

M0041/99A

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique

Département d'Electronique

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

Thèse

Présentée par :

GUERID Abdelkader

Option : Télécommunications

pour l'obtention du titre de :

Magister

Thème

Détection de Cibles Radar Corréées
et Noyées dans du Clutter

Soutenue le : 27 Novembre 1999.

Devant le jury composé de :

Monsieur	D. BERKANI	Professeur (ENP)	Président
Monsieur	A. ZERGUERRAS	Professeur (ENP)	Rapporteur
Monsieur	R. AKSAS	Maître de conférence (ENP)	Examineur
Monsieur	M. TRABELSI	Chargé de cours (ENP)	Examineur
Monsieur	A. BELOUHRANI	Docteur d'état (ENP)	Examineur
Monsieur	M. MADJRI	Chargé de recherche (CFDAT/MDN)	Invité

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique

Département d'Electronique

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique
Thèse

Présentée par :

GUERID Abdelkader

Option : Télécommunications

pour l'obtention du titre de :

Magister

Thème

Détection de Cibles Radar Corréées
et Noyées dans du Clutter

Soutenue le : 27 Novembre 1999.

Devant le jury composé de :

Monsieur	D. BERKANI	Professeur (ENP)	Président
Monsieur	A. ZERGUERRAS	Professeur (ENP)	Rapporteur
Monsieur	R. AKSAS	Maître de conférence (ENP)	Examineur
Monsieur	M. TRABELSI	Chargé de cours (ENP)	Examineur
Monsieur	A. BELOUHRANI	Docteur d'état (ENP)	Examineur
Monsieur	M. MADJRI	Chargé de recherche (CFDAT/MDN)	Invité

REMERCIEMENTS

Je remercie vivement Dr. B. DERRAS (Chargé de cours / E.N.P) pour m'avoir suggéré ce sujet et regrette son départ imprévu. Je lui témoigne ma profonde gratitude de m'avoir conseillé de contacter monsieur M. MADJRI, en cas de besoin.

Je remercie également mon co-promoteur M. MADJRI (Chargé de Recherche au CFDAT/MDN) pour le suivi avec grand intérêt et la conduite de ce travail. Il m'a offert tous les moyens dont j'avais besoins (ressources de calcul, documentation technique, etc.) à chaque fois que je lui est demandé. Je dois avouer que sans son assistance et ses encouragements je n'y serai jamais arrivé.

Je remercie respectueusement Monsieur A. ZERGUERRAS (Professeur / E.N.P) d'avoir accepté d'être mon co-promoteur également.

Mes sincères remerciements vont à Messieurs D. BERKANI(ENP), R. AKSAS(ENP), M. TRABELSI (ENP), A. BELOUHRANI(ENP) pour m'avoir fait l'honneur d'être parmi les membres du jury.

Je suis très reconnaissant envers tout le personnel de l'Ecole Nationale Polytechnique et plus particulièrement celui de la bibliothèque pour leur aide constante.

Que mes amis et collègues trouvent ici toute ma reconnaissance pour l'aide et les encouragements qu'ils m'ont apportés.

الأطروحة هو البحث العلمي في ميدان الرادار، و إعادة الأعمال المعروضة من طرف أخصائين في الرادار [1]. انطلاقا من أعمالهم أنجزنا نموذج عام يحص إشارة الصدى الناتج عن هدف رادار مصحوب بإشارات تشويش ذات توزيع قوسي أكثر مرونة يقبل كل الاهتزازات للهدف و كل درجات التطابق بين الأصداء الناتجة عنه، و كذلك مشكلة الكشف التالي كانت محل دراسة معمقة. طريقتين للكشف عوضا (الكشف المتالي - الكشف المجمع) متطابقتين مع التقنيتين المعروضتين لتوليد الأصداء. أضف إلى ذلك عرضنا طريقة عددية - تحليلية صممت للحصول على مجموعة من منحنيات كشف أصلية.

أخيرا، اقترحنا إدخال نظام حسابي توافقي و عرضنا نتائج تقسيم الخسائر في الكشف (الناجمة عن التوافق) المحصل عليها عن طريق المحاكاة حسب تقنية مونتج كارلو.

النتائج المحصل عليها مطابقة تماما لتلك المعروضة في [1] و هذا ما يؤكد نموذجنا.

Abstract

The aim of this thesis is a search in radar's field, which pick up again the works published by two specialists in radars [1]. We have designed from their studies a general model of echos presentation of a target radar immersed in clutter and Gaussien noise, more flexible whatever the level, for taking into account all forms of echos fluctuation of the target and its correlation. The problem of optimal detection was reached succinctly. Two modes of detection were presented (detection on line and detection by batch), and correspond to the two proposed techniques of echos generation. A numeric analytic method was designed to obtain the whole curves of original detection.

Finally, we have suggested an adaptive method for the proposed processor, and presented some results of evaluation losses in detection (due to the adaptation) obtained by Monte Carlo simulation.

The results that we have obtained are identical to that presented in [1], what validates our model.

Résumé

L'objet de cette thèse est une recherche dans le domaine du radar, qui reprend les travaux publiés par deux spécialistes du radar [1]. Nous avons conçu à leur suite un modèle général de représentation des échos d'une cible radar noyée dans du clutter et du bruit Gaussien, plus flexible pour prendre en compte toutes les formes de fluctuation des échos de la cible et de leur corrélation. Le problème de détection optimale a été succinctement abordé. Deux modes de détection ont été présentés (détection en ligne et détection par blocs), correspondant aux deux techniques de génération des échos proposées. Une méthode numérique-analytique a été conçue pour l'obtention d'un ensemble de courbes de détection originales.

Enfin, nous avons suggéré une méthode adaptative du processeur proposé, et présenté des résultats d'évaluation des pertes en détection (dues à l'adaptation) obtenus par simulation Monté Carlo.

Les résultats que nous avons obtenus sont identiques à ceux présentés dans [1] ce qui valide notre modèle.

Mots clés :

Radar Doppler, détection de cibles radar, clutter, algorithme de Gram-Schmidt, détection adaptative, estimation paramétriques, fluctuation de cibles.

LISTE DES NOTATIONS

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

- a_i, b_i : Paramètres du processus ARMA .
- C : Vecteur d'échos clutter de dimension N .
- c_i : i ème échantillon du vecteur d'échos clutter C .
- d : Vecteur d'échos clutter plus bruit thermique de dimension N .
- d_i : i ème échantillon du vecteur d'échos clutter plus le bruit thermique d .
- D : Matrice de transformation de Gram-Schmidt.
- FA : Facteur d'amélioration .
- FA_{opt} : Facteur d'amélioration du filtre optimal .
- FA_e : Facteur d'amélioration estimé .
- F_s, F_c : Fréquences Doppler de l'écho cible et du clutter .
- H_1 : Hypothèse indiquant la présence du signal cible .
- H_0 : Hypothèse indiquant l'absence du signal cible .
- I : Matrice Identité .
- L, L' : Matrices diagonales de M_s et M_c .
- $L(z)$: Rapport des fonctions de vraisemblance .
- M_s, M_c : Matrices de covariance du signal cible et du clutter .
- M_d : Matrice de covariance du clutter plus le bruit thermique .
- n : Vecteur de bruit blanc de dimension N .
- N : Le nombre d'échantillon .
- P_{fa} : Probabilité de fausse alarme .
- P_d : Probabilité de détection .
- S : Vecteur d'échos cible de dimension N .
- s_i : i ème échantillon du vecteur d'échos S .
- SNR, CNR : Rapports de puissance signal sur bruit thermique et clutter sur bruit thermique .
- T_r : Période de répétition des échantillons .

- U, U' : Matrices de vecteurs propres de M_B et M_C .
 Z : Vecteur d'échos radar de dimension N .
 z_i : i ème échantillon du vecteur d'échos radar Z .
 W_{opt} : Coefficients du filtre optimal .
 W_c, W_B, w_n : Vecteurs de bruit blanc centrés et normalisés de dimension N .
 ρ_B, ρ_c : Coefficients de corrélation entre deux échantillons consécutifs d'écho cible et du clutter .
 σ_B, σ_c : Variances d'un échantillon du signal écho cible et clutter respectivement.



SOMMAIRE



INTRODUCTION

1-PREAMBULE.....	1
2- TRAVAUX DE [1].....	1
3- OBJET DE LA THESE.....	3
<i>Chapitre -I</i> <u>PRINCIPE DU RADAR A IMPULSIONS</u>	4
I-1 INTRODUCTION.....	4
I-2 LE PRINCIPE DU RADAR DOPPLER A IMPULSIONS.....	4
I-3 LA CELLULE DE RESOLUTION DISTANCE-AZIMUT.....	7
I-4 LE CLUTTER.....	8
I-5 DETECTION DE CIBLES.....	10
I-5-1 LE CRITERE DE NEYMAN-PEARSON (N-P).....	12
I-5 -2 LES MODELES D'ECHOS CIBLES.....	14
<i>Chapitre -II</i> <u>LA DETECTION RADAR</u>	17
II-1 INTRODUCTION.....	17
II-2 CARACTERISTIQUES DES ECHOS RADAR.....	18
II-2-1 CARACTERISTIQUES DES ECHOS DE CIBLE.....	18
II-2-2 CARACTERISTIQUES DES ECHOS DU CLUTTER.....	20
II-2-3 CARACTERISTIQUES DU BRUIT THERMIQUE.....	21
II-2-4 TYPE DE TRAITEMENT.....	23
a) Récursif.....	23
b) Par blocs (Batch).....	25
II-3 LE DETECTEUR QUADRATIQUE.....	28
II-4 L'ESTIMATEUR CORRELATEUR.....	30
II-4-1 RAPPEL DE LA THEORIE D'ESTIMATION.....	31
II-4-2 PERFORMANCES DE L'ESTIMATEUR CORRELATEUR.....	33
<i>Chapitre -III</i> <u>PERFORMANCES DES DETECTEURS</u>	
<u>QUADRATIQUE ET LINEAIRE</u>	35
III-1 INTRODUCTION.....	35

III-2 LA METHODE D'INTEGRATION NUMERIQUE.....36

 III-2-1 LE DETECTEUR QUADRATIQUE.....36

 III-2-2 LE DETECTEUR LINEAIRE.....36

III-3 LA METHODE DE SIMULATION DE MONTE-CARLO.....37

 III-3-1 EVALUATION DES PERFORMANCES PAR SIMULATION DE
 MONTE-CARLO.....38

III-4 INTERPRETATION DES RESULTATS.....39

***Chapitre -IV* LA DETECTION ADAPTATIVE.....48**

IV-1 INTRODUCTION.....48

IV-2 LE PROCESSEUR DE DETECTION OPTIMALE.....48

IV-3 LES PROCESSEURS ADAPTATIFS.....50

 IV-3-1 L'ESTIMATEUR PARAMETRIQUE (EP).....52

 IV-3-2 LA TECHNIQUE D'INVERSION DIRECTE DE LA MATRICE $M^{-1}(TID)$55

 IV-3-3 LA METHODE D'ENTROPIE MAXIMALE (MEM).....56

 IV-3-3-1 LA THEORIE DE L'ENTROPIE MAXIMALE.....56

 IV-3-3-2 APPLICATION DE LA MEM POUR LA DETECTION DE CIBLES.....58

 IV-3-4 LE FILTRAGE DE KALMAN (FK).....62

IV-4 RESUME.....64

***Chapitre -V* ADAPTATION DE L'ESTIMATEUR-CORRELATEUR**

PAR L'ALGORITHME DE GRAM-SCHMIDT.....66

V-1 INTRODUCTION.....66

V-2 APPROCHE DU FILTRAGE OPTIMAL.....67

V-3 LE PROCESSEUR ADAPTATATIF DE GRAM-SCHMIDT.....72

V-4 PERFORMANCES DU PROCESSEUR DE GRAM-SCHMIDT.....82

VI-5 INTERPRETATION DES RESULTATS.....86

CONCLUSION.....93

BIBLIOGRAPHIE.....94

ANNEXES.....96

INTRODUCTION

1- PREAMBULE

Le travail de recherche mené dans le cadre de cette thèse s'inspire largement de la publication [1] qui traite du problème de la modélisation du signal d'échos réfléchis par une cible radar noyée dans du clutter et du bruit thermique. Les résultats qu'ils ont obtenus nous ont incité à reprendre un aspect de ces travaux de façon propre pour plus de flexibilité.

Dans ce qui suit, nous allons d'abord présenter les travaux de [1] de façon sommaire, avant de passer à la présentation du contenu de la thèse.

La chaîne de traitement du signal d'échos radar n'a pas fini de se perfectionner et de s'automatiser durant la seconde moitié du ce siècle. Le premier modèle proposé relativement simple se fonde sur l'hypothèse d'une cible stationnaire, non fluctuante et noyée dans un milieu idéal (i.e sans clutter). Le second se fonde sur l'approche de Swerling qui tient compte des fluctuations de la cible (quelles soient lentes, ou rapides) et du niveau de corrélation entre les échos successifs de la cible selon quatre variantes d'échos de cible radar .

Ce pendant ces variantes de Swerling quoique anciennes ne sont pas robustes. Il existe des modèles concurrents, basés aussi sur les hypothèses de fluctuations de la cible et de corrélations partielles entre ses échos successifs. Cependant aucun de ces modèles ne prend en compte toutes les contraintes réelles dictées par l'environnement, dans lequel le radar opère.

2- TRAVAUX DE [1]

L'approche de [1] enrichi la théorie de détection radar par une modélisation d'échos de cible radar plus globale qui prend en compte les cibles quelque soit leur fluctuation lente ou rapide et quelque soit la corrélation possible entre les échos successifs d'une même cible.

Le traitement des échos peut se faire de façon récursive ou par blocs. Dans ce dernier cas les échos émanant d'une cible constituent une séquence de N échantillons cohérents. Cette séquence est supposée stochastique, avec la densité de probabilité gaussienne, possédant une moyenne et une matrice de covariance.

Lorsque la moyenne est nulle, la séquence peut être assimilée à la sortie d'un filtre linéaire attaqué à l'entrée par un bruit blanc gaussien. Le modèle qui en découle accommode toute forme de fonction d'autocorrélation et couvre la plupart des modèles fréquemment utilisés dans la conception des systèmes radar, notamment Swerling I et Swerling II.

Dans le second cas les échos sont traités séquentiellement durant le temps d'observation. Le modèle correspondant à ce processus est le modèle ARMA (AutoRegressive Moving Average), souvent approximé par le modèle AR d'ordre supérieur. Pour calculer les valeurs des coefficients Farina et Russo avaient suggéré deux solutions. La première met en œuvre les équations de Yule-Walkers, la seconde exploite la réécriture du modèle sous forme d'équation dynamique d'état.

Ensuite les deux auteurs avaient constaté que les modèles correspondants aux deux cas déjà cités pouvaient s'appliquer également à un clutter gaussien. D'où ils avaient proposé un modèle plus général couvrant à la fois les échos de cible radar, les échos du clutter, et enfin le bruit thermique. La recherche d'une résolution poussée nécessite évidemment un clutter à distribution non gaussien, plus exactement une distribution K ou Weibull ou Log-Normal ou autre.

Quatre processeurs de détection proposés dans [1] concernent pour moitié le traitement par blocs et les deux autres le traitement récursif. Le traitement par blocs fait appel aux outils mathématiques couramment utilisés en détection et en estimation. Les processeurs récursifs utilisent le filtrage de Kalman en plus pour détecter et estimer

L'évaluation des performances du processeur par blocs, se déduit par une procédure Monté Carlo. Les résultats comparés des deux détecteurs concordent.

3- OBJET DE LA THESE

Après avoir présenté à la fois des notions générales sur le radar cohérent et les modèles proposés par Swerling, les modèles exposés dans [1] sont repris avec un développement mathématique des détecteurs quadratique et linéaire. La présentation des résultats d'évaluation des performances des détecteurs obtenus avec les deux méthodes proposées dans [1] est abordé au chapitre III. Dans le chapitre suivant nous avons introduit la détection adaptative tout en passant en revue les différentes méthodes couramment utilisées. Enfin, au dernier chapitre nous avons choisi la méthode adaptative basée sur l'algorithme de Gram-Schmidt, appliquée au détecteur linéaire.

Chapitre -I :**PRINCIPE DU RADAR A IMPULSIONS****I-1 INTRODUCTION**

Le radar est supposé de type cohérent à impulsions, comme ceux employés dans la surveillance du trafic aérien.

I-2 LE PRINCIPE DU RADAR DOPPLER A IMPULSIONS

Le radar impulsionnel (figure1) émet une impulsion de puissance crête de l'ordre du Mégawatt et de durée τ de l'ordre de quelques nanosecondes à quelques dizaines de microsecondes [2]. La période de répétition de ces impulsions ($T_r = 1/f_r$) est de l'ordre de millisecondes, de sorte que le facteur de forme (τ/T_r) du train d'impulsions émis soit de l'ordre de 10^{-3} [2].

L'émetteur radar est constitué d'un magnétron [3] qui délivre la fréquence d'émission f_c et d'un modulateur qui allume et éteint un amplificateur de puissance radiofréquence (RF) de façon à obtenir une modulation en amplitude du signal micro-onde par un train d'impulsion rectangulaires. Le signal émis est de la forme (voir Figure2).

$$s_e(t) = A_e(t) \cos(2\pi f_c t) \quad \text{avec :} \quad kT_r \leq t \leq kT_r + \tau \quad (\text{où } k \text{ entier}) \quad (I-1)$$

L'émission est active seulement pendant la durée de l'impulsion d'émission. Le duplexeur doit assurer l'isolation nécessaire entre l'émetteur et le récepteur afin de protéger ce dernier contre toute éventuelle détérioration, que peut provoquer la haute puissance de l'émetteur (voir Figure 1).

L'antenne est directive. Les échos renvoyés par les objets illuminés sont reçus durant la période de réception (l'intervalle de temps entre deux impulsions d'émission). Le signal de retour passe dans le récepteur, après avoir traversé le duplexeur [4].

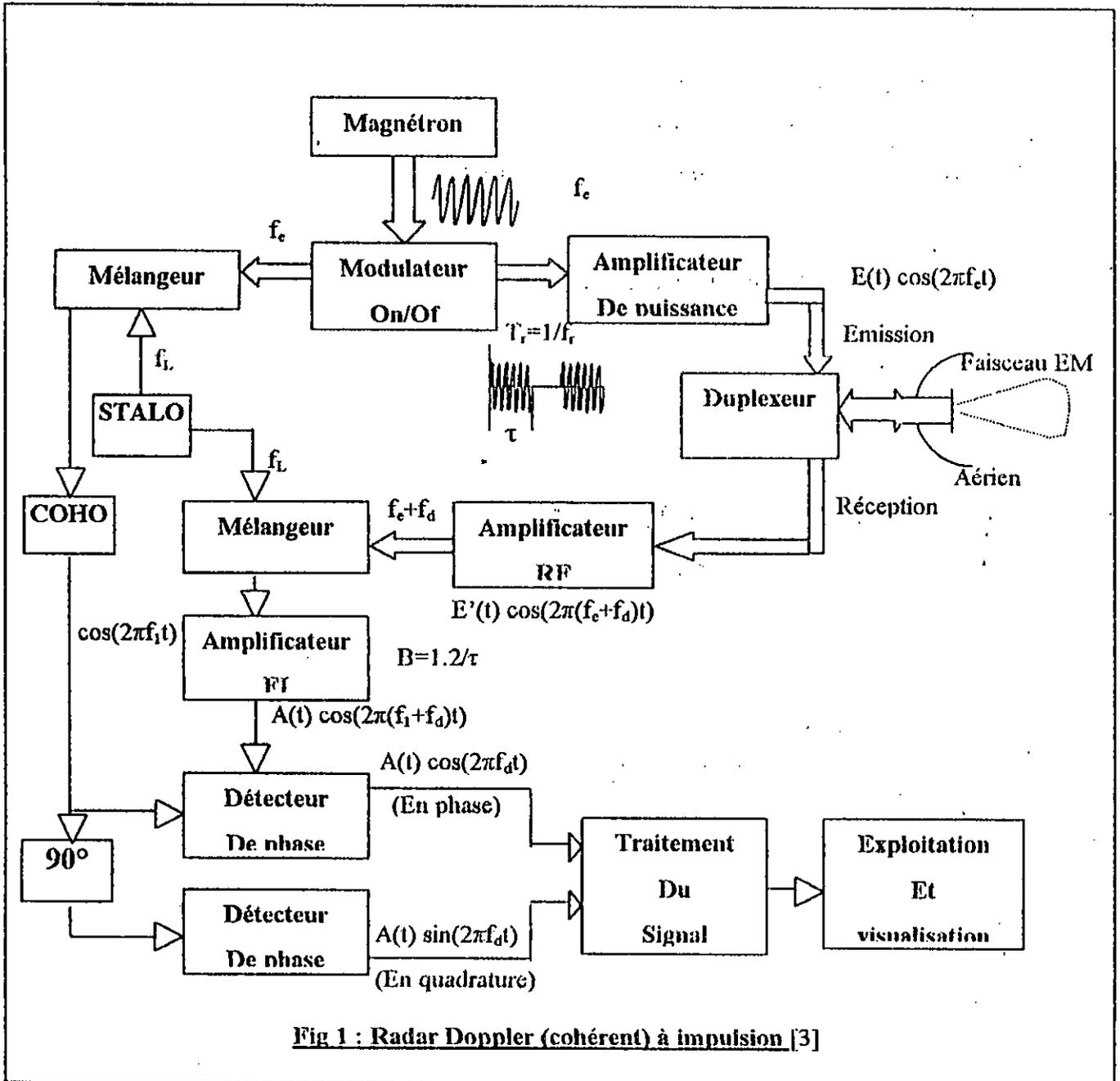


Fig 1 : Radar Doppler (cohérent) à impulsion [3]

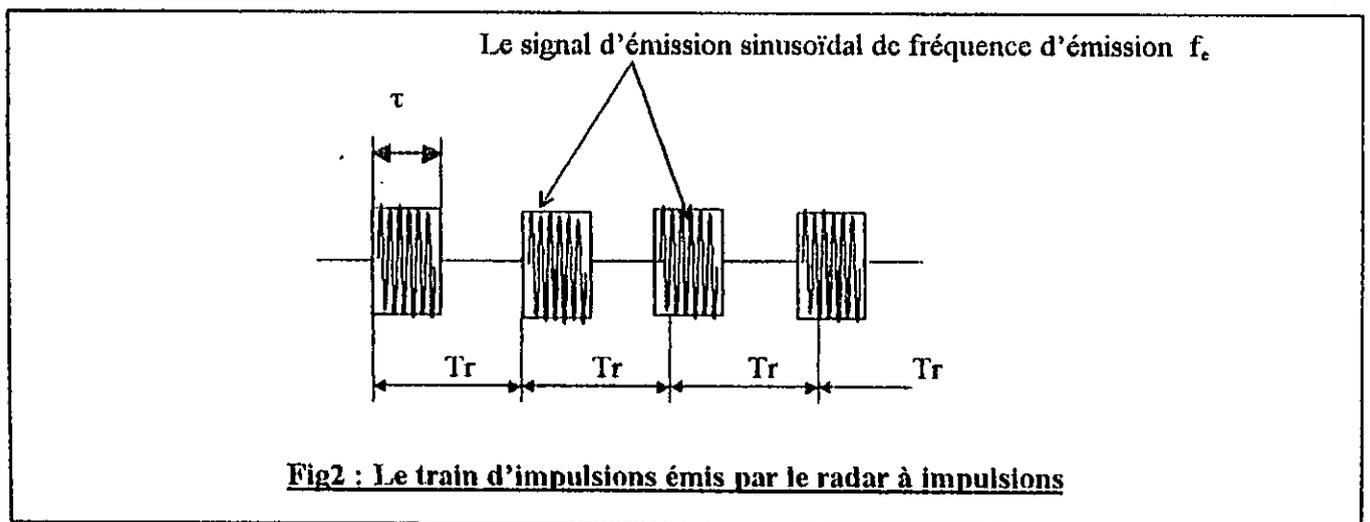


Fig2 : Le train d'impulsions émis par le radar à impulsions

Tout écho reçu d'un objet ponctuel quelconque, après un retard $\Delta(t)$ de l'instant de l'émission est de la forme :

$$s_r(t) = A_r(t) \cos[2\pi f_e t + \varphi(t)] \quad \text{avec : } kT_r + \Delta(t) \leq t \leq kT_r + \Delta(t) + \tau \quad (\text{où } k \text{ entier}) \quad (I-2)$$

$A_r(t)$: Amplitude de l'écho radar .

$2\pi f_e t + \varphi(t)$: Phase de l'écho radar .

Bien entendu l'information sur la cible détectée est contenue dans l'amplitude $A_r(t)$ et la phase $\varphi(t)$ du signal d'écho reçu.

La chaîne de réception commence par un étage d'amplification RF qui ramène le signal à un niveau convenable pour le traitement, suivi d'un étage mélangeur qui, attaqué par l'oscillateur stable appelé STALO et délivrant une fréquence f_L , translate la fréquence porteuse f_c du signal à une fréquence moins élevée $f_i = f_c - f_L$. C'est la fréquence intermédiaire (FI) du radar. Un amplificateur calé sur f_i est ensuite utilisé comme un filtre adapté maximisant le rapport signal sur bruit [2].

Le signal est doublement démodulé (translaté à la bande de base) à la sortie de l'amplificateur à fréquence intermédiaire FI. Comme le magnétron est instable en phase d'une impulsion à la suivante [3], un oscillateur cohérent appelé COHO est utilisé dans la détection de la phase du signal à chaque période de répétition .

Une double démodulation consiste à multiplier le signal reçu par le signal directe du COHO ($\cos(2\pi f_i t)$), d'une part et par ce même signal déphasé de $\pi/2$ d'autre part , et à effectuer les filtrages passe-bas nécessaires pour qu'à la sortie des détecteurs de phase, nous obtenions deux composantes; l'une en phase $P(t)$ et l'autre en quadrature $Q(t)$ telles que [2]:

$$P(t) = A_r(t) \cos(\varphi(t))$$

$$Q(t) = A_r(t) \sin(\varphi(t))$$

D'où' le signal vidéo (en bande de base) complexe :

$$\begin{aligned} x(t) &= P(t) + j Q(t) \\ &= A_r(t) e^{j\varphi(t)} \end{aligned} \quad (I-3)$$

Le signal complexe $x(t)$ contenant l'information du signal réel est alors échantillonnée [3] au rythme des sauts de distance ($1/\tau$: τ est la durée d'une impulsion), et les échantillons sont stockés dans une mémoire afin de subir par la suite un traitement plus élaboré. Ce sont donc ces échantillons qui constituent par la suite le vecteur reçu Z . Le bloc de traitement peut être un ordinateur spécialisé permettant une évaluation rapide et précise des mesures radar en temps réel, et qui seront par la suite exploitées et visualisées.

I-3 LA CELLULE DE RESOLUTION DISTANCE-AZIMUT

Le pouvoir séparateur (ou résolution) en azimut d'un radar est fixée par la largeur de son faisceau d'antenne (figure3) :

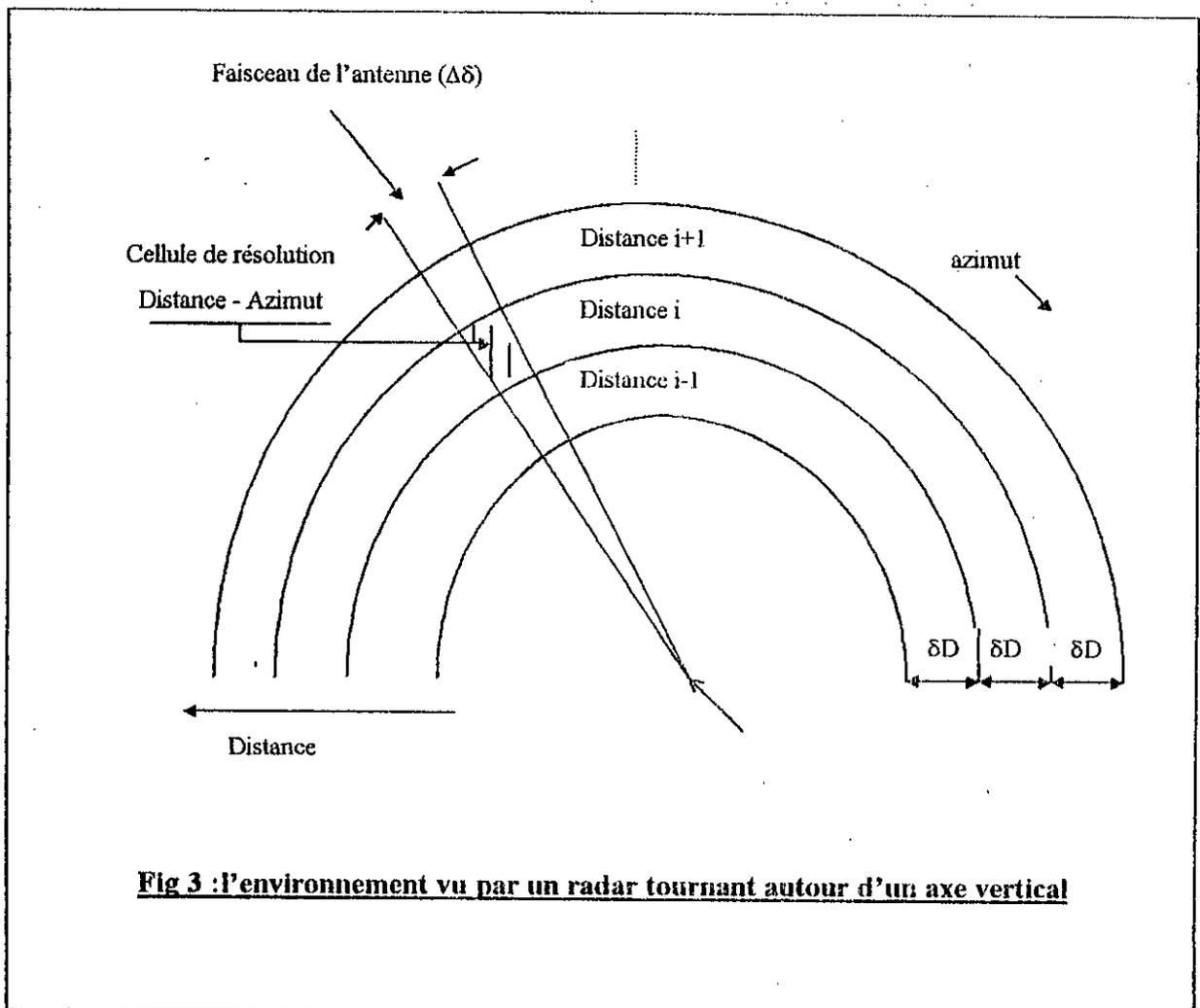


Fig 3 : l'environnement vu par un radar tournant autour d'un axe vertical

Dans une direction donnée et à une distance donnée, le faisceau d'antenne peut couvrir plus d'une cible au même moment [4]. La largeur en azimut du faisceau rayonné est définie comme étant l'ouverture $\Delta\theta$ du lobe principal à -3dB de sa puissance maximale et est donnée (en radians) en fonction de la dimension développée de l'antenne H et de la longueur d'onde émise par [2] :

$$\Delta\theta = 1.2 \frac{\lambda}{H} \approx \frac{\lambda}{H}$$

Pour une visée donnée de radar, si deux cibles ne sont séparées que par une distance ($d < \delta D = c\tau/2$), elles seront confondues où δD est le pouvoir séparateur ou la résolution en distance du radar [2]. De même, ces deux cibles n'auront des positions angulaires (azimutales) distinctes que si la distance transversale qui les sépare est supérieure ou égale [2] :

$$\delta D_{\theta} = D\Delta\theta \approx D\lambda/2 \quad (1-4)$$

Dans un radar cohérent, si des cibles se trouvent dans la même cellule de résolution, elles peuvent toujours être séparées par leurs fréquences Doppler F_d et par leurs sens de déplacement par rapport au radar. La fréquence Doppler est définie par [2]:

$$F_d = f_e \frac{2v_r}{c - v_r} \approx f_e \frac{2v_r}{c} \quad (1-5)$$

où :

v_r : La vitesse radiale de la cible considérée .

c : La vitesse de la lumière .

