



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique

Département de Génie Mécanique

MÉMOIRE DE MAGISTER

Spécialité : GÉNIE MÉCANIQUE

Option : ÉNERGETIQUE

Présenté par

Toufik CHERGUI

Ingénieur d'état en Génie Mécanique

Modélisation des Ecoulements dans les Cheminées Solaires

Soutenue le 30 Juin 2007 devant le jury composé de :

- Président :** Mr. M. Haddadi , Professeur / ENP
- Examineur :** Mr. M. Belhamel, Directeur de Recherche / C.D.E.R.
Mr. B. Boumedane, Maître de conférence / U. Blida
Mr. B. Benkoussas, Docteur- Chargé de cours / ENP
- Rapporteur :** Mr. S. Larbi, Maître de conférence / ENP
Mr. A. Bouhdjar, Maître de recherche / CDER
- Invité :** Mr. B. Gadouche, CREDEG / Sonelgaz

ملخص:

تتمثل هذه الأطروحة في محاولة وضع قاعدة مبدئية للدراسات الطاقوية و الدينامكية لما يسمى بالمذاخن الشمسية المستعملة في توليد الكهرباء و لهذا قسمت المذكورة الى قسمين:

القسم الاول : تم فيه انشاء خوارزمية للحسابات الطاقوية للنتبؤ بالخصائص الطاقوية للنظام كالمردودية و الاستطاعة المنتجة مع دراسة تأثير بعض الوسائط الهندسية و الفيزيائية كارتفاع المذخنة و الاشعاع الشمسي.

القسم الثاني : يتناول بالدراسة جريان الهواء عبر نظام يشبه هندسيا وحدات المذاخن الشمسية قصد ايجاد الحقل الحركي و التوزيع الحراري و قد تم استعمال طريقة عددية مرتكزة اساسا على مفهوم الحجوم المنتهية و ذلك لمعالجة المعادلات الرياضية المترجمة لظاهرة الحمل الطبيعي مع فرضية كون الجريان هادئ , انتقالي و ذا بعدين.

الكلمات المفتاحية : قاعدة مبدئي, للدراسات الطاقوية و الدينامية, المذاخن الشمسية, خوارزمية, الخصائص الطاقوية, الوسائط الهندسية و الفيزيائية, الحقل الحركي , التوزيع الحراري, الحمل الطبيعي, الجريان هادئ انتقالي

Résumé: Le travail présenté dans ce mémoire est relatif à la modélisation des écoulements dans les cheminées solaires et à l'étude de leurs performances énergétiques en fonction de certains paramètres dominants. L'analyse du problème est structuré en deux parties : une première, relative au calcul énergétique pour la prédiction des performances tel que le rendement et la puissance délivrée par une centrale cheminée solaire (CCS) en fonction de quelques paramètres géométriques et physiques tels que la hauteur et l'irradiation solaire. Une seconde étude, relative à une modélisation bidimensionnelle d'un écoulement en régime transitoire en convection naturelle dans une géométrie semblable à celle d'une cheminée solaire pour la prédiction du comportement **thermo-hydrodynamique** du mouvement d'air à travers un système axisymétrique avec des conditions aux limites bien définies a été abordée. Le champ de vitesses et de températures dans le système ont été déterminés à travers la résolution, par la **méthode des volumes finis**, des équations de la dynamique des fluides. Le travail présenté pourra constituer une plate forme d'optimisation et de simulation numérique du problème. Les codes de calcul ainsi développés constitueront des outils de prévision des phénomènes physiques ayant lieu dans les cheminées solaires avant la phase même de réalisation des installations proprement dites.

Mots clés : calcul énergétique, centrale cheminée solaire, algorithmes de calculs, analyse paramétrique, capteur solaire, méthode globale, comportement thermo-hydrodynamique, méthode des volumes finis.

Abstract: The work presented in this thesis is related to the modelling of the flows in solar chimneys with the study of their energy performances according to certain dominant parameters. The analysis of the problem is structured into two parts: the first, relating to energy calculation for the prediction of the performances such as the output and the power delivered by a solar power station chimney (CCS) according to some geometrical and physical parameters such as the height and the solar irradiation. The second study, relating to a two-dimensional modelling of a flow in a transient state, and in a natural convective heat transfer in a geometry similar to that of a solar chimney for the prediction of **the thermohydrodynamic** behaviour of the movement of air through an axisymmetric system with well defined boundary conditions. The velocities and temperatures fields in the system were given through solving the equations of the dynamics of the fluids by using **the finite volume method** . Work presented will be able to constitute a punt forms optimization and a corn stone of a numerical simulation of the problem. The computer software developed will constitute a tools of forecast of the physical phenomena taking place in the solar chimneys before the phase even of realization of the installations themselves.

Keys words: solar chimney power plant, energy simulation, parametric study, solar collector model, thermohydrodynamic behaviour, the finite volume approach.

Remerciements

Je tiens à remercier vivement mes encadreurs *M. Salah Larbi* et *M. Amor Bouhdjar* pour leurs suivis, leurs orientations pratiques, conseils précieux et leurs encouragements durant la réalisation de ce travail et la présentation de ce mémoire dans sa forme finale.

Je tiens à remercier tous *les membres du jury* qui m'ont fait l'honneur d'accepter de juger mon travail.

Je tiens aussi à remercier *M. Abdelkader Touzi*, directeur de *l'URERE-MS d'Adrar*, de m'avoir permis de suivre cette formation.

Je remercie mes amis *N. Djeghri*, *K. Benmiloud*, *M. Gahgah*, *L. Messikh*, *N.B.Safer*, *S. Oudjedi* et *D. Alilat* ainsi que toute personne ayant contribué de près où de loin, à l'aboutissement de ce travail trouve ici le témoignage de ma profonde reconnaissance.

Enfin, je ne pourrais terminer sans une pensée à l'ensemble de mes enseignants. Qu'ils trouvent ici, l'expression de ma profonde gratitude.

Dédicace

*Je dédie ce modeste travail à **Mr. Hocine Bennour** enseignant à l'école nationale polytechnique pour ses qualités humaines et scientifiques.*

SOMMAIRE

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE.....	1
CHAPITRE I.	
REVUE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LES CENTRALES CHEMINES SOLAIRES	
1.1. Introduction.....	5
1.2. Description de la centrale cheminée solaire.....	6
1.2.1. Les Avantages du Système.....	7
1.2.2. Les inconvénients du système.....	7
1.2.3. Les Domaines d'Exploitation des Cheminées Solaire	7
1.3. Prototypage de Mansanares –Espagne-.....	8
1.4. Projet Australien	9
1.5. Différents travaux sur les centrales cheminées solaires	11
CHAPITRE II.	
ETUDE ENERGETIQUE D'UNE CENTRALE CHEMINEE SOLAIRE	
2.1 Introduction	18
2.2 Cycle idéal.....	18
2.2.1 Analyse d'un cycle d'air idéal.....	18
2.2.2 Rendement thermique de la tour.....	19
2.3. Simulation énergétique d'une centrale cheminée solaire	22
2.4. Modélisation du collecteur solaire - Méthode globale -.....	22
2.7. Modélisation du collecteur solaire - Méthode par tranches -.....	25
2.8. Modélisation d'un collecteur de forme circulaire	25
2.7. Calculs communs.....	27
2.7.1. Modélisation des coefficients d'échange thermique.....	27
2.7.1.1. Transfert thermique par convection	27
2.7.1.2. Transfert thermique par conduction.....	28
2.7.1.3. Transfert thermique par rayonnement.....	29
2.7.2. Amélioration de l'évaluation des coefficients d'échange	29
2.7.3. Calcul du débit massique.....	31
2.7.4. Calculs relatifs à la tour cheminée.....	32
2.7.5. Calculs relatifs à la turbine éolienne	34
2.7.5.1. La loi puissance	34
2.7.5.2. Condition de puissance maximale de l'écoulement	35
2.8. Estimation du rayonnement solaire	37
2.9. Calcul de la température ambiante	38

CHAPITRE III.

ANALYSE DES PERFORMANCE ENERGETIQUES DE LA CENTRALE CHEMINE SOLAIRE

3.1. Introduction	39
3.2. Analyse	39
3.3. Application au site d'Adrar –Sud Ouest de l'Algérie-.....	42
3.4. Conclusion	49

CHAPITRE IV.

ETUDE DYNAMIQUE D'UNE CENTRALE CHEMINEE SOLAIRE

4.1. Introduction	50
4.2. Modélisation mathématique du phénomène	50
4.2.1. Hypothèses.....	50
4.2.2. Equations.....	51
4.2.3. Mise sous forme adimensionnelle	52
4.2.4. Conditions aux limites	54
4.3. Méthodologie numérique	55

CHAPITRE V.

PRESENTATION DE LA METHODE DES VOLUMES FINIS

5.1. Introduction.....	57
5.2. Principe de la méthode des volumes finis	57
5.3. Discrétisation de l'équation d'énergie	59
5.3.1 Intégration des différents termes de l'équation.....	59
5.3.2 Formulation généralisée de la variable ϕ	62
5.3.2.1 Schéma centré.....	67
5.3.2.2 Schéma décentré amont –Upwind-.....	68
5.3.2.3 Schéma hybride.....	69
5.3.2.4 Schéma exponentiel.....	70
5.3.2.5 Schéma de la puissance.....	71
5.3.2.6 Récapitulation	73
5.4. Traitement du terme source	73
5.5. Discrétisation des équations de quantité de mouvement	75
5.6. Algorithme SIMPLE.....	76
5.6.1 Introduction	76
5.6.2 Equation de correction de la vitesse.....	76
5.6.3 Equation de correction de la pression.....	77
5.6.4 Séquence des opérations de l'algorithme SIMPLE.....	78
5.7. Résolution du système d'équations	80
5.8. Stabilité et convergence.....	82
5.8.1. Règles de base de la convergence de la méthode.....	82
5.8.2. Technique de sous-relaxation.....	83
5.8.3. Critère de convergence.....	86

CHAPITRE VI.

ETUDE DU REGIME LAMINAIRE DANS UNE CENTRALE CHEMINEE SOLAIRE

6.1. Introduction	87
6.2. Etude de la convection naturelle en régime permanent	88
6.3. Méthodologie numérique.....	91
6.3.1. Méthode multibloques.....	91
6.3.2. Volumes de contrôle actifs et inactifs.....	92
6.4. Organigramme et structure du code de calcul	95
6.5. Comparaison entre les résultats obtenus par les deux méthodes	98
6.4. Résultats et interprétations	100
6.5. Limite du régime laminaire	109
6.6. Conclusion	110
CONCLUSION GENERALE.....	111
BIBLIOGRAPHIE.....	113
ANNEXES.....	113

NOMENCLATURE

NOMENCLATURE

A	surface	(m^2)
$A_m(m=e,w,n,s)$	aire de l'interface	(m^2)
$a_M(M=E,W,N,S)$	coefficient de l'équation discrétisée	
a_{nb}	coefficient se rapportant au nœud voisin de P	
a_p	coefficient se rapportant au nœud P	
b	terme constant de l'équation discrétisée	
C_p	chaleur spécifique à pression constante	$(kJ.kg^{-1}.K^{-1})$
D	diamètre	(m)
D_m	conductance thermique	$(kJ.kg^{-1}.K^{-1})$
e	hauteur moyenne de la couverture	(m)
f	facteur de poids, annexe 1	
F_m	débit massique	$(kg.s^{-1})$
g	accélération de la pesanteur	$(m.s^{-2})$
Gr	nombre de Grashof	
h	coefficient de transfert de chaleur	$(W.m^{-2}.K^{-1})$
H	hauteur de la tour	(m)
J_m	flux total	
N	nombre de couvertures transparentes	
Nu	nombre de <i>Nusselt</i>	
k	conductivité thermique	$(W.m^{-1}.K^{-1})$
I	rayonnement solaire	$(W.m^{-2})$
m	débit masse	$(kg.s^{-1})$
P	puissance	(W)
p	pression	(Pa)
p'	correction de pression	(Pa)
Pr	nombre de <i>Prandtl</i>	
Ra	nombre de <i>Rayleight</i>	
R	rayon	(m)
R_ϕ	résidu relatif à la variable Φ	
S_ϕ	terme source relatif à la variable Φ	
S_C	partie résultant de la linéarisation du terme source	
S_p	coefficient de Φ_p dans l'expression du terme source	

T	température	(K)
\bar{T}	température moyenne	(K)
ΔT	écart de température	(K)
t	temps	(s)
t^+	temps adimensionnel	
Δt	pas de temps	(s)
U	coefficient de transfert global	($W.m^{-2}.K^{-1}$)
u	vitesse suivant r	($m.s^{-1}$)
v	vitesse suivant y	($m.s^{-1}$)
V	débit volumique, équation	($m^3.s^{-1}$)
ΔV	volume élémentaire	(m^3)
x, y	variables indépendantes	(m)
Δr	largeur d'un volume de contrôle	(m)
δr	distance entre deux nœuds voisins dans la direction r	(m)
Δy	hauteur d'un volume de contrôle	(m)
δy	distance entre deux nœuds voisins dans la direction y	(m)
α	diffusivité thermique	($m^2.s^{-1}$)
α_i	élément de la matrice tri- diagonale	
α_ϕ	facteur de sous relaxation relatif à la variable Φ	
β	facteur multiplicatif	
β	coefficient de dilatation volumique à pression constante	(K^{-1})
β_i	élément de la matrice tri- diagonale	
Γ_ϕ	coefficient de diffusion relatif à la variable Φ	
γ_i	élément de la matrice tri- diagonale	
λ_i	composant du vecteur λ	
ε_ϕ	erreur sur la solution	
ε	émissivité de l'absorbeur	
σ	constante <i>Stefan-Boltzmann</i> ,	($W.m^{-2}.K^{-4}$)
τ	coefficient de transmission	
ρ	densité de l'air	($k.m^{-3}$)
μ	viscosité dynamique	($kg.m^{-1}.s^{-1}$)
η	rendement	

Indices inférieurs

<i>abs</i>	absorbeur
<i>amb</i>	ambient
<i>coll</i>	collecteur
<i>d</i>	diffuse
<i>tr</i>	tour
<i>r</i>	rayonnement
<i>c</i>	convection
<i>i</i>	relatif à une grandeur initiale
<i>nb</i>	relatif aux noeuds voisins
<i>r</i>	relatif à une grandeur de référence
<i>v</i>	vitre
<i>t</i>	total
<i>f</i>	fluide
<i>u</i>	utile
<i>ex</i>	extérieur
<i>in</i>	intérieur

Indices supérieurs

*	relatif à un estimé
'	relatif à une correction d'une variable dépendante Φ
<i>k</i>	relatif à une itération

INTRODUCTION GENERALE

LES CENTRALES SOLAIRES

Introduction

La mise en œuvre des centrales solaires dans les régions d'insolation élevée est une option prometteuse pour une stratégie de production d'énergie électrique peu coûteuse, écologique et qui s'intègre facilement dans le milieu environnemental. Actuellement, une grande variété de technologies solaires pour la production d'électricité est disponible [1-10]. Certaines, comme les concentrateurs paraboliques Californiens (SEGS) de 354 MW, ont alimenté le réseau de plus de 5000 GWh pendant plus d'une décennie, assurant ainsi 80% de la production d'électricité solaire. La production des cellules photovoltaïques a atteint une capacité annuelle de plus de 80 MW. Les centrales Tours Solaires et les installations de démonstration Dish-Stirling peuvent assurer un rendement de conversion solaire électrique de 15 à 25% [2,3]. Les installations de démonstration des Cheminées Solaires et des Bassins Solaires ont montré un fonctionnement fiable et une simplicité de mise en œuvre. Ce qui est spécialement souhaitable pour les pays en voie de développement.

Le principal obstacle lié à l'utilisation de l'électricité solaire est le coût très élevé d'investissement des systèmes solaires. La disponibilité de l'énergie solaire, limitée par les fluctuations naturelles de la source énergétique, rend difficile la gestion d'une centrale qui limite sévèrement la possibilité de gérer les faibles et les grandes puissances. Un indice important est celui de la fiabilité des centrales qui est fortement limité par le niveau de développement [4].

Cependant, les inconvénients mentionnés ci-dessus peuvent être surmenés par deux solutions techniques :

- **la première solution**, est l'hybridation des centrales solaires avec les systèmes conventionnels. Ces derniers peuvent augmenter les heures annuelles possibles pour un fonctionnement en pleine charge de plus de 8000 h. L'intégration des systèmes conventionnels est directe pour les concentrateurs paraboliques, la tour solaire et les systèmes Dish-Stirling [7,9]. Par contre, dans le cas des cheminées solaires, des bassins solaires et des systèmes Photovoltaïque (PV), une unité de système conventionnel autonome est indispensable.

- **la deuxième solution** est l'intégration des systèmes de stockage d'énergie dans les centrales solaires. En augmentant le champ de captation du collecteur et en stockant l'énergie, il est possible d'étaler la période d'exploitation solaire annuelle et de compenser les courtes fluctuations de l'énergie incidente. Dans le cas des tours et des concentrateurs solaires, il existe plusieurs options de stockage d'énergie pouvant atteindre les 12 heures et plus [5]. La caractéristique de stockage intrinsèque des bassins solaires donne une autonomie d'environ 24 h et d'une heure de moins pour les cheminées solaires. Le stockage des centrales Stirling et PV se fait dans des batteries électrochimiques.

Le coût d'investissement élevé joue un rôle désavantageux pour la vulgarisation des centrales solaires qui pourra être réduit, si la fabrication des composants solaires devient une technologie courante. D'autre part, le changement climatique dû aux rejets des polluants des centrales de puissances conventionnelles, incite à rendre disponible les composants solaires pour faciliter la vulgarisation des centrales solaires.

Pour cela il y a deux solutions possibles :

- **Premièrement**, Ces 10 dernières années ont connu une révolution dans la fabrication des composants solaires peu coûteux qui a mené à des réductions considérables dans l'investissement des centrales solaires. Néanmoins, cet avantage est souvent contrarié par la valeur du rapport, rendement/prix de l'installation.
- **deuxièmement**, de nouveaux concepts sont développés et qui considèrent l'énergie solaire comme alternative secondaire pour économiser le carburant par exemple, non pas comme une solution indépendante. Le système solaire, dans ces cas, est un élément du système global qui assure une fonction bien précise. Ceci conduit à réduire la taille du collecteur et par conséquent les investissements dans le domaine solaire. De tels concepts se basent sur l'accouplement des capteurs solaires à hautes températures à des centrales de cycles combinées au rendement élevé pour la production de vapeur, ou pour le préchauffage de l'air de la

combustion. Les rendements des cycles combinés fuel-solaire sont plus importants que ceux des centrales thermiques solaires - cycle de vapeur.

La large gamme d'options que présentent les centrales de puissances solaires dans la production d'énergie, laisse les professionnels non spécialistes dans le solaire, confus dans la compréhension de tels systèmes, car, les performances des centrales solaires ne dépendent pas seulement de la demande énergétique, mais également des conditions météorologiques.

La grande variété des technologies solaires rend difficile toute alternative de comparaison entre les différentes technologies. Cette difficulté croît lorsqu'il s'agit de comparer une technologie solaire avec une autre conventionnelle.

Le travail abordé dans ce mémoire est organisé en trois parties : la première partie, composée du chapitre 1, présente certaines généralités sur les Centrales Chimées Solaires (CCS) et résume les études antérieures réalisées sur ces systèmes. La deuxième partie comporte deux chapitres, 2 et 3, abordant une étude purement énergétique :

- Chapitre 2 : présentation de la théorie ainsi que les modèles mathématiques utilisés dans l'étude énergétique.
- Chapitre 3 : évaluation des performances des CCS à travers l'analyse de l'influence des différents paramètres comme le rayonnement solaire, la température ambiante, la hauteur de la tour etc.

La troisième partie, constituée des chapitres 4, 5 et 6 s'intéresse à l'aspect dynamique des CCS et plus particulièrement à un écoulement laminaire transitoire d'un fluide incompressible sous l'effet de la convection naturelle.

- Chapitre 4 : formulation du modèle mathématique et présentation de la méthode adoptée pour le maillage dans l'étude dynamique.
- Chapitre 5 : présentation de la méthode des volumes finis utilisée dans la résolution des équations de Navier Stokes.

- Chapitre 6 : résultats et interprétations.

Le mémoire se termine par une conclusion générale exposant les objectifs atteints, les difficultés rencontrées et les perspectives à prévoir pour la continuité de ce travail.

CHAPITRE

1

REVUE
BIBLIOGRAPHIQUE
SUR LES CENTRALES
CHEMINEES SOLAIRES

I.1. Introduction

L'adoption d'une source d'énergie au détriment d'une autre est tributaire de la disponibilité et de la constance d'un potentiel énergétique par rapport à un autre. Compte tenu du fait que l'énergie éolienne est plus développée dans les régions ventées et que l'énergie solaire est plus disponible dans les régions du sud. Néanmoins, le développement de procédés tels que les centrales cheminées solaires, CCS, pour améliorer les performances des rotors des turbines éoliennes au sud donne un regain d'intérêt au sein de la communauté scientifique, aux organismes concernés par les problèmes d'énergie et enfin au consommateur. La production d'énergie électrique par voie éolienne est limitée par l'énergie éolienne diluée et intermittente, les CCS constituent une solution prometteuse d'augmentation et de stabilisation de la puissance cinétique de l'air s'écoulant artificiellement à travers la cheminée pour faire fonctionner des aérogénérateurs de puissance. Selon les estimations économiques moyennes de Haaf & al. [11], une CCS peut produire en moyenne 300 GWh/an, avec un capteur à air en verre et le coût de la puissance générée est moins de 0.2 \$/kWh pour un amortissement sur 20 ans, avec un coût de maintenance de 2.5 % et une inflation de 5%.

L'importance des systèmes de production d'énergies propres et autonomes n'est plus à discuter. Elle doit cependant être étudiée et adaptée pour être enfin réalisée avec le plus grand soin pour répondre aux exigences de faisabilité, de fiabilité et de coût. Notre étude de simulation doit être plus générale pour inclure, en plus des problèmes d'approvisionnement en énergies, les problèmes de conditionnement d'air et de séchage solaire. Pour la population saharienne, les deux derniers domaines sont autant importants que la production d'énergie électrique.

La familiarisation et la maîtrise de la technologie des cheminées solaires dépendent de la compréhension des aspects énergétiques et de la dynamique des fluides.

L'immense superficie du sud algérien, l'importance du potentiel énergétique solaire annuel, qui est de **300 à 450 W/m²** et l'état psychrométrique de l'air qu'est de

35°C [12,13], encourageant pleinement le développement des CCS pour produire de l'énergie thermique ou électrique pour divers usages : ventilation, séchage, pompage d'eau, éclairage, etc.

I.2. Description de la centrale cheminée solaire

Une CCS est une installation de production d'énergie à base d'une technique rudimentaire de création et de stabilisation de l'effet thermosiphon. L'air à l'intérieur du collecteur, chauffé par effet-serre, remonte sous l'effet du gradient de densité, à travers la tour de la CCS. L'énergie cinétique de l'air est alors transformée en énergie électrique au moyen d'une turbine appropriée dite aérogénérateur. Une centrale cheminée solaire type, se compose essentiellement (voir figure (1.1)) : d'un capteur solaire appelée *Greenhouse*, d'une tour de cheminée et d'un aérogénérateur.

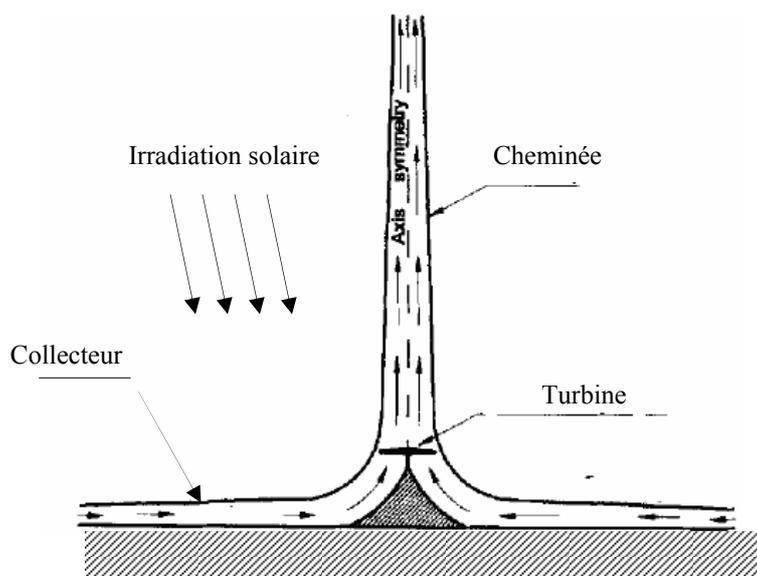


Figure (1.1). Schéma d'une centrale cheminée solaire

L'objectif principal du collecteur, constitué d'une couverture transparente soutenue quelques mètres au-dessus du sol, est de rassembler le rayonnement solaire pour réchauffer la masse d'air à l'intérieur. La force gravitationnelle conduit l'air plus chaud à travers la cheminée, située au centre du collecteur. Un aérogénérateur, placé dans le chemin du flux d'air, convertit l'énergie cinétique de l'air en électricité. Le collecteur peut être équipé d'un système de stockage en eau pour assurer la production d'énergie pendant les périodes nocturnes.

Avantages des systèmes cheminés solaires

- La centrale CCS, fonctionne avec les deux composants du rayonnement solaire, direct et diffus, ainsi que l'inertie thermique de l'énergie solaire emmagasinée dans le sol du capteur, ce qui augmente nettement la durée d'exploitation du système, son efficacité et sa stabilité de fonctionnement par rapport aux autres type de centrales,
- La centrale CCS, restitue les résidus énergétiques de fonctionnement automatiquement à l'ambiance, ce qui permet le refroidissement naturel du système, sans problèmes techniques, ni frais complémentaires en comparaison avec les autres types de centrales thermiques (conventionnelles, à concentration et nucléaire),
- Les centrales CCS peuvent être construites avec des compétences et des matériaux locaux à des prix compétitifs, car toutes les composantes du système sont disponibles à des prix modérés.

Inconvénients des systèmes cheminés solaires

- Les cheminées solaires nécessitent une surface d'installation importante pour produire une puissance acceptable,
- Pour le sud algérien, le problème majeur réside dans les tempêtes de sable qui risque d'entraver le bon fonctionnement du système, une étude de cas doit être effectuée soigneusement

Domaines d'exploitation des systèmes cheminés solaires

- le confort thermique (conditionnement d'air),
- le séchage,
- la production d'électricité.

I.3. Prototype de Mansanares

Suite à des recherches théoriques préliminaires détaillées et à une série d'expériences en soufflerie, une première tour solaire a été testée dans les années 1980, situé à 150 km de Madrid, à Mansanares, sur un site livré par la 'Spanish utility Union Electrica Fenosa'. Cette tour prototype fut réalisée avec des fonds du ministère allemand de la recherche et de la technologie (BMFT : *German Ministry of Research and Technology*) et a fonctionné entre 1981 et 1989 [11,14].



Figure (1.2). Prototype de Mansanares en Espagne

Les dimensions principales et les données techniques de ce prototype sont énumérées dans le tableau I.1 ci-dessous.

Tableau I.1 : Dimensions principales et données techniques du prototype de Manzanaras

Hauteur de la tour	194.6 m
Rayon de la tour	5.08 m
Rayon du collecteur	122.0 m
Hauteur de la couverture	1.85 m
Nombre de pales de la turbine	4
Profil des pales de la turbine	FX W-151-A
Rapport de la vitesse d'extrémité de pale à la vitesse de transport de l'air	1 : 10
Élévation typique de la température de l'air à travers le collecteur	$\Delta T=20$ K
Puissance nominale	50 kW
Partie en plastique de la couverture du collecteur	40 000 m ²
Partie en verre de la couverture du collecteur	6 000 m ²

Le but de ce projet était de vérifier expérimentalement les résultats obtenus par les calculs théoriques et d'examiner l'influence de chaque composant sur le rendement et la puissance délivrée par une telle installation sous des conditions technologiques et météorologiques réelles.

I.4. Projet Australien

Un projet de tour solaire, prévue pour 2010, est actuellement développé en Australie par la société Enviromission [15]. La cheminée aurait 990 mètres de hauteur et 70 mètres de diamètre. La centrale fournirait 200 mégawatts de puissance électrique.

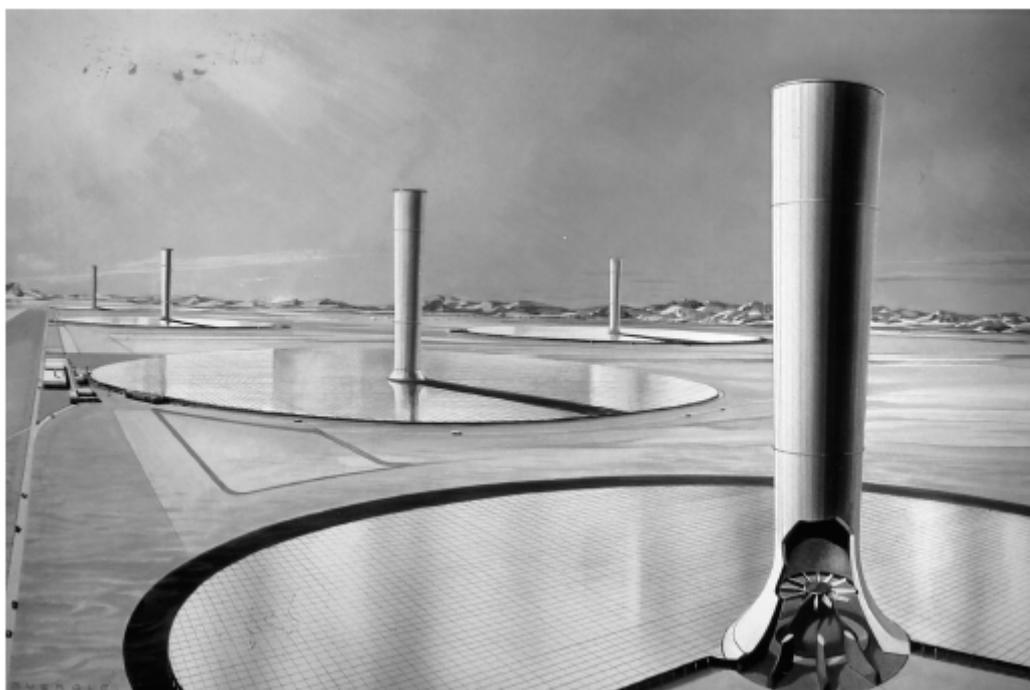


Figure (1.3). Vue des principaux composants d'une cheminée solaire : le collecteur (couverture en verre plat), la tour et les turbines éoliennes [19].

Il présente l'un des projets les plus ambitieux de la planète pour la production d'énergie alternative : une centrale à énergie renouvelable qui fournit une puissance de 4 fois moins la puissance fournie par un petit réacteur nucléaire (200 MW contre 915MW pour un réacteur à eau pressurisée) tout en étant plus sûre et plus propre. Le coût d'investissement est d'environ 400 millions d'euros.

Ce projet peut paraître trop ambitieux mais ses concepteurs disent qu'il est réalisable. Les études de faisabilité par le bureau d'ingénieurs allemand SBP¹, basée à Stuttgart, arrivent à leur terme. Cette tour solaire, serait donc construite par

¹Schlaich Bergemann und Partner

l'entreprise EnviroMission dans le désert de la province australienne du New South Wales, dans le comté de Wentsworth.

Pour contrer l'effet d'ovalisation de la tour (qui la replierait sur elle-même aussi facilement qu'un cylindre de papier mouillé posé sur une table, vu son incroyable légèreté), la société d'ingénierie SBP, responsable du projet, a eu l'idée de placer dans la tour à intervalles réguliers des structures de maintien ressemblant aux rayons d'une roue de bicyclette. Elles ne diminuent que de 2% la vitesse de l'air [19].

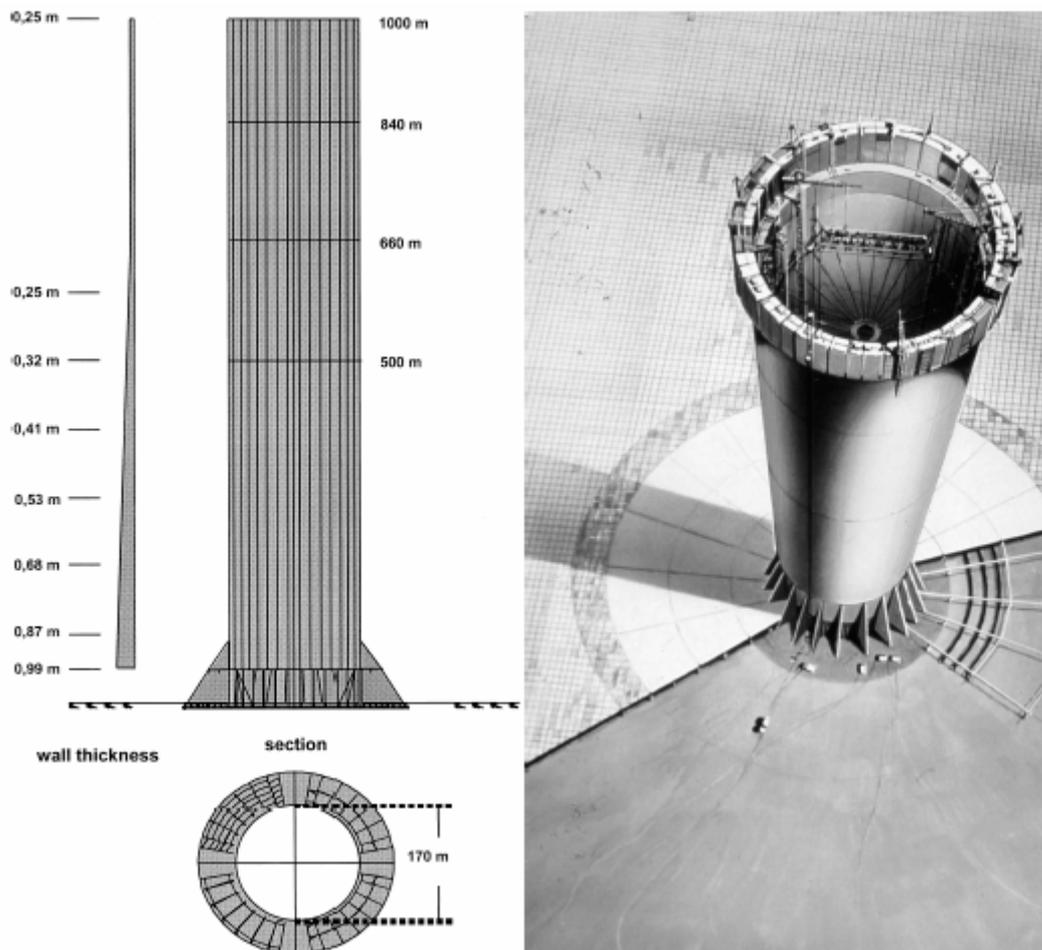


Figure (1.4). Vue d'artiste d'une tour de cheminée de 1000 m en construction [19].

