

M0015/94B

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المكتبة الوطنية المتعددة اللغويات
المكتبة —
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

Option: automatique

THESE DE MAGISTER

Présentée par: Mr NIBOUCHE MOKHTAR

Ingénieur en automatique (ENP)

APPLICATION DE COMMANDES NON LINEAIRES
AU MOTEUR ASYNCHRONE

Soutenue publiquement le 02/07/1994 devant le jury d'examen
composé de:

Mr.N. LOUAM (ENP)	Président
Mr.M.S. BOUCHERIT (ENP)	Rapporteur
Mr.F. BOUDJEMA (ENP)	Rapporteur
Mr.H. CHEKIREB (ENP)	Examineur
Mr.M.O. MAHMOUDI (ENP)	Examineur
Mr.M.C. SOUAMI (ENP)	Examineur
Mr.B. HEMICI (ENP)	Invité

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

Option: automatique

THESE DE MAGISTER

Présentée par: Mr NIBOUCHE MOKHTAR

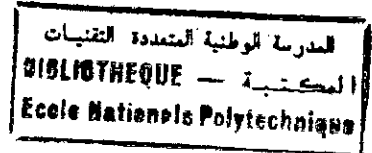
Ingénieur en automatique (ENP)

APPLICATION DE COMMANDES NON LINEAIRES AU MOTEUR ASYNCHRONE

Soutenue publiquement le 02/07/1994 devant le jury d'examen
composé de:

Mr.N. LOUAM (ENP)	Président
Mr.M.S. BOUCHERIT (ENP)	Rapporteur
Mr.F. BOUDJEMA (ENP)	Rapporteur
Mr.H. CHEKIREB (ENP)	Examineur
Mr.M.O. MAHMOUDI (ENP)	Examineur
Mr.M.C. SOUAMI (ENP)	Examineur
Mr.B. HEMICI (ENP)	Invité

AVANT PROPOS



Je tiens à remercier ici les nombreuses personnes qui ont eu l'amabilité de me prêter leur concours et m'ont permis de faire appel soit à leurs connaissances, soit à leur bienveillante disposition à mon égard. Ma reconnaissance s'adresse plus particulièrement à :

Monsieur M.S. BOUCHERIT et Monsieur F. BOUDJEMA, enseignants au département de génie électrique de l'Ecole Nationale Polytechnique, qui ont proposé et dirigé ce travail. Qu'ils trouvent ici toute ma gratitude pour l'aide qu'ils m'ont apporté.

Monsieur N. LOUAM, maître de conférence au département d'électronique de l'Ecole Nationale Polytechnique, qui a accepté de présider le jury de thèse, et cela malgré ses obligations.

Monsieur H. CHEKIREB, pour sa gentillesse, ses conseils, ses remarques constructives, sa disposition et l'honneur qu'il m'a fait en acceptant de participer au jury de thèse.

Monsieur M.O. MAHMOUDI, pour son sérieux, sa disponibilité, ses remarques constructives et l'honneur qu'il m'a fait en acceptant de participer au jury de thèse.

Monsieur M.C. SOUAMI, pour ses remarques et l'honneur qu'il m'a fait en acceptant de participer au jury de thèse.

Monsieur B. HEMICI, pour sa gentillesse, sa disponibilité, pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail et l'honneur qu'il m'a fait en acceptant de participer au jury de thèse.

Monsieur et Madame A. DROUA, sur le plan humain aussi bien que moral et financier, je ne saurais jamais m'aquitter de ma dette envers eux. Qu'ils trouvent ici toute ma reconnaissance et toute ma gratitude pour l'aide inestimable qu'ils m'ont apporté.

Messieurs O. STIHI, R. ILLOUL, R. KESSASSRA, B. FIALA, F. KHENE, R. MANSOURI, A. MOUSSAOUI, A. LAIFA, L. GUENFAF, N. BALI, M. BOUDOUR, A. BOUMEDIENE, S. ARIF et M. LOUDINI, pour leur disponibilité, leurs conseils et leur soutien permanent.

Au personnel de la bibliothèque de l'école et surtout M^{er} AMARA, SALAH, KRIMOU et KARIM pour leur gentillesse à mon égard.

Que tous ceux qui ont participé d'une manière ou d'une autre à l'aboutissement de ce travail et dont le nom n'a pas été cité, trouvent ici toute ma gratitude.

DEDICACES

A mes chers PARENTS,

A mes FRERES et SOEURS,

A la famille DROUA AISSA,

A mon oncle NADIR et mes tantes ATIKA, FAHIMA et FATMA-ZOHRA

A B. FADILA et ses enfants OMAR, IMANE, MOHAMED RAMZI,

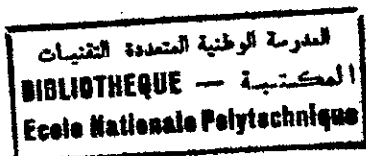
A tous ceux qui me sont chers

(R.KAMEL, C.AHMED, M.KAMEL, B.M^{ed} EL GHAZALI, B.WAHID,
D.ABDELBAKI, M.AHMED, Y.SEMLALI, M.HICHEM, A.ABDELKADER,
K.ABDESSAMED, T.MOHAMED, S.KAMEL, C.TAHAR, D.KADDOUR,
Z.MOHAMED, L.TOUFIK, C.HACHEMI, A.MOHAMED, T.ABDALLAH,...),

A toute ma FAMILLE.

Ce travail leurs est dûs.

TABLE DES MATIERES



AVANT PROPOS

DEDICACES

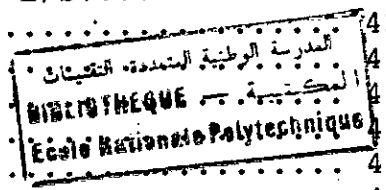
TABLE DES MATIERES

LISTE DES PRINCIPAUX SYMBOLES

INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE 1. MODELISATION DE LA MACHINE.....	4
1.1 EQUATIONS GENERALES DE LA MACHINE.....	5
1.1.1 HYPOTHESES.....	5
1.1.2 EQUATIONS ELECTRIQUES.....	5
1.1.3 EQUATION MECANIQUE.....	7
1.2 MODELE BIPHASE DE LA MACHINE.....	7
1.2.1 TRANSFORMATION DE PARK.....	7
1.2.2 EQUATIONS ELECTRIQUES.....	9
1.2.3 EQUATION MECANIQUE.....	11
1.2.4 MODELE DU MOTEUR EXPRIME DANS UN REFERENTIEL LIE AU CHAMP TOURNANT.....	12
1.2.5 MODELE DU MOTEUR COMMANDE PAR ORIENTATION DU CHAMP..	13
1.3 CONCLUSION.....	15
CHAPITRE 2. THEORIE DU BOUCLAGE NON LINEAIRE.....	16
2.1 SYSTEMES MONO-ENTREE/MONO-SORTIE.....	16
2.1.1 NOTION DE DEGRE RELATIF.....	17
2.1.2 FORME NORMALE.....	19
2.1.3 LINEARISATION EXACTE PAR RETOUR D'ETAT STATIQUE.....	21
2.1.4 DYNAMIQUE DES ZEROS.....	26
2.1.5 POURSUITE D'UNE TRAJECTOIRE DE REFERENCE.....	28
2.2 SYSTEMES MULTI-ENTREES/MULTI-SORTIES.....	29
2.2.1 NOTION DE DEGRE RELATIF VECTORIEL.....	30
2.2.2 FORME NORMALE.....	31
2.2.3 DYNAMIQUE DES ZEROS.....	33
2.2.4 LINEARISATION EXACTE PAR RETOUR D'ETAT STATIQUE.....	35
2.2.5 DECOUPLAGE ENTREES/SORTIES.....	38
2.3 CONCLUSION.....	40

CHAPITRE 3. LINEARISATION ET COMMANDE DU MOTEUR ASYNCHRONE

3.1	OBJECTIF DE LA COMMANDE.....	41
3.2	LINEARISATION EXACTE ET DECOUPLAGE E/S.....	42
3.2.1	MODELE DU MOTEUR.....	42
3.2.2	DEGRE RELATIF VECTORIEL.....	43
3.2.3	COMMANDE LINEARISANTE.....	45
3.3	COMMANDE PAR PLACEMENT DE POLES.....	47
3.4	RESULTATS DE LA SIMULATION.....	49
3.4.1	EFFET DU PLACEMENT DE POLES.....	49
3.4.2	EFFET D'UNE ERREUR SUR LA RESISTANCE R_r	54
3.4.3	POURSUIITE D'UNE TRAJECTOIRE DE REFERENCE RECTILIGNE EN REGIME TRANSITOIRE.....	59
3.5	CONCLUSION.....	62



CHAPITRE 4. LINEARISATION PARTIELLE ET COMMANDE DU MOTEUR ASYNCHRONE..... 63

4.1	OBJECTIF DE LA COMMANDE.....	63
4.2	LINEARISATION PARTIELLE ET DECOUPLAGE E/S.....	64
4.2.1	MODELE DU MOTEUR.....	64
4.2.2	DEGRE RELATIF VECTORIEL.....	65
4.2.3	FORME NORMALE.....	66
4.2.4	COMMANDE LINEARISANTE.....	68
4.3	COMMANDE PAR PLACEMENT DE POLES.....	69
4.4	RESULTATS DE LA SIMULATION.....	70
4.4.1	EFFET D'UNE ERREUR SUR LA RESISTANCE R_r	75
4.5	CONCLUSION.....	80

CHAPITRE 5. COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT VIA UNE LINEARISATION PAR RETOUR D'ETAT..... 81

5.1	OBJECTIF DE LA COMMANDE.....	81
5.2	APERÇU SUR LA COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT.....	82
5.3	SYNTHESE DE LA COMMANDE.....	82
5.4	APPLICATION DE LA COMMANDE AU MOTEUR.....	84
5.5	RESULTATS DE LA SIMULATION.....	85
5.4.3	EFFET D'UNE ERREUR SUR LA RESISTANCE R_r	91
5.6	CONCLUSION.....	99
5.7	COMPARAISON.....	100

CONCLUSION GENERALE.....101

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

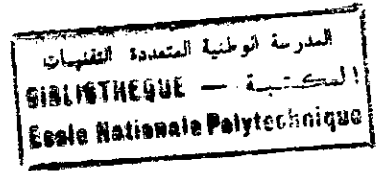
ANNEXES

LISTE DES PRINCIPAUX SYMBOLES

C_{em}	Couple électromagnétique
C_r	Couple résistant
C_{mec}	Couple mécanique
s, r	Relativement au stator, au rotor;
d, d	Axe direct, axe en quadrature;
i_a, i_b, i_c	Courants instantanés des phases de la machine;
i_{ds}, i_{qs}	Courant statorique d'axe directe, en quadrature;
i_{dr}, i_{qr}	Courant rotorique d'axe directe, en quadrature;
ω_m	Vitesse angulaire du rotor (rd/s);
ω_a	Vitesse angulaire du référentiel (rd/s);
ω_r	Pulsation rotorique (rd/s);
ω_s	Pulsation statorique (rd/s);
R_s, R_r	Résistance d'une phase statorique, rotorique;
L_s, L_r	Inductance cyclique statorique, rotorique;
U_a, U_b, U_c	Tensions instantanées des phases de la machine;
U_{ds}, U_{qs}	Tension statorique d'axe direct, en quadrature;
σ	Coefficient de dispersion de la machine;
L_m	Inductance mutuelle stator-rotor;
L_{ms}	Inductance mutuelle entre phases statoriques;
L_{mr}	Inductance mutuelle entre phases rotoriques;
J	Inertie des masses tournantes;
p	Nombre de paires de poles;
ψ_s, ψ_r	Flux statorique, rotorique;
ψ_{ds}, ψ_{qs}	Flux statorique d'axe direct, en quadrature;
ψ_{dr}, ψ_{qr}	Flux rotorique d'axe directe, en quadrature;
f	Coefficient de frottements;
$A_T(\theta)$	Matrice de transformation de PARK;
d/dt	Opérateur dérivée;
x	Vecteur d'état;
U	Vecteur de commande;
z	Vecteur d'état dans l'espace de BRUNOWSKY;
$h(x)$	fonction de sortie du système;
$f(x), g(x)$	Champs de vecteurs;
y	sortie du système;
ϕ	fonction de transformation;
$L_f h(x)$	Dérivée de Lie de $h(x)$ selon le champ de vecteurs f ;
\int	Facteur intégral.



INTRODUCTION GENERALE



Il est bien connu que les moteurs à courant continu ont rendus de grands services à l'industrie, et cela, durant de nombreuses années. Cependant, il est constaté que le marché actuel s'oriente de plus en plus vers les machines à courant alternatif, dont la machine asynchrone. Ce changement, provient essentiellement de l'évolution de l'électronique de puissance et l'électronique de commande. De plus, les moteurs asynchrones triphasés, se caractérisent par leur simplicité, leur robustesse, leur prix et surtout, la facilité de leur entretien.

Longtemps surplanté par son confrère à courant continu qui se prête mieux aux variations de vitesse, le moteur asynchrone voit de nos jours, son champ d'utilisation s'élargir dans tous les domaines et ceci grâce, d'une part, à ses caractéristiques citées antérieurement, et d'autre part, aux développements de nouvelles techniques de commande non linéaires, qui s'adaptent bien à ses types de systèmes, du fait de leurs modèles fortement non linéaires, tel la commande linéarisante, la commande par mode de glissement et leurs variantes.

Les concepts de la géométrie différentielle ont été dès le début des années 80 utilisé dans le but de linéariser des systèmes non linéaires, ce qui permet par la suite l'application de techniques de commandes linéaires, faciles à implémenter [39],[31],[11],[43]. Par ailleurs, les mêmes concepts ont été utilisés dans la commande par mode de glissement, d'où l'appellation de commande par mode de glissement vue sous l'angle géométrie différentielle [15],[20],[21].

Parmi les applications de la commande linéarisante, nous pouvons citer certains travaux de Krzeminski [9],[10] qui arrive à linéariser le modèle du moteur asynchrone au moyen d'un changement de coordonnées et d'un retour d'état non linéaires, et obtient ainsi, des modèles multi-scalaires linéaires et découplés.

Nous pouvons citer aussi les travaux de De Luca et Ulivi qui sont arrivés, à partir du modèle bilinéaire du moteur asynchrone, à trouver des sorties pour lesquelles le système doté d'un retour d'état statique après une transformation de coordonnées devient exactement linéaire et découplé du point de vue entrées/sorties [7]. Par ailleurs, les mêmes auteurs présentent des schémas de commande non linéaires basés sur les techniques de linéarisation par retour d'état et du découplage E/S pour le modèle du moteur asynchrone alimenté en tension et commandé par la fréquence et l'amplitude (Voltage Frequency Control: VFC)[8].

Dans [14],[27],[37] le problème de la commande adaptative de la vitesse d'un moteur asynchrone via un schéma de linéarisation par retour d'état, pour une résistance rotorique et un couple de charge inconnus est présenté. L'étude dans [27],[37] est faite sous les hypothèses que tous les états sont disponibles, par contre, dans [14], une variante de l'observateur de Verghese [38] est utilisée pour estimer le flux rotorique.

Pour l'aspect échantillonné, nous orientons le lecteur aux travaux de G.Géorgiou [24] et de G.Gilles et al [40].

En ce qui concerne la commande par mode de glissement, les premiers fondements théoriques ont été posés dans l'ex URSS dès les années 60 [25]. Par la suite, plusieurs recherches ont été menées, soit pour compléter l'étude théorique [15],[20],[21],[23],[44], soit pour l'appliquer aux systèmes réels. Entre autres, cette technique est appliquée à des convertisseurs de l'électronique de puissance [17],[32], à la commande de moteurs asynchrones [31],[32], à la conception d'estimateurs non linéaires [18],[19], à la commande de robots [18],[22] et aussi, à la conception d'une loi de commande pour un hélicoptère [34].

ORGANISATION DU MEMOIRE DE THESE

Au premier chapitre, nous présentons le modèle Biphase du moteur asynchrone sous certaines hypothèses simplificatrices. Ainsi, deux modèles sont mis en évidence, le premier est exprimé dans un référentiel lié au champ tournant, tandis que le second

est commandé par orientation du champ, ce qui nous permet de commander le flux à travers le courant direct i_{ds} et la vitesse à travers le courant en quadrature i_{qs} .

Dans le deuxième chapitre, qui se divise en deux parties, les concepts théoriques de la géométrie différentielle sont présentés. En effet, dans la première partie, le degré relatif, la forme normale, la linéarisation exacte par retour d'état statique et la dynamique des zéros sont mis en évidence pour le cas mono-entrée/mono-sortie (SISO). Dans la deuxième partie, en plus de l'extension de ces concepts aux systèmes multi-entrées/multi-sorties (MIMO), il est présenté le concept de découplage entrées/sorties.

La commande linéarisante des deux modèles du moteur asynchrone est présentée dans les troisième et quatrième chapitres. Pour le modèle commandé par orientation du champ, il peut être linéarisé exactement par bouclage statique et difféomorphisme. La détérioration de la commande lors de la variation de la résistance rotorique nous pousse à associer à la commande une technique de limitation par trajectoire rectiligne en régime transitoire. Par contre, le modèle exprimé dans le référentiel lié au stator induit une dynamique des zéros, qui est stabilisée par un choix adéquat du difféomorphisme.

Au dernier chapitre, il est appliqué au modèle du moteur asynchrone linéarisés par bouclage statique et difféomorphisme au troisième chapitre, une commande à structure variable. Enfin, une étude comparative entre les deux techniques termine le travail.

CHAPITRE 1

MODELISATION DE LA MACHINE

A cause de ces qualités indiscutables: robustesse, fiabilité, simplicité, faible cout, entretien facile.., la machine asynchrone est en voie de devenir l'une des machines électriques les plus utilisées pour la conduite de processus à vitesse variable, et ceci grâce aux développements spectaculaires qu'a connu l'électronique de puissance et la microélectronique.

Plusieurs techniques de commande de degré de complexité différentes ont été proposées pour la commande de cette machine [1],[2],[3],[4]. Les conditions de fonctionnement et le domaine d'application imposent le choix de l'une de ces techniques.

En comparaison avec la machine à courant continu, le comportement dynamique de la machine asynchrone est plus complexe. Elle représente un grand défi lors de la commande à cause de la non-linéarité de son modèle dynamique, de la non accessibilité de son flux rotorique et de la variation considérable des valeurs de ces résistances rotoriques avec la température et sous l'effet de peau, ce qui altère considérablement la dynamique du système.

Généralement, la théorie des deux axes (référentiel biphasé de PARK) est utilisée pour faciliter la modélisation [5]. En effet, par le biais de cette transformation les paramètres variant dans le temps sont éliminés, puis sont exprimés avec les variables dans un nouveau système de deux axes orthogonaux d-q (au lieu de trois) découplés mutuellement.

Dans ce chapitre il est présenté le modèle dynamique de la machine qui met en évidence son aspect non linéaire. Dans le repère d-q le modèle de la machine peut être exprimé dans un système d'axes soit tournant soit stationnaire.

1.1 EQUATIONS GENERALES DE LA MACHINE

Lors de la conduite d'un processus à vitesse variable, la machine représente un élément du système global, et son comportement dynamique doit être alors pris en considération.

1.1.1 Hypothèses

pour des raisons de simplification, il est fait les hypothèses suivantes [16]:

- La machine est symétrique à entrefer constant;
- Le circuit magnétique est supposé parfaitement feuilleté;
- La saturation du circuit magnétique et les courants de Foucaults sont négligeables;
- L'effet de peau et d'encochage sont négligeables.

1.1.2 Equations électriques

Les équations électriques de la machine sont données par les formes matricielles suivantes:

- Au stator

$$[U_s] = R_s [I_s] + \frac{d}{dt} [\Psi_s] \quad (1.1)$$

- Au rotor

$$[U_r] = R_r [I_r] + \frac{d}{dt} [\Psi_r] \quad (1.2)$$

Où $[U_s]$, $[I_s]$, et $[\Psi_s]$ sont données par:

$$\begin{aligned} [U_s] &= [U_{as} \ U_{bs} \ U_{cs}]^T \\ [I_s] &= [I_{as} \ I_{bs} \ I_{cs}]^T \\ [\Psi_s] &= [\Psi_{as} \ \Psi_{bs} \ \Psi_{cs}]^T \end{aligned} \quad (1.3)$$

et $[U_r]$, $[I_r]$, $[\Psi_r]$ par:

$$\begin{aligned} [U_r] &= [U_{ar} \ U_{br} \ U_{cr}]^T \\ [I_r] &= [I_{ar} \ I_{br} \ I_{cr}]^T \\ [\Psi_r] &= [\Psi_{ar} \ \Psi_{br} \ \Psi_{cr}]^T \end{aligned} \quad (1.4)$$

Les flux totalisés couplés avec les phases rotoriques et statoriques peuvent être exprimés aussi sous forme matricielle par:

$$[\Psi_s] = [L_s] [I_s] + [L_m] [I_r] \quad (1.5)$$

$$[\Psi_r] = [L_r] [I_r] + [L_m] [I_s] \quad (1.6)$$

où les matrices $[L_s]$, $[L_r]$ et $[L_m]$ sont données par:

$$[L_s] = \begin{bmatrix} L_s & L_{ms} & L_{ms} \\ L_{ms} & L_s & L_{ms} \\ L_{ms} & L_{ms} & L_s \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

$$[L_r] = \begin{bmatrix} L_r & L_{mr} & L_{mr} \\ L_{mr} & L_r & L_{mr} \\ L_{mr} & L_{mr} & L_r \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

$$[L_m] = L_m \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

Nous obtenons par substitution les équations suivantes:

$$[U_s] = R_s [I_s] + [L_s] \frac{d}{dt} [I_s] + \frac{d}{dt} [L_m][I_r] \quad (1.10)$$

$$[U_r] = R_r [I_r] + [L_r] \frac{d}{dt} [I_r] + \frac{d}{dt} [L_m][I_s] \quad (1.11)$$

Les équations ainsi obtenues sont à coefficients variables dans le temps, et la transformation de PARK s'impose alors comme alternative dans le but d'obtenir un modèle équivalent plus simple à manipuler.

1.1.3 Equation mecanique:

L'équation mécanique de la machine est donnée par:

$$C_{em} = J \frac{d\omega_m}{dt} + f\omega_m + C'_r \quad (1.12)$$

où

C_{em} est le couple électromagnétique de la machine;

C'_r est le couple résistant imposé à la machine;

f est le coefficient de frottement;

J est le moment d'inertie des masses tournantes.

1.2 MODELE BIPHASE DE LA MACHINE

1.2.1 Transformation de Park :

Comme nous l'avons mentionné antérieurement, la transformation de PARK nous permet d'exprimer le modèle dynamique de la machine asynchrone dans un nouveau référentiel et cela en transformant les trois enroulements de la machine en deux autres équivalent du point de vue électrique et magnétique (Figure.1.1).

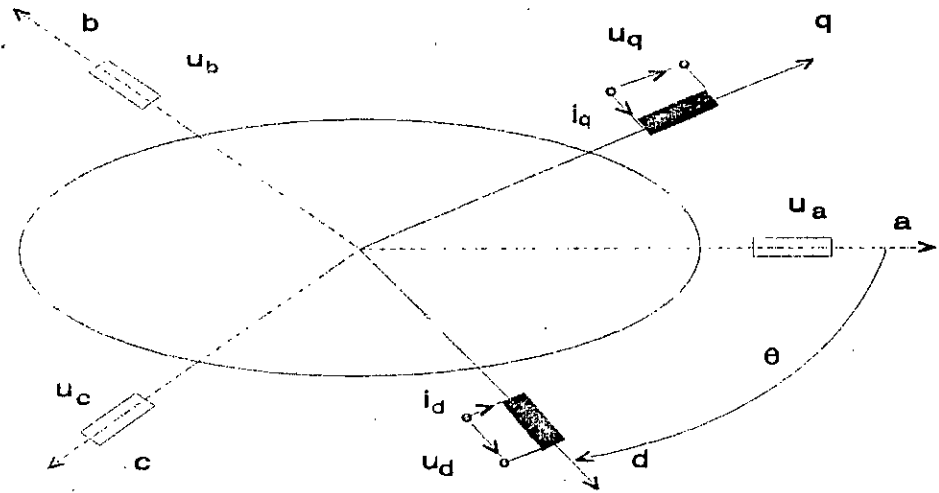


Fig. 1.1: Transformation de PARK

Ainsi, nous pouvons exprimer dans le repère de PARK l'écriture transformée suivante:

$$M_{dq} = A_t(\theta) \cdot M_r \quad (1.13)$$

où,

M_r est un vecteur de grandeurs physiques pouvant être des courants, des flux ou des tensions.

M_{dq} est l'image de M_r dans le repère de PARK.

Avec $A_t(\theta)$, la matrice unique de transformation pour les courants, les flux et les tensions définie par:

$$A_t(\theta) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

La matrice de transformation inverse est donnée quand a elle par l'expression suivante.

$$A^{-1}_t(\theta) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

Cette matrice nous permet d'exprimer les valeurs réelles des grandeurs considérées.

1.2.2 Equations électriques

Dans le but d'obtenir un système d'équations différentielles à coefficients constants, nous utilisons la méthode de transformation de PARK, qui nous permet de transformer les enroulements statoriques et rotoriques en des enroulements orthogonaux équivalents (Figure 1.2). En effet l'application de cette méthode aux équations électriques données sous forme matricielle par (1.1) et (1.2) donne:

$$\begin{aligned} U_{ds} &= R_s i_{ds} + \frac{d}{dt} \psi_{ds} - \omega_a \psi_{qs} \\ U_{qs} &= R_s i_{qs} + \frac{d}{dt} \psi_{qs} + \omega_a \psi_{ds} \end{aligned} \quad (1.16)$$

$$\begin{aligned} U_{dr} &= R_r i_{dr} + \frac{d}{dt} \psi_{dr} - (\omega_a - \omega_r) \psi_{qr} \\ U_{qr} &= R_r i_{qr} + \frac{d}{dt} \psi_{qr} + (\omega_a - \omega_r) \psi_{dr} \end{aligned} \quad (1.17)$$

ou ω_a et ω_r sont respectivement la vitesse du nouveau repère (d,q) et la pulsation électrique des grandeurs rotoriques.

L'application de cette méthode donne pour les équations des flux:

$$\begin{aligned} \psi_{ds} &= L_s i_{ds} + L_m i_{dr} \\ \psi_{qs} &= L_s i_{qs} + L_m i_{qr} \end{aligned} \quad (1.18)$$

$$\begin{aligned} \psi_{dr} &= L_r i_{dr} + L_m i_{ds} \\ \psi_{qr} &= L_r i_{qr} + L_m i_{qs} \end{aligned} \quad (1.19)$$

où $L_s = l_s - l_{ms}$, $L_r = l_r - l_{mr}$, et $L_m = (3/2)l_m$.

En remplaçant les courants rotoriques de l'équation (1.18) par leurs valeurs respectives déduites de (1.19) nous aurons:

$$\begin{aligned}\psi_{dr} &= \frac{L_r}{L_m} (\psi_{ds} - \sigma L_s i_{ds}) \\ \psi_{qr} &= \frac{L_r}{L_m} (\psi_{qs} - \sigma L_s i_{qs})\end{aligned}\quad (1.20)$$

Les équations différentielles des courants dans le repère de PARK sont déduites de (1.20), ce qui donne:

$$\begin{aligned}\frac{di_{ds}}{dt} &= \frac{1}{\sigma L_s} \frac{d}{dt} \psi_{ds} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \frac{d}{dt} \psi_{dr} \\ \frac{di_{qs}}{dt} &= \frac{1}{\sigma L_s} \frac{d}{dt} \psi_{qs} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \frac{d}{dt} \psi_{qr}\end{aligned}\quad (1.21)$$

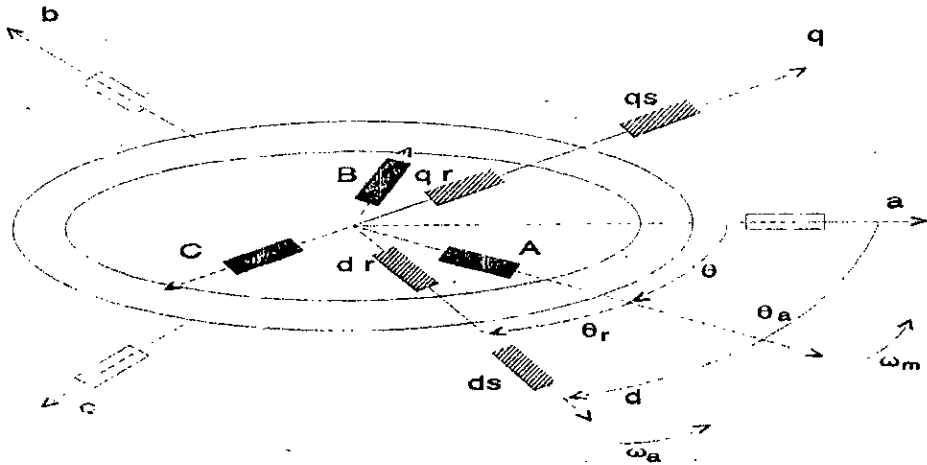


Fig. 1.2: Application de la transformation de Park

Finalement, nous aboutissons au modèle dynamique flux rotoriques/ courants statoriques:

$$\begin{aligned}
 \frac{di_{ds}}{dt} &= - \left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{L_m^2 R_r}{\sigma L_s L_r^2} \right) i_{ds} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_r \psi_{qr} + \omega_a i_{qs} \\
 &\quad + \frac{R_r}{L_r} \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \psi_{dr} + \frac{U_{ds}}{\sigma L_s} \\
 \frac{di_{qs}}{dt} &= - \left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{L_m^2 R_r}{\sigma L_s L_r^2} \right) i_{qs} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_r \psi_{dr} - \omega_a i_{ds} \\
 &\quad + \frac{R_r}{L_r} \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \psi_{qr} + \frac{U_{qs}}{\sigma L_s} \\
 \frac{d\psi_{dr}}{dt} &= (\omega_a - \omega_r) \psi_{qr} - \frac{R_r}{L_r} \psi_{dr} + \frac{R_r}{L_r} L_m i_{ds} \\
 \frac{d\psi_{qr}}{dt} &= - (\omega_a - \omega_r) \psi_{dr} - \frac{R_r}{L_r} \psi_{qr} + \frac{R_r}{L_r} L_m i_{qs}
 \end{aligned} \tag{1.22}$$

Qui peut être écrit sous une forme condensée en prenant comme vecteur d'état $x_1 = [i_{ds} \ i_{qs} \ \psi_{dr} \ \psi_{qr}]^T$ et $U = [U_{ds} \ U_{qs}]^T$

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1) U \tag{1.23}$$

1.2.3 Equation mécanique

L'expression du couple électromagnétique est donnée par [5]:

$$C_{em} = p(\psi_{ds} i_{ds} - \psi_{qs} i_{qs}) \tag{1.24}$$

Qu'on peut exprimer aussi à l'aide des flux rotoriques et des courants statoriques par:

$$C_{em} = \frac{pL_m}{L_r} (\psi_{dr} i_{qs} - \psi_{qr} i_{ds}) \tag{1.25}$$

En supposant que les frottements de la machine sont compris dans le couple résistant, l'expression du couple électromagnétique

donné par (1.12) s'écrit alors:

$$C_{em} = J \frac{d\omega_m}{dt} + C_r \quad (1.26)$$

Ainsi, nous aboutissons, après transformation à l'équation différentielle suivante:

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{pL_m}{JL_r} (\psi_{dr} i_{qs} - \psi_{qr} i_{ds}) - \frac{C_r}{J} \quad (1.27)$$

C_r représente le couple résistant englobant les frottements f .

