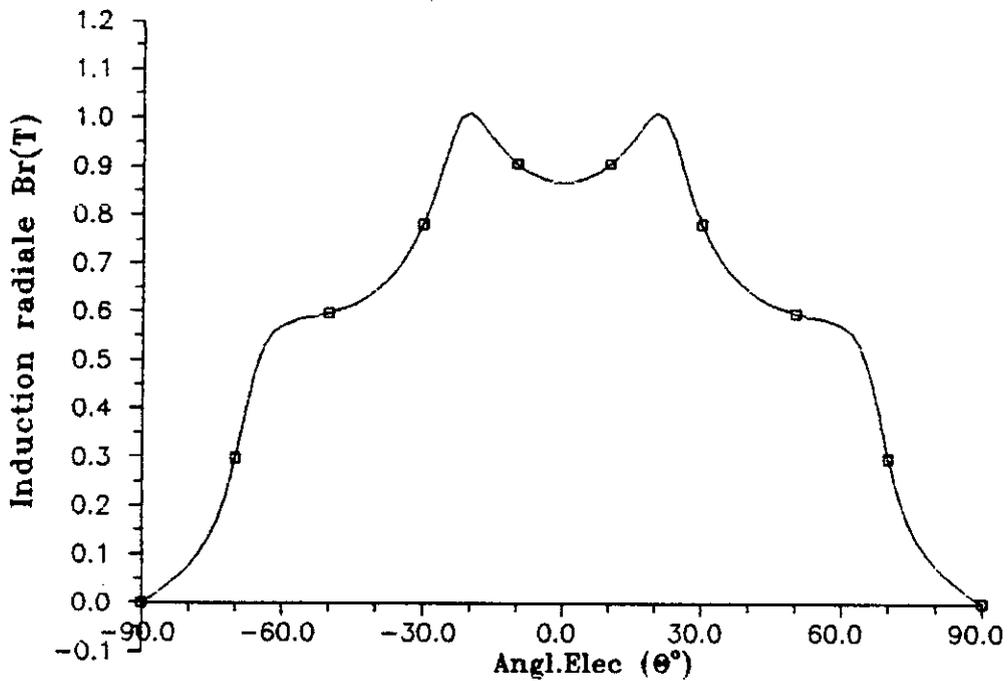


Figure IV.5 Exemple de répartition de l'induction radiale pour N=5 barreaux aimantés d'épaisseur  $E_p = 4.8$  mm au niveau du rayon d'alésage

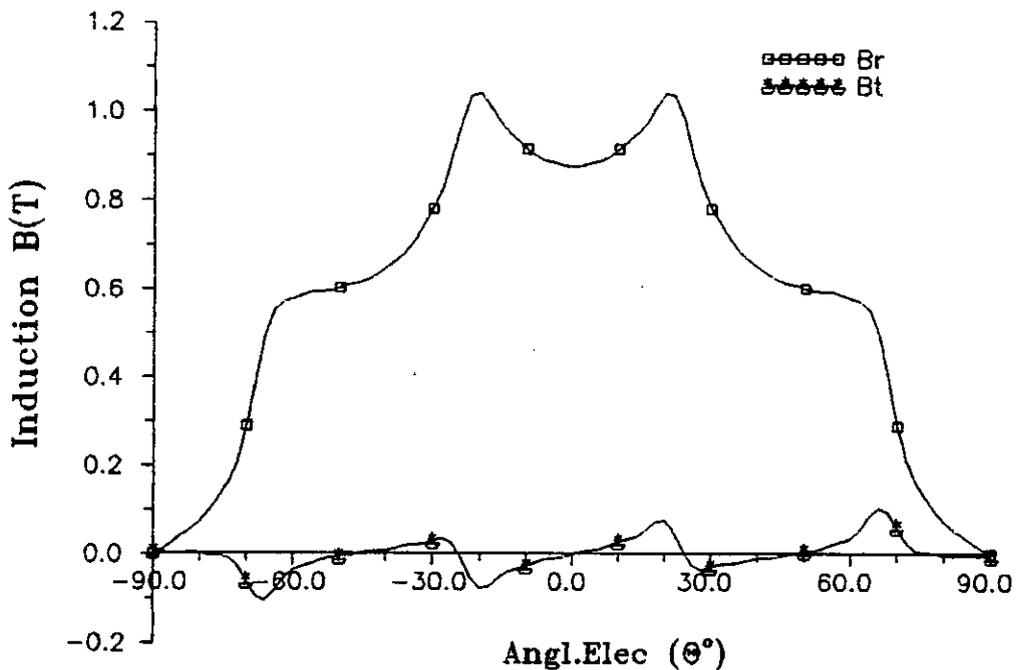


Figure IV.6 Exemple de répartition de l'induction due à l'aimantation tournante pour N=5 barreaux aimantés d'épaisseur  $E_p = 4.8$  mm au niveau de l'entrefer (  $r = 30.5$  mm )

#### IV.2.2 Influence des paramètres géométriques du rotor sur les inductions dues aux N barreaux aimantés

Nous nous intéressons à l'influence du nombre N de barreaux aimantés, de leurs dimensions (épaisseurs et ouvertures), de l'épaisseur de la barrière amagnétique et de l'épaisseur de l'entrefer mécanique sur la distribution de l'induction créée par la structure à aimantation tournante.

##### IV.2.2.1 Influence du nombre N de barreaux aimantés

Le choix du nombre N de barreaux aimantés, avec aimantation décalée, est généralement lié à un compromis entre leur tenue mécanique, la possibilité de les réaliser et les performances recherchées. Pour une épaisseur totale des aimants  $E_p$  égale à 4.8 mm et pour différentes valeurs du nombre N de barreaux aimantés, les Figures (IV.7.a) et (IV.7.b) illustrent la distribution des inductions radiales dues respectivement aux composantes radiale et tangentielle.

Pour mettre en évidence la forme sinusoïdale de la distribution de l'induction radiale recherchée (Figure IV.8.a) par l'aimantation tournante, nous avons procédé à une analyse spectrale qui montre que pour des valeurs élevées du nombre N de barreaux l'harmonique fondamental est prépondérant comme l'illustre l'exemple de la Figure (IV.8.b). Toutefois, il y'a lieu de tenir compte des contraintes de réalisation des dimensions de chaque barreaux (contraintes analogues à celles liées aux nombre d'encoches statoriques dans le cas d'une machine à courant alternatif ou aux nombre de lames du collecteur dans le cas d'une machine à courant continu par exemple).

##### IV.2.2.2 Influence de l'épaisseur des aimants

Pour N égale à 5 et pour différentes épaisseurs des barreaux aimantés, les Figures (IV.9.a), (IV.9.b) et (IV.9.c) représentent les inductions dues, respectivement aux composantes radiale, tangentielle et résultante pour différentes valeurs de l'épaisseur des aimants. Le choix d'une épaisseur est le plus souvent effectué à partir d'un compromis entre la tenue mécanique et le coût. Les résultats obtenus montrent une amélioration de l'amplitude de l'induction radiale en fonction de l'augmentation de l'épaisseur des aimants.

#### IV.2.2.3 Influence de l'épaisseur de la barrière amagnétique

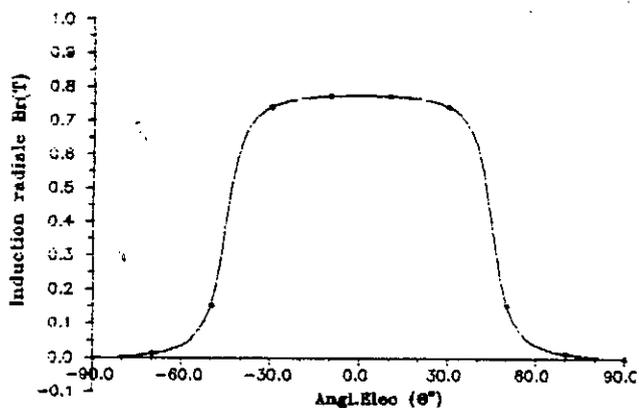
Dans le but de renforcer le champ créé par la composante tangentielle des aimants, nous avons utilisé une barrière amagnétique sur la surface du fer rotorique sous les barreaux aimantés. Cela permettrait en principe une élimination du court-circuit magnétique entre les aimants latéraux et le fer du rotor. Par contre, le champ créé par la composante radiale se trouve affaibli par un entrefer supplémentaire. En effet, les résultats représentés sur les Figures (IV.10.a), (IV.10.b) et (IV.10.c) vérifient cette remarque et illustrent respectivement la variation de l'induction radiale créée par les composantes radiale des N barreaux aimantés, leur composante tangentielle et l'aimantation tournante pour trois valeurs de l'épaisseur de cette barrière. Cependant, l'induction créée par l'inducteur diminue. Cette barrière amagnétique serait efficace seulement dans le cas d'une aimantation azimutale [49]. Nous préférons alors ne pas la considérer dans l'exploitation des efforts pour la suite de notre travail.

#### IV.2.2.4 Influence de l'ouverture des aimants

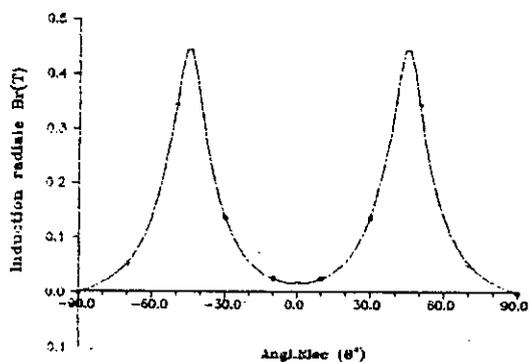
Les Figures (IV.11.a), (IV.11.b) et (IV.11.c) illustrent quelques distributions de l'induction radiale créée respectivement par les composante radiale des N barreaux aimantés, par leurs composante tangentielle et par l'aimantation tournante pour différentes valeurs de l'ouverture des aimants sur un pas polaire. La composante tangentielle des N barreaux aimantés a pour effet d'accentuer le caractère non sinusoïdal de la distribution de l'induction.

#### IV.2.2.5 Influence de l'épaisseur de l'entrefer mécanique

Pour différentes valeurs de l'épaisseur de l'entrefer mécanique, les Figures (IV.12.a), (IV.12.b) et (IV.12.c) représentent des exemples de distributions des inductions radiales créées respectivement par les composante radiale, tangentielle et par l'aimantation tournante des N barreaux aimantés. Pour des valeurs faibles de l'épaisseur de l'entrefer, l'induction radiale créée par la composante tangentielle présente des pics au niveau des flancs adjacents de chaque barreau aimanté.

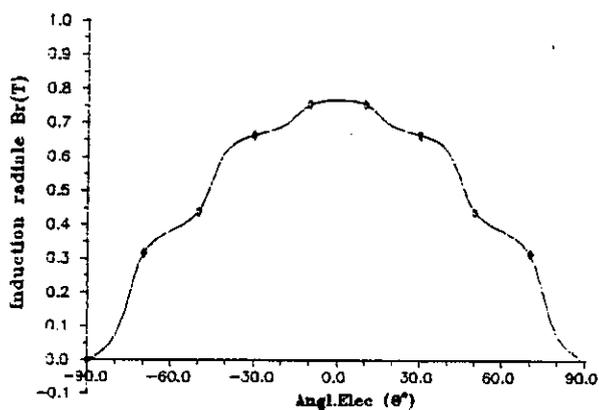


( a )

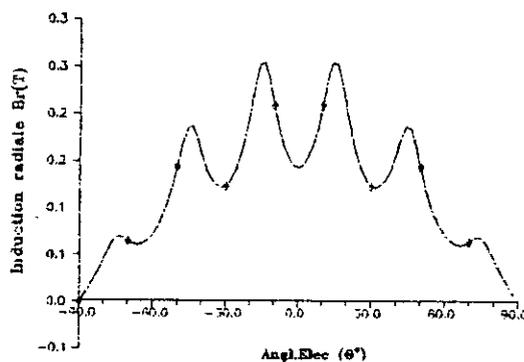


( b )

N=3

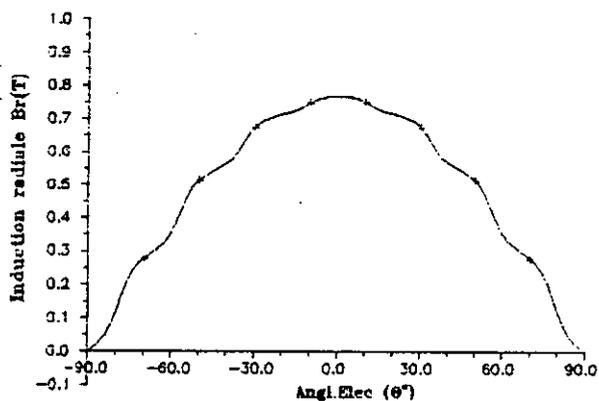


( a )

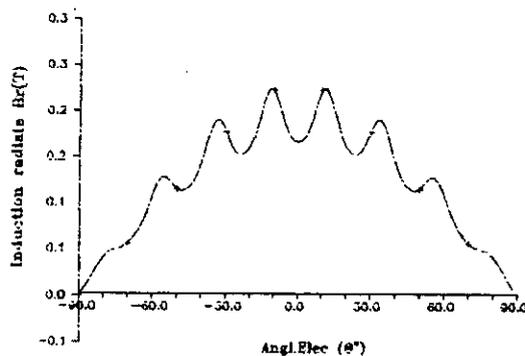


( b )

N=7



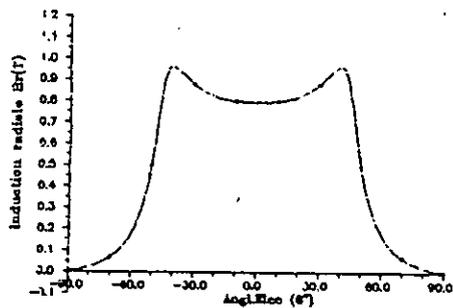
( a )



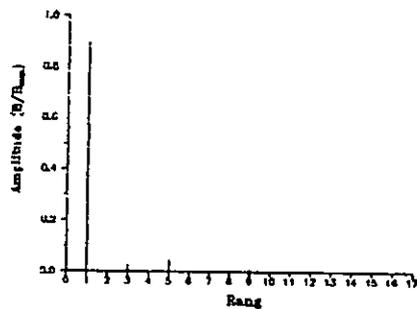
( b )

N=9

Figure IV.7 Induction radiale due à la composante radiale des N barreaux aimantés (a) et à leur composante tangentielle (b) pour  $E_p = 4.8 \text{ mm}$

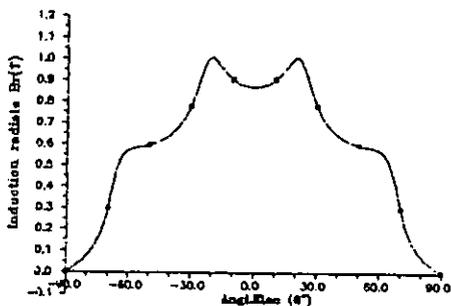


(a)

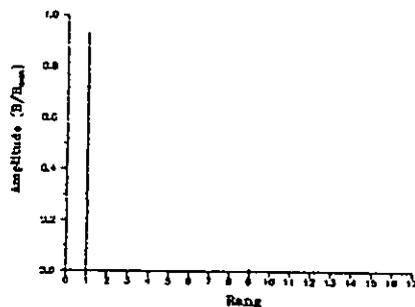


(b)

N=3

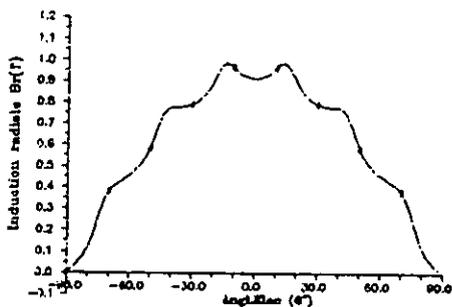


(a)

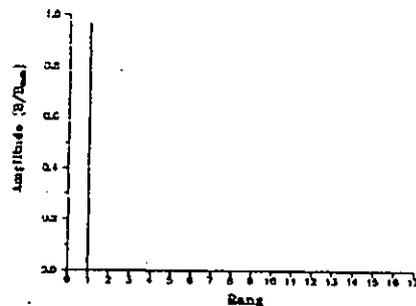


(b)

