

17/88

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

—“0”—

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

THESE

Présentée à

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات
 المكتبة — BIBLIOTHEQUE
 Ecole Nationale Polytechnique

L'ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

pour obtenir

LE DIPLOME DE MAGISTER EN HYDRAULIQUE

par

MOULOUDI Yahia

ETUDE D'UN ECOULEMENT PERMANENT
 A REGIME VARIABLE DANS UN PROFIL
 PARABOLIQUE CONSTANT EN PRESENCE
 OU EN ABSCENCE D'UN RESSAUT

SOUTENUE EN JUIN 1988 DEVANT LA COMMISSION D'EXAMEN :

- PRESIDENT : M.A. AIT-ALI.....PROFESSEUR.....(E.N.P.)
 RAPPORTEUR : G. LAPRAY.....PROFESSEUR.....(E.N.P.)
 EXAMINATEURS { V.MITRIVELLI.....MAITRE DE CONFERENCE..(E.N.P.)
 M.KHAMMARI.....CHARGE DE COURS.....(I.N.A.)
 V.TAGUI-ZADEMAITRE DE CONFERENCE..(E.N.P.)
 INVITE : B.BENGHEDDACHE.....DOCTEUR ES-SCIENCES...

(MINISTERE D'HYDRAULIQUE)

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

— "0" —

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

THESE

Présentée à



L'ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

pour obtenir

LE DIPLOME DE MAGISTER EN HYDRAULIQUE

par

MOULOUDI Yahia

**ETUDE D'UN ECOULEMENT PERMANENT
A REGIME VARIABLE DANS UN PROFIL
PARABOLIQUE CONSTANT EN PRESENCE
OU EN ABSCENCE D'UN RESSAUT**

SOUTENUE EN JUIN 1988 DEVANT LA COMMISSION D'EXAMEN :

PRESIDENT : M.A. AIT-ALI.....PROFESSEUR.....(E.N.P.)
RAPPORTEUR : G. LAPRAY.....PROFESSEUR.....(E.N.P.)
EXAMINATEURS { V.MITRIVELLI.....MAITRE DE CONFERENCE..(E.N.P.)
M.KHAMMARI.....CHARGE DE COURS.....(I.N.A.)
V.TAGUI-ZADEMAITRE DE CONFERENCE..(E.N.P.)
INVITE : B.BENGHEDDACHE.....DOCTEUR ES-SCIENCES...

(MINISTERE D'HYDRAULIQUE)



R E M E R C I E M E N T S

Je ne saurais dire qui, dans notre département d'hydraulique (E.N.P) ne m'a apporté, un jour ou l'autre, une aide, un conseil ou un encouragement; c'est pourquoi, je voudrais tout d'abord remercier tous mes collègues.

Néanmoins, certaines personnes en raison de circonstances ou de leur fonction, ont été plus proches de ce travail.

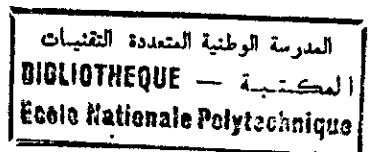
Monsieur le Professeur G. LAPRAY a accepté de suivre mes travaux, ses conseils et son aide ont toujours été très fructueux; je le remercie très vivement pour avoir bien voulu être mon Directeur de thèse, qui m'a beaucoup conseillé et qui a toujours été disponible quand j'ai sollicité son avis aux différentes étapes de ce travail.

Messieurs MITREVELLI et A. BILEK qui m'ont apporté beaucoup de conseils; il m'est très agréable de les remercier d'être rapporteurs de cette thèse.

C'est avec un grand plaisir que je remercie Monsieur AIT ALI qui a bien voulu accepter d'être président du jury.

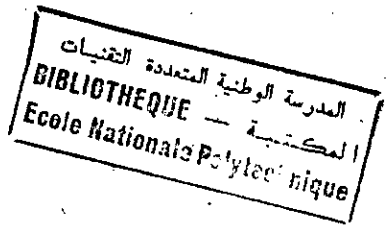
Je ne pourrai également oublier de remercier Monsieur ABDERAHIM D., mon directeur de département pour ses conseils.

Messieurs GAHMOUSSE, KHAMARI et BENGUEDACHE qui ont accepté également d'être membres du jury.

NOTATIONS.

- a : dimension linéaire quelconque.
 b : largeur.
 e : largeur du plan liquide.
 f : coefficient de frottement.
 g : accélération de la pesanteur.
 h : profondeur, hauteur piézométrique.
 k : profondeur critique, rugosité de STRICKLER.
 n : rugosité de Manning, Ganguillet-Kutter.
 p : pression.
 q : débit volume par unité de largeur.
 u : vitesse linéaire d'une particule.
 w : débit en poids.
 ψ : paramètre de cambrure.
 A : aire d'une section.
 c : coefficient de CHEZY.
 D : diamètre.
 D_h : diamètre hydraulique.
 B^h : largeur du plan d'eau.
 J : perte de charge par unité de longueur.
 J_0 : pente géométrique.
 J_p : pente piézométrique.
 L^p : longueur, largeur plafond.
 P : périmètre mouillé.
 Q : débit volume.
 V : volume.
 F : nombre de Froude.
 α : facteur de correction de l'énergie cinétique.
 β : facteur de correction de la quantité de mouvement.
 δ : rugosité de Bazin.
 ϵ : rugosité de Nikuradsé.
 γ : paramètre de forme d'un profil parabolique.
 ν : exposant de la longueur fluidodynamique.
 κ : coefficient de Karman.
 λ : facteur de transition, échelle linéaire d'un modèle réduit.
 μ : viscosité dynamique.
 ν : viscosité cinématique.
 \bar{w} : poids spécifique.
 ρ : masse volumique.
 a_0, b_0, e_0, h_0 : paramètres dimensionnels.
 B : côté du carré de la parabole inscrivible.
 ΔH : paramètre dimensionnel de la perte de charge.
 h^+ : paramètre dimensionnel de la profondeur.
 Δh^+ : différence de hauteur piézométrique.
 R_m : rayon moyen.
 R : nombre de Reynolds.
 X : profondeur.
 ϕ : paramètre composé du débit maximal admissible passant par un barrage déversoir.
 Γ : paramètre composé du débit maximal admissible passant sous une vanne de fond suivie d'un seuil.

- Ω : paramètre composé du débit, correspondant à l'extinction du régime catastrophique.
 A : intégrale n°1 dans le cas des canaux à pente I.
 B : intégrale n°2 dans le cas des canaux à pente I.
 C : intégrale dans le cas des canaux à fond plat.
 D : constante pour le calcul de U_n et y_n .
 F : nombre de Froude pour le tirant d'eau normal y_n .
 F^*, F_0 : constantes pour le calcul du nombre de Froude.
 K : exposant de u, ψ, y pour les canaux paraboliques.
 f : largeur au miroir.
 L^* : largeur de référence caractéristique de la section géométrique.
 S : section mouillée.
 u : variable réduite.
 U_n : variable réduite liée à y_n .
 ψ_n : variable liée au rapport u/U_n ou y/y_n .
 x : abscisse en long.
 y : tirant d'eau.
 y_n, h_n : profondeur normale.
 y_c : profondeur critique.



INTRODUCTION.

CHAPITRE I: résumé des bases théoriques et démonstration de la théorie.

- I-1: résumé des bases théoriques.
- I-2: signification physique de la longueur fluidodynamique.
- I-3: démonstration de la théorie.
- I-4: écoulement en régime de transition.
- I-5: facteur de transition.
- I-6: détermination du débit en régime de transition.
- I-7: détermination du gradient de perte de charge en régime de transition.

CHAPITRE II: application de la théorie à un écoulement passant par un canal à profil parabolique.

- II-1: considérations générales.
- II-2: écoulement en régime critique.
- II-3: pente critique dans un canal à section et rugosité constantes.
- II-4: représentation graphique et calcul des paramètres de dimension pour la forme parabolique.
- II-5: tableau des paramètres dimensionnels.

CHAPITRE III: étude qualitative et quantitative d'un écoulement permanent uniforme et non uniforme.

- III-1: écoulement permanent uniforme dans les canaux.
- III-2: critiques, précisions et comparabilité des formules.
- III-3: remarques.
- III-4: pente critique.
- III-5: détermination de la profondeur normale.
- III-6: détermination de la profondeur critique.

CHAPITRE IV: étude théorique de la méthode classique pour le contrôle des résultats déterminés par l'expérimentation et calculés par la méthode exposée.

- IV-1: calcul théorique.
- IV-2: calcul de la hauteur en régime uniforme.
- IV-3: calcul de la hauteur critique et du nombre de Froude.
- IV-4: calcul des courbes de remous dans le cas général.
- IV-5: calcul des courbes de remous.

CHAPITRE V: programme et organigramme des courbes de remous par la méthode exposée.

- V-1: programmes et organigrammes des courbes de remous.
- V-2: programmes-courbes de remous-généralités.
- V-3: programmes des courbes de remous.
- V-4: organigramme des courbes de remous-profil parabolique.
- V-5: programme des courbes de remous-profil parabolique.
- V-6: notice d'emploi.
- V-7: principaux types de problèmes sur le calcul des canaux où l'écoulement est non uniforme.

CHAPITRE VI: le ressaut (étude et programme).

INTRODUCTION.

- VI-1: problèmes de base des ressauts.
- VI-2: détermination complète du problème et solutions.
- VI-3: représentation graphique de la fonction Z.
- VI-4: étude du ressaut.
- VI-5: organigramme du ressaut-canal parabolique.
- VI-6: programmes-détermination des caractéristiques du ressaut.

CHAPITRE VII: similitude et étude du modèle.

- VII-1: conception et réalisation du modèle.
- VII-2: description de l'installation-manipulation.
- VII-3: résultats expérimentaux.
- VII-4: analyse des résultats.
- VII-5: conclusion.

I N T R O D U C T I O N

La présente étude a pour objet la vérification expérimentale de la fiabilité et de la précision des résultats de calcul obtenus en application de la méthode de la longueur fluidodynamique aux écoulements de liquides permanents, uniformes ou à profondeur et régime brusquement variables, se produisant en conduites paraboliques à ciel ouvert.

La dite vérification expérimentale fait partie intégrante d'un ensemble de travaux de recherche destiné à confirmer la validité de cette méthode simple, rapide et précise, basée sur les formules exactes de Nikuradse et de Colebrook-White, permettant d'étendre leur validité même aux écoulements, passant en conduites à ciel ouvert. Cette méthode permet de réduire la plupart des problèmes d'hydraulique n'ayant pas de solution analytique directe à la conception et à l'étude d'un modèle mathématique unique, dont les résultats sont extrapolables, moyennant de méthodes graphiques ou informatiques à l'ensemble des problèmes analogues, permettant leur solution simple, rapide et précise.

Les résultats obtenus par ce procédé sont identiques à ceux que l'on pourrait obtenir par les méthodes itératives laborieuses encore utilisées par la plupart des hydrauliciens, mais leur obtention est incomparablement plus rapide et plus simple.

Une expérimentation de l'E.N.P étendue aux conduites forcées et à ciel ouvert: rectangulaire, triangulaire et circulaire, partiellement mouillés, a déjà confirmé la fiabilité et la précision de cette méthode et a fourni en même temps la justification de l'application des formules exactes de Nikuradse et de Colebrook-White aux écoulements se produisant en conduites à ciel ouvert.

D'autre part le profil mouillé dans de tels canaux, constitués dans tous les cas par un segment de parabole droit, est dans tous les cas réductible, moyennant la similitude distordue en un segment de parabole inscrivible dans un mètre carré.

Cette circonstance a facilité la conception et l'étude du modèle mathématique, objet de la présente thèse et a permis en plus de confirmer la possibilité d'étudier des écoulements en vraie grandeur, se produisant en régime turbulent rugueux, au laboratoire sur un modèle à petite échelle en régime de transition, grâce à la validité universelle de la formule de Colebrook-White prouvée par la longue série de nos essais.

FORMULES UTILISEES.

.....

Formule générale des écoulements permanents uniformes incompressibles, dite de **DARCY-WEISBACH**:

$$J = f/D_h \cdot v^2 / 2g \dots\dots\dots (B-1)$$

Formule de **CHEZY**:

$$v = C \cdot [R_m \cdot J]^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (B-2)$$

$$C = [8g/f]^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (B-21)$$

$$v = [8g/f]^{\frac{1}{2}} \cdot [R_m \cdot J]^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (B-22)$$

$$D_h = 4R_m \dots\dots\dots (B-23)$$

$$v = 0,5 \cdot C \cdot [D_h \cdot J]^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (B-24)$$

$$v = (2g/f) \cdot [D_h \cdot J]^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (B-25)$$

$$Q = A \cdot (2g/f) \cdot [D_h \cdot J]^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (B-26)$$

Pour les écoulements en régime turbulent rugueux, la formule de **NIKURADSE**:

$$f^{-\frac{1}{2}} = 1,14 - 0,86 \cdot \text{Ln } \epsilon/D_h \dots\dots\dots (B-3)$$

Pour les écoulements en régime de transition, la formule de **COLEBROOK**:

$$f^{-\frac{1}{2}} = -0,86 \cdot \text{Ln} \left[\frac{\epsilon/D_h}{3,7} + \frac{2,51}{R \cdot f^{\frac{1}{4}}} \right] \dots\dots\dots (B-4)$$

Formule générale exprimant la condition du régime critique d'un écoulement permanent uniforme à surface libre:

$$Q^2 \cdot e / gA^3 = 1 \dots\dots\dots (B-5)$$

Equation du profil en long d'un liquide en écoulement à surface libre, permanent graduellement non uniforme, passant par un canal à section transversale sèche invariable:

$$dh = \frac{1 - Q^2 e / gA^3}{J_0 - J} \cdot dh \dots\dots\dots (B-6)$$

C H A P I T R E I

RESUME DES BASES THEORIQUES ET

DEMONSTRATION DE LA THEORIE

I-1. Résumé des bases théoriques.

Dans le cas d'un écoulement permanent incompressible d'un fluide passant par une conduite longue à profil constant, les éléments à considérer sont les suivants:

Q : le débit volume.

J : le gradient de la perte de charge.

ξ : la rugosité absolue de la conduite.

a : une dimension linéaire arbitrairement choisie, du profil:

(ex. la largeur du plan d'eau d'un profil parabolique).

$\zeta = h/e$: paramètre de forme d'un profil parabolique.

ν : viscosité cinématique du fluide véhiculé.

Les éléments ci-dessus énumérés ne sont pas indépendants les uns des autres; la relation existant entre eux est régie par une loi physique qui peut être rapprochée par les formules théoriques et empiriques usuelles, telles que DARCY-WEISBACH, CHEZY, NIKURADSE et COLEBROOK, etc...

La dite relation peut être exprimée symboliquement sous forme implicite pour les profils paraboliques, par:

$$f_p(J, Q, \xi, a, \zeta, \nu) = 0 \tag{I-1}$$

ou encore sous forme explicite par:

$$J = f_{pJ}(Q, \xi, a, \zeta, \nu) \tag{I-2}$$

$$Q = f_{pQ}(J, \xi, a, \zeta, \nu) \tag{I-3}$$

$$\xi = f_p(J, Q, a, \zeta, \nu) \tag{I-4}$$

$$a = f_{pa}(J, Q, \xi, \zeta, \nu) \tag{I-5}$$

$$\zeta = f_p(J, Q, \xi, a, \nu) \tag{I-6}$$

$$\nu = f_p(J, Q, \xi, a, \zeta) \tag{I-7}$$

Des équations analogues peuvent être établies pour tout profil défini par une dimension linéaire a arbitrairement choisie et par un nombre suffisant de paramètres de forme.

Les formules de Darcy-Weissbach et de Chézy avec le diagramme de Moody permettent la détermination de J en fonction des autres variables; cependant, la détermination de chacune des autres variables comme Q, a et le paramètre de forme, n'est possible que par tâtonnement ou approximations successives.

Nous avons délibérément abandonné l'emploi des anciennes formules empiriques encore utilisées par de nombreux hydrauliciens pour le calcul des écoulements à surface libre car les dites formules ne tiennent pas compte de l'existence du régime de transition où l'effet de la viscosité ne peut pas être laissé hors considération. Par ailleurs l'indice de la nature de la paroi intervenant dans ces formules donne lieu à beaucoup d'incertitude.

On pourrait imaginer que pour faciliter la détermination de chacune des sus-dites variables, on dresse des tableaux numériques ou des abaques. En effet, cela serait possible par une seule courbe dans le cas où la grandeur demandée ne dépendait que d'une seule courbe, dans le cas où la grandeur demandée ne dépendait que d'une seule variable, par une famille de courbes si elle ne dépendait que de deux variables.

L'influence d'une troisième variable nécessiterait déjà une série de familles de courbes, tandis que la dépendance d'une quatrième et à fortiori d'une cinquième variable exclut toute possibilité rationnelle d'une représentation numérique ou graphique de ces fonctions.

Dans le but de trouver une solution directe à ces problèmes, nous allons démontrer que chacune des dimensions linéaires du profil d'un fluide en écoulement incompressible, ou pouvant être considéré comme tel en raison d'un faible gradient de pression, passant par une conduite à section constante quelconque, peut être déterminée par le produit de trois facteurs.

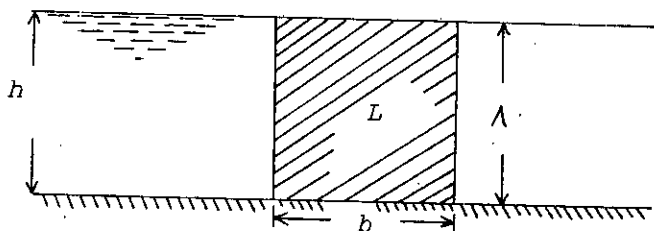
Le premier ayant la dimension d'une longueur que nous appellerons pour cette raison "longueur fluidodynamique", et désigné par Λ est une fonction monovalente du rapport $Q/(J)^{1/2}$, de la rugosité ϵ et de l'accélération de la pesanteur; symboliquement:

$$\Lambda = f(Q/(J)^{1/2}, \epsilon, g) \tag{I-8}$$

I-2 Signification physique de la longueur fluidodynamique:

Il est démontré que la signification physique de la longueur fluidodynamique est donnée par la longueur $\Lambda = h = b$ du côté de la tranche quadratique hachurée (carré "L") découpée dans une section droite quelconque d'un courant permanent à profondeur constante passant sur un plan incliné indéfiniment large, véhiculant un débit Q passant par le carré "L", soit un débit unitaire $q = Q/\Lambda$ (voir figure ci-dessous).

fig. I-1:



Le second facteur que nous appellerons "paramètre de dimension" est un nombre sans dimension qui ne dépend que de la forme du profil fluide. Il sera désigné par le même symbole que la dimension respective et distingué par un indice "o"; ainsi par exemple: Pour les profils paraboliques (voir figure 2) on a, en choisissant pour dimension linéaire la largeur e du plan d'eau:

$$a_o = e_o = f_e(\zeta) \tag{I-9_e}$$

Pour le même profil, en choisissant pour dimension linéaire la profondeur d'eau h , on a:

$$a_o = h_o = f_h(\zeta) \tag{I-9_h}$$

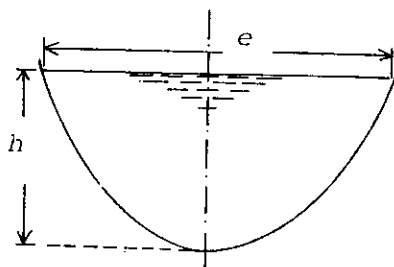


fig. I-2

Les paramètres dimensionnels sont indépendants de Q, J et de ε; ils n'ont pas le caractère d'applicabilité générale comme la longueur fluidodynamique, au contraire leur caractère est tout à fait individuel, car le calcul d'une dimension quelconque du profil liquide ne peut être effectué qu'à l'aide de la valeur du paramètre dimensionnel y correspondant.

Le troisième facteur sera appelé "facteur de transition" est désigné par λ. C'est un paramètre sans dimension, fonction de la rugosité relative ε/D_h et du nombre de Reynolds; symboliquement:

$$\lambda = f(\epsilon/D_h, R) \tag{I-10}$$

Avec les éléments définis par (I-8), (I-9) et (I-10) on a l'équation fondamentale de la théorie de la longueur fluidodynamique:

$$a = \Lambda \cdot a_0 \cdot \lambda \tag{I-11}$$

Ainsi:

- la largeur du plan d'eau est : $e = \Lambda \cdot e_0 \cdot \lambda$
- la profondeur d'eau est : $h = \Lambda \cdot h_0 \cdot \lambda$

Pour les écoulements en régime turbulent rugueux caractérisés par:

$$R > R_{lim.}$$

on a: $\lambda = 1$.

L'équation (I-11) se réduit à :

$$a = \Lambda \cdot a_0 \tag{I-11_a}$$

Dans le cas des écoulements à surface libre, permanents mais non uniformes donc à section variable, chacune des dites sections a sa propre longueur fluidodynamique différente de celle des autres. En vue de réduire l'analyse de ces écoulements à la conception et l'utilisation d'une série de fonctions adimensionnelles de validité générale, représentable par un nombre correspondant de diagrammes il nous a semblé opportun de rapporter toutes les dimensions du domaine occupé par un tel écoulement à la longueur fluidodynamique:

$$\Lambda_{crit.} = (Q^2 \cdot e_0 / g \cdot A_0^3)^{\frac{1}{5}}$$

correspondant au régime critique conditionné par la relation (B-5):

$$Q^2 \cdot e / g \cdot A^3 = 1 \tag{B-5}$$

Les paramètres de dimension exprimant le rapport entre la dimension considérée et Λ_{crit.} seront désignés par la même lettre que la dimension relative et ils seront distingués par l'indice "+", par exemple, si la charge totale dans une section 1. est désignée par H₁, on aura le paramètre dimensionnel y correspondant H₁₊.

Dans le cas d'un écoulement passant par un canal parabolique, on a:

$$\Lambda_{crit.} = k = h_{crit.}$$

Nous avons établi pour ce cas spécial un abaque composé de diagrammes adimensionnels, permettant de déterminer les valeurs concomitantes des paramètres adimensionnels:

- H₊ de la charge totale
- h_{f+} de la profondeur d'eau correspondant au régime fluvial
- h_{t+} de la profondeur d'eau correspondant au régime torrentiel
- h_{r+} de la profondeur d'eau à l'aval d'un ressaut transformant le

régime torrentiel de l'écoulement en régime fluvial

ΔH la perte de charge occasionnée par le ressaut.

Il suffit de connaître le débit Q et un seul des éléments ci-dessus pour en déduire, à l'aide du dit abaque ou programme, la valeur de chacune des autres.

L'emploi de cet abaque ou programme, permettant l'application de la théorie de la longueur fluidodynamique aux écoulements dans les canaux paraboliques, passant par les ouvrages courts, en présence ou en absence du ressaut, donne une solution directe, simple et rapide de ce genre de problème dans tous les cas où les pertes de charge linéaires restent faibles par rapport à celles dues au ressaut. La théorie de la longueur fluidodynamique facilite le calcul du débit critique:

$$Q_k = g^{1/2} \cdot \Lambda^{5/2} \cdot Q_{ko}$$

Dans cette dernière équation le paramètre du débit critique est:

$$Q_{ko} = (A_o^3 / e_o)^{1/2}$$

Ce paramètre sans dimension ne dépend que de la forme de la section et peut être exprimé en fonction de l'un des paramètres dimensionnels arbitrairement choisis. Nous l'avons représenté pour les profils paraboliques, en fonction du paramètre de forme $\zeta = h/e$ sur un abaque (figure 7).

I-3 Démonstration de la théorie.

Il est notoire que la formule de Colebrook déterminant la valeur du coefficient de frottement f de la formule (I-3) de Darcy-Weissbach se confond pour les valeurs élevées du nombre de Reynolds R et de la rugosité relative ϵ/D_h , correspondant au régime turbulent rugueux, avec la formule de Nikuradsé:

$$f^{-1/2} = 1,14 - 0,86 \cdot \text{Ln} \epsilon/D_h \quad (B-3)$$

en représentant cette dernière équation dans un système d'axes de coordonnées à divisions logarithmiques (voir figure I-3), on peut constater que les courbes représentant cette fonction pour diverses valeurs de ϵ sont très plates et peuvent être remplacées dans un domaine assez étendu de D_h par une droite sécante équilibrée. Autrement dit la fonction exprimée par (B-3) peut être remplacée tronçon par tronçon avec une bonne approximation par des fonctions ayant la forme:

$$\log(f^{-1/2}) = \mathcal{V} \cdot \log D_h + \log \beta \quad (I-12)$$

soit:

$$f^{-1/2} = \beta \cdot D_h^{\mathcal{V}} = \beta (4 \cdot R_m)^{\mathcal{V}} \quad (I-12_a)$$

Les valeurs de \mathcal{V} et de β dépendent essentiellement de la rugosité de la conduite et varient légèrement en fonction du domaine de D_h considéré.

La famille de courbes représentant l'équation (B-3) permet de déterminer les valeurs de \mathcal{V} et de β pour un domaine de D_h plus ou moins étendu selon l'approximation exigée.

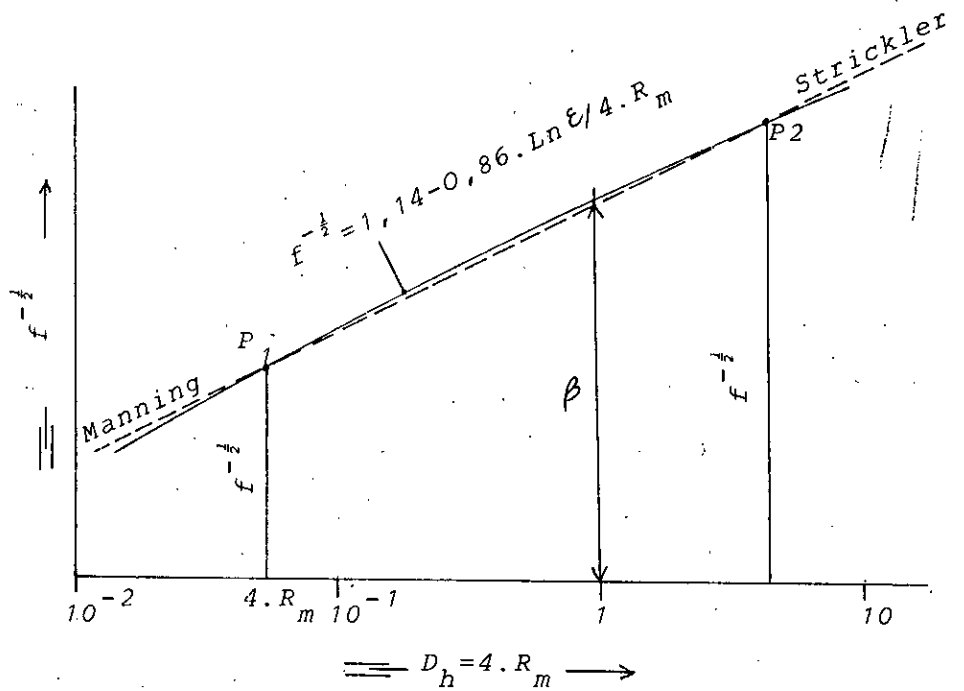
Par exemple, si l'on divise le champ de la figure (I-3) en trois zones, de manière à ce que:

pour la première: $10^{-2} m \leq D_h \leq 10^{-1} m$

Pour la seconde: $10^{-1} m \leq D_h \leq 1,0 m$

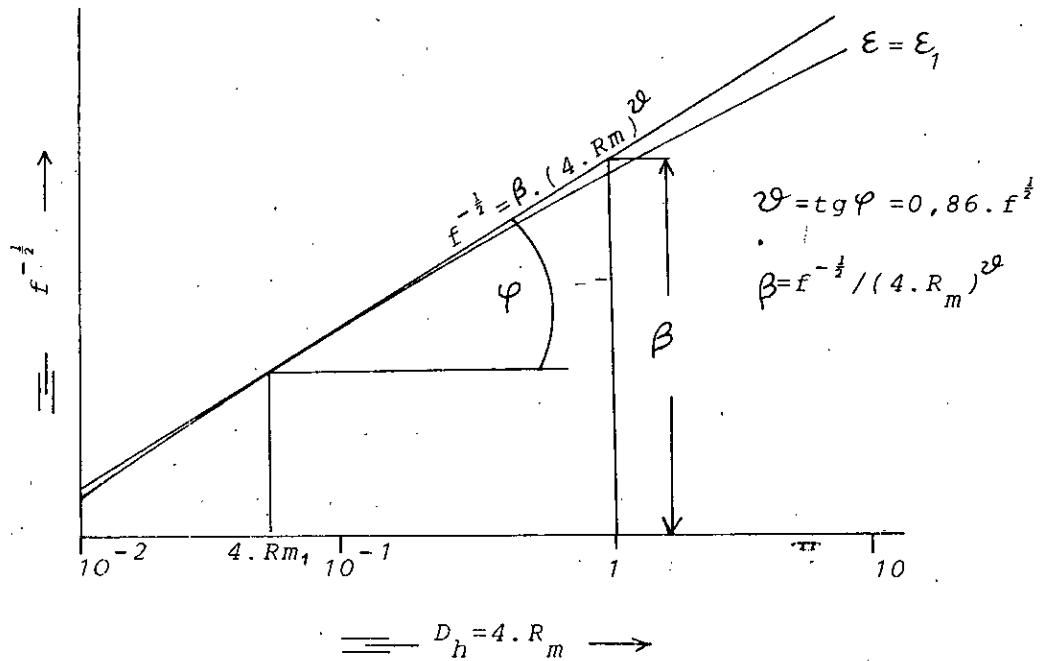
Pour la troisième: $1,0 m \leq D_h \leq 10 m$

fig. I-3



En substituant (I-12) à la place (B-3), on a (voir figure I-4), le même facteur $f^{-\frac{1}{2}}$ en représentant (I-12) avec son coefficient β et son exposant φ correspondant au cas spécial où $\epsilon = \epsilon_1$ et $R_m = R_{m1}$.

fig I-4



La différence entre les valeurs de $f^{-\frac{1}{2}}$ déterminées par la formule (B-3) de Nikuradsé d'une part et par (I-12a) représenté par la droite sécante équilibrée d'autre part, reste inférieure à 1%; si cette précision n'est pas suffisante, on peut déterminer \mathcal{V} et β pour un domaine plus restreint.

Finalement si le domaine considéré se réduit à une valeur bien déterminée de D_h , on tire la valeur de \mathcal{V} en dérivant $\log(1-3)$:

$$\mathcal{V} = \partial \log f^{-\frac{1}{2}} / \partial \log D_h = 0,86 \cdot f^{\frac{1}{2}} \quad (I-13)$$

Avec la valeur de \mathcal{V} ainsi déterminée, on tire de (I-12a) :

$$\beta = f^{-\frac{1}{2}} / D_h^{\mathcal{V}} = 0,86 / (29 \cdot D_h^{\mathcal{V}}) \quad (I-14)$$

En posant $D_h = 4 \cdot R_m$, on a en application de:

$$V = (8 \cdot g / f)^{\frac{1}{2}} \cdot (R_m \cdot J)^{\frac{1}{2}} = f^{-\frac{1}{2}} \cdot (8 \cdot g)^{\frac{1}{2}} \cdot (R_m \cdot J)^{\frac{1}{2}} \quad (I-15)$$

Pour un couple de valeurs arbitrairement choisis de la rugosité $\mathcal{E} = \mathcal{E}_1$ et du rayon moyen $R_m = R_{m1}$, le facteur $f^{-\frac{1}{2}} = f_1^{-\frac{1}{2}}$ y correspondant peut être graphiquement déterminé en représentant la formule (B-3) de Nikuradsé, dans un système d'axes de coordonnées à divisions logarithmiques (voir figure 3) par l'ordonnée du point d'intersection de la courbe par la verticale déterminée par l'abscisse $4 \cdot R_m = 4 \cdot R_{m1}$ avec la valeur ainsi déterminée de $f_1^{\frac{1}{2}}$ l'équation (I-15) devient:

$$V = (1,14 - 0,86 \cdot \ln \mathcal{E} / 4 \cdot R_m) \cdot (8g)^{\frac{1}{2}} \cdot (R_m \cdot J)^{\frac{1}{2}} \quad (I-15a)$$

Avec la valeur de $f^{-\frac{1}{2}}$ ainsi déterminée, l'équation (I-15) devient:

$$V = \beta \cdot (4 \cdot R_m)^{\mathcal{V}} \cdot (8g)^{\frac{1}{2}} \cdot (R_m \cdot J)^{\frac{1}{2}} \quad (I-15b)$$

Il est bien évident que l'exposant \mathcal{V} et le coefficient β figurant dans cette dernière équation ne sont pas indépendants des variations de \mathcal{E} et de R_m et ne peuvent être considérés comme constants que pour un domaine plus ou moins restreint de R_m même si \mathcal{E} est constante. Pour cette raison l'application de (I-15b) pour la solution du problème ne serait pas aisée et nous avons choisi une troisième méthode pour la détermination du facteur $f^{-\frac{1}{2}}$ de l'équation (I-15). On peut en effet obtenir la valeur précise de celui-ci (voir figure I-5) en attribuant à l'exposant la valeur constante de $\mathcal{V} = 0,15$ correspondant à sa moyenne et en tenant compte de l'influence des variations de ces éléments; ainsi l'exposant gardant sa valeur constante de $\mathcal{V} = 0,15$ on aura en application de (I-14) pour chaque couple de valeur de \mathcal{E} et de $D_h = 4 \cdot R_m$ la valeur correspondante de:

$$\beta = f^{-\frac{1}{2}} / (4 \cdot R_m)^{0,15} \quad (I-14a)$$

Avec la valeur de $f^{-\frac{1}{2}}$ ainsi déterminée, l'équation (I-15) devient:

$$V = \beta \cdot (4 \cdot R_m)^{0,15} \cdot (8g)^{\frac{1}{2}} \cdot (R_m \cdot J)^{\frac{1}{2}} \quad (I-15a)$$

En posant: $\mathcal{K} = 4^{0,15} \cdot \beta \cdot (8g)^{\frac{1}{2}}$, la relation (I-15a) devient:

$$V = \mathcal{K} \cdot R_m^{0,65} \cdot J^{\frac{1}{2}} \quad (I-15b)$$

Par définition on a:

$$R_m = A/P, \text{ soit: } A = P \cdot R_m \quad (I-16)$$

En introduisant le paramètre de cambrure:

$$\mathcal{P} = R_m/P \quad (I-17)$$

On tire, en éliminant P entre (I-16) et (I-17):

$$A = R_m^2 / \varphi \tag{I-18}$$

$$\varphi = A / P^2 \tag{I-19}$$

Avec (I-18) l'équation (I-15b) devient:

$$V = Q/A = \varphi \cdot Q / R_m^2 = \alpha \cdot R_m^{0,65} \cdot J^{1/2}$$

soit: $\varphi \cdot Q / \alpha \cdot J^{1/2} = R_m^{2,65}$, d'où:

$$R_m = \varphi^{1/2,65} \cdot (Q / \alpha \cdot J^{1/2})^{1/2,65} \tag{I-16a}$$

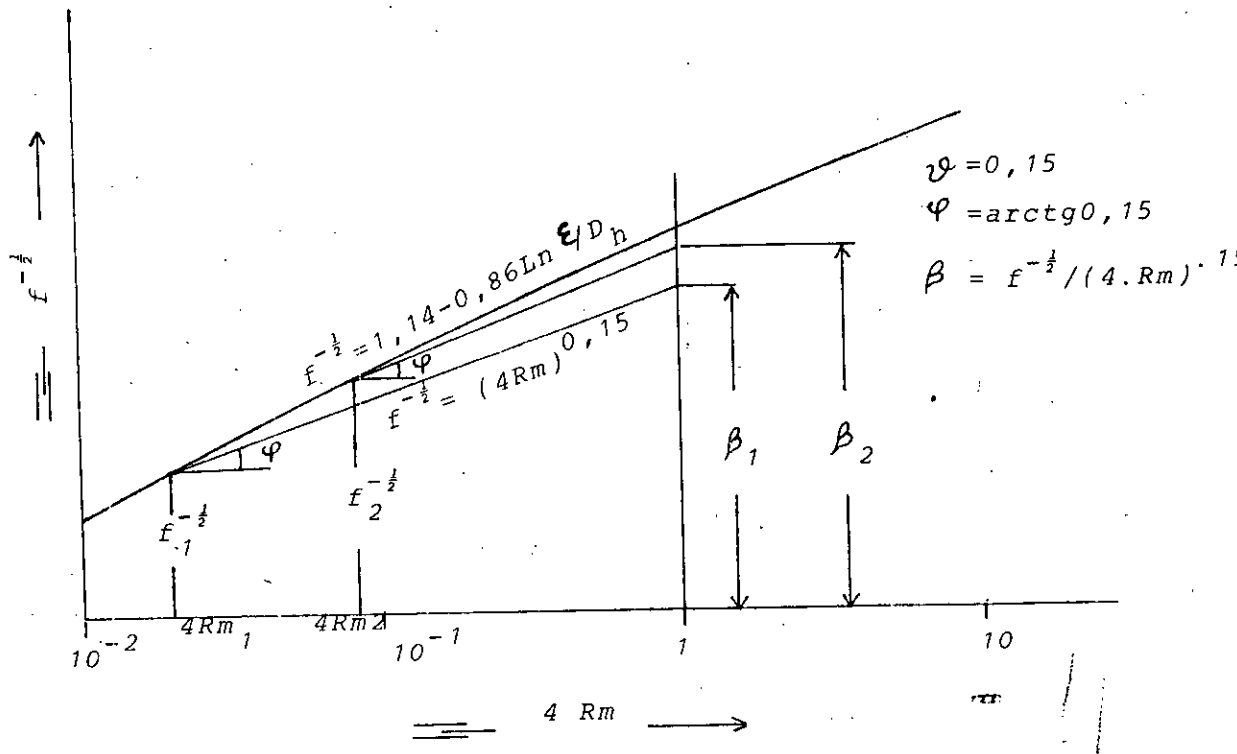
Soit en posant: $R_{m0} = \varphi^{1/2,65} \tag{I-18}$

et: $\Lambda = (Q / \alpha \cdot J^{1/2})^{1/2,65} \tag{I-19}$

On tire finalement: $R_m = R_{m0} \cdot \Lambda \tag{I-20}$

La famille de courbes plates parallèles, représentant la fonction de Nikuradsé (figure 3) est remplacée par Bazin, Kutter et autres par une famille de courbes convergentes éloignée de celle-ci, (fig 4).

fig. I-5



Strickler et Manning remplacent chacune des courbes par une droite sécante équilibrée (ligne pointillée de la fig. I-3) déterminée par un exposant constant $\mathcal{V} = 1/6$ et par un coefficient β dont la valeur ne dépend que de la nature de la paroi. Par voie de conséquence les valeurs lues sur la droite représentant ces dernières formules, ne se confondent avec les valeurs de Nikuradsé que dans les points d'intersection P1 et P2 de la courbe par la droite sécante.