1.2.4 Modèle du moteur exprimé dans un référentiel lié au champ tournant

En associant le modèle dynamique flux rotoriques/courants statoriques donné par les équations différentielles (1.22) et l'équation mécanique donnée par (1.27) nous aboutissons au modèle dynamique global de la machine exprimé dans un référentiel lié au champ tournant ($\omega_a = \omega_s$):

$$\begin{aligned} \frac{di_{ds}}{dt} &= - \left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{L_m^2 R_r}{\sigma L_s L_r^2} \right) i_{ds} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_r \psi_{qr} + \omega_s i_{qs} \\ &\quad + \frac{R_r}{L_r} \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \psi_{dr} + \frac{U_{ds}}{\sigma L_s} \\ \frac{di_{qs}}{dt} &= - \left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{L_m^2 R_r}{\sigma L_s L_r^2} \right) i_{qs} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_r \psi_{dr} - \omega_s i_{ds} \\ &\quad + \frac{R_r}{L_r} \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \psi_{qr} + \frac{U_{qs}}{\sigma L_s} \\ \frac{d\psi_{dr}}{dt} &= (\omega_s - \omega_r) \psi_{qr} - \frac{R_r}{L_r} \psi_{dr} + \frac{R_r}{L_r} L_m i_{ds} \\ \frac{d\psi_{qr}}{dt} &= - (\omega_s - \omega_r) \psi_{dr} - \frac{R_r}{L_r} \psi_{qr} + \frac{R_r}{L_r} L_m i_{qs} \\ \frac{d\omega_m}{dt} &= \frac{pL_m}{JL_r} (\psi_{dr} i_{qs} - \psi_{qr} i_{ds}) - \frac{C_r}{J} \end{aligned} \quad (1.28)$$

Ces équations peuvent être écrites sous la forme condensée suivante:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (1.29)$$

Nous pouvons aussi de la même manière, exprimer deux autres modèles de la machine, soit dans un référentiel lié au stator ($\omega_s=0$), soit dans un référentiel lié au rotor ($\omega_s=\omega_m$) [5],[2].

1.2.5 Modèle du moteur commandé par orientation du champ

Dans le but de commander le moteur, nous avons choisi un deuxième modèle qui s'adapte à la stratégie de commande que nous allons adopter par la suite. En effet, si nous choisissons un référentiel qui nous garanti une composante nulle du flux selon l'axe q ($\psi_{qr}=0$) (figure 1.3), nous pouvons régler le flux en contrôlant le courant i_{ds} et la vitesse du rotor de la machine en contrôlant le courant i_{qs} . Les trois dernières équations différentielles du système (1.28) s'écrivent alors:

$$\frac{d\psi_{dr}}{dt} = -\eta \psi_{dr} + L_m \eta i_{ds} \quad (1.30)$$

$$0 = -(\omega_s - p\omega_m) \psi_{dr} + L_m \eta i_{qs} \quad (1.31)$$

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{pL_m}{JL_r} \psi_{dr} i_{qs} - \frac{C_r}{J} \quad (1.32)$$

L'équation (1.31) nous permet d'éliminer la grandeur de commande ω_s du système d'équations différentielles (1.28). Sa valeur à chaque instant est donnée par l'équation suivante:

$$\omega_s = p\omega_m + \frac{L_m \eta i_{qs}}{\psi_{dr}} \quad (1.33)$$

L'intégration de l'équation (1.33) nous permet de déterminer la position du référentiel à chaque instant.

Finalement, en remplaçant ω_s par sa valeur dans le système différentiel (1.28), nous aboutissons au modèle dynamique suivant:

$$\begin{aligned}
 \frac{di_{ds}}{dt} &= - \left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{L_m^2 R_r}{\sigma L_s L_r^2} \right) i_{ds} + \frac{R_r}{L_r} \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \psi_{dr} \\
 &\quad + \frac{R_r}{L_r} L_m \frac{i_{qs}^2}{\psi_{dr}} + p i_{qs} \omega_m + \frac{U_{ds}}{\sigma L_s} \\
 \frac{di_{qs}}{dt} &= - \left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{L_m^2 R_r}{\sigma L_s L_r^2} \right) i_{qs} - \frac{R_r}{L_r} L_m \frac{i_{qs} i_{ds}}{\psi_{dr}} \\
 &\quad - p \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_m \psi_{dr} - p i_{ds} \omega_m + \frac{U_{qs}}{\sigma L_s} \\
 \frac{d\psi_{dr}}{dt} &= \frac{R_r}{L_r} L_m i_{ds} - \frac{R_r}{L_r} \psi_{dr} \\
 \frac{d\omega_m}{dt} &= \frac{p L_m}{J L_r} \psi_{dr} i_{qs} - \frac{C_r}{J}
 \end{aligned} \tag{1.34}$$

Remarque: d'autres modèles dynamiques peuvent être utilisés selon la stratégie de commande adoptée (voir à titre d'exemple [6], [7], [8], [9]).

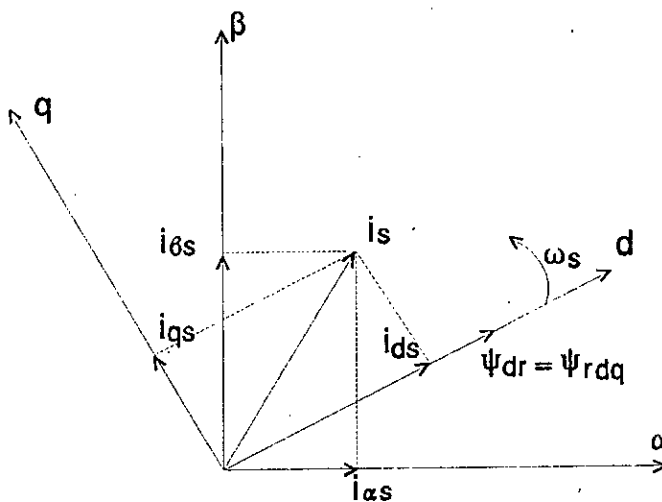


Fig. 1.3: Orientation du flux

1.3 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté le modèle dynamique de la machine asynchrone, déduit à partir de ses équations électriques et mécanique. Nous avons utilisé la méthode de transformation de PARK pour éliminer les effets du couplage entre les phases rotoriques et les phases statoriques (les coefficients de couplage varient avec la position du rotor), et ainsi obtenir un modèle simple et plus facile à manipuler. Nous avons indiqué aussi que selon le choix du référentiel et des variables, plusieurs modèles peuvent être déduits. Les modèles ainsi obtenus sont non linéaires, multi-entrées/multi-sorties et de plus, ils présentent un couplage E/S, ce qui justifie pleinement l'utilisation des techniques de commande non linéaires.

THEORIE DU BOUCLAGE NON LINEAIRE

Les techniques de commande des systèmes non linéaires ont connues lors de ces dernières années un développement considérable. En effet, plusieurs travaux ont été développées utilisant la géométrie différentielle comme outil de base [11],[13],[17],[15],[20],[21].

Dans ce chapitre, il est passé en revu l'aspect théorique concernant une classe de systèmes non linéaires. Nous présentons en premier, les notions de base relatives à ces systèmes telles la notion de degré relatif, de forme normale, de linéarisation exacte par retour d'état statique et de dynamique des zéros dans le cas des systèmes mono-entrée/mono-sortie (SISO). Par la suite, les résultats ainsi énoncés seront étendus aux systèmes multi-entrées/multi-sorties (MIMO). Enfin, la notion de découplage entrées/sorties relative aux systèmes MIMO est à son tour présentée [11].

2.1 SYSTEMES MONO-ENTREE/MONO-SORTIE

Soit un système non linéaire, correspondant à la classe définie par:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ Y &= h(x) \end{aligned} \tag{2.1}$$

où x est le vecteur d'état, u le vecteur de commande, $f(x)$, $g(x)$ des champs de vecteurs et $h(x)$ une fonction analytique. Il sont définies dans un voisinage de x_0 de \mathbb{R}^n , où $f(x)$ et $g(x)$ sont supposées être infiniment différentiables. Nous nous intéressons alors à la synthèse de lois de commandes par bouclage qui permettent de linéariser le système (2.1) dans le cas mono-entrée mono-sortie (SISO).

2.1.1 Notion de degré relatif

Définition [11]:

Un système de la forme (2.1) est dit de degré relatif r en un point x_0 si:

$$\begin{aligned} (1) \quad L_g L_f^k h(x) &= 0 \\ &\forall x \text{ au voisinage de } x_0 \text{ et } \forall k < r-1 \\ (2) \quad L_g L_f^{r-1} h(x_0) &\neq 0 \end{aligned} \quad (2.2)$$

ou $L_f h(x)$ est la dérivée de LIE de $h(x)$ selon le champ de vecteurs f [A1].

En somme, le degré relatif d'un système non linéaire, représente le nombre de fois qu'il faut dériver la sortie, pour faire apparaître explicitement l'entrée. En effet, si nous dérivons la sortie du système, nous obtenons:

$$\begin{aligned} \dot{y} &= \frac{\partial y}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \frac{\partial h(x)}{\partial x} (f(x) + g(x)u) \\ &= L_f h(x) + L_g h(x)u \end{aligned}$$

Lorsque le degré relatif du système est supérieur à 1, pour tout x au voisinage de x_0 , nous avons $L_g h(x) = 0$, et la deuxième dérivation de y conduit à:

$$\begin{aligned} \ddot{y} &= \frac{\partial(L_f h(x))}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \frac{\partial(L_f h(x))}{\partial x} (f(x) + g(x)u) \\ &= L_f^2 h(x) + L_g L_f h(x)u \end{aligned}$$

Encore une fois, si le degré relatif est supérieur à 2, pour tout x au voisinage de x_0 , alors $L_g L_f h(x) = 0$, d'où

$$\ddot{y} = L_f^2 h(x)$$

En étendant le raisonnement à l'ordre k ($k < r$), nous obtenons:

$$y^{(k)} = L_f^k h(x)$$

et finalement, nous aboutissons à:

$$y^{(r)} = L_f^r h(x) + L_g L_f^{r-1} h(x) u$$

où

$$L_g L_f^{r-1} h(x_0) \neq 0$$

Remarque:

Pour montrer l'analogie avec les systèmes linéaires, calculons le degré relatif d'un système linéaire donné par ses équations d'état:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

Dans ce cas: $f(x) = Ax$, $g(x) = B$ et $h(x) = Cx$. Il est donc facile de déduire que:

$$L_f^k h(x) = CA^k x$$

$$\text{et donc } L_g L_f^k h(x) = CA^k Bx$$

Ainsi, l'entier r qui satisfait les conditions:

$$CA^k B = 0 \quad \text{pour tous } k < r-1$$

$$CA^{r-1} B \neq 0$$

est alors égale à la différence entre le degré du dénominateur et celui du numérateur de la fonction de transfert $H(s) = C(sI - A)^{-1}B$ du système.

2.1.2 Forme normale

Comme dans le cas des systèmes linéaires, les systèmes non linéaires peuvent être mis sous une forme canonique facile à manipuler appelée forme normale. Cette dernière est basée sur une transformation de coordonnées non linéaire, autour d'un point, définie par [11],[12]:

$$\begin{aligned} z_1 &= \phi_1(x) = h(x) \\ z_2 &= \phi_2(x) = L_f h(x) \\ &\vdots \\ z_r &= \phi_r(x) = L_f^{r-1} h(x) \end{aligned} \tag{2.3}$$

Dans le cas où le degré relatif r est inférieur à l'ordre n du système, nous pouvons toujours trouver $n-r$ fonctions $\phi_{r+1}, \dots, \phi_n$ telles que l'application $\phi(x) = [\phi_1(x), \dots, \phi_n(x)]^T$ soit un difféomorphisme [A1]. Ainsi, la représentation du système dans les nouvelles coordonnées se déduit facilement. En effet les dérivées successives des équations (2.3) donnent:

$$\begin{aligned} \frac{dz_1}{dt} &= \frac{\partial h(x)}{\partial x} \frac{dx}{dt} = L_f h(x) = z_2 \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{dz_{r-1}}{dt} &= \frac{\partial (L_f^{r-2} h(x))}{\partial x} \frac{dx}{dt} = L_f^{r-1} h(x) = z_r \end{aligned}$$

avec comme dernière dérivée:

$$\frac{dz_r}{dt} = L_f^r h(x) + L_g L_f^{r-1} h(x) u$$

D'autre part, la transformation inverse $x = \phi^{-1}(z)$ permet d'aboutir à l'équation différentielle suivante:

$$\frac{dz_r}{dt} = b(z) + a(z)u$$

où

$$a(z) = L_g L_f^{r-1} h(\phi^{-1}(z))$$

$$b(z) = L_g^r h(\phi^{-1}(z))$$

Il faut noter que par définition, le coefficient $a(z)$ est non nul au voisinage de $z_0 = \phi(x_0)$ [11], [12].

En posant $q_i = L_f \phi_i(\phi^{-1}(z))$ et $p_i = L_g \phi_i(\phi^{-1}(z))$ pour tout $r+1 \leq i \leq n$, nous obtenons pour les $n-r$ équations différentielles restantes:

$$\frac{dz_i}{dt} = q_i(z) + p_i(z)u$$

Finalement, la représentation du système dans l'espace d'état, relativement aux nouvelles coordonnées est:

$$\dot{z}_1 = z_2$$

$$\dot{z}_2 = z_3$$

.....

$$\dot{z}_{r-1} = z_r$$

$$\dot{z}_r = b(z) + a(z)u$$

(2.4)

$$\dot{z}_{r+1} = q_{r+1}(z) + p_{r+1}(z)u$$

.....

$$\dot{z}_n = q_n(z) + p_n(z)u$$

En outre, dans certains cas il est possible de choisir les $n-r$ fonctions complémentaires de manière à avoir $p_i = L_g \phi_i(x) = 0$, pour tout x au voisinage de x_0 et pour tout $r+1 \leq i \leq n$. Lorsque ce choix particulier est possible, les équations (2.4) se réduisent à:

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_1 &= z_2 \\
 \dot{z}_2 &= z_3 \\
 &\dots \\
 \dot{z}_{r-1} &= z_r \\
 \dot{z}_r &= b(z) + a(z)u \\
 \dot{z}_{r+1} &= q_{r+1}(z) \\
 &\dots \\
 \dot{z}_n &= q_n(z)
 \end{aligned}
 \tag{2.5}$$

Le système d'équations (2.5) représente la forme normale du système d'équations non linéaire (2.1). Il peut être illustré par le schéma bloc de la figure suivante:

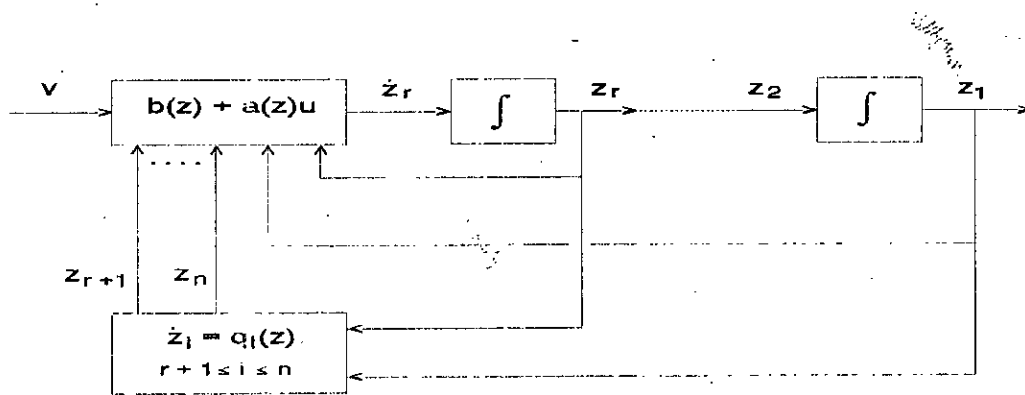


Fig. 2.1: Forme normale

D'après ce schéma, nous constatons, que la sortie est directement donnée par $y=h(x)=z_1$.

2.1.3 Linéarisation exacte par retour d'état statique

Dans le but de linéariser le système, considérons une structure de commande par retour d'état (figure.2.2), définie par la loi de commande u de la forme [11]:

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v \quad (2.6)$$

v est la commande du nouveau système obtenu par bouclage (schéma bloc de la figure.2.2).

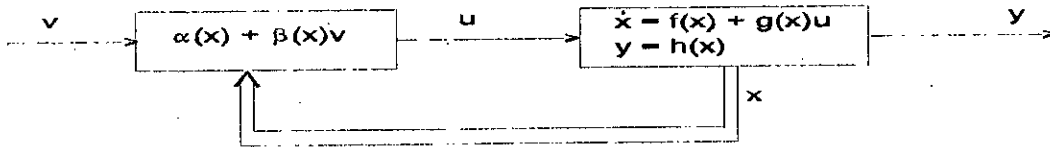


Fig. 2.2: Retour d'état statique

En remplaçant la commande u ainsi définie dans le système d'équations (2.1), nous obtenons:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)\alpha(x) + g(x)\beta(x)v \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Les fonctions $\alpha(x)$ et $\beta(x)$ qui caractérisent la commande u sont définis dans un ouvert de \mathbb{R}^n . $\beta(x)$ est supposée non nulle pour tout x défini dans cet ouvert.

La linéarisation exacte du système (2.1) n'est possible que si le degré relatif r est exactement égale à la dimension n du système considéré ($r=n$). La transformation de coordonnées qui nous permet d'obtenir la forme normale est donnée par:

$$\Phi(x) = \begin{bmatrix} \phi_1(x) \\ \phi_2(x) \\ \vdots \\ \phi_n(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(x) \\ L_f h(x) \\ \vdots \\ L_f^{n-1} h(x) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Comme $r=n$, aucune fonction additionnelle n'est nécessaire pour compléter le difféomorphisme. Ainsi le système est décrit par les équations suivantes:

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ &\vdots \\ \dot{z}_{n-1} &= z_n \\ \dot{z}_n &= b(z) + a(z)u\end{aligned}\tag{2.9}$$

où $z=[z_1, z_2, \dots, z_n]$, et $z_0=\Phi(x_0)$. Ainsi en tout point z au voisinage de z_0 , la fonction $a(z)$ est non nulle.

Par ailleurs, si nous choisissons $\alpha(x)$ et $\beta(x)$ de façon que la loi de commande (2.6) soit:

$$u = \frac{1}{a(z)} (-b(z) + v)\tag{2.10}$$

le système en boucle fermée résultant (figure.2.3) est régi par les équations différentielles linéaires suivantes:

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ &\vdots \\ \dot{z}_{n-1} &= z_n \\ \dot{z}_n &= v\end{aligned}\tag{2.11}$$

Ainsi, le système obtenu par retour d'état statique à partir des équations (2.9) est linéaire et commandable. La forme (2.11) ainsi obtenu est appelée forme canonique de BRUNOWSKY. L'écriture sous la forme condensée donne:

$$\dot{z} = Az + bv\tag{2.12}$$

où la matrice d'état A et le vecteur de commande b sont donnés par:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}_{r \times r} \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{r \times 1}$$

Le système peut être représenté par le diagramme bloc de la figure 2.3 suivante:

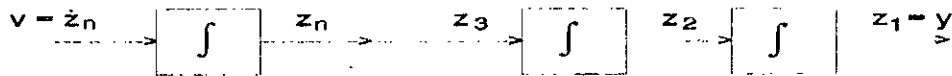


Fig. 2.3: Linéarisation exacte

Enfin, nous pouvons conclure qu'un système non linéaire de degré relatif $r=n$ en un point x_0 , peut être transformé en un système linéaire et commandable en un point $z_0 = \Phi(x_0)$. La transformation se fait en deux étapes:

- i) changement de coordonnées non linéaire défini localement autour de x_0 (obtention de la forme normale).
- ii) retour d'état non linéaire, défini aussi autour de x_0 .

Sortie fictive

Comme nous l'avons présenté antérieurement, la linéarisation exacte par retour d'état statique, et difféomorphisme n'est possible que si $r=n$. Cependant, dans certains cas le degré relatif r est inférieur à l'ordre n du système, il est alors

intéressant de trouver une sortie "fictive" qui permet une linéarisation exacte du système. Si une telle sortie ne peut être trouvée, le problème de linéarisation exacte par retour d'état, et difféomorphisme n'est pas possible.

Lemme 1 [11]:

Le problème de la linéarisation exacte dans l'espace d'état est résolvable si et seulement si, il existe un voisinage U de x_0 et une fonction de valeur réelle $T(x)$ définie sur U , tel que le système (2.1) avec $y=T(x)$ possède un degré relatif n en x_0 .

La sortie considérée c.a.d. $T(x)$ doit satisfaire les conditions suivantes pour tout x au voisinage de x_0 .

$$L_g T(x) = L_g L_f T(x) = \dots = L_g L_f^{n-2} T(x) = 0 \quad (2.13)$$

$$L_g L_f^{n-1} T(x_0) \neq 0 \quad (2.14)$$

Lemme 2 [11]:

Il existe une fonction de valeur réelle $T(x)$ définie dans un voisinage U de x_0 , solution des équations différentielles partielles (2.13), et satisfaisant la condition de non trivialité (2.14), si et seulement si:

- i) La matrice $[g(x_0), \text{ad}_f g(x_0), \dots, \text{ad}_f^{(n-2)} g(x_0), \text{ad}_f^{(n-1)} g(x_0)]$ est de rang n .
- ii) La distribution $D = \text{Span}\{g, \text{ad}_f g, \dots, \text{ad}_f^{(n-2)} g\}$ est involutive [A1] au voisinage de x_0 .

Les preuves de ces deux lemmes sont explicités dans [11]. Finalement, un résumé formel des résultats établis antérieurement permet d'énoncer le théorème suivant:

Théorème [11]:

Le problème de linéarisation exacte dans l'espace d'état du système $x=f(x)+g(x)u$ au voisinage d'un point x_0 (c.a.d. qu'il existe une sortie $T(x)$ pour laquelle le système est de degré relatif n) est résolvable, si et seulement si les conditions suivantes sont satisfaites:

i) La matrice $[g(x_0), ad_f g(x_0), \dots, ad_f^{(n-2)} g(x_0), ad_f^{(n-1)} g(x_0)]$ est de rang n .

ii) La distribution $D=Span\{g, ad_f g, \dots, ad_f^{(n-2)} g\}$ est involutive au voisinage de x_0 .

Remarque:

Lors de la résolution du problème de linéarisation exacte par retour d'état statique, avec une sortie fictive $T(x)$, il serait souhaitable que cette dernière ait un sens physique.

2.1.4 Dynamique des zéros

Le concept de la dynamique des zéros est très important lors de l'analyse et de la synthèse des systèmes non linéaires, son rôle est similaire à celui joué par les zéros de la fonction de transfert dans le cas linéaire. Il décrit la dynamique interne du système lorsque l'entrée et les conditions initiales sont choisies de manière à annuler la sortie.

Dans cette optique, supposons que le degré relatif r est inférieur à l'ordre n du système ($r < n$), et posons:

$$\xi = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_r \end{bmatrix} \quad \eta = \begin{bmatrix} z_{r+1} \\ z_{r+2} \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Ainsi, le système d'équations (2.5) s'écrit en fonction de ξ , et de η avec $y=z_1$:

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_1 &= z_2 \\
 \dot{z}_2 &= z_3 \\
 &\vdots \\
 \dot{z}_{r-1} &= z_r \\
 \dot{z}_r &= b(\xi, \eta) + a(\xi, \eta)u \\
 \dot{\eta} &= q(\xi, \eta)
 \end{aligned}
 \tag{2.16}$$

avec dans ce cas $a(z)$ et $b(z)$ exprimés en fonction ξ et de η par:

$$\begin{aligned}
 a(\xi, \eta) &= L_g L_f^{r-1} h(x) \Big|_{x=\Phi^{-1}(z)} \\
 b(\xi, \eta) &= L_f^r h(x) \Big|_{x=\Phi^{-1}(z)}
 \end{aligned}
 \tag{2.17}$$

En outre, supposons que $u(t)$ est la commande qui porte la sortie à zéro à $t=t_0$ et l'y maintient, ceci implique directement que $\xi(t)$ est nulle dès que $t > t_0$. $u(t)$ est donc la solution unique de l'équation:

$$0 = b(0, \eta) + a(0, \eta)u(t) \tag{2.18}$$

d'où:

$$u(t) = -a^{-1}(0, \eta)b(0, \eta) \tag{2.19}$$

D'autre part, en ce qui concerne l'état $\eta(t)$, nous constatons que si $\xi(0)=0$ et $\eta(0) \neq 0$ (pour écarter la solution triviale) $\eta(t)$ doit être la solution de l'équation différentielle:

$$\begin{aligned}
 \dot{\eta}(t) &= q(0, \eta(t)) \\
 \eta(0) &= \eta_0
 \end{aligned}
 \tag{2.20}$$

Cette dynamique (diagramme bloc de la figure.2.4) est appelée **dynamique des zéros**. Elle représente la partie qui n'affecte pas la sortie du système et caractérise la dynamique interne du système lorsque l'entrée et les conditions initiales sont choisies de manière à ce que la sortie soit nulle.

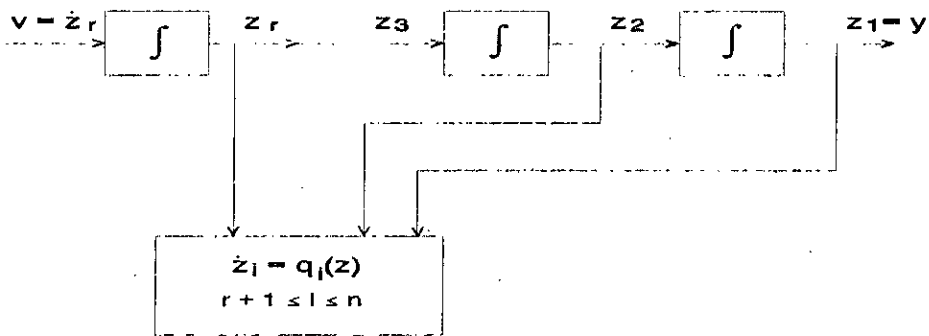


Fig. 2.4: Dynamique des zéros

de stabilisation asymptotique d'un système non linéaire en un point de fonctionnement. Elle est dite asymptotiquement stable en première approximation, si les valeurs propres de la matrice:

$$Q = \left[\frac{dq(\xi, \eta)}{d\eta} \right]_{(\xi, \eta) = (0, 0)}$$

ont tous leurs parties réelles négatives [11].

2.1.5 Poursuite d'une trajectoire de référence:

Le problème de poursuite d'une trajectoire de référence $y_R(t)$, consiste à faire converger asymptotiquement la sortie du système vers cette référence. Considérons dans ce but le système (2.16) et la commande $u = (-b(\xi, \eta) + v) / a(\xi, \eta)$, ou v est donné par l'équation:

$$v = y_R^{(r)} - \sum_{i=1}^r C_{i-1} (z_i - y_R^{(i-1)}) \quad (2.21)$$

ou C_0, \dots, C_{r-1} sont des nombres réels. Définissons alors une erreur $e(t)$, comme étant la différence entre la sortie réelle et la sortie de référence $y_R(t)$:

$$e(t) = y(t) - y_R(t) \quad (2.22)$$

Or, par construction $z_i = y^{(i-1)}(t)$ pour $1 \leq i \leq r$, ce qui donne pour (2.21) la nouvelle écriture:

$$v = y_R^{(r)} - \sum_{i=1}^r C_{i-1} e^{(i-1)} \quad (2.23)$$

L'introduction de la commande u donnée par (2.17) dans l'équation (2.9), avec v donné par l'équation (2.21) nous donne:

$$\dot{z}_r = y^{(r)} - C_{r-1} e^{(r-1)} - \dots - C_1 e^{(1)} - C_0 e \quad (2.24)$$

c'est à dire que nous pouvons écrire l'équation différentielle de l'erreur comme suit:

$$e^{(r)} + C_{r-1} e^{(r-1)} + \dots + C_1 e^{(1)} + C_0 e = 0 \quad (2.25)$$

La fonction d'erreur $e(t)$ satisfait une fonction différentielle linéaire d'ordre n , dont les coefficients peuvent être choisis de manière à satisfaire le critère d'Hurwitz. Les racines de l'équation caractéristique associée avec (2.25) peuvent être imposées arbitrairement, et il peut être constaté que sous l'effet d'une commande u de la forme de (2.17), la sortie du système poursuit la trajectoire désirée $y_R(t)$ avec une erreur qui décroît exponentiellement [11].

2.2 SYSTEME MULTI-ENTREES/MULTI-SORTIES

Nous nous intéressons à l'extention de la théorie développée antérieurement pour les systèmes mono-entrée/mono-sortie (SISO), aux systèmes multi-entrées/multi-sorties (MIMO). La classe de systèmes considérés possède un nombre égale d'entrées et de sorties. Ainsi, la forme condensée (2.1) s'écrit:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x) u_i \\ y_1 &= h_1(x) \\ &\vdots \\ y_m &= h_m(x) \end{aligned} \quad (2.26)$$

où $f(x)$, $g_1(x), \dots, g_m(x)$ sont des champs de vecteurs et $h_1(x), \dots, h_m(x)$ des fonctions analytiques définies au voisinage de x_0 de \mathbb{R}^n .

2.2.1 Notion de degré relatif vectoriel

Définition [11]:

le système de la forme de (2.26) est dit de degré relatif vectoriel $\{r_1, r_2, \dots, r_m\}$ au point x_0 si:

1)

$$L_{g_j} L_f^k h_i(x) = 0 \quad (2.27)$$

pour $1 \leq i, j \leq m$, quelquesoit $k \leq r_i$ et pour tout x au voisinage de x_0 .

2) La matrice carrée:

$$A(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_1(x) & \dots & L_{g_m} L_f^{r_1-1} h_1(x) \\ L_{g_1} L_f^{r_2-1} h_2(x) & \dots & L_{g_m} L_f^{r_2-1} h_2(x) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{r_m-1} h_m(x) & \dots & L_{g_m} L_f^{r_m-1} h_m(x) \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

est non singulière au voisinage de $x=x_0$.

Remarque:

Le degré relatif r_i de la $i^{\text{ème}}$ sortie, représente le nombre de fois qu'il faut dériver $y_i(t)$ pour faire apparaître au moins une entrée u_i ($1 \leq i \leq m$).

2.2.2 Forme normale

Soit le système donné par les équations (2.26). Supposons alors que le degré relatif vectoriel $\{r_1, r_2, \dots, r_m\}$ qui lui est associé satisfait la condition suivante:

$$r = r_1 + r_2 + \dots + r_m \leq n \quad (2.29)$$

Par ailleurs, considérons la transformation de coordonnées suivantes:

$$\begin{aligned} z_1^i &= \Phi_1^i(x) = h_i(x) \\ z_2^i &= \Phi_2^i(x) = L_f h_i(x) \\ &\vdots \\ z_{r_i}^i &= \Phi_{r_i}^i(x) = L_f^{r_i-1} h_i(x) \end{aligned} \quad (2.30)$$

où $1 \leq i \leq m$. A condition que la distribution $G = \text{span}\{g_1, \dots, g_m\}$ soit involutive au voisinage de x_0 , nous pouvons toujours choisir les $(n-r)$ fonctions manquantes $\phi_{r+1}(x), \dots, \phi_{n-1}(x), \phi_n(x)$ de manière à avoir [11]:

$$L_{g_j} \phi_i(x) = 0 \quad (2.31)$$

pour $r+1 \leq i \leq n$ et $1 \leq j \leq m$. Lorsque ce choix n'est pas possible, il faudrait trouver les $n-r$ fonctions manquantes $\phi_{r+1}(x), \dots, \phi_n(x)$ telles que, la matrice $\phi(x)$ possède un Jacobien non nul pour tout x au voisinage de x_0 .

