

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

2/00



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

Projet de Fin d'Etude

En vu de l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en
Génie Electrique : option AUTOMATIQUE

**Application des techniques de
commandes multivariables par
retour d'état, commande LQ, et
commande LQG sur un réseau
électrique.**

Proposé et dirigé par :

M. R. ILLOUL

M. A. HELLAL

Etudié par :

A. ALLOUACHE

E.F. KIRAM

Promotion JUIN 2000

Ecole Nationale Polytechnique

10 avenue Hacene Badi, EL-Harrach, Alger

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

Projet de Fin d'Etude

En vu de l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en
Génie Electrique : option AUTOMATIQUE

**Application des techniques de
commandes multivariables par
retour d'état, commande LQ, et
commande LQG sur un réseau
électrique.**

Proposé et dirigé par :

M. R. ILLOUL

M. A. HELLAL

Etudié par :

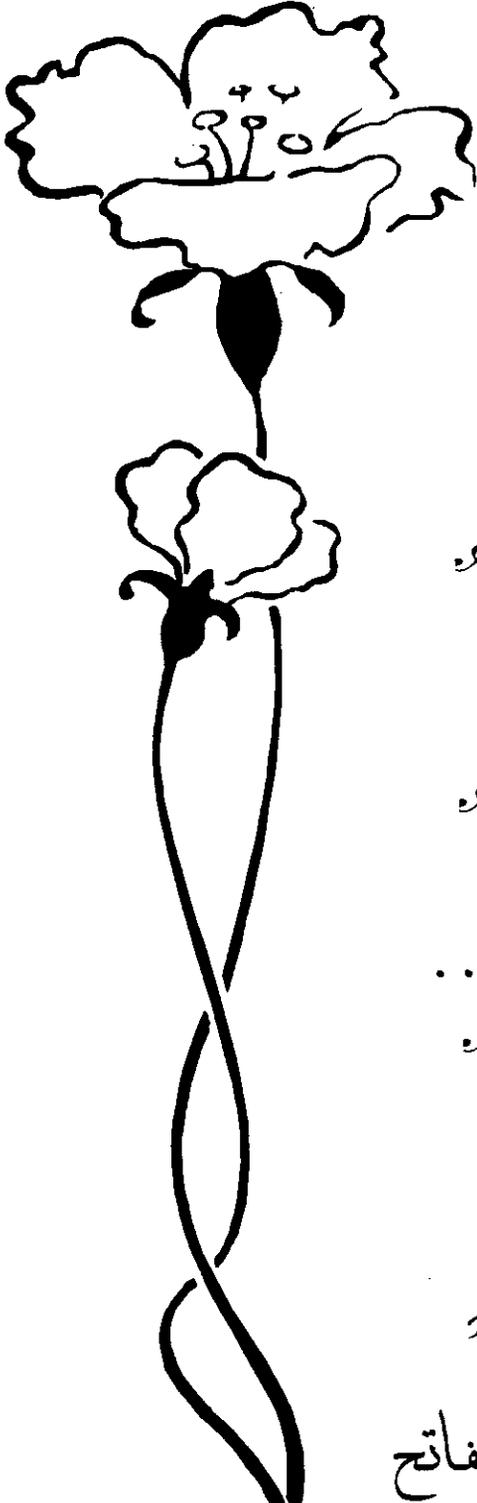
A. ALLOUACHE

E.F. KIRAM

Promotion JUIN 2000

Ecole Nationale Polytechnique

10 avenue Hacene Badi, EL-Harrach, Alger



إلى الوالدين العزيزين

À mes chers parents

إلى كل العائلة

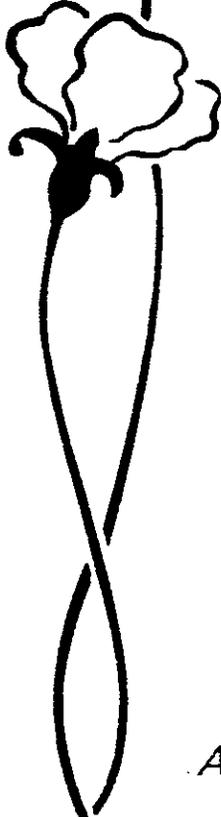
À toute ma famille

إلى كل مخلص لهذا الوطن الغالي...
À tous les fidèles à ce pays...

أهدي هذا العمل المتواضع
Je dédie ce modeste travail

الفاتح

El-Fateh



Dédicace

*Je dédie ce modeste travail,
Aux êtres les plus tendres à mes
yeux et les plus
chers à mon cœur, à qui je dois
énormément
et que je ne remercierai jamais
assez :*

Mes parents.

*A mes frères et ma sœur, en
particulier Nasreddine.*

A Toute la famille ALLOUACHE.

*A tous mes amis en particulier
A/Elkerim, Toufik et Mohamed*

Abd. Elouach.

Remerciements

Nous exprimons notre profonde reconnaissance à Mrs R. ILLONL et A. HELLAL qui en dirigent ce travail, nous ont fait profiter et de leurs connaissances, de leurs conseils ainsi que l'intérêt bien veillant qu'il nous ont témoigné. Qu'ils soient remerciés pour les nombreuses discussions que nous avons eues avec eux.

Nous exprimons nos remerciements à Mrs Tadjin, Ait Chikh, Femicci, et Boudjema pour leur aide.

Nous voudrions aussi saluer la promotion de l'Automatique de juin 2000, la première promotion du troisième millénaire.

Nous exprimons nos remerciements à tout le personnel de la bibliothèque, pour leur aide.

En fin nous voudrions exprimer notre profonde gratitude à tous les enseignants de l'Ecole Nationale Polytechnique, et en particulier à ceux du département Génie Electrique.

TABLE DES MATIERES

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

Avant Propos	i
Table des Matières	ii

INTRODUCTION GENERALE	1
-----------------------------	---

MODELISATION DE RESEAU DE PUISSANCE

I-1	Description et mise en équation de la machine	4
I-1-1	Equations des Tensions	4
I-1-2	Equations des Flux	5
I-1-2-1	Selfs Inductances Stator	6
I-1-2-2	Selfs Inductances rotor	7
I-1-2-3	Mutuelle Inductances Stator	7
I-1-2-4	Mutuelle-Inductances Rotor	7
I-1-2-5	Mutuelle-Inductances Stator-rotor	7
I-2	Transformation de PARK	8
I-2-1	Equations de PARK	10
I-2-2	Equation Electrique de PARK	10
I-2-3	Equation des Flux de PARK	11
I-2-4	Puissance et Couple Electromagnétique	12
I-2-5	Equation Electromécanique	12
I-2-5-1	Couple Mécanique	13
I-2-5-2	Couple d'Inertie	13
I-2-5-3	Couple d'Amortissement	13
I-2-5-4	Couple Electromagnétique	13
I-3	Le système PER-UNIT adopté	14
I-4	Modélisation d'un échantillon de réseau dans l'espace d'état	15
I-4-1	Equations d'état du réseau	15
I-4-2	Résultat de simulation	17
I-4-2-1	Surcharge brusque de la machine	18
I-4-2-2	Accroissement brusque de la tension d'excitation	18
I-5	Conclusions	19

COMMANDE PAR PLACEMENT DE POLES

II-1	Réglage d'Etat par Placement de Pôles	22
II-1-1	Exposé de problème	22
II-1-2	Formulation de Problème	23
II-2	Application de la Commande par Placement de Pôles à un Réseau Electrique	25
II-2-1	Structure de la Boucle de Réglage avec Retour d'Etat	25
II-2-2	Résumé des étapes de la méthode de synthèse du régulateur par retour d'état	29
II-2-3	Résultats de simulation	29
II-2-3-1	influence de placement de pôles	30
II-2-3-2	influence des perturbations	31
II-2-3-3	influence des erreurs de modèle	31
II-3	Conclusion	31

LA COMMANDE LINEAIRE QUADRATIQUE

III-1	La commande linéaire quadratique (LQ)	38
III-1-1	cas continus	38
III-1-1-1	Equation d'état de système continu à régler	38
III-1-1-2	Critère quadratique à minimiser	39
III-1-1-3	Forme générale de la commande	39
III-1-2	cas discret	40
III-1-2-1	Equation d'état de système discret	40
III-1-2-2	Critère quadratique à minimiser	41
III-1-2-3	Forme générale de la commande	41
III-2	Application de la Commande LQ sur un Réseau Electrique	42
III-2-1	Structure de la Boucle de Réglage LQ	42
III-2-2	Description de régulateur LQ	42
III-2-3	Résumé des étapes de synthèse du régulateur LQ	45
III-2-4	Résultats de simulations	46
III-2-4-1	Influence des matrices de pondération	46
III-2-4-2	Influence de la perturbation	48
III-2-4-3	Influence des erreurs de modèle	48
III-3	Conclusion	48

FILTRE DE KALMAN

IV-1	Filtrage de KALMAN	55
IV-1-1	Le filtre de KALMAN discret	55
IV-1-2	Le filtre de KALMAN continu	57

IV-2	Conception de Filtre de KALMAN	59
IV-2-1	Description de filtre de KALMAN	59
IV-2-2	Mise en œuvre de filtre de KALMAN	60
IV-2-3	Résultats et simulations	60
IV-2-3-1	L'influence de choix des matrices de pondération	61
IV-2-3-2	L'influence de choix des conditions initiales	61
IV-2-3-3	L'influence des erreurs de modèle	62
IV-3	Conclusion	62

LA COMMANDE LINEAIRE QUADRATIQUE GAUSSIENNE

V-1	La Commande Linéaire Quadratique Gaussienne (LQG)	68
V-1-1	Exposé du Problème	68
V-1-2	La commande LQG des systèmes continus	69
V-1-3	Principe de Séparation	70
V-1-4	La commande LQG des systèmes discrets	72
V-2	Application de la LQG sue un Réseau Electrique	74
V-2-1	Position de problème	74
V-2-2	Description de régulateur LQG	75
V-2-3	Synthèse de régulateur LQG	76
V-2-4	Résumé des étapes de la méthode de synthèse du régulateur LQG	77
V-2-5	Résultats et simulations	77
V-3	Conclusion	79

CONCLUSION GENERALE	93
---------------------------	----

ANNEXES

ANNEXE A	96
ANNEXE B	98
ANNEXE C	101

BIBLIOGRAPHIE

ملخص

في هذا العمل قمنا بتطبيق التحكم الخطي التربيعي الغوسي على شبكة كهربائية ومقارنة النتائج مع النتائج المحصل عليها بعد تطبيق التحكم عن طريق فرض الأقطاب المعتمد على حل معادلة ليابونوف ، وكذا التحكم الخطي التربيعي.
كلمات مفتاحية : شبكة كهربائية - معادلة ليابونوف - فرض الأقطاب - تحكم خطي تربيعي - مرشح كالمان - معادلة ريكاتي - تحكم خطي تربيعي غوسي.

Résumé

Dans ce travail nous avons appliqué la commande LQG sur un réseau électrique et comparer les résultats avec ceux de la commande par placement de pôles basée sur la résolution de l'équation de LYAPUNOV ainsi que la commande LQ.

Mots clés : Réseau électrique – Equation de LYAPUNOV – Placement de pôles – Commande linéaire quadratique – Filtre de KALMAN – Equation de RICCATI – Commande linéaire quadratique gaussienne.

Abstract

In this work, we applied the LQG control to an electrical network, we made a comparison of the results with the ones obtained using a poles placement method solving the LYAPUNOV equation, dl so with the results of the LQ method.

Keywords : electrical network – LYAPUNOV equation – poles placement – LQ control – KALMAN filter – RICCATI equation – LQG control.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Introduction Générale

Introduction Générale

De nos jours, les problèmes liés au fonctionnement des réseaux d'énergie électrique ont pris une importance considérable. Face à une consommation d'énergie électrique qui ne cesse d'augmenter, les réseaux d'énergie électrique sont en perpétuelle évolution et deviennent ainsi de plus en plus maillés et interconnectés.

Cette complexité de structure engendre de nombreuses conséquences. En plus des problèmes les plus connus tel que la difficulté du réseau à retrouver un état de marche synchrone suite à une perturbation. Des phénomènes peu connus tels que les oscillations électromécaniques non amorties ou faiblement amorties peuvent apparaître dans les réseaux fortement interconnectés, ces oscillations sont contraignantes et constituent un phénomène désagréable pour l'exploitant. Elles deviennent ces dernières années, un centre d'intérêt dans les études de stabilité.

L'étude de la stabilité des réseaux électriques affectés par de telles perturbations est désignée par la stabilité dynamique, cette dernière ne s'intéresse qu'aux perturbations les moins contraignantes. En effet les études de stabilité dynamique portent sur les défauts les moins sévères. Elles ne nécessitent pas, par conséquent, l'utilisation des modèles mathématiques complets et non linéaires comme dans le cas de la stabilité transitoire. A cet effet le modèle régissant la dynamique de système est réduit et linéarisé autour d'un point de fonctionnement stable [1].

L'étude de la stabilité d'un système de puissance répond principalement à deux objectifs :
le premier concerne l'analyse et l'évaluation de tels systèmes à supporter d'éventuelles perturbations.

Et le deuxième objectif concerne l'amélioration de cette capacité pour assurer la continuité de service, c'est là qu'interviennent les moyens de réglage automatique.

C'est dans ce contexte que s'inscrit notre travail, il apporte une contribution à l'étude de la stabilité dynamique des réseaux électrique par l'introduction d'une technique de réglage qui se

base sur le retour de vecteur d'état dans un milieu stochastique qui s'appelle la COMMANDE LINEAIRE QUADRATIQUE GAUSSIENNE (LQG). Cette commande est appliquée aux systèmes de puissance afin d'asservir la tension de sortie ainsi que le couple électromagnétique, alors elle peut remplacer les régulateurs conventionnels jusqu'alors utilisés.

La Commande Linéaire Quadratique Gaussienne (LQG) est une partie fondamentale de la théorie de commande optimale[2]. Elle combine une méthode élégante et qui tient en compte des considérations pratiques, en effet, cette commande est basée sur les concepts de l'optimisation linéaire quadratique gaussienne afin de donner une solution claire au problème de la commande multivariées des systèmes bruités.

La synthèse classique de la commande LQG se fait généralement en deux étapes duales et indépendantes, en l'occurrence la synthèse d'une commande linéaire quadratique (LQ) et la synthèse d'un estimateur optimal qui est le filtre de KALMAN permettant de mettre en œuvre la loi de commande à partir des mesures disponibles[1].

Bien que la commande LQ et le filtre de KALMAN possèdent indépendamment des propriétés de robustesse remarquable[ROSENBROCK et MCMORRAN (1971), ANDERSON et MOORE(1972), WILLIEMS et VANDERWOODE (1978), LETHOMAKI et al.(1981), SHAKED (1986)], on pouvait s'attendre à ce que la commande (LQG) présente ces mêmes qualités de robustesse. Cependant, dans une série des travaux il a été montré que cette méthode pouvait conduire à une diminution de la marge de stabilité et parfois une instabilité de système global (KWAKERNEAK 1969, DOYLE 1981). Il apparaît alors clairement que la commande (LQG) met davantage l'accent sur la caractéristique d'optimisation que sur celle de la robustesse vis à vis des entrées de perturbation et des incertitudes[1][2].

La commande LQG a fait, ces dernières années, l'objet de plusieurs travaux de recherches et de publications. Plusieurs sujets sont développés actuellement, et d'autres sont soumis à des recherches intensives. On peut citer parmi ces travaux à titre d'exemple ceux de THOMSON 1979, DOYLE 1981, SHARP 1987, LOUAM 1988 et TADJINE 1994.

Pour cette étude notre mémoire va contenir cinq chapitres qui seront organisés de la façon suivante :

Dans le premier chapitre, nous modélisons le réseau électrique en considérant une représentation à deux axes (modèle de PARK) pour la machine synchrone, associé aux équations algébriques. A la fin de chapitre on donne un modèle linéaire de réseau qui est le résultant d'une linéarisation de modèle autour de point de fonctionnement.

Le deuxième chapitre sera consacré à une commande par retour d'état non optimale par placement de pôles, en se basant sur l'équation matricielle de LYAPUNOV pour le calcul de la matrice des gains. On termine le chapitre par des discussions de résultats de simulations afin d'étudier les performances de régulateur vis à vis les différents paramètres qui peuvent l'agir.

Dans le troisième chapitre nous allons présenter la Commande Linéaire Quadratique (LQ), cette méthode de commande par retour d'état, consiste à minimiser un indice de performance donné afin de calculer la matrice des gains optimaux. Cette méthode est basée sur la résolution de l'équation matricielle de RICCATI, une étude des performances de régulateur LQ sera faite à la fin de chapitre.

Avant d'aborder la commande LQG on a vu qu'une étude de filtre de KALMAN est indispensable, pour ce fait, nous avons consacré le quatrième chapitre à cette étude ou nous présentons d'abord un aspect théorique de cet estimateur puis son implémentation autant qu'un estimateur optimal.

Une fois on a traité les deux éléments essentiels de la commande linéaire quadratique gaussienne (LQ et le filtre de KALMAN), dans le cinquième chapitre on a synthétisé la commande LQG qui est le but de notre travail, un aspect théorique sera donné ainsi que l'application de cette commande pour le réglage de la tension et de couple électromagnétique.

Chapitre I

Modélisation du Réseau Electrique

Ce chapitre est consacré à la modélisation mathématique du système de puissance (machine synchrone - charge locale - nœud infini), en régime dynamique, pour permettre l'étude de la stabilité de ce dernier, vis à vis de petites perturbations.

Dans une première partie, nous présenterons un modèle de la machine synchrone, ensuite nous présenterons la transformation modifiée de PARK [3], qu'on appliquera aux équations classiques instantanées de la machine synchrone pour aboutir à un modèle qui est ramené ensuite les équations de PARK linéarisées vers l'espace d'état.

Dans la seconde section, nous adapterons un modèle dynamique linéaire simplifié, basé sur la méthode des petits signaux.

I-1 Description et mise en équation de la machine

La figure 1.1 décrit la configuration électrique d'une machine asynchrone triphasée à pôles saillants, elle est constituée principalement de trois enroulements statoriques identiques a , b et c , régulièrement distribués, généralement couplés en étoile, d'un enroulement rotorique d'excitation et de deux circuits amortisseurs représentés par deux enroulements en court-circuit équivalents D et Q , en quadrature[3] [4].

I-1-1 Equations des Tensions

Si on suppose que le système des tensions triphasées est équilibré, alors il n'y a pas de contribution du neutre, de ce fait l'équation matricielle de tension des générateurs tournants est de la forme :

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \\ -v_F \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_F & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_F \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\Phi}_a \\ \dot{\Phi}_b \\ \dot{\Phi}_c \\ \dot{\Phi}_F \\ \dot{\Phi}_D \\ \dot{\Phi}_Q \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

L'équation (1.1), sous la forme partitionnée suivant, s'écrit :

$$\begin{bmatrix} V_{abc} \\ V_{FDQ} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} R_{abc} & 0 \\ 0 & R_{FDQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_{FDQ} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\Phi}_{abc} \\ \dot{\Phi}_{FDQ} \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

L'équation (1.2) est complexe cela est du à la présence des dérivées du flux qui sont des coefficients variables au cours du temps.

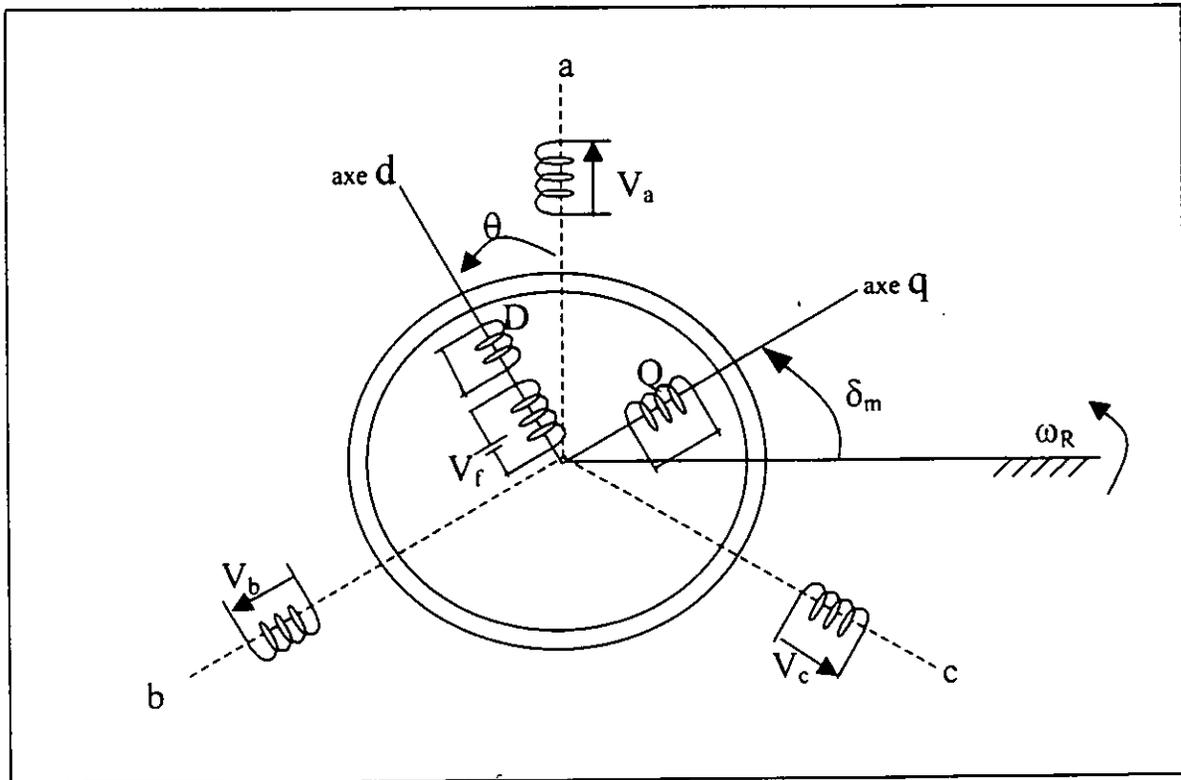


Figure (1.1) : représentation schématique de la machine synchrone

I-1-2 Equations des Flux

On suppose que le circuit magnétique de la machine n'est pas saturé. L'équation matricielle des flux instantanés. pour les six circuits est :

$$\begin{bmatrix} \Phi_a \\ \Phi_b \\ \Phi_c \\ \Phi_F \\ \Phi_D \\ \Phi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{aF} & L_{aD} & L_{aQ} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bF} & L_{bD} & L_{bQ} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cF} & L_{cD} & L_{cQ} \\ L_{Fa} & L_{Fb} & L_{Fc} & L_{FF} & L_{FD} & L_{FQ} \\ L_{Da} & L_{Db} & L_{Dc} & L_{DF} & L_{DD} & L_{DQ} \\ L_{Qa} & L_{Qb} & L_{Qc} & L_{QF} & L_{QD} & L_{QQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_F \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

où : L_{jk} inductance propre quand $j = k$

dans le cas contraire c'est la mutuelle-inductance.

L'équation (1.3) peut être écrite sous la forme partitionnée suivante :

$$\begin{bmatrix} \Phi_{abc} \\ \Phi_{FDQ} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} L_{SS} & L_{SR} \\ L_{RS} & L_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_{FDQ} \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

où

L_{SS} : inductance stator-stator.

L_{SR} et L_{RS} : mutuelle inductance stator-rotor.

L_{RR} : inductance rotor-rotor.

Et d'après le principe de la réciprocité de l'effet mutuel, la matrice inductance est symétrique.

Les inductances L_{jk} sont globalement variables avec le temps, car la position angulaire du rotor est fonction du temps, ce qui rend l'étude analytique de la machine synchrone extrêmement difficile.

Ces inductances peuvent être définies comme suit :

I-1-2-1 Selfs Inductances Stator

les selfs inductances des enroulements de phases sont données par :

$$\begin{aligned} L_{aa} &= L_s + L_m \cos(2\theta) \\ L_{bb} &= L_s + L_m \cos\left[2\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)\right] \\ L_{cc} &= L_s + L_m \cos\left[2\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)\right] \end{aligned} \quad (1.5)$$

où L_s et L_m sont des constantes avec la condition : $L_s > L_m$

I-1-2-2 Selfs Inductances rotor

Puisque les effets de saturation et d'encoches sont négligés les selfs inductances du rotor sont constantes. On écrit en notation conventionnelle :

$$L_{FF} = L_F \qquad L_{DD} = L_D \qquad L_{QQ} = L_Q$$

I-1-2-3 Mutuelle Inductances Stator

Vu la réciprocité de l'effet mutuel, on peut écrire pour les enroulements stator :

$$\begin{aligned} L_{ab} = L_{ba} &= M_s + L_m \cos \left[2 \left(\theta + \frac{\pi}{6} \right) \right] \\ L_{bc} = L_{cb} &= M_s + L_m \cos \left[2 \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \right] \\ L_{ca} = L_{ac} &= M_s + L_m \cos \left[2 \left(\theta + \frac{5\pi}{6} \right) \right] \end{aligned} \quad (1.6)$$

où : M_s est une constante, et $|M_s| > L_m$

I-1-2-4 Mutuelle-Inductances Rotor

La mutuelle inductance entre les enroulements F et D est constante (invariable avec). Le coefficient de couple entre les axes magnétiques d et q est nul, par conséquent :

$$L_{FD} = L_{DF} = M_R \qquad L_{FQ} = L_{QF} = 0 \qquad L_{DQ} = L_{QD} = 0$$

I-1-2-5 Mutuelle-Inductances Stator-rotor

Enfin on considère les mutuelles inductances entre enroulements stator et rotor fonctions de l'angle rotorique θ .

Les mutuelles inductances entre les enroulements de phases à enroulement de champs s'écrivent :

$$\begin{aligned} L_{aF} = L_{Fa} &= M_F \cos(\theta) \\ L_{bF} = L_{Fb} &= M_F \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \\ L_{cF} = L_{Fc} &= M_F \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \end{aligned} \quad (1.7)$$

De même, les mutuelles inductances entre les enroulements de phases et l'enroulement d'amortissement D , s'écrivent :

$$\begin{aligned} L_{aD} &= L_{Da} = M_D \cos(\theta) \\ L_{bD} &= L_{Db} = M_D \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ L_{cD} &= L_{Dc} = M_D \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \end{aligned} \quad (1.8)$$

Et finalement, pour les enroulements de phase à l'enroulement d'amortissement Q , on écrit :

$$\begin{aligned} L_{aQ} &= L_{Qa} = M_Q \cos(\theta) \\ L_{bQ} &= L_{Qb} = M_Q \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ L_{cQ} &= L_{Qc} = M_Q \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \end{aligned} \quad (1.9)$$

I-2 Transformation de PARK

La transformation de PARK consiste à faire un changement de base d'un référentiel absolu vers un référentiel relatif entraîné par le rotor de la machine. La matrice de transformation, orthogonale de PARK, est définie par :

$$P(\theta) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin \theta & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

La transformation de permet la substitution aux enroulements de phase a , b et c fixé par rapport au stator, de deux enroulements d et q tournant à la même vitesse que le rotor, ayant pour axes magnétiques respectivement l'axe en quadrature [4].

La mise en équations de la machine synchrone, conduit à un système d'équations différentielles non linéaires du premier ordre, ce qui rend la résolution extrêmement difficile.

Pour cela, on utilise la transformation modifiée de PARK, qui consiste à ramener les grandeurs statoriques de phase, au rotor, selon deux directions magnétiques en quadrature, ce qui a pour effet de découpler les circuits magnétiques de phase, et d'obtenir une matrice inductance transformée symétrique et à coefficients constants. Par conséquent le circuit électrique équivalent est physiquement réalisable.

La transformation inverse modifiée de PARK existe et est unique. elle est définie par :

$$P(\theta) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos \theta & \sin \theta \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

La transformation de PARK permet une représentation bipolaire équivalente de la machine synchrone triphasée, dont les nouvelles inductances deviennent indépendantes de la rotation.

La figure 1.2 illustre cette nouvelle image de la machine :

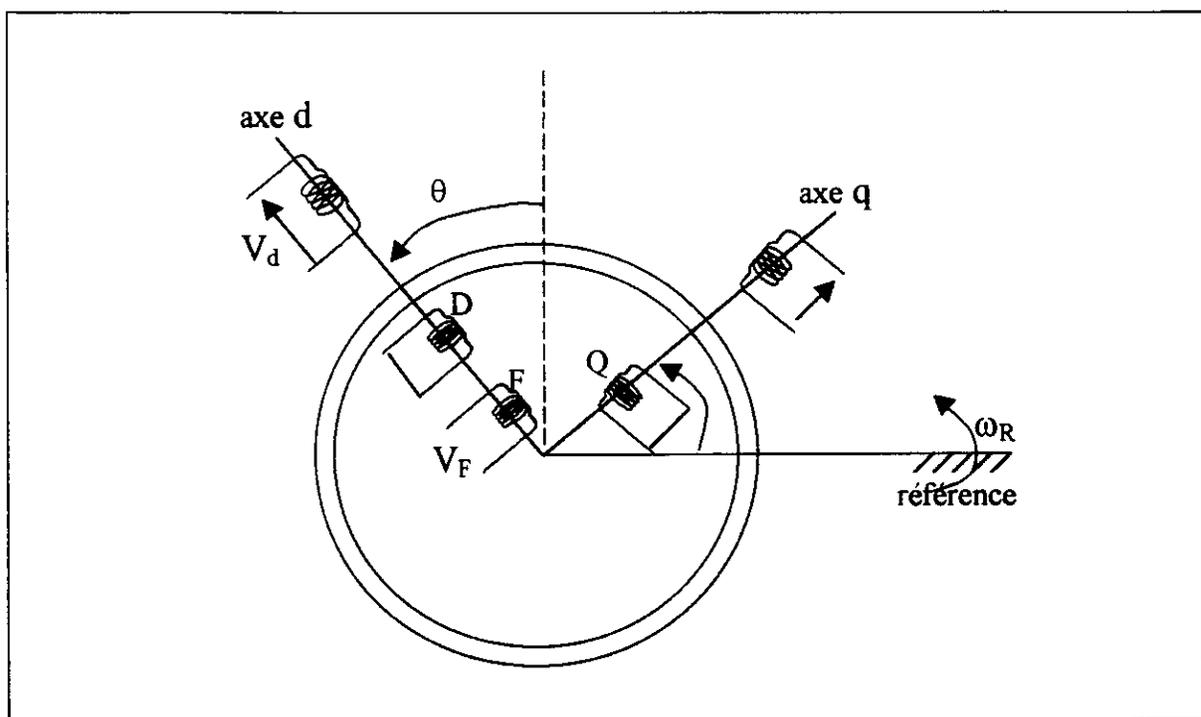


Figure (1.2) : Modèle de PARK de la machine synchrone

I-2-1 Equations de PARK

Les grandeurs de phases sont ramenées au rotor par l'intermédiaire de la transformation orthogonale de PARK, tandis que les grandeurs rotoriques restent invariantes, autrement dit ces dernières subissent une transformation identique.

La matrice de transformation totale est définie par :

$$T = \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & I_3 \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

où I_3 est la matrice carrée unitaire d'ordre 3.

I-2-2 Equation Electrique de PARK

Par définition, on écrit

$$\begin{bmatrix} V_{odq} \\ V_{FDQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & I_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{abc} \\ V_{FDQ} \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

L'application de la transformation de PARK sur l'équation de tension nous donne :

$$\begin{bmatrix} v_d \\ -v_F \\ v_D = 0 \\ v_q \\ v_Q = 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r & 0 & 0 & -\omega L_q & -\omega KM_F \\ 0 & r_F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_D & 0 & 0 \\ -\omega L_d & -\omega KM_F & -\omega KM_D & r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_D \\ i_q \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

$$- \begin{bmatrix} L_d & KM_F & KM_D & 0 & 0 \\ KM_F & L_F & M_R & 0 & 0 \\ KM_D & M_R & L_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_q & KM_Q \\ 0 & 0 & 0 & KM_Q & L_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_D \\ i_q \\ i_Q \end{bmatrix}$$

cette dernière équation peut être mise sous forme matricielle :

$$[V] = -[R][I] - [L][i] \quad (1.15)$$

le système d'équations (1.14) est non linéaire à cause de la présence de ω qui est variable dans le temps.

I-2-3 Equation des Flux de PARK

Par définition, on écrit :

$$\begin{bmatrix} \Phi_{odq} \\ \Phi_{FDQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & I_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{abc} \\ \Phi_{FDQ} \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

L'application de la transformation de PARK sur l'équation des flux nous donne :

$$\begin{bmatrix} \Phi_o \\ \Phi_d \\ \Phi_q \\ \Phi_F \\ \Phi_D \\ \Phi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_o & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_d & 0 & KM_F & KM_D & 0 \\ 0 & 0 & L_q & 0 & 0 & KM_Q \\ 0 & KM_F & 0 & L & M_R & 0 \\ 0 & KM_D & 0 & M_R & L & 0 \\ 0 & 0 & KM_Q & 0 & 0 & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_o \\ i_d \\ i_q \\ i_F \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

où :

$$L_o = L_s - 2M_s$$

$$L_d = L_s + M_s + \frac{2L_m}{3}$$

$$L_q = L_s + M_s - \frac{2L_m}{3}$$

$$K = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

La matrice inductance transformée est symétrique à coefficients constants. Il y a beaucoup d'interactions entre les circuits statorique ce qui offre une plus grande simplicité dans l'analyse du système.