λ : La longueur de l'onde émise .

I-4 LE CLUTTER

Comme chaque objet présent dans l'espace couvert par le radar renvoie généralement vers ce dernier des échos, le signal reçu se compose alors d'un signal utile accompagné de signaux parasites. Les signaux indésirables sont ceux réfléchis par les obstacles autres que les cibles mobiles, ajoutés aux signaux issus de différentes sources

de bruit. Ces échos inutiles sont appelés échos du « clutter » [5]. Les sources du clutter sont généralement [6]:

- Les objets d'échos fixes généralement éliminés par un radar M.T.I, ne subsiste alors que les échos d'objets mobiles présentant un effet Doppler : les arbres, la végétation, les collines, la mer et les structures de construction humaines .
- Les phénomènes météorologiques (et atmosphériques) comme les nuages orageux, le brouillard épais, la pluie, la neige, les précipitations.
- Les volées d'oiseaux, surtout durant les saisons de migration .

Le clutter se manifeste souvent [6] sous deux aspects : soit en cible isolée (comme un diffuseur ponctuel), ou alors en cibles composites, qui est le plus commun, et qui est caractéristique de la plupart du clutter du sol, de l'atmosphère et des volées d'oiseaux. Le clutter composite consiste donc en un volume de plusieurs diffuseurs individuels de distribution aléatoire, et recouvrant plusieurs cellules de résolution .

Comme les caractéristiques physiques des mouvements des divers types de clutter sont différentes, leurs répartitions spectrales (distributions) le sont aussi, et les différents modèles du clutter n'ont pu être définis qu'à partir de résultats pratiques. Ces modèles de distribution sont nombreux, mais nous ne citons que les plus utilisés, à savoir :

- La distribution gaussienne .
- La distribution de Weibull .
- La distribution Log-Normal .
- La distribution -K.

Dans notre travail, l'intérêt est particulièrement porté sur le modèle gaussien qui est plus simple à traiter, c'est aussi celui dont la résolution est moins fine.

I-5 DETECTION DE CIBLES

En détection radar, nous parlons toujours du rapport signal sur bruit (S/N)[7], S et N représentent respectivement la puissance du signal utile et la puissance du bruit. En système radar N peut être la résultante d'un bruit thermique et d'un clutter. Le lien entre ce rapport (S/N) et la détection est traduit par un critère appelé « critère de détection ».

Plusieurs études ont traité ce critère, parmi elles nous avons celles basées sur la théorie des tests statistiques proposée par Neyman et Pearson (N-P)[8]. Elle est très utilisée en détection radar, son principe est basé sur les hypothèses de la présence ou de l'absence du signal de la cible .

Soient :

H_1 : Hypothèse désignant la présence du signal cible .

H_0 : Hypothèse désignant l'absence du signal cible (la présence du bruit seul).

L'établissement d'une règle pour choisir entre ces deux hypothèses est alors nécessaire. Pour cela nous introduisons des critères de décision permettant de faire un choix optimal.

Si nous notons par :

D_0 : Décision de choisir l'hypothèse H_0 .

D_1 : Décision de choisir l'hypothèse H_1 .

Alors, la probabilité associée est :

$P(D_1/H_j)$: Probabilité conditionnelle de décider D_1 alors que H_j est vraie .

Nous pouvons donc avoir quatre combinaisons possibles (voir tableau n°1):

Réalité Décision adoptée	H_0	H_1	
	D_0	P_{sa}	P_f
	D_1	P_{fa}	P_d
Loi	$P_{sa} + P_{fa} = 1$	$P_f + P_d = 1$	

Tableau n°1

$P_f = P(D_0 / H_1)$ = Prob de furtivité.

$P_d = P(D_1 / H_1)$ = Prob de détection.

$P_{fa} = P(D_1 / H_0)$ = Prob de fausse alarme.

$P_{sa} = P(D_0 / H_0)$ = Prob d'absence réelle de cible (cas sans alarme).

$P(D_0/H_1)$ et $P(D_1/H_0)$ sont les probabilités d'erreurs associées à chaque hypothèse .

L'erreur totale à minimiser. : $P_f + P_{fa}$

Par souci de clarté, nous illustrons notre discussion par une représentation graphique (voir figure(4)) :

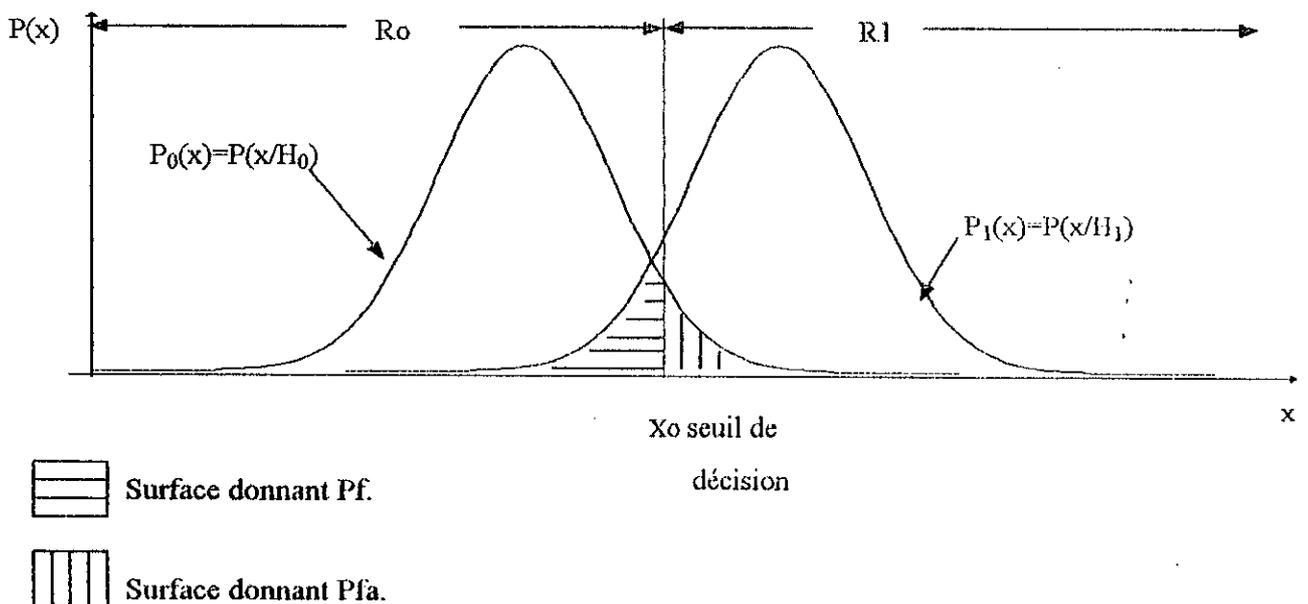


Fig 4

R_0 : Région pour laquelle nous décidons en faveur de H_0 .

R_1 : Région pour laquelle nous décidons en faveur de H_1 .

x : Le signal reçu.

$P_0(x)$: La fonction de densité de probabilité de x vérifiant H_0 .

$P_1(x)$: La fonction de densité de probabilité de x vérifiant H_1

La Probabilité de Fausse Alarme (Pfa) est donnée par [8] :

$$P_{fa} = \int_{x_0}^{\infty} P_0(x) dx = \int_{R_1} P_0(x) dx \quad (I-6)$$

$$P_f = \int_{-\infty}^{x_0} P_1(x) dx = \int_{R_0} P_1(x) dx \quad (I-7)$$

Quant elles sont connues les probabilités à priori :

$$P_0 = P(H_0)$$

$$P_1 = P(H_1)$$

La probabilité d'erreur totale $P(e)$ est alors :

$$P(e) = P_{fa} P_0 + P_f P_1 \quad (I-8)$$

Nous remarquons que $P(e)$ est une fonction renfermant deux paramètres (P_{fa} et P_f).
 P_0 et P_1 étant supposés connues.

I-5-1 LE CRITERE DE NEYMAN-PEARSON (N-P)

Le problème posé est le suivant : comment choisir une limite séparant R_0 et R_1

afin de décider en faveur de H_0 ou de H_1 ?. Neyman et Pearson (N-P) ont introduit un critère basé sur l'équation (I-10), son principe est de fixer un type de probabilité d'erreur et d'en minimiser l'autre [7]. En effet la Probabilité de Fausse Alarme est maintenue fixe et la probabilité de non détection est minimisée.

Nous avons donc :

$$P_f = 1 - P_d \quad (I-9)$$

d'après l'équation (I-9), minimiser P_f revient à maximiser P_d .

Utilisons le multiplicateur de Lagrange pour expliciter ce critère[7] :

Soient :

$P_{fa} = \alpha$ (paramètre fixé : appelé aussi contrainte).

P_f : paramètre à minimiser.

Posons:

$$Q = P_f + K.P_{fa} \quad (I-10)$$

où :

K : Multiplicateur de Lagrange.

D'où minimiser P_f revient à minimiser Q .

$$Q = \int_{R_0} P_1(x)dx + K \int_{R_1} P_0(x)dx \quad (I-11)$$

$$\text{or :} \quad \int_{R_1} P_0(x)dx = 1 - \int_{R_0} P_0(x)dx \quad (I-12)$$

$$\text{d'où :} \quad Q = K + \int_{R_0} [P_1(x) - K P_0(x)]dx \quad (I-13)$$

Donc pour minimiser Q , il faut avoir un intégrant négatif :

$$\text{d'où :} \quad P_1(x) - K.P_0(x) < 0 \quad (I-14)$$

ou encore :
$$P_1(x)/P_0(x) < K \quad (I-15)$$

Nous décidons donc pour R_0 (H_0) pour l'ensemble des x vérifiant l'équation (I-16), et dans le cas contraire nous décidons pour R_1 (H_1).

Le rapport $P_1(x)/P_0(x)$: est appelé Fonction du Rapport de Vraisemblance (FRVS)[7].

K est donné en fonction de α , c'est la solution de :

$$\alpha = \int_{R_1} P_0(x) dx \quad (I-16)$$

Notons par :

$\lambda = K[\alpha]$: Seuil de décision.

$K[\alpha]$: Pour chaque P_{fa} fixe ($= \alpha$) nous avons la valeur de K correspondante.

Le test de décision serait donc :

$$\left. \begin{array}{l} P_1(x)/P_0(x) \geq \lambda \text{ nous décidons pour } H_1. \\ < \lambda \text{ nous décidons pour } H_0. \end{array} \right|$$

En conclusion, le critère de (N-P) est équivalent à comparer la FRVS de l'observation x à un seuil λ qui est fonction de α ($P_{fa} = \alpha$).

I-5-2 LES MODELES D'ECHOS CIBLES

En pratique la surface de la cible renvoyant les échos au radar est souvent en fluctuations continues, Swerling a classifié ces fluctuations en quatre modèles [7]. Pour définir ces différents modèles, considérons un train de N impulsions (figure2), et soit le vecteur d'échos cible S correspondant donné par [1] :

$$S = (s_1, s_2, \dots, s_N)^T \quad (I-17)$$

et ses éléments sont définis par :

$$s_i = A_i \cdot \exp(j\varphi_i + j\omega s_i T_r) \quad (I-18)$$

où :

A_i : Amplitude de l'écho cible d'indice i .

φ_i : Phase initiale de l'écho cible d'indice i .

$F_{si} = \omega s_i / 2\pi$: Fréquence Doppler du signal cible.

T_r : La durée d'une impulsion (période de répétition).

SWERLING (I)

Dans ce modèle l'amplitude des échos reçus à partir d'une cible est considérée comme une seule variable aléatoire et sa variation suit la fonction de densité probabilité de Rayleigh. L'amplitude varie d'un balayage à un autre (fluctuation scan to scan), et cette distribution de Rayleigh est définie par [7] :

$$P(A_i) = P(A) = \begin{cases} [A/A_0^2] \cdot \exp(-1/2(A/A_0)^2) & ; \text{avec } A_i \geq 0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (I-19)$$

A_0 : La plus grande valeur possible de A_i .

SWERLING (II)

Dans ce modèle les amplitudes des échos reçus à partir d'une cible sont considérées comme des variables aléatoires indépendantes (fluctuation pulse to pulse)[7], et chacune d'elles suit la fonction de densité de probabilité de Rayleigh .

$$P(A_i) = \begin{cases} [A_i/A_0^2] \cdot \exp(-1/2(A_i/A_0)^2) & ; \text{avec } A_i \geq 0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (I-20)$$

SWERLING (III)

Ce modèle est similaire à Swerling (I), seulement cette fois-ci l'amplitude du train d'échos suit la fonction de densité de probabilité : « one dominant plus Rayleigh »

définie par [7] (fluctuation scan to scan) :

$$P(A_i) = P(A) = \begin{cases} [9A^3/A_0^4] \cdot \exp(-3A^2/A_0^2) & ; \text{avec } A_i \geq 0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{I-21})$$

SWERLING (IV)

Ce dernier modèle est similaire à Swerling (II), seulement cette fois-ci l'amplitude de chaque écho suit la fonction de densité de probabilité : « one dominant plus Rayleigh » définie par [7] (fluctuation pulse to pulse):

$$P(A_i) = \begin{cases} [9A_i^3/A_0^4] \cdot \exp(-3A_i^2/A_0^2) & ; \text{avec } A_i \geq 0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{I-22})$$

En réalité les modèles de Swerling ne reflètent pas les fluctuations réelles de la cible, et s'emploient souvent aux deux cas suivants:

- Cibles complètement corrélées (lentement fluctuantes).
- Cibles complètement décorrélées (rapidement fluctuantes).

Des études ont été menées et ont abouti au développement de modèles qui considèrent que la cible est partiellement fluctuante [9]. Dans d'autres études les échos cible sont considérés comme un mélange d'échos d'une cible fluctuante et d'échos d'une cible non fluctuante [10], le temps de corrélation des échantillons de l'écho cible était apparenté aux rapport de puissance de ces deux signaux. L'inconvénient de toutes ces études c'est d'avoir considéré, par hypothèse, que l'écho cible était stationnaire et que les fonctions d'autocorrélation de l'écho cible n'étaient pas prises en considération .

Nos modèles d'échos de cibles sont donnés par [1]. Ces modèles ont été vérifiés expérimentalement [1]. Ils présentent des échos de cibles fluctuantes. La fonction d'autocorrélation entre les échantillons de l'écho est supposée avoir une forme gaussienne. Nous avons étendu cette corrélation aux cas extrêmes de fluctuation (Sw(I), Sw(II)). De même nous avons modélisé l'écho du clutter pour pouvoir étudier son influence sur la détection .

Chapitre -II :

LA DETECTION RADAR

II-1 INTRODUCTION

En détection radar le signal utile (écho cible) se trouve généralement noyé dans du bruit (clutter, bruit thermique). Pour espérer obtenir de meilleures performances, en termes de détection radar, il est nécessaire de connaître les modèles de cibles à détecter et ceux des interférences (clutter) à filtrer .

Dans ce chapitre nous présentons la détection du signal cible en faisant appel au test du rapport des fonctions de vraisemblance (TRFVS), où nous supposons que l'écho cible est stationnaire et suit une distribution gaussienne. Nous abordons le problème des fluctuations de la cible en examinant les cas limites (SwerlingI et SwerlingII) [1]. La fonction de corrélation de l'écho cible est prise de forme gaussienne, de même nous nous intéressons au cas où le clutter suit une distribution gaussienne. Pour la génération des modèles d'échos radar nous étudions deux cas possibles :

- Le signal d'échos radar est généré de façon récursive (échantillon après échantillon).
- Le signal radar est généré par lot d'échantillons (batch) .

Dans la même discussion, nous présentons quelques notions du premier modèle, afin de faciliter la compréhension du chapitre suivant, qui traite la détection adaptative. Par la suite nous décrivons de façon détaillée le deuxième modèle que nous retenons pour l'application du TRFVS.

Enfin, nous calculons les expressions mathématiques des performances des deux détecteurs (voir annexe B)

II-2 CARACTERISTIQUES DES ECHOS RADAR

Soit un train de N impulsions cohérentes émis par un radar impulsif, et soit Z le vecteur du signal reçu, représentant la détection des échos résultant ce train d'impulsions. Nous représentons le vecteur d'échos reçus Z dans les deux hypothèses suivantes :

$$\text{En présence de cible} \quad H_1: Z = S + \mathbf{n} + C = S + d \quad (\text{II-1a})$$

$$\text{En absence de cible} \quad H_0: Z = C + \mathbf{n} = d \quad (\text{II-1b})$$

où les valeurs :

$$S = (s_1, s_2, \dots, s_N)^T ; C = (c_1, c_2, \dots, c_N)^T ; \mathbf{n} = (n_1, n_2, \dots, n_N)^T \quad (\text{II-1c})$$

représentent respectivement les vecteurs échos de la cible, du clutter et du bruit thermique dans une même cellule de résolution.

II-2-1 CARACTERISTIQUES DES ECHOS DE CIBLE

Le vecteur d'échos de la cible S est supposé stationnaire, gaussien, centré de moyenne :

$$E[S] = m_S = (m_1, m_2, \dots, m_N) = 0 \quad (\text{II-2})$$

et ses éléments sont définis par [1] :

$$s_i = A_i \cdot \exp(j\varphi_i + j\omega_{si} T_r) \quad (\text{II-3})$$

où :

A_i : Amplitude de l'écho cible d'indice i .

φ_i : Phase initiale de l'écho cible d'indice i (c'est une variable aléatoire uniformément distribuée entre 0 et 2π).

$F_{si} = \omega_{si}/2\pi$: Fréquence Doppler du signal cible. (c'est une variable aléatoire uniformément distribuée entre $-1/T$ et $1/T$).

T_r : Période de répétition (supposée constante).

Etant donné que l'écho s_i suit une distribution gaussienne (voir Annexe A) alors les A_i ($i = 1 \dots N$) sont des variables aléatoires, et suivent la loi de Rayleigh [11] donnée par :

$$P(A_i) = \begin{cases} \frac{A_i}{A_0} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{A_i}{A_0}\right)^2\right]; & \text{pour } A_i \geq 0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{II-4})$$

où :

A_0 : La plus grande valeur possible de A_i ($A_0 = \text{Max de } A_i$).

et sa matrice de corrélation donnée par:

$$R_s = E[S^* S^T] \quad (\text{II-5})$$

* : Indique le conjugué .

La matrice de covariance de S s'exprime par :

$$M_s = E[(S - E(S))^* (S - E(S))^T] \quad (\text{II-6})$$

Mais avec la supposition faite dans l'équation (II-2), nous avons :

$$M_s = R_s$$

La matrice de covariance M_s aurait donc la forme de toeplitz suivante :

$$M_s = \begin{bmatrix} r(0) & r(1) & r(2) & \dots & r(N-1) \\ r^*(-1) & r(0) & r(1) & & r(N-2) \\ r^*(-2) & r^*(-1) & r(0) & & \vdots \\ \vdots & & & & \\ r^*(-N+1) & & & r^*(-1) & r(0) \end{bmatrix} = [M_s(i, j)]$$

$i=1,2,\dots,N$
 $j=1,2,\dots,N$

où :

$$|r(k)| \leq |r(0)|$$

La propriété importante que possède M_s est que c'est une matrice hermitienne [1]:

$$M_s(i,k) = M_s^*(k,i)$$

et qu'elle est définie positive [4]. Donc quelque soit le vecteur complexe t non nul, nous avons :

$$t^T M_s t^* \geq 0$$

Définissons les éléments de M_s comme suit [1] :

$$M_s(i,k) = E[s_i^* s_k] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} s_i^* s_k f(s_i^*, s_k) ds_i^* ds_k \quad (\text{II-7})$$

$$M_s(i,k) = \sigma_s^2 \rho(i-k) \quad (\text{II-8})$$

où :

$f(s_i^*, s_k)$: Représente la densité de probabilité conjointe .

et σ_s^2 : La puissance du signal d'un échantillon de l'écho cible, donnée par :

$$\sigma_s^2 = M_s(i,i)$$

$\rho(i-k)$: Etant la fonction de corrélation de S , et possède une forme gaussienne [1, 12] :

$$\rho(i-k) = \rho_s^{(i-k)^2} \cdot \exp(-j2\pi((i-k)F_s T_r)) \quad (\text{II-9})$$

Notons que $\rho(i-k)$ peut avoir d'autres formes [1].

ρ_s : Etant le coefficient de corrélation entre l'échantillon d'indice i et celui d'indice k , donné par :

$$\rho_s = \exp[-2(\pi \alpha_s T_r)^2] \quad (\text{II-10})$$

où : α_s : La déviation standard du spectre du signal .

II-2-2 CARACTERISTIQUES DES ECHOS DU CLUTTER

Le vecteur des échos du clutter est donné par l'équation (II-1c) :

$$C = (c_1, c_2, \dots, c_N)^T$$

Nous supposons que C est un vecteur aléatoire gaussien centré, stationnaire au sens large ; donc de moyenne constante, et égale à zéro :

$$E[C] = 0 \quad (\text{II-11})$$

et ayant une matrice de covariance donnée par :

$$M_c = R_c = E[C^* C^T] \quad (\text{II-12})$$

En procédant de la manière précédente, nous définissons les éléments de M_c par [1] :

$$M_c(i,k) = \sigma_c^2 \rho(i-k) \quad (\text{II-13})$$

où :

$$\sigma_c^2 = M_c(i,i)$$

et :

$$\rho(i-k) = \rho_c^{(i-k)^2} \exp(-j2\pi((i-k)F_c T_T)) \quad (\text{II-14})$$

avec :

$$\rho_c = \exp[-2(\pi \alpha_c T_T)^2] \quad (\text{II-15})$$

α_c : La déviation standard du spectre du clutter .

F_c : La fréquence Doppler du clutter .

σ_c^2 : La puissance d'un échantillon de l'écho clutter.

M_c est aussi une matrice hermitienne définie positive [1] .

II-2-3 CARACTERISTIQUES DU BRUIT THERMIQUE

Le bruit thermique sous la forme vectorielle, est donnée par l'équation (II-1c) :

$$\mathbf{n} = (n_1, n_2, \dots, n_N)^T$$

il est également supposée stationnaire, centré au sens large ; donc de moyenne constante et égale à zéro :

$$E[\mathbf{n}] = 0 \quad (\text{II-16})$$

et ayant une matrice de covariance donnée par :

$$M_n = R_n = E[\mathbf{n} \mathbf{n}^T] = \sigma_n^2 \mathbf{I} \quad (\text{II-17})$$

\mathbf{I} : Matrice d'identité.

Les éléments de M_n sont donnés par [1]:

$$M_n(i,k) = E[n_i n_k] = \sigma_n^2 \delta(i-k) \quad (\text{II-18})$$

$\delta(i-k)$: Fonction de Krönecker définie par :

$$\delta(i-k) = \begin{cases} 1 & ; \text{ si } i = k \\ 0 & ; \text{ si } i \neq k \end{cases} \quad (\text{II-19a})$$

Notons par M_d la matrice de covariance du bruit total \mathbf{d} , représentant la somme des matrices de covariance du clutter et du bruit thermique $M_d = M_c + M_n$ dont les éléments sont donnés respectivement par les équations (II-13) et (II-18). En normalisant par rapport σ_n^2 (M_d/σ_n^2), et en représentant le rapport des puissances du clutter sur le bruit thermique par :

$$\sigma_c^2 / \sigma_n^2 = \text{CNR}$$

CNR : rapport clutter sur bruit thermique .

Et celui du signal sur bruit thermique par :

$$\sigma_s^2 / \sigma_n^2 = \text{SNR}$$

SNR : Rapport de puissance du Signal sur Bruit Thermique .

Après ces normalisations les éléments des matrices de covariance M_d et M_s seront alors définies respectivement par :

$$M_d(i,k) = \text{CNR } \rho_c^{(i-k)^2} \cdot \exp(-2\pi(i-k)F_c T_r) + \delta(i-k) \quad (\text{II-20})$$

$$M_s(i,k) = \text{SNR } \rho_s^{(i-k)^2} \cdot \exp(-2\pi(i-k)F_s T_r) \quad (\text{II-21})$$

II-2-4 TYPE DE TRAITEMENTa) Récursif

Le principe de cette approche repose sur la génération séquentielle des échos radar donnés par l'équation (II-1). En ayant recours au processus Autorégressif à Moyenne Adaptée (ARMA) d'ordre (P,q) qui est généralement utilisé [3, 13], et qui est décrit par la relation de récurrence suivante :

$$s_k = \underbrace{\sum_{i=0}^q b_i w_{k-i}}_{(I)} - \underbrace{\sum_{n=1}^p a_n s_{k-n}}_{(II)} \quad (II-22)$$

où :

s_k est l'échantillon d'ordre k du signal cible, représentant la sortie d'un filtre linéaire (figure1) excité par un bruit blanc centré et normalisé w_k .

où (I) : Représente la partie de la Moyenne Adaptée (MA).

(II) : Représente la partie AutoRégressive (AR).

L'expression rationnelle du filtre est donnée par :

$$H(Z) = \frac{B(Z)}{A(Z)} \quad (II-23)$$

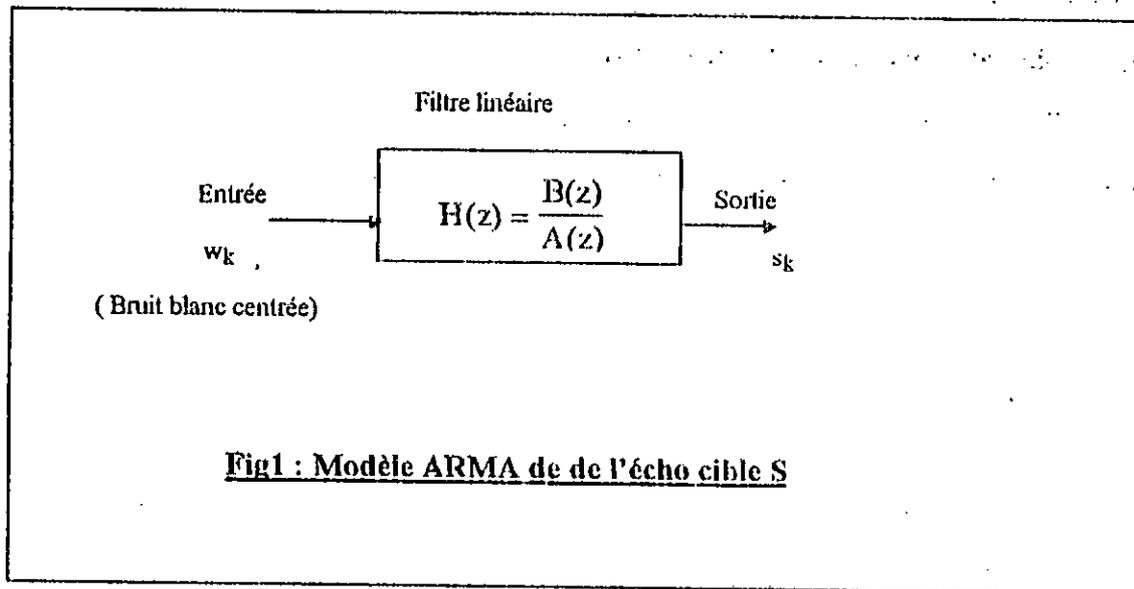
où :

$A(Z)$ représente la transformée en Z du processus AR .

et $B(Z)$ la transformée en Z du processus MA .

$$A(Z) = \sum_{m=0}^p a_m Z^{-m} \quad (II-24)$$

$$B(Z) = \sum_{m=0}^q b_m Z^{-m} \quad (II-25)$$



La densité spectrale $S_{s_k}(w)$ de s_k est donnée par :

$$S_{s_k}(w) = |B(Z) / A(Z)|^2 \quad (\text{II-26})$$

Donc pour générer s_k de l'équation (II-22) la connaissance des paramètres ($a_m, m = 0, 1, \dots, q$), ($b_m, m = 0, 1, \dots, p$) est nécessaire. Généralement, pour résoudre ce type de problème nous faisons une équivalence entre le processus ARMA (II-22) et le processus autorégressif (AR) d'ordre plus élevé [3], ainsi l'échantillon s_k serait donc défini par :

$$s_k = - \sum_{n=1}^p a_n s_{k-n} + w_k \quad (\text{II-27})$$

L'évaluation des paramètres du processus (AR) découle de la résolution du système d'équations linéaires, appelées aussi équations de Yule-Walkers, elles sont données par :

$$M_s \begin{bmatrix} 1 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^2 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II-28})$$

σ^2 : la variance du bruit d'entrée.

Plusieurs algorithmes permettent de résoudre ce système d'équations. Nous n'en citons que les plus connus :

- Algorithme de Levinson-Durbin .
- Algorithme de Burg .

L'approche récursive de la génération de l'échantillon d'ordre k de l'écho cible s_k , se résume comme suit [1]:

- Donner la matrice de covariance de l'écho cible M_s (supposée connue).
- Résoudre le système correspondant à l'équation (II-28) par l'un des algorithmes cités afin de trouver les paramètres $(a_m, m = 0, 1, \dots, p), \sigma^2$.
- Appliquer l'équation (II-27) pour générer les s_k .

Pour la génération récursive de l'échantillons du clutter c_k (connaissant M_c), nous appliquons les mêmes étapes citées plus haut. Ainsi, l'échantillon du clutter d'ordre k (c_k) serait modélisé par le processus autorégressif suivant :

$$c_k = - \sum_{n=1}^p b_n c_{k-n} + w_k \quad (\text{II-29})$$

et les deux hypothèses (H_0, H_1) seront alors définies par :

$$H_1 : z_k = s_k + c_k + n_k \quad (\text{II-30a})$$

$$H_0 : z_k = c_k + n_k \quad (\text{II-30b})$$

b) Par blocs

Pour cette approche nous utilisons la propriété d'hermité des matrices de covariance M_s et M_c ([1], [14]), afin de décomposer leurs matrices inverses (M_s^{-1}, M_c^{-1}) par la factorisation de Cholesky :

$$M_s^{-1} = (U^T)^* L U \quad (\text{II-31})$$

T^* : Transposée conjuguée .

L : Matrice diagonale formée par les valeurs propres de M_s :

U : Matrice formée par les vecteurs propres correspondants .

$$L = \begin{bmatrix} \gamma_1 & & & \\ & \gamma_2 & & 0 \\ & & \ddots & \\ & 0 & & \gamma_N \end{bmatrix} \quad (\text{II-32})$$

γ_i ($i = 1 \dots N$) : Valeurs propres (réelles positives) de M_s .

$$U = [U_1 \ U_2 \ U_3 \dots U_N] \quad (\text{II-33})$$

Etant donné que le vecteur S de l'équation (II-1c) se caractérise par sa matrice de covariance M_s , sa moyenne nulle ($m_s = 0$), suit une distribution gaussienne, alors S peut être considéré comme étant la sortie d'un filtre linéaire [1], dont l'entrée est un bruit blanc gaussien W_s de moyenne nulle et de matrice de covariance l'identité :

$$W_s = (w_1, w_2, \dots, w_N) \quad (\text{II-34})$$

$$E\{W_s\} = 0 \quad (\text{II-35})$$

$$E\{W_s^* W_s^T\} = I \quad (\text{II-36})$$

$S = (s_1, s_2, \dots, s_N)^T$, étant généré par :

$$S = U^* L^{1/2} W_s \quad (\text{II-37})$$

Le produit de la matrices U^* par la matrice $L^{1/2}$ définit alors le système linéaire .

