

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la
Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique



Département d'automatique

Spécialité Automatique

Projet de fin d'études

En vue de l'obtention du diplôme

D'Ingénieur d'Etat en Automatique

Thème :

**Modélisation, observation et diagnostic des systèmes
cardiovasculaire et respiratoire**

Proposé et dirigé par :

Pr M.TADJINE

Réalisé par :

Lilia BELABED

Souad HADJ-SAID

Promotion juin 2013

Remerciements

Nous exprimons toute notre gratitude à Monsieur M. TADJINE pour les conseils qu'il nous a prodigués et pour nous avoir guidées dans la réalisation de notre travail.

Nous adressons également, nos sincères remerciements à Madame Zohor BELKHATIR pour son aide et sa grande disponibilité.

Nous tenons à remercier aussi, l'ensemble de nos professeurs du département d'Automatique pour nous avoir éclairées durant ces dernières années.

Nous sommes très sensibles à l'honneur que nous fait Monsieur D. BOUKHETALA, en présidant ce jury. Nous tenons à lui adresser nos remerciements les plus sincères.

Nous remercions aussi Monsieur F. BOUDJEMA qui nous fait l'honneur d'évaluer notre travail.

Et enfin nous remercions toute personne ayant contribué de près ou de loin à l'accomplissement de notre projet.

Lilia BELABED & Souad HADJ-SAID

Dédicaces

Je dédie ce travail à toute ma famille et à tous mes amis,

À la mémoire de ma chère et tendre grand-mère qui m'a donné beaucoup d'amour, d'affection et les bonnes valeurs.

À ma très chère maman qui m'a transmis l'amour du travail, qui a subvenu à tous mes besoins et qui a su m'encourager tout au long de mon cursus,

À ma tante Nacera qui a toujours été de bon conseil,

À ma sœur, Nadjet qui m'a toujours soutenue,

À mes oncles Djamel et Reda qui m'ont aidé durant tout mon cursus,

À mon amie et binôme, Lilia, qui a été très courageuse et patiente,

À mes amis pour les cinq belles années passées ensemble à Polytech' : Naila, Rayana, Redouane et Salim.

Enfin à mes amis Amel, Imene, Narimene et Walid qui ont été là pour moi et qui m'ont beaucoup aidé.

Souad

Dédicaces

Je dédie ce travail à toute ma famille et à tous mes amis,

À mes parents adorés, sans qui je ne serais rien aujourd'hui,

À ma Grand-mère que j'aime tant,

À mon adorable sœur Sarah et mon petit frère Anis,

À mes amis pour les belles années passées ensemble: Lyes, Naila, Rayana, Redouane, Riad, Salim, Selma, et Souad,

Et enfin à Yacine et Sammy pour leur grand soutien.

Lilia

ملخص

إن العمل الذي تم من خلال مذكرة مشروع تخرج تناول دراسة الأنظمة المتعلقة بالقلب و الأوعية الدموية و التنفسية. شمل الفصل الأول من هذه الدراسة موجز عن علم وظائف الأعضاء الخاصة بالقلب و الأوعية الدموية و أيضا التنفسية. تضمن الفصل الثاني نموذج يستند على التناظر الالكتروني لكل نظام على حدى. أما الفصل الثالث تم تناول فيه تركيب من خلال المراقب الذي يوم بقياس المتغيرات الفزيولوجية للقلب و الأوعية الدموية. و أخيرا تمت في الفصل الرابع، دراسة التشخيص لحالات الشذوذ للقلب و الأوعية الدموية من خلال استخدام المناهج المؤسسة على المراقب.

الكلمات المفتاحية

النمذجة، المراقبة، الهجين، التشخيص، القلب والأوعية الدموية، والجهاز التنفسي

Résumé

Le travail effectué dans le cadre du projet de fin d'étude consiste à étudier les systèmes cardiovasculaires et respiratoires. Le premier chapitre de notre étude comprend une brève vue sur la physiologie du système cardiovasculaire et respiratoire. Le deuxième chapitre présente un modèle se basant sur l'analogie électrique à chacun des systèmes physiologiques. Le troisième chapitre comporte la synthèse d'un observateur mesurant les états physiologiques du système cardiovasculaire. Le dernier chapitre traite le diagnostic des anomalies du système cardiovasculaire en utilisant les méthodes à base d'observateurs.

Mots clés : Modélisation, observation, hybride, diagnostic, cardiovasculaire, respiratoire.

ABSTRACT

This thesis is about the study of the breathing and cardiovascular system. The first chapter gives an overview of the physiology of these systems. A bibliographic review was established to a better understanding of the project. While in the second chapter, we presented an electrical analogy based model of each of the physiological systems. The third chapter consists of a viewer synthesis that measures the physiological states of the cardiovascular system. The final chapter deals with the diagnostic of some cardiovascular anomalies using observers based methods.

Keywords: design, observation, hybrid, diagnostic, cardiovascular, breathing.

Table des matières

Liste des figures

Liste des tableaux

Nomenclature

Introduction générale.....	15
Chapitre 1 : Anatomie et physiologie des systèmes cardiovasculaire et respiratoire.....	17
1.1 Introduction.....	17
1.2 Anatomie et physiologie du système cardiovasculaire	17
1.2.1 La circulation sanguine	17
1.2.2 Les composants vasculaires.....	18
1.2.3 Le cœur.....	18
1.2.4 La résistance vasculaire	20
1.2.5 Notion de compliance et d'élastance.....	20
1.2.6 Le cycle cardiaque	20
1.2.7 La pression artérielle	21
1.2.8 Le débit sanguin.....	22
1.3 Anatomie et physiologie pulmonaires	22
1.3.1 Composition de l'appareil respiratoire.....	23
1.3.2 Les voies aériennes.....	23
1.3.3 Les poumons.....	24
1.3.4 Les plèvres	26
1.3.5 Les muscles respiratoires	26
1.3.6 Les échanges gazeux.....	26
1.3.7 La circulation pulmonaire.....	26
1.4 Interactions entre la respiration et le système cardiovasculaire	27
1.5 Conclusion	27
Chapitre 2 : Modélisation du système cardiovasculaire et respiratoire.....	28
2.1 Introduction.....	28
2.2 Etat de l'art de la modélisation cardiovasculaire	28
2.3 Modélisation du système cardiovasculaire	29

2.3.1	Modèle avec capacité aortique	29
2.3.2	Modèle du ventricule gauche.....	31
2.3.3	Equations du modèle avec capacité aortique	32
2.3.4	Modèle hybride	33
2.4	Simulations	36
	Discussions	36
2.5	Dynamique de la respiration :	38
2.6	Modélisation du système respiratoire	39
2.6.1	Dynamique respiratoire.....	39
2.6.2	Interaction entre le système cardiovasculaire et le système respiratoire	41
2.7	Simulation.....	44
	Discussion	44
2.8	Conclusion	46
	Chapitre 3 : Observation des états physiologiques du système cardiovasculaire par un observateur mode glissant.....	47
3.1	Introduction.....	47
3.2	Position du problème	47
3.3	Synthèse de l'observateur par mode glissant	47
3.3.1	Calcul du gain L.....	49
3.3.2	Simulations	51
	Discussions	51
3.4	Test de robustesse de l'observateur par mode glissant.....	58
3.4.1	Variations de R_s	58
3.4.2	Variations de C_s	66
3.4.3	Variations de R_c	74
3.4.4	Variations de C_r	82
3.5	Conclusion	90
	Conclusion générale et perspectives.....	91

Liste des figures

Figure 1.1 – Représentation schématique de la circulation sanguine	18
Figure 1.2 - Coupe frontale du cœur	19
Figure 1.3 - Composition de l'appareil respiratoire	23
Figure 1.4 - Les poumons	25
Figure 1.5 - Vascularisation des poumons	25
Figure 2.1 Circuit analogique du système cardiovasculaire avec capacité aortique	29
Figure 2. 2 - Fonction d'élastance dans un cycle cardiaque	32
Figure 2.3 - Pression ventriculaire, aortique et auriculaire	37
Figure 2.4 - Pression artérielle systémique	37
Figure 2.5 – Débit aortique	38
Figure 2.6 - Circuit équivalent de la dynamique Poumons/Air	38
Figure 2.7 - Circuit électrique modifié de la dynamique Poumons/Air	39
Figure 2.8- Circuit électrique analogique de la circulation sanguine	39
Figure 2.10 - pression artérielle Part	45
Figure 2.11 - pression artériolaire Pper	45
Figure 2.12 - débit d'air global	46
Figure 3.1- L'erreur d'observation de la pression ventriculaire (e1)	52
Figure 3.2 - L'erreur d'observation de la pression dans l'oreillette (e2)	52
Figure 3.3 - L'erreur d'observation de la pression systémique (e3)	53
Figure 3.4 - L'erreur d'observation de la pression aortique (e4)	53
Figure 3.5 - L'erreur d'observation du débit aortique (e5)	54
Figure 3.7 – Zoom sur l'erreur d'observation du débit aortique (e5)	55
Figure 3.8- L'erreur d'observation de la pression ventriculaire (e1)	55

Figure 3.9 - L'erreur d'observation de la pression auriculaire (e2)	56
Figure 3.10 - L'erreur d'observation de la pression systématique (e3)	56
Figure 3.11 - L'erreur d'observation de la pression aortique (e4)	57
Figure 3.12 - L'erreur d'observation du débit aortique (e5)	57
Figure 3.13 - L'erreur d'observation de la pression ventriculaire (e1) avec $\Delta RS= 10\%RSN$.	59
Figure 3.14- L'erreur d'observation de la pression dans l'oreillette (e2) avec $\Delta RS= 10\%RSN$	60
Figure 3.15 - L'erreur d'observation de la pression systématique (e3) avec $\Delta RS= 10\%RSN$	60
Figure 3.17 - L'erreur d'observation du débit aortique (e5) avec $\Delta RS= 10\%RSN$	61
Figure 3.18 - L'erreur d'observation de la pression ventriculaire (e1) avec $\Delta RS= 30\%RSN$	62
Figure 3.19 - L'erreur d'observation de la pression dans l'oreillette (e2) avec $\Delta RS=30\%RSN$	62
Figure 3.20 - L'erreur d'observation de la pression systématique (e3) avec $\Delta RS= 30\%RSN$	63
Figure 3.21 - L'erreur d'observation de la pression aortique (e4) avec $\Delta RS= 30\%RSN$	63
Figure 3.22 - L'erreur d'observation du débit aortique (e5) avec $\Delta RS= 30\%RSN$	64
Figure 3.23 - L'erreur d'observation de la pression ventriculaire (e1) avec $\Delta RS= 50\%RSN$..	64
Figure 3.24 - L'erreur d'observation de la pression dans l'oreillette (e2) avec $\Delta RS= 50\%RSN$	65
Figure 3.25 - L'erreur d'observation de la pression systématique (e3) avec $\Delta RS= 50\%RSN$	65
Figure 3.26 - L'erreur d'observation de la pression aortique (e4) avec $\Delta RS= 50\%RSN$	66
Figure 3.27 - L'erreur d'observation du débit aortique (e5) avec $\Delta RS= 50\%RSN$	66
Figure 3.28 - L'erreur d'observation de la pression ventriculaire (e1) avec $\Delta CS=10\%$	67
Figure 3.29 - L'erreur d'observation de la pression dans l'oreillette (e2) avec $\Delta CS=10\%CSN$	68
Figure 3.30 - L'erreur d'observation de la pression systématique (e3) avec $\Delta CS=10\%CSN$	68
Figure 3.31- L'erreur d'observation de la pression aortique (e4) avec $\Delta CS=10\%CSN$	69
Figure 3.32 - L'erreur d'observation du débit aortique (e5) avec $\Delta CS=10\%CSN$	69

Figure 3.33 - L'erreur d'observation de la pression ventriculaire (e1) avec $\Delta C_S=30\%C_{SN}$.....	70
Figure 3.34 - L'erreur d'observation de la pression auriculaire (e2) avec $\Delta C_S=30\%C_{SN}$.....	70
Figure 3.35 - L'erreur d'observation de la pression systématique (e3) avec $\Delta C_S=30\%C_{SN}$.....	71
Figure 3.36 - L'erreur d'observation de la pression aortique (e4) avec $\Delta C_S=30\%C_{SN}$.....	71
Figure 3.37 - L'erreur d'observation du débit aortique (e5) avec $\Delta C_S=30\%C_{SN}$.....	72
Figure 3.38 - L'erreur d'observation de la pression ventriculaire (e1) avec $\Delta C_S=50\%C_{SN}$.....	72
Figure 3.39 - L'erreur d'observation de la pression auriculaire (e2) avec $\Delta C_S=50\%C_{SN}$.....	73
Figure 3.40 - L'erreur d'observation de la pression systématique (e3) avec $\Delta C_S=50\%C_{SN}$.....	73
Figure 3.41 - L'erreur d'observation de la pression aortique (e4) avec $\Delta C_S=50\%C_{SN}$.....	74
Figure 3.42 - L'erreur d'observation du débit aortique (e5) avec $\Delta C_S=50\%C_{SN}$.....	74
Figure 3.43 - L'erreur d'observation de la pression ventriculaire (e1) avec $\Delta R_C=10\%R_{CN}$.....	75
Figure 3.44 - L'erreur d'observation de la pression auriculaire (e2) avec $\Delta R_C=10\%R_{CN}$.....	76
Figure 3.45 - L'erreur d'observation de la pression systématique (e3) avec $\Delta R_C=10\%R_{CN}$.....	76
Figure 3.46 - L'erreur d'observation de la pression aortique (e4) avec $\Delta R_C=10\%R_{CN}$.....	77
Figure 3.47 - L'erreur d'observation du débit aortique (e5) avec $\Delta R_C=10\%R_{CN}$.....	77
Figure 3.48 - L'erreur d'observation de la pression ventriculaire (e1) avec $\Delta R_C=30\%R_{CN}$.....	78
Figure 3.49 - L'erreur d'observation de la pression auriculaire (e2) avec $\Delta R_C=30\%R_{CN}$.....	78
Figure 3.50 - L'erreur d'observation de la pression systématique (e3) avec $\Delta R_C=30\%R_{CN}$.....	79
Figure 3.51 - L'erreur d'observation de la pression aortique (e4) avec $\Delta R_C=30\%R_{CN}$.....	79
Figure 3.52 - L'erreur d'observation du débit aortique (e5) avec $\Delta R_C=30\%R_{CN}$.....	80
Figure 3.53 - L'erreur d'observation de la pression ventriculaire (e1) avec $\Delta R_C=50\%R_{CN}$.....	80
Figure 3.54 - L'erreur d'observation de la pression auriculaire (e2) avec $\Delta R_C=50\%R_{CN}$.....	81
Figure 3.55 - L'erreur d'observation de la pression systématique (e3) avec $\Delta R_C=50\%R_{CN}$.....	81
Figure 3.56 - L'erreur d'observation de la pression aortique (e4) avec $\Delta R_C=50\%R_{CN}$.....	82

Figure 3.57 - L'erreur d'observation du débit aortique (e5) avec $\Delta R_C=50\%R_{CN}$	82
Figure 3.58 - L'erreur d'observation de la pression ventriculaire (e1) avec $\Delta C_r=10\%C_{rN}$	83
Figure 3.59 - L'erreur d'observation de la pression auriculaire (e2) avec $\Delta C_r=10\%C_{rN}$	84
Figure 3.60 - L'erreur d'observation de la pression systémique (e3) avec $\Delta C_r=10\%C_{rN}$	84
Figure 3.61 - L'erreur d'observation de la pression aortique (e4) avec $\Delta C_r=10\%C_{rN}$	85
Figure 3.62 - L'erreur d'observation du débit aortique (e5) avec $\Delta C_r=10\%C_{rN}$	85
Figure 3.63 - L'erreur d'observation de la pression ventriculaire (e1) avec $\Delta C_r=30\%C_{rN}$	86
Figure 3.64 - L'erreur d'observation de la pression auriculaire (e2) avec $\Delta C_r=30\%C_{rN}$	86
Figure 3.65 - L'erreur d'observation de la pression systémique (e3) avec $\Delta C_r=30\%C_{rN}$	87
Figure 3.66 - L'erreur d'observation de la pression aortique (e4) avec $\Delta C_r=30\%C_{rN}$	87
Figure 3.67 - L'erreur d'observation du débit aortique (e5) avec $\Delta C_r=30\%C_{rN}$	88
Figure 3.68 - L'erreur d'observation de la pression ventriculaire (e1) avec $\Delta C_r=50\%C_{rN}$	88
Figure 3.69 - L'erreur d'observation de la pression auriculaire (e2) avec $\Delta C_r=50\%C_{rN}$	89
Figure 3.70 - L'erreur d'observation de la pression systémique (e3) avec $\Delta C_r=50\%C_{rN}$	89
Figure 3.71 - L'erreur d'observation de la pression aortique (e4) avec $\Delta C_r=50\%C_{rN}$	90

Liste des tableaux

<u>Tableau 2.1- Paramètres du système cardiovasculaire et leur signification physiologique</u>	30
<u>Tableau 2.2- Les variables physiologiques du système cardiovasculaire</u>	30
<u>Tableau 2.3 - Etats des valves durant le cycle cardiaque</u>	33
<u>Tableau 2.4 - valeurs de la commande naturelle</u>	35

Nomenclature

R : résistance.

C : capacité.

P : pression.

V : volume.

ΔP : différence de pression.

ΔV : différence de volume.

Q : débit sanguin.

D_a : diode représentant la valvule aortique.

D_m : diode représentant la valvule mitrale.

R_a : résistance de la valvule aortique.

R_m : résistance de la valvule mitrale.

C_v : compliance du ventricule gauche.

R_c : résistance caractéristique.

L_s : inertie du sang dans l'aorte.

C_s : compliance systémique.

R_s : résistance systémique.

C_r : compliance auriculaire.

P_v : pression ventriculaire.

f_a : flux aortique.

P_a : pression aortique.

P_s : pression systémique.

f_r : flux du retour veineux.

P_r : pression dans l'oreillette.

V_0 : volume théorique correspond à une pression nulle dans le ventricule.

tn : temps normalisé.

tc : période du cycle cardiaque.

E(t) : élastance du ventricule gauche.

E_{max} : valeur maximal de l'élastance ventriculaire.

E_{min} : valeur minimal de l'élastance ventriculaire.

E_r(t) : élastance du de l'oreillette gauche.

P_{Lg} : force d'entraînement dans la respiration

R_{Lg} : inertie du flux d'air,
Ermax : valeur maximal de l'élastance auriculaire.
Ermin : valeur minimal de l'élastance auriculaire.
X : vecteur d'état.
Ai(t) : matrice dynamique du système.
U : commande naturelle du système.
G(X; t) : matrice de commande.
x(t) : vecteur d'état.
 $\dot{x}(t)$: dynamique du vecteur d'état.
y(t) : vecteur de sortie.
A : matrice d'état.
B : matrice de commande.
C : matrice d'observation.
D : matrice d'action directe.
fp (t) : défauts composants ou paramétriques.
fc(t) : défauts du type capteur.
fa(t) : défauts du type actionneur.
da(t) : vecteur des perturbations agissant sur le système.
dc(t) : vecteur des bruits agissant sur le système.
E : matrice de distribution des perturbations.
Ef (t) : distribution vectorielle modélisant l'effet des défauts.
L : gain de l'observateur
 \hat{x} : estimé du vecteur d'état.
 $\dot{\hat{x}}$: dynamique du vecteur d'état estimé.
u1 : commande réelle de la valvule mitrale.
u2 : commande réelle de la valvule aortique.
fm : défaut additif sur la valvule mitrale.
fao : défaut additif sur la valvule aortique.

Introduction générale

Les maladies cardiovasculaires sont au premier rang des causes de mortalité en Algérie avec 44,5%. Elles représentent également 50% des décès dus aux maladies chroniques dans le monde [1]. Ces statistiques montrent toutes l'importance d'une détection précoce des pathologies et des signes précurseurs. Dans la pratique médicale quotidienne, le diagnostic et le suivi thérapeutique nécessitent l'acquisition de données physiologiques lors de l'examen clinique (Electrocardiogramme, Doppler, échographie...). Cela explique l'intérêt de développer des modèles du système cardiovasculaire qui facilitent l'agrégation de connaissances et la simulation des signaux difficiles à mesurer.

Il existe, dans la littérature, de nombreux modèles du système cardiovasculaire portants, selon les besoins de l'étude, sur des parties spécifiques du système. Il est possible de distinguer deux approches : les modèles différentiels et les modèles à paramètres distribués. Les premiers reposent sur une analogie avec les circuits et sont basés sur les modèles de Windkessel [2] [3]. Les modèles à paramètres distribués sont, quant à eux, basés sur les principes de l'écoulement des fluides. Ils sont, par conséquent, plus précis mais plus complexes.

Les systèmes physiologiques ne sont pas purement continus : ils admettent des composants ou des phénomènes discrets. Dans le système cardiovasculaire, le cœur joue le rôle d'une pompe. Néanmoins, le sang n'est pas pompé du cœur vers les artères en permanence. Le cœur suit un modèle, appelé cycle cardiaque, qui comporte des phases, chacune ayant sa propre dynamique. Ceci suggère que le système cardiovasculaire peut être interprété comme un système hybride.

Ce travail, présenté dans le cadre du projet de fin d'étude, consiste à étudier le comportement du système cardiovasculaire en appliquant les méthodes et techniques utilisées dans le domaine de l'automatique. Nous nous sommes intéressées à la modélisation du système cardiovasculaire, l'observation des états du système, la détection d'anomalies, ainsi qu'à l'interaction entre le système cardiovasculaire et le système respiratoire.

Ce mémoire est divisé en trois chapitres :

- ❖ Les concepts de base de la physiologie cardiovasculaire et respiratoire sont présentés dans le premier chapitre.

- ❖ Le deuxième chapitre rend compte de la modélisation du système cardiovasculaire et du système respiratoire ainsi que l'interaction entre ces deux systèmes. Il contient, dans la première partie, un état de l'art de la modélisation des systèmes cardiovasculaire, le modèle hybride décrivant le système, une représentation d'état du système, ainsi que les résultats de simulation des deux systèmes. La deuxième partie aborde la modélisation de la dynamique respiratoire, ainsi que de l'interaction cardiorespiratoire.

- ❖ Le troisième chapitre traite de la synthèse d'un observateur mode glissant pour l'observation des états physiologiques du système.

- ❖ La conclusion générale résume le travail effectué, les résultats obtenus, ainsi que les perspectives envisageables.

Chapitre 1 : Anatomie et physiologie des systèmes cardiovasculaire et respiratoire

1.1 Introduction

Les fonctions cardiaques et pulmonaires sont les mécanismes les plus importants et essentiels au maintien de la vie humaine. Dans ce chapitre, nous présenterons sommairement l'anatomie et la physiologie du SCV et du système respiratoire. Au départ, nous décrirons la circulation sanguine, les composants vasculaires, l'anatomie du cœur et le fonctionnement de la pompe cardiaque. Puis, nous présenterons les notions de résistance, compliance et d'élastance. Ensuite, nous nous intéresserons à la pression artérielle et ses caractéristiques, du débit sanguin. Nous aborderons également l'anatomie et la physiologie des composants du système respiratoire, les échanges gazeux et la circulation pulmonaire. Nous terminerons par l'interaction entre ces deux systèmes.

1.2 Anatomie et physiologie du système cardiovasculaire

1.2.1 La circulation sanguine

Les déplacements du sang dans le cœur sont verticaux. En fait, le cœur est composé de deux pompes placées côte à côte qui commandent chacune un circuit distinct. Les vaisseaux qui apportent le sang dans les poumons et l'en retirent forment la circulation pulmonaire, qui sert aux échanges gazeux. Les vaisseaux qui assurent l'irrigation sanguine fonctionnelle des tissus de l'organisme et le retour du sang au cœur constituent la circulation systémique [4]. La figure ci-dessous représente un schéma de la circulation sanguine [5].

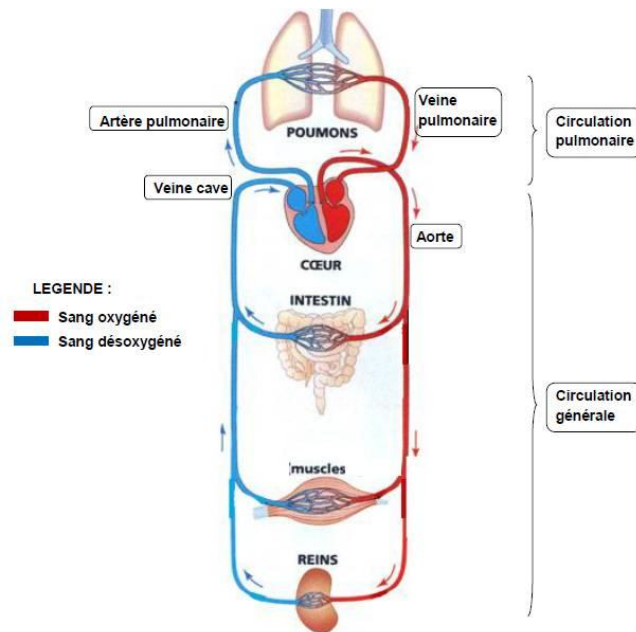


Figure 1.1 – Représentation schématique de la circulation sanguine

1.2.2 Les composants vasculaires

Les vaisseaux sanguins se divisent en trois grandes catégories : les artères, les capillaires et les veines. Les contractions du cœur chassent le sang dans les grosses artères issues des ventricules. Ensuite, le sang parcourt les ramifications des artères jusqu'aux plus petites, les artérioles. Il aboutit ainsi dans les lits capillaires des organes et des tissus. A sa sortie des capillaires, le sang emprunte les veinules, qui sont les plus petites veines, puis il se jette dans les veines qui vont grossissant et se déverse enfin dans les grosses veines qui convergent vers le cœur.

Puisqu'elles transportent le sang en provenance du cœur, les artères se ramifient en vaisseaux de plus en plus petits. Quant aux veines, qui convoient le sang vers le cœur, elles fusionnent pour former les vaisseaux de plus en plus gros qui aboutissent au cœur. Dans la circulation systémique, les artères transportent toujours du sang oxygéné et les veines, du sang pauvre en oxygène. L'inverse est vrai dans la circulation pulmonaire, où les artères, qui demeurent par définition les vaisseaux partant du cœur, emportent le sang désoxygéné vers les poumons, alors que les veines rapportent le sang riche en oxygène des poumons au cœur [4].

1.2.3 Le cœur

Le cœur est une pompe musculaire qui connecte les circulations systémique et pulmonaire. Il est composé de deux parties fonctionnelles et anatomiquement distinctes, le cœur droit et le cœur gauche. Chaque partie est constituée d'une oreillette et d'un ventricule, séparés par une valve, servant à éviter le reflux du sang. La valve située entre l'oreillette gauche et le

ventricule gauche s'appelle la valve mitrale, celle située entre l'oreillette et le ventricule droit s'appelle la valve tricuspide. Une valve se trouve également entre chaque ventricule et le vaisseau sortant du cœur. La cloison qui divise longitudinalement l'intérieur du cœur est appelée septum interartériel là où elle sépare les oreillettes et septum interventriculaire là où elle sépare les ventricules. Le ventricule droit constitue la majeure partie de la face antérieure du cœur. Le ventricule gauche domine la partie postéro-inférieure du cœur. Le côté droit du cœur est la pompe de la circulation pulmonaire. Le sang qui vient de l'organisme est relativement pauvre en oxygène et riche en gaz carbonique. Il entre dans l'oreillette droite puis descend vers le ventricule droit, d'où partent les deux artères pulmonaires qui transportent le sang vers les poumons. Dans les poumons, le sang se débarrasse du gaz carbonique et absorbe de l'oxygène. Il emprunte ensuite les veines pulmonaires pour retourner dans le cœur dans l'oreillette gauche. Le côté gauche du cœur est la pompe de la circulation systémique. À sa sortie des poumons, le sang fraîchement oxygéné entre dans l'oreillette gauche puis dans le ventricule gauche, qui l'expulse dans l'aorte. De là, les petites artères systémiques transportent le sang jusqu'aux tissus, où gaz et nutriments sont échangés à travers les parois des capillaires. Le sang, encore une fois chargé de gaz carbonique et délesté de son oxygène, retourne au côté droit du cœur par les veines systémiques ; il entre dans l'oreillette droite par les veines caves supérieure et inférieure. Ce cycle se répète continuellement [4] [6]. La figure 1.2 représente une coupe frontale du cœur [7].

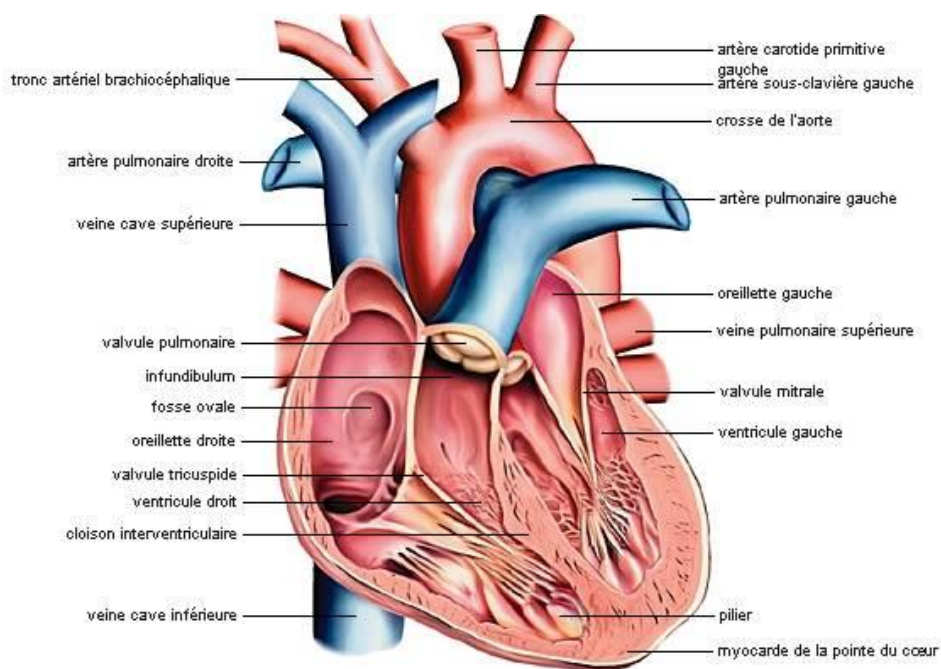


Figure 1.2 - Coupe frontale du cœur

1.2.4 La résistance vasculaire

Comme tout liquide s'écoulant dans un tube, le sang propulsé par le cœur dans le système circulatoire est soumis à une résistance à l'écoulement. Cette résistance vasculaire est l'un des deux facteurs qui influencent la pression et le débit du courant sanguin, l'autre étant la compliance des vaisseaux sanguins. L'équation de Poiseuille suivante indique les facteurs qui modifient la résistance vasculaire [8] :

$$R = \frac{8\eta l}{\pi r^4} \quad (1.1)$$

η : viscosité du sang

l : longueur du vaisseau

r : rayon du vaisseau sanguin

Le siège principal de la résistance vasculaire se trouve dans les artérioles qui peuvent faire varier fortement leur diamètre, jouant directement sur la résistance vasculaire. Les grosses artères n'opposent qu'une faible résistance au courant sanguin. Les capillaires et les veines également.

1.2.5 Notion de compliance et d'élastance

La compliance est l'inverse de la rigidité, elle décrit la distensibilité des vaisseaux sanguins ainsi que la façon dont le volume se modifie en réponse à un changement de pression. C'est la pente de la relation pression/volume. On parle de compliance systolique ou diastolique selon le moment où cette mesure est faite. Le rapport inverse définit l'élastance ou l'élasticité volumique. Elle amortit les variations de pression instantanées et elle assure l'écoulement sanguin au cours de la diastole en restituant l'énergie emmagasinée lors de la systole [6].

1.2.6 Le cycle cardiaque

Le cœur est sans cesse animé de mouvements vigoureux : le tissu musculaire formant la paroi des oreillettes et des ventricules se contracte pour éjecter le sang, puis il se relâche pour que ces cavités se remplissent. Les termes systole et diastole désignent respectivement ces phases successives de contraction et de relâchement. La systole et la diastole auriculaires suivies de la systole et de la diastole ventriculaires correspondent à la révolution cardiaque. Elle est

marquée par des variations successives de la pression et du volume sanguin à l'intérieur du cœur suivant quatre phases [4] [8] :

- **La phase de contraction isovolumique :** Au moment où les oreillettes se relâchent, les ventricules commencent à se contracter (le gauche très légèrement avant le droit). Leurs parois compriment le sang qu'ils renferment, et la pression ventriculaire s'élève abruptement, forçant ainsi la fermeture des valves auriculo-ventriculaires. Pendant une fraction de seconde, toutes les issues des ventricules sont fermées, et le volume du sang y reste constant pendant la contraction des ventricules. La pression ventriculaire continue de monter et elle finit par dépasser la pression qui règne dans les grosses artères émergentes des ventricules.
- **La phase d'éjection :** La phase de contraction isovolumique se termine quand les valves de l'aorte et du tronc pulmonaire s'ouvrent, expulsant ainsi le sang dans l'aorte et le tronc pulmonaire. Pendant cette phase d'éjection ventriculaire, la pression atteint normalement 120 mm Hg dans l'aorte.
- **La phase de relaxation isovolumique :** La valvule aortique se ferme et elle est suivie par la fermeture de la valvule pulmonaire. La pression ventriculaire chute rapidement du fait que le ventricule est relâché jusqu'à ce que la valvule mitrale et tricuspide s'ouvrent. Le volume ventriculaire quant à lui reste constant.
- **Phase de remplissage ventriculaire :** Dès que la pression ventriculaire chute au-dessous de la pression auriculaire, la valvule mitrale et tricuspide s'ouvrent ainsi le ventricule gauche et droit commencent à se remplir respectivement. La pression aortique continue à baisser parce que le sang continue à s'écouler vers les petites artères.