Les *kWh* fournis par la CCS reviennent, près d'un tiers moins cher que ceux fournis par les panneaux solaires, mais encore cinq fois plus cher que l'électricité au charbon, qui représente 95% de la production en Australie [19]. Des touristes pourraient visiter la tour afin de réduire encore significativement le prix du *kWh*. La

culture de tomates au sein du collecteur est aussi envisagée par certains chercheurs [32].

Spécifications du projet :

- Une cheminée de 990 m de haut, en béton haute résistance précontraint, pesant plus d'une mégatonne,
- Un collecteur de 7 km de diamètre, soit 38,5 km² de verre et de plastique,
- Température de l'air chauffé dans la cheminée : 70°C,
- Vitesse de l'air dans la cheminée : 15 m/s,
- 32 turbines,
- Énergie produite: 200 mégawatts, 7 fois moins qu'un réacteur nucléaire moderne, mais assez pour alimenter en électricité environ 200 000 logements.

Récemment, EnviroMission se lance dans le développement d'une première version plus petite (50 MW) [15]. On s'inquiète tout de même de la lenteur du projet aux vues des sommes mises en jeu et des investissements déjà réunis.

I.5. Différents travaux sur les centrales cheminées solaires

Plusieurs études théoriques et expérimentales relatives aux performances des centrales CCS ont été menées ces dernières années. Pour les études à caractère expérimental, il est à noter qu'elles sont pratiquement réalisées sur le prototype de Mansanares. Des études fondamentales de ce système espagnol ont été menées par Haaf & al. [11] qui ont présenté une brève discussion du bilan énergétique, des critères de conception et de l'analyse du coût de production d'énergie et du système. Dans une étude postérieure, Haaf [14] a présenté les résultats de quelques essais préliminaires sur le système Espagnole.

Depuis, des efforts considérables ont été déployés pour dimensionner et estimer les performances énergétiques des cheminées solaires pour démontrer leur faisabilité ainsi que leur rentabilité. Mullet [16] a présenté une analyse sur l'évaluation du rendement global d'une CCS. Padki et Sherif [17] ont conduit une recherche sur la viabilité de produire de l'électricité par les cheminées solaires à **moyen jusqu'au**

grande échelle, en plus d'une recherche sur les possibilités d'alimenter les secteurs ruraux en électricité [18]. Schlaich & al. [19] ont mené des travaux sur la possibilité d'exploiter les données expérimentales du prototype de Manzanares pour prévoir les caractéristiques des installations plus grandes allant de 5-30 jusqu'à 100 MW. Yan & al. [20] ont développé un modèle analytique très simple, facile à comprendre et à exploiter. Pour ce faire, des idées qualitatives sur les centrales CCS, dans lequel des corrélations pratiques ont été utilisées dans l'objectif de formuler des lois permettant le calcul du débit d'écoulement, de la vitesse de l'air, de la puissance délivrée et du rendement thermodynamique. Il est à noter que le modèle présenté par Yan & al. [20] considère la turbine d'une cheminée solaire comme une éolienne qui, en réalité, va dévier le vent, même avant qu'il atteigne le rotor. Le rendement théorique maximum de $16/27$ ou de 59%, d'après la loi de Betz, ne s'applique pas pour les turbines des cheminées solaires. Padki et Sherif [21] ont brièvement discuté les effets des paramètres géométriques et opérationnels sur les performances des CCS. Pasumarthi et Sherif ont entrepris une étude en deux parties : la première [22], en vue de prédire les performances d'une cheminée solaire pilote à grande échelle au Gainesville en Floride, les auteurs ont présenté une étude théorique d'une cheminée solaire typique basée sur un modèle d'écoulement unidimensionnel pour évaluer l'effet des différents paramètres de fonctionnement et de construction sur la température de l'air, sa vitesse et la puissance produite par la cheminée solaire. Les auteurs attribuent le modèle limite de *Betz*, pour la turbine dans la cheminée, ce qui est incorrecte car le fonctionnement d'un aérogénérateur dans une cheminée solaire diffère de celle installée à l'extérieur.

Dans la deuxième partie [23], les auteurs ont présenté les résultats expérimentaux effectués sur un prototype de cheminée solaire de démonstration à échelle réduite et ils ont affirmé que la puissance produite par une cheminée solaire est directement proportionnelle au produit du gradient de température et du débit d'air. L'augmentation de la puissance produite pourra être obtenue par augmentation de la surface de captation ou par augmentation de la hauteur de la tour. Dans le cas où l'augmentation de la hauteur de la tour s'avère coûteuse où ne peut pas apporter une augmentation significative de débit, on a recours à d'autres artifices, tels que

l'adjonction d'obstacles dans le conduit de passage d'air pour améliorer le débit d'écoulement. Le modèle mathématique proposé par ces auteurs a été capable de prédire les performances de la centrale de référence de Manzanares en Espagne avec une marge d'erreur de 20 % sur la vitesse et de 5 à 9% sur la puissance produite.

Kreetz [24] a présenté un modèle numérique pour démontrer l'apport du stockage de l'eau dans le collecteur. Ses calculs ont montré la possibilité d'un fonctionnement continu jour et nuit de la CCS. Padki et Sherif [25] ont proposé un modèle analytique simple pour la prédiction des performances d'une centrale CCS avec une erreur de 6 % en comparaison avec des prédictions, faites à base de la résolution d'un modèle mathématique composé des équations de continuité, de conservation de la quantité de mouvement et d'énergie régissant de l'écoulement unidimensionnel de l'air chaud dans la tour de la cheminée solaire.

Bernardes & al. [26] ont présenté une analyse théorique d'une CCS, opérant en convection naturelle et en régime laminaire et permanent. Afin de prévoir le comportement thermo-hydrodynamique de l'air, des conditions aux limites thermiques ont été imposées de façon à garantir un écoulement laminaire régulier le long du dispositif. Le modèle mathématique a été résolu par la méthode des volumes finis dans des coordonnées généralisées.

Gannon & Von Backström [27] se sont penchés sur une analyse thermodynamique idéale du cycle d'écoulement d'air, supposé comme gaz parfait isentropique, à travers une centrale CCS. Ils se sont intéressés, dans une première partie, à définir les limites de fonctionnement du système en question et ont essayé de se rapprocher du cas réel en introduisant les pertes par frottement à travers le système ainsi que les pertes cinétiques à la sortie de la cheminée, tout en adoptant un modèle simple, qui inclut le fort couplage existant entre le débit d'air et l'élévation de la température à travers le collecteur.

Les mêmes auteurs [28], dans un autre article, se sont intéressés à un écoulement compressible unidimensionnel pour le calcul des variables

thermodynamiques en fonction de la hauteur de la tour, du frottement à travers les parois, des pertes additionnelles, de la traînée interne et de la variation de la section de passage.

Des analyses de performances de centrales CCS ont été aussi menées par Kröger and Buys [29] et par Gannon et Von Backström [30]. De leur côté, Bernardes & al. [31] ont effectué une recherche bibliographique assez riche, résumant la quasi totalité des efforts théoriques et pratiques déployés sur le fonctionnement des cheminées solaires. Ils sont arrivés à développer, à la base de cette bibliographie, un modèle mathématique pour l'écoulement d'air unidimensionnel dans une cheminée solaire, décrivant son comportement énergétique via l'estimation de la puissance produite sous les différentes conditions de construction, de fonctionnement et d'environnement, susceptible de récolter les informations nécessaires pour la conception d'une centrale électrique commerciale optimisée à grande échelle. Les auteurs ont validé leur modèle mathématique par les résultats expérimentaux collectés sur la centrale de Manzanares et ont conclu que la puissance produite augmente avec l'augmentation de la hauteur de la tour, la surface et la transmittance du capteur à air.

Le maximum de puissance produite est obtenu avec un facteur de chute de pression au niveau de la turbine de 0.97. L'influence des autres paramètres de fonctionnement tels que le facteur de pénétration de chaleur dans le sol, la distance entre l'absorbeur et la couverture, le double vitrage, la surface et l'épaisseur du système de stockage d'eau est insignifiante sur l'énergie électrique produite.

Dans leur article, Schlich & al. [32] ont présenté les aspects théoriques, expérimentaux et économiques des centrales CCS. D'abord une étude théorique simplifiée de la CCS a été décrite, puis des résultats de conception, de réalisation et de fonctionnement du prototype de Manzanares ont été présentés. Des considérations techniques et des données économiques de base pour de futures installations CCS commerciales comme celle d'Australie ont été discutées. Les auteurs ont également proposé des solutions aux contraintes que peuvent présenter les centrales CCS, tout en justifiant les avantages de tels systèmes.

Dai & al. [33] ont présenté dans leur article une méthode itérative basée sur un modèle global de connaissance régissant l'écoulement d'air dans une cheminée solaire typique fictive et fonctionnant dans trois régions de l'ouest de la Chine. Afin de prévoir les performances de la cheminée solaire projetée, les auteurs ont préféré présenter une méthode simple en se basant sur le modèle théorique des capteurs à air bien connus dans la littérature solaire. Ces modèles tiennent compte de la captation solaire, du gain utile de fonctionnement et de la puissance électrique à la sortie de la turbine. Les auteurs ont conclu que :

- La puissance produite est fortement influencée par l'augmentation de la radiation solaire en comparaison avec la température ambiante,
- La puissance produite augmente de manière non linéaire avec l'augmentation de la surface de captation et de la hauteur de la tour cheminée. Cette augmentation devient moins sensible dans le cas des cheminées à grande échelle par rapport aux cheminées de faibles tailles,
- Une centrale cheminée solaire constituée d'un capteur à air de 500 m de rayon et d'une tour de 200 m d'hauteur et de 10 m de diamètre est capable de produire de 110 à 190 kW électrique.

Gannon et Von Backström [34] ont également étudié les performances des turbines utilisées dans les centrales CCS. Pastohr & al. [35] ont utilisé le logiciel FLUENT (code commercial de CFD) pour modéliser la centrale CCS semblable géométriquement à celle de Mansaranes dans le but d'effectuer une analyse avec plus de détails dans la description du mode de fonctionnement et du rendement de système. Ils ont confirmé que la chute de pression dans la turbine et le débit massique, éléments décisifs sur l'efficacité du système, ne peuvent être déterminés uniquement par l'accouplement de toutes les parties d'une centrale CCS. Les résultats numériques donnés par FLUENT rivalisent bien avec les résultats donnés par un modèle simple proposé par les auteurs, ce qui a conduit à la conclusion de pouvoir employer ce dernier tout simplement pour des études paramétriques en vigueur.

Pretorius & al. [36] ont également développé un modèle numérique simulant les centrales CCS à grande échelle en indiquant qu'une plus grande production

d'énergie est possible en optimisant la forme et la hauteur de la couverture du collecteur. Une étude complémentaire utilisant le même modèle numérique précédent a permis à Pretorius & al. [37] d'évaluer l'influence des différentes expressions du coefficient de transfert thermique et autres paramètres sur les performances prédites d'une centrale CCS. Dans cette étude, les auteurs ont critiqué l'évaluation des performances d'une centrale CCS à grande échelle et ont exposé plus particulièrement les effets résultant de l'utilisation d'expression plus sophistiquée pour le coefficient de transfert, de l'utilisation de verres de meilleure qualité pour la toiture du collecteur et de l'emploi d'un nouveau coefficient de perte plus réaliste à l'admission de la turbine. Ils ont conclu que :

- Que l'inclusion d'une nouvelle expression pour le coefficient de transfert fait réduire la production annuelle de presque 11.7 %.
- Une toiture de meilleure qualité augmente la production de 3.4 %
- Un coefficient plus réaliste pour les pertes à l'admission de la turbine augmente la production annuelle de 0.6%.

Von Backström & al. [38] ont présenté une étude qui confirme la validité et l'applicabilité de l'hypothèse qui consiste à supposer que la puissance d'écoulement devient maximale lorsque le rapport de la chute de pression à travers la turbine par rapport au potentiel de pression (différence de pression disponible à travers le système) est de 2/3. Ils ont également montré que la puissance d'écoulement est maximale pour un débit assez faible et une chute de pression à travers la turbine plus élevée que prévue par la prétention d'un potentiel de pression.

Denantes & al. [39] ont conclu dans leur article que les turbines à contre rotation (*counter-rotating ; CRT*) offrent un meilleur rendement pour des facteurs de charge plus élevés par rapport aux turbines simples (*single-runner ; SRT*). Ils ont confirmé également que l'avantage principal de ce type de turbines dans les systèmes cheminés solaires provient de leurs performances de sortie (*off-design performance ; ODP*). En considérant que des centrales cheminées solaires sont fonctionnelles la plus part du temps sous une intensité solaire d'au moins 800 W/m^2 ; Les systèmes à turbine à contre rotation *CRT* seront avantageux par rapport aux systèmes *SRT* d'un point de

vue rendement aussi bien que d'un point de vue production électrique annuelle. Un autre avantage est celui de la réduction du couple sur chaque axe comparé à la turbine single-runner. Une amélioration opérationnelle a été également montrée.

La maîtrise des outils d'analyse technico-économique des centrales CCS tels que ceux de la simulation énergétique ou dynamique de ces systèmes est indispensable. Nous envisageons par le présent travail la construction d'une plateforme d'analyse numérique et d'optimisation en proposant l'élaboration de plusieurs codes de calcul, réunissant l'efficacité et la simplicité et permettant la prévision des phénomènes qui pourront avoir lieu avant la phase de réalisation des installations cheminées solaires. La finalité de ces études est marquée par la fonction que nous exerçons au sein de l'unité de recherche des énergies renouvelables dans le milieu saharien d'Adrar et à la réalisation d'un prototype tout en envisageant la concrétisation d'une installation type.

Le travail qui suit est divisé en deux grandes parties :

- La première est relative à un calcul énergétique, destiné à la prédiction des performances des centrales cheminées solaires tel que le rendement et la puissance délivrée. Dans cette partie, deux algorithmes, qui se distinguent par le modèle adopté pour le collecteur, ont été établis et comparés.
- La seconde est relative à une modélisation préliminaire du régime non stationnaire dans le cas d'une convection naturelle laminaire au sein d'une géométrie semblable à celle d'une centrale cheminée solaire. Plus précisément, nous envisageons de prévoir le comportement **thermo-hydrodynamique** du mouvement d'air à travers un système axisymétrique avec des conditions aux limites bien définies. Le champ de vitesse et la distribution de température dans le système sont évalués à travers la résolution, par la **méthode des volumes finis** et sous des hypothèses préétablies, du modèle mathématique du système comportant les équations de **Navier-Stockes** et l'équation d'énergie. L'objectif de cette résolution est l'identification **des phénomènes locaux** et de leurs régions d'apparition, chose qui va permettre la détermination de la position adéquate pour l'emplacement des **turbines éoliennes**.

CHAPITRE

2

**ETUDE
ENERGETIQUE
D'UNE CENTRALE
CHEMINEE SOLAIRE**

II.1 Introduction

Plusieurs facteurs, tels que les conditions environnantes du site d'implantation de la CCS, les dimensions, les matériaux utilisés dans la construction des composants de la tour et du collecteur solaire, la nature du sol sous le collecteur solaire, pourraient influencer les performances d'une installation cheminée solaire. Le choix de la turbine ainsi que le système de contrôle de l'installation sont aussi des éléments importants dans la production d'électricité.

La plupart des études effectuées sur les CCS ont visé principalement la détermination des performances énergétiques à travers l'analyse des aspects technologiques du système. Ces études ont démontré la faisabilité et la rentabilité de ce type de système en comparaison avec d'autres types de centrales (voir chapitre 1).

II.2. Cycle idéal

Différentes analyses de la CCS ont été entreprises par plusieurs auteurs [11, 14,19]. Celle de l'analyse d'un cycle d'air idéal à travers une CCS nous permet de déterminer aisément les limites possibles de ses performances (rendement idéal) avec les relations qualitatives qui peuvent lier ses principales variables. Pour notre part, nous voulons, à travers cette analyse, prédire les performances des systèmes à grande échelle et leur intervalle d'utilisation (opération).

II.2.1 Analyse d'un cycle d'air idéal

Cette analyse repose sur une comparaison entre la CCS et une centrale à turbine à gaz (voir tableau II.I). Les deux systèmes sont supposés idéaux et répondant aux hypothèses suivantes :

- Tous les composants du système sont supposés idéaux ;
- Tous les processus se déroulent sans pertes ;
- Le fluide moteur est de l'air sec considéré comme un gaz parfait à capacité calorifique constante ;
- Les conditions atmosphériques à l'entrée et à la sortie sont supposées idéales ;
- La seule source de chaleur dans le système est relative à ce que gagne l'air au collecteur.

Pour la CCS, les frottements à travers la cheminée ainsi que les pertes en énergie cinétique à travers la turbine et à la sortie de la tour sont considérées négligeables.

L'objectif de cette analyse est d'obtenir les relations liant les performances du système aux différentes variables du système telles que la hauteur de la tour et la température du collecteur.

II.2.2 Rendement thermique de la tour

Le rendement thermique est défini par ;

$$\eta_{\text{tour}} = \frac{P_{\text{arbre}}}{P_{\text{solaire}}} \quad (2.1)$$

où P_{arbre} désigne la puissance reçue à la sortie de l'arbre de la turbine et P_{solaire} la puissance solaire admise, donnée par

$$P_{\text{solaire}} = \dot{m}c_p (T_3 - T_2) = \dot{m}c_p \Delta T_{23} \quad (2.2)$$

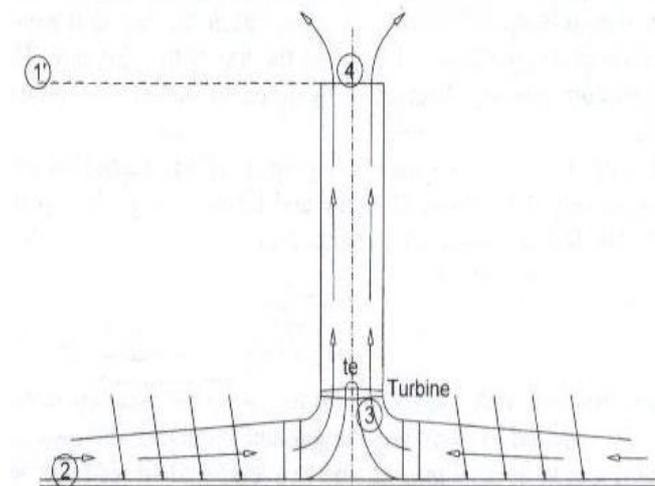


Figure (2.1). Schéma d'une centrale cheminée solaire

L'extraction de la puissance pendant l'expansion (3-4), d'après la figure (2.2) n'est pas totale puisqu'une partie s'avère nécessaire pour soulever l'air à travers la tour. On a :

$$P_{3-4} = \dot{m}c_p (T_3 - T_4) \quad (2.3)$$

$$P_{3te-4} = \dot{m}c_p (T_{3te} - T_4) = \dot{m}\Delta h = \dot{m}g\Delta z \quad (2.4)$$

Un changement adiabatique infinitésimal est modélisé par ;

$$-\frac{dT}{dz} = \frac{g}{c_p} \quad (2.5)$$

La réduction de l'enthalpie de 3te-4 est identique de 1'-2

$$\Delta h = g\Delta z = c_p(T_2 - T_{1'}) \quad (2.6)$$

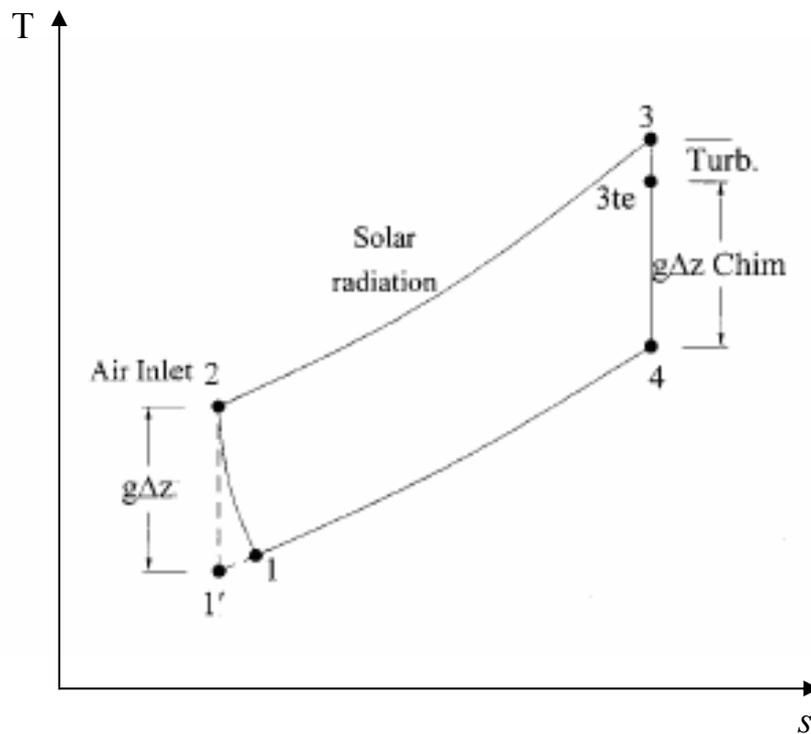


Figure (2.2). Diagramme température-entropie pour l'analyse d'un cycle d'air

La puissance récupérée au niveau de l'arbre est ;

$$\begin{aligned} P_{\text{arbre}} &= \dot{m}c_p(T_3 - T_4) - \dot{m}c_p(T_{3te} - T_4) \\ &= \dot{m}c_p(T_3 - T_4) - \dot{m}c_p(T_2 - T_{1'}) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Pour deux transformations isentropiques, c.à.d (1'-2) et (3-4), nous pouvons écrire :

$$c = T_2/T_{1'} = T_3/T_4 : \text{Constante} \quad (2.8)$$

En remplaçant les équations (2.2), (2.6) et (2.7) en plus de l'expression de 'c' dans l'équation (2.1), nous obtenons :

$$\eta_{\text{tour}} = 1 - \frac{1}{c} = \frac{g\Delta z}{c_p T_2} \quad (2.9)$$

Nous définissons la puissance spécifique normalisée, par rapport à $\dot{m}c_p T_2$, comme suit :

$$P_2^* = \frac{P_{\text{arbre}}}{\dot{m}c_p T_2} \quad (2.10)$$

D'après l'expression de, c, nous aurons encore :

$$P_2^* = \left\{ 1 - \frac{1}{c} \right\} \left\{ \frac{T_3 - T_2}{T_2} \right\} \quad (2.11)$$

Les relations (2.6) et (2.11) permettent d'écrire :

$$P_2^* = \left\{ \frac{g\Delta z}{c_p T_2} \right\} \left\{ \frac{\Delta T_{23}}{T_2} \right\} \quad (2.12)$$

Tableau II.1 : Comparaison entre le cycle d'une turbine à gaz et celui d'une cheminée solaire

Processus	Turbine à Gaz	Cheminée solaire
1-2	Compresseur	Atmosphérique (lapse rate)
2-3	Chambre de combustion	Collecteur Solaire
3-4	Turbine	Turbine et cheminée

Les équations (2.9) et (2.11) représentent les limites maximales des performances d'une CCS.

Nous pouvons conclure que :

- *Le rendement est proportionnel à la hauteur de la tour et inversement proportionnel à la température à l'entrée du collecteur (T_2) ;*
- *Les conditions d'entrée du collecteur sont fonctions des conditions climatiques, donc non maîtrisables, ainsi, l'optimisation du rendement thermique idéal de l'installation s'effectue uniquement en agissant sur la hauteur de la tour.*

II.3. Simulation énergétique d'une centrale cheminée solaire

La simulation énergétique d'une CCS considère, dans un premier temps, cette dernière comme étant composée de l'association d'un collecteur solaire à air et d'une tuyère, deux technologies très familières. Elle permet par sa simplicité et sa fiabilité de déterminer rapidement et efficacement les performances d'une CCS.

Les collecteurs solaires à air ont été largement étudiés et dimensionnés. La modélisation de tels éléments est, dans notre cas, réalisée de deux manières différentes : la première utilise une *méthode par tranches* (dite aussi méthode pas à pas) alors que la seconde utilise une *méthode globale*. Bien que ces méthodes se distinguent par leurs types d'approches, le traitement de certaines parties de la simulation est identique (calculs relatifs à la tour et à la turbine, expressions de transfert thermique et conditions ambiantes utilisées, calcul itératif du débit massique §2.7).

Les codes de calcul associés à ces deux méthodes ont été développés et testés sous l'environnement "Matlab".

II.4. Modélisation du collecteur - Méthode globale -

Les méthodes globales traitent le collecteur dans son ensemble en utilisant des grandeurs physiques moyennes. La méthode développée par Hottel, Whllier et Bliss [40-42], se distingue par sa simplicité et par ses résultats satisfaisants. Elle considère que le régime de fonctionnement du système est permanent et que chacun des éléments du collecteur se trouve à une température moyenne. Dans ce cas, l'absorbeur joue un rôle important dans le bilan thermique.

En plus des hypothèses citées ci-dessus, nous considérons la couverture du collecteur opaque aux radiations infrarouges, le ciel comme un corps noir, les propriétés physiques des éléments sont indépendantes de la température, l'effet des poussières, des saletés et des ombres portées sur l'absorbeur sont négligeables [40-42]. La puissance utile emportée par l'air sortant du collecteur s'écrit alors :

$$P_u = A_c (\tau\alpha) I_t - U_L (T_{abs} - T_{amb}) \quad (2.13)$$

où I_t est le rayonnement global incident et U_L le coefficient d'échange global entre l'absorbeur et l'air extérieur. Si le transfert était idéal, nous aurions $T_{fm} = T_{abs}$. Nous pouvons ainsi écrire :

$$P'_u = A_c(\tau\alpha)I_t - U_L(T_{fm} - T_{amb}) \quad (2.14)$$

En fait, la condition : $T_{fm} = T_{abs}$, n'est jamais satisfaite. On est donc amené à définir un coefficient d'efficacité local de transfert air-absorbeur, donné par :

$$F' = \frac{A_c(\tau\alpha)I_t - U_L(T_{abs} - T_{amb})}{A_c(\tau\alpha)I_t - U_L(T_{fm} - T_{amb})} \quad (2.15)$$

soit :

$$P_u = A_c F' [(\tau \alpha) I_t - U_L (T_{fm} - T_{amb})] \quad (2.16)$$

Nous utiliserons cette expression dans la suite de l'étude, car, elle est une fonction de T_{fm} qui est une donnée du problème, alors que T_{abs} est une inconnue.

Il est pratique d'exprimer cette puissance utile en termes des conditions d'entrées en définissant un autre coefficient global de transfert air-absorbeur par :

$$F_R = \frac{(\tau\alpha)I_t - U_L(T_{abs} - T_{amb})}{(\tau\alpha)I_t - U_L(T_{fe} - T_{amb})} \quad (2.17)$$

d'où :

$$P_u = A_c F_R [(\tau\alpha)I_t - U_L(T_{fe} - T_{amb})] \quad (2.18)$$

Comme le coefficient F_R tient compte de F' et que la température du fluide T_{fm} est toujours supérieure à T_{fe} , F_R est inférieur à F' et varie tout au long du conduit. Par intégration dans le sens de la longueur du collecteur, on aboutit à la relation suivante :

$$F_R = \frac{\dot{m}C_{pa}}{A_c U_L} [1 - \exp(-F' U_L A_c / \dot{m} C_{pa})] \quad (2.19)$$

Le facteur d'efficacité, F' , ainsi que U_L sont déterminés pour chaque type de collecteur et sont liés à la température T_{abs} ; Cette dernière est déterminée par un

calcul itératif qui est rendu possible par l'adoption de la relation de Klein [66], donnée par :

$$T_{abs} = T_{fe} + \frac{P_u/A_c}{F_R U_L} (1 - F_R) \quad (2.20)$$

La température à la sortie du collecteur se déduit alors par :

$$T_{fs} = T_{fe} + P_u / \dot{m} C_{pa} \quad (2.21)$$

II.4.1. Calcul des coefficients F' et U_L

La littérature est riche en méthodes de calcul des coefficients F' et U_L . Dans le cas d'un collecteur à simple passe, F' et U_L s'écrivent [40] :

$$U_L = (U_L^1 + U_L^2) / U_L^3 \quad (2.22)$$

Avec :

$$\begin{aligned} U_L^1 &= (U_b + U_t)(h_{c,f-v} h_{c,f-abs} + h_{r,v-abs} h_{c,f-v} + h_{r,v-abs} h_{c,f-abs}) \\ U_L^2 &= U_b U_t (h_{c,f-v} + h_{c,f-abs}) \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$U_L^3 = h_{r,v-abs} h_{c,f-v} + h_{r,v-abs} h_{c,f-abs} + U_t h_{c,f-abs} + h_{c,f-v} h_{c,f-abs}$$

$$F' = \frac{h_{r,v-abs} h_{c,f-v} + h_{r,v-abs} h_{c,f-abs} + h_{c,f-v} h_{c,f-abs} + U_t h_{c,f-v}}{(U_t + h_{r,v-abs} + h_{c,f-v})(U_b + h_{c,f-abs} + h_{r,v-abs}) - h_{r,v-abs}^2} \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} \text{avec : } U_t &= \left[\frac{N_c}{\frac{C}{T_{abs}} \left[\frac{T_{abs} - T_{amb}}{N_c + f} \right]^e} + \frac{1}{h_{w,amb-v}} \right]^{-1} \\ &+ \frac{\sigma(T_{abs} - T_{amb})(T_{abs}^2 + T_{amb}^2)}{(\varepsilon_{abs} + 0.0591 N_c h_{w,amb-v})^{-1} + \frac{2N_c + f - 1 + 0.133 \varepsilon_{abs}}{\varepsilon_{abs}} + N_c} \end{aligned} \quad (2.25.a)$$

et

$$U_b = k_{is} / e_{is} \quad (2.25.b)$$

avec :

$$f = (1 + 0.089h_w - 0.1166h_w \varepsilon_{abs})(1 + 0.07866N_c) \quad (2.25.c)$$

$$C = 520(1 - 0.000051\beta^2) \quad \text{pour } 0^\circ < \beta < 70^\circ \quad (2.25.d)$$

$$e = 0.43(1 - 100/T_{abs}) \quad (2.25.e)$$

$$h_{w,amb-v} = 5.67 + 3.86V_w \quad (\text{Mc Adams [67]}) \quad (2.25.f)$$

V_w , étant la vitesse du vent (m/s).

II.5. Modélisation du collecteur – méthode par tranches -

Dans cette méthode, le collecteur est découpé en tranches fictives dans le sens de l'écoulement d'air et les équations de bilans thermiques sont écrites pour chaque tranche. Plus particulièrement, pour notre cas de figure, les tranches sont de forme circulaire et constituent un ensemble *d'anneaux*. La résolution des équations de bilans permet d'obtenir les performances du collecteur telles que le rendement et la température de sortie.

Le coefficient de perte globale est calculé comme dans la méthode globale (§ II.4.1.). Il sera injecté dans le programme de la méthode par tranches pour le calcul du débit et de la vitesse d'écoulement dans le processus itératif.

II.6. Modélisation d'un collecteur de forme circulaire

Le composant principal à introduire dans notre analyse est le collecteur. Ce dernier est l'organe responsable du flux de chaleur fourni au système. Dans le collecteur, le débit massique et la variation de la température de l'air sont fortement couplés.

L'analyse décrite dans cette section est fondée sur les hypothèses simplificatrices suivantes :

- Écoulement axisymétrique à travers le collecteur, c.-à-d., le chauffage de la surface du collecteur est uniforme ;
- Le collecteur est considéré comme étant la superposition de deux surfaces planes;

- L'écoulement dans le collecteur est considéré comme un écoulement entre deux plaques planes parallèles ;
- Le profil vertical de la température de l'air à travers le collecteur est considéré constant.

Un volume de contrôle de forme annulaire (voir figure (2.3)) est utilisé pour l'évaluation de la chaleur nette transférée à l'air par chaque section du collecteur. L'équation de bilan énergétique est donnée par :

$$dH_{\dot{m}} = (dI_t - dI_{\text{perdue}}) - (dQ_{\text{perdue}} + dQ_{\text{stoq}}) \quad (2.26)$$

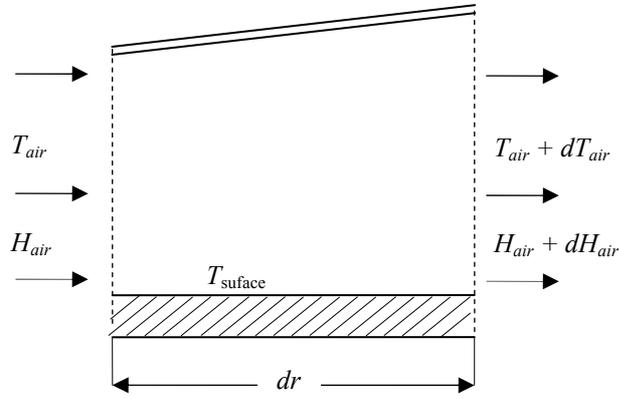


Figure (2.3). Volume de contrôle élémentaire pour un collecteur solaire de forme circulaire

De cette équation, on peut déduire une équation différentielle ordinaire régissant l'élévation de la température de l'air à travers chaque volume de contrôle :

$$\frac{dT_f}{dr} = \frac{2\pi r}{\dot{m}c_p} \left[\tau_{in} e_{\text{abs}} I_t - \left\{ \tau_{ext} e_{\text{abs}} \sigma (T_{\text{abs}}^4 - T_{\text{amb}}^4) - h (T_f - T_{gli}) + \frac{k_{\text{sol}}}{L_{\text{sol}}} (T_{\text{abs}} - T_{\text{stoq}}) \right\} \right] \quad (2.27)$$

Trois autres équations de bilan sont ajoutées à cette dernière :

- la première sur la surface du sol, donnée par :

$$\tau_{in} e_{\text{abs}} G = \tau_{ext} e_{\text{abs}} \sigma (T_{\text{abs}}^4 - T_{\text{amb}}^4) - h_{\text{abs}} (T_{\text{abs}} - T_f) + \frac{k_{\text{sol}}}{L_{\text{sol}}} (T_{\text{abs}} - T_{\text{stoq}}) \quad (2.28)$$

- la deuxième sur la face intérieure de la couverture;

$$h_{gli} (T_f - T_{gli}) = \frac{k_{glass}}{L_{glass}} (T_{gli} - T_{glo}) \quad (2.29)$$

- la troisième sur la face externe de la couverture;

$$\frac{k_{glass}}{L_{glass}} (T_{gli} - T_{glo}) = h_{glo} (T_{glo} - T_{amb}) \quad (2.30)$$

En considérant connues les conditions à l'admission du collecteur et en calculant itérativement le débit à l'aide de l'équation (2.45), l'équation (2.27) devient alors une équation différentielle ordinaire unidimensionnelle que nous pouvons résoudre numériquement.

