

REPUBLICQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

THESE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

Presentée à

L'ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

pour obtenir

LE DIPLOME DE MAGISTER EN GENIE CIVIL

par

FALEK . Kamel

Ingenieur E.N.P.

ETUDE THEORIQUE

DES RIGIDITES DE TRANSLATION DU SOL  
POUR LES FONDATIONS RECTANGULAIRES ENTERREES

Soutenu en Janvier 1988 devant la commission d'examen :

President:	B.TILIOUINE	Professeur(E.N.P.)
Rapporteur:	P.BONNEVILLE	Professeur(E.N.P.)
Examineurs:	A.BALI	Maître de conférences(E.N.P.)
	Y.DJERBIB	Maître de conférences(E.N.P.)
	Z.DJILLALI BERKANE	Chargée de Cours(E.N.P.)
Invité:	C.TIAR	M.A.T.U.C

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

THESE



Presentée à

L'ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

pour obtenir

LE DIPLOME DE MAGISTER EN GENIE CIVIL

par

FALEK . Kamel

Ingenieur E.N.P.

ETUDE THEORIQUE  
DES RIGIDITES DE TRANSLATION DU SOL  
POUR LES FONDATIONS RECTANGULAIRES ENTERREES

Soutenue en Janvier 1988 devant la commission d'examen :

President:	B.TILIOUINE	Professeur(E.N.P.)
Rapporteur:	P.BONNEVILLE	Professeur(E.N.P.)
Examineurs:	A.BALI	Maître de conférences(E.N.P.)
	Y.DJERBIB	Maître de conférences(E.N.P.)
	Z.DJILLALI BERKANE	Chargée de Cours(E.N.P.)
Invité:	C.TIAR	M.A.T.U.C

## REMERCIEMENTS

Je remercie Monsieur B. TILIOUINE, Professeur à l'E.N.P., d'avoir bien voulu accepter de présider le jury d'examen.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à Monsieur F. BONNEVILLE, Professeur à l'E.N.P. pour ses précieux conseils et pour son soutien de tous les instants.

Je remercie également Mademoiselle Z. DJILALI BERKANE, Chargée de Cours à l'E.N.P., Monsieur A. BALI, Maître de Conférences à l'E.N.P., Monsieur V. DERBIB, Maître de Conférences à l'E.N.P. et Monsieur C. TIME, Directeur au M.A.P.U.C., pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail en me faisant l'honneur de participer au jury.



## TABLE DES MATIERES

I. INTRODUCTION	1
II. ETUDES ANTERIEURES	4
II.1 METHODE DES ELEMENTS FINIS	6
II.2 METHODE DES SOUS-STRUCTURES	7
II.3 FONCTIONS D'IMPEDANCE	9
II.3.1 Fonction d'impedance d'une fondation circulaire superficielle	9
II.3.2 Extension du calcul des fonctions d'impedance	11
II.3.3 Impedance constante	11
II.3.3.1 Constantes de rappel pour fondations rigides superficielles	13
II.3.3.1.1 Semelles circulaires	13
II.3.3.1.2 Semelles rectangulaires	13
II.3.3.2 Coefficient de rigidité pour fondations enterrées	14
II.3.3.2.1 Fondations circulaires	14
II.3.3.2.2 Fondations rectangulaires	16
III. APPROCHE THEORIQUE PAR LA METHODE DES CHARGES FICTIVES	17
III.1 METHODE DES CHARGES FICTIVES DANS LE PROBLEME TRIDIMENSIONNEL	18
III.1.1 Principe	18
III.1.2 Propriétés de la solution	18
III.2 METHODE APPROCHEE DES COMPOSANTES MONODIMENSIONNELLES	19
III.3 MODELISATION DE LA FONDATION RECTANGULAIRE ENTERREE	20
III.4 PRINCIPE DU CALCUL DES RIGIDITES DE TRANSLATION	21
III.5 DETERMINATION DES DEPLACEMENTS ENGENDRES PAR UNE CHARGE CONCENTREE DANS UN DEMI-ESPACE ELASTIQUE	23
III.5.1 Force concentrée dirigée perpendiculairement à la surface libre du milieu élastique	23
III.5.2 Force concentrée dirigée parallèlement à la surface libre du milieu élastique	26

المدرسة الوطنية للتقنيات  
 المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
 Ecole Nationale Polytechnique



<b>III.6 CALCUL DES DEPLACEMENTS DANS LE CAS DE LA TRANSLATION VERTICALE</b>	28
III.6.1 Cas general	28
III.6.2 Cas d'auto-influence	28
III.6.2.1 Element de la base de la fondation	29
III.6.2.2 Element d'une face	30
<b>III.7 CALCUL DES DEPLACEMENTS DANS LE CAS DE LA TRANSLATION HORIZONTALE</b>	30
III.7.1 Cas general	34
III.7.2 Cas d'auto-influence	34
III.7.2.1 Element de la base	34
III.7.2.2 Element d'une face	35
<b>IV. VARIATION DES RIGIDITES DE TRANSLATION AVEC LA PROFONDEUR</b>	36
<b>IV.1 RIGIDITE DE TRANSLATION VERTICALE</b>	37
IV.1.1 Modèle à cinq faces	37
IV.1.1.1 Variation de $K_z$ avec la profondeur	37
IV.1.1.2 Variation de $K_z/K_{z0}$ en fonction de $\chi$	38
IV.1.2 Modèle à six faces	40
IV.1.2.1 Variation de $K_z$ avec la profondeur	40
IV.1.2.2 Variation de $K_z/K_{z0}$ en fonction de $\chi$	40
IV.1.3 Comparaison des resultats obtenus avec les deux modèles formules proposées pour la loi de variation en profondeur	41
<b>IV.2 RIGIDITE DE TRANSLATION HORIZONTALE</b>	48
IV.2.1 Modèle à cinq faces	48
IV.2.1.1 Variation de $K_h$ avec la profondeur	48
IV.2.1.2 Variation de $K_h/K_{h0}$ en fonction de $\chi$ et de $\chi'$	49
IV.2.2 Modèle à six faces	50
IV.2.2.1 Variation de $K_h$ avec la profondeur	50
IV.2.2.2 Variation de $K_h/K_{h0}$ en fonction de $\chi$ et de $\chi'$	50
IV.2.2.3 Comparaison des resultats obtenus et formules proposées pour la loi de variation en profondeur	53

V. DISTRIBUTION DES EFFORTS ET DES CONTRAINTES	65
V.1 POSITION DU CENTRE DE RIGIDITE HORIZONTALE	67
V.1.1 Variation de la position du centre de rigidité horizontale	67
V.1.2 Formules proposées pour la loi de variation en profondeur	69
V.2 DISTRIBUTION DES RIGIDITES ENTRE LES DIFFERENTES FACES	73
V.2.1 Rigidités partielles de translation verticale	73
V.2.2 Rigidités partielles de translation horizontale	76
V.3 EXEMPLES DE DISTRIBUTION DES CONTRAINTES SUR LES FACES D'UNE FONDATION RECTANGULAIRE ENTERREE	80
V.3.1 Mouvement de translation verticale	80
V.3.2 Mouvement de translation horizontale	80
VI. ETUDE DE LA VALIDITE DES RESULTATS	84
VI.1 ERREUR COMMISE PAR L'UTILISATION DE CHARGES FICTIVES MONODIMENSIONNELLES	85
VI.2 COMPARAISON AUX RECHERCHES ANTERIEURES	86
VI.2.1 Rigidité de translation verticale des fondations superficielles	87
VI.2.2 Rigidité de translation horizontale des fondations superficielles	89
VI.2.2.1 Présentation des résultats	89
VI.2.2.2 Comparaison des résultats à ceux de BARKAN	91
VI.2.2.3 Comparaison des résultats pour les fondations superficielles allongées	93
VI.2.2.4 Conclusion sur les valeurs de $B_x$	96
VI.2.3 Lois de variation en profondeur	97
VI.2.3.1 Translation verticale	97
VI.2.3.2 Translation horizontale	99
VI.2.4 Position du centre de rigidité	103

VI.3 APPLICATION AU GENIE PARASISMIQUE	104
VI.3.1 Influence relative de l'effet sol-structure sur les constructions courantes	104
VI.3.1.1 Principe de calcul	104
VI.3.1.2 Determination des périodes des oscillations propres de translation et de rotation dues à la déformation du sol seule	104
VI.3.1.2.1 Oscillations propres en translation pure	106
VI.3.1.2.2 Oscillations propres en rotation	106
VI.3.1.2.3 Ordre de grandeur de $T_T$ et de $T_R$	107
VI.3.1.3 Intervention correctrice de l'effet sol-structure	108
VI.3.1.3.1 Rotation de la base	109
VI.3.1.3.2 Translation de la base	110
VI.3.1.4 Influence de l'effet sol-structure sur les forces sismique	112
VI.3.2. Incertitude sur les caractéristiques du sol	115
VI.3.3 Introduction de l'effet sol-structure dans les calculs de l'ingénieur	116
VII. CONCLUSION	117
VIII. BIBLIOGRAPHIE	120



PRINCIPALES NOTATIONS

- 2d : -dimension de la base de la fondation parallèle à la direction de déplacement (translation horizontale)  
 -dimension du grand côté de la base de la fondation (translation verticale)
- 2c : -dimension de la base de la fondation perpendiculaire à la direction de déplacement (translation horizontale)  
 -dimension du petit côté de la base de la fondation (translation verticale)
- $l_1, l_2$  : -fonctions de déplacement
- $K_{ho}$  : -rigidité de translation horizontale pour fondation superficielle
- $K_h$  : -rigidité de translation horizontale pour fondation profonde
- $K_{zo}$  : -rigidité de translation verticale pour fondation superficielle
- $K_z$  : -rigidité de translation verticale pour fondation profonde
- $p$  : -renforcement de la base de la fondation
- $p^*$  : -position du centre de rigidité établie à partir de la base
- $f$  : -coefficient de forme pour fondation rectangulaire (AISI)
- $D$  : -coefficient d'amplification dynamique moyen
- $\{u\}$  : -vecteur déplacement
- $E$  : -module d'élasticité du sol
- $\nu$  : -coefficient de POISSON du sol
- $\mu, G$  : -module de cisaillement du sol
- $\omega$  : -pulsation
- $\omega_0$  : -fréquence réduite

$B_x$ : -coefficient dans la formule de BARKAN (translation horizontale)

$\chi$ : -coefficient d'enfacement adimensionnel

$$\chi = \frac{P}{\sqrt{4cd}}$$

$\chi'$ : -coefficient d'enfacement adimensionnel

$$\chi' = \frac{P}{2d}$$

$\lambda$ : -elancement de la structure

$F$ : -force sismique

$H$ : -hauteur de la structure

$\rho$ : -masse volumique moyenne de la structure

$C_z$ : -coefficient de compression "uniforme" elastique du sol

$C_x$ : -coefficient de glissement "uniforme" elastique du sol

$C$ : -coefficient de compression non uniforme du sol

$T_a$ : -periode d'apres la formule "americaine"

$T_t$ : -periode propre en translation pure

$T_r$ : -periode propre en rotation pure

I N T R O D U C T I O N



Lorsque une structure est soumise à une sollicitation dynamique, les efforts engendrés créent une variation des contraintes dans le sol de fondation, d'où des perturbations du mouvement du sol, ce qui va à leur tour influencer sur la réponse de la structure. Le phénomène est appelé interaction sol-structure.

L'étude dynamique d'une construction est très complexe à cause notamment des nombreux paramètres intervenant dans la réponse de la structure tenant de son comportement tridimensionnel.

Dans la pratique courante, on utilise la méthode des "coefficients de sol" qui consiste à introduire des coefficients de rigidité dépendants de la fréquence.

Pour les fondations rigides superficielles circulaires ou rectangulaires de nombreuses expressions de ces coefficients ont été proposées. Par contre, peu de travaux ont été effectués sur les fondations enterrées.

L'objet de la présente recherche est d'établir une loi de variation des coefficients de rigidité de sol en fonction de la profondeur pour les fondations rectangulaires rigides enterrées, pour les mouvements de translation verticale et horizontale, à partir d'une approche théorique par une méthode, que nous désignons par celle des "charges fictives", dont le principe est de réaliser un déplacement imposé à l'aide de forces auxiliaires exercées sur le contour de la fondation.

Les points principaux de cette étude se présentent de la manière suivante:

- Un aperçu sur les principales méthodes de calcul utilisées pour tenir compte du phénomène d'interaction sol-structure et sur les résultats obtenus, est exposé au chapitre II.
- Le chapitre III décrit la méthode proposée pour la détermination des coefficients de rigidité de sol, ainsi que les relations permettant le calcul du déplacement d'un point sous l'action d'une force intérieure au sol.
- Le chapitre IV regroupe les résultats de la méthode et présente les lois de variation de la rigidité de sol en fonction d'un paramètre lié à la profondeur pour les mouvements de translation verticale et horizontale.
- La loi de variation de la position du centre de rigidité horizontale, ainsi que l'allure de la distribution des rigidités sur les différentes faces de la fondation enterrée font l'objet du chapitre V.
- L'étude de la validité des résultats par comparaison à des travaux antérieurs et de leur application au calcul parasismique sont analysées au chapitre VI.
- Les conclusions de cette étude et des suggestions pour de futures recherches sont proposées au chapitre VII.

CHAPITRE II

ETUDES ANTERIEURES



L'étude des vibrations des massifs de fondations a constitué l'un des premiers objets de la dynamique des sols . Dans ce domaine, les premiers résultats ont été obtenus par LAMB (1904) qui a déterminé, en tous points du demi-espace élastique, les déplacements dus à une force horizontale ou verticale, variant sinusoidalement avec le temps, appliquée à une fondation circulaire rigide superficielle .

Par intégration des équations de LAMB, divers auteurs ont proposé des solutions pour le cas de chargements uniformes (cf § II.3.1). Une des difficultés de ce problème provenant de ce que la distribution des contraintes à la surface de contact sol-fondation dépend, ainsi que d'autres paramètres, de la fréquence de vibration.

Actuellement les calculs d'interaction sol-structure sont effectués à partir de modélisations du sol et de la structure ainsi que d'une modélisation du mouvement sismique en champ libre cohérente avec celles du sol et de la structure .

De nombreuses méthodes de prise en compte du phénomène d'interaction sol-structure ont été développées, les principales étant la méthode des éléments finis et la méthode des sous-structures.

Ces deux méthodes ont beaucoup progressé depuis les années 70 et sont parfois combinées ( la méthode des éléments finis pouvant être utilisée dans une résolution par la méthode des sous-structures ).

Les points essentiels de ces deux méthodes sont présentés ci-après .

## II . 1 Méthode des éléments finis ( 12 ), ( 21 ), ( 22 ), ( 28 ), ( 30 ) .

La méthode des éléments finis est une méthode complète, c'est à dire que les mouvements du sol et de la structure sont déterminés simultanément.

Dans une étude par éléments finis, on distingue les parties suivantes :

- Modélisation de la géométrie, du comportement du sol et du chargement.
- Formation des matrices de rigidité, de masse et d'amortissement.
- Résolution du système d'équations.

Cette méthode permet de résoudre entre autres, les problèmes de fondations souples. La représentation du sol en éléments finis est en général bidimensionnelle soit dans le plan soit axisymétrique.

Le maillage joue un rôle déterminant sur la précision des résultats :

La hauteur des éléments doit être en plus égale à la plus petite longueur d'onde du système. En pratique

$$h < \frac{1}{8} \approx \frac{1}{5} \lambda_s, \quad \lambda_s = \frac{V_s}{\omega_{max}}$$

$\omega_{max}$  : plus grande fréquence devant être transmise correctement par le modèle.

La dimension horizontale peut-être 4 à 5 fois plus grande que la hauteur.

Les conditions aux limites du modèle doivent être prises en compte soigneusement de façon à éviter la réflexion des ondes à l'intérieur du modèle.

La frontière inférieure doit être suffisamment enfoncée et les frontières latérales peuvent être fixes et assez éloignées de la structure, ou "transmissives" c'est à dire simuler la réponse du sol situé au-delà.

Les lois d'interpolation sont généralement linéaires, la non-linéarité est obtenue en ajoutant des lois non linéaires.

## II. 2. Méthode des sous-structures (19), (25).

La méthode des sous-structures est une méthode par étape, c'est à dire qu'on prend en compte successivement divers effets.

Les équations du mouvement d'un modèle représentant le sol et la structure s'écrivent sous forme matricielle :

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = -[M]r \ddot{u}_s$$

$\{u\}$  : vecteur des déplacements relatif par rapport à la base du modèle

$\ddot{u}_s$  : accélération de la base du modèle

$r$  : vecteur unité.

$[M]$  : matrice de masse

$[C]$  : matrice d'amortissement

$[K]$  : matrice de rigidité.

On peut profiter de la linéarité des équations pour décomposer le mouvement et la matrice de masse.

$$u = u_1 + u_2$$

$$[M] = [M_B] + [M_S]$$

$[M_B]$  : matrice de masse du bâtiment

$[M_S]$  : matrice de masse du sol.



est choisi de manière à satisfaire l'équation :

$$[M_s] (\ddot{u}_1 + r \ddot{u}_s) + [C] \dot{u}_1 + [K] u_1 = 0$$

est le mouvement relatif par rapport à la base du modèle si la structure est liée sans masse. On l'appelle mouvement d'interaction cinématique.

doit donc satisfaire l'équation :

$$([M_s] + [M_A]) \ddot{u}_2 + [C] \dot{u}_2 + [K] u_2 = -[M_B] (\ddot{u}_1 + r \ddot{u}_s)$$

est le mouvement du sol et de la construction lorsque celle-ci seulement est soumise à des forces d'inertie correspondant au mouvement  $u_1 + u_s$  + le sol étant fixe.

est le mouvement d'interaction inertielle.

la réponse totale est la somme

- du mouvement de la base du modèle  $u_s$
- du mouvement d'interaction cinématique  $u_1$
- du mouvement d'interaction inertielle  $u_2$

Il existe plusieurs méthodes des sous-structures selon le découpage qui est fait entre le bâtiment, ses fondations et le sol. Mais on retrouve en général les étapes suivantes :

- (1) Etude de la réponse du site en l'absence de structure.
- (2) Etude de la réponse du sol et de la structure supposée sans masse. La détermination des déplacements de la fondation constitue le résultat de cette étape.
- (3) Détermination de l'impédance de la fondation, c'est à dire des coefficients de raideur et d'amortissement en chaque point de liaison.
- (4) Etude dynamique du bâtiment et de ses fondations liés, par les ressorts et amortisseurs déterminés à l'étape (3), à un repère fixe soumis au mouvement déterminé en (2).



La détermination des fonctions d'impédance est un problème encore d'actualité, dans le paragraphe suivant un aperçu des résultats obtenus est présenté.

### I . 3 . Fonctions d'impédance.

Les fonctions d'impédance définissent les relations entre le vecteur force appliqué à la fondation, supposé harmonique de pulsation  $\omega$ , et le vecteur déplacement.

Ces fonctions sont complexes et dépendent de  $\omega$ , la partie réelle représente la rigidité, la partie imaginaire l'amortissement.

Historiquement les méthodes analytiques ont permis, à partir des équations de propagation des ondes dans un milieu continu et de diverses simplifications de calcul, de déterminer l'impédance d'une fondation circulaire rigide sur un demi-espace élastique. De très nombreux auteurs se sont intéressés à ce problème.

#### II . 3 . 1 . Fonctions d'impédance d'une fondation circulaire superficielle :

Dans les premières études, tous les auteurs ont fait des hypothèses à propos de la répartition des contraintes sous la fondation.

WINKLER ( 1936 ) suppose une pression verticale uniformément distribuée sur la surface libre du demi-espace.

CHEN ET SUNG ( 1953 ) proposent une solution pour plusieurs types de répartition :

- Répartition uniforme.
- Répartition parabolique.
- Répartition correspondant aux contraintes statiques sous une fondation rigide.

WINKLER ( 10 ) BYCROFF ( 38 ) entre autres ont pris comme déplacement de la fondation des moyennes pondérées des déplacements obtenus sous la surface chargée.

Ces résultats sont habituellement présentés en fonction de la fréquence réduite  $\alpha$ , et sont de la forme :

$$U = \frac{P_0 \exp(i\omega t)}{\mu R} (f_1 + i f_2)$$

$$a_0 = \frac{\omega R}{V_s}$$

$\omega$  : fréquence

$R$  : rayon de la fondation

$V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ , vitesse des ondes de cisaillement dans le demi-espace.

$f_1$  et  $f_2$  sont les fonctions de déplacements.

Les fonctions  $f_1$  et  $f_2$  sont réelles, elles dépendent de la fréquence  $\omega$  et du coefficient de poisson  $\nu$ .

$f_1$  gouverne le terme de rigidité,  $f_2$  le terme d'amortissement.

Les coefficients de rigidité et d'amortissement s'expriment par les relations suivantes :

$$K = \mu R \frac{f_1}{f_1^2 + f_2^2}$$

$$C = \mu R \frac{-f_2}{f_1^2 + f_2^2}$$

Comme indicatif, les relations obtenues par DELEUZE (10) peuvent être citées :

pour le mouvement de translation verticale :

$$K_{22} = \frac{4\mu R}{1-\nu} \frac{f_{1v}}{f_{1v}^2 + f_{2v}^2}$$

$$C_{22} = \frac{4\sqrt{\mu\rho} R^2}{1-\nu} \frac{-f_{2v}}{a_0 (f_{1v}^2 + f_{2v}^2)}$$

pour le mouvement de translation horizontale :

$$K_{xx} = \frac{8\mu R}{(1-\nu)} \frac{f_{1h}}{f_{1h}^2 + f_{2h}^2}$$

$$C_{xx} = \frac{8\sqrt{\mu\rho} R^2}{2-\nu} \frac{-f_{2h}}{a_0 (f_{1h}^2 + f_{2h}^2)}$$

pour le mouvement de rotation :

$$K_{\theta\theta} = \frac{8\mu R^3}{3(1-\nu)} \frac{f_{12}}{f_{12}^2 + f_{22}^2}$$

$$C_{\theta\theta} = \frac{8\sqrt{\mu\rho} R^3}{2-\nu} \frac{-f_{22}}{a_0 (f_{12}^2 + f_{22}^2)}$$

Pour le couplage rotation-translation horizontale :

$$K_{x\theta} = K_{\theta x} = \frac{8\mu R^2}{2-\nu} \frac{\beta_{1D}}{\beta_{1D}^2 + \beta_{2D}^2} \quad C_{x\theta} = C_{\theta x} = \frac{x\sqrt{\mu p} R^3}{2-\nu} \frac{-\beta_{2D}}{\alpha_0 (\beta_{1D}^2 + \beta_{2D}^2)}$$

Les graphes des fonctions de déplacement sont présentés dans la figure II.1.

### II.3.2. Extension du calcul des fonctions d'impédance .

Suite aux travaux effectués sur les fondations circulaires superficielles reposant sur un demi-espace élastique et grâce aux méthodes nouvelles (sous-structures, éléments finis, équations intégrales, ...) des solutions à de nombreux problèmes ont été proposées, notamment pour :

- Fondations circulaires reposant sur demi-espace viscoélastique .
- Fondation circulaire sur monocouche .
- Fondations rectangulaires .
- Fondations carrées sur plusieurs couches .
- Fondations enterrées .

Mais tous ces calculs sont très longs et les résultats liés à la configuration donnée au sol. La possibilité d'obtenir une solution approchée à la réponse d'une fondation rigide, en utilisant des coefficients indépendants de la fréquence, a été envisagée .

### II.3.3. Impédance constante .

Dans les calculs dynamiques, des coefficients d'impédance constants ont été introduits par certains auteurs et les résultats obtenus aux basses fréquences ont été satisfaisants ( COSIE ; NEWMARK-ROSENBLUETH; GHAFFAR-ZADEGH; VELETSOS-WEI; RICHART-HALL-WOODS; ... ) , ce qui justifie l'utilisation de la méthode des "ressorts de sol" d'autant que seuls les deux premiers modes de vibration sont concernés par le phénomène d'interaction sol-structure (26) .



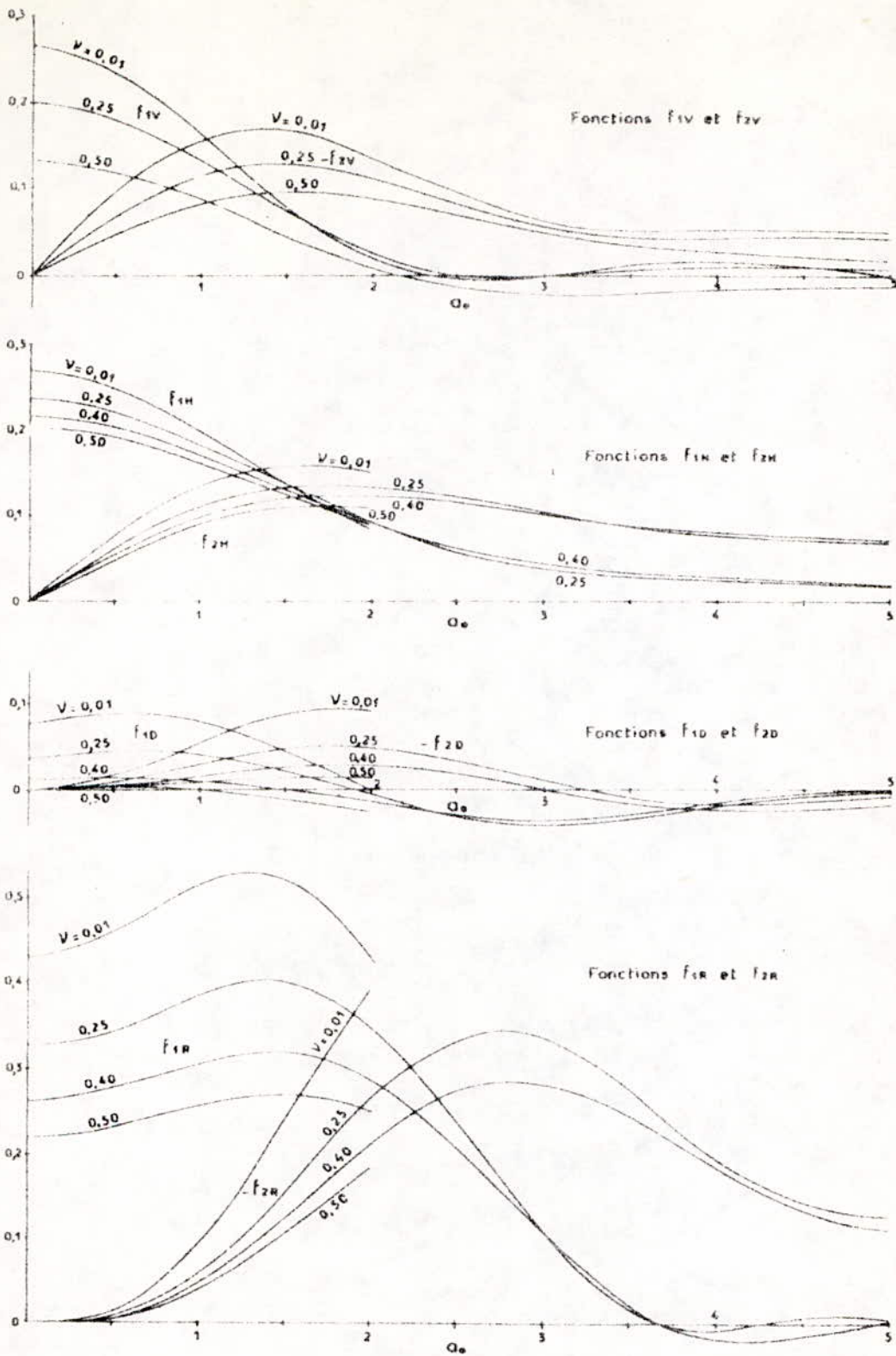


Fig II.1

Fonctions de déplacements d'après DELEUZE .



Un mode de calcul général a été proposé par LYSMER et HALL.

Pour les constructions en zone sismique le modèle de NIETO-ROSEN BLUETH, RASIDON est mieux adapté: la constante de rigidité  $K$  prend sa valeur statique, et il est rajouté une masse de sol additionnelle. Cette masse et le coefficient d'amortissement sont ajustés de manière à minimiser l'erreur dans la bande des fréquences utiles (jusqu'à 10 Hz environ).

### II. 3.3.1. Constantes de rappel pour fondations rigides superficielles

#### II.3.3.1.1. Semelles circulaires.

Pour divers types de mouvement, les expressions des constantes de rappel sont données dans le tableau II

Mouvement	Constante de Rappel
Vertical (TIMOSHENKO et GOODIER)	$K_z = \frac{4 \mu R}{1 - \nu}$
Horizontal (BYCROFT)	$K_h = \frac{32(1-\nu) \mu R}{7 - 8\nu}$
Rotation (BOROWVEKA)	$K_\psi = \frac{8 \mu R^3}{3(1-\nu)}$
TORSION (REISSNER et SAGOCI)	$K_\theta = \frac{16}{3} \mu R^3$

#### II .3.3.1.2 Semelles rectangulaires

Soit  $2c$  et  $2d$  les dimensions de la fondation,  $2d$  étant celle parallèle à la direction de déplacement pour le mouvement de translation horizontale.

Mouvement	Constante de Rappel
Vertical (BARKAN)	$k_z = \frac{M}{1-\nu} \beta_z \sqrt{4cd}$
Horizontal (BARKAN)	$k_H = 2(1+\nu) \mu \beta_x \sqrt{4cd}$
Rotation (GORBEUNOV BOSSADOV)	$k_\psi = \frac{M}{1-\nu} \beta_\psi (2d)^2 2c$
Torsion	$k_\theta = \frac{1+\nu}{4} \mu \beta_x ((2d)^2 + (2c)^2) \sqrt{4cd}$

$\beta_z, \beta_x, \beta_\psi$  sont des coefficients qui dependent de  $d/c$ .

	0,1	0,2	0,4	0,6	1	2	4	6	8	10
$\beta_z$					2,2	2,3	2,5	2,6	2,7	2,8
$\beta_x$				1	0,97	0,95	1	1,08	1,15	1,20
$\beta_\psi$	0,38	0,40	0,42	0,46	0,50	0,60	0,78	0,95	1,15	1,25

### II.3.3.2. Coefficient de rigidité pour les fondations enterrees.

#### II.3.3.2.1. Fondation circulaires.

Etude par elements finis a été réalisée par KALDJIAN (21).

Figure II.2 presente les variations du rapport de la constante de rigidité (profondeur H) à la rigidité de surface en fonction du coefficient d'enfoncement  $\nu$ , ce pour  $\nu = 0,4$ .  
 Courbe (a) est obtenue pour une fondation adherant au sol le long des parois.

le cas (b) correspond à une fondation sans frottement latéral.