1.2.7 La pression artérielle

La pression sanguine dans les artères est généralement appelée pression artérielle, ou tension artérielle. Elle oscille sans cesse dans les artères élastiques proches du cœur. En d'autres termes, l'écoulement du sang y est manifestement pulsatile [8] [6]. On distingue :

- **La pression systolique :** lorsque le cœur se contracte et expulse le sang dans l'aorte, le ventricule gauche confère de l'énergie cinétique au sang. La pression aortique

atteint son point maximal, c'est la pression artérielle systolique. Elle se situe en moyenne à 120 mm Hg chez l'adulte.

- **La pression diastolique** : du fait de l'évacuation du sang de l'aorte pendant la diastole ventriculaire, la pression aortique atteint son point minimal (de 70 à 80 mm Hg chez l'adulte), c'est la pression artérielle diastolique.
- **La pression différentielle** : c'est la différence entre la pression systolique et la pression diastolique.
- **La pression artérielle moyenne** : c'est la moyenne de la pression artérielle au cours du temps. Elle peut être calculée approximativement en ajoutant à la pression diastolique le tiers de la pression différentielle.

1.2.8 Le débit sanguin

Le débit sanguin est le volume de sang qui s'écoule dans un vaisseau, dans un organe ou dans le système cardiovasculaire entier en une période donnée (ml/min). A tout instant, le débit sanguin dans un organe peut varier fortement, suivant les besoins immédiats de l'organe. Il atteint son maximum à la fin du premier tiers de la période d'éjection, puis diminue et devient nul pendant la phase diastolique [8].

Le débit sanguin est calculé par l'équation suivante :

$$Q = \frac{\Delta P}{R} \quad (1.2)$$

Où ΔP est la différence entre la pression artérielle et la pression auriculaire droite, R est la résistance périphérique totale.

Cette équation est analogue à la loi d'Ohm pour les circuits électriques ($I = \frac{V}{R}$) où le débit est l'analogue du courant et la pression l'analogue du voltage.

1.3 Anatomie et physiologie pulmonaires

L'appareil respiratoire est l'ensemble des organes dont la fonction est d'assurer la respiration qui permet les échanges gazeux entre l'air et le sang. A l'appareil respiratoire, sont annexés l'appareil olfactif et une partie de l'appareil phonatoire (organes qui produisent des phonèmes, ou sons propres à la langue parlée).

1.3.1 Composition de l'appareil respiratoire

L'appareil respiratoire est composé des voies aériennes, des poumons, de la plèvre, de la circulation pulmonaire et des muscles respirateurs insérés sur la paroi thoracique (fig 1).

Les voies aériennes sont divisées en voies aériennes supérieures et voies aériennes inférieures. Les voies aériennes supérieures sont situées dans la face et dans le cou et comprennent les fosses nasales (annexée à l'olfaction) et les sinus paranasaux, le pharynx (voie croisée avec l'appareil digestif), le larynx (annexé à la phonation). Les voies aériennes inférieures sont situées dans le cou et le thorax. Elles sont composées de la trachée et de l'arbre bronchique jusqu'aux alvéoles pulmonaires.

Les poumons, entourés de la plèvre, sont les deux organes parenchymateux où se produisent les échanges gazeux entre l'atmosphère et la circulation pulmonaire ou petite circulation.

La paroi thoracique entoure la cavité thoracique où se situent les poumons, mais aussi les organes médiastinaux. Elle est mobile grâce à l'action des muscles respirateurs [9] [6].

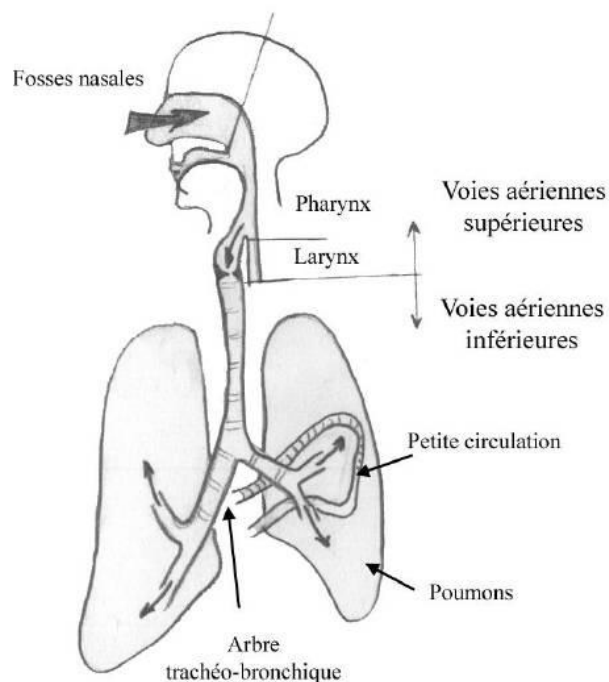


Figure 1.3 - Composition de l'appareil respiratoire

1.3.2 Les voies aériennes

- **Cavité nasales :** Les cavités nasales ou fosses nasales permettent la filtration, le réchauffement et l'humidification de l'air inspiré. Elles sont paires. Elles se situent

dans la partie médiane de la face. Elles sont ouvertes en avant par les narines de squelette cartilagineux, et en arrière dans le rhinopharynx par les choanes.

- **Le pharynx :** C'est un conduit musculo-membraneux vertical étendu de la base du crâne jusqu'au niveau de la sixième vertèbre cervicale. C'est un carrefour aéro-digestif entre les voies aériennes (de la cavité nasale au larynx) et les voies digestives (de la cavité buccale ou bouche à l'œsophage).
- **Le larynx :** C'est un conduit des voies aériennes pures, mais aussi l'organe de la phonation. Il est composé d'un squelette cartilagineux, de ligaments, de membranes et de muscles. Il est tapissé d'une muqueuse.
- **La trachée et les bronches :** La trachée est le conduit élastique fibro-cartilagineux reliant le larynx aux bronches. Elle permet, lors de la respiration, de conduire l'air depuis le larynx vers les bronches pendant l'inspiration, et inversement pendant l'expiration. Les bronches sont les conduits qui apportent l'air riche en dioxygène depuis l'extérieur du corps dans les poumons.

1.3.3 Les poumons

Ce sont les organes de la respiration où se passent les échanges gazeux. Ils sont pairs, droit et gauche. Ils occupent la plus grande partie du thorax latéralement. Le médiastin est la région située entre les poumons. Chaque poumon a une forme pyramidale à base inférieure. Le sommet ou apex est situé dans la région subclavière, à la base du cou. C'est la région du dôme pleural. Chaque poumon possède trois faces : inférieure ou diaphragmatique, médiastinale et pariétale ou costale. Les poumons sont divisés en lobes par les scissures. Le poumon droit possède trois lobes (supérieur, moyen et inférieur) séparés par la grande scissure ou scissure oblique et par la petite scissure ou scissure horizontale. Le poumon gauche possède deux lobes (supérieur et inférieur) séparés par une seule scissure. Les lobes sont des divisions visibles et anatomiques. Chaque lobe est ensuite divisé en segments de distinction fonctionnelle plus que macroscopique. Ainsi, pour exemple, le lobe supérieur du poumon droit possède un segment apical, un segment dorsal et un segment ventral. Le lobe moyen du poumon droit possède un segment médial et un segment latéral. Le lobe inférieur du poumon droit possède un segment apical, un segment ventro-basal, un segment dorso-basal, un segment latéro-basal et un segment médio-basal. La segmentation pulmonaire suit la segmentation bronchique. Le lobule est l'unité fonctionnelle du poumon situé au niveau des

alvéoles. C'est une dilatation sacciforme (en forme de sac) possédant une surface d'échanges de 100 m² et entourée de capillaires pulmonaires riches séparés du tissu pulmonaire par la membrane alvéolo-capillaire. La vascularisation des poumons est issue d'une part de la petite circulation par les artères et veines pulmonaires et d'autre part par les vaisseaux trachéo-bronchiques issus directement de l'aorte voisine ou se jetant directement dans la veine azygos voisine. Tous les vaisseaux entrent ou sortent des poumons au niveau des hiles pulmonaires situés sur les faces médiastinales. Ils sont accompagnés des voies aériennes, des lymphatiques pulmonaires, mais aussi de l'innervation végétative pulmonaire. Ainsi, les constituants des pédicules pulmonaires sont issus des organes médiastinaux. Les figures (1.4) et (1.5) montrent les poumons et leur vascularisation [9].

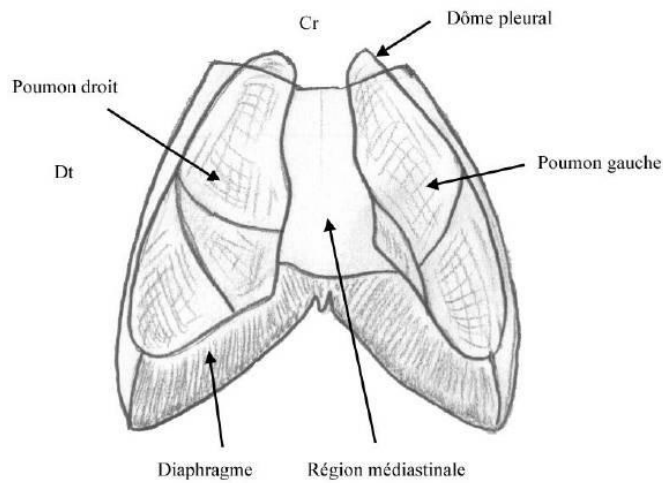


Figure 1.4 - Les poumons

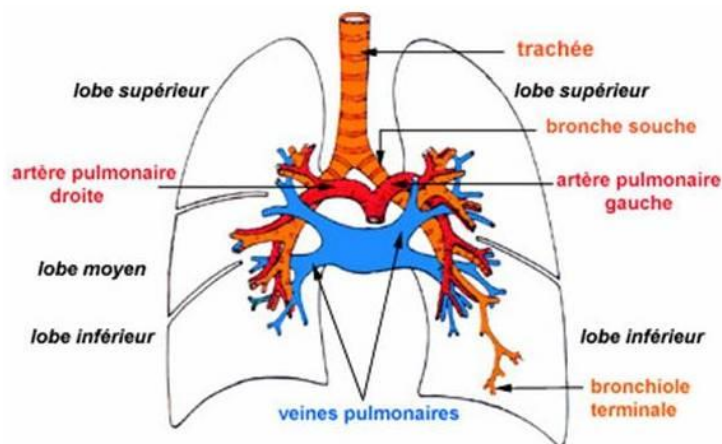


Figure 1.5 - Vascularisation des poumons

1.3.4 Les plèvres

En anatomie, la plèvre est une séreuse délimitant un espace virtuel (c'est-à-dire vide dans les situations normales) situé entre les poumons en dedans et la paroi thoracique en dehors.

1.3.5 Les muscles respiratoires

- Diaphragme : Le diaphragme est le muscle respirateur principal. Il sépare la cavité thoracique de la cavité abdominale.
- Muscles respiratoires accessoires : Ce sont les muscles qui permettent l'élévation des côtes lors de l'inspiration forcée.

1.3.6 Les échanges gazeux

Les gaz respiratoires sont l'oxygène O_2 et le gaz carbonique CO_2 . L'oxygène est puisé par le système ventilatoire dans son réservoir qu'est l'atmosphère, et est mené jusqu'aux tissus où il est utilisé pour la fabrication d'énergie dans le cadre de la combustion oxydative des aliments. L'un des déchets est le CO_2 qui est éliminé par voie pulmonaire.

Dans des conditions d'état stable, l'organisme impose un besoin en O_2 correspondant à sa consommation tissulaire. En d'autres termes, ce n'est pas le poumon qui détermine l'apport en O_2 : il ne fait que prendre en compte la contrainte que lui imposent les tissus du reste de l'organisme [6].

1.3.7 La circulation pulmonaire

La circulation pulmonaire débute par le tronc de l'artère pulmonaire qui reçoit le sang veineux mêlé éjecté par le ventricule droit. Elle se termine par les quatre grosses veines pulmonaires qui contiennent le sang oxygéné et qui se drainent dans l'oreillette gauche.

La géométrie de cette circulation est complexe. L'artère pulmonaire se divise en artères lobaires puis en branches sublobaires, segmentaires, subsegmentaires, et lobulaires. Au terme de ces divisions se trouve le réseau de capillaires qui cheminent dans les parois alvéolaires. Au-delà se constitue le réseau veineux par la convergence des branches veineuses.

La circulation pulmonaire est la seule circulation d'organe qui voit transiter la totalité du débit cardiaque. Ce système est principalement destiné aux échanges gazeux ; sa situation lui fait également exercer un rôle métabolique important.

1.4 Interactions entre la respiration et le système cardiovasculaire

Ces interactions sont la conséquence de l'anatomie cardio-pulmonaire : Situés dans un même espace clos et mobile, le cœur et les gros vaisseaux d'une part, et les poumons et l'arbre trachéo-bronchique d'autre part, sont soumis à des régimes de pression différents. L'inspiration et l'expiration régissent la pression des voies aériennes et influencent la pression dans le système cardio-vasculaire intrathoracique. Le ventricule droit est branché en amont du poumon droit ; les deux ventricules ont une paroi commune, le septum interventriculaire. La compréhension des mécanismes physiopathologiques qui rendent compte de ces interactions entre le cœur et les poumons permet d'en prédire les effets, bénéfiques ou néfastes selon les circonstances pathologiques durant lesquelles elles se manifestent.

1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les notions d'anatomie et de physiologie des systèmes cardiovasculaire et respiratoire. Tout d'abord, nous avons décrit la physiologie du système cardiovasculaire. Puis, nous nous sommes intéressés aux notions fondamentales de résistance, compliance, pression artérielle et débit sanguin essentielles à la compréhension de la suite de notre travail. Ensuite, nous avons décrit l'anatomie et la physiologie respiratoire, ainsi que les échanges gazeux et la circulation pulmonaire. Pour finir, nous avons abordé brièvement l'interaction cardiorespiratoire.

Chapitre 2 : Modélisation du système cardiovasculaire et respiratoire

2.1 Introduction

Si le chapitre précédent a permis de présenter les connaissances physiologiques sur les systèmes cardiovasculaire et respiratoire, celui-ci prétend aborder leur modélisation. Nous commencerons par un bref état de l'art sur la modélisation cardiovasculaire et les différents travaux existants dans la littérature. Puis, nous décrirons le modèle utilisé dans notre travail et établirons une relation entre le modèle proposé et les systèmes dynamiques hybrides. Nous réécrirons, ensuite, le modèle sous une forme utile pour la suite de l'étude. Puis, nous aborderons la modélisation du système respiratoire. Nous présenterons un modèle de la dynamique respiratoire, ainsi que l'interaction entre le système respiratoire et le système cardiovasculaire.

2.2 Etat de l'art de la modélisation cardiovasculaire

Il existe, dans la littérature, de nombreux modèles du système cardiovasculaire portants, selon les besoins de l'étude, sur des parties spécifiques du système. Il est important qu'un modèle réponde aux problèmes cliniques posés. Ces problèmes nécessitent, chacun, la définition de modèles ayant des particularités en ce qui concerne les systèmes physiologiques représentés. En 1899, Otto Frank a traduit en modèle mathématique le modèle analogique artériel décrit par William Harvey 17^{ème} siècle et par Stephen Hales au 18^{ème} siècle. Ces deux derniers chercheurs avaient comparé le cœur et la circulation sanguine aux pompes utilisées par les pompiers de l'époque. Par analogie, ces modèles se nomment Windkessel (chambre à air en allemand). Le modèle de Windkessel est un modèle simple du système cardiovasculaire car il comprend uniquement des équations différentielles.

Le modèle de Windkessel à deux éléments comprend une chambre élastique qui représente les gros vaisseaux artériels appelée compliance artérielle, et d'une résistance décrivant l'effet résistif des artérioles. Une analogie électrique, établie à partir de ce modèle, fait correspondre la pression à la tension et le débit à un courant. Ce dernier modèle a conduit à des versions plus élaborées. Une résistance peut être placée en parallèle avec la résistance précédente pour former le modèle de Windkessel à 3 trois éléments [10]. Le modèle de Windkessel à quatre éléments est, lui, obtenu en plaçant une inertie en parallèle avec la résistance précédente [11], [10].

Il existe d'autres modèles plus complexes [12] [13], basés essentiellement sur les principes de la mécanique de fluides (Equations de Navier-Stokes), qui permettent une représentation plus précise de l'écoulement sanguin.

Les modèles des réseaux vasculaires doivent nécessairement être complétés en introduisant un modèle du cœur qui joue le rôle de pompe pour le système. Le ventricule gauche est la partie la plus étudiée des quatre cavités cardiaques. Les approches de modélisation peuvent être basées sur différents niveaux (résolution spatio-temporelle, prise en compte de la géométrie ventriculaire...), avec des degrés de complexité différents selon les applications cliniques visées. Les travaux de Suga et Sugawa identifient certaines caractéristiques importantes liées aux propriétés hémodynamiques du ventricule gauche.

2.3 Modélisation du système cardiovasculaire

L'objectif étant la détection des anomalies du SCV, nous avons opté pour un modèle basé sur l'analogie électrique en raison de sa simplicité. Le système cardiovasculaire peut également être décrit par un modèle hybride que nous allons décrire afin de l'utiliser dans le diagnostic de certaines anomalies de système cardiovasculaire.

2.3.1 Modèle avec capacité aortique

Ce modèle cité ci-dessous (figure 2.1), considère le ventricule gauche comme une capacité variable, la circulation systémique comme un modèle de Windkessel à quatre éléments et la circulation pulmonaire et l'oreillette gauche comme une capacité unique. Ce modèle prend également en compte l'effet élastique de l'aorte. L'aorte est, en effet, une artère élastique capable de se distendre durant le cycle cardiaque (durant la contraction du ventricule gauche) [8].

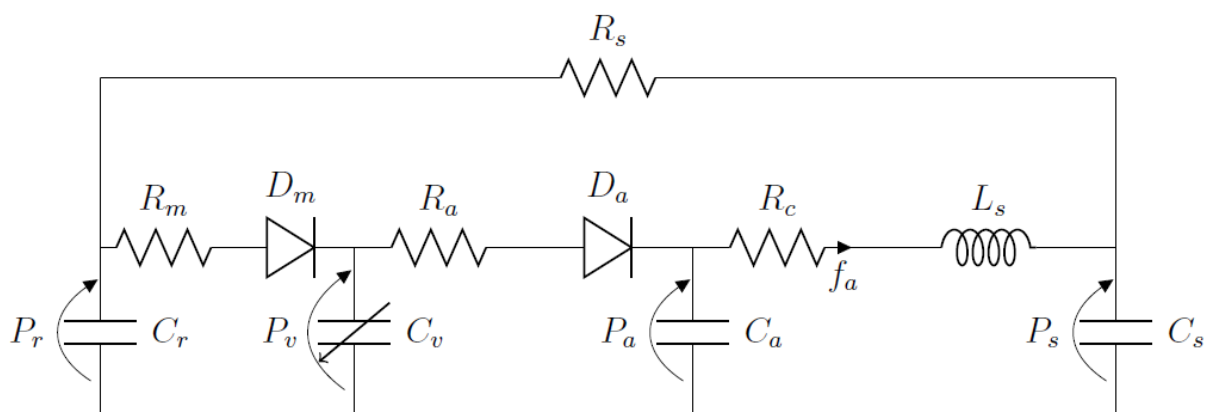


Figure 2.1 Circuit analogique du système cardiovasculaire avec capacité aortique

La corrélation entre les composants électriques et les paramètres physiologiques est décrite dans les tableaux (2.1) et (2.2).

Les éléments	Significations
D_m et R_m	Valve mitrale
D_a et R_a	Valve aortique
$C_v(t)$	Compliance du ventricule gauche
R_c	Résistance caractéristique
L_s	Inertie du sang dans l'aorte
C_s	Compliance systémique
R_s	Résistance systémique
C_r	Compliance pulmonaire

Tableau 2.1- Paramètres du système cardiovasculaire et leur signification physiologique

Les variables	Sens physiologique
LVV	Volume ventriculaire
P_v	Pression ventriculaire
f_a	Flux aortique
P_a	Pression aortique
P_s	Pression systémique
f_r	Flux de retour veineux
P_r	Pression dans l'oreillette

Tableau 2.2- Les variables physiologiques du système cardiovasculaire

2.3.2 Modèle du ventricule gauche

Le ventricule gauche est décrit par une capacité variable. Son comportement peut être modélisé par la fonction d'élastance définie par Suga et Sagawa [14] par l'équation (2.1) suivante :

$$E(t) = \frac{LVP(t)}{LVV(t) - V_0} \quad (2.1)$$

Où $E(t)$: est l'élastance variable ($mm\ Hg/ml$)

$LVP(t)$: est la pression du ventricule gauche ($mm\ Hg$)

$LVV(t)$: est le volume du ventricule gauche (ml)

V_0 : est le volume de référence dans le ventricule pour une pression nulle (ml)

En raison de la difficulté liée à la de la pression et du volume ventriculaire, il existe plusieurs approximations mathématiques de la fonction d'élastance. Dans notre cas, nous utiliserons l'expression ci-dessous :

$$E(t) = (E_{max} - E_{min})E_n(t_n) + E_{min} \quad (2.2)$$

Cette estimation est obtenue à partir de l'équation (2.1) en utilisant les mesures de pression et de volume données par Guyton, *et al.*

$E_n(t_n)$ est la fonction d'élastance normalisée appelée aussi « double hill function », elle est exprimée par [15] :

$$E_n(t_n) = 1.55 \left[\frac{\left(\frac{t_n}{0.7}\right)^{1.9}}{1 + \left(\frac{t_n}{0.7}\right)^{1.9}} \right] \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{t_n}{1.17}\right)^{21.9}} \right] \quad (2.3)$$

Avec :

$$t_n = \frac{t}{T_{max}}, T_{max} = 0.2 + 0.15t_c \text{ et } t_c = \frac{60}{HR}$$

Où t_c est la durée du cycle cardiaque et HR la fréquence cardiaque. L'équation (2.2) montre que la fonction d'élastance varie entre E_{max} et E_{min} qui sont les

relations pression-volume en fin de systole (ESPVR) et en fin de diastole (EDPVR) respectivement.

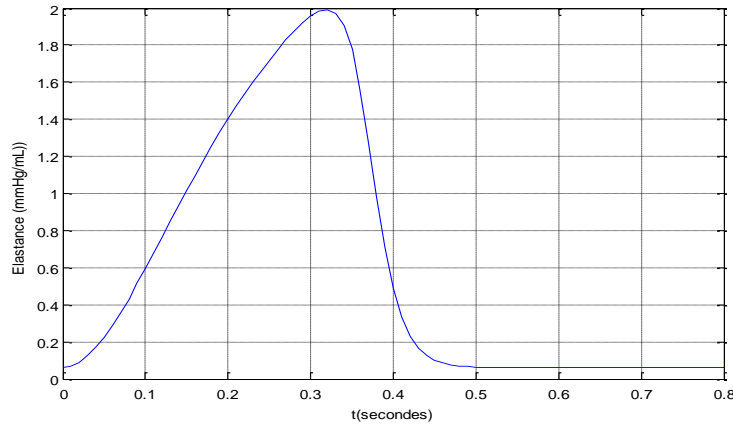


Figure 2. 2 - Fonction d'élastance dans un cycle cardiaque

2.3.3 Equations du modèle avec capacité aortique

Le système du modèle avec capacité aortique est décrit par les équations suivantes :

La phase isovolumétrique :

$$\dot{P}_v = \frac{\dot{E}(t)}{E(t)} P_v \quad (2.4)$$

$$\dot{P}_r = -\frac{1}{R_s C_r} P_r + \frac{1}{R_s C_r} P_s \quad (2.5)$$

$$\dot{P}_s = \frac{1}{R_s C_s} P_r - \frac{1}{R_s C_s} P_s \quad (2.6)$$

$$\dot{P}_a = -\frac{1}{C_a} f_a \quad (2.7)$$

$$\dot{f}_a = -\frac{1}{L_s} P_s + \frac{1}{L_s} P_a - \frac{R_c}{L_s} f_a \quad (2.8)$$

La phase d'éjection :

$$\dot{P}_v = \left(\frac{\dot{E}(t)}{E(t)} - \frac{E(t)}{R_a} \right) P_v + \frac{E(t)}{R_a} P_a \quad (2.9)$$

$$\dot{P}_r = -\frac{1}{R_s C_r} P_r + \frac{1}{R_s C_r} P_s \quad (2.10)$$

$$\dot{P}_s = \frac{1}{R_s C_r} P_r - \frac{1}{R_s C_s} P_s \quad (2.11)$$

$$\dot{P}_a = \frac{1}{R_a C_s} P_v - \frac{1}{R_a C_a} P_a - \frac{1}{C_s} f_a \quad (2.12)$$

$$\dot{f}_a = -\frac{1}{L_s} P_s + \frac{1}{L_s} P_a - \frac{R_c}{L_s} f_a \quad (2.13)$$

La phase de remplissage :

$$\dot{P}_v = \left(\frac{\dot{E}(t)}{E(t)} - \frac{E(t)}{R_m} \right) P_v + \frac{E(t)}{R_m} P_r \quad (2.14)$$

$$\dot{P}_r = -\frac{1}{R_s C_r} P_r + \frac{1}{R_s C_r} P_s \quad (2.15)$$

$$\dot{P}_s = \frac{1}{R_s C_s} P_r - \frac{1}{R_s C_s} P_s \quad (2.16)$$

$$\dot{P}_a = -\frac{1}{C_s} f_a \quad (2.17)$$

$$\dot{f}_a = -\frac{1}{L_s} P_s + \frac{1}{L_s} P_a - \frac{R_c}{L_s} f_a \quad (2.18)$$

2.3.4 Modèle hybride

Le système cardiovasculaire est un système hybride car il possède, à la fois, des variables continues (pression, flux) et des variables discontinues (état des diodes). Les variables discrètes sont les états des diodes (supposées parfaites). Chaque diode prend la valeur 0 ou 1 selon qu'elle soit bloquée ou ouverte, respectivement. Etant donné que le circuit possède deux diodes, nous distinguons quatre de fonctionnement. Le tableau 2.3 résume les états des valves dans les phases cardiaques.

Modes	Valve mitrale	Valve aortique	Phases
1	Fermée	Fermée	Relaxation isovolumique
2	Ouverte	Fermée	Remplissage (diastole)
1	Fermée	Fermée	Contraction isovolumique
3	Fermée	Ouverte	Ejection (systole)
-	Ouverte	Ouverte	Impossible

Tableau 2.3 - Etats des valves durant le cycle cardiaque

Modèle avec capacité aortique :

$$\text{Soit le vecteur } X = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5]^T = [P_v, P_r, P_s, P_a, f_a]^T$$

En appliquant les variables d'état aux équations de (2.4) à (2.18), on retrouve la dynamique continue de chaque phase.

- La phase isovolumétrique

$$A1(t) = \begin{bmatrix} \frac{\dot{E}(t)}{E(t)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_s C_r} & \frac{1}{R_s C_r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_s C_s} & -\frac{1}{R_s C_s} & 0 & \frac{1}{C_s} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{C_a} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} & \frac{1}{L_s} & -\frac{R_c}{L_s} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

- La phase d'éjection

$$A2(t) = \begin{bmatrix} \frac{\dot{E}(t)}{E(t)} - \frac{E(t)}{R_a} & 0 & 0 & \frac{E(t)}{R_a} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_s C_r} & \frac{1}{R_s C_r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_s C_s} & -\frac{1}{R_s C_s} & 0 & 0 \\ \frac{1}{R_a C_a} & 0 & 0 & \frac{1}{R_a C_a} & -\frac{1}{C_a} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} & \frac{1}{L_s} & -\frac{R_c}{L_s} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

- La phase de remplissage

$$A3(t) = \begin{bmatrix} \frac{\dot{E}(t)}{E(t)} - \frac{E(t)}{R_m} & \frac{E(t)}{R_m} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{R_m C_r} & -\frac{1}{R_s C_r} - \frac{1}{R_m C_r} & \frac{1}{R_s C_r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_s C_s} & -\frac{1}{R_s C_s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{C_a} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} & \frac{1}{L_s} & -\frac{R_c}{L_s} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Notons $U = [u_1, u_2]^T$ la commande naturelle représentant les états des diodes. Les valeurs de u_1 et u_2 dépendent des pressions ventriculaire et aortique et sont résumées dans le tableau ci-dessous :

Valeurs de u_1	Valeurs de u_2	Pressions
0	0	$P_r < P_v$ ET $P_v < P_a$
0	1	$P_v \geq P_a$
1	0	$P_r \geq P_v$
1	1	-

Tableau 2.4 - valeurs de la commande naturelle

Les équations du modèle avec capacité aortique peuvent être réécrites en un modèle décrivant toutes les phases. L'équation d'état instantanée du SCV s'écrit sous la forme affine :

$$\dot{X} = A(t)X + G(X, t)U$$

Avec,

$$A(t) = \begin{bmatrix} \frac{\dot{E}(t)}{E(t)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_s C_r} & \frac{1}{R_s C_r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_s C_s} & -\frac{1}{R_s C_s} & 0 & \frac{1}{C_s} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{C_a} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} & \frac{1}{L_s} & -\frac{R_c}{L_s} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$$G(X, t) = \begin{bmatrix} \frac{E(t)}{R_m} (x_2 - x_1) & \frac{E(t)}{R_a} (x_4 - x_1) \\ \frac{1}{C_r R_m} (x_1 - x_2) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_a R_a} (x_1 - x_4) \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

2.4 Simulations

Les simulations ont été réalisées sous MATLAB. Le programme a été divisé en programme principal (Script) et des fonctions (Function) contenant l'élastance et sa dérivée.

L'implémentation comprend :

- l'implémentation du modèle sous forme de programme
- la résolution du système
- l'affichage du résultat sous forme de graphes
- la validation du modèle

La résolution du système a été faite par la méthode d'Euler d'ordre 1. Les paramètres utilisés pour cette simulation sont les suivants :

$R_s=10000$; $R_s=0.0050$; $R_a=0.0010$; $R_c=0.0398$; $C_s=1.3300$; $L_s=0.0005$; $E_r=0.2270$;
 $C_r=4.4000$; $C_a=0.0800$; E (équation (2.3)).

Discussions

La figure (2.3), (2.4) et (2.5) représentent les états physiologiques sur un seul cycle cardiaque. L'axe des temps a été divisé en quatre sous intervalles.

La figure (2.3) représente les pressions ventriculaire, aortique et auriculaire. Le premier sous intervalle représente la phase isovolumique de contraction. Dans ce cas, les deux valvules sont fermées. La pression aortique diminue suite à la circulation du sang dans les artères. La pression auriculaire augmente lorsque l'oreillette reçoit du sang par les veines cave et pulmonaire. Elle garde ce comportement aussi longtemps que la valvule mitrale est fermée, ce qui correspond aux trois premier sous intervalles. La pression ventriculaire augmente d'une façon rapide suite à la contraction du ventricule.

Le deuxième sous intervalle représente la partie d'éjection, qui commence lorsque la pression ventriculaire dépasse la pression aortique, ceci engendre l'ouverture de la valvule aortique.

Le troisième sous intervalle représente la phase de relaxation isovolumique. Les deux valvules sont fermées mais cette fois la pression ventriculaire chute au lieu d'augmenter car dans cette phase le muscle cardiaque se relâche. Par ailleurs, la pression aortique valvule aortique diminue et continue sa diminution jusqu'à la nouvelle phase d'éjection du cycle suivant.

Le quatrième sous intervalle correspond à la phase de remplissage. Cette phase commence lorsque la pression auriculaire dépasse la pression ventriculaire, ce qui engendre l'ouverture de la valvule mitrale.

La figure (2.4) représente la pression artérielle systémique sur un seul cycle cardiaque. Son comportement est similaire à celui de la pression aortique.

La figure (2.5) représente le débit aortique qui démarre d'une valeur nulle jusqu'à la valeur maximale de manière très rapide, puis diminue avec la même rapidité jusqu'à s'annuler de nouveau. Il s'agit de l'éjection lente. Dans les autres phases, le débit aortique reste nul car ces trois phases correspondent la fermeture de la valvule aortique.