Dans la présente thèse, la courbe représentant la fonction de Nikuradsé, est remplacée par une infinité de droites parallèles déterminées par un même exposant constant $\mathcal{V} = 0,15$ et par un coefficient β variable, dépendant non seulement de la rugosité mais aussi de la valeur de Dh du diamètre hydraulique et la lecture de $f^{-1/2}$ se fait dans tous les cas, dans le point d'intersection de la courbe de Nikuradsé par la droite remplaçante, de sorte que la valeur de $f^{-1/2}$ ainsi obtenue se confond avec la valeur donnée par la formule de Nikuradsé.

Ainsi il est démontré que le rayon moyen et par conséquent toutes les dimensions linéaires y proportionnelles (telles que diamètre, profondeurs, largeur du fond, longueur des côtés etc...) du profil transversal d'une conduite à section constante, ayant sa forme déterminée par un nombre suffisant de paramètres de forme, véhiculant un débit d'un fluide incompressible (ou pouvant être considéré comme tel en raison d'un faible gradient de pression) en écoulement turbulent rugueux pouvant être définies comme le produit de deux facteurs.

Le premier facteur que nous allons dénommer "paramètre de dimension" sera désigné par la même lettre que la dimension considérée et distingué par un indice "o" par exemple:

$R_{mo}, D_{ho}, h_o, e_o, b_o, \text{etc...}$

Le paramètre dimensionnel est un nombre sans dimension fonction de la forme du profil déterminé par des paramètres de forme, les divers paramètres dimensionnels sont indépendant du débit Q, du gradient J de la perte de charge et des propriétés du fluide (viscosité, masse volumique etc...).

Dans l'équation (I-20) le paramètre dimensionnel du rayon moyen est représenté par :

$$R_{mo} = \mathcal{V}^{1/2,65}$$

Cette équation ne donne que le paramètre dimensionnel correspondant au rayon moyen R_m .

En vue d'aboutir à une solution générale du problème des paramètres dimensionnels nous allons désigner par a une dimension linéaire arbitrairement choisie d'une section quelconque qui est toutefois géométriquement semblable à une forme arbitrairement choisie par exemple:

La profondeur h ou la largeur e d'une section parabolique dont la forme est déterminée par un paramètre de forme : $\zeta = h/e = \text{constante}$.

Si pour :

- l'aire de la section mouillée: $A = A_1$
- et la longueur du périmètre mouillé: $P = P_1$

On a quelquesoit la dimension linéaire a arbitrairement choisie:

$$A = A_1 \cdot a^2 \quad \text{et} \quad P = P_1 \cdot a, \quad \text{d'où:}$$

$$R_m = a \cdot A_1 / P_1 \tag{I-21}$$

En considérant que par définition: $R_m = R_{m0} \cdot \Lambda$ et $a = a_0 \cdot \Lambda$, on tire:

$$a_0 = R_{m0} \cdot P_1 / A_1 \quad (I-22)$$

En éliminant R_{m0} entre (I-21) et (I-20) et \mathcal{C} entre (I-18) et (I-19) on tire:

$$a_0 = P_1 / A_1 \cdot (A/P^2)^{1/2,65}$$

mais puisque:

$$A/P^2 = (A_1 \cdot a^2) / (P_1 \cdot a)^2 = A_1 / P_1^2$$

on tire finalement:

$$a_0 = (P_1^{0,65/2,65}) / (A_1^{1,65/2,65}) \text{ soit:}$$

$$a_0 = P_1^{0,245} / A_1^{0,623} \quad (I-22a)$$

L'équation (I-22a) ayant une validité générale, peut être appliquée à tous les profils quelqu'ils soient leur forme.

Le second facteur qui sera appelé "longueur fluidodynamique", et désigné par Λ est une grandeur, ayant la dimension d'une longueur, fonction de $Q/J^{\frac{1}{2}}$ et du coefficient \mathcal{C} , ce dernier, étant fonction de ε subit, en plus, de lentes variations en fonction de R_m .

La valeur Λ de la longueur fluidodynamique ne dépend pas des propriétés du fluide véhiculé (viscosité, masse volumique etc...), puisque la validité de la théorie est limitée aux écoulements incompressibles (ou pouvant être considérés comme tels en raison d'un gradient faible de la masse volumique) et puisque dans cette première phase de nos considérations nous nous limitons aux écoulements en régime turbulent rugueux correspondant à la zone droite supérieure du diagramme de Moody, où les courbes représentant f en fonction de R et de ε/Dh dégénèrent en lignes droites horizontales, devenant indépendantes de R et par voie de conséquence de la viscosité μ .

En ce qui concerne la forme du profil, il est bien évident que la valeur de Λ ne peut pas être parfaitement indépendante de celle-ci car le coefficient \mathcal{C} figurant dans la formule (I-19) subit des variations lentes en fonction de $Dh = \Lambda \cdot D_{h0}$; or le paramètre dimensionnel $D_{h0} = 4 \cdot R_{m0}$ est en vertu de (I-18) une fonction de \mathcal{C} et par voie de conséquence de la forme.

Pour évaluer l'importance de cette influence de la forme sur Λ , on élimine β entre (I-14a) et (I-15') et on tire:

$$\mathcal{C} = 4^{0,15} \cdot D_h^{-0,15} \cdot (8 \cdot g/f)^{\frac{1}{2}} \quad (I-15b')$$

En exprimant $f^{-\frac{1}{2}}$ par la formule (B-3) de Nikuradsé et en considérant que par définition:

$$D_h = \Lambda \cdot D_{h0}$$

l'équation (I-15b') devient:

$$\mathcal{C} = 4^{0,15} \cdot \Lambda^{-0,15} \cdot (8 \cdot g)^{\frac{1}{2}} \cdot (1,14 - 0,86 \cdot \ln \varepsilon / \Lambda \cdot D_{h0}) \cdot D_{h0}^{-0,15} \quad (I-15')$$

En exprimant $Q/J^{\frac{1}{2}}$ par (I-19) on tire:

$$Q/J^{\frac{1}{2}} = \mathcal{C} \cdot \Lambda^{2,65} \quad (I-23)$$

En éliminant \mathcal{C} entre (I-15') et (I-23) on tire:

$$Q/J^{\frac{1}{2}} = 4^{0,15} \cdot D_h^{-0,15} \cdot \Lambda^{0,15} \cdot (8 \cdot g)^{\frac{1}{2}} \cdot (1,14 - 0,86 \cdot \ln \varepsilon / \Lambda \cdot D_{h0}) \cdot \Lambda^{2,65}$$

soit:

$$Q/J^{\frac{1}{2}} = 3,48 \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot Dh\bar{o}^{-0,15} \cdot (1,14 - 0,86 \cdot \text{Ln}\varepsilon/\wedge \cdot Dh\bar{o}) \cdot \wedge^{2,5} \quad (I-24)$$

ou encore:

$$Q/J^{\frac{1}{2}} = 10,90 \cdot Dh\bar{o}^{-0,15} \cdot (1,14 - 0,86 \cdot \text{Ln}\varepsilon/\wedge \cdot Dh\bar{o}) \cdot \wedge^{2,5} \quad (I-24a)$$

Dans cette dernière équation, valable seulement avec des unités S.I le coefficient 10,90 représente le produit:

$$4^{0,15} \cdot (8g)^{\frac{1}{2}}$$

d'où la dimension de ce coefficient est $L^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}$ exprimé en $m^{\frac{1}{2}} \cdot s^{-1}$. En application de (I-24) ou de (I-24a) il serait donc possible de déterminer la valeur de $Q/J^{\frac{1}{2}}$ en fonction de ε et de \wedge si $Dh\bar{o}$ était constant. Cependant en réalité ce paramètre dimensionnel varie en fonction de la forme du profil entre 1,4 et 2,0 si:

$$0,1 \leq \bar{\gamma} \leq 2,5$$

Pour les profils paraboliques.

Si l'on admet que $Dh\bar{o} = 1,67$ (moyenne géométrique de 1,4 à 2), alors qu'en réalité ce paramètre dimensionnel peut avoir une valeur supérieure ou inférieure à cette valeur arbitrairement choisie, on obtient en application de (I-24a) une valeur de $Q/J^{\frac{1}{2}}$ affectée d'une erreur relative faible:

$$\delta(Q/J^{\frac{1}{2}}) = \frac{\frac{\delta}{\delta Dh\bar{o}} (Q/J^{\frac{1}{2}})}{Q/J^{\frac{1}{2}}} \cdot \Delta Dh\bar{o} \quad (I-25)$$

En dérivant suivant $Dh\bar{o}$ la fonction exprimée par le membre droit de (I-24a) on tire:

$$\frac{\delta}{\delta Dh\bar{o}} (Q/J^{\frac{1}{2}}) = 10,9 \cdot \wedge^{2,5} \cdot \frac{\delta}{\delta Dh\bar{o}} [Dh\bar{o}^{-0,15} \cdot (1,14 - 0,86 \cdot \text{Ln}\varepsilon/\wedge \cdot Dh\bar{o})]$$

En posant:

$$u = Dh\bar{o}^{-0,15} \quad \text{et} \quad v = 1,14 - 0,86 \cdot \text{Ln}\varepsilon/\wedge \cdot Dh\bar{o}$$

on a:

$$u' = \frac{\delta u}{\delta Dh\bar{o}} = -0,15 \cdot Dh\bar{o}^{-0,15} \quad \text{et} \quad v' = \frac{\delta v}{\delta Dh\bar{o}} = 0,86 \cdot Dh\bar{o}^{-1}$$

ainsi:

$$\frac{\delta}{\delta Dh\bar{o}} (Q/J^{\frac{1}{2}}) = 10,9 \cdot \wedge^{2,5} \cdot (Dh\bar{o}^{-0,15} \cdot 0,86 \cdot Dh\bar{o}^{-1} - 1,14 \cdot 0,15 \cdot Dh\bar{o}^{-1,15} + 0,86 \cdot 0,15 \cdot Dh\bar{o}^{-1,15} \cdot \text{Ln}\varepsilon/\wedge \cdot Dh\bar{o})$$

Après simplification, cette dernière équation devient:

$$\frac{\delta}{\delta Dh\bar{o}} (Q/J^{\frac{1}{2}}) = 10,9 \cdot \wedge^{2,5} \cdot Dh\bar{o}^{-1,15} \cdot (0,69 + 0,129 \cdot \text{Ln}\varepsilon/\wedge \cdot Dh\bar{o}) \quad (I-25a)$$

Avec $Dh\bar{o} = 1,67$, on a:

$$\frac{\delta}{\delta Dh\bar{o}} (Q/J^{\frac{1}{2}}) = \wedge^{2,5} \cdot [4,17 + 0,78 \cdot \text{Ln}\varepsilon/(1,67 \cdot \wedge)] \quad (I-25b)$$

Le dénominateur de (I-25) devient avec $Dh\bar{o} = 1,67$:

$$Q/J^{\frac{1}{2}} = 10,9 \cdot 1,67^{-0,15} \cdot [1,14 - 0,86 \cdot \text{Ln} \varepsilon / (1,67 \cdot \Lambda)] \cdot \Lambda^{2,5}$$

soit:

$$Q/J^{\frac{1}{2}} = [15,96 - 8,68 \cdot \text{Ln} \varepsilon / (1,67 \cdot \Lambda)] \cdot \Lambda^{2,5} \quad (I-24a)$$

Avec le numérateur et le dénominateur définis respectivement par (I-25b) et (I-24b), l'équation (I-25) devient:

$$\delta(Q/J^{\frac{1}{2}}) = \frac{4,17 + 0,78 \cdot \text{Ln} \varepsilon / \Lambda \cdot Dho}{11,51 - 8,68 \cdot \text{Ln} \varepsilon / \Lambda \cdot Dho} \cdot \Delta Dho$$

où:

$$Dho = 1,67 \quad \text{et} \quad \Delta Dho = 2 - 1,67 = 0,33$$

Nous avons calculé en application de l'équation ci-dessus, l'erreur relative maximale pouvant affecter la valeur de $Q/J^{\frac{1}{2}}$, en effectuant l'opération pour toute la gamme des rugosités relatives comprises entre: $5 \cdot 10^{-2}$ et 10^{-5} (voir tableau ci-dessous)

| | | | | | | | |
|--|-------------------|-----------|-------------------|-------------------|-----------|-------------------|-------------------|
| $\varepsilon/1,67 \cdot \Lambda$ | $5 \cdot 10^{-2}$ | 10^{-2} | $5 \cdot 10^{-3}$ | $2 \cdot 10^{-3}$ | 10^{-3} | $5 \cdot 10^{-4}$ | $2 \cdot 10^{-4}$ |
| $\text{Ln} \varepsilon / 1,67 \cdot \Lambda$ | -3,00 | -4,60 | -5,30 | -6,22 | -6,91 | -7,60 | -8,52 |
| Numérateur | 1,83 | 0,58 | 0,03 | -0,68 | -1,22 | -1,76 | -2,48 |
| Dénominateur | 37,6 | 51,5 | 57,6 | 65,6 | 71,6 | 77,6 | 85,6 |
| $\delta(Q/J^{\frac{1}{2}})\%$ | -1,59 | -0,37 | -0,02 | 0,34 | 0,56 | 0,75 | 0,96 |

| | | |
|--|-----------|-----------|
| $\varepsilon/1,67 \cdot \Lambda$ | 10^{-4} | 10^{-5} |
| $\text{Ln} \varepsilon / 1,67 \cdot \Lambda$ | -9,22 | -11,51 |
| Numérateur | -3,20 | -14,70 |
| Dénominateur | 91,7 | 111,6 |
| $\delta(Q/J^{\frac{1}{2}})\%$ | 1,08 | 1,26 |

Si l'on se contentait de la précision offerte par les formules de Manning ou de Strickler où l'exposant $\mathcal{V}=1/6$ et le coefficient Dh , l'équation (I-24) pourrait être remplacée par:

$$Q/J^{\frac{1}{2}} = k \cdot \Lambda^{8/3}$$

et l'erreur due à la variation de Dho serait apparemment inexistante puisque l'écart entre la valeur réelle de la variable Dho et la constante 1,67 n'aurait aucune influence sur la relation existant entre les variables $Q/J^{\frac{1}{2}}$, ε et Λ .

L'erreur maximale est : $\Delta Dho = 2 - 1,67 = 0,33$

Cette erreur est due à la substitution de la constante 1,67 à la place de la variable D_{ho} dans la formule (I-24a); ce qui entraîne une erreur de $Q/J^{\frac{1}{2}}$, calculée par cette même formule, atteignant son maximum pour les plus fortes et pour les plus faibles des rugosités considérées; la valeur de l'erreur relative ainsi occasionnée, affectant $Q/J^{\frac{1}{2}}$, reste inférieure ou égale à 1,59%.

Inversement, puisque en vertu de (I-19), $Q/J^{\frac{1}{2}}$ est proportionnel à $\Lambda^{2,65}$. On peut tirer la conclusion que la valeur de Λ exprimée en fonction de $Q/J^{\frac{1}{2}}$ et de ϵ , en admettant que $D_{ho} = 1,67$, est affectée d'une erreur relative:

$$|\delta(\Lambda)| \leq 1,59/2,65 = 0,6\%$$

Remarque:

Pour calculer $Q/J^{\frac{1}{2}}$ en fonction de ϵ et de Λ et inversement pour obtenir la représentation graphique de Λ en fonction de $Q/J^{\frac{1}{2}}$ et de ϵ , nous appliquons l'équation (I-24a).

En conclusion des considérations déjà exposées à ce sujet nous admettons que le paramètre dimensionnel du diamètre hydraulique $D_{ho} = 1,67$.

En substituant cette valeur de D_{ho} en (I-24a) on tire:

$$Q/J^{\frac{1}{2}} = 10,94 \cdot 1,67^{-0,15} \cdot (1,14 + 0,86 \cdot \text{Ln}(1,67 \cdot \Lambda) / \epsilon) \cdot \Lambda^{2,5}$$

soit:

$$Q/J^{\frac{1}{2}} = (15,96 - 8,68 \cdot \text{Ln} \epsilon + 8,68 \cdot \text{Ln} \Lambda) \cdot \Lambda^{2,5} \tag{I-24b}$$

I-4. Ecoulement en régime de transition.

I-4-1. Couche limite:

Dans le domaine situé au voisinage immédiat de la paroi, le gradient de vitesse est élevé et entraîne l'existence d'une épaisseur δ du liquide dans laquelle la vitesse varie très rapidement d'une valeur nulle au contact de la paroi à une valeur finie qui diffère d'au moins 1% de la valeur de la vitesse prise dans le corps de l'écoulement; cette épaisseur est appelée couche limite.

I-4-2. Interprétation:

La transition est essentiellement caractérisée par le fait que la hauteur des aspérités étant de l'ordre de grandeur de l'épaisseur de la couche limite laminaire; on voit intervenir simultanément les caractéristiques géométriques de la rugosité ϵ et le nombre de Reynolds R .

Par conséquent, ce régime est caractérisé par le rapport ϵ/δ .

Lorsque la hauteur des aspérités est très faible, la couche limite empêche son influence sur l'écoulement et le régime est hydrauliquement lisse.

I-5. Facteur de transition.

Dans la zone centrale du diagramme de Moody, dite zone de transition, le coefficient de frottement f n'a pas une valeur constante; il est fonction de la rugosité ϵ/D_h et du nombre de Reynolds:

$$f = F(\epsilon/D_h, R)$$

Le facteur de transition λ défini dans la théorie de la longueur fluidodynamique, fonction des mêmes variables, intervient dans les trois catégories de problèmes suivants.

Le premier se présente lorsque ce sont les dimensions du profil d'une conduite que l'on cherche à déterminer en fonction des autres variables connues. Pour trouver dans ce premier cas, la fonction déterminant le facteur de transition, on écrit l'équation de Chézy $V=C.(Rm.J)^{\frac{1}{2}}$ en tenant compte de la continuité, sous la forme:

$$Q = A.(2.g/f)^{\frac{1}{2}}.(Dh.J)^{\frac{1}{2}} \quad (I-26)$$

En éliminant les dimensions linéaires et quadratiques entre cette équation et la formule de Darcy-Weisbach:

$$J = f/Dh . V^2/2.g$$

on tire:

$$Q = \lambda^{5/2} . \Lambda^{5/2} . A_0 . f^{-\frac{1}{2}} . (2.g.Dh_0.J)^{\frac{1}{2}} \quad (I-26a)$$

d'où:

$$\lambda . \Lambda = f^{1/5} . [Q^2 / (2.g.A_0^2.Dh_0.J)]^{1/5} \quad (I-27)$$

avec $\lambda . \Lambda$ et les paramètres dimensionnels, ne dépendant que de la forme du profil, on a toutes les dimensions de la section recherchée:

$$Dh = \lambda . \Lambda . Dh_0 , \quad h = \lambda . \Lambda . h_0 , \quad A = \lambda^2 . \Lambda^2 . A_0$$

En vue de déterminer λ comparons les dimensions ci-dessus à celle d'un profil géométriquement semblable au premier, capable de véhiculer le même débit Q du même fluide, moyennant le même gradient J de la perte de charge et pour lequel le coefficient de frottement f garderait sa valeur constante f_r , correspondant au régime turbulent rugueux dans le domaine tout entier des écoulements pour lesquels: $3500 \leq R \leq R_{lim}$, c'est à dire aussi en zone de transition.

En appliquant la formule (I-27) à ce profil hypothétique, on tire:

$$\Lambda = f_r^{1/5} . [Q^2 / (2.g.A_0^2.Dh_0.J)]^{1/5} \quad (I-28)$$

sachant que $\lambda = 1$ en régime turbulent rugueux.

En divisant (I-27) par (I-28), on tire:

$$\lambda = (f/f_r)^{1/5} \quad (I-29)$$

Dans cette dernière équation le dénominateur f_r ne dépend que de la rugosité relative \mathcal{E}/Dh de la conduite hypothétique avec $Dh_r = \Lambda . Dh_0$, le diamètre hydraulique.

Le numérateur f constitue la valeur réelle du coefficient par la méthode des approximations successives couramment utilisée dans les applications du diagramme de Moody pour la détermination de f en zone de transition.

En première approximation, on débute avec la rugosité relative du profil hypothétique; f est défini par:

$$Rr = Vr . Dh_r / \nu$$

avec:

$$A = \Lambda^2 . A_0 \quad \text{et} \quad Vr = Q/A = Q / (\Lambda^2 . A_0)$$

on tire:

$$Rr = Q . Dh_0 / (\Lambda . A_0 . \nu)$$

ou encore en considérant que par définition: $Dh_0 = 4 . A_0 / \rho_0$

on obtient:

$$Rr = 4 . Q / (\Lambda . \rho_0 . \nu)$$

Rr et \mathcal{E}/Dh_r déterminent dans le diagramme de Moody un point dont l'ordonnée $f' \geq f_r$ constitue une valeur mieux rapprochée à la réalité

du coefficient de frottement, permettant de déterminer:
- une première valeur approximative du facteur de transition:

$$\lambda' = (f'/fr)^{1/5}$$

et des valeurs mieux rapprochées à la réalité de la rugosité relative:

$$(\mathcal{E}/Dh)' = (\mathcal{E}/Dhr) \cdot \lambda'^{-1}$$

et du nombre de Reynolds:

$$R' = Rr \cdot \lambda'^{-1}$$

Avec R' et $(\mathcal{E}/Dh)'$, on repère dans le diagramme de Moody une nouvelle valeur f'' encore mieux rapprochée à la réalité du coefficient de frottement permettant de déterminer:

- une valeur mieux rapprochée à la réalité du facteur de transition:

$$\lambda'' = (f''/fr)^{1/5}$$

et des valeurs encore mieux rapprochées à la réalité de la rugosité relative:

$$(\mathcal{E}/Dh)'' = (\mathcal{E}/Dhr) \cdot \lambda''^{-1}$$

et du nombre de Reynolds:

$$R'' = Rr \cdot \lambda''^{-1}$$

La valeur précise de λ est atteinte si la différence entre f_n et $f_{(n-1)}$ reste inférieure à 0,001. f_n ; dans tous les cas cette précision est atteinte au bout de trois essais.

I-6. Détermination du débit en régime de transition.

La seconde catégorie de problèmes d'écoulement en régime de transition, nécessitant une autre définition du facteur de transition, correspondant au cas où c'est le débit Q véhiculé par une conduite ayant ses caractéristiques données, que l'on cherche à déterminer.

En appliquant l'équation de Darcy-Weisbach et l'équation de continuité le débit réel passant par cette conduite est:

$$Q = A \cdot f^{-1/2} \cdot (2 \cdot g \cdot Dh \cdot J)^{1/2} \tag{I-26}$$

Le débit hypothétique que l'on obtient en supposant que le régime de l'écoulement passant par ce même profil reste turbulent rugueux est:

$$Q_r = A \cdot fr^{-1/2} \cdot (2 \cdot g \cdot Dh \cdot J)^{1/2} \tag{I-26b}$$

En divisant (I-26) par (I-26b), on tire:

$$Q = (f/fr)^{-1/2} \cdot Q_r \tag{I-27}$$

Dans cette dernière équation:

- le dénominateur fr ne dépend que de la rugosité \mathcal{E}/Dhr , bien déterminée de la conduite; sa valeur peut être repérée dans la zone droite supérieure du diagramme de Moody.

- le numérateur f constitue la valeur réelle du coefficient de frottement que l'on obtient par la méthode des approximations successives couramment utilisée dans les applications du diagramme de Moody pour la détermination de f en zone de transition.

En première approximation on calcule en application de (I-26b), la valeur Q_r du débit hypothétique et le nombre de Reynolds hypothétique R_r y correspondant. Avec R_r et la valeur invariable de \mathcal{E}/Dh , on repère dans le diagramme de Moody une valeur f' mieux rapprochée à la réalité du coefficient de frottement et on tire en application de (I-26):

$$Q' = (f'/fr)^{-1/2} \cdot Qr$$

et:

$$R' = (f'/fr)^{-1/2} \cdot Rr$$

Avec R' et avec la valeur invariable de la rugosité ϵ/Dh , on repère dans le diagramme de Moody une valeur f" encore mieux rapprochée à la réalité du débit et du nombre de Reynolds:

$$Q'' = (f''/fr)^{-1/2} \cdot Qr$$

$$\text{et: } R'' = (f''/fr)^{-1/2} \cdot Rr$$

La valeur précise de f, Q et R est atteinte si la différence entre fn et f(n-1) reste inférieure à 0,001.fn; cette précision est dans tous les cas atteinte au bout de trois essais.

En posant:

$$\lambda_Q^{2,65} = (f/fr)^{1/2}$$

on tire:

$$\lambda_Q = (f/fr)^{1/5,3}$$

(I-28)

sachant d'autre part que: $\Lambda = [Qr / (\lambda \cdot J^{1/2})]^{1/2,65}$

(I-19)

le débit d'un écoulement en régime turbulent rugueux réel ou hypothétique, passant par un profil ayant sa longueur fluidodynamique Λ est:

$$Qr = \Lambda^{2,65} \cdot \lambda \cdot J^{1/2}$$

(I-23)

En divisant les dimensions linéaires du profil réel par λ_Q , on obtient un profil hypothétique géométriquement semblable au premier, mais ayant sa longueur fluidodynamique réduite à Λ / λ_Q ; le débit hypothétique turbulent rugueux, passant par ce profil réduit est en application de (I-19):

$$\lambda \cdot (\Lambda / \lambda_Q)^{2,65} \cdot J^{1/2} = \lambda_Q^{-2,65} \cdot Qr = (f/fr)^{-1/2} \cdot Qr = Q$$

Cette dernière équation montre que le débit réel Q passant par une conduite, ayant ses dimensions linéaires D, h ou e etc..., sa longueur fluidodynamique y correspondante $\Lambda = D/Do = h/ho = e/eo$ et son coefficient de frottement y correspondant f, est le même que le débit hypothétique Qr véhiculé par une conduite hypothétique ayant:

- son profil géométriquement semblable au profil réel.
- sa rugosité identique à celle de la conduite réelle.
- les dimensions linéaires de son profil D/λ_Q , h/λ_Q etc...
- sa longueur fluidodynamique Λ/λ_Q .

Ainsi le facteur λ_Q peut être considéré comme un facteur de transition, représentant le rapport entre les dimensions linéaires d'un profil réel et un autre hypothétique.

I-7. Détermination du gradient J de la perte de charge en régime de transition.

La troisième catégorie de problèmes d'écoulement en régime de transition, nécessitant une troisième définition de facteur de transition, correspondant au cas où c'est le gradient J de la perte de charge occasionnée par le passage d'un écoulement en régime de transition, que l'on cherche à déterminer en fonction des autres éléments connus.

Dans ce cas, on connaît a priori les valeurs réelles de ϵ/Dh , de Q et on peut calculer la valeur réelle R du nombre de Reynolds.

Ainsi, on peut repérer dans le diagramme de Moody, les valeurs y correspondantes de f et de fr et on peut calculer, en application de

Darcy-Weisbach, la valeur hypothétique J_r et la valeur réelle J du gradient de la perte de charge; ainsi on a:

$$J_r = (f_r/Dh) \cdot Q^2 / (2 \cdot g \cdot A^2)$$

et:

$$J = (f/Dh) \cdot Q^2 / (2 \cdot g \cdot A^2)$$

d'où:

$$J = J_r \cdot f / f_r$$

sachant que:

$$\Lambda = [Q / (\mathcal{R} \cdot J_r^{1/2})]^{1/2,65}$$

le gradient J_r de la perte de charge nécessaire à véhiculer en régime hypothétique turbulent rugueux un débit Q , passant par un profil ayant sa longueur fluidodynamique est:

$$J_r = Q^2 / (\mathcal{R}^2 \cdot \Lambda^{5,3}) \quad (I-29)$$

En posant:

$$\lambda_J = (f/f_r)^{1/5,3}$$

on divise les dimensions du profil par λ_J pour obtenir un profil géométriquement semblable au premier et ayant sa longueur fluidodynamique réduite à Λ/λ_J ; le gradient de la perte de charge provoquée par le passage du débit Q par ce profil réduit est:

$$Q^2 \cdot \mathcal{R}^{-2} \cdot (\Lambda/\lambda_J)^{-5,3} = \lambda_J^{5,3} \cdot J_r = J_r \cdot f / f_r = J \quad (I-30)$$

Cette dernière équation montre que le gradient J de la perte de charge, provoquée par le passage d'un débit par un profil, ayant ses dimensions linéaires D, h ou e etc..., sa longueur fluidodynamique $\Lambda = D/D_0 = h/h_0 = e/e_0 \dots$ et son coefficient de frottement f est le même que le gradient de la perte de charge provoquée par le passage du même débit par une conduite hypothétique ayant:

- son profil géométriquement semblable au profil réel.
- sa rugosité identique à celle de la conduite réelle.
- les dimensions linéaires de son profil: $D/\lambda_J, h/\lambda_J \dots$
- sa longueur fluidodynamique Λ/λ_J .

Ainsi, le facteur λ_J peut être considéré comme un facteur de transition représentant le rapport entre les dimensions linéaires d'un profil réel et un autre hypothétique.

Dans le régime de transition, le coefficient de frottement f est déterminé en application de la formule de Colebrook:

$$f^{-1/2} = -0,86 \cdot \text{Ln} [(\mathcal{E}/Dh) / 3,7 + 2,51 / (\mathcal{R} \cdot f^{1/2})]$$

II-1. Considérations générales.

Dans un canal ayant son profil constitué par une parabole du n-ième degré à axe verticale, la relation existant entre la largeur e du plan d'eau et la profondeur h peut être exprimée par:

$$e = a \cdot h^{1/n} \quad (2-1)$$

Si e1 et h1 sont respectivement la largeur du plan d'eau et la profondeur dans le prototype en vraie grandeur, on peut écrire:

$$e_1 = a_1 \cdot h_1^{1/n}, \text{ soit: } a_1 = e_1 \cdot h_1^{-1/n} = e_1^{(n-1)/n} \cdot \lambda^{-1/n} \quad (2-2)$$

Ainsi l'équation de la parabole constituant le profil du prototype peut être écrite comme suit:

$$e \cdot h^{-1/n} = e_1 \cdot h_1^{-1/n} \quad (2-3)$$

En choisissant comme modèle distordu une parabole du même degré pour laquelle on a:

$$e_2 = 1 \quad \text{et} \quad h_2 = 1$$

on peut écrire:

$$1 = a_2 \cdot (1)^{1/n}, \text{ soit: } a_2 = 1$$

et l'équation de la parabole, constituant le profil du modèle peut être écrite comme suit:

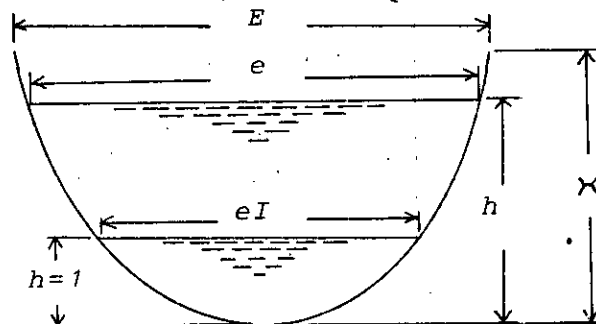
$$e \cdot h^{-1/n} = 1 \quad (2-4)$$

Les considérations ci-dessus exposées montrent qu'un profil liquide constitué par un segment quelconque d'une parabole de n-ième degré, est dans tous les cas réductible à un segment de parabole de même degré, ayant sa largeur et sa profondeur h égales à l'unité de longueur.

II-2. Ecoulement en régime critique.

Considérons l'écoulement d'un débit Q passant par le canal à profil parabolique représenté ci-dessous, déterminé par sa hauteur X et sa largeur E.

fig. 2-1



Entre la profondeur d'eau h et la largeur e du plan d'eau de la surface libre, il existe alors les relations suivantes:

$$\text{et: } e = E \cdot (h/X)^{\frac{1}{2}} \quad (2-5)$$

$$h = X \cdot (e/E)^2 \quad (2-6)$$

On tire:

$$2 \cdot e \cdot k / (3 \cdot 2ek) = k/3 = Hk - k$$

d'où:

$$Hk = 4/3 \cdot k$$

(2-10)

D'autre part, on a:

$$Hk - k = k/3 = v^2/2 \cdot g = Q^2/(2 \cdot g \cdot A^2) = 9 \cdot Q^2/(8 \cdot g \cdot e^2 \cdot k^2)$$

d'où:

$$k^3 = 27/8 \cdot Q^2/(g \cdot e^2)$$

En éliminant e entre cette dernière relation et (2-7), on tire:

$$k^3 = 27/8 \cdot Q^2 \cdot \chi/(E^2 \cdot k) = 27/8 \cdot Q^2/(g \cdot eI^2 \cdot k)$$

et finalement:

$$k = [27/8 \cdot Q^2 \cdot \chi/(g \cdot E^2)]^{1/4} = [27/8 \cdot Q^2/(g \cdot eI^2)]^{1/4} \quad (2-11)$$

Pour h = 1, on a:

$$eI = E/\chi^{1/2} = e/h^{1/2} = (E/\xi)^{1/2} \quad (2-7)$$

Ce qui permet d'introduire le "débit unitaire":

$$q = Q/eI = Q \cdot \chi^{1/2}/E = Q \cdot (\xi/E)^{1/2} \quad (2-8)$$

L'aire de la section critique est:

$$Ak = 2/3 \cdot e \cdot k \quad (2-9)$$

En éliminant Ak entre cette dernière équation et la relation:

$$Hk - k = Ak/(2 \cdot ek)$$

on tire:

$$2 \cdot ek/3 \cdot (k/ek) = 1/3 \cdot k = Hk - k$$

d'où:

$$Hk = 4/3 \cdot k$$

(2-10)

D'autre part on a:

$$Hk - k = k/3 = v^2/2g = Q^2/(2 \cdot g \cdot Ak^2) = 9 \cdot Q^2/(8 \cdot g \cdot e^2 \cdot k^2)$$

d'où:

$$k^3 = 27/8 \cdot Q^2/(g \cdot e^2)$$

En éliminant e entre cette dernière équation et (2-7), on tire:

$$k^3 = 27/8 \cdot Q^2 \cdot \chi/(g \cdot E^2 \cdot k) = 27/8 \cdot Q^2/(g \cdot eI^2 \cdot k)$$

et finalement:

$$k = [27/8 \cdot Q^2 \cdot \chi/(g \cdot E^2)]^{1/4} = [27/8 \cdot Q^2/(g \cdot eI^2)]^{1/4} \quad (2-11)$$

Soit avec le débit unitaire, en tenant compte de la relation (2-8):

$$k = (27/8 \cdot q^2/g)^{1/4} \quad (2-11')$$

et inversement:

$$q = k^2 \cdot (8 \cdot g/27)^{1/2} \quad (2-12)$$

et aussi:

$$Q = k^2 \cdot (8 \cdot g/27)^{1/2} \cdot E/\chi^{1/2}$$

Avec g = 9,8 m/s², ces dernières équations deviennent:

$$k = 0,76606 \cdot q^{1/2} = 0,76606 \cdot (\chi^{1/2} \cdot Q/E)^{1/2} \quad (2-11'')$$

Et la charge totale y correspondante :

$$Hk = 4/3 \cdot k = 1,02141 \cdot q^{1/2} = 1,02141 \cdot (\chi^{1/2} \cdot Q/E)^{1/2} \quad (2-10')$$

Inversement:

$$q = 1,704 \cdot k^2 = 0,9585 \cdot Hk^2 \quad (2-12')$$

et:

$$Q = 1,704 \cdot E \cdot k^2/\chi^{1/2} = 0,9585 \cdot E \cdot Hk^2/\chi^{1/2} \quad (2-13')$$

En faisant varier le niveau de la surface libre de l'eau dans un canal à profil parabolique droit, on peut produire une infinité de sections mouillées en forme de segment parabolique; chacun des dits segments est déterminé par la profondeur h , la largeur e du plan et par l'exposant n de l'équation de la parabole:

$$h = k.(e/2)^n \quad (2-13)$$

Chaque couple de valeur e et h détermine un rectangle circonscrivible au segment considéré. Parmi l'infinité des dits rectangles il existe un seul pour lequel la profondeur h devient égale à la largeur e de sorte que le rectangle devienne un carré. En désignant la longueur du côté de ce carré par \mathbb{E} , on a:

$$h=e=\mathbb{E} \text{ et } \mathbb{E}=k.(\mathbb{E}/2)^n \quad (2-14)$$

Ainsi:

Pour $n=0$: $k = \mathbb{E}$

Pour $n=1$: $k = 2$

Pour $n=2$: $k. \mathbb{E}^2 = 4$

Pour $n=3$: $k. \mathbb{E}^3 = 8$

La présente étude se limite au cas de la parabole du deuxième degré pour laquelle $n=2$, la longueur \mathbb{E} du côté du carré circonscrivible définit le coefficient k de l'équation précédente et constitue ainsi la dimension linéaire unique suffisante, pour déterminer la parabole d'une manière analogue à la détermination du cercle par le diamètre D qui constitue aussi le côté du carré circonscrivible.