I-2-4 Puissance et Couple Electromagnétique

La puissance électrique triphasée et instantanée, fournie par la machine synchrone est sous forme matricielle donnée par :

$$P_{3\phi} = [V_{abc}]^T [I_{abc}] \quad (1.18)$$

après l'application de la transformation de PARK sur l'équation de puissance active on trouve :

$$P_{3\phi} = v_d i_d + v_q i_q \quad (1.19)$$

de la même manière on peut trouver l'expression de la puissance réactive :

$$Q_{3\phi} = v_d i_q - v_q i_d \quad (1.20)$$

I-2-5 Equation Electromécanique

La position angulaire instantanée de l'axe magnétique principal du rotor est repérée par l'angle :

$$\theta = \omega_n t + \delta + \frac{\pi}{2} \quad (1.21)$$

où :

δ : le décalage angulaire entre la tension terminale et la f.e.m. à vide correspondante.

ω_n : la pulsation nominale (de synchronisme).

La dérivée de l'équation (1.21) par rapport au temps c'est :

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_n \quad (1.22)$$

le mouvement relatif des masses tournantes, est régit par l'équation générale qui découle du 2^{ème} principe de la dynamique :

$$T_m = T_a + T_d + T_e \quad (1.23)$$

où :

T_m : couple mécanique.

T_a : couple d'inertie.

T_d : couple d'amortissement.

T_e : couple électromagnétique.

I-2-5-1 Couple Mécanique

Le couple mécanique est développé par une machine motrice, qui est en général une turbine.

I-2-5-2 Couple d'Inertie

Le couple d'inertie mécanique est défini par :

$$T_a = \frac{2J}{Pl} \frac{d^2\delta}{dt^2} \quad (1.24)$$

où :

J : le moment d'inertie apparent de la partie tournante du groupe turbo-alternateur.

Pl : le nombre de pôles magnétiques de la machine.

I-2-5-3 Couple d'Amortissement

Les pertes et les frottements dans les paliers, sont approximés par un modèle visqueux, le couple d'amortissement mécanique du groupe étant :

$$T_d = D\omega \quad (1.25)$$

où :

D : est le coefficient d'amortissement mécanique.

I-2-5-4 Couple Electromagnétique

En général le couple électromagnétique est dû à l'interaction entre le circuit triphasé du stator, le circuit d'excitation, et d'autres circuits comme les enroulements amortisseurs.

Il correspond à la puissance électrique active absorbée par les charges du réseau. Pour une machine à pôles saillants, le couple électromagnétique dans le régime établi et équilibré a pour expression :

$$T_e = \frac{3EV_t}{\Omega x_d} \sin(\delta) + \frac{3V_t^2}{2\Omega} \left[\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right] \sin(2\delta) \quad (1.26)$$

I-3 Le système PER-UNIT adopté

Pour un ingénieur, la notion de grandeurs réduites est une notion essentielle, car il y a une difficulté à manipuler des grandeurs physiques ayant des ordres de grandeur très différent. Ce problème peut être résolu par la normalisation des équations en adoptant une base convenable.

Grandeurs de Bases Statoriques

Les variables de PARK sont des grandeurs statoriques, car ils décrivent directement les quantités de phases, à travers la transformation de PARK

Les variables statoriques de références, sont les valeurs inhérentes au régime nominal :

$S_B = S_n$: puissance apparente nominale par phase.

$V_B = V_n$: tension simple efficace nominale.

$I_B = \frac{S_n}{V_n}$: courant composé efficace nominal.

$\omega_B = 2\pi f_n$: pulsation de synchronisme nominale.

$\Phi_B = \frac{V_B}{\omega_B}$: flux nominal.

$R_B = \frac{V_B}{I_B}$: résistance de base.

$L_B = \frac{V_B}{I_B \omega_B}$: inductance de base.

I-4 Modélisation d'un échantillon de réseau dans l'espace d'état

La structure interne des réseaux électriques actuels est très complexe, cependant on se propose de simplifier le problème, en prenant un échantillon de réseau, qu'on va modéliser et étudier dans espace d'état.

Le système étudié est constitué d'une machine synchrone alimentant une charge locale, celle ci est raccordée à un réseau de puissance infinie (nœud infini) à travers une ligne de transport [4] [5].

Le schéma par phase de notre système de puissance triphasé et équilibré, est mis en évidence par la figure 1.3.

I-4-1 Equations d'état du réseau

Maintenant on va modéliser le système de puissance dans l'espace d'état.

de (1.22), l'équation dynamique de l'angle de couple du système est donnée par :

$$\Delta \dot{\delta} = \omega_B \Delta \omega \quad (\text{p.u}) \quad (1.27)$$

l'équation différentielle décrivant la dynamique de la vitesse est

$$\Delta \dot{\omega} = -\frac{K1}{M} \Delta \delta - \frac{D}{M} \Delta \omega - \frac{K2}{M} \Delta E'_q + \frac{1}{M} \Delta T_m \quad (1.28)$$

l'équation différentielle décrivant la dynamique de la f.e.m transitoire est

$$\Delta \dot{E}'_q = -\frac{K_4}{\tau'_{do}} \Delta \delta - \frac{1}{K_3 \tau'_{do}} E'_q + \frac{1}{\tau'_{do}} \Delta E_{FD} \quad (1.29)$$

Lorsqu'on veut simuler le modèle dynamique du réseau dans l'espace d'état, il est nécessaire de résoudre le système d'équations d'état. Les trois équations différentielles du premier ordre linéarisées autour du vecteur d'état initial, s'écrivent sous la forme vectorielle suivante :

$$\begin{aligned} \Delta \dot{x} &= A \Delta x + B \Delta u \\ \Delta y &= C \Delta x \end{aligned} \quad (1.30)$$

où

$\Delta x = [\Delta\delta \quad \Delta\omega \quad \Delta E'_q]^T$: vecteur des petites variations des variables d'état.

$\Delta y = [\Delta V_t \quad \Delta T_e \quad \Delta Q]^T$: vecteur des incréments de sortie.

$\Delta u = [\Delta E_{FD} \quad \Delta T_m]^T$: vecteur de commande.

A : matrices état du système.

C : matrice de sorties du système.

B : matrice d'entrées du système.

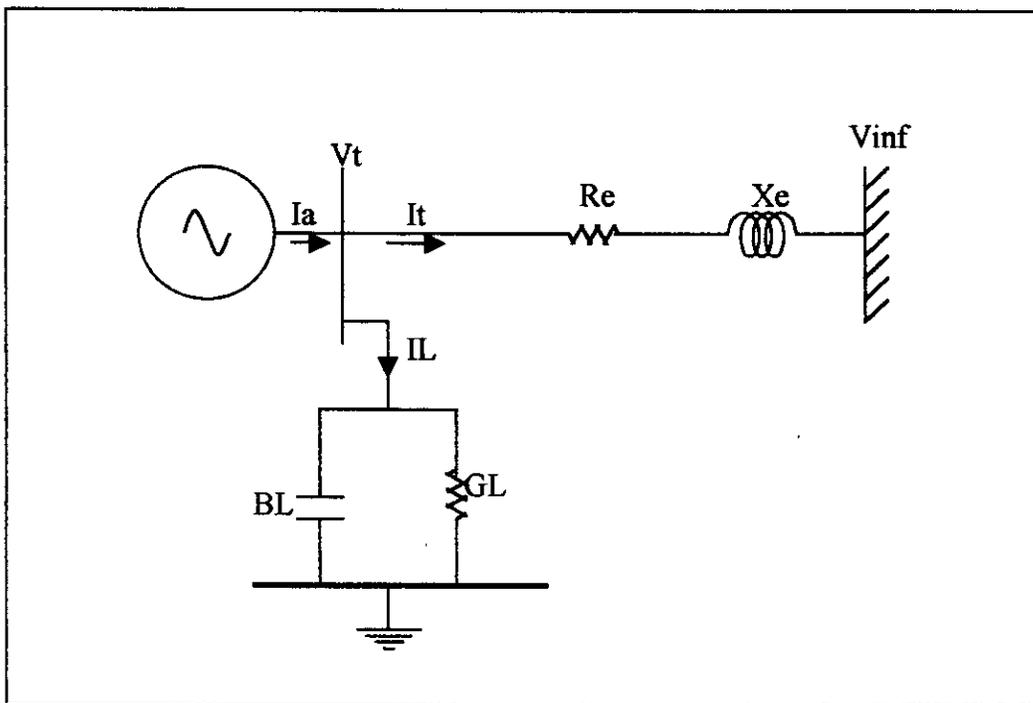


Figure 1.3 : Schéma unifilaire du système de puissance

Les paramètres matriciels du réseau sont :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \omega_B & 0 \\ -\frac{K_1}{M} & -\frac{D}{M} & -\frac{K_2}{M} \\ -\frac{K_4}{\tau'_{do}} & 0 & -\frac{1}{K_3 \tau'_{do}} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{M} \\ \frac{1}{\tau'_{do}} & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} K_5 & 0 & K_6 \\ K_1 & 0 & K_2 \\ K_7 & 0 & K_8 \end{bmatrix}$$

la discrétisation du système (1.30) nous donne le système suivant :

$$\begin{aligned} \Delta x(k+1) &= A\Delta x(k) + B\Delta u(k) \\ \Delta y(k) &= C\Delta x(k) \end{aligned} \quad (1.31)$$

où :

$$A = \begin{bmatrix} 86.081 & 1777.163 & -12.574 \\ -1.433 & 84.092 & -1.291 \\ -1.443 & -13.903 & 97.348 \end{bmatrix} 10^{-2}$$

$$B = \begin{bmatrix} -3.601 & 963.834 \\ -0.565 & 99.451 \\ 791.258 & -21.696 \end{bmatrix} 10^{-4}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0.029652 & 0 & 0.527177 \\ 1.450849 & 0 & 1.316766 \end{bmatrix}$$

I-4-2 Résultat de simulation

Pour la simulation temporelle du modèle linéaire de la machine synchrone, avec une charge locale, connectée à un réseau très rigide, nous avons effectué deux types de testes :

- ◆ Le premier concerne un accroissement de 5% du couple mécanique "surcharge".
- ◆ Le second concerne un accroissement de 5% de la tension d'excitation "sur excitation".

Nos tests sont effectués pour le point de fonctionnement :

$$P = 1.000 \text{ pu}, \quad Q = 0.620 \text{ pu}, \quad V_r = 1.170 \text{ pu} .$$

I-4-2-1 Surcharge brusque de la machine

On suppose que pour une raison quelconque, le couple mécanique sur l'arbre de la machine synchrone augmente brusquement ($\Delta T_m = 5\%$). Ceci peut être du à une ouverture brusque du vannage d'admission de la turbine dans le cas de l'alternateur.

La figure 1.5 illustre les réponses dynamiques du système en boucle ouverte lorsque la machine synchrone se trouve brusquement surchargée.

Quand il y a un accroissement du couple mécanique, l'équilibre dynamique entre les couples T_m et T_e est détruit (on néglige les pertes). S'il y a stabilité le rotor avance d'un certain décalage angulaire, mais en raison de l'inertie mécanique cet angle croît progressivement. Le mouvement du rotor se poursuit sous forme d'oscillations pendulaires amorties, de faibles amplitudes, autour de la vitesse de synchronisme.

Le couple électrique augmente exactement de ($\Delta T_e = 5\%$) pour équilibrer de nouveau l'accroissement du couple mécanique.

On constate une chute directe de la tension terminale, ceci est du à l'effet de démagnétisation partielle du circuit magnétique de la machine, lorsque le courant induit augmente.

On observe une diminution de l'énergie réactive du système de production, à cause de la chute de tension.

Du fait que la perturbation est persistante, le point de fonctionnement du système se déplace, il finit par se stabiliser au nouveau point d'équilibre :

$$P = 1.050 \text{ pu}, Q = 0.584 \text{ pu}, V_t = 1.152 \text{ pu} .$$

I-4-2-2 Accroissement brusque de la tension d'excitation

La figure 1.4 montre les différentes réponses dynamiques du système en boucle ouverte, lorsqu'il est sollicité par une perturbation en échelon de la tension d'excitation ($\Delta E_{FD} = 5\%$).

Quand la tension de champs augmente, le courant d'excitation croît, ce qui entraîne un accroissement de la f.e.m donc de la tension terminale, et par suite de l'énergie réactive.

L'amplitude de la puissance active s'agrandisse, et la rigidité de la machine s'améliore, ce qui explique la diminution de l'angle rotorique, tout en conservant le même couple électromagnétique.

On observe de très faibles fluctuations de la vitesse du rotor de la machine, et du couple électrique relativement au cas précédent, car ces derniers sont affectés d'une façon indirecte par le système d'excitation.

On constate l'absence d'oscillations dans les réponses de l'angle interne, de la tension et de l'énergie réactive, ceci est dû au choix particulier du point de fonctionnement et de la charge locale.

Nous remarquons que la tension statorique se comporte comme un système du premier ordre, avec une constante de temps de l'ordre 5s.

Le système change de point opérationnel, il passe après un certain retard vers un nouveau point d'équilibre

$$P = 1.00 \text{ pu}, Q = 0.666 \text{ pu}, V_t = 1.185 \text{ pu} .$$

I-5 Conclusions

Nous avons présentée dans ce chapitre, un modèle dynamique linéaire du système de puissance, constitué d'une machine synchrone connectée à un réseau très rigide, avec charge locale.

La modélisation mathématique dans l'espace d'état tout en utilisant transformation de PARK en partant d'hypothèses simplificatrices.

Le modèle étudié est caractérisé principalement par les coefficients K_i , qui sont fonction des paramètres de construction, et des conditions de fonctionnement du système .

Nous avons ensuite simulé le comportement dynamique du réseau, lorsque la machine synchrone non-régulée est sollicitée par des petites perturbations.

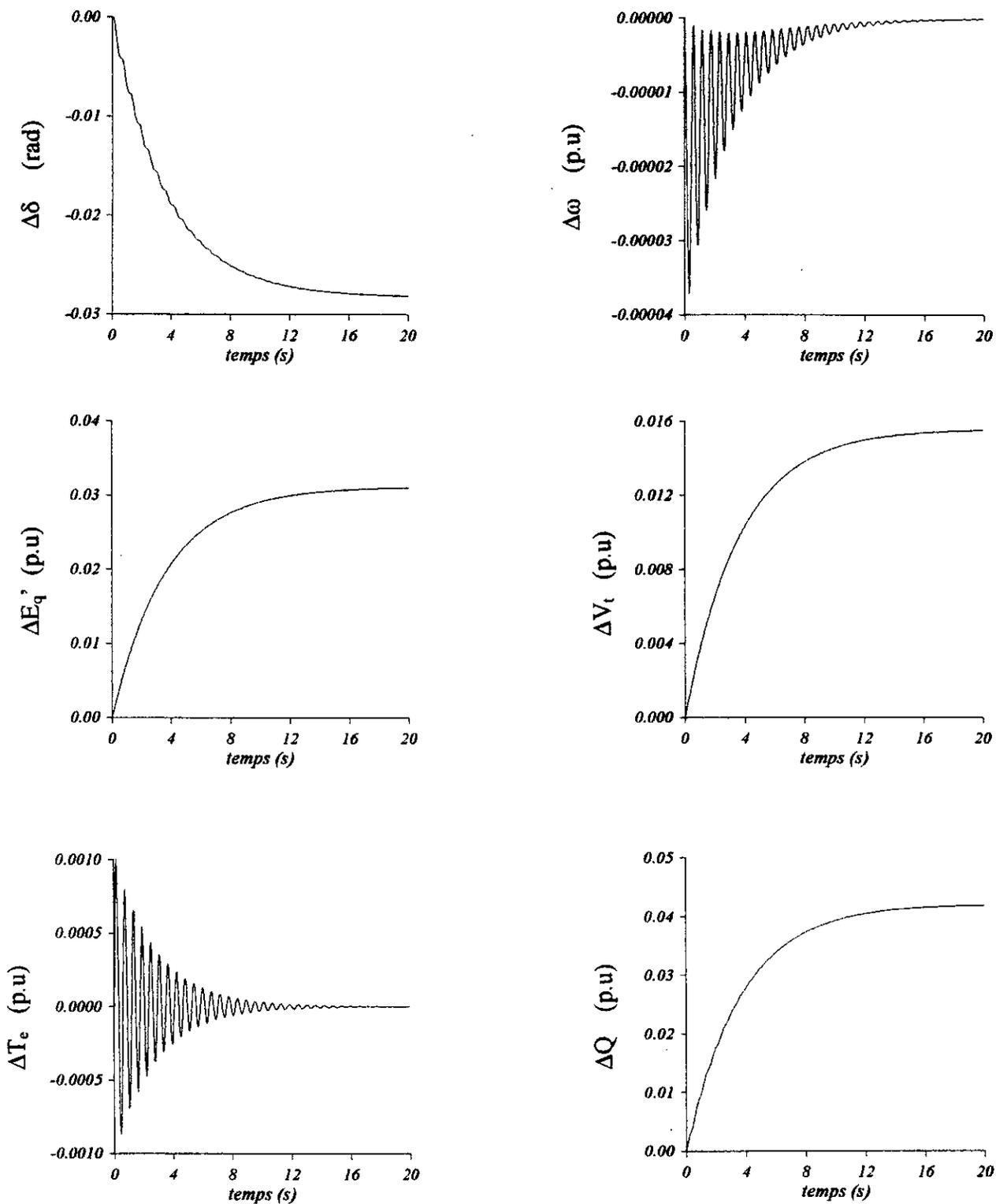


Figure (1.4) : réponses en boucle ouverte à un échelon $\Delta E_{FD} = 5\%$.

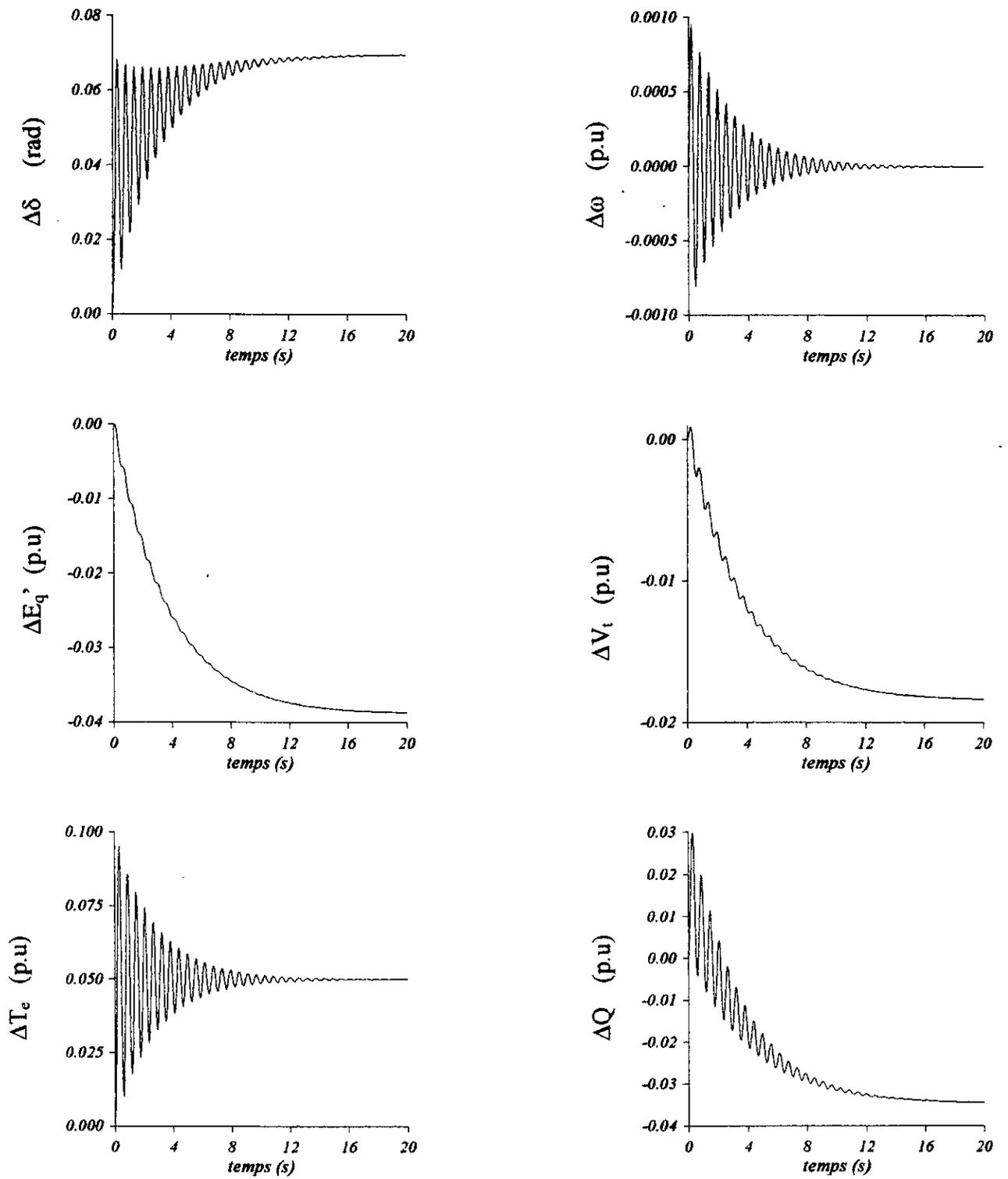


Figure (1.5) : Réponses en boucle ouverte à un échelon $\Delta T_m = 5\%$.

Chapitre II

Commande par Placement de Pôles

La stabilité et le comportement dynamique des systèmes linéaires multivariables étant gouvernés par le placement de pôles, ce problème a donc une grande importance.

Dans la première section de ce chapitre nous présentons une technique de placement de pôle multivariables.

Dans la seconde section nous appliquons cette méthode sur le réseau électrique.

II-1 Réglage d'état par Placement de Pôles

La théorie de réglage d'état par placement de pôles se base principalement sur une simple contre réaction de variables d'état pour former la commande, qui impose au système en boucle fermée une dynamique souhaitable [6]. Cette commande est appelée commande par retour d'état (commande modale) statique parce que la relation entre la commande et le vecteur d'état est algébrique mais n'en pas différentielle, dans le cas contraire la commande est appelée dynamique.

II-1-1 Exposé de problème

Etant donné un système multivariable continu ou discret, le problème de placement de pôles consiste à déterminer une matrice de gain K qui nous permis de placer arbitrairement les valeurs propres de $(A - BK)$, ces valeurs propres ne sont que les pôles de système en boucle fermée. La structure bouclée de cette commande est représentée sur la figure 2.1.

Puisque que la méthode de synthèse de la commande par retour d'état ne dépend pas de la nature de système à régler (continu ou discret), nous allons citer la méthode sans spécifier le type du système.

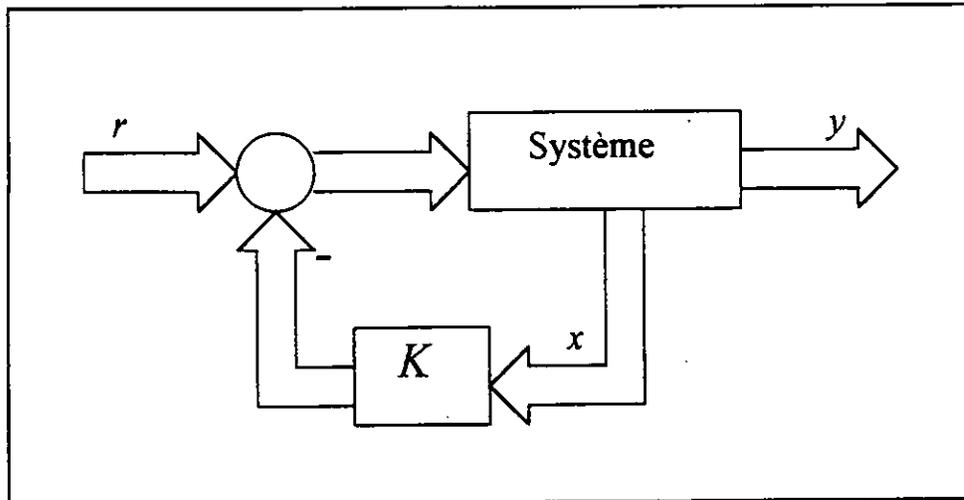


Figure (2.1) : bouclage par retour d'état

II-1-2 Formulation de Problème

Considérons le système décrit par sa représentation d'état :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (2.1)$$

où:

x : l'état de dimension n .

y : la mesure de dimension m .

u : l'entrée certaine de dimension l .

Il y a plusieurs techniques pour le calcul de la matrice de gain K , dans notre étude on va se limiter par la méthode qui se base sur la résolution matricielle de l'équation de LYAPUNOV pour les systèmes multivariables[7].

Notons que le calcul de matrice de gain K dans le cas continu est identique au cas discret, la seule différence réside dans le choix des pôles stables dans le plan complexe.

Soit le système à régler donné par l'équation (2.1) et supposant que le doublet de matrices $[A, B]$ soit commandable, alors l'algorithme de calcul de la matrice de gain K qui se base sur l'équation de LYAPUNOV est le suivant :

1. Choisir une matrice F carrée de dimension $n \times n$ possédant des valeurs propres identiques aux valeurs propres de la matrice $[A - BK]$ qui représentent les pôles de systèmes en boucle fermée.
2. choisir une matrice H de même dimension que la matrice K
3. résoudre l'équation matricielle de LYAPUNOV donnée par :

$$AT - TF = BH \quad (2.3)$$

ou :

F : la matrice qui possède les pôles du système en boucle fermée.

H : la matrice choisie.

T : la solution de l'équation de LYAPUNOV.

4. vérifier la singularité de la matrice T telle que :
 - si T est non singulière alors la matrice de gain cherchée est $K = HT^{-1}$
 - si T est singulière on fait un autre choix de F ou H et on fait le calcul.

cet algorithme peut se justifier de la manière suivante :

on a l'équation de LYAPUNOV (2.3) en remplaçant H par KT on trouve :

$$AT - TF = BKT$$

et finalement :

$$A - BK = TFT^{-1}$$

donc la matrice F est similaire à la matrice $[A - BK]$ ce qui implique que les valeurs propres de F sont identiques aux celles de la matrice $[A - BK]$

Remarque

pour que l'équation de LYAPUNOV possède une solution, la condition est que les matrices A et F n'aient pas des valeurs propres communes, si ce n'est pas le cas l'existence de la solution T est que la paire $[F, H]$ observable, si non il n'y a pas de solution.

II-2 Application de la Commande par Placement de Pôles à un Réseau Electrique

Cette section est consacrée à la présentation d'une méthode de la synthèse d'un régulateur d'état par placement de pôles appliqué à un réseau électrique.

Le problème de placement de pôles consiste à déterminer une matrice de gain K qui permis de placer arbitrairement les valeurs propres $(A - BK)$ qui représentent les pôles de système en boucle fermée.

II-2-1 Structure de la Boucle de Réglage avec Retour d'Etat

Dans notre synthèse du régulateur par retour d'état nous allons travailler avec le modèle discret du réseau (équation (1.31)) qui est donné sous cette forme :

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \quad (2.4)$$

La structure bouclée de cette commande est représentée sur la figure 2.2.

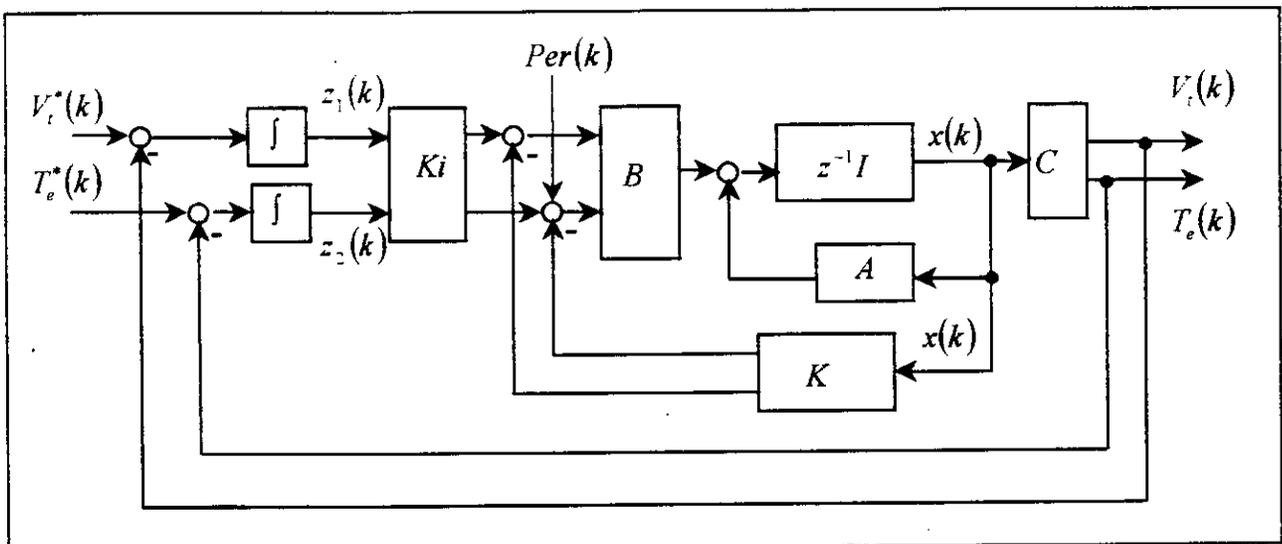


Figure (2.2) : structure de commande par retour d'état

avant de commencer la synthèse il faut vérifier que : le paire $[A, B]$ est contrôlable.

L'introduction d'intégrateurs numérique

Nous introduisons des intégrateurs dans la synthèse de régulateur LQ, afin d'annuler l'erreur en régime permanent qui a la représentation d'état suivante [8] :

$$z(k) = z(k-1) + r(k) - y(k) \quad (2.5)$$

Le vecteur de commande est :

$$u(k) = -Kx(k) + Ki z(k) \quad (2.6)$$

On a d'après (2.5) :

$$\begin{aligned} z(k+1) &= z(k) + r(k+1) - y(k+1) \\ &= z(k) + r(k+1) - Cx(k+1) \end{aligned} \quad (2.7)$$

En remplaçant $x(k+1)$ par $Ax(k) + Bu(k)$ on trouve :

$$\begin{aligned} z(k+1) &= z(k) + r(k+1) - C[Ax(k) + Bu(k)] \\ &= [-CA + CBK]x(k) + [I - CBKi]z(k) + r(k+1) \end{aligned} \quad (2.8)$$

avec la même façon de calcul on trouve :

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + B[-Kx(k) + Ki z(k)] \\ &= [A - BK]x(k) + BKi z(k) \end{aligned} \quad (2.9)$$

En combinant (2.8) et (2.9) on obtient le nouveau système en boucle fermée :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x(k+1) \\ z(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A - BK & BKi \\ -CA + CBK & I - CBKi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ z(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} r(k+1) \\ y(k) &= [C \quad 0] \begin{bmatrix} x(k) \\ z(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Quand $k \rightarrow \infty$ $x(k)$, $u(k)$ et $z(k)$ deviennent constantes et tendent vers les valeurs $x(\infty)$, $u(\infty)$ et $z(\infty)$ respectivement, et d'après l'équation (2.5) on a :

$$z(\infty) = z(\infty) + r(\infty) - y(\infty) \quad (2.11)$$

donc :

$$y(\infty) = r(\infty) \quad (2.12)$$

Et comme ça le but de régulation est atteint (l'erreur en régime permanent est nulle), alors on peut écrire d'après (2.10) en substituant k par ∞ :

$$\begin{bmatrix} x(\infty) \\ z(\infty) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK & BKi \\ -CA + CBK & I - CBKi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(\infty) \\ z(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} r(\infty) \quad (2.13)$$

si la consigne est fixe et en faisant la différence entre (2.10) et (2.13), on trouve :

$$\begin{bmatrix} x_e(k+1) \\ z_e(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK & BKi \\ -CA + CBK & I - CBKi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e(k) \\ z_e(k) \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

avec

$$\begin{aligned} x_e(k) &\equiv x(k) - x(\infty) \\ z_e(k) &\equiv z(k) - z(\infty) \end{aligned} \quad (2.15)$$

on peut remarquer que la matrice $\begin{bmatrix} A - BK & BKi \\ -CA + CBK & I - CBKi \end{bmatrix}$ peut s'écrire sur la forme

$$\begin{bmatrix} A & 0 \\ -CA & I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ -CB \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -K & Ki \end{bmatrix}.$$

on aura donc :

$$\begin{bmatrix} x_e(k+1) \\ z_e(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -CA & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e(k) \\ z_e(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ -CB \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -K & Ki \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e(k) \\ z_e(k) \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

en prenant :

$$\xi(k) = \begin{bmatrix} x_e(k) \\ z_e(k) \end{bmatrix}, \quad \bar{K} = [K \quad -Ki]$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ -CB \end{bmatrix}, \quad \bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -CA & I \end{bmatrix}$$

on trouve la nouvelle représentation d'état augmentée :

$$\begin{aligned} \xi(k+1) &= \bar{A}\xi(k) + \bar{B}u_e(k) \\ u_e(k) &= -\bar{K}\xi(k) \end{aligned} \quad (2.17)$$

représentée par la figure 2.3 :

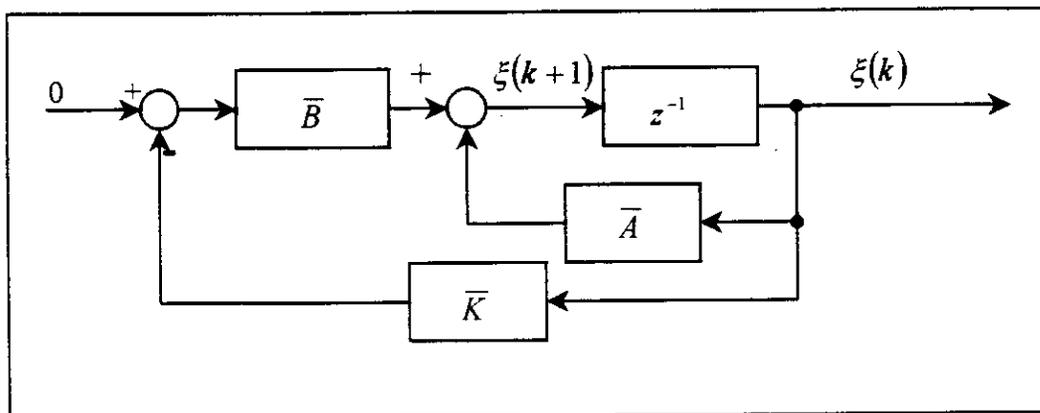


Figure (2.3) : le nouveau système augmenté en boucle fermé

Avec la représentation d'état (2.10) le problème devient le calcul d'une commande $u_e(k) = -\bar{K}\xi(k)$ ou \bar{K} est une matrice de gain qui nous permis de placer arbitrairement les valeurs propres de $(\bar{A} - \bar{B}\bar{K})$, ces valeurs propres ne sont que les pôles de système augmenté en boucle fermée :

$$\xi(k) = \begin{bmatrix} x_e(k) \\ z_e(k) \end{bmatrix}$$

et

$$u_e(k) = -[K \quad Ki] \begin{bmatrix} x_e(k) \\ v_e(k) \end{bmatrix}$$

II-2-2 Résumé des étapes de la méthode de synthèse du régulateur par retour d'état

1. vérifier la commandabilité de système (2.4).
2. rendre le système (2.1) sous la forme (2.10).
3. vérifier la commandabilité de nouveau système augmenté (2.10)
4. calcul de la matrice de gain $\bar{K} = [K \quad Ki]$ en se basant sur la méthode présentée dans le paragraphe précédent ou K est la matrice de gain de retour d'état et Ki la matrice de gain de l'intégrateur.
5. remplacer K et Ki dans le système global en boucle fermée (2.10).
6. simuler pour vérification des résultats de la synthèse.