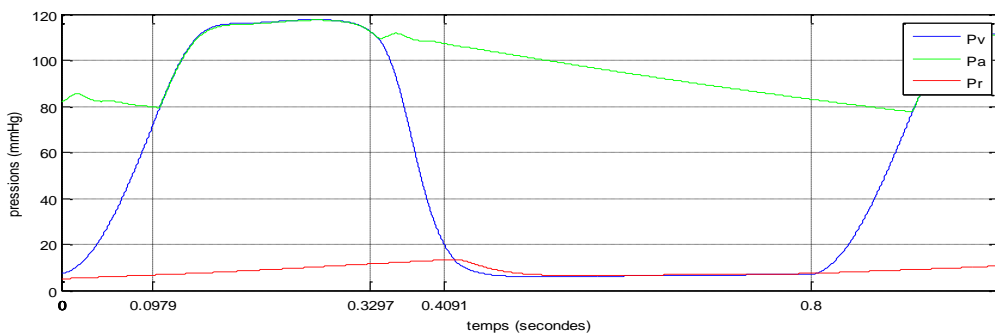


Figure 2.3 - Pression ventriculaire, aortique et auriculaire

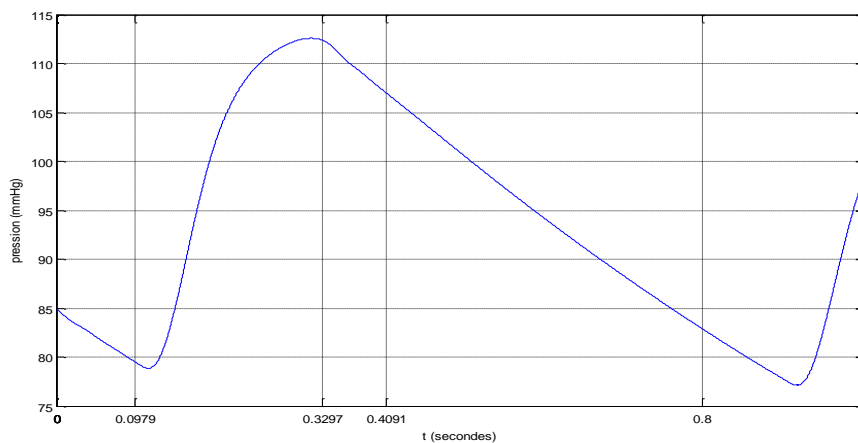


Figure 2.4 - Pression artérielle systémique

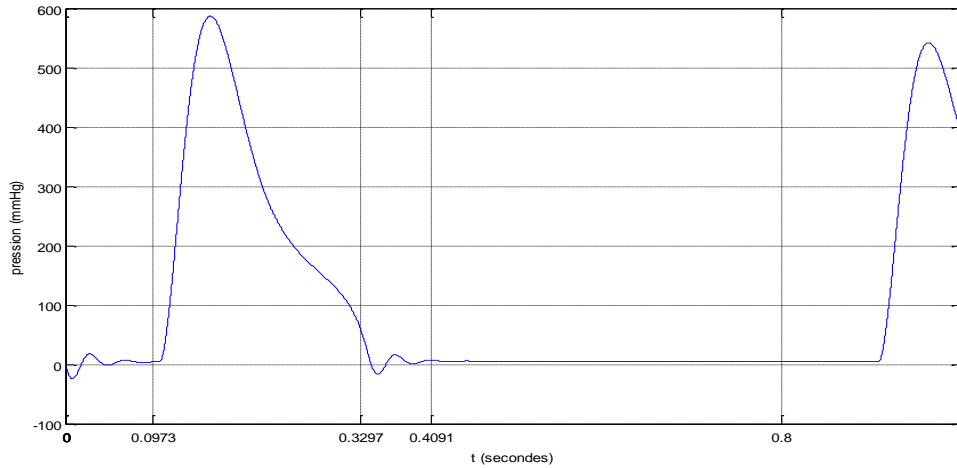


Figure 2.5 – Débit aortique

2.5 Dynamique de la respiration :

Un circuit équivalent pour la dynamique Poumons/Air est représenté par la figure () ci-dessous [16] :

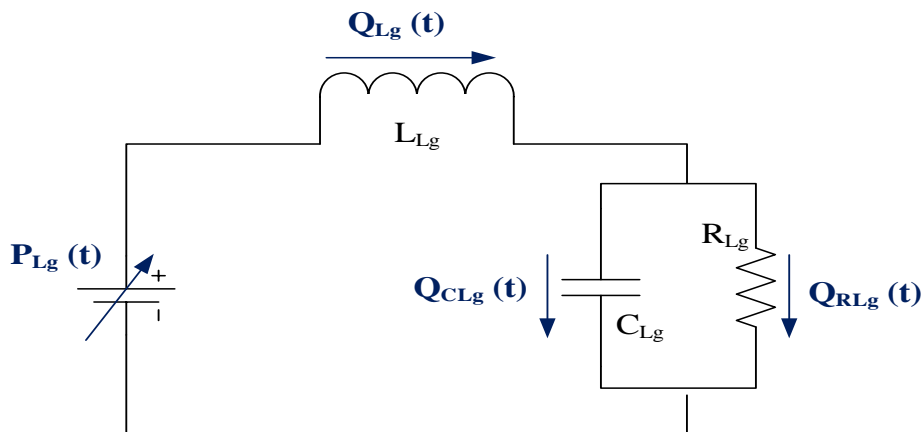


Figure 2.6 - Circuit équivalent de la dynamique Poumons/Air

La pression des poumons, $P_{Lg}(t)$, joue le rôle d'une alimentation variable. Par exemple, lorsque l'air est inhalé dans les poumons, la valeur physique relative à la pression $P_{Lg}(t)$ est positive. De plus, une inductance L_{Lg} , une capacité C_{Lg} et une résistance R_{Lg} représentent l'inertie du flux d'air, la compliance de la trachée et la résistance de l'appareil respiratoire. La variable $Q_{Lg}(t)$ est le débit d'air global et $Q_{CLg}(t)$ et $Q_{RLg}(t)$ sont les débits d'air dans les composants C_{Lg} et R_{Lg} . Nous savons que la respiration est passivement déclenchée par la pression transpulmonaire qui est régie par les muscles contre la paroi thoracique. En d'autres termes, la compliance ne joue pas de rôle clé dans le déclenchement du cycle de respiration.

C'est pour cela que le circuit de la figure (2.6) peut être simplifié tel qu'il est donné dans la figure (2.7).

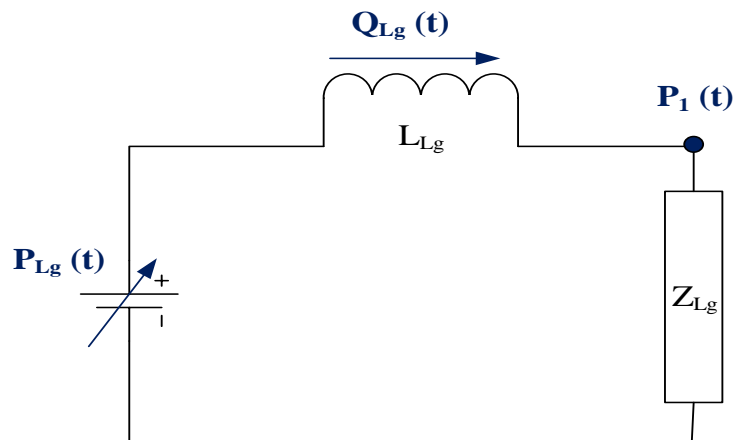


Figure 2.7 - Circuit électrique modifié de la dynamique Poumons/Air

L'impédance Z_{Lg} peut être réduite à R_{Lg} , le débit d'air global $Q_{Lg}(t)$ est, alors, décrit par l'équation ci-dessous :

$$\frac{dQ_{Lg}(t)}{dt} = \frac{P_{Lg}(t)}{L_{Lg}} - \frac{R_{Lg}}{L_{Lg}} Q_{Lg}(t) \quad (2.24)$$

2.6 Modélisation du système respiratoire

2.6.1 Dynamique respiratoire

Pour décrire l'interaction entre le système cardiovasculaire et le système respiratoire, le système cardiovasculaire a été modélisé par le circuit analogique de la figure (2.8) [16].

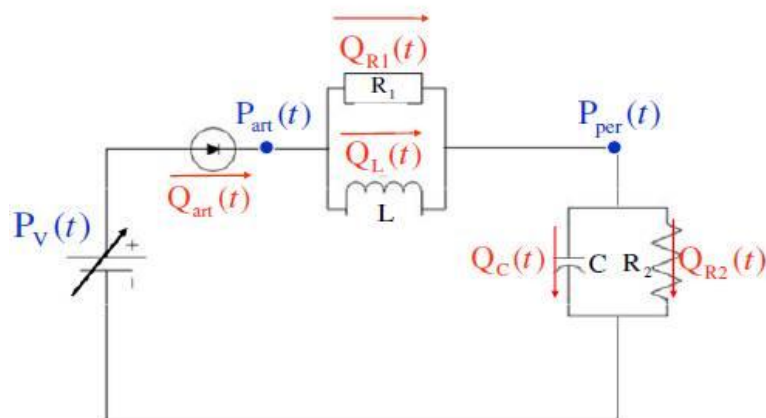


Figure 2.8- Circuit électrique analogique de la circulation sanguine

Etant donné que la pression artérielle et de l'impédance de la circulation systémique sont beaucoup plus élevées et plus influentes que celles de la circulation pulmonaire, seule la circulation systémique est étudiée dans ce travail. Les paramètres du modèle consistent en 6 composants : une alimentation en courant alternatif $P_v(t)$, une diode D , deux résistances R_1 et R_2 , une capacité C et une inductance L . Ils représentent la pression ventriculaire $P_v(t)$, la fonction de la valve aortique (D), la résistance périphérique globale R_2 , la compliance artérielle C , l'impédance de l'aorte R_1 , l'inertie globale du sang L . Les variables P_{per} et P_{art} représentent la pression artériolaire et aortique respectivement. $Q_{art}(t)$ représente le débit sanguin global dans la circulation systémique et $Q_{R1}(t)$, $Q_L(t)$, $Q_C(t)$, $Q_{R2}(t)$ sont les débits dans R_1 , L , C et R_2 respectivement.

Les équations d'état de P_{art} et P_{per} sont :

$$\frac{dP_{art}(t)}{dt} = \frac{Q_{art}(t)}{C} - \frac{P_{per}(t)}{R_2 C} \quad (2.25)$$

$$\frac{dP_{per}(t)}{dt} = R_1 \frac{dQ_{art}(t)}{dt} - \frac{R_1}{L} [P_{art}(t) - P_{per}(t)] + \frac{Q_{art}(t)}{C} - \frac{P_{per}(t)}{R_2 C} \quad (2.26)$$

Modèle mathématique de la fonction de la valve aortique

La fonction de la valve aortique est décrite par la diode D . En se basant sur l'équation caractéristique de la diode, $Q_{art}(t)$ peut être décrit par l'équation (5.4) ci-dessous :

$$Q_{art}(t) = cae^{a[P_v(t) - P_{art}(t)]} \quad (2.27)$$

Où a est le coefficient de la valve, c 'est une constante non négative. Tant que $P_v(t) < P_{art}(t)$, a est nul. La variable c est une variable dont l'échelle de valeur réduite de manière appropriée pour que la valeur de ca soit limitée.

Dans un souci de simplification, une approximation de Pade [] donne les équations de Q_{art} et dQ_{art}/dt deviennent :

$$Q_{art} = ca(1 + aP_v(t) - aP_{art}(t)) \quad (2.28)$$

$$\frac{dQ_{art}(t)}{dt} = ca^2 \left[\frac{dP_v(t)}{dt} - \frac{dP_{art}}{dt} \right] \quad (2.29)$$

Les équations décrivant la circulation sanguine (2.24) et (2.25) deviennent :

$$\frac{dP_{per}(t)}{dt} = \frac{ca}{C} (1 + aP_v(t) - aP_{art}(t)) - \frac{P_{per}(t)}{R_2C} \quad (2.30)$$

$$\frac{dP_{art}(t)}{dt} = \left[ca^2R_1 \frac{dP_v(t)}{dt} + \frac{ca^2}{C} P_v(t) - \left(\frac{R_1}{L} + \frac{ca^2}{C} \right) P_{art}(t) + \left(\frac{R_1}{L} - \frac{1}{R_2C} \right) P_{per}(t) + \frac{ca}{C} \right] (1 + ca^2R_1)^{-1} \quad (2.31)$$

Modèle mathématique de la dynamique ventriculaire

Pour les liquides incompressibles, le débit est liée à la pression appliquée comme suit :

$$Q_f = C_f \frac{dP_f}{dt} \quad (2.32)$$

Où Q_f , P_f et C_f sont le débit volumique, la pression du liquide hydraulique et la capacitance respectivement.

On en déduit l'équation (5.10) ci-dessous :

$$Q_{art} = C_v \frac{dP_v}{dt} \quad (2.33)$$

En remplaçant l'équation (2.33) dans (2.31), on obtient :

$$\frac{dP_{art}(t)}{dt} = \left[\left(\frac{ca^2R_1}{C_v} + \frac{ca^2}{C} \right) P_v(t) - \left(\frac{c^2a^4R_1}{C_v} + \frac{R_1}{L} + \frac{ca^2}{C} \right) P_{art}(t) + \left(\frac{R_1}{L} - \frac{1}{R_2C} \right) P_{per}(t) + \frac{ca}{C} + \frac{c^2a^3R_1}{C_v} \right] (1 + ca^2R_1)^{-1} \quad (2.34)$$

2.6.2 Interaction entre le système cardiovasculaire et le système respiratoire

La fréquence cardiaque et respiratoire sont représentées par f_{HR} et f_{BF} respectivement. Ici, la pression ventriculaire $P_v(t)$ et la force d'entraînement respiratoire $P_{Lg}(t)$ sont approximées par les équations (2.35) et (2.36) ci-dessous :

$$P_v(t) = A_v \sin(\pi f_{HR} t)^{10} + 1 \quad (2.35)$$

$$P_{Lg}(t) = A_{Lg} \sin 2\pi f_{BF} t \quad (2.36)$$

Où A_v et A_{Lg} sont les amplitudes des sinusoides. Dans des conditions stationnaires, par exemple pour un mode spécifique de l'activité du corps humain, pour chaque débit sanguin à travers le ventricule gauche, débit volumique de l'air à travers la capacité pulmonaire, peut être négligé. En d'autres termes, pour un mode d'activité spécifique, la fréquence cardiaque peut être supposée proportionnelle à la fréquence respiratoire, telle que :

$$\frac{f_{HR}}{f_{BF}} = K_f \quad (2.37)$$

La relation entre $P_v(t)$ et $P_{Lg}(t)$ peut être décrite comme suit :

$$P_v(t) = M(K_f, f_{BF}, t)P_{Lg}(t) \quad (2.38)$$

$$M(K_f, f_{HR}, t) = \frac{A_v \sin(\pi f_{HR} t)^{10}}{A_{Lg} \sin 2\pi f_{BF} t} \quad (2.39)$$

De même, la pression $P_{Lg}(t)$ peut être exprimée comme suit :

$$P_{Lg}(t) = N(K_f, f_{HR}, t)P_v(t) \quad (2.40)$$

$$N(K_f, f_{HR}, t) = \frac{A_{Lg} \sin 2\pi f_{BF} t}{A_v \sin(\pi f_{HR} t)^{10} + 1} \quad (2.41)$$

La force d'entraînement respiratoire et le débit d'air global peuvent être reliés par l'équation suivante :

$$P_{Lg}(t) = R_{Lg}Q_{Lg}(t) \quad (2.42)$$

En introduisant (5.15), (5.16) et (5.19) dans la dynamique de circulation sanguine on obtient :

$$\frac{dP_{per}(t)}{dt} = \frac{ca}{C} \left(1 + aR_{Lg}Q_{Lg}(t)M(K_f, f_{HR}, t) - aP_{art}(t) \right) - \frac{P_{per}(t)}{R_2C} \quad (2.43)$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{art}(t)}{dt} = & \left[\left(\frac{ca^2R_1}{C_v} + \frac{ca^2}{C} \right) R_{Lg}Q_{Lg}(t)M(K_f, f_{HR}, t) - \left(\frac{c^2a^4R_1}{C_v} + \frac{R_1}{L} + \frac{ca^2}{C} \right) P_{art}(t) \right. \\ & \left. + \left(\frac{R_1}{L} - \frac{1}{R_2C} \right) P_{per}(t) + \frac{ca}{C} + \frac{c^2a^3R_1}{C_v} \right] + (1 + ca^2)^{-1} \end{aligned} \quad (2.44)$$

En outre, on suppose que la tension artérielle est proportionnelle à la pression du ventricule gauche, $P_v(t)$, comme suit :

$$P_v(t) = bP_{art}(t)$$

Où $b = 0$ quand $dP_{art}(t)/dt < 0$ et $b = 1$ quand $dP_{art}(t)/dt \geq 0$

La dynamique respiratoire peut alors être décrite comme suit :

$$\frac{dQ_{Lg}(t)}{dt} = \frac{bN(K_f, f_{HR}, t)}{L_{Lg}} P_{art}(t) - \frac{R_{Lg}}{L_{Lg}} Q_{Lg}(t) \quad (2.45)$$

L'interaction entre la dynamique de circulation et la dynamique respiratoire peut être décrite par les équations (2.43), (2.44) et (2.45).

On définit $x_1 = P_{per}$, $x_2 = P_{art}$ et $x_3 = Q_{Lg}$, l'interaction cardiorespiratoire est définie par le système ci-dessous :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Les éléments des matrices A et B sont définis comme suit :

$$A_{11} = -1/R_2C \quad (2.46a)$$

$$A_{12} = (R_1R_2C - L)/(LR_2C(1 + a^2R_1)) \quad (2.46b)$$

$$A_{13} = ca^2R_{Lg}M(K_f, f_{HR}, t)/C \quad (2.46c)$$

$$A_{21} = (R_1R_2C - L)/(LR_2C(1 + a^2R_1)) \quad (2.46d)$$

$$A_{22} = -(c^2a^4R_1LC + CC_vR_1 + ca^2C_vL)/(CC_vL(1 + ca^2R_1)) \quad (2.46e)$$

$$A_{23} = (c^2a^4R_1C + caC_v)R_{Lg}M(K_f, f_{HR}, t)/(CC_v(1 + ca^2R_1)) \quad (2.46f)$$

$$A_{31} = 0 \quad (2.46g)$$

$$A_{32} = bN(K_f, f_{HR}, t) \quad (2.46h)$$

$$A_{33} = -R_{Lg}/L_{Lg} \quad (2.46i)$$

$$B_1 = \frac{ca}{c} \quad (2.46j)$$

$$B_2 = (caC_v + c^2a^3R_1C)/(CC_v(1 + ca^2R_1)) \quad (2.46k)$$

$$B_3 = 0 \quad (2.46l)$$

2.7 Simulation

Discussion

La simulation du système décrivant l'interaction cardiorespiratoire n'ayant pas abouti à des résultats satisfaisants, nous avons simulé le modèle respiratoire et le modèle de la circulation sanguine séparément (figures (5.4), (5.5), (5.6) et (5.7)). La pression artérielle est similaire à celle du modèle du système cardiovasculaire présenté dans le chapitre 2. Les pressions artérielle et ventriculaire atteignent un maximum de 120 mmHg. La pression artériolaire, quant à elle, atteint un maximum d'environ 200 mmHg. Le débit d'air global a une allure sinusoïdale. Il est positif lors de l'inspiration et négatif lors de l'expiration et atteint un maximum de 400 mm/sec.

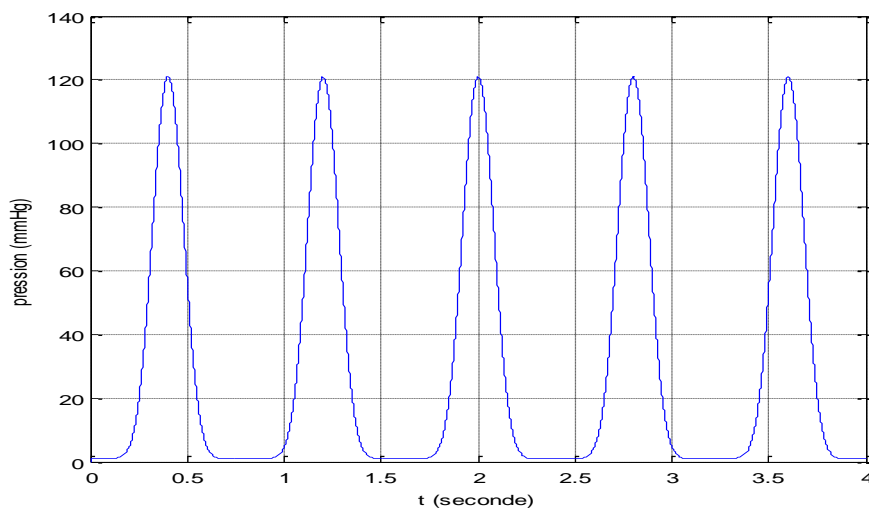


Figure 2.9 - Pression ventriculaire Pv

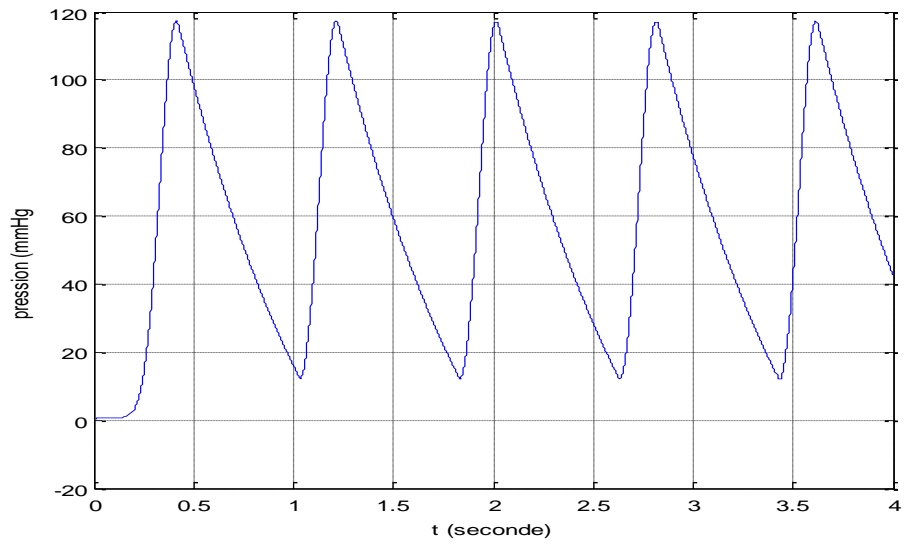


Figure 2.10 - pression artérielle Part

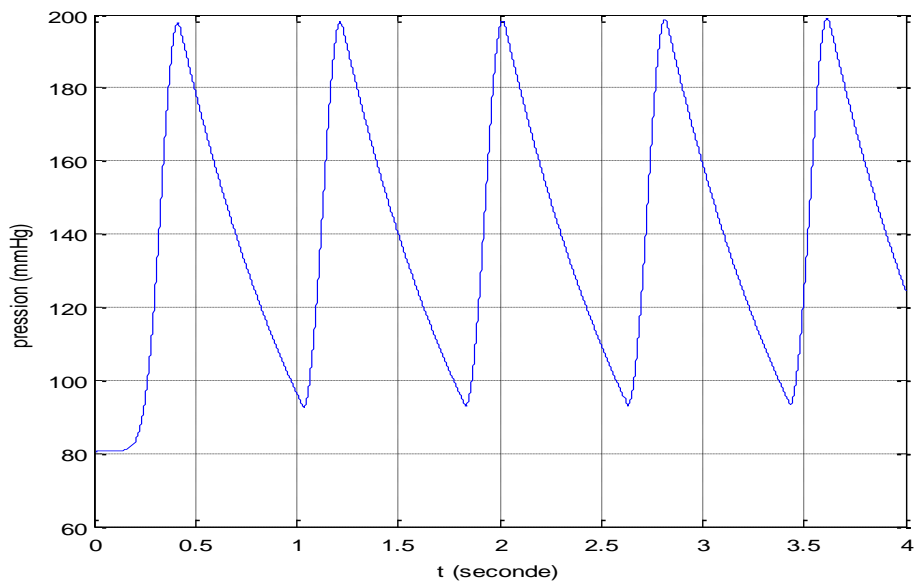


Figure 2.11 - pression artériolaire Pper

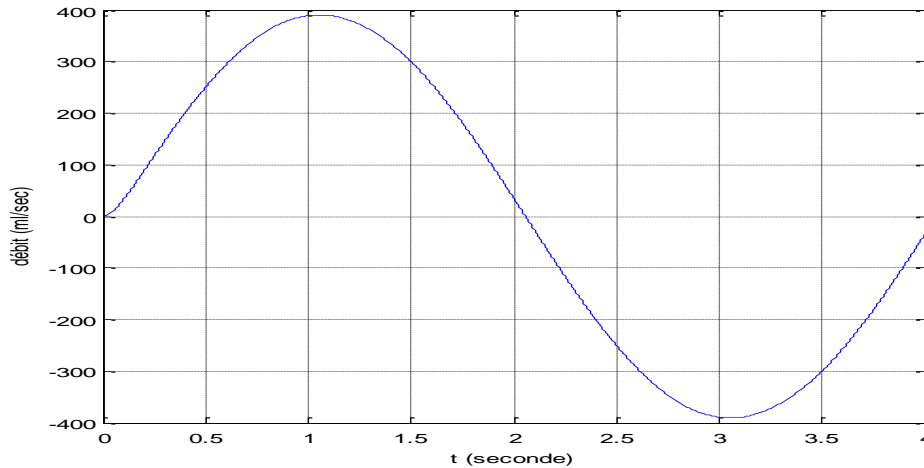


Figure 2.12 - débit d'air global

2.8 Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons abordé la modélisation du système cardiovasculaire, en commençant par un état de l'art de la modélisation des systèmes cardiovasculaire, puis nous avons décrit le modèle choisi et utilisé dans notre travail ainsi que son modèle hybride. Ensuite, nous avons réécrit notre sous une représentation d'état et présenté les résultats de simulation de notre système.

Dans la deuxième partie, présenté un modèle de la dynamique respiratoire ainsi qu'un modèle représentant l'interaction entre la dynamique respiratoire et la dynamique de la circulation sanguine. Nous avons également simulé chacune de ces dynamiques séparément.

Chapitre 3 : Observation des états physiologiques du système cardiovasculaire par un observateur mode glissant

3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons validé le modèle du système cardiovasculaire. L'objectif de ce chapitre est d'observer les états physiologiques du système cardiovasculaire par un observateur mode glissant. Nous commencerons par le calcul des gains de l'observateur. En suite, nous présenterons les résultats de simulation ; puis nous effectuerons un test de robustesse de l'observateur.

3.2 Position du problème

Suite aux travaux effectués dans le projet de fin d'études [8]: modélisation, identification et détection d'anomalies cardiovasculaires, nous proposons de synthétiser un observateur robuste des états physiologiques. Et cela dans le but de mesurer les états physiologiques, chose difficile à réaliser cliniquement vu qu'elle se fait que par des méthodes invasives. Pour cela, nous avons choisi l'observateur par mode glissant vu qu'il est connu par nature robuste. Afin d'obtenir des valeurs estimées des états physiologiques plus proches de leurs valeurs réelles. Nous utiliserons aussi l'observateur par mode glissant dans l'aide au diagnostic de certaines anomalies cardiovasculaires.

3.3 Synthèse de l'observateur par mode glissant

Soit l'observateur par mode glissant du système cardiovasculaire donné dans le chapitre précédent, défini par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{\hat{X}} = F(\hat{X}, u) + L \cdot \text{sign}(y - \hat{y}) \\ \hat{y} = C \hat{X} \end{cases} \quad (3.1)$$

Où $X = [P_v \quad P_r \quad P_s \quad P_a \quad f_a]^T$, $C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\text{Et } F(\hat{X}, u) = \begin{pmatrix} \frac{\dot{E}}{E} \hat{x}_1 + \frac{E}{Rm} (\hat{x}_1 - \hat{x}_2) + \frac{E}{Ra} (\hat{x}_4 - \hat{x}_1) u_2 \\ \frac{1}{CrRs} (\hat{x}_3 - \hat{x}_2) + \frac{1}{CrRm} (\hat{x}_1 - \hat{x}_2) u_1 \\ \frac{1}{CsRs} (\hat{x}_2 - \hat{x}_3) + \frac{1}{Cs} \hat{x}_5 \\ \frac{-1}{Ca} \hat{x}_5 + \frac{1}{CaRa} (\hat{x}_1 - \hat{x}_4) u_2 \\ \frac{1}{Ls} (\hat{x}_4 - \hat{x}_3) - \frac{Rc}{Ls} \hat{x}_5 \end{pmatrix}$$

Pour pouvoir utiliser l'approche proposée dans [17], on réécrit le système sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = f(\alpha, \beta) + g(\alpha, \beta) \cdot u \\ \dot{\beta} = F(\alpha, \beta, u) \end{cases} \quad (3.2)$$

En divisant le vecteur X en deux parties : $\alpha = [P_a \quad f_a]$ et $\beta = [P_v \quad P_r \quad P_s]$, on obtient :

$$\dot{\alpha} = A_1 \cdot \alpha + A_2 \cdot \beta + g \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\dot{\beta} = B_1 \cdot \alpha + B_2 \cdot \beta + B_3 \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$\text{Avec : } A_1 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{Ca} \\ \frac{1}{Ls} & \frac{-Rc}{Ca} \end{bmatrix}; A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{Ls} \end{bmatrix}; g(\alpha, \beta) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{CaRa} (x_1 - x_4) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Cs} \end{bmatrix}; B_2 = \begin{bmatrix} \frac{\dot{E}}{E} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{RsCr} & \frac{1}{RsCr} \\ 0 & \frac{1}{RsCs} & \frac{-1}{RsCs} \end{bmatrix} \text{ et } B_3 = \begin{bmatrix} \frac{E}{Rm} (x_2 - x_1) & \frac{E}{Ra} (x_4 - x_1) \\ \frac{1}{CrRm} (x_1 - x_2) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Les états observés sont $(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$; et les erreurs d'observations sont $(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta})$ définies par :

$$\tilde{\alpha} = \alpha - \hat{\alpha} \text{ et } \tilde{\beta} = \beta - \hat{\beta}$$

L'observateur proposé, dans [17], est constitué par deux sous-systèmes, le premier concerne l'observation de l'état α et le second l'observation de l'état β . Le premier est donné par :

$$\dot{\hat{\alpha}} = f(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) + g(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) \cdot u + L_1 \cdot \text{sign}(S) \quad (3.5)$$

$$\dot{\hat{\beta}} = F(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) + G(\hat{\alpha}, \hat{\beta}).u + L_2 \cdot \text{sign}(S) \quad (3.6)$$

La surface de glissement $S = y - \hat{y} = \tilde{\alpha}$

On va appliquer cette approche pour calculer nos gains L_1 et L_2 .

3.3.1 Calcul du gain L

- **Calcul de L_1**

On a, d'après [17], les éléments de la diagonale de la matrice L_1 doivent vérifier la condition qui suit:

$$\text{Soit } L_1 = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 \\ 0 & L_{12} \end{bmatrix}$$

$$L_{11} \geq \rho_1 + m \cdot \rho_2 \quad (3.7)$$

$$L_{12} \geq \rho_1 + m \cdot \rho_2 \quad (3.8)$$

Avec

$$|\tilde{f}_i| < \rho_1, \quad |\tilde{g}_{ij}| < \rho_2 \quad \text{pour } i=1, \dots, p \text{ et } j=1, \dots, m$$

Dans notre cas : $m=p=2$; Tel que :

$$\tilde{f} = f(\alpha, \beta) - f(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) = A_1 \tilde{\alpha} + A_2 \tilde{\beta} \leq A_1 |\alpha| + A_2 |\beta| - A_1 |\hat{\alpha}| - A_2 |\hat{\beta}| = \rho_1$$

$$\tilde{g} = g(\alpha, \beta) - g(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$$

$$\tilde{g} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{CaRa} (\tilde{x}_1 + \tilde{x}_4) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

D'où

$$\tilde{g}_{12} \leq \frac{1}{CaRa} (|\tilde{x}_1| + |\tilde{x}_4|) = \rho_2$$

On considère que les composantes des états (α_i, β_i) sont bornées, alors :

$$|\alpha_i| \leq k_1 \quad \text{et} \quad |\beta_i| \leq k_2$$

Nous avons alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{11} \geq A_1 |\tilde{\alpha}_i| + A_1 (k_1 + |\hat{\alpha}_i|) + A_2 (k_2 + |\hat{\beta}_i|) + \frac{1}{caRa} (|\tilde{x}_1| + |\tilde{x}_4|) + \\ \quad \frac{1}{caRa} (k_1 + |\hat{x}_1| + k_2 + |\hat{x}_4|) \\ L_{12} \geq A_1 |\tilde{\alpha}| + A_1 (k_1 + |\hat{\alpha}_i|) + A_2 (k_2 + |\hat{\beta}_i|) + \frac{1}{caRa} (|\tilde{x}_1| + |\tilde{x}_4|) + \\ \quad \frac{1}{caRa} (k_1 + |\hat{x}_1| + k_2 + |\hat{x}_4|) \end{array} \right. \quad (3.9)$$

- **Calcul de L_2**

La norme de la matrice L_2 doit vérifier les conditions suivantes :

$$0 \leq \|L_2\| \leq \frac{\delta - \delta_1 - \sigma_{\max}(A_0)}{\|L_1^{-1}\| \cdot (\delta_2 + \delta_3)} \quad (3.10)$$

Tel que :

$$1/ \quad \dot{\beta} = A_0 \beta + F_0(\beta, \alpha, u) \quad (3.11)$$

Avec $F_0(\beta, \alpha, u) = F_0(\alpha, \beta, u) - A_0 \beta$

$A_0 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ a un spectre négatif c.à.d. elle est solution de l'équation de Lyapounov.

$$2 / \frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)} > 2 \cdot \delta \text{ avec } \delta \in \mathbb{R} \quad (3.12)$$

Avec P et Q deux matrices définies positives vérifiant l'équation de Lyapounov :

$$A_0^T P + P A_0 = -Q \quad (3.13)$$

En utilisant la commande « Lyap », et on fixant A_0 et Q, on obtient la matrice P.

3/ Les fonctions F, f et g sont des fonctions lipchitziennes en β avec δ_1 , δ_2 et δ_3

Sont les constantes de Lipchitz respectives calculées par l'approche [22]. (Voir annexe B)

3.3.2 Simulations

On impose les gains L_1 et L_2 de manière à ce qu'ils vérifient les conditions (3.9) et (3.10) respectivement. Et nous permettent d'avoir une dynamique satisfaisante numériquement, sont imposés tels que :

$$L_1 = \begin{bmatrix} 10^4 & 0 \\ 0 & 10^3 \end{bmatrix} \quad \text{Et} \quad L_2 = \begin{bmatrix} 10^{-2} & 10^{-2} \\ 10^{-5} & 10^{-5} \\ 10^{-4} & 10^{-4} \end{bmatrix}$$

L'observateur est testé en absence d'anomalies, les résultats de simulation sont donnés ci-dessous.