Ainsi, un bref calcul analogue à celui développé pour les systèmes SISO, nous fait aboutir à la représentation du système relativement aux nouvelles coordonnées. pour le premier ensemble d'équations ($i=1$), nous avons:

$$\frac{dz_1^1}{dt} = z_2^1$$

$$\frac{dz_{r_i-1}^1}{dt} = z_{r_i}^1 \quad (2.32)$$

$$\frac{dz_{r_1}^1}{dt} = L_f^{r_1} h_1(\Phi^{-1}(z)) + \sum_{j=1}^m L_{g_j} L_f^{r_1-1} h_1(\Phi^{-1}(z)) u_j$$

Il faut noter que le coefficient associé à u_j dans la dernière équation est exactement égale à la $(1, j)$ entrée de $A(x)$.

Dans ce qui suit, pour faciliter la représentation du système sous sa forme normale, introduisons les notations suivantes:

$$z^i = \xi^i = \begin{bmatrix} z_1^i \\ \cdot \\ \cdot \\ z_{r_i}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_1^i \\ \cdot \\ \cdot \\ \xi_{r_i}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1^i \\ \cdot \\ \cdot \\ \phi_{r_i}^i \end{bmatrix}$$

pour $1 \leq i \leq m$, et

$$\eta = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \eta_{n-r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{r+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \phi_n \end{bmatrix}$$

En plus, si nous posons:

$$a_{ij}(\xi, \eta) = L_{g_j} L_f^{r_i-1} h_i(\Phi^{-1}(\xi, \eta)) \quad \text{pour } 1 \leq i, j \leq m$$

$$b_i(\xi, \eta) = L_f^{r_i} h_i(\Phi^{-1}(\xi, \eta)) \quad \text{pour } 1 \leq i \leq m$$

A partir (2.32) nous aboutissons au système d'équations différentielles suivant:

$$\begin{aligned}
 \xi_1^i &= \xi_2^i \\
 &\vdots \\
 \xi_{r_i-1}^i &= \xi_{r_i}^i \\
 \xi_{r_i}^i &= b_i(\xi, \eta) + \sum_{j=1}^m a_{ij}(\xi, \eta) u_j \\
 y_i &= \xi_1^i
 \end{aligned}
 \tag{2.33}$$

pour $1 \leq i \leq m$. Dans le cas générale si la distribution G n'est pas involutive (ce qui est le cas généralement [11]), nous pouvons écrire les équations différentielles restantes comme suit:

$$\begin{aligned}
 \dot{\eta} &= q(\xi, \eta) + \sum_{i=1}^m p_i(\xi, \eta) u_i \\
 &= q(\xi, \eta) + p(\xi, \eta) u
 \end{aligned}
 \tag{2.34}$$

Les équations (2.33) et (2.34) caractérisent la forme normale du système non linéaire (2.26) ayant m entrées, m sorties et un degré relatif vectoriel $\{r_1, \dots, r_m\}$ au voisinage de x_0 .

2.2.3 Dynamique des zéros

Soit un système dynamique non linéaire de la forme de (2.26) ayant un degré relatif vectoriel $\{r_1, r_2, \dots, r_m\}$ au voisinage de x_0 . L'idée est toujours de résoudre le problème de l'annulation de la sortie, c'est à dire, de trouver les conditions initiales et les commandes qui annullent la sortie pour tout t au voisinage de $t=t_0$ ($t \geq t_0$), et alors, d'analyser la dynamique interne correspondante. Des calculs similaires à ceux développés pour les systèmes SISO montrent que si $y(t)=0$ pour tout t , alors:

$$\begin{aligned}
 h_1(x) &= L_f h_1(x) = \dots = L_f^{r_1-1} h_1(x) = 0 \\
 h_2(x) &= L_f h_2(x) = \dots = L_f^{r_2-1} h_2(x) = 0 \\
 &\dots \dots \dots
 \end{aligned}$$

C'est à dire que $\xi(t)=0$ pour tout t au voisinage de t_0 . En imposant que la dérivée de $y_i(t)$ soit nulle à l'ordre r_i , pour tout $1 \leq i \leq m$, les commandes $u_1(t), \dots, u_m(t)$ sont alors solution du système d'équations suivant:

$$0 = y_i^{(r_i)} = b_i(0, \eta(t)) + \sum_{j=1}^m a_{ij}(0, \eta(t)) u_j \quad (2.35)$$

pour $1 \leq i \leq m$. Cette équation s'écrit aussi sous forme condensée comme suit:

$$b(0, \eta(t)) + A(0, \eta(t)) u(t) = 0 \quad (2.36)$$

Sachant que la matrice $A(x)$ est non singulière en $x=x_0$ (par définition), nous pouvons déduire que $a(\xi, \eta)$ est aussi non singulière en $(\xi, \eta) = (0, 0)$ et ainsi, l'équation de (2.36) peut être résolu pour $u(t)$ si $\eta(t)$ est bouclé à zéro.

Finalement, à partir de ces considérations, et par analogie aux résultats antérieures, nous pouvons affirmer que si la sortie $y(t)$ doit s'annuler pour tout t , alors nécessairement les états initiaux du système doivent être égales à une valeur tel que $\zeta(0)=0$, où $\eta(0)=\eta_0$ peut être choisi arbitrairement [11]. La commande $u(t)$ est donnée par:

$$u(t) = -[A(0, \eta(t))]^{-1} b(0, \eta(t)) \quad (2.37)$$

Où $\eta(t)$ est solution d'une équation différentielle de la forme:

$$\dot{\eta}(t) = q_0(0, \eta(t)) \quad (2.38)$$

Avec $q_0(\xi, \eta)$ qui est donnée par l'équation suivante:

$$q_0(\xi, \eta) = q(\xi, \eta) - p(\xi, \eta) [A(\xi, \eta)]^{-1} b(\xi, \eta)$$

et la condition initiale $\eta(0)=\eta_0$.

La dynamique (2.38) est appelée dynamique des zéros. Elle caractérise la dynamique interne du système.

Remarque:

Il faut noter que pour chaque ensemble de valeurs initiales $\xi=0$ et $\eta=\eta_0$, l'entrée ainsi définie est l'unique entrée capable de garder $y(t)$ égale à zéro quelquesoit t .

2.2.4 Linéarisation exacte par retour d'état statique

Nous nous intéressons à la possibilité de transformer le système (2.26) au moyen d'un bouclage non linéaire et d'un changement de coordonnées dans l'espace d'état, en un système linéaire et commandable. Soit alors, une structure de commande définie par une loi de commande u de la forme [11]:

$$u_i = \alpha_i(x) + \sum_{j=1}^m \beta_{ij}(x) v_j \quad (2.39)$$

où α_i et β_{ij} pour $1 \leq i, j \leq m$ sont des fonctions continues définies dans un ouvert de \mathbb{R}^n , et v_1, \dots, v_m sont les nouvelles entrées du système ainsi bouclé. L'introduction de la commande (2.39) avec le système (2.26) donne un système en boucle fermée ayant la même structure. Il est définie par des équations de la forme:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x) \alpha_i(x) \\ &+ \sum_{i=1}^m \left(\sum_{j=1}^m g_j(x) \beta_{ji}(x) \right) v_i \end{aligned} \quad (2.40)$$

$$y_1 = h_1(x)$$

$$\vdots$$

$$y_m = h_m(x)$$

La loi de commande (2.39) peut être exprimée sous une forme condensée comme suit:

$$u = \alpha(x) + \beta(x) v \quad (2.41)$$

où,

$$\alpha(x) = \begin{bmatrix} \alpha_1(x) \\ \cdot \\ \cdot \\ \alpha_m(x) \end{bmatrix}, \quad \beta(x) = \begin{bmatrix} \beta_{11}(x) & \cdot & \cdot & \beta_{1m}(x) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \beta_{m1}(x) & \cdot & \cdot & \beta_{mm}(x) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad v = \begin{bmatrix} v_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ v_m \end{bmatrix}$$

Ce qui donne pour le système (2.40) la forme condensée suivante:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x) \alpha(x) + g(x) \beta(x) v \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (2.42)$$

la matrice $\beta(x)$ est supposée non singulière pour tout x au voisinage de x_0 [11]. La loi de commande (2.41) est appelée retour d'état statique régulier.

Linéarisation exacte

Pour pouvoir linéariser exactement par bouclage le système (2.26), le degré relatif vectoriel qui lui est associé doit obéir à la condition suivante:

$$r_1 + r_2 + \dots + r_m = n \quad (2.43)$$

Dans ce but, considérons la transformation de coordonnées au voisinage de x_0 qui nous permet d'aboutir à la forme normale:

$$\phi_k^i(x) = L_f^{k-1} h_i(x) = z_k^i \quad (2.44)$$

pour $1 \leq k \leq r_i$ et $1 \leq i \leq m$. Ainsi, dans les nouvelles coordonnées le système sera décrit par m ensembles d'équations de la forme:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1^i &= z_2^i \\ &\vdots \\ \dot{z}_{r_i-1}^i &= z_{r_i}^i \\ \dot{z}_{r_i}^i &= b_i(z) + \sum_{j=1}^m a_{ij}(z) u_j(t) \end{aligned} \quad (2.45)$$

pour $1 \leq i \leq m$. Par ailleurs, aucune fonction additionnelle n'est nécessaire étant donné que $r_1 + \dots + r_m = n$.

D'autre part, si nous choisissons $\alpha(x)$ et $\beta(x)$ de façon que la loi de commande (2.41) devient:

$$u = A^{-1}(z) [-b(z) + v] \quad (2.46)$$

Le système en boucle fermée résultant est caractérisée par m ensembles d'équations de la forme:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1^i &= z_2^i \\ &\vdots \\ \dot{z}_{r_i-1}^i &= z_{r_i}^i \\ \dot{z}_{r_i}^i &= v_i \end{aligned} \quad (2.47)$$

pour $1 \leq i \leq m$. Le système d'équations (2.47) est linéaire, découplé et commandable. Cette forme est appelée forme canonique de BRUNOWSKY. Sa forme condensée est donnée par:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= Az + Bv \\ y &= Cz \end{aligned} \quad (2.48)$$

où $A = \text{diag}(A_i)$, $B = \text{diag}(b_i)$ et $C = \text{diag}(c_i)$ pour $1 \leq i \leq m$. et

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}_{r_i \times r_i} \quad b_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{r_i \times 1}$$

$$c_i = [1 \ 0 \ \dots \ 0]_{1 \times r_i}$$

Remarque:

Le système (2.26) ainsi linéarisé peut être régulé au moyen de techniques de commande linéaires (réglage d'état, régulateurs classique, etc..)

2.2.5 Découplage entrées/sorties

Soit un système non linéaire de la forme de (2.26) et un état initial x_0 , trouvons alors une loi de commande par retour d'état statique régulier de la forme de (2.39), définie dans un voisinage U de x_0 , avec la propriété que pour le système en boucle fermée (2.42) chaque sortie y_i ($1 \leq i \leq m$) n'est affectée que par l'entrée correspondante v_i et non pas par v_j , si $i \neq j$. Supposons que la loi de commande suivante est imposée:

$$u = -A^{-1}(\zeta, \eta) b(\zeta, \eta) + A^{-1}(\zeta, \eta) v \quad (2.49)$$

et que le système (2.26) est donné sous sa forme normale (2.33) et (2.34), nous aboutissons ainsi à un système caractérisé par m ensembles d'équations :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1^i &= z_2^i \\ &\vdots \\ \dot{z}_{r_i-1}^i &= z_{r_i}^i \\ \dot{z}_{r_i}^i &= v_i \\ y_i &= z_1^i \end{aligned} \quad (2.50)$$

pour $1 \leq i \leq m$, et un ensemble d'équations de la forme:

$$\dot{\eta} = q(\zeta, \eta) - p(\zeta, \eta) A^{-1}(\zeta, \eta) + p(\zeta, \eta) A^{-1}(\zeta, \eta) v \quad (2.51)$$

La structure de ces équations - (figure.2.5) montre que le découplage entrée/sortie a été atteint. Lorsque $\sum r_i = n$ ($1 \leq i \leq m$) le système n'est caractérisé que par les équations (2.50) et ainsi il sera constitué de m sous systèmes linéaires et découplés. Dans les deux cas le comportement entrées/sorties du système en boucle fermée est celui d'un système linéaire caractérisé par une matrice fonctions de transferts de la forme:

$$H(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s^{r_1}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{s^{r_2}} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{s^{r_m}} \end{bmatrix}$$

Remarques:

1) La non singularité de la matrice de découplage (2.28) est une condition nécessaire et suffisante pour linéariser et découpler le système.

2) Une fois le système découplé, un bouclage donné par:

$$v_i = -c_0^i z_1^i - c_1^i z_2^i - \dots - c_{r_i-1}^i z_{r_i}^i + w_i$$

Où les c_j^i sont des coefficients réelles, peut stabiliser le système, et cela, après vérification de la stabilité de la dynamique des zéros (si elle existe).

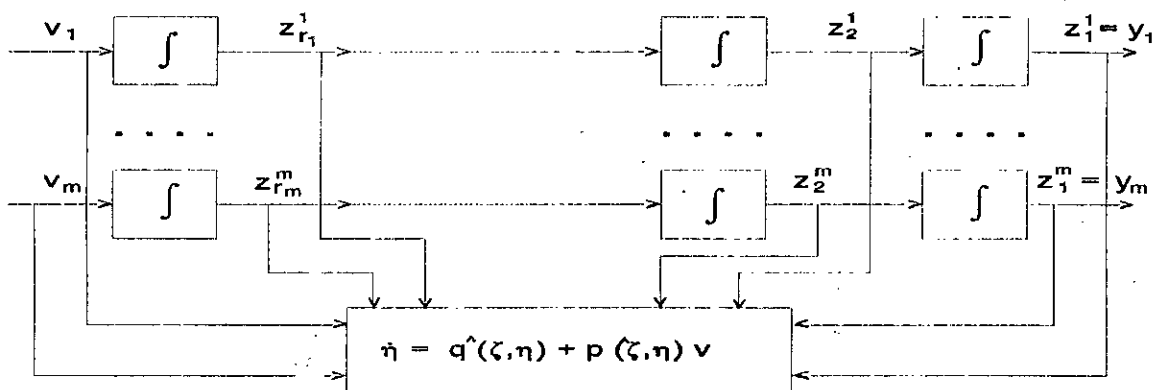


Fig. 2.5: Découplage entrées/sorties

2.3 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté certaines bases de la commande par retour d'état statique et dynamique qui s'appliquent à une classe de systèmes non linéaires. Il est présenté aussi certains concepts et notions qui sont propres à ce genre de commandes, tel les notions de degré relatif et de dynamique des zéros, les concepts de l'extention dynamique, du découplage entrées/sorties et de la linéarisation exacte par retour d'état. Par la suite ces types de commandes seront appliquées à un moteur asynchrone qui présente un modèle non linéaire et couplé.

CHAPITRE 3

LINEARISATION EXACTE ET COMMANDE DU MOTEUR ASYNCHRONE

Dans ce chapitre, il est présenté la commande linéarisante d'un moteur asynchrone basée sur les concepts développés dans le deuxième chapitre. La linéarisation exacte du système par bouclage statique et transformation de coordonnées est assurée par un choix adéquat des sorties en relation avec l'objectif de la commande. Après détermination du degré relatif vectoriel, le système est mis sous la forme normale et la commande qui linéarise et découple le système est synthétisée. Par la suite, nous appliquons au système ainsi linéarisé et découplé une commande par placement de pôles. L'étude de la robustesse et les résultats de la simulation sont présentés à la fin.

3.1 OBJECTIF DE LA COMMANDE

Considérons le modèle du moteur asynchrone (1.34) où les commandes sont u_{ds} et u_{qs} , les images des tensions statoriques dans le repère de PARK. Le choix des sorties est d'une grande importance dans ce genre de commandes, en effet, il nous assure la linéarisation exacte du système si elle est possible. Par conséquent, notre objectif, est dans une première étape, de linéariser et découpler le système via une commande linéarisante basée sur un choix adéquat des sorties, puis dans une deuxième étape de commander les sorties du système ainsi linéarisé (la vitesse du rotor et le flux rotorique selon l'axe d sont les deux sorties qui permettent une linéarisation exacte du système).

Remarque:

le choix d'une autre sortie autre que le flux et la vitesse (i_{ds} ou i_{qs} par exemple) introduit une dynamique des zéros d'ordre 1 et le système n'est pas linéarisable exactement par retour d'état statique.

3.2 LINEARISATION EXACTE ET DECOUPLAGE E/S

3.2.1 Modèle du moteur

En adoptant les notations suivantes $\eta=R_r/L_r$, $\beta=L_m/\sigma L_s L_r$, $\alpha=pL_m/JL_r$, $\gamma=(R_s/\sigma L_s+L_m^2 R_r/\sigma L_s L_r^2)$ et en prenant comme vecteur d'état $X=[i_{ds} \ i_{qs} \ \psi_{dr} \ \omega_m]^T$, le système donné par les équations différentielles (1.34) peut être écrit comme suit:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\gamma x_1 + \eta \beta x_3 + L_m \eta \frac{x_2^2}{x_3} + p x_2 x_4 + \frac{1}{\sigma L_s} U_{ds} \\ \dot{x}_2 &= -\gamma x_2 - L_m \eta \frac{x_1 x_2}{x_3} - p \beta x_3 x_4 - p x_1 x_4 + \frac{1}{\sigma L_s} U_{qs} \\ \dot{x}_3 &= L_m \eta x_1 - \eta x_3 \\ \dot{x}_4 &= \alpha x_2 x_3 - \frac{C_r}{J} \end{aligned} \tag{3.1}$$

En relation avec la stratégie de commande adoptée et l'objectif du réglage, nous choisissons comme sorties, $h_1(x)=x_3$ (composante du flux rotorique selon l'axe d) et $h_2(x)=x_4$ (la vitesse du rotor). Pour simplifier les calculs, nous utilisons les notations suivantes:

$$\begin{aligned} f_1(x) &= -\gamma x_1 + \eta \beta x_3 + L_m \eta \frac{x_2^2}{x_3} + p x_2 x_4 \\ f_2(x) &= -\gamma x_2 - L_m \eta \frac{x_1 x_2}{x_3} - p \beta x_3 x_4 - p x_1 x_4 \\ f_3(x) &= L_m \eta x_1 - \eta x_3 \\ f_4(x) &= \alpha x_2 x_3 - \frac{C_r}{J} \end{aligned} \tag{3.2}$$

et

$$\begin{aligned} g_1 &= \left[\frac{1}{\sigma L_s} \ 0 \ 0 \ 0 \right]^T \\ g_2 &= \left[0 \ \frac{1}{\sigma L_s} \ 0 \ 0 \right]^T \end{aligned} \quad (3.3)$$

3.2.2 Degré relatif vectoriel

Nous savons que le degré relatif d'un système correspond au nombre de fois qu'il faut dériver la sortie pour faire apparaître explicitement au moins une entrée (cas des systèmes MIMO). Dans ce but, considérons chacune des sorties du système (3.1) et calculons leurs dérivées successives jusqu'à faire apparaître au moins une entrée.

1^{ère} sortie: $h_1(x) = x_3$.

$$\begin{aligned} \frac{dh_1(x)}{dt} &= \frac{dx_3}{dt} = f_3(x) \\ \frac{d^2h_1(x)}{dt^2} &= \frac{d^2x_3}{dt^2} = L_m \eta \frac{dx_1}{dt} - \eta \frac{dx_3}{dt} \\ &= \eta (L_m f_1(x) - f_3(x)) + \frac{L_m \eta}{\sigma L_s} u_{ds} \end{aligned}$$

Ainsi, le degré relatif correspondant à la première sortie $h_1(x) = x_3(x)$ est égale à 2 ($r_1 = 2$).

2^{ème} sortie: $h_2(x) = x_4$.

$$\begin{aligned} \frac{dh_2(x)}{dt} &= \frac{dx_4}{dt} = f_4(x) \\ \frac{d^2h_2(x)}{dt^2} &= \frac{d^2x_4}{dt^2} = \alpha (x_2 \frac{dx_3}{dt} + x_3 \frac{dx_2}{dt}) \\ &= \alpha (x_2 f_3(x) + x_3 f_2(x)) + \frac{\alpha x_3}{\sigma L_s} u_{qs} \end{aligned}$$

Le degré relatif correspondant à la deuxième sortie $h_2(x)=x_4$ est aussi égale à 2 ($r_2=2$).

Alors, comme le degré relatif vectoriel vérifie la condition (2.43).i.e $r_1+r_2=n=4$, nous pouvons conclure qu'il est possible de linéariser exactement le système (3.1) au moyen d'une transformation de coordonnées et d'un bouclage non linéaire. Dans le but de mettre le système donné par les équations différentielles (3.1) sous forme normale, considérons la transformation de coordonnées non linéaire suivante:

$$\begin{aligned} z_1 &= h_1(x) = x_3 \\ z_2 &= L_f h_1(x) = f_3(x) \\ z_3 &= h_2(x) = x_4 \\ z_4 &= L_f h_2(x) = f_4(x) \end{aligned} \quad (3.4)$$

La transformation inverse de coordonnées s'écrit alors:

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{z_2 + \eta z_1}{L_m \eta} \\ x_2 &= \frac{z_4 + \frac{C_r}{J}}{\alpha z_1} \\ x_3 &= z_1 \\ x_4 &= z_3 \end{aligned} \quad (3.5)$$

A partir de (3.4) nous aboutissons à la forme normale du système (3.1):

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= \eta (L_m f_1(x) - f_3(x)) + \frac{L_m \eta}{\sigma L_s} u_{ds} \Big|_{x=\phi^{-1}(z)} \\ \dot{z}_3 &= z_4 \\ \dot{z}_4 &= \alpha (x_2 f_3(x) + x_3 f_2(x)) + \frac{\alpha x_3}{\sigma L_s} u_{qs} \Big|_{x=\phi^{-1}(x)} \end{aligned} \quad (3.6)$$

où $x = \Phi^{-1}(z)$ est la transformation de coordonnées inverse donnée par (3.5). Par ailleurs, la matrice de découplage est donnée par:

$$A(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f h_1(x) & L_{g_2} L_f h_1(x) \\ L_{g_1} L_f h_2(x) & L_{g_2} L_f h_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta R_r & 0 \\ 0 & p \frac{\beta x_3}{J} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Elle est non singulière pour tout $x_3 \neq 0$, i.e pour un flux non nul. Cette condition est toujours vérifiée dès que le moteur est sous tension. D'un autre coté la matrice de découplage inverse est donnée par:

$$A^{-1}(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\beta R_r} & 0 \\ 0 & \frac{J}{p \beta x_3} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

3.2.3 Commande linéarisante

Finalement, à partir de la matrice donnée par (3.8), nous pouvons synthétiser la commande qui linéarise et découple le système (schéma bloc de la figure 3.1):

$$u = -A^{-1}(x) \begin{bmatrix} L_f^2 h_1(x) \\ L_f^2 h_2(x) \end{bmatrix} + A^{-1}(x) v \quad (3.9)$$

Avec

$$\begin{aligned} L_f^2 h_1(x) &= \eta (M f_1(x) - f_3(x)) \\ L_f^2 h_2(x) &= \alpha (x_3 f_2(x) + x_2 f_3(x)) \end{aligned} \quad (3.10)$$

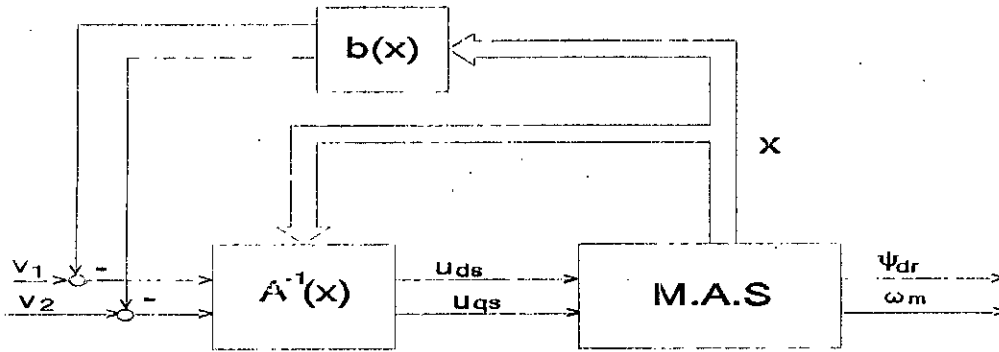


Fig. 3.1: Structure générale de la commande par bouclage statique

Ainsi, à partir de (3.9) et (3.10) la commande u s'écrit d'une manière plus explicite:

$$u = \begin{bmatrix} u_{ds} \\ u_{qs} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\sigma L_s}{L_m} (L_m f_1(x) - f_3(x)) \\ \frac{\sigma L_s}{x_3} (x_3 f_2(x) + x_2 f_3(x)) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{v_1}{\beta R_r} \\ \frac{J v_2}{p \beta x_3} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Son application au système (3.1), donné sous sa forme normale (3.6), nous fait aboutir au système d'équations différentielles suivant:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= v_1 \\ \dot{z}_3 &= z_4 \\ \dot{z}_4 &= v_2 \end{aligned} \quad (3.12)$$

Le système ainsi obtenu est constitué de deux sous systèmes linéaires et découplés. la forme (3.12) appelée forme canonique de BRUNOWSKY est donnée sous forme matricielle par:

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} v \quad (3.13)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} z$$

Cette forme correspond au schéma bloc de la figure.3.2.

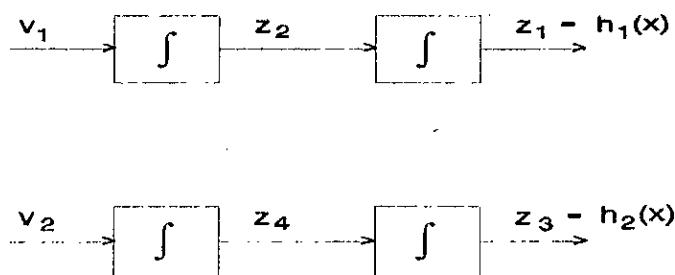


Fig. 3.2: Système linéarisé et découplé

3.3 COMMANDE PAR PLACEMENT DE POLES:

La technique de commande par placement de pôles consiste à imposer la dynamique désirée au système, au moyen d'un retour d'état linéaire en assignant les pôles (en boucle fermée) dans la partie gauche du plan complexe, et cela, afin d'assurer la stabilité du système, ainsi qu'une réponse rapide et bien amortie. Le retour d'état - dans l'espace de Brunovsky - linéaire est donné par:

$$v = -Kz + w \quad (3.14)$$

où w représente le vecteur de référence. Ainsi, le système en boucle fermée (schéma bloc de figure. 3.3) est donné par l'équation d'état suivante:

$$\dot{z} = (A-BK)z + Bw \quad (3.15)$$

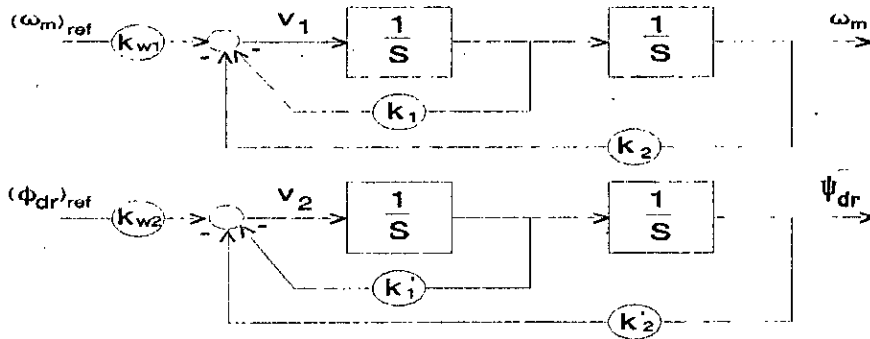


Fig. 3.3: Technique de commande par retour d'état linéaire

Donc, la dynamique du système est imposée par les pôles de la nouvelle matrice d'état $A^* = A - BK$. Par ailleurs, la matrice de transfert en boucle fermée correspondante peut être déduite facilement de l'équation (3.15). Elle est donnée par:

$$H(s) = \begin{bmatrix} \frac{k_{w1}}{k_1 + k_2 s + s^2} & 0 \\ 0 & \frac{k_{w2}}{k'_1 + k'_2 s + s^2} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Les coefficients $k_1, k_2, k'_1, k'_2, k_{w1}$ et k_{w2} sont donnés par:

$$\begin{aligned} k_2 &= P_1 + P_2' & , & & k_1 &= P_1 P_2 \\ k'_2 &= P'_1 + P'_2 & , & & k'_1 &= P'_1 P'_2 \\ k_{w1} &= k_1 & , & & k_{w2} &= k'_1 \end{aligned} \quad (3.17)$$

Avec p_1, p_2, p'_1 et p'_2 les poles imposés aux deux sous systèmes dans l'espace de BRUNOWSKY et k_{w1} et k_{w2} sont les coefficients d'intervention des consignes.

