

Ministère de l'Enseignement Supérieur

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

THESE

Présenté par :

BRANCI TAIEB

Ingénieur E. N. P.

POUR OBTENIR LE DIPLOME DE
MAGISTER EN GENIE CIVIL

INCIDENCE DES DECROCHEMENTS VERTICAUX
SUR LA REPONSE DYNAMIQUE DES SYSTEMES
A PLUSIEURS DEGRES DE LIBERTE

Soutenue en Avril 1988

Devant le Jury d'Examen :

Président :	A. BALI	- Maître de Conférence
Rapporteur :	B. TILIOUINE	- Professeur
	A. CHARIF	- Maître de Conférences
Examineur :	D. V. CUONG	- Maître de Conférences
	P. BONNEVILLE	- Professeur
Invité :	F. TEBBAL	- Directeur du M.A.T.U.C.

Ministère de l'Enseignement Supérieur

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

THESE

Présenté par :

BRANCI TAIEB

Ingénieur E. N. P.

POUR OBTENIR LE DIPLOME DE
MAGISTER EN GENIE CIVIL

**INCIDENCE DES DECROCHEMENTS VERTICAUX
SUR LA REPOSE DYNAMIQUE DES SYSTEMES
A PLUSIEURS DEGRES DE LIBERTE**

Soutenue en Avril 1988

Devant le Jury d'Examen :

Président :	A. BALI	- Maître de Conférence
Rapporteur :	B. TILIOUINE	- Professeur
Examineur :	A. CHARIF	- Maître de Conférences
	D. V. CUONG	- Maître de Conférences
	P. BONNEVILLE	- Professeur
Invité :	F. TEBBAL	- Directeur du M.A.T.U.C.

A la mémoire de mes parents ,
mes frères et soeurs

A tous ceux qui ont
contribué à ma formation

tous mes amis

- AVANT-PROPOS -

Je tiens à remercier Monsieur A. BALI , maître de conférences , pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de présider ce jury.

Je voudrais exprimer ici ma profonde gratitude à Monsieur B. TILIOUINE , professeur à l'E.N.P. , qui a dirigé cette étude , pour les précieux conseils qu'il m'a fourni tout au long de ce travail. Je le remercie d'avoir consacré un temps important à cette étude malgré ses multiples occupations ainsi que pour ses critiques judicieuses. Je le remercie également pour la confiance qu'il m'a accordée tout au long du déroulement de ce travail.

Monsieur P. BONNEVILLE , professeur à l'E.N.P. , dont j'ai apprécié l'enseignement et Monsieur A. CHARIF , maître de conférences à l'E.N.P. ainsi que Monsieur D. V. CUONG maître de conférences et Monsieur F. TEBBAL directeur général de M. A. T. U. C. ont bien voulu accepter de siéger à ce jury. Qu'ils trouvent ici l'assurance de ma gratitude.

Enfin , qu'il me soit permis de remercier toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration du présent travail.

R E S U M E

L'objet de cette thèse est d'étudier l'effet d'irrégularités en élévation sur la réponse sismique des structures élancées, contreventées par portiques auto-stables, soumises à l'action de la réplique d'EL-ATTAFA du 30/10/80. Les résultats scientifiques obtenus permettent de déduire les conclusions suivantes:

1- Pour un décrochement situé au milieu de la structure, une chute importante de la période fondamentale est constatée.

2- Les modes supérieurs de vibration contribuent substantiellement à la réponse sismique des structures décrochées. Cette contribution est d'autant plus importante que la tour est plus élancée.

3- Les déplacements relatifs de niveaux de la tour d'une structure décrochée sont nettement plus grands que ceux correspondants à la structure uniforme.

4- Les prescriptions réglementaires, R.P.A. 81, révisées 83, conduisent à une sur-estimation des efforts sismiques réels induits dans les structures décrochées.

5- La présence de la maçonnerie réduit de façon appréciable les sollicitations finales de calcul. Néanmoins une augmentation importante des efforts de cisaillement est observée au niveau de la zone de transition.

S U M M A R Y

The aim of this work is to study the effects of set-backs on the dynamic response of multistory building frames subjected to the October 10, 1980 EL-ATTAFA earthquake. Results derived from the study lead to the following conclusions:

1- For a set-back near the mid-height, a substantial decrease of the fundamental period is observed.

2- The higher modes of vibration of a set-back building can make a substantial contribution to its overall seismic response. This contribution increases with the slenderness of the tower.

3- Story drifts for the tower portion of a set-back building are substantially larger than those for the related uniform building.

4- The R.P.A. 81 code regulations lead to an overestimation of the seismic stress resultants induced in set-back structures.

5- The presence of the masonry reduces in an appreciable manner the internal stress resultants. Nevertheless, an important increase of story-shears is observed at the transition zone level.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION

CHAPITRE I - STRUCTURES ETUDIEES	3
I - Introduction	4
2 - Choix des paramètres	4
3 - Caractéristiques géométriques et mécaniques	5
4 - Charge sismique	10
5 - Conclusion	10
 CHAPITRE II - MODELISATION ET ANALYSE	 11
I - Hypothèses de modélisation	12
2 - Méthode d'analyse	13
3 - Méthode numérique d'intégration de l'intégrale de Duhamel	21
4 - Forces d'amortissement	26
5 - Choix des degrés de liberté	27
6 - Programme informatique	30
 CHAPITRE III - ANALYSE DES RESULTATS	 34
I - Introduction	35
2 - Présentation des résultats	35
3 - Analyse des résultats	37

CHAPITRE IV - EFFETS DE L'INTERACTION MACONNERIE-
STRUCTURE SUR LA REPONSE SISMIQUE . .

I - Introduction	72
2 - Exposé de la méthode	73
3 - Analyse bibliographique	74
4 - Application	77
CONCLUSION	89
ANNEXE I	91
ANNEXE II	104
BIBLIOGRAPHIE	105

Les structures comportant des décrochements verticaux sont en pratique assimilées à des cas simples. En fait, le comportement dynamique de telles structures est modifié à cause des irrégularités en élévation. Une approche plus réaliste du problème posé par ce type de construction doit considérer le comportement de la structure base-tour dans son ensemble.

L'effet de ces irrégularités doit-être pris en considération dans l'analyse des comportements dynamiques des structures en introduisant une multitude de paramètres ; ce qui conduit à des analyses tout à fait complexes et laborieuses.

La première étude du problème (1) de l'analyse des effets d'irrégularités sur la réponse sismique des bâtiments décrochés remonte aux années soixante. Le comportement de ce type de construction était simulé par des poutres consoles sujettes à l'action d'un mouvement sismique du sol. D'autres recherches ont permis de traiter le même problème en assimilant la tour de la structure à un système à un seul degré de liberté (2), (3). Une extension de ces travaux est présentée dans la référence (4) en modélisant la tour en un système à plusieurs degrés de liberté. Toutes ces méthodes ne sont applicables, néanmoins, que sous certaines conditions ; notamment lorsque le poids de la tour est si petit que la période fondamentale de la structure base-tour peut-être assimilée à celle de la base considérée seule.

L'objet de la présente recherche est de présenter les résultats d'une étude analytique sur la réponse sismique des portiques de bâtiments de grandes hauteurs comportant des décrochements verticaux. Contrairement à ce qui a été employé dans les recherches précédentes, notre étude se base sur des modèles informatisés de bâtiments à planchers déformables composés de portiques auto-stables. Une partie de cette étude est consacrée à l'influence des paramètres prépondérants sur les périodes, les modes propres et les coefficients de cisaillements modaux. Ensuite, les résultats d'une étude analytique du comportement d'une importante série de portiques à décrochement vertical, soumis à l'action de la composante Nord-Sud de l'accélérogramme de l'événement de séisme de 1980, sont présentés. Une deuxième partie est consacrée à l'étude de l'influence de la maçonnerie sur la réponse sismique. Dans

ce cas , les réponses sismiques calculées des différents portiques sont comparées aux résultats déduits de l'application directe du règlement parasismique algérien , R. P. A. 81 , révisé 83 , (5).

RECEVU
LE 10/05/83
A 10H00
DIRECTION
DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
ET TECHNIQUE
EN ALGERIE

CHAPITRE I

STRUCTURES ETUDIÉES

I.1 - Introduction :

Un intérêt particulier est porté sur les structures décrochées élancées contreventées par des portiques auto-stables. On admettra que :

- Les portiques à décrochement vertical ont des propriétés identiques à celle des bâtiments courants à plusieurs étages.

- Le nombre de variables caractérisant les dimensions de ces portiques est réduit au minimum en vue d'isoler les paramètres importants et d'étudier leurs effets sur la réponse de la structure.

I.2 - Choix des paramètres:

Il découle de ce qui précède que tous les modèles de portiques analysés dans le cadre de cette recherche peuvent-être déduits à partir d'un portique de référence de vingt étages ayant une base de trois travées et une tour centale d'une seule travée en variant deux paramètres:

$$\text{- Rapport des hauteurs } R_H = h/H \quad (\text{Ia})$$

$$\text{- Rapport des aires } R_A = S_t/S_b \quad (\text{Ib})$$

où : h : hauteur de la tour.

H : hauteur totale de la structure.

S_t : aire de la section en plan de la tour.

S_b : aire de la section en plan de la base.

Quatre différentes valeurs sont retenues pour le paramètre R_A : 1.0 , 2/3 , 1/3 et 1/9. La première valeur est associée au portique uniforme alors que les trois autres valeurs correspondent aux rapports des sections indiquées sur la figure 1. Les valeurs attribuées au paramètre R_H sont : 0.00 , 0.25 , 0.50 et 0.75 ; elles correspondent au bâtiment uniforme et aux bâtiments décrochés ayant respectivement une tour de cinq , dix et quinze étages.

I.3 - Caractéristiques géométriques:

Les dimensions en plan de la base de toutes les structures considérées sont de 18.00 m dans les deux sens (longitudinal et transversal). La hauteur du bâtiment (tour comprise) est de 60.00 m. La distance entre deux planchers successifs est de 3.00 m.

Les planchers de tous les niveaux seront constitués par des corps creux et une dalle de compression (16 + 4) reposant sur des poutrelles préfabriquées.

Les moments d'inertie qui ont été considérés pour les différents systèmes de structures sont les suivants:

- Portique Uniforme

Numéro d'étage	Inertie (m ⁴)
20	0.0021
16	
15	0.0090
11	
10	0.0320
6	
5	0.0516
1	

- Portique : $R_H = 0.25$; $R_A = 1/9$

Etage	20 à 16	15 à 11	10 à 6	5 à 1
Inertie (m ⁴)	0.00035	0.009	0.032	0.0516

- Portique : $R_H = 0.25$; $R_A = 1/3$

Etage	20 à 16	15 à 11	10 à 6	5 à 1
Inertie (m ⁴)	0.00107	0.009	0.032	0.0516

- Portique ; $R_H = 0.25$; $R_A = 2/3$

Etage	20 à 16	15 à 11	10 à 6	5 à 1
Inertie (m ⁴)	0.00204	0.009	0.032	0.0516

- Portique : $R_H = 0.5$; $R_A = 1/9$

Etage	20 à 16	15 à 11	10 à 6	5 à 1
Inertie (m ⁴)	0.000356	0.00156	0.032	0.0516

- Portique : $R_H = 0.5$; $R_A = 1/3$

Etage	20 à 16	15 à 11	10 à 6	5 à 1
Inertie (m ⁴)	0.00107	0.00468	0.0320	0.0516

- Portique : $R_H = 0.5$; $R_A = 2/3$

Etage	20 à 16	15 à 11	10 à 6	5 à 1
Inertie (m^4)	0.00204	0.00936	0.0320	0.0516

- Portique : $R_H = 0.75$; $R_A = 1/9$

Etage	20 à 16	15 à 11	10 à 6	5 à 1
Inertie (m^4)	0.000356	0.00156	0.00495	0.0516

- Portique : $R_H = 0.75$; $R_A = 1/3$

Etage	20 à 16	15 à 11	10 à 6	5 à 1
Inertie (m^4)	0.00107	0.00468	0.01487	0.0516

- Portique : $R_H = 0.75$; $R_A = 2/3$

Etage	20 à 16	15 à 11	10 à 6	5 à 1
Inertie (m^4)	0.00204	0.00936	0.02974	0.0516

- Remarque : Les valeurs données ci-dessus représentent les moments d'inertie d'une colonne centrale de poteaux. Dans la partie base les moments d'inertie sont deux fois plus grand que ceux correspondant aux poteaux de rive (figure I.1).

Les moments d'inertie des poutres de tous les systèmes sont pris égales à : 0.00228 cm^4 .

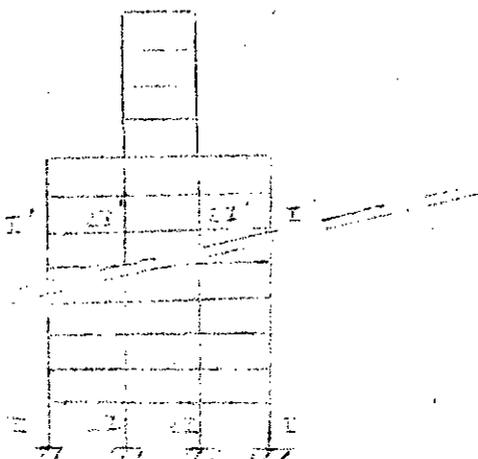


Fig. I.1 - Distribution des inerties

Les masses correspondant à chaque niveau des systèmes considérés sont les suivantes :

- Portique uniforme :

Etage	masse (t)
20	52.70
19 ⋮ 1	60.11

- Portique : $R_H = 0.25$

	masse (t)		
R_A	1/9	1/3	2/3
Etage			
20	8.75	17.57	35.13
19 à 16	10.02	20.04	40.07
15 à 1	60.11	60.11	60.11

- Portique : $R_H = 0.50$

	masse (t)		
R_A	1/9	1/3	2/3
Etage			
20	8.75	17.57	35.13
19 à 11	10.02	20.04	40.07
10 à 1	60.11	60.11	60.11

- Portique : $R_H = 0.75$

	masse (t)		
P_A	1/9	1/3	2/3
Etage			
20	8.75	17.57	35.13
19 à 6	10.02	20.04	40.07
5 à 1	60.11	60.11	60.11

I.4 - Charge sismique :

Les structures définies précédemment sont étudiées sous l'action d'un seul accélérogramme. Cet accélérogramme est basé sur la composante Nord-Sud de l'accélérogramme d'EL-ATTAF (figure I.2) enregistrée lors de la réplique du tremblement de terre d'EL-ASNAM du 10 octobre 1980 (). Cette composante est utilisée comme mouvement de base pour l'étude analytique de la réponse sismique. L'accélération maximale de cette réplique est de 0.10 g ; g étant l'accélération de la pesanteur et sa durée étant de 2 secondes.

I.5 - Conclusion :

Toutes les structures considérées dans ce travail ont fait l'objet d'un prédimensionnement relatif à celles qui peuvent se rencontrer en pratique. Vu que notre étude se limite au domaine linéaire l'accélérogramme cité précédemment est choisi pour son intensité moyenne et pour sa courte durée. Pour pouvoir faire un vrai calcul dynamique on doit disposer d'un instrument de calcul assez général, afin d'éviter de passer par le calcul des forces statiques équivalentes.

COUPE A-A

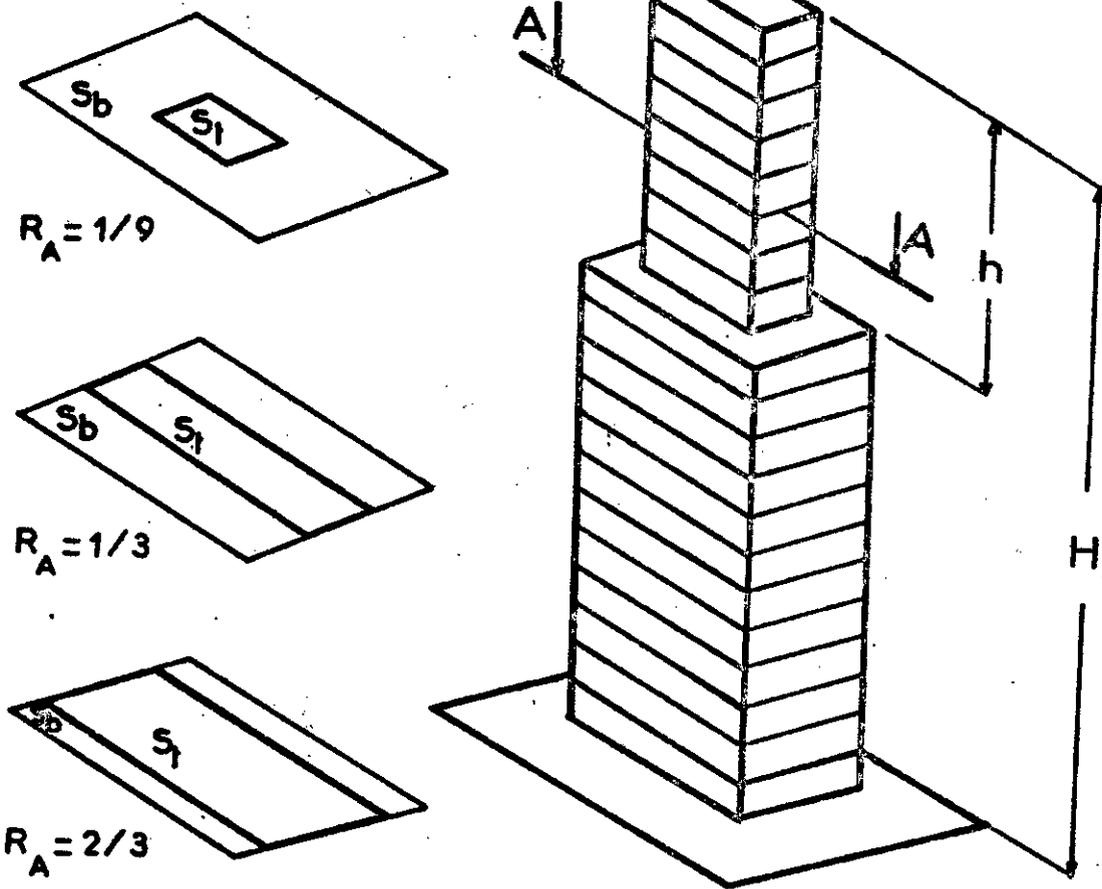


Fig.1. Bâtiment décroché avec ses trois vues en plan

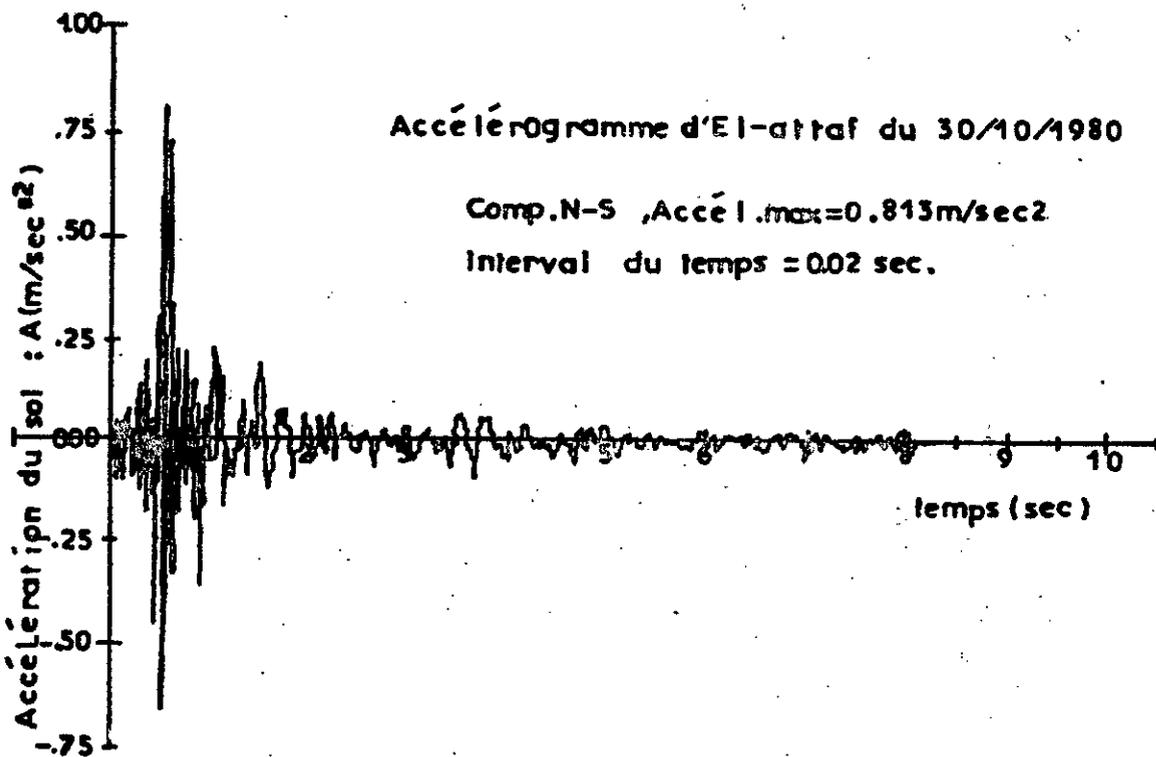


Fig.2. Accélérogramme d'une réplique du séisme de CHLEF du 10/10/80

CHAPITRE II

MODELISATION ET ANALYSE

II.1 - Hypothèses de modélisation:

Le calcul pseudo-statique équivalent des ossatures planes soumises aux actions sismiques tel que mentionné dans les règlements parasismiques en vigueur se limite seulement aux structures très particulières (forme en plan rectangulaire ou proche d'un rectangle , partie en saillie limitée , forme simple et symétrique , etc...). Ces particularités qui constituent une vision extrêmement simplifiée de la réalité , couplées avec la nécessité d'apprécier les domaines de validité d'approximations induites par les méthodes simplifiées de calcul conduisent les règlements à recommander un calcul dynamique qui sort de ces limitations.