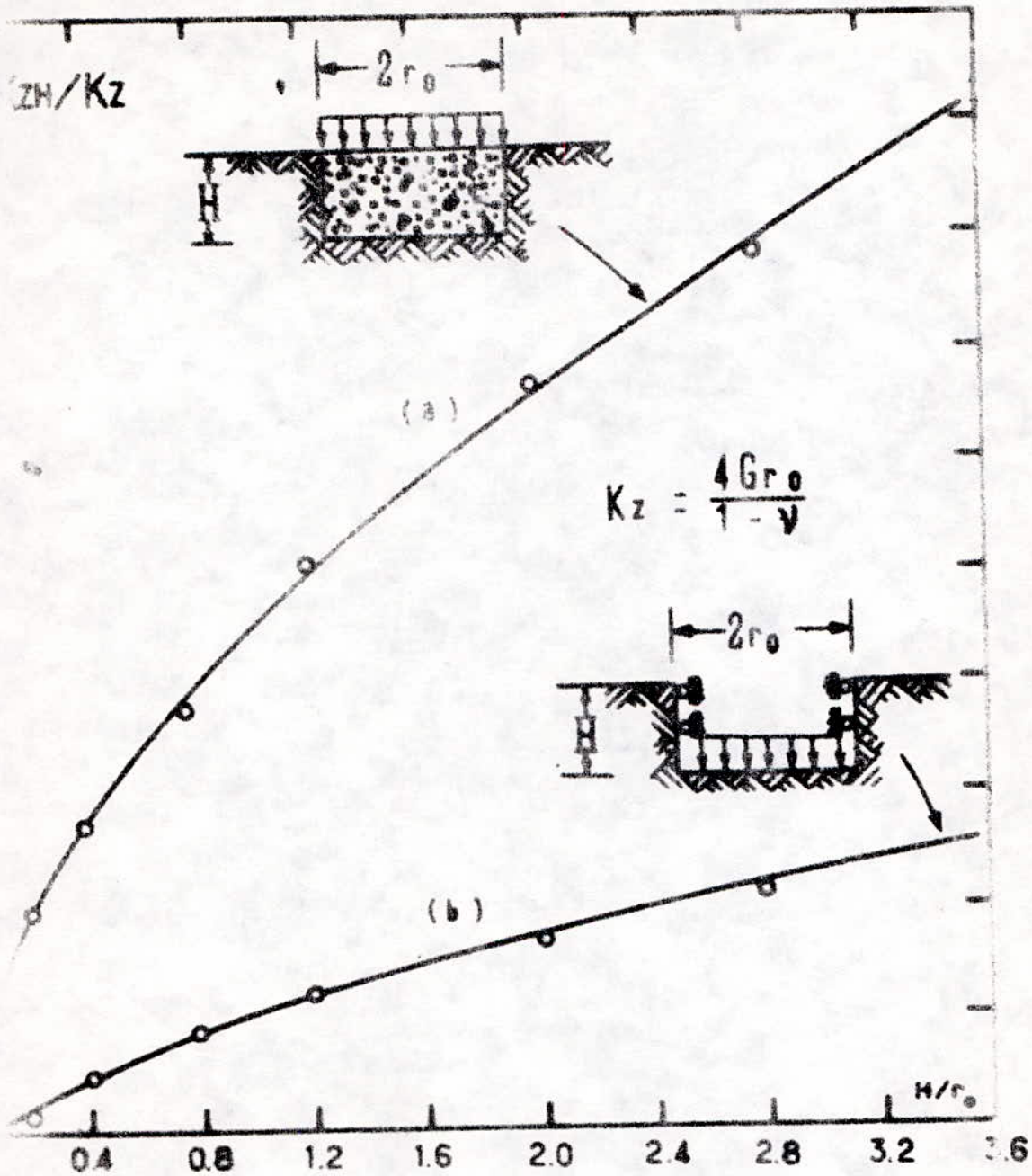


Fig II-3. Rigidité verticale  $KzH$  des fondations circulaires enterrées rapportée à la rigidité en surface  $Kz$  en fonction du coefficient d'enfoncement  $X = H/r_0$ .

(Selon KALDJIAN 1969)

#### 11.3.3.2.2. Fondation rectangulaire

des études expérimentales ont été réalisées sur un modèle dynamique  
bidimensionnel (15) et sur modèles tridimensionnels (33).

Détails de ces travaux seront présentés dans le chapitre VI.



CHAPITRE III

APPROCHE THEORIQUE PAR LA METHODE DES CHARGES FICTIVES

## 1 Méthode des charges fictives dans le problème tridimensionnel

### III.1.1. Principe

Un parallélépipède rectangle de côtés  $2d$  et  $2c$ , de hauteur  $p$  découpé fictivement dans le demi-espace élastique, son contour présente celui d'une fondation rigide.

Le milieu élastique étant entièrement conservé, un déplacement imposé. Le contour de la fondation est supposé soumis à des charges fictives tridimensionnelles telles que son déplacement soit exactement le déplacement donné.

Le problème est de déterminer les charges engendrant le déplacement de contour fixé.

### III-1.2. Propriétés de la solution.

a) La solution du problème, c'est à dire la détermination des charges tridimensionnelles engendrant le déplacement donné, est unique limite d'une solution discrétisée lorsque  $n$  tend vers l'infini,  $n$  étant le nombre d'éléments discrets sur le contour de la fondation.

Pour  $n$  éléments discrets (avec des charges fictives tridimensionnelles en leurs centres) les  $n$  forces discrets à 3 composantes correspondent à  $3n$  inconnues.

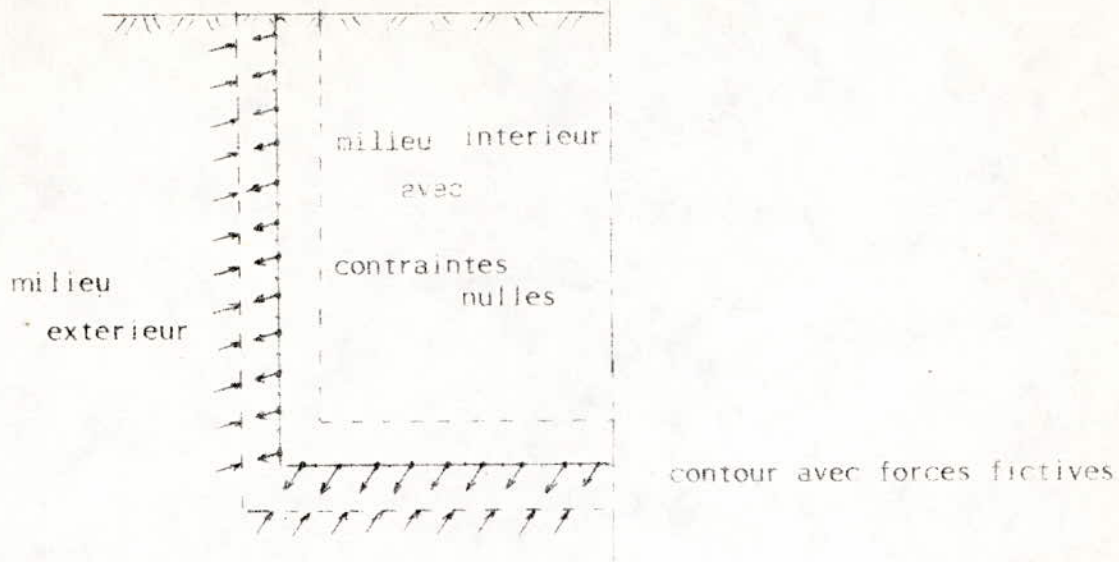
Les formules de BOUSSINESQ généralisées déterminent à partir de ces forces les déplacements des  $n$  points soient  $3n$  composantes.

En écrivant que ces  $3n$  composantes correspondent à celles du déplacement donné, on a  $3n$  équations à  $3n$  inconnues d'où l'unicité de la solution.

b) Les charges fictives réparties sont équivalentes aux contraintes exercées sur le contour de la fondation par le parallélépipède indéformable.

En effet, le milieu intérieur qui est à l'état neutre n'exerce aucune force sur le contour. Seules agissent le long de ce contour les forces fictives, qui par suite sont équilibrées par les forces de contrainte sur une surface infiniment voisine mais extérieure au contour.

De plus, vu que le nombre d'éléments discrets  $n$  tend vers l'infini, ces forces extérieures sont équivalentes aux contraintes dans le sol.



### III-2 Méthode approchée des composantes monodimensionnelles

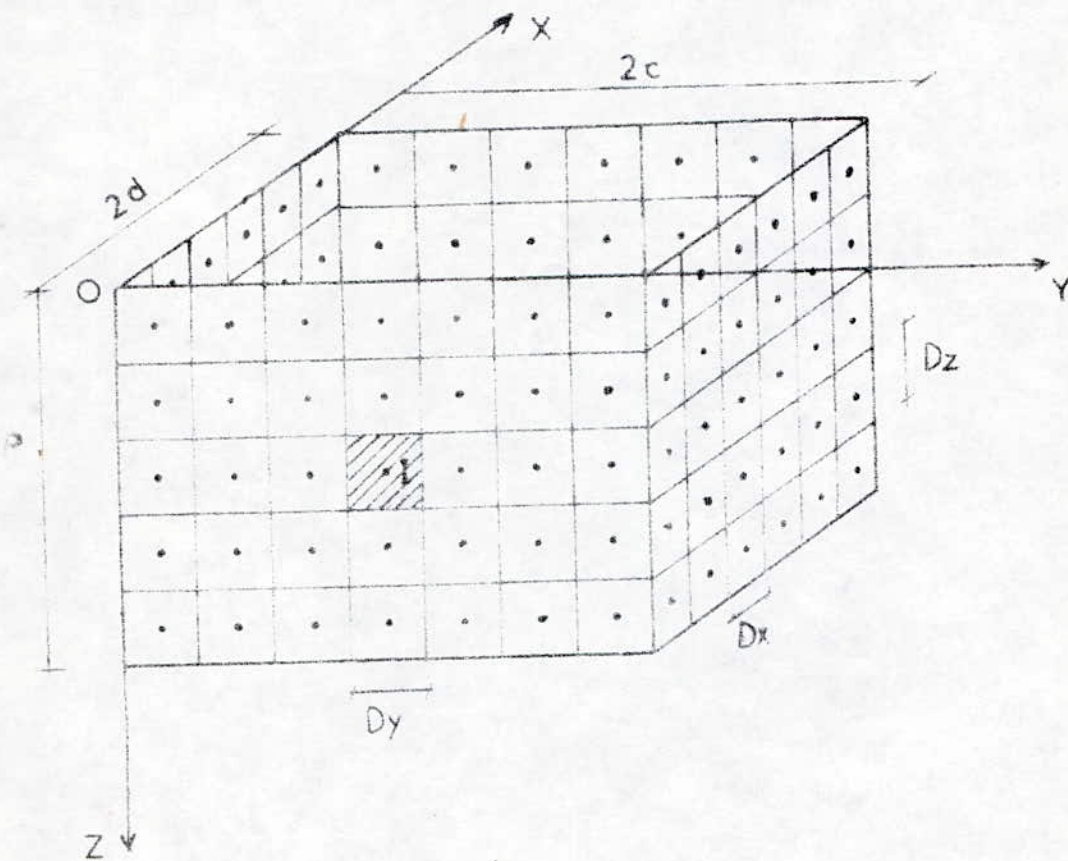
Pour étudier les variations de la rigidité de sol avec la profondeur des fondations à base rectangulaire enterrées pour les mouvements de translation pure, un déplacement vertical (respectivement horizontal) étant imposé aux  $n$  points ( $n$  fini) définissant le contour de la fondation, seules les forces fictives de direction parallèle au déplacement, exercées sur ces  $n$  points, pouvant engendrer un tel mouvement seront déterminées (c'est à dire que l'on admet que les déformations du contour compatible avec le déplacement imposé ont une incidence négligeable sur les composantes des forces fictives parallèles au mouvement).

Pour mener cette étude un modèle de calcul principal où seul le contour de la fondation intérieur au demi-espace élastique (soient cinq faces) a été considéré. Ce modèle permet d'obtenir la rigidité de sol totale et l'allure de la répartition des contraintes sur les faces de la fondation, mais il n'impose aucune condition à la face supérieure du contour de la fondation qui par suite peut se déformer. Aussi, à titre comparatif, un modèle où toutes les faces sont soumises



Les charges fictives (modèle à six faces) a été introduit, permettant d'avoir une idée plus précise de l'influence des déformations de la surface de la fondation sur la rigidité d'ensemble.

### Modélisation de la fondation rectangulaire enterrée.



une fondation à base rectangulaire enterrée de dimensions  $2c$  suivant  $ox$ ,  $2d$  suivant  $oy$ ,  $p$  suivant  $oz$  la surface libre du demi-espace élastique étant à la côte  $z=0$ . La fondation rectangulaire est décomposée en  $n$  éléments discrets par un maillage de pas  $Dx$  suivant  $ox$ ,  $Dy$  suivant  $oy$ ,  $Dz$  suivant  $oz$ . Le centre d'un élément  $I$  est caractérisé par ses coordonnées  $(x_i, y_i, z_i)$  dans le repère  $(O, x, y, z)$ . L'élément  $I$  est donc défini par son aire et les coordonnées de son centre.



### III-4 Principe du calcul des rigidités de translation.

Soit une fondation rigide enterrée à base rectangulaire, une force concentrée d'intensité égale à l'unité et dirigée parallèlement à l'axe Oz (respectivement Ox) est appliquée au centre du premier élément du maillage de contour de la fondation. Cette force va créer un déplacement de tous les éléments constituant le contour de la fondation, nous nous intéresserons aux déplacements verticaux (respectivement horizontaux parallèles à Ox) engendrés par cette charge.

Soit  $U(1, j)$  le déplacement vertical (respectivement horizontal) causé par la force unité appliquée en 1 sur le centre de l'élément J.

En faisant varier J de 1 à N, tous les déplacements verticaux (respectivement horizontaux) des centres des N éléments de la fondation dus à la force concentrée appliquée au centre du premier élément auront été déterminés.

En repetant cette operation jusqu'à ce que la charge concentrée unité ait été appliquée successivement au centre des N éléments constituant la fondation, tous les déplacements  $U(i, j)$  pour  $i = 1$  à N et  $j = 1$  à N causés par les forces  $\{F_i\}$  pour i variant de 1 à N, auront été calculés.

$$F_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ N \end{matrix}$$

Lorsque toutes les forces concentrées unités  $F_i$  sont appliquées simultanément au centre des N éléments de la fondation, le déplacement du centre de l'un quelconque de ces éléments s'écrit :

$$\text{Pour } j = 1 \text{ à } N \quad U_j = \sum_{i=1}^N U(i, j)$$

Le vecteur déplacement  $\{\vec{U}\}$  à N composantes s'exprime en fonction du vecteur force appliqué  $\{\vec{F}\}$  par la relation :

$$[S] \{\vec{F}\} = \{\vec{U}\}$$

$$\text{où } \{\vec{F}\} = \sum_{i=1}^N \{\vec{F}_i\} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & N \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}, \quad \{\vec{U}\} = \begin{bmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_i \\ \vdots \\ U_N \end{bmatrix}$$

et  $[S]$  matrice de souplesse

$$[S] = \begin{bmatrix} U(1,1) & \dots & U(1,j) & \dots & U(1,N) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ U(j,1) & \dots & U(j,j) & \dots & U(j,N) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ U(N,1) & \dots & U(N,j) & \dots & U(N,N) \end{bmatrix}$$

Pour déterminer la rigidité de translation de la fondation rectangulaire rigide enterrée, il suffit de résoudre le problème inverse, c'est à dire calculer le vecteur force  $\{\vec{F}\}$  entraînant un déplacement de la fondation égal à l'unité

Soit  $U_i = 1$  pour  $i = 1 \text{ à } N$  d'où  $\{\vec{U}\} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

Or  $[S] \{\vec{F}\} = \{\vec{U}\}$  donc  $\{\vec{F}\} = [S]^{-1} \{\vec{U}\} = [K] \{\vec{U}\}$

$[K]$  : matrice de rigidité

Après résolution de ce système, les N composante  $F_i$  du vecteur  $\{\vec{F}\}$  seront déterminées ; par suite la rigidité globale en translation de la fondation s'écrit :

$$K_E = \sum_{i=1}^N F_i$$



### III-5 Détermination des déplacements engendrés par une charge concentrée dans un demi-espace élastique.

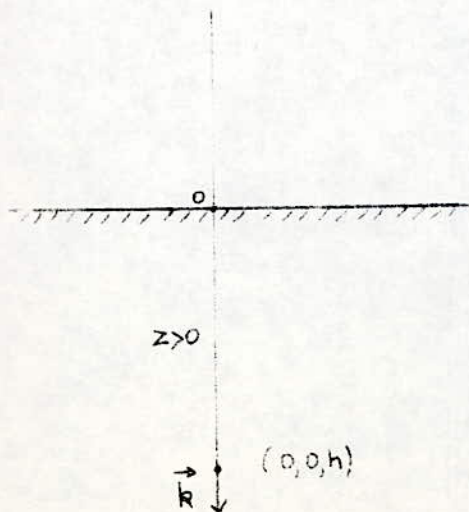
La fondation enterrée va être soumise à un système de forces verticales (ou horizontales) intérieures au demi-espace élastique, afin de déterminer sa rigidité de translation verticale (ou horizontale), il faut calculer les déplacements engendrés par ces forces intérieures au milieu sur les éléments de la fondation.

Ce calcul se réfère au problème du demi-espace élastique à frontière libre soumis à des charges appliquées en des points intérieurs, problème connu dans le cas d'une charge concentrée. ( 8 ).

#### III-5.1. Force concentrée dirigée perpendiculairement à la surface libre du milieu élastique.

Soit au point de coordonnées  $(0,0,h)$ , une charge concentrée unité dirigée dans le sens positif de l'axe des  $z$ , la solution en déplacements du problème de l'action d'une force unité concentrée appliquée à l'intérieur du demi-espace élastique et dirigée parallèlement à  $Oz$  s'écrit:

$$\vec{u} = [16\pi\mu(1+\nu)]^{-1} \left\{ (3-4\nu)(R_+^{-1}-R_-^{-1}) \vec{k} + [(z+h)R_-^{-3}\vec{R}_- + (z-h)R_+^{-3}\vec{R}_+ + \text{grad} [z\Omega'' + (1-2\nu)w'']] - 4(1-\nu) \vec{k} \Omega'' \right\};$$



$$\vec{R}_+ \begin{cases} x \\ y \\ z-h \end{cases}$$

$$\vec{R}_- \begin{cases} x \\ y \\ z+h \end{cases}$$

$$\text{ou } \Omega'' = -(4\pi\mu)^{-1} \left[ R_-^{-1} + (h/2)(1+V)^{-1} (z+h) R_-^{-3} \right]$$

$$w''' = -(4\pi\mu)^{-1} \left[ \ln(R_- + z + h) - (h/2)(1+V)^{-1} R_-^{-1} \right]$$

$$R_-^2 = x^2 + y^2 + (z+h)^2$$

$$R_+^2 = x^2 + y^2 + (z-h)^2$$

Le déplacement suivant l'axe des x est alors déterminé par la relation:

$$u_x = [16\pi\mu(1-V)]^{-1} \left[ x(z-h) R_+^{-3} - x(z+h) R_-^{-3} \right] + z \frac{\delta\Omega''}{\delta x} + (1-2V) \frac{\delta w'''}{\delta x}$$

avec

$$\frac{\delta\Omega''}{\delta x} = -(4\pi\mu)^{-1} \left[ -x R_-^{-3} - (3h/2)(1-V)^{-1} (z+h) x R_-^{-5} \right]$$

$$\frac{\delta w'''}{\delta x} = -(4\pi\mu)^{-1} \left[ x R_-^{-1} (R_- + z + h)^{-1} + (h/2)(1-V)^{-1} x R_-^{-3} \right]$$

d'où

$$u_x = [16\pi\mu(1-V)]^{-1} \left[ x(z-h) R_+^{-3} - x(z+h) R_-^{-3} \right]$$

$$+ (4\pi\mu)^{-1} \left[ x z R_-^{-3} + (3h/2)(1-V)^{-1} z(z+h) x R_-^{-5} \right]$$

$$- (4\pi\mu)^{-1} (1-2V) \left[ x R_-^{-1} (R_- + z + h)^{-1} + (h/2)(1-V)^{-1} x R_-^{-3} \right]$$

Une expression similaire est obtenue pour le déplacement suivant Oy, soit:

$$u_y = [16\pi\mu(1-V)]^{-1} \left[ y(z-h) R_+^{-3} - y(z+h) R_-^{-3} \right]$$

$$+ (4\pi\mu)^{-1} \left[ y z R_-^{-3} + (3h/2)(1-V)^{-1} z(z+h) y R_-^{-5} \right]$$

$$- (4\pi\mu)^{-1} (1-2V) \left[ y R_-^{-1} (R_- + z + h)^{-1} + (h/2)(1-V)^{-1} y R_-^{-3} \right]$$



Le déplacement suivant l'axe des z est donné quant à lui par l'expression:

$$u_z = [16\pi\mu(1-\nu)]^{-1} \left[ (3-4\nu)(R_+^{-1} - R_-^{-1}) + (z-h)^2 R_+^{-3} - (z+h)^2 R_-^{-3} \right] - 4(1-\nu)\Omega'' + (\Omega''' + z \frac{\partial \Omega''}{\partial z}) + (1-2\nu) \frac{\partial w''}{\partial z}$$

où:

$$\frac{\partial \Omega''}{\partial z} = - (4\pi\mu)^{-1} \left[ - (z+h) R_-^{-3} + (h/2)(1-\nu)^{-1} R_-^{-3} - (3h/2)(1-\nu)^{-1}(z+h) R_-^{-5} \right]$$

$$\frac{\partial w''}{\partial z} = - (4\pi\mu)^{-1} \left[ R_-^{-1} + (h/2)(1-\nu)^{-1}(z+h) R_-^{-3} \right]$$

soit

$$u_z = 16\pi\mu(1-\nu)^{-1} \left[ (3-4\nu)(R_+^{-1} - R_-^{-1}) + (z-h)^2 R_+^{-3} - (z+h)^2 R_-^{-3} \right] + (4\pi\mu)^{-1}(1-\nu) \left[ R_-^{-1} + (h/2)(1-\nu)^{-1}(z+h) R_-^{-3} \right] - (4\pi\mu)^{-1} \left[ R_-^{-1} + (h/2)(1-\nu)^{-1}(z+h) R_-^{-3} \right] - (4\pi\mu)^{-1} \left[ -z(z+h) R_-^{-3} + (h/2)(1-\nu)^{-1}z R_-^{-3} - (3h/2)(1-\nu)^{-1}z(z+h)^2 R_-^{-5} \right] - (4\pi\mu)^{-1}(1-2\nu) \left[ R_-^{-1} + (h/2)(1-\nu)^{-1}(z+h) R_-^{-3} \right]$$

En reordonnant cette relation, on obtient:

$$u_z = [16\pi\mu(1-\nu)]^{-1} \left[ (3-4\nu)(R_+^{-1} - R_-^{-1}) + (z-h)^2 R_+^{-3} - (z+h)^2 R_-^{-3} \right] + (4\pi\mu)^{-1} \left[ z(z+h) R_-^{-3} - (h/2)(1-\nu)^{-1}z R_-^{-5} + (3h/2)(1-\nu)^{-1}z(z+h)^2 R_-^{-5} \right] + 2(1-\nu)(4\pi\mu)^{-1} \left[ R_-^{-1} + (h/2)(1-\nu)^{-1}(z+h) R_-^{-3} \right]$$

Finalement:

$$u_z = [16\pi\mu(1-\nu)]^{-1} \left\{ (3-4\nu) R_+^{-1} + (8\nu^2 - 12\nu + 5) R_-^{-1} + (z-h)^2 R_+^{-3} + [(3-4\nu)(z+h)^2 - 2zh] R_-^{-3} + 6hz(z+h)^2 R_-^{-5} \right\}$$

### III-5.2. Force concentrée dirigée parallèlement à la surface libre du milieu élastique.

Soit au point de coordonnées  $(0,0,h)$  une force concentrée dirigée parallèlement à l'axe des  $x$ , la solution en déplacements de plan de la demi-espace libre soumise à une telle charge s'écrit:

$$\vec{u} = [8\pi\mu(1-\nu)]^{-1} \left[ (3-4\nu) (R_+^{-1} + R_-^{-1}) \vec{I} + x (R_+^{-3} \vec{R}_+ + R_-^{-3} \vec{R}_-) \right] + \text{grad} [z\Omega + (1-2\nu)\omega] - 4(1-\nu) \frac{z}{k} \vec{\Omega}$$

avec

$$\Omega = -[8\pi\mu(1-\nu)]^{-1} \left[ (1-2\nu) x R_-^{-1} (R_- + z + h)^{-1} - x h R_-^{-3} \right]$$

$$\omega = -[8\pi\mu(1-\nu)]^{-1} \left\{ [h + (1-2\nu)(z+h)] [x R_-^{-1} (R_- + z + h)^{-1}] + (1-2\nu) x R_-^{-3} \right\}$$

Connaissant le vecteur déplacement  $\vec{u}$ , nous pouvons déterminer ses composantes selon les axes  $Ox, Oy, Oz$ :

$$u_x = [8\pi\mu(1-\nu)]^{-1} \left[ (3-4\nu) (R_+^{-1} + R_-^{-1}) + x^2 (R_+^{-3} + R_-^{-3}) \right] + z \frac{\partial \Omega}{\partial x} + (1-2\nu) \frac{\partial \omega}{\partial x}$$

Où

$$\frac{\partial \Omega}{\partial x} = -[8\pi\mu(1-\nu)]^{-1} \left\{ (1-2\nu) [R_-^{-1} (R_- + z + h)^{-1} - x^2 R_-^{-3} (R_- + z + h)^{-1} - x^2 R_-^{-2} (R_- + z + h)^{-2}] + 3hx^2 R_-^{-5} - h R_-^{-3} \right\}$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial x} = -[8\pi\mu(1-\nu)]^{-1} \left\{ [h + (1-2\nu)(z+h)] [R_-^{-1} (R_- + z + h)^{-1} - x^2 R_-^{-3} (R_- + z + h)^{-1} - x^2 R_-^{-2} (R_- + z + h)^{-2}] + (1-2\nu) R_-^{-1} - (1-2\nu) x^2 R_-^{-3} \right\}$$

Soit

$$u_x = [8\pi\mu(1-\nu)]^{-1} \left\{ 2[(3-4\nu)(R_+^{-1} + R_-^{-1}) + x^2(R_+^{-3} + R_-^{-3})] - [(1-2\nu)z + (1-2\nu)^2(z+h) + (1-2\nu)h] [R_-^{-1} (R_- + z + h)^{-1} - x^2 R_-^{-3} (R_- + z + h)^{-1} - x^2 R_-^{-2} (R_- + z + h)^{-2}] + zh R_-^{-3} - 3zhx^2 R_-^{-5} - (1-2\nu)^2 R_-^{-1} + (1-2\nu)^2 x^2 R_-^{-3} \right\}$$

$$u_y = [16\pi\mu(1-\nu)]^{-1} [xy(R_+^{-3} + R_-^{-3})] + z \frac{\delta\Omega'}{\delta y} + (1-2\nu) \frac{\delta\omega'}{\delta y}$$

Soit:

$$u_y = [16\pi\mu(1-\nu)]^{-1} [xy(R_+^{-3} + R_-^{-3})] + [8\pi\mu(1-\nu)]^{-1} [(1-2\nu)xyzR_-^{-3} \\ (R_- + z + h)^{-1} + xyzR_-^{-2}(R_- + z + h)^{-2} - 3xyzR_-^{-5}] + \\ [8\pi\mu(1-\nu)]^{-1} (1-2\nu) \left\{ [h + (1-2\nu)(z+h)] [xyR_-^{-3} + \\ xyR_-^{-2}(R_- + z + h)^{-2}] - xyR_-^{-3}(1-2\nu) \right\}$$

$$u_z = [16\pi\mu(1-\nu)]^{-1} [x(z-h)R_+^{-3} + x(z+h)R_-^{-3}] + \Omega' + z \frac{\delta\Omega'}{\delta z} + \\ (1-2\nu) \frac{\delta\omega'}{\delta z} - 4(1-\nu)\Omega'$$

Soit:

$$u_z = [16\pi\mu(1-\nu)]^{-1} [x(z-h)R_+^{-3} + x(z+h)R_-^{-3}] + \\ [8\pi\mu(1-\nu)]^{-1} (3-4) [(1-2\nu)xR_-^{-1}(R_- + z + h)^{-1} - xhR_-^{-3}] \\ + [8\pi\mu(1-\nu)]^{-1} [(1-2\nu)xz(z+h)R_-^{-3}(R_- + z + h)^{-1} + \\ (1-2\nu)xzR_-^{-2}(R_- + z + h)^{-2} - hxz(z+h)R_-^{-5}] \\ + [8\pi\mu(1-\nu)]^{-1} (1-2\nu) \left\{ [h + (1-2\nu)(z+h)] [xR_-^{-2}(R_- + z + h)^{-1} + \\ x(z+h)R_-^{-3}(R_- + z + h)^{-1}] - (1-2\nu)x(z+h)R_-^{-3} \right. \\ \left. - (1-2\nu)xR_-^{-1}(R_- + z + h)^{-1} \right\}$$

### III-6 Calcul des déplacements dans le cas de la translation verticale.

A partir de la relation permettant de connaître  $u_z$  dans le cas d'une force concentrée dirigée perpendiculairement à la surface libre du milieu élastique, le déplacement vertical du noeud J causé par une force appliquée au noeud I pourra être connu.

#### III-6.1. Cas général.

Le cas général est celui où I est différent de J. L'expression du déplacement vertical  $u_z(i,j)$  est la suivante:

$$u_z(i,j) = [16\pi\mu(1-\nu)]^{-1} \left\{ (3-4\nu)R_+^{-1} + (8\nu^2-12\nu+5)R_-^{-1} + (z_j-z_i)^2 R_+^{-3} + [(3-4\nu)(z_j+z_i)^2 - 2z_j z_i] R_-^{-3} + 6z_i z_j (z_i+z_j)^2 R_-^{-5} \right\}$$

Avec:

$$R_+^2 = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2$$

$$R_-^2 = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i + z_j)^2$$

#### III-6.2. Cas d'autoinfluence.

Le cas d'autoinfluence est celui où I et J sont confondus. La formule établie dans le cas général n'est plus applicable car certains termes tel  $R_+^{-1}$  n'ont plus de sens mathématique.

Pour calculer  $u_z(i,i)$ , la charge concentrée unité a été remplacée par une charge uniformément répartie  $p$  telle que son produit par l'aire de l'élément I soit égal à l'unité.

$$p \cdot S_i = 1 \quad S_i: \text{Aire de l'élément I}$$

Le déplacement  $u_z(i,i)$  pourra être déterminé par une double intégration sur le domaine  $S_i$ , la première faite analytiquement, la seconde numériquement.



VI-6.2.1. Element de la base de la fondation .

L'élément I étant situé sur la base de la fondation, l'aire  $S_i$  sera égale au produit de Dx par Dy et  $z_i$  égal à  $z_j$  .

$$S_i = Dx \cdot Dy \qquad z_i = z_j$$

d'ou l'expression de  $u_z(i,i)$ :

$$u_z(i,i) = [16 \pi \mu (1-\nu) S_i]^{-1} \iint_{S_i} \left\{ (3-4\nu) R_+^{-1} + (8\nu^2 - 12\nu + 5) R_-^{-1} + (14-16\nu) z_j^2 R_-^{-3} + 24z_i^4 R_-^{-5} \right\} dx dy$$

En appelant:

$$I_1 = \iint_{S_i} R_-^{-1} dx dy$$

$$I_2 = \iint_{S_i} R_+^{-1} dx dy$$

$$I_3 = \iint_{S_i} R_-^{-3} dx dy$$

$$I_5 = \iint_{S_i} R_-^{-5} dx dy$$

La relation devient :

$$u_z(i,i) = [16 \pi \mu (1-\nu) S_i]^{-1} \left[ (3-4\nu) I_2 + (8\nu^2 - 12\nu + 5) I_1 + (14-16\nu) z_i^2 I_3 + 24z_i^4 I_5 \right]$$

Pour la premiere integration, le point d'observation choisi correspond à  $X_i + 3Dx/8$  . En effet SNEDDON(39) a montré que l'enfoncement d'un cylindre plat indéformable dans un demi-espace élastique s'écrit:

$$w_s = \frac{P(1-\nu^2)}{2 E f} \qquad P: \text{charge totale}$$

$$f: \text{rayon du cylindre}$$

TEREZAWA quant à lui, a tracé la déformée dans un demi-espace élastique d'un disque soumis à un chargement uniforme ( voir graphe ci-après). Les valeurs de l'enfoncement sur l'axe et au bord du disque sont données par :

$$w_{\text{axe}} = \frac{2 P(1-\nu^2)}{\pi f E} = \frac{4}{\pi} w_s = 1,27 w_s$$

$$w_{\text{bord}} = \frac{4 P(1-\nu^2)}{\pi^2 f E} = \frac{8}{\pi^2} w_s = 0,81 w_s$$

On notera que la déformée à une distance de  $3f/4$  de l'axe du disque correspond à celle du poinçon plat cylindrique indéformable. Aussi dans notre étude, en admettant un comportement similaire de l'élément carré rigide, pour obtenir avec

le maximum de précision le déplacement d'un élément carré supposé indéformable nous avons choisi  $x_i + 3Dx/8$  comme centre d'observation.