II.7. Calculs communs

II.7.1. Modélisation des coefficients d'échanges thermiques

En plus des hypothèses générales mentionnées ci-dessus, nous supposons que :

- la conductance thermique dans le sens de l'écoulement est négligée ;
- le vent souffle parallèlement aux faces du collecteur ;
- les gradients transversaux de température dans l'absorbeur sont négligés (la conductivité thermique de l'absorbeur est supposée très grande).

En conclusion les échanges thermiques se font selon trois modes de transferts thermiques, convection, conduction et rayonnement.

II.7.1.1. Transfert thermique convectif

- *Effet du vent*

Cet échange traduit l'effet du vent et de l'air ambiant sur une plaque plane; dans le cas des CCS, seules les faces avant ou arrière d'un collecteur sont considérées, la face arrière n'existe pas. Le facteur d'échange est, dans ce cas, donné par l'équation de McAdams [67]:

$$h_w = 5.67 + 3.86 V_w \quad (2.31)$$

où : V_w , est la vitesse du vent (m/s).

- *Echange entre l'absorbeur et le fluide caloporteur*

Le facteur d'échange convectif entre la couverture et le fluide caloporteur, $h_{c,f-v}$ et entre le fluide et l'absorbeur $h_{c,f-abs}$, sont fonctions de la température moyenne de l'air et sont considérés égaux [30,37]. Dans le cas d'un collecteur d'une CCS, l'échange est par convection naturelle et est exprimé en fonction du diamètre hydraulique D_H d'écoulement d'air et de la conductivité thermique de l'air k_f :

$$h_{c,f-v} = h_{c,f-abs} = \frac{k_f}{D_H} \quad (2.32)$$

Le diamètre hydraulique est défini comme étant le rapport entre le périmètre et la surface mouillée ; dans le cas d'un collecteur de forme circulaire de rayon R et de hauteur ' e ' le diamètre hydraulique est calculé comme suit :

$$D_H = \frac{4 \cdot (2\pi R \times e)}{2(2\pi R + e)} \quad (2.33)$$

Etant donné que : $e \ll R$ (c'est le cas pour les CCS), le diamètre hydraulique du collecteur sera approximé par :

$$D_H \approx 2 \cdot e \quad (2.34)$$

Le nombre de Nusselt Nu est calculé d'après les corrélations de Churchill & Chu [68], qui, dans le cas de la convection naturelle, sont données par :

$$Nu = 0.54Ra^{0.25} \quad \text{pour : } 2 \times 10^4 < Ra < 8 \times 10^7 \quad (2.35)$$

$$Nu = 0.15Ra^{0.33} \quad \text{pour : } 8 \times 10^7 < Ra < 8 \times 10^{11} \quad (2.36)$$

Il est cependant à préciser, qu'en raison des grandes dimensions des CCS et de la très faible viscosité de l'air, le régime de fonctionnement ne pourra être que turbulent.

II.7.1.2. Transfert thermique conductif

Le coefficient d'échange à travers le sol du collecteur, U_b , peut être donné par l'équation (2.22.e). Il existe une autre approximation, plus précise, de ce coefficient dans les références [31,43], soit :

$$U_b = \frac{2\sqrt{k_{\text{sol}}\rho_{\text{sol}}c_{\text{psol}}}}{\sqrt{\pi t_{\text{mid}}}} \quad (2.37)$$

où : t_{mid} , représente l'heure à partir de minuit.

II.7.1.3. Transfert thermique radiatif

- *Entre la couverture et la voûte céleste, on a :*

$$h_{r,v-c} = \frac{1}{2}\sigma\varepsilon_v(1 - \cos\beta)(T_v + T_{\text{ciel}})(T_v^2 + T_{\text{ciel}}^2) \quad (2.38)$$

où σ est la constante de *Stefan-Boltzmann*, égale à $5.67.10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$; T_v est la température de la couverture et T_{ciel} , est la température équivalente de la voûte céleste donnée par la relation de Swinbank (1963) :

$$T_{\text{ciel}} = 0.0552 T_{\text{amb}}^{1.5} \quad (2.39)$$

- *Entre la couverture et l'absorbeur, on a :*

$$h_{r,v-abs} = \frac{\sigma(T_v + T_{\text{abs}})(T_v^2 + T_{\text{abs}}^2)}{\frac{1}{\varepsilon_{\text{abs}}} + \frac{1}{\varepsilon_v} - 1} \quad (2.40)$$

avec : T_{abs} , la température de l'absorbeur et ε_{abs} son émissivité.

II.7.2. Amélioration de l'évaluation des coefficients d'échange par convection-rayonnement

- *Convection avec l'ambient*

Dans les études antérieures, nous avons utilisé l'équation (2.31) de McAdams [67] pour l'évaluation du coefficient de transfert de chaleur par convection entre la toiture du collecteur solaire et l'air ambient. Le travail de Kröger et Burger [44] a conduit au développement d'une corrélation améliorée pour le coefficient local de transfert de chaleur par convection d'une surface horizontale exposée à l'ambiance. D'autres travaux plus récents faits par Burger [37] ont abouti à une nouvelle version améliorée

de cette corrélation, exprimée par l'équation (2.41). Cette corrélation est applicable soit à une surface horizontale chauffée, orientée vers le haut, soit à une surface froide orientée vers le bas.

Le travail expérimental mené par Burger [37] (pour la détermination de l'équation (2.41)) considère un bilan énergétique qui évalue les divers flux convectifs ou radiatifs allant ou venant d'une plaque plane horizontale exposée à son environnement naturel. Il convient de noter que selon Berdahl et Fromberg [69], le flux de chaleur radiatif provenant de la surface vers l'environnement est basé sur l'émission du ciel. Pendant les périodes où la température de la couverture du collecteur (T_v) dépasse la température ambiante (T_{amb}), la couverture est assimilée à une surface horizontale chauffée, orientée vers le haut. On suppose que les deux faces de la couverture du collecteur sont lisses. Pendant de telles périodes, l'équation (2.41) va remplacer celle de McAdams pour l'évaluation du h_{v-amb} dans le modèle numérique du système. Pour les périodes où $T_{amb} > T_v$ (la couverture est assimilée à une surface horizontale froide orientée vers le haut), h_{v-amb} est négligeable en l'absence de vent.

$$h = \frac{0.2106 + 0.0026v_w(\rho T_m / \mu g \Delta T)^{1/3}}{(\mu T_m / g \Delta T c_p k^2 \rho^2)^{1/3}} \quad (2.41)$$

▪ **Convection entre la couverture et le fluide moteur**

Pendant les périodes où la température T_v est plus grande que la température de l'air traversant le collecteur T_f , la toiture est assimilée à une surface horizontale chauffée, orientée vers le bas. Cependant, si $T_f > T_v$, la toiture est assimilée à une surface plane refroidie orientée vers le bas. L'écoulement à travers le collecteur est assimilé à un écoulement entre deux plaques planes parallèles et l'expression du coefficient de transfert thermique par convection forcée (on ne considère pas les effets de convection naturelle) entre la toiture et l'air à travers le collecteur (h_{v-f}) peut donc être approchée par l'équation de Gnielinski pour l'écoulement turbulent (avec $Dh = 2e$: diamètre hydraulique)

$$h = \frac{(f/8)(Re - 1000)Pr}{1 + 12.7(f/8)^{1/2}(Pr^{2/3} - 1)} \left(\frac{k}{D_h} \right) \quad (2.42)$$

Pretorius et al. [36] ont utilisé l'équation (2.42) dans l'évaluation du h_{v-f} pour les deux cas $T_v > T_f$ et $T_f > T_v$. Les deux équations (2.41) et (2.42) sont applicables pour le calcul de h_{v-f} lorsque $T_f > T_v$. Il faut noter que l'équation (2.41) considère les effets de la convection naturelle et forcée, alors que l'équation (2.42) prend en compte uniquement les effets de la convection forcée ; L'équation (2.42) considère les effets de la rugosité de la surface. Dans le cas où $T_f > T_v$ le modèle numérique amélioré utilise le maximum des deux valeurs de h_{v-f} , calculées par les équations (2.41) et (2.42), alors qu'il utilise la valeur de h_{v-f} calculée par l'équation (2.42) lorsque $T_v > T_f$.

- **Convection entre le sol et l'air à travers le collecteur**

Quand la température de la surface du sol, T_{abs} , dépasse la température de l'air du collecteur T_f , le sol est effectivement une surface chauffée orientée vers le haut. En revanche, la surface du sol, pendant les périodes où $T_f > T_{abs}$, est assimilé à une surface refroidie orientée vers le haut. La surface du sol possède une certaine rugosité ; dans ce cas, et pour l'évaluation du coefficient de transfert entre le sol et l'air à travers le collecteur h_{rh} , Pretorius et al. [36] ont utilisé uniquement l'équation (2.42) dans les deux cas $T_{abs} > T_f$ ou $T_f > T_{abs}$. Cependant, et suite à la ressemblance des deux mécanismes de transferts thermiques mis en jeu, le modèle numérique amélioré applique la même stratégie dans l'évaluation des deux coefficients de transferts h_{abs-f} et de h_{v-f} .

II.7.3. Calcul du débit massique

Si ρ désigne la densité de l'air, A , la section de passage de l'air, v , la vitesse de l'écoulement à travers cette section ; Le débit massique, \dot{m} , de l'écoulement d'air chaud passant à travers le système est déterminé par l'équation de continuité, soit :

$$\dot{m} = \rho \cdot v \cdot A \quad (2.43)$$

En premier lieu, on suppose un débit massique initial, et nous recalculons la valeur finale en utilisant des techniques itératives. Le débit sera corrigé par une expression déduite de l'application d'un bilan thermique sur le collecteur, soit alors :

$$\dot{m}C_p\Delta T_{\text{air}} = A_{\text{coll}}(\tau\alpha)I_t - A_{\text{coll}}U_L(T_{\text{équivalente}} - T_{\text{amb}}) \quad (2.44)$$

Le débit massique sera alors ;

$$\dot{m} = \frac{A_{\text{coll}}(\tau\alpha)I_t - A_{\text{coll}}U_L(T_{\text{équivalente}} - T_{\text{amb}})}{C_p\Delta T_{\text{air}}} \quad (2.45)$$

avec : ΔT_{air} , la différence entre la température de sortie et celle d'entrée d'air.

$T_{\text{équivalente}}$, est la température équivalente de tout le collecteur, donnée par :

$$T_{\text{équivalente}} = (T_{\text{air}} + T_{\text{abs}} + T_v)/3 \quad (2.46)$$

La vitesse maximale enregistrée à la sortie du collecteur/entrée de la tour est donnée par ;

$$V_{\text{entréetour}} = \frac{A_{\text{coll}}(\tau\alpha)I_t - U_L(T_{\text{abs}} - T_{\text{amb}})}{\rho_{\text{coll}}A_{\text{tour}}C_p\Delta T} \quad (2.47)$$

Dans les équations ci-dessus, A_{tour} , est l'aire de la section transversale de la tour ; A_{coll} , est l'aire du collecteur qui reçoit le rayonnement solaire ; I_t , représente l'irradiation solaire ; $(\tau\alpha)$, représente le produit de l'absorbance par la transmittance du collecteur solaire ; U_L , est le coefficient de perte global de chaleur du collecteur solaire et ρ_{coll} , est la densité de l'air à la sortie du collecteur.

II.7.4. Calculs relatifs à la tour cheminée

La tour est un tube de pression de faibles pertes en frottement en raison de son rapport surface-volume optimal. Le rendement de la tour, c.-à-d. la conversion de la chaleur en énergie cinétique, est pratiquement indépendant de l'élévation de la température de l'air dans le collecteur. L'application de l'équation de quantité de mouvement sur une section différentielle de la tour donne :

$$w \frac{d}{dz}(\rho w) = -\frac{dp}{dz} - (\rho - \rho_0)g \quad (2.48)$$

La vitesse d'écoulement s'écrit alors :

$$w = \sqrt{\frac{2}{\rho} \left[\int_0^H (\rho_0 - \rho) g dz - \Delta p \right]} \quad (2.49)$$

Si on néglige les frottements, alors l'expression (2.49) devient :

$$w = \sqrt{\frac{2}{\rho} \left[\int_0^H (\rho_0 - \rho) g dz \right]} \quad (2.50)$$

On peut déduire une expression pratique pour la vitesse maximale en appliquant l'hypothèse de *Boussinesq* (voir §IV.2.1.):

$$w_{\max} = \sqrt{2 \cdot g \cdot H_{\text{tour}} \frac{\Delta T}{T_{\text{amb}}}} \quad (2.51)$$

où H_{tour} est la hauteur de la tour.

Notons que le carré de la vitesse est proportionnel à la différence de température et à la hauteur de la tour.

En dehors de la cheminée, les variations de la température, de la pression et de la densité d'air sont calculées en considérant l'atmosphère standard [30,43] :

$$T_{\text{amb}}(z) = T_{\text{amb}}(0) \left(1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{z}{H_0} \right) \quad (2.52)$$

$$p_{\text{amb}}(z) = p_{\text{amb}}(0) \left(1 + \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{z}{H_0} \right)^{\kappa/(\kappa-1)} \quad (2.53)$$

$$\rho_{\text{amb}}(z) = \rho_{\text{amb}}(0) \left(1 + \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{z}{H_0} \right)^{\kappa/(\kappa-1)} \quad (2.54)$$

avec ;

$$H_0 = \frac{r \cdot T_{\text{amb}}(0)}{g}, \quad \kappa = 1.235 \text{ (L'atmosphère standard)}, \quad r = 287.05 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$$

(Constante spécifique de l'air).

A l'intérieur de la tour, les variations de la température, de la pression et de la densité de l'air, sont calculées en considérant une expansion adiabatique [30,43] :

$$T_{\text{tour}}(z) = T_{\text{tour},in}(0) \left(1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{z}{H_0} \right) \quad (2.55)$$

$$p_{\text{tour}}(z) = p_{\text{tour}}(0) \left(1 + \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{z}{H_0} \right)^{\kappa/(\kappa-1)} \quad (2.56)$$

$$\rho_{\text{tour}}(z) = \rho_{\text{tour}}(0) \left(1 + \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{z}{H_0} \right)^{\kappa/(\kappa-1)} \quad (2.57)$$

avec ; $H_0 = \frac{r \cdot T_{\text{tour},in}(0)}{g}$; $\kappa = 1.4005$; $T_{\text{tour},in}(0)$: température à l'entrée de la tour

La puissance fournie par l'écoulement est exprimée par :

$$P_{\text{tot}} = \eta_{\text{tour}} \cdot P_u = \left(\frac{gH_{\text{tour}}}{T_{\text{amb}}} \Delta T \cdot \rho_{\text{coll}} \right) \cdot V_{\text{entrée tour}} \cdot A_{\text{tour}} \quad (2.58)$$

La chute de pression entre la base de la tour et sa sortie est calculée par :

$$\Delta p_{\text{tot}} = \rho_{\text{coll}} \cdot g \cdot H_{\text{tour}} \frac{\Delta T}{T_{\text{amb}}} \quad (2.59)$$

II.7.5. Calculs relatif à la turbine éolienne

Les turbines sont souvent placées à la base de la tour ; L'utilisation des turbines, sert à convertir l'énergie cinétique de l'air s'écoulant à l'intérieur de la cheminée en une énergie mécanique de rotation. L'objectif de cette étude est de déterminer analytiquement la condition de la puissance d'écoulement maximale.

II.7.5.1. La loi de puissance

La dérivation du modèle de loi de puissance nécessite deux corrélations, la première entre le potentiel de pression et le débit volumétrique et la seconde entre la chute de pression du système et le débit volumétrique. Une relation simple, mais utile, entre le potentiel de pression, p_p , et le débit volumétrique, V , est donnée par la loi de puissance suivante [47] :

$$p_p = K_p V^m \quad (2.60)$$

où : $K_p = p_{ref} / V_{ref}^m$, est déterminé à un point de référence (V_{ref}, p_{ref}) près de l'optimum et m est un exposant négatif. Une corrélation également importante liant la chute de pression du système, p_L , au débit dans un écoulement incompressible consiste à mettre :

$$p_L = K_L V^m \quad (2.61)$$

avec : n , égal à 2 lorsque la chute de pression de système est dominée par les pertes mineures, et proche de 1.75, lorsque celles-ci sont dominées par des pertes en frottements [38]. Il est à noter que l'effet de la variation de la densité avec l'élévation de la température est négligé, mais peut être inclus dans le choix de K et de n à proximité de chaque point de fonctionnement. La chute de pression, p_t , à travers la turbine est alors :

$$p_t = p_p - p_L = p_p - K_L V^m \quad (2.62)$$

Typiquement la variation de la densité à travers la turbine d'une CCS est $\Delta\rho_t < 2\%$. Nous pouvons donc considérer l'air traversant la turbine comme incompressible, c.-à-d., que la puissance est égale au produit du débit avec la chute totale de pression à travers la turbine :

$$P = p_t V = (p_p - K_L V^m) V \quad (2.63)$$

II.7.5.2. Condition de puissance maximale de l'écoulement

Le débit correspondant à la puissance maximale de l'écoulement (Maximum Fluid Power ; MFP), est déterminé par la condition : $\partial p / \partial V = 0$, c'est à dire :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial V} [(K_p V^m - K_L V^n) V] &= 0 \\ (m+1)K_p V_{MFP}^m - (n+1)K_L V_{MFP}^n &= 0 \end{aligned} \quad (2.64)$$

Le débit correspondant à la puissance maximale est alors donné par :

$$V_{MFP} = \left(\frac{K_p (m+1)}{K_L (n+1)} \right)^{\frac{1}{n-m}} \quad (2.65)$$

Noter que lorsque, $m = -1$, alors $V = 0$ et p_p est infini, c.-à-d., le modèle de loi de puissance est loin d'être réaliste aux faibles écoulements. Le potentiel de pression à la MFP est déduit par la substitution de l'équation (2.65) dans l'équation (2.60) :

$$(p_p)_{\text{MFP}} = \frac{(n+1)}{(m+1)} K_L V_{\text{MFP}}^n \quad (2.66)$$

La chute de pression dans la turbine, étant une fraction du potentiel de pression à la MFP, est déterminée en soustrayant les pertes du système du potentiel de pression :

$$\begin{aligned} p_t &= p_p - K_L V^n \\ (p_p)_{\text{MFP}} &= \frac{(n+1)}{(m+1)} K_L V_{\text{MFP}}^n \\ \left(\frac{p_t}{p_p} \right)_{\text{MFP}} &= \frac{(n-m)}{(n+1)} \end{aligned} \quad (2.67)$$

Ce rapport, relativement simple, dépend uniquement des exposants m et n . Dans la pratique, le rapport de loi de puissance, entre p_p et V , pour des valeurs appropriées de Kp et de m , approche la valeur exacte, seulement dans une région limitée ; Dans le cas où Kp et m sont calculés, il peut être ajusté itérativement ; Même procédure se dit pour K_L et n . Dans le cas spécifique où $m = 0$ et $n = 2$, l'équation (2.65) sera réduit à :

$$V_{\text{MFP}} = \left(\frac{p_p}{3K_L} \right)^{0.5} \quad (2.68)$$

Le débit de la MFP est alors égal à $1/\sqrt{3}$ du débit maximum, qui correspond à $p_t = 0$. En outre, quand $m = 0$ ($p_p = \text{constante}$) et $n = 2$, l'équation (2.67) sera réduite à :

$$\left(\frac{p_t}{p_p} \right) = \frac{(2-0)}{(2+1)} = \frac{2}{3} \quad (2.69)$$

La condition de la MFP se produit uniquement à $p_t/p_p = 2/3$ dans un cas spécifique quand $m = 0$ (c.-à-d., potentiel de pression constant) et $n = 2$. Quand $n = 2$ et $m \neq 0$, alors p_t/p_p pour la MFP dépasse $2/3$ lorsque m est négatif (c.-à-d., le potentiel de pression diminue avec le débit).

On pourra alors écrire pour la puissance mécanique maximale délivrée par la turbine:

$$P_{mec\ max} = (v_{\text{entrée tour}} \cdot A_{\text{tour}}) \cdot p_t \quad (2.70.a)$$

En injectant l'équation (2.69) dans (2.70.a), nous obtenons :

$$P_{mec\ max} = \frac{2}{3} (v_{\text{entrée tour}} \cdot A_{\text{tour}}) \cdot p_p \quad (2.70.b)$$

L'équation ci-dessus pourra encore être exprimée comme suit :

$$P_{mec\ max} = \frac{2}{3} \eta_{\text{coll}} \frac{gH_{\text{tour}}}{c_p T_{\text{amb}}} A_{\text{coll}} I_t \quad (2.71)$$

Finalement, on peut déduire la puissance électrique produite par l'installation vers le réseau, sous la forme :

$$P_{\text{elec}} = \frac{2}{3} \left(\eta \eta_{\text{coll}} \cdot \frac{gH_{\text{tour}}}{c_p T_{\text{amb}}} \right) A_{\text{coll}} I_t \quad (2.72)$$

avec : η , représente le produit du rendement de transmission des pales par le rendement du générateur,

$$\eta = \eta_{\text{trans}} \cdot \eta_{\text{gener}} \quad (2.73)$$

II.8. Estimation du rayonnement solaire

Le rayonnement solaire incident, I_s , dépend de plusieurs grandeurs astronomiques fixant le lieu et la position par rapport au soleil. La fraction de l'éclairement solaire incident sur la surface d'ouverture du collecteur, I_g , incliné d'un angle, β , est exprimée, selon le modèle isotopique de Liu et Jordan [40] pour un ciel

clair , en fonction de la fraction d'éclairement direct I_b , diffus I_d , et réfléchi I_r , par le sol via le facteur géométrique R_b , les facteurs de forme $0.5 (1 \pm \cos\beta)$ et l'albédo du sol ALB :

$$I_g = R_b I_b + \frac{1 + \cos\beta}{2} I_d + ALB \cdot \frac{1 - \cos\beta}{2} I_h \quad (2.74)$$

II.9. Calcul de la température ambiante

La température ambiante, T_{amb} , est modélisée en fonction du temps solaire vrai t_{sv} , du temps de levé du soleil t_l , de la température moyenne mensuelle \bar{T}_{amb} et de ses fluctuations autour de la moyenne ΔT_{amb} , par la relation [40,45,46] :

$$T_{amb} = \bar{T}_{amb} + \Delta T_{amb} \sin\left(\frac{t_{sv} - (t_l + 180)}{720}\right) \quad (2.75)$$

où :

$$\bar{T}_{amb} = \frac{T_{amb-max} + T_{amb-min}}{2} \quad (2.76)$$

$$\Delta T_{amb} = \frac{T_{amb-max} - T_{amb-min}}{2} \quad (2.77)$$

Avec :

T_{amb} : Température ambiante, en degrés Kelvin,

$T_{amb-max}$: Température ambiante maximale, en degrés Kelvin,

$T_{amb-min}$: Température ambiante minimale, en degrés Kelvin.

CHAPITRE

3

**ANALYSE
DES PERFORMANCES
DE LA CENTRALE
CHEMINEE SOLAIRE**

III.1. Introduction

Cette analyse est basée uniquement sur le modèle mathématique utilisé dans la méthode par tranches, que nous avons développé au chapitre précédent, du moment que celle qui se base sur la méthode globale donne des résultats similaires. Cette étude est menée pour une installation CCS à grande échelle, dont certaines de ses caractéristiques techniques sont résumées au tableau III.1.

Tableau III.1 : Quelques caractéristiques techniques de l'installation CCS analysée [33]

Paramètres	Valeurs	Paramètres	Valeurs
Hauteur de la tour (H_{tour})	200 m	Rendement de la turbine (η_t)	0.8
Diamètre de la tour (D_{tour})	10 m	Radiation solaire (G)	800W/m ²
Diamètre du collecteur (D_{coll})	500 m	Température ambiante	30 °C
Distance entre le sol et la couverture (H_{coll})	2.5 m	Produit de la transmittance et l'absorbance ($\tau\alpha$)	0.65

III.2. Analyse suivant la méthode par tranches

La figure (3.1), montre l'effet de la température ambiante et de l'irradiation solaire sur la puissance de l'installation. Il est à souligner que la production en puissance augmente avec l'augmentation de l'irradiation et de la température ambiante. Cette augmentation est toutefois plus importante pour l'irradiation que pour la température. Les dimensions de l'installation CCS ont aussi une grande influence sur la puissance produite.

La figure (3.2) montre que plus le taille, du collecteur et de la tour, est grande, plus la production d'énergie de la CCS sera importante. Il est cependant à noter que la puissance obtenue augmente d'une façon non linéaire avec l'augmentation du diamètre du collecteur et de la hauteur de la tour : cette augmentation est rapide aux faibles dimensions du collecteur et de la tour, mais devient plus lente lorsque ces dimensions deviennent importantes. Près de 390 kW de puissance électrique peut être produite par une centrale possédant un collecteur de 800 m de diamètre et une tour de 250 m de hauteur.

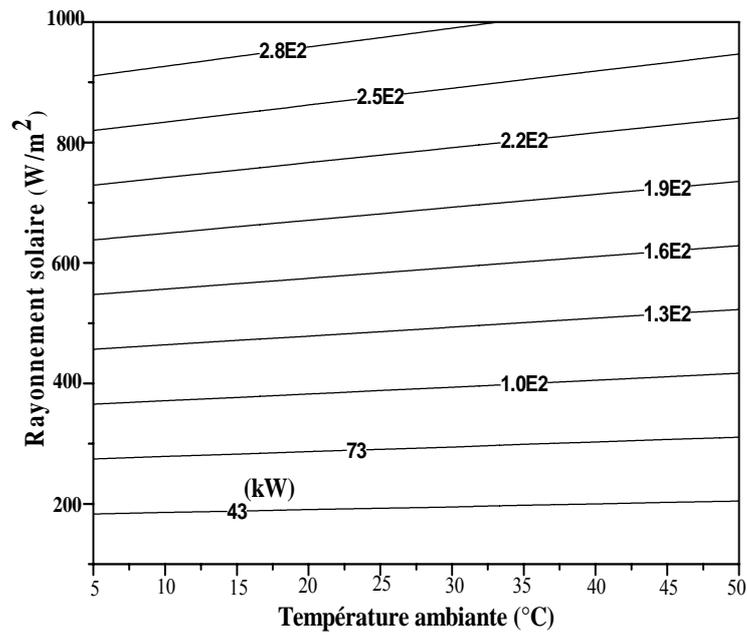


Figure (3.1). Effet de la température ambiante et du rayonnement solaire sur la puissance générée.

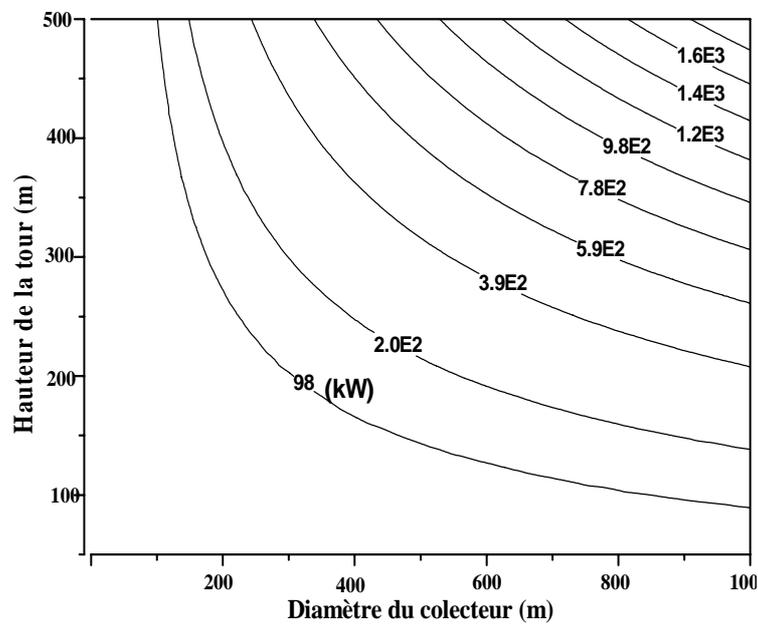


Figure (3.2). Effet du diamètre du collecteur et de la hauteur de la tour sur la puissance générée

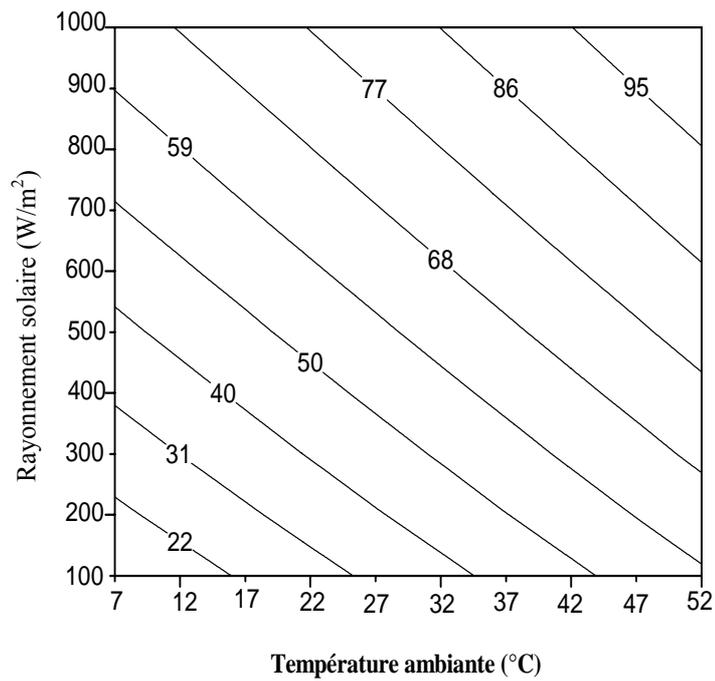


Figure (3.3). Effet de la température ambiante et du rayonnement solaire sur la température du sol en (°C)

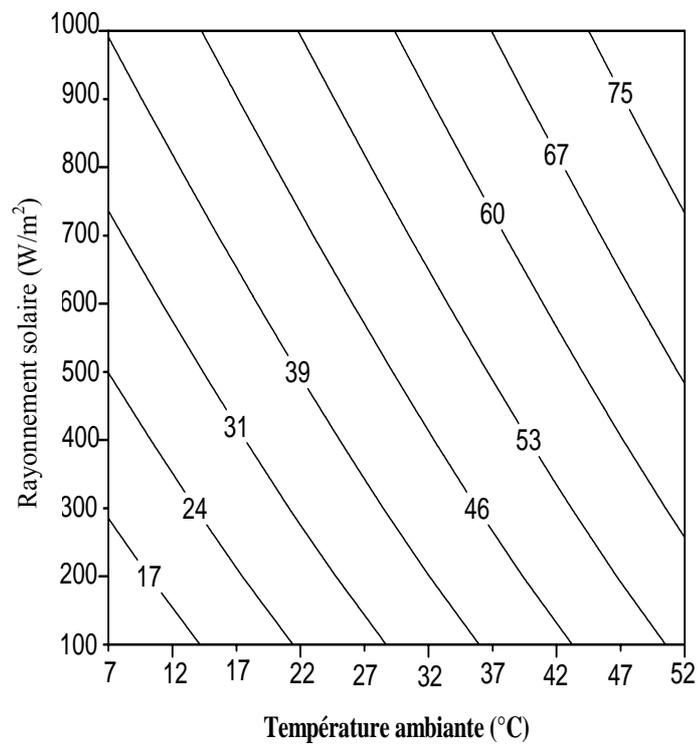


Figure (3.4). Effet de la Température ambiante et du rayonnement solaire sur la température de l'air à la sortie du collecteur en (°C)

Les figures (3.3) et (3.4) montrent l'effet de la température ambiante et du rayonnement solaire sur la température de l'air à la sortie du collecteur et sur la température du sol. Notons que ces températures augmentent avec l'augmentation du rayonnement et de la température ambiante.

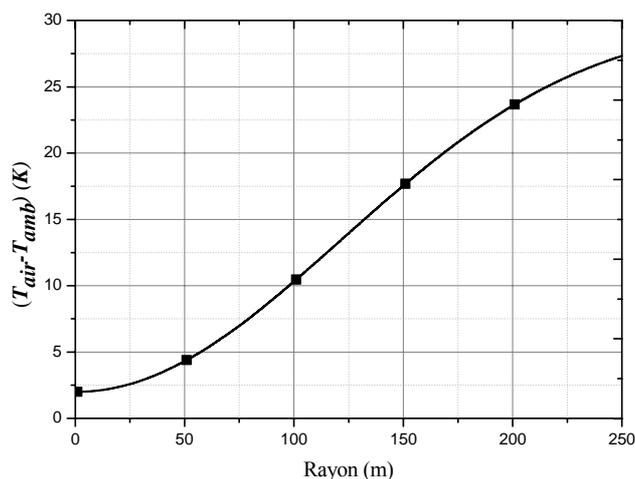


Figure (3.5). Variation de la température de l'air à travers le collecteur

La figure (3.5) montre la variation de la température de l'air traversant le collecteur en fonction du rayon du collecteur pour un rayonnement de 800 W/m^2 et une température ambiante de $25 \text{ }^\circ\text{C}$.