En réalité , les constructions élancées à écrochement vertical sont des systèmes continus présentant des distributions compliquées de masses et de raideurs. Une analyse exacte de tels systèmes est extrêmement sophistiquée. Néanmoins , il est toujours possible d'aboutir à des précisions raisonnables et d'effectuer une analyse fiable en se basant sur des hypothèses simplifiées de modélisation des portiques. Plusieurs hypothèses sont jugées acceptables pour les types de portiques considérés et peuvent conduire à une représentation satisfaisante de leur comportement vis à vis des charges sismiques. Les plus importantes sont les suivantes:

- La masse de la structure est concentrée au niveau des noeuds.
- Les poutres et les poteaux présentent un comportement élastique sous les charges extérieures.
- L'amortissement est du type visqueux.

Compte tenu des hypothèses précédentes , les portiques des bâtiments sont réduits à un système ayant un nombre fini de degrés de liberté et soumis à une vibration forcée , limitée à un seul plan. L'analyse d'un tel système par l'intégration d'équations différentielles linéaires , du second ordre non homogènes et couplées. Ces équations , exprimées à partir d'une formulation matricielle de la méthode des raideurs (), () , peuvent-être résolues par des méthodes appropriées d'in-

tégration numérique. Il en résulte la nécessité de disposer d'un instrument de calcul automatique, à portée générale, pour pouvoir effectuer une analyse dynamique exacte sous les actions sismiques. Cet instrument constitue donc une référence utile pour l'évaluation des sollicitations internes déduites à partir d'autres méthodes.

II.2 - Méthode d'analyse:

II.2.1 - Généralités:

Toute structure est susceptible de subir pendant sa durée de vie un chargement dynamique qui se distingue du chargement statique par deux caractéristiques importantes:

- La nature évolutive du problème dynamique en fonction du temps: la charge variant dans le temps et la réponse fonction, aussi, de ce même paramètre.

- L'apparition des forces d'inertie: sous un chargement dynamique donné, une structure subit des déplacements qui donnent lieu à des accélérations. Celles-ci produisent alors des forces d'inertie qui leur sont opposées et les efforts internes dans la structure devront équilibrer ces forces.

La nature dynamique d'un chargement produit donc une augmentation des efforts en comparaison à un chargement statique de même intensité maximale. En fait, tous les chargements sont de nature dynamique. Néanmoins, on distingue ceux dont la vitesse de chargement est lente et qui produisent des forces d'inertie négligeables; on les assimile à des chargements statiques et ceux dont la vitesse de chargement est telle que les forces d'inertie qui entrent en jeu sont considérables. Le but d'une étude dynamique est de caractériser le comportement d'une structure soumise à un tel chargement. Une manière de procéder est de déterminer l'histoire dans le temps des déplacements de la structure. Les forces peuvent alors en être déduits. Pour effectuer une telle étude, on procède comme suit:

- On modélise la structure.
- On fait les hypothèses précédentes.
- On sélectionne un certain nombre de déplacements pour pouvoir représenter correctement les effets de toutes les for-

ces d'inertie qui interviennent dans la structure. Ce nombre est appelé nombre de degré de liberté dynamique du système. En fait, le nombre de degré de liberté d'un système continu est infini. Celui d'un système que l'on a discrétisé reste important. De plus, les caractéristiques physiques de la structure et les conditions de chargement ne sont connues que de façon approchée. Il est donc inutile de considérer pour les méthodes classiques de calcul de structure, un grand nombre de degré de liberté. Le calcul n'en serait que plus compliqué et difficile à résoudre et la précision obtenue illusoire.

Il suffirait, pour nous de considérer le nombre maximum de déplacements qui décrirait fidèlement le mouvement du système. Pour un château d'eau par exemple, lors d'un mouvement de flexion, seul le déplacement en tête est notable et impose son mouvement à la structure. Un château d'eau sera donc assimilé à un système vibrant à un degré de liberté.

Dans le cas du bâtiment courant pour un portique donné, seuls les déplacements horizontaux de niveau sont importants et peuvent à eux seuls rendre compte du mouvement de la structure. En flexion un portique aura donc autant de degrés de liberté que de niveaux.

Une fois les opérations précédentes, il faudra formuler les équations du mouvement du système, c'est-à-dire, les équations mathématiques qui définissent les déplacements dynamiques.

II.2.2 - Equation générale du mouvement:

Le déplacement total u_t d'un oscillateur simple à un seul degré de liberté de masse m , de rigidité k et de coefficient d'amortissement σ (fig. 7), provoqué par un mouvement u_g du sol - " pour valeur :

$$u_t = u_g + u_r \quad (II.1)$$

où u_r étant le déplacement relatif de la masse par rapport à sa position initiale.

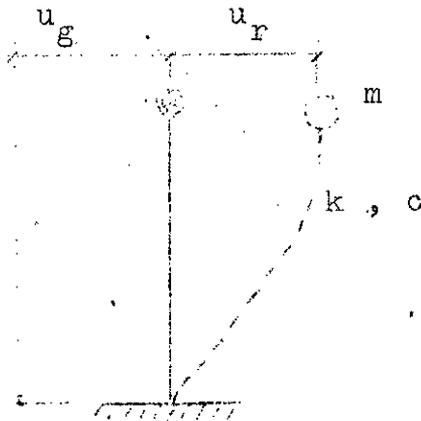


Fig.II.1 oscillateur simple amorti

L'équation dynamique totale du mouvement est donnée par :

$$m \cdot \ddot{u}_r(t) + c \cdot \dot{u}_r(t) + k \cdot u_r(t) = -m \cdot \ddot{u}_g(t); \quad (\text{II.2})$$

Cette relation peut-être transformée sous la forme :

$$\ddot{u}_r(t) + 2 \cdot \xi \cdot \omega \cdot \dot{u}_r(t) + \omega^2 \cdot u_r(t) = -\ddot{u}_g(t) \quad (\text{II.3})$$

Dans laquelle ω est la pulsation propre du système et ξ le pourcentage d'amortissement critique. Ces deux facteurs sont exprimés par:

$$\omega^2 = k / m \quad ; \quad \xi = c / 2 \cdot m \cdot \omega \quad (\text{II.4})$$

La solution de la relation (II.2) est obtenue par la formule de l'intégrale de Duhamel.

$$u_r(t) = -\frac{1}{\omega_D} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) \cdot e^{-\xi \cdot \omega \cdot (t-\tau)} \cdot \sin(\omega_D \cdot (t-\tau)) \cdot d\tau \quad (\text{II.5})$$

dans $\omega_D = \omega \sqrt{1-\xi^2}$ représente la pulsation propre du système amorti. En général ξ est prise égale à 0,1; vu qu'en pratique le taux d'amortissement est toujours inférieur à 10%.

Par analogie, la relation (II.1) peut-être transformée en un système d'équations du même genre pour représenter le système à plusieurs degrés de liberté.

$$[M] \cdot \ddot{u}_r(t) + [C] \cdot \dot{u}_r(t) + [K] \cdot u_r(t) = -[M] \cdot \ddot{u}_g(t) \quad (\text{II.6})$$

où $[M]$, $[C]$ et $[K]$ sont respectivement les matrices de masse d'amortissement et de rigidité ; $\{u_r(t)\}$, $\{\dot{u}_r(t)\}$ et $\{u_r(t)\}$ sont les vecteurs d'accélération, de vitesse et de déplacement.

II.2.3 - Solution générale des équations du mouvement :

II.2.3.1 - Introduction :

En général la majorité des structures sont représentés par des systèmes à plusieurs degrés de liberté. Comme nous l'avons indiqué précédemment certains types de structures, comme les châteaux d'eau élevés ou les petits bâtiments ayant une forme simple, se comportent approximativement comme des systèmes à un seul degré de liberté.

Mais pour la plupart des structures, parmi lesquelles nous citons les grands bâtiments, les ponts, les cheminées les tours, etc..., la contribution des modes supérieurs de vibration à la réponse dynamique ne peut-être négligée et doit-être prise en considération.

L'étude de telles structures, ayant plusieurs degrés de liberté, se base souvent sur une méthode qui s'avère très pratique dite "analyse modale"; elle consiste à représenter le système initial, sur une base linéaire, par des systèmes à un seul degré de liberté chacun (fig.II.2) par une combinaison linéaire des réponses des systèmes de base, la réponse dynamique du système est alors obtenue à chaque instant t .

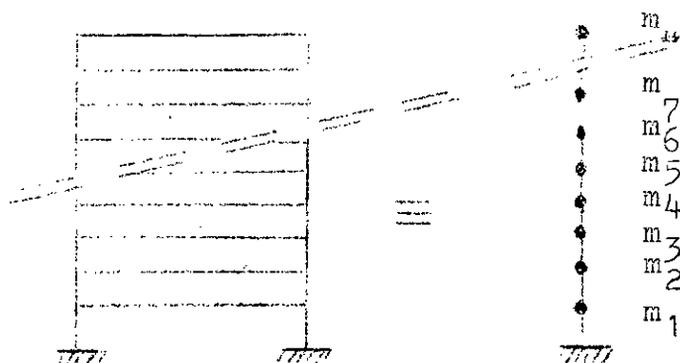


Fig. II.2-modélisation de la structure par une console

Considérons une structure à n degrés de liberté dont la matrice des masses, de raideurs et d'amortissement sont respectivement les grandeurs suivantes: $[M]$, $[K]$ et $[C]$. Les n pulsations propres ω_i de la structure sont déterminées par l'équation caractéristique du déterminant :

$$|[K] - \omega^2[M]| = 0 \quad (II.7)$$

Chaque pulsation propre ω_i du système caractérise un mode propre de vibration i .

$$([K] - \omega_i^2[M])\{\phi_i\} = \{0\} \quad (II.8)$$

Entre eux, ces modes propres de vibration forment une base de n vecteurs indépendants de déplacements sur laquelle le vecteur de déplacements $\{u\}$ du système réel peut-être projeté comme suit:

$$\begin{aligned} \{u\} &= \{\phi_1\}Y_1 + \{\phi_2\}Y_2 + \dots + \{\phi_n\}Y_n = \sum_{i=1}^n \{\phi_i\}Y_i \\ &= [P]\{Y\} \end{aligned} \quad (II.9)$$

La matrice modale constituée ainsi permet de passer du vecteur des coordonnées généralisées Y au vecteur u des coordonnées géométriques.

En adoptant cette transformation, l'équation dynamique de la structure soumise à un séisme s'écrit donc :

$$[M]\{\ddot{Y}\} + [C]\{\dot{Y}\} + [K]\{Y\} = -[M]\{\ddot{u}_g\} \quad (II.10)$$

En multipliant chaque membre de la relation (II.10) par le vecteur transposé du $i^{\text{ème}}$ mode de vibration, $\{\phi_i\}^T$ on obtient l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \{\phi_i\}^T [M] \{\ddot{Y}\} + \{\phi_i\}^T [C] \{\dot{Y}\} + \{\phi_i\}^T [K] \{Y\} \\ = -\{\phi_i\}^T [M] \{\ddot{u}_g\} \end{aligned} \quad (II.11)$$

La propriété d'orthogonalité de la matrice de rigidité et de la matrice des masses par rapport aux modes propres de vibration conduit à :

$$\begin{aligned} \{\psi_i\}^T [M] \{\psi_j\} &= 0 & i \neq j \\ \{\psi_i\}^T [K] \{\psi_j\} &= 0 \end{aligned} \quad (II.12)$$

Par cette transformation tous les termes de la matrice , excepté ceux du $i^{\text{ème}}$ mode propre , vont disparaître dans les produits avec les matrices de masse et de rigidité de l'équation matricielle (II.11). Ce même procédé peut également être appliqué pour la matrice d'amortissement si elle se présente sous la forme d'une combinaison linéaire de la matrice de masse et de rigidité ($[C] = a[M] + b[K]$) (8). Dans ce cas on peut écrire également :

$$\{\psi_i\}^T [C] \{\psi_j\} = 0 \quad ; \quad i \neq j \quad (II.13)$$

Compte tenu des conditions (II.12 ; II.13) , la relation (II.11) devient finalement :

$$\begin{aligned} \{\psi_i\}^T [M] \{\psi_i\} \ddot{Y}_i + \{\psi_i\}^T [C] \{\psi_i\} \dot{Y}_i + \{\psi_i\}^T [K] \{\psi_i\} Y_i \\ = -\{\psi_i\}^T [M] \{1\} \ddot{u}_g \end{aligned} \quad (II.14)$$

L'équation (II.14) indique que le problème initial devient en quelque sorte découplé , puisque cette relation n'est autre qu'une équation différentielle dépendant uniquement de l'amplitude Y_i ; c'est d'ailleurs l'équation dynamique d'un oscillateur simple de masse m_i^* , de rigidité K_i^* et d'amortissement C_i^* soumis à une accélération \ddot{u}_{gi} du sol avec :

$$\begin{aligned} m_i^* &= \{\psi_i\}^T [M] \{\psi_i\} \\ K_i^* &= \{\psi_i\}^T [K] \{\psi_i\} = \omega_i^* m_i^* \\ C_i^* &= \{\psi_i\}^T [C] \{\psi_i\} = 2\zeta_i \omega_i m_i^* \\ \ddot{u}_{gi} &= \{\psi_i\}^T [M] \{1\} / m_i^* \ddot{u}_g \end{aligned} \quad (II.15)$$

Dans laquelle γ_i et ω_i sont la pulsation propre et le taux d'amortissement critique de l'oscillateur du $i^{\text{ème}}$ mode propre de vibration. Par conséquent, l'équation dynamique du mouvement pour chaque mode propre de vibration, peut se mettre sous la forme suivante :

$$m_i^* \ddot{Y}_i + C_i^* \dot{Y}_i + K_i^* Y_i = -m_i^* \ddot{u}_{gi} \quad (\text{II.16})$$

ou

$$\ddot{Y}_i + 2\gamma_i \omega_i \dot{Y}_i + \omega_i^2 Y_i = -\ddot{u}_{gi} \quad (\text{II.17})$$

En général, pour la commodité des calculs on maintient l'accélération réelle du sol \ddot{u}_g , en faisant intervenir ce qu'on appelle " facteur de participation " du mode i , le terme :

$$\gamma_i = \frac{\{\phi_i\}^T \{M\} \{1\}}{m_i^*} \quad (\text{II.18})$$

si bien que l'on peut écrire :

$$\ddot{Y}_i + 2\gamma_i \omega_i \dot{Y}_i + \omega_i^2 Y_i = -\gamma_i \ddot{u}_g \quad (\text{II.19})$$

L'intégration dans le temps de chacune de ces n équations permet d'obtenir les n coordonnées généralisées Y_i correspondant à chacune des n modes propres de vibrations et par conséquent le vecteur de déplacement u de la structure, à chaque instant t , à l'aide de la relation (II.9).

Cette relation, basée généralement, sur le principe du cumul des réponses dynamiques des n oscillateurs à un degré de liberté, facilite alors la manière d'estimer la réponse maximale de la structure.

A l'aide de cette méthode de découplage la composante maximale peut-être déterminée séparément pour la majorité des modes propres du système et la réponse totale maximale de la structure doit-être ensuite fournie par une certaine combinaison de toutes les composantes maximales correspondantes à chaque mode.

Cependant dans cette démarche, le problème est bloqué par une difficulté fondamentale. Pour illustrer cette difficulté considérons les figures ci-dessous qui désignent les répon-

ses dynamiques des différents modes propres de vibration d'une structure à plusieurs degrés de liberté soumise à un séisme quelconque (fig.II.3).

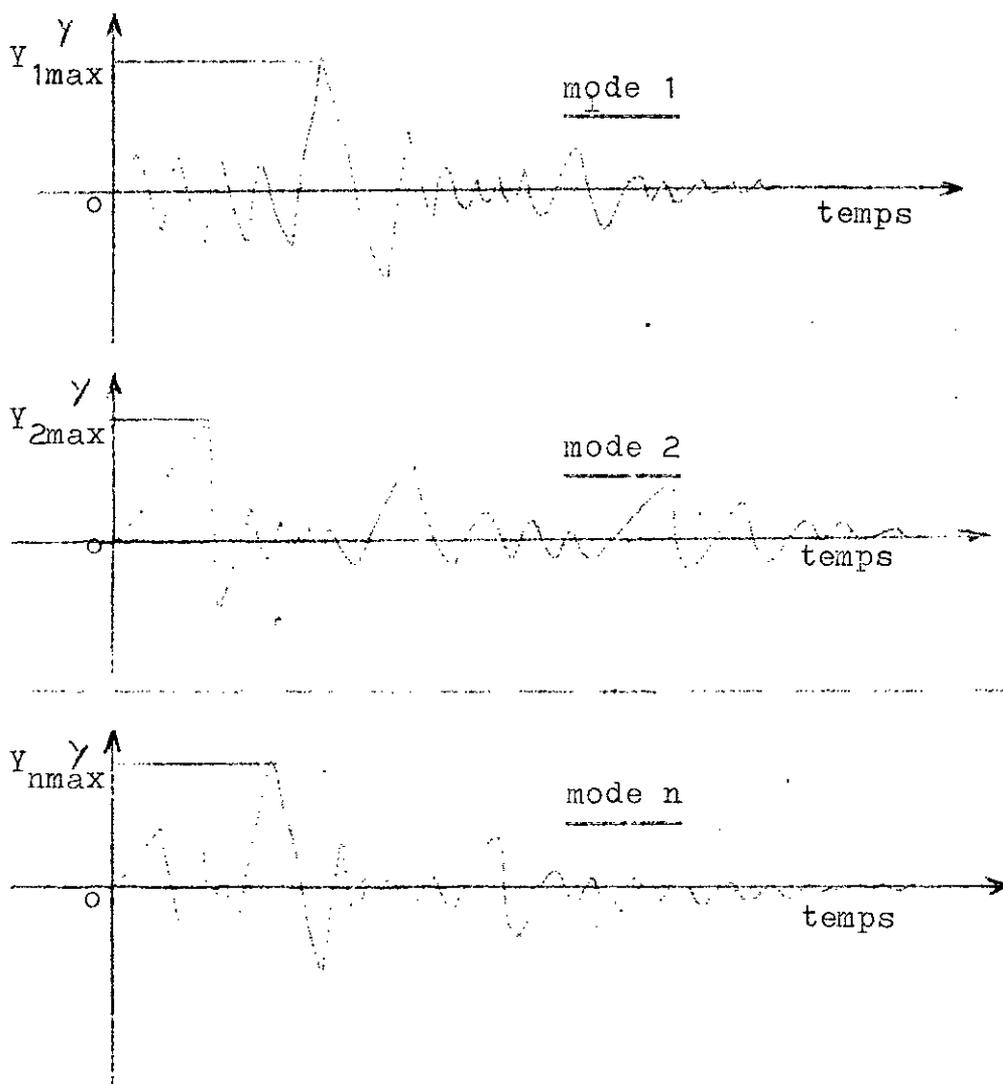


Fig. II.3- Réponses aux différents modes

D'après ce qu'on a vu précédemment , la réponse complète de la structure est mise en évidence en combinant les réponses de tous les modes en tenant compte de leurs facteurs de participation. Cette combinaison dépend donc du temps et il est clair que la réponse combinée maximale ne se manifeste qu'à un instant bien défini.

Comme les réponses maximales des différents modes propres se produisent , dans la majorité des cas à des instants distincts (t_1 , t_2 , ... , t_n) et qu'il y a absence totale de méthodes exactes permettant d'associer ces grandeurs maximales la réponse de la structure , dans ce cas ne peut-être cumulée

que par des méthodes appropriées.

Parmi ces méthodes on peut citer quelques unes , les plus connues (8) :

1- La première est basée sur le concept du calcul de la somme des valeurs maximales absolues correspondants aux réponses des différents modes propres :

$$\{ |U_{\max}| \} = \sum_{i=1}^n \{ |U_{imax}| \} \quad (\text{II.20})$$

Il est évident que cette nouvelle transformation de la réponse aboutit à une estimation par excès de la réponse maximale réelle de la structure parceque les réponses maximales des différents modes propres ne se produisent pas toutes en même temps et avec le même signe. Néanmoins cette méthode a l'avantage du point de vue dimensionnement , de placer toujours en sécurité.