N=5

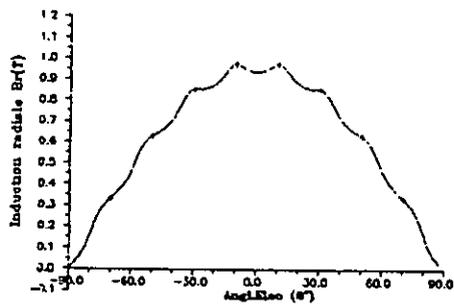


(a)

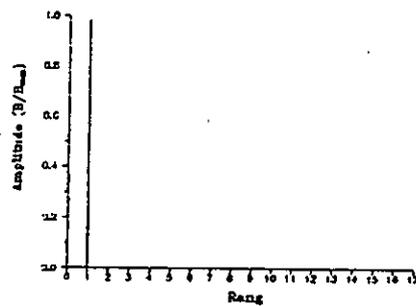


(b)

N=7



(a)



(b)

N=9

Figure. IV.8 Inductions radiales dues à l'aimantation tournante au niveau du rayon d'alésage (a) et leurs spectres (b) pour  $E_p=4.8$  mm

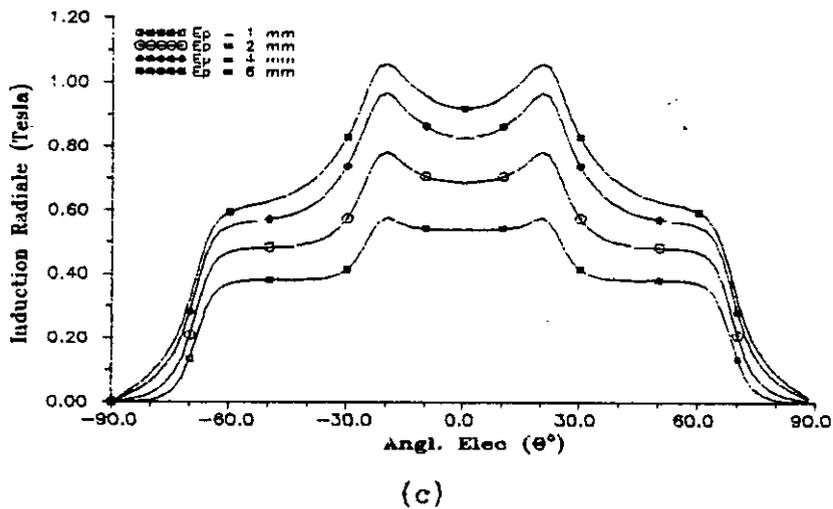
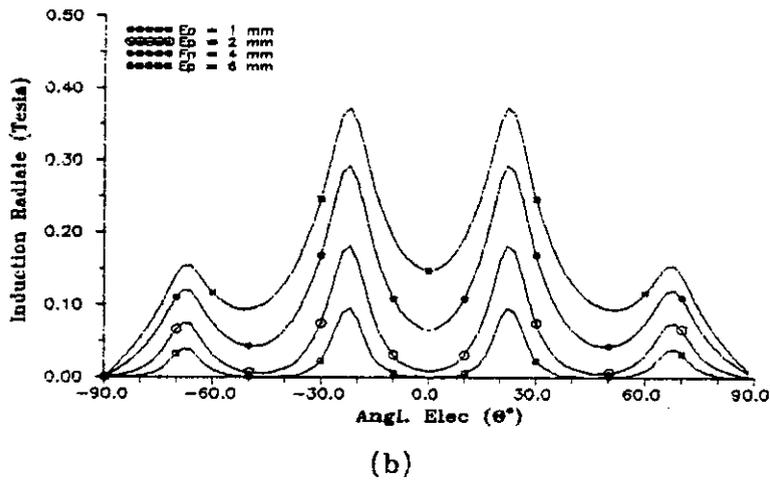
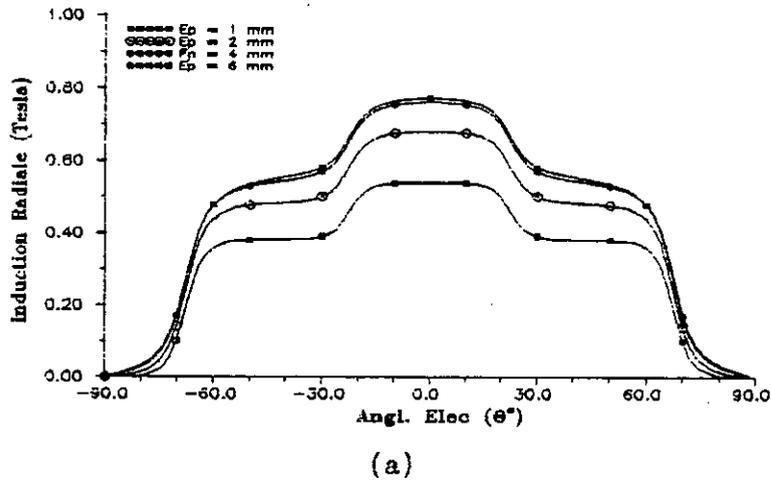


Figure IV.9 Distribution de l'induction radiale créée par la composante radiale des  $N$  barreaux aimantés (a), leur composante tangentielle (b) et l'aimantation tournante (c) pour différentes épaisseurs des aimants ( $N=5$ )

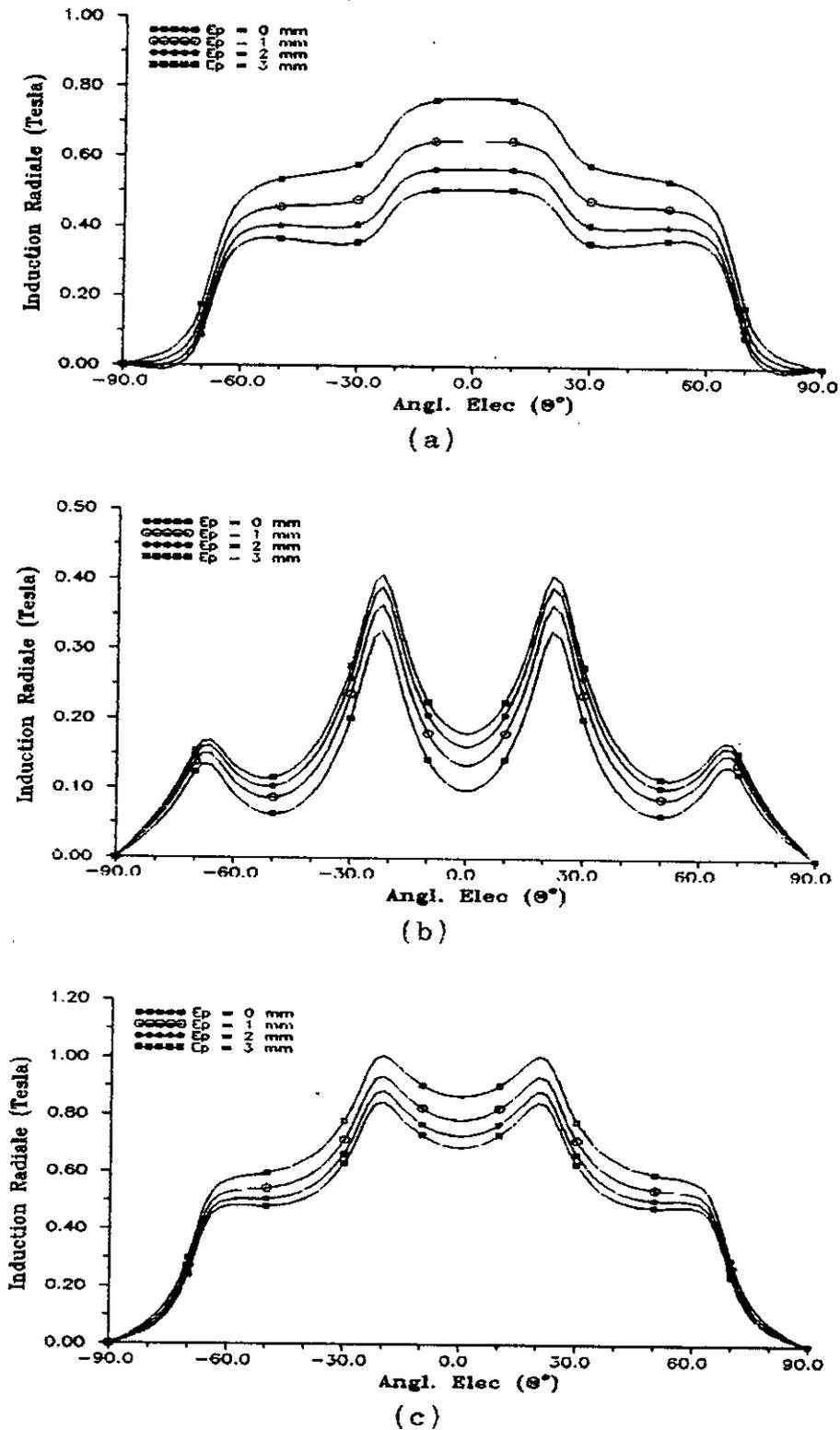


Figure IV.10 Distributions de l'induction radiale créée par la composante radiale des N barreaux aimantés (a), par leur composante tangentielle (b) et par l'aimantation tournante (c) pour différentes épaisseurs de la barrière amagnétique ( N = 5 , Ep = 4.8 mm )

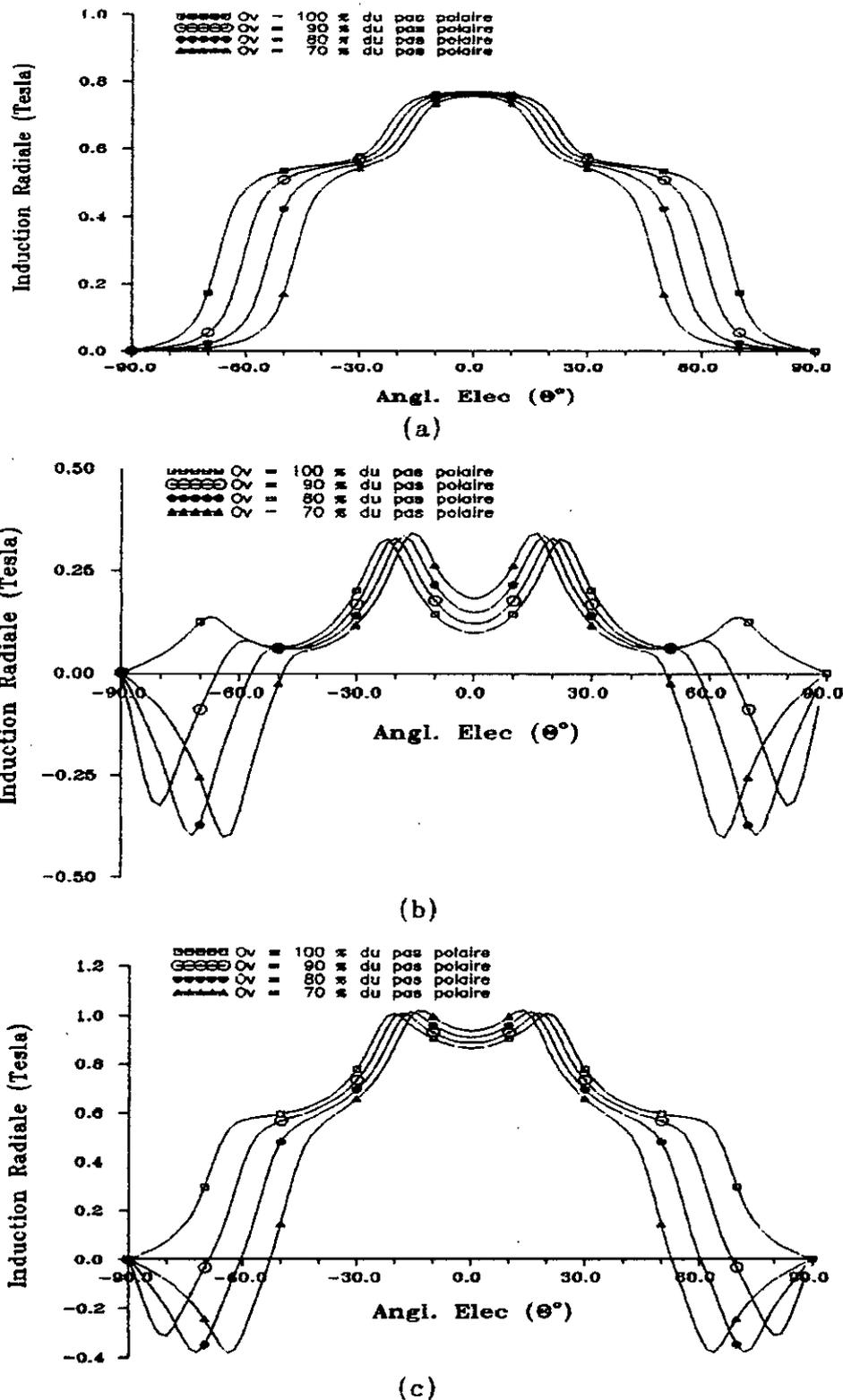


Figure IV.11 Distributions de l'induction radiale créée par la composante radiale des N barreaux aimantés (a), par leur compsanete tangentielle (b) et par l'aimantation tournante (c) pour différentes ouvertures des aimants sur un pas polaire ( N = 5 , Ep = 4.8 mm )

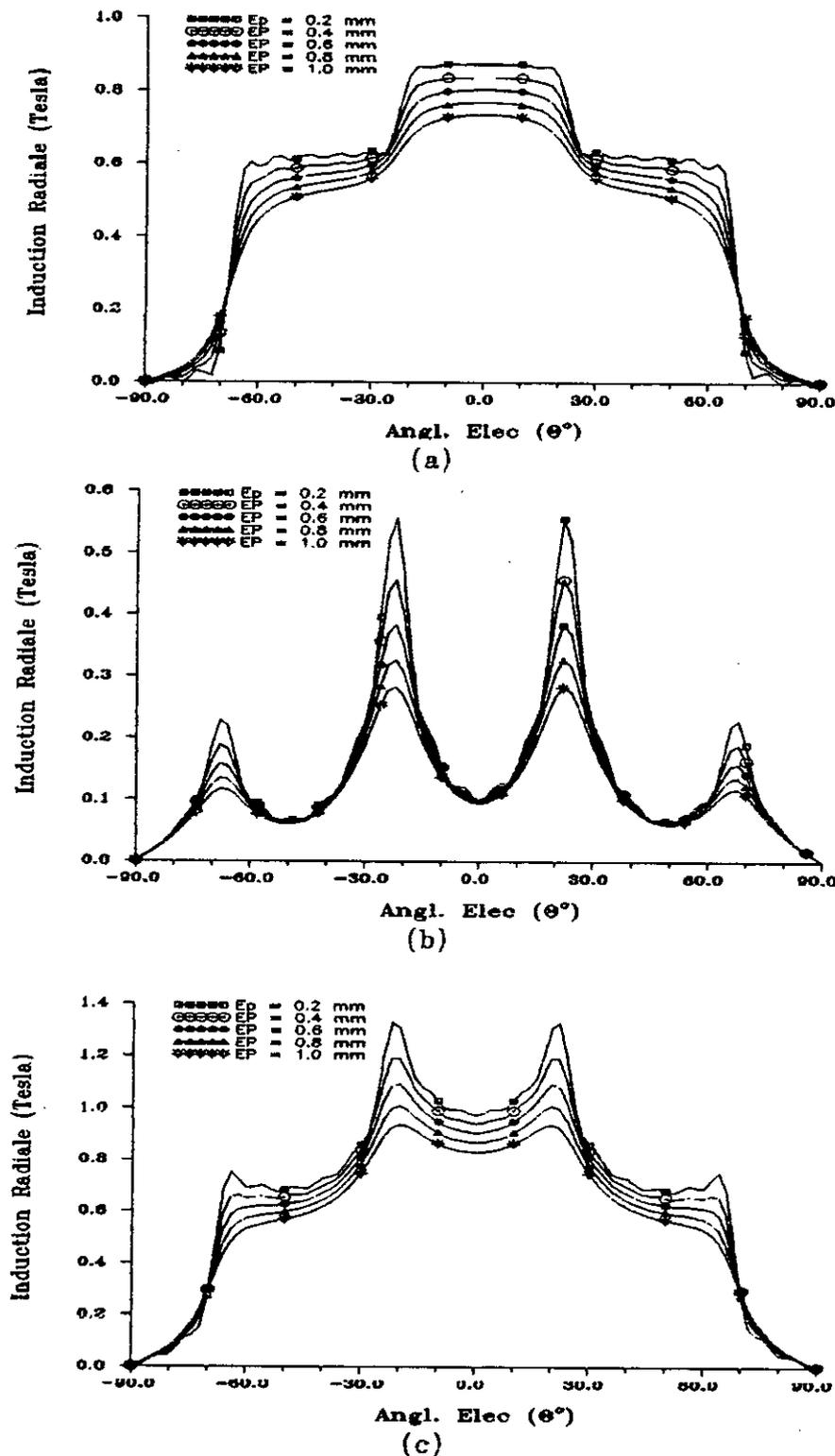


Figure IV.12 Distributions de l'induction radiale créée par la composante radiale des N barreaux aimantés (a), par leur composante tangentielle (b) et par l'aimantation tournante (c) pour différentes épaisseurs de l'entrefer mécanique ( N = 5 , Ep = 4.8 mm )

### IV.2.3 INFLUENCE DES PARAMETRES DE STRUCTURE SUR LE COUPLE DE LA MACHINE SYNCHRONE A AIMANTATION TOURNANTE

On effectue, dans cette partie de notre travail, le prédimensionnement géométrique d'une machine, sous des contraintes thermiques et mécaniques fixées en recherchant un couple électromagnétique élevé avec un minimum d'ondulations.

