

20/99

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère De L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
D.E.R DU GÉNIE ÉLECTRIQUE ET INFORMATIQUE
DEPATREMENT D'AUTOMATIQUE



MÉMOIRE DE FIN D'ETUDE
POUR L'OBTENTION DU DIPLÔME D'INGENIEUR
D'ETAT EN AUTOMATIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Thème :

La Commande Adaptative par
Modèle de référence Appliquée
À une Suspension Active.

Proposé par:
Mr. ILLOUL

Réalisé par:
Mr. NASRI Karim.

Septembre 1999.

الدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

DEDICACES

Je dédie ce travail à ma très chère mère, qui a été toujours à mes côtés ; à mon cher père, qui m'a soutenu durant toutes mes années d'études ; à mes frères et sœurs, sans jamais oublier la famille SAOUDI, et à la mémoire de notre défunt MESSALM.

Remerciements

Je tiens à remercier tous ceux qui m'ont aidé et soutenu pendant les dures années de mes études, spécialement pendant la période passée à l'école Polytechnique. Sans exagéré, C'était un parcours de stress, de pression morale et psychique.

*A tous mes amis que j'ai connu, durant cette traversée :
Mes amis les plus proches : Samadou, Samir M'lik, Ninou, Souhila.*

*Mes compagnons de parcours Omar Messas et Mohcine Nadir.
Au groupe inséparable : Rougé, Amine, Mahdi, Moh Ain-Taya
Karim Fête ET Redouane.*

*A mes frères de Bousmail : Karim Bencherif et Salim Benbouzid
A mes amis les vétérans de Polytech : Salim Croco, Ailou, Farouk
Amer, Soufiane, Hakou sans oublier mes associés de Biverlly :
Malik Kabak et Hakim El-Abassi. Et beaucoup d'autres, que je n'ai pas
cités et qu'ils m'excusent de n'avoir pas mentionné leurs noms, car la liste
est très longue, et toute cette thèse ne suffira pas pour les écrire tous.*

Je vous dit merci d'être mes amis.

*Je tiens également à remercier des personnes qui ont sacrifié beaucoup pour
les étudiants de*

*Polytech, mais ils n'ont jamais demandé de récompense :
Pour le personnel de la bibliothèque de l'ENP, en particulier Krimou et
Salah,*

je vous dit merci beaucoup.

Sans oublier Kafou, Cherifa et Nacera.

*Je remercie aussi l'équipe de Prestal Services (Farid, Rachid et Dida)
de*

leur aide appréciable durant la saisie de ce manuscrit.

*A la fin, et en particulier, je voudrai adresser mes vifs remerciements et
toute*

*ma gratitude avec toute sincérité à ma chère Mère, mon chère Père,
mes Frère et Sœurs pour leurs soutient permanent.*

ملخص :

هذا العمل موجه إلى دراسة التحكم الآلي لجهاز تعليق نشط. هذا النوع من الأجهزة مكون من عدة عناصر و التي تفقد من خصائصها الذاتية بعد فترة زمنية من العمل مع العلم أن هذا الجهاز يقوم بتحمل مقادير مختلفة من الكتل و على طريق عشوائي. التقنية المطبقة في هذه الظروف من أجل التوصل إلى تحقيق الراحة , الأمن و مجال عمل الجهاز الفيزيائي هي التحكم التكيفي بالاعتماد على نموذج مرجعي نتبع في ذلك تقريبا الإشارة الحوصلية باستعمال نظرية HYPERSTABILITE ET POSITIVITE النتائج المحصل عليها جد مقبولة.

RESUME :

Ce travail est consacré à l'étude de la commande d'une suspension active.

Ce type de système est composé de plusieurs éléments qui vieillissent avec le temps et perdent leurs caractéristiques, en plus des différentes charges que porte ce système, tout en parcourant une route, dont la forme est aléatoire.

La technique appliquée sous ces contraintes, pour assurer le confort, la sécurité et l'espace de fonctionnement, est la commande adaptative par modèle de référence basée sur l'approche du signal de synthèse, en utilisant le concept d'hyper stabilité et de positivité.

Les résultats obtenus sont très satisfaisantes avec de très bonnes performances.

ABSTRACT :

This work is done to studies the control of active suspension .

Such system is composed by many components which are losing their characteristics by time, and in addition of this it has different charges which are covering an uncertain route.

The technic used to guaranty at once comfort , security ,and space of work is the model reference adaptive control based on the approach of syntheses signals , using the concept of hyper stability and positivity .

The final results are obtained with a good satisfaction and high performances .

Mots clés : Commande adaptative ; Modèle de référence ; suspension active ; signal de synthèse

TABLEAU D'INDEXE

Symbole	Signification
x	Vecteur d'état du système réel.
y	Vecteur de sortie du système.
U	Entrée de commande du système réel.
A, B	Matrices dynamiques du système réel.
D	Vecteur lié à la forme de la route.
C	Matrice d'observation du système réel.
x_m	Vecteur d'état du modèle de référence.
U_m	Entrée de référence.
A_m, B_m	Matrices dynamiques du modèle de référence.
W	La forme de route.
B^+	La pseudo inverse gauche de la matrice B .
f	La sortie de l'élément actif de la suspension.
x^*, A^*, B^* et f^*	Paramètres spécifiques du système optimal.
I	Matrice identité.
e	Vecteur de l'erreur d'état généralisée.
e_1	Erreur entre la position de la charge du modèle de référence et celle du système réel.
e_2	Erreur entre la position de la roue du modèle de référence et celle du système réel.
u	Indice de performance.
IP	Indice de performance.
sys	Système.
A_s, B_s	Matrices dynamiques du système ajustable.
U_a	Signal d'adaptation.
K_p, K_u et K_m	Paramètres du régulateur linéaire.
$F(c,z,t), G(c,z,t)$	Relations fonctionnelles.
V	Fonction de Lyapunov.
D	Compensateur linéaire.
v	Vecteur de sortie du compensateur.
P	Solution de l'équation de Lyapunov.
Q	Matrice définie positive.
w	Sortie du bloc non linéaire.
ϕ_1, ϕ_2, ψ_1 et ψ_2	Relations fonctionnelles.
η	Relation intégrale de l'inégalité de Popov.
γ_0	Constante de l'inégalité de Popov.
F_A, F_B	Matrices définies positives.
G_A, G_B	Matrices définies positives.
F_A', F_B', G_A' et G_B'	Matrices constantes semi définies positives.
PI	Régulateur de type proportionnel intégrale.
$K_p(c,t), K_u(c,t)$	Paramètres variables dans le temps du régulateur adaptatif.
$\Delta K_p(c,t), \Delta K_u(c,t)$	Paramètres variables dans le temps du signal de synthèse.
K_p^o, K_u^o	Solution de la commande LMFC.
U_1	Commande linéaire.
U_2	Commande d'adaptation.
Π	Critère de performance.
γ	Bruit blanc.
M, m, d, k et h	Paramètres du système à suspension active.

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE	1
CHAPITRE I : GENERALITES SUR LA COMMANDE ADAPTATIVE	2
<i>I.1 - Introduction</i>	2
<i>I.2 - Pourquoi utiliser la commande adaptative ?</i>	2
<i>I.3 - Commande adaptative des systèmes</i>	3
<i>I.4 - Quelques définitions</i>	4
<i>I.5 - Classification générale</i>	4
<i>I.6 - Différents types de commande adaptative</i>	5
<i>I.7 - Conclusion</i>	6
CHAPITRE II : SYSTEMES ADAPTATIFS A MODELE DE REFERENCE	7
<i>II.1 - Introduction</i>	7
<i>II.2 - Principe des systèmes de commande adaptative par modèle de références</i>	7
<i>II.3 - Classifications des systèmes adaptatifs à modèle de référence (MRAS)</i>	8
<i>II.4 - Différentes configurations des systèmes MRAS</i>	11
<i>II.5 - Description mathématique des MRAS</i>	12
<i>II.6 - Résolution du problème de synthèse du MRAS</i>	16
<i>II.7 - Conclusion</i>	23
CHAPITRE III : RESOLUTION DU PROBLEME DE POURSUITE D'UN MODELE PAR MRAC	24
<i>III.1 - Introduction</i>	24
<i>III.2 - Système de commande linéaire par poursuite d'un modèle (LMFC)</i>	24
<i>III.3 - Commande adaptative par poursuite d'un modèle (AMFC)</i>	28

III.4 - Conclusion

CHAPITRE IV : MODELISATION D'UN SYSTEME

A SUSPENSION ACTIVE

37

IV.1 - Introduction

37

IV.2 - Modèle d'une suspension passive

37

IV.3 - Modèle d'une suspension active

42

IV.4 - Conclusion

43

CHAPITRE V : APPLICATION DE LA COMMANDE MRAC SUR

UN SYSTEME A SUSPENSION ACTIVE

44

V.1 - Introduction

44

V.2 - Critères de performances

44

V.3 - Application de commande MRAC sur le système à suspension active

49

V.4 - Simulations et résultats

50

CONCLUSION GENERALE

88

ANNEXE A

89

ANNEXE B

91

ANNEXE C

93

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Introduction Générale

INTRODUCTION GENERALE



Au début des années 50, des recherches appréciables ont eu lieu sur le contrôle adaptatif, en particulier dans la conception des systèmes d'auto pilotage pour des avions à hautes performances. En général, les avions opèrent sur une large gamme d'altitudes et de vitesse, et nécessitent par conséquent des systèmes de contrôles et de régulations sophistiqués.

Durant les années 60, plusieurs contributions de la théorie de la commande ont permis de développer la commande adaptative ; notamment celles relatives aux notions d'espace d'état.

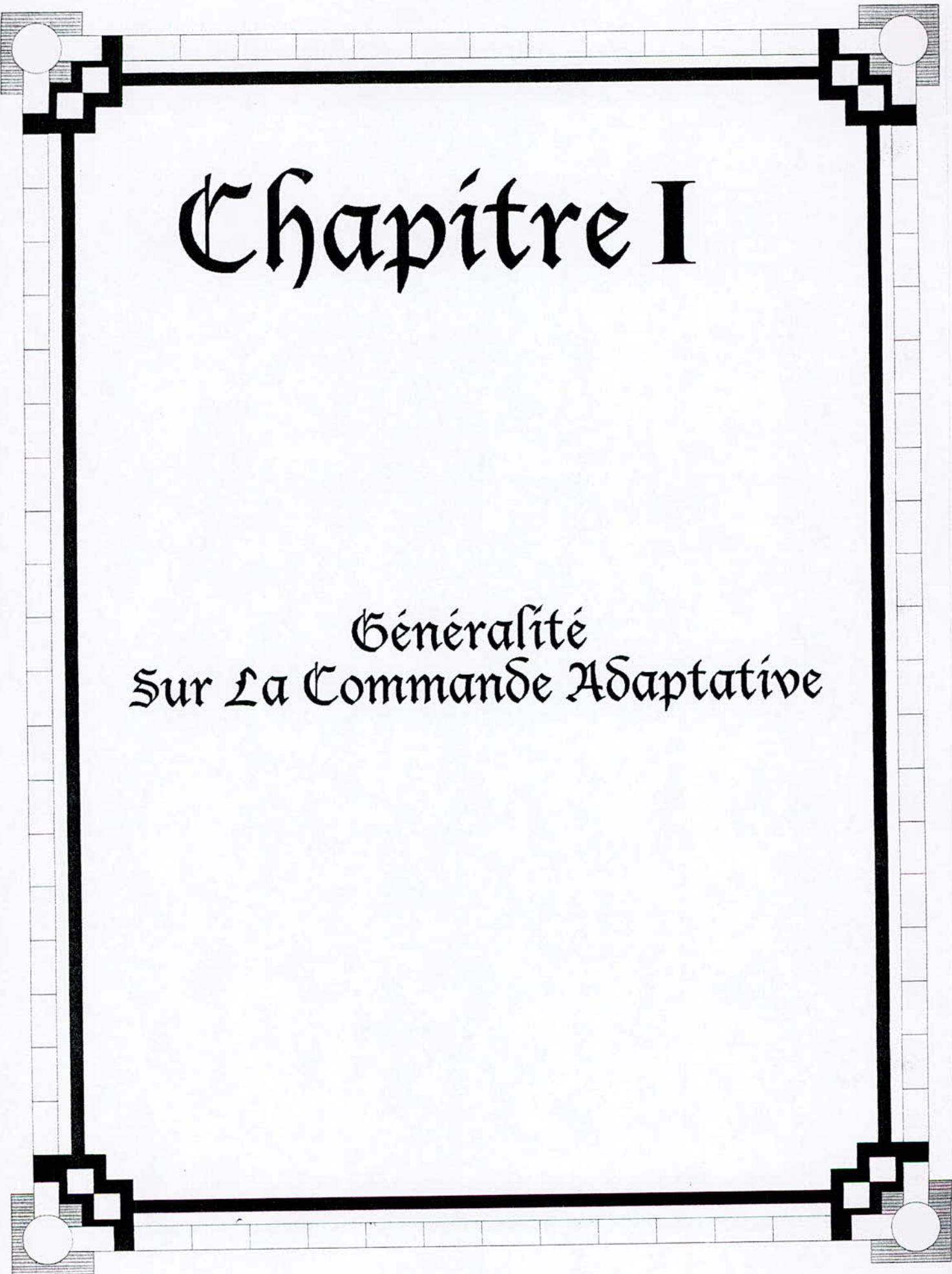
Ainsi, la programmation dynamique introduite par Bellman a renforcé en particulier la compréhension des processus adaptatifs. Les contributions fondamentales, faites par Tsytkin, ont données plusieurs plans d'apprentissage, et montrent que la commande adaptative pourrait être décrite par une structure dont les équations sont récursives.

Une renaissance de la commande adaptative a eu lieu dans les années 70, avec l'élaboration de techniques issues de la combinaison des résultats des diverses méthodes de synthèse. A la fin des années 70, des preuves correctes pour la stabilité des systèmes adaptatifs ont été établies sous des critères très restreints. L'introduction de ces critères a ouvert la voie pour de nouvelles recherches surtout dans la robustesse de la commande adaptative.

En fin, le progrès rapide et révolutionnaire dans la microélectronique a permis d'implanter, en particulier, plusieurs types de régulateurs adaptatifs d'une manière simple et économique [1], permettant la commande avec succès de systèmes extrêmement complexes, en présence des variations paramétriques.

Dans ce travail, on va s'intéresser à développer la théorie de la commande adaptative et l'appliquer à un système physique, qui a beaucoup d'importance dans la vie quotidienne, c'est la suspension active. Le problème d'asservissement de ce type de systèmes attire l'attention de plusieurs chercheurs, vu l'importance du domaine qu'il occupe, tel que l'industrie automobile, véhicules de transport des malades et dans le domaine militaire, par exemple les portes missile, etc.

On commence notre étude par des généralités sur la commande adaptative au chapitre I. Ensuite, on entrera, avec plus de détails, dans le chapitre II pour expliquer la théorie des systèmes adaptatifs à modèle de référence. Dans le chapitre III, on va s'intéresser à développer la technique de la commande adaptative par modèle de référence, pour résoudre le problème de poursuite d'un modèle. Le chapitre IV contient l'étude de modélisation du système à suspension active, suivi d'une application de la commande AMFC sur le même système, illustrée dans le chapitre V. En fin, on terminera ce travail par une conclusion générale.



Chapitre I

Généralité
Sur La Commande Adaptative

CHAPITRE I

GENERALITES SUR LA COMMANDE ADAPTATIVE

I.1 Introduction

La commande adaptative occupe un domaine très important dans la commande moderne, qui traite les systèmes en présence des perturbations structurales, des variations de l'environnement et d'imprévisions.

Le développement de la micro-électronique et la facilité d'implémentation des contrôleurs adaptatifs ont conduit à une variété d'applications industrielles qui auparavant étaient très difficiles à réaliser.

Ces dernières années, la commande adaptative a fait l'objet d'un intérêt particulier. Diverses techniques ont été ainsi mises au point qui permettent de commander des systèmes extrêmement complexes avec succès, en présence des perturbations internes et externes.

Dans ce chapitre, on va aborder la technique de la commande adaptative de façon générale, son utilité, quelques définitions et principes, classification et différents types de la commande adaptative.

I.2 Pourquoi utiliser la commande adaptative ?

En pratique, les problèmes d'asservissement nécessitent l'étude de la commande automatique en présence des perturbations paramétriques et des variations de l'environnement, qui causent des dégradations des performances des systèmes asservis.

Ce problème n'a pas été pris en considération dans les premiers pas de la théorie de commande. Cette théorie a été développée à travers des équations différentielles linéaires invariables dans le temps et dans un environnement déterministe.

Une seconde étape fut franchie par l'introduction de la commande optimale représentée sous forme d'état pour des systèmes même variables dans le temps. Pour introduire brièvement la notion de la commande optimale ; on considère le système à commander décrit sous forme d'équations d'état.

exemple :

$$\dot{x} = Ax + BU$$

x : vecteur d'état du système

U : vecteur de commande.

Il est possible, sous certaines conditions de trouver la commande optimale u qui minimise un

$$J = \int_0^t (x^T Q x + u^T R u) dt$$

certain indice de performance, exemple :

Où Q et R sont des matrices définies positives, qui spécifient les performances désirées.

Cette formulation conduit aux constatations suivantes :

- Les paramètres variables des matrices A et B sont rarement mesurables directement.
- Les paramètres du système ne sont pas toujours connus.
- Dans la plupart des situations pratiques, des variations larges et imprévisibles des paramètres du système surviennent.
- La construction de la commande optimale nécessite l'accès à toutes les variables d'état du système, ce qui n'est pas généralement le cas dans plusieurs problèmes.

On peut voir tout ceci par des exemples réels :

Commande d'avion :

La dynamique d'un avion dépend de son altitude, de sa vitesse et de sa configuration. Le coefficient de variation de certains paramètres varie entre 10 et 50%.

Commande d'un missile :

Pour les missiles, la masse et le centre de gravité varient avec la combustion du carburant.

Commande d'un moteur :

La dynamique d'un moteur change avec le changement du moment d'inertie et avec la charge [2].

Commande des processus chimiques :

La fonction de transfert des processus chimiques change de paramètres avec le changement de la température ambiante [3].

Donc sous toutes ces contraintes, la commande optimale reste incapable de pallier toutes les difficultés rencontrées en pratique. Pour ce faire, on doit établir une commande qui s'adapte à toutes ces contraintes, afin de maintenir les performances désirées du système, d'où l'introduction de cette nouvelle théorie qui est « la **commande adaptative** ».

I.3 Commande adaptative des systèmes [4], [5]

La commande adaptative a été introduite afin de compenser automatiquement les dégradations des performances dynamiques du système commandé. Elle a pour but essentiel, éliminer les effets des perturbations de la structure interne du système et les variations de l'environnement.

I.4 Quelques définitions

Adaptation [5] :

L'adaptation est une procédure de modification des paramètres d'une structure d'un système et de l'action de commande.

Commande adaptative [4] :

La commande adaptative est un ensemble de techniques, utilisé pour l'ajustement automatique en ligne et en temps réel des régulateurs de boucle de commande, afin de réaliser ou de maintenir un certain niveau de performance, quand les paramètres du procédé à commander sont soit inconnus soit /et variables dans le temps.

Principe d'un système de commande adaptative [5] [6] :

Un système de commande adaptative mesure un certain indice de performance (IP) défini par les entrées, les états et les sorties du système ajustable. La comparaison avec l'indice de performance désiré permet au mécanisme d'adaptation de modifier les paramètres du système ajustable ou de générer une entrée auxiliaire, dans le but de maintenir l'indice de performance du système égale à celui désirée. (Voir fig (I . 1))

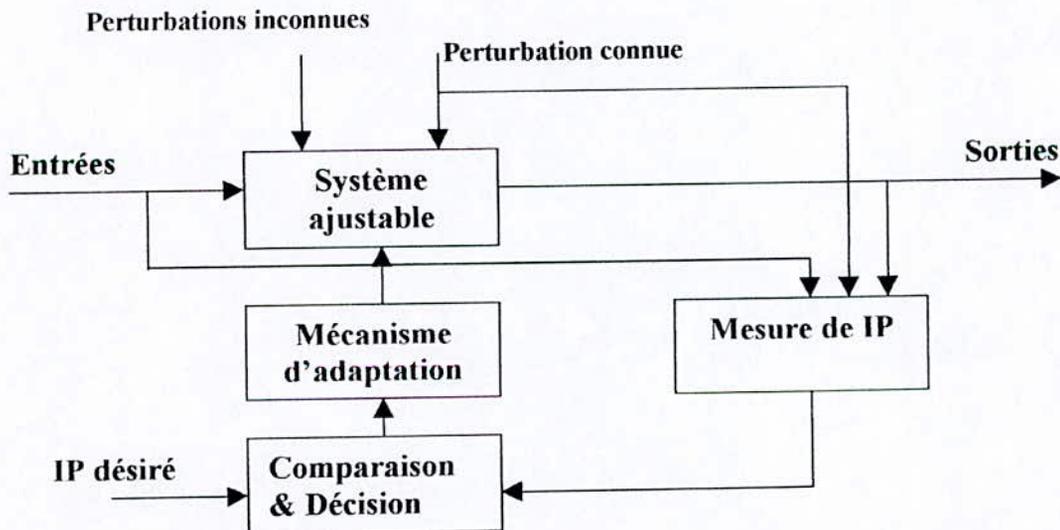


Fig (I .1) : Configuration de base des systèmes adaptatifs

I.5 Classification générale

Les systèmes de commande adaptative peuvent être classés selon différents critères. Ces derniers conduisent à plusieurs classifications et catégories, on peut classer ces systèmes suivant [7] :

- **Le mécanisme d'adaptation** : Adaptation paramétrique ou par synthèse d'un signal de commande.
- **Les conditions de fonctionnement** : déterministe ou stochastique.
- **La nature des équations mathématiques de bas utilisées** : linéaires, continues, discrètes ...
- **L'indice de performance** : Statique, dynamique, paramétrique ou bien une fonctionnelle des variables d'état et des entrées de système.
- **La nature de l'incertitude** : paramétrique ou structurale, variable dans le temps ou non.

I.6 Différents types de commande adaptative

Deux approches ont été essentiellement considérées pour le développement des systèmes de commande adaptative destinées à la régulation des processus à paramètres inconnus et /ou variants dans le temps «la **commande directe et indirecte** »

I.6.1 Commande adaptative directe

Les paramètres du régulateur sont directement ajustés en temps réel, à partir des mesures de l'erreur de performance (exemple : la commande par modèle de référence. (Voir fig (I. 2))

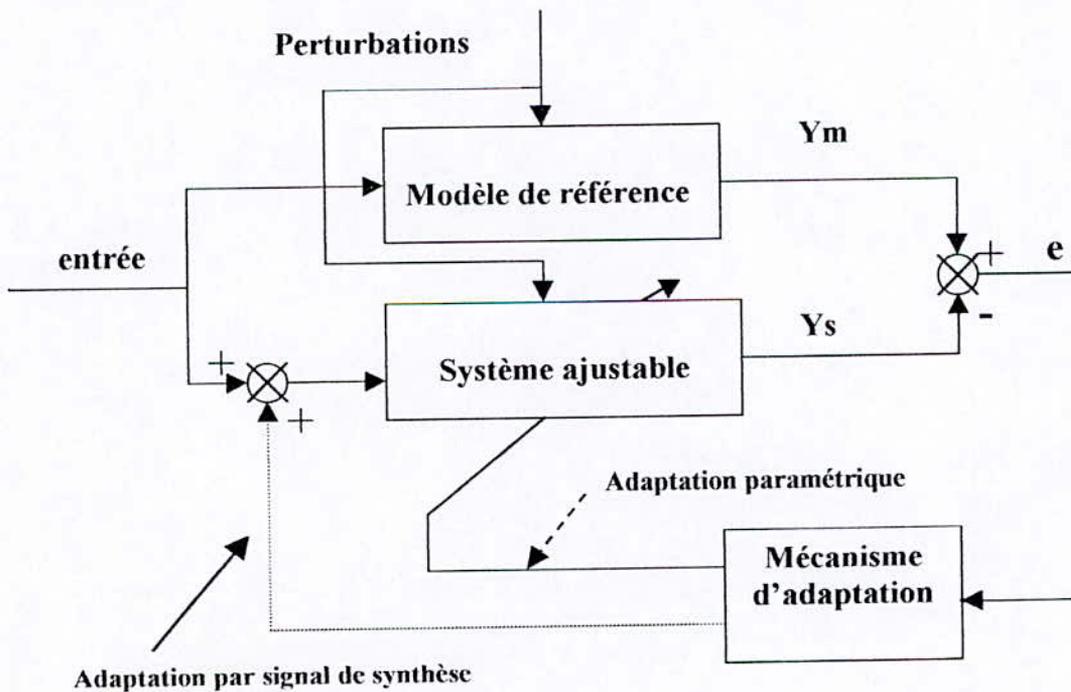


Fig (I. 2) : Commande adaptative par modèle de référence

I.6.2 Commande adaptative indirecte

L'ajustement des paramètres du régulateur se fait en deux étapes :

- Estimation des paramètres du procédé (Identification)
- Calcul des paramètres du régulateur à partir des paramètres estimés du procédé (exemple : la commande par régulation auto-ajustable. (Voir fig (I . 3))

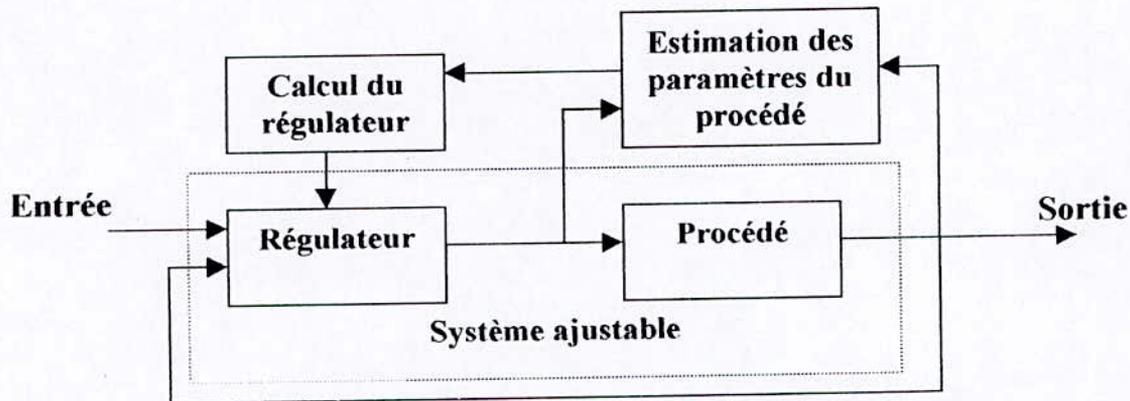


Fig (I . 3) : Régulateur auto-ajustable (RST)

I.7 Conclusion

Dans ce chapitre, un aspect général de la commande adaptative a été présenté, ainsi que quelques motivations, définitions, classifications et différents types de ces systèmes.

Dans le chapitre suivant la commande adaptative par modèle de référence sera étudiée avec plus de détails.

Chapitre II

Systemes Adaptatifs
à
Modèle de Référence

CHAPITRE II

SYSTEMES ADAPTATIFS A MODELE DE REFERENCE

II .1 Introduction

Dans le chapitre précédent, on a présenté la commande adaptative de façon générale. Dans ce nouveau chapitre on va s'intéresser à développer la théorie des systèmes adaptatifs à modèle de référence (MRAS), commençant par le principe de fonctionnement, les critères de bases pour les classifications, les différentes configurations (en se basant sur les configurations de commande), ensuite on va présenter une description mathématique des systèmes MRAS. La structure utilisée est la structure parallèle, mais les résultats présentés peuvent être facilement étendus aux structures série et série - parallèle [6].

La synthèse du mécanisme d'adaptation a un rapport direct avec l'étude de la stabilité. Les différentes techniques, permettant de déterminer la structure du contrôleur, toutes en garantissant la stabilité asymptotique de l'erreur, étudiées dans ce chapitre sont ; la technique basée sur la fonction de Lyapunov et celle basée sur le concept de positivité et d'hyperstabilité.

On distingue deux façons pour adapter le système ajustable :

L'adaptation paramétrique, qui se base sur l'ajustement des paramètres de ce système, et l'adaptation par signal de synthèse, qu'est une manière de transformer l'ajustement en un signal d'entrée, il attaque le bloc ajustable [6].

Les systèmes adaptatifs à modèle de référence sont très utilisés dans de larges domaines, pour résoudre une variété importante de problèmes rencontrés en commande, identification et estimation d'état (observation) [6], [10].

II .2 Principe des systèmes de commande adaptative par modèle de référence

La commande adaptative par modèle de référence (MRAC) a été développée par Whitaker et ses collègues à M.I.T en 1958 [8]. Ces dernières années, elle est devenue un moyen très efficace pour la commande des systèmes à paramètres inconnus ou partiellement connus.

Le principe de commande est de décrire par un modèle de référence les performances désirées et de les comparées à chaque instant avec ceux du système ajustable. L'erreur ainsi déterminée permet au mécanisme d'adaptation de réajuster les paramètres ajustable, de telle manière à ce que l'erreur entre le modèle de référence et le système ajustable tend asymptotiquement vers zéro.

Le mécanisme d'adaptation est utilisé soit pour :

- Modifier les paramètres du système ajustable, appelée adaptation paramétrique [6].
- La génération d'un signal auxiliaire à l'entrée, appelé adaptation par signal de synthèse [6], [9].

II .3 Classification des systèmes adaptatifs à modèle de référence (MRAS)

Il existe plusieurs types de systèmes adaptatifs à modèle de référence, et on peut les classer suivant plusieurs critères [6] :

- Structure
- Indice de performance
- Type d'application
- Type de perturbation paramétrique
- Conditions opératoires
- Principe d'adaptation.

II .3 .1 Structure

On distingue trois principaux structure du MRAS [5], [6] :

II .3 .1 .a Structure parallèle :

C'est la structure la plus utilisée (appelée aussi méthode de l'erreur de sortie en identification).(Voir fig (II . 1))

II .3 .1 .b Structure série – parallèle :

Dans cette structure on considère deux cas :

- Le **modèle de référence** est placé, d'une part, en série avec le système ajustable, d'autre part, en parallèle avec celui-ci. (Voir fig (II . 2 . a))
- Le **système ajustable** est placé, d'une part en série avec le modèle de référence, d'autre part, en parallèle avec celui-ci. (Voir fig (II . 2 . b))

II .3 .1 .c Structure série :

Dans ce cas, le modèle de référence et le système ajustable sont en série. (Voir fig(II . 3))

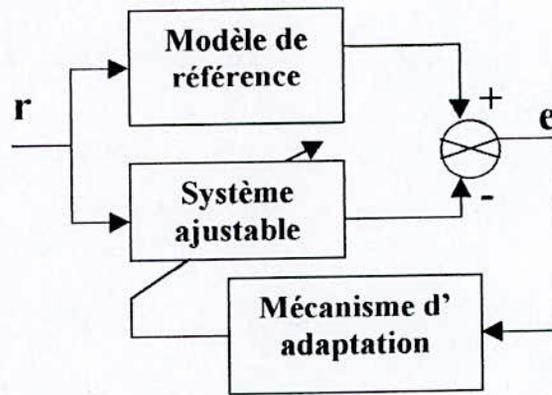


Fig (II . 1) : Structure parallèle du MRAS

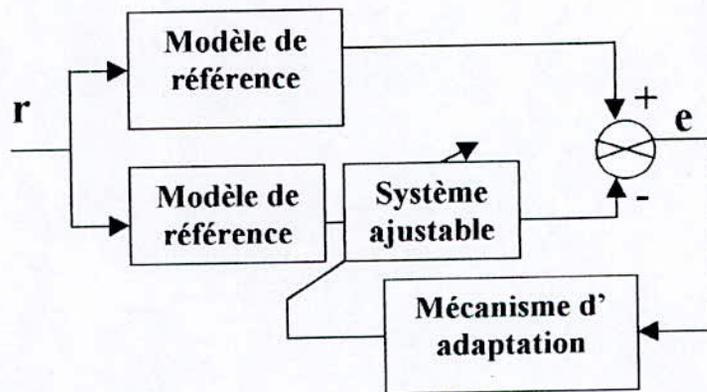


Fig (II . 2 . a)

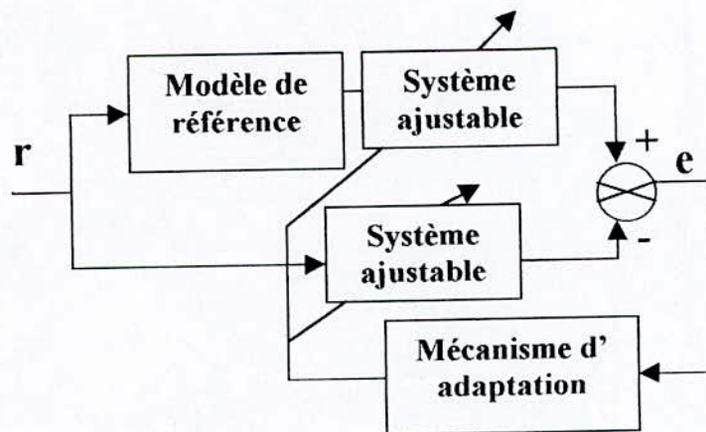


Fig (II . 2 . b)

Fig (II . 2) : Structure série – parallèle du MRAS

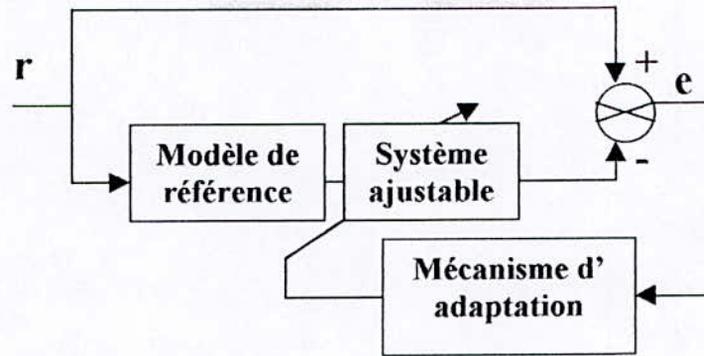


Fig (II . 3) : Structure série du MRAS

II .3 .2 Indice de performance

L'indice de performance, défini ici, n'est pas l'indice de performance désiré, spécifié par le modèle de référence, il sert seulement pour la conception du mécanisme d'adaptation [6], on a :

- Minimisation de la norme de l'erreur de sortie généralisée et leurs dérivées.
- Minimisation de la distance d'état.
- Minimisation de la distance paramétrique.

Ces indices de performance varient avec le type d'application. Par exemple, la minimisation de la distance paramétrique est essentiellement conçue pour l'identification paramétrique, par contre la minimisation de l'erreur de sortie généralisée est plus utilisée dans le cas des systèmes de commande adaptative par poursuite d'un modèle.

II .3 .3 Type d'application [6]

1. Système de commande adaptative par poursuite d'un modèle (système AMFC).
2. Identification avec modèle ajustable.
3. Observation d'état (estimation).
4. Régulateur auto ajustable (STR).

II .3 .4 Type de perturbation paramétrique [6]

1. Paramètres inconnus mais constants.
2. Les changements non-mesurables des paramètres du système

II .3 .5 Conditions opératoires [10]

1. Avec un signal de test : Ce signal est introduit à l'entrée du système ou bien à l'entrée du mécanisme d'adaptation.
2. Sans signal de test : L'adaptation se fait avec le signal existant déjà à l'entrée du système.

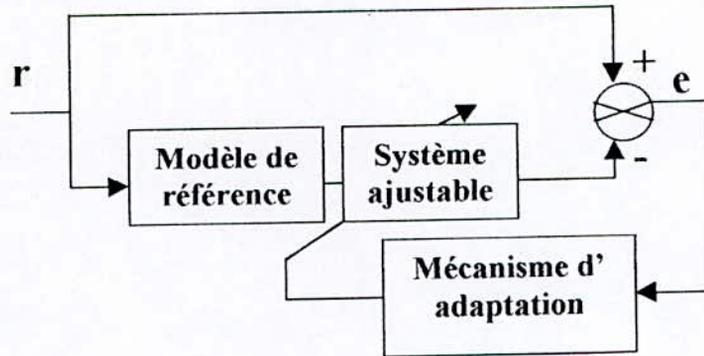


Fig (II . 3) : Structure série du MRAS

II .3 .2 Indice de performance

L'indice de performance, défini ici, n'est pas l'indice de performance désiré, spécifié par le modèle de référence, il sert seulement pour la conception du mécanisme d'adaptation [6], on a :

- Minimisation de la norme de l'erreur de sortie généralisée et leurs dérivées.
- Minimisation de la distance d'état.
- Minimisation de la distance paramétrique.

Ces indices de performance varient avec le type d'application. Par exemple, la minimisation de la distance paramétrique est essentiellement conçue pour l'identification paramétrique, par contre la minimisation de l'erreur de sortie généralisée est plus utilisée dans le cas des systèmes de commande adaptative par poursuite d'un modèle.

II .3 .3 Type d'application [6]

1. Système de commande adaptative par poursuite d'un modèle (système AMFC).
2. Identification avec modèle ajustable.
3. Observation d'état (estimation).
4. Régulateur auto ajustable (STR).

II .3 .4 Type de perturbation paramétrique [6]

1. Paramètres inconnus mais constants.
2. Les changements non-mesurables des paramètres du système

II .3 .5 Conditions opératoires [10]

1. Avec un signal de test : Ce signal est introduit à l'entrée du système ou bien à l'entrée du mécanisme d'adaptation.
2. Sans signal de test : L'adaptation se fait avec le signal existant déjà à l'entrée du système.

II .3 .6 Principe d'adaptation [10]

1. Par ajustement des paramètres du système ajustable (adaptation paramétrique). (Voir fig (II . 5))
2. Par la synthèse d'un signal auxiliaire (adaptation par signal de synthèse). (Voir fig (II . 5))
3. En combinant l'adaptation paramétrique et le signal de synthèse.

II .4 Différentes configurations des systèmes MRAS

Quelques configurations de base des systèmes MRAS sont considérées dans ce paragraphe [6]. Comme la commande linéaire par poursuite d'un modèle (LMFC), qu' est très utile, quand les paramètres du système sont connus (Voir fig (II . 4)). Une simple identification avec le modèle de référence permet de déterminer les paramètres du régulateur.

Quand les paramètres du système sont inconnus, ou des variations importantes apparaissent, on fait appel à la commande adaptative par poursuite d'un modèle (AMFC). Le mécanisme d'adaptation modifie les paramètres des matrices de commande K_u et K_p , ou synthétise un signal auxiliaire à l'entrée, pour assurer une bonne poursuite du modèle. (Voir fig (II . 5))

Ce type de configurations est appelé aussi système de commande adaptative par modèle de référence. Il existe d'autres configurations, comme les observateurs d'état, les systèmes d'identification avec un modèle ajustable, etc...., mais nous, on s'intéresse surtout aux configurations de commande dans notre travail.

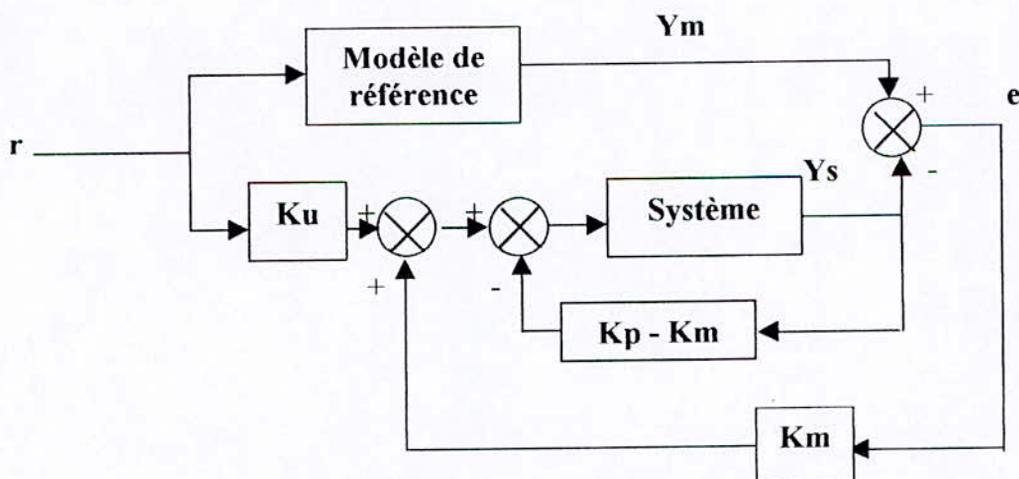


Fig (II . 4) : Représentation de base d'un système LMFC

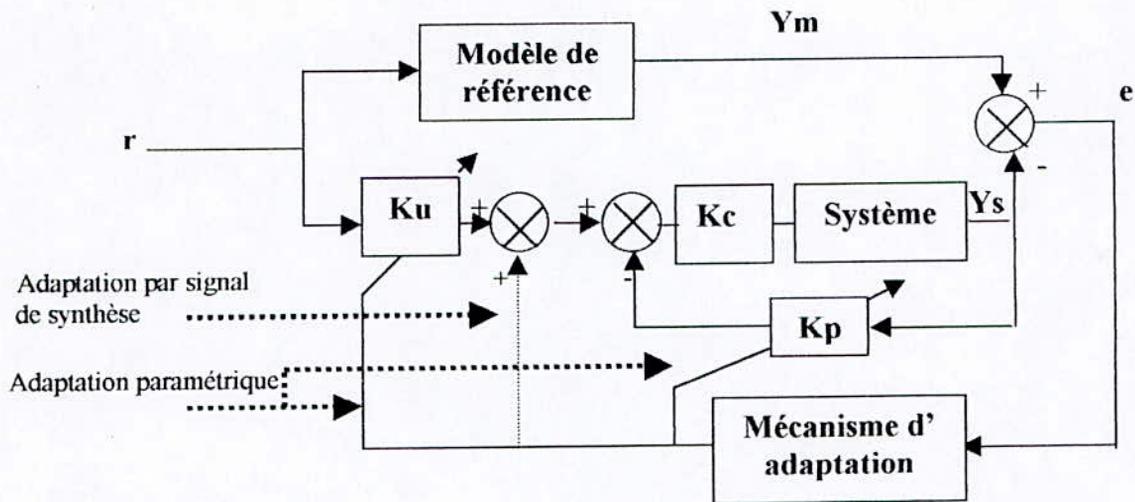


Fig (II . 5) : Système de commande adaptative par poursuite d' un modèle (AMFC)

II .5 Description mathématique des MRAS

On va présenter dans ce paragraphe une description mathématique des systèmes adaptatifs à modèle de référence, en utilisant la configuration parallèle. Le caractère dual de ses systèmes, permet l'extension directe de la description de base, dans la commande, l'observation et l'identification [6].

Avant de synthétiser les lois d'adaptation, certaines hypothèses doivent être posées [6] :

1. Le modèle de référence doit être un système linéaire invariant dans le temps.
2. Le modèle de référence et le système ajustable ont la même dimension.
3. Tous les paramètres du système ajustable sont accessibles pour l'adaptation (dans le cas d'une adaptation paramétrique).
4. Durant la procédure d'adaptation, les paramètres du système ajustable dépendent seulement du mécanisme d'adaptation.
5. Aucun signal, autre que le vecteur d'entrée, n'agit sur le système.
6. La différence initiale entre les paramètres du modèle de référence et ceux du système est connue.
7. Les vecteurs de l'erreur d'état et de sortie sont mesurables.

Cet ensemble d'hypothèses constitue le cas idéal, et permet un traitement analytique direct du MRAS. Mais dans les situations réelles, certaines de ces hypothèses ne sont pas toujours satisfaites.

Les facteurs qui violent ces hypothèses se résument comme suit [6] :

1. Le modèle de référence est un système non-linéaire variant dans le temps.
2. Le système ajustable est un système non-linéaire variant dans le temps.
3. Le modèle de référence et le système ajustable n'ont pas la même dimension.
4. Les paramètres du système ajustable ne sont pas tous accessibles pour l'adaptation.
5. Durant la procédure d'adaptation, les paramètres du système ajustable ne dépendent pas seulement du mécanisme d'adaptation, mais font aussi l'objet d'autres perturbations paramétriques.
6. Les perturbations sont appliquées à différentes parties du système.
7. La mesure du vecteur d'erreur est affectée par un bruit.

Cet ensemble d'hypothèses est appelé le cas réel ou le cas général.

Dans ce qui suit, on étudiera le système MRAS pour la structure parallèle, en utilisant la représentation d'état. (Voir fig (II . 6))

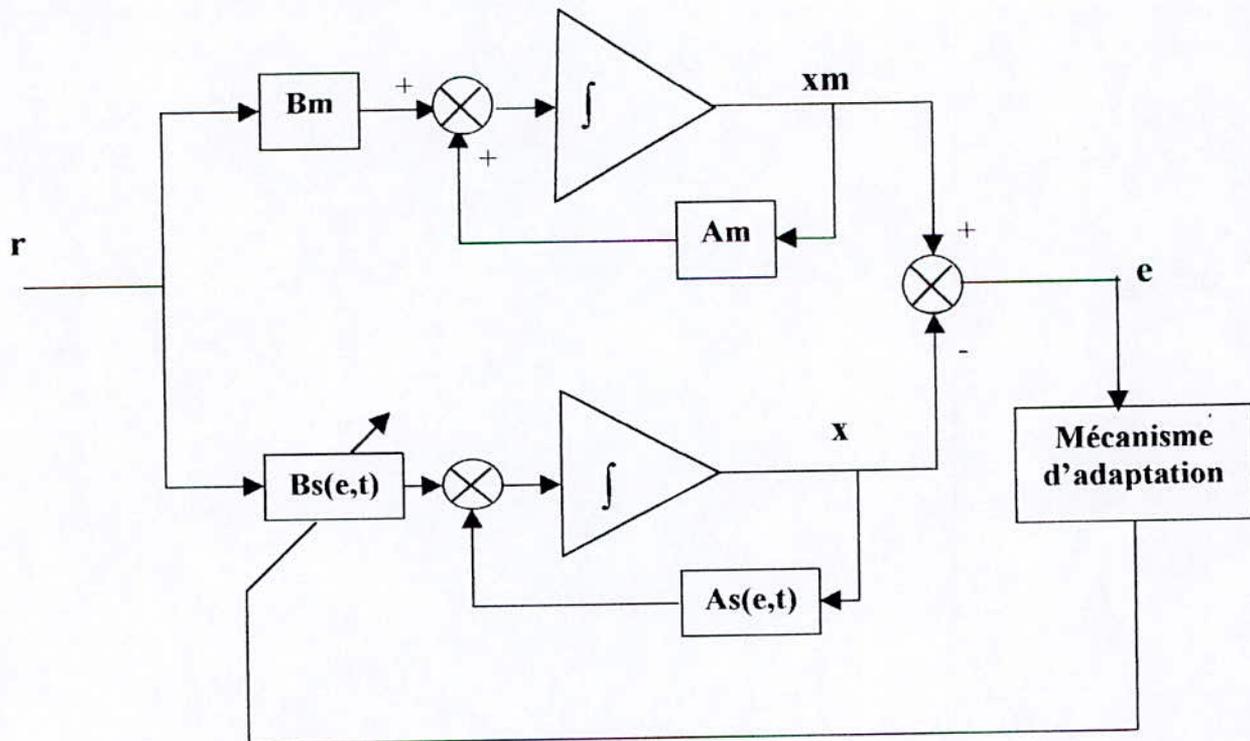


Fig (II . 6) : Représentation parallèle du MRAS dans l'espace d'état

Le modèle de référence choisi est sous la forme suivante :

$$\dot{x}_m = A_m x_m + B_m U$$

$$x_m(0) = x_{m0} \quad (\text{II - 1})$$

Où :

x_m : vecteur d'état de dimension n

U : vecteur d'entrée de dimension m

A_m, B_m : matrices de dimensions, respectives, $n \times n$ et $n \times m$.