Discussions

Les figures (3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5) sont résultats de simulation obtenues à partir d'un programme (script) contenant des fonctions (Function) qui permet:

- L'implémentation du modèle sous forme de fonctions (Function).
- La résolution du système+observateur.
- L'affichage des résultats sous forme de graphes.

Si on zoome les figures (3.4) et (3.5), on obtient les graphes représentant l'erreur d'observation de la pression aortique et l'erreur d'observation du débit aortique (figure (3.6) et (3.7)).

L'erreur e_4 oscille entre [0.5 , -0.5] autour du zéro. De même, l'erreur e_5 oscille entre [0.5 , -0.5] autour du zéro. C'est le phénomène du "Chattering". Pour réduire ce phénomène, nous avons utilisé une fonction plus lisse que le « sign » et qui est la fonction tangente hyperbolique « tanh », les résultats obtenus sont représentés par les figures (3.8), (3.9), (3.10), (3.11) et (3.12).

Les erreurs d'observation des états physiologiques tendent vers zéro. Le phénomène du "Shattering" dans l'erreur e_5 est complètement éliminé tandis que dans l'erreur e_4 , il est réduit à chaque début de période.

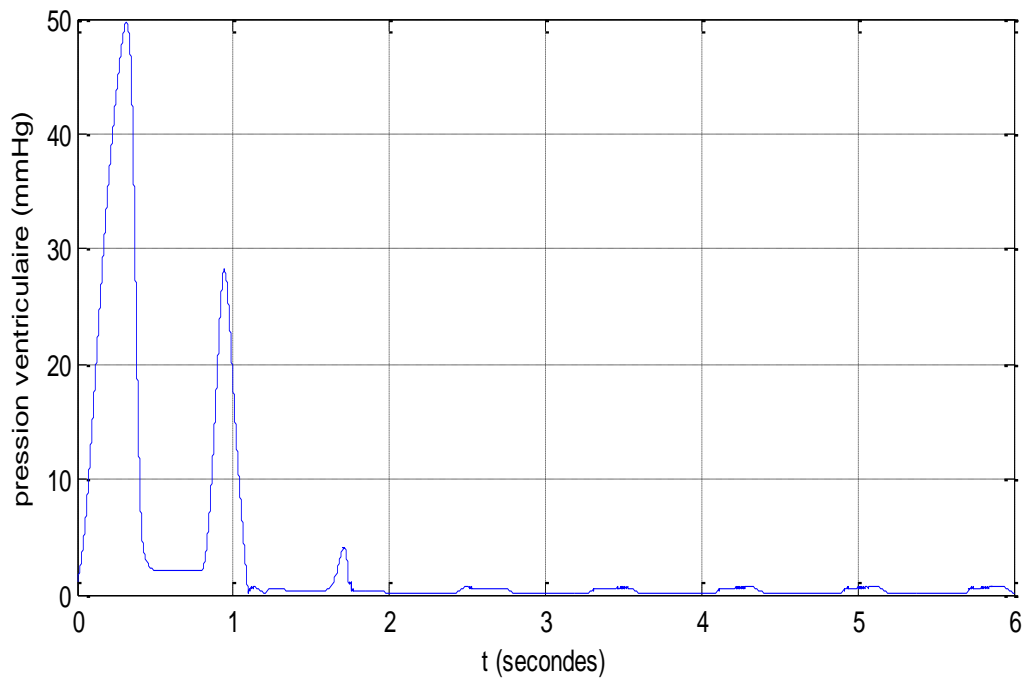


Figure 3.1- L'erreur d'observation de la pression ventriculaire (e1)

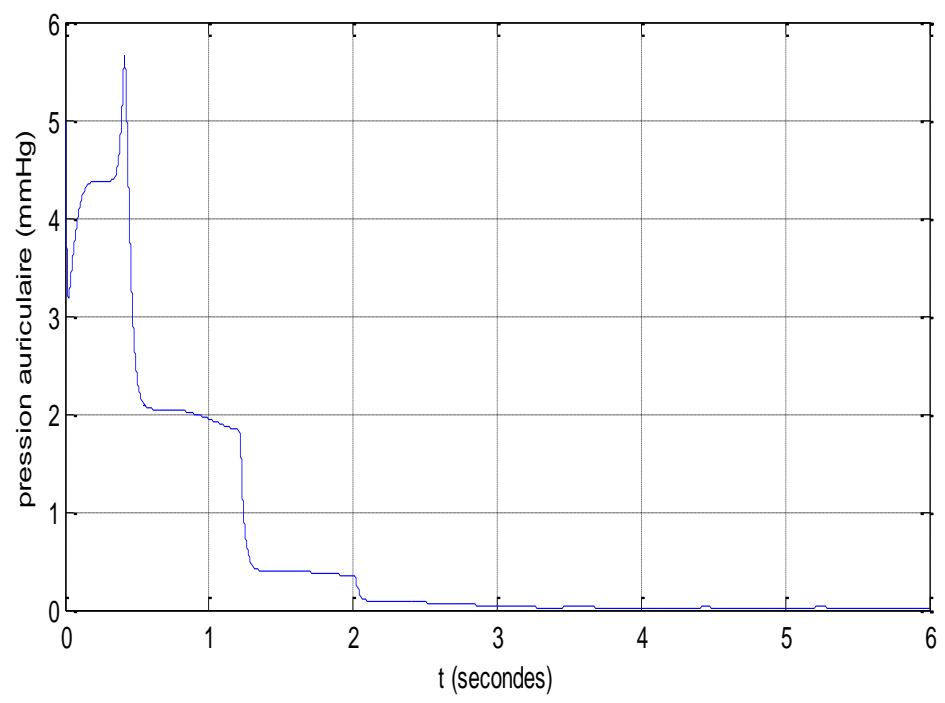


Figure 3.2 - L'erreur d'observation de la pression dans l'oreillette (e2)

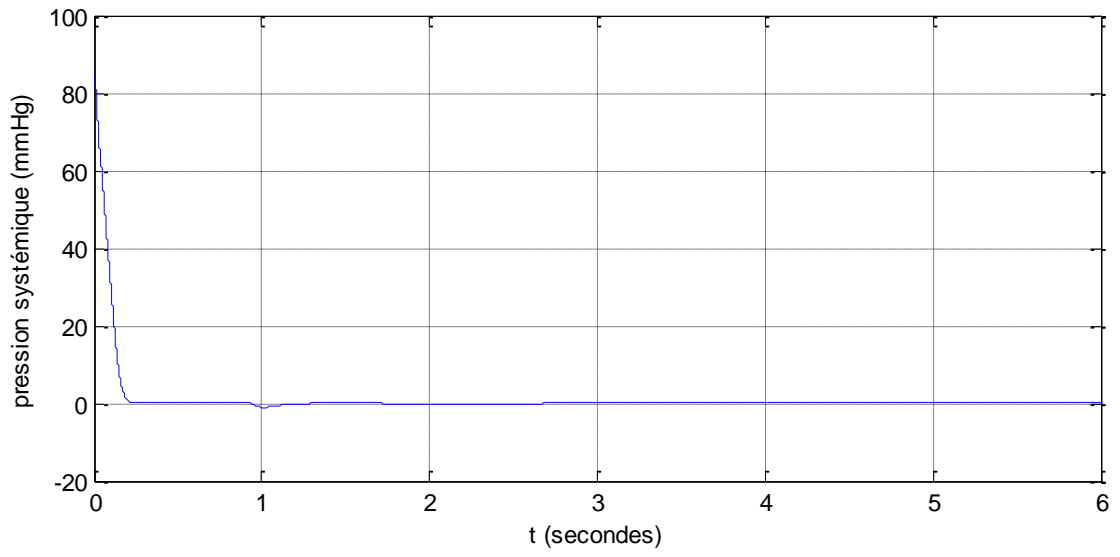


Figure 3.3 - L'erreur d'observation de la pression systémique (e3)

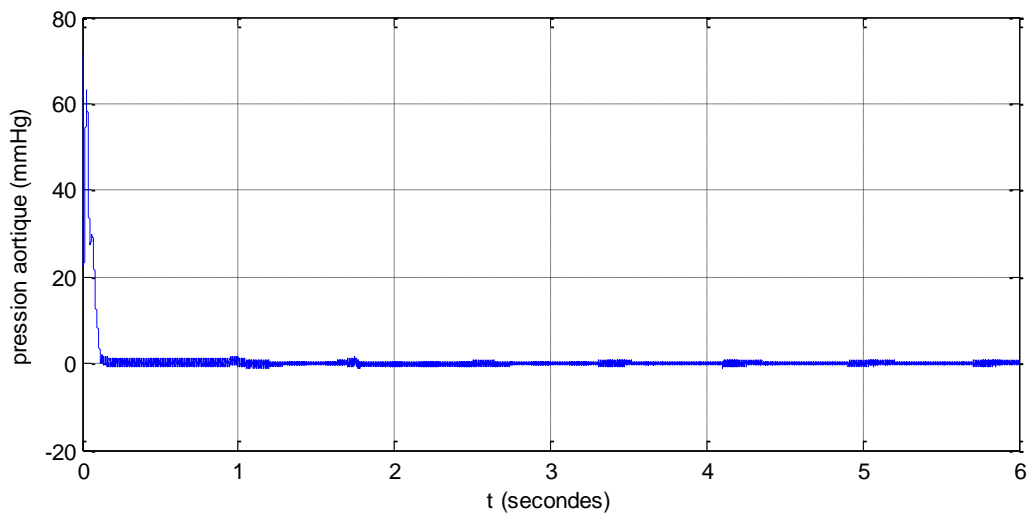


Figure 3.4 - L'erreur d'observation de la pression aortique (e4)

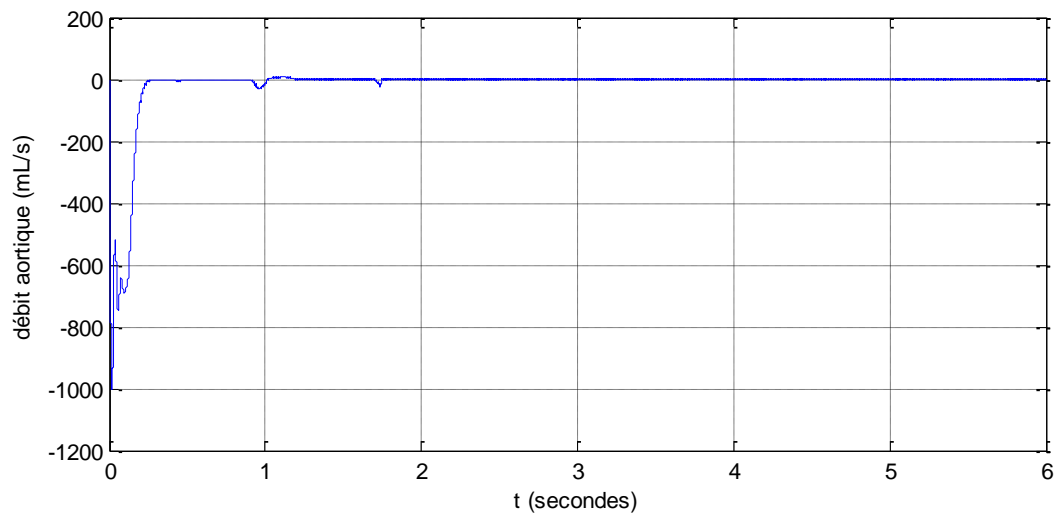


Figure 3.5 - L'erreur d'observation du débit aortique (e5)

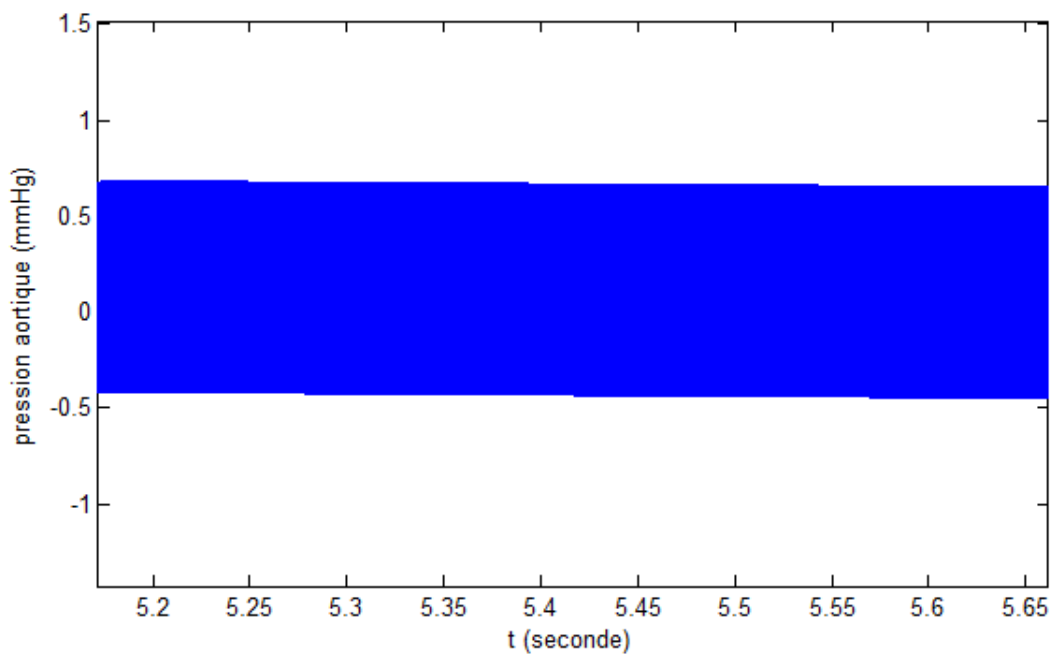


Figure 3.6 – Zoom sur l'erreur d'observation de la pression aortique (e4)

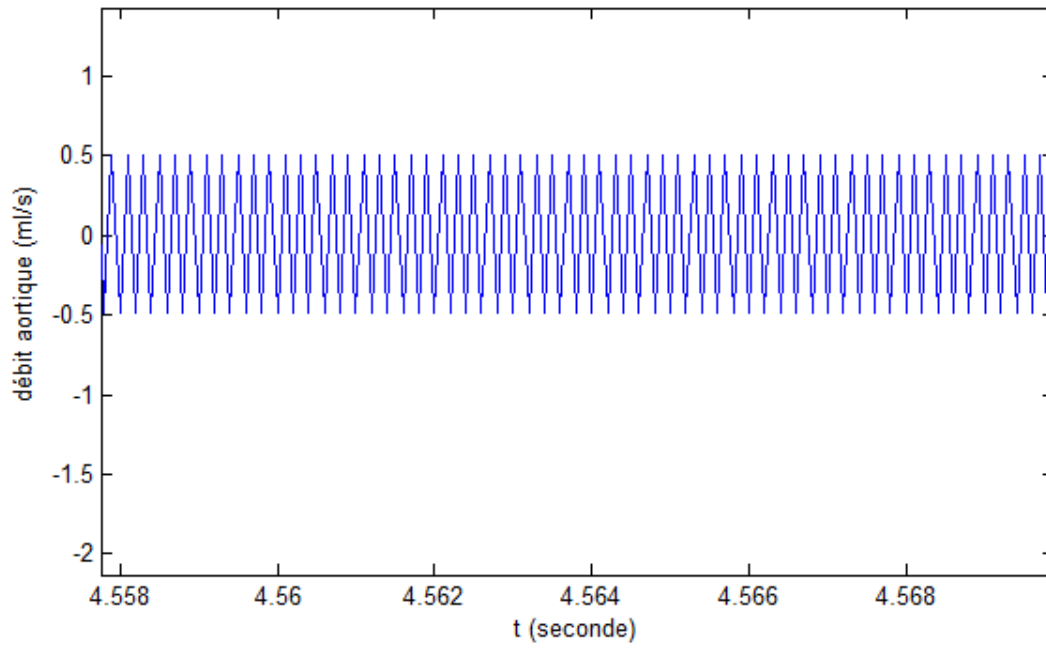


Figure 3.7 – Zoom sur l'erreur d'observation du débit aortique (e5)

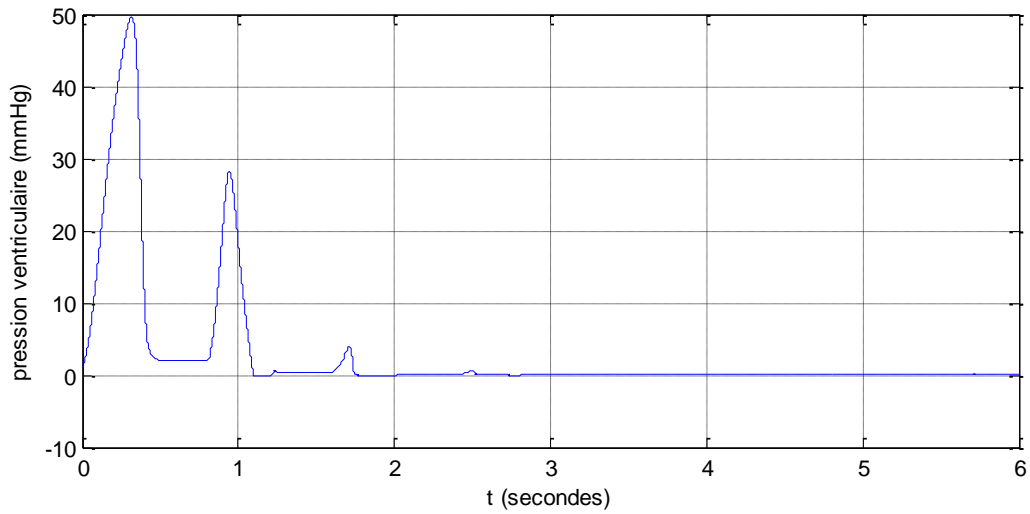


Figure 3.8- L'erreur d'observation de la pression ventriculaire (e1)

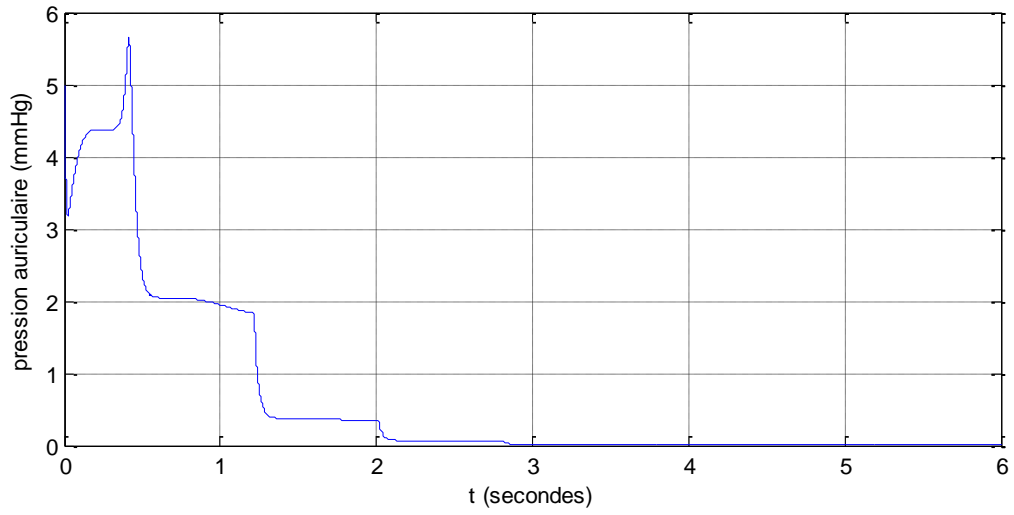


Figure 3.9 - L'erreur d'observation de la pression auriculaire (e2)

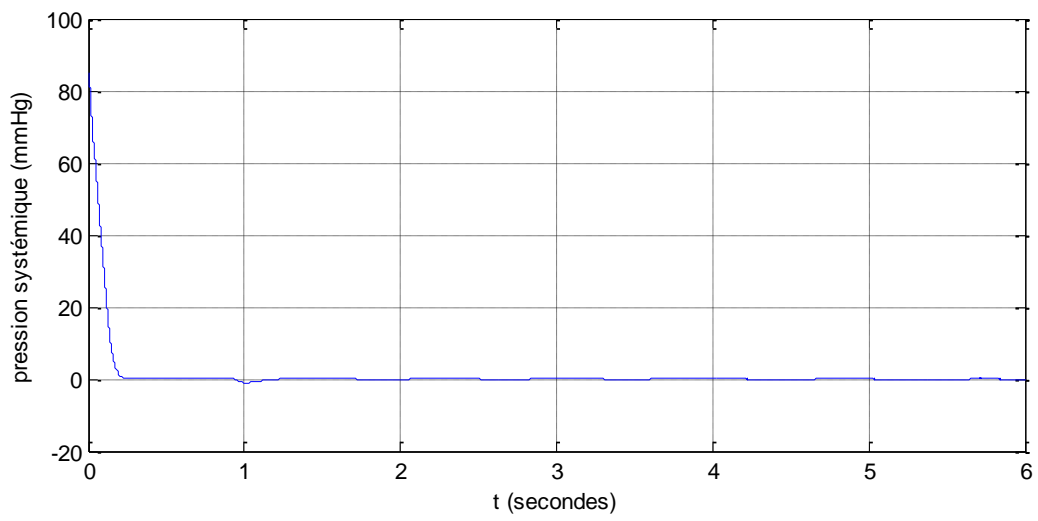


Figure 3.10 - L'erreur d'observation de la pression systémique (e3)

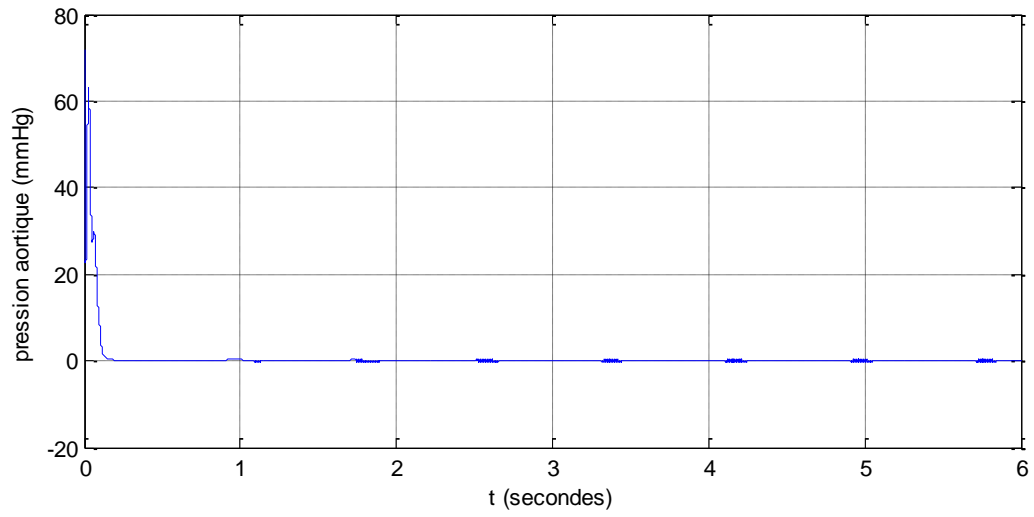


Figure 3.11 - L'erreur d'observation de la pression aortique (e4)

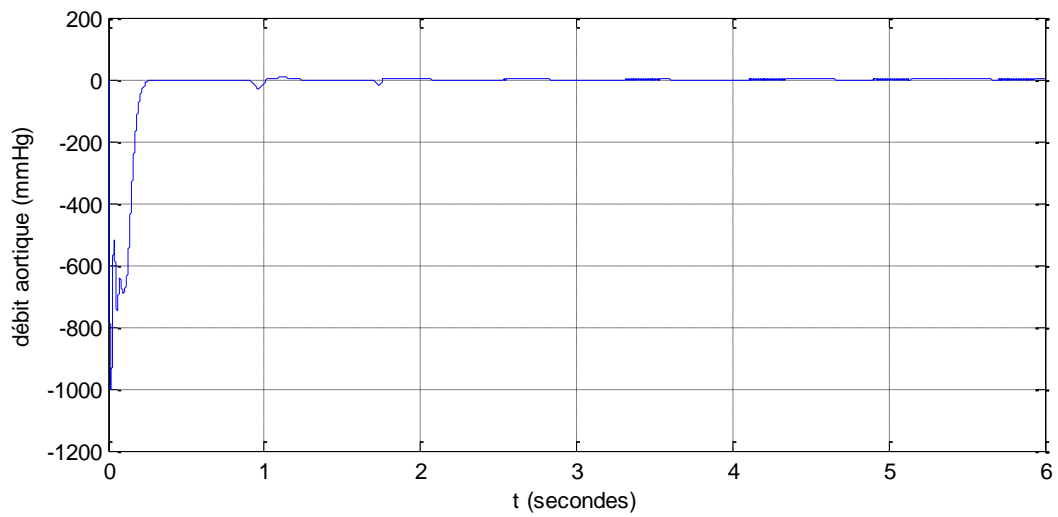


Figure 3.12 - L'erreur d'observation du débit aortique (e5)

3.4 Test de robustesse de l'observateur par mode glissant

On veut tester la robustesse de l'observateur par mode glissant en présence d'anomalies paramétriques. Pour cela, on fait varier les paramètres du système cardiovasculaire (R_S , R_C , C_S et C_r). Alors, on rajoute aux paramètres une erreur de modélisation de 10%, 30% et 50% de leur valeur nominale. Les résultats du test sont donnés dans ce qui suit.

3.4.1 Variations de R_S

- **Simulations**

L'anomalie sur la résistance systémique a été introduite, à l'instant $t=4s$, d'une manière additive telle que :

$$R_S = R_{SN} + \Delta R_S,$$

Où R_{SN} est la valeur nominale de la résistance systémique et ΔR_S représente la modélisation de l'anomalie sur la résistance systémique.

Nous avons obtenu les résultats de simulation ci-dessous.

Discussions

Les figures (3.13), (3.18) et (3.23) représentant l'erreur d'observation « e1 » de l'état physiologique x_1 (pression ventriculaire) relatives à l'introduction d'une erreur de modélisation ΔR_S égale à 10%, 30% et 50% de R_{SN} (valeur nominale de R_S) respectivement, montrent qu'à chaque début de période, l'erreur « e1 » subit une variation sous forme de pic, puis s'annule au bout de quelques millisecondes. Cela est dû à la périodicité de notre système. L'amplitude de ce pic est de plus en plus importante en augmentant ΔR_S .

De même, pour les figures (3.14), (3.19) et (3.24) représentant l'erreur d'observation « e2 » de l'état physiologique x_2 (pression auriculaire) relatives à l'introduction d'une erreur de modélisation ΔR_S égale à 10%, 30% et 50% de R_{SN} (valeur nominale de R_S) respectivement, l'erreur « e2 » varie en début de période puis tend à nouveau vers zéro. Cela est dû à la périodicité de notre système.

Les figures (3.15), (3.20) et (3.25) représentant l'erreur d'observation « e3 » de l'état physiologique x_3 (pression systémique) relatives à l'introduction d'une erreur de modélisation ΔR_S égale à 10%, 30% et 50% de R_{SN} (valeur nominale de R_S) respectivement, montrent que l'erreur « e3 » est insensible à la variation du paramètre R_S .

Pour l'erreur « e4 », erreur d'observation de l'état physiologique x_4 (pression aortique), il y'a aussi apparition de pics en début de période, puis l'erreur « e4 » s'annule. Ceci est montré par les figures (3.16), (3.21) et (3.26), représentant l'erreur « e4 », correspondantes à la variation du paramètre R_S de 10%, 30% et 50% de R_{SN} (respectivement).

On constate le même phénomène vu précédemment pour l'erreur d'observation « e4 » dans l'erreur « e5 », d'après les figures (3.17), (3.22) et (3.27) représentant l'erreur « e5 », erreur d'observation de l'état physiologique x_5 (débit aortique), correspondantes à la variation du paramètre R_S de 10%, 30% et 50% de R_{SN} respectivement.

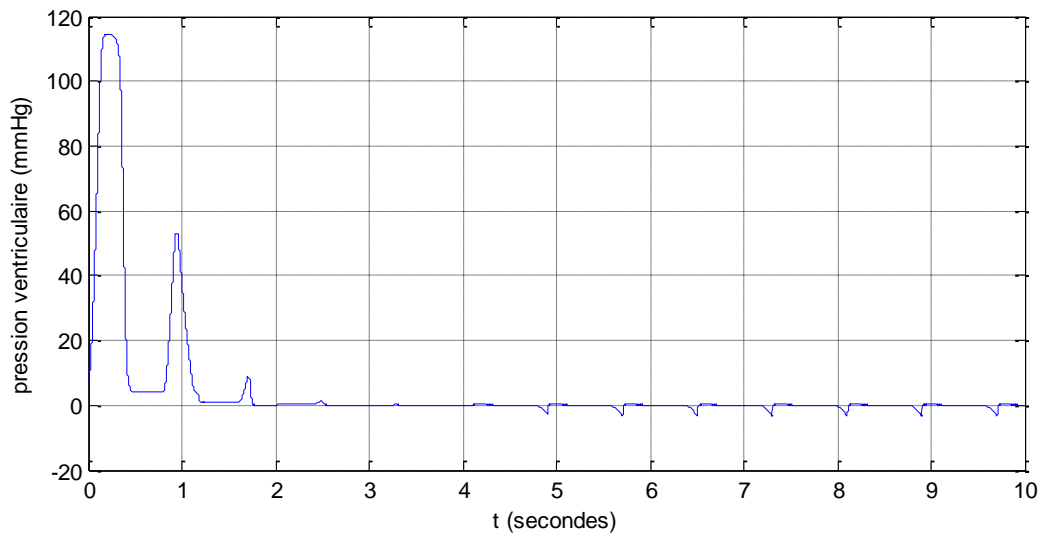


Figure 3.13 - L'erreur d'observation de la pression ventriculaire (e1) avec $\Delta R_S = 10\% R_{SN}$

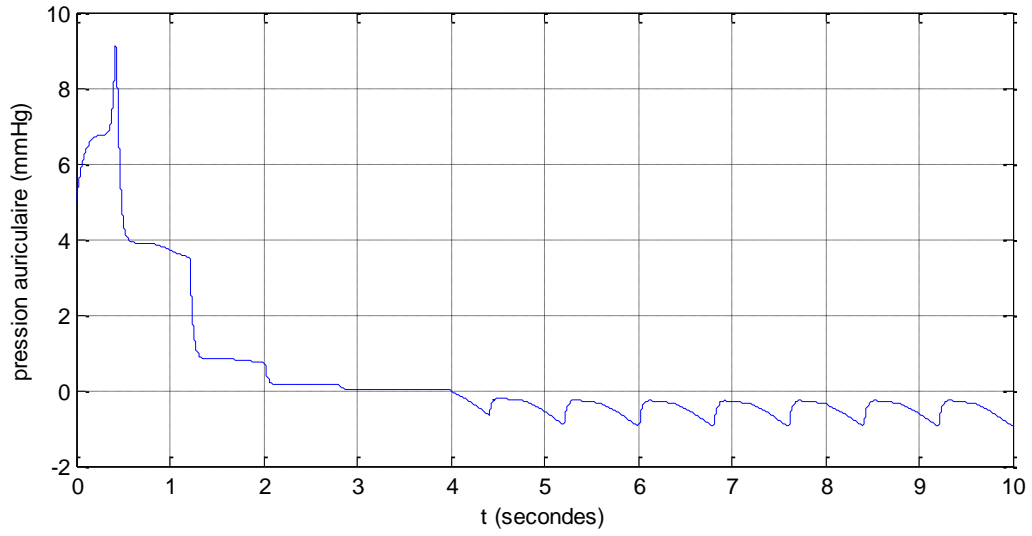


Figure 3.14- L'erreur d'observation de la pression dans l'oreillette (e2) avec $\Delta RS= 10\%RSN$

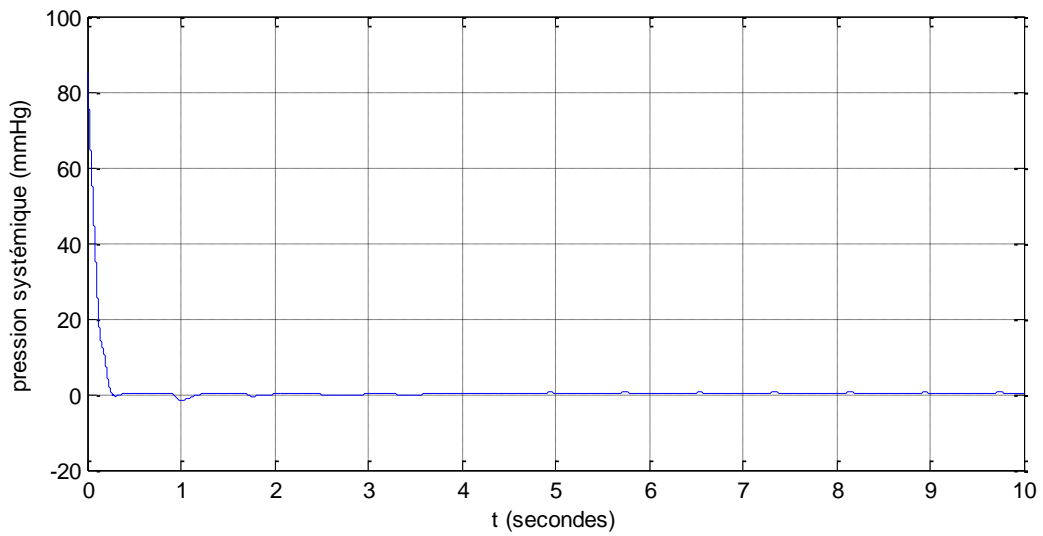


Figure 3.15 - L'erreur d'observation de la pression systémique (e3) avec $\Delta RS= 10\%RSN$