\mathbb{E} est une longueur significative qui intervient dans le calcul de la largeur unitaire et du débit unitaire:

$$eI = \mathbb{E}^{\frac{1}{2}} \quad , \quad q = Q/\mathbb{E}^{\frac{1}{2}}$$

$$eI = (\mathbb{E} \cdot h)^{\frac{1}{2}} \quad , \quad h = 1 : e = eI = \mathbb{E}^{\frac{1}{2}}$$

de la profondeur critique:

$$k = (27.Q^2/8.g.\mathbb{E})^{1/4} \quad (2-15c)$$

de la charge critique:

$$Hk = 1,02141.(Q/\mathbb{E})^{\frac{1}{2}} \quad (2-10b)$$

du débit:

$$Q = 1,704.k^2.\mathbb{E}^{\frac{1}{2}} = [8.\mathbb{E}.g.(ht^{2,5} - hr^{2,5})/45.(hr^{-1,5} - ht^{-1,5})]^{\frac{1}{2}} \\ = [8.\mathbb{E}.g.(ht - hf)/9.(hf^{-2} - ht^{-2})]^{\frac{1}{2}} \quad (2-13b)$$

ht : hauteur à l'amont d'un ressaut hydraulique.

hr : hauteur à l'aval d'un ressaut hydraulique.

hf : hauteur fluviale à l'amont d'un ressaut hydraulique.

II-3. Pente critique dans un canal à section et rugosité constantes.

En vertu de l'équation de Darcy-Weisbach, on tire:

$$Jk = (f/8.g).Pk.Qk^2/Ak^3 \quad (2-14)$$

Pk : périmètre mouillé critique.

La condition de criticité est: $2 \cdot \cdot \cdot 3$

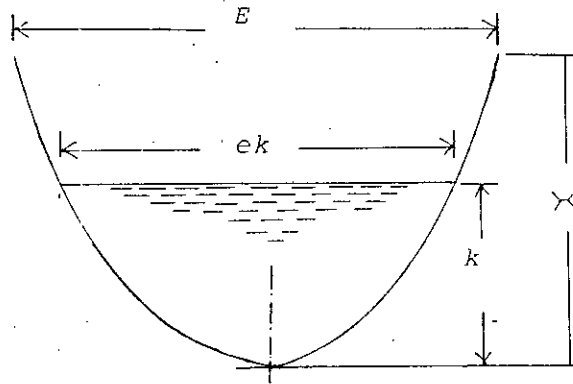
$$Qk \cdot ek/g.Ak = 1$$

En éliminant Ak entre l'équation ci-dessus et (2-14), on tire:

$$Jk = (f/8) \cdot Pk/ek \quad (2-14a)$$

équation ayant une validité générale pour tous les écoulements critiques.

fig. 2-2



Pour une section parabolique, la dimension linéaire unique déterminant sa forme, le côté IE du carré circonscriptible est:

$$IE = E^2/X = ek^2/k, \text{ d'où: } ek = (k \cdot IE)^{\frac{1}{2}}$$

d'autre part, on a:

$$Pk = (IE/8) \cdot [((16 \cdot k/IE) \cdot (1 - 16 \cdot k/IE))^{\frac{1}{2}} + \text{Ln}((16 \cdot k/IE)^{\frac{1}{2}} + (1 + 16 \cdot k/IE)^{\frac{1}{2}})] \quad (2-15)$$

d'où la pente critique:

$$Jk = (f/64) \cdot (IE/k)^{\frac{1}{2}} \cdot [(16 \cdot k/IE)^{\frac{1}{2}} \cdot (1 + 16 \cdot k/IE) + \text{Ln}((16 \cdot k/IE)^{\frac{1}{2}} + (1 + 16 \cdot k/IE)^{\frac{1}{2}})] \quad (2-16)$$

II-4. Représentation graphique et calcul des paramètres de dimensions pour la forme parabolique.

En vue d'appliquer l'équation (I-22a), considérons le profil parabolique représenté ci-dessous, déterminé par la largeur e du plan du liquide et par le paramètre de forme $\xi = h/e$.

Pour un point quelconque M de la parabole, on a:

$$y = C \cdot x^2 \quad (2-17)$$

Pour le point E, on a:

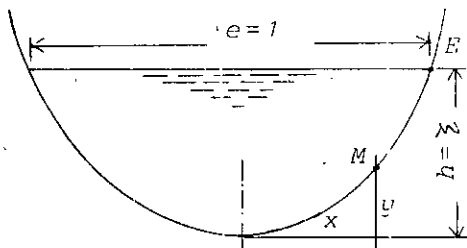
$$x = 0,5 \text{ et } y = \xi \quad (2-18)$$

En substituant les sus-dites valeurs de x et de y en (2-17), on tire:

$$\xi = C/4 \text{ d'où } C = 4 \cdot \xi \quad (2-19)$$

Ainsi (2-17) devient:

$$y = 4 \cdot \xi \cdot x^2 \quad (2-20)$$



Le périmètre mouillé est donné par l'équation de la longueur de l'arc:

$$P1 = (1/8\xi)[(16.\xi^2.(1+16.\xi^2))^{\frac{1}{2}} + \text{Ln}(4.\xi + (1+16.\xi^2)^{\frac{1}{2}})] \quad (2-21)$$

L'aire de la section mouillée:

$$A1 = 2/3.\xi. \quad (2-22)$$

Avec A1 et P1 on dresse en application de (I-22a) le tableau suivant:

II-5. Tableau des paramètres dimensionnels

| ξ | P1 | A1 | eo | ho | Ao | Po | Dho | 4/Po | Qko |
|-------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 5,0 | 10,105 | 3,333 | 0,833 | 4,162 | 2,310 | 8,142 | 1,098 | 0,476 | 3,848 |
| 4,5 | 9,098 | 3,000 | 0,867 | 3,900 | 2,251 | 7,880 | 1,143 | 0,508 | 3,630 |
| 4,0 | 8,124 | 2,667 | 0,907 | 3,629 | 2,195 | 7,370 | 1,191 | 0,543 | 3,413 |
| 3,5 | 7,137 | 2,333 | 0,956 | 3,343 | 2,131 | 6,821 | 1,250 | 0,586 | 3,182 |
| 3,0 | 6,153 | 2,000 | 1,013 | 3,040 | 2,027 | 6,237 | 1,300 | 0,641 | 2,922 |
| 2,5 | 5,175 | 1,667 | 1,088 | 2,720 | 1,974 | 5,631 | 1,402 | 0,710 | 2,658 |
| 2,0 | 4,204 | 1,333 | 1,188 | 2,374 | 1,883 | 4,996 | 1,508 | 0,801 | 2,730 |
| 1,5 | 3,249 | 1,000 | 1,335 | 2,003 | 1,781 | 4,336 | 1,643 | 0,922 | 2,058 |
| 1,0 | 2,323 | 0,667 | 1,583 | 1,583 | 1,670 | 3,677 | 1,867 | 1,088 | 1,716 |
| 0,8 | 1,970 | 0,533 | 1,747 | 1,398 | 1,628 | 3,445 | 1,890 | 1,161 | 1,571 |
| 0,6 | 1,635 | 0,400 | 1,996 | 1,198 | 1,594 | 3,264 | 1,954 | 1,226 | 1,424 |
| 0,4 | 1,334 | 0,267 | 2,445 | 0,978 | 1,594 | 3,262 | 1,955 | 1,226 | 1,287 |
| 0,3 | 1,204 | 0,200 | 2,852 | 0,856 | 1,627 | 3,434 | 1,895 | 1,165 | 1,229 |
| 0,2 | 1,098 | 0,133 | 3,590 | 0,718 | 1,710 | 3,941 | 1,719 | 1,015 | 1,189 |

Ces différents paramètres dimensionnels sont représentés sur le graphe (figure 7), porté en annexe.

Les valeurs rapportées au tableau ci-dessus ont été calculées à l'aide d'un calculateur HP 41 suivant l'algorithme suivant:

$$\text{ENT } x \ 16 \ x \ \text{STO} \ \text{RCL } 1 \ + \ x^{\frac{1}{2}} \ \text{RCL } x^{\frac{1}{2}} \ + \ \text{Ln} \ \text{RCL } 1 \ + \ \text{RCL } x \ x^{\frac{1}{2}}$$

C H A P I T R E III

*ETUDE QUALITATIVE ET QUANTITATIVE D'UN
ECOULEMENT UNIFORME ET NON UNIFORME.*

III-1. Ecoulement permanent et uniforme dans les canaux.

L'écoulement est dit permanent, s'il est invariable à la fois en fonction du temps et de l'abscisse le long du canal. La formule fondamentale du régime uniforme établit une relation entre la vitesse moyenne, le rayon moyen, le pente I du canal et sa rugosité :

$$V = C. (Rh. I)^{\frac{1}{2}} \quad (3-1)$$

Certains auteurs ont attribué à C une valeur constante, ce qui est en général grossièrement inexact. En réalité C varie dans les limites étendues.

Les auteurs contemporains considèrent généralement ce coefficient comme fonction du rayon moyen R, de la rugosité des parois. Le coefficient C est donné par plusieurs formules empiriques ou semi-empiriques dont les plus importantes sont:

- formule de l'académicien N. PAVLOVSKY:

$$C = 1/n . R^y \quad (3-2)$$

dans laquelle l'exposant y est donné par:

$$y = 2,5.n - 0,13 - 0,75.R.(n-0,1) \quad (3-3)$$

- formule d'AGROSKIN:

$$C = 1/n + 17,72.LnR \quad (3-4)$$

- formule de Manning (pour R > 0,3m)

$$C = 1/n . R^{1/6} \quad (3-5)$$

- formule de GANGUILLET-KUTTER:

$$C = (25 + 1/n) / (1 + 23.n/R) \quad (3-6)$$

- formule de BAZIN:

$$C = 87 / (1 + \delta/Rh) \quad (3-7)$$

- formule de MANNING et STRICKLER:

$$C = K.R^{1/6}, K = 1/n \quad (3-8)$$

La formule de BAZIN limite la valeur du coefficient C de Chézy à 87, alors que la valeur de celui-ci peut facilement dépasser 110. On remarque que ces formules empiriques donnent des coefficients C différents les uns des autres pour une même nature de la paroi et ne tiennent pas compte de l'existence du régime de transition où l'effet de la viscosité ne peut pas être laissé hors considération, ni l'effet de la rugosité relative qui a une grande influence sur les écoulements.

Manning et Strickler admettent que la valeur de ce coefficient peut être exprimé par (3-8) avec R désignant le rayon moyen de la section mouillée et une constante K déterminée en fonction de la nature de la paroi dont la détermination est basée sur une estimation peu fiable.

Par ailleurs, la représentation graphique de (3-8) donne en coordonnées logarithmiques: $\ln C = \ln K + 1/6 \cdot \ln R$, c'est à dire une ligne droite inclinée alors que la représentation de $C = (8 \cdot g/f)^2$ avec f variable dans le même système en fonction de la rugosité absolue donne une famille de courbes.

En remplaçant ces courbes par une famille de lignes droites parallèles constituées par les sécantes équilibrées, on y repère des valeurs de C qui peuvent être affectées d'une erreur allant jusqu'à 8% de la valeur de ce facteur et occasionner 16% d'erreur dans le calcul du gradient de la perte de charge J qui est proportionnel au carré de C .

Dans les applications de la similitude distordue basée sur Manning-Strickler, l'erreur dans le calcul de la distorsion $\Delta = J_2/J_1$, ne peut atteindre que 15%, mais, dans le calcul consécutif des abscisses, représentant les distances dans le profil en long d'un remous, la formule:

$$dL = [(1 - Q^2 \cdot e/g \cdot A^3)/(J_0 - J)] \cdot dh \quad (3-9)$$

peut entraîner des erreurs représentant le multiple de la valeur exacte de dL si J , affecté d'une erreur allant jusqu'à 15% est du même ordre de grandeur que la valeur constante de J_0 (voir exemple d'application en page 64).

L'emploi des programmes exécutant les opérations avec une précision de 12 chiffres significatifs exclu toute possibilité de cumul d'erreurs et donne des résultats fiables et précis en dix fois moins de temps que les méthodes classiques laborieuses et imprécises en utilisant les formules de Nikuradsé et Colebrook dans le calcul de C respectivement en régime turbulent rugueux et transition.

III-2. Critiques, précisions et comparabilités des formules.

D'une manière générale, la précision des résultats donnés par les formules des canaux découverts est moins bonne que celle concernant les conduites en charge. La raison de ceci tient surtout au fait que ces formules, peut être trop générale se rapportant à des cas extrêmement variés, alors que, les conduites ont une forme le plus souvent circulaire et une nature des parois bien déterminée.

Les canaux découverts présentent en effet les formes et les rugosités les plus diverses et font par conséquent appel à un très grand nombre de variables. Aucun paramètre ne définit vraiment la forme de la section et le rayon à lui seul n'est pas toujours caractéristique de celle-ci, surtout lorsque cette forme s'écarte des types usuels.

La précision des résultats est également liée au choix du coefficient de rugosité jugé caractéristique des parois et de la forme du canal. Ce choix est souvent délicat étant donnée la disproportion qui existe entre le petit nombre de coefficients proposés et la variété considérable des types de paroi que l'on peut rencontrer.

On constate que ces coefficients ne conduisent pas à de bons résultats, car ils sont déduits d'expériences faites sur des canaux de petites dimensions et l'on peut remarquer qu'ils ne couvrent pas toute l'étendue des cas pratiques.

Le coefficient définissant l'effet de la nature de la paroi tout seul n'est pas suffisant pour déterminer l'effet de la rugosité passant par une conduite, car ce n'est pas la rugosité absolue mais la rugosité relative qui doit être considérée conjointement à d'autres paramètres comme la viscosité (par le truchement du nombre de Reynolds) qui interviennent dans la détermination du coefficient de frottement

f (généralement appelé λ) figurant dans la formule de Darcy-Weissbach. Bien que la répartition des tensions de cisaillement n'a pas la valeur constante dans tous les points du périmètre mouillé en appliquant justement la valeur moyenne du rayon étendu aux écoulements à surface libre, on a quand même éliminé la grave erreur introduite par l'acceptation de la thèse que les frottements ne dépendent que de la nature de la paroi seule.

Pour les écoulements en régime turbulent rugueux nous appliquons la forme de Nikuradsé, le concept de la rugosité relative dans le calcul du coefficient de frottement. On utilise la formule de Colebrook dans les écoulements de transition intermédiaires où l'effet de la viscosité prime le truchement du nombre de Reynolds figurant dans cette formule, tout comme dans le cas des calculs des écoulements passant par des conduites circulaires.

Ce principe est actuellement accepté et même à des erreurs ne dépassant pas les limites de la fiabilité de la plupart des formules hydrauliques actuellement utilisées dans la pratique.

Il est bien évident que l'effet d'une rugosité de 1mm dans un tuyau ayant son diamètre de 1cm, ne peut pas avoir le même effet que la même rugosité de 1mm dans un tuyau ayant le diamètre de 10cm.

III-3. Remarque:

L'expérimentation menée sur modèles ultra-réduits à L'E.N.P sous la conduite du Professeur Geza LAPRAY, dans les années 1969-1972, a montré que l'application de la méthode de la similitude distordue basée sur la formule de Manning-Strickler, donne pour la valeur du coefficient f et pour le gradient de perte de charge J , des résultats qui peuvent être affectés d'une erreur relative de 16% qui se répercute aussi dans une mesure pouvant être beaucoup plus accentuée en vertu de la différentielle:

$$dL = [(1 - Q^2 \cdot e / g \cdot A^3) / (J_0 - J)] \cdot dh \quad (3-9a)$$

J désignant la valeur exacte du gradient de perte de charge concernant la tranche dL , correspondant à la différence de profondeur dh bien déterminée par (3-9a).

En posant $m = J_0 / J$ et en substituant à la place de la valeur exacte de J , une valeur J affectée d'une erreur relative n , on a :

$$J_1 = J \cdot (1 + n)$$

et le facteur à erreur introduit au calcul du dénominateur de (3-9a) peut être exprimé par:

$$\begin{aligned} (J_0 - J_1) / (J_0 - J) - 1 &= [m \cdot J - (1 + n) \cdot J] / (mJ - J) - 1 \\ &= [m - (1 + n)] / (m - 1) \end{aligned}$$

$$\text{Or : } \lim_{m \rightarrow 1} [(m - (1 + n)) / (m - 1) - 1] = \infty$$

Ainsi, le calcul de la différentiel dL de la distance correspondant à une variation dh de la profondeur effectuée avec un dénominateur affecté d'une erreur relative grave, peut donner des résultats totalement aberrants.

De toute façon dans un écoulement graduellement non uniforme, on a par définition $m \neq 1$, d'où:

$$\lim_{n \rightarrow 0} [(m - (1+n))/(m-1) - 1] = (m-1)/(m-1) - 1 = 0$$

et on tire que si la valeur calculée du gradient de la perte de charge est correcte, on a $J_1 = J$ et $n=0$.

Dans de telles conditions, l'erreur affectant le calcul du dénominateur devient égal à 0 et la valeur de dL ainsi obtenue doit être considérée comme exacte.

Les considérations ci-dessus exposées constituent l'un des motifs qui ont insité l'auteur de la théorie de la longueur fluidodynamique à abandonner les formules arbitrairement simplifiées de Manning et Strickler et à baser ses démonstrations sur les formules exactes de Nikuradsé et Colebrook-White.

III-4. Pente critique J_k .

Pour un écoulement permanent uniforme à surface libre, à sections et rugosités constantes, on tire de l'équation de Darcy-Weisbach:

$$J = J_p = J_u = (f/8.g).(P.Q^2/A^3)$$

La condition de criticité est:

$$Q^2 . e_k / g . A^3 = 1$$

En considérant que le dit écoulement est en régime critique, on a:

$$J = J_p = J_u = J_k, \quad A = A_k, \quad P = P_k, \quad e = e_k$$

En éliminant A_k entre (B-5) et (2-14), on tire:

$$J_k = (f/8).P_k/e_k \tag{3-10}$$

Pour une section parabolique, on a la dimension linéaire unique déterminant cette section, le côté \mathbb{E} du carré circonscrivible:

$$\mathbb{E} = e_k/k$$

D'autre part, on a:

$$A_k = (\mathbb{E}/8) [[(16.k/\mathbb{E}).(1+16.k/\mathbb{E})]^{1/2} + \text{Ln} ((16.k/\mathbb{E})^{1/2} + [(1+16.k)/\mathbb{E}]^{1/2})] \tag{3-11}$$

En éliminant P_k et e_k entre (3-10), (3-11), (2-14), on tire:

$$J_k = (f/64).(\mathbb{E} / k)^{3/2} . [[(16.k)/\mathbb{E}] / (1+16.k/\mathbb{E})]^{1/2} + \text{Ln} [(16.k/\mathbb{E})^{1/2} + (1+16.k/\mathbb{E})^{1/2}] \tag{3-12}$$

III-5. Détermination de la profondeur normale.

La profondeur normale h_n est la valeur particulière de h qui satisfait à la formule de Chézy pour la rugosité et la pente I considérées.

$$Q = C.A.(R.I)^{1/2}$$

$$V = C.(R.I)^{1/2}$$

Dans notre étude $C = (8.g/f)^{1/2}$

On trace le graphe $Q = f(h)$; à chaque valeur du débit Q correspond une valeur définie de la profondeur normale h_n .
Le graphe $Q=f(h)$ permet de connaître immédiatement la profondeur normale correspondant à chaque débit, pour le canal considéré.

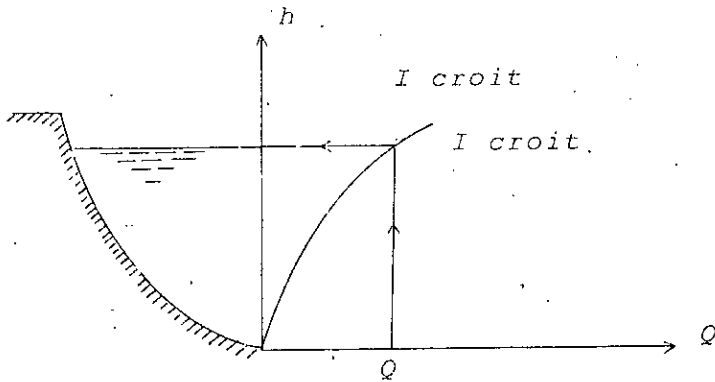


figure:3-2

III-6. Détermination de la profondeur critique.

$$Q^2 \cdot e / g \cdot A^3 = 1$$

Si le régime est critique $e=ek, A=Ak$

La profondeur critique peut se trouver par voie graphique:

$$A^2 / e = Q^2 / g = f(h)$$

Pour une série de h , on calcule A^3 / e . On construit le graphique $h=f(A^3 / e)$ ayant la valeur de Q^2 / g à l'aide de ce graphe, on détermine la profondeur critique k

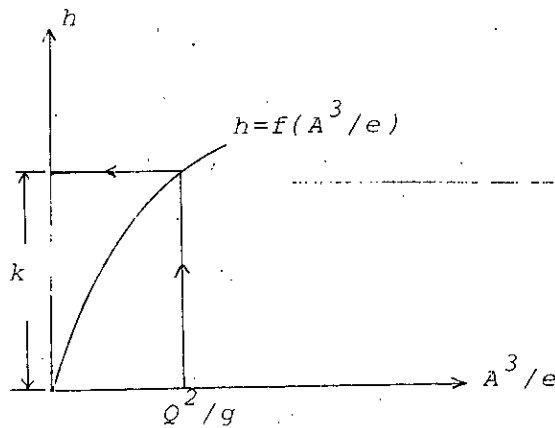


figure:3-3

C H A P I T R E V

Programme et Organigramme des courbes

de remous.

Méthode exposée.

IV-1. Calculs théoriques.

Les hypothèses adoptées sont:

- a) la forme géométrique du canal est parabolique.
- b) l'estimation du frottement est faite par la formule de Manning-Strickler:

$$J = V^2 / (K^2 \cdot R^{4/3})$$

Il faut donc choisir un coefficient K de rugosité pour calculer les paramètres hydrauliques.

IV-1-1. Changement de variable général.

On posera d'une manière générale :

$$Y = L \cdot u \tag{4-1}$$

$$S = L \cdot s(u) \tag{4-2}$$

$$P = L \cdot P(u) \tag{4-3}$$

$$f = L \cdot l(u) \tag{4-4}$$

Les fonctions s(u), P(u) et l(u) ne dépendent que d'un seul paramètre (ce qui est possible pour la forme parabolique).

IV-1-2. Applications aux canaux paraboliques.

La largeur au miroir des canaux paraboliques peut s'exprimer sous la forme:

$$L = \Lambda Y^K = \Lambda Y^{1/K}$$

Le coefficient K sera en pratique toujours compris entre 0 et 1. Il vaut 0 pour la forme rectangulaire; K=0,5 correspond à la forme parabolique vraie.

$$f = L \cdot (Y/L)^K \tag{4-5}$$

- Pour K=0,5 on a une forme parabolique vraie.
- Pour K=0 on a une forme rectangulaire.
- Pour K=1 on a une forme triangulaire: $S = f \cdot Y / (K+1)$

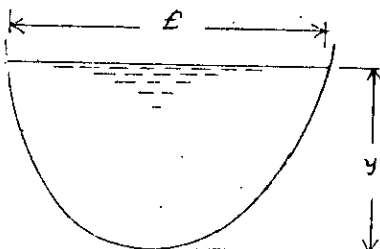


figure 4-1

Il est intéressant d'écrire f sous la forme équivalente, en posant:

$$(\lambda = L^{*K-1}), \quad f/L^* = (Y/L^*)^K$$

d'où l'on tire pour un couple (f, Y) quelconque (en pratique choisi dans la zone utile):

$$L^* = Y \cdot (f/Y)^{1/(K-1)} \quad (4-7)$$

K pourra être estimé pour des valeurs f, Y, S correspondant par:

$$K = f \cdot Y / S - 1 \quad (4-8)$$

On obtient alors:

$$Y = L^* \cdot u \quad (4-9)$$

$$f = L^* \cdot u^K \quad (4-10)$$

$$S = (L^{*2} \cdot u^{K+1}) / (K+1) \quad (4-11)$$

$$P = L^* \cdot 2 \cdot \int_0^u [1 + K^2 \cdot u^{2(K-1)} / 4]^{1/2} \cdot du \quad (4-12)$$

L^* correspond au couple (f, Y) tel que $f = Y = L^*$.

IV-2. Calcul de la hauteur en régime uniforme.

L'équation à résoudre est celle de Manning-Strickler, soit:

$$Q = K \cdot S \cdot R^{2/3} \cdot (I)^{1/2}$$

Soit, avec le changement de variables:

$$Q/K \cdot (I)^{1/2} = S \cdot R^{2/3} = S^{5/3} / P^{2/3} = L^{*8/3} \cdot S(u)^{5/3} / P(u)^{2/3} \quad (4-13)$$

d'où l'équation finale:

$$D_0 = Q \cdot K^{-1} \cdot I^{-1/2} \cdot L^{*-8/3} = S(u)^{5/3} / P(u)^{2/3} = c \cdot f(u) \quad (4-14)$$

Nous avons posé $D_0 = c \cdot f(u)$, car dans certains cas une constante peut être extraite de l'expression du second membre. Nous aurons donc à résoudre cette équation en u , connaissant $D = D_0 / c = f(u)$.

Les courbes $D = f(u)$ ont été tracées sur les abaques d'où l'on peut connaître u si l'on porte en ordonnée la valeur:

$$D = Q \cdot K^{-1} \cdot (I)^{-1/2} \cdot L^{*-8} \quad (4-14')$$

On a :

$$S(u) = u^{K+1} / (K+1) \quad (4-15)$$

$$P(u) = 2 \cdot \int_0^u [1 + K^2 \cdot u^{2(K-1)} / 4] \cdot du$$

Si $K=0$, $P(u) = 1 + 2 \cdot u$

Le calcul de $f(u) = S(u)^{5/3} / P(u)^{2/3}$ a été fait numériquement. On a tracé sur l'abaque les valeurs de $f(u)$ pour différentes valeurs de K, y compris la valeur $K=1$. En fait la courbe correspondant à $K=1$ n'a d'utilité que pour l'interpolation, car dans le cas $K=1, L^*$ est indéfini.

Si K est voisin de 1, on pourra se ramener au cas triangulaire ou à un cas trapézoïdal.

IV-3. Calcul de la hauteur critique et du nombre de Froude.

Le calcul de la hauteur critique revient à résoudre:

$$Q^2 \cdot L / g \cdot S^3 = 1$$

Soit en variables réduites:

$$Q / (g \cdot L^{*5})^{1/2} = S(u)^{5/3} / L(u)^{1/2} = d \cdot F^*(u) = g(u) \quad (4-16),$$

et on pose:

$$F_0 = Q / (g \cdot L^{*5} \cdot d)^{1/2} = F^*(u) \quad (4-17)$$

De la même façon que pour la hauteur normale, une certaine constante peut être extraite dans certains cas de $g(u)$, constante que l'on appelle d .

$$F_0 \cdot d = u^{(3K+3)/2} \cdot u^{-K/2} \cdot (K+1)^{-K/2} = u^{(K+3/2)} \cdot (K+1)^{3/2} = F^*(u, K) \quad (4-18)$$

avec $d = 1$.

On calcule le nombre de Froude par:

$$F = V / (g \cdot S / L)^{1/2} = Q / S \cdot (g \cdot S / L)^{-1/2} \quad (4-19)$$

IV-3-1. Calcul du nombre de Froude.

En portant sur l'abaque (V-2) la valeur de $u = Y / L^*$ en abscisse, on lit F^* en ordonnée et on obtient le nombre de Froude par $F = F_0 / F^*$ avec F_0 exprimé par (4-17) et $d=1$ pour le profil parabolique.

IV-3-2. Calcul du tirant d'eau critique.

Inversement en portant $F^* = F_0$ en ordonnée, on lira U_c en abscisse, d'où $Y_c = L^* \cdot U_c$.

IV-4. Calcul des courbes de remous dans le cas général.

En dehors de toute singularité, l'équation différentielle de la ligne d'eau est :

$$dH_s / dL = I - J$$

H_s désigne la charge spécifique.

On considère la perte de charge sous la formulation de Manning-Strickler

$$J = Q^2 / (K^2 \cdot S^2 \cdot R^{4/3})$$

L'équation s'écrit:

$$dy/dx = (F-J)/(1-Q^2 \cdot \epsilon/g \cdot S^3)$$

Par un changement de variables, on peut intégrer ces équations; ce qui permet de résoudre les problèmes non pas par petites variations, ce qui limite les variations de côte et d'abscisse, mais par intégration ce qui ne limite pas les variations de côte et d'abscisse; la méthode s'apparente étroitement à la méthode de Bakhmettef.

Les méthodes numériques ont permis de résoudre le problème systématiquement et exactement pour les canaux, toutefois, la présentation sous forme d'abaques entraîne une moindre précision pour une faible valeur de Y/Y_n (cas de la pente non nulle).

IV-4-1. Cas des canaux à fond plat.

L'équation des courbes de remous à fond plat peut s'écrire en négligeant l'énergie cinétique (soit en négligeant $V^2 \cdot \epsilon/g \cdot S = F$ devant 1); le sens des abscisses est orienté vers l'amont.

$$dy/dx \approx 1/J$$

$$x = \int_{y_1}^{y_2} dy/J = \int_{u_1}^{u_2} K^2 \cdot S^{10/3} / Q^2 \cdot P^{4/3} \cdot dy$$

$$= K^2 / Q^2 \cdot \int_{u_1}^{u_2} \frac{L^{*20/3} \cdot S(u)^{10/3} \cdot L^*}{L^{*4/3} \cdot P(u)^{4/3}} \cdot du \quad (4-20)$$

$$L = K^2 \cdot L^* \cdot \int_{u_1}^{u_2} S(u)^{10/3} / P(u)^{4/3} \cdot du \quad (4-21)$$

$$\text{En posant } c(u) = 1/e \cdot \int_0^{u_2} S(u)^{10/3} / P(u)^{4/3} \cdot du \quad (4-22)$$

En extrayant e , constante dans certains cas, on peut écrire:

$$Q^2 \cdot L / (K^2 \cdot L^{*19/3} \cdot e) = C(U_2) - C(U_1) \quad (4-23)$$

L'expression a été intégrée numériquement.

Les abaques ont été construits d'après les calculs de Monsieur LABYE dans les cas des canaux de pente nulle. Ils sont basés sur une simplification de l'équation et ne sont applicables que si la vitesse moyenne reste inférieure à 1m/s.

Pour le cas où l'énergie de vitesse n'est pas négligeable, on pourra

utiliser la méthode des canaux à pente non nulle en prenant une pente négligeable (par exemple 0,00001, ce qui donne une dénivellée de 1cm au Km).

En posant: $u=y/L^*$, l'équation différentielle s'intègre et on obtient:

$$Q^2 \cdot x/K^2 \cdot 1/L^{*19/3} \cdot 1/e = C(U_2) - C(U_1)$$

avec: - pour le cas trapézoïdal $e=m^2$

- pour le cas triangulaire $e=m^2/a^{4/3}$

et dans le cas général : $e=1$.

Il est alors possible de calculer l'un des paramètres Q, K, x à partir de l'équation (ou encore L^* par un procédé itératif).

$$x \cdot Q^2 / (K^2 \cdot L^{*19/3}) = C \quad (4-23')$$

Le calcul sera très simplifié par l'utilisation d'une calculatrice possédant la fonction puissance, cependant, pour un calcul à la règle il est plus simple d'écrire:

$$x \cdot (Q/K \cdot L^{*3})^2 \cdot (L^*)^{-1/3} = C$$

IV-5. Calcul des courbes de remous dans le cas général.

L'équation des courbes de remous peut s'écrire:

$$dx=dy/I \cdot [1/(1-J/I) - (Q^2 \cdot f/g \cdot S^3)/(1-J/I)] \quad (4-24)$$

Or I peut être considéré comme la perte de charge correspondant au régime normal, soit en indiquant les variables correspondant au régime normal par n :

$$J/I = (S_n/S)^{10/3} \cdot (P/P_n)^{4/3} \quad (4-25)$$

$$Q^2 \cdot f/g \cdot S^3 = Q^2 \cdot f_n/g \cdot S_n^3 \cdot f/f_n \cdot (S_n/S)^3 = F_n^2 \cdot f/f_n \cdot (S_n/S)^3 \quad (4-26)$$

En passant en variable réduite:

$$I/J = [S(u)/S(U_n)]^{10/3} \cdot [P(U_n)/P(u)]^{4/3} = F_2(u) \quad (4-25')$$

$$Q^2 \cdot f/g \cdot S^3 = F_n^2 \cdot f(u)/f(U_n) \cdot [S(U_n)/S(u)]^3 = F_1(u) \quad (4-26)$$

On peut alors écrire en modifiant un peu la forme, pour des questions de convergence à l'infini:

$$dx=L^*/I \cdot du \cdot [1+1/(F_2(u)-1) - F_n^2 \cdot F_1(u) \cdot F_2(u)/(F_2(u)-1)] \quad (4-27)$$

Les fonctions F_1 ou F_2 dépendent de plus du paramètre U_n et en général d'un paramètre de forme (m ou k).

