

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
Département de Génie Civil

THESE DE MAGISTER

Option : Structures

Présenté par

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

SLIMANI ABDENNASSER

Ingénieur d'Etat en Génie Civil

Pour obtenir le titre de

MAGISTER

en Génie Civil

Thème

**ANALYSE DYNAMIQUE DE STRUCTURES ETENDUES
SOUMISES A L'EFFET DE LA VARIABILITE
SPATIALE DE L'ACTION SISMIQUE**

Soutenue publiquement en Décembre 1997 devant le Jury composé de :

| | | | |
|----------------------|-----------------------|--------|-------------------|
| B. TILIOUINE | Professeur | E.N.P. | Président |
| M.K. BERRAH | Maître de Conférences | E.N.P. | Rapporteur |
| S. BELKACEMI | Maître de Conférences | E.N.P. | Examineur |
| M. HAMMOUTENE | Chargé de Cours | E.N.P. | Examineur |
| M. DEMIDEM | Chargé de Cours | E.N.P. | Examineur |

ملخص

ان التغير الفضائي للحركة الزلزالية مظهر مهم جدا للحمولات الزلزالية المطبقة على المنشآت الممتدة، او التي تتركز على عدة اساسات. لذلك فان الدراسة الجدية لهذه المنشآت يجب ان تاخذ بعين الاعتبار الطابع الفضائي للفعل الزلزالي، ولو بصفة تقريبية. انجز مثال طيف الرد المغير في الاعمال الجديدة ل م.خ. براخ و ا. كوزل و المتعلق بمسألة المنشآت ذات عدة دعائم الخاضعة للالتامسات الزلزالية ذات الارتباط الناقص. هذا المثال يتعلق جوهريا على خواص المنشأ و الطابع الفضائي للمؤثر الزلزالي. قدم في هذه الاطروحة تعميم الاعمال السابقة عن طريق صياغة عامة للردود الاتفاقية العليا للاجهزة المنفصلة الخاضعة لمركبة و لعدة مركبات زلزالية و للاجهزة المستمرة الخاضعة لمركبة زلزالية واحدة، و انجاز هذه الصياغة يتاسس على نظرية الاهتزازات الاتفاقية. المثال المنجز ياخذ بالحسبان ليس فقط على الاثر الديناميكي و لكن ايضا على الاثر الشبه توازني. يتعلق الرد الكلي على المركبة الديناميكية، التي تاخذ بالحسبان تداخل التناسب الشكلي في حالة الحركة الزلزالية الغير منتظمة، و المركبات الشبه توازنية و الدينامو توازنية (المركبة التي تاخذ بالحسبان التداخل التناسبي بين المركبة الديناميكية و المركبة الشبه توازنية).

اعد بحث على تاثير التناسب الجزئي بين تحريضات الدعائم على رد الجسور دي مجاز و مجازين متوازيين ممثلة على التوالي بروافد مدعمة ببساطة و بروافد مستمرة خاضعة لتحريضات مستعرضة افقية متغيرة فضائيا، وذلك بطريقة نصير الحتمية (الرد الزمني) و بطريقة اتفاقية. ان الطريقة الحتمية تناسس على تصنع التحريضات الزلزالية بجانب الدعائم (تسارعات و انتقالات التربة). كشفت النتائج بان الانتقالات افترطت عامة بالتقدير في حالة التحريضات كاملة التناسب مقارنة للانتقالات في حالة الحركة الغير منتظمة. انما بالنسبة للقوة الداخلية (عزوم الانحناء و قوافة القص) فقيمتها قدرت بنقص في حالة الروافد دي مجازين و لديها تواتر اساسي عالي (الروافد الصلبة)، مشتركة بنقص سريع في الترابط بين التحريضات و مؤسسة خاصة على تربة مرنة. يعود نقص التقدير هذا الى أهمية المركبة الشبه توازنية (في بعض الحالات المركبة دينامو توازنية ايضا) بالنسبة للرد الكلي. بالتالي فمن المهم جدا اخذ بالحسبان الطابع الفضائي للمؤثر الزلزالي في تصميم و حسابات المنشآت المضادة للزلازل الممتدة او المؤسسة على عدة اساسات.

Résumé

La variabilité spatiale du mouvement sismique est un aspect très important du chargement sismique sollicitant les structures étendues, ou les structures fondées sur plusieurs fondations. Par conséquent, une étude rigoureuse de telles structures devrait tenir compte du caractère spatial de l'input sismique, au moins de manière approximative. Un modèle de spectre de réponse modifié a été développé dans de récents travaux par **M.K.Berrah** et **E.Kausel**, concernant le problème de structures à supports multiples soumises à des sollicitations sismiques à corrélation imparfaite. Ce modèle dépend essentiellement des propriétés de la structure et du caractère spatial de l'input sismique. Une extension des travaux précédents à travers une formulation générale des réponses stochastiques maximales, pour le cas des systèmes discrets soumis à une et à plusieurs composantes sismiques, ainsi que pour les systèmes continus soumis à une seule composante sismique, est présentée dans cette thèse, et est basée sur la théorie des vibrations aléatoires. Le modèle développé tient compte non seulement de l'effet dynamique mais également de l'effet pseudo-statique. La réponse totale dépend de la composante dynamique, qui prend en considération les inter-corrélations modales appliquées au cas d'input sismique non uniforme, ainsi que des composantes pseudo-statique et dynamo-statique (composante qui tient compte de l'inter-corrélation entre les composantes dynamique et pseudo-statique). Une investigation de l'effet de la corrélation partielle entre les excitations au niveau des supports sur la réponse des ponts à une et à deux travées égales, modélisés, respectivement, en poutres simplement appuyées et en poutres continues, soumises à des excitations transversales horizontales spatialement variables, est élaborée avec la méthode déterministe (réponse temporelle) et le modèle stochastique. La méthode déterministe est basée sur la simulation des excitations sismiques au niveau des supports (accélération et déplacements du sol). Les résultats ont révélé que les déplacements sont généralement surestimés pour le cas d'excitations parfaitement corrélées, comparés à ceux dus à un mouvement non uniforme. Quant aux efforts internes (moments fléchissants et efforts tranchants), ils sont sous-estimés pour le cas des poutres à deux travées ayant une large fréquence fondamentale (poutres rigides) associée avec une perte de cohérence rapide entre les excitations, et fondés plus particulièrement sur un sol plutôt flexible. Cette sous-estimation est due essentiellement à l'importance de la composante pseudo-statique (dans certains cas la composante dynamo-statique également) relativement à la réponse totale. Par conséquent, il est d'une importance capitale de tenir compte du caractère spatial de l'input sismique dans la conception et le calcul parasismique de structures étendues ou à fondations multiples.

Abstract

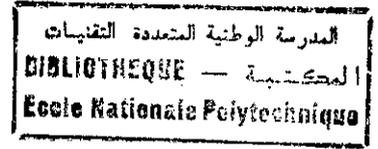
The spatial variability of seismic motion is an important aspect of earthquake loads exerted on extended structures, or structures founded on several foundations. Therefore, a rigorous earthquake resistant design of lifeline structures should account for the spatial character of the seismic input, at least in an approximate way. A modified response spectrum model has been developed in recently published work by **M.K.Berrah** and **E.Kausel** and enables addressing the problem of multiply supported structures subjected to imperfectly correlated seismic excitations. This model accounts for the structural properties of the facility and the spatial character of the input motion. An extension to the previous work by means of a general formulation for maximum stochastic responses of discrete systems subjected to single and multicomponent ground motion and continuous systems subjected to single component ground motion, is presented in this thesis and is based on random vibration theory. The so-developed model accounts not only for dynamic effect but also for pseudo-static one. The total response depends on the dynamic component, which accounts for modal cross-correlations for the case of non uniform ground motion, and on the pseudo-static and dynamo-static components (component which accounts for cross-correlation between dynamic and pseudo-static components). An investigation of the effect of partially correlated support motions on the response of single-and two equal-span extended bridges modelled as simply supported and continuous beams, and subjected to spatially varying horizontal transverse support motions, is made with a deterministic method (temporal response) and the stochastic model. The deterministic method is based on the simulation of support ground motions (ground accelerations and displacements). It shows that the displacements are generally overestimated for the case of uniform excitations, compared to the case of non uniform ones. Hence, the internal loads (bending moments and shear forces) are underestimated for the case of two-span beams having a large fundamental frequency (stiff beams) associated with a rapid loss of coherence between the support excitations, and founded particularly on a flexible ground. This underestimation is due especially to the significance of the pseudo-static term (and dynamo-static component in certain cases) relatively to the total response. Therefore, it is clear that an account for the spatial character of the input is very necessary for the safe aseismic design of extended structures or structures founded on several foundations.

Dédicaces

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

A ma chère défunte mère

Remerciements



- Tout d'abord, je tiens à remercier Dieu clément et miséricordieux de m'avoir donné la force et la volonté de mener à bien ce modeste travail.
- Je tiens à témoigner ma profonde gratitude envers mon directeur de thèse, monsieur le maître de conférences M.K. BERRAH. Je tiens à le remercier pour les conseils fructueux et les suggestions judicieuses qu'il m'a prodigué durant toute la période de recherche, ainsi que pour sa compréhension, ses encouragements et son soutien moral qui n'ont cessé dans les moments difficiles que j'ai pu endurer.
- Je suis profondément reconnaissant envers les membres du Jury, que je remercie chaleureusement, de m'avoir fait l'honneur de présider ou d'examiner ce modeste travail.
- Je tiens à exprimer mes remerciements les plus chaleureux à ma chère famille (paternelle et maternelle) pour ses encouragements et son soutien moral et matériel qu'elle n'a cessé de m'apporter.
- Je ne saurai oublier de rendre hommage à tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à l'élaboration de ce travail, plus particulièrement à mes amis ainsi qu'à tout le personnel du centre de calcul et de la bibliothèque.

| | | |
|---|---|-----------|
| 3.2.6.1 | Fonction d'Auto-Corrélation | 33 |
| 3.2.6.2 | Fonction d'Inter-Corrélation | 34 |
| 3.3 | Analyse Spectrale des Processus Stochastiques | 35 |
| 3.3.1 | Introduction | 35 |
| 3.3.2 | Fonction de Densité Spectrale de Puissance | 36 |
| 3.3.3 | Fonction d'Inter-Densité Spectrale de Puissance | 37 |
| 3.3.4 | Fonctions d'Auto-Corrélation et de Densités Spectrales de Processus Stochastiques Dérivés | 38 |
| 3.3.4.1 | Fonctions d'Auto-Corrélation | 38 |
| 3.3.4.2 | Fonctions de Densités Spectrales | 38 |
| 3.3.5 | Réponse Aléatoire d'un Oscillateur Linéaire à un Degré de Liberté | 38 |
| 3.3.5.1 | Domaine Temporel | 38 |
| 3.3.5.2 | Domaine Fréquentiel | 39 |
| 3.3.5.3 | Réponse Aléatoire Stationnaire à une Excitation Aléatoire Stationnaire | 40 |
| 3.3.6 | Réponse Aléatoire d'un Système Linéaire à Plusieurs Degrés de Liberté Soumis à Plusieurs Excitations Aléatoires | 40 |
| 3.3.6.1 | Domaines Temporel et Fréquentiel | 41 |
| 3.3.6.2 | Réponse Aléatoire Stationnaire à une Excitation Aléatoire Stationnaire | 41 |
| 3.4 | Théorie du Crossing | 42 |
| 3.4.1 | Formules de Rice | 42 |
| 3.4.1.1 | Franchissement d'un Seuil de Niveau α | 42 |
| 3.4.1.2 | Distribution des Maxima | 43 |
| 3.4.2 | Ruine Entraînée par des Vibrations Aléatoires | 45 |
| 3.4.2.1 | Modes de Ruine | 45 |
| 3.4.2.2 | Problème du Premier Passage | 46 |
| 3.4.2.2.1 | Modèle de Davenport | 46 |
| 3.4.2.2.2 | Modèle de Vanmarcke | 47 |
| 3.5 | Conclusion | 48 |
| Chapitre 4. Etude et Modélisation de la Variabilité Spatiale des Ondes Sismiques | | 49 |
| 4.1 | Introduction | 49 |

| | |
|---|-----------|
| 4.2 Modélisation du Mouvement Sismique à partir de la Théorie des Champs Aléatoires | 49 |
| 4.3 Estimation des Fonctions Spectrales à partir des Données Accélérométriques | 50 |
| 4.4 Identification des Types d'Onde, Directions et Vitesses à partir des Données Accélérométriques | 53 |
| 4.4.1 Directions Principales | 53 |
| 4.4.2 Estimation de la Vitesse Apparente et de la Direction de Propagation des Ondes | 53 |
| 4.5 Modèles Empiriques et Théoriques des Fonctions Spectrales | 56 |
| 4.5.1 Fonction de Densité Spectrale de l'Excitation | 56 |
| 4.5.2 Fonctions de Cohérence et Fonctions de Corrélation Spatiale | 58 |
| 4.5.2.1 Domaine Temporel | 58 |
| 4.5.2.2 Domaine Fréquentiel | 59 |
| 4.5.3 Phase Spectrale | 62 |
| 4.6 Conclusion | 63 |
| Chapitre 5. Développement du Modèle de Spectre de Réponse Modifié | 64 |
| 5.1 Introduction | 64 |
| 5.2 Systèmes Discrets Soumis à une seule Composante Sismique | 65 |
| 5.3 Systèmes Continus : Cas de Ponts Soumis à une Seule Composante Sismique | 72 |
| 5.3.1 Ponts à Plusieurs Travées | 72 |
| 5.3.2 Ponts Symétriques à Travées Multiples | 76 |
| 5.4 Conclusion | 79 |
| Chapitre 6. Evaluation des Réponses de Structures Soumises à des Excitations Multiples Partiellement Corrélées | 80 |
| 6.1 Introduction | 80 |
| 6.2 Systèmes Continus : Cas de Ponts Soumis à une Seule Composante Sismique | 81 |
| 6.2.1 Mouvement Uniforme | 81 |
| 6.2.2 Mouvement Non Uniforme avec des Conditions Locales de Site Identiques | 85 |
| 6.2.3 Mouvement Non Uniforme avec des Conditions Locales de Site Différentes | 91 |
| 6.2.4 Coefficients d'Inter-Corrélation Appliqués au Calcul des Réponses de Ponts Symétriques | 94 |
| 6.2.4.1 Coefficient d'Inter-Corrélation $\rho_{u_i u_j}$ | 95 |

| | |
|---|------------|
| 6.2.4.2 Coefficient d'Inter-Corrélation $\rho_{u_i s_j}$ | 95 |
| 6.2.4.3 Coefficient d'Inter-Corrélation $\rho_{s_u s_m}$ | 96 |
| 6.2.4.4 Coefficient d'Inter-Corrélation $\rho_{u_i s_k}^p$ | 97 |
| 6.2.4.5 Coefficient d'Inter-Corrélation $\rho_{s_k s_m}^p$ | 98 |
| 6.3 Systèmes Discrets | 99 |
| 6.3.1 Structures Soumises à une Seule Composante Sismique | 99 |
| 6.3.1.1 Mouvement Sismique Uniforme | 100 |
| 6.3.1.2 Mouvement Sismique Non Uniforme | 101 |
| 6.3.2 Structures Soumises à des Composantes Sismiques Multi-Dimensionnelles | 102 |
| 6.3.2.1 Mouvement Sismique Uniforme | 103 |
| 6.3.2.2 Mouvement Sismique Non Uniforme | 104 |
| 6.4 Evaluation des Coefficients d'Inter-Corrélations pour un Spectre de Réponse Donné | 105 |
| 6.4.1 Introduction | 105 |
| 6.4.2 Modèle de Christian | 105 |
| 6.4.3 Modèle de Der Kiureghian et Neuenhofer | 107 |
| 6.5 Conclusion | 108 |
| Chapitre 7. Analyse Déterministe des Effets de l'Incohérence et de la Propagation d'Onde sur les Réponses des Ponts | 109 |
| 7.1 Introduction | 109 |
| 7.2 Simulation d'un Champ Stochastique Spatio-Temporel, Gaussien, Homogène et Unidimensionnel en Utilisant la Représentation Spectrale | 109 |
| 7.3 Simulation des Excitations du Sol au niveau des Supports de la Poutre Simple et de la Poutre à deux Travées Egales | 111 |
| 7.3.1 Effet de la Propagation d'Ondes | 114 |
| 7.3.2 Effet de l'incohérence | 115 |
| 7.3.3 Effets Mixtes de l'Incohérence et de la Propagation d'ondes | 116 |
| 7.4 Effets de l'Incohérence et de la Propagation d'Onde sur la Réponse Déterministe des Ponts | 116 |
| 7.4.1 Poutre Simple | 123 |
| 7.4.1.1 Déplacement Dynamique | 123 |
| 7.4.1.2 Déplacement Total | 125 |

| | |
|--|------------|
| 7.4.1.3 Moment Fléchissant Dynamique | 126 |
| 7.4.2 Poutre à deux Travées Egales | 130 |
| 7.4.2.1 Déplacement Dynamique | 130 |
| 7.4.2.2 Déplacement Total | 131 |
| 7.4.2.3 Moment Fléchissant Dynamique | 132 |
| 7.4.2.4 Moment Fléchissant Total | 132 |
| 7.5 Conclusion | 138 |
| Chapitre 8. Analyse Stochastique des Effets de l'Incohérence et de la Propagation d'Onde sur les Réponses des Ponts | 140 |
| 8.1 Introduction | 140 |
| 8.2 Effets de l'Incohérence et de la Propagation d'Onde sur la Réponse Maximale le Long des Ponts | 140 |
| 8.2.1 Poutre simple | 142 |
| 8.2.1.1 Déplacement Dynamique | 142 |
| 8.2.1.2 Déplacement Pseudo-Statique | 143 |
| 8.2.1.3 Déplacement Dynamo-Statique | 143 |
| 8.2.1.4 Déplacement Total | 144 |
| 8.2.1.5 Moment Fléchissant Dynamique | 144 |
| 8.2.1.6 Effort Tranchant Dynamique | 147 |
| 8.2.2 Poutre à deux Travées Egales | 149 |
| 8.2.1.1 Déplacement Dynamique | 149 |
| 8.2.1.2 Déplacement Pseudo-Statique | 150 |
| 8.2.1.3 Déplacement Dynamo-Statique | 150 |
| 8.2.1.4 Déplacement Total | 151 |
| 8.2.1.5 Moment Fléchissant Dynamique | 151 |
| 8.2.1.6 Moment Fléchissant Pseudo-Statique | 154 |
| 8.2.1.7 Moment Fléchissant Dynamo-Statique | 154 |
| 8.2.1.8 Moment Fléchissant Total | 155 |
| 8.2.1.9 Effort Tranchant Dynamique | 155 |
| 8.2.1.10 Effort Tranchant Pseudo-Statique | 158 |
| 8.2.1.11 Effort Tranchant Dynamo-Statique | 158 |
| 8.2.1.12 Effort Tranchant Total | 159 |

| | |
|---|------------|
| 8.3 Effets de l'Incohérence et de la Propagation d'Onde sur la Réponse Maximale | 162 |
| au Voisinage des Sections Défavorables des Ponts | |
| 8.3.1 Poutre Simple | 162 |
| 8.3.1.1 Déplacement et Moment Fléchissant Dynamiques | 162 |
| 8.3.1.2 Déplacement Dynamo-Statique | 167 |
| 8.3.1.3 Déplacement Total | 167 |
| 8.3.1.4 Contribution des Composantes | 168 |
| 8.3.1.5 Effort Tranchant Dynamique | 171 |
| 8.3.2 Poutre à deux Travées Egales | 180 |
| 8.3.2.1 Déplacement Dynamique | 180 |
| 8.3.2.2 Déplacement Dynamo-Statique | 181 |
| 8.3.2.3 Déplacement Total | 184 |
| 8.3.2.4 Contribution des Composantes | 184 |
| 8.3.2.5 Moment Fléchissant Dynamique | 187 |
| 8.3.2.6 Moment Fléchissant Dynamo-Statique | 189 |
| 8.3.2.7 Moment Fléchissant Total | 192 |
| 8.3.2.8 Contribution des Composantes | 192 |
| 8.3.2.9 Effort Tranchant Dynamique | 196 |
| 8.3.2.10 Effort Tranchant Dynamo-Statique | 198 |
| 8.3.2.11 Effort Tranchant Total | 198 |
| 8.3.2.12 Contribution des Composantes | 202 |
| 8.4 Conclusion | 210 |
| Chapitre 9. Conclusions et Suggestions | 213 |
| 9.1 Conclusions | 213 |
| 9.2 Recommandations et Suggestions pour Recherches Futures | 214 |
| Références Bibliographiques | 216 |

Chapitre 1

Introduction

1.1 Motivations, Objectifs et Portée

La satisfaction des normes d'exigences en matière de sécurité dans la conception parasismique de structures étendues telles que les ponts, les bâtiments industriels, les barrages, les pipelines, les centrales nucléaires, etc..., passe nécessairement par une meilleure connaissance du chargement sismique sollicitant de telles structures. L'aspect important du chargement sismique, sollicitant les structures étendues ou les structures fondées sur plusieurs fondations, est la variabilité spatiale de l'input sismique dont l'étude a connu un essor après l'installation et le déploiement de denses réseaux d'accélérographes dans les zones à forte sismicité à partir de la fin des années 70. Par conséquent, une analyse sismique rigoureuse de structures étendues devrait être élaborée pour prendre en considération, au moins de manière approximative, l'effet de la variabilité spatiale de l'excitation sismique. Dans ce contexte, un modèle pratique est développé et proposé par M.K.Berrah et E.Kausel [7], [8], dans le cadre d'un calcul parasismique de structures. Ce modèle consiste à modifier le spectre de réponse classique, en tenant compte du caractère spatial de l'input sismique. Une extension des travaux précédents à travers une formulation générale concernant les réponses maximales de structures étendues, à supports multiples, soumises à des excitations partiellement corrélées est présentée dans cette thèse. Ce modèle stochastique tient compte non seulement de l'effet de la composante dynamique, qui prend en considération l'inter-corrélation modale, mais également de celui de la composante pseudo-statique. Il prend en considération l'effet de l'incohérence et de la propagation d'ondes ainsi que l'effet des conditions géologiques potentiellement différentes au niveau des supports. Une étude de l'effet de l'incohérence et de la propagation d'ondes sur les réponses déterministes et stochastiques maximales de ponts à une et à deux travées est menée en fonction du type de sol, de la portée et de la période fondamentale du pont. La réponse déterministe est obtenue en utilisant des accélérogrammes et des déplacements de sol simulés, et la réponse stochastique est calculée avec le modèle stochastique proposé.

1.2 Organisation

Le travail contenu dans cette thèse est présenté succinctement dans ce qui suit ventilé par chapitre.

Dans le chapitre 2, une synthèse sur le déploiement des réseaux d'accélérographes et les investigations menées sur le phénomène de la variabilité spatiale de l'excitation sismique est présentée.

Dans le chapitre 3, des notions sur la théorie des vibrations aléatoires sont présentées. Celles-ci concernent les processus stochastiques stationnaires modélisant l'input (l'excitation) et l'output (la réponse) des systèmes linéaires.

Dans le chapitre 4, et après un exposé sur des notions d'ondes sismiques, des techniques pour l'estimation de la fonction d'inter-densité spectrale à partir des accélérogrammes enregistrés dans une région donnée, ainsi que des modèles utilisés pour l'input sismique et les fonctions d'inter-corrélation et de cohérence sont présentés.

Dans le chapitre 5, le modèle de spectre de réponse modifié, développé par **M.K.Berrah** et **E.Kausel** s'appliquant au cas d'input sismique non uniforme, est présenté. Ce modèle concerne le cas de systèmes discrets ainsi que le cas de ponts (systèmes continus).

Dans le chapitre 6, le développement d'une formulation générale des réponses maximales de structures étendues soumises à des excitations partiellement corrélées est exposé. Ce modèle tient compte non seulement de la composante dynamique, qui prend en considération l'effet de l'inter-corrélation modale adaptée au cas d'input sismique à variabilité spatiale, mais également des composantes, pseudo-statique et dynamo-statique (composante tenant compte de l'inter-corrélation entre les composantes pseudo-statique et dynamique). Il s'applique pour le cas de systèmes discrets soumis à une et à plusieurs composantes sismiques, ainsi que pour le cas de ponts soumis à une seule composante sismique. De plus, des modèles permettant la génération de la fonction de densité spectrale à partir d'un spectre de réponse donné, sont présentés.

Dans le chapitre 7, une étude paramétrique de l'effet de l'incohérence et de la propagation d'ondes sur les réponses déterministes (déplacement et forces internes) de ponts à une et à deux travées égales est menée. Ces réponses sont déterminées en utilisant des accélérogrammes et des déplacements du sol simulés au niveau des supports. Les paramètres structurels utilisés dans l'étude paramétrique sont la portée et la période fondamentale du pont.

Dans le chapitre 8, une étude de l'effet de l'incohérence et de la propagation d'ondes sur les réponses le long des ponts à une et à deux travées égales, calculées à partir du modèle

stochastique développé dans le chapitre 6, est menée en fonction de la portée du pont et du type de sol (sols ferme et meuble). Par la suite, l'effet de la corrélation partielle entre les excitations sismiques au niveau des supports, sur les réponses au niveau des sections les plus sollicitées du pont, est analysé suivant le type de sol, la portée et la valeur de la période fondamentale du pont.

Finalement, le chapitre 9 est consacré aux résultats essentiels et aux conclusions principales, ainsi qu'à des recommandations pour des recherches futures.

Chapitre 2

Investigations du Phénomène de la Variabilité Spatio-Temporelle de l'Excitation Sismique

2.1 Introduction

Les séismes sont des phénomènes complexes et fortement endommageant dont il faut tenir compte dans la conception et le calcul des structures. Les sollicitations sismiques exhibent une importante variabilité, au double plan spatio-temporel, et sont modélisées, dans le cadre d'approches modernes probabilistes, par la théorie des champs stochastiques.

Alors que la variabilité temporelle a fait l'objet de recherches soutenues et de modélisations sophistiquées en raison de sa quantification relativement aisée à partir de sismogrammes, la variabilité spatiale, dont l'étude phénoménologique et analytique requiert le déploiement de denses réseaux d'accélérographes est loin d'avoir révélé tous ses secrets. En effet, lors d'un séisme, une structure est non seulement soumise aux effets inertiels, mais également à ceux engendrés par la nature variable dans l'espace de la sollicitation. Ce dernier aspect est le résultat d'un amalgame et d'une conjonction de facteurs fortement compliqués au plan individuel déjà. Il s'agit, entre autres, des problèmes liés au site géologique, à la stratigraphie, au contenu ondulatoire, à la propagation en milieu aléatoire, ...

L'effet de la variabilité spatiale de la sollicitation sismique est d'une importance essentielle pour la conception et le calcul de structures étendues telles que les barrages, les centrales nucléaires, les ponts, ... pour lesquelles une excitation sismique différentielle pourrait engendrer des contraintes additionnelles substantielles. En conséquence, dans le cadre d'un calcul parasismique de structures étendues ou à supports multiples, il faudrait prendre en considération, au moins de manière approximative, l'aspect variabilité spatiale de l'input sismique.

2.2 Aperçu sur les Travaux Antérieurs

Les travaux antérieurs relatifs à la variabilité spatiale de l'excitation sismique s'articulent autour des quatre points cardinaux suivants :

1. L'étude, la sélection du site, et le déploiement de denses réseaux d'accélérographes ou instruments de mesure du mouvement du sol (Iwan 1979 [40]), est une partie qui porte sur les aspects suivants :

- Locations favorables des réseaux de sismographes.
- Etude de réseaux de sismographes de configurations spécifiques permettant l'étude des mécanismes de sources, la propagation d'ondes, et les effets locaux.
- Construction, opération et implémentation des réseaux.

L'objectif visé dans ce type de recherche, est l'approfondissement des connaissances sur la nature du mouvement du sol, en se basant sur les mesures des mouvements forts résultant des séismes réels.

2. L'interprétation des enregistrements des séismes réels pour des sites spécifiques, et des événements sismiques (Loh et al, 1982 [49], Bolt et al, 1982 [12], Harichandran et Vanmarcke, 1984 [34], Abrahamson, 1985 [1], Loh et al, 1985 [50], Loh et Yeh, 1988 [51]).

Cet axe de recherche a connu un essor après l'installation du dense réseau **SMART-1** permettant la mesure du mouvement fort (Taiwan, Septembre 1980). En effet, étant un dense réseau d'accélérographes de mouvements forts, le **SMART-1** fournit une plate-forme pour l'étude des variations spatiales des ondes sismiques. En se basant sur les données du **SMART-1**, l'investigation des volets suivants a pu être effectuée :

- Génération du spectre de l'amplitude de Fourier pour différents accélérogrammes.
- L'étude des variations spatiales du mouvement sismique sur des fenêtres temporelle et/ou fréquentielle mobiles avec ou sans la procédure du lissage.
- Identification des types d'ondes, leur direction de propagation ainsi que leur vitesse apparente.
- Description de la cohérence et du spectre de l'onde sismique (fréquence-nombre d'ondes) en fonction du nombre d'ondes, la fréquence, l'azimut de propagation et le type d'onde.
- Les corrélations spatio-temporelles.

3. Développement d'outils analytiques (déterministe et probabiliste), pour le traitement et l'interprétation des enregistrements obtenus à l'aide de denses instruments de mesure (Burg

1964 [13], Aki et Richard 1980 [5], Vanmarcke 1983 [80], Harichandran et Vanmarcke 1984 [34], Loh et Yeh 1988 [51]). Cet axe de recherche est un complément aux deux précédents et se résume en :

- Développement de procédures pour le traitement des données enregistrées par le réseau d'accélérographes le SMART-1.
- Développement de modèles analytiques pour la variation spatio-temporelle du mouvement sismique du sol.

4. Caractérisation stochastique de la variabilité spatiale des mouvements du sol et l'analyse des structures soumises aux mouvements sismiques variant dans l'espace. Parmi les contributions à ce volet, on citera :

- En 1980, Hindy et Novak [38], ont fait des recherches théoriques sur la réponse des pipelines, soumises à des excitations sismiques partiellement corrélées, dans les directions latérales et longitudinales. Ils ont déduit qu'une corrélation partielle entre les excitations sismiques peut produire des contraintes excessives dans la conduite (pipe). Ces contraintes dépendent essentiellement du degré de corrélation de l'excitation et de son contenu fréquentiel. Ils a été également trouvé que les contraintes axiales étaient plus significatives que les contraintes de flexion et tendent à diminuer avec l'augmentation du rayon de la conduite ou l'épaisseur de la conduite. Le développement théorique a été basé sur la théorie des Vibrations Aléatoires.

- En 1983, Lee et Penzien [47], ont présenté une méthode stochastique pour l'analyse sismique des structures et des systèmes de canalisations soumis à des excitations multiples. Dans le domaine temporel ou fréquentiel, le pic de la réponse statistique a pu être évalué en introduisant les effets des Inter-Corrélations modales et les Inter-Corrélations entre les excitations.

- En 1984, Kausel et Pais [44], ont étudié la variabilité temporelle et spatiale du mouvement sismique du sol, dans des dépôts de sol en utilisant des modèles physiques simples pour les ondes stochastiques de cisaillement (ondes SH), se propageant dans un milieu homogène. Les propriétés statistiques des mouvements, en deux points distincts de la surface et/ou du massif de sol, ont été calculées et analysées.

- En 1984, Harada, [32], a présenté une description de la variation spatiale du déplacement du sol causée par un séisme. Les valeurs maximales des déplacements, absolu et relatif du sol entre deux points de la surface ainsi que sa déformation, ont été exprimées en terme de la fonction de corrélation spatiale, estimée par l'analyse des données.

- En 1986, Harada et Shinozuka [33], ont continué le travail décrit précédemment en introduisant la notion du spectre de déformation du sol exprimant la relation entre la valeur maximale du déplacement relatif entre deux points et leur distance. La fonction de corrélation spatiale a été estimée par l'analyse des données, et le développement théorique a été basé sur les processus stochastiques spatialement unidimensionnels.

- En 1988, Zerva et al [87], ont développé un modèle stochastique pour les excitations du sol. En se basant sur ce modèle, les réponses des pipelines et d'une poutre simple caractérisant un pont, soumis à des excitations sismiques parfaitement et partiellement corrélées, ont été examinées. Il a été trouvé que pour les conduites continues, le caractère spatial de l'input sismique est d'une grande importance, et qu'un mouvement différentiel du sol pourrait endommager les joints. Par contre, il a été conclu que l'effet d'un mouvement différentiel du sol n'est pas significatif pour une poutre simple. Néanmoins, il a été constaté que la réponse d'un pont au droit de certaines sections était légèrement supérieure dans le cas d'excitations partiellement corrélées.

- En 1988, Harichandran et Wang [36], ont étudié la réponse de poutres simples soumises à des excitations sismiques variables dans l'espace en utilisant la théorie des vibrations aléatoires. Il a été conclu que l'hypothèse d'excitations uniformes, conduirait à des valeurs sécuritaires de la réponse maximale de la poutre par rapport à l'hypothèse d'excitations partiellement corrélées. Néanmoins, il est à noter que ces conclusions concernent seulement la réponse maximale de la poutre et non pas la réponse au droit de sections arbitraires de la poutre.

- En 1990, Zerva [88], a mené une étude sur les réponses stochastiques des poutres continues à deux et trois travées (poutres hyperstatiques), soumises à un mouvement sismique incohérent (négligence de l'effet de propagation d'ondes) en utilisant la théorie des vibrations aléatoires. D'après les résultats obtenus, les déplacements, le long des poutres, sont proportionnels au degré de corrélation entre excitations, quant aux courbures (moments

fléchissants) et les efforts tranchants, ils dépendent essentiellement du degré de corrélation et de la fréquence fondamentale de la poutre. En d'autres termes, les moments fléchissants et les efforts tranchants sont sous-estimés dans le cas d'un mouvement uniforme pour un faible facteur de corrélation et une large fréquence fondamentale de la poutre.

- En 1990, Harichandran et Wang [37], ont étudié une poutre symétrique à deux travées, soumise à un mouvement sismique non uniforme. L'analyse a été faite à l'aide de la théorie des vibrations aléatoires. Le modèle de fonction de cohérence utilisé tient compte, en plus de l'incohérence, de l'effet de propagation d'ondes. Les réponses examinées sont les déplacements et les moments fléchissants. En ce qui concerne les déplacements, les résultats sont sécuritaires dans le cas d'un mouvement uniforme. Par contre, les courbures sont plus importantes pour le cas d'excitations partiellement corrélées concernant les poutres rigides (fréquences naturelles importantes). Ceci est dû essentiellement à l'importance de l'effet pseudo-statique comparé à l'effet dynamique.

- En 1990, 1992, 1993, M.K.Berrah et E.Kausel [7], [8], [9], ont pris l'initiative de développer un modèle pratique accessible à l'ingénieur dans le cadre d'un calcul parasismique de structures. Ils ont proposé un modèle de spectre de réponse modifié accompagné d'une règle de combinaison modale constituant ainsi une approche modalo-spectrale modifiée adaptée aux situations d'input sismique à variabilité spatiale. La procédure de modification est basée sur l'ajustement de chaque valeur spectrale du spectre de réponse classique (mouvement sismique uniforme) moyennant un facteur correctif dépendant des propriétés de la structure et des caractéristiques du phénomène de propagation d'ondes. Ce modèle est validé par le biais d'une simulation digitale de mouvements sismiques en tant qu'échantillon d'un champ stochastique.

- En 1992, Der Kiureghian et Neuenhofer [24], en se basant sur la méthodologie développée par M.K.Berrah et E.Kausel [7] pour l'évaluation des réponses des structures étendues, ont développé une formulation générale des réponses stochastiques des structures à plusieurs degrés de liberté et à supports multiples, qui tient compte de l'aspect variabilité spatiale de l'input sismique. Ce modèle considère non seulement l'effet dynamique mais également l'effet pseudo-statique ainsi que leur covariance. Il tient compte de trois phénomènes responsables des variations du mouvement sismique: Effets de propagation d'ondes, d'incohérence et des conditions locales des sols. Ce modèle est basé également sur la théorie

des Vibrations Aléatoires et prend en considération les effets de corrélation entre les excitations aussi bien que des modes de la structure. Une étude paramétrique a été menée pour les coefficients d'Inter-Corrélations entre les supports et entre les modes, en montrant l'influence de plusieurs paramètres. Il a été procédé ensuite à l'analyse de deux cas de poutres, rigide et flexible, et il a été trouvé que le moment fléchissant pouvait être sous-estimé, dans le cas d'un mouvement uniforme, pour une poutre rigide en tenant compte d'une perte de cohérence rapide.

- En 1993, Nakamura et al [55], ont appliqué le modèle, développé par Der Kiureghian et al en 1992, dans l'analyse du pont **Golden Gate** (Golden Gate Bridge à San Francisco), qui est un pont suspendu à trois travées, liant San Francisco à Marin Counties. Un modèle tridimensionnel avec au total 4074 degrés de liberté et 12 supports a été utilisé pour l'analyse. L'importance des coefficients d'Inter-Corrélations entre les modes et entre les appuis a été examinée. Il a été trouvé que ces coefficients, représentant les composantes pseudo-statique et dynamique de la réponse, sont significatifs et sont influencés par l'effet de propagation d'ondes aussi bien que par l'effet d'incohérence. Quant aux coefficients d'Inter-Corrélations, composant la partie covariance entre la pseudo-statique et dynamique, ils sont relativement faibles. Les déplacements longitudinaux, à mi-hauteur des tours S.F et Marin ainsi que leurs moments à la base, ont été calculés par le modèle en utilisant des spectres de réponses générés à partir des accélérogrammes, pour les trois composantes sismiques sur chaque appui. Pour les déplacements, la composante dynamique est dominante; toutefois les contributions de la composante pseudo-statique et de la covariance ne sont pas négligeables. Quant aux moments à la base, ils ont reçu la contribution totale du terme dynamique en raison de la flexibilité du pont. De plus, les résultats ont indiqué que la supposition d'un mouvement uniforme a augmenté l'estimation de la réponse pour les deux tours. Par contre, la supposition de mouvements indépendants a diminué la réponse du Marin tower et avait seulement un faible effet sur la réponse du S.F. tower. Finalement, une comparaison des résultats du modèle avec ceux générés par l'analyse d'un seul accélérogramme (Histoire temporelle) a montré certaines divergences dues particulièrement à certains facteurs tels que: La nature statistique du modèle par rapport à celle de l'histoire temporelle (déterministe), la non-spécification du modèle de cohérence pour la génération des accélérogrammes, l'utilisation de spectres de réponses simplement pour un taux d'amortissement de 5%, et l'apparence d'un large "pic" dans les résultats donnés par l'histoire temporelle.

- En 1994, E.H.Zavoni et E.H.Vanmarcke [85], ont présenté une méthodologie en vibrations aléatoires pour l'analyse de la réponse sismique des systèmes structuraux linéaires à appuis multiples. Cette procédure consiste à réduire l'évaluation de la réponse dynamique (composante dynamique) à une série de systèmes linéaires, à un seul degré de liberté, tout en tenant compte des excitations des supports aussi bien que leurs corrélations. La composante dynamique comporte trois paramètres spectraux interprétés en termes de coefficients d'Inter-Corrélations et moments spectraux associés avec la réponse des systèmes à un seul degré de liberté. Une étude paramétrique de ces coefficients a été faite, tout en tenant compte de l'influence de la variation spatiale du mouvement sismique ainsi que de l'effet des conditions locales de site. Les résultats ont révélé qu'en l'absence de l'effet de passage d'ondes, deux des paramètres, dépendant, respectivement, des corrélations entre les déplacements et les vitesses, et entre les accélérations et les vitesses des oscillateurs, sont nulles et le troisième paramètre, qui est le coefficient de corrélation modal, est inversement proportionnel au facteur d'incohérence; la réduction est plus large pour les sols fermes que pour les sols meubles. De plus, pour des fréquences modales supérieures à 0.5 Hz, la négligence des deux paramètres spectraux, mentionnés précédemment, peut être insignifiante dans l'évaluation des réponses avec un facteur d'incohérence considérable.

2.3 Conclusion

Une synthèse sur le déploiement des réseaux d'accélérographes et les investigations menées sur le phénomène de la variabilité spatiale de l'excitation sismique est présentée dans ce chapitre. Parmi les investigations qui ont un intérêt pratique, le modèle de spectre de réponse modifié et la combinaison modale traitant le cas d'excitations partiellement corrélées développés par M.K.Berrah et E.Kausel [7], [8], [9], et la formulation générale des réponses des structures tenant compte des effets dynamique et pseudo-statique développée par Der Kiureghian et al. [24].

Chapitre 3

Notions sur la Théorie des Vibrations Aléatoires

3.1 Introduction

Les vibrations aléatoires constituent une discipline qui combine la théorie des processus aléatoires et la dynamique des systèmes. Le couplage de ces deux disciplines a été rendu nécessaire par l'existence de certaines classes de problèmes pour lesquels le volet dynamique ne peut pas être formulé sous sa forme déterministe traditionnelle, par suite d'une connaissance imparfaite du système ou des charges qui lui sont appliquées. L'incertitude se répercute évidemment sur la réponse du système qui n'est plus connue qu'au travers de ses propriétés statistiques.

Alors que l'analyse déterministe suppose une connaissance complète des propriétés dynamiques et de l'état initial du système, de même que l'exacte évolution temporelle de l'excitation, l'analyse probabiliste admet une incertitude dans la connaissance de un ou plusieurs éléments des deux sources principales de comportement aléatoire : Les systèmes et les forces d'excitations aléatoires.

3.2 Processus Stochastiques ou Aléatoires

3.2.1 Définitions

Un processus aléatoire constitue une infinité (théoriquement) ou une collection (pratiquement) de fonctions d'un paramètre (le temps par exemple). On pourra donc constater qu'à chaque valeur du paramètre ou en un instant donné, une variable aléatoire s'identifie.

Lorsqu'un processus aléatoire est défini par plusieurs paramètres, il est appelé champ aléatoire.

Soit $X(t)$ un processus aléatoire du paramètre t . Dans le cas où le paramètre est discontinu, on ne parlera plus de processus mais de séquence aléatoire. La nature du processus dépend essentiellement de celle de la variable aléatoire (à un instant donné t_j) qui peut être continue ou discrète. On distingue les appellations suivantes pour un processus :

- Processus continu (t continu et X continue)
- Processus discret (t continu et X discret)
- Séquence continue (t discret et X continue)
- Séquence discrète (t discret et X discret)

3.2.2 Description Probabiliste de Processus Stochastiques

3.2.2.1 Fonction de Densité de Probabilité

Pour caractériser un processus aléatoire, le moyen le plus efficace est de spécifier ses fonctions de densité de probabilité. La première densité, définie par $P_X(x, t)$, fournit simplement la masse de probabilité de la variable aléatoire $X(t)$ à chaque instant t_j . Quant aux densités d'ordres supérieurs, elles décrivent la dépendance mutuelle des ordonnées de la fonction aléatoire et sont définies comme suit [56], [63] :

$$\begin{aligned}
 &P_X(x_1, x_2) \\
 &\dots\dots\dots \\
 &\dots\dots\dots \\
 &P_X(x_1, x_2, \dots, x_n)
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$

où $x_j = X(t_j)$

$P_X(x_1, x_2) dx_1 dx_2$ représente la probabilité que x_1 et x_2 soient compris dans l'intervalle $]x_1, x_1 + dx [$ et $]x_2, x_2 + dx [$ respectivement.

L'information fournie par les densités pour décrire le processus augmente avec l'ordre.

En connaissant la fonction de densité d'ordre n , les densités d'ordres inférieurs peuvent être déduites directement par intégration partielle.

$$\int \dots \int_{(n-k)\text{fois}} P_X(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_{k+1} \dots dx_n = P_X(x_1, x_2, \dots, x_k)
 \tag{3.2}$$

Pour le cas de deux (2) processus aléatoires $X(t)$ et $Y(s)$, on peut définir similairement leur fonction de densité de probabilité conjointe $P_{XY}(x_i, y_j)$

où $x_i = X(t_i)$ et $y_j = Y(s_j)$

3.2.2.2 Fonctions Caractéristiques

L'espérance mathématique (moyenne) de la fonction $\exp\{iux_j\}$ est par définition la forme multiplicative de la fonction caractéristique de la somme de variables aléatoires. La fonction caractéristique de la variable aléatoire $X(t_j) = x_j$ [81], est la fonction caractéristique.

Elle est appelée fonction caractéristique ou fonction caractéristique 'opérateur' [81]

$$E[e^{iux_j}] = \int_{-\infty}^{\infty} P_X(x_j) e^{iux_j} dx_j = \varphi_{x_j}(u) \quad (3.3)$$

$\varphi_{x_j}(u)$ est en effet la transformée de Fourier de la fonction de densité de probabilité $P_X(x_j)$. Le développement en série de la fonction $\varphi(u)$ au voisinage de $u = 0$ a la forme

En décomposant la fonction exponentielle en série de puissance, les moments de $X(t_j)$ peuvent être exprimés en fonction des dérivées de la fonction caractéristique au voisinage de $u = 0$. La moyenne et la moyenne carrée, qui sont les moments les plus importants du processus, ont les expressions suivantes [81]:

$$m(t_j) = E[X(t_j)] = \left. \frac{d\varphi(u)}{du} \right|_{u=0} \quad (3.4)$$

En faisant la comparaison entre les séries de Taylor de $\varphi(u)$ et les moments de $X(t_j)$, on trouve les relations suivantes entre les moments de $X(t_j)$ et les moments de $\varphi(u)$:

$$E[X^2(t_j)] = - \left. \frac{d^2\varphi(u)}{du^2} \right|_{u=0} \quad (3.5)$$

La forme la plus générale de la fonction caractéristique de M variables aléatoires $X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_M)$ est:

$$\varphi_x(u_1, u_2, \dots, u_M) = \int \dots \int P_X(x_1, x_2, \dots, x_M) \exp\{i(u_1 x_1 + \dots + u_M x_M)\} dx_1 \dots dx_M$$

Les moments de la somme des variables aléatoires indépendantes sont les sommes des moments respectifs.

$$= E[e^{i(u_1 x_1 + \dots + u_M x_M)}] \quad (3.6)$$

Celle-ci représente la transformée de Fourier à M dimensions de la densité de probabilité conjointe. Et le moment conjoint d'ordre K est [81]:

$$E[x_1^{k_1} \cdot x_2^{k_2} \dots x_M^{k_M}] = \frac{1}{i^k} \left. \frac{\partial^k \varphi_x(u_1, u_2, \dots, u_M)}{\partial u_1^{k_1} \partial u_2^{k_2} \dots \partial u_M^{k_M}} \right|_{u_1=u_2=\dots=u_M=0} \quad (3.7)$$

où $k = k_1 + k_2 + \dots + k_M$

$$\varphi_x(u_1, \dots, u_M) = \sum_{k_1=0}^{\infty} \dots \sum_{k_M=0}^{\infty} \frac{m_{k_1, \dots, k_M}(t_1, \dots, t_M)}{i^{k_1} \dots i^{k_M}} e^{i(u_1 x_1 + \dots + u_M x_M)} \quad (3.8)$$

En conclusion, on peut dire que ces fonctions caractéristiques fournissent la même information sur le processus que les densités de probabilités, et offrent une alternative plus simple pour l'évaluation des moments.

Un processus est dit **faiblement stationnaire** ou **stationnaire au sens large**, si seulement sa moyenne et sa fonction d'auto-corrélation satisfont les conditions de stationnarité [56], [63].

$$\begin{cases} m_x = \text{cste} \\ E[x_1, x_2] = R_{xx}(\tau) \quad , \quad \tau = t_2 - t_1 \end{cases} \quad (3.18)$$

Les processus aléatoires utilisés en pratique ont toujours un début et une fin, et ne peuvent donc pas être vraiment stationnaires. Mais pour des considérations pratiques, il est très souvent convenable de supposer que le processus est stationnaire pour l'essentiel de la durée, ou qu'il peut être divisé en plusieurs périodes sur lesquelles il est approximativement stationnaire [56].

Nota : On préfère le terme **homogène** à celui de stationnaire pour le cas d'un champ aléatoire [81].

Les conditions d'homogénéité au sens large sont :

$$\begin{aligned} E[X(t)] &= \text{cste} \\ E[X(t_1) \cdot X(t_2)] &= R_{xx}(t_2 - t_1) = R_{xx}(\tau) \end{aligned} \quad (3.19)$$

De plus, un champ aléatoire est dit **isotrope** si les moments sont invariants par rapport à la translation et à la rotation [81]. Ceux-ci ne dépendent que des distances des arguments.

3.2.4 Processus Ergodique

3.2.4.1 Définition

Un processus est dit **ergodique**, si en plus de la stationnarité, les moyennes temporelles, sur un échantillon (réalisation), et les moyennes d'ensemble sont identiques [56]. En d'autres termes, si toute information sur ses distributions de probabilités conjointes (et leurs statistiques : moments) peut être obtenue à partir d'une seule réalisation du processus. On peut donc conclure, en termes pratiques, que chaque réalisation est alors complètement représentative de l'ensemble constituant le processus.

Pour des considérations pratiques, comme il a été mentionné en 3.2.3, seules les ergodicités dans la moyenne et dans la fonction d'auto-corrélation seront étudiées (processus faiblement stationnaire).

3.2.4.2 Ergodicité dans la Moyenne

Soit $X(t)$ un processus stationnaire et Z sa moyenne temporelle

$$Z = \langle X(t) \rangle_{2T} = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T X(t) dt \quad (3.20)$$

Z est donc une variable aléatoire (pour chaque échantillon, Z prend une valeur). Sa moyenne sera donc égale à la moyenne d'ensemble.

$$E[Z] = m_x \quad (3.21)$$

La condition d'ergodicité implique que

$$m_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T X(t) dt \quad (3.22)$$

Les équations (3.21) et (3.22) montrent que la variable aléatoire Z doit être égale à sa moyenne. Ce qui entraîne son caractère déterministe. Par conséquent, la variance de Z doit être nécessairement nulle.

$$\begin{aligned} \sigma_z^2 = E[Z^2] - m_z^2 &= \frac{1}{4T^2} E \left[\int_{-T}^T \int_{-T}^T X(t_1) \cdot X(t_2) dt_1 dt_2 \right] - m_x^2 \\ &= \frac{1}{4T^2} \int_{-T}^T \int_{-T}^T \Gamma_{xx}(\tau) dt_1 dt_2 \end{aligned} \quad (3.23)$$

où $\Gamma_{xx}(\tau)$ est la fonction d'auto-covariance, et $\tau = t_2 - t_1$

En utilisant la propriété de symétrie de la fonction d'auto-covariance, et en opérant un changement de variable ($t_2 \rightarrow \tau$) et après quelques manipulations algébriques, on obtient l'expression de la variance de la moyenne temporelle :

$$\sigma_z^2 = \frac{1}{T} \int_0^{2T} \left(1 - \frac{\tau}{2T}\right) \Gamma_{xx}(\tau) d\tau \quad (3.24)$$

Il en résulte que la condition d'ergodicité de la moyenne est :

$$\int_0^{2T} \Gamma_{xx}(\tau) d\tau = \text{constante} \quad (3.25)$$

3.2.4.3 Ergodicité dans la Fonction d'Auto-Corrélation

D'une manière similaire, une condition d'ergodicité dans la fonction d'auto-corrélation peut être établie.

- La moyenne temporelle

$$Z = \langle X(t) \cdot X(t + \tau) \rangle_{2T} = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T X(t) \cdot X(t + \tau) dt \quad (3.26)$$

- La moyenne d'ensemble

$$E[Z] = R_{XX}(\tau) \quad (3.27)$$

- La variance de la moyenne temporelle

$$\begin{aligned} \sigma_Z^2 &= \frac{1}{4T^2} E \left[\int_{-T}^T \int_{-T}^T X(t_1) \cdot X(t_1 + \tau) \cdot X(t_2) \cdot X(t_2 + \tau) dt_1 dt_2 \right] - R_{XX}^2(\tau) \\ &= \frac{1}{T} \int_0^{2T} \left(1 - \frac{\tau'}{2T}\right) \Gamma'_{XX}(\tau, \tau') d\tau' \end{aligned} \quad (3.28)$$

où $\Gamma'_{XX}(\tau, \tau') = E[X(t_1) \cdot X(t_1 + \tau) \cdot X(t_2) \cdot X(t_2 + \tau)] - R_{XX}^2(\tau)$

Ceci est valide si la stationnarité est considérée au 4^{ème} ordre.

- La condition d'ergodicité

$$\int_0^{2T} \Gamma'_{XX}(\tau, \tau') d\tau' = \text{constante}$$

3.2.5 Processus Gaussien

3.2.5.1 Variable Aléatoire Gaussienne

Une variable aléatoire X est dite Gaussienne (ou normale), si sa densité de probabilité est définie par (ou a pour expression) [81] :

$$P_X(x) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2} \sigma} \exp \left\{ -1/2 \left(\frac{x - m}{\sigma} \right)^2 \right\}, \quad -\infty < x < +\infty \quad (3.29)$$

où m et σ représentent respectivement la moyenne et l'écart type de la variable aléatoire X.

Le fait que X soit normale, est souvent indiqué par :

- $X \sim N(m, \sigma^2)$

La caractéristique de la V.A. Gaussienne est qu'elle est complètement définie par sa moyenne et sa variance simplement.

En raison de la symétrie de la fonction de densité de probabilité par rapport à la moyenne, les moments centraux d'ordre impair sont nuls :

$$E[(x - m)^{2k+1}] = 0, \quad k = 0, 1, \dots \quad (3.30)$$

Par contre, les moments centraux d'ordre pair sont fonction de σ :

$$E[(x - m)^{2k}] = 1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2k - 1) \sigma^{2k}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (3.31)$$

(3.30) et (3.31) peuvent caractériser une V.A. Gaussienne.

Une variable aléatoire Gaussienne X est dite centrée réduite, si elle a une moyenne nulle et une variance unitaire.

$$\begin{cases} m = 0 \\ \sigma = 1 \end{cases}$$

3.2.5.2 Processus Aléatoire Gaussien

Un processus aléatoire est dit Gaussien (normal), si les distributions de probabilité d'ensemble sont Gaussiennes ou encore si les V.A. $X(t_i)$ sont conjointement Gaussiennes.

La fonction de densité de probabilité conjointe des M V.A. $X(t_i)$ du processus Gaussien $X(t)$ est représentée par la notation matricielle suivante [81] :

$$P_X(x) = (2\pi)^{-M/2} |\Gamma_{XX}|^{-1/2} \exp\{-1/2 (\mathbf{X} - \mathbf{m}_X)^T \Gamma_{XX}^{-1} (\mathbf{X} - \mathbf{m}_X)\} \quad (3.32)$$

\mathbf{X} représente le processus et est le vecteur des M V.A.,

\mathbf{m}_X est le vecteur des valeurs moyennes, et

Γ_{XX} est la matrice de covariance $M \times M$

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= [x_1, x_2, \dots, x_M]^T \\ \mathbf{m}_X &= [m_1, m_2, \dots, m_M]^T \end{aligned}$$

$$\Gamma_{XX} = [\Gamma_H], \quad \Gamma_H = \text{cov}(x_k, x_l) = \rho_H \sigma_k \sigma_l$$

La fonction caractéristique du processus Gaussien est de la forme :

$$\varphi_X(\mathbf{u}) = \exp\{i\mathbf{u}^T \mathbf{m}_X - 1/2 \mathbf{u}^T \Gamma_{XX} \mathbf{u}\} \quad (3.33)$$

où

$$\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_M]^T$$

Si les M V.A sont non corrélées, l'équation (3.32) devient :

$$P_X(x) = \frac{1}{\prod_{k=1}^M (2\pi)^{1/2} \sigma_k} \exp \left\{ -1/2 \sum_{k=1}^M (x_k - m_k)^2 \right\} = \prod_{k=1}^M P_X(x_k) \quad (3.34)$$

Il en résulte, qu'être non corrélées, est à la fois nécessaire et suffisant pour que des variables aléatoires Gaussiennes soient indépendantes.

On peut généraliser la formulation de l'équation (3.30) des moments centraux conjoints d'ordre impair :

$$E[(x_k - m_k) \cdot (x_l - m_l) \cdot (x_n - m_n)] = 0 \quad (3.35)$$

Par contre, les moments centraux d'ordre pair seront la somme des combinaisons des covariances

$$E[(x_1 - m_1) \cdot (x_2 - m_2) \cdots (x_{2M} - m_{2M})] = \sum E[(x_{k_1} - m_{k_1}) \cdot (x_{k_2} - m_{k_2}) \cdots (x_{k_{2M}} - m_{k_{2M}})] \quad (3.36)$$

On aura donc : 1.3.5...(2M-1) combinaisons (ou sommations).

La fonction de densité de probabilité conjointe (3.32) et la fonction caractéristique (3.33) sont simplement exprimées en termes des moyennes et des covariances. Alors, un processus Gaussien est complètement défini par sa moyenne \mathbf{m}_X et sa fonction de covariance Γ_{XX} . Il en résulte qu'un processus Gaussien faiblement stationnaire est également fortement (strictement) stationnaire.

REMARQUES :

Une transformation linéaire de variables aléatoires Gaussiennes est aussi Gaussienne [63].

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X}$$

où \mathbf{A} est une matrice non singulière

$$P_Y(y) = P_X(x) \cdot Dtm \left(\frac{\partial x_i}{\partial y_j} \right) \quad (3.37)$$

où $Dtm(\partial x_i / \partial y_j)$ représente le jacobien de la transformation

$$Dtm\left(\frac{\partial x_i}{\partial y_j}\right) = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial y_1} & \dots & \frac{\partial x_1}{\partial y_M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial x_M}{\partial y_1} & \dots & \frac{\partial x_M}{\partial y_M} \end{vmatrix} = |\mathbf{A}^{-1}|$$

Ceci conduit à conclure qu'un processus obtenu par intégration ou dérivation d'un processus Gaussien, est aussi Gaussien. Il en résulte que la réponse $[\ddot{y}(t), \dot{y}(t), y(t)]$ d'un système linéaire soumis à des excitations Gaussiennes, est aussi Gaussienne.

3.2.5.3 Théorème de la Limite Centrale

Le théorème établit que la distribution de probabilité de la somme de M variables aléatoires $y = \sum_{k=1}^M x_k$ est Gaussienne, si les 3 conditions suivantes sont satisfaites [63], [81] :

1. Les M V.A sont indépendantes.
2. Les M V.A ont la même distribution de probabilité (V.A identiquement distribuées).
3. Le nombre de V.A tend vers l'infini ($M \rightarrow \infty$)

La V.A. y possède donc une fonction cumulant qui converge vers :

$$K_Y(u) = i u m_Y - \frac{1}{2} u^2 \sigma_Y^2 \quad (3.38)$$

où m_Y et σ_Y^2 représentent respectivement, la moyenne et la variance de y.

Si les V.A indépendantes x_k ($k=1,2,\dots,M$) ne sont pas identiquement distribuées, la convergence de la fonction de densité de probabilité de leur somme vers une distribution Gaussienne (quand $M \rightarrow \infty$) n'est assurée que si la contribution fractionnelle de chacune des V.A à la variance totale σ_Y^2 est nulle.

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{\sigma_k^2}{\sigma_Y^2} = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{\sigma_k^2}{\sum_{k=1}^M \sigma_k^2} \rightarrow 0 \quad (3.39)$$

En d'autres termes, aucune des M V.A ne doit dominer les autres dans sa contribution au phénomène.

3.2.6 Fonctions d'Auto-Corrélation et d'Inter-Corrélation

3.2.6.1 Fonction d'Auto-Corrélation

Définition

La fonction d'auto-corrélation, pour un processus aléatoire $X(t)$, est définie comme la valeur moyenne du produit des V.A $X(t_1)$ et $X(t_2)$ du processus [56].

$$R_{XX}(t_1, t_2) = E[X(t_1) \cdot X(t_2)] \quad (3.40)$$

Pour un processus aléatoire stationnaire, comme il a été mentionné auparavant, l'équation (3.40) dépend simplement de la différence des arguments (séparation des instants).

$$R_{XX}(t_1, t_2) = R_{XX}(\tau), \quad \tau = t_2 - t_1 \quad (3.41)$$

Propriétés

Pour un processus aléatoire stationnaire, la fonction d'auto-corrélation possède les propriétés suivantes :

- La symétrie (parité)

$$R_{XX}(\tau) = R_{XX}(-\tau) \quad (3.42)$$

Sa valeur maximale est atteinte à son origine ($\tau = 0$) :

Cette propriété peut être montrée à partir du coefficient de corrélation ρ et à travers le cheminement suivant :

$$\rho_X(\tau) = \frac{R_{XX}(\tau) - m_X^2}{\sigma^2} \quad (3.43)$$

Comme les valeurs limites de ρ sont ± 1 , il s'ensuit que :

$$-\sigma_X^2 + m_X^2 \leq R_{XX}(\tau) \leq \sigma_X^2 + m_X^2$$

Finalement, on retrouve la relation

$$|R_{XX}(\tau)| \leq E[X^2] = R_{XX}(0) \quad (3.44)$$

- La fonction d'auto-corrélation tend vers la valeur du carré de la moyenne quand la différence des instants est infiniment large ($\tau \rightarrow \infty$) et ceci dans le cas où le processus ne

contient aucune composante périodique [56]. En d'autres termes, la fonction de covariance diminue, en l'absence de composantes périodiques, quand l'écart entre les instants augmente.

Ainsi, on pourra avoir :

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \Gamma_{XX}(\tau) = 0 \quad (3.45)$$

et on aboutit finalement à

$$R_{XX}(\tau \rightarrow \infty) \rightarrow m_X^2 \quad (3.46)$$

3.2.6.2 Fonction d'Inter-Corrélation

Définition

La fonction d'Inter-Corrélation est définie, comme étant la valeur moyenne du produit de 2 V.A. de processus aléatoires différents [56].

$$R_{XY}(t_1, t_2) = E[X(t_1) \cdot Y(t_2)] \quad (3.47)$$

Pour un processus aléatoire stationnaire :

$$R_{XY}(\tau) = E[X(t) \cdot Y(t + \tau)] \quad (3.48)$$

Propriétés

Comme pour la fonction d'auto-corrélation, des propriétés similaires caractérisent la fonction d'Inter-Corrélation.

- $$R_{XY}(\tau) = R_{YX}(-\tau) \quad (3.49)$$

En général, les fonctions d'Inter-Corrélation $R_{XY}(\tau)$ ne sont ni symétriques [$R_{XY}(\tau) \neq R_{YX}(\tau)$], ni paires [$R_{XY}(\tau) \neq R_{XY}(-\tau)$]

- La valeur absolue de la fonction d'Inter-Corrélation est bornée par la valeur de la racine carrée du produit des moyennes carrées des deux processus et est déduite de l'inégalité de schwarz.

Pour établir cette relation, il faudrait exprimer la fonction d'Inter-Corrélation $R_{XY}(\tau)$ en termes de la covariance normalisée correspondante ρ (coeff. de corrélation).

$$R_{XY}(\tau) = \sigma_X \sigma_Y \rho_{XY}(\tau) + m_X m_Y \quad (3.50)$$

où
$$\rho_{XY}(\tau) = \frac{E[(X(t) - m_X) \cdot (Y(t + \tau) - m_Y)]}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{\Gamma_{XY}(\tau)}{\sigma_X \sigma_Y} \quad (3.51)$$

Il s'ensuit que :

$$-\sigma_X \sigma_Y + m_X m_Y \leq R_{XY}(\tau) \leq \sigma_X \sigma_Y + m_X m_Y$$

or
$$\sigma_X \sigma_Y + m_X m_Y \leq [E[X^2(t)] \cdot E[Y^2(t)]]^{1/2}$$

Il en résulte d'une manière directe la relation :

$$|R_{XY}(\tau)| \leq [R_{XX}(0) \cdot R_{YY}(0)]^{1/2} \quad (3.52)$$

- On constate que pour la plupart des processus aléatoires, la corrélation entre deux processus devient très faible, lorsque l'écart entre les instants est large, et par conséquent, la fonction d'Inter-Corrélation tend vers le produit des moyennes des 2 processus quand l'écart tend vers l'infini.

$$R_{XY}(\tau \rightarrow \infty) \rightarrow m_X m_Y \quad (3.53)$$

NOTA : Les fonctions d'auto-covariance et d'Inter-Covariance ont, respectivement, les mêmes propriétés que celles d'auto-corrélation et d'Inter-Corrélation.

3.3 Analyse Spectrale des Processus Stochastiques

3.3.1 Introduction

Il est d'une importance capitale pour un ingénieur de faire une analyse spectrale (décomposition fréquentielle), d'un processus aléatoire. La fonction d'une réalisation $x(t)$ peut être représentée par :

- Les séries de Fourier, si la fonction est périodique

$$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(2\pi kt / T) + b_k \sin(2\pi kt / T) \quad (3.54)$$

où a_0, a_k et b_k sont les coefficients de Fourier

- L'intégrale de Fourier ou la transformée de Fourier inverse, si la fonction n'est pas périodique.

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{x}(\omega) \exp(i\omega t) d\omega \quad (3.55)$$

où $\bar{x}(\omega)$ est la transformée de Fourier de $x(t)$

$\bar{x}(\omega)$ constitue une décomposition harmonique de $x(t)$, et son existence est assurée si $x(t)$ est absolument intégrable.

3.3.2 Fonction de Densité Spectrale de Puissance

Les processus stochastiques (faiblement) stationnaires ne possèdent pas de transformée de Fourier puisqu'un échantillon d'un processus stationnaire ne s'annule pas à l'infini, il n'est pas absolument intégrable. En conséquence, l'analyse spectrale de Fourier se fera non pas sur un échantillon du processus, mais sur sa fonction d'auto-corrélation $R_{xx}(\tau)$ [56], [63]. Celle-ci étant la transformée de Fourier inverse de la fonction de densité de puissance spectrale.

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{xx}(\omega) = (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau \\ R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(\omega) \exp(i\omega\tau) d\omega \end{array} \right. \quad (3.56)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{xx}(\omega) = (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau \\ R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(\omega) \exp(i\omega\tau) d\omega \end{array} \right. \quad (3.57)$$

Les relations (3.56) et (3.57) sont connues sous le nom de **Relations de Wiener-Khintchine**.

A partir de (3.57), une relation importante s'établit :

$$E[X^2] = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(\omega) d\omega \quad (3.58)$$

La fonction de densité spectrale de puissance, comme le montre la relation (3.58), est une mesure de la distribution, dans le domaine des fréquences, de la moyenne de la valeur au carré $E[X^2(t)]$, ou encore, elle décrit la répartition de l'énergie moyenne du processus.

$S_{xx}(\omega)$ est liée aussi, d'une façon directe, à $\bar{X}(\omega)$ [63] qui est la décomposition fréquentielle du signal.

$$S_{xx}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2\pi}{T} E[|\bar{X}(\omega, T)|^2] \quad (3.59)$$

$S_{xx}(\omega)$ est une fonction réelle, paire et positive (≥ 0)

Les signaux, ayant une densité spectrale de puissance constante, sont appelés Bruit blanc.

$$S_{XX}(\omega) = S_0 \quad (3.60)$$

Il leur correspond une fonction d'auto-corrélation définie par :

$$R_{XX}(\tau) = 2\pi S_0 \delta(\tau) \quad (3.61)$$

où $\delta(\tau)$ est la fonction de Dirac

Un tel processus n'est pas physiquement réalisable puisque sa variance n'est pas bornée. Il constitue cependant une idéalisation très importante dans l'étude de la réponse des systèmes linéaires.

Remarque

Dans la littérature, il est fréquent de rencontrer une densité de puissance spectrale unilatérale, $G_{XX}(f)$, définie par rapport à la fréquence $f = \omega / 2\pi$.

$$G_{XX}(f) = 4\pi S_{XX}(\omega) \quad (3.62)$$

Un signal peut être caractérisé par une frange de fréquences large ou étroite. Un processus dont la densité spectrale couvre une grande plage de fréquences est un processus à **Bande large (Wide band)**, tandis que celui dont la densité spectrale couvre une plage réduite, est un processus à **Bande étroite (Narrow band)** [56].

3.3.3 Fonction d'Inter-Densité Spectrale de Puissance

La fonction d'Inter-densité spectrale de puissance de deux processus aléatoires $X(t)$ et $Y(t)$ est définie également par [56] :

$$S_{XY}(\omega) = (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} R_{XY}(\tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau \quad (3.63)$$

Elle existe si $S_{XX}(\omega)$ et $S_{YY}(\omega)$ existent. $S_{XY}(\omega)$ est généralement complexe et satisfait la relation

$$S_{XY}(\omega) = S_{YX}^*(\omega) \quad (3.64)$$

Une relation similaire à (3.59) établit que

$$S_{XY}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2\pi}{T} E \left[\left| \bar{X}(\omega, T) \cdot \bar{Y}^*(\omega, T) \right| \right] \quad (3.65)$$

$S_{XY}(\omega)$ vérifie la relation, [63]

$$|S_{XY}(\omega)|^2 \leq S_{XX}(\omega)S_{YY}(\omega) \quad (3.66)$$

3.3.4 Fonctions d'Auto-Corrélation et de Densités Spectrales de Processus Stochastiques Dérivés

3.3.4.1 Fonctions d'Auto-Corrélation

Les deux premières fonctions d'auto-corrélation de processus dérivés sont définies par [56] :

$$\begin{cases} R_{\dot{X}\dot{X}}(\tau) = -\frac{d^2 R_{XX}(\tau)}{d\tau^2} \\ R_{\ddot{X}\ddot{X}}(\tau) = \frac{d^4 R_{XX}(\tau)}{d\tau^4} \end{cases} \quad (3.67)$$

Un processus $X(t)$ faiblement stationnaire est orthogonal à sa dérivée $\dot{X}(t)$.

$$E[X(t) \cdot \dot{X}(t)] = 0 \quad (3.68)$$

3.3.4.2 Fonctions de Densités Spectrales

Les deux premières fonctions de densités spectrales de processus dérivés sont définies par :

$$\begin{cases} S_{\dot{X}\dot{X}}(\omega) = \omega^2 S_{XX}(\omega) \\ S_{\ddot{X}\ddot{X}}(\omega) = \omega^4 S_{XX}(\omega) \end{cases} \quad (3.69)$$

3.3.5 Réponse Aléatoire d'un Oscillateur Linéaire à un Degré de Liberté

En considérant les systèmes linéaires invariant dans le temps, la réponse de ces derniers peut être déterminée dans le domaine temporel ou fréquentiel.

3.3.5.1 Domaine Temporel

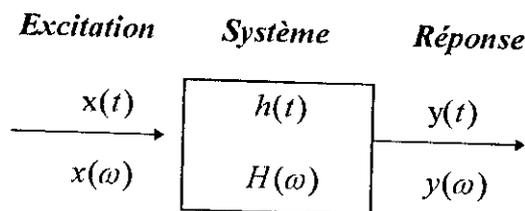


Fig. 3.1 Système linéaire invariant dans le temps avec entrée unique et sortie unique

La réponse temporelle unitaire d'un système initialement au repos est la réponse impulsionnelle $h(t)$, causée par une impulsion de Dirac $\delta(t)$ [56], [63].

En se basant sur le principe de superposition, la réponse temporelle ou encore la relation entrée-sortie (Input-output) pour le système de la Fig. 3.1, supposé initialement au repos, prend la forme d'un produit de convolution (intégrale de Duhamel) [56], [63].

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \cdot x(t - \tau) d\tau = h * x \quad (3.70)$$

Tout système physiquement réalisable satisfait la condition $h(\tau) = 0$ pour $\tau < 0$ (la réponse ne peut précéder l'excitation) et est dit système causal [63].

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau = \int_0^{\infty} h(\tau) \cdot x(t - \tau) d\tau \quad (3.71)$$

ou encore si l'excitation est à support positif [excitation débutant à $t = 0$ et $x(t) = 0$ pour $t < 0$]

$$y(t) = \int_0^t x(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau = \int_0^{\infty} h(\tau) \cdot x(t - \tau) d\tau \quad (3.72)$$

Remarque :

Si le système n'est pas initialement au repos, la réponse due à l'effet des conditions initiales peut être ajoutée en raison du principe de superposition.

3.3.5.2 Domaine Fréquentiel

De manière analogue, la réponse fréquentielle unitaire $H(\omega)e^{i\omega t}$ de ce système s'exprime en terme de la fonction de transfert $H(\omega)$ causée par une excitation harmonique unitaire $e^{i\omega t}$. La fonction de transfert est la transformée de Fourier à $(1/2\pi)$ près de la réponse impulsionnelle $h(t)$ [56].

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \exp(-i\omega t) dt \quad (3.73)$$

La relation entrée-sortie du système, prend la forme d'une simple multiplication.

$$y(\omega) = H(\omega) \cdot x(\omega) \quad (3.74)$$

3.3.5.3 Réponse Aléatoire Stationnaire à une Excitation Aléatoire Stationnaire

En supposant que la réponse d'un système, soumis à une excitation aléatoire stationnaire, est stationnaire, ceci facilitera la résolution en permettant l'utilisation des fonctions de corrélation et de densités spectrale de puissance. De ce fait, des relations entrée-sortie pour ces fonctions peuvent être établis [56], [63] :

1. La moyenne :

$$m_y = H(0) m_x \quad (3.75)$$

2. La fonction d'auto-corrélation

$$R_{yy}(\tau) = \iint_{-\infty}^{\infty} h(\theta_1)h(\theta_2)R_{xx}(\tau + \theta_1 - \theta_2)d\theta_1d\theta_2 \quad (3.76)$$

3. La fonction d'Inter-densité spectrale de puissance

$$S_{yy}(\omega) = |H(\omega)|^2 S_{xx}(\omega) \quad (3.77)$$

Comme on peut le constater à partir des expressions (3.70)-(3.77), les réponses temporelles et fréquentielles s'expriment, respectivement, par des produits de convolutions et des multiplications. Ceci rend la résolution des systèmes plus simple dans le domaine fréquentiel.

En plus de la simplicité, la relation (3.77) est l'une des plus importantes équations dans la théorie des vibrations aléatoires, puisqu'elle joue un rôle clé dans l'évaluation des réponses stochastiques (variances; ...) et plus précisément la valeur extrême de la réponse (peak factor) tel qu'il sera indiqué.

3.3.6 Réponse Aléatoire d'un Système Linéaire à Plusieurs Degrés de Liberté Soumis à Plusieurs Excitations Aléatoires (Multiple Input Multiple Output System)

La réponse aléatoire des systèmes linéaires invariants dans le temps peut être évaluée que ce soit dans le domaine temporel ou fréquentiel.

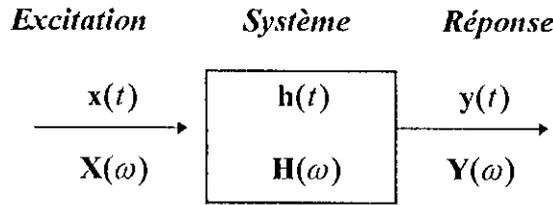


Fig. 3.2 *Système linéaire invariant dans le temps avec entrées et sorties multiples*

3.3.6.1 Domaines Temporel et Fréquentiel

La réponse temporelle et fréquentielle d'un système linéaire à N degrés de liberté, soumis à M excitations aléatoires, est donnée par :

$$\begin{cases} \mathbf{z}(t) = \Psi \mathbf{y}(t) \\ \mathbf{Z}(\omega) = \Psi \mathbf{Y}(\omega) \end{cases} \quad (3.78)$$

avec

$$\begin{cases} \mathbf{y}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{h}(\tau) \cdot \mathbf{x}(t - \tau) d\tau \\ \mathbf{Y}(\omega) = \mathbf{H}(\omega) \cdot \mathbf{X}(\omega) \end{cases} \quad (3.79)$$

et

$$\mathbf{H}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{h}(t) \cdot \exp(-i\omega t) dt \quad (3.80)$$

$\mathbf{z}(t)$ et $\mathbf{Z}(\omega)$ sont, respectivement, les vecteurs réponses temporelle et fréquentielle du système,

$\mathbf{y}(t)$ et $\mathbf{Y}(\omega)$ sont, respectivement, les vecteurs des réponses temporelle et fréquentielle modales,

Ψ est une matrice ($N \cdot N$) dépendant des caractéristiques structurales qu'on peut voir dans le chapitre 6,

$\mathbf{h}(t)$ et $\mathbf{H}(\omega)$ sont, respectivement, les matrices ($N \cdot M$) des réponses impulsionnelles et fréquentielles unitaires,

$\mathbf{x}(t)$ et $\mathbf{X}(\omega)$ sont, respectivement, les vecteurs excitation temporelle et fréquentielle.

3.3.6.2 Réponse Aléatoire Stationnaire à une Excitation Aléatoire Stationnaire

Les relations entrées-sorties pour les moyennes, les fonctions d'inter-corrélation et les fonctions d'inter-densités spectrales prennent les formes suivantes :

1. Le vecteur moyenne

$$\mathbf{m}_z = \Psi \bullet \mathbf{m}_y = \Psi \bullet \mathbf{H}(0) \bullet \mathbf{m}_x \quad (3.81)$$

2. La matrice Inter-Corrélation

$$\mathbf{R}_{zz}(\tau) = [R_{z,z_j}(\tau)] = \Psi \bullet \mathbf{R}_{yy}(\tau) \bullet \Psi^T \quad (3.82)$$

avec

$$\mathbf{R}_{yy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{h}(\theta_1) \cdot \mathbf{R}_{xx}(\tau + \theta_1 - \theta_2) \cdot \mathbf{h}^T(\theta_2) d\theta_1 d\theta_2 \quad (3.83)$$

3. La matrice Inter-densité spectrale

$$\mathbf{S}_{zz}(\omega) = \Psi \bullet \mathbf{S}_{yy}(\omega) \bullet \Psi^T \quad (3.84)$$

avec

$$\mathbf{S}_{yy}(\omega) = \mathbf{H}^*(\omega) \bullet \mathbf{S}_{xx}(\omega) \bullet \mathbf{H}^T(\omega) \quad (3.85)$$

La matrice Inter-densité spectrale des entrées, $\mathbf{S}_{xx}(\omega)$, est Hermitienne [$S_{x_i,x_j}(\omega) = S_{x_j,x_i}^*(\omega)$]

3.4 Théorie du Crossing

3.4.1 Formules de RICE

3.4.1.1 Franchissement d'un Seuil de Niveau a

Soit le nombre moyen de franchissements, par un processus $X(t)$, d'un seuil quelconque a à pente positive (upcrossing) entre les instants t et $t' = t + \tau$, $N_a^+(t, \tau)$, et le taux moyen de upcrossings, $v_a^+(t)$, défini par [56] :

$$v_a^+(t) = \frac{N_a^+(t, dt)}{dt} \quad (3.86)$$

où $N_a^+(t, dt)$ peut représenter la probabilité qu'il y ait un "upcrossing" au niveau a entre les instants t et $t + dt$. D'autre part, cette probabilité peut être déduite des conditions du "upcrossing" ($x < a$ et $\dot{x} > \frac{a-x}{dt} > 0$), pour donner [63] :

$$N_a^+(t, dt) = \int_0^{\infty} \dot{x} p(a, \dot{x}, t) d\dot{x} dt \quad (3.87)$$

et par conséquent, le taux moyen de "upcrossing" a comme expression :

$$v_a^+(t) = \int_0^{\infty} \dot{x} p(a, \dot{x}, t) d\dot{x} \quad (3.88)$$

où $p(x, \dot{x}, t)$ est la densité de probabilité conjointe du processus $X(t)$ et de sa dérivée $\dot{X}(t)$ à l'instant t .

Si le Processus $X(t)$ est (faiblement) stationnaire, le taux et le nombre moyen de franchissements sont indépendants du temps. Il s'ensuit que [56], [63] :

$$N_a^+(t, \tau) = \nu_a^+ \tau \quad (3.89)$$

Remarque

ν_a^+ constitue une moyenne sur événements; elle n'implique donc pas que le nombre moyen de franchissements du seuil par un échantillon du processus soit égal à ν_a^+ , à moins que le processus soit ergodique [63].

Pour le cas d'un processus stationnaire et Gaussien de moyenne nulle, le taux moyen de franchissements d'un seuil α , ν_a^+ , a comme expression :

$$\nu_a^+ = \nu_0^+ \exp\left\{-\frac{\alpha^2}{2\lambda_0}\right\} \quad (3.90)$$

où
$$\nu_0^+ = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_0}\right)^{1/2} \quad (3.91)$$

ν_0^+ est le taux de passage par zéro à vitesse positive ou encore la fréquence centrale (fréquence moyenne ou fréquence équivalente).

λ_m est le moment spectral d'ordre m défini par :

$$\lambda_m = \int_{-\infty}^{\infty} |\omega|^m S_{XX}(\omega) d\omega \quad (3.92)$$

3.4.1.2 Distribution des Maxima

Considérons un échantillon $x(t)$ d'un processus continu $X(t)$. Un maximum se produit quand $\dot{x}(t) = 0$ et $\ddot{x}(t) < 0$. Ceci correspond au passage par zéro de $\dot{X}(t)$ à pente négative. Or, pour un processus (faiblement) stationnaire, un franchissement à pente positive est obligatoirement accompagné d'un franchissement à pente négative. Par conséquent, le taux de maxima μ_X sera égal au taux de passage par zéro du processus $\dot{X}(t)$ à pente positive [56], [63].

$$\mu_x = V_{\dot{x}=0}^+ = \int_0^{\infty} \ddot{x} p(\dot{x} = 0, \ddot{x}) d\ddot{x} \quad (3.93)$$

Si le processus stationnaire est Gaussien de moyenne nulle, le taux moyen de maxima aura pour expression :

$$\mu_x = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\lambda_4}{\lambda_2} \right)^{1/2} \quad (3.94)$$

La probabilité qu'il y ait un maximum, dans un processus, dépassant le seuil a entre les instants t et $t + dt$ ($x > a$, $\dot{x} > 0$ et $\ddot{x} > -\dot{x}/dt$), est définie par :

$$\mu_a dt = \int_a^{\infty} \int_0^{\infty} \ddot{x} p(x, 0, \ddot{x}) d\ddot{x} dx dt \quad (3.95)$$

où μ_a est le taux moyen de maxima dépassant le seuil a et s'identifie à :

$$\mu_a = \int_a^{\infty} \int_0^{\infty} \ddot{x} p(x, 0, \ddot{x}) d\ddot{x} dx \quad (3.96)$$

La probabilité qu'il y ait un maximum, dans un processus, dépassant le seuil a est égale à la fraction de maxima dépassant ce même seuil.

$$P(\max > a) = \frac{\mu_a}{\mu_x}$$

L'expression de la densité de probabilité de l'amplitude des maxima peut être déduite [63]

$$p_a(a) = -\frac{1}{\mu_x} \frac{d\mu_a}{da} \quad (3.97)$$

Pour un processus stationnaire Gaussien de moyenne nulle, la distribution de l'amplitude des maxima a pour expression [63] :

$$p_b(b) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \left[\varepsilon \cdot e^{-b^2/2\varepsilon^2} + (1-\varepsilon^2)^{1/2} b \cdot e^{-b^2/2} \int_{-\infty}^{b(1-\varepsilon^2)^{1/2}/\varepsilon} e^{-x^2/2} dx \right] \quad (3.98)$$

où $b = \frac{a}{\lambda_0^{1/2}}$

$$\varepsilon = 1 - \left(\frac{V_0^+}{\mu_x} \right)^2 = 1 - \frac{\lambda_2^2}{\lambda_0 \lambda_4} \quad (3.99)$$

b : désigne l'amplitude normalisée,

ε : un paramètre compris entre 0 et 1, mesurant la largeur de bande

Pour un processus stationnaire à bande étroite (narrow band), le nombre de passage par zéro est identique au nombre de maxima ($\varepsilon \rightarrow 0$) car l'allure générale d'un échantillon de ce processus est celle d'une sinusoïde d'amplitude et de fréquence lentement variables avec le temps. La distribution tend alors vers celle de **Rayleigh** [63] :

$$p_b(b) = b \exp(-b^2 / 2) \quad (3.100)$$

Pour un processus stationnaire à bande large (wide band), le nombre de passage par zéro est négligeable par rapport à celui des maxima ($\varepsilon \rightarrow 1$) et la distribution tend vers la distribution **Gaussienne** de moyenne nulle (existence des maxima de valeurs négatives)[56].

$$p_b(b) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \exp(-b^2 / 2) \quad (3.101)$$

3.4.2 Ruine Entraînée par des Vibrations Aléatoires

3.4.2.1 Modes de Ruine

Du point de vue de l'ingénieur, il est souhaitable d'avoir des informations statistiques au sujet de la fiabilité des structures. Ceci implique une connaissance détaillée des modes de ruine. Les modes de ruine les plus connus sont [63] :

- La ruine par dépassement d'un seuil : Ce type de ruine survient quand la réponse de la structure dépasse une valeur critique (contrainte dépassant la limite élastique, par exemple) et est connu sous le nom du **problème du premier passage**. Il vise à déterminer la probabilité que la réponse du système ne dépasse pas un certain seuil critique. En d'autres termes, la recherche de la distribution de probabilité de la valeur extrême (Peak factor ou facteur de pic) sur la durée d'observation T .

- La ruine par Fatigue ou par accumulations d'endommagements, basée sur le critère de **Palmgren-Miner** selon lequel chaque cycle entraîne un dommage qui ne dépend pas de l'ordre dans lequel les sollicitations sont appliquées (négligence du phénomène physique) et que la ruine survient lorsque la somme des endommagements vaut 1.

Dans ce qui suit, on va s'intéresser seulement au premier mode de ruine

3.4.2.2 Problème du Premier Passage

Ce problème n'a pas reçu, à ce jour, de solution rigoureuse, même dans le cas le plus simple de la réponse d'un oscillateur linéaire soumis à un bruit blanc Gaussien. De nombreuses solutions approchées existent toutefois et dont les plus importantes sont discutées dans ce qui suit :

3.4.2.2.1 Modèle de Davenport

Ce modèle se base essentiellement sur le modèle de Poisson où les franchissements à pente positive (upcrossings) du seuil a , par la réponse stationnaire, sont considérés comme des événements indépendants.