Remarque

Le modèle de référence est choisi stable et complètement contrôlable [6].

Le système ajustable peut avoir, soit des paramètres ajustable ou une entrée auxiliaire. Dans le premier cas on utilise la représentation suivante :

$$\dot{x} = A_s(e,t) x + B_s(e,t) U \quad (\text{II - 2})$$

$$x(0) = x_0 ; A_s(0) = A_{s0} ; B_s(0) = B_{s0}.$$

Où :

x : vecteur d'état de dimension n .

U : vecteur d'entrée de dimension m .

A_s, B_s : matrices variables dans le temps de dimensions, respectives, $n \times n$ et $n \times m$, et dépendent du vecteur d'erreur d'état généralisée e .

Dans le cas de l'adaptation par la synthèse d'un signal auxiliaire on a :

$$\dot{x} = A_s x + B_s U + U_a(e,t)$$

$$(\text{II - 3})$$

$$x(0) = x_0 ; U_a(0) = U_{a0}$$

Où :

A_s, B_s : sont des matrices constantes.

U_a : c'est le signal d'adaptation qui dépend de l'erreur généralisée.

Le vecteur de l'erreur d'état généralisée est donné par :

$$e(t) = x_m(t) - x(t) \quad (\text{II - 4})$$

L'objectif de la synthèse du MRAS, dans le cas de l'adaptation paramétrique, est de trouver une loi d'adaptation qui permet d'ajuster les matrices A_s et B_s , de telle sorte à ce que l'erreur $e(t)$ tend vers zéro pour toutes les entrées de référence U :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} (x_m - x) = 0 \quad (\text{II - 5 - a})$$

et que :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} A_s(e, t) = A_m \quad (\text{II - 5 - b})$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} B_s(e, t) = B_m \quad (\text{II - 5 - c})$$

Ceci doit être assuré quelque soit la différence initiale entre les paramètres du modèle de référence et ceux du système ajustable ($A_m - A_s(0)$; $B_m - B_s(0)$) [6].

De plus, on veut que le mécanisme d'adaptation ait de la mémoire (c'est à dire, qu'il mémorise les bonnes valeurs des paramètres, une fois trouvées), ce qui conduit à l'introduction d'un intégrateur dans le mécanisme d'adaptation. Cette dernière aura pour effet de rendre les paramètres du système ajustable à l'instant t , dépendant non seulement de $e(t)$, mais aussi des valeurs passées de $e(t)$ (c'est à dire $e(z)$, $z < t$).

La loi d'adaptation sera définie, dans le cas de l'adaptation paramétrique, par :

$$A_s(e, t) = F(e, z, t) + A_s(0) ; 0 \leq z \leq t \quad (\text{II - 6 - a})$$

$$B_s(e, t) = G(e, z, t) + B_s(0) ; 0 \leq z \leq t \quad (\text{II - 6 - b})$$

Où F et G déterminent la relation fonctionnelle entre $A_s(e, t)$, $B_s(e, t)$ et les valeurs du vecteur $e(z)$ dans l'intervalle $0 \leq z \leq t$.

Remarque 1

Dans le cas de l'adaptation par signal de synthèse, la loi d'adaptation est [6] :

$$U_a(e, t) = U(e, z, t) + U_a(0) , 0 \leq z \leq t \quad (\text{II - 7})$$

Où :

U : détermine la relation fonctionnelle entre $U_a(e, t)$ et les valeurs $e(z)$ dans l'intervalle $0 \leq z \leq t$.

Remarque 2

Dans le cas pratique, on essaie d'assurer le meilleur compromis entre les performances et la complexité du système adaptatif [6].

Pour la synthèse du MRAS, il est prévisible que l'erreur d'état généralisée est la source d'information sur le système ajustable et le modèle de référence. En utilisant les équations (II - 1), (II - 2), (II - 4) et (II - 6), on peut établir l'équation différentielle qui caractérise la dynamique de l'erreur :

$$e = x_m - x = A_m e + [A_m - A_s(0) - F(e,z,t)] x + [B_m - B_s(0) - G(e,z,t)] U \tag{II - 8}$$

On obtient ainsi une équation qui décrit le système adaptatif à modèle de référence. La représentation équivalente, comme un système non linéaire variable dans le temps, est illustrée dans fig (II . 7).

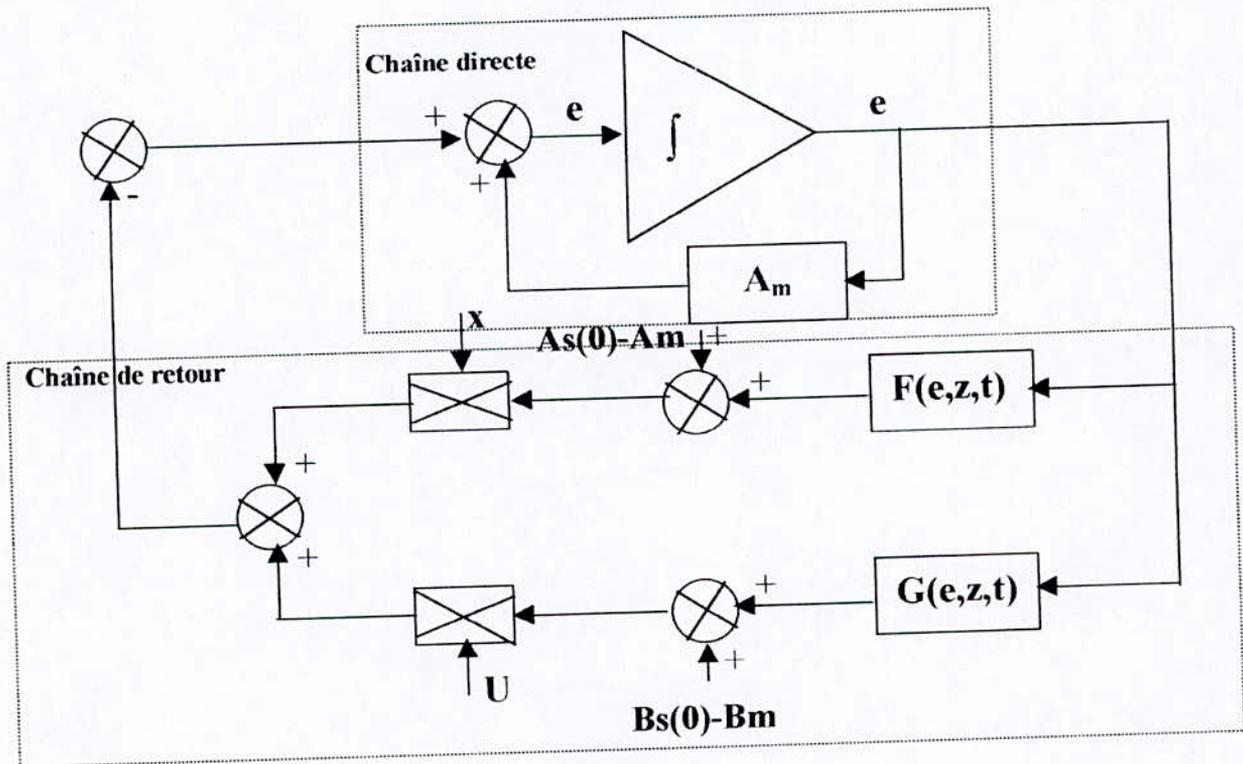


Fig (II . 7) : Représentation équivalente de l'erreur d'état généralisée

Le problème de synthèse consiste à déterminer $F(e,\tau,t)$ et $G(e, \tau,t)$, tel que le système équivalent défini par l'équation (II - 8) soit globalement asymptotiquement stable, pour n'importe quelles valeurs initiales $e(0)$, $[A_m - A_s(0)]$ et $[B_m - B_s(0)]$.

L'analyse de la stabilité d'une telle structure, peut se faire en utilisant plusieurs approches. En général, on trouve deux approches de base [6] :

- Approche de Lyapunov.
- Approche d'hyperstabilité et de positivité.

II.6 Résolution du problème de synthèse du MRAS

La stabilité est un facteur très important, et doit être pris en considération pour la synthèse du MRAC, notamment pour les systèmes non linéaires et variables dans le temps.

Donc, il est plus convenant de ramener le problème de la synthèse à un problème de stabilité, et faire ressortir une loi d'adaptation, qui satisfait les exigences de celle ci .

II.6.1 Approche de Lyapunov

On va appliquer dans cette partie la fonction de Lyapunov, pour la synthèse du MRAS dans l'espace d'état.

Le modèle de référence est donné par l'équation (II - 1), le système ajustable par (II - 2) et le vecteur de l'erreur d'état généralisée par l'équation (II - 4).

La dynamique de l'erreur est alors :

$$e = A_m e + [A_m - A_s (e,t)] x + [B_m - B_s (e,t)] U \quad (\text{II} - 9)$$

On définit une fonction de Lyapunov V de la forme suivante [6] :

$$V = e^T P e + \left\{ \text{tr} [A_m - A_s (e,t)]^T F_A^{-1} [A_m - A_s (e,t)] \right\} + \text{tr} \left\{ [B_m - B_s (e,t)]^T F_B^{-1} [B_m - B_s (e,t)] \right\} \quad (\text{II} - 10)$$

Où : P, F_A^{-1}, F_B^{-1} sont des matrices définies positives.

En dérivant la fonction V , on obtient l'expression suivante :

$$V = e^T (A_m^T P + P A_m) e + 2 \text{tr} \left\{ [A_m - A_s (e,t)]^T [P e x^T - F_A^{-1} A_s (e,t)] \right\} + 2 \text{tr} \left\{ [B_m - B_s (e,t)]^T [P e U^T - F_B^{-1} B_s (e,t)] \right\} \quad (\text{II} - 11)$$

La matrices A_m étant une matrice d'Hurwitz (voir **annexe B**) donc :

$$A_m^T P + P A_m = - Q \quad (\text{II} - 12)$$

Où : Q est une matrice arbitraire définie positive.

P est la solution de l'équation de Lyapunov (II - 12).

Remarque

Une matrice est dite d'Hurwitz, si et seulement si, ces valeurs propres sont à partie réelle négative ; donc, vérifie le critère de stabilité d'Hurwitz [6].

L'équation (II - 11) s'écrira alors :

$$V = e^T Q e + 2 \operatorname{tr} \left\{ [A_m - A_s(e,t)]^T [P e x^T - F_A^{-1} A_s(e,t)] \right\} + 2 \operatorname{tr} \left\{ [B_m - B_s(e,t)]^T [P e U^T - F_B^{-1} B_s(e,t)] \right\} \quad (\text{II - 13})$$

Le premier terme dans l'équation (II - 13) est négatif pour tout $e \neq 0$. Le deuxième et le troisième termes seront nuls, si on choisit comme loi d'adaptation :

$$A_s(e,t) = F_A (P e) x^T \quad (\text{II - 14})$$

$$B_s(e,t) = F_B (P e) U^T \quad (\text{II - 15})$$

Par intégration des équations (II - 14) et (II - 15), on obtient :

$$A_s(e,t) = \int_0^t F_A (P e) x^t dz + A_s(0) \quad (\text{II - 16})$$

$$B_s(e,t) = \int_0^t F_B (P e) U^t dz + B_s(0) \quad (\text{II - 17})$$

On note, qu'avec les matrices F_A et F_B définies positives, arbitraires, cette synthèse assure la stabilité globale asymptotique de MRAS, pour toute entrée U continue par morceau.

Les résultats obtenus par l'approche de Lyapunov sont très satisfaisants. Le principal inconvénient de cette méthode est dû au fait qu'il n'existe pas une règle générale pour trouver une bonne fonction de Lyapunov.

II .6 .2 Approche d'hyperstabilité et de positivité

La méthode basée sur le concept d'hyperstabilité et de positivité est la plus efficace pour la synthèse des MRAS [6] [11], pour assurer la convergence asymptotique de l'erreur d'une telle structure (fig (II . 7)). La chaîne directe doit vérifier la condition de positivité réelle stricte (SPR), tandis que la chaîne de retour doit satisfaire l'inégalité de Popov (voir **Annexe C**).

Puisque, la matrice A_m est prédéterminée par le choix du modèle de référence, la condition de positivité réelle stricte (SPR) ne peut être toujours vérifiée. Pour cela, on introduit dans la chaîne directe un compensateur linéaire D . Ce compensateur est choisi de telle sorte que le bloc linéaire soit SPR. On utilise alors, pour l'adaptation, non pas le vecteur erreur e , mais un vecteur v défini par [6], [11] :

$$v = D e \quad (\text{II - 18})$$

Où : D est une matrice constante de dimension $n \times n$.

Avec cette nouvelle formulation, les matrices $A_s(e,t)$ et $B_s(e,t)$ peuvent être réécrites comme suit [6] :

$$\begin{aligned} A_s(e,t) &= A_s(v,t) = \int_0^t \phi_1(v,t,z) dz + \phi_2(v,t) + A_s(0) \\ B_s(e,t) &= B_s(v,t) = \int_0^t \psi_1(v,t,z) dz + \psi_2(v,t) + B_s(0) \end{aligned} \quad (\text{II} - 19)$$

Où, les premiers termes assurent la mémorisation du mécanisme d'adaptation (action intégrale), et les seconds termes deviennent nulles, quand $v=0$ (c'est à dire $e=0$, action proportionnelle).

ϕ_1 et ψ_1 : matrices de dimensions respectives $n \times n$ et $n \times m$, qui déterminent une relation non linéaire variable dans le temps entre A_s , B_s et les valeurs de $v(z)$ pour $0 \leq z \leq t$.

ϕ_2 et ψ_2 : matrices de mêmes dimensions que ϕ_1 et ψ_1 , qui déterminent une relation non linéaire variable dans le temps entre A_s , B_s et les valeurs de $v(t)$ (elles sont nulles pour $v=0$).

Les relations (II - 18) et (II - 19) définissent la loi d'adaptation. La combinaison des équations (II - 8), (II - 18) et (II - 19) aboutit au système suivant :

$$\begin{aligned} e &= A_m e + w l \\ v &= D e \\ w &= -w l \end{aligned} \quad (\text{II} - 20)$$

$$= \left[\int_0^t \phi_1(v,t,z) dz + \phi_2(v,t) + A_s(0) - A_m \right] x + \left[\int_0^t \psi_1(v,t,z) dz + \psi_2(v,t) + B_s(0) - B_m \right] U$$

La représentation équivalente d'un système MRAS parallèle est illustrée à partir des équations (II - 20). (Voir fig (II . 8))

Maintenant le problème consiste à déterminer le compensateur D_s , de telle sorte à ce que le bloc linéaire est SPR, les matrices ϕ_1 , ϕ_2 et ψ_1 , ψ_2 tel que le bloc non linéaire satisfait l'inégalité de Popov [12] :

$$\eta(0, t_1) = \int_0^{t_1} V^T w dt \geq -\gamma_0^2 \quad (\text{II} - 21)$$

pour tout $t_1 \geq 0$

Où :

V : vecteur d'entrée du système non linéaire.

w : vecteur de sortie du système non linéaire.
 γ_0^2 : Constante positive indépendante de t_1 .

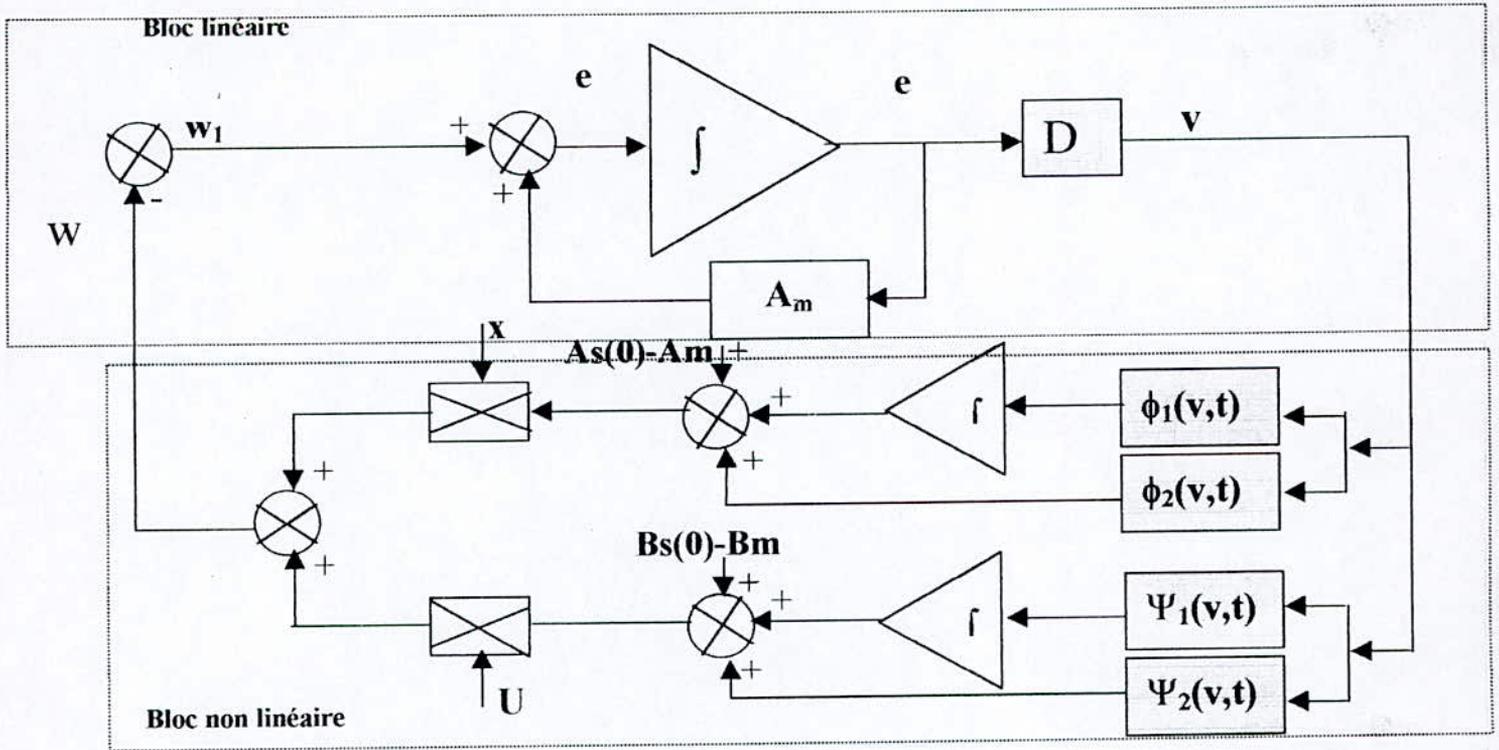


Fig (II . 8) : Représentation équivalente du MRAS parallèle

Pour que le bloc linéaire soit SPR, c'est à dire, il existe une matrice définie positive P et une matrice semi-définie positive Q , tel que :

$$P A_m + A_m^T P = - Q \tag{II - 22}$$

$$P = D$$

Ainsi, le compensateur D est déterminé par la résolution de l'équation de Lyapunov (II - 22). Ceci d'une part, d'autre part, le bloc non linéaire doit satisfaire l'inégalité de Popov :

$$\eta(0, t_1) = \int_0^{t_1} V^T \left[\int_0^{t_1} \phi_1(v, t, z) dz + \phi_2(v, t) + A_0 \right] x dt + \int_0^{t_1} V^T \left[\int_0^{t_1} \psi_1(v, t, z) dz + \psi_2(v, t) + B_0 \right] U dt \geq -\gamma_0^2 \tag{II - 23}$$

Avec :

$$A_0 = A_s(0) - A_m$$

$$B_0 = B_s(0) - B_m$$

Landau [6] propose plusieurs choix de matrices ϕ_1, ϕ_2 et ψ_1, ψ_2 , qui satisfassent cette inégalité (Voir **annexe D**).

Parmi les solutions proposées :

$$\phi_1(v, t, z) = F_A(t-z) v(z) [G_A x(z)]^T \quad (\text{II - 24 - a})$$

$$\phi_2(v, t) = F_A'(t) v(t) [G_A'(t) x(t)]^T \quad (\text{II - 24 - b})$$

$$\psi_1(v, t, z) = F_B(t-z) v(z) [G_B x(z)]^T \quad (\text{II - 24 - c})$$

$$\psi_2(v, t) = F_B'(t) v(t) [G_B'(t) x(t)]^T \quad (\text{II - 24 - d})$$

pour $z \leq t$

Où :

$F_A(t-z)$ et $F_B(t,z)$ sont des matrices définies positives, dont les transformées de Laplace sont des matrices de transfert positives réelles possédant un pôle à l'origine.

G_A et G_B sont des matrices constantes définies positives.
 $F_A'(t)$, $F_B'(t)$, $G_A'(t)$ et $G_B'(t)$ sont des matrices définies positives (ou semi-définies) variables dans le temps.

Avec ceci, la convergence globale asymptotique de l'erreur est assurée. La représentation équivalente est illustrée dans fig (II . 9).

Quelques choix particuliers :

Les matrices décrites par les équations (II - 24), peuvent être choisies sous la forme suivante[6] :

$$F_A(t-z) = F_A > 0 \quad (\text{II - 25 - a})$$

$$F_B(t-z) = F_B > 0 \quad (\text{II - 25 - b})$$

Pour $t-z \geq 0$

$$F_A(t) = F_A' \quad (\text{II - 25 - c})$$

$$F_B(t) = F_B' \quad (\text{II - 25 - d})$$

$$G_A(t) = G_A' \quad (\text{II - 25 - e})$$

$$G_B(t) = G_B \quad (\text{II - 25 - f})$$

Pour $t \geq 0$

On obtient, alors, une loi d'adaptation du type PI.

On peut aboutir aussi à une loi du type « intégrale + Relay adaptatif », en choisissant d'autres formes des matrices citées ci-dessus [6].

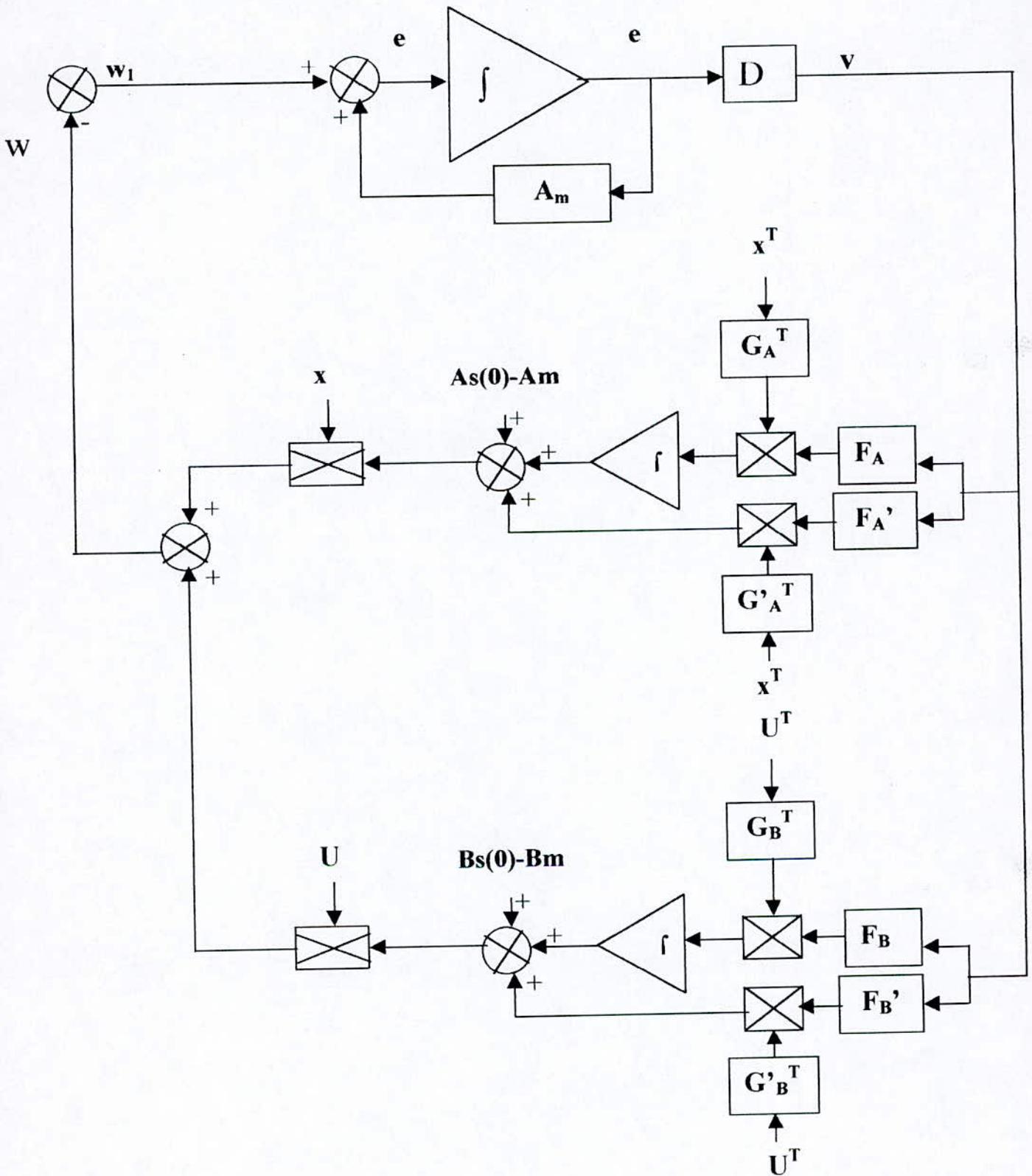


Fig (II . 9) : Représentation équivalente du MRAS parallèle

II.7 Conclusion

Dans ce chapitre, on a traité les différentes configurations et classifications des systèmes MRAS, les hypothèses nécessaires pour établir de tels systèmes, la description mathématique, la représentation équivalente par un montage à contre réaction avec une chaîne directe linéaire et invariable dans le temps, qui est nécessaire dans l'étude de la stabilité, et la synthèse du mécanisme d'adaptation.

On a présenté les techniques de base, pour l'analyse de la stabilité et la convergence, pour déterminer les lois d'adaptations.

On trouve la technique basée sur la fonction de Lyapunov qui a prouvé son efficacité, mais ne peut être appliquée pour n'importe quel système, car pour chaque système, on doit lui trouver une fonction de Lyapunov appropriée.

La technique basée sur le concept d'hyperstabilité et de positivité introduite par Popov et une généralisation de la notion de stabilité absolue. Les lois d'adaptations basées sur celle-ci sont très efficaces et très utilisées actuellement.

Dans le chapitre suivant, on va appliquer la théorie des systèmes adaptatifs à modèle de référence dans le domaine de la commande, pour résoudre le problème de poursuite d'un modèle en présence des variations paramétriques et/ou la non-connaissance des valeurs de ces paramètres.

Chapitre III

Résolution du Problème
de Poursuite
d'un modèle par MRAC

CHAPITRE III

RESOLUTION DU PROBLEME DE POURSUITE D'UN MODELE PAR MRAC

III .1 Introduction

Dans le domaine de la commande, la structure MRAS se réduit à la détermination de la loi d'adaptation des paramètres du régulateur.

La commande linéaire par poursuite d'un modèle (LMFC) est très adaptée pour la structure parallèle. L'objectif est de minimiser l'erreur entre les variables d'état (ou les sorties) du modèle de référence et ceux du système commandé. Plusieurs études concernant la sensibilité des performances des systèmes de commande LMFC en présence des variations paramétrique [13], [14], [15] ont montré la nécessité d'introduire les techniques d'adaptation.

Les systèmes de commande adaptative par poursuite d'un modèle (AMFC) représente une classe des systèmes MRAS, dont on peut leurs appliquer, sous certaines conditions, les méthodes de synthèse présentées dans le chapitre précédent.

Dans ce chapitre on va étudier les techniques de commande qui ont tendance à résoudre le problème de poursuite d'un modèle en présence des perturbations paramétriques (problème d'adaptation). On commence par étudier la commande LMFC qui assure la poursuite parfaite du modèle, ensuite la commande AMFC, qui va intervenir pour éliminer l'effet des perturbations paramétriques.

On peut considérer deux approches [6] :

- 1- Adaptation paramétrique (fig (III . 2)).
- 2- Adaptation par signal de synthèse (fig (III . 3)).

Ces deux configurations sont équivalentes. Dans ce travail, on va s'intéresser surtout à la deuxième approche.

III .2 Systèmes de commande linéaire par poursuite d'un modèle (LMFC)

Dans cette partie, on s'intéresse à développer un contrôleur qui assure une poursuite parfaite d'un modèle de référence. La structure de ce régulateur est similaire à celle d'un retour d'état (Fig (III . 1)). La loi de commande est générée à partir d'un retour (feedback) linéaire et d'une action directe (feedforward) de l'entrée U_m et le vecteur d'état x_m du modèle de référence. L'objectif est de minimiser l'erreur d'état généralisée e .

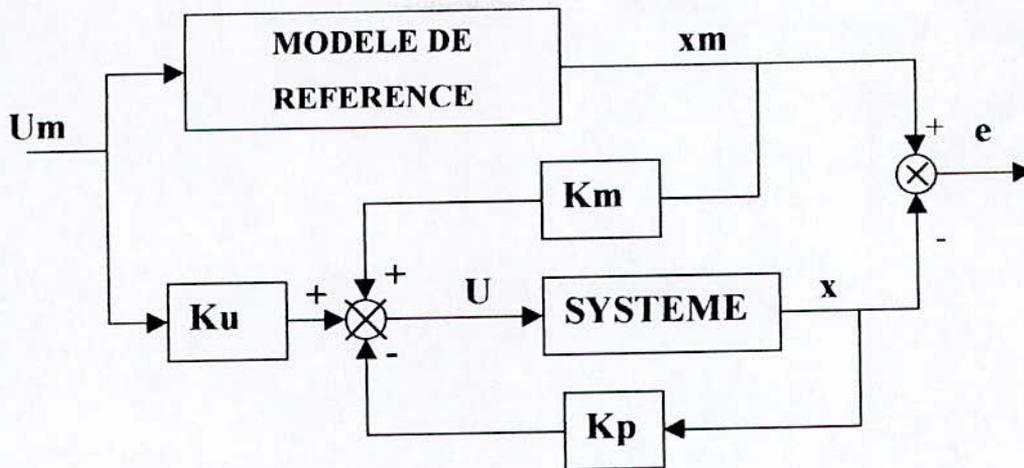


Fig (III . 1) : Commande linéaire par poursuite d'un modèle (LMFC)

Le système LMFC est décrit par les équations suivantes :

-Le modèle de référence :

$$x_m = A_m x_m + B_m U_m \tag{III - 1}$$

-Le système à commander :

$$x = A x + B U \tag{III - 2}$$

-La commande :

$$U = - K_p x + K_m x_m + K_u U_m \tag{III - 3}$$

K_p , K_m et K_u : matrices constantes.

Les paires (A, B) et (A_m, B_m) sont stabilisables, A_m est une matrice d'Hurwitz (c'est à dire, le modèle de référence est asymptotiquement stable).

On définit l'erreur d'état généralisée comme suit :

$$e = x_m - x \tag{III - 4}$$

Pour assurer une poursuite parfaite, la dynamique de l'erreur doit être imposée. En utilisant les équations (III - 1), (III - 2) et (III - 4), cette dynamique est définie par :

$$e = (A_m - B K_m) e + [A_m - A + B (K_p - K_m)] x + (B_m - B K_u) U_m \quad (\text{III - 5})$$

Ainsi il suffit d'imposer la condition suivante :

$$[A_m - A + B (K_p - K_m)] x + (B_m - B K_u) U_m = 0 \quad (\text{III - 6})$$

où : $x \in \mathcal{R}^n$, $U_m \in C^m$ (C^m : espace des commandes admissibles).

Donc, pour n'importe quel vecteur d'état x et entrée de référence U_m on aura :

$$\begin{aligned} A_m - A + B (K_p - K_m) &= 0 \\ B_m - B K_u &= 0 \end{aligned} \quad (\text{III - 7})$$

De cette façon, la dynamique de l'erreur est définie par la matrice $(A_m - B K_m)$, qui doit être une matrice d'Hurwitz, pour assurer la stabilité asymptotique [6].

De l'équation (III - 7), on obtient :

$$\begin{aligned} B (K_p - K_m) &= A - A_m \\ B K_u &= B_m \end{aligned} \quad (\text{III - 8})$$

La solution des équations (III - 8) existe, si et seulement si [16] :

$$\text{rang } B = \text{rang } [B, (A_m - A)] = \text{rang } [B, B_m] \quad (\text{III - 9})$$

Une classe de solutions peut être obtenue par l'utilisation de la pseudo-inverse de B , notée B^+ .

En multipliant B^+ à gauche par les équations (III - 8) (Si B^+ existe), on obtient :

$$\begin{aligned} K_m - K_p &= B^+ (A_m - A) \\ K_u &= B^+ \cdot B \end{aligned} \quad (\text{III - 10})$$

où : $B^+ = (B^T B)^{-1} B^T$ est appelé la pseudo-inverse gauche. Son existence est liée à la condition que $B^T B$ soit une matrice non singulière.

B^+ a comme propriété :

$$B^+ \cdot B = I$$

I : matrice identité.

En introduisant les expressions (III - 10) dans (III - 7), on aboutit à :

$$\begin{aligned} (I - B B^+) (A_m - A) &= 0 \\ (I - B B^+) B_m &= 0 \end{aligned} \quad \text{(III - 11)}$$

Les équations (III - 11) sont les conditions suffisantes pour l'existence de solution de la commande LMFC, mais elles ne sont pas nécessaires. Elles sont connues sous le nom des conditions d'Erzberger [17], [18].

REMARQUE :

Si B est une matrice carrée non singulière, alors $B^+ = B^{-1}$. Dans ce cas, les équations (III - 11) sont toujours vérifiées.

Si les conditions d'Erzberger ne sont pas vérifiées, ça ne veut pas dire que la commande LMFC n'est pas applicable. Donc, on essaie de trouver une solution de telle façon à ce que l'équation (III - 6) soit vérifiée, sans faire appel à la pseudo-inverse. Si non, on change le modèle de référence de telle sorte à ce que ces conditions seront vérifiées [19]. Si on ne trouve pas de solutions, on peut utiliser une autre méthode pour la synthèse de la commande LMFC, en appliquant la théorie de la commande optimale linéaire. Cette méthode consiste à minimiser un critère de performance quadratique qui engendre l'erreur d'état entre le système et le modèle de référence et l'entrée qui agit sur le système, après on aura défini, sous certaines conditions, la loi de commande optimale [20], [21], [22].

Une autre méthode pour exprimer la poursuite parfaite d'un modèle est de trouver un nouveau système avec un vecteur d'état augmenté $X^T = [x_m^T \ x^T]$, où U est l'entrée et e la sortie [6].

Algorithme de commande :**Données :**

- Mettre le système linéaire ou non linéaire sous la forme (III - 2) « dans le cas non linéaire, rejeter les non linéarités aux perturbations , sous la forme $x = Ax + Bu + d$, où d est le terme englobant les non linéarités ».
- Choisir le modèle de référence (III - 1).
- Calcul de K_p de , K_u , K_m à partir de (III - 10).
- Vérifier les conditions (III - 11).

Si les conditions sont vérifiées, alors LMFC est applicable. Si non, l'algorithme n'est pas applicable. Alors, on cherche une solution parmi celles citées au-dessus. Une fois les solutions trouvées , on procède par :

ETAPE 1 : Générer la référence x_m à partir de (III - 1).

ETAPE 2 : Calcul de la commande de (III - 3).

$t = t+1$ revenir à **ETAPE 1**.

III .3 Commande adaptative par poursuite d'un modèle (AMFC) :

Dans le cas où les paramètres du système sont inconnus ou variables dans le temps, la commande LMFC n'est plus applicable. On utilise alors, la commande adaptative par poursuite d'un modèle AMFC .

L'implémentation d'une telle loi, peut se faire de deux manières [6] :

- Adaptation paramétrique (fig (III . 2)).
- Adaptation par signal de synthèse (fig (III . 3)).

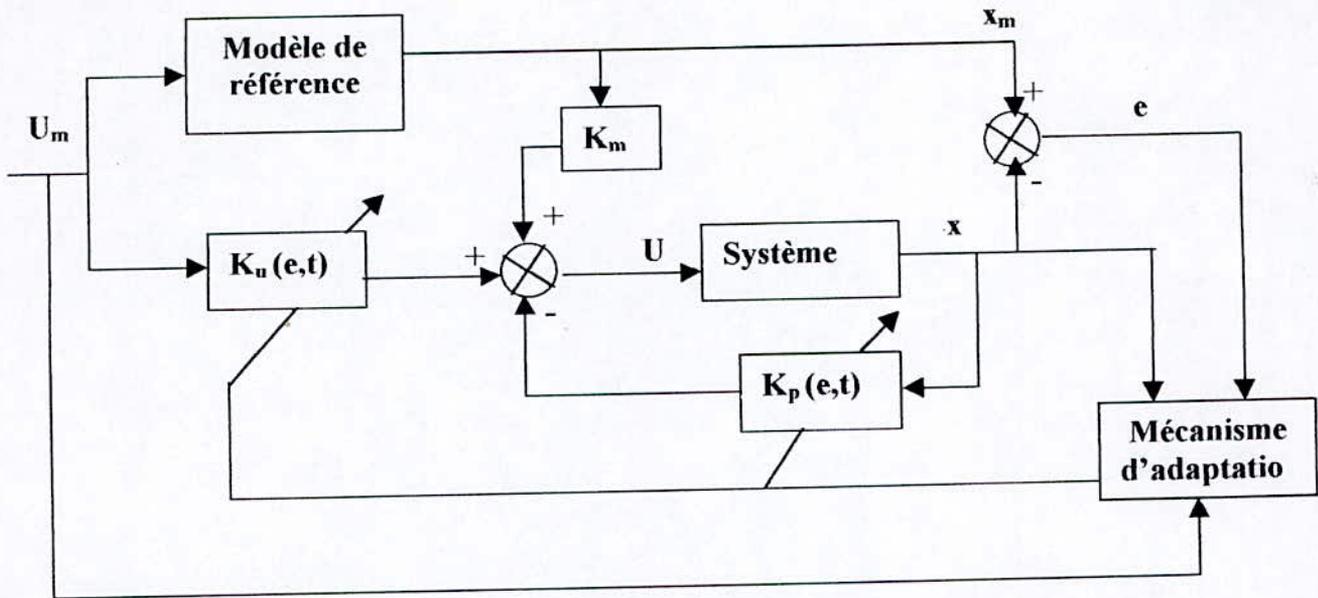


Fig (III . 2) : Structure de la commande AMFC parallèle (adaptation paramétrique)

Dans le cas de l'adaptation paramétrique , l'entrée du système est exprimée par [6] :

$$U = K_p(e,t) x + K_m x_m + K_u(e,t) U_m \tag{III - 12}$$

Où :

$K_p(e,t)$ et $K_u(e,t)$: matrices variables dans le temps dépendant de e .
 K_m : matrice constante .

$K_p(e,t)$ et $K_u(e,t)$ peuvent être exprimées par :

$$\begin{aligned} K_p(e,t) &= K_p - \Delta K_p(e,t) \\ K_u(e,t) &= K_u + \Delta K_u(e,t) \end{aligned} \tag{III - 13}$$

Où, K_p et K_u sont des matrices constantes déterminées à partir de l'algorithme de la commande LMFC.

Avec cette décomposition , on peut écrire :

$$U = U_1 + U_2 \tag{III - 14}$$

Où :

$$\begin{aligned} U_1 &= - K_p x + K_m x_m + K_u U_m \\ U_2 &= - \Delta K_p x + - \Delta K_u U_m \end{aligned}$$

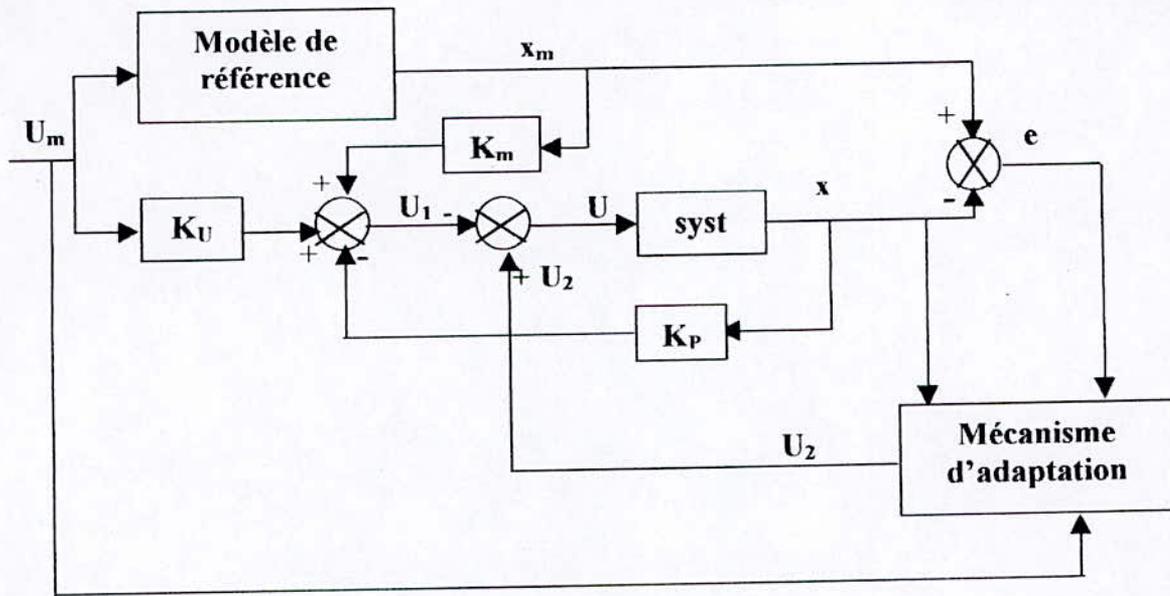


Fig (III . 3) : Structure de la commande AMFC parallèle (adaptation par signal de synthèse)

L'entrée U1 du système représente la commande linéaire. L'entrée U2 est la contribution de la commande adaptative .

Cette technique est connue sous le nom de l'adaptation par signal de synthèse (fig (III . 3)). On voit bien que les deux approches sont équivalentes .

Dans ce qui suit , on va s'intéresser aux systèmes AMFC avec l'adaptation par signal de synthèse . Ces systèmes sont décrits par les équations suivantes :

Le modèle de référence :

$$x_m = A_m x_m + B_m U_m \tag{III - 15}$$

Le système à commander :

$$x = A x + B . U_1 + B . U_2 \tag{III - 16}$$

L'erreur d'état généralisée :

$$e = x_m - x \tag{III - 17}$$

Le signal de commande linéaire :

$$U_1 = -K_p x + K_m x_m + K_u U_m \quad (\text{III - 18})$$

Le signal d'adaptation :

$$U_2 = \Delta K_p x + \Delta K_u U_m \quad (\text{III - 19})$$

où :

x_m et x : vecteurs d'état à n - dimensions

U_m : vecteur de l'entrée de référence à m - dimensions

U_1 et U_2 : vecteurs de commande à m_1 - dimensions

$A_m, B_m, A, B, K_m, K_p, K_u, \Delta K_p, \Delta K_u$: matrices de dimensions appropriées .

L'objectif du mécanisme d'adaptation ,qui calcul les éléments des deux matrices variables dans le temps $\Delta K_p (e,t)$ et $\Delta K_u (e,t)$, est d'assurer la convergence de l'erreur d'état généralisée e vers zéro, sous certaines conditions.

En faisant la transformation de la structure de fig (III . 3) sous forme de fig (II . 6) et à partir des équations (III - 16), (III - 18) et (III - 19) , on trouve :

$$\begin{aligned} x = & [A - B K_p + B K_m + B \Delta K_p (e,t)] x \\ & + B [K_u + \Delta K_u (e,t)] U_m + B K_m e \end{aligned} \quad (\text{III - 20})$$

On aura donc [6] :

$$\begin{aligned} A_s (v,t) &= A - B K_p + B K_m + B \Delta K_p (e,t) \\ B_s (v,t) &= B [K_u + \Delta K_u (e,t)] \end{aligned} \quad (\text{III - 21})$$

En posant :

$$B K_m = K$$

l'équation (III - 20) devient :

$$x = A_s(v,t) x + B_s(v,t) U_m + K e \tag{III - 22}$$

Le mécanisme d'adaptation est défini par le choix suivant [6] :

$$v = D e \tag{III - 23}$$

$$A_s(v, t) = B \left[\int_0^t \phi_1(v, t, z) dz + \phi_2(v, t) \right] + A_s(0) \tag{III - 24}$$

$$B_s(v, t) = B \left[\int_0^t \psi_1(v, t, z) dz + \psi_2(v, t) \right] + B_s(0) \tag{III - 25}$$

Où :

$$A_s(0) = A + B [K_m - K_p + \Delta K_p(0)] \tag{III - 26}$$

$$B_s(0) = B [K_u + \Delta K_u(0)] \tag{III - 27}$$

En introduisant les équations (III - 24) et (III - 25) dans l'équation (III - 21) on trouve :

$$\Delta K_p(e, t) = \Delta K_p(v, t) = \int_0^t \phi_1(v, t, z) dz + \phi_2(v, t) + \Delta K_p(0) \tag{III - 28}$$

$$\Delta K_u(e, t) = \Delta K_u(v, t) = \int_0^t \psi_1(v, t, z) dz + \psi_2(v, t) + \Delta K_u(0) \tag{III - 29}$$

Où : ϕ_1, ψ_1 sont des matrices qui définissent une relation non linéaire variable dans le temps entre $\Delta K_p(v, t)$ et $\Delta K_u(v, t)$ et les valeurs de $v(t)$ et les valeurs de $v(z)$ pour $0 \leq z \leq t$.

ϕ_2, ψ_2 représentent une relation non linéaire variable dans le temps entre $\Delta K_p(v, t)$ et $\Delta K_u(v, t)$ et les valeurs de $v(t)$, tel que, $\phi_2(0, t) = 0$ et $\psi_2(0, t) = 0$, pour tout instant t ;

Maintenant il faut déterminer $D, \phi_1, \phi_2, \psi_1$ et ψ_2 de telle sorte à ce que le système AMFC soit globalement asymptotiquement stable [6].