De même pour M_c , nous pouvons écrire:

$$M_c^{-1} = (U'^T)^* L' U' \quad (\text{II-38})$$

où :

T^* : Transposée conjuguée .

L' : Matrice diagonale formée par les valeurs propres de M_c :

U' : Matrice formée par les vecteurs propres correspondants.

$$L' = \begin{bmatrix} \gamma'_1 & & & & & \\ & \gamma'_2 & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & \gamma'_N \end{bmatrix} \quad (II-39)$$

γ'_i ($i = 1 \dots N$) : Valeurs propres (réelles positives) de M_c

$$U' = [U'_1 \ U'_2 \ U'_3 \ \dots \ U'_N] \quad (II-40)$$

Alors, le vecteur C de (II-1c) peut être aussi considéré comme étant la sortie d'un filtre linéaire dont l'entrée est un bruit blanc gaussien W_c de moyenne nulle et de matrice de covariance l'identité :

$$W_c = (w'_1, w'_2, \dots, w'_N) \quad (II-41)$$

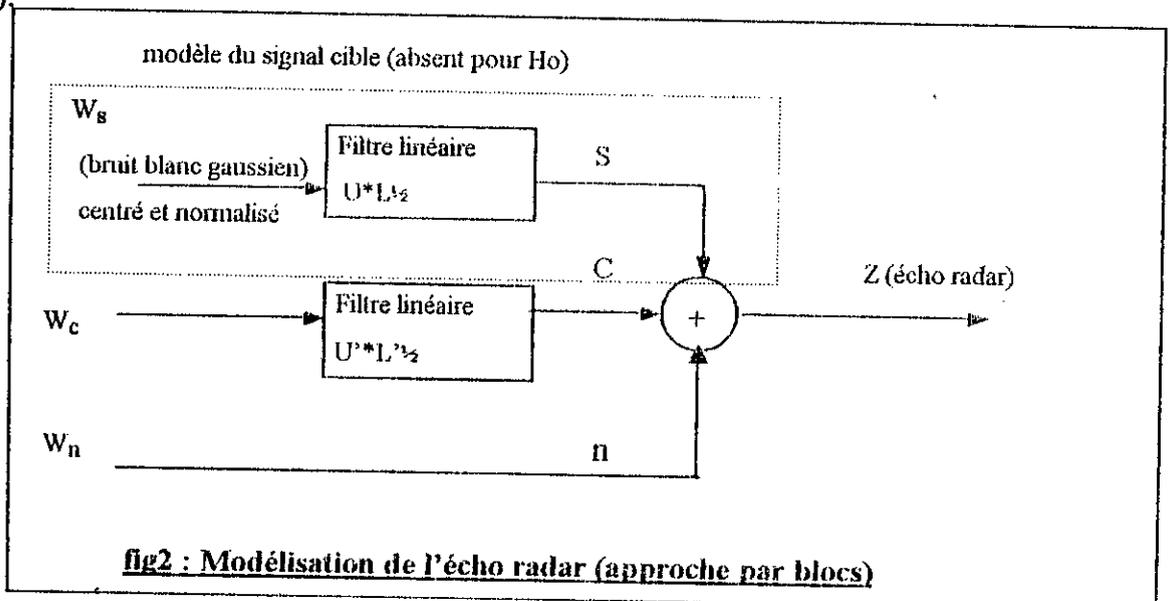
$$E[W_c] = 0 \quad (II-42)$$

$$E[W_c * W_c^T] = I \quad (II-43)$$

et $C = (c_1, c_2, \dots, c_N)^T$ est généré par :

$$C = U' * L'^{1/2} W_c \quad (II-44)$$

Enfin, le vecteur d'échos radar Z défini par l'équation (II-1) serait modélisé par (voir figure2):



II-3 LE DETECTEUR QUADRATIQUE

Ce détecteur est décrit par le test du rapport des fonctions de vraisemblance (TRFVS) des deux hypothèses H_1 et H_0 , comparé à un seuil prédéterminé par le critère de Neyman et Pearson (N-P). Ce rapport est noté par $L(Z)$:

$$L(Z) = \frac{P(Z/H_1)}{P(Z/H_0)} = \begin{cases} \geq \lambda & \text{nous décidons pour } H_1 \\ < \lambda & \text{nous décidons pour } H_0 \end{cases} \quad (\text{II-45})$$

$P(Z/H_1)$: La probabilité conditionnelle de Z sachant que l'hypothèse H_1 est vraie .

$P(Z/H_0)$: La probabilité conditionnelle de Z sachant que l'hypothèse H_0 est vraie .

Le vecteur d'échos radar, pour l'hypothèse H_1 est donné par les équations (II-1a) :

$$Z = S + C + \mathbf{n} = S + \mathbf{d}$$

où la moyenne de Z est :

$$E(Z) = E(S) + E(\mathbf{n}) + E(C) = 0$$

et sa matrice de covariance est:

$$M_z = M_s + M_d$$

Z est donc un vecteur aléatoire gaussien, dont la fonction de densité de probabilité est donnée par (voir Annexe A) :

$$P(Z/H_1) = \left[\frac{\exp(-1/2(Z^T (M_s + M_d)^{-1} Z^*))}{(2\pi)^{N/2} |M_s + M_d|^{1/2}} \right] \quad (\text{II-46})$$

Le vecteur d'échos radar, pour l'hypothèse H_0 est donné par les équations (II-1b) :

$$Z = C + \mathbf{n} = \mathbf{d}$$

où la moyenne de Z est donnée par:

$$E(Z) = E(n) + E(C) = 0$$

La matrice de covariance de Z serait alors :

$$M_z = M_d$$

où Z est un vecteur aléatoire gaussien (sa fonction de densité de probabilité est donnée dans l'Annexe A):

$$P(Z/H_0) = \left[\frac{\exp(-1/2(Z^T (M_d)^{-1} Z^*))}{(2\pi)^{N/2} |M_d|^{1/2}} \right] \quad (II-47)$$

alors L(Z) défini par l'équation (II-45) aurait la forme :

$$L(Z) = \frac{\left[\frac{\exp(-1/2(Z^T (M_s + M_d)^{-1} Z^*))}{(2\pi)^{N/2} |M_s + M_d|^{1/2}} \right]}{\left[\frac{\exp(-1/2(Z^T M_d^{-1} Z^*))}{(2\pi)^{N/2} |M_d|^{1/2}} \right]} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\lambda}} \quad (II-48)$$

Prenons le Logarithme Népérien de L(Z) et nous aurons :

$$\text{Log}[L(Z)] = l(Z) = Z^T M_d^{-1} Z^* - Z^T (M_d + M_s)^{-1} Z^* \underset{H_0}{\overset{H_1}{\lambda_1}} \quad (II-49)$$

avec :

$$\lambda_1 = \text{Log}(\lambda) + 1/2 [\text{Log}(|M_d + M_s|) - \text{Log}(|M_d|)] \quad (II-50)$$

Après factorisation de l'équation (II-49), nous aurons :

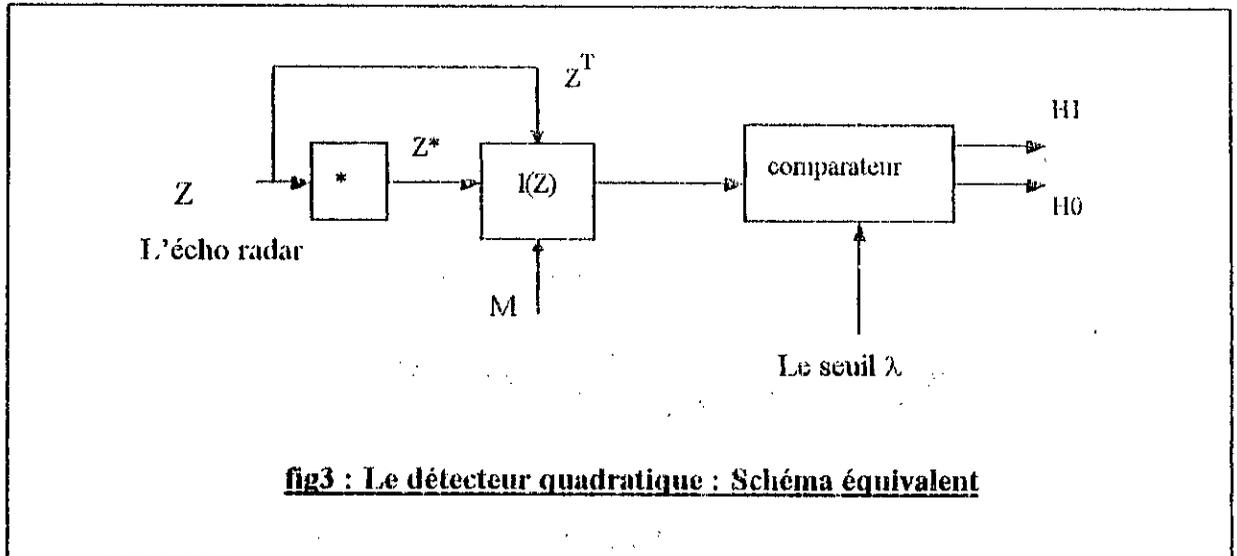
$$l(Z) = Z^T (M_d^{-1} - (M_d + M_s)^{-1}) Z^* \underset{H_0}{\overset{H_1}{\lambda_1}} \quad (II-51)$$

Posons maintenant:

$$M = M_d^{-1} - (M_d + M_s)^{-1} \quad (II-52)$$

$$l(Z) = Z^T M Z^* \quad (II-53)$$

Cette nouvelle forme de $l(Z)$, comparée au seuil λ_1 définit le détecteur quadratique. Son schéma équivalent est donné par la figure (3).



II-3-1 PERFORMANCES DU DETECTEUR QUADRATIQUE

les performances du détecteur quadratique sont exprimées par le calcul des probabilités de détection (P_d) et de fausse alarme (P_{fa}) (voir Annexe B).

La Probabilité de Fausse Alarme s'exprime par :

$$P_{fa} = 1 - \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \operatorname{Re} \left[\frac{(\exp(-j\xi\lambda) - 1) / (-j\xi)}{(\det[I - 2j\xi M_d * M *])} d\xi \right] \quad (\text{II-54})$$

La Probabilité de Détection s'exprime par :

$$P_d = 1 - \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \operatorname{Re} \left[\frac{(\exp(-j\xi\lambda) - 1) / (-j\xi)}{(\det[I - 2j\xi (M_d + M_s) * M *])} d\xi \right] \quad (\text{II-55})$$

II-4 L'ESTIMATEUR CORRELATEUR

Dans le but de mettre le rapport $l(Z)$ de l'équation (II-45) sous une forme plus pratique, nous allons adopter une approche basée sur la théorie d'estimation :

II-4-1 RAPPEL DE LA THEORIE D'ESTIMATION

Quittons pour le moment le problème de détection et considérons le problème de d'estimation.

Soient x et y deux vecteurs aléatoires gaussiens de dimension N , ayant comme moyennes respectives m_x et m_y . Notons par M_x et M_y leurs matrices de covariances. Si nous considérons que y est formé par une combinaison linéaire de x , alors :

sachant y , l'estimateur optimal \hat{x} de x est donné par [15, 16] :

$$\hat{x} = E[x / y] = m_x + (M_{xy} M_{yy}^{-1})^*(y - m_y) \quad (\text{II-56})$$

et sa matrice de covariance est donnée par :

$$\hat{M}_x = M_{xx} - M_{xy} M_{yy}^{-1} M_{yx} \quad (\text{II-57})$$

Appliquons ces résultats pour estimer le vecteur d'échos cible S de l'équation (II-1a) et du bruit total d de l'équation (II-1b) pour les deux hypothèses H_1 et H_0 :

Estimation du vecteur d'échos cible S pour H_1 et H_0 :

$$\hat{S}_{H_1} = E[S / Z] = m_s + (M_{sz} M_z^{-1})^*(Z - m_s) \quad (\text{II-58})$$

où :

$$\begin{aligned} M_{sz} &= E[(S - m_s)^*(Z - m_s)^T] \quad (\text{II-59}) \\ &= E[(S - m_s)^*((S - m_s) + d)^T] \\ &= E[(S - m_s)^*(S - m_s)^T] \quad \text{car } E[d] = 0 \\ &= M_s \end{aligned}$$

Remplaçons dans (II-58), avec : $M_z = M_s + M_d$

$$\hat{S}_{H_1} = m_s + (M_s (M_s + M_d)^{-1})^*(Z - m_s) \quad (\text{II-60a})$$

$$\hat{S}_{H_0} = E[S/Z] = 0 \quad (\text{II-60b})$$

Estimation du bruit total d pour H_1 et H_0 :

$$\hat{d}_{H_1} = E[\mathbf{d} / Z] = (M_{dz} M_z^{-1})^* Z \quad (\text{II-61})$$

avec :

$$\begin{aligned} M_{dz} &= E[\mathbf{d}^* (Z - m_s)^T] \\ &= E[\mathbf{d}^* (S + \mathbf{d} - m_s)^T] \\ &= M_d \end{aligned}$$

Remplaçons dans (II-61), avec : $M_z = M_s + M_d$

$$\hat{d}_{H_1} = (M_d (M_s + M_d)^{-1})^* Z \quad (\text{II-62a})$$

$$\hat{d}_{H_0} = (M_d M_d^{-1})^* Z = I^* Z = Z \quad (\text{II-62b})$$

Sachant que :

$$\hat{s}_{H_1} = \hat{d}_{H_0} - \hat{d}_{H_1} \quad (\text{II-63})$$

qui est une conséquence directe de la linéarité (équation (II-1)).

Substituons les équations (II-60), (II-62) et (II-63) dans l'équation (II-49) et considérons l'équation (II-2), $l(Z)$ serait alors défini par :

$$l(Z) = Z^T M_d^{-1} \hat{s}_{H_1}^* \quad (\text{II-64})$$

Ce nouveau détecteur optimal linéaire, donné par l'équation (II-65) est appelé « Estimateur Corrélateur »[1]. Il est représenté par (la figure4).

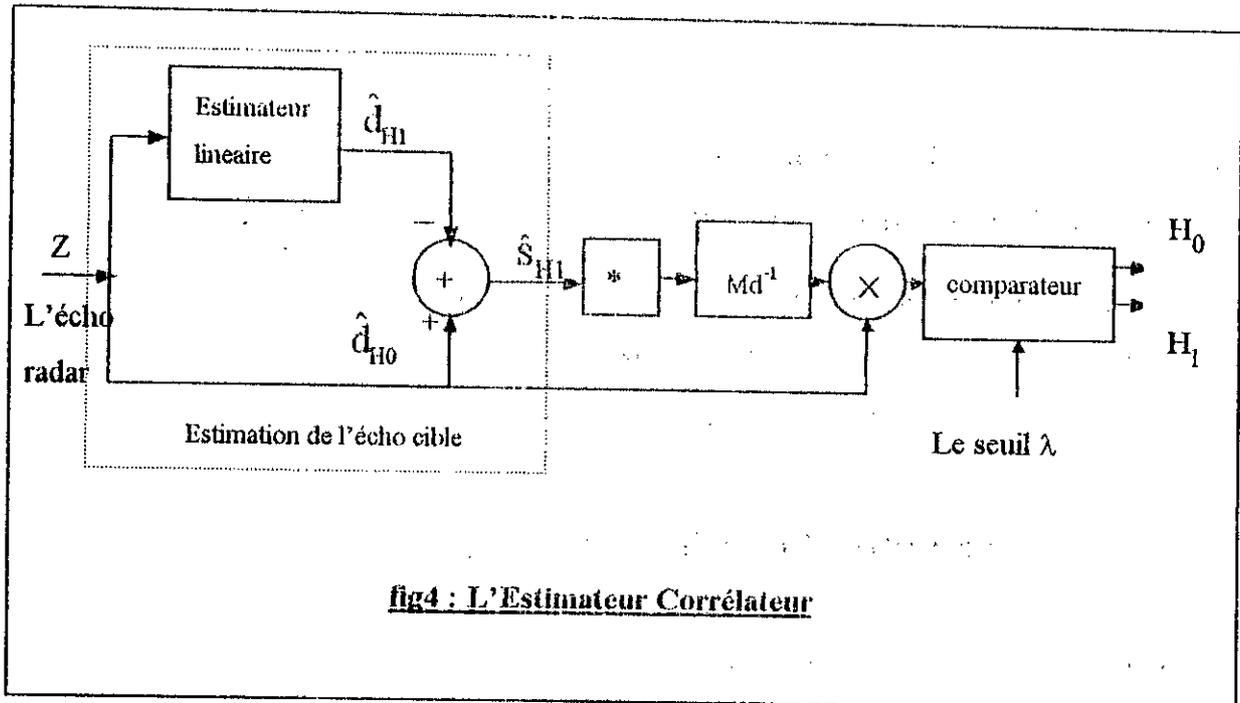


fig4 : L'Estimateur Corrélateur

La condition d'existence du signal cible serait alors donnée par :

$$l(Z) = Z^T M_d^{-1} \hat{S}_{H1} * \begin{matrix} H1 \\ \geq \\ \lambda_1 \\ < \\ H0 \end{matrix} \quad (II-65)$$

Nous remarquons que le détecteur optimal linéaire s'obtient en corrélant le vecteur d'échos radar reçus Z avec le signal estimé \hat{S}_{H1} , pondéré par l'inverse de la matrice de covariance de l'interférence totale (clutter plus bruit thermique) : M_d^{-1} . Ceci peut être considéré comme un processus d'estimation basé sur la théorie de la détection, c'est pour cela qu'il est appelé « estimateur corrélateur » [17].

II-4-2 PERFORMANCES DE L'ESTIMATEUR CORRELATEUR

Dans le but d'évaluer les performances de l'estimateur corrélateur, nous calculons ses Probabilités de Détection (Pd) et de Fausse Alarme (Pfa).

Posons :

$$f' = Z^T M_d^{-1} \hat{S}_{H1} * \quad (II-66)$$

substituons (II-60a) dans (II-66) :

$$f' = Z^T M_d^{-1} [M_s (M_s + M_d)^{-1}] Z^* \quad (\text{II-67})$$

et posons :

$$M' = M^{-1} [M_s (M_s + M_d)^{-1}] \quad (\text{II-68})$$

$$f' = Z^T M' Z^* \quad (\text{II-69})$$

En appliquant les mêmes procédés de traitement que ceux déjà utilisés dans le cas du détecteur quadratique (voir AnnexeB), nous définissons rapidement les Probabilités de Détection (Pd') et de Fausse Alarme (Pfa') par :

$$Pfa' = 1 - 1/\pi \int_0^{+\infty} \text{Re} \left[\frac{(\exp(-j\xi\lambda) - 1) / (-j\xi)}{(\det[I - 2j\xi M_d * M'^*])} d\xi \right] \quad (\text{II-70})$$

$$Pd' = 1 - 1/\pi \int_0^{+\infty} \text{Re} \left[\frac{(\exp(-j\xi\lambda) - 1) / (-j\xi)}{(\det[I - 2j\xi (M_d + M_s) * M'^*])} d\xi \right] \quad (\text{II-71})$$

Chapitre -III:

**PERFORMANCES DES DETECTEURS
QUADRATIQUE ET LINEAIRE**

III-1 INTRODUCTION

Dans le chapitre (II), nous avons donné les expressions mathématiques nécessaires au calcul des performances du détecteur quadratique par les équations (II-54) et (II-55), qui représentent respectivement la Probabilité de Fausse Alarme (Pfa) et la Probabilité de Détection (Pd). Quant aux expressions mathématiques permettant le calcul des performances du détecteur linéaire, elles sont données par les équations (II-70) et (II-71).

Dans ce chapitre nous présentons deux méthodes de calcul pour l'évaluation des performances du détecteur quadratique et du détecteur linéaire en fonction du rapport des puissances signal sur bruit thermique (SNR):

- Par intégration numérique .
- Par simulation de Monte-Carlo.

Les figures que nous allons présenter sont obtenues par intégration numérique, nous les avons vérifiées par la suite par simulation de Monte-Carlo.

Enfin, nous commentons chacune de ces figures pour expliquer leurs sens physiques. Le logiciel que nous avons utilisé pour le calcul de ces performances est le Matlab 4.2c.1 sous Windows 95 .

III-2 LA METHODE D'INTEGRATION NUMERIQUE

Le principe de calcul des performances fait appel aux équations (II-54) et (II-55) pour le détecteur quadratique et (II-70) et (II-71) pour le détecteur linéaire.

III-2-1 LE DETECTEUR QUADRATIQUE

Pour le cas du détecteur quadratique nous procédons comme suit :

- La matrice de covariance M_s du vecteur d'échos de la cible S dont les éléments sont données par l'équation (II-21) est supposée connue à priori.
- La matrice de covariance M_d du vecteur d'échos du clutter et du bruit thermique d dont les éléments sont données par l'équation (II-20) est supposée connue à priori.
- Fixons la Probabilité de fausse alarme (P_{fa}) donnée par l'équation (II-54).
- Déterminons le seuil λ de l'équation (II-54) correspondant à la valeur de Probabilité de fausse alarme retenue (P_{fa}).
- Remplaçons le seuil λ par sa valeur dans l'équation (II-55) afin de calculer la probabilité de détection (P_d) du détecteur quadratique.

III-2-1 LE DETECTEUR LINEAIRE

De même pour le cas du détecteur linéaire nous procédons comme suit :

- Supposons connue à priori la matrice de covariance M_s du vecteur d'échos de la cible S , dont les éléments sont données par l'équation (II-21).
- Supposons connue à priori la matrice de covariance M_d du vecteur d'échos du clutter et du bruit thermique d , dont les éléments sont données par l'équation (II-21)
- Fixons la Probabilité de fausse alarme (P_{fa}') donnée par l'équation (II-70).
- Déterminons le seuil λ de l'équation (II-70) correspondant à cette (P_{fa}') retenue.
- Remplaçons le seuil λ par sa valeur dans l'équation (II-71) afin de calculer la probabilité de détection (P_{d}') du détecteur linéaire.

III-3 LA METHODE DE SIMULATION DE MONTE-CARLO

Le principe d'évaluation des performances des détecteurs quadratique et linéaire par simulation de Monte-Carlo consiste à calculer les rapports de "fonctions de vraisemblance des détecteurs quadratique et linéaire en utilisant respectivement les équations (II-53) et (II-64).

Les Probabilités de fausse alarme (Pfa) et de détection (Pd) de ces deux détecteurs sont calculées en comparant N fois leur rapport des fonctions du rapport de vraisemblance à un seuil donné.

Pour la génération du vecteur d'échos radar Z pour les deux cas d'hypothèses H_0 et H_1 , nous utilisons l'approche par lot (voir ChapitreII,Figure2).

Pour générer les termes complexes des vecteurs de bruit blanc gaussien W_s , W_c et W_n centrés et normalisés, utilisés comme entrées dans la figure citée ci-dessus, nous procédons de la manière suivante :

Posons [11] :

$$W_{si} = a_i + jb_i \quad (\text{III-1})$$

où :

a_i et b_i sont des variables gaussiennes indépendantes réelles.

W_{si} est un bruit blanc gaussien complexe centré et normalisé formant une composante du vecteur W_s .

D'après l'équation (III-1), la moyenne et la variance de W_{si} sont respectivement données par :

$$E[W_{si}] = E[a_i] + jE[b_i] = 0 \quad (\text{III-2})$$

$$\begin{aligned} \text{var}(W_{si}) &= \text{var}(a_i) + \text{var}(b_i) = 1 \\ &= E[(a_i)^2] + E[(b_i)^2] = 1 \end{aligned} \quad (\text{III-3})$$

Donc pour obtenir W_{si} , nous :

- Générerons un bruit blanc gaussien réel a_i de moyenne $E[a_i]$ nulle et de variance

$$E[(a_i)^2] \text{ égale à } \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$$

- Générerons un bruit blanc gaussien réel b_i de moyenne $E[b_i]$ nulle et de variance

$$E[(b_i)^2] \text{ égale à } \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$$

- Appliquons l'équation (III-1) pour générer W_{si} .

Pour la génération des termes complexes des vecteurs bruit blanc gaussien W_c , et W_n , nous procédons de la même façon citée ci-dessus.

III-3-1 EVALUATION DES PERFORMANCES PAR SIMULATION DE MONTE-CARLO

La méthode d'évaluation des performances par simulation de Monte-carlo que nous avons appliquée est la suivante :

1- Générer un bruit blanc gaussien centré et normalisé (b.b.g.n): W_s , W_c , W_n

2-a Décomposer la matrice de covariance inverse M_s^{-1} de l'écho cible :

$$M_s^{-1} = (U^T)^* L U$$

2-b Décomposer la matrice de covariance M_c^{-1} du clutter .

$$M_c^{-1} = (U'^T)^* L' U'$$

2-c Générer des échantillons corrélés de S :

$$S = U^* L^{1/2} W_s$$

2-d Générer les échantillons corrélés de C :

$$C = U'^* L'^{1/2} W_c$$

3- Générer le vecteur d'échos radar Z :

$$Z = S + C + \mathbf{n} = C + \mathbf{d}$$

4- Calculer les rapports de vraisemblance $l(Z)$ pour les détecteurs quadratique et linéaire respectivement : (voir les équations (II-53) et (II-64)):

$$l(Z) = Z^T M Z^*$$

$$l(Z) = Z^T M_d^{-1} \hat{S}_{II1}^*$$

Notons que la matrice M est calculée en utilisant les équations (II-20), (II-21) et (II-52).

5- Comparer $l(Z)$ avec le seuil λ_1 .

6- Calculer les performances :

6-a Calculer la Probabilité de fausse alarme (Pfa) :

$$Pfa = 1/N \sum_{i=1}^{N1} 1$$

$N1$: Nombre de fois tel que $l(Z) \geq \lambda_1$; avec $Z = \mathbf{d}$ (hypothèse H_0).

6-b Calculer la Probabilité de détection (Pd) :

$$Pd = 1/N \sum_{i=1}^{N2} 1$$

$N2$: Nombre de fois tel que $l(Z) \geq \lambda_1$; avec $Z = S + \mathbf{d}$ (hypothèse H_1).

N : Nombre d'essais ($N = 10^6$).

III-4 INTERPRETATION DES RESULTATS

Les courbes décrivant les performances des deux détecteurs (quadratique et linéaire) obtenus dans la section précédente sont données par les huit (08) figures suivantes (Notons que la fréquence Doppler de l'écho cible est prise égale à $0.5T_r^{-1}$, et la fréquence Doppler de l'écho clutter est prise égale à 0):

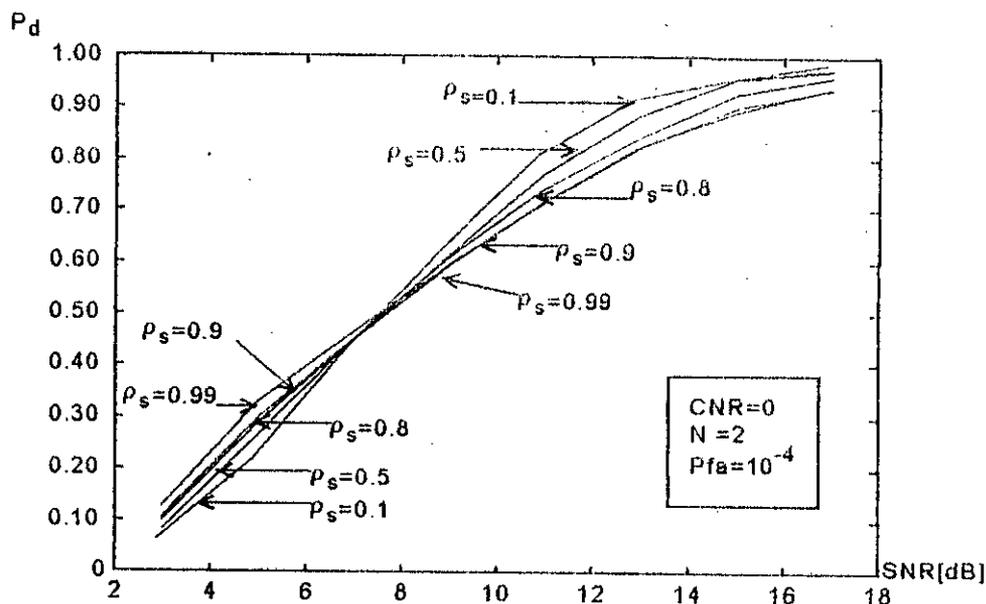


Fig 1: La probabilité de détection d'une cible diversement corrélée noyée dans un bruit blanc gaussien (bruit thermique)

Les courbes de la figure (1) représentent les performances de détection des cibles corrélées (de distribution gaussienne) noyées dans un bruit blanc gaussien (bruit thermique seul) en fonction du rapport signal sur bruit thermique (SNR) du détecteur quadratique (figure(3) Chapitre II). Le rapport du puissance du clutter sur bruit thermique est pris égal à zéro ($CNR = 0$). Le nombre d'impulsions N est pris égal à 2. La Probabilité de fausse alarme (P_{fa}) est fixée à 10^{-4} . Le paramètre variable est le coefficient de corrélation du vecteur écho cible ρ_s (II-09).

Notons que $\rho_s = 0.1$ et $\rho_s = 0.99$ représentent respectivement une cible peu corrélée (donc fortement fluctuante SWII) et une cible complètement corrélée (faiblement fluctuante SWI).

Nous remarquons que pour une forte fluctuation de la cible la détection (SW II) à partir d'un SNR d'ordre de 7.1dB est supérieure à celle de (SWI).

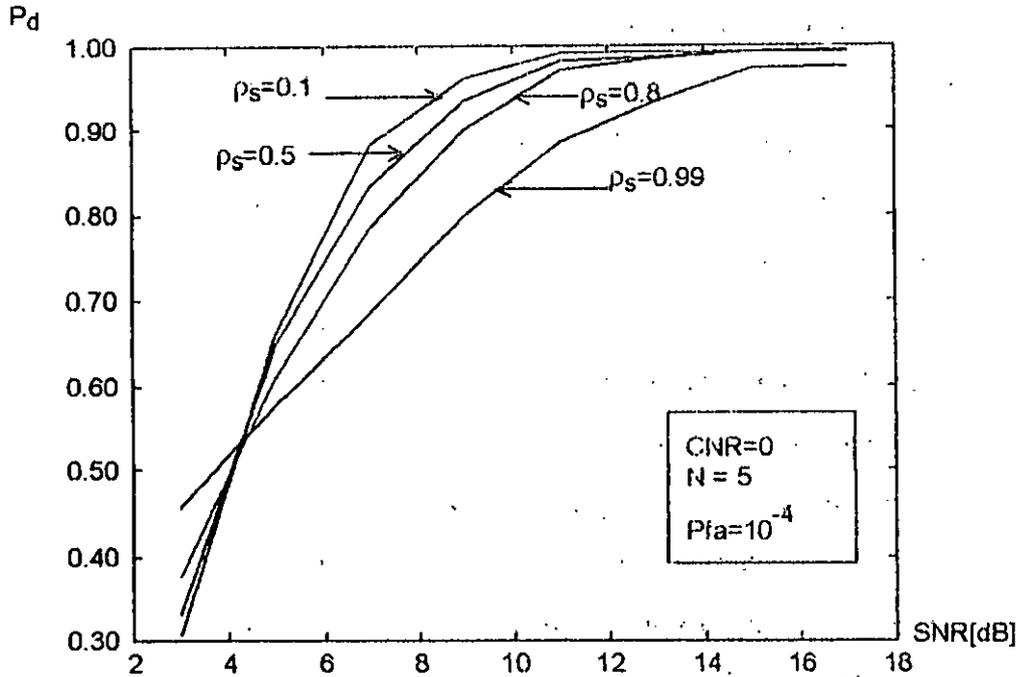


Fig 2: La probabilité de détection d'une cible diversément corrélée noyée dans un bruit blanc gaussien (bruit thermique)

Les courbes de la figure (2) représentent les performances de détection des cibles corrélées noyées dans un bruit blanc gaussien en fonction du rapport signal sur bruit thermique (SNR) du même détecteur quadratique. Le rapport de puissance du clutter sur bruit thermique est pris égal à zéro ($CNR = 0$). Le nombre d'impulsions N est pris égal à 5. La Probabilité de fausse alarme (Pfa) est fixée à 10^{-4} . Le paramètre variable est le coefficient de corrélation du vecteur écho cible ρ_s .