II-2-3 Résultats de simulation

Remarque :

Dans les figures de ce chapitre ainsi que les figures des autres chapitres r1 correspond à la consigne de la tension et r2 correspond à la consigne de couple électromagnétique.

Nous appliquons la synthèse de régulateur d'état par placement de pôles à l'étude de la stabilité dynamique de réseau électrique, cela nous permet notamment d'analyser le comportement de la machine suite à une éventuelle perturbation ainsi que l'influence de choix de pôles sur la dynamique de système.

II-2-3-1 influence de placement de pôles

La dynamique de système est très influencée par les choix de pôles, ce choix obéit aux considérations de performances et de stabilité du réseau.

Afin d'obtenir un comportement dynamique satisfaisant du réglage d'état, il est indispensable de faire un judicieux choix des pôles afin de garantir un amortissement relatif optimal.

Selon [9], le meilleur choix des pôles obéit à la relation :

$$z_i = \exp(-\alpha) [\cos \alpha \pm j \sin \alpha]$$

On peut considérer α comme un paramètre qui permet d'influencer la rapidité de réglage.

Il est judicieux de choisir $\alpha < \pi/2$, ce qui correspond à une valeur réelle positive du pôle z_i [9].

Puisque le modèle de réseau global est de dimension 5, alors il y a un nombre impair de pôles à imposer, dans ce cas on va faire le choix des pôles suivant :

- Deux paires de pôles complexes conjugués
- Un pôle réel positif afin d'éviter des oscillations trop importantes.

La figure 2.4 montre l'influence de placement de pôles sur la dynamique des grandeurs à régler (la tension et le couple électromagnétique) ainsi que les autres grandeurs.

en faisant varier α nous avons remarqué que les pôles suivants :

$$\begin{aligned} z_1 &= 0,7 \\ z_{2,3} &= \exp(-\pi/3) [\cos(\pi/3) \pm \sin(\pi/3)] \\ z_{4,5} &= \exp(-\pi/20) [\cos(\pi/20) \pm \sin(\pi/20)] \end{aligned}$$

donnaient les meilleurs réponses vis à vis aux dépassements et des temps de réponse.

La figure 2.5 nous montre les conséquences d'un mauvais choix de placement des pôles qui provoque des oscillations et des dépassements importants.

II-2-3-2 influence des perturbations

Nous avons effectué des essais sur l'influence de la perturbation du couple mécanique sur le comportement dynamique du système.

Nous avons appliqué sur le système plusieurs niveaux de perturbations comme le montre les figures 2.6 et 2.7. Ces perturbations engendrent des dépassements, mais rapidement atténués. Nous pouvons donc affirmer que la commande par retour d'état rejette rapidement les perturbations.

II-2-3-3 influence des erreurs de modèle

En introduisant une incertitude de 30% sur tous les paramètres du système, on constate un bon rejet de l'effet de ces incertitudes, ceci apparaît clairement dans les figures 2.8 , 2.9 , on peut dire que ce contrôleur par retour d'état est robuste vis à vis les erreurs de modèle.

II-3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la méthode de synthèse du régulateur d'état basée sur la solution l'équation de LYAPUNOV avec des intégrations sur les erreurs pour annuler l'erreur statique.

L'introduction de ce régulateur dans la boucle de régulation apporte un meilleur amortissement pour le système et ceci apparaît lorsqu'on compare les simulations en boucle ouverte avec celles en boucle fermée. L'atténuation des perturbations et leur rejet se fait dans un temps réduit.

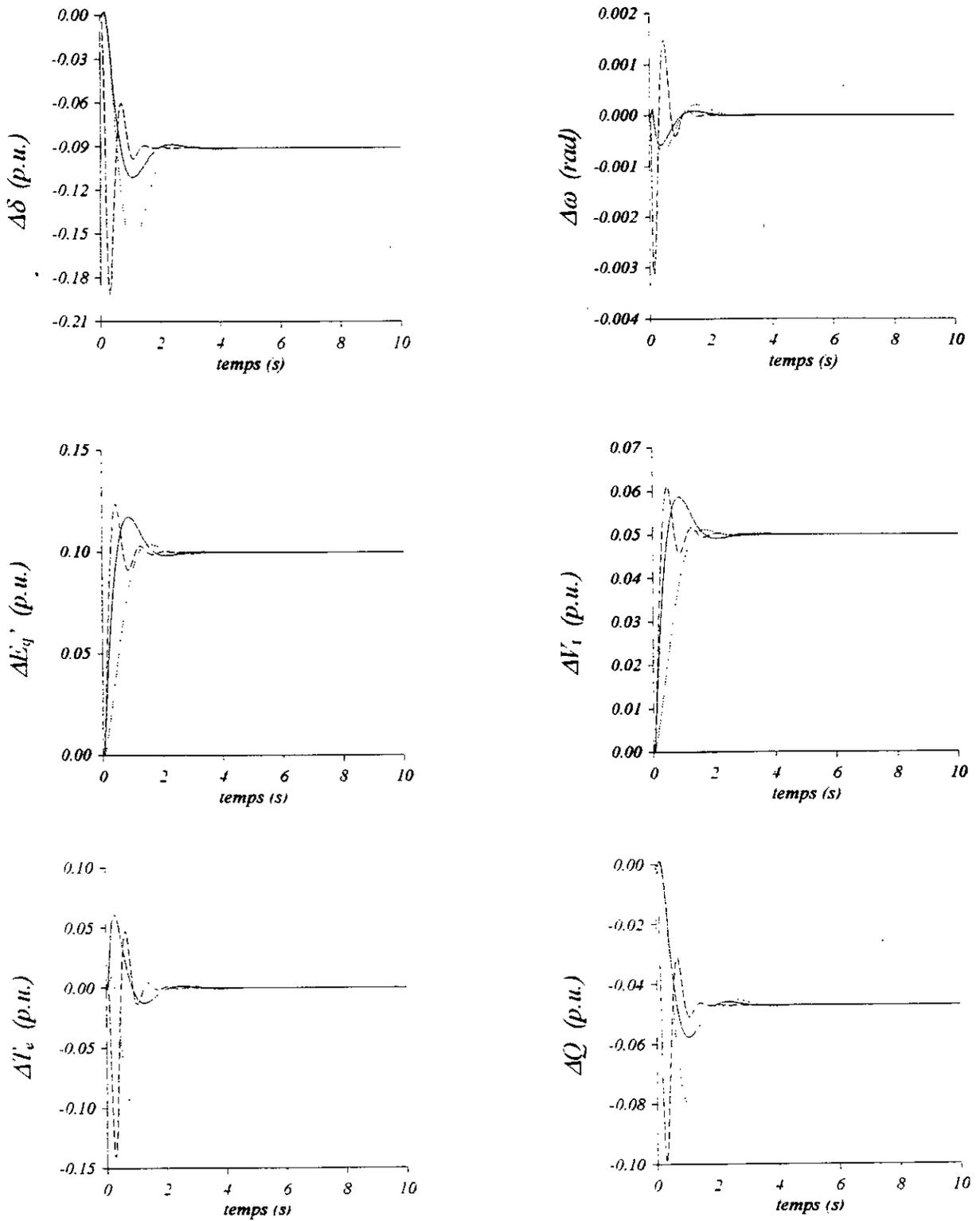


Figure (2.4) : influence de choix des pôles sur le comportement du système [r1=5%]

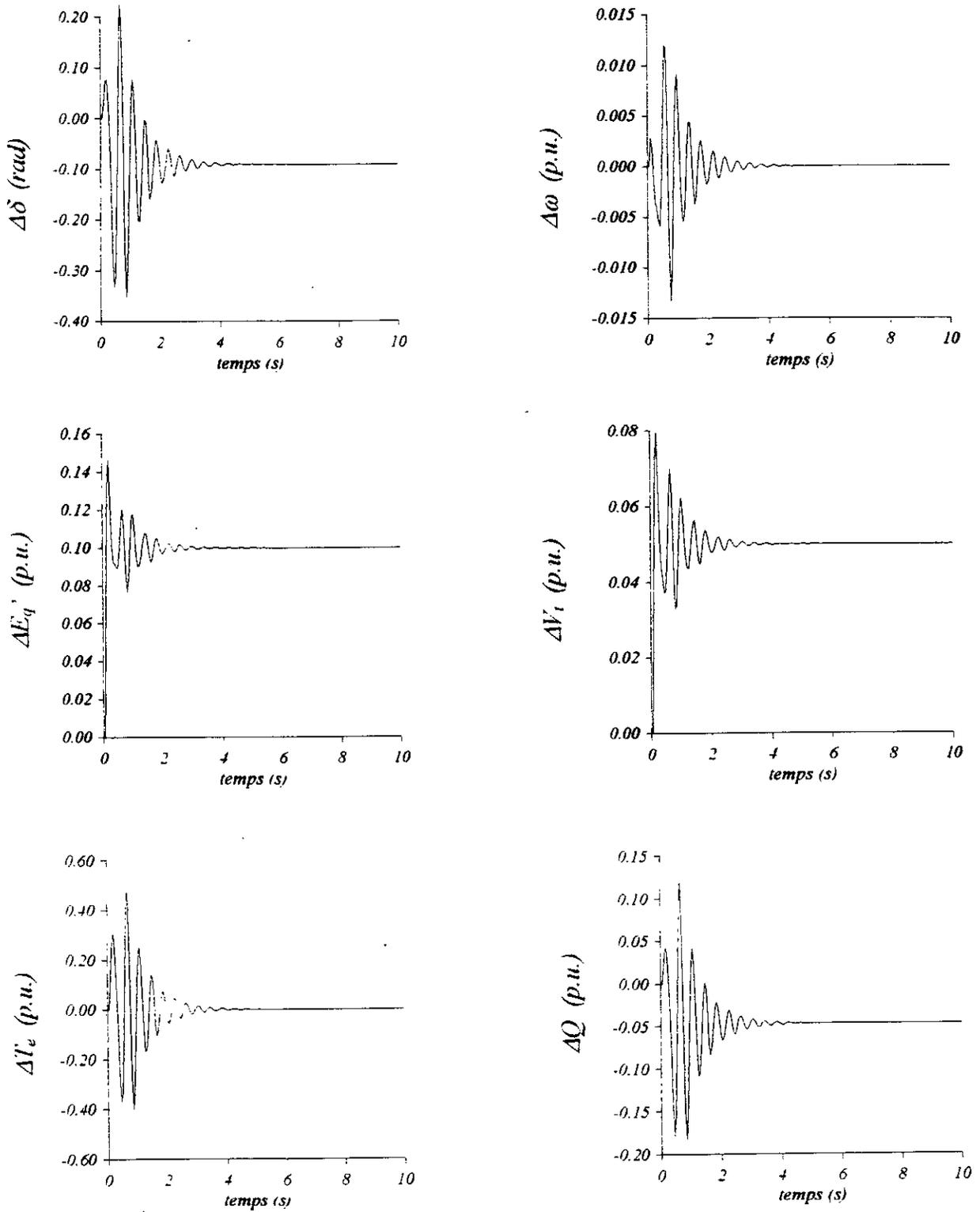


Figure (2.5) : mauvais choix des pôles [$r_1=5\%$]

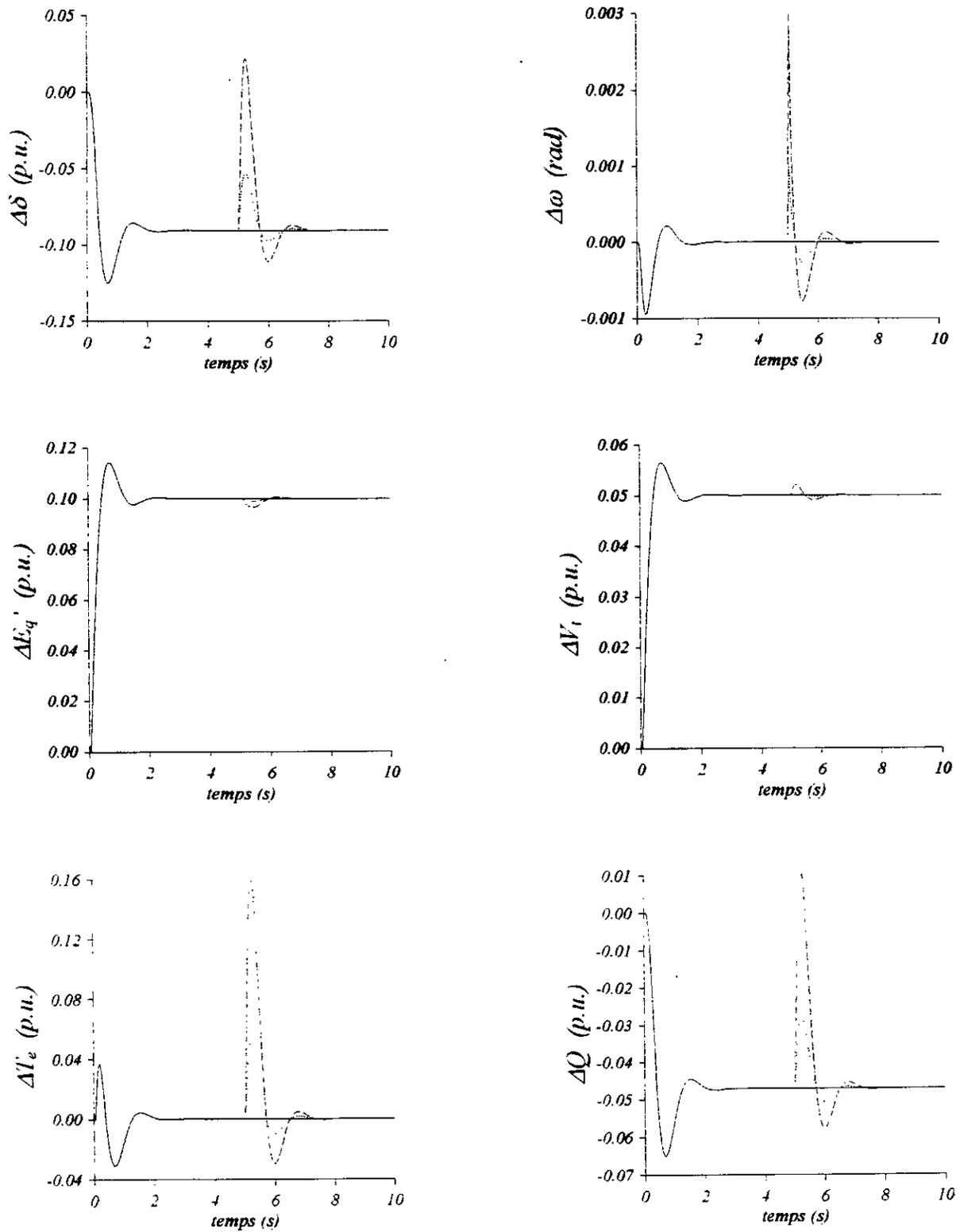


Figure (2.6) : influence des perturbations sur le comportement du système

[r1=5%]

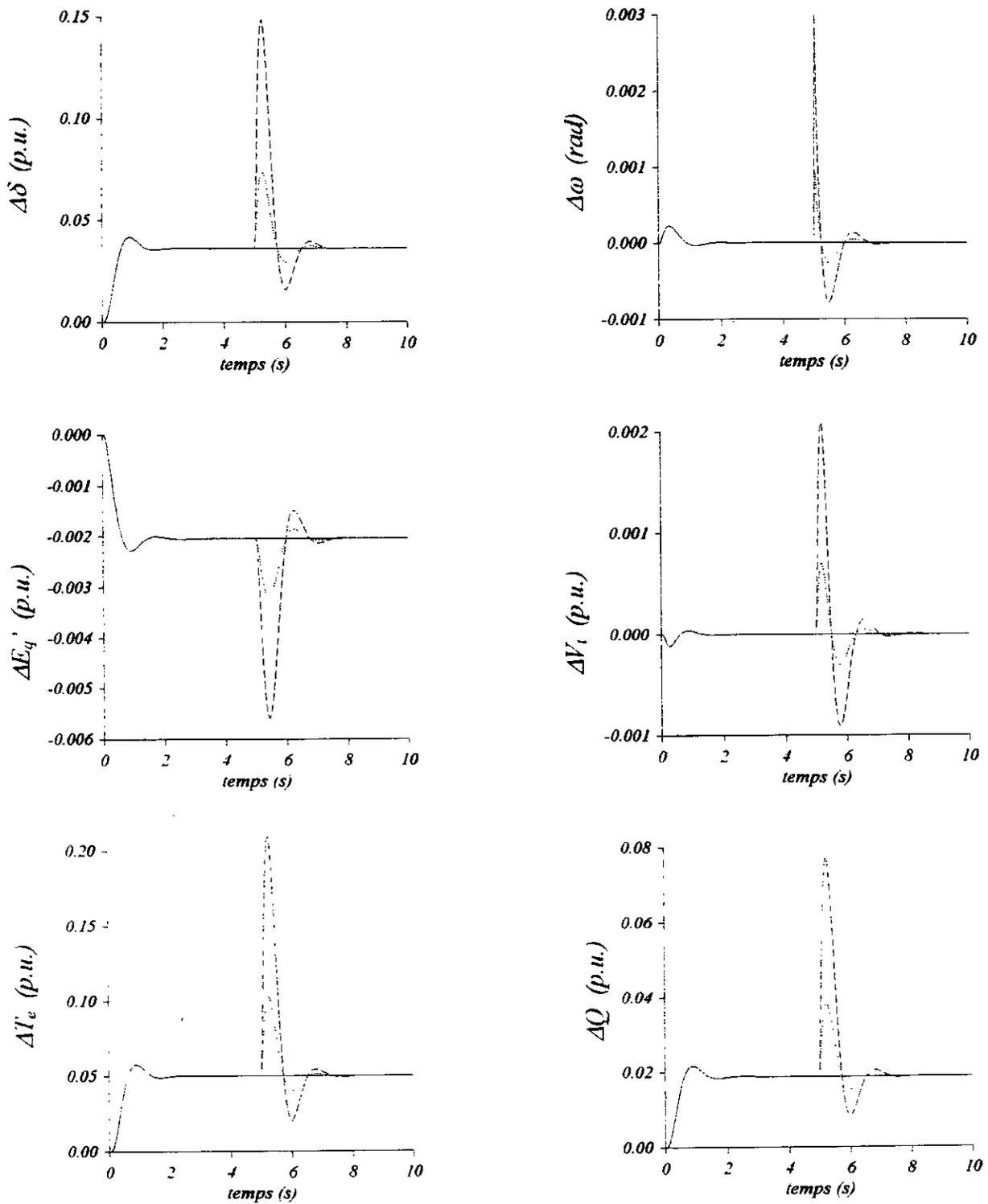


Figure (2.7) : influence des perturbations sur le comportement du système

[$r_2=5\%$]

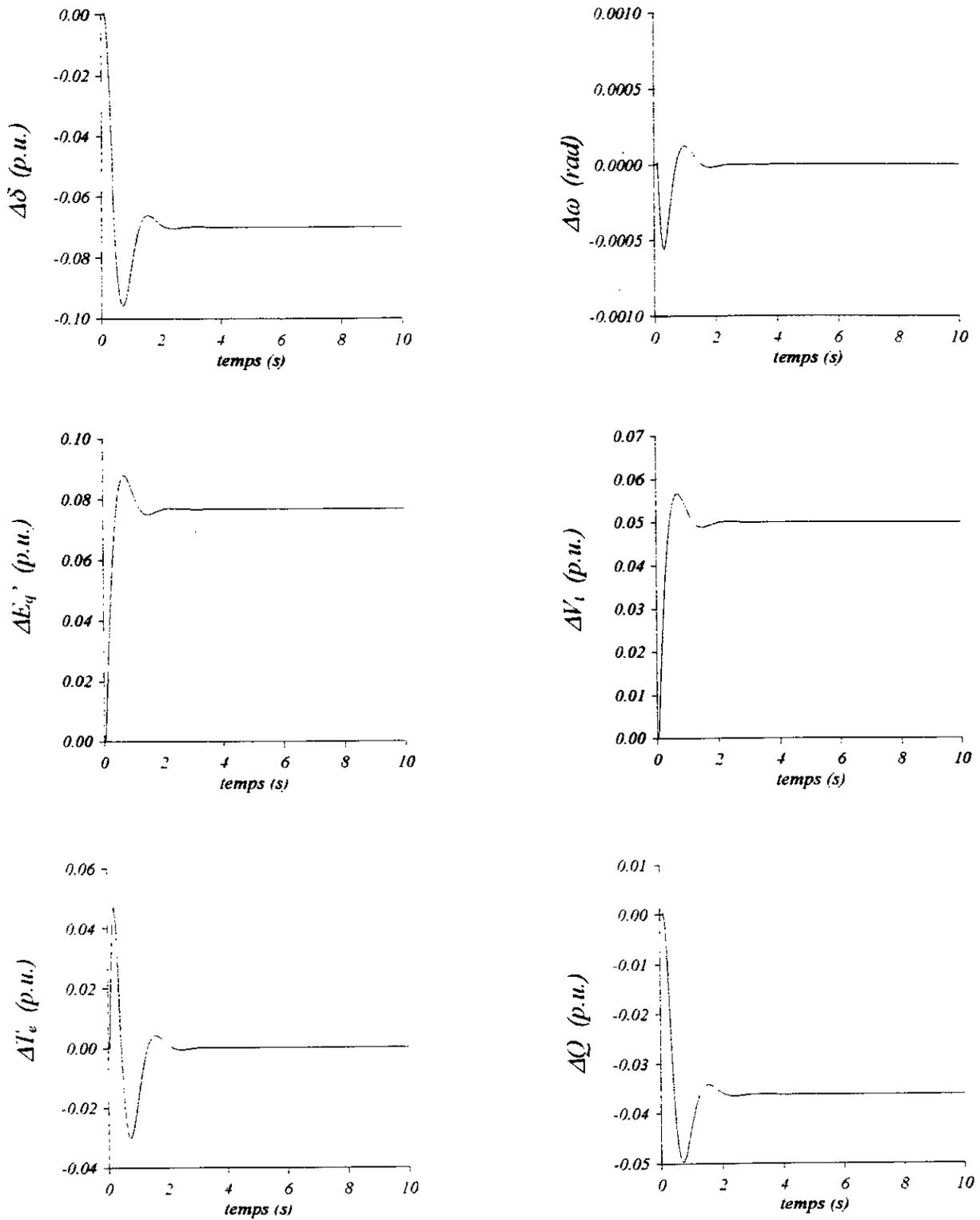


Figure (2.8) : la réponse du système lors d'une variation paramétrique de 30% [r1=5%]

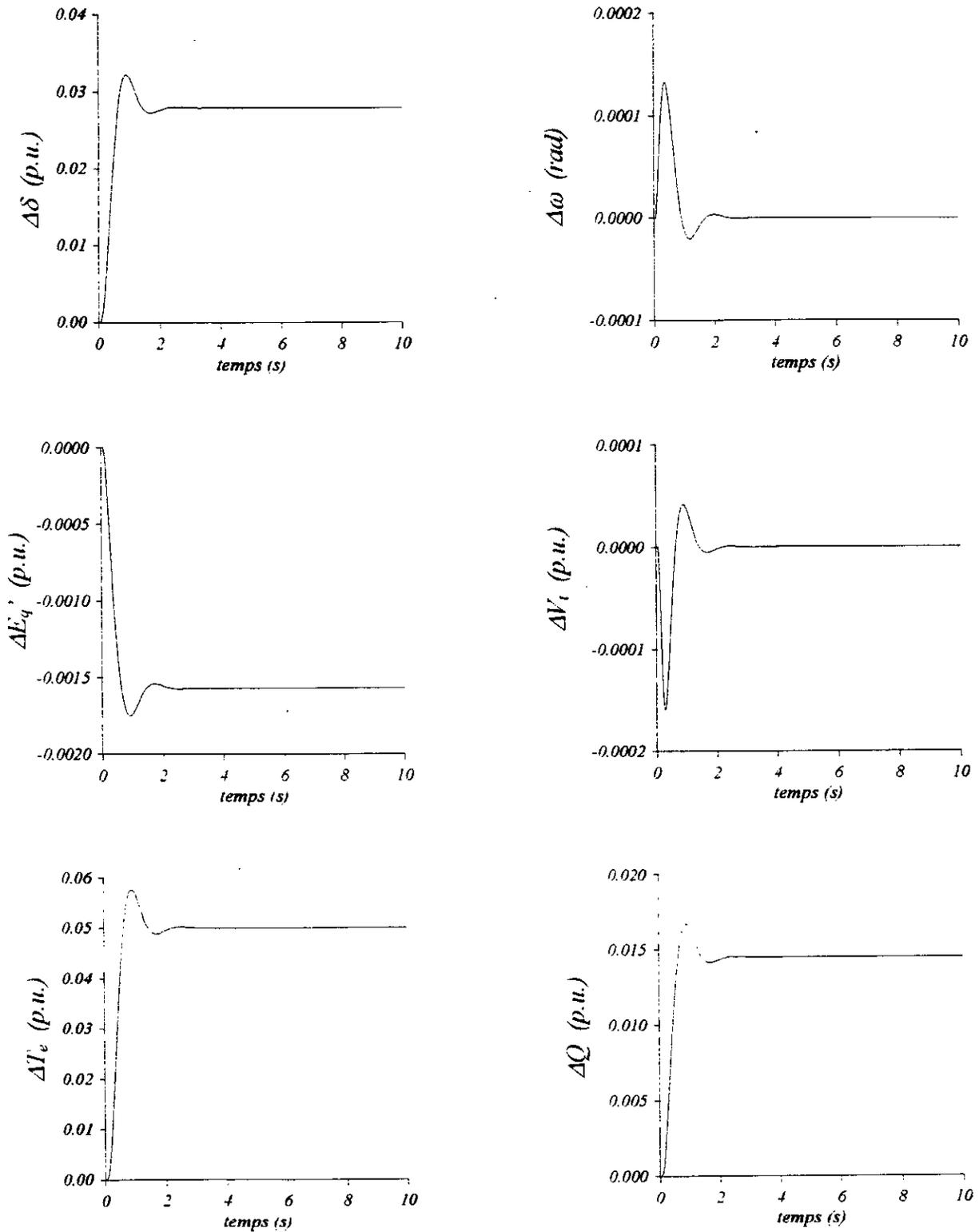


Figure (2.9) : la réponse du système lors d'une variation paramétrique de 30% [r2=5%]

Chapitre III

La Commande Linéaire Quadratique

La théorie de réglage d'état se base sur le retour des variables d'état pour former la commande. Cette théorie n'a été introduite dans le domaine industriel qu'avec l'apparition des mini et micro-ordinateurs. Ces derniers permettent l'élaboration d'algorithmes numériques de réglage et remplacent ainsi les régulateurs classiques (P I D).

L'introduction d'un critère dans le calcul du gain du retour d'état rends le réglage de type optimal, et ceci donne -dans beaucoup de cas- une qualité de réglage meilleure que celles du réglage classique.

Dans la première section de ce chapitre nous allons présenter les principes de la commandes linéaire quadratique, et dans la seconde nous appliquons ces principes sur le système étudié.

III-1 La commande linéaire quadratique (LQ)

La structure optimale de commande par retour d'état est obtenue au moyen de la minimisation d'un certain critère quadratique qui exprime de manière convenable les qualités globales recherchées pour la commande. Cette commande qui assure le meilleur compromis entre certaines performances représentées en terme de pondération faisant intervenir les variables d'état et une économie d'énergie.

III-1-1 cas continus

III-1-1-1 Equation d'état de système continu à régler

Considérons le système continu décrit par son équation d'état :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) \\ y(t) &= C(t)x(t) \end{aligned} \quad (3.1)$$

où :

t : représente le temps.

$x(t)$: l'état de dimension n .

$y(t)$: la mesure de dimension m .

$u(t)$: l'entrée certaine de dimension l .

III-1-1-2 Critère quadratique à minimiser

Le critère quadratique à minimiser est défini par :

$$J = x(t_1)^T P_1 x(t_1) + \int_{t_0}^{t_1} [x(t)^T Q(t)x(t) + u(t)^T R(t)u(t)] dt \quad (3.2)$$

où :

les matrices P_1 , $Q(t)$ et $R(t)$ sont des matrices de pondérations respectivement pour l'état final $x(t_1)$, l'état instantané $x(t)$, et la commande $u(t)$, ces matrices sont carrées et doivent être symétriques et définies positives [10][11][12].

III-1-1-3 Forme générale de la commande

La commande optimale recherchée pour le système de l'équation (3.1) doit minimiser le critère de l'équation (3.2).

Pour obtenir le minimum de ce critère, il est fait appel au principe d'optimisation de BELMAN, l'application de ce principe a permis d'établir les relations pour la détermination de la commande optimale.

La commande $u(t)$ qui minimise le critère d'écart quadratique (3.2) est donnée par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} u(t) &= -K(t)x(t) \\ K(t) &= R(t)^{-1} B(t)^T P(t) \end{aligned} \quad (3.4)$$

où $P(t)$ est une solution de l'équation algébrique de RICCATI :

$$\frac{dP(t)}{dt} = A(t)^T P(t) + P(t)A(t) + Q(t) - P(t)B(t)R(t)^{-1} B(t)^T P(t) \quad (3.5)$$

avec la condition finale : $P(t_1) = P_1$

Remarque:

Dans la plupart de contrôle (LQ) l'indice de performance est donné sous la forme générale :

$$J = \int_{t_0}^{t_1} [x(t)^T Q(t)x(t) + u(t)^T R(t)u(t)] dt \quad (3.6)$$

dans ce cas :

$\frac{dP(t)}{dt}$ tend vers zéro et $P(t)$ tend vers une solution permanente de RICCATI P_∞ ; nous aurons :

le gain optimal :

$$K = -R^{-1} B^T P_\infty \quad (3.7)$$

et l'équation de RICCATI devient :

$$0 = A^T P_\infty + P_\infty A + Q - P_\infty B R^{-1} B^T P_\infty \quad (3.8)$$

III-1-2 cas discret

III-1-2-1 Equation d'état de système discret

Considérons le système continu décrit par son équation d'état :

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A(k)x(k) + B(k)u(k) \\ y(k) &= C(k)x(k) \end{aligned} \quad (3.9)$$

où:

$k \geq 0$: représente les instants successifs du temps.