En combinant les équations (III - 15) à (III - 19), on peut écrire :

$$e = (A_m - B K_m) e + [A_m - A + B (K_p - K_m) - B \Delta K_p(v, t)] x + [B_m - B K_u - B \Delta K_u(v, t)] U_m \tag{III - 30}$$

Dans le cas où la solution du problème de poursuite parfaite d'un modèle existe (solution de la commande LMFC), et en se basant sur les équations (III - 8), on peut écrire :

$$\begin{aligned} A_m - A &= B (K_m - K_p^\circ) \\ B_m &= B K_u^\circ \end{aligned} \quad (\text{III - 31})$$

Où K_p° et K_u° sont les valeurs inconnues de K_p et K_u , qui assurent la poursuite parfaite du modèle .

L'équation (III - 30) devient :

$$\begin{aligned} e &= (A_m - B K_m) e + B [K_p - K_p^\circ - \Delta K_p(v,t)] x \\ &+ B [K_u^\circ - K_u - \Delta K_u(v,t)] U_m \end{aligned} \quad (\text{III - 32})$$

L'équation (III - 32) avec (III - 23) , (III - 28) et (III - 29) définissent un système à retour (feedback) équivalent, décrit par les équations suivantes :

$$e = (A_m - B K_m) e + B w_1 \quad (\text{III - 33})$$

$$v = D e \quad (\text{III - 34})$$

$$w = -w_1$$

$$= [\Delta K_p(v,t) + K_p^\circ - K_p] x + [\Delta K_u(v,t) - K_u^\circ + K_u] U_m$$

$$= \left[\int_0^t \phi_1(v,t,z) dz + \phi_2(v,t) + \Delta K_p^\circ \right] x + \left[\int_0^t \psi_1(v,t,z) dz + \psi_2(v,t) + \Delta K_u^\circ \right] U_m \quad (\text{III - 35})$$

Où :

$$\Delta K_p^\circ = \Delta K_p(0) - K_p - K_p^\circ$$

$$\Delta K_u^\circ = \Delta K_u(0) + K_p - K_u^\circ \quad (\text{III - 36})$$

Ce système peut être divisé en deux parties , les équations (III - 33) et (III - 34) représentent le bloc linéaire invariant dans le temps , par contre l'équation (III - 35) représente le bloc non linéaire invariant dans le temps (fig (III - 4)).

La stabilité asymptotique du système est assurée si la fonction de transfert (voir annexe C) :

$$H(S) = D (S I - A_m + B K_m)^{-1} \quad (\text{III - 37})$$

est SPR, et le bloc non linéaire vérifie l'inégalité de Popov.

Le compensateur D est déterminé par (voir **annexe B**) :

$$D = B^T P \quad (\text{III - 38})$$

Où P est la solution de l'équation de Lyapunov :

$$P A_m + A_m^T P = -Q \quad (\text{III - 39})$$

P : matrice définie positive

Q : matrice semi définie positive

On prend le choix de ϕ_1, ϕ_2, ψ_1 et ψ_2 comme dans le chapitre précédent de telle sorte à ce que le bloc non linéaire vérifie l'inégalité de Popov.

En conclusion, la stabilité asymptotique de l'erreur est assurée. La loi d'adaptation est définie par (III - 28) et (III - 29), et l'ajustement se fait par le signal de synthèse.

Algorithme de commande

Données :

- Mettre le système linéaire ou non linéaire sous la forme (III - 2) (dans le cas non linéaire, rejeter les non linéarités aux perturbations, sous la forme $x = Ax + Bu + d$, où d : le terme englobant les non linéarités).
- Choisir le modèle de référence (III - 1).
- Calcul de K_p, K_u et K_m comme pour la commande LMFC.
- Choisir P et Q et calculer D de (III - 38).
- Choisir les matrices définies par (II - 24).
- Choisir $\Delta K_p(0)$ et $\Delta K_u(0)$.

ETAPE 1 : Générer la référence x_m à partir de (III - 1).

ETAPE 2 : Calcul de la commande linéaire U_1 dans (III - 18).

ETAPE 3 : Adaptation des paramètres ΔK_p et ΔK_u en utilisant (III - 28) et (III - 29).

Calcul du signal de synthèse U_2 dans (III - 19).

ETAPE 4 : Calcul de la commande globale U dans (III - 14).

$t = t+1$ revenir à **ETAPE 1**.

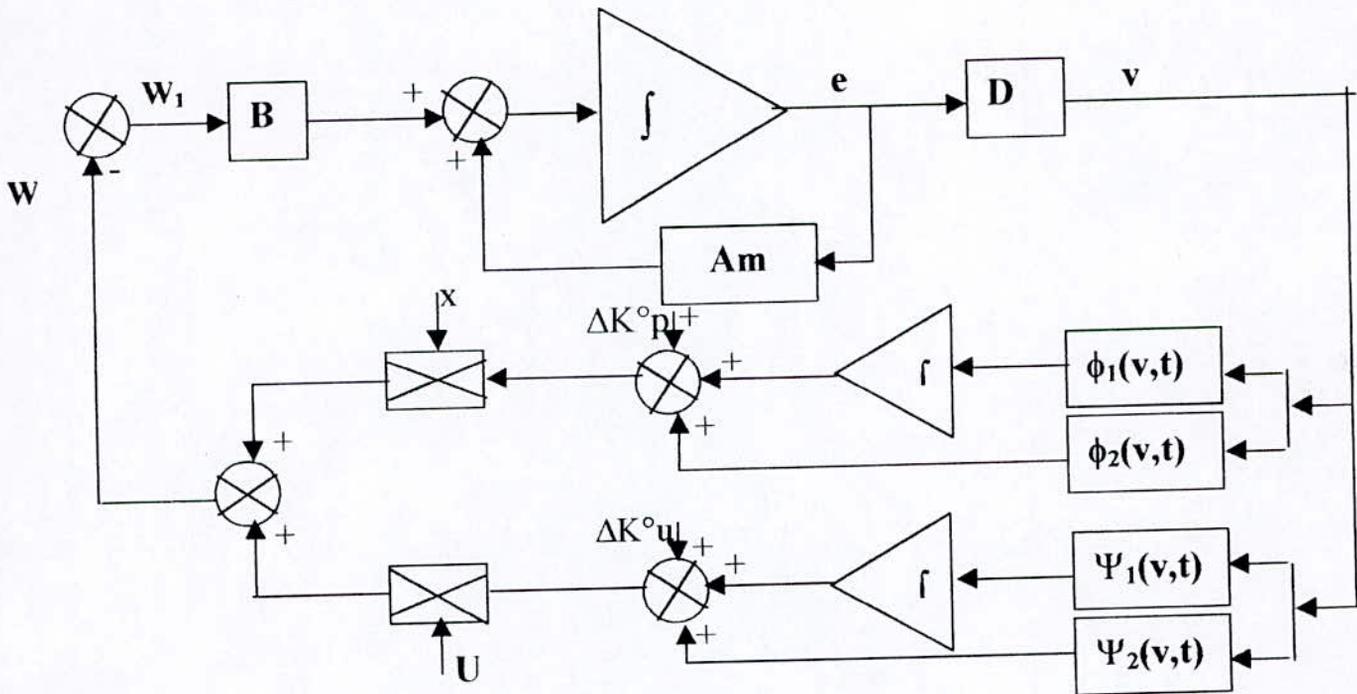


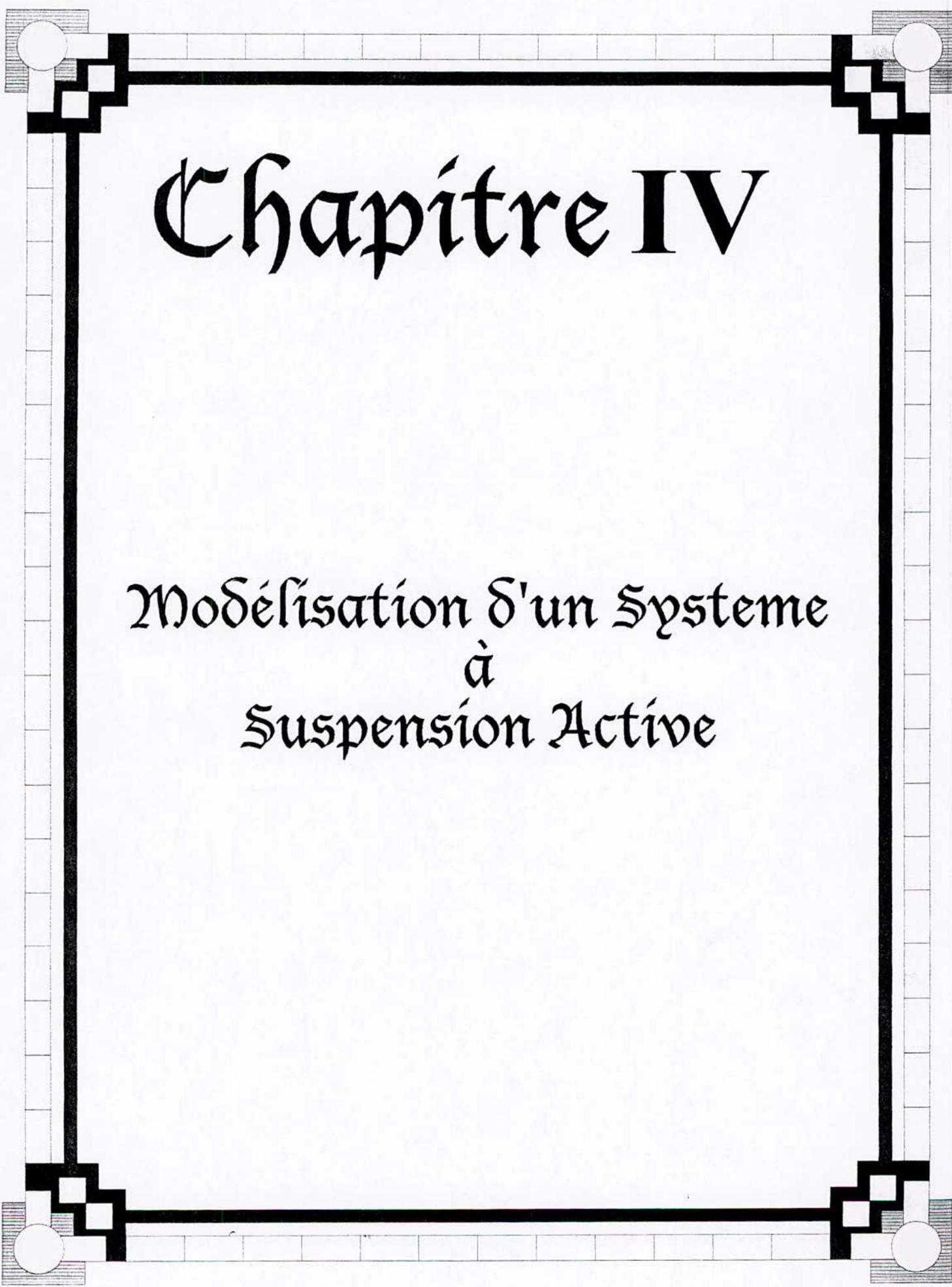
Fig (III . 4) : Représentation équivalente de l'évolution de l'erreur

III.4 Conclusion

Dans ce chapitre , on peut conclure plusieurs idées de base :

- Le système AMFC est une extension du système LMFC dans le cas ou les paramètres du système à commander sont inconnus ou variant dans le temps.
- Le problème de la commande AMFC peut être étudié comme une synthèse des systèmes MRAS dans le cas ou la solution de la poursuite parfaite d'un modèle existe.
- Les systèmes AMFC sous la structure parallèle sont essentiellement utilisés pour la poursuite d'un modèle de référence [6].

Dans ce qui va suivre , et après avoir étudié le problème de poursuite d'un modèle , où on a vu la commande LMFC dans le cas d'un système à paramètres constants, et la commande AMFC, dans le cas des systèmes à paramètres inconnus et/ou variants dans le temps, on va étudier la commande d'un système à suspension active en utilisant la technique AMFC.



Chapitre IV

Modélisation d'un Systeme
à
Suspension Active

CHAPITRE IV

MODELISATION D'UN SYSTEME A SUSPENSION ACTIVE

IV .1 Introduction

Les systèmes à suspension des véhicules roulants sont, en générale, conçus à l'aide d'éléments passifs. Les performances de la suspension ne sont pas vraiment satisfaisantes. On appelle ce type de systèmes, les suspensions passives.

Il existe une autre classe de suspensions plus performante, faite à partir d'éléments actifs. Ces systèmes sont le fruit de plusieurs années d'études et de recherches. Grâce au développement de la micro-électronique, en particuliers les microprocesseurs, il est aujourd'hui possible de rendre ces systèmes, qui sont appelés les suspensions actives, facile à implémenter.

Dans ce chapitre, on va donner une description mathématique de ses systèmes, en commençant par la suspension passive, ensuite la suspension active.

IV .2 Modèle d'une Suspension passive

Dans la plupart des véhicules classiques, les systèmes à suspension passive sont composés d'un amortisseur et d'un ressort à caractéristiques fixes [24]. Malgré leurs avantages certains, comme la simplicité dans leurs réalisations, leurs performances restent limitées. Ces performances sont, en générale, le confort et la sécurité. Le rôle de l'ingénieur concepteur des systèmes à suspension pour véhicules est de trouver un compromis entre les caractéristiques qui assurent un maximum de performances désirées.

La description du modèle d'un système à suspension pour véhicules roulants consiste à étudier le quart d'une voiture à quatre roues. Le schéma de fig (III . 1) montre ça.

La moitié des deux côtés latéraux du véhicule a été condensée en un seul bloc, où M est le quart de la masse du véhicule.

L'essieu et la roue sont représentés par une seule masse m . Les deux masses M et m sont liées par des éléments passifs, l'amortisseur et le ressort, de paramètres intrinsèques respectifs d et k . Ces éléments développent une force U supposée être appliquée, avec la même intensité mais de sens opposé, au châssis et à l'essieu.

Le pneu est représenté par un ressort de raideur radiale h . Il est supposé assurer un contact ferme avec la route afin de satisfaire l'exigence de sécurité.

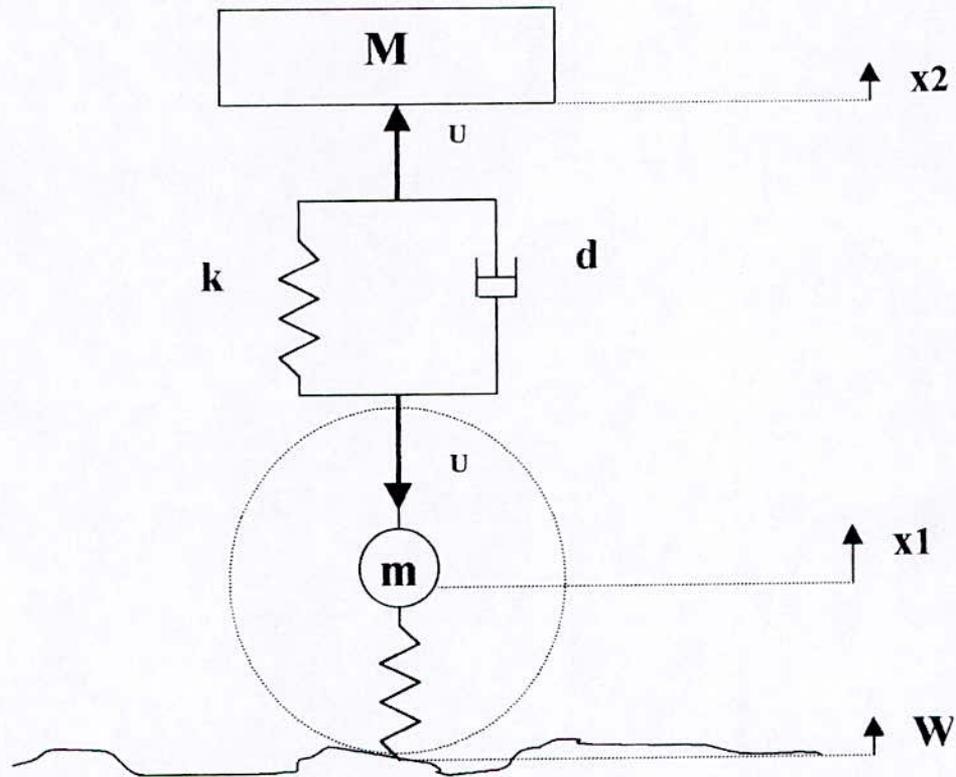


Fig (IV . 1) : Modèle d'un système à une suspension passive

La modélisation de la suspension se base sur quelques suppositions :

- Le véhicule roulant se déplace à des vitesses relativement petites (cas des chariots transportant les malades), seules les perturbations verticales provenant du sol sont retenues.
- On note $W(t)$ la forme de la route. Elle est supposée avoir de faibles amplitudes.
- Sous l'excitation de la composante verticale de la surface de la route $W(t)$, on suppose que les masses M et m peuvent effectuer seulement des déplacements verticaux respectivement x_2 et x_1 , à partir des positions initiales d'équilibre.
- Le contact de la roue avec le sol est supposé limité en un point.

En utilisant les lois de la dynamique (Lagrange, Newton), le mouvement du système est décrit par les équations différentielles linéaires suivantes :

$$\begin{aligned} m \ddot{x}_1 + d(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k(x_1 - x_2) + h(x_1 - W) - f &= 0 \\ M \ddot{x}_2 - d(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k(x_1 - x_2) - f &= 0 \end{aligned} \quad (\text{IV - 1})$$

On posant :

$$x_1 = x_3$$

$$x_2 = x_4$$

les équations (IV-1) peuvent être représentées dans l'espace d'état comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + DW(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (\text{IV - 2})$$

Avec : $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T$

Où $x(t)$ est le vecteur d'état du système, $W(t)$ est une perturbation due à l'irrégularité de la route, elle est considérée comme un bruit blanc intégré [23], [24].

Les matrices A, D et C sont données par :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{-(h+k)}{m} & \frac{k}{m} & \frac{-d}{m} & \frac{d}{m} \\ \frac{k}{M} & \frac{-k}{M} & \frac{d}{M} & \frac{-d}{M} \end{bmatrix} ; \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{h}{m} \\ 0 \end{bmatrix} ; \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

tel que :

A : représente la matrice de la dynamique du véhicule

D : vecteur de perturbation

C : matrice de sortie ou d'observation

Toutes les variables d'état (x_1 à x_4) étant supposées à leurs positions d'équilibre, c'est à dire, Zéro à $t = 0$ sec.

En supposant que les masses M et m , les raideurs k et h , et le facteur d'amortissement d invariants dans le temps, les équations (IV - 2) représente le modèle d'un système linéaire invariant dans le temps.

Les résultats de simulations d'un tel système, en choisissant $W(t)$, à partir de $t=0\text{sec}$, un échelon unité, sont illustrés dans la fig (IV . 2). Les valeurs des paramètres du système sont conçues pour les chariots de transport des malades dans les hôpitaux.

$$M = 35 \text{ Kg} , m = 3,3 \text{ Kg} , h = 80.000 \text{ N/m}$$

$$k = 3000 \text{ N/m} , d = 250 \text{ N.s/m}$$

D'après fig (IV . 2) , on remarque clairement que la réponse du système n'est pas acceptable, en prenant en considération, le rôle que ce système joue dans le transport des malades.

Le premier dépassement de x_2 (la charge) atteint 1,40 pour une variation de zéro à un $W(t)$. La charge se stabilise dans l'intervalle de 0,8 sec à 1sec. Le système est très lent. Donc le confort n'est pas vraiment assuré. Pour x_1 (la roue), on remarque pendant l'état transitoire plusieurs oscillations dont la plus grande en amplitude atteint un dépassement de 40 % à 45 % de $W(t)$. On risque d'avoir un décollement, où la roue se détache de la route, donc on ne peut pas assurer la sécurité.

Pour ce type de système, on peut pas intervenir pour régler ces problèmes, car on voit bien qu'il est autonome. Le problème qui se pose est que ce système ne possède pas d'entrée extérieure où on peut agir et le commander.

Remarque :

La seule entrée que le système à suspension passive possède est $W(t)$, et il doit la suivre. Donc, $W(t)$ est une perturbation qui déstabilise le système, mais aussi une entrée de référence pour x_1 et x_2 .

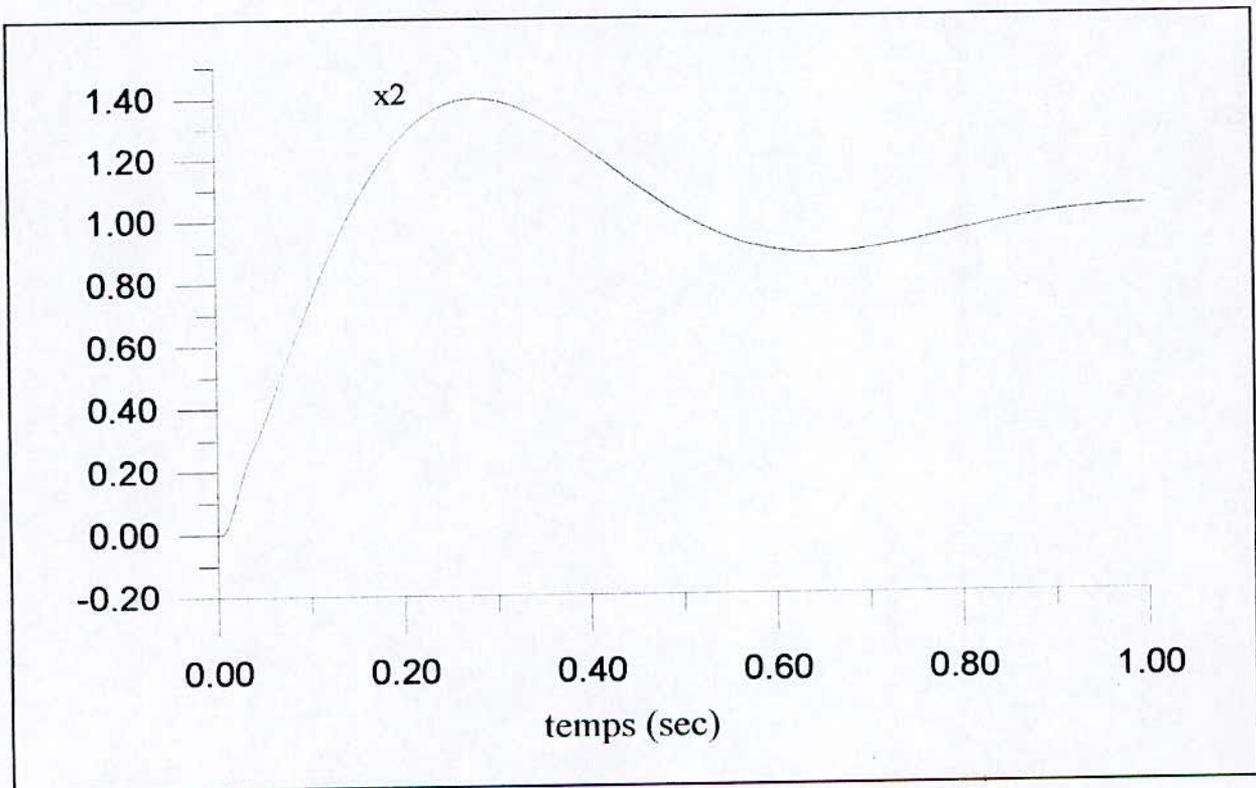
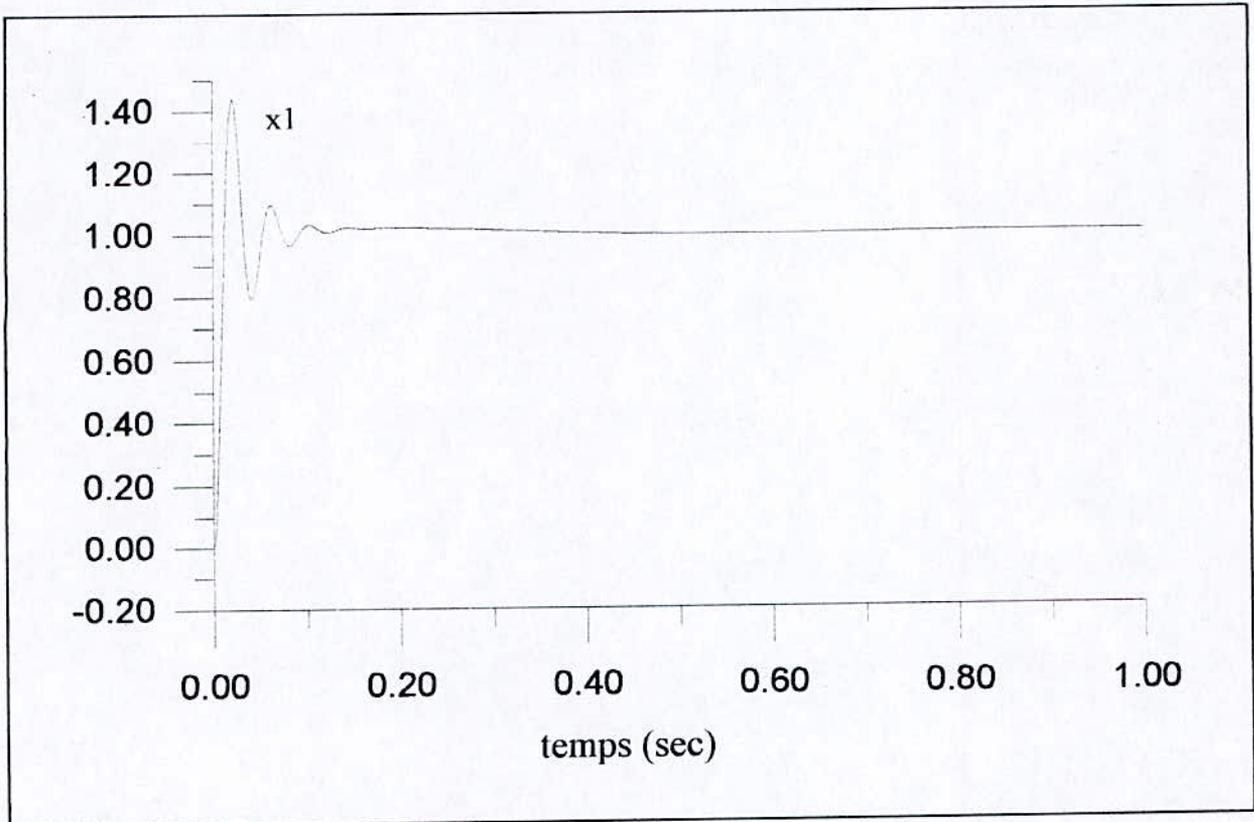


Fig (IV . 2) : Réponses du système à suspension passive

IV .3 Modèle d'une suspension active

Dans le but de régler les problèmes cités dans le paragraphe précédent, on doit créer une entrée extérieure au système à suspension passive pour pouvoir le commander.

L'idée est d'incorporer un actionneur en parallèle avec le système à suspension passive, comme schématisé à fig (IV . 3). Cette structure parallèle est la plus utilisée [26].

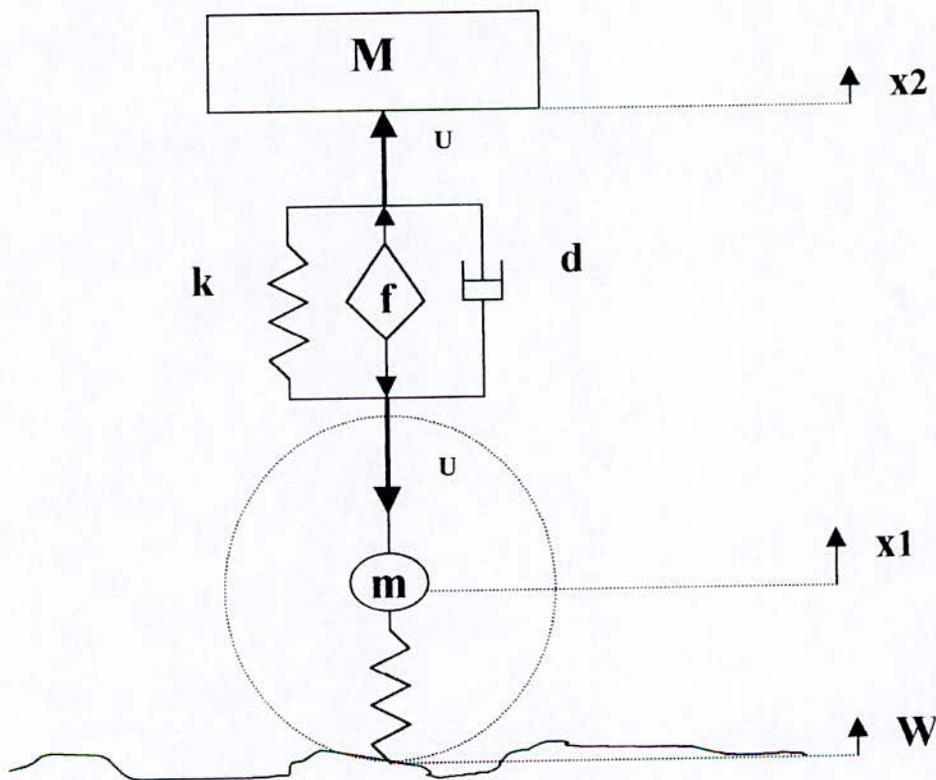


Fig (IV . 3) : Modèle d'un système à une suspension active

Dans ce cas, les deux masses M et m sont connectées l'une à l'autre à travers un élément actif (l'actionneur) qui crée une force supplémentaire en parallèle avec l'amortisseur et le ressort pour former un système à suspension active.

Cet actionneur génère des forces développées par une stratégie de commande élaborée par un microprocesseur, à partir des informations mesurées des états du système et de l'entrée $W(t)$.

Dans le cas linéaire, le système invariant dans le temps de fig (IV . 3) est représenté par le modèle mathématique suivant [25], [27], [28] :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A x(t) + B f(t) + D w(t) \\ y(t) &= C x(t) \end{aligned} \quad (\text{IV - 3})$$

avec $x(0) = x_0$

où :

$$B = [0 \ 0 \ -1/m \ 1/M]^T$$

A , D , C , $x(t)$ et $W(t)$ sont les mêmes que ceux dans la relation (IV - 2).

IV .4 Conclusion

Après avoir trouvé les équations différentielles qui modélisent le système à suspension active, il ne nous reste qu'à étudier une stratégie de commande et déterminer ses lois pour pouvoir commander ce système et le rendre plus performant.

Dans ce qui suit, on va appliquer la commande adaptative par modèle de référence, étudiée dans les chapitres précédents, sur ce système et on va voir quelles sont les performances atteintes.

Chapitre V

Application de la Commande
MRAC sur
Un Systeme a Suspension Active

CHAPITRE V

APPLICATION DE LA COMMANDE MRAC SUR UN SYSTEME A SUSPENSION ACTIVE

V.1 Introduction

Dans cette partie, le problème de synthèse des systèmes à suspension active utilisés pour le transport des patients à l'intérieur des hôpitaux, sera présenté.

La technique de commande, appliquée au système (IV - 3), est la commande AMFC. L'étude consiste à synthétiser une commande qui assure la poursuite parfaite du modèle de référence et une deuxième commande qui sera calculée pour éliminer l'effet des variations du système illustré dans le chapitre IV (suspension active).

V.2 Critères de performance

Lors de la conception d'une suspension active, deux critères majeurs sont pris en considération [24], [25] :

- Le confort
- La sécurité

Pour le confort, on peut l'exprimer par l'absence des vibrations mécaniques dans le véhicule ou les accélérations sur le passager.

Notons, que si M est maintenue constante alors l'accélération x_2 est proportionnelle à la force U.

Pour la sécurité, c'est l'aptitude pour le véhicule de garder les roues en contact permanent avec le sol, c'est à dire, maintenir la quantité $(x_1 - W)$ relativement faible ou minimale.

D'un point de vue technique, il est évident que le confort et la sécurité peuvent être limités par la distance $(x_1 - x_2)$, pour qu'il n'y est pas d'écrasement du système physique. Cette distance est appelée espace d'excursion de la suspension.

D'après fig (IV . 2) et l'application de la loi de Newton, on peut exprimer U tel que :

$$U(t) = M x_2 \quad (V - 1)$$

Donc :

$$U(t) = G^T x(t) + f(t) \quad (V - 2)$$

Où :

$$G^T = [k \quad -k \quad d \quad -d]$$

De (IV - 3), (V - 1) et (V - 2), on arrive à l'expression suivante :

$$x(t) = A_1 x(t) + B U(t) + D W(t) \quad (V - 3)$$

Où :

$$A_1 = A - B G^T$$

La suspension active peut être décrite aussi par l'équation (V - 3), c'est le modèle idéal.

Le but principal du concepteur de la suspension active est d'arriver à la minimisation des grandeurs U , $(x_1 - W)$ et $(x_1 - x_2)$.

Une façon de procéder à cette minimisation, est de considérer un critère quadratique [25], [29] :

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [q_1 (x_1 - W)^2 + q_2 (x_1 - x_2)^2 + R_0 U^2] dt \quad (\text{V - 4})$$

Où : q_1 , q_2 et R_0 sont des facteurs de pondération qui restent à fixer sur la base de considérations pratiques.

Ce critère de performance exprime les contraintes posées sur la commande U , c'est à dire, l'accélération x_2 , sur le décollement dynamique de la roue $(x_1 - W)$ et sur l'espace de fonctionnement de la suspension $(x_1 - x_2)$.

Ce critère peut être aussi exprimé sous la forme matricielle suivante [24] :

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [(x - r)^T Q_1 (x - r) + U^T R_1 U] dt \quad (\text{V - 5})$$

avec :

$$R_1 = [R_0]; \quad Q_1 = C^T Q_0 C; \quad Q_0 = \begin{bmatrix} q_1 + q_2 & -q_2 \\ -q_2 & q_2 \end{bmatrix}; \quad r = [W \ W \ 0 \ 0]^T$$

En remplaçant la relation (V - 2) dans (V - 5), on trouve :

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [(x - r)^T Q_2 (x - r) + 2x^T S_1 f + f^T R_1 f] dt \quad (\text{V - 6})$$

avec :

$$Q_2 = [Q_1 + G R_1 G^T]; \quad S_1 = G R_1$$

En considérant que W est un bruit blanc intégré [25], c'est à dire, $W(t) = \gamma(t)$, le système peut être réécrit sous la forme :

$$\dot{X}(t) = A X(t) + B f(t) + E \gamma(t) \quad (\text{V - 7})$$

où :

$$X = x - r$$

$$E = [-1 \ -1 \ 0 \ 0]^T$$

$\gamma(t)$ est un bruit blanc

Le critère quadratique sera [25] :

$$\prod_r = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \left(\int_0^{\infty} [X^T Q_2 X + 2X^T S_1 f + f^T R_1 f] dt \right) \quad (V - 8)$$

Après avoir vérifié la stabilité, la contrôlabilité et l'observabilité du système considéré, la solution optimale stochastique du problème exprimé par (V - 7) et (V - 8) est donnée comme suit [25] [30] :

$$f^* = - R_1^{-1} [B^T P + S_1^T] X \quad (V - 9)$$

Où P est une matrice définie positive, constante, symétrique ; et elle est solution de l'équation de Ricatti :

$$P A_2 + A_2^T P - P B R_1^{-1} B^T P + Q_3 = 0 \quad (V - 10)$$

Avec :

$$A_2 = A - B R_1^{-1} S_1^T ; Q_3 = Q_2 - S_1 R_1^{-1} S_1^T$$

On pose :

$$J = - R_1^{-1} [B^T P + S_1^T] \quad (V - 11)$$

De (V - 5), on peut écrire :

$$r = M.W \quad (V - 12)$$

Avec :

$$M = [1 \ 1 \ 0 \ 0]^T$$

En implémentant la commande optimale (V - 9) dans le système (IV - 3) et en utilisant les expressions (V - 11) et (V - 12), on aura le système asservi optimal suivant :

$$x^* = A^* x^* + B^* W \quad (V - 13)$$

Avec :

$$A^* = A + B J$$

$$B^* = D - B J M$$

Pour une variation de la forme de la route W de l'état initial à un échelon unité, la simulation numérique effectuée avec les données suivantes :

$$\begin{aligned} M &= 35 \text{ Kg} ; m = 3,3 \text{ Kg} ; h = 80000 \text{ N/m} ; R_0 = 10^{-9} ; \\ K &= 3000 \text{ N/m} ; d = 250 \text{ N.s / m} ; q_1 = 2 ; q_2 = 1 \end{aligned}$$

donne les réponses du système montrées dans fig (V . 1)

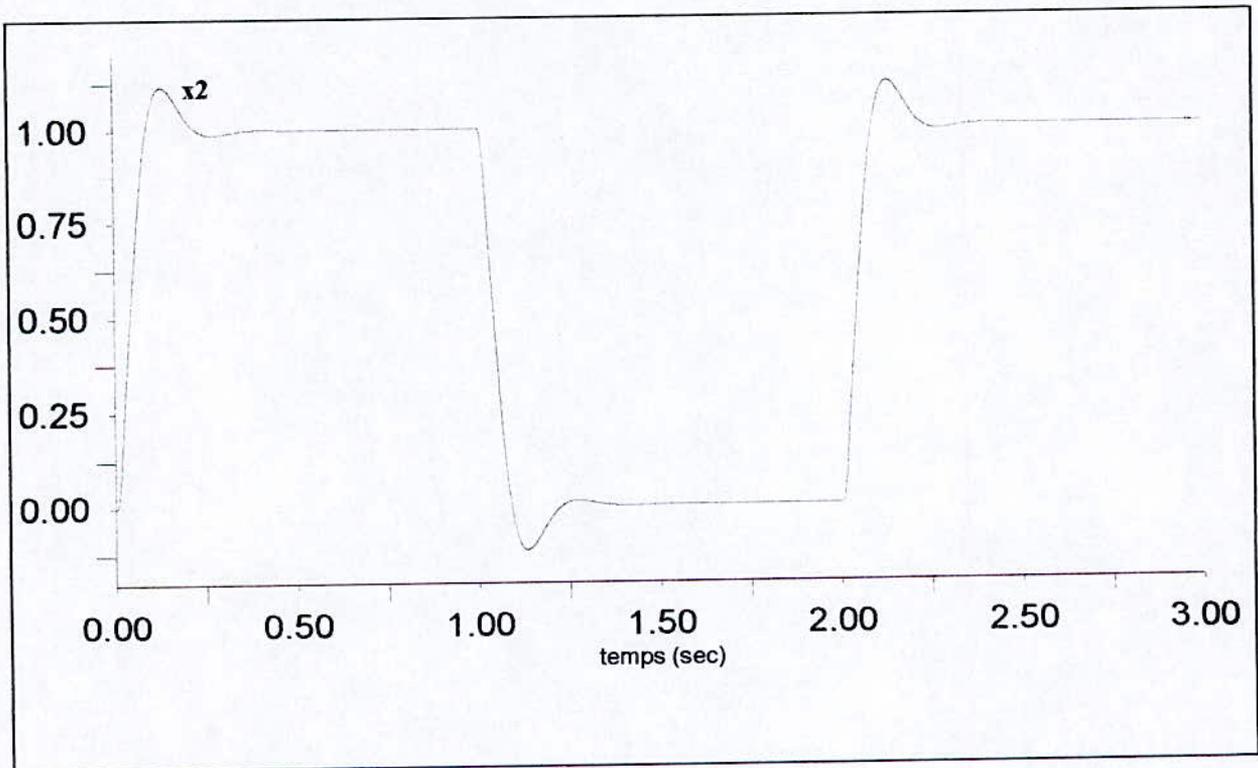
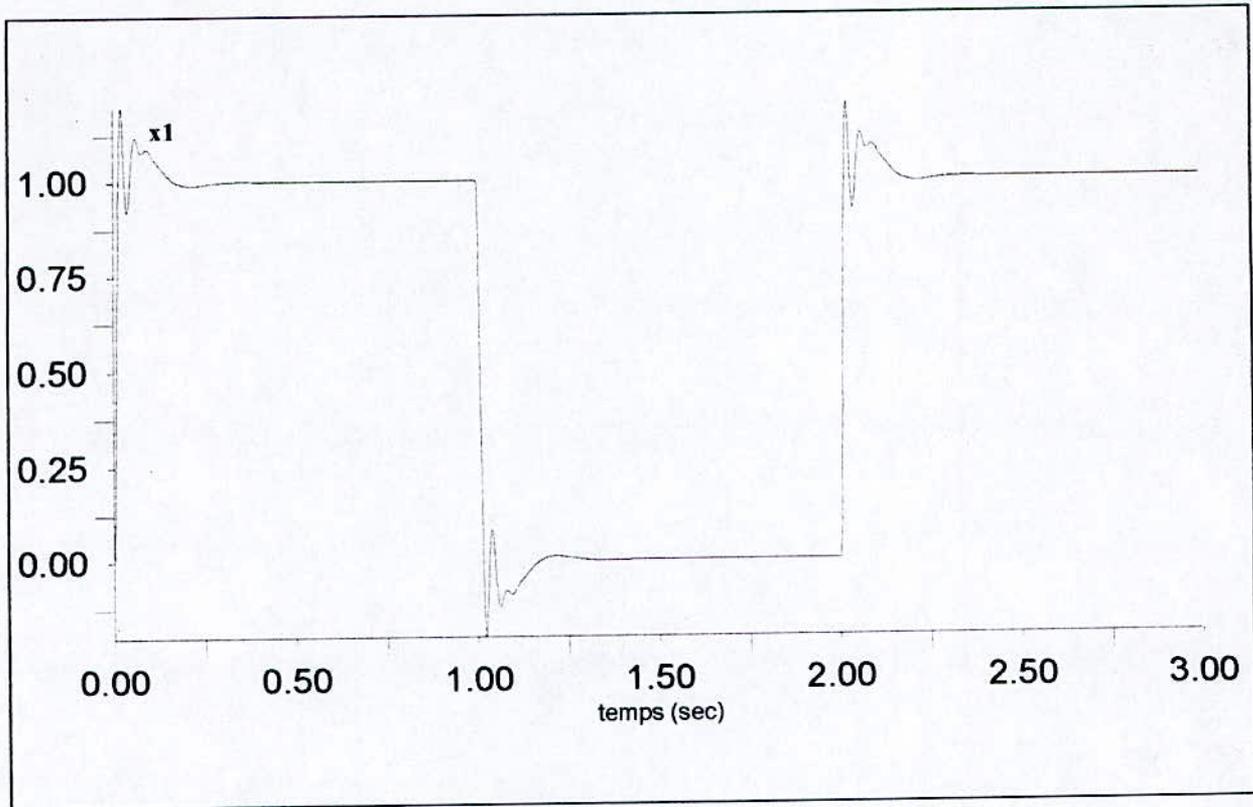


Fig (V . 1) : Réponses optimales de la suspension active

Remarques :

- Les réponses du système sont les sorties x_1 et x_2 , elles décrivent les déplacements respectifs de la roue et la charge.
- Les données des paramètres du système, citées ci-dessus, sont propres à un chariot de transport des malades dans les hôpitaux, et elles seront utilisées dans le reste du présent travail.
- Les réponses du système sont de dimensions normalisées par rapport au variation de $W(t)$, car la valeur maximale, que peut prendre $W(t)$ en réalité, est 0,1 m..
- En comparant ces réponses avec celles de la suspension passive, on remarque qu'il y a moins d'oscillations pour x_1 , x_2 .
- Les deux états ont des déplacements faibles, par rapport au système passif.
- Le système active se stabilise rapidement.

Conclusion :

Les performances du système optimal sont très satisfaisantes, toutes en garantissant le confort, la sécurité et l'espace de fonctionnement de la suspension.

Ces résultats, nous ont conduit à choisir le système optimal (V - 13) comme modèle de référence. Dans ce qui va suivre, on notera :

$$x_m = x^*$$

$$A_m = A^*$$

$$B_m = B^*$$

Donc le modèle de référence sera décrit par :

$$x_m = A_m x_m + B_m W \quad (V - 15)$$

Avec :

$$A_m = A + B J$$

$$B_m = D - B J M \quad (V - 16)$$

$$x_m = [x_{m1} \ x_{m2} \ x_{m3} \ x_{m4}]^T$$

x_m : est le vecteur d'état du modèle de référence.

V.3 Application de la commande MRAC sur le système à suspension active

Le but de notre travail est de synthétiser une loi de commande qui assure une poursuite parfaite du modèle de référence et élimine l'effet des vibrations paramétriques sur les sorties du système commandé.

La technique choisie, pour atteindre ces exigences, est la commande AMFC. En suivant l'algorithme de cette commande, décrite au chapitre III, on aura :

Données :

- **Le modèle de référence :** (voir l'équation (V - 15))
- **Le modèle réel :** (voir l'équation (IV - 3))
- **Calcul de K_p , K_u et K_m :**

On a constaté que les conditions d'Erzberger (III - 10) ne sont pas vérifiées. Donc, on propose la solution suivante :

Puisque la commande optimale injectée dans le système, pour établir le modèle de référence, a la même structure que la commande LMFC, alors, on va l'utiliser comme la commande linéaire pour la poursuite parfaite du modèle de référence.

On utilisant les équations (III - 3), (IV - 3), (V - 16) et (III - 4), et en choisissant $K_m = 0$, on aboutit à l'équation dynamique d'erreur :

$$e = A_m e + B (K_p + J) x - B_0 (K_u + J.M) W$$

Pour que le terme cité à (III - 6) soit nul, il suffit de prendre :

$$K_p = -J$$

$$K_u = -J.M \quad (V - 17)$$

$$K_m = 0$$

- **Choix de P et Q et calcul de D :**

$Q = I_{4 \times 4}$; $I_{4 \times 4}$: matrice identité de dimension (4 x 4).

P est calculée à partir de l'équation de Lyapunov (III - 39).

Le compensateur $D = B^T P$ (**Annexe B**).

- **Choix des matrices de gain :**

On adopte le choix d'un régulateur adaptatif de type PI (Voir (II - 25)).

- **Choix des valeurs initiales de ΔK_p et ΔK_u :**

$$\Delta K_p(0) = 0$$

$$\Delta K_u(0) = 0$$

Le mécanisme d'adaptation génère un signal de commande f , tel que :

$$f = U_1 + U_2$$

$$U_1 = -K_p x + K_u W$$

$$U_2 = \Delta K_p x + \Delta K_u W$$

$$K_p = -J$$

$$K_u = -J M$$

ΔK_p et ΔK_u sont définies par (III - 28), (III - 29), (II - 24) et (II - 25).

En suivant l'algorithme de commande, détaillé dans le chapitre III, on aboutit aux résultats des différentes simulations suivantes :

V.4 Simulations et Résultats

Les simulations numériques ont été effectuées par **MATLAB** software, et pour une entrée échelon unité de $W(t)$ répété chaque une seconde.

Les valeurs des paramètres du système sans variations paramétriques sont données ci dessus.

V.4.1 Poursuite du Modèle de Référence Sans Perturbations Paramétrique

Dans cette expérience, on commande le système sans faire varier les paramètres, pour étudier la poursuite parfaite du modèle de référence.