2- La deuxième méthode possible , fondée sur un concept probabiliste , consiste à calculer la racine de la somme des carrées des réponses maximales des différents modes propres.

$$\{ |U_{\max}| \} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \{ U_{imax}^2 \}} \quad (\text{II.21})$$

Si cette estimation paraît-être plus proche de la réalité physique dans la moyenne des cas , ce procédé de calcul peut mener dans certains cas à une sous-estimation de la réponse maximale ; aussi son utilisation doit-être appuyée d'un ajustement convenable des valeurs des coefficients sismiques ou des contraintes admissibles pour assurer une sécurité suffisante dans tous les cas.

II.3 - Méthode numérique d'intégration de l'intégrale de Duhamel :

II.3.1 - Introduction :

Nous avons vu (sous-paragraphe II.2.2) que l'équation dynamique complexe d'une structure à plusieurs degrés de liberté peut se ramener , par la méthode de découplage modale ,

à l'étude de n équations dynamiques indépendantes correspondantes à un système à un seul degré de liberté (relation II. 19). Nous avons vu aussi que la solution générale de chacune de ces équations peut-être exprimée par l'intégrale de Duhamel , lorsque la structure présente un comportement élastique linéaire.

$$Y_i(t) = - \frac{1}{\omega_{Di}} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) \cdot e^{-\zeta_i \omega_{Di}(t-\tau)} \cdot \sin(\omega_{Di}(t-\tau)) \cdot d\tau \quad (\text{II.22})$$

Ainsi par simple intégration numérique à divers temps , l'histoire complète du déplacement relatif de la structure peut-être connue. La combinaison des réponses de tous les modes par l'un des critères précédents (relations II.20 ou II.21) mène à la réponse finale du système. De la même façon , la dérivée de fonction par rapport à t peut-être intégré numériquement afin d'avoir la vitesse relative de la structure à n'importe quel instant t .

II.3.2 - Intégration numérique de la relation de Duhamel:

La forme compliquée et non uniforme de l'accélérogramme rend difficile le calcul analytique de l'intégrale de Duhamel. Ce calcul doit donc passer par un procédé numérique. L'expression trigonométrique suivante :

$\sin(\omega_D t - \omega_D \tau) = \sin \omega_D t \cdot \cos \omega_D \tau - \cos \omega_D t \cdot \sin \omega_D \tau$ permet d'écrire l'intégrale de Duhamel sous la forme () :

$$u(t) = A(t) \cdot \sin \omega_D t - B(t) \cdot \cos \omega_D t \quad (\text{II.23})$$

où

$$A(t) = - \frac{1}{\omega_D} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) \cdot e^{-\zeta \omega_D(t-\tau)} \cdot \cos \omega_D \tau \cdot d\tau \quad (\text{II.24})$$

$$B(t) = - \frac{1}{\omega_D} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) \cdot e^{-\zeta \omega_D(t-\tau)} \cdot \sin \omega_D \tau \cdot d\tau \quad (\text{II.25})$$

Ainsi la réponse du système est donc liée à l'intégration numérique des deux quantités $A(t)$ et $B(t)$. Considérons , par e-

xemple , la première qui peut se mettre sous la forme :

$$A(t) = - \frac{1}{\omega_D} \int_0^t y(\tau) d\tau$$

dans laquelle :

$$y(\tau) = \ddot{u}_g(\tau) \cdot e^{-\omega_D \tau} \cdot \cos(\omega_D \tau) \quad (\text{II.26})$$

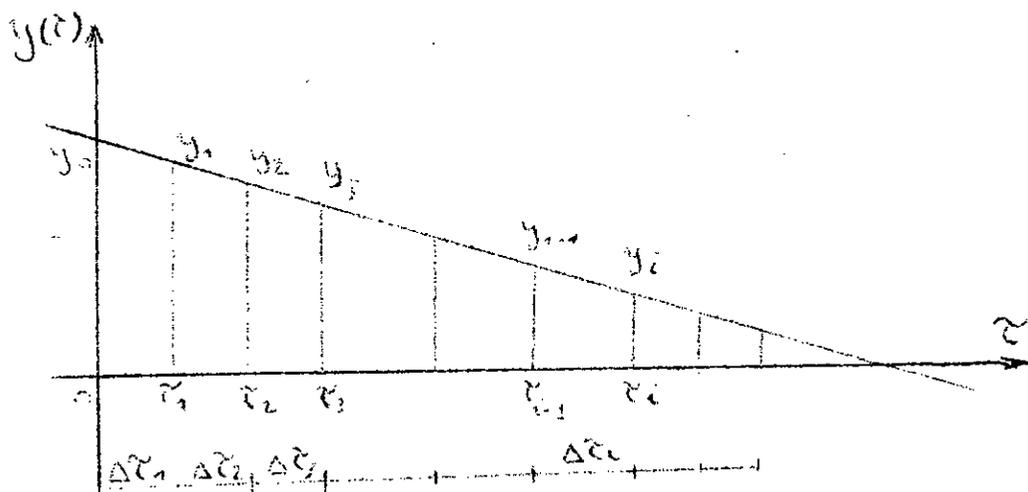


Fig. II.4.

En réperant par y_0 , y_1 , y_2 , ... , les valeurs de la réponse $y(\tau)$ pour les instants τ_1 , τ_2 , ... (fig.II.4) et en divisant l'axe des temps en incréments de temps :

$$\Delta \tau_i = \tau_i - \tau_{i-1} \quad (\text{II.27})$$

Les expressions d'intégrations pourront-être simplifiées en considérant des intervalles de temps égaux. Nous verrons ultérieurement , en (II.3.3), que ce choix de pas constant ne sera fait que par trançons de temps , si bien que la précision des calculs ne sera pas en cause. En considérant un pas constant , la valeur numérique de l'intégrale de la réponse peut alors être calculée de proche en proche en se basant sur la valeur de l'expression $A(t)$.

$$A(t) = - \frac{1}{\omega_D} \int_0^t y(\tau) d\tau = - \frac{\Delta \tau}{\omega_D} \sum_{i=0}^N a_i \cdot y_i \quad (\text{II.28})$$

où les termes a_i et β caractérisent la méthode numérique d'in-

tégration et $N = t/\Delta\tau$, le nombre total de pas. Signalons que la précision dépend évidemment de $\Delta\tau$.

Dans cette étude, notre choix a été fixé sur la méthode de Simpson. Nous verrons plus loin (II.3.3), qu'en choisissant une longueur de pas raisonnable, cette méthode présente une précision suffisante. Pour cette méthode les paramètres précédents a_i et b_i ont pour valeurs:

$$\begin{aligned} - b_i &= 3 \\ - a_i &= 1 \quad \text{pour } i=0 \text{ et } i=N \\ a_i &= 4 \quad \text{pour } i=1, 3, 5, 7, \dots, N-1 \\ a_i &= 2 \quad \text{pour } i=2, 4, 6, 8, \dots, N-2 \end{aligned}$$

Avec un pas constant $\Delta\tau$, la valeur numérique de l'intégrale $A(t)$ à un instant $t = N \cdot \Delta\tau$ relève donc de l'expression :

$$A(t) = - \frac{1}{\omega D} \cdot \frac{\Delta\tau}{3} (y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + \dots + 2y_{N-2} + 4y_{N-1} + y_N) \quad (\text{II.29})$$

Remarque: L'expression $B(t)$ est déterminée de la même manière que $A(t)$.

Partant de la relation (II.2), ces deux valeurs conduisent à la valeur numérique du déplacement u au temps spécifique t . Mais cependant notre but est de rechercher la réponse complète de la structure en fonction du temps. La complexité de l'expression (II.31) risque de rendre le calcul de la réponse lourde. En pratique on opère de manière différente.

A cet effet, on rappelle que la méthode de Simpson est basée sur une approximation parabolique de la courbe $y(\tau)$ pour un intervalle de temps de longueur $2\Delta\tau$ (interpolation sur trois points successifs de coordonnées y_i, y_{i+1}, y_{i+2} (fig.II.5)); on doit remarquer aussi, que le nombre total N de pas doit-être pair.

Enfin, lorsqu'on veut obtenir l'histoire entière de la réponse dynamique de la structure, il est plus utile d'exprimer la valeur de $A(t)$ sous forme incrémentale :

$$A(t) = - \frac{\Delta\tau}{3\omega D} \sum_{i=0}^N A_i(t) \quad (\text{II.30})$$

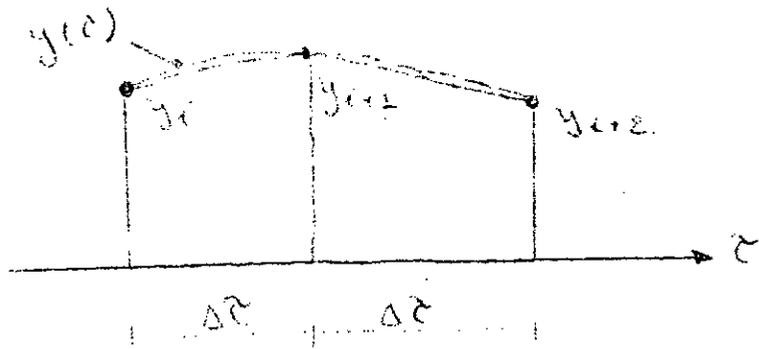


Fig. II.5 Interpolation sur trois points de la méthode de Simpson

dans laquelle :

$$\underline{A}(t) = \underline{A}(t-2\Delta t) + y(t-2\Delta t) + 4y(t-\Delta t) + y(t) \quad (\text{II.31})$$

où le terme $\underline{A}(t-2\Delta t)$ représente la valeur de la somme effectuée à la fin du pas précédent au temps $(t-2\Delta t)$.

En faisant intervenir la relation (II.26), l'expression précédente (II.31) devient finalement :

$$\underline{A}(t) = \underline{A}(t-2\Delta t) + \ddot{u}_g(t-2\Delta t) \cdot \text{Cos}_D^2(t-2\Delta t) \cdot \exp(-\zeta_D \cdot 2\Delta t) + 4\ddot{u}_g(t-\Delta t) \cdot \text{Cos}_D^2(t-\Delta t) \cdot \exp(-\zeta_D \Delta t) + \ddot{u}_g(t) \cdot \text{Cos}_D^2 t \quad (\text{II.32})$$

De la même manière, l'intégrale $B(t)$ est donnée par :

$$\underline{B}(t) = \underline{B}(t-2\Delta t) + \dot{u}_g(t-2\Delta t) \cdot \text{Sin}_D^2(t-2\Delta t) \cdot \exp(-\zeta_D \cdot 2\Delta t) + 4\dot{u}_g(t-\Delta t) \cdot \text{Sin}_D^2(t-\Delta t) \cdot \exp(-\zeta_D \Delta t) + \dot{u}_g(t) \cdot \text{Sin}_D^2 t \quad (\text{II.33})$$

Ainsi, d'après la relation (II.23), l'équation finale de la réponse dynamique d'une structure devient :

$$u(t) = -\frac{\omega_D^2}{\omega_D^2 - \omega^2} \underline{A}(t) \cdot \text{Sin}_D t - \underline{B}(t) \cdot \text{Cos}_D t \quad (\text{II.34})$$

Par conséquent, si on connaît les conditions initiales du

problème, l'histoire complète de la réponse de la structure peut alors être connue pour les incréments de temps $t = 2\Delta t, 4\Delta t, \dots, N\Delta t$.

1.3.3 - Pas d'intégration :

Suivant la méthode numérique d'intégration de Simpson précédente entre deux points successifs de l'accélérogramme sismique, la variation de l'accélération du sol étant supposée linéaire, par conséquent chaque segment linéaire intégré en considération une longueur constante pour le pas d'intégration (état: entendu que le segment est divisé en un nombre pair d'intervalles); l'intervalle de temps peut ne pas être le même (un segment à l'autre. Les calculs seront beaucoup plus simplifiés en utilisant la relation (II.34) qui correspond à une longueur constante de pas et qui s'adapte facilement et sans difficulté à l'allure de l'accélérogramme. La précision d'intégration dépend directement de la longueur de pas. Cette dernière doit-être suffisamment courte afin d'adopter une définition exacte de l'accélérogramme du séisme et des fonctions trigonométriques de l'intégrale de Duhamel (dépendant de la période propre de la structure). En général le choix d'une longueur de pas inférieur à la valeur $T/10$, permet d'assurer une représentation suffisamment précise des fonctions trigonométriques et fournit des résultats satisfaisants (17).

11.4 - Forces d'amortissement :

L'estimation des coefficients de la matrice d'amortissement est très difficile en pratique dans les structures complexes à plusieurs degrés de liberté.

En général on se contente d'obtenir par le calcul la matrice d'amortissement de la structure après avoir attribué les valeurs appropriées d'amortissement modal (γ_i) à chacun de ses modes propres de vibration. La matrice d'amortissement ainsi calculée satisfait alors la condition d'orthogonalité modale. Cette opération a été accomplie numériquement de la manière suivante (17).

Lorsque chaque mode propre de vibration (i) de la structure représente un taux d'amortissement critique ($\gamma_i = 1$), les matrices diagonales de masse et d'amortissement s'écrivent :

$$M = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_n \end{bmatrix} \quad (II.35)$$

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{bmatrix} \quad (II.36)$$

II.5 - Choix des degrés de liberté :

II.5.1 - Matrice de rigidité :

Le problème principal du calcul des structures consiste à évaluer les efforts et les déplacements dans un ensemble de barres soumises à certaines conditions d'appui, de liaison et de chargement. Or il est toujours possible, pour une barre de forme quelconque de définir un système de relations entre efforts et déformations aux extrémités. Ces relations dépendent a priori des charges appliquées, de l'historique du chargement et des caractéristiques géométriques et mécaniques de la barre.

Si l'on reste dans le domaine des petites déformations où l'on admet les principes de linéarité et de superposition on peut alors retrouver le théorème de MAXWELL et montrer que les coefficients de ces relations ne dépendent que des caractéristiques géométriques et mécaniques des barres. Il est donc possible d'exprimer à l'aide de ces coefficients les relations classiques de la méthode des déplacements sous forme matricielle. C'est en cela qu'a été basé notre travail sur le

calcul de la matrice de rigidité.(Annexe 1).

En dynamique comme en statique cette matrice joue un rôle important quant à la détermination des sollicitations finales de calcul et des périodes propres de vibrations des systèmes à plusieurs degrés de liberté.

Comme cette méthode s'avère indispensable à notre étude nous avons élaboré dans un premier temps un programme de calcul automatique destiné au calcul statique, et dans un deuxième temps au calcul dynamique.

La difficulté rencontrée quant à l'utilisation de cette méthode pour l'élaboration de ces programmes est liée à la disposition des éléments de cette matrice, qui dépendent de la numérotation des barres et des noeuds, afin de pouvoir contrôler facilement au cours de l'exécution leur position vis à vis de chaque ligne et de chaque colonne et de permettre selon la connaissance de la position des éléments correspondants de réduire le rang, si possible, de cette matrice.

Pour les systèmes dont on considère uniquement, comme dans notre cas d'étude dynamique, que les déplacements horizontaux le rang de la matrice de rigidité globale est réduit au nombre d'étages de la structure considérée. Ceci n'est possible qu'à l'aide du choix des degrés de liberté.

II.5.2 - Choix des degrés de liberté :

La méthode utilisée dans cette étude pour permettre de passer de la matrice de rigidité globale à la matrice réduite relative au choix des déplacements est la méthode dite de "Gullane" (18).

II.5.2.1 - Principe de la méthode:

Soit K la matrice de rigidité de la structure ci-dessous (figure II.6).

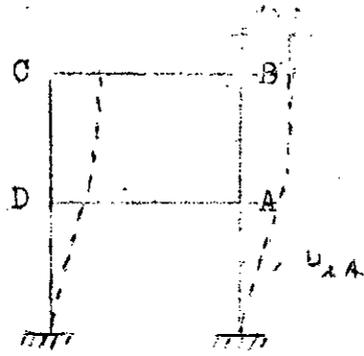


Fig.II. Déplacements horizontaux
du portique

La matrice de rigidité globale s'écrit dans ce cas :

$$\{K\} = \begin{array}{c} \begin{array}{c} u_{xA} \\ u_{yA} \\ u_A \\ u_{xB} \\ \vdots \\ u_D \end{array} \begin{array}{c} u_{xA} \quad u_{yA} \quad u_A \quad u_{xB} \quad \dots \quad u_D \\ \hline \begin{array}{cc} X & Y \\ Z & K \end{array} \end{array} \quad (II.37)$$

où u_x , u_y et u sont respectivement le déplacement horizontal, vertical et la rotation de chaque noeud.

Comme on s'intéresse aux déplacements horizontaux la matrice K peut devenir en l'a réarrangeant de manière à isoler les éléments des lignes et des colonnes correspondants aux déplacements de translations des noeuds choisis :

$$\{K\} = \begin{array}{c} \begin{array}{c} u_{yA} \\ \vdots \\ u_{xA} \\ u_{xB} \end{array} \begin{array}{c} u_{yA} \quad u_A \quad u_{yB} \quad \dots \quad u_D \quad u_{xA} \quad u_{xB} \\ \hline \begin{array}{cc} A & B \\ & C \end{array} \end{array} \quad (II.38)$$

La matrice de rigidité correspondant aux déplacements horizontaux aux noeuds choisis A et B est donnée par :

$$[K] = [D] - [B][A]^{-1}[C] \quad (II.39)$$

où [A], [B], [C] et [D] sont quatre sous-matrices déduites à partir de la matrice de rigidité globale.

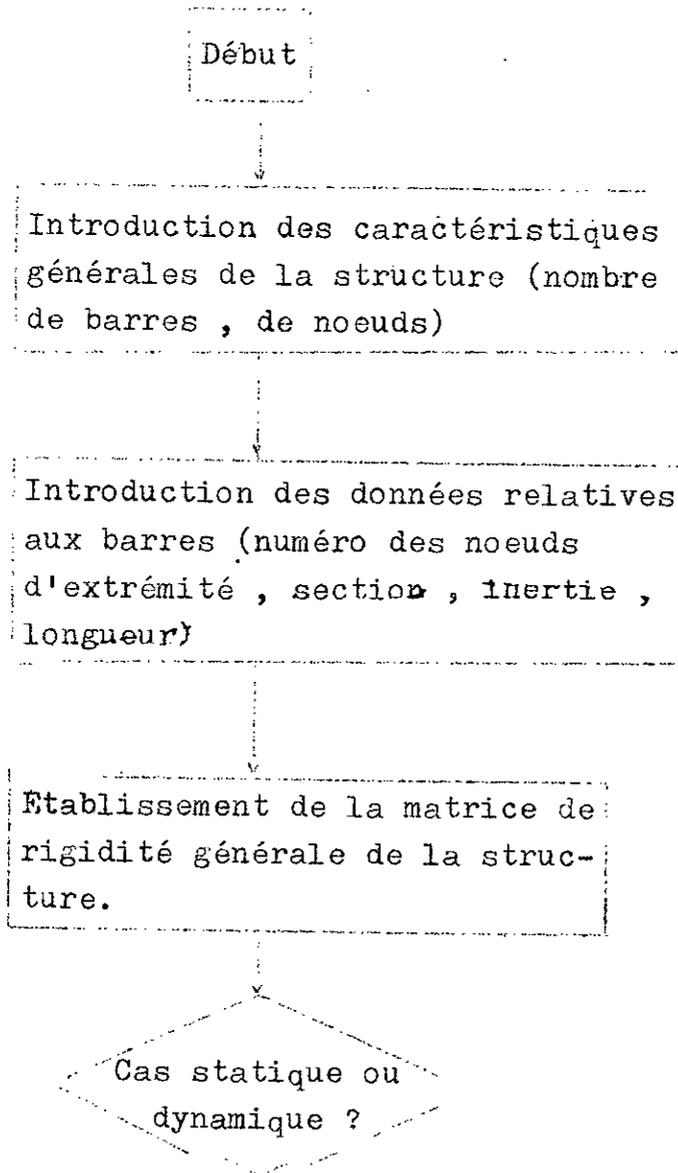
Il découle de ce qui précède que cette méthode a permis, tout en tenant compte de la contribution de toutes les raideurs des barres, de réduire le rang de la matrice de rigidité initiale (de six fois plus pour l'exemple ci-dessus) afin d'obtenir la matrice de rigidité relative au nombre de degrés de liberté choisis et permet aussi d'éviter d'utiliser les méthodes approchées.

En se basant sur cette méthode, un sous-programme a été élaboré dans ce contexte pour le calcul des modes propres et des périodes propres.