Nous remarquons que pour une forte fluctuation de la cible la détection est supérieure à partir d'un SNR de l'ordre 4.2dB, à celle d'une cible faiblement fluctuante, et que lorsque le nombre d'impulsion N augmente (l'énergie reçue augmente) de $N = 2$ à $N = 5$ la probabilité de détection s'améliore davantage.

Nous pouvons dire aussi que toute augmentation de SNR supérieur à 14dB n'ajoute presque rien à la détection, car ces courbes deviennent asymptotiques.

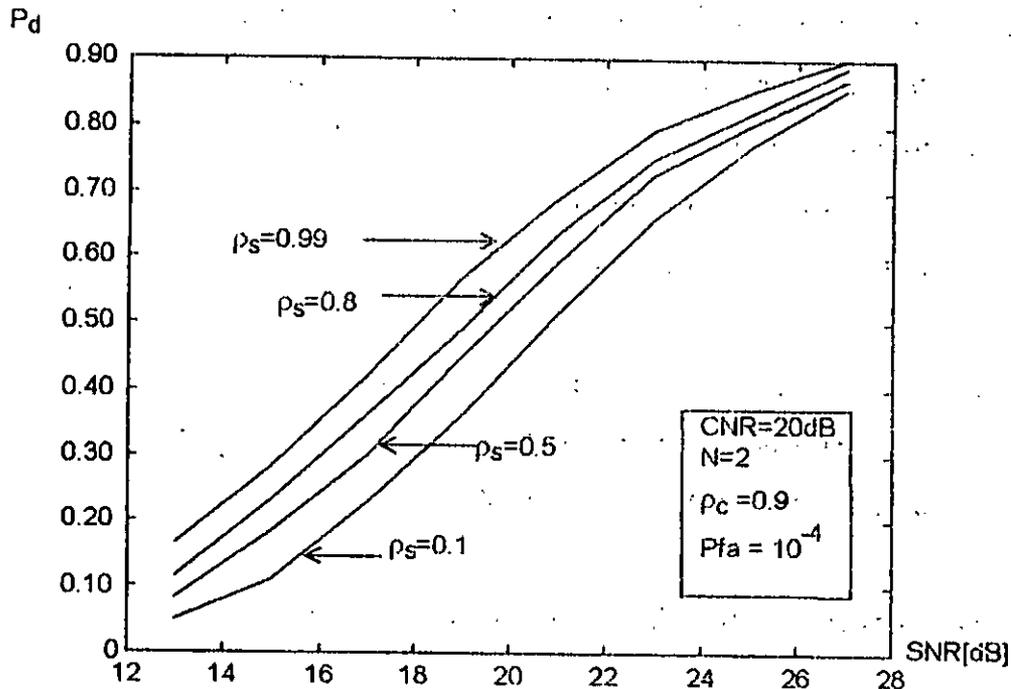


Fig 3 : La probabilité de détection d'une cible diversément corrélée noyée dans un clutter de distribution gaussienne "quasi totalement corrélé"

Les courbes de la figure (3) représentent les performances du même détecteur quadratique mais cette fois-ci, la cible est noyée dans du clutter (de distribution gaussienne), le rapport de puissances du clutter sur le bruit thermique est pris égal à 20dB (CNR = 20dB). Le nombre d'impulsions N est pris égal à 2. La Probabilité de fausse alarme (P_{fa}) est fixée à 10^{-4} . Le coefficient de corrélation du clutter ρ_c est pris égal à 0.9.

Dans ce cas, nous remarquons que la fluctuation de la cible dégrade les performances du détecteur. Pour un SNR d'ordre 16dB la probabilité de détection dépasse juste les 40%, alors qu'elle dépasse les 90% dans le cas sans clutter (voir figure1).

Pour dépasser 50% une probabilité de détection (P_d) d'une cible faiblement fluctuante exige SNR > 18dB, celle d'une cible fluctuante un SNR > 21dB.

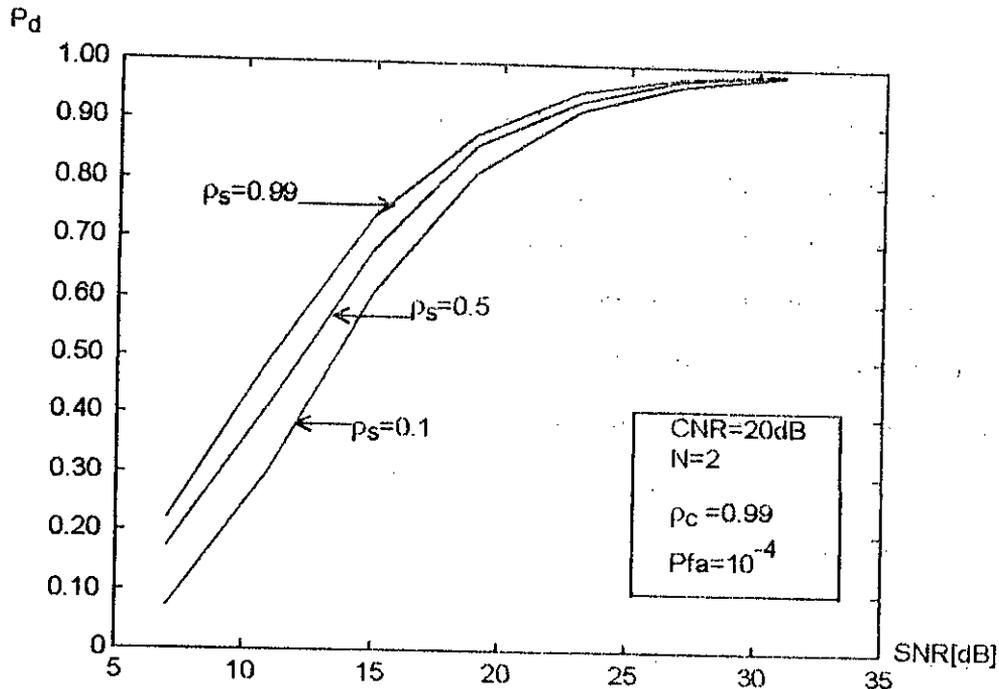


Fig 4 : La probabilité de détection d'une cible diversément corrélée noyée dans un clutter de distribution gaussienne "totalement corrélé"

Les courbes de la figure (4) représentent les performances du même détecteur quadratique, la cible est noyée dans un clutter (de distribution gaussienne), le rapport de puissance du clutter sur le bruit thermique est pris égal à 20dB ($CNR = 20dB$). Le nombre d'impulsions N est laissé égal à 2. La Probabilité de fausse alarme (P_{fa}) reste fixée à 10^{-4} . Le coefficient de corrélation du clutter ρ_c est pris égal à 0.99.

Dans ce cas les fluctuations de la cible dégrade toujours les performances du détecteur mais restent toujours meilleures que celles de la figure précédente. Les fluctuations du clutter (exprimées par le coefficient de corrélation du clutter ρ_c), sont représentées par le passage de $\rho_c = 0.9$ à $\rho_c = 0.99$ et sont la cause principale de cette amélioration.

Pour dépasser 50% une probabilité de détection (P_d) d'une cible faiblement fluctuante exige $SNR > 11dB$, celle d'une cible fluctuante un $SNR > 13.5dB$

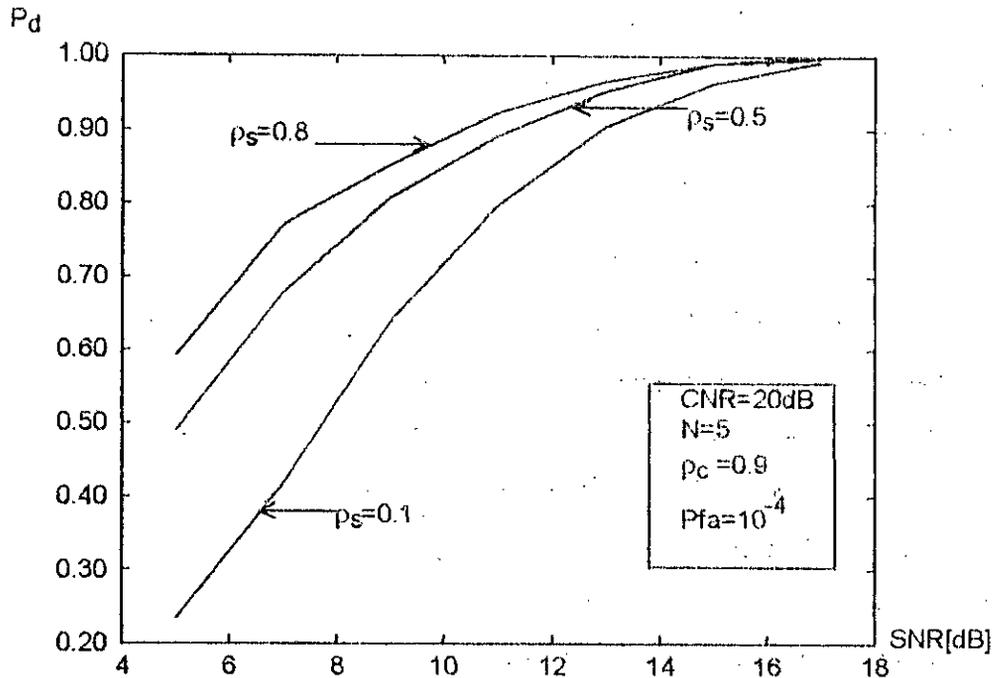


Fig5: La probabilité de détection d'une cible diversement corrélée noyée dans un clutter de distribution gaussienne "quasi totalement corrélé"

Les courbes de la figure (5) représentent les performances du même détecteur quadratique, la cible est noyée dans un clutter (de distribution gaussienne), le rapport de puissances du clutter sur bruit thermique est pris égal à 20dB ($CNR = 20dB$). Le nombre d'impulsions N est pris égal à 5. La Probabilité de fausse alarme (P_{fa}) est fixée à 10^{-4} . Le coefficient de corrélation du clutter ρ_c est pris égal à 0.9.

Dans ce cas, nous remarquons que par comparaison avec la figure(3), l'augmentation du nombre d'impulsions N (l'énergie reçue augmente) de $N = 2$ à $N = 5$ améliore la détection. Nous pouvons dire alors que l'augmentation du nombre d'échos reçus N entraîne une amélioration de la qualité de détection.

Pour dépasser 50% une probabilité de détection (P_d) d'une cible moyennement fluctuante exige $SNR > 5dB$, celle d'une cible fortement fluctuante un $SNR > 8.1dB$. (i.e l'augmentation de N diminue la robustesse de P_d vis à vis de niveau de la fluctuation).

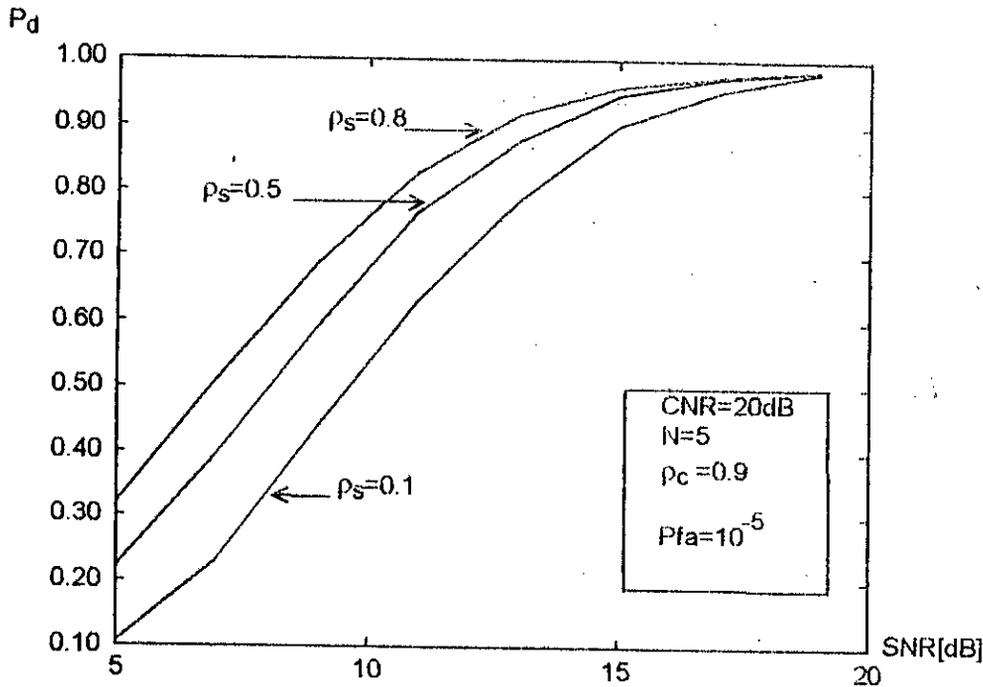


Fig6: La probabilité de détection d'une cible diversement corrélée noyée dans un clutter de distribution gaussienne "quasi totalement corrélé"

Les courbes de la figure (6) représentent les performances du même détecteur quadratique, la cible est noyée dans un clutter (de distribution gaussienne), le rapport de puissances du clutter sur bruit thermique est pris égal à 20dB (CNR = 20dB). Le nombre d'impulsions N reste égal à 5. La Probabilité de fausse alarme (P_{fa}) est fixée cette fois-ci à 10^{-5} . Le coefficient de corrélation du clutter ρ_c est laissé égal à 0.9.

Nous remarquons que la diminution de la Probabilité de fausse alarme (P_{fa}) se traduit par une dégradation de la Probabilité de détection (P_d), ceci est argumenté par la théorie donnée au deuxième chapitre.

Pour dépasser 50% la probabilité de détection (P_d) d'une cible peu fluctuante ($\rho_s = 0.8$) exige $SNR > 7dB$. la probabilité de détection d'une cible très fluctuante ($\rho_s = 0.1$) exige $SNR > 9.5dB$.

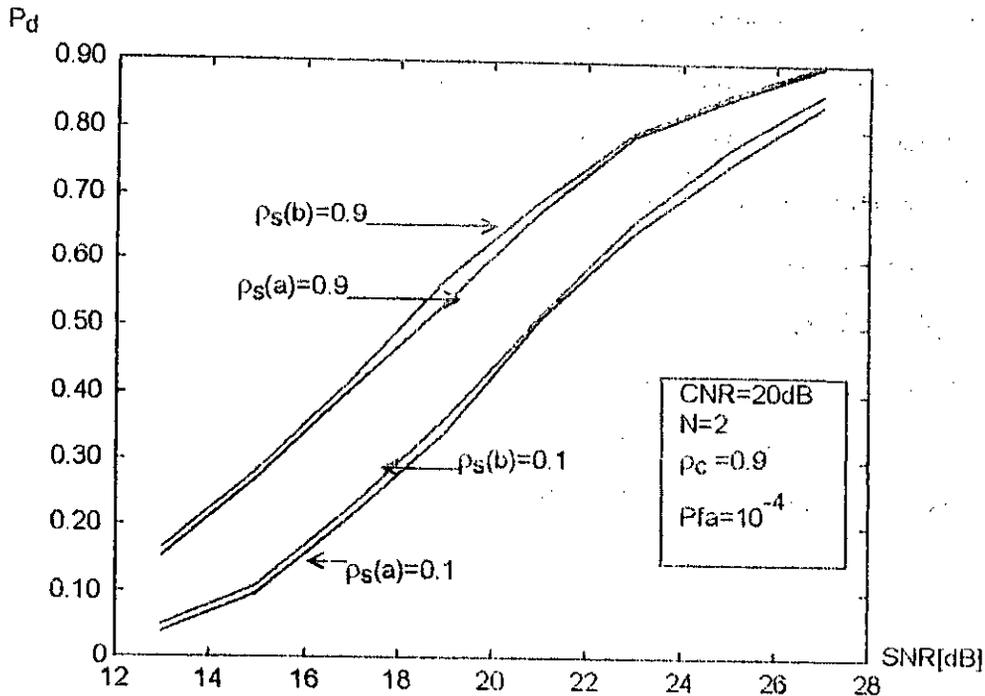


Fig7: Comparaison entre les probabilités de détection d'une cible diversement corrélée noyée dans un clutter "quasi totalement corrélé" du détecteur quadratique (b) et du détecteur linéaire(a)

Les courbes de la figure (7) représentent une comparaison de performances des détecteurs quadratique et linéaire (figure4 ChapitreII) dans le cas de cibles corrélées (de distribution gaussienne) noyées dans un clutter (de distribution gaussienne). Le rapport de puissances du clutter sur bruit thermique est pris égal à 20dB (CNR = 20dB). Le nombre d'impulsions N est pris égal à 2. La Probabilité de fausse alarme (P_{fa}) est fixée 10^{-4} . Le coefficient de corrélation du clutter ρ_c est pris égal à 0.9.

Nous remarquons que les performances du détecteur quadratique sont meilleures que celles du détecteur linéaire, dans le cas de cible non fluctuante on a le contraire dans le cas de cible fluctuante à partir d'un SNR supérieur à 20 dB.

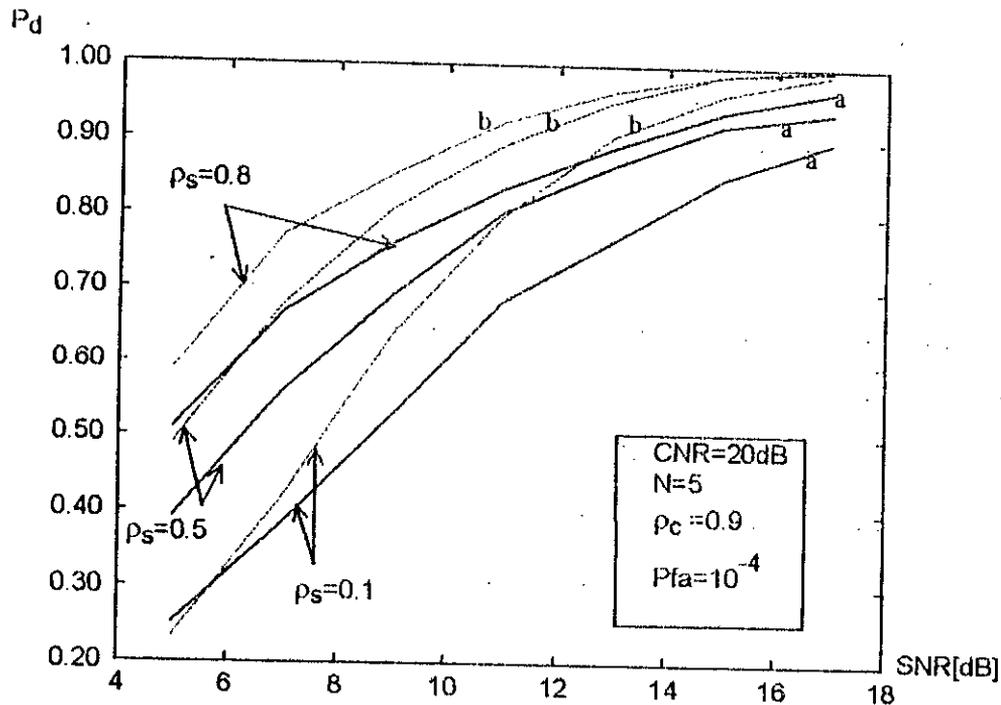


Fig 8 : Comparaison entre les probabilités de détection d'une cible diversement corrélée noyée dans un clutter "quasi totalement corrélé" du détecteur quadratique (b) et du détecteur linéaire(a)

Les courbes de la figure (8) représentent une comparaison de performances des détecteurs quadratique et linéaire des cibles corrélées noyées dans le même clutter. Le rapport de puissances du clutter sur bruit thermique est pris égal à 20dB (CNR = 20dB). Le nombre d'impulsions N est pris égal à 5. La Probabilité de fausse alarme (P_{fa}) est fixée 10^{-4} . Le coefficient de corrélation du clutter ρ_c est pris égal à 0.9.

Nous remarquons que les performances du détecteur quadratique restent toujours meilleures à celles du détecteur linéaire (cas de cible fluctuante ou non). Ceci étant pour les mêmes raisons citées au dessus. Cette différence de performances est plus prononcée pour $N=5$: L'augmentation de N dégrade plus la détection.

De nouveau l'augmentation de N diminue la robustesse de la probabilité de détection (P_d) vis à vis du niveau de fluctuation.

Chapitre -IV:**LA DETECTION ADAPTATIVE****IV-1 INTRODUCTION**

Dans un radar, le filtrage adaptatif consiste à effectuer un traitement sur les signaux reçus à l'entrée d'un système dont les paramètres sont fonction du temps. Le masque filtrant correspondant serait dimensionné par rapport à l'interférence effective (clutter) calculée en temps réel sur les mêmes signaux d'entrée. Ce masque serait capable de s'adapter aux différentes variations du spectre d'énergie pouvant se produire dans le temps. Cette approche est meilleure que celle basée sur les méthodes de filtrage classique (MTI, FFT, etc...) à coefficients prédéterminés (fixes) qui échouent dans leur finalité lorsque les interférences changent de façon imprévisible[18].

Généralement l'approche suivie dans les systèmes adaptatifs est de considérer que la cible est concentrée dans une cellule de distance alors que le clutter s'étend spatialement sur plusieurs cellules [6]. En pratique, le bruit n'est stationnaire que s'il l'est pendant un temps suffisamment long devant la durée de l'observation du radar [5]. i.e la cible est localisée dans une seule cellule de résolution et le clutter sur plusieurs.

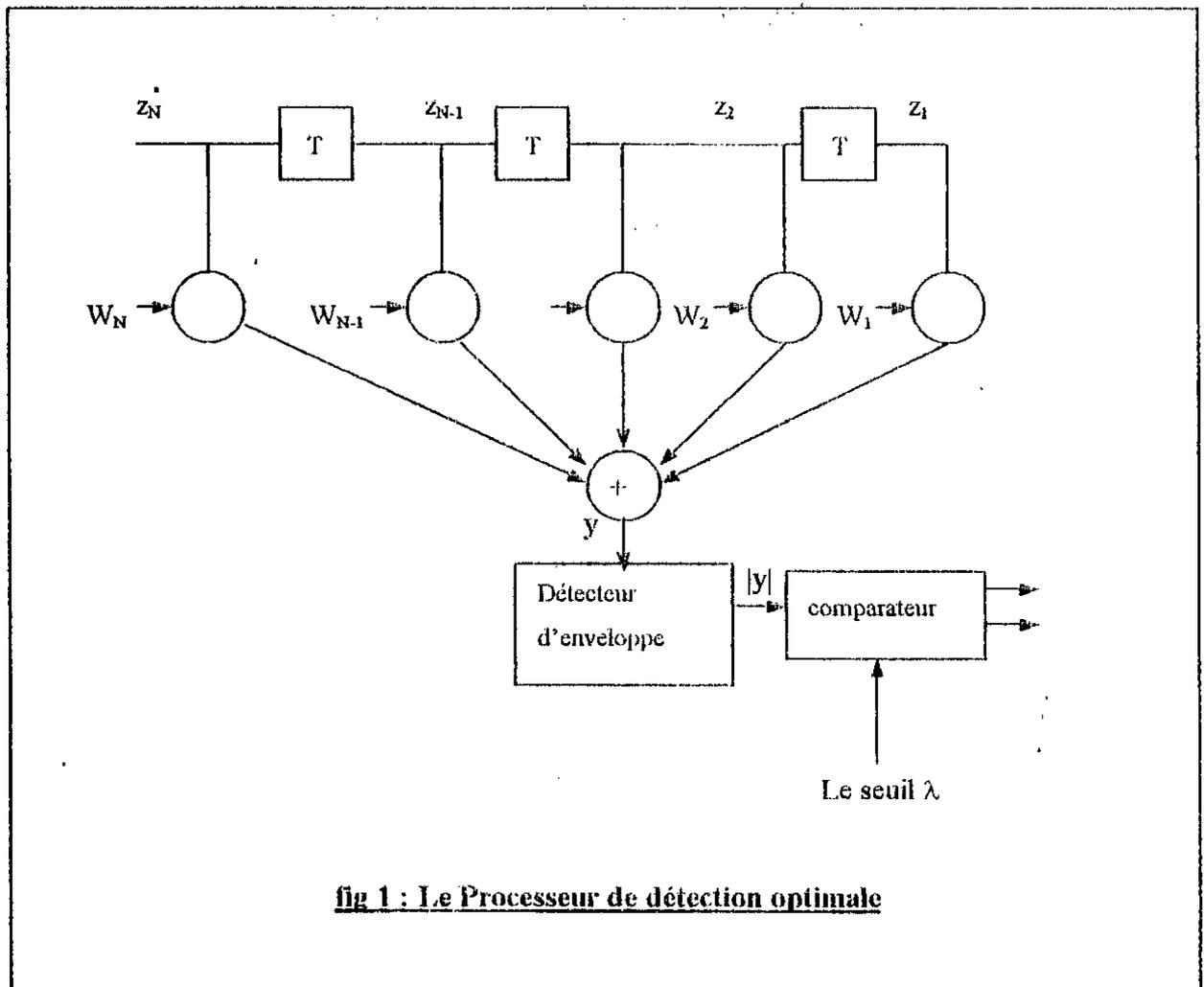
Dans ce chapitre nous donnons un rappel sur le traitement optimal des signaux basés sur les filtres à paramètres fixes. Ensuite nous examinons quatre processeurs adaptatifs ayant un fondement théorique commun, basé sur la théorie du filtrage optimal, et dont les algorithmes de traitement découlent essentiellement du type de modélisation de clutter : approche récursive ou approche par lot (ou batch).

IV-2 LE PROCESSEUR DE DETECTION OPTIMALE

Avant de développer les quatre processeurs adaptatifs, nous allons donner un rappel sur le filtrage optimal.

Soient Z , S , C et \mathbf{n} des vecteurs de dimensions N , représentant respectivement les

échos reçus par le radar de la cible et le clutter et en plus du bruit thermique. Le processeur de détection optimale, maximisant la Probabilité de détection (P_d) pour une Probabilité de fausse alarme (P_{fa}) donnée (Critère de Neyman-Pearson) est un filtre linéaire transversal à coefficients fixes (figure1). La sortie de ce filtre est caractérisée par un rapport (de puissances) signal sur interférence totale (clutter + bruit thermique) maximale [19]. Les coefficients du filtre (W_j ; $j = 1$ à N) dépendent de la matrice de covariance du clutter (IV-1) . Ces coefficients permettent de filtrer le clutter et par conséquent améliorer la détection de la cible (si elle est présente, et dont l'amplitude et la fréquence Doppler sont supposées connues) [18] .



Le vecteur N- Dimensionnel de pondération optimales est

$$W_{opt} = \mu M^{-1} S^* \quad (IV-1)$$

$$\mu = 1$$

M : La matrice de covariance de l'interférence totale; $M = M_d$ (voir équation II-20).

S^* : Le conjugué du signal cible supposé connu et réglé sur la fréquence Doppler F_s .

Pour évaluer les performances de ce filtre optimal, nous définissons un critère appelé facteur d'amélioration (FA)[20, 21] donné par :

$$FA = (S/C)_s / (S/C)_{e,1} \quad (IV-2)$$

où :

S_s : La puissance du signal cible à la sortie du filtre optimal.

C_s : La puissance du clutter à la sortie du filtre optimal.

$S_{e,1}$: La puissance du signal cible à l'entrée du filtre optimal défini sur une impulsion.

$C_{e,1}$: La puissance du clutter à l'entrée du filtre optimal défini sur une impulsion.

IV-3 LES PROCESSEURS ADAPTATIFS

Pour concevoir le filtre optimal accordé à l'équation (IV-1), il est nécessaire de connaître à priori la matrice de covariance de l'interférence totale (M_d) [18]. En réalité, et vu le changement imprévisible de l'environnement, il est nécessaire de développer un processeur capable d'estimer à chaque fois la matrice de covariance M_d , permettant ainsi au filtre de s'adapter automatiquement aux changements et d'atteindre la condition de stabilité du filtre optimal en temps réel. Il sera caractérisé par ses paramètres variables (W_j). Cette condition de stabilité est définie par rapport au facteur d'amélioration du filtre optimal (F_{aopt}) [18].

Les processeurs adaptatifs se distinguent par deux caractéristiques principales [18], à savoir :

- La stabilité .

- Le temps d'adaptation .

La stabilité du système est vérifiée par rapport au facteur d'amélioration du filtre optimal (FAopt).

La vitesse d'adaptation caractérise le temps nécessaire pour atteindre un état stable. Pour garantir une meilleure stabilité, il faut estimer avec précision la matrice de covariance M_d utilisée pour la conception du filtre optimal [22]. Cette précision est liée au nombre de cellules de résolution utilisées (en distance ou / et en azimut). Déterminer la durée (qui est une fraction de la période de répétition T_r des échantillons) du processeur adaptatif [6].

En pratique, le calcul direct des coefficients du filtre optimal n'est pas utilisé [18], car il nécessite l'estimation de la matrice inverse M_d^{-1} en temps réel. Mais pour calculer M_d^{-1} il faut effectuer N^3 multiplications complexes (N : nombre d'échantillons), ce qui représente une contrainte pour les systèmes radars dans le traitement de l'information en temps réel [18].

Il existe des méthodes permettant d'éviter ce calcul direct de M_d^{-1} , nous en examinons cinq dont les algorithmes de calcul dépendent essentiellement de la manière de modéliser de la matrice de covariance du clutter M_d (approche récursive ou approche par lot) à savoir [18]:

- L'Estimateur Paramétrique (EP).
- L'algorithme d'orthonormalisation de Gram-Schmidt (G.S) (qui sera vue au chapitre V)
- La Technique d'Inversion Directe de la matrice M_d (TID).
- La Méthode d'Entropie Maximale (MEM).
- Le Processeur du Filtrage de Kalman (FK).

Dans les deux premiers processeurs (EP, TID) nous considérons l'approche par lot pour la modélisation de M_d , dans les deux autres (MEM, FK) nous donnons l'approche récursive.

IV-3-1 L'ESTIMATEUR PARAMETRIQUE (EP)

La Technique de L'estimation Paramétrique [18] permet de déterminer les paramètres du clutter (F_c , ρ_c , σ_c^2) représentant respectivement la fréquence Doppler, le coefficient de corrélation et la variance (puissance) du clutter. Le but attendu est d'estimer ces paramètres à chaque fois, et en temps réel, pour calculer par la suite la matrice de covariance de l'interférence totale M_d .

Notons par $M_d(\rho_c, F_c)$ la matrice de covariance de l'interférence totale caractérisée par ρ_c et F_c . $M_d^{-1}(\rho_c, F_c)$ étant sa matrice inverse, dont les éléments sont définis par [18]:

$$[M_d^{-1}(\rho_c, F_c)]_{m, n} = \text{CNR} [M_d^{-1}(\rho_c, 0)]_{m, n} \exp[-j(m-n)2\pi F_c] \quad (\text{IV-3})$$

avec :

CNR : Rapport Clutter sur Bruit thermique .

