

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUES

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE - المكتبة  
المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT : GENIE MECANIQUE

رسالة ماجستير

**THESE DE MAGISTERE**

INTITULE

**Analyse des aspects massiques et thermiques  
dans les milieux poreux  
en régime diffusionnel pur**

Etudiée par: M. A. GUELLATI

Soutenue le 18 mars 1997 devant le Jury composé de :

*M. M. A. AIT ALI*

*Professeur*

*Président*

*M. S. LARBI*

*Docteur*

*Rapporteur*

*M. B. BENKOUSSAS*

*Chargé de cours*

*Examineur*

*M. M. BOUDJEMAA*

*Chargé de cours*

*Examineur*

*M. N. DECHMI*

*Maître de conférence*

*Examineur*

*M. H. BELHANECHÉ*

*Chargé de cours*

*Invité*

## خلاصة

يهدف هذا العمل إلى التنبؤ بظاهرة هجرة الرطوبة تحت تأثير الفوارق الطفيفة لدرجات الحرارة داخل وسط مسامي غير مغمم، أثناء حالات فيزيائية قصوى، مثل التجفيف أو تكثف الرطوبة، ثم إلى دراسة التناظر بين الحالتين. لقد عرض في أول الأمر النموذج الرياضي للانتقال المزدوج للحرارة و الرطوبة داخل وسط مسامي غير مغمم كما استعملت طريقة العناصر المنتهية للحل العددي لمجموعة المعادلات الناتجة، و قورنت النتائج المحصلة حسابيا بالنتائج التجريبية، ففرض إثبات صلاحية النموذج الرياضي المستعمل. إن دراسة بعض الخصائص سمحت لنا باستنتاج تأثيرها على تقدم الحد الفاصل بين المنطقة الجافة و المنطقة الرطبة.

## ABSTRACT

This study aims at determining the steam migration due to weak temperature's gradients in an unsaturated porous medium during extreme physical situations, such as drying or steaming. The symmetry between the two situations is also investigated.

A mathematical modelling for mixed heat and steam transfers in a porous and unsaturated medium is first presented. The numerical resolution for the system of equations obtained is approached by the finite elements method. The validity of the retained model is confirmed by comparing the numerical simulations with experimental results.

The model's sensibility study shows the influences of some parameters on the progressing interface.

## RESUME

Cette étude a pour but de prévoir le phénomène de thermomigration au sein d'un milieu poreux non saturé, lors de situations physiques extrêmes, assèchement ou accumulation de l'humidité, et d'étudier la symétrie entre les deux situations.

Une modélisation mathématique des transferts couplés de chaleur et d'humidité dans un milieu poreux non saturé, est exposée en premier lieu. La résolution numérique du système d'équations obtenu est investi par la méthode des éléments finis. La validité du modèle retenu est confirmée par comparaison des simulations numériques avec des résultats expérimentaux.

L'étude de sensibilité du modèle permet de dégager l'influence qu'ont certains paramètres sur la progression de l'interface zone sèche-zone humide.

## TABLE DES MATIERES

III

## LISTE DES SYMBOLES

V

## INTRODUCTION

1

## CHAPITRE I

 DESCRIPTION DES DIFFERENTS MODES  
 DE FIXATION DE L'HUMIDITE EN MILIEU POREUX

Introduction	3
I.1 Description d'un milieu poreux	4
I.1.1 Description	4
I.1.2 Propriétés	4
I.1.3 Définitions	4
I.2 Différents modes de fixation de l'humidité dans un milieu poreux	5
I.2.1 Adsorption physique	5
I.2.2 Capillarité	7
I.2.3 Condensation	8
I.3 Influence des propriétés physiques du matériau sur la quantité d'eau fixée	9
I.4 Analyse physique du phénomène de thermomigration	10

## CHAPITRE II

 MODELE MATHEMATIQUE  
 ET CONDITIONS AUX FRONTIERES

Introduction	12
II.1 Modèle mathématique	13
II.1.1 Hypothèses	13
II.1.2 Equations	14
II.1.2.1 Lois de conservation de masse	14
II.1.2.2 Loi de conservation de l'énergie	16
II.2 Modèle physique	18
II.2.1 Equations	19
II.2.2 Conditions initiales et conditions aux limites	19

## CHAPITRE III

## RESOLUTION NUMERIQUE

Introduction	21
III.1 Rappels sur la méthode des éléments finis	22
III.2 Application au cas traité	25
III.3 Résolution	31
III.4 Organigramme	32

## CHAPITRE IV

## SIMULATIONS NUMERIQUES

Introduction	35
IV.1 Conditions expérimentales	36
IV.2 Présentation des résultats et interprétation	36
IV.2.1 Condensation en système semi-ouvert	36

IV.2.1.1 Profils hydriques et thermiques	37
IV.2.1.2 Densités de flux de masse et de chaleur	37
IV.2.1.3 Evolution de la zone humide et teneur en eau moyenne	39
IV.2.1.4 Influence de $\alpha$ et de $\eta$	40
IV.2.1.5 Influence de la conductivité thermique	41
IV.2.1.6 Influence du nombre de noeuds	42
IV.2.1.7 Influence de la teneur en eau initiale	43
IV.2.1.8 Influence de la longueur de l'échantillon	44
IV.2.1.9 Influence de la gravité	45
<b>IV.2.2 Evaporation en système semi-ouvert</b>	<b>47</b>
IV.2.2.1 Profils hydriques et thermiques	47
IV.2.2.2 Densités de flux de masse et de chaleur	48
IV.2.2.3 Evolution de la zone sèche et teneur en eau moyenne	49
IV.2.2.4 Influence de la température de surface	50
IV.2.2.5 Influence de la teneur en eau initiale	51
IV.2.2.6 Influence de la gravité	52
IV.2.2.7 Influence de la profondeur de la surface froide	53
<b>IV.2.3 Condensation en système fermé</b>	<b>54</b>
IV.2.3.1 Profils hydriques et thermiques	54
IV.2.3.2 Densités de flux de masse et de chaleur	54
IV.2.3.3 Evolution de l'interface et teneur en eau moyenne	55
IV.2.3.4 Influence de la teneur en eau initiale	55
<b>IV.2.4 Evaporation en système fermé</b>	<b>57</b>
IV.2.4.1 Profils hydriques et thermiques	57
IV.2.4.2 Densités de flux de masse et de chaleur	57
IV.2.4.3 Evolution du front sec et teneur en eau moyenne	58
IV.2.4.4 Influence de la teneur en eau initiale	58
<b>IV.2.5 Etude de la symétrie de comportement</b>	<b>60</b>
IV.2.5.1 Symétrie : condensation-assèchement	60
IV.2.5.2 Simulation mixte	60
<b>CONCLUSION</b>	<b>62</b>

## ANNEXE

**COEFFICIENTS THERMOPHYSIQUES  
ET DE DIFFUSION DE MASSE**

<b>INTRODUCTION</b>	<b>I</b>
<b>1 COEFFICIENTS DE TRANSFERT DE MASSE</b>	<b>II</b>
1.1 <i>Domaine des fortes teneurs en eau [7, 23%]</i>	II
1.2 <i>Domaine des faibles teneurs en eau</i>	III
1.3 <i>Relation entre succion et teneur en eau</i>	III
1.3.1 <i>Domaine des teneurs en eau [2.5, 23 %]</i>	III
1.3.2 <i>Domaine des teneurs en eau [1, 2.5 %]</i>	IV
1.3.3 <i>Domaine des teneurs en eau [0, 1 %]</i>	IV
<b>2 PARAMETRES THERMOPHYSIQUES</b>	<b>IV</b>
2.1 <i>Conductivité thermique <math>\lambda^*</math> (<math>\omega</math>)</i>	IV
2.2 <i>Chaleur volumique équivalente du milieu (<math>\rho c</math>)</i>	V
<b>3 RESULTATS EXPERIMENTAUX</b>	<b>V</b>

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

**LISTE DES SYMBOLES**

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

**Alphabet**

$a$ : coefficient de diffusion de masse isotherme	$m^2.s^{-1}$
$c_e$ : capacité calorifique spécifique de l'eau à pression constante	$m^2.s^{-2}.°C^{-1}$
$c_v$ : capacité calorifique spécifique de la vapeur à pression constante	$m^2.s^{-2}.°C^{-1}$
$c_0$ : chaleur spécifique de la phase solide	$m^2.s^{-2}.°C^{-1}$
$D$ : coefficient de diffusion de la vapeur dans l'air	$m^2.s^{-1}$
$D_0$ : coefficient de diffusion massique isotherme global	$m^2.s^{-1}$
$D_{0e}$ : coefficient de diffusion massique isotherme de la phase liquide	$m^2.s^{-1}$
$D_{0v}$ : coefficient de diffusion massique isotherme de la phase vapeur	$m^2.s^{-1}$
$D_{Te}$ : coefficient de diffusion massique non isotherme de la phase liquide	$m^2.s^{-1}.°C^{-1}$
$D_{Tv}$ : coefficient de diffusion massique non isotherme de la phase vapeur	$m^2.s^{-1}.°C^{-1}$
$F$ : fonction de pondération	
$g$ : accélération de la pesanteur	$m.s^{-2}$
$h$ : enthalpie	$kg.m^2.s^{-2}$
$h_e$ : coefficient de transfert de chaleur	$kg.s^{-3}.°C^{-3}$
$h_m$ : coefficient de transfert de masse	$kg.m^{-2}.s^{-1}$
$I_i$ : terme source / puits	$kg.m^{-3}.s^{-1}$
$J_i$ : densité de flux de masse dans le sol de la phase fluide « i »	$kg.m^{-2}.s^{-1}$
$J_q$ : densité de flux de chaleur dans le sol par conduction	$kg.s^{-3}$
$K$ : conductivité hydraulique	$m.s^{-1}$
$k$ : perméabilité du milieu	$m^2$
$L$ : chaleur latente de vaporisation de l'eau ou bien, longueur de l'échantillon	$m^2.s^{-2}$
$M$ : masse molaire	$m$
$m_i$ : masse de la phase « i », (i=s,e ou v)	$kg.mole^{-1}$
$n$ : nombre de noeuds de la discrétisation	$kg$
$P_c$ : pression capillaire	$Pa$
$P_{vs}$ : pression de vapeur saturante	$Pa$
$R$ : constante des gaz parfaits	$J.kg^{-1}.°C^{-1}$
$r$ : rayon des pores	$m$
$T$ : température	$°C$
$V_i$ : volume de la phase « i », (i=s,e,v ou t).	$m^3$

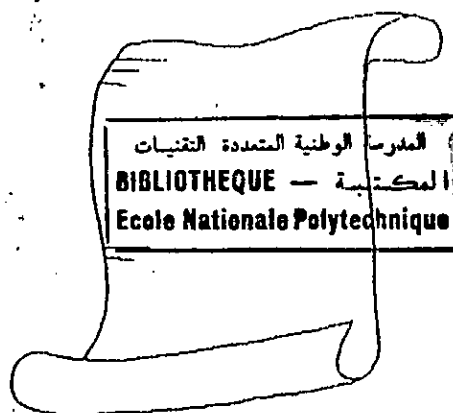
**Lettres grecques**

$\alpha, \eta$ : coefficients traduisant l'accumulation en phase vapeur	$kg.m^{-2}.s^{-1}$
$\delta$ : coefficient de thermomigration	$°C^{-1}$
$s$ : porosité	$m^3.m^{-3}$
$\theta$ : teneur en eau volumique	$m^3.m^{-3}$
$\lambda^*$ : conductivité thermique du milieu poreux	$kg.m.s^{-3}.°C^{-1}$
$\rho$ : masse volumique	$kg.m^{-3}$
$\rho_0$ : masse volumique à l'état sec (apparente)	$kg.m^{-3}$
$\rho_s$ : masse volumique de la phase solide	$kg.m^{-3}$
$\rho^*$ : masse volumique équivalente	$kg.m^{-3}$
$(\rho c)^*$ : capacité calorifique volumique équivalente du milieu poreux	$kg.m^{-1}.s^{-2}.°C^{-1}$
$\sigma$ : tension interfaciale	$Pa.m$

$\nu$ :	viscosité cinématique de l'eau	$m^2.s^{-1}$
$\phi$ :	humidité relative	$Pa.Pa^{-1}$
$\omega$ :	teneur en eau pondérale	$kg.kg^{-1}$
$\psi$ :	succion capillaire	m

### Indices supérieurs ou inférieurs

- a : phase gazeuse (air)
- e : phase liquide (eau) ou extérieur
- i : intérieur
- l : liquide
- m : masse
- q : chaleur
- s : phase solide ou de surface
- t : totale (structure solide + fluide)
- v : vapeur
- \* : grandeur définie en milieu poreux
- 0 : valeur initiale



## INTRODUCTION

Les phénomènes de transfert couplés de chaleur et de masse dans les milieux poreux sous l'influence de faibles gradients thermiques (thermomigration), jouent un rôle extrêmement important dans diverses situations naturelles et industrielles.

Du point de vue pratique, il convient de rappeler en effet que la fixation d'humidité, dans les parois de construction, a des conséquences très néfastes sur les propriétés thermiques et mécaniques des matériaux, et que la compréhension, la maîtrise, et l'optimisation de nombreuses techniques de récupération secondaire du pétrole, du séchage, de l'utilisation du sol comme réservoir d'énergie, de l'adaptation des sols aux cultures ainsi que les nombreux problèmes d'échanges sol-atmosphère dépendent principalement des connaissances fondamentales acquises sur les mécanismes de transferts dans les milieux poreux.

Vu à l'échelle que nous appellerons « microscopique » des pores, le comportement des fluides est décrit par les lois classiques de la mécanique. La complexité du phénomène ne provient pas de ces lois physiques que l'on peut considérer comme bien connues, mais de la difficulté que l'on a pour caractériser la géométrie des interfaces (fluide-fluide, solide-fluide). Pour palier cette difficulté, on est conduit à définir de nouvelles grandeurs dites « macroscopiques » à une échelle suffisamment grande par rapport à l'échelle des pores, pour éviter le problème posé par leur géométrie, et suffisamment petite par rapport à l'échelle du milieu poreux, pour leur conférer un caractère local.

Diverses tentatives de description physique et de modélisation mathématique des phénomènes de transfert dans les milieux poreux, ont été effectuées au cours des dernières décennies. C'est ainsi qu'après les premiers travaux de modélisation de COMINGS-SHERWOOD [8], fondés sur la prise en compte exclusive du transfert en phase vapeur, des améliorations ont été apportées à la théorie à travers les études de KRISCHER-KROLL [17] par une prise en compte du transfert en phase liquide. Ce support phénoménologique étant acquis, LUIKOV [20] en 1954, puis DE VRIES et PHILIP [12] en 1957, proposaient une modélisation mathématique prenant en considération la coexistence des phases liquide et vapeur au sein du milieu poreux en faisant apparaître les effets de couplage entre le transfert de masse et le transfert de chaleur. La justification rationnelle des hypothèses utilisées dans ces modèles n'a été établie qu'en 1977 par WITTHAKER [24], en appliquant une technique de macroscopisation sur les équations de transferts écrites à l'échelle du pore.

Mis à part les très nombreux travaux théoriques consacrés à la résolution des systèmes d'équations couplés régissant les phénomènes de transfert en milieu poreux, il n'existe à notre connaissance que très peu d'études orientées vers la vérification des modèles proposés. CRAUSSE [10] en 1983, lors d'expériences spécifiques sur un matériau non consolidé (sable de granulométrie 100-125  $\mu\text{m}$ ) avait mis en évidence la validité du modèle de LUIKOV [20] pour décrire les situations d'évaporation et de condensation avec une teneur en eau initiale non nulle du matériau, et RECAN [23], en se basant sur la banque de données expérimentales fournie par CRAUSSE [10], a partiellement validé le modèle de PHILIP et DE VRIES [12].

Lorsque l'on considère un matériau totalement sec et en situation de condensation, le mécanisme physique de la condensation peut nous conduire à une répartition dispersée de la phase liquide, remettant ainsi en cause la méthodologie expérimentale utilisée pour déterminer les propriétés de transfert de masse du matériau; LARBI et al. [19] dans leurs travaux, ont montrés, que le modèle de PHILIP et DE VRIES [12] qui suppose la continuité de la phase liquide, permet également de décrire les situations de condensation avec une teneur en eau initiale non nulle du matériau.

Le travail présenté, dans ce mémoire, vise en premier lieu, à généraliser la validation du modèle de PHILIP et DE VRIES [12] pour les situations de condensation et d'assèchement; en second lieu, la possibilité de simplifier le modèle proposé pour décrire les situations physiques observées par une étude de sensibilité aux paramètres, et enfin, l'analyse de la symétrie de comportement entre les mécanismes de condensation et d'évaporation.

Dans ce contexte, notre étude est articulée autour de quatre chapitres:

Le premier est consacré à quelques rappels sommaires concernant les caractéristiques d'une structure poreuse, et la description des différents modes de fixation d'un fluide au sein d'un milieu poreux;

Le second chapitre est relatif aux modèles physique et mathématique adoptés, où sont sommairement rappelés, les concepts de base et les hypothèses utilisées dans la formulation;

Le troisième chapitre est destiné à la résolution numérique du système d'équations couplés de transfert de chaleur et de masse en milieu poreux, où sont présentés, la méthode numérique utilisée ainsi que les organigrammes correspondants;

Le quatrième chapitre constitue le noyau principal de notre travail. Il concerne d'une part, la comparaison des résultats expérimentaux avec ceux obtenus par calcul numérique, d'autre part, la possibilité de réduction du modèle par une étude de sensibilité aux paramètres, ainsi que l'étude de la symétrie de comportement entre les processus d'évaporation et de condensation.

Enfin, une conclusion générale vient clore notre étude.

En annexe, nous avons présenté les méthodes expérimentales de détermination des coefficients (thermophysiques et de diffusion de masse) utilisés dans le système d'équations couplés.

*Mots clés* : Simulation Numérique, Evaporation, Condensation, Milieu Poreux.



# **CHAPITRE I**

## **Description des différents modes de fixation de l'humidité en milieu poreux**

### **INTRODUCTION**

L'objet du présent chapitre est de décrire les différents modes de fixation de l'humidité par une structure poreuse non saturée, indéformable, et ne présentant aucune affinité chimique avec l'eau. Pour se faire, nous commencerons tout d'abord par une brève présentation du milieu poreux en citant ses paramètres caractéristiques et en donnant quelques définitions. Une analyse des phénomènes de thermomigration est ajoutée en fin de chapitre.

Afin de ne pas alourdir ce mémoire, nous nous contenterons de donner quelques définitions, qui sont toutefois disponible dans la littérature. Pour ce qui est des notions de pression de vapeur, d'humidité relative, d'angle de mouillage, de rayon de courbure, de tension interfaciale et de viscosité cinématique, le lecteur pourra se référer à l'aide mémoire [25].

## I.1 DESCRIPTION D'UN MILIEU POREUX

### I.1.1 Description

Un milieu poreux est un milieu constitué par une matrice solide et un espace interstitiel saturé par un ou plusieurs fluides, ou un fluide sous ses différentes phases. L'espace interstitiel ou espace poreux connecté, est l'espace à l'intérieur duquel s'effectuent les écoulements des fluides considérés. La matrice solide peut dans certains cas contenir en outre, des espaces poreux occlus, qui ne sont lieux d'aucune infiltration. Ces derniers inexistant dans le cas des sols (sables, argiles), sont présents cependant dans les roches.

### I.1.2 Propriétés

La connaissance de la texture poreuse du matériau est indispensable pour entamer son étude, nous commençons par définir :

- *la surface spécifique (S)* : c'est le rapport de la surface limitant l'espace des pores au volume total du matériau;
- *la porosité ( $\epsilon$ )* : c'est le rapport du volume des vides accessibles au volume total du matériau;
- *la tortuosité ( $\tau$ )* : c'est le carré du rapport de la longueur moyenne des lignes de courant du fluide traversant l'échantillon à la longueur de celui-ci.

J.CHARPIN et B.RASNEUX [7] donnent les différentes méthodes de détermination des paramètres caractéristiques d'un milieu poreux.

### I.1.3 Définitions

Si l'intérêt est apporté aux masses d'humidité transportées, lors d'un mécanisme de séchage par exemple, il est plus commode de travailler avec les teneurs en eau massiques :

• *la teneur en eau massique en phase liquide*, définie par: 
$$\omega_e = \frac{m_e}{m_s} \quad (I.1)$$

• *la teneur en eau massique en phase vapeur*, définie par: 
$$\omega_v = \frac{m_v}{m_s} \quad (I.2)$$

• *la teneur en eau massique totale*, définie par: 
$$\omega = \omega_v + \omega_e \quad (I.3)$$

Si par contre, on s'intéresse aux volumes d'eau déplacés, par exemple dans le cas de l'hydrologie, l'utilisation des teneurs en eau volumiques est alors recommandée:

• *la teneur en eau volumique en phase liquide*, définie par: 
$$\theta_e = \frac{V_e}{V_t} \quad (I.4)$$

• *la teneur en eau volumique en phase vapeur*, définie par: 
$$\theta_v = \frac{V_v}{V_t} \quad (I.5)$$

• *la teneur en eau volumique totale*, définie par: 
$$\theta = \theta_e + \theta_v \quad (I.6)$$

Nous définirons aussi:

• la masse volumique apparente (à l'état sec), donnée par: 
$$\rho_0 = \frac{m_s}{v_t} \quad (1.7)$$

• la masse volumique de la phase solide, donnée par: 
$$\rho_s = \frac{m_s}{v_s} \quad (1.8)$$

• la masse volumique équivalente, donnée par: 
$$\rho^* = \frac{m_t}{v_t} \quad (1.9)$$

Celle-ci peut s'exprimer aussi par: 
$$\rho^* = \rho_0 \cdot \left(1 + \frac{m_c}{m_s} + \frac{m_e}{m_s}\right) \quad (1.10)$$

La masse de l'air pouvant être négligée devant celle de l'eau et du solide, la masse volumique équivalente (équation 1.10) se réduit à: 
$$\rho^* = \rho_0 \cdot \left(1 + \frac{m_c}{m_s}\right) \quad (1.11)$$

En utilisant les teneurs en eau massiques, et en négligeant la teneur en vapeur ( $m_v$ ) devant celle de l'eau ( $m_e$ ), l'équation (1.11) devient: 
$$\rho^* = \rho_0 \cdot (1 + m) \quad (1.12)$$

## I.2 DIFFERENTS MODES DE FIXATION DE L'HUMIDITE DANS UN MILIEU POREUX

En l'absence de réactions chimiques entre le matériau solide constituant la structure poreuse et l'eau (liquide ou vapeur) avec laquelle cette structure est mise en contact, trois mécanismes peuvent intervenir pour contribuer à la fixation de l'humidité au sein du milieu poreux. Il s'agit respectivement de l'adsorption physique, de la capillarité et de la condensation. L'importance relative du rôle de chacun de ces mécanismes sur la masse d'humidité fixée, dépend quant à elle de divers paramètres, tels que les propriétés structurales du milieu (porosité, surface spécifique, etc...), la nature de la phase aqueuse (liquide ou vapeur) avec laquelle il est mis en contact, et enfin, les conditions thermophysiques (pression, température, etc...) auxquelles il se trouve soumis. Les paragraphes qui suivent donnent une présentation très sommaire de ces différents mécanismes, ainsi que de leurs relations avec les propriétés structurales. Pour une description plus détaillée, le lecteur intéressé pourra consulter les références [2] et [3].

### I.2.1 Adsorption physique

Pour illustrer ce mécanisme, considérons un échantillon d'un milieu poreux sec de masse  $m_s$ , placé dans une enceinte dont on peut contrôler la température  $T$  et l'humidité relative  $\phi = P_v / P_{vs}$  ( $P_v$  étant la pression de vapeur régnant dans l'enceinte et  $P_{vs}$  la pression de vapeur saturante à la température  $T$ ).

Si l'on fait varier  $\phi$ , tout en maintenant la température constante, on remarque que le poids de l'échantillon augmente au fur et à mesure que la pression de vapeur de l'enceinte se rapproche de la pression de vapeur saturante. Cet accroissement de poids, correspondant à la fixation d'une certaine quantité d'eau par le milieu poreux, sous l'action des phénomènes dits d'adsorption, dont l'origine physique est attribuée aux forces intermoléculaires (forces de VAN DER WAALS) agissant sur les molécules de vapeur au voisinage de l'interface solide-fluide dans les pores.

L'interprétation théorique des courbes de sorption traduisant l'accroissement de la teneur en eau de l'échantillon ( $\omega = m_e / m_s$ , où  $m_e$  est la masse d'eau fixée par la masse  $m_s$  de matériau sec) en fonction de l'humidité relative, conduit à distinguer différentes étapes dans ce processus de fixation de l'humidité (cf. Figure I.1):

- l'adsorption monomoléculaire, caractérisée par la fixation d'une couche de molécules d'eau sur la surface des pores (Figure I.1.a);
- l'adsorption plurimoléculaire, caractérisée par la fixation de plusieurs couches de molécules d'eau sur la première couche adsorbée (Figure I.1.b);
- et enfin, lorsque les diamètre des pores deviennent suffisamment petits, la condensation capillaire sur les ménisques formés par la jonction des couches plurimoléculaires (Figure I.1.c).



Figure I.1

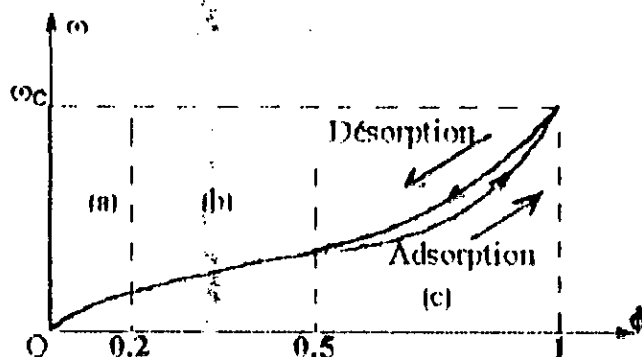


Figure I.2. Courbe d'adsorption

Cette description des phénomènes et les modèles théoriques correspondants sont, dans l'ensemble, assez largement justifiés par l'expérience. Sur une courbe d'adsorption type, le processus de fixation de l'humidité est ainsi convenablement représenté (Figure I.2):

- par la théorie de l'adsorption monomoléculaire de LANGMUIR [18] lorsque  $\phi \in [0, 0.2]$  (cf. Figure I.2. environ (a)),
- par la théorie de l'adsorption plurimoléculaire de BRUNAUER, EMMET et TELLER [6] lorsque  $\phi \in [0.2, 0.5]$  (cf. Figure I.2. environ (b)),
- et enfin, par la théorie de la condensation capillaire de KELVIN (cf. DEFAY [11]) lorsque  $\phi \in [0.5, 1]$  (cf. Figure I.2. environ (c)). On peut montrer que dans ce dernier cas, la pression de vapeur d'équilibre est reliée à la pression de vapeur saturante par la relation suivante:

$$\phi = \frac{P_v}{P_{vs}} = e^{-\frac{2\sigma M_v}{\rho_e r RT}} \quad (I.13)$$

(avec,  $r$ : rayon du capillaire;  $\sigma$ : tension interfaciale eau / vapeur;  $\rho_e$ : masse volumique de l'eau liquide;  $M_v$ : masse molaire de la vapeur;  $T$ : température;  $R$ : constante des gaz parfaits).

Pour les questions relatives à l'influence de la température, l'hystérisis des courbes de sorption-désorption (Figure I.2) et à l'énergie de liaison, le lecteur trouvera des réponses assez complètes dans la référence [10].

Nous terminerons ces quelques rappels sur l'adsorption, en précisant que la teneur en eau maximale  $\omega_c$  qui peut être fixée dans un milieu poreux par ces mécanismes est, en règle générale, très inférieure à la teneur en eau correspondant à la saturation complète (remplissage de tout les pores).

A partir de l'équilibre hygroscopique (qui correspond à  $\omega_e = \omega_c$ , soit  $\phi = 1$ ), l'accroissement de la teneur en eau ne pourra se poursuivre que s'il y a un apport d'eau en masse. Deux mécanismes peuvent alors concourir à cela : la capillarité et la condensation.