$x(k)$: l'état du système de dimension n .

$y(k)$: la sortie (mesure ou observation) de dimension m .

$u(k)$: l'entrée certaine de dimension l .

III-1-2-2 Critère quadratique à minimiser

Le critère quadratique à minimiser est défini par :

$$J = x(N)^T P_N x(N) + \sum_{k=0}^N [x(k)^T Q(k) x(k) + u(k)^T R(k) u(k)] \quad (3.10)$$

où :

les matrices P_N , $Q(k)$, et $R(k)$ sont des matrices de pondérations respectivement pour l'état final $x(N)$, l'état instantané $x(k)$, et la commande $u(k)$ respectivement, ces matrices sont carrées et doivent être symétriques et définies positives [10][12].

III-1-2-3 Forme générale de la commande

La commande optimale recherchée pour le système de l'équation (3.9) doit minimiser le critère de l'équation (3.10).

La commande $u(k)$ qui minimise le critère d'écart quadratique (3.10) est donnée par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} u(k) &= -K(k)x(k) \\ K(k) &= [R(k) + B(k)^T P(k+1)B(k)]^{-1} B(k)^T P(k+1)A(k) \end{aligned} \quad (3.11)$$

avec $P(k)$ la solution de l'équation de RICCATI donnée par :

$$P(k+1) = [A(k) - B(k)K(k)]^T P(k+1) [A(k) - B(k)K(k)] + K(k)R(k)K(k) + Q(k) \quad (3.12)$$

avec la condition finale : $P(N) = P_N$.

III-2 Application de la Commande LQ sur un Réseau Electrique

Le problème de La Commande Optimale linéaire Quadratique consiste à trouver l'entrée u qui minimise l'index de critère le plus souvent donné par :

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} [x(k)Qx(k) + u(k)Ru(k)] \quad (3.13)$$

ou Q et R sont deux matrices souvent choisies symétrique en plus Q est semi-définie positive et R est positive.

III-2-1 Structure de la Boucle de Réglage LQ

Le modèle du réseau est donné par (1.31) est sous la forme :

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Avant de commencer la synthèse il faut vérifier que :

1. le paire $[A, B]$ est contrôlable.

III-2-2 Description de régulateur LQ

La figure 3.1 représente le schéma de principe du régulateur LQ pour le réglage automatique de la tension, notons qu'on a ajouté un intégrateur numérique pour annuler l'erreur statique comme on a fait dans le chapitre précédent.

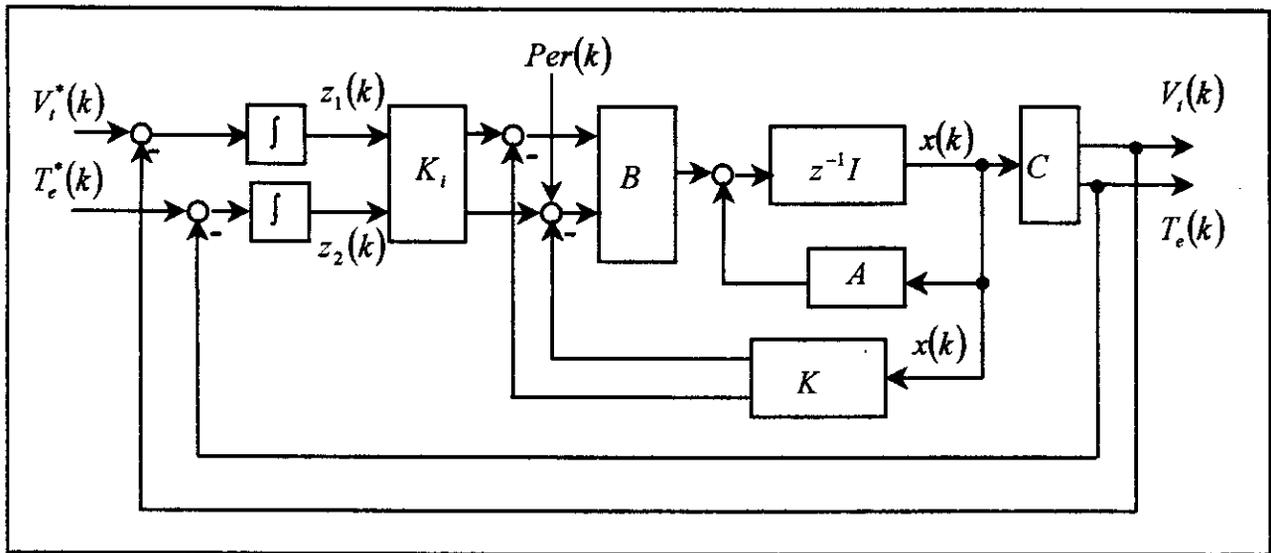


Figure (3.1) : structure de commande LQ

Remarquons que cette structure est similaire à la structure de réglage par placement de pôles.

L'intégrateur a la représentation d'état suivante [8]:

$$z(k) = z(k-1) + r(k) - y(k) \tag{3.15}$$

Le vecteur de commande est :

$$u(k) = -K x(k) + K_i z(k) \tag{3.16}$$

On a d'après (2.8) :

$$z(k+1) = [-CA + CBK]x(k) + [I - CBK_i]z(k) + r(k+1) \tag{3.17}$$

et le vecteur d'état :

$$x(k+1) = [A - BK]x(k) + BK_i z(k) \tag{3.19}$$

En combinant (3.17) et (3.18) on obtient le nouveau système en boucle fermée :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x(k+1) \\ z(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A - BK & BKi \\ -CA + CBK & I - CBKi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ z(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} r(k+1) \\ y(k) &= [C \ 0] \begin{bmatrix} x(k) \\ z(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.19)$$

définissons l'erreur :

$$\begin{aligned} x_e(k) &\equiv x(k) - x(\infty) \\ z_e(k) &\equiv z(k) - z(\infty) \end{aligned} \quad (3.20)$$

on aura :

$$\begin{bmatrix} x_e(k+1) \\ z_e(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -CA & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e(k) \\ z_e(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ -CB \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -K & Ki \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e(k) \\ z_e(k) \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

en prenant :

$$\xi(k) = \begin{bmatrix} x_e(k) \\ z_e(k) \end{bmatrix} : \text{vecteur d'état.}$$

$\bar{K} = [K \ -Ki]$: est considéré comme un retour d'état.

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ -CB \end{bmatrix} : \text{matrice de commande.}$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -CA & I \end{bmatrix} : \text{matrice d'état.}$$

On trouve la représentation d'état augmentée représentée par la figure 3.2

$$\begin{aligned} \xi(k+1) &= \bar{A}\xi(k) + \bar{B}u_e(k) \\ u_e(k) &= -\bar{K}\xi(k) \end{aligned} \quad (3.22)$$

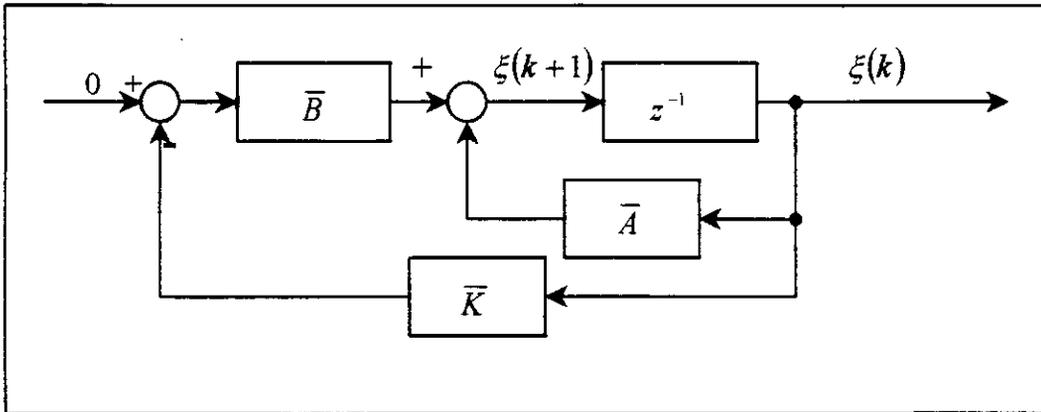


Figure (3.3) : le nouveau système augmenté en boucle fermé

Avec la représentation d'état (3.26) le problème devient : la détermination d'un gain optimal \bar{K} qui minimise l'indexe de critère :

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} [\xi^T Q \xi + u_e^T R u_e] \tag{3.23}$$

où :

Q et R sont choisies convenablement et vérifient les conditions qu'on a citées auparavant

$$\xi(k) = \begin{bmatrix} x_e(k) \\ z_e(k) \end{bmatrix}$$

et

$$u_e(k) = -[K \quad Ki] \begin{bmatrix} x_e(k) \\ z_e(k) \end{bmatrix}$$

III-2-3 Résumé des étapes de synthèse du régulateur LQ

1. rendre le système (3.14) sous la forme (3.26).
2. vérifier la commandabilité des paires (A, B) , (\bar{A}, \bar{B})
3. choisir Q et R convenablement.
4. calculer la matrice P qui représente la solution de l'équation de RICCATI après avoir la matrice P_0 (la condition initiale).

5. calculer la matrice des gains optimaux de la formule (3.11) en utilisant la solution permanente P de l'équation de RICCATI.

Une fois on trouve les valeurs numériques de la matrice des gains optimaux on les remplace dans le système augmenté (3.20) et on simule.

III-2-4 Résultats de simulations

Nous avons décomposé nos résultats en 3 parties

- Influence des matrices de pondération sur la dynamique de système.
- Influence de la perturbation.
- Influence des erreurs de modèle.

III-2-4-1 Influence des matrices de pondération

En respectant les conditions mentionnées dans le chapitre précédent concernant les matrices Q et R , on peut les choisir librement comme on le verra, ce choix n'influe pas sur la structure de réglage, par contre les coefficients de réglage optimaux dépendent de ces matrices, par conséquent aussi le comportement dynamique du réseau.

Pour obtenir un réglage optimal on exige que le critère quadratique (3.6) prenne la valeur minimale. Dans ce but on peut intervenir uniquement sur le vecteur de commande.

Avant de voir l'influence des matrices de pondération sur la dynamique de système, on essaie de donner une signification physique du critère quadratique, en prenant le cas le plus simple où les matrices Q et R sont diagonales, dans ce cas chaque variable d'état intervient dans le critère (3.6) par le terme $q_i x_i^2$, de même chaque entrée de commande intervient avec le terme $r_i u_i^2$ qui ne sont que des énergies (effectives ou fictives) des vecteurs d'état et de vecteurs d'état, et par conséquent la minimisation de critère quadratique correspond à une minimisation de l'énergie inhérente au système à régler et organe de commande.

Cependant, le plus souvent il est plus difficile d'attribuer une signification physique à la minimisation de critère quadratique en particulier lorsque les grandeurs d'état ne possédant une signification physique immédiate. Le critère quadratique doit être interpréter comme un critère purement mathématique. Ce fait provoque souvent des difficultés pour trouver des valeurs numériques adéquates aux matrices de pondération sur la dynamique de système.

Pour visualiser l'influence des facteurs de pondération sur le réglage par minimisation d'un critère quadratique on fixe les facteurs de pondération de la matrice R et on fait varier uniquement le premier élément de la matrice Q correspondant à la grandeur d'état qui représente l'angle interne. Les résultats sont illustrés dans la figure 3.3.

On constate que l'augmentation de facteur de pondération correspond à l'état x_1 entraîne un ralentissement de phénomène transitoire, Dans le cas où le facteur est très petit on constate un dépassement, pour cela il faut choisir un facteur de pondération qui assure un faible dépassement avec le plus petit temps de réponse possible.

Les remarques concernant le premier facteur de pondération de Q sont également valables pour le reste des facteurs de pondération.

Les facteurs de pondération des matrices Q et R adoptés pour un réglage optimal après plusieurs simulations sont :

$$Q = \text{diag}[200, 10000, 300, 100, 6]$$

$$R = \text{diag}[1, 10]$$

La figure (3.4) montre un mauvais choix des facteurs de pondération qui provoque des oscillations et des dépassements importants dus au placement des pôles suivant dans le cercle unité :

$$p_1 = -0.6500$$

$$p_{2,3} = 0.5797 \pm 0.7213 i$$

$$p_{4,5} = 0.5787 \pm 0.8149 i$$

III-2-4-2 Influence de la perturbation

Nous avons effectué des essais sur l'influence de la perturbation du couple mécanique sur le comportement dynamique du système.

Plusieurs niveaux de perturbation sont effectués comme le montre les figures 3.5 et 3.6. Il ressort clairement que la perturbation est pratiquement rejetée même pour les plus importants (30 %) au bout de 2s au maximum, en remarquant que la tension est moins sensible au perturbation que le couple électromagnétique. Nous pouvons donc affirmer que la commande LQ est insensible aux perturbations.

III-2-4-3 Influence des erreurs de modèle

Afin d'étudier la robustesse de contrôleur LQ vis à vis les erreurs de modèle, on introduit une variation paramétrique de 30% (les figure 3.7 et 3.8), on voit clairement que le contrôleur LQ tient ses promesses de robustesse vis à vis cette variation comme il a été démontré dans [16].

III-3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la méthode de synthèse du régulateur LQ basée sur la minimisation du critère quadratique avec des intégrations sur les sorties pour annuler l'erreur statique.

A titre de comparaison entre les deux méthodes LQ et retour d'état par placement de pôles on peut dire que les deux commande sont robustes vis à vis le rejet de perturbations et les variations paramétrique avec une petite amélioration apporté par la commande LQ concernant le temps de réponse.

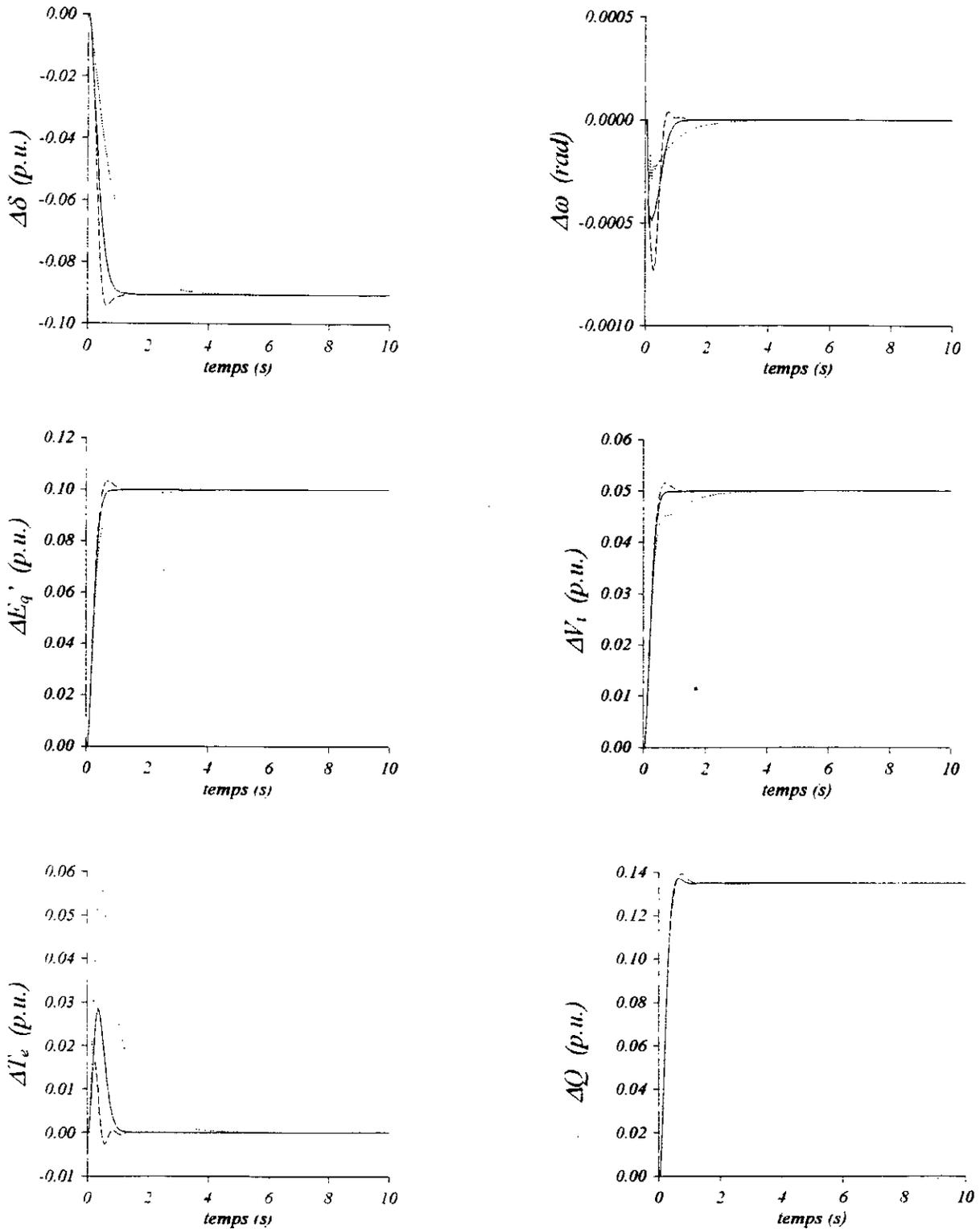


Figure (3.3) : influence des matrices de pondération sur la dynamique du système [r1=5%]

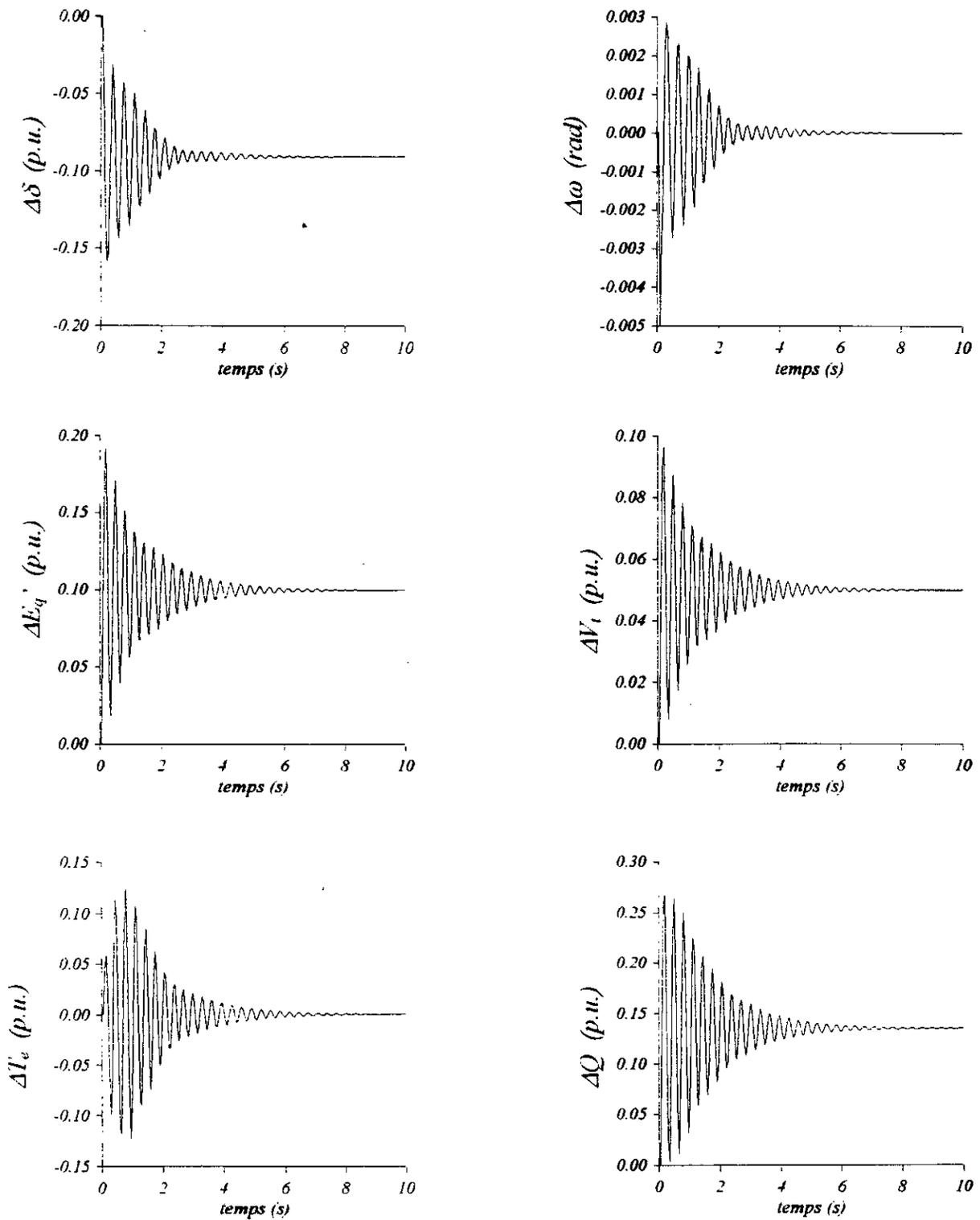


Figure (3.4) : mauvais choix des matrices de pondération [$r_1=5\%$]

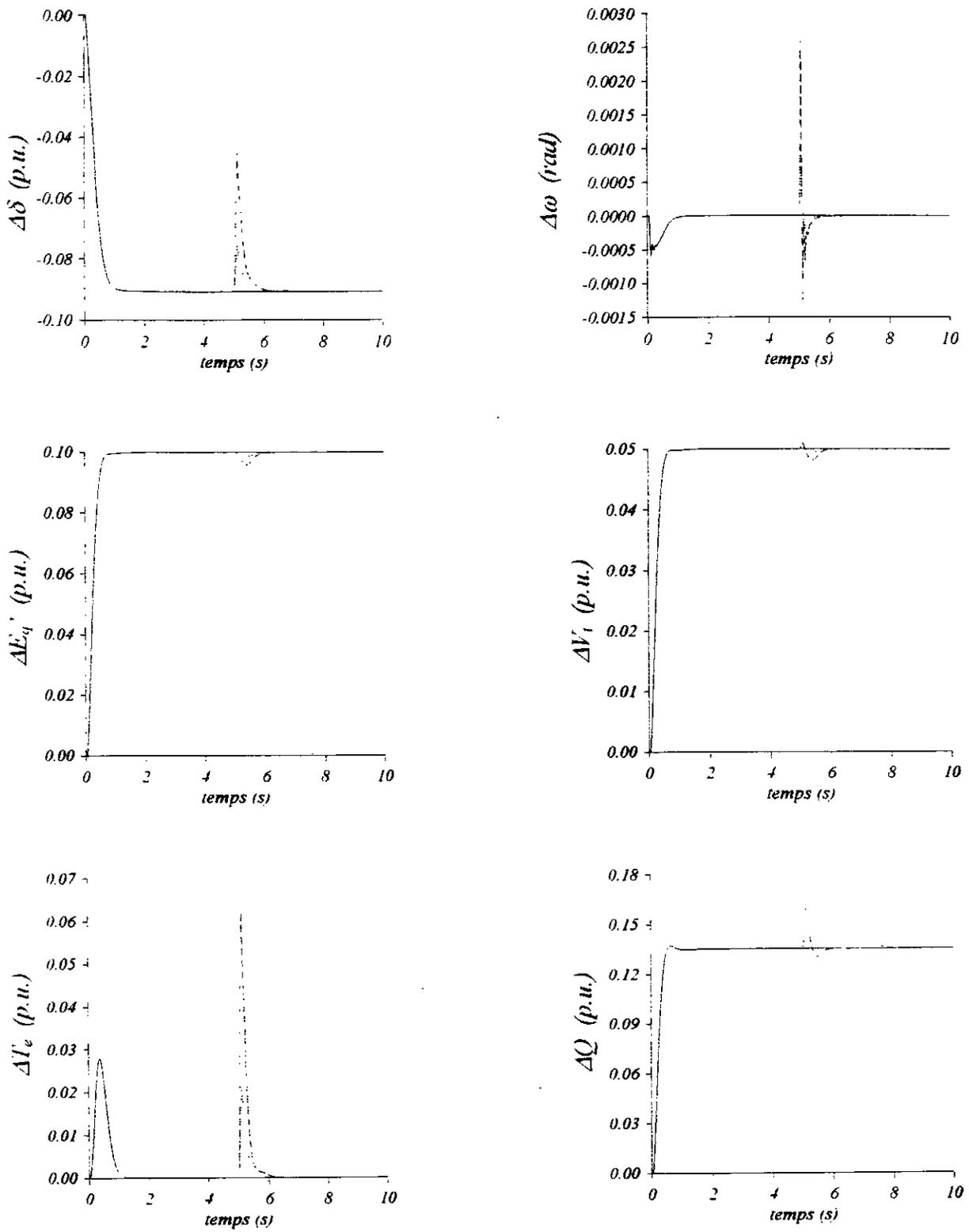


Figure (3.5) : Influence des perturbations sur le système [r1=5%]

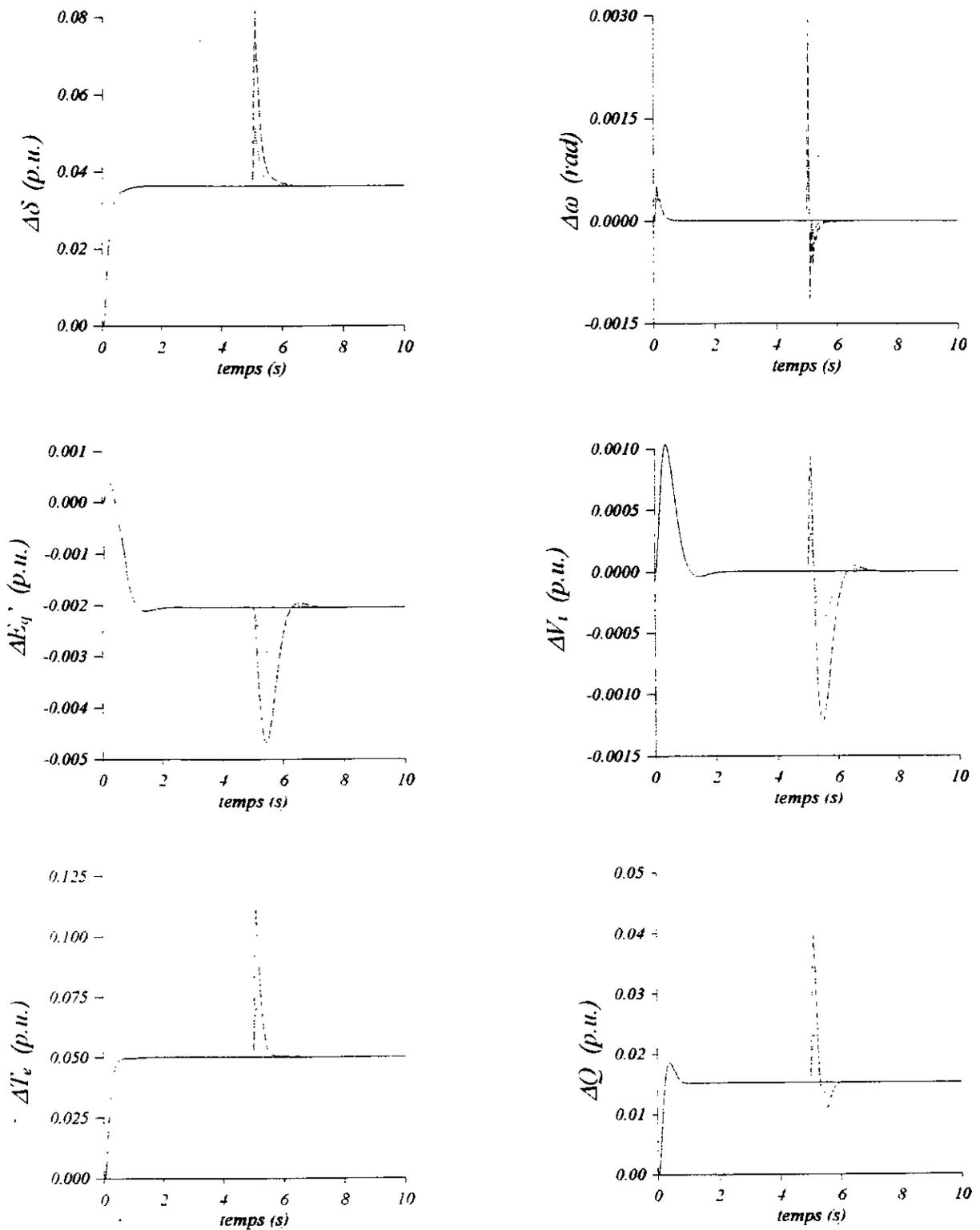


Figure (3.6) : influence des perturbations sur le système [$r_2=5\%$]

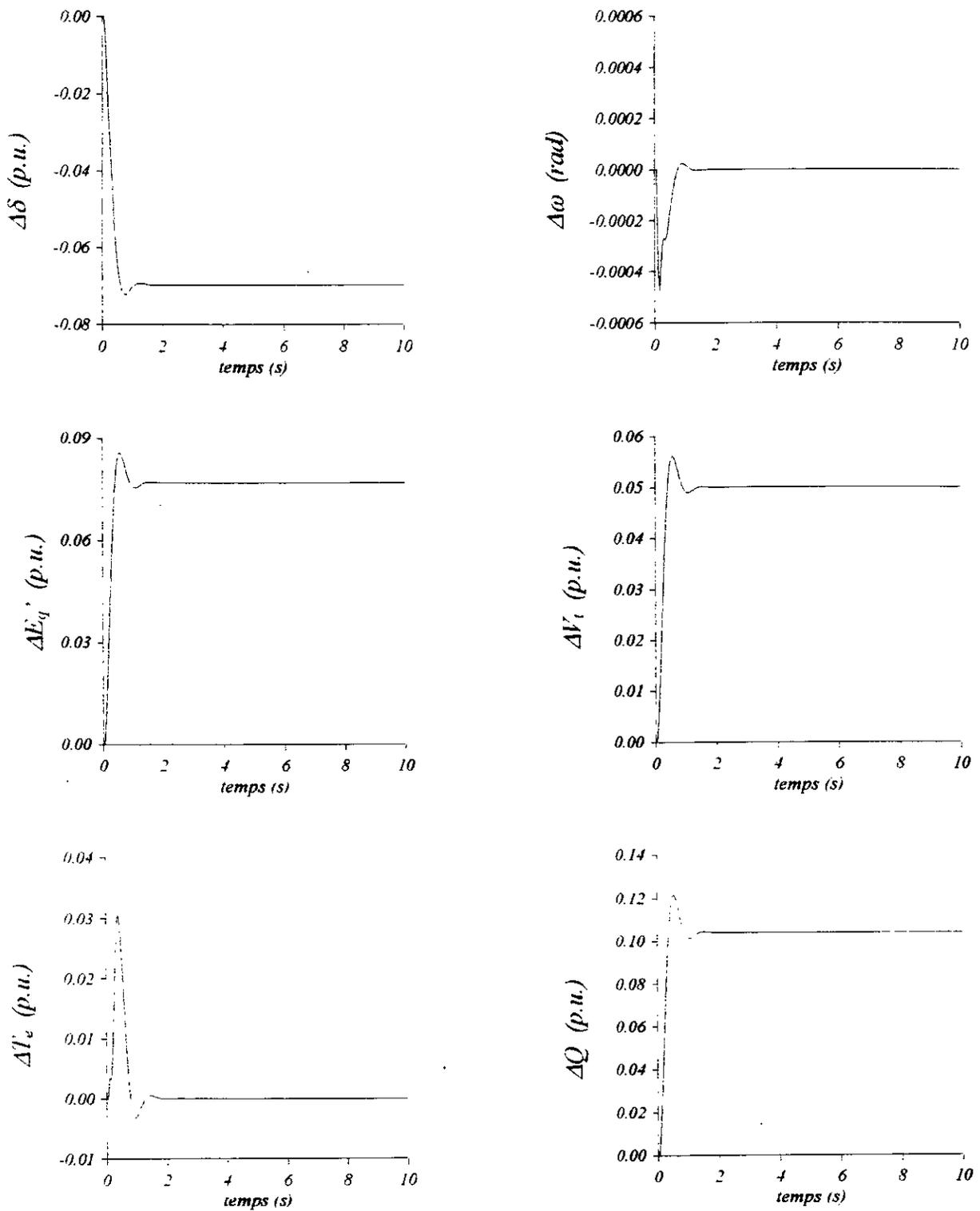


Figure (3.7) : la réponse du système lors d'une variation paramétrique de 30% [r1=5%]

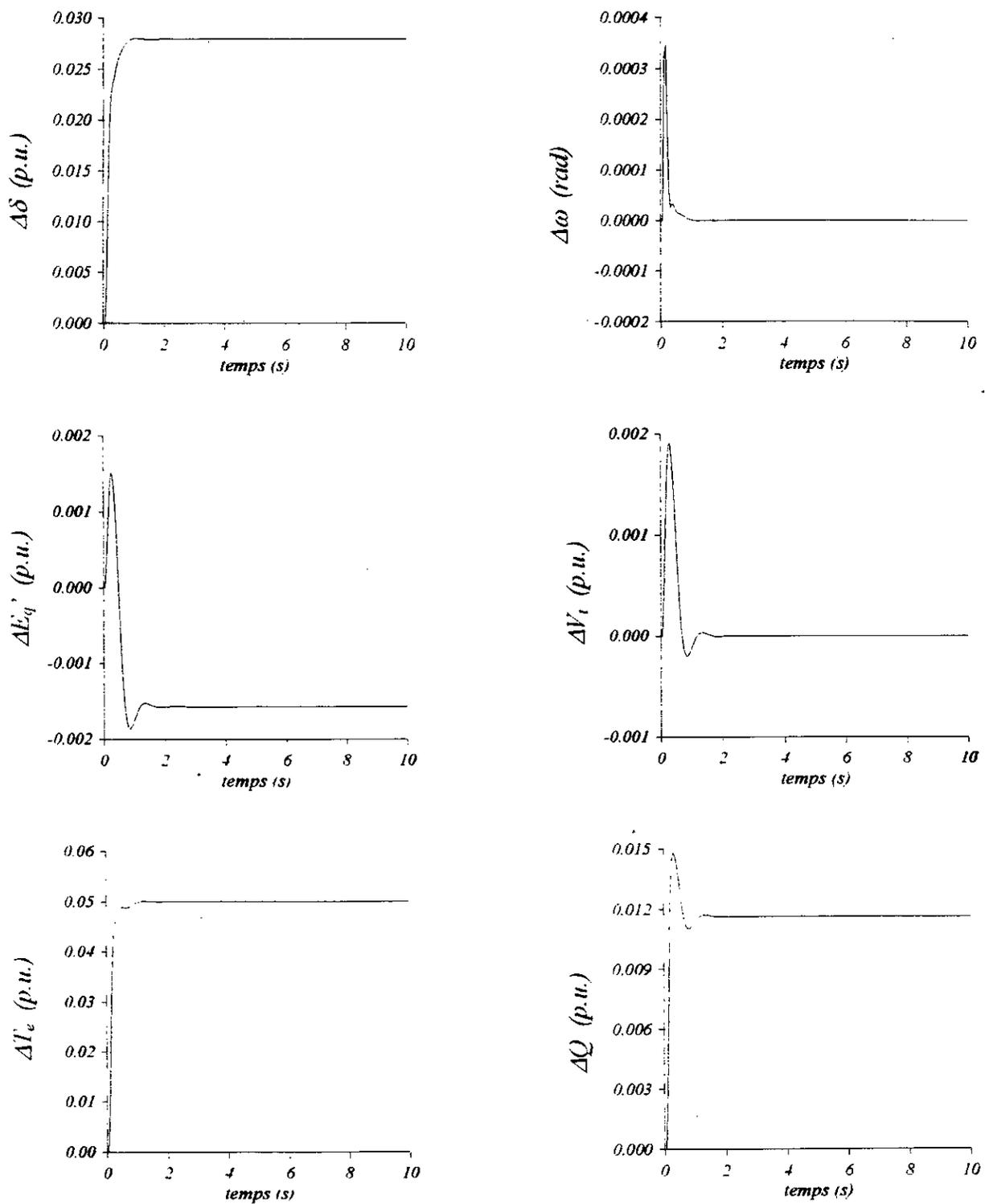


Figure (3.8) : la réponse du système lors d'une variation paramétrique de 30% [$r_2=5\%$]

Chapitre IV

filtre de KALMAN

Le filtre de KALMAN est un reconstituteur d'état dans un environnement stochastique. Lorsque les variances des bruits sont connues, c'est un estimateur linéaire minimisant la variance de l'erreur d'estimation. Les algorithmes donnant la solution de ce problème ont été déterminés initialement par [KALMAN, 1960] dans le cas discret et [KALMAN, BUCY, 1961] dans le cas continu. Nous établirons, dans un premier temps, les équations du filtre de KALMAN discret puis, celles du filtre de KALMAN continu par passage à la limite [10][14].