Les résultats obtenus sont illustrés dans fig (V . 2) :

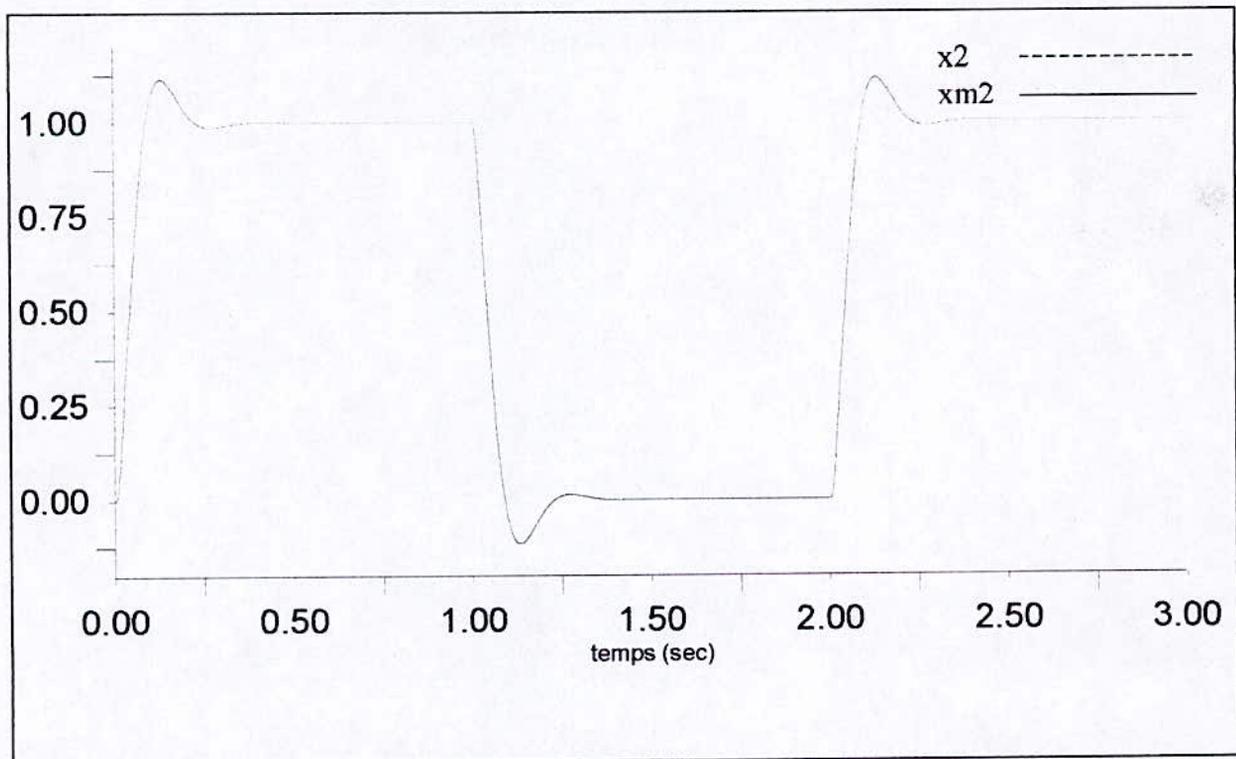
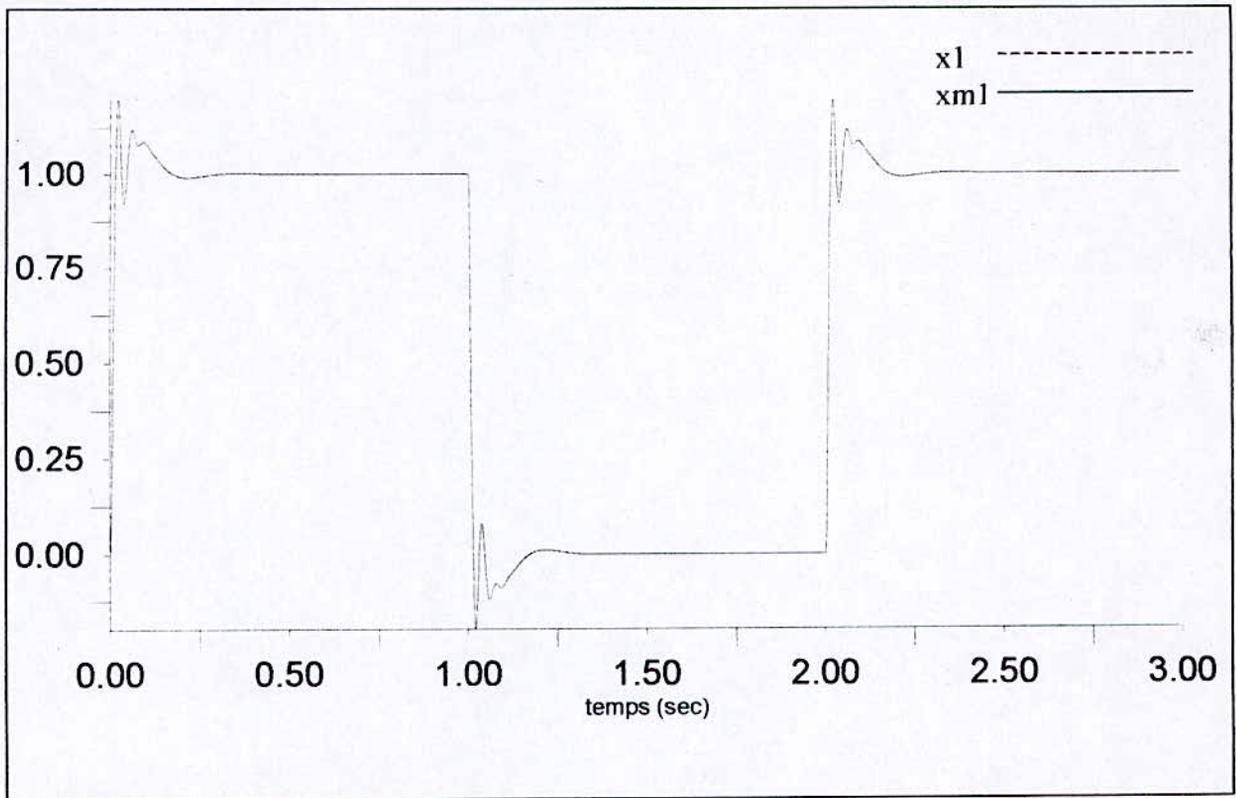


Fig (V . 2 . a) : Réponses du système réel et du modèle de référence

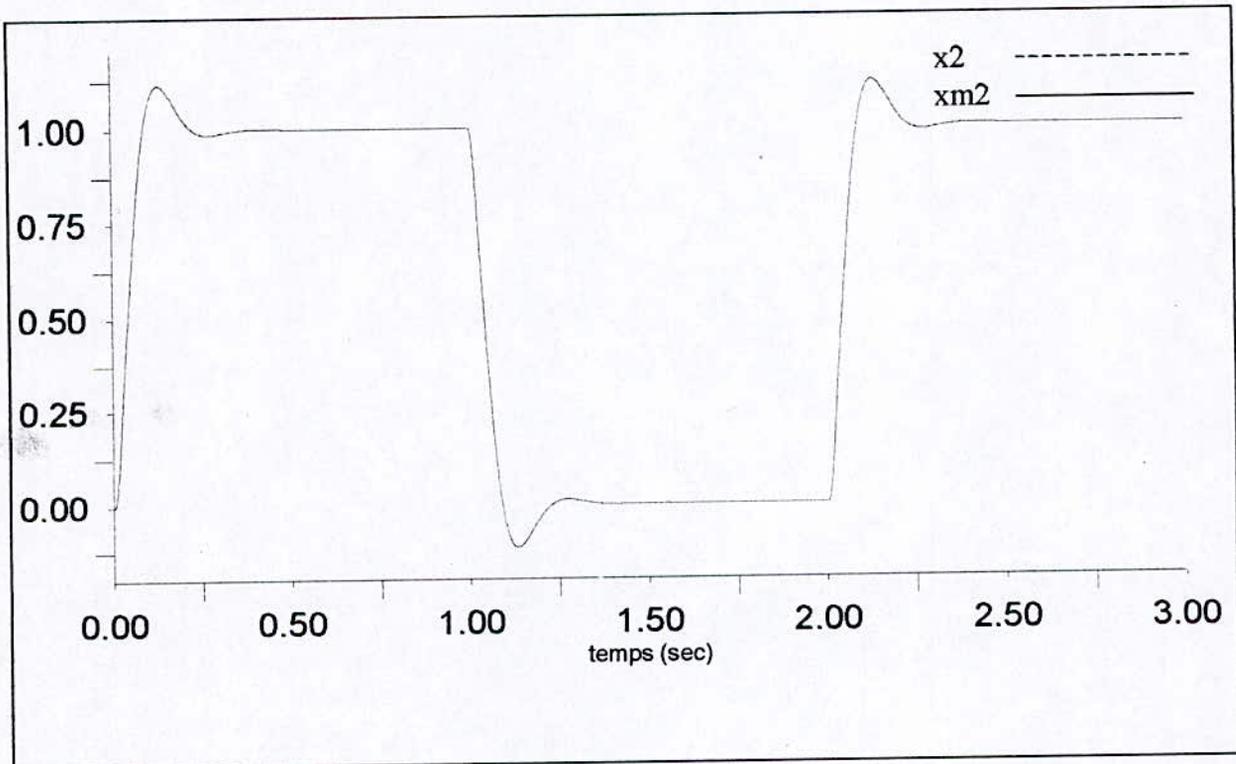
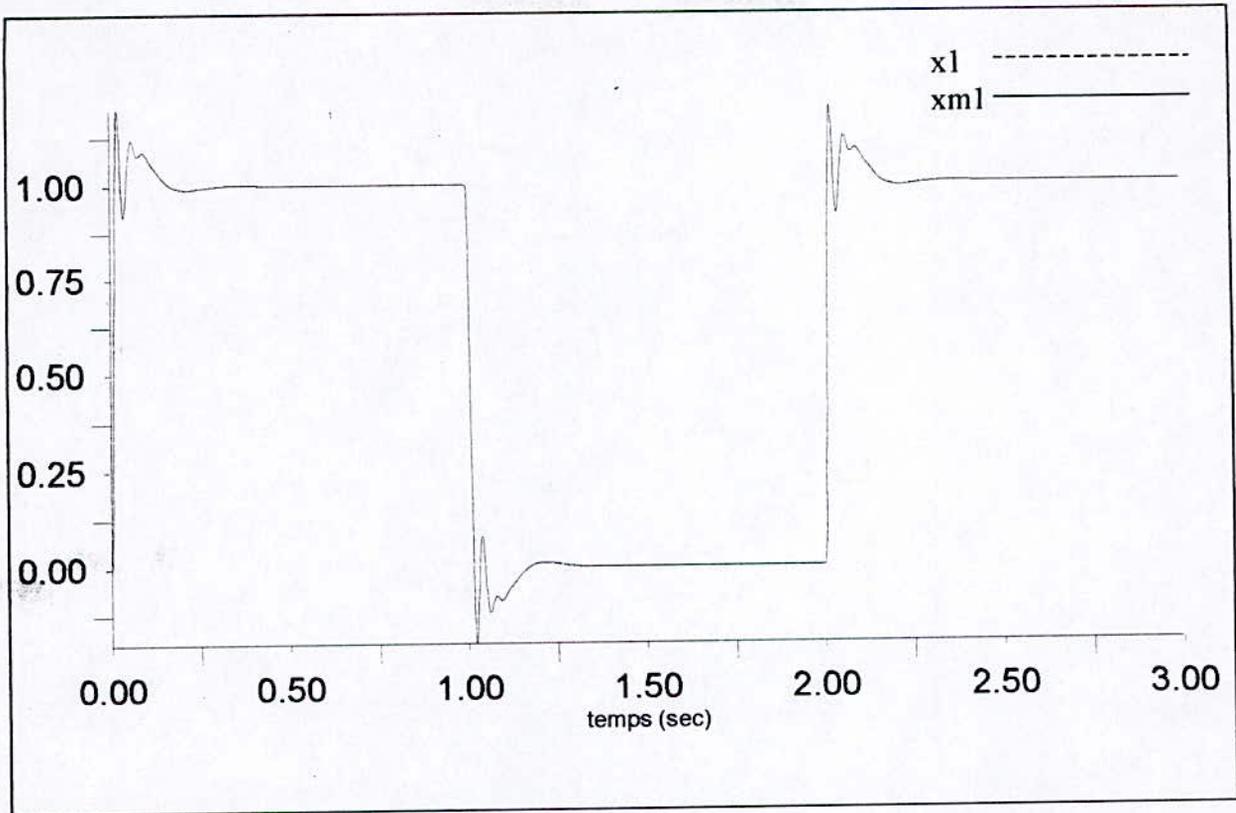


Fig (V . 2 . a) : Réponses du système réel et du modèle de référence

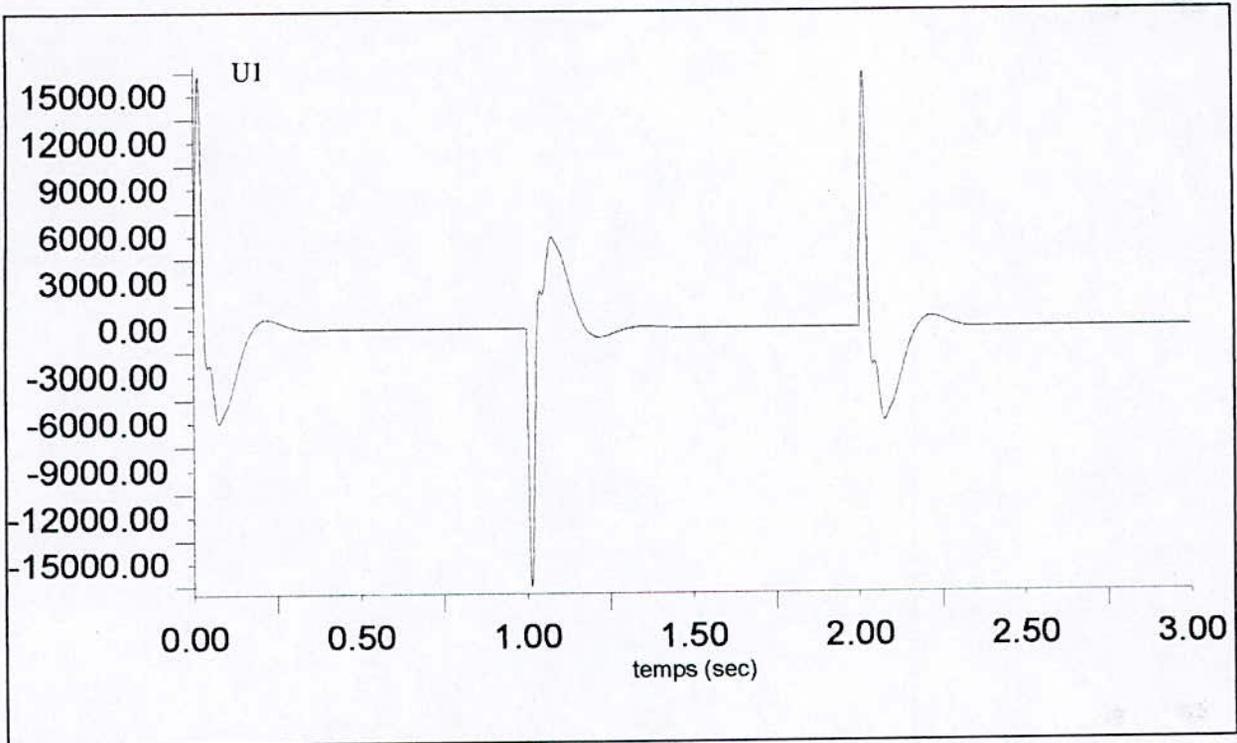


Fig (V . 2 . b) : Allure des commandes agissant sur le système réel

Fig (V . 2) : Résultats des simulations sans variation des paramètres du système réel

On remarque que le système suit parfaitement le modèle de référence. C'est tout à fait normal, car on a injecté dans le système la même commande linéaire utilisée dans le modèle de référence. Pour les commandes, on constate que seul U_1 agit sur le système, pour assurer la poursuite du modèle de référence, tandis que U_2 est pratiquement nulle, car il n'y a pas lieu de variation paramétrique.

Après avoir réglé le problème de poursuite, sans introduire les variations paramétriques, on va aborder le problème d'adaptation en présence de ces perturbations internes du système.

V.4.2 Adaptation avec variation de la masse M de la charge

Dans cette essai, on va varier le paramètre M . En premier lieu, on diminuera la valeur de M jusqu'à **25 Kg**; ensuite, on va l'augmenter à **45 Kg**. Les résultats de simulation sont illustrés dans fig (V.3) et fig (V.4).

Pour $M = 25$ Kg, on remarque (fig (V.3)) que la réponse x_2 (position de la charge) est rapide relativement à x_{m2} du modèle de référence. Le dépassement maximal atteint (1.05), il est faible par rapport à ce lui de x_{m2} .

On peut dire que les deux réponses x_1 et x_2 s'adaptent très vite, si on analyse la fig (V.3.b) de l'allure de l'erreur de sortie. L'erreur maximale de x_1 ne dépasse pas (0,09) et elle est pratiquement nulle à l'instant 0,3 s. L'erreur maximale de x_2 est de (-0,11) à l'état transitoire, ensuite elle diminue, jusqu'à l'instant (0,3s à 0,4s), où elle devient négligeable.

Donc, on peut dire que le système s'adapte de façon satisfaisante, et cette variation du paramètre M n'influe pas vraiment sur les performances du système commandé.

Et même pour les commandes U_1 et U_2 (fig (V.3.c)), on peut dire qu'elles sont admissibles, car pour la commande linéaire U_1 , elle est entre -13000 N/m et 13000 N/m, et la commande d'adaptation U_2 est entre -300 N/m et 2500 N/m.

En augmentant M à 45 Kg, on remarque, d'après fig (V.4.a), que x_1 suit la référence du modèle avec une légère erreur. L'évolution de x_2 est lente relativement à x_{m2} avec un dépassement maximum de (1.19), tandis que x_{2m} , atteint au premier dépassement (1.12).

Ces performances sont acceptables, vu l'allure de l'erreur de sortie fig (V.4.b), où la valeur maximum de $e_1 = x_{m1} - x_1$ ne dépasse pas (0,08). Même chose pour $e_2 = x_{m2} - x_2$.

Les commandes U_1 et U_2 sont acceptables, où U_1 varie entre -20000 N/m et 20000 N/m, et U_2 est inclus dans l'intervalle -1500 N/m à 600 N/m.

A la fin, on peut dire que le système asservi présente des performances acceptables, et la commande AMFC appliquée au système est robuste vis à vis des variations du paramètre M .

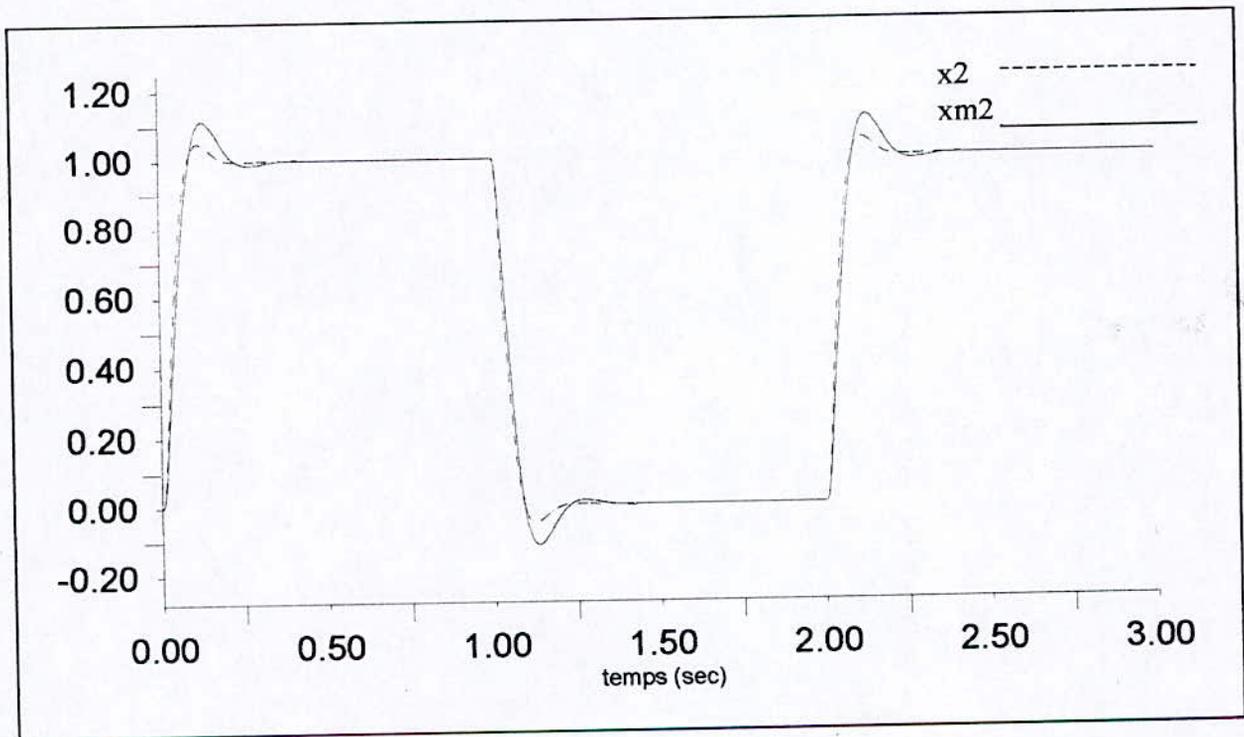
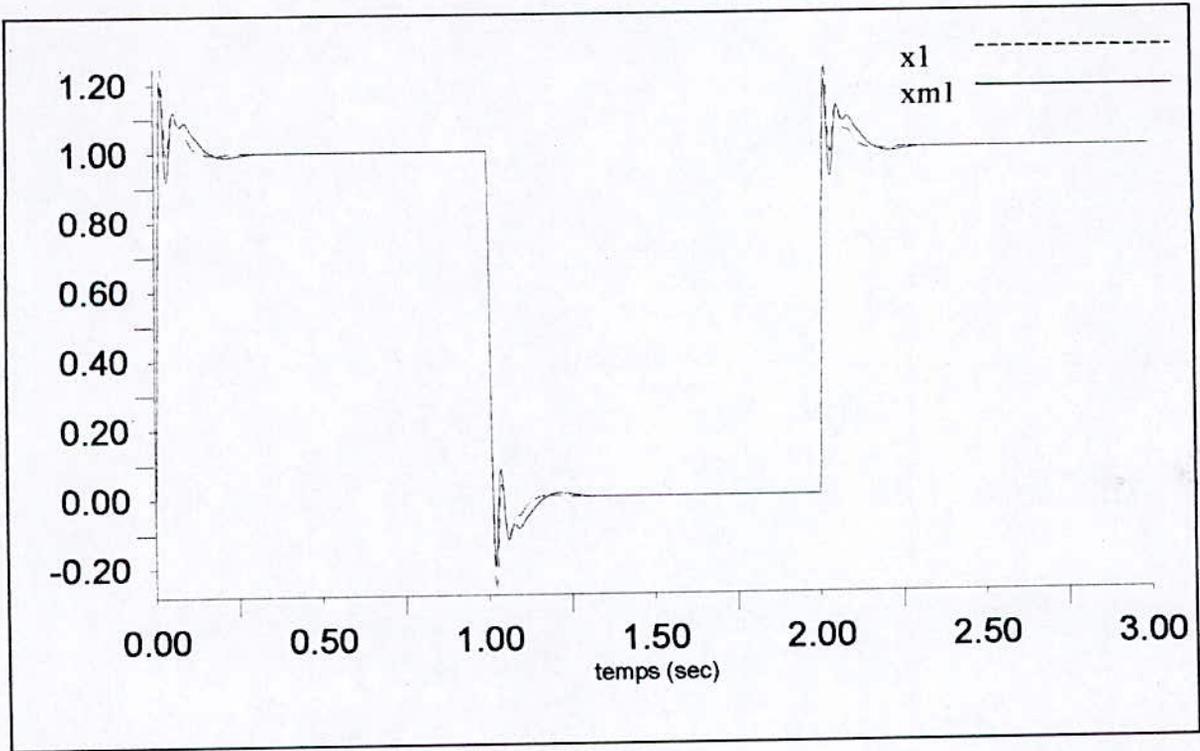


Fig (V . 3 . a) : M = 25 Kg

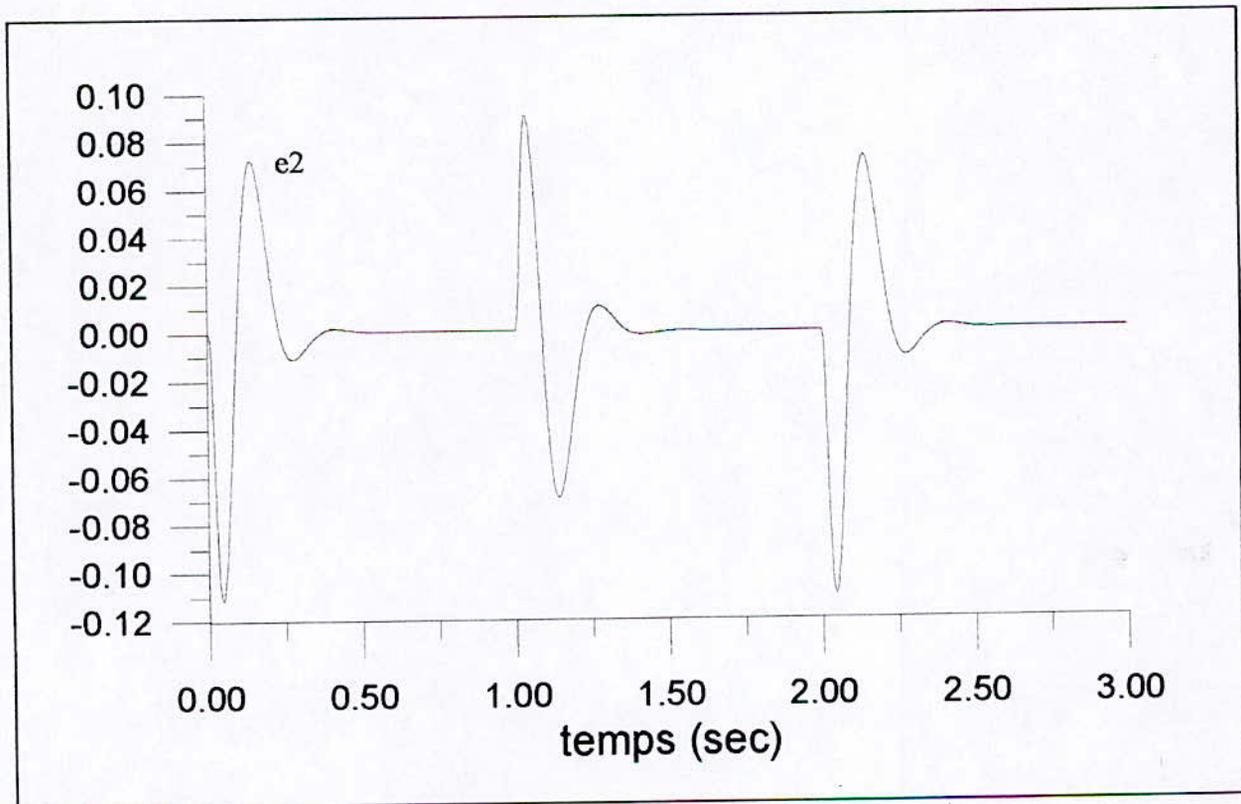
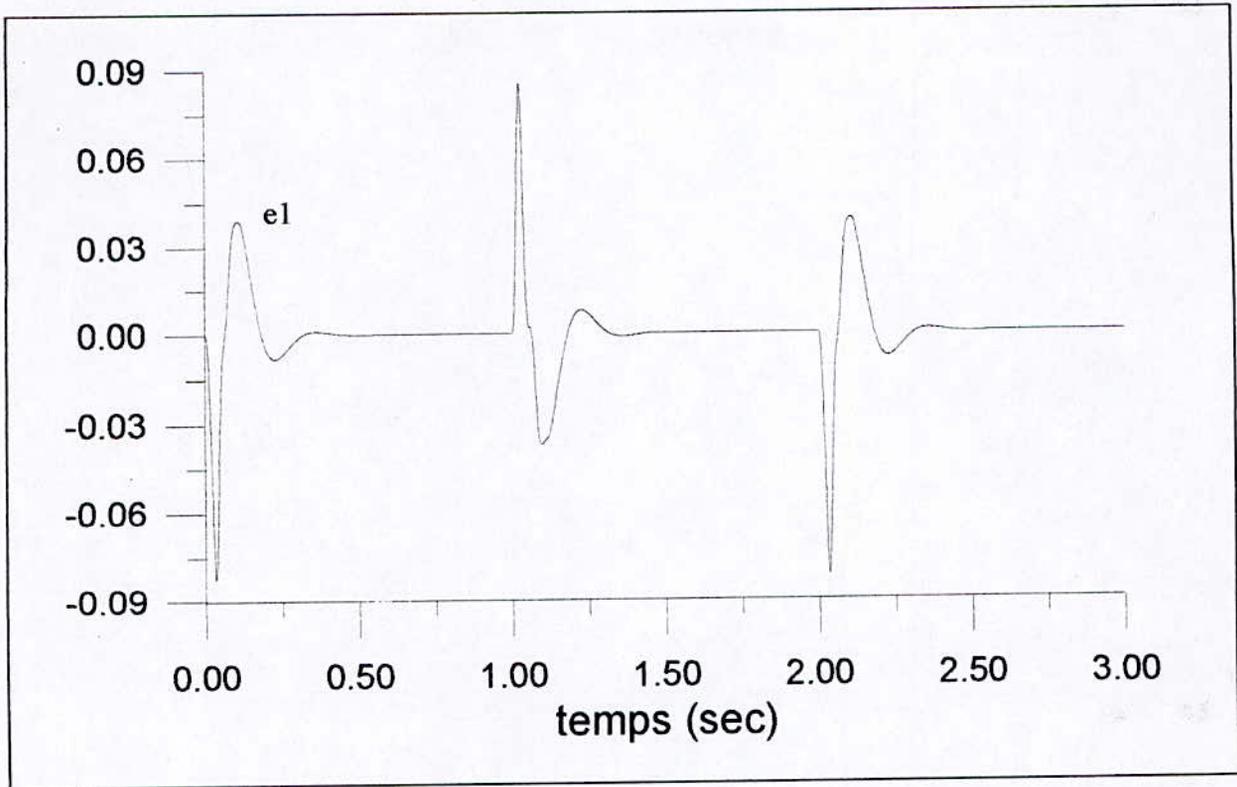


Fig (V . 3 . b) : Allures de l'erreur de sortie ($M = 25 \text{ Kg}$)

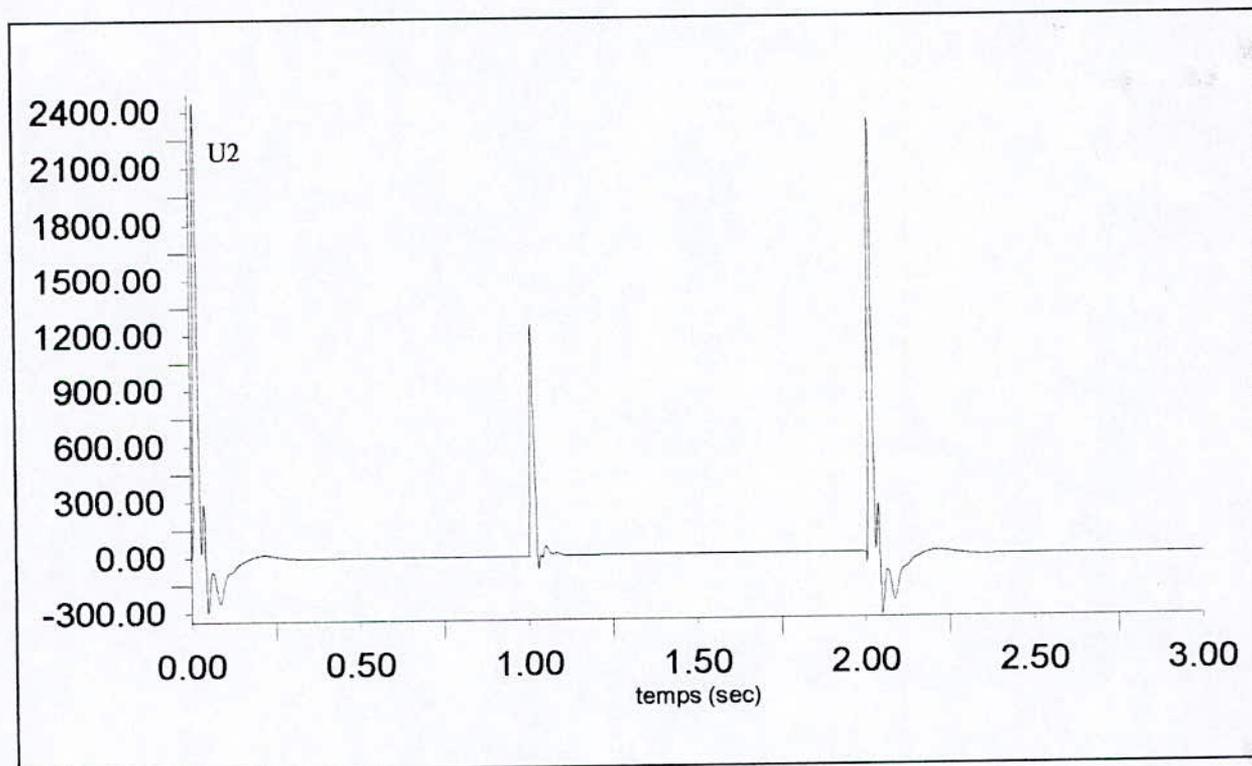
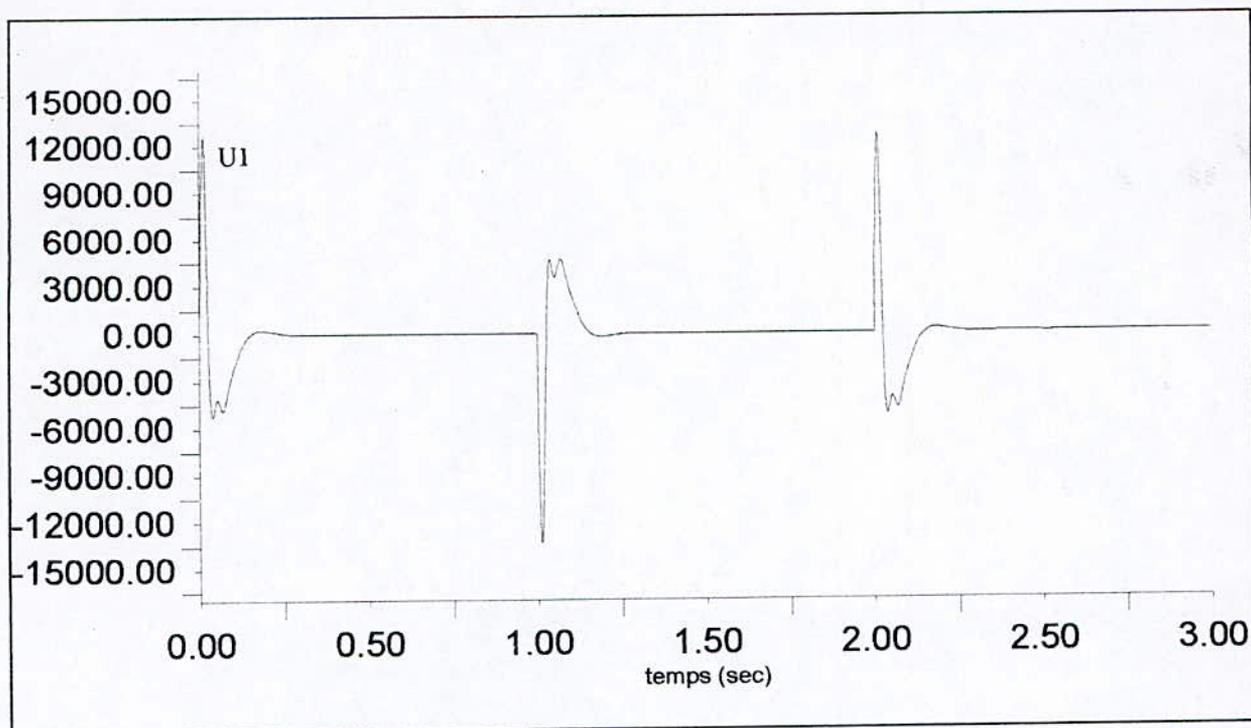


Fig (V . 3 . c) : $M = 25 \text{ Kg}$

Fig (V . 3) : Réponses du système avec diminution de la masse M

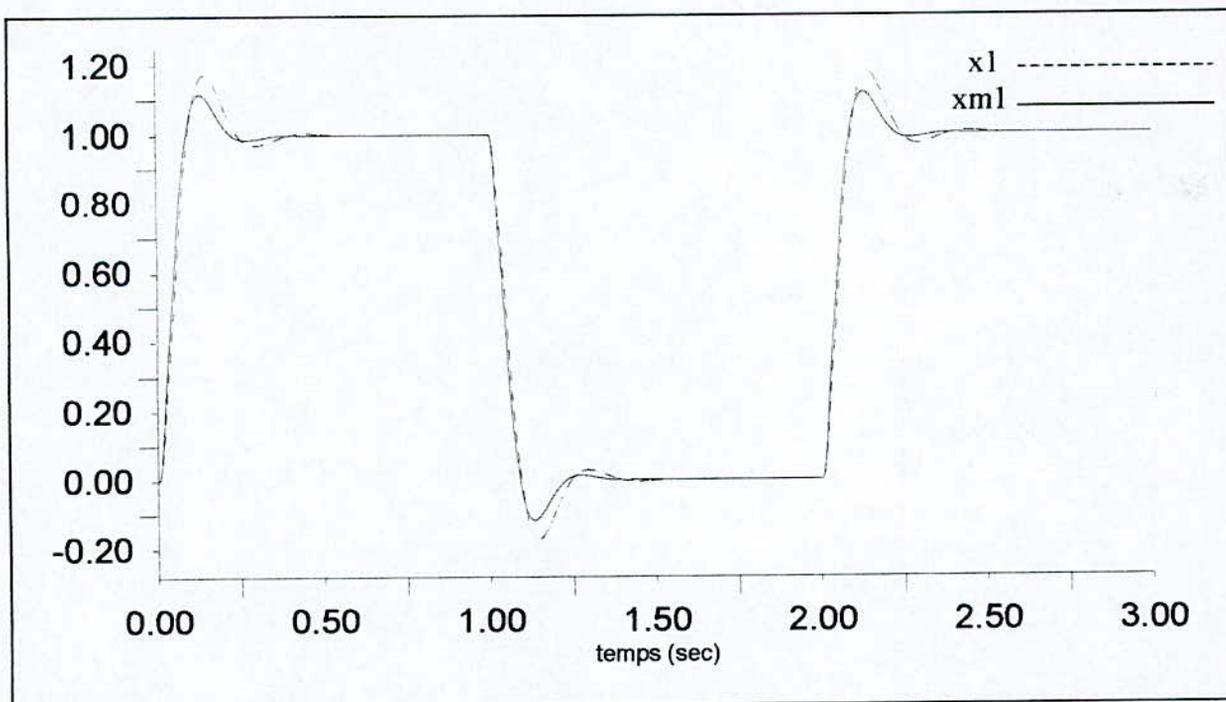
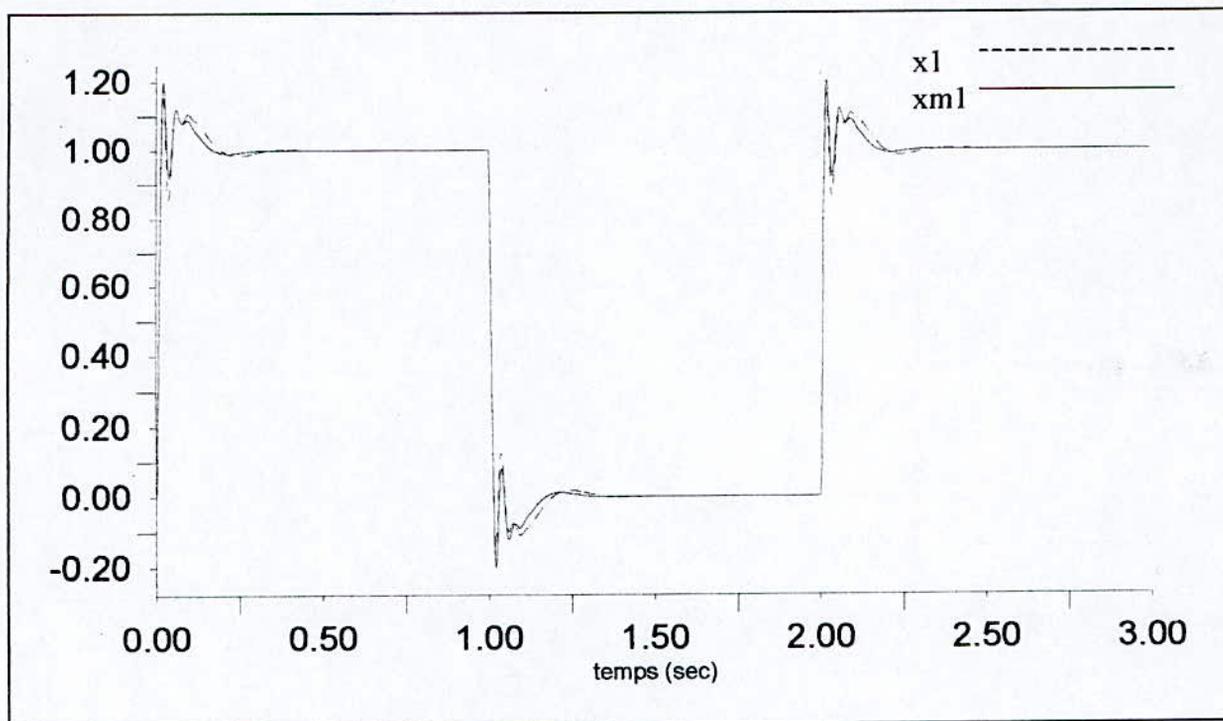


Fig (V . 4 . a) : $M = 45$ Kg

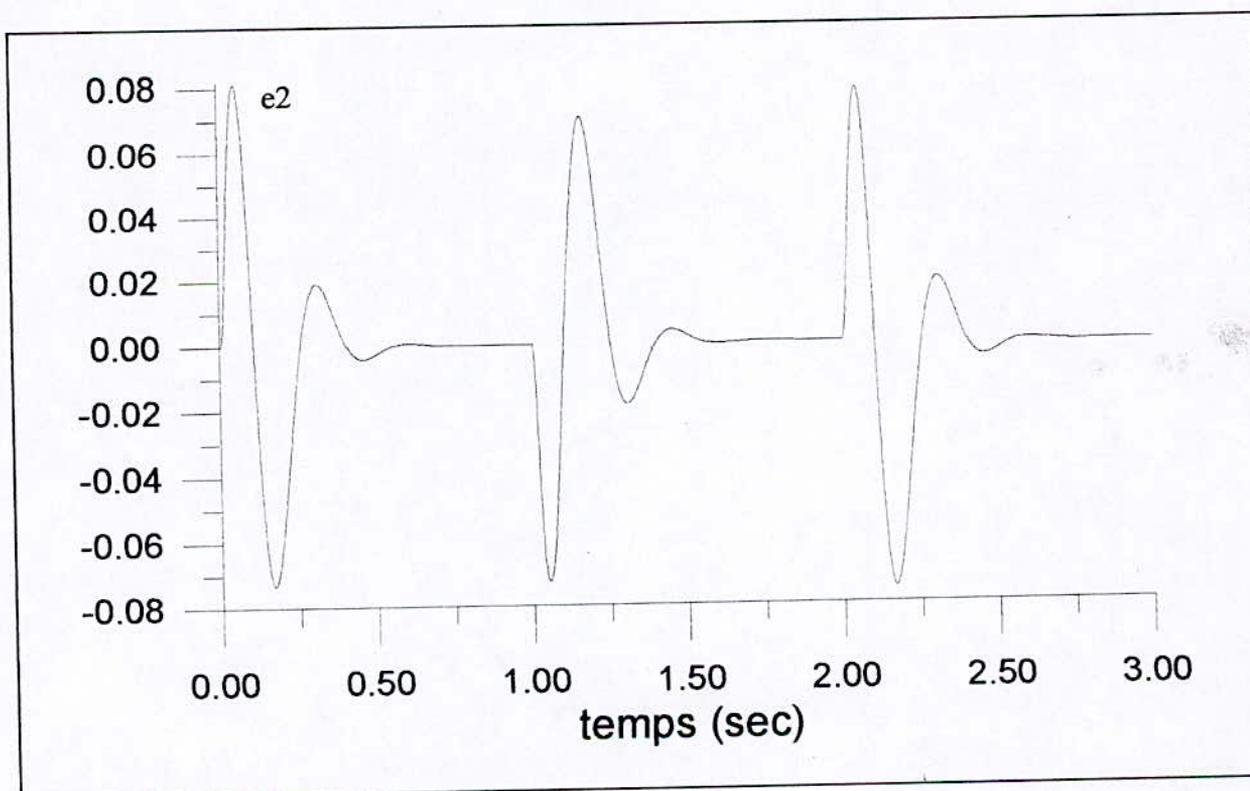
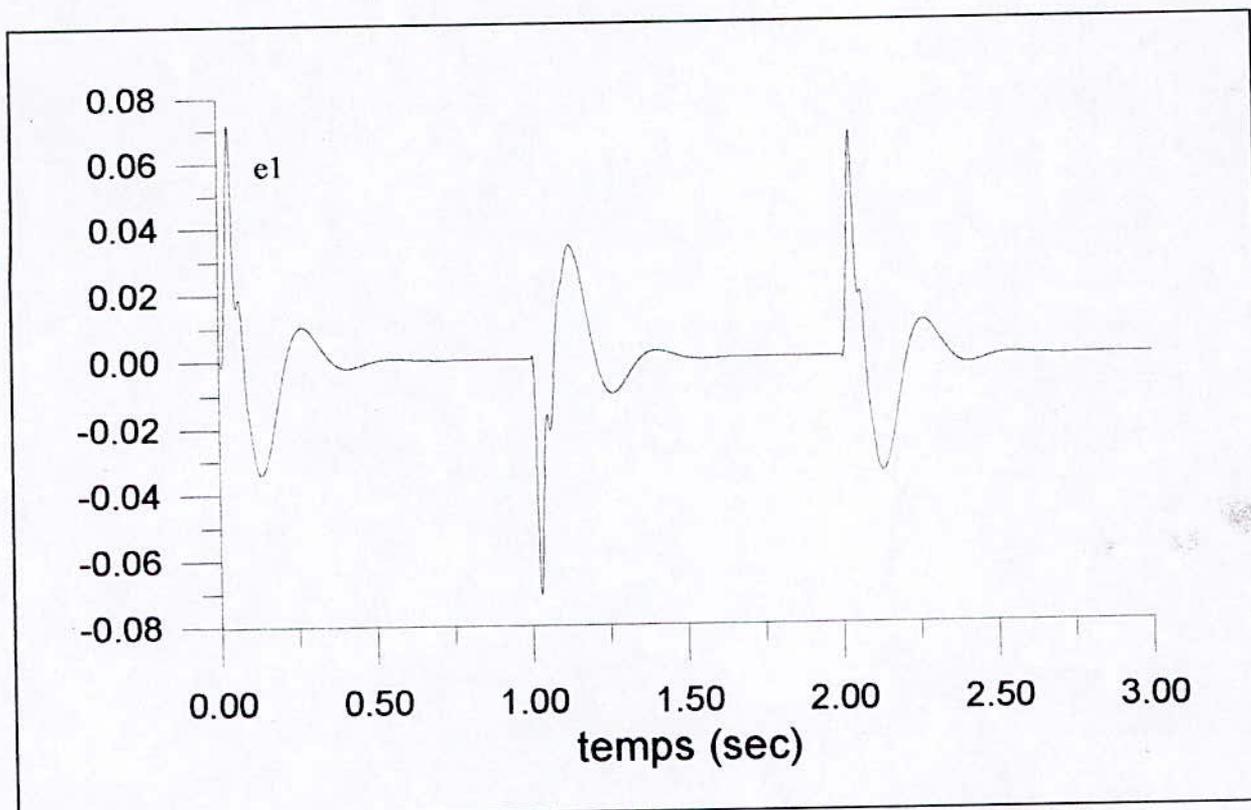