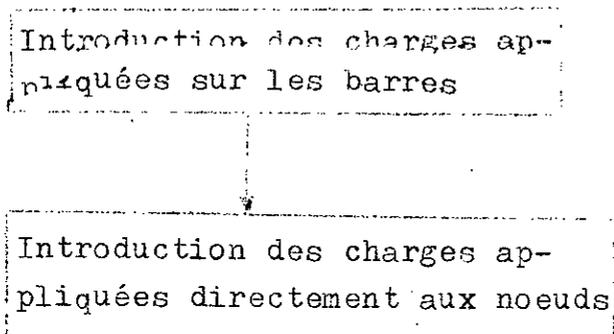
II.6 - Programme informatique :

Le modèle numérique, présenté précédemment, a été programmé sur ordinateur. Ce programme est divisé en deux parties : une partie statique et une partie dynamique. La première partie nous permet, connaissant les charges extérieures, de déterminer les sollicitations internes au niveau de chaque noeud de la structure. La deuxième partie du programme permet de calculer les déplacements de chaque niveau de la structure en utilisant directement les données de l'accélérogramme sismique. Celle-ci permet aussi de déduire les forces sismiques à chaque niveau de la structure. Comme nous l'avons mentionné précédemment ce programme dispose d'un sous-programme permettant le choix des degrés de liberté et leur déplacement.

L'organigramme général est présenté comme suit :



1 - Cas statique :



Résolution du système linéaire.
Calcul des déplacements des
noeuds.

Calcul du vecteur déplacement
généralisé de la barre.

Calcul des efforts dans la barre

Impression des résultats : M , T
et N en chaque noeud du système.

2 - Cas dynamique :

Choix des degrés de
liberté

Calcul de la matrice de rigidité
selon les degrés de liberté choi-
sis.

Etablissement de la matrice de mas-
se $[M]$ et d'amortissement $[C]$

Calcul des vecteurs propres
 et des périodes propres
 un à un

Calcul des vecteurs propres
et des périodes propres

Formulation de l'équation dy-
namique correspondant à cha-
que mode.

Pour chaque mode :
Intégration numérique de l'in-
tégrale de Duhamel (sur toute
la durée de l'intégration)

Avec le
 dernier
 mode

Calcul du vecteur de déplacement
total de la structure dans le
temps

Impression des résultats:
Périodes , déplacements et forces
sismiques.

CHAPITRE III

ANALYSE DES RESULTATS

ANALYSE DES RESULTATS

III.1 - Introduction :

Comme indiqué (§ I.1) l'analyse est effectuée sur les différents types de structures considérées.

Il est présenté dans ce chapitre les résultats découlant de l'expérimentation numérique et leurs analyses.

III.2 - Présentation des résultats :

En dehors de toute excitation extérieure, si un système à plusieurs masses concentrées est maintenu dans une position déformée quelconque ensuite il est libéré, il commence à exécuter un mouvement alternatif. Cet état de fait oblige à déterminer les périodes propres de ces vibrations. Ces résultats sont obtenus en utilisant les relations (II.7) et (II.39). Ces résultats de calcul sont résumés dans le tableau 1.

Mis à part ces résultats, il s'ensuit la mesure des coefficients de cisaillement de base qui sont provoqué par ces vibrations. Le coefficient de cisaillement de base T_b représente le cisaillement maximum de base divisé par la masse totale du portique. Pour une structure multi-étagée, l'effort de cisaillement de base peut-être obtenu par une superposition des modes les plus importants de vibration.

Par ailleurs, en vue d'apprécier la contribution des différents modes de vibration, il est souvent utile de définir un coefficient de cisaillement modal de base T_n dans le $n^{\text{ième}}$ mode pour une accélération spectrale de 1.0 g ; g étant l'accélération de la pesanteur. On peut montrer que T_n est donné par la formule suivante (8) :

$$T_n = \left(\sum_{k=1}^N G_{k,n} \right) / \sum_{k=1}^N m_k \cdot \Gamma_n \quad (\text{III.1})$$

où :

N : nombre d'étages.

m_k : masse du $k^{\text{ième}}$ étage.

$\{ \varphi_n \}$: vecteur modal du $n^{\text{ième}}$ mode.

Γ_n : facteur de participation modal du $n^{\text{ième}}$ mode ,

donné par :

$$\Gamma_n = \frac{\{ \varphi_n \}^T [M] \{ 1 \}}{\{ \varphi_n \}^T [M] \{ \varphi_n \}} \quad (\text{III.2})$$

Le coefficient de cisaillement de base modal T_n est un terme adimensionnel indépendant du type d'excitation de base ; il dépend uniquement des caractéristiques du portique ; c'est à dire de ses distributions de masses et de raideurs. Les valeurs de T_n , calculées séparément pour différents modes, permettent ainsi de mettre en évidence la contribution de ces modes à la réponse totale. Ces résultats sont également résumés dans un tableau (tableau 3).

Sous l'action des charges sismiques, la structure subit une vibration ; cette vibration provoque une déformation du milieu élastique, par suite il est mesuré des déplacements horizontaux.

Ces résultats sont calculés en utilisant les relations (II.21) et (II.34). Ils sont présentés dans les tableaux (4 , ... , 13).

Cependant les périodes, les modes propres et les coefficients de cisaillements dépendent uniquement des caractéristiques du bâtiment représentées par le rapport masse-raideur et leur distribution. Mais, la réponse

sismique dépend non seulement des caractéristiques du bâtiment mais aussi des caractéristiques du mouvement du sol. Dans ce cadre , il importe de noter que l'insuffisance d'enregistrement sismique de forte amplitude dans certaines régions couplées avec la nécessité de procéder à des analyses non linéaires de structures d'importance stratégique ont conduit certains chercheurs à développer des modèles de simulation des séismes artificiels (9) , (10) , (11) .

Par ailleurs , il y a lieu de remarquer que les actions sismiques les plus étudiées et les plus connues sont les séismes de type Californien (El-Centro , Taft , San-Fernando , ...) (12) . Ces séismes sont caractérisés par une assez longue durée de chargement et de déchargement dans les deux sens et par des valeurs comparables d'énergie. Pour notre cas d'espèce , nous avons considéré le seisme de Chlef , moins étudié et moins exploité , à caractère mono-choc et caractérisé par de grandes accélérations verticales.

III.3 - Analyse des résultats:

III.3.1 - Effets des paramètres R_H et R_A sur les périodes propres des structures :

Le tableau 1 , ci-après , et la figure 3 montrent les effets de ces paramètres sur les périodes propres de vibration d'une série de portiques. Afin de mieux évaluer l'influence des modes supérieurs , le calcul proposé des périodes propres de vibration est fait suivant la méthode itérative (voir annexe 2) en tenant compte des cinq premiers modes séparément. Cette décision est importante vu qu'en pratique généralement le premier mode fondamental est pris en considération en négligeant les modes supérieurs , mais en réalité rien n'assure qu'une structure donnée peut-être aussi bien excitée plus par l'un des modes supérieurs que par le mode fondamental.

D'après ces résultats il ressort les constatations suivantes :

1- La période fondamentale diminue quand le rapport des aires diminue. Cette observation est valable pour tous les portiques à décrochement vertical. La diminution étant d'autant plus accentuée que le niveau du décrochement est voisin de la mi-hauteur de la structure ($R_H = 0.5$).

2- Pour le décrochement vertical situé à mi-hauteur on constate une augmentation de la période du deuxième mode pour des valeurs décroissantes de R_A .

3- Les changements de périodes pour le deuxième et troisième mode de vibration sont moins importantes que pour le premier mode. Pour les quatrième et cinquième modes ces changements sont encore moins sensibles aux variations de R_A .

III.3.2 - Evaluation des prescriptions réglementaires (R. P. A. 81) :

Le règlement parasismique algérien (R. P. A. 81 , version 83) prescrit (art. 3.3.1.2.2) la formule empirique suivante pour la détermination de la période fondamentale (7) :

$$T = 0.09 H / L \quad (\text{III.3})$$

où : H et L , exprimées en mètres , représentent respectivement la hauteur totale et la dimension en plan de la construction dans le sens de l'action sismique.

Néanmoins , l'expérience montre que le domaine d'application de cette formule est très réduit et que celle-ci ne peut-être applicable aux ouvrages importants notamment les barrages , les grands réservoirs de stockage d'eau , les structures élancées , les bâtiments décrochés

de grandes hauteurs etc ...

On remarque (Tableau 2) que les périodes fondamentales obtenues à partir des prescriptions réglementaires sont constantes quelque soit la valeur du décrochement étudié. Par ailleurs , elles demeurent inférieures aux périodes fondamentales déduites de l'analyse dynamique des structures décrochées.

Il en résulte donc que les prescriptions du R.P.A. 81 admettent implicitement des valeurs de rigidités structurales supérieures aux rigidités réelles impliquant ainsi un coefficient sismique de calcul important , ce qui est tout à fait contraire aux impératifs d'ordre économique. Ceci peut-être justifié par le fait que l'équation (III.3) ne permet pas toujours une représentation réaliste des masses et des rigidités des structures. Cette observation est corroborée par les résultats indiqués sur le tableau 2 qui permettent une comparaison directe des périodes obtenues par application du code parasismique algérien avec celles déduites de l'analyse dynamique , basées sur une distribution des rigidités réelles des dix (10) structures étudiées.

III.3.3 - Conclusion :

Cette étude a permis de constater que la période proposée par la réglementation (R. P. A. 81) donne des valeurs assez éloignées de la période exacte , et est toujours inférieures.

Il serait souhaitable, pour les structures de décrochements verticaux dont l'irrégularité en élévation joue un rôle important sur leur comportement d'ensemble vis à vis de la réponse dynamique , de procéder à une analyse dynamique directe sans passer par les méthodes forfaitaires. Ce procédé permettra de noter la variation de la période pour les différents modes.

Tableau N°1 : Effets de R_H et R_A sur les périodes propres de vibration des constructions à décrochement vertical (en secondes).

R_H	R_A	1 ^{er} mode	2 ^{ème} mode	3 ^{ème} mode	4 ^{ème} mode	5 ^{ème} mode
0.00	1.0	3.905	1.672	0.502	0.304	0.112
0.25	2/3	3.812	1.606	0.501	0.280	0.102
	1/3	3.480	1.523	0.480	0.242	0.120
	1/9	3.200	1.423	0.419	0.224	0.116
0.50	2/3	3.640	1.711	0.510	0.300	0.118
	1/3	3.272	1.754	0.700	0.316	0.140
	1/9	2.700	1.630	0.605	0.383	0.173
0.75	2/3	3.710	1.600	0.511	0.290	0.100
	1/3	3.370	1.480	0.602	0.242	0.093
	1/9	3.080	1.360	0.766	0.270	0.113

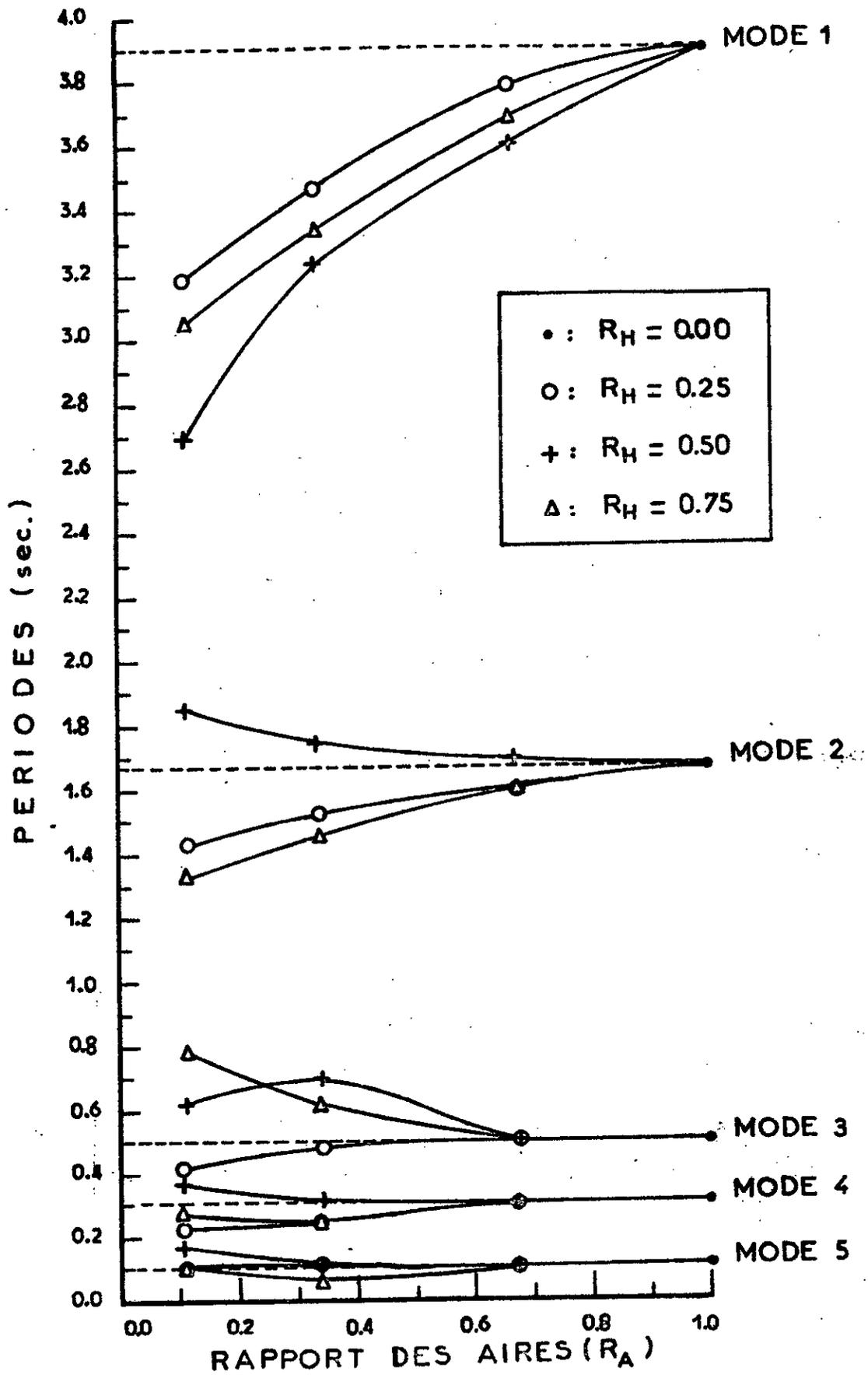


Fig.3 - Effet du rapport des aires sur les périodes propres d'une série de structures décrochées

Tableau N°2 : Comparaison des périodes fondamentales
obtenues par application du code R.P.A. 81
et de l'analyse dynamique des structures.

N°	R_H	R_A	Analyse dynamique	Code R.P.A.81
1	0.00	1.0	3.905	1.272
2	0.25	2/3	3.812	1.272
3		1/3	3.480	1.272
4		1/9	3.200	1.272
5	0.5	2/3	3.640	1.272
6		1/3	3.272	1.272
7		1/9	2.700	1.272
8	0.75	2/3	3.710	1.272
9		1/3	3.370	1.272
10		1/9	3.080	1.272

III.3.4 - Influence des paramètres R_H et R_A sur les coefficients de cisaillement de base :

L'étude des courbes tracées sur la figure 4 et correspondant au tableau 3 fait apparaitre les valeurs des coefficients de cisaillement de base T_n des cinq premiers modes de vibration pour différentes valeurs de R_H et de R_A . Ces résultats permettent de conclure que :

1- Pour le premier mode de vibration , le coefficient sismique décroît avec les variations décroissantes de R_A . Cette conclusion est vérifiée pour l'ensemble des bâtiments décrochés.

2- Une chute importante du coefficient de cisaillement de base est observée lorsque R_A décroît ; cette chute étant d'autant plus importante que la tour est plus élancée.

3- Pour les bâtiments à décrochement vertical la contribution des modes supérieurs au coefficient sismique de base augmente généralement quand le rapport R_A diminue.

4- Pour la structure uniforme étudiée le coefficient de cisaillement T_b est de 88%. Pour la structure décrochée , la plus élancée , ($R_H = 0.75$) la valeur de T_b est de 55.2% , ce qui illustre clairement l'importance de la contribution des modes supérieurs pour l'étude des bâtiments présentant des décrochements verticaux.

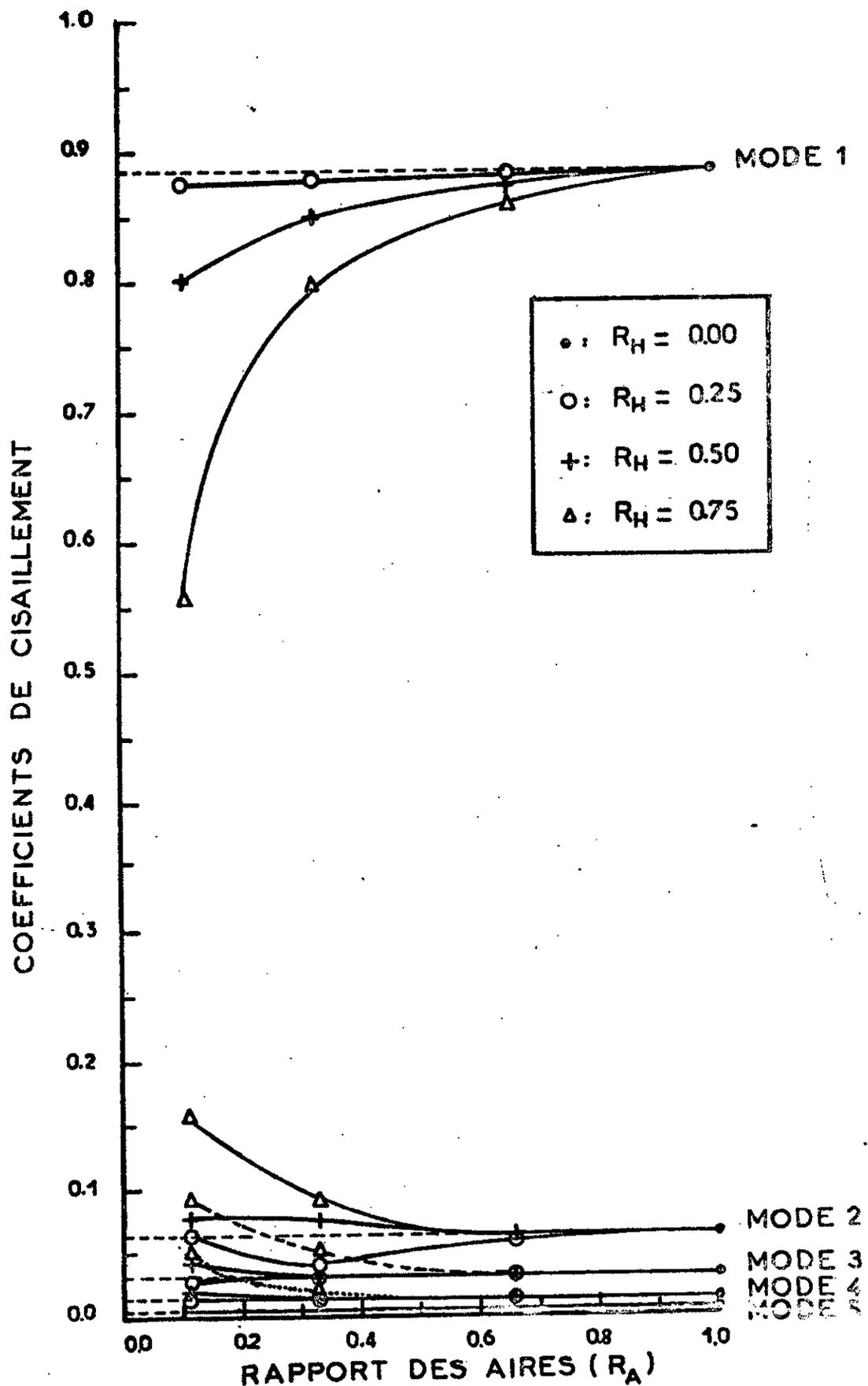


Fig. 4 - Effet du rapport des aires sur le coefficient modal de cisaillement de base d'une série de structures décrochées

Tableau N°3 : Effets de R_H et R_A sur les coefficients de cisaillement de base des constructions à décrochement vertical.

R_H	R_A	1 ^{er} mode	2 ^{ème} mode	3 ^{ème} mode	4 ^{ème} mode	5 ^{ème} mode
0.00	1.0	0.885	0.061	0.032	0.005	0.0020
0.25	2/3	0.885	0.060	0.032	0.008	0.0018
	1/3	0.882	0.041	0.032	0.010	0.002
	1/9	0.880	0.061	0.030	0.012	0.007
0.50	2/3	0.875	0.061	0.032	0.008	0.0025
	1/3	0.852	0.071	0.032	0.0084	0.002
	1/9	0.800	0.063	0.032	0.0078	0.0022
0.75	2/3	0.873	0.0631	0.032	0.0078	0.0022
	1/3	0.800	0.0755	0.0521	0.0200	0.0082
	1/9	0.550	0.1550	0.091	0.05	0.0091

III.3.5 - Réponse à l'action sismique :

III.3.5.1 - Introduction :

Nous avons vu au chapitre II (§ II.2.3.2) que la réponse dynamique des structures à plusieurs degrés de liberté , en domaine élastique linéaire , pouvait être déterminée par une "analyse modale" ; une structure à n degrés de liberté possède n modes propres de vibration (relations II.7 et II.8) qui peuvent-être considérés comme des oscillateurs simples à un degré de liberté et la réponse dynamique de la structure est obtenue par une combinaison linéaire des réponses de ces oscillateurs simples (relations II.20 et II.21). Il faut cependant noter que dans le cas des structures amorties , cette procédure ne peut-être appliquée que lorsque la matrice d'amortissement de la structure remplit la condition d'orthogonalité par rapport aux modes propres de vibration (II.13).