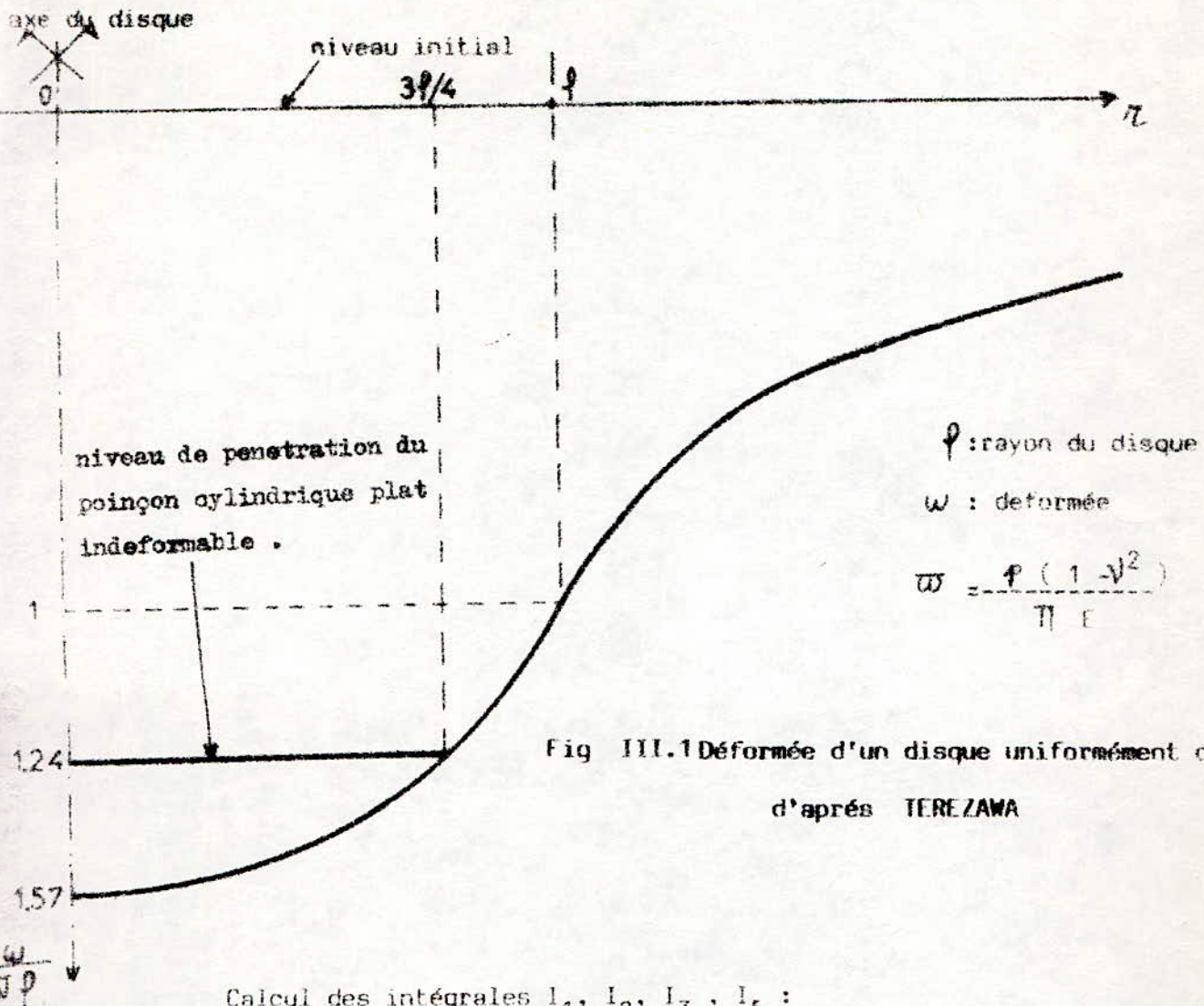


Fig III.1 Déformée d'un disque uniformément chargé d'après TEREZAWA

Calcul des intégrales  $I_1, I_2, I_3, I_5$  :

$$I_1 = \int_{y_i - \frac{Dy}{2}}^{y_i + \frac{Dy}{2}} \int_{x_i - \frac{Dx}{2}}^{x_i + \frac{Dx}{2}} R^{-1} dx dy = \int_{y_i - \frac{Dy}{2}}^{y_i + \frac{Dy}{2}} \int_{x_i - \frac{Dx}{2}}^{x_i + \frac{Dx}{2}} \frac{dx}{\sqrt{(x - (x_i + 3Dx/8))^2 + (y - y_i)^2 + 4z_i^2}} dy$$

Tout calcul fait, après la première integration on trouve:

$$I_1 = \int_{y_i - \frac{Dy}{2}}^{y_i + \frac{Dy}{2}} \left[ \ln \left[ (x - (x_i + 3Dx/8)) + \sqrt{(x - (x_i + 3Dx/8))^2 + (y - y_i)^2 + 4z_i^2} \right] \right]_{x_i - \frac{Dx}{2}}^{x_i + \frac{Dx}{2}} dy$$

$$I_1 = \int_{y_i - \frac{Dy}{2}}^{y_i + \frac{Dy}{2}} \ln \frac{((Dx/8) + \sqrt{(Dx/8)^2 + (y - y_i)^2 + 4z_i^2})}{(\sqrt{(7Dx/8)^2 + (y - y_i)^2 + 4z_i^2}) - (7Dx/8)} dy$$



L'intégration par rapport à y sera faite numériquement par la méthode des rectangles.

Par un calcul analogue à celui de  $I_1$ , on détermine  $I_2$ .

$$I_2 = \int_{y_i - \frac{Dy}{2}}^{y_i + \frac{Dy}{2}} \int_{x_i - \frac{Dx}{2}}^{x_i + \frac{Dx}{2}} R_+^{-1} dx dy$$

$$I_2 = \int_{y_i - \frac{Dy}{2}}^{y_i + \frac{Dy}{2}} \ln \frac{(Dx/8) + \sqrt{(Dx/8)^2 + (y-y_i)^2}}{(-7Dx/8) + \sqrt{(7Dx/8)^2 + (y-y_i)^2}} dy$$

Calcul de  $I_3$ :

$$I_3 = \int_{y_i - \frac{Dy}{2}}^{y_i + \frac{Dy}{2}} \int_{x_i - \frac{Dx}{2}}^{x_i + \frac{Dx}{2}} \frac{dx}{\left( \sqrt{(x - (x_i + 3Dx/8))^2 + (y-y_i)^2 + 4z_i^2} \right)^3} dy$$

Après la première intégration,  $I_3$  est donnée par l'expression:

$$I_3 = \int_{y_i - \frac{Dy}{2}}^{y_i + \frac{Dy}{2}} \left[ \frac{(x - (x_i + 3Dx/8))}{((y-y_i)^2 + 4z_i^2) \sqrt{(x - (x_i + 3Dx/8))^2 + (y-y_i)^2 + 4z_i^2}} \right]_{x_i - \frac{Dx}{2}}^{x_i + \frac{Dx}{2}} dy$$

Soit:

$$I_3 = \int_{y_i - \frac{Dy}{2}}^{y_i + \frac{Dy}{2}} \frac{dy}{(y-y_i)^2 + 4z_i^2} \left[ \frac{Dx}{8 \sqrt{(Dx/8)^2 + (y-y_i)^2 + 4z_i^2}} + \frac{7Dx}{8 \sqrt{(7Dx/8)^2 + (y-y_i)^2 + 4z_i^2}} \right]$$

Enfin  $I_5$  qui s'écrit:

$$I_5 = \int_{y_i - \frac{Dy}{2}}^{y_i + \frac{Dy}{2}} \int_{x_i - \frac{Dx}{2}}^{x_i + \frac{Dx}{2}} \frac{dx dy}{\left( \sqrt{(x - (x_i + 3Dx/8))^2 + (y-y_i)^2 + 4z_i^2} \right)^5}$$

Tout calcul fait,

$$I_5 = \int_{y_i - \frac{Dy}{2}}^{y_i + \frac{Dy}{2}} \frac{dy}{\left[ (y-y_i)^2 + 4z_i^2 \right]^2} (A_1 + A_2 + A_3 + A_4)$$

Les expressions de  $A_1, A_2, A_3, A_4$  sont les suivantes :

$$A_1 = \frac{Ax}{8\sqrt{[(Ax/R)^2 + (y-y_j)^2 + 4z_j^2]}}$$

$$A_2 = \frac{(Ax/8)^3}{3 \left[ (Ax/8)^2 + (y-y_j)^2 + 4z_j^2 \right]^{3/2}}$$

$$A_3 = \frac{(7Ax/8)}{\sqrt{(7Ax/8)^2 + (y-y_j)^2 + 4z_j^2}}$$

$$A_4 = -\frac{(7Ax/8)^3}{3 \left[ (7Ax/8)^2 + (y-y_j)^2 + 4z_j^2 \right]^{3/2}}$$



VI-6.2.2. Element d'une face laterale."

Soit une face de la fondation parallele à l'axe des x (respectivement à l'axe des y), pour tous les elements de cette face y est constant (respectivement x est constant) et pour un element I, l'aire  $S_i$  est egale au produit de Dx (respectivement Dy) par Dz.

$$S_i = Dx \cdot Dz \quad (Dy \cdot Dz)$$

L'expression de  $u(i,i)$  est donnee par la relation:

$$u_z(i,i) = [16\pi A(1-\nu)S_i]^{-1} \left\{ (3-4\nu) \iint_{S_i} R_+^{-1} dx dz + (8\nu^2 - 12\nu + 5) \iint_{S_i} R_-^{-1} dx dz + \iint_{S_i} (z-z_i)^2 R_+^{-3} dx dz + \iint_{S_i} [(3-4\nu)(z+z_i)^2 - 2zz_i] R_-^{-3} dx dz + 6 \iint_{S_i} zz_i (z+z_i)^2 R_-^{-5} dx dz \right\}$$

Avec  $R_+ = \sqrt{(x-x_i)^2 + (z-z_i)^2}$   $R_- = \sqrt{(x-x_i)^2 + (z+z_i)^2}$

Pour le calcul de  $u_z(i,i)$ , l'integration par rapport à x nous ramene à des integrales déjà connues à l'exception de:

$$I_4 = \iint_{S_i} R_+^{-3} dx dz$$

Le point d'observation étant quant à lui au centre de l'element I.

$$I_4 = \int_{z - \frac{Dz}{2}}^{z + \frac{Dz}{2}} \frac{Dx}{\sqrt{(Dx/2)^2 + (z-z_i)^2}} \cdot \frac{dz}{(z-z_i)^2}$$

L'integration par rapport à z est faite numeriquement.

Pour une face parallele à l'axe des y, il suffit dans les expressions ci-dessus de remplacer la variable x par y.

III-7. Calcul des déplacements dans le cas de translation horizontale.

III-7.1. Cas général .

D'après les formules établies en III.5.2, le déplacement horizontal du noeud J parallèle à la direction de la force horizontale appliquée en I, s'exprime par la relation suivante:

$$u_h(i, j) = [16\pi\mu(1-\nu)]^{-1} \left\{ (3-4\nu)R_+^{-1} + (8\nu^2+4\nu+1)R_-^{-1} + (x_i-x_j)^2 R_+^{-3} + \right. \\ \left. [(8\nu^2-8\nu+3)(x_i-x_j)^2 + 2z_i z_j] R_-^{-3} - 6z_i z_j (x_i-x_j)^2 R_-^{-5} - \right. \\ \left. 2(z_i+z_j)(4\nu^2-6\nu+2)(R_-+z_i+z_j)^{-1} [R_-^{-1} - (x_i-x_j)^2 R_-^{-3} - (x_i-x_j)^2 R_-^{-2} (R_-+z_i+z_j)^{-1}] \right\}$$

ou

$$R_+ = \sqrt{(x_i-x_j)^2 + (y_i-y_j)^2 + (z_i-z_j)^2}$$

$$R_- = \sqrt{(x_i-x_j)^2 + (y_i-y_j)^2 + (z_i+z_j)^2}$$

III-7.2. Cas d'auto-influence.

III-7.2.1 Element de la base.

Le principe de calcul exposé en III-6.2.1 est repris, c'est à dire que pour résoudre le problème posé par les formes indéterminées, une double intégration est nécessaire.

En plus des integrales utilisées en III-6.2, s'ajoute le type suivant:

$$I = \iint_{S_2} \frac{x^2 dx dy}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$I = \int_{y_1}^{y_2} \left[ \frac{-x}{\sqrt{x^2+y^2}} + \ln(x + \sqrt{x^2+y^2}) \right]_{x_1}^{x_2} dy$$

Dans nos calculs,  $(x-x_i)$  remplace  $x$ ,  $(y-y_i)$  au lieu de  $y$

### III-7.2.2 Elément d'une face.

Le principe de calcul est identique à celui du paragraphe III-6.2.2 selon la face  $x$  ou  $y$  sont constants, il suffit de revoir les relations en posant  $x_i = x_j$  ou  $y_i = y_j$  puis d'intégrer par rapport à  $y$  ou  $x$  et enfin d'effectuer une intégration numérique par rapport à  $z$ .

CHAPITRE IV

VARIATION DES RIGIDITES DE TRANSLATION AVEC LA PROFONDEUR



Le propos de ce chapitre est la détermination de lois de variation, selon l'enfoncement, des:

- Rigidités verticales  $K_z$
- Rigidités horizontales  $K_h$

Dans les calculs, le module de cisaillement  $G$  ou le module d'élasticité  $E$  n'interviendront que comme facteur de proportionnalité et pourront être quelconques. Pour le coefficient de Poisson  $\nu$ , deux valeurs ont été choisies:

- Une valeur moyenne  $\nu = 0,3$  voisine de celle des matériaux homogènes les plus courants
- Une valeur extrême  $\nu = 0,5$  voisine de celle des matériaux argileux.

Cette étude a été réalisée principalement sur le modèle de fondation à cinq faces et à titre comparatif sur le modèle à six faces ( cf. § III. 2 )

#### IV - 1. Rigidité de translation verticale.

Dans les calculs, l'enfoncement  $p$  de la fondation dans le sol a été limité à la valeur de la racine carrée de la surface de base de la fondation rectangulaire

$$p \leq \sqrt{4 cd.}$$

$2c$  et  $2d$  étant les dimensions de la base de la fondation.

##### IV-1.1. Modèle à 5 faces.

##### IV-1.1.1 Variation de $K_z$ avec la profondeur

Les rigidités verticales de sol  $K_z$  selon la profondeur ont été calculées pour divers rapports de dimensions de la base de la fondation:

$$d/c = 1 ; 5/4 ; 3/2 ; 2 ; 5/2 ; 4$$

Les tableaux IV.1 et IV.2 regroupent les valeurs de  $K_z$  en fonction des dimensions  $d$  et  $c$ , pour les 2 valeurs du coefficient de Poisson choisies.

√	d/c = 1 ( 2d = 2c = 5 )		d/c = 5/4 ( 2d = 5, 2c = 4 )		d/c = 3/2 ( 2d = 6, 2c = 4 )	
	0,3	0,5	0,3	0,5	0,3	0,5
ρ	$K_z \mu^{-1}$	$K_z \mu^{-1}$	$K_z \mu^{-1}$	$K_z \mu^{-1}$	$K_z \mu^{-1}$	$K_z \mu^{-1}$
0	16,297	22,816	14,575	20,637	16,098	22,537
1	19,072	24,696	17,336	22,336	18,901	24,453
2	21,584	27,052	19,822	24,714	21,431	26,843
3	23,939	29,453	22,143	27,101	23,796	29,262
4	26,178	31,782	24,351	29,410	26,044	31,603
5	28,337	34,055	26,477	31,660	28,209	33,886

TABLEAU IV.1

√	d/c = 2 ( 2d = 8, 2c = 4 )		d/c = 5/2 ( 2d = 5, 2c = 2 )		d/c = 4 ( 2d = 8, 2c = 2 )	
	0,3	0,5	0,3	0,5	0,3	0,5
ρ	$K_z \mu^{-1}$	$K_z \mu^{-1}$	$K_z \mu^{-1}$	$K_z \mu^{-1}$	$K_z \mu^{-1}$	$K_z \mu^{-1}$
0	18,951	26,626	10,609	15,136	14,281	19,994
1	21,849	28,443	13,432	17,041	17,396	22,321
2	24,470	30,874	15,900	19,531	20,096	25,024
3	26,923,	33,362	18,176	21,923	22,569	27,605
4	29,251	35,772	20,329	24,220	24,896	30,075
5	31,490	38,120				

TABLEAU IV.2



**IV-1.1.2. Variation de  $K_z / K_{z0}$  en fonction de  $\chi$ .**

Les valeurs de la rigidité verticale du sol  $K_z$  présentées dans les tableaux IV-1 et IV-2 dépendent à la fois des dimensions de la base de la fondation rectangulaire (  $2c$  et  $2d$  ) et de leur rapport  $d/c$ .

Pour rendre les résultats adimensionnels, le rapport des rigidités à la rigidités de surface  $K_z / K_{z0}$  a été introduit. L'étude des variations de  $K_z / K_{z0}$  a été faite en fonction d'un paramètre lié à la profondeur  $\chi$ , qui dépend à la fois de l'enfoncement  $p$  et de la surface de base de la fondation:

$$\chi = \frac{p}{\sqrt{4cd}}$$

A partir des tableaux IV-1 et IV-2, les différentes valeurs de  $K_z/K_{z0}$  ont été calculées et, pour les différents rapports de  $d/c$ , sont présentées dans les tableaux IV-3 et IV-4

d/c = 1			d/c = 5/4			d/c = 3/2		
$K_z / K_{z0}$			$K_z / K_{z0}$			$K_z / K_{z0}$		
$\chi$	$\nu=0,3$	$\nu=0,5$	$\chi$	$\nu=0,3$	$\nu=0,5$	$\chi$	$\nu=0,3$	$\nu=0,5$
0	1	1	0	1	1	0	1	1
0,2	1,170	1,082	0,2236	1,189	1,082	0,204	1,174	1,085
0,4	1,324	1,186	0,4472	1,360	1,198	0,408	1,331	1,191
0,6	1,469	1,291	0,6708	1,519	1,313	0,612	1,478	1,298
0,8	1,606	1,393	0,8944	1,671	1,425	0,816	1,618	1,402
1	1,739	1,493	1,118	1,817	1,534	1,02	1,752	1,504

**TABLEAU IV-3**



d/c = 2			d/c = 5/2			d/c = 4		
$K_z / K_{z0}$			$K_z / K_{z0}$			$K_z / K_{z0}$		
$\chi$	$\nu = 0,3$	$\nu = 0,5$	$\chi$	$\nu = 0,3$	$\nu = 0,5$	$\chi$	$\nu = 0,3$	$\nu = 0,5$
	1	1	0	1	1	0	1	1
0,177	1,153	1,068	0,316	1,266	1,126	0,25	1,218	1,116
0,354	1,291	1,160	0,632	1,499	1,290	0,50	1,407	1,252
0,530	1,421	1,253	0,949	1,713	1,448	0,75	1,580	1,381
0,707	1,544	1,343	1,265	1,916	1,600	1	1,743	1,504
0,884	1,662	1,432						

TABLEAU IV-4

A partir des tableaux IV.3 et IV.4 , les graphes de  $K_z / K_{z0} = f(\chi)$  ont été tracés ( fig .IV.1 et IV.2 ) .

La première constatation est que le rapport des dimensions de la base de la fondation rectangulaire d/c n'influe pas sur les variations de  $K_z / K_{z0}$  en fonction de  $\chi$  .En effet pour les 6 valeurs de d/c choisies la même courbe a été obtenue.

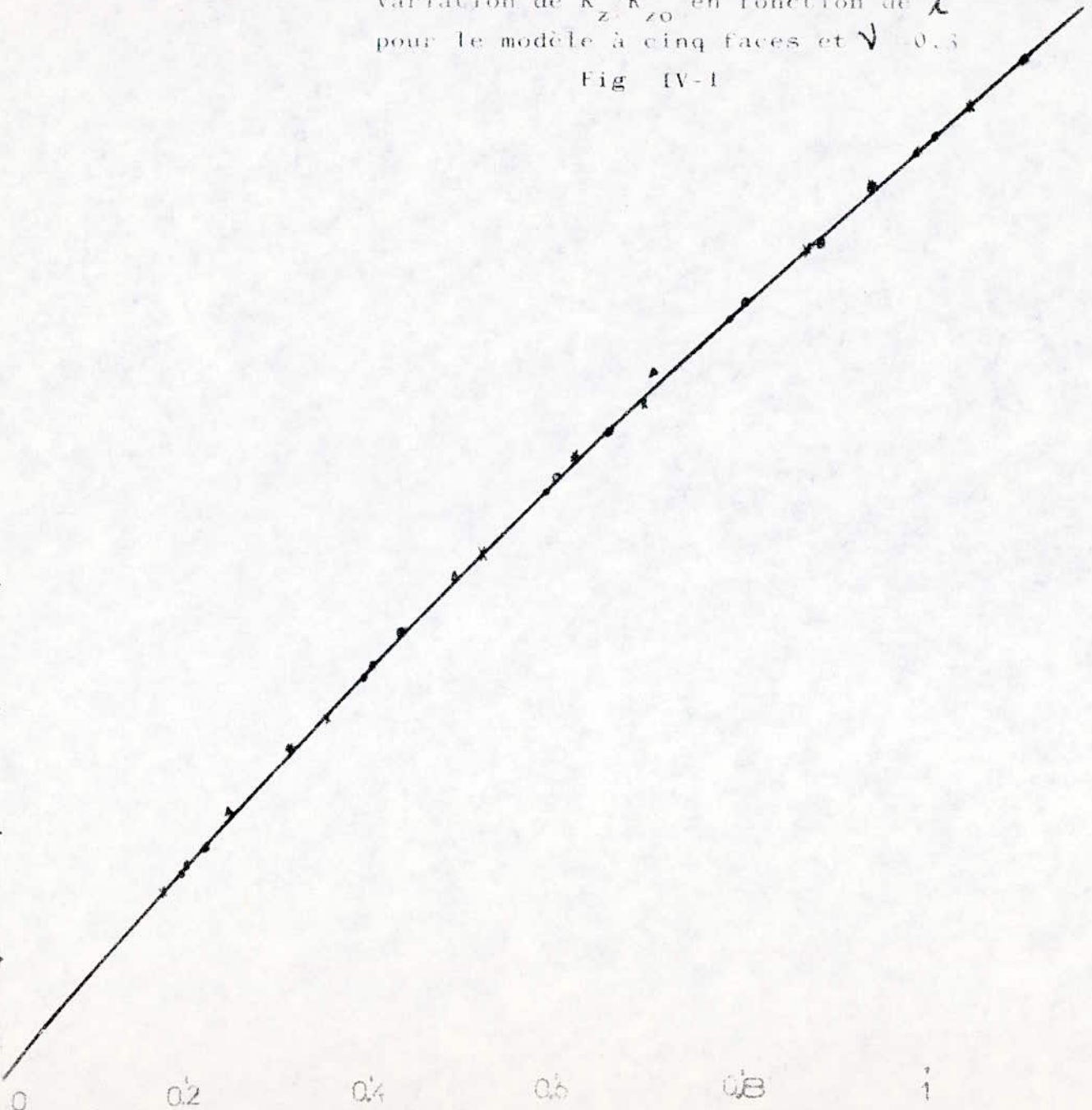
Par ailleurs pour  $\nu = 0,5$  la loi de variation est linéaire et pour  $\nu = 0,3$  le graphe présente une légère courbure.

$K_z/K_{z0}$  ↑

Variation de  $K_z/K_{z0}$  en fonction de  $\chi$   
pour le modèle à cinq faces et  $\nu = 0.3$

Fig IV-1

1.8  
1.7  
1.6  
1.5  
1.4  
1.3  
1.2  
1.1  
1



- $d/c = 1$
- $d/c = 5/4$
- $d/c = 3/2$
- ×  $d/c = 2$
- \*  $d/c = 5/2$
- △  $d/c = 4$

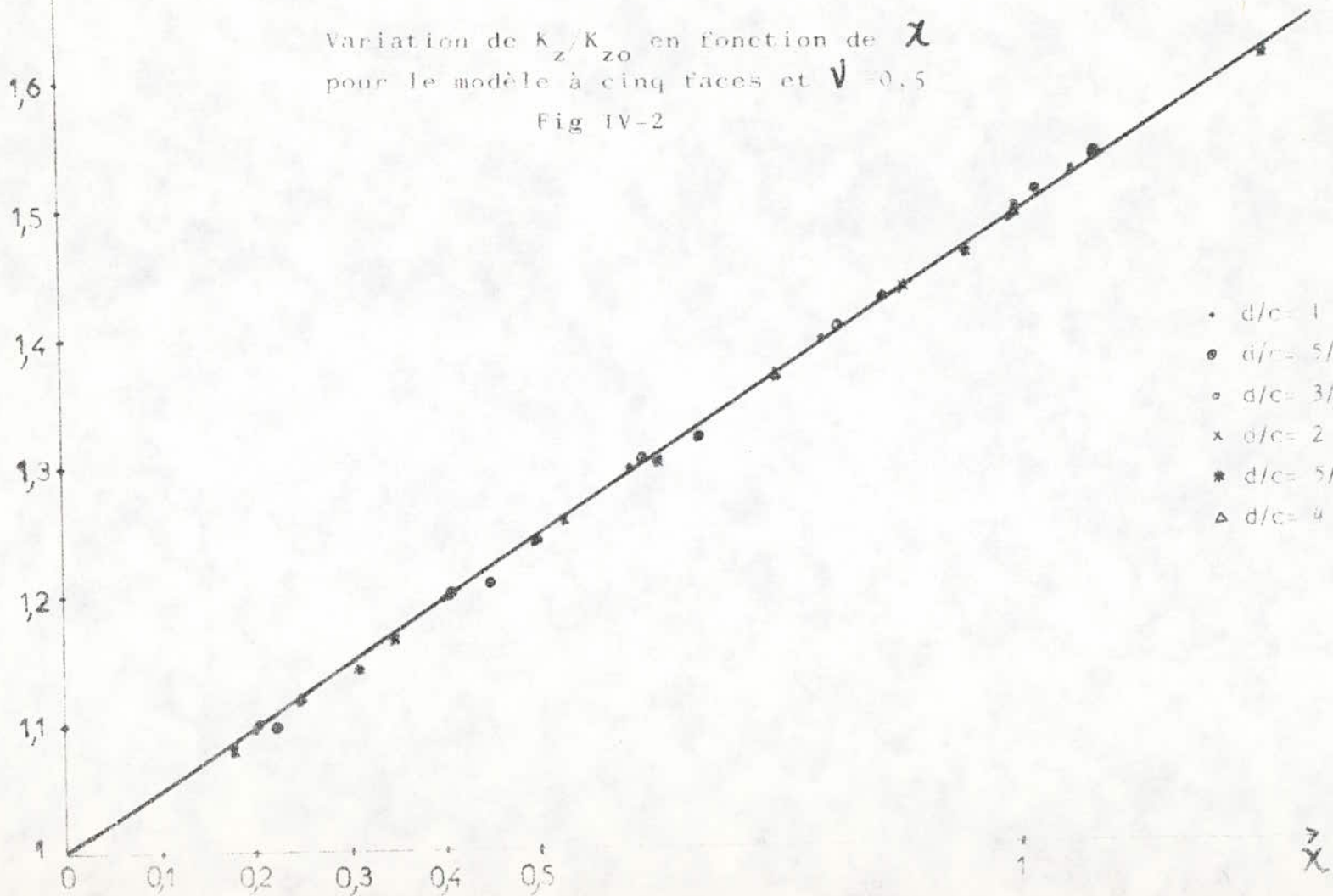
41-

$\chi$

$K_z/K_{z0}$

Variation de  $K_z/K_{z0}$  en fonction de  $\alpha$   
pour le modèle à cinq faces et  $\nu = 0,5$

Fig IV-2





IV-1.2. Modèle à 6 faces.

IV-1.2.1. Variation de  $K_z$  avec la profondeur

Pour les calculs des rigidités verticales du sol, les fondations à base rectangulaire ayant servi comme exemples en IV-1.1.1 ont été reprises. Les résultats obtenus sont consignés dans les tableaux IV.5 et IV.6.

$\sqrt{p}$	d/c = 1 (2d = 2c = 5)		d/c = 5/4 (2d = 5, 2c = 4)		d/c = 3/2 (2d = 6, 2c = 4)	
	0,3	0,5	0,3	0,5	0,3	0,5
$p$	$K_z/M^{-1}$	$K_z/M^{-1}$	$K_z/M^{-1}$	$K_z/M^{-1}$	$K_z/M^{-1}$	$K_z/M^{-1}$
0	16,297	22,690	14,575	20,406	16,098	22,537
1	19,113	25,051	17,369	22,642	18,939	24,796
2	21,621	27,388	19,847	24,987	21,463	27,160
3	23,958	29,715	22,156	27,313	23,813	29,508
4	26,191	32,011	24,360	29,603	26,055	31,822
5	28,348	34,276	26,486	31,855		

TABLÉAU IV - 5

$\sqrt{p}$	d/c = 2 (2d = 2, 2c = 4)		d/c = 5/2 (2d = 5, 2c = 2)		d/c = 4 (2d = 8, 2c = 2)	
	0,3	0,5	0,3	0,5	0,3	0,5
$p$	$K_z/M^{-1}$	$K_z/M^{-1}$	$K_z/M^{-1}$	$K_z/M^{-1}$	$K_z/M^{-1}$	$K_z/M^{-1}$
0	18,951	26,626	10,609	15,136	14,281	19,994
1	21,882	28,696	13,443	17,194	17,410	22,539
2	24,500	31,065	15,905	19,649	20,105	25,188
3	27,081	33,502	18,180	22,041	22,576	27,759
4	29,298	35,985	20,336	24,341	24,905	30,245

TABLÉAU IV - 6

IV-1.2.2. Variation de  $K_z / K_{z0}$  en fonction de  $\chi$ .

Comme en IV.1.1.2. les valeurs de  $K_z / K_{z0}$  ont été calculées à partir des tableaux IV.5 et IV.6 et consignées dans les tableaux IV.7 et IV.8.

d/c = 1			d/c = 5/4			d/c = 3/2		
$K_z / K_{z0}$			$K_z / K_{z0}$			$K_z / K_{z0}$		
$\chi$	$v=0,3$	$v=0,5$	$\chi$	$v=0,3$	$v=0,5$	$\chi$	$v=0,3$	$v=0,5$
0	1	1	0	1	1	0	1	1
0,2	1,173	1,184	0,224	1,192	1,110	0,204	1,177	1,100
0,4	1,327	1,207	0,447	1,362	1,225	0,408	1,333	1,205
0,6	1,470	1,310	0,671	1,520	1,339	0,612	1,479	1,309
0,8	1,607	1,411	0,894	1,671	1,451	0,816	1,619	1,412
1	1,740	1,511	1,118	1,817	1,561			

TABEAU IV - 7

d/c = 2			d/c = 5/2			d/c = 4		
$K_z / K_{z0}$			$K_z / K_{z0}$			$K_z / K_{z0}$		
$\chi$	$v=0,3$	$v=0,5$	$\chi$	$v=0,3$	$v=0,5$	$\chi$	$v=0,3$	$v=0,5$
0	1	1	0	1	1	0	1	1
0,177	1,155	1,078	0,316	1,267	1,136	0,25	1,219	1,127
0,354	1,293	1,167	0,632	1,499	1,298	0,50	1,408	1,260
0,530	1,429	1,258	0,949	1,714	1,456	0,75	1,581	1,388
0,707	1,546	1,352	1,261	1,891	1,628	1	1,744	1,512

TABEAU IV - 8

$K_z/K_{z0}$

Variation de  $K_z/K_{z0}$  en fonction de  $\chi$   
pour le modèle à six faces et  $\nu = 0,3$

Fig IV-3

2

1.5

1

0

0.2

0.4

0.6

0.8

1

$\chi$

- $d/c = 1$
- $d/c = 5/4$
- $d/c = 3/2$
- x  $d/c = 2$
- \*  $d/c = 5/2$
- ▲  $d/c = 4$



$K_z/K_{z0}$

↑

2

1.5

0

0.2

0.4

0.6

0.8

1

$\chi$

Variation de  $K_z/K_{z0}$  en fonction de  $\chi$   
pour le modèle à six faces et  $V = 0.5$

Fig IV-4

- $d/c = 1$
- \*  $d/c = 3/4$
- $d/c = 3/2$
- $d/c = 2$
- \*  $d/c = 5/2$
- $d/c = 4$



Les observations faites à propos de la loi de variation de  $K_z / K_{z0}$  en fonction de  $\chi$  pour le modèle à cinq faces ( fig IV-1 et IV-2 ) restent valables pour le modèle à six faces ( fig IV-3 et IV-4 ).

#### IV-1.3. Comparaison des résultats obtenus avec les 2 modèles

##### Formules proposées pour la loi de variation en profondeur

Les résultats obtenus à partir des 2 modèles de fondation sont tout à fait analogues en effet les lois de variation du rapport des rigidités verticales à la rigidité de surface  $K_z / K_{z0}$  en fonction de  $\chi$  ne dépendent pas des valeurs du rapport d/c, de plus pour  $\sqrt{v} = 0,5$  les lois de variation sont linéaires et pour  $\sqrt{v} = 0,3$ , les graphes  $K_z / K_{z0} = f(\chi)$  présentent une légère courbure.