Fig (V . 4 . b) : Allures de l'erreur de sortie (M = 45 Kg)

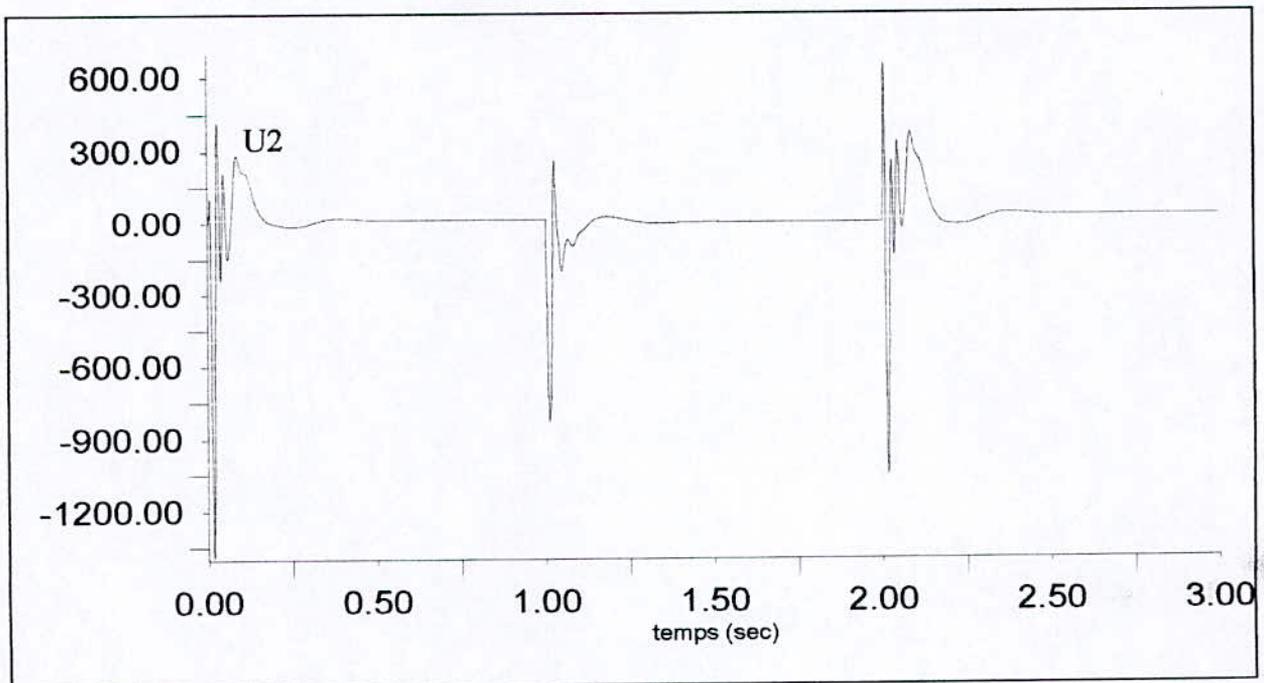
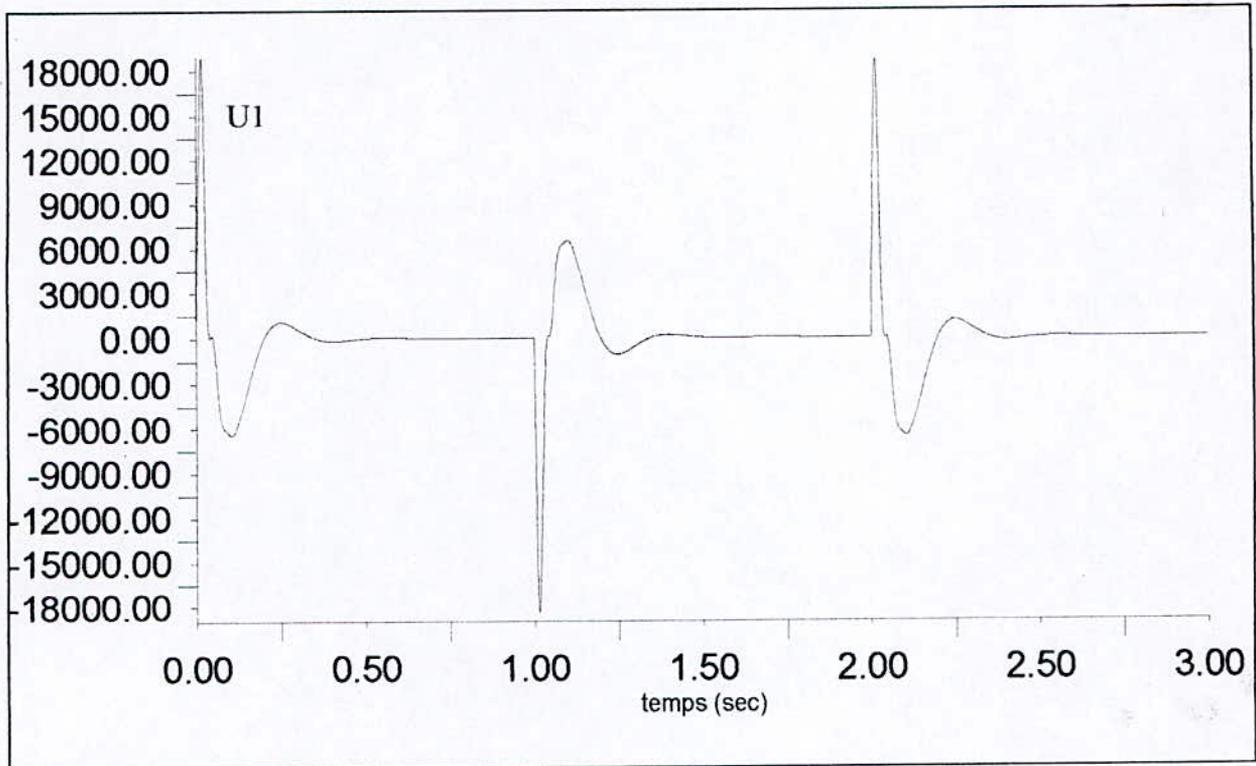


Fig (V . 4 . c) : $M = 45 \text{ Kg}$

Fig (V . 4) : Réponses du système avec augmentation de la masse M

V.4.2 Adaptation avec variation de la masse m

Pour cette essai, on varie le paramètre m entre **2.8 Kg** à **3.8 Kg**. Les résultats de simulation sont illustrés dans fig (V . 5) et fig (V . 6).

De fig (V . 5), on remarque que x_1 et x_2 suit le modèle de référence avec une erreur très faible qui varie entre $-0,07$ et $0,08$ pour x_1 , et entre $-0,04$ et $0,02$ pour x_2 . On peut dire que le système s'adapte très bien avec la diminution du paramètre m ($m = 2.8$ Kg). Il se stabilise à l'instant ($0,02s$) pour x_1 et à l'instant ($0,3s$) pour x_2 .

Les commandes U_1 et U_2 sont d'intensité acceptables.

Pour $m = 3.8$ Kg, et à partir de la fig (V . 6), on remarque que le système suit le modèle de référence, et on a l'impression qu'il n'y a pas de différence entre les deux réponses.

L'erreur e_1 varie entre $-0,025$ et $0,02$, et e_2 entre $-0,01$ et $0,013$. Elles sont très faibles.

Les commandes sont admissibles en intensité.

On conclusion, on peut dire que ce paramètre m n'a pas beaucoup d'influence sur le système réel. les performances obtenues sont très acceptables et la commande est robuste.

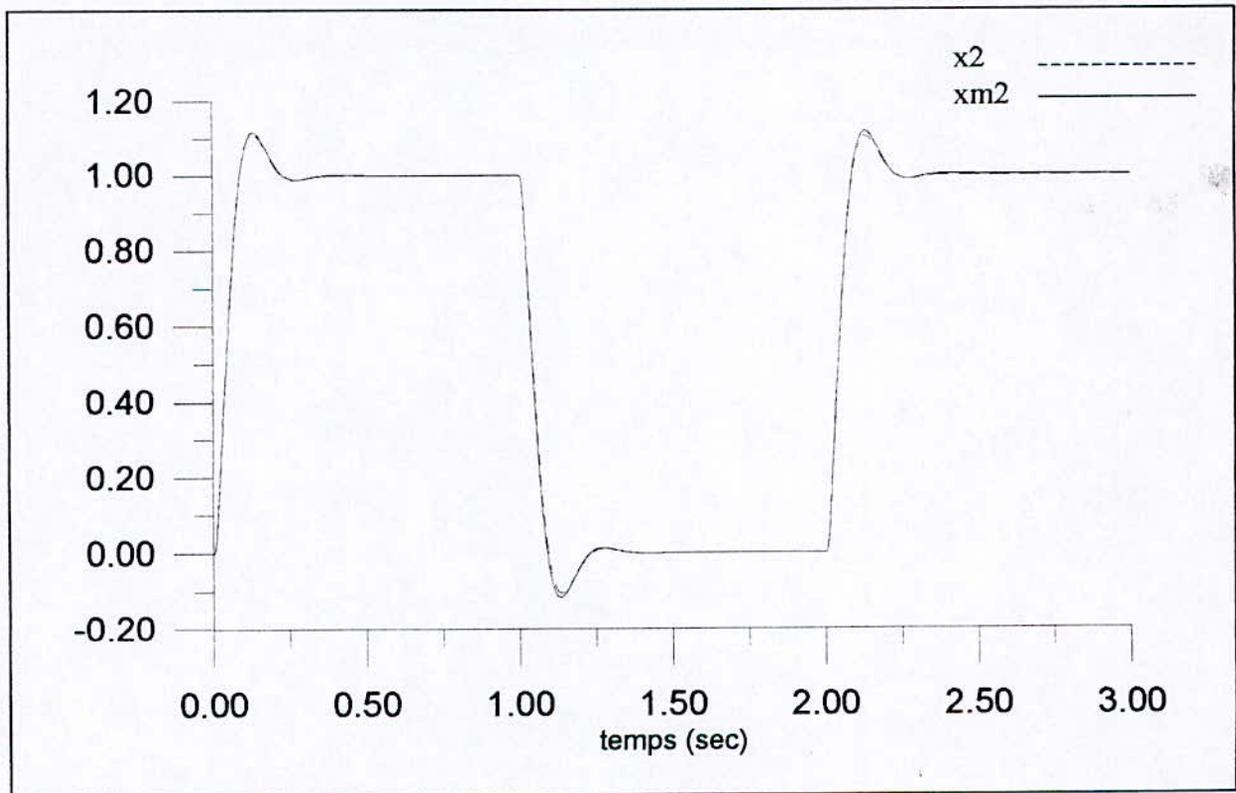
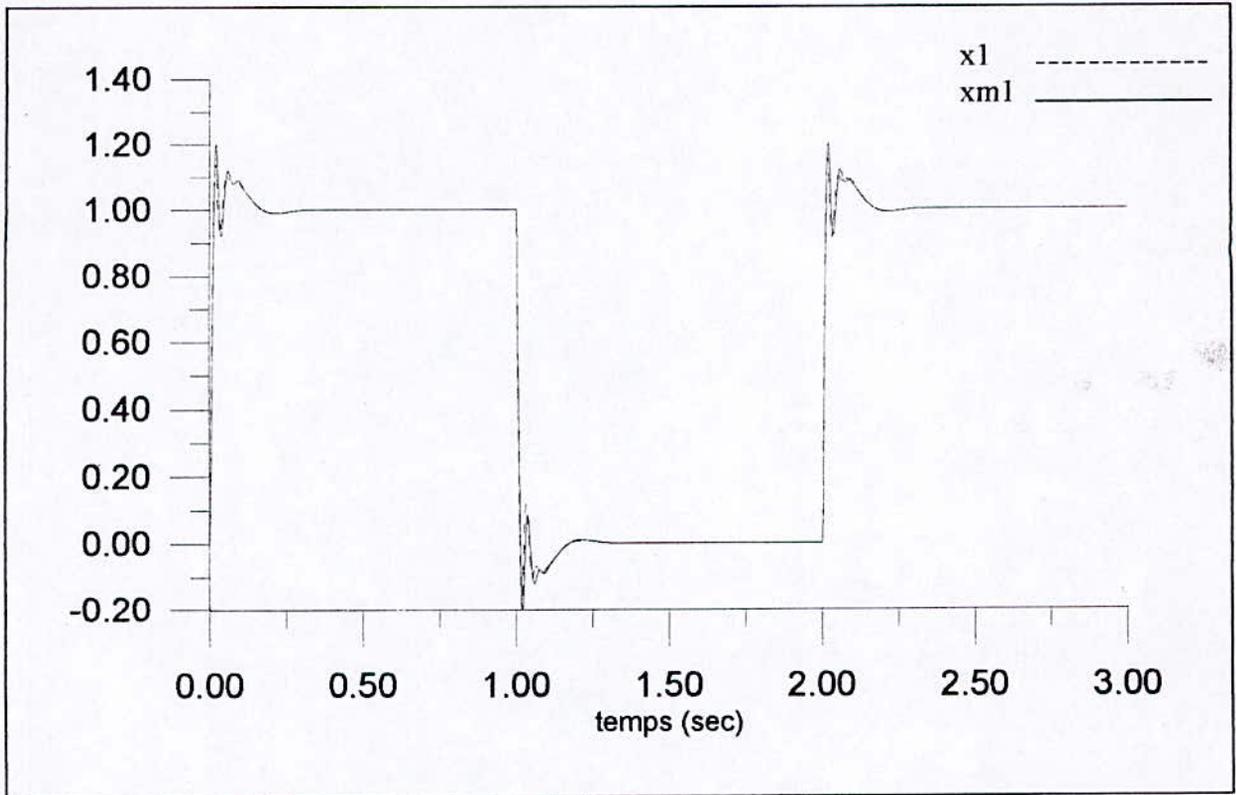


Fig (V . 5 . a) : $m = 2.8 \text{ Kg}$

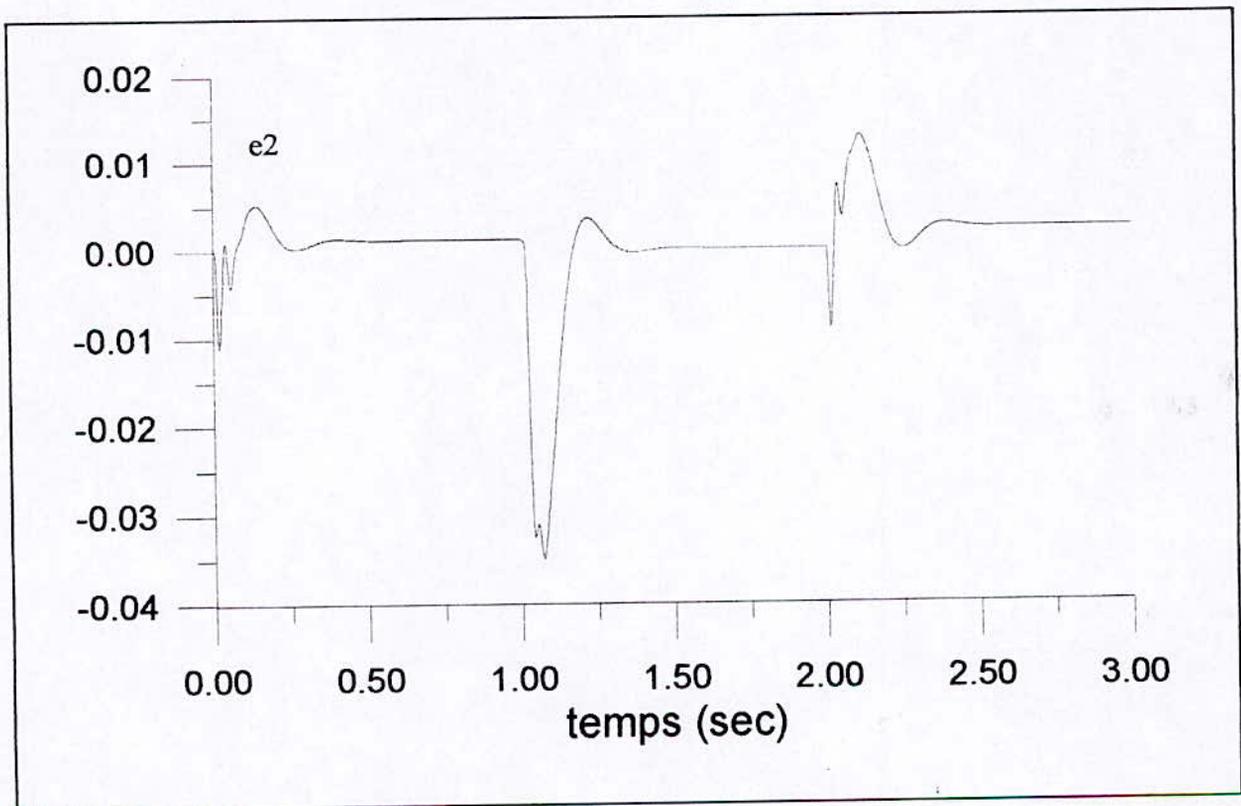
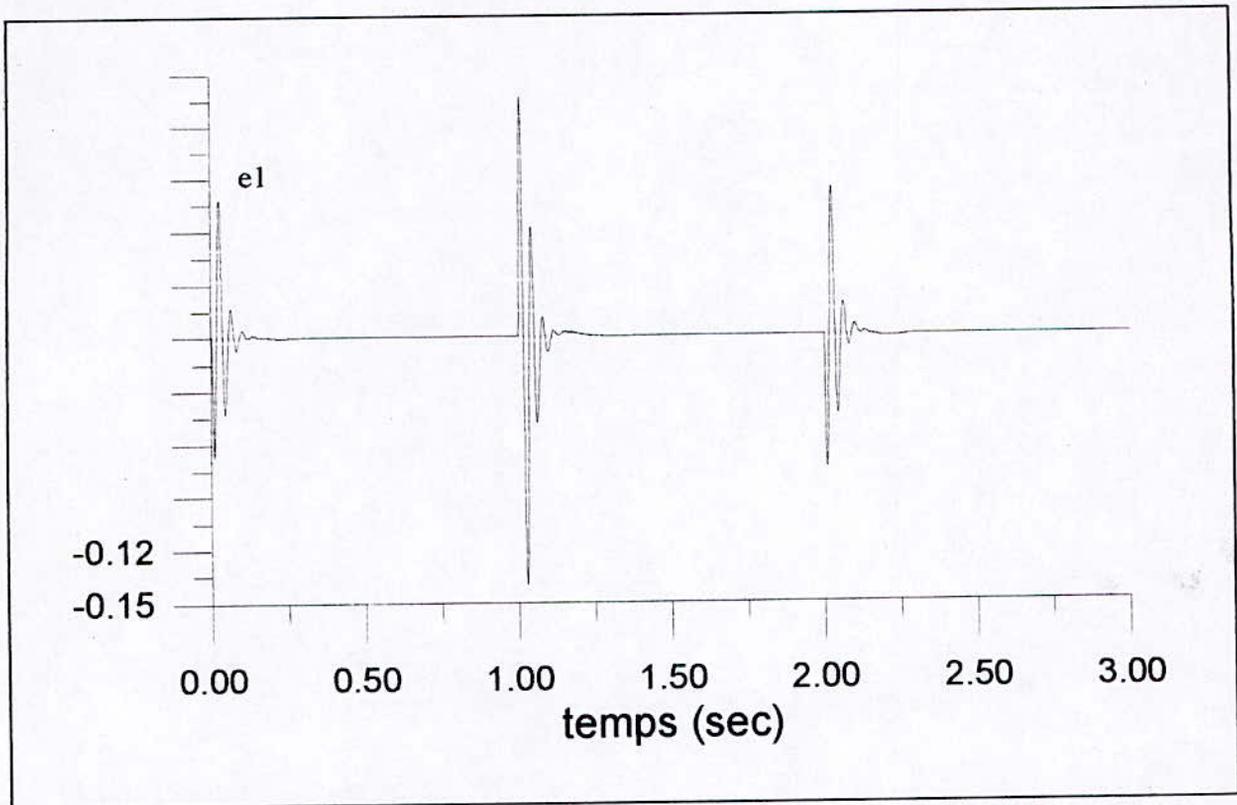


Fig (V . 5 . b) : Allures de l'erreur de sortie ($m = 2.8 \text{ Kg}$)

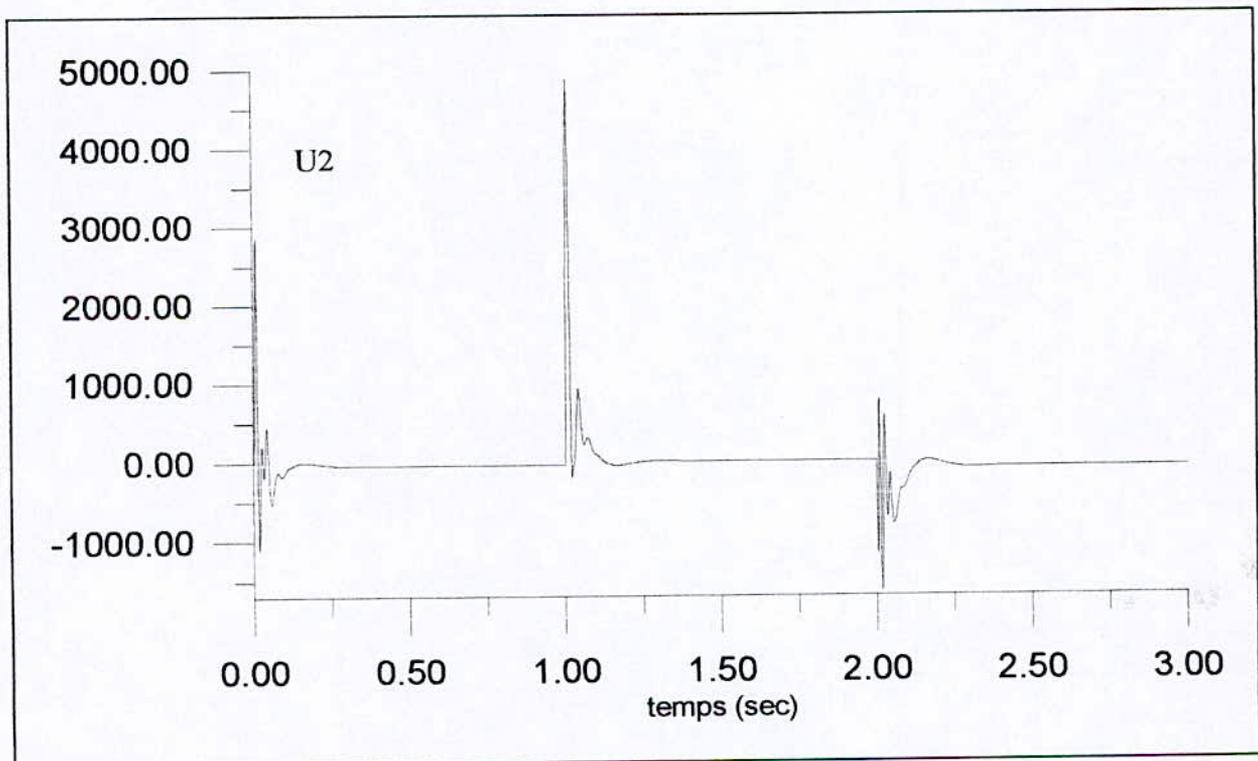
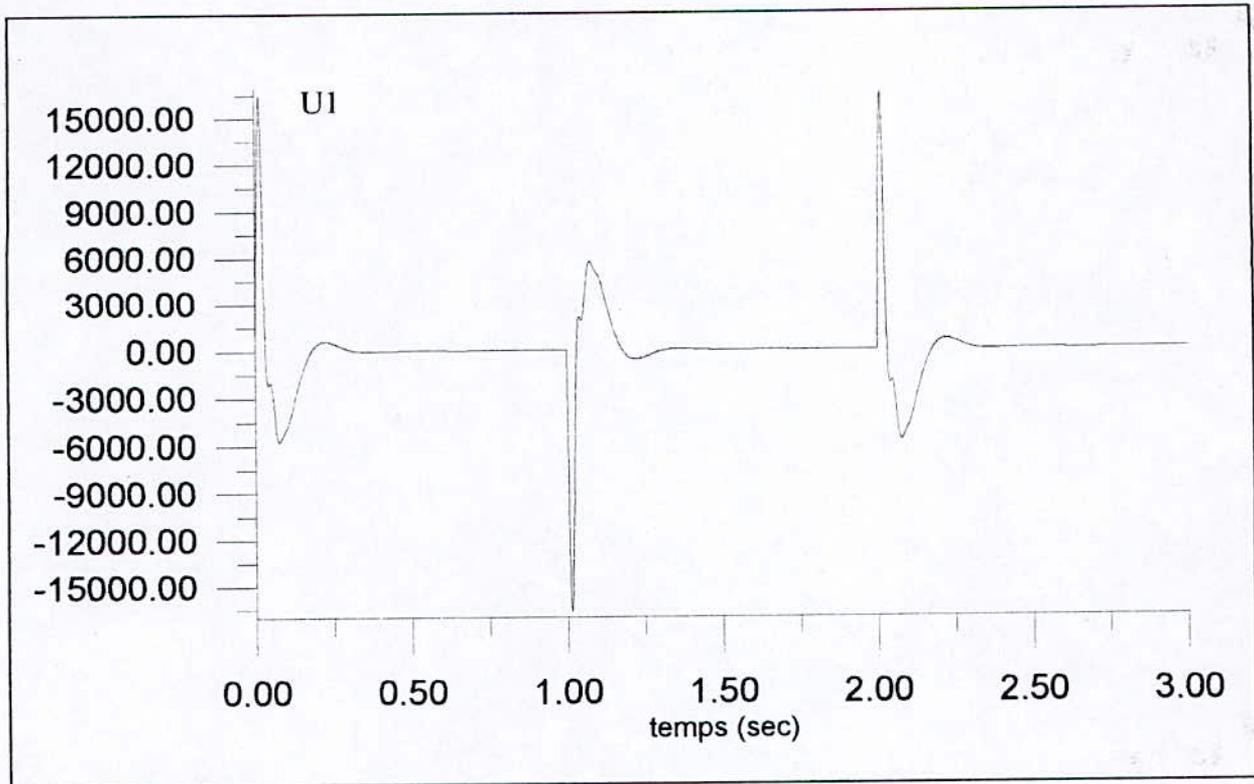


Fig (V . 5 . c) : $m = 2.8$ Kg

Fig (V . 5) : Réponses du système avec diminution de la masse m

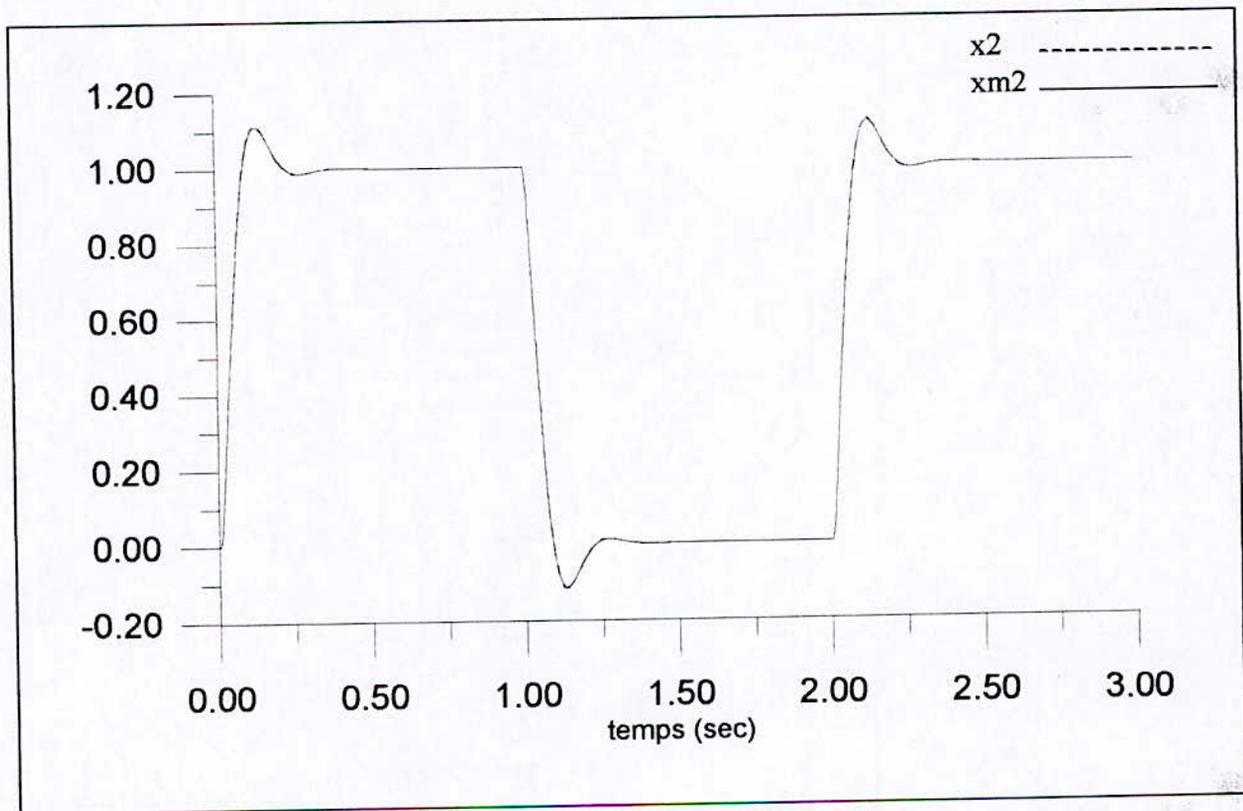
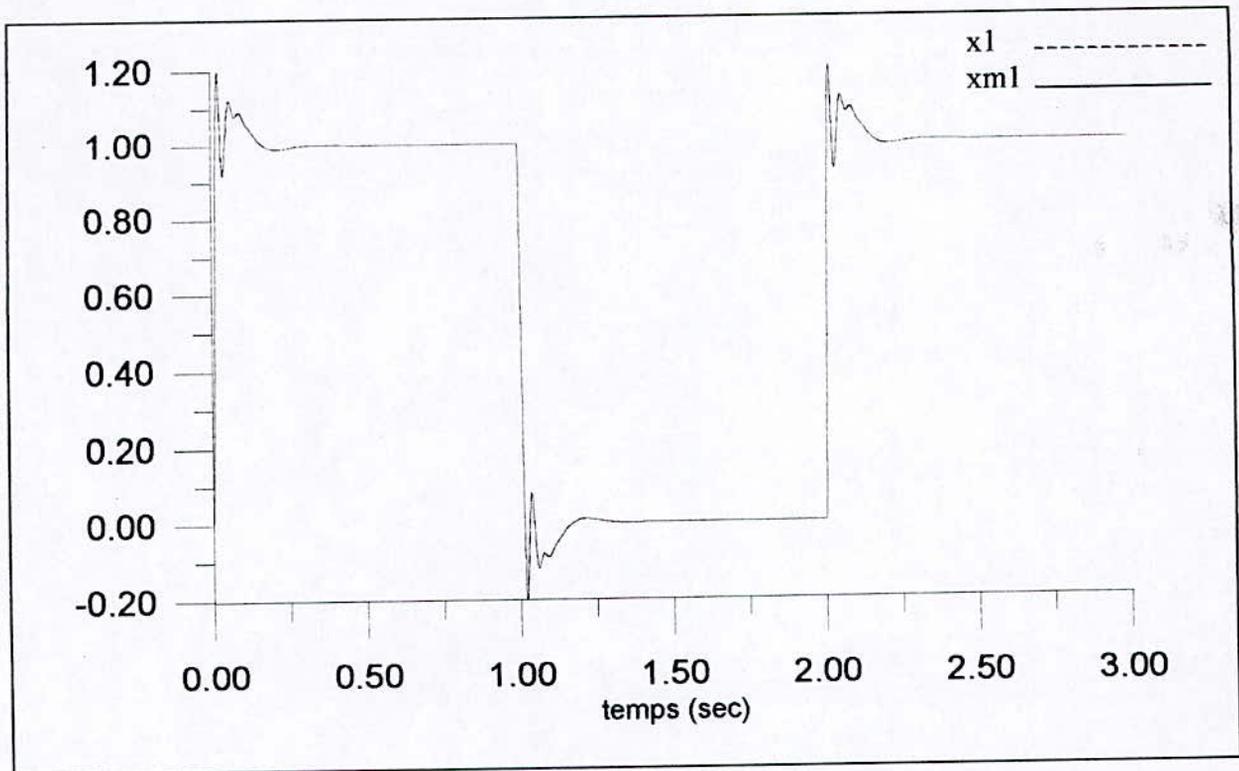


Fig (V . 6 . a) : $m = 3.8$ Kg

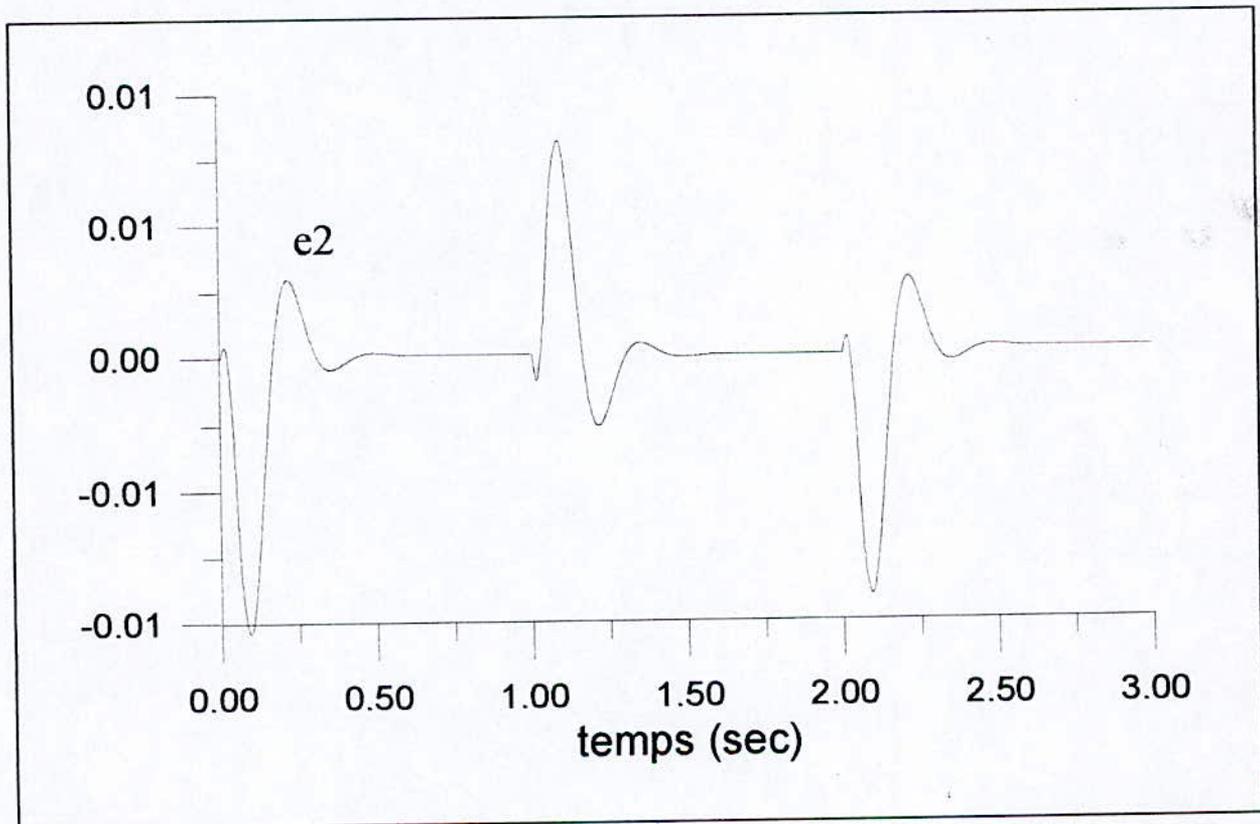
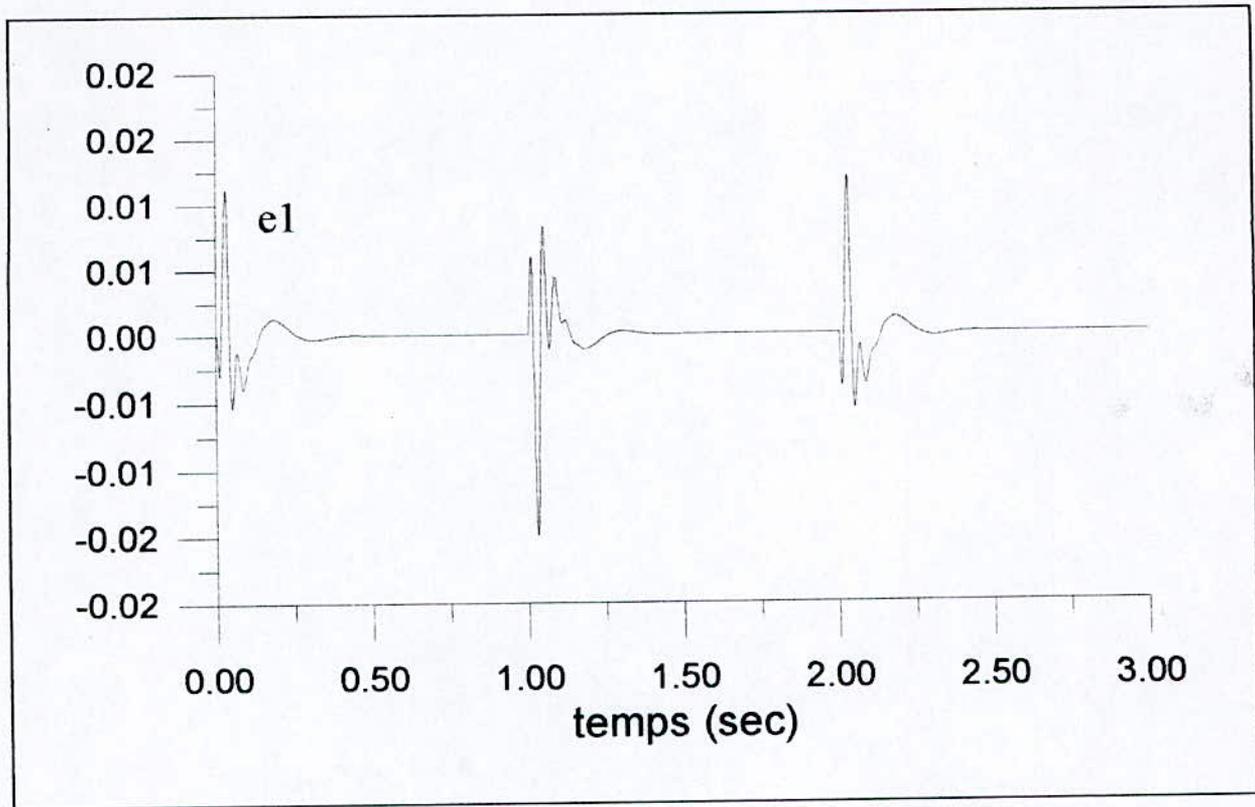


Fig (V . 6 . b) : Allures de l'erreur de sortie ($m = 3.8 \text{ Kg}$)

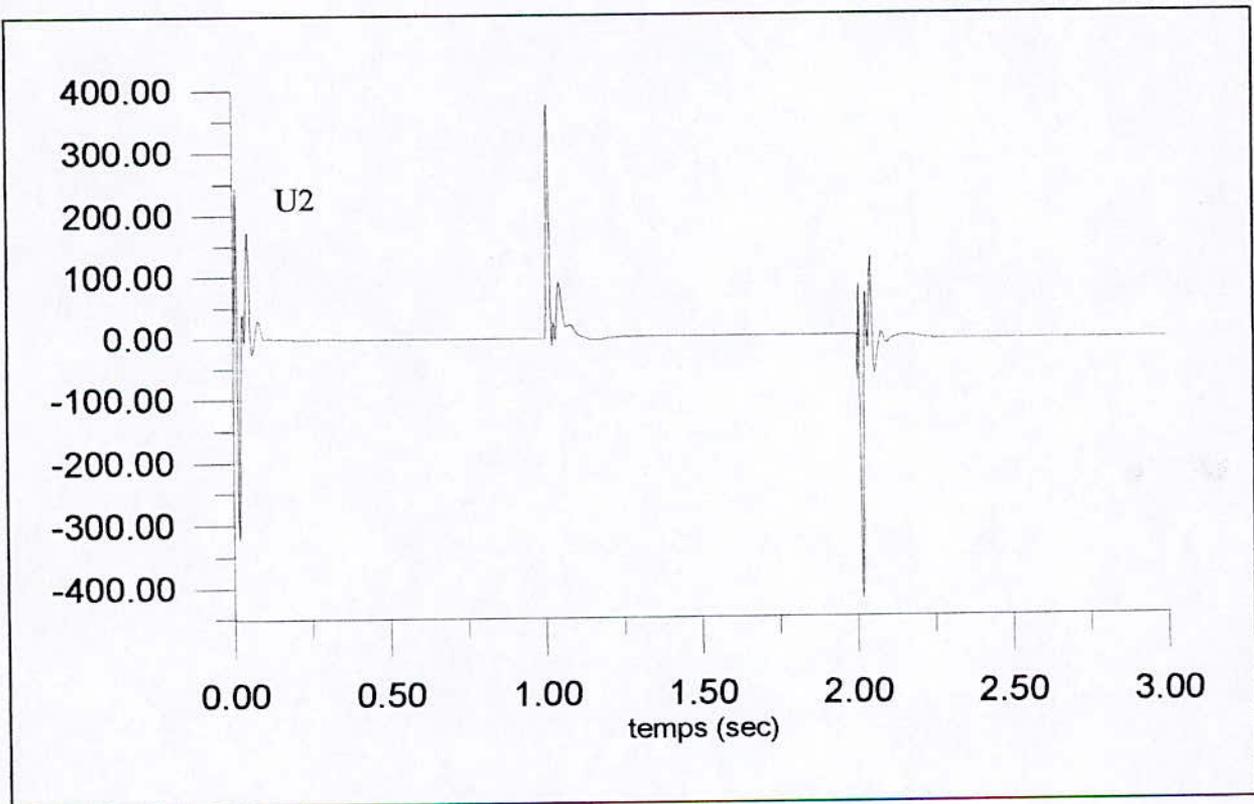
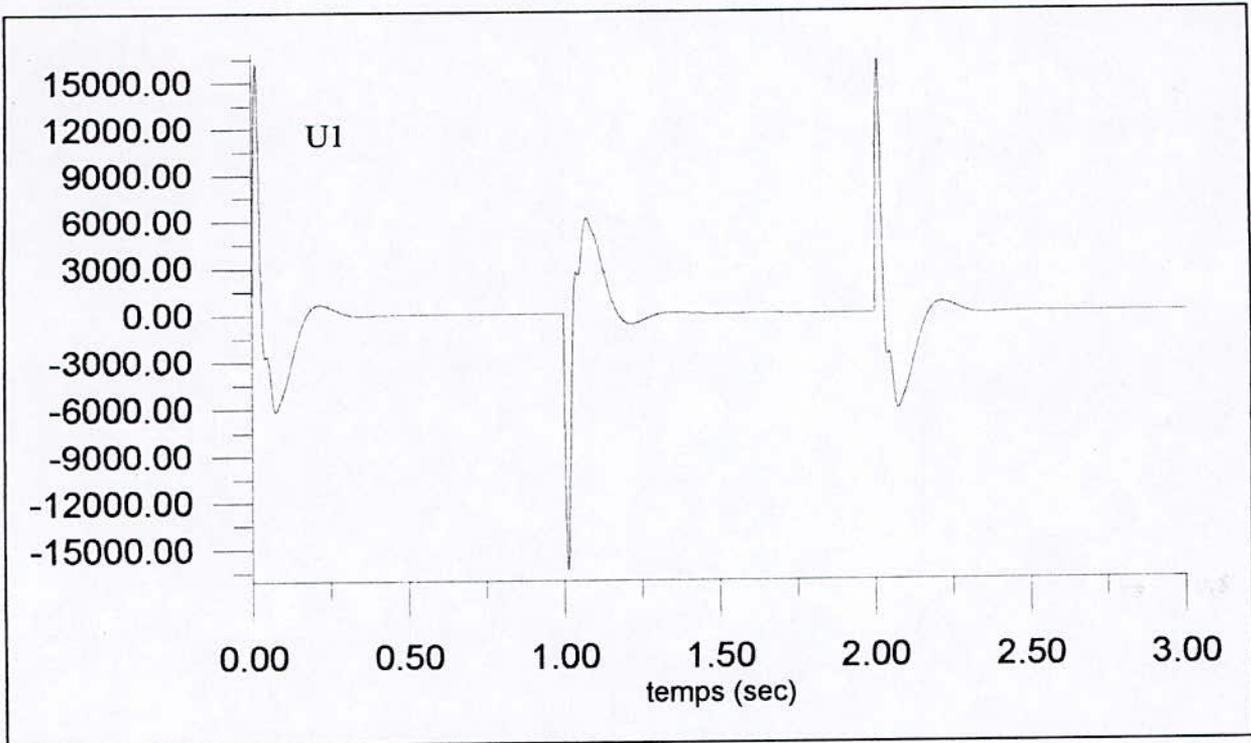


Fig (V . 6 . c) : $m = 3.8$ Kg

Fig (V . 6) : : Réponses du système avec augmentation de la masse m

V .4 .3 Adaptation avec variation du paramètre h

dans cette essai, on s'intéresse au paramètre **h**. La variation est entre 70000 N/m et 90000 N/m. Les résultats de simulation sont illustrés dans fig (V . 7)et fig (V . 8).

On remarque que le système s'adapte très bien avec la variation de ce paramètre ($h = 70000$ N/m et 90000 N/m). L'erreur est faible, et les commandes sont d'intensité acceptable (fig (V . 7) et fig (V . 8)).