III.3.5.2 - Effets de R_H et R_A sur les déplacements latéraux relatifs maximaux et cumulés des étages des structures décrochées:

La figure 5 et les tableaux (4 , . . . , 13) montrent pour les valeurs de R_H considérées , les effets de R_A et R_H sur les déplacements relatifs et cumulés des étages de différentes constructions à décrochement vertical soumises à l'action de la réplique d'EL-ATTAF. A titre de comparaison , la réponse du bâtiment uniforme est représentée sur la même figure , ce qui permet de noter les observations suivantes:

1 - En général , les déplacements maximaux cumulés des étages des constructions à décrochement vertical sont plus petits que ceux du bâtiment uniforme , indépendamment de la valeur de R_H .

Les déplacements relatifs d'un étage , de la base à l'étage supérieur , sont plus importants que ceux correspondant au bâtiment uniforme. Néanmoins ,

2 - Les déplacements relatifs de niveaux, dans la partie base des structures décrochées sont plus petits que ceux correspondant au bâtiment uniforme. Néanmoins, il importe de remarquer que les déplacements relatifs correspondant à la partie supérieure des tours des structures décrochées sont nettement plus grands que ceux correspondant au bâtiment uniforme. Cette augmentation étant d'autant plus substantielle que les tours sont plus élancées. A titre d'exemple on constate que pour les valeurs de $R_H = 0.25$ et $R_A = 1/9$ le déplacement maximum relatif de niveau dans la partie supérieure de la tour est pratiquement égal à quatre fois celui du même niveau du bâtiment uniforme.

III.3.5.3 - Effets de l'amortissement sur la réponse :

L'effet de l'amortissement est étudié en analysant les réponses sismiques de la structure uniforme et d'une structure décrochée en utilisant pour chaque cas, trois valeurs du facteur d'amortissement : 0.00, 0.05, 0.10.

Le programme de calcul automatique, développé dans cette étude utilise une matrice d'amortissement obtenue en attribuant des valeurs d'amortissement modal à chacun de ses modes propres de vibration (relation II.36).

Les figures 8 et 9 représentent les courbes des déplacements relatifs et cumulés d'étages pour la gamme d'amortissement citée ci-dessus. L'examen de ces courbes permet de déduire les conclusions suivantes :

1 - Pour un amortissement de 5%, la réponse élastique du portique uniforme est sensiblement réduite et elle est pratiquement égale à la moitié de la réponse non-amortie (0%). Un comportement analogue est observé pour la structure décrochée.

2 - Pour un amortissement critique de 10%, la ré-

Tableau N°4 :

$R_H = 0.00 ; R_A = 1.0$		
Etage	Déplacement relatif (cm)	Déplacement cumulé (cm)
20	1.00	49.75
19	1.50	48.74
18	1.90	47.25
17	1.92	45.35
16	1.95	43.43
15	1.98	41.48
14	2.10	39.50
13	2.00	37.40
12	2.36	35.41
11	2.87	33.04
10	3.41	30.16
9	3.45	26.75
8	3.50	23.29
7	3.42	19.79
6	3.31	16.37
5	2.90	13.05
4	2.81	10.15
3	2.80	7.33
2	2.80	4.52
1	1.72	1.72

Tableau N°5 :

$R_H = 0.25 ; R_A = 2/3$		
Etage	Déplacement relatif(cm)	Déplacement cumulé(cm)
20	4.00	47.47
19	2.52	43.47
18	1.91	40.95
17	2.00	39.04
16	1.94	37.05
15	1.96	35.10
14	1.40	33.14
13	1.60	31.74
12	2.36	30.14
11	2.00	27.78
10	2.87	25.78
9	2.87	22.91
8	2.00	20.04
7	2.60	18.04
6	2.80	15.44
5	2.90	12.64
4	2.81	9.74
3	2.81	6.92
2	2.40	4.12
1	1.72	1.72

Tableau N° 6 :

$R_H = 0.25 ; R_A = 1/3$

Etage	Déplacement relatif (cm)	Déplacement absolu (cm)
20	3.00	48.87
19	3.80	43.87
18	3.50	40.07
17	3.20	36.57
16	2.90	33.37
15	1.60	30.47
14	2.00	28.87
13	1.85	26.87
12	2.00	25.02
11	2.10	23.02
10	2.50	20.92
9	2.40	18.42
8	2.00	16.42
7	2.00	14.02
6	1.90	12.02
5	2.00	10.12
4	2.20	8.12
3	2.40	5.92
2	1.90	3.52
1	1.62	1.62

Tableau N° 7 :

$R_H = 0.25 ; R_A = 1/9$		
Etage	Déplacement relatif (cm)	Déplacement cumulé (cm)
20	4.10	46.95
19	4.20	42.85
18	4.23	38.65
17	4.50	34.42
16	3.70	29.92
15	1.63	26.22
14	1.50	24.59
13	1.80	23.09
12	1.90	21.29
11	2.00	19.39
10	1.90	17.39
9	1.70	15.49
8	1.60	13.79
7	1.60	12.19
6	2.00	10.59
5	2.10	8.59
4	2.20	6.49
3	1.50	4.29
2	1.40	2.79
1	1.39	1.39

Tableau N° 8 :

$$R_H = 0.5 ; R_A = 2/3$$

Etage	Déplacement relatif (cm)	Déplacement cumulé (cm)
20	1.21	47.48
19	1.50	46.26
18	2.07	44.76
17	1.76	42.69
16	2.07	40.93
15	1.85	38.85
14	2.07	37.00
13	2.07	34.93
12	2.57	32.86
11	3.00	30.29
10	3.00	27.28
9	3.07	24.29
8	3.07	21.22
7	3.00	18.14
6	2.78	15.14
5	2.57	12.36
4	2.64	9.79
3	2.71	7.14
2	2.71	4.43
1	1.72	1.72

Tableau N°9 :

$$R_H = 0.5 ; R_A = 1/3$$

Etage	Déplacement relatif(cm)	Déplacement cumulé(cm)
20	2.14	47.13
19	2.28	44.99
18	2.64	42.70
17	2.85	40.06
16	3.07	37.20
15	2.92	34.13
14	2.78	31.20
13	2.78	28.42
12	2.75	25.63
11	3.14	22.88
10	1.96	19.74
9	2.07	17.78
8	2.00	15.71
7	1.92	13.71
6	1.78	11.78
5	1.92	9.99
4	2.14	8.06
3	2.21	5.92
2	2.28	3.713
1	1.42	1.428

Tableau N° 10 :

$$R_H = 0.5 ; R_A = 1/9$$

Etage	Déplacement relatif (cm)	Déplacement cumulé (cm)
20	2.85	50.63
19	3.21	47.77
18	3.42	44.56
17	3.57	41.13
16	3.85	37.56
15	3.57	33.70
14	3.46	30.13
13	3.42	26.67
12	3.35	23.24
11	3.28	19.88
10	1.21	16.60
9	1.35	15.38
8	1.36	14.02
7	1.64	12.67
6	2.00	11.03
5	1.57	9.03
4	1.92	7.46
3	1.96	5.53
2	2.28	3.57
1	1.28	1.28

Tableau N° 11 :

$$R_H = 0.75 ; R_A = 2/3$$

Etage	Déplacement relatif (cm)	Déplacement cumulé (cm)
20	1.11	52.90
19	1.48	51.79
18	1.88	50.31
17	1.94	48.43
16	2.10	46.49
15	2.00	44.39
14	2.30	42.39
13	2.12	40.09
12	3.11	37.97
11	3.71	34.85
10	4.12	31.14
9	3.90	27.02
8	3.71	23.12
7	3.43	19.41
6	3.32	15.98
5	2.76	12.65
4	2.75	9.89
3	2.71	7.14
2	2.71	4.43
1	1.72	1.72

Tableau N° 12 :

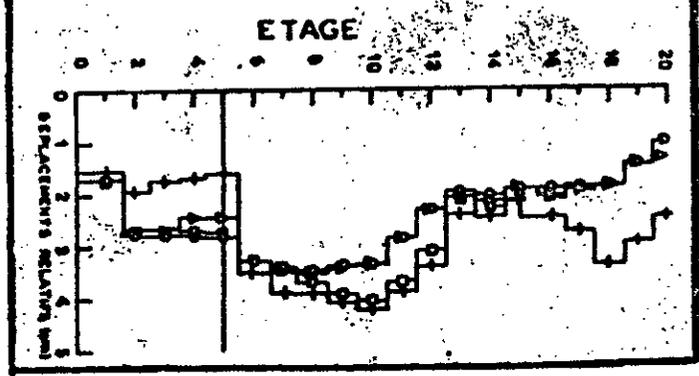
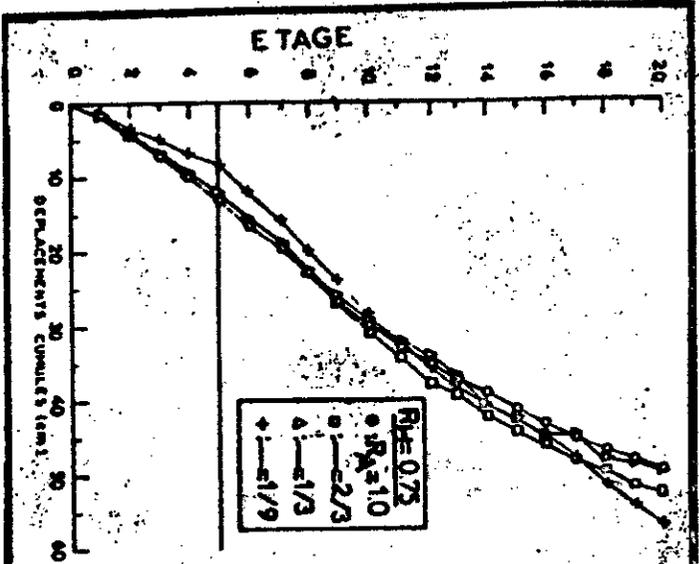
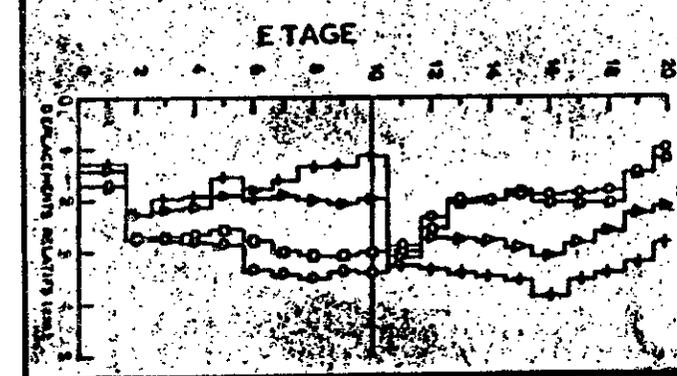
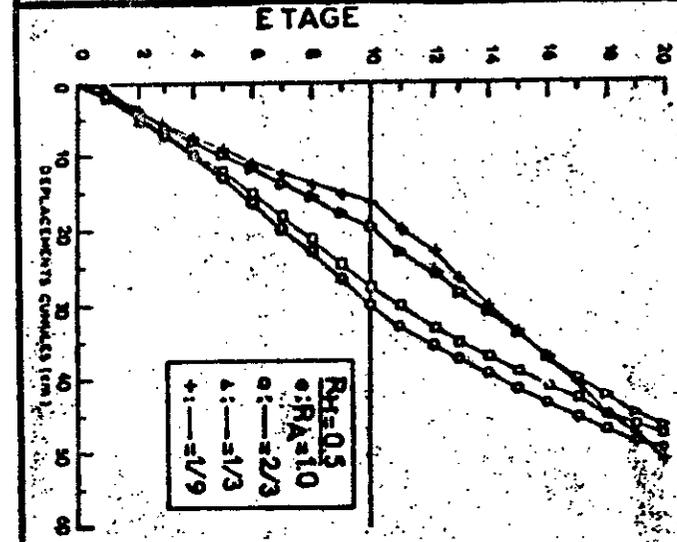
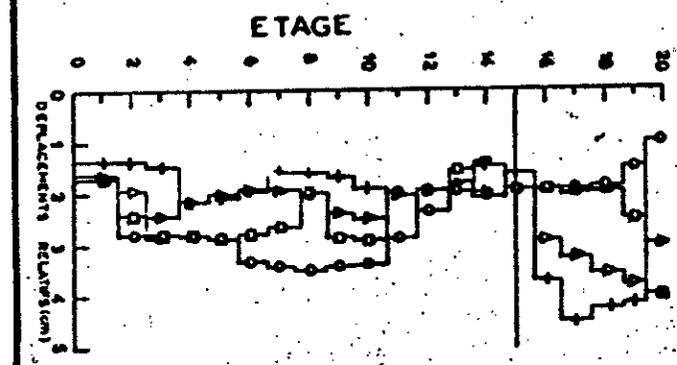
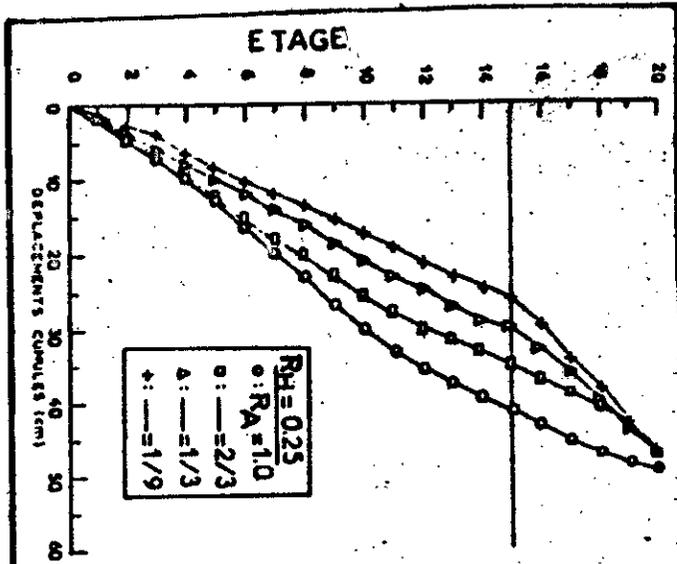
$$R_H = 0.75 ; R_A = 1/3$$

Etage	Déplacement relatif (cm)	Déplacement cumulé (cm)
20	1.40	50.014
19	1.55	48.61
18	1.95	45.06
17	2.00	45.11
16	2.10	43.11
15	2.00	41.01
14	2.20	39.01
13	2.10	36.81
12	2.38	34.71
11	2.88	32.32
10	3.41	29.44
9	3.46	26.03
8	3.60	22.56
7	3.50	18.96
6	3.32	15.46
5	2.51	12.14
4	2.50	9.63
3	2.70	7.13
2	2.71	4.43
1	1.72	1.72

Tableau N° 13 :

$$R_H = 0.75 ; R_A = 1/9$$

Etage	Déplacement relatif(cm)	Déplacement cumulé(cm)
20	2.50	57.28
19	3.00	54.78
18	3.42	51.78
17	2.80	48.35
16	2.50	45.55
15	2.20	43.05
14	2.54	40.85
13	2.40	38.31
12	3.42	35.91
11	3.92	32.48
10	4.28	28.55
9	4.14	24.27
8	3.93	20.13
7	3.92	16.20
6	3.57	12.27
5	1.62	8.70
4	1.72	7.08
3	1.79	5.36
2	1.98	3.56
1	1.58	1.58



ponse élastique est encore plus faible quelque soit la structure étudiée. On observe pour ce cas particulier, que les déplacements cumulés de niveaux sont directement proportionnels aux hauteurs d'étages correspondantes.

3- En général, l'allure de la courbe des déplacements cumulés n'est pas substantiellement affectée par la valeur de l'amortissement considéré.

Tableau N° 14 :

 $R_H = 0.0$; $R_A = 1.00$; Amort. = 0%

Etage	Déplacement relatif (cm)	Déplacement cumulé (cm)
20	1.00	49.75
19	1.50	48.74
18	1.90	47.25
17	1.92	45.35
16	1.95	43.43
15	1.98	41.48
14	2.10	39.50
13	2.00	37.40
12	2.36	35.41
11	2.87	33.04
10	3.41	30.16
9	3.45	26.75
8	3.50	23.29
7	3.42	19.79
6	3.31	16.37
5	2.90	13.05
4	2.81	10.15
3	2.80	7.33
2	2.80	4.52
1	1.72	1.72

Tableau N° 15 :

$$R_H = 0.00 ; R_A = 1.00 ; \text{Amort.} = 5\%$$

Etage	Déplacement relatif (cm)	Déplacement cumulé (cm)
20	0.512	25.214
19	0.750	24.702
18	0.952	23.952
17	0.961	22.999
16	0.975	22.038
15	0.991	21.063
14	1.051	20.072
13	1.302	19.020
12	1.183	17.718
11	1.439	16.535
10	1.704	15.096
9	1.729	13.392
8	1.756	11.662
7	1.714	9.906
6	1.659	8.192
5	1.454	6.533
4	1.408	5.079
3	1.403	3.671
2	1.403	2.268
1	0.865	0.865

Tableau N°16 :

 $R_H = 0.00$; $R_A = 1.00$; Amort. = 10%

Etage	Déplacement relatif(cm)	Déplacement cumulé(cm)
20	0.42	18.02
19	0.60	17.60
18	0.67	16.99
17	0.70	16.32
16	0.73	15.62
15	0.76	14.89
14	0.95	14.12
13	0.96	13.17
12	0.98	12.20
11	0.98	11.21
10	1.02	10.22
9	1.25	9.19
8	1.18	7.94
7	1.15	6.75
6	1.10	5.60
5	0.99	4.50
4	0.98	3.50
3	0.97	2.52
2	0.96	1.54
1	0.58	0.58

Tableau N° 18 :

$$R_H = 0.5 ; R_A = 1/3 ; \text{Amort.} = 5\%$$

Etage	Déplacement relatif(cm)	Déplacement cumulé(cm)
20	1.28	32.74
19	1.57	31.45
18	1.64	29.88
17	1.78	28.24
16	1.93	26.45
15	2.00	24.52
14	2.07	22.52
13	2.21	20.45
12	2.14	18.23
11	1.92	16.09
10	1.22	14.16
9	1.13	12.94
8	1.62	11.80
7	1.56	10.18
6	1.49	8.62
5	1.36	7.12
4	1.57	5.76
3	1.62	4.19
2	1.65	2.56
1	0.91	0.91

Tableau N° 17 :

 $R_H = 0.5$; $R_A = 1/3$; Amort. = 0%

Etage	Déplacement relatif (cm)	Déplacement cumulé (cm)
20	2.14	47.13
19	2.28	44.99
18	2.64	42.70
17	2.85	40.06
16	3.07	37.20
15	2.92	34.13
14	2.78	31.20
13	2.78	28.42
12	2.75	25.67
11	3.14	22.8
10	1.96	19.4
9	2.07	17.78
8	2.00	15.1
7	1.92	13.71
6	1.78	11.78
5	1.92	9.99
4	2.14	8.06
3	2.21	5.92
2	2.28	3.71
1	1.42	1.42

Tableau N° 19 :

$$R_H = 0.5 ; R_A = 1/3 ; \text{Amort.} = 10\%$$

Etage	Déplacement relatif(cm)	Déplacement cumulé(cm)
20	1.28	19.82
19	0.85	18.53
18	0.92	17.67
17	1.00	16.74
16	1.07	15.74
15	1.21	14.67
14	1.25	13.46
13	1.42	12.21
12	1.28	10.78
11	1.07	9.49
10	0.71	8.42
9	0.85	7.71
8	0.92	6.85
7	1.00	5.92
6	1.07	4.92
5	1.00	3.85
4	0.92	2.85
3	0.85	1.92
2	0.71	1.07
1	0.35	0.35