Le schéma bloc global de cette commande peut être représenté par la figure suivante:

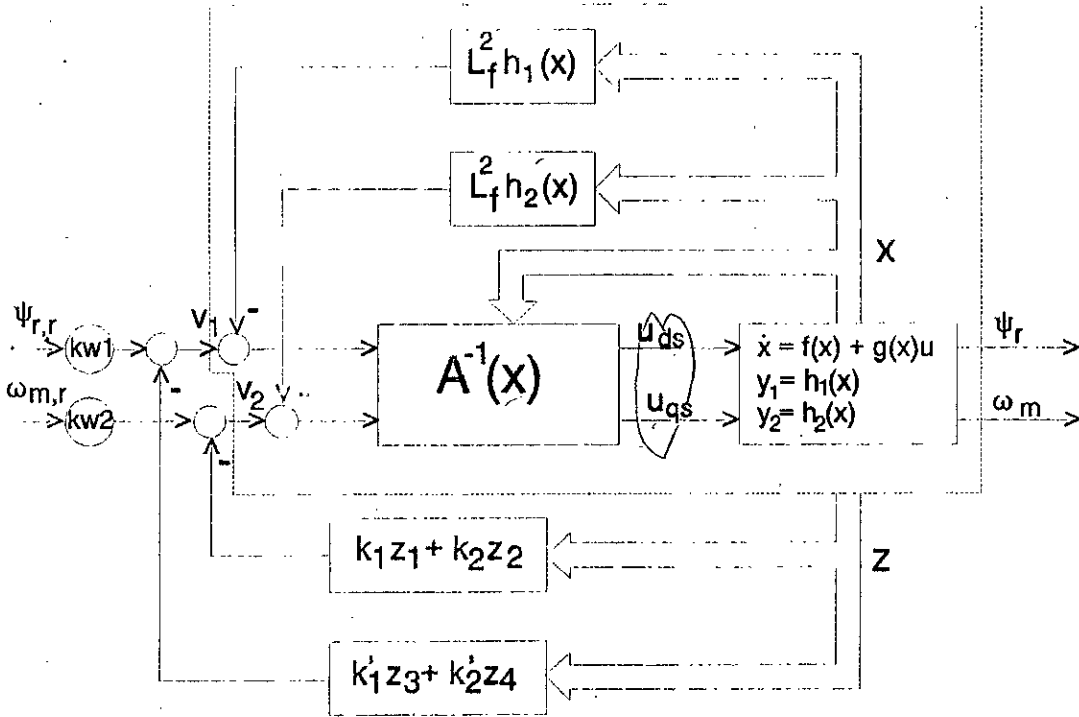


Fig. 3.4: Schéma global de la commande

3.4 RESULTATS DE LA SIMULATION

3.4.1 Effet du placement de poles

Après la linéarisation du moteur par un retour d'état statique et difféomorphisme, la technique du placement de pôles est adoptée pour le réglage, où la composante du flux rotorique selon l'axe d et la vitesse sont commandés séparément. Ainsi, nous avons relevé, en réponse à un échelon de vitesse de 0 à 1500 tr/mn et un échelon de flux de 0 à 0.3 Wb, le comportement

de la vitesse $N[\text{tr/mn}]$, du flux $\psi_{dr}=\psi_r[\text{Wb}]$, des commandes (U_{ds}, U_{qs}) , des courants $(i_{ds}[\text{A}], i_{qs}[\text{A}])$ et du courant de ligne $i_a[\text{A}]$. Les réponses de la vitesse et du flux ont été relevé pour trois paires de pôles différents pour la vitesse $(-5\pm j, -10\pm j$ et $-20\pm j)$, ceux du flux restant les mêmes $(-100\pm j)$, et ceci, avec l'introduction d'une perturbation de charge en régime établi (figure 3.5, figure 3.6, figure 3.7). Les résultats obtenus mettent en évidence le découplage entre les deux sous systèmes. En effet, lors de la variation des pôles de vitesse, le pic du courant en quadrature (i_{qs}) prend des valeurs assez importantes, tandis que celui du courant direct (i_{ds}) reste constant du moment que la commande du flux n'a subit aucun changement. De plus la réponse de vitesse subit un léger ralentissement (tableau 3.1). Le choix de la paire de pôles est alors dicté par des considérations sur le pic de courant en quadrature. En effet, ce courant ne doit pas dépasser une valeur maximale au démarrage, qui dans notre cas, est de l'ordre 4 Ampères. Ainsi, pour respecter ces consideration sur le courant au démarrage, la paire de pôles choisie est $P_{1,2}=-5\pm j$.

Valeur des pôles de la vitesse	$-5\pm j$	$-10\pm j$	$-20\pm j$
Temps de réponse de la vitesse [s]	0.3	0.2	0.1
Valeur du pic de courant de $i_{qs}[\text{A}]$	3.8	8	17.6

Tableau. 3.1

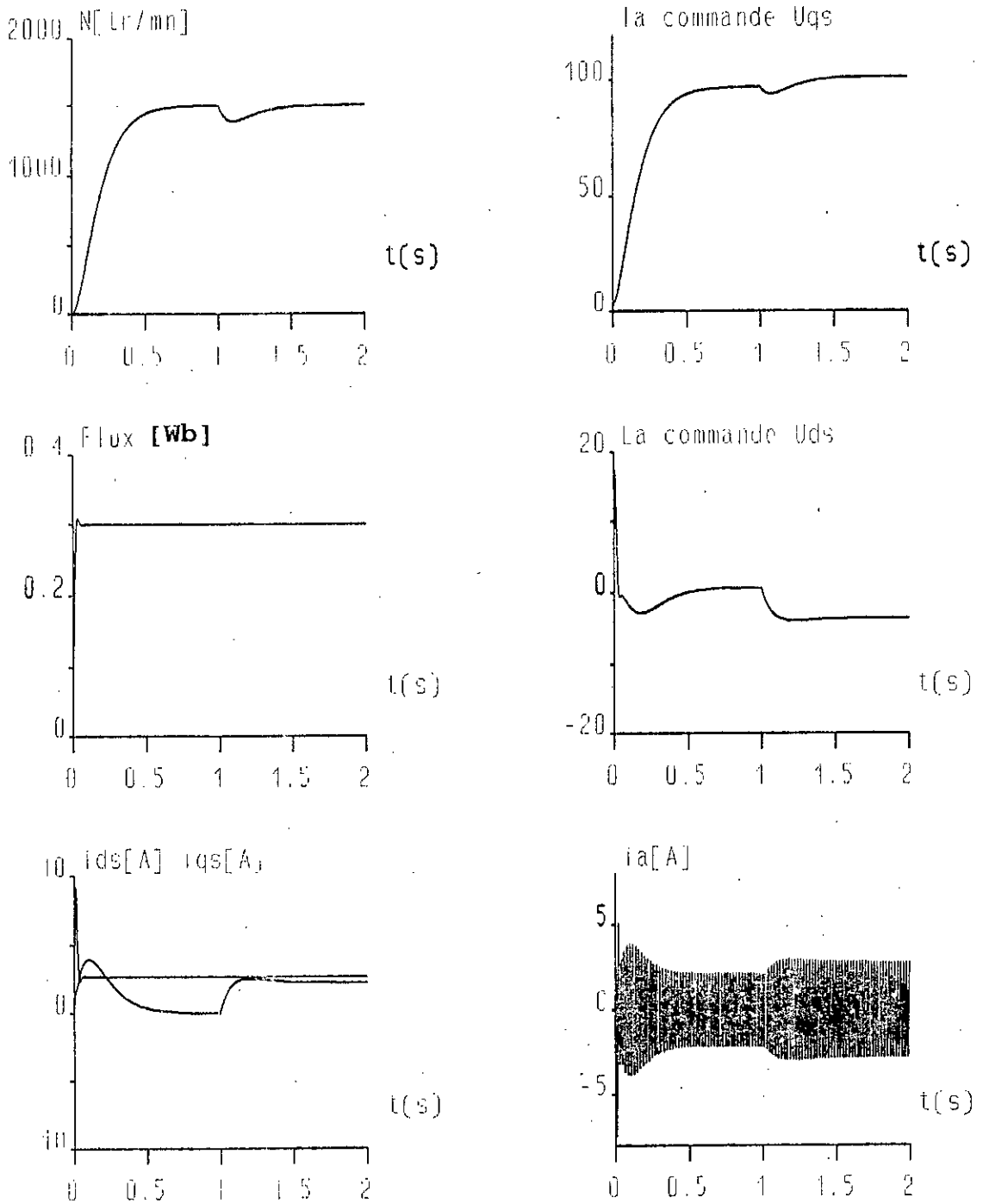


Fig. 3.5: Démarrage à vide avec introduction d'une perturbation de charge nominale en régime établi, pour des pôles de vitesse $P_{1,2} = -5 \pm j$ et de flux $P'_{1,2} = -100 \pm j$.

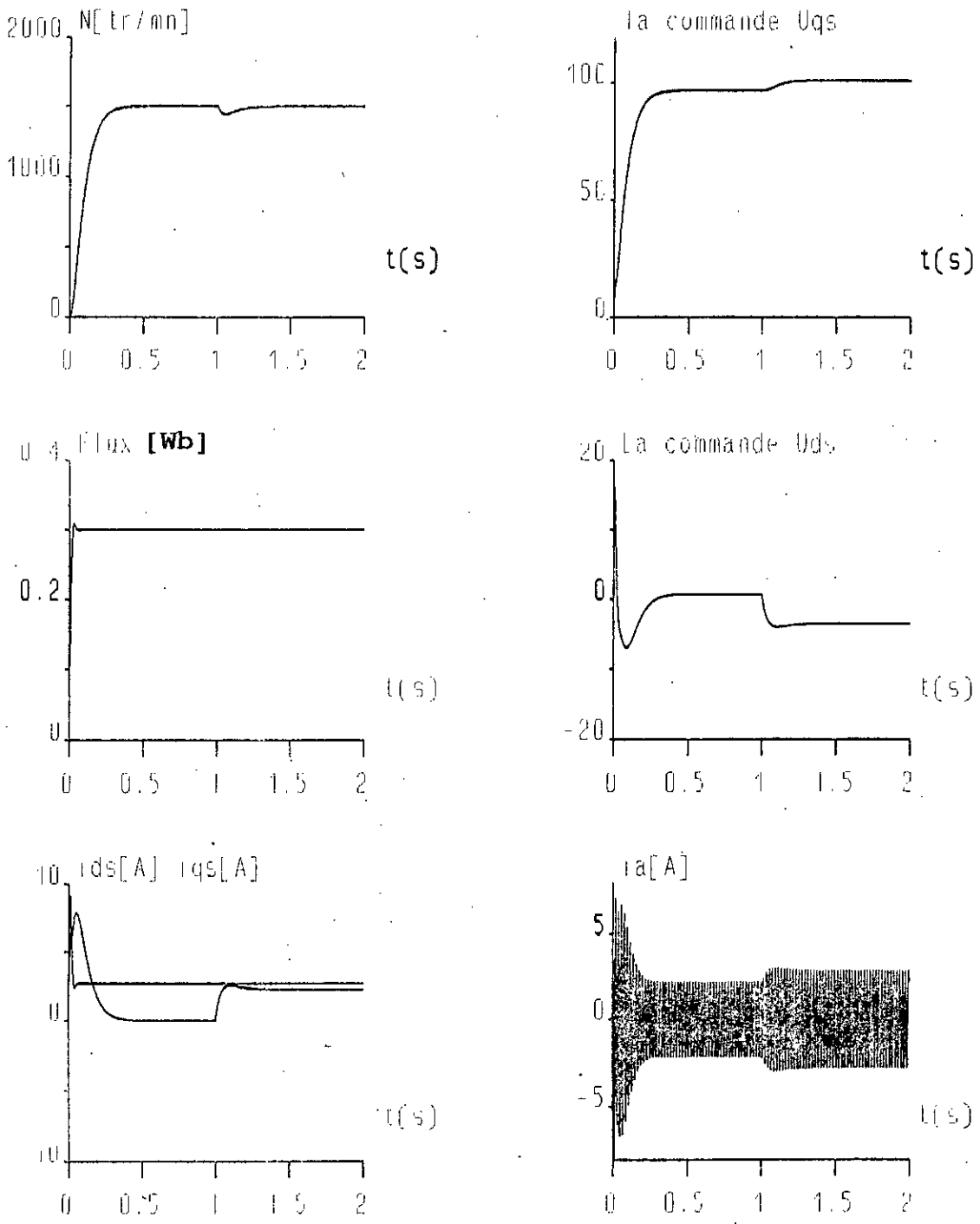


Fig. 3.6: Démarrage à vide avec introduction d'une perturbation de charge nominale en régime établi, pour des pôles de vitesse $P_{1,2} = -10 \pm j$ et de flux $P'_{1,2} = -100 \pm j$.

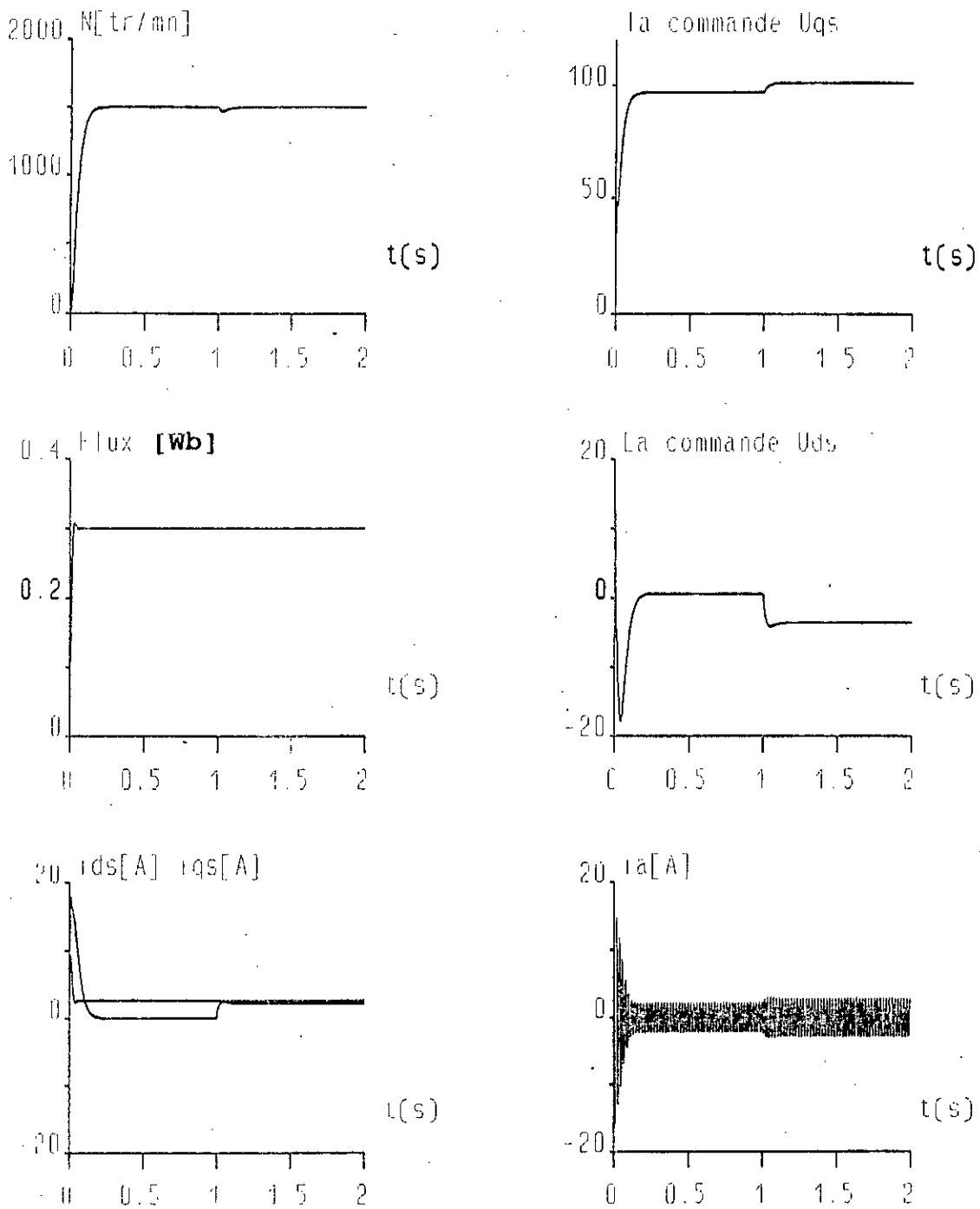


Fig. 3.7: Démarrage à vide avec introduction d'une perturbation de charge nominale en régime établi, pour des pôles de vitesse $P_{1,2} = -20 \pm j$ et de flux $P'_{1,2} = -100 \pm j$.

3.4.2 Effet d'une erreur sur la résistance R_r

La simulation est effectuée pour des erreurs sur R_r de l'ordre de 20% (figure 3.8) et de 50% (figure 3.9) avec l'introduction d'une perturbation de charge nominale en régime établi. Les résultats de la simulation montrent la sensibilité des réponses de vitesse et de flux à ces variations. En effet, ces réponses présentent une erreur statique en régime établi assez importante. Pour remédier à cela, un autre choix de pôles est proposé, qui malheureusement, engendre une augmentation considérable du courant i_{qs} au démarrage (figure 3.10). Pour minimiser la valeur du pic du courant une limitation sur i_{qs} et i_{ds} est introduite dans les commandes du système u_{qs} et u_{ds} . La technique utilisée donne d'assez bon résultats. En effet, nous constatons la disparition du pic de courant en question, quoique la réponse de vitesse subit un léger ralentissement (figure 3.11)

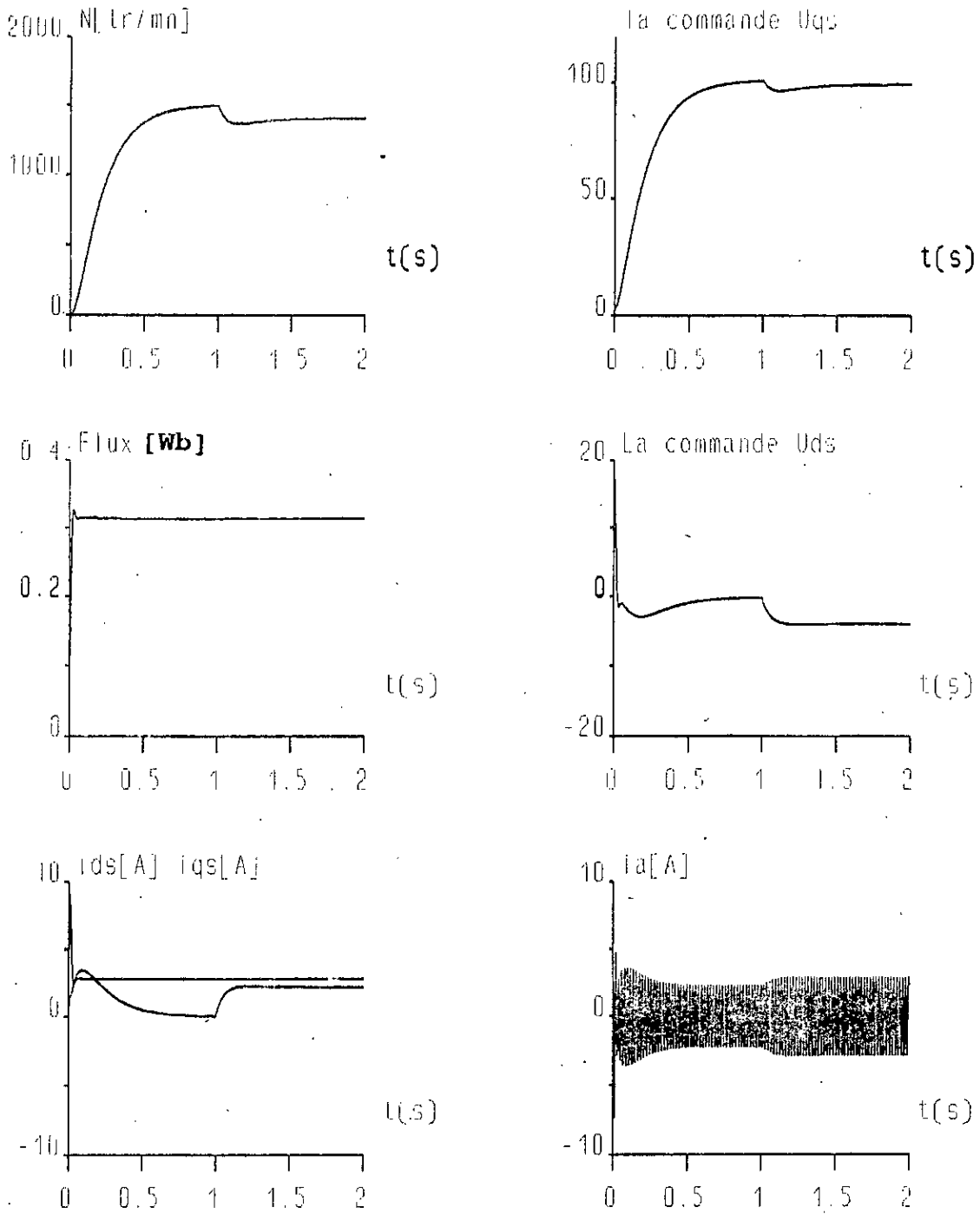


Fig. 3.8: Démarrage à vide avec introduction d'une perturbation de charge nominale en régime établi, avec une erreur sur R_r de 20%.

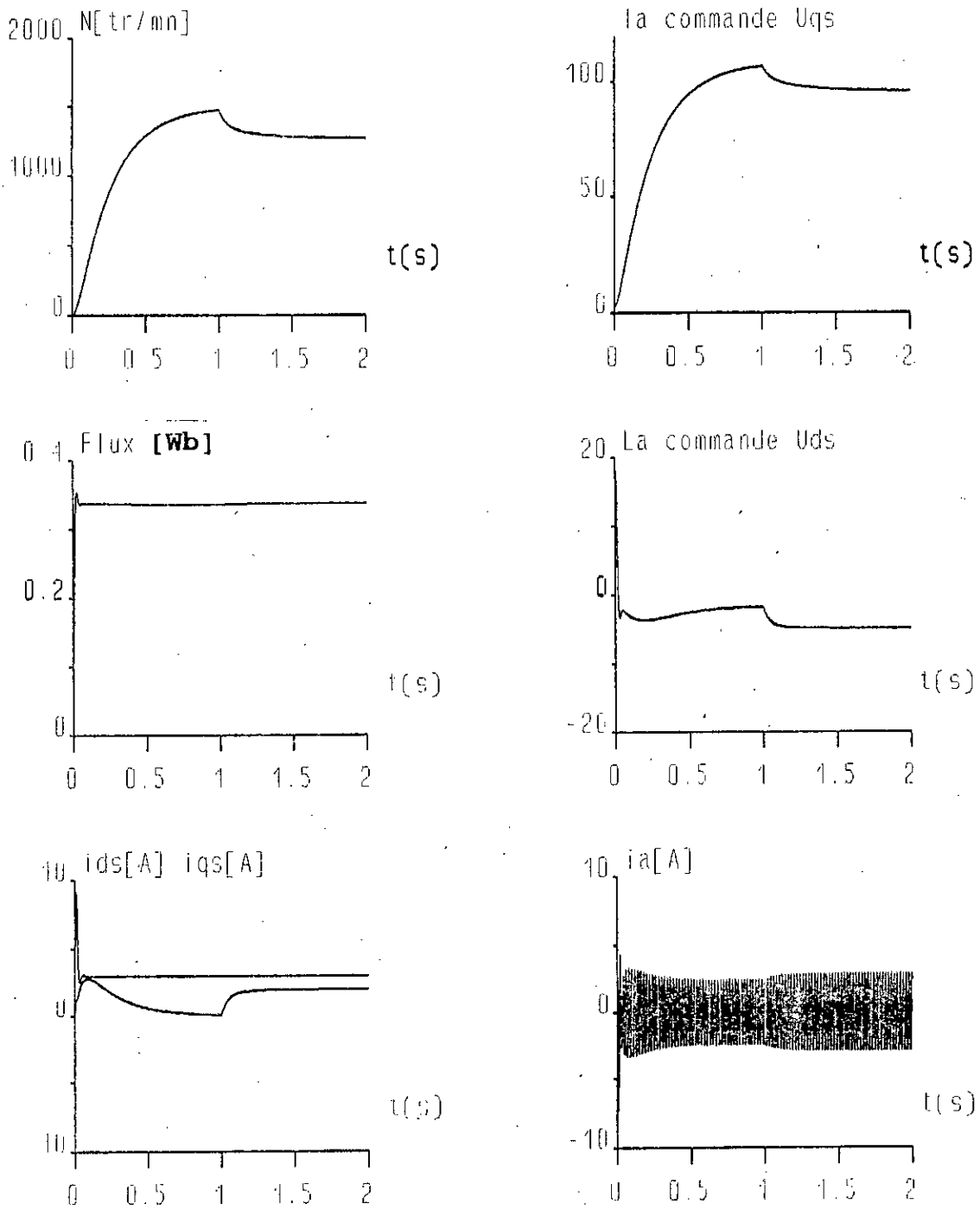


Fig. 3.9: Démarrage à vide avec introduction d'une perturbation de charge nominale en régime établi avec une erreur sur R_r de 50%.

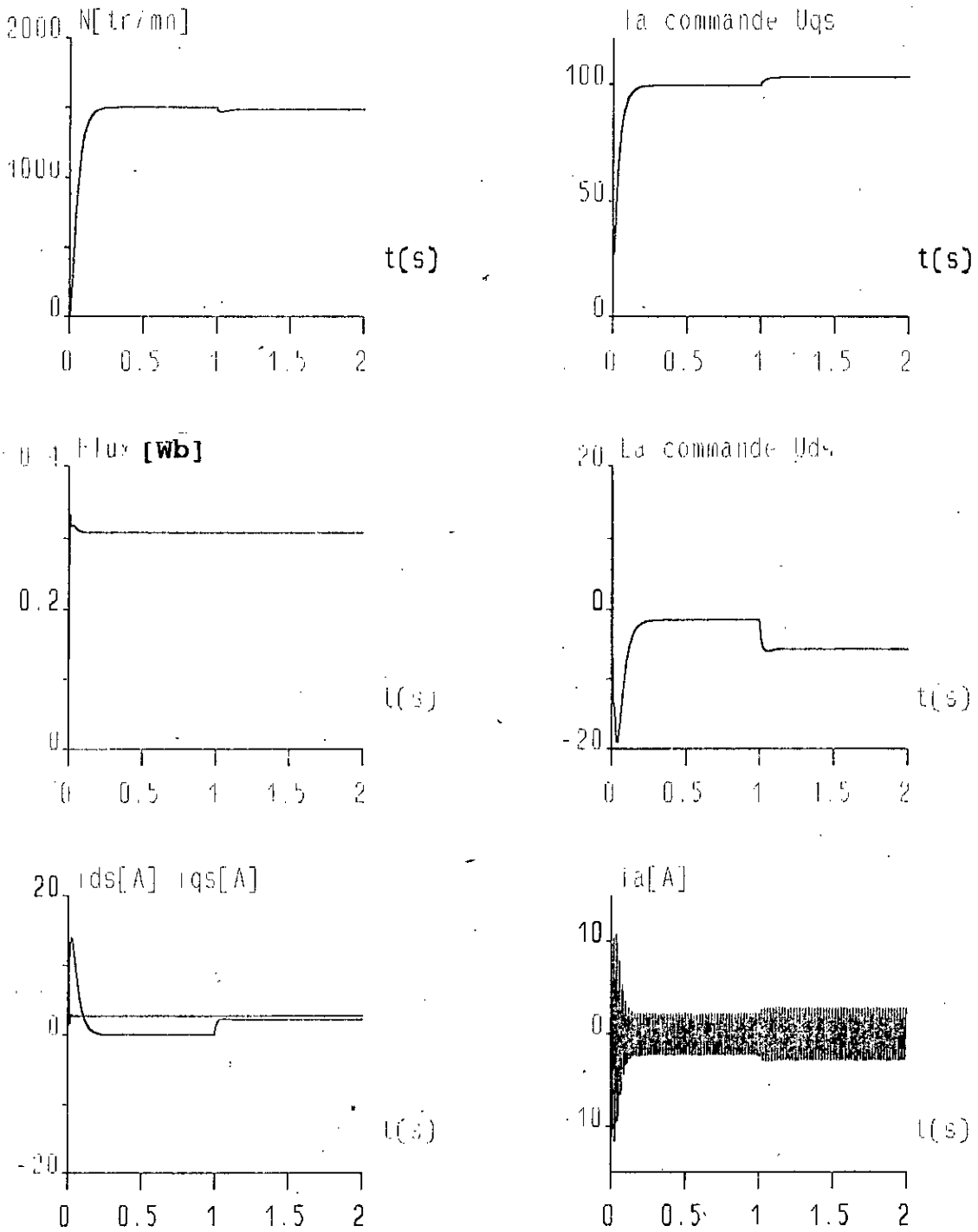


Fig. 3.10: Changement de pôles: $P_{1,2} = -20 \pm j$ pour la vitesse et $P_{1,2} = -200 \pm j$ pour le flux. L'erreur sur R_r est de 50%

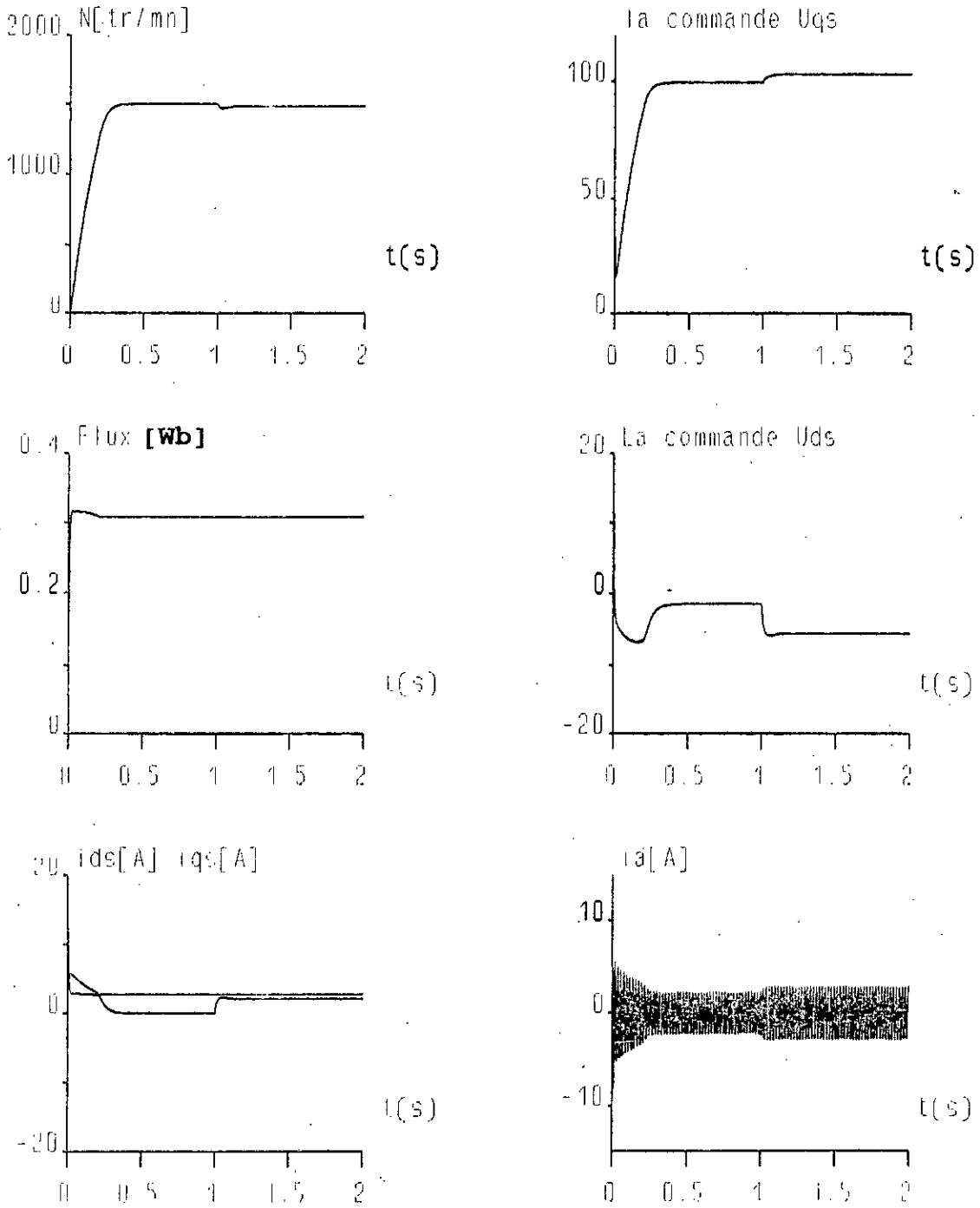


Fig. 3.11: Changement de pôles: $P_{1,2} = -20 \pm j$ pour la vitesse $P_{1,2} = -200 \pm j$ pour le flux avec limitation de courant à 4A. L'erreur sur R_r est de 50%.