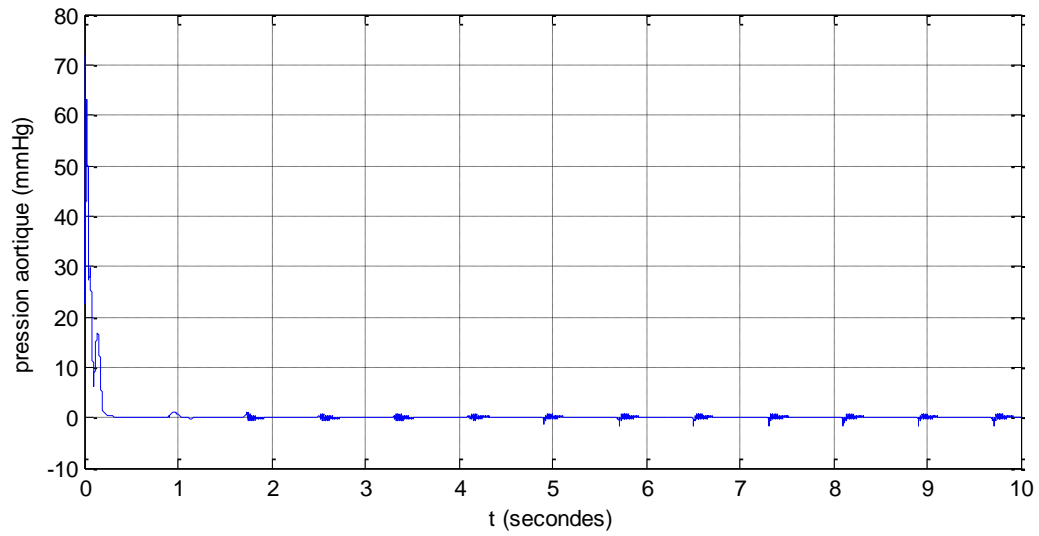


Figure 3.16 - L'erreur d'observation de la pression aortique (e4) avec $\Delta RS= 10\%RSN$

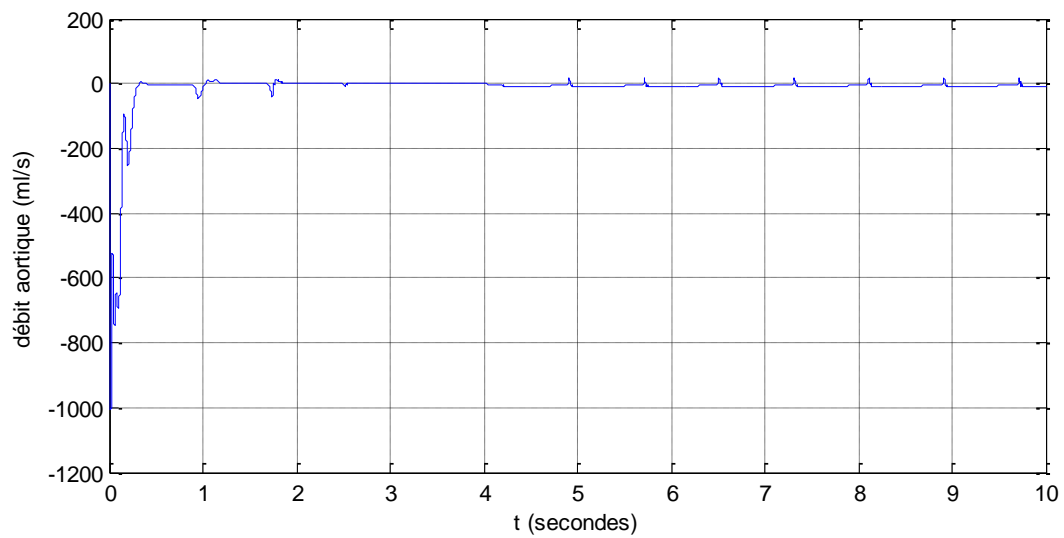


Figure 3.17 - L'erreur d'observation du débit aortique (e5) avec $\Delta RS= 10\%RSN$

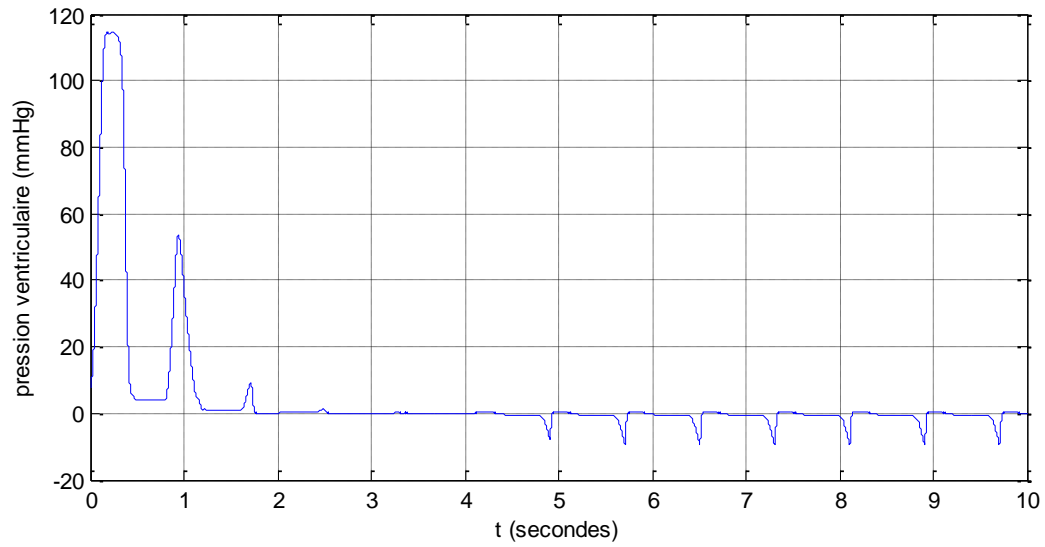


Figure 3.18 - L'erreur d'observation de la pression ventriculaire (e1) avec $\Delta RS=30\%RSN$

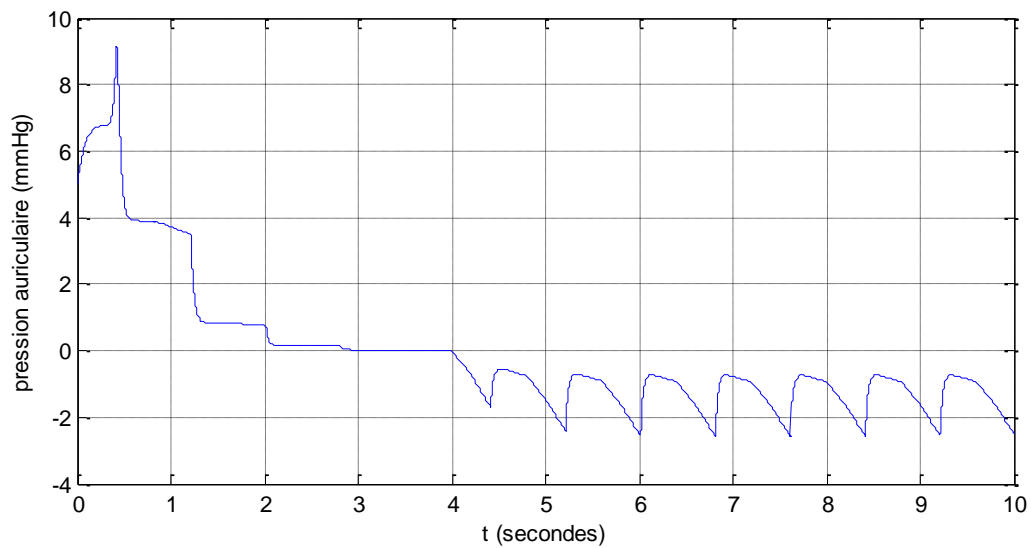


Figure 3.19 - L'erreur d'observation de la pression dans l'oreillette (e2) avec $\Delta RS=30\%RSN$

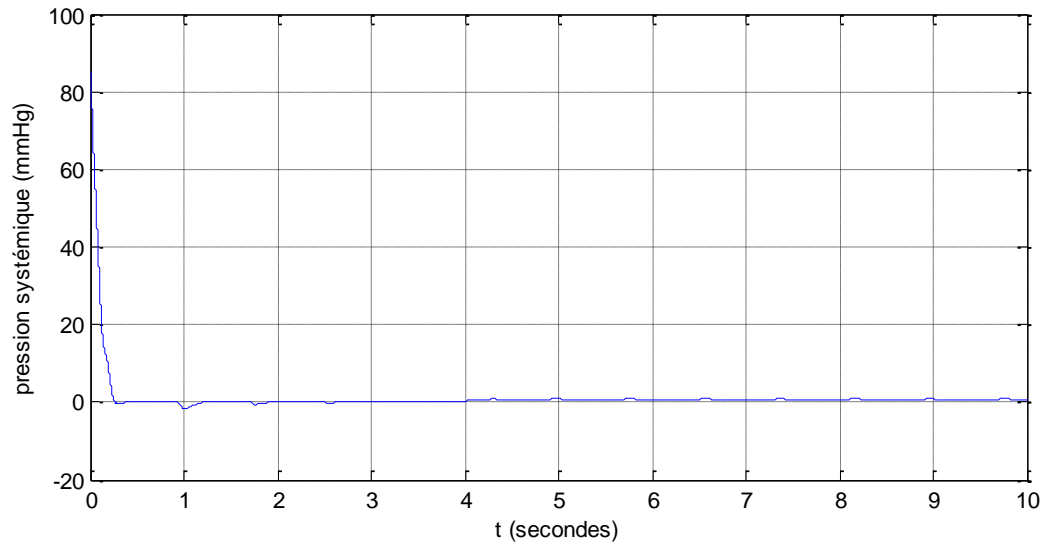


Figure 3.20 - L'erreur d'observation de la pression systémique (e3) avec $\Delta RS= 30\%RSN$

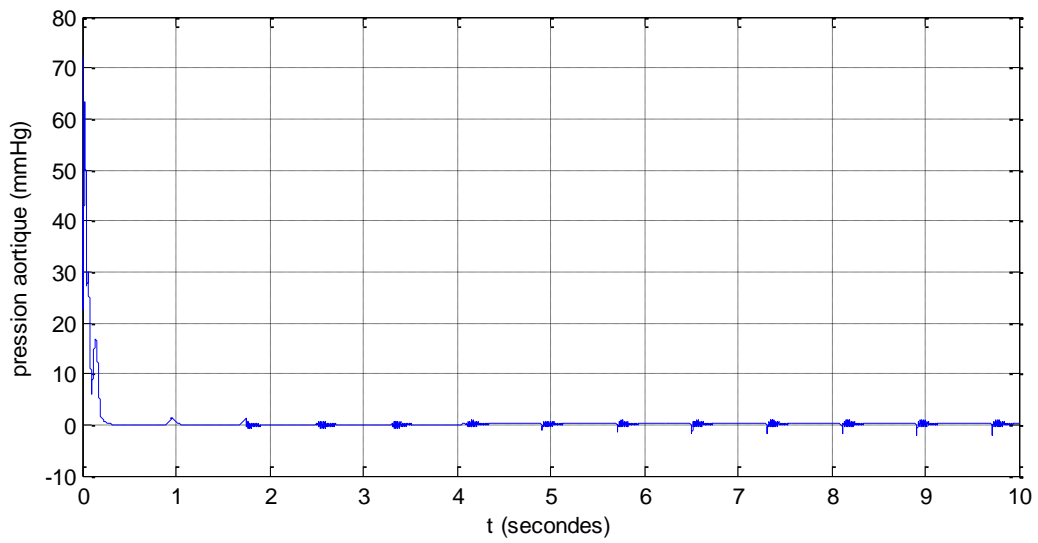


Figure 3.21 - L'erreur d'observation de la pression aortique (e4) avec $\Delta RS= 30\%RSN$

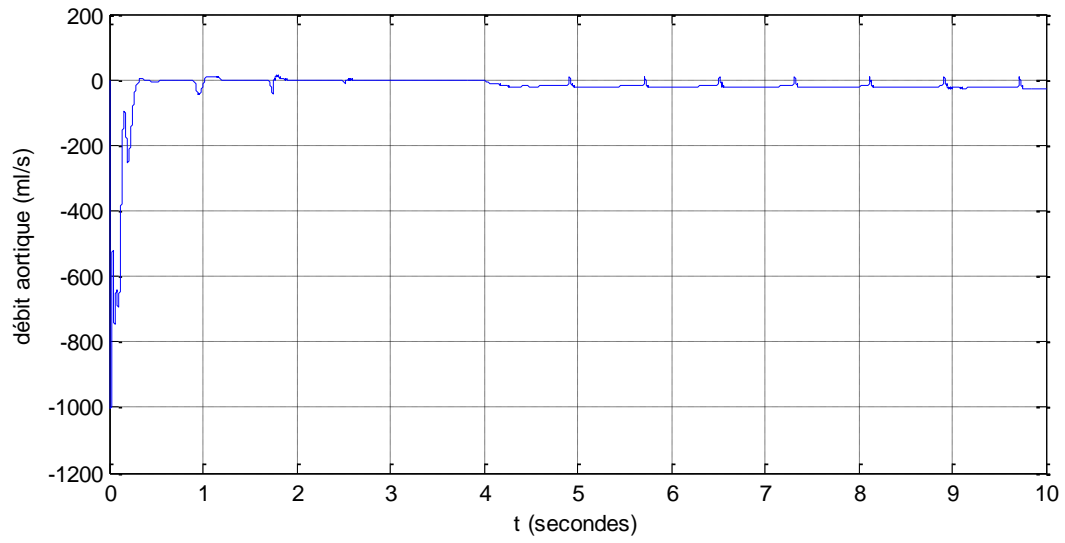


Figure 3.22 - L'erreur d'observation du débit aortique (e5) avec $\Delta RS= 30\%RSN$

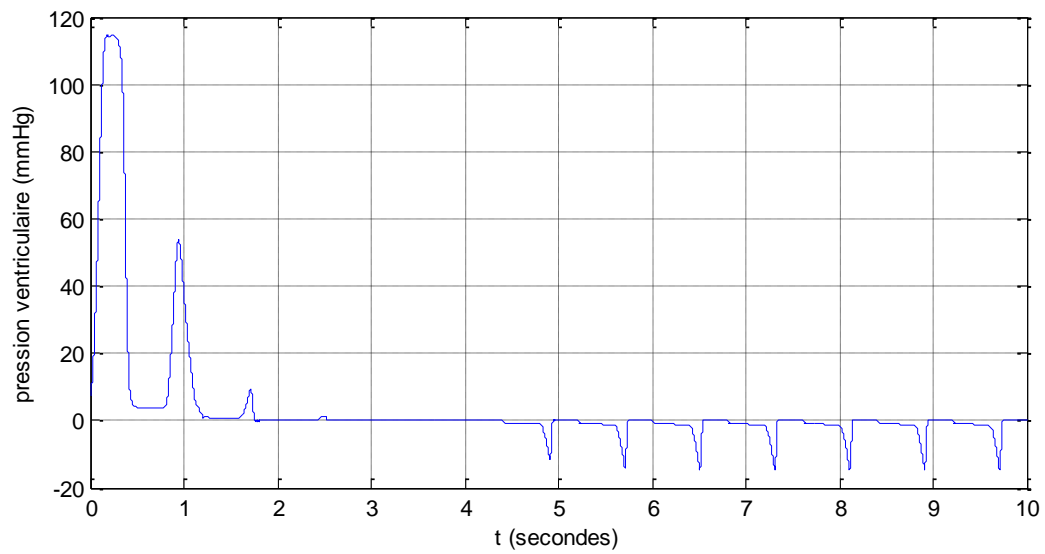


Figure 3.23 - L'erreur d'observation de la pression ventriculaire (e1) avec $\Delta RS= 50\%RSN$

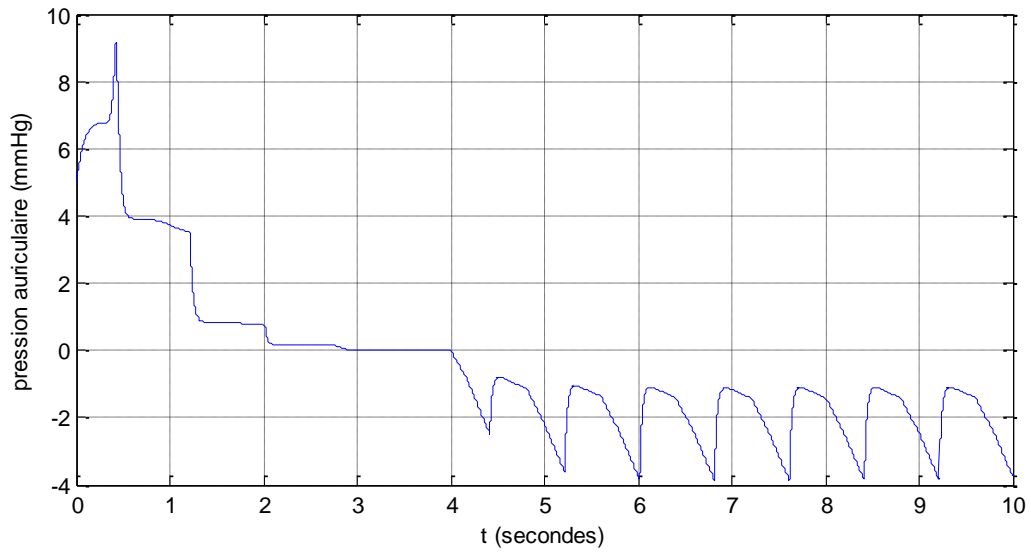


Figure 3.24 - L'erreur d'observation de la pression dans l'oreillette (e2) avec $\Delta RS= 50\%RSN$

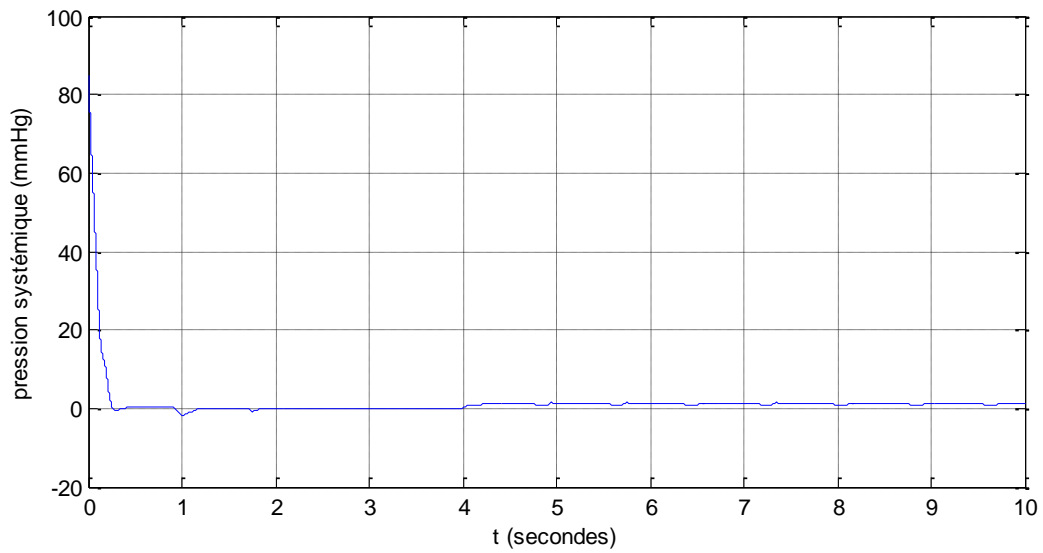


Figure 3.25 - L'erreur d'observation de la pression systémique (e3) avec $\Delta RS= 50\%RSN$

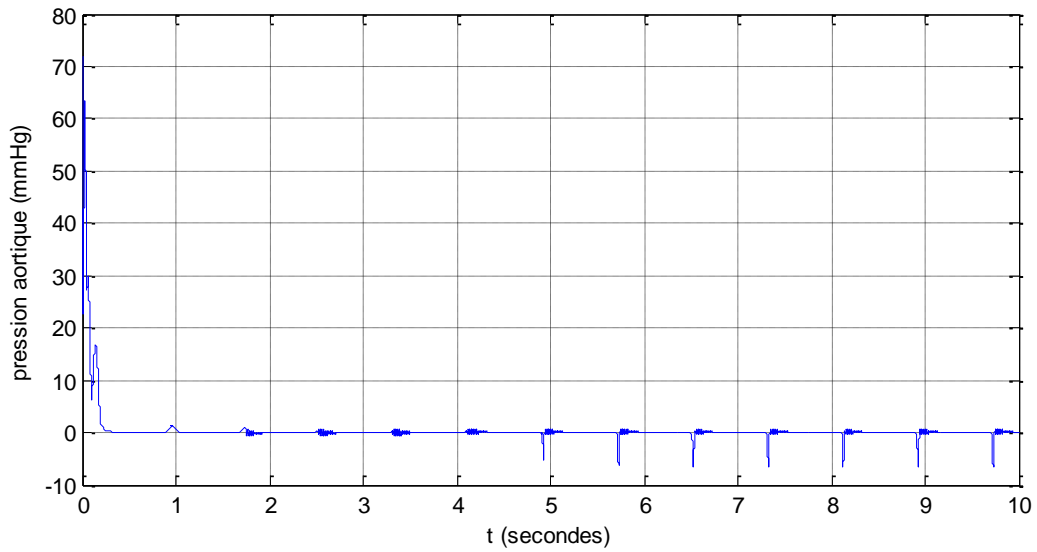


Figure 3.26 - L'erreur d'observation de la pression aortique (e4) avec $\Delta RS= 50\%RSN$

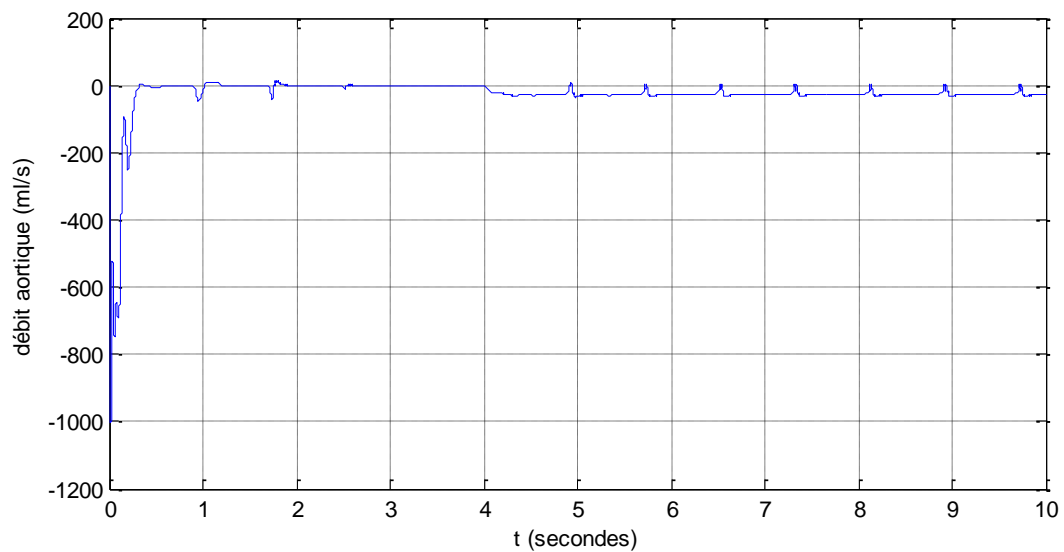


Figure 3.27 - L'erreur d'observation du débit aortique (e5) avec $\Delta RS= 50\%RSN$

3.4.2 Variations de Cs

- Simulations

L'anomalie sur la résistance systémique a été introduite, à l'instant $t=4s$, d'une manière additive telle que :

$$C_S = C_{SN} + \Delta C_S,$$

où C_{SN} est la valeur nominale de la résistance systémique et ΔC_S représente la modélisation de l'anomalie sur la résistance systémique.

Nous avons obtenu les résultats de simulation ci-dessous.

Discussions

Les figures (3.28, 3.33, 3.38) représentant l'erreur « e1 », les figures (3.29, 3.34, 3.39) représentant l'erreur « e2 » ainsi que les figures (3.31, 3.36, 3.41) représentant l'erreur « e4 » montrent que « e1 », « e2 » et « e4 » sont insensibles aux variations de C_S .

Les figures (3.30, 3.35, 3.40), représentant l'erreur « e3 » et les figures (3.32, 3.37, 3.42) représentant l'erreur « e5 », montrent que les erreurs « e3 » et « e5 » subissent une petite variation au moment de l'introduction de l'erreur de modélisation. Cette variation disparaît, puis réapparaît, avec la même valeur que celle au premier cycle, à chaque début des cycles suivants. Ceci est dû à la nature périodique.

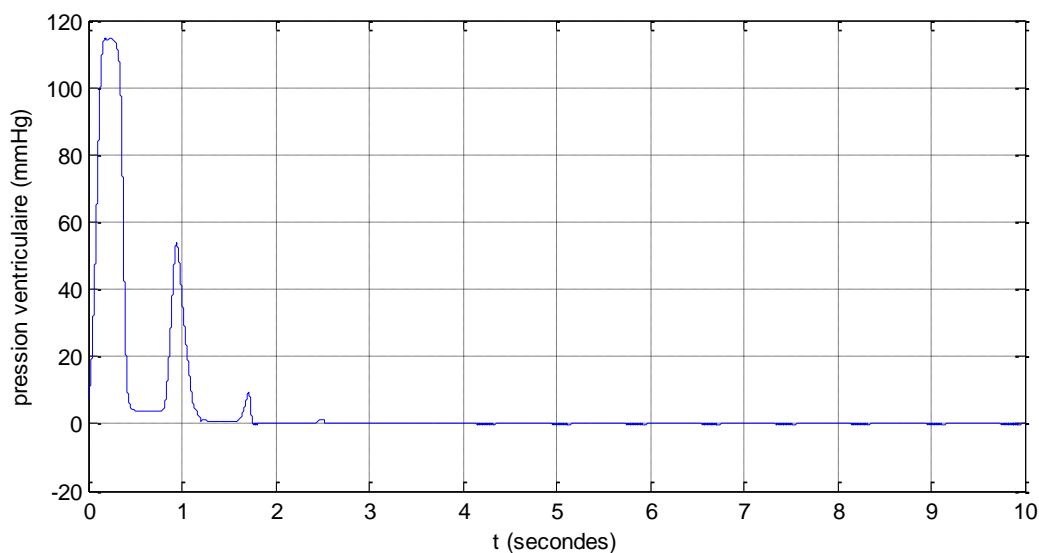


Figure 3.28 - L'erreur d'observation de la pression ventriculaire (e1) avec $\Delta C_S=10\%$

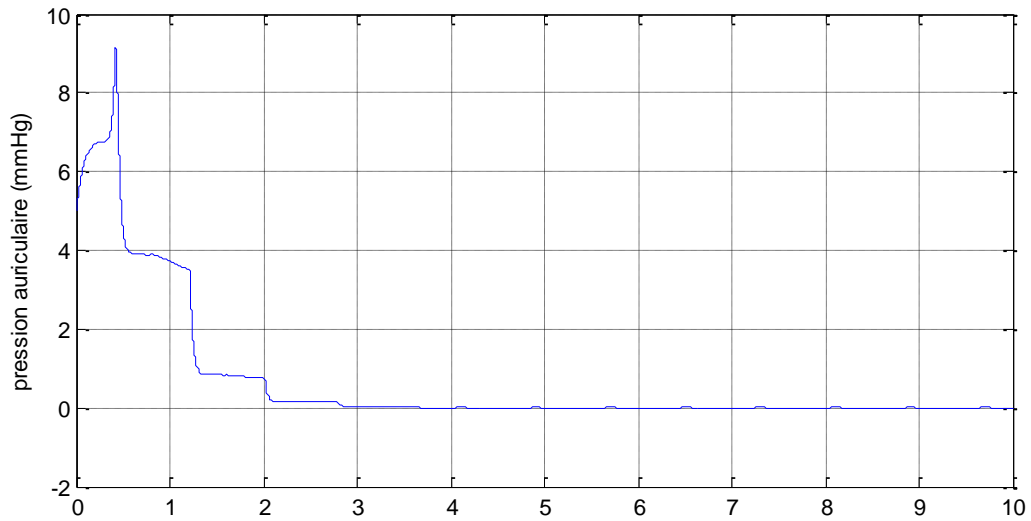


Figure 3.29 - L'erreur d'observation de la pression dans l'oreillette (e2) avec $\Delta CS=10\%CSN$

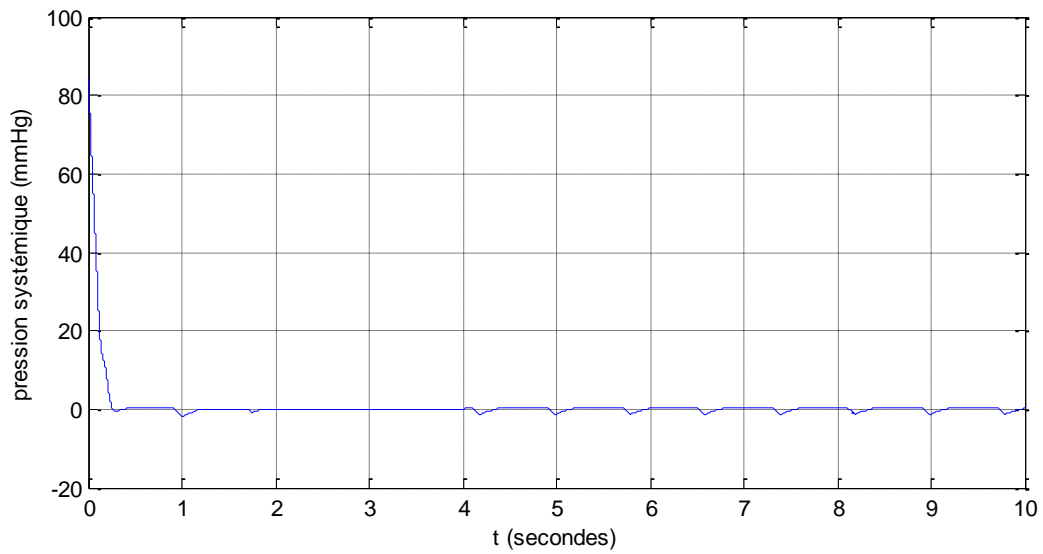


Figure 3.30 - L'erreur d'observation de la pression systémique (e3) avec $\Delta CS=10\%CSN$

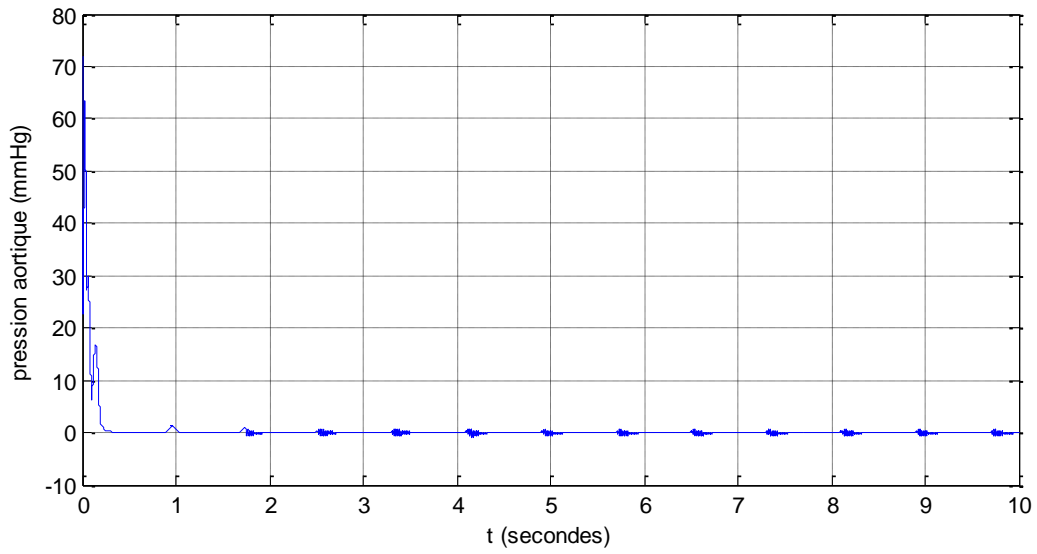


Figure 3.31- L'erreur d'observation de la pression aortique (e4) avec $\Delta CS=10\%CSN$