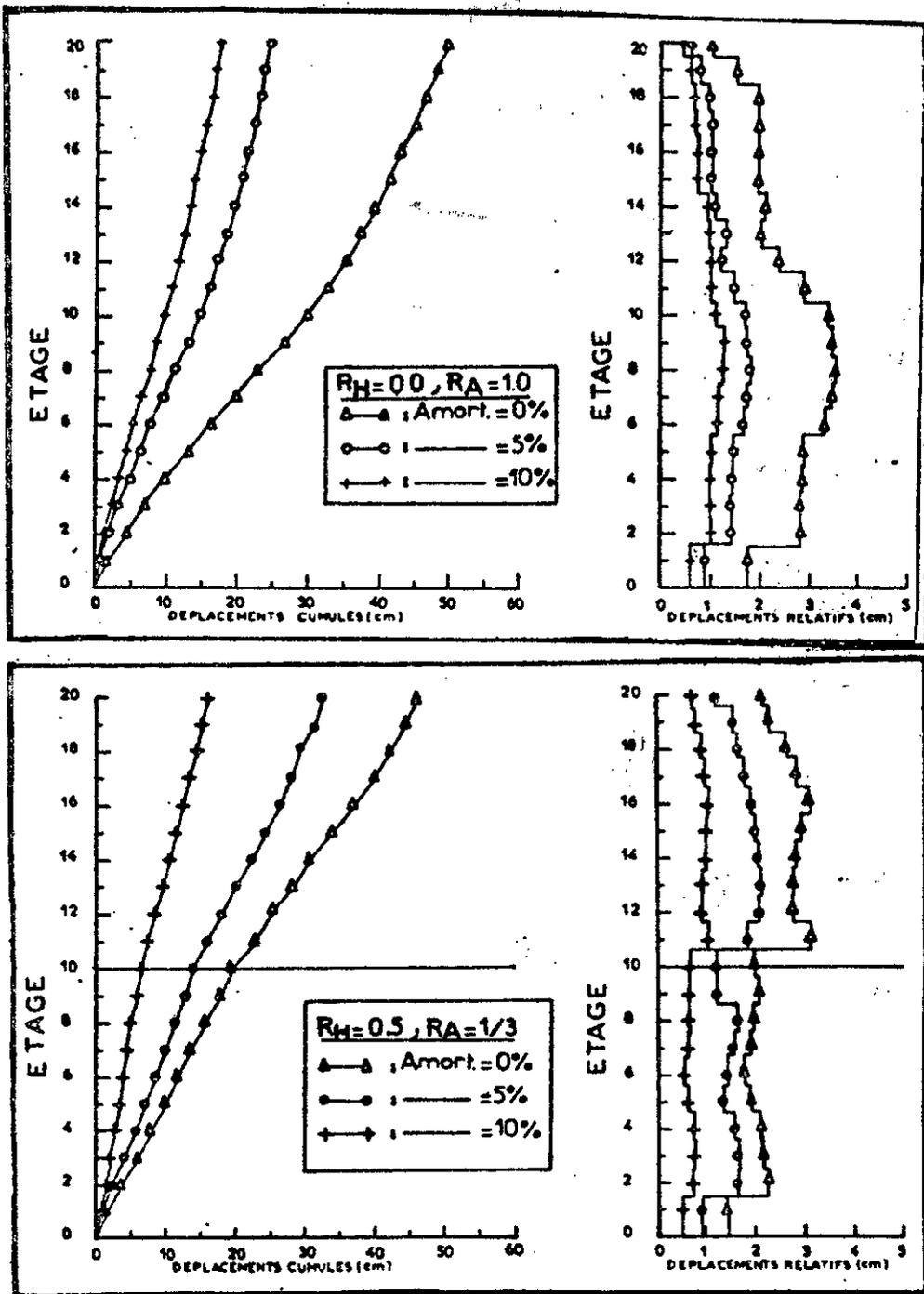


Fig.6- Effet de l'amortissement sur la réponse dynamique d'une structure uniforme et décrochée (Réplique d'El-attaf, 1980 N-S)

CHAPITRE IV

EFFETS DE L'INTERACTION
MACONNERIE - STRUCTURE SUR
LA REponse SISMIQUE

EFFETS DE L'INTERACTION MAÇONNERIE - STRUCTURE SUR LA REPONSE SISMIQUE

IV .1 - Introduction :

L'interaction maçonnerie-structure peut avoir un effet considérable sur le comportement global de la structure et sur la réponse des éléments structuraux. Des dommages importants causés aussi bien aux éléments de portiques qu'aux panneaux de remplissage ont été observés (13). Un problème majeur inhérent à l'analyse sismique des ossatures remplies de maçonnerie réside dans la différence de nature et de comportement des éléments composant la maçonnerie d'une part et leur interaction d'autre part. Sous l'action des forces sismiques, la maçonnerie du remplissage participe aussi à la reprise d'une partie de ces forces, modifiant ainsi la rigidité de la structure considérée. De nombreuses recherches ont mis en évidence cette observation (14), (15).

De manière générale, une ossature vide est assez flexible dans son plan. Elle offre une faible résistance aux forces horizontales (vent, séisme) et développe d'importants déplacements et rotations de ses noeuds. Un mur en maçonnerie, sollicité dans son plan, se rompt sous des efforts relativement faibles et après avoir subi de petits déplacements seulement.

L'action combinée de ces deux ensembles (ossature et remplissage), peut-être plusieurs fois plus grande que la somme de leur action individuelle. Il en résulte une plus grande résistance et une meilleure stabilité de la structure composite aux sollicitations horizontales et par conséquent de type sismique.

Malgré l'intérêt économique évident dans la prise en compte de la présence du remplissage, l'usage s'est établi que sa contribution à reprendre une part des efforts horizontaux soit ignorés dans les calculs. Cette négligence est due principalement à l'absence d'une méthode de calcul pratique ainsi que d'un outil réglementaire.

Il faut préciser en outre le problème ne se pose pas uniquement en terme d'économie. En effet l'examen des structures endommagées par des séismes récents et notamment celui de Chlef du 10 octobre 1980 , a révélé que certaines ruptures d'ossatures semblaient avoir été facilités par le comportement ultime des panneaux de maçonnerie qui le remplissent. Par conséquence , la prise en compte de la maçonnerie dans les calculs devient alors un impératif puisqu'il s'agit de sécurité. Dans un système composé d'ossature autostable , compte tenu de la définition habituelle , la fonction de résistance est assurée seulement par l'ossature et le rôle de clôture , d'étanchiété et d'isolement par le remplissage. Actuellement on a montré que cette définition n'est pas correcte. Sous l'action des forces horizontales , la déformée d'un portique est principalement conditionnée par l'allure de l'effort tranchant qui donne le déplacement entre les étages consécutifs.

Dans cette étude et sur la base des programmes de calcul établis précédemment , le problème de l'évaluation théorique des effets de maçonnerie sur les sollicitations finales de calcul des systèmes vibratoires à plusieurs degrés de liberté est étudié. A cet effet , nous utilisons la méthode dite " équivalente " , basée sur le concept de la bielle diagonale. Cette méthode constitue un outil d'approximation suffisamment simple et efficace.

IV .2 - Exposé de la méthode:

Une structure composée d'une ossature remplie de maçonnerie se comporte de la façon suivante lorsqu'elle est soumise à une force horizontale (fig.IV-1).

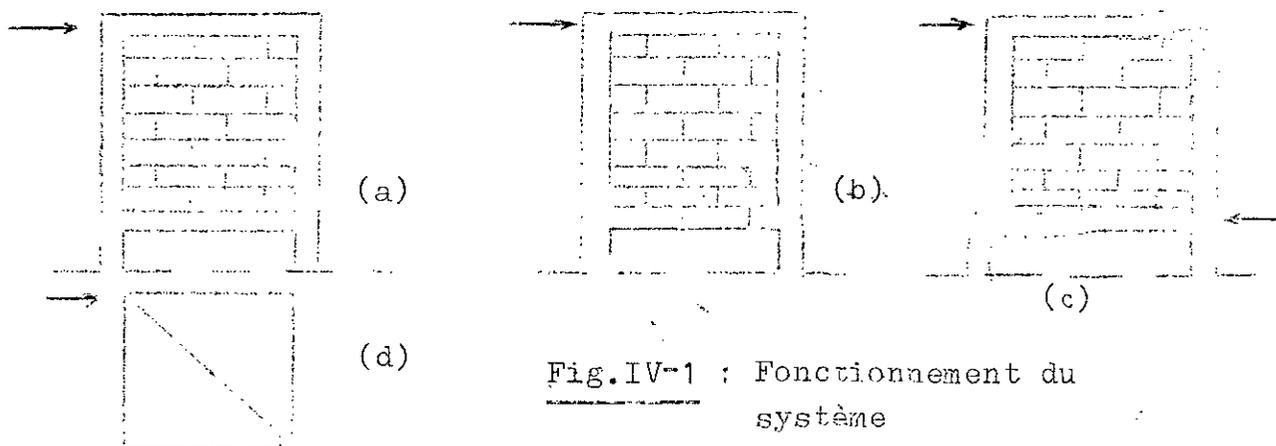


Fig.IV-1 : Fonctionnement du système

Dans une première phase et sous des efforts relativement faibles, la structure se comporte comme un ensemble monolithique (cas a). À la suite de quoi, il se produit une fissuration du même côté que la force, dans le coin bas, entre le cadre et le mur. Une fissure identique est aussitôt générée dans le coin opposé (cas b). La troisième phase est caractérisée par la séparation du cadre et du remplissage dans ces zones fissurées (cas c). A partir de ce moment, le remplissage est supposé se comporter comme une entretoise ou bielle diagonale en maçonnerie et la structure réelle est assimilée à la structure équivalente de la figure (cas d). Si tout le monde s'est accordé à considérer cette diagonale comme ayant la même épaisseur que le remplissage, la définition de sa largeur a beaucoup varié d'un auteur à un autre (20).

IV .3 - Analyse bibliographique :

Sous l'action des forces horizontales, l'ossature avec remplissage se comporte comme une poutre en treillis, le remplissage formant une bielle de largeur e . Cette largeur est fonction de la rigidité du remplissage, de la rigidité des poteaux, des poutres, de la rigidité de rotation des noeuds, du mode d'exécution du remplissage etc...

Le plus grand nombre de travaux effectués dans le monde a porté principalement sur l'analyse statique des cadres remplis en chargement monotone. Très peu d'études se sont consacrées au comportement de ces structures sous chargement dynamique ou alterné.

Les études expérimentales dans leur quasi majorité se sont intéressées à des ossatures en acier plutôt qu'en béton armé et à des échelles réduites. Ces études sont toutes effectuées en chargement unidirectionnel. Certains ne sont même pas poussés jusqu'à rupture. Ce n'est que dans un passé récent qu'on a commencé à s'intéresser aux ossatures en béton armé remplies de maçonnerie, soumises à des chargements dynamiques.

Le problème essentiel qui relève dans le calcul de ce type structural est la détermination de la largeur e .

Connaissant cette valeur (e) , nous pourrions utiliser différentes méthodes connues dans la mécanique des constructions pour déterminer les efforts dans éléments des ossatures et des remplissages. Les travaux les plus importants dans ce domaine sont dûs à BRIAN STAFFORD SMITH (16). A l'aide de la théorie de l'élasticité et grâce aux différences finies :

1 - Il détermine les déformations le long de la diagonale qu'il trace en fonction de sa distance au centre du panneau.

2 - La déformation relative diagonale moyenne est déterminée par la surface sous la courbe.

3 - Cette déformation moyenne est convertie en largeur effective de la diagonale équivalente.

La même procédure a été utilisée pour différentes dimensions de panneaux et la largeur effective de la diagonale est tracée en fonction du rapport l/h (largeur du panneau / hauteur du panneau).

En 1966 STAFFORD SMITH raffine cette méthode par l'étude de l'interaction du cadre et du remplissage. L'interaction entre le cadre et le remplissage intervient sur la longueur de contact α entre ces deux éléments. A l'aide d'une analyse identique à celle de la poutre sur base élastique , il est démontré que la longueur de contact α est fonction d'un paramètre λ_1 , appelé paramètre de rigidité relative entre le cadre et la maçonnerie. L'expression de ce paramètre est :

$$\lambda_1 = 1 \sqrt[4]{\frac{E_r \cdot e'}{4 \cdot E_c \cdot I_c \cdot l'}} \quad (IV .1)$$

où : E_r , e' , l' sont le module élastique , l'épaisseur et le côté du remplissage.

E_c , I_c , l sont le module élastique , le moment d'inertie et le côté du cadre.

La relation entre la longueur de contact α et le paramètre λ_1 est donnée par :

$$\frac{\alpha}{l} = \frac{1}{2 \lambda_1} \quad (IV .2)$$

Dans le cas de la détermination de la largeur de la bielle équivalente l'effet du cadre est remplacé par une distribution parabolique et triangulaire des contraintes sur la longueur de contact.

Pour chaque valeur de λ et par une analyse élastique identique à la précédente ,

- la déformation relative diagonale moyenne est calculée.
- puis convertie en largeur effective de la bielle.
- la largeur effective de la bielle est tracée en fonction de la longueur de contact (l) puis du paramètre de rigidité relative (λ) avec $\lambda/l = \pi/2\lambda_1$.

L'extension est assez facilement faite à la rigidité latérale des cadres remplis. Les expériences de STAFFORD SMITH ont montré le phénomène suivant:

- la longueur de contact entre le panneau et la poutre est constante et approximativement égale à la demi-portée et ceci quelle que soit la rigidité de la poutre. L'interaction entre le cadre et le panneau est donc régie par la rigidité du poteau.

Le paramètre de rigidité devient donc:

$$\lambda h = h \sqrt{\frac{E_r \cdot e \cdot \sin(2\theta)}{4E_p \cdot l_p \cdot h'}} \quad (\text{IV } .3)$$

où θ : angle de la diagonale avec l'horizontale.

p : indice relatif du poteau.

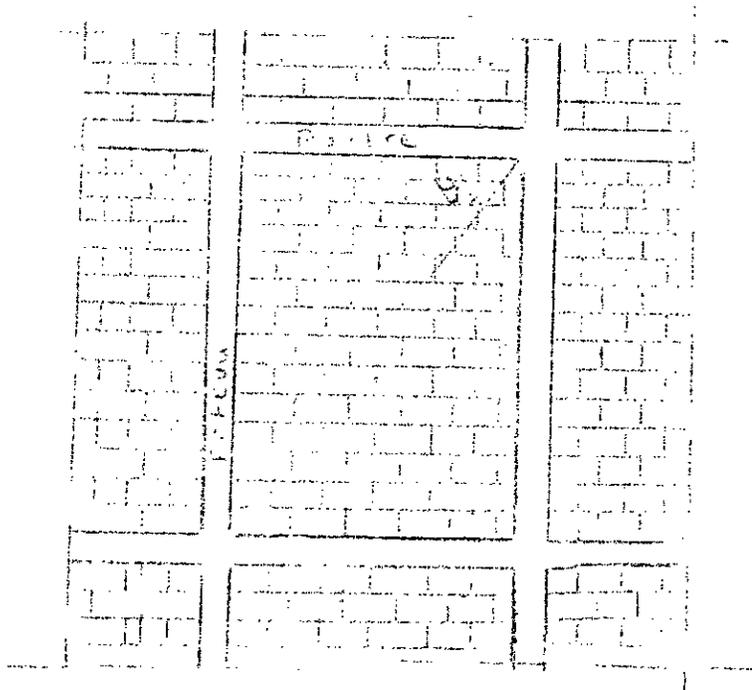
En plus des travaux de STAFFORD SMITH , nous pouvons citer ceux de Mainstone (16) , de KARAMANSKI (16) dont il a été le premier à utiliser la méthode des éléments finis à l'analyse des cadres remplis , de MALLICK et SEVERN (19) qui ont modélisé le remplissage par éléments finis rectangulaires à 2 degrés de liberté par noeud , le cadre étant modélisé par des éléments de poutres et ceux de LIAUW et KWAN (16) qui ont analysé les cadres remplis par une approche par éléments finis incrémentale et itérative , qui tient compte des non linéarités des matériaux et du comportement structural de l'interface cadre-remplissage. Il reste encore de considérables travaux à entreprendre dans ce domaine.

IV .4 - Application :

Les murs de remplissage sont constitués par une maçonnerie de briques creuses , assemblées par un mortier de ciment. La brique utilisée est une brique standart de terre cuite . Ses dimensions sont : 50 x 20 x 15 cm. Chaque brique est formée de 12 trous disposés dans le sens de la longueur. Son module d'élasticité est égal à : 350 000 t/m² .

La largeur effective de la bielle diagonale donnant la rigidité moyenne de la structure a pour expression:

$$l = 0.175 \left(h^4 \sqrt{\frac{E_r \cdot e \cdot \sin 2\theta}{4 E_p \cdot l_p \cdot h'}} \right)^{-0.4} \quad (\text{IV .4})$$



Les effets de l'interaction maçonnerie-structure sont examinés en analysant séparément les réponses sismiques d'une structure uniforme et d'une structure décrochée. Pour chaque cas l'analyse dynamique de la structure étudiée est conduite tantôt en prenant en compte la contribution du remplissage tantôt en la négligeant.

- Calcul de la largeur effective de la bielle:

Soient :

E_r : module élastique de la maçonnerie (essai de compression simple).

$E_r = 3500$ MPa

E_p : module élastique du béton.

$E_p = 34600$ MPa

I_p : moment d'inertie du poteau.

θ : angle que fait la diagonale avec l'horizontale.

$\theta = 26.6^\circ$

h : hauteur du poteau.

$h = 3.0$ m

h' : hauteur de la maçonnerie.

$h' = 2.55$ m

e : épaisseur du remplissage.

$e = 0.145$ m

- Portique uniforme :

Niveau	20 à 16	15 à 11	10 à 6	5 à 1
Inertie(m ⁴)	0.0021	0.009	0.032	0.0516
Rigidité relative	2.58	1.79	1.31	1.16
Largeur de la bielle(m)	0.803	0.929	1.05	1.106
Raideur de la bielle (MN/m)	60.73	70.26	79.41	83.64

- Portique décroché : ($R_H = 0.5$; $R_A = 1/9$)

Niveau	20 à 16	15 à 11	10 à 6	5 à 1
Inertie(m ⁴)	0.000356	0.00156	0.032	0.0516
Rigidité relative	4.021	2.78	1.31	1.16
Largeur de la bielle(m)	0.673	0.78	1.05	1.106
Raideur de la bielle (MN/m)	50.89	58.99	79.41	83.64

Pour les deux types de structures considérées , la matrice de rigidité de la bielle s'écrit donc :

$$[K_b] = \begin{bmatrix} EA/L & 0 & 0 & -EA/L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -EA/L & 0 & 0 & EA/L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Pour plus de précision, en ce qui concerne la matrice de rigidité , se référer à l'annexe 1.

La matrice de rigidité de la bielle est obtenue par le calcul automatique en introduisant la valeur numérique de E , A et L (longueur de la diagonale).

Les tableaux 20 , . . . , 23 et les figures 10 , . . . , 13 montrent clairement que la présence de la maçonnerie augmente de façon sensible les forces sismiques , les efforts tranchants et les moments fléchissants de calcul. Cette augmentation a lieu pour chaque niveau et est d'autant plus importante que l'on se rapproche de la base , indépendamment du fait que la structure soit décrochée ou non. En outre , on constate que la zone de transition est le siège d'une augmentation importante des efforts sismiques.

Par ailleurs , la figure 13 montre que la présence de la maçonnerie réduit de façon appréciable les sollicitations finales de calcul et par conséquent les déformations de l'ossature. Cette contribution est mise en évidence par les efforts non négligeables qu'elle reprend.