3.4.3 Trajectoire de référence rectiligne en régime transitoire

Afin de trouver un compromis entre la robustesse du système et le pic de courant de i_{qs} au démarrage, nous nous proposons de suivre en régime transitoire une trajectoire de référence calculée. Dans ce but, nous choisissons la trajectoire suivante [24]:

$$y_{2,ref} = \begin{cases} \omega_0 + \lambda t, & 0 \leq t \leq \frac{|\omega_n - \omega_0|}{\lambda} \\ \omega_n, & t > \frac{|\omega_n - \omega_0|}{\lambda} \end{cases} \quad (3.18)$$

ω_0 est la valeur de la vitesse à $t=0$.

Pour calculer l'accélération constante maximale λ compatible avec le courant maximum que peut admettre le moteur ($i_{q_{max}}$), nous nous baserons sur l'analyse approximative faite à partir de l'équation mécanique. Ainsi, nous pouvons écrire:

$$i_{qs} = \frac{\dot{\omega}_m + \frac{C_r}{J}}{\alpha \Psi_{dr}} = \frac{\dot{x}_4 + \frac{C_r}{J}}{\alpha x_3} \quad (3.19)$$

Le long de la trajectoire de référence nous avons:

$$\dot{\omega}_m = \begin{cases} \lambda, & 0 \leq t \leq \frac{|\omega_n - \omega_0|}{\lambda} \\ 0, & t > \frac{|\omega_n - \omega_0|}{\lambda} \end{cases} \quad (3.20)$$

et ainsi:

$$i_{qs} = \begin{cases} \frac{\lambda + \frac{C_r}{J}}{\alpha \psi_{dr}}, & 0 \leq t \leq \frac{|\omega_n - \omega_0|}{\lambda}, \\ \frac{C_r}{J}, & t > \frac{|\omega_n - \omega_0|}{\lambda} \end{cases} \quad (3.21)$$

Donc, pour maintenir $|i_{qs}| \leq i_{qs_{max}}$, il nous faut choisir:

$$-\alpha \psi_{dr} i_{qs_{max}} - \frac{C_r}{J} \leq \lambda \leq \alpha \psi_{dr} i_{qs_{max}} - \frac{C_r}{J} \quad (3.22)$$

La borne supérieure est considérée en phase d'accélération et la borne inférieure en phase de décélération. Avec les accélérations données par les deux bornes, le courant augmente jusqu'à sa valeur maximale admissible $\text{sign}(\omega_n - \omega_0) i_{qs_{max}}$ et s'y maintient pendant le régime transitoire.

En pratique afin d'avoir λ constant, et calculable à partir de grandeurs connues, nous choisissons:

$$\lambda = \text{sign}(\omega_m - \omega_0) \left[\alpha (\psi_{dr})_{nom} i_{qs_{max}} - \frac{C_{r_{max}}}{J} \right] \quad (3.23)$$

en phase d'accélération. Ce choix nous permet de respecter l'équation (3.22).

Enfin, pour voir l'effet de cette limitation, nous avons simulé la réponse du système à un échelon de vitesse de 0 à 1500 tr/mn et un échelon de flux de 0 à 0.3Wb, en présence d'une perturbation de charge nominale en régime établi, et cela, pour les pôles $P_{1,2} = -100 \pm j$, $P_{1,2} = -100 \pm j$ (figure 3.12) et pour les pôles $P_{1,2} = -300 \pm j$, $P_{1,2} = -100 \pm j$ (figure 3.13). L'erreur sur R_r est toujours de 50%.

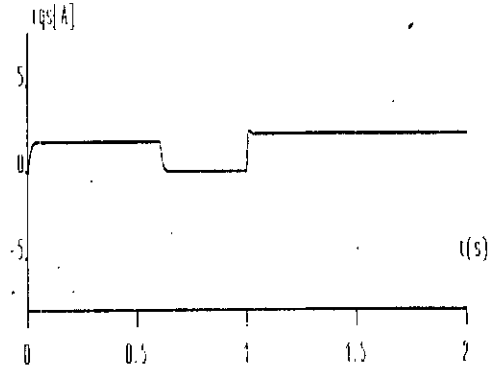
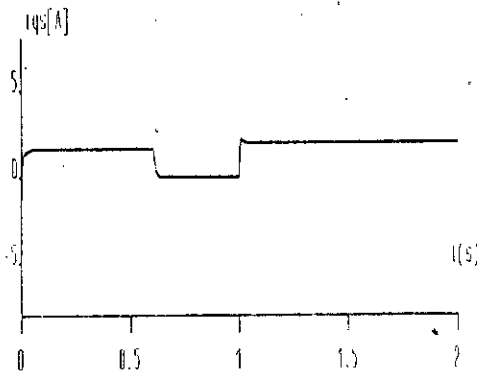
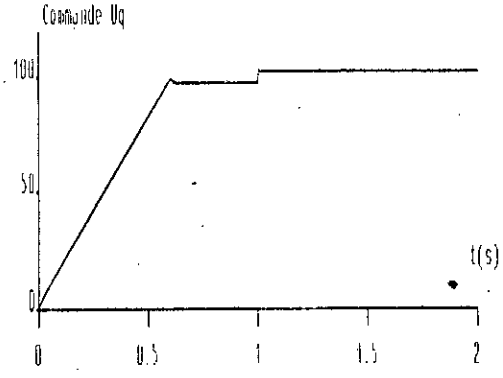
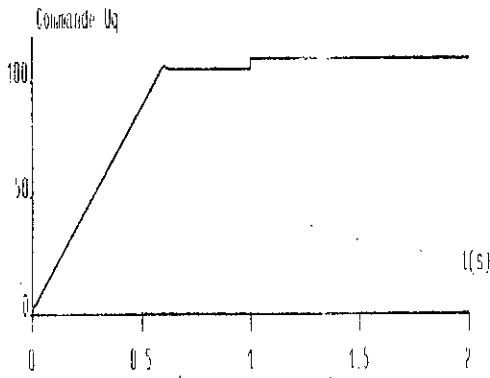
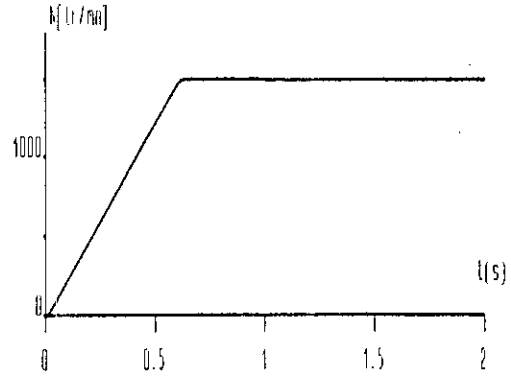
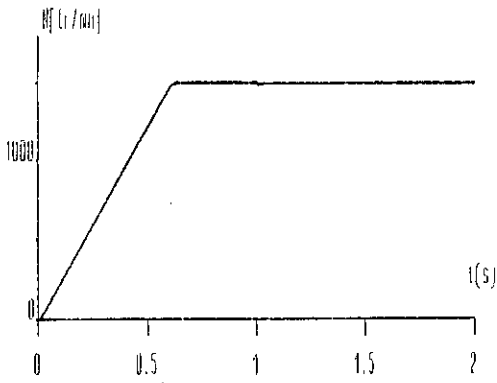


Fig. 3.12: Trajectoire de référence en régime établi, $P_{1,2} = -300 \pm j$ et $P_{1,2} = -100 \pm j$.

Fig. 3.13: Trajectoire de référence en régime établi, $P_{1,2} = -100 \pm j$ et $P_{1,2} = -100 \pm j$.

3.5 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons appliqué la technique de linéarisation exacte par retour d'état statique et difféomorphisme suivi d'un placement de pôles à un moteur asynchrone. Les résultats de la simulation montrent que la stratégie adoptée donne de bonnes performances. En effet, la vitesse et le flux, pour des pôles choisis tels que le courant au démarrage soit le plus petit possible, en l'occurrence $P_{1,2} = -5 \pm j$ et $P'_{1,2} = -100 \pm j$, présentent de bonnes performances et un très bon temps de réponse, et cela même en présence d'une perturbation de charge nominale. Par contre, lors de la variation de la valeur de la résistance rotorique du moteur, les réponses de vitesse et de flux se trouvent altérée pour les deux paires de pôles choisis. Pour minimiser cette altération sur les deux réponses, nous avons utilisé un autre placement de pôles $P_{1,2} = -20 \pm j$ pour la vitesse et $P_{1,2} = -200 \pm j$ pour le flux, malheureusement, cela agit d'une façon néfaste sur le courant au démarrage, qui atteint des valeurs assez importantes. Par la suite, l'utilisation de deux techniques de limitation différentes nous a permis de pallier à ce problème. En effet, leur application réduit le pic de courant au démarrage.

LINEARISATION PARTIELLE ET COMMANDE DU MOTEUR ASYNCHRONE

Nous présentons dans ce chapitre, la linéarisation partielle et le découplage d'un moteur asynchrone basée sur les concepts développés dans le deuxième chapitre. Dans le but de synthétiser la commande qui linéarise partiellement et découple le système, ce dernier est mis sous la forme normale laquelle présente - dans ce cas - une dynamique inobservable. Par la suite, nous appliquons au système ainsi linéarisé partiellement une commande par placement de pôles similaire à celle introduite au troisième chapitre, en prenant soin de vérifier le comportement de la dynamique des zéros. De même, l'étude de la robustesse et les résultats de la simulation sont présentés à la fin.

4.1 OBJECTIF DE LA COMMANDE

Considérons le modèle du moteur asynchrone (1.28) constitué des deux courants statoriques, des deux flux rotoriques et de la vitesse du rotor, où les deux commandes sont U_{ds} et U_{qs} , les images des tensions statoriques dans le repère de PARK. Etant donné que le système n'est pas linéarisable exactement par bouclage statique, notre but est alors de trouver en premier lieu, une commande qui linéarise et découple partiellement le système, puis, en deuxième lieu, de commander les sorties du système ainsi linéarisé, en l'occurrence le flux rotorique et la vitesse du rotor.

4.2 LINEARISATION PARTIELLE ET DECOUPLAGE E/S

4.2.1 Modèle du moteur

considérons le modèle dynamique du moteur asynchrone (1.28) introduit au premier chapitre, exprimé dans un référentiel lié au stator ($\omega_a=0$). Si nous posons $x=[i_{ds} \ i_{qs} \ \psi_{dr} \ \psi_{qr} \ \omega_m]^T$, le modèle s'écrit:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= -\gamma x_1 + \beta p x_5 x_4 + \eta \beta x_3 + \frac{U_{ds}}{\sigma L_s} \\ \frac{dx_2}{dt} &= -\gamma x_2 - \beta p x_5 x_3 + \eta \beta x_4 + \frac{U_{qs}}{\sigma L_s} \\ \frac{dx_3}{dt} &= -p x_5 x_4 - \eta x_3 + L_m \eta x_1 \\ \frac{dx_4}{dt} &= p x_5 x_3 - \eta x_4 + L_m \eta x_2 \\ \frac{dx_5}{dt} &= \alpha (x_3 x_2 - x_4 x_1) - \frac{C_r}{J} \end{aligned} \quad (4.1)$$

Pour des raisons de simplification, nous posons:

$$\begin{aligned} f_1(x) &= -\gamma x_1 + \beta p x_5 x_4 + \eta \beta x_3 \\ f_2(x) &= -\gamma x_2 - \beta p x_5 x_3 + \eta \beta x_4 \\ f_3(x) &= -p x_5 x_4 - \eta x_3 + L_m \eta x_1 \\ f_4(x) &= p x_5 x_3 - \eta x_4 + L_m \eta x_2 \\ f_5(x) &= \alpha (x_3 x_2 - x_4 x_1) - \frac{C_r}{J} \end{aligned} \quad (4.2)$$

et

$$g_1 = \left[\frac{1}{\sigma L_s} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \right]^T \quad g_2 = \left[0 \ \frac{1}{\sigma L_s} \ 0 \ 0 \ 0 \right]^T \quad (4.3)$$

Il a été montré que le modèle (4.1) constitué des deux courants statoriques, des deux flux rotoriques et de la vitesse du rotor n'était pas linéarisable exactement par bouclage statique [37], quoiqu'une linéarisation partielle est possible [14],[27].

4.2.2 Degré relatif vectoriel

En relation avec l'objectif de la commande, considérons les deux sorties $h_1(x) = \omega_m = x_5$, $h_2(x) = \psi_{dr}^2 + \psi_{qr}^2 = x_3^2 + x_4^2$ et déterminons alors le degré relatif correspondant à chaque sortie:

1^{ère} sortie: $h_1(x) = x_5$

$$\begin{aligned} \frac{dh_1(x)}{dt} &= \frac{dx_5}{dt} = f_5(x) \\ \frac{d^2h_1(x)}{dt^2} &= \frac{d^2x_5}{dt^2} = \alpha(x_2f_3(x) + x_3f_2(x)) \\ &\quad - \alpha(x_4f_1(x) + x_1f_4(x)) \\ &\quad - \frac{\alpha}{\sigma L_s}(x_4u_{ds} - x_3u_{qs}) \end{aligned}$$

Ainsi, le degré relatif correspondant à la première sortie $h_1(x)$ est égale à 2 ($r_1=2$).

2^{ème} sortie: $h_2(x) = x_3^2 + x_4^2$

$$\begin{aligned} \frac{dh_2(x)}{dt} &= \frac{d(x_3^2 + x_4^2)}{dt} = 2x_3f_3(x) + 2x_4f_4(x) \\ \frac{d^2h_2(x)}{dt^2} &= \frac{d^2(x_3^2 + x_4^2)}{dt^2} = -4\eta(x_3f_3(x) + x_4f_4(x)) \\ &\quad + 2L_m\eta(x_1f_3(x) + x_3f_1(x) + x_2f_4(x) + x_4f_2(x)) + \frac{2L_m\eta}{\sigma L_s}(x_3u_{ds} + x_4u_{qs}) \end{aligned}$$

nous poserons par la suite:

$$\begin{aligned} f_6(x) &= \alpha (x_2 f_3(x) + x_3 f_2(x) - x_4 f_1(x) - x_1 f_4(x)) \\ f_7(x) &= -4\eta (x_3 f_3(x) + x_4 f_4(x)) \\ &\quad - 2L_m \eta (x_1 f_3(x) + x_3 f_1(x) + x_1 f_4(x) + x_4 f_1(x)) \end{aligned}$$

Le degré relatif correspondant à la deuxième sortie $h_2(x) = x_3^2 + x_4^2$ est aussi égale à 2 ($r_2=2$).

En conséquence, comme $r_1+r_2=4$ ($r_1+r_2 < n$), le système n'est pas linéarisable exactement par bouclage statique. Pour pouvoir le commander, il nous faut le linéariser en partie et vérifier que la dynamique des zéros associée est stable.

4.2.3 Forme normale

Dans le but de mettre le système sous forme normale, considérons la transformation de coordonnées non linéaire suivante [14],[27]:

$$\begin{aligned} z_1 &= h_1(x) = x_5 \\ z_2 &= L_f h_1(x) = f_5(x) \\ z_3 &= h_2(x) = x_3^2 + x_4^2 \\ z_4 &= L_f h_2(x) = 2(x_3 f_3(x) + x_4 f_4(x)) \\ z_5 &= \text{Arctg}\left(\frac{x_4}{x_3}\right) \end{aligned} \tag{4.4}$$

Où z_5 est choisi de manière à compléter le difféomorphisme, avec $L_g z_5 = 0$. Par ailleurs, le Jacobien de cette transformation est donné par la matrice suivante:

$$\frac{d\Phi(x)}{dx} = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha x_4 & 0 & 2L_m \eta x_3 & 0 \\ 0 & \alpha x_3 & 0 & 2L_m \eta x_4 & 0 \\ 0 & \alpha x_2 & 2x_3 & 4f_3(x) - 2L_m \eta x_1 & \frac{-x_4}{x_3^2 + x_4^2} \\ 0 & -\alpha x_1 & 2x_4 & 4f_4(x) - 2L_m \eta x_2 & \frac{x_3}{x_3^2 + x_4^2} \\ 1 & 0 & 0 & 4Dx_3 x_4 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.5}$$

Il nous faut alors, vérifier la propriété que le Jacobien de $\Phi(x)$ est non nul. Dans ce but, calculons le déterminant de la matrice (4.5):

$$\text{Det}\left(\frac{d\Phi(x)}{dx}\right) = -4L_m\eta\alpha(x_3^2+x_4^2) \quad (4.6)$$

Il est non nul pour $x_3^2+x_4^2 \neq 0$ i.e. $\psi_r \neq 0$, valeur qui est toujours vérifiée dès que le moteur est sous tension. En plus, il nous faut ajouter la condition $z_3 > 0$ pour garantir l'existence de la transformation inverse. Ainsi, la transformation de coordonnées inverse $x = \Phi^{-1}(z)$ correspondante est donnée par:

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{\cos(z_5)}{\sqrt{z_3}} \left(\frac{z_4 + 2\eta z_3}{2L_m\eta} \right) - \frac{\sin(z_5)}{\alpha\sqrt{z_3}} \left(z_2 + \frac{C_r}{J} \right) \\ x_2 &= \frac{\sin(z_5)}{\sqrt{z_3}} \left(\frac{z_4 + 2\eta z_3}{2L_m\eta} \right) + \frac{\cos(z_5)}{\alpha\sqrt{z_3}} \left(z_2 + \frac{C_r}{J} \right) \\ x_3 &= \sqrt{z_3} \cos(z_5) \\ x_4 &= \sqrt{z_3} \sin(z_5) \\ x_5 &= z_1 \end{aligned} \quad (4.7)$$

Finalement, la forme normale du système (4.1) est donnée par le système d'équations différentielle suivante:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= f_6(x) - \frac{\alpha}{\sigma L_s} (x_4 u_{ds} - x_3 u_{qs}) \\ \dot{z}_3 &= z_4 \\ \dot{z}_4 &= f_7(x) + \frac{2L_m\eta}{\sigma L_s} (x_3 u_{ds} + x_4 u_{qs}) \\ \dot{z}_5 &= \frac{x_3 f_4 - x_4 f_3}{x_3^2 + x_4^2} \end{aligned} \quad (4.8)$$

4.2.4 Commande linéarisante

Avant de calculer la commande qui linéarise partiellement et découple le système, il nous faut calculer la matrice de découplage du système. Nous obtenons:

$$A(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f h_1(x) & L_{g_2} L_f h_1(x) \\ L_{g_1} L_f h_2(x) & L_{g_2} L_f h_2(x) \end{bmatrix} = \frac{1}{\sigma L_s} \begin{bmatrix} -\alpha x_4 & \alpha x_3 \\ 2L_m \eta x_3 & 2L_m \eta x_4 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Donc, $A(x)$ est non singulière pour $x_3^2 + x_4^2 \neq 0$ i.e. $\psi_r^2 \neq 0$, valeur qui est toujours vérifiée dès que le moteur est sous tension. Par ailleurs, l'inverse de cette matrice est égale à:

$$A^{-1}(x) = -\frac{\sigma L_s}{2L_m \eta \alpha (x_3^2 + x_4^2)} \begin{bmatrix} -2L_m \eta x_4 & \alpha x_3 \\ 2L_m \eta x_3 & \alpha x_4 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Finalement, la commande qui linéarise partiellement et découple le système (4.1) donné sous sa forme normale (4.8) est:

$$u = -A^{-1}(x) \begin{bmatrix} L_f^2 h_1(x) \\ L_f^2 h_2(x) \end{bmatrix} + A^{-1}(x) v \quad (4.11)$$

où

$$L_f^2 h_1(x) = f_6(x)$$

$$L_f^2 h_2(x) = f_7(x)$$

L'application de cette commande au système donné sous sa forme normale (4.8) nous fait aboutir au système d'équations différentielles suivant:

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_1 &= z_2 \\
 \dot{z}_2 &= v_1 \\
 \dot{z}_3 &= z_4 \\
 \dot{z}_4 &= v_2 \\
 \dot{z}_5 &= \frac{x_3 f_4(x) - x_4 f_3(x)}{x_3^2 + x_4^2} \Big|_{\phi^{-1}(z)}
 \end{aligned}
 \tag{4.12}$$

Par conséquent, le système obtenu est constitué de deux parties (schéma bloc de la figure 4.1) la première composée de deux sous systèmes linéaires et découplés, la seconde d'un système qui constitue la partie non linéaire et inobservable.

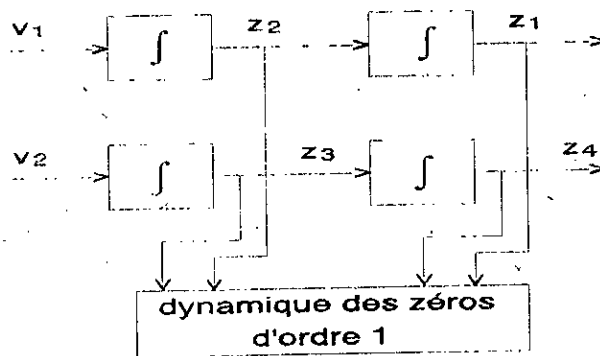


Fig. 4.1: système linéarisé partiellement et découplé

4.3 COMMANDE PAR PLACEMENT DE POLES

Le retour d'état linéaire que nous allons injecter au système (4.12) est identique à celui introduit dans le troisième chapitre (équation (3.14)). Le système en boucle fermée peut être représenté par le schéma de figure suivante:

De même, la matrice de transfert en boucle fermée du système, ainsi que les coefficients la caractérisants sont identiques à ceux introduits dans le troisième chapitre.

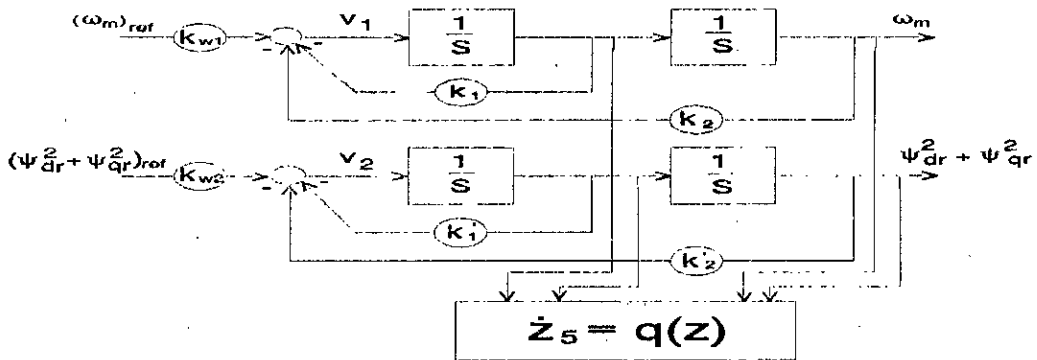


Fig. 4.2: Technique de commande par retour d'état en présence d'une dynamique des zéros d'ordre 1

4.4 RESULTATS DE LA SIMULATION

4.4.1 Effet du placement de pôles

Après la linéarisation partielle et le découplage du moteur par un retour d'état statique, la technique de commande par placement de pôles est adoptée pour le réglage. Ainsi, le flux rotorique et la vitesse du rotor sont commandés séparément. Nous avons relevé alors, le comportement de la vitesse N [tr/mn], du module du flux rotorique ψ_r [Wb], des courants (i_{ds} [A], i_{qs} [A], des commandes (U_{ds} , U_{qs}), et de l'évolution de la dynamique des zéros z_5 en présence d'une perturbation de charge nominale en régime établi, pour un échelon de vitesse de 0 à 1500 tr/mn et un échelon de flux de 0 à 0.3 Wb. Les résultats de la simulation montrent que la dynamique des zéros est stable (figure 4.3), chose qui est due au choix du difféomorphisme. Par la suite, le choix des pôles se fait en relation avec le pic de courant admissible au démarrage. Pour notre part, les pôles choisis sont $P_{1,2} = -10 \pm j$ pour la commande de vitesse et $P_{1,2} = -100 \pm j$ pour la commande du flux.

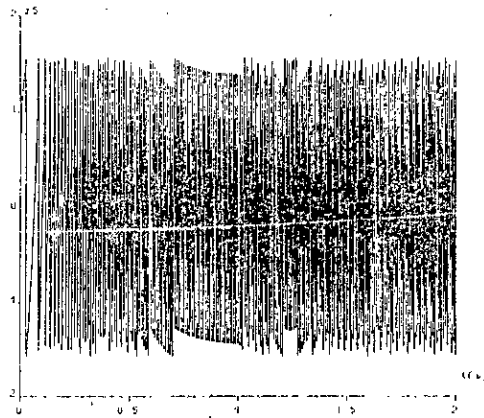


Fig. 4.3: Evolution de la dynamique des zeros

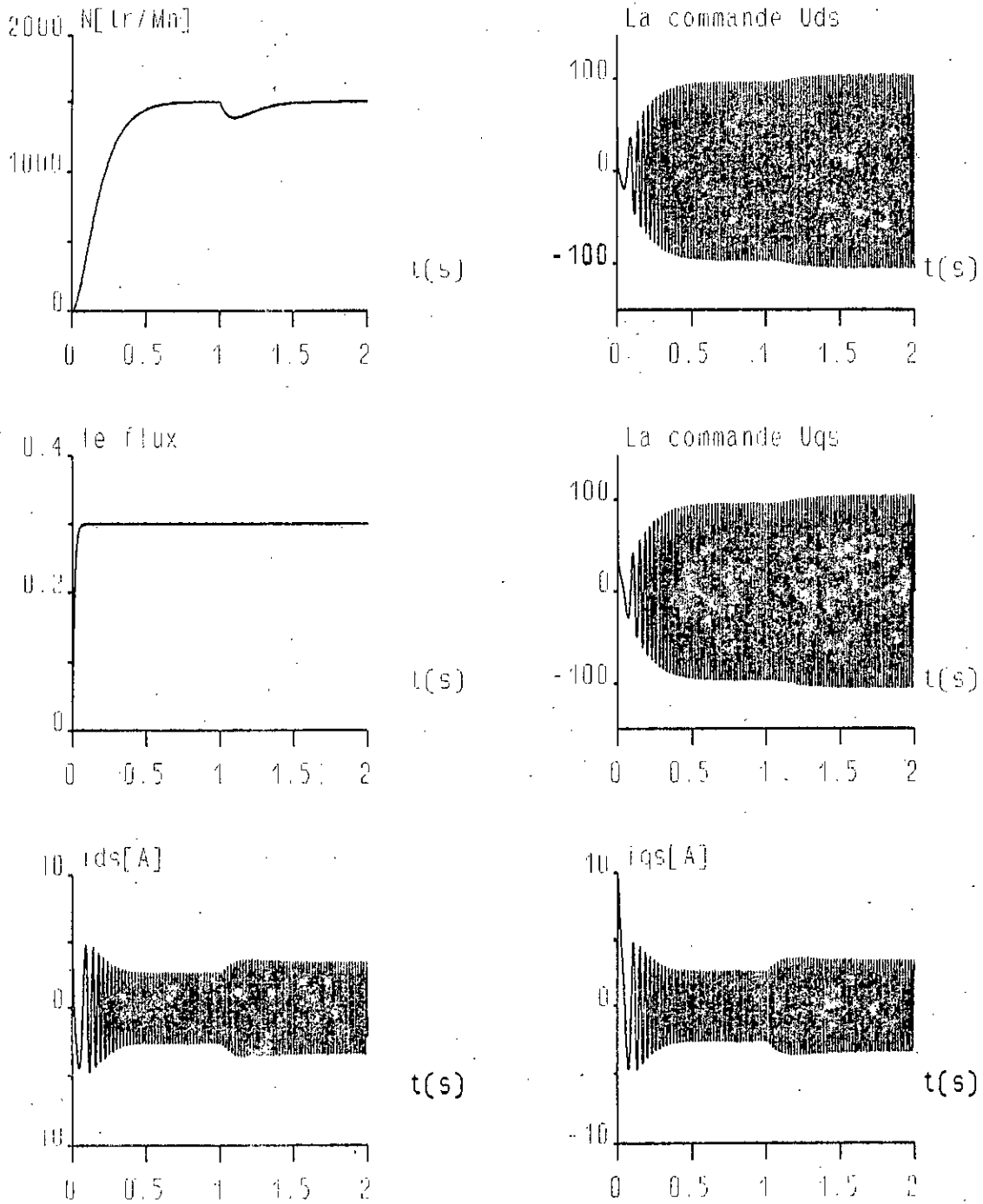


Fig. 4.4: Démarrage à vide avec introduction d'une perturbation de charge nominale en régime établi pour les pôles de vitesse $P_{1,2} = -10 \pm j$ et de flux $P'_{1,2} = -100 \pm j$.

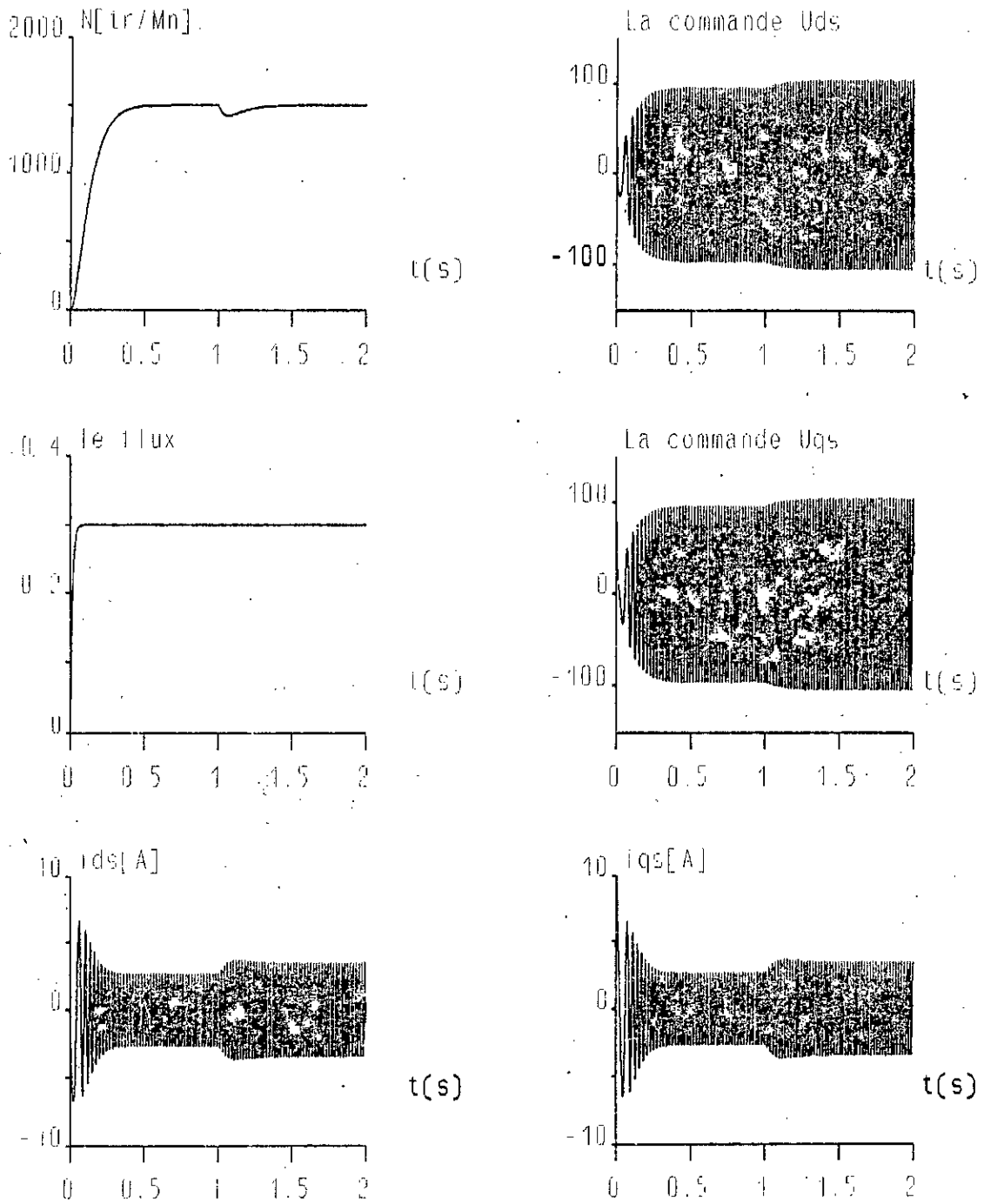


Fig. 4.5: Démarrage à vide avec introduction d'une perturbation de charge nominale en régime établi pour des pôles de vitesse $P_{1,2} = -15 \pm j$ et de flux $P'_{1,2} = -100 \pm j$.