Les formules proposées pour la loi de variation en profondeur sont les suivantes :

- modèle à 5 faces :

pour  $\sqrt{v} = 0,5$

$$K_z / K_{z0} = 1 + 0,48 \chi$$

pour  $\sqrt{v} = 0,3$

avec une erreur inférieure à 2% la loi de variation s'exprime par :

$$K_z / K_{z0} = 1 + 0,87 \chi - 0,086 \chi^2$$

- modèle à 6 faces :

pour  $\sqrt{v} = 0,5$

$$K_z / K_{z0} = 1 + 0,51 \chi$$

pour  $\sqrt{v} = 0,3$

$$K_z / K_{z0} = 1 + 0,86 \chi - 0,12 \chi^2$$

En réalisant une interpolation linéaire sur  $\sqrt{v}$ , on obtient :

- Modèle à cinq faces

$$K_z / K_{z0} = 1 + 1,95 ( 0,75 - \sqrt{v} ) \chi + 0,215 ( 2\sqrt{v} - 1 ) \chi^2$$

- Modèle à six faces

$$K_z / K_{z0} = 1 + 1,75 ( 0,8 - \sqrt{v} ) \chi + 0,3 ( 2\sqrt{v} - 1 ) \chi^2$$

**IV- 2. Rigidité de translation horizontale.**

Dans ce paragraphe, les calculs de rigidités horizontales en fonction de la profondeur ont été réalisés pour des fondations à base rectangulaire dont les dimensions sont :

- $2d = 2c = 4m$             soit  $d/c = 1$
- $2d = 6m$  ,  $2c = 3m$          $d/c = 2$
- $2d = 8m$  ,  $2c = 2m$          $d/c = 4$
- $2d = 3m$  ,  $2c = 6m$          $d/c = 1/2$
- $2d = 2m$  ,  $2c = 8m$          $d/c = 1/4$

Cette étude a été menée pour le modèle à cinq faces ,et à titre comparatif pour le modèle à six faces.

**IV -2.1. Modèle à cinq faces.**

**IV -2.1.1. Variation de  $K_h$  avec la profondeur.**

Les tableaux IV.9 et IV.10 consignent les valeurs de la rigidité horizontale  $K_h$  en fonction de la profondeur pour les fondations choisies et pour deux valeurs du coefficient de Poisson  $\nu = 0,3$  et  $\nu = 0,5$  .

d/c = 1 (2d = 2c = 4 )			d/c = 2 (2d = 6, 2c = 3 )			d/c = 1/2 (2d = 3, 2c = 6 )		
$\nu$	0,3	0,5	$\nu$	0,3	0,5	$\nu$	0,3	0,5
p	$K_h/M^{-1}$	$K_h/M^{-1}$	p	$K_h/M^{-1}$	$K_h/M^{-1}$	p	$K_h/M^{-1}$	$K_h/M^{-1}$
0	11,232	12,109	0	11,777	12,490	0	12,726	13,979
1	17,364	18,804	1	17,988	19,231	1	19,298	21,209
2	21,751	23,942	2	22,398	24,304	2	23,976	26,753
3	25,580	28,394	3	26,251	28,735	3	28,033	31,560
4	29,092	32,504	4	29,785	32,808	4	31,738	35,962
5	32,389	36,374	5	33,105	36,645	5	35,207	40,094

**TABEAU IV-9**



d/c = 4 (2d = 8 , 2c = 2 )			d/c = 1/4 (2d = 2 , 2c = 8)		
V	0,3	0,5	V	0,3	0,5
P	$K_h M^{-1}$	$K_h M^{-1}$	P	$K_h M^{-1}$	$K_h M^{-1}$
0	11, 708	12, 303	0	13, 370	14, 950
1	17, 958	18, 981	1	20, 561	22, 934
2	22, 420	24, 053	2	25, 554	28, 953
3	26, 304	28, 462	3	29, 839	34, 116
4	29, 860	32, 509	4	33, 730	38, 811

TABLEAU IV-10

#### IV -2.1.2. Variation de $K_h/K_{h0}$ en fonction de $\chi$ et de $\chi'$ .

Apartir des valeurs de  $K_h$  consignées dans les tableaux IV.9 et IV.10, les rapports  $K_h/K_{h0}$  ont été calculés dans le but de généraliser les résultats obtenus, en effet si les valeurs de  $K_h$  dépendent des dimensions de  $2d$  et  $2c$  de la fondation,  $K_h / K_{h0}$  ne dépendent que de la valeur de  $d/c$ .

Les tableaux IV-11 et IV-12 présentent les valeurs de  $K_h / K_{h0}$  en fonction de 2 paramètres adimensionnels  $\chi$  et  $\chi'$  liés à l'enfoncement  $p$ :

$$\chi = \frac{p}{\sqrt{4cd}}$$

$\chi$  : rapport de la profondeur  $p$  à une dimension voisine du rayon équivalent de la fondation rectangulaire  $r_0$ .  $r_0 = \sqrt{\frac{4cd}{\pi}}$

$$\chi' = \frac{p}{2d}$$

$\chi'$  : rapport de la profondeur à la dimension de la fondation rectangulaire parallèle au déplacement.

d/c = 1				d/c = 2				d/c = 1/2			
$\chi$	$\chi'$	$K_h / K_{ho}$		$\chi$	$\chi'$	$K_h / K_{ho}$		$\chi$	$\chi'$	$K_h / K_{ho}$	
		$\downarrow = 0,3$	$\downarrow = 0,5$			$\downarrow = 0,3$	$\downarrow = 0,5$			$\downarrow = 0,3$	$\downarrow = 0,5$
0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
0,25	0,25	1,546	1,553	0,236	0,167	1,528	1,540	0,236	0,333	1,516	1,517
0,50	0,50	1,937	1,976	0,471	0,333	1,902	1,946	0,471	0,666	1,884	1,914
0,75	0,75	2,277	2,345	0,707	0,500	2,229	2,301	0,707	1,000	2,203	2,256
1,00	1,00	2,590	2,684	0,943	0,667	2,529	2,627	0,943	1,333	2,494	2,573
1,25	1,25	2,884	3,004	1,179	0,833	2,811	2,934	1,179	1,667	2,767	2,868

TABLEAU IV - 11

d/c = 4				d/c = 1/4			
$\chi$	$\chi'$	$K_h / K_{ho}$		$\chi$	$\chi'$	$K_h / K_{ho}$	
		$\downarrow = 0,3$	$\downarrow = 0,5$			$\downarrow = 0,3$	$\downarrow = 0,5$
0	0	1	1	0	0	1	1
0,25	0,125	1,534	1,543	0,25	0,50	1,538	1,534
0,50	0,25	1,915	1,955	0,50	1	1,911	1,933
0,75	0,375	2,247	2,313	0,75	1,50	2,232	2,278
1	0,50	2,550	2,642	1	2	2,523	2,591

TABLEAU IV - 12

A partir des valeurs de  $K_h/K_{h0}$  consignées dans les tableaux IV 11 et IV 12, les graphes  $K_h/K_{h0} = f(\chi')$  et  $K_h/K_{h0} = f(\chi)$  ont été tracés (fig IV.5, IV.6, IV.7, IV.8 )

Les variations de  $K_h/K_{h0}$  en fonction de  $\chi'$  ( $\chi' = P/2d$ ) dépendent de la valeur de  $d/c$ : plus le rapport  $d/c$  est important, plus la valeur de  $K_h/K_{h0}$  est grande.

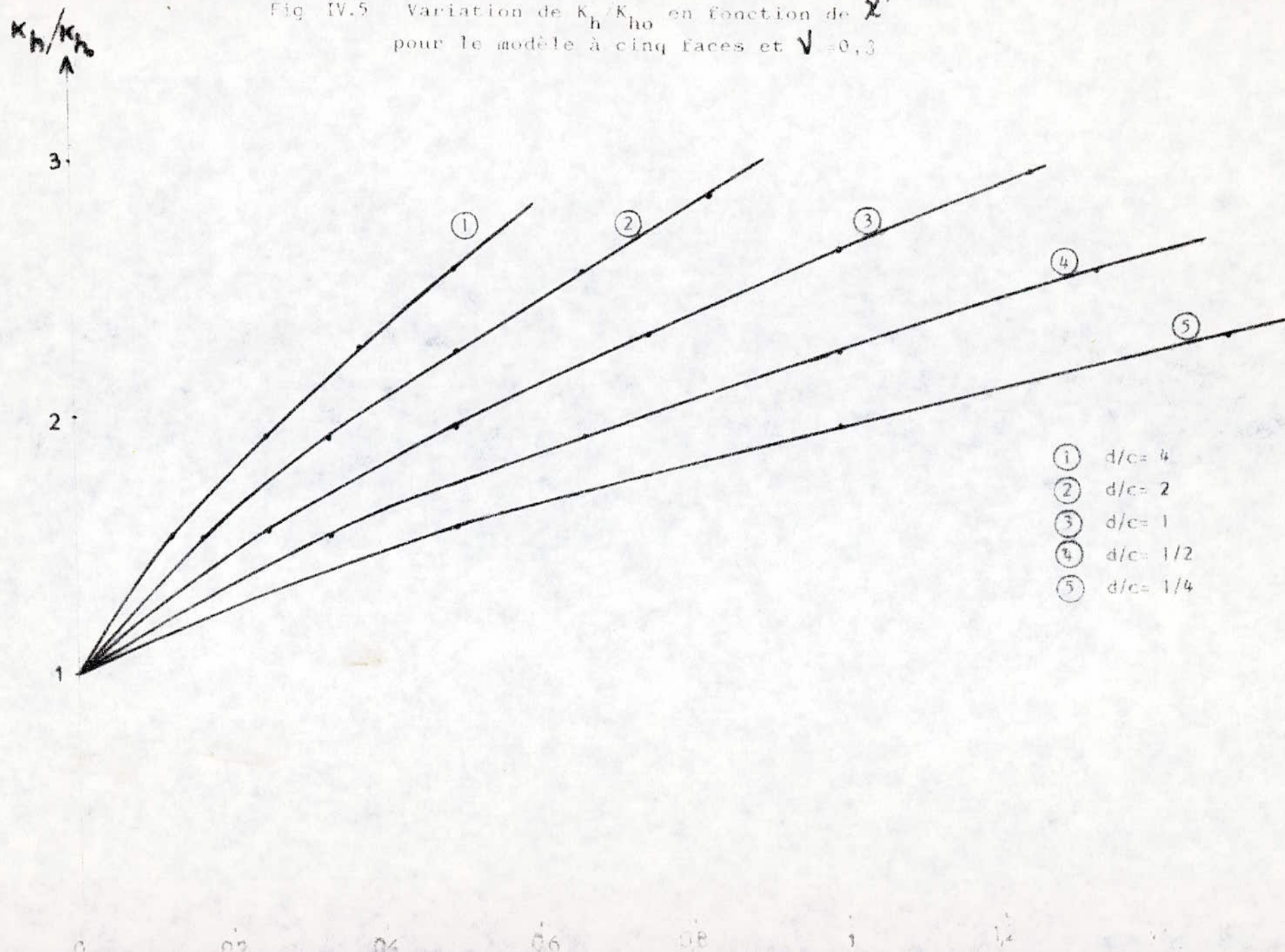
Pour les cinq valeurs de  $d/c$  proposées, un faisceau de courbes à la courbure légère représente les variations de  $K_h/K_{h0}$  en fonction de  $\chi'$ , de plus la valeur du coefficient de poisson influence de manière très légère sur les résultats obtenus ( fig IV.5 et IV.6 )

Les variations de  $K_h/K_{h0}$  en fonction de  $\chi$ , sont indépendantes du rapport des dimensions de la fondation  $d/c$  ( fig IV.7 et IV.8 )

Les valeurs de  $K_h/K_{h0}$  pour  $\nu = 0,5$  sont légèrement supérieures à celles obtenues pour  $\nu = 0,3$



Fig IV.5 Variation de  $K_h/K_{ho}$  en fonction de  $X'$   
 pour le modèle à cinq faces et  $V=0,3$



Variation de  $K_h/K_{ho}$  en fonction de  $\alpha'$   
pour le modèle à cinq faces et  $\nu = 0.5$

Fig IV-0

$K_h/K_{ho}$

↑  
3

2

1

0

0.2

0.4

0.6

0.8

1

1.2

1.4

①

②

③

④

⑤

①  $d/c = 4$

②  $d/c = 2$

③  $d/c = 1$

④  $d/c = 1/2$

⑤  $d/c = 1/4$

$K_h/K_{ho}$

Variation de  $K_h/K_{ho}$  en fonction de  $\chi$   
pour le modèle à cinq faces et  $\psi = 0,3$

Fig IV-7

2.5

2

1.5

1

0.2

0.4

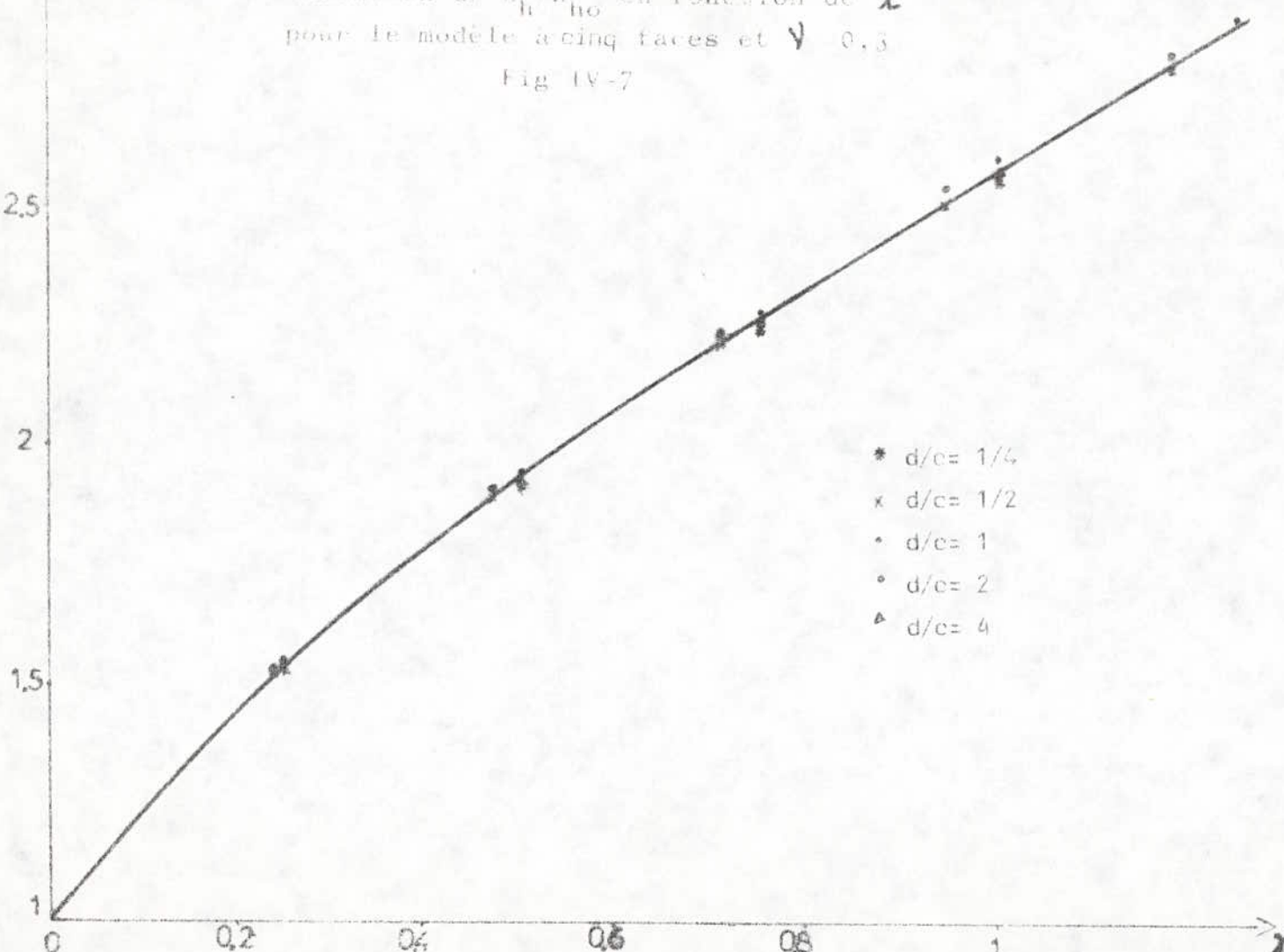
0.6

0.8

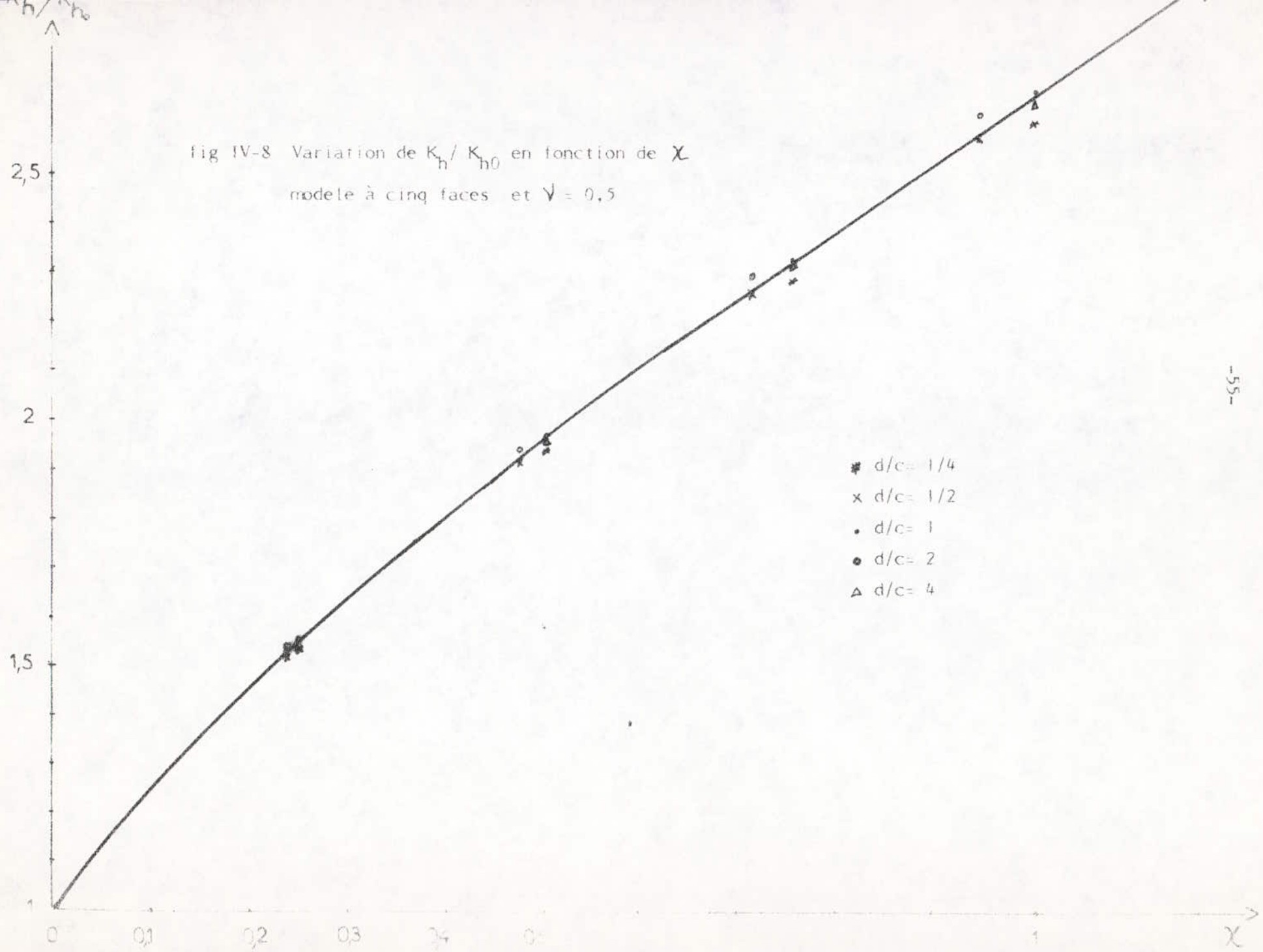
1

$\chi$

- \*  $d/c = 1/4$
- x  $d/c = 1/2$
- $d/c = 1$
- $d/c = 2$
- ▲  $d/c = 4$







## IV.2.2 Modele à 6 faces

### IV.2.2.1. Variation de $K_h$ avec la Profondeur

Les variations de  $K_h$  en fonction de la profondeur pour le modele de fondation à 6 faces sont presentées dans les tableaux IV.13 et IV.14

### IV.2.2.2. Variation de $K_h/K_{h0}$ en fonction de $\chi$ et $\chi'$ .

Conformement au IV.2.1.2, les tableaux IV.15 et IV.16 regroupent les valeurs de  $K_h/K_{h0}$  en fonction de  $\chi$  et  $\chi'$  pour  $\nu = 0,3$  et  $\nu = 0,5$  et cinq valeurs du rapport  $d/c$ .

Les graphes  $K_h/K_{h0} = f(\chi')$  sont presentés dans les figures IV.9 et IV.10 et ceux de  $K_h/K_{h0} = f(\chi)$  dans les figures IV.11 et IV.12.

Les conclusions tirées en IV.2.1.2 pour le modele à cinq faces sur les variations de  $K_h/K_{h0}$  restent valables pour le modele à six faces

d/c = 1 ( 2d = 2c = 4 )			d/c = 2 ( 2d = 6, 2c = 3 )			d/c = 1/2 ( 2d = 3, 2c = 6 )		
$\sqrt{p}$	0,3	0,5	$\sqrt{p}$	0,3	0,5	$\sqrt{p}$	0,3	0,5
p	$K_h \mu^{-1}$	$K_h \mu^{-1}$	p	$K_h \mu^{-1}$	$K_h \mu^{-1}$	p	$K_h \mu^{-1}$	$K_h \mu^{-1}$
0	11,232	12,109	0	11,777	12,490	0	12,726	13,979
1	16,329	17,883	1	16,969	18,327	1	18,180	20,210
2	20,535	22,657	2	21,208	23,078	2	22,679	25,390
3	24,242	26,914	3	24,947	27,308	3	26,614	29,976
4	27,654	30,859	4	28,389	31,227	4	30,222	34,208
5			5	31,628	34,932	5	33,608	38,199

TABLEAU IV - 13

d/c = 4 ( 2d = 8 , 2c = 2 )			d/c = 1/4 ( 2d = 2 , 2c = 8 )		
$\sqrt{p}$	0,3	0,5	$\sqrt{p}$	0,3	0,5
p	$K_h \mu^{-1}$	$K_h \mu^{-1}$	p	$K_h \mu^{-1}$	$K_h \mu^{-1}$
0	11,708	12,303	0	13,370	14,950
1	16,929	18,074	1	19,329	21,830
2	21,230	22,841	2	24,137	27,446
3	25,006	27,063	3	28,301	32,367
4	28,476	30,964	4	32,097	36,884

TABLEAU IV - 14



d/c = 1				d/c = 2				d/c = 1/2			
$\chi$	$\chi'$	$K_h / K_{ho}$		$\chi$	$\chi'$	$K_h / K_{ho}$		$\chi$	$\chi'$	$K_h / K_{ho}$	
		$\sqrt{v} = 0,3$	$\sqrt{v} = 0,5$			$\sqrt{v} = 0,3$	$\sqrt{v} = 0,5$			$\sqrt{v} = 0,3$	$\sqrt{v} = 0,5$
0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
0,25	0,25	1,454	1,477	0,236	0,167	1,441	1,467	0,236	0,333	1,429	1,446
0,50	0,50	1,828	1,871	0,471	0,333	1,801	1,848	0,471	0,666	1,782	1,816
0,75	0,75	2,158	2,223	0,707	0,500	2,118	2,186	0,707	1	2,091	2,144
1	1	2,426	2,548	0,943	0,667	2,411	2,500	0,943	1,333	2,375	2,447
1,25	1,2			1,179	0,833	2,686	2,797	1,179	1,667	2,641	2,733

TABLEAU IV-15

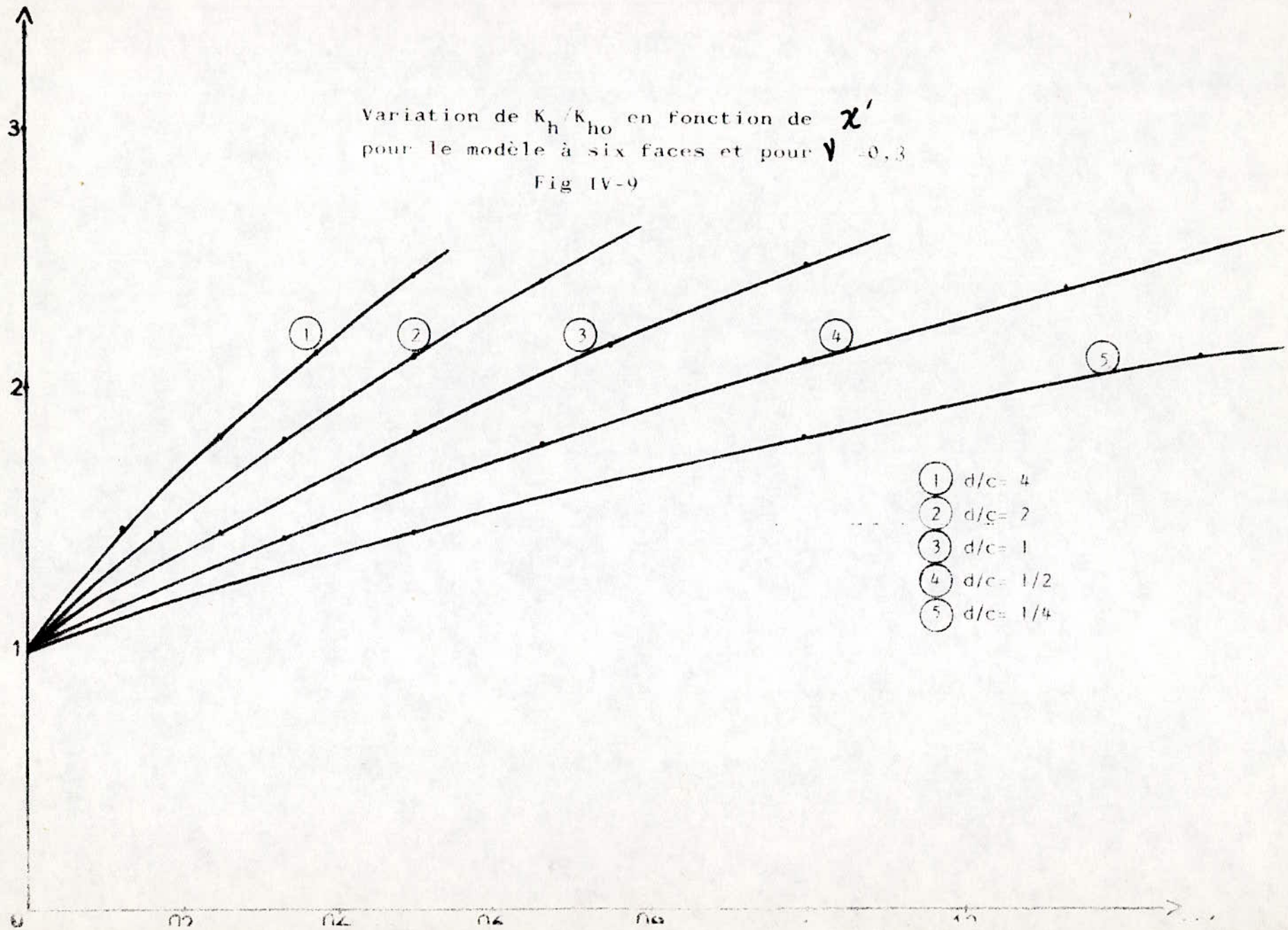
d/c = 4				d/c = 1/4			
$\chi$	$\chi'$	$K_h / K_{ho}$		$\chi$	$\chi'$	$K_h / K_{ho}$	
		0,3	0,5			0,3	0,5
0	0	1	1	0	0	1	1
0,25	0,125	1,446	1,469	0,25	0,50	1,446	1,460
0,50	0,25	1,813	1,857	0,50	1	1,805	1,836
0,75	0,375	2,136	2,200	0,75	1,50	2,117	2,165
1	0,50	2,432	2,517	1	2	2,401	2,467

TABLEAU IV - 16

$K_h/K_{ho}$

Variation de  $K_h/K_{ho}$  en fonction de  $\alpha'$   
pour le modèle à six faces et pour  $\nu = 0,3$

Fig IV-9

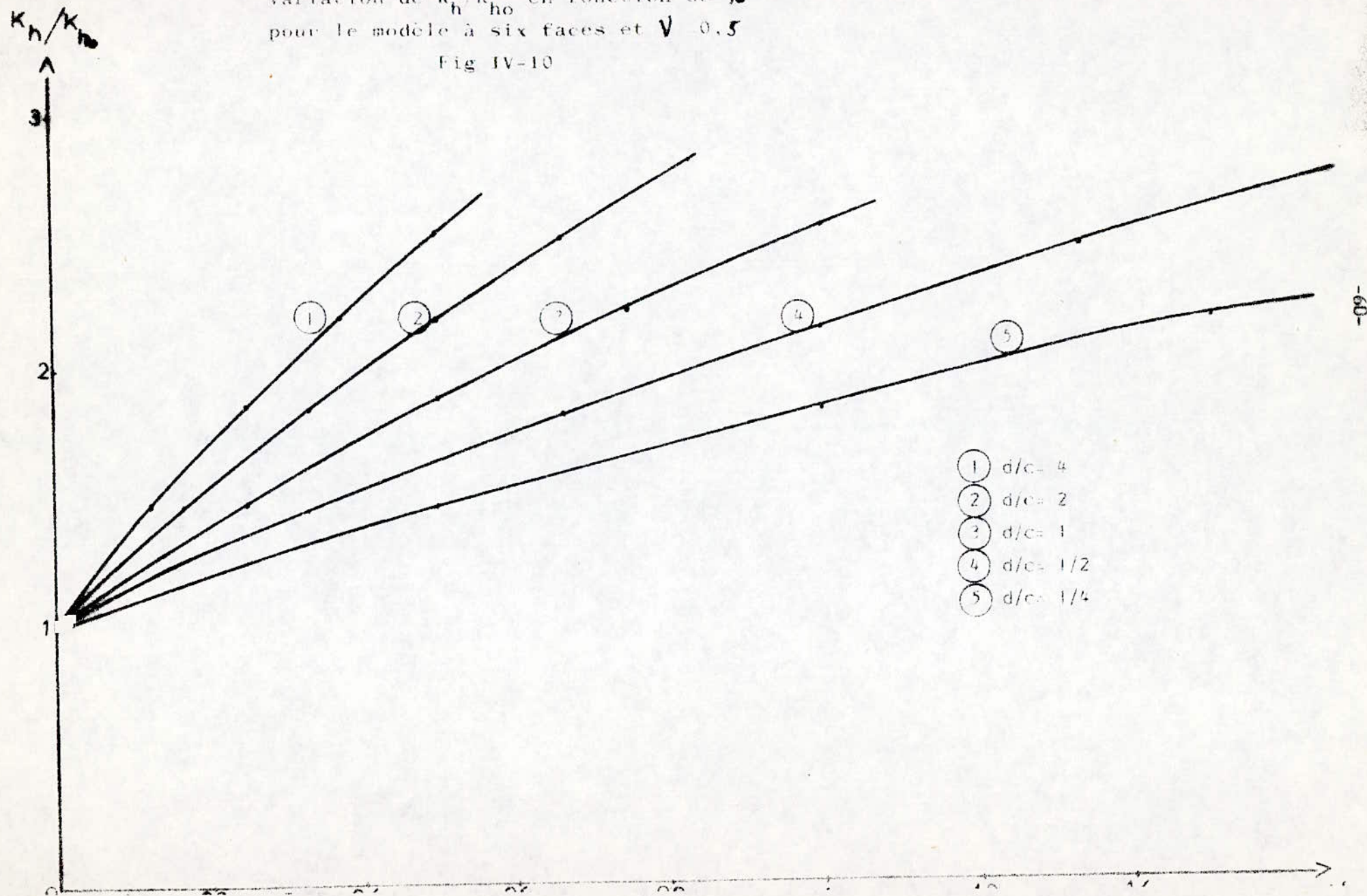


- ①  $d/c = 4$
- ②  $d/c = 2$
- ③  $d/c = 1$
- ④  $d/c = 1/2$
- ⑤  $d/c = 1/4$



Variation de  $K_h/K_{ho}$  en fonction de  $\chi'$   
pour le modèle à six faces et  $V = 0.5$