Tableau N° 20 :

Négligence du remplissage

$$R_H = 0.0 ; R_A = 1.0$$

Etage	Force sismique(t)	Effort tranchant(t)	Moment fléchissant(tm)
20	20.68	20.68	
19	19.34	40.10	62.04
18	18.01	58.02	182.1
17	18.68	76.70	356.19
16	14.67	91.37	586.32
15	13.34	104.71	800
14	15.34	120.05	1200
13	16.01	136.06	1600
12	12.67	148.73	2000
11	10.67	159.40	2400
10	12.67	172.07	3000
9	12.01	184.08	3200
8	9.34	193.42	4000
7	12.06	205.43	4400
6	8.67	214.20	5000
5	6.00	220.10	5800
4	4.00	224.10	6200
3	2.67	226.77	7000
2	1.33	228.10	7600
1	0.67	228,77	8200

Tableau N°21 :

Contribution du remplissage
 $R_H = 0.0$; $R_A = 1.0$

Etage	Force sismique(t)	Effort tranchant(t)	Moment fléchissant(tm)
20	28.01	28.01	
19	26.68	54.69	84
18	26.01	80.7	248
17	23.35	104.05	600
16	20.01	124.06	800
15	23.35	147.41	1200
14	20.67	168.09	1600
13	18.68	186.77	2000
12	18.01	204.78	2800
11	19.34	224.12	3200
10	16.68	240.80	4000
9	15.34	256.14	4800
8	16.68	272.80	5200
7	18.01	290.83	6000
6	13.34	304.17	7000
5	12.67	316.84	8000
4	10.67	327.52	9000
3	6.00	333.52	10000
2	8.67	342.19	10800
1	5.34	347.53	12000

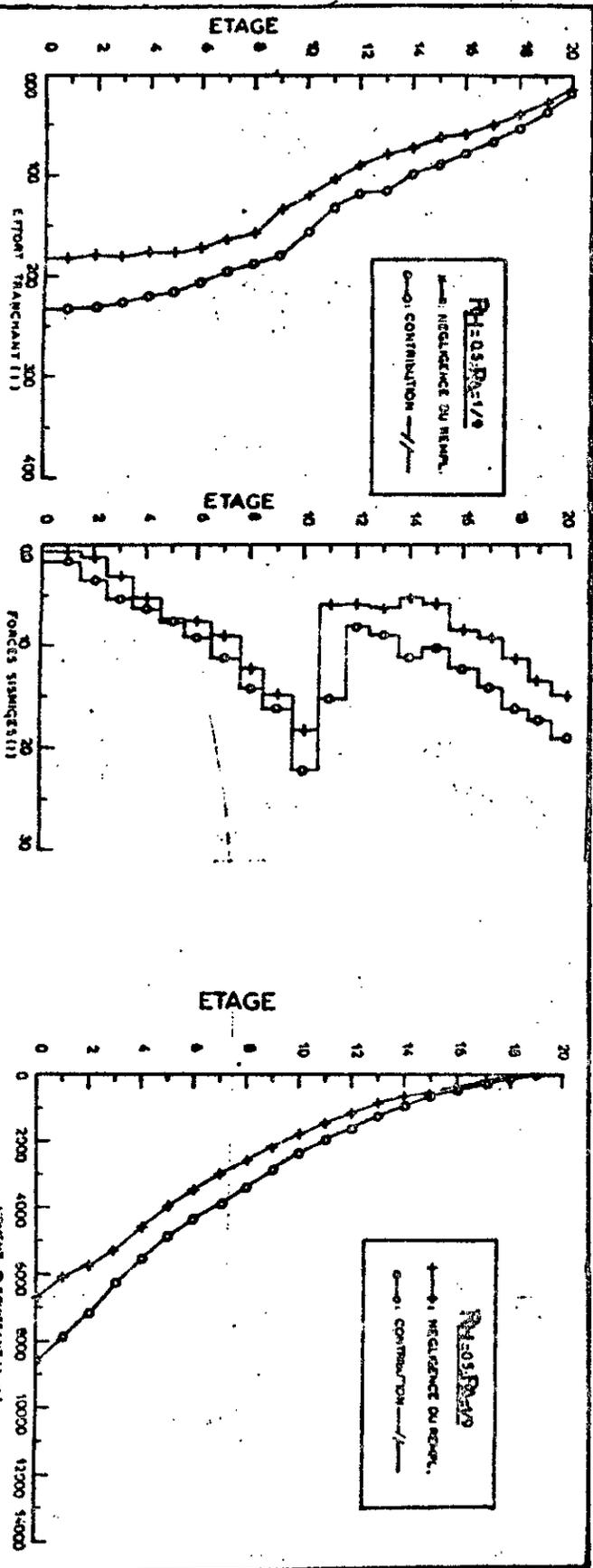
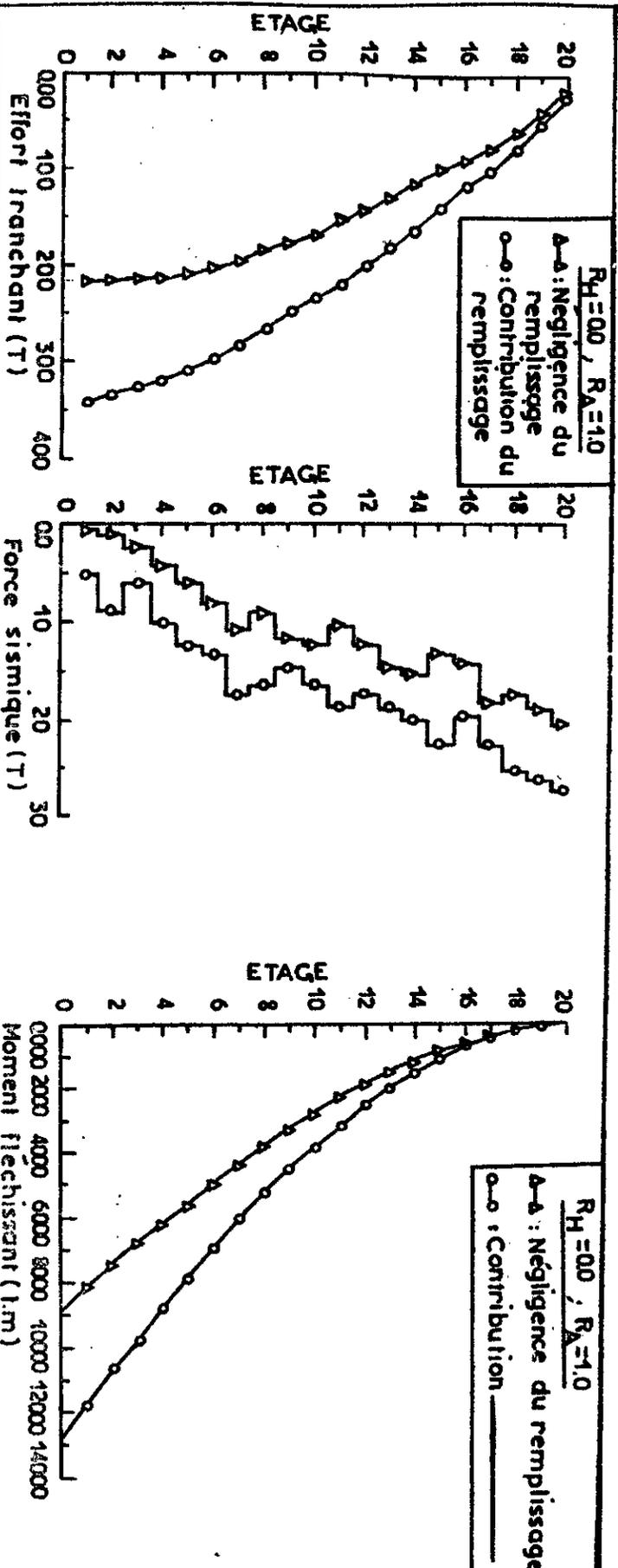


Tableau N° 22 :

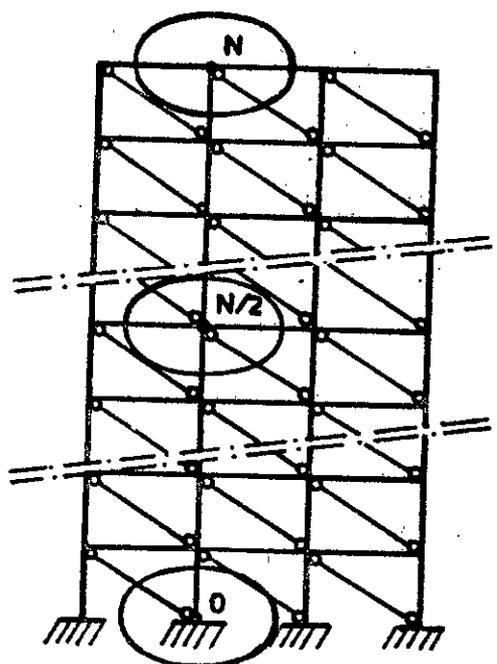
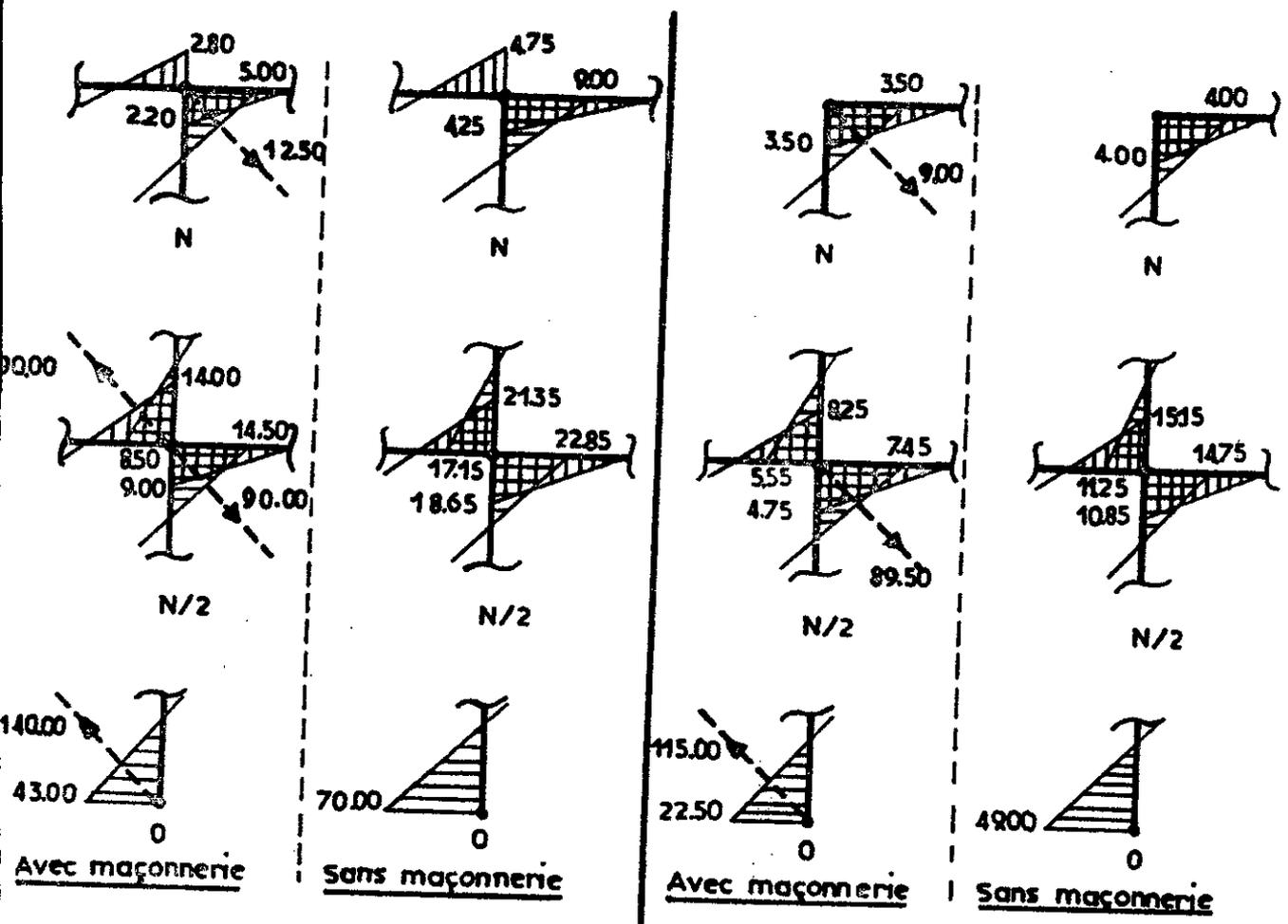
Négligence du remplissage

$$R_H = 0.5 ; R_A = 1/9$$

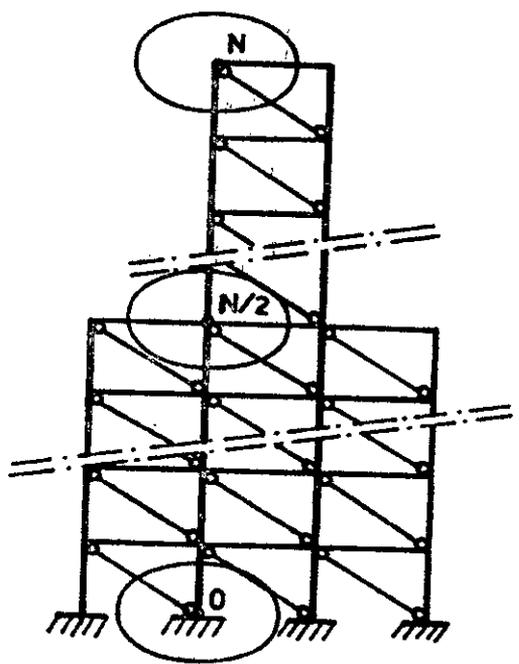
Etage	Force sismique(t)	Effort tranchant(t)	Moment fléchissant(tm)
20	14.98	14.98	0.00
19	13.32	30.30	50.00
18	11.31	41.61	100.00
17	8.99	50.60	150.00
16	8.32	58.92	400.00
15	5.66	64.58	600.00
14	5.32	69.90	700.00
13	6.33	76.23	800.00
12	5.66	81.89	1200.00
11	5.99	87.88	1500.00
10	18.31	106.19	1800.00
9	14.98	121.17	2200.00
8	12.32	133.49	2600.00
7	8.99	142.48	3000.00
6	7.32	149.80	3500.00
5	7.32	157.12	4000.00
4	5.33	162.45	4500.00
3	2.99	165.44	5300.00
2	1.33	166.77	5700.00
1	0.66	167.43	6000.00

Tableau N° 23 :

Contribution du remplissage $R_H = 0.5 ; R_A = 1/9$			
Etage	Force sismique(t)	Effort tranchant(t)	Moment fléchissant(tm)
20	18.64	18.64	0.00
19	17.31	35.95	100.00
18	16.31	52.26	100.00
17	13.98	66.24	300.00
16	12.32	78.56	500.00
15	10.32	88.88	650.00
14	11.32	100.20	1000.00
13	8.99	109.19	1300.00
12	8.32	117.51	1600.00
11	5.99	123.50	2000.00
10	22.31	145.81	2300.00
9	15.98	161.79	2850.00
8	14.32	176.11	3350.00
7	11.32	187.43	3900.00
6	9.32	196.75	4300.00
5	7.65	204.40	4800.00
4	6.32	210.72	5500.00
3	5.32	216.04	6200.00
2	3.23	219.27	7100.00
1	1.66	220.93	7850.00



a) Portique uniforme



b) Portique décroché ($R_H=0.5, R_A=1/9$)

Fig. 8 - Effet de la maçonnerie sur les éléments structuraux (en t.m)

CONCLUSION

La présente recherche a permis d'étudier l'influence des décrochements verticaux sur la réponse dynamique des constructions de grandes hauteurs. Un intérêt particulier a été porté sur l'étude des périodes, des modes propres de vibration, des coefficients de cisaillement modaux. Les portiques utilisés à cet effet sont modélisés sous la forme de systèmes dynamiques ayant un nombre fini de degrés de liberté. Les réponses dynamiques de ces portiques dépendent non seulement de leurs caractéristiques intrinsèques (distributions de masse et de rigidité entre autres degré d'amortissement) mais aussi de l'excitation sismique considérée.

L'effet de ces caractéristiques sur les réponses est étudié, ensuite une analyse dynamique basée sur l'accélérogramme d'EL-ATTAF du 30 octobre 1980 a été menée. Les prévisions données par le règlement algérien R.P.A. 81, version modifiée 83 sont comparées avec les résultats d'analyse dynamique. Ces résultats ont permis de procéder à une évaluation des prescriptions réglementaires relatives à la détermination de la période propre fondamentale des constructions à décrochement vertical. Par ailleurs, à titre exploratoire une partie de ce travail a été consacrée à l'étude de l'interaction maçonnerie-structure et notamment à l'effet du remplissage sur la réponse dynamique.

Il ressort de la présente étude, les conclusions importantes suivantes :

1 - La période fondamentale d'une structure décrochée diminue quand le rapport des aires diminue. La diminution est d'autant plus accentuée que le niveau du décrochement est plus proche de la mi-hauteur de la structure.

2 - Les prescriptions réglementaires (R.P.A 81, version 83) conduisent à une sur-estimation des efforts sismiques réels des structures décrochées.

3 - Le mode fondamental de vibration des structures décrochées est caractérisé par une chute importante du coefficient de cisaillement de base lorsque le rapport des aires

R_A décroît ; cette chute est d'autant plus importante que la partie tour est plus élancée.

4 - La contribution des modes supérieurs aux efforts de cisaillement de base augmente , en général , quand R_A décroît. Pour certains cas , la contribution du deuxième ou troisième mode de vibration peut-être plus importante que celle du mode fondamental. Une conséquence directe de cette observation est que les prescriptions réglementaires relatives à la distribution de l'effort tranchant de base ne sont pas applicables aux structures décrochées à tours élancées.

5 - les déplacements maximums cumulés des étages d'une construction à décrochement vertical sont en général plus petits que ceux du bâtiment uniforme ayant la même hauteur et s'en rapprochent quand le rapport des hauteurs R_H augmente.

6 - Dans la partie supérieure de la tour d'une construction décrochée , les déplacements relatifs maximums des étages sont nettement plus grands que ceux correspondants au bâtiment uniforme. Il en résulte que d'importants déplacements peuvent se produire pour des séismes de moyennes ou de fortes intensités , impliquant éventuellement la formation de rotules plastiques dans les poteaux de la partie tour.

7 - L'amortissement joue un rôle important dans la réduction de la réponse sismique.

8 - La réponse de la maçonnerie tend à modifier les caractéristiques dynamiques de la structure en augmentant sa rigidité et par suite l'effort tranchant maximal de base. Elle réduit de façon appréciable les sollicitations internes dans les éléments structuraux et par suite les déformations de l'ossature.

Détermination des coefficients de la matrice de rigidité d'une barre

Considérons une barre isolée chargée en chacun de ses noeuds et supposons qu'elle a une rigidité uniforme EI. Sous l'action de ce chargement extérieur la barre se déforme. L'allure de la déformée est la suivante :

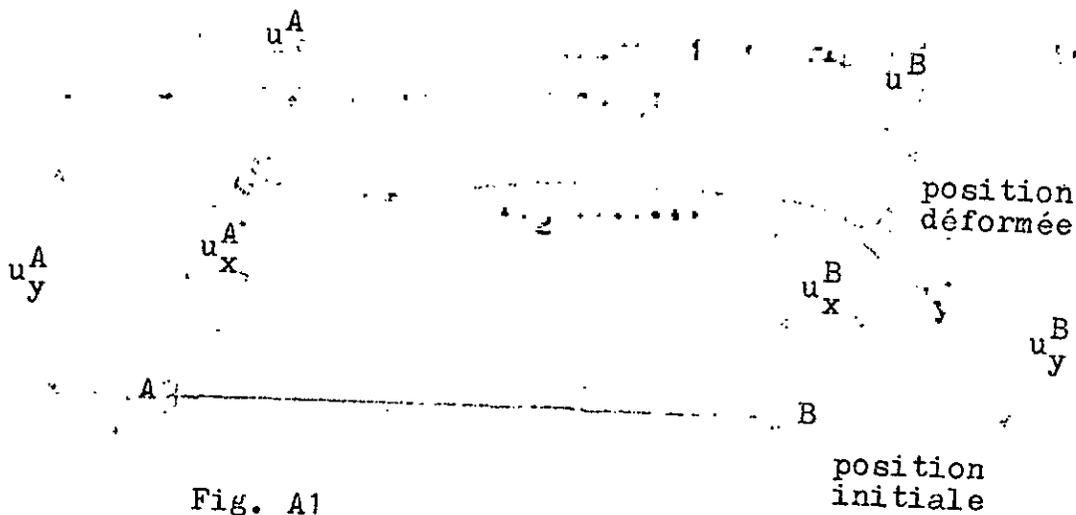


Fig. A1

La matrice de rigidité de la barre AB peut-être obtenue en imposant à chacune des deux extrémités des déplacements unitaires nodaux afin de déterminer les forces appliquées aux noeuds.

Les déplacements nodaux considérés sont les allongements u_x^A , u_x^B , la rotation à une extrémité u_y^A , la rotation à l'autre extrémité u_y^B et les déplacements des deux extrémités u_x^A et u_x^B . Ainsi la matrice de rigidité complète peut s'écrire sous la forme suivante:

$$F_x^A = f_{11}u_x^A + f_{12}u_y^A + f_{13}u_x^B + f_{14}u_y^B + f_{15}u_x^A + f_{16}u_y^B$$

$$F_y^A = f_{21}u_x^A + f_{22}u_y^A + f_{23}u_x^B + f_{24}u_y^B + f_{25}u_x^A + f_{26}u_y^B$$

$$F_4^B = f_{61} u_x^A = 0 \quad \rightarrow \quad f_{61} = 0$$

2 - Détermination des coefficients f_{i2}

La barre AB est soumise à son extrémité A à un déplacement vertical unitaire, le noeud B étant toujours fixe.