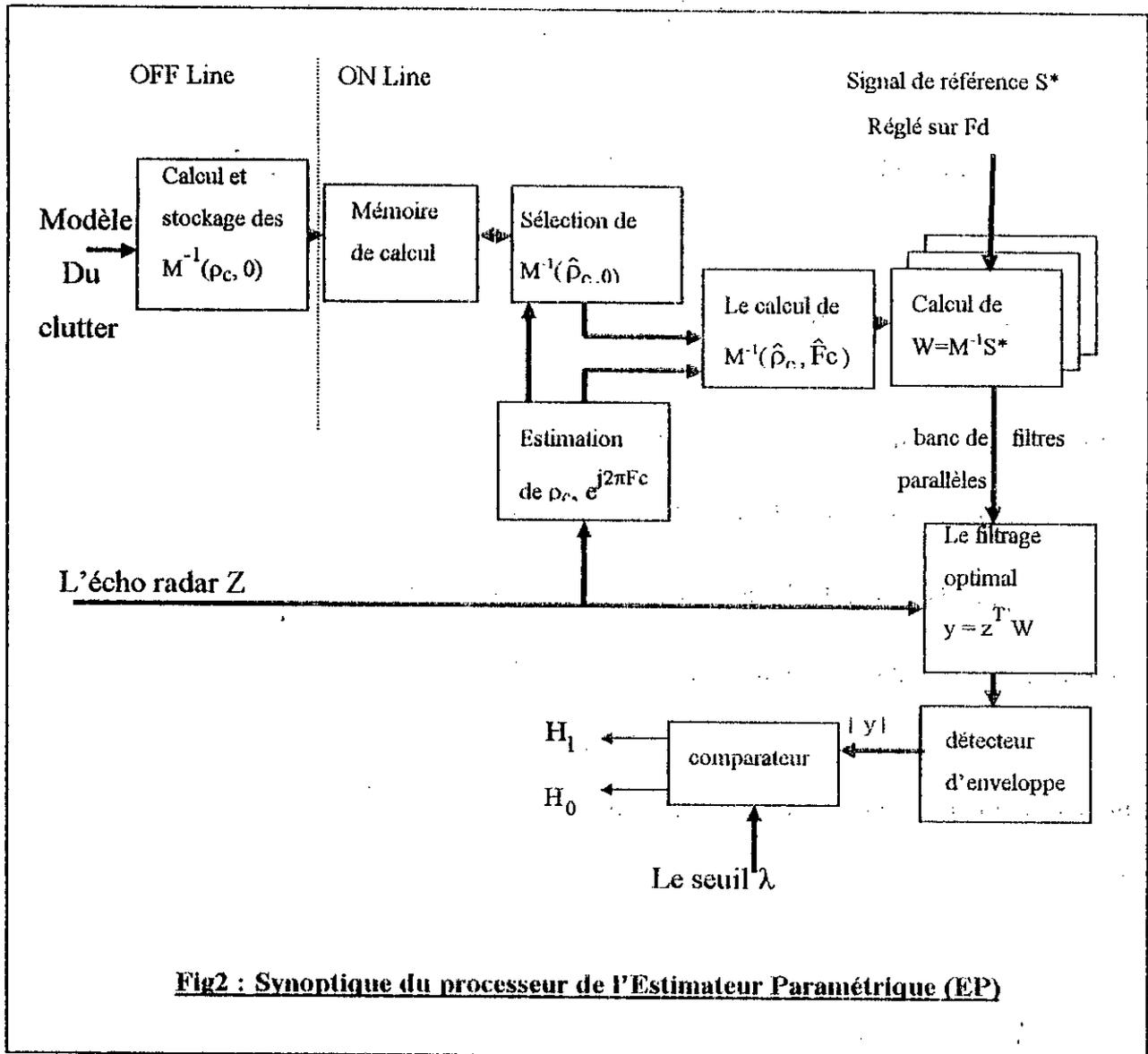
$[M_d^{-1}(\rho_c, 0)]_{m, n}$: Etant l'élément d'ordre (m,n) de la matrice de covariance inverse de l'interférence totale, dont la fréquence Doppler du clutter est nulle ($F_c = 0$).

$(m-n)2\pi F_c$: Le déphasage entre l'échantillon d'ordre m et celui d'ordre n.

Pour le calcul de l'équation (IV-3) deux considérations peuvent être prises en compte :

- Le calcul et le stockage en mémoire de la matrice inverse $M_d^{-1}(\rho_c, 0)$ pour un nombre convenable de ρ_c .
- La connaissance du CNR n'est pas nécessaire, car l'estimation de ρ_c à une constante multiplicative près, suffit .

L'implémentation de ce processeur est donnée dans la (figure2).



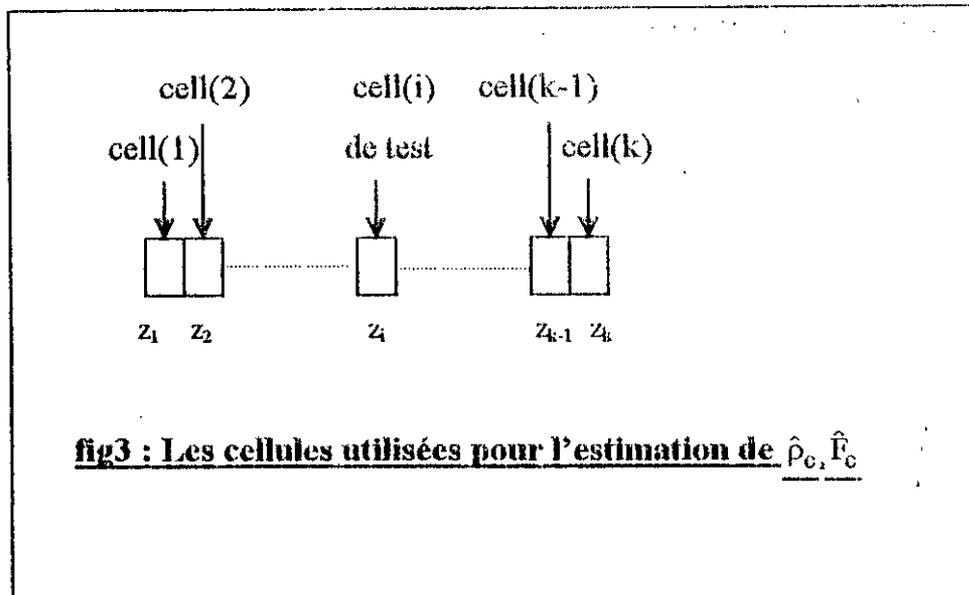
Elle est basée sur l'algorithme de calcul de l'équation (IV-3) suivi d'un filtrage optimal.

Son principe est le suivant : à partir d'un modèle de clutter :

- Calculer et stocker $M_d^{-1}(\rho_c, 0)$ pour un nombre limité de ρ_c (de manière off line).
- Estimer en temps réel le coefficient de corrélation $\hat{\rho}_c$ et la fréquence Doppler \hat{F}_c .
- Sélectionner parmi les matrices stockées celle correspondant à $\hat{\rho}_c$: $M_d^{-1}(\hat{\rho}_c, 0)$.
- Calculer les éléments de $M_d^{-1}(\hat{\rho}_c, \hat{F}_c)$ après l'estimation de $\exp(-j2\pi \hat{F}_c)$, en se servant de l'équation (IV-3).
- Calculer les coefficients du filtre optimal $M_d^{-1}(\hat{\rho}_c, \hat{F}_c) S^*$; S étant le signal cible dont

la fréquence Doppler est supposée connue. Ceci implique que pour un ensemble de fréquences Doppler donné, nous obtenons un banc de filtres optimal.

Pour plus de précision, l'estimation en temps réel de $(\hat{\rho}_c, \hat{F}_c)$ doit s'effectuer sur un ensemble de cellules de résolution adjacentes à celle où la cible est supposée être présente figure(3).



Plusieurs méthodes ont été développées pour évaluer ces paramètres $(\hat{\rho}_c, \hat{F}_c)$, parmi lesquelles figurent celles obtenues par un traitement de deux échantillons quelconque z_i et z_{i+1} du signal d'entrée. Une autre méthode basée sur un estimateur, dit estimateur relais, qui n'exige pas de multiplications, est appliquée aux composantes en phase et en quadrature de phase (I, Q) de z_i et z_{i+1} où l'estimation de ρ est donnée par [23] :

$$\hat{\rho}_c = \left[\frac{\sum_{i=1}^k (x_i \text{sign}(x_{i+1}))}{\sum_{i=1}^k |x_i|} \right] \quad (\text{IV-4})$$

avec :

$x_i = \text{Réal}(z_i)$

k : Le nombre de cellules adjacentes .

z_i : Le signal d'écho radar correspondant à la cellule d'indice i .

sign : La fonction signe .

IV-3-2 LA TECHNIQUE D'INVERSION DIRECTE DE LA MATRICE

M⁻¹(TID)

La TID est basée sur un algorithme récursif [22] utilisé pour l'estimation de la matrice inverse M_d^{-1} directement à partir du vecteur d'échos radar Z de dimension N . Cette estimation récursive s'effectue sur un ensemble de cellules de résolution adjacentes supposées ne contenir que le clutter seul. L'algorithme utilisé combine d'une façon non linéaire les échantillons reçus de Z , provenant des cellules adjacentes. L'algorithme de la TID est basé sur l'équation [22] :

$$\hat{M}_k^{-1} = (1-a)\hat{M}_{k-1}^{-1} - \frac{(1-a)^{-2} a \hat{M}_{k-1}^{-1} z_k z_k^T \hat{M}_{k-1}^{-1}}{1 + (1-a)^{-1} a z_k^T \hat{M}_{k-1}^{-1} z_k} \quad (\text{IV-5})$$

\hat{M}_k^{-1} : Matrice estimée pendant l'étape k .

\hat{M}_{k-1}^{-1} : Matrice estimée pendant l'étape $k-1$ (supposée déjà estimée).

z_k : L'écho radar reçu de la $k^{\text{ième}}$ cellule de résolution où nous supposons que seul le clutter est présent.

\hat{M}_0^{-1} : Matrice initiale, prise égale à la matrice identité ($\hat{M}_0^{-1} = I$).

a : Est un coefficient pondérateur compris entre $(0,1)$ (l'adaptation est prompt pour " a " grand mais au dépend d'une perte en précision)

le paramètre " a " est proportionnel à la vitesse d'adaptation : lorsque il tend vers 1, la stabilité du processeur est obtenue pour une longue durée. Cette durée est déterminée par le nombre de cellules de résolution adjacentes utilisées dans l'estimation de M_d^{-1} . Par contre si le coefficient " a " tend vers 0, l'estimation est plus précise puisque obtenue en bande étroite et cependant ce temps de réaction pour l'algorithme croît puisque la mémoire croît : le nombre de cellules k diminue. On doit donc chercher avec " a " un compromis entre la vitesse et la précision désirée, un bon choix de " a " serait $a = 0.30 \pm 0.20$ selon la valeur de N retenu. La matrice estimée \hat{M}_k^{-1} est utilisée ensuite pour le calcul du filtre optimal (IV-1). L'inconvénient majeur de cette méthode réside dans la complexité de son implémentation en raison de la combinaison

non linéaire des entrées z_k .

IV-3-3 LA METHODE D'ENTROPIE MAXIMALE (MEM)

La MEM est l'une méthode pouvant conduire à la détection de cibles en faisant appel au principe de l'estimation spectrale du clutter. La théorie de la Méthode d'Entropie Maximale est basée sur ce principe [18, 22].

IV-3-3-1 LA THEORIE DE L'ENTROPIE MAXIMALE

L'entropie d'un signal gaussien $x(k)$ est définie par [6] :

$$H = 1/2\pi \int_{-\pi}^{+\pi} \log_2(s_x(w)) dw \quad (IV-6)$$

où :

$s_x(w)$: La densité spectrale de $x(k)$ définie par :

$$s_x(w) = \sum_{-\infty}^{+\infty} R_x(k) e^{-jwk} \quad (IV-7)$$

$R_x(k)$: La fonction d'autocorrélation de $x(k)$.

La Méthode de l'Entropie Maximale de trouver $s_x(w)$ maximisant l'entropie H (IV-6) avec la contrainte posée :

$$R_x(k) = 1/2\pi \int_{-\pi}^{+\pi} s_x(w) e^{jwk} dw \quad (IV-8)$$

Par substitution de (IV-7) dans (IV-5), nous obtenons :

$$H = 1/2\pi \int_{-\pi}^{+\pi} \log_2 \left(\sum_{-\infty}^{+\infty} R_x(k) e^{-jwk} \right) dw \quad (IV-9)$$

Maintenant nous calculons $R_x(k)$ qui maximise H en résolvant $\frac{\partial H}{\partial R_x(k)} = 0$.

L'application de la méthode de Lagrange nous permet d'obtenir l'expression du spectre, donnée comme suit [13]:

$$s_{MEM}(f) = \frac{\sigma^2}{\left| 1 + \sum_{k=1}^N \hat{w}_k \exp(-j2\pi kfT) \right|^2} \quad (IV-10)$$

$\hat{H}(f) = 1 + \sum_{k=1}^N \hat{w}_k \exp(-j2\pi kfT)$: qui correspond à un filtre blanchisseur c_k

σ^2 : La densité de puissance d'un bruit blanc gaussien .

N : L'ordre du modèle AR .

w_k : Les coefficients du modèle AR :

où σ et w_k sont obtenus par la résolution de la matrice système suivante :

$$\begin{bmatrix} R(0) & R(1) & \dots & R(N) \\ R(1) & R(0) & & R(N-1) \\ \vdots & & & \vdots \\ R(N) & & & R(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ w_1 \\ \vdots \\ w_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^2 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (IV-11)$$

Ceci veut dire que pour un signal gaussien, la Méthode d'Entropie Maximale est équivalente à une modélisation Auto-Régressive (AR), ce qui justifie l'utilisation du modèle AR comme solution au problème du Maximum d'Entropie [18].

Posons :

$$R^T = [R(1), R(2), \dots, R(N)] \quad (IV-12)$$

$$W^T = [w_1, w_2, \dots, w_N] \quad (IV-13)$$

$$M_R = \begin{bmatrix} R(0) & R(1) & \dots & R(N-1) \\ R(1) & R(0) & & R(N-2) \\ \vdots & & & \vdots \\ R(N-1) & R(N-2) & & R(0) \end{bmatrix} \quad (IV-14)$$

L'équation (IV-11) devient alors :

$$\begin{bmatrix} R(0) & R^T \\ R & M_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{IV-15})$$

$R(k)$ est supposée connue pour $k \leq N$.

Le but de cette méthode c'est de prédire l'échantillon d'ordre " n " à partir des N échantillons antérieurs, déjà connus[24]:

$$\hat{x}(n) = \sum_{k=1}^N \hat{w}_k x(n-k) \quad (\text{IV-16})$$

avec :

$\hat{x}(n)$: L'estimée de $x(n)$ à partir des N échantillons précédents .

Le critère de base pour estimer $\hat{x}(n)$ est de minimiser l'erreur de prédiction $\hat{e}(n)$ [24] :

$$\hat{e}(n) = x(n) - \hat{x}(n) \quad (\text{IV-17})$$

La fonction de transfert du filtre dont l'entrée est $x(n)$ et la sortie est $\hat{e}(n)$ est alors:

$$\hat{H}(z) = 1 + \sum_{k=1}^N \hat{w}_k z^{-k} \quad (\text{IV-18})$$

Ce filtre a pour rôle de décorrélérer (blanchir) le signal $x(n)$ pour obtenir le signal le plus proche que possible de celui d'un bruit blanc .

$$\hat{e}(n) = x(n) - \sum_{k=1}^N \hat{w}_k x(n-k) \quad (\text{IV-19})$$

IV-3-3-2 APPLICATION DE LA MEM POUR LA DETECTION DE CIBLES

Le cas le plus significatif de l'estimation spectrale du clutter, est lorsque N échantillons $[z(i), i = 1, \dots, N]$ du processus autorégressif sont donnés. Le but c'est d'estimer les coefficients de l'équation (II-29) : ($-\hat{b}_k = \hat{w}_k$ et l'ordre N du filtre AR (IV-19)) afin de concevoir un filtre qui élimine ce clutter et améliore ainsi la détection

de la cible.

La solution de l'équation (IV-19) est donnée par l'algorithme de Burg [6]. En effet, Burg avait proposé un algorithme permettant l'estimation de ces paramètres. Le principe du Maximum d'Entropie est basé sur la modélisation Autorégressive AR, il estime les coefficients de réflexion ρ_m ($m = 1, 2, \dots, N$) au lieu des coefficients directs ou canoniques w_k . La théorie de cet algorithme repose sur la mise en oeuvre de deux filtres de prédiction, l'un en amont et l'autre en aval, pour estimer les coefficients de réflexion ρ_m en minimisant l'erreur totale de prédiction de ces deux filtres [25].

L'algorithme de Burg s'exécute par étapes : à chaque étape nous supposons que les coefficients de réflexion d'ordres précédents sont optimisés et nous minimisons le critère quadratique par rapport au critère du coefficient de réflexion de l'ordre actuel [25].

Pour comprendre l'algorithme de Burg, nous proposons ci-après la démarche à suivre :

Soit $z(k)$ l'échantillon d'ordre k du signal radar, les erreurs de prédiction en amont et en aval sont données par [6, 25] :

$$e_m^f(k) = \sum_{i=0}^m w_i^{(m)} z(k-i) \quad ; \quad w_0^{(m)} = 0 \quad (\text{IV-20a})$$

$$e_m^b(k) = \sum_{i=0}^m w_i^{(m)} z(k-M+i) \quad ; \quad w_0^{(m)} = 0 \quad (\text{IV-20b})$$

$e_m^f(k)$: Erreur de prédiction du filtre en avant (Forward) de l'étape m de l'échantillon k .

$e_m^b(k)$: Erreur de prédiction du filtre en arrière (Backward) de l'étape m de l'échantillon k .

les formes récursives des erreurs de prédiction en amont et en aval sont alors :

$$e_m^f(k) = e_{m-1}^f(k) + \rho_m e_{m-1}^b(k-1) \quad (\text{IV-21a})$$

$$e_m^b(k) = e_{m-1}^b(k-1) + \rho_m^* e_{m-1}^f(k) \quad (\text{IV-21b})$$

avec :

$$e_0^f(k) = e_0^b(k) = z(k)$$

Les équations générales de cet algorithme sont exprimées par :

$$\hat{\rho}_m = \frac{-2 \sum_{k=m}^{N-1} e_{m-1}^f(k) e_{m-1}^{b*}(k-1)}{D_m} \quad (\text{IV-22})$$

et

$$P_m = P_{m-1}(1 - |\hat{\rho}_m|^2) \quad (\text{IV-23})$$

avec :

$$D_m = \sum_{k=m}^{N-1} \left[\left(e_{m-1}^f(k) \right)^2 + \left(e_{m-1}^b(k-1) \right)^2 \right] \quad (\text{IV-24})$$

Les valeurs initiales de cet algorithme sont :

$$\begin{cases} P_0 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |z(k)|^2 \\ D_0 = 2 \sum_{k=0}^{N-1} |z^2(k)|^2 \\ \hat{\rho}_0 = 0 \end{cases} \quad (\text{IV-25})$$

avec :

P_m : Erreur de prédiction totale à minimiser .

Le choix de l'ordre du filtre N se détermine en appliquant l'algorithme de Burg de façon répétitive. Les résultats de simulation [25] montrent que pour $N = (\text{nombre d'échantillon}/2)$ le choix est convenable. Pour l'estimation des coefficients du filtre optimal défini par l'équation (IV-1), Burg démontre que l'inverse de la matrice M peut être décomposé comme suit:

$$M^{-1} = AB^{-1}A^T \quad (\text{IV-26})$$

A : Matrice formée par les coefficients de réflexion ρ_m du filtre .

B : Matrice diagonale formée par les erreurs de prédiction de chaque étape .

L'implémentation de l'algorithme de Burg [6] peut être réalisée en choisissant une structure en treillis (figure 4) d'un filtre prédicteur d'ordre $N(N=M)$ obtenu à partir de N cellules montées en cascade.

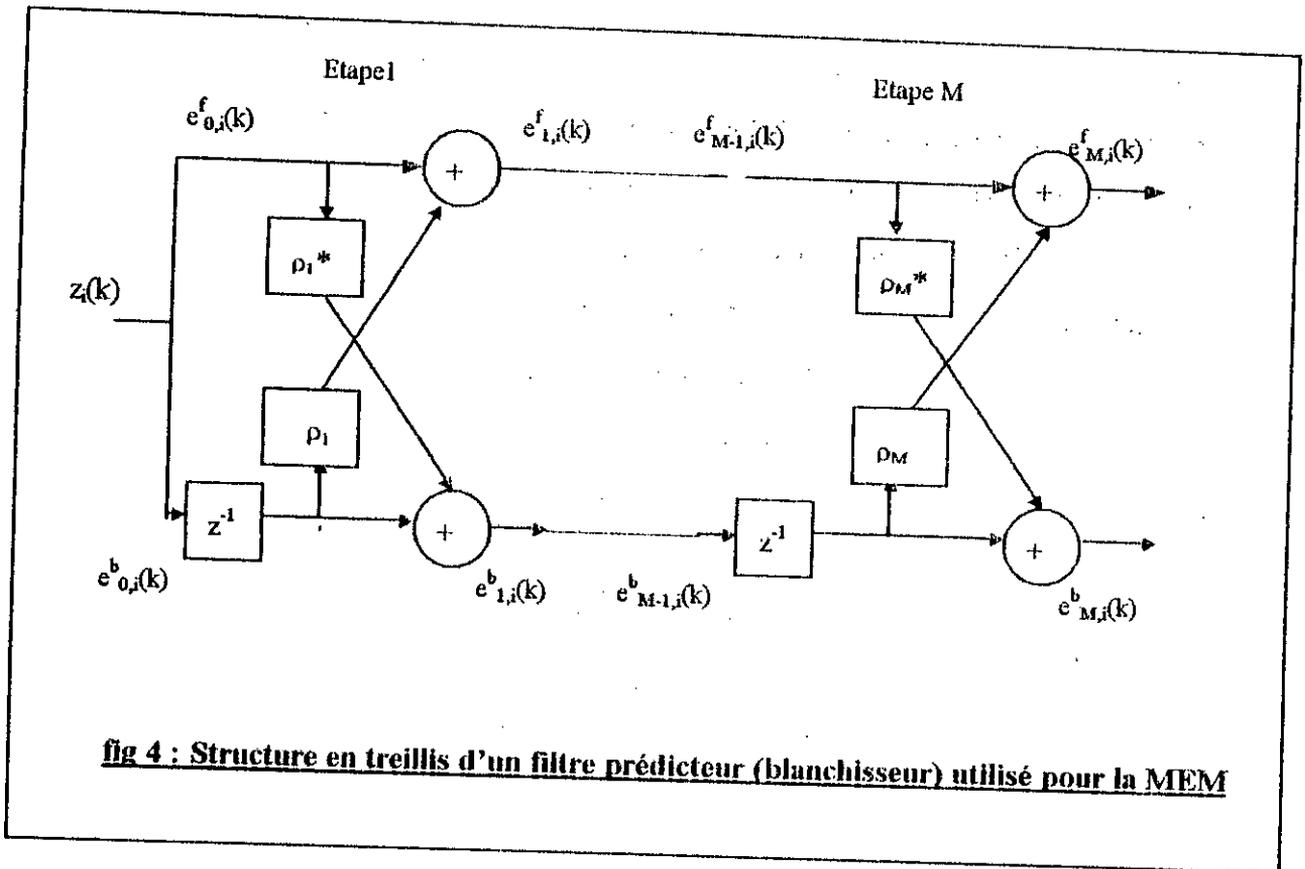


fig 4 : Structure en treillis d'un filtre prédicteur (blanchisseur) utilisé pour la MEM

Le signal d'entrée $z(k)$ de ce filtre se propage entre ces N cellules pour donner deux signaux en sortie, à savoir les erreurs de prédiction en amont et en aval. Si la modélisation est exacte ou au moins satisfaisante, l'erreur en amont devient une séquence de bruit blanc (l'erreur en aval est une séquence qui est toujours décorrélée).

Pour améliorer l'estimation spectrale du clutter, il est possible de moyenner les coefficients estimés en utilisant les cellules adjacentes [6].

Les équations (IV-21), (IV-22) et (IV-24) deviennent :

$$e_{m,i}^f(k) = e_{m-1,i}^f(k) + \rho_m e_{m-1,i}^b(k-1) \tag{IV-27a}$$

$$e_{m,i}^b(k) = e_{m-1,i}^b(k-1) + \rho_m^* e_{m-1,i}^f(k) \tag{IV-27b}$$

$$\hat{\rho}_m = \frac{-2 \sum_{i=1}^L \sum_{k=m}^{N-1} e_{m-1,i}^f(k) e_{m-1,i}^{b*}(k-1)}{D_m} \tag{IV-28}$$

$$D_m = \sum_{i=1}^L \sum_{k=m}^{N-1} \left[\left(e_{m-1,i}^f(k) \right)^2 + \left(e_{m-1,i}^b(k-1) \right)^2 \right] \quad (\text{IV-29})$$

$e_{m,i}^f(k)$: L'erreur de prédiction en amont de l'étape m pour la cellule de résolution d'indice i , de l'échantillon reçu k .

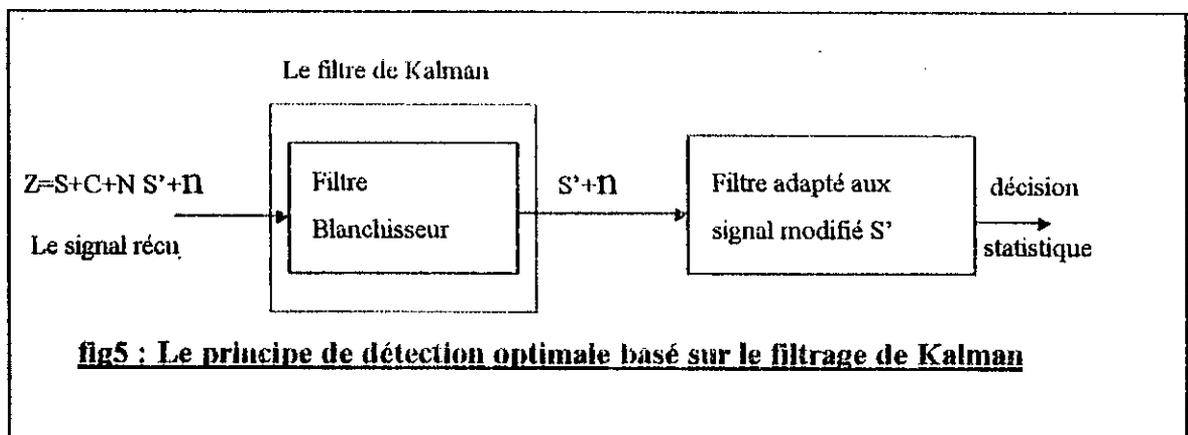
$e_{m,i}^b(k)$: L'erreur de prédiction en aval de l'étape m pour la cellule de résolution d'indice i , de l'échantillon reçu k .

L : Le nombre de cellules de résolution adjacentes utilisées pour l'estimation spectrale du clutter.

IV-3-4 LE FILTRAGE DE KALMAN (FK)

Le filtrage de Kalman fait appel à l'estimation spectrale du clutter en se basant sur le Modèle Autorégressif (AR) [18]. C'est aussi une forme de détection optimale de cibles radar.

Le filtrage de Kalman peut servir à la détection de cibles et le filtrage du clutter. Il est matérialisé par un filtre blanchisseur (filtre de Kalman) suivi d'un filtre adapté au signal utile (signal cible réglé à une fréquence Doppler F_s). Son schéma de principe est donné par la figure (5) :



Le but du filtrage de Kalman est d'estimer, à chaque instant les coefficients du processus (AR) donnés par l'équation (II-29) : $(\hat{b}_1, \hat{b}_2, \dots, \hat{b}_p)$, afin de s'adapter aux variations du spectre du clutter. Pour effectuer cette adaptation, l'algorithme de Kalman [26] utilise la modélisation des paramètres (b_1, b_2, \dots, b_p) appelés vecteur d'état. Son principe est d'estimer le vecteur d'état actuel en se basant sur les données reçues pour prédire le vecteur d'état prochain.

Le fondement de la théorie de filtrage de Kalman se base sur ce qui suit [26] :

Soient le vecteur d'état b_p de dimension p :

$$b_p^T(k) = (b_1, b_2, \dots, b_p) \quad (IV-30)$$

et l'équation d'état :

$$b_p(k+1) = b_p(k) \quad (IV-31)$$

La matrice de transition de ces deux vecteurs est la matrice identité. Le bruit additif au vecteur d'état $b_p(k)$ généralement utilisé dans le filtrage de Kalman est pris égal à zéro (équation IV-31).

Utilisons la notation vectorielle pour représenter l'équation (IV-31) sous forme d'équation dynamique:

$$c(k+1) = H^T(k+1)b_p(k+1) + e(k+1) \quad (IV-32)$$

où :

$$H^T(k+1) = [c(k), c(k-1), \dots, c(k-P+1)]$$

L'observation de l'échantillon $c(k+1)$ est un scalaire obtenu par une combinaison linéaire du vecteur d'état $b_p(k+1)$ avec les P échantillons déjà reçus, plus un bruit blanc gaussien $e(k+1)$ de variance σ^2 .

En appliquant l'algorithme de Kalman [26] aux équations (IV-31) et (IV-32), nous obtenons les équations suivantes :

$$\hat{b}_p(k+1) = \hat{b}_p(k) + K(k+1)[c(k+1) - H^T(k+1)\hat{b}_p(k)] \quad (IV-33)$$

$$V_b(k+1) = [I - K(k+1)H^T(k+1)]V_b(k) \quad (IV-34)$$

$$K(k+1) = [\sigma^2 + H^T(k+1)V_b(k)H^*(k+1)]^{-1}[V_b(k)H^*(k+1)] \quad (IV-35)$$

nous indiquons par :

* : Le conjugué.

$V_b(k+1)$: La matrice de covariance du vecteur d'état b_p .

$K(k+1)$: Le gain de Kalman.

L'estimation du vecteur d'état $\hat{b}_p(k+1)$ à l'étape $k+1$ est une combinaison linéaire du vecteur d'état déjà estimé $\hat{b}_p(k)$ plus un résidu $[c(k+1) - H^T(k+1)\hat{b}_p(k)]$ (appelé aussi innovation du processeur de Kalman) [18] pondéré par le gain de Kalman $K(k+1)$ qui représente la confiance accordée par le filtre à l'observation actuelle.

La matrice $V_b(k+1)$ exprime la précision dans le calcul du vecteur d'état. L'algorithme est initialisé par $\hat{b}_p(0)$ et $V_b(0)$ qui représentent par exemple un certain environnement (clutter) [18]. La détection de cibles est obtenue par le filtre adapté au signal cible (voir figure 5) monté en cascade avec le filtre de Kalman.

Généralement, et pour plus de précision sur l'estimation des paramètres AR, nous utilisons des cellules distance adjacentes [18]. En pratique, et dans le domaine radar, le filtrage de Kalman est généralement utilisé dans l'annulation des lobes secondaires [27].

IV-4 RESUME

Les quatre processeurs adaptatifs examinés dans ce chapitre diffèrent sensiblement dans la manière dont nous modélisons le clutter (approche récursive ou approche par lot).