En se basant du modèle de Poisson, la fonction de répartition et la densité de probabilité de la valeur extrême (Fiabilité) pour un processus Gaussien a pour expression :

$$\begin{aligned} F_e(b, T) &= \exp(-N e^{-b^2/2}) \\ p_e(b, T) &= N b e^{-b^2/2} \exp(-N e^{-b^2/2}) \end{aligned} \quad (3.102)$$

où $N = 2 \nu_0^+ T$ désigne le nombre de demi-cycles équivalents

A partir de (3.102), des formules approchées pour la moyenne et l'écart type du facteur de pic, qui présentent un intérêt pratique considérable, sont proposées [18] :

$$\begin{cases} E[b_e] = (2 \ln N)^{1/2} + \frac{\gamma}{(2 \ln N)^{1/2}} \\ \sigma_{b_e} = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \frac{1}{(2 \ln N)^{1/2}} \end{cases} \quad (3.103)$$

où $\gamma = 0.5772$ est la constante d'Euler

Ce modèle présente évidemment un inconvénient : Il ne tient pas compte de la largeur de bande du processus d'où la valeur moyenne du facteur de pic tend à diminuer quand la largeur de bande diminue. Pour remédier à ce problème, une modification a été apportée par **Der Kiureghian** [20] sur le modèle de **Davenport**, en réduisant le taux moyen de passage par zéro ν_0^+ .

$$\begin{cases} E[b_e] = (2 \ln N_e)^{1/2} + \frac{\gamma}{(2 \ln N_e)^{1/2}} \\ \sigma_{b_e} = \begin{cases} \frac{1.2}{(2 \ln N_e)^{1/2}} - \frac{5.4}{13 + (2 \ln N_e)^{3.2}} & 2.1 < N \leq 1000 \\ 0.65 & 5.0 \leq N \leq 2.1 \end{cases} \end{cases} \quad (3.104)$$

où $N_e = 2 \nu_e^+ T$ désigne le nombre de demi-cycles équivalents réduit.

$$\text{et} \quad \nu_e^+ = \begin{cases} (1.63 \delta^{0.45} - 0.38) \nu_0^+ & 0.1 \leq \delta \leq 0.69 \\ \nu_0^+ & \delta \geq 0.69 \end{cases} \quad (3.105)$$

$$\text{où} \quad \delta = \left(1 - \frac{\lambda_1^2}{\lambda_0 \lambda_2} \right)^{1/2} \quad (3.106)$$

δ est un paramètre de dispersion spectrale qui est inversement proportionnel à la taille moyenne des groupes $\langle cs \rangle$ (clump size).

3.4.2.2.2 Modèle de Vanmarcke

Ce modèle se base aussi sur le modèle de Poisson mais en incluant l'effet de la dépendance entre les franchissements (crossings), par le processus, du seuil α , qui dépend de l'effet de la taille moyenne des groupes (Average clump size). Cet effet est très représentatif pour le cas des processus Narrow band.

La taille moyenne des groupes peut être représentée par le quotient entre le nombre moyen de franchissements (à pente positive) des seuils $\pm \alpha$, par le processus $X(t)$, et le nombre moyen de franchissements du seuil α par le processus enveloppe, n_a^+ [77]

$$\langle cs \rangle = \frac{2 \nu_a^+}{n_a^+} \quad (3.107)$$

En se basant de ces critères, le modèle de Fiabilité est établi [77], [63]

$$F_e(b, T) = (1 - e^{-b^2/2}) \exp \left[-N \frac{1 - e^{-(\pi/2)^{1/2} b}}{e^{b^2/2} - 1} \right] \quad (3.108)$$

Ce modèle a donné satisfaction en comparaison avec les résultats de la simulation obtenus par Cook [16] en remplaçant δ par $\delta_e = \delta^{1.2}$.

3.5 Conclusion

Des notions sur les vibrations aléatoires sont présentées dans ce chapitre. On a présenté les définitions et les propriétés générales des processus stochastiques stationnaires ainsi que l'importance de l'analyse spectrale appliquée aux champs stochastiques dans l'évaluation des réponses maximales moyennes des structures.

Chapitre 4

Etude et Modélisation de la Variabilité Spatiale des Ondes Sismiques

4.1 Introduction

En raison de la dispersion des ondes causée par la complexité des trois phénomènes : Le mécanisme de rupture de la faille (effets de la rupture de la propagation le long de la faille), la structure de l'écorce terrestre (inhomogénéités, anisotropie, présence d'aspérités, etc.), et les chemins de propagation des ondes, la variabilité spatiale du mouvement sismique dépend, en plus de l'effet de la propagation des ondes, des conditions géologiques locales du site ainsi que de l'effet de perte de cohérence. Cependant, il est difficile d'établir un modèle géophysique du processus sismique pour la caractérisation du phénomène de la variabilité spatiale de l'input sismique. Pour des considérations pratiques, le mouvement sismique, exhibant une nature aléatoire, peut être modélisé d'une manière probabiliste par un Champ Aléatoire.

4.2 Modélisation du Mouvement Sismique à partir de la Théorie des Champs Aléatoires

Il est raisonnable de supposer que chaque composante de l'accélération sismique constitue un champ aléatoire spatio-temporel Homogène, caractérisé par sa fonction de densité spatio-spectrale de puissance définie par :

$$C(\mathbf{d}, \omega) = S(\omega) r(\mathbf{d}, \omega) \quad (4.1)$$

où

$$\left\{ \begin{array}{l} r(\mathbf{d}, \omega) = \gamma(\mathbf{d}, \omega) \exp[i \phi(\mathbf{d}, \omega)] \end{array} \right. \quad (4.2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi(\mathbf{d}, \omega) = \text{Tan}^{-1} \left[\frac{\text{Im}[C(\mathbf{d}, \omega)]}{\text{Re}[C(\mathbf{d}, \omega)]} \right] \end{array} \right. \quad (4.3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S(\omega) = C(\mathbf{0}, \omega) \end{array} \right. \quad (4.4)$$

$r(\mathbf{d}, \omega)$ est la fonction de cohérence, généralement complexe,

$\gamma(\mathbf{d}, \omega)$ est l'amplitude de la fonction de cohérence,

$\phi(\mathbf{d}, \omega)$ est la phase spectrale,

$S(\omega)$ est la fonction de densité spectrale de puissance spatialement invariante,

\mathbf{d} est le vecteur distance séparant les deux positions d'enregistrement.

La fonction de densité spatio-spectrale de puissance est la transformée de Fourier par rapport au temps uniquement de la fonction de covariance spatio-temporelle $B(\mathbf{d}, \tau)$.

La fonction de cohérence, qui est la fonction normalisée de la fonction de densité de puissance spatio-spectrale, est une mesure de la corrélation entre deux signaux de fréquences ω enregistrés (en même temps) en deux points distants de \mathbf{d} . Elle est caractérisée par son amplitude et sa phase, variant avec la distance et la fréquence. L'amplitude caractérise l'effet **d'incohérence**, dû notamment au phénomène réflexion-réfraction des ondes se manifestant dans un milieu hétérogène complexe, quant à la phase spectrale, elle décrit l'angle de déphasage provoqué par les ondes de fréquence ω entre les deux points, et caractérisant ainsi l'effet de la **propagation des ondes**.

Pour le cas des Champs Aléatoires Isotropes, la fonction de cohérence est réelle et est égale à son amplitude (phase est nulle $\forall \omega$).

Il est possible d'une manière générale de définir la fonction de corrélation spatio-fréquentielle entre deux ondes de fréquence ω

$$\rho_{\omega}(\mathbf{d}, \tau) = \gamma(\mathbf{d}, \omega) \cos[\omega\tau + \phi(\mathbf{d}, \omega)] \quad (4.5)$$

Nota : Dans certaines références, on utilise le terme de cohérence ou fonction de cohérence pour $\gamma^2(\mathbf{d}, \omega)$.

Pour le cas de deux processus $X_i(t)$ et $X_j(t)$ de moyenne nulle, décrivant la variation temporelle en deux points espacés d'un vecteur \mathbf{d} , la fonction de cohérence et la phase spectrale ont des expressions identiques aux précédentes en remplaçant $C(\mathbf{d}, \omega)$ par $S_{X_i X_j}(\omega)$ et $S(\omega)$ par $\left[S_{X_i X_i}(\omega) S_{X_j X_j}(\omega) \right]^{1/2}$.

$S_{X_i X_i}(\omega)$ et $S_{X_j X_j}(\omega)$ sont les fonctions de densités spectrales de puissance aux positions i et j supposées différentes.

4.3 Estimation des Fonctions Spectrales à Partir des Données Accélérométriques

Il existe plusieurs méthodes pour l'estimation des fonctions spectrales à partir des accélérogrammes. Ces méthodes peuvent être classées en trois catégories : La méthode

d'analyse spectrale conventionnelle, la méthode de vraisemblance maximum (M.L.M) et la méthode de l'Entropie maximum (M.E.M). Les M.L.M et M.E.M sont des méthodes récentes capables d'estimer les fonctions spectrales, correspondant à des accélérogrammes couvrant une plage réduite de fréquences, avec une précision meilleure que la méthode conventionnelle. Cependant, pour l'analyse spectrale des accélérogrammes, couvrant une plage importante de fréquences, il est adéquat de résoudre le problème par la méthode conventionnelle. Il est intéressant d'exposer la procédure d'estimation des fonctions spectrales à partir de la méthode Conventionnelle, utilisée par Harichandran et Vanmarcke [34], [35] pour l'étude de la variabilité spatiale de l'input sismique.

En supposant que les accélérogrammes $x_i(t)$ et $x_j(t)$ de durée T constituent des réalisations de deux processus aléatoires stationnaires $X_i(t)$ et $X_j(t)$ de moyenne nulle, la fonction d'Inter-Covariance a pour estimation [41] :

$$\bar{B}_{x_i, x_j}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^{T-|\tau|} x_i(t) x_j(t+\tau) dt \quad |\tau| \leq T \quad (4.6)$$

L'estimateur de la fonction d'Inter-Densité spectrale de puissance, $\bar{S}_{x_i, x_j}(\omega)$, est donné par la transformée de Fourier de $\bar{B}_{x_i, x_j}(\tau)$. Cependant, l'efficacité de l'estimateur dépend essentiellement de l'ergodicité du processus dans ce dernier (la tendance de l'estimateur, pour des accélérogrammes de durée infinie, vers la densité spectrale exacte donc admettant une variance nulle). Pour des considérations pratiques, il est adéquat d'avoir un estimateur ayant une certaine variance. Or, l'estimateur $\bar{S}_{x_i, x_j}(\omega)$ a une importante variance (même avec un T infiniment grand), il a été donc nécessaire d'introduire des fenêtres temporelle et spectrale pour le lissage des fonctions d'Inter-Covariance et d'Inter-Densités spectrales [35]

$$\begin{cases} \hat{B}_{x_i, x_j}(\tau) = w(\tau) \bar{B}_{x_i, x_j}(\tau) & (4.7) \\ \hat{S}_{x_i, x_j}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} W(g) \bar{S}_{x_i, x_j}(\omega - g) dg & (4.8) \end{cases}$$

$\hat{B}_{x_i, x_j}(\tau)$ et $\hat{S}_{x_i, x_j}(\omega)$ sont, respectivement, les fonctions d'Inter-Covariance et d'Inter-Densité spectrale de puissance lissées.

$W(\omega)$ est la fonction de pondération et est la transformée de Fourier de $w(\tau)$ qu'on peut le remarquer à partir de la propriété de l'intégrale de convolution (la transformée de Fourier d'une convolution est égale au produit des transformées de Fourier des deux composantes).

Plusieurs fenêtres temporelles ont été proposées et ont tendance à donner des résultats similaires quand les fenêtres spectrales correspondantes admettent une même largeur de bande équivalente. La largeur de bande équivalente est définie par :

$$b = \left(\int_{-\infty}^{\infty} w^2(\tau) d\tau \right)^{-1} = \left(\int_{-\infty}^{\infty} W^2(f) df \right)^{-1} \quad (4.9)$$

Cependant, la largeur de bande de la fenêtre spectrale est proportionnelle à la tendance de la valeur moyenne de l'estimateur vers la densité spectrale exacte et est inversement proportionnelle à la variance de l'estimateur. Il est donc nécessaire de bien choisir un modèle de fenêtre temporelle conduisant à une estimation s'approchant mieux de l'ergodicité. Pour minimiser l'erreur des estimateurs, la fenêtre temporelle est prise symétrique par rapport à une valeur d , de manière que la phase spectrale suivante

$$\hat{\phi}'_{x_i, x_j}(\omega) = \hat{\phi}_{x_i, x_j}(\omega) + 2\pi\tau_m f \quad (4.10)$$

soit approximativement nulle. Ce paramètre τ_m coïncide généralement avec la valeur τ correspondant à la valeur maximale de la fonction d'Inter-Covariance $\bar{B}_{x_i, x_j}(\tau)$ ou encore c'est le temps mis par l'onde prédominante pour se propager de la station i vers la station j . Lorsque les accélérogrammes sont faiblement corrélés, $\bar{B}_{x_i, x_j}(\tau)$ exhibe de faux pics et $\hat{\phi}'_{x_i, x_j}(\omega)$ tend à avoir une grande variance et par conséquent, l'expression (4.6) donne des estimations erronées du paramètre τ_m . Un des meilleurs estimateurs du paramètre τ_m est proposé par **Hannan et Thomson** [28] et qui est similaire à celui du maximum likelihood lorsque les processus $X_i(t)$ et $X_j(t)$ sont stationnaires et Gaussiens et que le bruit et le signal sont non corrélés [46]. Cette estimation de τ_m correspond au temps τ pour lequel la fonction d'Inter-Covariance généralisée suivante

$$\tilde{B}_{x_i, x_j}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\gamma_{x_i, x_j}^2(\omega)}{S_{x_i, x_j}(\omega) (1 - \gamma_{x_i, x_j}^2(\omega))} \right) \hat{S}_{x_i, x_j}(\omega) \exp(i\omega\tau) d\omega \quad (4.11)$$

admet un pic.

Les fonctions d'Inter-Covariance et d'Inter-densité spectrale peuvent être analysées, d'une manière judicieuse, sur des fenêtres temporelles et/ou fréquentielles mobiles qu'on peut voir ultérieurement.

Nota : La procédure de lissage est indispensable lors de l'estimation de l'amplitude de la fonction de cohérence, sinon elle sera toujours égale à l'unité quelquesoit la fréquence.

4.4 Identification des Types d'Onde, Directions et Vitesses à partir des Données Accélérométriques

4.4.1 Directions Principales

Il est très fréquent d'avoir des accélérogrammes enregistrés par des accélérographes suivant des directions non principales. Ces accélérogrammes ne reflètent pas, d'une manière exacte, l'ampleur de l'événement sismique. Ayant les données accélérométriques suivant trois directions orthogonales, l'évaluation des mouvements sismiques suivant la direction principale majeure peut être établie théoriquement par le biais d'une matrice de transformation \mathbf{T} .

$$\mathbf{A}_p = \mathbf{T} \cdot \mathbf{A} \quad (4.12)$$

avec \mathbf{A} : Vecteur des accélérations suivant les directions orthogonales x, y, z ,

\mathbf{A}_p : Vecteur des accélérations suivant les directions principales x', y', z' .

La matrice de transformation \mathbf{T} est orthogonale et doit satisfaire la condition de non-corrélation des mouvements principaux orthogonaux. La matrice \mathbf{T} et les termes diagonaux de la matrice Covariance $\overline{\mathbf{B}}_p$ des accélérations principales sont, respectivement, les vecteurs propres et les valeurs propres de la matrice de Covariance $\overline{\mathbf{B}}$ des mouvements non corrélés.

$$\overline{\mathbf{B}}_p = \mathbf{T}^T \cdot \overline{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{T} \quad (4.13)$$

4.4.2 Estimation de la Vitesse Apparente et de la Direction de Propagation des Ondes

Pour étudier le chemin des ondes, d'une manière judicieuse, il est préférable d'analyser les données accélérométriques, suivant la direction principale majeure, sur des fenêtres fréquentielles et/ou temporelles mobiles. L'accélération principale majeure qui doit être analysée dans ce cas a pour expression :

$$a_i(t, \omega_0, t_0) = \int_{-\omega_0 - \Delta\omega/2}^{-\omega_0 + \Delta\omega/2} A_i(\omega, t_0) \exp(i\omega t) d\omega + \int_{\omega_0 - \Delta\omega/2}^{\omega_0 + \Delta\omega/2} A_i(\omega, t_0) \exp(i\omega t) d\omega \quad (4.14)$$

avec

$$A_i(\omega, t_0) = \int_{t_0 - \Delta t/2}^{t_0 + \Delta t/2} a_i(t) \exp(-i\omega t) dt \quad (4.15)$$

où $A_i(\omega, t_0)$ est la transformée de Fourier de l'accélération fenêtrée,

ω_0 et t_0 sont, respectivement, les valeurs centrales des fenêtres fréquentielle et temporelle,

$\Delta\omega$ et Δt sont, respectivement, les largeurs de bande des fenêtres fréquentielle et temporelle et peuvent être finies ou infinies.

La vitesse apparente des ondes sismiques, ayant une fréquence donnée, peut être estimée à partir de la distance entre deux points projetée suivant la direction principale majeure et la différence temporelle τ_m correspondant au pic de la fonction d'Inter-Covariance entre les deux accélérogrammes majeures.

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{B}(\tau, t_0, \omega_0) = \int_{t_0 - \Delta t/2}^{t_0 + \Delta t/2} a_i(t, \omega_0, t_0) a_j(t, \omega_0, t_0) dt \end{array} \right. \quad (4.16)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_a(\omega_0, t_0) = \frac{d_{ij}^L}{\tau_m(\omega_0, t_0)} \end{array} \right. \quad (4.17)$$

Une autre approche plus efficace, pour l'estimation de la direction de propagation et la vitesse apparente des ondes sismiques, peut être établie à partir du Spectre Fréquence-Nombre d'onde. Ce spectre est la transformée de Fourier de la fonction de densité spatio-spectrale et est défini par :

$$P(\mathbf{K}, \omega) = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C(\mathbf{d}, \omega) \exp(-i \mathbf{K} \cdot \mathbf{d}) d\mathbf{d} = S(\omega) r(\mathbf{K}, \omega) \quad (4.18)$$

avec
$$r(\mathbf{K}, \omega) = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r(\mathbf{d}, \omega) \exp(-i \mathbf{K} \cdot \mathbf{d}) d\mathbf{d} \quad (4.19)$$

où \mathbf{K} est le vecteur nombre d'onde (k_x, k_y) ,

$r(\mathbf{K}, \omega)$ est la fonction normalisée du spectre fréquence nombre d'onde et permet d'évaluer, pour une fréquence donnée, la contribution des ondes de différents nombre d'onde et est caractérisée par la propriété suivante :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r(\mathbf{K}, \omega) d\mathbf{K} = 1 \quad (4.20)$$

De plus, ce spectre donne une information sur la dispersion et l'incohérence des ondes. Cependant, la direction de propagation et la vitesse apparente des ondes correspondent aux ondes de nombre d'onde prédominant (pic du spectre) et ont les expressions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = 90^\circ - \arctan\left(\frac{k_Y}{k_X}\right) \end{array} \right. \quad (4.21)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_a(\omega, t_0) = \frac{\omega}{k} \end{array} \right. \quad (4.22)$$

avec
$$k = \sqrt{k_X^2 + k_Y^2} \quad (4.23)$$

où k est le nombre d'onde prédominant

α désigne la direction de propagation des ondes par rapport à l'axe y .

De plus, la direction principale majeure du mouvement, admettant une variance prédominante vis-à-vis de celle du mouvement intermédiaire, permet généralement d'identifier le type d'onde prédominant sur les bandes fréquentielle et temporelle considérées. Cette direction peut être évaluée par le spectre fréquence-nombre d'onde exhibant une concentration au voisinage d'un nombre d'onde unique c.à.d. que les ondes sont approximativement cohérentes et peuvent être modélisées en une seule onde plane. Si le spectre exhibe plusieurs pics, il apparaît donc une perte de cohérence et le champ d'ondes est plus complexe que des ondes planes. Cependant, la vitesse apparente des ondes, prédominant toute la durée du mouvement, peut être estimée à partir des accélérogrammes principaux majeurs et a pour expression :

$$V_a = \frac{d_{ij}}{\tau_m} \quad (4.24)$$

où τ_m est la différence temporelle correspondant au pic de la fonction d'Inter-Covariance ou encore peut être estimée à partir des méthodes exposées en (4.3).

En analysant les données accélérométriques de quelques événements sismiques enregistrés par le réseau d'accélérographes le SMART-1, durant le début des années 80, sur des fenêtres temporelles et/ou fréquentielles, les résultats de Loh [49], [50], [51] ont révélé les points suivants :

- Durant les premières secondes où les ondes P sont les plus prédominantes, le mouvement est riche en hautes fréquences et les directions principales majeures coïncident approximativement avec la verticale.
- Tant que les distances épacentrales ne sont pas aussi grandes que cinq fois la profondeur focale, l'amplitude des ondes de Rayleigh reste insignifiante comparée à celle des

ondes P et S [59] et par conséquent, les ondes S prédominent la majorité de la phase forte du mouvement, et sont donc les plus énergétiques. Elles sont riches en fréquences ne dépassant généralement pas les 3Hz. Les directions principales majeures, pendant cette phase, coïncident approximativement avec la direction épacentrale (onde SV) ou avec la normale à la direction épacentrale (onde SH).

- La direction de propagation des ondes, prédominant toute la durée du mouvement, est approximativement suivant la direction épacentrale.

D'un point de vue sismologique, il est difficile si ce n'est impossible de séparer les ondes de volume et de surface sur les accélérogrammes. Cependant, les ondes de surface sont tardives et riches en faibles fréquences. Il a été donc suggéré de séparer ces deux types d'ondes suivant leur degré d'importance (prédominance) en se basant sur les données du spectre évolutif de puissance $S(t, \omega)$ caractérisant les processus non stationnaires.

Nota : La vitesse apparente du mouvement, estimée à partir des données accélérométriques du SMART-1, peut être évaluée en utilisant la procédure de la **minimisation**, au sens des moindres carrés (régression linéaire).

4.5 Modèles Empiriques et Théoriques des Fonctions Spectrales

4.5.1 Fonction de Densité Spectrale de l'Excitation

En réalité, le signal sismique reçu en un site donné dépend de plusieurs facteurs, très complexes même au plan individuel, comme le type de source (mécanisme), le chemin de la propagation d'ondes, la dispersion des ondes dans le milieu hétérogène, l'effet des conditions locales du site (amplification), etc... Théoriquement, le signal peut être représenté, en incorporant l'effet de ces paramètres, sous la forme suivante [51]

$$S_{x_i, x_i}(\omega) = S_0(\omega) R(\omega) |H_i(\omega)|^2 \quad (4.25)$$

où

$$R(\omega) = \exp\left[-\frac{\omega R}{Q(\omega) V_s}\right] \quad (4.26)$$

avec $S_0(\omega)$ est le signal sismique à la source,

$R(\omega)$ est la fonction de transfert due au trajet entre la source et le site (effet de la propagation d'onde),

$H(\omega)$ est la fonction de transfert des couches géologiques locales du site,

$Q(\omega)$ est la fonction d'atténuation fréquentielle,

V_s est la vitesse de l'onde de cisaillement.

Plusieurs définitions de distance R existent dans la littérature; on peut citer notamment : La distance épacentrale, la distance focale, la distance à la faille, la distance par rapport au centre de la zone où l'énergie sismique est maximale.

En pratique, il est très commode de simplifier le problème, pour l'estimation du signal, en suggérant (supposant) l'hypothèse que le champ d'observation est proche de la source et que les ondes se propagent verticalement. L'estimation du signal sismique se réduit à l'expression suivante :

$$S_{x_i, x_i}(\omega) = S_0(\omega) |H_i(\omega)|^2 \quad (4.27)$$

De plus, en analysant les mouvements sismiques réels, les spectres de l'amplitude de Fourier exhibent généralement des variations en fréquences. Il a été donc suggéré qu'un bruit blanc stationnaire filtré d'une durée limitée puisse être représentatif pour ces excitations. Dans ce contexte, **Kanai** [42] et **Tajimi** [73] ont suggéré la fonction de transfert du filtre suivante :

$$|H_i(\omega)|^2 = \frac{1 + 4\beta_g^2 \left(\omega/\omega_g\right)^2}{\left[1 - \left(\omega/\omega_g\right)^2\right]^2 + 4\beta_g^2 \left(\omega/\omega_g\right)^2} \quad (4.28)$$

où ω_g et β_g sont les caractéristiques dynamiques d'un oscillateur modélisant la couche géologique superficielle.

Der Kiureghian a proposé des valeurs de ces paramètres dynamiques pour trois types de sols:

- Sol ferme : $\omega_g = 15rd / s ; \beta_g = 0.6$
- Sol de moyenne consistance : $\omega_g = 10rd / s ; \beta_g = 0.4$
- Sol meuble : $\omega_g = 5rd / s ; \beta_g = 0.2$

Cependant, ce filtre conduit à des variances stationnaires infinies, de la vitesse et du déplacement, dues à la singularité existant au voisinage de $\omega \rightarrow 0$. Il a été donc nécessaire de passer le signal à travers un autre filtre de manière à réduire les valeurs spectrales au niveau des faibles fréquences. Ce filtre est utilisé récemment par plusieurs chercheurs dans l'analyse

dynamique des structures (Hindy et Novak [38], Zerva [88], Harichandran [37], Der Kiureghian et al [24]) et a pour expression :

$$|H'_i(\omega)|^2 = \frac{(\omega/\omega_f)^4}{\left[1 - (\omega/\omega_f)^2\right]^2 + 4\beta_f^2 (\omega/\omega_f)^2} \quad (4.29)$$

où ω_f et β_f sont les caractéristiques du filtre correctif

Ces paramètres doivent influencer l'allure du spectre qu'au niveau des faibles fréquences, ce qui conduit à choisir le paramètre ω_f relativement faible vis-à-vis de la fréquence du sol. Zerva et Der Kiureghian ont proposé les valeurs suivantes :

$$\begin{cases} \omega_f = 0.1\omega_g \\ \beta_f = 0.6 \end{cases} \quad (4.30)$$

4.5.2 Fonctions de Cohérence et Fonctions de Corrélation Spatiale

L'installation du dense réseau d'accélérographes SMART-1 a permis aux chercheurs d'étudier et d'analyser le phénomène de la cohérence spatiale des ondes. En analysant les accélérogrammes sur plusieurs fenêtres temporelles et/ou fréquentielles avec ou sans la procédure du lissage, des modèles stochastiques empiriques des fonctions de corrélation ont pu être établis et proposés que ce soit dans le domaine temporel (fonction de corrélation spatiale) ou fréquentiel (fonction de cohérence).

4.5.2.1 Domaine Temporel

L'étude du caractère spatial de l'input sismique ne s'est pas fait de manière soutenue dans le domaine temporel. Ceci a déjà été mentionné et s'explique par le fait que l'évaluation des réponses des structures s'obtient de manière plus commode, instructive et exploitable dans le domaine fréquentiel. Harada [31], [32], [33] et Loh [50], [51] ont développé des modèles de fonctions de Corrélation Spatiale variant exponentiellement avec la distance (ou avec la distance au carré).

- **Modèle de Harada**

$$\rho(d) = \left[1 - 2(d/b)^2\right] \exp\left[-(d/b)^2\right] \quad (4.31)$$

où b est paramètre du modèle.

- **Modèle de Loh**

Il a proposé des modèles empiriques variant exponentiellement avec la distance et la distance au carré. Cependant, il a utilisé dans son étude le modèle suivant :

$$\rho(d) = \exp(-a|d|) \cos(2\pi k_0 d) \quad (4.32)$$

où a et k_0 sont des paramètres contrôlant l'allure de la fonction de corrélation spatiale.

4.5.2.2 Domaine Fréquentiel

Durant ces deux dernières décennies, plusieurs investigations ont été axées vers ce domaine pour l'étude de la cohérence des ondes. On a remarqué que la cohérence entre deux points diminue en augmentant la distance ou la fréquence. Dans ce contexte, plusieurs modèles empiriques et théoriques ont été développés par de fameux chercheurs tels que : Harichandran et Vanmarcke [35], Luco et Wong [53], Loh et Yeh [51], Somerville et al [72], Hao et al [30], Abrahamson et al [4].

- **Modèle de Harichandran et Vanmarcke**

En analysant les données accélérométriques enregistrées sur des accélérographes situés sur deux lignes orthogonales, les résultats ont montré que les valeurs de la cohérence pour chaque composante (épacentrale, orthogonale à la direction épacentrale, verticale) sont approximativement identiques suivant les deux directions. De plus, cette fonction de cohérence a montré une décroissance initialement rapide avec la distance et quasiment faible avec la fréquence. Dans ce contexte, Harichandran et Vanmarcke ont développé un modèle **stochastique isotrope** composé d'une somme de deux fonctions exponentielles, et basé sur le facteur décrivant le degré de fluctuation spatiale :

$$\gamma(d, \omega) = A \exp\left[-\frac{2d}{\alpha \theta(\omega)} (1 - A + \alpha A)\right] + (1 - A) \exp\left[-\frac{2d}{\theta(\omega)} (1 - A + \alpha A)\right] \quad (4.33)$$

avec
$$\theta(\omega) = k \left[1 + (\omega/\omega_0)^b\right]^{-1/2} \quad (4.34)$$

où $\theta(\omega)$ est le facteur décrivant le degré de fluctuation spatiale

Ce modèle possède cinq paramètres empiriques A , α , k , ω_0 et b

- **Modèle de Luco et Wong**

En se basant sur le modèle théorique de la cohérence établi par Uscinski [75], concernant la propagation des ondes de cisaillement dans un milieu aléatoire, **Luco et Wong** ont proposé un modèle simplifié ayant la forme suivante :

$$\gamma(d, \omega) = \exp \left[- \left(\frac{\alpha \omega d}{V_s} \right)^2 \right] \quad (4.35)$$

où α est un facteur d'incohérence et varie entre 0.1 et 0.5 (Luco et Mita [54]),

V_s est la vitesse de l'onde de cisaillement

Ce modèle est utilisé récemment par d'autres chercheurs (Zerva [88]; Der Kiureghian et al [24]; Zavoni et al [85]).

- **Modèle de Loh et Yeh**

Ils ont proposé un modèle de forme similaire à celui de Luco et Wong exhibant une atténuation relativement faible que ce soit en distance ou en fréquence.

$$\gamma(d, \omega) = \exp \left[- \beta \left(\frac{\omega d}{2\pi V} \right) \right] \quad (4.36)$$

avec V est la vitesse de phase (vitesse apparente) de l'onde prédominante

β est un paramètre d'incohérence

- **Modèle de Somerville et al**

Ils ont proposé un modèle de cohérence exhibant une décroissance plus importante avec la fréquence qu'avec la distance.

$$\gamma(d, \omega) = \exp \left[- (a + b\omega^2) d \right] \quad (4.37)$$

où a et b sont des constantes caractérisant l'allure de la fonction de cohérence.

- **Modèle de Hao et al**

En faisant le traitement des accélérogrammes pour deux événements sismiques, Hao et al ont proposé un modèle de forme anisotrope pour la fonction de cohérence de manière à représenter adéquatement les conditions du milieu et pouvant être, en conséquence, généralement applicable. Ce modèle a pour expression :

$$\gamma(\omega, d^L, d^T) = \exp[-(\beta_1 d^L + \beta_2 d^T)] \exp[-(\alpha_1 \sqrt{d^L} + \alpha_2 \sqrt{d^T}) \omega^2] \quad (4.38)$$

avec d^L et d^T sont les distances entre deux points projetées, respectivement, suivant la direction épacentrale et la direction qui lui est orthogonale,

β_1 et β_2 sont des paramètres pouvant être estimés au voisinage de la fréquence nulle,
 α_1 et α_2 sont des paramètres qui varient plus fréquemment avec la fréquence.

Dans leur analyse, ils ont remarqué que la cohérence dépend essentiellement de d^L dans la frange des faibles fréquences.

- **Modèle de Abrahamson et al**

Ils ont analysé plusieurs événements sismiques enregistrés sur le réseau d'accélérographes L.S.S.T. (large scale seismic test) situé à Lotung (Taiwan 1985), pour le but d'examiner les effets de la magnitude et de la distance épacentrale sur la cohérence des ondes. Le réseau L.S.S.T. a permis l'évaluation de la fonction de cohérence pour des distances variant de 6 à 85m. Ils ont remarqué que pour les fréquences inférieures à 5Hz, les événements sismiques de faible magnitude admettent une cohérence relativement faible par rapport à celle des événements sismiques de forte magnitude, alors qu'aux fréquences variant de 6 à 10Hz, c'est le contraire qui apparaît. De plus, la fonction de cohérence exhibe une décroissance plus rapide avec la fréquence qu'avec la distance. Dans ce contexte, Abrahamson et al ont développé un modèle théorique ayant la forme suivante :

$$\gamma(d, \omega) = \text{Tanh}\left\{(a_1 + a_2) \left[\exp[(b_1 + b_2 d) \omega] + \omega^c/3 \right] + k \right\} \quad (4.39)$$

où a_1, a_2, b_1, b_2 et c sont les paramètres du modèle

k est un paramètre caractérisant le niveau du bruit parasite existant lors du traitement et peut être estimé à partir des valeurs de la fonction de cohérence en hautes fréquences ($f > 50\text{Hz}$).

Ce modèle présente un inconvénient au niveau des distances au voisinage de 0 où il ne peut pas être extrapolé ($\gamma(\omega, 0) \neq 1$).

Nota : Tous les paramètres des modèles de la fonction de cohérence peuvent être estimés en utilisant la procédure de la **minimisation**, au sens des moindres carrés (régression non linéaire) entre les valeurs de la cohérence estimée et ceux du modèle.

4.5.3 Phase Spectrale

Théoriquement, la phase décrit le déphasage des ondes entre deux points du site distants de d . Cependant, les ondes planes, ayant différentes fréquences, se propagent généralement avec différentes vitesses. De plus, ces ondes exhibent des vitesses apparentes différentes entre les points du site, dues essentiellement aux divers alignements des points par rapport à la direction du mouvement des ondes. Ce déphasage peut donc être estimé, d'une manière déterministe, par celui d'une onde plane [50]:

$$\phi(d, \omega) = -\omega \tau_m(\omega) \quad (4.40)$$

avec

$$\tau_m(\omega) = \frac{d^L}{V_a(\omega)} \quad (4.41)$$

où $\tau_m(\omega)$ est le temps mis par l'onde prédominante de fréquence ω pour parcourir la distance entre les deux points,

d^L est la distance entre les deux points projetée suivant la direction principale majeure du mouvement à la fréquence ω ,

$V_a(\omega)$ est la vitesse apparente de l'onde prédominante de fréquence ω .

Néanmoins, on peut approximativement évaluer ce déphasage à partir d'une seule onde plane prédominant le mouvement et est utilisé par la majorité des chercheurs (Harichandran et al [36], [37]; Der Kiureghian et al [24], Nakamura et al [55]; Zavoni et al [85]) pour l'analyse dynamique des structures étendues et a pour expression :

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi(d, \omega) = -\omega \tau_m \\ \tau_m = \frac{d^L}{V_a} = \frac{\mathbf{V}_a \cdot \mathbf{d}}{V_a^2} \end{array} \right. \quad (4.42)$$

$$\tau_m = \frac{d^L}{V_a} = \frac{\mathbf{V}_a \cdot \mathbf{d}}{V_a^2} \quad (4.43)$$

où d^L est la distance entre les deux points projetée suivant la direction épiscoptrale

\mathbf{V}_a est le vecteur vitesse apparente de l'onde sismique prédominante

\mathbf{d} est le vecteur séparation entre les deux points

Les résultats de Harichandran et al [35], et de Abrahamson et al [4] ont montré des fluctuations de la phase spectrale au niveau des hautes fréquences. Ces variations sont extrêmement difficiles à prédire et peuvent être dues aux effets locaux du site ou encore à l'instabilité de la phase spectrale estimée (la phase spectrale estimée admet une variance

importante pour les hautes fréquences). Par conséquent, la phase devient plus déterministe aux faibles fréquences, alors qu'aux hautes fréquences, elle devient de plus en plus aléatoire. Dans ce contexte, Abrahamson et al [4] ont proposé un modèle de la phase spectrale tenant compte de sa nature aléatoire.

$$\exp[i\phi(d^L, \omega)] = h(\omega, d^L) \exp(-i\omega d^L/V_a) + [1 - h(\omega, d^L)] \exp[i\eta(\omega)] \quad (4.44)$$

où $h(\omega, d^L)$ est la puissance relative d'un mouvement cohérent qui peut être décrit par une seule onde plane et est introduite pour exprimer la contribution de la partie aléatoire de la phase spectrale.

$\eta(\omega)$ est un terme de phase aléatoire.

Les résultats ont montré que la phase spectrale exhibe une décroissance importante avec la fréquence et faible avec la distance. Par conséquent, Abrahamson et al ont proposé un modèle de la fonction $h(\omega, d^L)$ ayant l'expression suivante :

$$h(\omega, d^L) = \frac{1}{1 + (\omega/k)^n} \quad (4.45)$$

où k et n sont des paramètres du modèle.

4.6 Conclusion

La variabilité spatiale du mouvement sismique est caractérisée par les effets d'incohérence et de propagation d'ondes ainsi que les effets géologiques du site (effets d'amplification). L'étude de la variabilité spatiale de l'input sismique est élaborée en utilisant la théorie des vibrations aléatoires. L'input sismique est modélisé par un champ aléatoire homogène spatio-temporel. Cependant, plusieurs modèles stochastiques théoriques sont établis et proposés par plusieurs chercheurs concernant les fonctions de cohérence (fonctions caractérisant l'incohérence et la propagation d'ondes).

Chapitre 5

Développement du Modèle de Spectre de Réponse Modifié

5.1 Introduction

Dans le cadre de la conception parasismique des constructions, il est très courant de supposer que l'entière base de la structure est soumise à un mouvement uniforme du sol. En d'autres termes, les supports de la structure (points d'attache de la structure au sol) sont supposés excités de manière identique et synchrone par le mouvement sismique. Cette hypothèse relative aux excitations sismiques est indubitablement avantageuse, parce qu'elle facilite l'analyse dynamique, qui peut être exécutée par le moyen de la méthode du spectre de réponse, largement utilisé en pratique. Ainsi, cette hypothèse signifierait que les ondes de cisaillement se propagent verticalement et de manière spatialement uniforme, ou que les dimensions de la base de la structure sont relativement petites comparées aux longueurs d'ondes des vibrations sismiques. Par conséquent, la supposition de l'uniformité du mouvement du sol n'est pas appropriée dans le cas des structures étendues et ainsi, l'utilisation de la méthode du spectre de réponse s'en trouve invalidée pour de telles structures. Pour cela, il est judicieux de développer une procédure qui peut, non seulement traiter le problème des excitations multiples, mais aussi fournir un outil susceptible d'être utilisé dans la pratique. Dans ce contexte, une alternative proposée par **M.K.Berrah** et **E.Kausel** [7], [8] consiste à modifier le spectre de réponse, en tenant compte du caractère spatial de l'input sismique en se basant sur la théorie des vibrations aléatoires appliquée aux champs stochastiques. Cette procédure de modification consiste en l'ajustement de chaque valeur spectrale du spectre de réponse pour un site donné. Ceci par le moyen d'un facteur de correction qui dépend essentiellement des propriétés structurales et des caractéristiques du phénomène de propagation d'ondes.

Pour le développement du modèle de spectre de réponse modifié, il a fallu examiner chaque équation modale et exprimer la valeur moyenne de la réponse modale maximale pour le cas d'excitations à corrélation partielle en terme de son homologue pour le cas d'input sismique uniforme. Ce spectre de réponse modifié est exprimé en fonction du spectre de réponse classique relatif au site à l'étude. Il y a lieu de noter cependant, que la procédure de

modification spectrale est un processus à étapes multiples faisant appel aux théories des champs et des vibrations aléatoires.

Le développement de ce type de modèle est basée sur plusieurs hypothèses, qui se résument comme suit :

- Les mouvements sismiques du sol sont modélisés de manière probabiliste à partir d'un champ aléatoire spatio-temporel homogène considéré comme une collection de processus aléatoires temporels en chaque location de l'espace. L'excitation sismique et la réponse structurale sont supposées être des processus stationnaires Gaussiens à moyenne nulle. En effet, la stationnarité de la réponse est justifiée si l'excitation sismique est relativement importante vis-à-vis de la période fondamentale de la structure.

- Le spectre de réponse (valeur moyenne R et l'écart type σ_R) est supposé donné. Il est spatialement homogène en un site donné. Les mouvements ou les excitations sismiques peuvent être différentes d'un appui à un autre.

- La fonction de densité auto-spectrale de l'accélération sismique est supposée la même sur chaque point d'attache ou appui, est consistante avec un spectre de réponse donné et suit un modèle, dont l'expression mathématique peut prendre toute forme jugée convenable.

- La fonction d'Inter-densité spectrale est liée à la fonction de densité auto-spectrale par l'intermédiaire de la fonction de cohérence, dont l'expression mathématique peut prendre toute forme jugée convenable.

- Les effets d'interaction sol-structure ne sont pas pris en compte et les structures sont supposées être classiquement amorties.

Ce modèle de spectre de réponse est établi pour le cas des systèmes discrets et continus.

5.2 Systèmes Discrets Soumis à un Mouvement du Sol à une Seule Composante (Unidimensionnel)

Dans cette partie, la procédure du développement du modèle de spectre de réponse modifié sera présentée pour les systèmes étendues à masses concentrées, tels que les bâtiments industriels. Pour simplifier la formulation, celle-ci tiendra compte seulement d'une seule composante et par la suite, la généralisation pour plusieurs composantes sismiques, sera directement élaborée.

Les équations couplées du mouvement d'un système structurel linéaire, à masses concentrées, à plusieurs degrés de liberté, à plusieurs supports et soumis à des excitations sismiques translationnelles et unidirectionnelles peuvent être écrites comme suit :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{U}}_s \\ \ddot{\mathbf{U}}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_s & \mathbf{C}_{sb} \\ \mathbf{C}_{bs} & \mathbf{C}_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{U}}_s \\ \dot{\mathbf{U}}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & \mathbf{K}_{sb} \\ \mathbf{K}_{bs} & \mathbf{K}_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U}_s \\ \mathbf{U}_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{P}_b \end{Bmatrix} \quad (5.1)$$

où s et b correspondent respectivement à la structure et à la base.

\mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} représentent successivement les matrices masse, amortissement et rigidité de la structure,

\mathbf{U} , $\dot{\mathbf{U}}$ et $\ddot{\mathbf{U}}$ sont, respectivement, les vecteurs déplacement absolu, vitesse et accélération.

\mathbf{P}_b étant le vecteur force des réactions à la base

Pour résoudre l'équation (5.1), il est commode de séparer les déplacements dans la structure en deux parties [15]: une composante pseudo-statique \mathbf{U}_s^s , et une composante dynamique \mathbf{V}_s ,

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{U}_s \\ \mathbf{U}_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{U}_s^s \\ \mathbf{U}_b \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{V}_s \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (5.2)$$

La composante pseudo-statique doit satisfaire l'équation matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & \mathbf{K}_{sb} \\ \mathbf{K}_{bs} & \mathbf{K}_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U}_s^s \\ \mathbf{U}_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{P}_b^s \end{Bmatrix} \quad (5.3)$$

d'où, on peut tirer les résultats suivants :

$$\begin{cases} \mathbf{U}_s^s = -\mathbf{K}_s^{-1} \cdot \mathbf{K}_{sb} \cdot \mathbf{U}_b & (5.4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{P}_b^s = (-\mathbf{K}_{bs} \cdot \mathbf{K}_s^{-1} \cdot \mathbf{K}_{sb} + \mathbf{K}_b) \mathbf{U}_b & (5.5) \end{cases}$$

En substituant les équations (5.2) et (5.4) dans l'équation (5.1) régissant le mouvement, on aura:

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{V}}_s + \mathbf{C}_s \dot{\mathbf{V}}_s + \mathbf{K}_s \mathbf{V}_s = \mathbf{M}_s \mathbf{K}_s^{-1} \mathbf{K}_{sb} \ddot{\mathbf{U}}_b + (\mathbf{C}_s \mathbf{K}_s^{-1} \mathbf{K}_{sb} - \mathbf{C}_{sb}) \dot{\mathbf{U}}_b \quad (5.6)$$

De plus, les matrices de rigidité et d'amortissement doivent satisfaire les conditions d'un corps rigide :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & \mathbf{K}_{sb} \\ \mathbf{K}_{bs} & \mathbf{K}_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{E}_s \\ \mathbf{E}_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{C}_s & \mathbf{C}_{sb} \\ \mathbf{C}_{bs} & \mathbf{C}_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{E}_s \\ \mathbf{E}_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \end{cases} \quad (5.7)$$

où \mathbf{E}_s et \mathbf{E}_b sont les vecteurs d'influence ou encore vecteurs déplacements d'un corps rigide associés avec la direction active du mouvement du support.

NOTA : Par exemple, pour un mouvement horizontal du support, ces vecteurs sont sous la forme $\langle 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ \dots \rangle^T$.

Aussi les expressions (5.7) conduisent aux relations suivantes :

$$\begin{cases} \mathbf{K}_{sb} \mathbf{E}_b = -\mathbf{K}_s \mathbf{E}_s \\ \mathbf{C}_{sb} \mathbf{E}_b = -\mathbf{C}_s \mathbf{E}_s \end{cases} \quad (5.8)$$

Considérons maintenant le cas où le mouvement sismique est uniforme (les excitations sismiques des supports sont parfaitement corrélées). Alors, le vecteur accélération des supports sera de la forme :

$$\ddot{\mathbf{U}}_b = \mathbf{E}_b \ddot{\mathbf{U}}_g \quad (5.9)$$

En substituant (5.9) et (5.8) dans (5.6), l'équation du mouvement pour le cas d'un mouvement uniforme, aura la forme :

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{V}}_s + \mathbf{C}_s \dot{\mathbf{V}}_s + \mathbf{K}_s \mathbf{V}_s = -\mathbf{M}_s \mathbf{E}_s \ddot{\mathbf{U}}_g \quad (5.10)$$

En effet, celle-ci représente l'équation classique du mouvement, d'un système à plusieurs degrés de liberté, soumis à une excitation sismique. On peut, dès lors, remarquer que les termes du second membre de l'équation (5.6) (représentant les forces d'amortissement), ont disparus. Ces termes peuvent être négligés dans le cas où le mouvement sismique n'est pas uniforme, et l'équation (5.6), pourra prendre la forme qui suit [15] :

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{V}}_s + \mathbf{C}_s \dot{\mathbf{V}}_s + \mathbf{K}_s \mathbf{V}_s = \mathbf{M}_s \mathbf{K}_s^{-1} \mathbf{K}_{sb} \ddot{\mathbf{U}}_b \quad (5.11)$$

Cette équation peut être résolue et découplée par la méthode de la superposition modale, en posant, $\mathbf{V}_s = \Phi \cdot \mathbf{Y}$, puis en la multipliant par Φ^T , et enfin en considérant les propriétés d'orthogonalité.

$$(\Phi^T \mathbf{M}_s \Phi) \ddot{\mathbf{Y}} + (\Phi^T \mathbf{C}_s \Phi) \dot{\mathbf{Y}} + (\Phi^T \mathbf{K}_s \Phi) \mathbf{Y} = (\Phi^T \mathbf{M}_s \mathbf{K}_s^{-1} \mathbf{K}_{sb}) \ddot{\mathbf{U}}_b \quad (5.12)$$

Elle peut être formulée en termes de la $k^{ème}$ composante modale :

$$\ddot{y}_k + 2\beta_k \omega_k \dot{y}_k + \omega_k^2 y_k = -\gamma_k \ddot{u}_k \quad (5.13)$$

où y_k est le déplacement modal ou coordonnée généralisée

β_k est le taux d'amortissement modal

ω_k est la fréquence (pulsation) modale

\ddot{u}_k est le mouvement modal des supports (excitation modale équivalente) et a pour expression

$$\ddot{u}_k = \mathbf{A}_k \ddot{\mathbf{U}}_b = \sum_{i=1}^n A_{ki} \ddot{u}_i \quad (5.14)$$

avec
$$\mathbf{A}_k = -\frac{\phi_k^T \mathbf{M}_s \mathbf{K}_s^{-1} \mathbf{K}_{sb}}{\phi_k^T \mathbf{M}_s \mathbf{E}_s} = [A_{ki}] \quad (5.15)$$

et
$$\gamma_k = \frac{\phi_k^T \mathbf{M}_s \mathbf{E}_s}{\phi_k^T \mathbf{M}_s \phi_k} \quad (5.16)$$

où \mathbf{A}_k est un vecteur ligne à n composantes

A_{ki} est le taux de participation de l'excitation du support i dans le mode k

n est le nombre total de degrés de liberté dans les supports

γ_k est le facteur de participation du mode k

- Dans le cas d'un mouvement uniforme :

$$\begin{cases} \ddot{u}_k = \ddot{u}_g \\ \ddot{\mathbf{U}}_b = \mathbf{E}_b \ddot{u}_g \end{cases} \quad (5.17)$$

On pourra avoir par conséquent, pour un mouvement unidirectionnel :

$$\begin{cases} \mathbf{A}_k \mathbf{E}_b = 1 \\ \sum_{i=1}^n A_{ki} = 1 \end{cases} \quad (5.18)$$

En raison du caractère stochastique du chargement sismique \ddot{u}_k , l'équation de mouvement (5.13), ne peut pas être résolue directement par la méthode du spectre de réponse.

En revanche, il est possible de caractériser la réponse modale y_k , dans un sens stochastique, par sa fonction de densité spectrale :

$$S_{y_k}^p(\omega) = \gamma_k^2 |H_k(\omega)|^2 S_{\ddot{u}_k}(\omega) \quad (5.19)$$

avec
$$H_k(\omega) = [\omega_k^2 - \omega^2 + 2i \beta_k \omega_k \omega]^{-1} \quad (5.20)$$

où $S_{y_k}^p(\omega)$ est la fonction de densité spectrale de puissance de y_k , pour le cas d'excitations partiellement corrélées (mouvement non uniforme).

$H_k(\omega)$ est la fonction de la réponse fréquentielle unitaire (fonction de Transfert), pour le mode k

$S_{\ddot{u}_k}(\omega)$ est la fonction de densité spectrale de puissance de \ddot{u}_k (excitation modale équivalente des supports)

p est un indice dénotant la corrélation partielle entre les excitations.

La fonction de densité spectrale de puissance du chargement modal équivalent, \ddot{u}_k , peut être évaluée à partir de (5.14) et a pour expression :

$$S_{\ddot{u}_k}(\omega) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n A_{ki} A_{kj} S_{\ddot{u}_i \ddot{u}_j}(\omega) = \mathbf{A}_k^T \mathbf{S} \mathbf{A}_k \quad (5.21)$$

avec
$$\begin{cases} S_{\ddot{u}_i \ddot{u}_j}(\omega) = r_{ij}(\omega, d_{ij}) S_{\ddot{u}_k}(\omega) \\ \mathbf{S} = [S_{\ddot{u}_i \ddot{u}_j}(\omega)] \end{cases} \quad (5.22)$$

où $r_{ij}(\omega, d_{ij})$ est la fonction de cohérence du mouvement sismique

d_{ij} est la distance relative entre les supports i et j

$S_{\ddot{u}_k}(\omega)$ est la fonction de densité spectrale de l'accélération du sol, supposé spatialement homogène

Comme la matrice d'Inter-densité spectrale de puissance, \mathbf{S} , est hermitienne, l'expression (5.21) devient :

$$S_{\ddot{u}_k}(\omega) = \left[\sum_{i=1}^n A_{ki}^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n A_{ki} A_{kj} \rho_{ij}(\omega, d_{ij}) \right] S_{\ddot{u}_k}(\omega) \quad (5.23)$$

où $\rho_{ij}(\omega, d_{ij})$ est la partie réelle de la fonction de cohérence et est le coefficient de corrélation spatio-fréquentiel

Cette équation peut être aussi écrite sous la forme matricielle suivante :

$$S_{\ddot{u}_k}(\omega) = (\mathbf{A}_k^T \mathbf{Q} \mathbf{A}_k) S_{\ddot{u}_k}(\omega) \quad (5.24)$$

avec $\mathbf{Q} = [\rho_{ij}]$ est la matrice de cohérence

En combinant les équations (5.19) et (5.14) on obtient :

$$S_{y_k}^p(\omega) = \gamma_k^2 |H_k(\omega)|^2 (\mathbf{A}_k^T \mathbf{Q} \mathbf{A}_k) S_{\ddot{u}_k}(\omega) \quad (5.25)$$

Dans le cas où le mouvement est uniforme ($\rho_{ij} = 1$), alors $\mathbf{Q} = \mathbf{E}_b \mathbf{E}_b^T$ et par conséquent, on a $(\mathbf{A}_k^T \mathbf{Q} \mathbf{A}_k) = 1$. L'équation (5.25) devient :

$$S_{y_k}(\omega) = \gamma_k^2 |H_k(\omega)|^2 S_{\ddot{u}_k}(\omega) \quad (5.26)$$

où $S_{y_k}(\omega)$ est la fonction de densité spectrale de la réponse modale, pour des excitations parfaitement corrélées.

En combinant les équations (5.25), (5.26), il est possible d'exprimer la relation entre les fonctions de densités spectrales, pour les cas des excitations partiellement et parfaitement corrélées.

$$S_{y_k}^p(\omega) = (\mathbf{A}_k^T \mathbf{Q} \mathbf{A}_k) S_{y_k}(\omega) \quad (5.27)$$

Cependant, la valeur moyenne de la réponse modale maximale est la quantité la plus importante et la plus utilisée en pratique. Elle peut être déterminée, dans le cas d'un mouvement uniforme, par le biais du spectre de réponse "classique" $R(\omega, \beta)$:

$$|y_k|_{\max} = |\gamma_k| R(\omega_k, \beta_k) \quad (5.28)$$

On peut définir, d'une manière analogue que précédemment, la réponse modale maximale pour le cas des mouvements des supports partiellement corrélés, sous la forme suivante :

$$|y_k^p|_{\max} = |\gamma_k| R^p(\omega_k, \beta_k) \quad (5.29)$$

où $R^p(\omega_k, \beta_k)$ est le spectre de réponse **modifié** (cas d'un mouvement non uniforme).

La détermination de la valeur moyenne et l'écart type du maximum d'une variable stochastique, étant donné sa fonction de densité spectrale, est un problème complexe dont les solutions exactes n'existent pas. Néanmoins, des modèles ont été développés sous des hypothèses raisonnables avec lesquelles des résultats satisfaisants peuvent être obtenus. Dans l'analyse de leurs travaux, **M.K.Berrah** et **E.Kausel** [8] ont opté pour le modèle pratique proposé par **Davenport** [18]. A partir de l'équation (5.27), on peut lier les moments spectraux des réponses modales pour les cas d'excitations partiellement et parfaitement corrélées, dont les expressions sont :

$$\begin{cases} \lambda_m = \int_0^{\infty} \omega^m G_{y_k}(\omega) d\omega \\ \lambda_m^P = \int_0^{\infty} \omega^m G_{y_k}^P(\omega) d\omega \end{cases} \quad (5.30)$$

où $G_{y_k}(\omega)$ et $G_{y_k}^P(\omega)$ sont, respectivement, les fonctions de densité spectrale unilatérale des réponses modales pour le cas d'un mouvement uniforme et non uniforme.

Ainsi, et après quelques manipulations algébriques, on aboutit à :

$$\lambda_m^P = \left[\sum_{i=1}^n A_{ki}^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n A_{ki} A_{kj} \rho_{ijmk} \right] \lambda_m \quad (5.31)$$

avec

$$\rho_{ijmk} = \frac{\int_0^{\infty} \omega^m \rho_{ij}(\omega, d_{ij}) |H_k(\omega)|^2 G_{\ddot{u}_g}(\omega) d\omega}{\int_0^{\infty} \omega^m |H_k(\omega)|^2 G_{\ddot{u}_g}(\omega) d\omega} \quad (5.32)$$

où $G_{\ddot{u}_g}(\omega)$ est la fonction de densité spectrale unilatérale de \ddot{u}_g .

On pourra de ce fait, lier la racine de la moyenne carrée et le taux moyen de crossings de la réponse modale à moyenne nulle, pour les deux cas de mouvements [7]. En utilisant le modèle de Davenport [18], on peut lier les facteurs de pic des deux cas qui, en les multipliant par la racine de la moyenne carrée, la valeur moyenne et l'écart type de la réponse modale maximale s'obtiennent [7]. L'étape finale est donc, d'exprimer la valeur moyenne de la réponse modale maximale de y_k , pour un mouvement non uniforme, en fonction de la valeur homologue pour un mouvement uniforme. Cette relation a pour expression [8]:

$$|y_k^p|_{\max} = (\mathbf{A}_k^T \mathbf{Q}_k \mathbf{A}_k)^{1/2} |y_k|_{\max} \quad (5.33)$$

D'autre part, en utilisant les équations (5.28) et (5.29), on pourra finalement obtenir le spectre de réponse modifié (mouvement non uniforme), en fonction du spectre de réponse classique.

$$R^p(\omega_k, \beta_k) = (\mathbf{A}_k^T \mathbf{Q}_k \mathbf{A}_k)^{1/2} R(\omega_k, \beta_k) \quad (5.34)$$

avec

$$\rho_{ijk} = \frac{\int_0^{\infty} \rho_{ij}(\omega, d_{ij}) |H_k(\omega)|^2 G_{\ddot{u}_k}(\omega) d\omega}{\int_0^{\infty} |H_k(\omega)|^2 G_{\ddot{u}_k}(\omega) d\omega} \quad (5.35)$$

$$\mathbf{Q}_k = [\rho_{ijk}]$$

L'équation (5.34) montre que le facteur liant les deux spectres de réponses, modifié et classique, dépend essentiellement des caractéristiques structurales et du caractère spatial de l'excitation sismique.

5.3 Systèmes Continus : cas des Ponts Soumis à une Seule Composante Sismique

Dans cette section du chapitre, il s'agit d'étendre la procédure développée pour les systèmes discrets aux systèmes continus, tels que les ponts soumis à des excitations sismiques unidimensionnelles et partiellement corrélées. Il est donc intéressant d'exposer la formulation générale pour le cas des ponts à plusieurs travées.

5.3.1 Ponts à Plusieurs Travées

Considérons le cas d'un pont à plusieurs travées, modélisé en une poutre continue, soumis à des excitations sismiques transversales (horizontales ou verticales) partiellement corrélées Fig. 5.1. L'équation du mouvement pour une poutre en flexion avec amortissement visqueux est donnée par :

$$m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + c \frac{\partial u}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = 0 \quad (5.36)$$

avec $u(x, t)$ est le déplacement transversal horizontal total de la poutre,

m est la masse linéaire supposée constante,

c est l'amortissement visqueux par mètre linéaire, supposé constant,
 EI est la rigidité de flexion de la poutre, supposée constante.

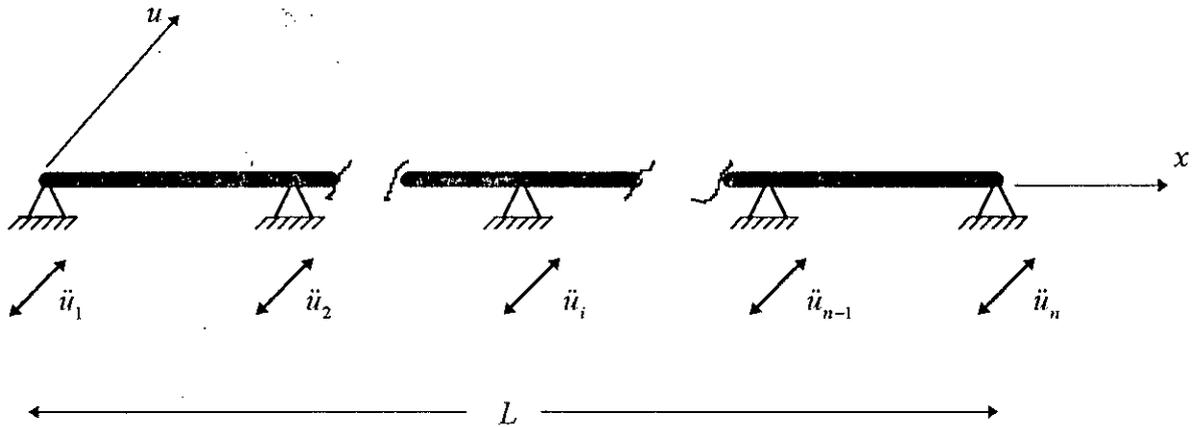


Fig. 5.1

Il est commode, comme dans le cas des systèmes discrets, de diviser les déplacements de la poutre en deux parties, une composante pseudo-statique, u_s , et une composante dynamique, v , telles que :

$$u(x, t) = u_s(x, t) + v(x, t) \quad (5.37)$$

où la composante statique, u_s , est simplement due à l'application statique des excitations des supports et dont l'expression est :

$$u_s(x, t) = \sum_{i=1}^n h_i(x) u_i(t) \quad (5.38)$$

où i indique le point du support,

n est le nombre total des supports,

$h_i(x)$ est la fonction de forme statique due à un déplacement unitaire du support i .

En substituant l'équation (5.37) dans celle (5.36), et en considérant simplement l'effet du chargement inertiel, on obtient :

$$m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + c \frac{\partial v}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} = -m \frac{\partial^2 u_s}{\partial t^2} \quad (5.39)$$

Cette équation peut être résolue par superposition modale, en supposant que :

$$v(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) y_i(t) \quad (5.40)$$

où $\phi_i(x)$ est la fonction de forme dynamique de la poutre pour le mode i ,
 $y_i(t)$ est la coordonnée généralisée pour le mode i .

En substituant l'équation (5.40) dans (5.39), puis en multipliant l'équation obtenue par $\phi_k(x)$ et en l'intégrant sur toute la longueur de la poutre et enfin, en tenant compte des conditions d'orthogonalité des modes propres, l'équation modale peut s'écrire comme suit :

$$\ddot{y}_k + 2\beta_k\omega_k\dot{y}_k + \omega_k^2 y_k = -\frac{\int_0^{L_r} \phi_k(x)\ddot{u}_s dx}{\int_0^{L_r} \phi_k^2(x) dx} \quad (5.41)$$

où y_k est le déplacement modal

β_k est le taux d'amortissement modal, donné par :

$$\beta_k = \frac{c}{2m\omega_k} \quad (5.42)$$

ω_k est la fréquence modale naturelle donnée par :

$$\omega_k^2 = \frac{EI}{m} \frac{\int_0^{L_r} \frac{d^4 \phi_k(x)}{dx^4} \phi_k(x) dx}{\int_0^{L_r} \phi_k^2(x) dx} \quad (5.43)$$

L'équation (5.41) peut être écrite sous une autre forme :

$$\ddot{y}_k + 2\beta_k\omega_k\dot{y}_k + \omega_k^2 y_k = -\gamma_k \ddot{u}_k \quad (5.44)$$

où \ddot{u}_k est l'excitation modale équivalente et est définie par

$$\ddot{u}_k = \sum_{i=1}^n A_{ki} \ddot{u}_i \quad (5.45)$$

avec

$$A_{ki} = \frac{\int_0^{L_r} \phi_k(x) h_i(x) dx}{\int_0^{L_r} \phi_k(x) dx} \quad (5.46)$$

et

$$\gamma_k = \frac{\int_0^{l_r} \phi_k(x) dx}{\int_0^{l_r} \phi_k^2(x) dx} \quad (5.47)$$

où A_{ki} est le taux de contribution de l'excitation du support i dans le mode k ,
 γ_k est le coefficient de participation du mode k

Cependant, l'équation (5.44) est identique à celle en (5.13). Par conséquent, la formulation du nouveau modèle de spectre de réponse, qui sera utilisé dans l'analyse de la réponse des ponts à plusieurs travées soumis à des excitations transversales des supports, aura la même expression que celle des systèmes discrets.

$$R^p(\omega_k, \beta_k) = (\mathbf{A}_k^T \mathbf{Q}_k \mathbf{A}_k)^{1/2} R(\omega_k, \beta_k) \quad (5.48)$$

où les paramètres A_{ki} sont ceux du présent cas.

Finalement, on a pu établir un modèle de spectre de réponse, pour les systèmes discrets et continus, traitant du problème de la variation spatiale des mouvements du sol.

Remarque particulière

Dans le cas où un mode ne contribue pas à la réponse d'une structure, soumise à un mouvement uniforme, ($\gamma_k = 0$), il pourra, cependant, contribuer si on tient compte des effets de l'incohérence et de la propagation d'ondes (mouvement non uniforme). Pour enlever l'indétermination dans (5.46), il est nécessaire de déterminer directement la réponse modale maximale $|y_k^p|_{\max}$

$$|y_k^p|_{\max} = (\mathbf{B}_k^T \mathbf{Q}_k \mathbf{B}_k)^{1/2} R(\omega_k, \beta_k) \quad (5.49)$$

avec

$$\mathbf{B}_k = \gamma_k \mathbf{A}_k \quad (5.50)$$

- **Systèmes discrets**

$$B_{ki} = -\frac{\phi_k^T \mathbf{M}_s \mathbf{K}_s^{-1} \mathbf{K}_{sb}}{\phi_k^T \mathbf{M}_s \phi_k} \quad (5.51)$$

- **Systèmes continus**

$$B_{ki} = \frac{\int_0^{L_i} \phi_k(x) h_i(x) dx}{\int_0^{L_i} \phi_k^2(x) dx} \quad (5.52)$$

ou encore, on peut mettre, en considérant $|\gamma_k| = 1, R^p(\omega_k, \beta_k)$ à la place de $|\gamma_k^p|_{\max}$.

5.3.2 Ponts Symétriques à Travées Multiples

Après avoir déterminé le nouveau modèle de spectre de réponse, qui tient compte du caractère spatial du mouvement sismique, pour le cas des ponts à travées multiples, il est intéressant d'examiner le cas de ponts symétriques à travées multiples, modélisés en poutres continues. Les fonctions de forme dynamique $\phi_k(x)$, caractérisant ces poutres, sont des fonctions symétriques et antisymétriques. Les modes symétriques et antisymétriques sont définis par

$$k = \begin{cases} 2j - \frac{1+(-1)^n}{2} & \text{modes symétriques} \\ 2j - \frac{1-(-1)^n}{2} & \text{modes antisymétriques} \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots \quad (5.53)$$

n est le nombre de supports.

Les paramètres dynamiques caractérisant ces poutres peuvent être résumés ainsi :

1. Les fonctions de forme modales

- Travées de rive

$$\phi_{k1}(x) = A_1 \left(\sin(\lambda_k x/L) - \frac{\sin \lambda_k}{\sinh \lambda_k} \sinh(\lambda_k x/L) \right) = (-1)^{n+k-1} \phi_{k(n-1)}(x) \quad (5.54)$$

- Travées intermédiaires

$$\begin{aligned} \phi_{ki}(x) &= A_i \sin(\lambda_k x/L) + B_i \cos(\lambda_k x/L) + C_i \sinh(\lambda_k x/L) + D_i \cosh(\lambda_k x/L) \\ &= (-1)^{n+k-1} \phi_{k(n-i)}(x) \end{aligned} \quad (5.55)$$

où $\phi_{ki}(x)$ est la fonction de forme modale de la $i^{\text{ème}}$ travée.

A_i, B_i, C_i, D_i sont des paramètres vérifiant les conditions aux limites sur les appuis (déplacements, rotations et courbures).

2. Les fréquences naturelles de vibration

$$\omega_k = \lambda_k^2 \left(\frac{EI}{mL^4} \right)^{1/2} \quad (5.56)$$

où EI et m ont été définis précédemment.

λ_k est un paramètre modal dépendant du type de poutre (nombre de travées, conditions aux appuis).

3. Le facteur de participation modale

$$\gamma_k = \begin{cases} \alpha & \text{modes symétriques} \\ 0 & \text{modes antisymétriques} \end{cases} \quad (5.57)$$

En d'autres termes, seuls les modes symétriques contribuent à la réponse structurale, sous une excitation uniforme des supports.

4. Le facteur de participation modale des excitations

$$B_{ki} = (-1)^{n+k-1} B_{k(n+1-i)} = \begin{cases} B_{k(n+1-i)} & \text{modes symétriques} \\ -B_{k(n+1-i)} & \text{modes antisymétriques} \end{cases} \quad i=1, 2, \dots, n_e \quad (5.58)$$

avec $n_e = (2n+1 - (-1)^n)/4$

En d'autres termes, les modes symétriques reçoivent la même contribution de la part des excitations des supports symétriques par rapport au milieu de la poutre, alors que les modes antisymétriques reçoivent des contributions opposées de la part de ces derniers. De plus, si la poutre contient un nombre de travées pair, l'excitation du support médian ne contribue pas dans les modes antisymétriques. En utilisant l'équation (5.58), l'équation modale devient

$$\ddot{y}_k + 2\beta_k \omega_k \dot{y}_k + \omega_k^2 y_k = \sum_{i=1}^{n_e} B_{ki} \begin{cases} \frac{\ddot{u}_i + \ddot{u}_{(n+1-i)}}{2} & \text{modes symétriques} \\ \frac{\ddot{u}_i - \ddot{u}_{(n+1-i)}}{2} & \text{modes antisymétriques} \end{cases} \quad (5.59)$$

et la valeur moyenne de la réponse modale maximale sera

$$|y_k^p|_{\max} = \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n B_{ki}^2 \left[4 - (1 - (-1)^n) \delta_{n,i} \right] \left[\frac{1 + (-1)^{n+k-1} \rho_{i(n+1-i)k}}{2} \right] \\ + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{\substack{j=i+1 \\ j \neq n+1-i}}^n B_{ki} B_{kj} \rho_{ijk} \end{array} \right\}^{1/2} R(\omega_k, \beta_k) \quad (5.60)$$

où $\delta_{n,i}$ est le symbole kroenecker.

On peut, cependant, conclure que, sous un mouvement spatialement variable, il y a non seulement la contribution des modes symétriques, dans la réponse des structures modélisées en poutres, mais aussi celle des modes antisymétriques.

On peut aussi examiner ce problème, d'une manière plus physique, en décomposant le chargement sismique $\ddot{\mathbf{u}}$ en une partie symétrique $\ddot{\mathbf{s}}$ et une partie antisymétrique $\ddot{\mathbf{d}}$ [7], [10] (Fig. 5.2), et dont les expressions sont données par

$$\begin{cases} \ddot{\mathbf{u}} = [\ddot{u}_1, \ddot{u}_2, \dots, \ddot{u}_n]^T \\ \ddot{\mathbf{s}} = [\ddot{s}_1, \ddot{s}_2, \dots, \ddot{s}_n]^T \\ \ddot{\mathbf{d}} = [\ddot{d}_1, \ddot{d}_2, \dots, \ddot{d}_n]^T \end{cases} \quad (5.61)$$

avec

$$\begin{cases} \ddot{s}_i(t) = \frac{1}{2} [\ddot{u}_i(t) + \ddot{u}_{(n+1-i)}(t)] \\ \ddot{d}_i(t) = \frac{1}{2} [\ddot{u}_i(t) - \ddot{u}_{(n+1-i)}(t)] \end{cases} \quad (5.62)$$

A partir des équations (5.59) et (5.62), on peut déduire que les modes symétriques sont exclusivement excités par la partie symétrique du chargement et que les modes antisymétriques, par contre, sont exclusivement excités par la partie antisymétrique.

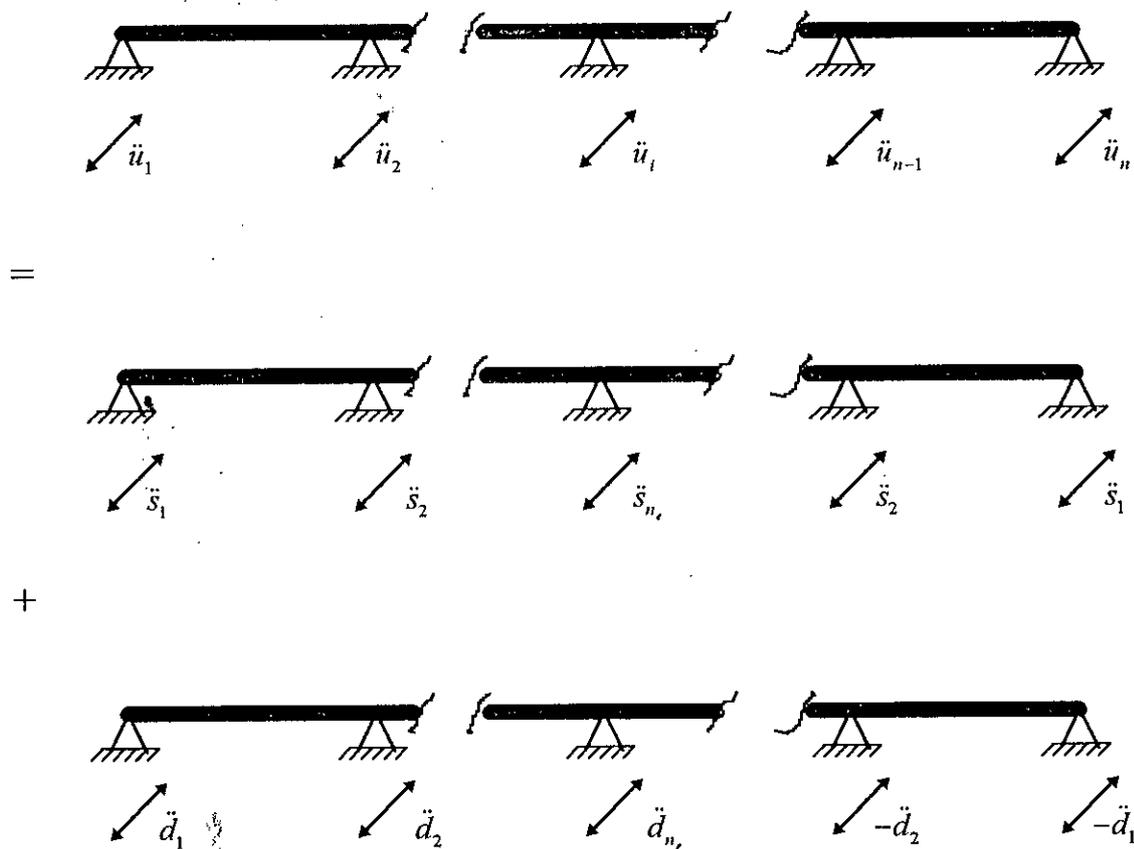


Fig. 5.2

5.4 Conclusion

Le développement du modèle de spectre de réponse modifié adapté aux mouvements sismiques à corrélation partielle est présenté pour les systèmes discrets et continus. La procédure de modification est basée sur l'ajustement de chaque valeur spectrale de spectre classique moyennant un facteur correctif dépendant des propriétés de la structure et des caractéristiques du phénomène de propagation d'ondes. Le modèle de spectre de réponse modifié est utilisé dans le cas de ponts symétriques modélisés en poutres continues soumises à des excitations transversales horizontales spatialement variables. Il a été remarqué que les modes symétriques sont exclusivement excités par la partie symétrique du chargement et que les modes antisymétriques, par contre, sont exclusivement excités par la partie antisymétrique.

Chapitre 6

Evaluation des Réponses de Structures Soumises à des Excitations Multiples Partiellement Corrélées

6.1 Introduction

Dans la pratique, un spectre de réponse accompagné d'une règle de combinaison modale, basée sur l'hypothèse de modes statistiquement indépendants (règle S.R.S.S.) ou parfaitement corrélés (règle S.A.V.), constitue une approche modalo-spectrale simple et utile dans le cadre d'un calcul parasismique des structures. La règle de combinaison modale S.R.S.S. (Square Root of Sum of Squares) est la racine carrée de la somme des carrés des réponses modales maximales. Son utilisation est justifiée lorsque les fréquences modales sont largement séparées. Alors que, la combinaison modale S.A.V. (Sum of Absolute Values) est la somme des valeurs absolues des réponses modales maximales et donne généralement des réponses surestimées. Pour des structures complexes, pour lesquelles ces modèles de combinaison modale sont inadéquats, l'introduction des termes tenant compte des inter-corrélations modales devient nécessaire. Ces termes ajoutés à la combinaison modale S.R.S.S. constituent une règle de combinaison modale adéquate appelée la C.Q.C. (Complete Quadratic Combination). Cette règle de combinaison modale (C.Q.C.) a fait l'objet de travaux successifs de la part de chercheurs notamment Der Kiureghian [21], et Wilson et al. [83], et ceci en utilisant la théorie des vibrations aléatoires. Cette règle est d'abord adaptée au calcul dynamique de structures soumises à des excitations sismiques parfaitement corrélées. Après avoir développé le modèle de spectre de réponse modifié [8], M.K.Berrah et E.Kausel [9] ont pris l'initiative d'élaborer un nouveau modèle de combinaison modale (C.Q.C. modifiée) appliqué au cas d'excitations sismiques partiellement corrélées. Ils ont relié les coefficients d'inter-corrélation modale pour le cas d'excitations partiellement et parfaitement corrélées par l'intermédiaire d'un facteur tenant compte des effets d'incohérence et de propagation d'onde. Par la suite, Der Kiureghian et al. [23], [24], et H.Zavoni et al. [85], ont proposé de nouvelles expressions des réponses maximales qui tiennent compte non seulement de la partie dynamique mais également des parties pseudo-statique et dynamo-statique (la covariance entre les réponses dynamique et pseudo-statique). Ces modèles prennent en considération les effets d'incohérence, de propagation d'onde ainsi que la variabilité des conditions géologiques locales au niveau des supports des structures.

Dans ce chapitre, il est procédé au développement d'une nouvelle expression de la réponse maximale concernant les systèmes discrets et continus soumis à une seule composante sismique. Cette expression est une formulation générale de la réponse totale de structures soumises à un input sismique uniforme et non uniforme et son développement est basé sur la théorie des vibrations aléatoires appliquée aux champs stochastiques. Cette réponse totale maximale est composée non seulement de la partie dynamique, qui tient compte des inter-corrélations modales pour le cas d'excitations partiellement corrélées, mais également des parties pseudo-statique et dynamo-statique [69], [70]. Celle-ci prend en considération les effets de l'incohérence, de la propagation d'onde et des conditions locales des sols variables et invariables au niveau des supports. Par la suite, cette formulation est généralisée pour le cas de structures soumises à des excitations multi-directionnelles (à plusieurs composantes) parfaitement et partiellement corrélées. Cette formulation générale constitue une extension des travaux [7], [8]. Après avoir déterminé le modèle de spectre de réponse modifié traitant le problème d'excitations partiellement corrélées, il est naturel d'étendre l'approche pour les réponses totales des ponts.

6.2 Systèmes Continus : Cas de Ponts Soumis à une Seule Composante Sismique

En premier lieu, il est important d'exposer la formulation des réponses maximales des structures soumises à un mouvement sismique uniforme.

6.2.1 Mouvement Sismique Uniforme

Une formulation de la réponse dynamique maximale des structures soumises à un mouvement sismique uniforme a été développée par **Der Kiureghian** [21] en utilisant la théorie des Vibrations Aléatoires. Cette formulation tient compte des inter-corrélations entre les modes. Or, la réponse pseudo-statique n'a pas été prise en considération. Alors, il est nécessaire d'exposer une formulation générale de la réponse totale des ponts soumis à des excitations parfaitement corrélées.

La réponse générale le long de la poutre, $Z(t, x)$ (déplacement, moment, effort tranchant, etc...), peut être exprimée de la manière suivante

$$Z(t, x) = Z_s(t, x) + Z_d(t, x) = a(x)u_g(t) + \sum_{k=1}^N b_k(x)s_k(t) \quad (6.1)$$

avec
$$s_k(t) = \frac{y_k(t)}{\gamma_k} \quad (6.2)$$

$Z_s(t,x)$ et $Z_d(t,x)$ sont, respectivement, les réponses pseudo-statique et dynamique.

$s_k(t)$ représente le déplacement dynamique d'un oscillateur simple de masse unitaire ayant une fréquence ω_k et un taux d'amortissement β_k et est appelé coordonnée modale.

$u_g(t)$ est le déplacement du sol.

N est le nombre de modes total pris en considération.

$a(x)$ et $b_k(x)$ sont des coefficients dépendant des propriétés structurales (fonctions de forme statique et dynamique, les propriétés de rigidité de la structure, les facteurs de participation modale).

Le développement de l'expression de la réponse maximale est élaborée en utilisant la théorie des champs stochastiques. La fonction de densité spectrale de puissance de la réponse totale a pour expression :

$$S_{ZZ}(\omega) = S_{Z_s Z_s}(\omega) + 2 \operatorname{Re} [S_{Z_s Z_d}(\omega)] + S_{Z_d Z_d}(\omega) = a^2(x) S_{u_g}(\omega) + 2a \sum_{k=1}^N b_k(x) \operatorname{Re} [S_{u_g s_k}(\omega)] + \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N b_k(x) b_m(x) S_{s_k s_m}(\omega) \quad (6.3)$$

où $S_{Z_s Z_s}(\omega)$ et $S_{Z_d Z_d}(\omega)$ sont, respectivement, les densités spectrales des réponses pseudo-statique et dynamique.

$S_{Z_s Z_d}(\omega)$ est la fonction d'inter-densité spectrale entre la réponse pseudo-statique et la réponse dynamique.

$S_{u_g}(\omega)$ est la densité spectrale du déplacement du sol.

$S_{u_g s_k}(\omega)$ et $S_{s_k s_m}(\omega)$ sont, respectivement, la fonction d'inter-densité spectrale entre le déplacement du sol et le déplacement d'un oscillateur de fréquence ω_k et de taux d'amortissement β_k , et la fonction d'inter-densité spectrale entre les déplacements de deux oscillateurs de paramètres (ω_k, β_k) et (ω_m, β_m) .

En intégrant l'expression (6.3) sur le domaine des fréquences $(-\infty < \omega < \infty)$, la variance de la réponse totale s'obtient (la moyenne carrée)

$$\begin{aligned} \sigma_z^2 = \sigma_{z_s}^2 + 2 \operatorname{cov}(Z_s, Z_d) + \sigma_{z_d}^2 = a^2(x) \sigma_{u_r}^2 + 2a(x) \sum_{k=1}^N b_k(x) \rho_{u_r s_k} \sigma_{u_r} \sigma_{s_k} \\ + \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N b_k(x) b_m(x) \rho_{s_k s_m} \sigma_{s_k} \sigma_{s_m} \end{aligned} \quad (6.4)$$

où $\sigma_{z_s}^2$ et $\sigma_{z_d}^2$ sont, respectivement, les variances des réponses pseudo-statique et dynamique. $\operatorname{cov}(Z_s, Z_d)$ est la covariance entre la réponse pseudo-statique et la réponse dynamique.

σ_{u_r} et σ_{s_k} sont les écarts types du déplacement du sol et du déplacement de l'oscillateur (ω_k, β_k) .

$\rho_{u_r s_k}$ est le coefficient d'inter-corrélation entre le déplacement du sol et le déplacement de l'oscillateur (ω_k, β_k) . Il est donné par

$$\rho_{u_r s_k} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} H_k(\omega) S_{u_r \ddot{u}_g}(\omega) d\omega}{\left(\int_{-\infty}^{\infty} S_{u_r}(\omega) d\omega \right)^{1/2} \left(\int_{-\infty}^{\infty} |H_k(\omega)|^2 S_{\ddot{u}_g}(\omega) d\omega \right)^{1/2}} \quad (6.5)$$

avec

$$\begin{cases} S_{u_r \ddot{u}_g}(\omega) = -\frac{S_{\ddot{u}_g}(\omega)}{\omega^2} \\ S_{u_r}(\omega) = \frac{S_{\ddot{u}_g}(\omega)}{\omega^4} \end{cases} \quad (6.6)$$

$S_{u_r \ddot{u}_g}(\omega)$ est la fonction d'inter-densité spectrale entre le déplacement et l'accélération du sol.

$S_{u_r}(\omega)$ et $S_{\ddot{u}_g}(\omega)$ sont, respectivement, les fonctions de densités spectrales du déplacement et de l'accélération du sol.

$H_k(\omega)$ est la fonction de transfert pour le mode k et est définie en (5.20).

$\rho_{s_k s_m}$ est le coefficient d'inter-corrélation entre les déplacements des oscillateurs de paramètres dynamiques (ω_k, β_k) et (ω_m, β_m) ou encore connu sous le nom du **coefficient d'inter-corrélation modale**. Il a pour expression

$$\rho_{s_k s_m} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} H_k^*(\omega) H_m(\omega) S_{\ddot{u}_g}(\omega) d\omega}{\left(\int_{-\infty}^{\infty} |H_k(\omega)|^2 S_{\ddot{u}_g}(\omega) d\omega \right)^{1/2} \left(\int_{-\infty}^{\infty} |H_m(\omega)|^2 S_{\ddot{u}_g}(\omega) d\omega \right)^{1/2}} \quad (6.7)$$

* indique le complexe conjugué.

En général, la valeur moyenne du pic d'un processus stochastique peut être lié à la racine de la moyenne carrée du processus à travers un facteur de pic [20]. Alors, en considérant que les facteurs de pic sont approximativement égaux [21], la valeur moyenne de la réponse maximale prend l'expression suivante

$$Mean[\max(Z(t,x))] = \left\{ Mean^2[\max(Z_s(t,x))] + C(Z_s, Z_d) + Mean^2[\max(Z_d(t,x))] \right\}^{1/2} \quad (6.8)$$

La valeur moyenne de la réponse totale maximale est composée des parties pseudo-statique, et dynamique ainsi que la composante tenant compte de l'inter-covariance entre les réponses pseudo-statique et dynamique appelée composante dynamo-statique.

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} Mean^2[\max(Z_s(t,x))] = \alpha^2(x) Mean^2[\max(u_g(t))] \end{array} \right. \quad (6.9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C(Z_s, Z_d) = 2 Mean[\max(Z_s(t,x))] \sum_{k=1}^N \rho_{u_g, z_k} Mean[\max(Z_{d,k}(t,x))] \end{array} \right. \quad (6.10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Mean^2[\max(Z_d(t,x))] = \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N \rho_{z_k, z_m} Mean[\max(Z_{d,k}(t,x))] Mean[\max(Z_{d,m}(t,x))] \end{array} \right. \quad (6.11)$$

$Mean[\max(Z_s(t,x))]$ et $Mean[\max(Z_d(t,x))]$ sont, respectivement, les réponses maximales moyennes des composantes pseudo-statique et dynamique.

$C(Z_s, Z_d)$ est la composante dynamo-statique de la réponse totale maximale.

$Mean[\max(u_g(t))]$ est le déplacement maximal moyen du sol.

$Mean[\max(Z_{d,k}(t,x))]$ est la valeur moyenne de la réponse dynamique maximale du mode k.

Elle est donnée par

$$Mean[\max(Z_{d,k}(t,x))] = b_k(x) R(\omega_k, \beta_k) \quad (6.12)$$

où $R(\omega_k, \beta_k)$ est le spectre de réponse classique au niveau d'un site donné.

L'expression (6.11) est une règle de combinaison modale généralisée qui tient compte des inter-corrélations entre les modes. Elle est appelée la **C.Q.C.** ("complete quadratique combination") et est adaptée au calcul dynamique de structures dont les modes sont partiellement corrélés.