## 1.2.2 Capillarité

La capillarité est un mécanisme de fixation de l'humidité qui intervient lorsque la structure poreuse est en contact avec de l'eau en phase liquide continue (Figure 1.3.a). Sans entrer dans une analyse détaillée des phénomènes complexes de mouillabilité, l'expérience montre, que dans de nombreux cas, l'eau liquide présente généralement un comportement mouillant par rapport au solide constituant la majorité des structures poreuses. Cette *affinité* de l'eau, se traduisant par une tendance à l'étalement du liquide sur la surface des pores, conduit alors, à la formation d'interfaces courbes entre le fluide mouillant (liquide) et non mouillant (gazeux), constitué par l'air humide (Figure 1.3.b et c).

Lorsque l'on examine la condition d'équilibre d'une telle interface, on constate qu'il existe de part et d'autre, une différence de pression  $P_c$ , appelée pression capillaire:

$$P_c = P_a - P_e \quad (1.14)$$

( $P_c > 0$ , la pression  $P_e$  dans la phase liquide étant inférieure à la pression  $P_a$  dans la phase gazeuse).

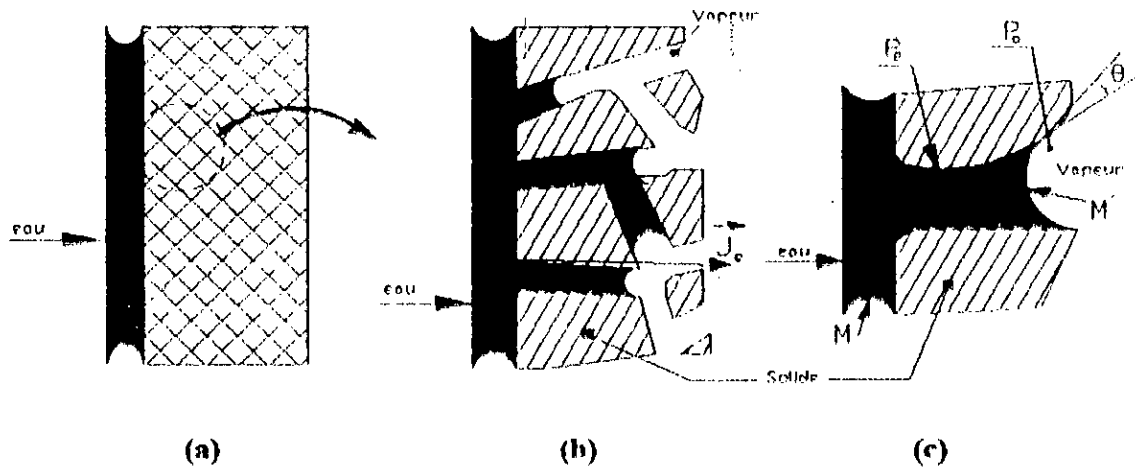


Figure 1.3. Capillarité

La pression capillaire est donnée par la loi de LAPLACE :

$$P_c = \sigma \cdot \cos(\theta) \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (1.15)$$

dans laquelle,  $\sigma(\Gamma)$  est la tension interfaciale (liquide/gaz),  $R_1$  et  $R_2$  sont les rayons de courbure principaux de l'interface et  $\theta$  est l'angle de mouillage.

Pour un capillaire de section droite circulaire de rayon  $r$ , l'équation (1.15) devient:

$$P_c = \frac{2\sigma \cos\theta}{r} \quad (1.16)$$

Etant donné que la pression dans le liquide libre, avec lequel la surface externe de la structure poreuse est mise en contact, est égale à la pression de l'air humide (l'espace des pores occupé par la phase gazeuse étant en relation avec l'extérieur : *porosité ouverte*) il existe donc, une différence de pression dans l'eau liquide, lorsque l'on passe d'un point M extérieur à la structure, à un point M' situé au voisinage d'une interface. Sous l'effet de cette différence de pression, égale à la pression capillaire, il s'établit un écoulement liquide (figure I.3), conduisant au remplissage des pores ou de certaines classes de diamètre de pores, par l'eau liquide.

En milieu poreux, la pression capillaire varie en fonction de la teneur en eau liquide  $\omega_e$ , comme le montre la figure I.4. Elle s'annule pour une teneur en eau qui est la teneur en eau de saturation  $\omega_{es}$ , pour laquelle tout les pores sont remplis, et croît de façon continue lorsque  $\omega_e$  diminue de  $\omega_{es}$  à  $\omega_c$ . Comme dans le domaine d'adsorption de KELVIN (cf. DEFAY [11]), les courbes  $P_c(\omega_e)$  présentent des effets d'hystérésis, qui peuvent être extrêmement marqués entre drainage ( $\omega_e$  décroissant) et imbibition ( $\omega_e$  croissant). L'allure des courbes  $P_c(\omega_e)$  est déterminée quant à elle, par la loi de distribution des rayons de pores. Etant donnée la dépendance de  $P_c$  avec  $\sigma$  et  $T$ , elle est par conséquent une fonction de  $T$  ( $P_c = P_c(\omega_e, T)$ ).

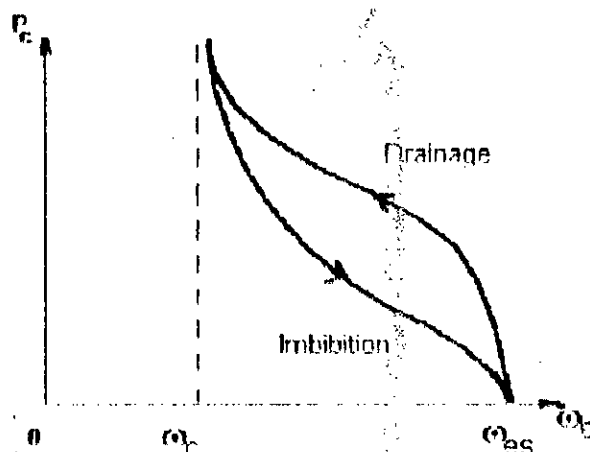


Figure I.4. Pression capillaire

La relation fondamentale de LAPLACE indique qu'en raison de l'influence de la tension superficielle ou interfaciale, l'équilibre mécanique entre deux phases séparées par une interface courbe, est réalisé pour des valeurs différentes des pressions dans chacune des phases; la pression la plus élevée régnant dans la phase fluide située du côté concave. Ce n'est que lorsque l'interface est plate (rayon de courbure infini) que les pressions de part et d'autres de l'interface sont égales.

### I.2.3 Condensation

Bien entendu, il ne sera pas question ici de s'interroger sur le fondement de la théorie à l'échelle moléculaire, même si de nombreux problèmes, subsistent encore dans ce domaine notamment, lorsqu'il s'agit de décrire le processus de nucléation vapeur-liquide. Notre préoccupation sera en fait beaucoup plus modeste. Nous nous bornerons essentiellement à vérifier si les modèles macroscopiques, généralement utilisés en milieu poreux, peuvent être considérés comme des outils de prédiction satisfaisants des évolutions spatio-temporelles de la phase liquide provenant de la condensation d'une vapeur sursaturée.

Pour illustrer de manière simple ce phénomène, considérons une paroi poreuse dont l'une des faces est rendue étanche à la vapeur d'eau. Imaginons que cette paroi est en équilibre hygrothermique,  $T_0$  étant sa température,  $P_{v0} < P_{vs0}$  la pression de vapeur dans l'espace des pores, ( $P_{vs0}$  étant la pression de vapeur saturante correspondant à  $T_0$ ) (figure I.5) et supposons que par suite d'un refroidissement de la face imperméable, un régime thermique stationnaire, caractérisé par une variation de température de  $T_0$  à  $T_e$ , telle que  $T_e < T_0$  s'établisse. Si la courbe de pression se situe en certains points de la paroi, en dessous de la valeur  $P_{v0}$ , il est bien évident que l'on aura condensation. La masse d'eau liquide ainsi formée, proviendra d'une part, de la condensation de la vapeur initialement en place dans ce domaine et, d'autre part, de la condensation d'une partie du flux d'humidité en phase vapeur, s'écoulant vers les zones froides par diffusion moléculaire (figure I.5.b).

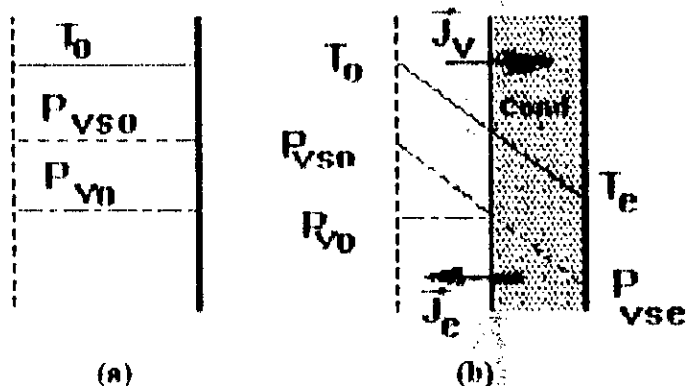


Figure I.5. Condensation

### I.3 INFLUENCE DES PROPRIETES D'UN MATERIAU SUR LA QUANTITE D'EAU FIXEE

La quantité d'eau pouvant être fixée par les mécanismes cités précédemment, est aussi fonction de certaines caractéristiques structurales du matériau.

En situation d'équilibre, nous pouvons citer :

- la *surface spécifique* qui est le paramètre fondamental concernant l'adsorption physique;
- la *porosité* (caractérisant le volume des pores) concerne quant à elle, la condensation et la capillarité.

En situation dynamique, nous citerons plutôt :

- le *diamètre des pores*  $d$ , influençant les phénomènes de condensation capillaire lors de l'adsorption (relation de KELVIN), les phénomènes de capillarité conduisant à la fixation de l'humidité en masse, et enfin, la résistance à l'écoulement (perméabilité ou perméabilité relative);
- la *tortuosité*  $\tau$  (définie comme étant le carré du rapport de la longueur moyenne des lignes de courant fluide traversant le matériau, à la longueur de celui-ci) agissant sur les capacités d'écoulement des fluides à travers le matériau (perméabilité, diffusion moléculaire de la vapeur).

En nous limitant, d'une part, à l'analyse de trois paramètres facilement accessibles :  $S$ ,  $d$  et  $\tau$ , et, en déterminant d'autre part, à partir de la relation de KELVIN, le rayon seuil de

pores, à partir duquel les phénomènes de condensation capillaire ne peuvent plus se manifester ( $r$  est voisin de  $10^{-7}$  m pour l'eau à  $10^\circ\text{C}$ , obtenu en écrivant :  $P_v = P_{vs}$ ); nous pouvons distinguer deux catégories de matériaux:

- les matériaux non hygroscopiques ou capillaro-poreux qui ont de grands rayons de pores  $r > 10^{-7}$  m, correspondants au domaine B de la figure I.6, les mécanismes d'adsorption y sont négligeables.
- les matériaux hygroscopiques ont de faibles rayons de pores,  $r < 10^{-7}$  m, d'où une grande surface spécifique, et par conséquent, les mécanismes d'adsorption y sont importants, ils font partie du domaine A de la figure I.6. Cependant, même pour cette catégorie, la quantité d'humidité fixée par adsorption est faible devant celle correspondant à la saturation complète (remplissage total des pores).

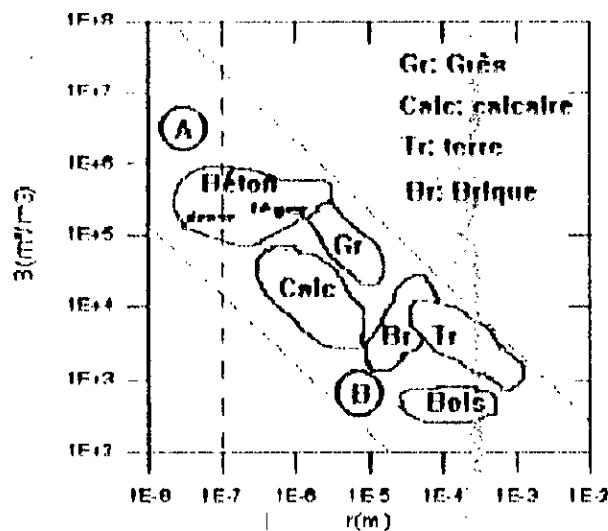


Figure I.6. Matériaux hygroscopiques et non hygroscopiques

## I.4 ANALYSE PHYSIQUE DU PHENOMENE DE THERMOMIGRATION

Divers mécanismes peuvent entrer en jeu lors de la migration de l'humidité dans un milieu poreux non saturé sous l'influence de gradients de températures. CRAUSSE [10] a fondé son analyse sur deux situations physiques traitant chacune un transfert unidirectionnel:

1. dans une première situation, il considère une tranche superficielle de sol (Figure I.7.a) (système semi-ouvert);
2. dans la seconde, il observe un échantillon de milieu poreux limité par deux surfaces imperméables à l'humidité (Figure I.7.b) (système fermé).

Les conditions initiales sont :

$$\text{pour : } t < 0 \quad \begin{cases} T = T_0 \\ \omega = \omega_0 \end{cases}, \forall z.$$



A l'instant:  $t = 0$ , une des extrémités de chaque échantillon est portée à  $T_1 > T_0$ .

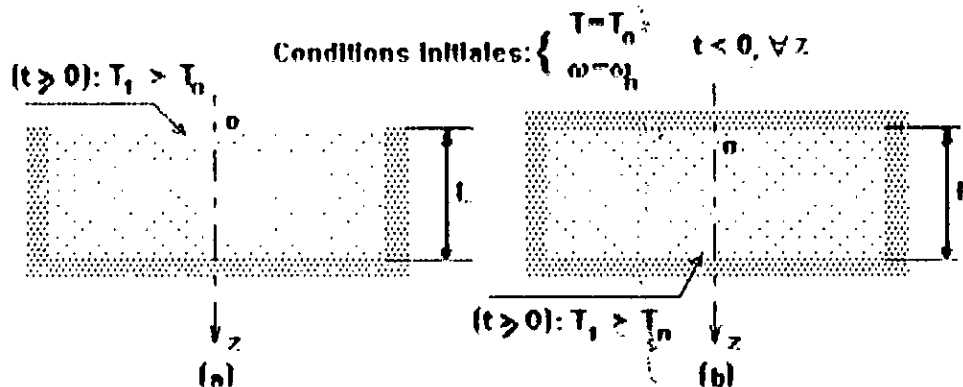


Figure 1.7

Cette différence de températures ainsi imposée, va modifier la distribution de températures, et provoquer une migration de l'humidité en phase vapeur ou liquide dans les échantillons, ce qui aura pour conséquence, une diminution de la teneur en eau dans les régions chaudes, et une accumulation de l'humidité dans les régions froides.

- *Cas a (système semi-ouvert)* : le déséquilibre thermophysique produit au voisinage de la surface chauffée, va donner naissance à un phénomène d'évaporation favorisant l'évacuation de l'humidité du sol vers l'atmosphère. Celle-ci peut parfois conduire à l'assèchement partiel du milieu, et provoquer ainsi une augmentation de la pression capillaire dans les régions considérées, ayant pour effet de déplacer l'humidité en phase liquide à co-courant de la vapeur par le phénomène de succion.
- *Cas b (système fermé)* : l'augmentation de la température à la limite inférieure ( $z = L$ ) de l'échantillon qui produira le phénomène de vaporisation de l'humidité, lequel va provoquer comme au cas a, une diminution locale de l'humidité du milieu, entraînant une augmentation de la pression capillaire. Cette dernière va occasionner un rappel d'humidité en phase liquide des régions froides vers les régions chaudes, mais qui est toutefois, limité par l'accroissement des pressions capillaires avec la diminution de la température qui s'oppose à ce déplacement et favorise un apport d'humidité dans les zones froides.

L'accumulation de l'humidité est également due au phénomène de condensation de la vapeur se déplaçant dans l'air par un processus de diffusion des régions chaudes vers les régions froides, où la pression de vapeur est plus faible. Pendant ce déplacement, la vapeur va se condenser d'une part à la surface des grains et d'autre part sur les ménisques liquides.

Par la suite, cette condensation va élever localement la température des flots liquides, et provoquer un faible phénomène de vaporisation.

Par conséquent, l'humidité va s'accumuler dans les régions froides, suite à la conjonction des processus d'évaporation-condensation-évaporation, et de la modification des pressions capillaires avec la température.

Le bilan de masse étant conservatif au cours du temps (système fermé), le régime permanent sera atteint, lorsque les profils hydriques et thermiques deviendront stables.

# CHAPITRE II

## Modèle mathématique et conditions aux frontières

### INTRODUCTION

Il s'agit essentiellement dans ce chapitre, de traduire les lois de conservations de masse et d'énergie pour un milieu poreux non saturé, après avoir défini un volume élémentaire de référence (V.E.R). Le modèle mathématique utilisé est celui de PHILIP et DE VRIES [12], il prend en considération la coexistence des deux phases (liquides et vapeur) au sein du milieu poreux et fait apparaître les effets de couplage entre le transfert de masse et le transfert de chaleur.

Le modèle physique choisi est soit fermé, soit semi-ouvert. Suivant la disposition de celui-ci et selon les conditions initiales et aux limites imposées, nous pouvons avoir plusieurs cas de figures (Figure II.1).

## II.1 MODELE MATHEMATIQUE

L'analyse des écoulements multiphasiques en milieux poreux s'appuie sur les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Ces équations sont bien connues, cependant, la complexité de la géométrie du milieu poreux rend leur résolution impossible, la forme géométrique des limites n'étant pas accessible en pratique.

Pour palier à cette difficulté, on est conduit à définir de nouvelles grandeurs dites *macroscopiques* ainsi que les *lois macroscopiques locales* qu'elles suivent à une échelle à définir, suffisamment grande par rapport à l'échelle des pores, pour éviter le problème posé par leur géométrie et suffisamment petite par rapport à l'échelle du milieu poreux pour leur conférer un caractère local.

Il existe plusieurs tentatives de modélisation théoriques des phénomènes de transfert en milieux poreux [1, 4, 12, 13, 14, 15, 21, 22, 23]. L'idée est cependant toujours la même: il s'agit de définir un opérateur de prise de moyenne et un domaine conférant aux grandeurs macroscopiques un sens physique, et aux lois la forme générale des lois de conservation.

Le modèle mathématique utilisé est celui de PHILIP et DE VRIES [12]. Il est fondé sur l'identification du milieu poreux à un milieu continu fictif équivalent, pour lequel les variables et paramètres physiques sont identifiés à des valeurs moyennes sur un certain volume de milieu poreux. Ce modèle a été justifié par WHITAKER [24] en 1977.

Dans le cadre des hypothèses qui ont été précisées par WHITAKER [24], ce modèle apparaît actuellement comme celui dont le niveau de description des phénomènes est le plus complet. Il sera donc choisi comme référence pour conduire aussi bien l'analyse et l'interprétation des résultats expérimentaux, que pour examiner les possibilités de simplification théoriques à travers les résultats de l'étude de sensibilité aux paramètres.

### II.1.1 Hypothèses

1. La matrice solide est indéformable, homogène et isotrope;
2. L'enthalpie des différentes phases est indépendante de la pression;
3. Les phénomènes de gel ou d'ébullition ne sont pas pris en compte;
4. La densité de la phase liquide est constante (phase liquide incompressible);
5. Les différentes phases sont continues;
6. La phase gazeuse obéit à la loi des gaz parfaits;
7. La pression totale de la phase gazeuse est uniforme et constante;
8. Le travail des forces de compression et de dissipation visqueuse est négligeable;
9. La phase liquide ne contient qu'un seul constituant;
10. La diffusion de vapeur est de type moléculaire;
11. Les différentes phases sont en équilibre thermodynamique local;
12. Les phénomènes d'hystérésis ne sont pas pris en compte;
13. Il n'y a pas de réaction chimique au sein du milieu poreux;
14. Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.

## II.1.2 Equations

*Equations de bilan de conservation:*

\* Conservation de masse (pour la phase i) :

$$\frac{\partial(\rho_i \cdot \theta_i)}{\partial t} = -\nabla(\bar{J}_i) + I_i \quad \text{avec : } \sum_i I_i = 0 \quad (\text{II.1})$$

\* Conservation de l'énergie (pour la phase i) :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_0 \cdot h_0 + \sum_i \rho_i \cdot \theta_i \cdot h_i) = -\nabla(\bar{J}_q + \sum_i h_i \cdot \bar{J}_i) \quad (\text{II.2})$$

où: i désigne la phase, « e » pour le liquide et « v » pour la vapeur;

$\rho$ : masse volumique;

$h$ : enthalpie massique;

$J$ : densité de flux de masse;

$J_q$  : densité de flux de chaleur conductif;

$I$  : terme source;

$\theta$  : teneur en eau volumique;

$\rho_0 = \rho_s \cdot (1 - \epsilon)$  : masse volumique apparente du milieu poreux;

$\rho_s$  : masse volumique du solide constituant la matrice.

Les équations (II.1) et (II.2) sont donc les équations du problème envisagé, il s'agit à présent, de les développer pour les phases considérées.

### II.1.2.1 Lois de conservation de masse

#### • Equation de transfert de masse en phase liquide

La loi de DARCY donne la formulation mathématique caractérisant le transfert de masse en phase liquide au sein du milieu poreux. Pour un milieu non saturé, dans lequel la pression totale de la phase gazeuse est constante, la densité de flux de masse peut s'écrire:

$$\bar{J}_e = -\frac{\rho_e \cdot \bar{k}_e \cdot g}{v_e} \cdot \nabla(\Psi - z) \quad (\text{II.3})$$

où  $z$  est compté positif vers le bas;

$\Psi = P_e / (\rho_e \cdot g) = P_c / (\rho_e \cdot g)$ , est le potentiel matriciel ou succion.

En posant:  $K = (k_e \cdot g) / v_e$  (conductivité hydraulique) dans la relation (II.3), on obtient:

$$\bar{J}_e = -\rho_e \cdot K \cdot \nabla(\Psi - z) \quad (\text{II.4})$$

Le développement de la relation (II.4) où  $\Psi$  est une fonction de  $\theta_e$  et de  $T$ , permet d'aboutir à la forme finale de la densité de flux de masse:

$$\bar{J}_e = \rho_e \cdot (D_{\theta_e} \cdot \nabla \theta_e + D_T \cdot \nabla T) + \rho_e \cdot K \cdot \bar{k} \quad (\text{II.5})$$

avec :  $D_{\theta_e} = K \cdot \left( \frac{\partial \Psi}{\partial \theta_e} \right)_T$  ;  $D_T = K \cdot \left( \frac{\partial \Psi}{\partial T} \right)_{\theta_e}$  et  $\bar{k}$  : vecteur unitaire dirigé vers le bas

• Equation de transfert de masse en phase vapeur

D'après la 7<sup>ème</sup> hypothèse ci-dessus, la densité de flux de masse de la vapeur  $\bar{j}_v$ , doit obéir à la diffusion moléculaire, modélisée par la loi de FICK. Celle-ci est pondérée en milieu poreux par le terme correctif  $F(\theta_e)$ , qui traduit l'influence, non clairement identifiée, de la présence de la phase liquide, ainsi que de la tortuosité de la matrice solide:

$$\bar{j}_v = -F.D. \frac{P}{P - P_v} \cdot \frac{M_v}{R.T} \cdot \nabla P_v \quad (II.6)$$

avec :  $D$  : coefficient de diffusion de la phase vapeur dans l'air;  
 $P$  : pression totale du gaz;  
 $P_v$  : pression de vapeur;  
 $R$  : constante des gaz parfaits.

D'après la loi de KELVIN, traduisant la condition d'équilibre thermodynamique local entre les deux phases fluides, on a :

$$P_v = P_{v_e} \cdot e^{\frac{M_v \cdot g \cdot \Psi}{R.T}} \quad (II.7)$$

Pour exprimer  $P_v$  en fonction de  $\theta_e$  et  $T$ , on doit écrire que :

$$\nabla P_v = \left( \frac{\partial P_v}{\partial \theta_e} \right)_T \cdot \nabla \theta_e + \left( \frac{\partial P_v}{\partial T} \right)_{\theta_e} \cdot \nabla T \quad (II.8)$$

la densité de flux de masse en phase vapeur s'écrira alors :

$$\bar{j}_v = -\rho_e \cdot \left( D_{\theta_e} \cdot \nabla \theta_e + D_{T_v} \cdot \nabla T \right) \quad (II.9)$$

avec :  $D_{\theta_e} = F.D. \frac{P}{P - P_v} \cdot \frac{M_v}{R.T} \cdot \frac{1}{\rho_e} \cdot \left( \frac{\partial P_v}{\partial \theta_e} \right)_T$  et  $D_{T_v} = F.D. \frac{P}{P - P_v} \cdot \frac{M_v}{R.T} \cdot \frac{1}{\rho_e} \cdot \left( \frac{\partial P_v}{\partial T} \right)_{\theta_e}$

En injectant les équations (II.5) et (II.9) dans les équations de bilan de masse (II.1), on obtient:

• pour la phase liquide :

$$\frac{\partial(\rho_e \cdot \theta_e)}{\partial t} = \nabla \cdot \rho_e \cdot \left( D_{\theta_e} \cdot \nabla \theta_e + D_{T_e} \cdot \nabla T \right) - \rho_e \cdot \left( \frac{\partial K}{\partial z} \right) + I_e \quad (II.10)$$

• pour la phase vapeur :

$$\frac{\partial(\rho_v \cdot \theta_v)}{\partial t} = \nabla \cdot \rho_e \cdot \left( D_{\theta_e} \cdot \nabla \theta_e + D_{T_v} \cdot \nabla T \right) + I_v \quad (II.11)$$

L'expression de  $\theta_v$  en équivalent liquide condensé  $\theta_e^*$ , tel que:  $\rho_v \cdot \theta_v = \rho_e \cdot \theta_e^*$  donne:

$$\theta_e^* = \theta_v \frac{\rho_v}{\rho_e} = (\epsilon - \theta_e) \cdot \frac{\rho_v}{\rho_e} \quad (II.12)$$

En utilisant la loi des gaz parfaits ( $\rho_v = \frac{P_v}{R \cdot T} \cdot M_v$ ) dans cette équation, on obtient :

$$\frac{\partial \theta_e^*}{\partial t} = -\frac{\rho_v}{\rho_e} \cdot \frac{\partial \theta_e}{\partial t} + \frac{s - \theta_e}{\rho_e} \cdot \frac{\partial \rho_v}{\partial t} = -\frac{\rho_v}{\rho_e} \cdot \frac{\partial \theta_e}{\partial t} + \frac{s - \theta_e}{\rho_e} \cdot \frac{M_v}{R} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{P_v}{T} \right) \quad (II.13)$$

Puisque  $P_v$  est une fonction de  $\theta_e$  et de  $T$ , la relation (II.13) devient:

$$\frac{\partial \theta_e^*}{\partial t} = -\frac{\rho_v}{\rho_e} \cdot \frac{\partial \theta_e}{\partial t} + \frac{s - \theta_e}{\rho_e} \cdot \frac{M_v}{R} \left( \frac{1}{T} \left( \frac{\partial P_v}{\partial \theta_e} \right)_T \cdot \frac{\partial \theta_e}{\partial t} + \frac{1}{T} \left( \frac{\partial P_v}{\partial T} \right)_{\theta_e} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{P_v}{T^2} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \right) \quad (II.14)$$

et qui peut s'écrire: 
$$\frac{\partial \theta_e^*}{\partial t} = \alpha \cdot \frac{\partial \theta_e}{\partial t} + \beta \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (II.15)$$

avec : 
$$\alpha = (s - \theta_e) \cdot \frac{D_{\theta_v}}{F \cdot D \cdot P} - \frac{\rho_v}{\rho_e} \quad \text{et} \quad \beta = (s - \theta_e) \cdot \frac{D_{T_v}}{F \cdot D \cdot P} - (s - \theta_e) \cdot \frac{\rho_v}{\rho_e \cdot T}$$

Ainsi donc, les lois de conservation de masse deviennent :

- pour la phase liquide

$$\frac{\partial \theta_e}{\partial t} = \nabla \cdot (D_{\theta_e} \cdot \nabla \theta_e + D_{T_e} \cdot \nabla T) + \frac{I_e}{\rho_e} - \frac{\partial K}{\partial z} \quad (II.16)$$

- pour la phase vapeur

$$\frac{\partial \theta_e^*}{\partial t} = \alpha \cdot \frac{\partial \theta_e}{\partial t} + \beta \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (D_{\theta_v} \cdot \nabla \theta_e + D_{T_v} \cdot \nabla T) + \frac{I_v}{\rho_e} \quad (II.17)$$

La sommation de ces deux équations, sachant que  $I_e + I_v = 0$ , donne la loi de conservation de la masse totale dans le milieu poreux :

$$(1 + \alpha) \cdot \frac{\partial \theta_e}{\partial t} + \beta \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (D_{\theta} \cdot \nabla \theta_e + D_T \cdot \nabla T) - \frac{\partial K}{\partial z} \quad (II.18)$$

avec :  $D_{\theta} = D_{\theta_e} + D_{\theta_v}$  et  $D_T = D_{T_e} + D_{T_v}$ .