En dehors du courant d'induit, le couple électromagnétique dépend entre autres de l'induction moyenne créée par les aimants au niveau de l'entrefer. Pour mettre en évidence la variation du couple en fonction des paramètres de structure de la machine étudiée, nous calculons ce dernier en fonction de la variation de nombre  $N$  de barreaux aimantés avec des directions décalées, de l'épaisseur des aimants, du pourcentage du volume des aimants sur un pas polaire, de l'épaisseur de la barrière amagnétique et de l'épaisseur de l'entrefer mécanique.

#### IV.2.3.1 Influence du nombre $N$ de barreaux aimantés

Les Figures (IV.13.a), (IV.13.b) et (IV.13.c) représentent la variations du couple en fonction de la position du rotor pour différents nombres  $N$  de barreaux aimantés, pour un courant ( $I=I_{nominal}$ ) et pour une épaisseur des aimants ( $E_p=5$  mm) fixés. On notera une augmentation du couple en passant de  $N=3$  à  $N=5$ . Au delà de  $N = 5$ , cette augmentation devient négligeable.

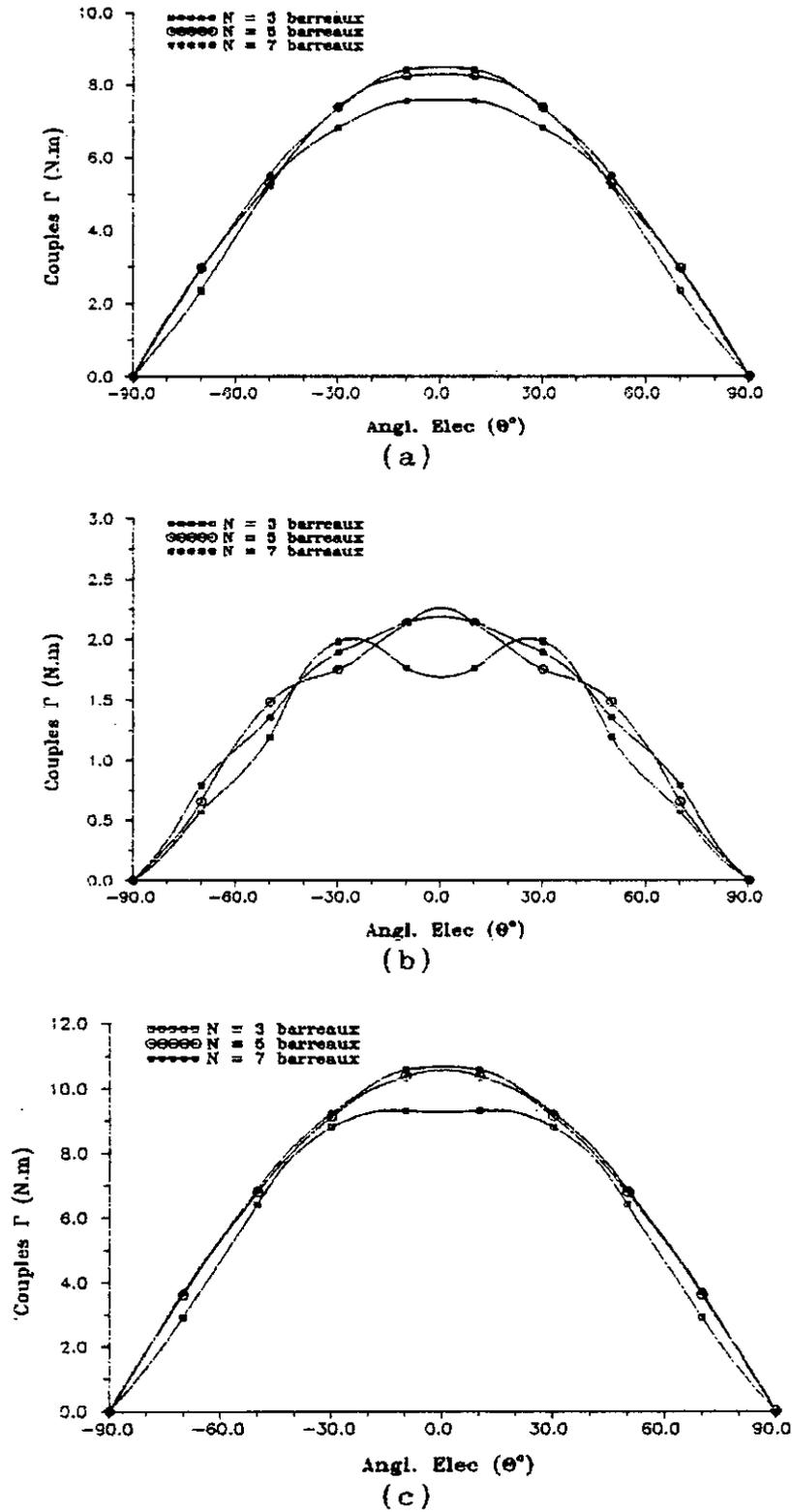


Figure IV.13 Couple développé par la composante radiale des  $N$  barreaux aimantés (a), par leur composante tangentielle (b) et par l'aimantation tournante (c) pour différents nombres  $N$  de barreaux ( $I=I_p$ ,  $E_p=4,8$  mm)

Pour choisir le nombre de barreaux aimantés  $N$  sur un pôle, nous avons calculé le couple maximal (Figure IV.14). Le taux d'ondulations du couple (défini au paragraphe IV.2.4) est voisin de 10 % pour un nombre de barreaux  $N$  égale à 3. Ce taux diminue jusqu'à 0.5% pour  $N=5$  par contre, il est presque nul pour  $N$  supérieur à 9. En revanche, pour le même volume d'aimants, le couple maximal ne dépasse pas 1% en passant de  $N=3$  à  $N=11$ .

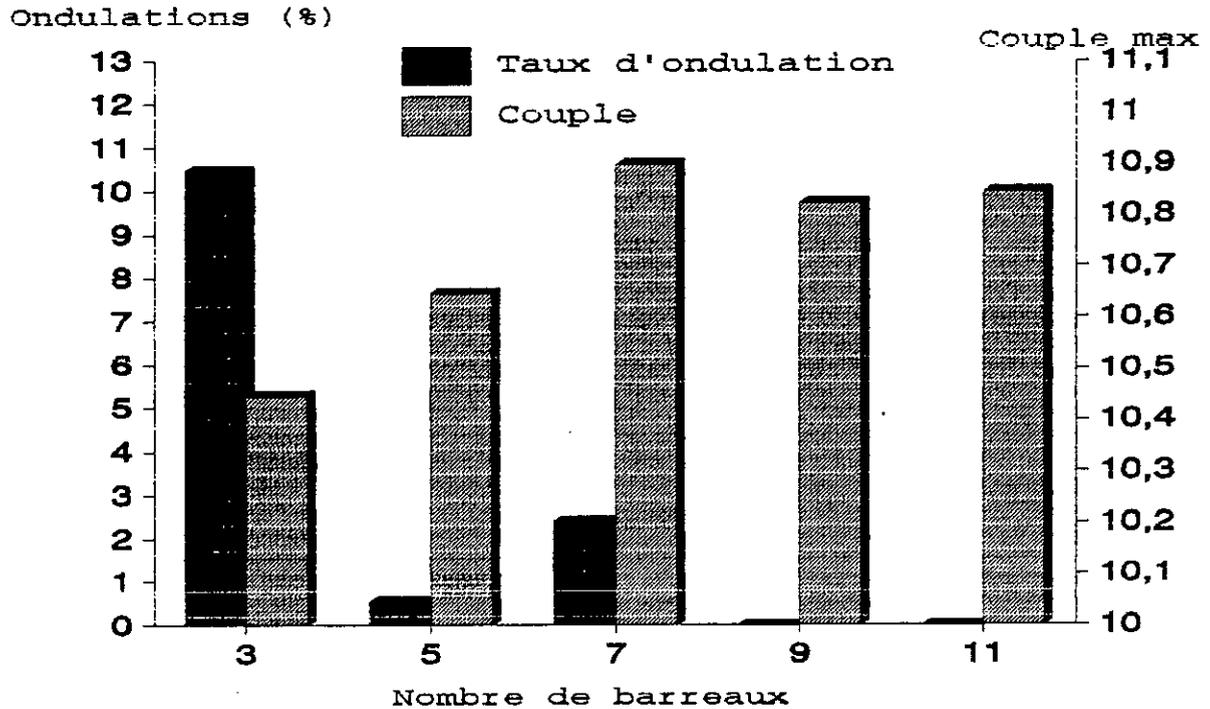


Figure IV.14 Couple maximal et taux d'ondulations de couple en fonction du nombre  $N$  de barreaux aimantés ( $I=I_1$ ,  $E_p=4.8$  mm)

En tenant compte des dimensions fixées pour la machine et sous réserve des contraintes technologiques de réalisation des aimants, l'optimum de  $N$  peut être obtenu pour un nombre de barreaux aimantés égale à 9.

## IV.2.3.2 Influence de l'épaisseur de la barrière amagnétique

La Figure IV.15 représente la variation du couple maximal créé par l'aimantation tournante en fonction de l'épaisseur de la barrière amagnétique. Elle montre que le couple diminue avec l'augmentation de l'épaisseur de cette dernière. Cela s'expliquerait par le fait que l'augmentation de l'épaisseur de la barrière a tendance à provoquer une dispersion des lignes de champ créées par la composante radiale, et comme le couple résultant est en grande partie créé par cette composante, son amplitude se trouve influencée par l'épaisseur de la barrière amagnétique.

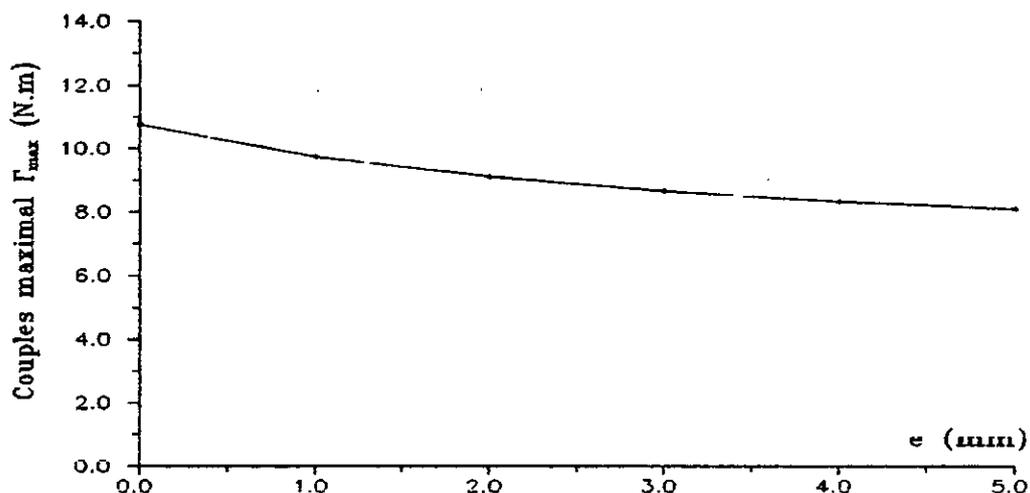


Figure IV.15 Variation du couple maximal créé par l'aimantation tournante en fonction de l'épaisseur de la barrière amagnétique ( $E_p = 5 \text{ mm}$ ), ( $I=I_n$ ) et ( $N=5$ )

La présence de la barrière amagnétique a pour effet de provoquer une réduction du couple. Les Figures (IV.16.a), (IV.16.b) et (IV.16.c) illustrent un exemple de cette diminution pour différentes valeurs de l'épaisseur de la barrière amagnétique. Pour cela, l'utilisation d'une barrière amagnétique dans ce type d'aimantation s'avère, à notre avis inefficace par rapport aux structures où elle est nécessaire [49].