III.3. Application au site d'Adrar – sud ouest de l'Algérie -

Le site d'Adrar se situe au sud-ouest de l'Algérie où le gisement solaire est appréciable. L'énergie annuelle du rayonnement solaire est d'environ $2,2 \text{ MWh/m}^2/\text{an}$ et la photopériode atteint une moyenne de 11 heures par jour pour toute l'année avec un maximum estival de 12 à 13 heures [12,13]. Les résultats d'analyse montrent que la production de puissance par la CCS est digne d'intérêt dans cette région.

La figure (3.6) donne les variations moyennes mensuelles de l'irradiation solaire et de la température ambiante au site d'Adrar.

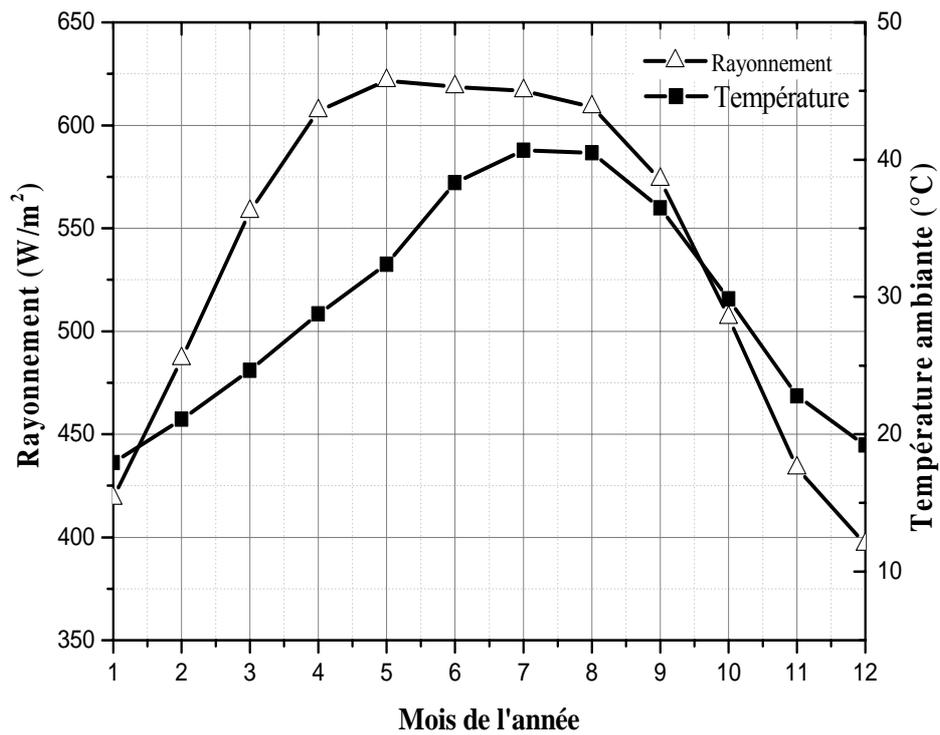


Figure (3.6). Evolution des irradiations et des températures moyennes mensuelles au cours du temps

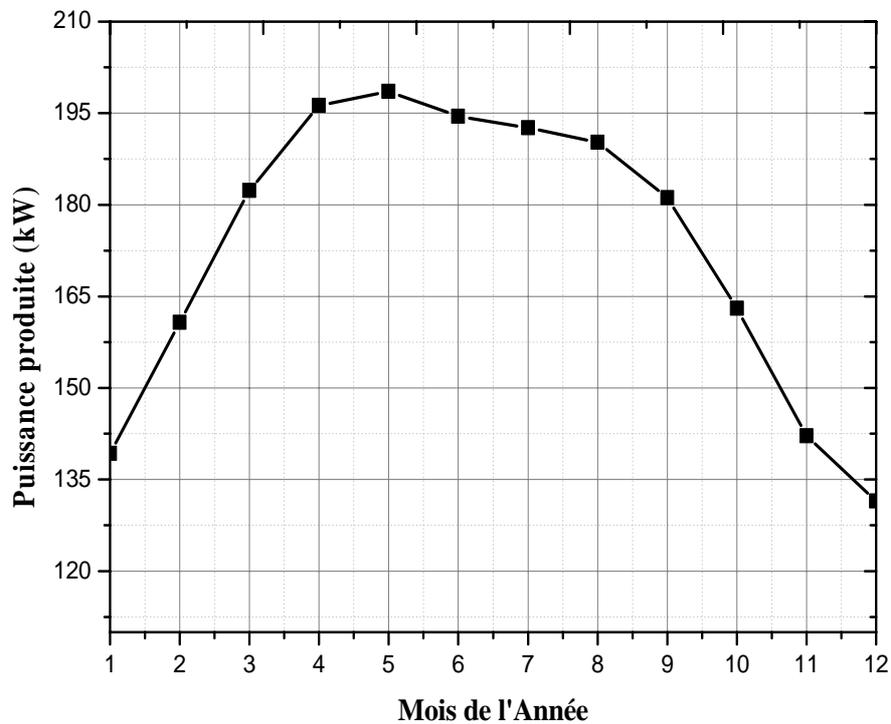


Figure (3.7). Evolution des puissances moyennes mensuelles délivrées par la centrale cheminée solaire au cours du temps

Il est à remarquer que la température moyenne mensuelle minimale, d'environ 17.5 °C, se produit en Janvier tandis que la température moyenne mensuelle maximale, qui atteint les 41°C, se produit en Juillet. La variation de l'irradiation solaire est différente de celle de la température moyenne mensuelle. Adrar possède la meilleure insolation solaire en Mai avec une valeur d'environ 620 W/m² et le minimum d'insolation en Décembre avec une valeur d'environ 380 W/m².

La figure (3.7) montre l'évolution de la production de puissance au cours du temps. La capacité de production d'électricité se situe entre 130 et 200 kW pendant toute l'année. La CCS peut produire plus de puissance, de Mars à Septembre, car le rayonnement solaire est élevé en cette période. En outre, il est possible de noter d'après les figures (3.6) et (3.7) que les variations de l'irradiation solaire et de la production d'énergie se comportent de la même manière : plus l'irradiation solaire est importante, plus la capacité de production d'énergie est haute.

Les figures (3.8.a-d) montrent les variations journalières de la température ambiante, de l'éclairement et de la puissance produite pour chaque journée type de chaque mois.

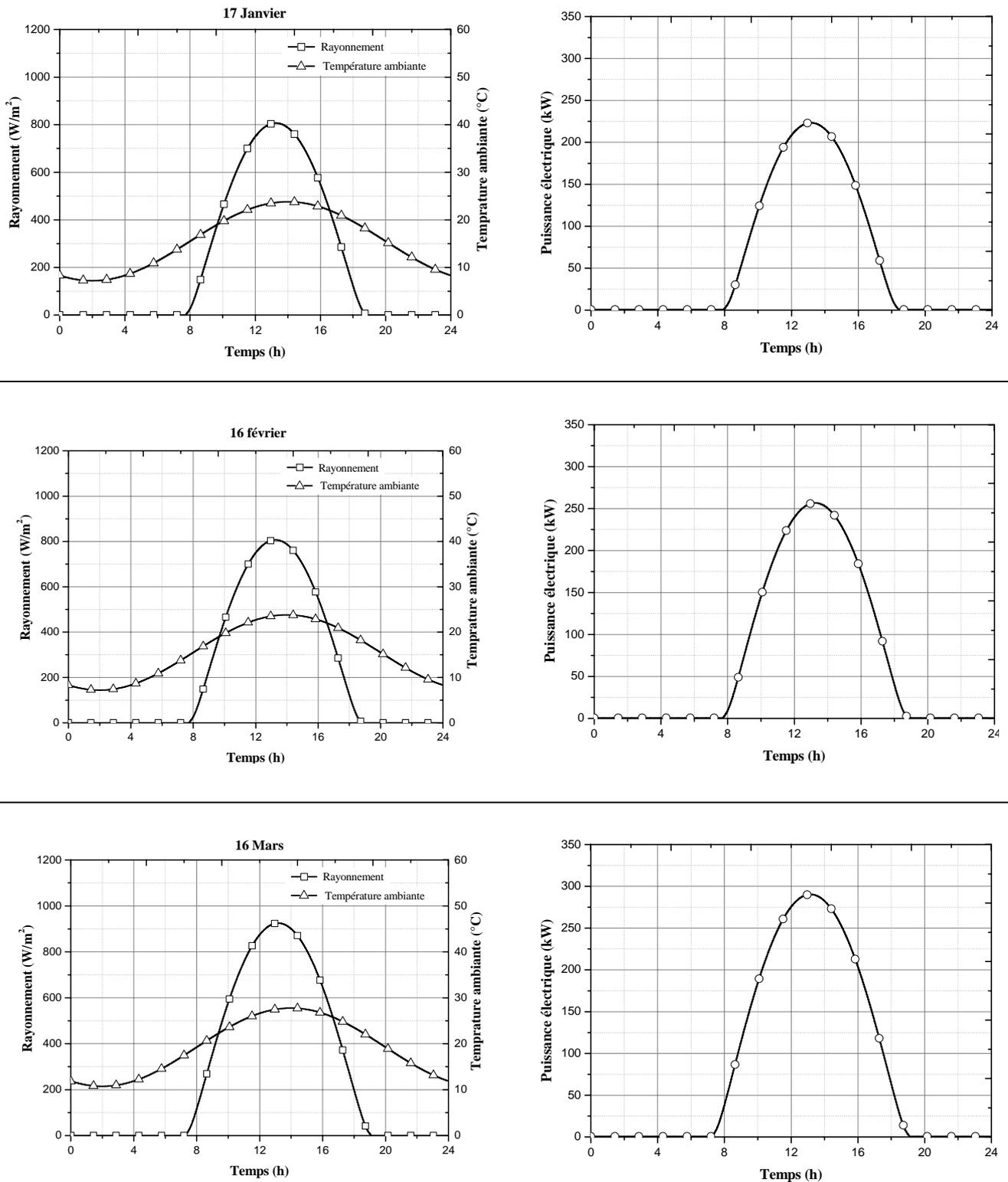


Figure (3.7.a) : Evolution temporelle de la puissance électrique délivrée en fonction de l'éclairement et de la température ambiante pour des journées types, de Janvier, Février et Mars.

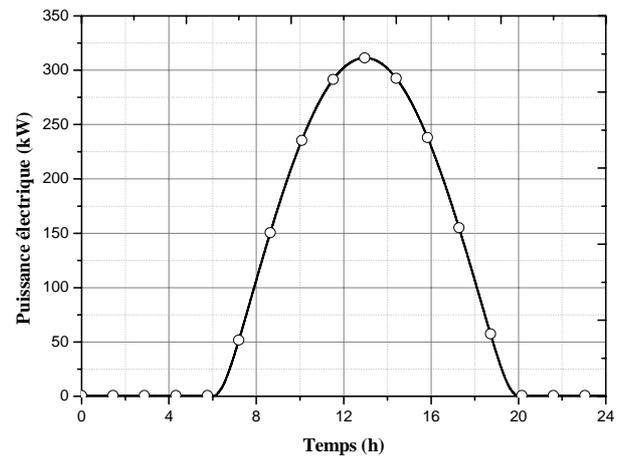
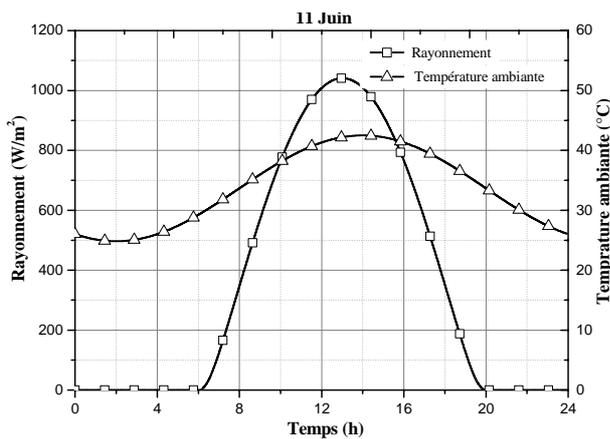
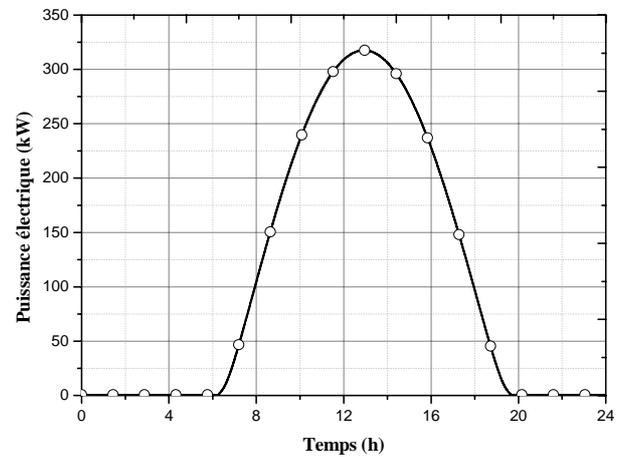
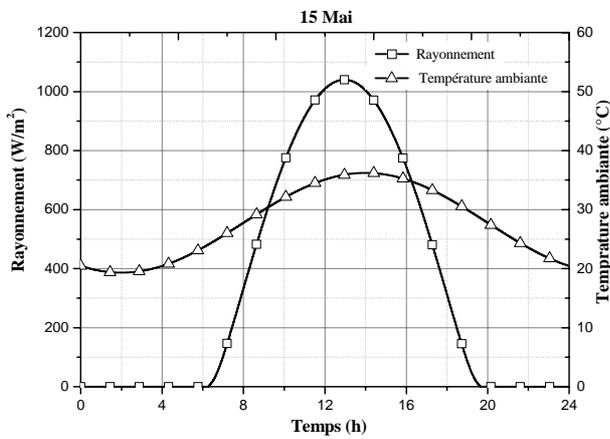
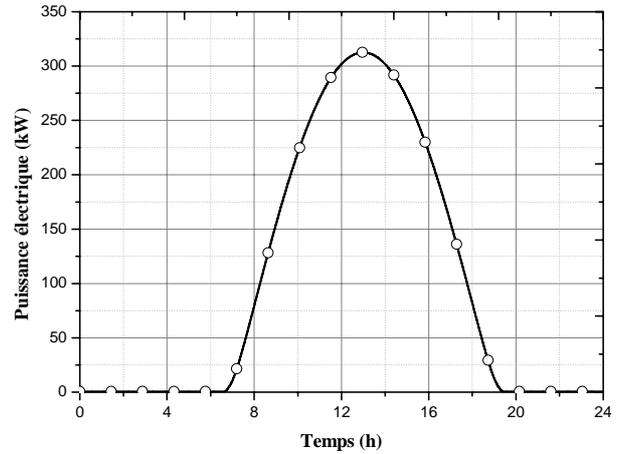
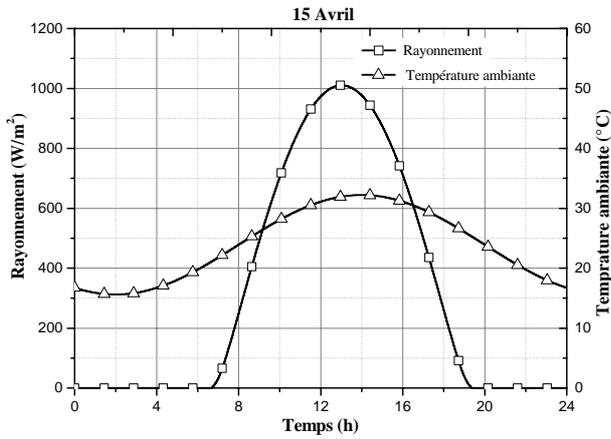


Figure (3.7..b) : Evolution temporelle de la puissance électrique délivrée en fonction de l'éclairement et de la température ambiante pour des journées types, d'Avril, Mai et Juin.

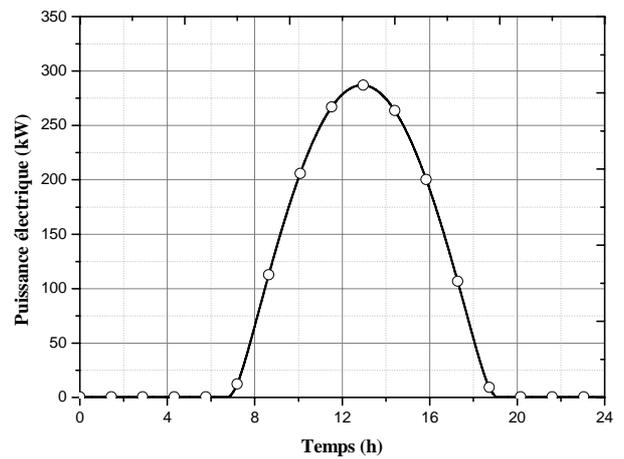
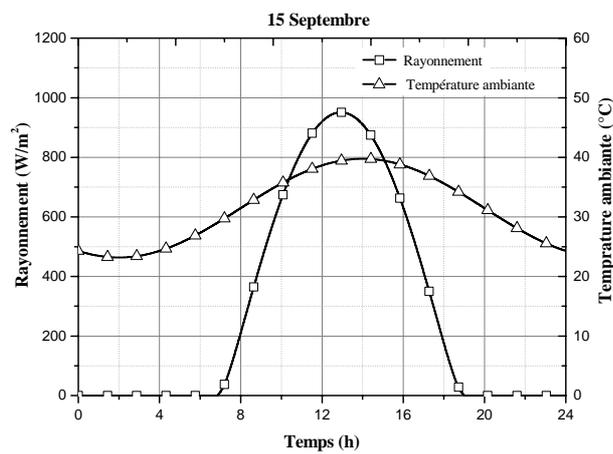
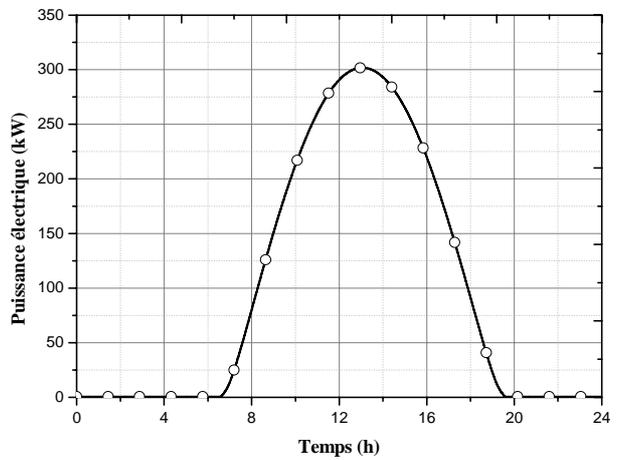
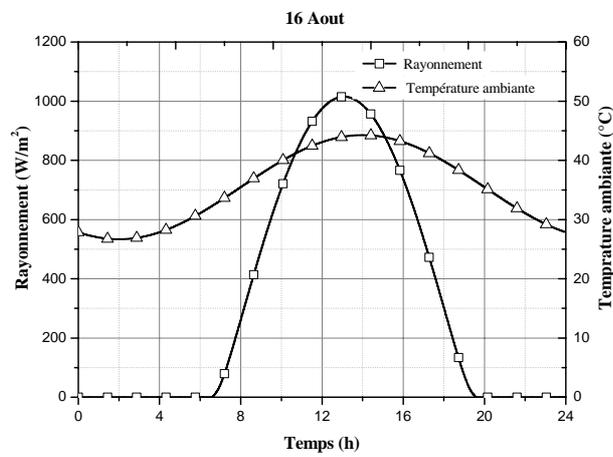
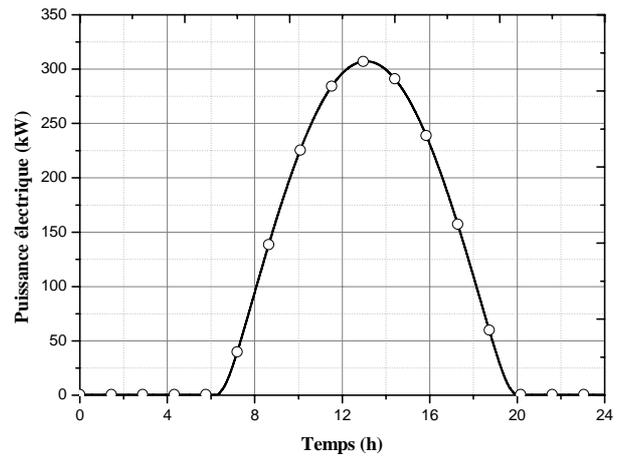
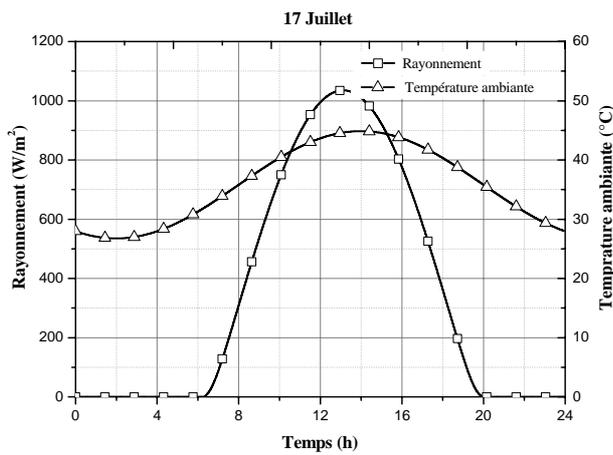


Figure (3.7.c) : Evolution temporelle de la puissance électrique délivrée en fonction de l'éclairement et de la température ambiante pour des journées types, de Juillet, Août et Septembre.

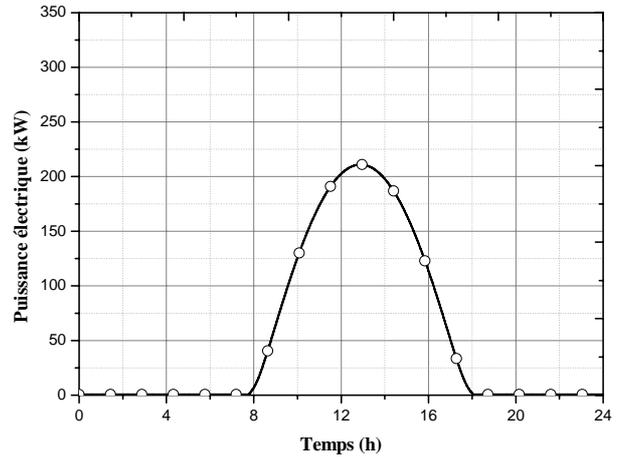
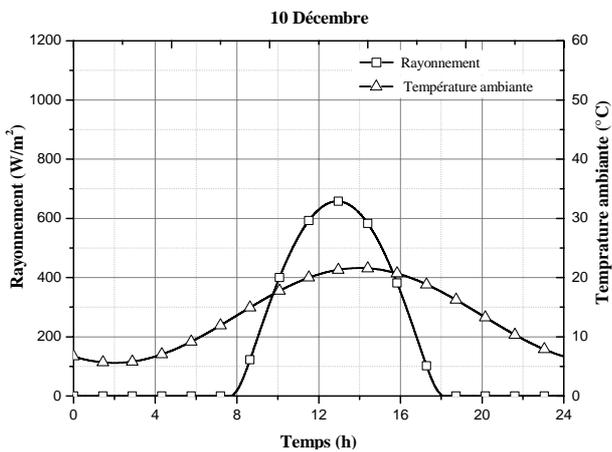
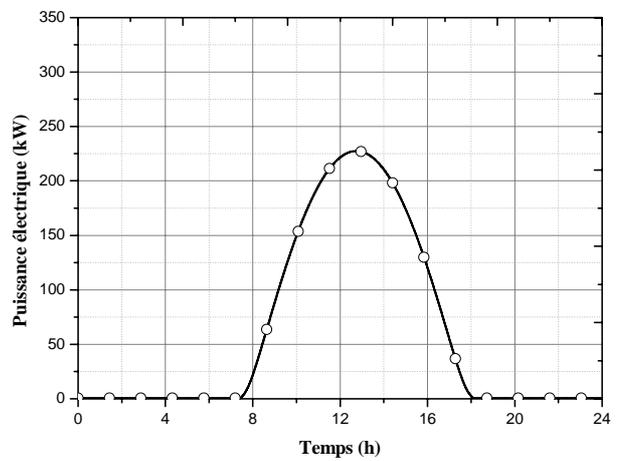
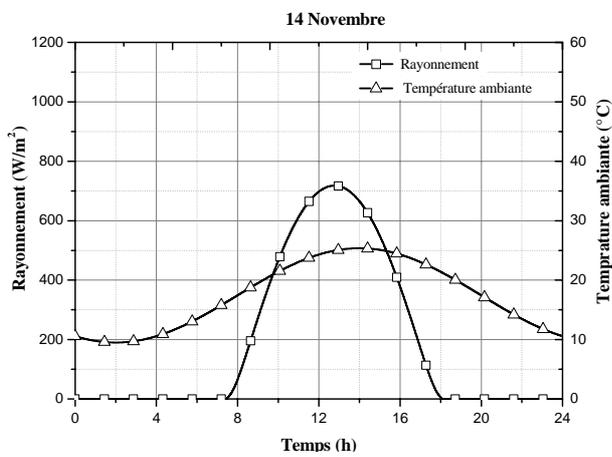
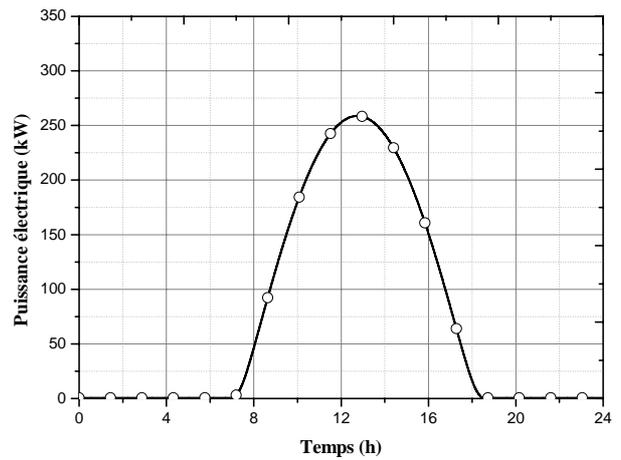
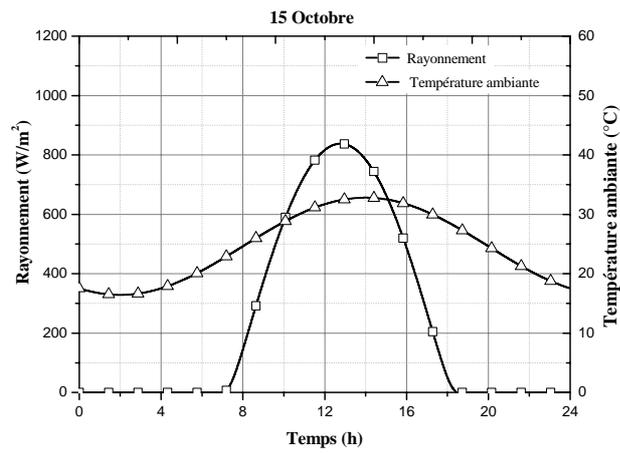


Figure (3.7.d) : Evolution temporelle de la puissance électrique délivrée en fonction de l'éclairement et de la température ambiante pour des journées types, d'Octobre, Novembre et Décembre.

III.4. Conclusion

Une centrale cheminée solaire, prévue pour être utilisée dans les régions présumées autonomes a été étudiée et analysée. Cette analyse a permis de conclure que :

1. La capacité de production d'électricité dépend de certains paramètres dont l'irradiation solaire et la température ambiante. La hauteur de la tour, le rendement du collecteur et le rendement de la turbine jouent aussi un rôle important dans l'amélioration des performances du système. Pour des conditions climatiques données, la capacité de production d'électricité augmente avec l'augmentation de la hauteur de la tour et de la surface du collecteur. On peut noter aussi que plus l'irradiation solaire est élevée, plus les rendements des composants sont importants et plus la production d'électricité sera meilleure. La température ambiante joue, cependant, un rôle mineur dans la production d'électricité pour la centrale solaire ;
2. Une CCS de 200 m de hauteur dotée d'un collecteur de 500 m de diamètre pourra produire de 130 et 200 kW de puissance électrique durant toute l'année d'après une estimation faite sur la moyenne mensuelle d'ensoleillement, cette production est suffisante pour satisfaire aux besoins des régions isolées. *Le collecteur solaire de l'installation peut être également utilisé en tant que serre pour des usages agricoles.*

CHAPITRE

4

**ETUDE
DYNAMIQUE
D'UNE CENTRALE
CHEMINEE SOLAIRE**

IV.1. Introduction

La quasi-totalité des études effectuées sur les cheminées solaires ont visé principalement la détermination des performances énergétiques. Ces études ont démontré la faisabilité et la rentabilité de ce type de système en comparaison avec d'autres types de centrales. Cependant, afin d'identifier les phénomènes locaux qui apparaissent dans certaines régions, la connaissance du comportement thermo-hydrodynamique du mouvement d'air à travers les systèmes CCS serait toutefois nécessaire.

L'objectif principal de ce chapitre consiste en l'analyse préliminaire, en régime transitoire, de la convection naturelle laminaire, dans une géométrie semblable à celle d'une centrale CCS, afin de prévoir le comportement thermo-hydrodynamique du mouvement d'air à travers un système supposé axisymétrique et travaillant en convection naturelle avec les conditions aux limites illustrés dans la figure (4.1). Le champ de vitesse et la distribution des températures dans le système sont évalués par la résolution du modèle mathématique représenté par l'**équation de densité**, les équations de **Navier et Stokes** et l'**équation d'énergie**, en utilisant la méthode des **volumes finis** sous des hypothèses préétablies.

Il est important de mentionner que la littérature disponible sur ce type d'analyses est rare [26,35], car la recherche se concentre dans la plupart des cas sur l'évaluation des performances énergétiques globales d'un tel système.

IV.2. Modélisation mathématique

IV.2.1. Hypothèses

Le modèle mathématique adopté est établi moyennant les hypothèses simplificatrices suivantes :

- l'écoulement est bidimensionnel et le système admet un axe de symétrie ;
- l'écoulement est laminaire ;
- le fluide considéré est supposé visqueux et newtonien et obéit à l'approximation de *Boussinesq* [48]. Cette approximation repose sur deux hypothèses :
 - la masse volumique est considérée comme constante sauf dans le terme $(\rho\vec{g})$,

- les écarts de température sont suffisamment faibles pour que l'on puisse se contenter, dans l'évaluation de $(\rho\vec{g})$, du premier terme du développement de ρ en terme de température, à savoir :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad (4.1)$$

avec :

ρ_0 , la masse volumique à la température de référence T_0 ,

β , le coefficient de dilatation volumique à pression constante,

donnée par :

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial \rho}{\partial T} \right]_p \quad (4.2)$$

- Les propriétés du fluide sont supposées constantes ;
- pas de source de chaleur ;
- les vitesses mises en jeu sont relativement faibles de sorte que le terme relatif aux dissipations visqueuses dans l'équation d'énergie soit négligeable.

IV.2.2 Equations

Moyennant les hypothèses précédentes, les équations qui caractérisent la convection naturelle en régime transitoire et en coordonnées cylindriques s'écrivent sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (4.3)$$

Pour l'équation de continuité ;

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r u^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho u v) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \mu \frac{u}{r^2} \quad (4.4)$$

Pour l'équation de quantité de mouvement suivant r :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r u v) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v^2) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + (\rho_0 - \rho)g \quad (4.5)$$

Pour l'équation de quantité de mouvement suivant y :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho T) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r u T) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v T) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (4.6)$$

Pour l'équation d'énergie.

Les équations précédentes peuvent être écrites sous la forme conservative suivante [49-51]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r u \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v \phi) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + S_\phi \quad (4.7)$$

Les expressions du coefficient de diffusion et du terme source S_ϕ sont indiquées dans le tableau V.1.

Tableau V.1 : Expressions du coefficient de diffusion et du terme source

Equation	ϕ	Γ_ϕ	Terme source S_ϕ
de continuité	1	0	0
de quantité de mouvement suivant x	u	μ	$-\frac{\partial p}{\partial r} - \frac{u}{r^2} \Gamma_\phi$
de quantité de mouvement suivant y	v	μ	$-\frac{\partial p}{\partial y} + (\rho_0 - \rho)g$
d'énergie	T	$\frac{k}{C_p}$	0

IV.2.3. Mise sous forme adimensionnelle

L'emploi de variables réduites dans les équations de bilans, permet d'approcher de plus près à la réalité des phénomènes physiques, car, leurs existences et leurs évolutions sont indépendantes du système d'unités de mesure utilisé pour les étudier. Ces variables permettent également d'obtenir des informations générales qui jouent un rôle prépondérant dans les similitudes. En effet, pour ramener les équations phénoménologiques sous une forme adimensionnelle, il est nécessaire de définir, moyennant des grandeurs caractéristiques, des changements de variables.

Désignons par H une dimension linéaire caractéristique de l'écoulement, par V_r , une vitesse de référence, par H/V_r , un temps de référence et enfin par ΔT , l'écart de température de référence. Les variables réduites sont alors données par :

$$\begin{aligned} x^+ &= \frac{x}{H}, & y^+ &= \frac{y}{H}, & t^+ &= \frac{tV_r}{H}, & u^+ &= \frac{u}{V_r} \\ v^+ &= \frac{v}{V_r}, & T^+ &= \frac{T - T_c}{\Delta T}, & p^+ &= \frac{p}{\rho V_r^2}, \end{aligned}$$

Dans le cas de la convection naturelle, la vitesse de référence est définie comme suit [52] :

$$V_r = \sqrt{g\beta H \Delta T} \quad (4.8)$$

tel que :

$$\Delta T = T_H - T_C \quad (4.9)$$

De ce qui précède, les variables réduites, deviennent alors :

$$x^+ = \frac{x}{H}, \quad y^+ = \frac{y}{H}, \quad t^+ = \frac{t\mu Gr^{0.5}}{\rho H^2}, \quad u^+ = \frac{u\rho H}{\mu Gr^{0.5}}, \quad v^+ = \frac{v\rho H}{\mu Gr^{0.5}}, \quad (4.10)$$

$$T^+ = \frac{T - T_c}{\Delta T}, \quad p^+ = \frac{\rho p H^2}{\mu^2 Gr}, \quad Gr = \frac{\rho^2 g \beta \Delta T H^3}{\mu^2}, \quad Pr = \frac{\mu c_p}{k} \quad (4.11)$$

Ces changements de variables effectués, sur l'équation conservative (4.7), nous conduisent à l'équation réduite qui écrite sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t^+}(\phi^+) + \frac{1}{r^+} \frac{\partial}{\partial r^+}(r^+ u^+ \phi^+) + \frac{\partial}{\partial y^+}(v^+ \phi^+) = \\ \Gamma_{\phi^+} \left[\frac{1}{r^+} \frac{\partial}{\partial r^+} \left(r^+ \frac{\partial \phi^+}{\partial r^+} \right) \right] + \Gamma_{\phi^+} \left[\frac{\partial^2 \phi^+}{\partial y^{+2}} \right] + S_{\phi^+} \end{aligned} \quad (4.12)$$

Les expressions du coefficient de diffusion et du terme source S_{ϕ} sont indiquées dans le tableau V.1.