### II.1.2.2 Loi de conservation de l'énergie

L'équation (II.2) s'écrit:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_0 \cdot h_0 + \rho_e \cdot \theta_e \cdot h_e + \rho_e \cdot \theta_e^* \cdot h_v) = -\nabla \cdot \vec{J}_q - \nabla \cdot (\vec{J}_e \cdot h_e + \vec{J}_v \cdot h_v) \quad (II.19)$$

qui devient après développement, et injection de la loi de conservation de masse totale:

$$\frac{\partial (\rho_0 \cdot h_0)}{\partial t} + \rho_e \cdot \theta_e \cdot \frac{\partial h_e}{\partial t} + \rho_e \cdot \theta_e^* \cdot \frac{\partial h_v}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{J}_q - \vec{J}_e \cdot \nabla h_e - \vec{J}_v \cdot \nabla h_v - L \cdot I_v \quad (II.20)$$

D'après la loi de FOURIER, exprimant le transfert de chaleur par conduction au sein du milieu poreux non saturé ( $\vec{j}_q = -\lambda^* \cdot \nabla T$ , avec  $\lambda^* = \lambda^*(\theta_e, T)$  : conductivité thermique apparente) et étant donné que :  $h_0 = c_0 \cdot T$ ,  $h_e = c_e \cdot T$  et  $h_v = c_v \cdot T$ , la relation (II.20) devient:

$$(\rho c)^* \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(\lambda^* \cdot \nabla T) + \rho_e \cdot c_e \cdot (D_{\theta_e} \cdot \nabla \theta_e + D_{T_e} \cdot \nabla T - K \cdot \vec{k}) \cdot \nabla T + \rho_e \cdot c_v \cdot (D_{\theta_v} \cdot \nabla \theta_e + D_{T_v} \cdot \nabla T) \cdot \nabla T - L \cdot I_v \quad (II.21)$$

En exprimant  $I_v$  dans l'équation (II.21) par son expression donnée par l'équation (II.11) on obtient la loi de conservation de l'énergie en milieu poreux :

$$\left[ (\rho c)^* + \rho_e \cdot L \cdot \beta \right] \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_e \cdot L \cdot \alpha \cdot \frac{\partial \theta_e}{\partial t} = \nabla(\lambda^* \cdot \nabla T) + \rho_e \cdot L \cdot \nabla(D_{\theta_e} \cdot \nabla \theta_e + D_{T_e} \cdot \nabla T) + \rho_e \cdot c_e \cdot (D_{\theta_e} \cdot \nabla \theta_e + D_{T_e} \cdot \nabla T - K \cdot \vec{k}) \cdot \nabla T + \rho_e \cdot c_v \cdot (D_{\theta_v} \cdot \nabla \theta_e + D_{T_v} \cdot \nabla T) \cdot \nabla T \quad (II.22)$$

Le système formé par les équations (II.18) et (II.22), constitue le modèle de DE VRIES.

Lorsque le transfert de masse se fait par diffusion moléculaire et capillarité, les termes d'énergie convective ( $\rho_e \cdot c_e \cdot (D_{\theta_e} \cdot \nabla \theta_e + D_{T_e} \cdot \nabla T - K \cdot \vec{k}) \cdot \nabla T + \rho_e \cdot c_v \cdot (D_{\theta_v} \cdot \nabla \theta_e + D_{T_v} \cdot \nabla T) \cdot \nabla T$ ) deviennent négligeables, et le système ainsi formé se simplifie (cf.RECAN [23]) pour devenir:

$$(1 + \alpha) \cdot \frac{\partial \theta_e}{\partial t} + \beta \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (D_{\theta_e} \cdot \nabla \theta_e + D_{T_e} \cdot \nabla T) - \frac{\partial K}{\partial z} \left[ (\rho c)^* + \rho_e \cdot L \cdot \beta \right] \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_e \cdot L \cdot \alpha \cdot \frac{\partial \theta_e}{\partial t} = \nabla(\lambda^* \cdot \nabla T) + \rho_e \cdot L \cdot \nabla(D_{\theta_e} \cdot \nabla \theta_e + D_{T_e} \cdot \nabla T) \quad (II.23)$$

Dans certaines situations, la prépondérance du transfert en phase liquide par rapport à celui en phase vapeur permet de simplifier le système donné par la relation (II.23) en négligeant les termes d'accumulation en phase vapeur ( $\alpha$  et  $\beta$ ) pour obtenir le modèle de DE VRIES Simplifié:

$$\frac{\partial \theta_e}{\partial t} = \nabla \cdot (D_{\theta_e} \cdot \nabla \theta_e + D_{T_e} \cdot \nabla T) - \frac{\partial K}{\partial z} (\rho c)^* \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(\lambda^* \cdot \nabla T) + \rho_e \cdot L \cdot \nabla(D_{\theta_e} \cdot \nabla \theta_e + D_{T_e} \cdot \nabla T) \quad (II.24)$$

Ce système est souvent utilisé pour décrire les processus de séchage, cependant, sa généralisation peut parfois conduire, selon BORIES [3], à une interprétation erronée des phénomènes.

Pour des considération expérimentales, les équations de bilan sont souvent exprimées en fonction de la teneur en eau pondérale (obtenue simplement par pesée). En injectant la valeur de  $\theta_e$  en fonction de  $\omega$  ( $\theta_e = \omega \cdot \rho_0 / \rho_e$ ) dans le système (II.23), on obtient:

D'après la loi de FOURIER, exprimant le transfert de chaleur par conduction au sein du milieu poreux non saturé ( $\bar{j}_q = -\lambda^* \cdot \nabla T$ , avec  $\lambda^* = \lambda^*(\theta_e, T)$  : conductivité thermique apparente) et étant donné que :  $h_0 = c_0 \cdot T$ ,  $h_e = c_e \cdot T$  et  $h_v = c_v \cdot T$ , la relation (II.20) devient:

$$(\rho c)^* \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(\lambda^* \cdot \nabla T) + \rho_e \cdot c_e \cdot (D_{\theta_e} \cdot \nabla \theta_e + D_{T_e} \cdot \nabla T - K \cdot \bar{k}) \cdot \nabla T + \rho_e \cdot c_v \cdot (D_{\theta_v} \cdot \nabla \theta_e + D_{T_v} \cdot \nabla T) \cdot \nabla T - L \cdot I_v \quad (II.21)$$

En exprimant  $I_v$  dans l'équation (II.21) par son expression donnée par l'équation (II.11) on obtient la loi de conservation de l'énergie en milieu poreux :

$$\left[ (\rho c)^* + \rho_e \cdot L \cdot \beta \right] \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_e \cdot L \cdot \alpha \cdot \frac{\partial \theta_e}{\partial t} = \nabla(\lambda^* \cdot \nabla T) + \rho_e \cdot L \cdot \nabla(D_{\theta_v} \cdot \nabla \theta_e + D_{T_v} \cdot \nabla T) + \rho_e \cdot c_e \cdot (D_{\theta_e} \cdot \nabla \theta_e + D_{T_e} \cdot \nabla T - K \cdot \bar{k}) \cdot \nabla T + \rho_e \cdot c_v \cdot (D_{\theta_v} \cdot \nabla \theta_e + D_{T_v} \cdot \nabla T) \cdot \nabla T \quad (II.22)$$

Le système formé par les équations (II.18) et (II.22), constitue le modèle de DE VRIES.

Lorsque le transfert de masse se fait par diffusion moléculaire et capillarité, les termes d'énergie convective ( $\rho_e \cdot c_e \cdot (D_{\theta_e} \cdot \nabla \theta_e + D_{T_e} \cdot \nabla T - K \cdot \bar{k}) \cdot \nabla T + \rho_e \cdot c_v \cdot (D_{\theta_v} \cdot \nabla \theta_e + D_{T_v} \cdot \nabla T) \cdot \nabla T$ ) deviennent négligeables, et le système ainsi formé se simplifie (cf. RECAN [23]) pour devenir:

$$(1 + \alpha) \cdot \frac{\partial \theta_e}{\partial t} + \beta \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (D_{\theta_e} \cdot \nabla \theta_e + D_{T_e} \cdot \nabla T) - \frac{\partial K}{\partial z} \left[ (\rho c)^* + \rho_e \cdot L \cdot \beta \right] \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_e \cdot L \cdot \alpha \cdot \frac{\partial \theta_e}{\partial t} = \nabla(\lambda^* \cdot \nabla T) + \rho_e \cdot L \cdot \nabla(D_{\theta_v} \cdot \nabla \theta_e + D_{T_v} \cdot \nabla T) \quad (II.23)$$

Dans certaines situations, la prépondérance du transfert en phase liquide par rapport à celui en phase vapeur permet de simplifier le système donné par la relation (II.23) en négligeant les termes d'accumulation en phase vapeur ( $\alpha$  et  $\beta$ ) pour obtenir le modèle de DE VRIES Simplifié:

$$\frac{\partial \theta_e}{\partial t} = \nabla \cdot (D_{\theta_e} \cdot \nabla \theta_e + D_{T_e} \cdot \nabla T) - \frac{\partial K}{\partial z} (\rho c)^* \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(\lambda^* \cdot \nabla T) + \rho_e \cdot L \cdot \nabla(D_{\theta_v} \cdot \nabla \theta_e + D_{T_v} \cdot \nabla T) \quad (II.24)$$

Ce système est souvent utilisé pour décrire les processus de séchage, cependant, sa généralisation peut parfois conduire, selon BORIES [3], à une interprétation erronée des phénomènes.

Pour des considération expérimentales, les équations de bilan sont souvent exprimées en fonction de la teneur en eau pondérale (obtenue simplement par pesée). En injectant la valeur de  $\theta_e$  en fonction de  $\omega$  ( $\theta_e = \omega \cdot \rho_0 / \rho_e$ ) dans le système (II.23), on obtient:



$$\begin{aligned}
 (1 + \alpha) \cdot \frac{\partial \omega}{\partial t} + \eta \cdot \frac{\partial T}{\partial t} &= \nabla \cdot (a_m \cdot \nabla \omega + a_d \cdot \nabla T) - \frac{\rho_e}{\rho_0} \frac{\partial K}{\partial z} \\
 \left[ (\rho c)^* + \rho_0 \cdot L \cdot \eta \right] \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_0 \cdot L \cdot \alpha \cdot \frac{\partial \omega}{\partial t} &= \nabla \cdot \left( \rho_0 \cdot L \cdot a_{mv} \cdot \nabla \omega + \left( \lambda^* + \rho_0 \cdot L \cdot a_{dv} \right) \cdot \nabla T \right)
 \end{aligned}
 \tag{II.25}$$

(avec,  $a_m = D_{\theta}$  ;  $a_d = (\rho_e / \rho_0) \cdot D_T$  ;  $a_{mv} = D_{\theta v}$  ;  $a_{dv} = (\rho_e / \rho_0) \cdot D_{Tv}$  ;  $\eta = (\rho_e / \rho_0) \cdot \beta$  .)

Les coefficients figurants dans ce système, sont des fonctions conjointes de la température et de la teneur en eau. Les méthodes d'obtention de ces dernières seront exposées en annexe.

Le système ainsi obtenu est formé de deux équations paraboliques non linéaires couplées et à trois dimensions d'espace. Devant la complexité de la résolution de ce système, nous avons choisis un modèle physique assez simple nous permettant dans une première étude la résolution du problème à une dimension d'espace.

## II.2 MODELE PHYSIQUE

Afin de simplifier l'abord de cette étude du point de vue numérique, le système physique choisis est unidirectionnel.

Le modèle physique est, soit fermé dont l'extrémité supérieure ( $S_0$ ) est imperméable et maintenue à température constante; soit semi-ouvert, et l'extrémité ouverte ( $Z=0$ ) est en contact avec un air régulé en température, vitesse et humidité. L'extrémité inférieure ( $Z=L$ ) est fermée et maintenue à une température constante. Concernant la surface latérale des deux modèles physiques, elle est imperméable et adiabatique, de sorte qu'il n'y ait aucun transfert thermique et massique (Figure II.1).

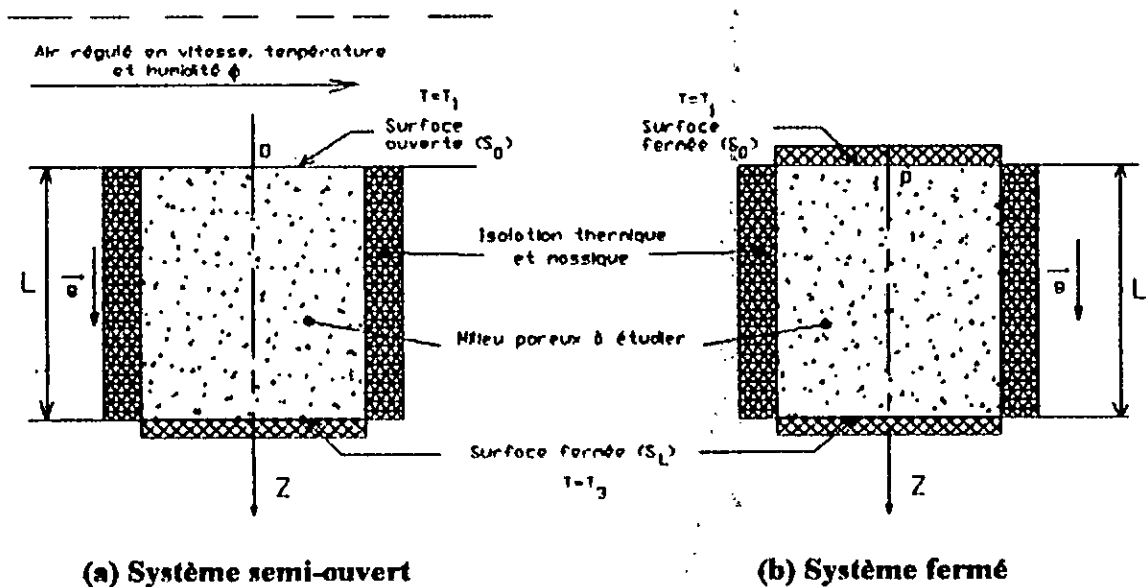


Figure II.1. Modèle physique à étudier

### II.2.1 Equations

Le système d'équation (II.25) devient dans ce cas:

$$\begin{aligned} (1 + \alpha) \frac{\partial \omega}{\partial t} + \eta \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial z} \left( a_m \frac{\partial \omega}{\partial z} + a_d \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \frac{\rho_c}{\rho_0} \frac{\partial K}{\partial z} \\ \left[ (\rho c)^* + \rho_0 \cdot L \cdot \eta \right] \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_0 \cdot L \cdot \alpha \frac{\partial \omega}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} \left( \rho_0 \cdot L \cdot a_{mv} \frac{\partial \omega}{\partial z} + \left( \lambda^* + \rho_0 \cdot L \cdot a_{dv} \right) \frac{\partial T}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (II.26)$$

N.B.: Le terme  $\left( -\frac{\rho_c}{\rho_0} \frac{\partial K}{\partial z} \right)$  dans l'équation de bilan massique est nul dans le cas où le modèle est choisi horizontale (la composante suivant z de la gravité est nulle).

La résolution du système ainsi obtenu passe par la connaissance des conditions initiales et aux limites

### II.2.2 Conditions initiales et conditions aux limites

Le milieu poreux à étudier (sable quartzeux) est porté initialement à une teneur en eau  $\omega_0$  et à une température uniforme  $T_0$ . Il est mis en place dans une cellule de section droite cylindrique, limitée latéralement par une surface imperméable, thermiquement isolée; la surface de base ( $S_L$ ) est imperméable et isotherme ( $T=T_3$ ) et la surface supérieure ( $S_0$ ) est soit ouverte (avec échange de flux de masse), soit fermée (flux de masse échangé nul).

La densité de flux de chaleur intervenant dans le milieu poreux est égale à la somme du flux conductif et de celui dû au changement de phase (cf.RECAN [23]):

$$G = (-\lambda^* \cdot \nabla T + L \cdot j_v) \cdot \vec{n} \quad (\vec{n} : \text{normale extérieure à l'interface}) \quad (II.27)$$

En remplaçant  $j_v$  par son expression (II.9), et en projetant sur l'axe oz, parallèlement à  $\vec{n}$ , l'équation (II.27) devient:

$$G = (-\lambda^* + \rho_0 \cdot L \cdot a_{dv}) \cdot \frac{\partial T}{\partial z} - \rho_0 \cdot L \cdot a_{mv} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial z} \quad (II.28)$$

La densité de flux de masse est quant à elle, égale à la somme des densités de flux de masse des deux phases fluides :

$$W = -\rho_0 \cdot \left( a_m \cdot \frac{\partial \omega}{\partial z} + a_d \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (II.29)$$

Sur l'interface, entre un milieu poreux et un écoulement externe, les échanges thermiques et massiques s'expriment par :

$$E = h_m \cdot (C_s - C_a) \quad (\text{pour la densité de flux de masse}); \quad (II.30)$$

$$H = h_c \cdot (T_s - T_a) \quad (\text{pour la densité de flux de chaleur}). \quad (II.31)$$

avec:  $h_c$ : coefficient de flux de chaleur par convection ;  $h_m$ : coefficient de flux de masse;  
 $T_s$ : température de la surface du milieu poreux;  $T_a$ : température de l'air ;  
 $C_s$ : concentration de vapeur à la surface du milieu poreux;  $C_a$ : concentration de vapeur dans l'air.

Les conditions aux limites vont donc s'écrire:

$$\bullet W = -E = -h_m \cdot (C_s - C_a) \quad (\text{pour la densité de flux de masse}), \quad (\text{II.32})$$

$$\bullet G = R \cdot N - h_c \cdot (T_s - T_a) - L \cdot h_m \cdot (C_s - C_a) \quad (\text{pour la densité de flux de chaleur}). \quad (\text{II.33})$$

Afin d'être rigoureux, il est impératif de prendre en compte les conditions de raccordement à l'interface (milieu poreux-écoulement extérieur), donc de déterminer préalablement les coefficients de transfert. Etant donnée l'ardeur de cette tâche, on est conduit à choisir une procédure semi-empirique, consistant à imposer sur l'interface, des températures et des densités de flux de masse déduites de l'expérience.

• Les conditions initiales sont données par:

$$\text{pour } t \leq 0: \quad \begin{cases} \omega = \omega_0 \\ T = T_0 \end{cases} \quad (\text{II.34})$$

• Les conditions aux limites pour un système semi-ouvert (Figure I.1.a) sont:

en  $Z = 0$  (Surface  $S_0$ ):

$$\text{pour } t > 0: \quad \begin{cases} a_m \cdot \frac{\partial \omega}{\partial z} + a_d \cdot \frac{\partial T}{\partial z} = \dot{m}(t) \\ T = T_1 = T_a \end{cases} \quad (\text{II.35})$$

avec,  $\dot{m}(t) = \frac{dm(t)}{dt} = \frac{1}{\rho_0 \cdot S} \cdot \frac{dM(t)}{dt}$ : densité de flux de masse traversant la surface  $S_0$ . (dans

laquelle,  $M(t)$  est une loi expérimentale donnant les masses d'eau condensées ou évaporées en fonction du temps,  $S$  est la section de passage de la vapeur et  $\rho_0$  est la masse volumique de l'échantillon du milieu poreux).

en  $Z = L$  (Surface  $S_L$ ):

$$\text{pour } t > 0: \quad \begin{cases} a_m \cdot \frac{\partial \omega}{\partial z} + a_d \cdot \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \\ T = T_3 \end{cases} \quad (\text{II.36})$$

Les conditions aux limites pour un système fermé (Figure II.1.b) sont pratiquement les mêmes, sauf qu'en  $Z = 0$ ,  $\dot{m}(t) = 0$  (surface  $S_0$  imperméable). Elles sont exprimées par:

en  $Z = 0$  (Surface  $S_0$ ):

$$\text{pour } t > 0: \quad \begin{cases} a_m \cdot \frac{\partial \omega}{\partial z} + a_d \cdot \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \\ T = T_1 \end{cases} \quad (\text{II.37})$$

en  $Z = L$  (Surface  $S_L$ ):

$$\text{pour } t > 0: \quad \begin{cases} a_m \cdot \frac{\partial \omega}{\partial z} + a_d \cdot \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \\ T = T_3 \end{cases} \quad (\text{II.38})$$

# **CHAPITRE III**

## **Résolution numérique**

### **INTRODUCTION**

Le modèle mathématique utilisé (cf.§.II) conduit à un système constitué de deux équations paraboliques monodimensionnelles, non linéaires et couplées (Equation II.26). Le caractère non linéaire de celui-ci, rend vain le recours aux méthodes analytiques et nécessite l'utilisation d'une méthode numérique. La méthode des éléments finis convenant pour ce type de problème fera l'objet d'un bref aperçu au début de ce chapitre, elle sera appliquée par la suite au système (II.26). La résolution numérique du système algébrique obtenu, ainsi que l'organigramme du programme de résolution seront exposés en fin de chapitre.

Commençons cette section par quelques rappels sur la méthode des éléments finis, extraits de la référence [16].

### III.1 RAPPELS SUR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

#### *Méthode des résidus pondérés*

Considérons un système physique continu dont le comportement est présenté par un système d'équations aux dérivées partielles, linéaires ou non linéaires d'ordre  $m$  :

$$\mathcal{L}(u) + f_v = 0 \quad \text{sur le domaine } V \quad (\text{III.1a})$$

$$\text{les conditions aux limites s'écrivent : } \mathcal{C}(u) = f_r \quad \text{sur la frontière } \Gamma. \quad (\text{III.1b})$$

Les variables inconnues  $u$  dépendent des coordonnées  $x$ .

$$\text{Nous appelons résidu la quantité } R(u) \text{ définie par : } R(u) = \mathcal{L}(u) + f_v, \quad (\text{III.2})$$

qui s'annule évidemment quand  $u$  est solution de (III.1).

La méthode des résidus pondérés consiste à rechercher des fonctions  $u$  qui annulent la forme intégrale :

$$W(u) = \int_V \langle \psi \rangle \{ R(u) \} dV = \int_V \langle \psi \rangle \{ \mathcal{L}(u) + f_v \} dV = 0 \quad (\text{III.3})$$

pour toute fonction de pondération  $\psi$  appartenant à un ensemble de fonctions  $E_\psi$ ,  $u$  appartenant à un ensemble  $E_u$  des fonctions admissibles qui satisfont les conditions aux limites (III.1b) et qui sont dérivables jusqu'à l'ordre  $m$ .

#### *Transformation des formes intégrales*

L'intégration par parties de (III.3) fournit des formes intégrales dites faibles qui présentent les avantages suivants :

- l'ordre maximum des dérivées de  $u$  qui apparaissent dans la forme intégrale diminue. Les conditions de dérivabilité de  $u$  sont donc moins fortes;
- certaines des conditions aux limites qui apparaissent dans la forme faible peuvent être prises en compte dans la formulation intégrale, au lieu d'être satisfaites identiquement par  $u$ .

#### *Discrétisation des formes intégrales*

Pour construire une solution approchée  $u$ , (III.3) est discrétisée en deux étapes :

- Choix d'une approximation à  $n$  paramètres des fonctions inconnues  $u$ . Cette approximation peut être nodale ou non nodale, sur le domaine entier ou sur des sous-domaines. La méthode des éléments finis utilise l'approximation par éléments finis. Dans tout les cas,  $u$  peut s'écrire :  $u = u(a_1, a_2, \dots, a_n)$  (III.4)

L'expression (III.3) devient :

$$W = \int_V \psi \cdot (\mathcal{L}(u(a_1, a_2, \dots, a_n) + f_v)) dV = 0, \quad \forall \psi \quad (\text{III.5})$$

- Choix d'un ensemble de  $n$  fonctions de pondération indépendantes  $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$ . Soulignons que le nombre de fonctions de pondération doit être égal au nombre de paramètres de l'approximation (III.4). Le choix du type de fonctions  $\psi_i$  conduit à différentes méthodes : collocation, Galerkin (la plus utilisée), moindres carrés.

Les relations (III.5) s'écrivent :

$$W_i = \int_V \psi_i \cdot (\mathcal{L}(u(a_1, a_2, \dots, a_n) + f_v)) dV = 0 \quad \text{pour } i = 1, n \quad (\text{III.6})$$

### Approximation des fonctions $u$

Les fonctions  $u$  sont représentées par une des approximations suivantes, en satisfaisant les conditions de dérivabilité et les conditions aux limites requises par la forme intégrale utilisée:

◊ Approximation non nodale sur tout le domaine  $V$ :

$$u = u(x, a_1, a_2, \dots, a_n) = \langle P_1 \ P_2 \ \dots P_n \rangle \langle a_1 \ a_2 \ \dots a_n \rangle^t \quad (\text{III.7})$$

où:

- Les paramètres  $a_i$  sont les paramètres généraux de l'approximation;
- Les fonctions  $P(x)$  sont les fonctions de base de l'approximation;

◊ Approximation nodale sur tout le domaine  $V$ :

$$u = u(x, u_1, u_2, \dots, u_n) = \langle N_1 \ N_2 \ \dots N_n \rangle \langle u_1 \ u_2 \ \dots u_n \rangle^t \quad (\text{III.8})$$

où:

- Les paramètres  $u_i$  sont les paramètres nodaux ou variables nodales de l'approximation;
- Les fonctions  $N(x)$  sont les fonctions d'interpolation.

◊ Approximation par éléments finis.

L'approximation nodale possède les deux propriétés fondamentales suivantes:

a) Comme  $u(x_i) = u_i$ , les fonctions  $N_i$  vérifient:  $N_j(x_i) = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq j \\ 1 & \text{si } i = j. \end{cases} \quad (\text{III.9})$

b) L'erreur d'approximation définie par:  $e(x) = u(x) - u_{ex}(x) \quad (\text{III.10})$

s'annule en tous les noeuds  $x_i$ :  $e(x_i) = 0 \quad (\text{III.11})$

### Approximation par éléments finis

La construction d'une fonction approchée  $u(x)$  est difficile lorsque le nombre  $n$  de noeuds et donc de paramètres  $u_i$  devient important. Le problème se complique encore si le domaine  $V$  a une forme complexe et si la fonction  $u(x)$  doit satisfaire des conditions aux limites sur la frontière de  $V$ .

La méthode d'approximation nodale par sous-domaines simplifie la construction de  $u(x)$  et s'adapte très bien au calcul sur ordinateur.

Elle consiste à:

- identifier un ensemble de sous-domaines  $V^c$  du domaine  $V$ ;
- définir une fonction approchée  $u^c(x)$  différente sur chaque sous domaine  $V^c$  par la méthode d'approximation nodale. Chaque fonction  $u^c(x)$  peut dépendre des variables nodales d'autres sous-domaines comme c'est le cas dans l'approximation de type « Spline ».

La méthode d'approximation par éléments finis est une méthode particulière d'approximation par sous-domaines qui présente les particularités suivantes:

- L'approximation nodale sur chaque sous domaine  $V^c$  ne fait intervenir que les variables nodales attachées à des noeuds situés sur  $V^c$  et sur sa frontière;
- Les fonctions approchées  $u^c(x)$  sur chaque sous-domaine  $V^c$  sont construites de manière à être continues sur  $V^c$  et elles satisfont des conditions de continuité entre les différents sous-domaines.

### Définitions

- Les sous-domaines  $V^e$  sont appelés des **éléments**;
- Les points en lesquels la fonction approchée  $u^e(x)$  coïncide avec la fonction exacte  $u_{ex}(x)$  sont les **noeuds d'interpolation** ou points nodaux.
- Les coordonnées  $x_i$  de ces noeuds sont les **coordonnées nodales**.
- Les valeurs  $u_i = u^e(x_i) = u_{ex}(x_i)$  sont les **variables nodales**.

L'approximation par éléments finis présente deux aspects distincts:

- Il faut d'abord définir analytiquement la géométrie de tout les éléments, ce qui est plus ou moins compliqué selon leurs formes.
- Il faut ensuite construire les fonctions d'interpolation  $N_i(x)$  correspondant à chaque élément.