Dans la première section de ce chapitre nous allons présenter les principes fondamentaux du filtre de KALMAN, et dans la seconde nous faisons la conception d'un filtre de KALMAN pour le système étudié.

IV-1 Filtrage de KALMAN

IV-1-1 Le filtre de KALMAN discret

Etant donné un système linéaire stochastique dont l'évolution dynamique est modélisée à l'aide de l'équation d'état [10][13][14] :

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A(k)x(k) + B(k)u(k) + G(k)w(k) \\ y(k) &= C(k)x(k) + v(k) \end{aligned} \quad (4.1)$$

où $k \geq 0$ représente les instants successifs du temps,

$x(k)$: l'état du système de dimension n .

$y(k)$: la sortie (mesure ou observation) de dimension m .

$u(k)$: l'entrée certaine de dimension l .

$w(k)$: le bruit d'entrée (ou d'état) de dimension l .

$v(k)$: le bruit de mesure de dimension m .

Les matrices certaines $A(k)$, $B(k)$, $G(k)$, $C(k)$ sont de dimensions convenables.

Pour éviter toute confusion, nous représenterons par la suite, la matrice identité d'ordre n , simplement par I .

Ce modèle peut être considéré comme représentatif d'un système à temps discret ou plus généralement être obtenu à partir de la discrétisation d'un modèle représentatif d'un système à temps continu. Les séquences de bruit $\{w(k)\}$ et $\{v(k)\}$ sont des séquences indépendantes de bruits blancs centrés et l'état initial $x(0)$ est également une variable aléatoire indépendante des séquences $\{w(k)\}$ et $\{v(k)\}$. Leurs propriétés aux premier et second ordres sont données par :

$$E\{w(k)\} = 0, E\{v(k)\} = 0, E\{x(0)\} = m_0,$$

$$E \left\{ \begin{bmatrix} v(k) \\ w(k) \\ \tilde{x}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(l)^T & w(l)^T & \tilde{x}(0)^T \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} R(k)\delta(k,l) & 0 & 0 \\ 0 & Q(k)\delta(k,l) & 0 \\ 0 & 0 & S(0) \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

où $E\{\}$ représente l'espérance mathématique, $\tilde{x}(0) = x(0) - m_0$, $R(k)$, $Q(k)$, $S(0)$ sont des matrices symétriques définies positives, et $\delta(k,l)$ est le symbole de KROKNECKER.

Equations du filtre

Le problème du filtrage, au sens de KALMAN, est de trouver, pour le système dynamique (4.1), la meilleure estimation \hat{x} de l'état x à l'instant k , à partir d'observations effectuées jusqu'à l'instant t , au sens du critère de la variance conditionnelle minimum. Cela signifie que l'estimé \hat{x} est tel que :

$$E \left\{ \|x(k) - \hat{x}\|^2 \cdot \{y(0), y(1), \dots, y(t)\} \right\} \leq E \left\{ \|x(k) - f\|^2 \cdot \{y(0), y(1), \dots, y(t)\} \right\} \quad (4.3)$$

Pour tout vecteur f fonction des observations $\{y(0), y(1), \dots, y(t)\}$ Nous noterons $\hat{x}(k/t)$ cet estimateur optimal, et $\tilde{x}(k/t)$ et $\tilde{y}(k/t)$ les erreurs d'estimations :

$$\begin{aligned} \tilde{x}(k/t) &= x(k) - \hat{x}(k/t) \\ \tilde{y}(k/t) &= y(k) - \hat{y}(k/t) \end{aligned} \quad (4.4)$$

Suivant que $k < t$, $k = t$ et $k > t$, on dit que $\hat{x}(k/t)$ est une valeur lissée, filtrée ou prédite de $x(k)$. Alors que le problème de prédiction se ramène à un problème de filtrage (détermination de $\hat{x}(k/t)$) suivi d'une prédiction par une extrapolation.

Le problème de filtrage au sens de KALMAN est résolu par un système d'équations récurrentes permettant la programmation :

- $\hat{x}(k/k), S(k/k) \rightarrow \hat{x}(k+1/k+1), S(k+1/k+1)$: on réalise alors un filtre **estimateur**.
- $\hat{x}(k/k-1), S(k/k-1) \rightarrow \hat{x}(k+1/k), S(k+1/k)$: on réalise alors un filtre **prédicteur à un pas**.

Les équations du filtre du KALMAN discret se décompose en deux étapes [10][13][14] :

Une étape de prédiction :

$$\begin{aligned}\hat{x}(k+1/k) &= A(k)\hat{x}(k/k) + B(k)u(k) \\ S(k+1/k) &= A(k)S(k/k)A(k)^T + G(k)Q(k)G(k)^T\end{aligned}\quad (4.5)$$

Une étape de correction :

$$\begin{aligned}\hat{x}(k/k) &= A(k)\hat{x}(k/k-1) + L(k)[y(k) - C(k)\hat{x}(k/k-1)] \\ S(k/k) &= [I - L(k)C(k)]S(k/k-1)\end{aligned}\quad (4.6)$$

Où $L(k)$ est le gain optimal du filtre, donné par :

$$\begin{aligned}L(k) &= S(k/k-1)C(k)^T \Sigma(k)^{-1} \\ \Sigma(k) &= R(k) + C(k)S(k/k-1)C(k)^T\end{aligned}\quad (4.7)$$

IV-1-2 Le filtre de KALMAN-BUCY (filtre de KALMAN continu)

Le filtre de KALMAN-BUCY résout le problème de l'estimation de l'état d'un système continu défini par l'équation d'état [10][13] :

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) + G(t)w(t) \\ y(t) &= C(t)x(t) + v(t)\end{aligned}\quad (4.8)$$

où

t représente le temps.

$x(t)$, l'état de dimension n .

$y(t)$, la mesure de dimension m .

$u(t)$, l'entrée certaine de dimension l .

$w(t)$, le bruit d'entrée (ou de dynamique) de dimension l .

$v(t)$, le bruit de mesure de dimension m .

On suppose que ces bruits sont blancs, gaussiens, et connus par leurs matrices de covariance :

$$\begin{aligned} E\{w(t)w(t')^T\} &= \bar{Q}(t)\delta(t-t'), \quad E\{v(t)v(t')^T\} = \bar{R}(t)\delta(t-t') \\ E\{v(t)w(t')^T\} &= 0, \quad E\{v(t)\tilde{x}(0)^T\} = 0, \quad E\{w(t)\tilde{x}(0)^T\} = 0 \\ E\{x(0)x(0)^T\} &= m_0, \quad E\{\tilde{x}(0)\tilde{x}(0)^T\} = S_0 \end{aligned} \quad (4.9)$$

où $\delta(t)$ est l'impulsion de DIRAC en t , et en considérant $x(0)$ comme une variable aléatoire d'espérance m_0 , $\tilde{x}(0) = x(0) - m_0$.

Le passage du modèle continu au modèle discret se fait par la discrétisation de modèle (4.1) avec une période d'échantillonnage constante, le passage dans l'autre sens se fait par le calcul de limite en faisant tendre la période d'échantillonnage vers 0.

Le passage du modèle discret au modèle continue fait l'objet de l'annexe B.

Equation du filtre

$$\dot{\hat{x}}(t) = A(t)\hat{x}(t) + B(t)u(t) + L(t)[y(t) - C(t)\hat{x}(t)] \quad (4.10)$$

avec $\hat{x}(0) = m_0$,

le gain du filtre est donné par :

$$L(t) = S(t)C(t)^T R(t)$$

où $S(t)$ est la solution de l'équation de RICCATI donnée par :

$$\frac{dS}{dt} = AS + SA^T + \bar{Q} - SC^T \bar{R}^{-1} CS \quad (4.11)$$

avec $S(0) = S_0$.

IV-2 Conception de Filtre de KALMAN

Dans cette section, nous allons présenter le modèle discret mathématique du réseau dans une environnement stochastique ainsi que le filtre de KALMAN permette d'établir la meilleur prédiction de l'état à parti des mesures disponibles bruitées.

IV-2-1 Description de filtre de KALMAN

La figure 4.1 représente le schéma de principe de filtre de KALMAN adopté pour l'observation des états du système.

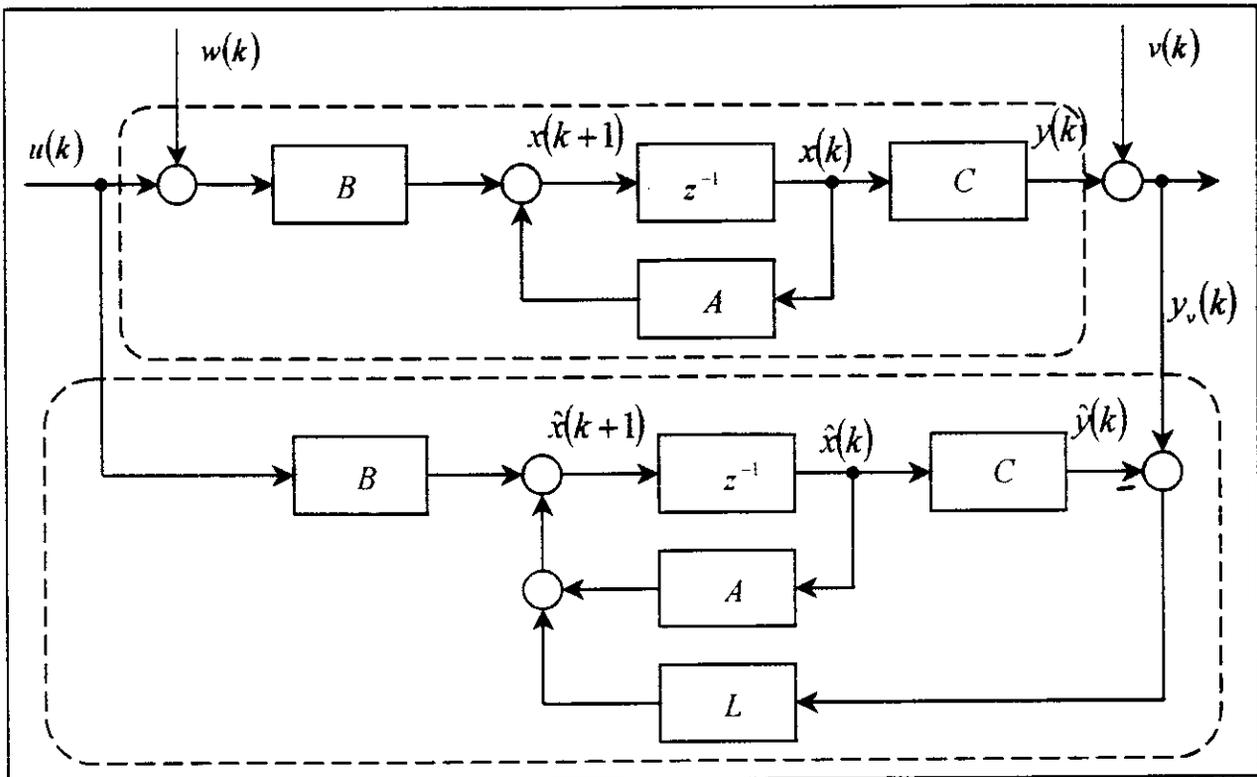


Figure (4.1) : schéma de Principe du filtre de KALMAN

pour le filtre optimal de KALMAN le problème est posé comme suit :

Etant donné le modèle discrétisé du réseau dans un milieu stochastique dont l'évolution dynamique est modélisée dans comme suit :

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k) + B[u(k) + w(k)] \\ y(k) &= Cx(k) + v(k)\end{aligned}\quad (4.12)$$

où:

$k \geq 0$ représente les instants successifs du temps.

$x(k)$: l'état du système de dimension 3.

$y(k)$: la sortie (mesure ou observation) de dimension 3.

$u(k)$: l'entrée certaine de dimension 2.

$w(k)$: le bruit d'entrée de dimension 2.

$v(k)$: le bruit de mesure de dimension 2.

Les séquences de bruit $\{w(k)\}$ et $\{v(k)\}$ sont des séquences de bruits blancs centrés, et l'état initial $x(0)$ est également une variable aléatoire indépendante des séquences $\{w(k)\}$ et $\{v(k)\}$.

on suppose que les matrices de covariances des bruits $\{w(k)\}$ et $\{v(k)\}$ sont constantes.

IV-2-2 Mise en œuvre de filtre de KALMAN

- Vérifier l'observabilité de système (4.12).
- Choisir des matrices \bar{R} , \bar{Q} , $S(0)$ qui sont symétriques définies positives
- Calculer la matrice $S(k)$ à partir la relation (4.14) avec la condition initiale $S(0)$.
- Calculer la matrice des gains optimaux $L(k)$ à partir de la relation (4.16)
- Calculer l'estimé optimal des vecteurs d'état et de sortie : $\hat{x}(k)$.

IV-2-3 Résultats et simulations

KALMAN a fourni une solution au problème de filtrage des systèmes linéaire, mais ceci suppose que le modèle soit exact c'est à dire que l'on connaît parfaitement les paramètres dynamiques du système, les caractéristiques statistiques du bruit et les conditions initiales.

Toutes les simulations de ce chapitre sont effectuées sur les erreurs d'estimation : $\tilde{x} = x - \hat{x}$.

Dans ce qui suit nous allons étudier l'influence de choix des paramètres \bar{Q} , \bar{R} , S_0 et \hat{x}_0

IV-2-3-1 L'influence de choix des matrices \bar{Q} et \bar{R}

En pratique les matrices de covariances \bar{Q} et \bar{R} de bruit de mesure et d'état sont mal connues alors qu'elles conditionnent le filtre, leurs choix peut être guidés par l'observation du comportement du filtre.

Selon la forme de gain du filtre de KALMAN (4.16), on constate que :

Si on multiplie les matrices \bar{Q} et \bar{R} et la valeur initiale de la matrice covariance S_0 par la même constante α le rapport $\frac{\bar{Q}}{\bar{R}}$ reste constant, par conséquent le gain de filtre reste le même

Ce qui implique que le rapport $\frac{\bar{Q}}{\bar{R}}$ influence beaucoup plus sur la dynamique du filtre que la variation du \bar{Q} et \bar{R} indépendamment.

Les figure 4.2 et 4.3 montrent que lorsque on garde le même rapport $\frac{\bar{Q}}{\bar{R}}$, en multipliant \bar{Q} et \bar{R} par ($\alpha = 0.1$) les erreurs des états et des sorties sont identiques pour les deux cas, ce qui prouve ce qu'on a dit auparavant.

IV-2-3-2 L'influence de choix des conditions initiales S_0 et \hat{x}_0

Pour visualiser l'influence de choix de la matrice initiale de covariance de l'erreur on fait varier S_0 toute en gardant les autre paramètres fixe (\bar{Q} , \bar{R} et \hat{x}_0).

Les figures 4.4 montre qu'une erreur sur l'initialisation du filtre par la multiplication de S_0 par 0.01 engendre uniquement une modification de fonctionnement en régime transitoire.

De même si on fixe \bar{Q} , \bar{R} et S_0 en changeant la valeur initiale du vecteur \hat{x} on constate aussi que le changement de la dynamique de l'erreur est engendré seulement en régime transitoire qui est illustré dans la figure 4.5.

IV-2-3-3 L'influence des erreurs de modèle

Les erreurs de modèle sont l'une des plus causes importantes de la divergence du filtre de KALMAN[13]. La figure 4.6 illustre divergence des erreurs d'estimation lors d'une variation paramétrique de 20%.

Cette divergence est due à la trop grande confiance que le filtre accorde au modèle erroné. Cette situation se présente principalement lorsque le bruit d'état est faible, dans ce cas la matrice de covariance de l'erreur d'estimation et la matrice de gain diminuent et le filtre attache peu d'importance aux observations.

IV-3 Conclusion

Nous présentons dans ce chapitre la théorie du filtre de KALMAN, ainsi la conception de ce filtre pour estimer les états de notre système.

Nous pouvons dire que le rapport \bar{Q}/\bar{R} influe beaucoup plus sur les performances que les la valeur de \bar{Q} et \bar{R} séparément.

Nous constatons que le filtre de KALMAN est sensible aux erreurs de modélisation de système.

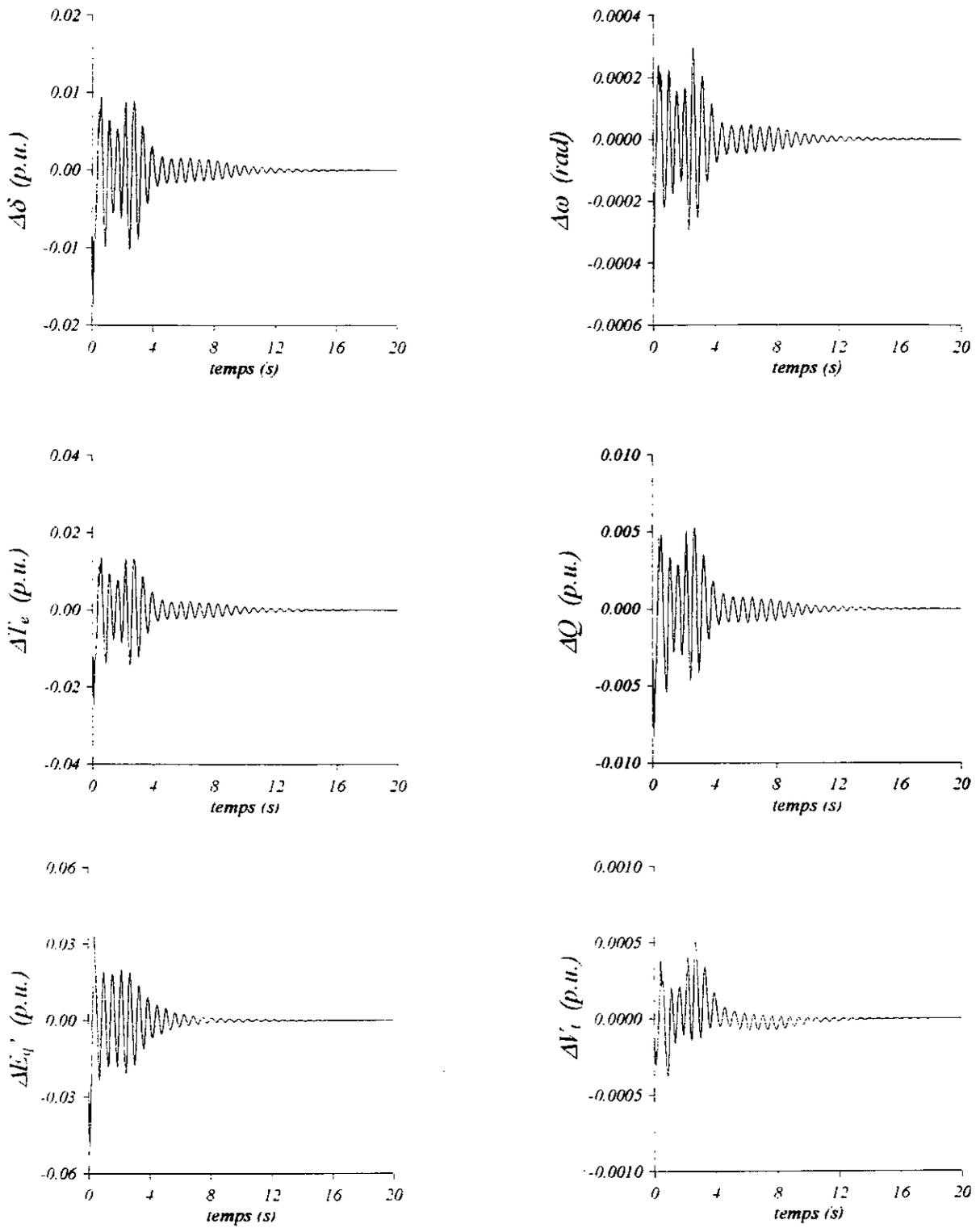


Figure (4.2) : les erreurs d'estimation ($\alpha = 1$)

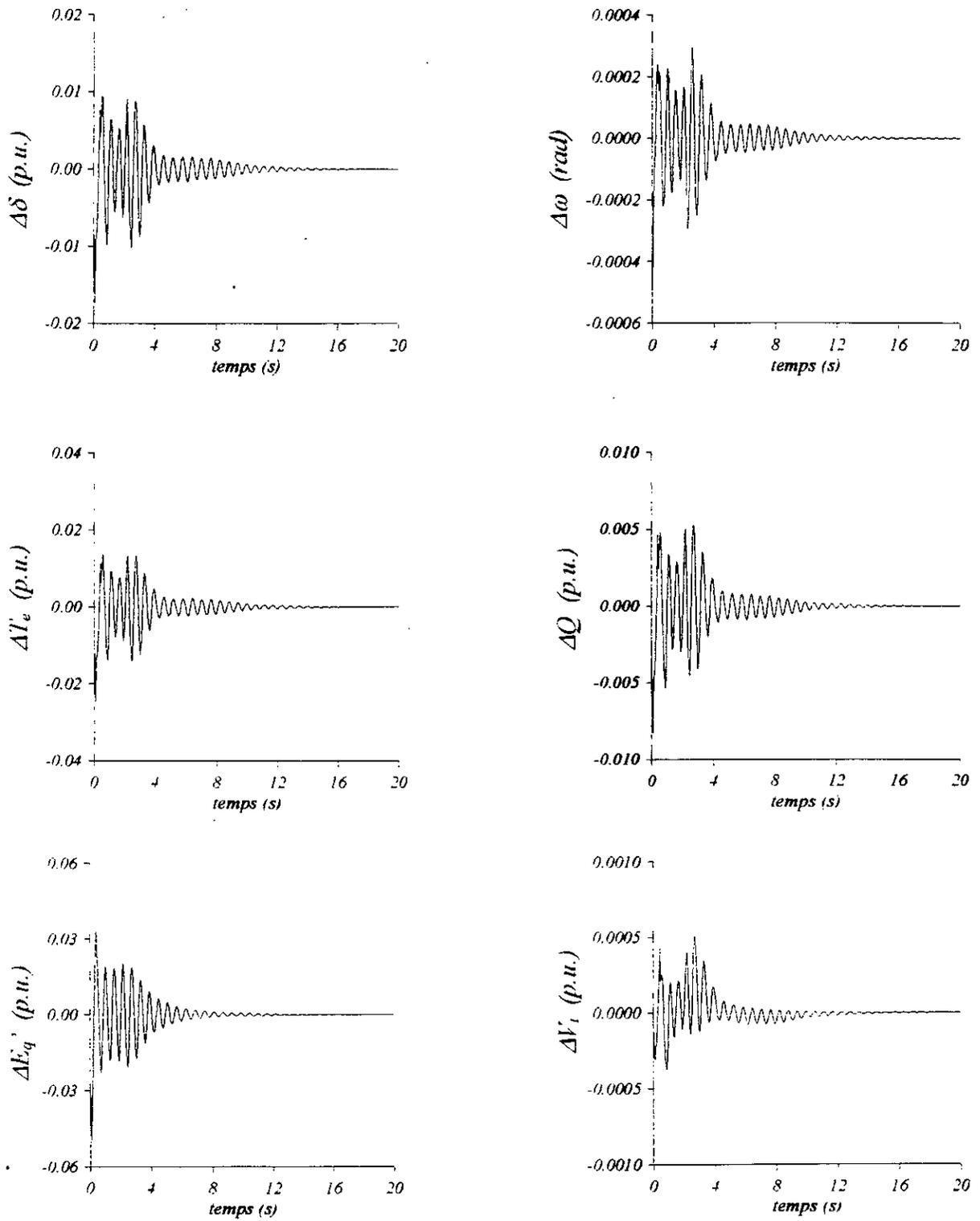


Figure (4.3) : les erreurs d'estimation ($\alpha = 0.1$)

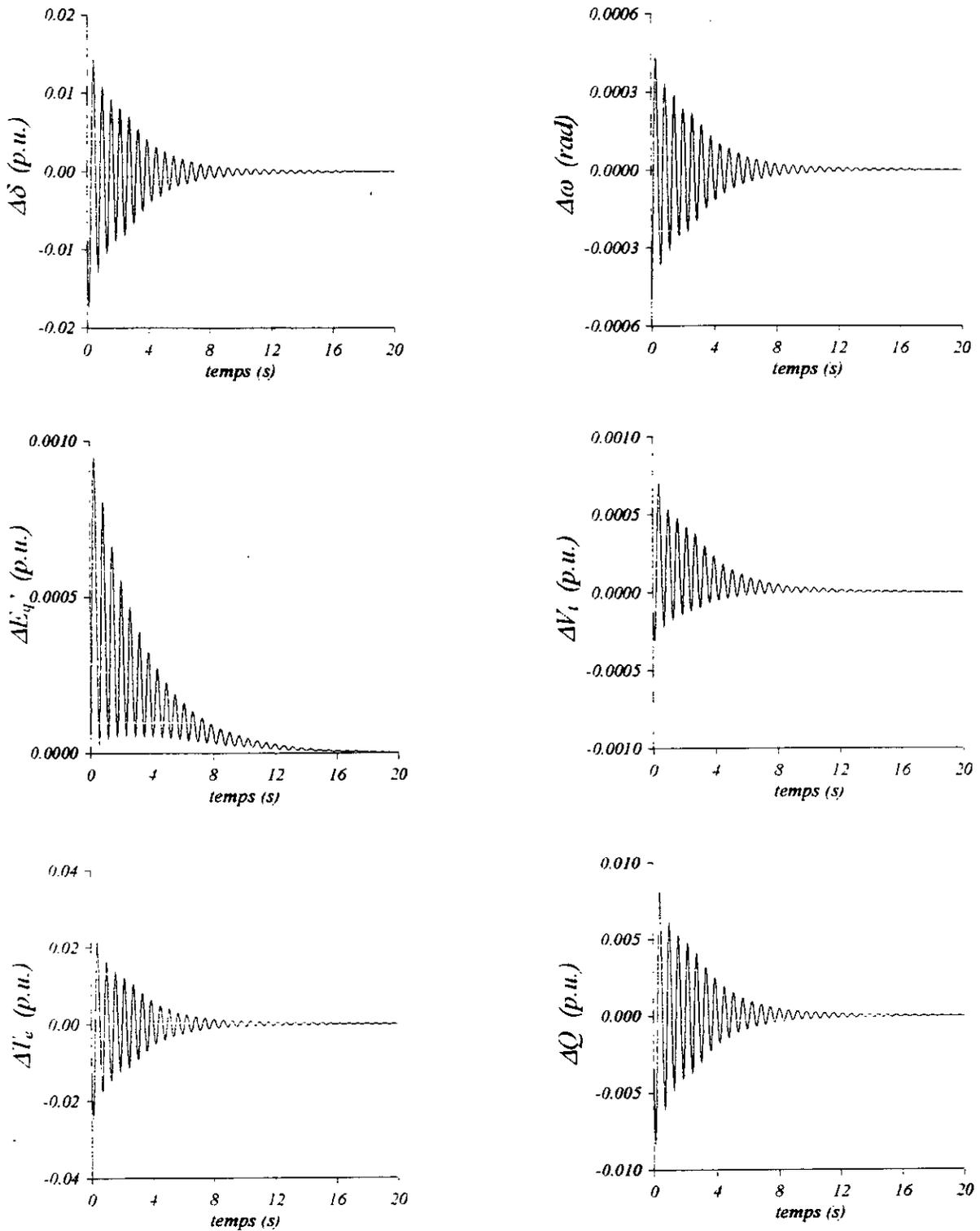


Figure (4.4) : les erreurs d'estimation lorsqu'on multiplie la matrice multiple S_0 par 0.01