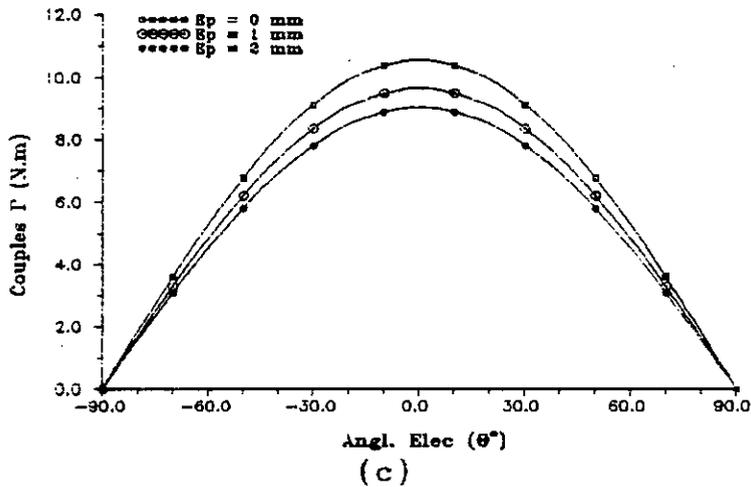
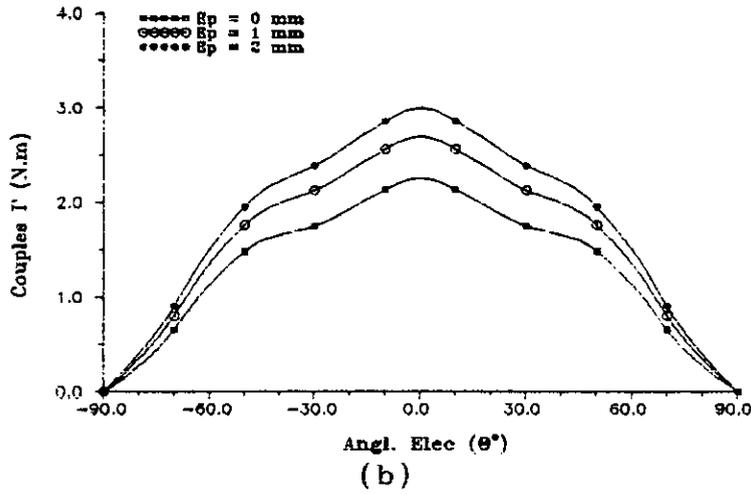
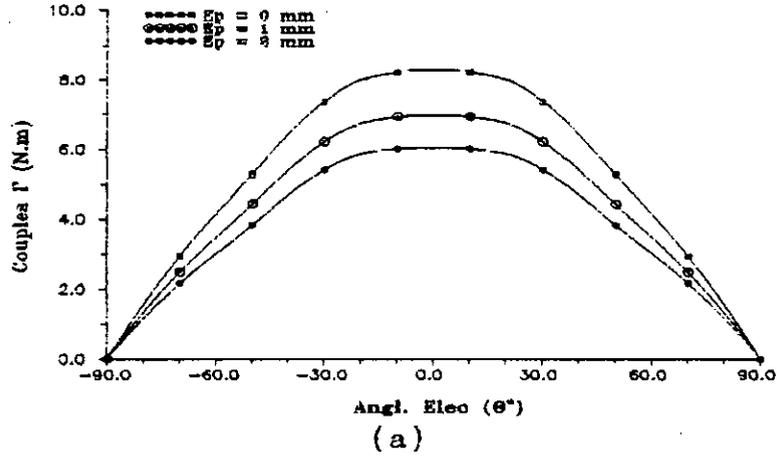
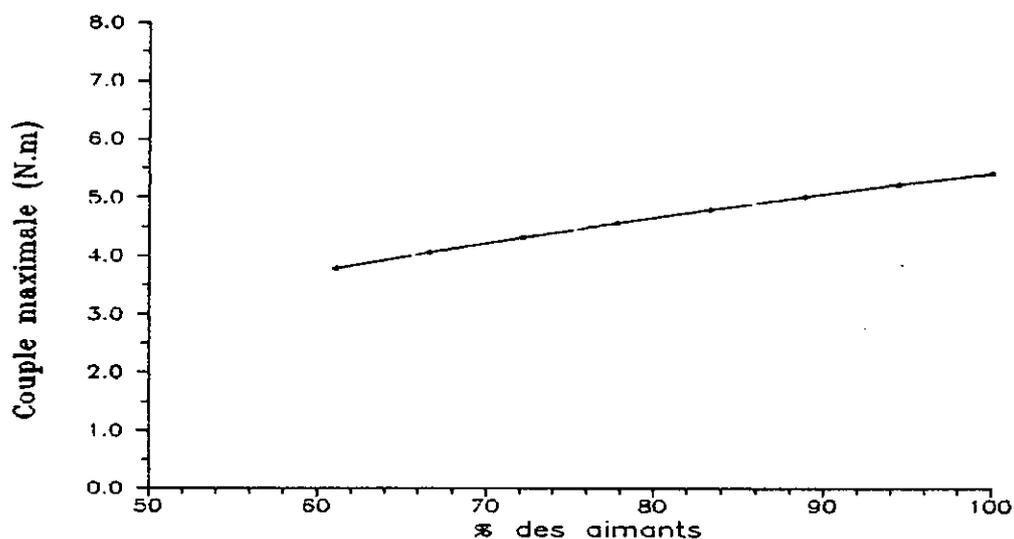


Figure IV.16 Couples développés par la composante radiale des N barreaux aimantés (a), par leur composante tangentielle (b) et par l'aimantation tournante (c) pour différentes épaisseurs de la barrière amagnétique

$$(I = I_a, H = 5, E_p = 5 \text{ mm})$$

### IV.2.3.3 Influence du pourcentage de l'ouverture des aimants sur un pas polaire

La variation du couple maximal en fonction du pourcentage des aimants sur un pas polaire pour  $E_p=4.8$  mm,  $I=I_n$  et  $N=5$  est montrée à la Figure IV.17. Le couple diminue du fait que l'induction radiale créée au niveau du rayon d'alésage diminue. La structure optimisée sera en principe obtenue en plaçant directement des barreaux aimantés jointifs et occupant tout le pas polaire, toutefois il ne faut pas perdre de vue le taux d'ondulations.



Fi

Figure IV.17 Variation du couple maximal créé par l'aimantation tournante en fonction du pourcentage des aimants sur un pas polaire

( $E_p=4.8$  mm,  $I=I_n$  et  $N=5$ )

Les Figures (IV.18.a), (IV.18.b) et (IV.18.c) représentent les variations du couple en fonction de la position du rotor pour différents pourcentages de l'ouverture des aimants sur un pas polaire. Les caractéristiques du couple se rapprochent d'une forme trapézoïdale avec la diminution de l'ouverture des aimants sur un pas polaire. En effet, l'induction radiale ainsi obtenue n'est pas sinusoïdale (Figure.IV.11), ce qui n'est pas adapté à une alimentation par des courants de formes d'ondes sinusoïdales. Les ondulations du couple seront alors accentuées.

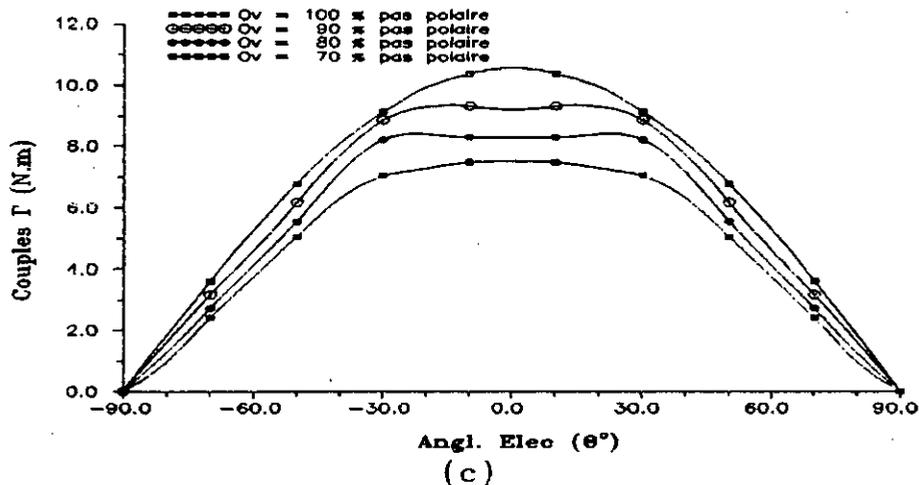
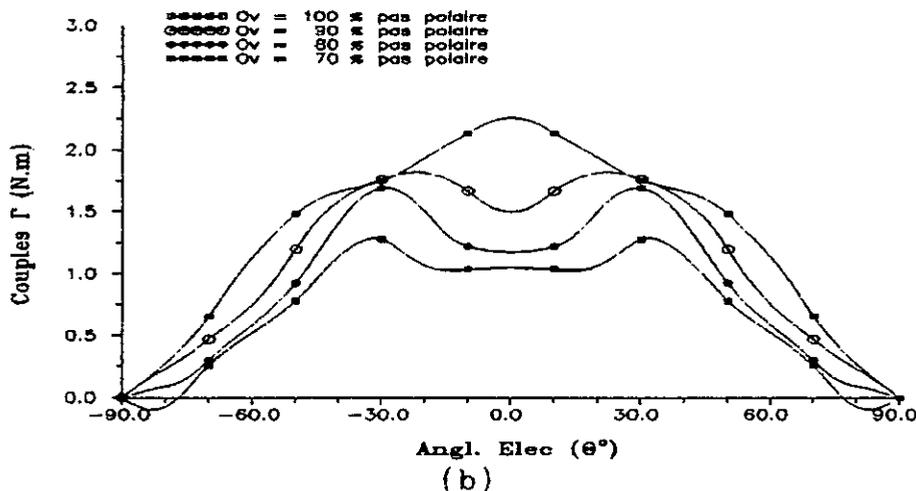
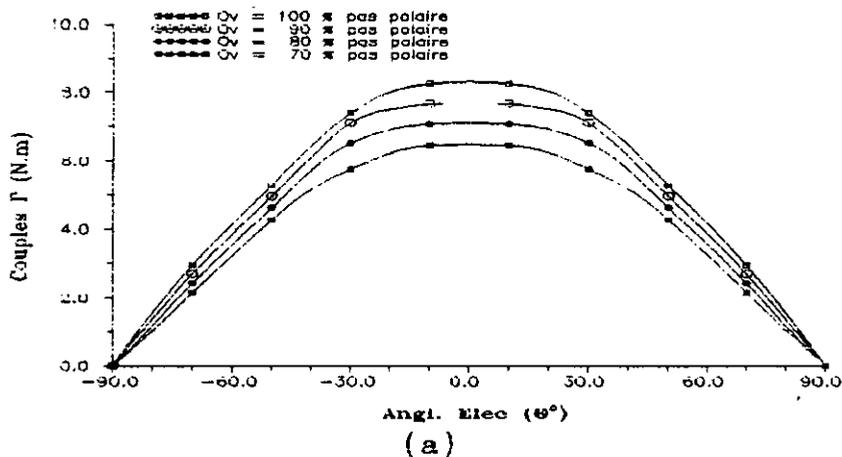


Figure IV.18 Couples développés par la composante radiale des  $N$  barreaux aimantés (a), de leur composante tangentielle (b) et de l'aimantation tournante (c) pour différentes ouvertures des aimants sur un pas polaire ( $I=I_1$ ,  $N=5$  et  $E_p=4.8$  mm)

## IV.2.3.4 Influence de l'épaisseur des aimants

Les Figures (IV.19) et (IV.20) illustrent les variations du couple maximal développé respectivement par la composante radiale des  $N$  barreaux aimantés et par l'aimantation tournante en fonction de l'épaisseur des aimants.

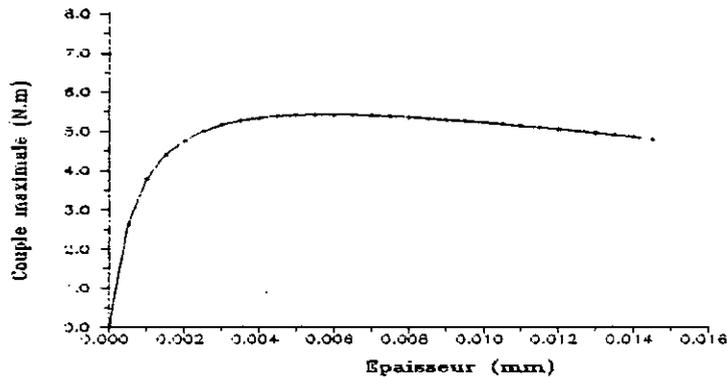


Figure IV.19 Variation du couple maximal créé par la composante radiale des  $N$  barreaux aimantés en fonction de la variation de l'épaisseur des aimants pour  $I=I_1$  et  $N=5$

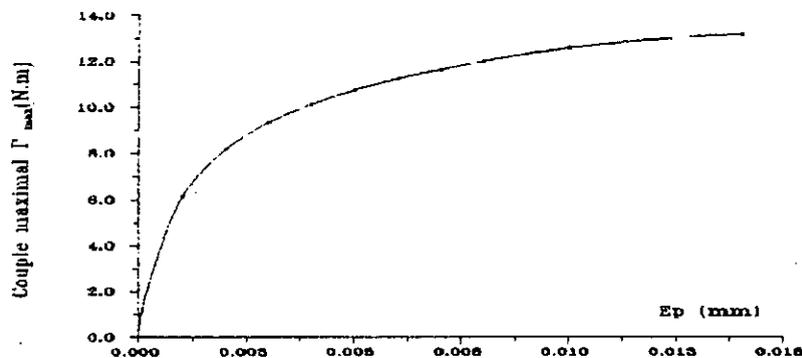


Figure IV.20 Variation du couple maximal créé par l'aimantation tournante en fonction de la variation de l'épaisseur des aimants pour  $I=I_1$  et  $N=5$

Les Figures (IV.21.a), (IV.21.b) et (IV.21.c) illustrent des exemples de variations du couple en fonction de la position du rotor pour différentes épaisseurs des barreaux aimantés. L'augmentation de l'épaisseur des aimants, qui est une augmentation de la densité d'énergie magnétique, permet l'amélioration du couple moyen développé. Toutefois, comme nous le verrons par la suite, une valeur optimale pour cette épaisseur peut être déduite, mais pour cela, nous considérons également les pulsations de couple qu'il faut minimiser.

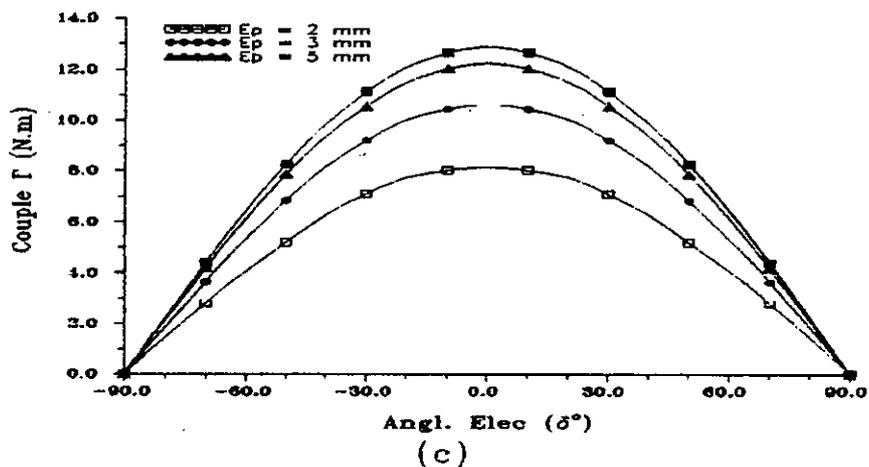
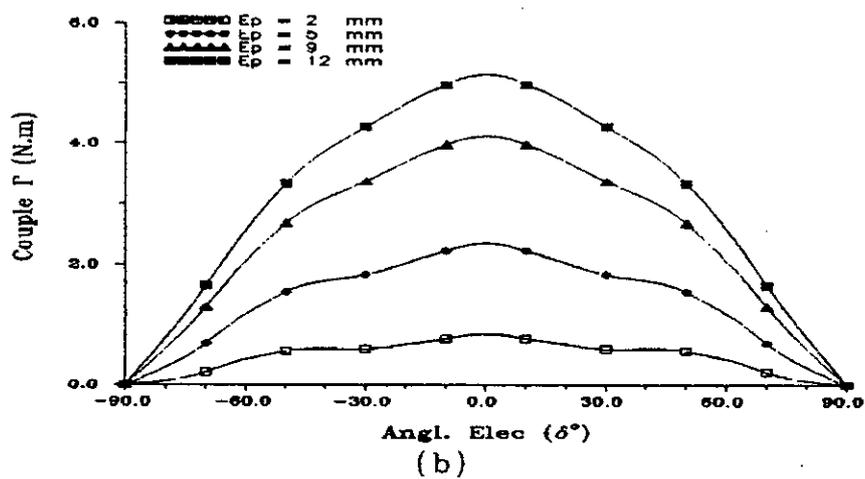
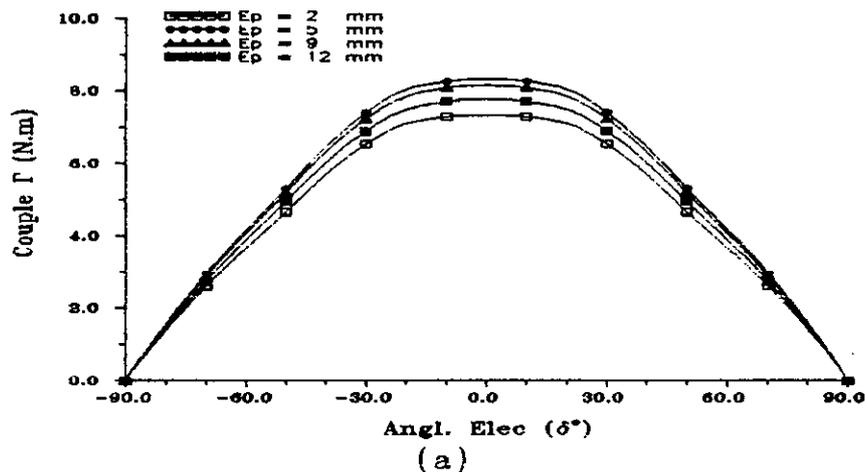


Figure IV.21 Couple développé par la composante radiale (a) des N barreaux aimantés , par leur composante tangentielle (b) et par l'aimantation tournante (c) pour différentes épaisseurs des aimants ( $N=5, I=I_p$ )

La Figure IV.21 montre que le couple maximal créé par l'aimantation tournante en fonction de l'épaisseur des aimants, dans le cas de l'exemple considéré, est atteint pour une valeur voisine de 14 mm. Cette valeur peut poser, en dehors du coût de réalisation, un problème pour un choix des dimensions rotoriques de la structure étudiée.