Tableau IV.2 : Les nouvelles expressions de Γ_{ϕ^+} et S_{ϕ^+}

Equation	θ	Γ_{θ}	Terme source S_{θ}
de continuité	1	0	0
de quantité de mouvement suivant x	u^+	$\frac{1}{Gr^{0.5}}$	$-\frac{\partial p}{\partial r} - \frac{u}{r^2}\Gamma_{\phi}$
de quantité de mouvement suivant y	v^+	$\frac{1}{Gr^{0.5}}$	$-\frac{\partial p}{\partial y} + (\rho_0 - \rho)g$
d'énergie	T^+	$\frac{1}{Gr^{0.5} Pr}$	0

IV.2.4 Conditions aux limites :

A chaque problème donné sont associées des conditions initiales et aux limites correspondantes. Dans notre cas, ces conditions sont données (voir figure (4.1)) par :

- Sur la couverture du collecteur et sur la paroi de la cheminée ainsi que sur le sol, la condition de non glissement est imposée sur les composantes de vitesse u et v . Les valeurs de température sur ces frontières sont notées respectivement :
 T_c : température de la couverture du collecteur,
 T_p : la température de la paroi de la cheminée,
 T_{sl} : la température du sol.
- Le centre de la cheminée représente l'axe de symétrie : la condition de symétrie est admise pour la vitesse et la température, c.à.d que, toute variation à travers cet axe est nulle (pas de flux à travers l'axe de symétrie ni de la chaleur ni de la quantité de mouvement) ;
- Condition de sortie : la condition d'un écoulement entièrement développé est admise et imposée à la vitesse et à la température ;
- Condition d'entrée : la vitesse, inconnue au départ, est calculée par un procédé de simulation numérique, après initialisation, cette vitesse sera recalculée à chaque itération en fonction des vitesses voisines. La température d'entrée est considérée égale à celle du milieu ambiant.

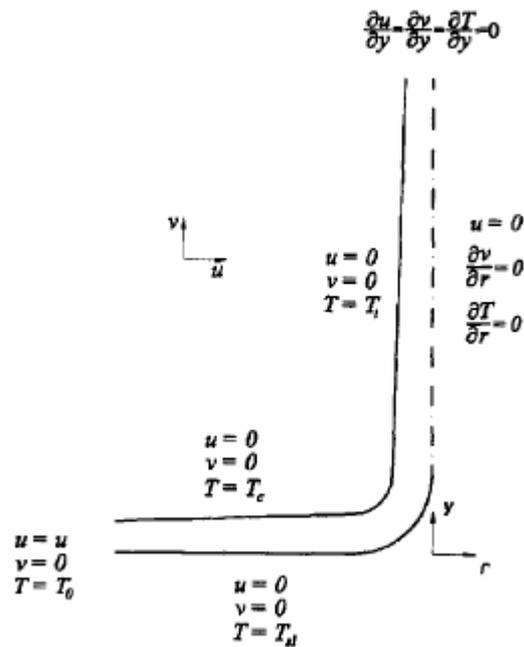


Figure (4.1) : Domaine de solution et conditions aux limites

IV.3. Méthodologie numérique

L'analyse de la circulation d'air, à travers le système, nécessite la résolution des équations de transports régissant le phénomène ; Le recours aux méthodes numériques est indispensable et notre choix est fixé sur la méthode des volumes finis.

La méthode des volumes finis en coordonnées généralisées pourra être utilisée de façon systématique. Cette méthodologie permet d'étudier les différentes géométries (différentes pentes de la couverture du collecteur etc...) ainsi que les différentes formes de conditions aux limites [52-56], puisque la solution sera obtenue dans ce qu'on appelle le plan de calcul qui est fixe, indépendamment de la géométrie du système réel. Cette méthode comporte deux algorithmes principaux: un algorithme pour la génération des coordonnées du système (génération de maillage), et l'autre pour la solution des équations régissant dans le nouvel système de coordonnées [52-56].

Les numériciens utilisent habituellement les notions de génération de maillage dont le principe consiste à choisir une méthode de transformation du système de coordonnées [52-56]. Dans cette méthode, pour un système bi dimensionnel, les

coordonnées curvilignes d'un point seront reliées au système de coordonnées cylindriques par le biais de deux transformations :

$$\xi = \xi(r, y) \quad \text{et} \quad \eta = \eta(r, y) \quad (4.13)$$

Nos équations de transports seront à leur tour, manipulées pour prendre une forme plus complexe. Ceci nous oblige à entamer un traitement particulier et supplémentaire fastidieux au niveau de la génération de maillage pour pouvoir couvrir les différentes géométries, ce qui induit une toute nouvelle formulation mathématique du phénomène plus délicate à modéliser. Or un temps important a été consacré pour maîtriser et développer un code de calcul en volumes finis qui traite la convection naturelle dans une enceinte cylindrique avec entrée et sortie ; Il a fallu exploiter ce code sans apporter aucune modification pour notre cas de figure. Pour surmonter cette difficulté, nous avons eu recours à deux méthodes : la première est la méthode *Multiblocs* et la deuxième est la méthode *Actif-inactif blocs*.

CHAPITRE

5

**PRESENTATION
DE LA METHODE
DES VOLUMES FINIS**

V.1. Introduction

Les équations de bilans régissant la convection naturelle sont des équations aux dérivées partielles non linéaires, de type elliptiques et couplées. En raison de leur complexité, ces équations sont résolues par l'utilisation des techniques numériques. Plusieurs méthodes numériques sont disponibles dans la littérature, dont on peut citer à titre d'exemples :

- La méthode des différences finies ;
- La méthode des éléments finis ;
- La méthode des volumes finis.

Pour résoudre le système d'équations présenté dans le chapitre précédent, nous avons choisi la méthode des volumes finis développée par Patankar [51], qui a été utilisée avec succès par plusieurs auteurs [58,59]. La méthode est basée sur une approche de type volume de contrôle. Elle est simple à comprendre et à interpréter physiquement compte tenu de son fondement. Sa qualité principale est la réduction des instabilités numériques des schémas aux grandes valeurs du nombre de Rayleigh [51].

V.2. Principe de la méthode des volumes finis

Dans son ensemble, la méthode des volumes finis consiste à définir à l'intérieur du domaine de calcul une grille de points appelés nœuds. Chaque nœud se trouve entouré par un volume élémentaire sur lequel on va intégrer les équations aux dérivées partielles (figure (5.1)).

Pour deux points voisins, les volumes de contrôle respectifs doivent posséder un côté commun. Il s'ensuit que la réunion de tous les volumes de contrôle couvre l'ensemble du domaine de calcul. Cette propriété fondamentale va permettre la mise en évidence des propriétés de conservation des flux locaux et globaux.

Il existe deux méthodes pratiques pour placer le réseau de points ou maillage et leurs volumes de contrôle associés :

- La première technique consiste à définir d'abord la grille de points, puis placer les faces des volumes à mi-distance de deux nœuds consécutifs (figure (5.2)).

- Dans la seconde technique, on commence par la définition des volumes de contrôle, puis on place les nœuds associés aux centres des volumes (figure (5.3)).

Ces deux techniques sont identiques dans le cas d'un maillage uniforme.

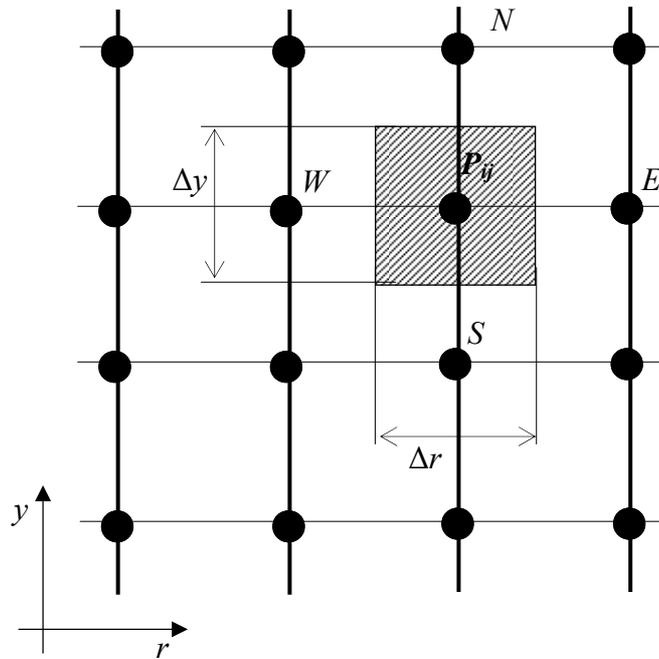


Figure (5.1) : Discretisation d'un domaine en volumes élémentaires

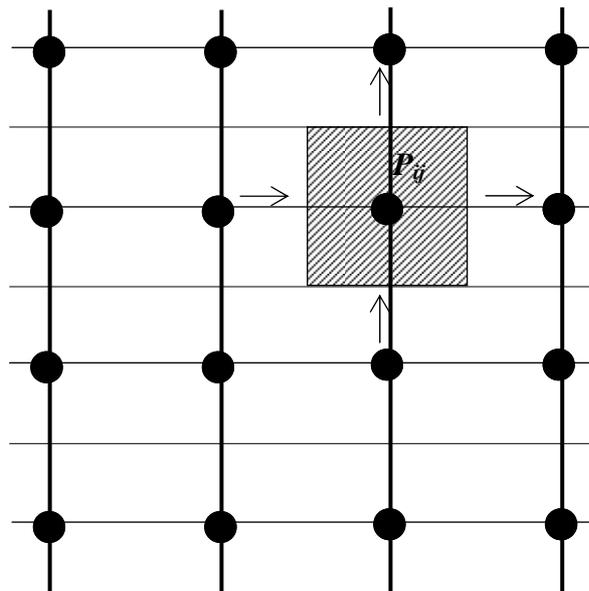


Figure (5.2) : Pratique n° 1 utilisée pour la discrétisation d'un domaine

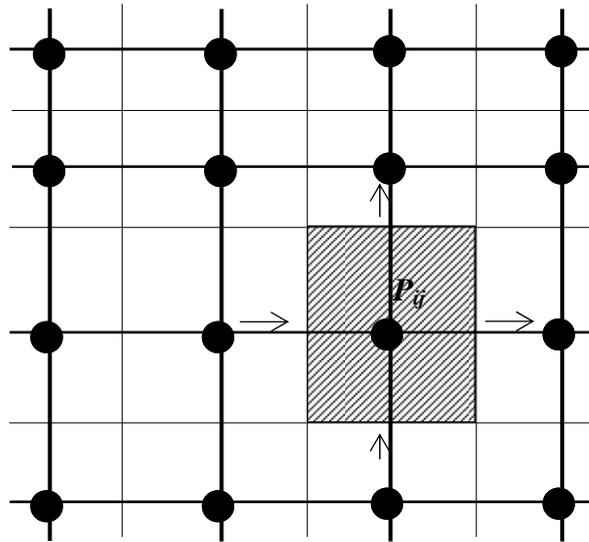


Figure (5.3) : Pratique n° 2 utilisée pour la discrétisation d'un domaine

Pour illustrer la méthode des volumes finis, nous allons l'appliquer au cas particulier de l'équation d'énergie, qui constitue l'exemple type d'une équation de transport diffusif.

V.3. Discrétisation de l'équation d'énergie

V.3.1 Intégration des différents termes de l'équation

Pour le cas d'un écoulement axisymétrique ($x=r$), en l'absence du terme source, S_ϕ , l'équation réduite sous forme conservative (2.6) s'écrira sous la forme suivante (avec $\phi = T$)^(*) :

$$r \frac{\partial}{\partial t}(\phi) + \frac{\partial}{\partial r} \left[ru\phi - r\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r} \right] + r \frac{\partial}{\partial y} \left[v\phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right] = 0 \quad (5.1)$$

Ou encore :

$$r \frac{\partial}{\partial t}(\phi) + \frac{\partial J_r}{\partial r} + r \frac{\partial J_y}{\partial y} = 0 \quad (5.2)$$

Avec :

$$J_r = \left[ru\phi - r\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r} \right] \quad \text{et} \quad J_y = \left[v\phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right]$$

Intégrons l'équation (5.1) ci-dessus, à travers le volume de contrôle, décrit sur la figure (5.4) et par rapport aux temps t :

Soit :

$$\int_{s_1}^{s_2} \int_{w_1}^{w_2} \int_{t_1}^{t_2} r \frac{\partial}{\partial t}(\phi) dt dr dy + \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} \int_{w_1}^{w_2} \frac{\partial J_r}{\partial r} dr dy dt + \int_{t_1}^{t_2} \int_{w_1}^{w_2} \int_{s_1}^{s_2} r \frac{\partial J_y}{\partial y} dy dr dt = 0 \quad (5.3)$$

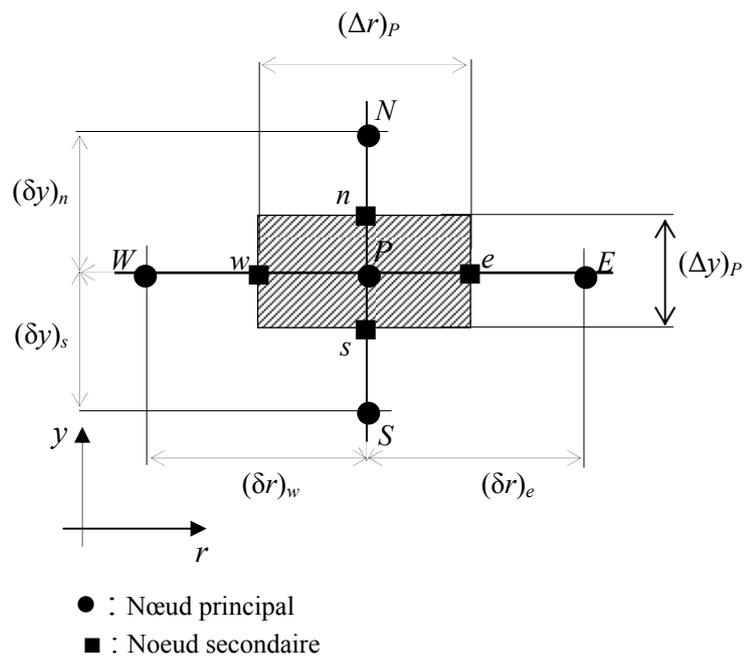


Figure (5.4) : Volume de contrôle à travers lequel se fait l'intégration

Pour pouvoir intégrer cette équation, on doit faire des suppositions :

- A un instant donné, la température est uniforme à travers le volume de contrôle,
- Pour un r donné (valable aussi pour y donné), le flux est uniforme le long de la face correspondante,
- On considère un schéma complètement implicite en vue d'assurer une stabilité du schéma de progression dans le temps [51,60]. (voir Annexe 1).

Après intégration, on aboutit à :

$$\Delta r \Delta y r_m \left[(\phi)_P - (\phi)_P^0 \right] + \Delta t \int_s^n (J_{re} - J_{rw}) dy + \Delta t \int_w^e (J_{yn} - J_{ys}) r dr = 0 \quad (5.4)$$

Soit :

$$\frac{\Delta V_{ol}}{\Delta t} \left[(\phi)_P - (\phi)_P^0 \right] + [J_e - J_w] + [J_n - J_s] = 0 \quad (5.5)$$

avec :

ΔV_{ol} : volume entourant le nœud P . $\Delta V_{ol} = r_m \Delta y \Delta r$;

$(\phi)_P$: valeur au temps $t + \Delta t$;

$(\phi)_P^0$: valeur au temps t

$$J_e = \int_s^n J_{re} dy = \left[ru\phi - r\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r} \right]_e \Delta y$$

$$J_w = \int_s^n J_{rw} dy = \left[ru\phi - r\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r} \right]_w \Delta y$$

$$J_n = \int_w^e J_{yn} dr = \left[v\phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right]_n \Delta r r_m$$

$$J_s = \int_w^e J_{ys} dr = \left[v\phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right]_s \Delta r r_m$$

$$r_m = \frac{r_e + r_w}{2} : \text{rayon moyen}$$

L'évolution des différents termes constituant l'équation (5.5) nécessite un certain nombre d'approximations de façon à former le système d'équations linéaires liant entre elles les valeurs de la variable ϕ aux points P_{ij} .

L'une des difficultés de cette évaluation réside dans le choix des profils adéquats exprimant l'évolution de ϕ entre les points du maillage. En un mot, la valeur de ϕ aux nœuds du réseau, est fonction du type d'approximation.

V.3.2. Formulation généralisée de la variable ϕ :

Soit J_r le flux total à travers le milieu séparant les deux nœuds (i) et ($i+1$) de la figure (5.5) :

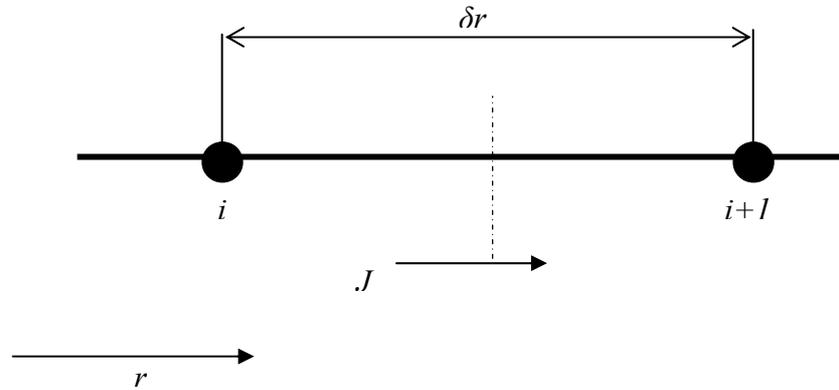


Figure (5.5) : Flux total J entre deux nœuds du maillage

$$J_r = \left[ru\phi - r\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial r} \right] \quad (5.6)$$

Si nous multiplions par $\frac{\delta r}{\Gamma_\phi}$, nous aurons :

$$\begin{aligned} J_r^* &= \frac{\delta r}{r\Gamma_\phi} = \left[u\phi \frac{\delta r}{\Gamma_\phi} - \frac{\partial\phi}{\partial(r/\delta r)} \right] \\ &= \left[Pe \cdot \phi - \frac{\partial\phi}{\partial(r/\delta r)} \right] \end{aligned} \quad (5.7)$$

où : $Pe = \frac{u\delta r}{\Gamma_\phi}$, désigne le nombre de *Peclet*.

La valeur de ϕ à l'interface est la moyenne pondérée entre ϕ_i et ϕ_{i+1} , alors que le gradient $\frac{\partial\phi}{\partial(r/\delta r)}$ sera un multiple de $(\phi_{i+1} - \phi_i)$

J^* s'écrira alors sous la forme suivante :

$$J_r^* = Pe[\alpha\phi_i + (1-\alpha)\phi_{i+1}] - \beta[\phi_{i+1} - \phi_i] \quad (5.8)$$

avec ;

α : coefficient de pondération ;

β : facteur multiplicatif.

L'équation (5.8) peut encore s'écrire sous la forme :

$$J_r^* = B\phi_i - A\phi_{i+1} \quad (5.9)$$

Le coefficient A est relié à la variable ϕ au nœud $(i+1)$, tandis que le coefficient B est relié à la variable ϕ au nœud (i) . Ces coefficients sont tous deux, fonction, du nombre de *Pecklet* du moment que :

$$A = (\alpha - 1)Pe + \beta = A(Pe) \quad (5.10.a)$$

$$B = \alpha Pe + \beta = B(Pe) \quad (5.10.b)$$

Propriétés de A et B :

Si $\phi_i = \phi_{i+1}$, le terme de diffusion s'annule, et le flux total est fonction seulement du flux de convection. Ainsi, on aura :

$$J_r^* = Pe\phi_i = Pe\phi_{i+1} \quad (5.11)$$

En combinant cette dernière équation avec l'équation (5.9), nous obtenons :

$$B = A + Pe \quad (5.12)$$

Un changement de sens de l'axe de coordonnée modifie Pe en $-Pe$ et alors que A et B changent mutuellement leur rôle. Nous devons avoir alors :

$$A(-Pe) = B(Pe) \quad \text{ou} \quad B(-Pe) = A(Pe) \quad (5.13)$$

Si nous considérons l'équation (5.12), pour des valeurs du nombre de *Pecklet* négatives, nous pourrions écrire :

$$\begin{aligned} A(Pe) &= B(Pe) - Pe \\ &= A(-Pe) - Pe \\ &= A(|Pe|) - Pe \end{aligned} \quad (5.14)$$

Désignons par $\|a,b\|$ le maximum de a et b, alors, pour toutes les valeurs de Pe (positives ou négatives) $A(Pe)$ peut être écrit sous la forme compacte suivante :

$$A(Pe) = A(|Pe|) + \|-Pe, 0\| \quad (5.15)$$

De la même manière :

$$B(Pe) = A(|Pe|) + \||+Pe, 0\| \quad (5.16)$$

En combinant les équations (5.9) et (5.12) nous obtenons :

$$\begin{aligned} J^* - Pe\phi_i &= A(Pe)(\phi_i - \phi_{i+1}) \\ &= (A(|Pe|) + \|-Pe, 0\|)(\phi_i - \phi_{i+1}) \end{aligned} \quad (5.17.a)$$

$$\begin{aligned} J^* - Pe\phi_{i+1} &= B(Pe)(\phi_i - \phi_{i+1}) \\ &= (A(|Pe|) + \||+Pe, 0\|)(\phi_i - \phi_{i+1}) \end{aligned} \quad (5.17.b)$$

En multipliant les équations précédentes par : $D = \Gamma_\phi \frac{r\Delta y}{\delta r}$, nous aboutirons alors à :

$$J - PeD\phi_i = D(A(|Pe|) + \|-Pe, 0\|)(\phi_i - \phi_{i+1}) \quad (5.18.a)$$

$$J - PeD\phi_{i+1} = D(A(|Pe|) + \||+Pe, 0\|)(\phi_i - \phi_{i+1}) \quad (5.18.b)$$

Ainsi, nous pouvons évaluer les flux suivant la direction r relatifs à l'équation (5.5) :

$$J_e = D_e (A(|Pe_e|) + \|-Pe_e, 0\|)(\phi_P - \phi_E) + -F_e\phi_P \quad (5.19.a)$$

$$J_w = D_w (A(|Pe_w|) + \||+Pe_w, 0\|)(\phi_W - \phi_P) + -F_w\phi_P \quad (5.19.b)$$

De la même manière sont évalués les autres flux suivant la direction y :

$$J_n = D_n (A(|Pe_n|) + \|-Pe_n, 0\|)(\phi_P - \phi_N) + -F_n\phi_P \quad (5.19.c)$$

$$J_s = D_s (A(|Pe_s|) + \||+Pe_s, 0\|)(\phi_S - \phi_P) + -F_s\phi_P \quad (5.19.d)$$

Avec ;

$$F_m = Pe_m D_m \quad (m=e, w, n, s) \quad (5.20)$$

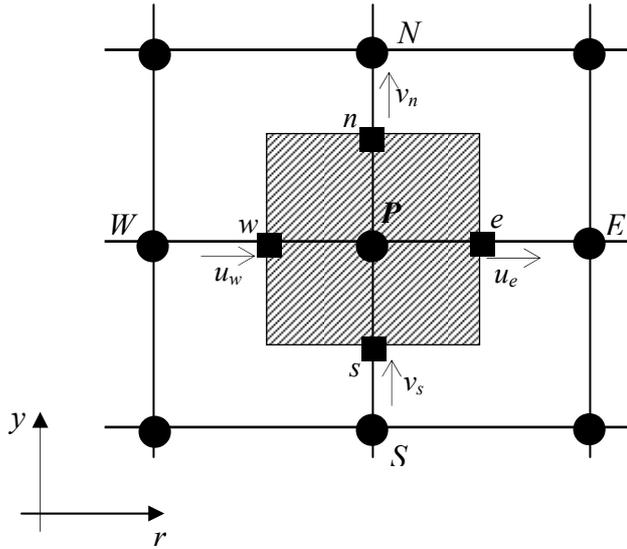


Figure (5.6) : Volume de contrôle relatif à l'équation de continuité

En remplaçant ϕ par 1 et S_ϕ par 0 dans l'équation (2.6) on obtient l'équation de continuité. Son intégration sur le même volume de contrôle donne (voir figure (5.6)) :

$$[F_e - F_w] + [F_n - F_s] = 0 \tag{5.21}$$

En multipliant l'équation (5.21), par ϕ_P , elle devient :

$$[F_e - F_w]\phi_P + [F_n - F_s]\phi_P = 0 \tag{5.22}$$

En remplaçant les différents termes constituant l'équation (5.5) par les expressions correspondantes et en soustrayant l'équation (5.22) de l'équation (5.5), nous obtenons l'équation suivante :

$$a_P\phi_P = a_E\phi_E + a_W\phi_W + a_N\phi_N + a_S\phi_S + b \tag{5.23}$$

Ou encore :

$$a_P\phi_P = \sum_{nb} a_{nb}\phi_{nb} + b \tag{5.24}$$

où : l'indice nb désigne un nœud voisin avec :

$$a_E = D_e A(|Pe_e|) + \|-F_e, 0\| \tag{5.25.a}$$

$$a_w = D_w A(|Pe_w|) + \|\{+ F_w, 0\}\| \quad (5.25.b)$$

$$a_n = D_n A(|Pe_n|) + \|\{- F_n, 0\}\| \quad (5.25.a)$$

$$a_s = D_s A(|Pe_s|) + \|\{+ F_s, 0\}\| \quad (5.25.b)$$

$$b = \frac{\Delta V_{ol}}{\Delta t} \phi_P^0 \quad (5.25.e)$$

$$a_P = a_E + a_w + a_n + a_s + \frac{\Delta V_{ol}}{\Delta t} \quad (5.25.f)$$

Les termes D_m ($m=e, w, s, n$) et F_m ($m=e, w, s, n$) sont donnés par :

$$D_e = \Gamma_{\phi e} \frac{r_e \Delta y}{(\delta r)_e}, \quad D_w = \Gamma_{\phi w} \frac{r_w \Delta y}{(\delta r)_w} \quad (5.26.a)$$

$$D_n = \Gamma_{\phi n} \frac{r_n \Delta y}{(\delta r)_n}, \quad D_s = \Gamma_{\phi s} \frac{r_s \Delta y}{(\delta r)_s} \quad (5.26.b)$$

$$F_e = u_e r_e \Delta y, \quad F_w = u_w r_w \Delta y \quad (5.27.a)$$

$$F_n = v_n r_n \Delta r, \quad F_s = v_s r_s \Delta r \quad (5.27.b)$$

Les termes Pe_m ($m=e, w, s, n$), rapport du transfert par convection au transfert par diffusion, ne sont autres que :

$$P_e = \frac{F_e}{D_e}, \quad P_w = \frac{F_w}{D_w} \quad (5.28.a)$$

$$P_n = \frac{F_n}{D_n}, \quad P_s = \frac{F_s}{D_s} \quad (5.28.b)$$

Les coefficients a_M ($M=E, W, S, N$) représentent l'influence de la convection et de la diffusion aux différentes faces du volume de contrôle, en terme du débit massique F_m et de la conductance thermique D_m ($m=e, w, s, n$).

Après avoir donné la formulation généralisée de ϕ , intéressons nous aux divers schémas représentant les termes de convection et de diffusion.

V.3.2.1 Schéma centré

Supposons qu'entre deux points voisins de la discrétisation, la variation est linéaire. Si nous considérons en plus, le cas d'un maillage uniforme nous aurons alors :

$$\phi_e = \frac{1}{2}(\phi_P + \phi_E), \quad \phi_w = \frac{1}{2}(\phi_P + \phi_W) \quad (5.29.a)$$

$$\phi_n = \frac{1}{2}(\phi_P + \phi_N), \quad \phi_s = \frac{1}{2}(\phi_P + \phi_S) \quad (5.29.b)$$

Le flux sur l'interface "e" est alors donné par :

$$\begin{aligned} J_e &= F_e \frac{(\phi_E + \phi_P)}{2} - D_e (\phi_E - \phi_P) \\ &= D_e (1 - 0.5Pe_e)(\phi_P - \phi_E) + F_e \phi_P \\ &= D_e (A(|Pe_e|) + \|-Pe_e, 0\|)(\phi_P - \phi_E) + F_e \phi_P \end{aligned} \quad (5.30.a)$$

Sur les autres interfaces les autres flux peuvent s'écrire de la même façon. On a alors :

$$J_w = D_w (A(|Pe_w|) + \|+Pe_w, 0\|)(\phi_W - \phi_P) + F_w \phi_P \quad (5.30.b)$$

$$J_n = D_n (A(|Pe_n|) + \|-Pe_n, 0\|)(\phi_P - \phi_N) + F_n \phi_P \quad (5.30.c)$$

$$J_s = D_s (A(|Pe_s|) + \|+Pe_s, 0\|)(\phi_S - \phi_P) + F_s \phi_P \quad (5.30.d)$$

avec : $A(|Pe_m|)$ ($m=e, w, s, n$) une fonction du nombre de Peclet :

$$A(|Pe_m|) = 1 - 0.5|Pe_m| \quad (5.31)$$

En remplaçant les différents flux constituant l'équation (5.5) par leurs expressions correspondantes et en soustrayant l'équation (5.22) de (5.5) nous aboutirons, comme au paragraphe précédent, à l'équation (5.23) où les coefficients a_M ($M=E, W, S, N$) sont donnés par :

$$a_E = D_e A(|P_e|) + \|-F_e, 0\| \quad (5.32.a)$$

$$a_W = D_w A(|P_w|) + \|+F_w, 0\| \quad (5.32.b)$$

$$a_N = D_n A(|P_n|) + \|-F_n, 0\| \quad (5.32.a)$$

$$a_s = D_s A(|P_s|) + \|F_s, 0\| \quad (5.32.b)$$

Etant donné que le signe et la valeur des termes, F_m , dépendent de la vitesse, ces coefficients, a_M , peuvent être positifs ou négatifs. Il a été montré pour un problème monodimensionnel que la réalité physique des problèmes de transfert de chaleur exige que leurs valeurs soient positives ou nulles [55] c'est-à-dire que :

$$\left| \frac{F_m}{D_m} \right| < 2 \quad (5.33)$$

En choisissant un maillage suffisamment fin, on peut toujours se placer dans des conditions telles que la discrétisation de l'équation (5.5), par un schéma centré, soit possible. Pour des valeurs élevées du nombre de *Rayleigh*, Ra , ces possibilités restent malheureusement théoriques puisqu'une augmentation du nombre de nœuds implique des encombrements en mémoire et des temps de calcul élevés. En général, le schéma centré n'est employé que dans le cas des écoulements caractérisés par des valeurs faibles ou modérées du nombre de Rayleigh et pour lesquelles les problèmes de stabilité numérique ne sont pas critiques [55].

V.3.2.2 Schéma décentré amont –Upwind–

Ce schéma a été introduit, pour la première fois, par *Courant, Issacson & Rees* [51]. Par rapport au schéma précédent, les termes de diffusions sont les mêmes, seul les termes de convection changent.

Suivant la direction $E \rightarrow W$, la valeur de ϕ à l'interface est déterminée comme suit :

$$\text{Pour : } F_e > 0 \quad (u_e > 0), \quad \phi_e = \phi_P \quad \text{et} \quad \phi_w = \phi_W \quad (5.35.a)$$

$$\text{Pour : } F_e < 0 \quad (u_e < 0), \quad \phi_e = \phi_E \quad \text{et} \quad \phi_w = \phi_P \quad (5.35.b)$$

En utilisant l'opérateur $\|-, -\|$ maximum, cette double condition peut être écrite sous une forme compacte :

$$\phi_e = \frac{\phi_P \|\!+ F_e, 0\| - \phi_E \|\!- F_e, 0\|}{F_e} \quad (5.35.a)$$

$$\phi_w = \frac{\phi_W \|\!+ F_w, 0\| - \phi_P \|\!- F_w, 0\|}{F_w} \quad (5.35.b)$$

Remarques

- Les valeurs de ϕ_n et ϕ_s sont définies de la même manière.
- Un examen des expressions (5.35.a) et (5.35.b) montre que, suivant le sens de l'écoulement dynamique, on ne tient compte que des effets de la maille juste en amont de l'interface. La maille en aval ne contribue pas au calcul des flux convectifs.