Il est intéressant d'établir quelques cas pratiques facilitant le calcul des réponses maximales des structures :

- Lorsque les réponses pseudo-statique et dynamique sont parfaitement corrélées, la valeur moyenne de la réponse totale maximale devient

$$Mean[\max(Z(t,x))] = \left| Mean[\max(Z_s(t,x))] + Mean[\max(Z_d(t,x))] \right| \quad (6.13)$$

- Lorsque les réponses pseudo-statique et dynamique sont non corrélées, la valeur moyenne de la réponse totale maximale prend la forme suivante

$$Mean[\max(Z(t,x))] = \left\{ Mean^2[\max(Z_s(t,x))] + Mean^2[\max(Z_d(t,x))] \right\}^{1/2} \quad (6.14)$$

- Lorsque les fréquences modales sont légèrement séparées, les réponses modales sont considérées parfaitement corrélées et la valeur moyenne de la réponse dynamique maximale devient égale à la somme des valeurs moyennes des réponses modales maximales.

$$Mean[\max(Z_d(t,x))] = \left| \sum_{k=1}^N Mean[\max(Z_{d,k}(t,x))] \right| \quad (6.15)$$

- Lorsque les fréquences modales sont éloignées les unes par rapport aux autres, les réponses modales deviennent non corrélées et par conséquent, les coefficients d'inter-corrélation modale, ρ_{s_i, s_m} , s'annulent pour $k \neq m$. La valeur moyenne de la réponse dynamique maximale est égale à la racine carrée de la somme des carrés des valeurs moyennes des réponses modales maximales (S.R.S.S.).

$$Mean[\max(Z_d(t,x))] = \left\{ \sum_{k=1}^N Mean^2[\max(Z_{d,k}(t,x))] \right\}^{1/2} \quad (6.16)$$

6.2.2 Mouvement Sismique Non Uniforme avec des Conditions Locales du Site Identiques

Examinons maintenant le cas de structures sollicitées par des excitations multiples partiellement corrélées et pour lesquelles les conditions géologiques locales sont identiques au niveau de tous les appuis ($S_{\ddot{u}_i}(\omega) = S_{\ddot{u}_k}(\omega)$, $i = 1, \dots, n$). La réponse totale le long de la poutre, $Z(t,x)$, peut être exprimée par une combinaison linéaire des déplacements des appuis, $u_i(t)$, (composante pseudo-statique) et des coordonnées modales, $y_k(t)$, (composante dynamique)

$$Z(t,x) = \sum_{i=1}^u a_i(x) u_i(t) + \sum_{k=1}^N b_k(x) s_k(t) \quad (6.17)$$

où $a_i(x)$ est un facteur d'influence pseudo-statique dû à un déplacement unitaire du support i .

La fonction de densité spectrale de puissance de la réponse totale est égale

$$S_{zz}^P(\omega) = S_{z_s z_s}^P(\omega) + 2 \operatorname{Re} \left[S_{z_s z_d}^P(\omega) \right] + S_{z_d z_d}^P(\omega) \quad (6.18)$$

où $S_{z_s z_s}^P(\omega)$ et $S_{z_d z_d}^P(\omega)$ sont, respectivement, les densités spectrales des composantes pseudo-statique et dynamique et $S_{z_s z_d}^P(\omega)$ est la fonction d'inter-densité spectrale entre les composantes pseudo-statique et dynamique. P indique la corrélation partielle entre les excitations. Elles ont les expressions suivantes

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{z_s z_s}^P(\omega) = \sum_{i=1}^u \sum_{j=1}^u a_i(x) a_j(x) S_{u_i u_j}(\omega) \end{array} \right. \quad (6.19)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{z_s z_d}^P(\omega) = \sum_{i=1}^u \sum_{k=1}^N a_i(x) b_k(x) S_{u_i s_k}^P(\omega) \end{array} \right. \quad (6.20)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{z_d z_d}^P(\omega) = \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N b_k(x) b_m(x) S_{s_k s_m}^P(\omega) \end{array} \right. \quad (6.21)$$

où $S_{u_i u_j}(\omega)$ est la fonction d'inter-densité spectrale entre les déplacements des appuis i et j .

$S_{u_i s_k}^P(\omega)$ est la fonction d'inter-densité spectrale entre le déplacement du support i et le déplacement modal, s_k .

$S_{s_k s_m}^P(\omega)$ est la fonction d'inter-densité spectrale entre les coordonnées modales, s_k et s_m .

En intégrant la fonction de densité spectrale de la réponse totale sur le domaine des fréquences, on obtient l'expression de sa variance

$$\left(\sigma_z^P \right)^2 = \left(\sigma_{z_s}^P \right)^2 + 2 \operatorname{cov}^P(Z_s, Z_d) + \left(\sigma_{z_d}^P \right)^2 \quad (6.22)$$

$\sigma_{z_s}^P$ et $\sigma_{z_d}^P$ sont, respectivement, les écarts types des composantes pseudo-statique et dynamique pour le cas d'excitations partiellement corrélées. $\operatorname{cov}^P(Z_s, Z_d)$ est la fonction d'inter-covariance entre les composantes pseudo-statique et dynamique. Ces trois termes sont définis par

$$\left\{ \begin{aligned} (\sigma_{z_s}^p)^2 &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i(x) a_j(x) \rho_{u_i u_j} \sigma_{u_i}^2 \end{aligned} \right. \quad (6.23)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \text{cov}^p(Z_s, Z_d) &= \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^N a_i(x) b_k(x) \rho_{u_i s_k}^p \sigma_{u_i}^p \sigma_{s_k}^p \end{aligned} \right. \quad (6.24)$$

$$\left\{ \begin{aligned} (\sigma_{z_d}^p)^2 &= \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N b_k(x) b_m(x) \rho_{s_k s_m}^p \sigma_{s_k}^p \sigma_{s_m}^p \end{aligned} \right. \quad (6.25)$$

σ_{u_i} est l'écart type du déplacement du support i et $\sigma_{s_k}^p$ est l'écart type de la coordonnée modale s_k , correspondant au mouvement sismique non uniforme.

$\rho_{u_i u_j}$ est le coefficient d'inter-corrélation entre les déplacements des supports i et j . Il est défini par

$$\rho_{u_i u_j} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} S_{u_i u_j}(\omega) d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} S_{u_i}(\omega) d\omega} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\omega^4} r_{ij}(d_{ij}, \omega) S_{\ddot{u}_i}(\omega) d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\omega^4} S_{\ddot{u}_i}(\omega) d\omega} \quad (6.26)$$

avec $r_{ij}(d_{ij}, \omega)$ est la fonction de cohérence entre les excitations des supports i et j . Le paramètre d_{ij} est la distance entre les supports i et j .

Le terme $\rho_{s_k s_m}^p$ est le coefficient d'inter-corrélation entre les modes k et m pour le cas d'excitations multiples partiellement corrélées ou encore le **coefficient d'inter-corrélation modale modifié**. En exprimant la coordonnée modale s_k en fonction des déplacements des oscillateurs, $s_k = \sum_{i=1}^n A_{ki} s_{ki}$, dus à des excitations \ddot{u}_i , et après quelques manipulations

algébriques, on obtient l'expression du coefficient d'inter-corrélation modale $\rho_{s_k s_m}^p$ [69]

$$\rho_{s_k s_m}^p = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n A_{ki} A_{mj} \rho_{s_{ki} s_{mj}}}{\left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n A_{ki} A_{kj} \rho_{s_{ki} s_{kj}} \right)^{1/2} \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n A_{mi} A_{mj} \rho_{s_{mi} s_{mj}} \right)^{1/2}} \quad (6.27)$$

$$\text{avec } \rho_{s_{ki} s_{mj}} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} H_k^*(\omega) H_m(\omega) S_{\ddot{u}_i \ddot{u}_j}(\omega) d\omega}{\left(\int_{-\infty}^{\infty} |H_k(\omega)|^2 S_{\ddot{u}_i}(\omega) d\omega \right)^{1/2} \left(\int_{-\infty}^{\infty} |H_m(\omega)|^2 S_{\ddot{u}_j}(\omega) d\omega \right)^{1/2}} \quad (6.28)$$

$\rho_{s_k s_m}$ est le coefficient d'inter-corrélation entre les déplacements dynamiques de deux oscillateurs de paramètres dynamiques (ω_k, β_k) et (ω_m, β_m) situés aux positions i et j .

Il est intéressant, d'une autre manière, d'exprimer le coefficient d'inter-corrélation, $\rho_{s_k s_m}^P$, en fonction de celui dû à un mouvement uniforme, $\rho_{s_k s_m}$. En utilisant les expressions (6.7), (6.27) et (6.28), on obtient la relation suivante [7], [9]

$$\rho_{s_k s_m}^P = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n A_{ki} A_{mj} r_{ijkn}}{\left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n A_{ki} A_{kj} r_{ijkk} \right)^{1/2} \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n A_{mi} A_{mj} r_{ijmm} \right)^{1/2}} \rho_{s_k s_m} \quad (6.29)$$

où r_{ijkn} est le rapport entre les covariances des réponses relatives des deux oscillateurs (ω_k, β_k) et (ω_m, β_m) dues, respectivement, à des excitations partiellement et parfaitement corrélées. C'est un coefficient qui tient compte de la corrélation entre les excitations et est défini par

$$r_{ijkn} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} H_k^*(\omega) H_m(\omega) S_{\ddot{u}_i \ddot{u}_j}(\omega) d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} H_k^*(\omega) H_m(\omega) S_{\ddot{v}_k}(\omega) d\omega} \quad (6.30)$$

et $r_{ijkk} = \rho_{s_k s_k} \quad (6.31)$

Le terme $\rho_{u_i s_k}^P$ est le coefficient de corrélation entre le déplacement du support i et la coordonnée modale s_k pour le cas d'un mouvement sismique non uniforme. En exprimant les variances de u_i et s_k ainsi que leur inter-covariance en termes de celles des oscillateurs, on obtient l'expression de $\rho_{u_i s_k}^P$

$$\rho_{u_i s_k}^P = \frac{\sum_{j=1}^n A_{kj} \rho_{u_i s_j}}{\left(\sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^n A_{kj} A_{kl} \rho_{s_j s_l} \right)^{1/2}} \quad (6.32)$$

avec

$$\rho_{u_i s_{ij}} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} H_k(\omega) S_{u_i \ddot{u}_j}(\omega) d\omega}{\left(\int_{-\infty}^{\infty} S_{u_i}(\omega) d\omega \right)^{1/2} \left(\int_{-\infty}^{\infty} |H_k(\omega)|^2 S_{\ddot{u}_k}(\omega) d\omega \right)^{1/2}} \quad (6.33)$$

où

$$S_{u_i \ddot{u}_j}(\omega) = -\omega^{-2} r_{ij}(\omega, d_{ij}) S_{\ddot{u}_k}(\omega) \quad (6.34)$$

$\rho_{u_i s_{ij}}$ représente le coefficient de corrélation entre le déplacement du support i et le déplacement relatif d'un oscillateur (ω_k, β_k) situé au niveau de l'appui j .

D'autre part, il est judicieux d'exprimer le coefficient de corrélation, $\rho_{u_i s_{ik}}^P$, en fonction de celui dû à un input sismique uniforme, $\rho_{u_i s_{ik}}$. En faisant le rapport entre les expressions (6.32) et (6.5), on aboutit à

$$\rho_{u_i s_{ik}}^P = \frac{\sum_{j=1}^n A_{kj} c_{ijk}}{\left(\sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^n A_{kj} A_{kl} \rho_{s_{ij} s_{il}} \right)^{1/2}} \rho_{u_i s_{ik}} \quad (6.35)$$

avec

$$c_{ijk} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} H_k(\omega) S_{u_i \ddot{u}_j}(\omega) d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} H_k(\omega) S_{u_i \ddot{u}_k}(\omega) d\omega} \quad (6.36)$$

Le terme c_{ijk} est le rapport entre les covariances du déplacement du support i et le déplacement relatif d'un oscillateur (ω_k, β_k) dues, respectivement, à des inputs sismiques uniforme et non uniforme.

En multipliant la variance de la réponse totale par son facteur de pic et en considérant que le rapport des facteurs de pic est approximativement égal à l'unité [21], [8], [24], on obtient l'expression de la valeur moyenne de la réponse totale maximale

$$Mean^P[\max(Z(t,x))] = \left\{ \left(Mean^P[\max(Z_s(t,x))] \right)^2 + C^P(Z_s, Z_d) + \left(Mean^P[\max(Z_d(t,x))] \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (6.37)$$

$Mean^P[\max(Z_s(t,x))]$ et $Mean^P[\max(Z_d(t,x))]$ sont, respectivement, les valeurs moyennes des réponses pseudo-statique et dynamique maximales pour le cas d'un input sismique non uniforme.

$C^P(Z_s, Z_d)$ est la composante dynamo-statique de la réponse totale maximale pour le cas d'excitations partiellement corrélées.

Pour le cas d'excitations sismiques partiellement corrélées, ces composantes ont les expressions suivantes

- La composante pseudo-statique

$$\left(Mean^P[\max(Z_s(t,x))] \right)^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \rho_{u_i, u_j} Mean^P[\max(Z_{s,i}(t,x))] Mean^P[\max(Z_{s,j}(t,x))] \quad (6.38)$$

avec $Mean^P[\max(Z_{s,i}(t,x))] = a_i(x) Mean[\max(u_g(t))]$ (6.39)

$Mean^P[\max(Z_{s,i}(t,x))]$ est la valeur moyenne de la réponse pseudo-statique maximale le long de la poutre due au déplacement du support i .

- La composante dynamique

$$\left(Mean^P[\max(Z_d(t,x))] \right)^2 = \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N \rho_{z_k, z_m}^P Mean^P[\max(Z_{d,k}(t,x))] Mean^P[\max(Z_{d,m}(t,x))] \quad (6.40)$$

avec $Mean^P[\max(Z_{d,k}(t,x))] = b_k(x) R^P(\omega_k, \beta_k)$ (6.41)

$Mean^P[\max(Z_{d,k}(t,x))]$ est la valeur moyenne de la réponse dynamique maximale du mode k .

$R^P(\omega_k, \beta_k)$ est le spectre de réponse modifié.

- La composante dynamo-statique

$$C^P(Z_s, Z_d) = 2 \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \rho_{u_i, z_k} Mean^P[\max(Z_{s,i}(t,x))] Mean^P[\max(Z_{d,k}(t,x))] \quad (6.42)$$

6.2.3 Mouvement Sismique Non Uniforme avec des Conditions Locales de Site Différentes

Il est intéressant de développer une formulation générale concernant les réponses de structures soumises non seulement aux effets de l'incohérence et de la propagation des ondes mais aussi aux effets de la variabilité des conditions locales de site ($S_{\ddot{u}_i}(\omega) \neq S_{\ddot{u}_j}(\omega)$, $i \neq j$). L'expression de la fonction de densité spectrale de la réponse totale est identique à celle donnée en (6.18)-(6.21). La différence réside au niveau de l'expression de la fonction d'inter-densité spectrale entre les excitations. Celle-ci est définie par [24]

$$S_{\ddot{u}_i \ddot{u}_j}(\omega) = r_{ij}(d_{ij}, \omega) \left(S_{\ddot{u}_i}(\omega) S_{\ddot{u}_j}(\omega) \right)^{1/2} \quad (6.43)$$

La variance de la réponse totale peut être déduite de la même manière qu'en 6.2.2 et ses composantes sont définies comme suit

$$\left\{ \begin{aligned} (\sigma_{Z_s}^P)^2 &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i(x) a_j(x) \rho_{u_i u_j} \sigma_{u_i} \sigma_{u_j} \end{aligned} \right. \quad (6.44)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \text{cov}^P(Z_s, Z_d) &= \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^N a_i(x) b_k(x) \rho_{u_i s_k}^P \sigma_{u_i} \sigma_{s_k}^P \end{aligned} \right. \quad (6.45)$$

$$\left\{ \begin{aligned} (\sigma_{Z_d}^P)^2 &= \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N b_k(x) b_m(x) \rho_{s_k s_m}^P \sigma_{s_k}^P \sigma_{s_m}^P \end{aligned} \right. \quad (6.46)$$

où σ_{u_i} est l'écart type du déplacement du support i .

Les coefficients d'inter-corrélation, correspondant à un input sismique non uniforme avec des conditions géologiques locales différentes au niveau des supports du pont, sont définis de la manière suivante

- Le coefficient d'inter-corrélation, $\rho_{u_i u_j}$

$$\rho_{u_i u_j} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} S_{u_i u_j}(\omega) d\omega}{\left(\int_{-\infty}^{\infty} S_{u_i}(\omega) d\omega \right)^{1/2} \left(\int_{-\infty}^{\infty} S_{u_j}(\omega) d\omega \right)^{1/2}} \quad (6.47)$$

- Le coefficient d'inter-corrélation modale, $\rho_{s_k s_m}^P$

$$\rho_{s_k s_m}^P = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n A_{ki} A_{mj} \text{cov}(s_{ki}, s_{mj})}{\left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n A_{ki} A_{kj} \text{cov}(s_{ki}, s_{kj}) \right)^{1/2} \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n A_{mi} A_{mj} \text{cov}(s_{mi}, s_{mj}) \right)^{1/2}} \quad (6.48)$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n A_{ki} A_{mj} \rho_{s_{ki} s_{mj}} (D_{s_{ki}} D_{s_{mj}})^{1/2}}{\left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n A_{ki} A_{kj} \rho_{s_{ki} s_{kj}} (D_{s_{ki}} D_{s_{kj}})^{1/2} \right)^{1/2} \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n A_{mi} A_{mj} \rho_{s_{mi} s_{mj}} (D_{s_{mi}} D_{s_{mj}})^{1/2} \right)^{1/2}}$$

avec

$$D_{s_{ki}} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |H_k(\omega)|^2 S_{\ddot{u}_i}(\omega) d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |H_k(\omega)|^2 S_{\ddot{u}_k}(\omega) d\omega} \quad (6.49)$$

$D_{s_{ki}}$ représente l'effet des conditions locales au niveau du support i sur le déplacement relatif d'un oscillateur (ω_k, β_k) .

avec

$$\rho_{s_{ki} s_{mj}} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} H_k^*(\omega) H_m(\omega) S_{\ddot{u}_i \ddot{u}_j}(\omega) d\omega}{\left(\int_{-\infty}^{\infty} |H_k(\omega)|^2 S_{\ddot{u}_i}(\omega) d\omega \right)^{1/2} \left(\int_{-\infty}^{\infty} |H_m(\omega)|^2 S_{\ddot{u}_j}(\omega) d\omega \right)^{1/2}} \quad (6.50)$$

D'une manière analogue à la partie 6.2.2, il est possible d'exprimer le coefficient d'inter-corrélation, $\rho_{s_k s_m}^P$, en fonction de celui dû à un input uniforme, $\rho_{s_k s_m}$. Celui-ci a une expression identique à (6.29).

- Le coefficient d'inter-corrélation, $\rho_{u_i s_k}^P$

$$\rho_{u_i s_k}^P = \frac{\sum_{j=1}^n A_{kj} \rho_{u_i s_{kj}} D_{s_{kj}}^{1/2}}{\left(\sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^n A_{kj} A_{kl} \rho_{s_{kj} s_{kl}} (D_{s_{kj}} D_{s_{kl}})^{1/2} \right)^{1/2}} \quad (6.51)$$

avec

$$\rho_{u_i s_k} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} H_k(\omega) S_{u_i \bar{u}_j}(\omega) d\omega}{\left(\int_{-\infty}^{\infty} S_{u_i}(\omega) d\omega \right)^{1/2} \left(\int_{-\infty}^{\infty} |H_k(\omega)|^2 S_{\bar{u}_j}(\omega) d\omega \right)^{1/2}} \quad (6.52)$$

L'expression reliant $\rho_{u_i s_k}^P$ et $\rho_{u_r s_k}$ est similaire à celle en (6.35) à un rapport près qui tient compte des effets des conditions locales. Elle est donnée par

$$\rho_{u_i s_k}^P = \frac{\sum_{j=1}^n A_{kj} c_{ijk}}{D_{u_i}^{1/2} \left(\sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^n A_{kj} A_{kl} r_{jllk} \right)^{1/2}} \rho_{u_r s_k} \quad (6.53)$$

avec

$$D_{u_i} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} S_{u_i}(\omega) d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} S_{u_r}(\omega) d\omega} \quad (6.54)$$

D_{u_i} est un paramètre tenant compte de l'effet des conditions locales sur le déplacement du support i .

La valeur moyenne de la réponse totale maximale peut être déduite de manière similaire au développement présenté précédemment. Elle est composée des valeurs moyennes des réponses pseudo-statique et dynamique maximales ainsi que la composante décrivant leur inter-covariance (composante dynamo-statique).

- La composante pseudo-statique

$$\left(\text{Mean}^P \left[\max(Z_s(t,x)) \right] \right)^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_{u_i u_j} \text{Mean}^P \left[\max(Z_{s,i}(t,x)) \right] \text{Mean}^P \left[\max(Z_{s,j}(t,x)) \right] \quad (6.55)$$

avec

$$\text{Mean}^P \left[\max(Z_{s,i}(t,x)) \right] = a_i(x) \text{Mean} \left[\max(u_i(t)) \right] \quad (6.56)$$

où $\text{Mean} \left[\max(u_i(t)) \right]$ est la valeur moyennée du déplacement maximal du support i .

- La composante dynamique

$$\left(\text{Mean}^P \left[\max(Z_d(t,x)) \right] \right)^2 = \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N \rho_{s_k s_m}^P \text{Mean}^P \left[\max(Z_{d,k}(t,x)) \right] \text{Mean}^P \left[\max(Z_{d,m}(t,x)) \right] \quad (6.57)$$

$$\text{avec} \quad \text{Mean}^P \left[\max(Z_{d,k}(t,x)) \right] = b_k(x) R^P(\omega_k, \beta_k) \quad (6.58)$$

$R^P(\omega_k, \beta_k)$ est le spectre de réponse modifié adapté au calcul dynamique de structures soumises à un input sismique non uniforme et des conditions géologiques locales variables. Le développement de ce modèle peut être déduit de manière analogue que celui dû à des conditions locales invariables (Chapitre 5). En considérant que les facteurs de pic sont approximativement égaux [21], la valeur moyenne du spectre de réponse modifié prend l'expression suivante

$$R^P(\omega_k, \beta_k) = \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n A_{ki} A_{kj} \rho_{s_u s_y} R_i(\omega_k, \beta_k) R_j(\omega_k, \beta_k) \right)^{1/2} = \mathbf{R}_k^T \mathbf{Q}_k \mathbf{R}_k \quad (6.59)$$

$$\text{avec} \quad \begin{cases} \mathbf{R}_k = [R_{ki}]^T \text{ et } \mathbf{Q}_k = [\rho_{s_u s_y}] \\ R_{ki} = A_{ki} R_i(\omega_k, \beta_k) \end{cases} \quad (6.60)$$

où $R_i(\omega_k, \beta_k)$ est le spectre de réponse au niveau du support i ou encore dû à la couche géologique au niveau du support i .

- La composante dynamo-statique

$$C^P(Z_s, Z_d) = 2 \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^N \rho_{u_i s_k} \text{Mean}^P \left[\max(Z_{s,i}(t,x)) \right] \text{Mean}^P \left[\max(Z_{d,k}(t,x)) \right] \quad (6.61)$$

6.2.4 Coefficients d'Inter-Corrélation Appliqués au Calcul des Réponses des Ponts Symétriques

Les coefficients d'inter-corrélation $\rho_{u_i u_j}$, $\rho_{u_i s_y}$, $\rho_{s_k s_m}$, ont été analysés par Der Kiureghian and al. [24] et dont les résultats les plus importants sont exposés dans cette partie.

6.2.4.1 Coefficient d'Inter-Corrélation $\rho_{u_i u_j}$

Ce coefficient d'inter-corrélation dépend essentiellement des densités spectrales des déplacements u_i et u_j et de la partie réelle de la fonction de cohérence. Il ne dépend donc pas de la direction de propagation des ondes ($i \rightarrow j$ ou $j \rightarrow i$). Ce coefficient d'inter-corrélation est égal à l'unité pour le cas d'un mouvement sismique uniforme (déplacements u_i et u_j sont parfaitement corrélés). Il a généralement une valeur positive en considérant les valeurs présentant un intérêt dans la pratique concernant les paramètres dynamiques des sols et les paramètres caractérisant la cohérence et la propagation des ondes. Pour des conditions de sols identiques au niveau des supports i et j , le coefficient d'inter-corrélation $\rho_{u_i u_j}$ diminue en fonction de la flexibilité du sol. Ceci est dû à la richesse du processus du déplacement des sols fermes en hautes fréquences et que ces fréquences tendent à perdre leur cohérence plus rapidement que les faibles fréquences. Pour des conditions de sols différentes, ce coefficient d'inter-corrélation est inférieur à 1, même en considérant que les ondes sont cohérentes et se propagent verticalement. Pour le cas de ponts symétriques, les coefficients d'inter-corrélation $\rho_{u_i u_j}$ et $\rho_{u_{(n+i)} u_{(n+j)}}$ sont identiques.

6.2.4.2 Coefficient d'Inter-Corrélation $\rho_{u_i s_{kj}}$

Ce coefficient dépend des caractéristiques dynamiques des sols au niveau des supports i et j et de l'oscillateur (ω_k, β_k) , ainsi que des paramètres définissant l'incohérence et la propagation des ondes. Il dépend essentiellement de la direction de propagation des ondes. En d'autres termes, ce coefficient d'inter-corrélation prend une autre valeur si les ondes se propagent suivant la direction opposée $\left[\left(\rho_{u_i s_{kj}} \right)_{i \rightarrow j} \neq \left(\rho_{u_i s_{kj}} \right)_{j \rightarrow i} \right]$. Ceci est dû à la contribution de la partie imaginaire de la fonction de cohérence. Par contre, il est égal au coefficient d'inter-corrélation entre le déplacement du sol au niveau du support j et l'oscillateur (ω_k, β_k) au niveau du support i pour des ondes se propageant suivant la direction opposée $\left[\left(\rho_{u_i s_{kj}} \right)_{i \rightarrow j} = \left(\rho_{u_j s_{ki}} \right)_{j \rightarrow i} \right]$. De plus, si les ondes se propagent verticalement, ces coefficients d'inter-corrélation sont égales $\left(\rho_{u_i s_{kj}} = \rho_{u_j s_{ki}} \right)$. Si l'oscillateur est infiniment flexible ($\omega_k \rightarrow 0$), son déplacement relatif, s_{kj} , devient parfaitement et négativement corrélé avec le déplacement

du sol au niveau du support j ($s_{kj}(t) = -u_j(t)$) et par conséquent, $\rho_{u_i s_{kj}} = -\rho_{u_i u_j}$. Ce coefficient a donc une valeur négative pour le cas d'un oscillateur de fréquence très faible. Cependant, si l'oscillateur est infiniment rigide ($\omega_k \rightarrow \infty$), $s_{kj}(t) \rightarrow -\frac{\ddot{u}_j(t)}{\omega_k^2}$ et en conséquence, le déplacement relatif de l'oscillateur et l'accélération du sol au niveau du support j sont parfaitement et négativement corrélés et ce coefficient d'inter-corrélation devient, $\rho_{u_i s_{kj}} = -\rho_{u_i \ddot{u}_j}$. Puisque, le déplacement et l'accélération sont généralement faiblement et négativement corrélés, le coefficient d'inter-corrélation $\rho_{u_i s_{kj}}$ prend une faible valeur positive. Finalement, on peut conclure que ce coefficient d'inter-corrélation est relativement significatif pour les modes à faibles fréquences et peut être négligé pour les modes à hautes fréquences. Pour les ponts symétriques, le coefficient d'inter-corrélation $\rho_{u_i s_{kj}}$ est égal à celui entre le déplacement du sol et le déplacement relatif de l'oscillateur au niveau des supports situés symétriquement aux précédents par rapport au milieu du pont.

$$\rho_{u_i s_{kj}} = \rho_{u_{(n+1-j)} s_{k(n+1-i)}} \quad (6.62)$$

6.2.4.3 Coefficient d'Inter-Corrélation $\rho_{s_{ki} s_{mj}}$

Ce coefficient dépend des paramètres dynamiques des deux oscillateurs (ω_k, β_k) et (ω_m, β_m), et des sols au niveau des supports i et j ainsi que des paramètres caractérisant l'incohérence et la propagation d'onde. Comme pour le coefficient d'inter-corrélation $\rho_{u_i s_{kj}}$, le coefficient d'inter-corrélation modale $\rho_{s_{ki} s_{mj}}$ dépend essentiellement de la direction de propagation d'onde, $\left(\rho_{s_{ki} s_{mj}}\right)_{i \rightarrow j} \neq \left(\rho_{s_{ki} s_{mj}}\right)_{j \rightarrow i}$. Il est égal au coefficient d'inter-corrélation entre deux oscillateurs de paramètres dynamiques (ω_k, β_k) et (ω_m, β_m), situés respectivement au niveau des supports j et i , et excités par des ondes se propageant suivant la direction opposée, $\left(\rho_{s_{ki} s_{mj}}\right)_{i \rightarrow j} = \left(\rho_{s_{kj} s_{mi}}\right)_{j \rightarrow i}$ ou encore si la propagation d'onde est verticale, $\rho_{s_{ki} s_{mj}} = \rho_{s_{kj} s_{mi}}$. Si les deux oscillateurs ont les mêmes caractéristiques dynamiques, ils peuvent être partiellement corrélés même en négligeant les effets de l'incohérence et de la propagation d'onde. Ceci est dû aux conditions de sols différentes au niveau des supports i et j . Si un oscillateur est infiniment flexible, le déplacement relatif de celui-ci est égal au déplacement du sol avec un signe opposé et le coefficient d'inter-corrélation modale devient

$$\rho_{s_k s_m} = \begin{cases} -\rho_{u_i s_{mj}} & \text{si } \omega_k = 0 \\ -\rho_{s_k u_j} & \text{si } \omega_m = 0 \\ -\rho_{u_i u_j} & \text{si } \omega_k = \omega_m = 0 \end{cases} \quad (6.63)$$

En négligeant l'effet de la propagation d'onde, l'incohérence réduit considérablement la corrélation entre ces 2 oscillateurs, particulièrement pour le cas de sols fermes et si l'un au moins des oscillateurs est à haute fréquence. En d'autres termes, les déplacements de 2 oscillateurs rigides peuvent être faiblement corrélés, en présence de l'effet d'incohérence, même s'ils sont de même fréquence. Par contre, pour les sols meubles, la corrélation augmente proportionnellement à la cohérence et principalement pour les hautes fréquences; même si les fréquences des deux oscillateurs sont largement séparées. Les mêmes résultats ont été trouvés pour le cas d'excitations parfaitement corrélées [22]. Les modes deviennent de plus en plus corrélés si leurs fréquences sont plus importantes que celles des sols et l'amortissement des sols est faible (processus avec une frange réduite de fréquences). Cependant, le coefficient d'inter-corrélation pour des oscillateurs infiniment rigides, est donné par

$$\rho_{s_k s_m} = \begin{cases} -\rho_{\ddot{u}_i s_{mj}} & \text{si } \omega_k \rightarrow \infty \\ -\rho_{s_k \ddot{u}_j} & \text{si } \omega_m \rightarrow \infty \\ -\rho_{\ddot{u}_i \ddot{u}_j} & \text{si } \omega_k = \omega_m \rightarrow \infty \end{cases} \quad (6.64)$$

On peut donc conclure que la corrélation entre un mode flexible et un mode rigide est faible, par contre deux modes rigides sont de plus en plus corrélés si les sols sont de plus en plus flexibles (densité spectrale des excitations couvre une plage réduite de fréquences). Pour le calcul des réponses dynamiques des ponts symétriques, le coefficient d'inter-corrélation est égal à

$$\rho_{s_k s_m} = \rho_{s_k(n+1-j) s_m(n+1-i)} \quad (6.65)$$

6.2.4.4 Coefficient d'Inter-Corrélation $\rho_{u_i s_k}^P$

Ce coefficient est appelé coefficient d'inter-corrélation dynamo-statique. Il est fonction des facteurs de participation modale, des coefficients d'inter-corrélation entre les déplacements des sols et les déplacements relatifs des oscillateurs et entre les déplacements des oscillateurs, et les paramètres définissant l'effet des conditions géologiques locales sur les déplacements du sol au niveau des supports. En plus de l'incohérence, de la propagation d'onde, des conditions géologiques locales, ce coefficient dépend du nombre de supports. Ceci conduit à des

complications pour l'étudier d'une manière générale. En utilisant l'expression (6.51), le coefficient d'inter-corrélation $\rho_{u_i s_k}^P$ adapté pour le cas de ponts symétriques se simplifie en

$$\rho_{u_i s_k}^P = \frac{\sum_{j=1}^{n_e} A_{kj} \left(\rho_{u_i s_j} D_{s_j}^{1/2} + \beta_j (-1)^{n+k-1} \rho_{u_i s_k(n+1-j)} D_{s_k(n+1-j)}^{1/2} \right)}{\left\{ \sum_{j=1}^{n_e} \left(A_{kj}^2 D_{s_j} \beta_j + 2 \sum_{l=j+1}^{n_e} A_{kj} A_{kl} \rho_{s_j s_l} \beta_{jl} (D_{s_j} D_{s_l})^{1/2} \right) \right\}^{1/2}} \quad (6.66)$$

avec $n_e = (2n+1 - (-1)^n)/4$ est le nombre de facteurs de participation modal à calculer.

et

$$\begin{cases} \beta_j = 2 - \delta_{j(n+1-j)} \\ \beta_{jl} = 2 - \delta_{(n+1-j)l} \end{cases} \quad (6.67)$$

Si les conditions géologiques locales sont les mêmes au niveau des supports et que la propagation des ondes est verticale, le coefficient d'inter-corrélation $\rho_{u_i s_k}^P$ est lié à celui dû au support qui lui est symétrique par rapport au milieu de la poutre par la relation suivante

$$\rho_{u_i s_k}^P = \begin{cases} \rho_{u_{(n+1-i)} s_k}^P & \text{pour les modes symétriques} \\ -\rho_{u_{(n+1-i)} s_k}^P & \text{pour les modes antisymétriques} \end{cases} \quad (6.68)$$

Cette relation est également valide dans le cas où $S_{\tilde{u}_i \tilde{u}_j}(\omega) = S_{\tilde{u}_{(n+1-i)} \tilde{u}_{(n+1-i)}}(\omega)$.

Dans de telles conditions, on peut donc vérifier que la réponse dynamo-statique est symétrique par rapport au milieu des poutres symétriques, puisque les facteurs dynamiques, $b_k(x)$, sont symétriques pour les modes symétriques, et antisymétriques pour les modes antisymétriques et les facteurs pseudo-statiques sont liés par la symétrie suivante

$$\alpha_{ij}(x) = \alpha_{(n+1-i)(n-j)}(x) \quad (6.69)$$

où $\alpha_{ij}(x)$ est le facteur pseudo-statique correspondant à la réponse pseudo-statique sur la $j^{\text{ème}}$ travée dû au déplacement unitaire du support i .

6.2.4.5 Coefficient d'Inter-Corrélation $\rho_{s_k s_m}^P$

Ce coefficient est le coefficient d'inter-corrélation modal adapté au calcul des réponses dynamiques de structures soumises à des excitations partiellement corrélées. Il est fonction des

facteurs de participation modal concernant tous les supports et les coefficients d'inter-corrélation entre les déplacements relatifs des oscillateurs situés au niveau des supports. Pour le cas particulier où les ponts sont symétriques, l'expression du coefficient d'inter-corrélation peut être simplifiée en

$$\rho_{s_i s_m}^P = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n A_{ki} A_{mj} \left(\rho_{s_i s_m} \left(D_{s_i} D_{s_m} \right)^{1/2} + \beta_{ij}' (-1)^{k+m} \rho_{s_{1(n+1-i)} s_{m(n+1-j)}} \left(D_{s_{1(n+1-i)}} D_{s_{m(n+1-j)}} \right)^{1/2} \right)}{\left(\sum_{i=1}^n \left(A_{ki}^2 \beta_i D_{s_i} + 2 \sum_{j=i+1}^n A_{ki} A_{kj} \rho_{s_i s_j} \beta_j \left(D_{s_i} D_{s_j} \right)^{1/2} \right) \right)^{1/2} \left(\sum_{i=1}^n \left(A_{mi}^2 \beta_i D_{s_i} + 2 \sum_{j=i+1}^n A_{mi} A_{mj} \rho_{s_i s_m} \beta_j \left(D_{s_i} D_{s_m} \right)^{1/2} \right) \right)^{1/2}} \quad (6.70)$$

avec

$$\beta_{ij}' = 1 - \left(\frac{\delta_{i(n+1-i)} + \delta_{j(n+1-j)}}{2} \right) \delta_{ij} \quad (6.71)$$

Ce facteur est nul pour le cas du support médian ($i = j$) des ponts à travées paires et égal à l'unité pour les autres cas.

Si les conditions des sols sont identiques au niveau des supports et que les ponts sont excités par des ondes se propageant verticalement, la corrélation entre les modes symétriques et antisymétriques est nulle, $\rho_{s_k s_m}^P = 0$. Ce résultat reste valide dans le cas où $S_{\tilde{u}_i \tilde{u}_i}(\omega) = S_{\tilde{u}_{(n+1-i)} \tilde{u}_{(n+1-i)}}(\omega)$. Par conséquent, la réponse dynamique des ponts symétriques devient symétrique (par rapport au milieu des ponts).

6.3 Systèmes Discrets

6.3.1 Structures Soumises à une Seule Composante Sismique

Soit un système discret à N degrés de liberté et n supports, amorti classiquement, soumis à n excitations partiellement ou parfaitement corrélées. La réponse de ce système, $\mathbf{Z}(t)$ (déplacement, moment, effort tranchant, contrainte, etc...), peut être exprimée, en général, par une combinaison linéaire des déplacements nodaux, \mathbf{U} , [24]

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}(t) &= \Psi \mathbf{U}_s = \Psi \left(\mathbf{U}_s^*(t) + \mathbf{V}_s(t) \right) \\ &= \mathbf{Z}_s(t) + \mathbf{Z}_d(t) \end{aligned} \quad (6.72)$$

$\mathbf{Z}(t)$ est le vecteur des réponses nodales et $\mathbf{U}_s(t)$ est le vecteur des déplacements nodaux \mathbf{U}_s^* et \mathbf{V}_s sont, respectivement, les vecteurs des déplacements pseudo-statiques et dynamiques nodaux.

$\mathbf{Z}_s(t)$ et $\mathbf{Z}_d(t)$ sont, respectivement, les vecteurs des réponses pseudo-statiques et dynamiques Ψ est une matrice de transfert des réponses et dépend, généralement, des propriétés géométriques et de rigidité de la structure.

$$\begin{cases} \mathbf{Z}_s(t) = -\Psi \mathbf{K}_s^{-1} \mathbf{K}_{sb} \mathbf{U}_b(t) = \mathbf{a} \mathbf{U}_b(t) & (6.73) \\ \mathbf{Z}_d(t) = \Psi \Phi \Gamma \mathbf{S}(t) = \mathbf{b} \mathbf{S}(t) & (6.74) \end{cases}$$

$\mathbf{U}_b(t)$ est le vecteur des déplacements des supports.

Γ est la matrice diagonale des facteurs de participation modales γ_k et Φ est la matrice des vecteurs propres.

$\mathbf{S}(t)$ est le vecteur des coordonnées modales

\mathbf{a} et \mathbf{b} sont les matrices d'influence pseudo-statique et dynamique.

La i^{me} composante du vecteur réponse, $\mathbf{Z}(t)$, a pour expression

$$\begin{aligned} z_i(t) &= \mathbf{a}_i \mathbf{U}_b(t) + \mathbf{b}_i \mathbf{S}(t) = \sum_{i=1}^n a_{in} u_i(t) + \sum_{k=1}^N b_{ik} s_k(t) \\ &= z_s^i(t) + z_d^i(t) \end{aligned} \quad (6.75)$$

\mathbf{a}_i et \mathbf{b}_i sont les i^{me} vecteurs lignes des matrices \mathbf{a} et \mathbf{b} .

$z_{s,i}(t)$ et $z_{d,i}(t)$ sont les composantes pseudo-statique et dynamique de la i^{me} réponse totale.

L'expression de la réponse, $z_i(t)$, (6.75) est similaire à celle due à des excitations parfaitement ou partiellement corrélées concernant les systèmes continus, (6.1) et (6.17). Ceci conduit à des expressions identiques de la valeur moyenne de la réponse totale maximale à celles adaptées pour les systèmes discrets soumis à des inputs sismiques uniforme ou non uniforme.

6.3.1.1 Mouvement Sismique Uniforme

$$Mean[\max(Z_i(t))] = \left\{ Mean^2[\max(Z_s^i(t))] + C(Z_s^i, Z_d^i) + Mean^2[\max(Z_d^i(t))] \right\}^{1/2} \quad (6.76)$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} Mean^2[\max(Z'_s(t))] = \alpha_i^2 Mean^2[\max(u_g(t))] \end{array} \right. \quad (6.77)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C(Z'_s, Z'_d) = 2 Mean[\max(Z'_s(t))] \sum_{k=1}^N \rho_{u_k s_k} Mean[\max(Z'_{d,k}(t))] \end{array} \right. \quad (6.78)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Mean^2[\max(Z'_d(t))] = \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N \rho_{s_k s_m} Mean[\max(Z'_{d,k}(t))] Mean[\max(Z'_{d,m}(t))] \end{array} \right. \quad (6.79)$$

$Mean[\max(Z'_s(t))]$ et $Mean[\max(Z'_d(t))]$ sont, respectivement, les réponses maximales moyennes des composantes pseudo-statique et dynamique.

$C(Z'_s, Z'_d)$ est la composante dynamo-statique de la réponse totale maximale.

$Mean[\max(Z'_{d,k}(t))]$ est la valeur moyenne de la réponse dynamique maximale du mode k. Elle est donnée par

$$Mean[\max(Z'_{d,k}(t, x))] = b_{ik}(x) R(\omega_k, \beta_k) \quad (6.80)$$

et
$$a_i = \sum_{h=1}^n a_{hi} \quad (6.81)$$

6.3.1.2 Mouvement Sismique Non Uniforme

$$Mean^P[\max(Z_i(t))] = \left\{ \left(Mean^P[\max(Z'_s(t))] \right)^2 + C^P(Z'_s, Z'_d) + \left(Mean^P[\max(Z'_d(t))] \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (6.82)$$

- La composante pseudo-statique

$$\left(Mean^P[\max(Z'_s(t))] \right)^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_{u_i u_j} Mean^P[\max(Z'_{s,i}(t))] Mean^P[\max(Z'_{s,j}(t))] \quad (6.83)$$

avec
$$Mean^P[\max(Z'_{s,i}(t))] = a_{hi} Mean[\max(u_i(t))] \quad (6.84)$$

- La composante dynamique

$$\left(Mean^P[\max(Z'_d(t))] \right)^2 = \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N \rho_{s_k s_m}^P Mean^P[\max(Z'_{d,k}(t))] Mean^P[\max(Z'_{d,m}(t))] \quad (6.85)$$

avec
$$Mean^P \left[\max(Z'_{d,k}(t)) \right] = b_{ik} R^P(\omega_k, \beta_k) \quad (6.86)$$

- La composante dynamo-statique

$$C^P(Z'_s, Z'_d) = 2 \sum_{i=1}^u \sum_{k=1}^N \rho_{u,s_k} Mean^P \left[\max(Z'_{s,d}(t)) \right] Mean^P \left[\max(Z'_{d,k}(t)) \right] \quad (6.87)$$

6.3.2 Structures Soumises à des Composantes Sismiques Multi-Directionnelles

Lors d'un séisme, une structure est soumise, en réalité, à un champ d'excitations à la base. Ce champ peut être modélisé par un vecteur d'excitations, \mathbf{u} , dont chaque composante représente un degré de liberté du support. Soit une structure à N degrés de liberté, à n supports dont chacun présente 6 degrés de liberté, 3 composantes translationnelles et 3 composantes rotationnelles dans le cas d'un mouvement sismique non uniforme, $\mathbf{u} = [u_i]^T$ $i = 1, \dots, 6$, classiquement amortie, et soumise à des excitations parfaitement ou partiellement corrélées avec des conditions géologiques locales variables ou invariables.

Les composantes pseudo-statiques et dynamiques du vecteur des réponses totales de la structure, donné par l'expression (6.72), peuvent être représentées par les expressions (6.73) et (6.74) [24]

$$\begin{cases} \mathbf{Z}_s(t) = -\Psi \mathbf{K}_s^{-1} \mathbf{K}_{sb} \mathbf{U}_b(t) = \mathbf{a} \mathbf{U}_b(t) & (6.88) \\ \mathbf{Z}_d(t) = \Psi \Phi \mathbf{Y}(t) = \mathbf{bS}(t) & (6.89) \end{cases}$$

avec $\mathbf{U}_b(t)$ est le vecteur déplacement à $6n$ composantes et \mathbf{K}_{sb} est la matrice de rigidité ($N \cdot 6n$).

$\mathbf{Y}(t)$ est le vecteur des coordonnées modales. Il est défini par

$$\begin{cases} \mathbf{Y} = [y_k] \\ y_k = \sum_{p=1}^6 \gamma_{kp} s_{kp} \end{cases} \quad (6.90)$$

et
$$\mathbf{S} = [s_{kp}]^T, \quad p = 1, \dots, 6; k = 1, \dots, N \quad (6.91)$$

γ_{kp} est le facteur de participation du mode k dû à la composante p . Il a pour expression [8]

$$\gamma_{kp} = \frac{\phi_k^T \mathbf{M}_s \mathbf{T}_{sp}}{\phi_k^T \mathbf{M}_s \phi_k} \quad (6.92)$$

\mathbf{T}_{sp} est le vecteur d'influence de la réponse d'un corps rigide due à la composante sismique p .

La i^{me} composante du vecteur des réponses totales, $\mathbf{Z}(t)$, peut être défini par l'expression suivante

$$\begin{aligned} z_i(t) &= \mathbf{a}_i \mathbf{U}_b(t) + \mathbf{b}_i \mathbf{S}(t) = \sum_{p=1}^6 \sum_{i=1}^n \alpha_{lip} u_{ip}(t) + \sum_{p=1}^6 \sum_{k=1}^N b_{ikp} s_{kp}(t) \\ &= z'_s(t) + z'_d(t) \end{aligned} \quad (6.93)$$

En suivant la procédure du développement de la valeur moyenne de la réponse maximale, faite pour les systèmes continus, on obtient l'expression de la valeur moyenne des réponses maximales, $z_i(t)$, pour les systèmes discrets soumis à des excitations multidirectionnelles partiellement ou parfaitement corrélées

6.3.2.1 Mouvement Sismique Uniforme

- La composante pseudo-statique

$$\left(Mean[\max(Z'_s(t))] \right)^2 = \sum_{p=1}^3 \sum_{q=1}^3 \rho_{u_{gp} u_{gq}} Mean[\max(Z'_{s,p}(t))] Mean[\max(Z'_{s,q}(t))] \quad (6.94)$$

avec
$$Mean[\max(Z'_{s,p}(t))] = a_{ip} Mean[\max(u_{gp}(t))] \quad (6.95)$$

où
$$a_{ip} = \sum_{i=1}^n \alpha_{lip} \quad (6.96)$$

- La composante dynamique

$$\left(Mean[\max(Z'_d(t))] \right)^2 = \sum_{p=1}^3 \sum_{q=1}^3 \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N \rho_{s_{kp} s_{mq}} Mean[\max(Z'_{d,kp}(t))] Mean[\max(Z'_{d,mq}(t))] \quad (6.97)$$

avec
$$Mean[\max(Z'_{d,kp}(t))] = b_{ikp} R_p(\omega_k, \beta_k) \quad (6.98)$$

- La composante dynamo-statique

$$C(Z'_s, Z'_d) = 2 \sum_{p=1}^3 \sum_{q=1}^3 \sum_{k=1}^N \rho_{u_{sp}, s_{kq}} \text{Mean} \left[\max(Z'_{s,p}(t)) \right] \text{Mean} \left[\max(Z'_{d,kq}(t)) \right] \quad (6.99)$$

6.3.2.2 Mouvement Sismique Non Uniforme

- La composante pseudo-statique

$$\left(\text{Mean}^P \left[\max(Z'_s(t)) \right] \right)^2 = \sum_{p=1}^6 \sum_{q=1}^6 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_{u_{ip}, u_{jq}} \text{Mean}^P \left[\max(Z'_{s,ip}(t)) \right] \text{Mean}^P \left[\max(Z'_{s,jq}(t)) \right] \quad (6.100)$$

avec $\rho_{u_{ip}, u_{jq}} = \alpha_{ij}$ $\text{Mean}^P \left[\max(Z'_{s,ip}(t)) \right] = \alpha_{ij} \text{Mean} \left[\max(u_{ip}(t)) \right]$ (6.101)

- La composante dynamique

$$\left(\text{Mean}^P \left[\max(Z'_d(t)) \right] \right)^2 = \sum_{p=1}^6 \sum_{q=1}^6 \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N \rho_{s_{kp}, s_{mq}}^P \text{Mean}^P \left[\max(Z'_{d,kp}(t)) \right] \text{Mean}^P \left[\max(Z'_{d,mq}(t)) \right] \quad (6.102)$$

avec $\rho_{s_{kp}, s_{mq}}^P = b_{kp} R_p^P(\omega_k, \beta_k)$ (6.103)

- La composante dynamo-statique

$$C^P(Z'_s, Z'_d) = 2 \sum_{p=1}^6 \sum_{q=1}^6 \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^N \rho_{u_{ip}, s_{kq}}^P \text{Mean}^P \left[\max(Z'_{s,ip}(t)) \right] \text{Mean}^P \left[\max(Z'_{d,kq}(t)) \right] \quad (6.104)$$

Il est important de signaler que les composantes sismiques rotationnelles ont des effets négligeables sur les réponses des structures comparés à ceux dus aux composantes translationnelles. Lorsque les directions principales des composantes sismiques translationnelles ne sont pas suivant celles de la structure, les composantes sismiques, sollicitant la structure, sont considérées partiellement, voire faiblement corrélées [60], [71]. De plus, cette faible corrélation disparaît si les composantes horizontales ont des intensités approximativement similaires [71]. En d'autres termes, ces composantes sismiques sont

considérées, généralement, non corrélées ou indépendantes. En conséquence, la valeur moyenne de la réponse maximale, $z_i(t)$, est égale à la racine carrée de la somme des carrés des valeurs moyennes des réponses maximales dues aux composantes sismiques (règle S.R.S.S.)

$$Mean^p [\max(z_i(t))] = \left(\sum_{p=1}^3 \left(Mean^p [\max(z_{ip}(t))] \right)^2 \right)^{1/2} \quad (6.105)$$

avec $Mean^p [\max(z_{ip}(t))]$ est la valeur moyenne de la i^{me} réponse maximale due à la composante sismique p .

6.4 Evaluation des Coefficients d'Inter-Corrélations pour un Spectre de Réponse Donné

6.4.1 Introduction

En pratique, il est très commun d'utiliser un spectre de réponse lisse ou standard, dont la conception est basée sur un traitement statistique de plusieurs accélérogrammes. Cependant, pour l'évaluation des réponses totales maximales moyennes, il est essentiellement important de déterminer les coefficients d'inter-corrélation définissant les composantes pseudo-statique, dynamique et dynamo-statique. Or, ces coefficients d'inter-corrélation dépendent essentiellement de la fonction de densité spectrale de puissance (P.S.D.F.) de l'input sismique. Plusieurs chercheurs ont établi une relation entre le spectre de réponse et la densité spectrale de puissance de l'excitation sismique. La première alternative est prise par Rosenblueth et Bustamante [64], où ils ont établi une relation entre l'énergie maximale d'un oscillateur simple et la constante du spectre de puissance caractérisant l'excitation sismique. En utilisant cette relation, Housner et Jennings [39] ont pu obtenir la PSDF du processus d'accélération sismique à partir du spectre moyen de la vitesse non amortie. Par la suite, plusieurs investigations ont été menées par des chercheurs tels que: Kaul [43], Sundararajan [66], Pfaffinger [61], Unruh et Kana [74], Christian [14], et Der Kiureghian et Neuenhofer [24]. Ils ont proposé des modèles stochastiques, basés sur des processus stationnaires Gaussiens à moyenne nulle, qui consistent en une procédure itérative. Dans ce contexte, quelques modèles sont présentés ci-après.

6.4.2 Modèle de Christian

Il a utilisé le même modèle que celui de Sandararajan [66] (Méthode du déplacement relatif), et de Unruh et Kana [74] (Méthode de l'accélération absolue), tout en perfectionnant la

méthode d'intégration numérique pour améliorer la précision des résultats. La méthode itérative proposée par ces auteurs est :

$$\hat{S}(\omega)_{j+1} = \hat{S}(\omega)_j \left[\frac{R(\omega)}{\hat{R}(\omega)_j} \right]^2 \quad (6.106)$$

où $R(\omega)$ est le spectre de réponse exacte,

$\hat{S}(\omega)_j$ est la valeur de la PSDF après la $j^{\text{ème}}$ itération,

$\hat{R}(\omega)_j$ est le spectre de réponse calculé, correspondant à $\hat{S}(\omega)_j$

L'estimation initiale de la PSDF, proposée par Kaul [43] et utilisée dans les deux méthodes itératives (Méthodes de l'accélération absolue et du déplacement relatif), est

$$\hat{S}(\omega)_0 = \frac{4\beta R^2(\omega)}{\pi \Omega P^2(\omega)} = \frac{4\beta}{\pi \Omega} \left[\frac{R(\omega)}{P(\omega)} \right]^2 \quad (6.107)$$

où $R(\omega) = P(\omega)\sigma(\omega)$ (6.108)

$P(\omega)$ est un facteur de pic reliant l'écart type de la réponse et la réponse maximale moyenne. Il est calculé à partir de l'approximation donnée par Amin et Gungor [6], que Vanmarcke a validé pour le cas des processus à bande très large [78].

$$P(\Omega) = \left\{ 2 \ln \left(-\frac{T_m}{\pi r(\Omega)} \frac{1}{\ln(1-p)} \right) \right\}^{1/2} \quad (6.109)$$

où T_m est la durée du mouvement (réponse),

$r(\Omega)$ est le rapport $\sigma/\dot{\sigma}$,

p est la probabilité que le pic de la réponse dépasse $R(\omega)$.

Ω est la fréquence de l'oscillateur

Ce modèle n'est pas efficace pour les petites fréquences. La raison, est que l'hypothèse de stationnarité n'est pas valide quand la période de l'oscillateur est longue en relation avec la durée de l'excitation. En d'autres termes, si la durée de la réponse est large comparée à la période naturelle de l'oscillateur, la réponse peut être supposée stationnaire et aucune correction n'est nécessaire. En faibles fréquences, la valeur de la réponse est plus faible par rapport à celle résultant d'une supposition de stationnarité. Par conséquent, en se basant de

Rosenblueth et Elorduy [65], une estimation approximative de la réponse d'un oscillateur en fréquences faibles peut être obtenue, en remplaçant son taux d'amortissement, β , par un taux d'amortissement équivalent, β_{eq} , défini par

$$\beta_{eq} = \beta + \frac{2}{\Omega T_m} \quad (6.110)$$

Christian a constaté la non-convergence des résultats (spectre de réponse calculé par rapport au modèle exacte) pour des fréquences supérieures à 10 Hz. Ceci est dû essentiellement à la forme des spectres de réponses standards, la méthodologie utilisée pour les générer, et le manque de variation statistique en hautes fréquences. En d'autres termes, si les PSDF sont calculées pour un spectre de réponse déterminé à partir d'une évaluation statistique du mouvement fort (stationnarité) sur toutes les fréquences, les calculs convergent rapidement.

6.4.3 Modèle de Der Kiureghian et Neuenhofer

Ils ont utilisé une méthode itérative semblable à la précédente pour évaluer les coefficients d'inter-corrélations entre les supports et entre les modes de la structure. La différence dans la méthode réside au niveau du facteur de pic, qu'a approximé Der Kiureghian [20] (méthode exposée dans le **chap. 3**), et qui est valide pour les processus à bande large ainsi qu'à bande étroite. La formulation itérative est

$$G_{\ddot{u}\ddot{u}}(\omega)_{j+1} = \frac{G_{\ddot{u}\ddot{u}}(\omega)_j}{\lambda_0(\omega)_j} \left[\frac{R(\omega, \beta)}{P(\omega)_j} \right]^2 \quad \omega \geq 0 \quad (6.111)$$

où $G_{\ddot{u}\ddot{u}}(\omega)_j$ est la $j^{\text{ème}}$ itération de la PSDF concernant les fréquences positives.

$\lambda_0(\omega)_j$ et $P(\omega)_j$ sont, respectivement, la moyenne carrée (variance) et le facteur de pic de la réponse, d'un oscillateur de fréquence ω et de taux d'amortissement β , à l'input sismique caractérisé par la PSDF $G_{\ddot{u}\ddot{u}}(\omega)_j$.

En raison de la dépendance non sensible de ces coefficients d'inter-corrélation vis-à-vis de la PSDF, la 1^{ère} approximation de la PSDF proposée, est obtenue en posant $G_{\ddot{u}\ddot{u}}(\omega)_0$ égale à une constante (bruit blanc).

$$G_{\ddot{u}\ddot{u}}(\omega)_1 = \frac{2 \beta \omega^3}{\pi} \left[\frac{R(\omega, \beta)}{P(\omega)_0} \right]^2 \quad (6.112)$$

La considération de la non-validation de la stationnarité pour les faibles fréquences nécessite l'introduction d'un facteur de correction et l'approximation prend la forme

$$G_{\ddot{u}\ddot{u}}(\omega)_1 = \omega^2 \left(\frac{2\beta\omega}{\pi} + \frac{4}{\pi T_m} \right) \left[\frac{R(\omega, \beta)}{P(\omega)_0} \right]^2 \quad (6.113)$$

De plus, au niveau de $\omega = 0$, la PSDF du déplacement du sol est infini, il a été donc nécessaire de corriger l'approximation de manière à ne pas affecter les hautes fréquences. Le facteur de correction proposé est

$$f_c = \frac{\omega^p}{\omega^p + \omega_f^p} \quad p \geq 2 \quad (6.114)$$

où ω_f est un paramètre de faible valeur de façon que f_c atteint rapidement l'unité.

Finalement, la 1^{ère} approximation de la PSDF suggérée à pour expression

$$G_{\ddot{u}\ddot{u}}(\omega)_1 = \frac{\omega^{p+2}}{\omega^p + \omega_f^p} \left(\frac{2\beta\omega}{\pi} + \frac{4}{\pi T_m} \right) \left[\frac{R(\omega, \beta)}{P(\omega)_0} \right]^2 \quad (6.115)$$

Les coefficients de corrélation ne sont pas très sensibles vis-à-vis du paramètre p .

6.5 Conclusion

Une méthodologie pour la prise en charge de l'aspect variabilité spatiale de l'excitation sismique dans le calcul de la réponse des structures est proposée. Elle se base sur une nouvelle expression de la réponse maximale adaptée à des excitations sismiques partiellement corrélées. Cette expression constitue une extension des travaux menés par M.K.Berrah et E.Kausel [7], [8], [9]. C'est une formulation générale des réponses stochastiques totales maximales de structures soumises à un input sismique uniforme et non uniforme et son développement est basé sur la théorie des vibrations aléatoires appliquée aux champs stochastiques. Le modèle développé tient compte non seulement de la partie dynamique, qui prend en considération les inter-corrélations modales appliquées au cas d'input sismique non uniforme, mais également des parties pseudo-statique et dynamo-statique [69], [70]. Ce modèle prend en considération les effets de l'incohérence, de la propagation d'onde et des conditions locales des sols variables ou invariables au niveau des supports.

Chapitre 7

Analyse Déterministe des Effets de l'Incohérence et de la Propagation d'Onde sur les Réponses des Ponts

7.1 Introduction

Après avoir établi des modèles stochastiques théoriques des réponses des structures sous l'effet du phénomène de la variabilité spatiale du mouvement sismique, il est important d'analyser l'effet de ce phénomène sur les réponses des structures. Dans cette partie, il est intéressant d'étudier les effets de l'incohérence et de la propagation d'onde sur la réponse déterministe des ponts à une et à deux travées égales. La réponse temporelle (déterministe) est évaluée en utilisant des accélérogrammes simulés au niveau des supports et considérés comme des échantillons d'un champ stochastique spatio-temporel, Gaussien, homogène et unidimensionnel.

7.2 Simulation d'un Champ Stochastique Spatio-Temporel, Gaussien, Homogène et Unidimensionnel en Utilisant la Représentation Spectrale

Le champ stochastique spatio-temporel, Gaussien, Homogène et Unidimensionnel, considéré comme étant un ensemble de processus stochastiques temporels au niveau de chaque support, peut être simulé en utilisant la Méthode de la Représentation Spectrale proposée par M. Shinozuka et al [67]. L'expression du modèle de champ simulé est donnée par

$$x_i(t) = 2 \sum_{j=1}^I \sum_{l=1}^N |H_{ji}(\omega_l)| \sqrt{\Delta\omega} \cos(\omega_l t + \theta_{ji}(\omega_l) + \phi_{jl}) \quad (7.1)$$

où $\Delta\omega$ est l'incrément fréquentiel.

$$\omega_l = l\Delta\omega$$

$N\Delta\omega$ est la fréquence maximale considérée

$\theta_{ji}(\omega_l)$ est la phase spectrale et a l'expression suivante

$$\theta_{ji}(\omega_l) = \text{Tan}^{-1} \left(\frac{\text{Im } H_{ji}(\omega_l)}{\text{Re } H_{ji}(\omega_l)} \right) \quad (7.2)$$

ϕ_{ji} sont des angles de phase aléatoires indépendants et uniformément distribués sur $[0, 2\pi]$.

$H_{ji}(\omega_l)$ est une fonction spectrale déduite de la décomposition de Choleski de la matrice d'inter-densité spectrale $\mathbf{S}(\omega)$.

$$\mathbf{S}(\omega) = \mathbf{H}^{*T}(\omega) \mathbf{H}(\omega) \quad (7.3)$$

où $\mathbf{H}(\omega) = [H_{ji}(\omega)]$ est une matrice triangulaire supérieure.

* indique la conjuguée

T indique la transposée

La matrice d'inter-densité spectrale, $\mathbf{S}(\omega)$, est Hermitienne et est définie non négative. Les composantes de la matrice $\mathbf{H}(\omega)$ sont données par

$$\begin{aligned} H_{jj}(\omega) &= \left(\frac{D_j(\omega)}{D_{j-1}(\omega)} \right)^{1/2} \quad j = 1, 2, \dots, n \\ H_{ji}(\omega) &= H_{jj}(\omega) \frac{\mathbf{S}(\omega) \begin{pmatrix} 1, 2, \dots, j-1, j \\ 1, 2, \dots, j-1, i \end{pmatrix}}{D_j(\omega)} \quad i = j+1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (7.4)$$

avec $D_j(\omega)$ est le $j^{\text{ème}}$ mineur principal de $\mathbf{S}(\omega)$ et $D_0(\omega) = 1$.

$\mathbf{S}(\omega) \begin{pmatrix} 1, 2, \dots, j-1, j \\ 1, 2, \dots, j-1, i \end{pmatrix}$ est le déterminant de la sous-matrice obtenue par élimination de tous les éléments à l'exception des $(1, 2, \dots, j-1, j)^{\text{ème}}$ lignes et $(1, 2, \dots, j-1, i)^{\text{ème}}$ colonnes de $\mathbf{S}(\omega)$.

n est le nombre de supports du pont.

Il est à remarquer que la décomposition précédente n'est valide que si $\mathbf{S}(\omega)$ est Hermitienne et définie positive. Un traitement spécial devra être pratiqué, en conséquence, dans le cas où $\mathbf{S}(\omega)$ posséderait un ou plusieurs mineurs principaux nuls.

En faisant tendre l'indice limite de la série, N , vers l'infini, les processus simulés deviennent asymptotiquement Gaussiens et la moyenne du produit des processus $x_i(t)$ et $x_j(t + \tau)$ est égal à la fonction d'inter-corrélation $R_{x_i x_j}(\tau)$ sur la condition que les ϕ_{j_i} soient indépendants. Cependant, cette condition est nécessaire pour que les processus soient à moyenne nulle ($\forall N$).

Il est essentiel de signaler que la génération digitale des fonctions $x_i(t)$ peut être accomplie par les moyens de la technique de la F.F.T. (Fast Fourier Transform).

7.3 Simulation des Excitations du Sol au niveau des Supports de la Poutre Simple et de la Poutre à deux Travées Egales

Pour le calcul dynamique des ponts à une et à deux travées égales, modélisés, respectivement, en poutres simplement appuyées et en poutres continues, l'évaluation des réponses totales dépendent essentiellement des accélérations et des déplacements du sol au niveau des supports du pont. En considérant que l'accélération et le déplacement du sol sont des processus stochastiques stationnaires, ceux-ci peuvent être simulés à partir de la méthode de la représentation spectrale comme étant des échantillons d'un champ stochastique Gaussien, homogène et unidimensionnel. A partir des expressions données en (7.4) et en considérant que les conditions géologiques locales au niveau des supports sont identiques, les composantes de la matrice $\mathbf{H}(\omega)$ peuvent être déduites et sont données dans le **Tableau 7.1**.

Tableau 7.1 Les éléments de la matrice $\mathbf{H}(\omega)$ pour la simulation des excitations au niveau de 3 supports

| | |
|------------------|---|
| $H_{11}(\omega)$ | $\sqrt{S(\omega)}$ |
| $H_{12}(\omega)$ | $\sqrt{S(\omega)} r_{12}(\omega, d_{12})$ |
| $H_{22}(\omega)$ | $\sqrt{S(\omega)} \sqrt{1 - r_{12}(\omega, d_{12}) ^2}$ |
| $H_{13}(\omega)$ | $\sqrt{S(\omega)} r_{13}(\omega, d_{13})$ |
| $H_{23}(\omega)$ | $\frac{r_{23} - r_{13} r_{21}}{\sqrt{1 - r_{21} ^2}} \sqrt{S(\omega)}$ |
| $H_{33}(\omega)$ | $\left(\frac{1 - r_{21} ^2 - r_{31} ^2 - r_{32} ^2 + 2 r_{21} r_{32} r_{31} \cos(\theta_{21} + \theta_{32} - \theta_{31})}{1 - r_{21} ^2} \right)^{1/2} \sqrt{S(\omega)}$ |

avec

$$S(\omega) = \begin{cases} S_{\ddot{u}_k}(\omega) & \text{si } x_i = \ddot{u}_i \\ S_{u_p}(\omega) & \text{si } x_i = u_i \end{cases}$$

où $S_{\ddot{u}_k}(\omega)$ est la fonction de densité spectrale de l'accélération du sol.

$S_{u_x}(\omega)$ est la fonction de densité spectrale du déplacement du sol.

$r_{ij}(\omega, d_{ij})$ est la fonction de cohérence entre les excitations au niveau des supports i et j . Elle est donnée par

$$r_{ij}(\omega, d_{ij}) = \gamma_{ij}(\omega, d_{ij}) \exp(-i \omega d_{ij}^L / V_{app}) \quad (7.5)$$

où $\gamma_{ij}(\omega, d_{ij})$ est la fonction d'incohérence

d_{ij}^L est la composante longitudinale de la distance d_{ij} projetée suivant la direction épiscopentrale.

d_{ij} est la distance séparant les supports i et j . Il est important de noter que d_{ij} a une valeur positive si les ondes se propagent de i vers j et négative dans le cas contraire.

V_{app} est la vitesse apparente de l'onde prédominante entre les supports i et j .

$\theta_{ij}(\omega)$ est la phase spectrale entre les excitations au niveau du $i^{\text{ème}}$ et le $j^{\text{ème}}$ supports. Il a pour expression

$$\theta_{ij}(\omega) = \text{Tan}^{-1} \left(\frac{\text{Im } H_{ij}(\omega)}{\text{Re } H_{ij}(\omega)} \right) = - \frac{\omega d_{ij}^L}{V_{app}} \quad (7.6)$$

A partir de l'expression (7.1), les accélérations $\ddot{u}_i(t)$ et les déplacements du sol $u_i(t)$ au niveau des supports peuvent être simulés par les séries suivantes

$$x_1(t) = 2 \sum_{l=1}^N |H_{11}(\omega_l)| \sqrt{\Delta\omega} \cos(\omega_l t + \phi_{1l}) \quad (7.7)$$

$$x_2(t) = 2 \sum_{l=1}^N \left(|H_{12}(\omega_l)| \sqrt{\Delta\omega} \cos(\omega_l t + \theta_{12}(\omega_l) + \phi_{1l}) \right. \\ \left. + |H_{22}(\omega_l)| \sqrt{\Delta\omega} \cos(\omega_l t + \phi_{2l}) \right) \quad (7.8)$$

$$\begin{aligned}
x_3(t) = 2 \sum_{l=1}^N & \left(|H_{13}(\omega_l)| \sqrt{\Delta\omega} \cos(\omega_l t + \theta_{13}(\omega_l) + \phi_{1l}) \right. \\
& + |H_{23}(\omega_l)| \sqrt{\Delta\omega} \cos(\omega_l t + \theta_{23}(\omega_l) + \phi_{2l}) \\
& \left. + |H_{33}(\omega_l)| \sqrt{\Delta\omega} \cos(\omega_l t + \phi_{3l}) \right)
\end{aligned} \tag{7.9}$$

où ϕ_{il} sont des angles de phase aléatoires indépendants et uniformément distribués sur $[0, 2\pi]$.

Le modèle de fonction de densité spectrale de l'input sismique considéré dans l'étude est un modèle modifié de **Kanai-Tajimi** suggéré par **Clough et Penzien** [15] et qui est donné en (4.28) et (4.29). Cependant, le modèle de fonction d'incohérence utilisé est celui proposé par **Luco et Wong** [53] et qui est exposé en (4.35).

Les excitations du sol au niveau des supports sont simulées pour le cas de sols fermes et meubles dont les caractéristiques dynamiques sont données en (4.5.1). La vitesse de cisaillement des sols, V_s , est prise égale à 500 m/s pour les sols fermes et 100 m/s pour les sols meubles. Le facteur d'incohérence α est pris égal à 0.5.

La technique de calcul utilise la F.F.T. pour la génération digitale des excitations. Le nombre de points sur la fonction de densité spectrale (fréquences positives et négatives), $N' = 2N$, est pris égal à $2^{12} = 4096$, et avec un incrément de temps de 0.01 sec. Les excitations sont donc simulés pour une durée de 40.96 sec. La fréquence prédominante de la densité spectrale, qui est égale à 2.4 hz pour les sols fermes et 0.8 hz pour les sols meubles, est largement inférieure à la fréquence limite considérée appelée fréquence de **Nyquist**, $f_c = \frac{1}{2\Delta t} = 50 \text{ hz}$, ce qui conduit à éviter le problème **aliasing**. Ceux-ci conduisent donc à générer ces excitations avec une résolution fréquentielle de $0.15 \text{ rd/s} \left(\Delta\omega = \frac{4\pi f_c}{N} \right)$.

Une fois les excitations calculées, il est judicieux de fenêtrer leur phases début et fin de manière à les rendre plus réalistes. La fenêtre choisie a une forme linéaire au début de l'excitation et une atténuation exponentielle à sa phase finale. Elle a l'expression suivante

$$W(t) = \begin{cases} (t/3)^2 & 0 \leq t \leq 3s \quad (\text{phase début}) \\ 1 & 3 \leq t \leq 13s \quad (\text{phase forte}) \\ \exp[0.26(t-13)] & t \geq 13s \quad (\text{phase finale}) \end{cases} \quad (7.10)$$

La valeur du paramètre S_0 est choisie de manière que l'accélération maximale du sol au niveau du 1^{er} support soit égale à 0.5 g.

Dans ce qui suit, on procède à simuler les accélérations et les déplacements du sol au niveau des supports sous l'effet individuel ou combiné de la propagation d'ondes et de l'incohérence.

Avant de commencer le traitement de la réponse des ponts, il est important de définir quelques termes concernant la corrélation et la cohérence :

- La corrélation parfaite indique que le mouvement est uniforme ($r_{ij}(\omega, d_{ij})=1$).
- La cohérence parfaite indique que le mouvement dépend uniquement de l'effet de la propagation d'ondes ($\gamma_{ij}(\omega, d_{ij}) = 1$).
- L'incohérence parfaite indique que le mouvement est totalement incohérent ($\gamma_{ij}(\omega, d_{ij}) = 0$).

7.3.1 Effet de la Propagation d'Onde

Dans cette partie, on est conduit à simuler les accélérations et les déplacements du sol au niveau des supports en négligeant l'effet de l'incohérence. Les ponts sont supposés être sollicités par des ondes se propageant horizontalement ($V_{app} = V_s$) suivant leur direction longitudinale ($d^L = d$). Les ondes sont considérées se propager du 1^{er} support vers le 3^{ème} support. Les excitations (accélérations et déplacements) sont identiques aux niveau des supports avec un déphasage temporel $\tau_{ij} = \frac{d_{ij}}{V_{app}}$

$$\begin{cases} \ddot{u}_j(t) = \ddot{u}_i(t - \tau_{ij}) \\ u_j(t) = u_i(t - \tau_{ij}) \end{cases} \quad (7.11)$$

La figure 7.1 montre les accélérogrammes simulés au niveau du 1^{er} support concernant les sols fermes et meubles. Pour le sol ferme, dont la fréquence est importante, l'accélérogramme simulé est un échantillon d'un processus à bande large et exhibe donc une allure d'une sinusoïde d'amplitude et de fréquence rapidement variables avec le temps. Par contre, l'accélérogramme simulé pour le cas d'un sol meuble, exhibe une allure d'une sinusoïde d'amplitude et de fréquence lentement variables avec le temps puisqu'il représente une réalisation d'un processus à bande étroite dont la fréquence prédominante est faible.

La figure 7.2 montre les déplacements des sols simulés au niveau du support 1 pour le cas de sols fermes et meubles. Ces déplacements sont généralement des processus à bande fréquentielle étroite et plus particulièrement pour le cas de sols meubles. Le déplacement maximal est de 23 cm pour le cas d'un sol ferme et de 1.92 m pour le cas d'un sol meuble.

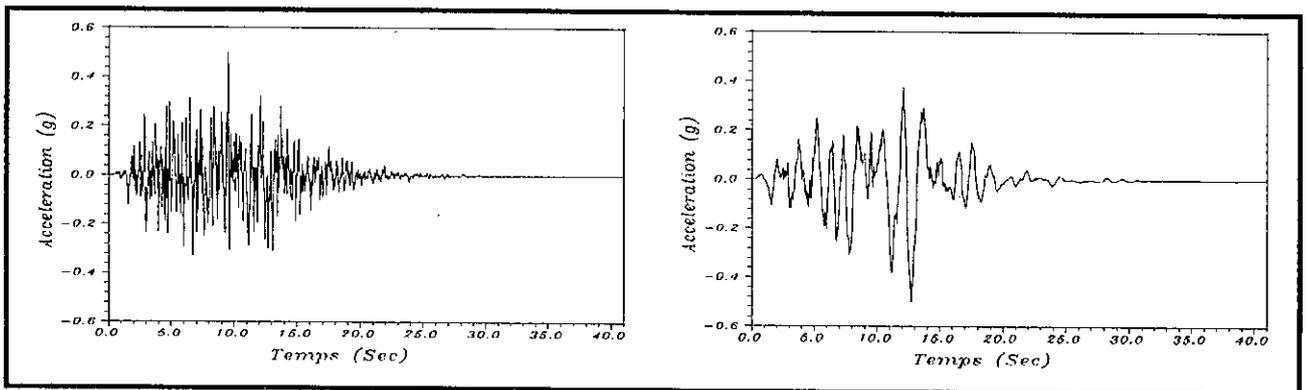


Figure 7.1 Accélération du sol au niveau du support 1 a) Sol ferme b) Sol meuble

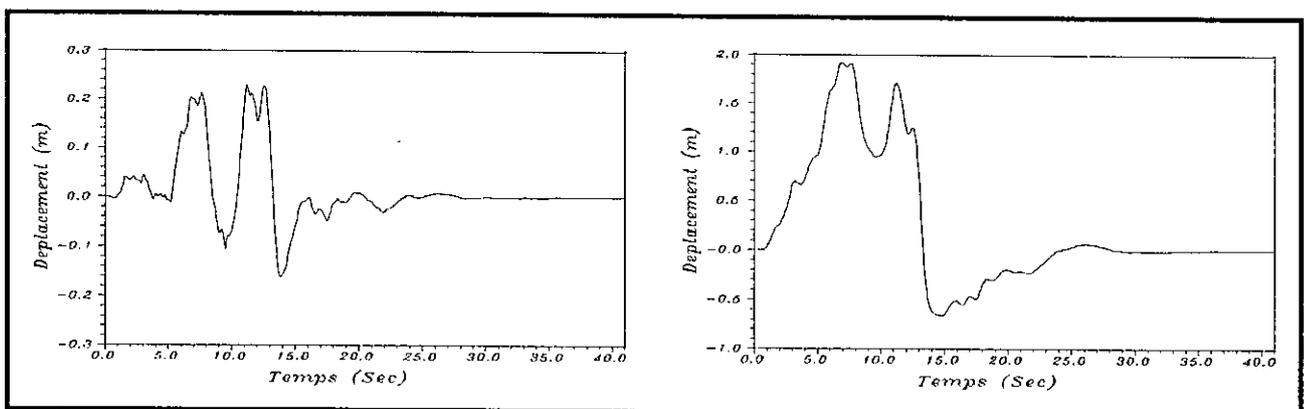


Figure 7.2 Déplacement du sol au niveau du support 1 a) Sol ferme b) Sol meuble

7.3.2 Effet de l'Incohérence

Le mouvement est considéré se propager verticalement et spatialement de manière non uniforme. Celui-ci est donc sollicité seulement par l'effet de l'incohérence. Les figures 7.3-7.6

comporte des accélérations et des déplacements du sol simulés au niveau du 2^{ème} et 3^{ème} support pour deux cas de longueurs de travée du pont, $d = 50, 100 \text{ m}$, et traitant les deux types de sols. Les accélérations et les déplacements du sol ont les mêmes caractéristiques que ceux simulés au niveau du support 1 mais exhibent des formes assez différentes, entre autres s'agissant de l'amplitude, de la valeur maximale et du temps de son apparition. Cependant, il est intéressant d'étudier le cas d'un pont soumis à un mouvement sismique parfaitement incohérent. Les figures 7.7-7.10 montrent des excitations simulées (accélérations et déplacements) au niveau du 2^{ème} et 3^{ème} support qui sont indépendants à ceux simulés au niveau du support 1. Les mêmes remarques que celles faites précédemment peuvent être observées, concernant les caractéristiques et les formes des excitations.

7.3.3 Effets Mixtes de l'Incohérence et de la Propagation d'Onde

Le mouvement est considéré se propager horizontalement suivant la direction longitudinale du pont et exhibant un niveau d'incohérence. Le mouvement sismique débute à $t_{0i} = \tau_{1i}$ au niveau du $i^{\text{ème}}$ support. Les excitations simulées au niveau des 2^{ème} et 3^{ème} supports, représentées sur les figures 11, 12, 13 et 14, ne sont pas similaires à celles dues seulement à l'incohérence (figures 3, 4, 5 et 6). Ceci est dû essentiellement au $i^{\text{ème}}$ terme de la sommation de $x_i(t)$, $i = 2, 3$, qui dépend uniquement de l'effet de l'incohérence.