Les deux premiers processeurs (EP) et (TID) sont basés sur l'approche par lot, leurs algorithmes nécessitent une implémentation directe de l'équation (IV-1). EP est la méthode la plus simple à implémenter [18] mais sa capacité d'adaptation est très limitée, surtout lorsqu'il s'agit de différents types de clutter (une superposition de clutter ayant chacun ses propres caractéristiques statistiques ρ_c , σ_c et F_c). La TID est plus efficace du point de vue rejection du clutter, mais son implémentation est plus complexe [18].

Les deux autres processeurs (MEM) et (FK) sont basés sur l'approche récursive, utilisant la modélisation autorégressive (AR) pour l'estimation spectrale du clutter, le problème commun à ces deux méthodes est le choix de l'ordre du modèle AR; leur réalisation nécessite une implémentation numérique associée à un micro-processeur [18].

Chapitre -V:

ADAPTATION DE L'ESTIMATEUR CORRELATEUR PAR L'ALGORITHME DE GRAM-SCHMIDT

V-1 INTRODUCTION

La réalisation du détecteur linéaire optimal donné par l'équation (III-65), nécessite la connaissance à priori des matrices de covariance du clutter plus le bruit thermique (M_d équation (III-20)). Ceci n'est pas toujours vrai (voir section 3 chapitre IV), d'où la nécessité de développer un processus permettant d'estimer directement M_d .

Dans ce chapitre nous allons utiliser deux (02) approches pour modifier notre détecteur linéaire, afin d'obtenir un autre à base de filtrage optimal :

- Le vecteur d'échos cible estimé $\hat{S}_{H_1}^*$ de l'équation (II-64) est supposé connu, et réglé sur une fréquence Doppler F_s , que nous appelons par la suite "signal de référence".

- Le produit de l'inverse de la matrice de covariance du bruit total M_d^{-1} à gauche de ce nouveau vecteur (signal de référence) donnera le vecteur des coefficients de ce filtre optimal qui sera multiplié à droite à l'entrée Z^T .

Ces approches permettent de dimensionner le masque filtrant par rapport à l'interférence effective (clutter) calculé en temps réel, et de l'adapter aux variations du spectre d'énergie de l'interférence totale (clutter + bruit thermique) pour atteindre le masque du filtre optimal dans ces conditions stables. Le système de détection adaptative de cibles corrélées conçu est basé sur l'algorithme de Gram-Schmidt (c'est pour cette raison que nous l'appelons le processeur adaptatif de Gram-Schmidt), il se caractérise par [20]:

- La stabilité .
- La vitesse d'adaptation .

La stabilité du processeur adaptatif est vérifiée en comparant son facteur

d'amélioration par rapport à celui du filtre optimal (FAopt), dont la matrice de covariance M_d est supposée connue [20].

La vitesse d'adaptation définit le temps d'adaptation [20] nécessaire pour atteindre cette stabilité (atteindre FAopt).

Dans ce qui suit nous exposons l'approche permettant d'arriver au filtrage optimal des signaux; puis nous développons la théorie basée sur l'algorithme de Gram-Schmidt (G-S), dont l'application se résume à l'implémentation d'un filtre blanchisseur (pour décorreler le clutter), suivi d'un filtre adapté au vecteur signal cible (réglé à la fréquence Doppler F_s).

Enfin, nous présentons les résultats obtenus par simulation de Monte-Carlo afin d'évaluer les performances du processeur adaptatif (la probabilité de détection (Pd), la Probabilité de fausse alarme (Pfa) et le facteur d'amélioration) obtenu, ainsi que le temps nécessaire pour la stabilité du système.

V-2 APPROCHE DU FILTRAGE OPTIMAL

Développement des deux approches citées.

approche n°1

Soit le détecteur linéaire donné par l'équation (II-65) :

$$l(Z) = Z^T M_d^{-1} \hat{S}_{H1}^*$$

Le vecteur d'échos radar reçus Z est défini par les équations (II-1) et (II-2) :

$$H_1 : Z = S + n + C = S + d$$

$$H_0 : Z = C + n = d$$

où :

S , C et n représentent respectivement les vecteurs d'échos cible, du clutter et du bruit thermique.

Le vecteur d'échos cible estimé \hat{S}_{H1} de l'équation (II-65) est supposé connu et

normalisé . Le détecteur linéaire est calé sur la fréquence Doppler de la cible (F_s), Les composantes du signal connu à priori sont données par :

$$s_i = \exp(-j2\pi F_s iT_r) \quad (V-1)$$

où :

F_s : La fréquence Doppler de la cible .

T_r : La période de répétition des impulsions.

Par substitution de l'équation (V-1) dans l'équation (II-64), nous aurons :

$$y = l(Z) = Z^T M_d^{-1} S^* \quad (V-2)$$

approche n°2

Notons par W optimal (W_{opt}), le produit de l'inverse de la matrice de covariance du clutter plus le bruit thermique M_d^{-1} par le vecteur signal cible conjugué (S^*) d'amplitude normalisée et de fréquence Doppler F_s connue (signal de référence) :

$$W_{opt} = M_d^{-1} S^* \quad (V-3)$$

$$W_{opt} = (w_1, w_2, w_3, \dots, w_N)^T \quad (V-4)$$

où les composantes W_i sont données par :

$$W_i = \sum_{i=0}^N M_d^{-1}(k, i) s(i)^* \quad (V-5)$$

En substituant l'équation (V-3) dans (V-2), nous avons :

$$y = W^T Z \quad (V-6)$$

Le test statistique serait alors défini par :

$$\left| W^T Z \right| \begin{matrix} H_1 \\ \geq \\ \lambda \\ < \\ H_0 \end{matrix} \quad (V-7)$$

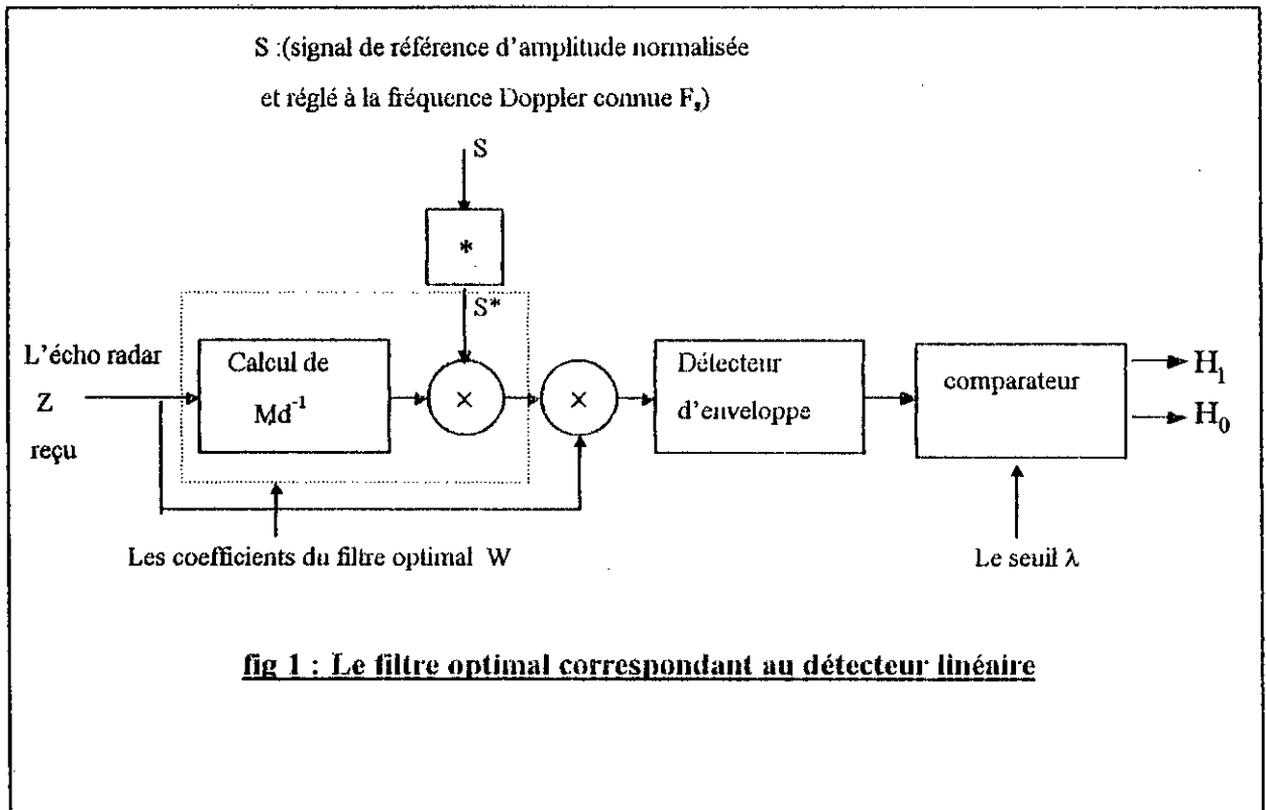
où :

λ : Le seuil de comparaison.

Le nouveau détecteur défini par l'équation (V-7) peut être traduit par la figure(1), représentant ainsi le filtre optimal (figure1 chapitreIV); mais cette fois-ci les coefficients W de ce filtre sont variables, et dépendent de la variation de la matrice de l'interférence totale M_d .

L'entrée de ce filtre transversal est le vecteur d'échos radar reçus Z , donné par l'équation (II-1), et la sortie est le vecteur y donné par l'équation (V-6). Les coefficients W_i de l'équation (V-5) dépendent de l'inverse de la matrice de covariance du clutter M_d^{-1} , ils sont réglés sur la fréquence Doppler F_s de la cible. Cette fréquence est représentée par le signal de référence S de l'équation (IV-1). Ces coefficients permettent de rejeter le clutter [20] et par conséquent améliorent la détection de l'écho cible (s'il est présent) à la fréquence Doppler F_s .

Ainsi, le détecteur linéaire donné par l'équation (II-65) est approché au filtre optimal (voir figure1).



Pour évaluer les performances de ce nouveau détecteur défini par le filtre optimal (voir figure1 chapitreIV), nous utilisons le facteur d'amélioration (FA) [19, 20] :

$$FA_{opt} = (S/C)_s / (S/C)_{e,1} \quad (V-8)$$

où :

La puissance P_s du signal cible S à la sortie du filtre optimal est donnée par rapport à l'hypothèse H_1 :

$$P_s = |W^T S|^2 \quad (V-9)$$

Notons que le vecteur d'échos cible S de l'équation (V-9) est défini par rapport à l'hypothèse H_1 [7]:

$$S = E[Z / H_1] \quad (V-10)$$

La puissance du clutter à la sortie est donnée par rapport à l'hypothèse H_0 [20] :

$$P_C = \sigma^2 = E[|y|^2] - (E\{y\})^2 \quad (V-11)$$

avec :

$$y = W^T Z$$

et

$$Z = C + n = d$$

sachant que $E\{y\}$ est nul (voir section 2-2 chapitreII):

$$\begin{aligned} P_C &= (W^T d)^* \cdot (d^T W) \\ &= W^T * M_d W \end{aligned} \quad (V-12)$$

en substituant les équations données par (V-9) et (V-12) dans l'équation (V-8), nous aurons :

$$FA_{opt} = (|W^T S|^2 / W^T * M_d W) / (S/C)_{e,1} \quad (V-13)$$

Nous représentons graphiquement le FA_{opt} donné par l'équation (V-13) en fonction du nombre d'impulsion N , et de la fréquence Doppler du signal cible normalisé par les figures suivantes:

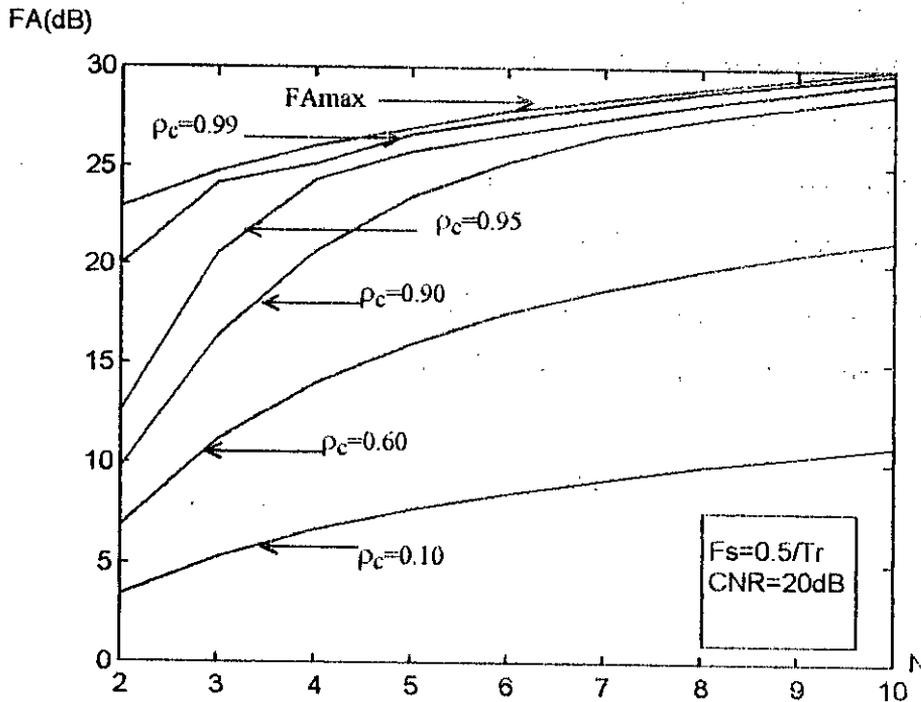


Fig2 :le facteur d'amélioration (FA) en fonction du nombre d'échantillons (N)

La figure(2) dont les courbes montrent la variation du facteur d'amélioration (FAopt) en fonction du nombre d'impulsions (N) pour différentes valeurs du coefficient de corrélation du clutter (ρ_c), le rapport clutter sur bruit thermique est (CNR= 20dB), la fréquence Doppler du signal de la cible S est normalisée par rapport à la fréquence de répétition T_r , et est prise égale à : $F_s = 0.5T_r^{-1}$, avec une amplitude normalisée du vecteur d'échos cible $S = E[Z / H_1]$. Nous remarquons que le facteur d'amélioration FA(dB)est proche de F_Amax pour des valeurs de ρ_c et N élevées . La valeur maximale de (FA) [20] est :

$$F_{Amax} = (CNR).N \quad (V-14)$$

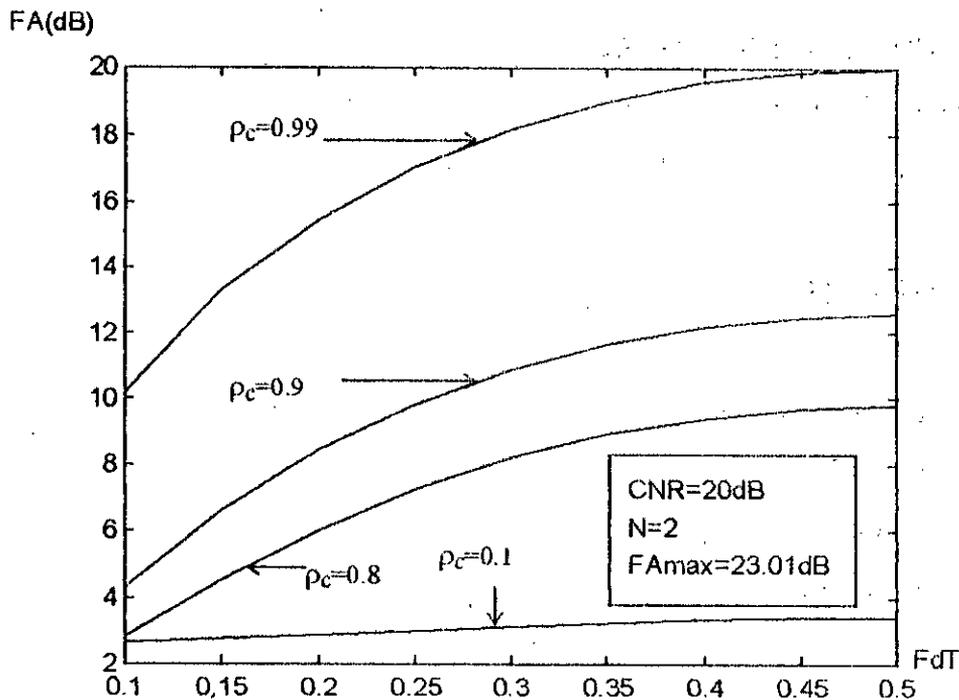


Fig3 :le facteur d'amélioration (FA) en fonction de la fréquence Doppler normalisée (FdT)

La figure(3) montre la variation du facteur d'amélioration (FA) en fonction de la fréquence Doppler du signal cible normalisé par rapport à T_r ($F_d T_r$, $F_d = F_s$), pour différentes valeurs du coefficient de corrélation du clutter (ρ_c), le rapport clutter sur bruit thermique est ($CNR = 20dB$), avec une amplitude de l'écho cible normalisée .

V-3 LE PROCESSEUR ADAPTATATIF DE GRAM-SCHMIDT

Pour concevoir un processeur adaptatif correspondant au détecteur optimal représenté par l'équation (V-7), certaines propriétés de la matrice de covariance de l'interférence totale (clutter + bruit thermique) M_d [18, 20] ont été utilisées :

Etant donnée que M_d est une matrice hermitienne définie positive [20], il est donc possible d' écrire :

$$L = (U^T)^* M_d U \quad (V-15)$$

où :

L : La matrice diagonale formée de valeurs propres (réelles positives).

U : La matrice formée de vecteurs propres correspondant à ces valeurs propres .

T^* : Transposée conjuguée.

$$\begin{aligned}
 U &= [U_1 U_2 \dots U_N] \\
 M_d^{-1} &= U L^{-1} U^{T*} \\
 &= (L^{-1/2} U)^T (L^{-1/2} U)^* \\
 &= D^T D^*
 \end{aligned} \tag{V-16}$$

avec :

$$D^T = L^{-1/2} U \tag{V-17}$$

En substituant l'équation (V-16) dans l'équation (V-2), nous aurons :

$$y = (D Z)^T (D S)^* \tag{V-18}$$

La transformation D sera exploitée pour évaluer la sortie du processeur optimal donnée par l'équation (V-7) sans faire appel à l'inversion de la matrice M_d (demandant un temps de calcul [6] énorme : N^3 opérations de multiplications complexes), qui autrement nous aurait coûté un retard dans le traitement de données en temps réel .

Désignons par :

$$Z' = D Z \tag{V-19a}$$

$$S' = D S \tag{V-19b}$$

Z (l'écho reçu) est un vecteur aléatoire gaussien, D est une transformation linéaire [11, 20] alors Z' est aussi un vecteur aléatoire gaussien :

de moyenne :

$$\begin{aligned}
 E[Z'/H_1] &= D S \quad \text{pour l'hypothèse } H_1 \\
 E[Z'/H_0] &= 0 \quad \text{pour l'hypothèse } H_0
 \end{aligned} \tag{V-20}$$

et ayant une matrice de covariance (pour le cas de l'hypothèse H_0) [20]:

$$\text{cov}(Z') = E[Z'^* Z'^T] = D^* M_d D^T = I \tag{V-21a}$$

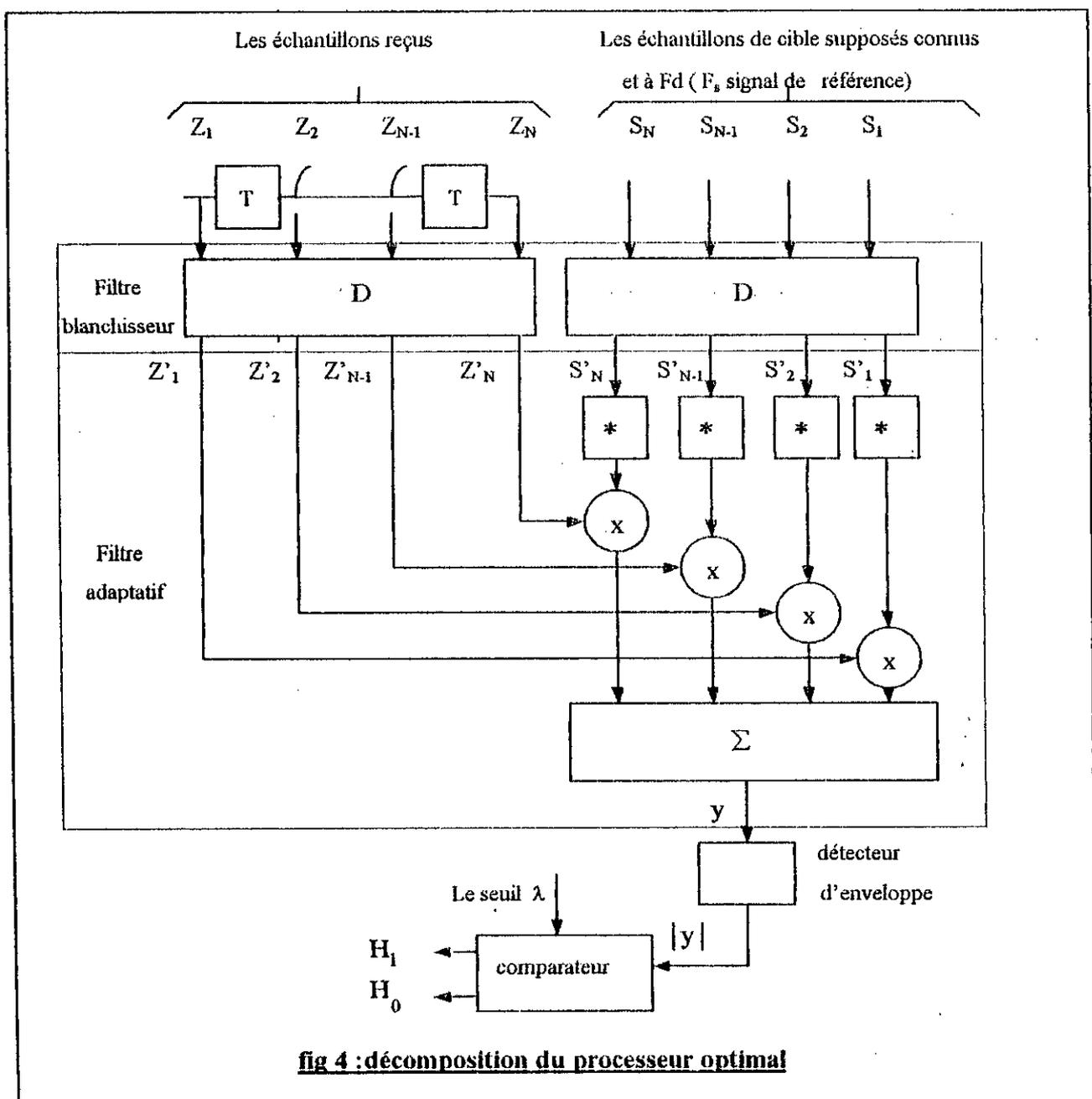
où :

I : Matrice d'identité .

et (pour le cas de l'hypothèse H_1) :

$$\begin{aligned} \text{cov}(Z') &= E[Z' * Z'^T] = D^* M_d D^T + D^* M_s D^T \\ &= I + D^* M_s D^T \end{aligned} \quad (V-21b)$$

En ce référant à l'équation (V-21), nous pouvons dire que D est une transformation linéaire qui transforme l'interférence totale de matrice de covariance M_d , représentée par des échantillons corrélés entre eux, en bruit blanc gaussien, de matrice de covariance l'identité I (i.e on a une décorrélation totale).



Nous pouvons donc représenter la transformation D par un filtre blanchisseur (pour obtenir un bruit blanc), suivi d'un égaliseur de puissance (pour obtenir une matrice de covariance Identité), ceci est valable pour le cas des deux hypothèses H_0 et H_1 . Pour l'hypothèse H_1 le signal Z' est supposé à une valeur près [20] (dû au clutter) égal à S' , ce qui modifie l'équation (V-18) en :

$$y = S'^T S'^* \quad (V-22)$$

qui correspond à la structure d'un filtre adapté [6 ,7, 28] du signal cible S modifié par la transformation D (voir figure(4)) .

L'algorithme d'orthonormalisation de Gram-Schmidt (voir Annexe C) appliqué aux séquences d'entrées Z représente un bon moyen pour réaliser :

- Une orthogonalisation permettant de décorréler le clutter par la transformation D en donnant un bruit blanc gaussien.

Suivie d'une :

- Normalisation, dans le but d'obtenir une égalisation de puissance pour avoir une matrice de covariance (celle du bruit blanc gaussien) l'identité .

Notons que le processeur de Gram-Schmidt est basé sur les équations suivantes :

$$z'_1 = z_1 / (E[|z_1|^2])^{1/2} \quad (V-23a)$$

$$z'_k = \{ (z_k - \sum_{j=1}^{k-1} E[z_k z'_j]^*] z'_j) / (E[| z_k - \sum_{j=1}^{k-1} E[z_k z'_j]^*] z'_j |^2])^{1/2} \} \quad (V-23b)$$

avec : $k = 2,3,\dots,N$

N : Nombre d'impulsions.

L'équation (V-23a) permet de fournir le premier échantillon z'_1 , qui est simplement la réplique du premier échantillon z_1 , mais de puissance l'unité .

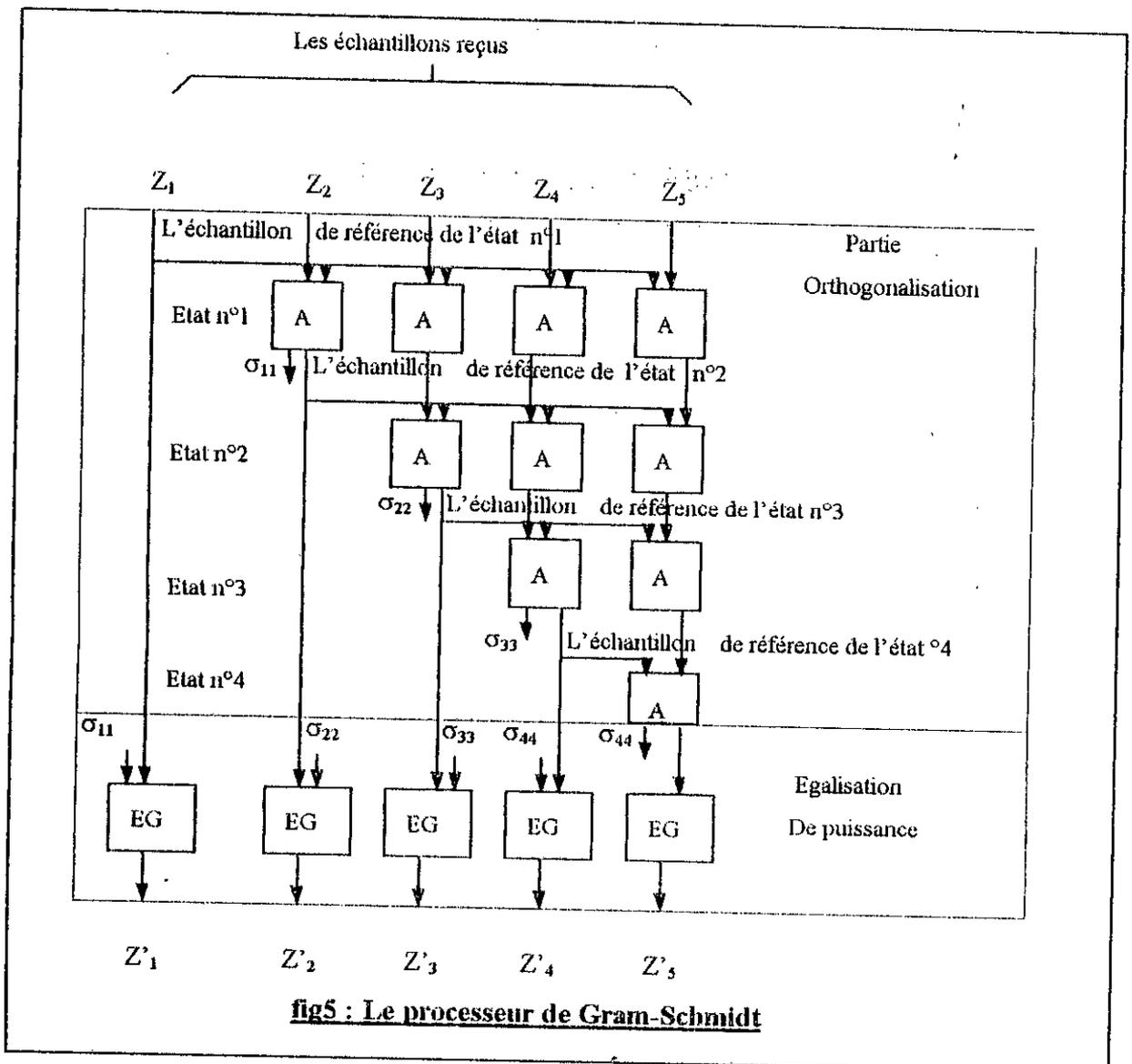
L'équation (V-23b) est applicable [20] aux échantillons successifs z_k ($k = 2, \dots, N$). La première étape est l'estimation de la corrélation entre l'échantillon z_k et les ($k-1$) autres échantillons z'_j précédents (ceux déjà calculés).

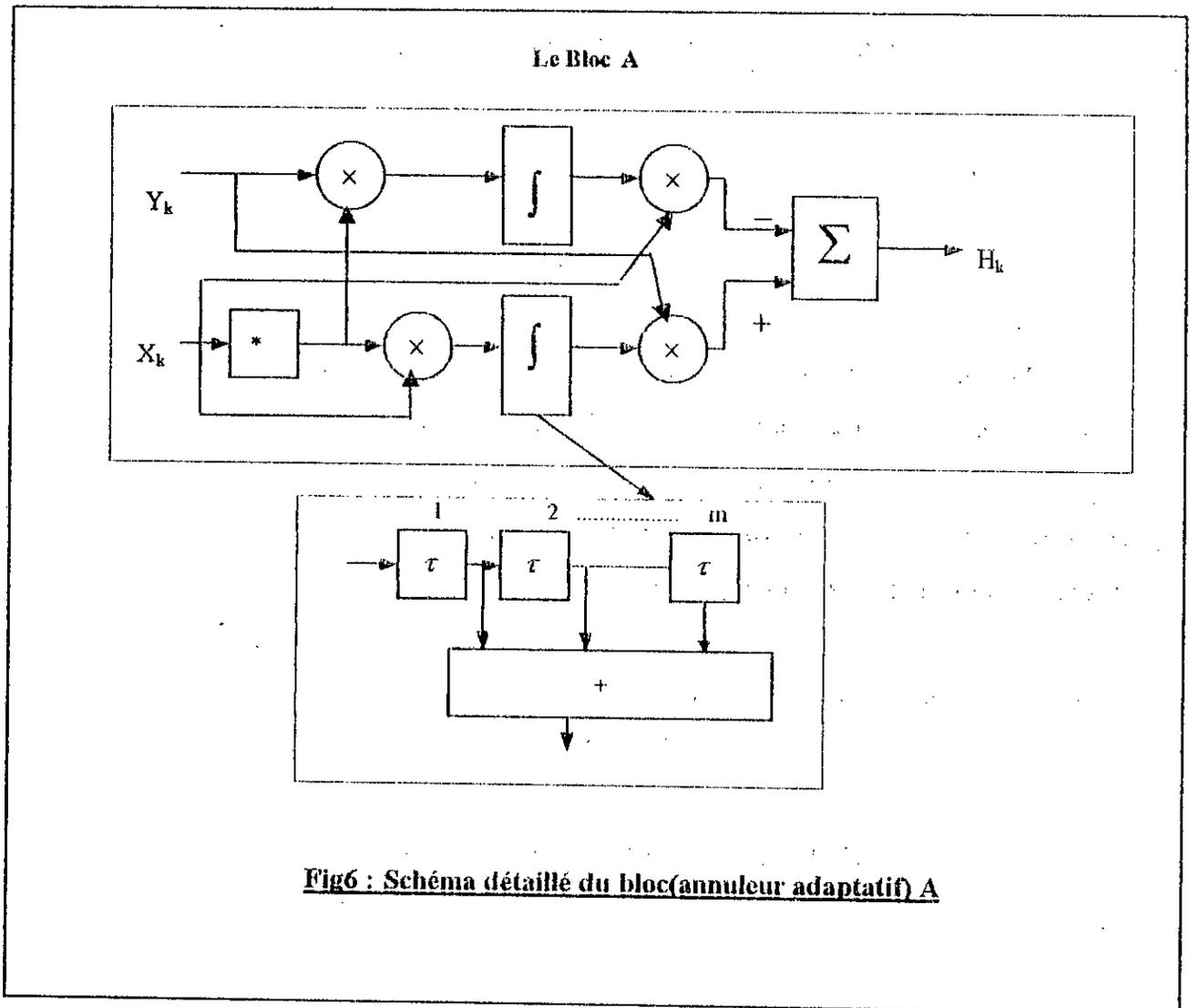
Cette corrélation est donnée par la composante $E[z_k z'_j]^*] z'_j$. En la soustrayant

progressivement de z_k nous obtiendrons des échantillons z'_k ($k=2..,N$) décorrélés (orthogonaux).