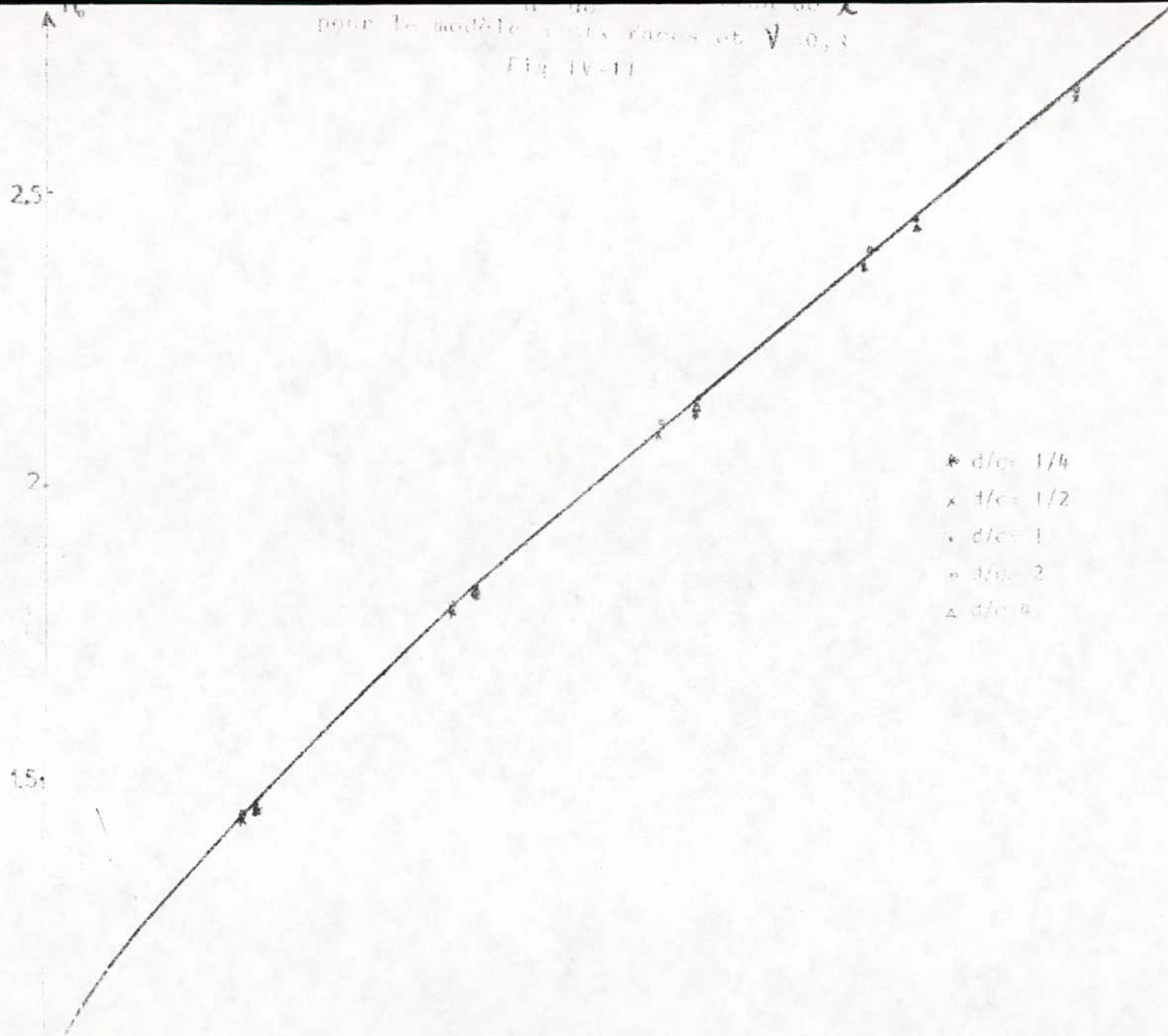
Fig IV-10





pour le modèle à six faces et  $V = 0,3$

Fig. IV-11



$K_h / K_{ho}$

Variation de  $K_h / K_{ho}$  en fonction de  $\chi$   
pour le modèle à six faces et  $\nu = 0,5$

Fig IV-12

2.5

2

1.5

1

0

0.2

0.4

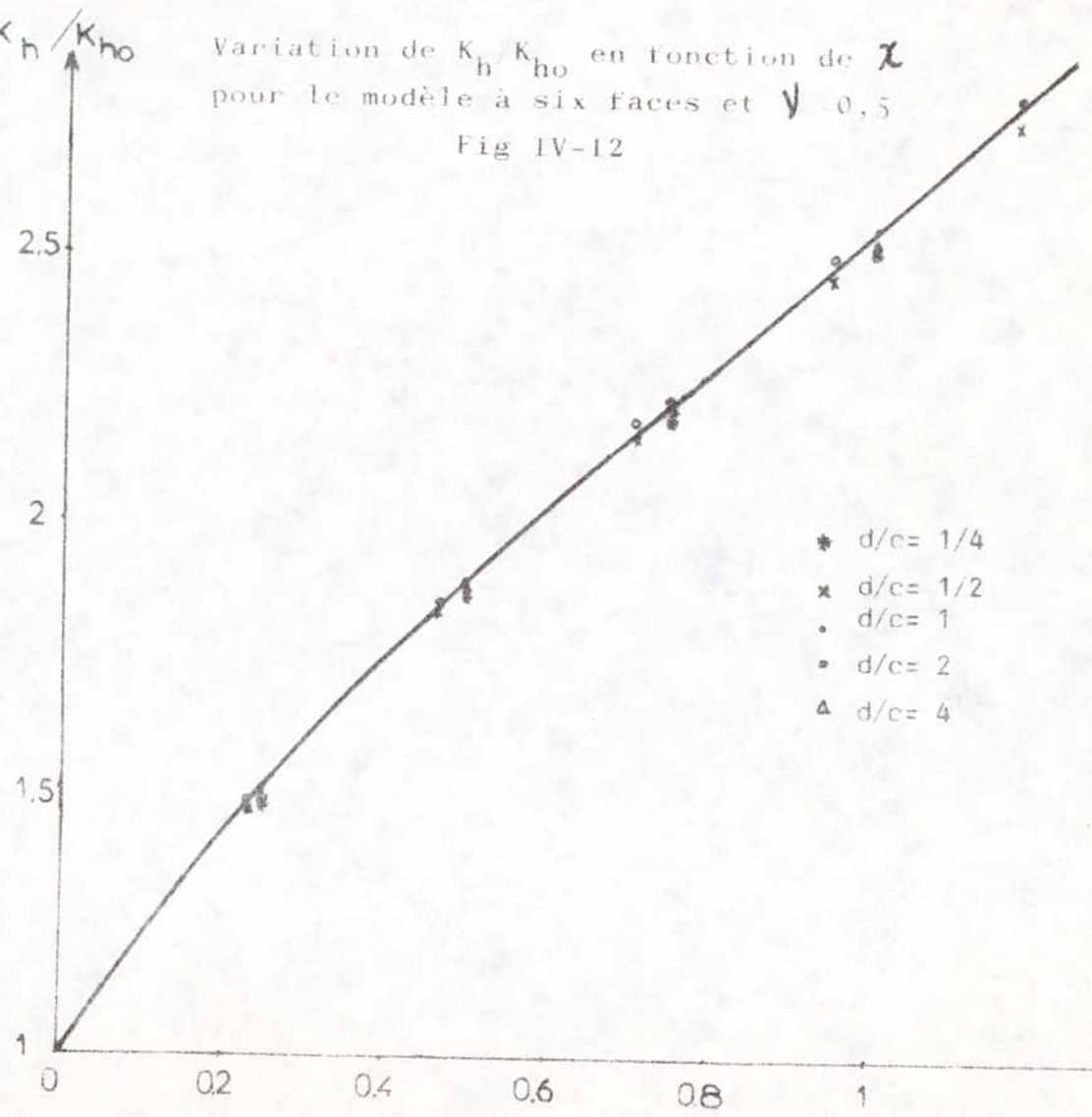
0.6

0.8

1

$\chi$

- \*  $d/c = 1/4$
- x  $d/c = 1/2$
- $d/c = 1$
- $d/c = 2$
- Δ  $d/c = 4$



**IV.2.2.3. Comparaison des résultats obtenus pour les 2 modèles formules proposées pour la loi de variation en profondeur.**

D'après les figures IV.7 , IV.8 pour le modèle à cinq faces et IV.11 , IV.12 pour le modèle à six faces, on constate que l'allure des variations de  $K_h/K_{h0}$  en fonction de  $\chi$ ,  $\chi$  paramètre adimensionnel lié à la profondeur, est pratiquement la même pour les 2 modèles.

Les résultats obtenus pour le modèle à cinq faces sont néanmoins légèrement supérieurs à ceux du six faces.

Les relations suivantes traduisent, avec une bonne précision, la loi de variation de  $K_h/K_{h0}$  en fonction de  $\chi$ .

Modèle à cinq faces

$$\sqrt{V} = 0,3 \quad K_h/K_{h0} = 1,17 \chi + \frac{3,2 \chi + 1}{2 \chi + 1}$$

$$\sqrt{V} = 0,5 \quad K_h/K_{h0} = 1,26 \chi + \frac{3,2 \chi + 1}{2 \chi + 1}$$

Modèle à six faces

$$\sqrt{V} = 0,3 \quad K_h/K_{h0} = 1,15 \chi + \frac{3 \chi + 1}{2 \chi + 1}$$

$$\sqrt{V} = 0,5 \quad K_h/K_{h0} = 1,22 \chi + \frac{3 \chi + 1}{2 \chi + 1}$$



En réalisant une interpolation linéaire sur  $\sqrt{V}$ , les formules obtenues sont les suivantes :

- Modele à cinq faces

$$K_h / K_{h0} = 0,45 (2,3 + \sqrt{V}) \chi + \frac{3,2 \chi + 1}{2 \chi + 1}$$

- Modele à six faces

$$K_h / K_{h0} = 0,35 (3 + \sqrt{V}) \chi + \frac{3,2 \chi + 1}{2 \chi + 1}$$

CHAPITRE V

DISTRIBUTION DES EFFORTS ET CONTRAINTES DE RIGIDITE

dans ce chapitre, nous nous proposons :

1 - de présenter une loi de variation de la position du centre de rigidité pour les mouvements de translation horizontale.

2 - de donner l'allure de la distribution des rigidités entre les différentes faces de la fondation.

3 - de présenter un exemple de distribution des contraintes sur les différentes faces de la fondation pour les mouvements de translation verticale et horizontale .

Ce travail a été effectué sur le modèle de fondation à cinq faces qui a donné des résultats proches de ceux obtenus pour le modèle à six faces.



### V - 1. Position du centre de rigidité horizontale

Pour une profondeur  $p$  donnée, à partir de la répartition des forces sur les différentes faces d'une fondation à base rectangulaire, le moment total  $M(p)$  engendré par ces forces par rapport à la base de la fondation a été calculé. Ce moment  $M(p)$  représente le produit de la rigidité horizontale de la fondation pour la profondeur  $p$  par la distance du centre de rigidité horizontale à la base de la fondation.

Donc on peut écrire  $M(p) = K_h(p) \cdot p$

soit  $p = M(p) / K_h(p)$

$p$  : position du centre de rigidité horizontale par rapport à la base de la fondation.

#### V - 1 . 1. Variation de la position du centre de rigidité horizontale

La position du centre de rigidité horizontale  $p$  en fonction de la profondeur  $p$  a été déterminée par chacun des exemples de fondations à base rectangulaire tracés en IV - 2.

Les résultats sont présentés dans les tableaux V - 1 à V - 5.

Exemple 1 :  $d/c = 1$  ;  $2d = 4$  ;  $2c = 4$

p	$\sqrt{\nu} = 0,3$			$\sqrt{\nu} = 0,5$		
	$K_h(p)$	$M(p)$	$p'$	$K_h(p)$	$M(p)$	$p'$
1	17,3639	4,7039	0,2709	18,8037	5,077	0,27
2	21,7508	13,7564	0,6325	23,9241	15,3153	0,6402
3	25,5804	26,166	1,0229	28,3938	29,3422	1,0334
4	29,0921	39,7711	1,367	32,5035	46,8196	1,44045

TABLEAU V - 1.

Exemple 2 :  $c/c = 2$  ;  $2d = 6$  ;  $2c = 3$

p	$\sqrt{\quad} = 0,3$			$\sqrt{\quad} = 0,5$		
	$K_h (p)$	$M (p)$	$p'$	$K_h (p)$	$M (p)$	$p'$
1	17,9883	4,9143	0,2732	19,2307	5,2566	0,2733
2	22,3982	14,0135	0,6257	24,3049	15,4119	0,6341
3	26,2509	26,5006	1,0095	28,7346	29,3565	1,0216
4	29,7853	41,9710	1,4091	32,8081	46,7306	1,4244
5	33,1047	60,3411	1,8227	36,6445	67,3394	1,8376

TABLEAU V-2

Exemple 3 :  $d/c = 4$  ;  $2d = 8$  ;  $2c = 2$

	$\sqrt{\quad} = 0,3$			$\sqrt{\quad} = 0,5$		
	$K_h (p)$	$M (p)$	$p'$	$K_h (p)$	$M (p)$	$p'$
1	17,9575	5,1515	0,2869	18,9813	5,4650	0,2880
2	22,4197	14,3216	0,6388	24,0529	15,7951	0,6567
3	26,3036	26,9077	1,0230	28,4617	29,4147	1,0335
4	29,8604	42,5065	1,4235	32,5093	46,7250	1,4373

TABLEAU V-3

Exemple 4 :  $d/c = 1/2$  ;  $2d = 3$  ;  $2c = 6$

p	$\sqrt{\quad} = 0,3$			$\sqrt{\quad} = 0,5$		
	$K_h (p)$	$M (p)$	$p'$	$K_h (p)$	$M (p)$	$p'$
1	21,2090	5,5343	0,2509	21,2090	5,5343	0,2609
2	23,9758	15,028	0,6268	26,7529	16,9708	0,6344
3	28,0326	28,5054	1,0169	31,5603	32,4168	1,0271
4	31,7378	45,1115	1,4214	35,9616	51,2345	1,4247
5	35,2072	64,6206	1,8354	40,0938	74,0073	1,8459

TABLEAU V - 4



Exemple 5 :  $d/c = 1/4$  ;  $2d = 2$  ;  $2c = 8$

D	$\sqrt{\quad} = 0,3$			$\sqrt{\quad} = 0,5$		
	$K_h (p)$	$M (p)$	$p'$	$K_h (p)$	$M (p)$	$p'$
1	20,5613	5,5151	0,2682	22,9338	6,0897	0,2655
2	25,5538	16,4768	0,6448	28,9531	18,8478	0,6510
3	29,8391	31,0305	1,0399	34,1161	35,7650	1,0483
4	33,7303	48,7834	1,4463	38,8111	56,4545	1,4546

TABLEAU V - 5

**V-1.2. Formules proposées pour la loi de variation en profondeur.**

A partir des tableaux V.1 à V.5 les valeurs de  $p'/2d$  ont été calculées. Les graphes V.1 et V.2 présentent les variations de  $p'/2d$  en fonction de  $\chi'$  ( $\chi' = p/2d$ ), on notera que cette loi de variation est linéaire, et que pour les différentes valeurs de  $d/c$  les droites obtenues sont parallèles. De plus, pour les faibles valeurs du coefficient d'enfoncement  $\chi'$ ,  $p'$  est négatif c'à dire que le centre de rigidité est situé sous la base de la fondation.

Les variations de  $p'/2d$  en fonction de  $\chi'$  peuvent s'exprimer par les relations suivantes :

$d/c$	1/4	1/2	1	2	4
$\sqrt{\quad} = 0,3$	$0,38 \chi' - 0,055$	$0,38 \chi' - 0,045$	$0,38 \chi' - 0,03$	$0,38 \chi' - 0,02$	$0,38 \chi' - 0,015$
$\sqrt{\quad} = 0,5$	$0,40 \chi' - 0,075$	$0,40 \chi' - 0,055$	$0,40 \chi' - 0,04$	$0,40 \chi' - 0,03$	$0,40 \chi' - 0,02$

TABLEAU V - 6

soit de manière plus générale, par les formules :

- pour  $\sqrt{\quad} = 0,3$ 

$$p'/2d = 0,38 p/2d - 0,03 \sqrt{c/d}$$
- pour  $\sqrt{\quad} = 0,5$ 

$$p'/2d = 0,40 p/2d - 0,04 \sqrt{c/d}$$



$\frac{p'}{2d}$

Variation de  $p' / 2d$  en fonction de  $p / 2d$

pour  $\nu = 0,3$

Fig V-1

0,5

0,4

0,3

0,2

0,1

0

0,5

1

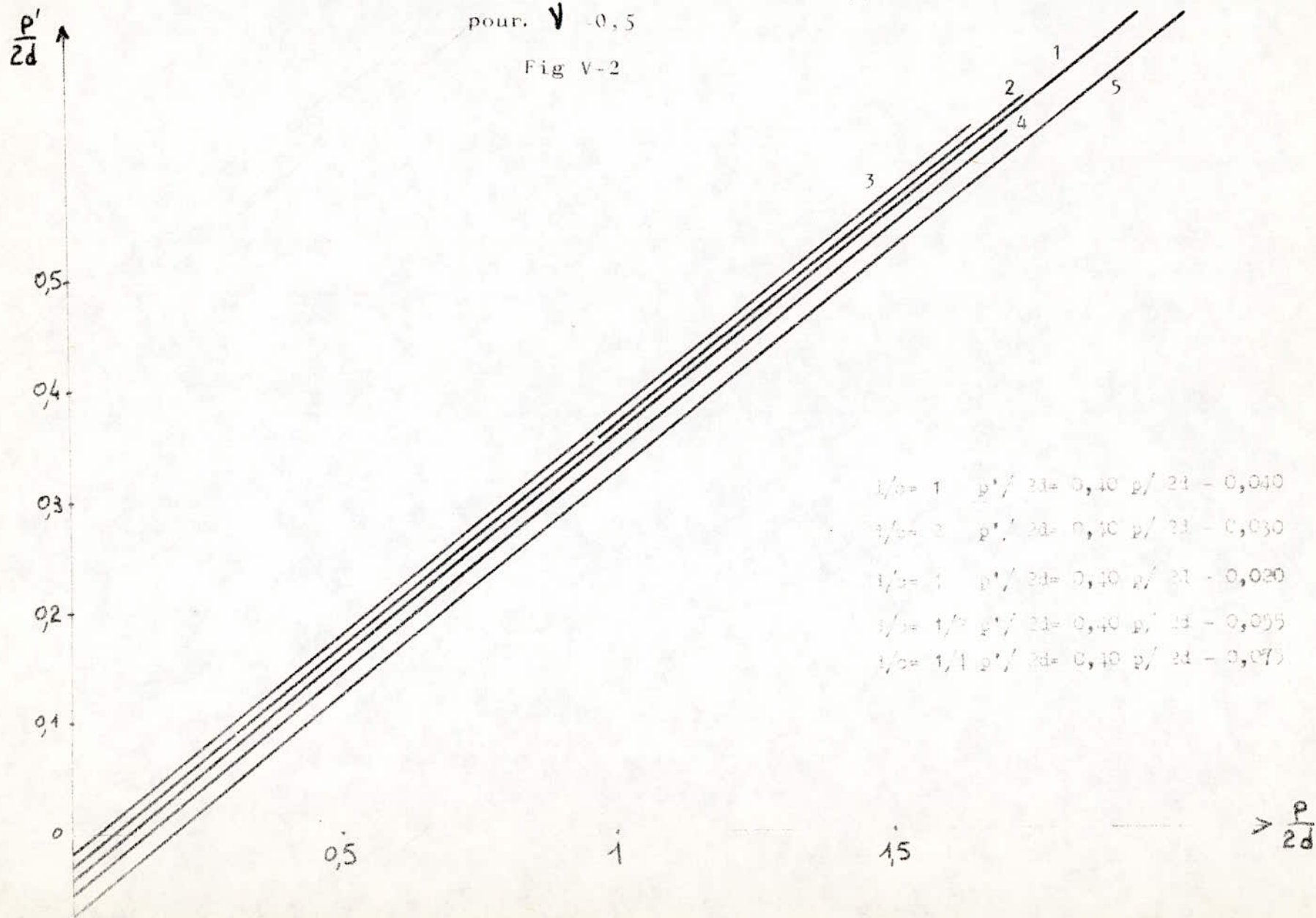
1,5

$\frac{p}{2d}$

- ①  $\frac{p}{2d} = 1$   $p' / 2d = 0,38$   $p' / 2d - 0,01$
- ②  $\frac{p}{2d} = 1,1$   $p' / 2d = 0,39$   $p' / 2d - 0,02$
- ③  $\frac{p}{2d} = 1,2$   $p' / 2d = 0,39$   $p' / 2d - 0,015$
- ④  $\frac{p}{2d} = 1,3$   $p' / 2d = 0,39$   $p' / 2d - 0,045$
- ⑤  $\frac{p}{2d} = 1,4$   $p' / 2d = 0,39$   $p' / 2d - 0,055$

Variation de  $p'/2d$  en fonction de  $p/2d$   
 pour  $V = 0,5$

Fig V-2



Les relations proposées peuvent aussi s'écrire :

$$\text{Pour } \sqrt{\nu} = 0,3 \quad p' = 0,38 p - 0,03 \sqrt{4 cd.}$$

$$\text{Pour } \sqrt{\nu} = 0,5 \quad p' = 0,40 p - 0,04 \sqrt{4 cd.}$$

Pour cette forme, on note que la position du centre de rigidité  $p'$ , est indépendante du sens du mouvement de translation horizontale car dans les formules ci-dessus  $e$  et  $d$  jouent des rôles symétriques.

Ce résultat est confirmé pour le fait que pratiquement les mêmes valeurs ont été obtenues pour  $p'$  dans les tableaux V.2 et V.4 (pour  $d/c = 2$  et  $d/c = 1/2$ ), et dans les tableaux V.3 et V.5 ( pour  $d/c = 4$  et  $d/c = 1/4$  ).



## V.2 Distribution des rigidités entre les différentes faces de la fondation.

Le propos de ce paragraphe est de présenter l'allure des variations des rigidités des différentes faces de la fondation en fonction du paramètre  $\chi$  lié à la profondeur  $p$  par la relation

### V.2.1 Rigidités partielles de translation verticale.

Les rigidités partielles de translation verticale de la base et des faces de la fondation ont été déterminées en fonction de  $\chi$  et rapportées à la rigidité de surface  $K_{z0}$ .

Les graphes V.3 et V.4 représentent les variations de  $K_{z,b}/K_{z0}$ ,  $K_{z,2d}/K_{z0}$ ,  $K_{z,2c}/K_{z0}$  en fonction de  $\chi$  pour  $\nu=0,3$  et  $\nu=0,5$

$K_{z,b}$  rigidité partielle de la base de la fondation

$K_{z,2d}$  rigidité de la grande face de la fondation

$K_{z,2c}$  rigidité de la petite face de la fondation

$K_{z0}$  rigidité de surface de la fondation

L'observation des graphes V.3 et V.4 suggère les commentaires suivants:

- La loi de variation de la rigidité de la base rapportée à la rigidité de surface est indépendante du rapport des dimensions ( $d/c$ ) de la fondation. Par contre la valeur de  $d/c$  influe sur la loi de variation des rigidités des faces:

une augmentation de  $d/c$  entraîne une diminution de la valeur du rapport de la rigidité à la rigidité de surface pour les petites faces et une augmentation pour les grandes faces.

A titre indicatif, pour  $\chi=1$ , le rapport  $K_{z,2d}/K_{z0}$  augmente de 50%

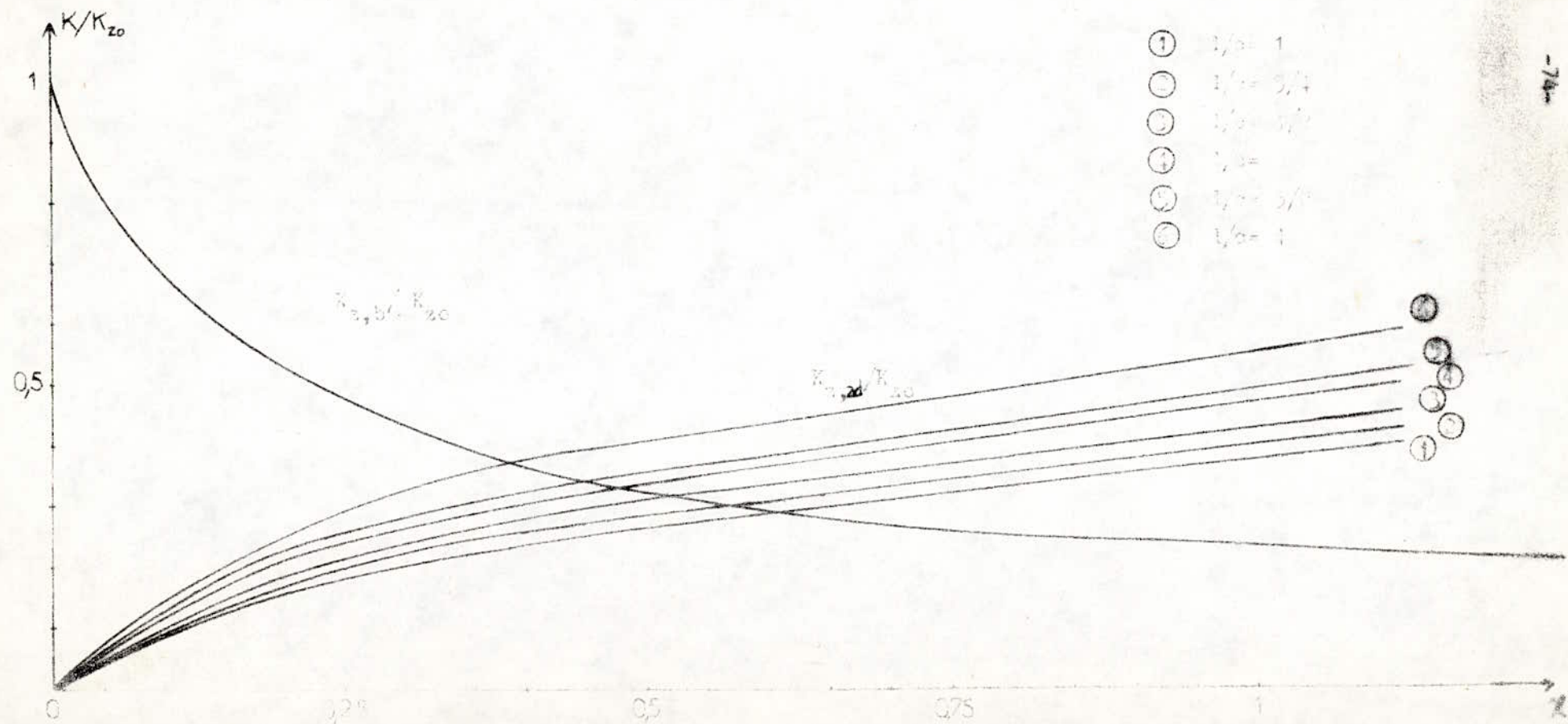
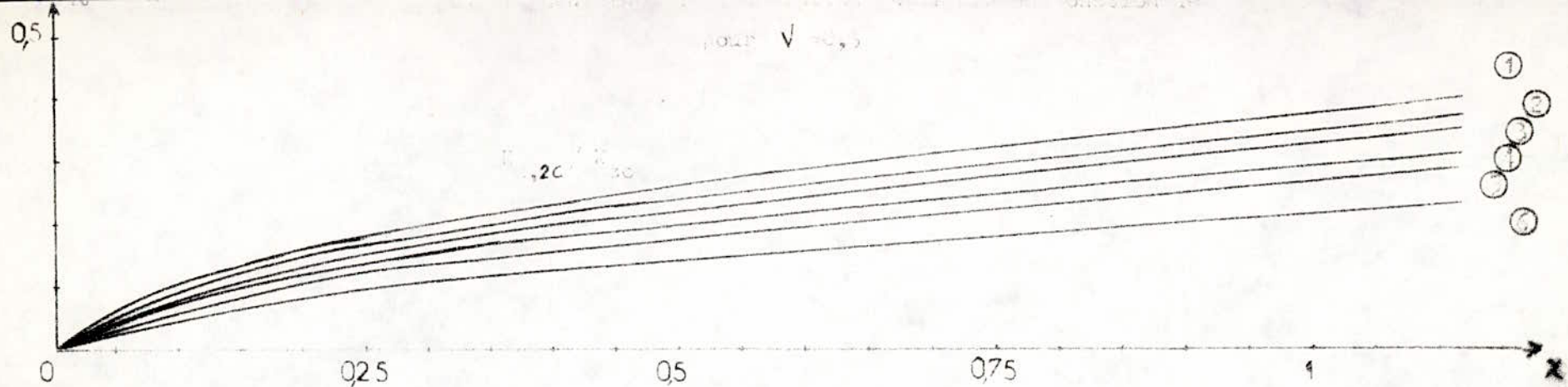
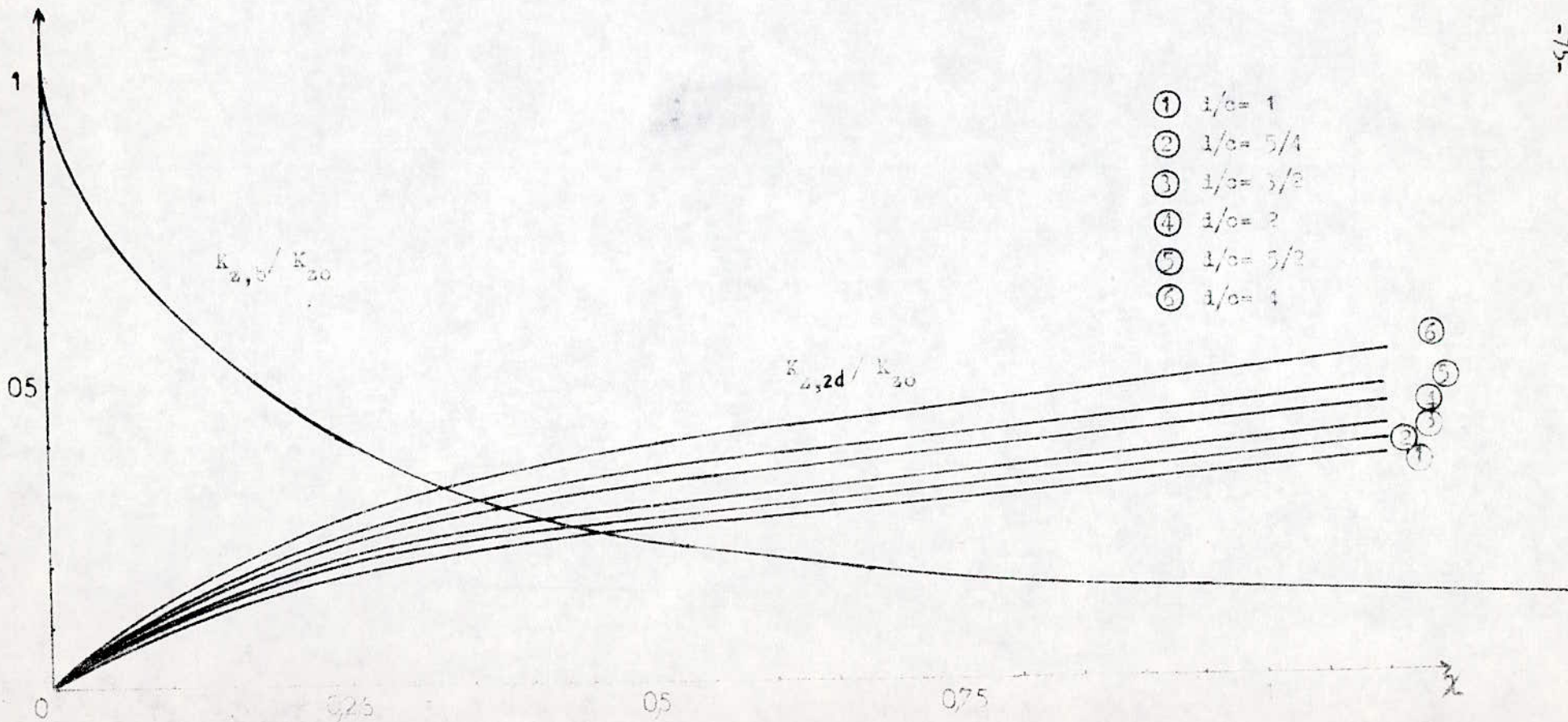
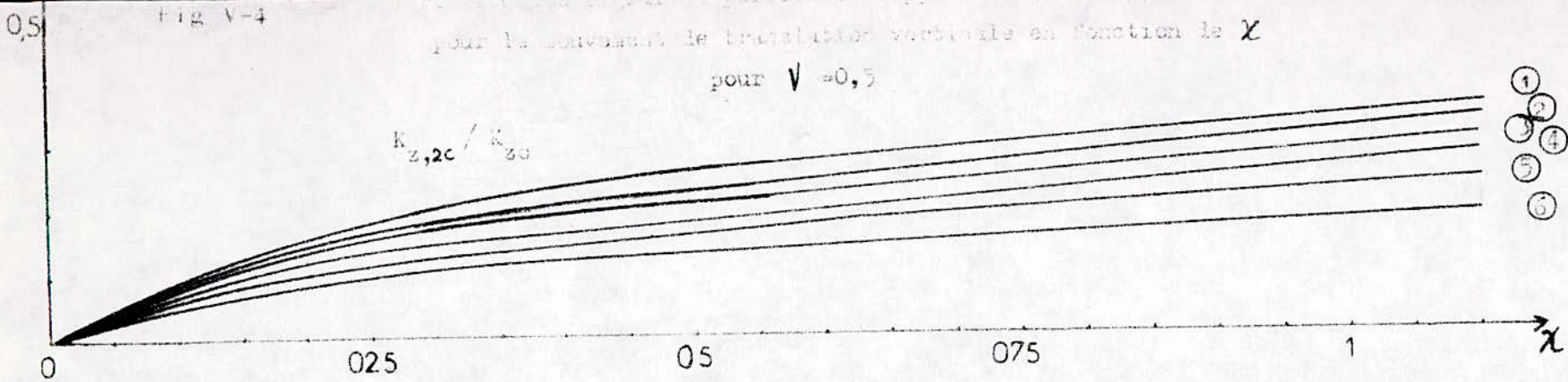


Fig V-4

pour le mouvement de translation-verticale en fonction de  $\chi$

pour  $\nu = 0,5$

$K_{z,2c} / K_{z0}$



$K_{z,2b} / K_{z0}$

$K_{z,2d} / K_{z0}$

- ①  $1/c = 1$
- ②  $1/c = 5/4$
- ③  $1/c = 3/2$
- ④  $1/c = 2$
- ⑤  $1/c = 5/2$
- ⑥  $1/c = 4$



$K_{z,2c} / K_{z0}$  diminue de 80% lorsque  $d/c$  varie de 1 à 4 .