En suivant la même procédure qu'aux paragraphes précédents, nous aboutirons à l'équation (5.23) où les coefficients a_M ($M=E, W, S, N$) sont donnés par :

$$\begin{aligned} a_E &= D_e (1 + \|\!- Pe_e, 0\|) \\ &= D_e A(|Pe_e|) + \|\!- F_e, 0\| \end{aligned} \quad (5.36.a)$$

$$\begin{aligned} a_W &= D_w (1 + \|\!+ Pe_w, 0\|) \\ &= D_w A(|Pe_w|) + \|\!+ F_w, 0\| \end{aligned} \quad (5.36.b)$$

$$\begin{aligned} a_N &= D_n (1 + \|\!- Pe_n, 0\|) \\ &= D_n A(|Pe_n|) + \|\!- F_n, 0\| \end{aligned} \quad (5.36.c)$$

$$\begin{aligned} a_S &= D_s (1 + \|\!+ Pe_s, 0\|) \\ &= D_s A(|Pe_s|) + \|\!+ F_s, 0\| \end{aligned} \quad (5.36.d)$$

V.3.2.3 Schéma hybride

Ce schéma a été développé par Spalding [51] et constitue la combinaison des deux schémas précédents ; il se déduit de l'approximation centrée lorsque $|Pe_m| < 2$, mais il devient identique au schéma *upwind* lorsque $|Pe_m| > 2$. Les coefficients a_M ($M=E, W, S, N$) sont donnés par :

$$\begin{aligned}
 a_E &= D_e \left(\|0,1 - 0.5|Pe_e\| + \|-Pe_e,0\| \right) \\
 &= D_e A(|Pe_e|) + \|-F_e,0\|
 \end{aligned}
 \tag{5.38.a}$$

$$\begin{aligned}
 a_W &= D_w \left(\|0,1 - 0.5|Pe_w\| + \||+Pe_w,0\| \right) \\
 &= D_w A(|Pe_w|) + \||+F_w,0\|
 \end{aligned}
 \tag{5.38.b}$$

$$\begin{aligned}
 a_N &= D_n \left(\|0,1 - 0.5|Pe_n\| + \|-Pe_n,0\| \right) \\
 &= D_n A(|Pe_n|) + \|-F_n,0\|
 \end{aligned}
 \tag{5.38.c}$$

$$\begin{aligned}
 a_S &= D_s \left(\|0,1 - 0.5|Pe_s\| + \||+Pe_s,0\| \right) \\
 &= D_s A(|Pe_s|) + \||+F_s,0\|
 \end{aligned}
 \tag{5.38.d}$$

avec : $A(|Pe_m|)$ ($m=e, w, s, n$) donné cette fois-ci par :

$$A(|Pe_m|) = \|0,1 - 0.5|Pe_m\|
 \tag{5.39}$$

V.3.2.4 Schéma exponentiel

Ce schéma est basé sur une formulation présentée, en premier lieu, par *Spalding* et a été utilisé par *Raithby & Torrance* [51].

On a montré que la solution exacte de l'équation différentielle régissant le phénomène de convection-diffusion monodimensionnel stationnaire dans un domaine situé entre 0 et L [51] donnée par :

$$\frac{d}{dx}(u\phi) = \frac{d}{dx} \left(\Gamma_\phi \frac{d\phi}{dx} \right)
 \tag{5.40}$$

Tel que :

$$\begin{aligned}
 &\text{pour } x = 0, \quad \phi = \phi_0 \\
 &\text{et} \\
 &\text{pour } x = L, \quad \phi = \phi_L
 \end{aligned}
 \tag{5.41}$$

n'est autre que :

$$\frac{\phi - \phi_0}{\phi_L - \phi_0} = \frac{\exp(Pe \cdot x/L) - 1}{\exp(Pe) - 1} \quad (5.42)$$

En utilisant cette solution comme profil exprimant l'évolution de Φ , entre deux noeuds voisins du domaine de la figure (5.4), les coefficients a_M ($M=E, W, S, N$) de l'équation discrétisée sont alors exprimés comme suit :

$$\begin{aligned} a_E &= \frac{F_e}{\exp(F_e/D_e) - 1} \\ &= D_e A(|Pe_e|) + \|-F_e, 0\| \end{aligned} \quad (5.43.a)$$

$$\begin{aligned} a_W &= \frac{F_w \exp(F_w/D_w)}{\exp(F_w/D_w) - 1} \\ &= D_w A(|Pe_w|) + \|+F_w, 0\| \end{aligned} \quad (5.43.b)$$

$$\begin{aligned} a_N &= \frac{F_n}{\exp(F_n/D_n) - 1} \\ &= D_n A(|Pe_n|) + \|-F_n, 0\| \end{aligned} \quad (5.43.c)$$

$$\begin{aligned} a_S &= \frac{F_s \exp(F_s/D_s)}{\exp(F_s/D_s) - 1} \\ &= D_s A(|Pe_s|) + \|+F_s, 0\| \end{aligned} \quad (5.43.d)$$

avec : $A(|Pe_m|)$ ($m=e, w, s, n$) donné cette fois-ci par :

$$A(|Pe_m|) = \frac{|Pe_m|}{\exp(|Pe_m|) - 1} \quad (5.44)$$

Le schéma s'adapte mieux pour un écoulement monodimensionnel, par contre, son utilisation pour des écoulements bi et tridimensionnels n'est pas souhaitable, à cause du temps de calcul élevé dû à la présence du terme exponentiel [51,60].

V.3.2.5 Schéma de la puissance

Pour pallier aux difficultés citées précédemment, on a utilisé le schéma d'approximation de la loi puissance qui semble être beaucoup plus consistant. Ce schéma s'avère très efficace puisqu'il approche beaucoup mieux la solution exacte et il est largement utilisé dans la littérature.

Il se définit comme suit :

Pour $Pe < -10$:

$$\frac{a_E}{D_e} = -Pe_e \quad (5.45.a)$$

Pour $-10 \leq Pe < 0$:

$$\frac{a_E}{D_e} = (1 + 0.1Pe_e)^5 - Pe_e \quad (5.45.b)$$

Pour $0 \leq Pe < +10$:

$$\frac{a_E}{D_e} = (1 - 0.1Pe_e)^5 \quad (5.45.c)$$

Pour $Pe > +10$:

$$\frac{a_E}{D_e} = 0 \quad (5.45.d)$$

Ces expressions conditionnelles peuvent être écrites sous la forme compacte suivante :

$$a_E = D_e \left\| \left\| 0, \left(1 - \frac{0.1|F_e|}{D_e} \right)^5 \right\| + \left\| 0, -F_e \right\| \right\| \quad (5.46)$$

Comme dans les paragraphes précédents, les coefficients a_M ($M=E, W, S, N$) sont donc donnés par:

$$a_E = D_e A(|Pe_e|) + \left\| -F_e, 0 \right\| \quad (5.47.a)$$

$$a_W = D_w A(|Pe_w|) + \left\| +F_w, 0 \right\| \quad (5.47.b)$$

$$a_N = D_n A(|Pe_n|) + \left\| -F_n, 0 \right\| \quad (5.47.c)$$

$$a_s = D_s A(|Pe_s|) + \|F_s, 0\| \quad (5.47.d)$$

avec : $A(|Pe_m|)$ donné par :

$$A(|Pe_m|) = \left\| 0, (1 - 0.5|Pe_m|)^5 \right\| \quad (5.48)$$

V.3.2.6 Récapitulation

Dans le tableau (5.1) nous avons regroupé les expressions de la fonction $A(|Pe_m|)$ relatives aux différents schémas d'approximations. En examinant les variations données sur la figure (5.7) de la dite fonction, on remarque que tous les schémas, à l'exception des différences centrées, donnent des solutions physiquement acceptables. Cependant, il est possible de raffiner le maillage de sorte que P_m devienne assez petit (<2) pour le schéma centré, ce qui permet d'obtenir des solutions raisonnables.

Dans la présente étude nous allons utiliser le schéma de la puissance car il approche beaucoup mieux la solution exacte.

Tableau (5.1) : Expressions de la fonction $A(|Pe_m|)$ pour différents schémas

Schéma	Expression de $A(Pe_m)$
Centré	$1 - 0.5 Pe_m $
Upwind	1
Hybride	$\ 0, 1 - 0.5 Pe_m \ $
Loi puissance	$\ 0, (1 - 0.5 Pe_m)^5\ $
Exponentiel (exact)	$ Pe_m / [\exp(Pe_m) - 1]$

V.4. Traitement du terme source

L'équation discrétisée (5.23) est une forme algébrique linéaire. Pour la résoudre, on fait appel aux méthodes de résolution des équations algébriques linéaires. Cependant, on se heurte souvent à des situations de non linéarité provenant du terme source \bar{S}_ϕ ($\phi = T, U, V \dots$). Pour ce faire, on linéarise \bar{S}_ϕ sous la forme :

$$\bar{S}_\phi = S_C + S_P \phi_P \quad (5.49)$$

Tout en spécifiant les valeurs de S_C et S_P qui peuvent être eux même fonctions de ϕ . Dans des cas pareils, on recommande la méthode de linéarisation suivante [13] :

$$\bar{S}_\phi = \bar{S}^* + \left[\frac{d\bar{S}}{d\phi} \right]^* (\phi_P - \phi_P^*) \quad (5.50)$$

où : \bar{S}^* et ϕ^* , indiquent des valeurs à des itérations précédentes.

A titre d'exemple, on considère le terme source correspondant à l'équation de quantité de mouvement suivant l'axe r :

Soit :

$$\bar{S}_U = -\frac{\partial p}{\partial r} - \frac{u}{r^2} \Gamma_\phi$$

Alors :

$$S_C = -\frac{\partial p}{\partial r}, \quad S_P = -\frac{1}{r^2} \Gamma_\phi$$

D'où :

$$\bar{S}_U = S_C + S_P u_P$$

En qui concerne les expressions de S_C et S_P relatives aux différentes équations, elles sont rapportées dans le tableau (5.2) ci-dessous.

Tableau V.2 : les expressions de S_C et S_P relatives aux différentes équations

Equation	S_C	S_P
de continuité	0	0
de quantité de mouvement	$-\frac{\partial p}{\partial r}$	$-\frac{1}{r^2} \Gamma_\phi$
de quantité de mouvement suivant y	$-\frac{\partial p}{\partial y}$	$(\rho_0 - \rho)g$
d'énergie	0	0

Avec :

$$\Gamma_\phi = \frac{1}{Gr^{0.5}}$$

Pour l'intégration de \bar{S}_ϕ , on suppose qu'il est uniforme à travers le volume de contrôle :

$$\begin{aligned} \int_{t1}^{t2} \int_{s} \int_{w} (S_C + S_P \phi_P) r dr dy dt &= (S_C + S_P \phi_P) \int_{t1}^{t2} \int_{s} \int_{w} r dr dy dt \\ &= (S_C + S_P \phi_P) \Delta V_{ol} \Delta t \end{aligned} \quad (5.51)$$

Dans ce cas, l'équation (5.23) s'écrit :

$$a_P \phi_P = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (5.52)$$

avec :

$$b = \frac{\Delta V_{ol}}{\Delta t} \phi_P^0 + S_C \Delta V_{ol} \quad (5.53)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + \frac{\Delta V_{ol}}{\Delta t} - S_P \Delta V_{ol} \quad (5.54)$$

Remarque : Dans le cas d'un régime permanent, b et a_P se réduisent à :

$$b = S_C \Delta V_{ol} \quad (5.55)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_P \Delta V_{ol} \quad (5.56)$$

V.5. Discrétisation des équations de quantités de mouvement

Le traitement des équations de quantité de mouvement est similaire à celui de l'équation d'énergie, la seule différence réside dans le choix de la grille. On montre que si on calcule les variables, u et v , sur la même grille utilisée pour le calcul des variables T , p etc.... on aboutira à une solution non réaliste [51,60]. Pour remédier à ce problème, on adopte un maillage 'décalé' afin d'évaluer le champ de vitesse et dont les nœuds sont localisés sur les faces des volumes de contrôle de la grille principale (figure (5.8)). Chaque composante de la vitesse est décalée suivant sa propre direction (figure (5.9)). L'intégration des deux équations de quantités de mouvement suivant les axes, r et y , où ϕ dans l'équation (2.6) correspond aux variables u et v , entraîne le système d'équations suivant :

$$a_e u_e = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb} + b + (p_P - p_E) A_e \quad (5.57)$$

$$a_n v_n = \sum_{nb} a_{nb} v_{nb} + b + (p_P - p_N) A_n \quad (5.58)$$

avec :

$(p_P - p_E) A_e$: force de pression agissant sur la face verticale (perpendiculaire à l'axe r) du volume de contrôle de la composante de vitesse u .

$(p_P - p_N) A_n$: force de pression agissant sur la face horizontale (perpendiculaire à l'axe y) du volume de contrôle de la composante de vitesse v .

A_e et A_n : surfaces sur lesquelles agissent ces forces.

V.6. Algorithme SIMPLE

V.6.1 Introduction

Les équations de quantité de mouvement sont couplées entre elles par l'intermédiaire du champ de pression (voir les équations (5.57) et (5.58)). Cette difficulté de couplage *vitesse-pressure* vient de l'absence d'équations explicites qui gouvernent le champ de pression. Pour cette raison, on utilise des méthodes indirectes dont la plus répandue est relative à l'algorithme SIMPLE ‘‘ *Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations*’’ :

- on se donne un champ de pression estimé de départ p^* ;
- on déduit un champ de vitesse correspondant \vec{V}^* . Comme ce champ \vec{V}^* peut ne pas satisfaire l'équation de continuité, la pression p^* nécessite ainsi d'être corrigée et par conséquent \vec{V}^* , de manière à ce que l'équation de continuité soit satisfaite. Ceci étant l'objet de l'algorithme SIMPLE.

V.6.2. Equation de correction de la vitesse

Soit p' la correction de pression, les composantes des corrections de u et v sont u' et v' . Ainsi, les champs corrigés de pression et de vitesse peuvent s'écrire comme suit :

$$p = p^* + p' \quad (5.59)$$

$$u = u^* + u' \quad (5.60)$$

$$v = v^* + v' \quad (5.61)$$

Pour un champ de vitesse, \vec{V}^* , résultant d'un champ de pression, p^* , les équations (5.57) et (5.58) s'écrivent :

$$a_e u_e^* = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb}^* + b + (p_P^* - p_E^*) A_e \quad (5.62)$$

$$a_n v_n^* = \sum_{nb} a_{nb} v_{nb}^* + b + (p_P^* - p_N^*) A_n \quad (5.63)$$

En soustrayant l'équation (5.62) de (5.57), on aboutit à :

$$a_e u_e - a_e u_e^* = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb} - \sum_{nb} a_{nb} u_{nb}^* + (p_P - p_E) A_e - (p_P^* - p_E^*) A_e \quad (5.64)$$

En combinant avec les l'équations (5.59) et (5.60), on aboutit à :

$$a_e u_e' = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb}' + (p_P' - p_E') A_e \quad (5.65)$$

En négligeant le terme $\sum_{nb} a_{nb} u_{nb}'$, l'équation (5.65) se réduit à :

$$a_e u_e' = (p_P' - p_E') A_e \quad (5.66)$$

D'où

$$u_e' = d_e (p_P' - p_E') \quad (5.67)$$

avec :

$$d_e = \frac{A_e}{a_e} \quad (5.68)$$

L'équation (5.67) s'appelle : *formulation de correction de la vitesse*. De la même manière, on obtient celle relative à la composante v . Ainsi, les équations de correction de, u et v , aux mailles, e et n , (voir figure (5.9.a) et (5.9.b)) se réduisent à :

$$u_e = u_e^* + d_e (p_P' - p_E') \quad (5.69)$$

$$v_n = v_n^* + d_n (p_P' - p_N') \quad (5.70)$$

Il est à noter que le même raisonnement sera suivi pour les vitesses u_w et v_s .

V.6.3. Equation de correction de la pression

Considère l'équation de continuité (en remplaçant, ϕ par 1, et S_ϕ par 0 dans l'équation (2.6)) que nous allons intégrer à travers le volume de contrôle représenté sur la figure (5.10).

Après intégration on obtient :

$$[(ur)_e - (ur)_w] \Delta y + [(v)_n - (v)_s] r_m \Delta r \quad (5.71)$$

En remplaçant dans l'équation (5.71) les vitesses u_e , u_w , v_n et v_s par leurs expressions correspondantes établies au paragraphe précédent, on aboutit à l'équation de correction de la pression :

$$a_P p'_P = a_E p'_E + a_W p'_W + a_N p'_N + a_S p'_S + b \quad (5.72)$$

avec :

$$a_E = d_e r_e \Delta y \quad (5.73.a)$$

$$a_W = d_w r_w \Delta y \quad (5.73.b)$$

$$a_N = d_n r_m \Delta r \quad (5.73.c)$$

$$a_S = d_s r_m \Delta r \quad (5.73.d)$$

$$b = [(u^* r)_w - (u^* r)_e] \Delta y + [(v^*)_s - (v^*)_n] r_m \Delta r \quad (5.73.e)$$

Remarque : En examinant l'équation (5.73.e), on trouve que le terme b dans l'équation de correction de la pression, n'est autre que l'équation de continuité discrétisée à un signe moins près. Ce terme représente la source massique produite par le champ de vitesse, \vec{V}^* , et que les corrections successives de la pression doivent l'annuler. En d'autres mots, b , est un indicateur de la convergence.

V.6.4. Séquence des opérations de l'algorithme SIMPLE

Après avoir présenté la méthode de discrétisation des différentes équations et le principe de base de l'algorithme **SIMPLE**, on peut résumer l'ensemble des séquences qui interviennent dans la résolution des équations mentionnées précédemment comme suit :

- 1° Etape : introduction des caractéristiques physiques et géométriques du domaine à étudier et construction de la grille décalée pour le champ de vitesse,
- 2° Etape : introduction d'un champ de pression, p^* , estimée de départ ;
- 3° Etape : calcul du champ de vitesse, \vec{V}^* , en résolvant les équations de quantités de mouvement (5.62) et (5.63) ;
- 4° Etape : Résolution de l'équation de correction de la pression (Equation (5.72)) ;
- 5° Etape : Calcul du champ de pression corrigé, p , en additionnant, p' et p^* , (Equation (5.59)) ;
- 6° Etape : Calcul du champ de vitesse corrigé, \vec{V} , en utilisant la correction de pression, p' , (Equations (5.69) et (5.70)).
- 7° Etape : Résolution des équations discrétisées pour les autres variables (température...) si elles influencent le champ de l'écoulement par l'intermédiaire des termes sources, des propriétés physiques du fluide etc.... (si par contre elles n'ont aucune influence sur l'écoulement, il est préférable de les calculer après que la convergence est atteinte).
- 8° Etape : prendre la pression, p , comme étant un nouvel estimé, p^* , et reprendre l'exécution à l'étape 3 tout en répétant toute la procédure jusqu'à ce que la convergence soit atteinte.

Où : n , désigne le nombre d'équations (nombre de nœuds dans une direction donnée).

Le système ainsi obtenu va être résolu par l'algorithme T.D.M.A de *Thomas* (Tri Diagonal Matrix Algorithm) donné en annexe 2. Une fois les valeurs de ϕ , sur une ligne de la direction r , sont déterminées, on passe à la ligne suivante en appliquant la même procédure, tout en considérant les variables suivant l'autre direction (direction y) constantes. Le même cheminement est utilisé pour les autres variables dépendantes.

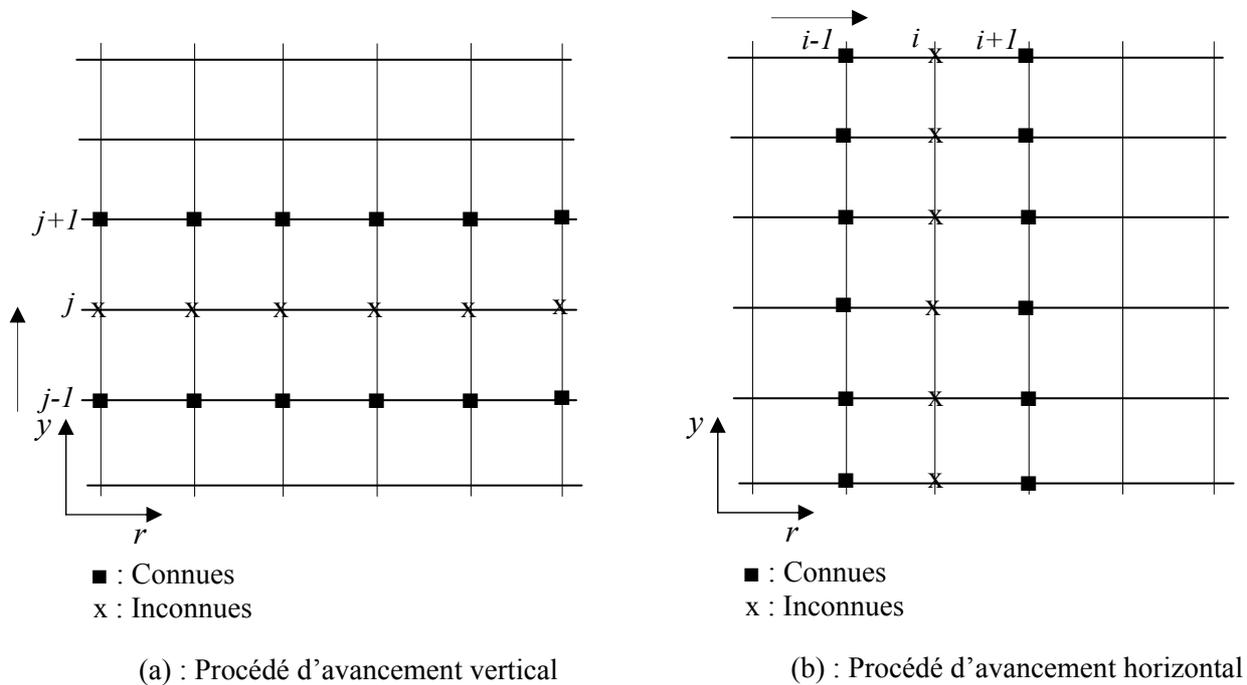


Figure (5.11) : Modes d'avancement dans la méthode ligne par ligne.

On obtient donc, au bout de chaque itération complète, les valeurs approchées de toutes les variables dépendantes.

Remarque :

Le procédé d'avancement vertical (suivant les y) peut se faire aussi suivant les r (avancement horizontal).

V.8. Stabilité et convergence

V.8.1 Règles de base de la convergence de la méthode

La forme algébrique finale des équations discrétisées est :

$$a_P \phi_P = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (5.77)$$

En vue d'assurer la convergence, il est nécessaire de respecter les quatre règles de base suivantes :

- 1° **Règle** : *Comptabilité aux frontières des volumes de contrôle* ;
Lorsqu'une face est commune à deux volumes de contrôles adjacents, le flux qui les traverse doit être représenté par la même expression dans les équations discrétisées pour chacun des deux volumes de contrôle ;
- 2° **Règle** : *Coefficients positifs*.
La valeur de la variable ϕ en un point donné est influencée par les valeurs de ϕ aux nœuds voisins. Dans les mêmes conditions, l'augmentation de la valeur de ϕ en un point doit provoquer une augmentation de ϕ aux nœuds voisins. Pour cela, les coefficients a_P et a_M doivent tous avoir le même signe (positif ou négatif) ;
- 3° **Règle** : *linéarisation des termes sources*.
Dans l'équation (5.54), les coefficients a_M sont positifs, les coefficients a_P peuvent devenir négatifs à travers les termes S_P entraînant ainsi des instabilités numériques. Pour cette raison, les termes S_P doivent être négatifs ou nuls ;
- 4° **Règle** : *somme des coefficients voisins*.
Les équations différentielles gouvernantes contiennent uniquement les dérivées de la variable dépendante ϕ . Si, c , est une constante arbitraire, la fonction $\phi + c$ vérifie aussi les équations différentielles. Cette propriété est aussi valable pour les équations discrétisées. Ceci conduit à :

$$a_P = \sum_{nb} a_{nb} \quad (5.78)$$

V.8.2 Technique de sous-relaxation

Parmi les méthodes de résolution des systèmes d'équations, on distingue les méthodes itératives. Ces dernières sont généralement plus utilisées pour :

- Des systèmes de grande taille,
- Des systèmes dont les équations algébriques sont à caractère non linéaire et couplé.

Dans cette catégorie de méthodes, on utilise la technique de relaxation pour contrôler la convergence du processus itératif (ralentir ou accélérer la convergence). Elle se présente comme suit :

Soit l'équation discrétisée de la variable ϕ

$$a_p \phi_p = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (5.79)$$

ou encore ;

$$\phi_p = \frac{\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b}{a_p} \quad (5.80)$$

A l'itération $(k+1)$, on peut écrire :

$$\phi_p^{(k+1)} = \phi_p^{(k)} + \left[\frac{\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb}^{(k+1)} + b}{a_p} - \phi_p^{(k)} \right] \quad (5.81)$$

avec :

$\phi^{(k)}$: Valeur de ϕ à l'itération (k) ;

$\phi^{(k+1)}$: Valeur de ϕ à l'itération $(k+1)$;

La quantité, entre crochets, dans l'équation (5.81) représente la variation de ϕ produite par une itération courante ou tout simplement le résidu.

La technique de relaxation a pour but de diminuer les résidus d'une première approximation puisque ces résidus sont nuls pour la solution exacte, ce qui revient à introduire un facteur de relaxation α_ϕ :

$$\phi_P^{(k+1)} = \phi_P^{(k)} + \alpha_\phi \left[\frac{\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb}^{(k+1)} + b}{a_P} - \phi_P^{(k)} \right] \quad (5.82)$$

Ou bien :

$$\frac{a_P}{\alpha_\phi} \phi_P^{(k+1)} = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb}^{(k+1)} + b + \frac{a_P}{\alpha_\phi} (1 - \alpha_\phi) \phi_P^{(k)} \quad (5.83)$$

En pratique, α_ϕ est défini tel que :

$$0 < \alpha_\phi < 2 \quad (5.84)$$

Si : $\alpha_\phi > 2$, le processus diverge souvent.

Deux cas sont généralement rencontrés :

1°. $1 < \alpha_\phi < 2$: on est en présence d'une sur-relaxation. Cette valeur de α_ϕ est utilisée pour accélérer la convergence d'un processus itératif déjà convergent (figure (5.12)) [61].

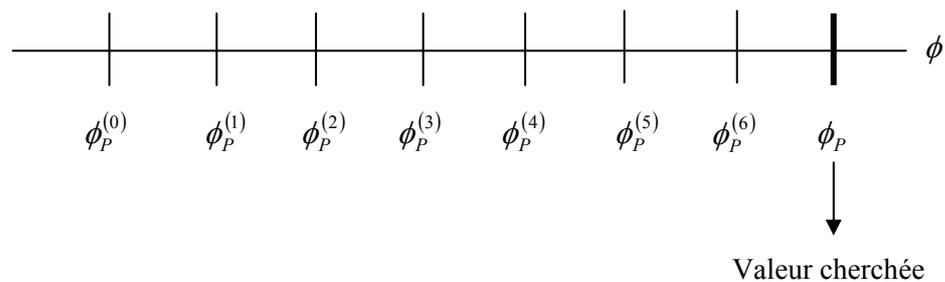


Figure (5.12) : Evolution possible des $\phi_P^{(k)}$ dans un processus convergent ; nécessité d'une sur-relaxation

2°. $0 < \alpha_\phi < 1$: il s'agit d'une sous-relaxation. Dans ce cas, la valeur de α_ϕ permet souvent de faire converger un processus divergent ou encore de diminuer les variations des variables dépendantes d'une itération à l'autre (figure (5.13)) [61].

La technique de sous-relaxation est très conseillée pour les problèmes non linéaires afin d'éviter la divergence. Dans notre cas, les variables, u , v et T , sont sous-relaxées tels que donné par l'équation (5.82). Par contre, la pression est sous-relaxée comme suit :

$$p = p^* + \alpha_\phi p' \quad (5.85)$$

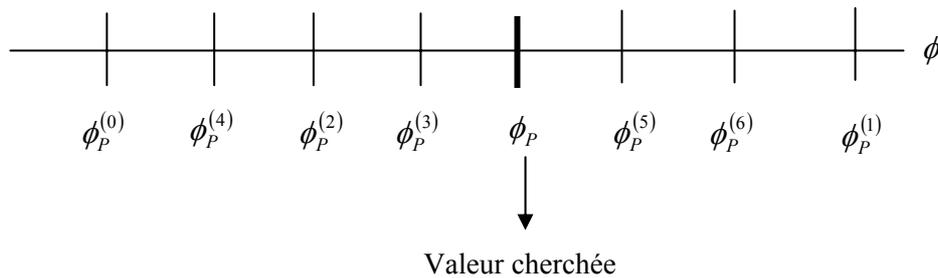


Figure (5.13) : Evolution possible des $\phi_P^{(k)}$ dans un processus divergent ; nécessité d'une sur-relaxation

En résumé :

- Les facteurs de sous relaxation favorisent la stabilité du schéma numérique adopté et permettent d'atteindre l'état de convergence le plus rapidement possible ;
- Les valeurs de, α_ϕ , apparaissant dans les différentes équations, ne sont pas nécessairement les mêmes. Aussi, elles peuvent varier d'un nœud à l'autre et d'une itération à l'autre ;
- En pratique, α_ϕ , n'est pas connu à l'avance, il faut faire des essais. On peut suivre l'évolution des valeurs de $\phi_P^{(k)}$, puis injecter une valeur de, α_ϕ , et voir comment évoluent les valeurs de $\phi_P^{(k)}$;
- En général, il n'y a pas une garantie qui, pour tout caractère non linéaire et couplé d'équations, on peut toujours avoir la convergence. En absence de cette garantie, on peut néanmoins avoir de l'espoir, du fait que, pour un grand nombre de problèmes complexes, on a pu atteindre la convergence [51].

V.8.3. Critère de convergence

On dit qu'un processus itératif a atteint la convergence c'est-à-dire se rapprocher au mieux de la solution stable du système d'équations en un nombre optimal d'itérations, lorsque les itérations ultérieures ne produisent aucun changement significatif dans les valeurs des variables dépendantes ϕ . Pratiquement, on exprime cette convergence par un test d'arrêt du processus itératif appelé aussi '*critère de convergence*' qui dépend de la nature du problème et des objets du calcul. Un critère approprié est celui qui porte sur les résidus de quantité de mouvement, de masse et la température. Ces résidus sont définis par :

$$R_\phi = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b - a_P \phi_P \quad (5.86)$$

Evidemment, quand l'équation discrétisée est satisfaite, R_ϕ tendra vers zéro.

Mathématiquement, cela se traduit ça par l'inégalité suivante :

$$\sum_{\Omega} |R_\phi| < \varepsilon_\phi \quad (5.87)$$

avec ;

Ω : domaine de calcul,

ε_ϕ : valeur petite caractérisant l'erreur sur la solution obtenue.

Après cette présentation de la méthode des volumes finis, le chapitre 6 constituera une seconde étape où nous présentons les résultats obtenus concernant trois exemples puisés dans la littérature et qui ont servi à la validation du code de calcul.

CHAPITRE

6

**ETUDE
DU REGIME LAMINAIRE
DANS UNE CENTRALE
CHEMINEE SOLAIRE**

VI.1. Introduction

Le code de calcul mis à notre disposition [46], était destiné à la résolution du problème de la convection mixte en écoulement laminaire, bidimensionnelle, en régime permanent dans des enceintes fermées [48]. Après avoir consacré une bonne partie de notre temps à la maîtrise de la méthode des volumes finis et à l'exploitation de ce code de calcul, il a fallu ensuite l'étendre pour l'adapter à d'autres situations physiques et plus particulièrement au problème de la convection naturelle à travers les centrales cheminées solaires.

Dans un premier temps, nous avons commencé par la création d'un code noyau qui nous a permis le calcul des paramètres de la convection naturelle à travers des configurations cylindriques tout en admettant des entrées et des sorties. Nous l'avons appliqué par la suite à notre problème en jouant sur le bloc de génération de maillage. Les modifications apportées au code de calcul disponible se résument en :

- traitement au niveau de la génération de maillage où ce bloc a été totalement reconstruit et remplacé ;
- traitement de la convection naturelle laminaire où le bloc de calcul a été largement modifié ;
- traitement des conditions aux limites pour la convection naturelle et plus particulièrement celles correspondant aux entrées.

Certaines de ces modifications ont été apportées dans le programme principal et d'autres sous formes de sous-programmes supplémentaires. Il est à signaler que l'introduction de ces modifications exige une connaissance parfaite du code de calcul. Une fois le code de calcul adapté, il est alors nécessaire de le valider, c'est-à-dire comparer ses prédictions à des solutions de références (numériques ou expérimentales). En d'autres termes nous pouvons dire qu'une telle validation permet non seulement de connaître le degré de précision atteint par le modèle et les algorithmes numériques par rapport aux phénomènes réels mais elle permet aussi de fixer leurs limites. Dans ce contexte, plusieurs tests de simulation numérique correspondant à plusieurs types de conditions aux limites, pour une enceinte cylindrique ont été effectués. Parmi ces tests, nous avons retenu trois exemples qui

englobent dans leur ensemble les capacités du code du point de vue phénomène physique :

- le premier test concerne la convection naturelle dans des enceintes cylindriques ;
- le deuxième test est consacré à la convection naturelle dans des enceintes cylindriques avec entrée et sortie ;

Dans l'ensemble, ces différents tests nous ont permis de confirmer la validité du code de calcul auquel nous avons abouti.

VI.2. Etude de la convection naturelle en régime permanent

VI.2.1. Présentation du problème

Nous projetons par le biais de ce paragraphe, la validation des modifications apportées au programme de calcul. Pour cela, nous allons étudier le phénomène de la convection naturelle dans des enceintes cylindriques où nous considérons une enceinte cylindrique à axe vertical (voir figure (6.1)).