#### IV.2.3.5 Influence de l'entrefer mécanique

Dans le dimensionnement électromagnétique des machines électriques, l'entrefer mécanique est un paramètre très souvent fixé par les considérations d'ordre mécanique et thermique. Les Figures (IV.22.a), (IV.22.b) et (IV.22.c) représentent des exemples de variation du couple pour différentes épaisseurs de l'entrefer mécanique. Une augmentation de l'entrefer mécanique a pour effet de diminuer le couple développé.

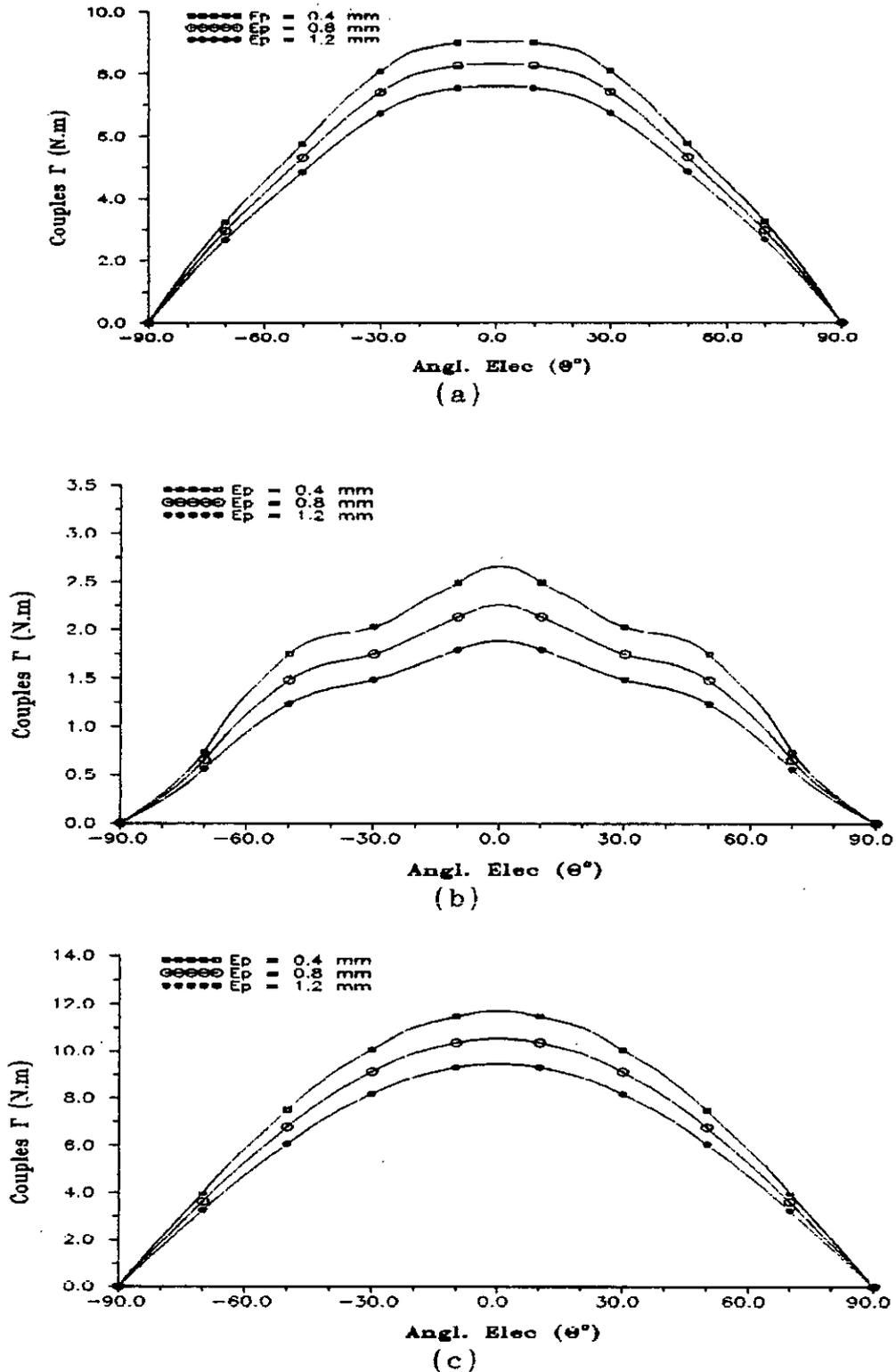


Figure IV.22 Couple développé par la composante radiale des N barreaux aimantés (a), par leur composante tangentielle (b) et par l'aimantation tournante (c) pour différentes épaisseurs de l'entrefer mécanique ( $I=I_1$ ,  $E_p=4,8$  mm et  $N=5$ )

## IV.2.4 ONDULATIONS DU COUPLÉ DUES A LA STRUCTURE

Les ondulations du couple dépendent essentiellement de la forme de l'induction radiale créée au niveau du rayon d'alésage, ainsi que de la forme d'onde des courants statoriques. La présence des encoches au stator contribue aussi à une augmentation des ondulations par l'introduction du couple de détente [4]. Nous définissons le Taux d'ondulations ainsi [3] :

$$\tau = \frac{\Gamma_{\max} - \Gamma_{\min}}{\Gamma_{\text{moy}}}$$

où  $\Gamma_{\max}$ ,  $\Gamma_{\min}$  et  $\Gamma_{\text{moy}}$  représentent respectivement les couples maximal, minimal et moyen. Nous étudions l'influence des dimensions géométriques des aimants sur les ondulations du couple c'est à dire les pulsations de couple dues à la structure et plus particulièrement à celle de l'inducteur.

## IV.2.4.1 Influence de l'épaisseur des aimants

La Figure IV.23 montre que l'augmentation de l'épaisseur des aimants permet une diminution du taux d'ondulations du couple. Il se stabilise à une valeur inférieure à 1% correspondant à une épaisseur voisine de 5 mm (résultat proche de celui obtenu par L. Hadjout [3]). Le type de structure étudiée, mis à part le couple de détente qu'il faut également minimiser, se trouve alors adapté pour des applications nécessitant un minimum de pulsations de couple.

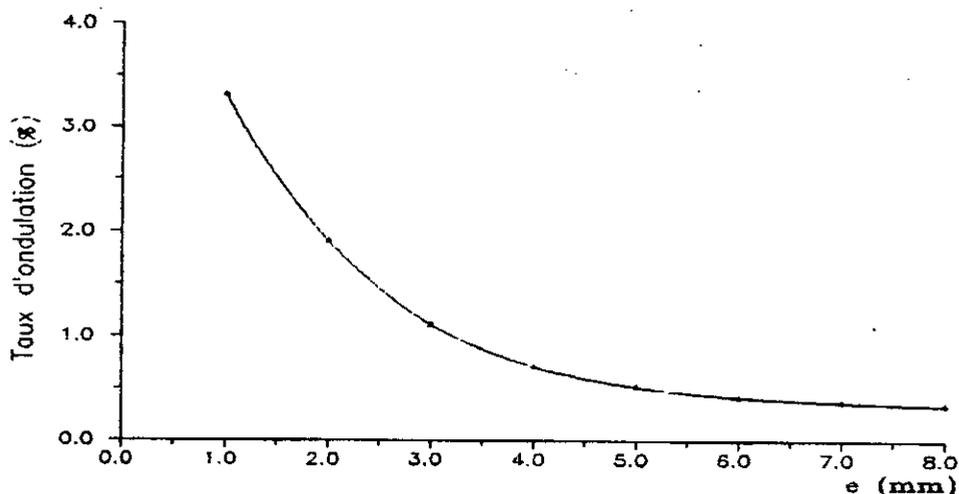


Figure IV.23 Variation du taux d'ondulation du couple en fonction de la variation de l'épaisseur des aimants pour  $I=I_p$  et  $N=5$

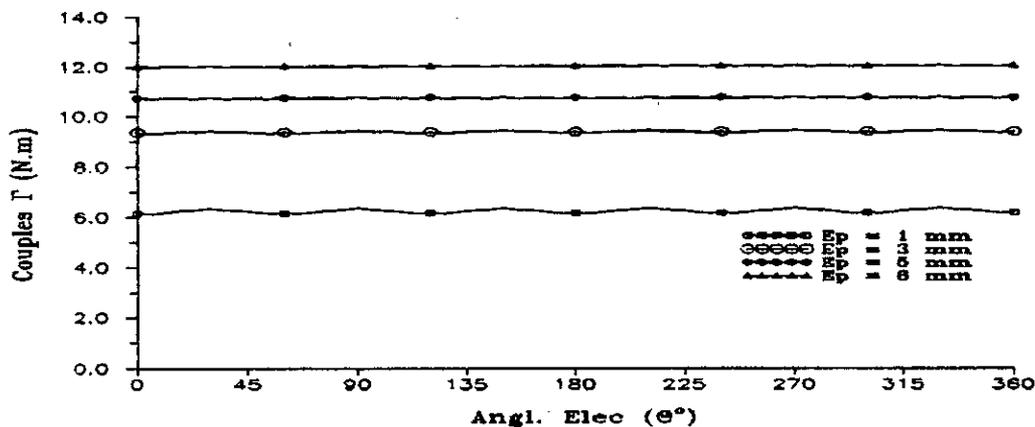


Figure IV.24 Variation du couple instantané pour différentes épaisseurs des aimants avec  $I=I_n$  et  $N=5$

Pour la structure étudiée, le couple augmente de 10 % en passant d'une épaisseur de 5 mm à 8 mm (Figure IV.24), par contre, le taux d'ondulation reste constant. L'augmentation de l'épaisseur des aimants est limitée pour le prototype toutefois, il serait possible d'agir sur d'autres paramètres (courants donc sur le système de refroidissement, etc...) pour augmenter le couple ce qui change les paramètres fixés au départ donc le prototype.

#### IV.2.4.2 Influence du nombre N de barreaux aimantés

La Figure IV.21 montre que le Taux d'ondulations diminue lorsque le nombre de barreaux aimantés augmente. Il est de même pour le couple instantané en fonction de la position du rotor comme le montre l'exemple représenté sur la Figure IV.25.

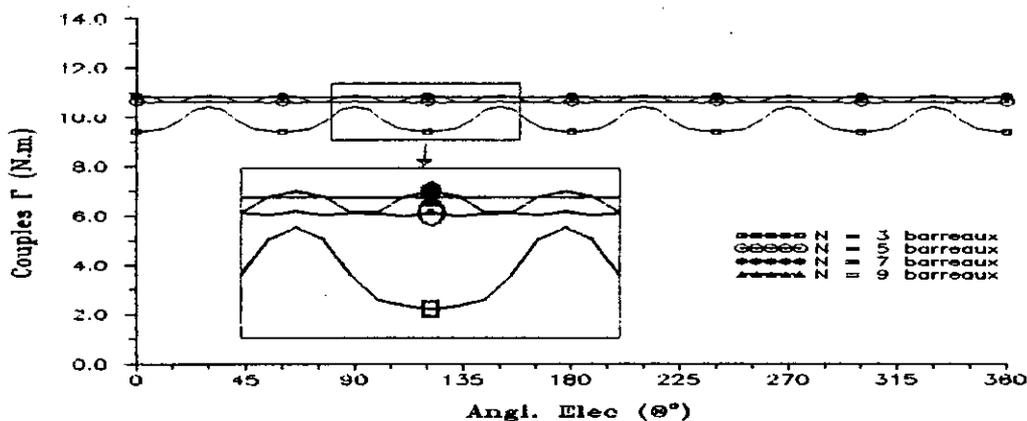


Figure IV.25 Variation du couple instantané pour différentes épaisseurs des aimants pour  $I=I_n$  et  $N=5$

Un nombre optimal  $N$  égale à 5 barreaux aimantés jointifs peut être dégagé pour le cas du prototype étudié.

#### IV.2.4.3 Influence de l'ouverture des aimants sur un pas polaire

Les Figures IV.26 représentent le couple instantané pour différents pourcentages d'ouverture des aimants sur un pas polaire. La Figure IV.27 illustre le Taux d'ondulations en fonction de l'épaisseur des barreaux aimantés.

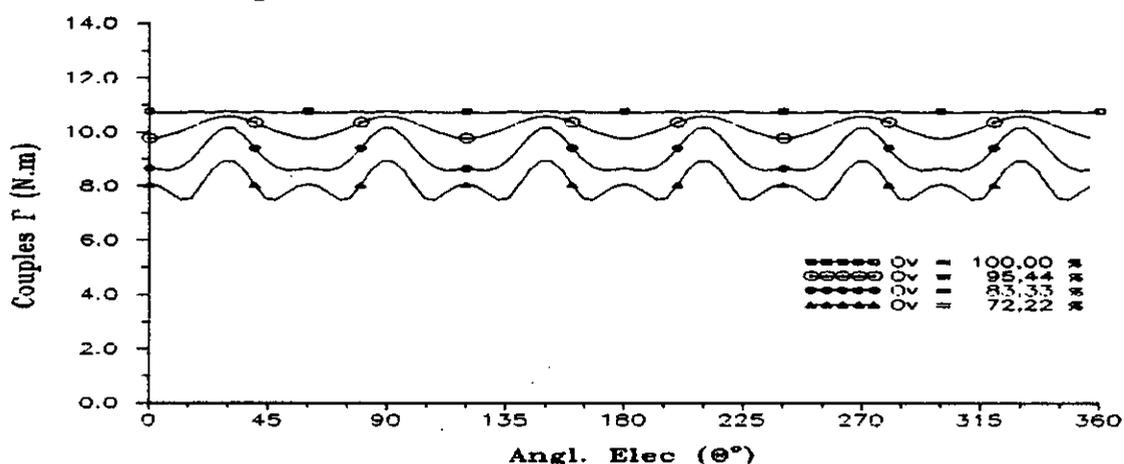


Figure IV.26 Variation du couple en fonction de la position du rotor pour  $I=I_n$  et  $N=5$

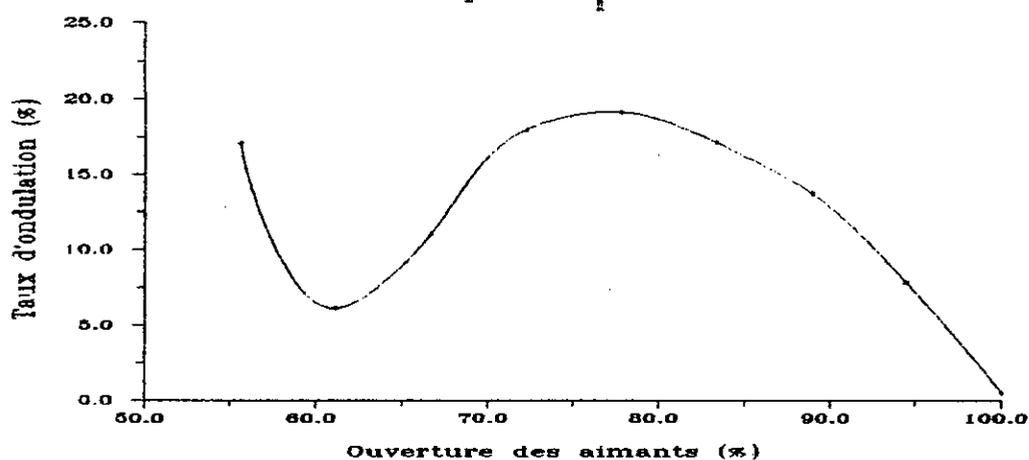


Figure IV.27 Variation du taux d'ondulation en fonction de la variation du pourcentage d'ouverture des aimants sur un pas polaire pour  $I=I_n$  et  $N=5$

### IV.3 EXPLOITATION DE LA METHODE SEMI-NUMERIQUE

Un programme de calcul de la distribution des inductions au niveau de l'entrefer et du couple développé par la structure étudiée (Figure III.1) est mis au point. Au niveau de l'exploitation numérique, nous estimons d'une part qu'il n'est pas nécessaire de placer une barrière amagnétique entre les barreaux aimantés et le fer rotorique, et d'autre part que les aimants occupent la totalité du pas polaire. Nous étudions sous ces considérations les influences du nombre  $N$  de barreaux aimantés, de leurs épaisseurs ainsi que de celle de l'entrefer mécanique, d'une part sur la distribution de l'induction, et d'autre part sur le couple électromagnétique développé.