On peut dire que ce paramètre h est moins influant sur les sorties du système réel. Les performances sont très satisfaisantes. La commande AMFC est robuste.

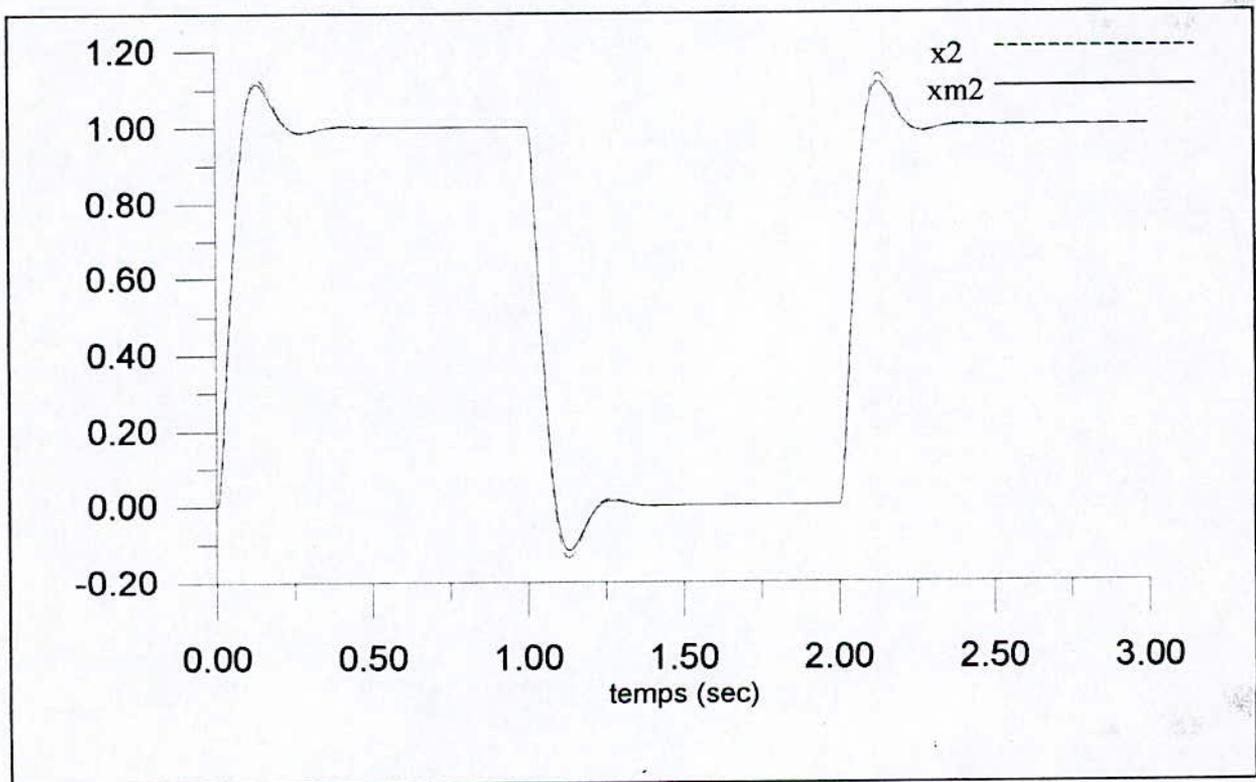
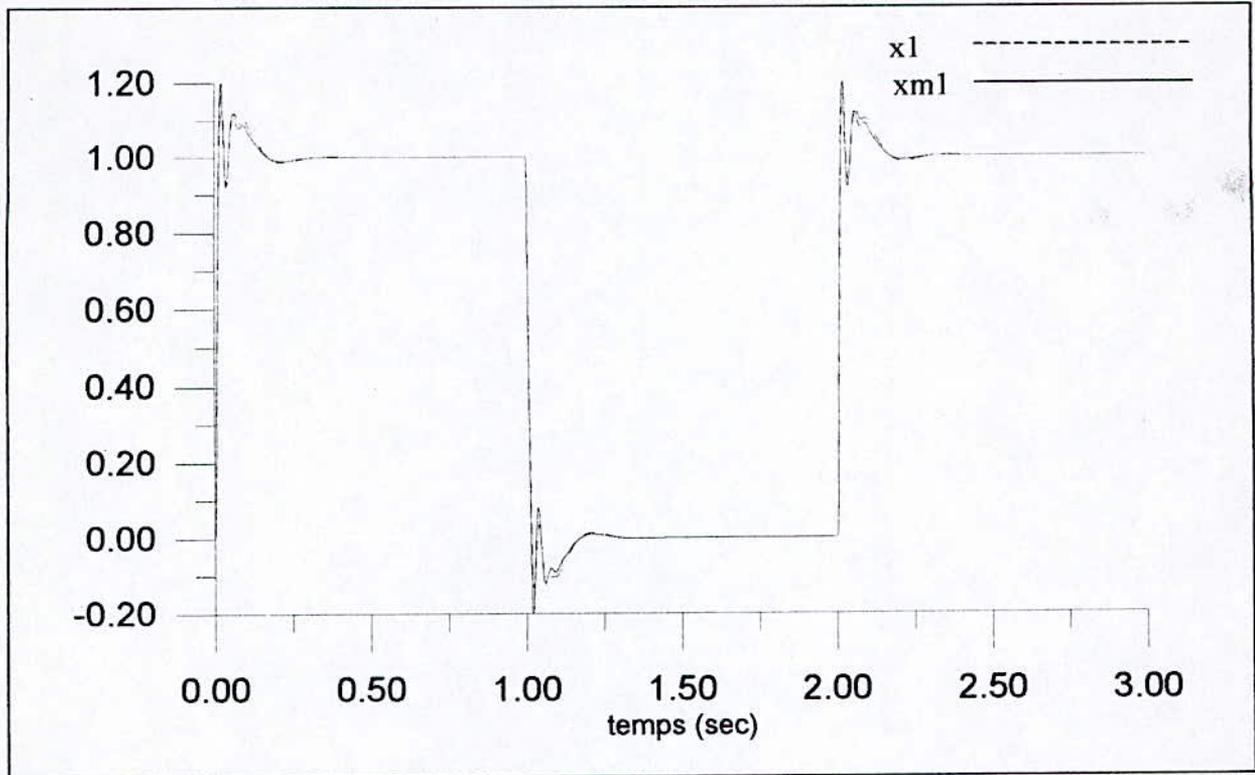


Fig (V . 7 . a) : $h = 70000 \text{ N/m}$

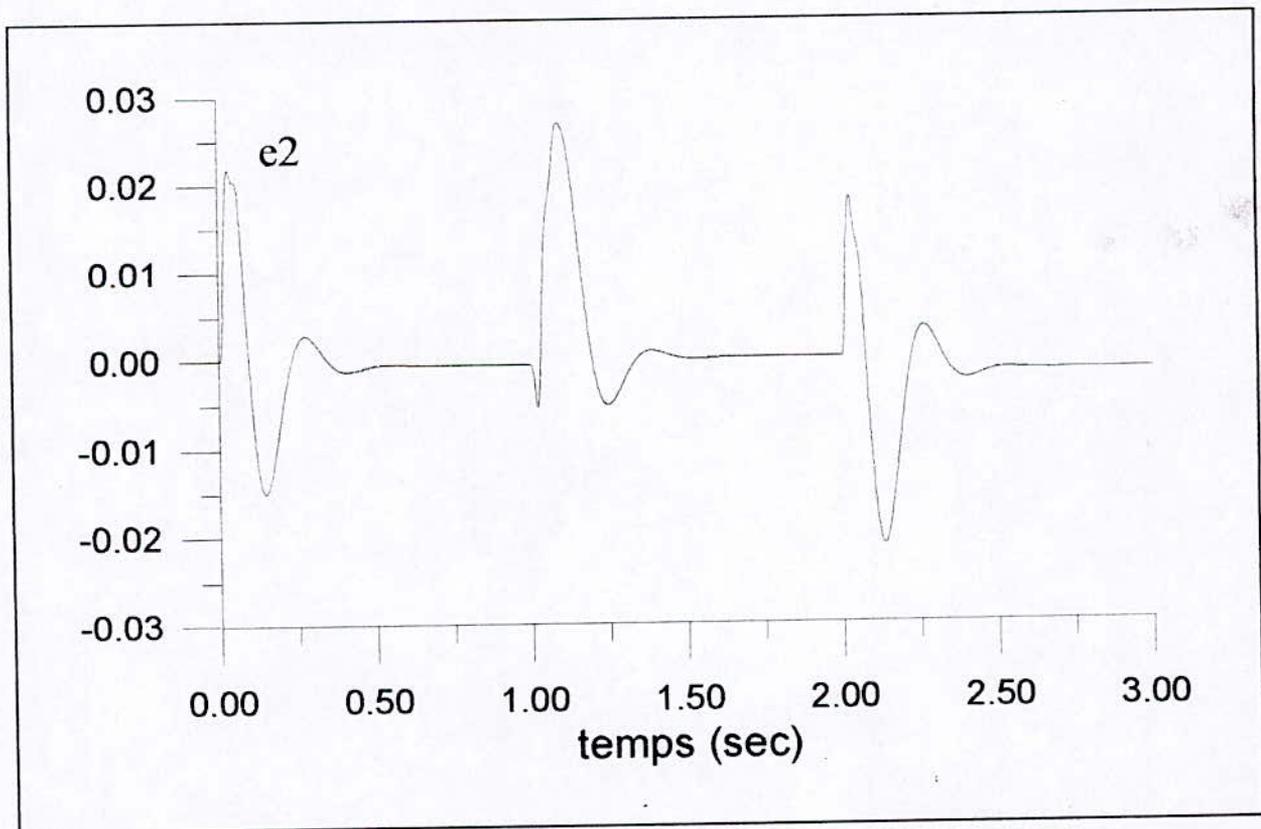
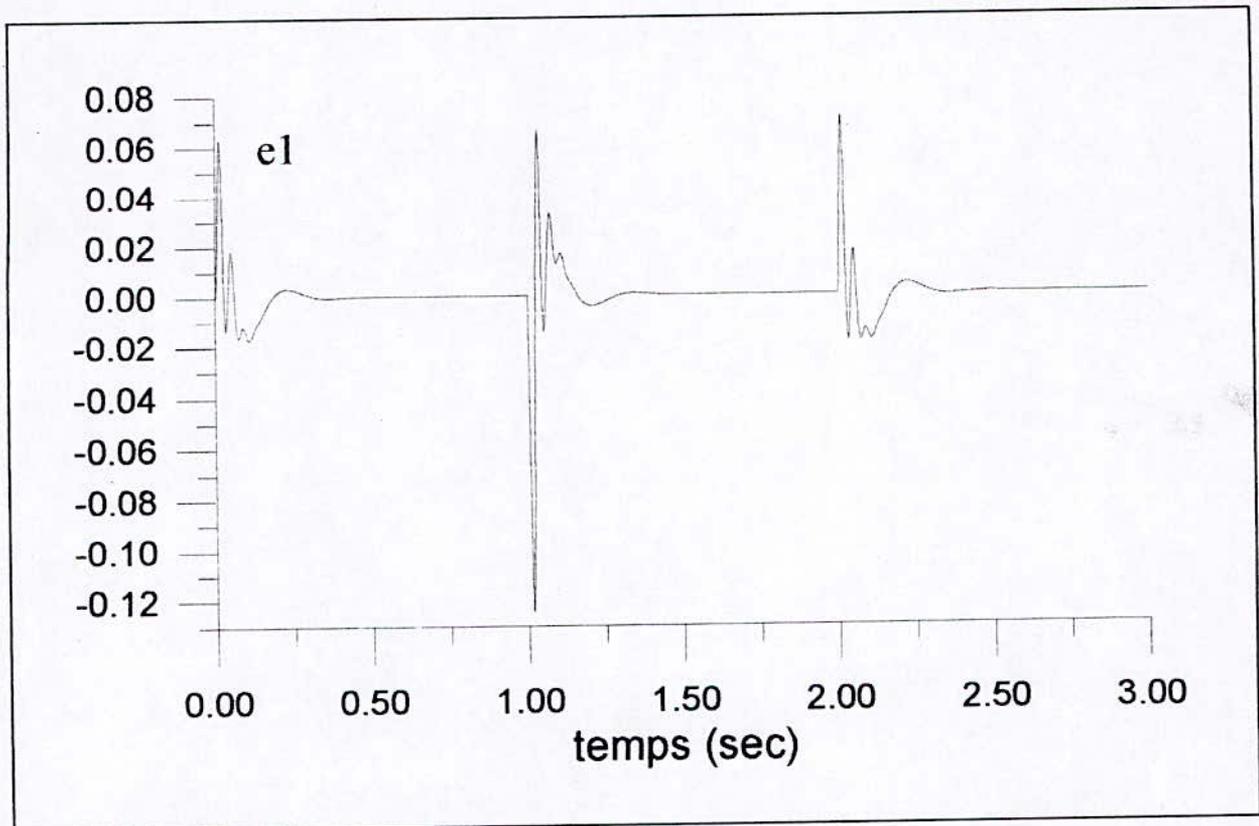


Fig (V . 7 . b) : Allures de l'erreur de sortie ($h = 70000 \text{ N/m}$)

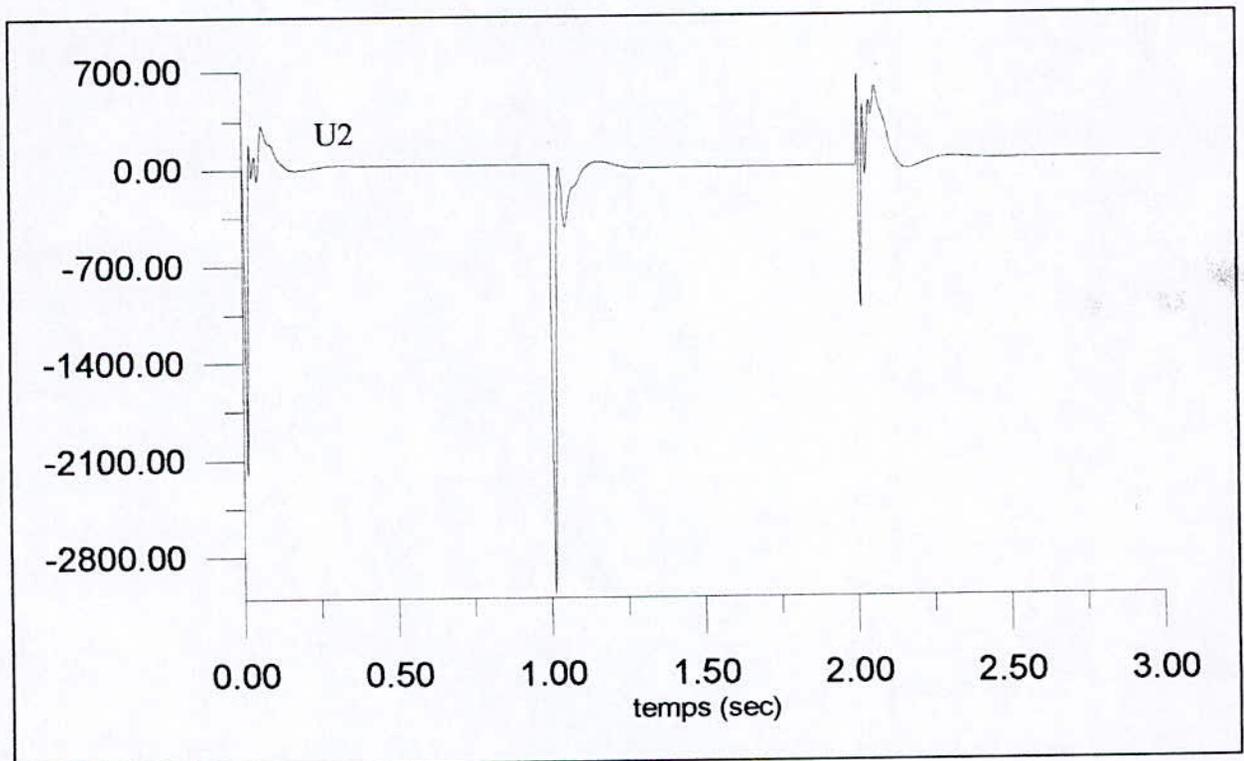
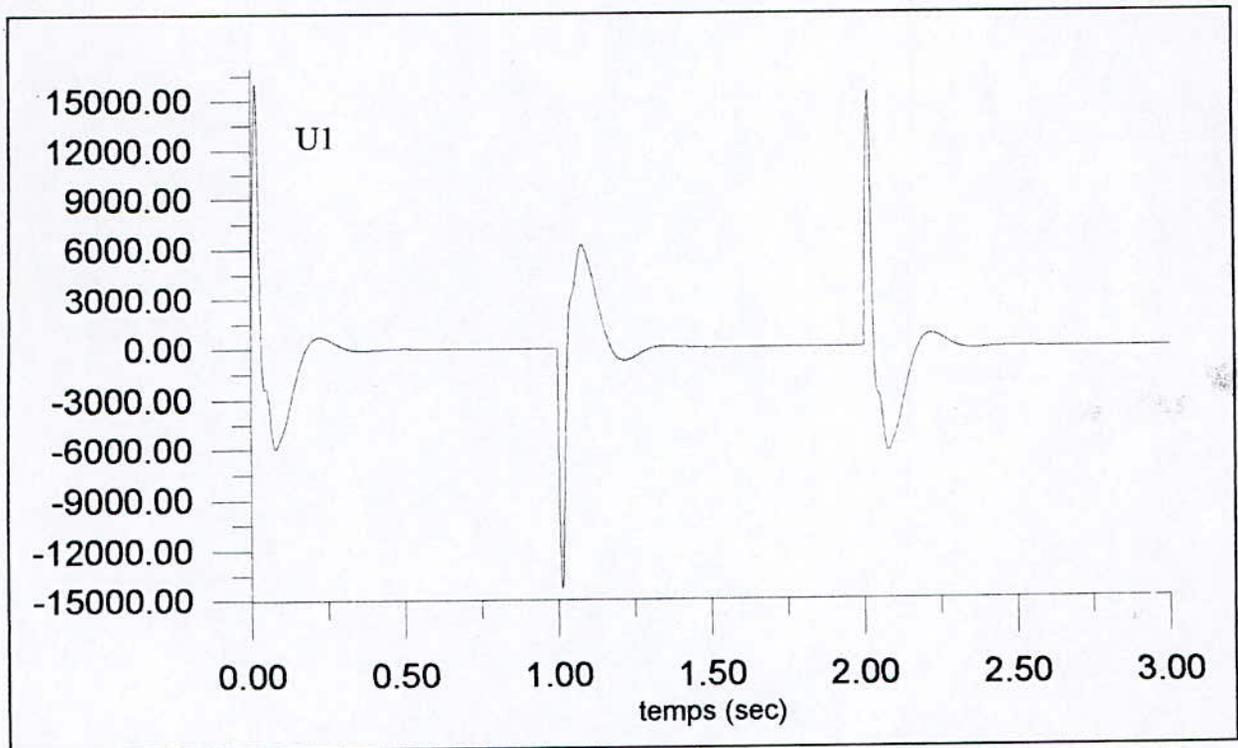


Fig (V . 7 . c) : $h = 70000$ N/m

Fig (V . 7) : Réponses du système avec diminution de la constante de raideur h

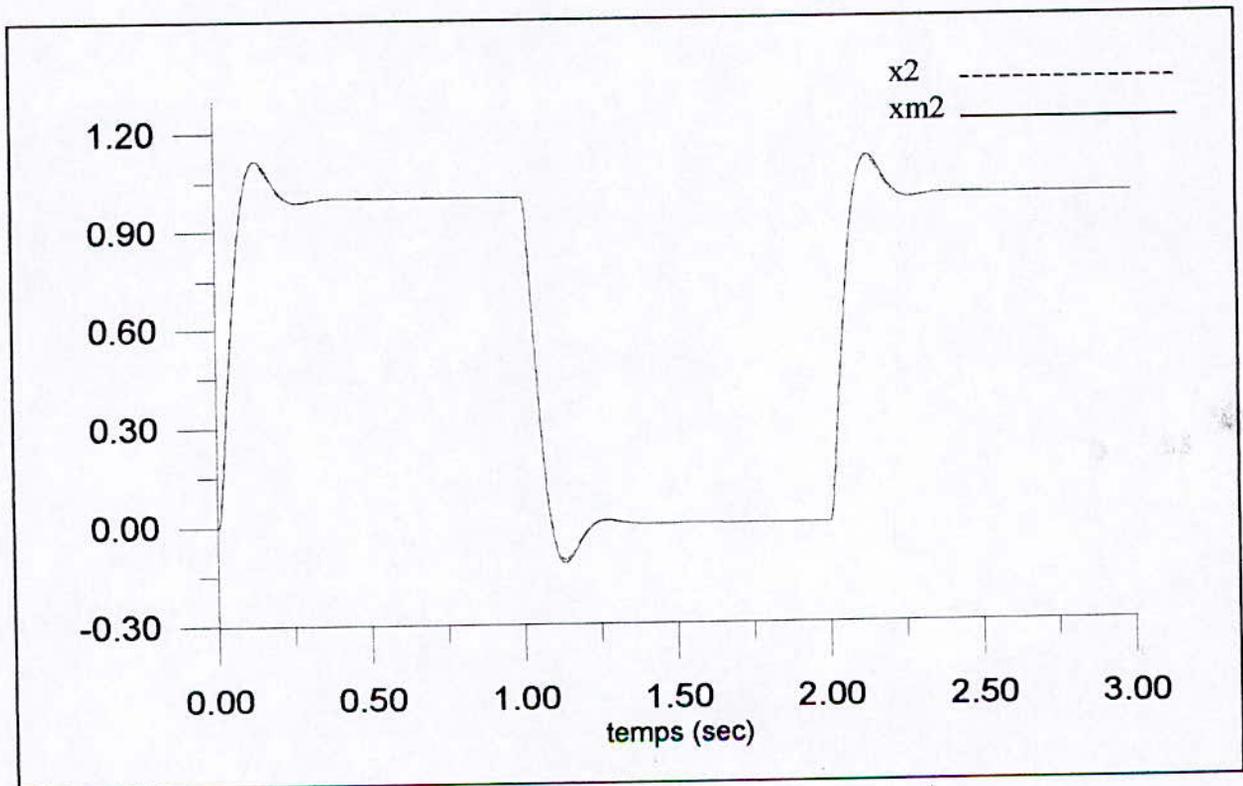
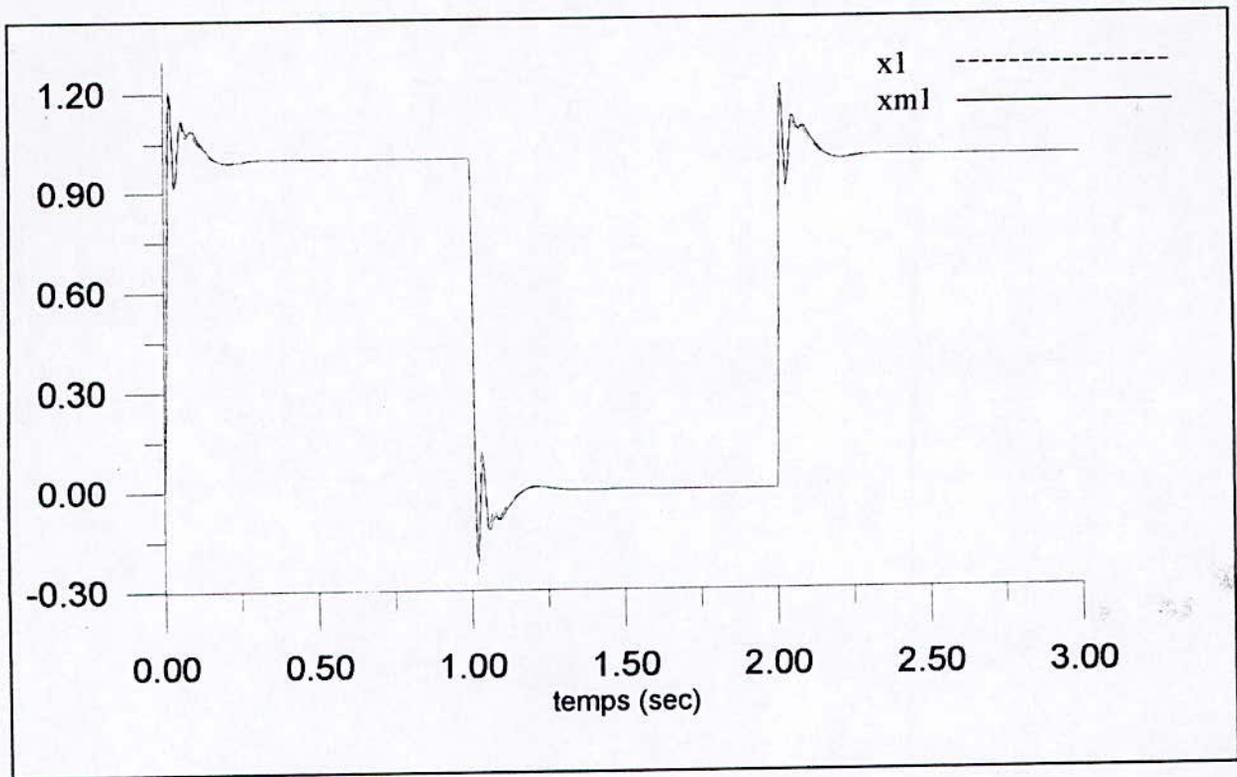


Fig (V . 8 . a) : $h = 90000$ N/m

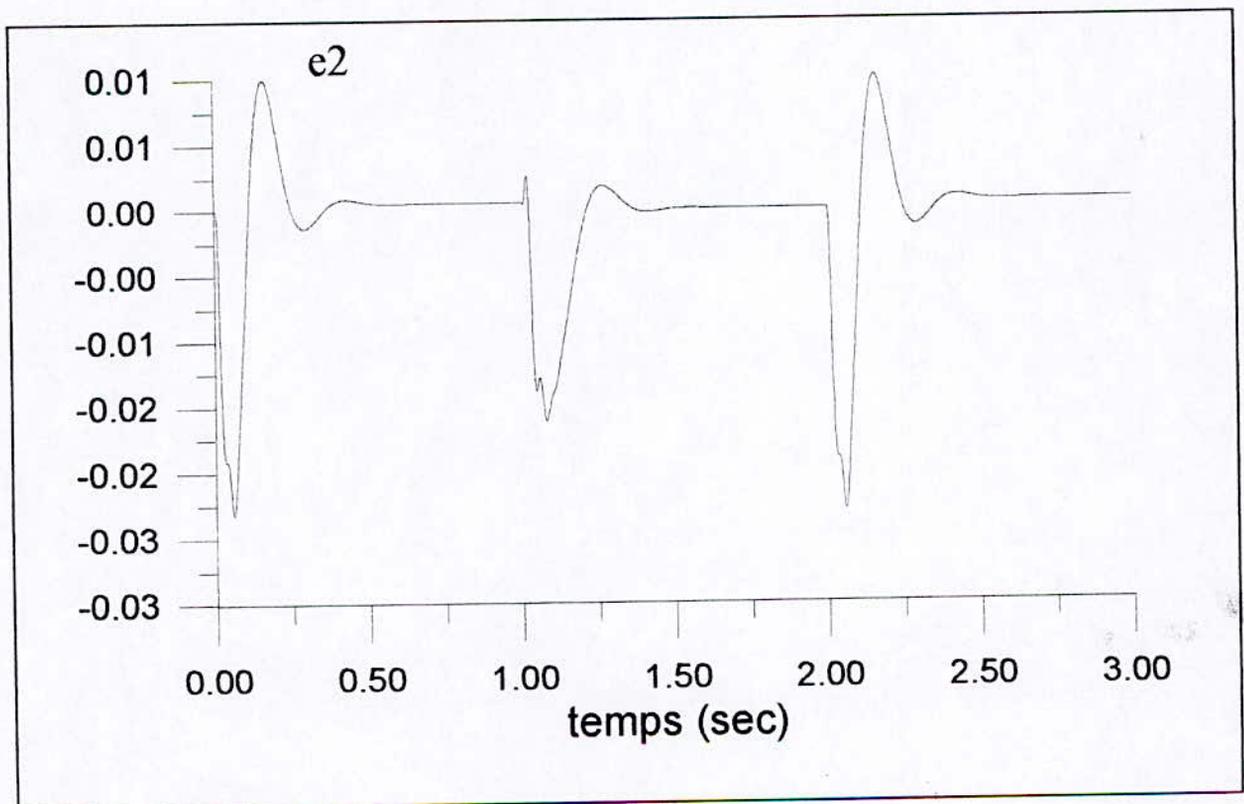
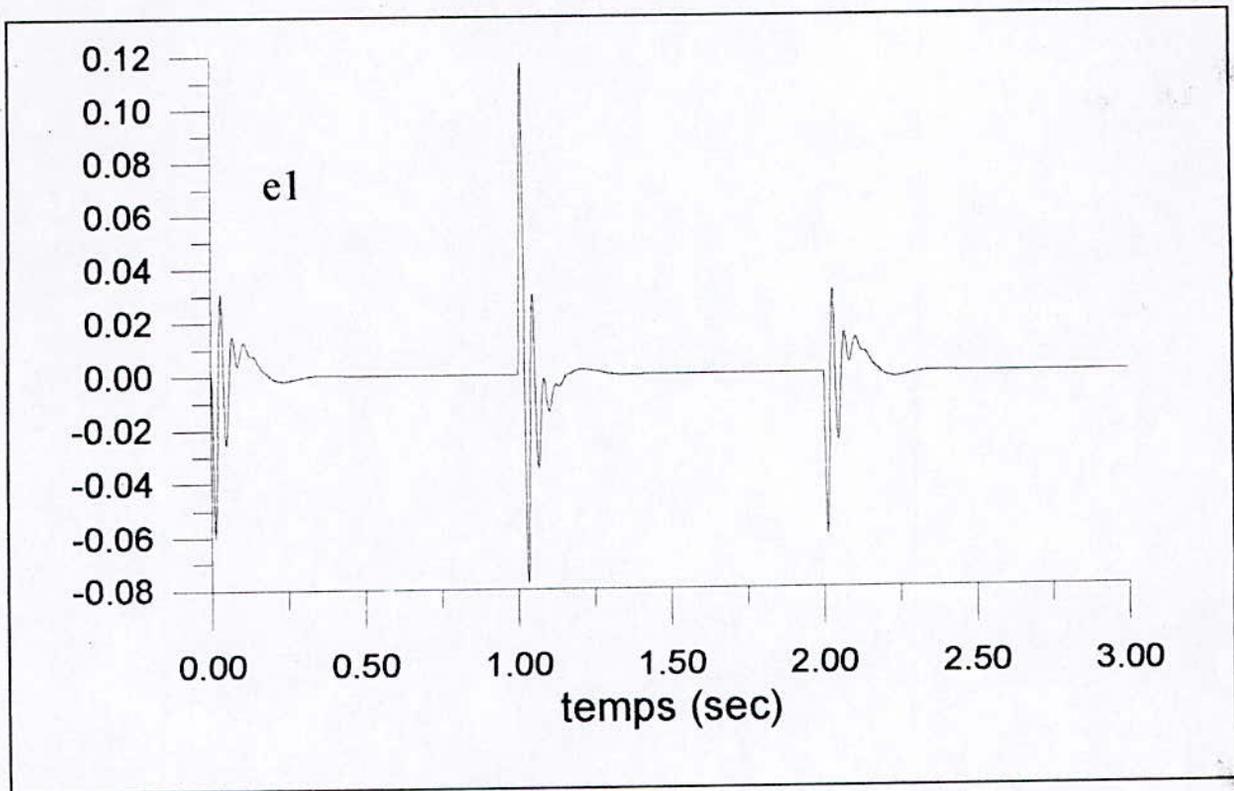


Fig (V . 8 . b) : Allures de l'erreur de sortie ($h = 90000 \text{ N/m}$)

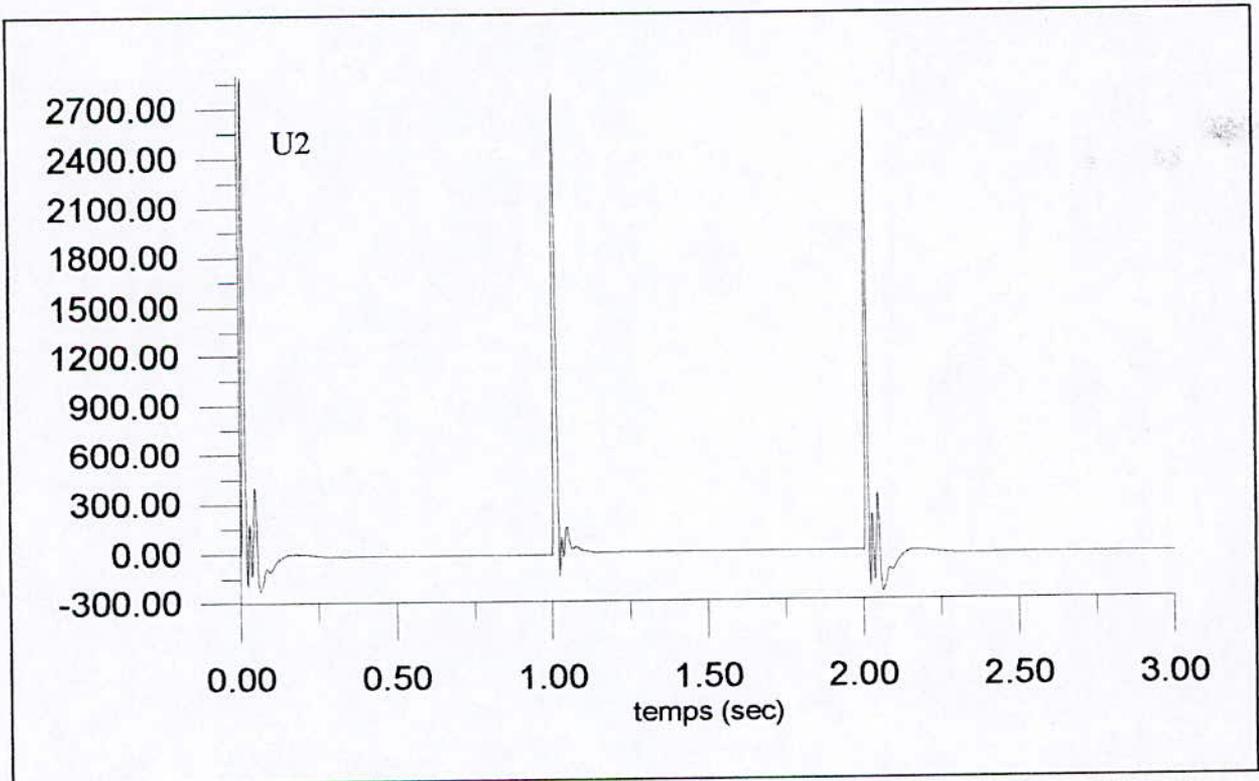
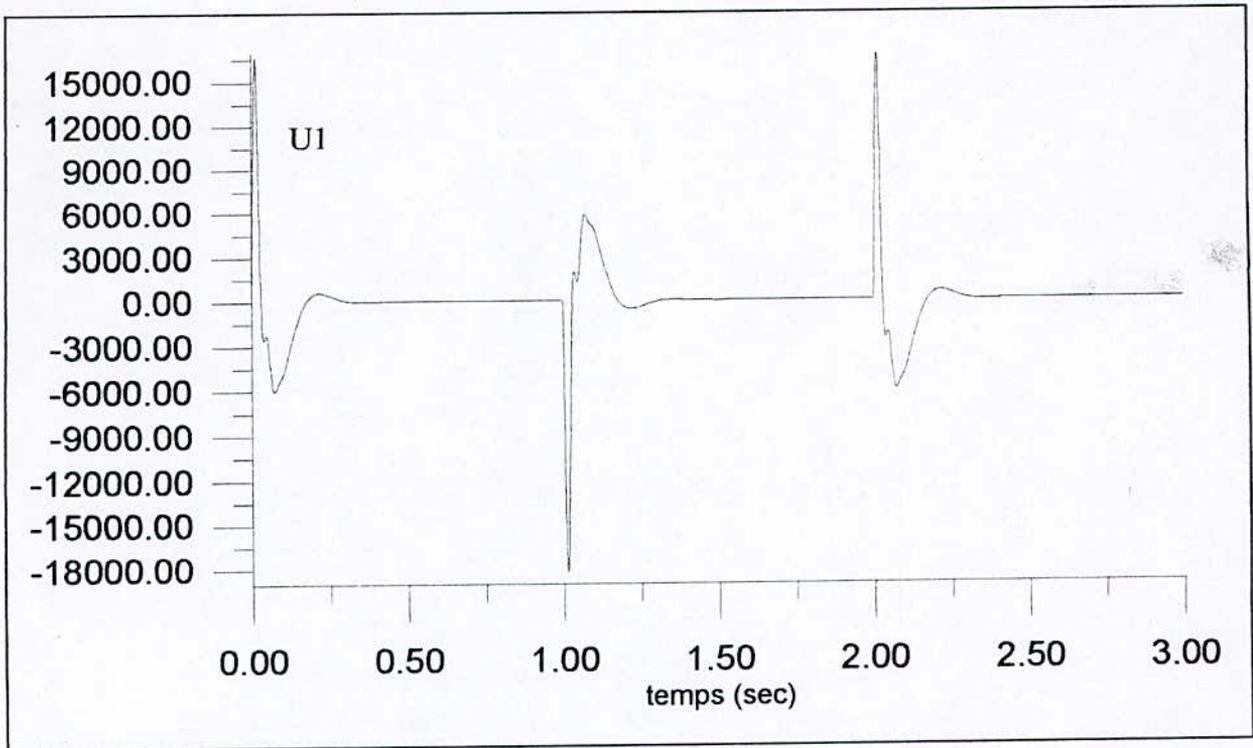


Fig (V . 8 . c) : $h = 90000$ N/m

Fig (V . 8) : Réponses du système avec augmentation de la constante de raideur h

V .4 .4 Adaptation avec variation du paramètre d

Dans ce cas, la variation considérée est celle du paramètre de l'amortissement d . En premier lieu, on diminue d jusqu'à la valeur 200 N.s/m.

En second lieu, la valeur de d est augmentée à 300 N.s/m.

C'est les mêmes remarques que pour le cas de la variation du paramètre h . Les performances sont très acceptables (fig (V . 9) et (V . 10)).

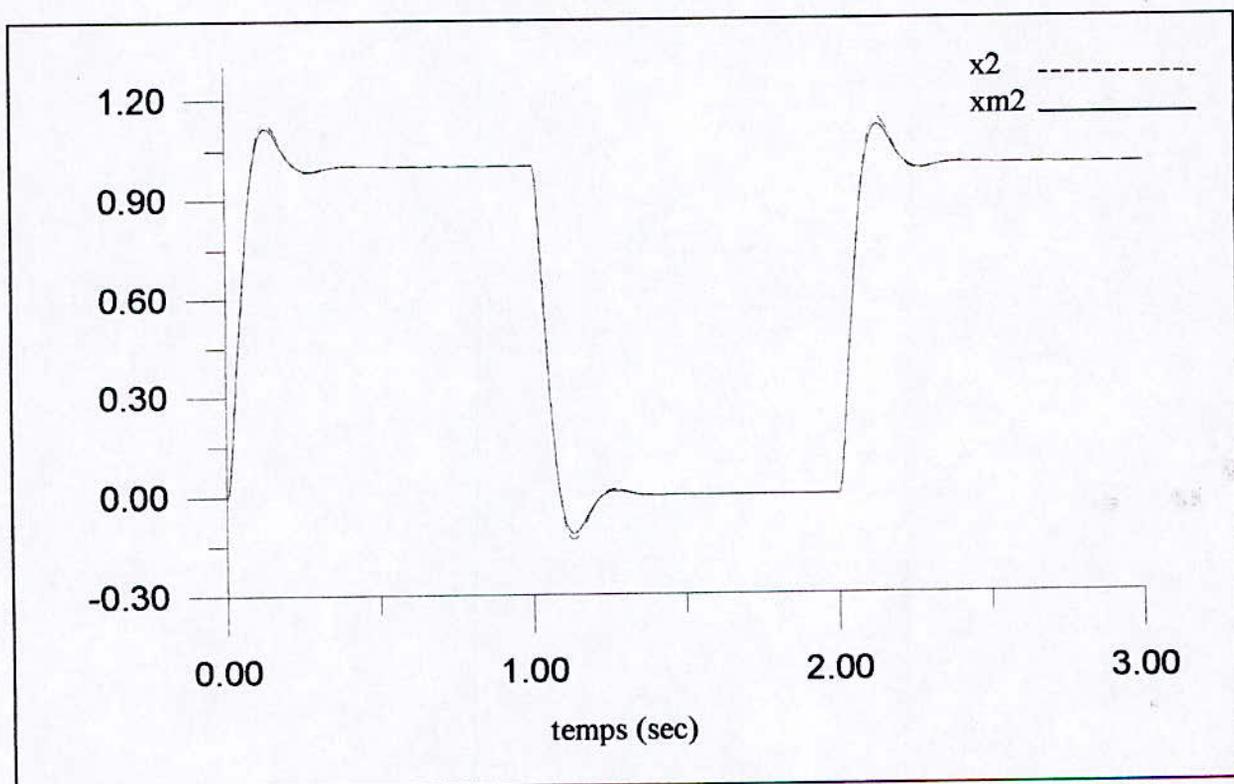
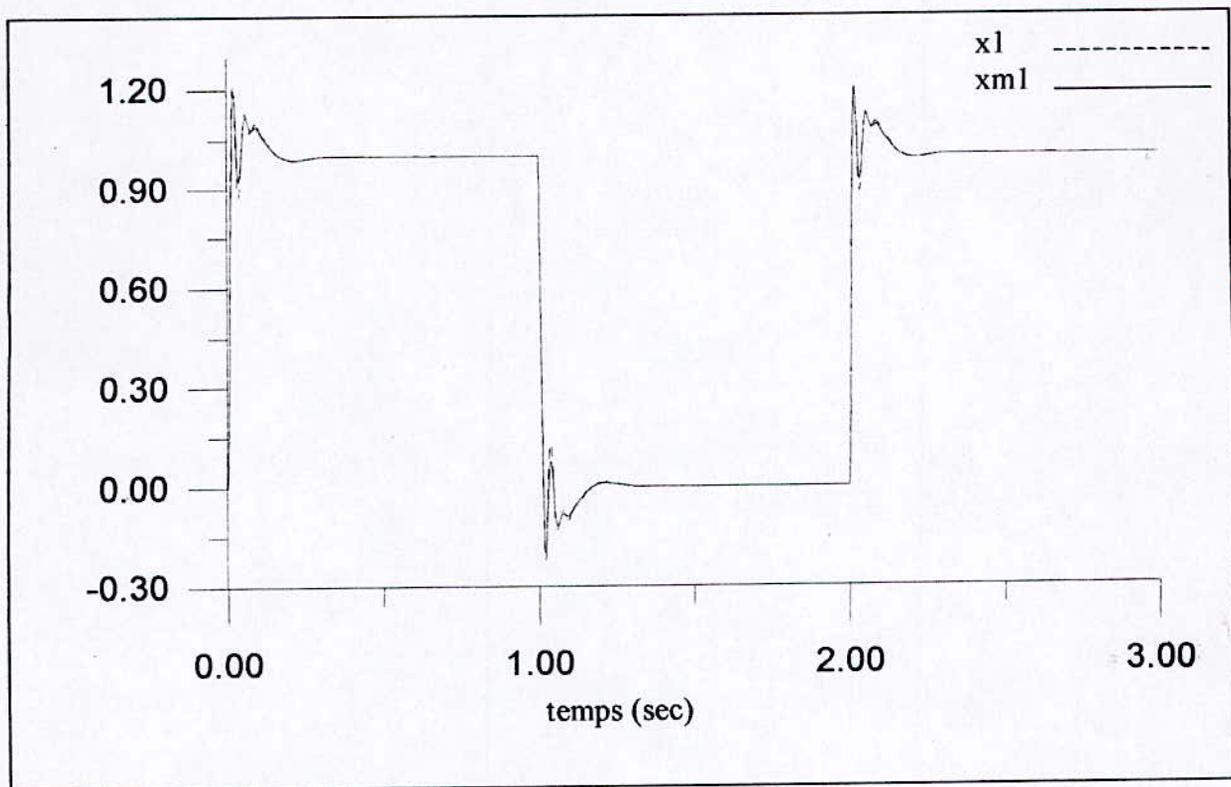