Il est intéressant de changer encore de variable et de considérer

la variable $\mathcal{V} = U/Un$ (en fait on prendra $U/Un - 1$) et on obtient l'expression suivante:

$$dx = Yn/I \cdot d\mathcal{V} \cdot [1 + 1/(\varphi_2(\mathcal{V}) - 1) - Fn^2 \cdot \varphi_1(\mathcal{V}) \cdot \varphi_2(\mathcal{V}) / (\varphi_2(\mathcal{V}) - 1)] \quad (4-27')$$

et les expressions des intégrales A et B deviennent alors:

$$A = \Delta\mathcal{V} + \int_{\mathcal{V}_1}^{\mathcal{V}_2} d\mathcal{V} / (\varphi_2(\mathcal{V}) - 1) \quad (4-28)$$

$$B = \int_{\mathcal{V}_1}^{\mathcal{V}_2} \varphi_1(\mathcal{V}) \cdot \varphi_2(\mathcal{V}) / (\varphi_2(\mathcal{V}) - 1) \quad (4-29)$$

Les expressions de $\varphi_1(\mathcal{V})$ et $\varphi_2(\mathcal{V})$ sont développées ci-dessous; les expressions de A et de B ont été intégrées numériquement.

$$\varphi_1(\mathcal{V}) = (1 + \mathcal{V})^k \cdot (1 + \mathcal{V})^{-(3, k+3)} = (1 + \mathcal{V})^{-(2, k+3)} \quad (4-30)$$

$$\varphi_2(\mathcal{V}) = (1 + \mathcal{V})^{10 \cdot (k+1)/3} \cdot [P(Un)/P(u) \cdot (\mathcal{V} + 1)]^{4/3} \quad (4-31)$$

L'expression φ_2 demande le calcul préalable de $P(Un)$ et $P(u)$; l'équation de la ligne d'eau a été intégrée après un changement de variable et les résultats systématiques rapportés à Yn .

IV-5-1. Il suffira de se rapporter aux abaques correspondants pour l'utilisation pratique.

a) Calcul préliminaire des constantes.

Les variables nécessaires pour le calcul des courbes de remous sont:

Fn^2 carré du nombre de Froude du régime uniforme. En outre, deux paramètres de forme soient: $k, Un = Yn/L^*$. On remarquera que la simplicité de ces données rend le calcul des courbes de remous par méthode particulièrement facile; d'autre part l'interpolation entre les faisceaux et entre les courbes est sûre, car la variation des courbes est très régulière.

IV-5-2. b) Calcul.

Il s'agit de calculer les tirants d'eau à différentes abscisses du canal, les abaques (V-3) et (V-4) permettent de résoudre le problème suivant:

On connaît un tirant d'eau y_1 à l'abscisse x_1 . Ce tirant d'eau doit être calculé par une autre méthode (déversoir, seuil, vannée et perte de charge singulière).

On cherche la forme de la ligne en se donnant des valeurs de y dont la position X sera calculée à l'aide des abaques.

Remarquons bien ici que l'on prendra toujours y compris entre y_1 et y_n ; mais le calcul se fera vers l'amont si y_1 est en régime fluvial et vers l'aval si y_1 est en régime torrentiel. D'autre part, y_1 et y_n ne devront pas être de part et d'autre du tirant d'eau critique y_c . On commencera donc par calculer y_c si nécessaire.

Dans la pratique, on vérifiera toujours que la variation de X est monotone; si tel n'est pas le cas, cela indique que l'on a traversé la hauteur critique; il faut donc recommencer effectivement le calcul à y_c .

Connaissant y_1 nous calculons, grâce aux abaques (V-3) et (V-4), A_1 et B_1 , de même avec y_n et B .

En posant:

$$\Delta A = A - A_1 \quad \text{et} \quad \Delta B = B - B_1$$

il vient:

$$X = X - X_1 = y_n / 1 \cdot (\Delta A - F_n^2 \cdot \Delta B) \quad (4-32)$$

L'axe des abscisses est orienté vers l'amont, si nous respectons le sens du calcul les valeurs A et B seront toujours positives. La méthode étant une méthode par intégration, le calcul est valable entre deux points quelconques.

En pratique, on pourra utiliser toujours le même départ y_1 , ainsi A_1 et B_1 seront calculés une fois et serviront de référence pour tous les calculs.

Si F_n^2 est faible, on pourra donc négliger $F_n^2 \cdot \Delta B$ devant ΔA_1 , en particulier pour $Y > Y_n$ en régime fluvial.

IV-5-3 c) Utilisation des abaques.

Après le calcul ou l'estimation de Y_n, U_n et F_n^2 , il faut chercher la valeur de A et B .

1- Sélectionner les abaques correspondants.

- au type du profil (parabolique) et au paramètre K (cas parabolique).

- à la position relative de Y_1 et Y_n ($Y_1 > Y_n$ ou $Y_1 < Y_n$).

2- Construire un tableau; écrire en tête les valeurs de Y_n, F_n^2 : constantes pour toute la courbe de remous.

3- Mettre dans le tableau les valeurs : $\mathcal{V} = 1 - Y/Y_n$ si $Y_1 < Y_n$

$$\mathcal{V} = Y/Y_n - 1 \quad \text{si} \quad Y_1 > Y_n$$

On pourra choisir à priori des valeurs de \mathcal{V} régulièrement réparties (et calculer Y), soit choisir des valeurs de Y (et calculer \mathcal{V}).

Lire les valeurs de A et B sur les abaques correspondants (avec éventuellement interpolation entre plusieurs courbes).

4- Calculer ΔA et ΔB par rapport à la ligne de Y_1 (ligne de référence).

Calculer X avec la formule indiquée dans b. Cette valeur X représente la distance entre les sections où les tirants d'eau sont Y_1 et Y .

V-1. Programmes - Courbes de remous - Généralités.

Présentation:

Pour les quatre profils (trapézoïdal, parabolique circulaire, triangulaire arrondi), l'organigramme du programme est le même.

V-1-1. A partir de ν, ξ, Q, J_u , des paramètres géométriques du profil considéré et d'une valeur arbitraire de la profondeur normale h_u , calcul de la valeur exacte de h_u et des grandeurs qui lui sont liées: $e_u, P_u, A_u, D_{h_u}, f_{r_u}, V_u$ (vitesse de l'eau), $\xi/D_{h_u}, R_u$.

V-1-2. A partir de ν, ξ, Q , des paramètres géométriques et d'une valeur arbitraire de k , calcul de la valeur exacte de k et des grandeurs: $e_k, P_k, A_k, f_{r_k}, V_k, \xi/D_{h_k}, R_k, L$.

V-1-3:

a) A partir de h_1 et de Δh_1 calcul pas à pas de la courbe de remous: détermination de $h_i, \Delta L(i-1), i$ et $L_{1,i}$ (distance entre les points de profondeur h_1 et h_i).

b) A partir de h_1, h_2 et N le nombre de pas désirés, calcul de $L_{1,2}$.

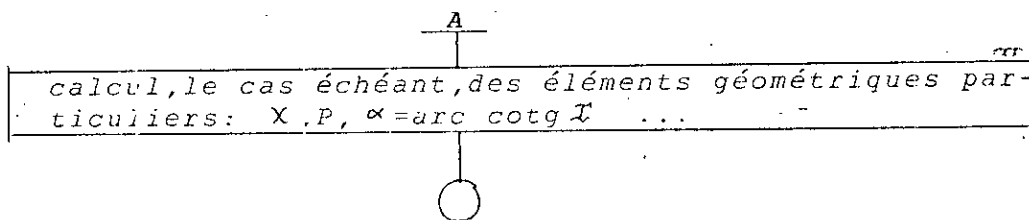
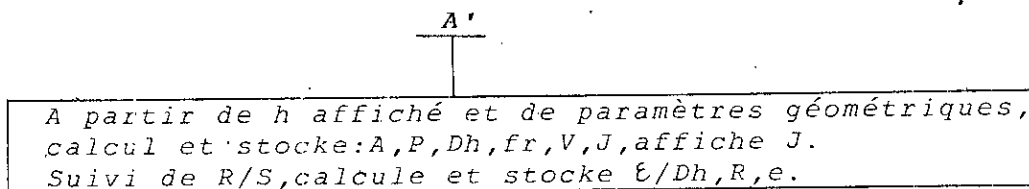
c) A partir de $h_1, \Delta h$ et L , calcul de $h_2 = h_N$ avec N tel que:

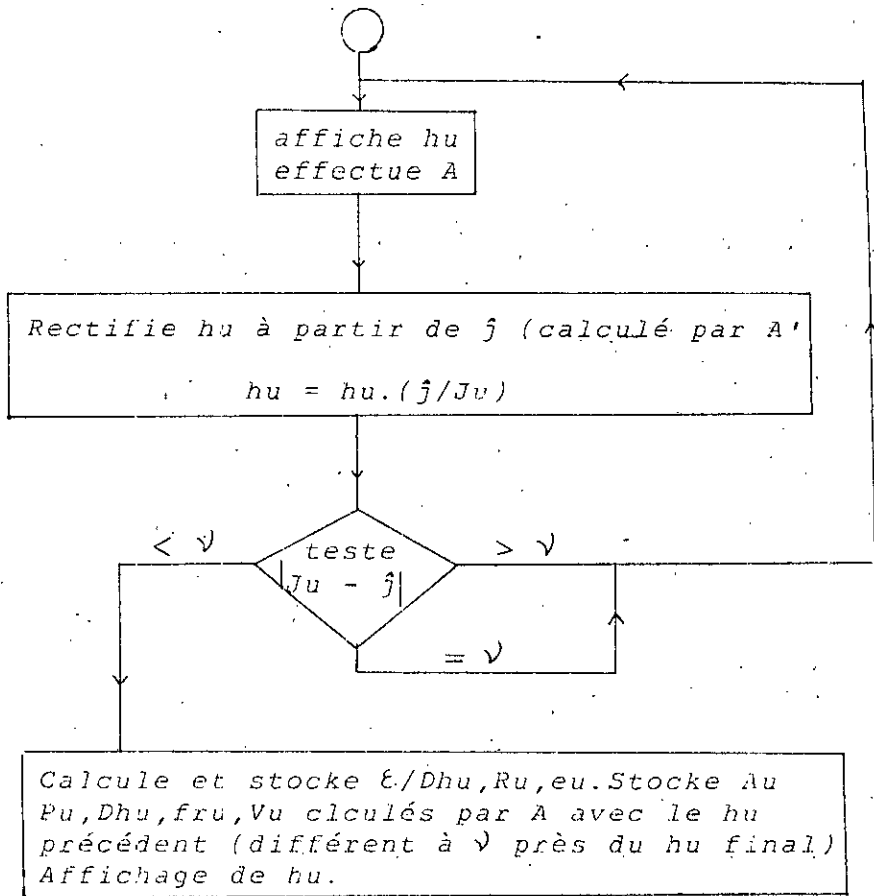
$$|L_{1,(N-1)}| < |L| + \nu \leq |L_{1,N}|$$

Ce programme permet aussi bien de calculer une courbe de remous de l'amont vers l'aval ($L > 0$) que de l'aval vers l'amont ($L < 0$), une courbe de remous ascendante ($\Delta h > 0$) qu'une courbe de remous descendante ($\Delta h < 0$).

V-2. Programmes courbes de remous - Généralités.

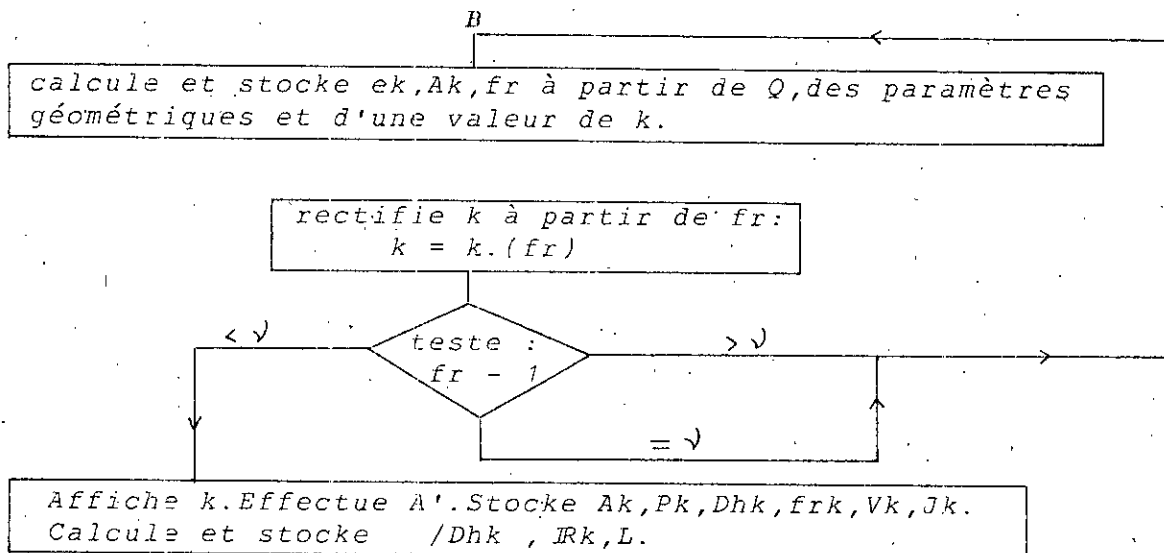
ORGANIGRAMME





Programmes courbes de remous. Généralités.

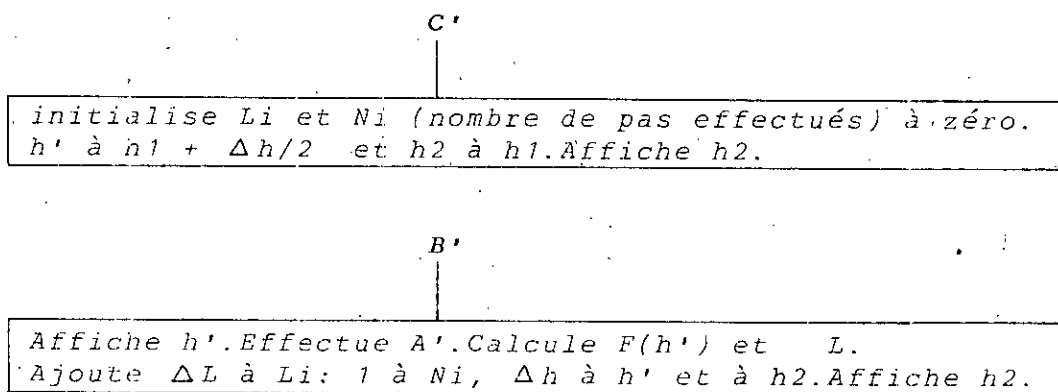
ORGANIGRAMME (suite)



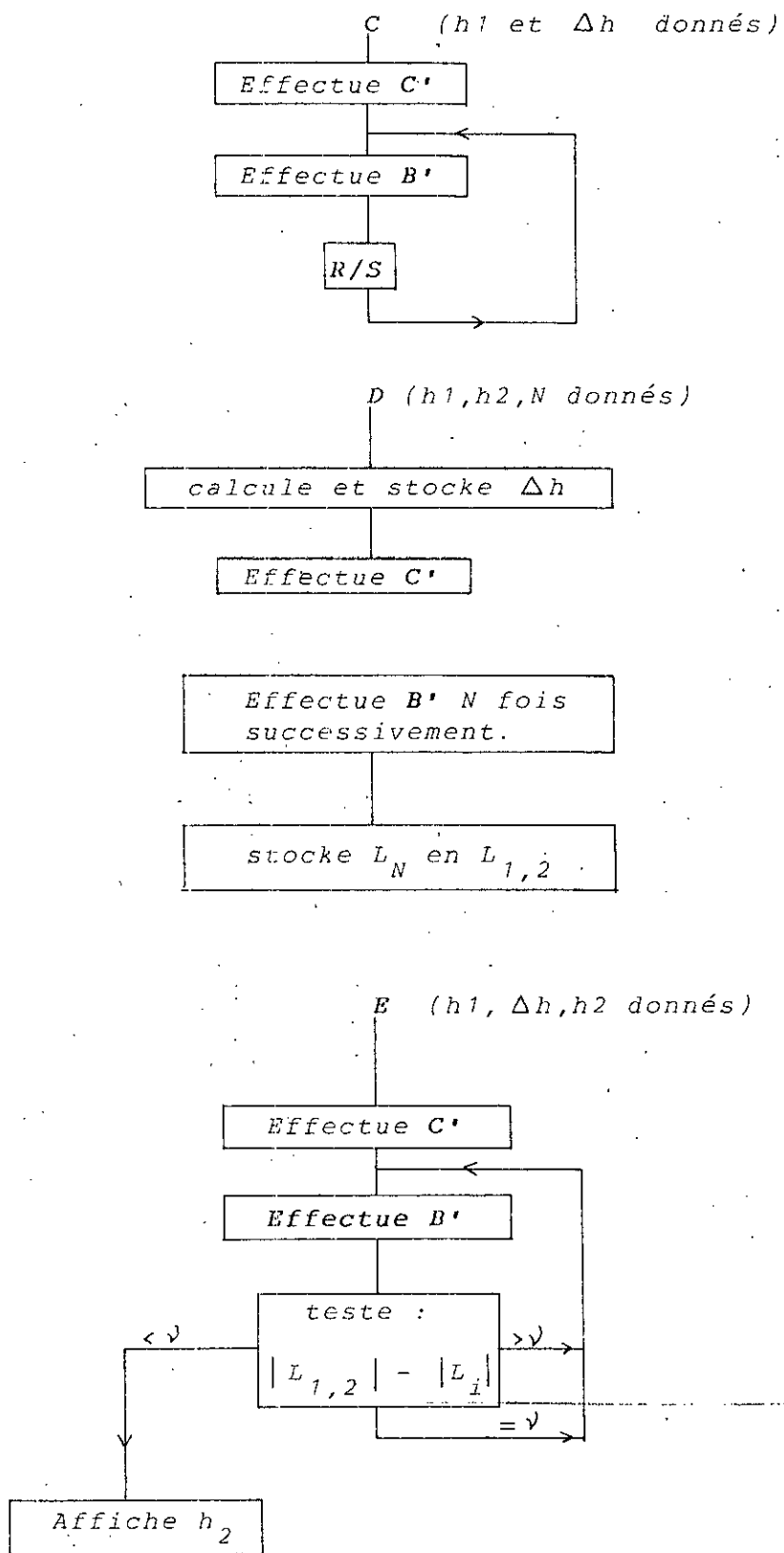
Courbes de remous: Le principe est le suivant:

A partir de h_i et Δh , on calcule $h' = h_i + \Delta h$ puis $F(h') = dL/dh$.

On a ainsi, $h_{i+1} = h_i + \Delta h$, $\Delta L_{i,i+1} = F(h') \cdot dh$, $L_{i+1} = L_i + \Delta L$.



Programmes courbes de remous. Généralités.
ORGANIGRAMME (fin)



V-3. Programmes courbes de remous.

Notice d'emploi:

Profil parabolique:

stocker \checkmark en 00 et dans T; ϵ en 01; \mathbb{E} en 02; Q en 04; Ju en 16.

1. Stocker une valeur quelconque (hu) de hu en 17.
Appuyer sur A: affichage de hu réel (17).
eu en 10; Pu en 11; Au en 12; Dhu en 13; fru en 14; Vu en 15;
 ϵ /Dhu en 18; Ru en 19.
2. Stocker (k) en 27; appuyer sur B: affichage de k exact (27).
ek en 20; Pk en 21; Ak en 22; Dhk en 23; frk en 24; Vk en 25;
Jk en 26; ϵ /Dhk en 28; R en 29; L en 48.
- 3a. Stocker h_1 en 07; Δh en 06.
Appuyer sur C: affichage de h_i (08); $L_{1,i}$ en 49; ΔL_i en 46;
 N_i en 45.
Appuyer ensuite sur R/S pour h_{i+1} et ainsi de suite.
Pour recommencer du début, réappuyer sur C.
- 3b. Stocker h_1 en 07; h_2 en 08; N en 05.
Appuyer sur D: affichage de $L_{1,2}$ (09 et 49); N en 45.
- 3c. Stocker h_1 en 07; Δh en 06; L en 09.
Appuyer sur E: affichage de h_2 (08); N en 45; $L_{1,2}$ en 49.
4. Afficher une valeur h. Appuyer sur A': affichage de J (36).
P en 31; A en 32; Dh en 33; fr en 34; V en 35; ϵ /Dh en 38; R en 39;
Paramètre de forme: $\zeta = (h/E)^{1/3}$ (C3).

V-4. Programmes courbes de remous. Parabolique

O R G A N I G R A M M E

1. ORGANIGRAMME:

A

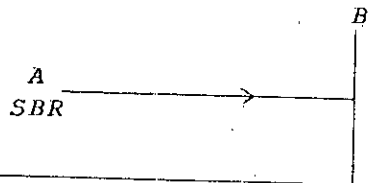
e_i, h_1, h calcule et stocke:

$$e_i = (\mathbb{E} \cdot h_i^3)^{1/2} ; A_i = 2/3 \cdot e_i \cdot h_i ; B = 16 \cdot (h_i / e_i)$$

P =

$$D_{hi} = 4 \cdot A_i / P_i ; f_i = (1,14 - 0,86 \cdot \text{Ln} / D_h)^{-2}$$

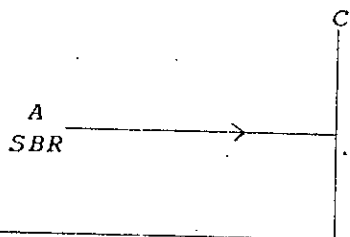
$$R_i = 4 \cdot Q / P_i ; J_{ri} = f_{ri} / D_{hi} \cdot \frac{Q^2}{A_i^2 \cdot 19,62}$$



A sous-programme
 calcule:

$$dL = \frac{1 - Q^2 \cdot e_i / 9,81 \cdot A^3}{J - J_{ri}} \cdot dh$$

cumule: $L_i = \sum \Delta L_i$
 $h_i = \sum \Delta h_i$



$$f'_i = \left[-0,86 \ln \left(\frac{\varepsilon / D_h}{3,7} + \frac{2,51}{\text{Re} \cdot (f'_{i-1})^{1/2}} \right) \right]^{-2}$$

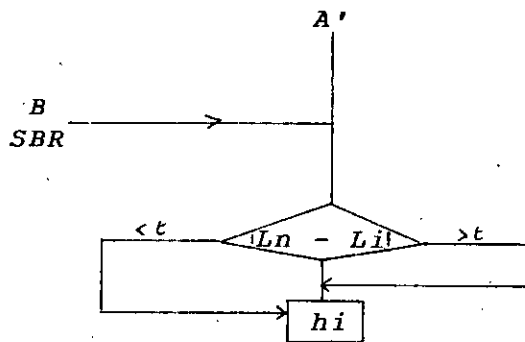
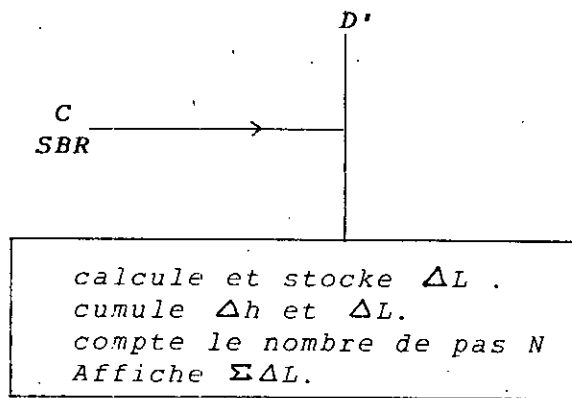
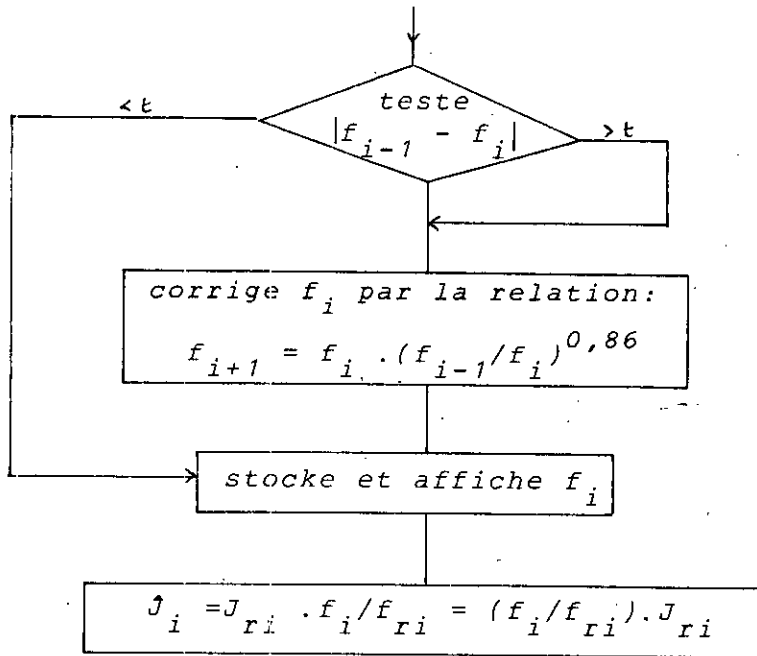
avec : $f'_{i-1} = f'_r$

C H A P I T R E I I

APPLICATION DE LA THEORIE A UN
ECOULEMENT PASSANT PAR UN CANAL
A PROFIL PARABOLIQUE

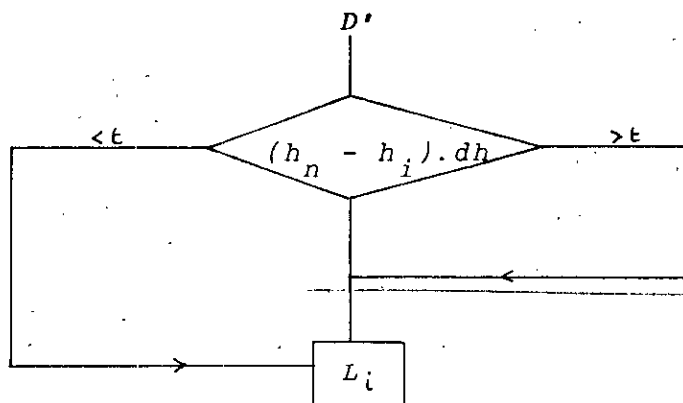
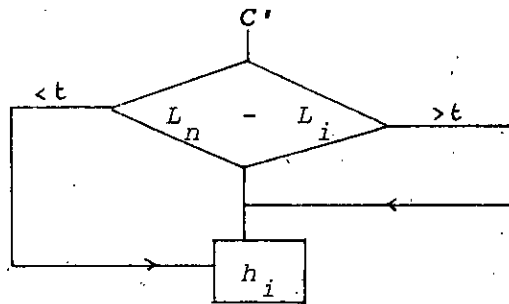
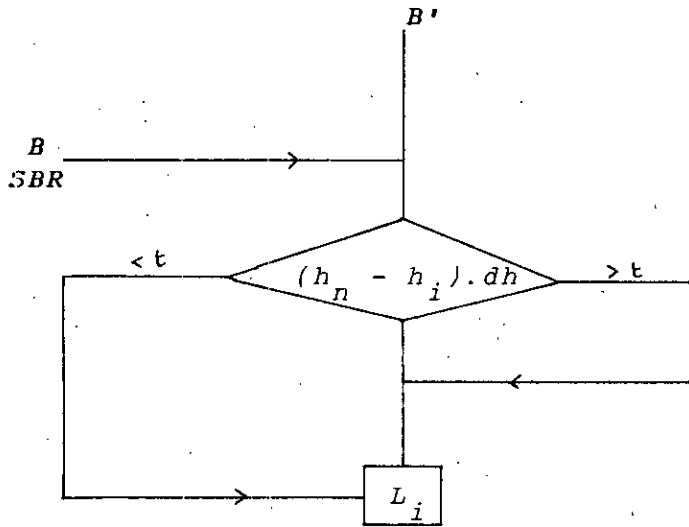
Programmes courbes de remous: canal parabolique.

ORGANIGRAMME (suite)



Programmes courbes de remous: canal parabolique.

ORGANIGRAMME (fin)



V-5. Programme:

Remous en canal à section parabolique.

Appliquer si $hn = ?$ Appliquer si $L_{1-n} = ?$
 2nd LBL $x^{\frac{1}{2}}$ 0 STO 18 STO 21 RCL 25 STO 05 + RCL 20 \div 2 = STO 06.
 .000001 $x^{\frac{1}{2}}$ \leftrightarrow t R/S (hn=?).
 2nd LBL $x^{\frac{1}{2}}$ 0 STO 18 STO 21 RCL 25 STO 05 - RCL 26 = \div RCL 27
 = STO 20 : 2 + RCL 05 = STO 06 .000001 $x^{\frac{1}{2}}$ \leftrightarrow t R/S ($L_{1-n} = ?$).
 2nd LBL A (RCL 04 x RCL 06) $x^{\frac{1}{2}}$ STO 07 (RCL 07 x RCL 06 \times 2 : 3)
 STO 09 ((RCL 06 : RCL 07) $x^{\frac{1}{2}}$ x 16) STO 10, (((RCL 10 + 3) $x^{\frac{1}{2}}$ +
 RCL 10 $x^{\frac{1}{2}}$) Lnx + ((1 + RCL 10) $x^{\frac{1}{2}}$ - RCL 10) $x^{\frac{1}{2}}$ x RCL 04 : 8) STO 08
 (4xRCL09 : RCL 08) STO 11 (RCL 02 : RCL 11) STO 12 (RCL 12 Lnx
 x .86 - 1.14) $x^{\frac{1}{2}}$ 1/x STO 14 STO 15 (4xRCL01 : RCL 08 : RCL 00)
 STO 16 (RCL 14 : RCL 11 x RCL 01 $x^{\frac{1}{2}}$: RCL 09 $x^{\frac{1}{2}}$: 19.6) STO 13
 INV SBR.
 2nd LBL BA ((1 - RCL 01 $x^{\frac{1}{2}}$: 9.8 x RCL 07 : RCL 09 y^x 3) : (
 RCL 03 - RCL 13) x RCL 20) STO 17 SUM 18 RCL 20 SUM 06 RCL 20
 SUM 05 1 SUM 21 RCL 18 INV SBR.
 2nd LBL CA ((2.51 : RCL 16 : RCL 14 $x^{\frac{1}{2}}$ + RCL 12 : 3.7) Lnx x
 .86) $x^{\frac{1}{2}}$ 1/x STO 19 ((RCL 19 : RCL 14) y^x .86 x RCL 14) STO 14 (
 RCL 19 - RCL 14) 2nd |x| 2nd $x \geq t$ 276 (RCL 14 : RCL 15 x RCL 13)
 STO 23 INV SBR.
 2nd LBL DC ((1 - RCL 01 $x^{\frac{1}{2}}$: 9.8 x RCL 07 : RCL 09 y^x 3) : (RCL
 03 - RCL 23) x RCL 20) STO 17 SUM 18 RCL 20 SUM 06 RCL 20 SUM
 05 1 SUM 21 RCL 18 INV SBR.
 2nd LBL A'B (RCL 28 2nd x - RCL 18 2nd |x|) 2nd $x \geq t$ A' RCL
 05 R/S direct
 2nd LBL B'B (RCL 26 - RCL 05) x RCL 20 = 2nd $x \geq t$ B' RCL 18 R/S
 turbulent rugueux.
 2nd LBL C'D (RCL 26 2nd |x| - RCL 18 2nd |x|) 2nd $x \geq t$ C' RCL
 05
 2nd LBL D'D (RCL 26 - RCL 05) x RCL 20 = 2nd $x \geq t$ D' RCL 18 R/S
 transition.

Les séquences A,B,C,D sont utilisées en sous-programmes.
 Les séquences 2nd LBL $x^{\frac{1}{2}}$ et 2nd LBL x^2 font repartir l'intégration de zéro.

N.B : Ne pas oublier d'appuyer sur 2nd LBL $x^{\frac{1}{2}}$ ou 2nd LBL x^2 suivant le cas choisi, pour faire repartir l'intégration.

V-6. NOTICE D'EMPLOI.
 Comment utiliser le programme.

Stocker: h1, Ju, Q, ϵ , \mathbb{E}
 mémoire: 05 et 25, 03, 01, 02, 03, 04

hu, n, Ln, dh
 26, 27, 28, 20

Introduire si $hn = ?$

introduire si $L_{1-n} = ?$

solution point à point \Rightarrow SBR $x^{\frac{1}{2}}$

Turbulent rugueux hypothétique:

| | |
|----------------------------|-----------------|
| Appuyer sur B, B.....B | L_{1-i} |
| Appuyer sur RCL05 affiche: | h_i |
| Appuyer sur RCL16 affiche: | R^i |
| Appuyer sur RCL12 affiche: | ϵ/D_h |

Transition réelle:

| | |
|----------------------------|-----------------|
| Appuyer sur D, D.....D | L_{1-i} |
| Appuyer sur RCL05 affiche: | h_i |

solution directe

| | |
|---|-----------|
| Appuyer sur SBR $x^{\frac{1}{2}}$, appuyer sur C' affiche: | h_u |
| appuyer sur RCL18 affiche: | L_{1-i} |

solution point par point \Rightarrow SBR x^2

Turbulent rugueux hypothétique:

| | |
|--|-------|
| Appuyer sur B, B.....B, affiche: | L_i |
| Appuyer sur RCL05, affiche: | h_i |
| Appuyer sur RCL16, affiche: | R^i |
| Appuyer sur RCL12, affiche: ϵ/D_h | r |

Transition réelle:

| | | |
|----------------------------------|----------------|-------------------|
| Appuyer sur D, D.....D, affiche: | L_i | |
| Appuyer sur RCL05, affiche: | h_i | |
| Appuyer sur RCL16, affiche: | R^i | |
| Appuyer sur RCL12, affiche: | ϵ/D_h | solution directe. |

| | |
|------------------------------------|-----------|
| Appuyer sur SBR x^2 D', affiche: | L_{1-n} |
| Appuyer sur RCL05, affiche: | h_u |

V-7. Principaux types de problèmes sur le calcul des canaux quand l'écoulement est non uniforme.

Considérons les problèmes qui peuvent se poser quand on calcule l'écoulement non uniforme et qui peuvent être résolus à l'aide des méthodes de **Bakhmettef, longueur fluidodynamique, etc...** Notons que les calculs effectués à l'aide des ordinateurs montrent que toutes les méthodes que nous venons de considérer donnent en général presque les mêmes résultats. La différence entre les profondeurs calculées à l'aide de ces méthodes ne dépassent pas 50%. C'est pourquoi en pratique, nous proposons d'utiliser les méthodes basées sur les formules modernes tenant compte de la rugosité relative et du nombre de Reynolds. Mais pour que les calculs soient les plus corrects, il faut que

le nombre de tronçons soit élevé, surtout pour les tranches de courant où les profondeurs varient rapidement.

V-7-1. Premier problème.

Données:

Le débit Q , les profondeurs au début h_d et au bout h_b de la courbe, la forme et les dimensions du canal ainsi que le coefficient de rugosité des parois, la pente géométrique du fond J_0 , la profondeur h_0 .

Déterminer:

Le type de la courbe de la surface libre et la longueur de la courbe entre les profondeurs h_d et h_b . Construire cette courbe.

Solution:

1- Connaissant la forme du canal et le débit on calcule la profondeur critique k .

2- Ayant les profondeurs de l'écoulement non uniforme h_d et h_b , les profondeurs normales et critiques, on détermine le type de la courbe.

3- On divise l'accroissement de la profondeur en quelques parties :

$$\Delta h = (h_d - h_b) / N = dh / N$$

où N est le nombre de tronçons de la courbe ou plus précisément le nombre de tronçons du canal où l'écoulement est uniforme.

4- On détermine les profondeurs de l'écoulement non uniforme:

$$h_1 = h_d, h_2 = h_d + \Delta h, h_3 = h_2 + \Delta h, h_{N+1} = h_b$$

5- Ayant les profondeurs du courant à l'aide des formules qui sont établies ci-dessus, on trouve les longueurs des tronçons du canal où l'écoulement est non uniforme.

6- Ayant les profondeurs du courant et les distances entre elles, on trace la courbe de la surface libre.

V-7-2. Second problème.

Données:

Le débit Q , la forme de la section droite du canal la rugosité, la pente du fond J_0 , la profondeur normale h_0 , la profondeur au bout de la courbe, par exemple: la profondeur dont la construction hydraulique qui entraîne l'écoulement uniforme.

Déterminer:

La longueur théorique de la courbe de la surface libre ou bien plus exactement la longueur du canal où l'écoulement est non uniforme.

Solution:

1- On trouve la profondeur critique k .

2- On détermine la forme de la courbe.

3- Connaissant la forme de la courbe, on calcule l'accroissement de la profondeur (positif ou négatif):

$$dh = h_d - h_b$$

Dans ce cas, il faut tenir compte des particularités suivantes: Quand on a la courbe S1, il faut prendre la profondeur au début de cette courbe $h_d = (1,005 : 1,01) \cdot h_o$.

Lorsque l'on a la courbe du type P2, on prend la profondeur au bout de la courbe $h_b = (1,005 : 1,01) \cdot h_o$.

Au cas où la courbe est du type P3, on prend la profondeur au bout de cette courbe $h_b = (0,99 : 0,95) \cdot h_o$.

4- On divise l'accroissement de la profondeur dh en parties, compte tenu de la précision désirée de la construction de la courbe.

5- On détermine les profondeurs de l'écoulement non uniforme:

$$h_1 = h_d, h_2 = h_d + \Delta h, h_3 = h_2 + \Delta h, h_{N+1} = h_b$$

6- Ayant les profondeurs du courant, on détermine les longueurs des tronçons du canal où l'écoulement est non uniforme, L_i .