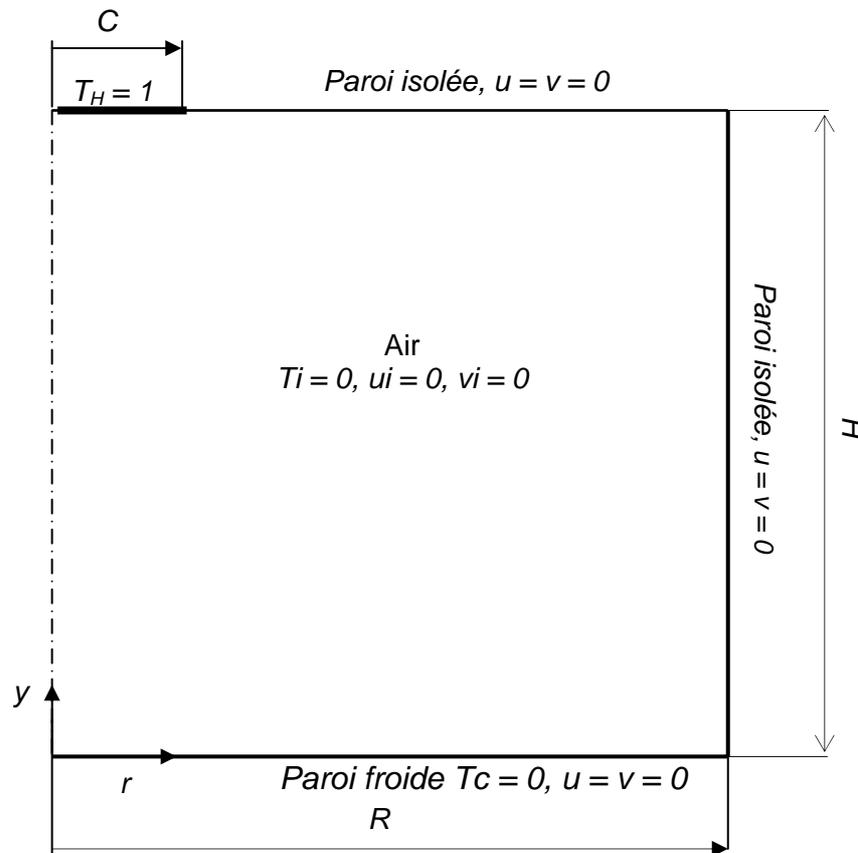


Figure (6.1). Schéma de la cavité cylindrique étudiée en convection naturelle Réf. [24] pour : ($Pr = 0.71, H = R, C = 0.2 R$)

Cette configuration a été étudiée par Aggarwal & Manhara [24] où les auteurs ont résolu les équations régissant le phénomène de convection naturelle bidimensionnelle en régime laminaire par la méthode des différences finies.

VI.2.1. Résultats et commentaires

Sur la figure (6.2), nous avons représenté les courbes d'isothermes pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh, comparées à celles obtenues par Aggarwal & Manhara [24]. Nous avons remarqué que nos isothermes ont la même allure que celles de la référence [24], ce qui confirme la validité de la première extension apportée au code de calcul.

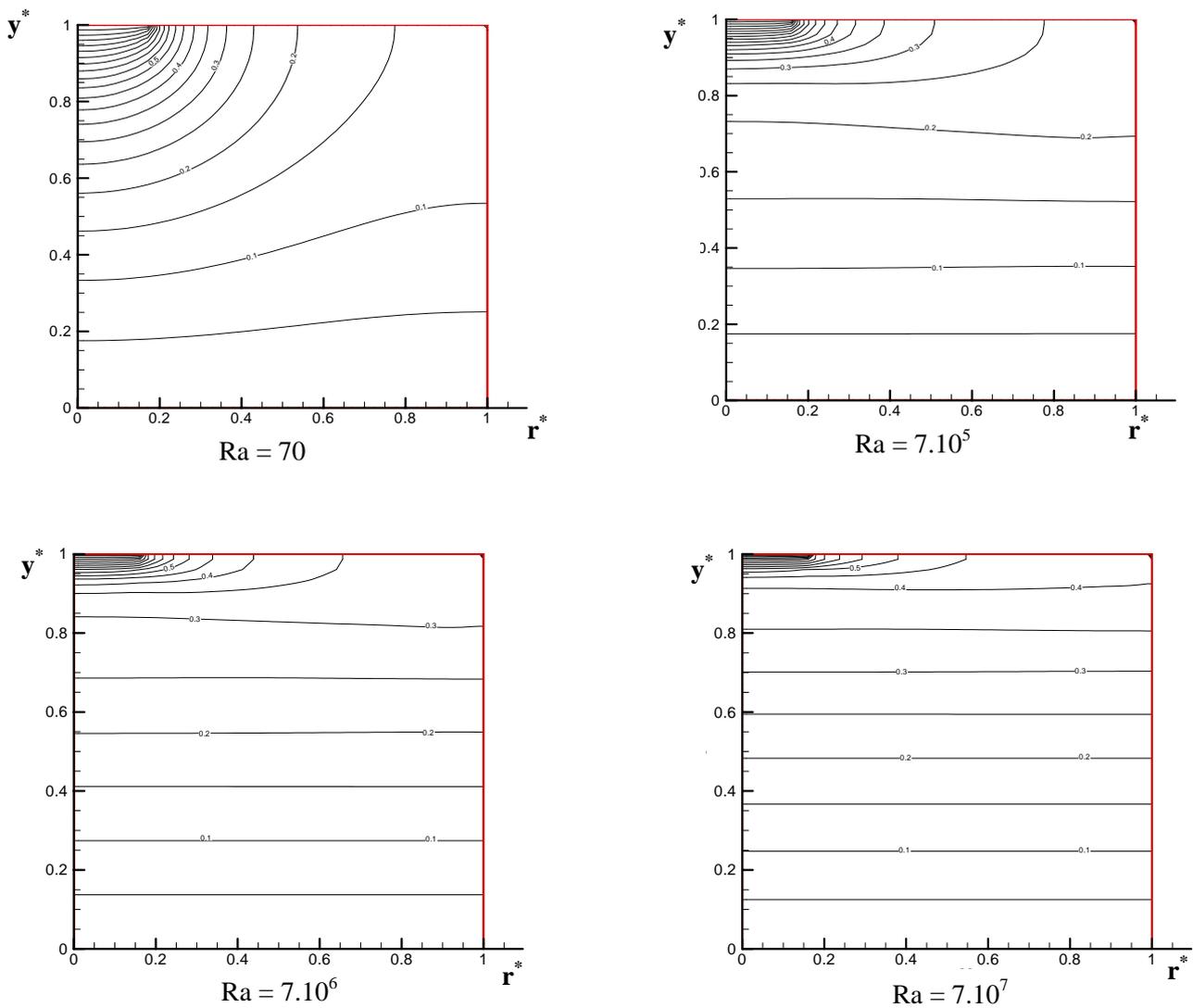


Figure (6.2) . Isotherme issue de notre code pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh

Par ailleurs, nous avons examiné la validité de la deuxième extension pour une enceinte avec entrée- sortie et subissant un chauffage par le bas. Les résultats obtenus sont présentés dans les figures (6.3) et (6.4).

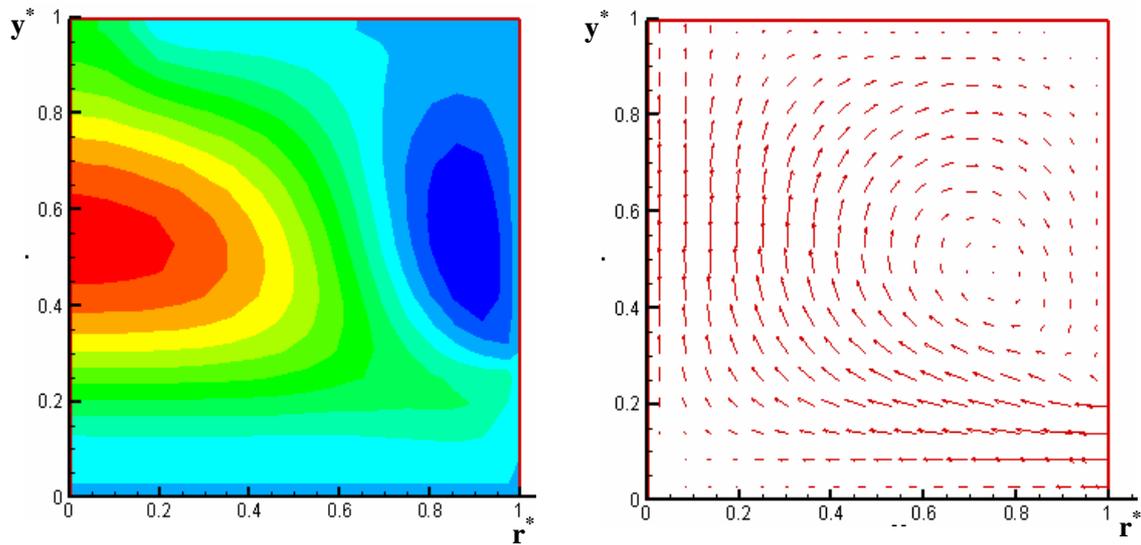


Figure (6.3.a). (a) Contours de vitesse (b) Champs de vitesse ; cas d'un cylindre avec entrée/sortie sa surface basse chauffée

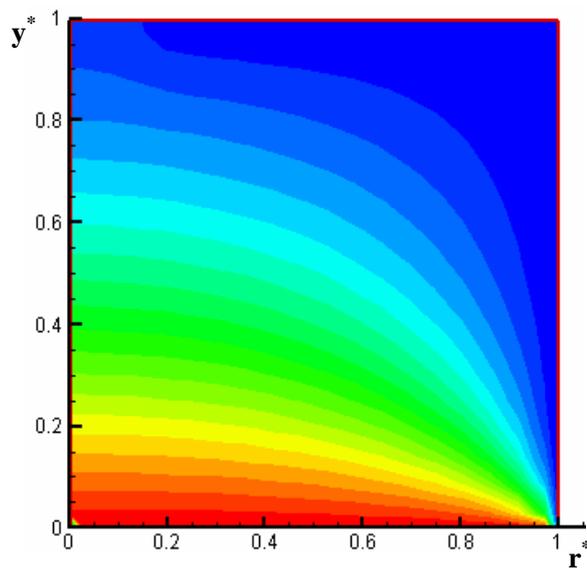


Figure (6.3.b). Isotherme ; cas d'un cylindre avec entrée/sortie sa surface basse chauffée

VI.3. Méthodologie numérique

Pour pouvoir exploiter le code développé pour le traitement de la convection naturelle dans une enceinte cylindrique avec entrée et sortie, sans grande modification, dans notre cas de figure, nous avons eu recours à deux méthodes : la première est la méthode *Multiblocs* alors que la deuxième est la méthode *Actif-inactif blocs*.

Les avantages de simplicité, de mise en œuvre et d'utilisation courante de la méthode *Actif-inactif blocs* dans la méthode des volumes finis, nous ont incité à l'utilisée pour la validation des codes construit suivant le principe de la méthode multi- blocs, rapide dans sa convergence.

➤ *Méthode multi blocs*

Le problème de la cheminée solaire tel qu'il est posé peut être considéré comme la superposition de deux blocs de formes cylindriques. En respectant la condition de symétrie, le principe de cette méthode peut se résumer par les schémas de la figure (6.4) ; La zone commune assure le couplage.

Cette méthode nous permet d'utiliser le même programme de calcul pour les deux blocs, puisqu'il s'agit de deux configurations cylindriques. Ce programme qui résout le problème de la convection laminaire libre dans les coordonnées cylindriques.

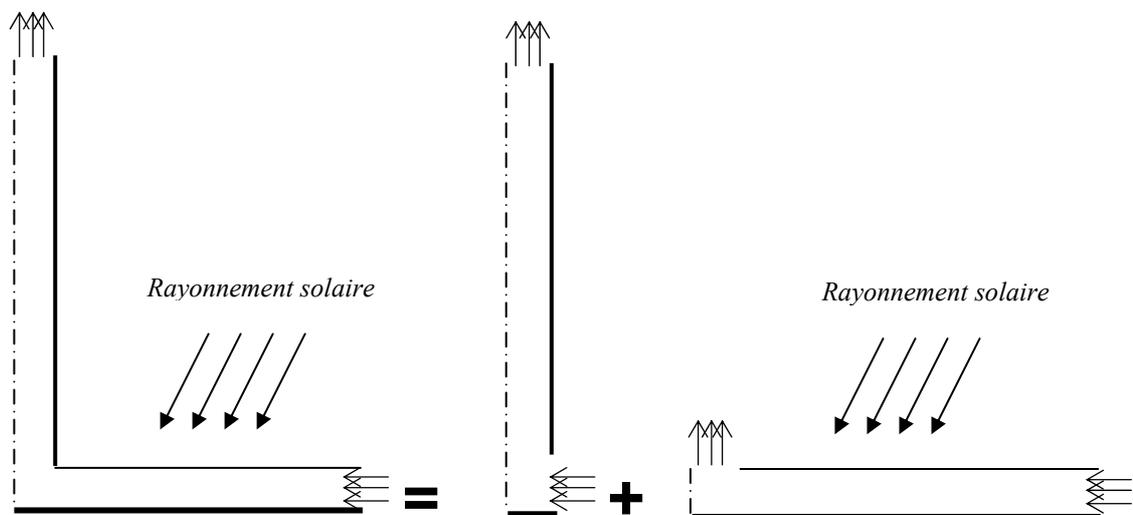


Figure (6.4). Méthode *Multiblocs* Division de la configuration en deux blocs

➤ *Les volumes de contrôle actifs et inactifs*

Pour une forme irrégulière donnée, nous commençons par tracer un domaine rectangulaire nominal autour du domaine réel. Cette procédure est montrée sur la figure (6.5).

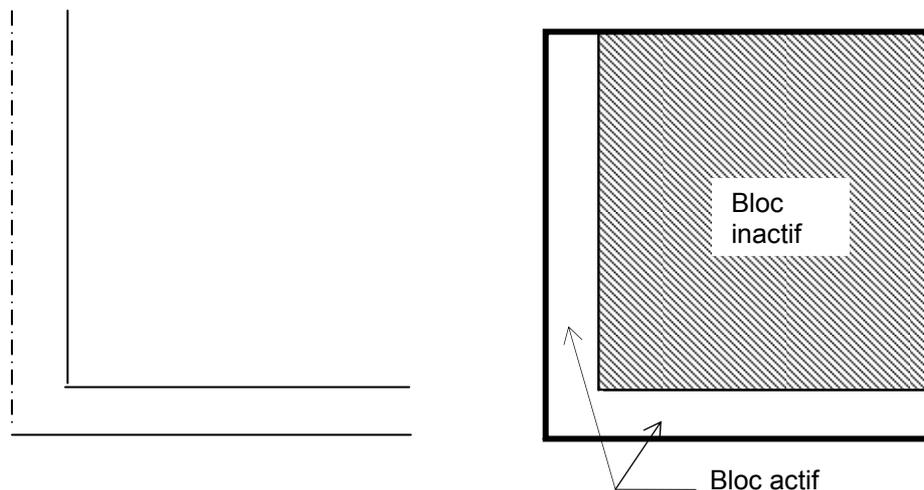


Figure (6. 5) . Méthode *Actif-Inactif Blocs* : (a) domaine réel, (b) domaine réel entouré par le domaine nominal.

Lors de la discrétisation, le partage du domaine en volumes de contrôle se fait de telle façon à faire coïncider les interfaces des volumes de contrôle avec les frontières des domaines réels et nominaux. Les volumes de contrôle qui sont situés à l'intérieur du domaine réel sont appelés des volumes de contrôle actifs, les autres, situés en dehors du domaine réel (surface hachurée dans la figure (6.5)) sont considérés inactifs ou passifs.

Notre objectif est d'obtenir la solution dans les volumes de contrôle actifs. Nous devons ainsi manipuler les volumes de contrôle inactifs de telle façon que les limites données du domaine réel de calcul sont entourées par les volumes de contrôle actifs.

Formulation des différentes conditions aux limites

- Si la température est connue sur la limite du domaine réel, cette limite devient donc une location interne dans le domaine nominal. Nous ne pouvons pas

préciser la température à ce niveau. Pour résoudre ce problème, nous pouvons prescrire la température connue à la limite extérieure de la région inactive (qui coïncide avec la limite du domaine nominal) et imposer que la conductivité est égale à l'infini dans le domaine inactif. Le résultat est que la résistance thermique du domaine inactif est nulle ; ainsi la température à travers ce domaine sera constante et égale à la valeur prescrite à sa limite ;

- Si un flux non nul sur la limite du domaine réel est donné, alors nous pouvons procéder en deux étapes. Dans la première étape, nous supposons la conductivité du domaine inactif nulle, ce qui conduit à un flux nul à travers la région en question et nous fournissons par la suite la valeur du flux connu comme terme de source supplémentaire pour les volumes de contrôle des limites voisines montrées dans la figure (6.6) ; ce sont les volumes de contrôle pour lesquels le flux de limite entrerait normalement. Le terme source supplémentaire pour ces volumes de contrôle est donné par :

$$S_{c,extra} = \frac{q_B}{\Delta V}$$

Avec A , est l'aire de la face du volume de contrôle à travers laquelle le flux de chaleur q_B passe et ΔV est le volume d'un volume de contrôle. La division par ΔV est requise car le terme source, S , est défini comme le taux de génération par unité de volume.

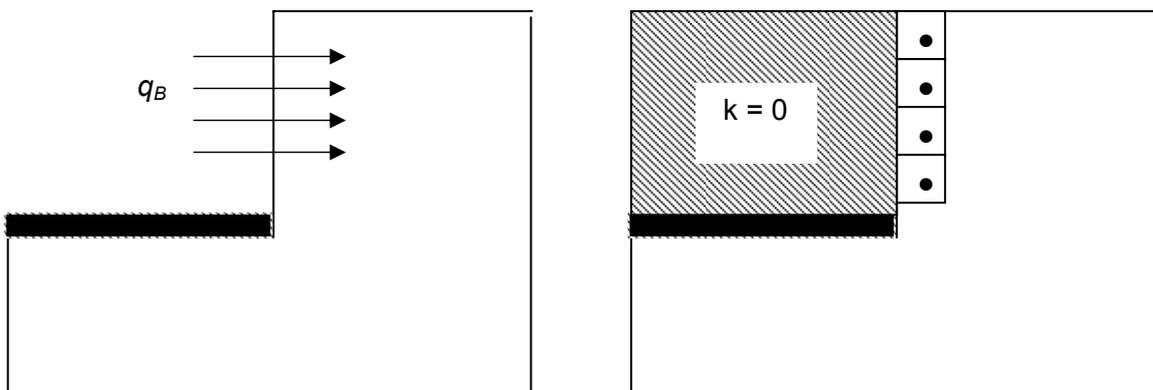


Figure (6.6). Condition de flux de chaleur imposé à la frontière (a) domaine réel (b) domaine nominal montrant les V.C affectés dans le domaine inactif

- Si on se trouve avec de la convection comme conditions aux limites, un cas similaire à celui de la figure (6.6), où le coefficient de transfert h et la température ambiante T_∞ sont donnés. Alors, nous allons considérer la conductivité thermique du bloc inactif nulle et définir une source de chaleur à l'intérieur de tous les volumes frontières qui coïncident avec les frontières du domaine réel soumises à la convection. Pour la limite convective, nous pouvons exprimer le flux de chaleur q_B comme

$$q_B = \frac{k}{\delta} (T_B - T_P)$$

où : δ , est la distance séparant la frontière par rapport au nœud du volume de contrôle et si nous éliminons T_B de l'équation nous obtenons :

$$q_B = \left[\frac{1}{h} + \frac{\delta}{k} \right]^{-1} (T_\infty - T_P)$$

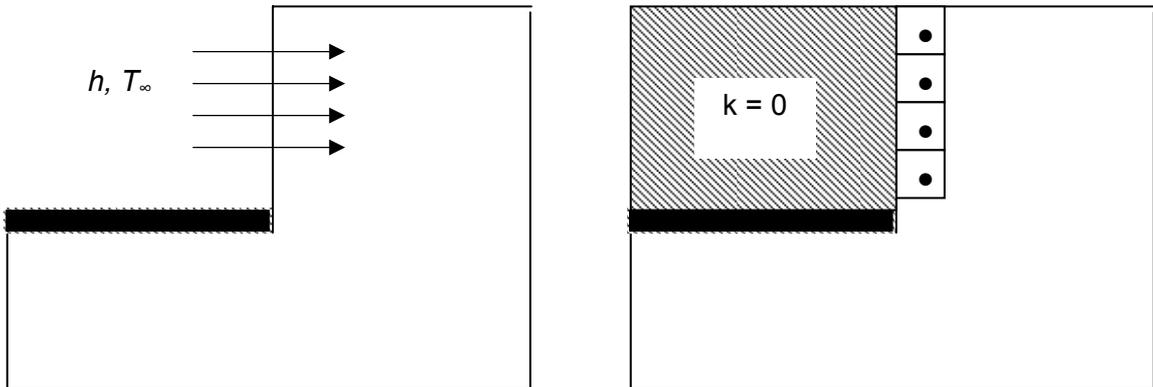


Figure (6.7). Condition convective imposée à la frontière (a) domaine réel (b) domaine nominal montrant les V.C affectés dans le domaine inactif

Remarque : Concernant l'équation de la quantité de mouvement, la viscosité du domaine inactif est considérée égale à une valeur infinie, le mouvement de la limite du domaine nominal est immédiatement transféré à la limite réelle sans perte. Si les conditions aux limites sur les frontières du domaine nominal sont de type non glissement, les frontières réelles le sont aussi.

VI.4. Organigramme et structure du code de calcul

Le code de calcul est constitué d'un programme principal, ce dernier est divisé en deux parties par une grande boucle qui permet le balayage des deux blocs et chaque boucle fait appel aux sous-programmes suivantes :

- INIT** initialise les coefficients de l'équation discrétisée de chaque variable, ainsi que les variables de l'écoulement ;
- INLET** détermine les conditions aux limites des vitesses, de la température et de la pression ;
- GRID** permet d'établir le maillage.

- CALCU** calcul les coefficients, a_i , et résout l'équation de transport u .
- CALCV** calcul les coefficients, a_i , et résout l'équation de transport v .
- CALCP** calcul les coefficients, a_i , et résout l'équation de correction de pression, p' , et correction des composantes de la vitesse, u et v .

- CALCT** calcul les coefficients, a_i , et résolution de l'équation de transport T .
- LISOLV** résout le système d'équations algébriques associé à la variable ϕ .
- STIME** impression des résultats.

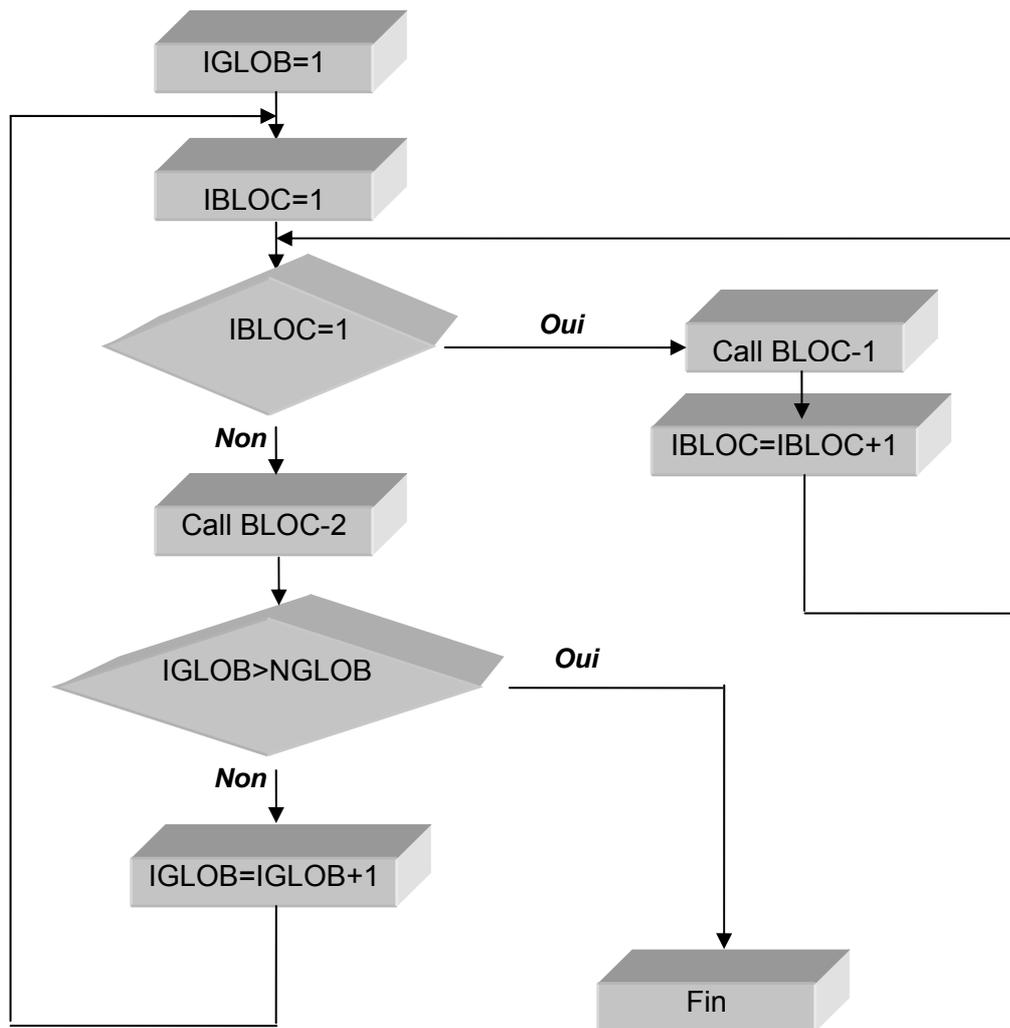


Figure (6.8) : Organigramme du code de calcul global

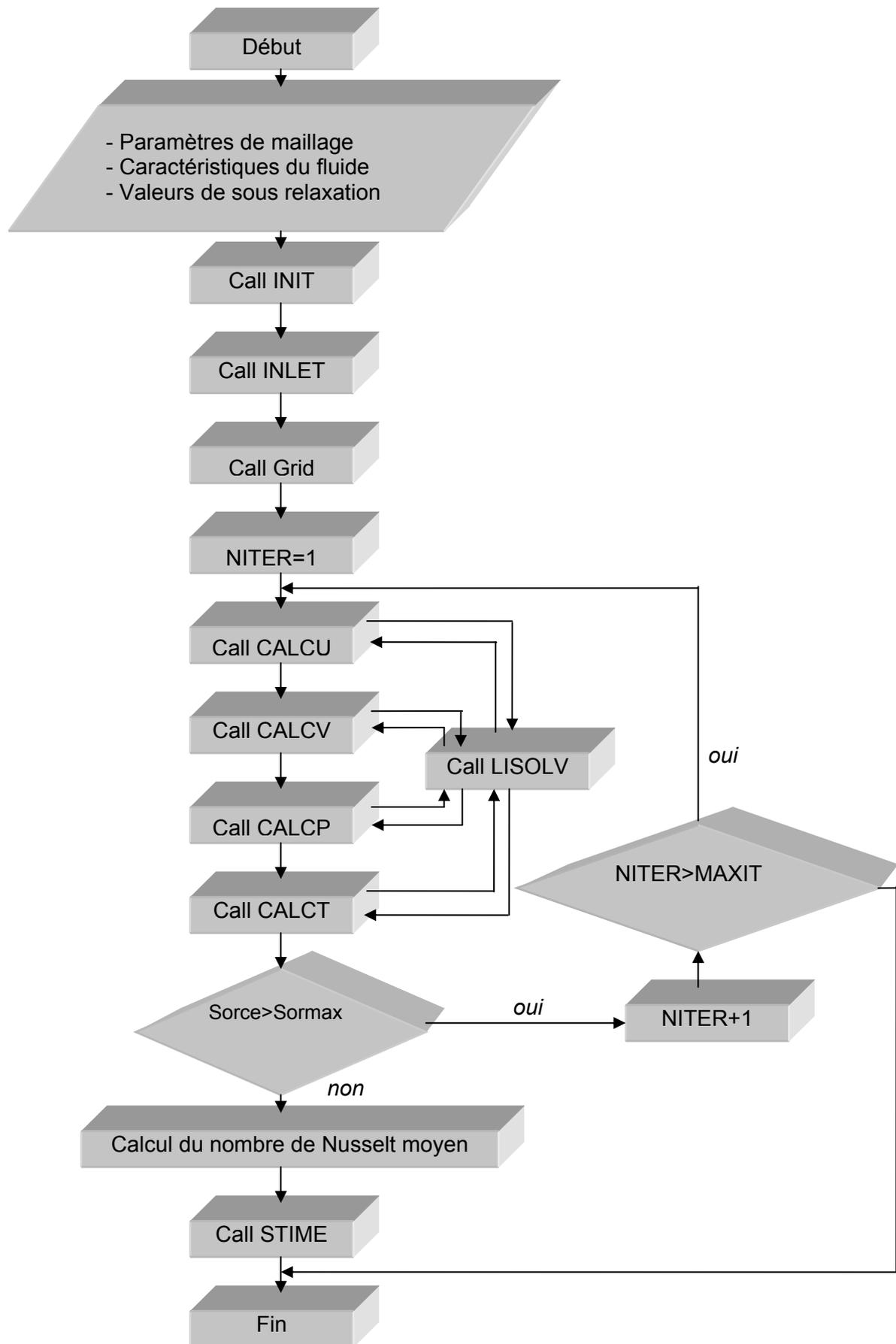


Figure (6.9) : Organigramme du code de calcul pour chaque bloc

VI.5. Comparaison entre les résultats obtenus par les deux méthodes

Les dimensions de la cheminée solaire étudiée sont montrées dans la figure (6.10).

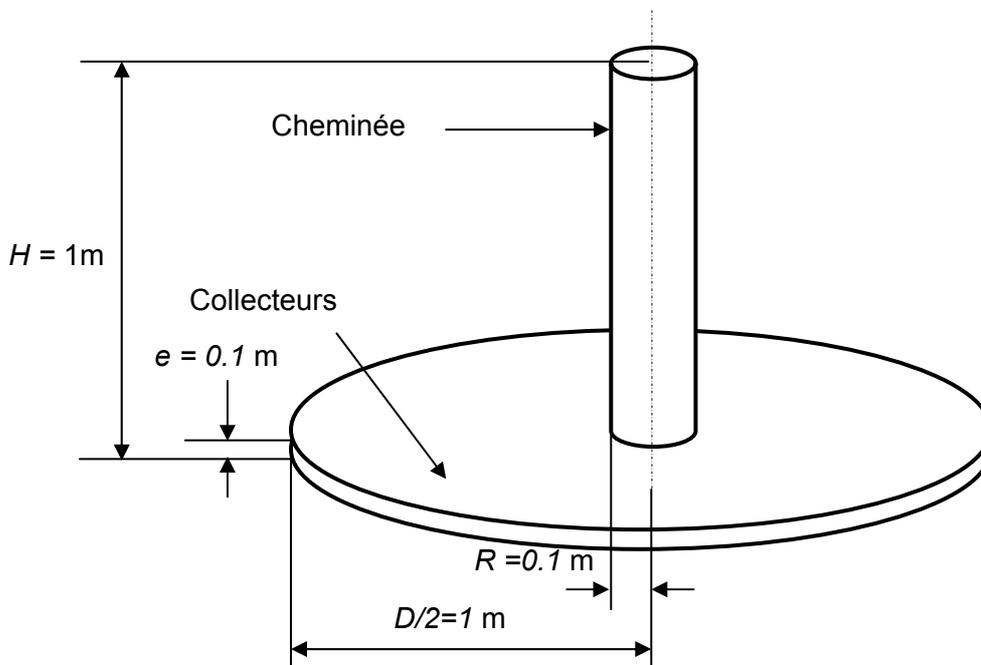


Figure (6.10). Dimensions de la cheminée solaire

Les résultats de la simulation dans le cas des deux méthodes sont présentés par les figures (6.11-13) pour un rapport $e/H = 0.1$.

Notre objectif était de voir si la méthode multi- bloc donne de bons résultats, ceci a été examiné en comparant les résultats obtenus par les deux méthodes.

D'après les figures (6.12)-(6-14), il est bien clair que les deux méthodes s'approchent l'une par rapport à l'autre.

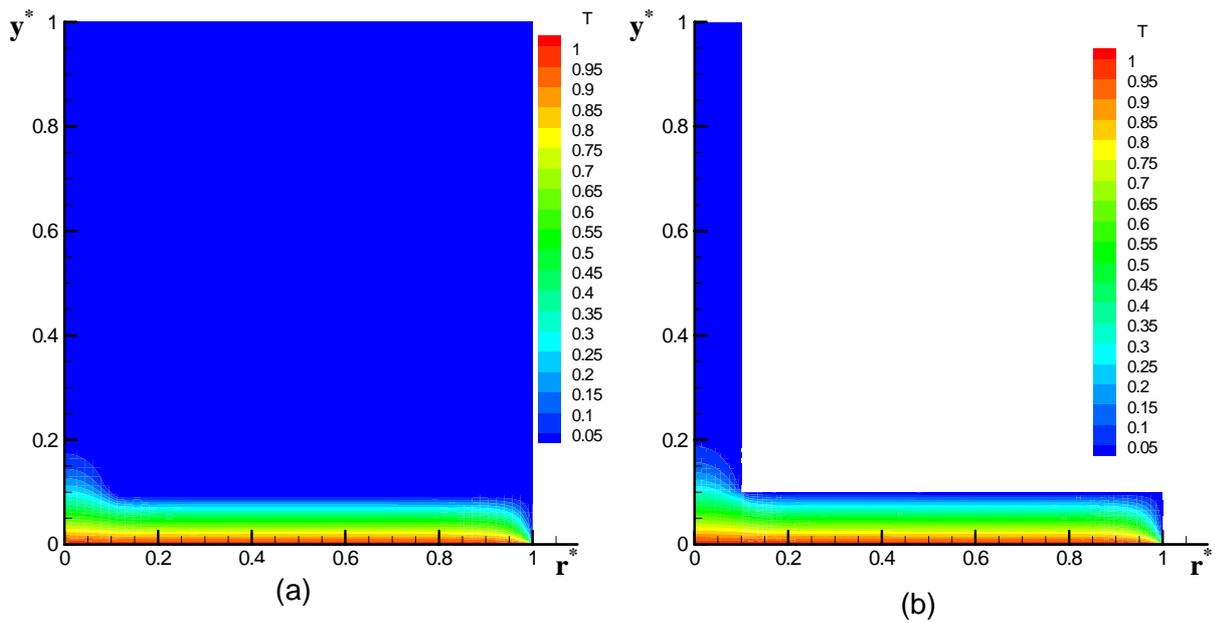


Figure (6.11). Isothermes par (a) la méthode actif-inactif blocs (b) la méthode multiblocs : $e/H = 0.1$.