Fig (V.9.a) : $d = 200 \text{ N. s / m}$

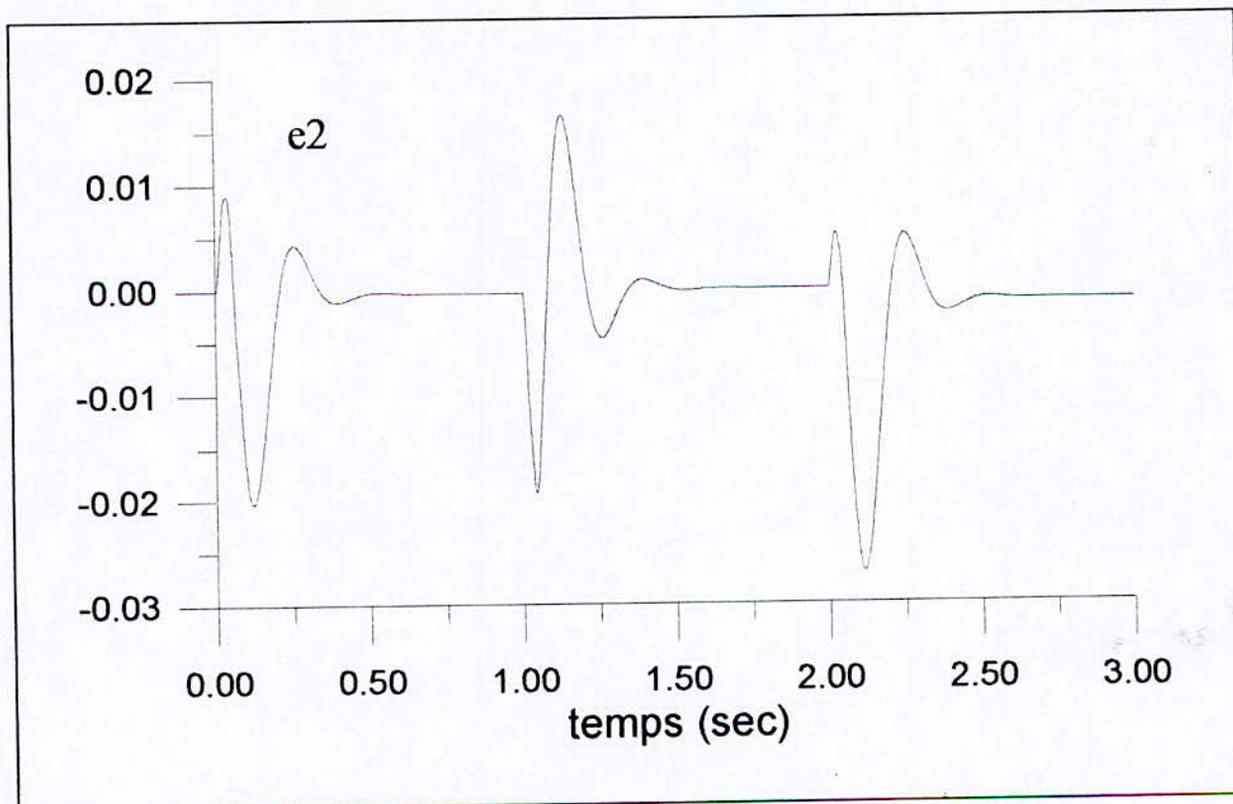
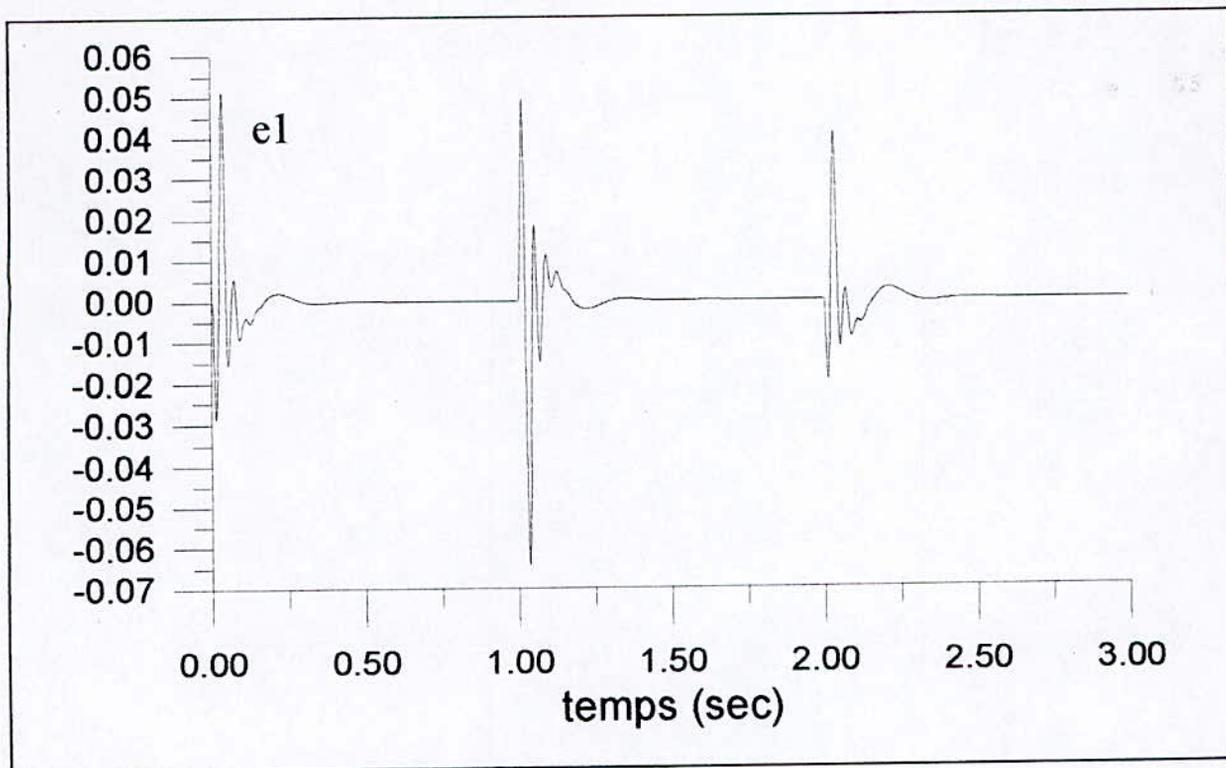


Fig (V . 9 . b) : Allures de l'erreur de sortie ($d = 200 \text{ N.s / m}$)

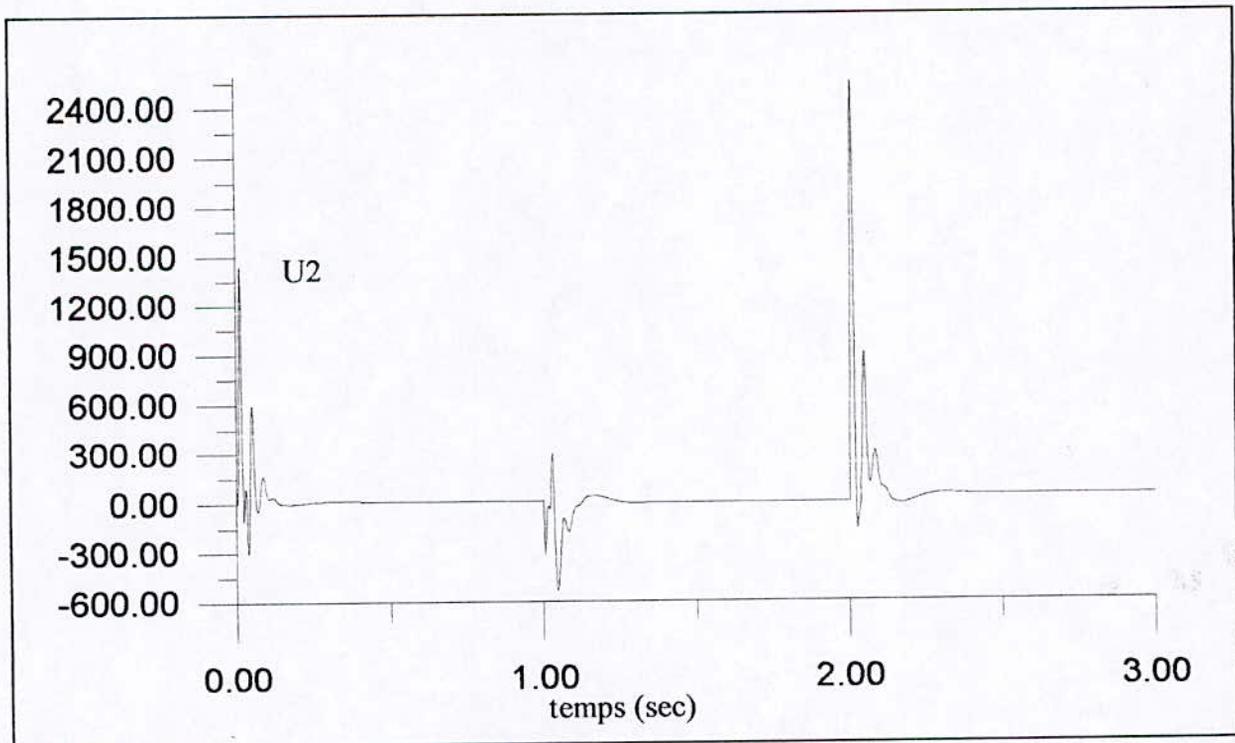
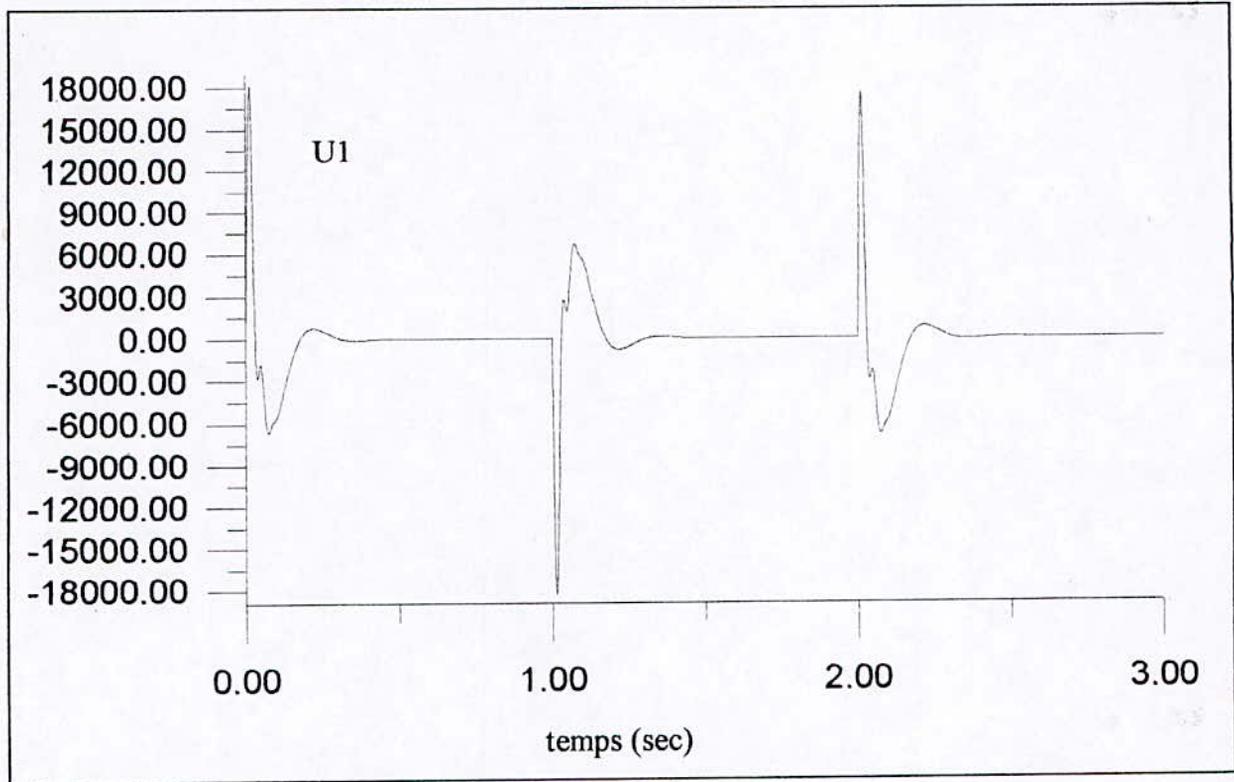


Fig (V . 9 . c) : $d = 200 \text{ N} \cdot \text{s} / \text{m}$

Fig (V . 9) : Réponses du système avec diminution du facteur d'amortissement d

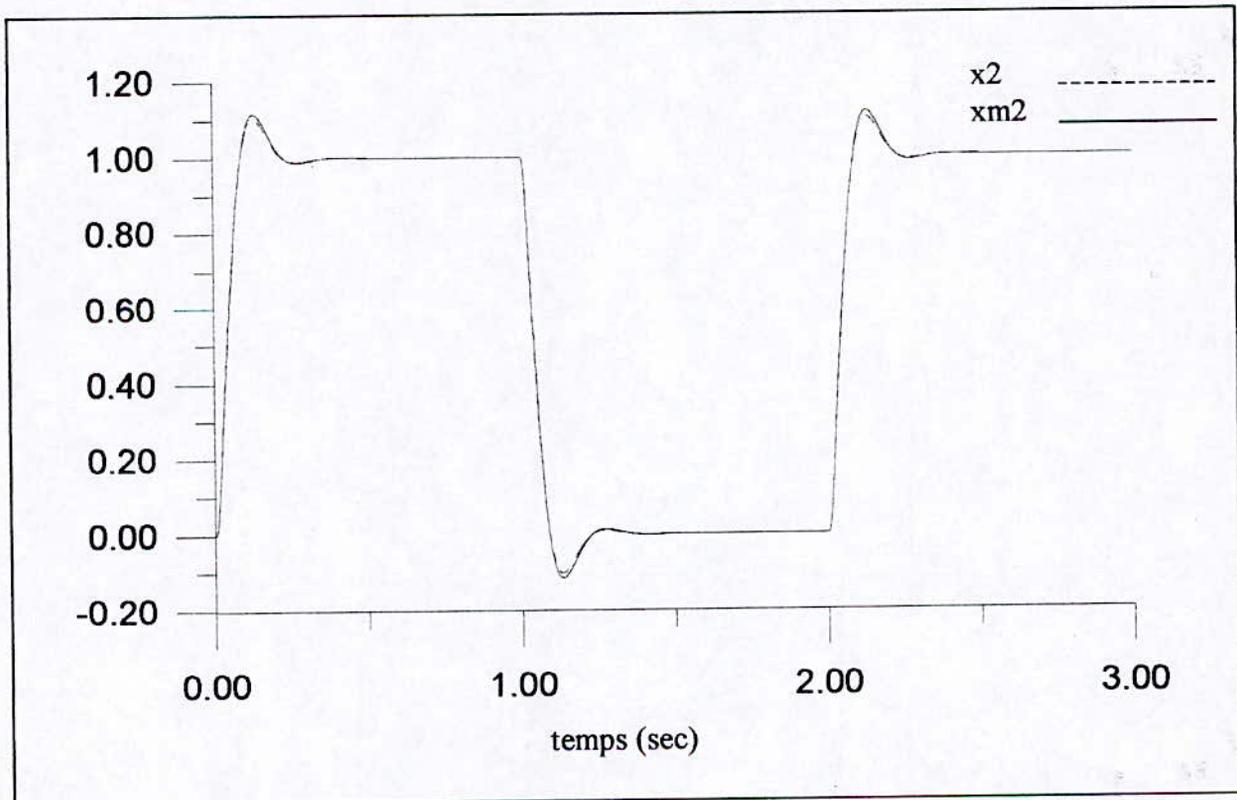
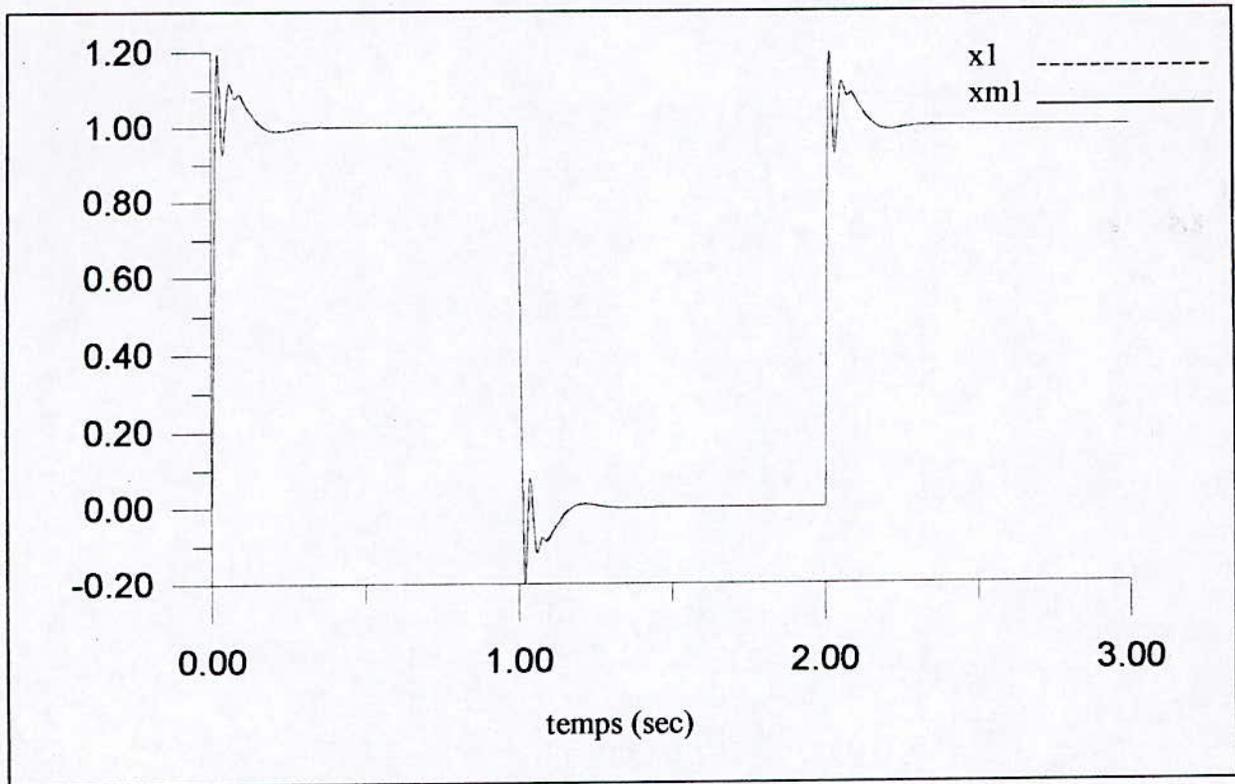


Fig (V . 10 . a) : $d = 300 \text{ N.s / m}$

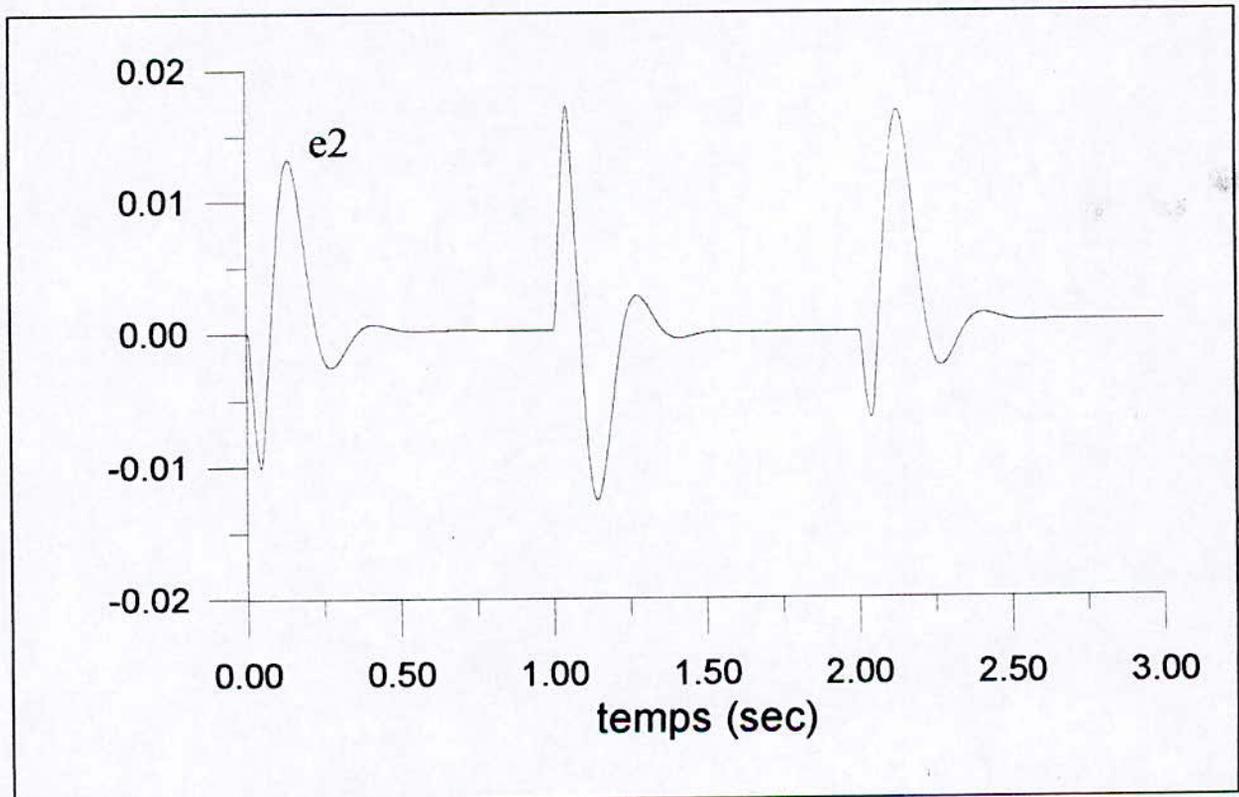
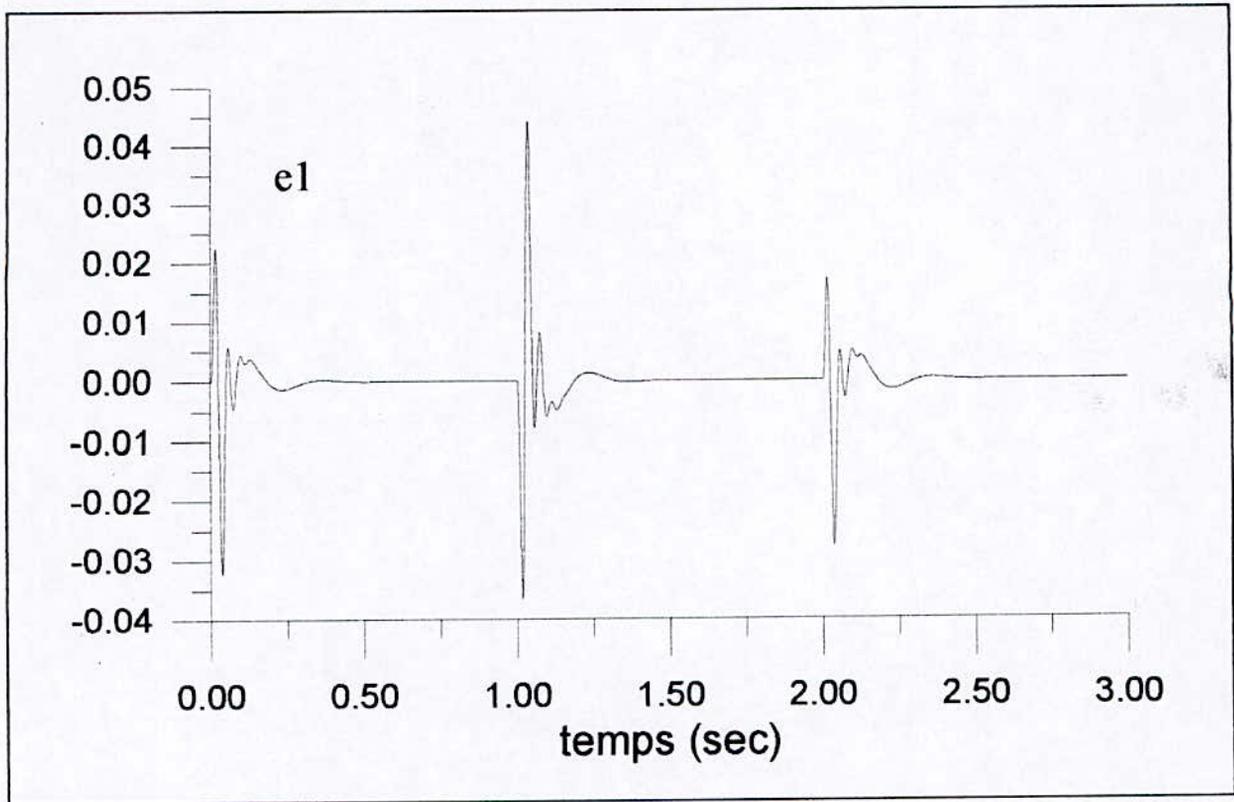


Fig (V . 10 . b) : Allures de l'erreur de sortie ($d = 300 \text{ N.s / m}$)

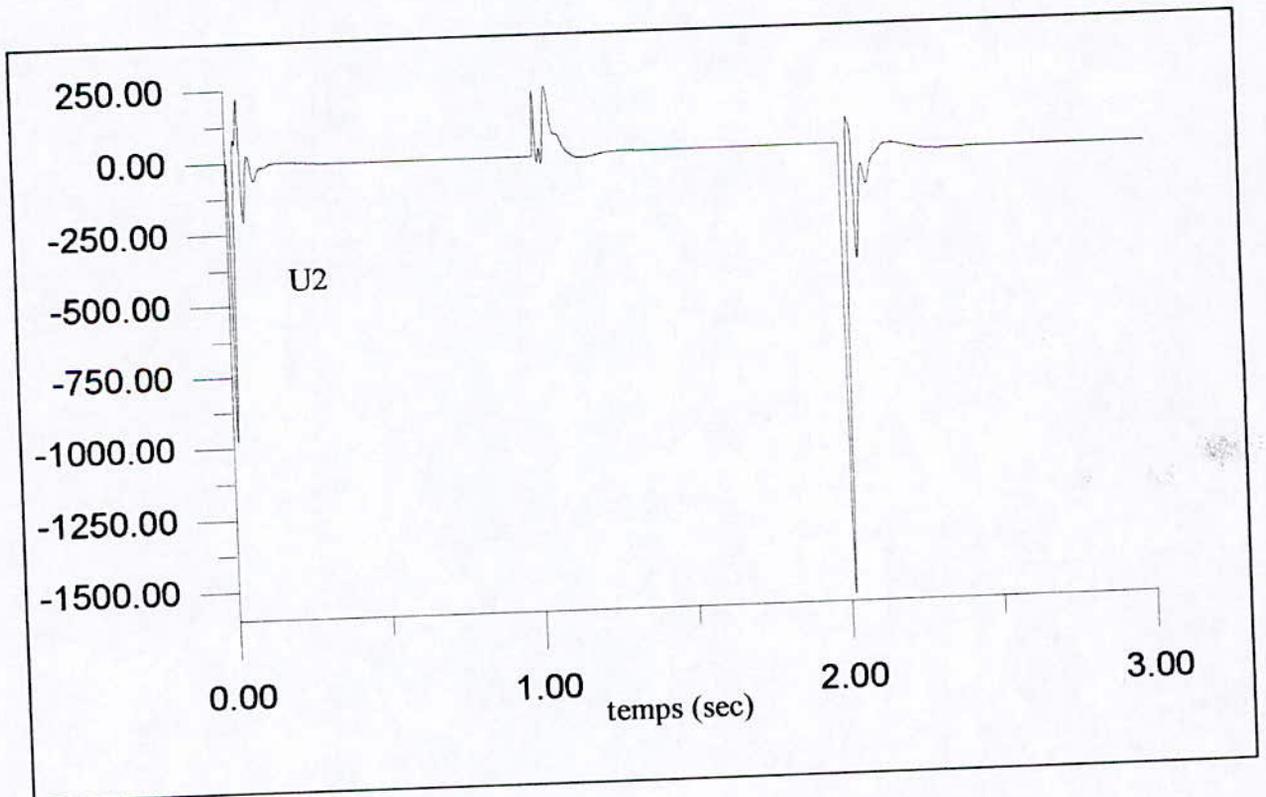
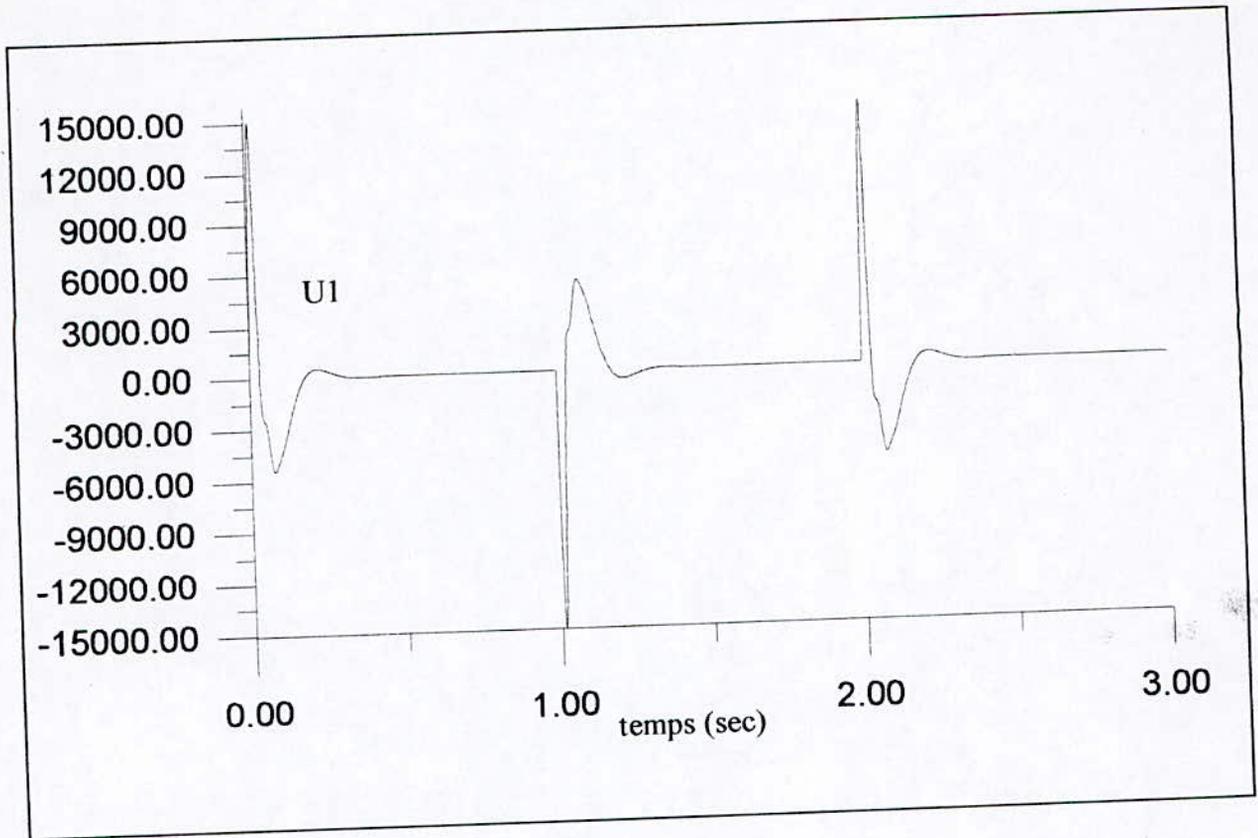


Fig (V . 10 . c) : $d = 300 \text{ N.s / m}$

Fig (V . 10) : Réponses du système avec augmentation du facteur d'amortissement d

V.4.5 Adaptation avec variation du paramètre k

Pour cette essai, on varie le paramètre k entre 2700 N/m à 3300 N/m. Les résultats de simulation sont illustrés dans fig (V . 11) et fig (V . 12).

On remarque que la poursuite est presque parfaite, en présence des variations sur le paramètre k (fig (V . 11) et fig(V . 12)). L'erreur est très faible, donc on conclut que ce paramètre n'influe pas sur les performances du système.

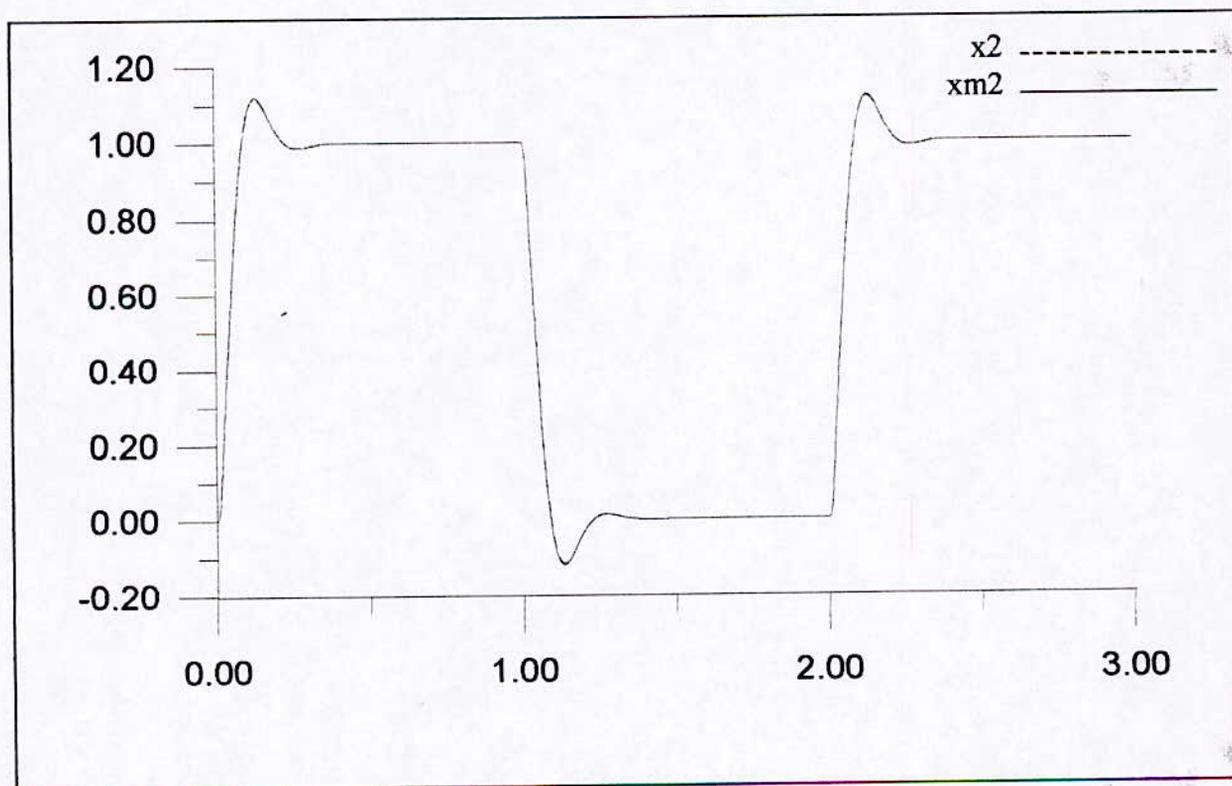


Fig (V . 11 . a) : $k = 2700 \text{ N / m}$

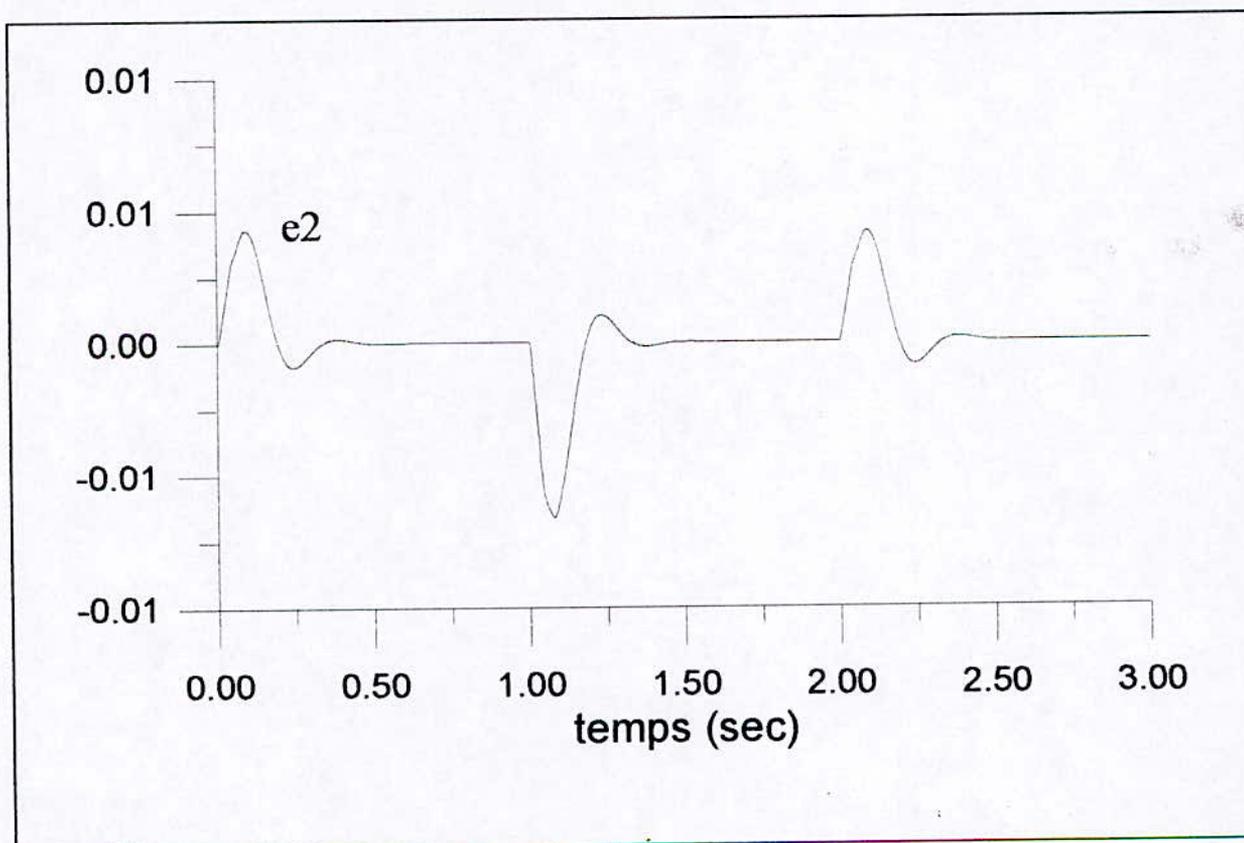
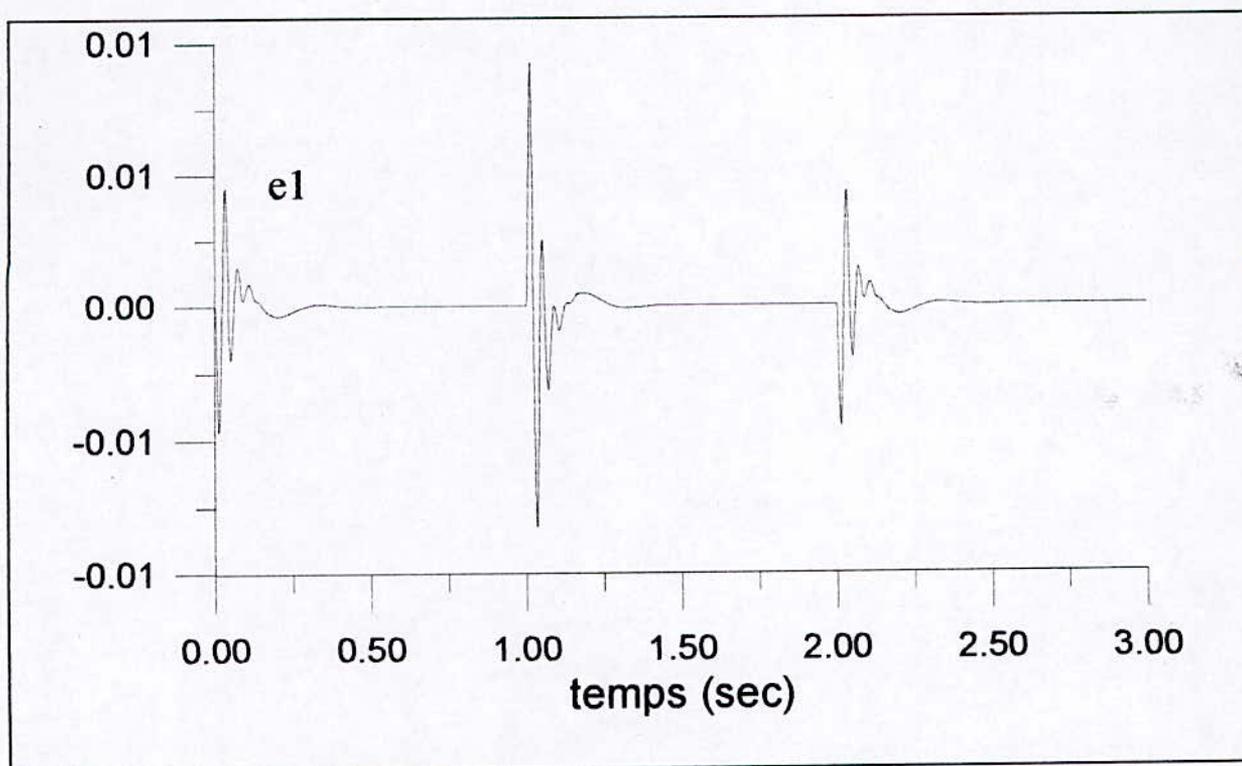


Fig (V . 11 . b) : Allures de l'erreur de sortie ($k = 2700 \text{ N/m}$)

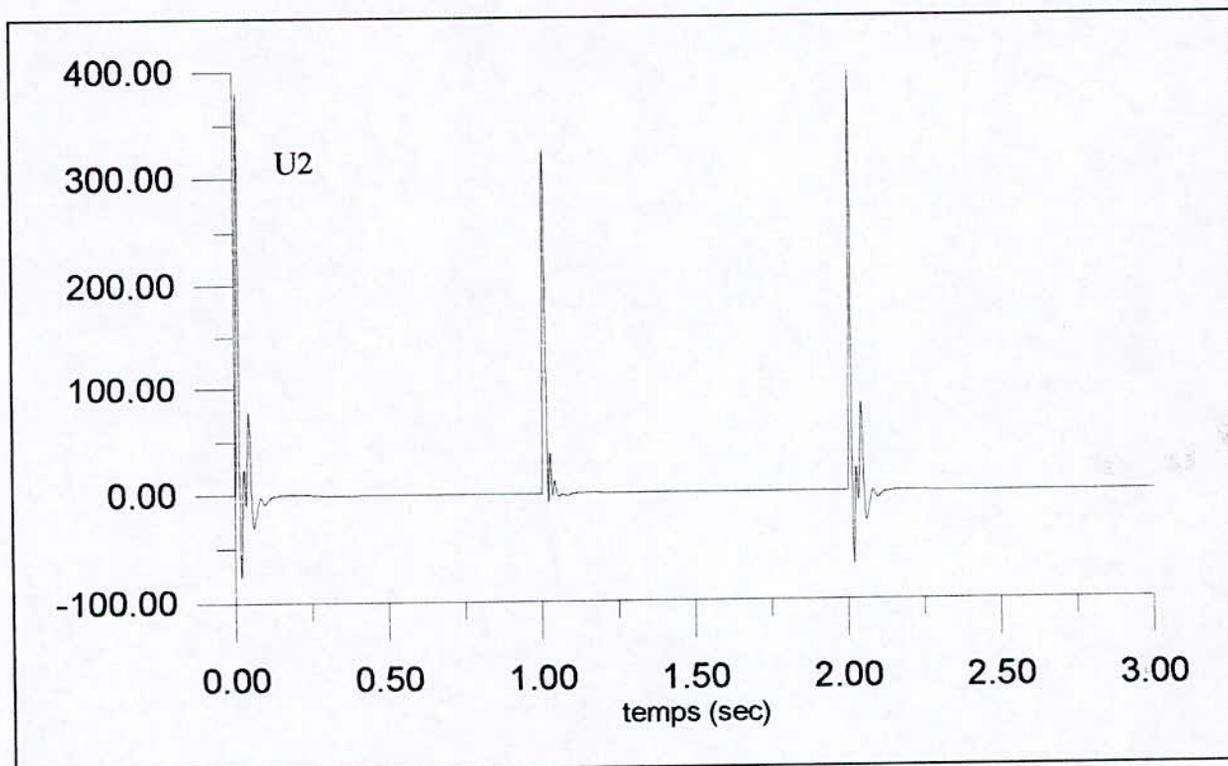
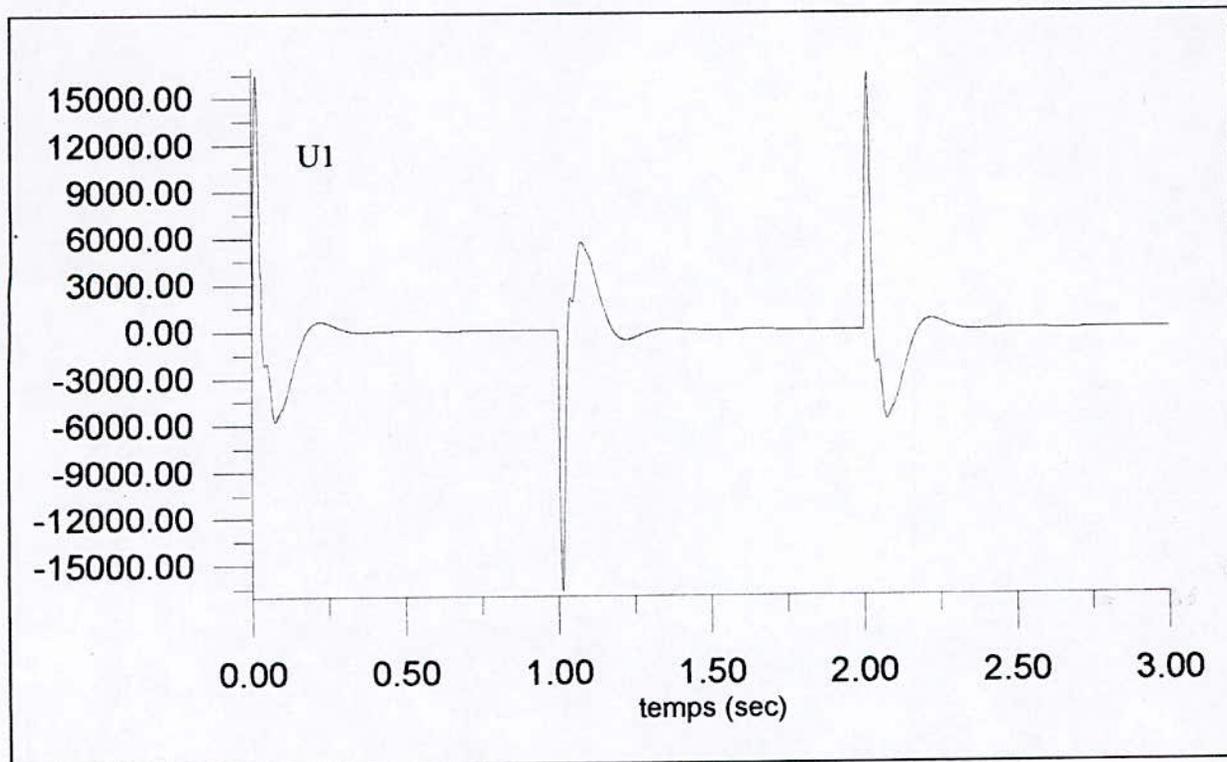