7- Quand on utilise la méthode d'intégration numérique, la longueur théorique de la courbe est égale à la somme:

$$L = \sum_{i=1}^{i=N} L_i$$

V-7-3. Troisième problème.

Données:

Le débit Q, la forme de la section droite du canal la rugosité, la pente du fond Jo, la profondeur normale ho, la profondeur de l'écoulement non uniforme devant la construction hydrotechnique h_b , la longueur du canal où l'écoulement est non uniforme L.

Déterminer:

La profondeur du courant h_d dans la section qui se trouve à la distance L de la section avec la profondeur.

Solution:

Du fait que, la profondeur au début de la courbe n'est pas connue, ce problème peut être résolu par approximations successives.

On calcule d'abord la profondeur critique k et on détermine la forme de la courbe, c'est à dire le type de courbe.

Connaissant la forme de la courbe pour une série de profondeurs h_d , on calcule les longueurs L_i . Lorsque l'on obtient $L_i = L$, le problème est résolu car la profondeur h_d est déterminée.

Il est préférable de résoudre ce problème par voie graphique.

À la suite des calculs, on trace le graphe h_d en fonction de la longueur L_i (figure V-1); à l'aide de ce graphe on trouve la profondeur h_d .

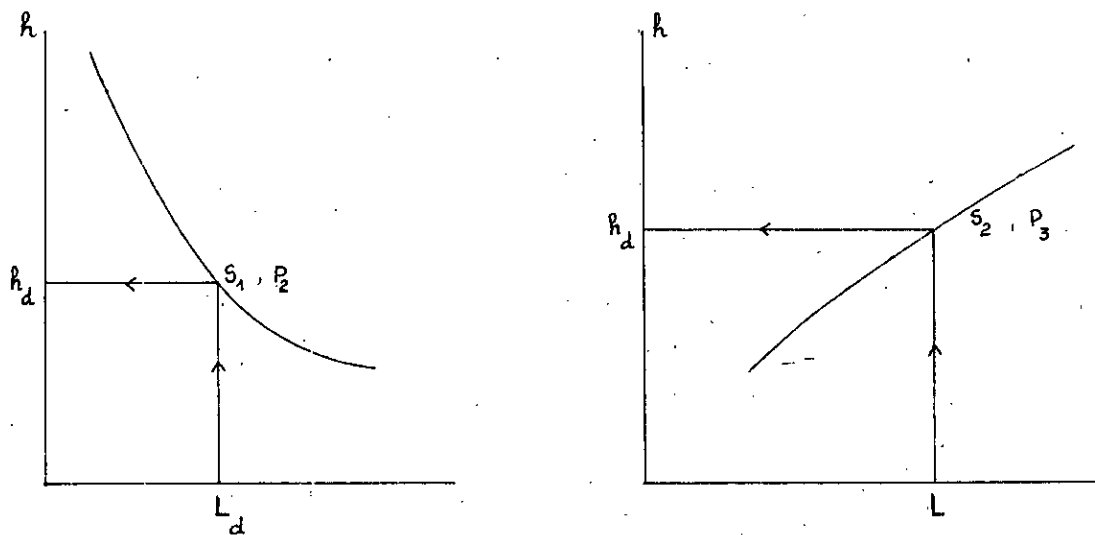


fig. V-1

C H A P I T R E V I

LE RESSAUT : ETUDE ET PROGRAMMES.

Introduction:

Le ressaut est un type connu de mouvement permanent brusquement varié dont l'importance découle, principalement, de la forte perte de charge qui s'y produit, propriété qui le rend utile en tant que moyen de dissipation d'énergie.

Le ressaut peut se présenter sous deux formes; une forme transitoire pour les nombres de Froude, en amont, pouvant aller jusqu'à des valeurs de l'ordre de 2, qui se produit avec une succession d'ondulations superficielles et dont la perte de charge locale est pratiquement négligeable.

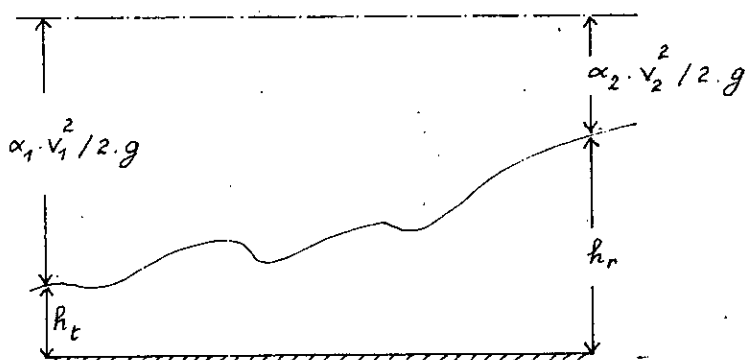


fig. 6-1

Une autre forme stable pour les nombres de Froude supérieurs à la valeur ci-dessus; dans laquelle on distingue une première région tourbillonnaire à mouvement cyclique qui ne fait pas partie de l'écoulement général, puis une région inférieure où l'écoulement se produit sous une forme d'expansion progressive.

La turbulence qui naît dans la région supérieure et dans la zone de discontinuité comprise entre ces deux régions, cause une forte dissipation d'énergie.

Ce dernier type est très intéressant dans les applications pratiques, raison pour laquelle notre étude est basée essentiellement sur cela.

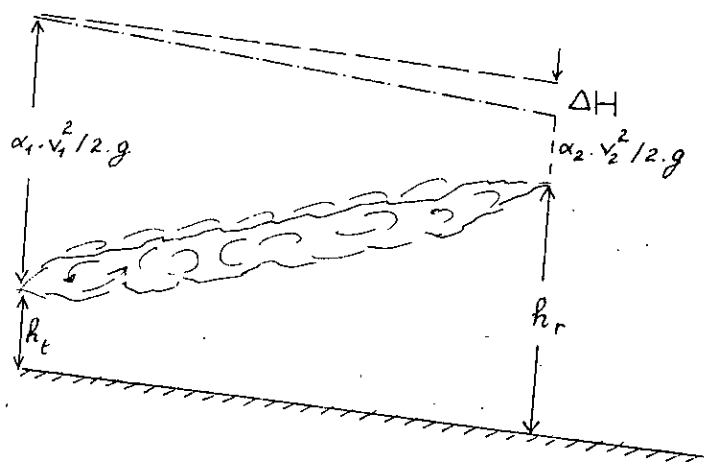


fig. 6-2

VI-1. Problèmes de base des ressauts.

Les problèmes généraux du ressaut direct sont, pour un canal prismatique, de déterminer pour un débit donné:

- la profondeur d'eau en aval (ou en amont) qui correspond à une profondeur désirée en amont (ou aval), c'est ce que l'on appelle la relation entre hauteurs conjuguées.
- La longueur du canal atteinte par l'écoulement brusquement varié c'est que l'on appelle la longueur du ressaut.
- La perte de charge qui en découle et qui mesure l'importance de ce mouvement en tant que dissipateur d'énergie.

VI-1-1. Résolution des problèmes de base des ressauts.

Pour obtenir la relation qui lie les hauteurs conjuguées en applique le théorème des quantités de mouvement qui donne une expression généralement symétrique de ces deux profondeurs. Une telle solution analytique peut être rendue rationnelle au moyen des grandeurs sans dimensions, y compris les nombres de Froude à l'amont et à l'aval:

$$F_m = [\alpha_m \cdot v_m^2 / g \cdot h_m]^{\frac{1}{2}} \quad , \quad F_a = [\alpha_a \cdot v_a^2 / g \cdot h_a]^{\frac{1}{2}} \quad (6-1)$$

Quand à la longueur du ressaut, il n'existe actuellement aucune théorie en fonction de laquelle on puisse faire sa détermination de sorte que l'on a recourt exclusivement aux résultats expérimentaux.

Enfin, la perte de charge est déterminée d'une façon globale entre les sections extrêmes.

VI-1-2. Solution usuelle:

Généralités.

L'application du théorème des quantités de mouvement à la masse liquide qui compose le ressaut devient simple car la variation de la quantité de mouvement par unité de temps. L'écoulement étant permanent se réduit à une dérivation dans l'espace, autrement dit à la différence entre la quantité de mouvement de la masse qui entre et de celle qui sort:

$$\begin{aligned}
 Q_m &= Q_{mt} - Q_{mr} = \int_{A_t} dQ_m - \int_{A_r} dQ_m \\
 &= \int_{A_t} \left(\frac{\bar{\omega}}{g} \cdot v \cdot dA \right) \cdot v - \int_{A_r} \left(\frac{\bar{\omega}}{g} \cdot v \cdot dA \right) \cdot v \\
 &= \frac{\bar{\omega}}{g} \cdot \alpha \cdot (v_t^2 \cdot A_t - v_r^2 \cdot A_r) \\
 &= \frac{\bar{\omega}}{g} \cdot \alpha \cdot Q^2 \cdot \left(1/A_t - 1/A_r \right) \quad (6-2)
 \end{aligned}$$

VI-1-3. Application pour un canal parabolique:

- La position des centres de gravité des sections initiales et finales du ressaut: $\bar{h}_t = 0,4 \cdot h_t$ et $\bar{h}_r = 0,4 \cdot h_r$ (6-3)

- La pression amont au niveau du centre de gravité: $\bar{P}_t = 0,4 \cdot \bar{\omega} \cdot h_t$ et $\bar{P}_r = 0,4 \cdot \bar{\omega} \cdot h_r$ (6-4)

- La largeur du plan d'eau libre amont et aval: $e_t = e_I \cdot h_t^{1/2}$ et $e_r = e_I \cdot h_r^{1/2}$ (6-5)

- Les aires des sections mouillées: $A_t = 2/3 \cdot e_I \cdot h_t^{3/2}$ et $A_r = 2/3 \cdot e_I \cdot h_r^{3/2}$ (6-6)

- Les vitesses respectives: $V_t = Q/A_t = 3/2 \cdot q/h_t^{3/2}$ et $V_r = Q/A_r = 3/2 \cdot q/h_r^{3/2}$ (6-7)

- Le poids du liquide:

$$W.S_o = \bar{\omega} \cdot V \cdot S_o$$

Et les forces de frottement le long des parois latérales Σf
 expression dans laquelle:

- S_o est la pente de la surface libre, mesurée par le sinus.
- W est le poids du liquide.
- V est le volume du liquide.

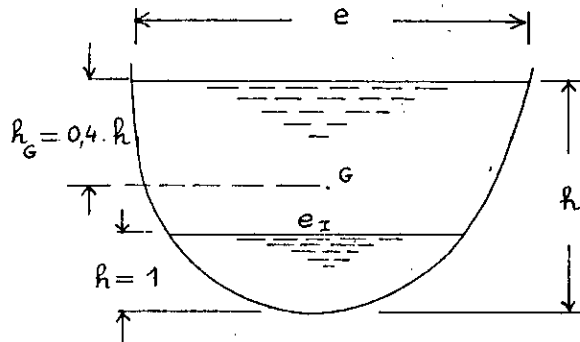


fig. 6-3

Dans ces conditions et en tenant compte du fait que les forces de frottement sont en général négligeables devant les autres, on a:

$$\frac{\bar{\omega} \cdot \alpha \cdot Q^2}{g} \cdot (1/A_t - 1/A_r) = \bar{P}_t \cdot A_t - \bar{P}_r \cdot A_r - \bar{\omega} \cdot V \cdot S_o \quad (6-8)$$

Quand la pente est nulle (canal horizontal), le dernier terme du second membre disparaît.
 Avec les éléments ci-dessus définis, l'équation des quantités de mouvement s'exprime par:

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= \beta \cdot Q \cdot (V_r - V_t) = \bar{P}_t \cdot A_t - \bar{P}_r \cdot A_r \\ &= 0,8/3 \cdot \bar{\omega} \cdot e_I \cdot (h_t^{5/2} - h_r^{5/2}) \end{aligned} \quad (6-9)$$

et:

$$\rho \cdot Q \cdot (v_r - v_t) = 3/2 \cdot \rho \cdot \frac{Q^2}{e_I} \cdot (h_r^{-3/2} - h_t^{-3/2}) \quad (6-10)$$

L'équation générale peut être écrite comme suit:

$$8/45 \cdot \bar{\omega} \cdot e_I \cdot (h_t^{2,5} - h_r^{2,5}) = \frac{Q^2}{\rho \cdot e_I} \cdot (h_r^{-1,5} - h_t^{-1,5})$$

soit:

$$\frac{h_t^{2,5} - h_r^{2,5}}{h_r^{-1,5} - h_t^{-1,5}} = 45/8g \cdot Q^2/e_I \quad (6-11)$$

En éliminant Q et e_I entre cette dernière équation et (2-11), on tire:

$$\frac{h_t^{2,5} - h_r^{2,5}}{h_r^{-1,5} - h_t^{-1,5}} = 5/3 \cdot k^4 \quad (6-12)$$

soit:

$$h_t^{2,5} + 5/3 \cdot k^4 \cdot h_t^{-1,5} = h_r^{2,5} + 5/3 \cdot k^4 \cdot h_r^{-1,5} \quad (6-13)$$

En divisant par k^{2,5} et en introduisant les paramètres dimensionnels:

$$h_{t+} = h_t/k \text{ et } h_{r+} = h_r/k \quad (6-14)$$

On tire:

$$h_{t+}^{2,5} + 5/3 \cdot h_{t+}^{-1,5} = Z = h_{r+}^{2,5} + 5/3 \cdot h_{r+}^{-1,5} \quad (6-15)$$

Il est bien évident que la fonction Z(h_{t+}) est identique à la fonction Z(h_{r+}):

$$Z(h_{t+}) = Z(h_{r+}) \quad (6-16)$$

Comme le binôme du premier membre est une fonction de la profondeur dimensionnelle amont h_{t+}, alors que, le binôme du second membre est une fonction de la profondeur dimensionnelle avale h_{r+}, il s'ensuit qu'il existe une fonction de la profondeur maximale qui prend des valeurs identiques pour les profondeurs conjuguées amont (h_t) et avale (h_r). En représentant les équations précédentes dans un système d'axes de coordonnées à divisions logarithmiques (figure 6), on peut constater qu'à chaque valeur de Z correspondent deux valeurs conjuguées de h dont l'une est inférieure à l'unité et l'autre supérieure à l'unité.

A l'amont du ressaut: $h=h_t < k$ d'où $h_{t+} < 1$.

A l'aval du ressaut: $h=h_r > k$ d'où $h_{r+} > 1$.

Pour cette raison, il est logique d'admettre que la tranche descendante de la courbe, représentant la relation (6-13') avec ses ordonnées inférieures à l'unité correspond aux valeurs de h_{t+} , tandis que la tranche ascendante de la courbe avec ses ordonnées supérieures à l'unité correspond aux valeurs de h_{r+} .

Cette hypothèse est par ailleurs bien confirmée par l'expérience montrant que la valeur: $h_t = k \cdot h_{t+}$, donne effectivement la profondeur dans la section initiale du ressaut et que la valeur: $h_r = K \cdot h_{r+}$, donne effectivement la profondeur dans la section finale du ressaut.

En vue de déterminer la relation existant entre la profondeur et la charge, on considère qu'en application du théorème de Bernoulli:

$$H = h + V^2/2.g$$

En éliminant V entre cette dernière équation et la relation (6-7) on tire:

$$H = h + 9/8 \cdot q^2/g.h^3$$

En éliminant q entre cette dernière équation et (2-12), on tire:

$$H = h + 1/3 \cdot k^4 \cdot h^{-3}$$

En divisant par k et en introduisant le paramètre dimensionnel :

$$H_+ = H/k$$

on obtient:

$$H_+ = h_+ + h_+^{-3}/3 \quad (6-17)$$

La connaissance de h_{t+} et de h_{r+} permet de déterminer, en application de (6-17), les valeurs de:

$$H_{t+} = h_{t+} + h_{t+}^{-3}/3 \quad (6-18)$$

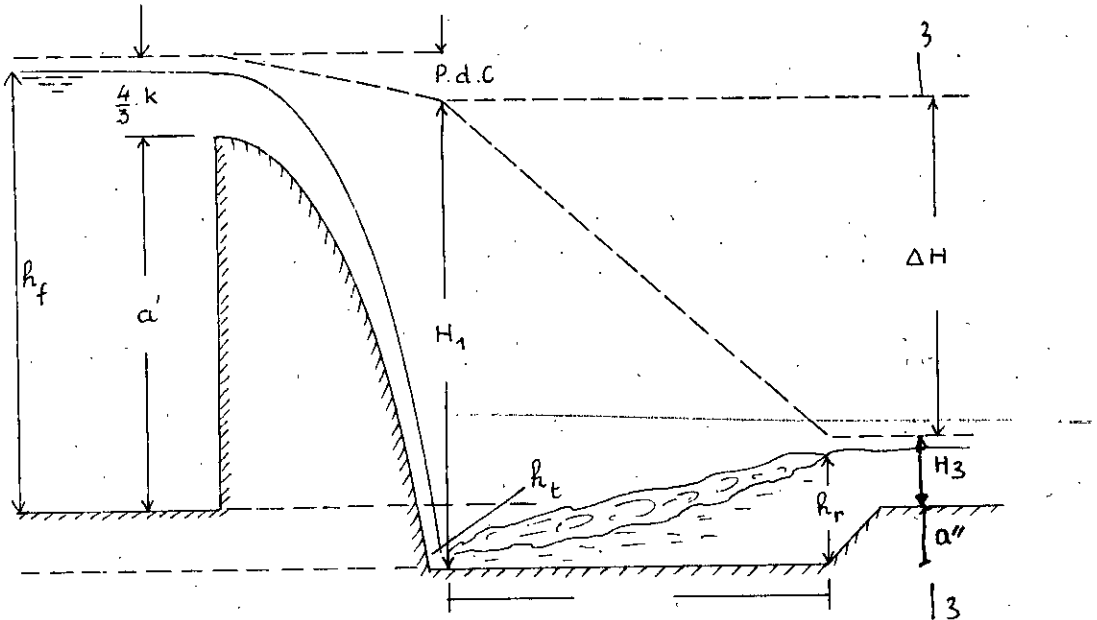
$$H_{r+} = h_{r+} + h_{r+}^{-3}/3 \quad (6-19)$$

La différence définit le paramètre dimensionnel de la perte de charge occasionnée par le ressaut:

$$\Delta H_+ = h_{t+} - h_{r+} + (h_{t+}^{-3} - h_{r+}^{-3})/3 \quad (6-20)$$

VI-2. Détermination complète du problème et solutions.

Dans l'équation (6-20), le paramètre dimensionnel ΔH , apparaît comme une fonction de deux variables: h_t et h_r ; en réalité h_r n'est pas indépendant de h_t , la valeur de cette dernière définissant la seule valeur y conjuguée de la première. En conclusion, on peut énoncer que H_1 est bien déterminé par la seule valeur de h_t ; ceci est valable aussi pour les autres paramètres dimensionnels H_{t+} , H_{r+} , h_{f+} et même pour les paramètres composés.



Détermination du débit maximal admissible passant par l'ouvrage et suivi d'un bassin de dissipation.
On peut écrire:

$$H_1 = a' + 4.k/3 + P.d.c \quad (6-21)$$

et

$$H_1 = a'' + H_3 + \Delta H \quad (6-22)$$

En négligeant les pertes de charge, la relation (6-21) devient:

$$H = a' + 4.k/3 \quad (6-21')$$

Dans le cas limite où:

$$H_{3+} = H_3/k = 4/3$$

la relation (6-22) devient:

$$H_1 = a'' + 4.k/3 + k. \Delta H \quad (6-22')$$

D'autre part, on a par définition:

$$H_1 = k.H_{1+} \quad (6-23)$$

En éliminant H_1 , entre (6-21') et (6-22'), on tire:

$$\Delta H_+ . k = a' - a'' \quad (6-24)$$

et en éliminant H_1 , entre (6-21') et (6-23), on tire:

$$H_{1+} - 4/3 . k = a' \quad (6-25)$$

En divisant (6-24) et (6-25) et en retranchant de l'unité le quotient ainsi obtenu, on introduit, en multipliant par mille, le paramètre sans dimension:

$$\begin{aligned} \Phi &= 1000. \left(1 - \frac{\Delta H_+}{H_{1+} - 4/3} \right) = 1000. \left(1 - \frac{a' - a''}{a'} \right) \\ &= 1000. a''/a' \end{aligned} \quad (6-26)$$

permettant la détermination directe du débit maximal admissible; ce paramètre complète la série des paramètres dimensionnels H_+ , h_{f+} , h_{t+} , h_{r+} , L_+ et ΔH_+ , et sa valeur définit chacune des valeurs de tous les autres.

En représentant Φ en fonction de h_{t+} dans le même système d'axes de coordonnées à divisions logarithmiques de la figure 8, on obtient la courbe Φ .

En repérant sur cette courbe le point ayant pour abscisse Φ , l'ordonnée h_{t+} de ce point définit l'horizontale, permettant d'identifier sur l'axe des abscisses les valeurs de chacun des paramètres dimensionnels y conjugués avec H_+ , en application de (6-24) la valeur de k est en application de:

$$Q = 1,704. E. X^{-1/2} . k^2 = Q_{\max.}$$

Si le débit, croissant, dépasse la valeur limite $Q_{\max.}$ ci-dessus déterminée, le ressaut, ne pouvant plus dissiper l'accroissement de la charge occasionnée par l'effet de l'obstacle constitué par l'ouvrage, disparaît pour céder sa place à un écoulement en régime torrentiel sur le radier du bassin et à l'aval de celui-ci; par conséquent on a:

$$H = 0, \text{ soit: } \Delta H_+ = 0$$

et l'équation (6-22) devient:

$$k.H_{3+} = k.H_{1+} - a''$$

soit en divisant par k :

$$H_{3+} = H_{1+} - a''/k \quad (6-27)$$

L'expérience montre qu'une fois le débit Q (croissant) dépasse légèrement la valeur de $Q_{\max.}$ le ressaut, jusqu'alors stationnaire

en position presque instable commence à se déplacer très lentement dans le sens aval et, lorsque son début atteint l'extrémité avale du bassin de dissipation d'énergie, disparaît subitement. A cet instant, le régime change soudain en torrentiel sur toute la longueur du radier et aussi à l'aval de l'ouvrage; le phénomène de dissipation de l'énergie par le ressaut s'efface au même instant et la vitesse à l'aval de l'ouvrage atteint des valeurs beaucoup plus élevées de celles qui ont pu se manifester lors des plus fortes crues, avant la construction de l'ouvrage; les forces d'entraînement (forces tractrices) proportionnelles au carré de la vitesse, subissent un accroissement brusque, atteignant des valeurs extrêmement élevées, ayant pour conséquence des affouillements catastrophiques. On dit que le régime naturel de l'écoulement change en "catastrophique".

Une fois le régime devenu catastrophique, on fait décroître le débit et on constate que le régime persiste à l'aval de l'ouvrage et continu à faire des ravages même pour des débits sensiblement inférieurs à Q_{max} ; cette persistance du régime torrentiel catastrophique dure tant que:

$$H_{3+} > 4/3 \tag{6-28}$$

Le décroissement du débit entraîne l'augmentation de la perte de charge linéaire se produisant sur le parement aval du barrage et dans le bassin de dissipation d'énergie, de sorte que pour un débit:

$$Q_{min.} \ll Q_{max.}$$

L'inégalité exprimée par (6-28) se transforme en égalité; à cet instant le ressaut se rétablit et le régime de l'écoulement redevient naturel et fluvial à l'aval de l'ouvrage. On appelle le phénomène ci-dessus décrit "Hystérésis" du ressaut. D'autre part, on peut dire que ΔH_+ est bien déterminé par la seule valeur de h_{t+} ; ceci est valable aussi pour les autres paramètres dimensionnels et même pour les paramètres composés.

$$L_+ \leq 7. (h_{r+} - h_{t+}), \quad L = k. L_+$$

$$\Phi = 1000. (1 - \frac{\Delta H_+}{H_+ - 4/3}) = 1000. a''/a'$$

$$\Gamma = \frac{H_+ - \Delta H_+ - 4/3}{h_{r+}} = a''/h_1 \tag{6-29}$$

$$\Omega = h_{t+}/(H_+ - 4/3) = h_1/a'' \tag{6-30}$$

Chacun des sus-dits paramètres est représenté en fonction de h_t dans le système d'axes de coordonnées à divisions logarithmiques de la figure 8 en annexe. Il suffit de connaître la valeur d'un seul de ces paramètres pour en tirer par lecture directe dans l'abaque, la valeur de chacun des autres.

VI-4. Représentation graphique de la fonction Z.

La représentation de Z dans un système d'axes de coordonnées à divisions logarithmiques mène à une courbe dont l'allure est indiquée ci-dessous:

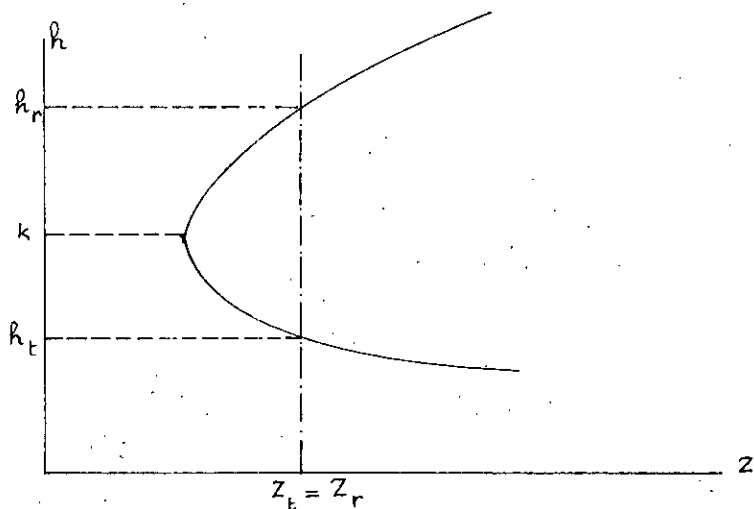


fig. 6-4

Toute ligne verticale coupe la courbe en deux points, on détermine ainsi deux valeurs conjuguées de h.

La valeur de h correspondant au minimum de Z est obtenue en égalant à zéro la dérivée de Z suivant la valeur de h.

La valeur de la profondeur ainsi trouvée représente la profondeur critique k.

La branche supérieure de la courbe correspond alors au régime fluvial ($h > k$), la branche inférieure correspond au régime torrentiel ($h < k$).

VI-5. Etude du ressaut.

D'autre part, l'analyse des phénomènes d'écoulements permanents à surface libre passant par des canaux à section paraboliques en régime variable en présence ou en absence d'un ressaut, basée sur les trois équations fondamentales de la dynamique des liquides (de continuité, d'énergie et de quantité de mouvement) mène à l'établissement d'une équation du 5ème degré et à la conception d'un modèle mathématique correspondant à une profondeur critique $k=1$, constitué par toutes les séries de valeur y conjuguées de la charge H, de la profondeur torrentielle h_t à l'extrémité amont du ressaut

la profondeur fluviale h_r à l'extrémité avale du ressaut, la profondeur k au-dessus du seuil constituant la section de contrôle et la perte de charge singulière ΔH occasionnée par le ressaut etc...

Les sus-dites valeurs adimensionnelles correspondant à $k=1$ distinguées d'un indice "+" appelées "paramètres dimensionnels" sont rapportés dans un abaque logarithmique dans lequel elles peuvent être repérées par lecture directe, ou peuvent être obtenues moyennant un programme conçu à cet effet.

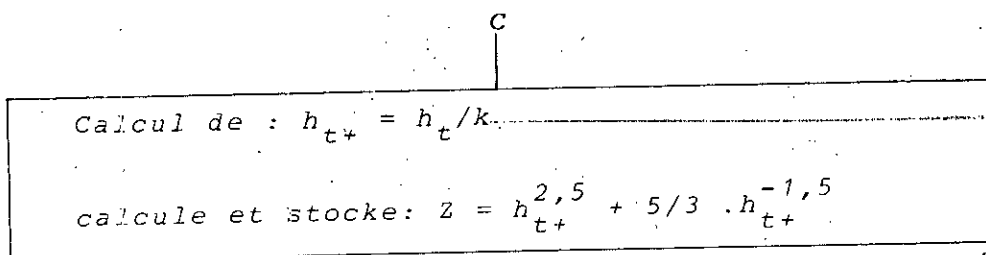
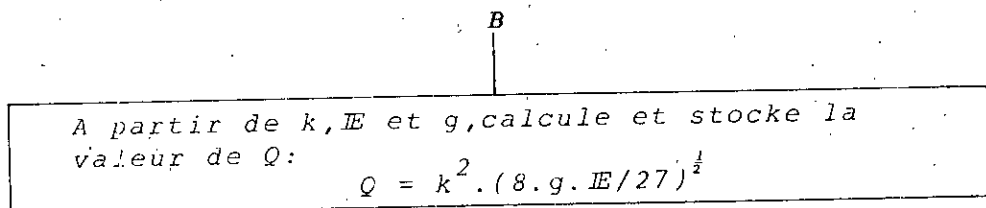
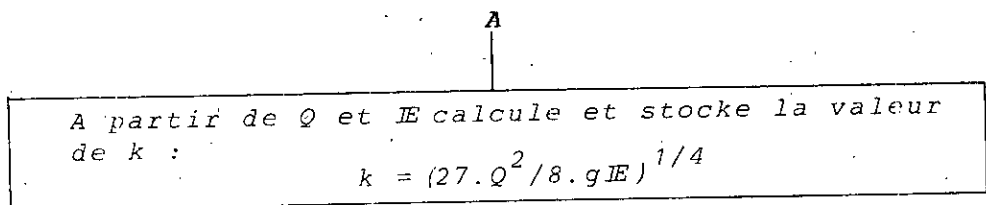
Les paramètres dimensionnels sont interdépendants, il suffit de connaître un seul pour en tirer, grâce au modèle mathématique, les valeurs y conjuguées de tous les autres et en multipliant par k on obtient l'ensemble des dimensions linéaires verticales caractérisant le phénomène d'écoulement.

La conception d'un tel modèle mathématique n'est pas possible que pour les phénomènes où les forces dues à la viscosité et aux frottements sont négligeables par rapport aux forces dues à la pesanteur et à l'inertie, autrement dit où les pertes de charge linéaires sont négligeables par rapport aux pertes de charge singulières.

Le programme ainsi que l'organigramme montrant les différentes étapes de calcul des caractéristiques du ressaut sont les suivants:

VI-6. Programmes ressaut: canal parabolique.

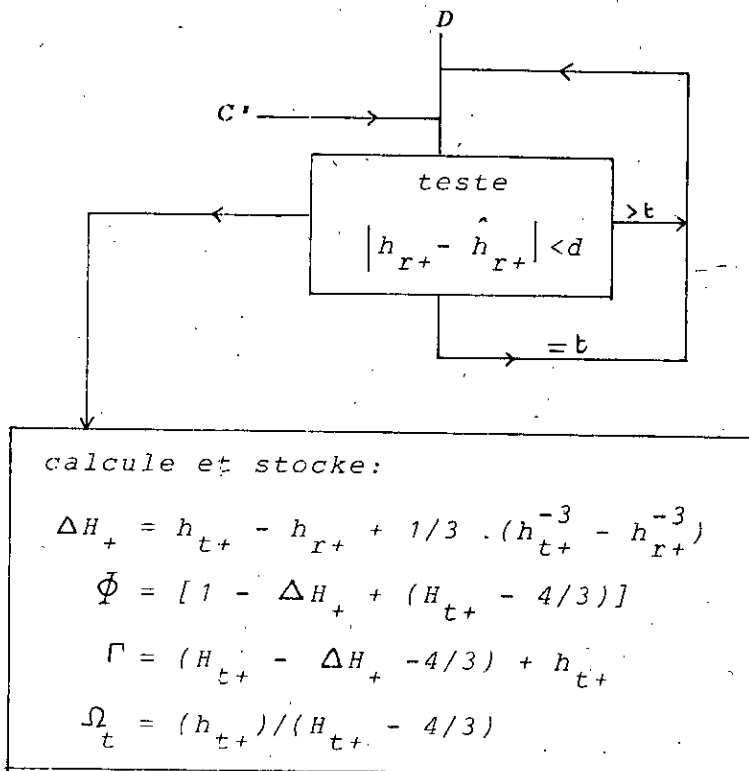
O R G A N I G R A M M E.



C'

A partir de h_{r+} approximatif, calcul de:

$$(h_{r+}) = h_r/k$$

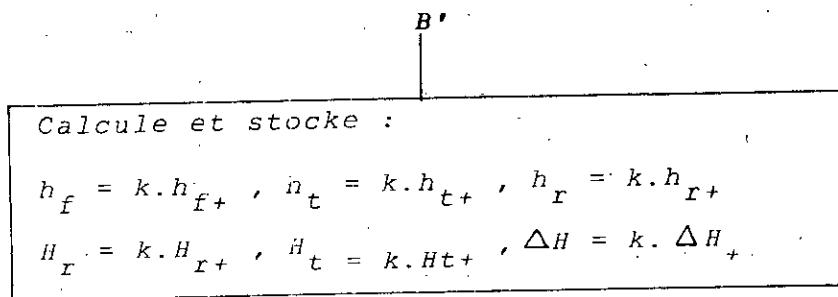
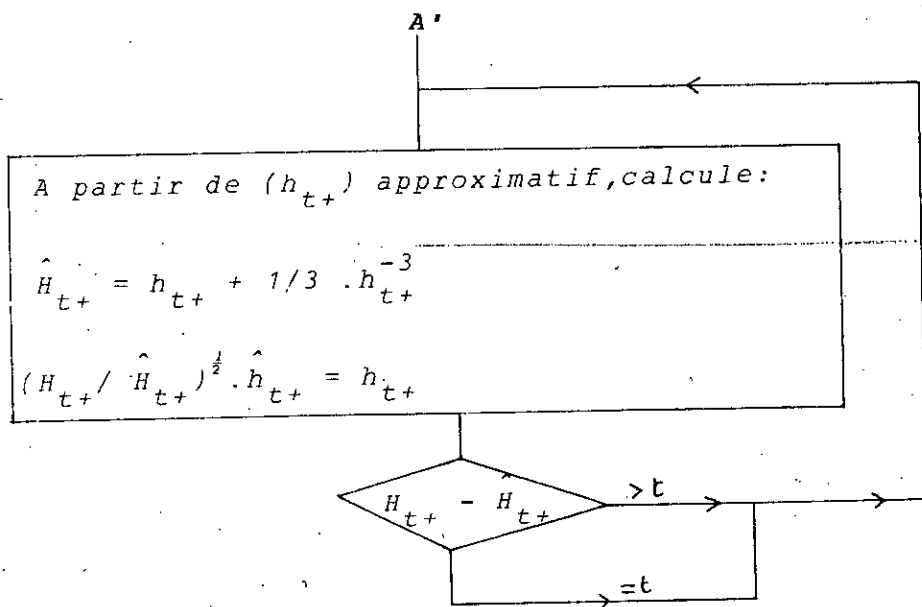
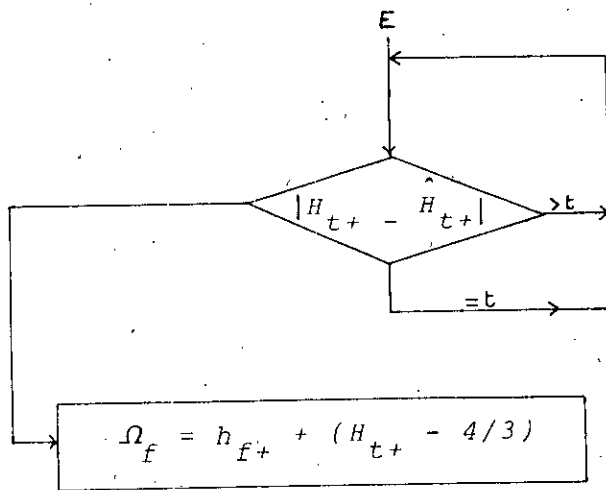
$$(z - h_{r+}^{2,5} - 5/3 \cdot h_{r+}^{-1,5})$$


E

A partir de (h_{f+}) approximatif calcule:

$$\hat{H}_{t+} = h_{f+} + 1/3 \cdot h_{f+}^{-3}$$

$$\frac{H_{t+}}{H_{t+}} \cdot (h_{f+}) = h_{f+}$$



Calcule et stocke: $k = [(h_f - h_t)/(h_t^{-3} - h_f^{-3})]^{1/4}$

VI-7. Programmes: détermination des caractéristiques du ressaut.