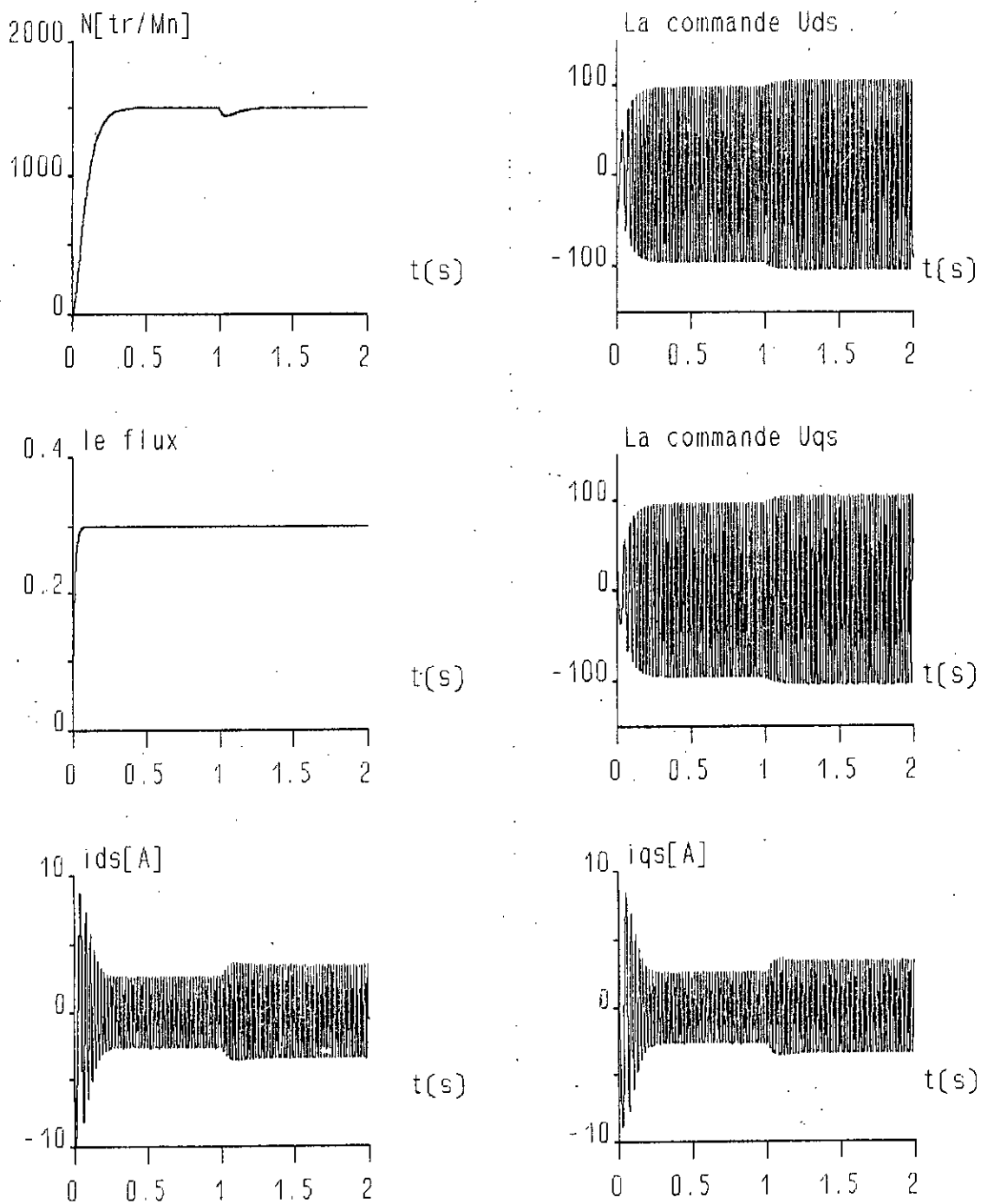


Fig. 4.6: Démarrage à vide avec introduction d'une perturbation de charge nominale en régime établi pour des pôles de vitesse $P_{1,2} = -100 \pm j$ et de flux $P'_{1,2} = -20 \pm j$.

3.4.1 Effet d'une erreur sur la résistance R_r

La simulation est effectuée pour une erreur sur R_r de l'ordre de 20% avec l'introduction d'une perturbation de charge nominale en régime établi (figure 4.7). Les résultats de la simulation montrent très nettement la sensibilité de la réponse de vitesse à cette variation. En effet, la réponse considérée s'est complètement détérioré. Pour remédier à cela, un autre choix de pôles est proposé, en l'occurrence $P_{1,2} = -50 \pm j$ et $P'_{1,2} = -100 \pm j$, lequel malheureusement, engendre une augmentation considérable du courant i_{qs} au démarrage (figure 4.8 pour une erreur sur R_r de 20% et figure 4.9 pour une erreur de 50%). Pour minimiser la valeur du pic du courant une limitation sur i_{qs} et i_{ds} est introduite dans les commandes du système u_{qs} et u_{ds} . Malheureusement la technique utilisée donne des résultats médiocres. En effet, nous constatons que le pic de courant en question ne disparaît pas complètement, la réponse de vitesse subit un léger ralentissement et de plus elle présente une erreur statique en régime établi pour une erreur sur R_r de 50% (figure 4.11)

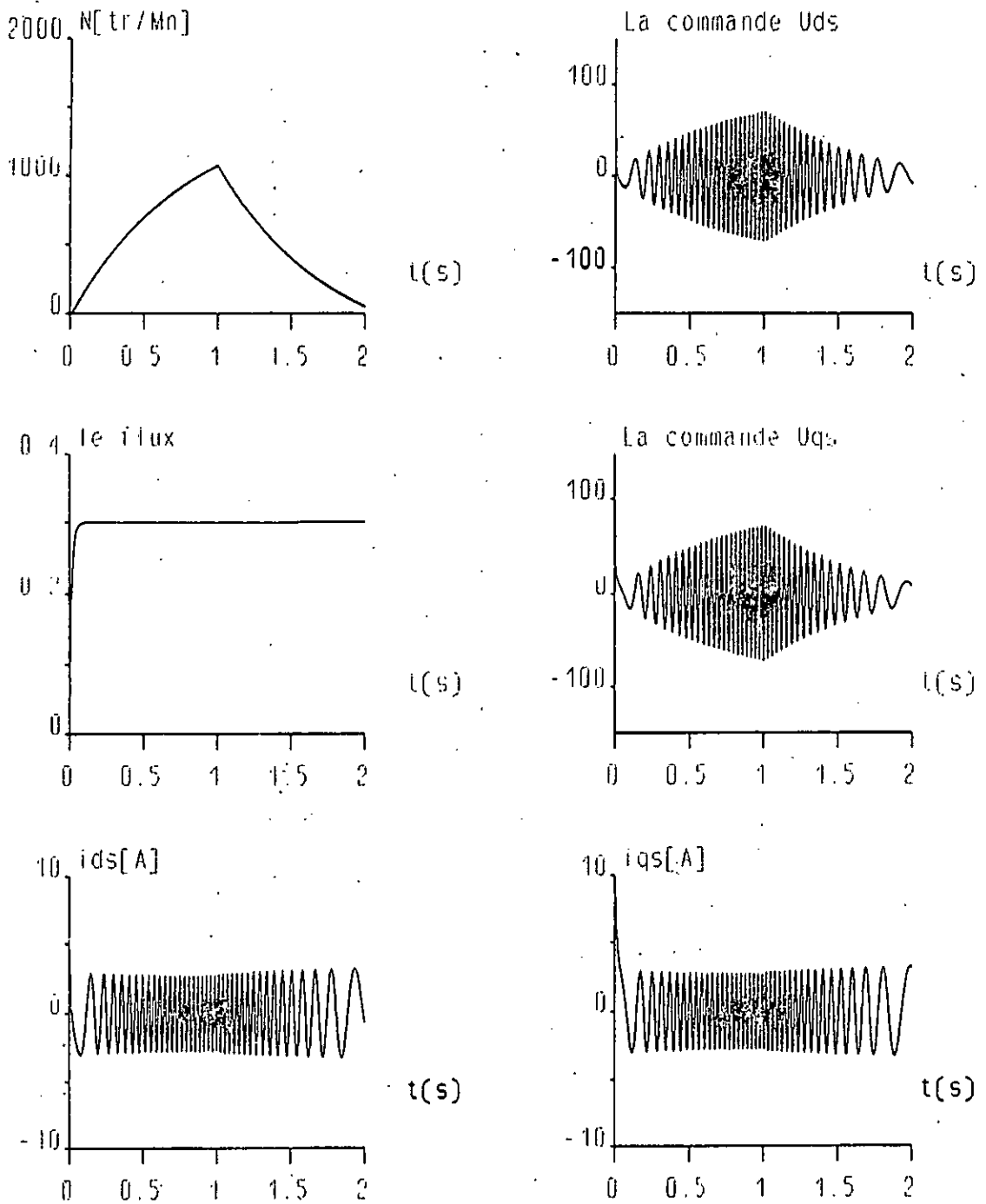


Fig. 4.7: Erreur sur R_r de 20% en présence d'une perturbation de charge nominale en régime établi.

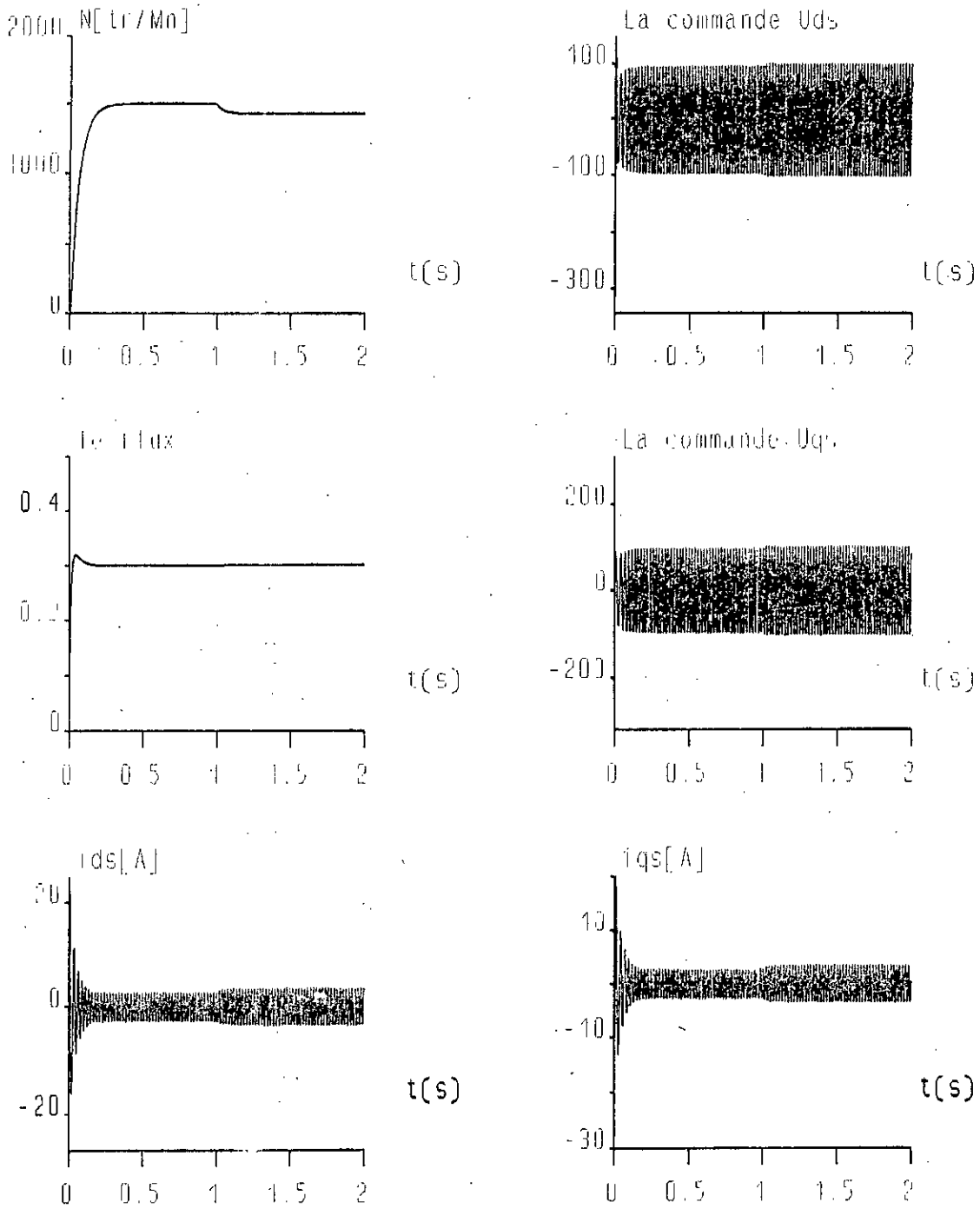


Fig. 4.8: Erreur sur R_r de 20% en présence d'une perturbation de charge nominale en régime établi.
 $P_{1,2} = -50 \pm j$ pour la vitesse et $P'_{1,2} = -100 \pm j$ pour le flux.

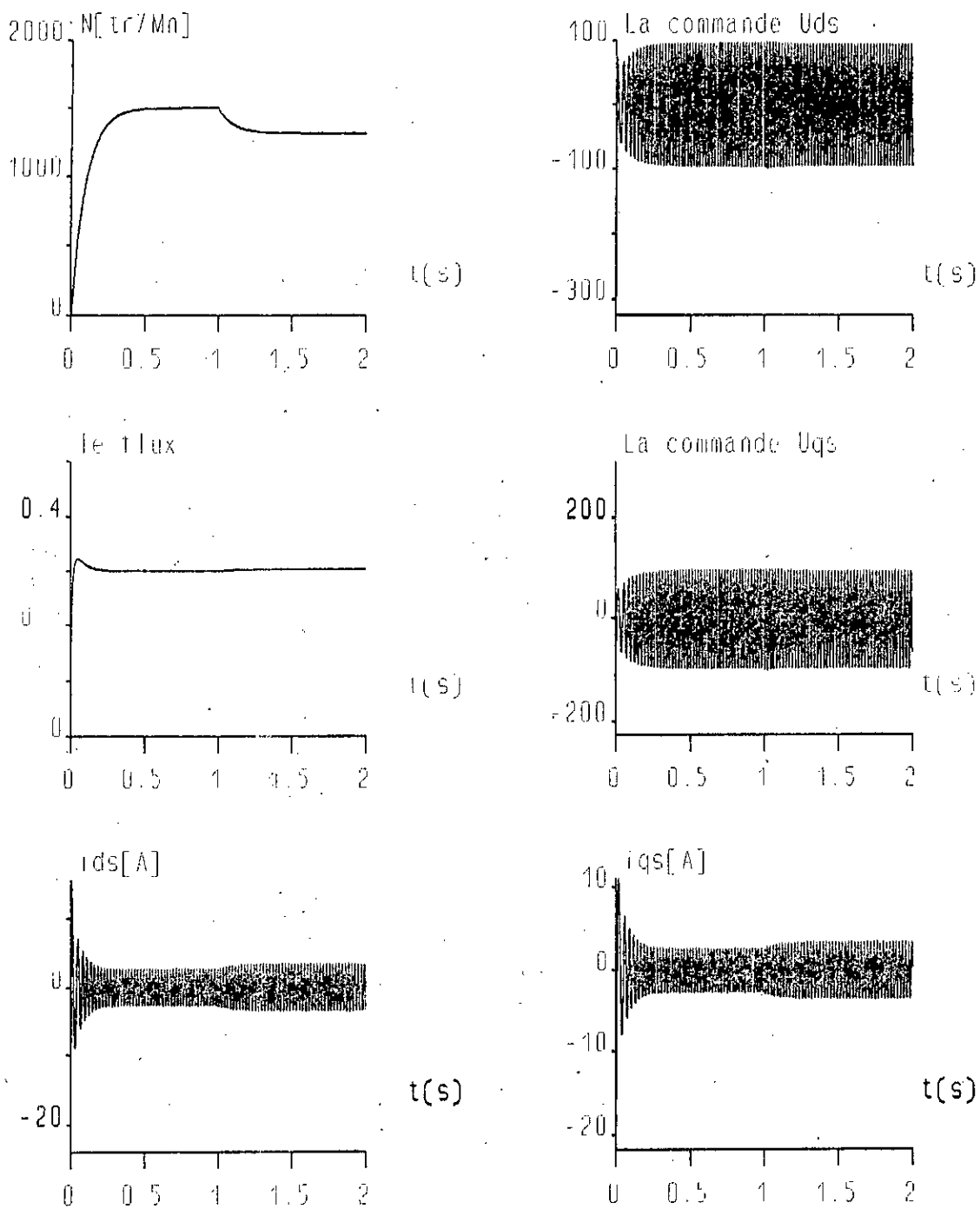


Fig. 4.9: Erreur sur R_r de 50% en présence d'une perturbation de charge nominale en régime établi.
 $P_{1,2} = -50 \pm j$ pour la vitesse et $P'_{1,2} = -100 \pm j$ pour le flux.

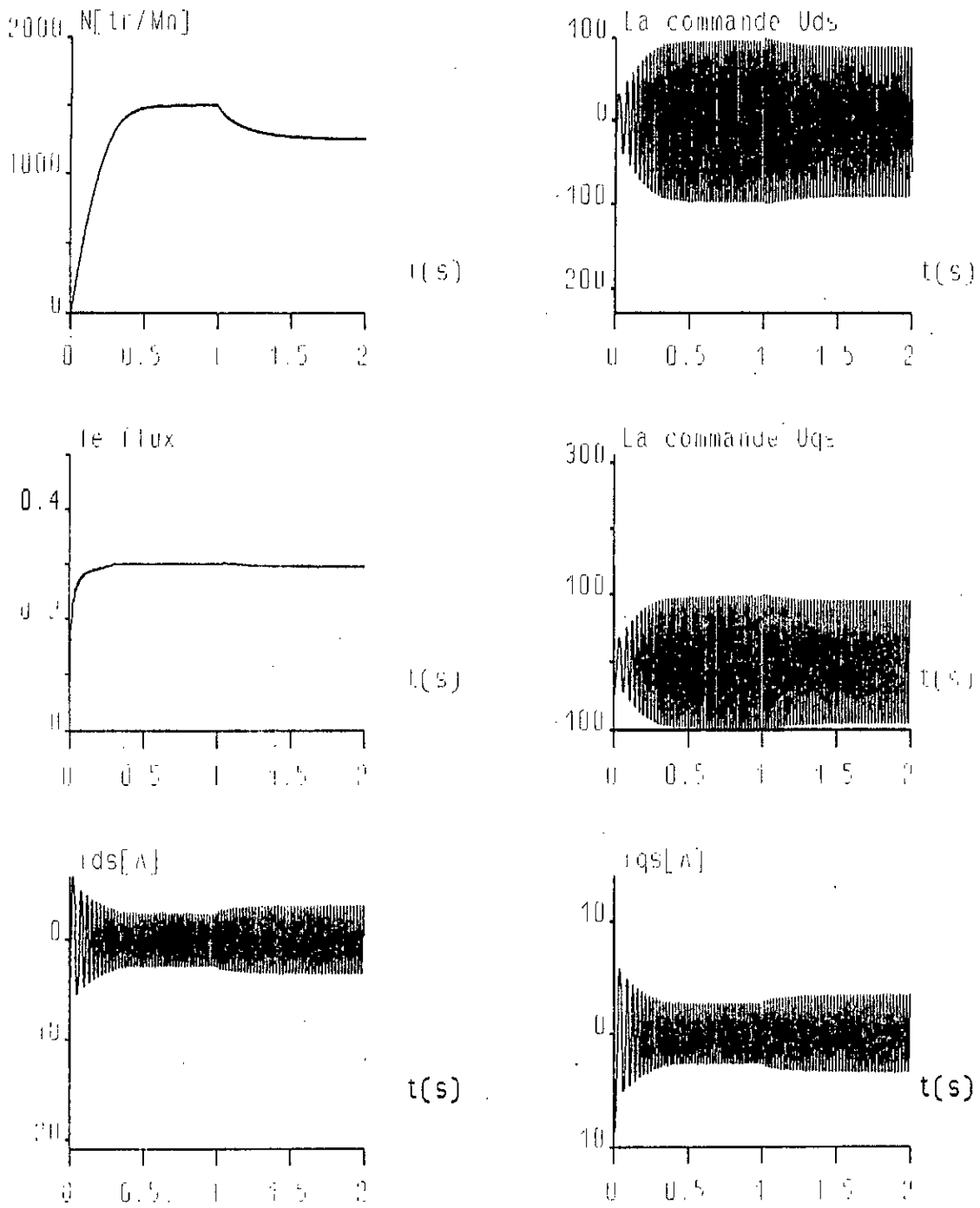


Fig. 4.10: Erreur sur R_r de 50% avec limitation de courant en présence d'une perturbation d'une charge nominale en régime établi ($P_{1,2}=-50 \pm j$ et $P'_{1,2}=-100 \pm j$).

3.5 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons appliqué au modèle du moteur exprimé dans un référentiel lié au stator une commande qui le linéarise partiellement et le découple, suivi d'un réglage par placement de pôles. Les résultats de la simulation montrent que la stratégie de commande adoptée donne de bonnes performances. En effet, nous constatons d'après les résultats de la simulation que les réponses de vitesse et de flux atteignent rapidement les références qui leur sont imposées, de plus, la perturbation de charge nominale est rejetée par le système. Par contre, dès qu'il y'a une variation de la résistance rotorique, la réponse de vitesse se détériore considérablement. Pour pallier à cette détérioration d'autres pôles sont choisis ($P_{1,2} = -50 \pm j$ (vitesse) et $P'_{1,2} = -100 \pm j$ (flux)). Ce changement améliore les réponses, mais agit d'une façon néfaste sur le pic de courant en quadrature. La aussi, l'utilisation d'une limitation est nécessaire, mais malheureusement, les résultats obtenus ne sont pas bons. Une méthode qui peut minimiser les effets de la variation de la résistance rotorique sur le système est l'utilisation d'un schéma d'adaptation.

COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT VIA UNE LINEARISATION PAR RETOUR D'ETAT

La théorie des systèmes à structure variable (SSV) et les modes glissants (MG) associés ont été le sujet de beaucoup de publications ces dernières années [15],[20],[21],[25],[26]. En effets, les récents développements de cette théorie de commande, ainsi que son application dans différents domaines [17],[18],[32],[34] font suites à la découverte de nouvelles techniques mathématiques et de nouveaux principes de commande, en plus de la disponibilité d'une technologie très avancée de microprocesseurs [28].

Dans cette optique, ce chapitre est consacré à l'application d'une technique de commande par mode de glissement via une linéarisation exacte par retour d'état statique et difféomorphisme [15]. En premier, nous donnons un bref aperçu sur la commande par mode de glissement puis nous introduisons la technique de commande utilisée. Par la suite, nous appliquons cette technique au modèle du moteur asynchrone introduit dans le troisième chapitre (modèle linéarisé). Les résultats de la simulation sont présentés à la fin.

5.1 OBJECTIF DE LA COMMANDE

Notre objectif est de régler les sorties du moteur, en l'occurrence, la vitesse du rotor et le flux rotorique, au moyen d'une commande par mode de glissement. Par la suite, il est fait une comparaison entre les résultats obtenus par cette technique de commande avec ceux du troisième chapitre.

5.2 APERÇU SUR LA COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT

La technique par mode de glissement est une technique non linéaire. Elle est caractérisée par la discontinuité de la commande lors du passage par une surface de commutation appelée surface de glissement ou variété de glissement. Elle consiste à amener la trajectoire d'état vers la surface choisie et de la faire commuter à l'aide d'une logique de commutation appropriée autour de celle-ci jusqu'au point d'équilibre [17]. Dans cette optique, considérons la classe de systèmes non linéaires déjà définie dans le deuxième chapitre (§ 2.2):

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x)\end{aligned}$$

ou $x \in \mathbb{R}^n$, $u, y \in \mathbb{R}^m$ sont respectivement les états, les commandes et les fonctions de sortie.

Les commandes non linéaires u_j ($j=1, \dots, m$) prennent les valeurs suivantes:

$$u_j = \begin{cases} u_j^+ & \text{si } S_j(x) > 0 \\ u_j^- & \text{si } S_j(x) < 0 \end{cases} \quad (5.1)$$

ou $S_j(x)$ est la surface de glissement associée à la commande u_j ($j=1, \dots, m$). La surface globale est donnée par:

$$S(x) = [S_1(x), S_2(x), \dots, S_m(x)]^T \quad (5.2)$$

En mode de glissement les variables d'état sont reliées entre elles par la relation $S(x)=0$.

5.3 SYNTHÈSE DE LA COMMANDE

L'approche que nous utilisons pour la synthèse de la commande a été introduite par Sira-Ramirez [15]. Elle s'applique en trois étapes (figure 5.1):

1^{ère} Etape: Mise du système sous forme normale (§ 2.2.2)

$$\frac{dz_1^1}{dt} = z_2^1$$

$$\frac{dz_{r_1-1}^1}{dt} = z_{r_1}^1$$

$$\frac{dz_{r_1}^1}{dt} = L_f^{r_1} h_1(x) + \sum_{j=1}^m L_{g_j} L_f^{r_1-1} h_1(x) u_j$$

.....

$$\frac{dz_1^m}{dt} = z_2^m$$

.....

$$\frac{dz_{r_m-1}^m}{dt} = z_{r_m}^m$$

$$\frac{dz_{r_m}^m}{dt} = L_f^{r_m} h_m(x) + \sum_{j=1}^m L_{g_j} L_f^{r_m-1} h_m(x) u_j$$

2^{ème} Etape: Les surfaces qui rendent le système asymptotiquement stable sont proposées telles que:

$$S_j = \left\{ z_i^j \in \mathbb{R}^{r_i}: S_j = \sum_{i=1}^{r_i-1} m_i z_i^j + z_{r_i}^j \right\} \quad (5.3)$$

ou $1 \leq j \leq m$ et $1 \leq i \leq r_i$.

3^{ème} Etape: Les commandes à structure variable sont spécifiées telles que:

$$v_j = - \sum_{i=1}^{r_i-1} f_i z_i^j \quad (5.4)$$

ou le gain f_i est donné par:

$$f_i = k_i |m_{i-1} - m_{i-1} m_i| \text{sign}(S_j z_i^j) \quad (5.5)$$

Les coefficients sont choisis tel que $m_i > 0$ et $k_i > 1$ pour tout i .

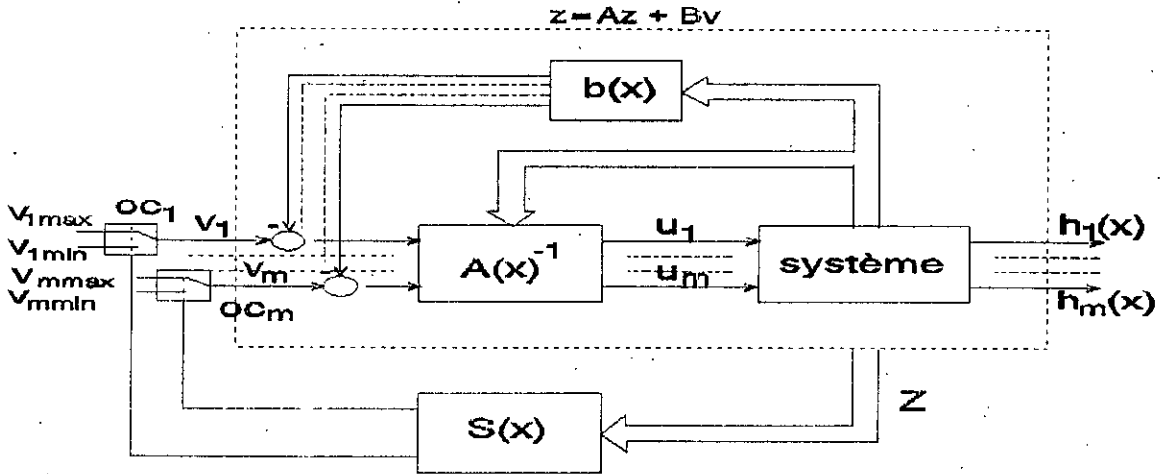


Fig. 5.1: Commande par mode de glissement via une linéarisation par retour d'état.

5.4 APPLICATION DE LA COMMANDE AU MOTEUR

Soit le système d'équation (3.6) donnant la forme normale du modèle du moteur:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= \eta (L_m f_1(x) - f_3(x)) + \frac{u_{ds}}{\sigma L_s} \\ \dot{z}_3 &= z_4 \\ \dot{z}_4 &= \alpha (x_3 f_2(x) + x_2 f_3(x)) + \frac{x_3 u_{qs}}{\sigma L_s} \end{aligned}$$

ou la paire de commandes u_{ds} et u_{qs} est donnée par:

$$\begin{cases} u_{ds} = - \frac{\sigma L_s}{L_m} (Mf_1(x) - f_3(x)) + \frac{v_1}{\beta R_r} \\ u_{qs} = - \frac{\sigma L_s}{x_3} (x_3 f_2(x) + x_2 f_3(x)) + \frac{Jv_2}{p\beta x_3} \end{cases}$$

En relation avec la section (5.3) les surfaces de glissement sont imposées telles que:

$$\begin{cases} S_1 = m_1 z_1 + z_2 \\ S_2 = m_2 z_3 + z_4 \end{cases} \quad (5.6)$$

ou m_1 et m_2 sont des réels strictement positifs pour garantir la stabilité asymptotique du système [15].

Finalement, les commandes à structure variable v_1 et v_2 s'écrivent:

$$\begin{cases} v_1 = - k_1 m_1 (z_1 - z_{1ref}) \text{sign}(S_1(z_1 - z_{1ref})) \\ v_2 = - k_2 m_2 (z_3 - z_{3ref}) \text{sign}(S_2(z_3 - z_{3ref})) \end{cases} \quad (5.7)$$

z_{1ref} et z_{3ref} sont les deux sorties de référence. Les commandes ainsi définies garantissent la stabilité et la dynamique désirée, avec $k_1, k_2 > 1$.