Pour le cas unidirectionnel, on utilise les fonctions d'interpolation continues et linéaire par morceaux, en découpant le domaine  $V$  en  $(n-1)$  intervalles élémentaires appelés éléments (figure III.1):

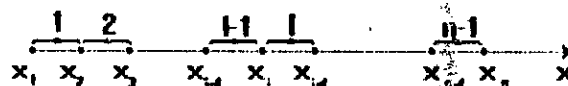


Figure III.1 Discretisation du domaine étudié

L'approximation linéaire se fera ensuite sur chaque élément  $(i,j)$ :

$$u_{(i,j)}(x) = u_i + \frac{x - x_i}{x_j - x_i} (u_j - u_i) = \left( 1 - \frac{x - x_i}{x_j - x_i} \right) u_i + \frac{x - x_i}{x_j - x_i} u_j \quad (\text{III.12})$$

$$\text{soit :} \quad u_{(i,j)}(x) = N_i(x) \cdot u_i + N_j(x) \cdot u_j$$

On peut donc écrire pour n'importe quel coefficient variable  $A$  :

$$A(x) = N_i(x) \cdot A_i + N_j(x) \cdot A_j \quad (\text{III.13})$$

Et l'expression de la solution générale approchée s'écrit donc selon (III.8):

$$u = \langle N_1 \ N_2 \ \dots \ N_n \rangle \langle u_1 \ u_2 \ \dots \ u_n \rangle^t = \sum_{i=1}^n u_i \cdot N_i(x) \quad (\text{III.14})$$

$$\text{avec } N_i(x) \text{ définie par (cf. Figure III.2) : } N_i(x) = \begin{cases} \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} & \text{pour: } x_{i-1} \leq x \leq x_i \\ \frac{x_{i+1} - x}{x_{i+1} - x_i} & \text{pour: } x_i \leq x \leq x_{i+1} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{III.15})$$

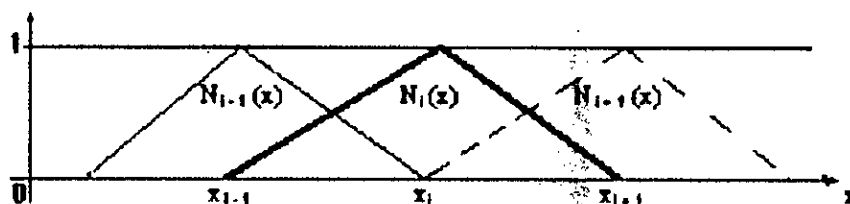


Figure III.2 Fonctions d'interpolation « chapeau »

Si  $l = x_i - x_{i-1}$  désigne la longueur des éléments (constante dans notre cas), il s'en suit que:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial N_j}{\partial x} = \frac{1}{l} \quad \text{pour: } x_{i-1} \leq x \leq x_i \\ \frac{\partial N_j}{\partial x} = -\frac{1}{l} \quad \text{pour: } x_i \leq x \leq x_{i+1} \\ \frac{\partial N_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial x} = (-1)^{|i-j|} \frac{1}{l^2} \quad \text{pour: } |i-j| \leq 1 \\ \frac{\partial N_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial x} = 0 \quad \text{pour: } |i-j| > 1 \end{array} \right. \quad (\text{III.16})$$

Par conséquent, pour un coefficient variable  $\Lambda$  interpolé selon (III.13), on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{x_{i-1}}^{x_i} \Lambda_{i-1} \cdot N_{i-1} \cdot N_i \cdot dx = \frac{\Lambda_{i-1} \cdot l}{6} \\ \int_{x_i}^{x_{i+1}} \Lambda_{i+1} \cdot N_{i+1} \cdot N_i \cdot dx = \frac{\Lambda_{i+1} \cdot l}{6} \\ \int_{x_{i-1}}^{x_i} \Lambda_i \cdot N_i^2 \cdot dx = \frac{\Lambda_i \cdot l}{3} \\ \int_{x_i}^{x_{i+1}} \Lambda_i \cdot N_i^2 \cdot dx = \frac{\Lambda_i \cdot l}{3} \end{array} \right. \quad (\text{III.17})$$

### Choix des fonctions de pondération $\Psi$

Selon le choix de  $\psi$ , l'équation (III.5) conduit à différentes méthodes, mais c'est la méthode de Galerkin qui est la plus utilisée. Elle permet en fait d'utiliser des fonctions de pondérations simples. Les fonctions de pondération choisies seront identiques aux fonctions d'interpolation.

## III.2 APPLICATION AU CAS TRAITÉ

Le système (II.26) (cf. §. II.2) peut s'écrire plus simplement:

$$\left\{ \begin{array}{l} A \cdot \frac{\partial \omega}{\partial t} + B \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( M \cdot \frac{\partial \omega}{\partial z} + D \cdot \frac{\partial T}{\partial z} - S \right) \\ R \cdot \frac{\partial \omega}{\partial t} + E \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( C \cdot \frac{\partial \omega}{\partial z} + Q \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) \end{array} \right. \quad (\text{III.18})$$

dans lequel:  $A = 1 + \alpha$ ;  $B = \eta$ ;  $M = a_m$ ;  $D = a_d$ ;  $R = \rho_0 \cdot L \cdot \alpha$ ;  $E = \rho_0 \cdot L \cdot \eta + (\rho \cdot c)^*$ ;  
 $Q = \lambda^* + \rho_0 \cdot L \cdot a_{dv}$ ;  $C = \rho_0 \cdot L \cdot a_{mv}$ ; et  $S = (\rho_r / \rho_0) \cdot K$ .

avec les conditions initiales: pour  $t \leq 0$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega = \omega_0 \\ T = T_0 \end{array} \right. \quad (\text{III.19})$$



nous avons aussi :

$$\begin{cases} G2_{1,1} = \int_{z_1}^{z_2} G \cdot \frac{\partial N_2}{\partial z} \cdot \frac{\partial N_1}{\partial z} \cdot dz + \int_{z_1}^{z_2} G \cdot \left( \frac{\partial N_1}{\partial z} \right)^2 \cdot dz & \text{pour } i = 1; \\ G2_{n,n} = \int_{z_{n-1}}^{z_n} G \cdot \frac{\partial N_{n-1}}{\partial z} \cdot \frac{\partial N_n}{\partial z} \cdot dz + \int_{z_{n-1}}^{z_n} G \cdot \left( \frac{\partial N_n}{\partial z} \right)^2 \cdot dz & \text{pour } i = n. \end{cases} \quad (\text{III.42})$$

soit d'après (III.16) et (III.29) :

$$\begin{cases} G2_{11} = \frac{G_1 + G_2}{2 \cdot l} \\ G2_{nn} = \frac{G_{n-1} + G_n}{2 \cdot l} \end{cases} \quad (\text{III.43})$$

et de la même façon :

$$\begin{cases} G2_{ii} = \frac{G_{i-1} + 2 \cdot G_i + G_{i+1}}{2 \cdot l} \\ G2_{i,i-1} = -\frac{G_{i-1} + G_i}{2 \cdot l} \\ G2_{i,i+1} = -\frac{G_{i+1} + G_i}{2 \cdot l} \end{cases} \quad (\text{III.44})$$

La matrice G2 obtenue, est une matrice bande symétrique, et l'intégrale recherchée s'exprimera par :

$$I_2(G) = G2_{i,i-1} \cdot u_{i-1} + G2_{ii} \cdot u_i + G2_{i,i+1} \cdot u_{i+1} \quad (\text{III.45})$$

• Intégrale I<sub>3</sub> :

$$a) I_3(M,D) = \int_{\Gamma} \left( M \cdot \frac{\partial w}{\partial z} + D \cdot \frac{\partial T}{\partial z} - S \right) \cdot N_i \cdot n_z \cdot d\Gamma \quad (\text{III.46})$$

Elle exprime le flux de masse aux frontières :

$$\begin{cases} I_3(M,D) = \phi_{w1} & \text{pour } i = 1; \\ I_3(M,D) = \phi_{wn} = 0 & \text{pour } i = n; \\ I_3(M,D) = 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{III.47})$$

Elle conduit donc au vecteur colonne :  $F_w = \begin{Bmatrix} \phi_{w1} \\ 0 \\ \vdots \\ \phi_{wn} \end{Bmatrix}$  (III.48)

$$b) I_3(Q,C) = \int_{\Gamma} \left( C \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial z} + Q \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) \cdot N_i \cdot n_z \cdot d\Gamma \quad (III.49)$$

Elle exprime le flux de chaleur aux frontières :

$$\begin{cases} I_3(Q,C) = \phi_{T1} & \text{pour } i = 1; \\ I_3(Q,C) = \phi_{Tn} = 0 & \text{pour } i = n; \\ I_3(Q,C) = 0 & \text{ailleurs.} \end{cases} \quad (III.50)$$

Elle conduit elle aussi à un vecteur colonne :  $F_T = \begin{Bmatrix} \phi_{T1} \\ 0 \\ \vdots \\ \phi_{Tn} \end{Bmatrix}$  (III.51)

• Intégrale I<sub>4</sub> :  $I_4 = \int_V S \cdot \frac{\partial N_i}{\partial z} \cdot dV = \int_{z_1}^{z_2} S \cdot \frac{\partial N_i}{\partial z} \cdot dz = \int_{z_{i-1}}^{z_{i+1}} S \cdot \frac{\partial N_i}{\partial z} \cdot dz$  (III.52)

En interpolant le coefficient S dans (III.52) selon (III.29), on obtient:

$$\int_{z_{i-1}}^{z_i} (S_{i-1} \cdot N_{i-1} + S_i \cdot N_i) \cdot \frac{\partial N_i}{\partial z} \cdot dz + \int_{z_i}^{z_{i+1}} (S_i \cdot N_i + S_{i+1} \cdot N_{i+1}) \cdot \frac{\partial N_i}{\partial z} \cdot dz \quad (III.53)$$

Ce qui donne pour les frontières (i = 1 et i = n):

$$\begin{cases} I_4 = \int_{z_{i-1}}^{z_i} (S_1 \cdot N_1 + S_2 \cdot N_2) \cdot dz & \text{pour } i = 1 \\ I_4 = \int_{z_i}^{z_{i+1}} (S_{n-1} \cdot N_{n-1} + S_n \cdot N_n) \cdot dz & \text{pour } i = n \end{cases} \quad (III.54)$$

Et enfin après utilisation de (III.15), on obtient le vecteur colonne J tel que:

$$J = \begin{Bmatrix} -(s_1 + s_2) \\ \frac{s_1 - s_3}{2} \\ \vdots \\ \frac{s_i - s_{i+2}}{2} \\ \vdots \\ \frac{s_{n-1} - s_n}{2} \end{Bmatrix} \quad (III.55)$$

Finalement, le système d'équations aux dérivées partielles initial (III.18) est transformé en deux systèmes de  $n$  équations ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) différentielles ordinaires quasi-linéaires:

$$G1(A). \dot{\omega}_i + G1(B). \dot{T}_i + G2(M). \omega_i + G2(D). T_i = F_{\omega} + J \quad (\text{III.56.a})$$

$$G1(R). \dot{\omega}_i + G1(E). \dot{T}_i + G2(C). \omega_i + G2(Q). T_i = F_T \quad (\text{III.56.b})$$

Ces deux systèmes peuvent être transformés en un seul système de  $2.n$  équations à  $2.n$  inconnues :

$$A. \dot{X} + B.X = C \quad (\text{III.57})$$

dans lequel les matrices  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont obtenus par superposition des matrices  $G1$ ,  $G2$ ,  $F_{\omega}$ ,  $F_T$  et  $J$ ; et les vecteurs  $X$  et  $\dot{X}$  sont les vecteurs des inconnues :

$$X = \begin{Bmatrix} T_1 \\ \omega_1 \\ \vdots \\ T_n \\ \omega_n \end{Bmatrix} \quad \text{et} \quad \dot{X} = \begin{Bmatrix} \dot{T}_1 \\ \dot{\omega}_1 \\ \vdots \\ \dot{T}_n \\ \dot{\omega}_n \end{Bmatrix} \quad (\text{III.58})$$

### III.3 RESOLUTION

Pour intégrer le système (III.57), nous utiliserons le schéma implicite:

$$\dot{X} = \frac{X^{m+1} - X^m}{\Delta t} \quad (\text{III.59})$$

dans lequel  $X^m$  est la valeur de  $X$  ( $T$  ou  $\omega$ ) à l'instant  $m.\Delta t$ ; et  $\Delta t$  est le pas de temps (variable).

La linéarisation du système (III.57) est obtenue en évaluant les coefficients à l'instant  $(m + \theta).\Delta t$ , avec  $0 \leq \theta \leq 1$ , soit:

$$X^{m+\theta} = \theta. X^{m+1} + (1-\theta). X^m \quad (\text{III.60.a})$$

$$\begin{aligned} \theta = 0 & : \text{Schéma explicite;} \\ \theta = 1 & : \text{Schéma implicite;} \\ \theta = 0.5 & : \text{Schéma implicite centré (Crank - Nickolson).} \end{aligned} \quad (\text{III.60.b})$$

Le système (III.57) s'écrit à l'instant  $(m + \theta).\Delta t$ :

$$\left[ \frac{A^{m+\theta}}{\Delta t} + \theta. B^{m+\theta} \right] X^{m+1} = \left[ \frac{A^{m+\theta}}{\Delta t} - (1-\theta). B^{m+\theta} \right] X^m + C^{m+\theta} \quad (\text{III.61})$$

L'évaluation des matrices  $A$ ,  $B$  et  $C$  à l'instant  $(m + \theta) \Delta t$ , revient à évaluer tout les coefficients  $y$  figurant à ce même instant, soit:

$$G^{m+\theta}(\omega, T) = \theta.G(\omega^{m+1}, T^{m+1}) + (1-\theta).G(\omega^m, T^m) \quad (\text{III.62})$$

Et enfin le système à résoudre prend la forme simplifiée :

$$A.X = B \quad (\text{III.63})$$

où  $A$  est une matrice bande de largeur 7.

Pour résoudre un tel système, on a le plus souvent recours à la méthode directe d'élimination de Gauss. Et étant donné que les coefficients figurants dans  $A$  et  $B$  sont des fonctions de la solution, il devient nécessaire de lui associer un processus itératif. L'arrêt des itérations est contrôlé par la différence entre deux estimations successives. La connaissance de  $X^m$  permet de remplir les matrices  $A$  et  $B$ , puis de calculer  $X^{m+1}$ ; enfin, la comparaison de la différence  $(X^{m+1} - X^m)$  à une valeur choisie, contrôle le processus itératif (arrêt ou poursuite).

### III.4 ORGANIGRAMME

Le programme de calcul écrit en Fortran peut être schématisé par l'organigramme de la figure III.3. Nous n'allons pas reprendre en détail le programme qui est disponible sous forme de disquette, mais il serait cependant utile d'apporter des éclaircissements concernant certains blocs de calcul.

#### *Lecture des fichiers de données*

Il existe deux fichiers de données :

- le fichier Data.dat, dans lequel sont donnés tous les conditions du problème, telles que les conditions initiales et aux limites, le nombre de noeuds pour la discrétisation, les temps de sortie des réponses, etc...;
- le fichier Sand.dat est une banque de données expérimentale (cf. CRAUSSE [10]) donnant les caractéristiques physiques du sable considéré.

#### *Maillage*

Ce bloc permet de discrétiser le domaine d'étude selon le nombre de noeuds choisis, et dispose en outre d'une souplesse d'utilisation permettant d'avoir une discrétisation différenciée le long du domaine, et par conséquent de concentrer le maillage dans des régions bien précises.

#### *Interpolation des propriétés physiques pour des valeurs quelconques $\omega$ et $T$*

La valeur d'une propriété physique quelconque  $P\psi$ , correspondant à une teneur en eau  $\omega$  et une température  $T$ , est obtenue par une double interpolation linéaire des valeurs fournies dans le fichier Sand.dat. En effet, celui-ci donne des valeurs  $P\psi(k, l)$  de la propriété physique correspondant à des valeurs bien précises :  $\omega_k, k=1, \dots, N_1$  et  $T_l, l=1, \dots, N_2$

Une première subroutine permet de positionner  $\omega$  et  $T$  entre celles de Sand.dat, il s'agit de trouver  $k$  et  $l$  tel que:

$$\omega_k < \omega < \omega_{k+1} \quad \text{et} \quad T_l < T < T_{l+1}$$

Une seconde subroutine permet d'interpoler la propriété physique considérée en deux étapes:

• *interpolation suivant  $\omega$*

\* 1<sup>ère</sup> interpolation, pour  $T_I$  :

$$P\Psi(I) = P\Psi(k, I) + [(\omega - \omega_k) / (\omega_{k+1} - \omega_k)] \cdot P\Psi(k+1, I) \quad (\text{III.64.a})$$

\* 2<sup>ème</sup> interpolation, pour  $T_{I+1}$ :

$$P\Psi(I+1) = P\Psi(k, I+1) + [(\omega - \omega_k) / (\omega_{k+1} - \omega_k)] \cdot P\Psi(k+1, I+1) \quad (\text{III.64.b})$$

• *interpolation suivant  $T$* :

$$P\Psi = P\Psi(I) + [(T - T_I) / (T_{I+1} - T_I)] \cdot P\Psi(I+1) \quad (\text{III.65})$$

### *Calcul des gradients*

Dans le but de calculer les flux de masse et de chaleur, on a recours au calcul des gradients de la teneur en eau et de la température par rapport à  $z$ . Le calcul se fait par simple interpolation linéaire.

### *Soubroutine de GAUSS pour la résolution du système: $AX=B$*

On trouvera pleine satisfaction dans la référence [5].

### *Schéma de prévision*

Le démarrage du processus itératif est obtenu en estimant  $X^{m+1}$  lors de la première itération, par extrapolation linéaire à partir des solutions des deux instants précédents:

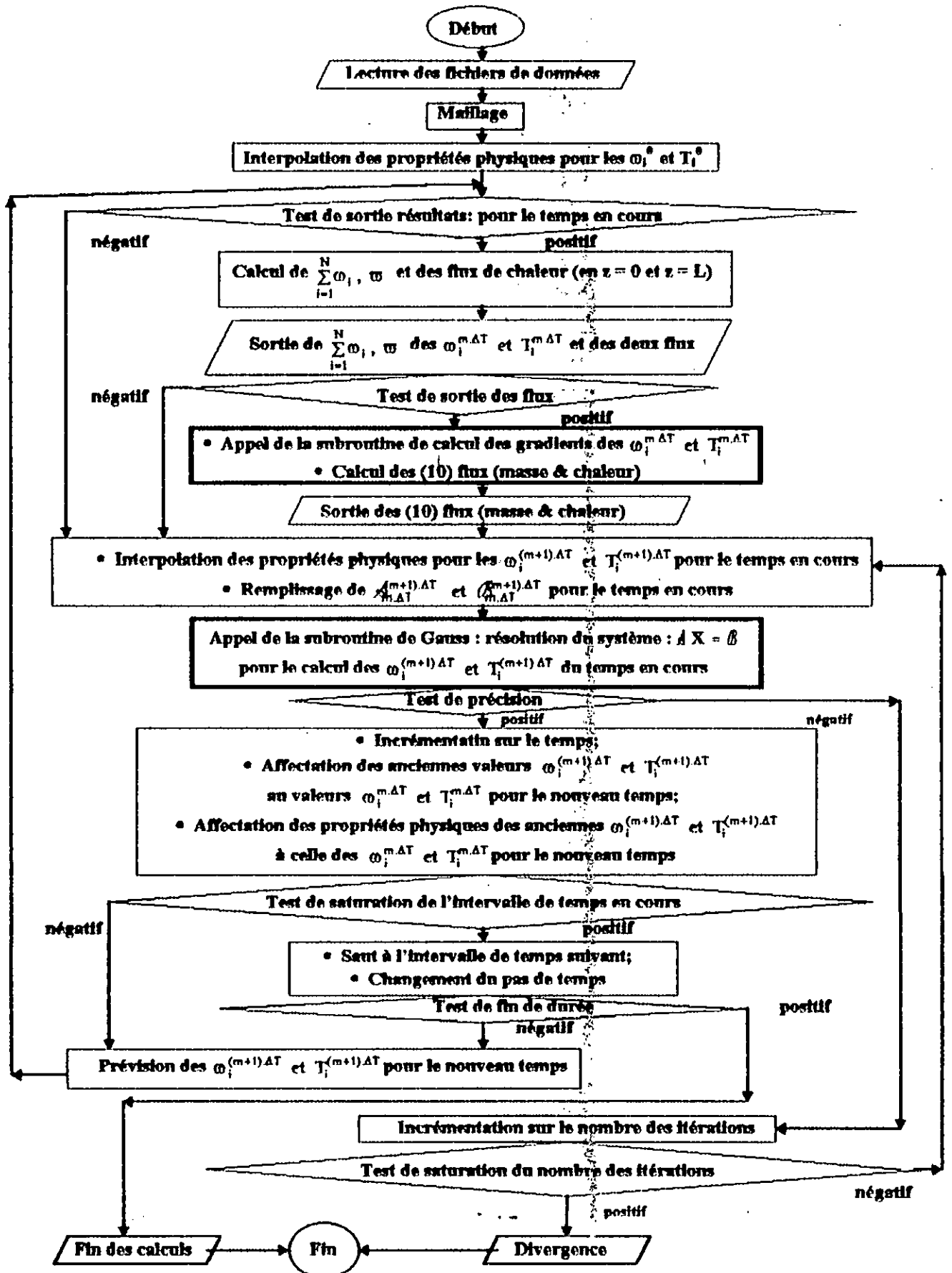
$$X^{m+1} = X^m + (X^m - X^{m-1}) \cdot \left( \frac{\Delta t_m}{\Delta t_{m-1}} \right) \quad (\text{III.66})$$

où :  $\Delta t_m$  : pas relatif au calcul de  $X^{m+1}$  ;

$\Delta t_{m-1}$  : pas relatif au calcul de  $X^m$  .

### *Discretisation du temps*

Pour palier au problèmes de convergence un pas de temps variable a été utilisé. En effet la durée totale de simulation est divisée en intervalles de temps, et à chaque intervalle correspond un pas de temps.



# **CHAPITRE IV**

## **Résultats et discussions**

### **INTRODUCTION**

Il n'est pas question dans ce chapitre, de traiter toutes les situations de transferts couplés de chaleur et d'humidité pouvant avoir lieu dans un milieu poreux. L'objectif du travail présenté est en fait beaucoup plus modeste, il consistera en premier lieu à valider le modèle mathématique utilisé, par des résultats expérimentaux, lors de deux situations physiques extrêmes (une condensation et un assèchement). Seront analysées par la suite, selon les conditions aux limites imposées, les différentes évolutions dans le milieu poreux au cours du temps des profils hydriques et thermiques, des densités de flux de masse et de chaleur, de la position de l'interface et de la teneur en eau moyenne.

Une étude de sensibilité aux paramètres sera aussi abordée en vue de simplifier le modèle mathématique. Enfin, une étude de la symétrie de comportement entre le phénomène de condensation et celui de l'évaporation clôturera ce chapitre.

### IV.1 CONDITIONS EXPERIMENTALES

Les conditions initiales et aux limites utilisées pour résoudre le système d'équations (II.26) sont regroupées dans le tableau IV.1. Elles correspondent, d'une part, au modèle physique choisi (semi-ouvert ou fermé) et, d'autre part, au phénomène physique à étudier (condensation ou évaporation)

Phéno étudié	Conditions initiales & conditions aux limites	Système semi-ouvert	Système fermé
Condensation	Longueur du milieu poreux teneur en eau initiale température initiale température de la surface $S_0$ température de la surface $S_L$ flux de masse traversant $S_0$	$L=20\text{cm}$ $\omega_0=0.02\%$ $T_0=30^\circ\text{C}$ $T_1=30^\circ\text{C}$ $T_3=10^\circ\text{C}$ $* \dot{m}(t) = 2.414635 \cdot 10^{-9} \cdot t^{-1.55235}$	$L=20\text{cm}$ $\omega_0=2\%$ $T_0=30^\circ\text{C}$ $T_1=30^\circ\text{C}$ $T_3=10^\circ\text{C}$ $\dot{m}(t) = 0$
Evaporation	Longueur du milieu poreux teneur en eau initiale température initiale température de la surface $S_0$ température de la surface $S_L$ flux de masse traversant $S_0$	$L=35\text{cm}$ $\omega_0=3\%$ $T_0=20.5^\circ\text{C}$ $*** T1 = 258570 \cdot t^{0.3016193}$ $T_3=20.5^\circ\text{C}$ $** \dot{m}(t) = -250.54173 \cdot 10^{-9} \cdot t^{-3.9776}$	$L=35\text{cm}$ $\omega_0=3\%$ $T_0=20.5^\circ\text{C}$ $*** T1 = 258570 \cdot t^{0.3016193}$ $T_3=20.5^\circ\text{C}$ $\dot{m}(t) = 0$

Tableau IV.1.

**NB:** \* : flux de masse traversant la surface  $S_0$  lors de la condensation ( LARBI et al [19]);  
 \*\* : flux de masse traversant la surface  $S_0$  lors de l'évaporation ( RECAN [23]);  
 \*\*\*: évolution de la température de la surface  $S_0$  lors de l'évaporation (RECAN [23]);  
 La surface  $S_L$  est imperméable dans toutes les situations.

### IV.2 PRESENTATION DES RESULTATS ET INTERPRETATION

Les résultats présentés, concernent les distributions spatiaux-temporelles de teneur en eau ( $\omega$ ) et de température ( $T$ ) ainsi que les densités de flux de masse ( $J_t$ ) et de chaleur ( $J_q$ ) pour un modèle physique donné (semi-ouvert ou fermé) et un phénomène physique étudié (condensation ou évaporation).

#### IV.2.1 Condensation en système semi-ouvert

Dans ce paragraphe, il s'agit essentiellement de reconduire les simulations numériques de LARBI [19], pour une teneur en eau initiale de 0,02% (cf. Tableau IV. 1).

Le système physique choisi est pris horizontale, le terme  $(-\frac{\rho_e}{\rho_0} \frac{\partial K}{\partial z})$  traduisant l'influence de la gravité dans le bilan de flux de masse (relation II.26) est alors nul.



### IV.2.1.1 Profils hydriques et thermiques

#### a) Comparaison expérience-calcul

Des comparaisons entre simulations numériques et résultats expérimentaux des profils hydriques pour deux temps différents, sont illustrées par les figures IV.2.1.1.a, a et b (cf. LARBI et al. [19] pour des comparaisons relatives à d'autres durées). Le modèle de PHILIP DE VRIES [12] paraît satisfaisant pour la description de l'expérience. Néanmoins, nous pouvons observer des écarts sur la valeur maximale de la teneur en eau. Ce phénomène a été également observé par RECAN [23] et CRAUSSE [10], lequel selon eux, est dû à l'influence de la gravité, non prise en compte dans les calculs. Notons d'ailleurs, que le rôle de celle-ci devient significatif pour des valeurs de  $\omega$  supérieures à 3% pour le matériau considéré.

#### b) Profils hydriques

La figure IV.2.1.1.b, illustre l'évolution dans le temps des profils hydriques (obtenus par calcul numérique) au sein de la cellule. Le profil hydrique pour un temps donné avec son allure en « S » (similaire à celle d'une courbe de neutralisation des acides par les bases en chimie minérale) délimite deux régions dans le milieu poreux:

- une zone sèche où la teneur en eau est faible et correspond à l'équilibre hygroscopique avec le milieu ambiant;
- et une zone humide de teneur en eau croissante.

#### c) Profils thermiques

La figure IV.2.1.1.c, représente, quand à elle, l'évolution des distributions de températures. Ces profils thermiques prennent trois allures dans le temps:

- l'allure d'une courbe de concavité dirigée vers le bas aux premières heures (cas de 12 heures), ce qui correspond au régime transitoire de la conduction pure;
- puis une droite, aux environs de 14 jours, elle correspond à une conduction pure en régime permanent;
- pour les longues durées, la concavité change de sens pour se diriger vers le haut et le profil thermique présente une cassure. Cela est dû à l'évolution de la conductivité thermique avec la teneur en eau et au changement de phase.

### IV.2.1.2 Profils des densités de flux de masse et de chaleur

Remarques : les profils qui vont suivre correspondent à une durée de six mois.

le profil hydrique pour cette même durée, accompagnera chaque figure, afin de pouvoir distinguer la zone sèche de la zone humide.