* LBL A 27:78.4 x RCL01 x^2 : RCL02 = INV y^x 4 = STO 00 R/S
 * LBL B RCL00 x^2 x (78.4 : 27 x RCL02) x^4 = STO 01 R/S
 * LBL C (RCL04 y^x 2.5 + 5:3 x RCL04 1/x y^x 1.5) STO 05 RCL04
 1/x STO 19 R/S
 * LBL C' STO 06 (RCL05 - RCL06 y^x 2.5 - 5:3 x RCL06 1/x y^x 1.5)
 INV SBR
 * LBL D (RCL19 C' : ((RCL19 x .99999)*C' - (RCL19 x 1.00001)*C')
 x RCL19 x .000002) SUM 19 * |x| - .000001 = * $x \geq t$ D RCL04 + RCL04
 1/x y^x 3:3 = STO 07 STO 13 RCL19 + RCL19 1/x y^x 3:3 = STO 08
 RCL04 - RCL19 + (RCL04 1/x y^x 3 - RCL19 1/x y^x 3):3 = STO 09
 1 - RCL09 : (RCL07 - 4:3) STO 10 ((RCL07 - RCL09 - 4:3):RCL04)
 STO 11 (RCL04 : (RCL07 - 4:3)) STO 12 R/S
 * LBL E RCL 13 + RCL 13 1/x y^x 3:3 = STO 14 RCL07 : RCL 14 = x RCL 13
 = STO 13 RCL07 - RCL14 = * |x| * $x \geq t$ E RCL13 : (RCL07 - 4:3)=STO20 R/S
 * LBL*A' RCL17 + RCL17 1/x y^x 3:3 = STO18 : RCL07 = $x^{\frac{1}{3}}$ x RCL17 =
 STO17 RCL07 - RCL18 = * |x| * $x \geq t$ *A' RCL17 R/S
 * LBL*B' RCL13 x RCL00 = STO23 RCL04 x RCL00 = STO24 RCL19 x RCL00
 = STO26 RCL17 x RCL00 = STO27 RCL08 x RCL00 = STO28 RCL09 x RCL00
 = STO29R/S
 * LBL x^2 (RCL23 - RCL24) x 3 : (RCL24 1/x y^x 3 - RCL23 1/x y^x 3) =
 INV y^x 4 = STO30 R/S
 * LBL + (RCL35 - RCL34):(RCL36 - RCL34)x(RCL33 - RCL31) + RCL31 =
 STO32 R/S.

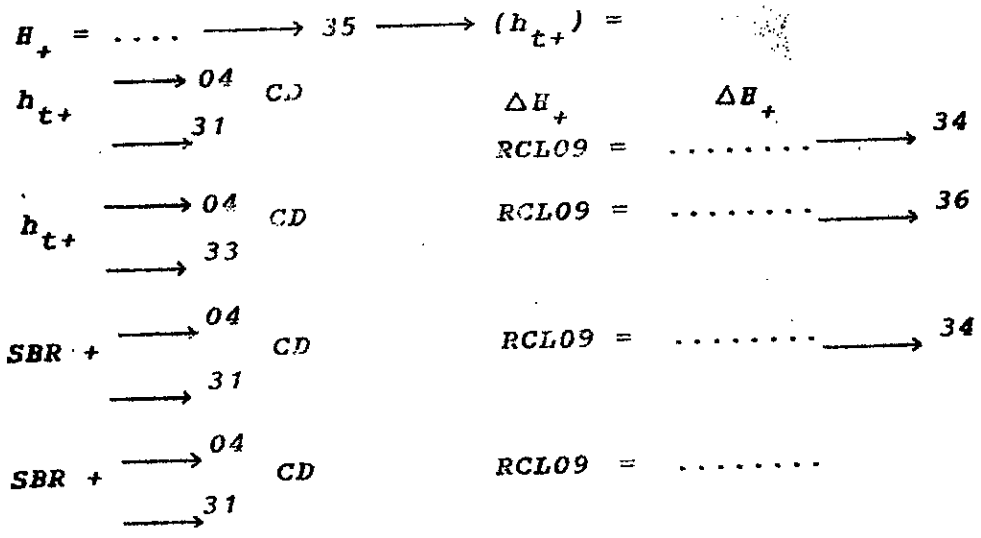
) \longrightarrow 01 ; E \longrightarrow 02 ; h_{t+} \longrightarrow 04 ; 0,000001 \longrightarrow t

1 \longrightarrow k (RCL00) ; B \longrightarrow Q (RCL01) ; C \longrightarrow h_{t+} (RCL19)

) \longrightarrow Ω_t (RCL12)

$E \longrightarrow \Omega_f$ (RCL20) ; h_{r+} (RCL06, RCL19) ; Z (RCL05) ; H_{t+} (RCL07, RCL14)
 ΔH_+ (RCL09) ; Φ (RCL10) ; Γ (RCL11) ; h_{f+} (RCL13) ; H_{r+} (RCL08)
 $(H_{t+}) \longrightarrow 17$; $*A' \longrightarrow \hat{h}_{t+}$ (RCL17) ; $*B' \longrightarrow \Delta H$ (RCL29)
 h_f (RCL23) ; h_t (RCL24) ; h_r (RCL26) ; H_r (RCL28).
 $SBR x^2 \longrightarrow k$ (RCL30) :

Si l'on veut connaître l'ensemble des paramètres dimensionnels en fonction d'un autre paramètre dimensionnel que h_{t+} .
 Par exemple en fonction de ΔH_+ , suit le procédé d'interpolation exact (voir ci-après).



On arrête: tous les paramètres dimensionnels se trouvent dans les registres.

- RCL04 $\longrightarrow h_{t+} = \dots$
- RCL08 $\longrightarrow H_{r+} = \dots$
- RCL19 $\longrightarrow \hat{h}_{r+} = \dots$
- RCL09 $\longrightarrow \Delta H_+ = \dots$
- RCL13 $\longrightarrow h_{f+} = \dots$
- RCL07 $\longrightarrow H_{t+} = \dots$
- RCL10 $\longrightarrow \Phi = \dots$

C H A P I T R E V I I

Similitude et étude du modèle.

VII-1. Etude de la similitude applicable au modèle.

Dans le cas des conduites à profil réductible en application de la similitude géométrique simple ou distordue, il est possible de concevoir un modèle mathématique unique caractérisé par $k=1$ et dresser des abaques ou programmes, s'étendant à toutes les dimensions conjuguées dont il suffit de connaître une quelconque pour en tirer la valeur de chacune des autres; ceci est possible pour les écoulements plans et pour les écoulements passant par des conduites à section triangulaire isocèle et en parabole.

Pour des profils circulaires partiellement mouillés, profils trapézoïdaux et pour les profils triangulaires arrondis au fond, la conception d'un seul modèle mathématique valable pour les différentes sections n'a pu être possible car, les segments obtenus correspondants aux différents niveaux d'eau ne sont plus semblables et ne sont plus réductibles à un seul modèle, moyennant deux échelles différentes en largeur et en hauteur, comme dans le cas des segments constituant le profil mouillé dans une conduite à section parabolique.

Les résultats des procédés conçus en application de la théorie de la longueur fluidodynamique ont fait objet d'une vérification expérimentale systématique au laboratoire, sous la conduite du Professeur LAPRAY; ces travaux ont confirmé la validité des formules et programmes obtenus en application des considérations basées sur la longueur fluidodynamique.

Dans le cas des ouvrages courts, les pertes de charge linéaires sont inexistantes ou négligeable par rapport aux pertes de charge singulières en raison de la prépondérance des forces dues à l'inertie et à la pesanteur, par rapport aux forces dues à la viscosité et aux frottements.

Pour cette raison les lois de la similitude dynamique de Reech-Froude y sont applicables sans problème au modèle mathématique conçu pour le cas $k=1$.

Une simple multiplication par k des valeurs repérées dans l'abaque ou fournie par la calculatrice en application du programme respectif y introduit, on obtient les valeurs des éléments demandés concernant l'ouvrage et le phénomène respectif se produisant en vraie grandeur. Dans de telles conditions, cette extrapolation est bien possible même si le régime d'écoulement sur le modèle et en vraie grandeur n'est pas identique (transition, turbulent rugueux).

On a pensé jusqu'à présent que cette identité du régime est indispensable lors des essais concernant les écoulements passant par les ouvrages dits longs où les pertes de charge linéaires ne peuvent pas être laissées hors considération.

Dans ce cas on a exigé que les régimes des écoulements passant par le modèle et par l'ouvrage en vraie grandeur soient identiques. Cette exigence nécessite la confection des modèles ayant des dimensions considérables, beaucoup de matériaux, de travail et de place, pour les modèles de l'hydraulique fluviale on a besoin d'avoir recours à l'application de la similitude distordue basée sur les formules de Manning-Strickler. Nous rapportons à ce sujet une application en page 64.

Cependant, on peut estimer que si les mesures exécutées sur le modèle confirmant les résultats de calcul effectué par un procédé basé sur la formule de Colebrook, on peut s'attendre que ces résultats, concernant le phénomène se produisant en vraie grandeur, calculés suivant la même formule seront également conformés à la réalité, même si le régime est en transition sur le modèle et turbulent rugueux en vraie grandeur.

Nous avons vérifié ce postulat en confectionnant deux modèles géométriquement semblables, mais de tailles différentes, d'un canal et en faisant passer par chacun des débits satisfaisant aux conditions requises par la similitude dynamique.

L'écoulement étant en régime de transition sur le petit modèle et en régime turbulent rugueux sur le grand modèle, on a une parfaite identité des résultats observés d'une part et les résultats obtenus par le calcul effectué suivant Colebrook d'autre part.

En répétant cette expérience sur un grand nombre de divers modèles nous en avons tiré la conclusion qu'en faisant confiance à cette méthode d'expérimentation sur modèle ultra-réduit, on peut faire des économies substantielles de matériaux, du temps et de l'argent, tout en obtenant des résultats plus précis et plus fiables qu'en ayant recours aux formules de la similitude distordue basée sur Manning-Strickler.

VII-2. Exemple d'application sur la similitude.

Un fleuve véhiculant un débit maximal $Q=8734,641 \text{ m}^3/\text{s}$, de section assimilable à un segment de parabole très plat ayant dans la section initiale $e_0=12,5\text{m}$, sa pente géométrique $J_0=0,00065437$ et sa rugosité $\epsilon_1=0,01\text{m}$, fait l'objet d'une expérimentation au laboratoire à effectuer sur modèle réduit distordu; en vue de déterminer la distance L nécessaire à un exhaussement $\Delta h=0,45\text{m}$ de la profondeur, en utilisant à la confection du modèle des alluvions constituant le lit du fleuve, on a $\lambda_\epsilon=1$. En choisissant une échelle horizontale $\lambda_1=1/625$ ou en application de ces formules (valables pour la similitude distordue basée sur Manning-Strickler):

$$\lambda_h = \lambda_\epsilon^{1/4} \cdot \lambda^{3/4} = (1/625)^{3/4} = 1/125$$

$$\lambda_Q = \lambda_\epsilon \cdot \lambda_1^{17/8} = 1/8734,641$$

La distorsion est:

$$\Delta = J_{02}/J_{01} = \lambda_\epsilon^{1/4} \cdot \lambda_1^{-1/4} = 5$$

Ainsi les caractéristiques du modèle réduit distordu doivent être:

$$e_2 = \lambda_1 \cdot e_1 = 1\text{m} \quad ; \quad E = (e/h)^2 = 10\text{m}$$

$$h_2 = \lambda_h \cdot h_1 = 0,1\text{m} \quad ; \quad \epsilon_2 = \lambda_\epsilon \cdot \epsilon_1 = 0,01\text{m}$$

$$Q_2 = \lambda_Q \cdot Q_1 = 0,01\text{m}^3/\text{s}$$

L'exhaussement à réaliser sur le modèle est:

$$\Delta h_2 = \lambda_h \cdot \Delta h_1 = 0,036m$$

et la pente:

$$J_{0_2} = J_{0_1} \cdot \Delta = 0,000327185$$

En substituant les sus-dites valeurs au programme de remous parabolique ci-joint, on tire en 1mn51secondes: $L_{n2} = 56,389m$
 En extrapolant, en application de la similitude distordue, on aurait:

$$L_{n1} \text{ (Strickler)} = L_{n2} / \lambda_1 = 35.242,5m$$

$$R_{02} = 3,83 \cdot 10^4$$

: Régime turbulent rugueux.

$$\mathcal{E}/D_h = 0,0372$$

En calculant cette distance directement en introduisant dans le même programme les valeurs:

$$J_1 = 0,000001 \longrightarrow 00$$

$$J_{0_1} = 0,00065437 \longrightarrow 03$$

$$h_{0_1} = 12,5 \longrightarrow 05 \text{ et } 25$$

$$Q_1 = 8734,641 \longrightarrow 01$$

$$E = (625)^2 / 12,5 = 31250 \longrightarrow 04$$

On tire: $L_{n1} = 186703m$

$$R = 5,491 \cdot 10^7$$

: Régime turbulent rugueux.

$$\mathcal{E}/D_h = 0,000290$$

d'où le rapport entre L_{n1} direct et L_{n-1} Strickler :

$$L_{n1}/L_{n-1} = 5,297 \text{ alors qu'il devrait être égal à } 1.$$

Cependant si l'on détermine J_{0_2} directement en application du programme des écoulements à section mouillée constante, on tire :

$$J = 0,0002843$$

ce qui ramène la distorsion à $\Delta = J_2/J_1 = 4,345$ au lieu de $\Delta = 5$.

En introduisant cette valeur au programme direct de remous parabolique, on tire:

$$L_{n2} = 32947 \text{ et } \lambda_1 \cdot L_{n-2} = 205919$$

correspondant à une erreur relative de 10,3% seulement, au lieu de 430%.

C H A P I T R E VIII

Etude expérimentale

*(analyse des résultats et
conclusions)*

ETUDE EXPERIMENTALE.

VII-1. Conception et réalisation du modèle réduit.

En vue de la vérification expérimentale des formules et procédés résultant des considérations théoriques ci-dessus résumées, nous avons construit un modèle composé d'un bassin d'alimentation, d'une tranche de canal ascendant courte suivie d'une tranche descendante longue et d'une tranche terminale horizontale aboutissant dans un bassin à niveau réglable à volonté (figure 5 en annexe).

Le débit d'alimentation contrôlé par un débitmètre à segment soigneusement étalonné, branché sur un manomètre différentiel est réglable à volonté, moyennant des vannes disposées respectivement à l'amont et à l'aval du débitmètre en vue de pouvoir positionner les ménisques à un niveau permettant de les repérer sans grimper sur une échelle; le réglage à volonté du niveau aval a été destiné pour accommoder ce niveau à la côte de la surface libre de la tranche fluviale consécutive au ressaut se produisant le long de la tranche du canal terminale horizontale permettant aussi, de positionner le début du ressaut dans la section située à l'extrémité de la dite tranche.

Ce réglage de niveau dans le bassin aval est effectué par l'ouverture ou fermeture partielle d'une série d'orifices, complété par un siphon autonivellateur en position réglable en hauteur permettant le réglage fin du niveau.

Pour vérifier la profondeur dans un nombre suffisant de sections caractéristiques, nous avons disposé dans les dites sections des piézomètres de diamètre $D=20\text{mm}$ reliés au canal par 4 prises de pression de diamètre $d=2\text{mm}$ assurant ainsi une démultiplication au 1% des amplitudes de fluctuations.

Les mesures de profondeur ont été doublement vérifiées.

1°. par mesure de la largeur e du plan d'eau en évitant l'influence des stries en losange caractérisant les écoulements en régime torrentiel, en connaissant IE on tire:

$$h = e^2 / IE$$

2°. par mesure limnimétrique de position du fond d'une part et la position moyenne de plusieurs points de la surface libre dans la même section, d'autre part.

VIII-2. Description de l'installation-manipulation-(figure 5)

L'expérience a consisté à mesurer le tirant d'eau le long du canal, particulièrement les profondeurs amont et aval du ressaut pour un débit déterminé.

Du fait que le canal est à ciel ouvert, la mesure directe de la charge totale a été faite par le tube de Pitot.

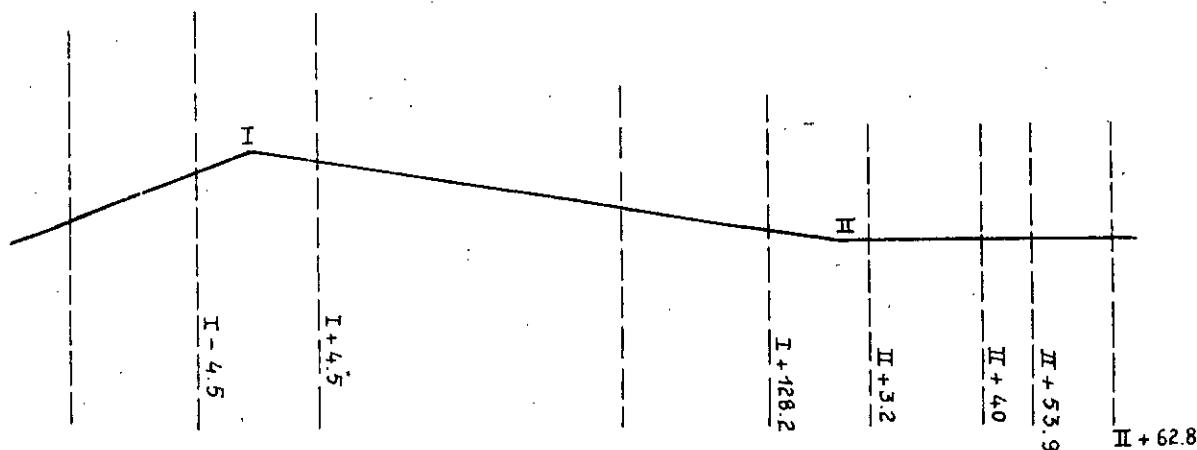
Elle a été évaluée pour un canal, mené à partir de la valeur du tirant d'eau, mesurée, en application de la relation :

$$H = h + \alpha V^2 / 2g$$

où α est le facteur de correction de l'énergie cinétique, volontairement fixé égal à l'unité.

Nous avons en effet, constaté qu'un écart de 5% sur le coefficient α n'entraîne qu'un écart de 2% sur la charge totale, pour une vitesse de 3m/s considérée comme la valeur la plus défavorable dans l'écoulement étudié.

Le schéma ci-dessous montre les différentes sections choisies de l'écoulement.



Pour chaque section nous avons utilisé un système de prise de pression statique constitué d'un collecteur relié à un tube piézométrique permettant de mesurer une valeur moyenne du tirant d'eau, à l'aide d'un réglet (un schéma de principe en est représenté en annexe). Ainsi, nous avons estimé plusieurs sections caractéristiques dont les principales sont:

I-4.5 : la valeur de la profondeur fluviale sur le tronçon ascendant (h_f).

I+4.5 , I+128.2 : les valeurs des profondeurs torrentielles sur le rapide.

II+3.2 : la profondeur torrentielle à l'amont du ressaut.

II+53.9:II+62.8: la profondeur conjuguée du ressaut (h_r).

À l'extrémité aval du modèle, nous avons installé une série d'orifices, complétée par un siphon autonivellateur en position réglable en hauteur permettant le réglage fin du ressaut.

Ceci nous a donné la possibilité de choisir une hauteur de seuil compatible avec l'existence d'un ressaut pour une série de cinq (05) pris dans le sens croissant.

À partir de la profondeur mesurée, nous avons déterminé les paramètres hydrauliques dans chaque section (largeur du plan d'eau, périmètre

mouillé, section mouillée, vitesse, charge etc...).
 Les résultats expérimentaux ont été confrontés à ceux obtenus en application de la théorie, moyennant les programmes de calcul présentés (détermination du profil en long de la surface libre, calcul du ressaut), résultats que nous avons consignés dans les tableaux suivants.

VIII-3. Résultats expérimentaux.

- Les cinq premiers tableaux concernent le remous;
- Les cinq autres tableaux concernent le ressaut.

Profondeurs expérimentales, profondeurs calculées par la méthode exposée et par la méthode classique de la courbe de remous, pour le débit $Q=1,37$ l/s.

$h = 9,3\text{cm}$

$Q=1,37$ l/s

$k=3,82\text{cm}$

| sections | profondeurs mesurées (exp.) (cm) | profondeurs calculées par la méthode exposée (cm) | profondeurs calculées par la méthode classique. (cm) |
|----------|----------------------------------|---|--|
| I-40 | 7,70 | 7,82 | 8,10 |
| I-20 | 6,20 | 6,23 | 6,48 |
| I-4.5 | 4,50 | 4,75 | 4,82 |
| I | 3,80 | 3,82 | 3,82 |
| I+4.5 | 3,40 | 3,12 | 3,31 |
| I+25 | 2,50 | 2,52 | 2,75 |
| I+50 | 2,20 | 2,24 | 2,40 |
| I+76 | 2,08 | 2,10 | 2,19 |
| I+98.5 | 1,95 | 2,00 | 2,12 |
| I+128.2 | 1,90 | 1,93 | 2,07 |

Profondeurs expérimentales, profondeurs calculées par la méthode exposée et par la méthode classique de la courbe de remous, pour le débit $Q=1,77$ l/s.

Tableau n°03.

| sections | profondeurs mesurées (exp.) (cm) | profondeurs calculées par la méthode exposée. (cm) | profondeurs calculées par la méthode classique. (cm) |
|----------|----------------------------------|--|--|
| I-40 | 8,50 | 8,51 | 8,69 |
| I-20 | 6,85 | 6,90 | 7,08 |
| I-4.5 | 5,10 | 5,36 | 6,54 |
| I | 4,30 | 4,34 | 4,34 |
| I+4.5 | 3,80 | 3,59 | 3,74 |
| I+25 | 2,90 | 2,95 | 3,14 |
| I+50 | 2,60 | 2,61 | 2,80 |
| I+76 | 2,40 | 2,43 | 2,62 |
| I+98.5 | 2,30 | 2,32 | 2,56 |
| I+128.2 | 2,20 | 2,22 | 2,45 |

profondeurs expérimentales, profondeurs calculées par la méthode exposée et par la méthode classique de la courbe de remous, pour le débit $Q=2,04$ l/s.

Tableau n°4. $h=20,5$ cm $Q=2,04$ l/s $k=4,66$ cm

| sections | profondeurs mesurées (exp.) (cm) | profondeurs calculées par la méthode exposée. (cm) | profondeurs calculées par la méthode classique. (cm) |
|----------|----------------------------------|--|--|
| I-40 | 8,92 | 8,88 | 9,10 |
| I-20 | 7,20 | 7,23 | 7,44 |
| I-4.5 | 5,35 | 5,67 | 5,89 |
| I | 4,68 | 4,66 | 4,66 |
| I+4.5 | 4,40 | 3,87 | 3,12 |
| I+25 | 3,15 | 3,16 | 3,38 |
| I+50 | 2,80 | 2,82 | 3,02 |
| I+76 | 2,60 | 2,63 | 2,81 |
| I+98.5 | 2,50 | 2,51 | 2,70 |
| I+128.2 | 2,40 | 2,41 | 2,56 |

Profondeurs expérimentales, profondeurs calculées par la méthode exposée et par la méthode classique de la courbe de remous, pour le débit $Q=2,43$ l/s.

Tableau n°5.

 $h=29\text{cm}$ $Q=2,43$ l/s $k=5,09\text{cm}$

| sections | profondeurs mesurées. (cm) | profondeurs calculées par la méthode exposée. (cm) | profondeurs calculées par la méthode classique. (cm) |
|----------|----------------------------|--|--|
| I-40 | 9,40 | 9,39 | 9,60 |
| I-20 | 7,60 | 7,72 | 7,86 |
| I-4.5 | 6,00 | 6,14 | 6,32 |
| I | 5,10 | 5,09 | 5,09 |
| I+4.5 | 4,65 | 4,24 | 4,40 |
| I+25 | 3,50 | 3,45 | 3,65 |
| I+50 | 3,10 | 3,14 | 3,36 |
| I+76 | 2,95 | 2,92 | 3,08 |
| I+98.5 | 2,80 | 2,79 | 2,90 |
| I+128.2 | 2,65 | 2,67 | 2,81 |

Caractéristiques expérimentales et calculées du ressaut.

$h=9,3\text{cm}$

$Q=1,37\text{ l/s}$

$k=3,82\text{cm}$

Tableau n°6.

| sections | charges calculées. (cm) | prof. calculées. (cm) | prof. mesurées. (cm) | prof. moy. mesurées. (cm) | charge H (cm) | P.d.C calculées. (cm) | P.d.C expériment. (cm) |
|----------|-------------------------|-----------------------|--|---------------------------|---------------|---------------------------------|--------------------------------------|
| II+3.2 | 12,10 | 1,91 | 2,00 1,95 1,95 1,80 1,85 | 1,90 | 12,10 | | |
| II+10.1 | | | 3,75 3,75 3,80 3,80 3,75 3,80 | 3,78 | | ΔH (calculée) = 5,07 cm | ΔH (expérimentale) = 4,98 cm |
| II+17.3 | | | 4,70 4,70 4,80 4,75 4,70 | 4,73 | | | |
| II+26 | | | 5,30 5,30 5,30 5,30 | 5,30 | | | |
| II+32.3 | | | 5,70 5,70 5,75 5,65 5,70 | 5,70 | | | |
| II+40 | | | 5,90 5,90 5,90 6,00 6,00 | 5,94 | | | |
| II+53.9 | 7,03 | 6,80 | 6,90 6,90 6,90 6,85 6,95 | 6,90 | 7,12 | | |
| II+62.8 | 7,03 | 6,80 | 6,90 6,90 6,95 6,95 6,90 | 6,92 | 7,13 | | |

Caractéristiques expérimentales et calculées du ressaut.

$h=15,4\text{cm}$

$Q=1,771/s$

$k=4,34\text{cm}$

Tableau n°7.

| sections | charges calculées. (cm) | prof. calculées. (cm) | prof. mesurées. (cm) | prof. moy. mesurées. (cm) | charge H (cm) | P.d.C calculées. (cm) | P.d.C expériment. (cm) |
|----------|-------------------------|-----------------------|--------------------------------------|---------------------------|---------------|----------------------------------|---------------------------------------|
| II+3.2 | 12,66 | 2,25 | 2,30 2,20 2,20 2,25 2,30 | 2,25 | 12,66 | ΔH (calculées) = 4,84 cm | ΔH (expérimentales) = 4,75 cm |
| II+10.1 | | | 4,60 4,60 4,65 4,60 4,65 | 4,62 | | | |
| II+17.3 | | | 5,30 5,35 5,30 5,30 5,30 | 5,31 | | | |
| II+26 | | | 6,10 6,05 6,05 6,10 6,05 | 6,07 | | | |
| II+32.3 | | | 6,55 6,55 6,60 6,60 6,55 | 6,57 | | | |
| II+40 | 7,82 | 7,55 | 7,70 7,65 7,60 7,60 7,70 | 7,65 | 7,91 | | |
| II+53.9 | 7,82 | 7,55 | 7,65 7,65 7,60 7,60 7,60 | 7,62 | 7,89 | | |
| II+62.8 | 7,82 | 7,55 | 7,65 7,60 7,65 7,60 7,65 | 7,63 | 7,90 | | |

Caractéristiques expérimentales et calculées du ressaut.

 $h=20,5\text{cm}$ $Q=2,04\text{ l/s}$ $k=4,66\text{cm}$

Tableau n°8.

| sections | charges calculées. (cm) | prof. calculées. (cm) | prof. mesurées. (cm) | prof. moy. mesurées. (cm) | charge H (cm) | P.d.C calculées. (cm) | P.d.C expériment. (cm) |
|----------|-------------------------|-----------------------|--------------------------------------|---------------------------|---------------|----------------------------------|---------------------------------------|
| II+3.2 | 13,15 | 2,45 | 3,00 2,40 2,40 3,00 2,45 | 2,45 | 13,15 | ΔH (calculées) = 5,25 cm | ΔH (expérimentales) = 5,26 cm |
| II+10.1 | | | 4,50 4,55 4,50 4,55 4,55 | 4,58 | | | |
| II+17.3 | | | 5,40 5,60 5,60 5,65 5,50 | 5,55 | | | |
| II+26 | | | 6,30 6,40 6,40 6,30 6,40 | 6,36 | | | |
| II+32.3 | | | 7,00 7,10 7,10 7,05 7,10 | 7,07 | | | |
| II+40 | 7,90 | 7,53 | 7,55 7,50 7,50 7,55 7,50 | 7,52 | 7,89 | | |
| II+53.9 | 7,90 | 7,53 | 7,55 7,55 7,50 7,55 7,50 | 7,53 | 7,90 | | |
| II+62.8 | 7,90 | 7,53 | 7,55 7,55 7,55 7,50 7,60 | 7,55 | 7,92 | | |

Caractéristiques expérimentales et calculées du ressaut.

$h=29\text{cm}$ $Q=2,431/s$ $k=5,09\text{cm}$

Tableau n°9.

| sections | charges calculées. (cm) | prof. calculées. (cm) | prof. mesurées. (cm) | prof. moy. mesurées. (cm) | charge H (cm) | P.d.C calculées. (cm) | P.d.C expériment. (cm) |
|----------|-------------------------|-----------------------|--------------------------------------|---------------------------|---------------|----------------------------------|---------------------------------------|
| II+3.2 | 14,78 | 2,64 | 2,80 2,80 2,60 2,60 2,70 | 2,70 | 14,05 | ΔH (calculées) = 5,60 cm | ΔH (expérimentales) = 4,75 cm |
| II+10.1 | | | 4,70 4,70 4,75 4,75 4,70 | 4,72 | | | |
| II+17.3 | | | 5,45 5,50 5,50 5,50 5,50 | 5,49 | | | |
| II+26 | | | 7,15 7,20 7,15 7,20 7,20 | 7,18 | | | |
| II+32.3 | | | 7,80 7,85 7,90 7,90 7,85 | 7,86 | | | |
| II+40 | | | 7,90 8,00 8,05 8,00 7,95 | 7,98 | | | |
| II+53.9 | 9,18 | 8,86 | 9,00 9,00 9,10 8,90 9,00 | 9,00 | 9,30 | | |
| II+62.8 | 9,28 | 8,86 | 9,00 9,05 9,05 9,05 9,00 | 9,03 | 9,33 | | |

Caractéristiques expérimentales et calculées du ressaut.

$h=47,4\text{cm}$

$Q=3,11\text{ l/s}$

$k=5,76\text{cm}$

Tableau n° 10.

| sections | charges calculées. (cm) | prof. calculées. (cm) | prof. mesurées. (cm) | prof. moy. mesurées. (cm) | charge H (cm) | P.d.C calculées. (cm) | P.d.C expériment. (cm) |
|----------|-------------------------|-----------------------|---|---------------------------|---------------|----------------------------------|---------------------------------------|
| II+3.2 | 16,56 | 3,00 | 3,00 3,00 3,00 3,00 | 3,00 | 16,56 | ΔH (calculées) = 6,23 cm | ΔH (expérimentales) = 6,12 cm |
| II+10.1 | | | 5,40 5,45 5,40 5,40 5,45 | 5,42 | | | |
| II+17.3 | | | 6,60 6,50 6,45 6,50 6,55 | 6,52 | | | |
| II+26 | | | 7,70 7,75 7,70 7,70 7,75 | 7,72 | | | |
| II+32.3 | | | 8,30 8,35 8,40 8,30 8,40 | 8,35 | | | |
| II+40 | | | 8,90 8,90 8,90 8,95 8,90 | 8,91 | | | |
| II+53.9 | 10,33 | 9,96 | 10,10 10,10 10,00 10,10 10,10 | 10,08 | 10,44 | | |
| II+62.8 | 10,33 | 9,96 | 10,10 10,10 10,10 10,10 10,10 | 10,10 | 10,46 | | |

Remarques.

a) le ressaut se manifeste dans tous les cas par un passage d'une profondeur d'eau inférieure à la profondeur critique k à une profondeur supérieure à celle-ci; autrement dit le ressaut comporte un changement d'un régime d'écoulement torrentiel en régime tranquille (fluvial). Les profondeurs d'eau conjuguées sont directement liées au nombre de Froude caractérisant l'écoulement à l'amont et à l'aval du ressaut:

$$F_t = v_t^2 / g \cdot h_t \quad \text{et} \quad F_r = v_r^2 / g \cdot h_r$$

Le nombre de Froude est supérieur à 1 à l'amont du ressaut et inférieur à 1 à l'aval.

Détermination des nombres de Froude pour les ressauts étudiés.

La détermination des nombres de Froude, que nous consignons dans le tableau ci-joint, montre le caractère de l'écoulement à l'amont et à l'aval du ressaut.

Tableau n° 11.

| | | | | | |
|------------------------|-------|---------|---------|--------|--------|
| débits en l/s section. | 1,37 | 1,77 | 2,04 | 2,43 | 3,11 |
| II+3.2 | 10,67 | 9,25 | 8,74 | 8,41 | 9,04 |
| II+53.9 ou II+40 | 0,066 | 0,07297 | 0,09797 | 0,0725 | 0,0744 |

b) Un classement des ressauts étudiés peut être fait du point de vue dissipation d'énergie, suivant la valeur du nombre de Froude caractérisant l'écoulement à l'amont du ressaut, en effet, pour les cinq débits considérés l'écoulement à l'amont du ressaut est caractérisé par un nombre de Froude égal ou environ égal à 10, ce qui correspond à l'intervalle des ressauts en bonne condition; le ressaut est équilibré et son action est efficace.

Dans le tableau suivant, nous avons consigné le taux de dissipation de l'énergie des différents ressauts étudiés, ainsi que la puissance qu'ils dissipent.

La puissance dissipée est donnée par la relation:

$$P = 10^3 \cdot Q \cdot H / 75 \text{ (cv)}$$

| Q l/s | H (cm) | ΔH (cm) | $\Delta H/H$ % | P (cv) |
|-------|--------|-----------------|----------------|--------|
| 1,37 | 12,10 | 5,07 | 41,90 | 9,2 |
| 1,77 | 12,66 | 4,84 | 38,23 | 11,4 |
| 2,04 | 13,15 | 5,25 | 39,92 | 14,28 |
| 2,43 | 14,78 | 5,60 | 37,89 | 18,14 |
| 3,11 | 16,56 | 6,23 | 37,62 | 25,8 |

Une légère différence entre la valeur de la profondeur calculée et mesurée, entraîne un écart appréciable, surtout pour les grandes vitesses, entre les charges totales correspondantes.

| débits Q l/s | P.d.C ressaut mesurée (cm) | P.d.C calculée ressaut (cm) | longueur calculée ressaut (cm) | longueur mesurée ressaut (cm) | prof. avale ressaut exp. (cm) | prof. avale calculée (cm) | prof. amont exp. (cm) | prof. amont calculée. (cm) |
|-------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|---|--|---|------------------------------------|--------------------------------|-------------------------------------|
| 1,37 | 4,98 | 5,07 | 34,23 | 34,93 | 6,90 | 6,80 | 1,91 | 1,91 |
| 1,77 | 4,75 | 4,84 | 35,7 | 37,8 | 7,65 | 7,55 | 2,25 | 2,25 |
| 2,04 | 5,26 | 5,25 | 35,56 | 35,49 | 7,52 | 7,53 | 2,45 | 2,45 |
| 2,43 | 4,75 | 5,60 | 43,54 | 44,10 | 9,00 | 8,86 | 2,70 | 2,64 |
| 3,11 | 6,12 | 6,23 | 48,72 | 49,56 | 10,08 | 9,96 | 3,00 | 3,00 |

Tableau n°13: Tableau récapitulatif des résultats des caractéristiques du ressaut.

VIII-4. Analyse des résultats.

La comparaison détaillée des résultats de calcul avec les valeurs observées confirme une excellente concordance de la théorie et de l'expérience.

Nous avons trouvé des différences qui n'excèdent pas les 2,5% sauf en proximité du seuil constitué par l'intersection de la tranche ascendante avec la tranche descendante où la force due à l'inertie s'ajoute à l'apésanteur en l'augmentant à l'amont et en la diminuant à l'aval du seuil.

C'est pourquoi, à l'amont du seuil, on a la profondeur observée inférieure à la profondeur calculée tandis que, à l'aval du seuil la profondeur observée est supérieure à la profondeur calculée. Cette anomalie apparente n'existe que dans la zone:

$$0,9.k \leq h \leq 1,1.k$$

VIII-5. CONCLUSION.

Les résultats de l'expérimentation effectuée sur le modèle réduit confirment:

- la validité et la précision des résultats du calcul effectué en application d'un procédé analytiquement justifié.

- la différence très significative entre les résultats observés d'une part, et ceux qui sont obtenus par le calcul effectué en application des anciennes formules d'autre part.

- la possibilité d'extrapoler les résultats d'une expérience en régime de transition, obtenus sur modèle à petite échelle en laboratoire, à l'écoulement en vraie grandeur, caractérisé par un régime turbulent rugueux.