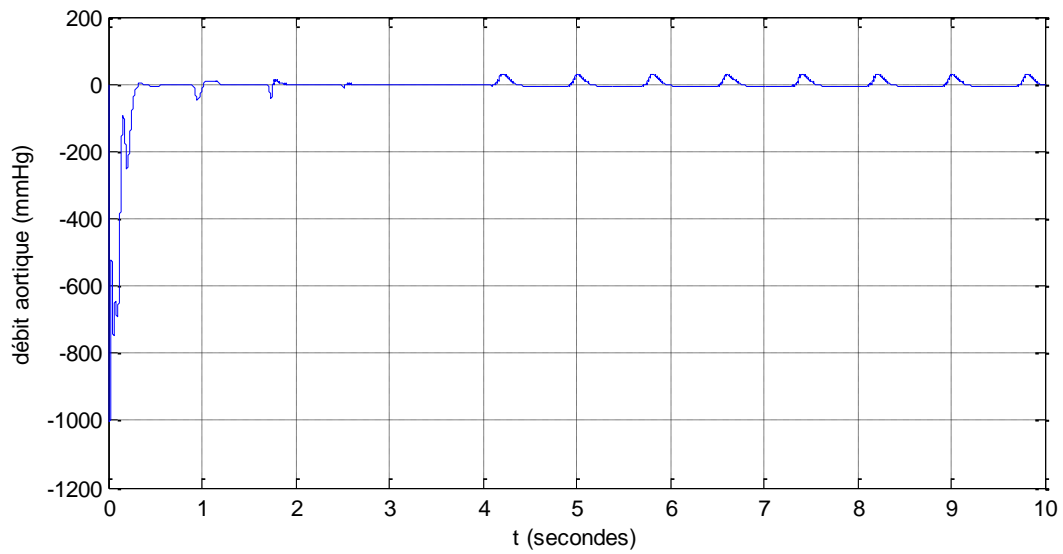


Figure 3.32 - L'erreur d'observation du débit aortique (e5) avec $\Delta CS=10\%CSN$

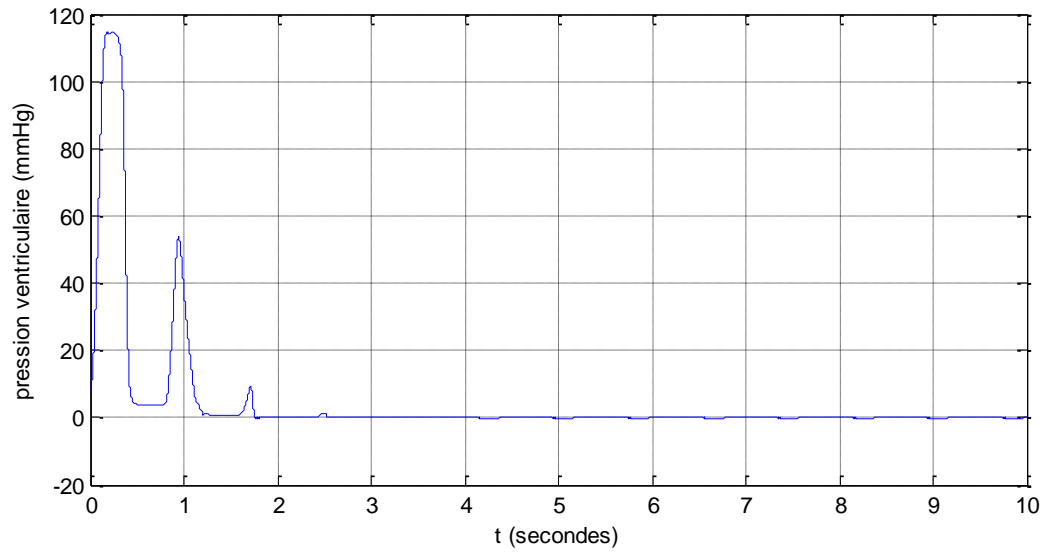


Figure 3.33 - L'erreur d'observation de la pression ventriculaire (e1) avec $\Delta C_S=30\% C_{SN}$

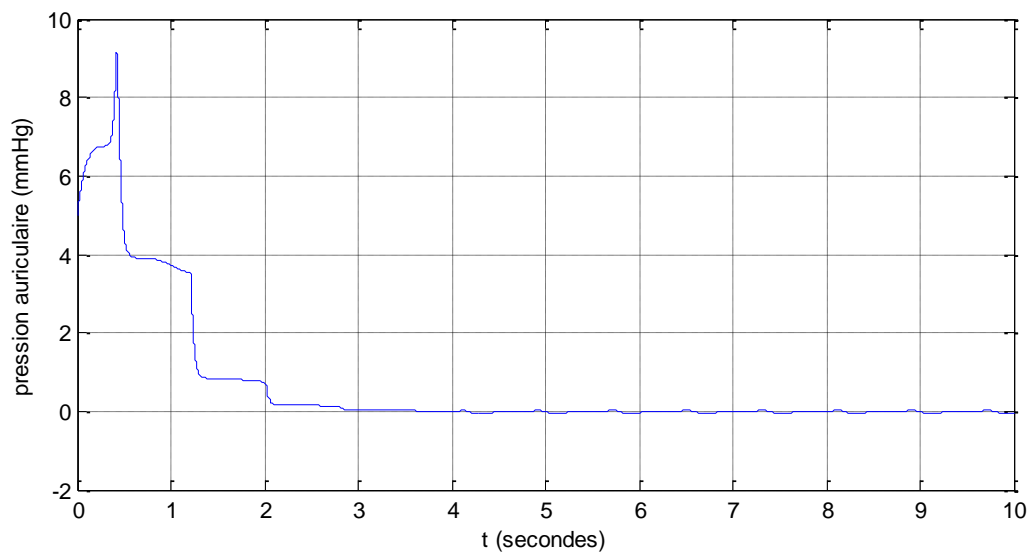


Figure 3.34 - L'erreur d'observation de la pression auriculaire (e2) avec $\Delta C_S=30\% C_{SN}$

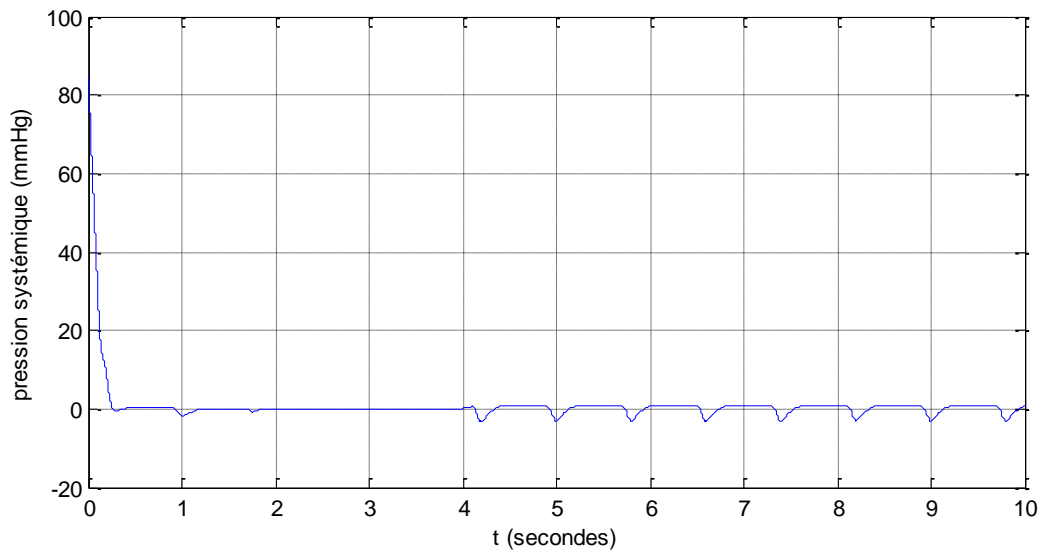


Figure 3.35 - L'erreur d'observation de la pression systémique (e3) avec $\Delta C_S=30\% C_{SN}$

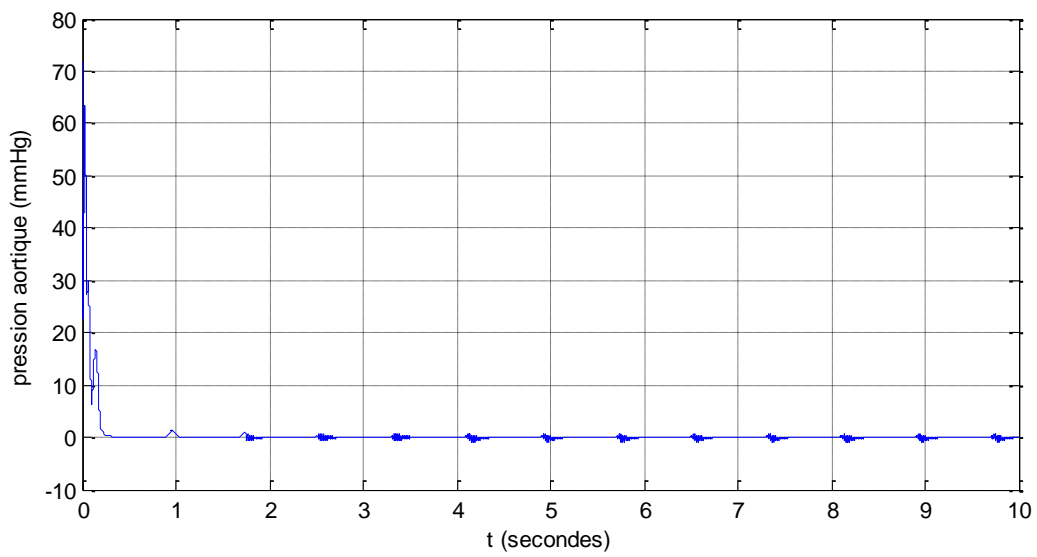


Figure 3.36 - L'erreur d'observation de la pression aortique (e4) avec $\Delta C_S=30\% C_{SN}$

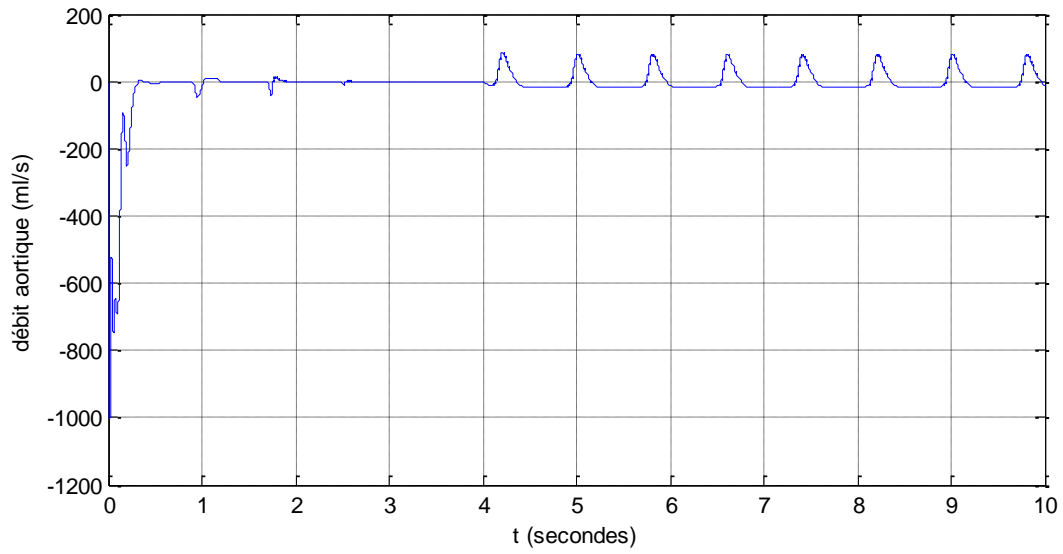


Figure 3.37 - L'erreur d'observation du débit aortique (e5) avec $\Delta C_S=30\% C_{SN}$

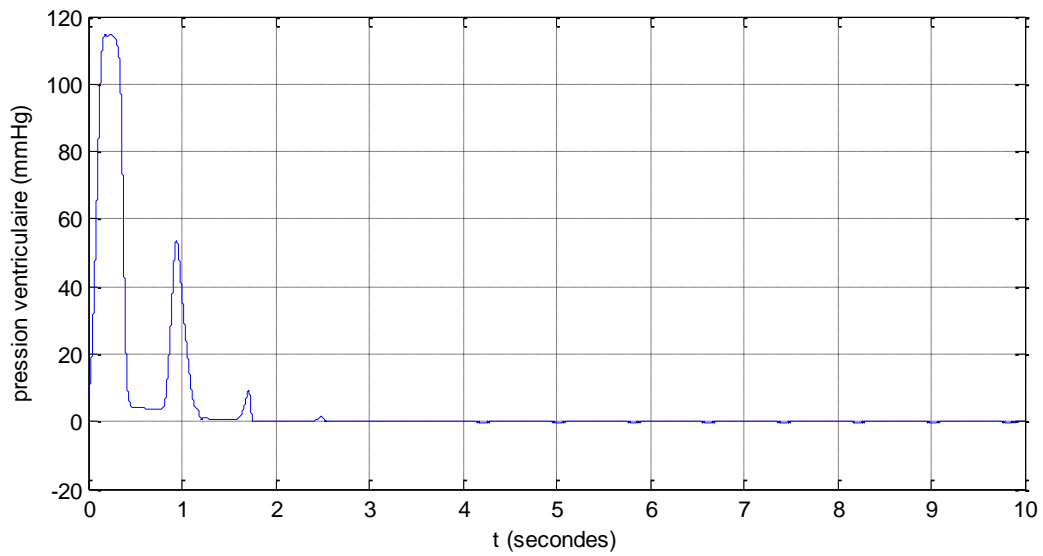


Figure 3.38 - L'erreur d'observation de la pression ventriculaire (e1) avec $\Delta C_S=50\% C_{SN}$

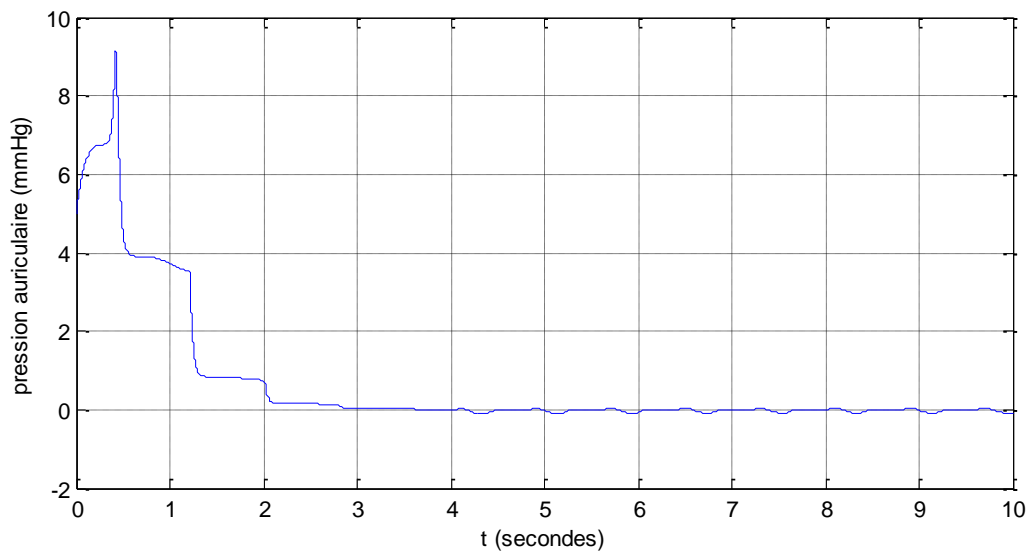


Figure 3.39 - L'erreur d'observation de la pression auriculaire (e2) avec $\Delta C_S=50\% C_{SN}$

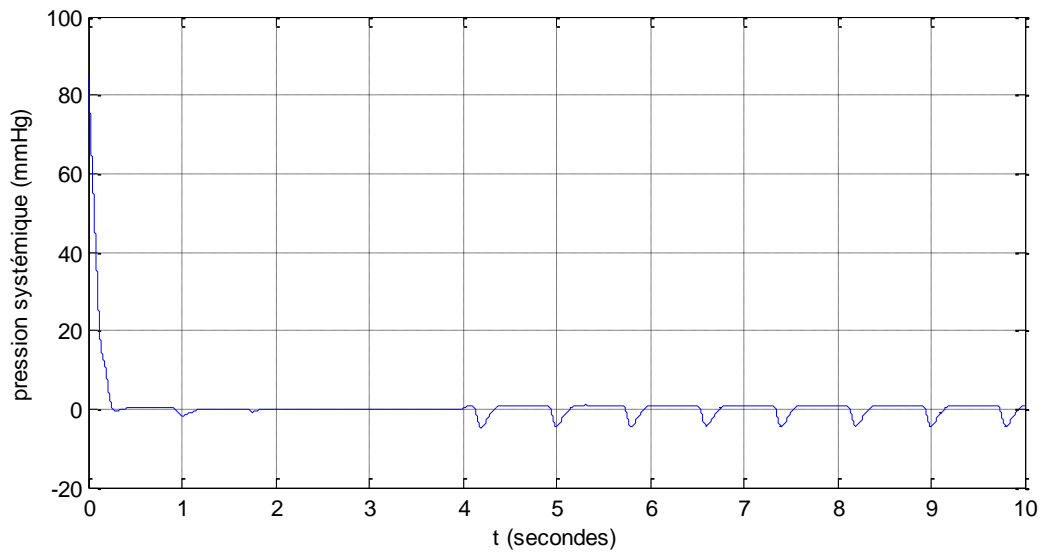


Figure 3.40 - L'erreur d'observation de la pression systématique (e3) avec $\Delta C_S=50\% C_{SN}$

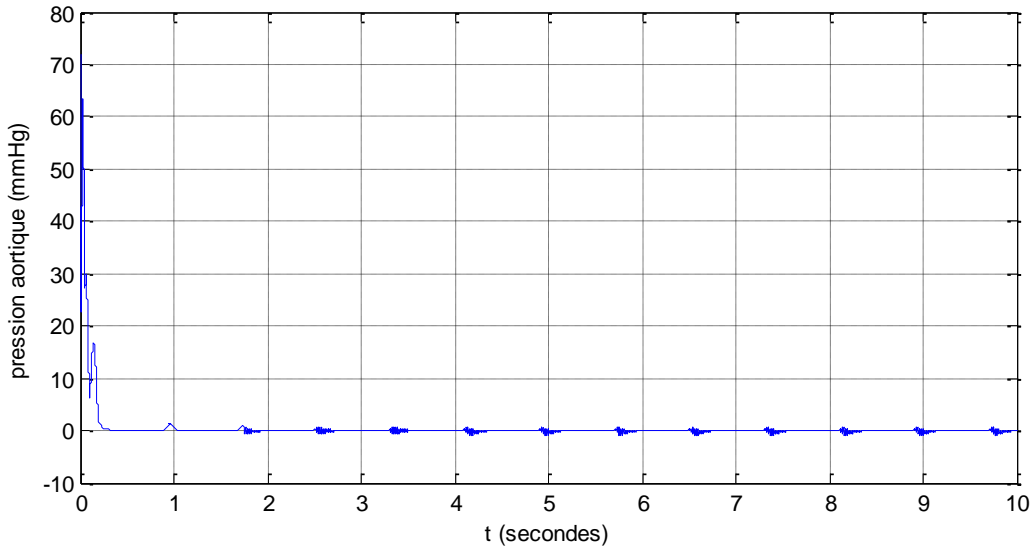


Figure 3.41 - L'erreur d'observation de la pression aortique (e4) avec $\Delta C_S=50\% C_{SN}$

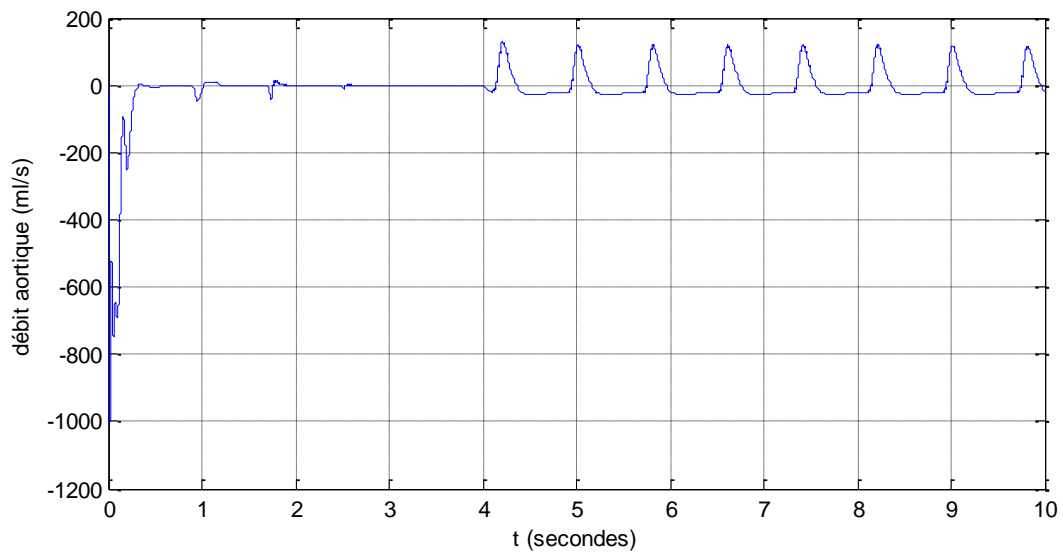


Figure 3.42 - L'erreur d'observation du débit aortique (e5) avec $\Delta C_S=50\% C_{SN}$

3.4.3 Variations de R_c

- **Simulations**

L'anomalie sur la résistance systémique a été introduite, à l'instant $t=4s$, d'une manière additive telle que :

$$R_C = R_{CN} + \Delta R_C,$$

Où R_{CN} est la valeur nominale de la résistance systémique et ΔR_C représente la modélisation de l'anomalie sur la résistance systémique.

Nous avons obtenu les résultats de simulation ci-dessous.

Discussions

Les figures (3.43, 3.48, 3.53) représentant l'erreur « e1 », les figures (3.44, 3.49, 3.54) représentant l'erreur « e2 » ainsi que les figures (3.46, 3.51, 3.56) représentant l'erreur « e4 » montrent que « e1 », « e2 » et « e4 » sont insensibles aux variations de R_C .

Les figures (3.45, 3.50, 3.55), représentant l'erreur « e3 » et les figures (3.47, 3.52, 3.57) représentant l'erreur « e5 », montrent que les erreurs « e3 » et « e5 » subissent une variation au moment de l'introduction de l'erreur de modélisation. Cette variation disparaît, puis réapparaît, avec la même valeur que celle au premier cycle, à chaque début des cycles suivants. Ceci est dû à la nature périodique.

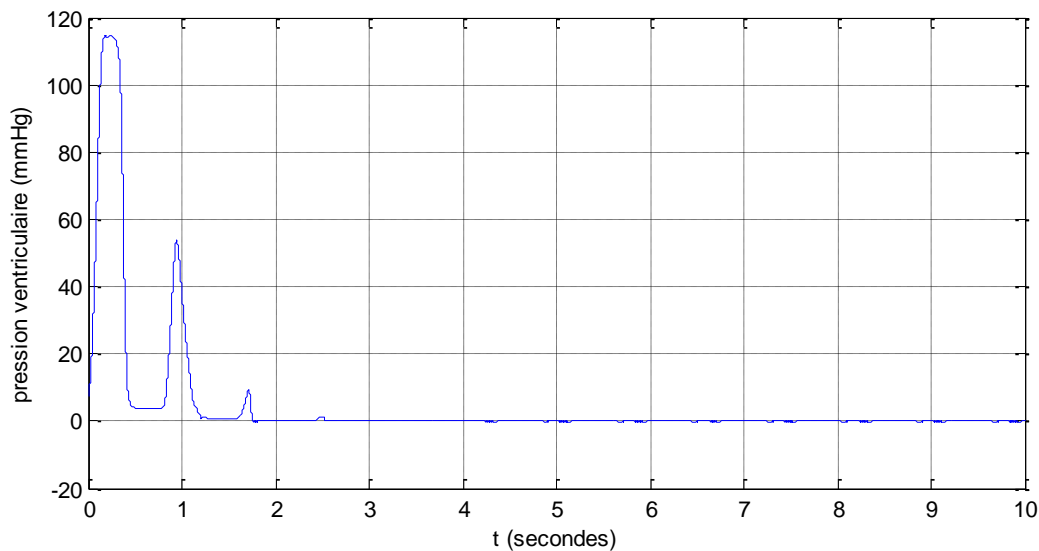


Figure 3.43 - L'erreur d'observation de la pression ventriculaire (e1) avec $\Delta RC=10\%RCN$

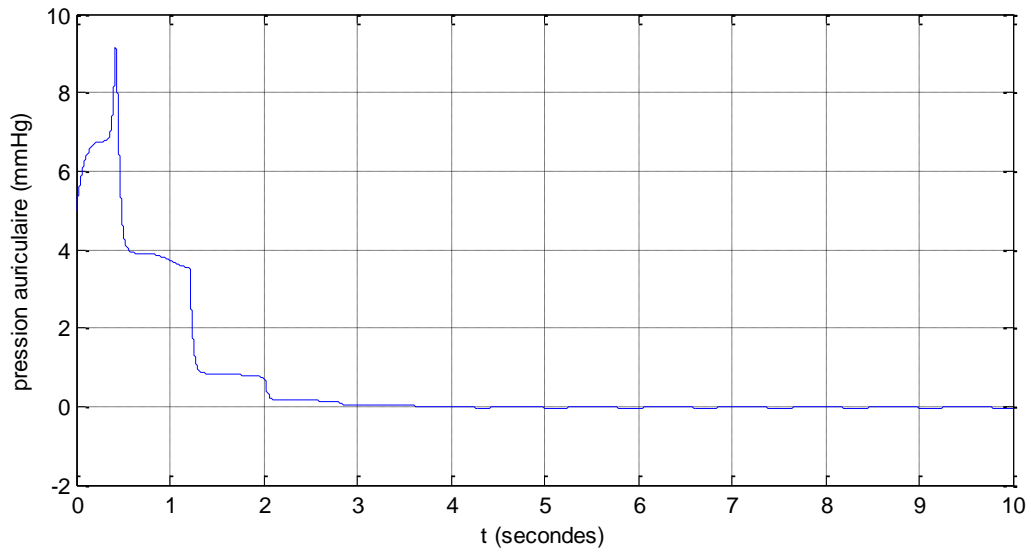


Figure 3.44 - L'erreur d'observation de la pression auriculaire (e2) avec $\Delta RC=10\%RCN$

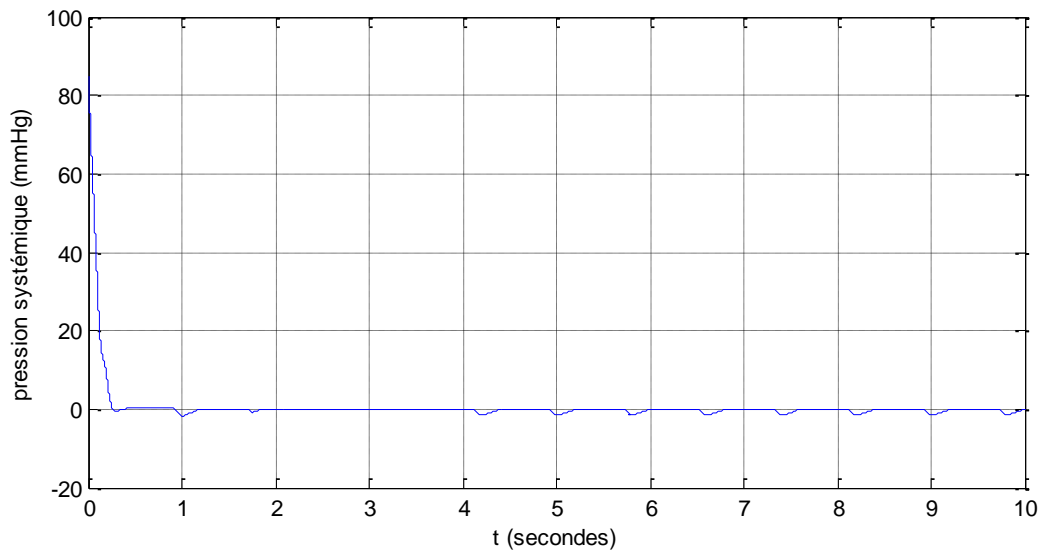


Figure 3.45 - L'erreur d'observation de la pression systémique (e3) avec $\Delta RC=10\%RCN$

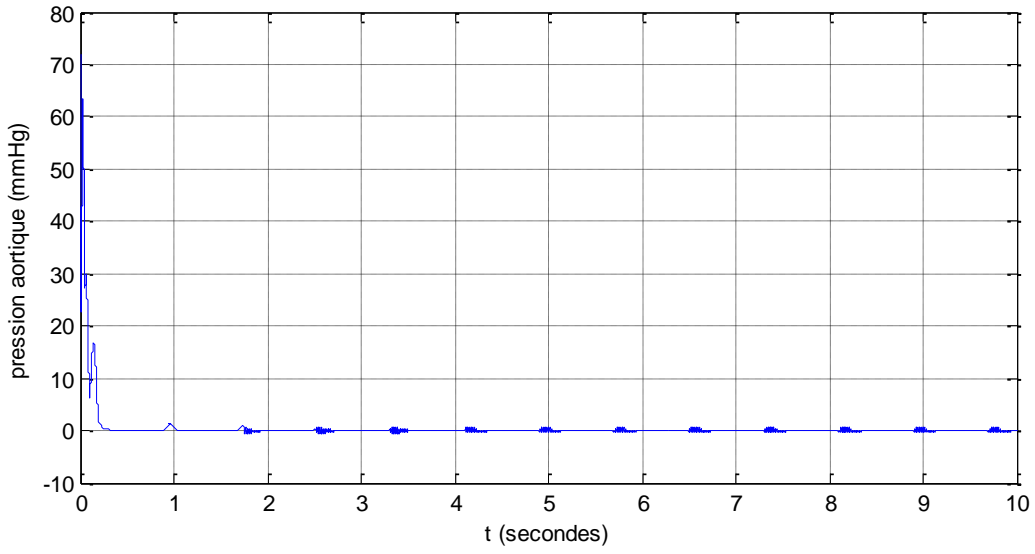


Figure 3.46 - L'erreur d'observation de la pression aortique (e_4) avec $\Delta R_C = 10\% R_{CN}$

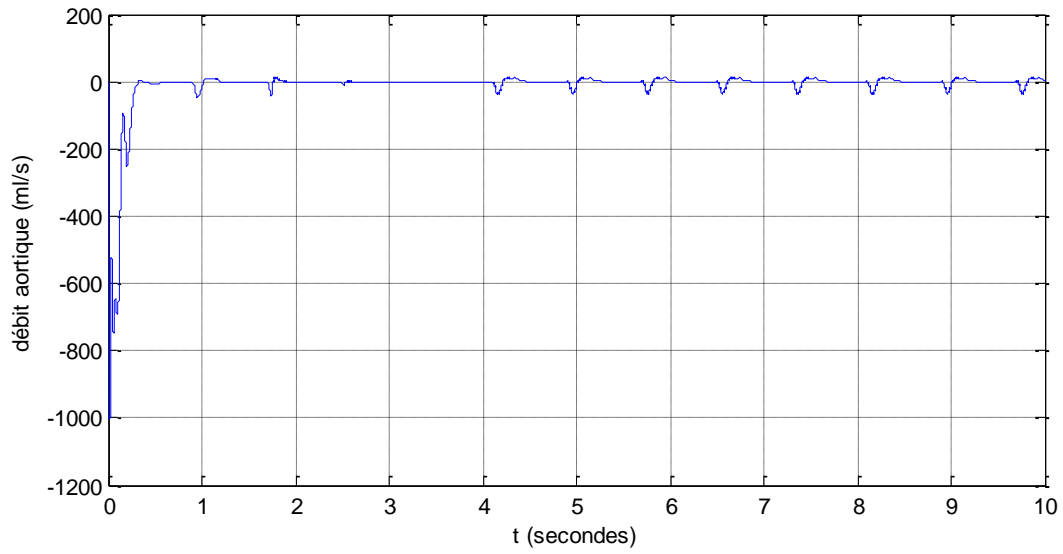


Figure 3.47 - L'erreur d'observation du débit aortique (e_5) avec $\Delta R_C = 10\% R_{CN}$

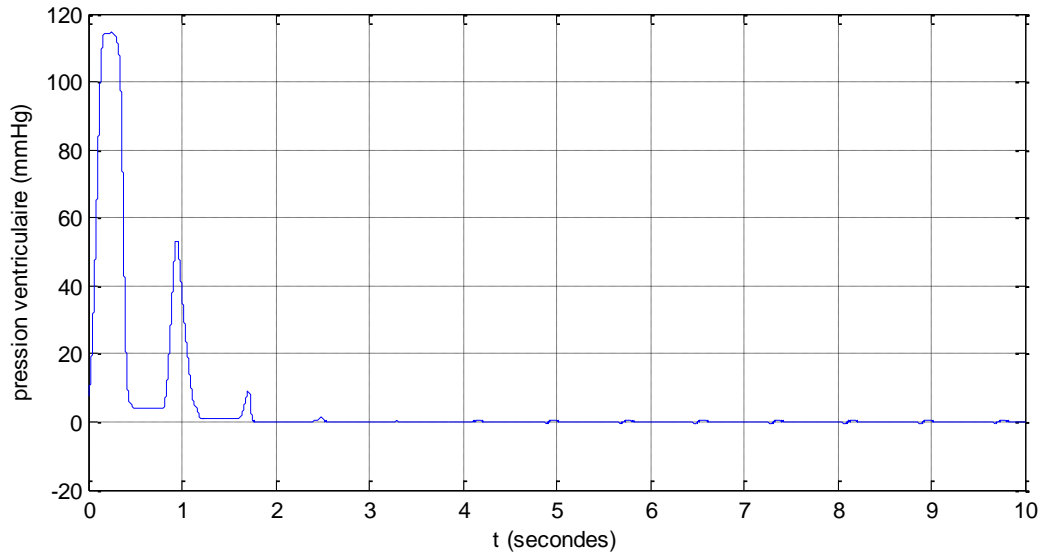


Figure 3.48 - L'erreur d'observation de la pression ventriculaire (e1) avec $\Delta R_C=30\%R_{CN}$