#### IV.3.1 Influence des paramètres géométriques rotoriques sur les inductions dues aux $N$ barreaux aimantés

Comme dans le cas de la méthode analytique, à l'aide de la Méthode des Equations Intégrales de Frontières, nous étudions la distribution de l'induction radiale créée par les  $N$  barreaux aimantés au niveau du domaine d'étude qui englobe tout l'entrefer (entrefer magnétique)

##### IV.3.1.1 Influence du nombre $N$ de barreaux aimantés

Les Figures (IV.28.a), (IV.28.b), (IV.28.c) représentent les variations de l'induction radiale créée respectivement par les composantes radiales des  $N$  barreaux aimantés, par leur composante tangentielle et par l'aimantation tournante au niveau du rayon d'alésage ( $E_p = 5 \text{ mm}$ ). Les résultats sont identiques à ceux obtenus avec la méthode analytique. L'augmentation du nombre  $N$

de barreaux aimantés permet de réduire les harmoniques au niveau de la distribution de l'induction due à l'aimantation tournante dans l'entrefer (Figure IV.8.a et IV.8.b). A partir d'un nombre  $N$  de barreaux aimantés égale à 5, la distribution de l'induction dues à l'aimantation tournante a tendance à se rapprocher de la sinusoïde avec une amplitude acceptable.

#### IV.3.1.2 Influence de l'épaisseur des barreaux aimantés

Les Figures (IV.29.a), (IV.29.b), (IV.29.c) représentent les variations de l'induction radiale créée respectivement par les composantes radiales des  $N$  barreaux aimantés, par leur composante tangentielle et par l'aimantation tournante au niveau du rayon d'alésage pour différents épaisseurs des barreaux aimantés (exemples considérés pour  $N=5$ ).

#### IV.3.1.3 Influence de l'épaisseur de l'entrefer mécanique

Les Figures (IV.30.a), (IV.30.b), (IV.30.c) représentent des exemples de variation de l'induction radiale créée respectivement par les composantes radiales des  $N$  barreaux aimantés, par leur composante tangentielle et par l'aimantation tournante au niveau du rayon d'alésage pour différents entrefers mécanique ( $N=5$  et  $E_p=5$  mm). L'induction, pour des entrefers relativement faibles, présente des pics au niveau des sections droites entre deux barreaux adjacents. Ce qui n'est pas le cas pour la méthode analytique (Figure IV.12.a.b.c). Ces pics sont principalement créés par la composante tangentielle de l'aimantation des  $N$  barreaux aimantés. Ce qui complique, comme c'est prévisible, l'utilisation de la méthode des équations intégrales de frontière dans le cas des machines à entrefer faible.

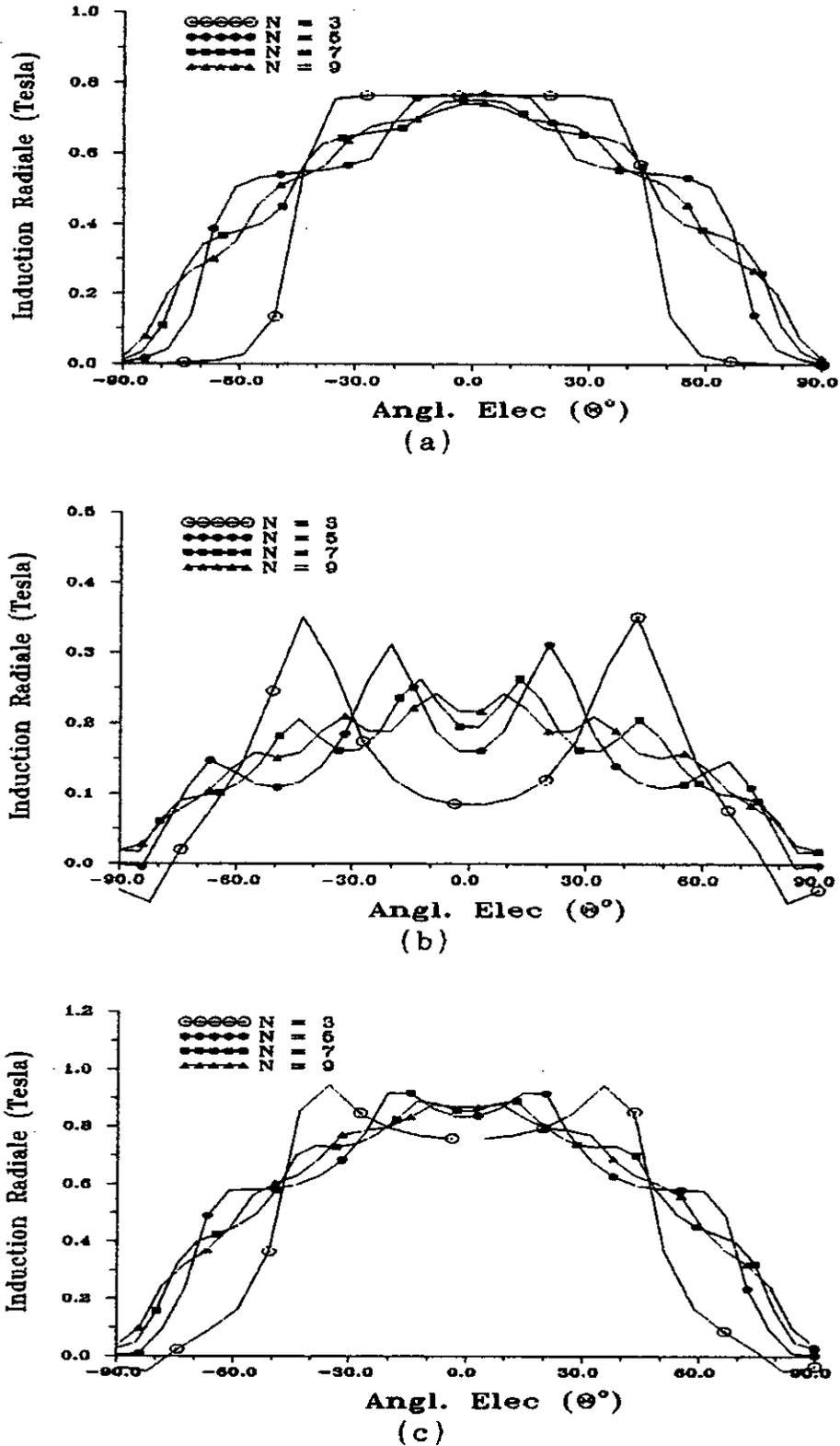


Figure IV.28 Distribution de l'induction radiale créée par la composante radiale des N barreaux aimantés (a), Par leur composante tangentielle (b) et par l'aimantation tournante pour différents nombres N ( $E_p = 5 \text{ mm}$ )

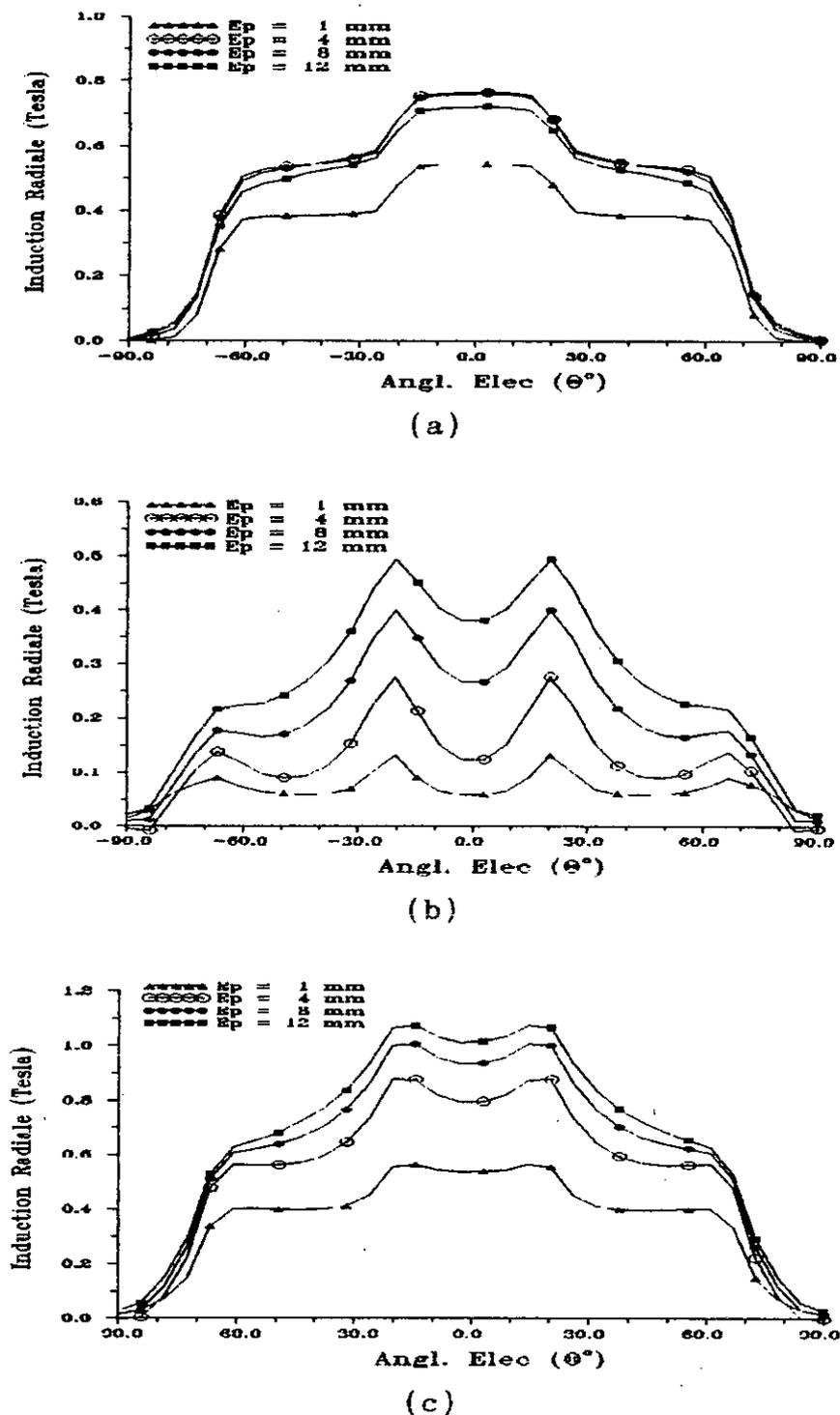
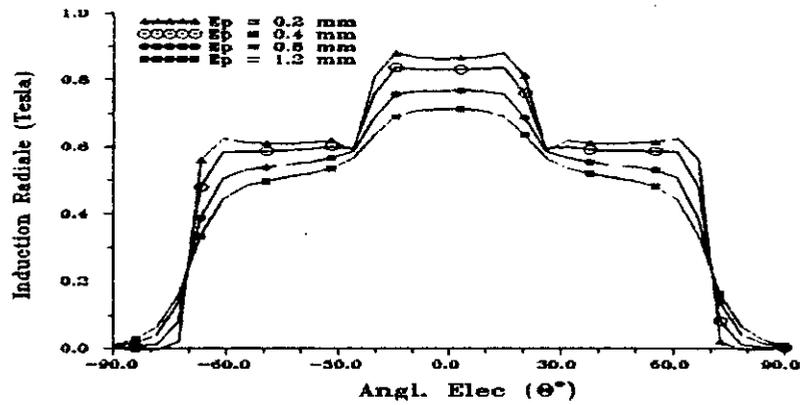
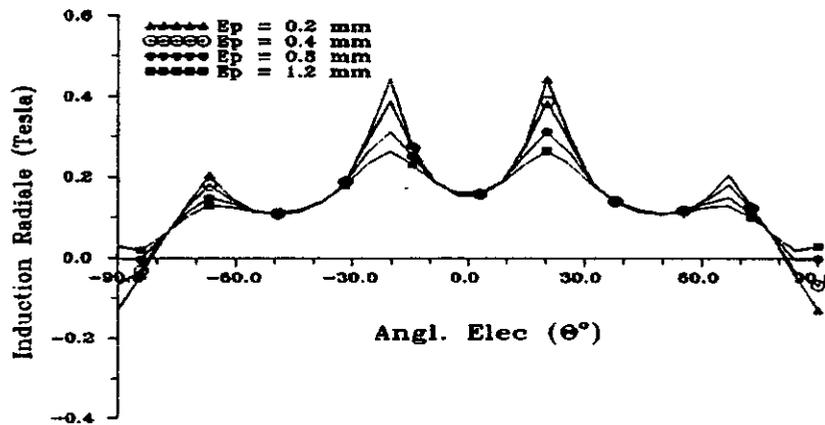


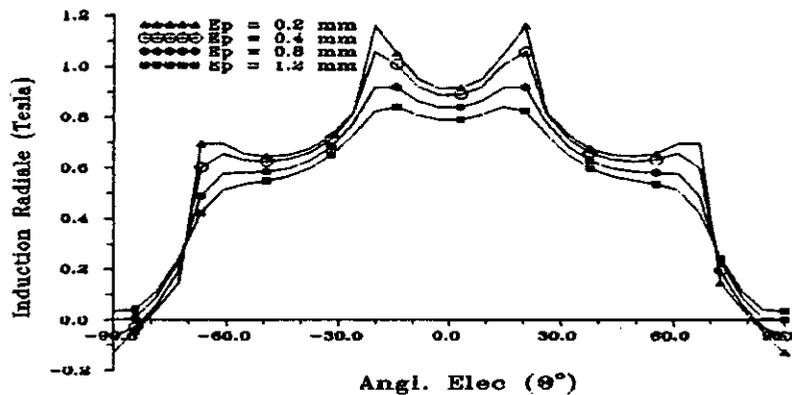
Figure IV.29 Distribution de l'induction radiale créée par la composante radiale des N barreaux aimantés (a), par leur composante tangentielle (b) et par l'aimantation tournante (c) pour différentes épaisseurs des aimants (N=5)



(a)



(b)



(c)

Figure IV.30 Distribution de l'induction radiale créée par la composante radiale des N barreaux aimantés (a), par leur composante tangentielle (b) et par l'aimantation tournante (c) pour différentes épaisseurs de l'entrefer mécanique ( $N = 5$ ,  $E_p = 5$  mm)

#### IV.3.2 Couple développé par la structure à aimantation tournante

Comme précédemment, nous étudions l'influence des paramètres géométriques sur les caractéristiques de couple. La méthode des équations intégrales de frontière permet de calculer directement le couple électromagnétique total développé par l'aimantation tournante ce qui n'est pas le cas avec la méthode purement analytique où il y a lieu d'effectuer une superposition de différents couples.

La Figure (IV.31.a) représente l'influence du nombre  $N$  de barreaux aimantés sur la caractéristique du couple, pour une épaisseur des aimants de 5 mm et  $I=I_n$ . Par contre, La Figure (IV.31.b) illustre l'influence de l'épaisseur des aimants sur le couple développé par la structure étudiée, pour  $N = 5$  et  $I=I_n$ . La Figure (IV.31.c) représente l'influence de l'épaisseur de l'entrefer mécanique sur le couple pour une épaisseur des aimants de 5 mm et un nombre de barreaux  $N=5$  avec un courant nominal.