- La rigidité des faces augmente avec la profondeur alors que la rigidité de la base chute très rapidement et tend asymptotiquement vers zéro.

- La valeur du coefficient de Poisson influe de manière légère sur les résultats:

Pour  $\chi = 1$ , l'écart entre les valeurs des rigidités des faces rapportées à la rigidité de surface est de l'ordre de 12 % lorsque  $\gamma$  passe de 0,3 à 0,5 .

### V.2.2. Rigidité de translation horizontale.

Les variations des rigidités de translation horizontale des faces de la fondation rapportées à la rigidité de surface  $K_{h,b} / K_{ho}$  ;  $K_{h,2d} / K_{ho}$  ;  $K_{h,2c} / K_{ho}$  sont présentées en fonction de  $\chi$  dans les graphes V.5 et V.6

$K_{h,b}$  rigidité de la base de la fondation

$K_{h,2d}$  rigidité de la face parallèle à la direction du mouvement .

$K_{h,2c}$  rigidité de la face perpendiculaire à la direction du mouvement .

$K_{ho}$  rigidité de surface de la fondation.

On constate que:

- les variations de la rigidité de la base rapportées à la rigidité de surface  $K_{h,b} / K_{ho}$  est indépendante du rapport  $d/c$  des dimensions de la fondation.

Les rigidités des faces, par contre, sont très nettement influencées par  $d/c$ . Pour les faces parallèles à la direction de déplacement, les rigidités augmentent avec  $d/c$ :

en fonction de  $\chi$  pour  $V = 0,5$

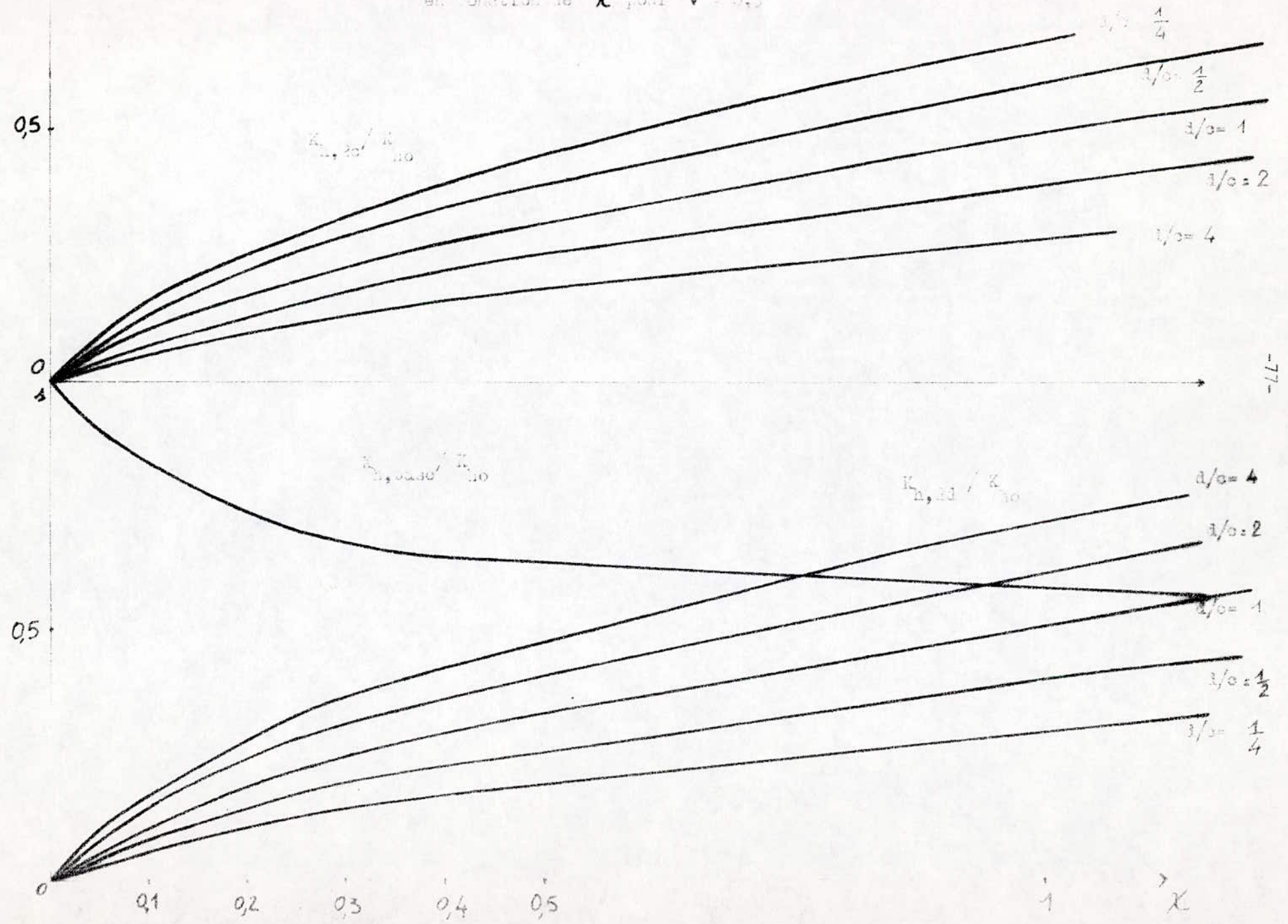
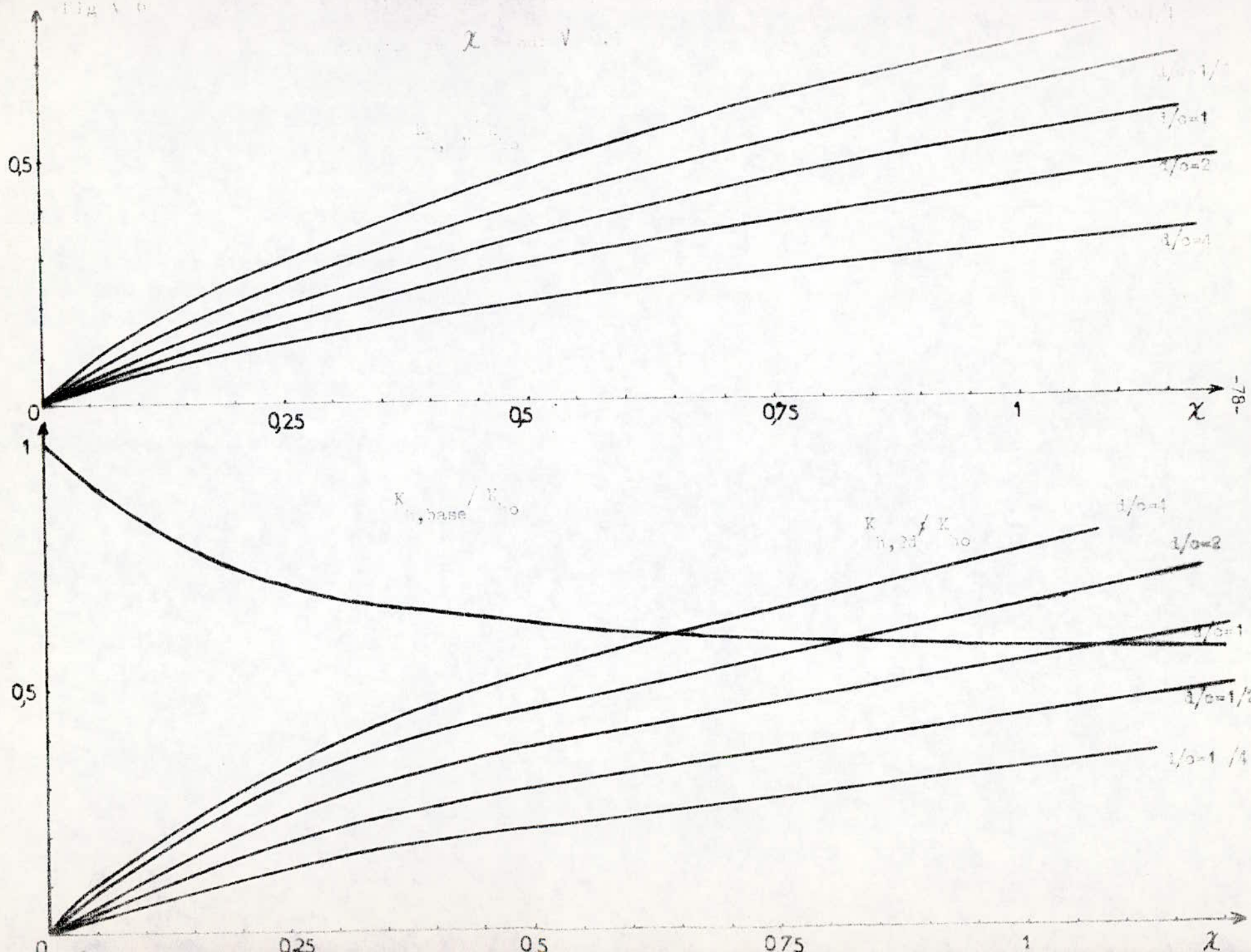


Fig. 10





Quand  $\chi=1$ , de  $d/c=1/4$  à  $d/c=4$ , l'augmentation de  $K_{h,2d}/K_{ho}$  est de 240 %.

Pour les faces perpendiculaires à la direction de déplacement, les rigidités augmentent lorsque  $d/c$  diminue.

Quand  $\chi=1$ , de  $d/c=1/4$  à  $d/c=4$ , la diminution de  $K_{h,2c}/K_{ho}$  est de 240 %.

- la valeur de  $K_{h,b}/K_{ho}$  diminue de manière moins brusque que  $K_{z,b}/K_{zo}$  ( pour  $\chi=1$ , la rigidité de la base n'a perdue que 40 % de sa valeur initiale ).
- l'influence du coefficient de Poisson est plus faible que pour le mouvement de translation verticale.

L'écart moyen entre les rigidités des faces rapportées à la rigidité de surface pour  $\nu=0,3$  et  $\nu=0,5$  étant de 6 %.

### V.3 Exemples de distribution de contraintes sur les faces d'une fondation rectangulaire pour les mouvement de translation verticale et horizontale .

#### V.3.1 Mouvement de translation verticale .

La figure V 7 représente la distribution des contraintes sur les faces et sur la base d'une fondation carrée pour  $\lambda = 1$  ( $2d=2c=p$ ) .

La figure V7.a donne l'allure de la repartition des contraintes tangentes sur les faces. On notera que les contraintes augmentent en se rapprochant des extrémités aussi bien dans le sens horizontal que vertical .

La distribution des contraintes normales sur le fond de la fondation est illustrée sur la figure V7.b.

Il est intéressant de remarquer que si pour les fondations superficielles les contraintes augmentent en se rapprochant des extrémités de la fondation, l'effet de la profondeur est d'attenuer ces variations et pour  $\lambda = 1$  , la repartition des contraintes est pratiquement uniforme .

#### V.3.2 Mouvement de translation horizontale .

La distribution des contraintes sur les faces d'une fondation rectangulaire dont le rapport  $d/c$  vaut 2 et  $\lambda = 1$  , est représentée sur la figure V 8

La figure V8.a relative aux contraintes normales sur les faces perpendiculaires à la direction de déplacement montre qu'elles augmentent avec la profondeur.

Les figures V8.c et V8.b illustrent respectivement la distribution des contraintes tangentiels sur les faces parallèles à la direction du mouvement



fig V 7. Allure de la variation des contraintes sur les faces  
d'une fondation de base carrée pour le mouvement  
de translation verticale.

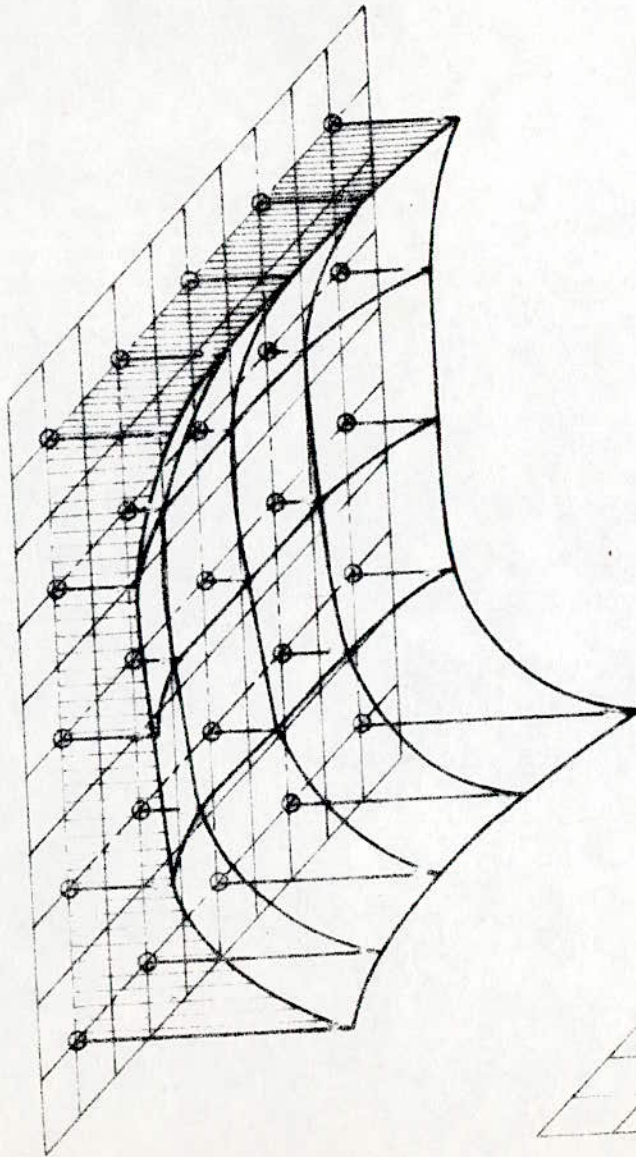


fig V 7a  
Graphe des contraintes tangentes  
sur les faces de la fondation.

fig V 7 b. Graphe des contraintes normales  
sur le fond de la fondation.

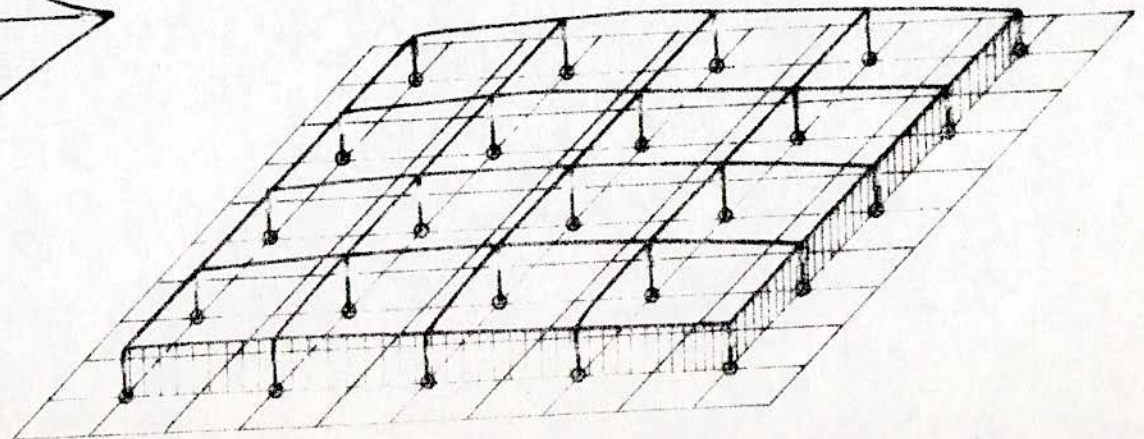




fig V 8a

Graphique des contraintes normales sur la face perpendiculaire à la direction de déplacement

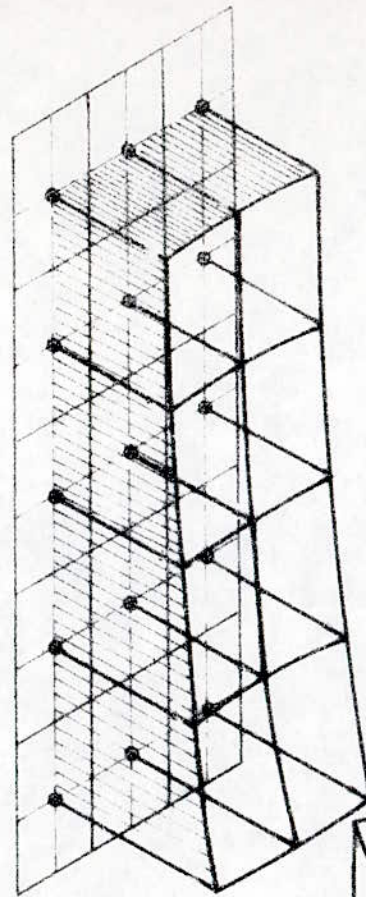


fig V 8b Graphique des contraintes tangentés sur le fond de la fondation.

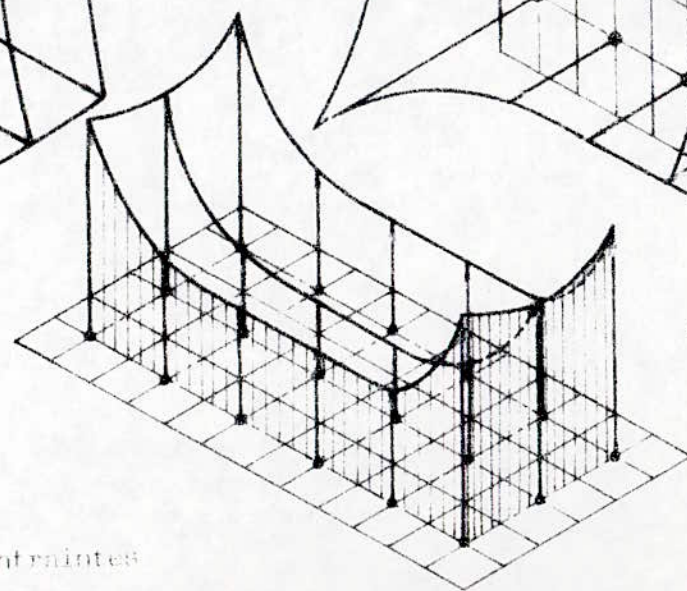
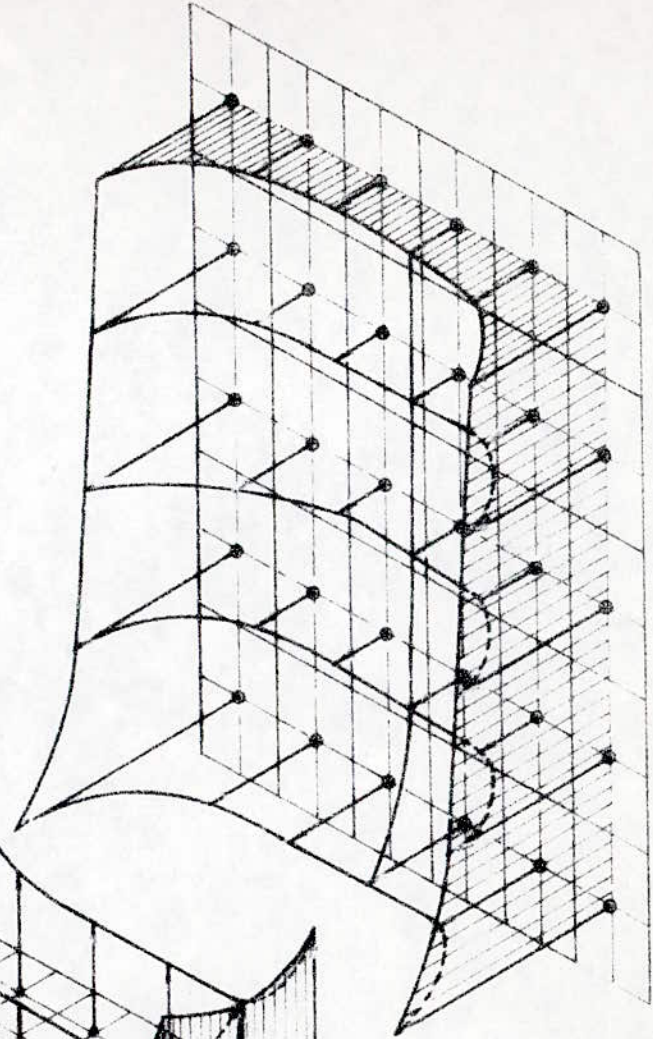


fig V 8 Allure de la variation des contraintes sur les faces d'une fondation rectangulaire ( $d/c = 2$ ).

fig V 8c

Graphique des contraintes tangentés sur une face parallèle à la direction de déplacement .



et sur le fond de la fondation .

Sur les faces parallèles à la direction de déplacement, les contraintes augmentent avec la profondeur et, dans le sens horizontal, en se rapprochant des bords.

Sur le fond, les contraintes sont plus importantes vers les extrémités .

CHAPITRE VI

ETUDE DE LA VALIDITE DES RESULTATS



#### VI - 4 Erreur commise par l'utilisation de charges fictives monodimensionnelles .

Pour les rigidités superficielles, cette simplification a été faite par tous les auteurs pour les fondations rectangulaires: seule la fondation circulaire dispose d'une solution rigoureuse .

A première vue cette approximation devrait être toute aussi bonne pour une fondation rectangulaire enterrée : l'application d'une force en un point d'un milieu élastique selon une direction ( ou le déplacement imposé d'un point dans une direction ) engendre des déplacements des autres points dont la composante dans la direction choisie est en général prépondérante . A priori, l'énergie de déformation correspondant aux déplacements dans la direction choisie doit être largement prépondérante par rapport à celle due aux déplacements transversaux; par suite l'erreur commise sur la rigidité en négligeant l'influence des déformations transversales à la direction considérée doit être assez faible .

Le raisonnement s'applique aussi bien pour des points de la surface, c'est à dire pour les fondations superficielles pour lesquelles les précédents auteurs ont toujours considéré l'erreur comme négligeable, que pour des points intérieurs conduisant aux rigidités des fondations enterrées.

La comparaison du modèle six faces au modèle cinq faces donne un ordre de grandeur de l'erreur commise.

Considérons en effet, par une méthode de relaxation, le passage du modèle rigide au modèle six faces monodimensionnel puis au modèle cinq faces . Supposons que l'on impose un déplacement unitaire à la fondation rigide ( par exemple dans le sens vertical ). La force exercée  $F$  est alors la rigidité verticale du modèle rigide . Cette force peut être exercée à l'aide des charges fictives d'un modèle cinq faces "triaxial" (ou du modèle six faces "triaxial" identique au cinq faces avec charges nulles en surface ) rigoureusement équivalent au modèle rigide.

Dans une deuxième phase, tout en maintenant le déplacement vertical, on passe au modèle six faces "monoaxial" en relâchant les forces de liaison normales aux faces latérales . Lors de cette relaxation, le modèle de fondation devient déformable latéralement, et une partie de l'énergie de déformation du sol passe dans le modèle; le système devenu plus souple évolue par relaxation vers

une diminution de l'énergie de déformation. En fonctionnement parfaitement élastique, cette énergie est récupérée par le travail négatif des forces de liaison verticales, c'est à dire que la résultante verticale  $F$  diminue d'une quantité  $\Delta F_1$ .  $\Delta F_1 / F$  représente la diminution relative de l'énergie de déformation totale, ou celle de la rigidité.

Dans une troisième phase, on passe du modèle six faces monodimensionnel au cinq faces monodimensionnel en relâchant les forces de liaison verticales à la face supérieure de la fondation. La surface du modèle de fondation se déforme (avec également une nouvelle déformation de la surface latérale), et comme précédemment, l'énergie de déformation évolue vers une diminution, d'où une diminution de la rigidité.

Il est très vraisemblable que la perte de rigidité  $\Delta F_2$  pour passer du modèle six faces au cinq faces, obtenue par relaxation des forces de liaison sur la face supérieure, forces agissant dans le sens du mouvement, est de même ordre, sinon nettement supérieure à la perte de rigidité  $\Delta F_1$ , qui pour passer du modèle rigide au modèle six faces ne relâche que les liaisons horizontales sur les faces latérales.

Dans ces conditions la perte de rigidité relative entre le modèle six faces et cinq faces représenterait une part importante, sinon prépondérante de l'erreur commise entre le modèle rigide et cinq faces, et donnerait un ordre de grandeur de cette erreur.

Pour la translation verticale, la diminution de rigidité entre les modèles à six et cinq faces est de 3 %, pour la translation horizontale on constate une légère augmentation (de l'ordre de 3 %) de la rigidité, due vraisemblablement à l'influence due à la discrétisation au voisinage de la surface plus importante pour ce mouvement, ce qui indiquerait que l'erreur commise par une discrétisation limitée est prépondérante par rapport à l'erreur due à l'utilisation de charges monodimensionnelles.

L'erreur maximale totale pourrait alors être estimée à 5 % environ.

## VI.2. Comparaison aux recherches antérieures.



**VI - 2.1. Rigidité de translation verticale des fondations superficielles**

Ce problème à été notamment étudié, avec applications numériques précises par E. ABSI qui a montré que le déplacement de la fondation soumise à une résultante verticale P appliquée en son centre de gravité peut s'exprimer à l'aide d'un coefficient de forme qui ne dépend que du rapport B/A ( B étant la plus grande dimension de la fondation et A l'autre dimension ) par l'expression. ( 14 ) .

$$W_0 = [f.(1-\nu^2)/E.B] \cdot P = [f.(1-\nu)/2\mu B] \cdot P$$

En exprimant la proportionnalité entre déplacement et charge verticale, on peut écrire :

$$P = K_{z0} \cdot W_0 \text{ d'où } K_{z0} = 2\mu B/f(1-\nu)$$

le tableau suivant présente les valeurs de f en fonction de B/A.

B/A	1	1,2	1,6	1,8	2	3	4	5
f	0,87	0,94	1,07	1,13	1,18	1,40	1,55	1,68

**TABLEAU VI - 1**

Cette étude a été reprise comme cas particulier de la présente méthode et les résultats obtenus comparés à ceux d'E.ABSI.

Tout d'abord pour les fondations rectangulaires rigides de même rapport B/A ( $\nu$  et N étant constants ), il a été vérifié que le rapport  $K_z/B$  reste constant ( vérification de similitude qui est présentée pour les exemples suivants ) :

a) B/A = 1                      N = 25                       $\nu = 0,3$

B	8	5	4
$K_{z0}$	26,0748	16,2968	13,0374
$K_{z0}/B$	3,25935	3,25936	3,25935

**TABLEAU VI - 2**



b)  $B/A = 1,8$                        $N = 45$                        $\checkmark = 0,3$

B	1,8	9	4,5
$K_{z0}$	4,47603	22,3801	11,19
$K_{z0}/B$	2,48668	2,48168	2,48667

TABLEAU VI - 3

Par ailleurs, selon en formule de E.ABSI pour une fondation rectangulaire de dimensions données, le produit  $K_{z0} (1 - \checkmark)$  doit rester constant quelle que soit la valeur de  $\checkmark$ .

Cette verification peut être également faite avec la presente méthode : A titre d'exemple pour  $B = A = 5$  et  $N = 25$ , il a été calculé le produit  $K_{z0} (1 - \checkmark)$  pour diverses valeurs de  $\checkmark$ .

$K_{z0}$	11,4078	12,6753	14,2597	16,2968	19,0129	22,8155
$K_{z0} (1 - \checkmark)$	11,4078	11,40777	11,40776	11,40776	11,40774	11,40775

Tableau vi - 4

La comparaison avec les resultats de E.ABSI a été faite de façon plus systématique par la méthode de vérification équivalente suivante :

A partir de plusieurs exemples de fondations rectangulaires rigides, les rigidités verticales obtenues par le calcul ont été introduites dans la relation d'ABSI

$f = 2\mu B / K_{z0} (1 - \checkmark)$  et les valeurs des coefficients de forme  $f$  en fonction du rapport  $B/A$  en ont été deduites.

Le tableau suivant presente ces valeurs de  $f$  obtenues pour  $\checkmark = 0,3$  et des valeurs de  $B$  et de  $N$  éventuellement différentes selon les cas, mais du fait que  $K_z/B = cte$  pour des fondations semblables de même  $\checkmark$  et que  $K_{z0} (1 - \checkmark) = cte$  pour des fondations de même dimensions et de coefficient  $\checkmark$  différent, la comparaison reste valable pour toute valeur de  $B$  ou de  $\checkmark$ .

B/A	1	1,2	1,6	1,8	2	3	4	5
B	8	6	8	9	8	6	8	8
N	25	30	40	45	32	48	64	80
P	26,0748	17,9172	20,9454	22,3801	18,9513	12,0827	14,4848	13,4021
f	0,8766	0,9568	1,0913	1,149	1,2061	1,4188	1,578	1,7055
f ABSI	0,87	0,94	1,07	1,13	1,18	1,40	1,55	1,68
$\frac{\Delta f}{f}$	0,76 %	1,78 %	1,99 %	1,68 %	2,21 %	1,34 %	1,8 %	1,52 %

TABLEAU VI- 5

Il est noter qu'avec un nombre d'elements discrets N relativement faible, les valeurs des coefficients de forme f des fondations rectangulaires rigides superficielles sont toutes proches de celles obtenues par E.ABSI, l'écart le plus élevé étant de l'ordre de 2 %.

**VI - 2.2. Rigidités de translation horizontale des fondations Superficielles.**

Le propos de ce paragraphe est de presenter les resultats obtenus, pour les rigidités horizontales de fondations rectangulaires superficielles, par la méthode proposée puis de les comparer à ceux établis par des études anterieures de BARKAN.

**VI - 2.2.1. Présentation des resultats.**

Des calculs de rigidités horizontales, pour 2 valeurs du coefficient de poisson  $\nu = 0,3$  et  $\nu = 0,5$ , ont été effectués pour des fondations rectangulaires superficielles dont le rapport des dimensions d/c varie de 0,1 à 10.

Les resultats sont consignés dans le tableau suivant :



	d/c	0,1	0,25	0,5	1	2	3	4	10
	2d	2	2	3	6	6	6	8	20
$\nu = 0,3$	$K_{ho}$	25,9358	13,3700	12,7256	16,9751	11,7765	9,8869	11,7080	20,709
$\nu = 0,5$	$K_{ho}$	29,6344	14,9497	13,9791	18,3453	12,4903	10,4361	12,3029	21,5742

TABLEAU VI - 6

VI - 2.2.2. Comparaison des resultats  
à ceux de BARKAN. ( 18 ) .