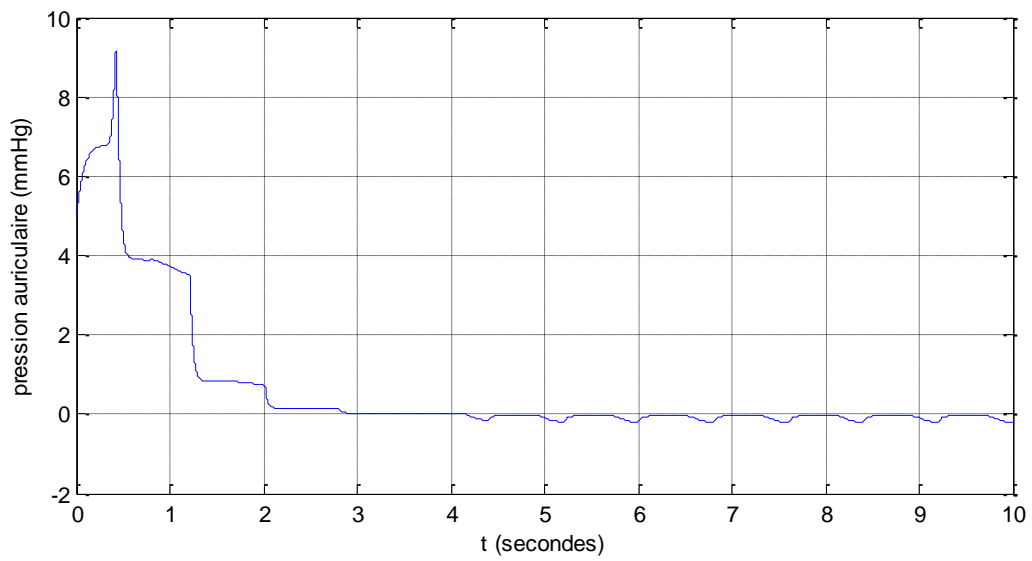


Figure 3.49 - L'erreur d'observation de la pression auriculaire (e2) avec $\Delta R_C=30\%R_{CN}$

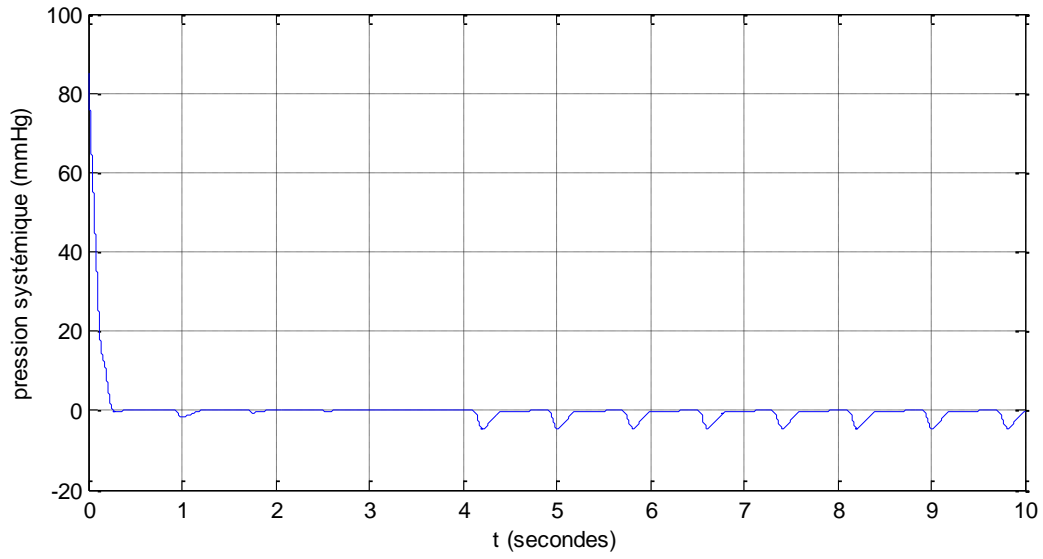


Figure 3.50 - L'erreur d'observation de la pression systémique (e3) avec $\Delta R_C=30\% R_{CN}$

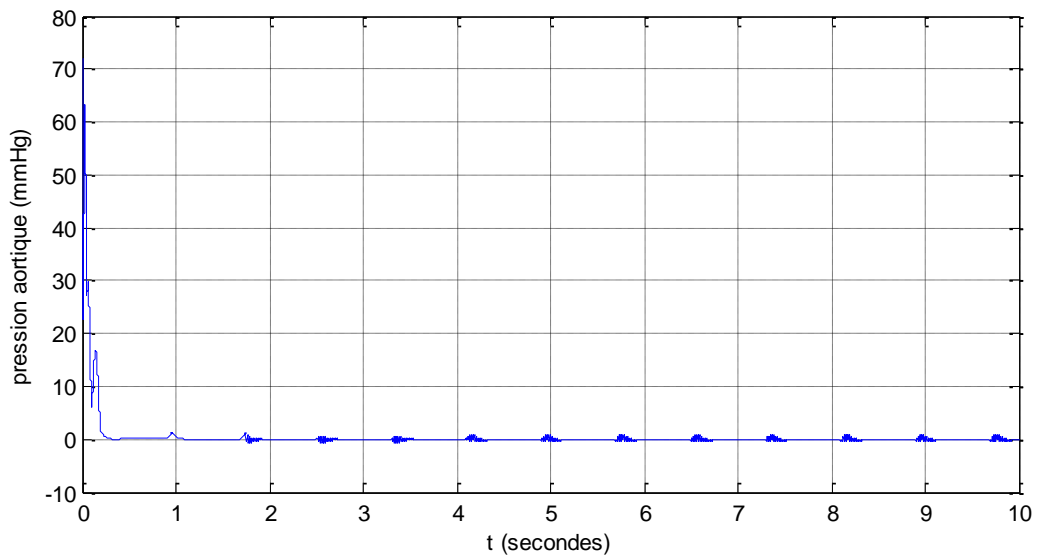


Figure 3.51 - L'erreur d'observation de la pression aortique (e4) avec $\Delta R_C=30\% R_{CN}$

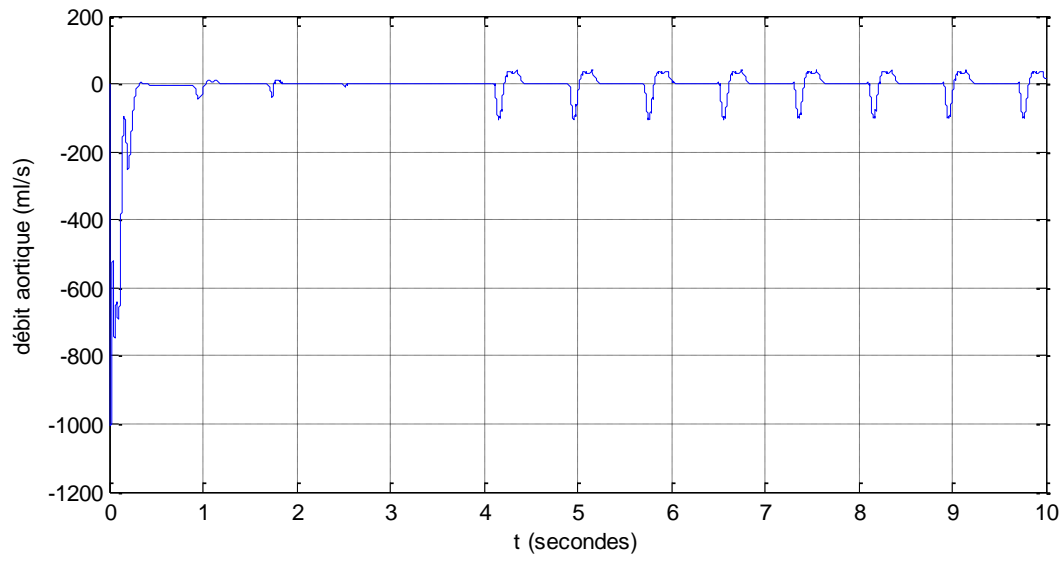


Figure 3.52 - L'erreur d'observation du débit aortique (e5) avec $\Delta R_C = 30\% R_{CN}$

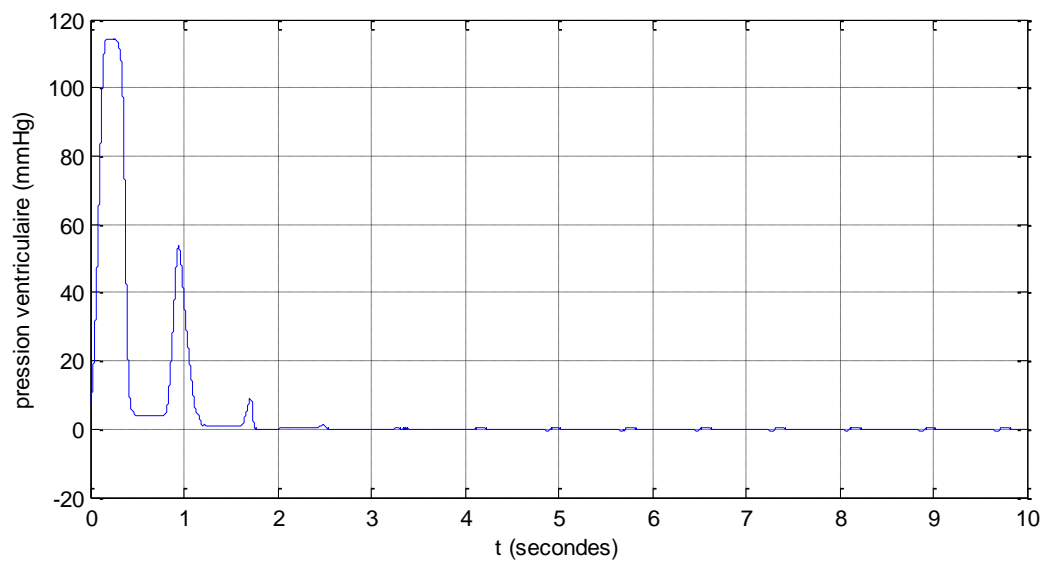


Figure 3.53 - L'erreur d'observation de la pression ventriculaire (e1) avec $\Delta R_C = 50\% R_{CN}$

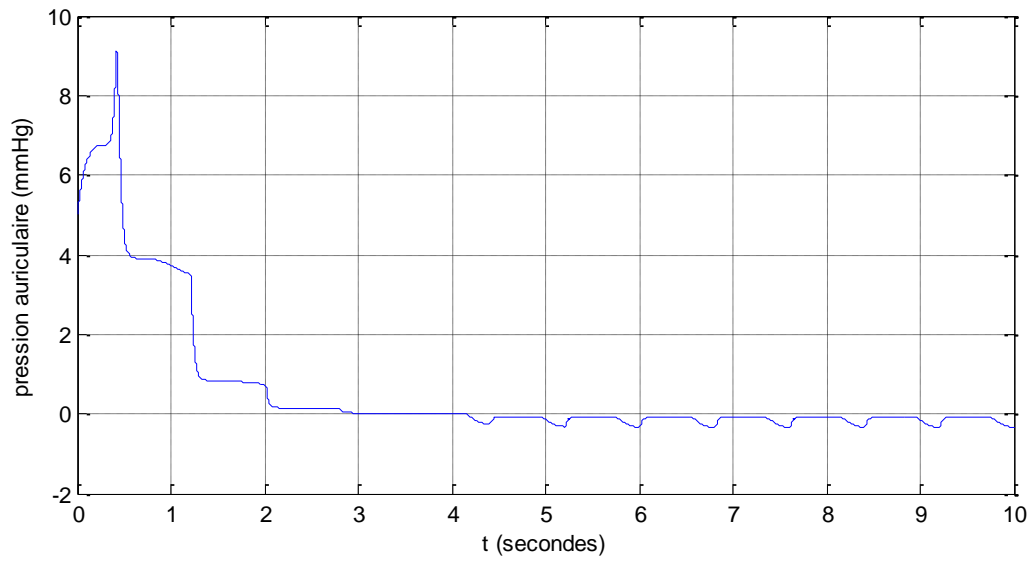


Figure 3.54 - L'erreur d'observation de la pression auriculaire (e2) avec $\Delta R_C=50\% R_{CN}$

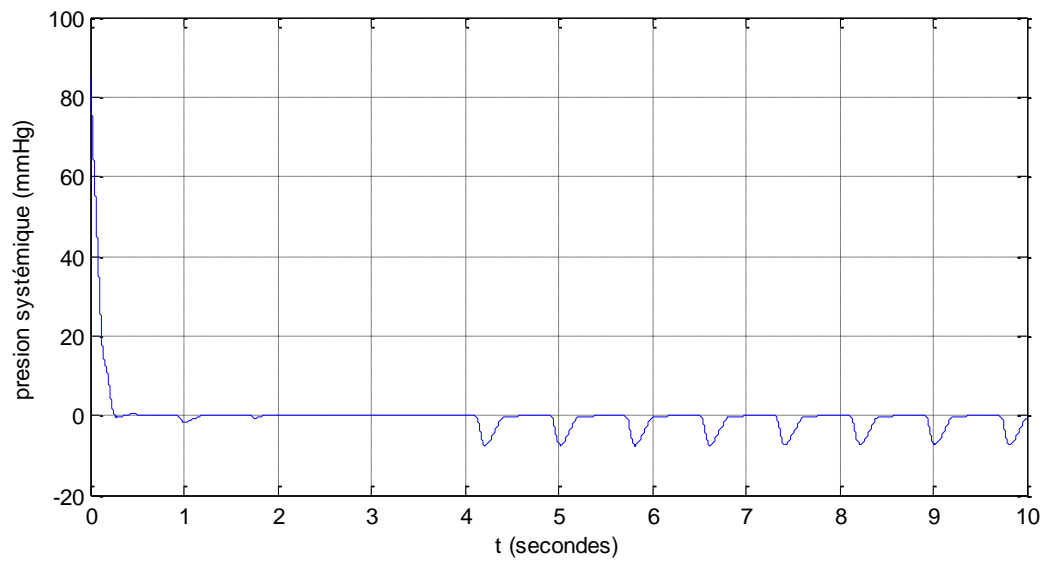


Figure 3.55- L'erreur d'observation de la pression systématique (e3) avec $\Delta R_C=50\% R_{CN}$

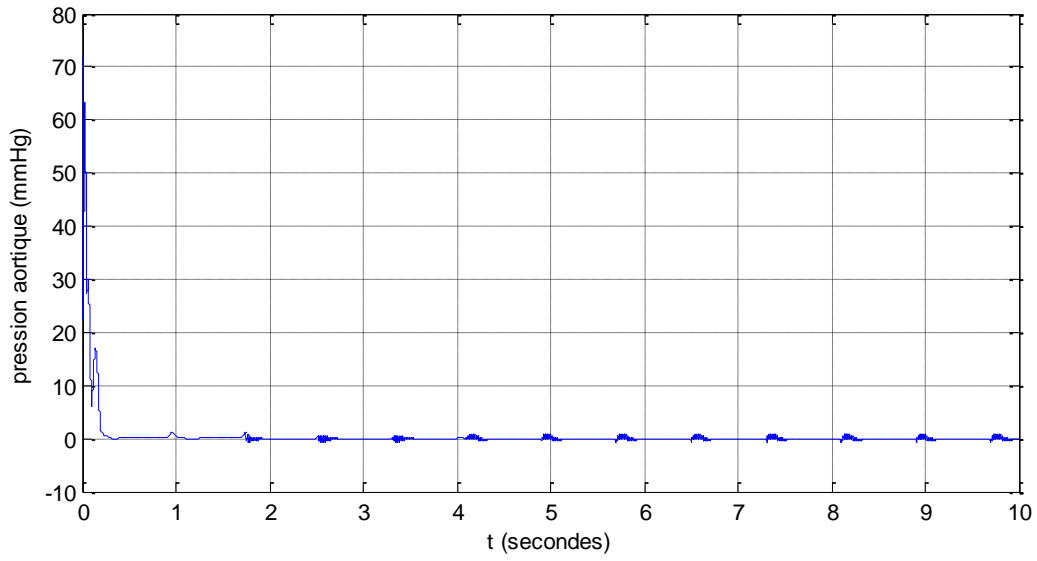


Figure 3.56- L'erreur d'observation de la pression aortique (e4) avec $\Delta R_C=50\%R_{CN}$

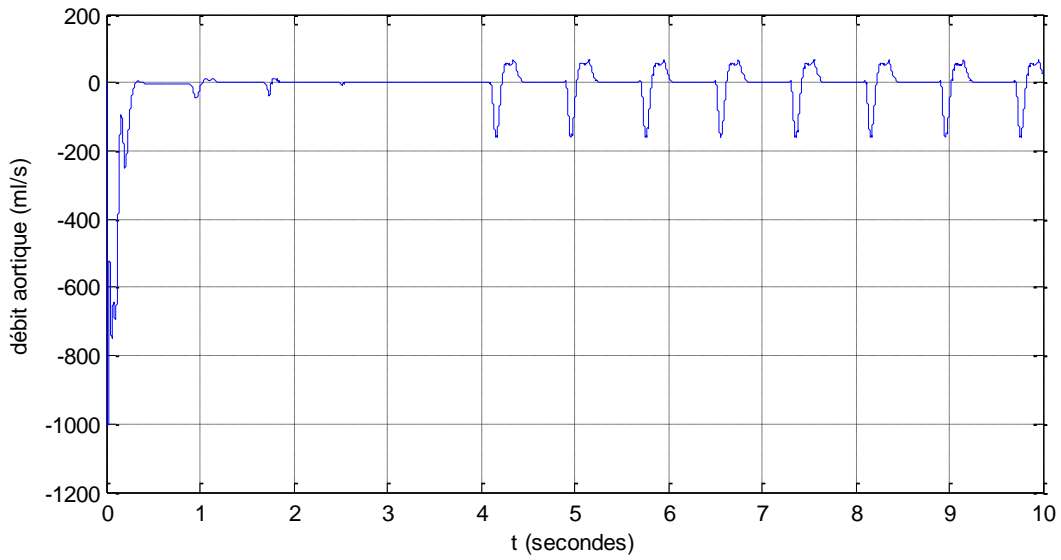


Figure 3.57 - L'erreur d'observation du débit aortique (e5) avec $\Delta R_C=50\%R_{CN}$

3.4.4 Variations de Cr

- **Simulations**

L'anomalie sur la résistance systémique a été introduite, à l'instant $t=4s$, d'une manière additive telle que :

$$C_r = C_{rN} + \Delta C_r,$$

Où C_{rN} est la valeur nominale de la résistance systémique et ΔC_r représente la modélisation de l'anomalie sur la résistance systémique.

Nous avons obtenu les résultats de simulation ci-dessous.

Discussions

Les figures (3.58, 3.63, 3.68) représentant l'erreur « e1 », les figures (3.60, 3.65, 3.70) représentant l'erreur « e3 », les figures (3.61, 3.66, 3.71) représentant l'erreur « e4 » ainsi que les figures (2.62, 2.67, 2.72) représentant l'erreur « e5 » montrent que « e1 », « e2 », « e4 » et « e5 » sont insensibles aux variations de C_r .

Les figures (3.59, 3.64, 3.69), représentant l'erreur « e2 », montrent que les erreurs « e2 » subit une variation au moment de l'introduction de l'erreur de modélisation. Cette variation disparaît, puis réapparaît, avec la même valeur que celle au premier cycle, à chaque début des cycles suivants. Ceci est dû à la nature périodique.

On conclut que l'observateur par mode glissant est robuste.

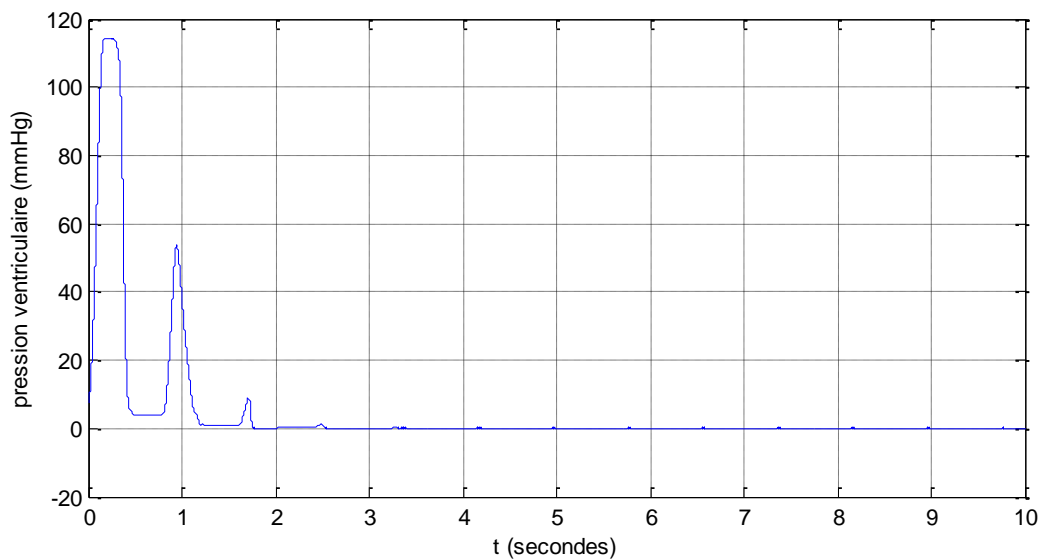


Figure 3.58 - L'erreur d'observation de la pression ventriculaire (e1) avec $\Delta C_r = 10\% C_{rN}$

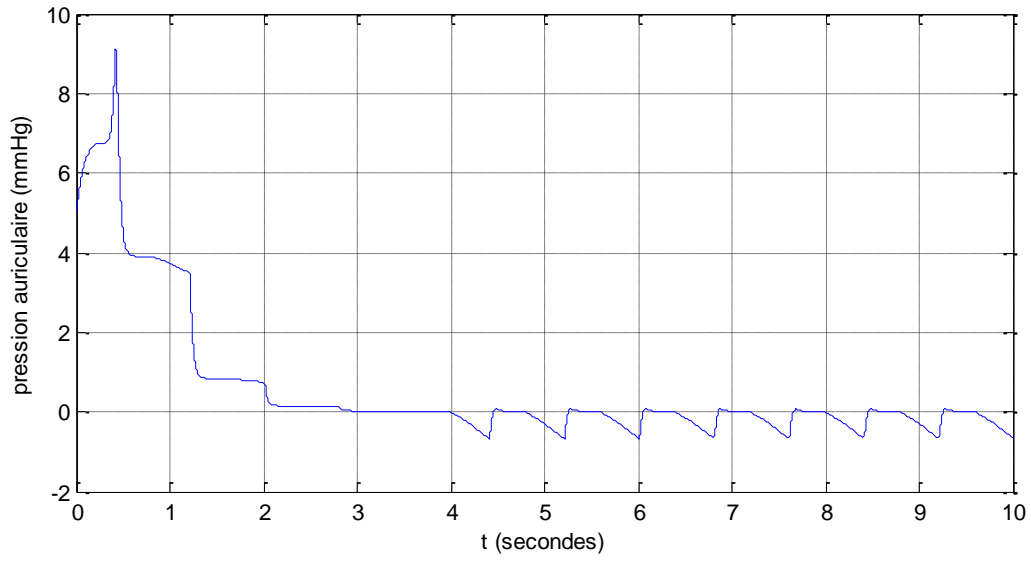


Figure 3.59 - L'erreur d'observation de la pression auriculaire (e2) avec $\Delta C_r = 10\% C_{rN}$

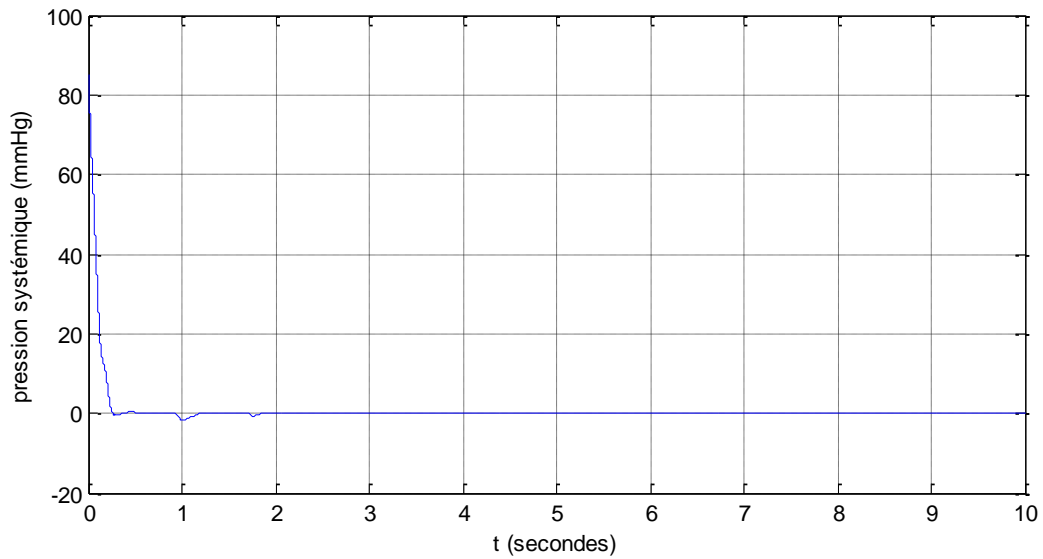


Figure 3.60 - L'erreur d'observation de la pression systématique (e3) avec $\Delta C_r = 10\% C_{rN}$

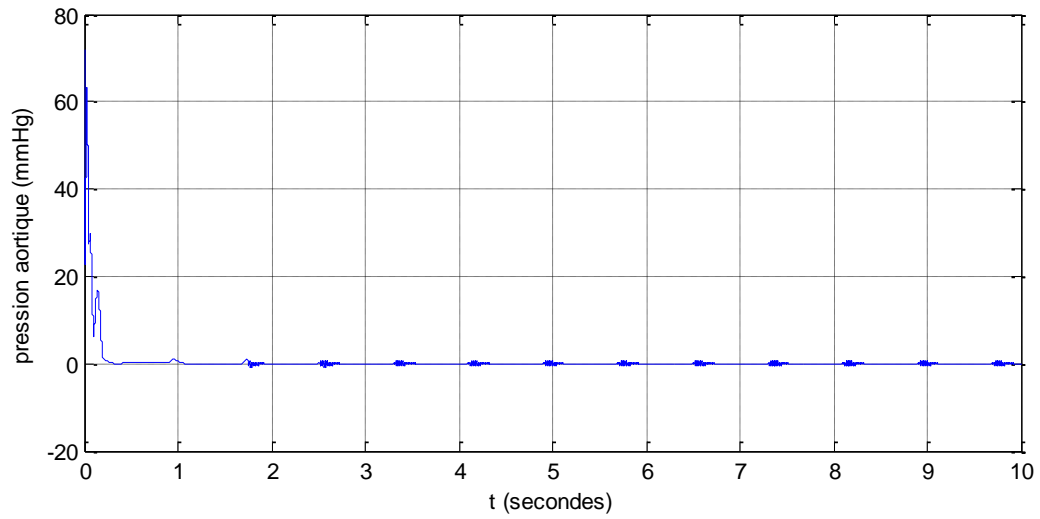


Figure 3.61 - L'erreur d'observation de la pression aortique (e_4) avec $\Delta C_r = 10\% C_{rN}$

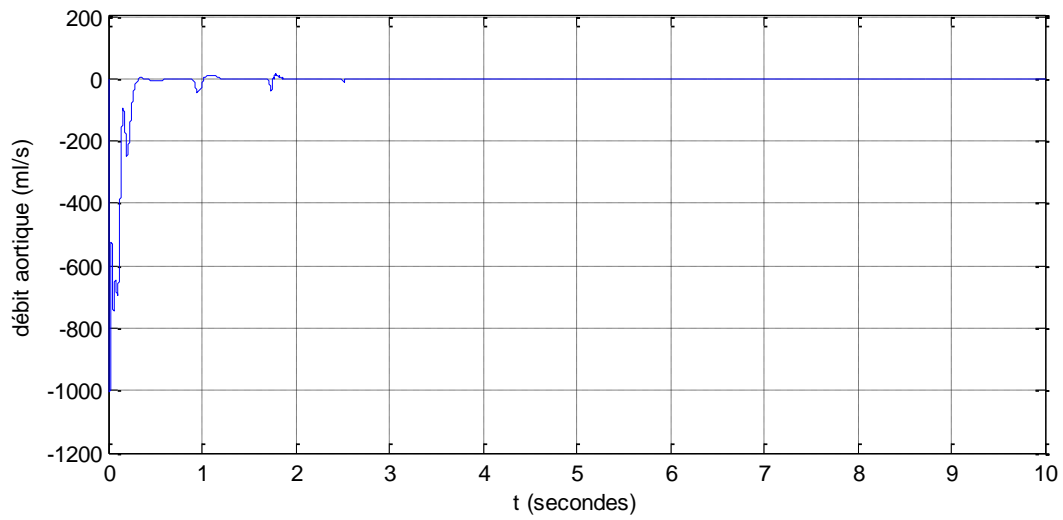


Figure 3.62 - L'erreur d'observation du débit aortique (e_5) avec $\Delta C_r = 10\% C_{rN}$

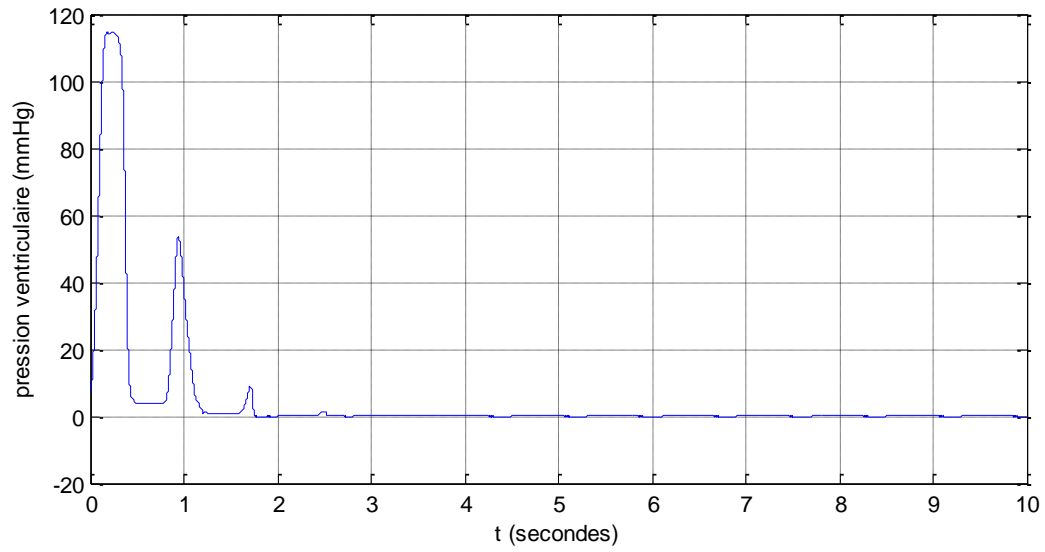


Figure 3.63 - L'erreur d'observation de la pression ventriculaire (e1) avec $\Delta C_r = 30\% C_{rN}$

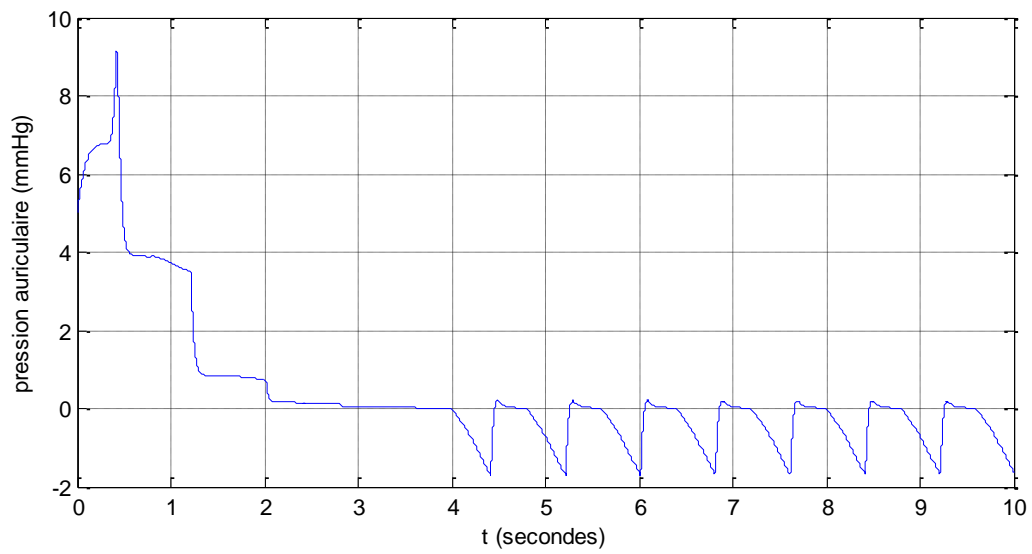


Figure 3.64 - L'erreur d'observation de la pression auriculaire (e2) avec $\Delta C_r = 30\% C_{rN}$