- la solution analytique, expérimentalement confirmée, ouvre une nouvelle voie devant l'ingénieur pour la solution de l'ensemble des problèmes liés à la distribution de l'eau en canaux paraboliques à ciel ouvert, quel que soit le régime de l'écoulement, turbulent rugueux, fluvial ou torrentiel, uniforme, graduellement ou brusquement varié, en présence ou en absence d'un ressaut.

- cette méthode donne la solution du problème même si le régime de l'écoulement passant par le modèle est en transition alors qu'il est turbulent rugueux en vraie grandeur, à condition de calculer les deux phénomènes analogues par la formule de Colebrook et en régime turbulent rugueux et en transition, comme il a été démontré expérimentalement par les écoulements passant par des conduites à profil rectangulaire, triangulaire et semi-circulaire dans une série de recherches destinées à la détermination du seuil de Weber à l'E.N.P, au cours des années 1970-1972.

- nous avons montré par l'expérience la détermination des courbes de remous en canal parabolique dont la paroi était presque lisse et où l'écoulement est en régime de transition, l'effet de la viscosité étant considérable.

Ce qui à priori a une grande incidence pratique sur les canaux existant dans la réalité, dont la rugosité n'est pas négligeable et où l'écoulement peut être en régime turbulent rugueux ou en transition.

- l'utilité pratique de cette thèse est la détermination des ressauts et des remous dans les canaux paraboliques, très utilisés en hydraulique pour l'irrigation, dans les constructions hydrotechniques, l'adduction de l'eau ainsi que dans les divers ouvrages hydrauliques.

- l'étude des remous et ressauts dans les canaux permet une très bonne compréhension de tous les phénomènes pouvant se produire ainsi qu'un très bon dimensionnement des canaux.

Coefficient de frottement f en fonction de ξ et de D_h

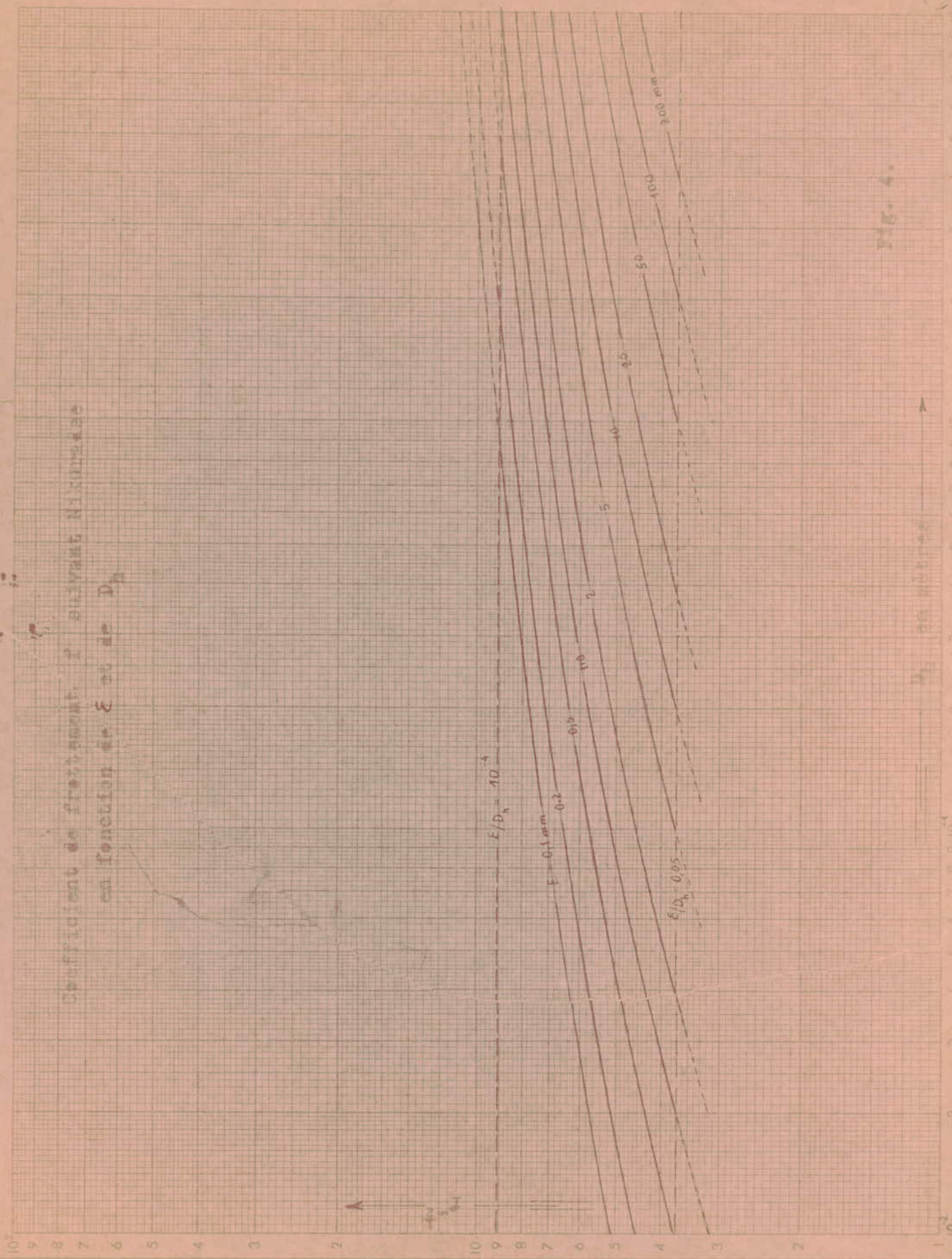


Fig. 4.

D_h en millimètres

Valeur du C de Chézy suivant Bazin

$$C = \frac{87}{1 + \gamma \sqrt{R_m}}$$

↑ C

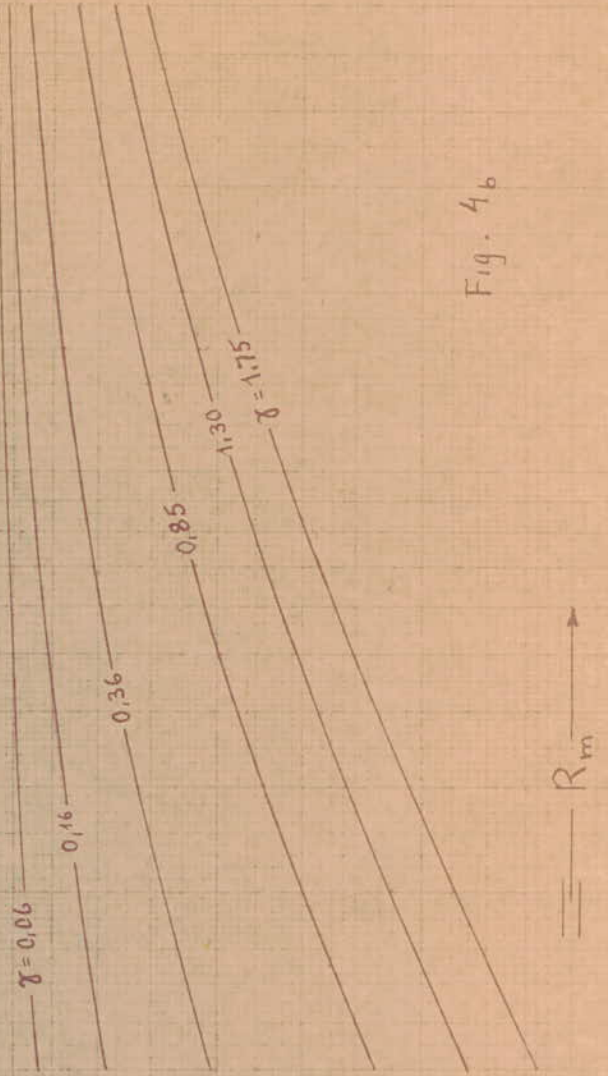
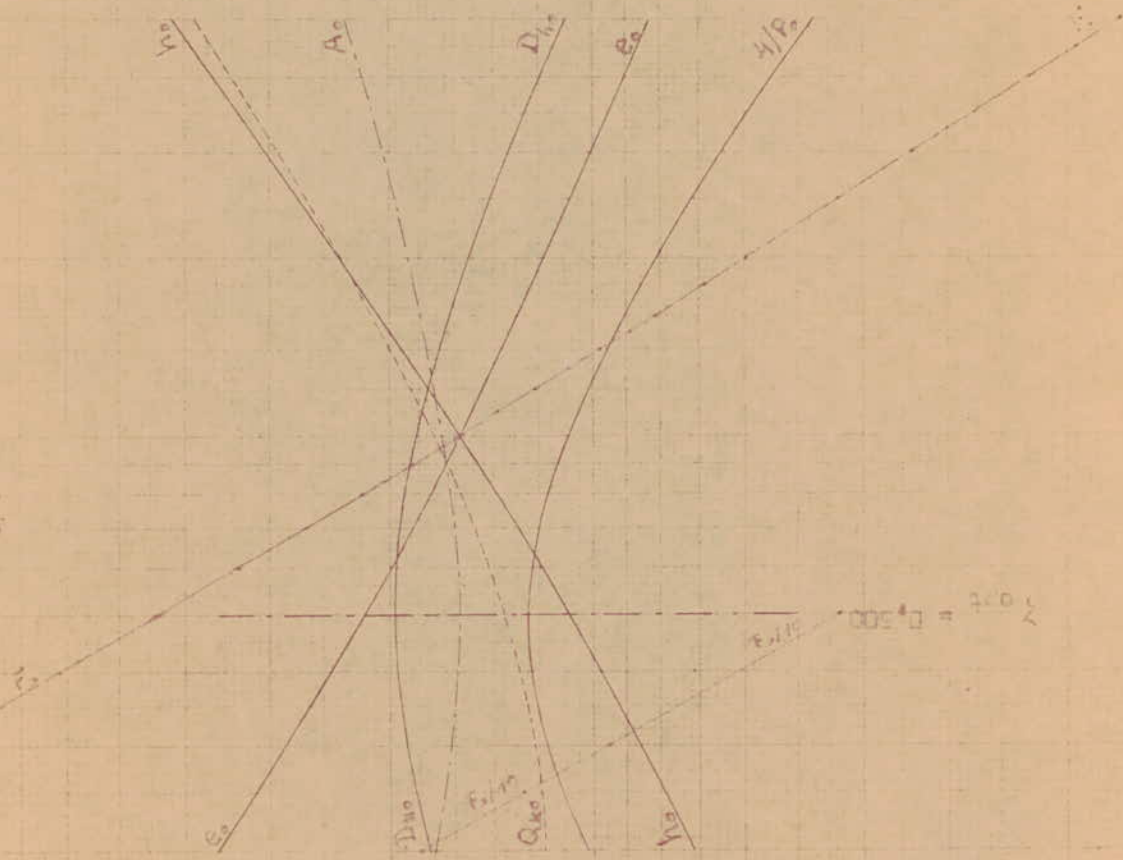


Fig. 4b

PROFIL ANULUI I

$\lambda_{opt} = 0,75$



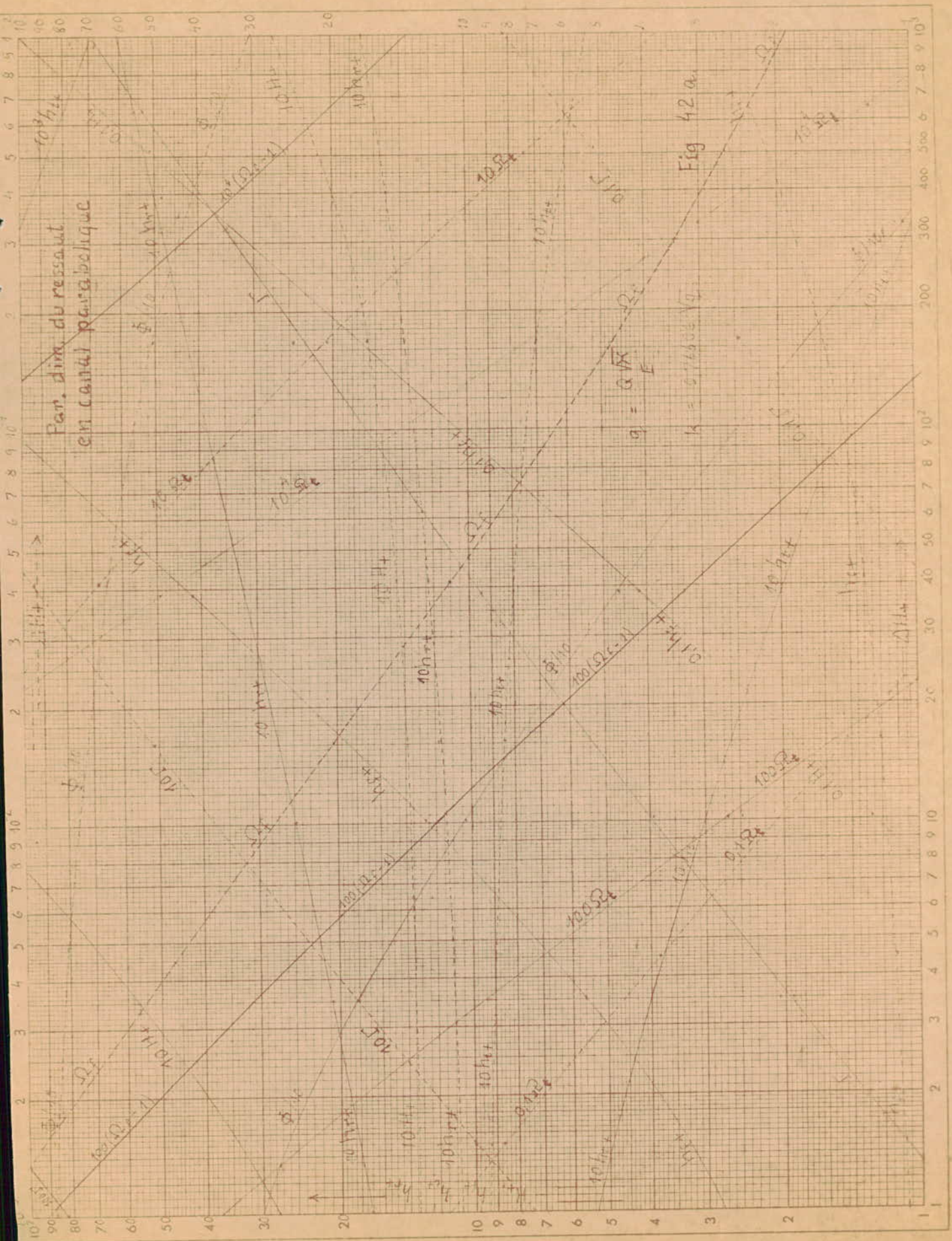
$h_0, D_{ho}, e_0, D_{ho}, Q_{ho}, h_0$

paramètres de dimension
 $m_0, h_0, D_{ho}, A_0, \epsilon/P_0, D_{ho}$

$$F = \frac{E_0}{\lambda^2}$$

$$F_e = \frac{E_0}{\lambda}$$

Figure 10



vue en plan du modèle
réduit

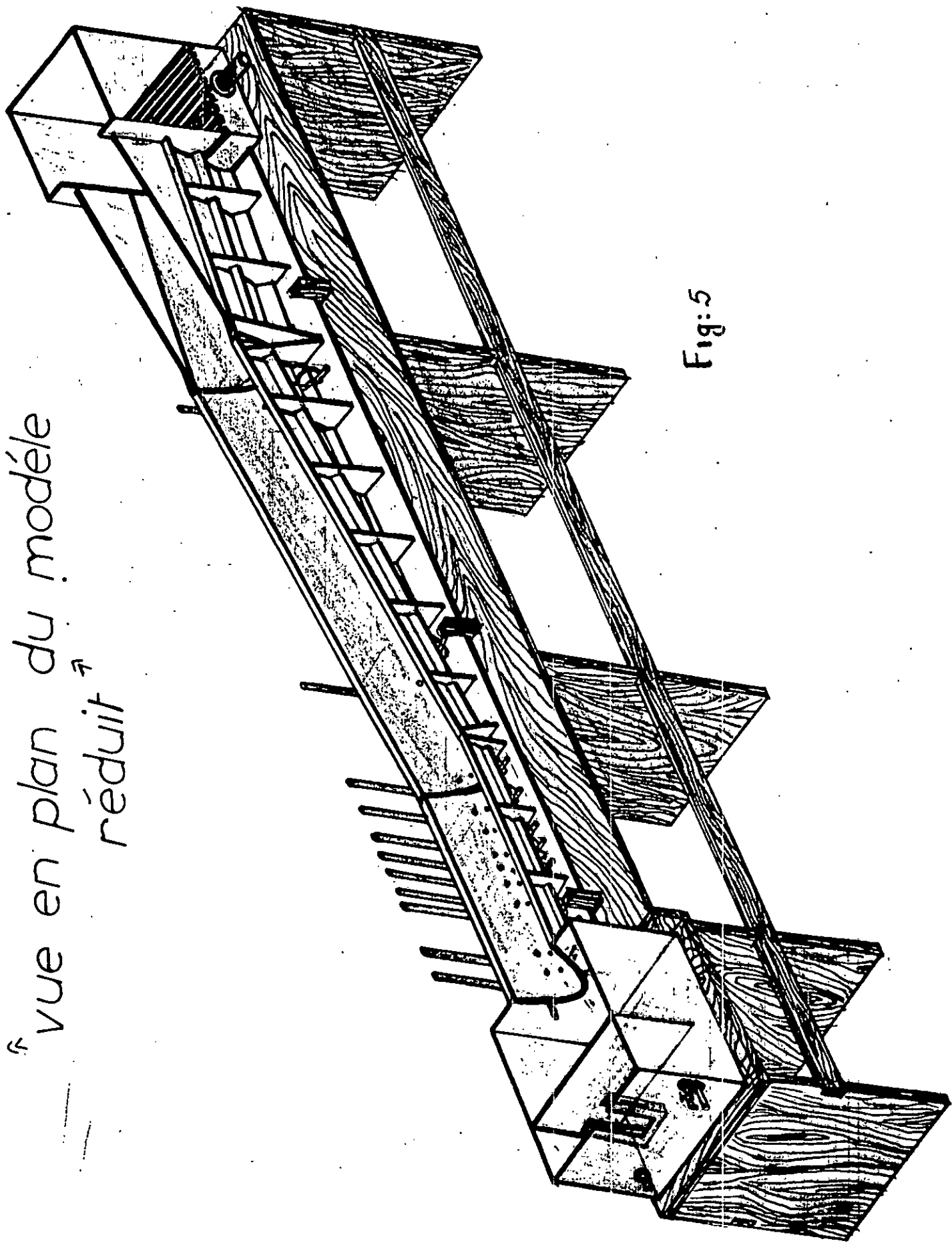
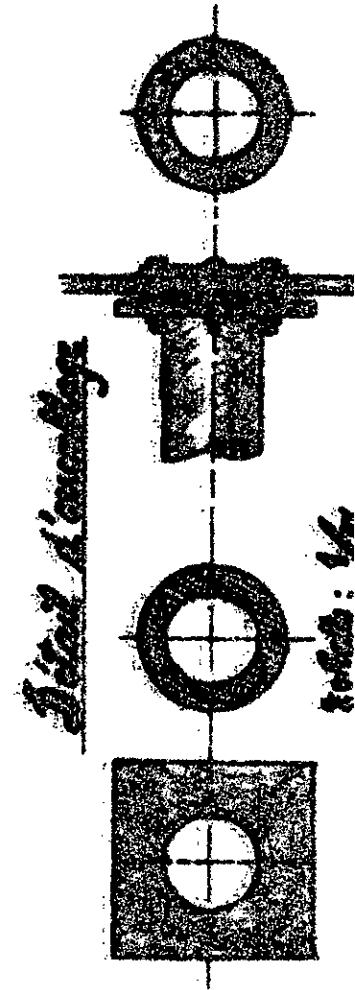
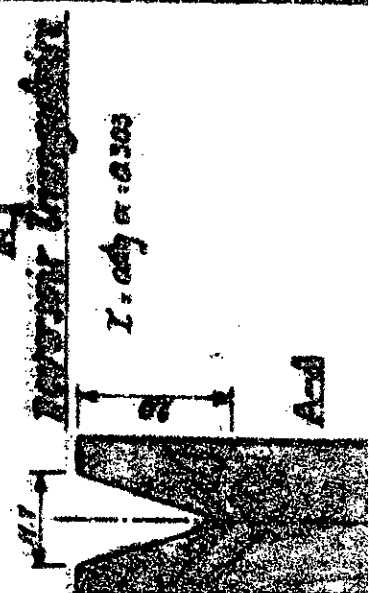
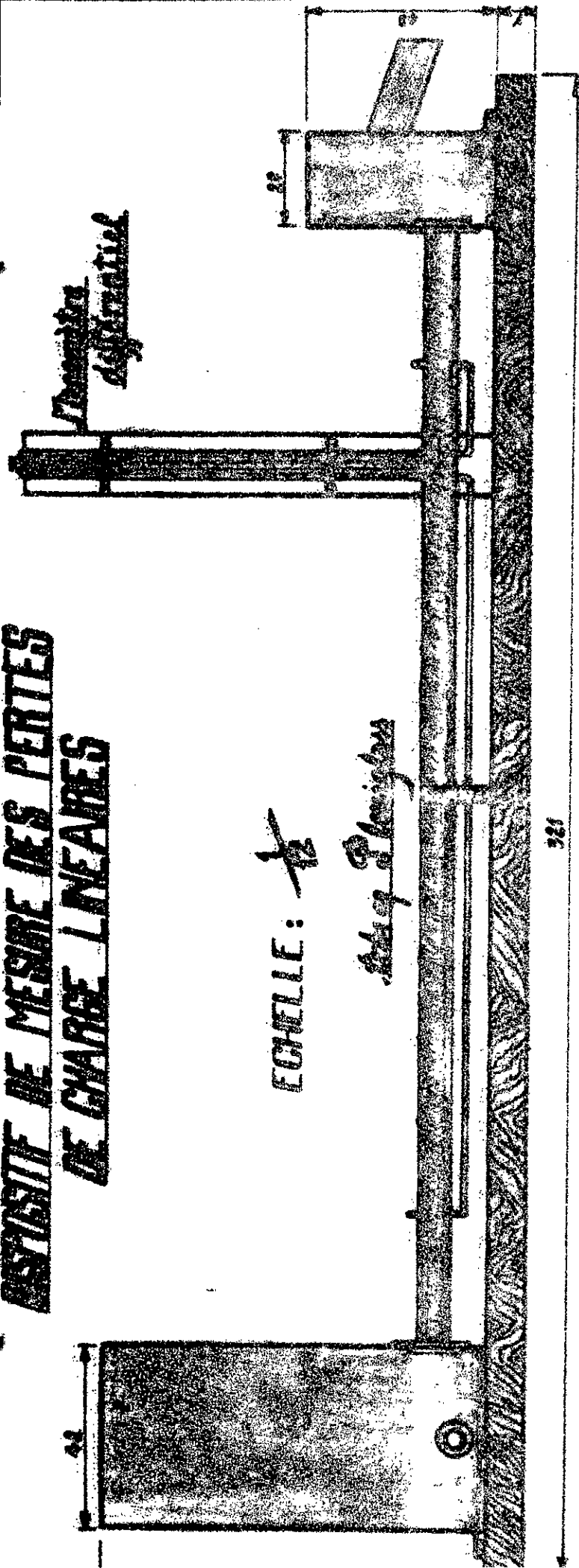