Pour des fondations rectangulaires sur demi-espace élastique, BARKAN à partir de la theorie de l'elasticité, a déterminé la constante de rigidité  $K_{ho}$  en supposant une distribution uniforme des contraintes à la surface de contact sol-fondation et en calculant le déplacement moyen de cette surface.

La rigidité horizontale  $K_{ho}$  a alors été donnée par la relation :

$$K_{ho} = \beta_x \cdot 4 ( 1 + \nu ) G \sqrt{c/d} \quad ( VI.1 )$$

où  $\beta_x$  est un coefficient sans dimension qui depend du rapport d/c.

Le graphe de  $\beta_x$  en fonction de d/c a été établi par RICHART et WITHMAN pour  $d/c > 0,5$ .

Les resultats obtenus en IV - 2, à savoir les rigidités horizontales pour des valeurs de d et d/c fixées, ont été introduits dans la formule ( VI.1 ) de manière à deduire les valeurs de  $\beta_x$  à partir de la methode de calcul utilisée.

$$\text{soit : } \beta_x = K_{ho} / 4 G ( 1 + \nu ) \sqrt{cd}$$

titre d'exemple :

$$\text{pour } 2d = 6 \text{ et } d/c = 1 ; \nu = 0,5$$

$$K_{ho} = 18,3453$$

$$\text{donc } \beta_x(0,5) = \frac{18,3453}{4 (1,5) \sqrt{9}} = 1,0192$$

Tous les exemples traités en IV - 2 ont été repris pour la détermination de  $\beta_x$ .

Les resultats sont présentés dans le tableau ( VI - 7 ) et dans le graphe

( VI - 1 )



d/c	$B_x$ theo = 0,3	$B_x$ theo = 0,5	$B_x$ ref. Richart
0,1	1,5772	1,5662	
0,25	1,2856	1,2458	
0,5	1,1537	1,0903	1,05
1	1,0881	1,0192	0,97
2	1,0676	0,9813	0,98
3	1,0977	1,0042	1
4	1,1258	1,025	1,02
10	1,2692	1,1370	1,21

Tableau VI - 7

Le tableau VI -7 nous montre que les valeurs de  $B_x$  0,5 sont légèrement supérieures à celles de  $B_x$  0,3 et pratiquement égales à celles de  $B_x$  présentées par ( 1 ) pour  $0,5 \leq d/c \leq 4$ .

Afin d'avoir une idée de la validité des valeurs de  $B_x$  trouvées pour  $d/c < 0,5$ , c'est à dire pour les fondations rectangulaires allongées, nous allons utiliser des résultats tirés de l'étude de M. KORDJANI ( 20 ).

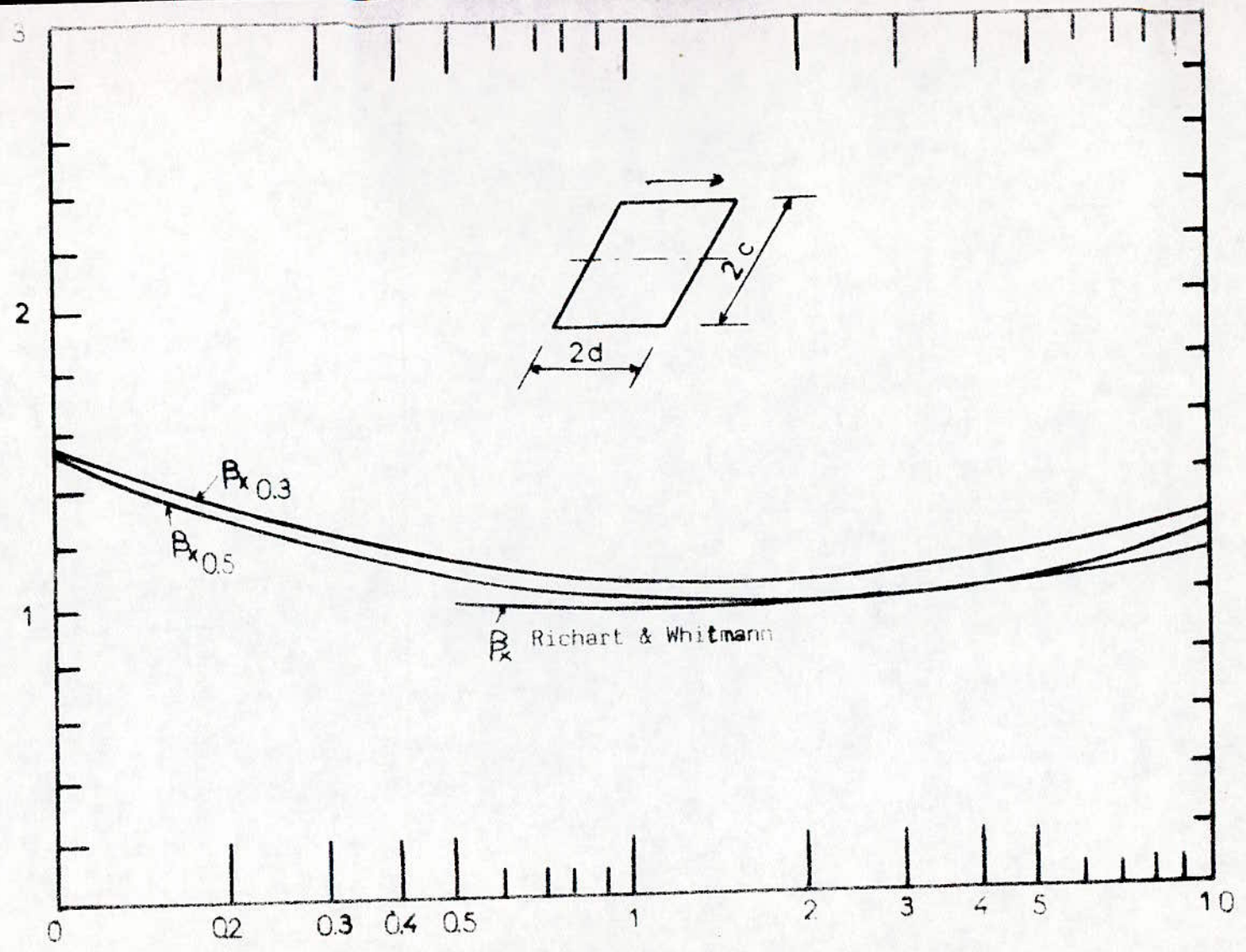
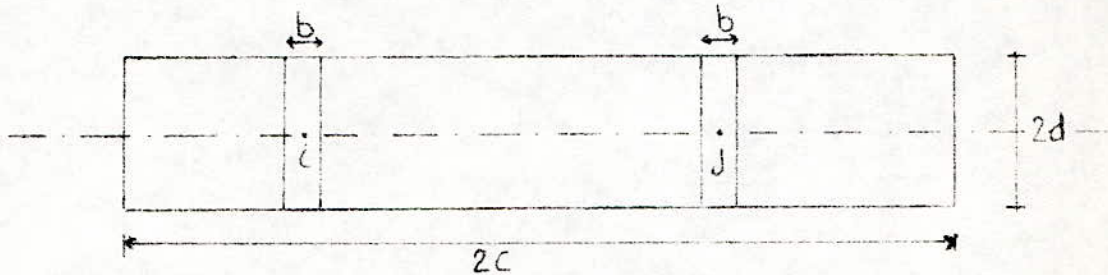


Fig VI-1  
 Comparaison des valeurs de  $B_x$  obtenues à celles  
 présentées par RICHART et WHITMAN

**VI-2.2.3. Comparaison des résultats obtenus à ceux établis à partir de l'étude de M. KORDJANI pour des fondations superficielles allongées :**

A partir d'une méthode de type BARKAN (déplacement moyen sous charge uniformément répartie) et de calculs établis (20), il a été possible de déterminer les rigidités de translation horizontale de fondations allongées perpendiculairement à la direction de déplacement ( $d/c \leq 0,2$ ).

Le principe du calcul utilisé (20) est le suivant :  
Une fondation de côtés  $2d$  et  $2c$  est décomposée en  $n$  éléments de côté  $b$ ,



sous l'effet d'une charge uniformément répartie  $q$  sur l'élément  $j$ , le déplacement  $S_{ij}$  qui représente à un coefficient près, celui du  $i^{\text{ème}}$  élément dû à la charge sur le  $j^{\text{ème}}$  élément, est déterminé.

Le déplacement effectif étant  $V_{ij}$  tel que :

$$V_{ij} = \frac{bq}{2\pi\mu} S_{ij}$$

En faisant varier  $j$  de 1 à  $n$ , le déplacement total de l'élément  $i$  s'écrit :

$$V_i = \frac{bq}{2\pi\mu} \sum_j S_{ij}$$

En appelant  $Q$  la charge totale appliquée à la fondation et  $V$  son déplacement moyen, la rigidité de translation horizontale s'écrit :

$$K_h = \frac{Q}{V}$$

En utilisant la relation de BARKAN :

$$K_h = 4(1+\nu)\mu\beta_x\sqrt{cd}$$

Le coefficient  $\beta_x$  pourra être déterminé et comparé à ceux obtenus (fig VI.1)

$$\beta_x = \frac{K_h}{4(1+\nu)\mu\sqrt{cd}}$$



Des calculs de comparaison ont été menés pour  $\nu = 0,5$  et  $d/c = 0,2 ; 0,1$   
Pour déterminer le déplacement moyen de la fondation, il faut calculer le déplacement moyen de l'axe et du bord en supposant qu'ils varient de façon parabolique.

$d/c = 0,2$  et  $\nu = 0,5$

- Déplacement moyen de l'axe:

$$V_1 = 17,948 \text{ bq}/2\pi\mu$$

$$V_{\max} = 25,816 \text{ bq}/2\pi\mu$$

$$\text{d'où } V_{\text{axe}}^{\text{moyen}} = 23,19 \text{ bq}/2\pi\mu$$

- Déplacement moyen du bord:

$$V_1 = 15,815 \text{ bq}/2\pi\mu$$

$$V_{\max} = 21,606 \text{ bq}/2\pi\mu$$

$$\text{d'où } V_{\text{bord}}^{\text{moyen}} = 19,68 \text{ bq}/2\pi\mu$$

- Déplacement moyen de la fondation:

$$V = 22,02 \text{ bq}/2\pi\mu$$

- Calcul de la charge totale :

$$Q = q \cdot 2d \cdot 2c \quad \text{dans le travail présenté en ( 20 ) } \quad 2d = 6b \text{ et } 2c = 30b$$

$$\text{soit } Q = 180 b^2 q$$

- Détermination de  $\beta_x$  :

$$\beta_x = \frac{180 b^2 q \cdot 2\pi\mu}{22,02 \text{ bq} \cdot 4(1+\nu) \mu \sqrt{cd}}$$

$$\beta_x = \frac{180 b \pi}{22,02 (1+\nu) 2 \sqrt{cd}}$$

Vu que  $b^2 = 4cd/180$  , l'expression devient:

$$\beta_x = \frac{\sqrt{180} \cdot \pi}{22,02 \cdot 1,5}$$

$$\beta_x = 1,28$$

$-d/c = 0,1$  et  $\nu = 0,5$

-Déplacement moyen de l'axe:

$$V_1 = 20,053 \text{ bq}/2\pi\mu$$

d'ou  $V_{\text{axe}}^{\text{moyen}} = 26,63 \text{ bq}/2\pi\mu$

$$V_{\text{max}} = 29,92 \text{ bq}/2\pi\mu$$

-Déplacement moyen du bord:

$$V_1 = 17,816 \text{ bq}/2\pi\mu$$

d'ou  $V_{\text{bord}}^{\text{moyen}} = 23,193 \text{ bq}/2\pi\mu$

$$V_{\text{max}} = 25,816 \text{ bq}/2\pi\mu$$

-Déplacement moyen de la fondation:

$$V = 25,48 \text{ bq}/2\pi\mu$$

-Calcul de la charge totale:

$$Q = q \cdot 2d \cdot 2c \text{ avec } 2d = 6b \text{ et } 2c = 60b \text{ ( 20 )}$$

$$\text{soit } Q = 360 b^2 q$$

-Détermination de  $\beta_x$  :

$$\beta_x = \frac{360 b^2 q \cdot 2\pi\mu}{25,48 \text{ bq} \cdot 4(1+\nu) \mu \sqrt{cd}}$$

$$= \frac{360 b \pi}{25,48 (1+\nu) \sqrt{4cd}}$$

Vu que  $b^2 = 4cd/360$ ,

$$\beta_x = \frac{6 \cdot \pi \cdot \sqrt{10}}{25,48 \cdot 1,5}$$

$$\beta_x = 1,56$$

Les valeurs de  $\beta_x$  obtenues et celles présentées en VI.2.2.2 pour  $\nu = 0,5$  et  $d/c = 0,2 ; 0,1$  sont contenues dans le tableau VI.8 .

	$\beta_x$ (VI.2.2.3)	$\beta_x$ (VI.2.2.2)
$d/c = 0,2$	1,28	1,29
$d/c = 0,1$	1,56	1,57

Tableau VI - 8

On constate que pour chacune des valeurs de  $d/c$  les coefficients obtenus par les 2 méthodes sont très proches.

Ces résultats confirment les valeurs du coefficient  $\beta_x$  pour les fondations allongées, d'où la valeur des rigidités correspondantes même dans le cas de fondations très allongées.

#### VI-2.2.4. Conclusion sur les valeurs de $\beta_x$ .

La méthode utilisée doit donner des résultats plus précis que l'étude de BARKAN qui comporte deux approximations:

1-Le déplacement pris en compte est le déplacement moyen sous chargement uniforme.

2-L'influence du coefficient de Poisson est simplifiée par l'introduction d'un coefficient commun  $(1+\nu)$  quel que soit le rapport  $d/c$ .

Dans la présente méthode, l'erreur provient essentiellement de la discrétisation et est de l'ordre de:

-1% au plus dans le calcul de l'autoinfluence d'un élément discret.

-1% au plus dans le calcul de l'influence mutuelle des éléments (remplacement de la charge d'un élément par une charge concentrée).

Soit environ une erreur totale de 2%.



## VI - 2.3 Lois de variation en profondeur

### VI - 2.3.1. Lois de variation en profondeur pour la translation verticale.

D'après le paragraphe IV - 1, on note que l'allure des courbes de  $K_z/K_{z0} = f(\chi)$  (graphes IV - 1 à IV - 4) est tout à fait comprable aux courbes expérimentales présentées en (33) pour  $\nu = 0,5$ .

En effet ces graphes sont assimilables à des droites pour  $\chi \leq 1$ .

Pendant il existe une grande différence, pour les lois de variations de  $K_z/K_{z0}$  en fonction de  $\chi$ , entre la méthode proposée et expérimentale.

Pour $\nu = 0,5$	Expérimentalement	$K_z/K_{z0} = 1 + 1,6 \chi$
	Modèle à 5 Faces	$K_z/K_{z0} = 1 + 0,48 \chi$
	Modèle à 6 Faces	$K_z/K_{z0} = 1 + 0,51 \chi$

Cet écart important entre les formules pourrait provenir des effets de fond et de bords du modèle expérimental (33).

Pour avoir une idée plus précise de la validité des formules établies en IV - 1, nous nous référerons à une étude réalisée sur l'influence de l'effet de fond sur la variation de la rigidité en fonction de la profondeur. (présentée en (17)). Ce travail a été effectué pour une couche de sol élastique, de coefficient de poisson  $\nu = 0,25$ , reposant sur un substratum rocheux. Deux types de fondation ont été considérés :

Des semelles circulaires et des bandes de longueur infinie la surface d'assise étant supposée située à la profondeur  $h_1$  au dessous de la surface libre et à la hauteur  $h_2$  au-dessus du rocher. fig VI-2

Les résultats obtenus sont présentés sous forme de graphe où les valeurs des rigidités  $K_z$  sont rapportées à la valeur  $K_\infty$  relative à la semelle simplement posée à la surface du milieu semi-infini.  $K_\infty$  est obtenue à partir de la formule de BARKAN (VI - 1) ( $K_\infty$  correspond au  $K_{z0}$  introduit dans notre étude.)

La variation de la rigidité avec la profondeur est donnée en fonction de  $h_1/r$  (respectivement  $h_1/d$ ) et  $h_2/r$  (respectivement  $h_2/d$ ) pour les semelles circulaires (respectivement les bandes infinies.) fig VI-3

Nous avons effectué une comparaison des résultats obtenus par les 2 méthodes ("charges fictives" et celle présentée en (17)).

Les dimensions du modèle expérimental carré (33) ont été choisies pour illustrer ce calcul, soit :

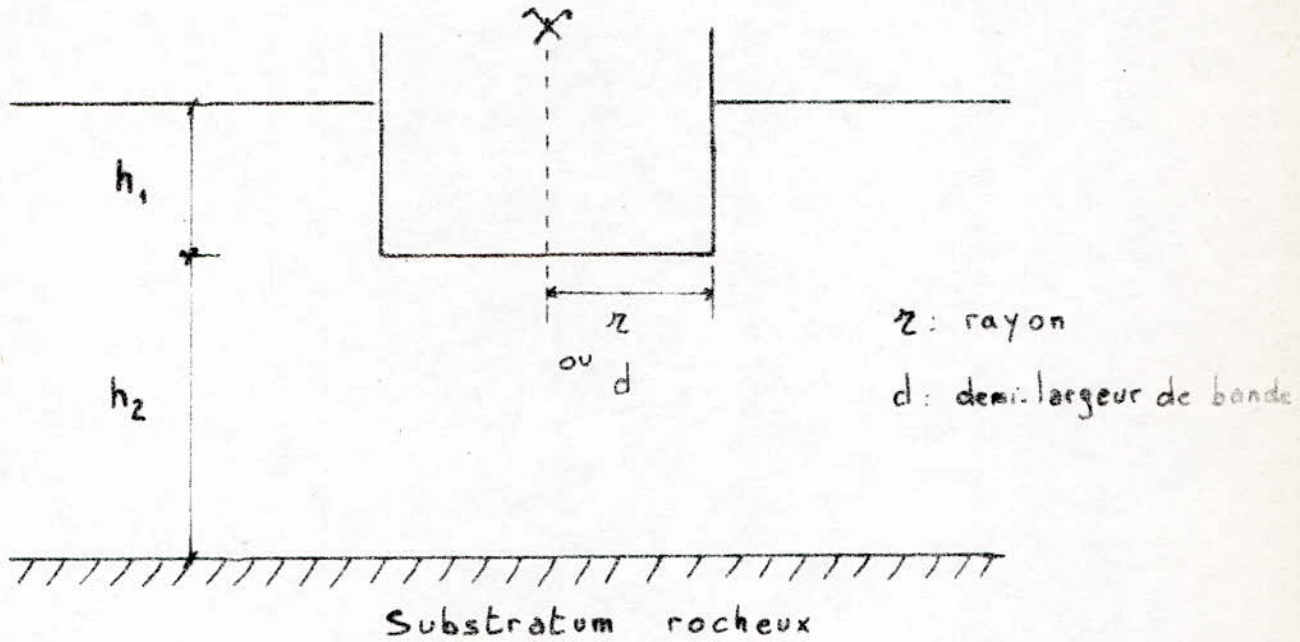


fig VI-2

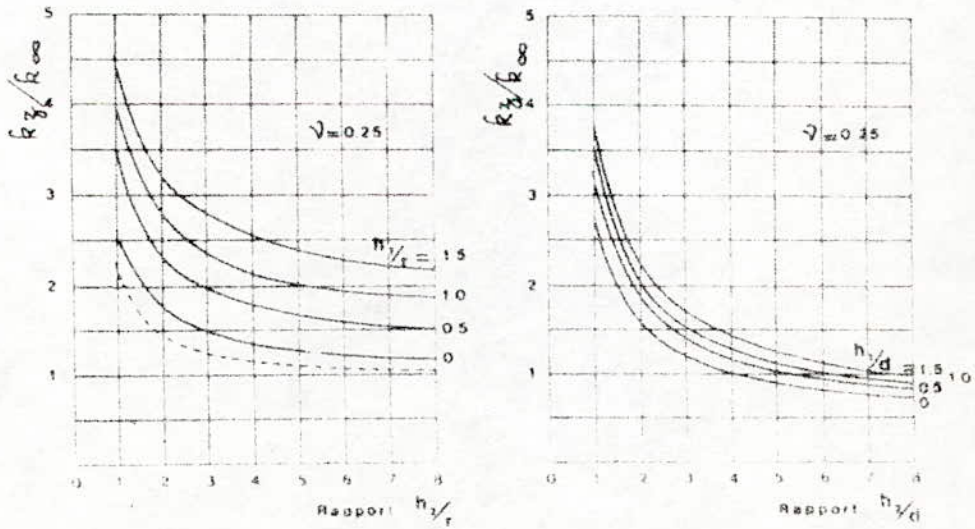


fig VI-3



fondation carrée  $60 \times 60 \text{ mm}^2$

$$h_1 + h_2 = 240 \text{ mm}$$

$$\nu = 0,25$$

$r = 60/\sqrt{\pi}$  mm, r : rayon equivalent de la fondation carrée.

Le tableau suivant et la figure VI -4résument les resultats

d' apres ( 17 )								
$h_1$	$\chi$	$h_1/r$	$H_2$	$h_2/r$	$K_z/K_{z0}$	$K_z/K_{z0}$	$K_z/K_{z0}$	Difference
0	0	0	240	7,09	1,22	1	1	
15	0,25	0,443	225	6,65	1,55	1,27	1,23	3,3 %
30	0,5	0,886	210	6,21	1,85	1,52	1,43	6,3 %
45	0,75	1,333	195	5,76	2,17	1,78	1,62	9,9 %
60	1	1,772	180	5,32	2,50	2,05	1,80	13,9 %

Tableau  
VI- 9

On note que la présence d'un substratum rocheux augmente  $K_z/K_{z0}$  de 8,5% en moyenne pour  $\chi \leq 1$ . ( L'ecart maximal etant de 14% pour  $\chi = 1$  ). ( fig VI -4 ) .

Donc dans le modèle experimental, l'effet de fond à lui seul ne peut justifier la difference importante enregistrée dans les resultats; il se peut que les effets de bords en soient la cause.

### VI - 3.2.2. Lois de variation en profondeur pour la translation Horizontale.

En exprimant les variations de  $K_H/K_{H0}$  en fonction de  $\chi'$  ( $\chi' = p/2d$ ), une loi de variation lineaire a été obtenue dans les études experimentales (15) et (33).

Dans le modèle bidimensionnel (15), cette loi s'exprime pour :

$$K_H/K_{H0} = 1 + 1,8 \chi'$$

Dans les modèles tridimensionnels (33) par :

$$K_H/K_{H0} = 1 + \alpha \chi' \quad \text{pour } \nu = 0,5$$

$\alpha$  etant un coefficient qui depend de la valeur de  $d/c$



Fig. VI-4

2

Comparaison des résultats obtenus d'après (17) et  
la présente étude .

1,5

①

②

①

②

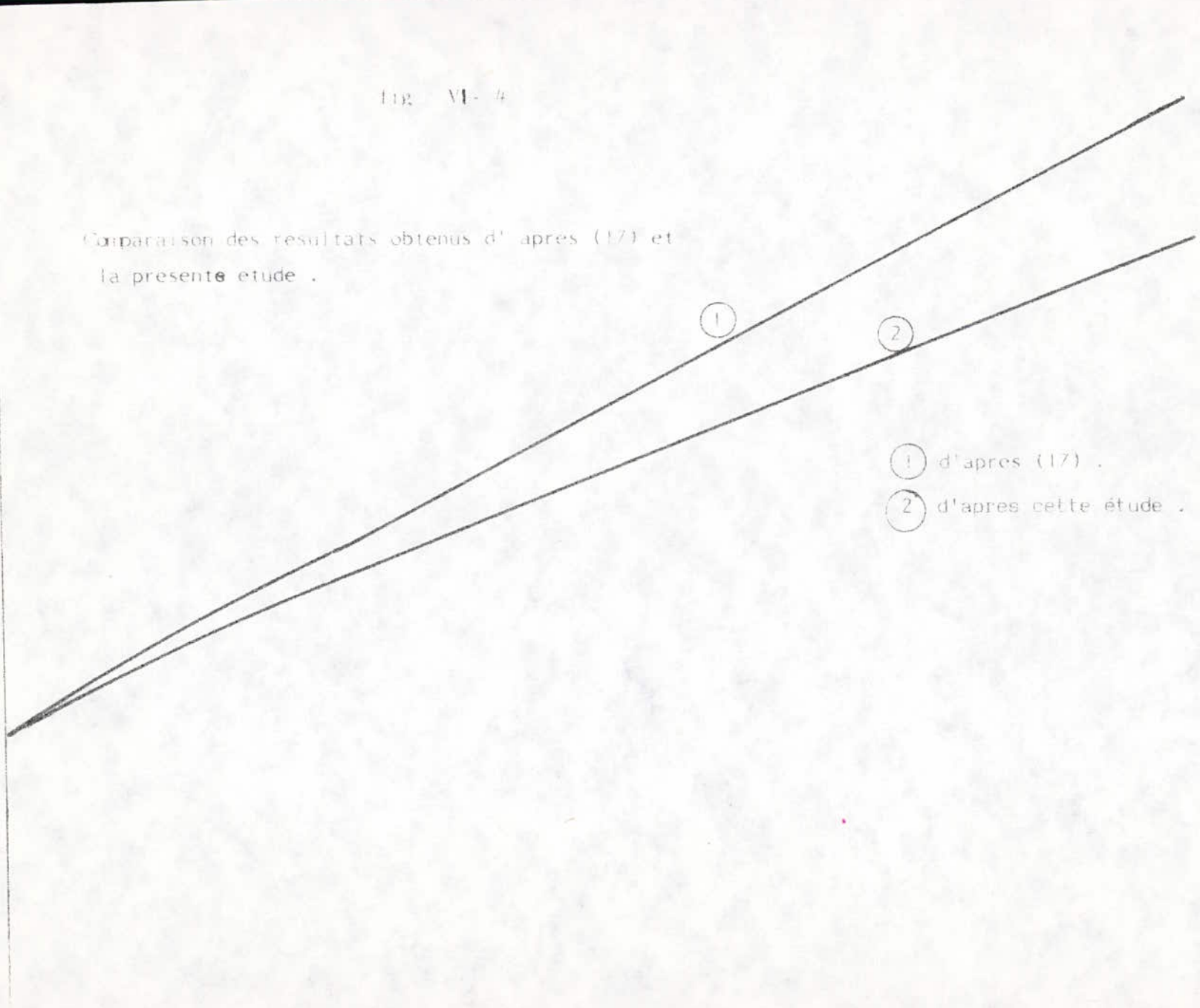
d'après (17) .

d'après cette étude .

1

0,25

0,5



d/c	1 / 3	1 / 2	1	2	3
$\alpha$	1,24	1,78	2,04	3,60	3,88

Dans la méthode proposée, pour une valeur de d/c, les variations de  $K_h/K_{h0}$  en fonction de  $\chi'$  se présentent comme une courbe à la courbure légère qui à la limite peut être assimilée à une droite. On rejoint ainsi les résultats des études expérimentales antérieures. (15) (33).

Pour pousser la comparaison entre les modèles tridimensionnels et la méthode proposée pour l'étude des variations de  $K_h/K_{h0}$  en fonction de la profondeur, il a été préférable d'étudier  $K_h/K_{h0}$  en fonction de  $\chi$  ( $\chi = p/\sqrt{4cd}$ ) car en IV - 2 une seule courbe a été obtenue c'est à dire que  $K_h/K_{h0} = f(\chi)$  ne dépend pas de d/c dans notre étude. De ce fait, les calculs établis en (33) qui présentent les valeurs de  $K_h/K_{h0}$  en fonction de  $\chi'$  ont été repris de manière à pouvoir déterminer, puis tracer les variations de  $K_h/K_{h0}$  en fonction de  $\chi$ . (fig VI - 5).

Dans le graphe (fig VI - 5) sont représentées, pour les différentes valeurs de d/c, les courbes  $K_h/K_{h0} = f(\chi)$  provenant de l'étude expérimentale tridimensionnelle et la courbe due à la méthode proposée.

On constate que la courbe tracée pour le modèle carré (60 mm x 60 mm) est assez proche de celle du IV .2, la différence de l'ordre de 10% est tout à fait négligeable. Neanmoins pour les modèles rectangulaires, l'écart est plus important, ceci pourrait provenir des effets de bords dans le modèle expérimental (dimension du moule 500 x 500 mm<sup>2</sup>, dimensions des modèles rectangulaires 60 x 120 mm<sup>2</sup>, 40 x 120 mm<sup>2</sup>).

d/c	1 / 3	1 / 2	1	2	3
$\alpha$	1,24	1,78	2,04	3,60	3,88

Dans la méthode proposée, pour une valeur de  $d/c$ , les variations de  $K_h/K_{h0}$  en fonction de  $\chi'$  se présentent comme une courbe à la courbure légère qui à la limite peut être assimilée à une droite. On rejoint ainsi les résultats des études expérimentales antérieures. (15) (33).

Pour pousser la comparaison entre les modèles tridimensionnels et la méthode proposée pour l'étude des variations de  $K_h/K_{h0}$  en fonction de la profondeur, il a été préférable d'étudier  $K_h/K_{h0}$  en fonction de  $\chi$  ( $\chi = p/\sqrt{4cd}$ ) car en IV - 2 une seule courbe a été obtenue c'est à dire que  $K_h/K_{h0} = f(\chi)$  ne dépend pas de  $d/c$  dans notre étude. De ce fait, les calculs établis en (33) qui présentent les valeurs de  $K_h/K_{h0}$  en fonction de  $\chi'$  ont été repris de manière à pouvoir déterminer, puis tracer les variations de  $K_h/K_{h0}$  en fonction de  $\chi$ . (fig VI - 5).

Dans le graphe (fig VI - 5) sont représentées, pour les différentes valeurs de  $d/c$ , les courbes  $K_h/K_{h0} = f(\chi)$  provenant de l'étude expérimentale tridimensionnelle et la courbe due à la méthode proposée.

On constate que la courbe tracée pour le modèle carré (60 mm x 60 mm) est assez proche de celle du IV .2, la différence de l'ordre de 10% est tout à fait acceptable. Neanmoins pour les modèles rectangulaires, l'écart est plus important, ceci pourrait provenir des effets de bords dans le modèle expérimental (dimension du moule 500 x 500 mm<sup>2</sup>, dimensions des modèles rectangulaires 60 x 120 mm<sup>2</sup>, 40 x 120 mm<sup>2</sup>).



$E_{h0} / \Delta h_0$

25-

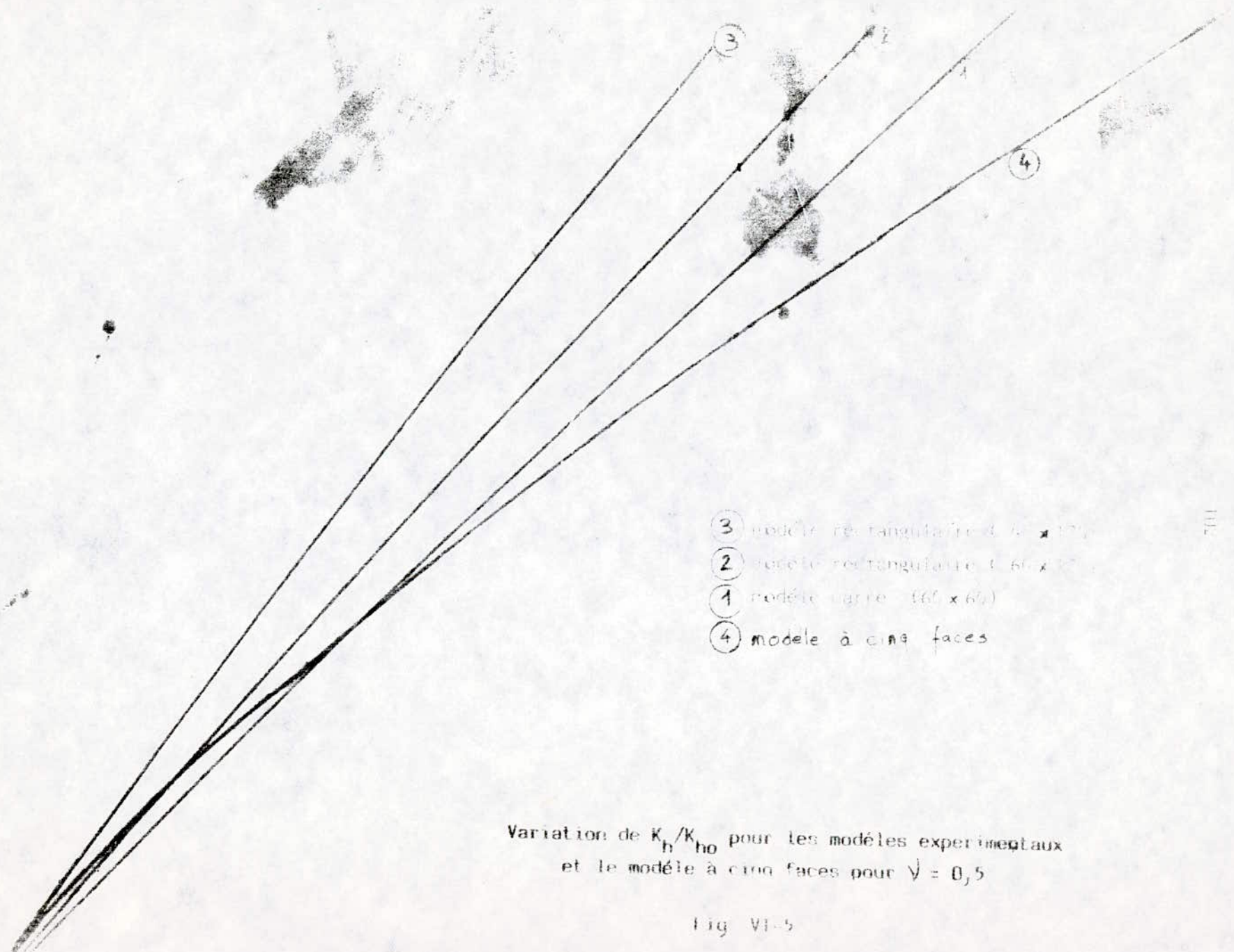
2.