#### a) Profils de densité de flux de masse

Les profils des densités de flux de masse obtenus par calcul numérique sont donnés par la figure IV.2.1.2.a, où l'on peut noter:

- que la densité de flux en phase liquide est toujours négative, compte tenu de la convention adoptée (flux positif dirigé de la veine vers le milieu poreux), le liquide a donc tendance à envahir le milieu depuis la plaque froide, sur laquelle démarre la condensation ( $Z=L$ ) vers l'interface ( $Z=0$ ). Conformément à l'évolution des coefficients de transfert de masse, cette

densité de flux de masse est nulle dans la zone d'adsorption, puis croît dans la zone de condensation;

- que la densité de flux en phase vapeur est positive et par conséquent dirigée de la face d'entrée ( $Z=0$ ) vers la face froide imperméable ( $Z=L$ ); son profil présente une allure quasi constante dans la zone sèche puis des variations dans la zone humide, ceci est dû à l'évolution des coefficients de transfert de masse avec la température et la teneur en eau;
- que la densité de flux total, somme du flux en phase vapeur et liquide, est positive et égale à zéro en  $Z=L$  (conformément à la condition d'imperméabilité dans l'équation de bilan massique). Le pic observé, situé à l'interface zone sèche-zone humide, est le résultat des phénomènes d'évapo-condensation.

**b) Profils de densité de flux de chaleur**

Les profils de densité de flux de chaleur obtenus par calcul numérique, sont représentés par la figure IV.2.1.2.b, où l'on peut examiner les contributions des flux dus au changement de phase et à la conduction. On notera que malgré le changement de phase, le mode de transfert thermique prédominant est du type conductif, la densité de flux due à la chaleur latente peut représenter jusqu'à 10% de la seule contribution conductive. Comme dans la densité de flux de masse, un pic est également observé dans le profil de densité de flux de chaleur, dû au processus d'évapo-condensation à l'interface (zone sèche-zone humide)

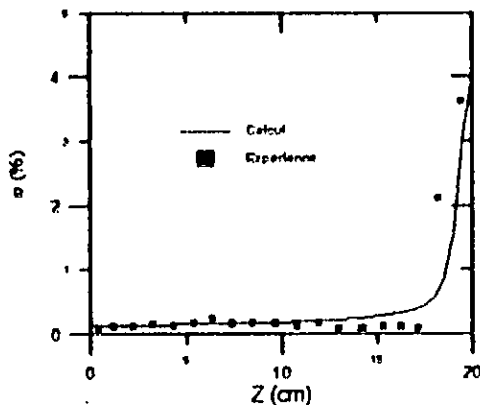


Figure IV.2.1.1.a. Profils hydriques [ durée = 1 mois ] (comparaison : expérience / calcul)

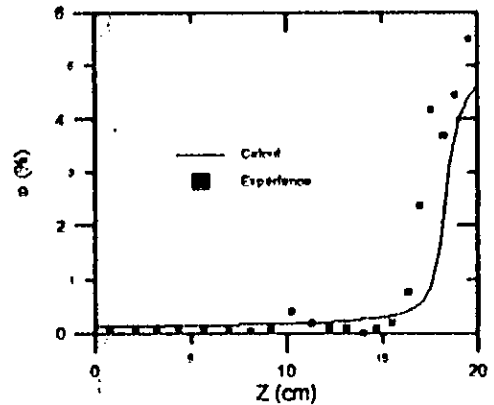


Figure IV.2.1.1.b. Profils hydriques [ durée = 50 Jours ] (comparaison : expérience / calcul)

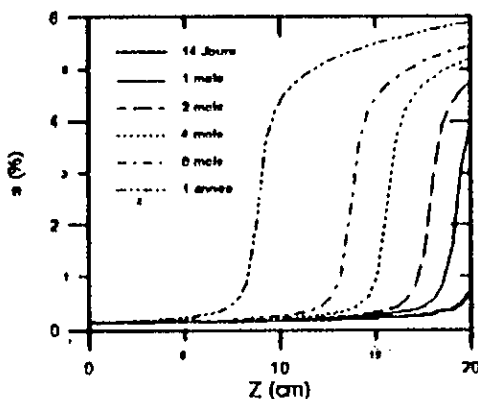


Figure IV.2.1.1.b. Profils hydriques (Résultats de calcul numérique)

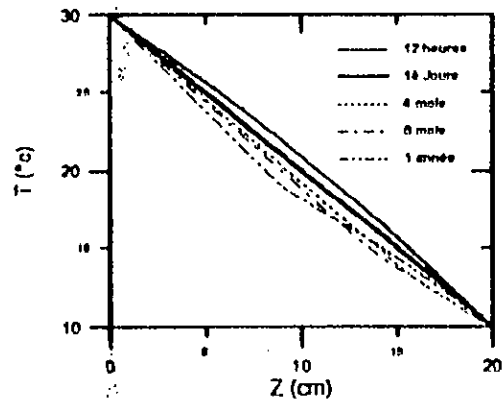


Figure IV.2.1.1.c. Profils thermiques (Résultats de calcul numérique)

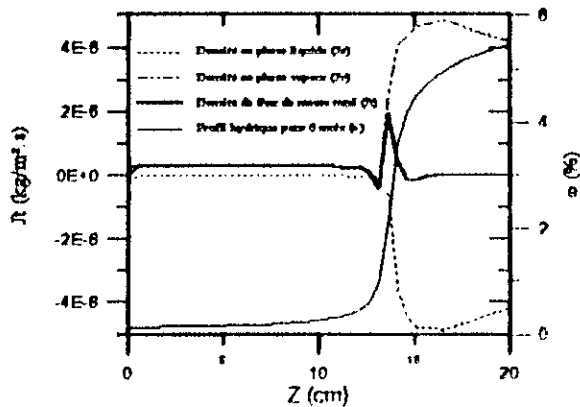


Figure IV.2.1.2.a. Densité de flux de masse (6 mois)  
(Résultats de calcul numérique)

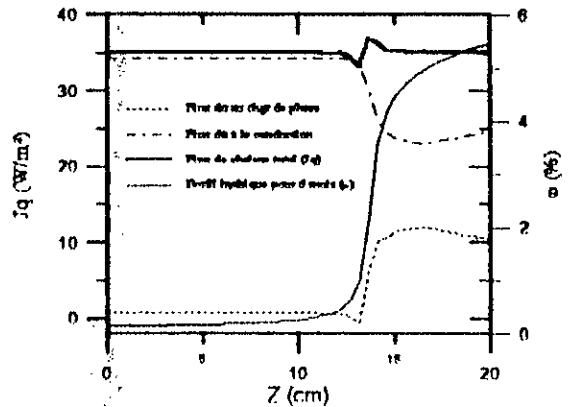


Figure IV.2.1.2.b. Densité de flux de chaleur (6 mois)  
(Résultats de calcul numérique)

### IV.2.1.3 Evolution de la zone humide et de la teneur en eau moyenne

Nous avons intentionnellement représenté les deux évolutions citées sur la même figure (Figure IV.2.1.3).

#### a) Evolution de la zone humide

La transition de la zone sèche à la zone humide, n'est pas aussi abrupte que laissent supposer les notions « interface » ou « front ». La position de l'interface zone sèche-zone humide correspondant à l'équilibre hygroscopique ( $\phi = 1$ ) (cf. §.I.2.1), est repérée par la cote du point pour lequel  $\omega = \omega_e = \omega_c$ . Selon RECAN [23],  $\omega_c$  est évaluée à 1.6% pour le matériau considéré. Notons aussi que cette position coïncide avec la cassure du profil thermique.

La figure IV.2.1.3, illustre l'évolution de la zone humide, obtenue en retranchant les positions de l'interface, de la longueur totale de la cellule ( $L=20$  cm). Cette dernière a l'allure d'une branche parabolique et peut donc être lissée par la fonction d'interpolation suivante:

$$Zh(t) = \frac{-418 + \sqrt{174724 - 122(450 - t)}}{61} \quad (\text{avec } Zh \text{ en cm et } t \text{ en heures}) \quad (III-7)$$

La figure IV.2.1.3, présente un palier au début de l'évolution (environ les 20 premiers jours), et dont l'interprétation nécessite l'analyse de l'évolution de la teneur en eau moyenne dans le temps.

#### b) Evolution de la teneur en eau moyenne

Elle a aussi l'allure d'une branche parabolique, son ordonnée à l'origine correspond à la teneur en eau initiale (0.02%), sa pente moyenne (sa vitesse moyenne d'évolution) est d'environ 0.25% par mois. Nous pouvons aussi constater que la valeur atteinte après une année, dépasse légèrement les 3 %.

En nous basant sur cette courbe ainsi que sur la figure IV.2.1.1.b, nous pouvons conclure que le palier relatif à la courbe d'évolution de la zone humide correspond:

- d'une part, au temps nécessaire à l'humidité pour s'accumuler en quantités suffisantes au voisinage de la surface froide, formant ainsi la zone humide, laquelle va par la suite progresser graduellement vers la surface chaude (phase transitoire);
- d'autre part, nous notons des valeurs moyennes faibles (inférieures à 0.3 %) pour la période considérée; l'artifice de calcul utilisé pour la détermination de l'interface, ignore les profils hydriques ayant des valeurs maximales inférieures à 1.6 %.

D'une façon générale, lors de ce phénomène étudié, l'humidité dans la cellule progressait de deux manières:

1. une alimentation croissante de la zone humide (voir flèche 1 de la figure IV.2.1.3.a) qu'on peut caractériser par la figure donnant l'évolution de la teneur en eau moyenne;
2. une évolution de la zone humide, réduisant ainsi la zone sèche (voir flèche 2 de la même figure), caractérisée cette fois par la courbe d'évolution de la zone humide.

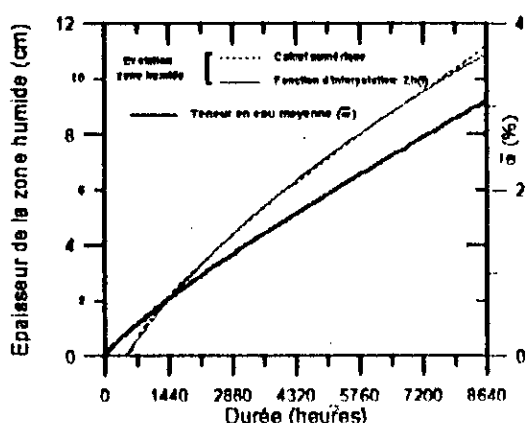


Figure IV.2.1.3. Evolutions au cours du temps de la zone humide et de la teneur en eau moyenne. (Résultats de calcul numérique.)

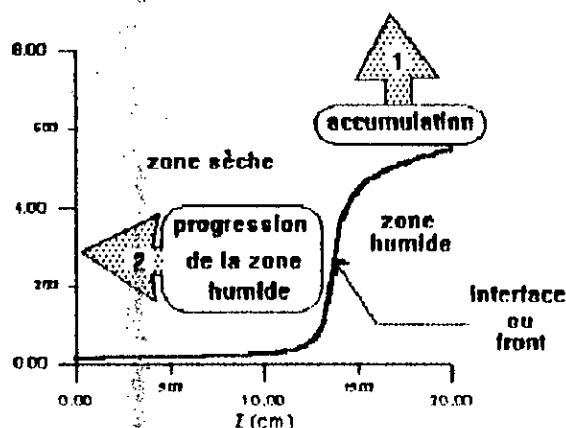


Figure IV.2.1.3.a. Illustration du phénomène de condensation dans un milieu poreux non saturé.

En vue d'apprécier l'importance des différents paramètres et par voie de conséquence les possibilités d'évaluation du modèle, une étude de sensibilité a été réalisée. Elle a porté essentiellement sur l'influence de certains termes du modèle mathématique utilisé (cf.Eq.II.26) sur le phénomène physique étudié.

#### IV.2.1.4 Influence des termes d'accumulation en phase vapeur

Nous allons analyser deux situations, à travers une étude comparative des profils hydriques et thermiques:

- dans la première, nous tiendrons compte des termes d'accumulation en phase vapeur  $\alpha$  et  $\eta$  (*modèle complet*) (cf.Equation II.26);
- dans la seconde, nous allons négliger ces termes (*modèle simplifié*) (cf.Equation II.24).

En ce qui concerne les profils thermiques, la figure IV.2.1.4.a, montre que dès les premières heures déjà, il n'y a pas de différence entre les deux situations.

Les figures IV.2.1.4. b et c, montrent quand à elles, que la différence existante entre les profils hydriques, pour les premières heures et finit par disparaître à environ seize jours.

Cela justifie donc, la simplification faite par RECAN [23], au système d'équations décrivant les transferts couplés de chaleur et de masse en milieu poreux (cf. §.II.1.2)

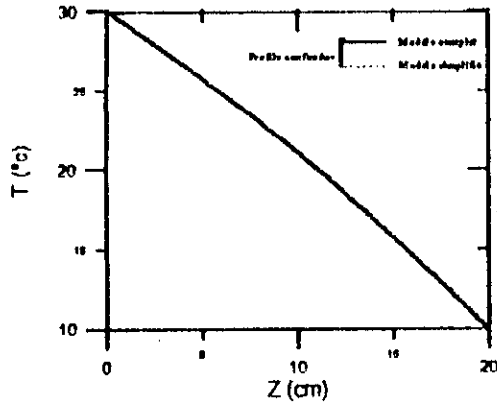


Figure IV.2.1.4.a. Profils thermiques ( Calcul numérique )  
( Comparaison pour 12 heures )

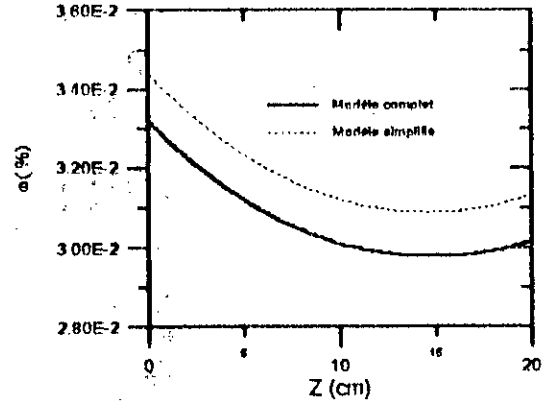


Figure IV.2.1.4.b. Profils hydriques ( Calcul numérique )  
( Comparaison pour 12 heures )

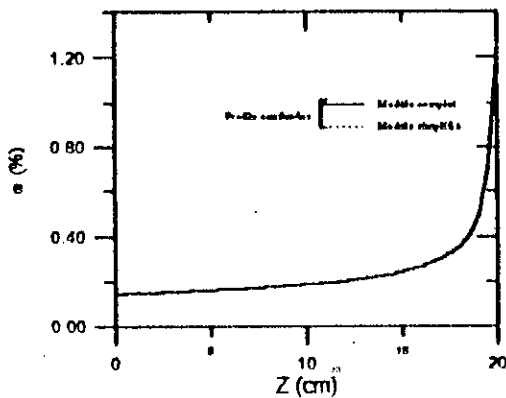


Figure IV.2.1.4.c. Profils hydriques ( Calcul numérique )  
( Comparaison pour 16 Jours )

### IV.2.1.5 Influence de la conductivité thermique

Nous avons examiné deux cas:

- Un premier où la conductivité thermique  $\lambda^*$  dépend de la teneur en eau  $\omega$  ( $\lambda^* = \lambda^*(\omega)$  cf. Annexe. §.2.1) ;
- Un deuxième où la conductivité  $\lambda^*$  est prise constante (à l'état sec,  $\lambda^* = 0.5 \text{ W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$ ).

La figure IV.2.1.5.a, montre que la faible différence entre les profils thermiques au premier jour devient plus nette pour une durée de 4 mois.

Les profils hydriques (Figures IV.2.1.5.b et c) présentent eux aussi une différence que ce soit aux premières heures, où elle est appréciable le long de l'échantillon, ou bien pour les longues durées, où elle est observable au voisinage du front et dans la zone humide.

Il apparaît donc, que ce paramètre a une certaine influence sur le phénomène étudié.

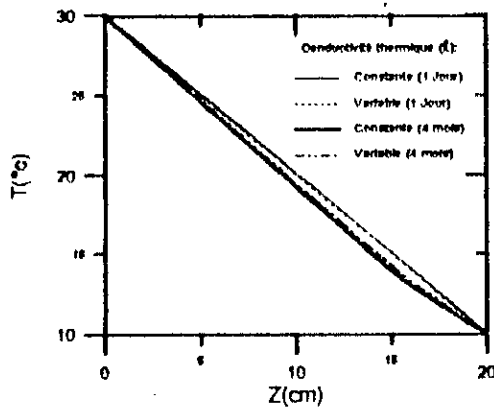


Figure IV.2.1.5.a. Profils thermiques ( Calcul numérique )  
( Comparaisons pour 1 jour et 4 mois )

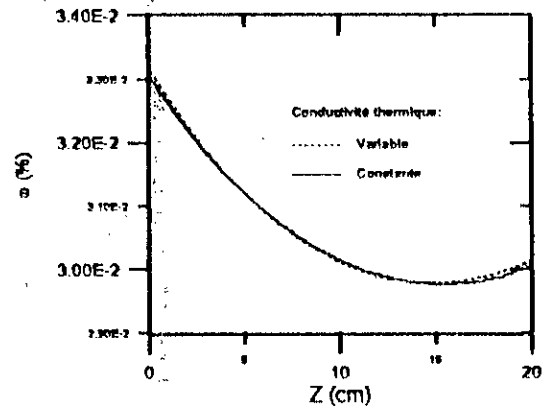


Figure IV.2.1.5.b. Profils hydriques ( Calcul numérique )  
( Comparaison pour 12 heures )

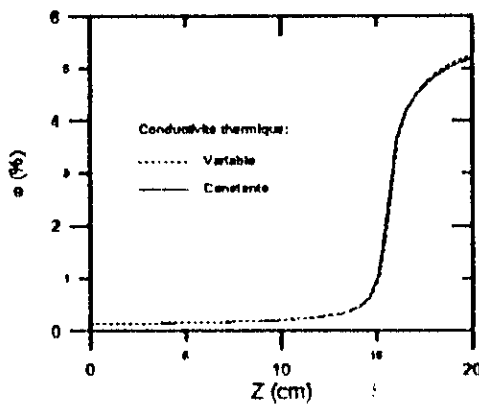


Figure IV.2.1.5.c. Profils hydriques ( Calcul numérique )  
( Comparaison pour 4 mois )

### IV.2.1.6 Influence du nombre de noeuds

Suite aux pics observés dans les profils de densité de flux de masse et de chaleur, nous avons fait des simulations numériques en affinant beaucoup plus le nombre de noeuds ( de 21 noeuds à 42 noeuds).

Le procédé a pour objectif de répondre au soucis du pic observé, s'il est dû à un problème numérique ou à un phénomène physique.

Les profils thermiques donnés par la figure IV.2.1.6.a se superposent, que ce soit pour 12 heures ou bien pour 1 mois.

Les profils hydriques sont identiques aux premières heures (Figure IV.2.1.6.b), mais des écarts naissent au voisinage du front dès l'apparition de celui-ci (Figure IV.2.1.6.c).

Les profils des densités de flux de masse total présentent des écarts appréciables que ce soit au voisinage de l'interface, ou bien dans la zone humide (Figure IV.2.1.6.d).

La différence entre les densités de flux de chaleur s'accroît au voisinage du front et dans la zone humide (Figure IV.2.1.6.e).

Par conséquent, le nombre de noeuds choisit lors de la discrétisation, est d'une grande importance, si l'on veut décrire finement les phénomènes mis en jeu, et cela surtout au

voisinage de l'interface. Le code dont nous disposons permet même de concentrer le maillage dans les régions qui nous paraissent d'une importance majeure, comme l'interface.

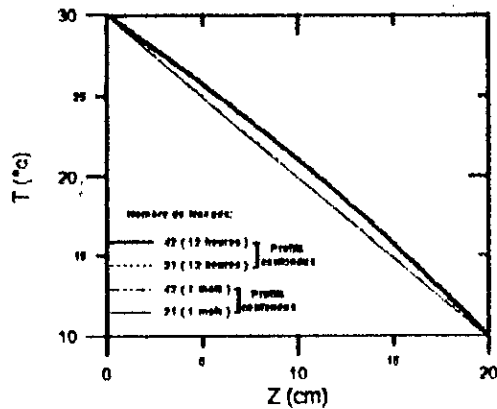


Figure IV.2.1.6.a. Profils thermiques ( Calcul numérique )  
( Comparaison pour 12 heures et 1 mois )

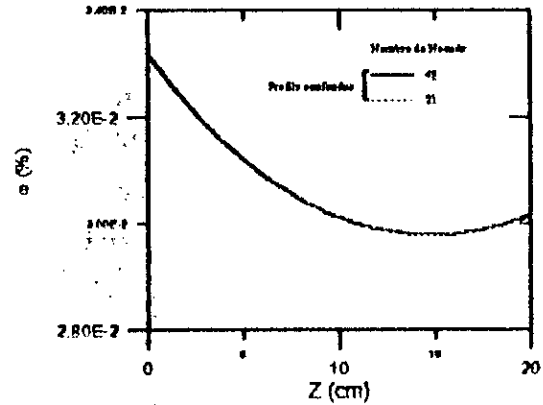


Figure IV.2.1.6.b. Profils hydriques ( Calcul numérique )  
( Comparaison pour 12 heures )

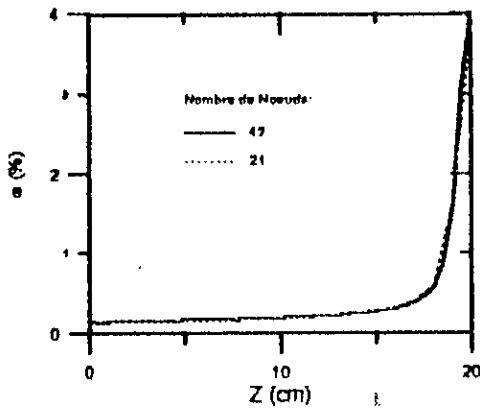


Figure IV.2.1.6.c. Profils hydriques ( Calcul numérique )  
( Comparaison pour 1 mois )

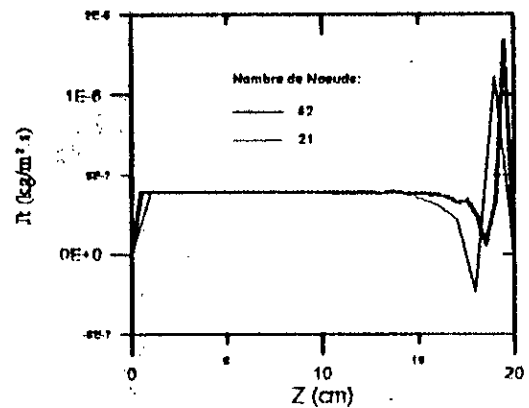


Figure IV.2.1.6.d. Densité de flux de masse total (Calcul numérique)  
( Comparaison pour 1 mois )

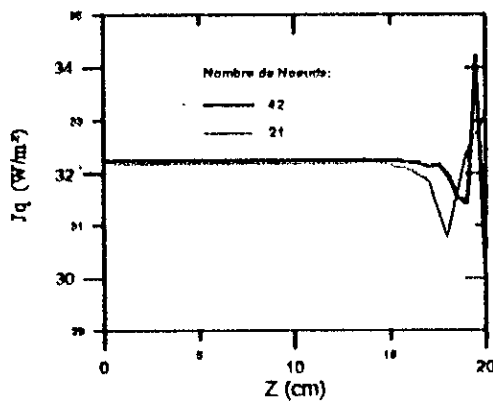


Figure IV.2.1.6.e. Densité de flux de chaleur ( Calcul numérique )  
( Comparaison pour 1 mois )

### IV.2.1.7 Influence de la teneur en eau initiale

Nous allons comparer deux situations relatives à la teneur en eau initiale  $\omega_0$  sur la répartition des champs hydriques et thermiques:

- la première pour une teneur en eau initiale  $\omega_0$  de 0.02 %;
- et la deuxième pour une teneur en eau initiale  $\omega_0$  de 1 %.

Les profils thermiques obtenus sont différents (Figure IV.2.1.7.a), effectivement, dans le cas où  $\omega_0 = 1\%$ , la température de la zone sèche est plus faible et celle de la zone humide est plus importante, la cassure (cf. §.IV.2.1.1.b) se trouve avancée.

Les profils hydriques présentent des écarts caractérisés par une teneur en eau maximale plus importante et une zone humide plus développée (Figures IV.2.1.7.b).

La figure IV.2.1.7.c, permet de constater l'absence du palier dans la courbe d'évolution de la zone humide. En effet, pour une teneur en eau initiale de  $1\%$ , la zone humide se développe très rapidement aux premières heures, pour se stabiliser ensuite à une vitesse de propagation proche de celle du premier cas ( $\omega_0 = .02\%$ ), soit environ  $6.4\text{ mm par mois}$ , et cela à partir d'une durée voisine de un mois. Remarquons, que pour  $\Delta\omega_0 = 0.08\%$ , correspond un écart  $\Delta z$ , entre les courbes d'évolutions de la zone humide d'environ  $18\text{ mm}$ .

La teneur en eau initiale a donc, une grande importance au démarrage du processus de condensation.

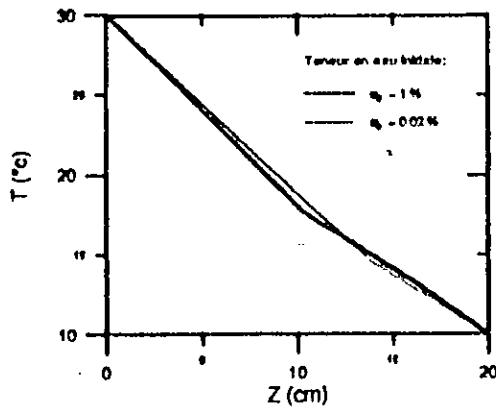


Figure IV.2.1.7.a. Profils thermiques ( Calcul numérique )  
( Comparaison pour 6 mois )

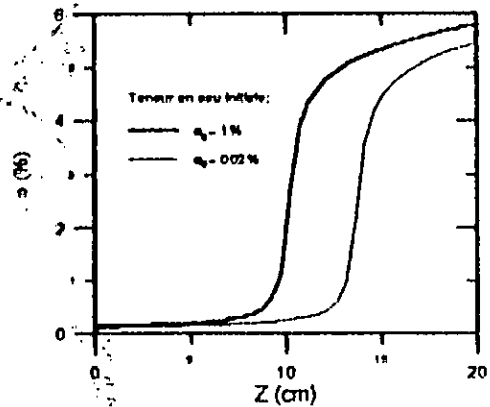


Figure IV.2.1.7.b. Profils hydriques (Calcul numérique)  
( Comparaison pour 6 mois )

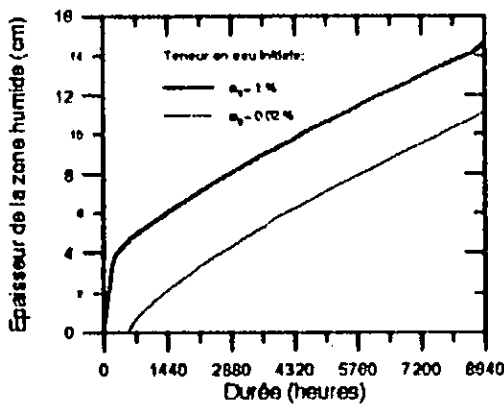


Figure IV.2.1.7.c. Evolution de la zone humide au cours du temps  
( Influence de la teneur en eau initiale )  
( Calcul numérique )

### IV.2.1.8 Influence de la longueur de l'échantillon

Analysons l'influence de la profondeur de la surface froide sur l'évolution du phénomène de condensation dans la couche superficielle. Pour se faire, comparons les résultats obtenus dans les deux situations suivantes:

- au premier cas l'échantillon a une longueur  $L$  de  $20\text{ cm}$ ;



- au second cas elle est de 40 cm, mais seule la partie superficielle correspondant à  $z \leq 20$  cm fera l'objet de cette comparaison.

La figure IV.2.1.8.a relative aux profils thermiques, montre que la couche superficielle est d'autant plus chaude que la surface froide est profonde.

Les teneurs en eau atteintes dans cette couche superficielle sont plus faibles lorsque la longueur de l'échantillon est plus importante (Figure IV.2.1.8.b).