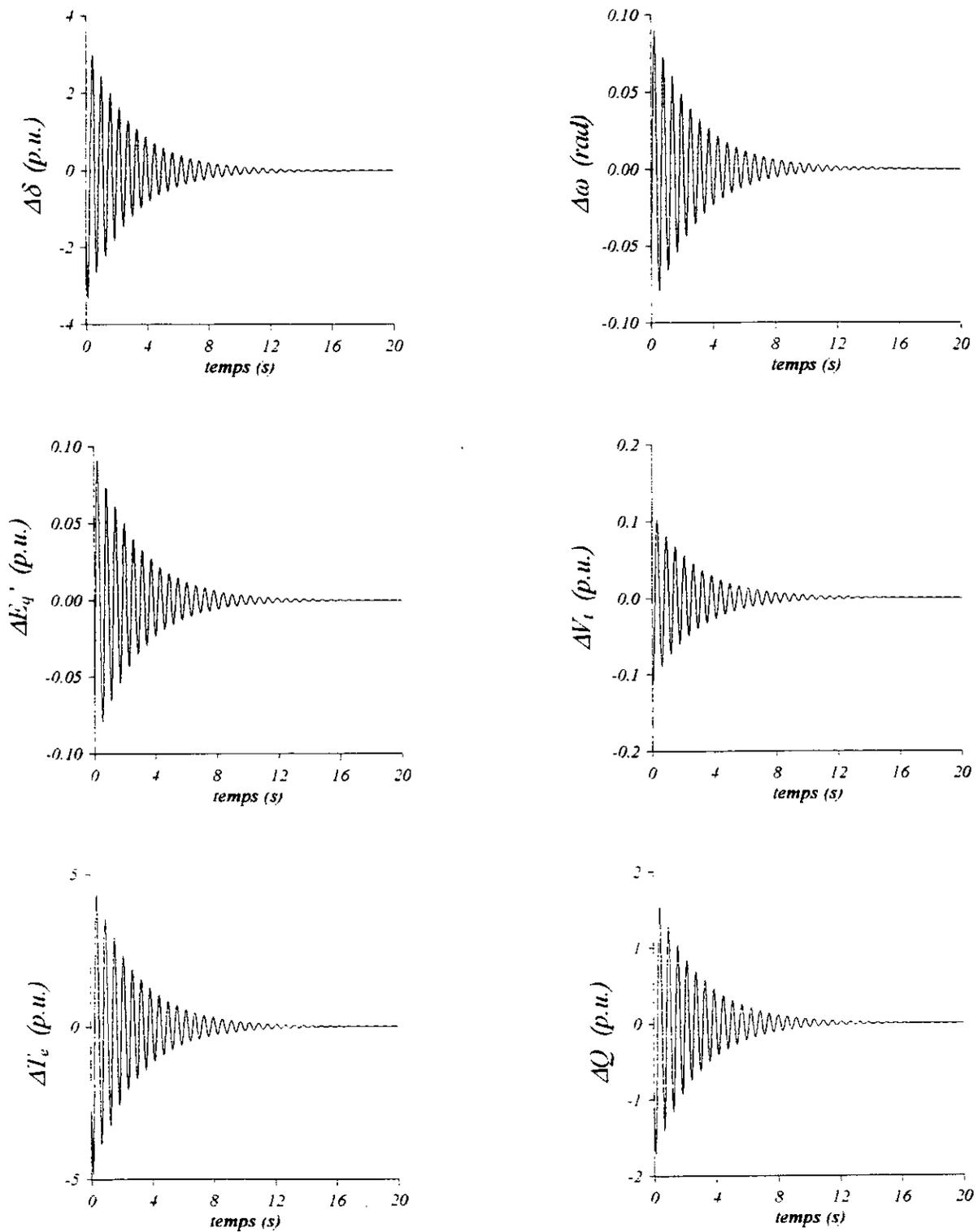


Figure (4.5) : les erreurs d'estimation lorsque le vecteur initial est non nul $\hat{x}_0 \neq 0$

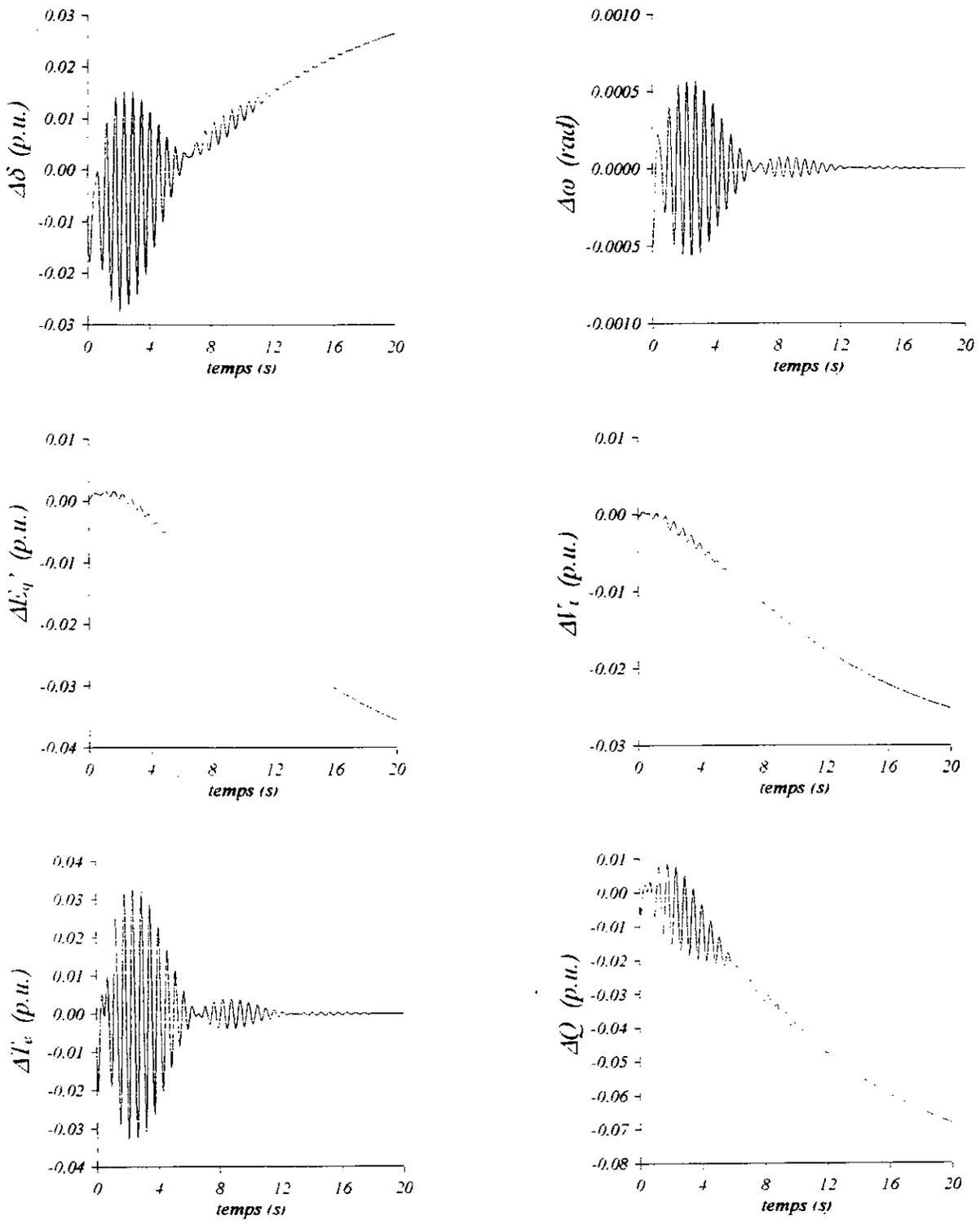


Figure (4.6) : les erreurs d'estimation lors d'une variation paramétrique 20%

Chapitre V

La Commande Linéaire Quadratique Gaussienne

La commande linéaire quadratique gaussienne est une partie fondamentale de la théorie de la commande optimale. Elle combine une méthode mathématique élégante et des considérations pratiques, en effet, la commande est basée sur des concepts de l'optimisation linéaire quadratique qui offre une solution claire au problème de la commande des systèmes monovariante (SISO) ainsi que des systèmes multivariants (MIMO)[2][15].

L'utilisation des vecteurs d'état a permis de résoudre le problème du filtrage des systèmes linéaires non stationnaires, l'application de cette formulation à l'optimisation des systèmes linéaires, fournit une solution plus générale qui s'applique aux systèmes non stationnaires avec horizon fini ou infini et délivre directement un correcteur en boucle fermée. Après avoir posé le problème de la commande linéaire quadratique gaussienne (LQG), nous établirons pour les systèmes continus, le principe de séparation. Ce théorème permet de scinder la commande LQG en deux problèmes indépendants [10] :

- optimisation de la commande en déterministe (LQ) du système sans bruit.
- estimation optimale de l'état du système à partir des mesures bruitées (Filtre de KALMAN).

Dans la première section de ce chapitre nous allons présenter les principes de la commandes linéaire quadratique gaussienne, et dans la seconde nous appliquons ces principes sur le système étudié.

V-1 La Commande Linéaire Quadratique Gaussienne (LQG)

V-1-1 Exposé du Problème

Le problème est d'effectuer la synthèse d'un processus de commande d'un système pour que sa sortie y soit aussi voisine que possible d'une sortie désirée r au sens d'un critère d'écart quadratique et selon une structure bouclée représentée par la figure (5.1).

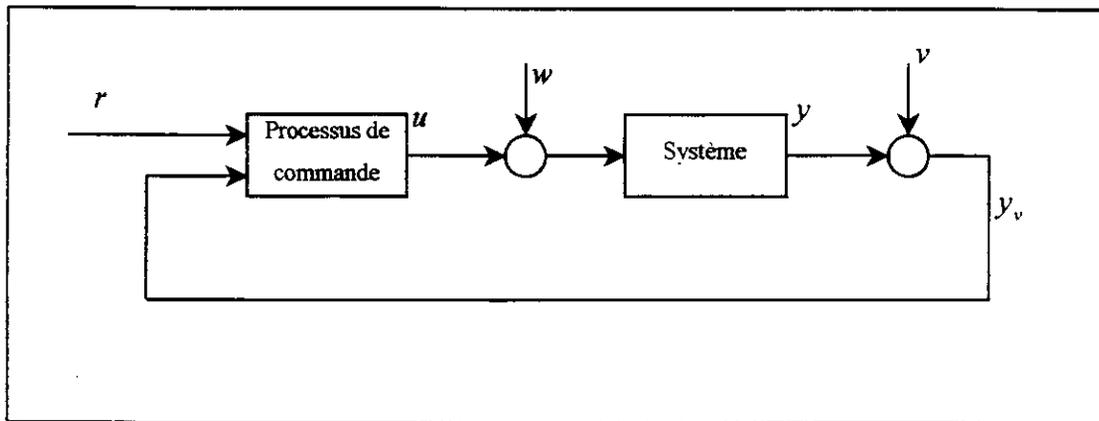


Figure (5.1) : structure de réglage

Nous pouvons distinguer :

- le système à commander qui soumis à des entrées u et des perturbation v , délivre la sortie y .
- le processus de commande qui, à partir des mesures entachées de bruit y_v et des consignes r , délivre la commande.

V-1-2 La commande LQG des systèmes continus

Formulation du Problème

Considérons maintenant un système stochastique décrit par les équations classiques :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) + w(t) \\ y(t) &= C(t)x(t) + v(t) \end{aligned} \quad (5.1)$$

où :

$x(t)$: l'état de dimension n .

$y(t)$: la mesure de dimension m .

$u(t)$: l'entrée certaine de dimension l .

$w(t)$: le bruit d'entrée de dimension l .

$v(t)$: le bruit de mesure de dimension m .

On suppose que ces bruits sont blancs, gaussiens, et connus par leurs matrices de covariance :

$$E\{w(t)w(t')^T\} = \bar{Q}(t)\delta(t-t'), \quad E\{v(t)v(t')^T\} = \bar{R}(t)\delta(t-t') \quad (5.2)$$

Le problème est de trouver la loi de commande $u(t)$ en fonction des mesures $y(t)$ qui minimise le critère [10][13] :

$$J = E \left[x(t_1)^T P_1 x(t_1) + \int_{t_0}^{t_1} [x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R x(t)] dt \right] \quad (5.3)$$

V-1-3 Principe de Séparation

Le principe de séparation résout le problème de la commande Linéaire Quadratique Gaussienne (LQG), la solution revêt la même forme que dans le cas déterministe, à condition toutefois de remplacer dans l'expression de la commande l'état x par son estimée \hat{x} .

Pour optimiser les performances en présence de perturbations, il suffit de calculer la commande $u = -Kx = -R^{-1}B^T Px$ tout en ignorant l'effet de bruit, puis utiliser le filtre de KALMAN pour estimer les états qui ne sont pas accessibles. Donc la commande linéaire quadratique gaussienne est donnée par : $u = -K\hat{x} = -R^{-1}B^T P\hat{x}$, ce qui démontre bien le principe de séparation[13].

La commande linéaire quadratique gaussienne qui minimise le critère choisi est donnée par :

$$u = -K\hat{x} = -R^{-1}B^T P\hat{x} \quad (5.4)$$

où P est solution de l'équation de RICCATI.

$$-\frac{dP}{dt} = A^T P + PA + Q - PBR^{-1}B^T P \quad (5.5)$$

avec $P(t_1) = P_1$

où \hat{x} est l'estimée optimale fournie par le filtre de KALMAN.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x} + Bu + L[y - C\hat{x}] \\ \hat{x}(t_0) &= x_0 \\ L(t) &= SC^T \bar{R}^{-1} \end{aligned} \quad (5.6)$$

S est solution de l'équation de RICCATI

$$\frac{dS}{dt} = AS + SA^T + \bar{Q} - SC^T \bar{R}^{-1} CS \quad (5.7)$$

Ces équations correspondent à la structure de la figure (5.2).

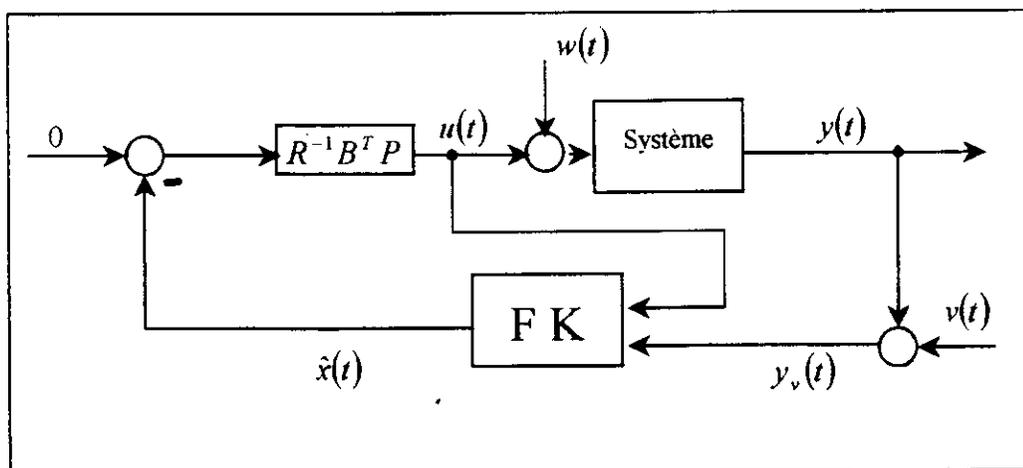


Figure (5.2) : structure de réglage dans le cas continu

Remarques

1- Dans le cas d'un système stochastique stationnaire (A , B , C , Q et R constants), pour un horizon infini, la commande optimale s'exprime en fonction de l'état par un facteur de proportionnalité constant $u = -K\hat{x} = -R^{-1}B^T P\hat{x}$ où P est la solution définie positive de l'équation algébrique matricielle :

$$-\frac{dP}{dt} = A^T P + PA + Q - PBR^{-1}B^T P = 0 \quad (5.8)$$

Cette solution P peut s'obtenir directement par résolution de l'équation précédente ou par le régime permanent de l'équation de RICCATI intégré à rebours à partir de conditions initiales nulles.

2 la commande optimale LQG est une commande stochastique qui se distingue de la commande déterministe simplement par le fait que l'observateur de l'état est un filtre de KALMAN.

V-1-4 La commande LQG des systèmes discrets

Pour les systèmes discrets on peut aussi démontrer le principe de séparation, nous nous contenterons de donner les résultats correspondants. Soit le système discret :

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A(k)x(k) + B(k)u(k) + w(k) \\ y(k) &= C(k)x(k) + v(k) \end{aligned} \quad (5.9)$$

où:

$x(k)$: l'état du système de dimension n .

$y(k)$: la sortie (mesure ou observation) de dimension m .

$u(k)$: l'entrée certaine de dimension l .

$w(k)$: le bruit d'entrée de dimension l .

$v(k)$: le bruit de mesure de dimension m .

La commande optimale $u(k)$ qui minimise le critère d'écart quadratique [10][13] :

$$J = E \left[x(N)^T P_N x(N) + \sum_{k=0}^N \left[x(k)^T Q x(k) + u(k)^T R u(k) \right] \right] \quad (5.10)$$

est donnée par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} u(k) &= -K(k)\hat{x}(k/k) \\ K(k) &= \left[R + B(k)^T P(k+1)B(k) \right]^{-1} B(k)^T P(k+1)A(k) \\ P(k) &= \left[A - B(k)K(k) \right]^T P(k+1) \left[A(k) - B(k)K(k) \right] + K(k)R K(k) + Q \end{aligned} \quad (5.11)$$

avec $P(N) = P_N$

et où $\hat{x}(k/k)$ l'estimée de $x(k)$ étant donné les observations $y(0) \dots y(k)$ est fournie par le filtre de KALMAN.

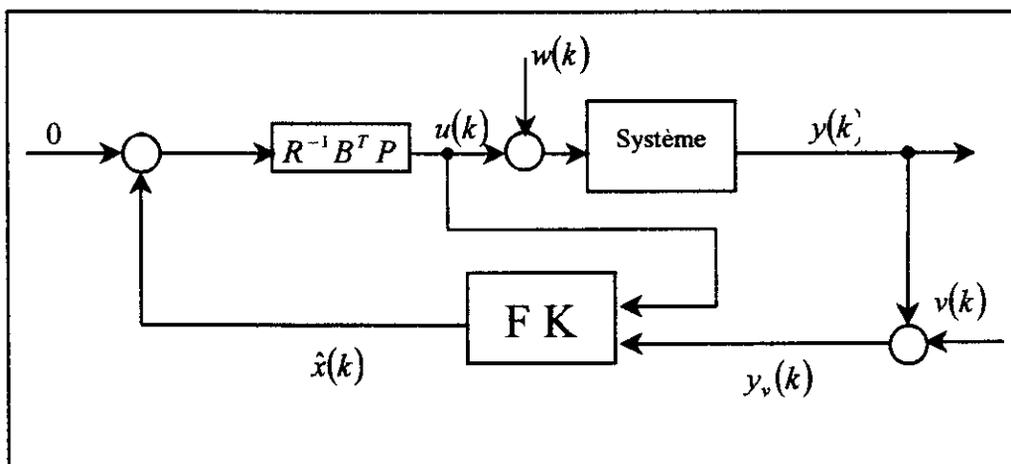


Figure (5.3) : structure de réglage dans le cas discret

V-2 Application de la commande LQG sur un Réseau Electrique

Les deux méthodes citées précédemment, la commande linéaire quadratique (LQ) et le filtre de KALMAN permettent la synthèse d'une loi de commande stochastique, qui optimise les performances en présence des perturbations aléatoire au niveau de l'entrée et au niveau de la sortie, ces perturbations étant considérées comme des bruits blancs.

V-2-1 Position de problème

Pour la synthèse de contrôleur LQG, le problème est posé comme suit :

Etant donné le modèle linéarisé du réseau dans un milieu stochastique donné par la représentation d'état suivante :

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + B[u(k) + w(k)] \\ y(k) &= Cx(k) + v(k) \end{aligned} \quad (5.12)$$

où:

$x(k)$: l'état du système de dimension 3.

$y(k)$: la sortie (mesure ou observation) de dimension 3

$u(k)$: l'entrée certaine de dimension 2.

$w(k)$: le bruit d'entrée de dimension 2

$v(k)$: le bruit de mesure de dimension 2.

Le problème de La synthèse d'un régulateur LQG consiste à trouver l'entrée u qui minimise le critère le plus souvent donné par :

$$J = E \left[\sum_{k=0}^{\infty} [x(k)^T Q x(k) + u(k)^T R u(k)] \right] \quad (5.13)$$

où Q et R sont deux matrices souvent choisies symétrique en plus Q est semi-définie positive et R est positive.

V-2-2 Description de régulateur LQG

La figure 5.4 représente le schéma de principe du régulateur LQG pour le réglage automatique de la tension et le couple électromagnétique, notons qu'on a ajouté un intégrateur numérique pour annuler l'erreur statique en régime permanent.

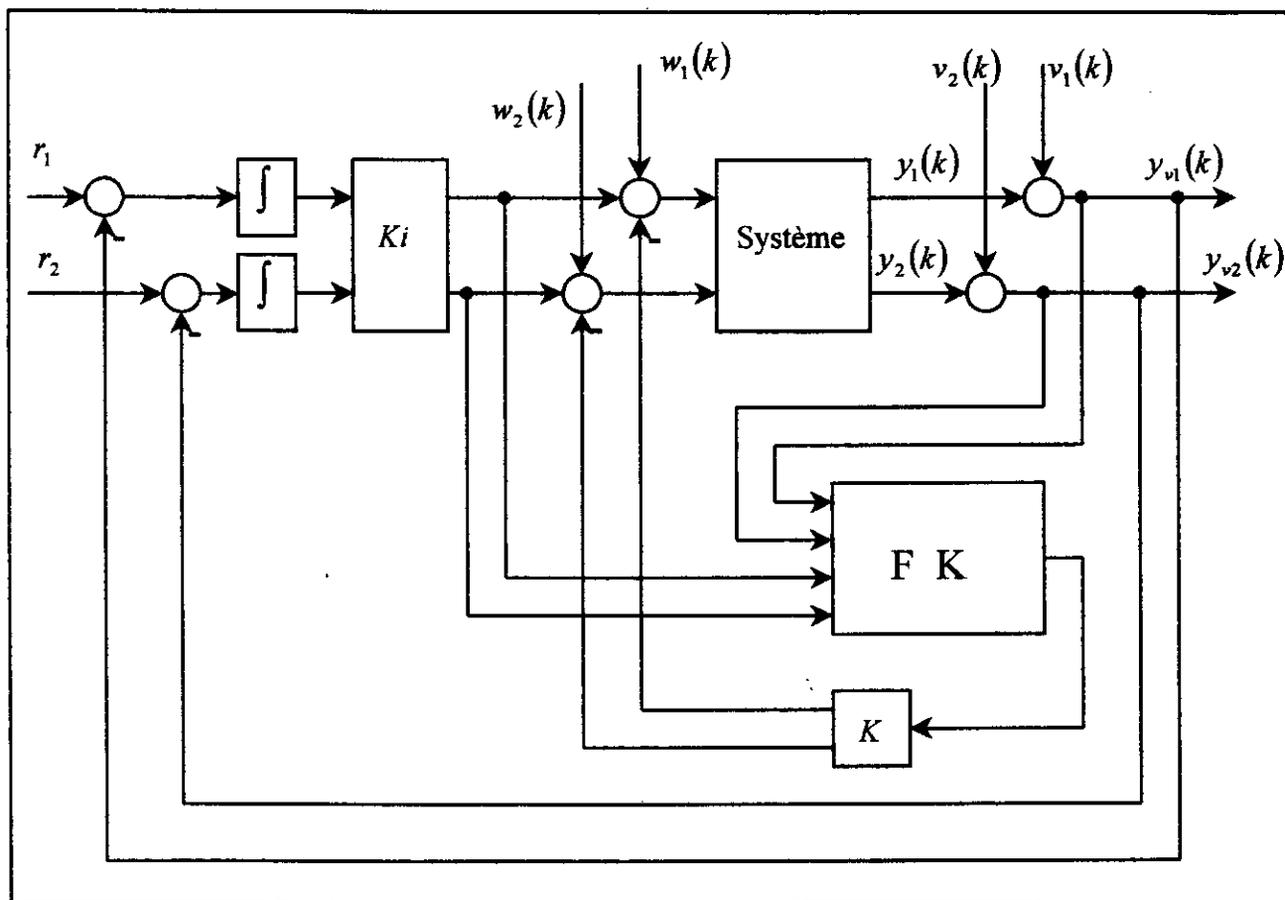


Figure (5.4) : structure du régulateur LQG

V-2-3 Synthèse de régulateur LQG

d'après la figure (5.4) on a :

le vecteur de la commande donnée par :

$$u(k) = -K\hat{x}(k) + Ki z(k) \quad (5.14)$$

sachant que :

K : la matrice des gains optimaux des retours d'état.

Ki : la matrice des gains optimaux de l'intégrateur.

et la sortie de filtre de KALMAN est donnée par :

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) + L(k)[y_v(k) - C\hat{x}(k)] \quad (5.15)$$

le vecteur d'état $\hat{x}(k)$

en remplaçant $u(k)$ dans (5.15) on trouve :

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1) &= A\hat{x}(k) + B[-K\hat{x}(k) + Kiz(k)] + L(k)[y_v(k) - C\hat{x}(k)] \\ &= [A - BK - LC]\hat{x}(k) + BKiz(k) + Ly_v(k) \end{aligned} \quad (5.16)$$

le vecteur d'état $z(k)$ de l'intégrateur[8]

$$z(k+1) = z(k) + r(k+1) - y_v(k) \quad (5.17)$$

avec $K(k) = [K \quad Ki]$ est la matrice des gains de KALMAN

l'association de (5.17) et (5.16) donne la forme globale augmentée de contrôleur LQG :

$$\begin{bmatrix} \hat{x}(k+1) \\ z(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK - LC & BKi \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}(k) \\ z(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I & I \\ 0 & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_v(k) \\ r(k+1) \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

V-2-4 Résumé des étapes de la méthode de synthèse du régulateur LQG

1. vérifier la commandabilité et l'observabilité de système (5.12)
2. choisir les matrices de pondérations Q et R convenablement.
3. Calculer la matrice $K = [K \ Ki]$ en s'inspirant des relations suivantes :

$$\begin{aligned} K &= [R + B^T P(k+1)B]^{-1} B^T P(k+1)A \\ P(k) &= [R - BK(k)]^T P(k+1)[A - BK(k)] + K(k)RK(k) + Q \end{aligned} \quad (5.19)$$

4. calculer la matrice $L(k)$ optimal de KALMAN en s'inspirant des relations suivantes :

$$S(k+1/k) = AS(k/k)A^T + B\bar{Q}(k)B^T \quad (5.20)$$

$$S(k/k) = [I - L(k)C]S(k/k-1) \quad (5.21)$$

$$\begin{aligned} L(k) &= S(k/k-1)C^T \Sigma(k)^{-1} \\ \Sigma(k) &= \bar{R} + CS(k/k-1)C^T \end{aligned} \quad (5.22)$$

5. Une fois obtenues les deux matrices des gains optimaux K , $L(k)$ on les remplace dans le système (5.18).

V-2-5 Résultats et simulations

Le programme qu'on a élaboré pour la commande linéaire quadratique gaussienne (LQG) se base sur les paramètres optimaux obtenus dans les chapitres III et IV lors de la synthèse du contrôleur LQ (la matrice des gain optimaux $[K \ Ki]$) et du filtre de KALMAN (les matrices de pondération Q, R à initialiser ainsi que les conditions initiales P_0 et \hat{x}_0).

Pour étudier les performances de régulateurs LQG par rapport au régulateur LQ on se met dans un milieu non stochastique (absence des bruits blancs de mesure et d'état), les figures 5.5 et 5.6 montrent les réponses de système lorsqu'on applique des consignes de tension et de couple électromagnétique de valeur 0.05, on constate que les réponses sont similaires à celles de la commande LQ pour les mêmes consignes.

Cela est dû au fait que le terme de l'erreur $y - C\hat{x}$ dans l'équation (5.15) s'annule ce qui donne une commande $u = -Kx = -K\hat{x}$ pour les deux cas.

Dans le cas où une perturbation déterministe se présente à l'entrée de système de valeur 0.05 on a constaté le régulateur LQ a tenu ses promesses de robustesse vis à vis les perturbations (voir les figures 3.5, 3.6), on pouvait s'attendre à ce que le contrôleur LQG présente ces mêmes propriétés de robustesse. En fait il n'en rien été, en effet, il a été montré dans [16] que l'insertion de filtre de KALMAN dans la boucle de commande pouvait diminuer la marge de stabilité de système, ceci apparaît clairement dans les figures 5.7 et 5.8, ceci est dû au fait que dans la commande LQG la perturbation n'intervient pas directement sur l'état estimé ce qui implique que l'atténuation sera moins efficace que dans la commande LQ où la perturbation intervient directement sur l'état et sera donc atténuée immédiatement par un retour de commande $u = -Kx$.

Pour étudier les performances de contrôleur LQG dans un milieu stochastique on introduit des perturbations d'état et de mesure sous forme de bruit blanc qui sont illustrés dans la figure 5.9.

Si nous comparons l'influence des perturbations d'état et de mesure prises séparément [les figures 5.10 5.11 5.13 5.14], nous constatons que les réponses de système sont identiques, avec un bruitage plus grand en régime permanent dans le cas de la présence de bruit de mesure uniquement. Cela est dû au fait que l'asservissement se fait sur des sorties bruitées engendre une erreur $r - y_v$ plus importante que l'erreur $r - y$.

Pour considérer le cas le plus pratique, on introduit des bruits d'états et de mesure, on constate d'après les figures 5.12 5.14 des réponses bruitées du à la sévérité des conditions le système soumis.

Afin d'étudier la robustesse de contrôleur LQG vis à vis les erreurs de modèle, on introduit une variation paramétrique de 30% (les figure 5.16 et 5.17), on voit clairement que le contrôleur LQG répond difficilement et ceci est dû à la divergence du filtre de KALMAN qui est sensible aux variations paramétriques.

V-3 Conclusion

La solution de la commande Linéaire Quadratique Gaussienne (LQG) passe par la résolution de deux problèmes distincts : d'une part, la détermination de la loi de commande du système rendu déterministe par l'élimination de toute perturbation aléatoire, et d'autre part, la détermination de l'estimée de l'état du système perturbé, par le filtre de KALMAN. Chacun de ces problèmes suppose la résolution d'une équation de RICCATI, le premier dans le sens inverse du temps, le second dans le sens direct du temps.

Dans le cas de l'absence des perturbations le régulateur LQG se comporte comme le régulateur LQ, mais dès qu'une perturbation se présente que ce soit déterministe ou stochastique, le régulateur LQG subit des dégradations de performances.

Les erreurs de modèle sont l'une des causes les plus importantes de dégradation des performances, à cause de la divergence de filtre KALMAN.