5.5 RESULTATS DE LA SIMULATION

Partons du modèle linéarisé du troisième chapitre auquel nous avons appliqué une commande à structure variable, nous avons ainsi relevé, les comportements de la vitesse et du courant i_{qs} lors de la variation des coefficients de la commande m_2 (figure 5.2 et figure 5.3) et k_2 (figure 3.4 et figure 3.5). Par la suite, pour des valeurs des coefficients qui nous donnent un pic de courant admissible, nous avons relevé le comportement de la

vitesse N [tr/mn], du flux rotorique Ψ_r [Wb], des commandes (U_{ds}, U_{qs}) , des courants $(i_{ds}[A], i_{qs}[A])$, du courant de ligne i_a [A], des droites de commutation dans l'espace de Brunowsky $z_1=f(z_2)$ et $z_3=f(z_4)$, des droites de commutation dans l'espace initial, $x_3=f(x_1)$ et $x_4=f(x_2)$ et des droites de commutation s_1 et s_2 ($k_1=100$, $k_2=100$, $m_1=50$ et $m_2=3$) (figure 5.6 et figure 5.7).

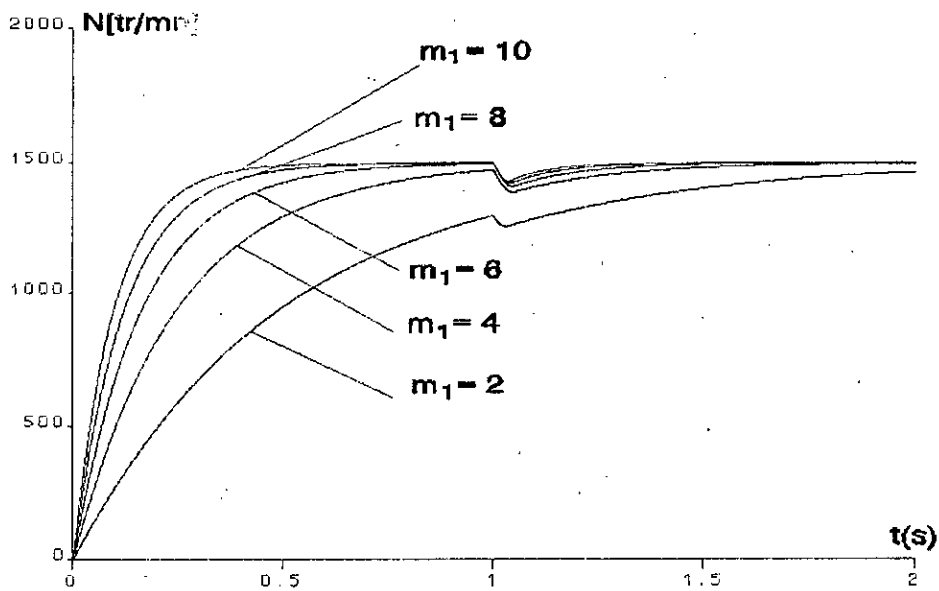


Fig. 5.2: Effets de la variation du coefficient de la commande m_2 sur la réponse de vitesse du système, avec $k_1=100$, $k_2=100$ et $m_1=20$.

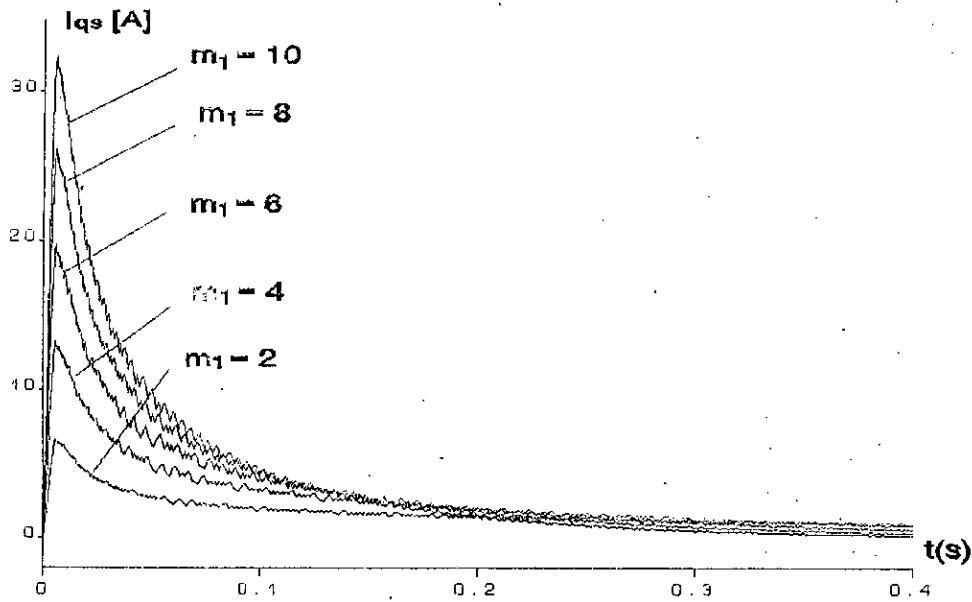


Fig. 5.3: Effets de la variation du coefficient de commande m_2 sur la réponse du courant en quadrature en régime transitoire, avec $k_1=100$, $k_2=100$ et $m_1=20$.

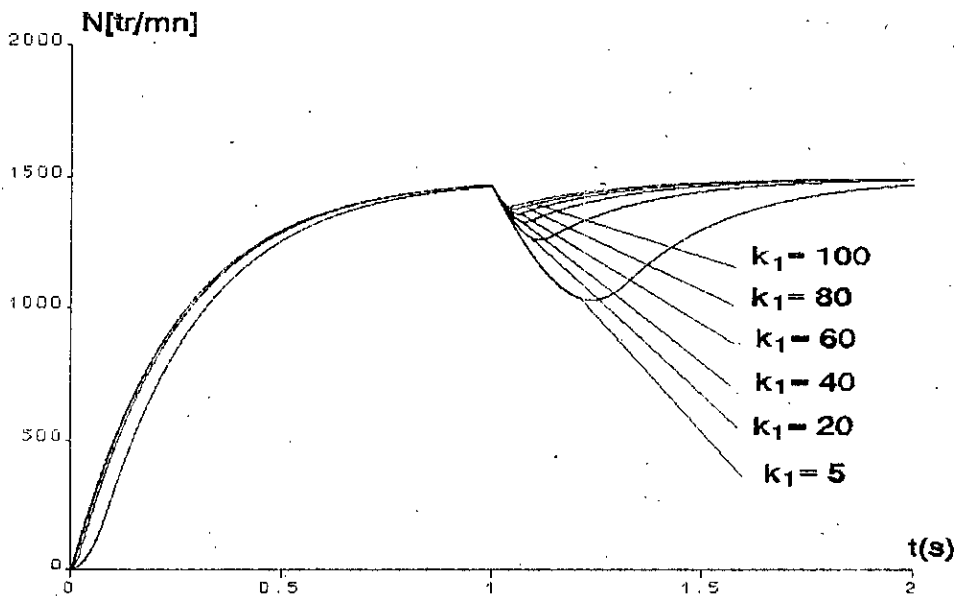


Fig. 5.4: Effet de la variation du coefficient de la commande k_2 sur la réponse de la vitesse du système, avec $k_1=100$, $m_1=20$ et $m_1=4$.

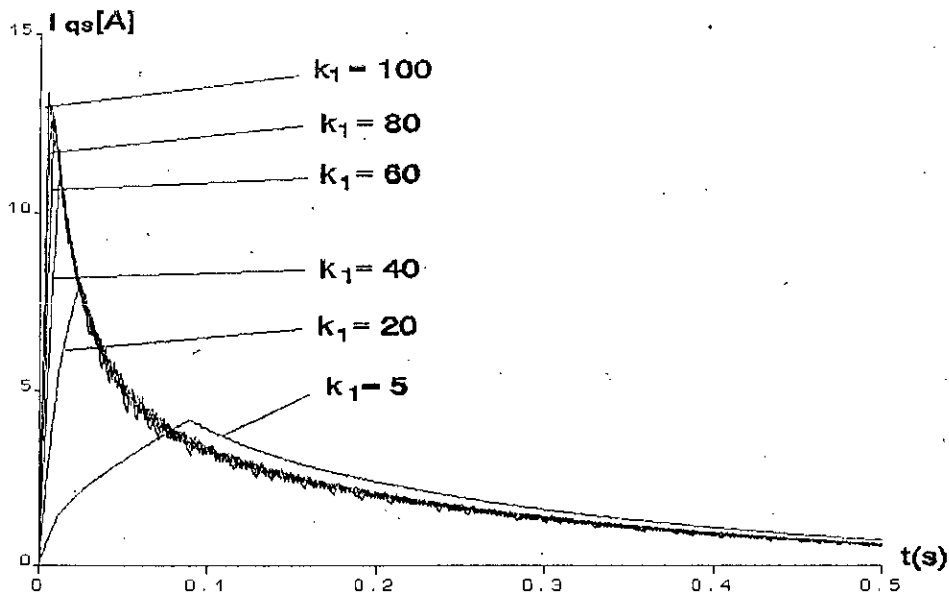


Fig. 5.5: Effet de la variation du coefficient de la commande k_2 sur la réponse de courant en quadrature en régime transitoire avec $k_1=100$, $m_1=20$ et $m_1=4$.

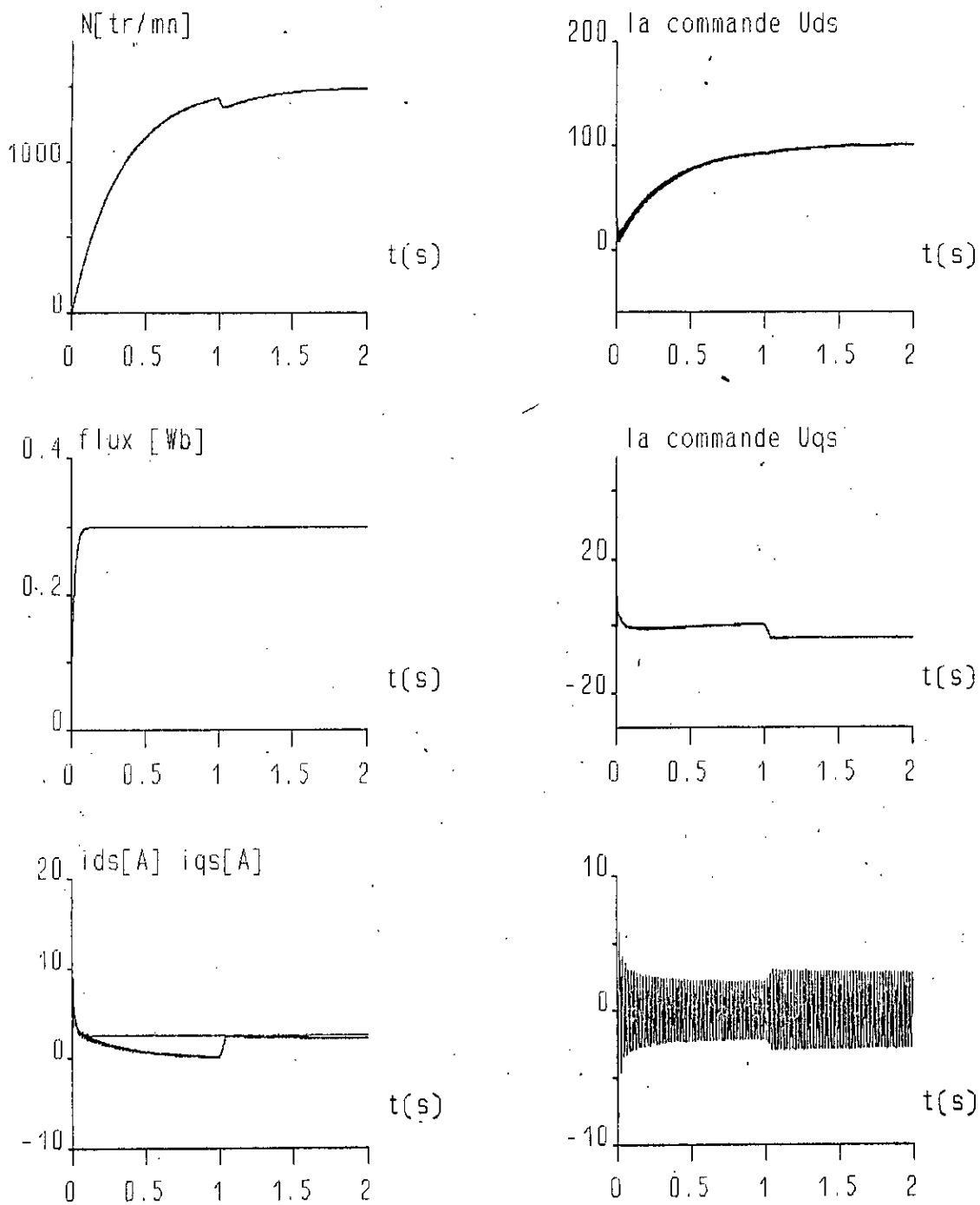


Fig. 5.6: Démarrage à vide en présence d'une perturbation de charge nominale en regime établi, avec $k_1=100$, $m_1=50$, $k_2=100$ et $m_2=3$.

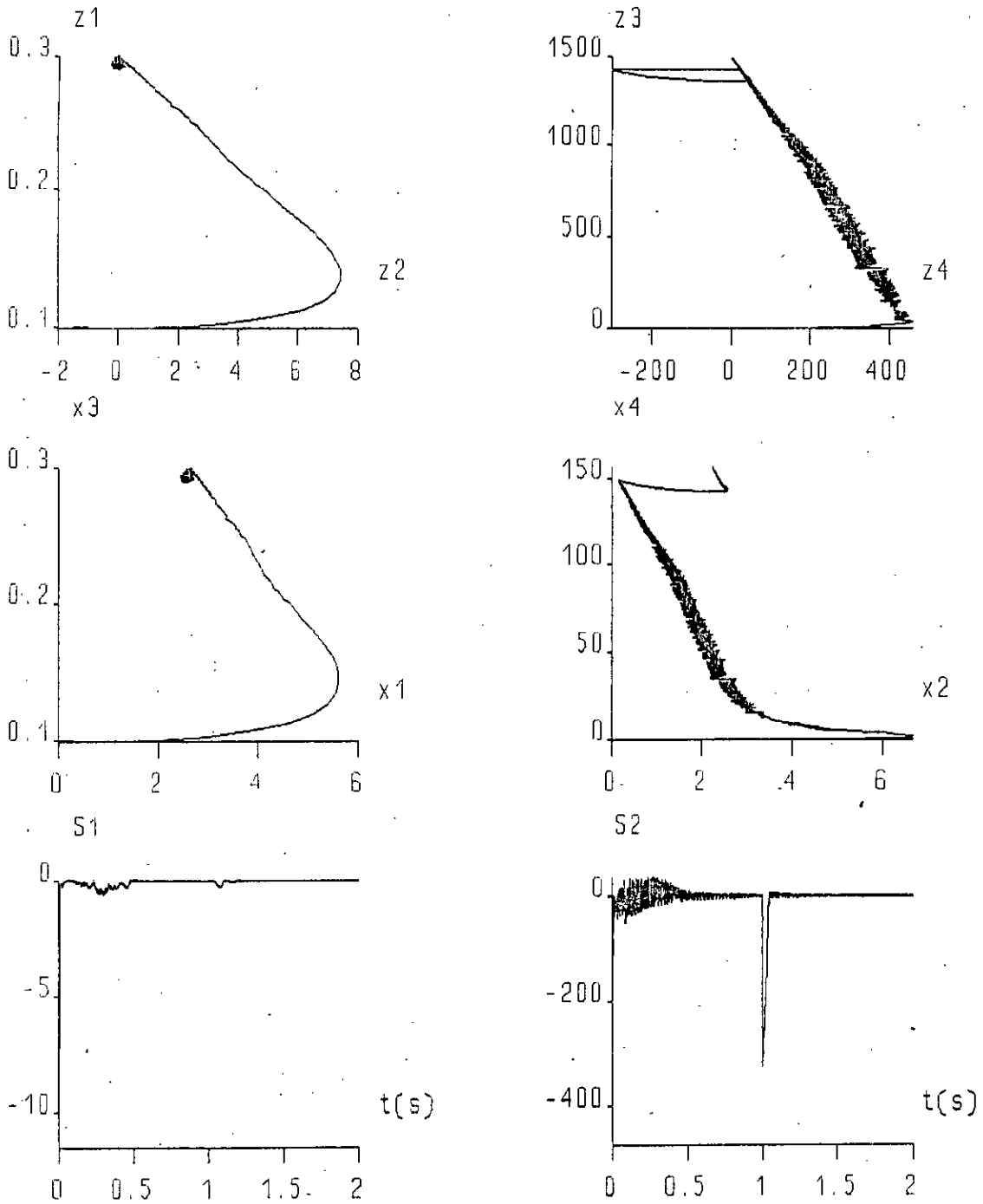


Fig. 5.7: Evolution des droites de commutation dans l'espace de BRUNOWSKY, dans l'espace initial et en fonction du temps, avec $k_1=100$, $m_1=50$, $k_2=100$ et $m_2=3$.

5.5.1 Effet d'une erreur sur la résistance R_r

Comme dans le cas du troisième chapitre, nous avons simulé le comportement du système lors de la variation de la résistance R_r de 20% par rapport à sa valeur initiale (figure 5.8) et de 50% (figure 5.9). Par la suite, à cause des erreurs statiques en régime établi qui apparaissent sur les réponses de vitesse et de flux, nous avons choisi d'autres coefficients de commande ($k_1=100$, $k_2=100$, $m_1=50$ et $m_2=3$) lesquelles malheureusement, font augmenter le pic de courant au démarrage, chose qui nécessite l'utilisation d'une limitation (figure 5.10). Par ailleurs, nous avons utilisé comme seconde alternative de limitation, celle de la trajectoire rectiligne en régime transitoire pour deux séries de coefficients différentes (figure 5.11), (figure 5.12), (figure 5.13) et (figure 5.14).

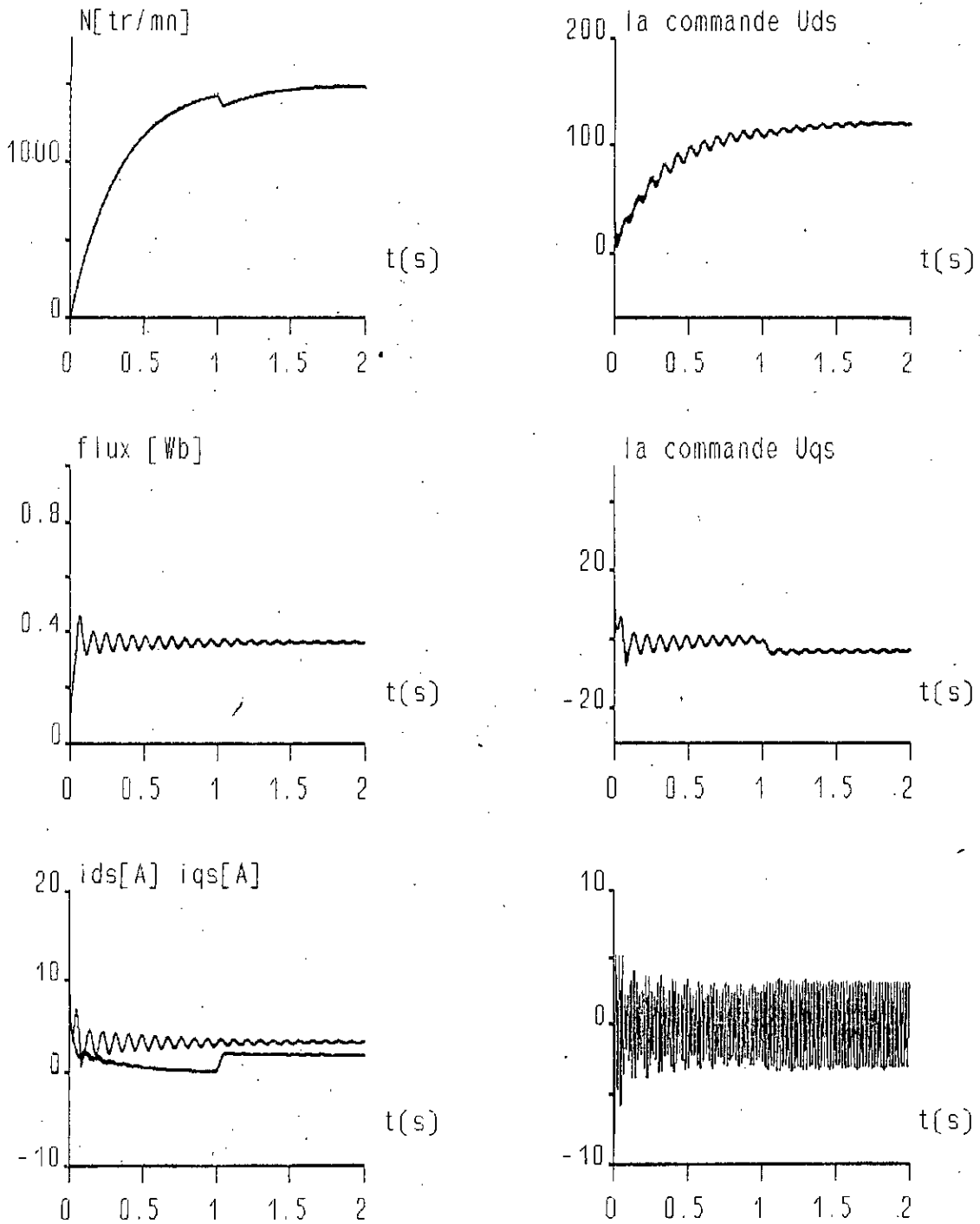


Fig. 5.8: Erreur sur R_r de 20% en présence d'une perturbation de charge nominale en régime établi.

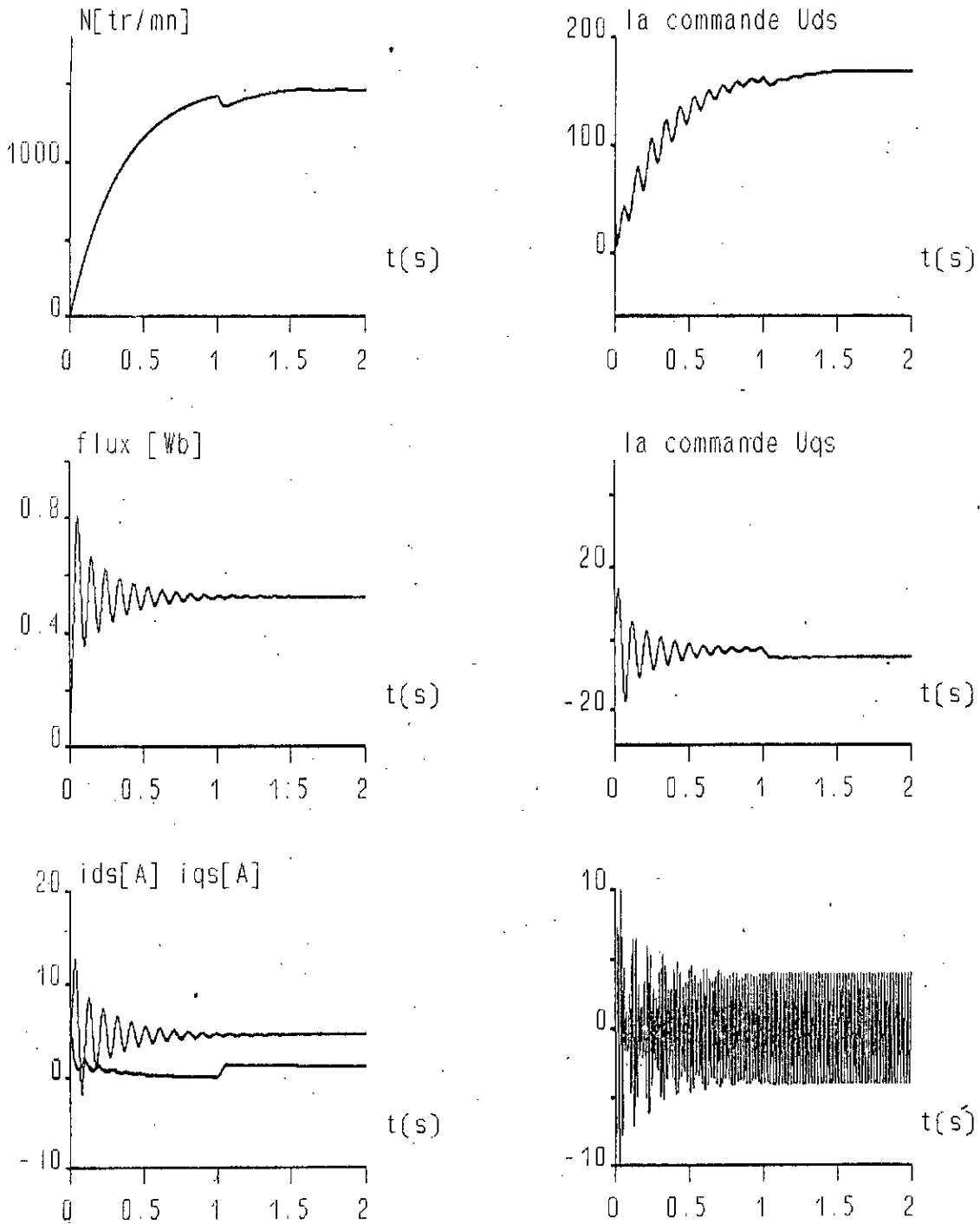


Fig. 5.9: Erreur sur R_r de 50% en présence d'une perturbation de charge nominale en régime établi.

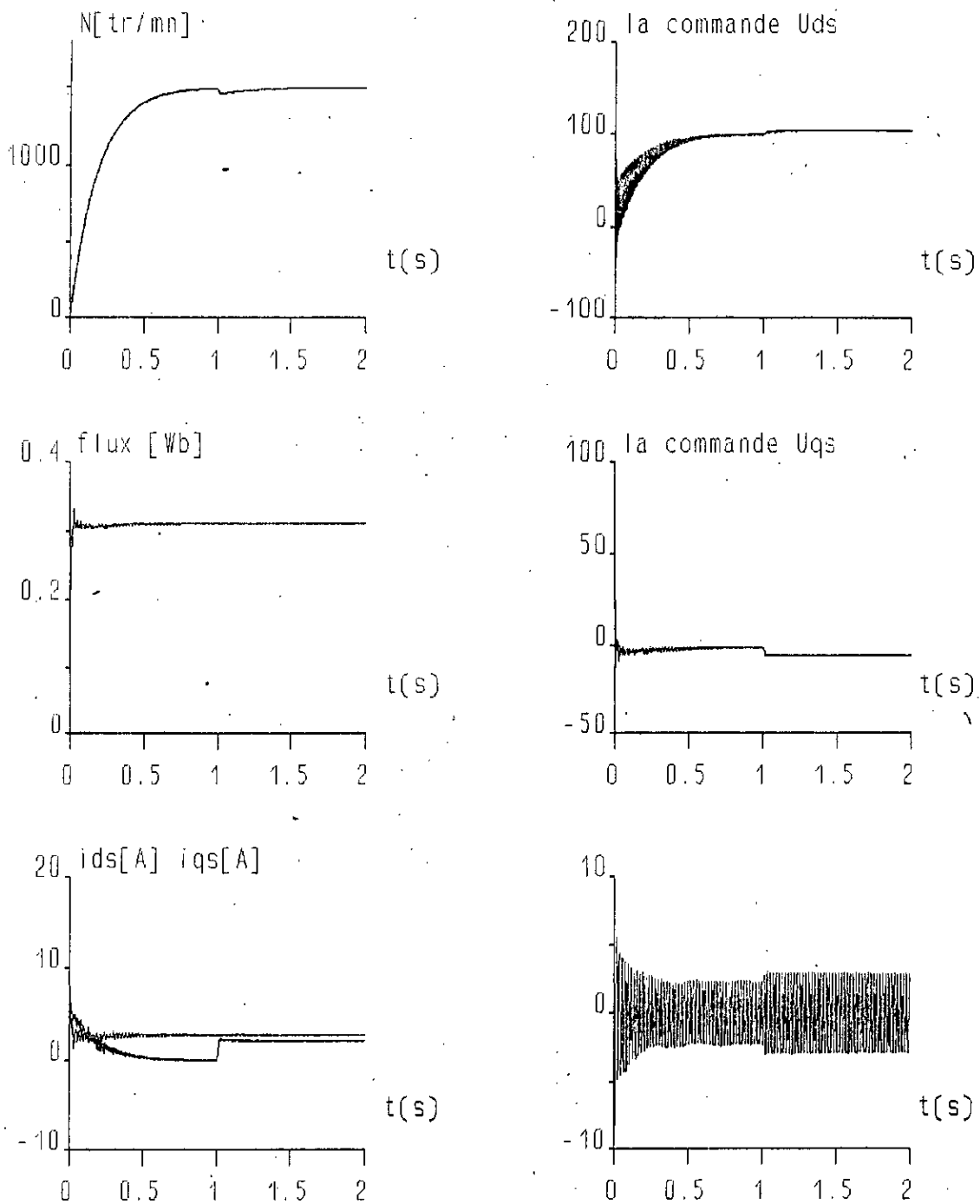


Fig. 5.10: Erreur sur R_r de 50%, avec limitation de courant en présence d'une perturbation de charge nominale en régime établi ($k_1=500$, $m_1=50$, $k_2=500$ et $m_2=6$)

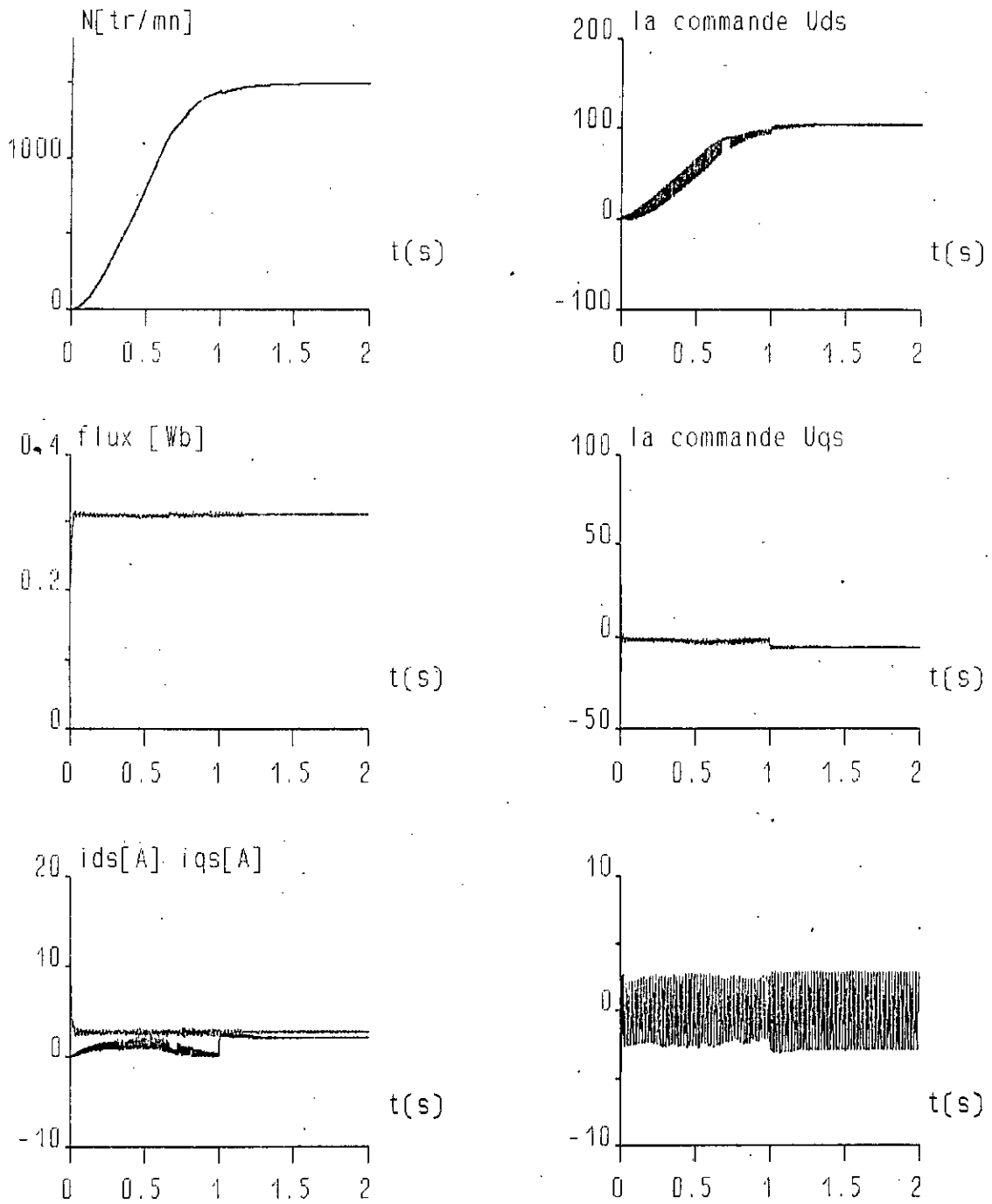


Fig .5.11: Limitation par trajectoire de référence en régime transitoire pour une erreur sur R_r de 50%. ($k_1=500$, $m_1=50$, $k_2=500$ et $m_2=6$).