L'évolution de la zone humide (calculée à partir du fond de chaque cellule) se trouve retardée et présente un palier plus important que dans le premier cas (le double dans ce cas). Notons par ailleurs, que pour une profondeur de la surface froide de 40 cm, la couche superficielle se trouve encore sèche après une durée d'une année (Figure IV.2.1.8.c).

L'évolution du phénomène de condensation dans la couche superficielle d'un milieu poreux est influencée considérablement par la profondeur de la surface froide.

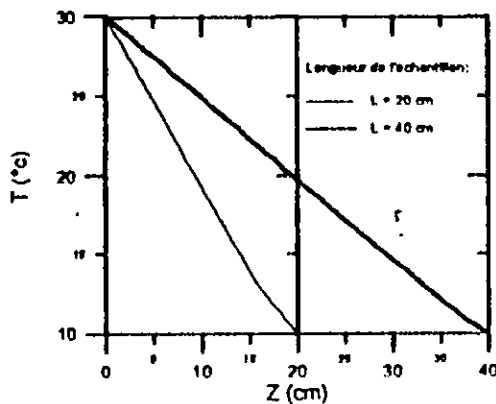


Figure IV.2.1.8.a. Profils thermiques ( Calcul numérique )  
( Comparaison pour 4 mois )

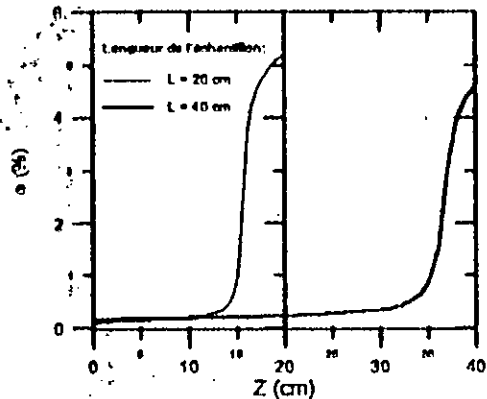


Figure IV.2.1.8.b. Profils hydriques ( Calcul numérique )  
( Comparaison pour 4 mois )

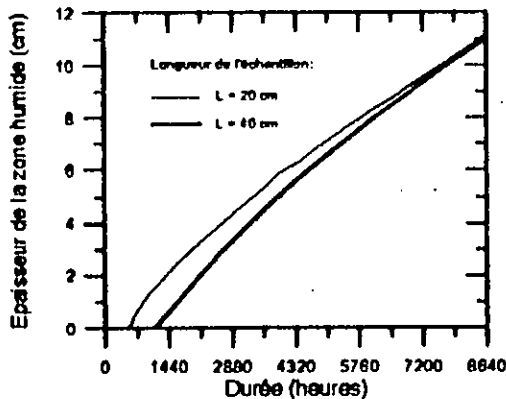


Figure IV.2.1.8.c. Evolution de la zone humide au cours du temps  
( Influence de la longueur de l'échantillon )  
( Calcul numérique )

### IV.2.1.9 Influence de la gravité

L'influence de la gravité ne peut pas être investi dans le cas du modèle physique traité par LARBI et al. [19] sans travailler en bidimensionnel. En effet, la disposition horizontale de la cellule nécessiterait la négligence de la gravité dans le cas unidirectionnel.

Introduisons cependant, une petite modification, consistant à disposer verticalement l'axe de la cellule. Dans cette nouvelle configuration, nous pourrions prendre en compte le phénomène de gravité, tout en restant dans le cas monodimensionnel ( le terme  $(-\frac{\rho_e \partial K}{\rho_0 \partial z})$  n'est pas nul dans la relation II.26).

La figure IV.2.1.9.a, illustre une comparaison de la répartition des températures pour une durée de six mois où nous pouvons voir une petite différence entre les profils, qui s'accroît légèrement au voisinage de l'interface et de la zone froide.

La figure IV.2.1.9.b, donnant les distributions des teneurs en eau, met en évidence deux décalages :

- le premier concernant la position de l'interface;
- le second concernant la teneur en eau maximale atteinte au voisinage de la surface froide.

En effet, comme le montre aussi la figure IV.2.1.9.c, le phénomène de gravité par sa tendance à accumuler plus d'humidité en bas de la cellule (qui correspond dans notre cas à la surface froide), retarde l'évolution ascendante de la zone humide. Le rôle de la gravité serait plutôt accélérateur si nous inversions la cellule (la plaque froide en haut).

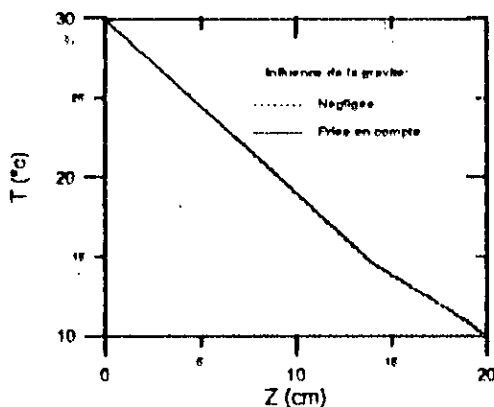


Figure IV.2.1.9.a. Profils thermiques ( Calcul numérique )  
( Comparaison pour 6 mois )

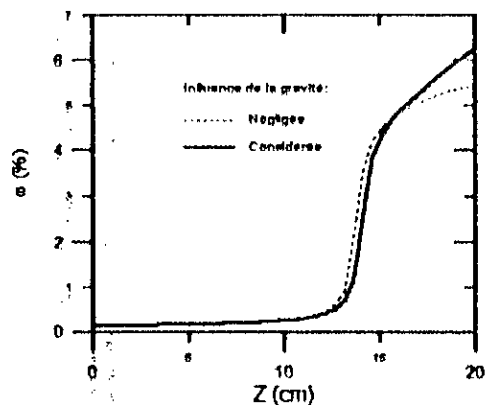


Figure IV.2.1.9.b. Profils hydriques ( Calcul numérique )  
( Comparaison pour 6 mois )

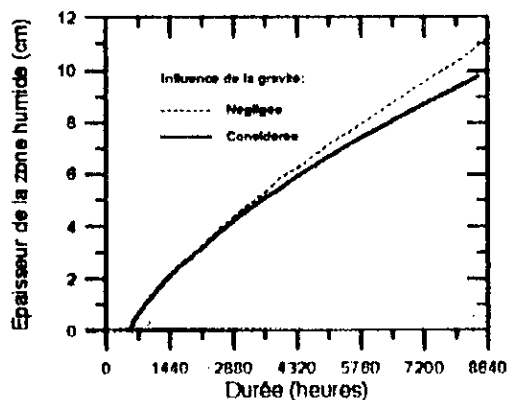


Figure IV.2.1.9.c. Evolution de la zone humide au cours du temps  
( influence de la gravité ) ( Calcul numérique )

## IV.2.2 Evaporation en système semi-ouvert

Nous nous proposons dans ce qui suit de reconduire les simulations numériques de RECAN [10], pour une teneur en eau initiale de 3% (cf. Tableau IV.1)

Le système physique choisi est pris vertical, le terme  $(-\frac{\rho_0}{\rho_0} \frac{\partial K}{\partial z})$  traduisant l'influence de la gravité dans le bilan de masse (relation II.26) est non nul. Le modèle mathématique utilisé est celui DE VRIES Simplifié (relation II.24).

### IV.2.2.1 Profils hydriques et thermiques

#### a) Comparaison expérience-calcul

N'oublions pas de mentionner ici, que la longueur de la cellule sera plutôt de 35 cm, alors qu'elle était de 20 cm lors de l'étude précédente (cf. Tableau IV.1).

Les figures IV.2.2.1.a, a et b, montrent un accord satisfaisant, entre la simulation numérique et les résultats expérimentaux de CRAUSSE [9], surtout et comme l'a souligné RECAN [23], si l'on prend en considération le fait que :

1. les coefficients de diffusion de masse, sont déterminés à partir d'expériences spécifiques indépendantes du système physique simulé (cf. CRAUSSE et al., [9]);
2. le mode de mesure des profils de teneur en eau (découpage et pesée en différents temps d'échantillons initialement identiques) nécessite l'utilisation de plusieurs cellules, ce qui ne permet pas de garantir l'identité rigoureuse des conditions initiales et aux limites pour tous les échantillons.

#### b) Profils hydriques

La figure IV.2.2.1.b, donne les distributions de teneurs en eau dans la cellule obtenues par calcul numérique. Leurs formes en « S », se trouve modifiée dans la zone humide, où au lieu d'avoir un simple palier (cf. §.IV.2.1.1), nous avons plutôt une allure croissante, précédée ou non, par un faible palier. En effet, nous observons ici, d'une part, un retrait de la zone humide, laissant place au développement d'une zone sèche, d'autre part, une accumulation croissante de l'humidité au voisinage de la surface froide aux premières semaines (fait observable entre les profils du 14<sup>ème</sup> jour et celui du 1<sup>er</sup> mois). Toutefois, nous remarquons que cette accumulation ne tarde pas à décroître, pour alimenter le front sec (ce que nous pouvons constater à partir du 1<sup>er</sup> mois). Le milieu poreux se trouve déjà totalement sec, après une durée d'environ cinq mois et demi.

#### b) Profils thermiques

La figure IV.2.2.1.c, représente quand à elle, les distributions des températures, leurs allures nous rappellent les résultats des simulations précédentes, avec des cassures qui correspondent à l'interface zone sèche-zone humide, cependant, pour la durée correspondant à l'assèchement total de la cellule, nous avons une conduction pure, ce qui est tout à fait normal: le milieu devient sec.

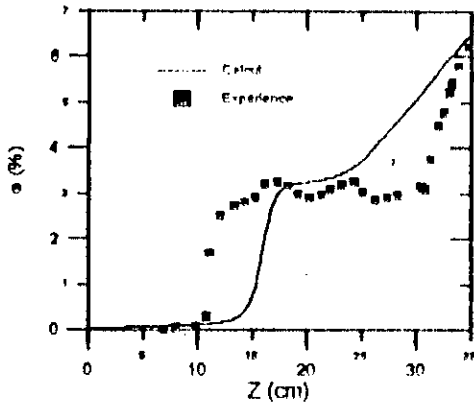


Figure IV.2.2.1.a.a. Profils hydriques (Durée = 14 Jours)  
(Comparaison : Expérience - Calcul)

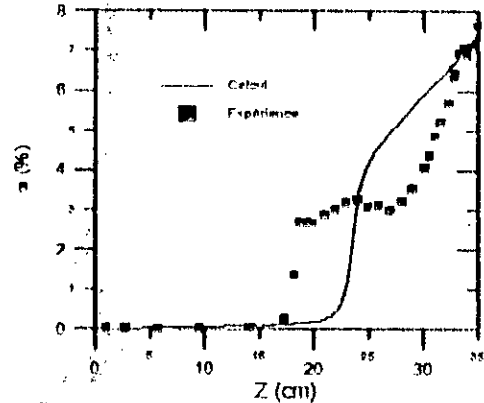


Figure IV.2.2.1.a.b. Profils hydriques (Durée = 34 Jours)  
(Comparaison : Expérience - Calcul)

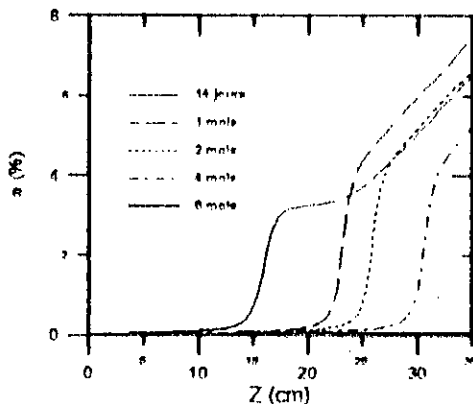


Figure IV.2.2.1.b. Profils hydriques (Calcul numérique)

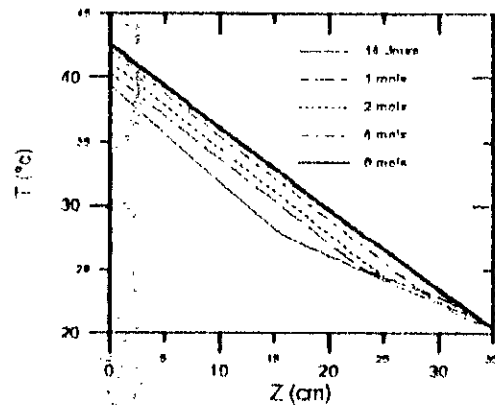


Figure IV.2.2.1.c. Profils thermiques (Calcul numérique)

### IV.2.2.2 Profils des densités de flux de masse et de chaleur

Dans ce paragraphe, nous analysons les densités de flux de masse et de chaleur, pour une simulation d'assèchement par évaporation d'une durée de 14 jours. Par analogie avec ce qui a été fait à la section IV.2.1.2, les profils des densités de flux de masse et de chaleur seront accompagnés du profil hydrique à la durée correspondante.

#### a) Profils de densité de flux de masse

Les profils de densité de flux de masse obtenus par calcul numérique, sont représentés sur la figure IV.2.2.2.a, où l'on peut distinguer:

1. une zone sèche de faible teneur en eau n'autorisant que les transferts en phase vapeur;
2. une zone humide caractérisée par l'existence conjointe des transferts en phase liquide et vapeur; le transfert en phase vapeur est dominant.

La présence de pics dans la zone humide n'est certainement pas due à un problème numérique, puisqu'après avoir testé le calcul avec 42 noeuds, puis avec 72 noeuds, ils ont persisté, ils sont plutôt dus au gradient important de teneur en eau dans le domaine considéré.

La progression du front sec est donc due à la contribution de deux phénomènes:

1. la demande évaporatrice, induite par l'écoulement d'air sur la face supérieure;

2. la redistribution de l'humidité vers la plaque froide, provoquée par le gradient des températures qui s'est développé dans la cellule.

**b) Profils de densité de flux de chaleur**

La figure IV.2.2.2.b, montre les profils de densité de flux de chaleur obtenus par calcul numérique. Identiquement au paragraphe IV.2.1.2, on peut noter que la contribution du flux dû au changement de phase, est faible par rapport à celle due à la conduction. Le pic observé dans le profil de densité de flux de chaleur est dû au processus d'évapo-condensation.

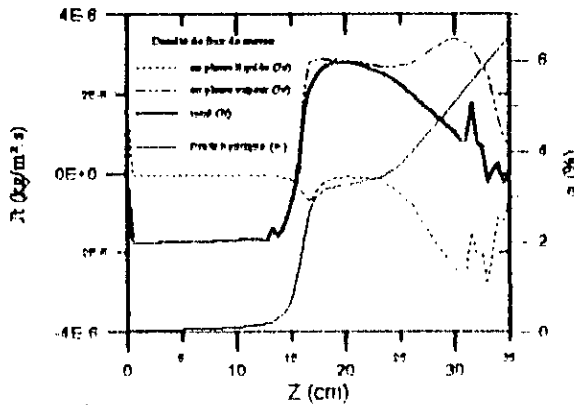


Figure IV.2.2.2.a Densité de flux de masse total (14 Jours)  
( Calcul numérique )

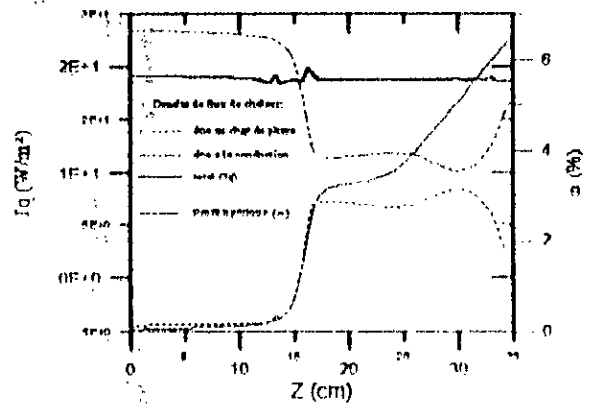


Figure IV.2.2.2.b Densité de flux de chaleur (14 Jours)  
( Calcul numérique )

**IV.2.2.3 Evolution de la zone sèche et teneur en eau moyenne**

**a) Evolution de la zone sèche au cours du temps**

L'interface zone sèche-zone humide, est repérée comme précédemment (cf.§IV.2.1.3), par la cote du point de la cellule ayant une teneur en eau de 1.6%.

La zone sèche, telle qu'elle est illustrée (cf.Figure IV.2.2.3), évolue très rapidement aux premiers jours (24 jours environ) ensuite, sa vitesse chute et devient sensiblement constante (environ 2.7 cm par mois). Devant cette large variation de vitesse entre la première période et la seconde, la fonction d'interpolation qui nous paraît décrire au mieux la totalité de l'évolution (sauf la période située entre la 2<sup>ème</sup> semaine et le 2<sup>ème</sup> mois) est une fonction Arc tangente :

$$Zs(t) = 1 + \frac{t}{370} + \text{Arctg} \left( \frac{t}{300} \right) \tag{IV-11}$$

**b) Evolution de la teneur en eau moyenne au cours du temps**

L'évolution de la teneur en eau moyenne au cours du temps est représentée sur la même figure (Figure IV.2.2.3) où l'on peut noter qu'elle garde toujours l'allure d'une branche parabolique, mais avec une vitesse supérieure à celle de la condensation (cf.Figure IV.2.1.3). Par ailleurs, elle présente une forme régulière ne justifiant donc pas la chute de vitesse notée dans l'évolution du front sec. La figure IV.2.2.1.b permet quant à elle de justifier cela. En effet, au début le front progressait sous l'influence de deux causes, une demande évaporatrice vers le haut, et une redistribution de l'humidité vers la surface froide, cependant cette deuxième cause a cessé d'être à partir d'une durée voisine de 1 mois.

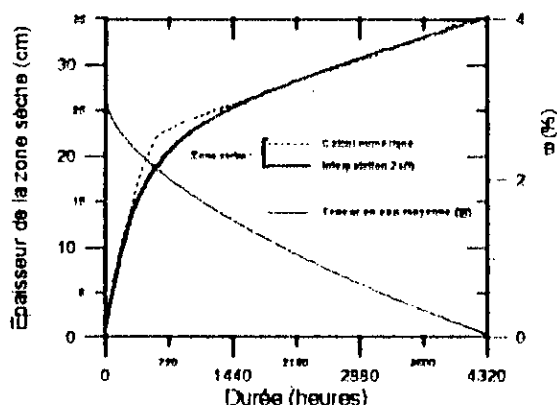


Figure IV.2.2.3. Evolutions au cours du temps: de la zone sèche et de la teneur en eau moyenne ( Résultats de calcul numérique )

### IV.2.2.4 Influence de la température de surface

Il nous semble utile de connaître l'effet de la prise en compte ou non de la variation de la température de surface  $S_0$  (cf. Figure II.a) en fonction du temps. Pour se faire comparons le cas où  $T_1 = T_1(t)$  avec celui où  $T_1$  est constante ( $T_1 = T_{1\text{ moyenne}} = 35^\circ\text{C}$ ).

Les profils thermiques (Figure IV.2.2.4.a) montrent des températures plus basses dans la cellule et, l'écart s'accroît en se rapprochant de la surface supérieure  $S_0$ , la cassure se fait approximativement à la même profondeur ( $Z = 23\text{ cm}$ ).

Les profils hydriques donnés par la figure IV.2.2.4.b, montrent un écart entre les deux cas traités, la teneur en eau maximale proche de la paroi froide est plus importante lorsque  $T_1 = T_1(t)$  que lorsque  $T_1 = 35^\circ\text{C}$ .

L'évolution de la zone sèche au cours du temps, donnée par la figure IV.2.2.4.c, montre que celle-ci est retardée pour  $T_1 = 35^\circ\text{C}$  dans l'intervalle de temps situé entre la première semaine et le quatrième mois; elle demeure inchangée ailleurs.

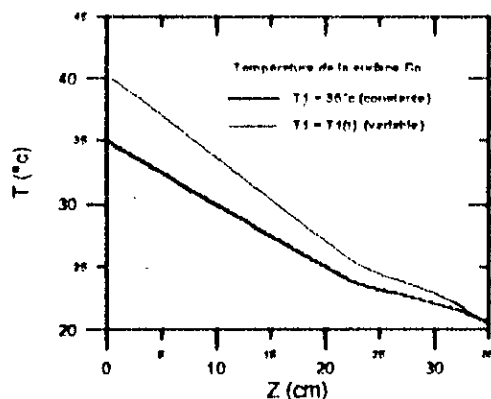


Figure IV.2.2.4.a. Profils thermiques ( Calcul numérique ) ( Comparaison pour 1 mois )

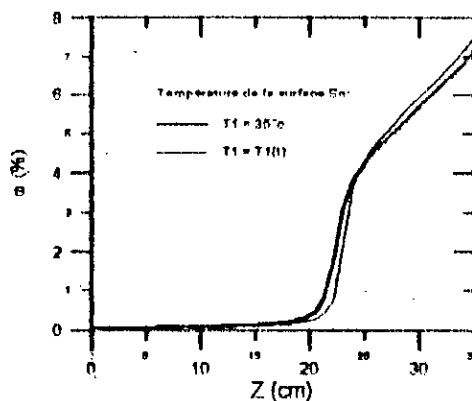


Figure IV.2.2.4.b. Profils hydriques ( Calcul numérique ) ( Comparaison pour 1 mois )

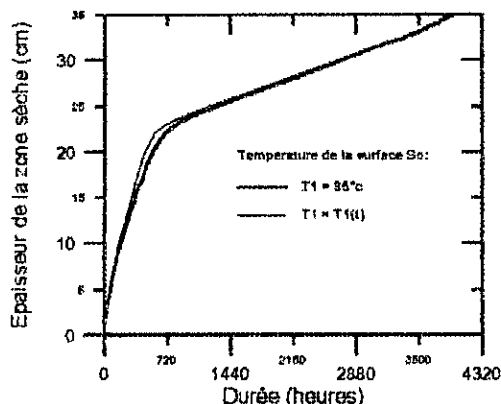


Figure IV.2.2.4.c. Evolution de la zone sèche au cours du temps (Influence de la température de surface) (Calcul numérique)

### IV.2.2.5 Influence de la teneur en eau initiale

Les simulations numériques du paragraphe IV.2 ont toutes été réalisées avec une teneur en eau initiale  $\omega_0$  de 3%. Dans ce paragraphe, nous nous proposons de prendre une teneur en eau initiale  $\omega_0$  de 1% et de comparer les profils hydriques et thermiques obtenus dans les deux situations.

Les distributions de teneurs en eau et de températures données respectivement par les figures IV.2.2.5.a et IV.2.2.5.b montrent:

- un assèchement plus rapide pour la teneur en eau initiale  $\omega_0=1\%$ ;
- une distribution de températures un peu plus faible pour la teneur en eau initiale  $\omega_0=1\%$ .

En conséquent, et comme on pouvait le prévoir, l'évolution du phénomène d'assèchement est une fonction décroissante de la teneur en eau initiale.

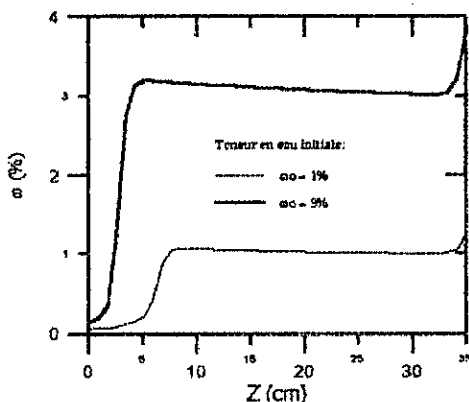


Figure IV.2.2.5.a. Profils hydriques (Calcul numérique) (Comparaison pour 1 Jour)

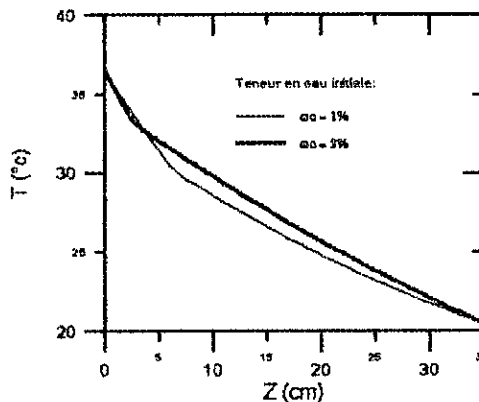


Figure IV.2.2.5.b. Profils thermiques (Calcul numérique) (Comparaison pour 1 Jour)

### IV.2.2.6 Influence de la gravité

Nous essayons dans ce paragraphe de mettre en évidence l'influence de la gravité sur les profils hydriques et thermiques.

La figure IV.2.2.6.a donnant les profils thermiques pour les deux situations (avec et sans gravité), montre que les températures sont plus faibles lorsque la gravité est négligée.

Les profils hydriques donnés par la figure IV.2.2.6.b, montrent quant à eux, des écarts à deux niveaux différents lorsqu'on néglige l'influence de la gravité :

1. la position du front sec est décalée (retard);
2. la valeur de la teneur en eau maximale est réduite.

L'évolution des zones sèches au cours du temps, représentée par la figure IV.2.2.6.c, illustre clairement le décalage entre les deux situations (avec et sans gravité), où l'on peut noter que cette influence n'est notable que pour une période intermédiaire (entre 15 jours et 4 mois); le décalage est inexistant de part et d'autre de cette période.

L'interprétation physique de ce phénomène est, qu'au début du processus, le phénomène d'évaporation est prépondérant devant l'influence de la gravité et à la fin du processus, la masse d'eau restante devient négligeable, conduisant ainsi au même résultat qu'en début de l'opération.

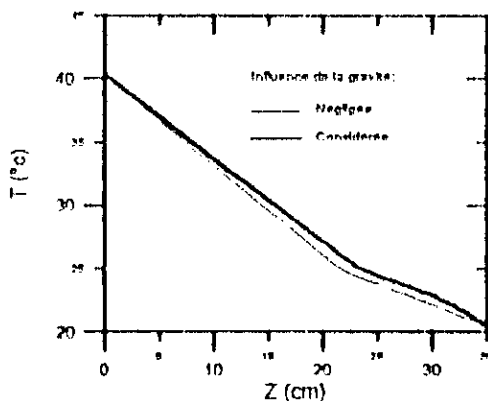


Figure IV.2.2.6.a Profils thermiques ( Calcul numérique )  
( Comparaison pour 1 mois )

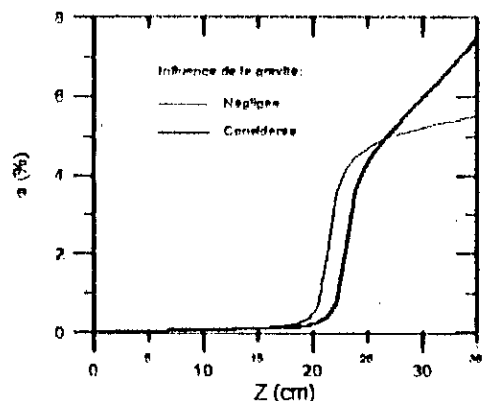


Figure IV.2.2.6.b Profils hydriques ( Calcul numérique )  
( Comparaison pour 1 mois )

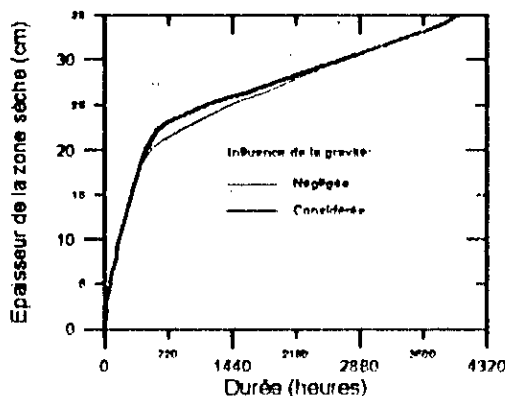


Figure IV.2.2.6.c Evolution de la zone sèche au cours du temps  
( Influence de la gravité ) ( Calcul numérique )



### IV.2.2.7 Influence de la profondeur de la surface froide

Analysons les effets de la profondeur de la surface froide sur l'évolution du phénomène de l'assèchement dans la couche superficielle. Pour se faire, comparons les résultats obtenus dans les deux situations suivantes:

- au premier cas, la cellule d'essai a une longueur de 35 cm, mais seule la partie superficielle (correspondant à une épaisseur de 20 cm) fera l'objet de cette comparaison;
- au second cas la cellule d'essai a une longueur de 20 cm.