7.4 Effets de l'Incohérence et de la Propagation d'Onde sur la Réponse

Déterministe des Ponts

Dans cette partie, on s'intéresse à l'analyse des réponses déterministes des ponts à une et à deux travées égales, modélisés, respectivement, en poutres simplement appuyées et en poutres continues, soumis à des excitations transversales horizontales spatialement variables. L'évaluation de ces réponses peut se faire à partir des excitations (accélérations et déplacements) simulées précédemment au niveau des supports. La réponse temporelle totale le long de la poutre est égale à la somme des réponses pseudo-statique et dynamique et est donnée par l'expression suivante

$$Z(t, x) = \sum_{i=1}^n a_i(x) u_i(t) + \sum_{k=1}^N b_k(x) s_k(t) \quad (6.17)$$

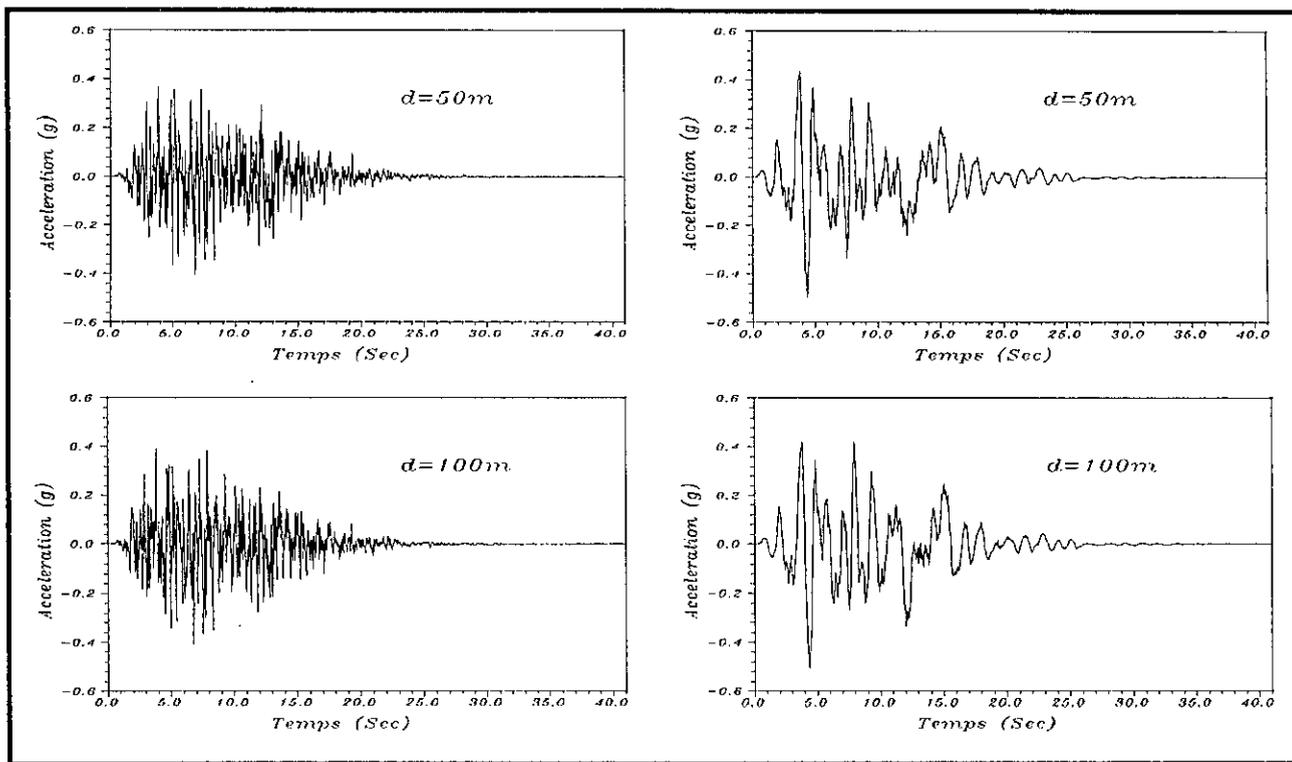


Figure 7.3 Accélération du sol au niveau du 2^{ème} support sous l'effet de l'incohérence
 a) Sol ferme b) Sol meuble

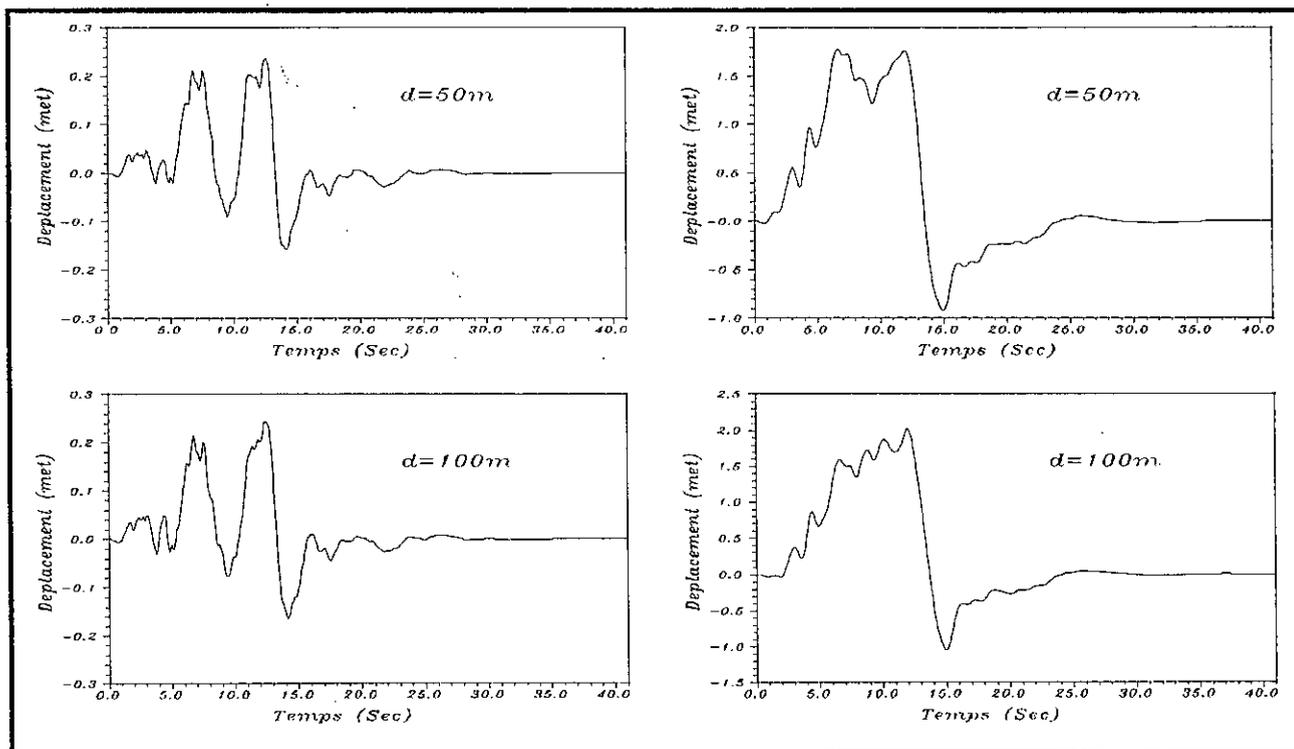


Figure 7.4 Déplacement du sol au niveau du 2^{ème} support sous l'effet de l'incohérence
 a) Sol ferme b) Sol meuble

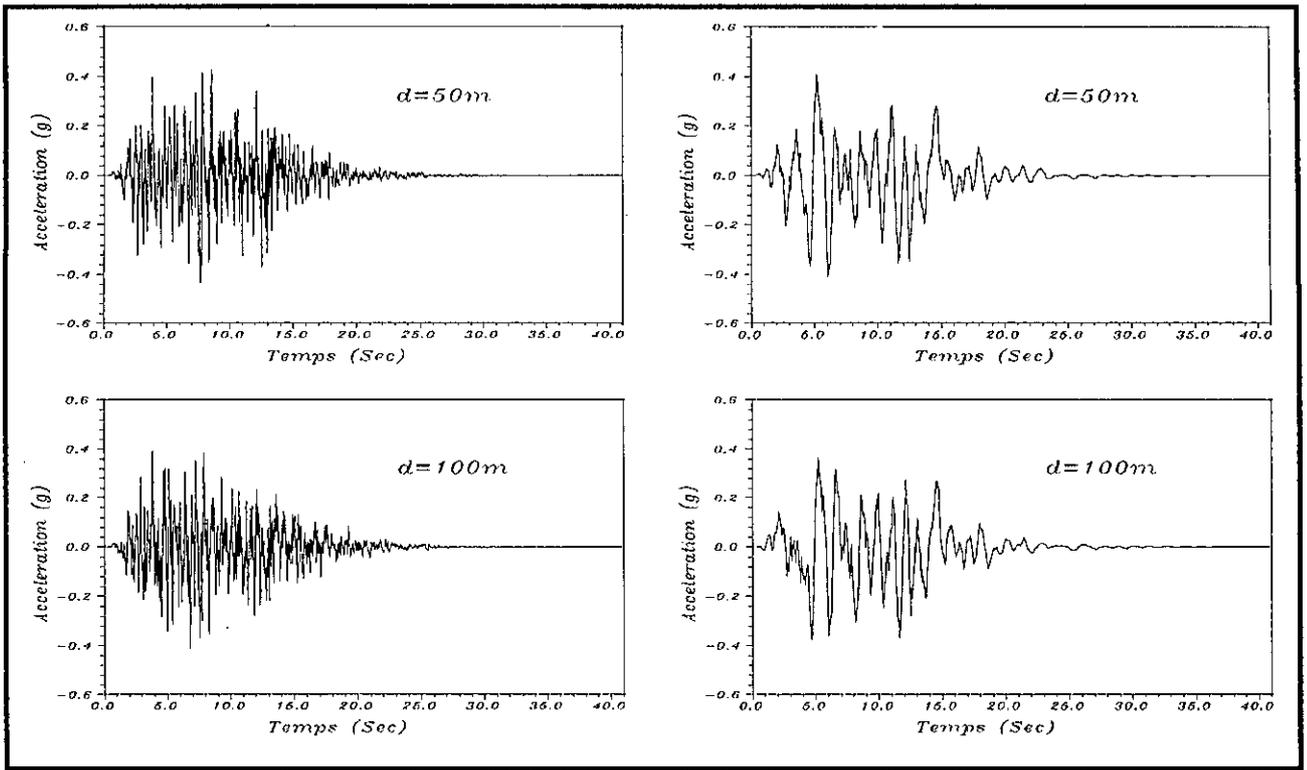


Figure 7.5 Accélération du sol au niveau du 3^{ème} support sous l'effet de l'incohérence
 a) Sol ferme b) Sol meuble

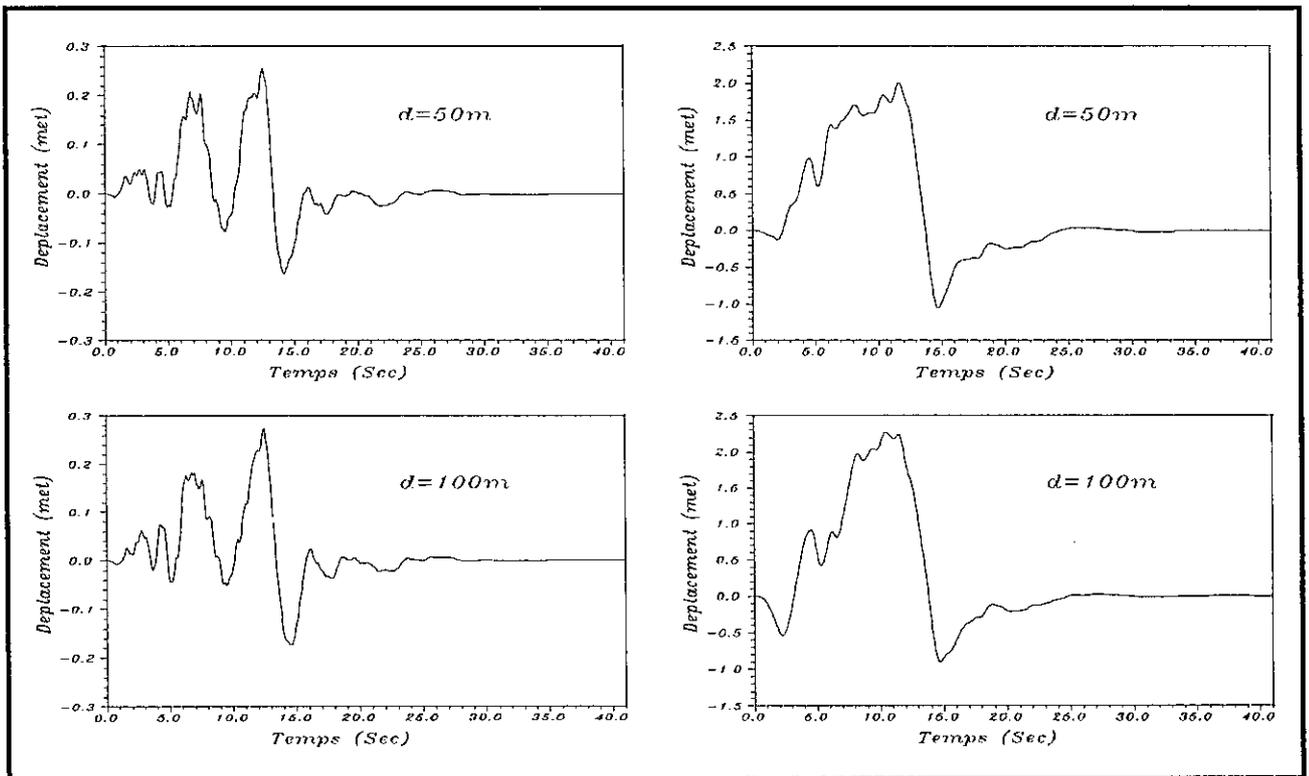


Figure 7.6 Déplacement du sol au niveau du 3^{ème} support sous l'effet de l'incohérence
 a) Sol ferme b) Sol meuble

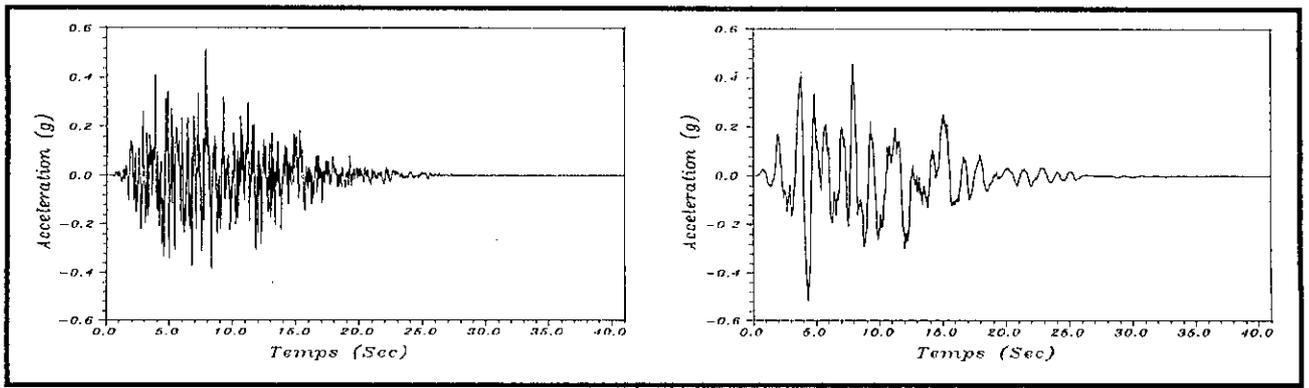


Figure 7.7 Accélération du sol au niveau du 2^{ème} support sous l'effet de l'incohérence parfaite
a) Sol ferme b) Sol meuble

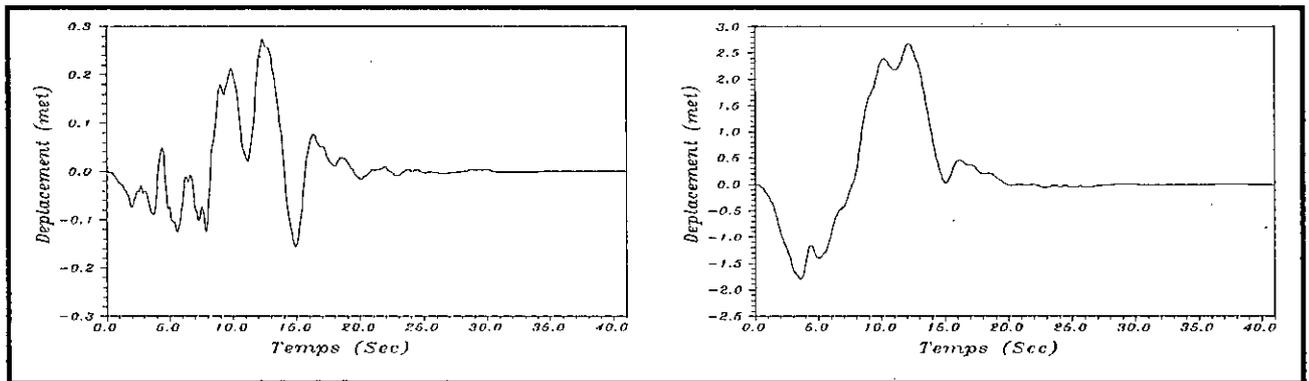


Figure 7.8 Déplacement du sol au niveau du 2^{ème} support sous l'effet de l'incohérence parfaite
a) Sol ferme b) Sol meuble

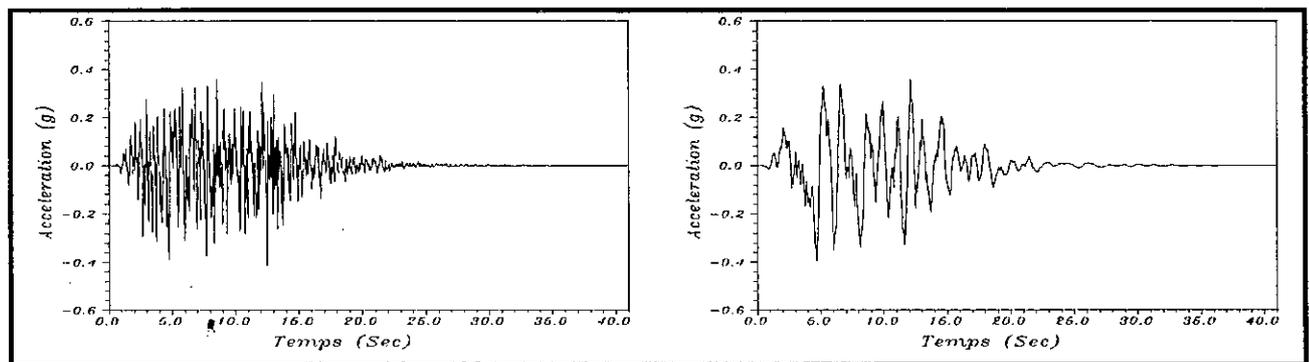


Figure 7.9 Accélération du sol au niveau du 3^{ème} support sous l'effet de l'incohérence parfaite
a) Sol ferme b) Sol meuble

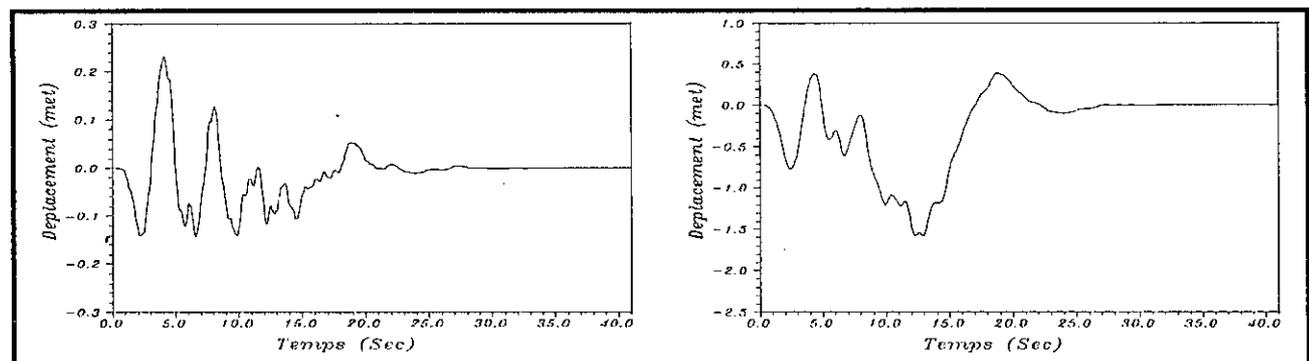


Figure 7.10 Déplacement du sol au niveau du 3^{ème} support sous l'effet de l'incohérence parfaite
a) Sol ferme b) Sol meuble

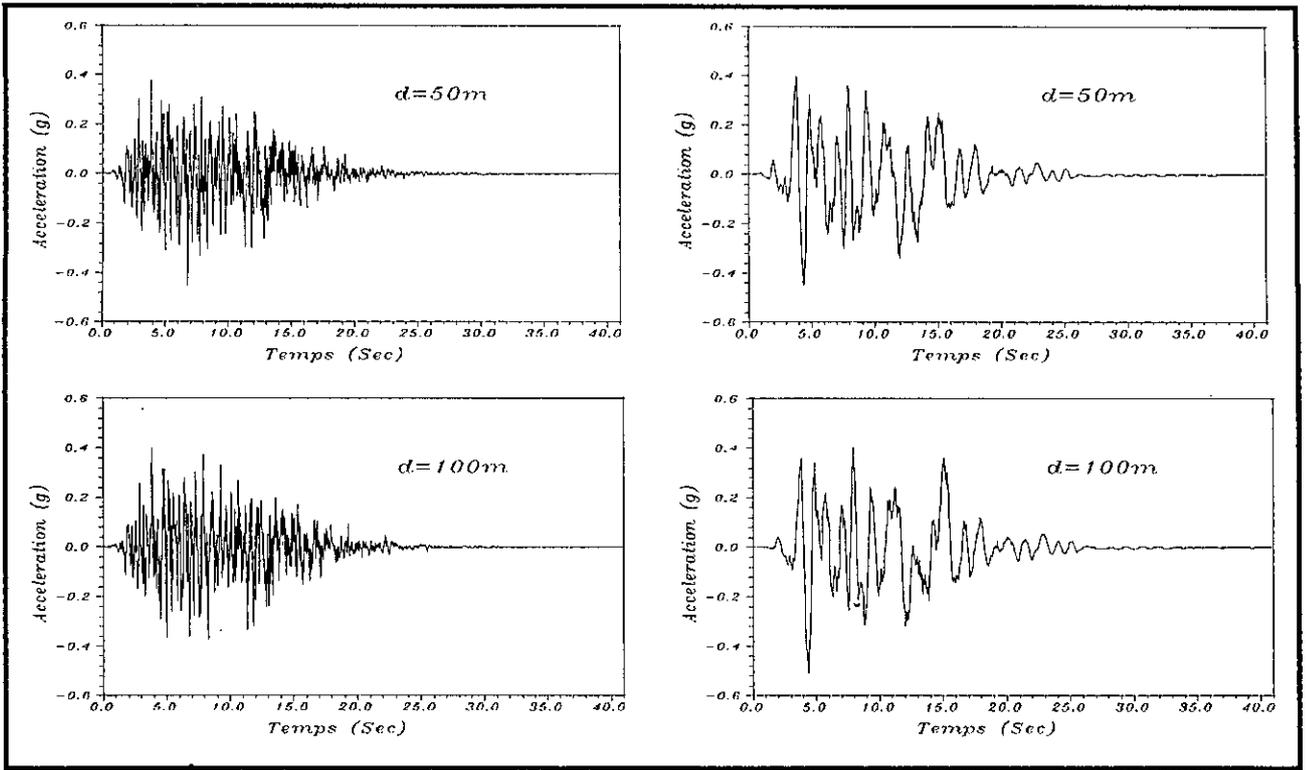


Figure 7.11 Accélération du sol au niveau du 2^{ème} support sous l'effet mixte de l'incohérence et de la propagation d'onde a) Sol ferme b) Sol meuble

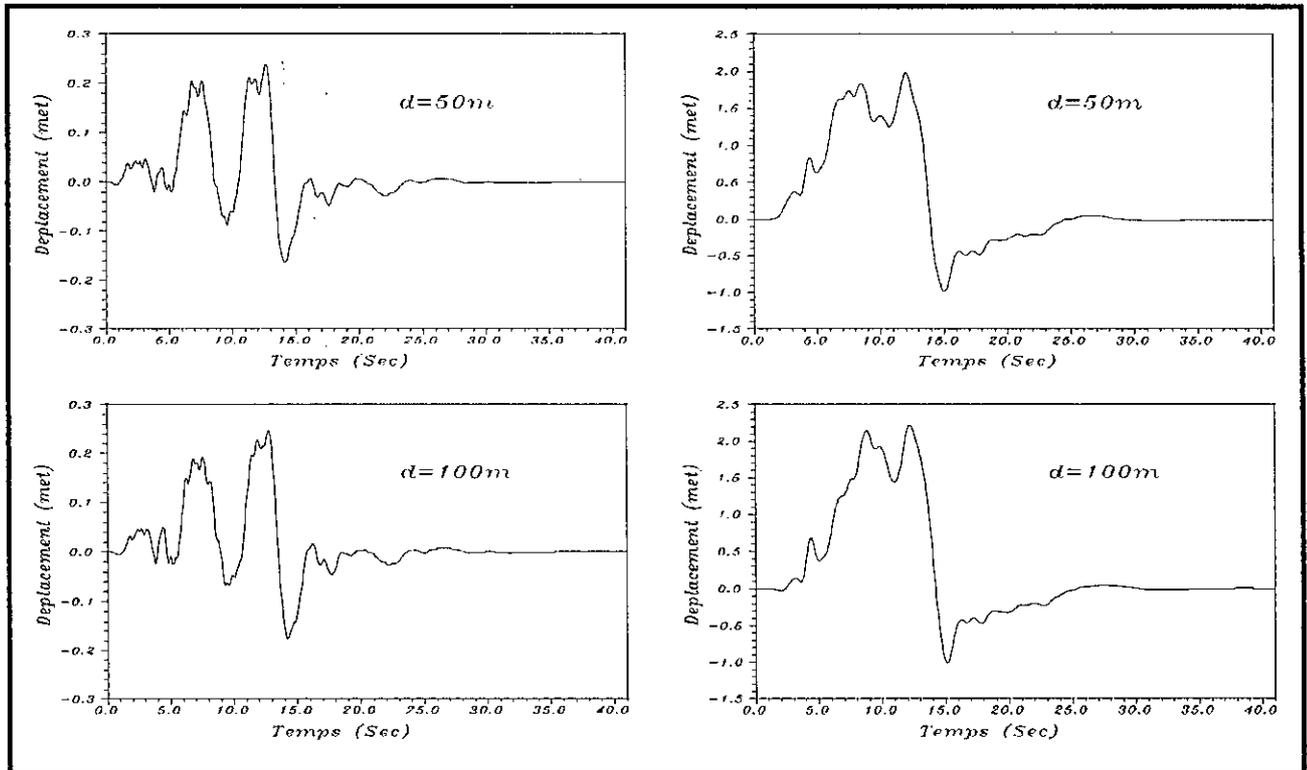


Figure 7.12 Déplacement du sol au niveau du 2^{ème} support sous l'effet mixte de l'incohérence et de la propagation d'onde a) Sol ferme b) Sol meuble

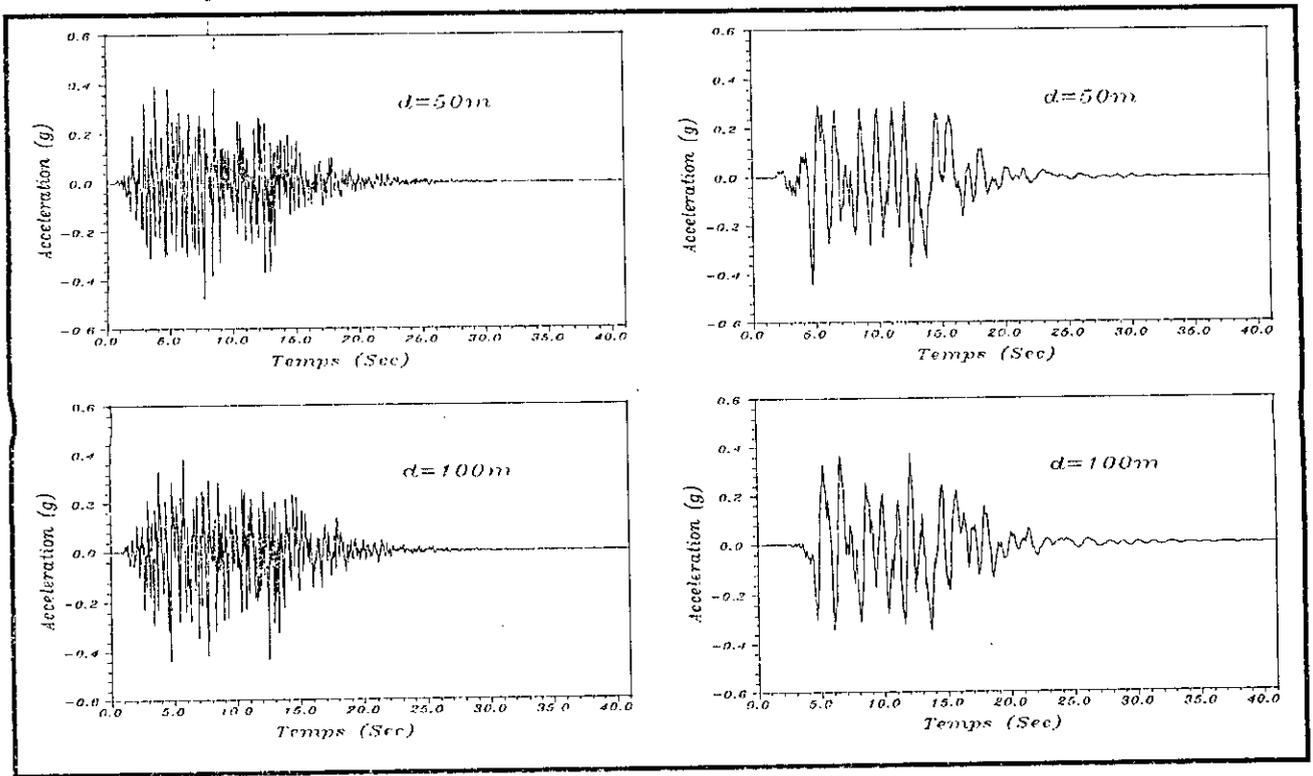


Figure 7.13 Accélération du sol au niveau du 3^{ème} support sous l'effet mixte de l'incohérence et de la propagation d'onde a) Sol ferme b) Sol meuble

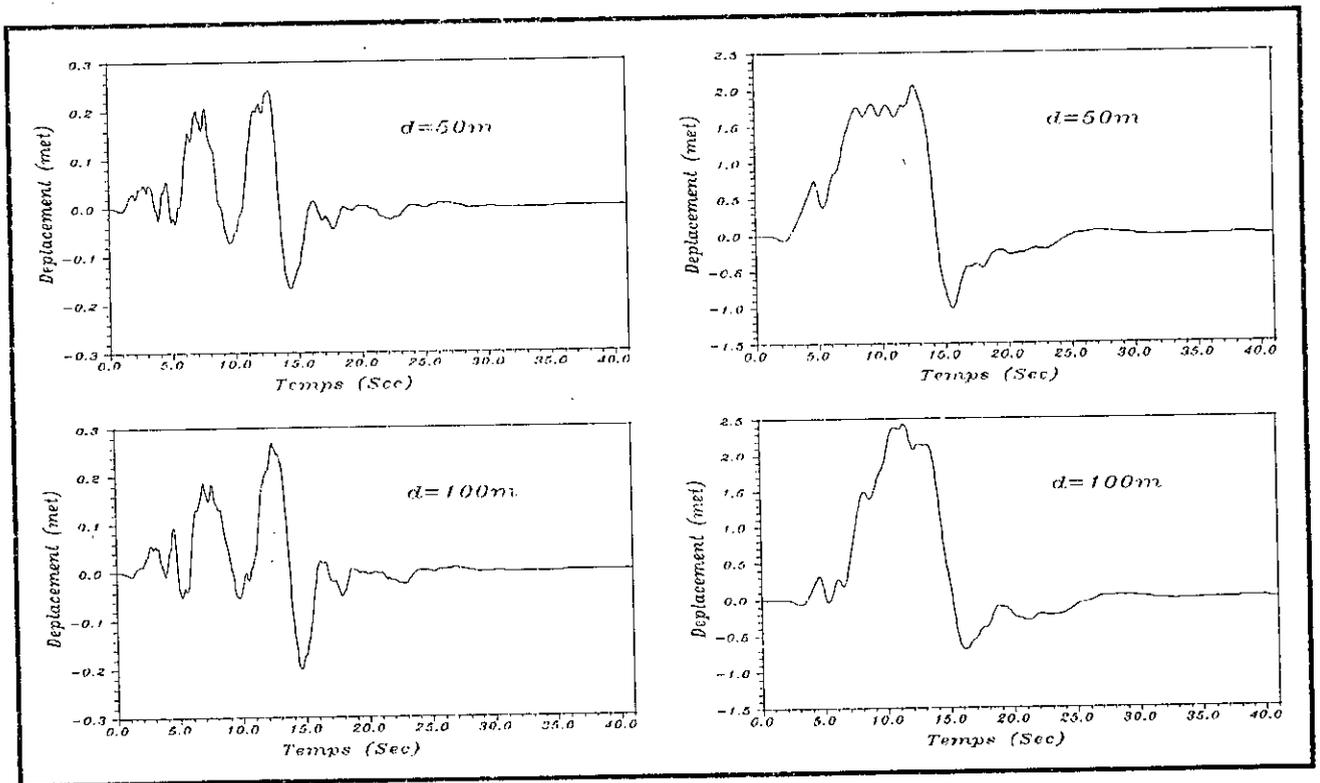


Figure 7.14 Déplacement du sol au niveau du 3^{ème} support sous l'effet mixte de l'incohérence et de la propagation d'onde a) Sol ferme b) Sol meuble

Les expressions des facteurs d'influence pseudo-statique et dynamique sont données dans le **Tableau 7.2** pour le cas des déplacements et les moments fléchissants.

Tableau 7.2 Expressions des facteurs d'influence pseudo-statique et dynamique des réponses

| | Déplacements | Moments fléchissants |
|----------|----------------------|-----------------------------|
| $a_i(x)$ | $h_i(x)$ | $(EI)h_i''(x)$ |
| $b_k(x)$ | $\gamma_k \phi_k(x)$ | $\gamma_k (EI) \phi_k''(x)$ |

où $h_i''(x)$ et $\phi_k''(x)$ sont les fonctions de forme statiques et dynamiques des moments fléchissants.

" indique la dérivée seconde par rapport à la variable x .

EI est la rigidité à la flexion

La coordonnée généralisée $s_k(t)$ est solution de l'équation différentielle modale suivante

$$\ddot{s}_k(t) + 2\beta_k \omega_k \dot{s}_k(t) + \omega_k^2 s_k(t) = - \sum_{i=1}^n A_{ki} \ddot{u}_i(t) \quad (7.12)$$

La résolution de cette équation différentielle est faite au moyen de l'intégrale de Duhamel évaluée numériquement par la méthode des trapèzes. Les paramètres pseudo-statiques et dynamiques, caractérisant les réponses de la poutre simple et de la poutre à deux travées égales, sont donnés dans le **Tableau 7.3**.

L'investigation de l'effet de la corrélation partielle entre les excitations au niveau des supports sur les réponses des poutres est menée dans le cas de sols fermes et meubles. Les propriétés structurales utilisées dans l'étude paramétrique sont la longueur de la travée d et la période fondamentale du pont T_1 . La période modale des poutres a pour expression

$$T_k = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_k} \right)^2 T_1 \quad (7.13)$$

Le taux d'amortissement est pris égal à 5% pour tous les modes. Les ponts sont supposés sollicités par des ondes se propageant horizontalement ($V_{opt} = V_s$) suivant leur

direction longitudinale ($d^L = d$). Les ondes sont considérées se propager du 1^{er} support vers le 3^{ème} support.

Les réponses dynamiques des poutres (poutres symétriques) ne reçoivent pas la contribution des modes antisymétriques dans le cas d'un mouvement sismique uniforme. Ceci entraîne que les réponses pseudo-statiques et dynamiques maximales sont symétriques par rapport au milieu de la poutre simple dans le cas d'un mouvement sismique uniforme. La composante pseudo-statique des forces internes (moment fléchissant et effort tranchant) ne contribue pas dans la réponse totale des poutres dans le cas particulier d'un input sismique uniforme. De plus, le déplacement pseudo-statique est maximal au niveau des supports.

7.4.1 Poutre Simple

La composante pseudo-statique ne contribue pas dans la composante totale des forces internes (moment fléchissant et effort tranchant) de la poutre simple. Le déplacement pseudo-statique et l'effort tranchant dynamique sont maximaux au niveau des supports alors que le déplacement et le moment fléchissant dynamiques sont maximaux au milieu de la poutre dans le cas d'un input sismique uniforme (au voisinage du milieu de la poutre en tenant compte de la corrélation entre les excitations). Il est donc nécessaire d'étudier l'effet de la corrélation partielle entre les excitations sismiques sur les déplacements et les moments fléchissants au milieu de la poutre uniquement. Cependant, ceux-ci reçoivent la contribution des modes symétriques seulement (modes impairs).

7.4.1.1 Déplacement Dynamique

La figure 7.15 montre les courbes des déplacements dynamiques au milieu de la poutre simple sous l'effet de l'incohérence et pour le cas de ponts fondés sur des sols fermes et meubles. Ces déplacements dynamiques varient de manière inversement proportionnelle avec l'incohérence. La courbe du déplacement dynamique, correspondant à des excitations parfaitement incohérentes montre une variation de plus en plus importante par rapport à celles correspondant à des ponts de 50 et de 100 m de portée, au niveau des périodes fondamentales supérieures à 1 s et dans le cas de sols fermes, alors que cette variation est négligeable dans le cas de ponts de portée égale à 100 m reposant sur des sols meubles. La figure 7.16 montre que dans un milieu ferme, la réduction de ces déplacements par rapport à ceux dus à un mouvement sismique cohérent peut atteindre 40% pour certaines faibles périodes fondamentales (ponts rigides) et de 20% pour des périodes fondamentales élevées (ponts flexibles). Cette réduction

Tableau 7.3 Paramètres pseudo-statiques et dynamiques de la poutre simple et de la poutre à deux travées égales

| | Poutre simple | Poutre à deux travées égales |
|-------------|---|---|
| λ_k | $k\pi$ | $\left[2k+1+\frac{1-(-1)^k}{2}\right]\frac{\pi}{2}$ |
| $\phi_k(x)$ | $\phi_k(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin(\lambda_k x/L)$ $\int_0^L \phi_k(x) \phi_l(x) dx = \delta_{kl}$ <p>δ_{kl} est le symbole kroenecker</p> | $\phi_{k1}(x) = \sin(\lambda_k x/L) - \frac{\sin(\lambda_k/2)}{\sinh(\lambda_k/2)} \sinh(\lambda_k x/L)$ $\phi_{k2}(x) = (-1)^k \phi_{k1}(x)$ |
| γ_k | $\frac{\sqrt{2L}}{\lambda_k} [1-(-1)^k] = \begin{cases} 2 \frac{\sqrt{2L}}{\lambda_k} & \text{si } k \text{ est impair} \\ 0 & \text{si } k \text{ est pair} \end{cases}$ | $\begin{cases} \frac{4}{\lambda_k} [1-\sqrt{2}(-1)^{k/2}] & \text{si } k \text{ est pair} \\ 0 & \text{si } k \text{ est impair} \end{cases}$ |
| $h_i(x)$ | $\begin{cases} h_1(x) = 1-x/L \\ h_2(x) = x/L \end{cases}$ | $h_{11}(x) = h_{32}(x) = 1 - \frac{5}{2}(x/L) + 2(x/L)^3$ $h_{12}(x) = h_{31}(x) = \frac{1}{2}(x/L) [4(x/L)^2 - 1]$ $h_{21}(x) = h_{22}(x) = (x/L) [3 - 4(x/L)^2]$ |
| A_{ki} | $A_{k1} = A_{k2} = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{si } k \text{ est impair} \\ \infty & \text{si } k \text{ est pair} \end{cases}$ | $A_{k1} = A_{k3} = -\frac{1}{2\sqrt{2}(-1)^{k/2}} A_{k2} = \frac{1}{2(1-\sqrt{2}(-1)^{k/2})} \quad \text{si } k \text{ est pair}$ $A_{ki} = \infty \quad \text{si } k \text{ est impair}$ |
| B_{ki} | $B_{k1} = -(-1)^k B_{k2} = -\frac{\sqrt{2L}}{\lambda_k}$ | $B_{k1} = (-1)^k B_{k3} = -\frac{2}{\lambda_k}; B_{k2} = \begin{cases} 4\sqrt{2} \frac{(-1)^{k/2}}{\lambda_k} & \text{si } k \text{ est pair} \\ 0 & \text{si } k \text{ est impair} \end{cases}$ |

où $h_{ij}(x)$ est la fonction de forme statique de la $j^{\text{ème}}$ travée due à un déplacement unitaire du $i^{\text{ème}}$ support.

peut atteindre 60% pour des périodes fondamentales élevées si les excitations sont parfaitement incohérentes et concernant les sols fermes et meubles. La figure 7.17 montre que sous l'effet de la propagation d'onde, les déplacements dynamiques sont réduits d'une manière maximale au voisinage des périodes fondamentales correspondant à $\cos\left(\frac{2\pi d}{T_1 V_{app}}\right) = -1$ et minimale au voisinage des périodes fondamentales correspondant à $\cos\left(\frac{2\pi d}{T_1 V_{app}}\right) = 1$. En d'autres termes, les courbes des déplacements dynamiques présentent des minimums et des maximums au niveau de ces périodes fondamentales. Dans le cas de sols fermes, cette réduction peut atteindre 40% pour $d = 50 m$ et les 76% pour $d = 100 m$. Par contre, pour le cas de sols meubles, l'effet de la propagation d'onde est plus important que celui de l'incohérence parfaite. Ces déplacements sont réduits de 72% pour $d = 50 m$ et de 68% pour $d = 100 m$. On peut remarquer sur la figure 7.18 que l'effet mixte de l'incohérence et de la propagation d'onde sur les déplacements dynamiques est sensiblement le même que celui dû à l'incohérence uniquement et plus particulièrement pour les sols meubles. Ceci est dû à la valeur importante du facteur d'incohérence ($\alpha = 0.5$).

7.4.1.2 Déplacement Total

Les courbes des déplacements totaux sous l'effet de l'incohérence et concernant les sols fermes et meubles sont données par la figure 7.19. Dans un milieu ferme, ces déplacements décroissent généralement en fonction de l'incohérence. Ils se réduisent sensiblement, par rapport à ceux dus à un mouvement uniforme, pour des ponts de portée inférieure à 100 m qu'on peut voir sur la figure 7.20. Cette réduction peut atteindre 10% pour $d = 100 m$ et 52% au niveau des périodes fondamentales élevées dans le cas d'une incohérence parfaite. Dans un milieu meuble, cette réduction est faible même pour le cas d'un mouvement incohérent et pouvant atteindre les 16%. Cependant, une augmentation est remarquée au niveau d'une frange de périodes fondamentales élevées ($1.75 < T_1 < 2.5 s$) et peut aller jusqu'à 15% pour des portées de 50 m et 100 m. De plus, il est important de signaler que les courbes sur la figure 7.20 montrent à leur début (au niveau des faibles périodes fondamentales) une allure constante et concernant notamment le cas de sols meubles. Ceci est dû à l'effet considérable de la composante pseudo-statique par rapport à la composante dynamique pour le cas de ponts très rigides. La figure 7.21 montre le rapport entre les déplacements totaux dus, respectivement, à l'effet de la propagation d'onde et au mouvement uniforme. Les déplacements totaux dus à

l'effet de propagation d'onde sont généralement inférieurs à ceux dus à un input sismique uniforme. Leur rapport est minimum au voisinage des périodes fondamentales où les courbes présentent leur minimum tel qu'indiqué précédemment concernant les déplacements dynamiques. Ce rapport est de l'ordre de 0.84 pour les sols fermes et de 0.8 pour les sols meubles. De plus, pour un sol ferme, ce rapport augmente graduellement à partir de sa valeur minimale jusqu'à atteindre l'unité. Comme pour les déplacements dynamiques, l'effet mixte de l'incohérence et de la propagation d'onde sur les déplacements totaux est approximativement similaire à celui dû à l'incohérence uniquement et tel qu'il est montré sur la figure 7.22.

7.4.1.3 Moment Fléchissant Dynamique

Les figures 7.23-7.25, correspondant aux moments fléchissants dus à l'effet combiné et individuel de l'incohérence et de la propagation d'onde, sont approximativement identiques à celles correspondant aux déplacements. Cette similitude est due à la contribution prédominante du 1^{er} mode dans les déplacements et les moments dynamiques. La contribution minimale de ce mode dans les déplacements est de l'ordre de 98% pour une période fondamentale égale à 0.1s. Par contre, la contribution de ce mode dans les moments fléchissants diminue particulièrement au voisinage des très faibles et très hautes périodes fondamentales. La contribution minimale de ce mode pour $T_f = 0.1s$ peut atteindre 83% pour les sols fermes et 78% pour les sols meubles, alors que pour $T_f = 3s$, celle-ci peut atteindre 78% pour les sols fermes.

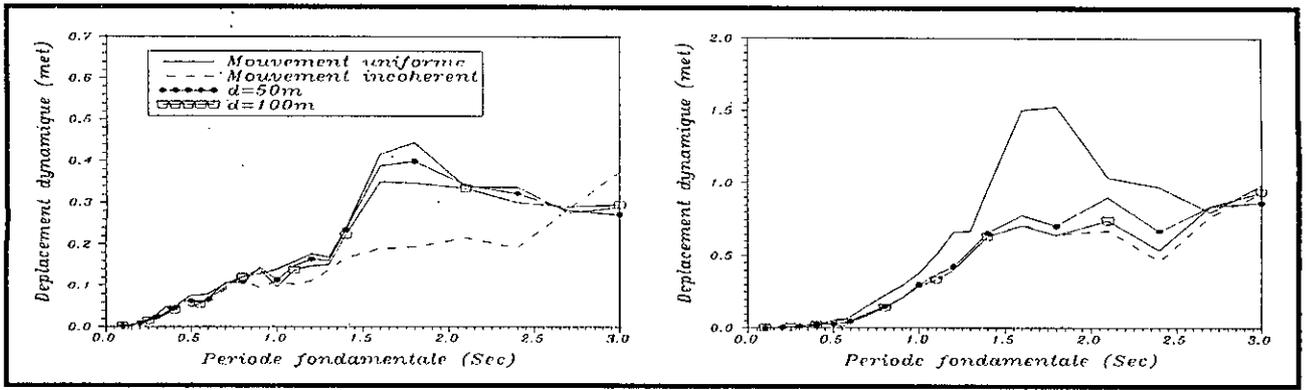


Figure 7.15 Déplacement dynamique au milieu de la poutre simple sous l'effet de l'incohérence
a) Sol ferme b) Sol meuble

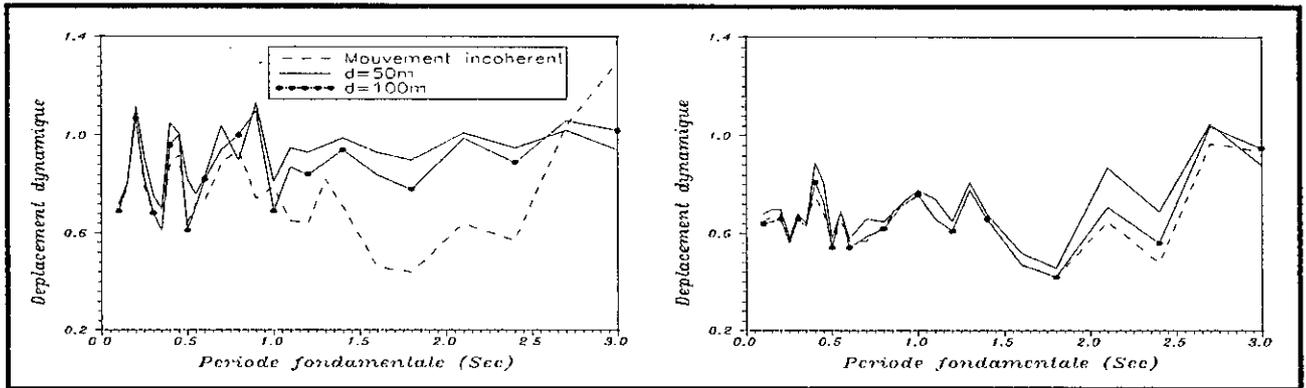


Figure 7.16 Rapport entre les déplacements dynamiques dus, respectivement, à l'incohérence et au mouvement sismique uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

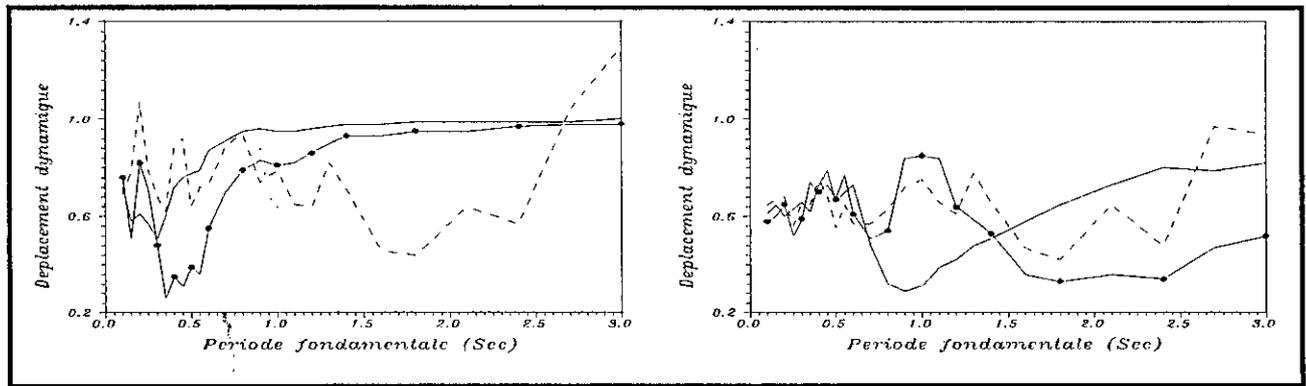


Figure 7.17 Rapport entre les déplacements dynamiques dus, respectivement, à la propagation d'onde et au mouvement sismique uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

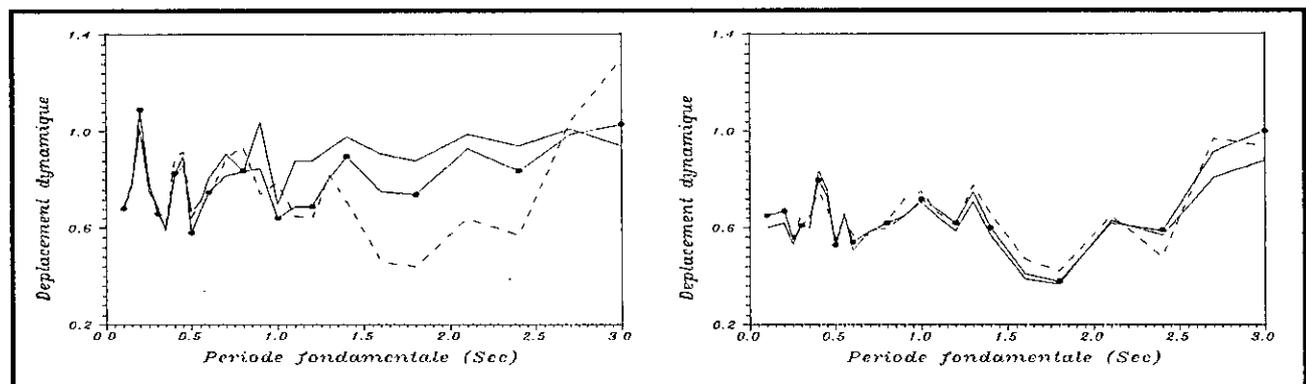


Figure 7.18 Rapport entre les déplacements dynamiques dus, respectivement, à l'effet mixte de l'incohérence et de la propagation d'onde et au mouvement sismique uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

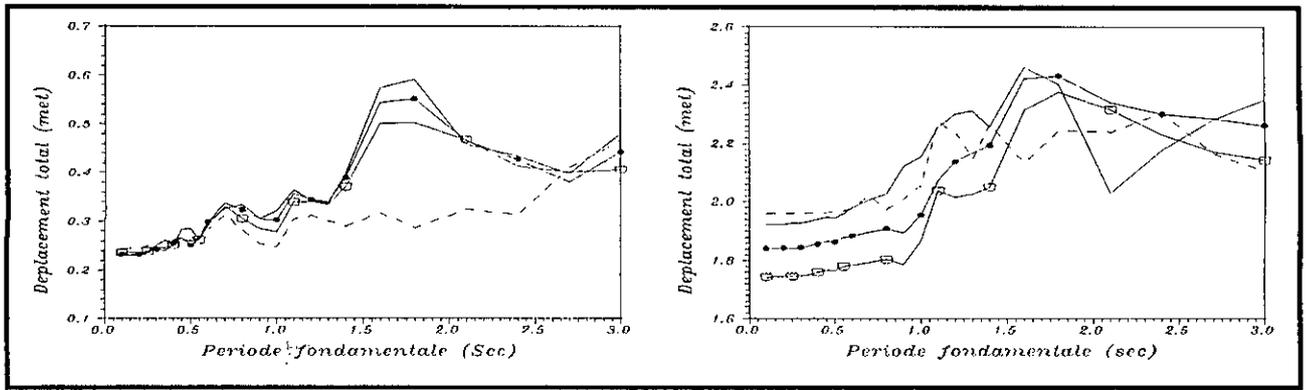


Figure 7.19 Déplacement total au milieu de la poutre simple sous l'effet de l'incohérence
a) Sol ferme b) Sol meuble

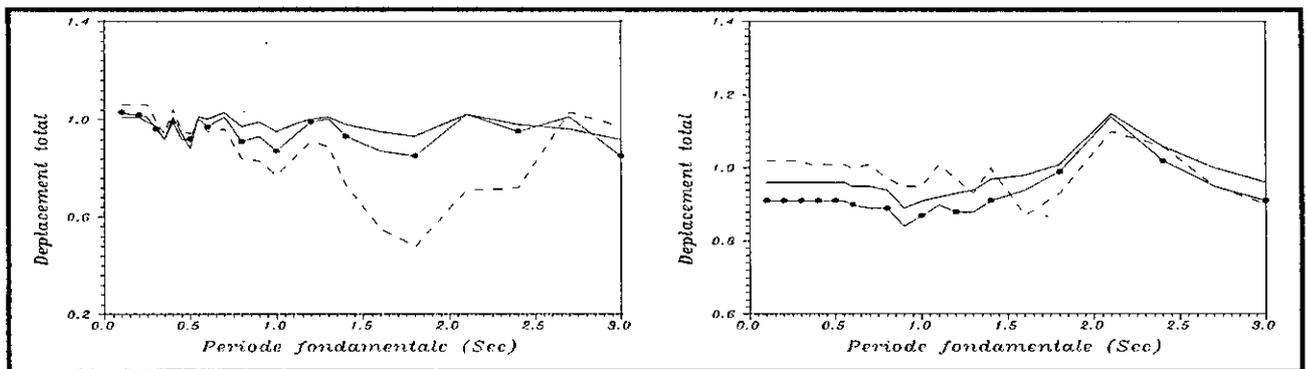


Figure 7.20 Rapport entre les déplacements totaux dus, respectivement, à l'incohérence et au mouvement sismique uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

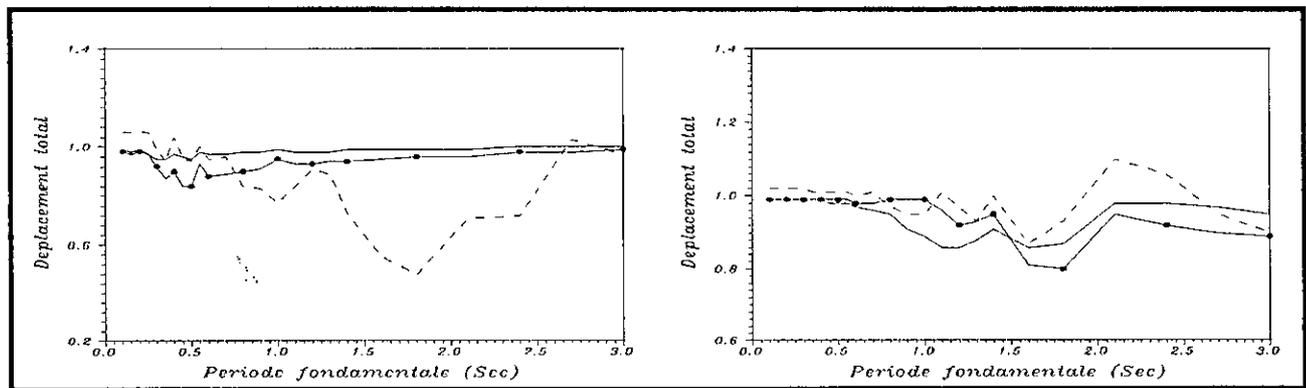


Figure 7.21 Rapport entre les déplacements totaux dus, respectivement, à la propagation d'onde et au mouvement sismique uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

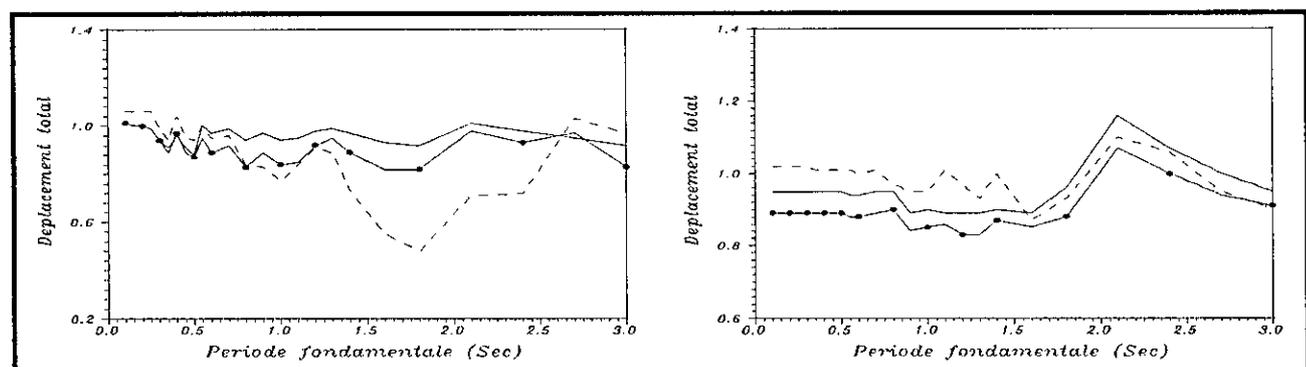


Figure 7.22 Rapport entre les déplacements totaux dus, respectivement, à l'effet mixte de l'incohérence et de la propagation d'onde et au mouvement sismique uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

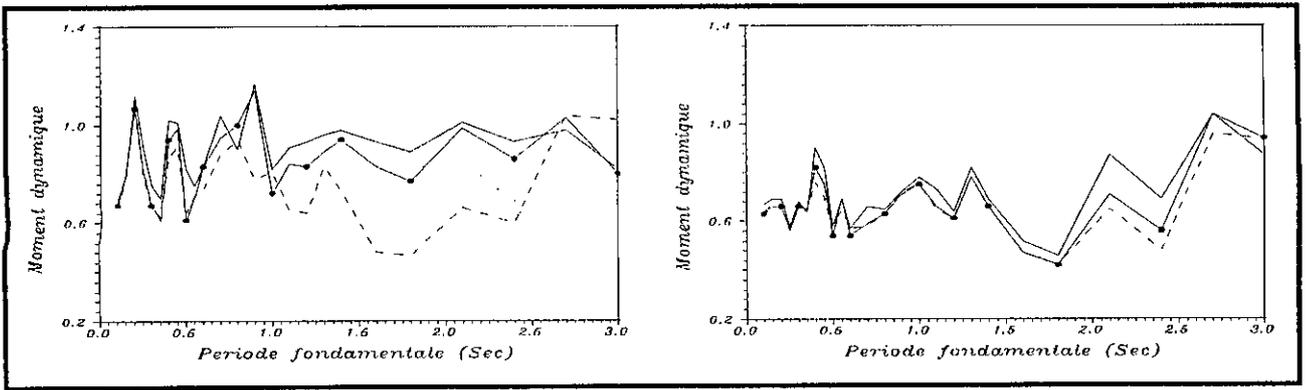


Figure 7.23 Rapport entre les moments dynamiques dus, respectivement, à l'incohérence et au mouvement sismique uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

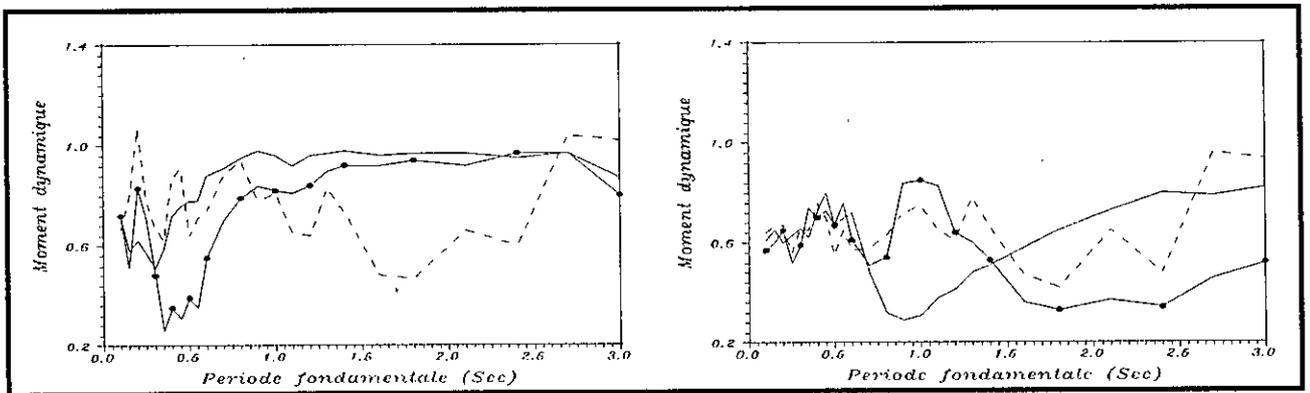


Figure 7.24 Rapport entre les moments dynamiques dus, respectivement, à la propagation d'onde et au mouvement sismique uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

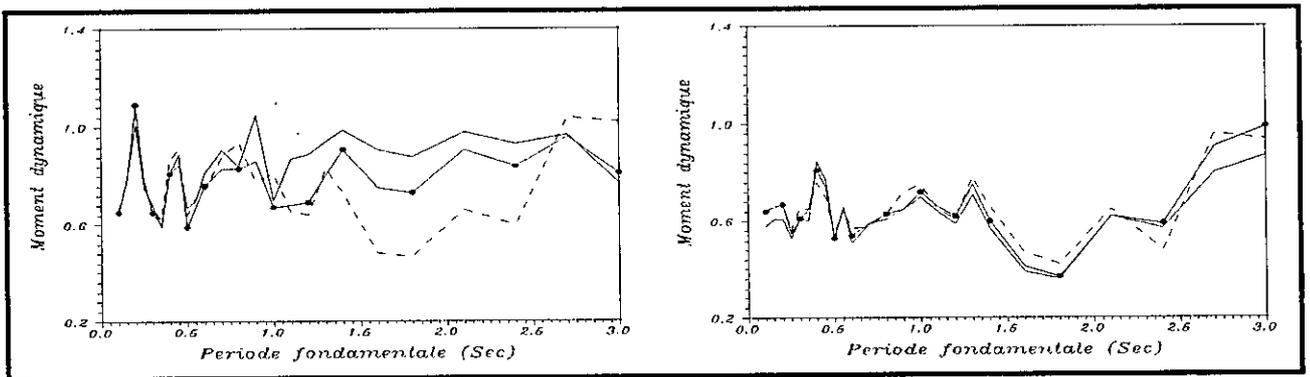


Figure 7.25 Rapport entre les moments dynamiques dus, respectivement, à l'effet mixte de l'incohérence et de la propagation d'onde et au mouvement sismique uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

7.4.2 Poutre à deux Travées Egales

La composante pseudo-statique de l'effort tranchant est constante le long de la poutre alors que celle du moment fléchissant est maximale au niveau du support intermédiaire. De plus, les moments fléchissants dynamiques sont maximaux au voisinage du milieu des travées et plus généralement au niveau du support intermédiaire. Dans cette partie, on s'intéresse à l'étude de l'effet de la corrélation partielle entre les excitations sismiques sur les déplacements maximaux au milieu de la 1^{ère} travée et les moments fléchissants maximaux au niveau du support intermédiaire. Il est important de signaler que les déplacements au milieu des travées ne reçoivent pas la contribution des modes correspondant à $k \equiv 3[4]$, alors que les moments fléchissants au niveau du support intermédiaire reçoivent seulement la contribution des modes symétriques seulement.

7.4.2.1 Déplacement Dynamique

La figure 7.26 montre les courbes des déplacements dynamiques au milieu de la 1^{ère} travée sous l'effet de l'incohérence pour le cas de sols fermes et meubles. Dans le cas de sols fermes, les déplacements dynamiques tenant compte de l'incohérence sont généralement plus importants que ceux dus à un input sismique uniforme sur une frange de périodes fondamentales allant jusqu'à $T_1 = 1.5 s$. L'augmentation de ces déplacements peut atteindre 58% pour $d = 50 m$ et 74% pour $d = 100 m$, alors que pour un mouvement incohérent, elle atteint 60% comme on peut le remarquer sur la figure 7.27. Pour des poutres très flexibles ($T_1 > 1.5s$), l'effet de l'incohérence tend à réduire les déplacements par rapport à ceux calculés sous l'effet de la cohérence parfaite. Cette réduction peut atteindre 25% pour $d = 50m$, 50% pour $d = 100m$ et 37% dans le cas d'un input sismique parfaitement incohérent. Dans un milieu meuble, les déplacements décroissent généralement d'une manière proportionnelle avec le degré d'incohérence pour des poutres rigides ($T_1 < 0.5s$) et flexibles ($T_1 > 1.5s$). Le taux de réduction peut atteindre 37% pour $d = 50m$, 43% pour $d = 100m$ et 46% pour un mouvement sismique parfaitement incohérent. Pour des poutres ayant des périodes fondamentales comprises entre $0.5s$ et $1.5s$, l'incohérence tend à faire croître les déplacements d'une manière non proportionnelle. Le taux d'augmentation peut atteindre 78% pour $d = 50m$, 72% pour $d = 100m$ et 69% pour le cas d'excitations parfaitement incohérentes. Sous l'effet de la propagation d'onde, les déplacements sont plus importants pour la majorité des valeurs des périodes fondamentales dans le cas d'un sol ferme (figure 7.28). Le rapport maximum entre les

déplacements sous l'effet de la propagation d'onde et ceux pour un input parfaitement cohérent est de l'ordre de 1.88 pour $d = 50m$ et de 1.55 pour $d = 100m$. Néanmoins, une certaine réduction est remarquée au niveau d'une certaine frange de périodes fondamentales ($T_1 < 1s$). La valeur maximale de cette réduction est de l'ordre de 6% pour $d = 50m$ et de 37% pour $d = 100m$. Pour un sol meuble, les déplacements sont plus importants pour $T_1 < 1.8s$ et réduits pour la frange de périodes fondamentales restante. Les valeurs maximales du taux de réduction et d'augmentation sont, respectivement, de 31% et 85% pour $d = 50m$, 65% et 59% pour $d = 100m$. Cependant, la figure 7.29 montre que les courbes des déplacements, sous l'effet mixte de l'incohérence et de la propagation d'onde, sont approximativement similaires à celles correspondant à l'effet individuel de l'incohérence, et plus particulièrement dans le cas de sols meubles. Cette similitude est due à la valeur importante du facteur d'incohérence pris dans l'étude. Néanmoins, ces déplacements peuvent converger vers ceux dus à l'effet individuel de la propagation d'onde en tenant compte d'un faible facteur d'incohérence.

7.4.2.2 Déplacement Total

La figure 7.30 montre les courbes des déplacements totaux pour le cas de sols fermes et meubles. Le rapport entre les déplacements sous l'effet individuel ou mixte de l'incohérence et de la propagation d'onde et les déplacements dus à un mouvement sismique uniforme est constant pour la plupart des valeurs des périodes fondamentales et notamment pour le cas de sols meubles (figures 7.31-7.33). Ceci est dû à la contribution importante de la composante pseudo-statique dans le déplacement total. Ce rapport dépend donc approximativement du rapport entre les déplacements pseudo-statiques maximaux dus à des input non uniforme et uniforme, et de la corrélation entre les composantes pseudo-statique et dynamique. Le rapport entre ces composantes pseudo-statiques est plus important dans le cas d'un input parfaitement incohérent et est de l'ordre de 1.23 pour le sol ferme et 1.28 pour le sol meuble. Pour des valeurs élevées des périodes fondamentales, ce rapport tend à diminuer jusqu'à réduire le déplacement total sous l'influence de l'incohérence parfaite par rapport à celui dû à une corrélation parfaite entre les excitations et plus particulièrement pour des sols fermes. Ceci est dû à l'importance du déplacement dynamique sous l'effet d'un input sismique uniforme par rapport à celui dû à l'incohérence parfaite. Les valeurs maximales du taux d'augmentation, pour $d = 50m$, $d = 100m$ et une incohérence parfaite, sont, respectivement, de 11%, 14% et 23% pour des sols fermes et de 22%, 19% et 28% pour des sols meubles. Par contre, les valeurs maximales du taux de réduction sont de 18%, 34% et 48% pour des sols fermes et de

7% et 14% pour des sols meubles. Le rapport constant sous l'effet de la propagation d'onde, sur la frange des faibles périodes fondamentales, est égal à l'unité (figure 7.32), vu que la composante pseudo-statique est très faiblement influencée par l'effet de la propagation d'onde.

7.4.2.3 Moment Fléchissant Dynamique

La figure 7.34 montre que sous l'effet de l'incohérence, les moments dynamiques sont moins importants que ceux dus à un mouvement uniforme sur la majeure partie des périodes fondamentales pour des sols fermes et sur la totalité pour des sols meubles. La sous-estimation pour le cas d'un mouvement uniforme réside au niveau de certaines valeurs des périodes fondamentales comprises entre 0.7s et 1.4s et concernant les sols fermes. Les valeurs maximales du taux de sous-estimation, pour $d = 50m$, $d = 100m$ et une incohérence parfaite, sont, respectivement, de 34%, 39% et 29%. Par contre, les valeurs maximales du taux de surestimation sont de 41%, 46% et 51% pour des sols fermes et de 43%, 48% et 50% pour des sols meubles. Cependant, l'effet de la propagation d'onde réduit considérablement les moments fléchissants et notamment au voisinage des périodes fondamentales correspondant au

minimum de $\cos\left(\frac{2\pi d}{T_2 V_{app}}\right)$ tel qu'il est montré sur la figure 7.35. Cette réduction minimale est

due à la contribution prédominante du mode symétrique 2 et à celle de l'excitation au niveau du support intermédiaire (2^{ème} support). Cette réduction maximale pour $d = 50m$, $100m$ est, respectivement, de 62% et 74% pour les sols fermes, et de 67% et 76% pour les sols meubles. De plus, la figure 7.36 montre que la propagation d'onde à un effet sensiblement négligeable sur la réponse due à l'effet mixte.

7.4.2.4 Moment Fléchissant Total

En général, la composante pseudo-statique du moment fléchissant est la plus prédominante pour les poutres rigides dans le cas d'excitations sismiques partiellement corrélées. De plus, cette composante pseudo-statique varie proportionnellement avec le taux d'incohérence et la durée de propagation d'onde entre les supports. Par conséquent, la bande de périodes fondamentales, pour laquelle le moment total dû à l'effet de l'incohérence ou de la propagation d'onde est prédominant, devient plus large si le degré d'incohérence ou la durée de propagation d'onde est plus important (figures 7.37-7.39). En d'autres termes, le moment total, dû à l'effet individuel de l'incohérence et de la propagation d'onde, est prédominant sur une largeur de bande de périodes fondamentales, variant proportionnellement avec la portée de

la travée du pont et la flexibilité du sol. Or, ce moment fléchissant total pour les poutres très rigides de 50m de travée, reposant sur un sol ferme, est surestimé pour le cas d'un mouvement sismique uniforme. Ceci est dû à l'importance du moment fléchissant dynamique pour le cas d'un input sismique uniforme par rapport aux composantes pseudo-statique et dynamique tenant compte de l'effet de la corrélation partielle entre les excitations sismiques. Pour les sols fermes, la période fondamentale maximale délimitant cette largeur de bande est approximativement 0.15s pour $d = 100 m$ et de 0.45s pour une incohérence parfaite, par contre, pour les sols meubles, elle est de 0.45 s pour $d = 50 m$, 0.7s pour $d = 100 m$ et 1.4s pour une incohérence parfaite. De plus, pour les sols fermes, une sous-estimation du moment fléchissant total, pour le cas d'un mouvement sismique uniforme, par rapport à celui tenant compte de l'incohérence, est remarquée au voisinage de certaines valeurs de périodes fondamentales comprises entre 0.7s et 1.4s et elle est due à la prédominance du moment fléchissant dynamique sous l'effet de l'incohérence par rapport à celui correspondant à un input uniforme. D'autre part, sous l'effet de la propagation d'onde, la surestimation du moment fléchissant total, pour le cas d'un input sismique uniforme, est maximale au voisinage des périodes fondamentales correspondant au minimum de $\cos\left(\frac{2\pi d}{T_2 V_{app}}\right)$, tel qu'il est montré sur la figure 7.38. Ceci entraîne, qu'au voisinage de ces périodes fondamentales, le moment fléchissant total, sous l'effet mixte de l'incohérence et de la propagation d'onde, est influencé par l'effet de la propagation d'onde malgré la valeur importante du facteur d'incohérence. La valeur limite de la période fondamentale, $T_{1,max}$, pour laquelle le moment total est sous-estimé, est donnée dans le **Tableau 7.4**.

Tableau 7.4 Valeurs de la période fondamentale limite $T_{1,max}$

| | Effet de l'incohérence | | Effet de la propagation d'onde | | Effet mixte | | Input p.incohérent |
|------------|------------------------|------------|--------------------------------|------------|-------------|------------|--------------------|
| | $d = 50m$ | $d = 100m$ | $d = 50m$ | $d = 100m$ | $d = 50m$ | $d = 100m$ | |
| Sol ferme | 0.10 | 0.15 | 0.10 | 0.15 | 0.15 | 0.20 | 0.45 |
| Sol meuble | 0.45 | 0.75 | 0.50 | 0.75 | 0.65 | 0.95 | 1.60 |

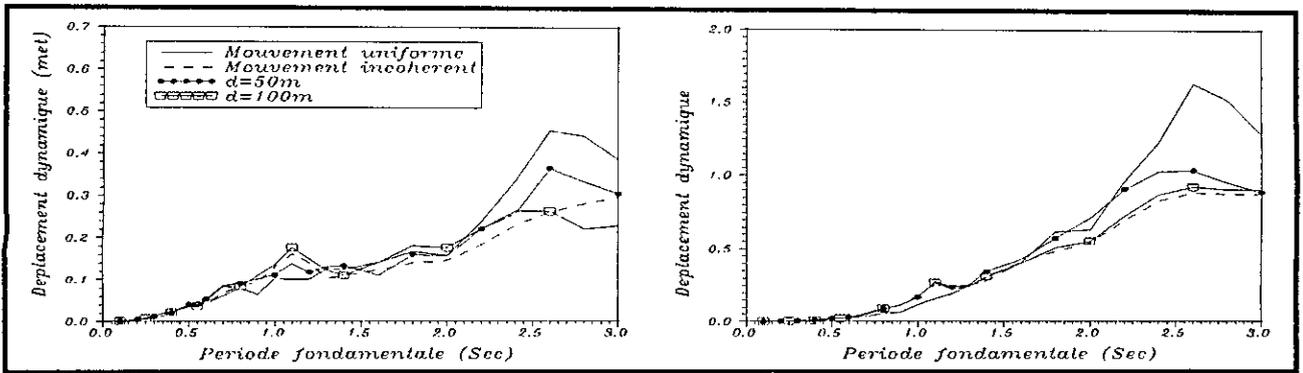


Figure 7.26 Déplacement dynamique au milieu de la 1^{ère} travée sous l'effet de l'incohérence
a) Sol ferme b) Sol meuble

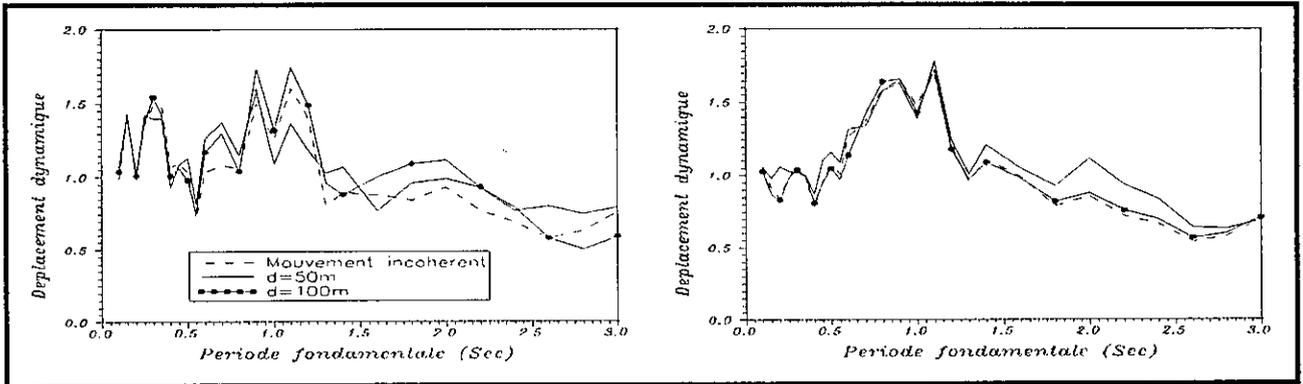


Figure 7.27 Rapport entre les déplacements dynamiques dus, respectivement, à l'effet de l'incohérence et au mouvement sismique uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

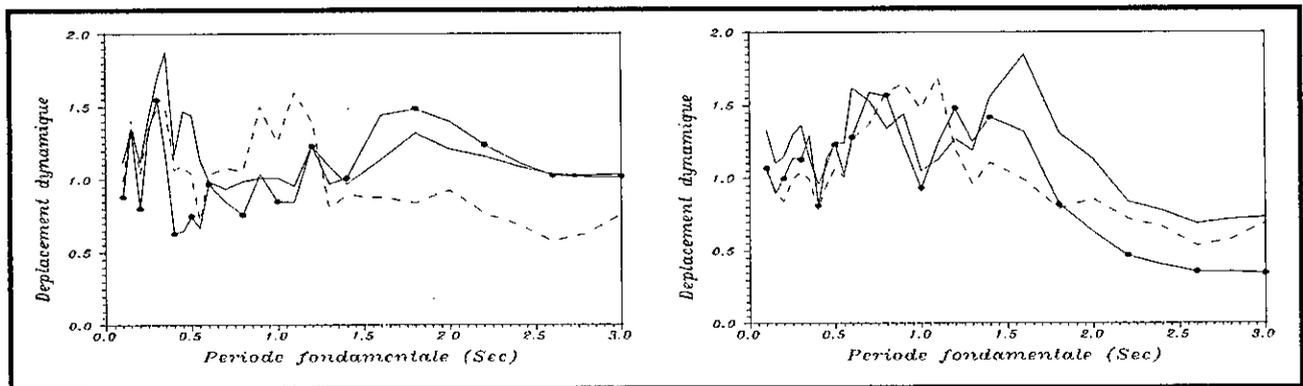


Figure 7.28 Rapport entre les déplacements dynamiques dus, respectivement, à l'effet de la propagation d'onde et au mouvement sismique uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

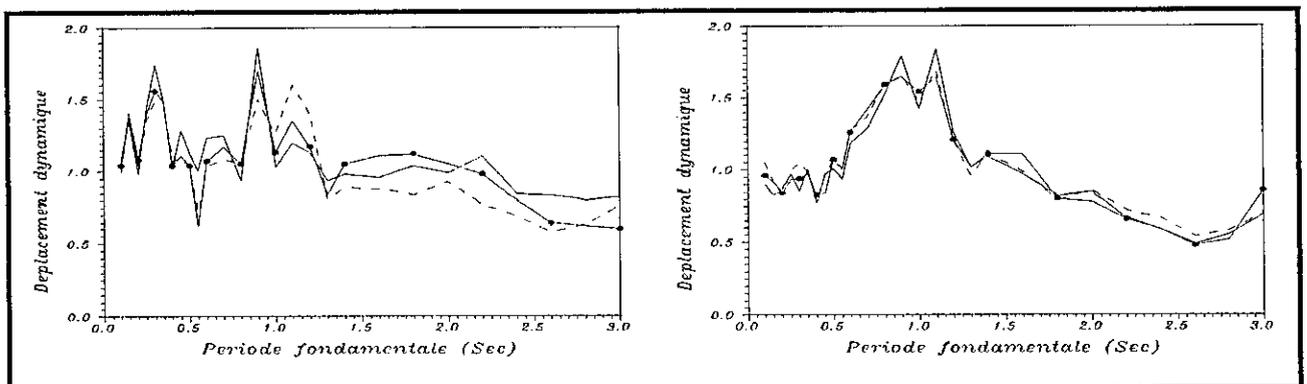


Figure 7.29 Rapport entre les déplacements dynamiques dus, respectivement, à l'effet mixte de l'incohérence et de la propagation d'onde et au mouvement sismique uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

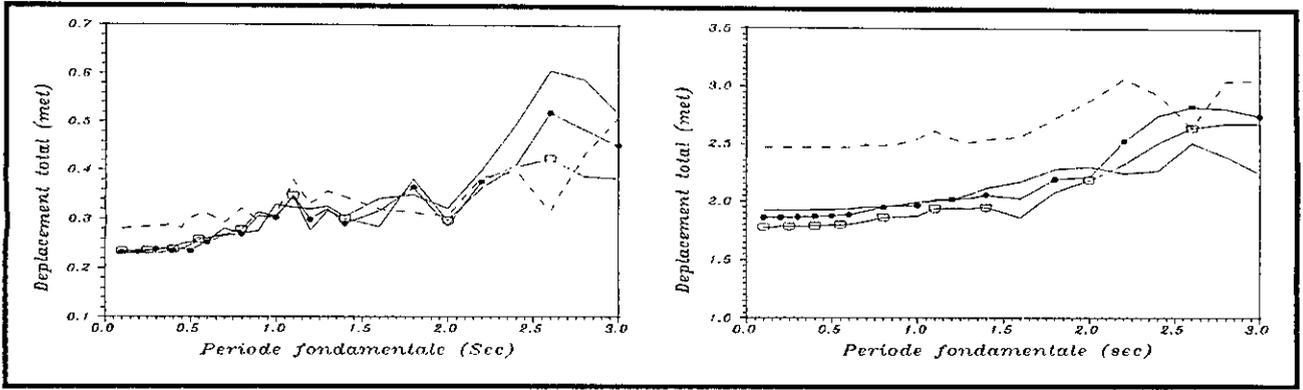


Figure 7.30 Déplacement total au milieu de la 1^{ère} travée sous l'effet de l'incohérence
a) Sol ferme b) Sol meuble

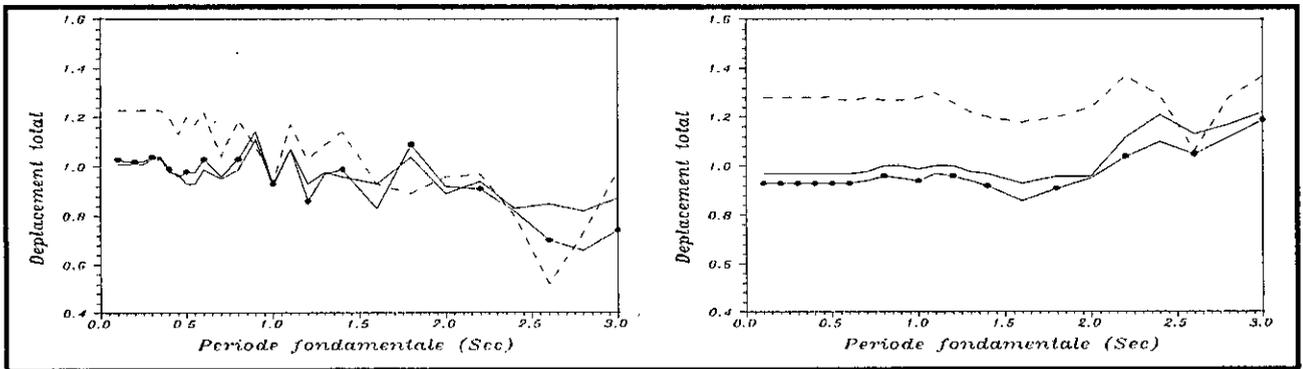


Figure 7.31 Rapport entre les déplacements totaux dus, respectivement, à l'effet de l'incohérence et au mouvement sismique uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

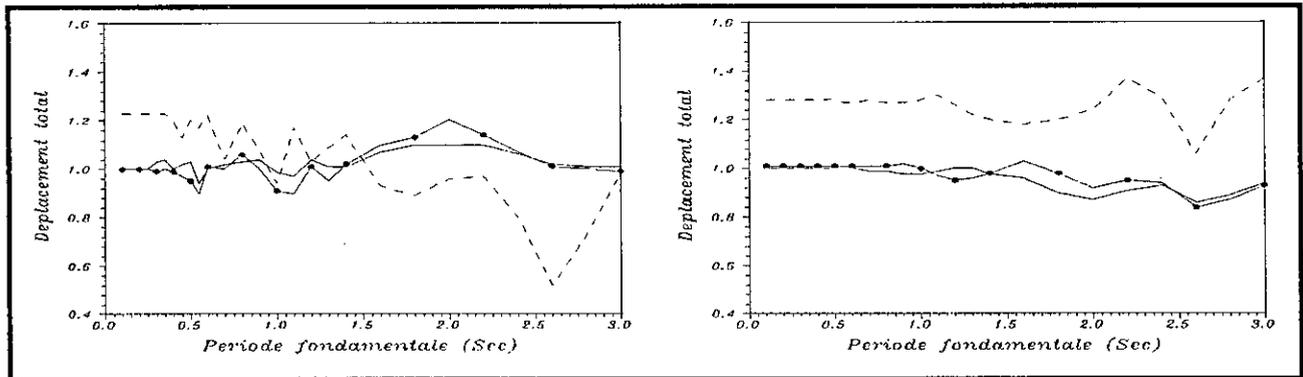


Figure 7.32 Rapport entre les déplacements totaux dus, respectivement, à l'effet de la propagation d'onde et au mouvement sismique uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

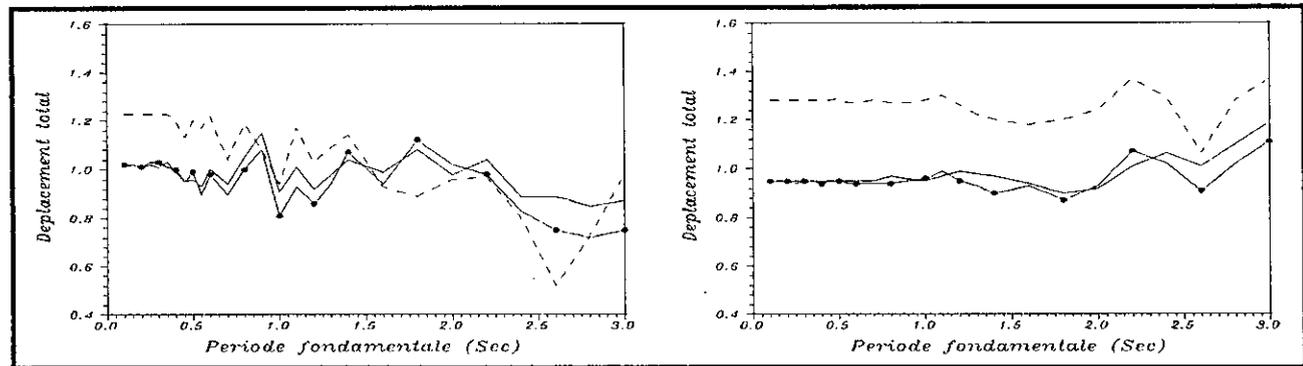


Figure 7.33 Rapport entre les déplacements totaux dus, respectivement, à l'effet mixte de l'incohérence et de la propagation d'onde et au mouvement sismique uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

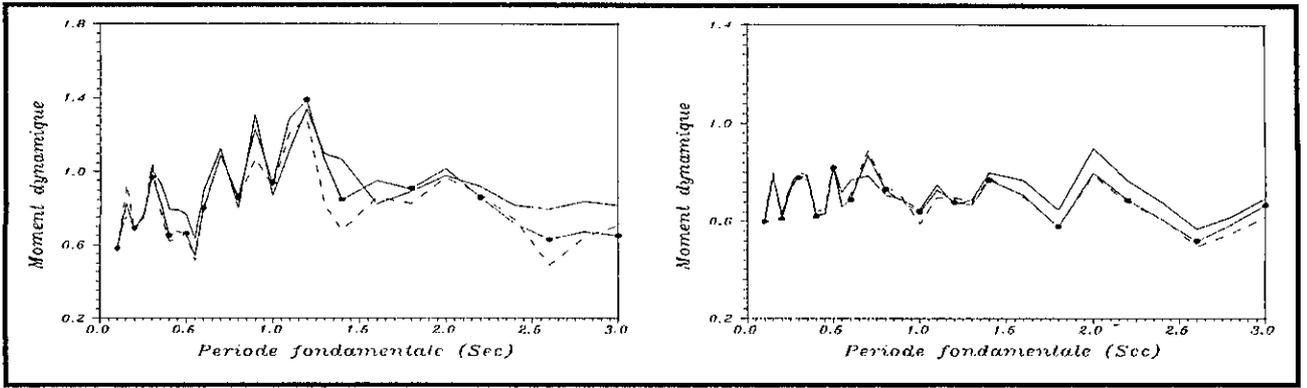


Figure 7.34 Rapport entre les moments dynamiques sur le support intermédiaire dus, respectivement, à l'effet de l'incohérence et au mouvement sismique uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

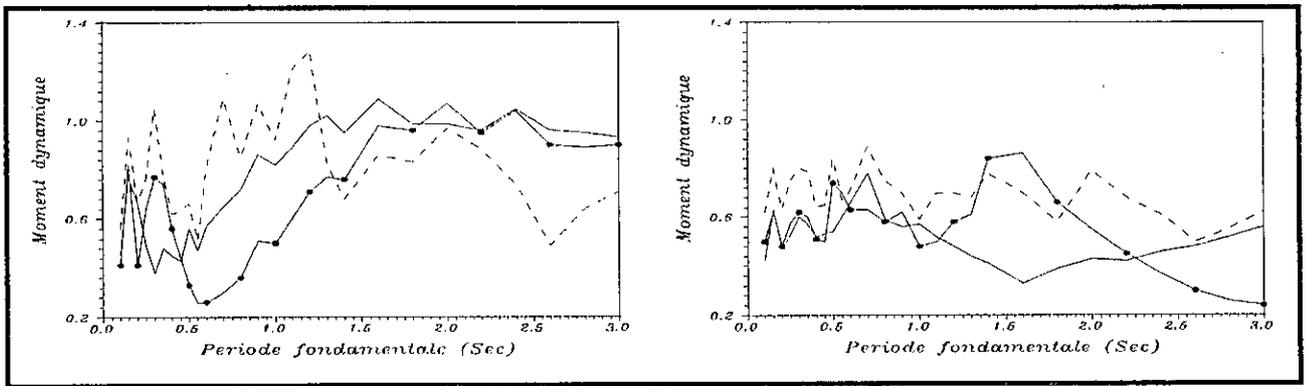


Figure 7.35 Rapport entre les moments dynamiques sur le support intermédiaire dus, respectivement, à l'effet de la propagation d'onde et au mouvement sismique uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

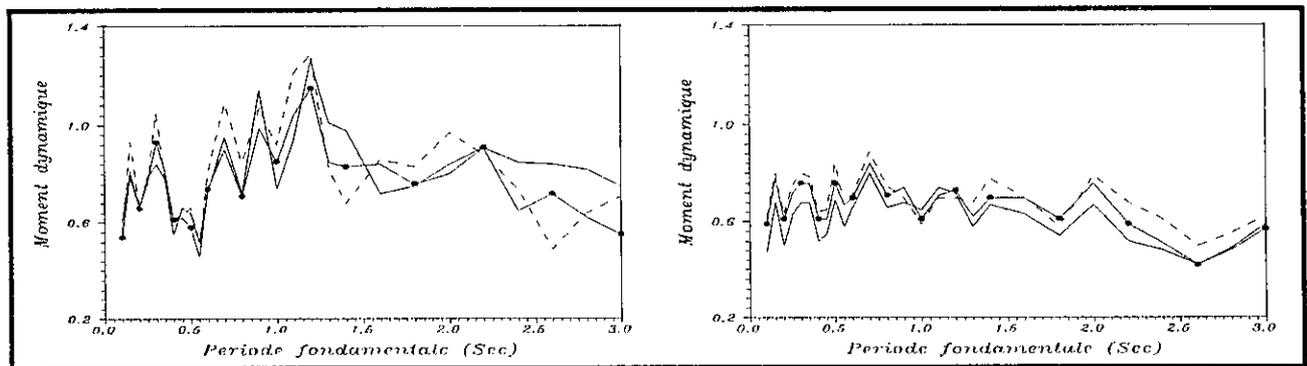


Figure 7.36 Rapport entre les moments dynamiques sur le support intermédiaire dus, respectivement, à l'effet mixte de l'incohérence et de la propagation d'onde et au mouvement sismique uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

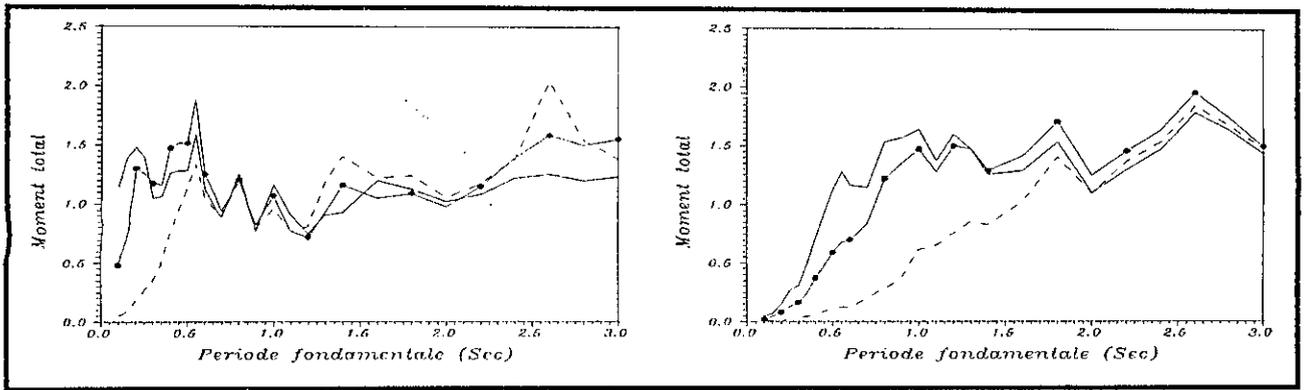


Figure 7.37 Rapport entre les moments totaux sur le support intermédiaire dus, respectivement, au mouvement sismique uniforme et à l'effet de l'incohérence a) Sol ferme b) Sol meuble

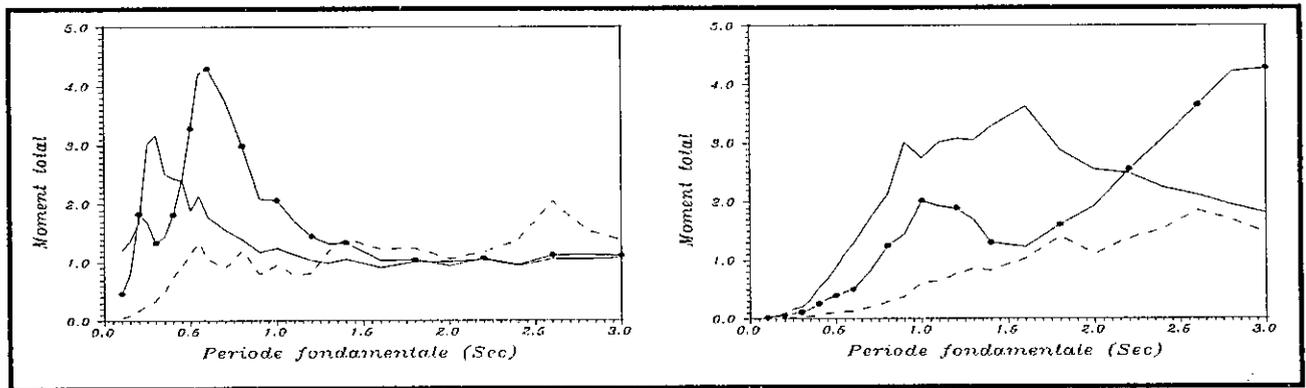


Figure 7.38 Rapport entre les moments totaux sur le support intermédiaire dus, respectivement, au mouvement sismique uniforme et à l'effet de la propagation d'onde a) Sol ferme b) Sol meuble

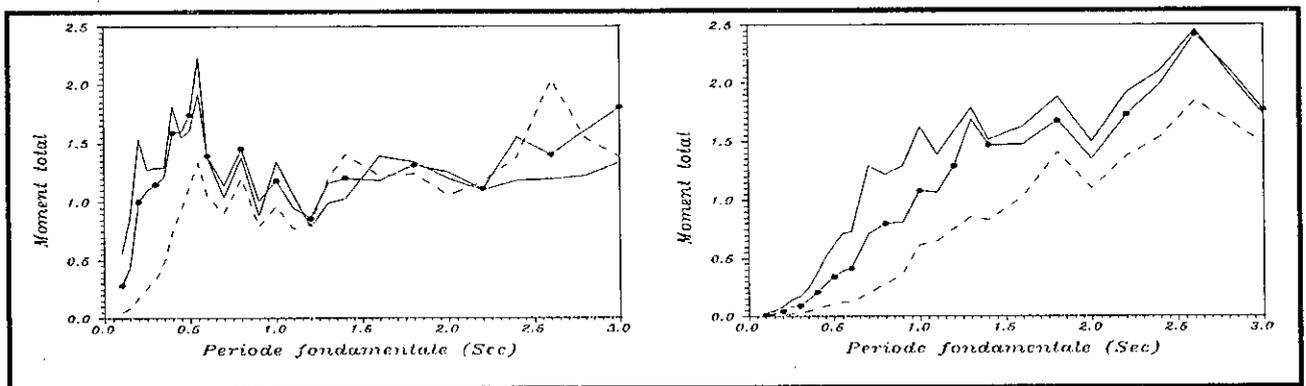


Figure 7.39 Rapport entre les moments totaux sur le support intermédiaire dus, respectivement, au mouvement sismique uniforme et à l'effet mixte de l'incohérence et de la propagation d'onde a) Sol ferme b) Sol meuble

7.5 Conclusion

Une analyse dynamique de ponts à une et à deux travées égales, modélisés, respectivement, en poutres simplement appuyées et en poutres continues, soumis à des excitations partiellement corrélées, est effectuée. La composante pseudo-statique ne contribue pas dans l'évaluation des efforts internes de la poutre simple ainsi que dans la poutre à deux travées égales soumise à un input sismique uniforme. Les réponses ne reçoivent que la contribution des modes symétriques dans le cas d'excitations sismiques parfaitement corrélées. Une étude des effets de l'incohérence et de la propagation d'onde sur les réponses temporelles maximales (cas déterministe), déterminées à partir de la simulation des excitations sismiques (accélérations et déplacements du sol) au niveau des supports, est élaborée suivant le type de sol, la portée et la période fondamentale du pont. Les réponses considérées dans l'étude sont le déplacement et le moment fléchissant au milieu de la poutre simple, le déplacement au milieu de la 1^{ère} travée de la poutre à deux travées, et le moment fléchissant au niveau du support intermédiaire de la poutre à deux travées. Ces réponses reçoivent uniquement la contribution des modes symétriques à l'exception du déplacement au milieu de la 1^{ère} travée de la poutre à deux travées qui reçoit également la contribution de la moitié des modes antisymétriques ($k \equiv 1[4]$). Les résultats ont révélé les points suivants

1. Le déplacement et le moment fléchissant dynamiques au milieu de la poutre simple sont plus importants dans le cas d'un input sismique uniforme et exhibent une diminution avec le degré d'incohérence ou encore avec la portée du pont et la flexibilité du sol. Ils se réduisent considérablement sous l'effet de la propagation d'onde au voisinage des périodes

fondamentales correspondant à $\cos\left(\frac{2\pi d}{T_1 V_{app}}\right) = -1$.