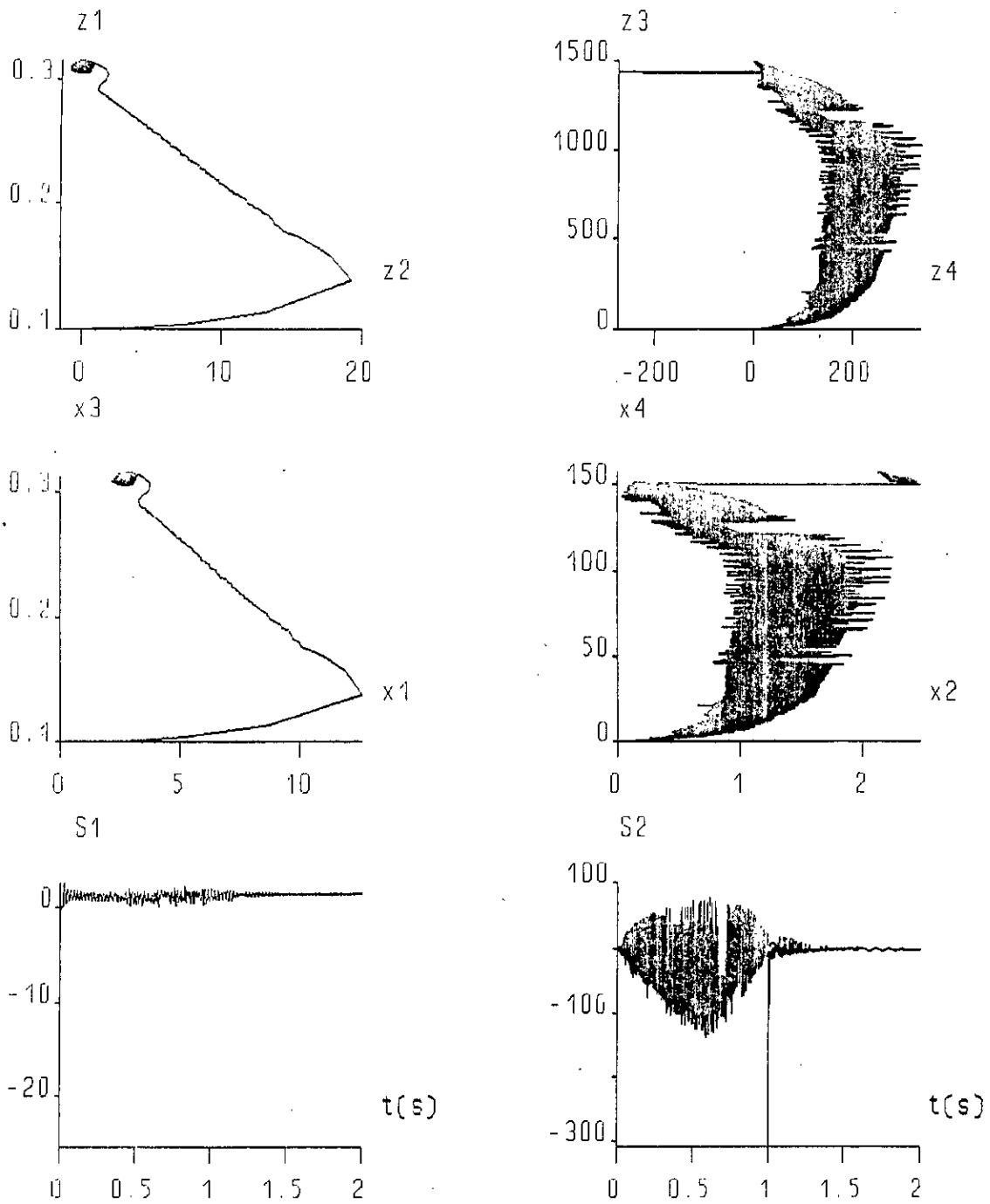


Fig 5.12: Evolution des droites de commutation dans l'espace de Brunowsky, dans l'espace initial et en fonction du temps.

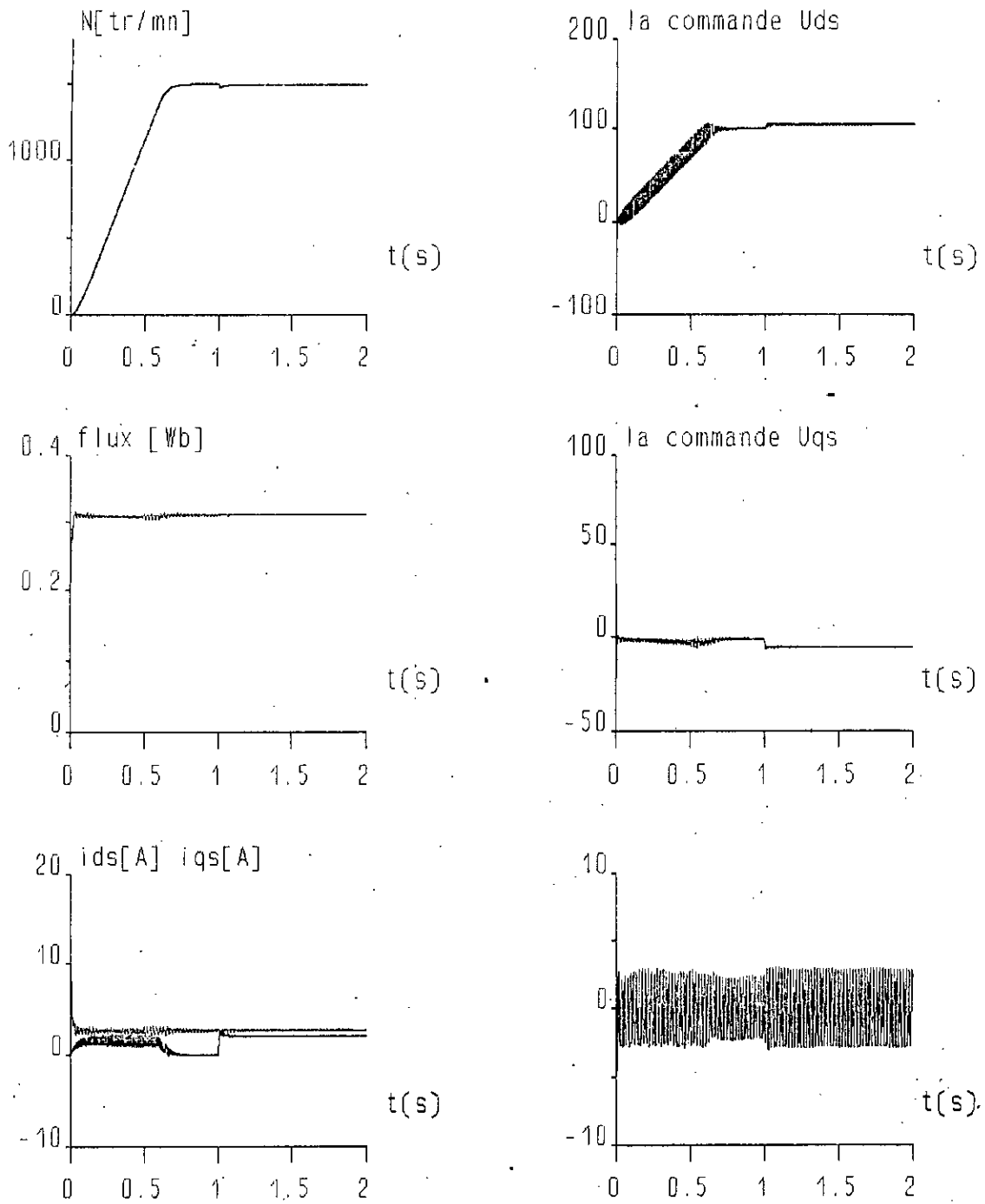


Fig. 5.13: Limitation par trajectoire de référence en régime établi pour une erreur sur R_r de 50% ($k_1=500$, $m_1=120$, $k_2=500$ et $m_2=25$)

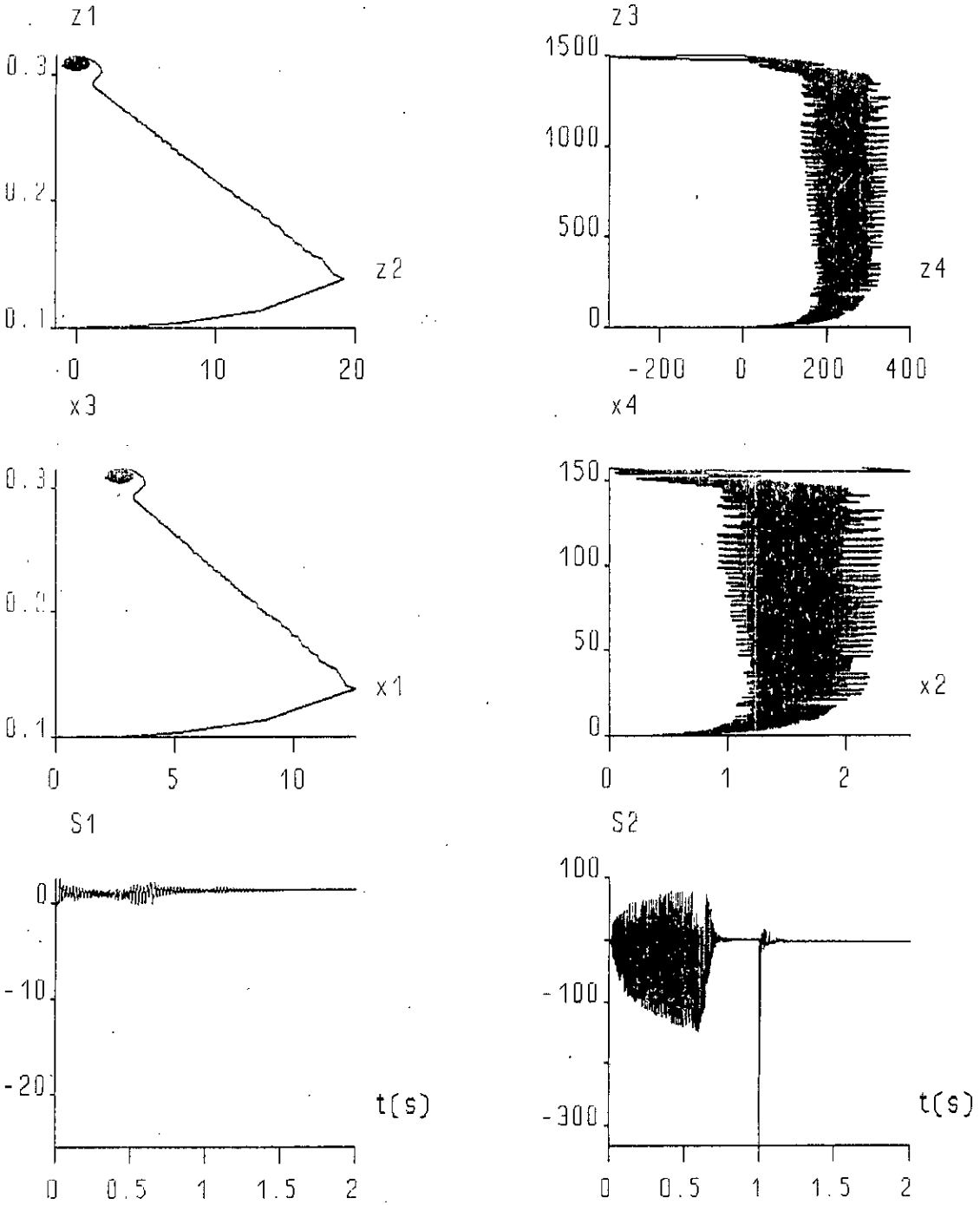


Fig. 5.14: Evolution des droites de commutation dans l'espace de Brunovsky, dans l'espace initial et en fonction du temps.

5.6 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons appliqué une technique de commande par mode de glissement au modèle du moteur asynchrone introduit au troisième chapitre. Ainsi, après la linéarisation exacte par bouclage statique non linéaire et difféomorphisme, une commande à structure variable est appliquée au système linéarisé. Les résultats de la simulation montrent la validité de la stratégie adoptée. En effet, la vitesse et le flux, pour des coefficients de commande k_1 , k_2 , m_1 et m_2 choisis, présentent de bonnes performances et de très bons temps de réponse, et cela, même en présence d'une perturbation de charge nominale en régime établi. Par contre, lors de la variation de la résistance rotorique, les deux réponses se trouvent considérablement altérées, et nous observons des fluctuations sur les commandes (u_{ds} et u_{qs}), sur le flux et sur les courants i_{ds} et i_a . Pour minimiser ces altérations nous avons imposé d'autres valeurs aux paramètres k_1 , k_2 , m_1 et m_2 , mais cela se fait au détriment de la valeur du courant au démarrage. La aussi, nous avons utilisé les techniques de limitation introduites antérieurement au troisième chapitre, et qui d'ailleurs, donnent de bons résultats.

5.7 COMPARAISON

A partir des résultats de simulation obtenus au troisième et au cinquième chapitres pour deux techniques de commande différentes, nous pouvons faire les remarques suivantes:

Cde par placement de pôles	Cde par mode de glissement
La réponse de vitesse est sensible à la variation de R_r , alors que celle du flux l'est moins pour une erreur de 20%, par contre pour 50%, elle présente une erreur statique assez importante. L'erreur sur R_r réduit la valeur du pic de courant	La réponse de flux, les commandes, les courants i_{ds} et i_{qs} sont sensibles à la variation de R_r . Ils présentent des oscillations dues à la discontinuité de la commande. La réponse de flux présente une erreur statique assez importante pour une erreur sur R_r
La limitation de courant à 4 Ampères donne de très bons résultats.	La limitation de courant à 4 Ampères donne de très bons résultats.
La réponse de vitesse est légèrement ralentie et le pic de courant i_{qs} disparaît	Le ralentissement de vitesse n'est pas visible.
Présence d'un pic de courant de très courte durée.	Présence d'un pic de courant de très courte durée.
La limitation par trajectoire de référence rectiligne en régime transitoire donne d'excellents résultats.	La limitation par trajectoire de référence rectiligne en régime transitoire donne d'excellents résultats.
Le temps de réponse de la vitesse est fixé (imposé).	Le temps de réponse de la vitesse est fixé (imposé).
Le pic de courant de i_{qs} est alors insensible à la variation des pôles.	Le pic de courant de i_{qs} est alors insensible à la variation des coefficients de commande.

CONCLUSION GENERALE

Nous avons dans ces travaux, étudié l'application de certaines techniques de commande non linéaires à un moteur asynchrone.

Au troisième chapitre, après avoir effectué la linéarisation exacte et le découplage E/S du modèle du moteur asynchrone commandé par orientation du champ, nous avons appliqué la technique de commande par placement de poles au système ainsi linéarisé. Le choix des poles s'est fait par compromis sur le pic du courant maximal en quadrature que peut supporter le moteur. Malheureusement, la variation de la résistance rotorique, qui induit une erreur statique sur la réponse de vitesse, nous pousse à changer les poles pour assurer une meilleure robustesse du système. Ceci se fait au détriment du pic du courant en quadrature qui atteint des valeurs importantes. Pour pallier à ce problème, deux solutions ont été proposées. La première consiste à limiter les courants en limitant les grandeurs de commande, la seconde utilise une limitation par trajectoire rectiligne en régime transitoire. Les résultats de la simulation ont montré l'efficacité des deux méthodes, mais la seconde présente de meilleures performances.

Dans le quatrième chapitre, le modèle du moteur exprimé dans un référentiel lié au stator n'a pu être linéarisé exactement. En effet, le modèle linéarisé présente une dynamique des zéros stable, d'ordre un. La commande par placement de poles est alors adoptée pour le réglage du moteur. Elle donne d'excellentes performances pour les variations de consigne et de perturbation. Néanmoins la variation de la résistance rotorique engendre une erreur statique sur les réponses de vitesse et de flux. Pour remédier à ce problème, de nouveaux poles sont choisis, mais ceci agit d'une façon néfaste sur les pics de courants, qui atteignent des valeurs assez importantes au démarrage. Nous avons donc utilisé une limitation sur les commandes du système, malheureusement, la technique utilisée n'est pas très efficace

surtout pour des poles aussi éloignés de l'origine. En effet, des pics de courants importants, de très courte durée sont visibles sur les réponses.

Enfin, une commande par mode de glissement est appliquée aux modèles linéarisés du moteur asynchrone. Les résultats de la simulation obtenus montre une certaine similitude avec ceux du chapitre trois. Néanmoins, cette dernière est une technique plus difficile à mettre en oeuvre du fait des fortes sollicitations sur les organes de commande.

PERSPECTIVES

A la fin de la réalisation de ses travaux, nous avons constaté que cette thèse ouvre différents axes de recherche, entre autres:

- * l'utilisation d'observateurs pour l'estimation du flux rotorique du moteur dans la boucle de commande (eventuellement des observeurs glissants),
- * application des commandes linéarisantes adaptatives,
- * l'application de la commande par mode de glissement au modèle non linéaire du moteur,
- * etude de la robustesse des différentes lois de commande,
- * appliquer l'aspect échantillonné de la commande linéarisante au moteur (voir l'influence de l'échantillonnage sur la préservation des performances du système).

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] P.C.Sen, "Electric motor drives and control - past, present and future -", IEEE Trans.Ind electronics, Vol.37, N°6, 1990.
- [2] B.K.Bose, "Power electronics and AC drives", Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1986.
- [3] H.Buhler, "Impact of modern automatic control theory on electrical drives: A survey", 10th IFAC world congress on automatic control N°12, 1987.
- [4] W.Leonhard, "Control of electrical drives", Springer Verlag, 2nd Edition, 1990.
- [5] J.Chatelain, "Machines électriques", Tomel, Dunod, 1983.
- [6] B.Robyns, F.Labrique, H.Buyse, "Position tracking control with an induction actuator using poles placement and decoupling state feedback", IMACS Symposium MCTS, Casablanca, 1991.
- [7] A.De Luca, G.Ulivi, "Design of an exact nonlinear controller for induction motors", IEEE Trans.Automat.control Vol AC-34, N°12, 1989.
- [8] A.De Luca, G.Ulivi, "The design of linearizing outputs for inductions motors", Symposium of nonlinear control system design, 1989.
- [9] Z.Krzeminski, "Nonlinear control of induction motor", 10th IFAC world congress on automatic control N°12, 1987.
- [10] Z.Krzeminski, "Nonlinear feedback and control strategy of the induction motor", Dept of Elect Engeneering, Czestochowa, Pologne, 1991.
- [11] A.Isidori, "Nonlinear control systems: An introduction", 2nd Edition, Springer Verlag, 1989.
- [12] M.Djemai, "Commande linéarisante des systèmes régulièrement perturbés", DEA d'automatique et de traitement du signal, LSS, SUPELEC, 1991.
- [13] M.A.Henson & D.E.Seborg, "A critique of differential geometric control strategies for process control", 11th IFAC Congress, 1990.
- [14] R.Marino & P.Valigi, "nonlinear control of induction motors: A simulation study", ECC 91, Grenoble, 1991.
- [15] H.Sira-Ramirez, "Differential geometric methods in variable structure control", Int.J.Control, Vol 50, N°4, 1988.

- [16] Mahmoudi, "Variateurs de vitesse à moteurs asynchrones: leurs simulation et synthèse sur leurs performances", Thèse de magister, ENP, 1986.
- [17] F.Boudjema, "Commande par mode de glissement: Application aux convertisseurs électriques", Thèse de doctorat, LAAS, CNRS, université Paul Sabatier, Toulouse, France, 1991.
- [18] C.C.De Wit & J.J.E.Slotine, "Sliding observers for robots manipulators", Automatica, Vol 27, N°3, 1991.
- [19] J.J.E.Slotine, J.K Hedrick & E.A Misawa, "Nonlinear state estimation using sliding observers", Proc of 25th conf on decision and control, athènes, Grece, 1986
- [20] H.Sira-Ramirez, "Sliding regimes in general nonlinear systems: a relative degree approach", Int.J.control, Vol 48, N°4, 1989
- [21] H.Sira-Ramirez, " Variable structure control of nonlinear systems", Int.J.control, Vol 48, N°9, 1989.
- [22] J.J.E.Slotine & S.S.Sastry, "Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces, with application to robots manipulators", Int.J.Control, Vol 38, N°2, 1983.
- [23] H.Elmali & N.Olgac, "Robust output tracking control of non linear MIMO systems via sliding mode technique", Automatica, Vol 28, N°1, 1992.
- [24] G.Georgiou, "Sur des méthodes de commande non linéaires adaptative: Aspects échantillonné et applications", Doctorat es sciences, Université de Paris XI Orsay, France, 1992.
- [25] V.I.Utkin, "Variable structure systems with sliding modes", IEEE trans.Automat.Control, Vol AC-22, 1977.
- [26] V.I.Utkin, "Sliding modes and their application in variable structure systems", Edition Mir, Moscou, 1978.
- [27] R.R.Kadiyala, "Indirect adaptative nonlinear control of induction motors", Departement of EECS, University of california, Berkeley, CA 94720.
- [28] J.S.Liu & K.Yuan, "On tracking control for affine nonlinear systems by sliding mode", Syst & contol letters 13, Pays bas, 1989.
- [29] Nijmeijer & A.Van Der Schaft' "Nonlinear dynamical control systems", Springer Verlag, 1990.
- [30] J.Chiasson & A.Chaudhari, "Nonlinear controllers for the induction motor", Dept of Elect Engeneering, University of Pittsburgh, Pgh PA 15261, USA, 1991.

- [31] A.Isidori, C.H.Moog & A.De Luca, "A sufficient condition for full linearization via dynamic state feedback", Proc of 25th conf on decision and control, athene, Grece, 1986.
- [32] A.Sabanovic, N.Sabanovic & K.Ohnishi' "Sliding modes in power converters and motion control systems", Int.J.control, Vol 57, N°5, 1993.
- [33] J.J.E.Slotine & J.K.Hedrick, "Robust input-output feedback linearization", Int.J.Control, Vol 57, N°5, 1993.
- [34] A.J.Fossard, " Helicopter control law based on sliding mode with model following" Int.J.Control, Vol 57, N°5, 1993.
- [35] S.S.Sasty & A.Isidori, "Adaptive control of linearizable systems", IEEE Trans.Automat.Control, Vol AC-34, 1989.
- [36] A.Sabanovic & D.B.Izosimov, "Application of sliding modes to induction motor control", IEEE Trans.Ind.Applications, 1981.
- [37] R.Marino, R.Peresada & P.Valigi, "Adaptive partial feedback linearization of induction motors", Proc of 29th CDC, Honolulu, Hawaii, 1990.
- [38] G.C.Vergheze & S.R.Sanders, "Observers for flux estimation in induction machines", IEEE Trans.Ind.Electronics, Vol 35, N°1, 1988.
- [39] A.Isidori, A.J.Krener, C.G.Giorgi & S.Monaco, "Nonlinear decoupling via feedback: A differential geometric approach", IEEE Trans.Automat.Control, Vol AC-22, 1981.
- [40] G.Gilles & N.Laggoun, "Commande numérique par retour d'état de processus continus non linéaires", Le point en automatique, Vol N°2, 1986.
- [41] C.I.Byrnes & A.Isidori,, "A frequency domain philosophy for nonlinear system, with application to stabilization and adaptive control", 23rd IEEE Conf.Decision and Control, 1984.
- [42] D.Taylor, P.V.Kokotovic, R.Marino & I.Kanellakopoulos, "Adaptive regulation of nonlinear systems with unmodeled dynamics", IEEE Trans.Automat.Control, Vol AC-34, N°4, 1989.
- [43] H.Nijmeijer & W.Respondek, "Dynamic decoupling of nonlinear control systems", IEEE Trans.Automat.Control, Vol AC-33, N°11, 1988.
- [44] H.Buhler, "Réglage par mode de glissement", Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, 1986.

NOTIONS ELEMENTAIRES SUR LA GEOMETRIE DIFFERENTIELLE

soit le système:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u$$

Les champs de vecteurs f et g associés à ce système sont donnés par:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n f_i \frac{\partial}{\partial x_i}$$

$$g(x) = \sum_{i=1}^n g_i \frac{\partial}{\partial x_i}$$

Avec:

$$f(x) = [f_1, f_2, \dots, f_n]^T, \quad g(x) = [g_1, g_2, \dots, g_n]^T \quad \text{et} \quad x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$$

Dérivée de Lie:

considérons une fonction $T(x)$ et le champ de vecteur f , nous appellerons dérivée de Lie de $T(x)$ suivant le champ de vecteur f l'expression suivante:

$$L_f T(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial T(x)}{\partial x_i} f_i(x)$$

La dérivation de cette dernière expression suivant le champ de vecteur g donne:

$$L_g L_f T(x) = \frac{\partial(L_f T(x))}{\partial x} g(x)$$

Ainsi, si $T(x)$ est différencié k fois suivant le champ de vecteur f , par récurrence:

$$L_f^k T(x) = \frac{\partial(L_f^{k-1} T(x))}{\partial x} f(x)$$

Avec: $L_f^0 T(x) = T(x)$.

Crochet de Lie:

Une notion qui est aussi importante, est celle du crochet de Lie ou produit de Lie. Il est définie par:

$$[f, g](x) = \frac{\partial g}{\partial x} f(x) - \frac{\partial f}{\partial x} g(x)$$

où:

$$\frac{\partial g}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial g_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial g_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial g_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \frac{\partial f}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

La combinaison du champ de vecteurs trouvé par Crochet de Lie avec le champ de vecteurs f donne un nouveau champ de vecteurs. La répétition de cette opération plusieurs fois aboutit à d'autres champs de vecteurs:

$$[f, [f, \dots, [f, g]]](x)$$

Pour éviter les confusions nous opterons pour la notation

suivante:

$$\text{ad}_f^k g(x) = [f, \text{ad}_f^{k-1} g](x)$$

Avec: $k \geq 1$ et $\text{ad}_f^0 g(x) = g(x)$.

Propriétés:

Le crochet de Lie de champs de vecteurs est caractérisé par les propriétés suivantes:

- (1) soient f_1, f_2, g_1 et g_2 des champs de vecteurs et r_1 et r_2 des nombres réels, alors:

$$[r_1 f_1 + r_2 f_2, g_1] = r_1 [f_1, g_1] + r_2 [f_2, g_1]$$

$$[f_1, r_1 g_1 + r_2 g_2] = r_1 [f_1, g_1] + r_2 [f_1, g_2]$$

- (2) Commutativité

$$[f, g] = -[g, f]$$

- (3) Identité de Jacobi: soient f, g et p des champs de vecteurs, alors:

$$[f, [g, p]] + [g, [p, f]] + [p, [f, g]] = 0$$

- (4) soient $r(x)$ et $\lambda(x)$ des fonctions réelles, f un champ de vecteurs:

$$L_{\Gamma f} \lambda(x) = (L_f \lambda(x)) \Gamma(x)$$

- (5) soient f, g des champs de vecteurs et α une fonction réelle:

$$L_{[f, g]} \alpha(x) = L_f L_g \alpha(x) - L_g L_f \alpha(x)$$

- (6) Si f est un champ de vecteurs et α une fonction réelle, alors:

$$L_f d\alpha(x) = dL_f \alpha(x)$$

avec:

$$d\alpha(x) = \left[\frac{\partial \alpha}{\partial x_1} \quad \dots \quad \frac{\partial \alpha}{\partial x_n} \right]$$

Difféomorphisme:

Par analogie aux systèmes linéaires, nous pouvons transformer un système non linéaire au moyen d'un changement de coordonnées non linéaire de la forme:

$$z = \Phi(x)$$

où $\Phi(x)$ est une fonction vectorielle donnée par:

$$\Phi(x) = \begin{bmatrix} \phi_1(x_1, \dots, x_n) \\ \phi_2(x_1, \dots, x_n) \\ \vdots \\ \phi_n(x_1, \dots, x_n) \end{bmatrix}$$

qui possède les propriétés suivantes:

- $\Phi(x)$ est une application bijective.
- $\Phi(x)$ et $\Phi^{-1}(x)$ sont des applications différentiables.

Si ces deux propriétés sont vérifiées pour tout $x \in \mathbb{R}^n$ alors $\Phi(x)$ est un difféomorphisme global sur \mathbb{R}^n . Par contre, si le Jacobien de $\Phi(x)$, évaluée au point $x=x_0$ est non nul alors $\Phi(x)$ est un difféomorphisme local.

Distribution:

Une distribution Δ est un espace ou un sous espace vectoriel, engendré par une base, formée par le champ de vecteurs f_1, \dots, f_d :

$$\Delta = \text{Span} \{f_1, \dots, f_d\}$$

D'autre part, $\Delta(x)$ est la distribution associée à un point $x \in \mathbb{R}^n$ telle que:

$$\Delta(x) = \text{Span} \{f_1, \dots, f_d\}(x)$$

Involutivité:

La distribution Δ est dite involutive si et seulement si elle est stable par crochet de Lie. i.e si et seulement si pour tout champs de vecteurs X et Y éléments de Δ , alors $[X, Y]$ est aussi un élément de Δ .

ANNEXE2

CARACTERISTIQUES DE LA MACHINE

La machine asynchrone utilisée dans cette thèse possède la plaque signalétique suivantes [6]:

$p=2$ (nombre de paires de pôles)
 $V_n=110\text{v}$
 $P_n=0.25\text{Kw}$
 $N=1500\text{tr/mn}$
 $f=50\text{Hz}$

Paramètres électriques

$R_s=1.923\Omega$
 $L_s=0.1157\text{H}$
 $R_r=1.739\Omega$
 $L_r=0.1154$
 $M=0.1126\text{H}$

Paramètres mécaniques

$J=4.10^{-3}\text{Kgm}^2$
 $K=2,5.10^{-4}\text{Nms}$
 $C_n=1.3 \text{ Nm}$