La figure IV.2.2.7.a, relative aux profils thermiques montre que la couche superficielle est d'autant plus chaude que la surface froide est profonde.

Les teneurs en eau atteintes dans cette couche superficielle sont plus faibles lorsque la longueur de l'échantillon est plus importante (Figure IV.2.2.7.b).

L'évolution de la zone sèche (calculée à partir de la surface supérieure) est d'autant plus rapide que la profondeur de la surface froide est importante (Figure IV.2.2.7.c). En effet, même si au début nous notons un léger retard (pour  $L=35$  cm), la couche considérée ( $L \leq 20$  cm) se vide totalement pour une durée représentant le tiers de celle nécessaire lorsque la profondeur de la surface froide est de 20 cm.

La profondeur de la surface froide a un rôle accélérateur important sur l'assèchement des couches superficielles.

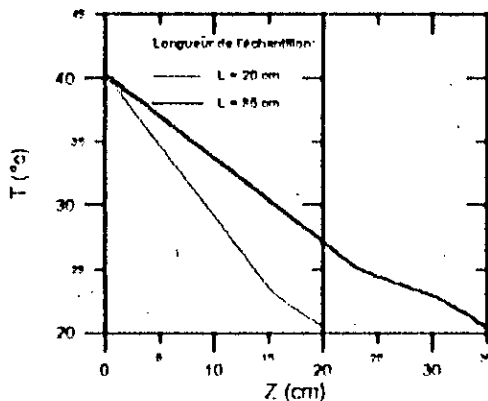


Figure IV.2.2.7.a. Profils thermiques ( Calcul numérique )  
( Comparaison pour 1 mois )

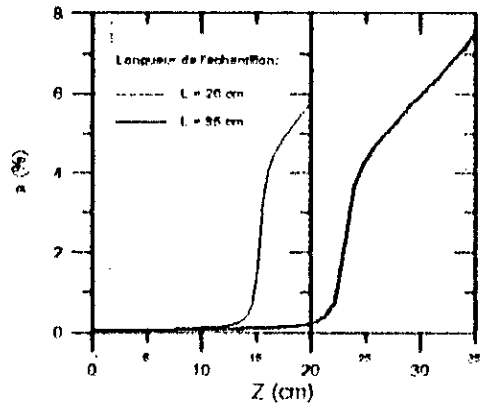


Figure IV.2.2.7.b. Profils hydriques ( Calcul numérique )  
( Comparaison pour 1 mois )

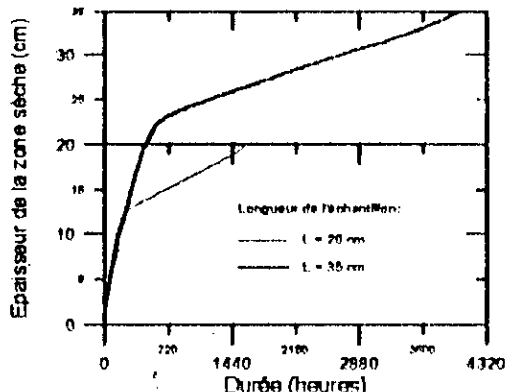


Figure IV.2.2.7.c. Evolution de la zone sèche au cours du temps  
( Influence de la longueur de l'échantillon )  
( Calcul numérique )

### IV.2.3 Condensation en système fermé

Après avoir étudié les phénomènes de condensation et d'évaporation dans un système semi-ouvert, nous aborderons dans ce qui suit la même analyse dans le cas d'un système fermé.

Dans ce cas, la surface supérieure est imperméable; de ce fait, la cellule ne peut pas échanger de masse avec le milieu ambiant (cf. Figure II.b). Les simulations numériques sont conduites avec une teneur en eau initiale de 2% (cf. Tableau IV.1, §.IV.1). Le système physique choisi est pris horizontale, le terme  $(-\rho_s \frac{\partial K}{\partial z})$  traduisant l'influence de la gravité dans le bilan de masse (relation II.26) est alors nul.

Les résultats présentés concernent les profils hydriques et thermiques, les profils de densité de flux de masse et de chaleur, et enfin, l'évolution de l'interface zone sèche-zone humide au cours du temps. Nous analyserons par la suite, l'influence de la teneur en eau initiale sur les profils hydriques et thermiques.

#### IV.2.3.1 Profils hydriques et thermiques

##### a) Profils hydriques

La figure IV.2.3.1.a, illustre l'évolution au cours du temps, des profils hydriques dans l'échantillon. Nous pouvons constater d'une part, une accumulation croissante de l'humidité dans la zone humide, surtout au voisinage de la surface froide ( $Z=20$  cm), d'autre part, un développement d'une zone sèche au voisinage de la surface chaude ( $Z=0$ ). Compte tenu de la conservation de masse, les aires sous les courbes de la figure IV.2.3.1.a, sont identiques.

##### b) Profils thermiques

Les profils thermiques que montre la figure IV.2.3.1.b, sont influencés par les phénomènes de changement de phase aux premières heures; au dixième jour, nous avons par contre, une allure similaire à une conduction pure à travers un mur composé de deux couches (ici la première désigne la zone sèche, la seconde représente la zone humide).

#### IV.2.3.2 Profils des densités de flux de masse et de chaleur

Nous analysons dans ce qui suit les profils de densité de flux de masse et de chaleur pour une durée de 1 jour. Comme pour les cas précédents, le profil hydrique accompagnera chaque figure.

##### a) Densité de flux de masse

La figure IV.2.3.2.a, donne les distributions des densités de flux de masse où l'on peut distinguer deux zones :

1. une zone sèche, où les transferts de masse se font en phase vapeur;
2. une zone humide, partagée elle même en deux régions:
  - la première, à teneur en eau constante, où les transferts ne se font qu'en phase vapeur;
  - la seconde, à teneur en eau croissante, où le flux ascendant en phase liquide s'oppose au flux descendant en phase vapeur.

### b) Densité de flux de chaleur

Dans la figure IV.2.3.2.b, donnant les distributions des densités de flux de chaleur, nous pouvons observer la contribution des flux dus à la conduction et au changement de phase. En effet, la chaleur transportée par conduction à travers la zone sèche, est partiellement utilisée pour vaporiser l'eau au voisinage de l'interface zone sèche-zone humide en premier lieu; ensuite, au voisinage de la deuxième interface zone à moyenne teneur en eau-zone à forte teneur en eau. La vapeur produite à chaque étape, va diffuser vers le bas de la cellule.

## IV.2.3.3 Evolution de l'interface et de la teneur en eau moyenne

### a) Evolution de la position de l'interface au cours du temps

La figure IV.2.3.3, montre l'évolution au cours du temps de la zone sèche qui se développe à partir de la surface chaude  $S_0$ . Elle est obtenue en reprenant le même artifice de calcul qu'en système semi-ouvert (cf.§.IV.2.1.3), puis en procédant à un lissage. L'évolution a une allure parabolique qui se stabilise à partir d'une durée d'environ 10 jours, à une profondeur de 12.7 cm.

### b) Teneur en eau moyenne

Elle est représentée sur la même figure (cf.Figure.IV.2.3.3), elle demeure constante et égale à sa valeur initiale, traduisant ainsi la conservation de masse dans le milieu poreux. Par conséquent, et compte tenu de la figure IV.2.3.3.a, relative aux profils hydriques, nous assistons ici à une migration de l'humidité, initialement répartie uniformément au sein de la cellule, qui va s'accumuler au voisinage de la surface froide.

## IV.2.3.4 Influence de la teneur en eau initiale

Analysons l'effet de la teneur en eau initiale sur la répartition des champs hydriques et thermiques. Pour cela considérons deux situations:

- la première, où la teneur en eau initiale  $\omega_0$  est de 2 %;
- la seconde, où la teneur en eau initiale  $\omega_0$  est de 1 %.

La figure IV.2.3.4.a, relative aux profils thermiques montre des températures plus importantes dans l'échantillon avec  $\omega_0 = 1$  %, de plus la cassure du profil de température est décalée.

La figure IV.2.3.4.b, relative aux profils hydriques pour une durée de 14 jours, permet de constater, qu'avec une plus faible teneur en eau initiale, le développement de la zone sèche est accéléré, alors que l'accumulation de l'humidité au voisinage de la plaque froide est ralentie. De même, la teneur en eau maximale atteinte est plus faible.

Concernant le sens d'évolution de l'interface, il dépend de la valeur de la teneur en eau initiale, en effet (cf.Figure IV.2.3.4.c):

- lorsque  $\omega_0 = 2$  %, une zone sèche se développe à partir de la surface chaude ( $Z=0$ ) et se stabilise à une épaisseur de 12.7 cm pour une durée voisine de 10 jours;
- par contre, lorsque  $\omega_0 = 1$  %, une zone humide se développe à partir de la surface froide ( $Z=20$ cm) et se stabilise à une épaisseur de 3.4 cm pour la même durée.

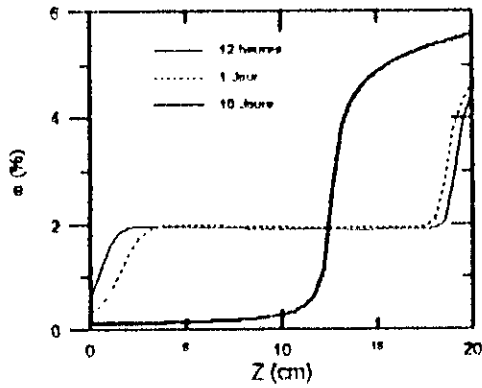


Figure IV.2.3.1.a. Profils hydriques ( Calcul numérique )

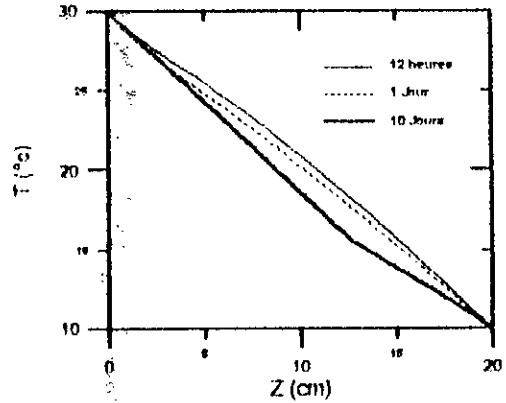


Figure IV.2.3.1.b. Profils thermiques ( Calcul numérique )

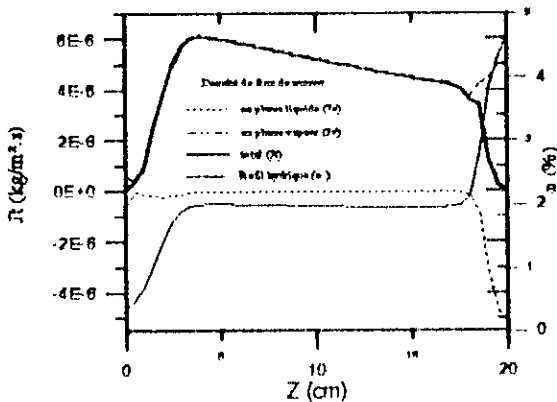


Figure IV.2.3.2.a. Densité de flux de masse totale ( 1 Jour ) ( Calcul numérique )

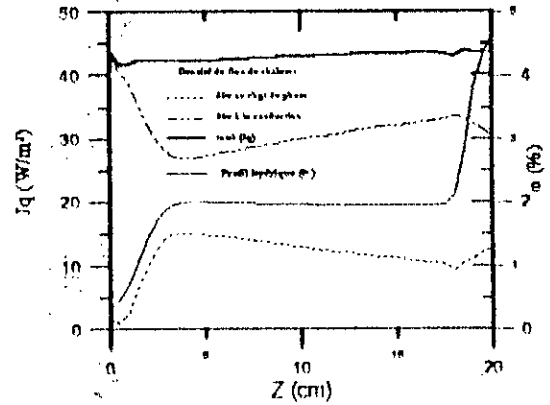


Figure IV.2.3.2.b. Densité de flux de chaleur ( 1 Jour ) ( Calcul numérique )

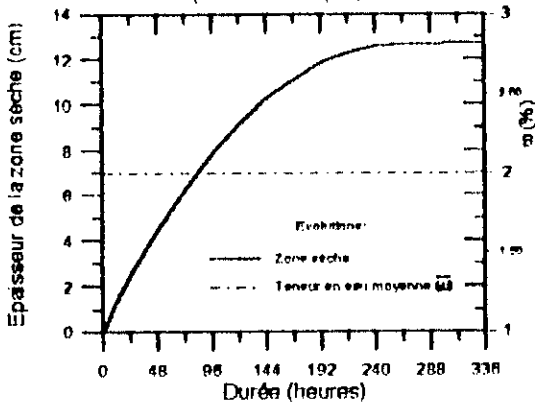


Figure IV.2.3.3 Evolution au cours du temps de la zone sèche et de la teneur en eau moyenne ( Calcul numérique )

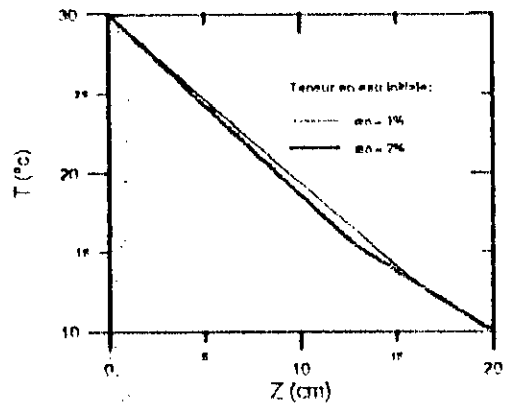


Figure IV.2.3.4.a. Profils thermiques ( Calcul numérique ) ( Comparaison pour 14 Jours )

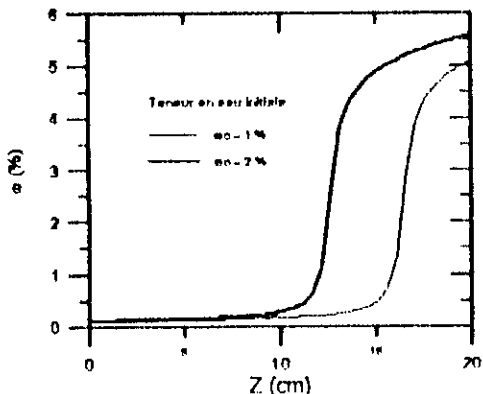


Figure IV.2.3.4.b. Profils hydriques ( Calcul numérique ) ( Comparaison pour 14 Jours )

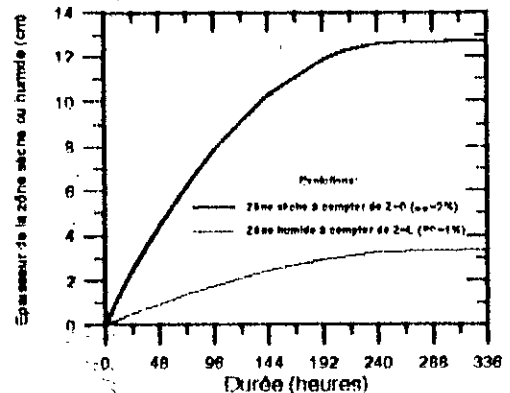


Figure IV.2.3.4.c. Evolution au cours du temps de la zone sèche ou humide (Influence de la teneur en eau initiale) ( Calcul numérique )

## IV.2.4 Evaporation en système fermé

La teneur en eau initiale pour les simulations numériques du problème est de 3% (cf. Tableau IV.1, § IV.1). Le système physique choisi est pris vertical, le terme  $(-\frac{\rho_e \partial K}{\rho_0 \partial z})$  traduisant l'influence de la gravité dans le bilan de masse (Equation II.26) est non nul.

Nous allons comme auparavant, nous intéresser à l'évolution des profils hydriques et thermiques dans le milieu poreux, ainsi qu'aux profils des densités de flux de chaleur et de masse. Par la suite nous étudierons l'influence de la teneur en eau initiale.

### IV.2.4.1 Profils hydriques et thermiques

#### a) Profils hydriques

La figure IV.2.4.1.a, relative à l'évolution des profils hydriques au sein de la cellule fait apparaître un appauvrissement au voisinage de la face chaude ( $Z=0$ ), devant un enrichissement au voisinage de la face froide ( $Z=35$  cm). Ainsi donc, le front sec va se propager dans la cellule pour se stabiliser enfin à une profondeur voisine de 19.6 cm.

Comme dans le cas précédent, l'humidité se trouvant initialement, uniformément répartie au sein du milieu poreux, va migrer totalement vers la moitié voisine de la face froide en asséchant l'autre moitié. Les aires en dessous des profils hydriques sont égales compte tenu de la conservation de masse.

#### b) Profils thermiques

Comme dans le cas du système semi-ouvert, les profils thermiques donnés par la figure IV.2.4.1.b, présentent des cassures correspondant aux positions du front sec, partageant le milieu en une zone sèche donnant lieu à une conduction pure, et une zone humide.

### IV.2.4.2 Profils de densité de flux de masse et de chaleur

#### a) Densités de flux de masse

Les profils de densité de flux de masse relatifs à une durée de 14 jours, montrent une absence de transfert des deux phases dans la zone sèche (Figure IV.2.4.2.a). La zone humide se trouve quant à elle, partagée en deux régions:

- une région voisine de l'interface, où le flux de masse descendant ne se fait qu'en phase vapeur;
- une région plus profonde voisine de la plaque froide, où le flux de masse total est ascendant.

Les pics observés dans ces profils sont dus au processus d'évapo-condensation.

#### b) Densités de flux de chaleur

La contribution des flux dus au changement de phase et à la conduction, est illustrée par la figure IV.2.4.2.b. Nous pouvons observer que la chaleur transportée par conduction à

travers la zone sèche, est utilisée pour vaporiser l'eau au voisinage du front et la vapeur ainsi produite va diffuser vers le bas.

### IV.2.4.3 Evolution du front sec et de la teneur en eau moyenne

#### a) Evolution du front sec

L'assèchement superficiel du milieu poreux atteint une profondeur de 19.6 cm, pour une durée voisine de 46 jours (cf. Figure IV.2.4.3).

#### b) Evolution de la teneur en eau moyenne

Compte tenu de la conservation de masse, la teneur en eau moyenne au sein du milieu poreux est constante dans le temps (cf. Figure IV.2.4.3).

### IV.2.4.4 Influence de la teneur en eau initiale

Comparons les résultats obtenus dans la section IV.2.4.1, à ceux obtenus avec une teneur en eau initial  $\omega_0$  de 1 %.

Les profils hydriques relatifs à une durée de 14 jours (Figure IV.2.4.4.a), montrent une accumulation d'humidité plus faible au voisinage de la surface froide ( $Z=35$  cm) et une zone sèche plus importante pour  $\omega_0 = 1$  %.

La figure IV.2.4.4.b, représentant les profils thermiques relatifs à la même durée montre que lorsque  $\omega_0 = 1$  %, la température de la zone sèche est plus importante et celle de la zone humide est plus faible que dans le cas où  $\omega_0 = 3$  %.

Comme il a été observé à la section IV.2.3.4, le sens d'évolution de l'interface dépend de la valeur de la teneur en eau initiale  $\omega_0$  (cf. Figure IV.2.4.4.c):

- avec  $\omega_0 = 3$  %, il y a développement d'une zone sèche à partir de la surface chaude ( $Z=0$ ) qui se stabilise après 46 jours à une profondeur de 19.6 cm;

pour  $\omega_0 = 1$  %, c'est plutôt une zone humide qui se développe à partir de la surface froide ( $Z=L$ ) et se stabilise après 22 jours à une épaisseur d'environ 6 cm.

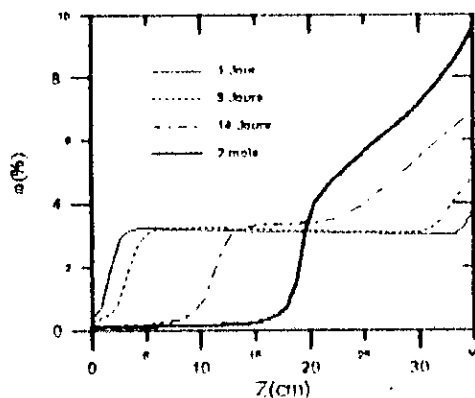


Figure IV 2 4 1 a. Profils hydriques (Calcul numérique)

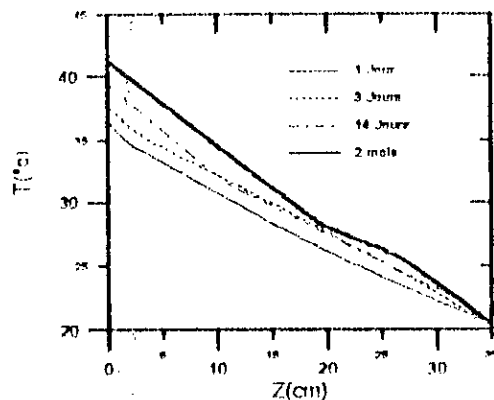


Figure IV 2 4 1 b. Profils thermiques (Calcul numérique)

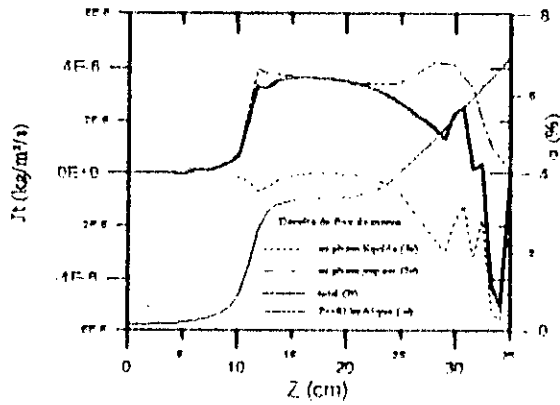


Figure IV 2 4 2 a. Densité de flux de masse totale ( 14 Jours )  
( calcul numérique )

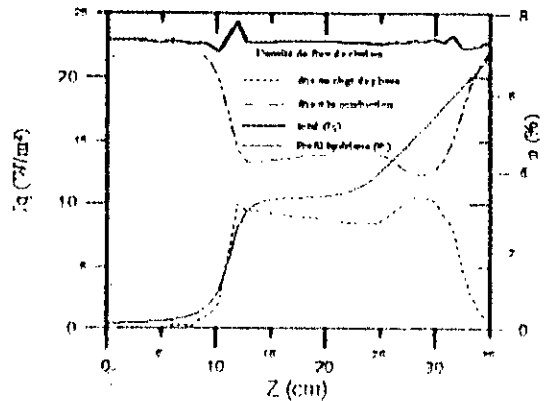


Figure IV 2 4 2 b. Densité de flux de chaleur ( 14 Jours )  
( Calcul numérique )

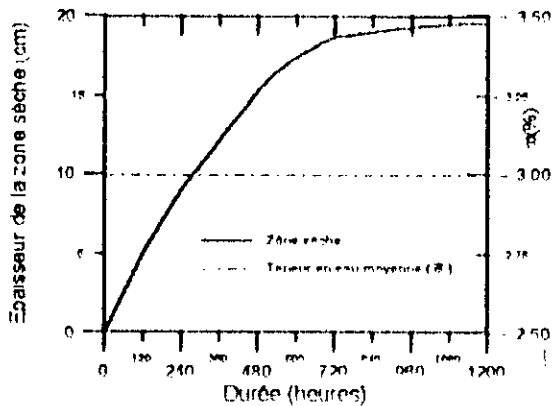


Figure IV 2 4 3. Evolutions au cours du temps de la zone sèche et de la teneur en eau moyenne (Calcul numérique)

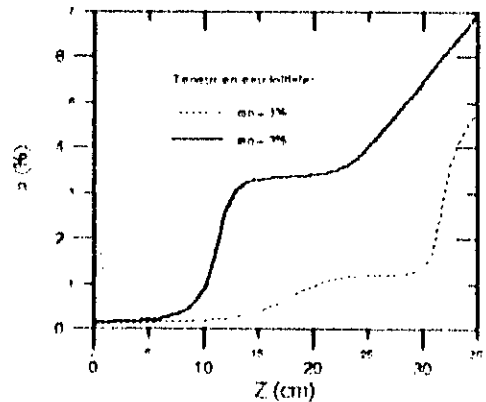


Figure IV 2 4 4 a. Profils hydriques ( Calcul numérique )  
( Comparaison pour 14 Jours )

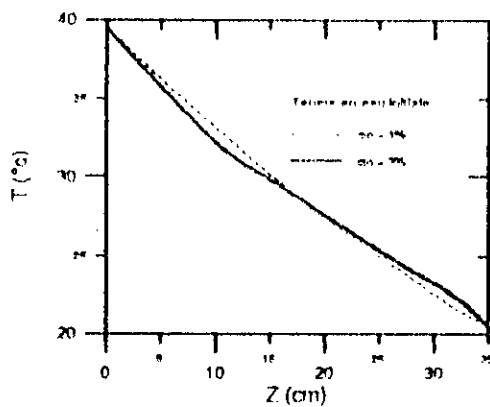


Figure IV 2 4 4 b. Profils thermiques ( Calcul numérique )  
( Comparaison pour 14 Jours )

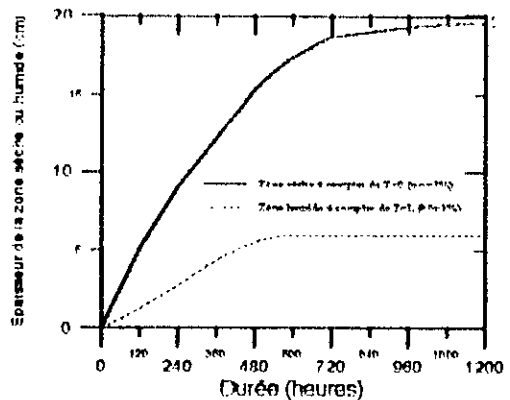


Figure IV 2 4 4 c. Evolution de la zone sèche ou humide au cours du temps (influence de la teneur en eau initiale)  
(Calcul numérique)

## IV.2.5 Étude de la symétrie

Il est d'un intérêt particulier d'envisager l'étude de la symétrie entre le phénomène de condensation et celui de l'assèchement.

### IV.2.5.1 Symétrie : condensation-assèchement.

Analysons la symétrie entre la condensation (cf. §.IV.2.1) et l'assèchement (cf. §.IV.2.2) dans un milieu poreux (système semi-ouvert; Figure 1.a), à travers une étude comparative de l'évolution de l'interface au cours du temps, dans les deux situations. La figure IV.2.5.1 illustre conjointement, les évolutions au cours du temps, de la zone humide lors de la condensation et de la zone sèche lors de l'assèchement.

Il est clair quantitativement parlant, que l'assèchement s'opère plus rapidement que la condensation; en effet, l'échantillon de 35 cm de longueur s'est totalement déshydraté après une durée de cinq mois et demi, alors que la zone humide dans l'échantillon de 20 cm subissant la condensation n'a atteint que 11 cm après une année. Même qualitativement parlant, nous n'observons pas de symétrie ou ressemblance entre l'évolution au cours du temps de la zone humide, d'allure parabolique précédée d'un palier et celle de la zone sèche, plutôt décrite par une fonction Arc tangente.

L'analyse des courbes d'évolution de la teneur en eau moyenne au cours du temps montre par contre, une certaine symétrie entre les deux situations, qui n'est malheureusement pas traduite quantitativement (la charge en humidité du milieu poreux se fait en une année alors que sa décharge se fait en six mois).

Ces résultats sont tout à fait cohérents, compte tenu d'une part, des phénomènes d'hystérésis (§.I.2.2 et §.I.2.3) et, d'autre part, de la non symétrie entre les conditions aux limites imposées dans les deux situations. Nous pourrions d'ailleurs essayer de réduire cette deuxième cause en opérant dans des conditions symétriques. Nous suggérons de travailler dans ce sens en conduisant une simulation mixte consistant en une accumulation suivie d'un assèchement.

### IV.2.5.2 Simulation mixte : condensation suivie d'un assèchement

Dans cette section, nous traiterons une simulation mixte, en système semi-ouvert (Figure II.1.a) dans laquelle nous avons:

- d'abord une condensation d'une durée de six mois avec les conditions de LARBI [19];
- ensuite, à partir du sixième mois, le même échantillon subit une assèchement d'une même durée, s'opérant dans les mêmes conditions aux limites, toutefois, le sens du flux de masse à travers la surface supérieure  $S_0$  se trouve inversé (il sort du milieu poreux).