2. Le déplacement total au milieu de la poutre simple est généralement surestimé dans le cas d'excitations parfaitement corrélées. Il se réduit légèrement sous l'effet de la corrélation partielle, pour des portées inférieures à 100 m, et cette réduction devient très importante dans le cas de ponts très flexibles fondés sur un sol ferme et soumis à un input sismique parfaitement incohérent. Cependant, une augmentation est remarquée en hautes périodes fondamentales ($1.75 < T_1 < 2.5$ s) et peut aller jusqu'à 15% pour des portées de 50 m et 100 m.

3. Le déplacement dynamique au milieu de la 1^{ère} travée est généralement plus important, en tenant compte de l'effet de la corrélation partielle entre les excitations sismiques, sur une

frange importante de périodes fondamentales du pont ($T_1 < 1.5s$). Cette sous-estimation, engendrée par l'hypothèse classique (corrélation parfaite), peut atteindre 80% et même plus. Ceci est dû particulièrement à la contribution du mode antisymétrique 1. Néanmoins, dans le cas d'un sol ferme, on peut remarquer une certaine surestimation dans le cas d'un input sismique uniforme, par rapport au cas de la propagation d'onde, pour des périodes fondamentales inférieures à 1s.

4. Le déplacement total au milieu de la 1^{ère} travée varie légèrement avec la portée du pont sous l'effet de la corrélation partielle, notamment dans le cas d'un sol meuble. Cependant, la composante pseudo-statique prédomine la réponse des ponts fondés sur un sol meuble ainsi que les ponts ayant une période fondamentale qui n'est pas très importante ($T < 1.5s$). Ceci a conduit à une valeur plus importante du déplacement total dans le cas d'un input parfaitement incohérent, par rapport à celui dû à un input uniforme, vu le rapport entre leurs composantes pseudo-statiques (1.23 dans le cas d'un sol ferme et 1.28 dans le cas d'un sol meuble).

5. Le moment fléchissant dynamique, au niveau du support intermédiaire de la poutre à deux travées égales, calculé avec la méthode classique (input uniforme) mène généralement à des résultats sécuritaires. Néanmoins, sous l'effet de l'incohérence, une sous-estimation est observée, au niveau de certaines valeurs des périodes fondamentales comprises entre 0.7s et 1.4s et concernant les sols fermes. Le moment fléchissant est réduit de manière plus importante sous l'effet de la propagation d'onde et plus particulièrement au voisinage des périodes fondamentales vérifiant la relation, $\cos\left(\frac{2\pi d}{T_2 V_{app}}\right) = -1$.

6. Le moment fléchissant total, au niveau du support intermédiaire de la poutre à deux travées égales, est sous-estimé dans le cas de ponts rigides, vu la contribution importante de la composante pseudo-statique dans le cas d'un input partiellement cohérent. Cette sous-estimation augmente avec la portée du pont et la flexibilité du sol. En d'autres termes, le moment fléchissant total peut avoir une valeur plus importante dans le cas de ponts relativement flexibles fondés sur un sol meuble et soumis à des excitations parfaitement incohérentes, comparée à celui calculé pour le cas d'un input uniforme. Dans le cas de ponts flexibles, le moment fléchissant total exhibe une diminution sous l'effet de la corrélation partielle et plus particulièrement sous l'effet de la propagation d'onde.

Chapitre 8

Analyse Stochastique des Effets de l'Incohérence et de la Propagation d'Onde sur les Réponses des Ponts

8.1 Introduction

Après avoir analysé l'effet de l'incohérence et de la propagation d'onde sur la réponse déterministe (ou semi-stochastique) des ponts à une et à deux travées égales, il est naturel d'étendre l'étude au cas stochastique. Dans cette partie, il est fait usage du modèle stochastique de réponses maximales des poutres, développé dans le **chap. 6**, dans l'analyse des réponses des ponts sous l'effet de la corrélation partielle entre les excitations sismiques au niveau des supports. Cette étude consiste à voir l'effet d'un input sismique non uniforme sur les composantes des réponses (composantes dynamique, pseudo-statique et dynamo-statique) ainsi que l'importance de ces composantes dans la réponse totale.

8.2 Effets de l'Incohérence et de la Propagation d'Onde sur la Réponse Maximale le Long des Ponts

Dans cette partie, l'objectif est d'analyser les réponses stochastiques maximales des ponts à une et à deux travées égales, modélisés, respectivement, en poutres simplement appuyées et en poutres continues, soumis à des excitations transversales horizontales spatialement variables. Ces réponses sont évaluées à partir du modèle stochastique développé précédemment (voir **Chap. 6**) concernant les réponses maximales moyennes des ponts soumis à des excitations partiellement corrélées. Il est important de mentionner que la réponse totale maximale est la somme des composantes pseudo-statique, dynamique et dynamo-statique.

Les réponses dynamiques et dynamo-statiques des poutres (poutres symétriques) ne reçoivent pas la contribution des modes antisymétriques dans le cas d'un mouvement sismique uniforme. La composante pseudo-statique est symétrique (par rapport au milieu des poutres symétriques), si les conditions géologiques locales au niveau des supports sont identiques. Par

contre, les composantes dynamique et dynamo-statique sont symétriques, si les ondes se propagent verticalement et les conditions géologiques locales sont invariables (voir chap. 6). Les composantes pseudo-statique et dynamo-statique ne contribuent pas dans la composante totale des forces internes (moment fléchissant et effort tranchant) des poutres dans le cas particulier d'un input sismique uniforme.

Il s'agit d'étudier l'effet de l'incohérence et de la propagation d'onde sur les réponses maximales le long des poutres dont la période fondamentale est choisie égale à $T_1 = 1s$. Ces réponses sont évaluées en utilisant un spectre de réponse « classique » moyen généré à partir du modèle de **Der Kiureghian** [20] exposé dans le **Chap. 3**. Ce modèle de spectre de réponse a pour expression

$$R(\omega_k, \beta_k) = p_{s_k} \sigma_{s_k} \quad (8.1)$$

avec p_{s_k} est le facteur de pic du déplacement relatif s_k .

σ_{s_k} est l'écart type du déplacement relatif s_k .

s_k est le déplacement relatif d'un oscillateur de paramètres dynamiques (ω_k, β_k) et est considéré comme étant un processus stochastique stationnaire à moyenne nulle. La durée de stationnarité est choisie égale à 10s.

La valeur moyenne du déplacement maximum du sol est lié directement au spectre de réponse par la relation suivante

$$Mean\left[\max(u_x(t))\right] = p_u \sigma_u = R(0, \beta_k) \quad (8.2)$$

Les modèles de la fonction de densité spectrale et de la fonction de cohérence sont choisis identiques à ceux utilisés dans l'analyse déterministe. De plus, l'investigation de l'effet de la corrélation partielle entre les excitations au niveau des supports sur les réponses des poutres est élaborée dans le cas de sols fermes et meubles. La propriété structurale utilisée dans l'étude paramétrique est la longueur de la travée d , et le taux d'amortissement du mode fondamental est pris égal à 5%. Le taux d'amortissement modal peut être déduit de la relation 5.42 et a l'expression suivante

$$\beta_k = \left(\frac{T_k}{T_1}\right) \beta_1 \quad (8.3)$$

Les ponts sont supposés sollicités par des ondes se propageant horizontalement ($V_{app} = V_s$) suivant leur direction longitudinale ($d^L = d$). Les ondes sont considérées se propager du 1^{er} support vers le 3^{ème} support (pour le cas de ponts à deux travées). De plus, le paramètre S_0 est choisi égal à celui utilisé dans l'analyse déterministe. Les intégrales, caractérisant les coefficients d'inter-corrélation ρ_{u_i, u_j} , $\rho_{u_i, s_{ij}}$ et $\rho_{s_{ij}, s_{mj}}$, sont calculées par la quadrature de Gauss.

8.2.1 Poutre Simple

Les composantes pseudo-statique et dynamo-statique ne contribuent pas dans la composante totale des forces internes (moment fléchissant et effort tranchant) de la poutre simple.

8.2.1.1 Déplacement Dynamique

Les figures 8.1 et 8.2 montrent les courbes des déplacements dynamiques sous l'effet individuel de l'incohérence et de la propagation d'onde et pour le cas de sols fermes et meubles. Le déplacement dynamique varie de manière inversement proportionnelle avec le taux d'incohérence tout le long de la poutre. En d'autres termes, le déplacement dynamique est généralement surestimé pour le cas d'un input sismique uniforme si la propagation d'onde est verticale. Pour les sols meubles, les courbes représentant les déplacements dynamiques, pour le cas d'un pont de portée $d = 100m$ et pour un mouvement parfaitement incohérent, sont approximativement confondues. Ceci est dû à la valeur importante du facteur d'incohérence. D'autre part, sous l'effet de la propagation d'onde, le déplacement dynamique maximal exhibe une diminution avec la durée de passage de l'onde prédominante entre les supports, $\tau = \frac{d}{V_{app}}$

quand $0 < \frac{2\pi}{T_1} \tau < \pi$ (la valeur de $\cos\left(\frac{2\pi}{T_1} \tau\right)$ diminue), puis une augmentation lorsque

$\pi < \frac{2\pi}{T_1} \tau < 2\pi$ (la valeur de $\cos\left(\frac{2\pi}{T_1} \tau\right)$ augmente). Ceci a entraîné que les déplacements

dynamiques pour $d = 50m$ sont supérieurs à ceux pour $d = 100m$ pour le cas de sols fermes et leur sont inférieurs pour le cas de sols meubles. La remarque particulière qui peut se faire pour le cas de sols meubles, est que les déplacements sont réduits au maximum pour $d = 50m$

$\left\{ \cos\left(\frac{2\pi}{T_1} \tau\right) = -1 \right\}$ et au minimum pour $d = 100m$ $\left\{ \cos\left(\frac{2\pi}{T_1} \tau\right) = 1 \right\}$.

8.2.1.2 Déplacement Pseudo-Statique

Les figures 8.3 et 8.4 montrent les courbes des déplacements pseudo-statiques sous l'effet de l'incohérence et de la propagation d'onde pour les sols fermes et meubles. Les déplacements pseudo-statiques sont maximaux au niveau des supports. Ils varient de manière inversement proportionnelle avec le taux d'incohérence et la durée de passage de l'onde prédominante entre les supports. Cette variation est plus ou moins faible pour le cas de ponts de portée inférieure à 100m et notamment sous l'effet de l'incohérence. Ceci est dû à la variation sensiblement faible du coefficient d'inter-corrélation entre les déplacements des supports. Cependant, cette variation est maximale pour le cas d'un mouvement parfaitement incohérent et au niveau du milieu de la poutre, et est de 29.3% par rapport au déplacement pseudo-statique dû à un input sismique uniforme. En d'autres termes, le rapport entre les déplacements pseudo-statiques dus, respectivement, à l'incohérence et à la cohérence parfaite est de $1/\sqrt{2}$.

8.2.1.3 Déplacement Dynamo-statique

Les figures 8.5 et 8.6 montrent les courbes des déplacements dynamo-statiques sous l'influence de l'incohérence et de la propagation d'onde. Les déplacements dynamo-statiques sont généralement positifs le long des poutres et ont des valeurs maximales au voisinage du milieu des poutres. Sous l'effet de l'incohérence, les déplacements dynamo-statiques varient proportionnellement avec la cohérence ou encore avec la portée de la poutre d . Sous l'effet de l'incohérence, les déplacements dynamo-statiques exhibent des variations négligeables par rapport à ceux dus à un mouvement sismique uniforme dans le cas de sols fermes. Or, le rapport entre le déplacement dynamo-statique au milieu de la poutre sous l'effet d'une incohérence parfaite et celui dû à un input uniforme est égal à 0.5. Sous l'effet de la propagation d'onde et dans le cas de sols fermes, les déplacements dynamo-statiques sont légèrement supérieurs, par rapport à ceux dus à un input sismique uniforme, sur la demi portée gauche de la poutre et réduits sur l'autre. Cette asymétrie, par rapport au milieu des poutres, est due non seulement aux modes antisymétriques mais également aux modes symétriques. Dans le cas de sols meubles, les déplacements dynamo-statiques sont généralement surestimés dans le cas d'un mouvement sismique uniforme.

8.2.1.4 Déplacement Total

Les déplacements totaux exhibent une diminution proportionnelle avec le taux d'incohérence et la durée de propagation de l'excitation entre les supports, comme on peut le remarquer sur les figures 8.7 et 8.8. Cette diminution est faible pour des portées de poutres inférieures à $100m$, que ce soit pour les sols fermes ou meubles. Elle est maximale au milieu de la poutre et est de 3% pour $d = 100m$ et de 29.3% pour le cas d'une incohérence parfaite. Cependant, sous l'effet de la propagation d'onde, cette diminution est sensiblement supérieure, et est de 6% pour les sols fermes et de 4% pour les sols meubles, concernant les poutres de portée égale à $100m$. Les déplacements totaux sont maximaux au milieu des poutres flexibles et au niveau des supports des poutres rigides. Malgré la flexibilité de la poutre, ces déplacements totaux peuvent être maximaux au niveau des supports pour le cas d'une incohérence parfaite entre les excitations, et notamment pour le cas de sols meubles, et ceci est dû à la contribution prédominante de la composante pseudo-statique.

La contribution des composantes dynamique et dynamo-statique est maximale au voisinage du milieu de la poutre, alors que celle de la composante pseudo-statique est maximale au niveau des supports. Cette contribution diminue proportionnellement avec le taux d'incohérence et la durée de propagation de l'onde prédominante entre les supports pour le cas des composantes dynamique et dynamo-statique et augmente proportionnellement pour le cas de la composante pseudo-statique. En d'autres termes, la contribution des composantes dynamique et dynamo-statique diminue d'une manière proportionnelle avec la portée des poutres et la flexibilité du sol, alors que c'est l'inverse pour la composante pseudo-statique. Le taux de contribution des composantes dynamique, pseudo-statique et dynamo-statique au milieu de la poutre, sous l'effet d'un input uniforme et incohérent, sont, respectivement, de 27%, 64% et 9% pour les sols fermes et de 4.3%, 92.5% et 4.2% pour les sols meubles.

8.2.1.5 Moment Fléchissant Dynamique

Les figures 8.9 et 8.10 montrent les courbes des moments fléchissants, sous l'effet de l'incohérence et de la propagation d'onde, normalisés par rapport à celui au milieu de la poutre pour un input sismique uniforme. Les courbes, représentant les moments fléchissants pour le cas de sols meubles, sont approximativement identiques à celles des déplacements dynamiques, vu que leur fonction de forme dynamique est la même et que le 1^{er} mode est le plus prédominant notamment sous l'effet de l'incohérence, et les mêmes conclusions peuvent être, donc, déduites.

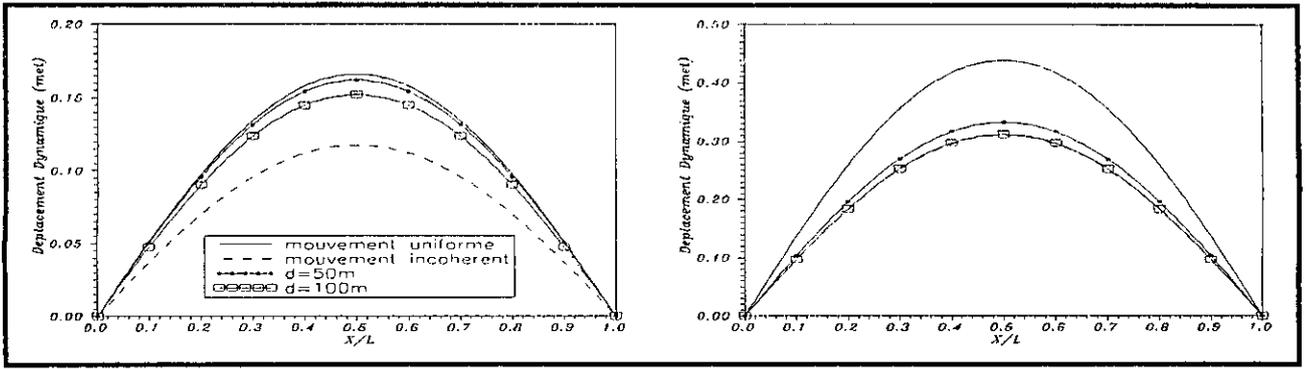


Figure 8.1 Déplacement dynamique le long de la poutre simple sous l'effet de l'incohérence
a) Sol ferme b) Sol meuble

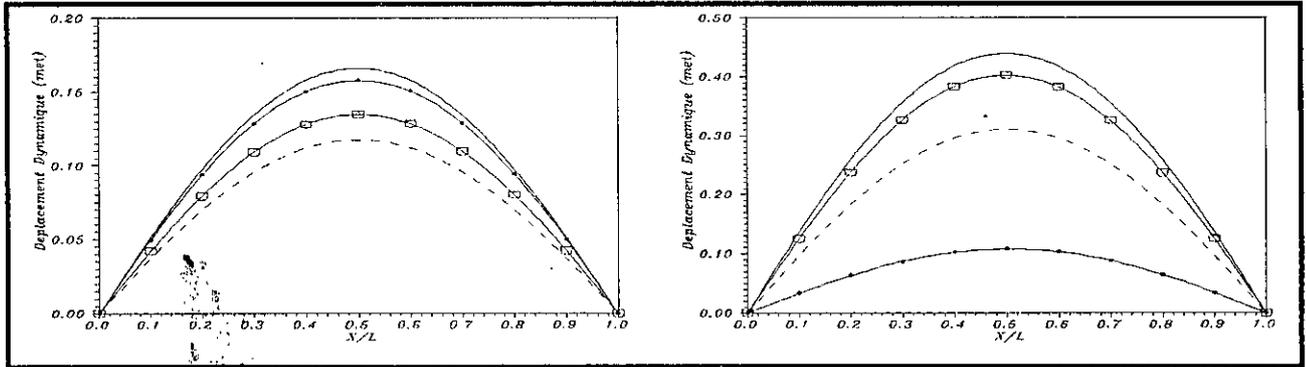


Figure 8.2 Déplacement dynamique le long de la poutre simple sous l'effet de la propagation d'onde
a) Sol ferme b) Sol meuble

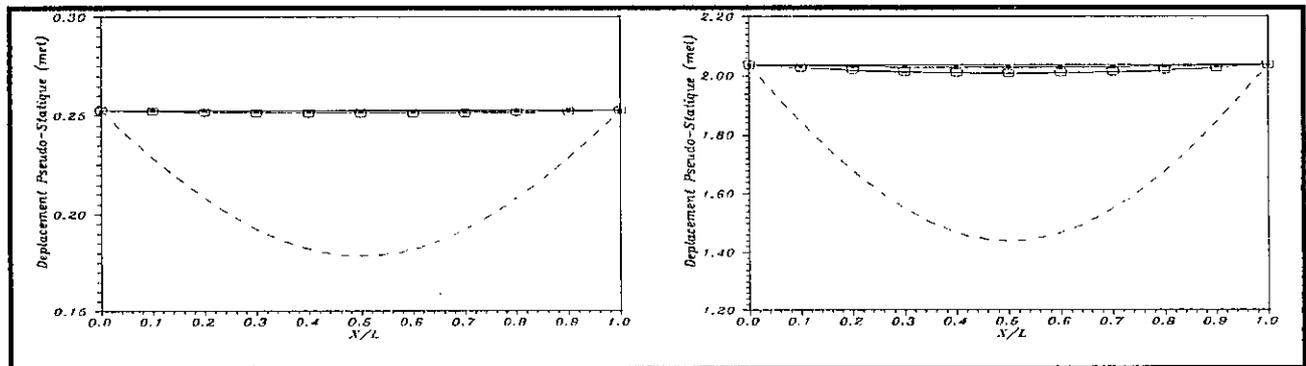


Figure 8.3 Déplacement pseudo-statique le long de la poutre simple sous l'effet de l'incohérence
a) Sol ferme b) Sol meuble

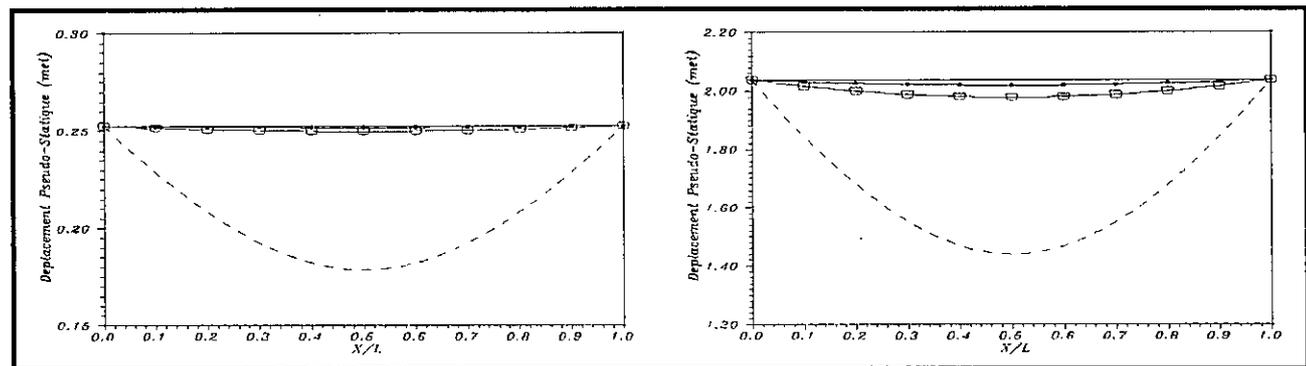


Figure 8.4 Déplacement pseudo-statique le long de la poutre simple sous l'effet de la propagation d'onde
a) Sol ferme b) Sol meuble

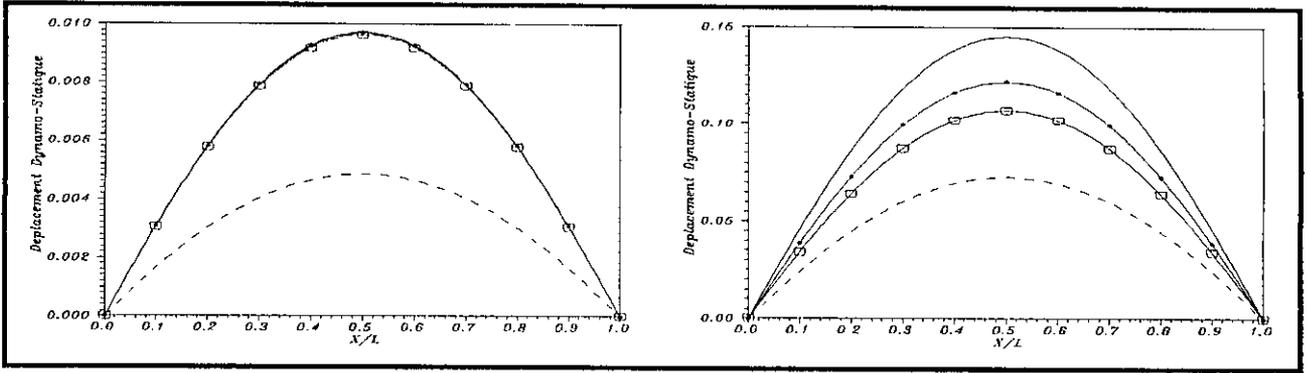


Figure 8.5 Déplacement dynamo-statique le long de la poutre simple sous l'effet de l'incohérence
a) Sol ferme b) Sol meuble

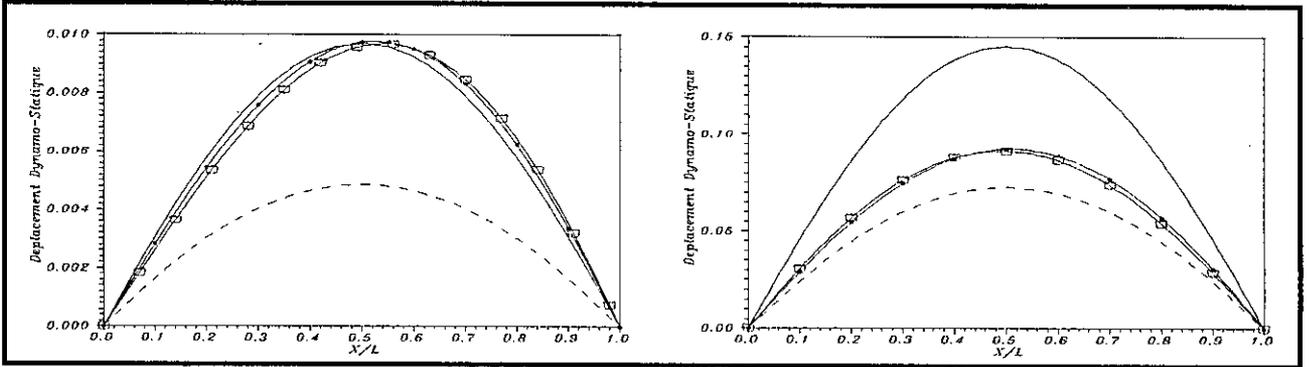


Figure 8.6 Déplacement dynamo-statique le long de la poutre simple sous l'effet de la propagation d'onde
a) Sol ferme b) Sol meuble

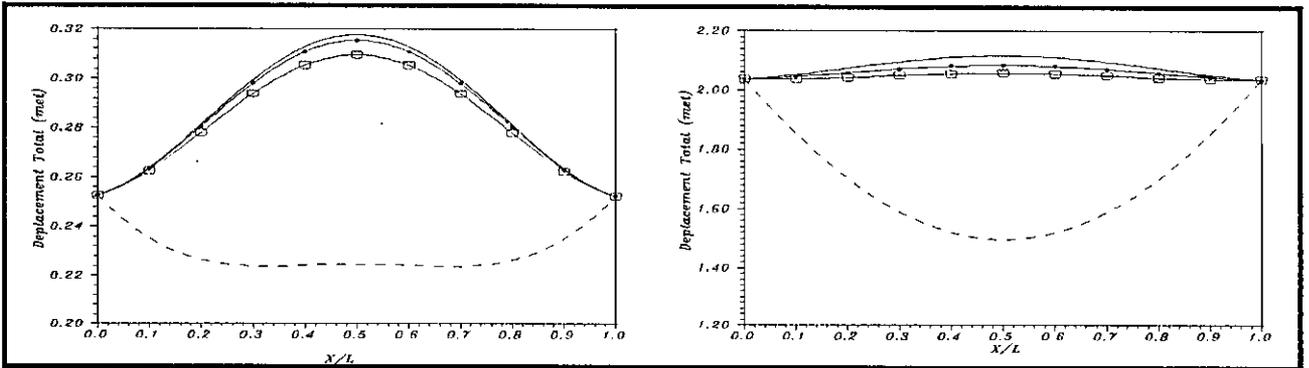


Figure 8.7 Déplacement total le long de la poutre simple sous l'effet de l'incohérence
a) Sol ferme b) Sol meuble

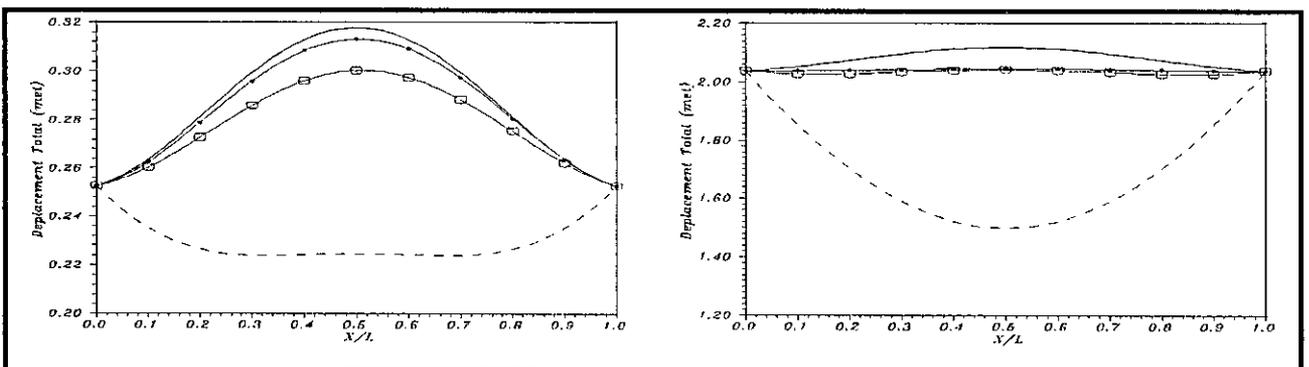


Figure 8.8 Déplacement total le long de la poutre simple sous l'effet de la propagation d'onde
a) Sol ferme b) Sol meuble

Par contre, pour le cas de sols fermes, la contribution du 2^{ème} mode commence à devenir de plus en plus importante, sur les sections de la poutre en dehors du milieu, sous l'effet de la propagation d'onde et avec l'augmentation de l'incohérence. Pour cela, les moments fléchissants, sous l'effet de la corrélation partielle entre les excitations, peuvent être plus importants que ceux dus à une corrélation parfaite. Ce résultat peut être remarqué pour le cas d'une poutre de portée 50m et soumise à l'effet de la propagation d'onde. Ceci est dû, théoriquement, aux valeurs importantes et, respectivement, positive et négative des coefficients d'inter-corrélation, $\rho_{s_{11}s_{12}}$ et $\rho_{s_{21}s_{22}}$ ($\cos\left(\frac{2\pi d}{T_1 V_{app}}\right) = -\cos\left(\frac{2\pi d}{T_2 V_{app}}\right) = 0.809$), se trouvant dans l'expression du spectre de réponse modifié.

8.2.1.6 Effort Tranchant Dynamique

Les figures 8.11 et 8.12 montrent les courbes des efforts tranchants, sous l'effet de l'incohérence et de la propagation d'onde, normalisés par rapport à celui au milieu de la poutre pour un input sismique uniforme. Les efforts tranchants ont des valeurs maximales au niveau des supports. L'effort tranchant au milieu des poutres ne reçoit pas la contribution des modes symétriques et par conséquent, il est nul pour le cas d'un input sismique uniforme. De plus, au voisinage du milieu de la poutre, les efforts tranchants augmentent proportionnellement avec

l'incohérence et la décroissance de $\cos\left(\frac{2\pi d}{T_2 V_{app}}\right)$, vu la contribution importante du 2^{ème}

mode(mode antisymétrique). Cependant, au niveau des supports, le taux d'incohérence fait diminuer le 1^{er} mode alors qu'il fait augmenter le 2^{ème} mode, pour le cas de sols fermes. Par contre, sous l'effet de la propagation d'onde, le 1^{er} mode diminue avec la décroissance de

$\cos\left(\frac{2\pi d}{T_1 V_{app}}\right)$, et le 2^{ème} mode diminue avec l'augmentation de $\cos\left(\frac{2\pi d}{T_2 V_{app}}\right)$. Pour cela, l'effort

tranchant, sous l'effet de l'incohérence et de la propagation d'onde, peut être plus important que celui dû à un input uniforme, ce qui est le cas des poutres de portée 50 et 100m, sous l'effet de l'incohérence, et des poutres de portée 50m sous l'effet de la propagation d'onde. Or, pour le cas de sols meubles, le 1^{er} mode est le plus prédominant, et par conséquent, les efforts tranchants diminuent proportionnellement avec l'incohérence et avec la décroissance de

$\cos\left(\frac{2\pi d}{T_1 V_{app}}\right)$.

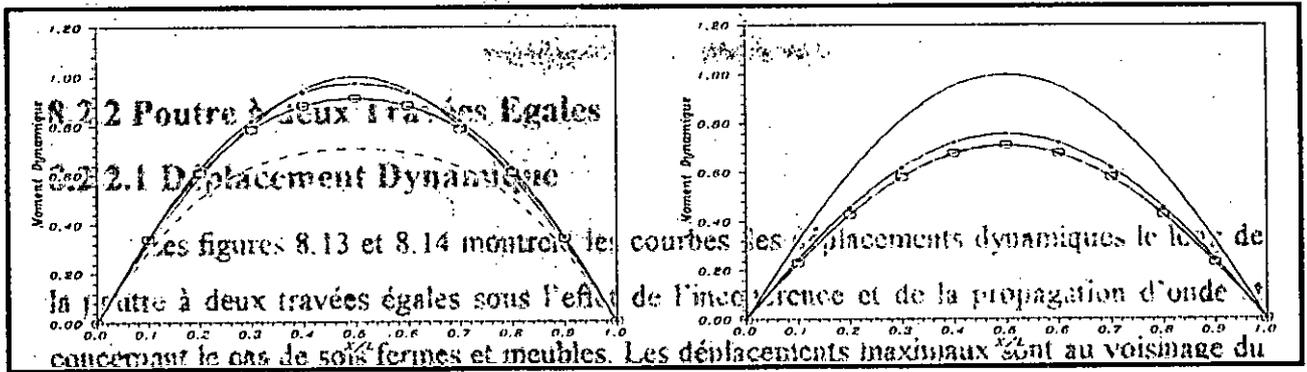


Figure 8.9 Moment fléchissant dynamique le long de la poutre simple sous l'effet de l'incohérence milieu des travées reçoit la contrainte. (a) Sol ferme (b) Sol meuble, alors que pour le cas d'une

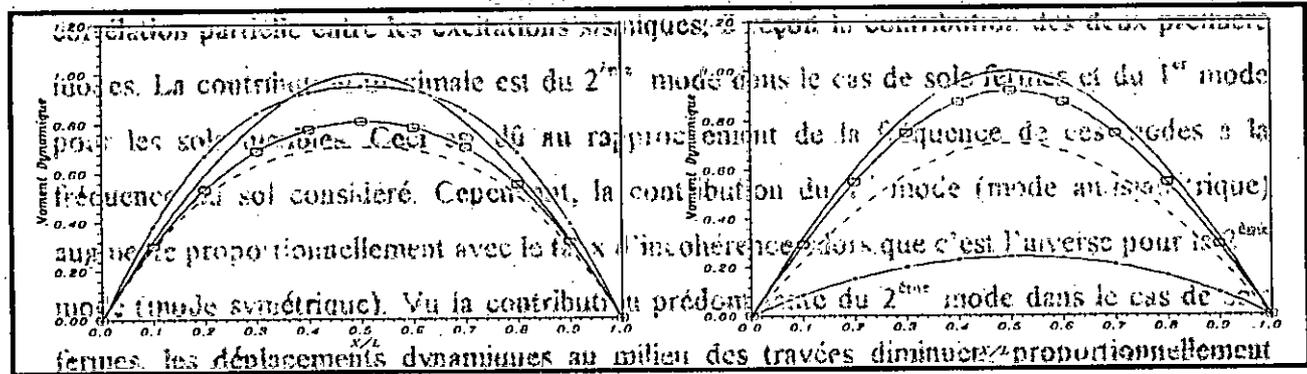


Figure 8.10 Moment fléchissant dynamique le long de la poutre simple sous l'effet de la propagation d'onde déplacements dynamiques sont plus (a) Sol ferme (b) Sol meuble compte de l'effet de l'incohérence.

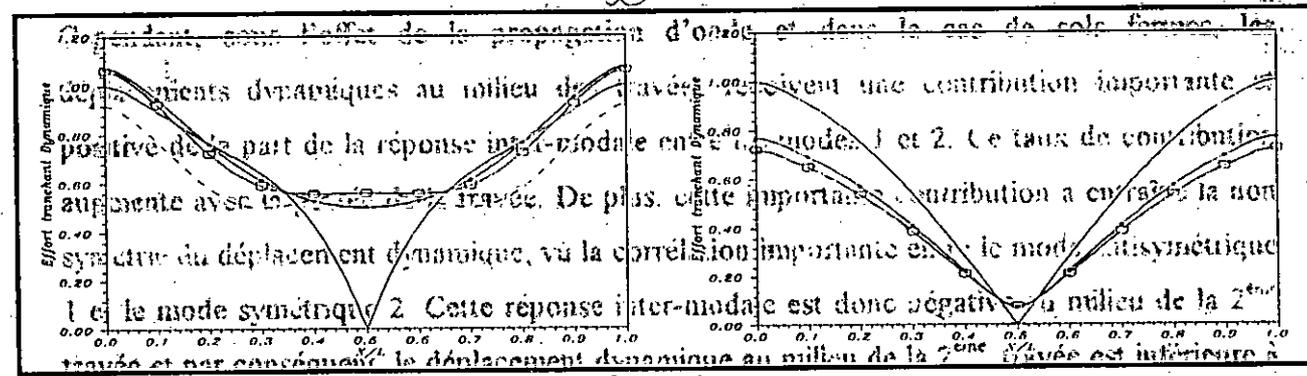


Figure 8.11 Effort tranchant dynamique le long de la poutre simple sous l'effet de l'incohérence travées sont généralement plus

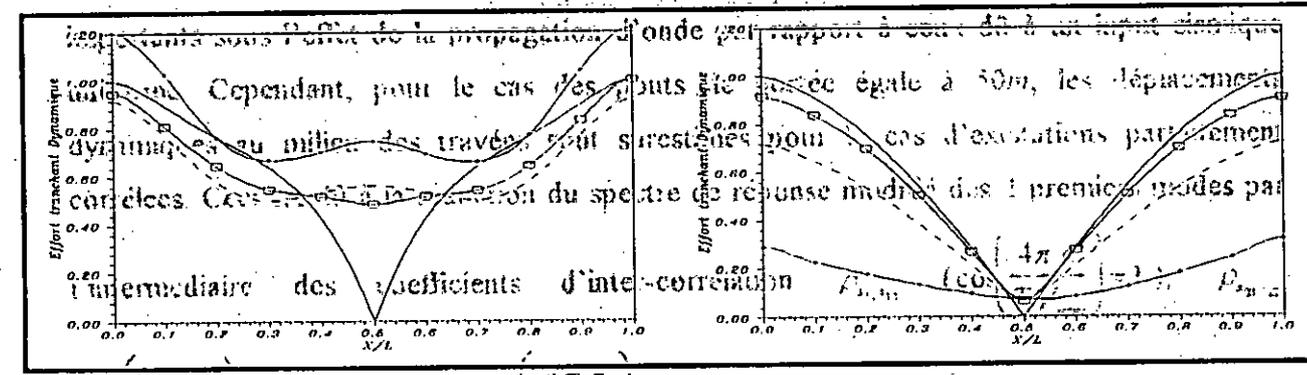


Figure 8.12 Effort tranchant dynamique le long de la poutre simple sous l'effet de la propagation d'onde a) Sol ferme b) Sol meuble

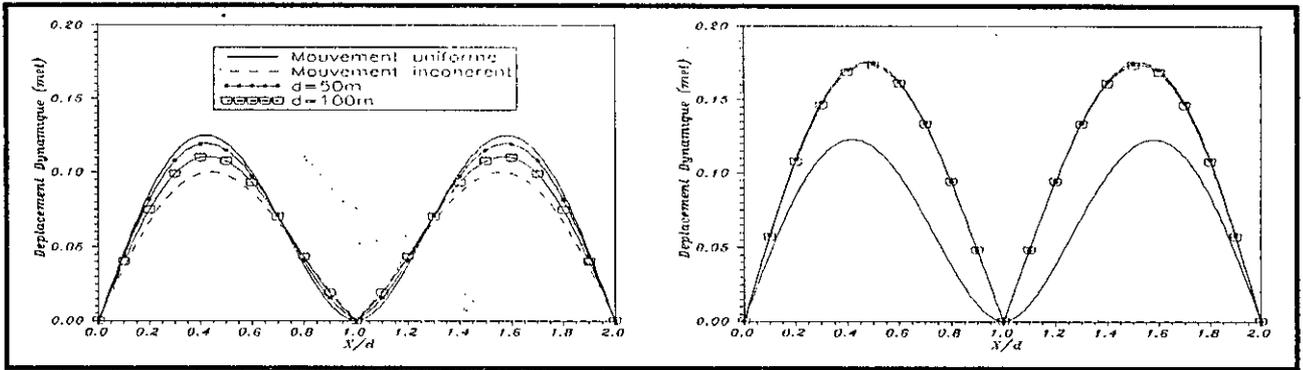


Figure 8.13 Déplacement dynamique le long de la poutre à deux travées égales sous l'effet de l'incohérence a) Sol ferme b) Sol meuble

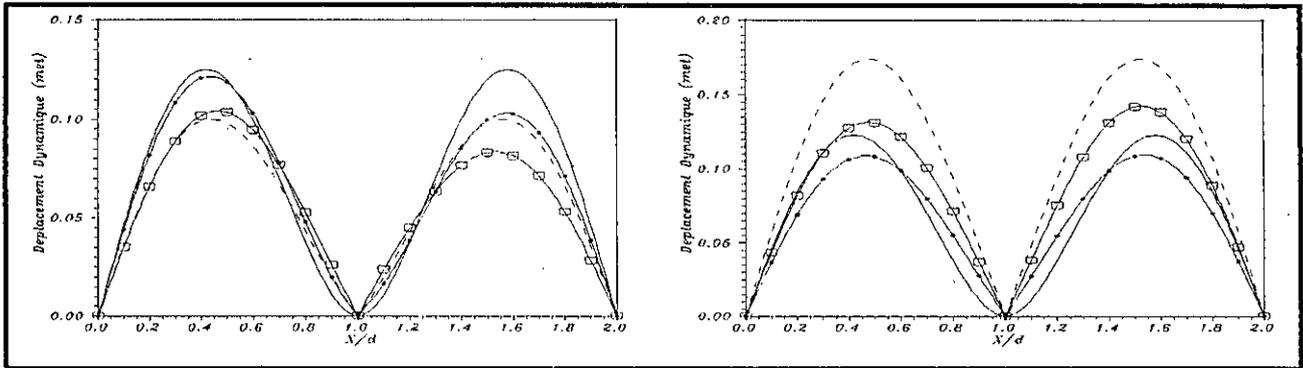


Figure 8.14 Déplacement dynamique le long de la poutre à deux travées égales sous l'effet de la propagation d'onde a) Sol ferme b) Sol meuble

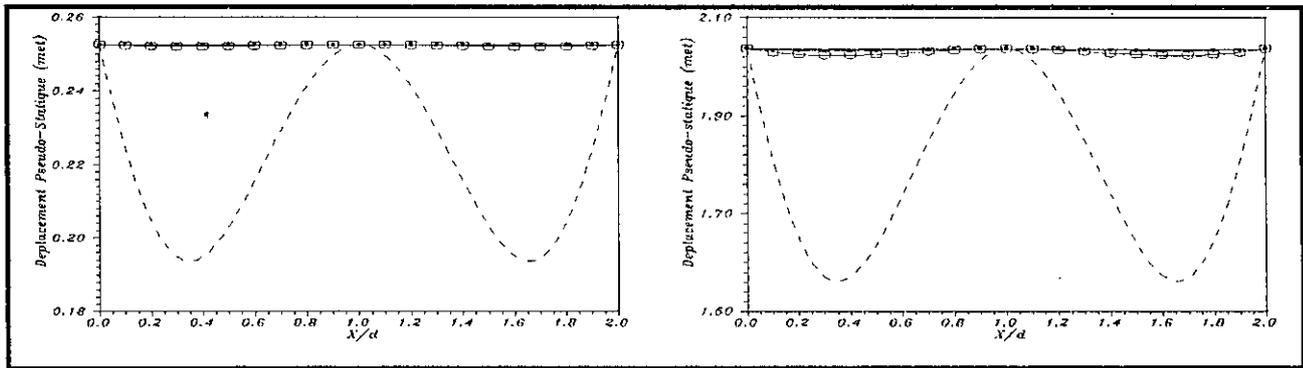


Figure 8.15 Déplacement pseudo-statique le long de la poutre à deux travées égales sous l'effet de l'incohérence a) Sol ferme b) Sol meuble

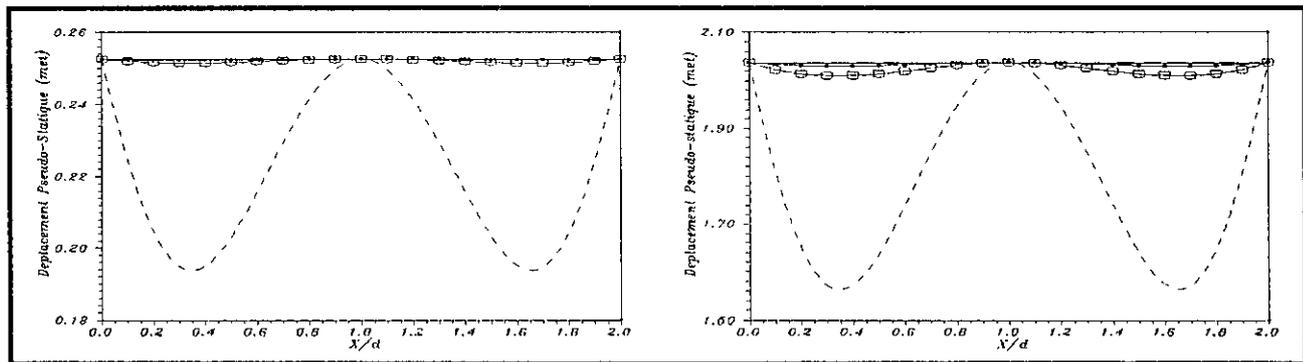


Figure 8.16 Déplacement pseudo-statique le long de la poutre à deux travées égales sous l'effet de la propagation d'onde a) Sol ferme b) Sol meuble

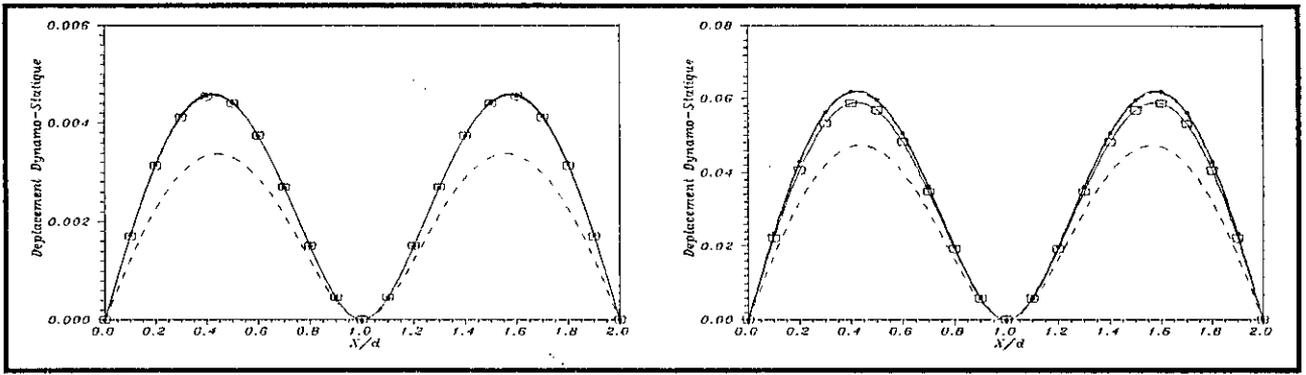


Figure 8.17 Déplacement dynamo-statique le long de la poutre à deux travées égales sous l'effet de l'incohérence a) Sol ferme b) Sol meuble

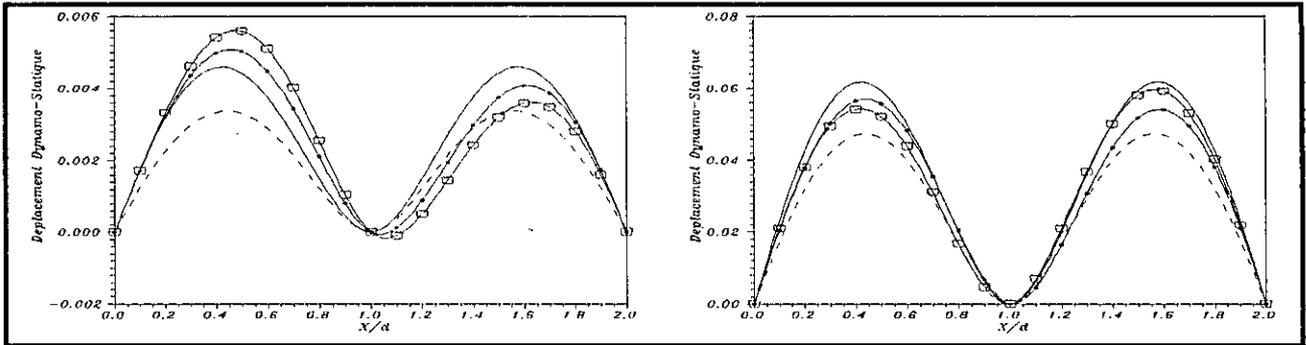


Figure 8.18 Déplacement dynamo-statique le long de la poutre à deux travées égales sous l'effet de la propagation d'onde a) Sol ferme b) Sol meuble

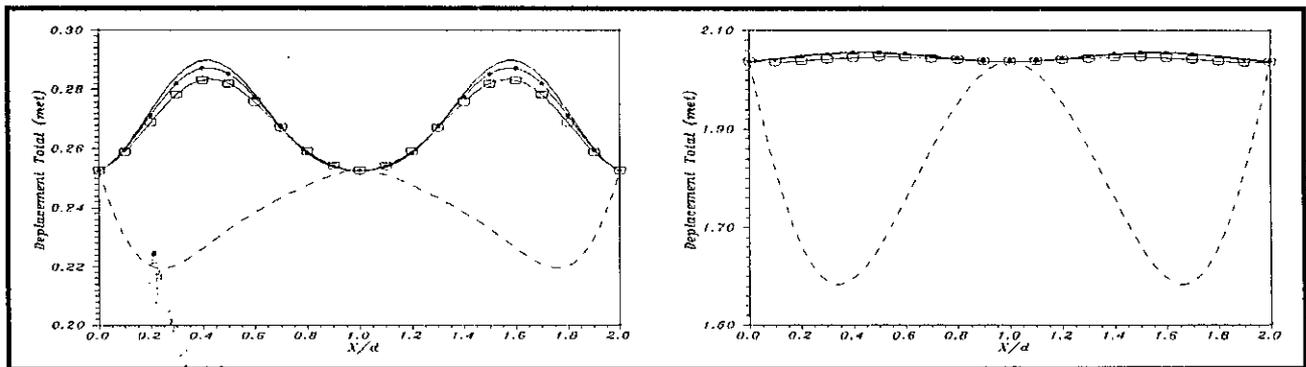


Figure 8.19 Déplacement total le long de la poutre à deux travées égales sous l'effet de l'incohérence a) Sol ferme b) Sol meuble

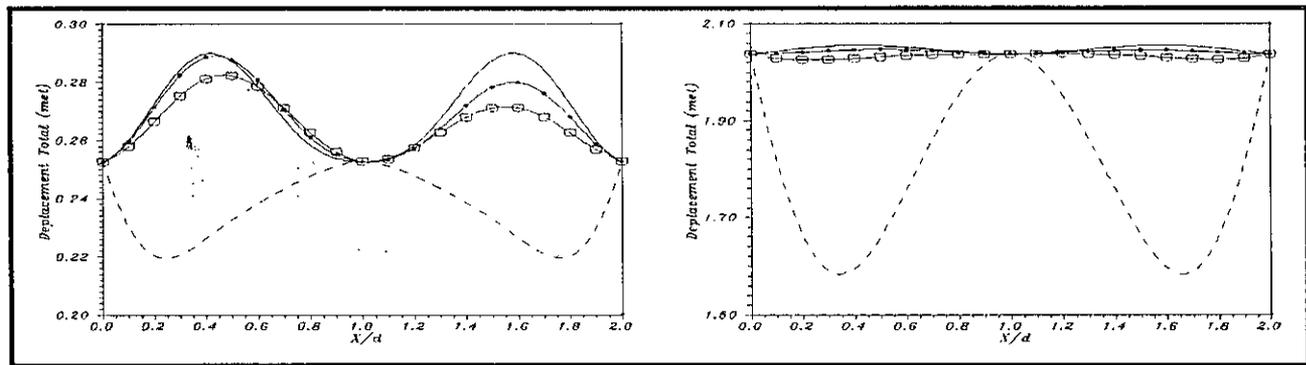


Figure 8.20 Déplacement total le long de la poutre à deux travées égales sous l'effet de la propagation d'onde a) Sol ferme b) Sol meuble

L'effet de l'incohérence et les conditions géologiques des sols au niveau des supports sont meubles. Les moments fléchissants dynamiques sur le support intermédiaire reçoivent uniquement la contribution des modes symétriques (modes pairs). La contribution maximale revient au 2^{ème} mode que ce soit pour les sols fermes ou meubles. Ces moments fléchissants dynamiques sur le support intermédiaire diminuent avec le taux d'incohérence et plus particulièrement sous l'effet de la propagation d'onde. Cette diminution est plus importante dans le cas de sols meubles. Le taux de contribution du 2^{ème} mode diminue avec l'incohérence et notamment sous l'effet de la propagation d'onde (pas forcément proportionnelle à la portée de la travée d) et la flexibilité du sol. Sous l'effet de l'incohérence, ce taux de diminution est repris notamment par le 4^{ème} mode dans le cas de sols fermes et par la réponse inter-modale entre les modes 2 et 4 dans le cas de sols meubles, alors que sous l'effet de la propagation d'onde, il est repris généralement par les modes 4 et 6 dans le cas de sols fermes et par les réponses inter-modales (2-4, 2-6) dans le cas de sols meubles.

8.2.2.6 Moment Fléchissant Pseudo-Statique

Les figures 8.23 et 8.24 montrent les courbes des moments fléchissants pseudo-statiques sous l'effet de l'incohérence et la propagation d'onde normalisés par rapport au moment fléchissant pseudo-statique sur le support intermédiaire dû à un mouvement sismique parfaitement incohérent. L'expression du moment fléchissant pseudo-statique est une fonction polynomiale du 1^{er} degré de la variable de position x et par conséquent, sa courbe représentative le long de la travée exhibe une forme linéaire. Ces moments fléchissants pseudo-statiques sont nuls sur les supports de rive et maximaux sur le support intermédiaire. Ils deviennent plus importants pour les ponts étendus fondés sur des sols flexibles. L'effet de la propagation d'onde fait augmenter le moment pseudo-statique d'une manière plus importante que l'effet de l'incohérence. Ceci est dû à la diminution légèrement sensible des coefficients d'inter-corrélation entre les déplacements du sol au niveau des supports, ρ_{u_i, u_j} , sous l'effet de l'incohérence. Cependant, la valeur maximale du moment fléchissant pseudo-statique est obtenue dans le cas d'excitations parfaitement incohérentes.

8.2.2.7 Moment Fléchissant Dynamo-Statique

Les figures 8.25 et 8.26 montrent les courbes des moments dynamo-statiques sous l'effet de l'incohérence et de la propagation d'onde normalisés par rapport à la valeur absolue du moment fléchissant dynamo-statique sur le support intermédiaire dû à un mouvement

sismique parfaitement incohérent. Ces moments dynamo-statiques ont des valeurs négatives sur, approximativement, le 1/5 de la travée de part et d'autre du support intermédiaire tel qu'il a été remarqué par **R.Harichandran** et al. [37]. De plus, ces composantes dynamo-statiques ont des valeurs maximales au niveau du support intermédiaire. La valeur absolue du moment dynamo-statique le long de la poutre augmente particulièrement avec la portée de la travée et la flexibilité du sol, et notamment sous l'effet de la propagation d'onde. Néanmoins, la valeur absolue de cette composante dynamo-statique est maximale dans le cas d'une incohérence parfaite entre les excitations sismiques et sa courbe représentative peut être considérée comme une enveloppe des moments fléchissants dynamo-statiques.

8.2.2.8 Moment Fléchissant Total

Les figures 8.27 et 8.28 montrent les courbes des moments fléchissants totaux sous l'effet de l'incohérence et de la propagation d'onde normalisés par rapport au moment fléchissant total sur le support intermédiaire dû à un mouvement sismique uniforme. Ils ont des valeurs maximales au niveau du support intermédiaire, et au voisinage du milieu des travées pour le cas de ponts fondés sur des sols meubles, et soumis à des excitations partiellement corrélées. Dans le cas de sols fermes, les moments totaux sur les sections les plus sollicitées sont généralement surestimés pour le cas d'un input sismique uniforme. Cependant, dans le cas de sols meubles, ils peuvent être sous-estimés au voisinage du milieu des travées et plus particulièrement sous l'effet de l'incohérence. Cette sous-estimation est largement et totalement (le long de la poutre) significative dans le cas d'un input parfaitement incohérent, vu la participation particulièrement importante de la composante pseudo-statique (98.2%). Au niveau du support intermédiaire, le rapport entre les moments totaux dus, respectivement, à un input sismique parfaitement incohérent et uniforme est de 2.84, ou encore la sous-estimation est de 65% par rapport à un input parfaitement incohérent.

8.2.2.9 Effort Tranchant Dynamique

Les figures 8.29 et 8.30 montrent les courbes des efforts tranchants dynamiques, sous l'effet de l'incohérence et de la propagation d'onde, normalisés par rapport à l'effort tranchant dynamique sur le support intermédiaire dû à un mouvement sismique uniforme. Les efforts tranchants dynamiques sont maximaux au niveau des supports et plus particulièrement au niveau du support intermédiaire, et minimaux au voisinage de $(x/d) = 0.4$ à partir du support de rive.

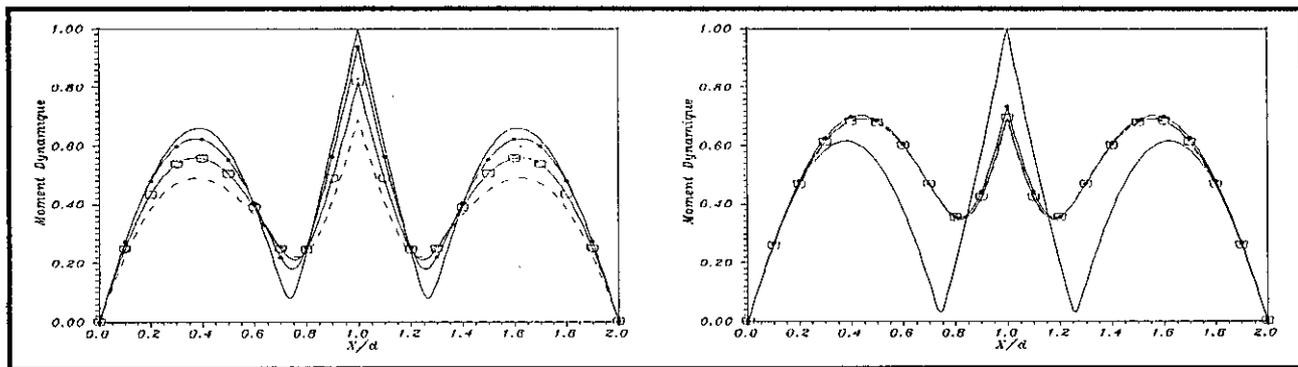


Figure 8.21 Moment fléchissant dynamique le long de la poutre à deux travées égales sous l'effet de l'incohérence a) Sol ferme b) Sol meuble

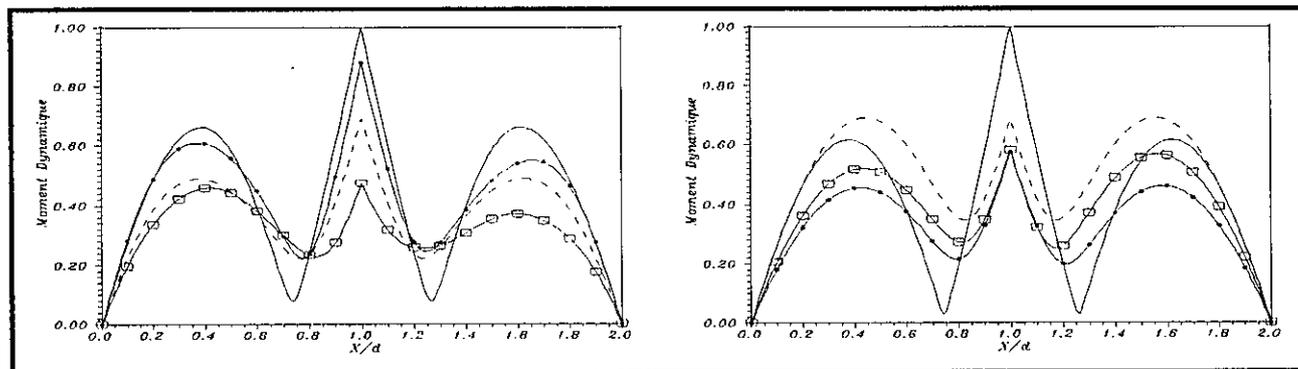


Figure 8.22 Moment fléchissant dynamique le long de la poutre à deux travées égales sous l'effet de la propagation d'onde a) Sol ferme b) Sol meuble

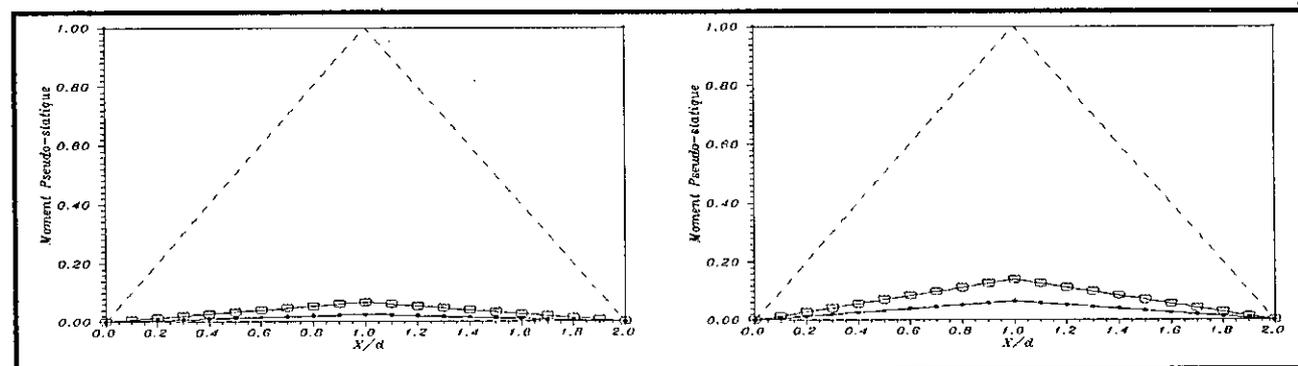


Figure 8.23 Moment fléchissant pseudo-statique le long de la poutre à deux travées égales sous l'effet de l'incohérence a) Sol ferme b) Sol meuble

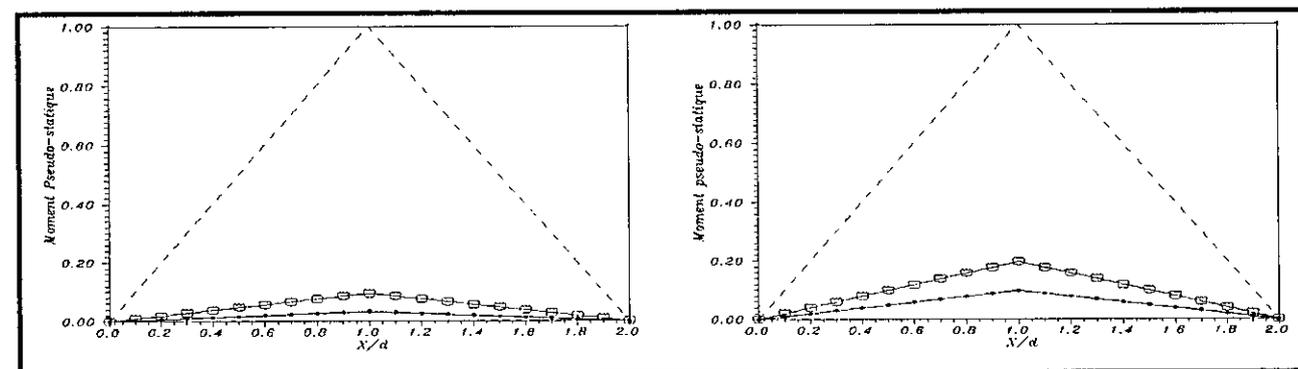


Figure 8.24 Moment fléchissant pseudo-statique le long de la poutre à deux travées égales sous l'effet de la propagation d'onde a) Sol ferme b) Sol meuble

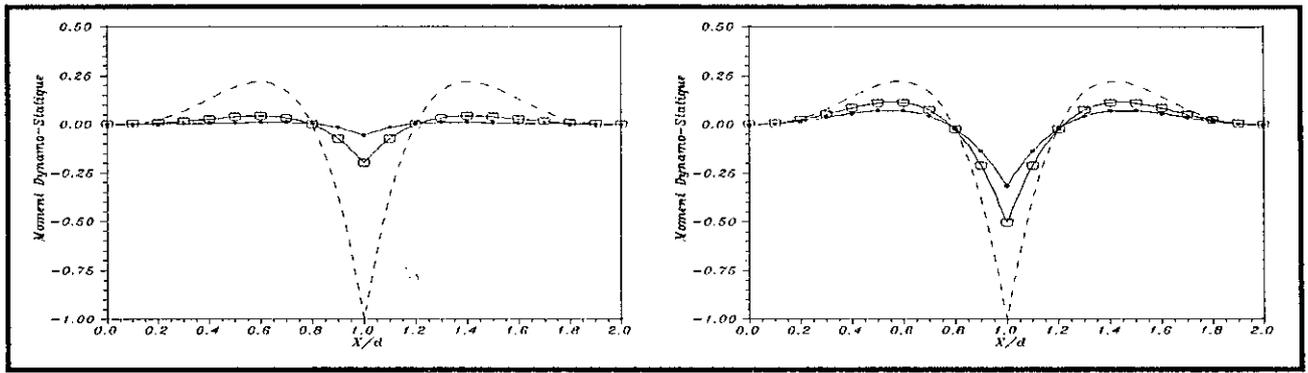


Figure 8.25 Moment fléchissant dynamo-statique le long de la poutre à deux travées égales sous l'effet de l'incohérence a) Sol ferme b) Sol meuble

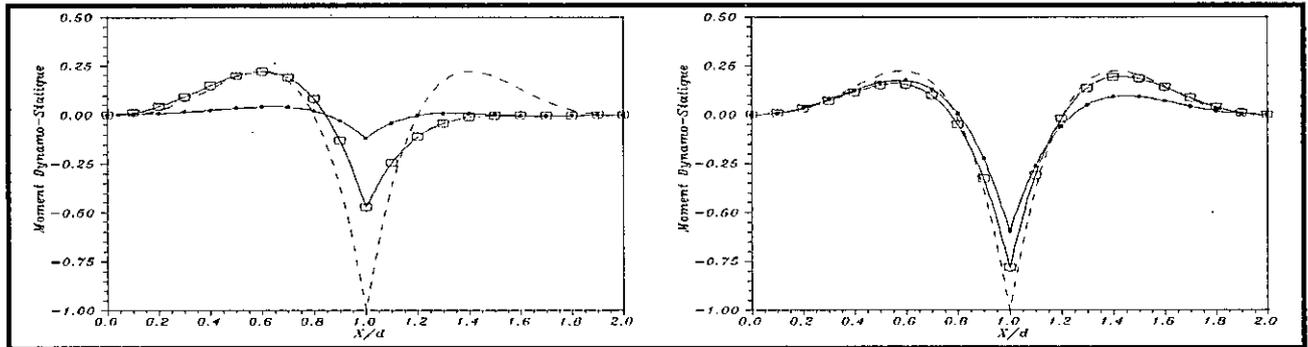


Figure 8.26 Moment fléchissant dynamo-statique le long de la poutre à deux travées égales sous l'effet de la propagation d'onde a) Sol ferme b) Sol meuble

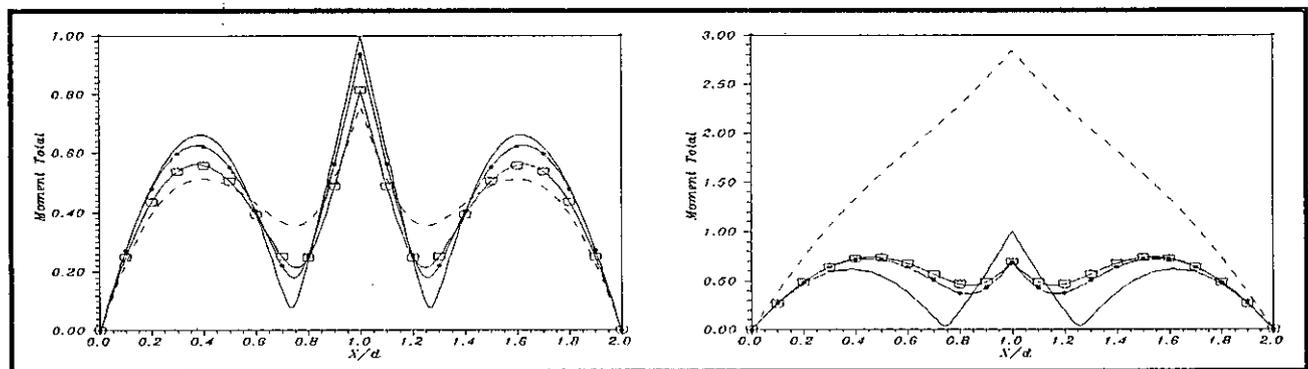


Figure 8.27 Moment fléchissant total le long de la poutre à deux travées égales sous l'effet de l'incohérence a) Sol ferme b) Sol meuble

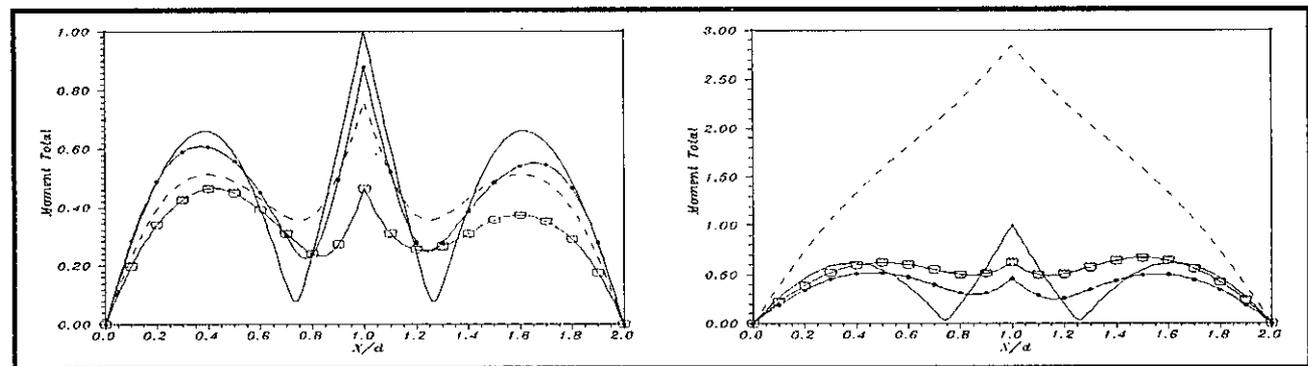


Figure 8.28 Moment fléchissant total le long de la poutre à deux travées égales sous l'effet de la propagation d'onde a) Sol ferme b) Sol meuble

L'effort tranchant au niveau du support intermédiaire reçoit la contribution maximale de la part du 2^{ème} mode notamment dans le cas de sols fermes. De plus, on a pu remarquer qu'il reçoit également la contribution des modes d'ordre supérieur dans le cas de sols fermes, et des réponses inter-modales (composantes d'inter-corrélation modale) dans le cas de sols meubles. Le 1^{er} mode contribue avec un taux très faible dans le cas de sols fermes. Sa contribution augmente avec la portée de la travée et notamment avec la flexibilité du sol. Cependant, dans le cas de sols fermes, l'effort tranchant sur le support intermédiaire reçoit une contribution importante de la part du 4^{ème} mode, plus particulièrement sous l'effet de l'incohérence, qui augmente avec la portée de la travée d . Sous l'effet de la propagation d'onde, il reçoit la contribution des réponses inter-modales dans le cas de sols fermes ou meubles. Les efforts tranchants dynamiques sont généralement surestimés dans le cas d'un input sismique uniforme sur la majorité des sections des poutres à l'exception des sections les moins défavorables (effort tranchant minimum). Sous l'effet de la propagation d'onde, les efforts tranchants sont discontinus au niveau du support intermédiaire. L'effort tranchant dynamique au niveau des supports diminue généralement avec l'incohérence ou encore avec la portée de la travée, vu la contribution prédominante du mode symétrique 2. Or, on peut remarquer que pour des ponts de 50m de travée, fondés sur un sol ferme, l'effort tranchant au niveau des supports est légèrement supérieur sous l'effet de la propagation d'onde par rapport à un input sismique uniforme.

8.2.2.10 Effort Tranchant Pseudo-Statique

Les figures 8.31 et 8.32 montrent les courbes des efforts tranchants pseudo-statiques, sous l'effet de l'incohérence et de la propagation d'onde, normalisés par rapport à l'effort tranchant pseudo-statique dû à un mouvement sismique parfaitement incohérent. Les efforts tranchants pseudo-statiques ont une valeur constante le long des poutres. Ils augmentent proportionnellement avec la portée de la travée et la flexibilité du sol, et plus particulièrement sous l'effet de la propagation d'onde. Ceci est dû à la diminution légèrement sensible des coefficients d'inter-corrélation entre les déplacements du sol au niveau des supports, ρ_{u,u_j} , sous l'effet de l'incohérence.

8.2.2.11 Effort Tranchant Dynamo-Statique

Les figures 8.33 et 8.34 montrent les courbes des efforts tranchants dynamo-statiques sous l'effet de l'incohérence et de la propagation d'onde, normalisés par rapport à l'effort

tranchant dynamo-statique sur le support intermédiaire dû à un mouvement sismique parfaitement incohérent. Ils ont des valeurs négatives au niveau des sections situées, approximativement, sur les 1/2 travées de part et d'autre du support intermédiaire. En d'autres termes, les efforts tranchants dynamiques et pseudo-statiques au niveau de ces sections du pont sont partiellement et négativement corrélés. La valeur maximale des efforts tranchants dynamo-statiques, en valeur absolue, se situe au niveau du support intermédiaire. Ils augmentent proportionnellement, en valeur absolue, avec l'incohérence et d'une manière plus importante sous l'effet de la propagation d'onde. De plus, le rapport entre les efforts tranchants dynamo-statiques dus, respectivement, à des excitations sismiques partiellement corrélées et parfaitement incohérentes augmente avec la flexibilité du sol. On peut remarquer que sous l'effet de la propagation d'onde, les efforts tranchants dynamo-statiques exhibent une discontinuité au niveau du support intermédiaire.

8.2.2.12 Effort Tranchant Total

Les figures 8.35 et 8.36 montrent les courbes des efforts tranchants totaux sous l'effet de l'incohérence et de la propagation d'onde, normalisés par rapport à l'effort tranchant total sur le support intermédiaire dû à un mouvement sismique uniforme. Les efforts tranchants totaux sont maximaux au niveau du support intermédiaire. On peut remarquer que ces courbes sont similaires à celles des efforts tranchants dynamiques, à l'exception de celle concernant un input sismique incohérent et dans le cas d'un sol meuble, vu la contribution approximativement totale de la composante dynamique. Pour le cas d'un input sismique incohérent, l'effort tranchant total reçoit un taux de contribution important de la part de la composante pseudo-statique (40.9% au niveau du support intermédiaire et 51.5% au niveau des supports de rive). Par conséquent, dans le cas de sols meubles, l'effort tranchant dû à un input incohérent est plus important que celui dû à un input uniforme sur la totalité des sections des ponts.