La normalisation (l'égalisation en puissance) est obtenue en divisant ces échantillons décorrélés par leur normes données par les sorties des blocs diagonaux (une implémentation du processeur de Gram-Schmidt est donnée par la figure(5)).

Pour égaliser le dernier échantillon décorrélé (z'_N), il suffit de le diviser par sa norme. La sortie z' a donc une matrice de covariance l'identité, d'où nous pouvons dire que l'application du processeur de Gram-Schmidt aux échantillons corrélés du clutter dans z_k ($i=1..,N$) est équivalent à la multiplication de ces mêmes échantillons par la transformation D. Une implémentation de ce processeur peut être déduite [7,8] des figures (5) et (6) :





Le principe de fonctionnement de la figure(5) :

Le processeur adaptatif de Gram-Schmidt est formé [20] de $(N - 1)$ étapes (N : nombre d'impulsions formant le vecteur d'entrée Z), et à chaque étape un échantillon est pris comme référence duquel les autres échantillons successifs sont décorrelés.

Ces opérations de décorrélation sont réalisées par les blocs A (figure6) appelés [20] « annuleur adaptatif »; ce qui nous donne $N(N - 1)$ blocs. Chaque bloc produit à sa sortie une composante orthogonale (formée par une combinaison linéaire des deux composantes d'entrée) à la composante d'entrée prise comme référence, dans les conditions stables nous obtiendrons l'équation (V-24).

$$H_k(l) = y_k(l) E[x_k(l) x_k^*(l)] - x_k(l) E[y_k(l) x_k^*(l)] \quad (V-24)$$

x_k : Représente l'échantillon de référence .

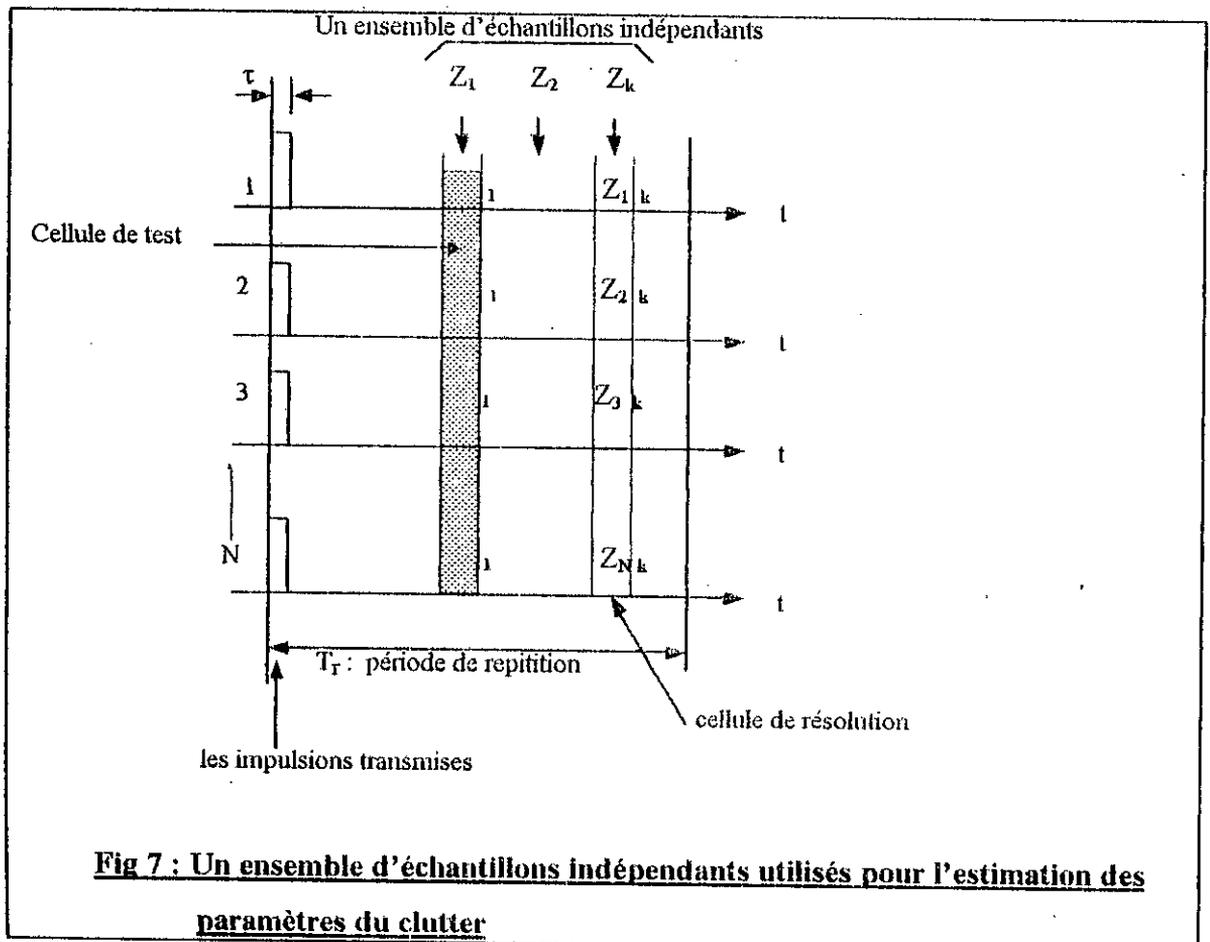
y_k : Echantillon a décorréler de x_k (c'est l'autre entrée).

H_k : Sortie du bloc A (décorrélé avec x_k).

l : Cellule de résolution d'indice l , ou la cible est supposée présente .

Ce processeur nécessite $3N(N -1) + N$ multiplications complexes (y compris la multiplication du au filtre adapté) [20] .

Pour estimer avec précision les composantes de la matrice de covariance du clutter $M_d(\sigma_c, \rho_c)$, nous utilisons plusieurs cellules de résolution adjacentes (en distance). L'exactitude de l'estimation de M_d est liée au nombre de cellules de résolution utilisées (figures(6,7)). Une estimation de M_d sur plusieurs cellules permet d'avoir une exactitude sur les coefficients $W(V-3)$. Cette estimation est basée sur l'hypothèse que la cible est présente sur une seule cellule, tandis que le clutter en occupe plusieurs (en distance). A la fin, le procédé d'orthogonalisation est suivi par la partie égalisation de puissance .



Nous pouvons vérifier [20] que la composante du clutter dans $y_k(1)$ est décorrelée de celle dans $x_k(1)$:

$$E[H_k(l) x_k(l)^*] = 0 \quad (V-25)$$

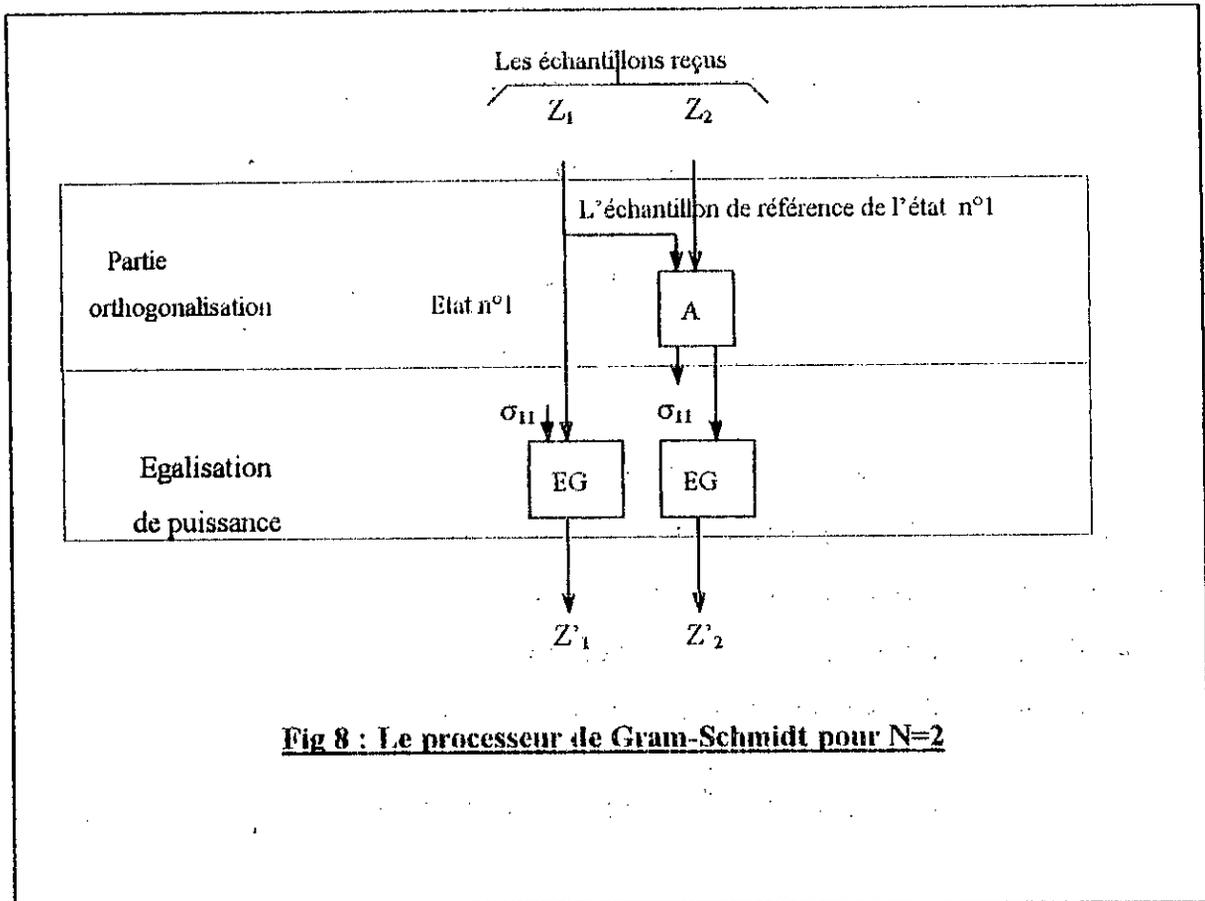
ceci est vrai pour les deux hypothèses (H_0 et H_1).

L'équation (V-24) représente le numérateur de l'équation (V-23b) pour la décorrélation du clutter. Pour clarifier cette équivalence, examinons le déroulement du processeur [20] sur l'échantillon z_4 (voir figure(5)) pour les deux hypothèses (H_0 et H_1):

- La sortie du premier bloc (A) ne contient pas une composante du clutter de z_1 .
- la sortie du deuxième bloc ne contient pas une composante du clutter de z_2 (déjà orthogonalisé avec celle de z_1).
- le troisième bloc élimine celle de z_3 (déjà orthogonalisé avec celle de z_2 et z_1); cette dernière est prise comme référence pour décorréler sa composante du clutter du celle de z_4 .

Notons que le traitement adaptatif de la transformation D est fait par la partie gauche (figure(5)). La transformation de la partie droite est la duplication de celle du gauche calculée à l'état stable (la stabilité est calculée par rapport au détecteur optimal); et pour obtenir un banc de filtres parallèles réglés aux différentes fréquences Doppler F_b possibles de l'écho cible, il suffit d'implémenter une duplication du processeur de transformation de la partie droite.

Pour comprendre la détection par le processeur adaptatif citons l'exemple suivant : Soit $N = 2$; supposons que la cible est présente sur la cellule d'indice 1: $S = E[Z(1)/H_1]$; le clutter s'étend sur plusieurs cellules : (voir figure8)



L'équation (V-24) donne :

$$H_{11}(l) = z_2(l) E[z_1(l) z_1^*(l)] - z_1(l) E[z_2(l) z_1^*(l)] \quad (V-26)$$

La décorrélation de H_{11} avec l'écho z_1 est vérifiée par :

$$E[H_{11} z_1^*] = 0$$

La partie estimation de l'équation (V-26) calcule les composantes de la matrice de covariance de l'interférence totale (clutter + bruit thermique) M_d : (σ_c , ρ_c). Utilisons maintenant m cellules de résolution (en distance) pour améliorer l'estimation de ces composantes. Le facteur d'amélioration donné par l'équation (V-13) est obtenu pour une estimation de M_d sur ces m cellules de résolution, l'équation (V-26) serait donc :

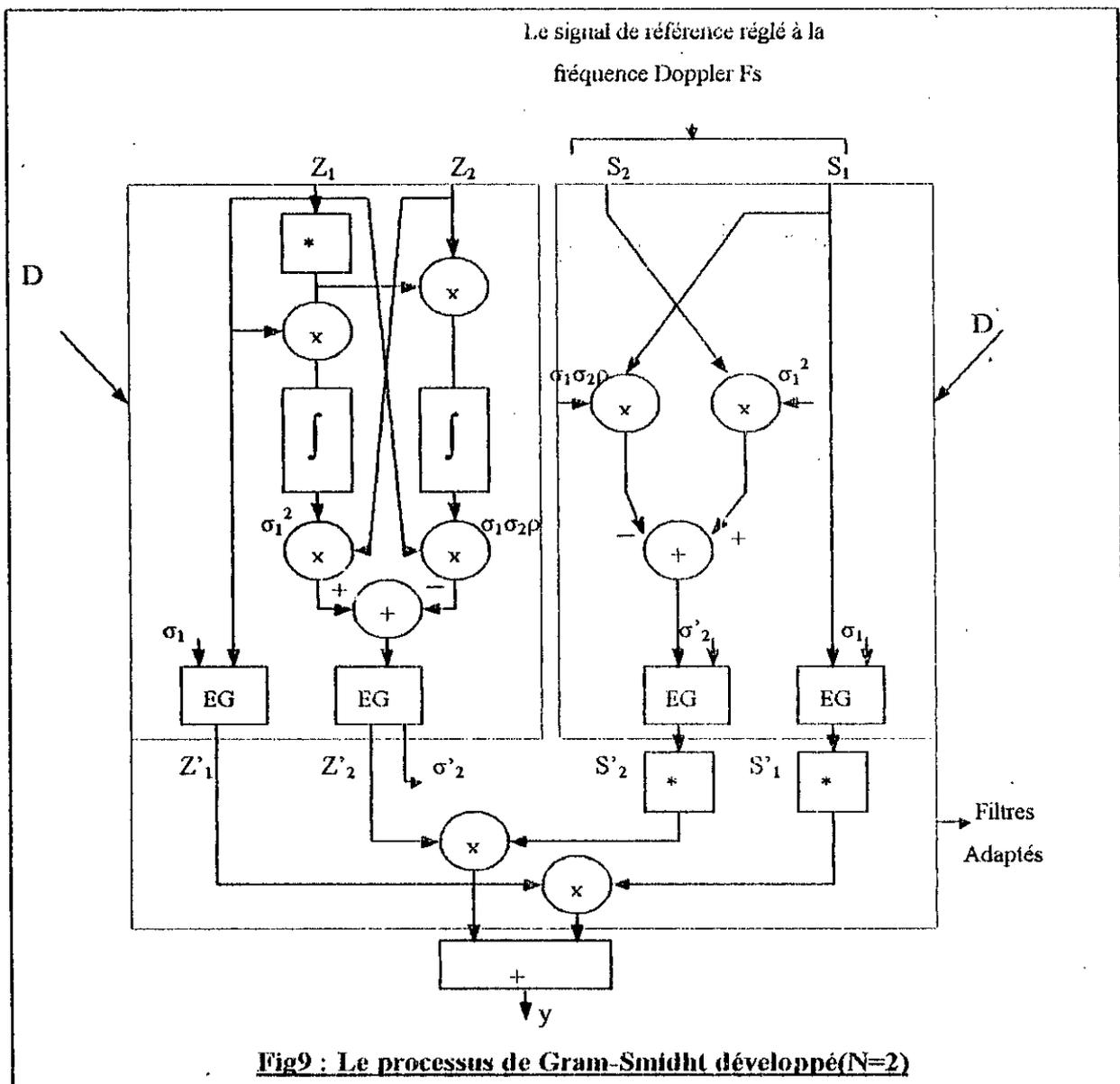
$$\begin{aligned} H_{11}(l) &= z_2(l) \frac{1}{m} \sum_{l=1}^m E[z_1(l) z_1^*(l)] - z_1(l) \frac{1}{m} \sum_{l=1}^m E[z_2(l) z_1^*(l)] \\ &= z_2 \sigma_{c1}^2 - z_1 \sigma_{c1} \sigma_{c2} \rho_{c12} \end{aligned} \quad (V-27)$$

σ_c , σ_{c2} et ρ_{c12} représentent respectivement les puissances et le coefficient de corrélation du clutter en cas de stabilité (voir figure(9)):

$$\sigma_{c1} = \sigma_{c2} = \sigma_c$$

$$\rho_{c12} = \rho_{c21} = \rho_c$$

Après une normalisation du clutter de z_1 par rapport à σ_{c1}^2 , et une égalisation en puissance de H_{11} , la transformation D de la partie gauche serait facilement calculée. La transformation de la partie droite n'est qu'une duplication de celle de la partie gauche, dont σ_{c1} , σ_{c2} et ρ_{c12} ont été déjà calculés. La détection de la présence de la cible à la fréquence Doppler F_s est réalisée par les filtres adaptés (voir figure(9)).



V-4 PRESENTATION DES PERFORMANCES DU PROCESSEUR DE GRAM-SCHMIDT

Pour pouvoir vérifier l'efficacité du processeur adaptatif de Gram-Schmidt et évaluer les performances (Probabilité de Détection, Probabilité de Fausse Alarme et estimer le facteur d'amélioration (FAe)), nous avons effectué une simulation par la méthode de Monte-Carlo.

De même (par simulation Monte-Carlo), nous avons cherché le nombre de cellules m , définissant le temps d'adaptation nécessaire au calcul de la matrice du clutter M_d qui minimise la variation du facteur d'amélioration estimé (FAe) par rapport à celle du facteur d'amélioration optimal (FAopt) donnée par l'équation (V-13) est représentée par la figure(2), autrement dit, minimiser :

$$\Delta FA = FA_{opt} - FAe \quad (V-28)$$

FAe : Le facteur d'amélioration estimé.

FAopt : Le facteur d'amélioration optimal.

Le principe d'estimation de M_d est de supposer que la cible de fréquence Doppler F_b est présente sur une cellule [6] et que le clutter occupe plusieurs cellules (en distance). L'algorithme permettant d'écrire ce programme de calcul des performances du processeur de Gram-Schmidt est donné par la figure(10).

Comme nous pouvons le constater, cet algorithme est formé par deux boucles; la première sert à estimer la matrice M_d : (pour calculer la transformation D dans m cellules), la deuxième permet d'estimer les performances du processeur de Gram-Schmidt (l'estimation du facteur d'amélioration, la Probabilité de Détection et la Probabilité de Fausse Alarme).

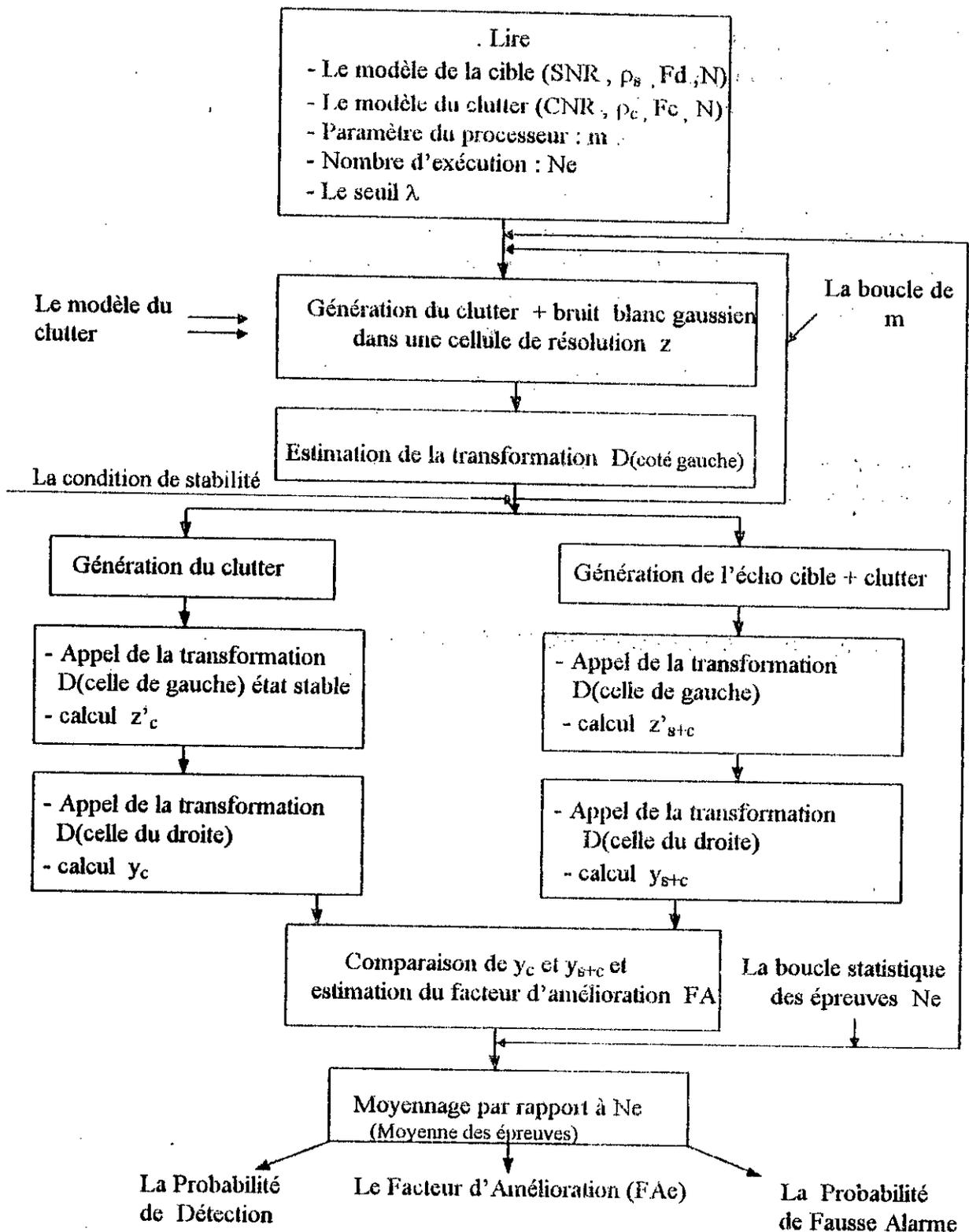


Fig 10 : L'organigramme permettant l'évaluation des performances du processeur optimal de Gram-Schmidt

V-4-1 L'ALGORITHME DE SIMULATION PAR MONTE-CARLO

Supposons que la cible est présente dans la cellule 1 (figure 7), à une fréquence Doppler F_s , (tel que $F_s = 0.5T_r^{-1}$) et le clutter s'étend de la cellule 1 à la cellule m .

1- Générer z_d du (clutter + bruit thermique) dans la cellule 1 (hypothèse H_0):

$$Z_1 = \mathbf{d}_1 = \mathbf{U}^* \mathbf{L}^{1/2} \mathbf{W}_{1c}$$

- Générer z_d du (clutter + bruit thermique) dans la cellule 2 (hypothèse H_0):

$$Z_2 = \mathbf{d}_2 = \mathbf{U}^* \mathbf{L}^{1/2} \mathbf{W}_{2c}$$

- Générer du (clutter + bruit thermique) dans la cellule m (hypothèse H_0):

$$Z_m = \mathbf{d}_m = \mathbf{U}^* \mathbf{L}^{1/2} \mathbf{W}_{mc}$$

2- Estimer la matrice du clutter \hat{M}_d pour les m cellules :

$$M_d(i,k) = \frac{1}{m} \sum_{l=1}^m z_l(i) z_l^*(k)$$

$i, k = 1, \dots, N$ (indice d'échantillon. N : nombre d'échantillons)

$l = 1, \dots, m$ (indice de cellule de résolution)

3- Estimer la transformation \hat{D} de \hat{M}_d :

$$\hat{D} = \hat{\mathbf{U}}^* \hat{\mathbf{L}}^{-1/2}$$

4- a Générer le vecteur d'échos clutter Z_d

$$Z_d = \hat{\mathbf{U}}^* \hat{\mathbf{L}}^{-1/2} \mathbf{W}_c$$

4- b Appeler la transformation D (hypothèse H_0):

$$Z'_{H0} = \hat{D} Z_d$$

5- Générer le vecteur échos cible de fréquence Doppler F_s supposée présente dans la première cellule:

$$S(\text{cell}) = U * L^{-1/2} W_s$$

6- Générer l'écho reçu Z_{H1} (hypothèse H_1):

$$Z_{H1} = Z_d + S(\text{cell})$$

7- Appeler la transformation D (hypothèse H_1):

$$Z'_{H1} = \hat{D} Z_{H1}$$

8- Calculer l'enveloppe yz_{s+d} et yz_d

$$yz_{H1} = | Z'_{H1} (\hat{D} S) |$$

$$yz_{H0} = | Z'_{H0} (\hat{D} S) |$$

avec : $S = (s_1, s_2, \dots, s_N)$:signal de référence réglé sur F_s .

et $s_i = \exp(-j2\pi F_s i T_r)$

9- Calculer la Probabilité de détection P_d :

si $yz_{H1} \geq \lambda$

$$N1 = N1 + 1$$

$$P_d = 1/N_e \sum_{i=1}^{N1} 1$$

N_e : Nombre d'essais (10^6)

$N1$: Nombre de fois ayant eu lieu la détection

10- Calculer la Probabilité de fausse alarme P_{fa} :

si $yz_{H0} \geq \lambda$

$$N2 = N2 + 1$$

$$P_{fa} = 1/N_e \sum_{i=1}^{N_2} 1$$

N_2 : Nombre de fois ayant eu lieu une fausse alarme .

11- minimiser ΔFA :

$$\hat{FA}_e \text{ (db)} = 1/N_e \sum_{i=1}^{N_e} [(y_{z_{H1}} / y_{z_{H0}})(\text{db}) - \text{SNR}|_{e,1} + \text{CNR}|_{e,1}]$$

$$FA_{opt} = (|W^T S|^2 / W^T M_d W) / (S/C)_{e,1}$$

$$\Delta FA = FA_{opt} - \hat{FA}_e$$

V-5 INTERPRETATION DES RESULTATS

Les courbes décrivant les performances du processeur optimale (adapté par la procédure de Gram-Schmidt), obtenues par simulation Monte-Carlo dont le principe est cité dans la section précédente, sont données par les figures suivantes :

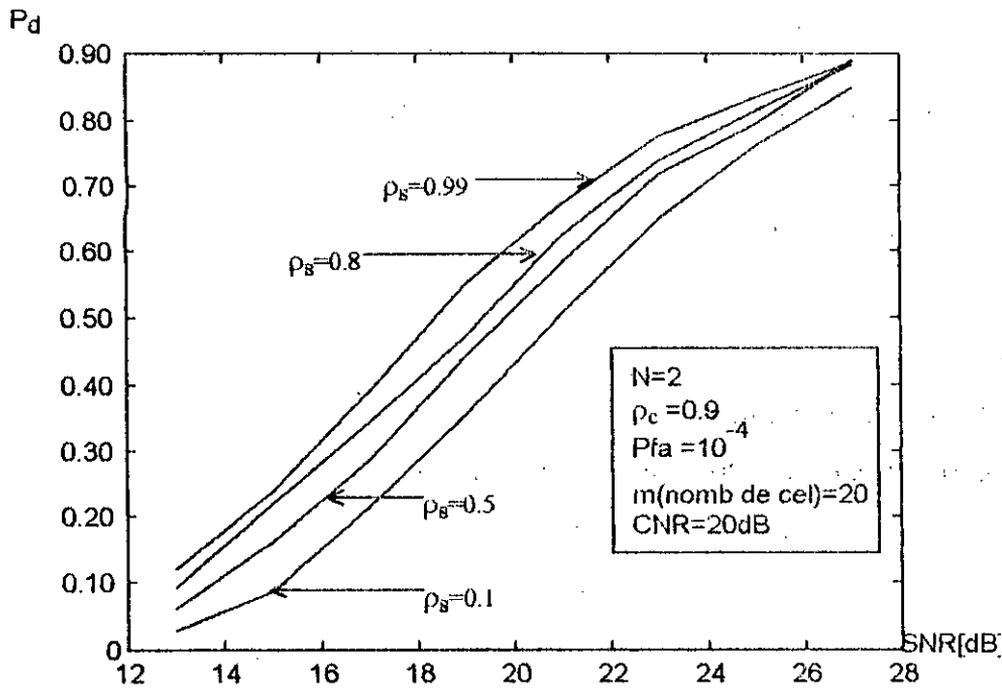


Fig11 :la probabilité de détection d'une cible corrélée diversement noyée dans un clutter de distribution gaussienne quasi totalement corrélé en appliquant le processeur de Gram-Schmidt

Les courbes de la figure (11) représentent la Probabilité de Détection en fonction du rapport signal sur bruit (SNR). Le rapport de puissance du clutter sur le bruit thermique est pris égal à 20dB (CNR = 20dB). Le nombre d'impulsions N est pris égal à 2. La Probabilité de fausse alarme (P_{fa}) est fixée à 10^{-4} . Le coefficient de corrélation du clutter ρ_c est pris égal à 0.9.

Nous avons remarqué après plusieurs essais (et par comparaison avec les résultats obtenus dans le quatrième chapitre (figure 3)) que le nombre de cellules utilisées (m) pour l'estimation de la matrice de covariance du clutter (M_d) et acceptant une perte du facteur d'amélioration (FAe) n'excédant pas 2.3dB est $m = 20$.