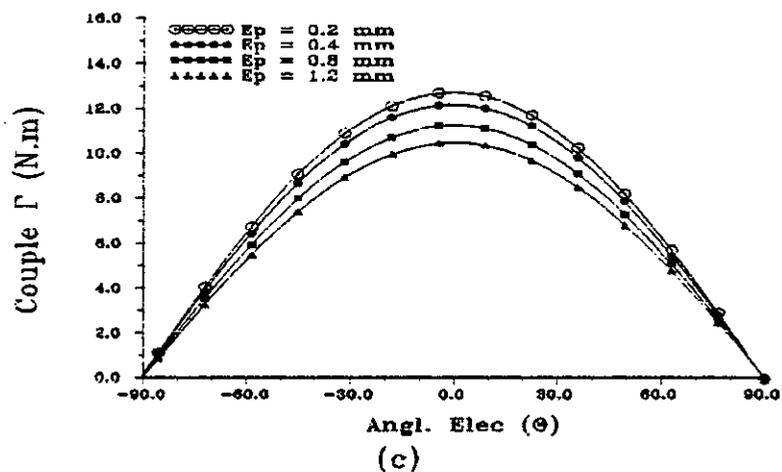
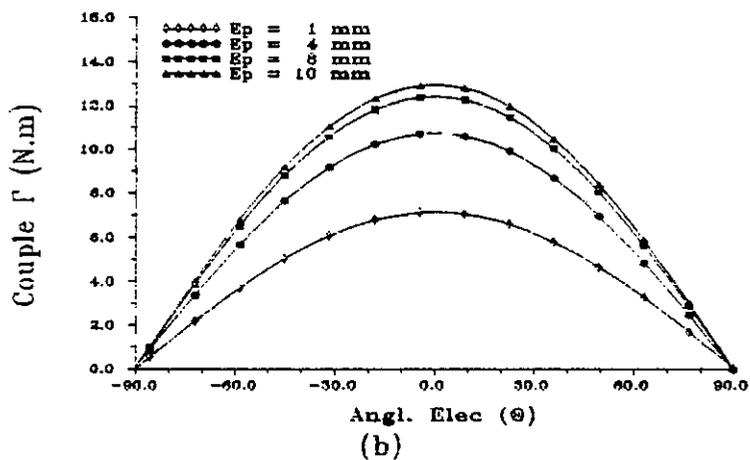
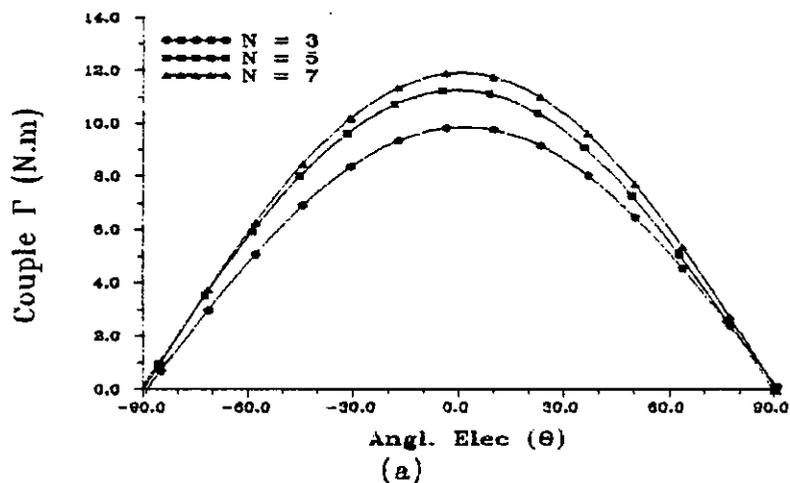


Figure IV.32 Variation d'une caractéristique de couple pour différents Nombre N de barreaux aimantés (a) ( $E_p=5$  mm et  $I=I_n$ ), épaisseurs des aimants (b) ( $N=5$  et  $I=I_n$ ) et épaisseurs de l'entrefer mécanique (c) ( $N=5$ ,  $E_p=5$ mm et  $I=I_n$ )

### IV.3.3 Comparaison des résultats obtenus par M.E.I.F et par le Code testé utilisé

A défaut de disposer d'un prototype expérimental, nous comparons des résultats des inductions (Figure IV.32) et du couple (Figure IV.33) obtenus à l'aide de la M.E.I.F avec ceux issus du code numérique testé [35].

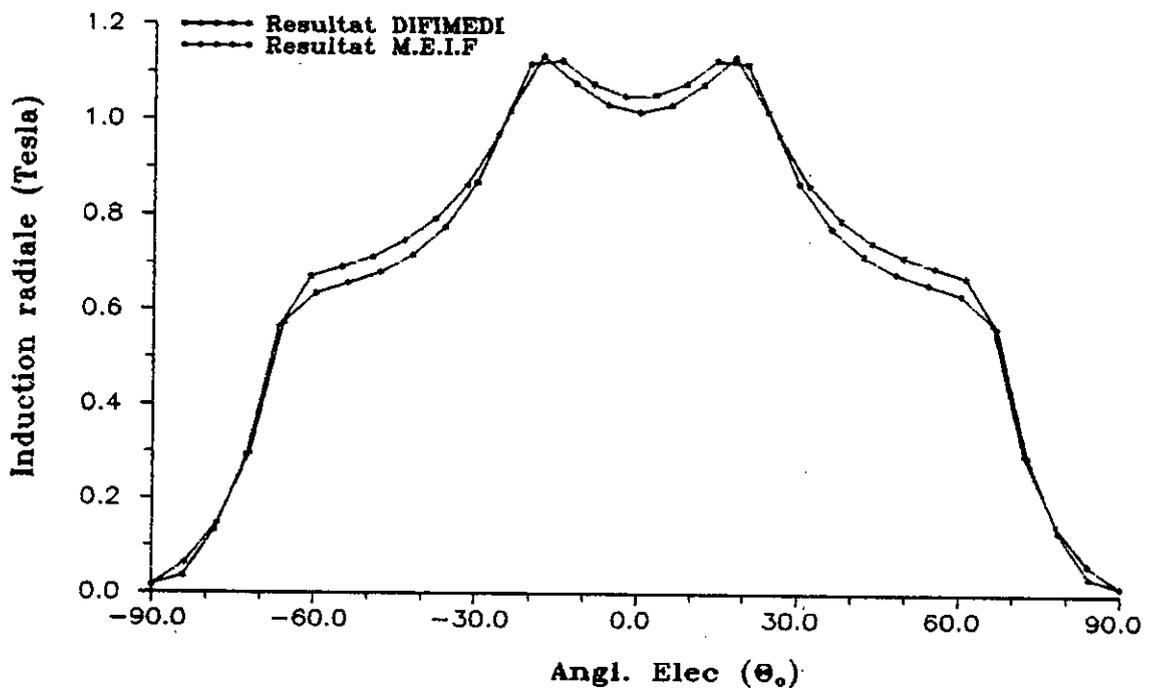


Figure IV.32 Comparaison de l'induction radiale créée par l'aimantation tournante au niveau du rayon d'alésage issue du code numérique [35] avec celle obtenue à l'aide de la M.E.I.F pour N=5

La Figure IV.32 montre une bonne concordance entre les résultats obtenus par les deux méthodes.

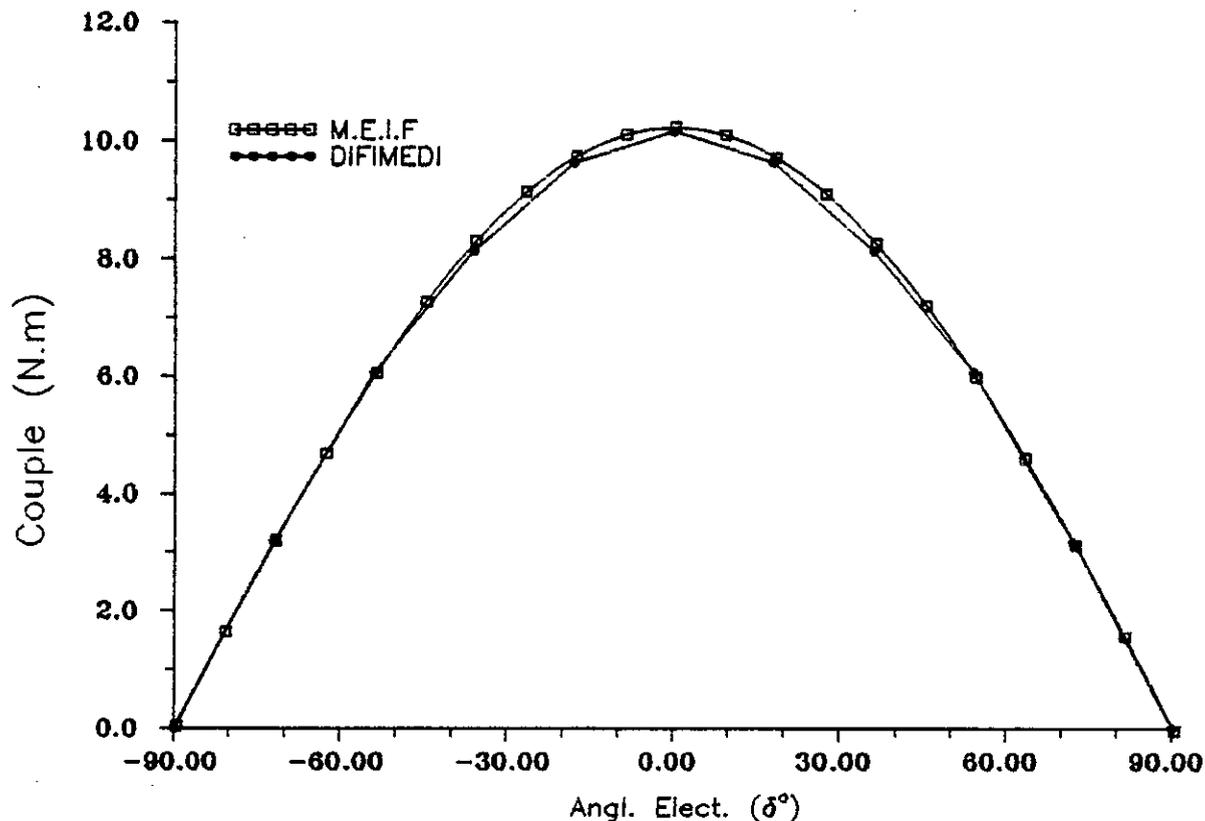


Figure IV.33 Comparaison entre la caractéristique de couple développé par la structure étudiée obtenue par le code [35] et celle calculée par la M.E.I.F. (  $N=5$ ,  $E_p=5$  mm et  $I=I_n$  )

La Figure IV.33 montre une excellente concordance tant sur l'allure que sur les amplitudes, entre les caractéristiques de couple calculées par la méthode des équations intégrales de frontières et par le code testé [35].

#### IV.4 COMPARAISON DES RESULTATS OBTENUS PAR LES DIFFERENTES METHODES

Dans les mêmes conditions et sous les mêmes hypothèses, nous avons représenté sur la La Figure IV.34 la distribution de l'induction radiale créée par l'aimantation tournante des N barreaux aimantés obtenue par les deux méthodes développées ainsi que par le code numérique [35].

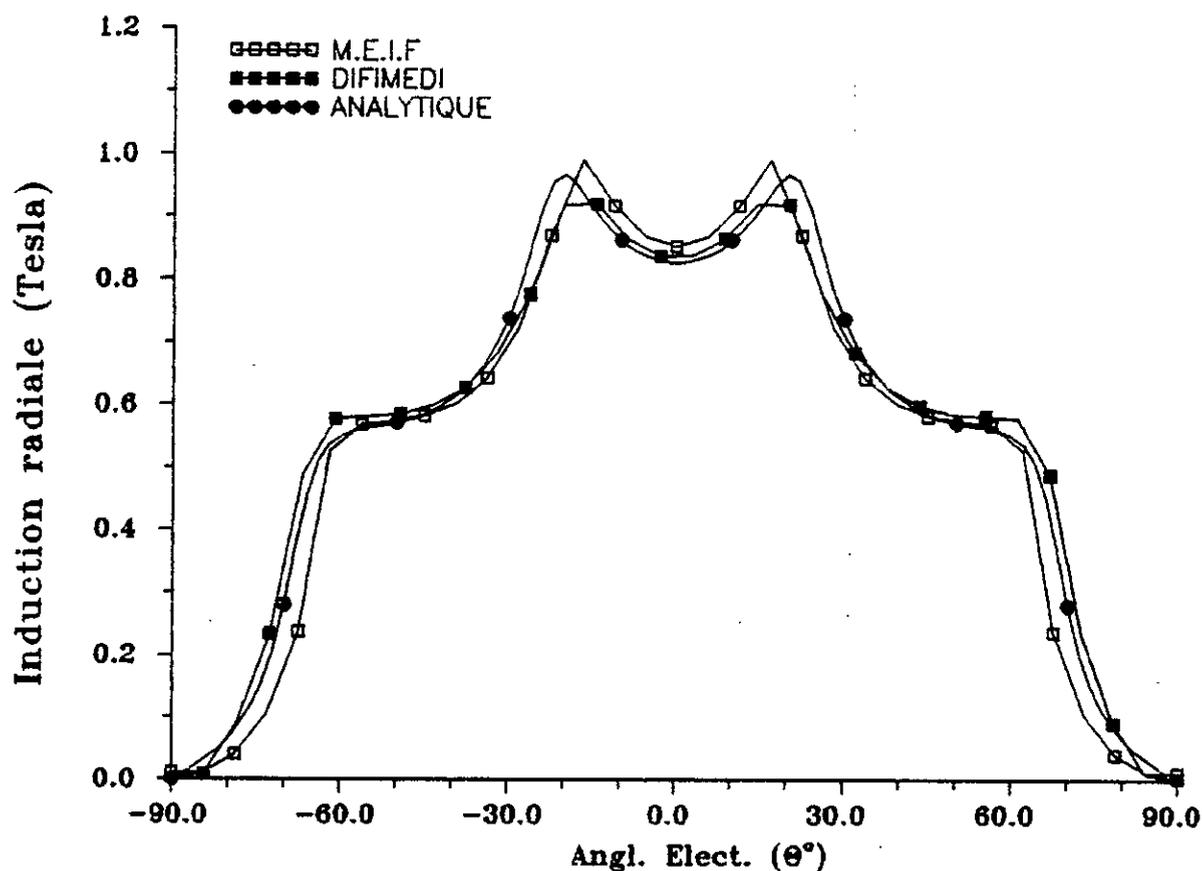


Figure IV.34 Comparaison entre l'induction radiale créée par les N barreaux aimantés au niveau du rayon d'alésage obtenue par la M.E.I.F, par la méthode analytique et par le code numérique testé [35]  
(N=5, Ep=5 mm )

La Figure IV.35 représente une caractéristique du couple électromagnétique développé par la structure à aimantation tournante obtenue par les deux méthodes citées ainsi que par le code numérique testé [35]. Les résultats obtenus par les trois méthodes sont très concordants.

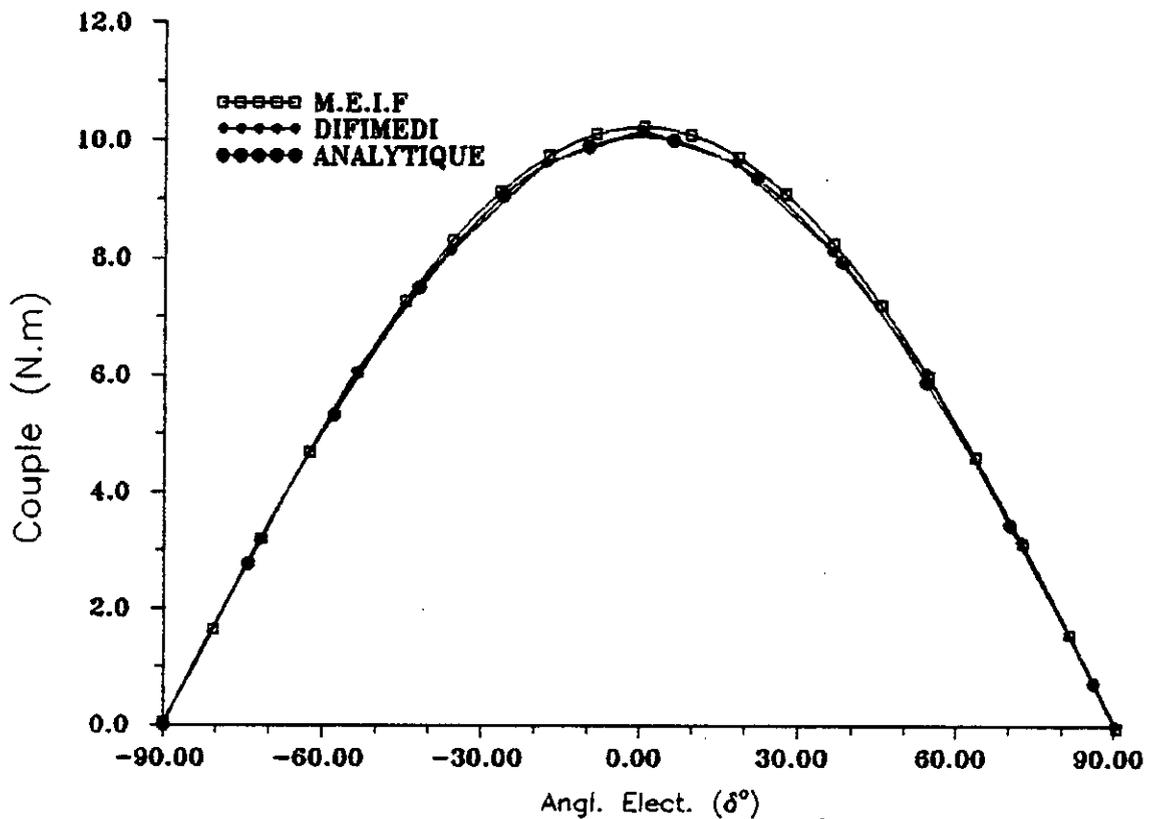


Figure IV.35 Comparaison entre la caractéristique statique de la structure étudiée obtenue à l'aide de la M.E.I.F, à l'aide de la méthode analytique et à partir du code numérique [35] ( $N=5$ ,  $E_p=5$  mm et  $I=I_1$ )

#### IV.5 CONCLUSION

Nous avons exploité un calcul analytique et un calcul semi-numérique développés au chapitre précédent pour déterminer les performances et prédimensionner une machine synchrone à aimantation tournante alimentée par un système de courants triphasé équilibré.