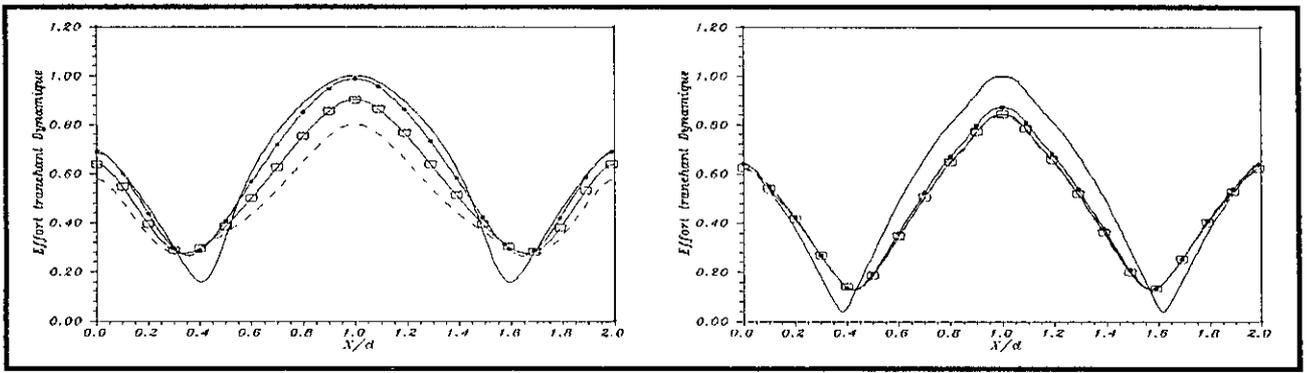


Figure 8.29 Effort tranchant dynamique le long de la poutre à deux travées égales sous l'effet de l'incohérence a) Sol ferme b) Sol meuble

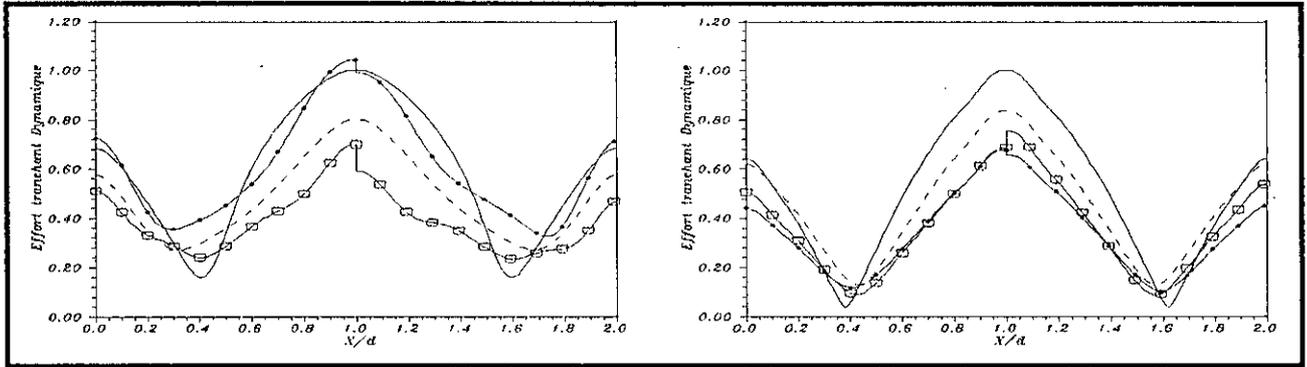


Figure 8.30 Effort tranchant dynamique le long de la poutre à deux travées égales sous l'effet de la propagation d'onde a) Sol ferme b) Sol meuble

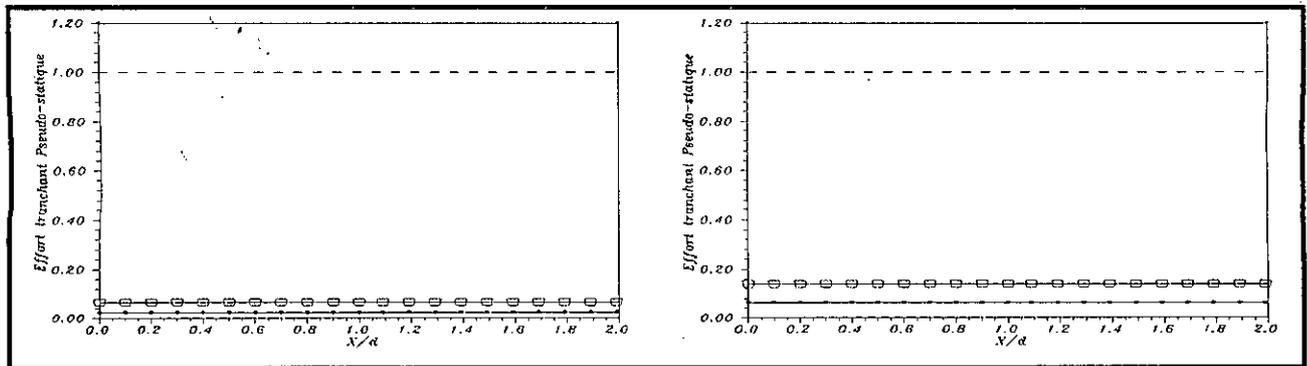


Figure 8.31 Effort tranchant pseudo-statique le long de la poutre à deux travées égales sous l'effet de l'incohérence a) Sol ferme b) Sol meuble

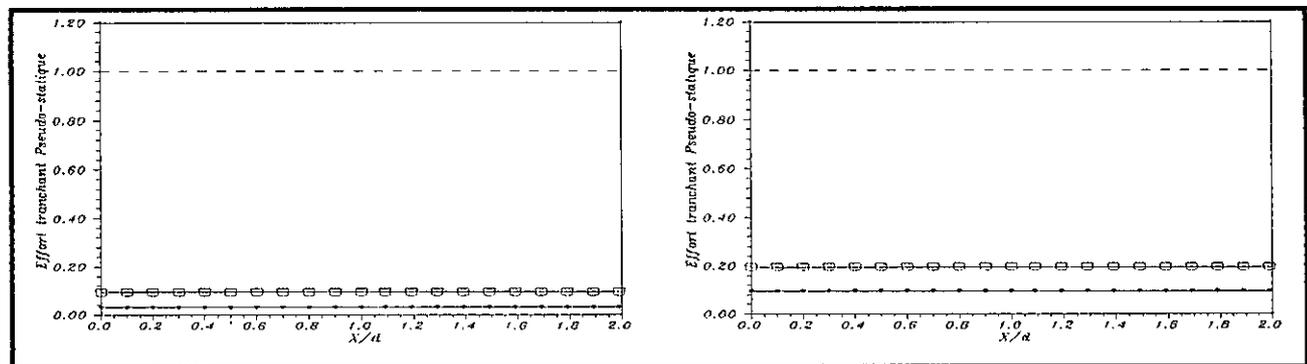


Figure 8.32 Effort tranchant pseudo-statique le long de la poutre à deux travées égales sous l'effet de la propagation d'onde a) Sol ferme b) Sol meuble

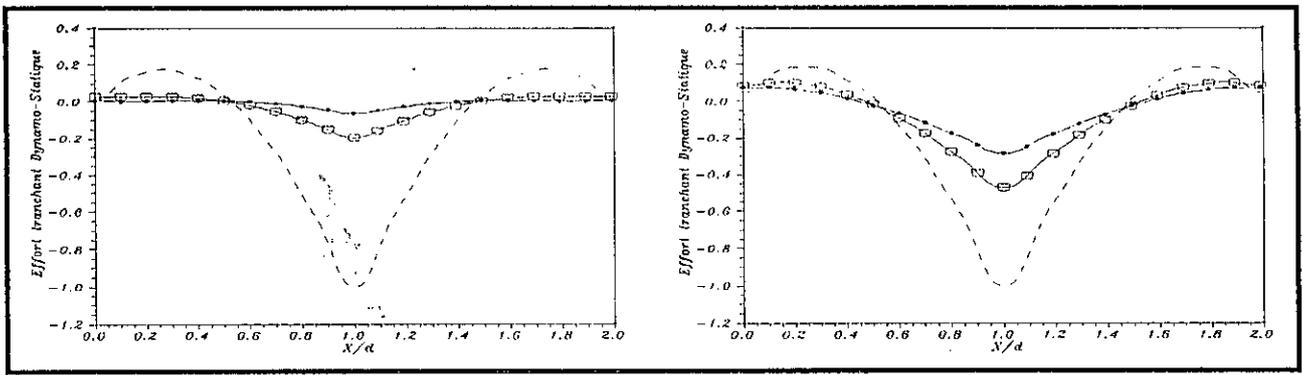


Figure 8.33 Effort tranchant dynamo-statique le long de la poutre à deux travées égales sous l'effet de l'incohérence a) Sol ferme b) Sol meuble

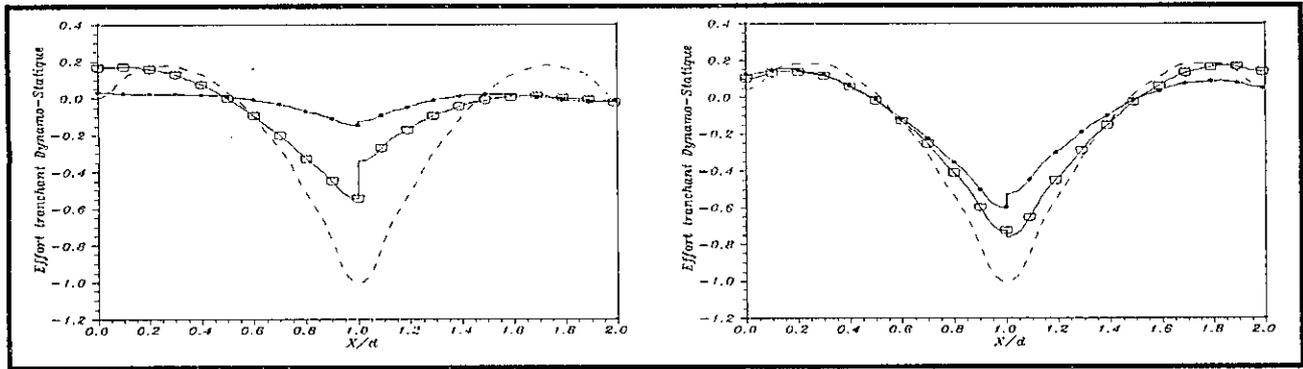


Figure 8.34 Effort tranchant dynamo-statique le long de la poutre à deux travées égales sous l'effet de la propagation d'onde a) Sol ferme b) Sol meuble

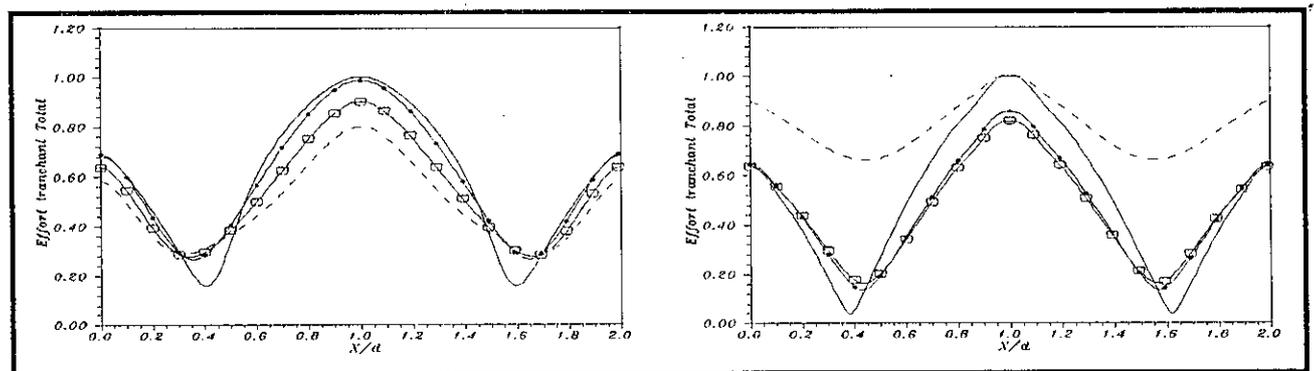


Figure 8.35 Effort tranchant total le long de la poutre à deux travées égales sous l'effet de l'incohérence a) Sol ferme b) Sol meuble

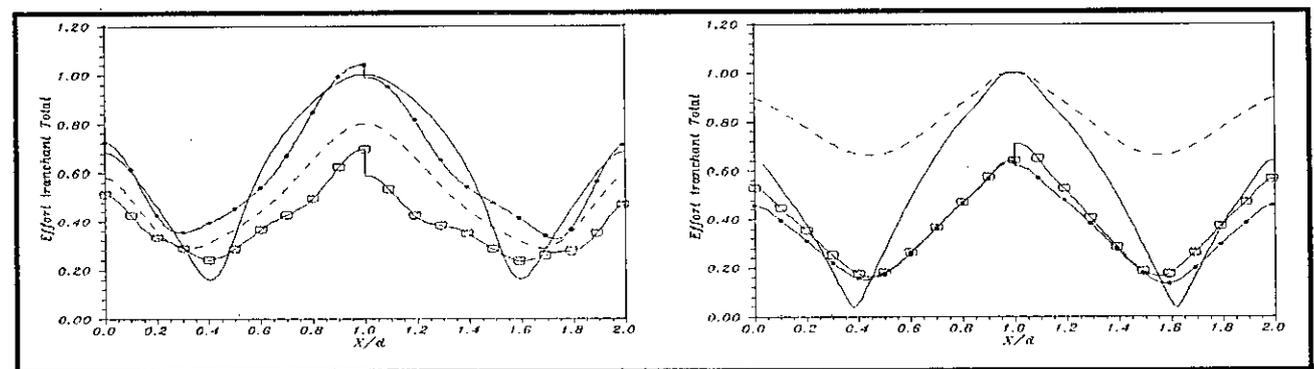


Figure 8.36 Effort tranchant total le long de la poutre à deux travées égales sous l'effet de la propagation d'onde a) Sol ferme b) Sol meuble

8.3 Effets de l'Incohérence et de la Propagation d'Onde sur la Réponse Maximale au Voisinage des Sections Défavorables des Ponts

Après avoir analysé l'effet de l'incohérence et de la propagation d'onde sur les réponses le long des ponts et détecté les sections du pont les plus défavorables, il est intéressant dans cette partie d'étudier les réponses au niveau de ces sections suivant le paramètre T_I ($0.1s < T_I < 3s$). En d'autres termes, il est important d'analyser l'effet de la flexibilité et de la rigidité des ponts sur les réponses au niveau des sections les plus sollicitées des ponts, en tenant compte de l'effet de la corrélation partielle qui peut exister entre les excitations sismiques au niveau des supports.

8.3.1 Poutre Simple

L'analyse de la flexibilité de la poutre est faite sur le déplacement et le moment fléchissant au milieu de la poutre et sur l'effort tranchant dynamique au niveau des supports.

Il est important de signaler que les courbes caractérisées par un petit et un grand symbole correspondent, respectivement, à $d = 50m$ et $d = 100m$.

8.3.1.1 Déplacement et Moment Fléchissant Dynamiques

Les figures 8.37 et 8.44 montrent les courbes des déplacements et des moments dynamiques dus à l'effet de l'incohérence et à l'effet mixte (combinaison des effets de l'incohérence et de la propagation d'onde) dans le cas de sols fermes et meubles. Ces courbes présentent un point d'inflexion au voisinage de la fréquence du sol ($T_1 \approx T_g$) notamment dans le cas de sols meubles. En d'autres termes, les déplacements et les moments dynamiques exhibent une variation de plus en plus lente sur les périodes fondamentales des ponts supérieures à celle du sol. Les déplacements dynamiques reçoivent la contribution totale du 1^{er} mode. Les courbes, représentant la contribution du 1^{er} mode dans le moment dynamique, exhibent une allure décroissante en fonction de la flexibilité du pont (figures 8.40 et 8.41). La contribution du 1^{er} mode est totale pour des ponts ayant une période fondamentale qui est au voisinage de la période du sol ($T_1 \approx T_g$). On peut donc remarquer une réduction plus ou moins importante de la contribution du 1^{er} mode pour le cas de ponts très flexibles fondés sur un sol ferme, et une surestimation du moment dynamique par le 1^{er} mode pour le cas de ponts rigides fondés sur un sol meuble. Pour le calcul du moment fléchissant, les composantes tenant compte de l'inter-corrélation modale peuvent être négligées, comme on peut le remarquer sur les figures 8.42 et

8.43. Le calcul du moment fléchissant dynamique avec la règle S.R.S.S. peut même surestimer sa valeur exacte, malgré avec un taux faible, pour le cas de ponts rigides fondés plus particulièrement sur un sol meuble. Cette surestimation peut atteindre les 4%. Le rapport entre la réponse dynamique (déplacement ou moment fléchissant) dû à un input sismique non uniforme et celle dû à un input uniforme, à l'exception du moment fléchissant des ponts très flexibles fondés sur un sol ferme, peut être donné par l'expression suivante

$$R(T_1) = (\mathbf{A}_1^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{A}_1)^{1/2} = \sqrt{\frac{1 + \rho_{s_1, s_2}}{2}} \quad (8.4)$$

Ce rapport $R(T_1)$ est inférieur à 1, et la réponse dynamique est donc surestimé dans le cas d'un input sismique uniforme quelque soit la flexibilité du pont ou du sol et le taux de corrélation entre les excitations sismiques. Ce rapport diminue avec l'incohérence et la flexibilité du sol comme on peut le remarquer sur les figures 8.38 et 8.45. Sous l'effet de l'incohérence, il a une valeur minimale au voisinage d'une période fondamentale inférieure à celle du sol et converge vers celle-ci dans le cas d'une incohérence importante (voir le cas d'un pont de portée égale à 100 m fondé sur un sol meuble). Le rapport entre la réponse dynamique dû à un input sismique parfaitement incohérent et celle dû à un input uniforme est constant et est égal à $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Les courbes des déplacements dynamiques, sous l'effet de la propagation d'onde, présentent des maximums au voisinage des périodes fondamentales T_1 vérifiant la relation $\cos(\frac{2\pi}{T_1} \tau) = 1$ et des minimums au voisinage de T_1 vérifiant la relation $\cos(\frac{2\pi}{T_1} \tau) = -1$ (voir figures 8.39 et 8.46). Les réponses dynamiques de deux ponts de portées égales à L_1 et L_2 sont, approximativement, identiques dans le cas où leur période fondamentale T_1 vérifie la relation suivante

$$\cos(\frac{2\pi}{T_1} \tau_1) = \cos(\frac{2\pi}{T_1} \tau_2) \neq \pm 1 \quad (8.5)$$

Dans le cas de ponts de portée égale à 50 m et 100 m, leurs réponses dynamiques sont approximativement égales au voisinage de la période fondamentale $T_1 = 0.3$ s, 0.15 s dans le cas de sols fermes et $T_1 = 1.5$ s dans le cas de sols meubles. De plus, l'effet de la propagation d'onde peut réduire la réponse dynamique d'une manière plus importante qu'un input parfaitement incohérent dans le cas où le coefficient d'inter-corrélation $\rho_{s_1, s_2} < 0$ ou encore si

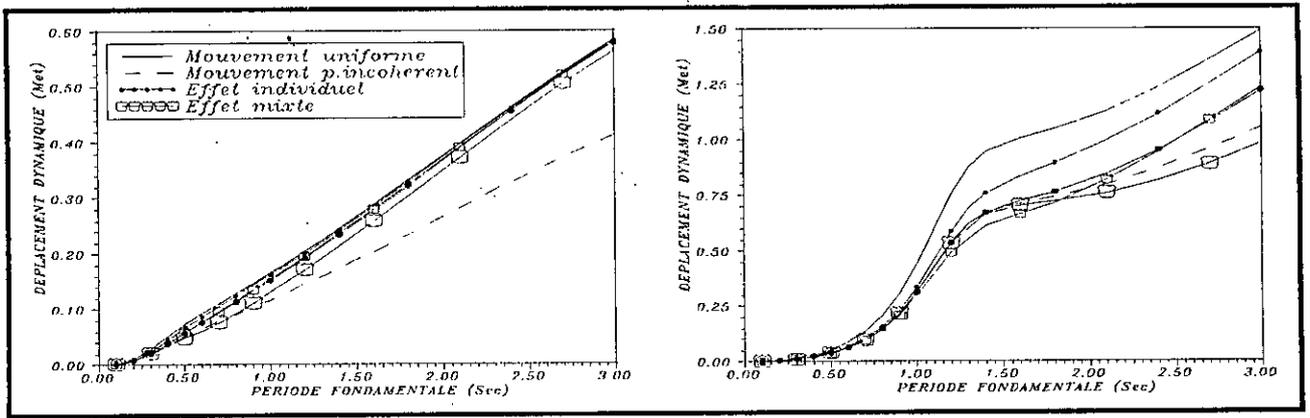


Figure 8.37 Déplacement dynamique au milieu de la poutre simple sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

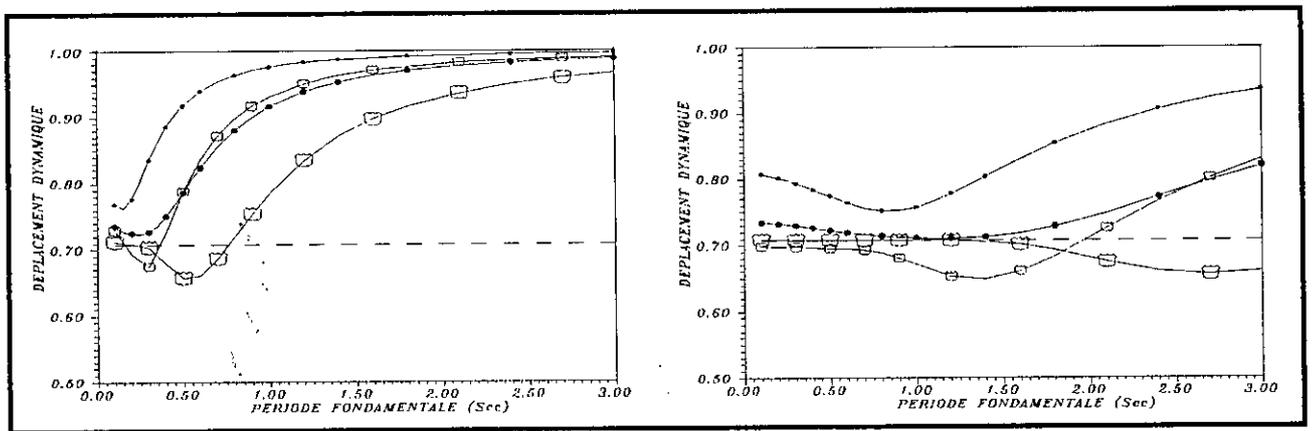


Figure 8.38 Rapport entre le déplacement dynamique dû à l'effet de l'incohérence et à l'effet mixte et celui dû à un input uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

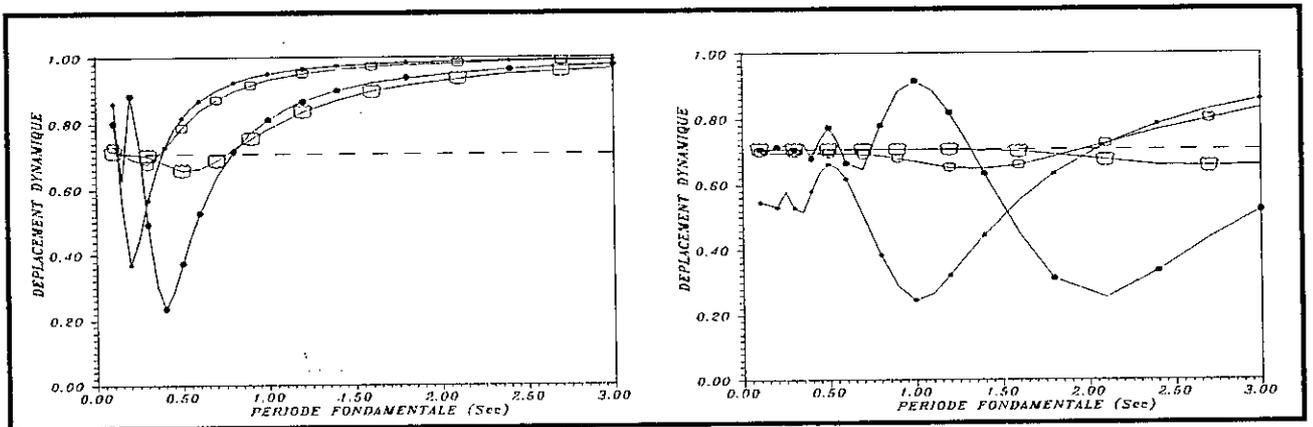


Figure 8.39 Rapport entre le déplacement dynamique dû à l'effet de la propagation d'onde et à l'effet mixte et celui dû à un input uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

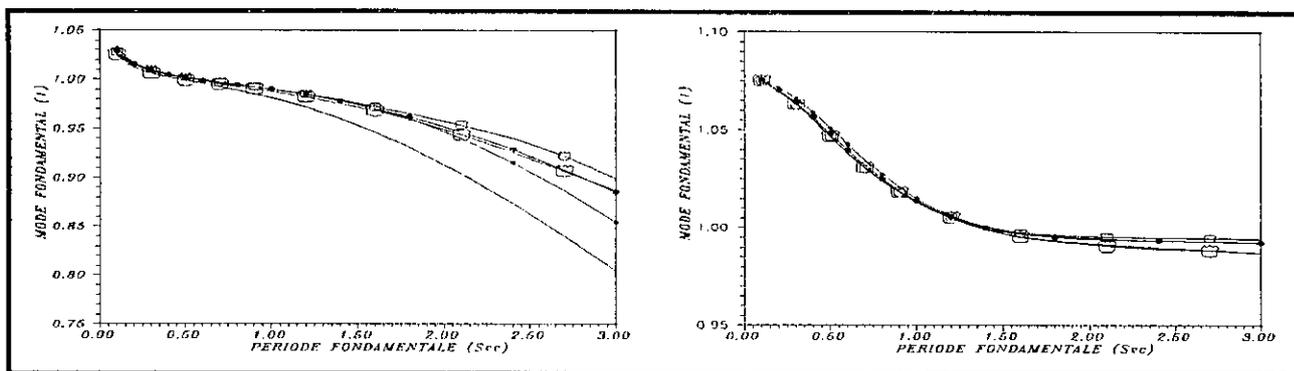


Figure 8.40 Taux de participation du 1^{er} mode dans le moment fléchissant dynamique sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

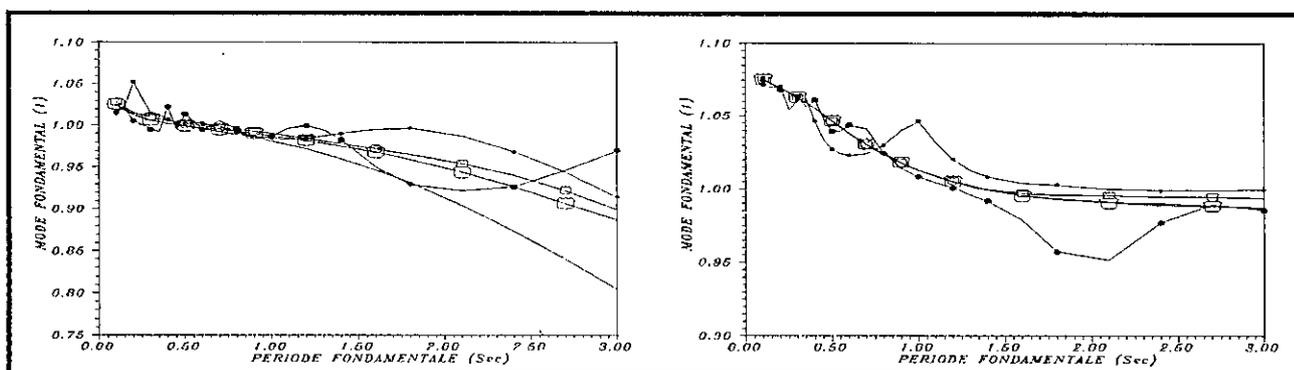


Figure 8.41 Taux de participation du 1^{er} mode dans le moment fléchissant dynamique sous l'effet de la propagation d'onde et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

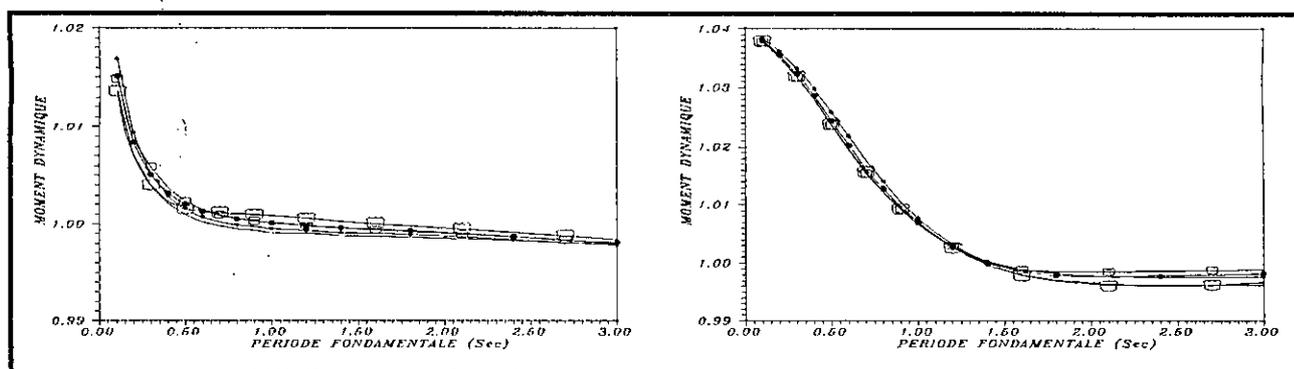


Figure 8.42 Taux d'erreur commis par la règle S.R.S.S. sur le moment fléchissant dynamique sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

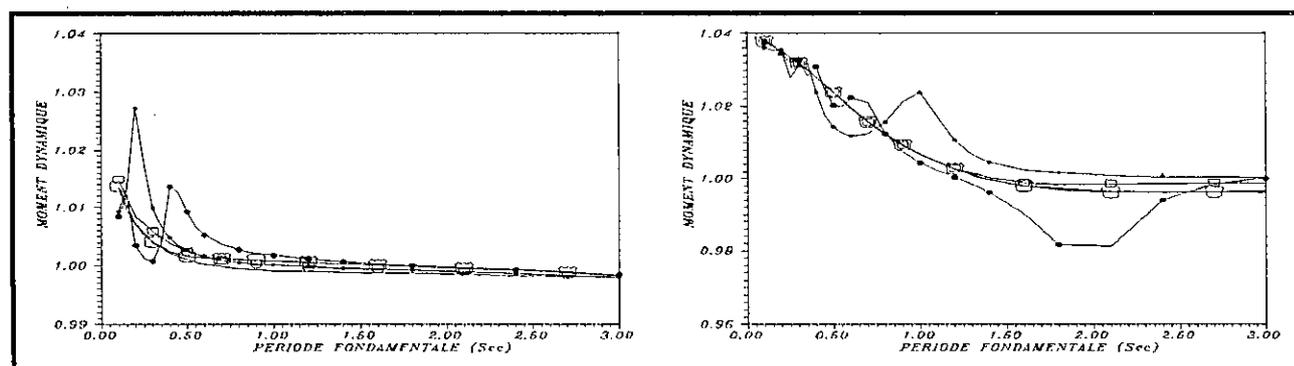


Figure 8.43 Taux d'erreur commis par la règle S.R.S.S. sur le moment fléchissant dynamique sous l'effet de la propagation d'onde et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

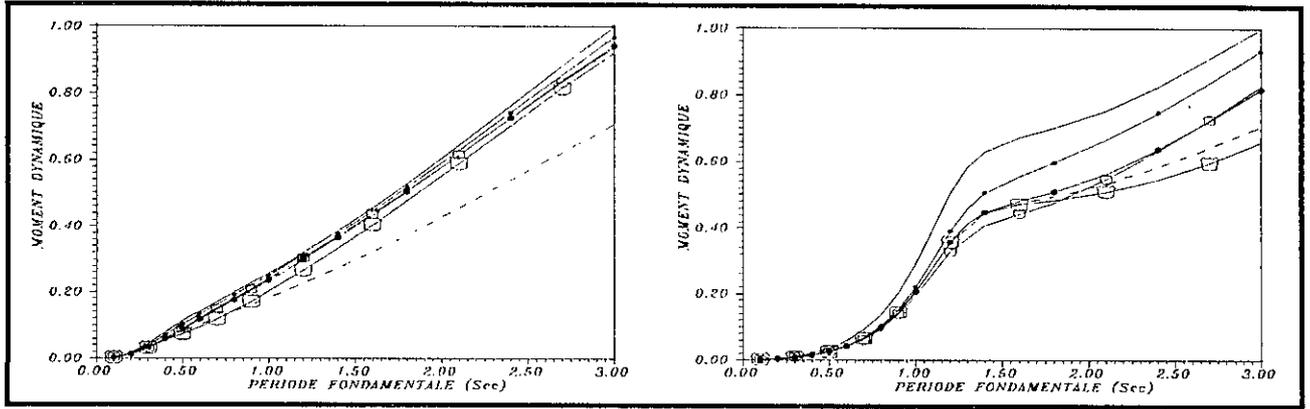


Figure 8.44 Moment fléchissant dynamique au milieu de la poutre simple sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

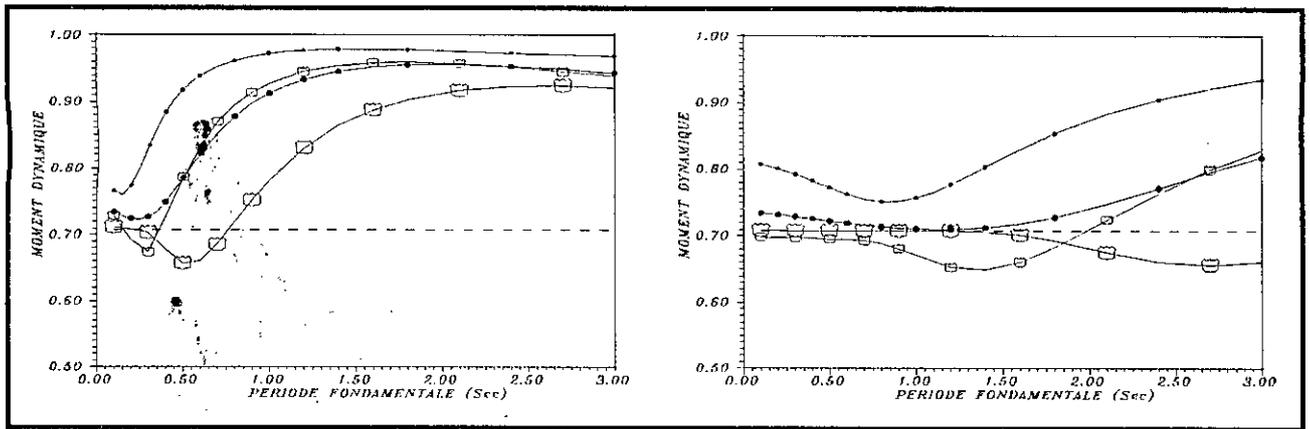


Figure 8.45 Rapport entre le moment fléchissant dynamique dû à l'effet de l'incohérence et à l'effet mixte et celui dû à un input uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

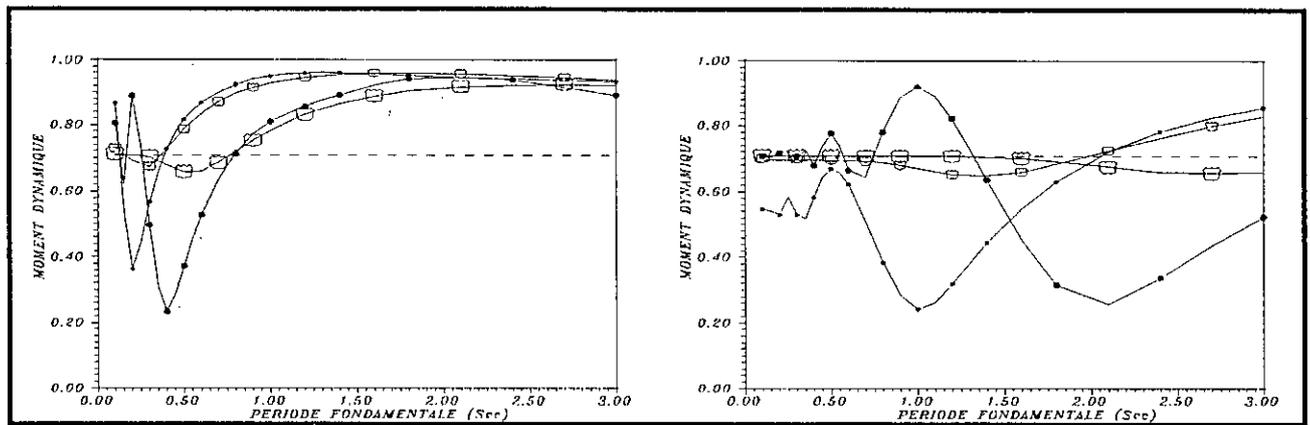


Figure 8.46 Rapport entre le moment fléchissant dynamique dû à l'effet de la propagation d'onde et à l'effet mixte et celui dû à un input uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

$$\cos\left(\frac{2\pi}{T_1} \tau\right) < 0.$$

8.3.1.2 Déplacement Dynamo-Statique

La figure 8.47 montre les courbes des déplacements dynamo-statiques sous l'effet de l'incohérence ainsi que sous l'effet mixte des deux phénomènes. Les déplacements dynamo-statiques augmentent avec la flexibilité du pont et du sol. Les déplacements dynamo-statiques ont des valeurs positives quelque soit la période fondamentale du pont ($0 < T_1 < 3s$). En d'autres termes, les composantes dynamique et pseudo-statique du déplacement au milieu du pont sont généralement partiellement et positivement corrélées. Vu la contribution approximativement totale du 1^{er} mode, le rapport entre le déplacement dynamo-statique dû à un input non uniforme et celui dû à un input uniforme a pour expression

$$R_c(T_1) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\rho_{u_1 s_{12}} + \rho_{u_2 s_{11}}}{2 \rho_{u s_1}} \right) \quad (8.6)$$

Ce rapport diminue généralement avec l'incohérence ou encore avec la portée du pont d et la flexibilité du sol qu'on peut le remarquer sur les figures 8.48. Cependant, le déplacement dynamo-statique est de plus en plus réduit sous l'effet de la propagation d'onde et plus particulièrement dans le cas de sol meubles (figure 8.49). Il converge vers 1 pour des périodes fondamentales importantes qui diminuent de leur part les effets de l'incohérence et de la propagation d'onde. Néanmoins, on peut remarquer une certaine sous-estimation dans le cas d'un input uniforme pour les ponts très flexibles de faible portée fondés sur un sol meuble. Ceci est dû à la valeur plus importante du coefficient d'inter-corrélation $\rho_{u_1 s_{12}}$ comparée à celle qui est dû à un input sismique uniforme, $\rho_{u s_1}$. Sous l'effet de l'incohérence, la sous-estimation commise en considérant un mouvement sismique uniforme est maximale pour des ponts ayant des périodes fondamentales au voisinage de la période du sol dans le cas d'une incohérence, et entre la période du sol et la valeur T , vérifiant $\cos\left(\frac{2\pi}{T} \tau\right) = -1$, sous l'effet de la propagation d'onde. Ce rapport a une valeur constante égale à 0.5 dans le cas d'un input sismique parfaitement incohérent.

8.3.1.3 Déplacement Total

La figure 8.50 montre les courbes des déplacements totaux sous l'effet de l'incohérence ainsi que sous l'effet mixte des deux phénomènes. Les déplacements totaux augmentent avec la

flexibilité du pont et du sol. Ils sont généralement surestimés en considérant un input sismique uniforme (figure 8.51 et 8.52). Les déplacements totaux sont faiblement réduits sous l'effet de l'incohérence (réduction maximale égale à 5%), alors qu'ils sont de plus en plus réduits sous l'effet de la propagation d'onde notamment dans le cas de ponts très flexibles fondés sur un sol meuble (réduction maximale égale à 15%). Cette réduction a une valeur constante égal à $\frac{1}{\sqrt{2}}$ dans le cas de ponts soumis à des excitations sismiques parfaitement incohérentes.

8.3.1.4 Contribution des Composantes

La composante dynamique augmente avec la flexibilité du pont, alors que la composante pseudo-statique augmente avec la rigidité du pont tel qu'il est montré sur les figures 8.53-8.56. De plus, la flexibilité du sol fait augmenter la contribution de la composante pseudo-statique et fait diminuer celle de la composante dynamique, d'où les courbes des composantes pseudo-statique et dynamique exhibent une variation plus lente dans le cas de sols meubles. La contribution de ces composantes varie (augmentation pour la composante pseudo-statique et diminution pour la composante dynamique) légèrement avec le degré de corrélation entre les excitations dans le cas d'un sol ferme. Cette variation devient plus importante dans le cas d'un sol meuble. Cependant, la contribution de la composante dynamo-statique augmente avec la flexibilité du pont jusqu'à une valeur de la période fondamentale pour laquelle les composantes pseudo-statique et dynamique sont approximativement égales et corrélées de manière maximale, puis tend à diminuer (figures 8.57 et 8.58). La contribution de la composante dynamo-statique est généralement faible par rapport à celle des composantes dynamique et pseudo-statique. Elle varie légèrement avec le degré de corrélation entre les excitations sismiques à l'exception des ponts flexibles fondés sur un sol meuble et soumis à l'effet de la propagation d'onde. Il est important de noter que les composantes dues à un mouvement sismique parfaitement incohérent ont des taux de contribution identiques à ceux des composantes dues à un mouvement sismique uniforme. Ceci est dû à la réduction similaire des composantes sous l'effet d'un input parfaitement incohérent par rapport à ceux dues à un input uniforme.

$$\frac{\left(\text{Mean}^p \left[\max(u_s(t)) \right] \right)^2}{\text{Mean}^2 \left[\max(u_s(t)) \right]} = \frac{\left(\text{Mean}^p \left[\max(V(t)) \right] \right)^2}{\text{Mean}^2 \left[\max(V(t)) \right]} = \frac{C^p(u_s, V)}{C(u_s, V)} = 0.5 \quad (8.7)$$

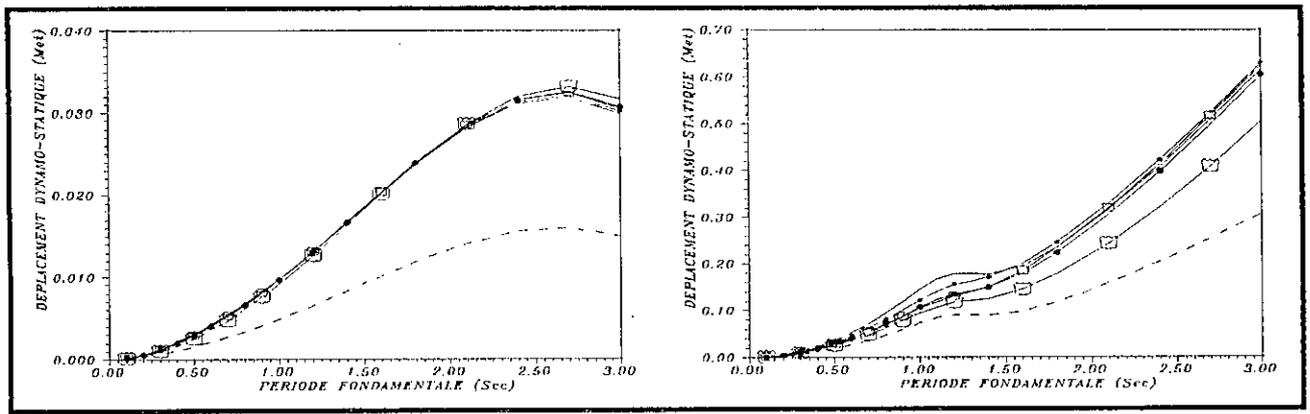


Figure 8.47 Déplacement dynamo-statique au milieu de la poutre simple sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

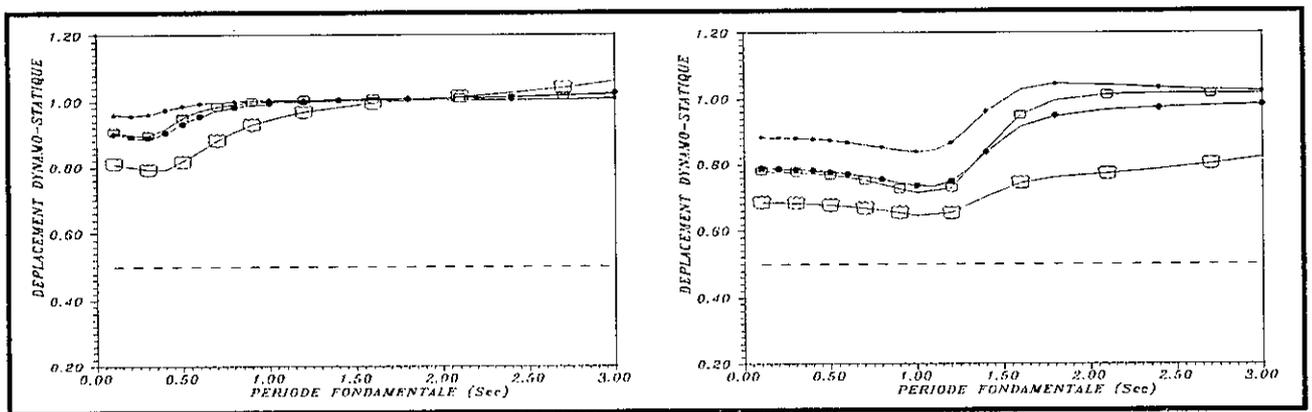


Figure 8.48 Rapport entre le déplacement dynamo-statique dû à l'effet de l'incohérence et à l'effet mixte et celui dû à un input uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

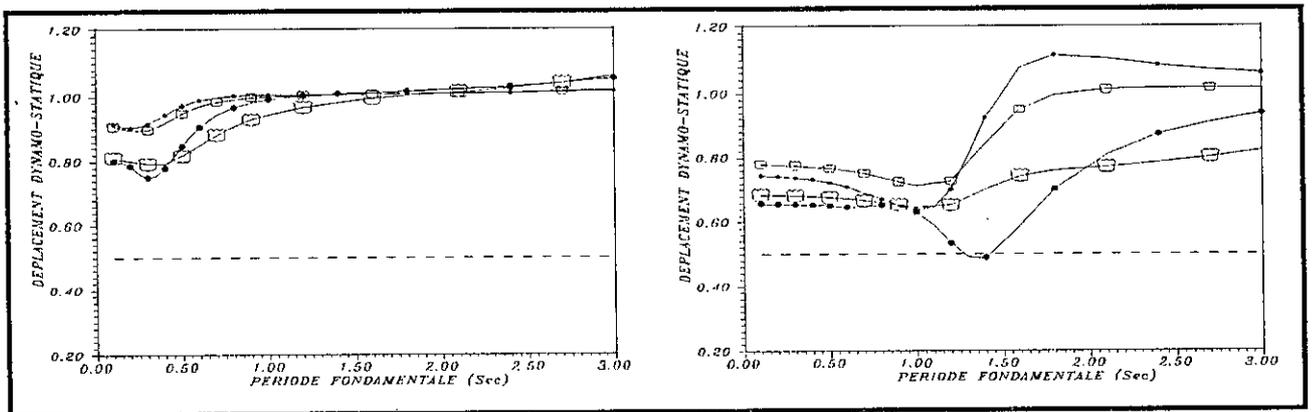


Figure 8.49 Rapport entre le déplacement dynamo-statique dû à l'effet de la propagation d'onde et à l'effet mixte et celui dû à un input uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

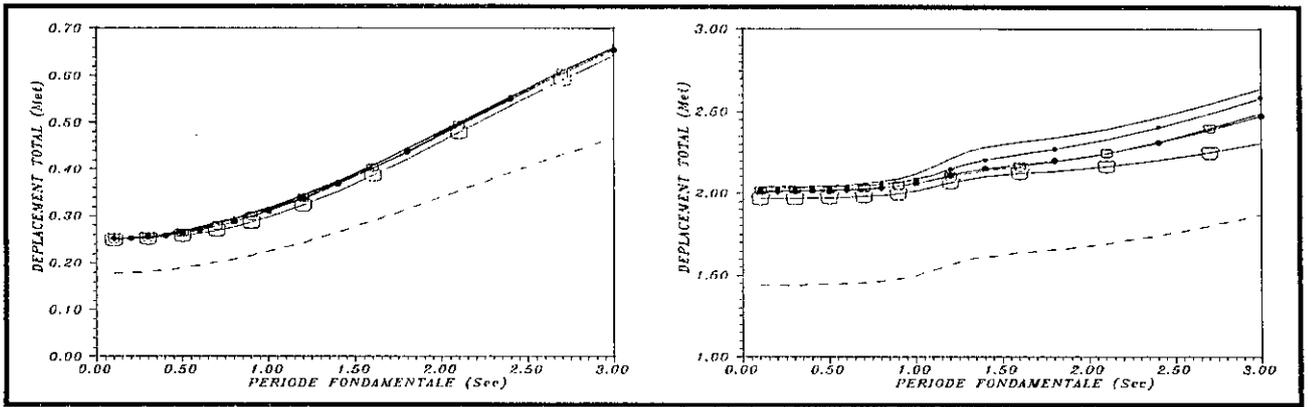


Figure 8.50 Déplacement total au milieu de la poutre simple sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

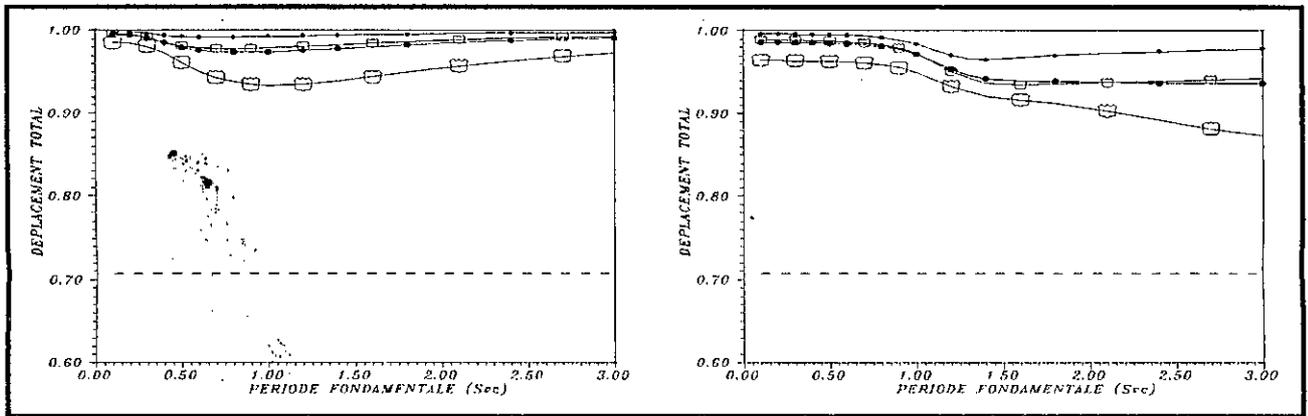


Figure 8.51 Rapport entre le déplacement total dû à l'effet de l'incohérence et à l'effet mixte et celui dû à un input uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

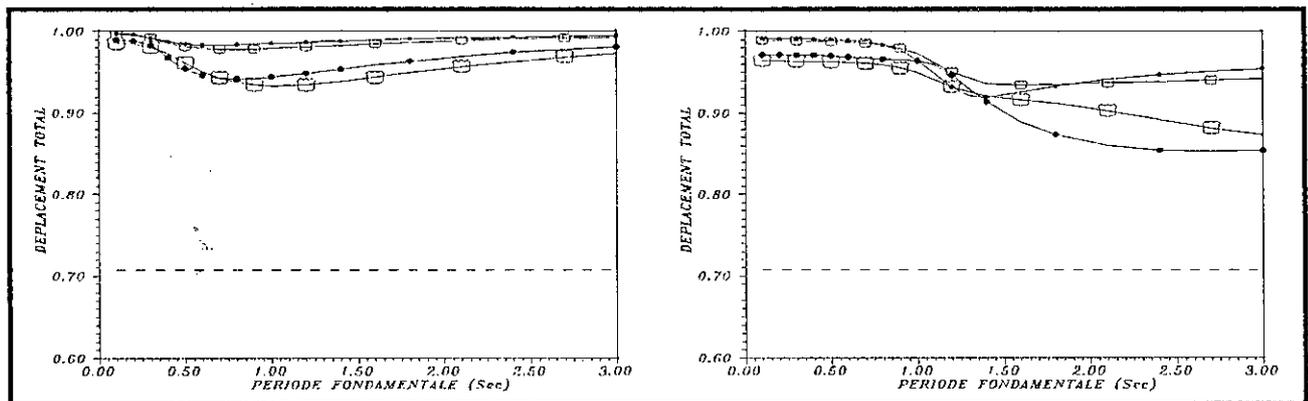


Figure 8.52 Rapport entre le déplacement total dû à l'effet de la propagation d'onde et à l'effet mixte et celui dû à un input uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

Les composantes dynamique et dynamo-statique peuvent être négligées dans le cas de ponts rigides. Cette négligence peut être appliquée également dans le cas de ponts plus ou moins flexibles fondés sur un sol meuble. Le taux de contribution des composantes de ponts rigides ($T_1 = 0.25s$) et flexibles ($T_1 = 1s$) de portée égale à $50m$ et $100m$ sous l'effet de l'incohérence et de la propagation d'onde et de manière individuelle et mixte, est donné dans les Tableaux 8.1 et 8.2.

8.3.1.5 Effort Tranchant Dynamique

La figure 8.65 montre les courbes des efforts tranchants dynamiques au niveau du 1^{er} support dus à l'effet de l'incohérence et à l'effet mixte (combinaison des effets de l'incohérence et de la propagation d'onde) dans le cas de sols fermes et meubles, normalisés par rapport à l'effort tranchant dynamique dans le cas $T_1 = 3s$ et un input sismique uniforme. Ces courbes ont, approximativement, la même allure que celles des déplacements et des moments fléchissants dynamiques. Les efforts tranchants dynamiques reçoivent généralement la contribution la plus importante du 1^{er} mode (figures 8.59 et 8.60). Sous l'effet de l'incohérence, la contribution du 1^{er} mode est maximale pour des ponts ayant une période fondamentale au voisinage de la période du sol, et diminue de part et d'autre de celle-ci. Elle exhibe généralement une diminution avec l'incohérence. Cependant, la contribution du 2^{ème} mode intervient dans le cas d'une corrélation partielle entre les excitations sismiques (figures 8.61 et 8.62) et exhibe une augmentation avec le taux d'incohérence ou encore avec la portée du pont d . La contribution du 2^{ème} mode est minimale dans le cas où $T_1 \approx T_g$ et maximale dans le cas où $T_2 = \frac{T_1}{4} \approx T_g$. La contribution des composantes, tenant compte des inter-corrélation modales, augmente avec la rigidité du pont et la flexibilité du sol (figures 8.63 et 8.64). En d'autres termes, la prise en compte des composantes inter-modales présente un intérêt très important pour le calcul de l'effort tranchant concernant le cas de ponts rigides fondés sur un sol flexible, et la règle S.R.S.S. constitue, en conséquence, une méthode non conservatrice. De plus, ces composantes inter-modales peuvent être négligées pour le cas de ponts fondés sur un sol ferme. L'effort tranchant dynamique, sous l'effet de la corrélation partielle entre les excitations sismiques, peut avoir une valeur plus importante que celle de l'effort tranchant dû à un input uniforme, dans le cas où la contribution des modes antisymétriques, et plus particulièrement celle du 2^{ème} mode, est importante (figures 8.66 et 8.67). Cette sous-estimation concerne le cas de ponts flexibles fondés sur un sol ferme et a un apport plus

Tableau 8.1 Taux de contribution (en %) des composantes du déplacement au milieu d'un pont rigide pour le cas d'une corrélation parfaite et partielle entre les excitations sismiques

| | | Composante pseudo-statique | | Composante dynamique | | Composante dynamo-statique | |
|--------------------------------|------------|----------------------------|------------|----------------------|------------|----------------------------|------------|
| | | Sol ferme | Sol meuble | Sol ferme | Sol meuble | Sol ferme | Sol meuble |
| Mouvement uniforme | | 98.05 | 99.77 | 0.57 | 0.00 | 1.38 | 0.23 |
| Effet de l'incohérence | $d = 50m$ | 98.30 | 99.80 | 0.37 | 0.00 | 1.32 | 0.20 |
| | $d = 100m$ | 98.45 | 99.82 | 0.30 | 0.00 | 1.24 | 0.18 |
| Effet de la propagation d'onde | $d = 50m$ | 98.62 | 99.83 | 0.12 | 0.00 | 1.26 | 0.17 |
| | $d = 100m$ | 98.61 | 99.84 | 0.31 | 0.00 | 1.08 | 0.16 |
| Effet mixte | $d = 50m$ | 98.49 | 99.82 | 0.26 | 0.00 | 1.25 | 0.18 |
| | $d = 100m$ | 98.57 | 99.83 | 0.30 | 0.00 | 1.14 | 0.17 |

Tableau 8.2 Taux de contribution (en %) des composantes du déplacement au milieu d'un pont flexible pour le cas d'une corrélation parfaite et partielle entre les excitations sismiques

| | | Composante pseudo-statique | | Composante dynamique | | Composante dynamo-statique | |
|--------------------------------|------------|----------------------------|------------|----------------------|------------|----------------------------|------------|
| | | Sol ferme | Sol meuble | Sol ferme | Sol meuble | Sol ferme | Sol meuble |
| Mouvement uniforme | | 63.17 | 92.47 | 27.24 | 4.30 | 9.59 | 3.24 |
| Effet de l'incohérence | $d = 50m$ | 63.92 | 94.65 | 26.32 | 2.55 | 9.75 | 2.80 |
| | $d = 100m$ | 65.89 | 95.18 | 24.07 | 2.30 | 10.04 | 2.52 |
| Effet de la propagation d'onde | $d = 50m$ | 64.72 | 97.51 | 25.35 | 0.28 | 9.94 | 2.21 |
| | $d = 100m$ | 69.28 | 93.92 | 20.06 | 3.88 | 10.66 | 2.19 |
| Effet mixte | $d = 50m$ | 65.37 | 95.52 | 24.62 | 2.04 | 10.01 | 2.44 |
| | $d = 100m$ | 70.38 | 95.30 | 19.23 | 2.38 | 10.39 | 2.32 |

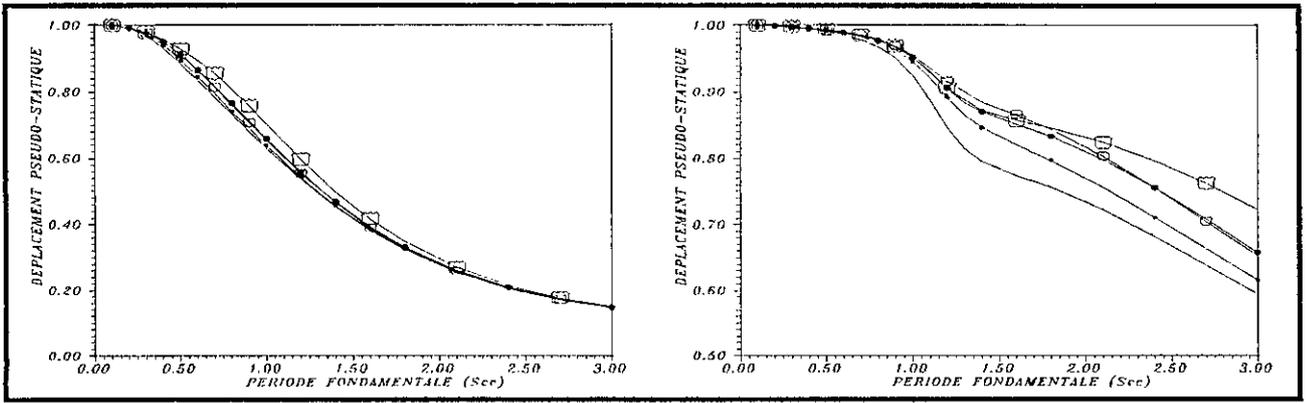


Figure 8.53 Taux de participation de la composante pseudo-statique dans le déplacement au milieu de la poutre simple sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

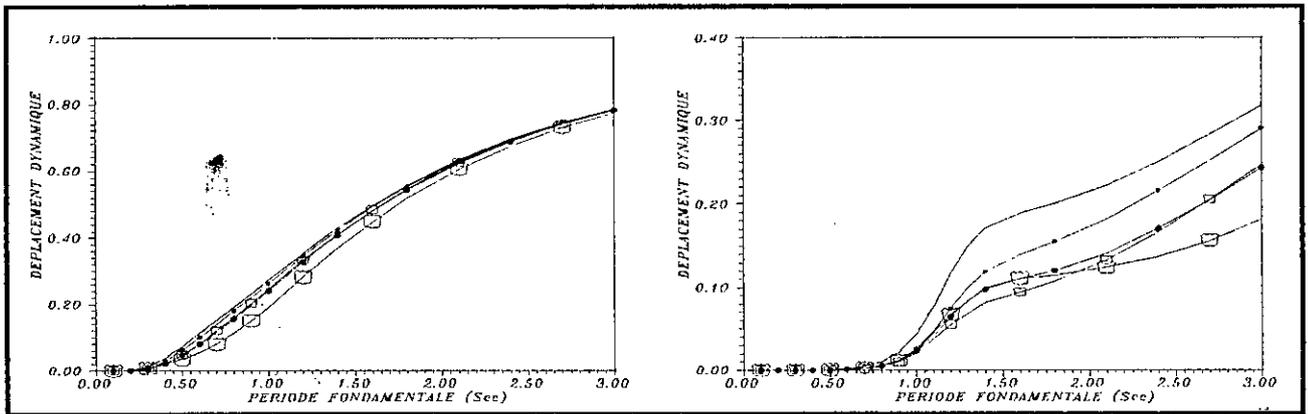


Figure 8.55 Taux de participation de la composante dynamique dans le déplacement au milieu de la poutre simple sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

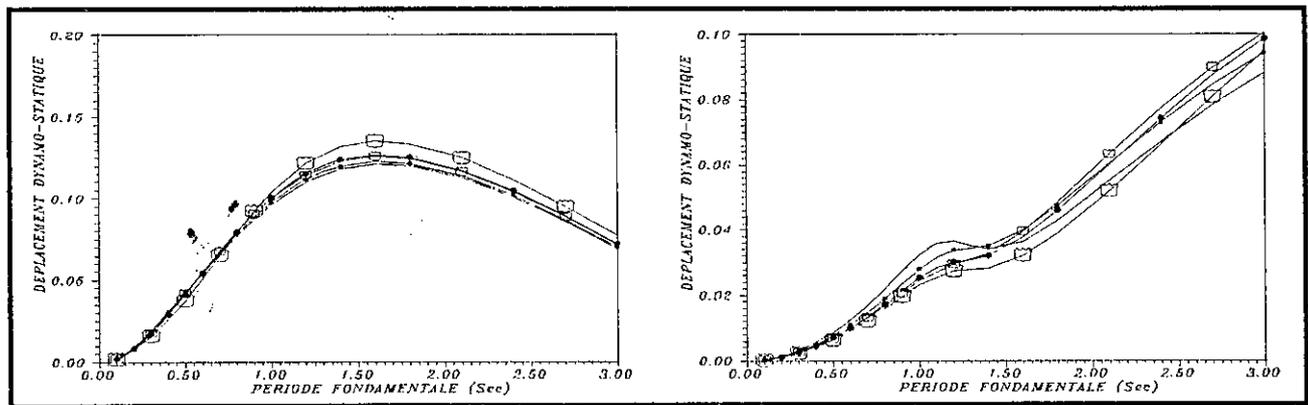


Figure 8.57 Taux de participation de la composante dynamo-statique dans le déplacement au milieu de la poutre simple sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

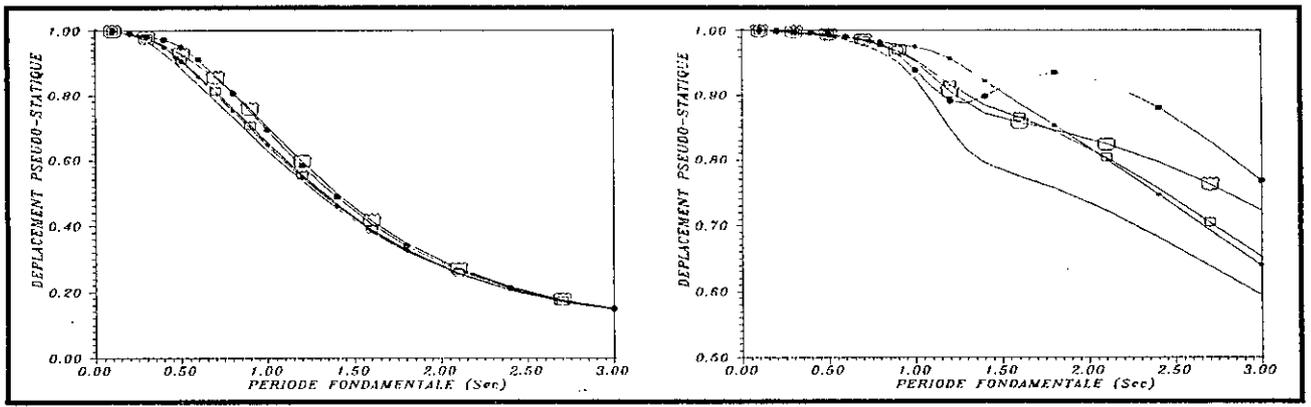


Figure 8.54 Taux de participation de la composante pseudo-statique dans le déplacement au milieu de la poutre simple sous l'effet de la propagation d'onde et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

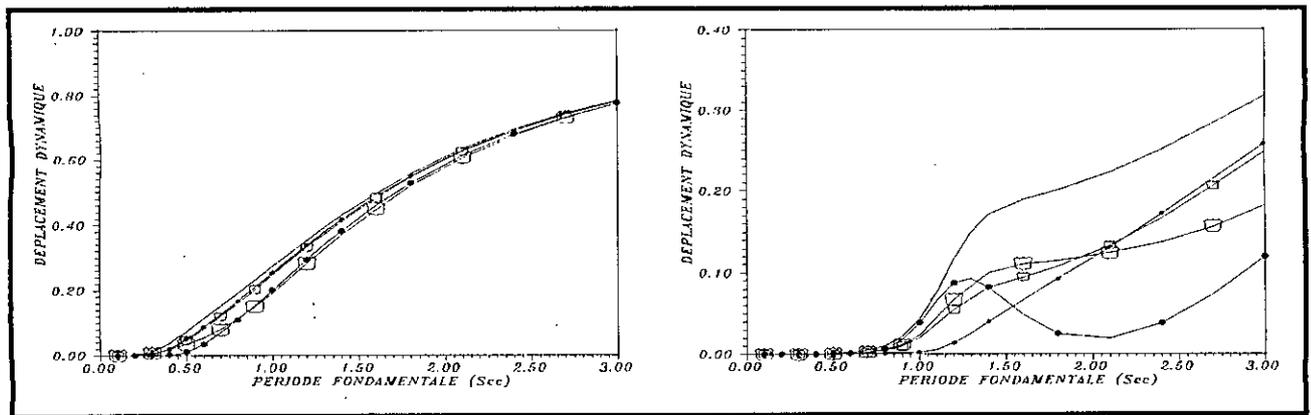


Figure 8.56 Taux de participation de la composante dynamique dans le déplacement au milieu de la poutre simple sous l'effet de la propagation d'onde et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

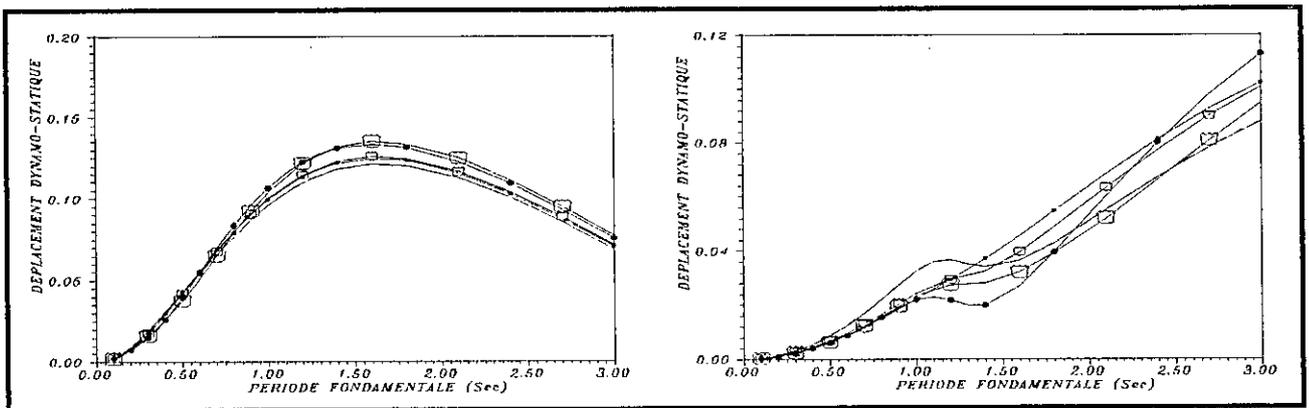


Figure 8.58 Taux de participation de la composante dynamo-statique dans le déplacement au milieu de la poutre simple sous l'effet de la propagation d'onde et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

important sous l'effet de la propagation d'onde. L'effort tranchant est surestimé dans le cas d'un input sismique uniforme pour des ponts ayant une période fondamentale inférieure à une valeur limite T_{max} qui augmente avec l'incohérence et la flexibilité du sol. En d'autres termes, l'effort tranchant, calculé avec l'hypothèse que l'input sismique est uniforme, surestime sa valeur réelle pour le cas de ponts fondés sur un sol meuble ainsi que pour les ponts rigides fondés sur un sol ferme. Cette surestimation peut également concerner le cas de ponts plus ou moins flexibles soumis à un input parfaitement incohérent.

Le rapport entre les réponses de ponts flexibles et rigides, tenant compte de la corrélation partielle entre les excitations sismiques au niveau des supports, et celles dues à un input sismique uniforme, est donné dans le **Tableau 8.3**.

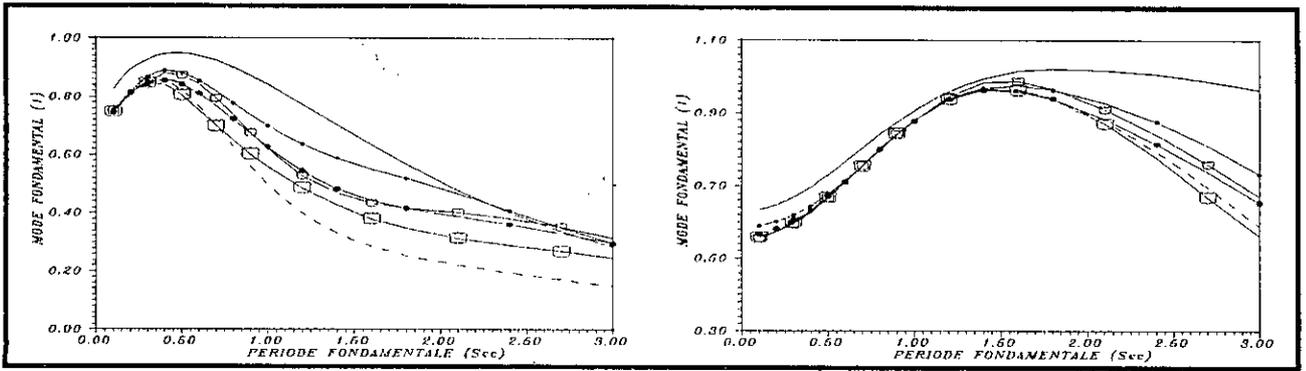


Figure 8.59 Taux de participation du 1^{er} mode dans l'effort tranchant dynamique au niveau du 1^{er} support sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

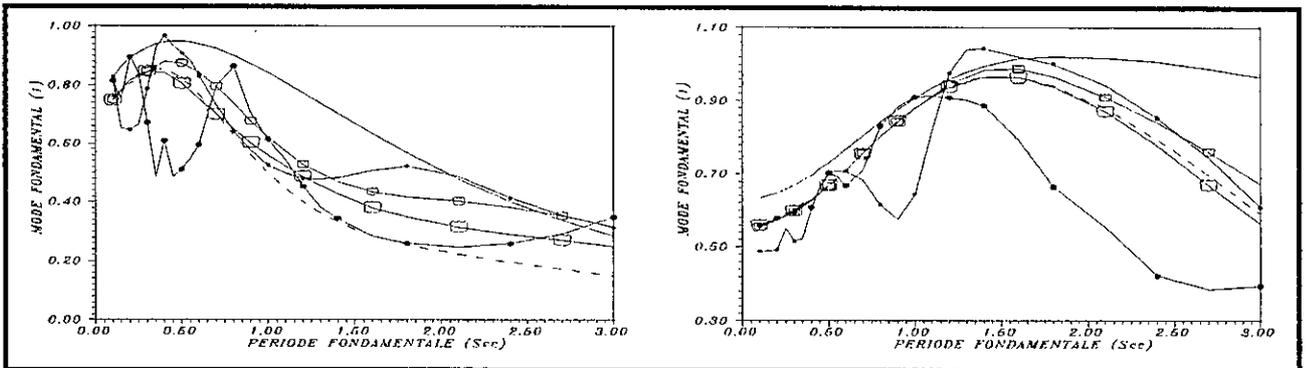


Figure 8.60 Taux de participation du 1^{er} mode dans l'effort tranchant dynamique au niveau du 1^{er} support sous l'effet de la propagation d'onde et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

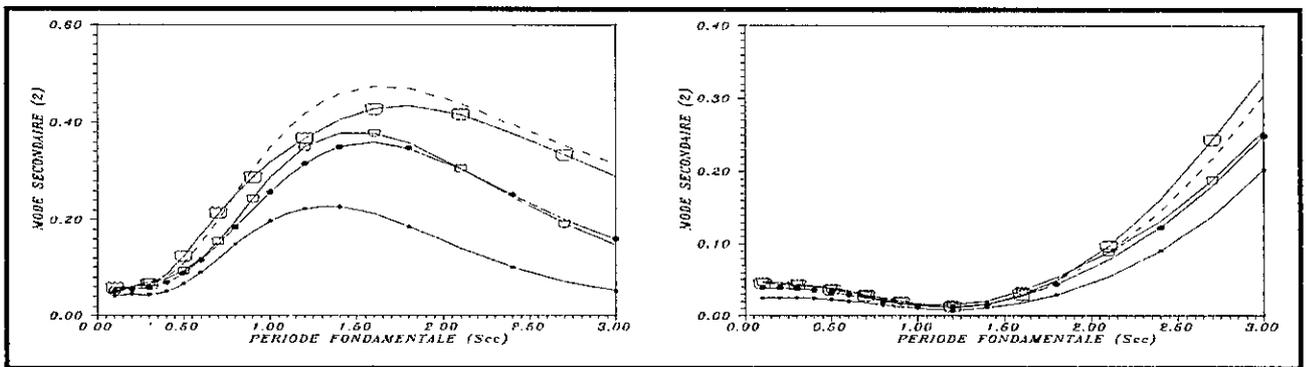


Figure 8.61 Taux de participation du 2^{ème} mode dans l'effort tranchant dynamique au niveau du 1^{er} support sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

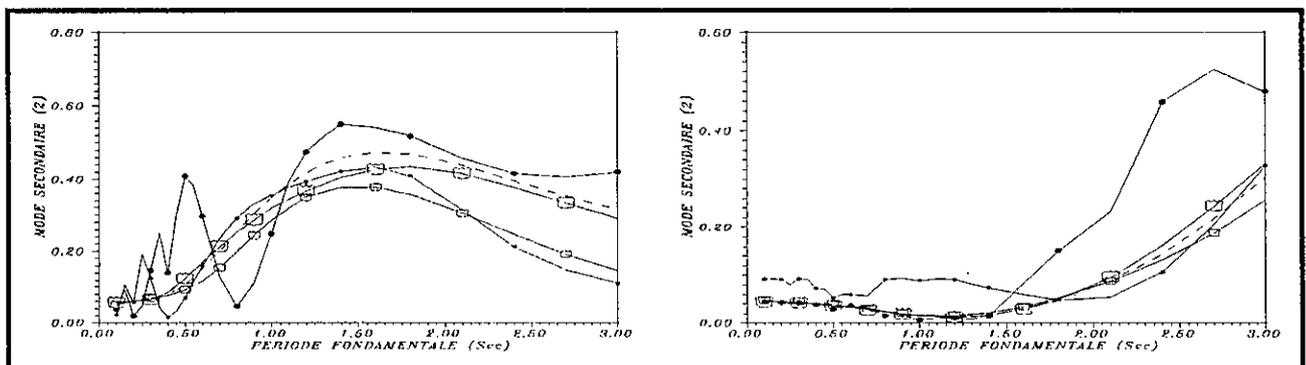


Figure 8.62 Taux de participation du 2^{ème} mode dans l'effort tranchant dynamique au niveau du 1^{er} support sous l'effet de la propagation d'onde et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

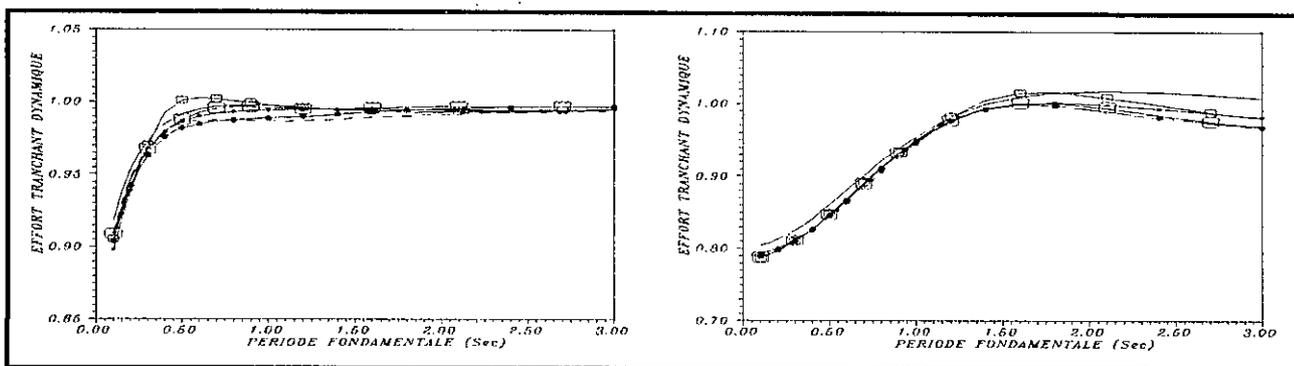


Figure 8.63 Taux d'erreur commis par la règle S.R.S.S. sur l'effort tranchant dynamique au niveau du 1^{er} support sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

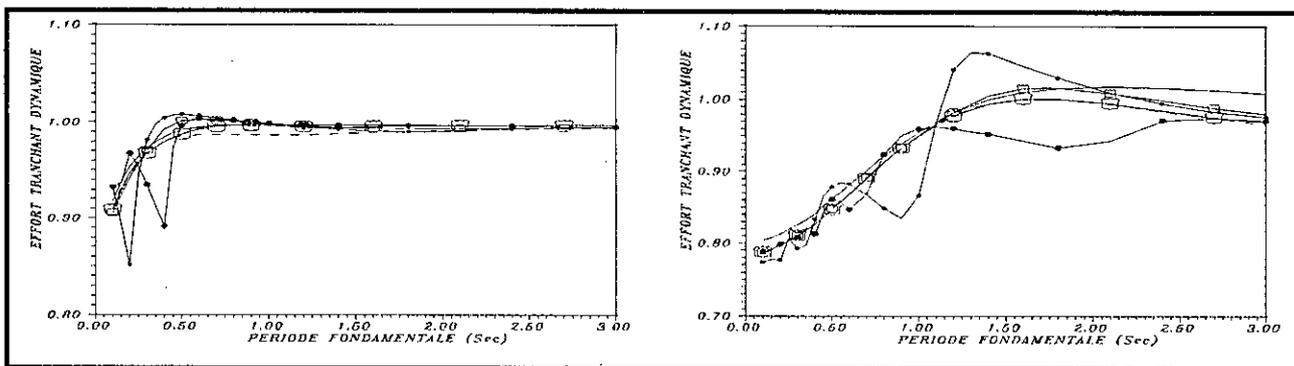


Figure 8.64 Taux d'erreur commis par la règle S.R.S.S. sur l'effort tranchant dynamique au niveau du 1^{er} support sous l'effet de la propagation d'onde et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

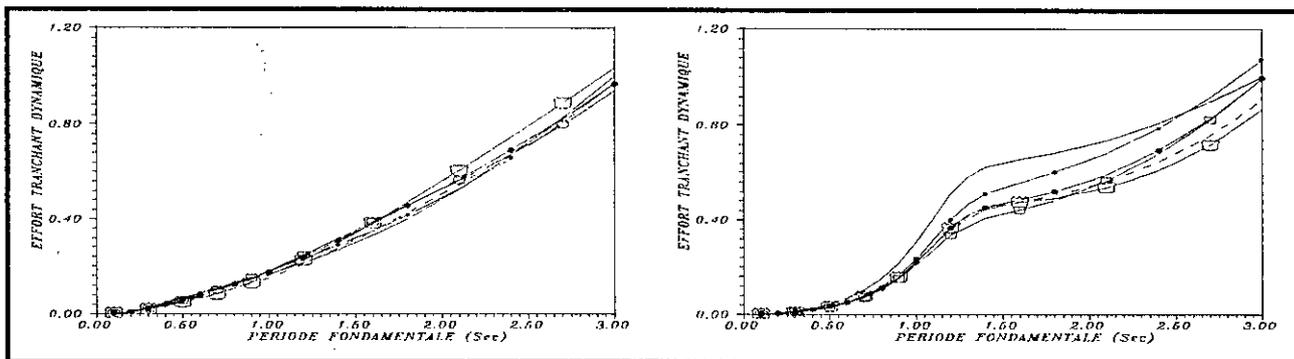


Figure 8.65 Effort tranchant dynamique au niveau du 1^{er} support de la poutre simple sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

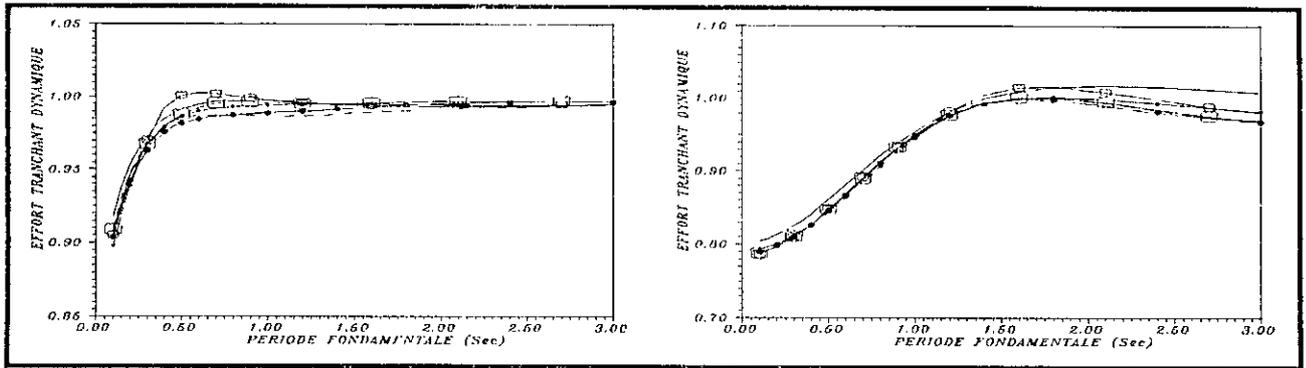


Figure 8.63 Taux d'erreur commis par la règle S.R.S.S. sur l'effort tranchant dynamique au niveau du 1^{er} support sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

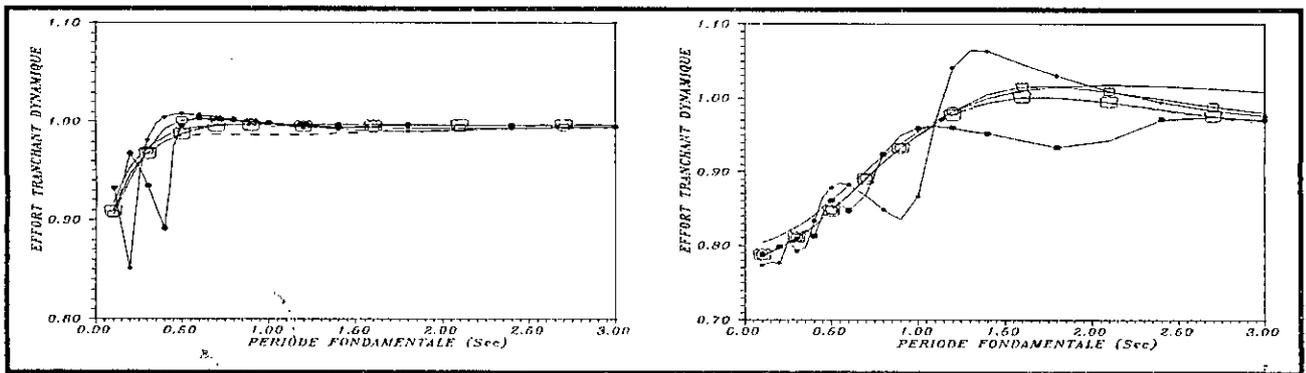


Figure 8.64 Taux d'erreur commis par la règle S.R.S.S. sur l'effort tranchant dynamique au niveau du 1^{er} support sous l'effet de la propagation d'onde et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

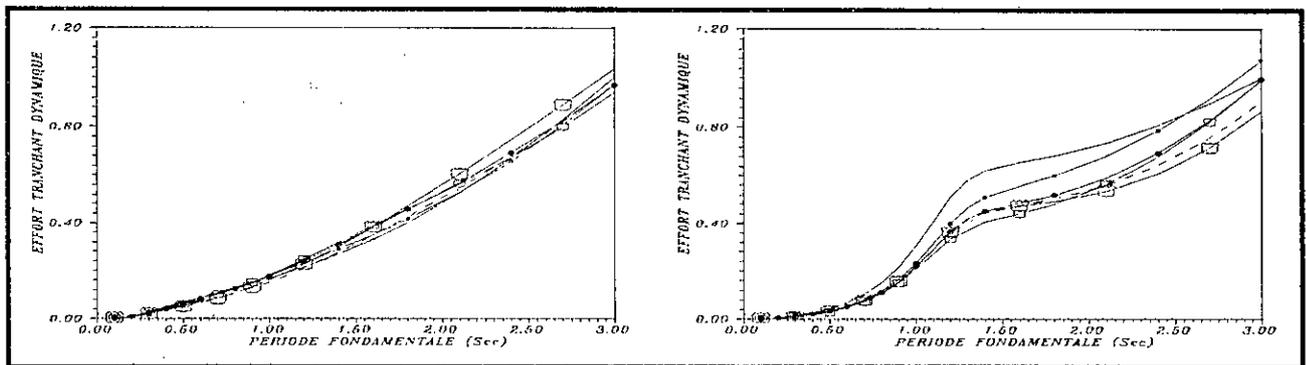


Figure 8.65 Effort tranchant dynamique au niveau du 1^{er} support de la poutre simple sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

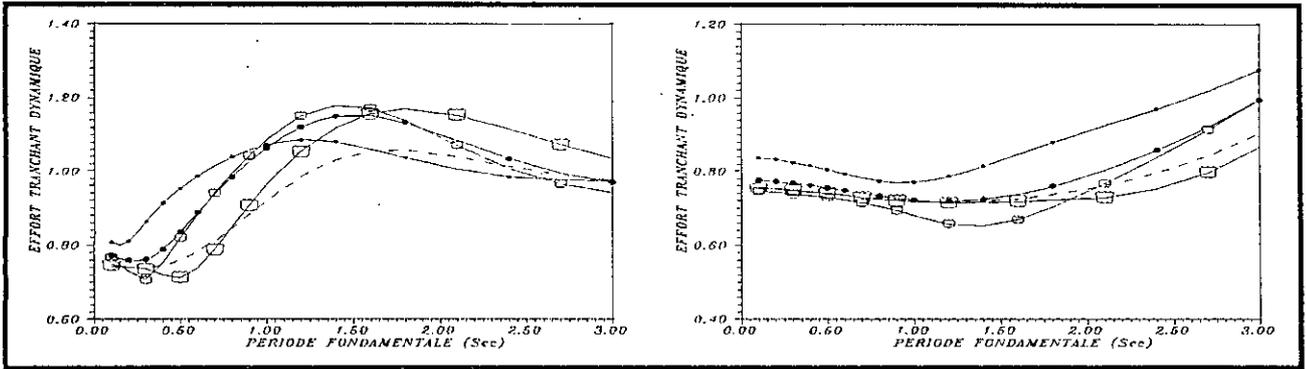


Figure 8.66 Rapport entre l'effort tranchant dynamique dû à l'effet de l'incohérence et à l'effet mixte et celui dû à un input uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

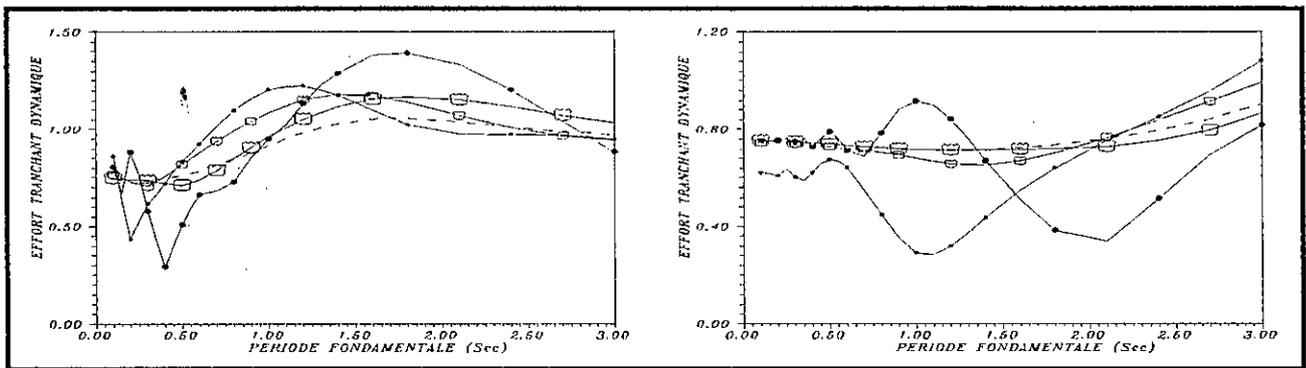


Figure 8.67 Rapport entre l'effort tranchant dynamique dû à l'effet de la propagation d'onde et à l'effet mixte et celui dû à un input uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

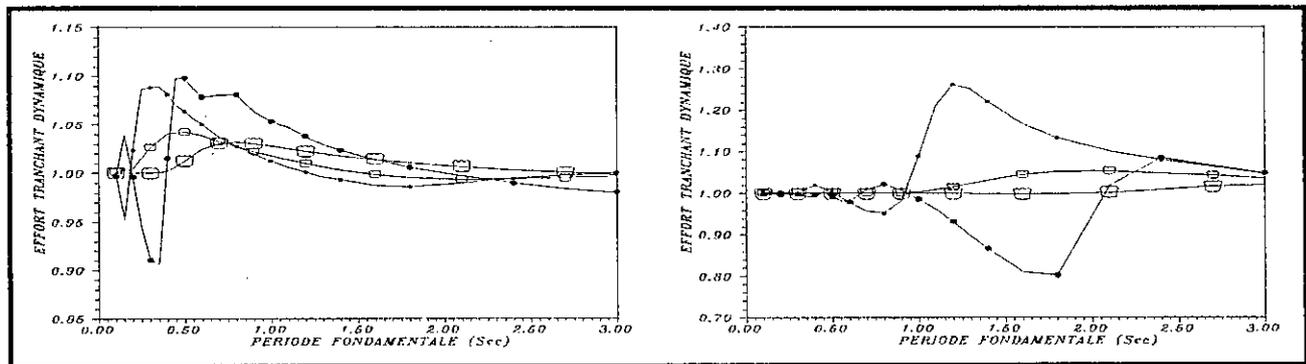


Figure 8.68 Rapport entre l'effort tranchant dynamique au niveau du 2^{ème} support et celui au niveau du 1^{er} support dû à l'effet de la propagation d'onde et à l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

Tableau 8.3 Rapport entre les réponses dues à l'effet individuel de l'incohérence, de la propagation d'onde, l'effet mixte et ceux dus à un input uniforme, pour le cas de ponts rigide et flexible fondés sur des sols ferme et meuble

| | | Effet de l'incohérence | | Effet de la propagation d'onde | | Effet mixte | | Mouvement p.incohérent | |
|----------------------------------|------------|------------------------|-------------------------|--------------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|---|
| | | <i>d</i> = 50 <i>m</i> | <i>d</i> = 100 <i>m</i> | <i>d</i> = 50 <i>m</i> | <i>d</i> = 100 <i>m</i> | <i>d</i> = 50 <i>m</i> | <i>d</i> = 100 <i>m</i> | | |
| Déplacement et moment dynamiques | Sol ferme | 0.80 | 0.72 | 0.45 | 0.73 | 0.67 | 0.71 | 0.71 | Pont rigide <i>T_l</i> = 0.25 <i>s</i> |
| | Sol meuble | 0.80 | 0.73 | 0.58 | 0.72 | 0.70 | 0.71 | 0.71 | |
| Déplacement dynamo-statique | Sol ferme | 0.96 | 0.89 | 0.91 | 0.76 | 0.89 | 0.80 | 0.50 | |
| | Sol meuble | 0.88 | 0.79 | 0.74 | 0.66 | 0.78 | 0.68 | 0.50 | |
| Déplacement total | Sol ferme | 1.00 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 0.98 | 0.71 | |
| | Sol meuble | 1.00 | 0.99 | 0.99 | 0.97 | 0.99 | 0.96 | 0.71 | |
| Effort tranchant dynamique | Sol ferme | 0.84 | 0.76 | 0.53 | 0.76 | 0.71 | 0.74 | 0.74 | |
| | Sol meuble | 0.83 | 0.77 | 0.64 | 0.76 | 0.74 | 0.75 | 0.75 | |
| Déplacement et moment dynamiques | Sol ferme | 0.98 | 0.92 | 0.95 | 0.81 | 0.93 | 0.78 | 0.71 | Pont flexible <i>T_l</i> = 1 <i>s</i> |
| | Sol meuble | 0.76 | 0.71 | 0.25 | 0.92 | 0.67 | 0.71 | 0.71 | |
| Déplacement dynamo-statique | Sol ferme | 1.00 | 0.99 | 1.01 | 0.99 | 1.00 | 0.94 | 0.50 | |
| | Sol meuble | 0.84 | 0.74 | 0.64 | 0.63 | 0.71 | 0.65 | 0.50 | |
| Déplacement total | Sol ferme | 0.99 | 0.97 | 0.99 | 0.94 | 0.98 | 0.93 | 0.71 | |
| | Sol meuble | 0.98 | 0.97 | 0.97 | 0.96 | 0.97 | 0.95 | 0.71 | |
| Effort tranchant dynamique | Sol ferme | 1.07 | 1.06 | 1.20 | 0.95 | 1.09 | 0.96 | 0.92 | |
| | Sol meuble | 0.77 | 0.72 | 0.29 | 0.91 | 0.68 | 0.72 | 0.72 | |

8.3.2 Poutre à deux Travées Egales

Les réponses qui vont être analysées dans cette partie sont le déplacement au milieu de la 1^{ère} travée, le moment fléchissant au niveau du support intermédiaire et l'effort tranchant au niveau du 1^{er} support. Ces réponses sont analysées sous les effets de l'incohérence et la propagation d'onde et suivant les valeurs de la période fondamentale de la poutre (rigidité ou flexibilité de la poutre).