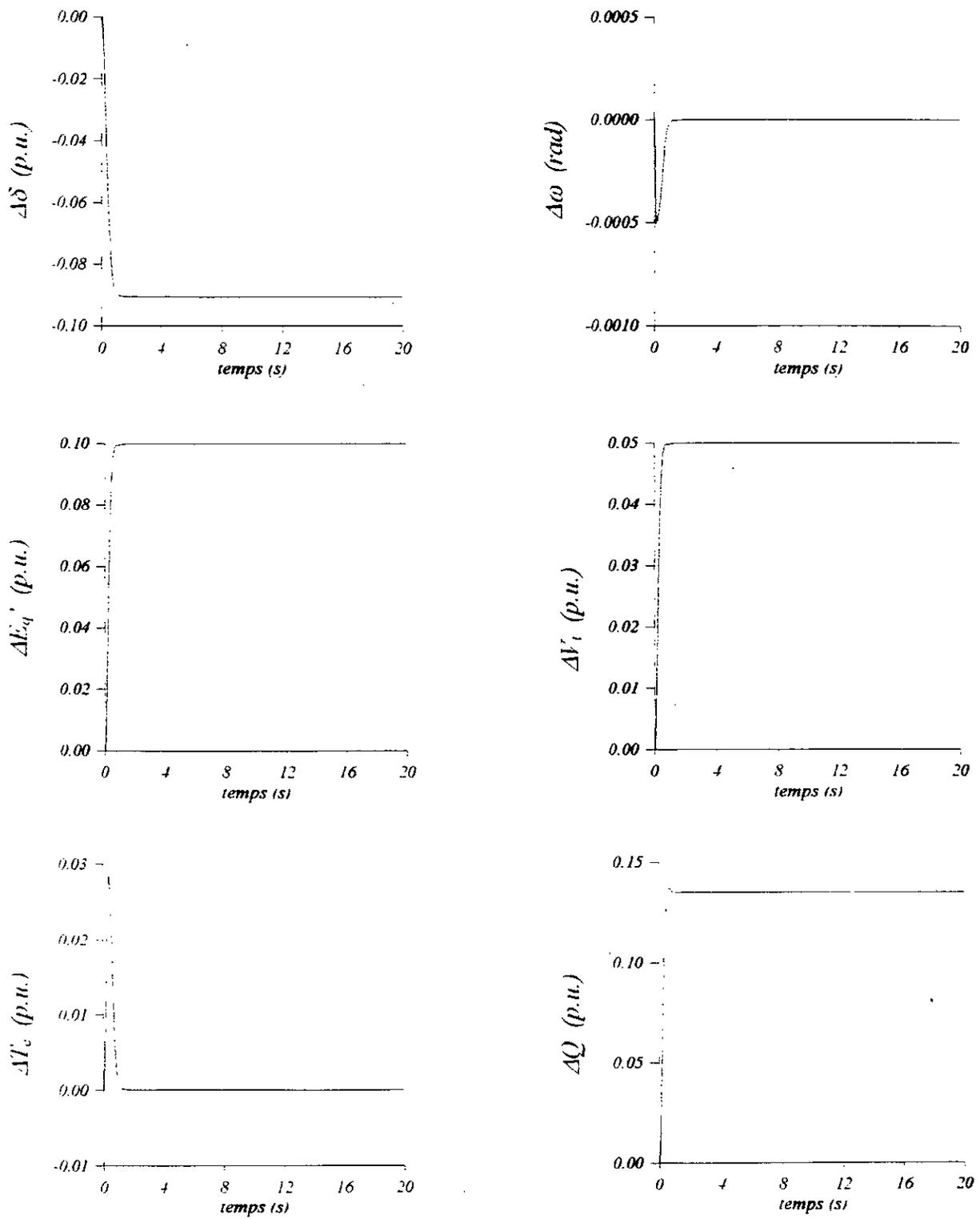


Figure (5.5) : réponse du système sans perturbations [$r_1=5\%$]

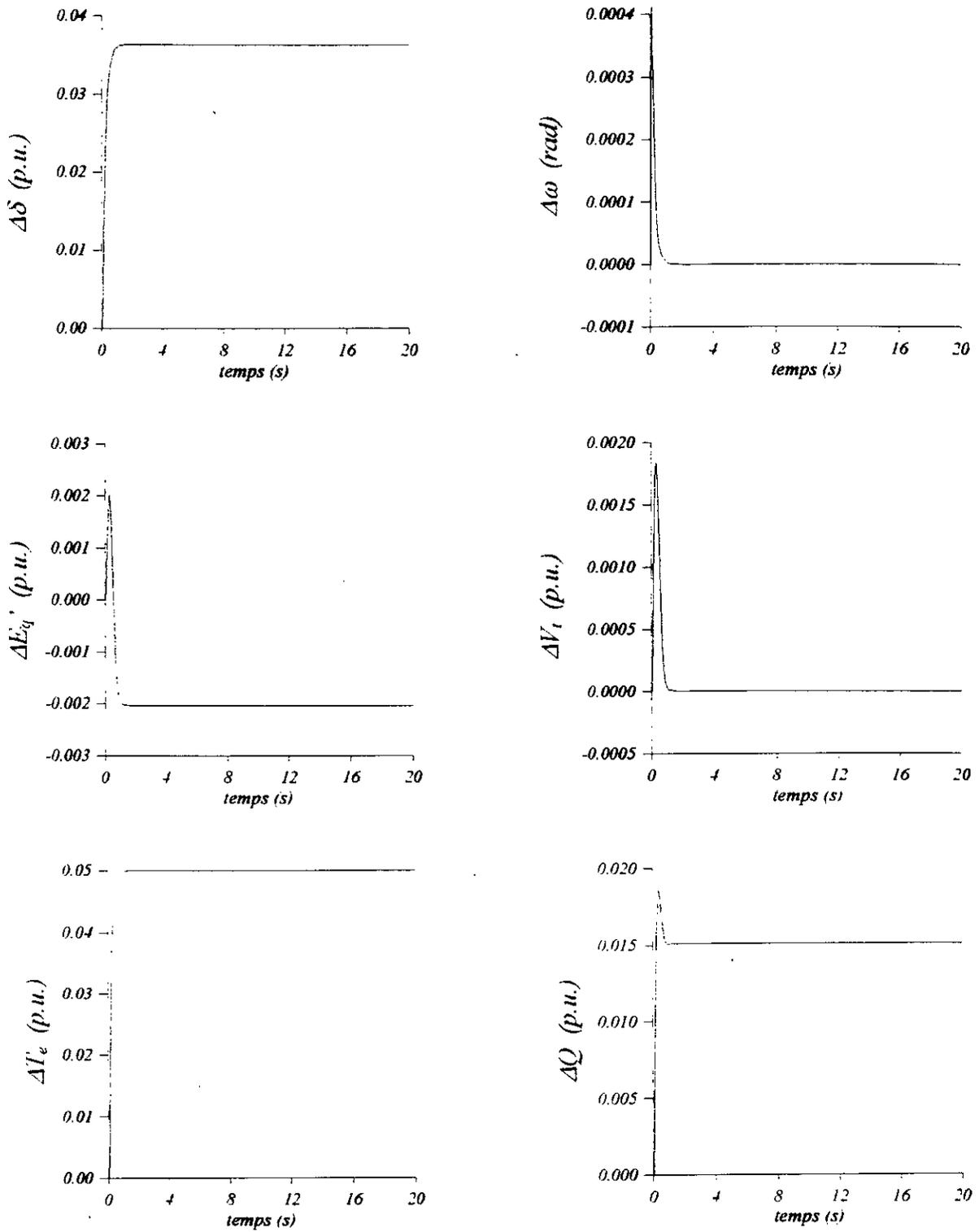


Figure (5.6) : réponse du système sans perturbations [$r_2=5\%$]

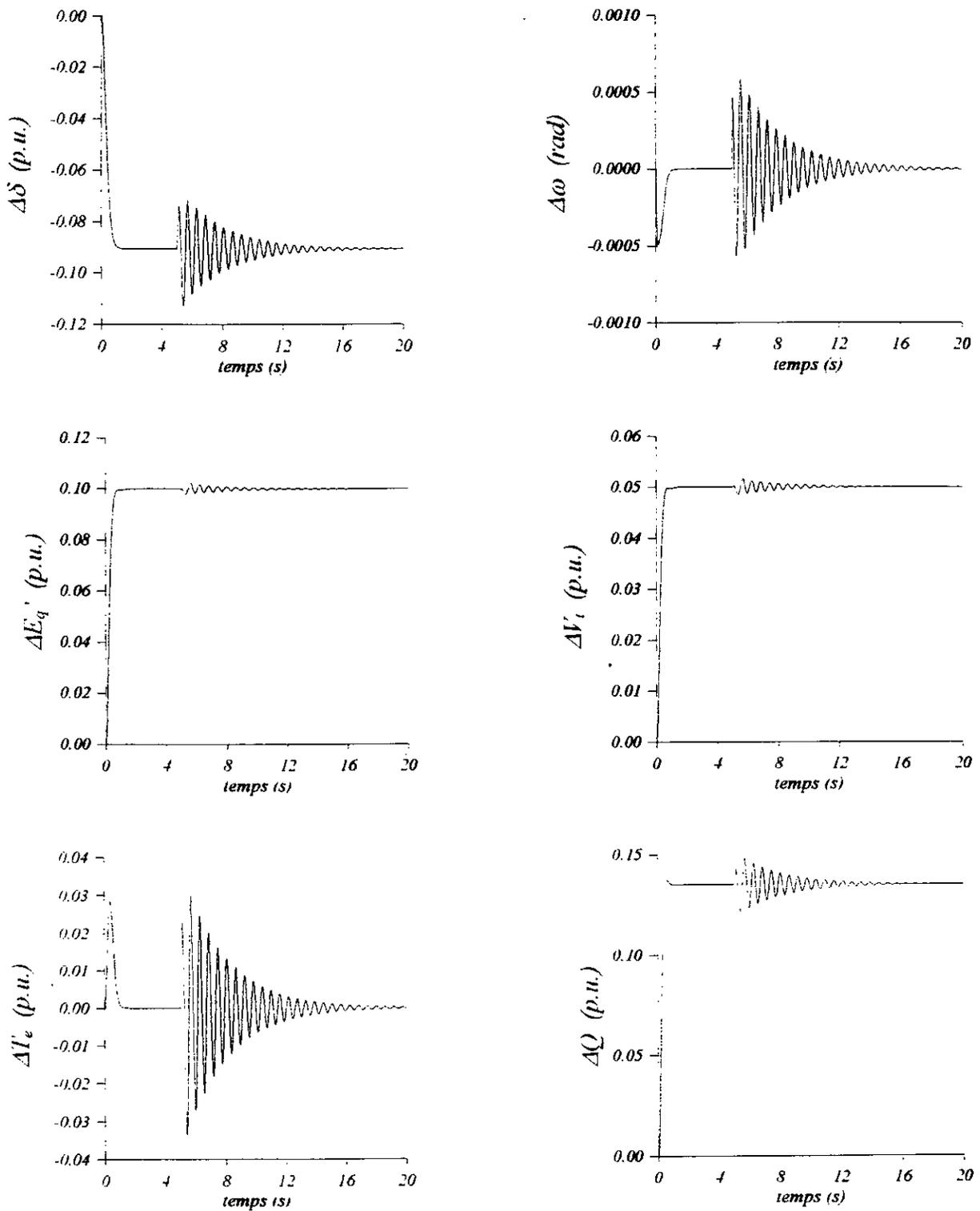


Figure (5.7) : réponse du système à une perturbation déterministe
[r1=5%]

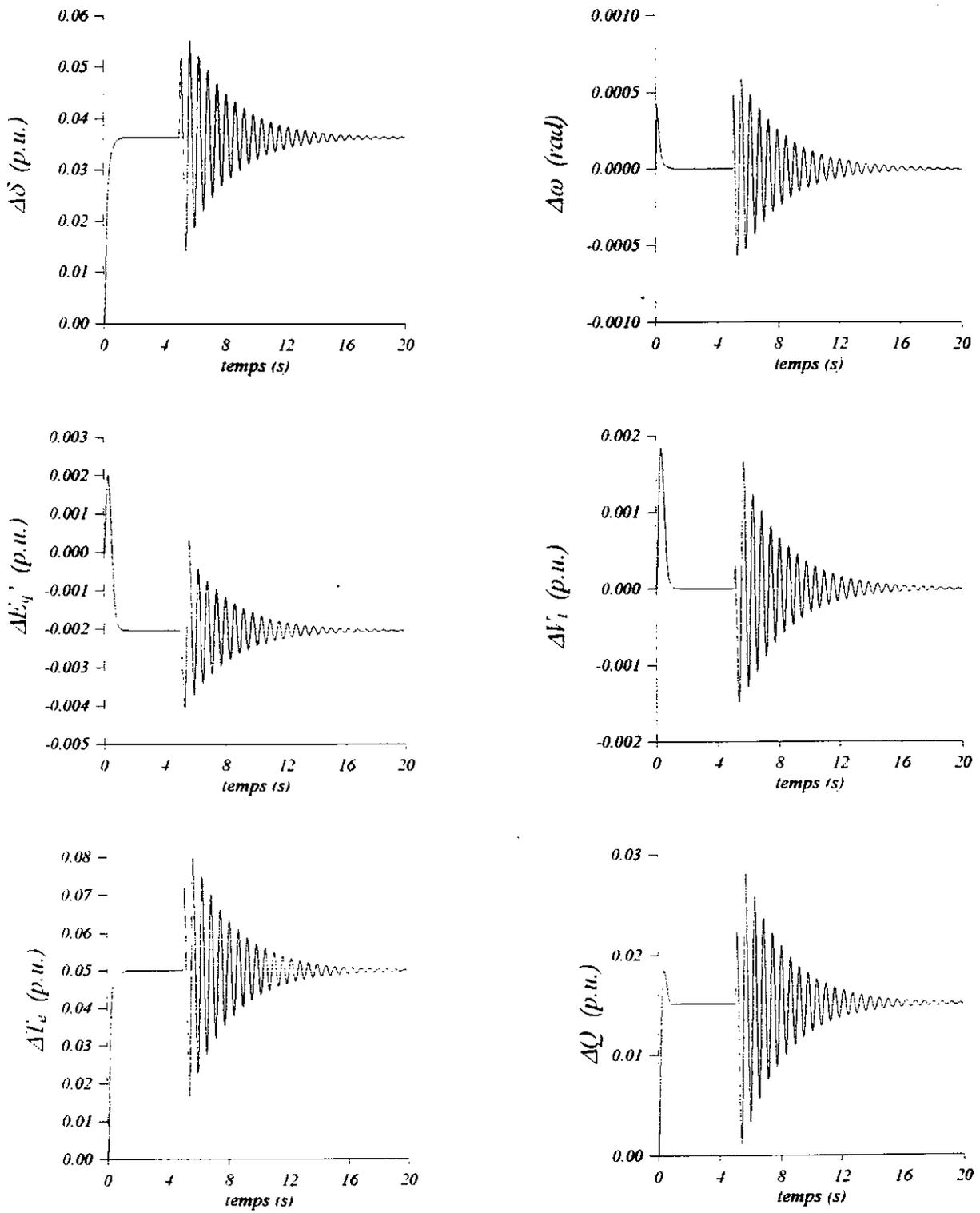


Figure (5.8) : réponse du système à une perturbation déterministe
[$r_2=5\%$]

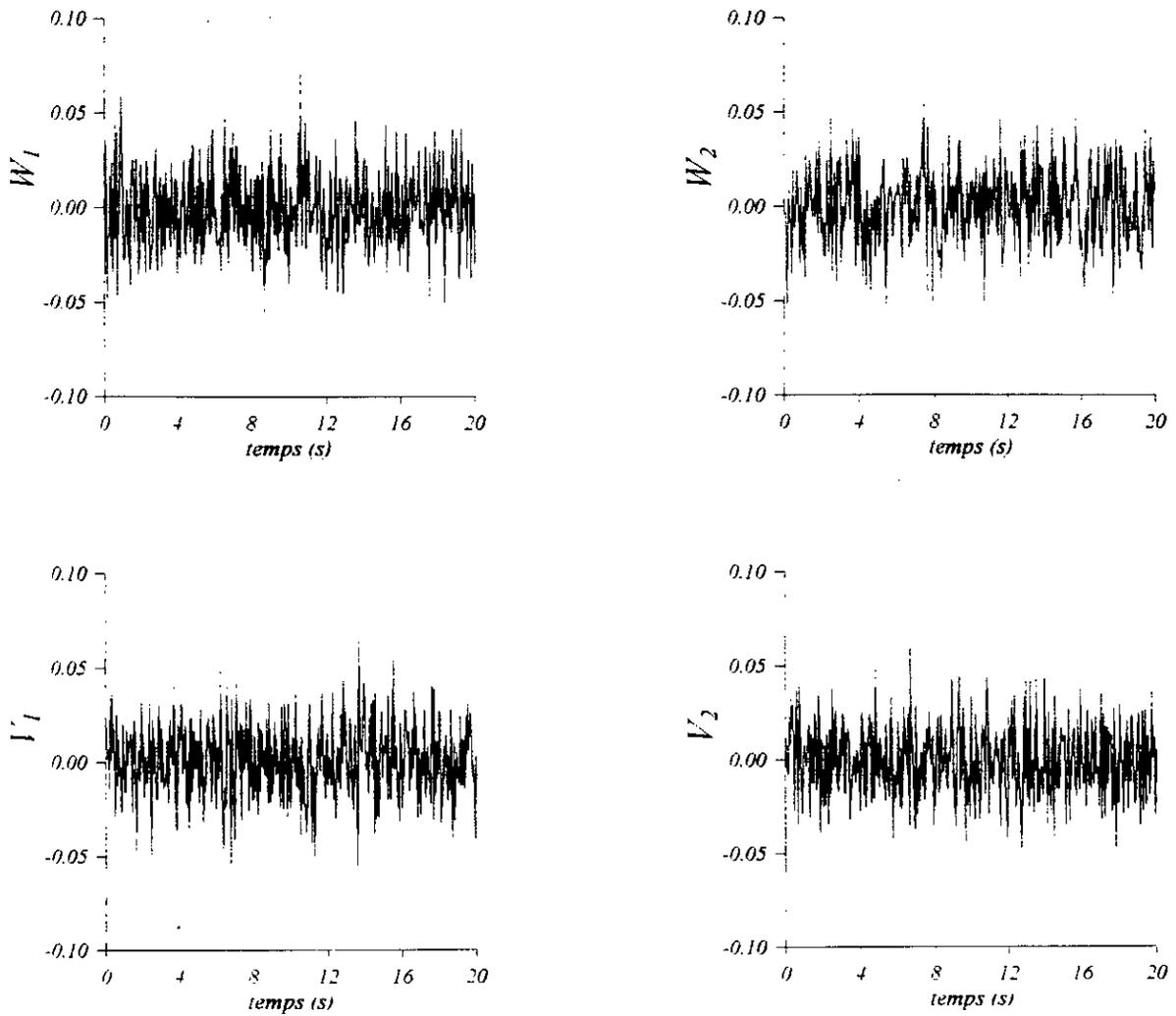


Figure (5.9) : perturbation d'état et de mesure

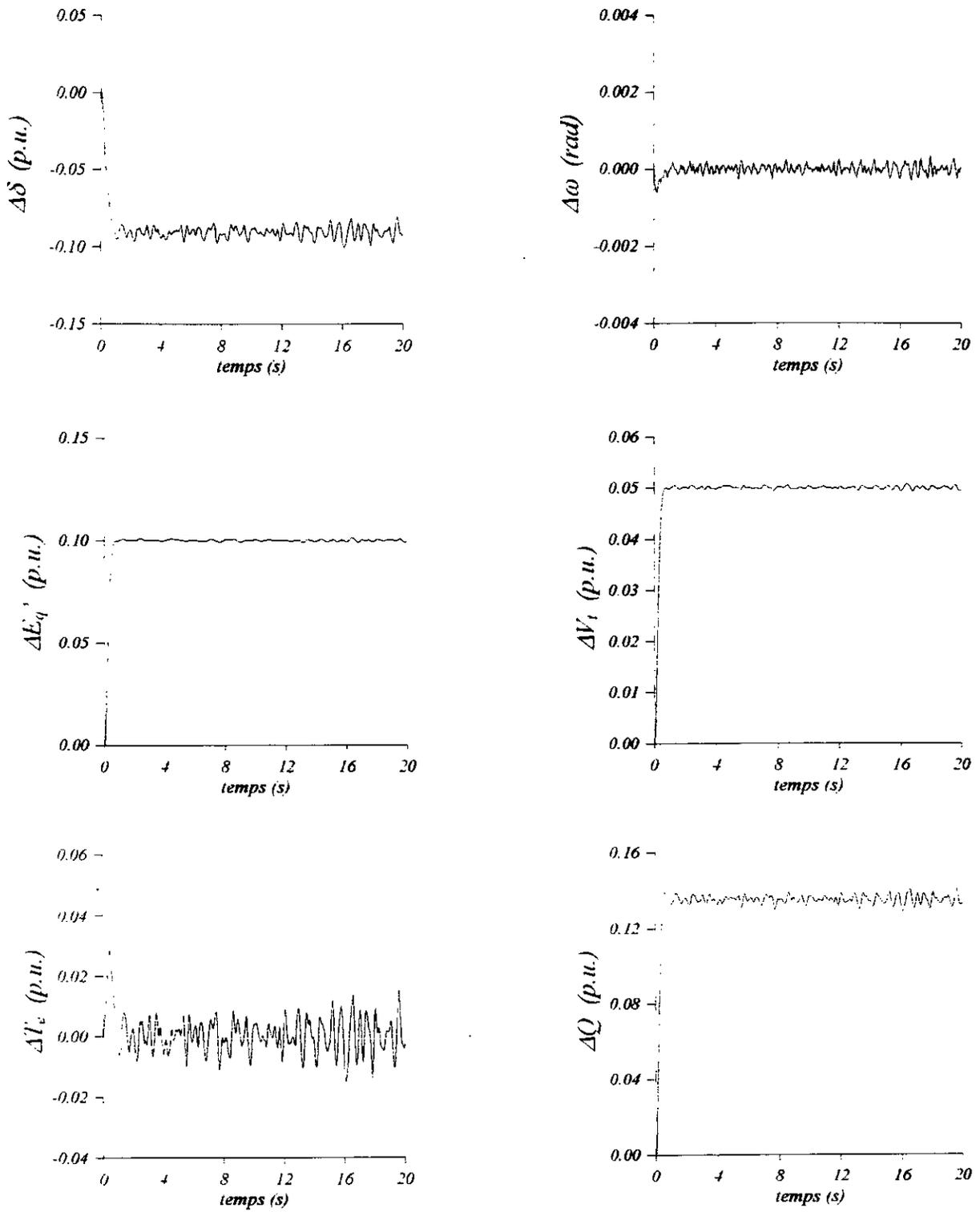


Figure (5.10) : réponse du système avec l'existence de bruit de d'état

[r1=5%]

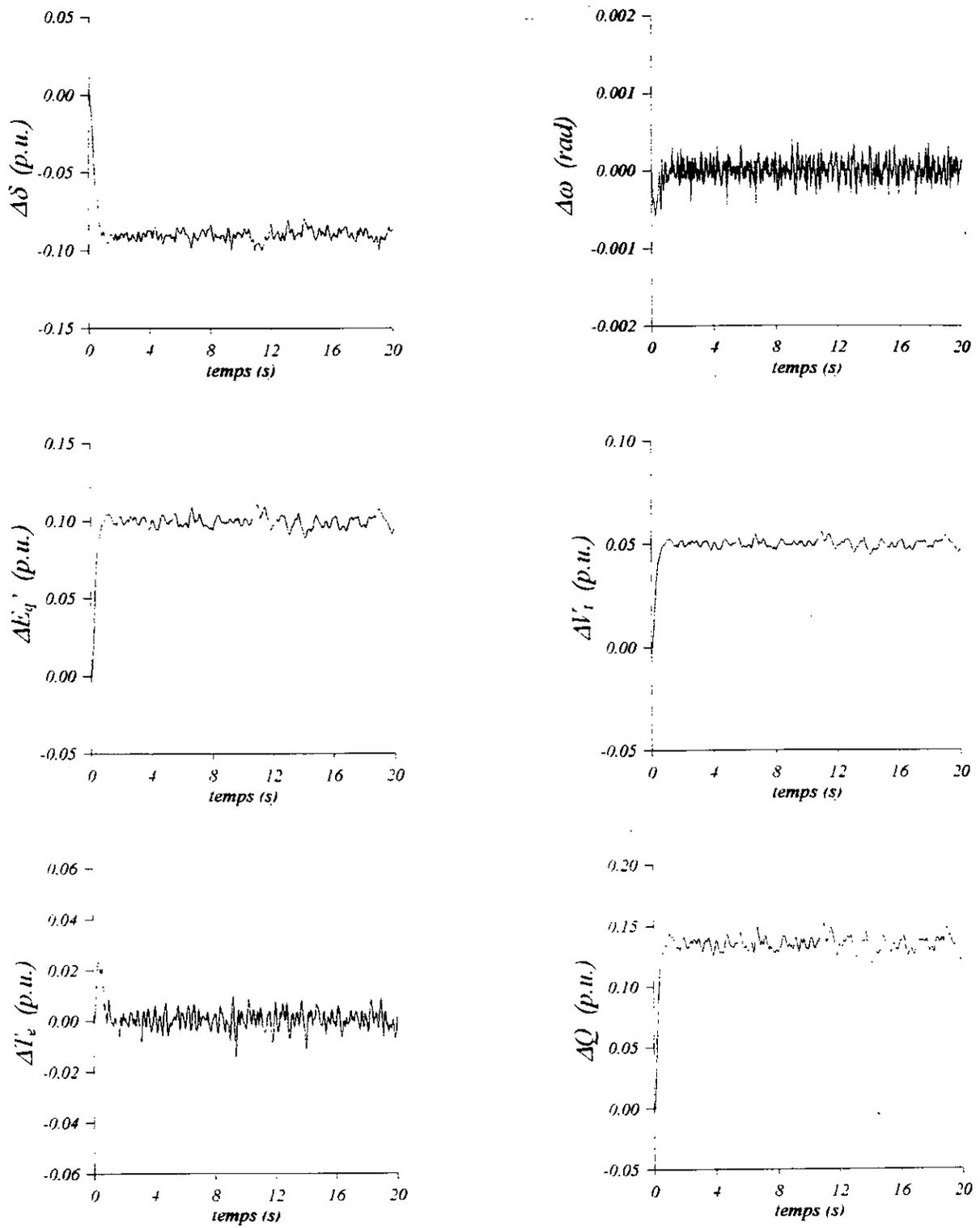


Figure (5.11) : réponse du système avec l'existence de bruit et de mesure [r1=5%]

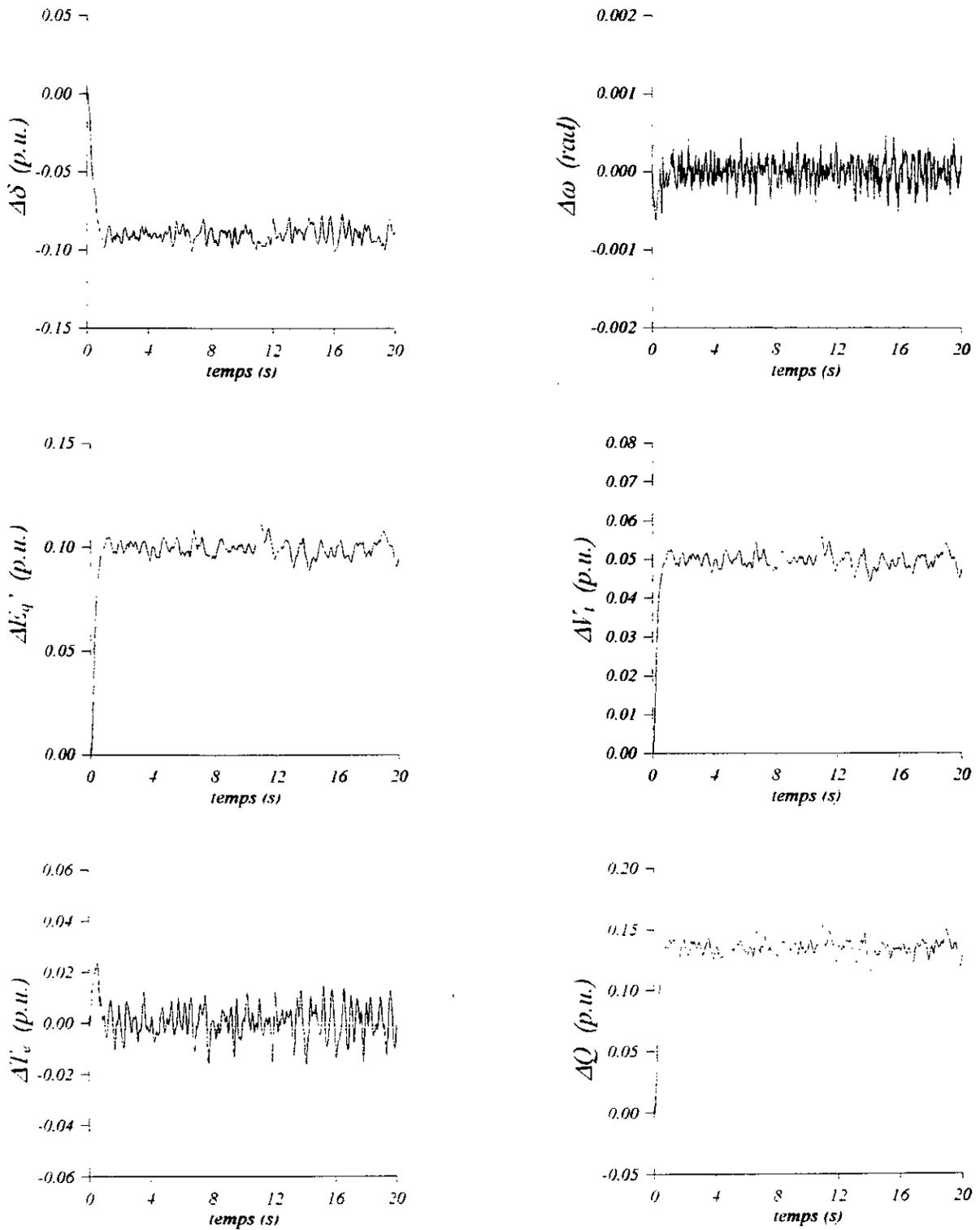


Figure (5.12) : réponse du système avec l'existence des bruits d'état et de mesure [r1=5%]

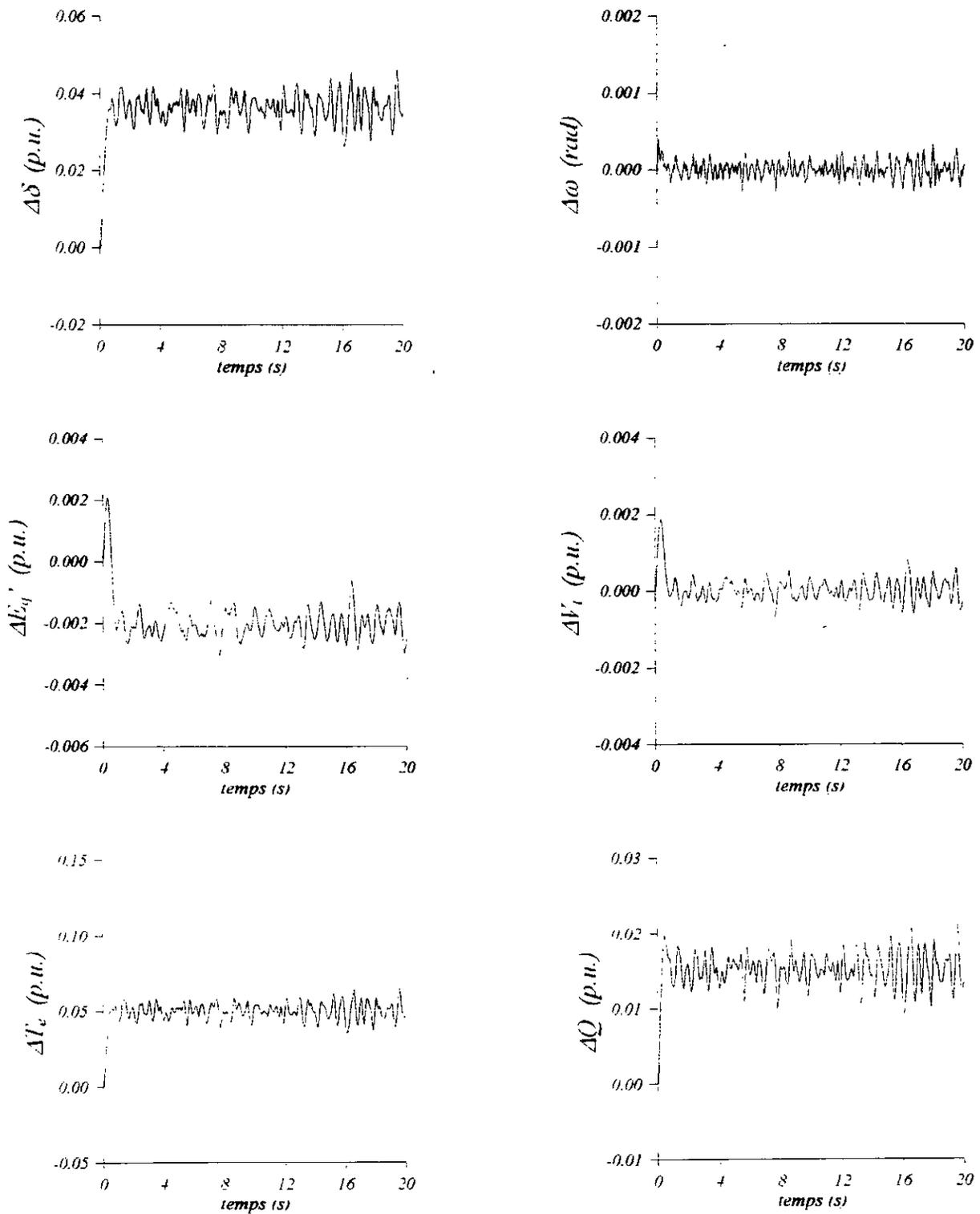


Figure (5.13) : réponse du système avec l'existence de bruit de d'état
 [r2=5%]