Fig: 5

APPAREIL DE MESURE DES PERTES DE CHARGE LINEAIRES

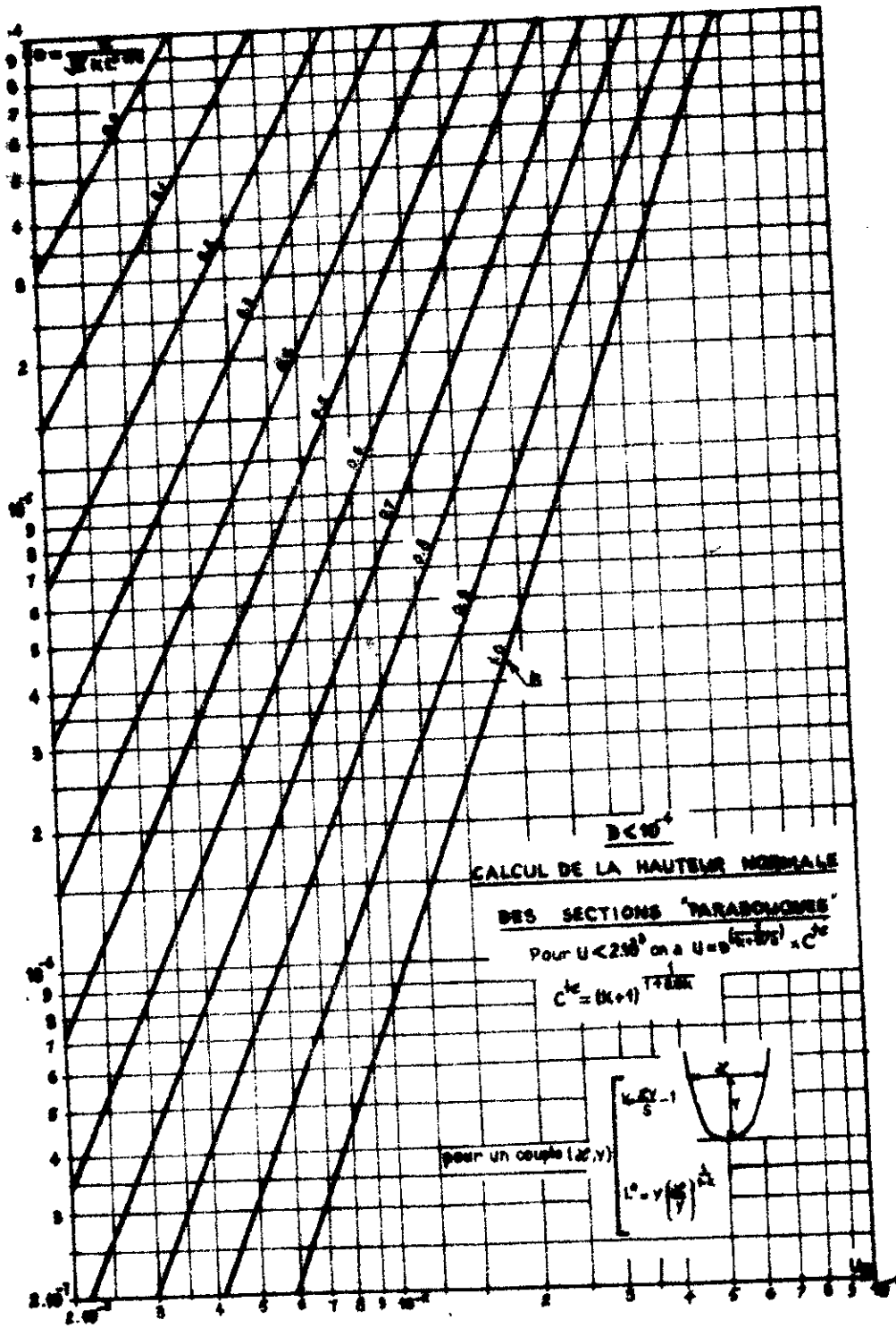
ECHELLE: $\frac{1}{2}$

Atelier Polytechnique

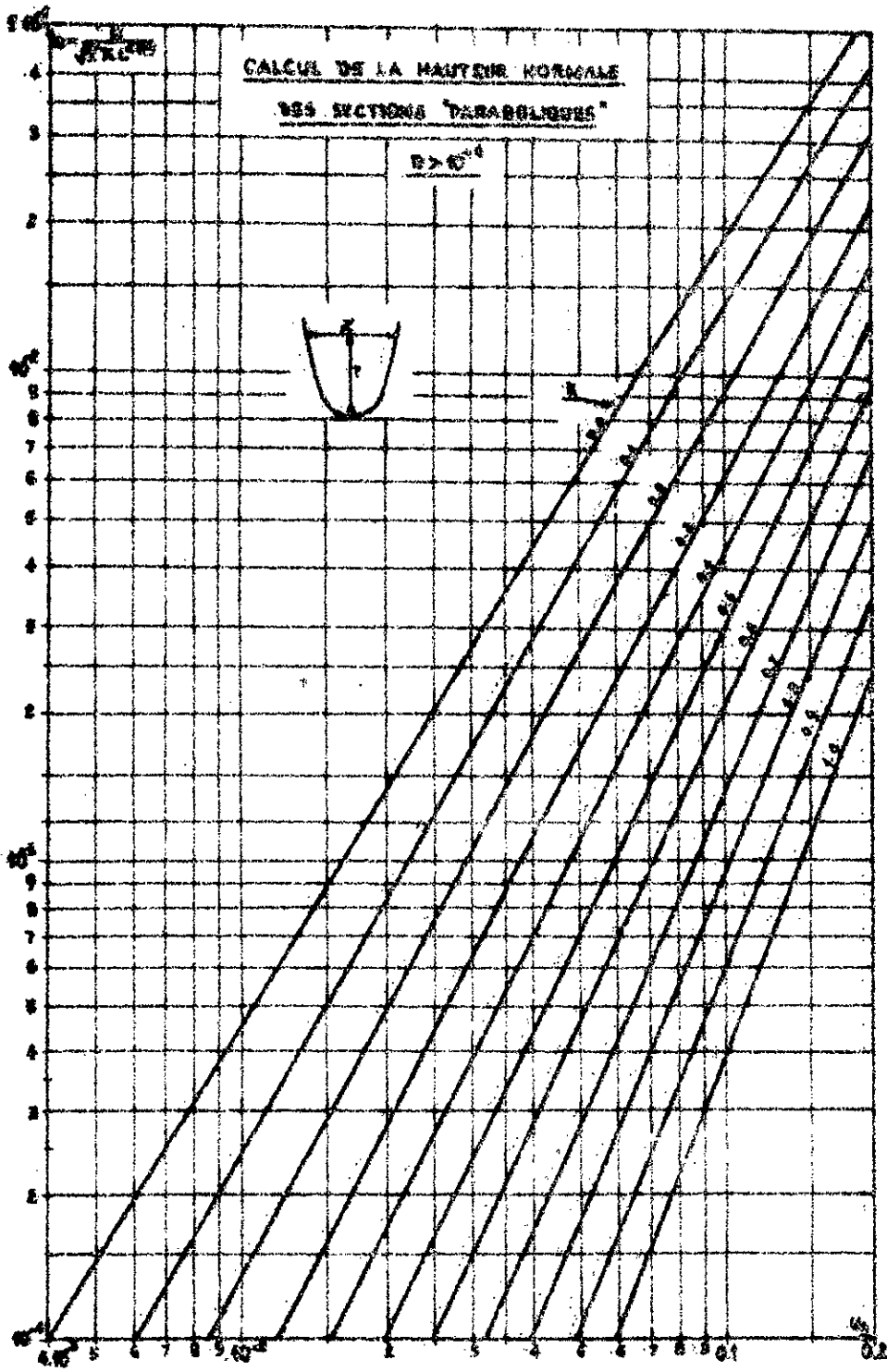


Echelle: $\frac{1}{2}$

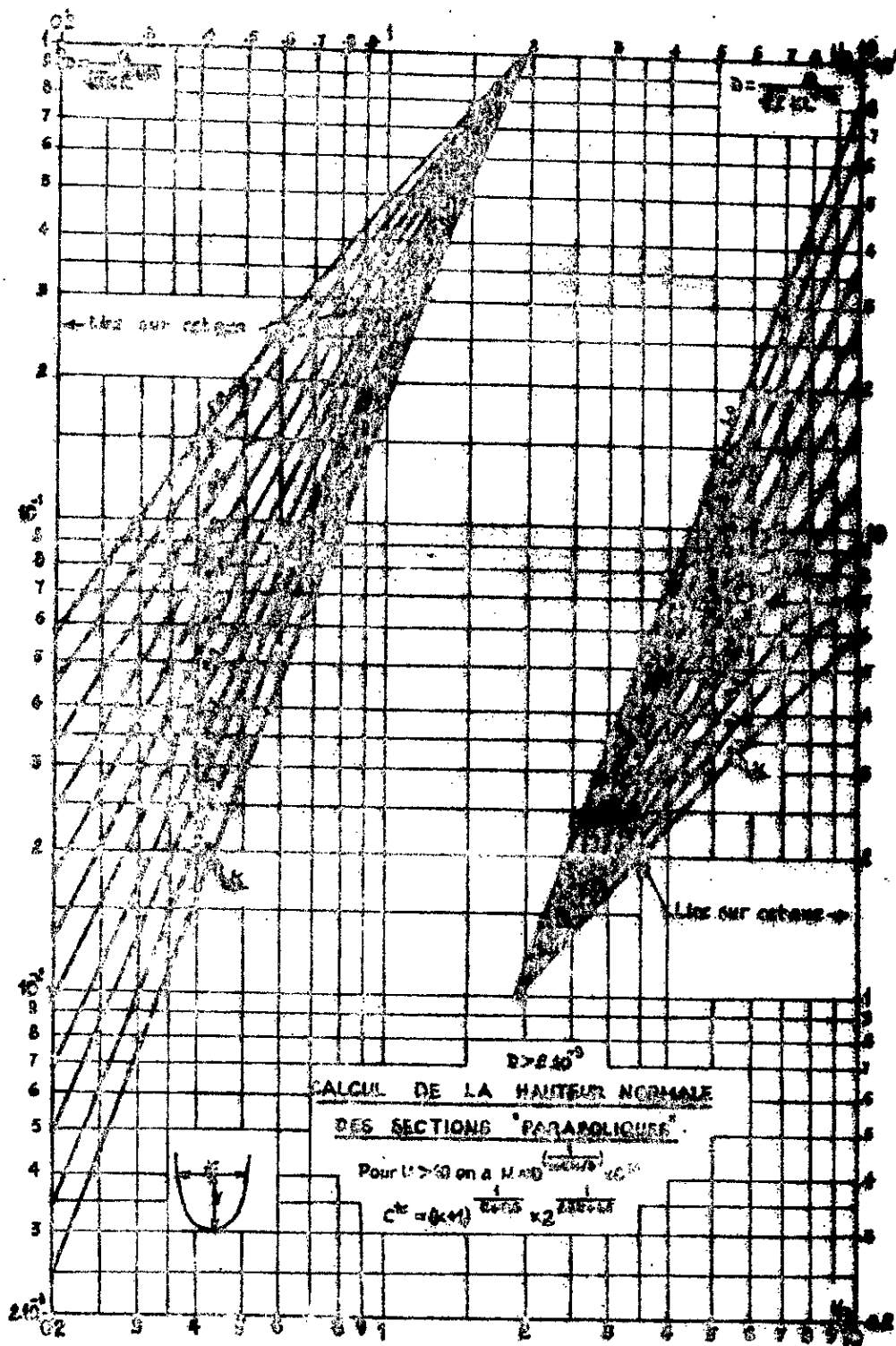
Thiess & Meyer



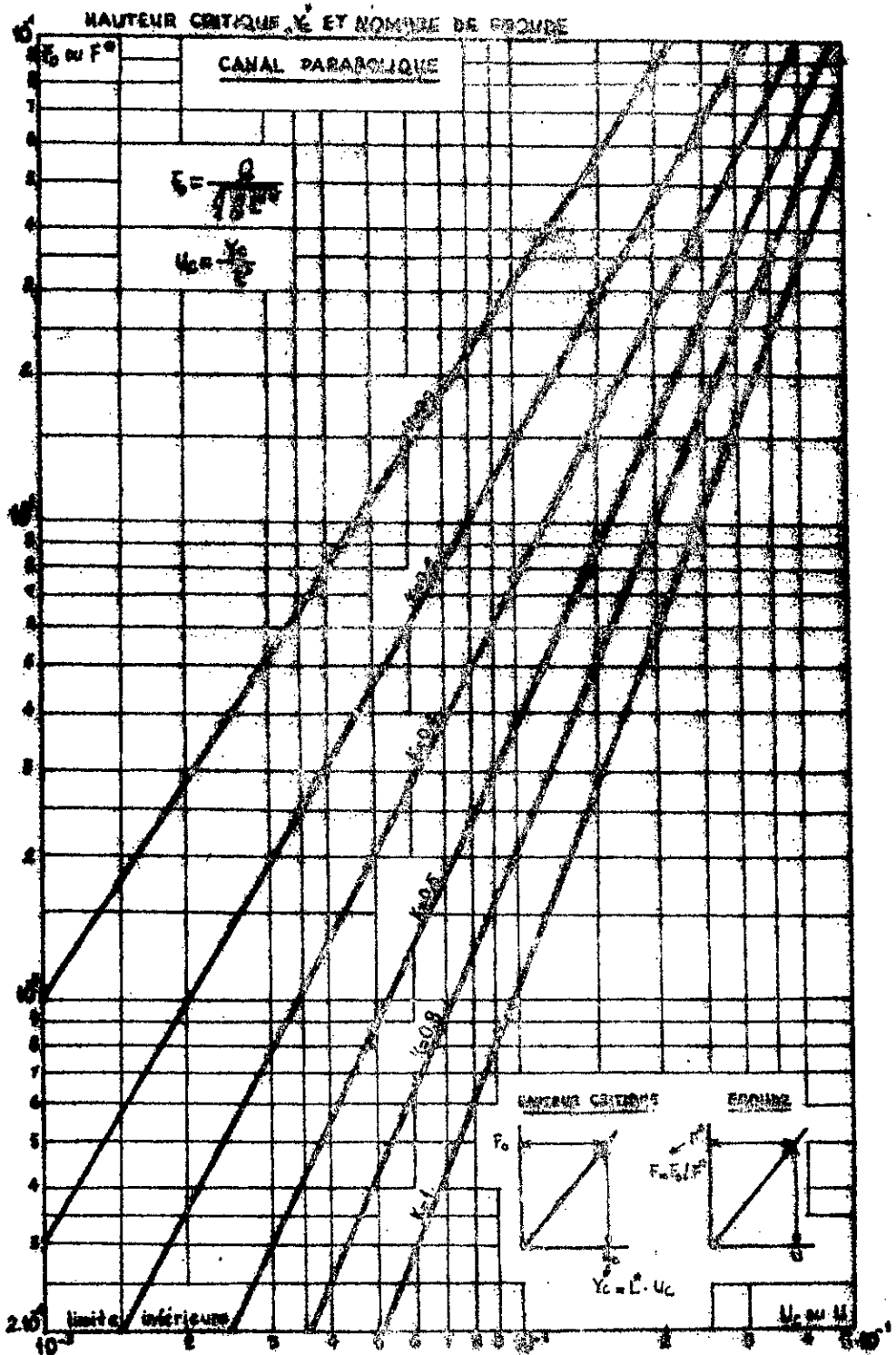
- Fig 9 -



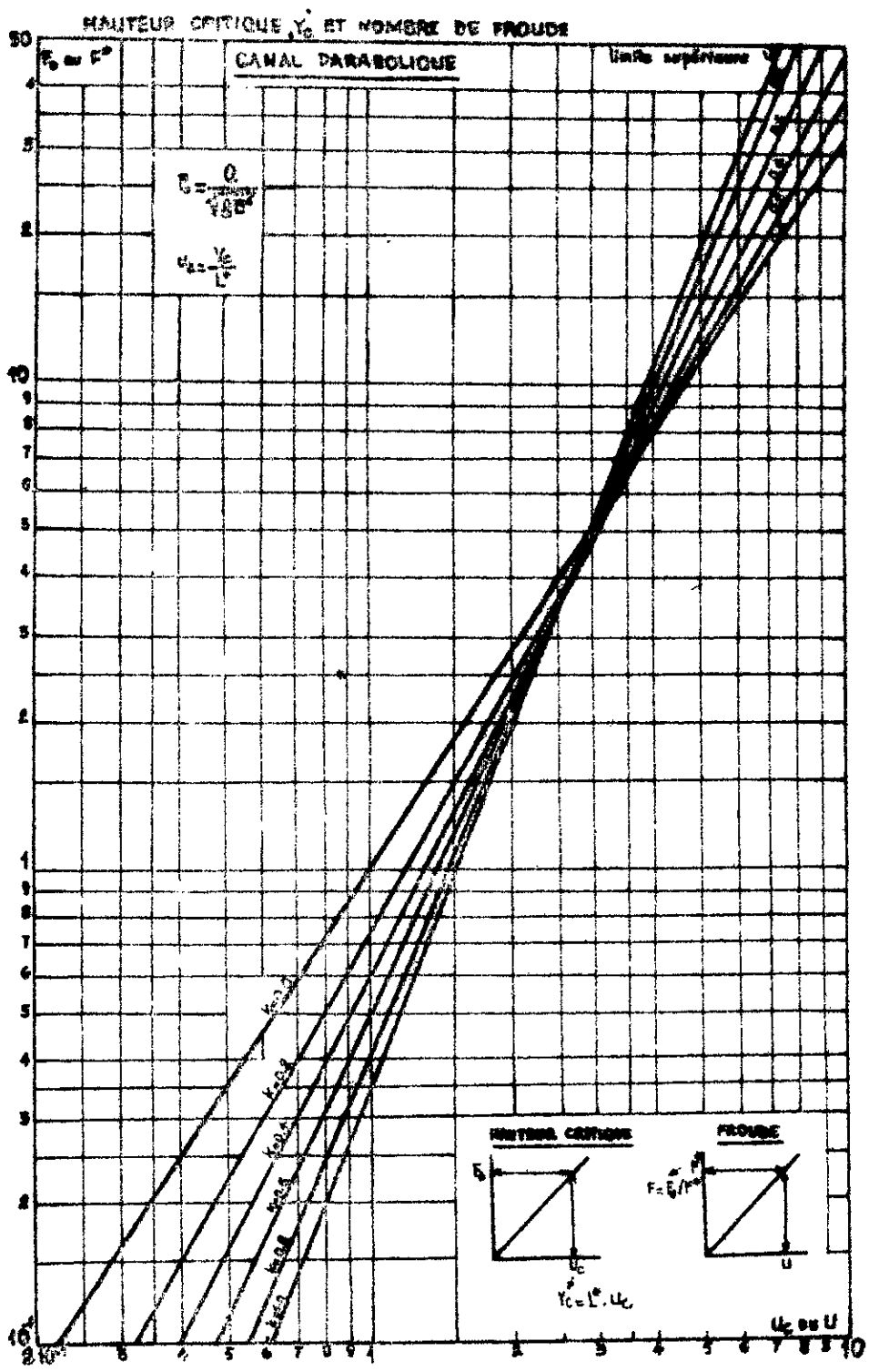
- Fig 10 -



- Fig 11 -

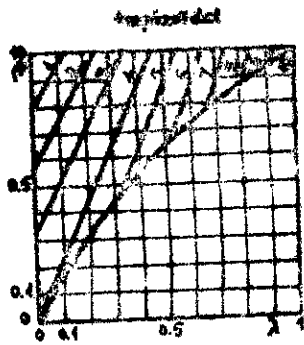


- FIG 42 -



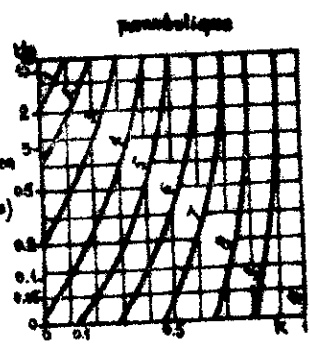
- FIG 13 -

COURBES A ~ VALEURS APPROCHÉES $\gamma < \gamma_c$

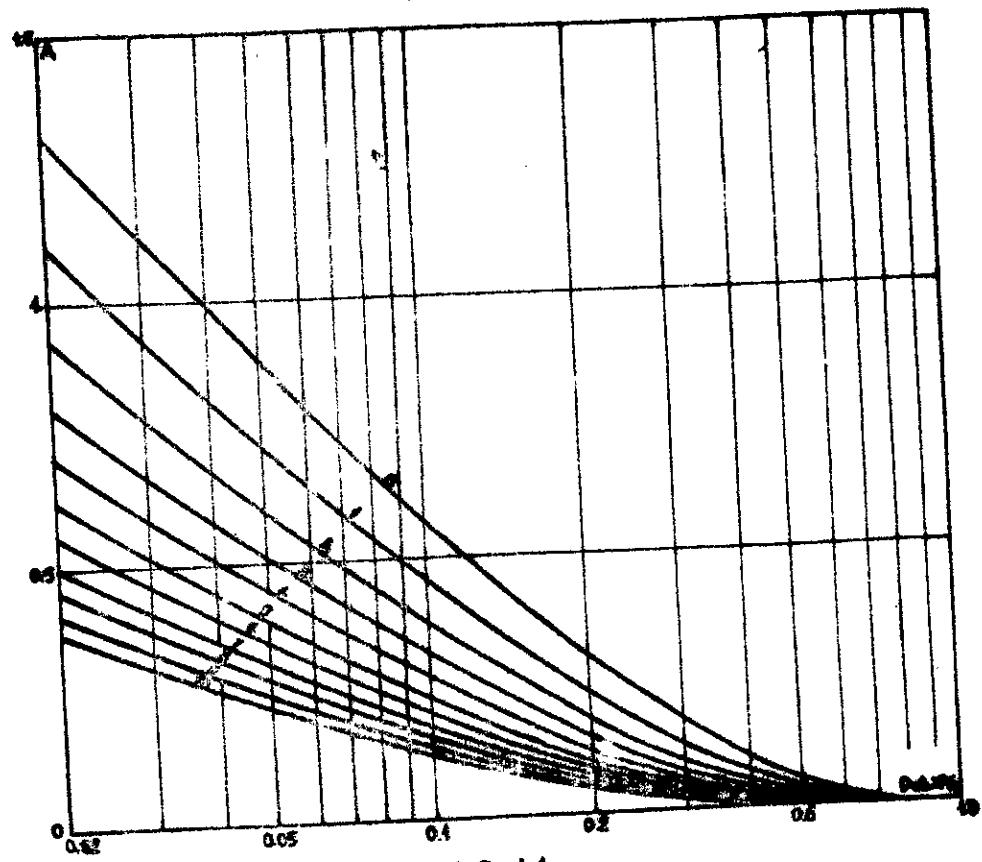


Ex: $\lambda=0.2$ et $\mu=0.7$ → courbe 3

classer les courbes en fonction
du couple (λ, μ) (hyperboliques)
(ou (μ, λ) (paraboliques))

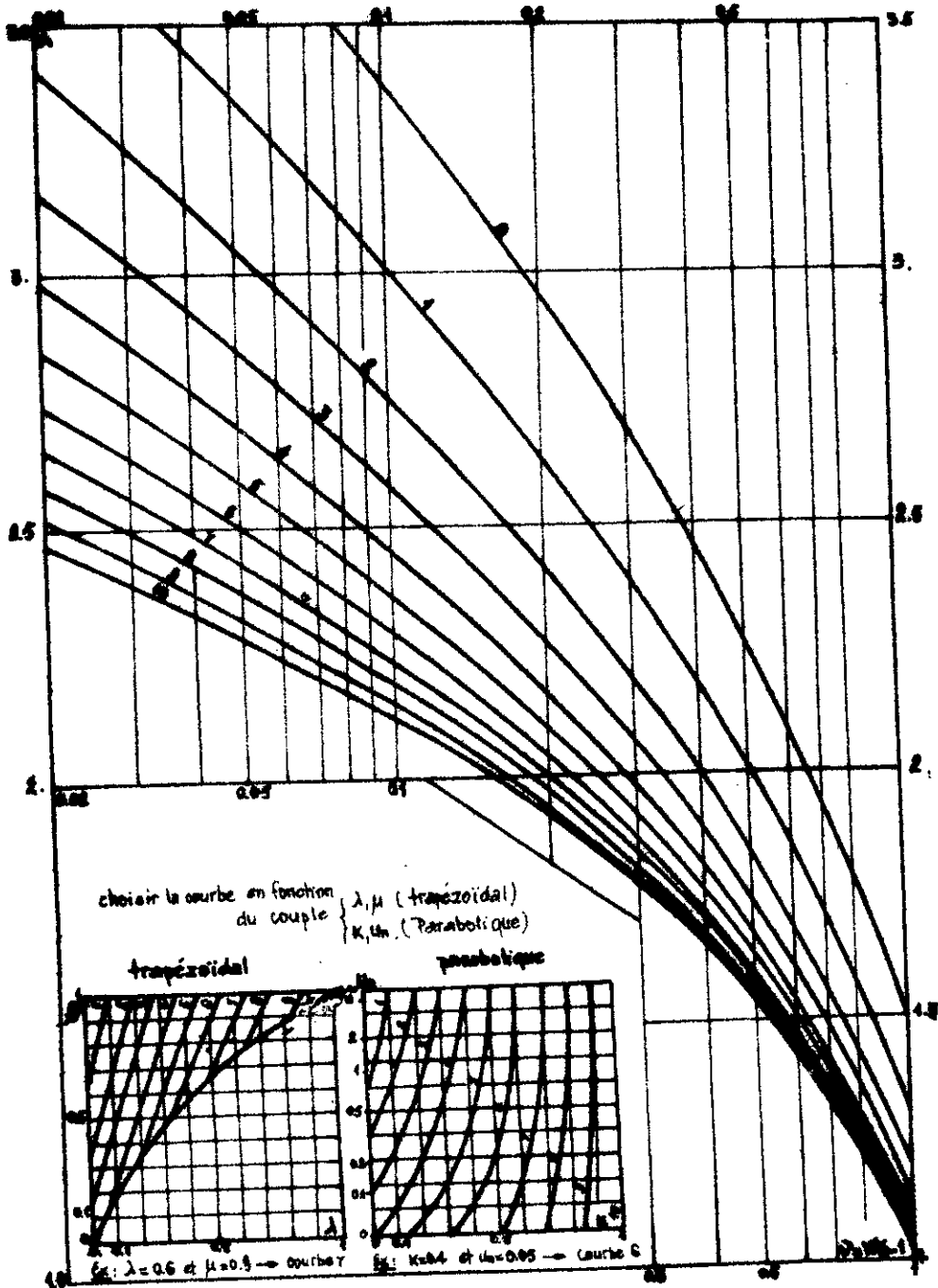


Ex: $\lambda=0.6$ et $\mu=0.2$ → courbe 7



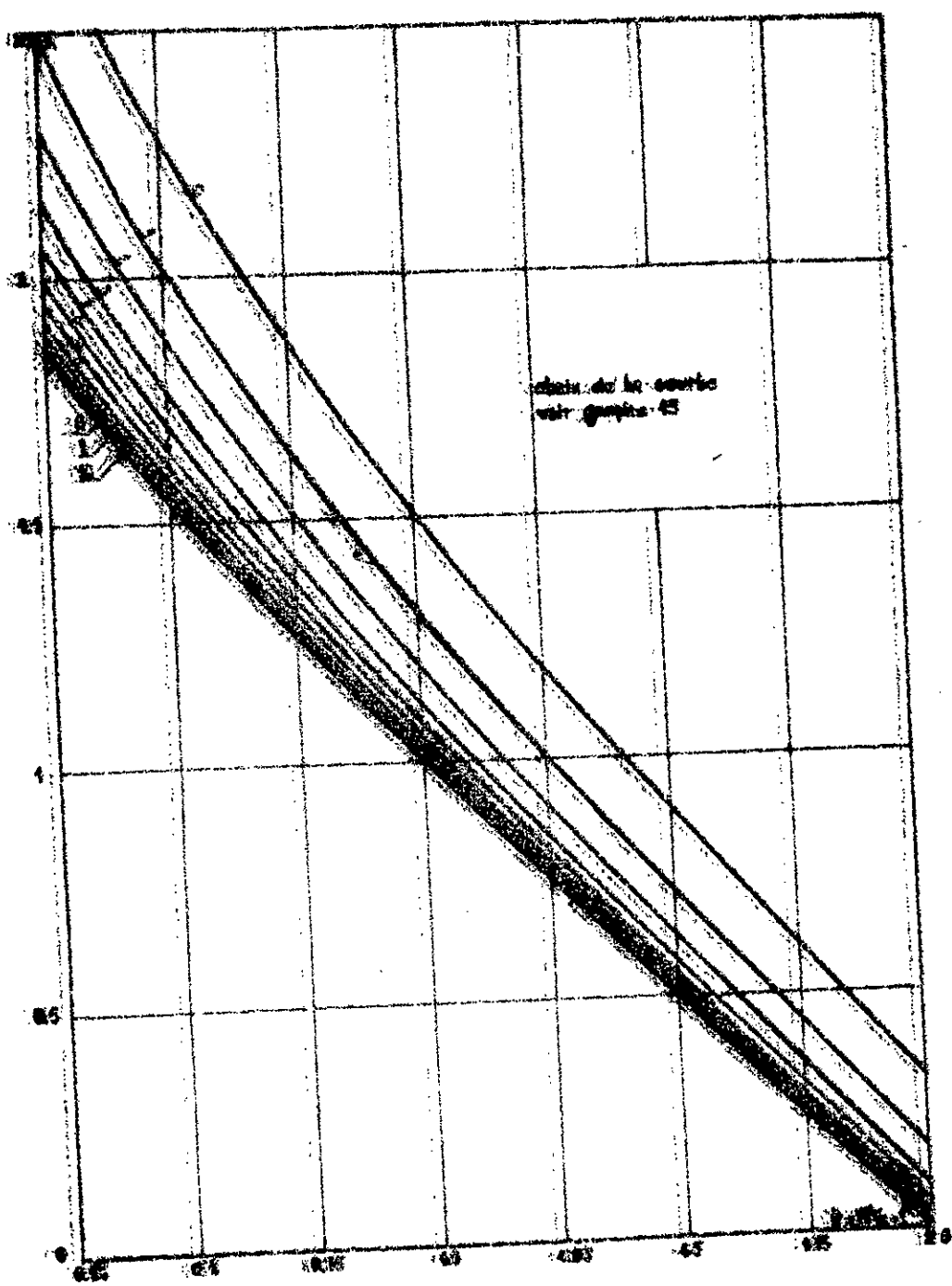
- FIG 14 -

COURBES A ~ VALEURS APPROCHÉES $Y > X$

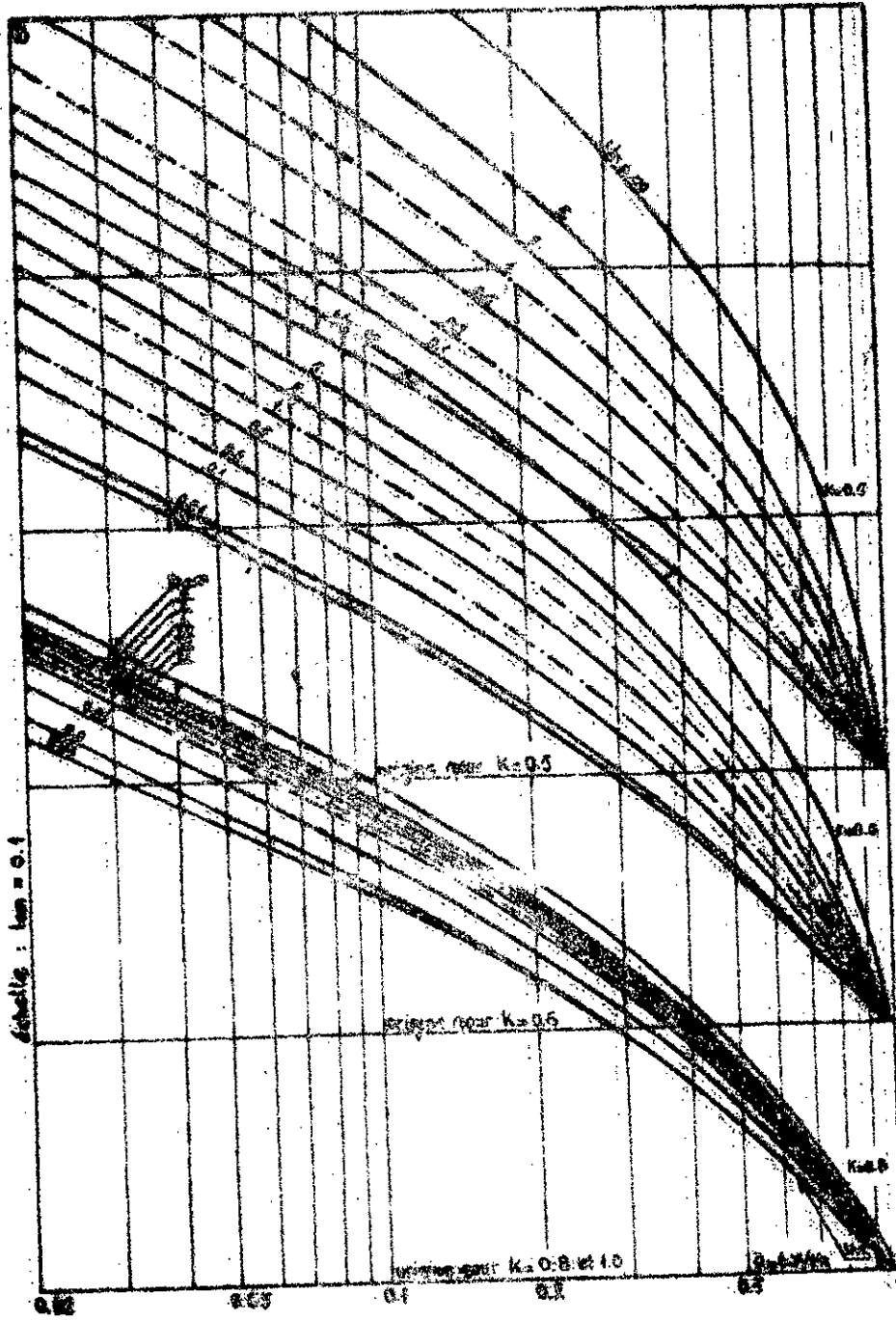


- FIG 15 -

COURSES A - VALEURS APPROCHES Y > X



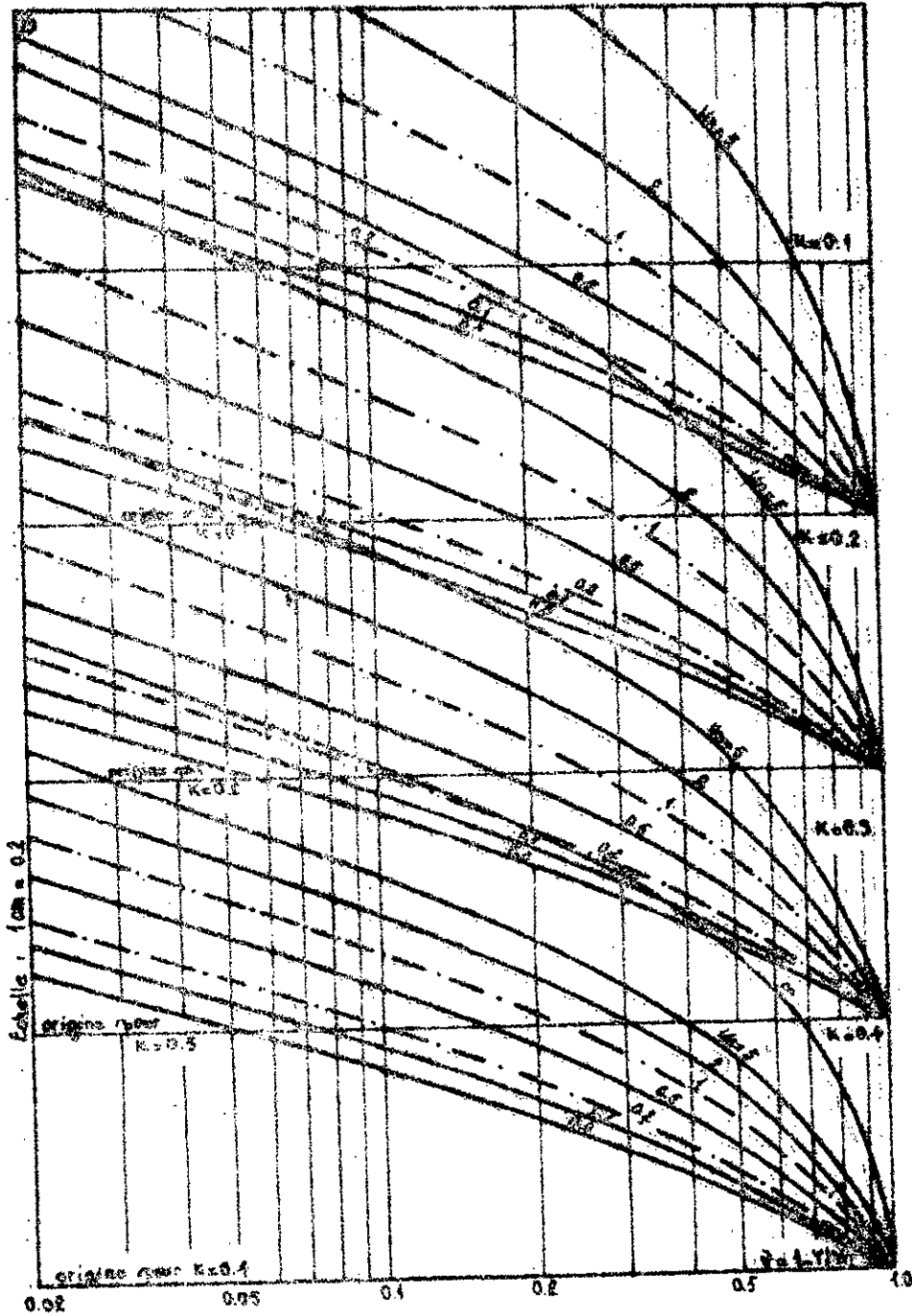
- FIG 46 -



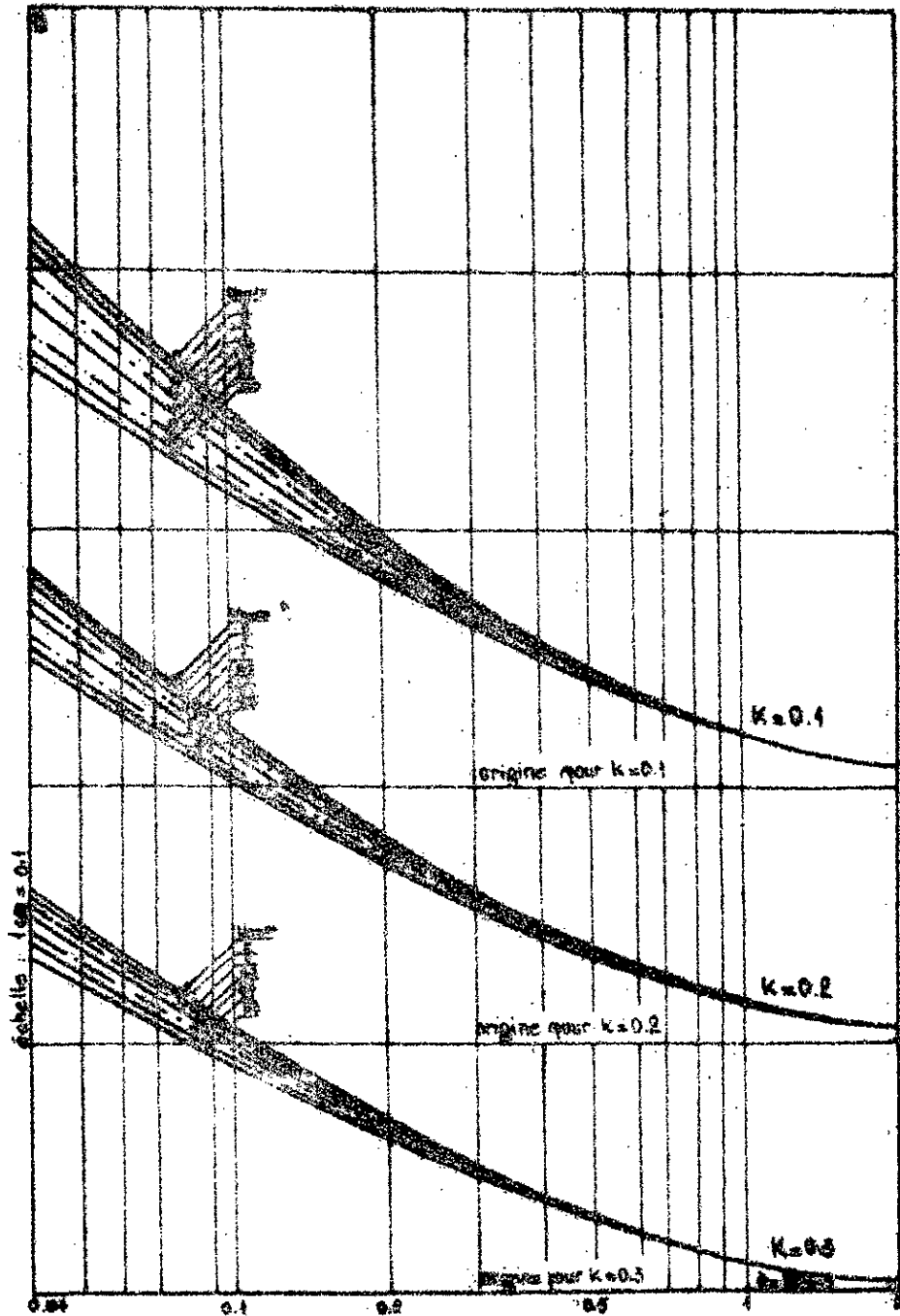
- FIG 47 -

CARACT. PARABOL. SERIES CONSIDES B

$\gamma < \gamma_c$



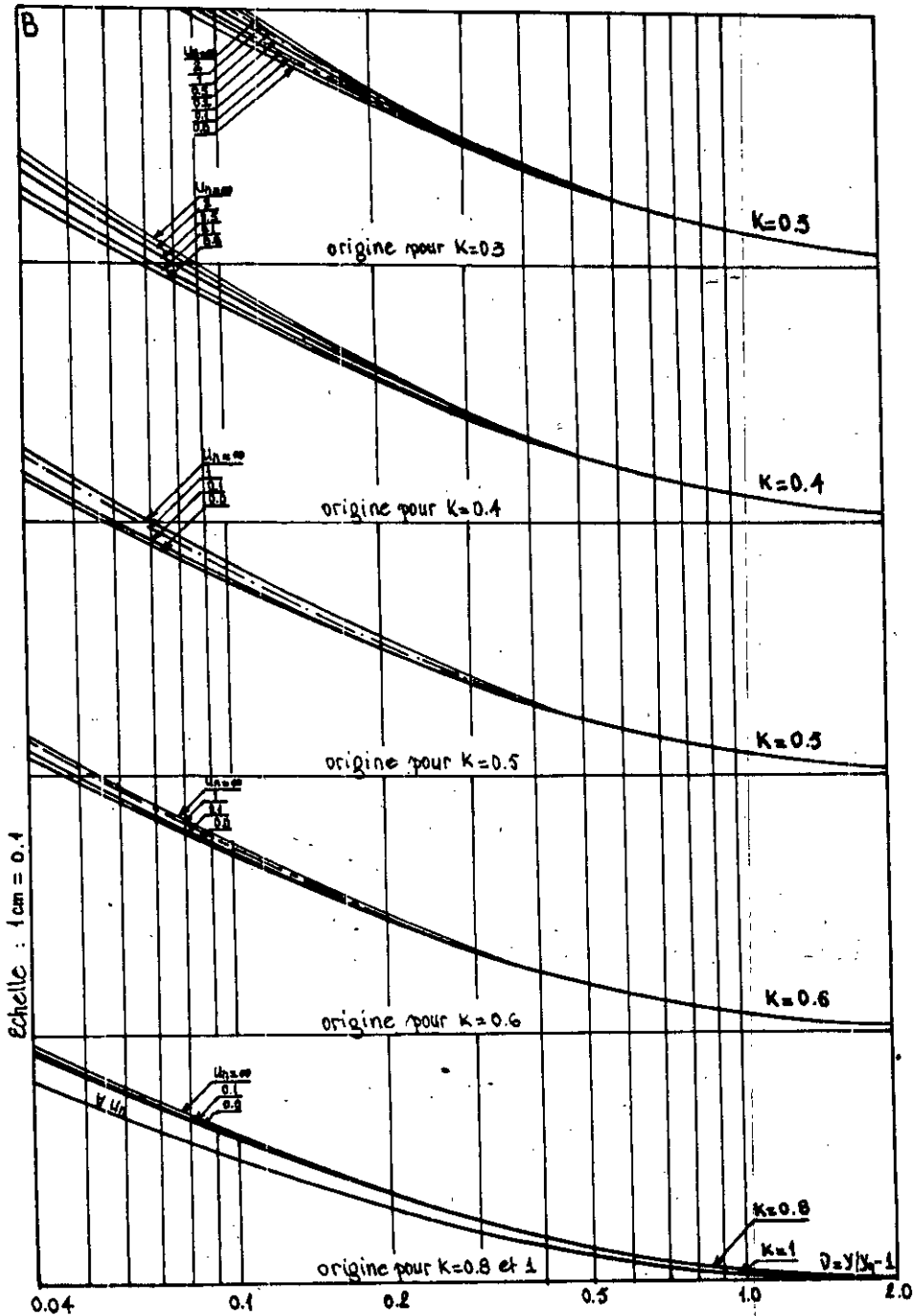
- FIG 18 -



- FIG 19 -

CANAUX PARABOLIQUES COURBES B

$y > y_0$



- FIG 20 -

B I B L I O G R A P H I E.

- (1) ADVANI (RM): Profondeur critique dans les canaux prismatiques. *WATER POWER*, n°9 Septembre 1968.
- (2) ARGYROPOULOS (P.A): Hystory and bibliography of hydraulic Jump. *Inspection of service for hydraulic WORKS* 1969.
- (3) ARIEMMA (R): Nouvelles formules de calcul des dimensions du ressaut hydraulique dans les canaux à forte pente, et de perte d'énergie corrélative.
- (4) BAKHMETTEF (B.A): Hydraulic of open channel. *MC. GRAW HILL, NEW-YORK*, 1932.
- (5) BAUZIL (V): Traité d'irrigation. *EYROLLES, PARIS*, 1952.
- (6) CARLIER (M): Hydraulique Générale et appliquée. *EYROLLES*, 1980.
- (7) DEMELLO FLORES (J.C): Le ressaut. *LA HOUILLE BLANCHE*, n°6 1964.
- (8) DE YARENNE, E. MENDONCA (P): Courbes de remous en canaux uniformes de section rectangulaire. *ANNAL DO INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMICA, LISBONNE*, VOL. XXVI, 1968.
- (9) DISKIN M.H: Ressaut hydraulique en canal trapézoïdal. *WATER POWER*, 1969.
- (10) FANTA (K) : Ouvrages de ressaut dans les petits cours d'eau et les ruisseaux. *DIE-WASSER WIRTSSCHAFT*, n°1, 1969.
- (11) FELKER (M) : Le calcul de la courbe de remous d'un barrage par intégration. *DIE BAUTECHNIK*, n°4, 1958.
- (12) FUND (G), LABYE (Y) et NOUGARO (J) : Calcul hydraulique des canaux d'assainissement agricole. *LA HOUILLE BLANCHE*, n°6, 1972.
- (13) HORNER (J.W) : Le canal à ressaut. *LA TECHNIQUE DE L'EAU ET DE L'ASSAINISSEMENT*, n°129.
- (14) LABYE (Y) : Procédé de calcul des canaux à profil en long horizontal. *BULLETIN DU CENTRE DE RECHERCHE ET D'EXPERIMENTATION DU GENIE-RURAL*, n°29 et 33, 1965.

- (15) LAPRAY (G) : Théorie de la longueur fluidodynamique (Polycopié, collection), ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE d'ALGER, 1975.
- (16) LAPRAY (G) : Hydraulique I, II. et III (Polycopié), ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE d'ALGER, 1975.
- (17) LAPRAY (G) : Méthode directe pour la détermination des dimensions optimales d'un bassin d'amortissement à l'aval d'un barrage déversoir d'un ouvrage. CENTRE DE RECHERCHE ET D'EXPERIMENTATION DU GENIE-RURAL, RABAT, CAHIER n°5, Juillet 1958.
- (18) MICHEL HUG : Mécanique des fluides appliquée, 1975.
- (19) SILBER (R) : Etude et tracé des écoulements permanents en canaux et rivières, DUNOD, 1979.
- (20) TAFFOREAU (R) : Conduite à écoulement libre. Description d'une règle à calcul établie selon la formule de Manning. BULLETIN TECHNIQUE DU GENIE-RURAL, n°HS 49, Octobre 1979.
- (21) THIRRIOT (C³) : Calcul rapide des conditions d'écoulement uniforme dans les canaux. LE GENIE-CIVIL, 1978.
- (22) THIRRIOT (C) : Intégration analytique approchée de l'équation des écoulements graduellement variés à surface libre. ACADEMIE DES SCIENCES, série A, P 1009, 1968.
- (23) THIRRIOT (C) : Contribution à l'étude adimensionnelle des courbes de remous dans les ouvrages prismatiques. LA HOUILLE BLANCHE, 1972.
- (24) VALEMBOIS (J) : Mémento d'hydraulique pratique. COLLECTION DU LABORATOIRE NATIONAL d'HYDRAULIQUE, EYROLLES, 1968.