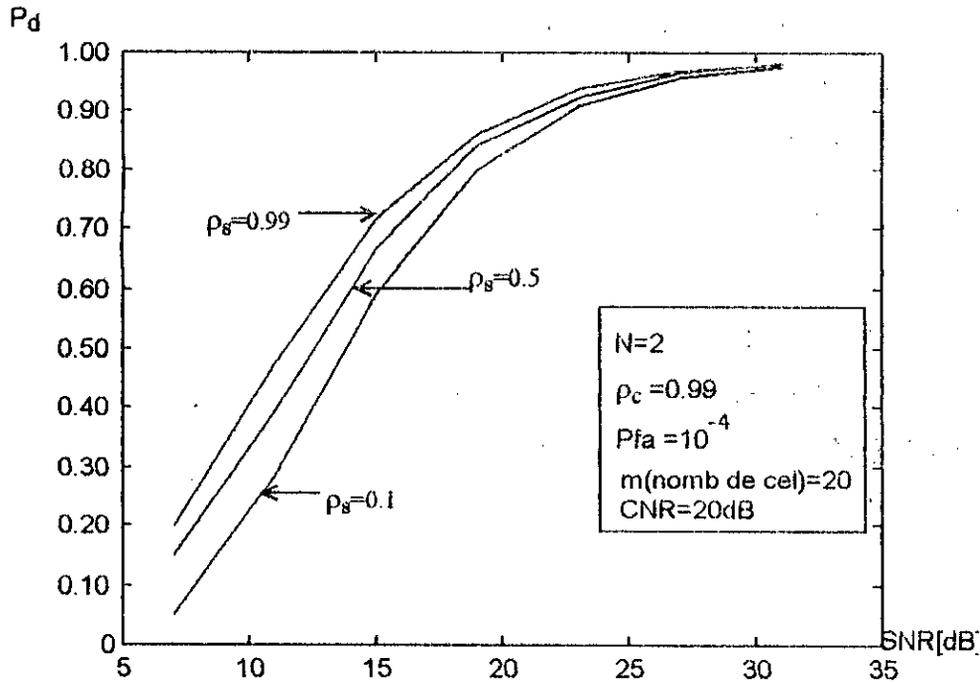


Fig12: la probabilité de détection d'une cible diversement corrélée noyée dans un clutter de distribution gaussienne totalement corrélé en appliquant le processeur de Gram-Schmidt

Les courbes de la figure (12) représentent la probabilité de détection en fonction du rapport signal sur bruit (SNR). Le rapport de puissance du clutter sur le bruit thermique est pris égal à 20dB ($CNR = 20$ dB). Le nombre d'impulsions N est pris égal à 2. La Probabilité de fausse alarme (P_{fa}) est fixé à 10^{-4} . Le coefficient de corrélation du clutter ρ_c est pris égal à 0.99.

Nous avons aussi remarqué après plusieurs essais et par comparaison avec les résultats obtenus dans le quatrième chapitre (figure4) que le nombre de cellules utilisées (m) pour l'estimation de la matrice de covariance du clutter (M_d) et acceptant une perte du facteur d'amélioration (F_{Ae}) n'excédant pas 2.3dB est $m = 20$.

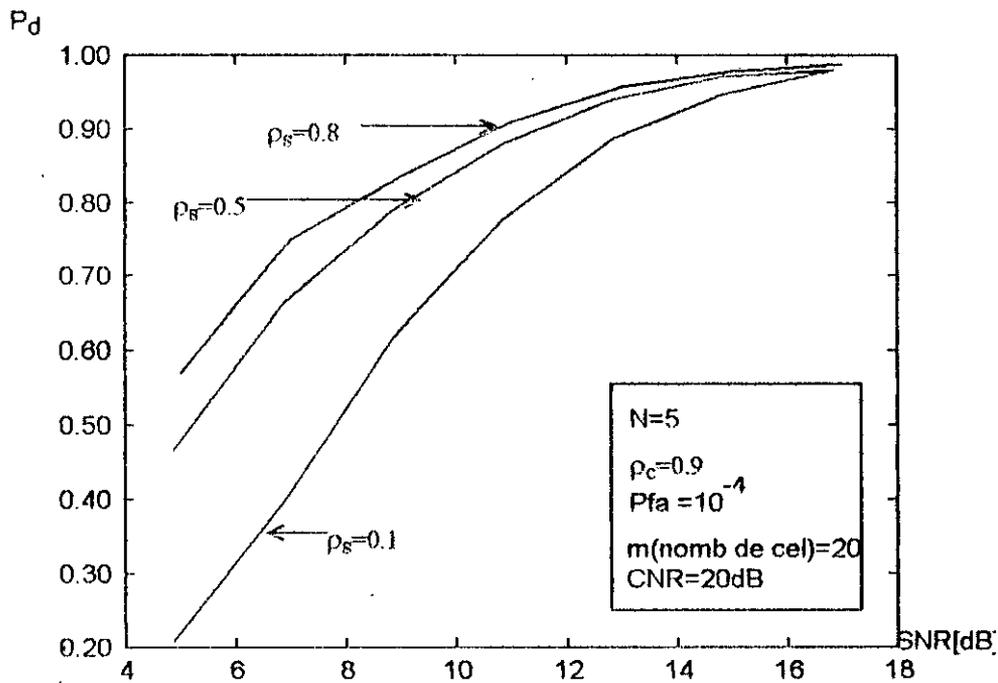


Fig13 :la probabilité de détection d'une cible diversement corrélée noyée dans un clutter de distribution gaussienne quasi totalement corrélé en appliquant le processeur de Gram-Schmidt

Les courbes de la figure (13) représentent la probabilité de détection en fonction du rapport signal sur bruit (SNR). Le rapport de puissance du clutter sur le bruit thermique est pris égal à 20dB ($CNR = 20dB$). Le nombre d'impulsions N est pris égal à 5. La Probabilité de fausse alarme (P_{fa}) est fixée à 10^{-4} . Le coefficient de corrélation du clutter ρ_c est pris égal à 0.99.

Nous avons eu la même remarque, après plusieurs essais et par comparaison avec les résultats obtenus dans le quatrième chapitre (figure5) que le nombre de cellules utilisées (m) pour l'estimation de la matrice de covariance du clutter (M_d) et acceptant une perte du facteur d'amélioration (FAe) n'excédant pas 2.3dB est $m = 50$.

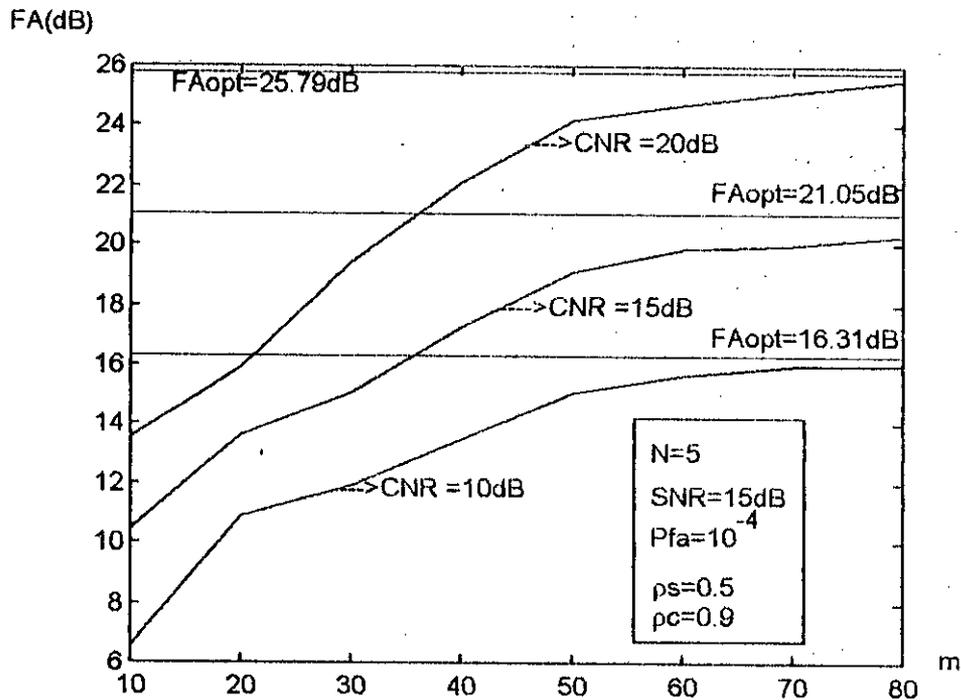


Fig14 : le calcul du facteur d'amélioration (FA) en fonction du nombre de cellules(m) en appliquant le processeur de Gram-Schmidt

Les courbes de la figure (14) représentent la variation du facteur d'amélioration (FAe) en fonction du nombre m de cellules utilisées pour l'estimation de M_d . Le paramètre variable est le rapport de puissance du vecteur d'échos clutter sur le bruit thermique CNR : nous varions m par pas de 10 et nous calculons FAe à chaque fois (par simulation de Monte-Carlo). Le rapport de puissance du vecteur d'échos cible sur bruit thermique est pris égal à 15dB (SNR = 15dB). Le nombre d'impulsions N est pris égal à 5. La Probabilité de fausse alarme (P_{fa}) est fixée à 10^{-4} . Le coefficient de corrélation ρ_s de la cible est pris égal à 0.5. Le coefficient de corrélation du clutter ρ_c est pris égal à 0.9.

Nous remarquons que pour $m = 50$, la variation de FAe par rapport à FA_{opt} n'excède pas 2.3dB, et qu'au delà partir de cette valeur de m qui traduit le temps d'adaptation (le temps nécessaire pour l'estimation de la matrice de covariance du clutter), cette variation diminue légèrement et ceci pour les différentes valeurs du paramètre CNR.

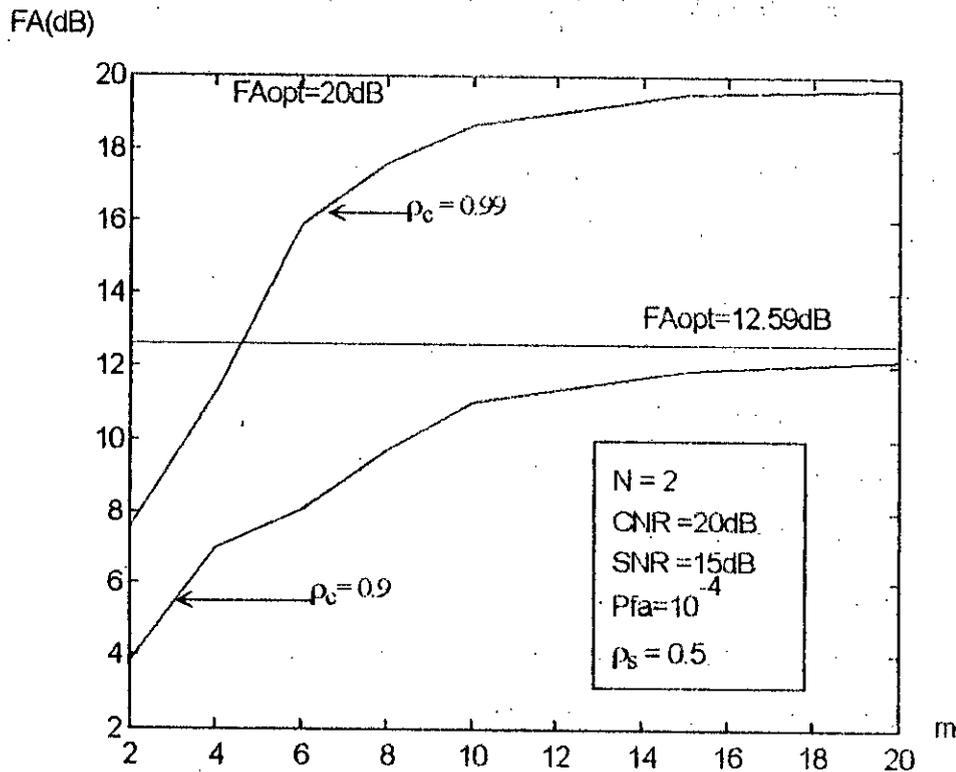


Fig15 : le calcul du facteur d'amélioration (FA) en fonction du nombre de cellules (m) avec (CNR) comme paramètre en appliquant le processeur de Gram-Schmidt

Les courbes de la figure (15) représentent la variation du facteur d'amélioration (FAe) en fonction du nombre m de cellules utilisées pour l'estimation de M_d . Le paramètre variable est le coefficient de corrélation du clutter ρ_c : nous varions m par pas de 2 et nous calculons FAe à chaque fois (par simulation de Monte-Carlo). Le rapport de puissance du vecteur d'échos cible sur le bruit thermique est pris égal à 15dB (SNR = 15dB). Le rapport de puissance du clutter sur bruit thermique est pris égal à 20dB (CNR = 20dB). Le nombre d'impulsions N est pris égal à 2. La Probabilité de fausse alarme (P_{fa}) est fixée à 10^{-4} . Le coefficient de corrélation de la cible est pris égal à 0.5.

Nous remarquons que pour $m = 9$, la variation de FAe par rapport à FA_{opt} n'excède pas 2.3dB, et qu'à partir de cette valeur de m , cette variation diminue lentement et ceci pour les différents valeurs du paramètre ρ_c .

Les résultats obtenus après l'application du processeur du Gram-Schmidt permettent de tirer une conclusion que nous trouvons très importante :

Le temps d'adaptation (représenté par le nombre m) permettant d'obtenir le facteur d'amélioration (FAe), et acceptant des pertes en facteur d'amélioration estimé (FAe), par rapport au facteur d'amélioration optimal n'excèdent pas 2.3dB dans tous les essais ne dépend pas des paramètres du clutter (CNR, ρ_c), mais dépend du nombre d'échantillons N , et est approximé à $m=10N$ (N : nombre d'échantillons)pour $N=5$, par $m= 4.5N$ ou $m=5N$ pour $N=2$.

CONCLUSION

Le travail de thèse a repris certaines des méthodes de [1] en prenant cependant des signaux de cible et de clutter avec distribution gaussienne assez souvent. On retrouve des résultats similaires à ceux de [1].

Depuis 1987, à la suite de la compilation [1], il y a eu certainement une avancée de la mise au point de ces processeurs radar et une extension de leurs applications. Etant donnée la difficulté à réunir une telle information bibliographique à ce sujet, et les délais impartis à une thèse de magister, nous avons été forcé à nous limiter à appliquer une partie de la méthodologie de [1].

Il serait utile que ce travail soit suivie par un autre afin d'élaborer une mise à jour de l'état de l'art dans ce domaine et avec autant que possible une prospective sur les travaux en cours et leur objectifs présents, à moyens termes ou même à longs termes. En particuliers ou ressent le besoin d'investigations approfondie dans les domaines :

- a) De la modélisation du clutter non gaussien ; comme (K distribution, Weibull, Log-Normal, etc...) et des cibles.
- b) De l'évaluation des performances en particulier celles des techniques adaptatives qui permettent de travailler en temps réel.
- c) Du schéma de détection optimal ; et du filtrage stochastique discret, flexible et fiable.
- d) De l'annulation du clutter (par des méthodes homomorphique non linéaire ou autre).
- e) Des techniques d'échantillonnage et la confiance à accorder aux résultats de simulation.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] A. Farina , « Optimased radar processors », IEE radar, sonar, navigation and avonics. series 1 PeterPeregrinus.1987 (p 48 à 67)
- [2] L. Thourel, « Initiation aux Techniques Modernes des Radars », Toulouse France. 84.
- [3] Naffisa SADI AHMED, « Modélisation ARMA des Suites Chronologiques Complexes et Son Application Dans le Traitement des Echos Radar », Thèse de Magister. Département d'Electronique. ENP. 1996.
- [4] D. K. Barton, « Modern Radar System Analysis », Artech House. Inc. Norwood. Massachusetts. USA. 1988.
- [5] J. Darricou, « Physique et Théorie du Radar », 2^{ème} Edition. Editeur Sodipe Paris. 1981.
- [6] S. Haykin, « Radar Signal Processing », IEEE. ASSP Magazine. 1985.
- [7] J. V. Difranc0 & W. L. Rubin, « Radar Detection », Prentice-Hall. Inc. Englewood Cliffs. N. J. 1966.
- [8] H. Urkowitz, « Signal Theory and Random », Artech House.
- [9] Scholtz. R. A, Kappl. JJ & Nahi. N. F, « The Detection of Moderately Fluctuating Rayleigh Targets », IEEE Trans. AES. 1976.
- [10] Dalle Mesc. E & Giuli. D, « Detection Probability of Partially Fluctuating Targets », IEE. Proc. F. 1984.
- [11] Athanasios Papoulis, « Probability Random Variables and Stochastic Processes », McGraw-Hill. 1984.
- [12] Nadav Levanon, « Radar Principles », willey-Interscience Publication. 88.
- [13] Kay. M. S & Marple. S. L., « Spectrum Analysis. A Modern Perspective », Proc. of IEEE. 1981
- [14] J. E. Hudson, « Adaptative Array Principles », IEE. Electromagnetic Waves Series11 .Peregrinus. Ltd. London. 1981.
- [15] I. B. Rhodes, « A Tutorial Introduction To Estimation and Filtering »,IEEE. Trans Aut. Cont. 1971
- [16] Harold. W. Sorensson, « Parameter Estimation », Library of congress cataloging. 1980.
- [17] F .C. Schweppe, « Evaluation of Likelihood Function for Gaussian Signal », IEEE Trans. Inf. Theo. pp61-70. 1965.
- [18] A. Farina & F. A Studer, « Adaptive Implementation of the Optimum Radar Signal

- Processor », International Conference on Radar. Paris. 1984.
- [19] L. E. Brennan & I. S. Reed, « Theory of Adaptive Radar », IEEE Trans. AES. pp237-252. 1973.
- [20] A. Farina & F. A. Studer, « Application of Gram-Schmidt Algorithm to Optimum Radar Signal Processing », IEE proc. Part. F. CRCP. 1984.
- [21] V. G. Hansen, « Optimum Pulse Doppler Search Radar Processing and Practical Approximations », International Radar Conference. London. 1982.
- [22] A. Farina , F. A Studer & E. Turco, « Adaptive Methods to Implement the Optimum Radar Signal Processor », Proc of Radar Inter. India .1983 .
- [23] Cramer. H, « Mathematical Methods of Statistics », Princeton University Press. 1974.
- [24] R. Boitr, M. Kunt, « Traitement de la Parole », Presses Polytechniques Romandes. 1987.
- [25] R. A. Monzingo & T.W.Miller, « Introduction to Adaptive Arrays », John Willy-Sons. 1980.
- [26] A. P Sage & J. L. Melsa, « Estimation Theory with Applications to Communications and Controls », New York. McGraw-Hill. 1971.
- [27] K. Krucker, « Rapid Interference Suppression Using Kalman Filter Technique », IEE. F 1983.
- [28] Mischa Schwartz & William. R. Bennett, « Communication Systems and Techniques », McGraw-Hill .1966.

ANNEXES

ANNEXE -A

DEFINITION DE LOI DE GAUSS

A-1 CAS D'UNE VARIABLE

On dit que x est une variable aléatoire gaussienne si sa fonction de densité de probabilité suit la forme [11] :

$$f_x(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-1/2\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2} \quad (\text{A-1})$$

m : définit la moyenne de x

$$m = E[(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_x(x) dx \quad (\text{A-2})$$

σ^2 : représente la variance de x ou encore la déviation standard de x par rapport à sa moyenne, et sa valeur est toujours positive ($\sigma > 0$).

$$\sigma^2 = E[(x-m)^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-m)^2 f_x(x) dx \quad (\text{A-3})$$

Cette distribution peut être représentée par la figure(1) suivante :

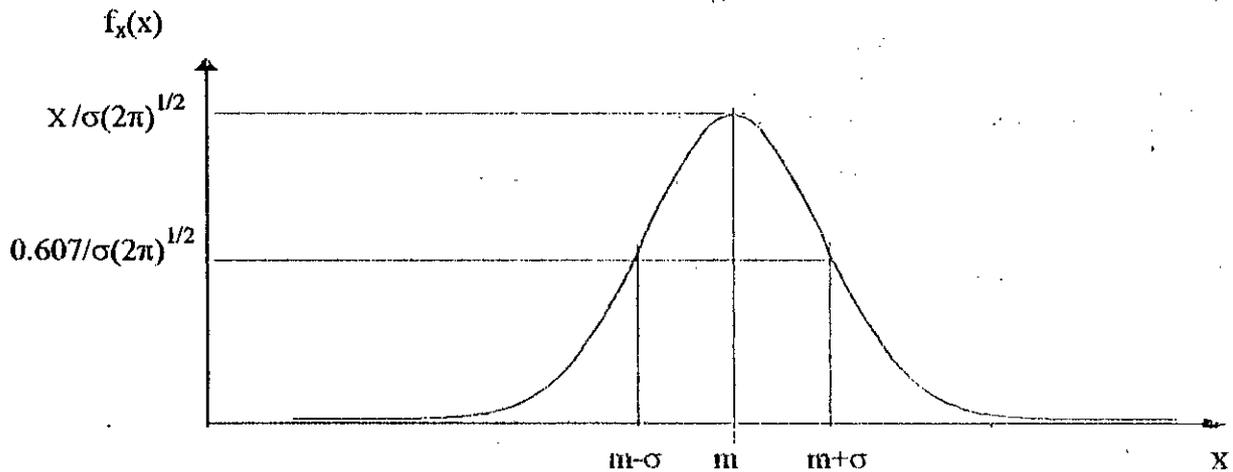


fig1

A-2 CAS DE PLUSIEURS VARIABLES

Si X est un vecteur aléatoire gaussien de dimension N défini par :

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_N)$$

Ses composantes $\{x_i (i=1, \dots, N)\}$ sont des variables gaussiennes, et la fonction de densité de probabilité conjointe du vecteur X est définie par [1, 11]:

$$f_X(x_1, x_2, \dots, x_N) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} \sqrt{|C|}} e^{-1/2[(X - E(X))^T C^{-1} (X - E(X))^*]} \quad (A-4)$$

C : la matrice de covariance de X définie par :

$$C = E[(X - E(X))^*(X - E(X))^T] \quad (A-5)$$

$$\begin{aligned} E[(X)] &= E[(x_1, x_2, \dots, x_N)^T] \\ &= (m_1, m_2, \dots, m_N)^T \end{aligned} \quad (A-6)$$

si : $m_i = m_j$

$$E[(X)] = m(1, 1, \dots, 1)^T \quad (A-7)$$

Si maintenant $m = 0$, alors (A-4) devient :

$$f_X(x_1, x_2, \dots, x_N) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} \sqrt{|C|}} e^{-1/2[(X)^T C^{-1} (X)^*]} \quad (A-8)$$

$|C|$: le déterminant de C .

C^{-1} : L'inverse de C .

ANNEXE -B**CALCUL DES PERFORMANCES DU
DETECTEUR QUADRATIQUE****B-1 DEFINITION DE LA FONCTION CARACTERISTIQUE**

Soit x une variable aléatoire définie par sa densité de probabilité $f_x(x)$, la fonction caractéristique de x est définie par [1]:

$$G_x(\zeta) = E[e^{j\zeta x}] = \int_{-\infty}^{+\infty} [e^{j\zeta x}] f_x(x) dx \quad (\text{B-1})$$

avec :

$$f_x(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} [e^{-j\zeta x}] G_x(\zeta) d\zeta \quad (\text{B-2})$$

On se sert de $G_x(\zeta)$ pour calculer les différents moments de $f_x(x)$. Dans le cas où $G_x(\zeta)$ est donnée, et $f_x(x)$ est inconnue. Nous pouvons utiliser la Transformée de Fourier inverse pour la trouver.

**B-2 CALCUL DES PROBABILITES DE FAUSSE ALARME ET DE
DETECTION**

Soit f la forme quadratique donnée par l'équation (II-53) :

$$f = Z^T M Z^* \quad (\text{B-3})$$

M étant la matrice définie par l'équation (II-52).

Z : un vecteur aléatoire gaussien, de moyenne $E[Z]=0$, et de matrice de covariance R . f est aussi une variable aléatoire gaussienne et sa fonction caractéristique est définie par [1, 11, 28]

$$G_f(\zeta) = E[e^{j\zeta f}] = \frac{1}{\det[\mathbf{I} - 2j\zeta \mathbf{R}^* \mathbf{M}^*]} \quad (\text{B-4})$$

Hypothèse H_0 :

$$\begin{aligned} Z &= \mathbf{n} + C \\ &= \mathbf{d} \end{aligned} \quad (\text{B-5})$$

Z , \mathbf{n} et C représentent respectivement les vecteurs d'échos radar, de bruit thermique et du clutter (voir chapitre (II))

Dans ce cas :

$$\mathbf{R}^* = \mathbf{M}_d^* \quad (\text{B-6})$$

Notons par λ le seuil de détection de f , l'équation mathématique définissant la distribution de probabilité de f est :

$$\Pr(f \leq \lambda) + \Pr(f > \lambda) = F_f(\lambda) + \Pr(f > \lambda) = 1 \quad (\text{B-7})$$

où :

$$F_f(\lambda) = \Pr(f \leq \lambda)$$

avec :

$\Pr(f > \lambda)$: la Probabilité de fausse alarme (Pfa)

alors :

$$\text{Pfa} = 1 - F_f(\lambda) \quad (\text{B-8})$$

$$F_f(\lambda) = \int_0^{\lambda} \Pr(x) dx = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\lambda} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} G_f(\zeta) e^{-j\zeta x} d\zeta \right] dx$$

avec :

$\Pr(x)$: La fonction de densité de probabilité de x .

$$F_f(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} G_f(\zeta) d\zeta \int_0^{\lambda} e^{-j\zeta x} dx$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} G_f(\zeta) \left(\frac{[e^{-j\zeta\lambda}] - 1}{-j\zeta} \right) d\zeta \quad (\text{B-9})$$

sachant que :

$$\text{Re} [G(-\zeta)] = \text{Re}[G(\zeta)] \quad (\text{B-10a})$$

$$\text{Im} [G(-\zeta)] = -\text{Im}[G(\zeta)] \quad (\text{B-10b})$$

l'équation (B-9) devient :

$$F_f(\lambda) = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \text{Re} \left[G_f(\zeta) \left(\frac{[e^{-j\zeta\lambda}] - 1}{-j\zeta} \right) d\zeta \right] \quad (\text{B-11})$$

Avec les équations (B-4), (B-8) et (B-9), la Probabilité de fausse alarme serait définie par :

$$P_{fa} = 1 - \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \text{Re} \left[\frac{[e^{-j\zeta\lambda} - 1]}{-j\zeta} \frac{1}{\det[I - 2j\zeta M_d * M^*]} d\zeta \right] \quad (\text{B-12})$$

Hypothèse H₁ :

$$Z = S + n + C$$

$$= s + d \quad (\text{B-13})$$

S : représente l'écho cible.

Dans ce cas :

$$R^* = (M_d + M_s)^* \quad (B-14)$$

l'équation mathématique définissant la distribution de probabilité de f est :

$$\Pr(f \leq \lambda) + \Pr(f > \lambda) = 1 \quad (B-15)$$

Or $\Pr(f > \lambda)$ représente la Probabilité de détection P_d .

$$P_d = 1 - \Pr(f \leq \lambda) \quad (B-16)$$

$$= 1 - F_f(\lambda) \quad (B-17)$$

avec un même développement, nous déduisons $F_f(\lambda)$:

$$F_f(\lambda) = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \operatorname{Re} \left[G_f(\zeta) \left(\frac{[e^{-j\zeta\lambda}] - 1}{-j\zeta} d\zeta \right) \right] \quad (B-18)$$

Avec les équation (B-4) et (B-17), la Probabilité de Détection P_d serait définie par :

$$P_d = 1 - \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \operatorname{Re} \left[\frac{[e^{-j\zeta\lambda} - 1]}{\det[\mathbf{I} - 2j\zeta(M_d + M_s)^* M^*]} d\zeta \right] \quad (B-19)$$

ANNEXE -C**ORTHOGONALISATION DE GRAM-SCHMIDT****C-1 ALGORITHME DE GRAM-SCHMIDT**

Soit un ensemble de signaux défini par :

$$z_k(t); \quad \text{avec :} \quad k = 1, 2, \dots, N$$

$$\text{et} \quad 0 \leq t \leq T$$

Le but c'est de représenter chaque signal de cet ensemble par une combinaison linéaire d'une base orthonormale [25]:

$$z'_j(t); \quad \text{tel que} \quad j = 1, 2, \dots, K \quad \text{et} \quad K \leq N$$

Sous forme d'équations nous aurons :

$$z_k(t) = \sum_{j=1}^K \alpha_{kj} z'_j(t) \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (\text{C-1})$$

Les coefficients α_{kj} sont des paramètres appelés « représentation discrète » du signal $z_k(t)$, ils sont définis par :

$$\alpha_{kj} = \int_0^T z_k(t) z'^*_j(t) dt$$

$$= E[z_k(t) z'^*_j(t)] \quad (\text{C-2})$$

avec :

$$k = 1, 2, \dots, N$$

$$j = 1, 2, \dots, K$$

Notons que les signaux $z'_j(t)$ définissent une base orthonormale :

$$\int_0^T z'_k(t) z'^*_j(t) dt = \begin{cases} 0 & \text{si } k \neq j \\ 1 & \text{si } k = j \end{cases} \quad (\text{C-3})$$

La procédure d'orthogonalisation de Gram-Schmidt est basée sur les équations (C-1), (C-2) et (C-3).

(i) Le premier signal $z'_1(t)$ de la base orthonormale est donné en fonction de $z_1(t)$ par :

$$\begin{aligned} z'_1(t) &= \frac{z_1(t)}{\sqrt{\int_0^T z_1(t)z_1^*(t)dt}} \\ &= \frac{z_1(t)}{\sqrt{E[|z_1(t)|^2]}} \end{aligned} \quad (C-4)$$

Le coefficient α_{11} est donné par :

$$\alpha_{11} = \sqrt{E[|z_1(t)|^2]} \quad (C-5)$$

(ii) Pour le signal suivant $z_2(t)$, sa projection sur $z'_1(t)$ est donnée par :

$$\begin{aligned} \alpha_{21} &= \int_0^T z_2(t)z'^*_1(t)dt \\ &= E\{z_2(t)z'^*_1(t)\} \end{aligned} \quad (C-6)$$

Soustrayons $\alpha_{21}z'_1(t)$ de $z_2(t)$ et nous aurons :

$$f_2(t) = z_2(t) - \alpha_{21}z'_1(t) \quad (C-7)$$

$f_2(t)$ est orthonormal à $z'_1(t)$ sur l'intervalle $(0 \leq t \leq T)$

$z'_2(t)$ est obtenu en normalisant $f_2(t)$:

$$z'_2(t) = \frac{f_2(t)}{\sqrt{E[|f_2(t)|^2]}} \quad (C-8)$$

Substituons (C-6) et (C-7) dans (C-8) et nous aurons :

$$z'_2(t) = \frac{z_2(t) - E\{z_2(t)z'^*_1(t)\}z'_1(t)}{\sqrt{E[|z_2(t) - E\{z_2(t)z'^*_1(t)\}z'_1(t)|^2]}} \quad (C-9)$$

(iii) Si nous continuons de cette manière, nous pouvons déterminer tous les éléments de la base orthonormale :

$$z'_j(t) \quad \text{avec :} \quad j=1, 2, \dots, K \quad \text{et} \quad K \leq N$$

et $z'_k(t)$ serait donné par :

$$z'_k(t) = \frac{f_k(t)}{\sqrt{E[|f_k(t)|^2]}} \quad (\text{C-10})$$

avec :

$$f_k(t) = z_k - \sum_{j=1}^{k-1} \alpha_{kj} z'_j(t)$$

et

$$\alpha_{kj} = E[z_k z'^*_j]$$

d'ou :

$$f_k(t) = z_k - \sum_{j=1}^{k-1} E[z_k(t) z'^*_j(t)] z'_j(t) \quad (\text{C-11})$$

En substituant (C-11) dans (C-10) nous aurons :

$$z'_k(t) = \frac{z_k(t) - \sum_{j=1}^{k-1} E[z_k(t) z'^*_j(t)] z'_j(t)}{\sqrt{E \left[\left| z_k(t) - \sum_{j=1}^{k-1} E[z_k(t) z'^*_j(t)] z'_j(t) \right|^2 \right]}} \quad (\text{C-12})$$