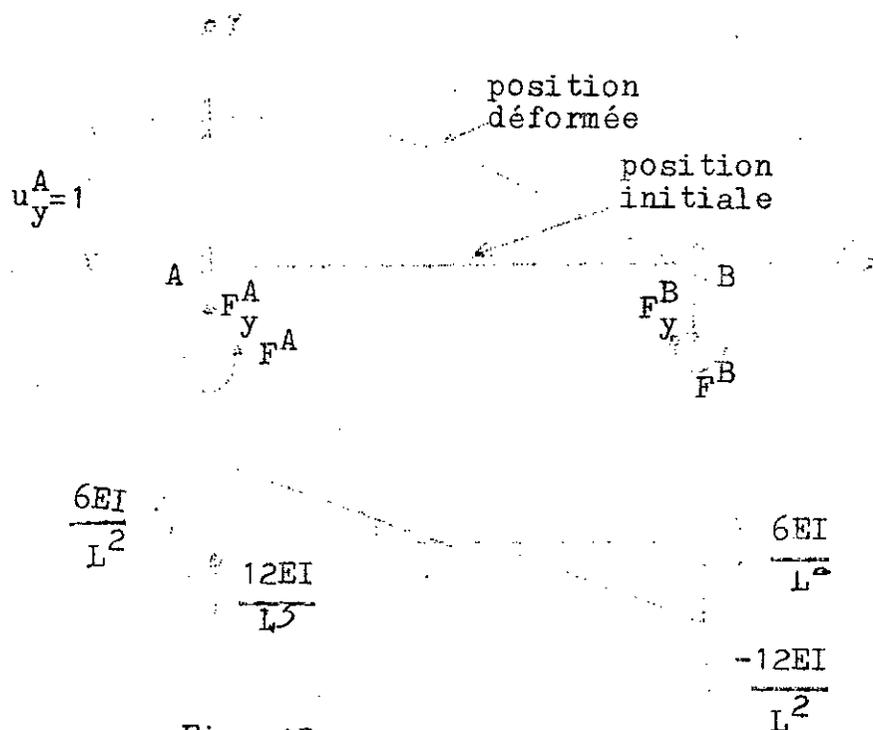


Fig. A3

Dans ce cas on a :

$u_y^A = 1$, tous les autres déplacements sont nuls

$$u_x^A = u_x^B = u_y^B = u_z^B = 0$$

Les coefficients f_{i2} s'obtiennent comme précédemment :

$$F_x^A = f_{12} u_y^A = 0 \quad \rightarrow \quad f_{12} = 0$$

$$F_y^A = f_{22} u_y^A = f_{22} = 12EI/L^3$$

$$F_z^A = f_{32} u_y^A = f_{32} = 6EI/L^2$$

$$F_x^B = f_{42} u_y^A = 0 \quad \rightarrow \quad f_{42} = 0 \quad \text{car} \quad F_x^B = 0$$

$$F_y^B = f_{52} u_y^A = \dots F_y^A \quad \dots \quad f_{52} = -12EI/L^3$$

$$M_y^B = f_{62} u_y^A = f_{62} = 6EI/L^2$$

3 - Détermination des coefficients f_{i3} :

Considérons toujours la barre AB et donnons à son extrémité A une rotation unitaire, le noeud B étant toujours fixe.

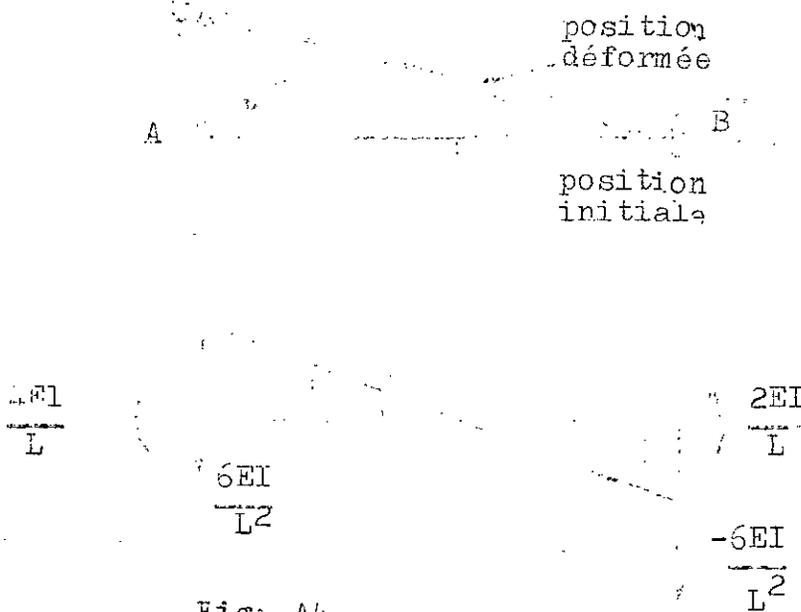


Fig. A4

Dans ce cas on a :

$$u_y^A = 1$$

$$u_x^A = u_y^A = u_x^B = u_y^B = u_z^B = 0$$

Compte tenu de tous les déplacements nuls, on a :

$$F_x^A = f_{13} u_y^A = 0 \quad \dots \quad f_{13} = 0 \quad \text{puisque } F_x^A = 0$$

$$F_y^A = f_{23} u_y^A = 6EI/L^2 \quad \dots \quad f_{23} = 6EI/L$$

$$F_z^A = f_{33} u_y^A = f_{33} \quad \dots \quad f_{33} = 4EI/L$$

$$F_x^B = f_{43} u^A = f_{43} = 0 \quad \longrightarrow \quad f_{43} = 0$$

$$F_y^B = f_{53} u^A = -6EI/L^2 \quad \longrightarrow \quad f_{53} = -6EI/L^2$$

$$F_z^B = f_{63} u^A = 2EI/L \quad \longrightarrow \quad f_{63} = 2EI/L$$

4 - Détermination des coefficients f_{i4} :

La barre AB est cette fois-ci soumise à son extrémité B à un déplacement axial unitaire tandis-que le noeud A étant fixe. De même que pour le noeud A ceci se traduit par:

$$u_x^B = 1$$

$$u_x^A = u_y^A = u_z^A = u_x^B = u_y^B = 0$$

$$F_y^A = F_z^A = F_y^B = F_z^B = 0$$

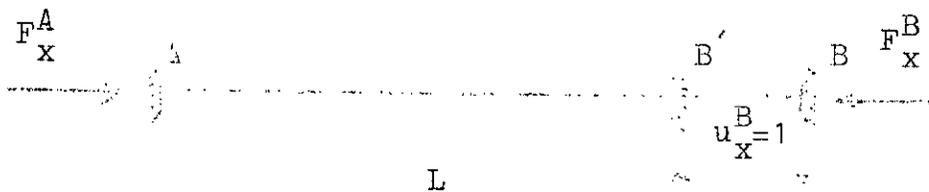


Fig. 15

Par conséquent on a :

$$F_x^A = f_{14} u_x^B = f_{14} = -F_x^B = -EA/L \quad \longrightarrow \quad f_{14} = -EA/L$$

$$F_y^A = f_{24} u_x^B = 0 \quad \longrightarrow \quad f_{24} = 0$$

$$F_z^A = f_{34} u_x^B = 0 \quad \longrightarrow \quad f_{34} = 0$$

$$F_x^B = f_{44} u_x^B = EA/L \quad \longrightarrow \quad f_{44} = EA/L$$

$$F_y^B = f_{54} u_x^B = 0 \quad \longrightarrow \quad f_{54} = 0$$

$$F_z^B = f_{64} u_x^B = 0 \quad \longrightarrow \quad f_{64} = 0$$

5 - Détermination des coefficients f_{15}

La barre AB est soumise à son extrémité B à un déplacement vertical unitaire, le noeud A étant toujours fixe.

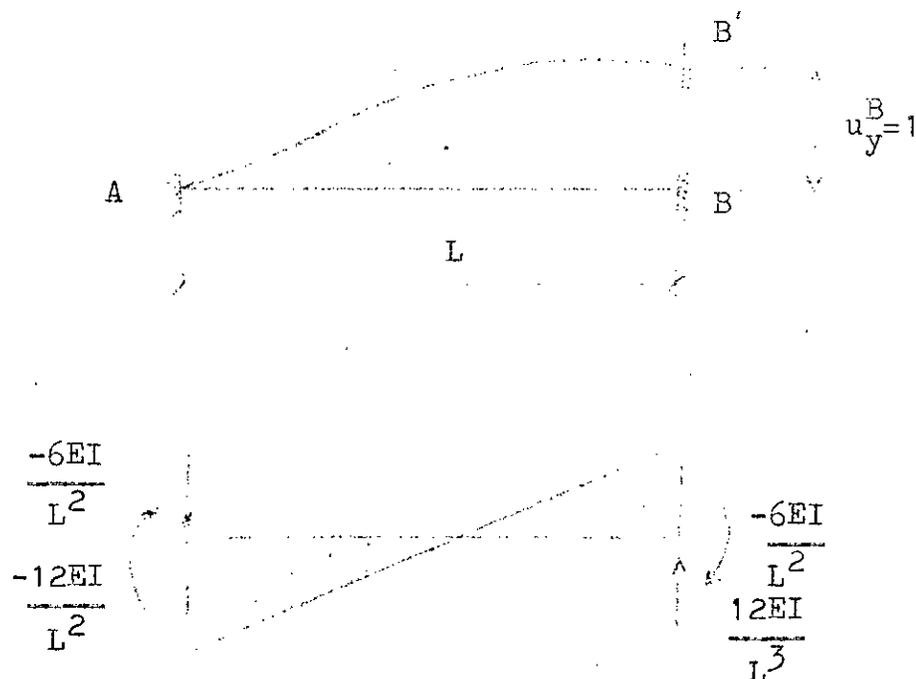


Fig. A6

De même que pour le noeud A on a donc:

$$u_y^B = 1$$

$$u_x^A = u_y^A = u_x^B = u_y^B = 0 \quad \text{et}$$

$$F_x^A = f_{15} u_y^A = 0 \quad \text{---} \quad f_{15} = 0$$

$$F_y^A = f_{25} u_y^A = -F_y^B = -12EI/L^3 \quad \text{---} \quad f_{25} = -12EI/L^3$$

$$F_x^B = f_{35} u_y^A = -6EI/L^2 \quad \text{---} \quad f_{35} = -6EI/L^2$$

$$F_x^B = f_{45} u_y^A = 0 \quad \text{---} \quad f_{45} = 0$$

$$F_y^B = f_{55} u_y^A = 12EI/L^3 \quad \text{---} \quad f_{55} = 12EI/L^3$$

$$F_y^B = f_{65} u_y^A = -6EI/L^2 \quad \text{---} \quad f_{65} = -6EI/L^2$$

$$\begin{bmatrix} f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EA/L & 0 & 0 & -EA/L & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/L^3 & 6EI/L^2 & 0 & -12EI/L^3 & 6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & 4EI/L & 0 & -6EI/L^2 & 2EI/L \\ -EA/L & 0 & 0 & EA/L & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/L^3 & -6EI/L^2 & 0 & 12EI/L^3 & -6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & 2EI/L & 0 & -6EI/L^2 & 4EI/L \end{bmatrix}$$

Cette matrice peut-être divisée en quatre sous-matrices/

$$\begin{bmatrix} f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{AA} & f_{AB} \\ f_{BA} & f_{BB} \end{bmatrix}$$

Il faut souligner cependant que la matrice de rigidité de la barre a été déterminé en considérant un système d'axes lié à la barre ; toute fois pour un élément de barre arbitrairement orienté il est nécessaire de développer f pour tenir compte de la conversion des déplacements dans le repère global.

7 - Transformation des systèmes d'axes:

Soit la barre AB, indiquée ci-dessous, faisant un angle quelconque, avec l'axe Ox . Les repères xOy et XoY représentent respectivement les systèmes d'axes local et global de l'élément.

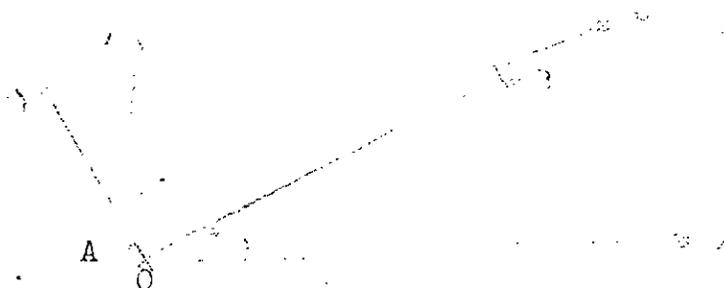


Fig. A'

Les déplacements respectifs en chaque noeud dans le repère local et dans le repère global sont, respectivement u_x, u_y et u_X, u_Y, u_Z . De même pour les forces F_x, F_y, F_z et F_X, F_Y, F_Z .



Fig. A9

Les composantes de la force F agissant au noeud A sont :

$$F_x = F_X \cdot \cos \alpha + F_Y \cdot \sin \alpha$$

$$F_y = -F_X \cdot \sin \alpha + F_Y \cdot \cos \alpha$$

$$F_z = F_Z$$

Pour le système complet de forces on obtient:

$$\begin{pmatrix} F_x^A \\ F_y^A \\ F_z^A \\ F_x^B \\ F_y^B \\ F_z^B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_X^A \\ F_Y^A \\ F_Z^A \\ F_X^B \\ F_Y^B \\ F_Z^B \end{pmatrix}$$

En notation matricielle ce système s'écrit:

$$F_{\text{local}} = R \cdot F_{\text{global}} \quad \text{avec} \quad F_{\text{local}} = \begin{pmatrix} F_A \\ F_B \end{pmatrix}$$

$$\text{et } \begin{Bmatrix} F \\ F \end{Bmatrix}_{\text{global}} = \begin{Bmatrix} F_A \\ F_B \end{Bmatrix}_{\text{global}}$$

On observe la même relation entre déplacements des noeuds:

$$\begin{Bmatrix} u \\ u \end{Bmatrix}_{\text{local}} = [R] \begin{Bmatrix} u \\ u \end{Bmatrix}_{\text{global}} \quad \text{avec } \begin{Bmatrix} u \\ u \end{Bmatrix}_{\text{local}} = \begin{Bmatrix} u_A \\ u_B \end{Bmatrix}_{\text{local}}$$

$$\text{et } \begin{Bmatrix} u \\ u \end{Bmatrix}_{\text{global}} = \begin{Bmatrix} u_A \\ u_B \end{Bmatrix}_{\text{global}}$$

La matrice R est appelé matrice de rotation ou de passage. Une propriété très utile de cette matrice est que son inverse est égale à sa transposée :

$$[R]^{-1} = [R]^T \quad \text{avec } [R] = \begin{bmatrix} \cos & \sin & 0 \\ -\sin & \cos & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Cette propriété peut-être démontré en considérant que le travail mécanique développé par un système de forces est indépendant du système d'axes choisi.

$$W(\text{travail}) = \begin{Bmatrix} F \\ F \end{Bmatrix}_{\text{global}}^T \cdot \begin{Bmatrix} u \\ u \end{Bmatrix}_{\text{global}} = \begin{Bmatrix} F \\ F \end{Bmatrix}_{\text{local}}^T \cdot \begin{Bmatrix} u \\ u \end{Bmatrix}_{\text{local}}$$

$$\begin{aligned} \text{mais } \begin{Bmatrix} F \\ F \end{Bmatrix}_{\text{local}}^T \cdot \begin{Bmatrix} u \\ u \end{Bmatrix}_{\text{local}} &= ([R] \begin{Bmatrix} F \\ F \end{Bmatrix}_{\text{global}})^T \cdot ([R] \begin{Bmatrix} u \\ u \end{Bmatrix}_{\text{global}}) \\ &= \begin{Bmatrix} F \\ F \end{Bmatrix}_{\text{global}}^T [R]^T [R] \begin{Bmatrix} u \\ u \end{Bmatrix}_{\text{global}} \end{aligned}$$

Il en déduit que :

$$[R]^T [R] = [I] = [R]^{-1} [R] \quad \text{donc } [R]^T = [R]^{-1}$$

Nous pouvons maintenant établir la matrice de rigidité de la barre dans le repère global ; donc à partir de la relation (2) et en combinant avec l'équation (5), on obtient :

$$[R] \begin{Bmatrix} F \\ F \end{Bmatrix}_{\text{global}} = \begin{Bmatrix} f \\ f \end{Bmatrix}_{\text{local}} \begin{Bmatrix} u \\ u \end{Bmatrix}_{\text{local}}$$

multiplions les deux membres par $[R]^{-1}$ tout en considérant la propriété (7);

$$[R]^T [R] [F]_{\text{global}} = [R]^T [f]_{\text{local}} [u]_{\text{local}}$$

$$[F]_{\text{global}} = [R]^T [f]_{\text{local}} [u]_{\text{local}} \quad (8)$$

Substituons la valeur de u_{local} donnée par la relation (6) dans l'expression (8), on obtient :

$$[F]_{\text{global}} = [R]^T [f]_{\text{local}} [R] [u]_{\text{global}} = [f]_{\text{global}} [u]_{\text{global}}$$

Ainsi la matrice de rigidité de la barre écrite dans le système de coordonnées global n'est d'autre que le produit matriciel :

$$[R]^T [f]_{\text{local}} [R]$$

A N N E X E 2

Méthode itérative :

Le calcul des valeurs propres et des modes propres est déterminé par la méthode des puissances itérées dont voici le principe :

Soit une matrice K dont les valeurs propres sont $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ et son vecteur propre V_1 avec ses composantes x_1, x_2, \dots, x_n .

$$V_1 = \sum_{i=1}^n x_i e_i \quad (1)$$

En multipliant l'expression (1) par K la plus grande valeur propre est obtenue de la manière suivante:

$$K V_1 = K \sum_{i=1}^n x_i e_i = \sum_{i=1}^n \lambda_i x_i e_i \quad (2)$$

Après p itérations :

$$K^p V_1 = \sum_{i=1}^n \lambda_i^p x_i e_i \quad (3)$$

Comme λ_1 est la valeur la plus grande (car : $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_n$) et pour p suffisamment grand on a :

$$K^p V_1 \approx \lambda_1^p x_1 e_1 \quad (4)$$

$$K^{p+1} V_1 \approx \lambda_1^{p+1} x_1 e_1 = \lambda_1 K^p V_1 \quad (5)$$

Ce procédé converge pour tout vecteur V choisi de manière arbitraire, pourvu que le rang p soit assez grand. Ce rang est atteint lorsque deux rapports consécutifs :

V_p / V_{p-1} et V_{p+1} / V_p sont égaux à la précision fixée ED.

La deuxième valeur propre de la matrice K est obtenue de la manière que la première mais avec une matrice :

$$K_1 = K - \lambda_1 V_1 V_1^T \quad (6)$$

avec V_1 vecteur modal associé à λ_1 .

La plus grande valeur propre de K_1 est la deuxième de K . Les valeurs propres suivantes seront déterminées de la même manière.

B I B L I O G R A P H I E

- 1 - G.V. BERG " Earthquake stresses in tall buildings with set-backs "
Proc. 2nd Symp. Earth. Engn. , Uni. of Ro-orkee , INDIA ,1963
- 2 - R.A. SKINNER , D.W.C. SKILTON and D.A. LAWS " Unbalanced buildings and buildings with light towers under earthquake forces "
Proc. 3rd World Conf. Earth. Engn. II , NEW ZEALAND ,1965
- 3 - J. PENZIEN and A. CHOPRA " Earthquake response of appendage on multi-story buildings "
Proc. 3rd World Conf. Earth. II , NEW ZEALAND 1965
- 4 - J. PENZIEN " Earthquake response of irregularly shaped buildings "
Proc. 4th. World Conf. Engn. II , SANTIAGO CHILE ,1969
- 5 - Règles parasismiques algériennes 1981 , version 1983 , E. N. A. L. , ALGER1984
- 6 - J. PEJOVSKI et AL " Corrected accelerograms and ground velocity and displacement curves for selected strong motion records taken in EL-ASNAM region , Algeria , in the period of october 21 to november 8,1980 "
Inst. of Earth. Engn. Seis. Univ. (Kiril and Metodij) SKOPJE1981
- 7 - Uniform building code , international conference of building officials , Whittier , California1982
- 8 - A. CHOPRA " Dynamics of structures "
Earth. Engn. Research Inst. , BERKELEY , California1980

- 9 - D. GASPARINI and E.H. VANMÄCKE " Simulated earthquake motion compatible with prescribed response spectra "
 Research Report R76 - 4 , Depart. of Civil Engn. , M. I. T. ,1976
- 10 - N.W. POHLEMUS and A.S. GUSMAK " Simulation of earthquake ground motions using auto-regressive moving average (A. R. M. A.) models "
 Journal of earthquake engn. and structural dynamics , 1981
- 11 - B. TILIOUINE " Nonstationary analysis and simulation of seismic signals "
 P. H. D. Theses , Department of Civil Engineering STANFORD University,
 U. S. A. 1981
- 12 - Analyses of strong earthquake accelerograms , vol.III response spectra parts A-C , Earth. Engn. Research labo. , CALIFORNIA Inst. of Techn. U. S. A. 1972
- 13 - T. NAKAMURA " Experimental study on masonry walls "
 Proc. Kinki Branch Arch. Inst. JAPAN 1983
- 14 - T.C. LIAUW and S.W. JEE " On the behaviour and the analysis of multi-story infilled frames subject-d to lateral forces "
 Proc. Inst. of Civil Engn. U. S. A. 1977
- 15 - NGUYEN LENINH " Etude théorique - expérimentale du comportement des caissons en béton armé avec des remplissages en maçonnerie soumis aux charges horizontales "
 Symposium International de CHLEF ALGERIE 1987
- 16 - T. BOUCHAROR " Interaction entre ossature en béton armé et maçonnerie de briques creuses sous sollicitations de type sismique "
 thèse de Docteur - Ingénieur , Ecole Nationale Des Ponts Et Chaussées , PARIS 1984

- 17 - R.W. CLOUGH et J. PENZIEN " Dynamique des structures "
Editions Pluralis , T.1
BERKELEY 1980
- 18 - PING CHUNG WANG " Calcul automatique des structures
par les méthodes matricielles "
collection Dunod
PARIS 1980
- 19 - D.V. MLLICK and R.J. SEVERN " The behaviour of in-
filled frames under static loading"
Proceedings of the inst. of civil Engn.
LONDON 1968
- 20 - B.S. SMITH " A method of analysis for infilled frames"
Proc. Inst. Civil Engn.
LONDON 1969