8.3.2.1 Déplacement Dynamique

Pour le cas d'un input sismique uniforme, le déplacement dynamique au milieu des travées reçoit la contribution totale du 2^{ème} mode, alors que pour le cas d'une corrélation partielle entre les excitations sismiques, il reçoit la contribution des deux premiers modes (figures 8.69-8.72). La contribution du 1^{er} mode augmente avec l'incohérence (avec la portée de la travée) et est maximale dans le cas où la valeur de la période fondamentale T_1 est au voisinage de celle du sol. Cette contribution exhibe une diminution de part et d'autre de la valeur de la période fondamentale correspondant au maximum. Cependant, sous l'effet de la propagation d'onde, le déplacement dynamique reçoit non seulement la contribution des deux premiers modes mais également celle des composantes inter-modales notamment celle entre le 1^{er} et le 2^{ème} mode qu'on peut le remarquer sur la figure 8.74. De plus, on peut remarquer que le premier mode peut surestimer le déplacement dynamique dans le cas d'un sol meuble (cas où $d = 100m$). Ceci est dû au taux de contribution plus ou moins important et négatif des composantes inter-modales. Le déplacement dynamique peut être estimé totalement par la règle S.R.S.S. dans le cas d'une propagation verticale des ondes (effet individuel de l'incohérence) (figure 8.73). Alors que sous l'effet individuel de la propagation d'onde, ce déplacement calculé avec la règle S.R.S.S. peut entraîner une sous-estimation de sa valeur exacte pouvant atteindre un taux de 10%. Néanmoins, on peut remarquer une surestimation dans le cas de ponts rigides fondés sur un sol ferme ainsi que les ponts flexibles fondés sur un sol meuble et dont la portée de la travée est de 100m. Or, sous l'effet mixte de l'incohérence et de la propagation d'onde, le déplacement dynamique est généralement sous-estimé par cette règle de combinaison modale, vu la valeur importante du facteur d'incohérence. La figure 8.75 montre les allures des courbes représentant le déplacement dynamique sous l'effet de l'incohérence ainsi que sous l'effet mixte et considérant le cas de sols ferme et meuble. Ces courbes ont, approximativement, la même allure que celles de la poutre simple et caractérisées par des valeurs inférieures. Le déplacement dynamique dans le cas d'un input sismique

uniforme est inférieur à celui dû à l'effet de l'incohérence au voisinage des périodes fondamentales pour lesquelles le 1^{er} mode a la plus importante contribution (figure 8.76). En d'autres termes, cette sous-estimation dans le cas d'un input uniforme concerne les ponts fondés sur un sol ferme et ayant des périodes fondamentales comprises entre ($0.1s < T_1 < 0.5s$) ainsi que les ponts fondés sur un sol meuble et de périodes fondamentales comprises dans l'intervalle ($0.1s < T_1 < 1.5s$). Les mêmes résultats peuvent être remarquer dans le cas de ponts soumis à l'effet de la propagation d'onde (figure 8.77). Cependant, le rapport entre le déplacement dynamique tenant compte de l'effet de l'incohérence et celui dû à un mouvement uniforme a une valeur minimale lorsque la période secondaire T_2 a une valeur au voisinage de la période du sol ($T_1 \approx \frac{25}{16} T_g$). Or, la courbe, représentant le rapport entre le déplacement tenant compte de l'effet de la propagation d'onde et celui dû à un input uniforme, présente des maximums et des minimums au voisinage de la période fondamentale vérifiant, respectivement, les relations suivantes

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{4\pi}{T_1} \tau\right) = -1 &\Rightarrow T_1 = \frac{4\tau}{1+2k} \\ \cos\left(\frac{4\pi}{T_1} \tau\right) = 1 &\Rightarrow T_1 = \frac{2\tau}{k} \end{aligned} \quad k = 1, 2, \dots \quad (8.8)$$

De plus, la période fondamentale doit être comprise dans les intervalles mentionnées précédemment (l'intervalle pour lequel le taux de contribution du 1^{er} mode est le plus important).

8.3.2.2 Déplacement Dynamo-Statique

Le déplacement dynamo-statique a une valeur positive ou encore les déplacements pseudo-statique et dynamique sont généralement partiellement et positivement corrélés [69], [70] (figure 8.78). Le déplacement dynamo-statique, en tenant compte que de l'effet de l'incohérence, est approximativement identique à celui dû à un input uniforme dans le cas d'un sol ferme ($d < 100m$). Sous l'effet de la flexibilité du sol, il exhibe des variations (réduction) avec l'incohérence et plus particulièrement dans l'intervalle $1.4s < T_1 < 2s$ (figure 8.79). De plus, dans le cas d'un input parfaitement incohérent, le déplacement dynamo-statique est réduit au minimum de 20% quelque soient les caractéristiques dynamiques du sol et du pont. Cependant, ce déplacement dynamo-statique varie d'une manière plus importante sous l'effet de la propagation d'onde quelque soit la nature du sol (sol ferme ou meuble). Il est

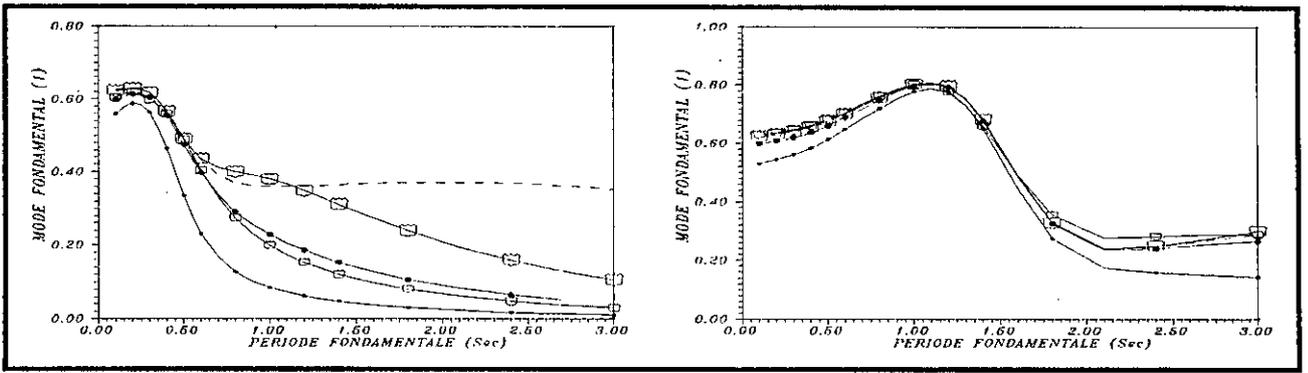


Figure 8.69 Taux de participation du 1^{er} mode dans le déplacement dynamique sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

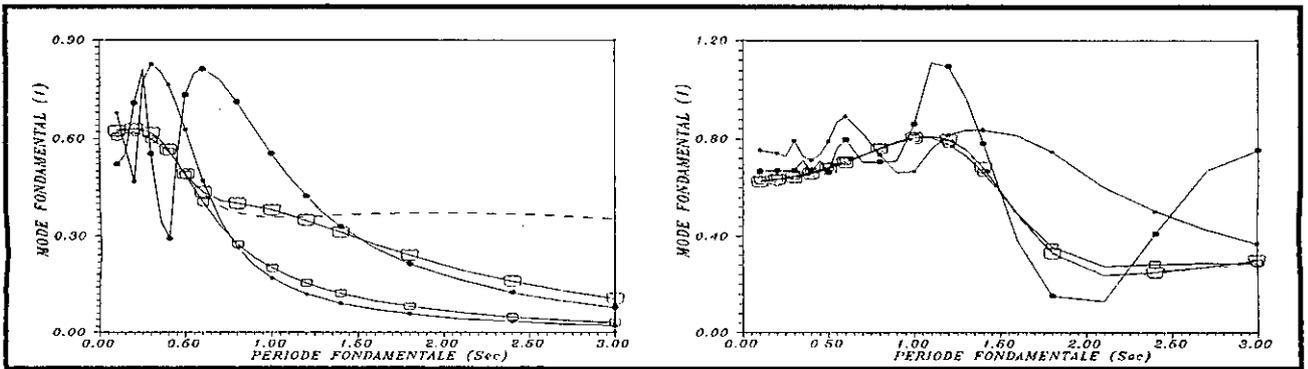


Figure 8.70 Taux de participation du 1^{er} mode dans le moment fléchissant dynamique sous l'effet de la propagation d'onde et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

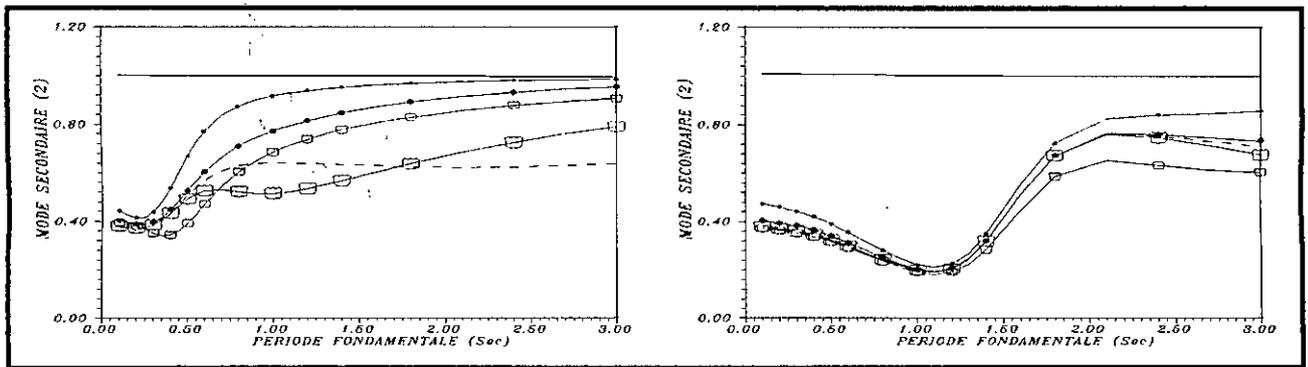


Figure 8.71 Taux de participation du 2^{ème} mode dans le déplacement dynamique sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

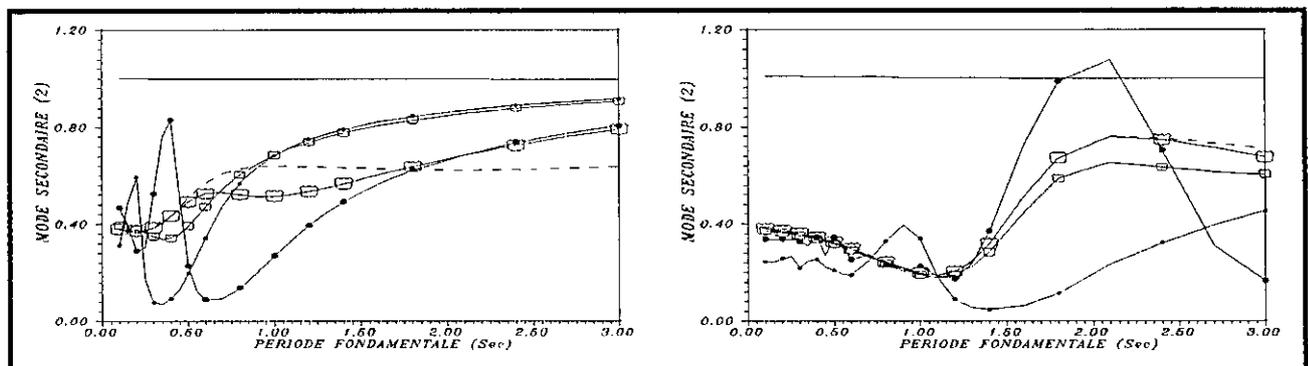


Figure 8.72 Taux de participation du 2^{ème} mode dans le moment fléchissant dynamique sous l'effet de la propagation d'onde et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

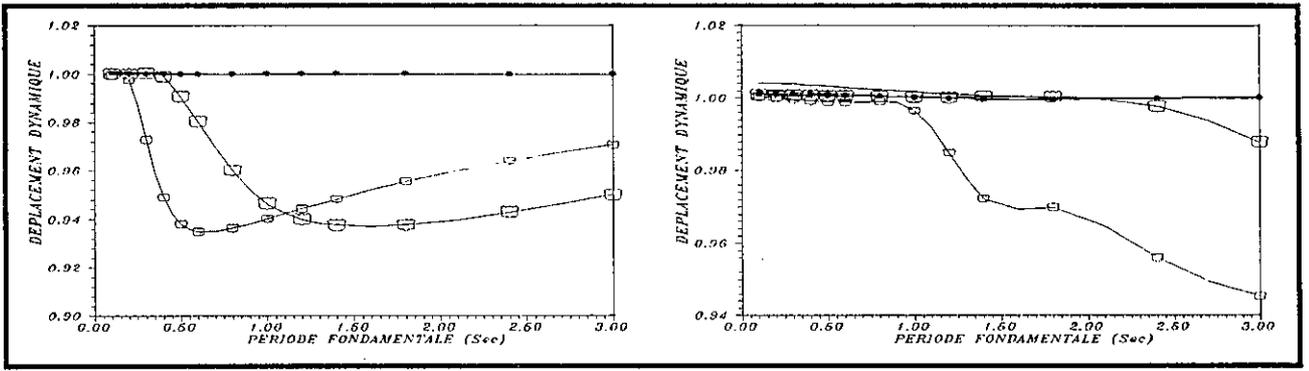


Figure 8.73 Taux d'erreur commis par la règle S.R.S.S. sur le déplacement dynamique sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

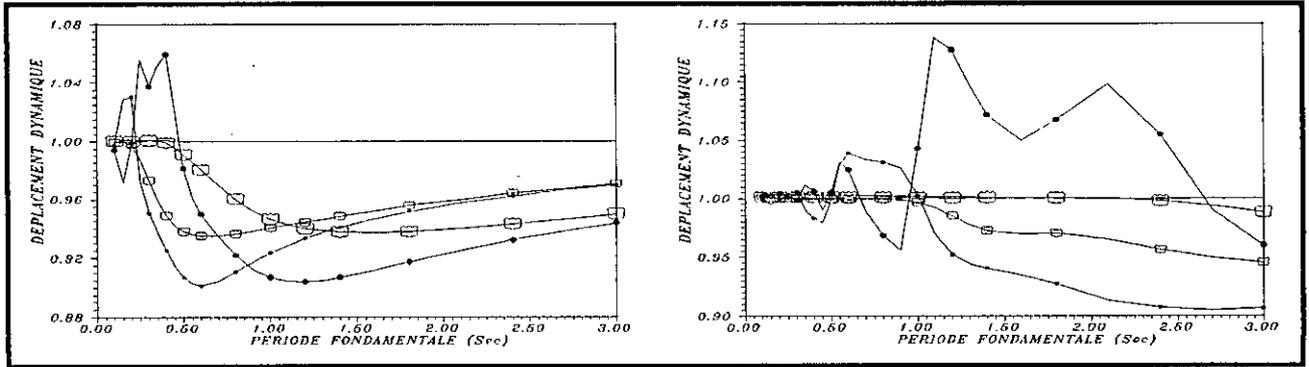


Figure 8.74 Taux d'erreur commis par la règle S.R.S.S. sur le déplacement dynamique sous l'effet de la propagation d'onde et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

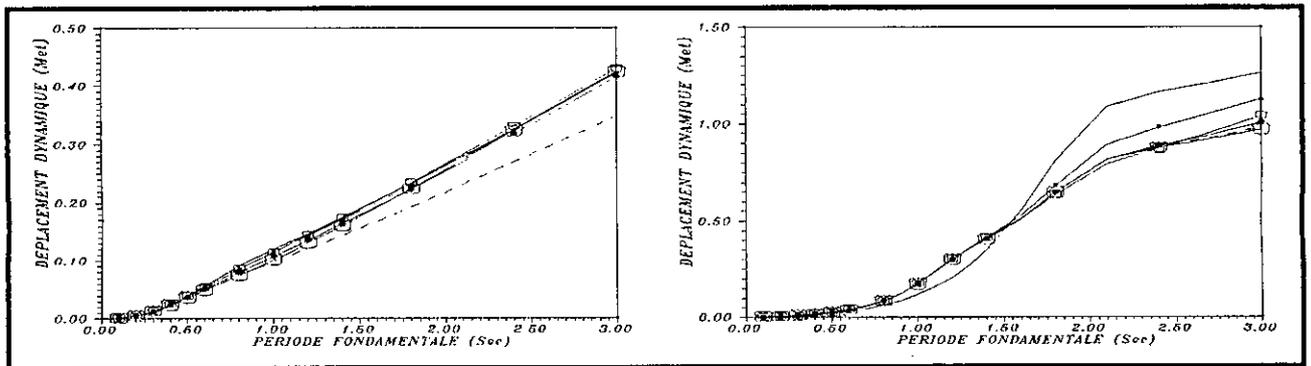


Figure 8.75 Déplacement dynamique au milieu de la 1^{ère} travée de la poutre à deux travées égales sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

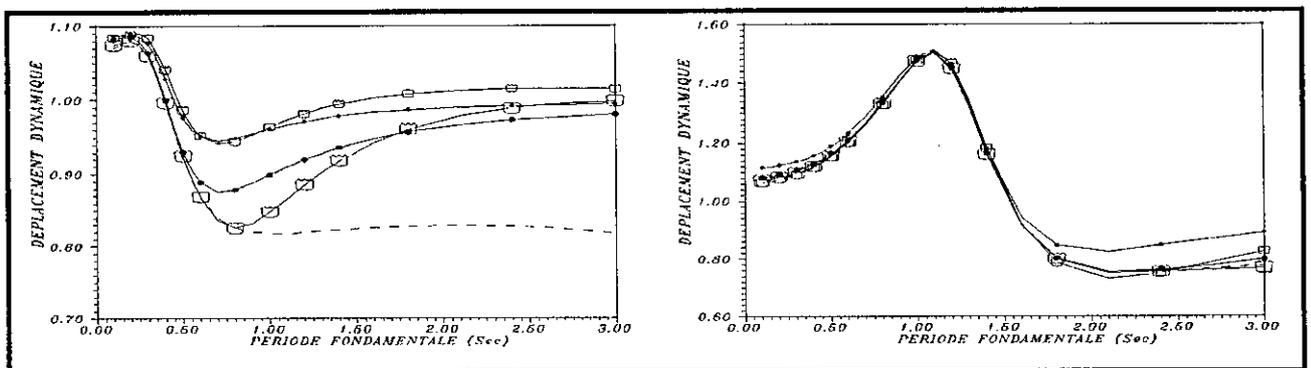


Figure 8.76 Rapport entre le déplacement dynamique dû à l'effet de l'incohérence et à l'effet mixte et celui dû à un input uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

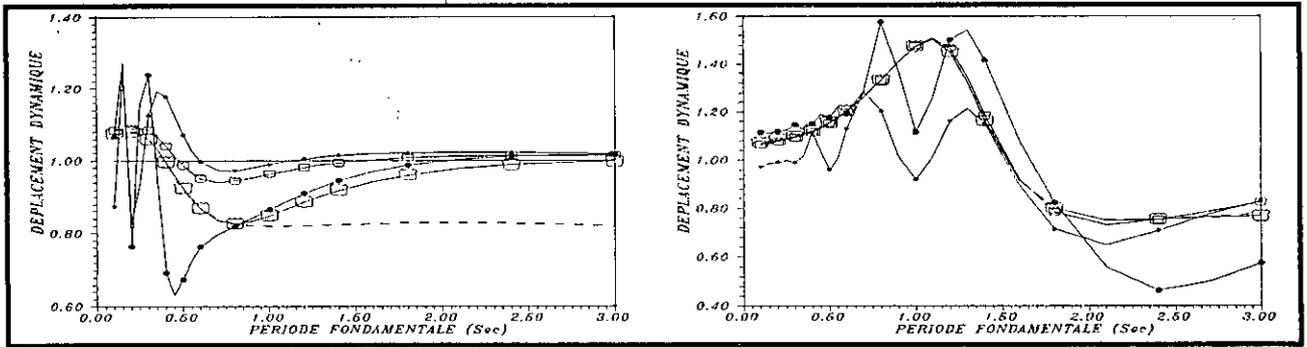


Figure 8.77 Rapport entre le déplacement dynamique dû à l'effet de la propagation d'onde et à l'effet mixte et celui dû à un input uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

généralement sous-estimé dans le cas d'excitations parfaitement corrélées (figure 8.80). Néanmoins, on peut remarquer une surestimation dans le cas d'un pont de travée 100m fondé sur un sol meuble et de période fondamentale comprise dans l'intervalle $1s < T_1 < 2s$. Le taux de surestimation et de sous-estimation peut atteindre, respectivement, 53% et 41% dans le cas de sols meubles et le taux de sous-estimation dans le cas de sols fermes peut atteindre 28.3%.

8.3.2.3 Déplacement Total

Les courbes du déplacement total sous l'effet de la corrélation partielle et parfaite entre les excitations sismiques ont, approximativement, la même allure que ceux dans le cas de la poutre simple (figure 8.81). Le déplacement total varie légèrement en tenant compte de l'effet de la corrélation partielle par rapport à celui dû à un input uniforme notamment dans le cas de ponts fondés sur un sol ferme comme on peut le remarquer sur les figures 8.82 et 8.83. Dans le cas sols meubles, le déplacement total exhibe une réduction plus ou moins importante dans le cas de ponts très flexibles et soumis plus particulièrement à l'effet de la propagation d'onde. Le taux de réduction peut atteindre 6.44% pour $d = 50m$ et 10.48% pour $d = 100m$. Cependant, dans le cas d'un input parfaitement incohérent, le déplacement total exhibe une réduction largement supérieure comparée à celle produite sous l'effet de la propagation d'onde. Cette réduction est approximativement constante sur l'intervalle des périodes fondamentales considéré ($0.1s < T_1 < 3s$) et dont la valeur maximale est de 20.58%.

8.3.2.4 Contribution des Composantes

Les courbes représentant la contribution des composantes dynamique, pseudo-statique et dynamo-statique ont approximativement la même allure que celles caractérisant la poutre simple, et les conclusions sont donc similaires. Néanmoins, on peut remarquer l'augmentation

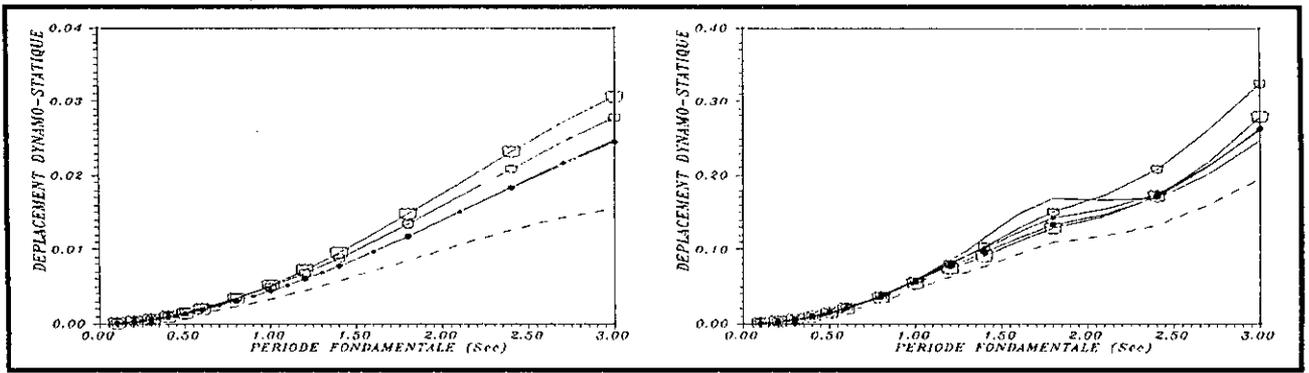


Figure 8.78 Déplacement dynamo-statique au milieu de la 1^{ère} travée de la poutre à deux travées égales sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

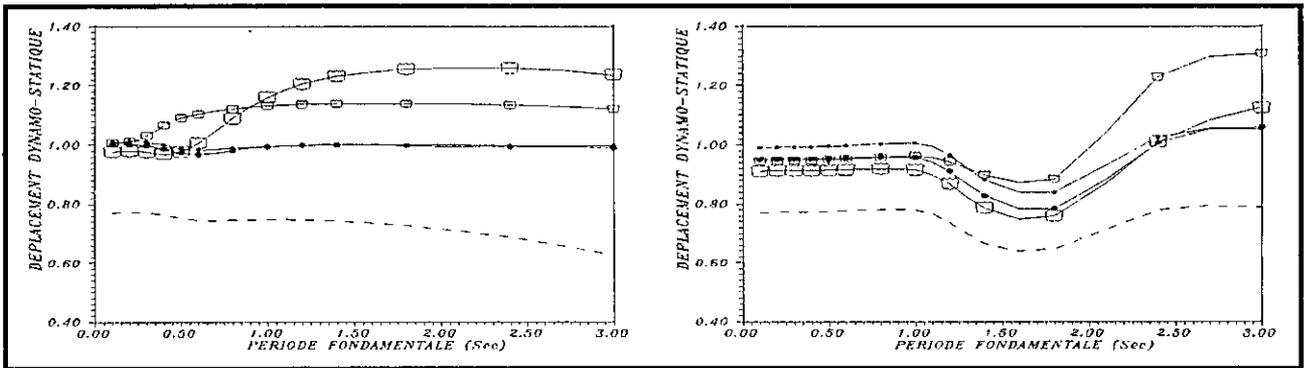


Figure 8.79 Rapport entre le déplacement dynamo-statique dû à l'effet de l'incohérence et à l'effet mixte et celui dû à un input uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

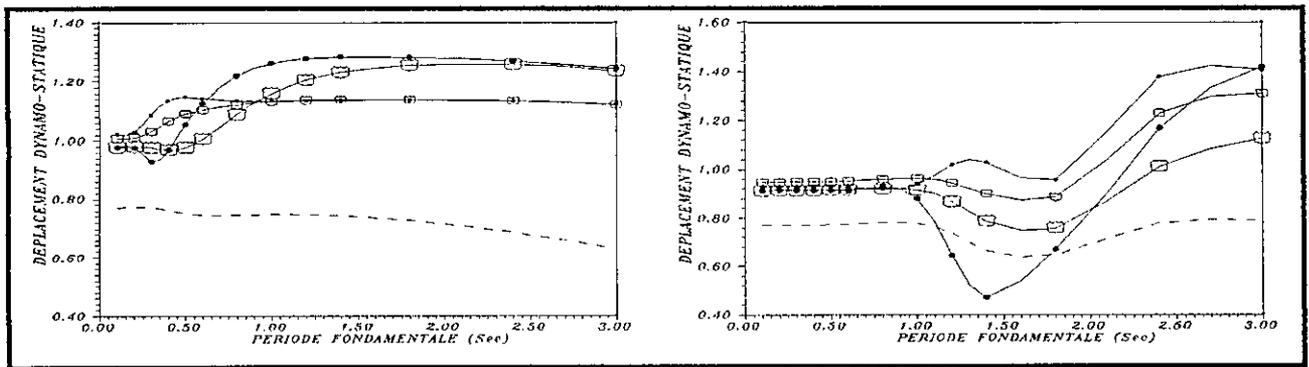


Figure 8.80 Rapport entre le déplacement dynamo-statique dû à l'effet de la propagation d'onde et à l'effet mixte et celui dû à un input uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

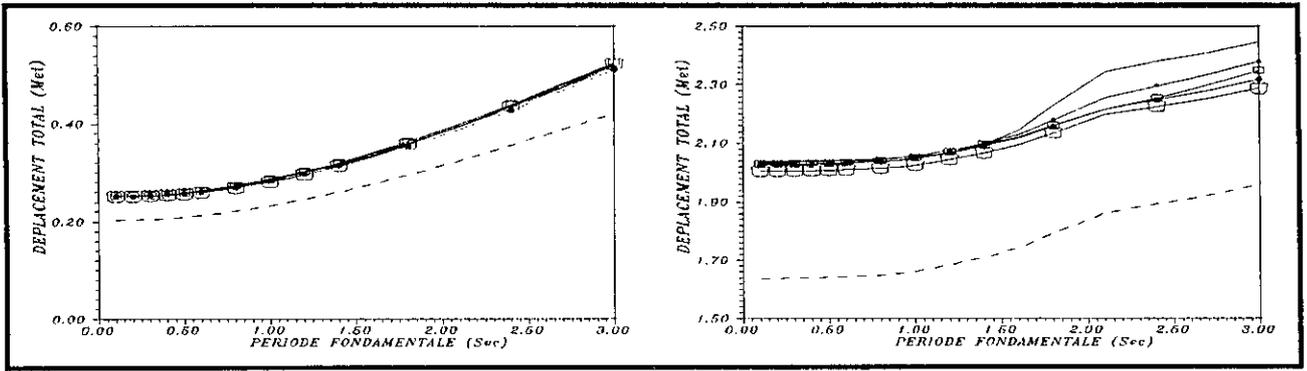


Figure 8.81 Déplacement total au milieu de la 1^{ère} travée de la poutre à deux travées égales sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

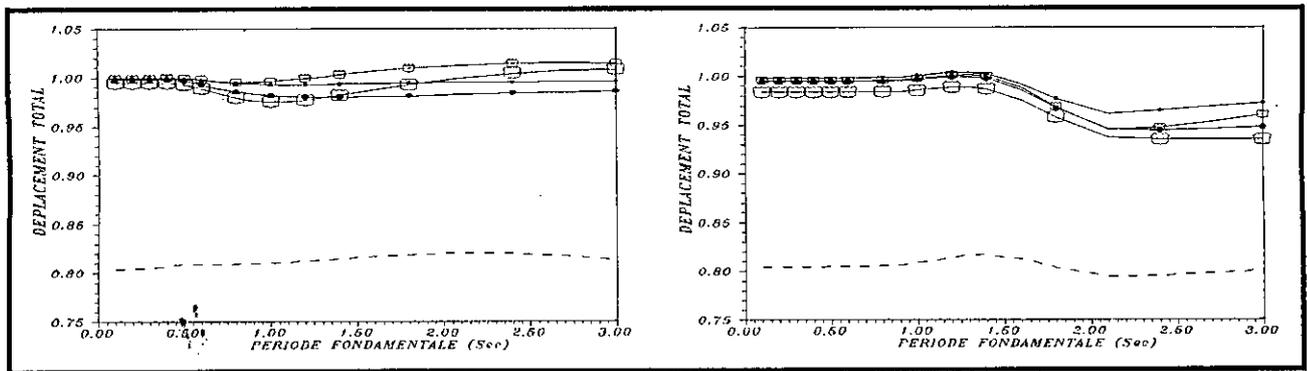


Figure 8.82 Rapport entre le déplacement total dû à l'effet de l'incohérence et à l'effet mixte et celui dû à un input uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

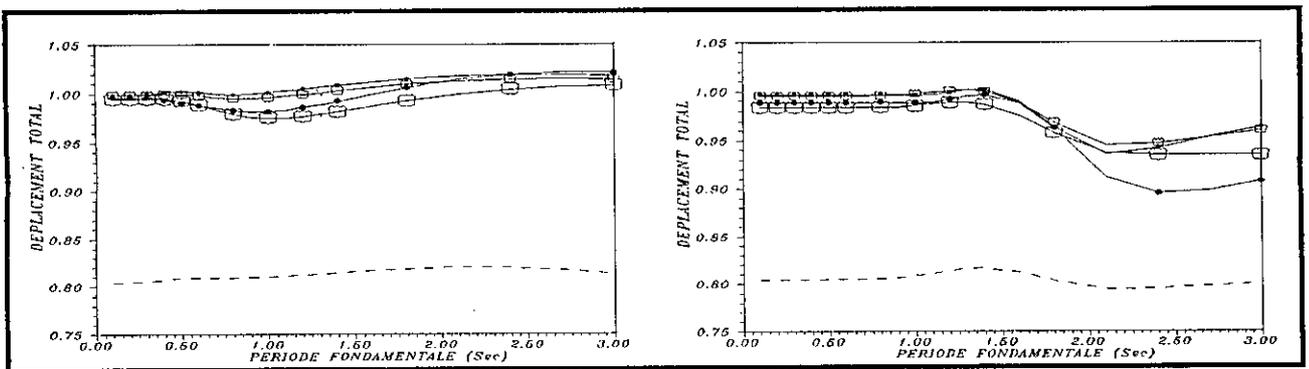


Figure 8.83 Rapport entre le déplacement total dû à l'effet de la propagation d'onde et à l'effet mixte et celui dû à un input uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

du taux de contribution de la composante pseudo-statique et l'abaissement de ceux des composantes dynamique et dynamo-statique (figures 8.84-8.89).

8.3.2.5 Moment Fléchissant Dynamique

Le moment fléchissant dynamique reçoit généralement la contribution la plus importante de la part du 2^{ème} mode (> 50%). Le taux de contribution du 2^{ème} mode diminue généralement avec le degré d'incohérence ou encore avec la portée de la travée (figures 8.90 et 8.91). Il a une valeur maximale pour le cas de ponts ayant une période secondaire au voisinage de la période du sol ($T_1 \approx \frac{25}{16} T_g$). Les courbes, représentant le taux de contribution du 2^{ème} mode sous l'effet de la propagation d'onde, présentent des maximums et des minimums au voisinage de la période fondamentale vérifiant, respectivement, les relations suivantes

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{2\pi}{T_2} \tau\right) = 1 &\Rightarrow T_2 = \frac{\tau}{k+1} \\ \cos\left(\frac{2\pi}{T_2} \tau\right) = -1 &\Rightarrow T_2 = \frac{2\tau}{1+2k} \end{aligned} \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (8.9)$$

On peut remarquer que le moment fléchissant dynamique peut être surestimé par le 2^{ème} mode dans le cas de ponts de travée 100m fondés sur un sol meuble et de période fondamentale très importante comprise dans l'intervalle ($2.1s < T_1 < 2.8s$). Ceci est dû à la contribution plus ou moins importante et négative des réponses inter-modales tel qu'il peut être remarqué sur la figure 8.93. Le moment fléchissant calculé avec la règle de combinaison modale **S.R.S.S.** peut entraîner une sous-estimation dans le cas de ponts ayant une période secondaire inférieure à la période du sol et notamment dans le cas de sols meubles (figures 8.92 et 8.93). En d'autres termes, la règle de combinaison modale **S.R.S.S.** peut être adaptée pour les ponts ayant une période secondaire supérieure à la période du sol. Cette sous-estimation augmente avec le taux d'incohérence ou encore avec la portée de la travée d et la flexibilité du sol. Sous l'effet de l'incohérence, elle peut atteindre 8% dans le cas de sols fermes et 18% dans le cas de sols meubles, alors que sous l'effet de la propagation d'onde, elle peut atteindre 14% dans le cas de sols fermes et 25% dans le cas de sols meubles.

La figure 8.94 montre les courbes du moment fléchissant dynamique, sous l'effet de l'incohérence ainsi que sous l'effet mixte, normalisé par rapport à celui dû à un input uniforme et dont la période fondamentale est égale à 3s. Le moment fléchissant dynamique diminue

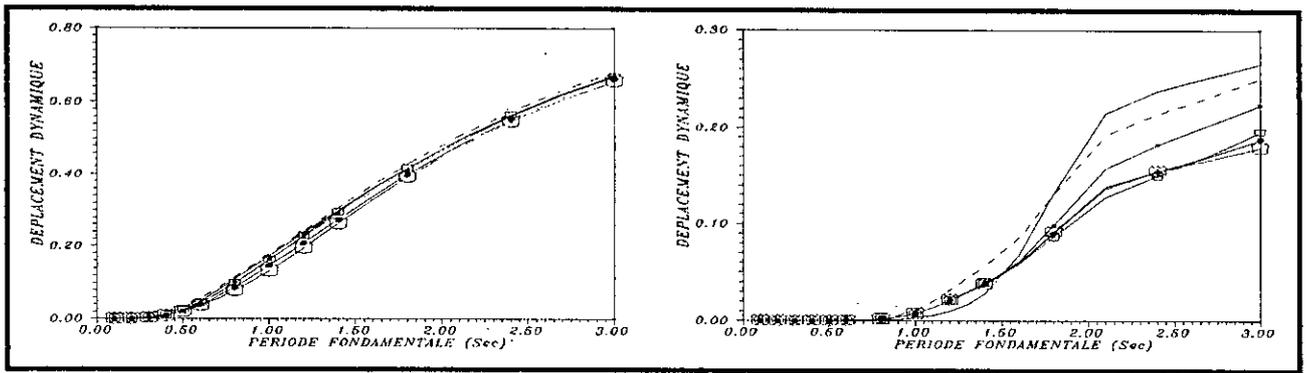


Figure 8.84 Taux de participation de la composante dynamique dans le déplacement au milieu de la 1^{ère} travée de la poutre à deux travées égales sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte
 a) Sol ferme b) Sol meuble

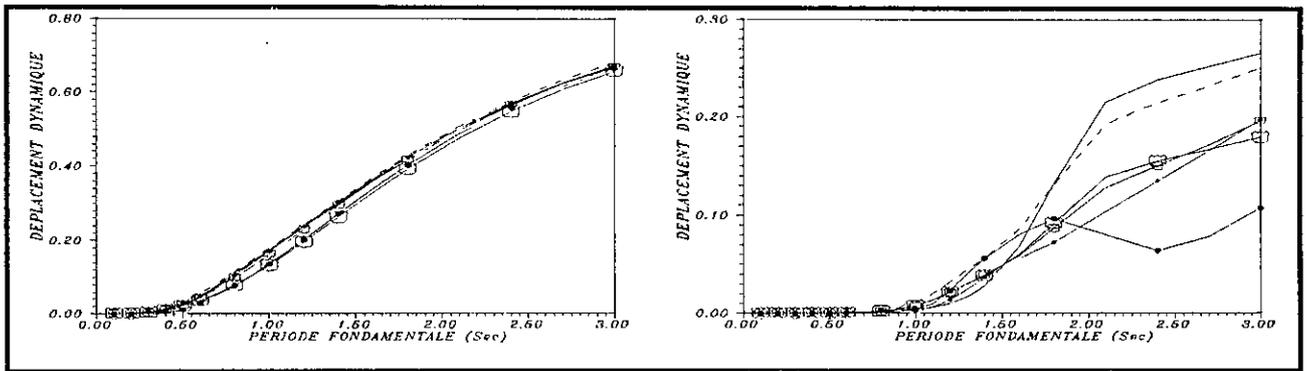


Figure 8.85 Taux de participation de la composante dynamique dans le déplacement au milieu de la 1^{ère} travée de la poutre à deux travées égales sous l'effet de la propagation d'onde et sous l'effet mixte
 a) Sol ferme b) Sol meuble

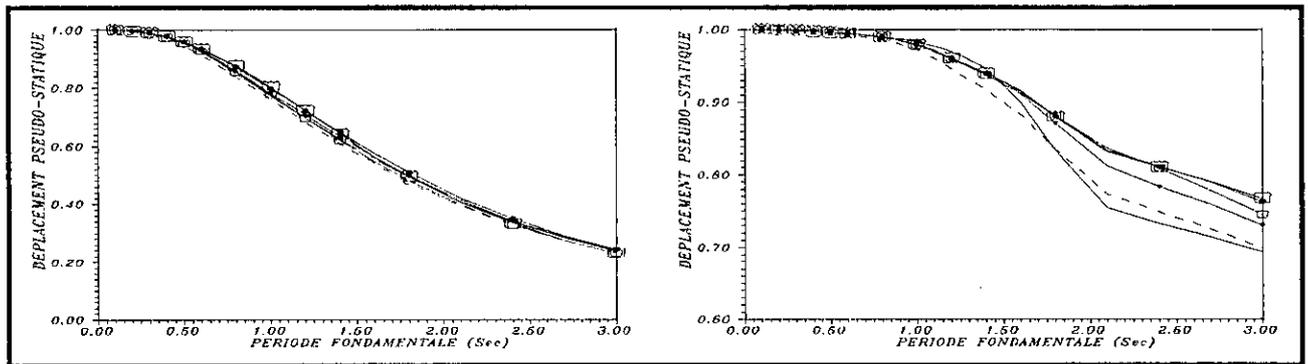


Figure 8.86 Taux de participation de la composante pseudo-statique dans le déplacement au milieu de la 1^{ère} travée de la poutre à deux travées égales sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte
 a) Sol ferme b) Sol meuble

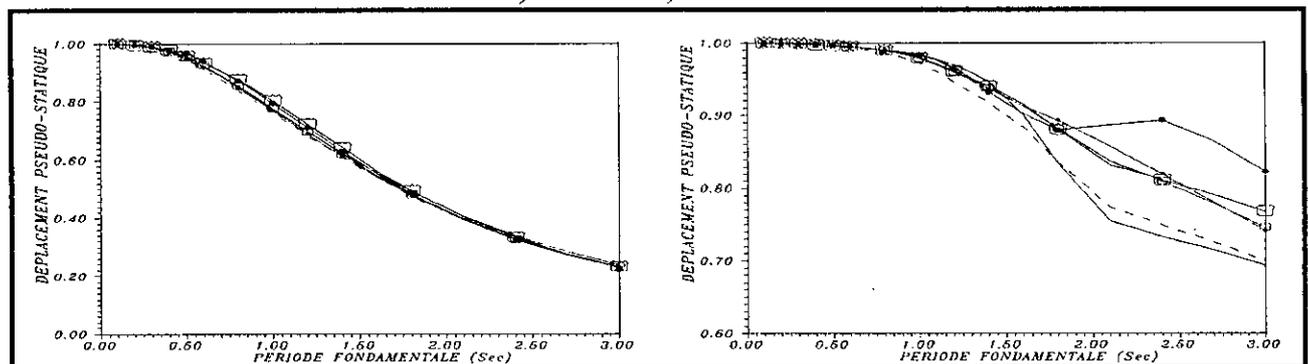


Figure 8.87 Taux de participation de la composante pseudo-statique dans le déplacement au milieu de la 1^{ère} travée de la poutre à deux travées égales sous l'effet de la propagation d'onde et sous l'effet mixte
 a) Sol ferme b) Sol meuble

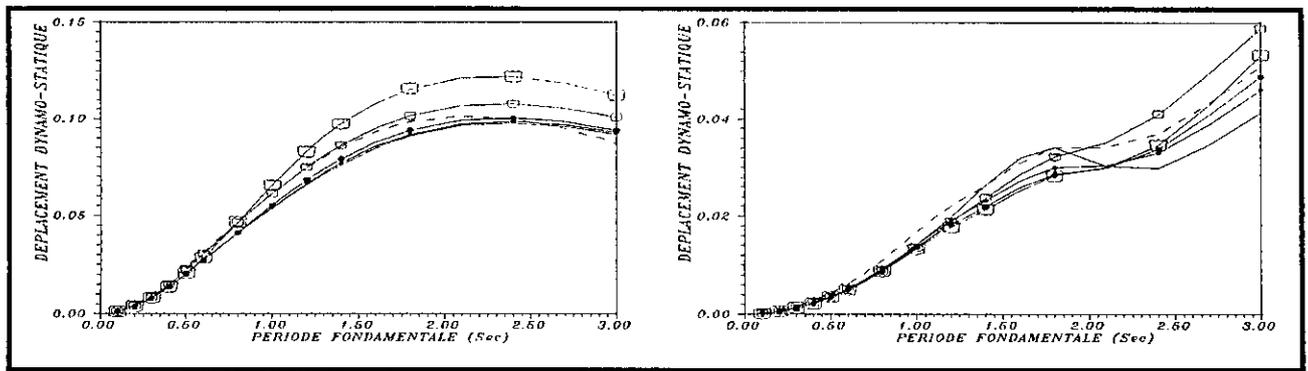


Figure 8.88 Taux de participation de la composante dynamo-statique dans le déplacement au milieu de la 1^{ère} travée de la poutre à deux travées égales sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte
a) Sol ferme b) Sol meuble

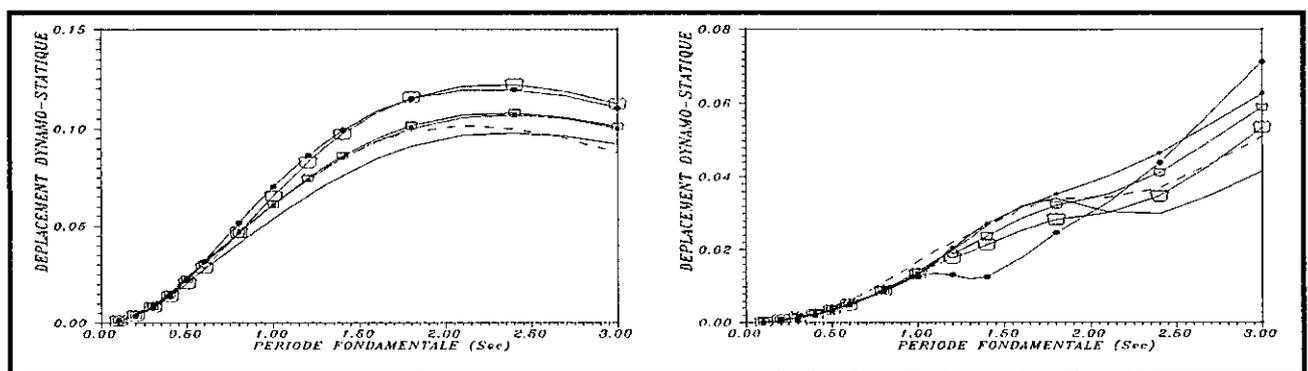


Figure 8.89 Taux de participation de la composante dynamo-statique dans le déplacement au milieu de la 1^{ère} travée de la poutre à deux travées égales sous l'effet de la propagation d'onde et sous l'effet mixte
a) Sol ferme b) Sol meuble

généralement sous l'effet de la corrélation partielle entre les excitations sismiques (figures 8.95 et 8.96). Cette surestimation, produite par le cas d'excitations parfaitement corrélées, augmente avec le taux d'incohérence et dont la valeur maximale est au voisinage de $T_1 \approx \frac{25}{16} T_g$ et notamment dans le cas d'un taux d'incohérence très important (figure 8.95). Les courbes, représentant le rapport entre le moment fléchissant dynamique sous l'effet de la propagation d'onde et celui dû à un input sismique uniforme, présentent des maximums et des minimums au voisinage de la période fondamentale vérifiant les relations données en (8.9), (figure 8.96). De plus, au niveau des périodes fondamentales au voisinage de ces minimums, la surestimation est plus importante comparée à celle produite sous l'effet de l'incohérence.

8.3.2.6 Moment Fléchissant Dynamo-Statique

La figure 8.97 montre les courbes du moment fléchissant dynamo-statique, sous l'effet de l'incohérence ainsi que sous l'effet mixte, normalisé par rapport à celui dû à un input

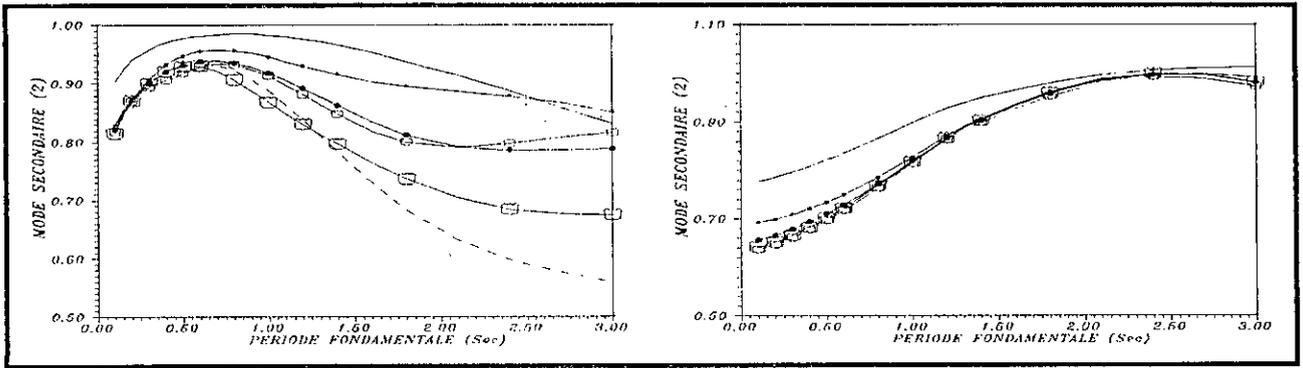


Figure 8.90 Taux de participation du 2^{ème} mode dans le moment fléchissant dynamique sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

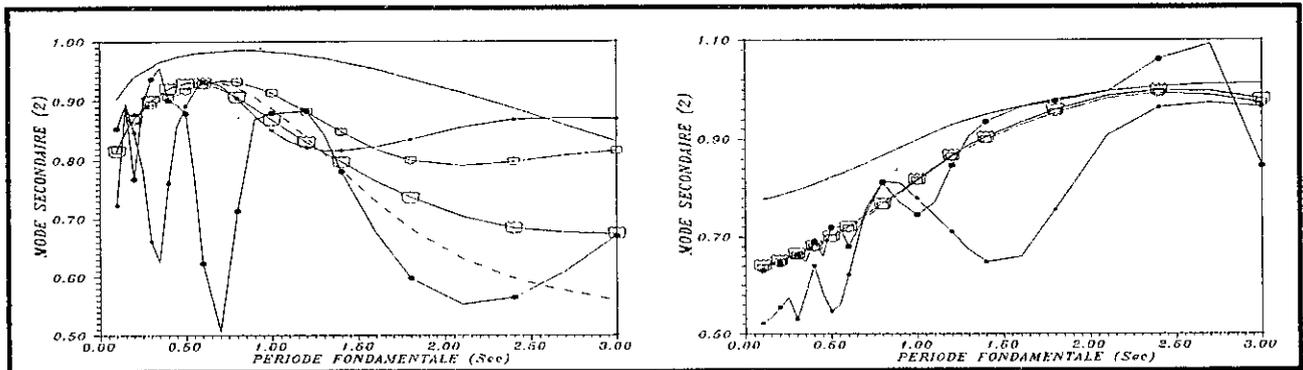


Figure 8.91 Taux de participation du 2^{ème} mode dans le moment fléchissant dynamique sous l'effet de la propagation d'onde et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

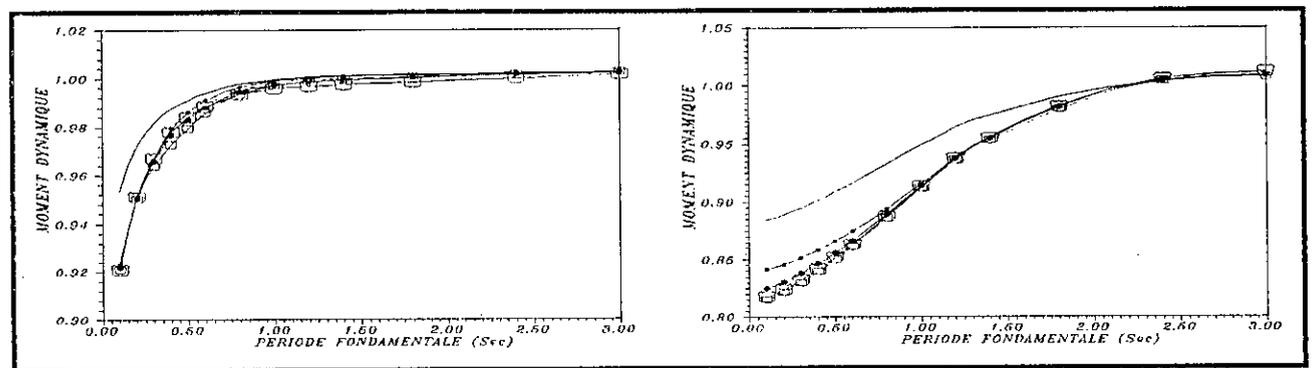


Figure 8.92 Taux d'erreur commis par la règle S.R.S.S. sur le moment fléchissant dynamique sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

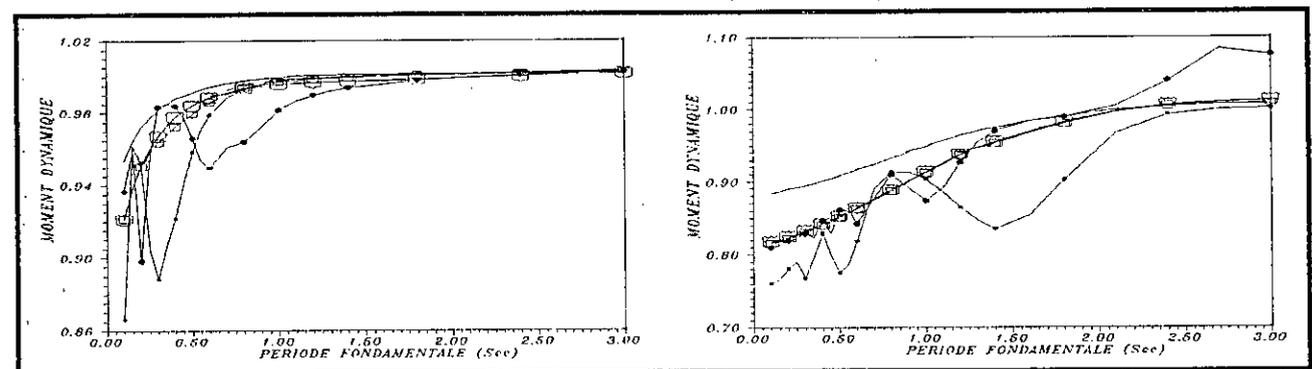


Figure 8.93 Taux d'erreur commis par la règle S.R.S.S. sur le moment fléchissant dynamique sous l'effet de la propagation d'onde et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

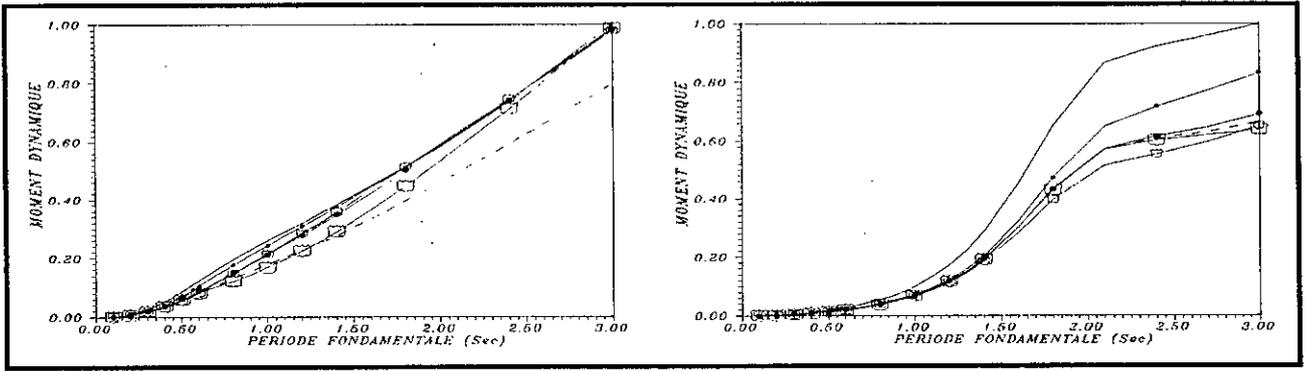


Figure 8.94 Moment fléchissant dynamique sur le support intermédiaire de la poutre à deux travées égales sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

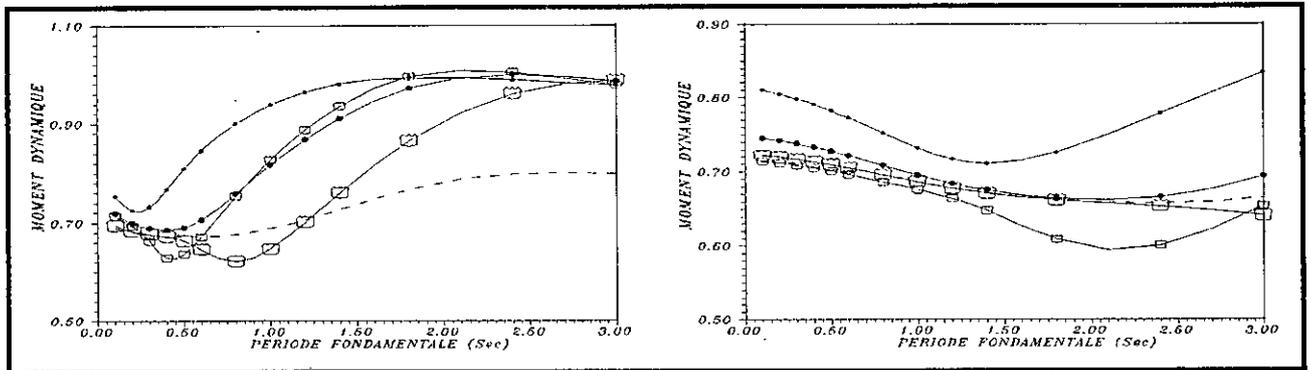


Figure 8.95 Rapport entre le moment fléchissant dynamique dû à l'effet de l'incohérence et à l'effet mixte et celui dû à un input uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

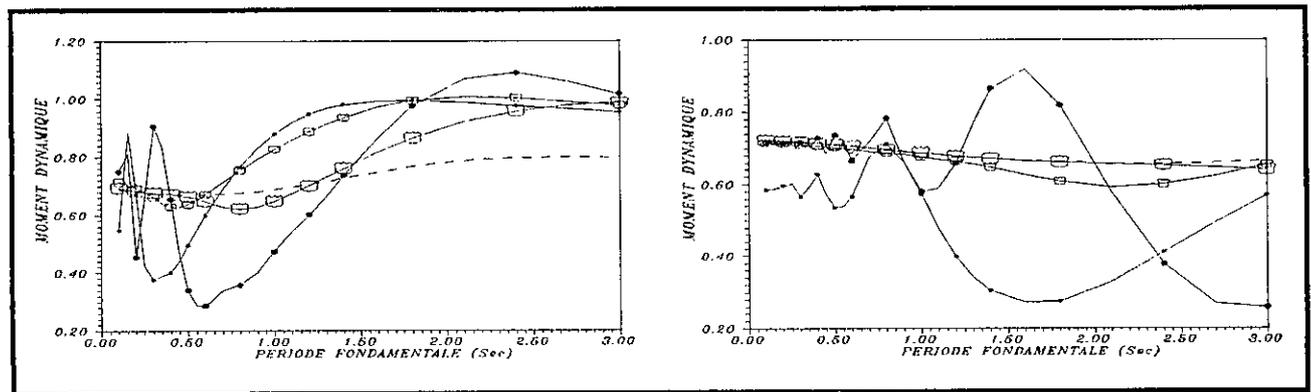


Figure 8.96 Rapport entre le moment fléchissant dynamique dû à l'effet de la propagation d'onde et à l'effet mixte et celui dû à un input uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

parfaitement incohérent et dont la période fondamentale est égale à $3s$. Le moment fléchissant dynamo-statique est négatif sur la totalité des périodes fondamentales ($0.1s < T_1 < 3s$) ou encore les composantes pseudo-statique et dynamique sont partiellement et négativement corrélées [69], [70]. Le rapport entre la composante dynamo-statique sous l'effet de la corrélation partielle et celle due à un mouvement sismique parfaitement incohérent augmente avec la portée de la travée d et la flexibilité du sol, et d'une manière plus significative sous l'effet de la propagation d'onde comme on peut le remarquer sur les figures 8.98 et 8.99.

8.3.2.7 Moment Fléchissant Total

La figure 8.100 montre les courbes du moment fléchissant total, sous l'effet de l'incohérence ainsi que sous l'effet mixte, normalisé par rapport à celui dû à un input uniforme et dont la période fondamentale est égale à $3s$. Dans le cas de ponts très rigides, le moment fléchissant total sous l'effet de la corrélation partielle est plus important que celui dû à un input uniforme, vu la prédominance de la composante pseudo-statique. Ce moment total peut être sous-estimé, si on tient pas compte de la corrélation partielle existante entre les excitations sismiques au niveau des supports, sur une frange de périodes fondamentales caractérisant les ponts rigides. On peut remarquer sur les figures 8.101 et 8.102 que cette frange de périodes fondamentales augmente avec la portée de la travée et notamment avec la flexibilité du sol. En d'autres termes, la sous-estimation produite, en supposant que les excitations au niveau des supports sont synchrones, peut concerner les ponts rigides et moins rigides dans le cas d'une corrélation partielle ainsi que les ponts flexibles fondés sur un sol meuble dans le cas d'excitations parfaitement incohérentes. La valeur limite $T_{1,max}$, pour laquelle le moment total est sous-estimé, est donnée dans le **Tableau 8.4**. Pour les périodes fondamentales supérieures à la valeur limite $T_{1,max}$, le moment total est surestimé, en supposant que le mouvement sismique est uniforme, et amplement sous l'effet de la propagation d'onde. Le taux maximum de cette surestimation est donné dans le **Tableau 8.5**.

8.3.2.8 Contribution des Composantes

Dans le cas d'un input sismique uniforme, le moment fléchissant reçoit la contribution totale de la part de la composante dynamique, alors que sous l'effet de la corrélation partielle entre les excitations sismiques, l'intervention des composantes pseudo-statique et dynamo-statique devient importante. Généralement, la contribution de la composante pseudo-statique

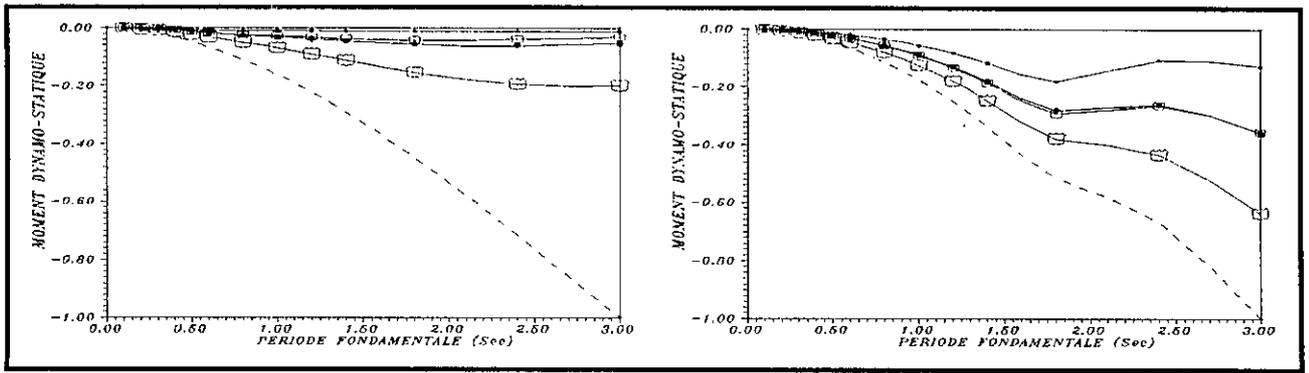


Figure 8.97 Moment fléchissant dynamo-statique au milieu de la 1^{ère} travée de la poutre à deux travées égales sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

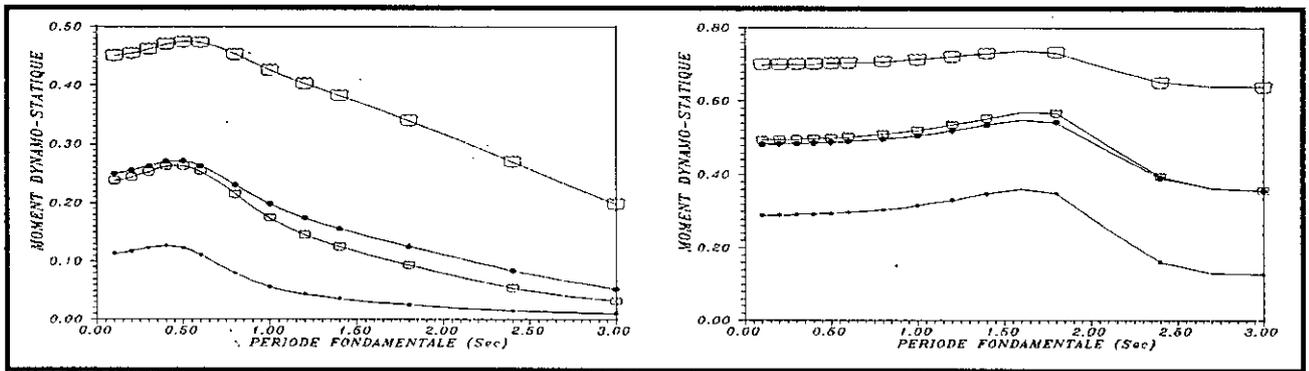


Figure 8.98 Rapport entre le moment fléchissant dynamo-statique dû à l'effet de l'incohérence et à l'effet mixte et celui dû à un input parfaitement incohérent a) Sol ferme b) Sol meuble

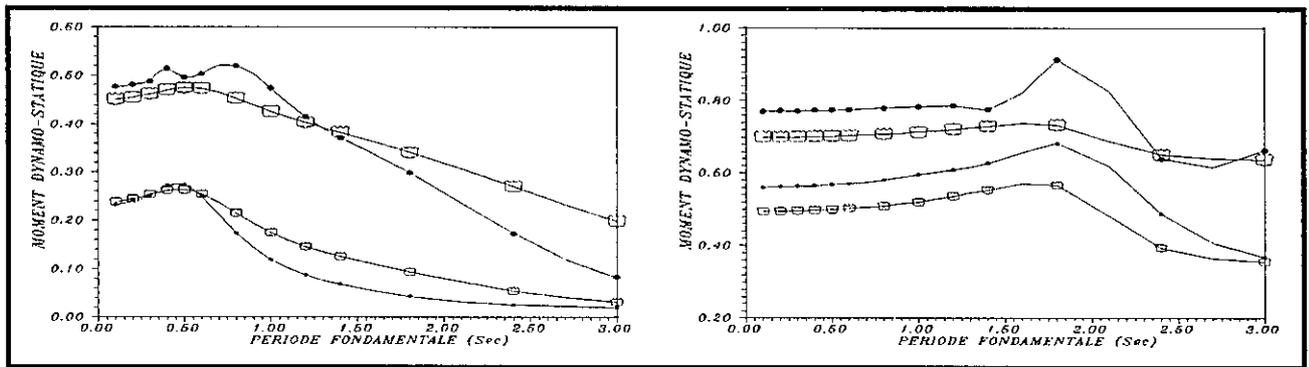


Figure 8.99 Rapport entre le moment fléchissant dynamo-statique dû à l'effet de la propagation d'onde et à l'effet mixte et celui dû à un input parfaitement incohérent a) Sol ferme b) Sol meuble

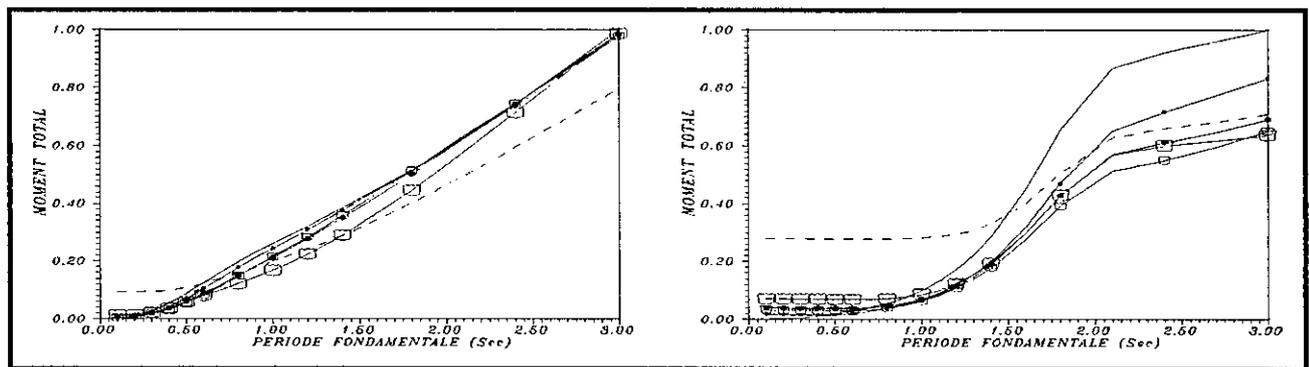


Figure 8.100 Moment fléchissant total au milieu de la 1^{ère} travée de la poutre à deux travées égales sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

Tableau 8.4 Valeurs de la période fondamentale limite $T_{1,max}$

| | Effet de l'incohérence | | Effet de la propagation d'onde | | Effet mixte | | Input p. incohérent |
|------------|------------------------|------------|--------------------------------|------------|-------------|------------|---------------------|
| | $d = 50m$ | $d = 100m$ | $d = 50m$ | $d = 100m$ | $d = 50m$ | $d = 100m$ | |
| Sol ferme | 0.10 | 0.15 | 0.10 | 0.15 | 0.10 | 0.20 | 0.60 |
| Sol meuble | 0.45 | 0.70 | 0.50 | 0.80 | 0.60 | 0.90 | 1.50 |

Tableau 8.5 Taux maximum de la surestimation du moment fléchissant total.

| | Effet de l'incohérence | | Effet de la propagation d'onde | | Effet mixte | | Input p. incohérent |
|------------|------------------------|------------|--------------------------------|------------|-------------|------------|---------------------|
| | $d = 50m$ | $d = 100m$ | $d = 50m$ | $d = 100m$ | $d = 50m$ | $d = 100m$ | |
| Sol ferme | 1.46 | 1.49 | 3.50 | 4.08 | 1.64 | 1.63 | 1.34 |
| Sol meuble | 1.41 | 1.47 | 4.41 | 4.19 | 1.70 | 1.57 | 1.41 |

diminue en fonction de la flexibilité du pont ($T_1 \uparrow$) et augmente avec la portée de la travée et la flexibilité du sol (figures 8.105 et 8.106) contrairement à celle de la composante dynamique (figures 8.103 et 8.104). De plus, la bande de périodes fondamentales, pour laquelle le taux de contribution de la composante pseudo-statique est important, augmente avec la portée de la travée d et notamment avec la flexibilité du sol [70]. En d'autres termes, cette composante pseudo-statique est caractérisée par un taux important dans le cas de ponts rigides ainsi que les ponts plus ou moins flexibles fondés sur un sol meuble et de portée importante ($d > 100m$). La composante pseudo-statique prédomine totalement le moment fléchissant dans le cas de ponts fondés sur un sol meuble, de période fondamentale inférieure approximativement à 1s, et sollicités par un input sismique parfaitement incohérent. Il est important de signaler que la composante pseudo-statique (ou dynamique) peut surestimer le moment fléchissant total pour une certaine frange de périodes fondamentales, pour laquelle la composante dynamo-statique est caractérisée par un taux de contribution plus important que celui de la composante dynamique (ou la composante pseudo-statique). Ce taux de surestimation est plus important sous l'effet de la propagation d'onde et exhibe une diminution avec la portée de la travée. La composante dynamo-statique exhibe une augmentation, en premier lieu, jusqu'à atteindre un pic (point d'équilibre) pour lequel les composantes dynamique et pseudo-statique sont approximativement égales et corrélées d'une manière maximale, et décroît par la suite en fonction de la flexibilité de la poutre (figure 8.107 et 8.108). Sa contribution diminue

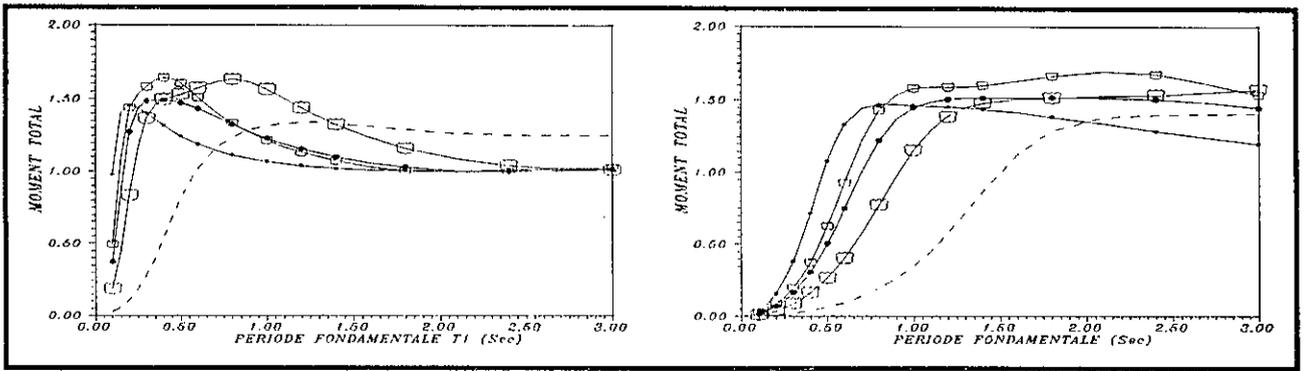


Figure 8.101 Rapport entre le moment fléchissant total dû à un input uniforme et celui dû à l'effet de l'incohérence et à l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

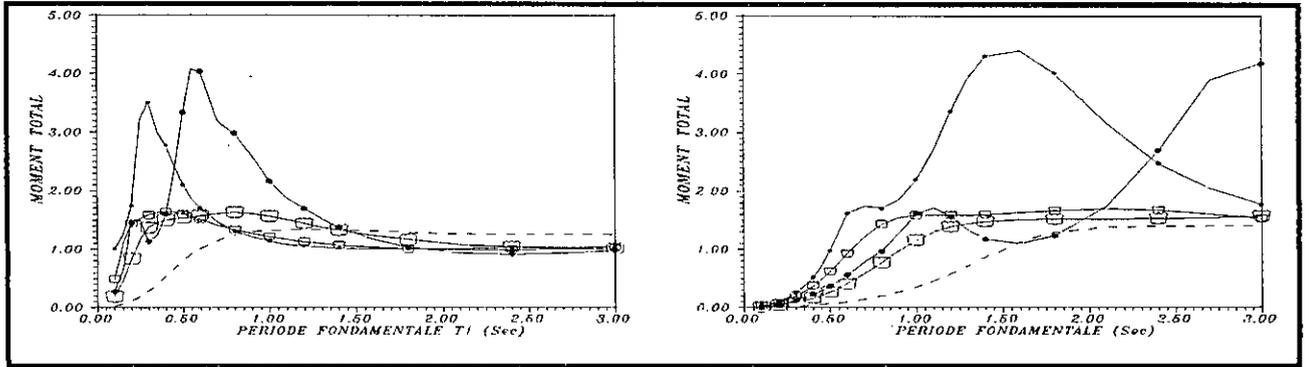


Figure 8.102 Rapport entre le moment fléchissant total dû à un input uniforme et celui dû à l'effet de la propagation d'onde et à l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

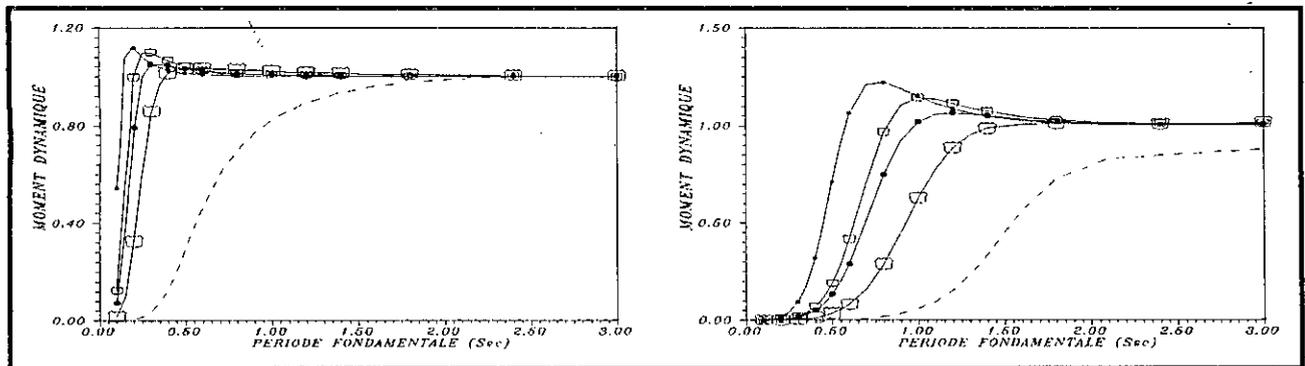


Figure 8.103 Taux de participation de la composante dynamique dans le moment fléchissant sur le support intermédiaire de la poutre à deux travées égales sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

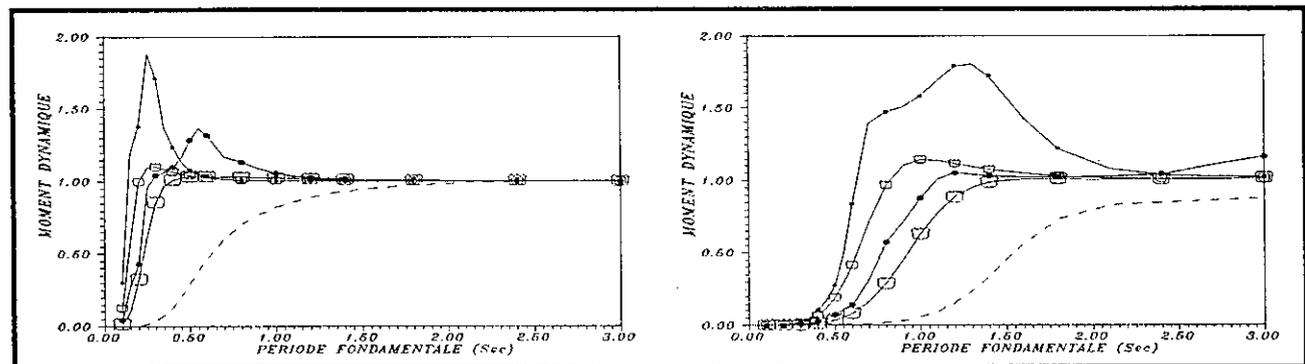


Figure 8.104 Taux de participation de la composante dynamique dans le moment fléchissant sur le support intermédiaire de la poutre à deux travées égales sous l'effet de la propagation d'onde et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

généralement avec la portée de la travée. Elle est caractérisée par un faible taux dans le cas de ponts fondés sur un sol ferme et de période fondamentale supérieure à 0.5s, les ponts très flexibles ($T_1 > 1.5s$) fondés sur sol meuble, ainsi que les ponts sollicités par un input parfaitement incohérent.

8.3.2.9 Effort Tranchant Dynamique

L'effort tranchant dynamique reçoit la participation d'un nombre important de modes que dans le cas du moment fléchissant. La contribution la plus importante revient généralement au 2^{ème} mode et plus particulièrement dans le cas d'excitations parfaitement corrélées tel qu'il est montré sur les figures 8.111 et 8.112. Son taux de contribution est maximal lorsque la période secondaire a une valeur au voisinage de la période du sol. Cependant, le taux de participation du 2^{ème} mode diminue généralement avec la portée de la travée sous l'effet individuel de l'incohérence. Dans le cas d'un mouvement sismique non uniforme, l'effort tranchant dynamique reçoit un taux de contribution moins important de la part du 1^{er} mode comparé à celui du 2^{ème} mode, même si la période fondamentale a une valeur au voisinage de la période du sol (figures 8.109 et 8.110). Ceci est dû principalement à la valeur importante de la fonction de forme dynamique du 2^{ème} mode (facteur d'amplitude variant proportionnellement avec le facteur modal k). Le taux de participation du 1^{er} mode augmente généralement avec la portée de la travée sous l'effet individuel de l'incohérence. De plus, dans le cas de ponts flexibles fondés sur un sol ferme, l'effort tranchant dynamique reçoit un taux de contribution plus important de la part du 4^{ème} mode comparé à celui du mode fondamental. Cependant, dans le cas d'un input uniforme, le 2^{ème} taux de contribution revient au 6^{ème} mode et non au 4^{ème} mode. L'effort tranchant reçoit également la participation des composantes inter-modales qui deviennent de plus en plus importantes lorsque la valeur de la période secondaire est de plus en plus inférieure à celle de la période du sol (figures 8.113 et 8.114). L'effort tranchant calculé avec la règle de combinaison modale S.R.S.S. peut entraîner une sous-estimation, plus importante que dans le cas du moment fléchissant, sur les ponts ayant une période secondaire inférieure à la période du sol et notamment dans le cas de sols meubles (figure 8.113 et 8.114). Cette sous-estimation augmente généralement avec le taux d'incohérence ou encore avec la portée de la travée d et la flexibilité du sol. Sous l'effet de l'incohérence, elle peut atteindre 16% dans le cas de sols fermes et 33% dans le cas de sols meubles, alors que sous l'effet de la propagation d'onde, elle peut atteindre 24% dans le cas de sols fermes et 37% dans le cas de sols meubles.