La méthode analytique adoptée s'est avérée fort intéressante quand on recherche un dimensionnement géométrique préalable rapide et efficace. Elle est caractérisée par des équations simples à programmer et adaptées pour la variation paramétrique.

Dans les mêmes conditions les résultats obtenus en associant une résolution numérique basée sur l'identité de Green en 2D sont concordantes que ce soit pour la distribution de l'induction ou pour le couple électromagnétique développé. Cette dernière méthode se trouve favorisée par un entrefer magnétique lisse (pas de singularités géométriques) et assez large. Son principal avantage consiste à déterminer directement l'effort global.

La structure à aimantation tournante développe un couple dépendant plus particulièrement de certains paramètres géométriques. En effet un choix optimal du nombre de barreaux aimantés, de l'épaisseur des aimants et de leurs ouvertures sur un pas polaire permet d'obtenir un couple relativement élevé avec un minimum d'ondulations.

Il est cependant important de signaler que certaines contraintes technico-économiques peuvent influencer le choix des paramètres géométriques précédemment déterminés.

# ***CONCLUSION GENERALE***

Dans notre travail, afin de prédimensionner avec efficacité et rapidité la structure d'une machine synchrone à pôles lisses et à aimantation tournante en recherchant un couple élevé avec un minimum de pulsations, nous avons développé deux modèles d'étude bidimensionnels utilisant respectivement deux résolutions. La première est analytique tandis que la deuxième est semi-numérique et fait appel aux équations intégrales de frontières basées sur l'identité de Green. En recherchant une f.e.m de forme d'onde sinusoïdale, nous avons adapté l'alimentation en utilisant des courants d'induit sinusoïdaux.

D'une part, dans les mêmes conditions et sous les mêmes hypothèses, les résultats obtenus à partir du modèle analytique et à partir du modèle semi-numérique basée sur l'identité de Green en 2D associée à une solution analytique sont concordants que ce soit pour la distribution de l'induction ou pour le couple électromagnétique développé.

D'autre part, les résultats obtenus à l'aide de ces deux dernières méthodes concordent assez bien que ce soit en termes d'allure ou d'amplitude avec ceux calculés en utilisant le code testé en particulier pour les machines à aimants par le Laboratoire d'Electronique et d'Electrotechnique (LEEI) de Toulouse (France).

La méthode analytique adoptée s'est avérée fort intéressante quand on recherche un dimensionnement géométrique préalable rapide et efficace du type de structure étudiée. Elle est caractérisée par des équations simples à programmer et adaptées pour la variation paramétrique.

Nous avons montré à l'aide de cette méthode, que la barrière amagnétique au dessous des barreaux aimantés n'est pas nécessaire afin d'augmenter les performances de la machine. Toutefois, le calcul du couple développé à l'aide de ce modèle analytique s'alourdit quand le nombre de barreaux aimantés devient important. Pour faciliter ce dernier calcul, le modèle semi-numérique est plus convenable car il ne nécessite qu'un calcul pour le couple total.

La méthode des équations intégrales de frontière, où il est difficile de prendre en considération la non linéarité se trouve favorisée par un entrefer magnétique lisse (pas de singularités géométriques) et relativement large. Le temps de calcul est très faible.

Pour le prototype étudié, dans les conditions fixées (contraintes thermiques et mécaniques), nous avons pu mettre en évidence les paramètres optimaux suivants: un nombre de barreaux aimantés égale à 5, une épaisseur des aimants voisine de 4.8 mm et une ouverture des aimants qui doit occuper pratiquement la totalité du pas polaire. En effet, un choix convenable du nombre de barreaux aimantés, ainsi que celui de leur épaisseur permettent de réduire convenablement les ondulations du couple (taux d'ondulations inférieurs à 0.1 %). Ce taux peut convenir à des applications de positionnement.

Au vu des caractéristiques du couple développées par la machine étudiée, celle-ci paraît adaptée à un contrôle en régime dynamique.

Nous avons effectué un dimensionnement géométrique préalable du prototype étudié validé par un code numérique testé. Cependant, la méthode des éléments finis peut être utilisée en dernier lieu pour une optimisation finale des paramètres géométriques de la structure en particulier pour déterminer en régime non linéaire, les contraintes magnétiques auxquelles sont soumis les matériaux en n'importe quel point de la machine.

# ***BIBLIOGRAPHIE***

- 
- [1] M. Lajoie-Mazenc; P. Mathieu; B. Davat : "Utilisation des aimants permanents dans les machines à commutation électronique." RGE 10/84 Octobre 1984 pp. 605-614.
- [2] J. Dhers: "Moteurs électriques: une extension rapide de leurs domaine d'utilisation. RGE 03 1987 pp. 1-10.
- [3] L. Hadjout : "Analyse des performances électromagnétiques d'une machine synchrone autopilotée à aimants à rotor lisse." Magister ENP Alger 1994.
- [4] R. Ibtiouene: "Contribution au dimensionnement électromagnétique d'une machine à aimants insérés." Thèse Doctorat d'état ENP Avril 1993.
- [5] M. Chabane: "Utilisation d'une méthode intégrale de frontière pour l'étude et l'optimisation de machines asynchrones à rotors massif." Thèse de Doctorat INP Lorraine - Nancy, France 1989.
- [6] C. Berenger: "Contribution à l'étude d'une machine synchrone autopilotée à aimants permanents à enroulements dans l'entrefer." Thèse de Doctorat INPLorraine - Nancy, France 1989.
- [7] G. Lacroux: "Les aimants permanents." Edition Tec & Doc Lavoisier 1989.
- [8] M. A. Rahman; G. R. Slemon: " Promising applications of Neodymium Boron Iron magnet in electrical machin." IEEE Trans. on magnetics, vol. MAG-21, no. 3, sptember 1985, pp. 1712-1716.
- [9] A. Miraoui: "Dimensionnement optimal d'un moteur sans ballais à aimants Neodyme-Fer-Bore." Thèse Docteur En Sciences pour l'Ingénieur, Université de Franche-comté, France 1992.
- [10] J. C. Sabonnadière: "Conception des machines électriques: la modélisation facilite l'optimisation." RGE no. 3 Mars 1987 pp. 11-20.
- [11] B. Robyns: "Commande Numérique évoluée d'actionneurs à courants alternatif." Thèse de Doctorat, Université Catholique de Louvain, Belgique, 1993
- [12] L. Krahenbuhl : "La méthode des équations intégrales de frontière pour la résolution des problèmes d'électrotechnique, et sa formulation axisymétrique." Thèse de Doctorat Ingénieur, Ecole Centrale de Lyon, 1983
- [13] V. B. Hosinger : "The field and parameters of interior type AC permanent magnet machines." IEEE Trans. on Power apparatus and systems Vol. PAS-101, no. 4 April 1992 pp. 967-875.
-

- 
- [14] K. Benghazel : "Contribution à l'étude d'actionneurs synchrones à aimants permanents." Thèse Doctorat INP Grenoble France 1988.
- [15] T. Rekioua : "Contribution à la modélisation et à la commande vectorielle des machines synchrones à aimants permanents." Thèse de Doctorat INP Lorraine Nancy France 1991.
- [16] P. Brissonneau : "Les aimants à base de terres rares: très performants mais couteux." RGE 3 1987, pp. 21-27.
- [17] A. Rudi : "Utilisation de nouveaux matériaux." RGE 8/94 Septembre 1994 pp. 47-48.
- [18] J. P. Poullange : "Moteur cylindrique à aimants permanents: de bonne performances aux moyennes et grandes vitesses " RGE no. 3 Mars 1987 pp.62-64.
- [19] M. Labraga; B. Davat et M. Lajoie-Mazenc: "Un servomoteur à aimants permanents en ferrites pour entraînement direct." RGE 7 Juillet 1989 pp. 38-42.
- [20] T. M. Jahms : "Torque production in permanent-magnet synchronous motor drives with rectangular current excitation." IEEE Trans. on Ind. Appl. vol LA-20, no. 4, July/August 1984 pp. 803-913.
- [21] K. Y. Cho; J.-D. Bae, S. K. Chung et M. J. Youn : " Torque harmonics minimisation in permanent magnet synchronous motors with back EMF estimation." IEEE Proc. Elect. Power Appl. vol. 141, no. 6 November 1994, pp. 323-330.
- [22] M. A. Rahman; T. A. Little; G. R. Slemon : "Analytical models for interior type permanent magnet synchronous motors." IEEE Trans. on magnetics vol. MAG-22 no. 5 september 1985 pp. 1741-1743.
- [23] T. Sebastien; G. R. Slemon; M. A. Rahman : " Modelling of permanent magnet synchronous motors." IEEE Trans. on magnetics, Vol. MAG-22 no. 5 September 1986 pp. 1069-1071.
- [24] T. Renyuan, G. Hang and G. Lianfa : "The calculation of transient field and parameters of REPM synchronous generator." IEEE Trans. on Magnetics val. MAG-21, no 6 November 1985, pp. 2336-2339.
- [25] J.C.Sabonnadière: "Méthode de calcul numérique en électrotechnique, application aux machines électriques." RGE 10/82 Octobre 1982 pp. 645-657.
-

- 
- [26] L. Krahenbuhl et A. Nicolas : "Méthodes des équations intégrales de frontière, développement des techniques et formulation axisymétrique." RGE 3 1985 pp. 222-226.
- [27] H. Fang: "Etude des problèmes d'électrotechnique par la méthode des équations intégrales de frontière." INP Lorraine Nancy France 1988.
- [28] B. Laporte : "Les enroulements des machines électriques triphasées " Cours non publié, ENSEM- Nancy (France).
- [29] B. Laporte; B. Ibtouen et M. Chabane: "Recherche de performances optimales pour une machine synchrones à aimants insérés par une méthode intégrale mettant en jeu une solution analytique." Journal Phys. III, October 1992 pp. 1891-1904.
- [30] A. Foggia et J. C. Sabonnadière : " Les équations de Maxwell en électrotechnique et leurs résolution numérique par une méthode d'éléments finis." Revue de physique appliquée, Tome 14 Février 1979, pp. 439-444.
- [31] K. J. Binns, C. P. Riley and M. Wong : "The efficient evaluation of torque and field gradient on permanent-magnet machines with small air-gap." IEEE Trans. on magnetics, Vol. MAG-21, no. 6 Nov. 1985, pp. 2435-2438.
- [32] J. B. Ayasse; G. Caplain et J. P. Lebacque : "Calcul numérique des matériaux magnétiques par les courants ampériens et les charges magnétiques." RGE 10 1984
- [33] Th Canon et J. Ph. Conard : "Une méthode de commande numérique d'un actionneur synchrone à aimants permanents terre-rare." RGE 7 Juillet 1989 pp. 29-32.
- [34] E. Durand : "Electrostatique, Volume II, Problèmes généraux conducteurs." MASSON ET S<sup>IB</sup>, 1966
- [35] M. Lajoie-Mazenc, J. Hector, F. Faucher : "Notice d'utilisation de DIFIMEDI." LEEL, 2 rue Camichel, Toulouse (France), 1980
- [36] R. Saou : "Calcul et optimisation par une méthode intégrale de frontière d'une M.R.V. à stator lisse." Thèse de Magister, ENP 1991.
- [37] B. Nogarede : "Modelisation analytiques des machines à aimants sans encoches" Thèse de Doctorat, INP Toulouse, France 1990.
-

- 
- [38] A. Nicolas : "Application des équations intégrales de frontière à la modélisation des phénomènes d'induction." Thèse d'Etat, Ecole Centrale de Lyon, 1983.
- [39] B. Ancelle : "Emploi de la méthode des équations intégrales de frontière et mise en oeuvre de la conception assistée par ordinateur dans le cas des systèmes électromagnétiques." Thèse d'Etat, Grenoble, 1979.
- [40] C. A. Brebbia : "The Boudary integral method for engineers" Printech press, London, 1984.
- [41] S. Touati, R. Ibtiouene, O. Touhami et S. Mekhtoub : "Calcul d'une machine synchrone à aimantation tournante." CMES'95, Guelma, 7<sup>th</sup>&8<sup>th</sup> Nov. 1995.
- [42] R. Kechroud, R. Ibtiouene et S. Touati : "Calcul d'une machine synchrone à aimants avec pièces polaires." CMES'95, Guelma, 7<sup>th</sup>&8<sup>th</sup> Nov. 1995.
- [43] Ibtiouene R, Mekhtoub S, Touhami O, Touati S, Kechroud R : "Dimensionnement d'actionneurs à aimants permanents en fonctionnement synchrone autopiloté " SEEN-1 26-27, Mai 1996, EMN Tamentafoust, Alger.
- [44] S. Touati, R. Ibtiouene, O. Touhami et S. Mekhtoub : "Etude d'une machine synchrone à aimantation tournante en utilisant une méthode des équations intégrales de frontières " COMAE'96, Tlemcen, 3-5 Dec. 1996.
- [45] R. Ibtiouen, S. Touati, S. Mekhtoub et O. Touhami: "Modélisation semi-numérique d'une machine synchrone à aimantation tourante ", CIMASI, Maroc, Nov. 1996.
- [46] S. J. Selon, J. M. Schneider : " A hybrid finite element-boudary integral formulation of the eddy current problem ." IEEE Trans. on Magnetics, vol. MAG-18, no. 2, March 1982 pp. 461-466.
- [47] A. Vander-vorst: "Electromagnétisme-force, champ, circuit" Edition Cobay, 1983.
- [48] K. Mouaziz et T. Drizi: "Calcul numérique d'une machine synchrone à aimants permanents avec pièces polaires et à concentration de flux ", PFE ENP, Juin 1996.
- [49] R. Kechroud: "Etude d'une machine synchrone à aimants permanents et concentration de flux en fonctionnement autopiloté "Thèse de Magister, USTHB, Juin 1996.
-

- [50] J. C. Sabonnadière, J. L. Couloumb : " Méthode des éléments finis en C.A.O ", Edition Hermes, 1989.
  
  - [51] E.G. Dhatt et G. Touzot: "Une présentation de la méthode des éléments finis "Maloine. S.A. Editeur, Paris, 1984.
  
  - [52] P. Brissonneau, L. Brugel, A. Kiener, D. Lebouc et J.P. Yonnet : "Nouvelles structures de moteurs à aimants permanents" RGE., Octobre 1984, pp 632-641.
  
  - [53] Y. Ouazir : "Calcul d'une machine synchrone à aimants à enroulement dans l'entrefer " Thèse de Magister à paraître, ENP.
-