15-

- ③ modèle rectangulaire (40 x 120)
- ② modèle rectangulaire (60 x 120)
- ① modèle carré (60 x 60)
- ④ modèle à cinq faces

Variation de  $K_h / K_{h0}$  pour les modèles expérimentaux  
et le modèle à cinq faces pour  $\sqrt{V} = 0,5$

Fig. VI-5



#### VI - 2.4 Position du centre de rigidité

Des études expérimentales antérieures réalisées sur un modèle bidimensionnel (15) et sur des modèles tridimensionnels pour  $\nu = 0,5$  (33) ont montré que la loi de variation du centre de rigidité horizontale  $p'$  avec la profondeur  $p$  est linéaire.

Dans le modèle bidimensionnel la droite obtenue a pour expression :

$$p'/2b = 0,39 p/2b - 0,04 \quad (\text{VI 221})$$

$2b$  étant la dimension parallèle à la direction de déplacement, soit l'équivalent de  $2d$  dans notre étude.

Dans les modèles tridimensionnels, une série de droites parallèles, fonction de  $d/c$ , a été obtenue. Leur expression générale étant :

$$(\text{VI 222}) \quad p'/2d = 0,36 p/2d - 0,01 \sqrt{c/d} \quad (\nu = 0,5)$$

Les formules (VI 221) et (VI 222) provenant des études expérimentales sont tout à fait analogues à celles proposées en V.1.2

$$p'/2d = 0,38 p/2d - 0,03 \sqrt{c/d} \quad (\nu = 0,3)$$

$$p'/2d = 0,40 p/2d - 0,04 \sqrt{c/d} \quad (\nu = 0,5)$$

Par ailleurs, dans les études expérimentales pour les faibles valeurs du coefficient d'enfoncement  $X'$  ( $X' = p/2d$ ), le centre de rigidité se situe sous la base de la fondation ( $p' < 0$ ).

Ce résultat, qui avait déjà été établi (3), est en conformité avec celui obtenu au paragraphe V.1.2.

## **VI . 3 Application au genie parasismique**

### **VI .3.1. Influence relative de l'effet sol-structure sur les constructions courantes .**

#### **3.1.1 . Principe de calcul .**

Le but de ce paragraphe est de donner un ordre de grandeur de l'influence de l'interaction sol-structure sur les constructions courantes de type bâtiment en vue d'apprécier la précision nécessaire dans la prise en considération de cette influence. Le principe de calcul sera le suivant :

a) Le comportement sismique du bâtiment dans des conditions moyennes de rigidité et de sol sera considéré selon les simplifications usuelles :

\* premier mode preponderant, seul pris en compte et justifiant une comparaison des périodes par la méthode de Rayleigh, et une repartition approximative de la pseudo-accelération proportionnelle à la cote.

\* ordre de grandeur de la periode donné par la formule forfaitaire

$$T = 0,09 \frac{H}{\sqrt{B}} \quad ( \text{RPA p 24} ) .$$

H et B, hauteur et largeur du bâtiment en mètre.

b) L'influence des conditions de sol sera examinée en calcul correctif sur les périodes, en étudiant separement les periodes dues à la seule deformation du sol (à partir de coefficients de ballast moyens pour des sols deformables) et en superposant ensuite les deformations du premier mode par la methode de Rayleigh.

#### **3.1.2. Determination des périodes des oscillations propres transversales et de rotation due à la deformation du sol seule .**



Pour cet effet de sol, la structure est considérée comme infiniment rigide.

Considérons une construction homogène de hauteur  $h$ , dont la fondation est rectangulaire de dimensions  $2d \times 2c$ .

La masse spécifique moyenne  $\rho$  de cette structure, qui varie pratiquement de 300 à 500  $\text{Kg/m}^3$ , sera prise élevée soit 500  $\text{Kg/m}^3$  pour majorer l'effet de sol ( par augmentation de la période ). La masse  $M$  de cette construction est donc obtenue par la relation:

$$M = 4cd h \rho$$

La déformation du sol (d'où les déplacements de la structure et la période du premier mode par la méthode de Rayleigh) sera déterminée à partir de " coefficients de ballast " moyens. On peut en effet, malgré les défauts de la méthode des coefficients de ballast constants de Winckler, utiliser des valeurs pratiques admissibles dans un certain domaine:

- c'est le cas de structure de type bâtiment pour lesquelles
- la surface de base et les dimensions en plan restent de même ordre par suite de l'espacement limite des joints de dilatation (soit un rayon moyen de 7 à 10 mètres ) .
- les caractéristiques de sol ne sont pas arbitraires car il existe une corrélation entre le taux de travail admissible du sol et sa déformabilité ,d'où les coefficients de ballast (( 35 9 p 219 )

$C_z$  : coefficient de compression "uniforme" élastique du sol  
( translation verticale )

$C_x$  : coefficient de "glissement" uniforme élastique du sol  
( translation horizontale )

$C_\varphi$  : coefficient de compression "non uniforme " du sol  
( basculement )

Les valeurs de  $C_x$  et  $C_\varphi$  sont connus à partir de celles de  $C_z$  par les relations :

$$C_x = 0,7 C_z$$

$$C_\varphi = 2 C_z$$

Les valeurs de  $C_z$  sont données en fonction de la contrainte admissible du sol ( ( 35 ) p 103 ) .

**VI.3.1.2.1. Oscillations propres en translation pure .**

La rigidité de translation horizontale  $K_x$  est déterminée à partir de  $C_x$  par :

$$K_x = 4 c d C_x$$

soit  $K_x = 2,8 c d C_x$

La pulsation  $\omega$  est obtenue par la relation:

$$\omega^2 = \frac{K_x}{M} = \frac{0,7 C_z}{\rho h}$$

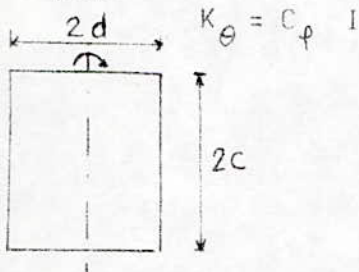
d'ou

$$T_t = \frac{2\pi}{\omega} = \sqrt{\frac{4\pi^2 \rho h}{0,7 C_z}}$$

**VI. 3.1.2.2. Oscillations propres en rotation .**

La rigidité de rotation  $K_\theta$  est déterminée en fonction de  $C_\rho$

par:



$$K_\theta = C_\rho I$$

soit  $K_\theta = 2 C_z \frac{2c (2d)^3}{12}$

$$K_\theta = \frac{8}{3} C_z c d^3$$

La pulsation est donnée par

$$\omega^2 = \frac{K_\theta}{I_o} \quad I_o: \text{moment d'inertie polaire}$$

$$I_o = M \frac{h^2}{3} = \frac{4}{3} c d \rho h^3$$

d'ou 
$$\omega^2 = \frac{2 C_z d^2}{\rho h^3}$$

Soit la periode en rotation

$$T_r = \sqrt{\frac{2\pi^2 \rho h^3}{C_z d^2}}$$

### VI.3.1.2.3. Ordre de grandeur de $T_t$ et $T_r$ .

Sur des exemples simples, les valeurs de  $T_t$  et  $T_r$  ont été calculées et comparées à la période  $T_a$  obtenue par la "méthode américaine" qui fait implicitement intervenir l'effet sol-structure.

Pour un sol de consistance moyenne et une rigidité moyenne de la structure,

$$T_a = 0,09 \frac{h}{\sqrt{2d}}$$

h: hauteur , 2d: largeur

La valeur de  $C_z$  est fonction de la contrainte admissible du sol, nous avons admis que la contrainte moyenne  $\sigma_s$  exercée par la construction était égale à la moitié de la contrainte admissible  $\bar{\sigma}_s$ .

$$\bar{\sigma}_s = 2 \sigma_s = 2 f g h$$

Le tableau présente les résultats obtenus, comparativement à la période propre  $T_a$  de l'ouvrage .

$T_t$  période propre de translation ( sol seul )

$T_r$  période propre de basculement ( sol seul )

$T_t$  période propre de la structure ( sur sol moyen )

Dans les conditions de sol déformable choisies, on note que la période propre de translation par déformation du sol  $T_t$  reste faible devant la période propre de la structure (sauf pour les structures très basses où  $T_t$  et  $T_r$  sont comparables).

Par contre, la période de rotation par déformation du sol  $T_r$  est relativement importante (  $T_r$  est de l'ordre de  $0,5 T_a$  ) et son influence augmente légèrement avec l'élancement .



h (m)	$\bar{\sigma}_s$ (daN/cm <sup>2</sup> )	$C_z$ (daN/m <sup>3</sup> )	$T_t$ (s)	$T_r$ (d=5m)	$T_r$ (d=10m)	$T_a$ (d=5m)	$T_a$ (d=10m)
5	0,5	2 10 <sup>6</sup>	0,08	0,05	0,025	0,14	0,1
10	1	2 10 <sup>6</sup>	0,12	0,14	0,07	0,28	0,20
20	2	4 10 <sup>6</sup>	0,12	0,28	0,14	0,56	0,40
30	3	5 10 <sup>6</sup>	0,13	0,46	0,23	0,85	0,60
40	4	6 10 <sup>6</sup>	0,14	0,64	0,32	1,14	0,81
50	5	7 10 <sup>6</sup>	0,14	0,85	0,42	1,42	1

Tableau VI . 10

**VI .3.1.3. Intervention corrective de l'effet sol-structure.**

A partir de la déformée statique et de la formule de Rayleigh

$$\omega_1^2 = g \frac{\sum m_i u_i}{\sum m_i u_i^2} \quad , \text{ une evaluation de l'effet}$$

sol-structure sur les periodes d'oscillations a été faite.

La pulsation  $\omega_1$  peut s'ecrire en tenant compte de l'interaction sol-structure:

$$\omega_1^2 = g \frac{\sum m_i (u_i + u_{ri} + u_{ti})}{\sum m_i (u_i + u_{ri} + u_{ti})^2}$$

ou  $u_{ri}$  : déplacement de rotation dû à l'effet sol-structure

$u_{ti}$  : déplacement de translation dû à l'effet sol-structure

**VI.3.1.3.1. Rotation de la base.**

En considerant en première approximation une déformée lineaire de la stucture et par suite une repartition lineaire de la pseudo-acceleration ( cf RPA ), ce qui equivaut à une rotation de la stucture rigide avec ressort de rotation à la base.

Le déplacement  $u_i$  est donc proportionnel à la côte  $z_i$ .

Le moment à la base ( sous champ de pesanteur horizontal ) s'ecrit:

$$M_b = M g h/2 = K_\theta \cdot \theta$$

$$\theta = \frac{M g h/2}{K} = \frac{3 g}{2 h \omega_o^2}$$

$$\text{d'où } u_i = \theta z_i = \frac{3 g}{2 h \omega_o^2} z_i$$

si la rotation due à l' effet du sol est prise en consideration

$$\omega^2 = g \frac{\int \mu' \left[ \frac{3 g}{2 h \omega_o^2} z + \frac{3 g}{2 h \omega_r^2} z \right] dz}{\int \mu' \left[ \frac{3 g}{2 h \omega_o^2} z + \frac{3 g}{2 h \omega_r^2} z \right]^2 dz}$$

$\mu'$  : masse lineaire de la structure

$$\omega^2 = \frac{g}{\frac{3 g}{2 h \omega_o^2} + \frac{3 g}{2 h \omega_r^2}} \frac{\int \mu' z dz}{\int \mu' z^2 dz}$$

$$\text{soit } \frac{1}{\omega^2} = \frac{1}{\omega_o^2} + \frac{1}{\omega_r^2} \quad \text{d'où } T^2 = T_o^2 + T_r^2$$

$$T = \sqrt{T_o^2 + T_r^2}$$



Cette expression donne la période propre sur sol déformable, en fonction de la période propre de la structure seule et de la période propre en rotation pure par déformation de sol.

La période avec influence maximale du sol  $T_{\max}$  est obtenue avec  $T_{r \max}$

$$T_{\max} = \sqrt{T_0^2 + T_{r \max}^2}$$

La période  $T_a$  donnée par la formule forfaitaire peut être considérée comme la moyenne des cas extrêmes :

$$T_a = 1/2 ( T_0 + T_{\max} ) = 1/2 ( T_0 + \sqrt{T_0^2 + T_{r \max}^2} )$$

on en déduit que :

$$T_0 = T_a \left[ 1 - 1/4 ( T_r / T_a )^2 \right] \quad \text{effet de sol nul}$$

$$T_{\max} = T_a \left[ 1 + 1/4 ( T_r / T_a )^2 \right] \quad \text{effet de sol maximal}$$

Selon les valeurs du tableau VI 10 on voit que le rapport  $(T_r / T_a)$  est voisin de 0,4 à 0,6 d'où une influence du sol sur la période de  $\pm 9\%$  par rapport aux conditions moyennes de sol et de rigidité, ou de 18% par rapport à la structure de rigidité moyenne encastree à sa base.

Cette influence serait plus forte pour une structure très rigide (cas pratique d'un bâtiment fortement contre venté par voiles) pour lequel la période propre pourrait tout au plus être réduite dans le rapport 1/2. En ce cas extrême, cette période serait voisine de celle de la rotation due au sol, et la période résultante serait alors majorée, par effet de sol, d'environ 40%.

### VI.3.1.3.2. Translation de la base.

Considérons l'effet de la translation pure, déplacement  $u_t$  de période et de pulsation  $T_t$  et  $\omega_t$ , sur les autres mouvements (rotation du sol et rotation équivalente à la déformation), soit  $u_1$  de période et de pulsation  $T_1$  et  $\omega_1$ .

$$\omega_t = \frac{K_x}{M}$$

$$\text{et } K_x u_t = M g$$



Soit  $u_t = \frac{g}{\omega_t^2}$

d'ou

$$\omega^2 = g \frac{\frac{3g}{2h\omega_1^2}z + \frac{g}{\omega_t^2}}{\left[ \frac{3g}{2h\omega_1^2}z + \frac{g}{\omega_t^2} \right]^2} dz$$

Tous calculs faits et en exprimant les relations par rapport aux periodes :

$$T^2 = T_1^2 + T_t^2 - \frac{T_1^2 T_t^2}{3T_1^2 + 4T_t^2}$$

$$T^2 = T_1^2 + T_t^2 - \frac{T_t^2}{3 + 4(T_t/T_1)^2}$$

\* Pour des structures assez élancées ( $2 \leq \lambda \leq 5$ ) les valeurs de  $T_t$  sont inferieures à celles de  $T_r$  donc à celles de  $T_1$ .

$T_t/T_1 < 1$  donc

$$T_1 \left[ 1 + 2/3 (T_t/T_1)^2 \right] \leq T \leq T_1 \left[ 1 + 6/7 (T_t/T_1)^2 \right]$$

En considerant les valeurs de  $T_t$  contenues dans le tableau on peut estimer que le rapport  $T_1/T_t$  est nettement superieur à 5, de ce fait la correction introduite sur  $T$  par le terme  $1 + \alpha (T_t/T_1)^2$  ( $2/3 \leq \alpha \leq 6/7$ ) est peu importante, au maximum de l'ordre de 2%. Le mouvement de translation dû au sol influe donc très peu sur la periode globale de la structure pour les structures assez élancées ( $2 \leq \lambda \leq 5$ )

\* Pour des structures basses, la valeur de la periode  $T_t$  represente une part importante de celle de  $T_a$ . On peut donc estimer que pour des elancements faibles ( $\lambda < 1$ ) la valeur de la periode depend essentiellement du mouvement de translation dû au sol.

**VI.3.1.4. Influence de l'effet sol-structure sur les forces sismiques .**

D'après le paragraphe VI.3.1.3.1 ,l'effet de l'interaction sol-structure pour les constructions courantes assez élancées ( 2 à 5 ) se traduit par une majoration de la période de l'ordre de 10 à 20 % pouvant aller jusqu'à 40 % dans le cas de structures très rigides.

Cette augmentation de période se traduit par une diminution du facteur d'amplification dynamique moyen "D" ( RPA ) d'au plus 10 % .

Ceci peut être illustré par les exemples suivants ,où le coefficient d'amplification dynamique moyen a été déterminé d'une part à partir de la période  $T_a$  et d'autre part à partir d'une période  $T$  tenant compte de l'effet sol-structure :

$$T_a = 0,09 \frac{h}{\sqrt{2 d}}$$

$$T^2 = T_1^2 + T_t^2 - \frac{T_t^2}{3 + 4 ( T_t / T_1 )^2}$$

Avec

$$T_t = \sqrt{\frac{4 h \pi^2 \rho}{0,7 C_z}}$$

$$T_1 = T_a \left[ 1 + ( T_r / 2T_a )^2 \right]$$

$$T_r = \sqrt{\frac{2 h^3 \pi^2 \rho}{C_z d^2}}$$

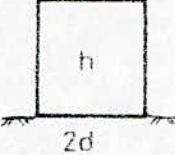
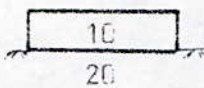
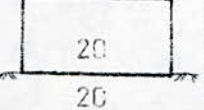
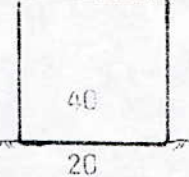
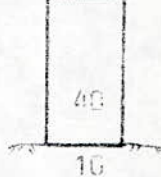
					
$\lambda$		1/2	1	2	4
$T_a$ (s)		0,201	0,4025	0,805	0,805
$T$ (s)		0,222	0,425	0,838	0,921
$D_{T_a}$	sol meuble	2	2	1,57	1,57
	sol ferme	2	1,74	1,21	1,21
$D_T$	sol meuble	2	2	1,54	1,45
	sol ferme	2	1,67	1,17	1,12
$D_T - D_{T_a}$	sol meuble	0 %	0 %	2 %	8 %
$D_{T_a}$	sol ferme	0 %	4 %	3,4 %	8 %

Tableau VI . 11

Les valeurs du facteur d'amplification dynamique moyen "D" etant lues sur la figure VI.6 (d'apres R.P.A)



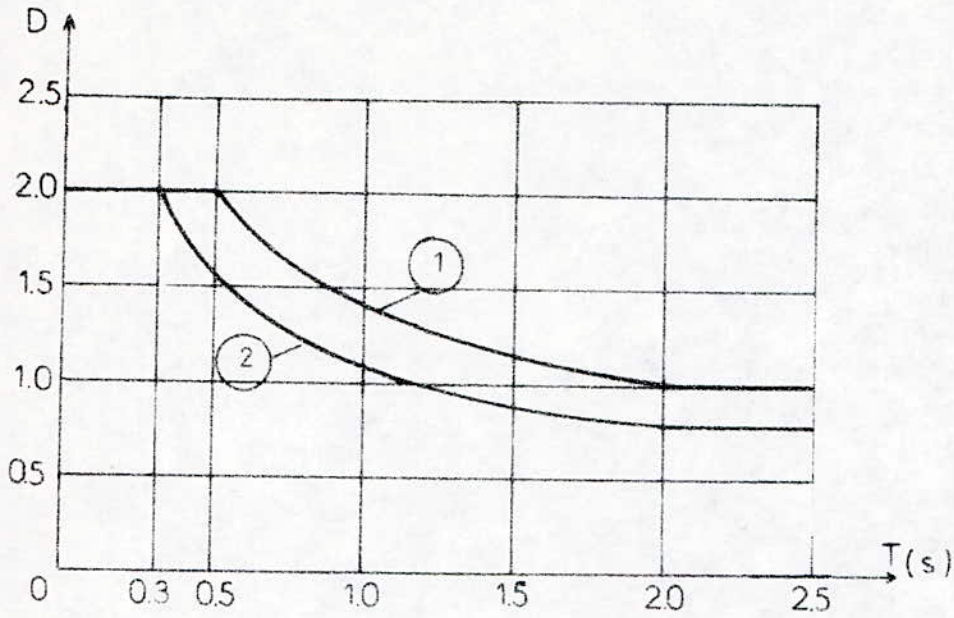


Fig VI .6 Variation de "D" en fonction de T .

- ① sol meuble
- ② sol ferme

Par ailleurs l'expression de la force sismique est donnée par la relation:

$$F = A.B.D.Q.W$$

- où
- A : coefficient d'accélération
  - B : facteur de comportement de la structure
  - D : facteur d'amplification dynamique moyen
  - Q : facteur de qualité
  - W : poids de la structure

"D" étant le seul coefficient influencé par l'effet sol-structure, toute variation de "D" entraîne donc une variation proportionnelle de la force sismique.

La prise en compte de l'interaction sol-structure engendre donc, pour les constructions courantes, une diminution des forces sismiques d'environ 10 % .

Pour les structures basses ( $\lambda \leq 1$ ) la période reste faible malgré la majoration due au mouvement de translation du sol et la valeur de "D" n'est pas affectée car le graphe  $D = f(T)$  présente un palier pour les basses périodes.

Pour des structures d'une importance particulière, aucune conclusion ne peut être tirée et un calcul plus précis avec prise en compte des modes supérieurs et à partir d'un accélérogramme réel est indiqué .

### VI.3.2. Incertitudes sur les caractéristiques du sol .

Le comportement dynamique du sol dépend de 4 paramètres

- G : module de déformation par glissement
- : coefficient de Poisson
- : degré d'amortissement ( rapport de l'amortissement à l'amortissement critique ) .
- : masse volumique

Or G et  $\nu$  peuvent varier de façon considérable en fonction notamment de l'amplitude des déformations du sol.

Par ailleurs, dans les calculs, les milieux sont supposés élastiques, homogènes, isotropes, or les sols naturels ne répondent que de manière



approximative à ces conditions. L'hétérogénéité des sols réels, par notamment, dont les caractéristiques ne sont connues qu'en un nombre limité de points, accentue la complexité du problème. Les conditions géologiques ( présence et topographie d' un "bed-rock", stratigraphie du site, etc ) influent également de façon sensible sur le comportement du sol .

### **VI.3.3. Introduction de l'effet sol-structure dans les calculs de l'ingénieur .**

Il a été montré aux paragraphes précédents que le phénomène d'interaction sol-structure entraîne une modification de s forces sismiques n'excédant pas 10%. De ce fait une étude de l'interaction sol-structure par des méthodes de calcul très élaborées ne semble pas justifié pour les constructions usuelles, d'autant que les valeurs d'autres paramètres sont incertaines .

Pour tenir compte de ce phénomène autrement que forfaitairement, comme c'est le cas des règlements actuels, dans les calculs courants de l'ingénieur, la méthode des "ressorts de sol" semble appropriée .

Si pour les fondations superficielles la détermination des ressorts de sol a été très étudiée, et de nombreuses formules proposées, il n'en est pas de même pour les fondations enterrées. Dans ces cas , les calculs sont généralement menés en négligeant l'enfoncement de la fondation dans le sol.

La présente recherche, qui est une extension de la méthode des "ressorts de sol" au cas des fondations enterrées rectangulaires rigides, permet d'améliorer la précision des calculs en tenant compte de l'effet de la profondeur.

- La position du ressort horizontal, qui dépend de la profondeur, est obtenue à partir des relations établies au §V.1 .

- La valeur de la rigidité de sol, pour les mouvements de translation verticale et horizontale, est déterminée à partir de la rigidité de surface en utilisant les lois de variation en fonction de la profondeur proposées au chapitre IV .



-117-

CONCLUSION

A partir d'une méthode originale : méthode des "charges fictives", charges supposées exercées sur le contour d'une fondation rectangulaire enterrée, afin d'étudier le comportement en phase élastique d'un homogène profond, les rigidités de translation verticale et horizontale ont été déterminées .

Pour une fondation profonde, selon les dimensions de la base, les valeurs des rigidités de translation rapportées à la rigidité de la fondation superficielle pour le mouvement considéré ont été calculées en fonction d'un paramètre de profondeur (rapport de la profondeur à la racine carrée de la base de la fondation) et peuvent être exprimées par des lois simples.

Ce travail a été effectué pour deux valeurs du coefficient de Poisson et montre ainsi l'influence très faible de ce paramètre sur la variation des rigidités avec l'enfoncement.

Une interpolation linéaire sur le coefficient de Poisson permet l'obtention d'une loi de variation unique pour chacun des mouvements de translation.

Selon le rapport des dimensions de la base de la fondation, une loi de variation linéaire de la position du centre de rigidité horizontale a été proposée.

L'allure de la répartition des efforts entre les différentes faces de la fondation a été considérée pour les deux mouvements de translation.

La distribution des contraintes sur le contour de la fondation a été présentée sur deux exemples, l'un pour le mouvement vertical, l'autre pour le mouvement horizontal.

Ces résultats ont permis de constater certaines propriétés remarquables des fondations rectangulaires enterrées :

--Le rapport des dimensions de la base de la fondation est sans influence sur la loi de variation des rigidités en fonction du paramètre de profondeur, aussi bien pour la translation verticale que pour la translation horizontale.

--La position du centre de rigidité horizontale est la même, pour une profondeur donnée, que le mouvement ait lieu selon l'un ou l'autre des axes horizontaux de la fondation.

L'introduction de ces résultats dans les calculs de l'ingénieur permet une extension de la méthode des "ressorts de sol" au cas des fondations rectangulaires profondes.

Des travaux sur les variations des rigidités de basculement et de torsion avec la profondeur, de même que sur les coefficients d'amortissement pourraient avantageusement compléter cette étude.

D'autre part un champ d'études important demeure sur le comportement des fondations enterrées, en précisant notamment l'influence de l'action dynamique des sollicitations.



BIBLIOGRAPHIE

- 1-F.E.RICHART , J.R.HALL , R.D.WOODS "Vibrations of soils and foundations " Prentice Hall 1970
- 2-M.A.SARRAZIN , J.M.RDESSET , R.V.WHITMANN "Dynamic soil-structure interaction " A.S.C.M Jour Struc Div ST7 1972
- 3-J.E.LUCO , R.A.WESTMANN " Dynamic response of circular footings " A.S.C.E Jour Engng Mech Div EM5 1971
- 4-J.E.LUCO "Impédance functions for a rigid foundation on a layered media " Nuclear Engng and Design 1974
- 5-A.S.VELETSOS , H.M.JETHRO "Dynamic behaviour of building foundations system ". Earthquake Engng Struc Dyn Vol3 1974
- 6-Sous la direction de V.DAVIDOVICI " Genie Parasismique " Presse E.N.P.C 1986
- 7-A.S.VELETSOS , B.VERBIC "Vibrations of viscoelastic foundations " Earth Engng Struc Dyn Vol2 1973
- 8-L.SOLOMON "Elasticité Linéaire " Ed Masson Paris 1968
- 9-A.S.VELETSOS , Y.T.WEI "Lateral and Rocking Vibrations of footings " Jour Soil Mech Found Div SM9 1976
- 10-G.DELEUZE "Reponse à un mouvement sismique d'un edificeposé sur un sol elastique " Suppl Ann I.T.B.T.P n°234 1967
- 11- J. LYSMER , F.E.RICHART "Dynamic response of footings to vertical loading " A.S.C.E Jour Soil Mech Found Dyn Vol192 SM1 1966
- 12- COSTES "Constructions et Seismes " Conference à Alger 1981

- 13-R.V.WHITMAN , F.E.RICHART "Design procedure of dynamically loaded foundations "  
A.S.C.E Jour Soil Mech Found Dyn SN 93
- 14-E.ABSI "Fondations rectangulaires rigides sur sol elastique " Supp Ann I.T.B.T.P n°265 1970
- 15- Z.DJILLALI-BERKANE " Influence du deuxieme mode de vibration sur le comportement sismique des structures rigides sur sol meuble elastique "  
These de Magister E.N.P 1984
- 16-J.E.LUCO , H.L.WONG , M.D.TRIFUNAC "A note on the dynamic response of rigid embedded foundations "  
Earth Engng Struc Dyn Vol4 1975
- 17-G.FILLIAT "La pratique des sols et fondations "
- 18-D.D.BARKAN "Dynamics of bases and foundations "  
Mac Graw Hill 1962
- 19-M.I.GORBUNOV-POSSADOV "Design of structures upon elastic foundations " PROC 5<sup>th</sup> I.C.S.M.F.E Vol1 1961
- 20-M.KORDJANI "Etude theorique du comportement sismique des structures symetriques de grande longueur sous l'effet des ondes transversales " These Magister E.N.P 1986
- 21-M.J.KALDJIAN , R.V.WHITMAN , F.E.RICHART " Discussion of design procedures for dynamically loaded foundations "  
A.S.C.E Jour Soil Mech Found Div5 95 SM1 1969
- 22-H.B.SEED , J.LYSMER , R.HWANG "Soil structure interaction analyse for seismic response "  
A.S.C.E Jour Geotech Engng Div 1975



- 23-J.E.LUCO , H.L.WONG "Tables of impedance functions for square foundations on a layered media "  
Soil Dyn Earth Engng Vol 4 n°2 1985
- 24-J.P.WOLF , J.R.DARBRE "Dynamic stiffness of soil by the boundary element method for embedded foundations "  
Earth Engng Struc Dyn Vol 12 1984
- 25- E.KAUSEL , R.V.WHITMAN , J.P.MORRAY , F.ELSABEE  
" The spring method for embedded foundations "
- 26-N.M.NEWMARK , E.ROSENBLUTH "Fundamentals of earthquake engineering " Prentice Hall 1971
- 27-B.GOSHY "Soil-foundation-structure interaction "  
Budapest 1978
- 28-M.GHAFFAR ZADEH , F.CHAPEL "Frequency independant impedances of soil stucture systems in horizontal and rocking modes "  
Earth Engng Struc Dyn Vol II 1983
- 29-S.A.THOU , A.UMEK , R.ROSTOMIAN "Seismic motion of buildings with buried foundations "  
Jour EngngMech Div EM 5 1974
- 30-J.E.LUCO , A.H.HADJIAN , H.D.BOSS "The dynamic modeling of the half plane by finite elements "  
Nuclear Engng Design 1974
- 31-G.BUDZUGAN "Dynamique des fondations de machines "  
Eyrolles 1972
- 32-T.K.HSIEH "Foundation vibrations "  
Proc Institut of Engineers Vol 22 1962

- 33-A.CHERRARED "Etude experimentale des rigidités du sol  
pour les fondations rectangulaires enterrées soumises à  
des mouvements de translation "  
Thèse de Magister E.N.P 1986
- 34-T.Y.SUNG "Vibrations in semi-infinite solids due to  
periodic surface loading "  
A.S.T.M Special Technical Publication n° 156 1953
- 35-L.TZENOV,P.BONNEVILLE "Calcul des structures  
parasismiques " Ed E.N.A.L 1986
- 36-RPA: Règles parasismiques Algériennes.
- 37-R.W.CLOUGH ,J.PENZIEN "Dynamique des Structures"  
Ed Pluralis 1980
- 38-G.N.BYCROFT "Forced vibrations of a rigid circular  
plate on a semi-infinite elastic space and on an  
elastic strtum "  
Philosophical Trans Royal Society 1956