Fig (V . 11 . c) : $k = 2700 \text{ N / m}$

Fig (V . 11) : Réponses du système avec diminution de la constante de raideur k

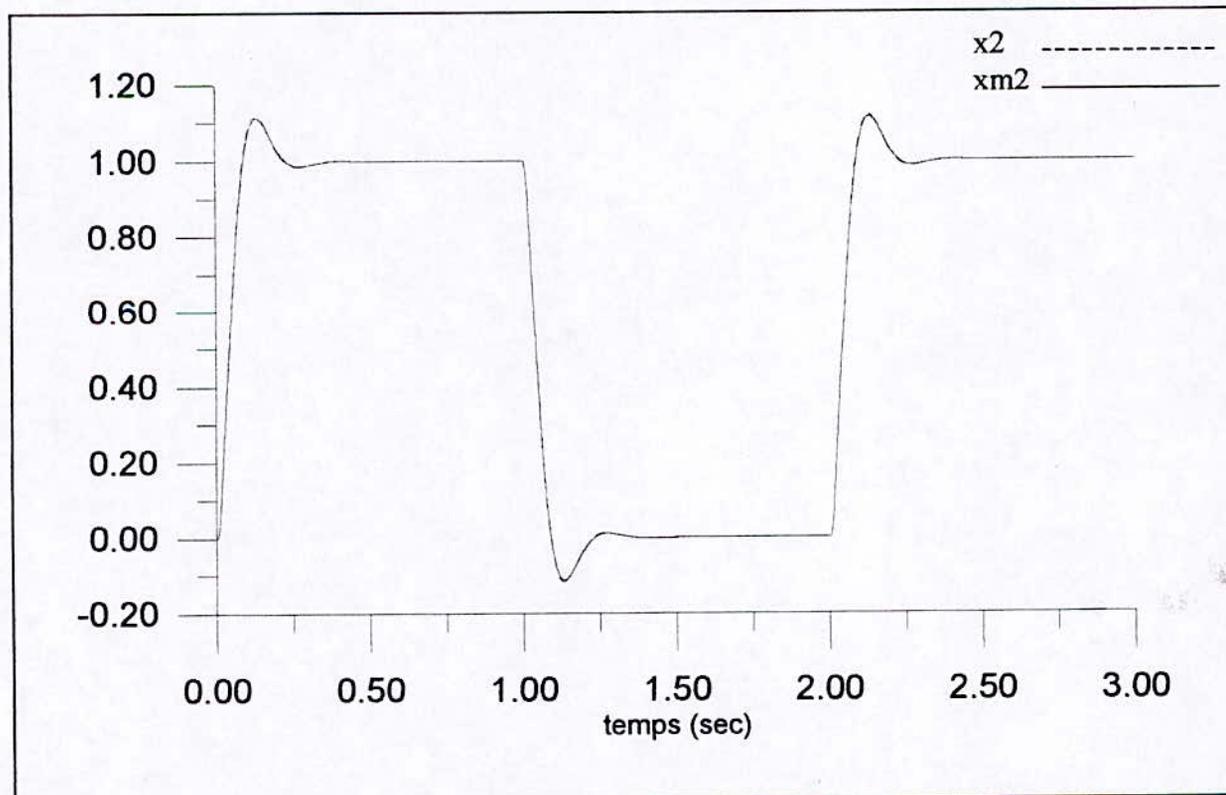
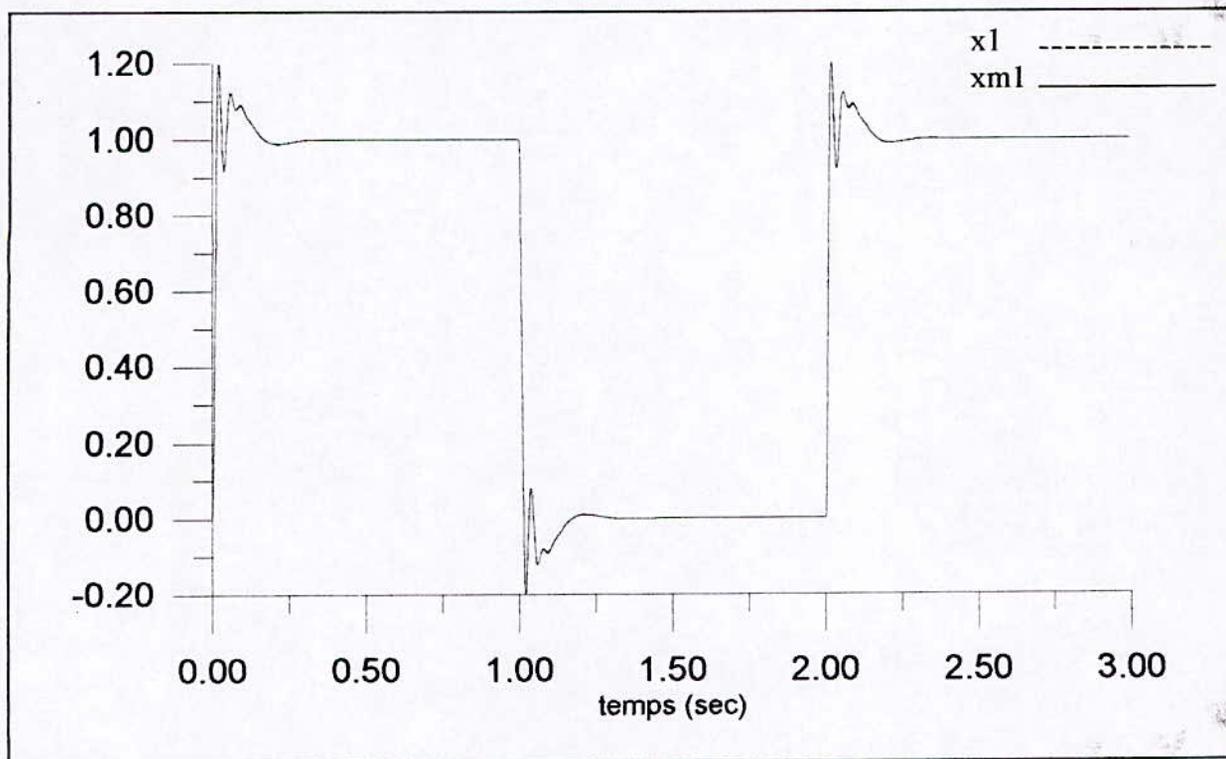


Fig (V . 12 . a) : $k = 3300 \text{ N / m}$

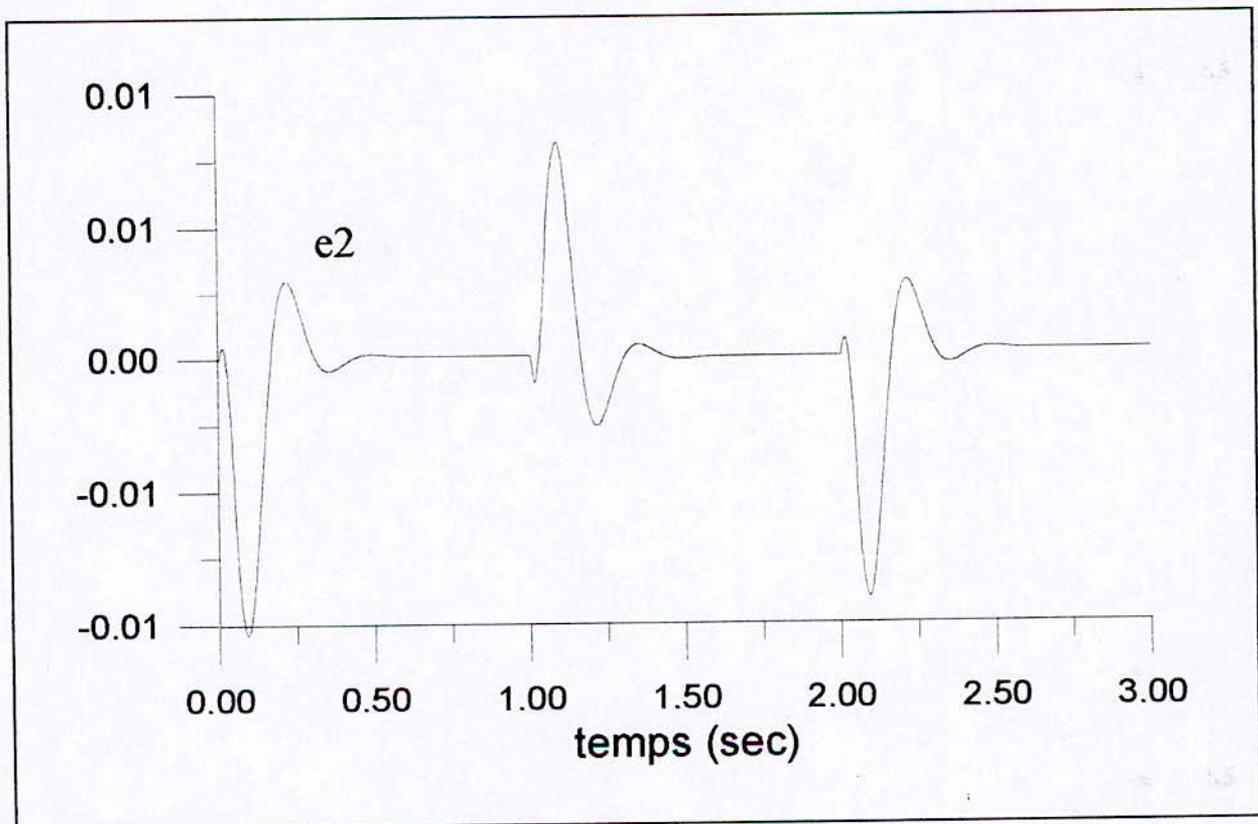
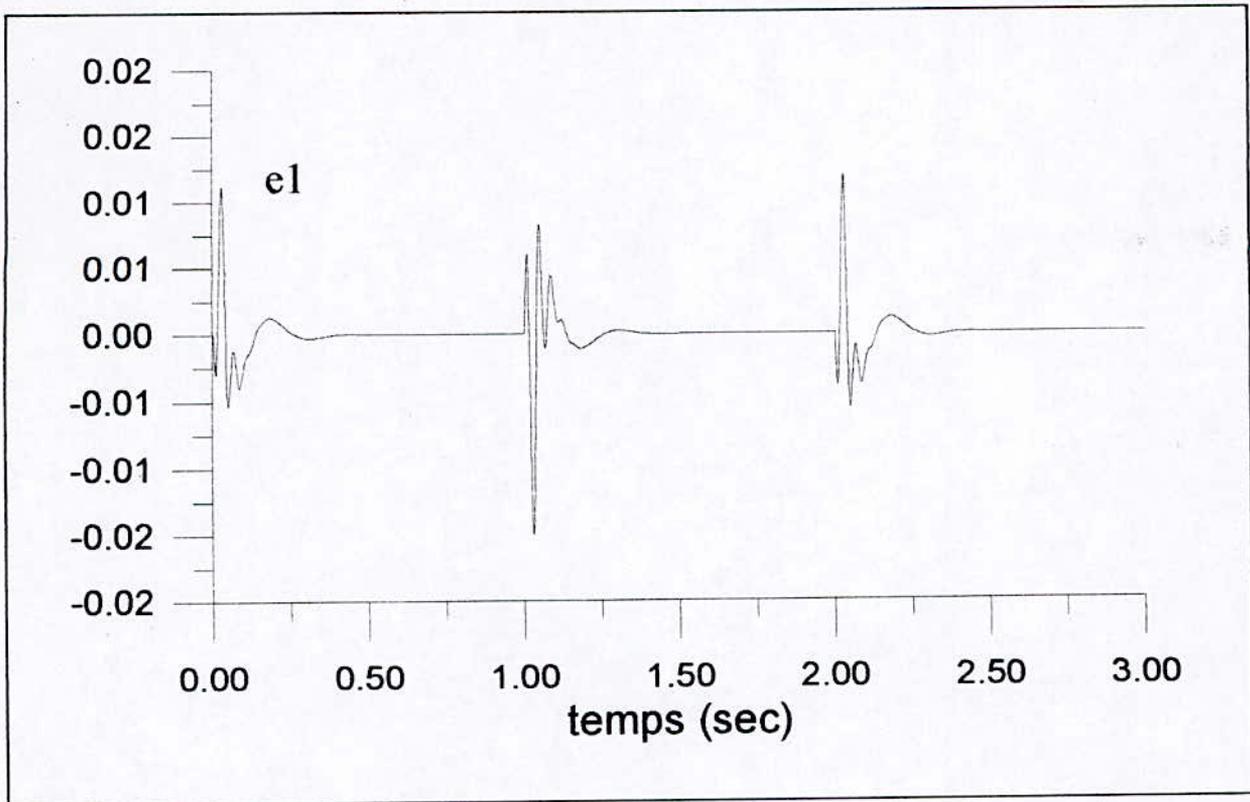


Fig (V . 12 . b) : Allures de l'erreur de sortie ($k = 3300 \text{ N/m}$)

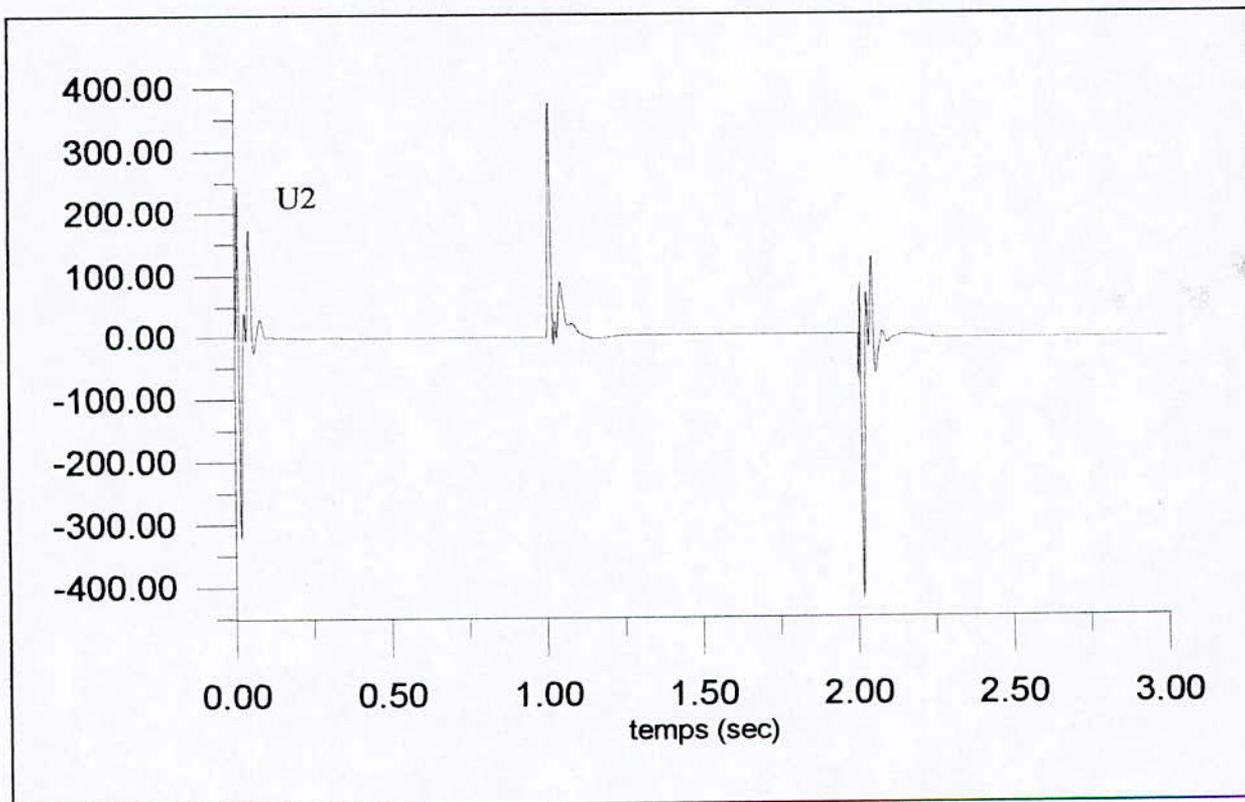
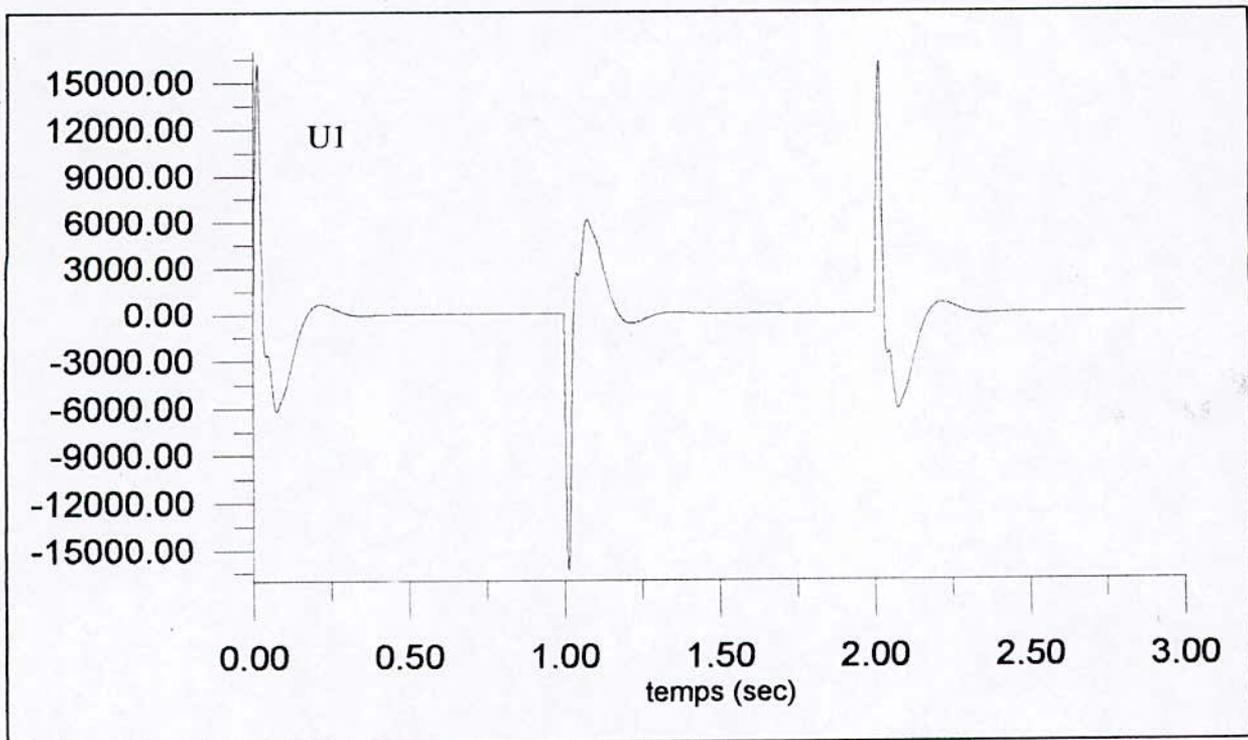
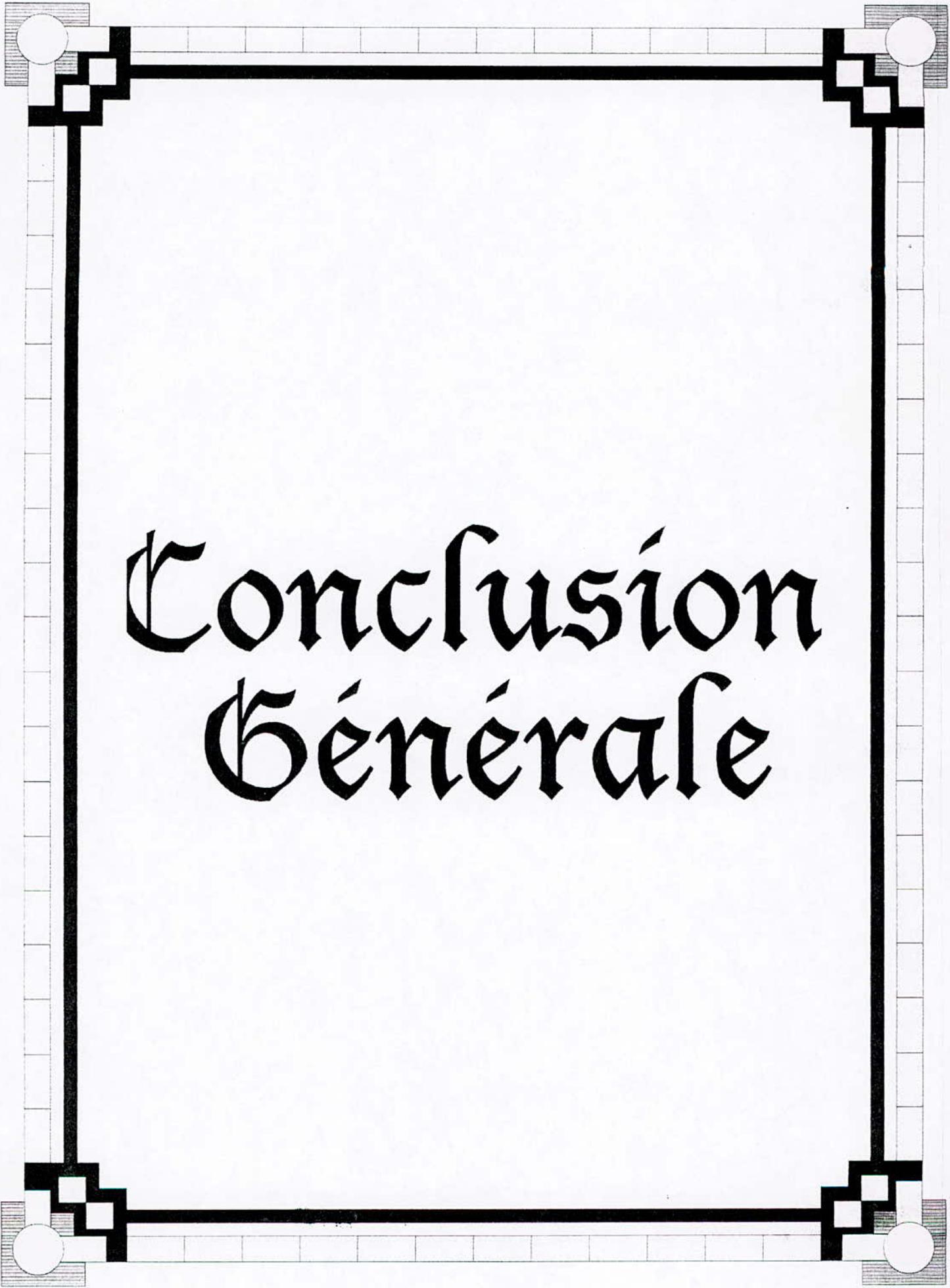


Fig (V . 12 . c) : $k = 3300 \text{ N / m}$

Fig (V . 12) : Réponses du système avec augmentation de la constante de raideur k



Conclusion Générale

Conclusion Général

Durant ce travail, on a vu la commande adaptative de manière générale avec ses différentes configurations, ensuite on s'est basé sur la théorie des systèmes adaptatifs par modèle de référence (MRAS), où cette théorie a été développée avec plus de détails.

Notre travail est destiné à la commande d'un système physique. Donc, il s'est avéré nécessaire d'introduire un chapitre sur la commande adaptative par modèle de référence, où on a exposé des techniques pour la synthèse d'une loi de commande, pour régler le problème de poursuite d'un modèle. Ces techniques sont les commandes LMFC et AMFC.

L'étude de la commande était destinée à asservir un système très important dans l'industrie, la vie quotidienne et le domaine militaire. C'est les systèmes à suspension active.

On a procédé par illustration du modèle mathématique de ses systèmes. Ensuite, on a synthétisé une loi de commande, qui a pour rôle d'assurer une poursuite parfaite du modèle optimal, considéré comme modèle de référence dans notre étude, et d'éliminer l'effet des perturbations paramétriques sur le système réel.

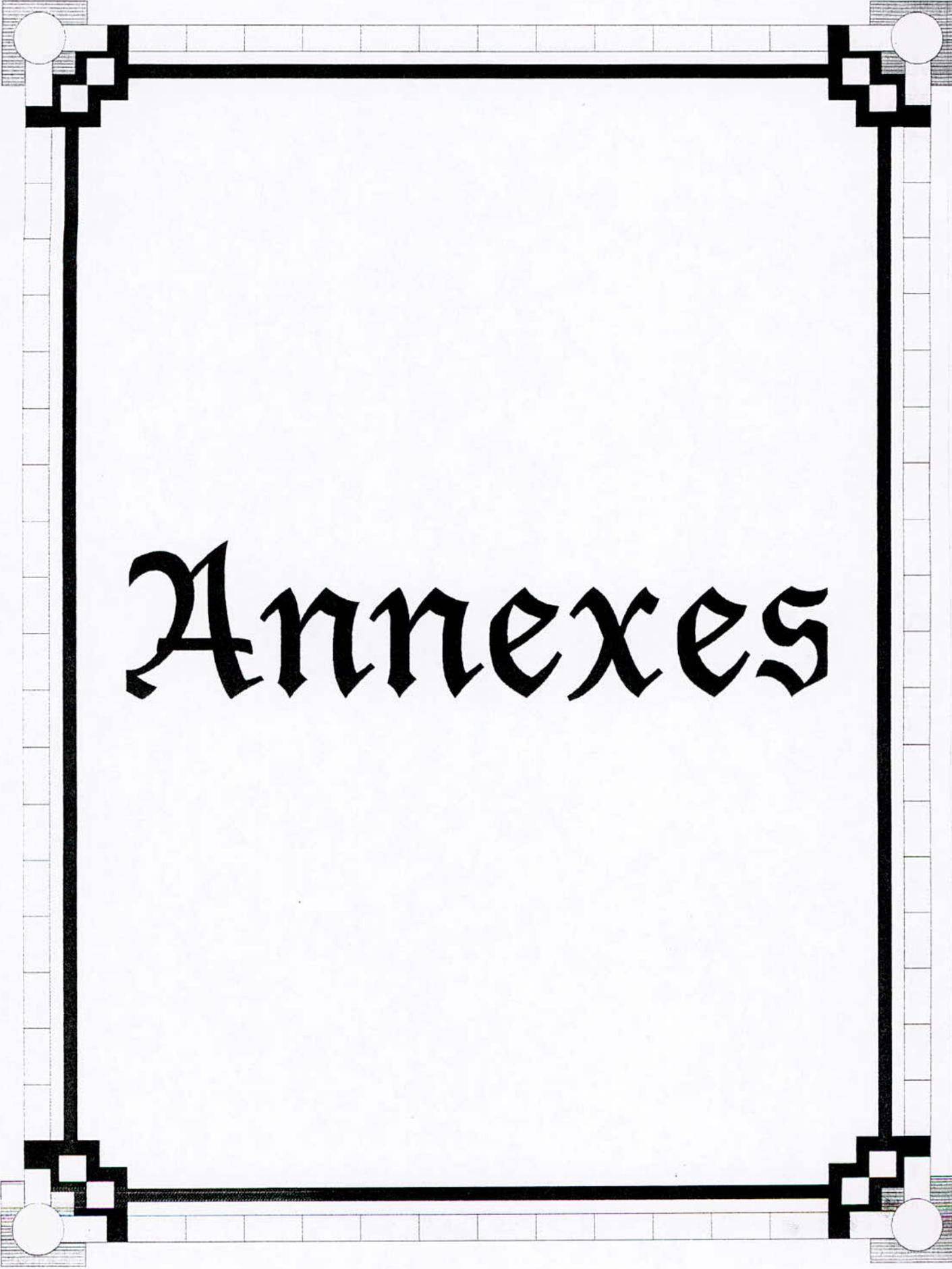
Le modèle de référence a été établi à partir d'une commande optimale injectée à la suspension active, qui satisfait aux exigences du confort, la sécurité et le bon fonctionnement du système physique.

Pour la technique de commande utilisée dans ce travail, afin d'assurer les performances désirées, on a opté pour l'approche de la commande adaptative par poursuite d'un modèle (AMFC), tout en ce basant sur le concept d'hyperstabilité et de positivité pour les systèmes continus.

D'après les résultats des différentes simulations, on a pu obliger le système à suivre le modèle de référence parfaitement en lui injectant la même commande utilisée pour le modèle qu'il devait suivre. On peut dire que cette idée est acceptable, vu la ressemblance de la structure de la commande linéaire du système AMFC avec celle de la commande optimale.

Le deuxième problème à régler dans ce travail, et le plus important, est l'adaptation du système asservi, en présence des variations paramétriques. L'étude a montré que le paramètre qui influe le plus sur les performances du système est la masse de la charge M , tandis que les autres éléments n'ont pas beaucoup d'influence malgré les variations importantes introduites au système réel. On conclut que la commande AMFC est robuste, et les performances du système commandé sont très satisfaisantes.

Pour le future, on propose comme perspective de compléter ces travaux par l'étude des systèmes à deux et à quatre suspensions actives. Un autre point très important en pratique, lié au fonctionnement des actionneurs des suspensions actives dans le domaine fréquentiel. Les actionneurs fonctionnent en basse fréquence, donc on suggère d'enrichir notre étude, en prenant en considération cette information, avec l'introduction d'un filtre passe bas, par exemple, à l'entrée de l'actionneur.



Annexes

ANNEXE A

STABILITE

A.1 Point d'équilibre

Définition A - 1 :

Soit le système dynamique libre d'écrit par l'équation différentielle suivante :

$$\dot{\bar{x}} = f(\bar{x}, t) \quad -\infty < t < +\infty \quad (A - 1)$$

tel que \bar{x} est le vecteur d'état à n - dimension du système .

On considère le vecteur $S(t, x_0, t_0)$ solution unique de l'équation (A - 1), qui est dérivable dans le temps, et pour toutes x_0, t_0 , il vérifie les équations :

$$S(t_0, x_0, t_0) = x_0 \quad (A - 2)$$

$$\dot{S}(t, x_0, t_0) = f[S(t, x_0, t_0), t] \quad (A - 3)$$

L'état x_c du système (A - 1) est dit point d'équilibre si :

$$f(x_c, t) = 0 \quad \text{pour toute instant } t \quad (A - 4)$$

A.2 Stabilité

Définition A - 2 :

Le point d'équilibre x_c du système (A - 4) est stable, si pour tout nombre réel $\varepsilon > 0$, il existe un nombre réel $\delta(\varepsilon, t_0) > 0$ tel que :

$$\|x_0 - x_c\| \leq \delta(\varepsilon, t_0) \Rightarrow \|S(t, x_0, t_0) - x_c\| \leq \varepsilon \quad \text{pour tout } t \geq t_0 \quad (A - 5)$$

A.3 Stabilité asymptotique

Définition A - 3 :

Le point d'équilibre x_c est asymptotiquement stable si :

- 1- x_c est stable
- 2- il existe un nombre réel $\delta(t_0) > 0$ tel que :

$$\|x_0 - x_c\| \leq \delta(t_0) \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \|S(t, x_0, t_0) - x_c\| = 0$$

(C'est a dire , toute solution $S (t , x_0 , t_0)$ tel que l'état initial x_c quand $t \rightarrow \infty$).

A .4 Stabilité asymptotique globale

Définition A - 4 :

Le point d'équilibre x_c du système (A - 1) est globalement asymptotiquement stable, si pour n'importe $x_0 \in \mathcal{R}^n$

1 - x_c est stable.

2 - $\lim_{t \rightarrow \infty} \| S (t , x_0 , t_0) - x_c \| = 0$.

Annexe B

POSITIVITE

B.1 Fonction (matrice) réelle positive à variable complexe

Définition B - 1 :

Une fonction rationnelle $h(s)$, tel que $S = a + j b$ est réelle positive si :

- 1- $h(s)$ est réelle, pour s réelle.
- 2- $\text{Re} [h(s)] \geq 0$, pour tout $\text{Re} [s] > 0$.

Définition B - 2 :

Une fonction $h(s)$ à variable complexe $s = a + j b$ est strictement réelle positive (SPR) si :

- 1- $h(s)$ est réelle pour s réelle.
- 2- $h(s)$ n'a pas de pôle dans le demi plan droit $\text{Re} [s] \geq 0$.
- 3- $\text{Re} [h (j b)] > 0$, $-\infty < b < +\infty$.

Lemme B - 1 :

si $h(s) = \frac{M(s)}{N(s)}$ est une fonction réelle positive, tel que $M(s)$ et $N(s)$ sont des fonctions polynomiales, alors :

- 1- $M(s)$ et $N(s)$ ont des coefficients réel.
- 2- $\frac{1}{N(s)}$ est aussi une fonction réelle positive.
- 3- $M(s)$ et $N(s)$ sont des polynômes d'HURWITZ.
- 4- L'ordre de $N(s)$ ne doit pas être différent de l'ordre de $M(s)$, pas plus de ± 1 .

B.2 Positivité des systèmes continus linéaire invariants dans le temps

On considère le système multivariable linéaire, invariant dans le temps :

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (B - 1)$$

$$v = Cx + Ju \quad (B - 2)$$

Où :

x est le vecteur d'état à n - dimension ;

u et v sont des vecteurs à m - dimension , qui représentent , l'entrée et la sortie du système ;

A , B , C et J sont des matrices à dimensions appropriées.

En supposant que le système est complètement contrôlable et observable .Ce système est caractérisé, aussi, par la matrice de transfert :

$$H(s) = J + C (SI - A)^{-1} B \quad (B - 3)$$

Théorème B - 1 :

Les propositions suivantes, consentants le système décrit par les équations (B - 1) et (B - 2), sont équivalentes :

- 1- Le système d'équations (B - 1) et (B - 2) est positif.
- 2- $H(s)$, décrit par (B - 3), est une matrice de transfert réelle positive.
- 3- il existe une matrice définie positive symétrique Q , et des matrices S et R tel que :

$$PA + A^T P = - Q$$

$$B^T P + S^T = C$$

$$J + J^T = R$$

$$\begin{pmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{pmatrix} \geq 0$$

(\geq : semidéfinie positive)

- 4- Il existe une matrice P positive symétrique et des matrices K et L , tel que :

$$PA + A^T P = - LL^T$$

$$B^T P + K^T L^T = C$$

$$J + J^T = K^T K$$

Lemme B - 1 :

Si $J = 0$ dans l'équation (B - 2), le système sera décrit par :

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (B - 4)$$

$$v = Cx \quad (B - 5)$$

Ce système est positive. la matrice de transfert :

$$H(s) = C^T (SI - A)^{-1} B \quad (B - 6)$$

est réelle positive, si et seulement s'il existe une matrice P définie positive, symétrique, et une matrice Q semidéfinie positive, symétrique, tel que :

$$PA + A^T P = -Q \quad (B - 7)$$

$$B^T P = C \quad (B - 8)$$

ANNEXE C

HYPERSTABILITE

C.1 Problème d'hyperstabilité

Le problème de l'hyperstabilité a été introduit par Popov, comme un cas général du problème de la stabilité absolue.

En considérant un système à boucle de retour (feedback) multivariable, standard, illustré dans fig (C . 1). Le système est composé par une chaîne directe (feedforward) linéaire , invariant dans le temps, et une chaîne de retour qui peut être linéaire ou non linéaire, variable dans le temps ou non.

Dans le problème de la stabilité absolue , on s'intéresse à trouver les conditions, qui doit satisfaire par la chaîne directe , tel que le système à boucle de retour représenté dans fig (C . 1) soit globalement asymptotiquement stable, pour tout bloc de retour de la classe qui satisfait l'inégalité de la forme :

$$v_i w_i \geq 0 ; i = 1, \dots, m. \quad (C - 1)$$

Où v_i et w_i sont les éléments des vecteurs d'entrée v et de sortie w du bloc de retour à m -dimensions. Popov a considéré la stabilité asymptotique globale des systèmes données par fig (C-1), mais pour une classe de blocs de retour, satisfaisant l'inégalité :

$$\eta(t_0, t_1) \triangleq \int_{t_0}^{t_1} w^T v dt \geq -\gamma_0^2 ; \text{ pour tout } t_1 \geq t_0 \quad (C - 2)$$

Cette inégalité (C - 2) est appelée « l'inégalité de Popov ».

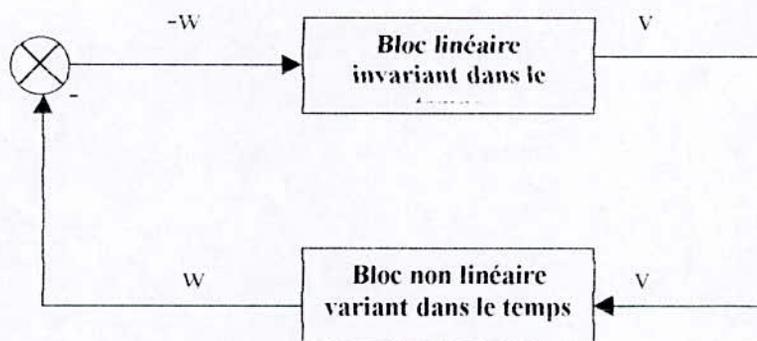


Fig (C . 1) : Système multivariable standard à boucle de retour non linéaire variant dans le temps

Si le système à boucle de retour, de la forme représentée dans fig (C . 1), est globalement (asymptotiquement) stable, pour tout blocs de retour satisfaisant l'inégalité

(C - 2), sera appelé (asymptotiquement) hyperstable. Parce que le bloc de retour est défini par (C - 2) , les propriétés de l'hyperstabilité du système à boucle de retour dépendra seulement des caractéristiques du bloc de la chaîne directe, qui assure l'hyperstabilité du système à boucle fermé sera appelé le bloc hyper stable .

C.2 Quelques définitions

On considère un système à boucle fermée, possédant un bloc à la chaîne de retour :

$$\dot{x} = A x + B U = A x - B w \quad (C - 3)$$

$$v = C x + J U = C x - J w \quad (C - 4)$$

et le bloc de la chaîne de retour :

$$w = f(v,t,z) , z \leq t \quad (C - 5)$$

Où :

x : est le vecteur d'état du bloc de la chaîne directe à n - dimension
 u et v : sont l'entrée et la sortie , respectivement ,du bloc de la chaîne directe à m - dimension.

A, B, C et J : sont des matrices à dimension appropriées .

f : est un vecteur fonctionnel.

La paire (A,B) est complètement contrôlable .

La paire (C,A) est complètement observable.

Définition C - 1 :

Le système décrit par (C - 3), (C - 4) et (C - 5) est hyperstable, s'il existe une constante positive $\gamma_0 > 0$; tel que, toutes les solutions $x(x(0),t)$ des équations (C - 3) et (C - 4) satisfassent l'inégalité :

$$\|x(t)\| < \delta [\|x(0)\| + \gamma_0] ; \text{ pour tout } t \geq 0 \quad (C - 6)$$

pour n'importe bloc de retour $w = f(v,t,z)$ satisfaisant l'inégalité de l'équation (C - 2).

Définition C - 2 :

Le système décrit par (C - 3) ,(C - 4) et (C - 5) est asymptotiquement hyperstable, si :

1. Le système est hyperstable.
2. $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$; pour tout $w = f(v,t,z)$ satisfaisant l'inégalité (C - 2).

Définition C - 3:

Le système décrit par (C - 3), (C - 4) et (C - 5) est asymptotiquement hyperstable, s'il est globalement asymptotiquement stable, pour tout bloc de la chaîne de retour (C - 5) qui satisfait l'inégalité (C - 2).

C.3 Quelques résultats

Théorème C - 1 :

La condition nécessaire est suffisante, pour que le système décrit par (C - 3), (C - 4), (C - 5) et (C - 2) soit hyperstable, est comme suit :

La matrice de transfert :

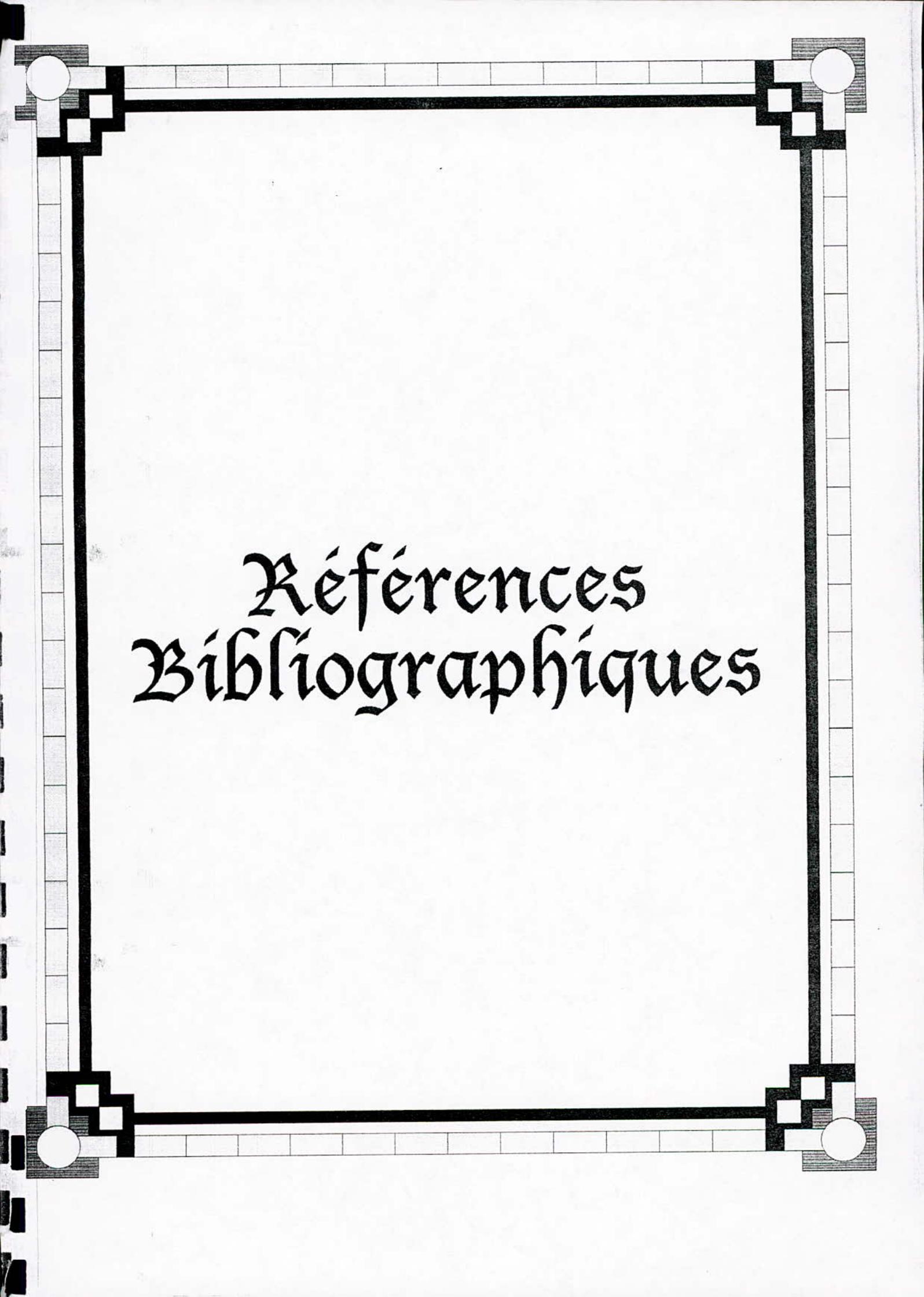
$$H(s) = J + C (SI - A)^{-1} B \quad (C - 7)$$

doit être une matrice de transfert réel positive.

Théorème C - 2 :

La condition nécessaire et suffisante, pour que le système décrit par (C - 3), (C - 4), (C - 5) et (C - 2) soit asymptotiquement hyperstable est comme suit :

La matrice de transfert (C - 7) doit être strictement réelle positive.



Références
Bibliographiques

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] K. J. Aström and B. Wittenmark, Adaptive control, Addison - Wesley Series in Electrical and Computer Engineering (1989).
- [2] S. Negoescu, B. Covrsioul et C. Francon, Application de la commande adaptative à la fabrication des guides d'ondes hélicoïdaux, *Automatisme*, 23, pp 7 - 14 (Janvier 1978).
- [3] P. T. Kidd, Self tuning and stable adaptive control of a batch polymerisation reactor, *Automatica*, 20, pp 481 - 482 (1984).
- [4] I. D. Landau, *Commande adaptative : Aspects pratiques et théoriques*, Masson (1986).
- [5] V. V. Chalam, *Adaptive control systems : Techniques and applications*, Marcel Dekker, New York (1987).
- [6] I. D. Landau, *Adaptive control : The model reference approach*, Marcel Dekker, New York (1979).
- [7] I. D. Landau, A survey of model reference adaptive techniques : Theory and applications, *Automatica*, 10, pp 353 - 379 (1974).
- [8] H. P. Whitaker, J. Yamron and A. Keser, Design of model reference adaptive control systems for aircraft, Report N° R 164, Instrumentation Lab, M.I.T (1958).
- [9] G. V. S. Raju and K. A. Riad, Signal synthesis MRAC systems, *Proceedings IEEE. INT. Conf, Man and cybernetics*, New Delhi, India, pp 934 - 939 (1983).
- [10] L. Guenfaf, Etude de différentes stratégies de commandes adaptatives : Application à un robot manipulateur, ENP, Magister Aut 1995.
- [11] I. D. Landau, A hyperstability criterion for model reference adaptive control systems, *IEEE Trans. Auto. Contr.*, AC -14 : 552 - 555 (1969).
- [12] V. M. Popov, *L'hyperstabilité des systèmes automatiques*, Dunod 1973.
- [13] C. A. Winsor and R. J. Roy, The application of specific optimal control to the design of desensitized model following control systems, *IEEE Trans. Autom. Control*, AC-15, pp 326- 333 (1970).
- [14] R. B. Newel and D. G. Fisher, Experimental evaluation of optimal, multivariable regulatory controllers with model following capabilities, *Automatica*, 8, pp 247 - 262 (1972).
- [15] H. Kaufman and P. Berry, Development of a digital adaptive optimal linear regulator flight controller, in *Proceeding of the sixth IFAC World Congress, Part I-D*, Boston, 1975, pp 58.5.1-58.5.8. Edited by IFAC. Distributed by ISA, Pittsburgh, 1975.
- [16] H. Schneider and G. P. Barner, *Matrice and linear algebra*, Holt, Rinehart and Winston, New York, 1968.
- [17] H. Erzberger, Analysis and design of model following systems by stat space techniques, in *Proceeding of the Joint Automatic Control Conference*, Ann Arbor, 1968, pp 572-581.
- [18] I. D. Landau and B. Courtiol, Design of multivariable adaptive model following control systems, *Automatica*, 10, pp 483-494 (1974).
- [19] R. T. Curran, Equi-controllability and the model following problem, Technical Report N° 6303-2, CSR, Stanford University, Stanford, Calif., July 1971.
- [20] J. S. Tyler, The characteristics of model following systems as synthesized by optimal control, *IEEE Trans. Autom. Contr.*, AC-9, pp 485-498 (1964).
- [21] S. J. Asseo, Application of optimal control to perfect model following, *JACC*, Ann Arbor, 1968, pp 1056-1070.
- [22] C. Foulard and P. Zoydo-Crespo, Commande modale et commande découplée multidimensionnelle par des techniques de poursuite d'un modèle de référence, *IFAC /*

- IFIP International Conference on Digital Computer Applications to Process Control, Vol.I, Zurich, 1974, pp 88-100. Springer - Verlag, New York, 1974.
- [23] N. Louam, D. Wilson and R. S. Sharp, Optimal control of a vehicule suspension incorporating the time delay between front and rear wheel inputs. *Vehicule System Dynamics*, Vol. 17 (6), pp 317-336 (1988).
 - [24] N. Louam, Conception d'un système à suspension active pour un chariot de transport de de malade, First Maghrebin Congress of Mecanics CMM'96, 23-26 march 1996, pp 307-312, Ghadaïa, Algeria.
 - [25] N. Louam, Design of optimal active suspension systems of limited bandwidth for patient transportation trolleys, DER de Génie Electrique et Informatique, ENP, Algerie.
 - [26] R. S. Sharp and S. A. Hassen, On the performance capabilities of active automobile suspension systems of limited bandwidth, *Vehicule System Dynamics*, Vol. 16, pp 213-225.
 - [27] A. G. Thomson, Optimal and suboptimal linear active suspension for road vehicules, *Vehicule System Dynamics*, Vol. 13, pp 213-225.
 - [28] A. Hac, Suspension optimization of 2-DOF vehicule model using a stochastic optimal control technique, *Journal of Sound and Vibrations*, 100 (3), pp 343-357 (1985).
 - [29] I. A. Craighead, An active suspension system for an ambulance stretcher, *Inst. Mechanical Eng.*, Paper N° C426/88, 1988.
 - [30] N. Louam, D. Wilson and R. S. Sharp, Optimal control of a vehicule suspension incorporating the time delay between front and rear wheel inputs. *Vehicule System Dynamics*, Vol. 17 (6), pp 317-336 (1988).