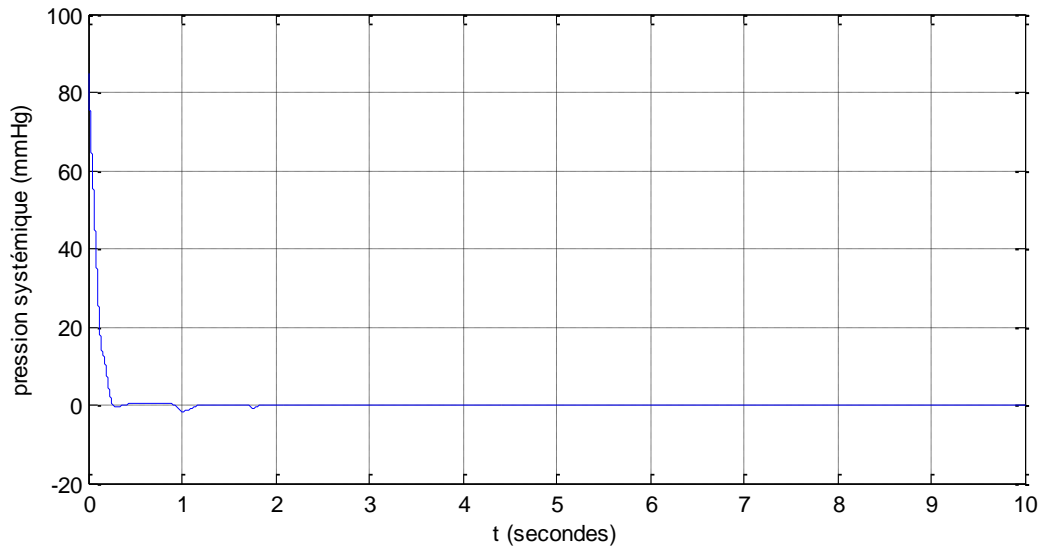


Figure 3.65 - L'erreur d'observation de la pression systémique (e3) avec $\Delta C_r = 30\% C_{rN}$

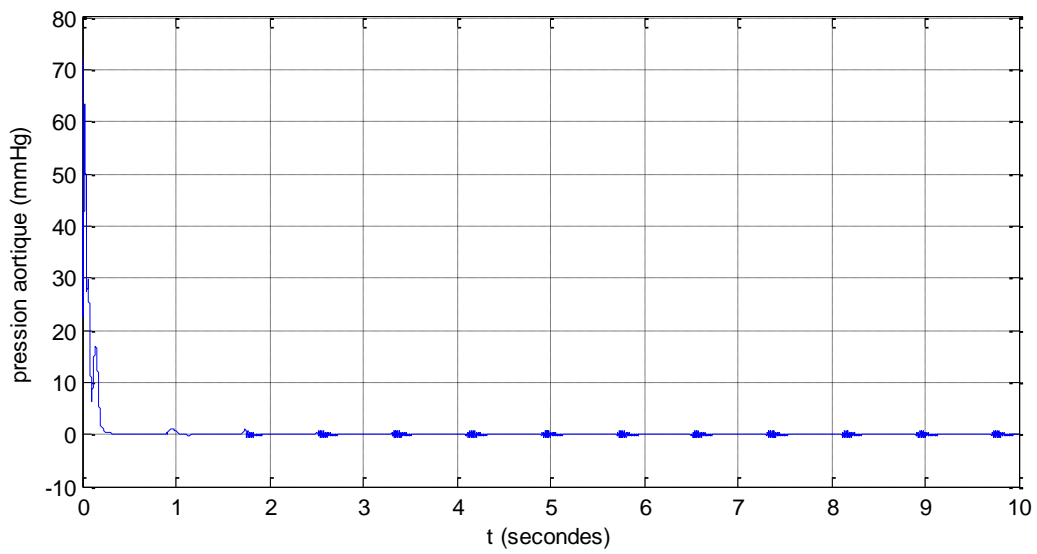


Figure 3.66 - L'erreur d'observation de la pression aortique (e4) avec $\Delta C_r = 30\% C_{rN}$

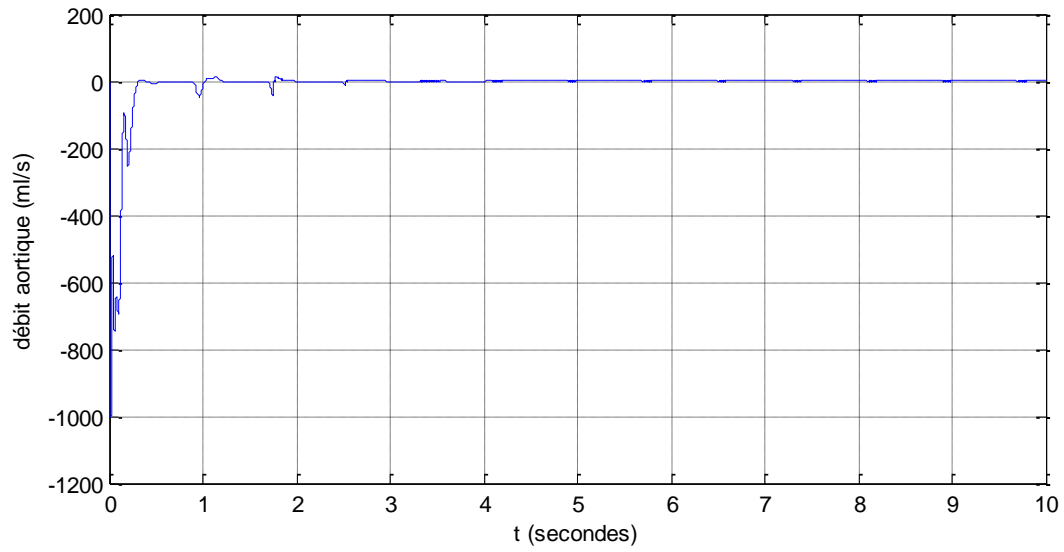


Figure 3.67 - L'erreur d'observation du débit aortique (e5) avec $\Delta C_r = 30\% C_{rN}$

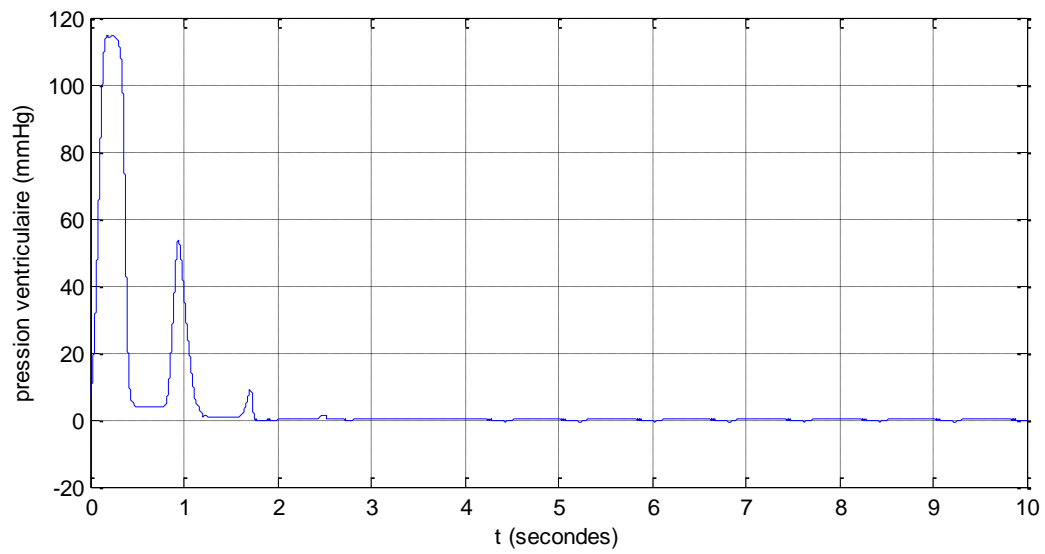


Figure 3.68 - L'erreur d'observation de la pression ventriculaire (e1) avec $\Delta C_r = 50\% C_{rN}$

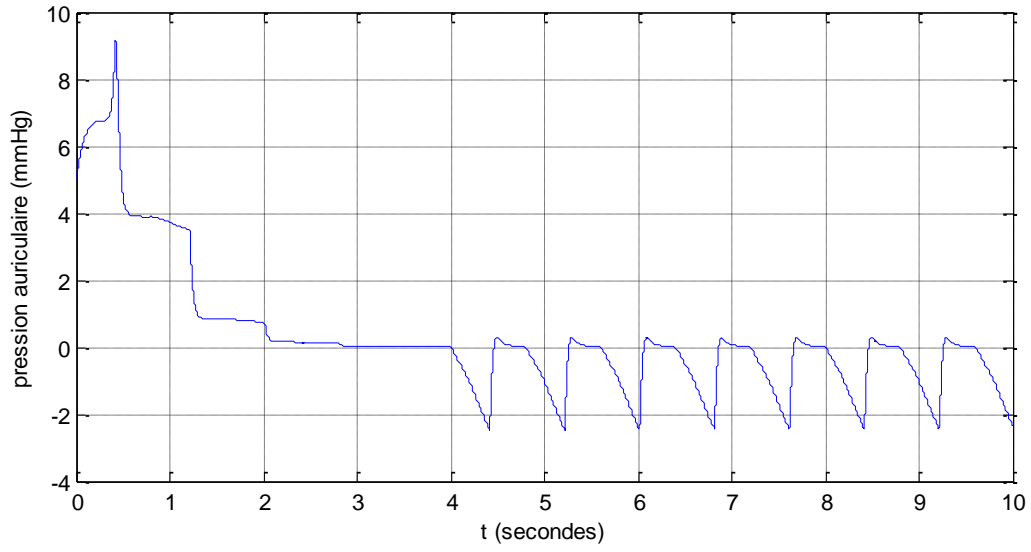


Figure 3.69 - L'erreur d'observation de la pression auriculaire (e2) avec $\Delta C_r = 50\% C_{rN}$

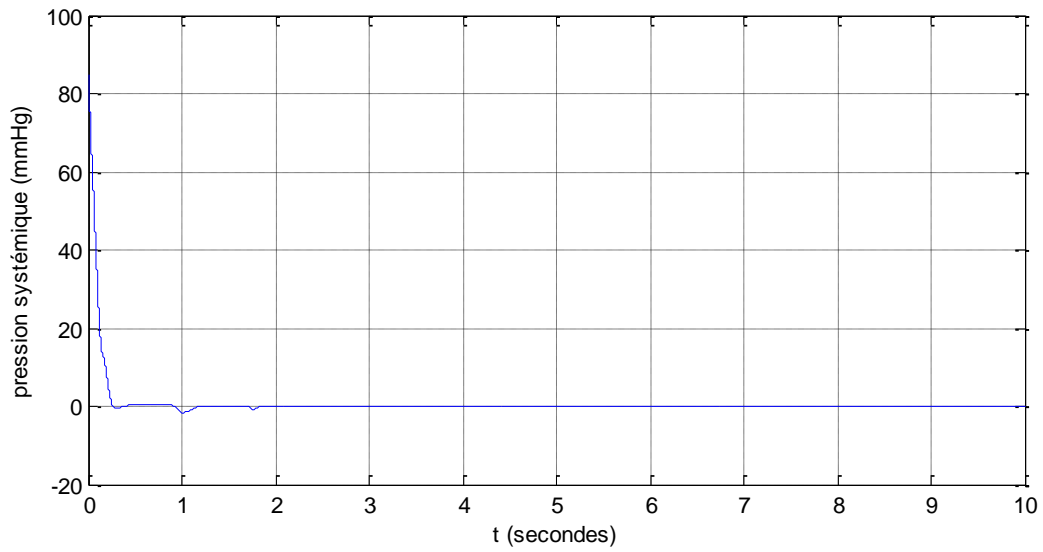


Figure 3.70 - L'erreur d'observation de la pression systémique (e3) avec $\Delta C_r = 50\% C_{rN}$

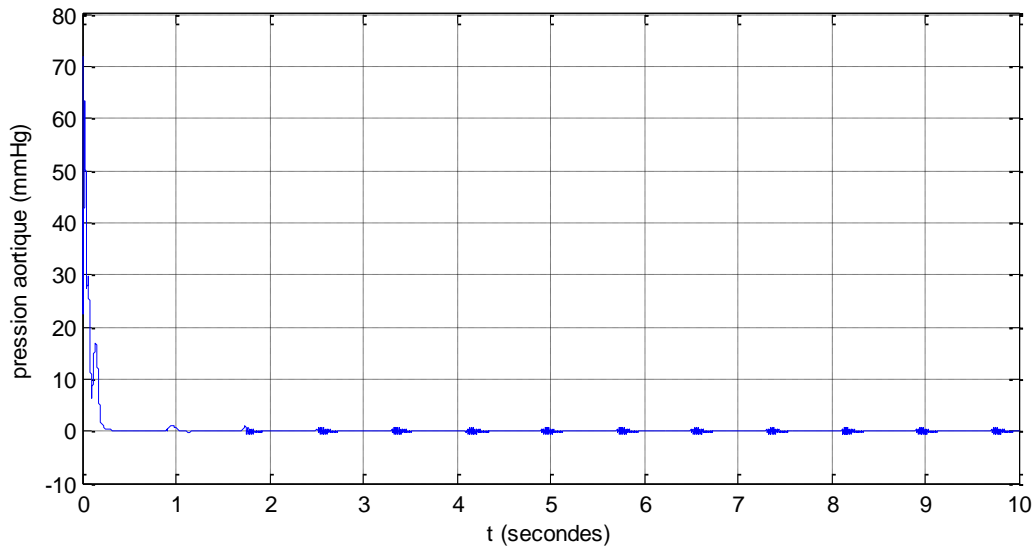


Figure 3.71 - L'erreur d'observation de la pression aortique (e4) avec $\Delta C_r=50\% C_{rN}$

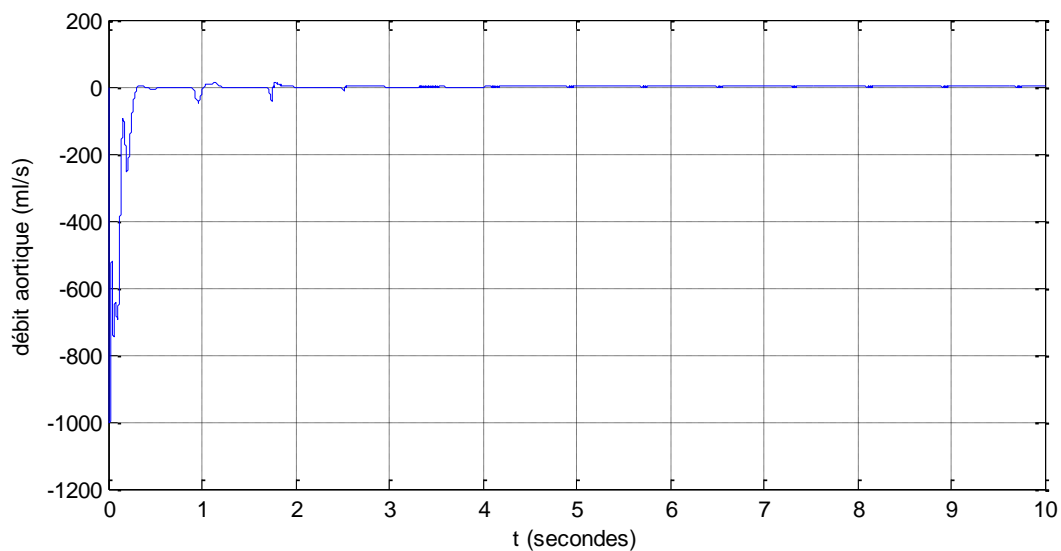


Figure 3.72- L'erreur d'observation du débit aortique (e5) avec $\Delta C_r=50\% C_{rN}$

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons synthétisé un observateur par mode glissant des états physiologiques du système cardiovasculaire. Nous l'avons testé en absence et en présence d'anomalies paramétriques, et nous avons constaté qu'il est robuste. Cet observateur est donc utilisable pour la mesure des états physiologiques quelque soit les paramètres du système cardiovasculaire. Il sera utilisé aussi pour la détection des anomalies cardiovasculaires dans la suite de notre travail.

Conclusion générale et perspectives

Dans ce mémoire, le travail proposé porte essentiellement sur la synthèse d'un observateur robuste pour estimer les variables physiologiques importantes du système cardiovasculaire (pressions et flux). Cela dans le but d'éviter la prise de leurs mesures par des méthodes invasives. Ensuite, nous avons essayé d'utiliser cet observateur robuste pour le diagnostic des anomalies cardiovasculaires qui correspondent aux pathologies cardiovasculaires les plus répandues.

Notre travail comporte quatre chapitres. Dans le premier chapitre, nous avons présenté brièvement la physiologie du système cardiovasculaire : son comportement, ses composants et ses variables essentielles (les pressions et flux) et celle du système respiratoire et le lien entre eux. Pour, par la suite, comprendre le modèle proposé dans le deuxième chapitre qui comprend la présentation du modèle électrique du système cardiovasculaire global et hybride et respiratoire, la modélisation de l'interaction entre la respiration et le système cardiovasculaire. Nous avons obtenu des résultats de simulations les simulations des variables physiologiques, ainsi que des variables respiratoires durant le cycle cardiaque.

Dans le troisième chapitre, nous avons synthétisé un observateur mode glissant connu pour sa robustesse afin d'estimer les variables physiologiques. Nous avons testé sa robustesse en présence anomalies paramétriques et nous avons obtenu des résultats satisfaisants.

Comme perspectives, nous proposons l'amélioration de l'observateur mode glissant qui a fait preuve de robustesse dans notre travail afin de mesurer les valeurs les plus proches possibles des valeurs réelles des variables physiologiques et de l'utiliser, éventuellement, pour la détection des anomalies. Il peut être essentiellement amélioré dans le but de le rendre robuste par rapport aux anomalies valvulaires. Il serait souhaitable de parvenir à la détection des anomalies cardiovasculaires et respiratoires à travers l'interaction entre le système cardiovasculaire et le système respiratoire, d'utiliser d'autres méthodes de control dans l'étude de ces deux systèmes et de valider les résultats obtenus par des données réelles des patients.

Annexe A Calcul du gain d'un observateur mode glissant pour un système non linéaire

Soit le système non linéaire de la forme :

$$\dot{\varepsilon} = f(\varepsilon, \eta) + g(\varepsilon, \eta) \cdot u$$

$$\dot{\eta} = F(\varepsilon, \eta)$$

Les états observés sont $(\hat{\varepsilon}, \hat{\eta})$; et les erreurs d'observations sont $(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta})$ définies par :

$$\tilde{\eta} = \eta - \hat{\eta} \text{ et } \tilde{\varepsilon} = \varepsilon - \hat{\varepsilon}$$

L'observateur proposé, dans [Chkireb], est constitué par deux sous-systèmes, le premier concerne l'observation de l'état α et le second l'observation de l'état β . Le premier est donné par :

$$\dot{\hat{\varepsilon}} = f(\varepsilon, \eta) + g(\varepsilon, \eta)u + L_1 \cdot \text{sign}(S) \quad (\text{A.1})$$

$$\dot{\hat{\eta}} = F(\varepsilon, \eta) + L_2 \cdot \text{sign}(S) \quad (\text{A.2})$$

Proposition 1

Pour le premier sous-système (A.1), si les conditions suivantes sont remplies :

i) La commande $u(t)$, les fonctions \tilde{f} et \tilde{g} sont bornées telles que :

$$|u_j| \leq U_{\max} \quad \forall j=1, \dots, m ; \quad (\text{A.3})$$

$$|\tilde{f}_i| < \rho_1, \quad |\tilde{g}_{ij}| < \rho_2 \quad \text{pour } i=1, \dots, p \text{ et } j=1, \dots, m \quad (\text{A.4})$$

avec

$$\tilde{f}(\xi, \hat{\xi}, \eta, \hat{\eta}) = f(\xi, \eta) - f(\hat{\xi}, \hat{\eta}) \text{ et } \tilde{g}(\xi, \hat{\xi}, \eta, \hat{\eta}) = g(\xi, \eta) - g(\hat{\xi}, \hat{\eta})$$

ii) Les éléments de la matrice diagonale des gains L_1 sont pris tels que :

$$L_{1i} \geq \rho_1 + m \cdot \rho_2 \cdot U_{\max} \quad \text{pour } i=1..p \quad (\text{A.5})$$

Par conséquent, la variété $\Psi_c = \{\alpha \in R^p / S = 0\}$ est rendue attractive et invariante, de plus les erreurs d'observation $\tilde{\xi}$ convergente asymptotiquement vers zéro.

Preuve

En prenant une fonction de Lyapounov de la forme $V = 0.5(S)^T S$, sa dérivée temporelle \dot{V} est alors :

$$\dot{V} = (S)^T \dot{S} \quad (\text{A.6})$$

Du fait que $\dot{S} = \tilde{\alpha}$ l'expression de \dot{V} devient :

$$\dot{V} = (S)^T (\tilde{f} + \tilde{g}.u - L_1.sign(S)) = \sum_{i=1}^p S_i (\tilde{f}_i + \tilde{g}_i.u - L_{1i}.sign(S_i)) \quad (\text{A.7})$$

Dans le but de rendre \dot{V} négative ($\forall S \neq 0$), il est suffisant que les coefficients L_{1i} vérifient

$$L_{1i} > |\tilde{f}_i| + \left| \sum_{j=1}^m \tilde{g}_{ij}.u_j \right| \quad \text{Or on a: } |\tilde{f}_i| + \left| \sum_{j=1}^m \tilde{g}_{ij}.u_j \right| \leq |\tilde{f}_i| + \sum_{j=1}^m |\tilde{g}_{ij}| |u_j| \leq \rho_1 + m.\rho_2.U_{\max}$$

$$L_{1i} > \rho_1 + m.\rho_2.U_{\max} ; (i=1, \dots, p)$$

Par conséquent S converge asymptotiquement vers zéro et il en est de même pour l'erreur d'observation $\tilde{\xi}$.

A cette étape de la démonstration, considérons l'observateur de l'état η donné par :

$$\dot{\hat{\eta}} = F(\hat{\varepsilon}, \hat{\eta}) + G(\hat{\varepsilon}, \hat{\eta}).u + L_2.sign(S)$$

Où $L_2 \in \mathcal{R}^{q \times p}$ est la matrice des gains.

Quand le sous-système (A.2) est en mode glissant ($\dot{\tilde{\xi}} = \tilde{\xi} = 0$ où $\hat{\varepsilon} = \varepsilon$, le terme $sign(S)$ est équivalent à:

$$sign(S_c) \cong (L_1)^{-1}.G(\varepsilon, \eta, \hat{\eta}, u)$$

Avec

$$\tilde{G}(\varepsilon, \eta, \hat{\eta}, u) = \tilde{f}(\varepsilon, \eta, \hat{\eta}) + \tilde{g}(\varepsilon, \eta, \hat{\eta}).u$$

Par conséquent, le second sous-système devient

$$\dot{\tilde{\eta}} = \tilde{F}(\varepsilon, \eta, \hat{\eta}) - L_2 \cdot L_1^{-1} \cdot \tilde{G}(\varepsilon, \eta, \hat{\eta}, u) \quad (\text{A.8})$$

L'expression (A.8) peut être réécrite sous la forme:

$$\dot{\tilde{\eta}} = A_o^\bullet \cdot \tilde{\eta} + \tilde{F}(\xi, \eta, \hat{\eta}) - A_o^\bullet \tilde{\eta} - L_2 \cdot (L_1)^{-1} \cdot [\tilde{f}(\xi, \eta, \hat{\eta}) + \tilde{g}(\xi, \eta, \hat{\eta}, u)]$$

$$\dot{\tilde{\eta}} = A_o^\bullet \cdot \tilde{\eta} + \tilde{F}(\xi, \eta, \hat{\eta}, u) - A_o^\bullet \cdot \tilde{\eta} - L_2 \cdot L_1^{-1} \cdot G(\xi, \eta, \hat{\eta}, u) \quad (\text{A.9})$$

Où $A_o^\bullet \in \mathfrak{R}^{q \times q}$. Dans une forme compacte on a:

$$\dot{\tilde{\eta}} = A_o^\bullet \cdot \tilde{\eta} + F^\bullet(\xi, \eta, \hat{\eta}, u) \quad (\text{A.10})$$

Avec

$$F^\bullet(\varepsilon, \eta, \hat{\eta}, u) = \tilde{F}(\varepsilon, \eta, \hat{\eta}, u) - A_o^\bullet \cdot \tilde{\beta} - L_2 \cdot (L_1)^{-1} \cdot [\tilde{f}(\varepsilon, \eta, \hat{\eta}, u) + \tilde{g}(\varepsilon, \eta, \hat{\eta}, u)] \quad (\text{A.11})$$

Les résultats suivants peuvent être énoncés.

Proposition 2

Si les conditions suivantes sont remplies :

- i) La matrice A_o^\bullet a un spectre négatif, c.à.d. pour toute matrice symétrique définie positive Q, il existe une matrice symétrique définie positive P solution de l'équation de Lyapounov :

$$(A_o^\bullet)^T P + P A_o^\bullet = -Q \quad (\text{A.12})$$

- ii) Les valeurs propres des matrices P et Q vérifient l'inégalité :

$$\frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)} > 2\delta \quad (\text{A.13})$$

Avec $\lambda_{\min}(\mathbf{Q})$ et $\lambda_{\max}(\mathbf{p})$ dénote respectivement la plus petite et la plus grande valeur propre.

iii) Les fonctions $F(\varepsilon, \eta)$, $f(\varepsilon, \eta)$ et $g(\varepsilon, \eta)$ sont globalement Lipchitziennes en η pour toute valeur fixée de (α, u) :

$$\|\tilde{F}(\varepsilon, \eta, \hat{\eta})\| = \|F(\varepsilon, \eta) - F(\hat{\varepsilon}, \hat{\eta})\| < \delta_1 \cdot \|\tilde{\eta}\|, \forall \eta, \hat{\eta} \in \mathfrak{R}^q \text{ et } \alpha \in \mathfrak{R}^p \quad (\text{A.14a})$$

$$\|\tilde{f}(\varepsilon, \eta, \hat{\eta})\| = \|f(\varepsilon, \eta) - f(\hat{\varepsilon}, \hat{\eta})\| < \delta_2 \cdot \|\tilde{\eta}\|, \forall \eta, \hat{\eta} \in \mathfrak{R}^q \text{ et } \alpha \in \mathfrak{R}^p \quad (\text{A.14b})$$

$$\|\tilde{g}(\varepsilon, \eta, \hat{\eta})\| = \|g(\varepsilon, \eta) - g(\hat{\varepsilon}, \hat{\eta})\| < \delta_3 \cdot \|\tilde{\eta}\|, \forall \eta, \hat{\eta} \in \mathfrak{R}^q \text{ et } \alpha \in \mathfrak{R}^p \quad (\text{A.14c})$$

iv) La matrice des gains L_2 est choisie telle que sa norme vérifie la condition :

$$0 < \|L_2\| < \frac{\delta - \delta_1 - \sigma_{\max}(A_o^\bullet)}{\|(L_1)^{-1}\|(\delta_2 + \delta_3)} \quad (\text{A.15})$$

Où $\sigma_{\max}(A_o^\bullet)$ dénote la plus grande valeur singulière de la matrice A_o^\bullet

Par conséquent, l'erreur d'observation $\tilde{\eta}$ converge exponentiellement vers zéro.

Preuve

La norme de la fonction $F^\bullet(\varepsilon, \hat{\varepsilon}, \hat{\eta}, u)$ vérifie la relation:

$$\|F^\bullet\| < \|\tilde{F}\| + \|A_o^\bullet \cdot \tilde{\beta}\| + \|L_2(L_1)^{-1} \cdot [\tilde{f} + \tilde{g} \cdot u]\| \quad (\text{A.16})$$

Sous les conditions (A.16), l'inégalité suivante est toujours vérifiée:

$$\|F^\bullet\| \leq \delta_1 \|\tilde{\beta}\| + \sigma_{\max}(A_o^\bullet) \|\tilde{\beta}\| + \|L_2\| \cdot \|(L_1)^{-1}\| \cdot [\delta_2 \|\tilde{\beta}\| + \delta_3 \|\tilde{\beta}\|]$$

Ou encore:

$$\|F^\bullet\| \leq \left(\delta_1 + \sigma_{\max}(A_o^\bullet) + \|L_2\| \|(L_1)^{-1}\| [\delta_2 + \delta_3] \right) \|\tilde{\beta}\|$$

Si la norme de la matrice L_2 vérifie la condition (VI.17d) par conséquent la fonction $F^\bullet(\eta, \hat{\eta}, \xi, u)$ vérifie la condition:

$$\|F^\bullet(\xi, \eta, \hat{\eta}, u)\| < \delta \|\tilde{\eta}\| \quad \forall \eta, \hat{\eta} \in \mathfrak{R}^q, \forall \xi \in \mathfrak{R}^p \quad \forall u \in \mathfrak{R}^m \quad (\text{A.17})$$

Considérons la fonction de Lyapounov donnée par $V = (\tilde{\beta})^T . P . \tilde{\beta}$; sa dérivée temporelle est :

$$\dot{V} = (\dot{\tilde{\eta}})^T . P . \tilde{\eta} + (\tilde{\eta})^T . P . \dot{\tilde{\eta}} \quad (\text{A.18})$$

$$\dot{V} = -(\tilde{\eta})^T . Q . \tilde{\eta} + 2 . (\tilde{\eta})^T . P . F^\bullet(\xi, \eta, \hat{\eta}, u) \quad (\text{A.19})$$

Du fait que la fonction $F^\bullet(\xi, \eta, \hat{\eta}, u)$ vérifie (A.16) et en utilisant la propriété de la norme d'une matrice, par conséquent à partir de (A.18) est déduite l'inégalité suivante:

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}(Q) \|\tilde{\eta}\|^2 + 2 . \delta . \lambda_{\max}(P) \|\tilde{\eta}\|^2 \quad (\text{A.20})$$

$$\dot{V} \leq - \left(\frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)} - 2\delta \right) \lambda_{\max}(P) \|\tilde{\eta}\|^2 \quad (\text{A.21})$$

Comme :

$$V = (\tilde{\eta})^T . P . \tilde{\eta} \leq \lambda_{\max}(P) \|\tilde{\eta}\|^2 \quad (\text{A.22})$$

Donc

$$\dot{V} \leq - \left(\frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)} - 2\delta \right) V \quad (\text{A.23})$$

Avec la condition $\frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)} > 2\delta$, \dot{V} est rendu négative $\forall \tilde{\eta} \neq 0$ et par conséquent, l'erreur

d'observation $\tilde{\eta}$ converge exponentiellement vers zéro.

Annexe B Calcul de la constante de Lipchitz

Définition :

La fonction F est lipchitzienne en β , si et seulement si, il existe une matrice J qui vérifie l'inégalité suivante :

$$|F(\beta) - F(\hat{\beta})| \leq J|\beta - \hat{\beta}| \quad (\text{B.1})$$

Sa constante de Lipchitz est la plus grande valeur singulière de la matrice J .

$$J_{ij} = \text{Max} |dF_i/d\beta_j| \in \mathbb{R}^{n \times n} ; i=1, \dots, n \text{ et } j=1, \dots, n$$

Bibliographie

- [1] R.N. Le soir d'Algérie [en ligne] <http://www.djazairess.com/fr/lesoirdalgerie/126094> [20-06-2013]
- [2] M.S. Olufsen, J.T. Ottesen, H.T. Tran, L.M. Ellwein, L.A. Lipsitz, V. Novak, \Blood Pressure and Blood Flow Variation During Postural Change From Sitting to Standing : Model Development and Validation", J Appl Physiol, 99 :1523-1537, 2005.
- [3] N. Stergiopulos, B.E. Westerhof, N. Westerhof, \Total Arterial Inertance as the Fourth Element of the Windkessel Model", The American Physiological Society, 1999.
- [4] N. Elaine Marieb and Katja Hoehn, Anatomie et physiologie humaines, 8^e édition, Pearson 2010 (ISBN 978-2761337472)
- [5] Michel Saemann. Archive Larousse [en ligne] http://www.larousse.fr/encyclopedie/images/Circulation_sanguine/1001631 [10-05-2013]
- [6] Hervé Guénard, « Physiologie humaine », 3^e édition, Pradel, 2009.
- [7] Michen Saemann. Archive Larousse [en ligne] http://www.larousse.fr/encyclopedie/images/Coupe_du_c%C5%93ur_et_des_valvules/1001421 [10-05-2013].
- [8] Zohor BELKHATIR, Mohamed GUENOUNE, « Détection d'Anomalies Cardiovasculaire », projet de fin d'étude, spécialité automatique, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, juin 2012.
- [9] Dr Sandrine LAUNOIS-ROLLINAT, « Physiologie du Système Respiratoire », Université Joseph Fourier.
- [10] M.S. Olufsen, A. Nadim, \Deriving Lumped Models for Blood Flow and Pressure in the Systemic Arteries", Thèse de Doctorat, Mathematical Biocience and Engineering, 2004.

- [11] N. Stergiopoulos, J. Meister, and N. Westerhof, "Determinants of Stroke Volume and Systolic and Diastolic Aortic Pressure", *Am J Physiol.*, vol. 270, no. 6 Pt 2, pp. H2050-2059, 1996.
- [12] V. ROSSI, "Filtrage non Linéaire par Noyaux de Convolution Application à un Procédé de Dépollution Biologique", Thèse de Doctorat, Ecole Doctorale : Information, Structures, Systèmes Formation Doctorale : BIOSTATISTIQUE, Décembre 2004.
- [13] L. Formaggia, F. Nobile, A. Quarteroni, A. Veneziani, "Multiscale Modelling of the Circulatory System : a Preliminary Analysis", *Computing and Visualization in Science*, 2 :75-83, 1999.
- [14] H. Suga, K. Sagawa, "Instantaneous Pressure Volume Relationship and their Ratio in the Excised Supported Canine Left Ventricle", *Circ Res*, vol. 35, no. 1, pp. 117- 126, 1974.
- [15] N. Stergiopoulos, J. Meister, and N. Westerhof, "Determinants of Stroke Volume and Systolic and Diastolic Aortic Pressure", *Am J Physiol.*, vol. 270, no. 6 Pt 2, pp. H2050-2059, 1996.
- [16] Nan-Chyuan Tsai, Rong-Mao Lee, « Interaction between cardiovascular system and respiration », Department of Mechanical Engineering National Cheng Kung University of Taiwan, ScienceDirect, 2011.