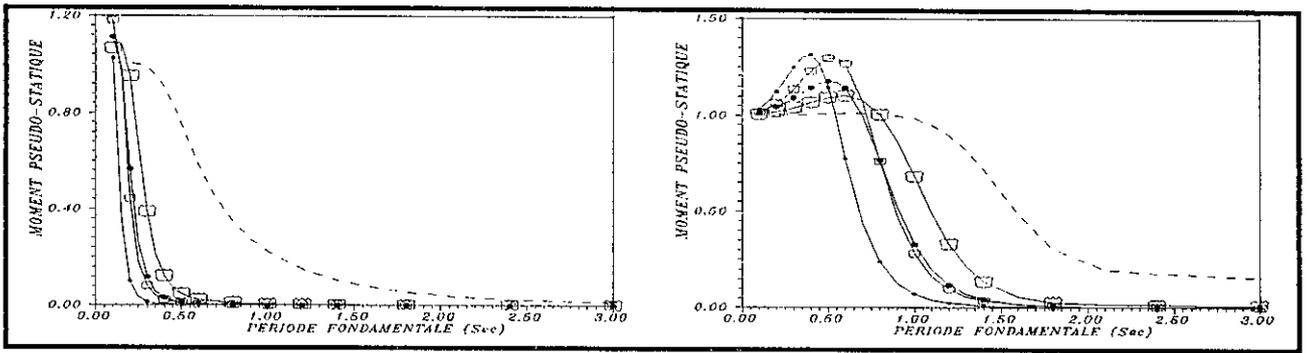


Figure 8.105 Taux de participation de la composante pseudo-statique dans le moment fléchissant sur le support intermédiaire de la poutre à deux travées égales sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

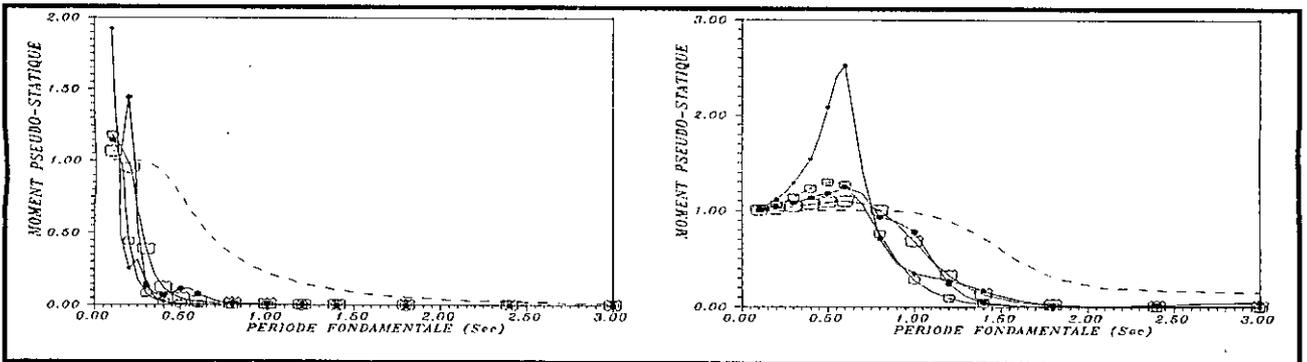


Figure 8.106 Taux de participation de la composante pseudo-statique dans le moment fléchissant sur le support intermédiaire de la poutre à deux travées égales sous l'effet de la propagation d'onde et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

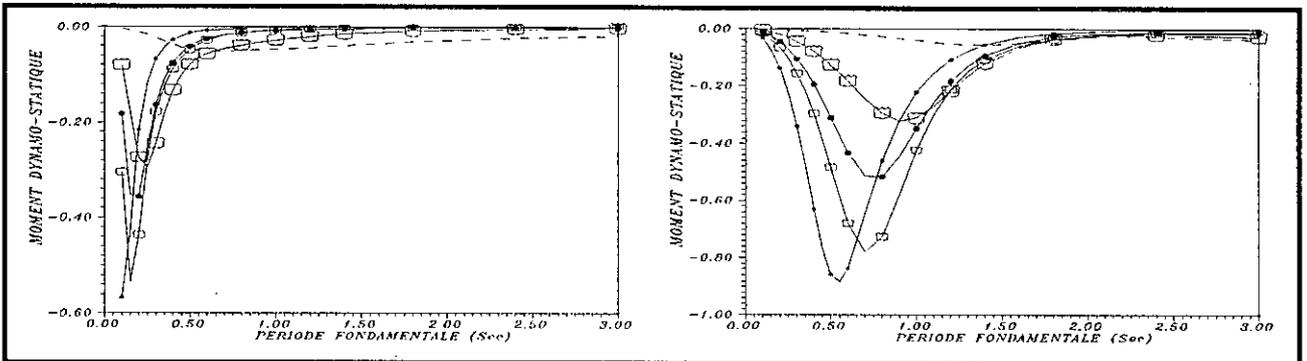


Figure 8.107 Taux de participation de la composante dynamo-statique dans le moment fléchissant sur le support intermédiaire de la poutre à deux travées égales sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

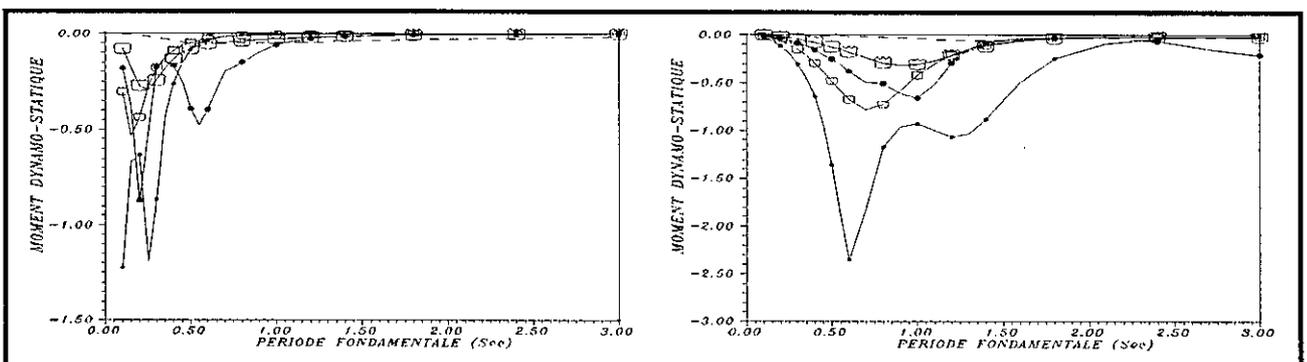


Figure 8.108 Taux de participation de la composante dynamo-statique dans le moment fléchissant sur le support intermédiaire de la poutre à deux travées égales sous l'effet de la propagation d'onde et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

La figure 8.115 montre les courbes de l'effort tranchant dynamique, sous l'effet de l'incohérence ainsi que sous l'effet mixte, normalisé par rapport à celui dû à un input uniforme et dont la période fondamentale est égale à $3s$. L'effort tranchant dynamique, sous l'effet de la corrélation partielle entre les excitations sismiques, peut avoir une valeur plus importante que celle de l'effort tranchant dû à un input uniforme, dans le cas où la contribution des modes supérieurs, et plus particulièrement celle du 4^{ème} mode, est importante (figures 8.116 et 8.117). Similairement au cas de l'effort tranchant dynamique au niveau du 1^{er} support de la poutre simple, cette sous-estimation concerne le cas de ponts flexibles fondés sur un sol ferme et plus particulièrement en présence de l'effet de la propagation d'onde. L'effort tranchant est surestimé dans le cas d'un input sismique uniforme pour des ponts ayant une période fondamentale inférieure à une valeur limite T_{max} qui augmente avec l'incohérence et la flexibilité du sol. En d'autres termes, l'effort tranchant, calculé avec l'hypothèse que l'input sismique est uniforme, surestime sa valeur réelle pour le cas de ponts fondés sur un sol meuble ainsi que pour les ponts rigides fondés sur un sol ferme. Les courbes, représentant le rapport entre l'effort tranchant dynamique sous l'effet de la propagation d'onde et celui dû à un input sismique uniforme, présentent des maximums et des minimums au voisinage de la période fondamentale vérifiant les relations données en (8.9) tel qu'il est montré sur la figure 8.117.

8.3.2.10 Effort Tranchant Dynamo-Statique

La figure 8.118 montre les courbes de l'effort tranchant dynamo-statique, sous l'effet de l'incohérence ainsi que sous l'effet mixte, normalisé par rapport à celui dû à un input parfaitement incohérent et dont la période fondamentale est égale à $3s$. Ces courbes sont approximativement similaires à celles du moment fléchissant dynamo-statique et par conséquent, les mêmes conclusions peuvent être déduites (figures 8.119 et 8.120).

8.3.2.11 Effort Tranchant Total

La figure 8.121 montre les courbes de l'effort tranchant total, sous l'effet de l'incohérence ainsi que sous l'effet mixte, normalisé par rapport à celui dû à un input uniforme et dont la période fondamentale est égale à $3s$. L'effort tranchant total peut être sous-estimé, si on tient pas compte de la corrélation partielle existante entre les excitations sismiques au niveau des supports, sur une frange de périodes fondamentales inférieure à celle caractérisant le moment fléchissant (figures 8.122 et 8.123). En d'autres termes, la sous-estimation produite, en supposant que les excitations au niveau des supports sont synchrones, peut concerner les

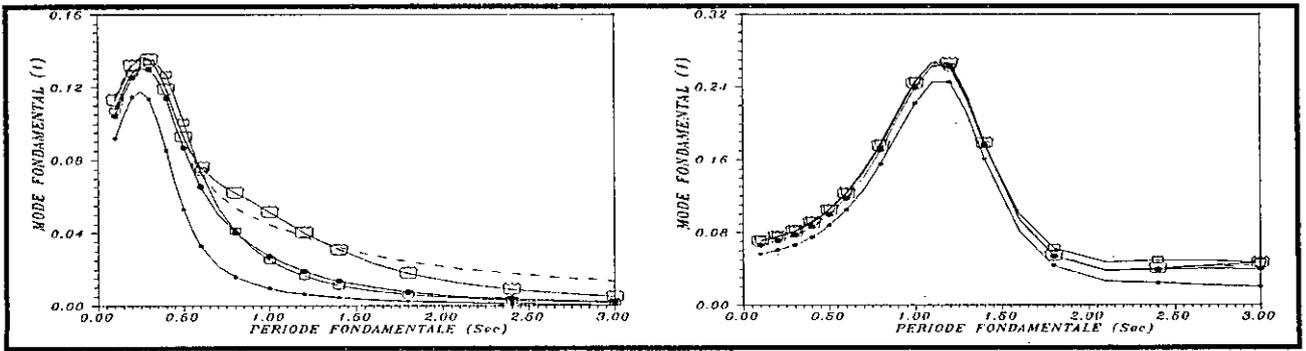


Figure 8.109 Taux de participation du 1^{er} mode dans l'effort tranchant dynamique sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

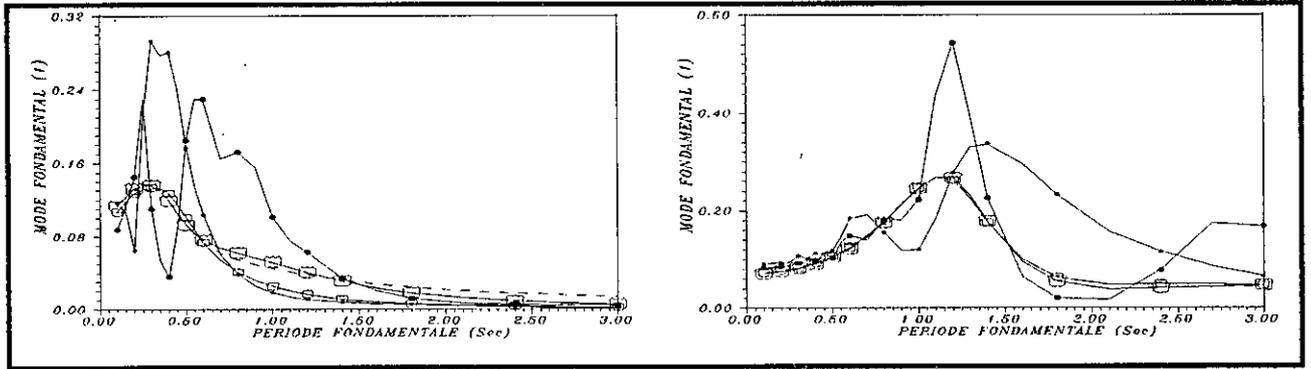


Figure 8.110 Taux de participation du 1^{er} mode dans l'effort tranchant dynamique sous l'effet de la propagation d'onde et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

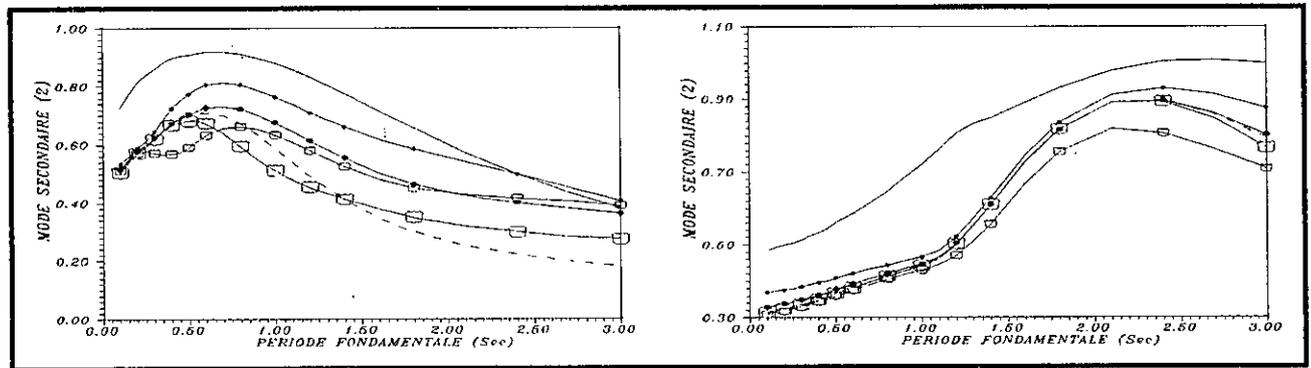


Figure 8.111 Taux de participation du 2^{ème} mode dans l'effort tranchant dynamique sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

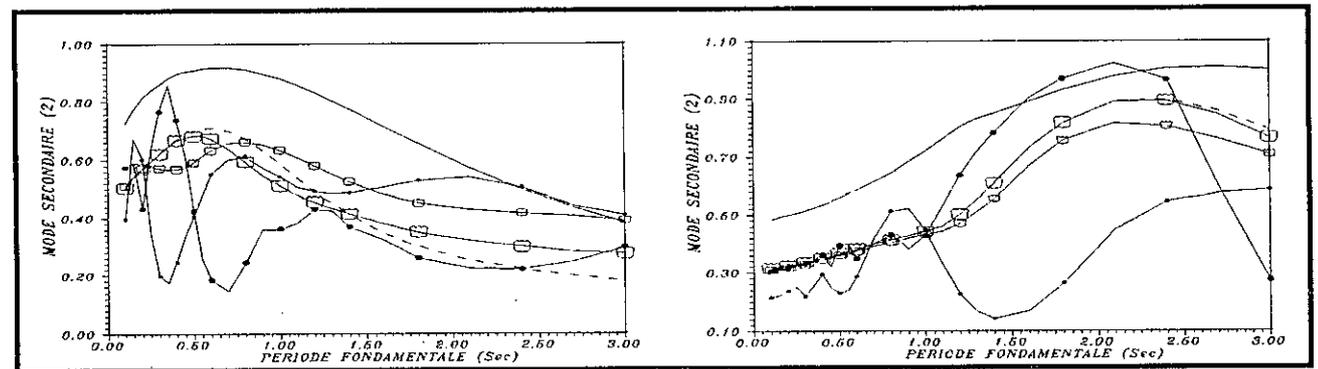


Figure 8.112 Taux de participation du 2^{ème} mode dans l'effort tranchant dynamique sous l'effet de la propagation d'onde et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

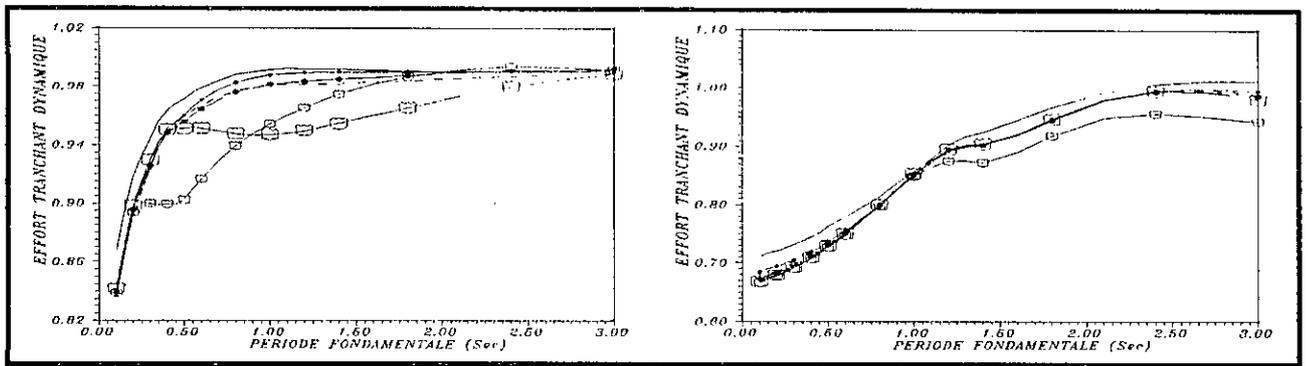


Figure 8.113 Taux d'erreur commis par la règle S.R.S.S. sur l'effort tranchant dynamique sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

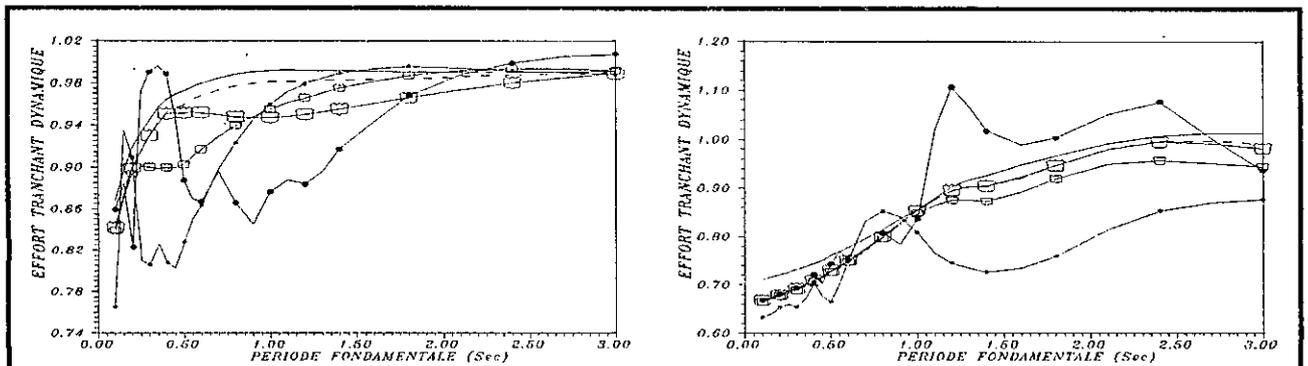


Figure 8.114 Taux d'erreur commis par la règle S.R.S.S. sur l'effort tranchant dynamique sous l'effet de la propagation d'onde et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

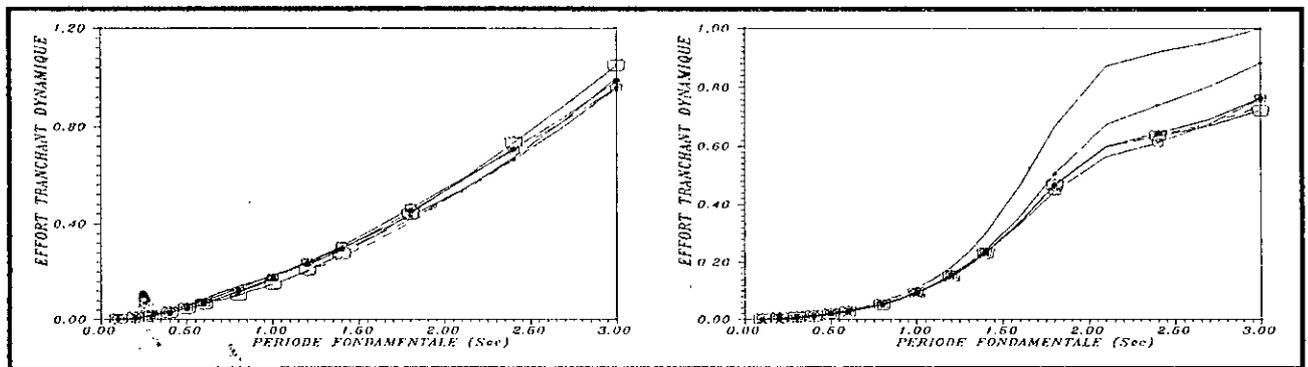


Figure 8.115 Effort tranchant dynamique sur le 1^{er} support de la poutre à deux travées égales sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

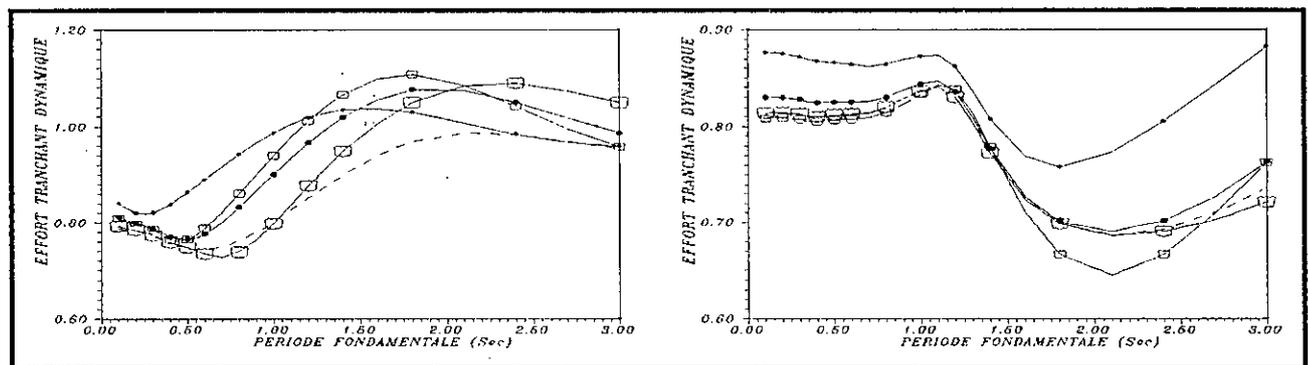


Figure 8.116 Rapport entre l'effort tranchant dynamique dû à l'effet de l'incohérence et à l'effet mixte et celui dû à un input uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

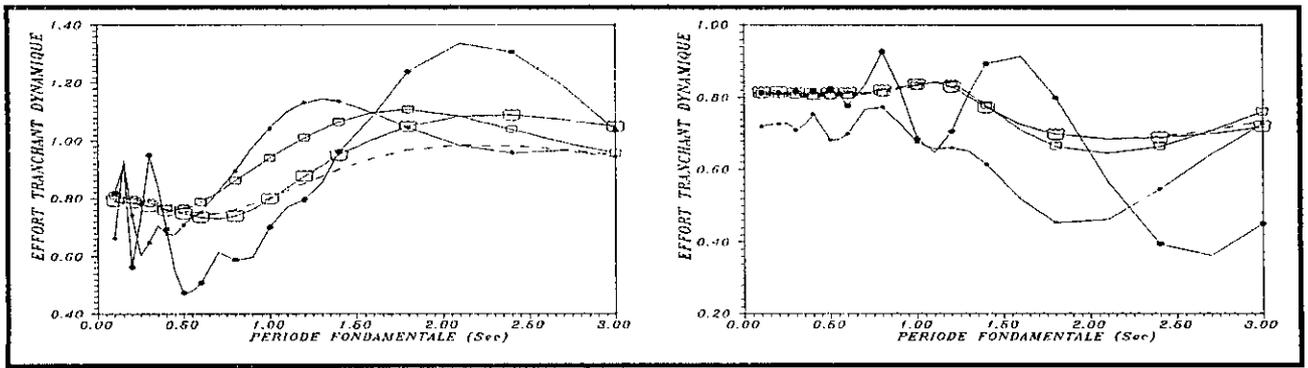


Figure 8.117 Rapport entre l'effort tranchant dynamique dû à l'effet de la propagation d'onde et à l'effet mixte et celui dû à un input uniforme a) Sol ferme b) Sol meuble

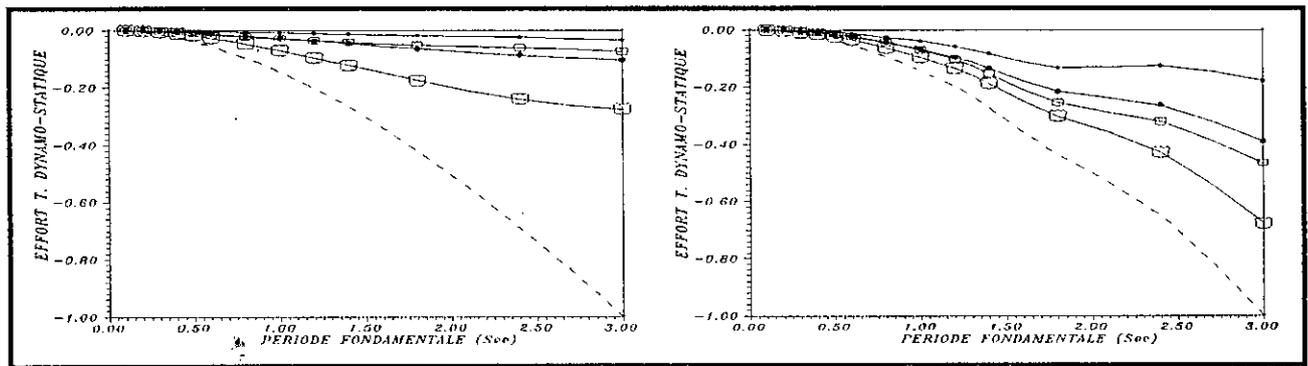


Figure 8.118 Effort tranchant dynamo-statique sur le 1^{er} support de la poutre à deux travées égales sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

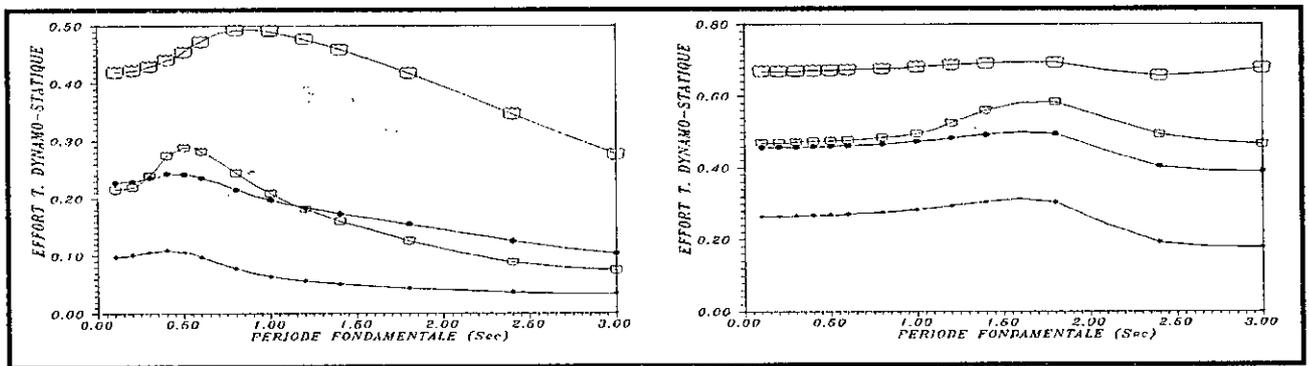


Figure 8.119 Rapport entre l'effort tranchant dynamo-statique dû à l'effet de l'incohérence et à l'effet mixte et celui dû à un input parfaitement incohérent a) Sol ferme b) Sol meuble

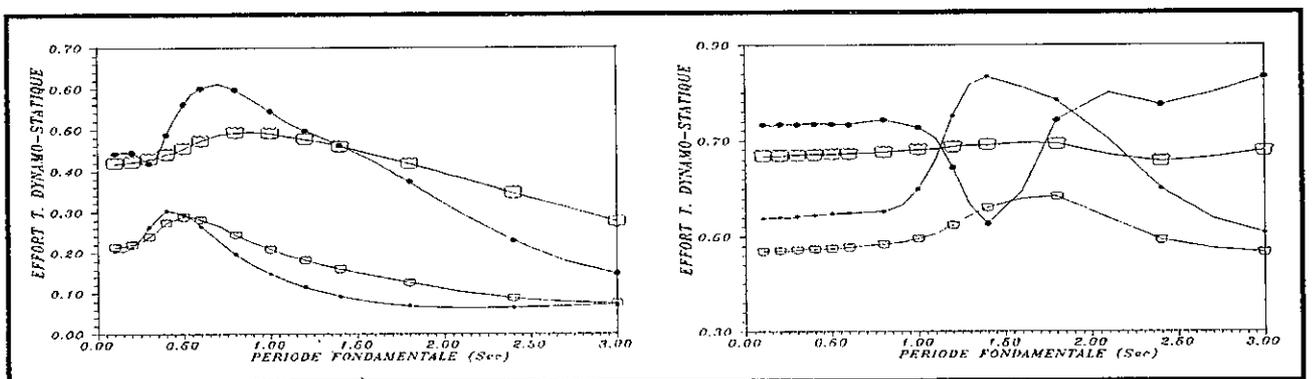


Figure 8.120 Rapport entre l'effort tranchant dynamo-statique dû à l'effet de la propagation d'onde et à l'effet mixte et celui dû à un input parfaitement incohérent a) Sol ferme b) Sol meuble

ponts rigides dans le cas d'une corrélation partielle ainsi que les ponts plus ou moins flexibles fondés sur un sol meuble dans le cas d'excitations parfaitement incohérentes.

Le rapport entre les réponses de ponts flexibles et rigides, tenant compte de la corrélation partielle entre les excitations sismiques au niveau des supports, et celles dues à un input sismique uniforme, est donné dans les Tableaux 8.6 et 8.7. Cependant, les valeurs caractérisant la composante dynamo-statique des efforts internes sont normalisées par rapport aux valeurs homologues sous l'effet d'un input parfaitement incohérent, et les valeurs caractérisant la composante total des efforts internes représentent le rapport entre la réponse totale due à un input uniforme et celle tenant compte de la corrélation partielle.

8.3.2.12 Contribution des Composantes

Des conclusions similaires au cas du moment fléchissant concernant la contribution des composantes de l'effort tranchant. De plus, la bande de périodes fondamentales, pour laquelle l'effort tranchant reçoit la contribution des composantes pseudo-statique et dynamo-statique, est inférieure à celle caractérisant le cas du moment fléchissant (figures 8.126-8.129). En d'autres termes, la composante pseudo-statique et dynamo-statique participent dans l'effort tranchant d'une manière moindre que dans le moment fléchissant et la prédominance de la composante dynamique surgit plus rapidement en fonction de la flexibilité du pont (figures 8.124 et 8.125). Le taux de contribution des composantes pseudo-statique et dynamo-statique est important dans le cas de ponts rigides ainsi que les ponts plus ou moins flexibles fondés sur un sol meuble et de portée très importante ou encore soumis à un input sismique parfaitement incohérent. Il est important de signaler que les composantes peuvent surestimer simultanément l'effort tranchant total, pour une faible frange de périodes fondamentales, notamment sous l'effet de la propagation d'onde.

Le taux de contribution des composantes des réponses (déplacement et efforts internes), concernant le cas de ponts rigides ($T_f = 0.25s$) et flexibles ($T_f = 1s$), est donné dans les Tableaux 8.8 et 8.9.

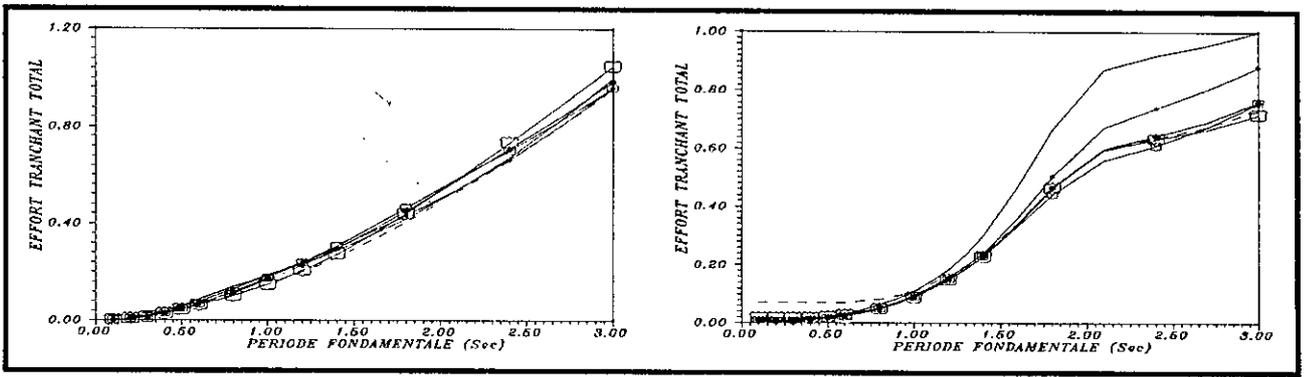


Figure 8.121 Effort tranchant total sur le 1^{er} support de la poutre à deux travées égales sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

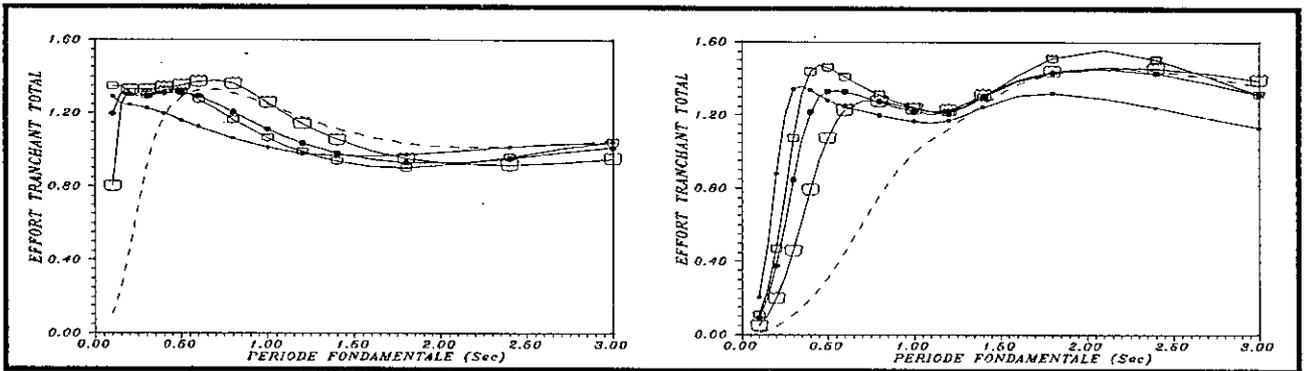


Figure 8.122 Rapport entre l'effort tranchant total dû à un input uniforme et celui dû à l'effet de l'incohérence et à l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

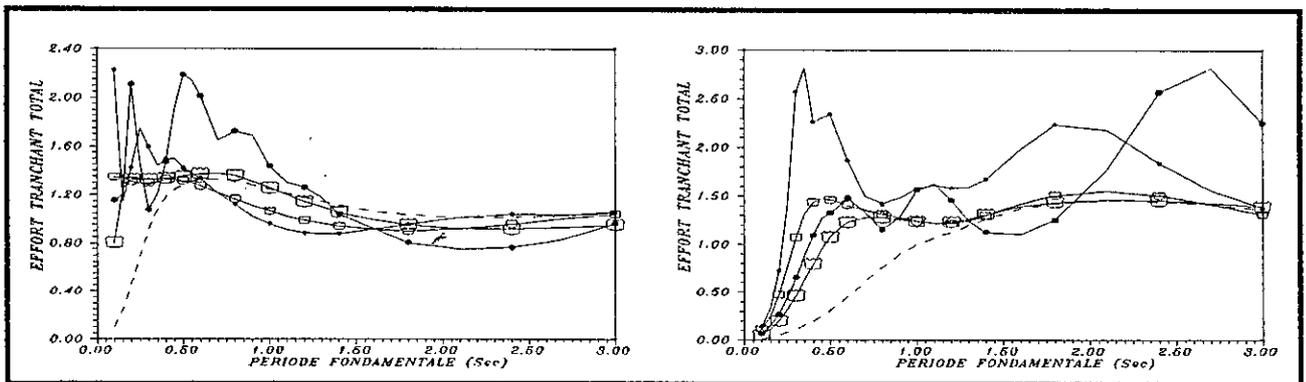


Figure 8.123 Rapport entre l'effort tranchant total dû à un input uniforme et celui dû à l'effet de la propagation d'onde et à l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

Tableau 8.6 Rapport entre les réponses dues à l'effet individuel de l'incohérence, de la propagation d'onde, l'effet mixte et ceux dû s à un input uniforme, pour le cas de ponts rigides fondés sur des sols ferme et meuble

| | | Effet de l'incohérence | | Effet de la propagation d'onde | | | | Effet mixte | | | | Mouvement p. incohérent |
|------------------------------------|------------|------------------------|------------|--------------------------------|------|------------|------|-------------|------|------------|------|-------------------------|
| | | $d = 50m$ | $d = 100m$ | $d = 50m$ | | $d = 100m$ | | $d = 50m$ | | $d = 100m$ | | |
| | | | | T1 | T2 | T1 | T2 | T1 | T2 | T1 | T2 | |
| Déplacement dynamique | Sol ferme | 1.09 | 1.08 | 0.93 | 0.88 | 1.15 | 1.27 | 1.09 | 1.06 | 1.08 | 1.08 | 1.07 |
| | Sol meuble | 1.13 | 1.10 | 1.00 | 0.99 | 1.12 | 1.12 | 1.08 | 1.08 | 1.10 | 1.09 | 1.09 |
| Déplacement dynamo-statique | Sol ferme | 1.01 | 1.00 | 1.05 | 1.00 | 0.95 | 1.00 | 1.02 | 0.99 | 0.98 | 0.97 | 0.77 |
| | Sol meuble | 0.99 | 0.95 | 0.93 | 0.92 | 0.91 | 0.91 | 0.95 | 0.94 | 0.91 | 0.91 | 0.77 |
| Déplacement total | Sol ferme | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 0.99 | 0.99 | 0.80 |
| | Sol meuble | 1.00 | 0.99 | 1.00 | 1.00 | 0.99 | 0.99 | 1.00 | 1.00 | 0.98 | 0.98 | 0.80 |
| Moment fléchissant dynamique | Sol ferme | 0.72 | 0.69 | 0.42 | | 0.65 | | 0.68 | | 0.68 | | 0.68 |
| | Sol meuble | 0.80 | 0.74 | 0.60 | | 0.71 | | 0.71 | | 0.72 | | 0.72 |
| Moment fléchissant dynamo-statique | Sol ferme | 0.12 | 0.26 | 0.24 | | 0.48 | | 0.25 | | 0.46 | | 1.00 |
| | Sol meuble | 0.29 | 0.48 | 0.56 | | 0.77 | | 0.49 | | 0.70 | | 1.00 |
| Moment fléchissant total | Sol ferme | 1.44 | 1.44 | 3.23 | | 1.50 | | 1.53 | | 1.17 | | 0.19 |
| | Sol meuble | 0.26 | 0.11 | 0.17 | | 0.08 | | 0.13 | | 0.06 | | 0.02 |
| Effort tranchant dynamique | Sol ferme | 0.82 | 0.79 | 0.60 | 0.53 | 0.73 | 0.82 | 0.79 | 0.77 | 0.78 | 0.78 | 0.78 |
| | Sol meuble | 0.87 | 0.83 | 0.73 | 0.73 | 0.81 | 0.81 | 0.81 | 0.81 | 0.81 | 0.81 | 0.81 |
| Effort tranchant dynamo-statique | Sol ferme | 0.10 | 0.23 | 0.23 | 0.18 | 0.43 | 0.45 | 0.23 | 0.21 | 0.42 | 0.42 | 1.00 |
| | Sol meuble | 0.27 | 0.46 | 0.54 | 0.54 | 0.73 | 0.73 | 0.47 | 0.47 | 0.67 | 0.67 | 1.00 |
| Effort tranchant total | Sol ferme | 1.24 | 1.29 | 1.75 | 1.98 | 1.44 | 1.27 | 1.29 | 1.33 | 1.33 | 1.33 | 0.70 |
| | Sol meuble | 1.20 | Sol | 1.39 | 1.38 | 0.44 | 0.44 | 0.76 | 0.76 | 0.32 | 0.32 | 0.08 |

Tableau 8.7 Rapport entre les réponses dues à l'effet individuel de l'incohérence, de la propagation d'onde, l'effet mixte et ceux dûs à un input uniforme, pour le cas de ponts flexibles fondés sur des sols ferme et meuble

| | | Effet de l'incohérence | | Effet de la propagation d'onde | | | | Effet mixte | | | | Mouvement p. incohérent |
|------------------------------------|------------|------------------------|------------|--------------------------------|------|------------|------|-------------|------|------------|------|-------------------------|
| | | $d = 50m$ | $d = 100m$ | $d = 50m$ | | $d = 100m$ | | $d = 50m$ | | $d = 100m$ | | |
| | | | | T1 | T2 | T1 | T2 | T1 | T2 | T1 | T2 | |
| Déplacement dynamique | Sol ferme | 0.96 | 0.90 | 0.99 | 0.83 | 0.86 | 0.69 | 0.96 | 0.84 | 0.85 | 0.75 | 0.82 |
| | Sol meuble | 1.49 | 1.48 | 0.92 | 0.93 | 1.11 | 1.20 | 1.48 | 1.46 | 1.47 | 1.47 | 1.47 |
| Déplacement dynamo-statique | Sol ferme | 1.00 | 0.99 | 1.13 | 0.84 | 1.26 | 0.72 | 1.13 | 0.85 | 1.16 | 0.80 | 0.75 |
| | Sol meuble | 1.01 | 0.96 | 0.94 | 0.87 | 0.88 | 0.98 | 0.96 | 0.93 | 0.92 | 0.91 | 0.78 |
| Déplacement total | Sol ferme | 0.99 | 0.98 | 1.00 | 0.97 | 0.98 | 0.94 | 1.00 | 0.97 | 0.98 | 0.95 | 0.81 |
| | Sol meuble | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 0.99 | 0.99 | 1.00 | 1.00 | 0.99 | 0.99 | 0.81 |
| Moment fléchissant dynamique | Sol ferme | 0.94 | 0.82 | 0.88 | | 0.47 | | 0.83 | | 0.65 | | 0.69 |
| | Sol meuble | 0.73 | 0.70 | 0.57 | | 0.58 | | 0.68 | | 0.69 | | 0.69 |
| Moment fléchissant dynamo-statique | Sol ferme | 0.06 | 0.20 | 0.12 | | 0.47 | | 0.17 | | 0.43 | | 1.00 |
| | Sol meuble | 0.32 | 0.51 | 0.60 | | 0.78 | | 0.52 | | 0.71 | | 1.00 |
| Moment fléchissant total | Sol ferme | 1.07 | 1.23 | 1.14 | | 2.17 | | 1.21 | | 1.56 | | 1.32 |
| | Sol meuble | 1.47 | 1.45 | 2.19 | | 1.61 | | 1.58 | | 1.16 | | 0.35 |
| Effort tranchant dynamique | Sol ferme | 0.99 | 0.90 | 1.04 | 0.99 | 0.70 | 0.59 | 0.94 | 0.89 | 0.80 | 0.75 | 0.80 |
| | Sol meuble | 0.87 | 0.84 | 0.68 | 0.66 | 0.69 | 0.76 | 0.83 | 0.82 | 0.84 | 0.84 | 0.84 |
| Effort tranchant dynamo-statique | Sol ferme | 0.06 | 0.20 | 0.15 | 0.13 | 0.54 | 0.34 | 0.21 | 0.15 | 0.49 | 0.32 | 1.00 |
| | Sol meuble | 0.28 | 0.47 | 0.60 | 0.53 | 0.73 | 0.76 | 0.50 | 0.48 | 0.68 | 0.68 | 1.00 |
| Effort tranchant total | Sol ferme | 1.01 | 1.11 | 0.96 | 1.01 | 1.43 | 1.69 | 1.07 | 1.13 | 1.26 | 1.33 | 1.25 |
| | Sol meuble | 1.17 | 1.22 | 1.58 | 1.62 | 1.56 | 1.40 | 1.24 | 1.26 | 1.24 | 1.24 | 1.00 |

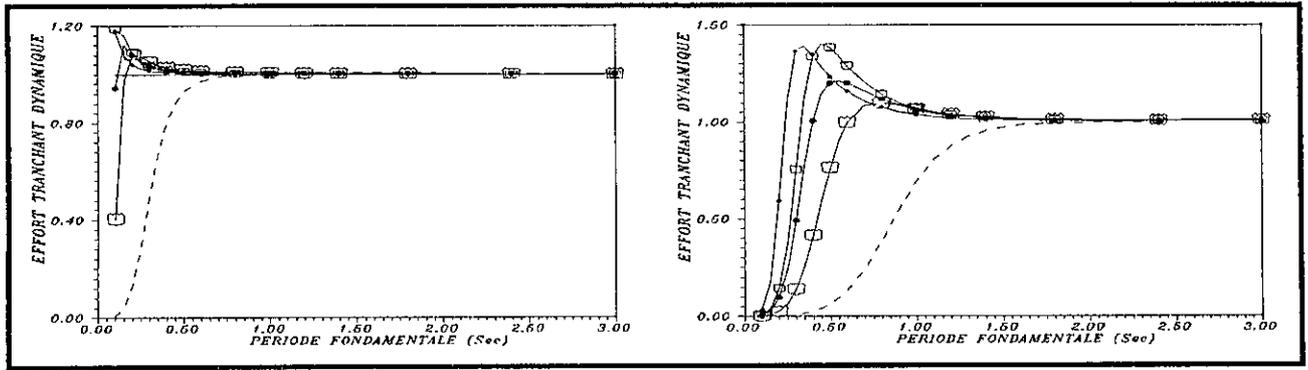


Figure 8.124 Taux de participation de la composante dynamique dans l'effort tranchant sur le 1^{er} support de la poutre à deux travées égales sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

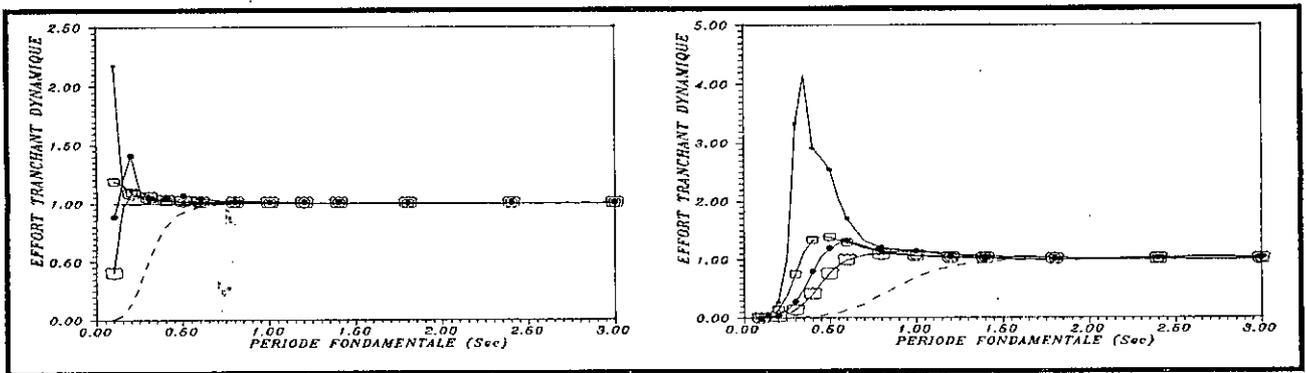


Figure 8.125 Taux de participation de la composante dynamique dans l'effort tranchant sur le 1^{er} support de la poutre à deux travées égales sous l'effet de la propagation d'onde et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

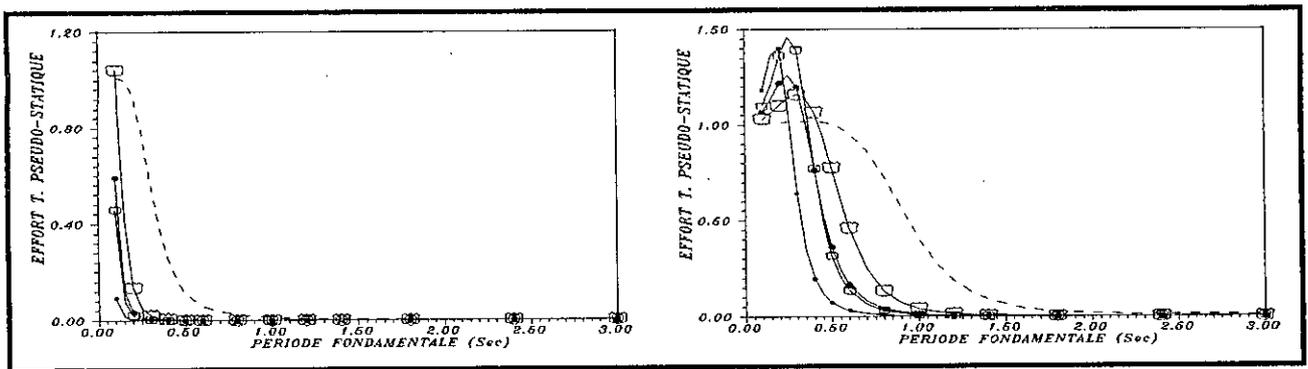


Figure 8.126 Taux de participation de la composante pseudo-statique dans l'effort tranchant sur le 1^{er} support de la poutre à deux travées égales sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

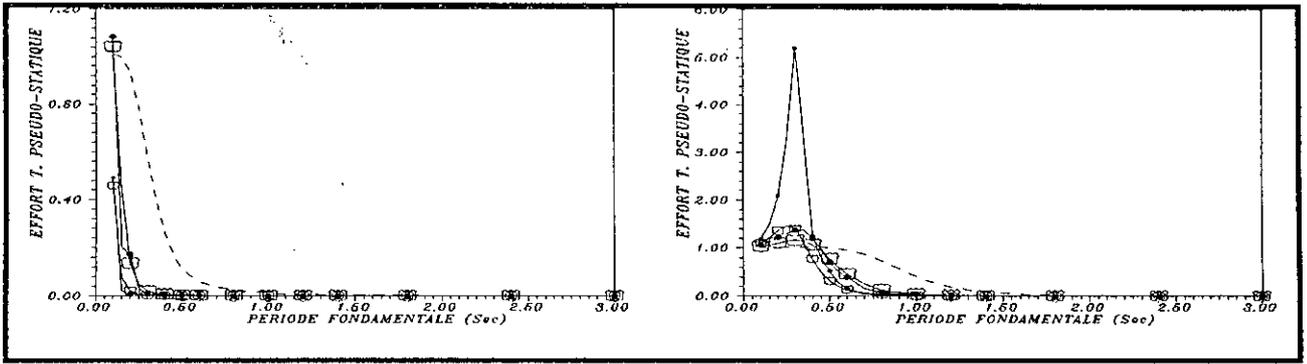


Figure 8.127 Taux de participation de la composante pseudo-statique dans l'effort tranchant sur le 1^{er} support de la poutre à deux travées égales sous l'effet de la propagation d'onde et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

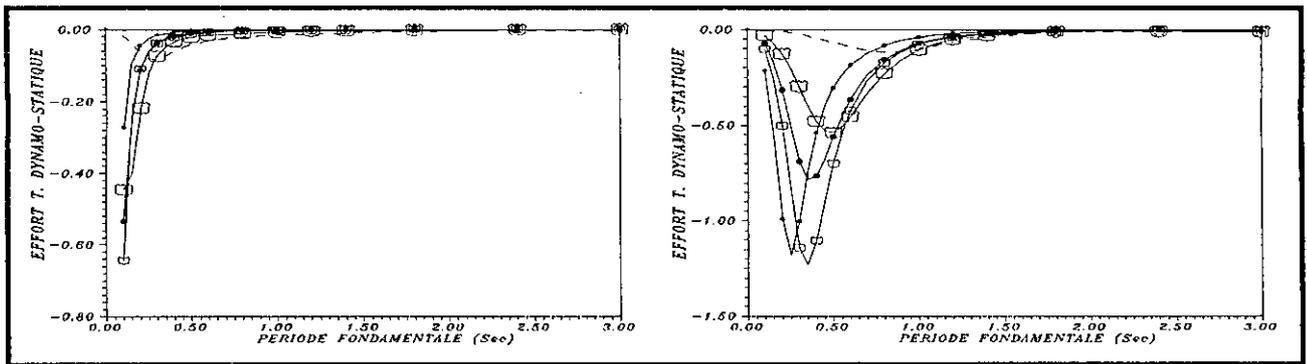


Figure 8.128 Taux de participation de la composante dynamo-statique dans l'effort tranchant sur le 1^{er} support de la poutre à deux travées égales sous l'effet de l'incohérence et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

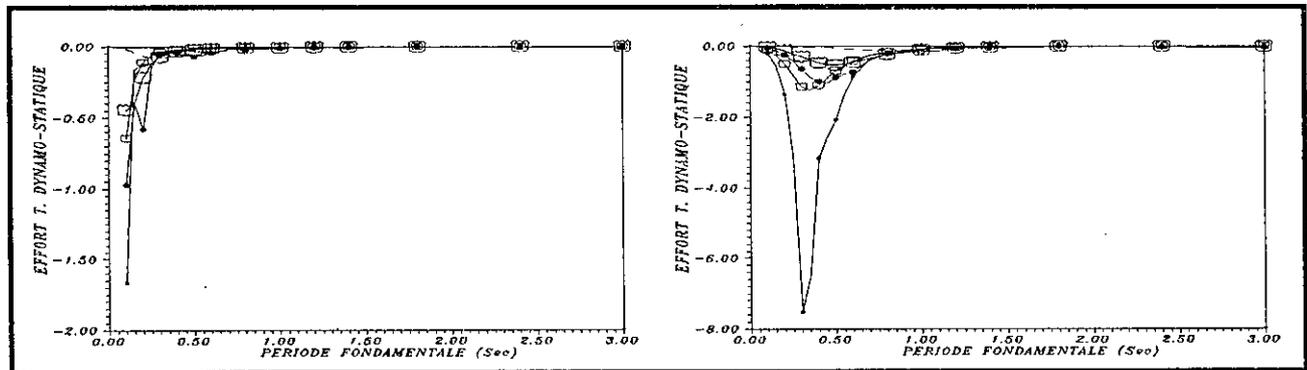


Figure 8.129 Taux de participation de la composante dynamo-statique dans l'effort tranchant sur le 1^{er} support de la poutre à deux travées égales sous l'effet de la propagation d'onde et sous l'effet mixte a) Sol ferme b) Sol meuble

Tableau 8.8 Taux de contribution des composantes des réponses d'un pont rigide fondé sur des sols ferme et meuble, dans le cas d'une corrélation parfaite et partielle entre les excitations sismiques

| | | | Input uniforme | Effet de l'incohérence | | Effet de la propagation d'onde | | | | Effet mixte | | | | Input p. incohérent |
|--------------------|----------------------------------|-------|----------------|------------------------|------------|--------------------------------|-------|------------|-------|-------------|-------|------------|-------|---------------------|
| | | | | $d = 50m$ | $d = 100m$ | $d = 50m$ | | $d = 100m$ | | $d = 50m$ | | $d = 100m$ | | |
| | | | | | | T1 | T2 | T1 | T2 | T1 | T2 | T1 | T2 | |
| Déplacement | $\left(\frac{R_s}{R_t}\right)^2$ | S. F. | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 0.99 |
| | | S. M. | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 |
| | $\left(\frac{R_d}{R_t}\right)^2$ | S. F. | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| | | S. M. | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| | $\frac{R_c}{(R_t)^2}$ | S. F. | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 |
| | | S. M. | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| Moment fléchissant | $\left(\frac{R_s}{R_t}\right)^2$ | S. F. | 0.00 | 0.04 | 0.26 | 0.31 | | 0.55 | | 0.18 | | 0.66 | | 1.00 |
| | | S. M. | 0.00 | 1.18 | 1.07 | 1.19 | | 1.06 | | 1.10 | | 1.03 | | 1.00 |
| | $\left(\frac{R_d}{R_t}\right)^2$ | S. F. | 1.00 | 1.08 | 1.00 | 1.88 | | 0.96 | | 1.10 | | 0.63 | | 0.02 |
| | | S. M. | 1.00 | 0.04 | 0.01 | 0.01 | | 0.00 | | 0.01 | | 0.00 | | 0.00 |
| | $\frac{R_c}{(R_t)^2}$ | S. F. | 0.00 | -0.12 | -0.25 | -1.19 | | -0.51 | | -0.28 | | -0.29 | | -0.02 |
| | | S. M. | 0.00 | -0.23 | -0.07 | -0.20 | | -0.06 | | -0.11 | | -0.03 | | -0.00 |
| Effort tranchant | $\left(\frac{R_s}{R_t}\right)^2$ | S. F. | 0.00 | 0.00 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.03 | 0.02 | 0.01 | 0.01 | 0.05 | 0.05 | 0.78 |
| | | S. M. | 0.00 | 1.08 | 1.26 | 3.19 | 3.14 | 1.31 | 1.31 | 1.46 | 1.46 | 1.14 | 1.14 | 1.01 |
| | $\left(\frac{R_d}{R_t}\right)^2$ | S. F. | 1.00 | 1.02 | 1.05 | 1.11 | 1.11 | 1.12 | 1.10 | 1.05 | 1.05 | 1.07 | 1.07 | 0.30 |
| | | S. M. | 1.00 | 1.10 | 0.25 | 1.03 | 1.00 | 0.13 | 0.13 | 0.38 | 0.38 | 0.07 | 0.07 | 0.00 |
| | $\frac{R_c}{(R_t)^2}$ | S. F. | 0.00 | -0.03 | -0.06 | -0.12 | -0.12 | -0.15 | -0.12 | -0.06 | -0.06 | -0.12 | -0.12 | -0.08 |
| | | S. M. | 0.00 | -1.18 | -0.51 | -3.22 | -3.14 | -0.43 | -0.44 | -0.84 | -0.83 | -0.20 | -0.20 | -0.02 |

Tableau 8.9 Taux de contribution des composantes des réponses d'un pont flexible fondé sur des sols ferme et meuble, dans le cas d'une corrélation parfaite et partielle entre les excitations sismiques.

| | | | Input uniforme | Effet de l'incohérence | | Effet de la propagation d'onde | | | | Effet mixte | | | | Input p. incohérent |
|--------------------|----------------------------------|-------|----------------|------------------------|------------|--------------------------------|-------|------------|-------|-------------|-------|------------|-------|---------------------|
| | | | | $d = 50m$ | $d = 100m$ | $d = 50m$ | | $d = 100m$ | | $d = 50m$ | | $d = 100m$ | | |
| | | | | | | T1 | T2 | T1 | T2 | T1 | T2 | T1 | T2 | |
| Déplacement | $\left(\frac{R_s}{R_t}\right)^2$ | S. F. | 0.77 | 0.78 | 0.80 | 0.77 | 0.82 | 0.80 | 0.86 | 0.78 | 0.82 | 0.80 | 0.84 | 0.76 |
| | | S. M. | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 |
| | $\left(\frac{R_d}{R_t}\right)^2$ | S. F. | 0.17 | 0.16 | 0.15 | 0.17 | 0.13 | 0.13 | 0.09 | 0.16 | 0.13 | 0.13 | 0.11 | 0.18 |
| | | S. M. | 0.00 | 0.01 | 0.01 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 |
| | $\frac{R_c}{(R_t)^2}$ | S. F. | 0.05 | 0.05 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.07 | 0.04 | 0.06 | 0.05 | 0.07 | 0.05 | 0.06 |
| | | S. M. | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 |
| Moment fléchissant | $\left(\frac{R_s}{R_t}\right)^2$ | S. F. | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.01 | 0.00 | 0.00 | 0.01 | 0.00 | 0.01 | 0.22 |
| | | S. M. | 0.00 | 0.07 | 0.33 | 0.35 | 0.79 | 0.28 | 0.68 | 0.98 | | | | |
| | $\left(\frac{R_d}{R_t}\right)^2$ | S. F. | 1.00 | 1.00 | 1.01 | 1.00 | 1.06 | 1.01 | 1.02 | 0.82 | | | | |
| | | S. M. | 1.00 | 1.15 | 1.02 | 1.58 | 0.88 | 1.14 | 0.63 | 0.06 | | | | |
| | $\frac{R_c}{(R_t)^2}$ | S. F. | 0.00 | -0.00 | -0.01 | -0.00 | -0.06 | -0.01 | -0.03 | -0.05 | | | | |
| | | S. M. | 0.00 | -0.22 | -0.35 | -0.93 | -0.66 | -0.42 | -0.31 | -0.04 | | | | |
| Effort tranchant | $\left(\frac{R_s}{R_t}\right)^2$ | S. F. | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.01 |
| | | S. M. | 0.00 | 0.00 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.04 | 0.03 | 0.01 | 0.01 | 0.04 | 0.04 | 0.41 |
| | $\left(\frac{R_d}{R_t}\right)^2$ | S. F. | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.01 | 1.01 | 1.00 | 1.00 | 1.01 | 1.01 | 1.00 |
| | | S. M. | 1.00 | 1.04 | 1.06 | 1.15 | 1.13 | 1.14 | 1.12 | 1.07 | 1.07 | 1.07 | 1.07 | 0.69 |
| | $\frac{R_c}{(R_t)^2}$ | S. F. | 0.00 | -0.00 | -0.00 | -0.00 | -0.00 | -0.01 | -0.01 | -0.00 | -0.00 | -0.01 | -0.01 | -0.02 |
| | | S. M. | 0.00 | -0.04 | -0.07 | -0.15 | -0.14 | -0.18 | -0.15 | -0.08 | -0.08 | -0.11 | -0.11 | -0.10 |

8.4 Conclusion

Une étude stochastique est menée sur les réponses maximales des ponts symétriques à une et à deux travées calculées avec le modèle stochastique développé et présenté dans le chap. 6. Les efforts internes ne reçoivent pas la contribution des composantes pseudo-statique et dynamo-statique dans le cas de la poutre simple ainsi que dans le cas de la poutre à deux travées soumise à un input sismique uniforme. Les résultats ont révélé les points suivants

1. Le déplacement et le moment fléchissant dynamiques au milieu de la poutre simple, et le moment fléchissant au niveau du support intermédiaire de la poutre à deux travées, calculés avec le modèle classique (corrélation parfaite), donnent généralement des résultats sécuritaires. Ils se réduisent généralement sous l'effet de l'incohérence, en fonction de la portée du pont et la flexibilité du sol, et plus particulièrement sous l'effet de la propagation d'onde au voisinage de la période du pont T , caractérisant le 1^{er} mode symétrique (le 1^{er} mode dans le cas de la poutre simple et le 2^{ème} mode dans le cas de la poutre à deux travées égales), vérifiant la relation $\cos\left(\frac{2\pi}{T} \tau\right) = -1$.

2. Le déplacement dynamo-statique est positif et diminue généralement avec l'incohérence ou encore avec la portée du pont d et la flexibilité du sol. Il est de plus en plus réduit sous l'effet de la propagation d'onde et plus particulièrement dans le cas de sol meubles.

3. L'effort tranchant dynamique au niveau du 1^{er} support de la poutre simple et celui au niveau du support intermédiaire de la poutre à deux travées reçoit également la contribution des modes antisymétriques et plus particulièrement celle du 2^{ème} mode dans le cas de la poutre simple. Il exhibe une importance, en tenant compte de l'effet de la corrélation partielle et notamment l'effet de la propagation d'onde, dans le cas de ponts flexibles fondés sur un sol ferme.

4. Le déplacement dynamique au milieu de la 1^{ère} travée calculé avec le modèle classique peut être sous-estimé dans le cas de ponts fondés sur un sol ferme et ayant des périodes fondamentales comprises entre $(0.1s < T_f < 0.5s)$ ainsi que les ponts fondés sur un sol meuble et de périodes fondamentales comprises dans l'intervalle $(0.1s < T_f < 1.5s)$, vu la contribution très importante du mode antisymétrique 1 sur ces intervalles de périodes fondamentales.

5. Le déplacement dynamo-statique diminue généralement avec la portée du pont sous l'effet de l'incohérence. Néanmoins, cette variation est négligeable à l'exception du cas d'excitations parfaitement incohérentes. Cependant, le déplacement dynamo-statique exhibe une augmentation relativement importante sous l'effet de la propagation d'ondes dans le cas de ponts fondés sur un sol ferme et les ponts très flexibles fondés sur un sol meuble.

6. Les déplacements totaux sont faiblement réduits sous l'effet de l'incohérence pour le cas des deux poutres (réduction maximale égale à 5%). Cette réduction est relativement importante sous l'effet de la propagation d'onde notamment dans le cas de ponts très flexibles fondés sur un sol meuble (réduction maximale égale à 15%). Dans le cas d'excitations sismiques parfaitement incohérentes, la réduction est importante et a une valeur constante dans le cas de la poutre simple (29%) et approximativement constante dans le cas de la poutre à deux travées égales (20%), quelle que soit la valeur de la période fondamentale du pont.

7. La composante pseudo-statique contribue avec un taux plus important que celui de la composante dynamique dans le cas de ponts fondés sur un sol meuble ainsi que les ponts rigides et relativement flexibles fondés sur un sol ferme. La contribution de la composante dynamo-statique est généralement faible, et est maximale dans le cas où le taux de contribution des composantes dynamique et pseudo-statique est le même (corrélation maximale entre les composantes dynamique et pseudo-statique).

8. La composante dynamo-statique des efforts internes au niveau du support intermédiaire de la poutre à deux travées est négative sur la totalité des périodes fondamentales ($0.1s < T_1 < 3s$) ou encore les composantes pseudo-statique et dynamique sont partiellement et négativement corrélées. Cette composante augmente en fonction de la portée du pont et la flexibilité du sol et d'une manière plus importante sous l'effet de la propagation d'onde.

9. La composante totale des efforts internes est généralement plus importante sous l'effet d'un input sismique non uniforme dans le cas de ponts rigides et plus particulièrement dans le cas d'un sol meuble. Ceci est dû particulièrement à l'importance de la composante pseudo-statique comparée à la composante dynamique. Cette sous-estimation, produite par l'hypothèse d'un input sismique uniforme, peut également concerner le cas de ponts relativement flexibles fondés sur un sol meuble et soumis à un input parfaitement incohérent. En d'autres termes, la frange de périodes fondamentales, pour laquelle les efforts internes totaux sont sous-estimés, augmente avec la portée du pont ainsi qu'avec la flexibilité du sol.

10. Les composantes, pseudo-statique et dynamo-statique, exhibent une importance dans le cas de ponts rigides soumis à un input sismique non uniforme et notamment dans le cas d'un sol meuble, alors que la composante dynamique est prédominante dans le cas de ponts flexibles. La composante pseudo-statique prédomine totalement les efforts internes dans le cas de ponts fondés sur un sol meuble, de période fondamentale inférieure approximativement à 1s, et sollicités par un input sismique parfaitement incohérent. De plus, la composante dynamo-statique contribue avec un taux faible dans le cas de ponts de portée très importante ou encore de ponts soumis à un mouvement sismique parfaitement incohérent. La contribution de cette composante dynamo-statique est maximale (les composantes dynamique et pseudo-statique sont corrélées d'une manière maximale), lorsque les composantes dynamique et pseudo-statique sont égales.

11. Les composantes inter-modales peuvent être négligées dans le calcul des efforts internes, dans le cas où la période du 1^{er} mode symétrique du pont est supérieure à la période du sol (T_1 dans le cas de la poutre simple et T_2 dans le cas de la poutre à deux travées), ainsi que dans le calcul du déplacement de la poutre à deux travées soumise à l'effet de l'incohérence. Sous l'effet de la propagation d'onde, la non-prise en compte des composantes inter-modales, peut entraîner une sous-estimation dans le cas du déplacement de la poutre à deux travées. Dans le cas où la période du 1^{er} mode symétrique du pont est inférieure à la période du sol, les efforts internes de la poutre à deux travées et l'effort tranchant de la poutre simple, calculés avec la règle de combinaison modale S.R.S.S., donnent des résultats non sécuritaires. L'importance de ces composantes inter-modales augmente avec la rigidité du pont et la flexibilité du sol, et plus particulièrement sous l'effet de la propagation d'onde. La règle de combinaison modale S.R.S.S. peut engendrer une sous-estimation dépassant 30% dans le cas des efforts tranchants.

D'après ces résultats, il est d'une importance capitale de tenir compte du caractère spatial de l'input sismique dans la partie dynamique et plus particulièrement dans la partie pseudo-statique.

Chapitre 9

Conclusions et Suggestions

9.1 Conclusions

La variabilité spatiale du mouvement sismique est un aspect très important qui devrait être pris en considération, au moins de manière approximative, dans le cadre d'un calcul parasismique de structures étendues ou à appuis multiples. Par conséquent, un modèle de spectre de réponse modifié et une règle de combinaison modale tenant compte de l'inter-corrélation modale, traitant les situations d'excitations partiellement corrélées, sont développés par **M.K.Berrah** et **E.Kausel** [8], [9]. Or, l'effet de la composante pseudo-statique a été négligé. Dans ce contexte, une formulation générale des réponses maximales, tenant compte non seulement de l'effet dynamique mais également de l'effet pseudo-statique, est développée et présentée dans la présente thèse. Ce modèle est développé pour le cas de systèmes discrets à supports multiples et soumis à une ou plusieurs composantes sismiques ainsi que pour les systèmes continus (les ponts) soumis à une seule composante sismique. Il prend en considération les effets de l'incohérence et de la propagation d'onde ainsi que l'effet de la non-uniformité des conditions géologiques locales au niveau des supports. Il est composé des réponses, dynamique, pseudo-statique, qui tient compte de l'inter-corrélation entre les déplacements au niveau des supports, et dynamo-statique qui prend en considération l'inter-corrélation entre les réponses dynamique et pseudo-statique.

Une analyse dynamique déterministe et stochastique de ponts à une et à deux travées égales, modélisés, respectivement, en poutres simplement appuyées et en poutres continues, soumis à des excitations partiellement corrélées, est effectuée. Les efforts internes ne reçoivent pas la contribution de l'effet pseudo-statique pour le cas de la poutre simple ainsi que de la poutre à deux travées égales soumise à un input sismique uniforme. La méthode déterministe est basée sur la simulation des excitations sismiques (accélérations et déplacements du sol) au niveau des supports alors que la méthode stochastique est basée sur le modèle développé dans le chapitre 6. Les résultats ont révélé les points suivants :

1. Les déplacements (déplacements dynamique et total) et les moments fléchissants de la poutre simple calculés avec la méthode classique basée sur un mouvement sismique uniforme mènent à des résultats sécuritaires.

2. Le déplacement dynamique au milieu de la 1^{ère} travée de la poutre à deux travées égales mène généralement à des résultats non sécuritaires si on ne tient pas compte de la corrélation partielle dans le cas de ponts ayant une période fondamentale inférieure à la période du sol.

3. Le déplacement total au milieu de la 1^{ère} travée de la poutre à deux travées égales varie légèrement en fonction des effets de l'incohérence et de la propagation d'ondes vu la contribution très importante de la composante pseudo-statique notamment dans le cas de sols meubles. Par conséquent, le déplacement total peut être évalué sans prise en compte de la corrélation partielle entre les excitations sismiques au niveau des supports.

4. Les effets d'incohérence et de propagation d'ondes doivent être pris en considération dans l'évaluation de l'effort tranchant dynamique maximal (au niveau des supports) des ponts flexibles fondés plus particulièrement sur un sol relativement meuble.

5. La non prise en compte de l'effet pseudo-statique dans l'évaluation des efforts internes de ponts rigides (ponts à deux travées égales) ainsi que les ponts relativement flexibles fondés sur un sol relativement meuble mène à des résultats non sécuritaires. L'importance de l'effet pseudo-statique augmente généralement en fonction de la portée, la rigidité du pont et la flexibilité du sol.

D'après ces résultats, la corrélation partielle joue un rôle très important que ce soit sur l'aspect dynamique ou pseudo-statique. On peut donc déduire qu'il est d'une importance capitale de tenir compte du caractère spatial de l'input sismique dans la conception et le calcul parasismique de structures étendues ou à fondations multiples.

9.2 Recommandations et Suggestions pour les Recherches Futures

Un modèle présentant une formulation complète des réponses stochastiques maximales de structures étendues soumises à des excitations sismiques partiellement corrélées est présenté dans cette thèse. Une investigation de l'effet de la corrélation partielle sur les réponses des ponts est également menée. Les recherches futures qui peuvent être engagées dans ce domaine sont données par les points suivants.

- Tenir compte de la non-linéarité dans l'évaluation des réponses stochastiques des structures étendues en se basant sur la théorie des vibrations aléatoires appliquée aux systèmes non linéaires.

- Analyse stochastique de structures étendues soumises à 6 composantes sismiques (3 composantes translationnelles, 2 composantes rotationnelles et une composante torsionnelle).
- Prise en compte de l'effet d'interaction sol-structure.
- Etude de l'effet de la corrélation partielle sur les réponses de structures étendues de type différent tel que les barrages, les ponts suspendus etc.

Références Bibliographiques

1. Abrahamson, N.A., 1985. "Estimation of Seismic Wave Coherency and Rupture Velocity Using the SMART-1 Strong Motion Array Recordings". *Report UCB/EERC-85/02*, Earthquake Engineering Research Center, University of California at Berkeley, CA., USA.
2. Abrahamson, N.A., and Bolt, B.A., 1985. "The Spatial Variation of the Phasing of Seismic Strong Ground Motion". *Bulletin of the Seismological Society of America*, 75, 1247-1264.
3. Abrahamson, N.A., 1988. "Empirical Models of Spatial Coherency of Strong Ground Motion". *Proc. Second Workshop on Strong Motion Arrays*, Taipei, Taiwan.
4. Abrahamson, N.A., Schneider, J.F., and Stepp, J.C., 1991. "Empirical Spatial Coherency Functions for Application to Soil-Structure Interaction Analysis". *Earthquake Spectra*, 7, 1-28.
5. Aki, K., and Richard, P.G., 1980. "Quantitative Seismology". Vol. II, W.H., Freeman and Co., San Francisco, USA.
6. Amin, M., and Gungor, I., 1971. "Random Vibration in Seismic Analysis" - an evaluation. *Proceedings, ASCE National Meeting on Structural Engineering*, Baltimore, Md., USA, 19-23.
7. Berrah, M.K., and Kausel, E., 1990. "Modified Response Spectrum Model for the Design of Structures Subjected to Spatially Varying Seismic Excitations". *Report No. R90-2*, MIT Department of Civil Engineering, Cambridge, Massachusetts, USA.
8. Berrah, M.K., and Kausel, E., 1992. "Response Spectrum Analysis of Structures Subjected to Spatially Varying Motions". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 21, No. 6, 461-470.
9. Berrah, M.K., and Kausel, E., 1993. "A Modal Combination Rule for Spatially Varying Seismic Motions". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 22, No. 9, 791-800.
10. Berrah, M.K., and Kausel, E., 1993. "Spectrum Analysis of a Beam Under Non Uniform Seismic Motion". *Structural Dynamics-EURODYN'93*, Moan et al., eds., Balkema, Rotterdam, 1, 27-31.
11. Berrah, M.K., and Kausel, E., 1994. "On Combining Modes Under Non Uniform Ground Motion". *Proceedings of the Second International Conference on Earthquake Resistant Construction and Design*, Savidis (ed.), Balkema, Rotterdam, 661-668.
12. Bolt, B.A., Tsai, Y.B., Yeh, K., and Hsu, M.K., 1982. "Earthquake Strong Motions Recorded By Large Near-Source Array of Digital Seismographs". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 10, 561-573.
13. Burg, J.P., 1964. "Three-Dimensional Filtering with an Array of Seismometers". - *Geophysics*, 24, 693-713.
14. Christian, J.T., 1989. "Generating Seismic Design Power Spectral Density Functions". *Earthquake Spectra*, 5, 351-368.
15. Clough, R.W. and Penzien, J., 1975. "Dynamics of Structures". McGraw-Hill Book Co., New York, NY., USA.
16. Cook, R.G., 1964. "Digital Simulation of Random Vibration". Msc/PhD Thesis, Department of Mechanical Engineering, MIT, Cambridge, Mass., USA.
17. Datta, T.K., and Mashaly, E.A., 1990. "Transverse Response of Offshore Pipelines to Random Ground Motion". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 19, 217-228.

18. Davenport, A.G., 1964. "Note on the Distribution of the Largest Value of a Random Function with Application to Gust Loading". *Proceedings of Institution of Civil Engineers*, London, 28, 187-196.
19. Debchaudhury, A., and Gazis, G.D., 1988. "Response of MDOF Systems to Multiple Support Seismic Excitation". *Journal of Engineering Mechanics*, 114, No. 4, 583-602.
20. Der Kiureghian, A., 1980. "Structural Response to Stationary Excitation". *Journal of Engineering Mechanics Division*, ASCE, 106, 1195-1213.
21. Der Kiureghian, A., 1981. "A Response Spectrum Method for Random Vibration Analysis of MDF Systems". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 9, 419-435.
22. Der Kiureghian, A., 1991. "CQC Modal Combination Rule for High-Frequency Modes". *Transactions 11th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology*, Tokyo, Japan, 231-236.
23. Der Kiureghian, A., and Neuenhofer, A., 1991. "A Response Spectrum Method for Multiple-Support Response Spectrum Method". *Report UCB /EERC-91/08*, Earthquake Engineering Research Center, University of California at Berkeley, Berkeley, CA., USA.
24. Der Kiureghian, A., and Neuenhofer, A., 1992. "Response Spectrum Method for Multi-Support Seismic Excitations". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 21, 713-740.
25. Dong, K.K., and Wieland, M., 1988. "Application of Response Spectrum Method to a Bridge Subjected to Multiple Support Excitation". *Proceedings of the 9th World Conference on Earthquake Engineering*, Tokyo-Kyoto, Japan, VI, 531-536.
26. Dumanoglu, A.A., and Severn, R.T., 1990. "Stochastic Response of Suspension Bridges to Earthquake Forces". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 19, 133-152.
27. Ewing, W.M., Jardetzki, W.S., and Press, F., 1957. "Elastic Waves in Layered Media". McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, N. Y., USA.
28. Hannan, E.J., and Thomson, P.J., 1973. "Estimating Group Delay". *Biometrika*, 60, 241-253.
29. Hao, H., 1989. "Effects of Spatial Variation of Ground Motions on Large Multiply-Supported Structures". *Report UCB/EERC-89/06*, Earthquake Engineering Research Center, University of California at Berkeley, CA., USA.
30. Hao, H., Oliveira, C.S., and Penzien, J., 1989. "Multiple Station Ground Motion Processing and Simulation Based on SMART-1 Array Data". *Nuclear Engineering and Design*, 111, 293-310.
31. Harada, T., 1982. "Spatial Correlation and Spectrum of Strong Earthquake Ground Displacements". *Proceedings of the 6th Japan Earthquake Engineering Symposium*, 353-360.
32. Harada, T., 1984. "Probabilistic Modeling of Spatial Variation of Strong Earthquake Ground Displacements". *Proceedings of the 8th World Conference on Earthquake Engineering*, San Francisco, 2, 605-612.
33. Harada, T., and Shinozuka, M., 1986. "Ground Deformation Spectra". *Proceedings of the 3rd U.S. National Conference on Earthquake Engineering*, Charleston, South Carolina, 2191-2202.
34. Harichandran, R.S., and Vanmarcke, E., 1984. "Space Time Variation of Earthquake Ground Motion". *Report No. R84-12*, MIT Department of Civil Engineering, Cambridge, Massachusetts, USA.
35. Harichandran, R.S., and Vanmarcke, E., 1986. "Stochastic Variation of Earthquake Ground Motion in Space and Time". *Journal of Engineering Mechanics*, 112, No. 2, 154-174.

36. Harichandran, R.S., and Wang, W., 1988. "Response of Simple Beam to Spatially Varying Earthquake Excitation". *Journal of Engineering Mechanics*, 114, No. 9, 1526-1541.
37. Harichandran, R.S., and Wang, W., 1990. "Response of Indeterminate Two-Span Beams to Spatially Varying Earthquake Excitation". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 19, 173-187.
38. Hindy, A., and Novak, M., 1980. "Pipeline Response to Random Ground Motions". *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*, 106, No. EM2, 339-360.
39. Housner, G.W., and Jennings, P.C., 1964. "Generation of Artificial Earthquakes". *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*, 90, EM1, 113-150.
40. Iwan, W.D., 1979. "The Deployment of Strong-Motion Earthquake Instrument Arrays". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 7, 413-426.
41. Jenkins, G.W., and Watts, D.G., 1968. "Spectral Analysis and its Applications". Holden-Day, San Francisco.
42. Kanai, K., 1957. "Semi-Empirical Formula for the Seismic Characteristics of the Ground". *Bulletin of Earthquake Research. Inst.*, University of Tokyo, Japan, 35, 309-325.
43. Kaul, M.K., 1978. "Stochastic Characterisation of Earthquake through their Response Spectrum". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 6, 497-509.
44. Kausel, E., and Pais, A., 1984. "Deconvolution of Stochastic SH-Wave Motions in Soil Deposits". *Report No. R84-09*, MIT Department of Civil Engineering, Cambridge, Massachusetts, USA.
45. Kausel, E., and Pais, A., 1987. "Stochastic Deconvolution of Earthquake Motions". *Journal of Engineering Mechanics*, 113, No. 2, 266-277.
46. Knapp, C.H., and Carter, G.C., 1976. "The Generalized Correlation Method for the Estimation of Time Delay". *IEEE Transactions of Acoustics, Speech and Signal Processing*, 24 (4), 320-327.
47. Lee, M.C., and Penzien, J., 1983. "Stochastic Analysis of Structures and Piping Systems subjected to stationary multiple support excitations". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 11, 91-110.
48. Leger, P., and Wilson, E.L., 1988. "Modal Summation Methods for Structural Dynamics Computations". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 16, 23-27.
49. Loh, C.H., Penzien, J., and Tsai, Y.B., 1982. "Engineering Analysis of SMART-1 Array Accelerograms". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 10, 575-591.
50. Loh, C.H., 1985. "Analysis of the Spatial Variation of Seismic Waves and Ground Movements from SMART-1 Array Data". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 13, 561-581.
51. Loh, C.H., and Yeh, Y., 1988. "Spatial Variation and Stochastic Modelling of Seismic Differential Ground Movement". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 16, 583-596.
52. Loh, C.H., 1988. "Spatial Variability of Seismic Waves and its Engineering Application". *International Workshop on Spatial Variation of Earthquake Ground Motion*, Dunwalke, New Jersey.
53. Luco, J.E., and Wong, H.L., 1986. "Response of a Rigid Foundation to a Spatially Random Ground Motion". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 14, 891-908.
54. Luco, J.E., and Mita, A., 1987. "Response of Circular Foundation to Spatially Random Ground Motion". *Journal of Engineering Mechanics*, 113, No. 1, 1-15.

55. Nakamura, Y., Der Kiureghian, A., and Liu, D., 1993. "Multiple-Support Response Spectrum Analysis of the Golden Gate Bridge". *Report UCB /EERC-93/05*, Earthquake Engineering Research Center, University of California at Berkeley, Berkeley, CA, USA.
56. Newland, D.E., 1984. "An Introduction to Random Vibrations and Spectral Analysis". Longman inc., New York.
57. Pais, A.L., and Kausel, E., 1990. "Stochastic Response of Rigid Foundations". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 19, 611-622.
58. Papadimitriou, C., and Beck, J.L., 1994. "Approximate Random Vibration Analysis of Classically Damped MDOF Systems". *Journal of Engineering Mechanics*, 120, No. 1, 75-96.
59. Pekeris, C.C., and Lifson, H., 1957. "Motion of the Surface of a Uniform Elastic Half-Space Produced by a Buried Pulse". *Journal of Acoust. Soc. Am.*, 29, 1233.
60. Penzien, J., and Watabe, M., 1975. "Characterisation of 3 Dimensional Earthquake Ground Motions". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 3, 365-373.
61. Pfaffinger, D.P., 1983. "Calculation of Power Spectra from Response Spectra". *Journal of Engineering Mechanics*, 109, No. 1, 357-372.
62. Press, W.H., Flannery, B.P., Teukolski, S.A., and Vetterling, W.T., 1986. "Numerical Recipes". The Art of Scientific Computing. Cambridge University Press.
63. Preumont, A., 1990. "Vibrations Aléatoires et Analyse Spectrale". Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, CH-1015 Lausanne.
64. Rosenblüeth, E., and Bustamante, J.E., 1962. "Distribution of Structural Response to Earthquakes". *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*, 88, EM3, 75-106.
65. Rosenblüeth, E., and Elorduy, J., 1969. "Response of Linear Systems to Certain Transient Disturbances". *Proceedings of the Fourth World Conference on Earthquake Engineering*, Santiago, Chile, A-1, 185-196.
66. Sandararajan, C., 1980. "An Iterative Method for the Generation of Seismic Power Spectral Density Functions". *Proceedings of the Second ASCE Conference on Civil Engineering and Nuclear Power*, Knoxville, Tenn., 12.3.1-12.3.29.
67. Shinozuka, M., Deodatis, G., and Harada, T., 1987. "Digital Simulation of Seismic Ground Motion". Technical Report NCEER-87-0017.
68. Singh, M.P., and Maldonado, G.O., 1990. "Response Spectrum Method Including the Missing Mass Effects with Truncated Modes". *Proceedings of the Fourth National Conference on Earthquake Engineering*, Palm Springs, Ca.
69. Slimani, A., and Berrah, M.K., 1996. "Dynamic Analysis of Extended Structures Subjected to Incoherent Ground Motion". *Proceedings of the First Maghrebian Congress of Mechanics*, Ghardaia, 3, 135-140.
70. Slimani, A., and Berrah, M.K., 1996. "Analyse Dynamique de Structures Etendues Soumises à un Mouvement Sismique Incohérent". *Actes du 1^{er} Colloque National de Génie Parasismique*, 1, 133-141.
71. Smeby, W., and Der Kiureghian, A., 1985. "Modal Combination Rule for Multicomponent Earthquake Excitation". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 13, 1-12.
72. Somerville, P.G., McLaren, J.P., and Sen, M.K., 1988. "The Influence of Site Conditions on the Spatial Incoherence of Ground Motions". *International Workshop on Spatial Variation of Earthquake Ground Motion*, Dunwalke, New Jersey.
73. Tajimi, H., 1960. "A Statistical Method of Determining the Maximum Response of a Building Structure During an Earthquake". *Proc. 2nd World Conference of Earthquake Engineering*, Tokyo and Kyoto, 2, 781-798.

74. Unruh, J.F., and Kana, D.D., 1981. "An Iterative Procedure for the Generation of Consistant Power/Response Spectrum". *Nuclear Engineering and Design*, 66, 427-435.
75. Uscinski, B.J., 1977. "The Elements of Wave Propagation in Random Media". McGraw-Hill International Book Co., New York, N.Y.
76. Vanmarcke, E.H., 1972. "Properties of Spectral Moments with Applications to Random Vibration". *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, 98, No. EM2, 425-446.
77. Vanmarcke, E.H., 1975. "On the Distribution of the First-Passage Time for Normal Stationary Random Processes". *Journal of Applied Mechanics*, 42, 215-220.
78. Vanmarcke, E.H., 1976. "Structural Response to Earthquakes". *Seismic Risk and Engineering Decisions*, C. Lomnitz and E. Rosenblueth, eds., Elsevier Scientific Publishing Co., Amsterdam, Netherlands, 287-337.
79. Vanmarcke, E.H., and Lai, S.P., 1980. "Strong Motion Duration and RMS Amplitude of Earthquake Records". *Bulletin of the Seismological Society of America*, 70, 1293-1307.
80. Vanmarcke, E.H., 1983. "Efficient Stochastic Representation of Earthquake Ground Motion". *Proceedings of the 4th Canadian Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, British Columbia, K1-K4.
81. Vanmarcke, E.H., 1983. "Random Fields". Analysis and Synthesis. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, USA.
82. Werner, S.D., Lee, L.C., Wong, H.L., and Trifunac, M.D., 1979. "Structural Response to Traveling Seismic Waves". *Journal of Structural Division*, ASCE, 105, 2547-2564.
83. Wilson, E.L., Der Kiureghian, A., and Bayo, E.P., 1981. "A Replacement for the SRSS Method in Seismic Analysis". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 9, 187-192.
84. Yamamura, N., and Tanaka, H., 1990. "Response Analysis of Flexible MDF Systems for Multiple-Support Seismic Excitations". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 19, 345-357.
85. Zavoni, E.H., and Vanmarcke, E.H., 1994. "Seismic Random-Vibration Analysis of Multisupport-Structural Systems". *Journal of Engineering Mechanics*, 120, No. 5, 1107-1128.
86. Zerva, A., Ang, A. H-S., and Wen, Y.K., 1986. "Development of Differential Response Spectra for Lifeline Seismic Analysis". *Probabilistic Engineering Mechanics*, 1, 208-218.
87. Zerva, A., Ang, A. H-S., and Wen, Y.K., 1988. "Lifeline Response to Spatially Variable Ground Motions". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 16, 361-379.
88. Zerva, A., 1990. "Response of Multi-Span Beams to Spatially Incoherent Seismic Ground Motions". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 19, 819-832.
89. Zerva, A., 1991. "Effect of Spatial Variability and Propagation of Seismic Ground Motions on the Response of Multiply-Supported Structures". *Probabilistic Engineering Mechanics*.