L'évolution de l'interface zone sèche-zone humide, est représentée sur la figure IV.3.5.2, elle a l'allure d'une branche parabolique précédée d'un palier lors de la condensation et est assimilable à une droite pendant l'évaporation. On constate ici, contrairement à ce qui a été observé plus haut (cf. §.IV.3.5.1), que la condensation est plus rapide que l'évaporation. En effet, malgré le retard infligé dans la phase transitoire (environ 22 jours), caractérisé par un palier, la progression de l'interface dépasse 6 cm pour la durée de six mois, alors qu'elle n'atteint que 5,5 cm pour l'évaporation pendant une même durée.



L'évolution de la teneur en eau moyenne  $\bar{w}$  dans l'échantillon, est elle aussi, plus rapide lors de la condensation (Figure IV.2.5.2).

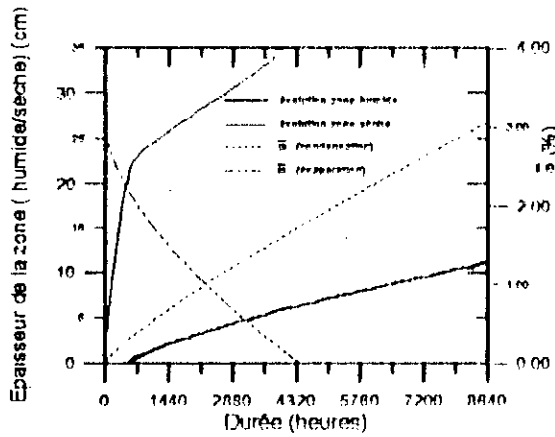


Figure IV.2.5.1 Symétrie ( Condensation - Assèchement )  
( Calcul numérique )

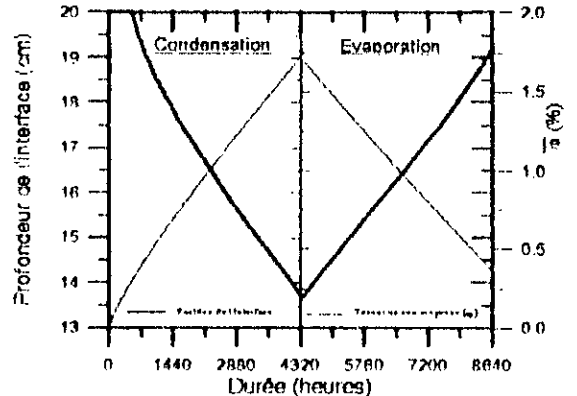


Figure IV.2.5.2 Simulation mixte: Condensation + Evaporation  
( Calcul numérique )

# CONCLUSION

Le travail présenté dans ce mémoire concerne l'analyse des phénomènes d'évaporation et de condensation dans un matériau capillaro-poreux, pour un modèle physique donné (semi-ouvert et fermé), ainsi que l'étude de la symétrie de comportement entre les deux mécanismes. Il a été développé sous un double aspect :

- l'analyse des mécanismes thermiques et massiques intervenant dans le milieu poreux;
- l'évaluation des possibilités offertes par le modèle de PHILIP et DE VRIES [12] pour décrire les phénomènes observés expérimentalement.

La comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux nous a permis de montrer :

- que le modèle de PHILIP et DE VRIES constituait un outil tout à fait satisfaisant pour décrire les mécanismes d'évaporation et de condensation;
- le rôle et l'importance relative des mécanismes de transfert de masse en phase liquide et vapeur sur la formation du front sec et humide et leur évolution;
- l'importance du mode de transfert thermique conductif par rapport à celui dû au changement de phase;
- qu'en dehors du domaine d'adsorption, où leur influence reste prépondérante, les termes d'accumulation en phase vapeur de l'équation du bilan de masse total peuvent être négligés pour décrire les transferts au sein de matériaux capillaro-poreux;
- la non symétrie de comportement entre les processus d'évaporation et de condensation.

Au vue du bilan présenté ici et dans le but de compléter ce travail, on peut évidemment envisager plusieurs extensions, parmi lesquelles on peut citer:

- l'utilisation du modèle de PHILIP et DE VRIES comme moyen de prévision, en raccordant les équations de couches limites pour l'écoulement externe aux équations de transfert en milieu poreux,
- l'analyse de la capacité du modèle à décrire les processus physiques en système ouvert;
- la mise au point d'un code de calcul à deux dimensions d'espace par une prise en compte de la gravité.



# ANNEXE

## Coefficients thermophysiques et de diffusion de masse

### INTRODUCTION

Le système d'équations (II.26) décrivant les transferts couplés de chaleur et de masse en milieu poreux, contient des coefficients qui dépendent conjointement de la teneur en eau et de la température. Ces derniers sont de deux type:

1. les coefficients correspondant aux propriétés physiques de la phase considérée (solide liquide ou gazeuse), ceux-ci sont accessibles à partir des tables;
2. les coefficients caractérisant les interactions de la matrice solide sur le comportement statique et dynamique de l'humidité, ceux la par contre, sont obtenus à partir d'expériences spécifiques, réalisées par CRAUSSE [10], feront l'objet de cette annexe.

Nous allons donc, décrire brièvement les méthodes expérimentales utilisées par CRAUSSE [10], pour obtenir les évolutions des quatre paramètres suivants, dans la plage des teneurs en eau allant de 0 % à 23 % et pour les températures 8, 20, 35 et 50°C:

- la conductivité hydraulique  $K$ ,
- la succion  $\psi$ ,
- la fonction de pondération  $F$ ,
- l'humidité relative  $\phi$ .

Viendra ensuite, la détermination des variations des deux coefficients thermophysiques suivants avec la teneur en eau:

- la conductivité thermique du milieu poreux  $\lambda^*$ ,
- la capacité calorifique volumique équivalente du milieu poreux  $(\rho c)^*$ .

## 1 Coefficients de transfert de masse (cf. CRAUSSE [10])

### 1.1 Domaine des fortes teneurs en eau [7, 23%]

Cette méthode est fondée sur l'analyse d'un écoulement unidirectionnel en cycle de drainage, dans une colonne de milieu poreux non saturé. La loi de DARCY s'exprimera alors par:

$$k(\theta) = \frac{\bar{V}}{\text{grad}(\varphi)} \quad (1)$$

où:  $\bar{V}$ : vitesse de filtration ou densité de flux volumique;

$\theta$ : teneur en eau volumique;

$\varphi = \psi - z$ , avec  $z$ : cote de la section considérée.

Il suffit de déterminer expérimentalement  $\bar{V}$  et  $\text{grad}(\varphi)$  dans des conditions isothermes pour pouvoir accéder à  $k(\theta)_T$ .

Le milieu à étudier est placé dans un cylindre métallique de 70 cm de hauteur et de 5 cm de diamètre. Le cylindre est entouré d'un dispositif fluide, dans lequel circule de l'eau à température régulée, pour effectuer des essais à différentes températures.

Les mesures des paramètres recherchés s'obtiennent comme il suit:

- des tensiomètres placés en différentes sections le long d'une génératrice fournissent les valeurs de la succion;
- la teneur en eau volumique est obtenue quant à elle, par une méthode basée sur la détermination par comptage du nombre de particules  $\gamma$  émises à travers le milieu par une source radioactive, lequel est lié à  $\theta$  par la relation:

$$N = N_s \cdot \exp(\mu_e \cdot \rho_e \cdot \theta \cdot e) \quad (2)$$

où,  $N_s$  est le nombre de particules émises à travers un milieu sec,  $\mu_e$  est le coefficient d'absorption massique de l'eau de masse volumique  $\rho_e$  et  $e$  est l'épaisseur du milieu.

la vitesse moyenne  $\bar{V}$ , correspond au volume d'eau drainée entre la surface supérieure de la colonne de section  $S$  (débit nul) et une cote  $z_j$  du milieu poreux, pendant un intervalle de temps  $\Delta t = t_1 - t_2$ ; ce volume s'exprimera par :

$$E(t) = S \cdot \int_{z_j}^L [\theta(z, t_1) - \theta(z, t_2)] \cdot dz \quad (3)$$

$$\text{d'où, la vitesse: } \bar{V} = \frac{1}{S} \frac{dE}{dt} \quad (4)$$

La teneur en eau affectée à la valeur de  $K$  ainsi calculée, va correspondre à la valeur moyenne  $\theta_{1-2}$  dans la section  $z_j$  considérée pour l'intervalle de temps  $\Delta t$ .

Nous pouvons ainsi évaluer  $K(\omega)$  et  $\psi(\omega)$ , par ailleurs, puisque la dépendance  $K(I)$  est essentiellement liée à  $v(I)$ , nous pouvons définir la grandeur réduite, ne dépendant pour un milieu donné ( $M$ ) que de sa teneur en eau:

$$P_M(\omega) = K \cdot \frac{v}{g} \quad (5)$$

De la même façon, nous définissons la grandeur réduite associée à la pression capillaire, avec l'hypothèse d'une mouillabilité indépendante de la température par:

$$\Phi_M(\omega) = \frac{\psi(\omega, T)}{\sigma(T)} \quad (6)$$

Cette méthode est cependant limitée à cause du risque de désamorçage des tensionnètres et des difficultés d'analyse des profils hydriques pour des teneurs en eau inférieures à 7%. Nous sommes alors conduit à utiliser une autre méthode, dans cette plage des teneurs en eau.

### 1.2 Domaine des faibles teneurs en eau

Dans cette méthode on accède directement aux valeurs des coefficients de transfert de masse isotherme. L'expression de la densité de flux de masse isotherme, unidirectionnel et en l'absence de gravité est la suivante:

$$J = -\rho_0 a \frac{\partial \omega}{\partial x} \quad (7)$$

La détermination de la densité de flux de masse et du gradient des teneurs en eau permettra donc de déduire le coefficient de transfert  $a$ .

Le milieu poreux préalablement humidifié par mouillage, à une teneur en eau moyenne choisie, est mis en place dans deux cellules métalliques cylindriques, de 34 mm de diamètre et de 150 mm de longueur. Celles-ci sont disposées horizontalement, et ne sont ouvertes qu'à une extrémité.

Une cellule supplémentaire contenant soit un produit desséchant (chlorure de lithium), ou bien un autre matériau poreux en équilibre hygrothermique (même pression de vapeur et température que le premier) est montée à l'extrémité ouverte. L'ensemble étanche constitué de deux cellules montées bout à bout, est placé dans une enceinte régulée en température.

La cellule secondaire est chargée d'effectuer le pompage capillaire, provoquant ainsi un transfert de masse :

1. en deux phases au premier cas;
2. uniquement en phase liquide dans le second cas.

Les teneurs en eau sont obtenues par découpage et pesées; les bilans de masse sont vérifiés par comparaison des résultats obtenus, après planimétrie des profils avec l'accroissement du poids du dessicatif ou du milieu poreux.

Dans le premier cas de figure, on obtient le coefficient isotherme global  $a$ ; dans le deuxième cas, le coefficient isotherme en phase liquide  $a_e$ ; la valeur du coefficient en phase vapeur est, quant à elle, déduite de la relation:  $a = a_e + a_v$ .

### 1.3 Relation entre succion et teneur en eau (cf. CRAUSSE [10])

#### 1.3.1 Domaine des teneurs en eau [2.5, 23 %]

Le milieu poreux est placé dans une enceinte étanche, et est limité à sa partie inférieure par une plaque poreuse semi-imperméable. L'augmentation de la pression d'air à l'aide d'un mano-détendeur de précision, permet de chasser l'eau contenue dans l'échantillon. Le dispositif expérimental est placé dans une enceinte régulée en température ( $T=20^\circ\text{C}$ ).

Puisque la pression de l'eau est maintenue constante au cours de l'expérience, la pression capillaire et par voie de conséquence la succion, est obtenue à partir de la mesure de la pression d'air imposée. La connaissance du volume d'eau écoulé, permet d'accéder à la valeur de la teneur en eau en équilibre avec cette succion.

### 1.3.2 Domaine des teneurs en eau [1, 2.5 %]

Les échantillons de milieu poreux, partiellement saturés, sont placés dans les godets d'une centrifugeuse, permettant de produire des accélérations allant jusqu'à 10.g. Les teneurs en eau sont déterminées par découpage des échantillons en éléments de 5 mm d'épaisseur, puis, par pesées après 4 à 8 heures de centrifugation. Les succions correspondantes sont obtenues par calcul de l'accélération centrifuge, en fonction de la vitesse de rotation et de la distance de l'axe de rotation à la tranche du matériau analysé.

$$\text{L'accélération centrifuge est donnée par: } \gamma(z) = (R-z) \cdot \Omega^2 \quad (8)$$

où,  $\Omega$  est la vitesse de rotation et  $R$  est le rayon maximum.

La pression capillaire s'exprimera alors par:

$$P_c = (\rho_e - \rho_a) \int_0^z (R-z) \cdot \Omega^2 \cdot dz = (\rho_e - \rho_a) \cdot \Omega^2 \cdot R \cdot \frac{1-z}{2} \cdot z \quad (10)$$

$$\text{qui peut se mettre sous la forme: } P_c = X \cdot f(z) \quad (10')$$

où,  $X$  est fixé pour chaque régime uniforme de rotation et  $f(z)$  est évaluée à chaque cote de l'échantillon de milieu poreux.

L'état de succion est par la suite déterminé à partir de la relation suivante:

$$\psi = \frac{P_c}{\rho_e \cdot g} \quad (11)$$

### 1.3.3 Domaine des teneurs en eau [0, 1 %]

Les échantillons de milieu poreux préalablement humidifiés à une teneur en eau voisine de 1 %, sont introduits dans un dessiccateur placé dans une enceinte réglée en température. La pression de la vapeur dans le dessiccateur est contrôlée par une solution aqueuse d'acide sulfurique, de concentration donnée. La succion correspondant à l'équilibre thermodynamique (teneur en eau constante), une fois celui-ci atteint, est alors calculée par application de la relation de KELVIN:

$$\psi = \frac{R \cdot T}{M \cdot g} \cdot \text{Log} \phi \quad (12)$$

La teneur en eau est déduite par pesée de l'échantillon.

## 2 Paramètres thermophysiques (cf. CRAUSSE. [10])

### 2.1 Conductivité thermique du milieu poreux $\lambda^*$

Elle a été déterminée expérimentalement à l'aide d'un appareillage classique, qui est le conductivimètre à cylindres coaxiaux.

## 2.2 Capacité calorifique volumique équivalente du milieu poreux ( $\rho c$ )

Elle a été calculée à partir de la relation d'additivité des enthalpies, en négligeant la contribution de la phase vapeur:  $(\rho c)^* = \rho_v \cdot c_v + \rho_e \cdot c_e \cdot \omega_e$  (13)

## 3 Résultats expérimentaux

Les résultats expérimentaux de CRAUSSE [10] sont représentés après lissage, sur les figures suivantes (de 1 à 8).

La figure 1, illustre les valeurs du coefficient de diffusion massique isotherme global sur toute la plage de variation de  $\omega$ . Les valeurs du coefficient proprement dit en phase liquide sont représentées dans la figure 2. Par ailleurs, la figure 3 représente le coefficient de diffusion de masse en phase vapeur, déduit de la différence des deux autres, comme le montre aussi la figure 4.

Nous pouvons noter d'après la figure 4, que le coefficient de diffusion global est confondu avec celui de la phase liquide à partir d'une teneur en eau voisine de 4 %. Cela implique que pour des teneurs en eau au delà de cette valeur, la contribution de la phase gazeuse au transfert de masse isotherme est négligeable pour le matériau considéré.

La figure 5 représente quant à elle, les valeurs de la thermomigration  $\delta$ , calculées en utilisant les données expérimentales de la succion permettant d'accéder aux coefficients  $\delta_e$  et  $\delta_v$ :

$$\delta = \frac{a_e \cdot \delta_e + a_v \cdot \delta_v}{a} \quad (14)$$

Les valeurs de la fonction de pondération choisies pour le calcul (Figure 6), ont été déduites d'une étude concernant la détermination de l'influence de la température sur la conductivité thermique isotherme, d'après les résultats obtenus par DE VRJES [12].

La figure 7, représente la conductivité hydraulique K pour les différentes températures.

La variation de la conductivité thermique du milieu en fonction de la teneur en eau, est illustrée par la figure 8.

La chaleur volumique équivalente est proportionnelle à la teneur en eau, tel que le montre la figure 9.

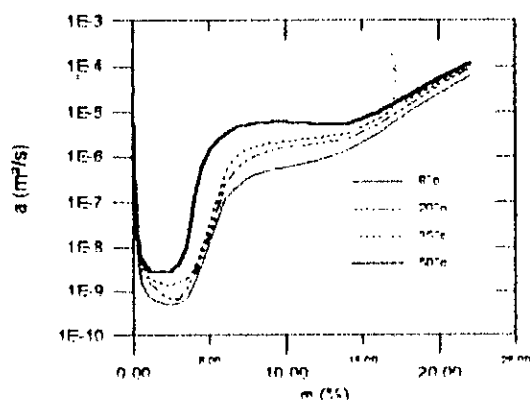


Figure 1 Coefficient de diffusion de masse isotherme global  
CRAUSSE [10]

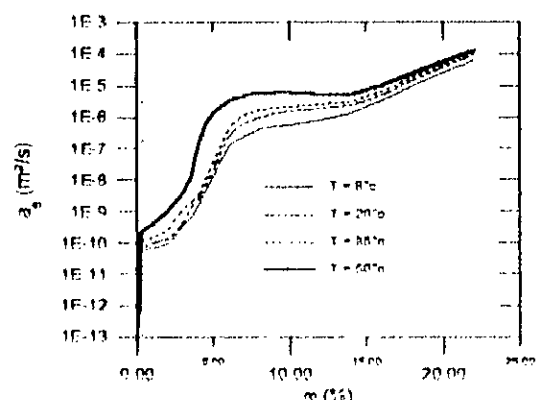


Figure 2 Coefficient de diffusion de masse isotherme en phase liquide  
CRAUSSE [10]

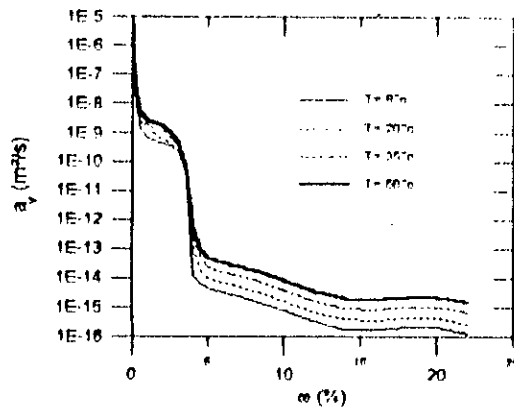


Figure 3 Coefficients de diffusion massique isotherme en phase vapeur CRAUSSE [10]

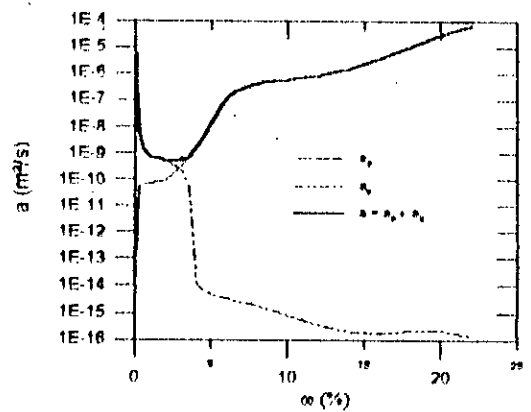


Figure 4. Coefficients de diffusion massique isotherme : a, a<sub>1</sub> et a<sub>2</sub> (pour T = 8°C). CRAUSSE [10]

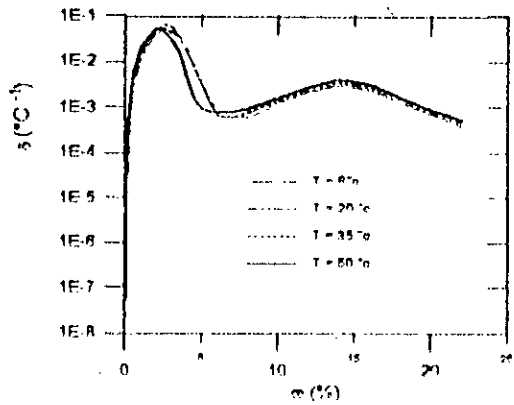


Figure 5 Coefficient de thermomigration CRAUSSE [10]

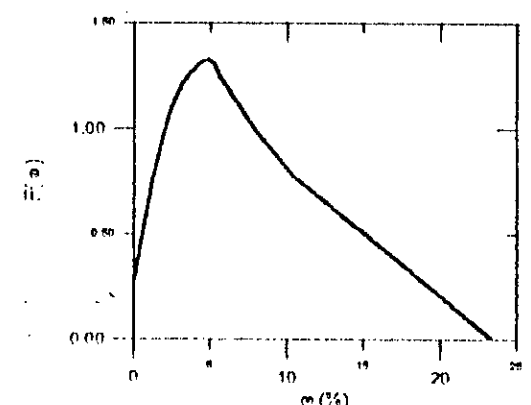


Figure 6 Fonction de pondération. CRAUSSE [10]

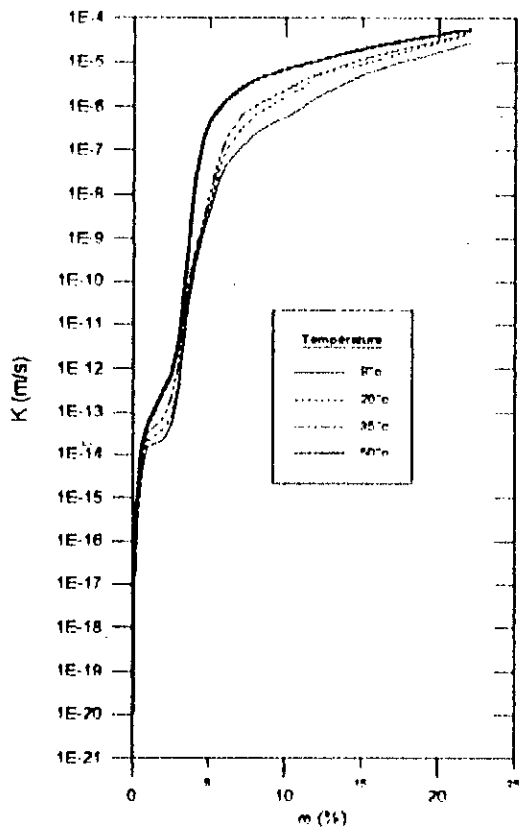


Figure 7 Conductivité hydraulique du milieu CRAUSSE [10]

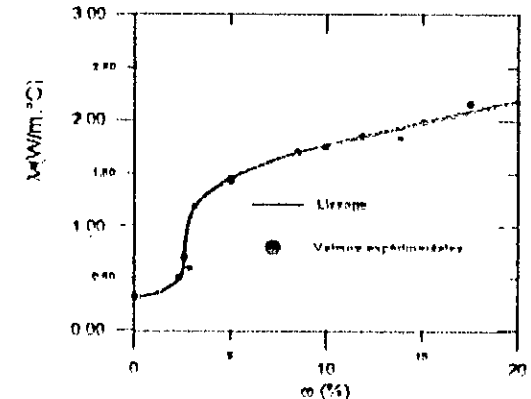


Figure 8 Conductivité thermique du sable. CRAUSSE [10]

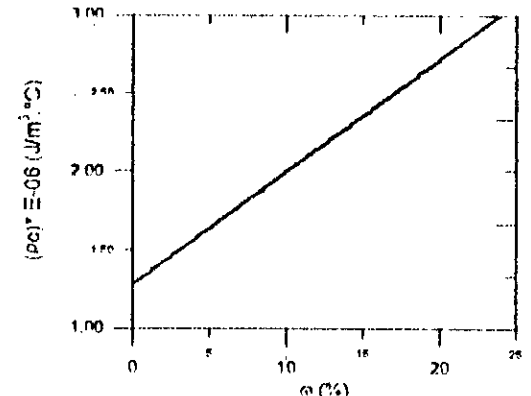


Figure 9. Chaleur volumique du sable. CRAUSSE [10]





## BIBLIOGRAPHIE

1. BEAR J. (1972), *Dynamic of fluids in porous media*. American E Sevier publishing company.
  2. BORIES S. (1982), *Principes physiques de l'évaporation. Transferts de chaleur et de masse entre un matériau poreux et l'atmosphère. Humidité dans le bâtiment*. Collège international des sciences de la construction. pp. 53-71.
  3. BORIES S. (1984), *Transfert de chaleur et de masse dans les matériaux. Analyse et critique des différents modèles mathématiques utilisés. Humidité dans le bâtiment*. Collège international des sciences de la construction. pp.13-31.
  4. BORIES S. (1985), *Fragment de la description de la physique des transferts thermiques dans les sous-sols*. La houille blanche, Vol. 3/4, pp. 211-219.
  5. BOUMAHRAT M., GOURDIN A. (1993), *Méthodes Numériques Appliquées*. O.P.U. Alger.
  6. BRUNAUER S., EMMET P.H., TELLER E. (1938), *Adsorption of gases in multimolecular layers*. J. Amer. Chem. Soc. Vol. 60, p.309.
  7. CHARPIN J., RASNEUX B., *Caractérisation de la texture poreuse des matériaux*. Techniques de l'ingénieur, P 1050-1.
  8. COMINGS E.W., SHERWOOD T.K., (1934), *The drying of solids*. Ind. Chem., Vol.26, N°10, pp. 1096-1098.
  9. CRAUSSE P., BACON G., BORIES S. (1981), *Etude fondamentale des transferts couplés chaleur-masse en milieu poreux*. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 24, N° 6, pp. 991- 1004.
  10. CRAUSSE P. (1983), *Etude fondamentale des transfert couplés de chaleur et d'humidité en milieu poreux non saturé*. Thèse de Doctorat d'état, INP de Toulouse.
  11. DEFAY R., PRIGOGINE I., BELLEMANS A., EVERETT D.H. (1966), *Surface Tension and Adsorption*. Longmans, London.
  12. DE VRIES D.A., PHILIP J. (1957), *Moisture movement in porous materials under temperature gradients*. Trans.Am. Geoph.Union, Vol. 38, pp. 222-232.
-

13. DE VRIES D.A. (1958), *Simultaneous transfer of heat and moisture in porous media*.  
Trans.Ame.Geoph.Union, Vol. 39, pp. 909-916.
14. DE VRIES D.A., AFGAN W.H. (1975), *Heat and mass transfer in biosphere. Transfer processes in plant environment*.  
Script Book company, Washington.
15. DE VRIES D.A. (1987), *The theory of heat and moisture transfer in porous media revisited*.  
Int.J.Heat Mass Transfer, Vol.30, N° 7, pp. 1343-1350.
16. DHATT G., TOUZOT G. (1984), *Une présentation de la méthode des éléments finis*.  
Collection Université de Compiègne.
17. KRISCHER O., KROLL K. (1978), *Technique du séchage*.  
Centre Technique des Industries Aéronautiques et Thermiques, B.P.N°9 , 91402 Orsay.
18. LANGMUIR I. (1918), *Adsorption gases in monomolecular layer*.  
J. Amek. Chem. Soc. Vol. 40, p.1361.
19. LARBI S., BORIES S., BACON G. (1995), *Diffusion de vapeur d'eau avec condensation de vapeur d'eau en milieu poreux*.  
Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 38, N° 13, pp. 2411- 2426.
20. LUIKOV A.V. (1966), *Heat and mass transfer in capillary porous bodies*.  
Pergamon Press. Oxford.
21. MARLE C.M. (1967), *Ecoulement monophasique en milieu poreux*.  
Revue de l'institut français du pétrole, pp. 11471-1509.
22. MARLE C.M. (1984), *Les écoulements polyphasiques en milieu poreux, de l'échelle des pores à l'échelle macroscopique*.  
Annales des mines, pp. 1-6.
23. RECAN M. (1982), *Simulation numérique du comportement thermique et hydrique d'un sol nu. Application à l'étude de l'évaporation par télédétection*.  
Thèse de Docteur Ingénieur, INP de Toulouse.
24. WHITAKER S. (1977), *Simultaneous heat, mass and momentum transfer in porous media. A theory of drying in porous media*.  
Adv.in Heat Transfer, Vol. 13, pp. 119-200.
25. YAVORSKY B., DETLAF A. (1986), *Aide mémoire de physique*.  
Editions Mir. Moscou.