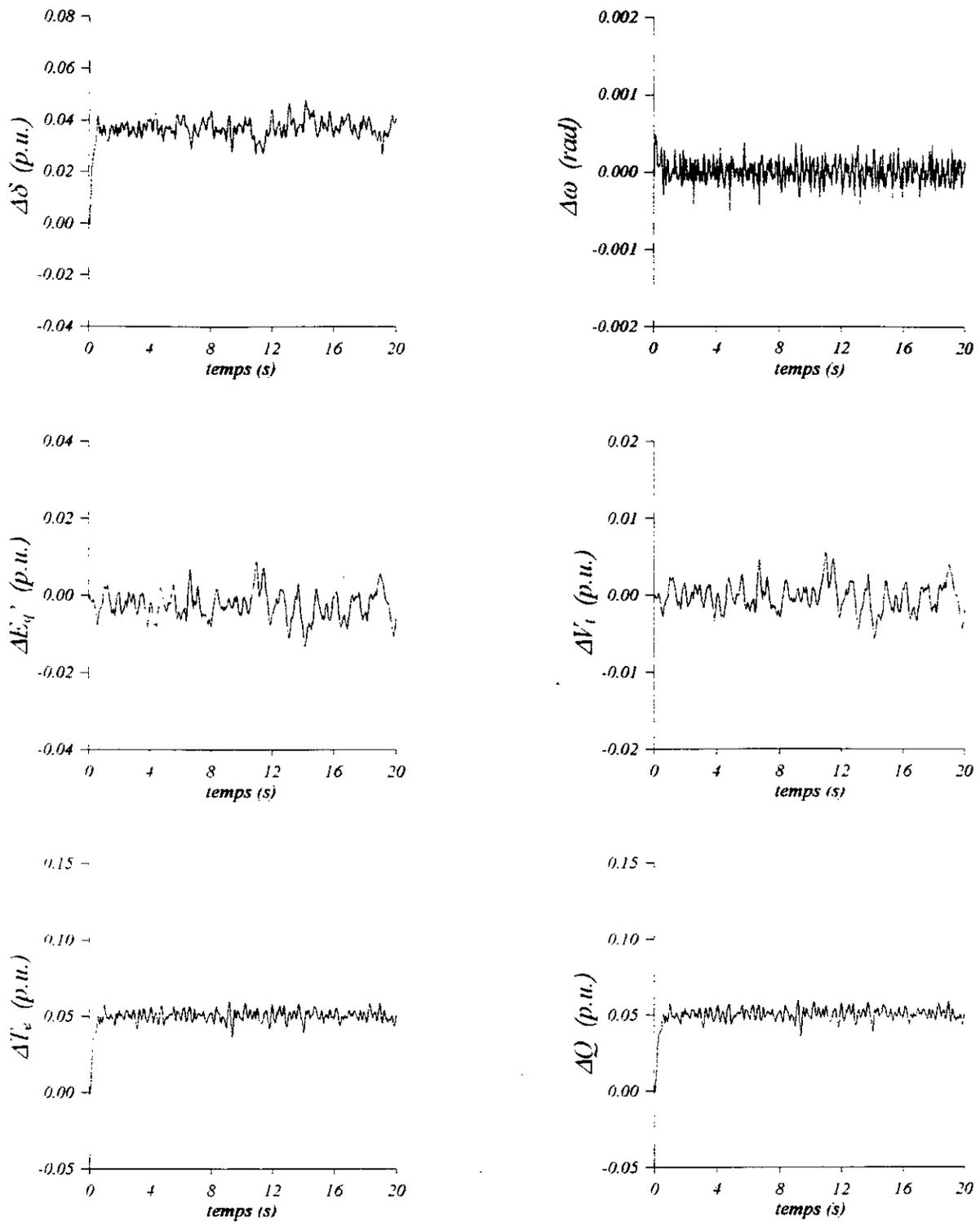


Figure (5.14) : réponse du système avec l'existence de bruit de mesure

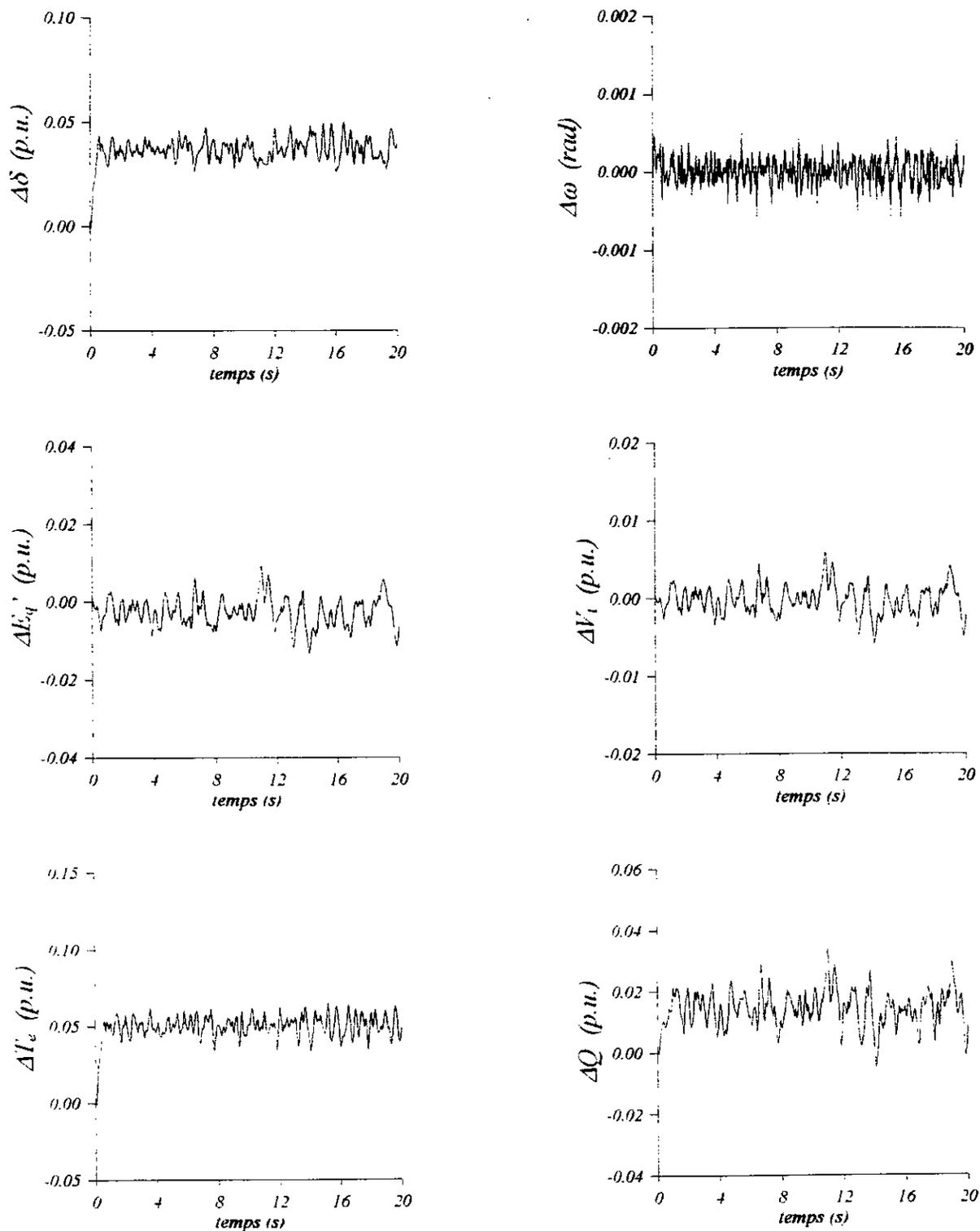


Figure (5.15) : réponse du système avec l'existence des bruits d'état et de mesure [r2=5%]

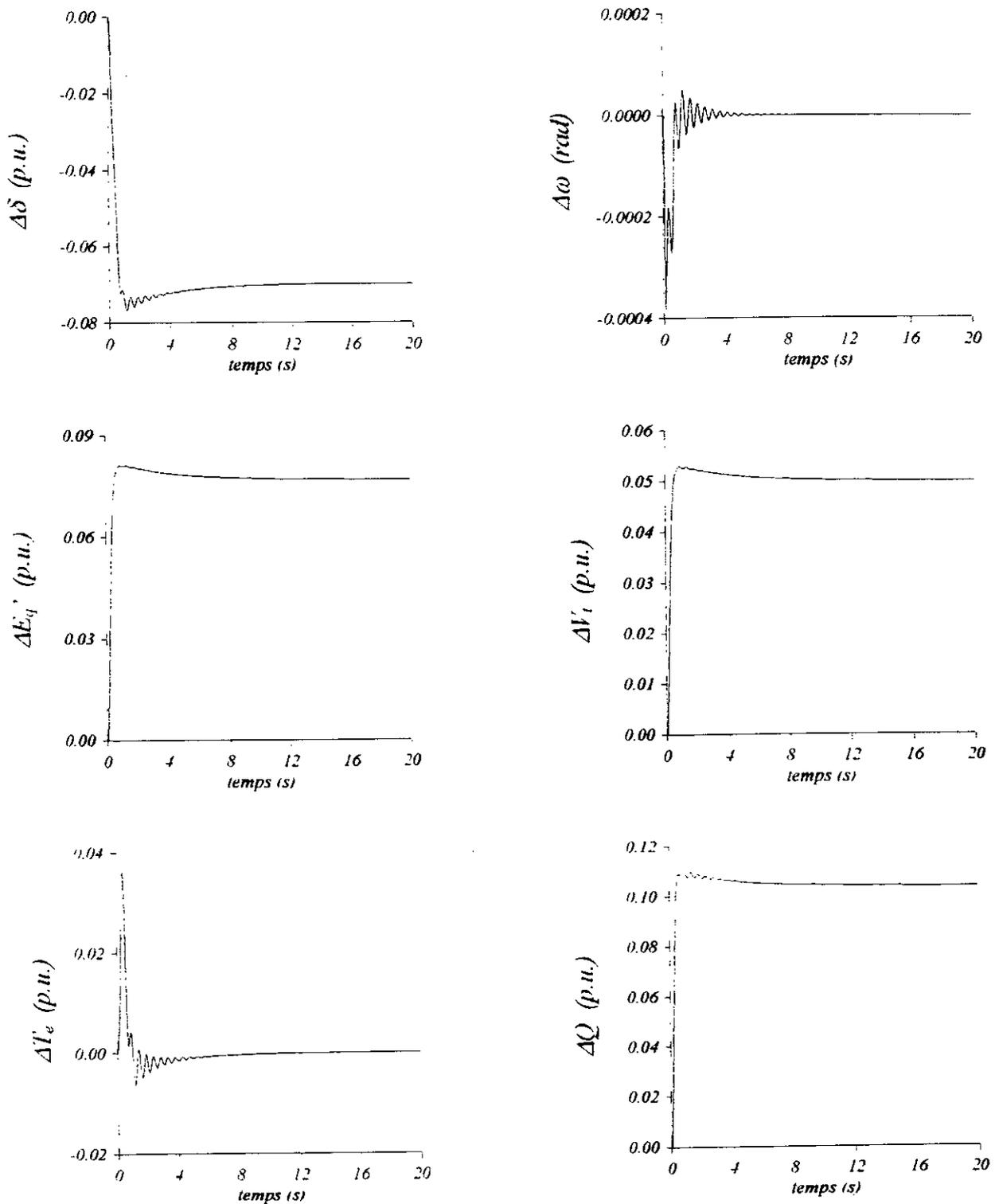


Figure (5.16) : la réponse du système lors d'une variation paramétrique de 30% [r1=5%]

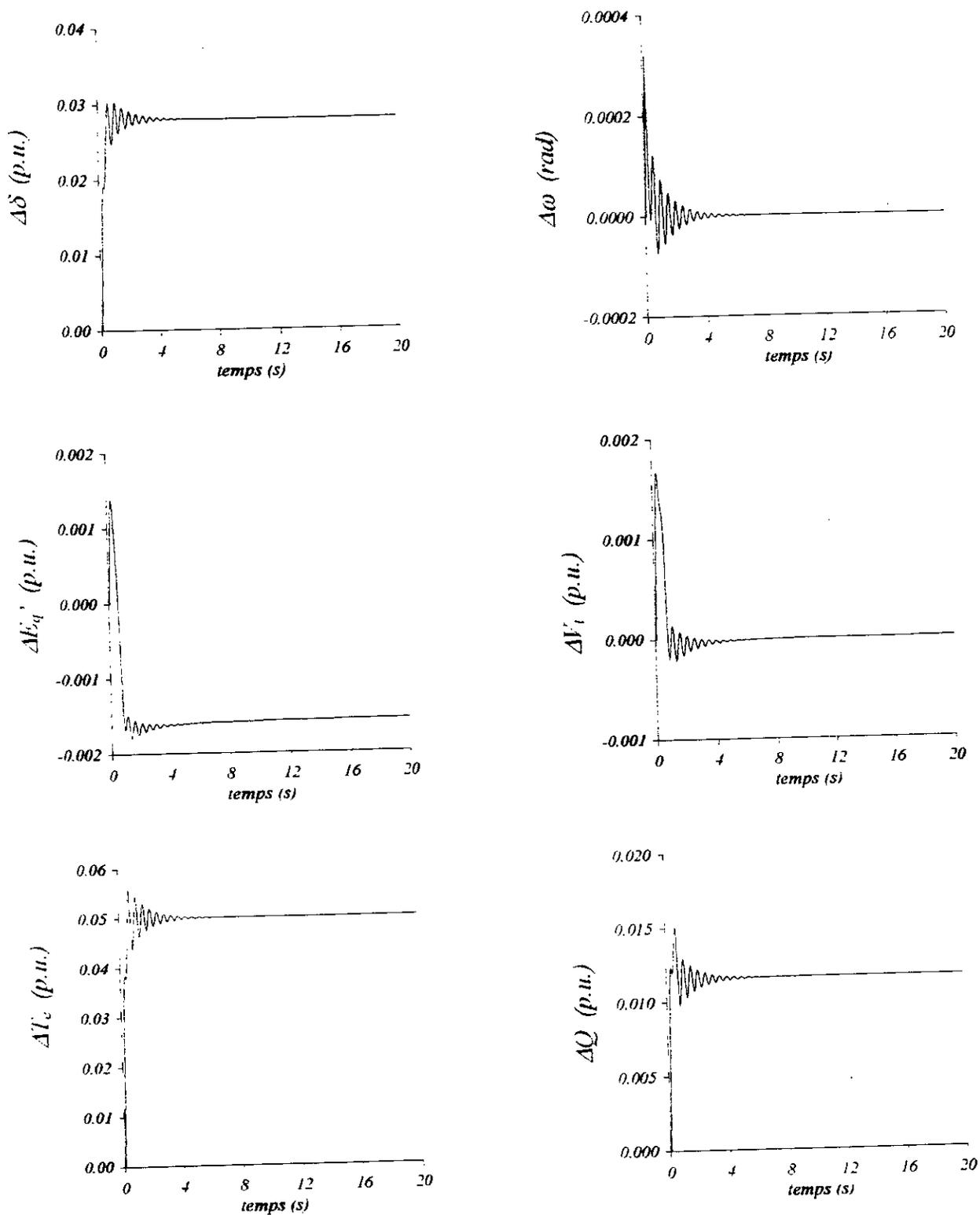


Figure (5.17) : la réponse du système lors d'une variation paramétrique de 30% [$r_2=5\%$]

Constitution Générale

Conclusion Générale

L'objectif de ce travail a été de synthétiser une commande par retour d'état multivariables dans un milieu déterministe (retour d'état par placement de pôles et par minimisation d'un critère quadratique LQ) et dans un milieu stochastique (commande linéaire quadratique gaussienne LQG) afin de l'appliquer sur un réseau électrique multivariable, en vue d'évaluer la stabilité dynamique, on note que nous nous sommes intéressés plus par les techniques de commande que par le système à commander. Pour ce fait, nous avons élaboré quatre programmes sous l'environnement MATLAB sont les suivants :

1. le premier programme traite le problème du retour d'état multivariable par placement de pôle en se basant sur l'équation matricielle de LYAPUNOV
2. le deuxième programme traite le problème de la commande linéaire quadratique LQ en se basant sur l'équation de RICCATI.
3. le troisième programme traite le problème d'un filtrage et d'une estimation optimale appliquée à notre système en boucle ouverte (Filtre de KALMAN).
4. le quatrième programme traite la commande linéaire quadratique gaussienne LQG.

Après avoir synthétisé dans le deuxième et le troisième chapitre les régulateurs d'état par placement de pôles et par minimisation d'un critère quadratique et analysé les performances de système, nous en sommes arrivés aux conclusions suivantes :

- les deux commandes par retour d'état que ce soit par placement de pôles ou par minimisation d'un critère quadratique sont robustes vis à vis le rejet de perturbation et la variation paramétrique.
- pour avoir la meilleure réponse de système pour la commande par placement de pôles, il suffit de choisir des pôles qui garantissent un bon coefficient d'amortissement, par contre pour la commande quadratique la dynamique de système est influée par les matrices de

pondération ce qui n'est pas évident souvent, sur tout lorsque l'ordre de système est grand.

- l'avantage de la commande LQ par rapport à la commande par placement de pôles réside dans le fait qu'en plus d'agir sur le vecteur d'état on agit également sur la commande, ce qui a une grande importance dans la pratique (souvent les actionneurs ne peuvent pas supporter le signal de commande calculé, dans ce cas on augmente le facteur de pondération correspondant au lieu de saturer cette commande).

Le quatrième chapitre a été consacré pour le filtre de KALMAN ou nous avons présenté son aspect théorique pour les deux cas discret et continu, nous pouvons résumer les résultats retenus dans ce qui suit :

- 1- le principe de filtre de KALMAN est d'adapter le gain jusqu'à avoir la valeur minimale de la covariance de l'erreur d'estimation.
- 2- ce n'est plus la covariance des bruit de mesure ou d'état qui influe sur la dynamique de filtre mais plutôt leur rapport.
- 3- Les erreurs de modèle sont l'une des causes les plus importantes de dégradation des performances de filtre, cette divergence est due à la trop grande confiance que le filtre accorde au modèle erroné.

Le dernier chapitre était consacré pour la commande linéaire quadratique gaussienne LQG où on a retenu les points suivant :

1. dans l'absence des perturbations le régulateur LQG se comporte comme le régulateur LQ. Mais dès qu'une perturbation se présente que ce soit déterministe ou stochastique, le régulateur LQG subit des dégradations de performances.
2. les bruits de mesure provoquent un plus grand bruitage sur les grandeurs à réguler par rapport au bruits d'état.

Nous espérons que le travail que nous venons d'exposer dans cette thèse peut être utilisé comme référence de base dans les techniques de la commande par retour d'état multivariables en particulier la commande LQG, nous espérons que les aspects théoriques et pratiques de la commande LQG ont bien été mis en évidence dans notre PFE.

Pour les travaux ultérieurs, il conviendrait d'étudier et de traiter les points suivants :

1. Développer l'approche de la commande LQG à d'autres types de systèmes.
2. Utilisation d'un modèle plus complexe et non linéaire du réseau multi-machine qui tiendrait compte des perturbations sévères affectant les réseaux.
3. Développer pour ces derniers, une loi de commande LQG pour l'étude de la stabilité transitoire.
4. Préserver les performances et la robustesse de la commande LQG réduites lors de l'insertion de filtre de KALMAN et la commande LQ en utilisant la commande linéaire quadratique gaussienne avec *loop transfer recovery* : **LQG/LTR**, qui sera un bon sujet de recherche.
5. Rendre la commande LQG, que nous avons développé adaptative lors des défauts importants dans les réseaux électriques par l'utilisation des lois de commandes adaptatives, ainsi que l'utilisation des réseaux de neurones artificiels(ANN).

ANNEXE

DONNEES DU RESEAU ET GRANDEURS DE BASE

A-1 Caractéristiques nominales de la machine synchrone

Stator

$S_n=53.333$ MVA/phase
 $V_n=8.660$ k V simple , Couplage Y
 $I_n=6158.40$ A
 $H=2.37$ s

Rotor

$v_F=315.00$ V
 $i_F=926.00$ A

A-2 Grandeurs de bases

Pour comprendre le choix des valeurs de références

Stator

$S_B=53.333$ MVA/phase
 $V_B=8660.3$ V simple
 $I_B=6158.402$ A
 $\omega_B=377$ rad/s
 $\Phi_B=22.972$ wb
 $R_B=1.406$ Ω
 $L_B=3.73$ mH

Rotor

Les coefficients d'équivalences entre grandeurs de bases statoriques et rotorique étant :

$K_F=KM_F/L_{md}=18.854$
 $K_D=KM_D/L_{md}=1.000$
 $K_Q=KM_Q/L_{mq}=0.501$

L'indice m des inductances propres, signifie qu'il s'agit d'inductances utiles. Les principales grandeurs de bases rotoriques sont :

$$S_{FB}=53.333 \text{ MVA/phase}$$

$$V_{FB}=163280.68 \text{ V simple}$$

$$I_{FB}=326.635 \text{ A}$$

$$\omega_{FB}=377 \text{ rad/s}$$

$$\Phi_{FB}=433.115 \text{ wb}$$

$$R_{FB}=499.885 \text{ } \Omega$$

$$L_{FB}=1.326 \text{ H}$$

$$M_{FB}=0.070 \text{ H}$$

A-3 Paramètres de construction de la machine synchrone

Paramètre	Valeur réelle		Valeur réduite
L_d	6.341	mH	1.700
L'_d	0.912	mH	0.245
L_q	6.118	mH	1.640
L_F	2.189	H	1.651
M_F	89.006	mH	1.265
KM_F	109.010	mH	1.55
r_F	0.371	Ω	0.000742
τ'_{do}	5.9	s	—
H	2.37	s	—

Tableau A-1 : Paramètres de la machine en valeur réelle et réduite

RELATIONS ENTRE LES CAS CONTINUS ET DISCRETS

Le passage du modèle discret au modèle continu se fait par passage à la limite en faisant tendre la période d'échantillonnage vers 0. Nous allons ici établir les relations nécessaires entre les modèles discrets (4.1) et continus (4.8) imposées par ces transformations.

Posons $\Delta = t(k) - t(k-1)$, la relation suivante entre le symbole de KRONECKER et l'impulsion de DIRAC :

$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{\delta(i, j)}{\Delta} = \delta[t(i) - t(j)] \quad (\text{B.1})$$

impose les relations entre les matrices de covariances discrètes et continues

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta \rightarrow 0} Q(k)\Delta &= Q[t(k)] \\ \lim_{\Delta \rightarrow 0} R(k)\Delta &= R[t(k)] \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

D'autre part, la discrétisation du modèle continu, avec la période d'échantillonnage, conduit lorsque $\Delta \rightarrow 0$, à :

$$\begin{aligned} x(k+1) &= [I + A(k)\Delta]x(k) + \Delta B(k)u(k) + \Delta G(k)w(k) \\ y(k) &= C(k)x(k) + v(k) \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

où l'indice k représente une évaluation pour $t = t(k)$ en $t(k)$. L'utilisation du filtre de KALMAN sur ce système donne, d'après l'équation du prédicteur-à-un-pas :

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1/k) &= [I + A(k)\Delta]\hat{x}(k/k-1) + \Delta B(k)u(k) \\ &\quad + [I + A(k)\Delta]K(k)[y(k) - C(k)\hat{x}(k/k-1)] \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

ce qui peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} \frac{\hat{x}(k+1/k) - \hat{x}(k/k-1)}{\Delta} &= A(k)\hat{x}(k/k-1) + B(k)u(k) \\ &+ [I + A(k)\Delta] \frac{Kk}{\Delta} [y(k) - C(k)\hat{x}(k/k-1)] \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

En considérant

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{\hat{x}(k+1/k) - \hat{x}(k/k-1)}{\Delta} &= \dot{\hat{x}}(t) \\ \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{K(k)}{\Delta} &= K(t) \\ \lim_{\Delta \rightarrow 0} \hat{x}(k/k-1) &= \hat{x}(t) \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

on obtient à partir de (B.5), l'équation de l'estimateur linéaire continu du système :

$$\dot{\hat{x}}(t) = A(t)\hat{x}(t) + B(t)u(t) + K(t)[y(t) - C(t)\hat{x}(t)] \quad (\text{B.7})$$

Détermination du gain optimal

Le gain optimal de l'estimateur est déterminé également par passage à la limite à partir des équations discrètes. D'après (B.6), on a :

$$\begin{aligned} K(t) &= \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{K(k)}{\Delta} \\ &= \lim_{\Delta \rightarrow 0} P(k/k-1)C(k)^T [C(k)P(k/k-1)C(k)^T \Delta + R(k)\Delta]^{-1} \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

avec : $\begin{cases} [C(k)P(k/k-1)C(k)^T \Delta] \xrightarrow{\Delta \rightarrow 0} 0 \\ R(k)\Delta \xrightarrow{\Delta \rightarrow 0} R(t) \end{cases}$

Soit, en notant :

$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} P(k/k-1) = P(t) \quad (\text{B.9})$$

Il vient l'expression du gain optimal du filtre (B.7) :

$$K(t) = P(t)C(t)^T R(t) \quad (\text{B.10})$$

En écrivant (5.53), sous la forme

$$P(k/k) = P(k/k-1) - \frac{K(k)}{\Delta} C(k)P(k/k-1)\Delta \quad (\text{B.11})$$

on arrive à :

$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} P(k/k) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} P(k/k-1) = P(t) \quad (\text{B.12})$$

L'équation de RICCATI récurrente s'écrit ici :

$$P(k+1/k) = [I + A(k)\Delta] \left[\frac{P(k/k-1) - P(k/k-1)C(k)^T (R(k) + C(k)P(k/k-1)C(k)^T)^{-1} C(k)P(k/k-1)}{I + A(k)^T \Delta} + \Delta G(k)Q(k)G(k)\Delta \right] \quad (\text{B.13})$$

ce qui se met sous la forme :

$$\frac{P(k-1/k) - P(k/k-1)}{\Delta} = G(k)Q(k)\Delta G(k)^T + A(k)P(k/k-1) + P(k/k-1)A(k)^T - [I + A(k)\Delta]P(k/k-1)C(k)^T [\Delta R(k) + \Delta C(k)P(k/k-1)C(k)^T]^{-1} C(k)P(k/k-1) [I + A(k)^T \Delta] + \Delta A(k)P(k/k-1)A(k)^T \quad (\text{B.14})$$

En prenant la limite, quand $\Delta \rightarrow 0$, de chacun des deux termes de cette égalité on aboutit à l'équation différentielle de RICCATI définissant l'évolution de la matrice de covariance de l'erreur d'estimation

$$\dot{P}(t) = G(t)Q(t)G(t)^T + A(t)P(t) + P(t)A(t)^T - P(t)C(t)^T R(t)^{-1} C(t)P(t) \quad (\text{B.15})$$

DUALITE ENTRE FILTRAGE ET COMMANDE OPTIMALE

Dans cette annexe, nous résumons, en les comparant, les résultats essentiels des problèmes de commande optimale linéaire quadratique LQ et le filtrage F des systèmes linéaires. Ces résultats sont donnés sans rappeler les démonstrations.

C-1 Problème LQ

C-1-1 Cas des systèmes continus

Le système

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) \\ y(t) &= C(t)x(t) \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

critère à minimiser

$$J = x(t_1)^T Q_1 x(t_1) + \int_{t_0}^{t_1} [x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)] dt \quad (\text{C.2})$$

résolution : la commande optimale $u(t)$ est donnée par

$$\begin{aligned} u(t) &= -K(t)x(t) \\ K(t) &= R(t)^{-1} B(t)^T P(t) \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

où $P(t)$ est une solution de l'équation algébrique de RICCATI :

$$\dot{P}(t) = A(t)^T P(t) + P(t)A(t) - C(t)^T Q(t)C(t) - P(t)B(t)R(t)^{-1} B(t)^T P(t) \quad (\text{C.4})$$

C-1-2 Cas des systèmes discrets

Le système

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A(k)x(k) + B(k)u(k) \\ y(k) &= C(k)x(k) \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

critère à minimiser

$$J = x(N)^T P_N x(N) + \sum_{k=0}^N [x(k)^T Q(k)x(k) + u(k)^T R(k)u(k)] \quad (\text{C.6})$$

résolution : la commande optimale $u(k)$ est donnée par

$$\begin{aligned} u(k) &= -K(k)x(k) \\ K(k) &= [A(k) + B(k)^T P(k+1)B(k)]^{-1} B(k)^T P(k+1)A(k) \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

avec $P(k)$ la solution de l'équation de RICCATI donnée par

$$P(k) = [A(k) - B(k)K(k)]^T P(k+1) [A(k) - B(k)K(k)] + K(k)R(k)K(k) + Q(k) \quad (C.8)$$

C-2 Problème F

On se place ici dans le cas particulier de systèmes sans entrées à bruit décorrélés centrés.

C-2-1 Cas des systèmes continus

Le système

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + G(t)w(t) \\ y(t) &= C(t)x(t) + v(t) \end{aligned} \quad (C.9)$$

où :

$$\begin{aligned} E\{w(t)w(t')^T\} &= \bar{Q}(t)\delta(t-t'), \quad Q(t) > 0, \\ E\{v(t)w(t')^T\} &= 0 \\ E\{v(t)v(t')^T\} &= \bar{R}(t)\delta(t-t'), \quad R(t) > 0 \\ E\{x(0)x(0)^T\} &= m_0, \quad E\{\tilde{x}(0)\tilde{x}(0)^T\} = P_0 \end{aligned} \quad (C.10)$$

résolution : le meilleur estimateur linéaire est régi par :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= [A(t) - K(t)C(t)]\hat{x}(t) + K(t)y(t), \quad x(t) = m_0 \\ K(t) &= P(t)C(t)^T \bar{R}(t)^{-1} \end{aligned} \quad (C.11)$$

où $P(t)$ est une solution de l'équation algébrique de RICCATI :

$$\frac{dP(t)}{dt} = A(t)^T P(t) + P(t)A(t) + B(t)\bar{Q}(t)B(t)^T - P(t)C(t)^T \bar{R}(t)^{-1} C(t)P(t) \quad (C.12)$$

C-2-2 Cas des systèmes discrets

Le système

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A(k)x(k) + G(k)w(k) \\ y(k) &= C(k)x(k) + v(k) \end{aligned} \quad (C.13)$$

où :

$$\begin{aligned}
E\{w(k)w(j)^T\} &= \bar{Q}(k)\delta(k-j), \quad Q(k) > 0, \\
E\{v(k)w(j)^T\} &= 0 \\
E\{v(k)v(j)^T\} &= \bar{R}(k)\delta(k-j), \quad R(k) > 0 \\
E\{x(0)x(0)^T\} &= m_0, \quad E\{\tilde{x}(0)\tilde{x}(0)^T\} = P_0
\end{aligned} \tag{C.1}$$

résolution : sous la forme prédicteur à un pas, le meilleur estimateur linéaire est régi par :

$$\begin{aligned}
\hat{x}(k+1/k) &= [A(k) - K(k)C(k)]\hat{x}(k/k) + K(k)y(k), \quad \hat{x}(1/0) = m_0 \\
K(k) &= P(k/k-1)C(k)^T \Sigma(k)^{-1} \\
\Sigma(k) &= \bar{R}(k) + C(k)P(k/k-1)C(k)^T
\end{aligned} \tag{C.1}$$

où : $P(k/k-1)$ est la solution de l'équation algébrique de RICCATI :

$$\begin{aligned}
P(k+1/k) &= A(k)P(k/k-1)A(k)^T + B(k)\bar{Q}(k)B(k)^T \\
&\quad - A(k)P(k/k-1)C(k)^T \left[\bar{R}(k) + C(k)P(k/k-1)C(k)^T \right]^{-1} C(k)P(k/k-1)A(k)^T
\end{aligned} \tag{C.1}$$

C-3 Dualité des problèmes LQ et F

La comparaison des résultats concernant la résolution de chacun de ces problèmes permet d'établir la dualité résumée par le tableau suivant :

Problème LQ Continu / Discret	Problème F Continu / Discret
$A(k) / A(t)$	$A(k)^T / A(t)^T$
$B(k) / B(t)$	$C(k)^T / C(t)^T$
$C(k) / C(t)$	$B(k)^T / B(t)^T$
$K(k) / K(t)$	$K(k)^T / K(t)^T$
$Q(k) / Q(t)$	$\bar{Q}(k)^T / \bar{Q}(t)^T$
$R(k) / R(t)$	$\bar{R}(k)^T / \bar{R}(t)^T$
RICCATI rétrograde	RICCATI directe
$P_N / P(T)$	P_0

Tableau C-1 : Dualité entre commande optimale et filtrage

Cette dualité permet d'utiliser les théorèmes généraux et les méthodes de résolution de l'équation algébrique de RICCATI dans l'un ou l'autre des cas.

Bibliographie

- [1]M. Tadjine M. M'saad "commande LQG/LTR des systèmes échantillonnées", école d'été, Grenoble, septembre 1994.
- [2]M.S. Nedjari "étude comparative des techniques optimales LQG et H_∞ ", Magister-ENP, 58p, 2000.
- [3]J. Chatelain "machine électrique, T1 et T2", Presses polytechniques romandes, Lausanne, 128 p, 1983.
- [4]M.L. Ourari "commande par mode de glissement appliquée aux réseaux électriques multi machines", Magister -ENP, 121p, 1995
- [5]M. Mghezzi Larafi "étude de la stabilité dynamique d'un système de puissance mono machine", PFE-ENP, 94p, 1992.
- [6]Hamdani "commande numérique par retour d'état", PFE-ENP, 57p, 1993.
- [7]C.Chen "control system design " Prentice Hall,
- [8]K. Ogata "designing linear control systems with MATLAB", Prentice Hall, 226p, 1993.
- [9]H. Buhler "conception des systèmes automatique", Presses polytechniques romandes, Lausanne, 542p, 1988.
- [10]P. Borne "commande et optimisation des processus", édition TECHNIP, 303p, 1990.
- [11]J. Bernussou "commande robuste", édition HERMES, 382p, 1996.
- [12]M. Rachdi "analyse et synthèse de commandes robustes H_∞ et H_2 ", Magister-ENP, 128p,1997.
- [13]M. Labarre "le filtrage et ces applications", édition CEPADUES, 392p, 1982.
-

- [14]M.S. Grewal A.P. Andrews "KALMAN filtering : theory and practice", Prentice Hall, 381p, 1993.
- [15]A. Rachid "systèmes de régulation ", édition MASSON, 411p, 1989.
- [16]J.C. Doyle G. Stien "multivariable feedback design", pp17-31, *IEEE trans on AC*, vol 26, N°1, 1981.
- [17]M. Mokhtari "apprendre et maitriser MATLAB", édition Spriger, 728p 1997.
- [18]K. Ogata "discrete-time control systems", Prentice Hall, 745p, 1995.
- [19]K. Ogata "solving control engenering problems with MATLAB", Prentice Hall, 359p, 1993.
- [20]R.Y. Ciang M.G. Safonov "robust control toolbox", The Math Works, 1988.
- [21]M.G. Safonov M. Athans "gain and phase margin for multiloop LQG regulators", pp173-179, *IEEE trans on AC*, vol 22, N°2, 1977.
- [22]N.A. Lehtomaki N.R.Sandell M. Athans "robustness results in LQG based multivariable control designes", pp75-92, *IEEE trans on AC*, vol 26, N°1, 1981.
-