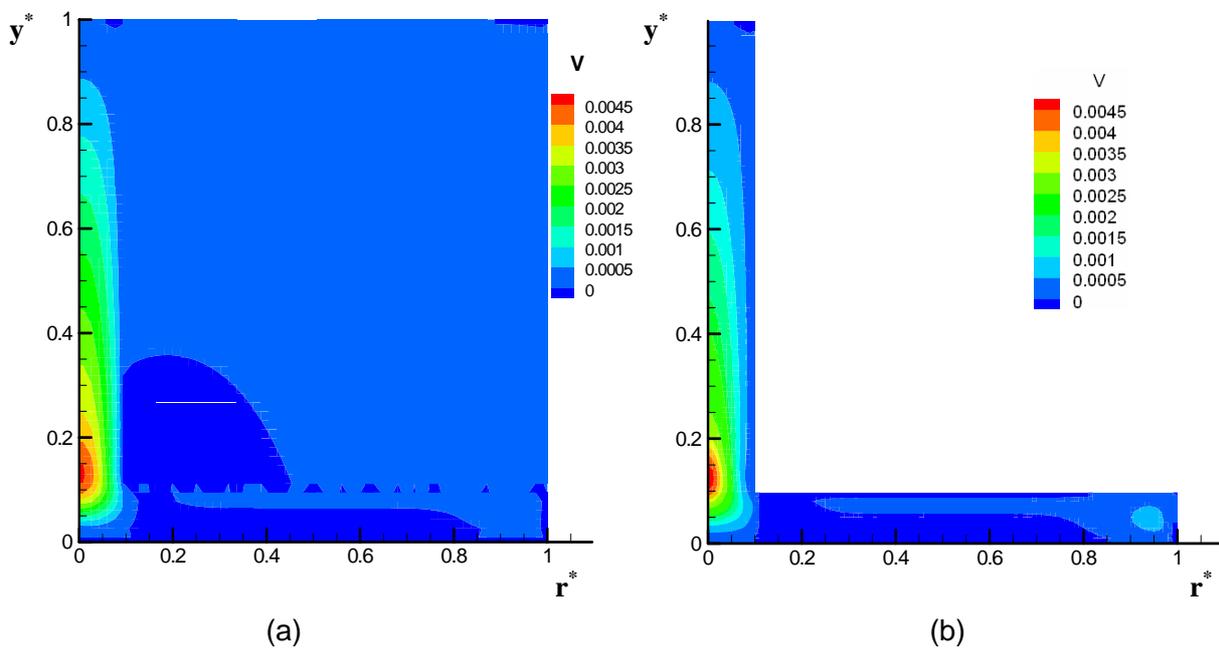


Figure (6.12). Iso- vitesses (a) méthode actif-inactif blocs (b) méthode multiblocs : $e/H = 0.1$

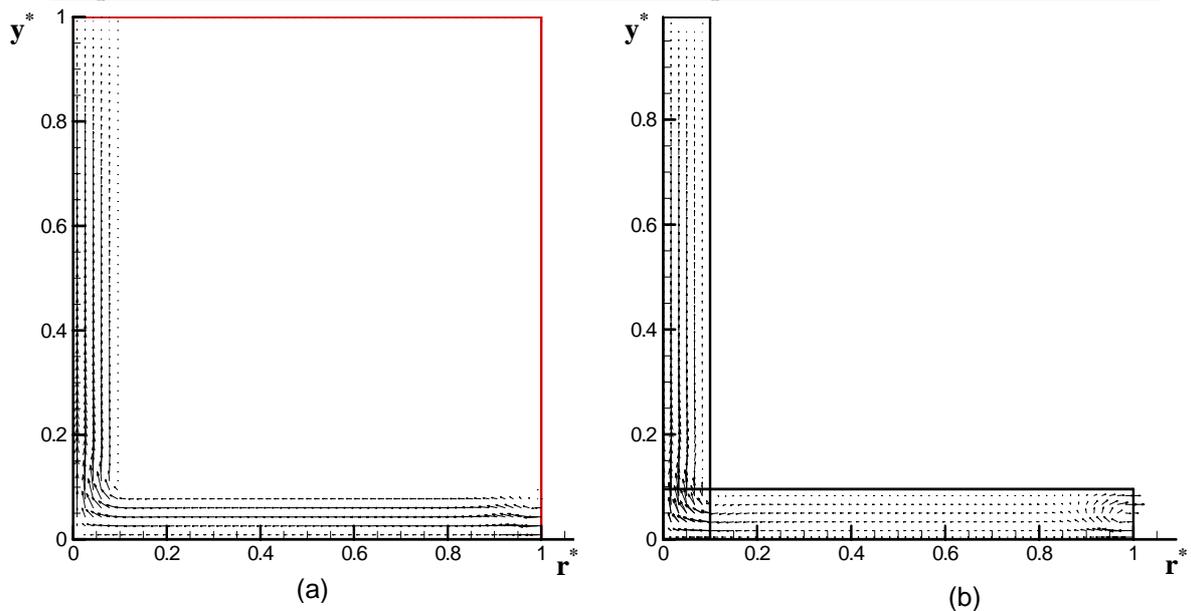


Figure (6.13). Champs de vitesse (a) méthode actif-inactif blocs (b) méthode multiblocs : $e/H = 0.1$

VI.6. Résultats et interprétations

Dans cette partie, nous avons essayé de reproduire les champs de vitesses et de températures pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh, Ra , jusqu'à la valeur limite du régime laminaire. Le rapport géométrique de la hauteur de la couverture du collecteur, e , et de la hauteur de la tour, H , c.à.d. ' e/H ' a été choisie égale à 0.1 ou à 0.01.

Les résultats issus de la simulation numérique dans le cas de la méthode multi-bloques pour $e/H = 0.1$ sont présentés dans les figures (6.14), (6.15) et (6.16). Ces figures montrent les iso- vitesses et les isothermes, où l'on peut noter que le maximum de vitesse est située à l'entrée de la tour à une ordonnée $y^* = 0.07-0.15$ pour des faibles valeurs du nombre de Rayleigh ($Ra = 200$). Cette zone, de vitesse maximale, subit un étirement et un faible déplacement vers le haut au fur et à mesure que le nombre de Rayleigh, Ra , augmente. On constate aussi que le régime laminaire n'est plus stable dès que la valeur de Ra se rapproche de 10^7 (figures (6.15.e-f)).

Il est aussi à noter que, le flux de chaleur reste pratiquement stagnant à cette zone (figures (6.14.a-d)). Cela est dû aux faibles valeurs de la vitesse d'écoulement d'air pour un régime laminaire. La redistribution du flux thermique se produit d'une manière visible dès que le régime d'écoulement s'approche du régime turbulent (figures ((6.14.e-f)).

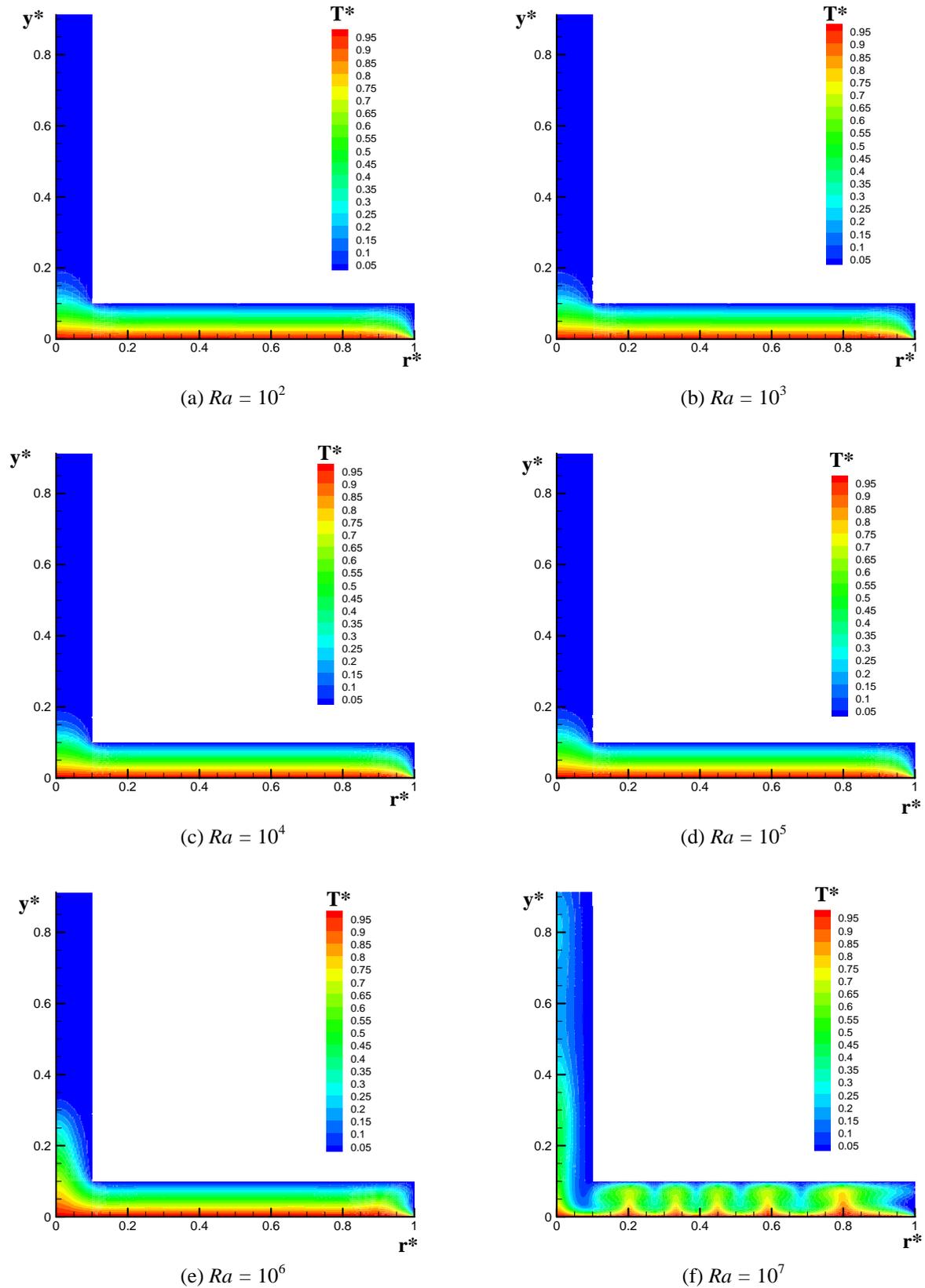


Figure (6.14). Isothermes pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh Ra : $e/H = 0.1$.

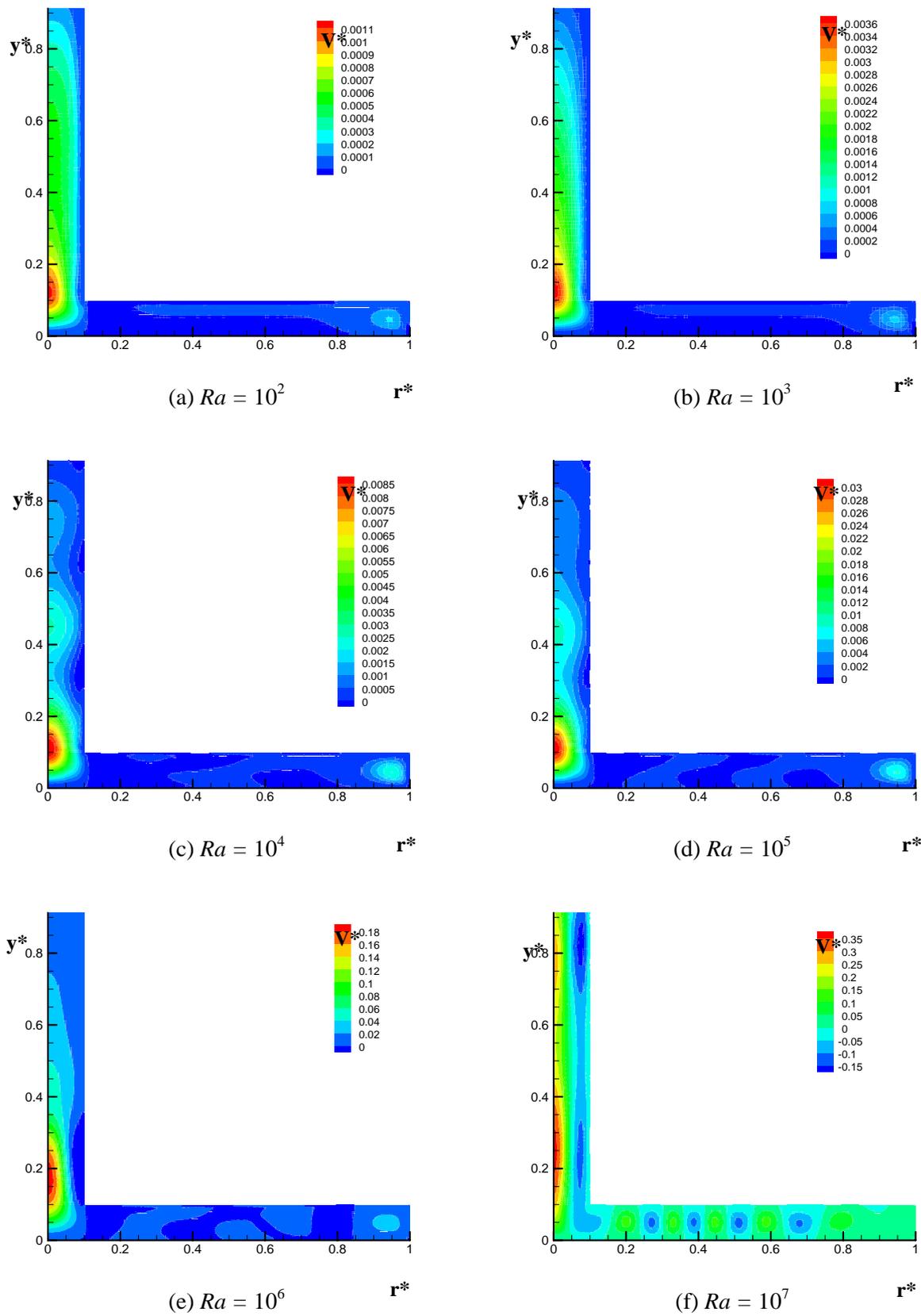


Figure (6.15). Iso- vitesse pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh Ra : $e/H = 0.1$.

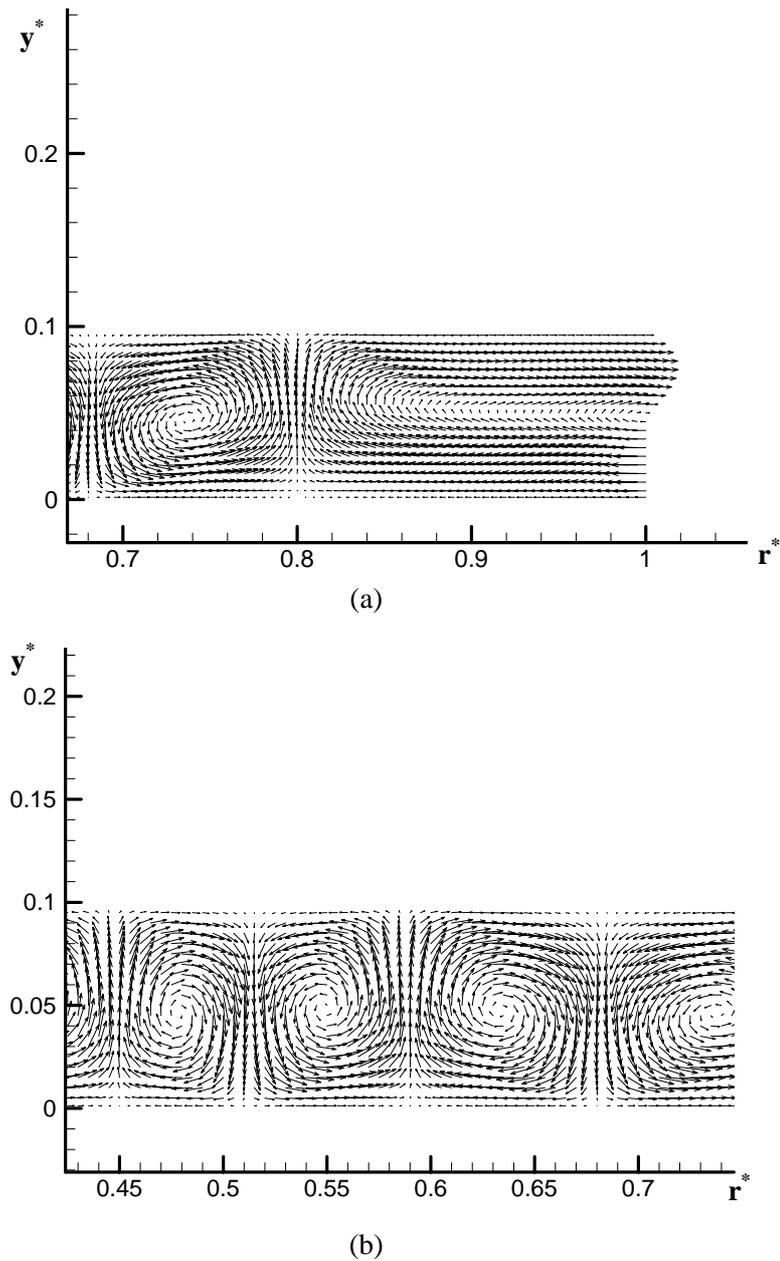


Figure (6.16). Champs de vitesse pour $Ra = 10^7$ (a) au collecteur
(b) à l'entrée du collecteur : $e/H = 0.1$

Nous avons reproduit les mêmes figures pour un rapport $e/H = 0.01$ (voir figures (6.17) et (6.18)). Les mêmes conclusions sur les champs de vitesse et de température peuvent se faire. On note cependant que le régime turbulent a été retardé jusqu'à une valeur de, Ra , de l'ordre de 10^8 au lieu de 10^7 .

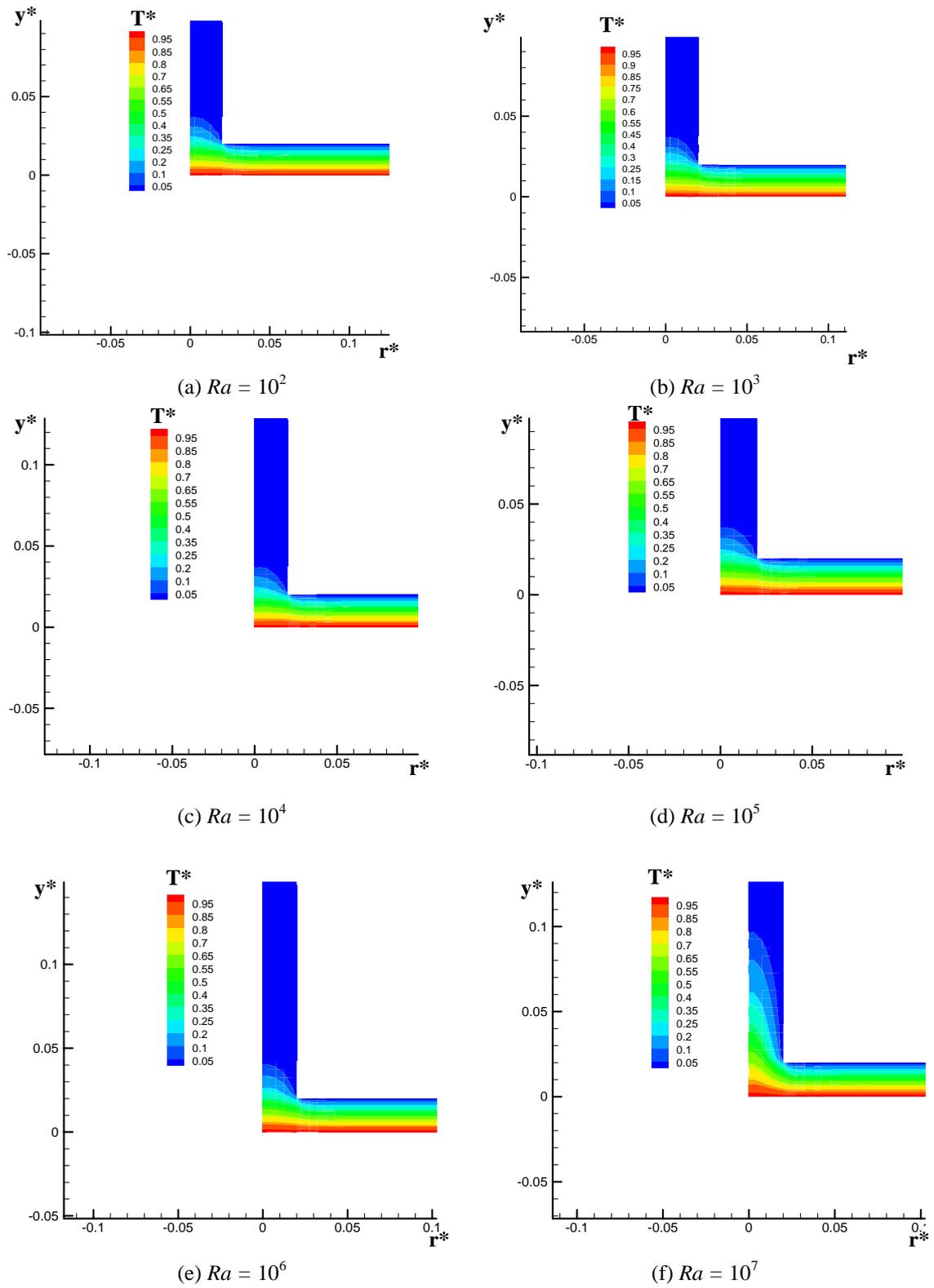
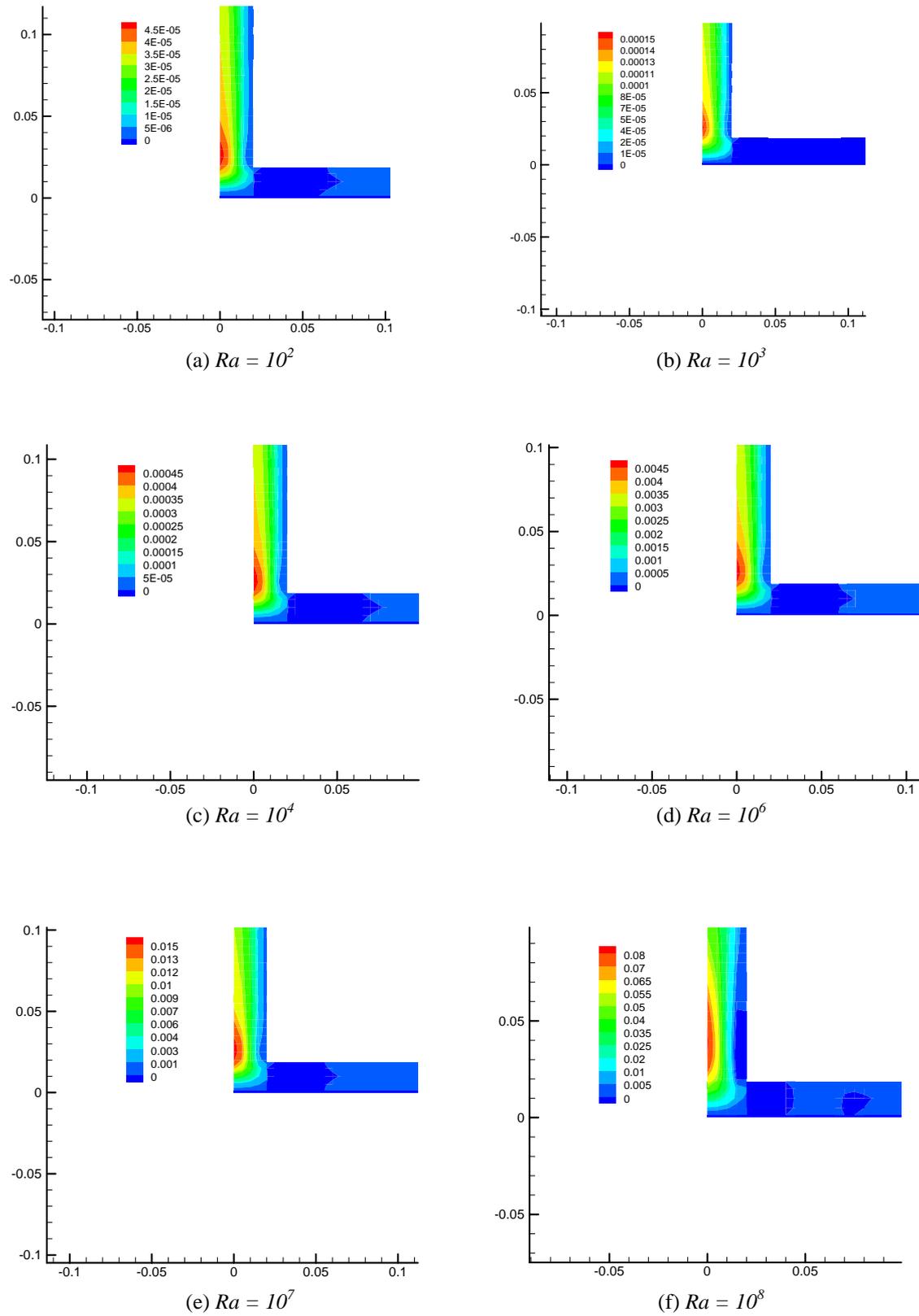


Figure (6.17). Isothermes pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh Ra : $e/H = 0.01$



Figures (6.18). Iso- vitesse pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh Ra : $e/H = 0.01$

La figure (6.19), due à Tingzhen & al. [62], montre les contours de la vitesse d'écoulement d'air représentant les résultats d'une simulation numérique en 3-D du prototype de Mansanares pour deux types de configurations géométriques (simple et modifiée) dans le cas d'un régime turbulent et cela pour un rayonnement solaire de 800 W.m^{-1} . *On note que la position de la vitesse maximale se trouve juste à l'entrée de la tour.*

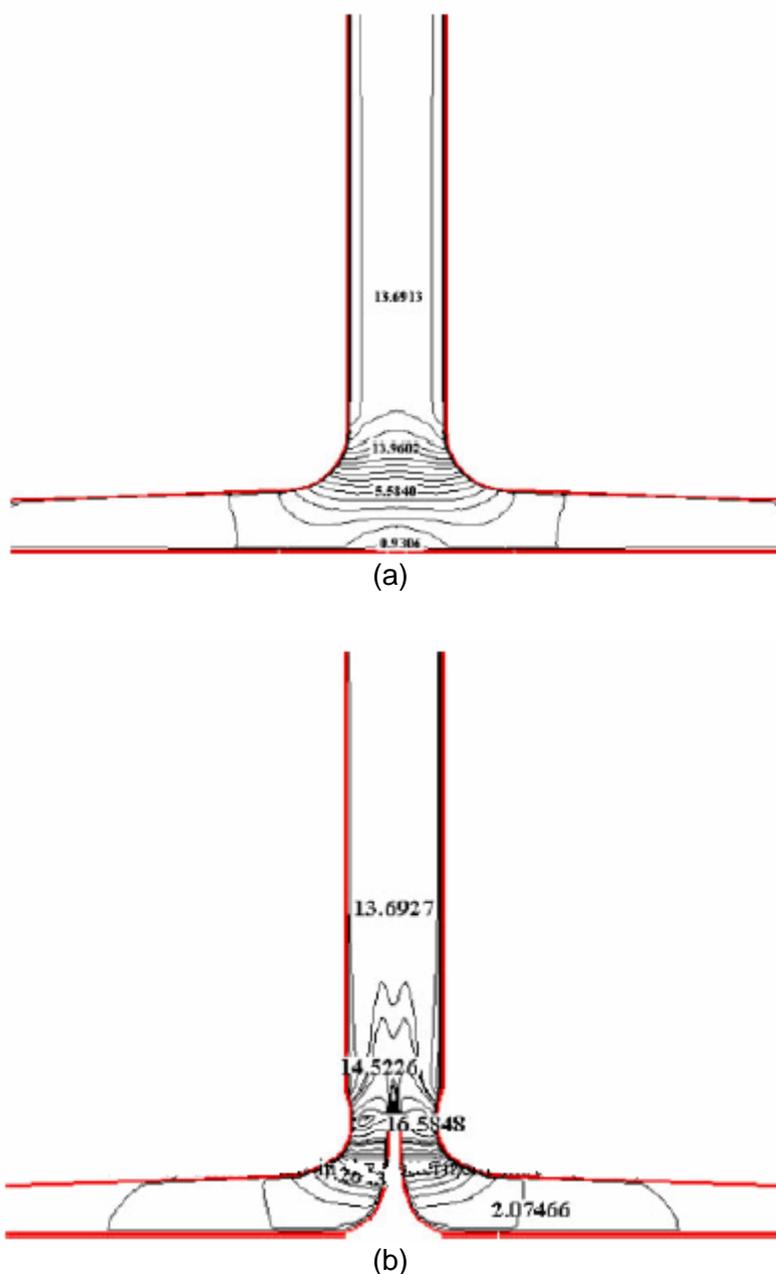
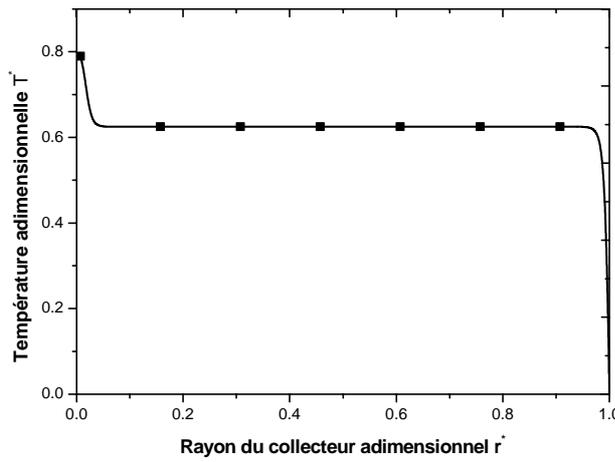
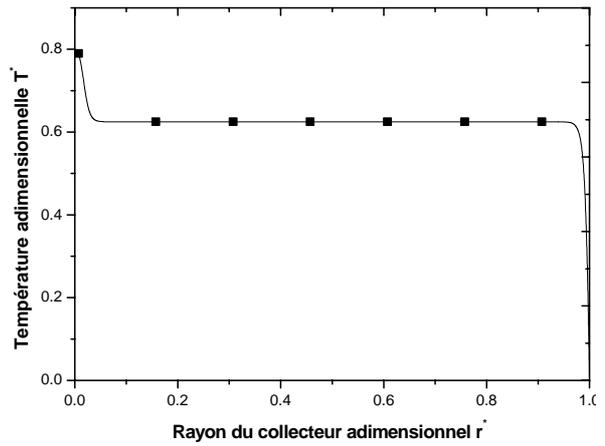


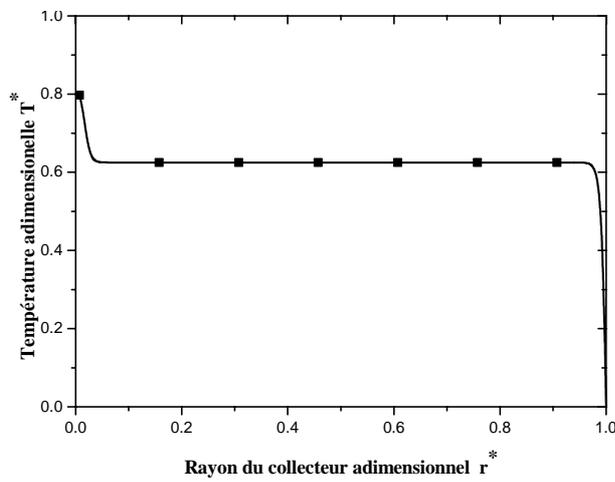
Figure (6.19). Iso- vitesse (en $m.s^{-1}$) pour le prototype de Mansanares suivant deux configuration (a) configuration simple (b) configuration modifié [62]



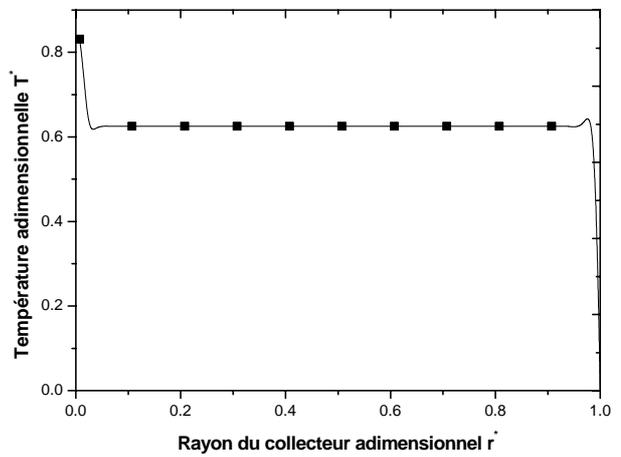
(a) $Ra = 10^4$



(b) $Ra = 10^6$



(c) $Ra = 10^7$



(d) $Ra = 10^8$

Figure (6.22). Profil de la température pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh Ra : $e/H = 0.01$

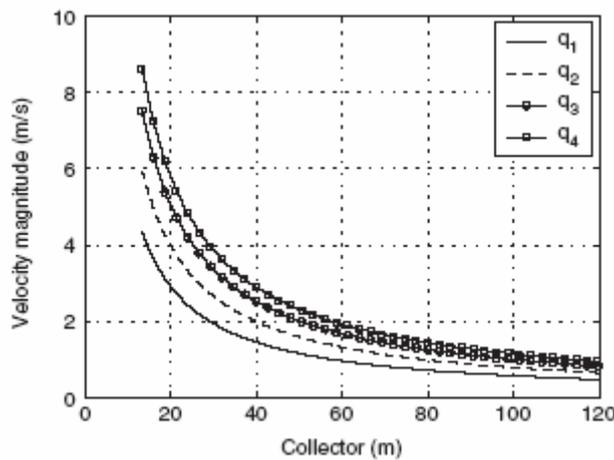
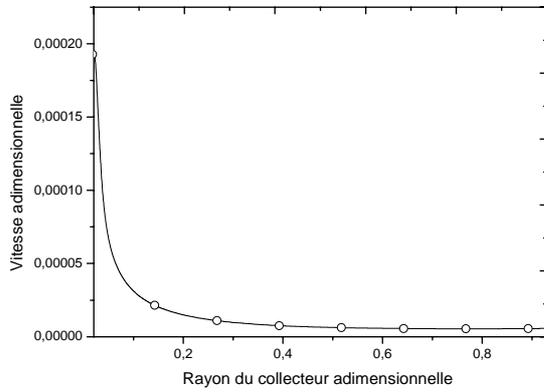
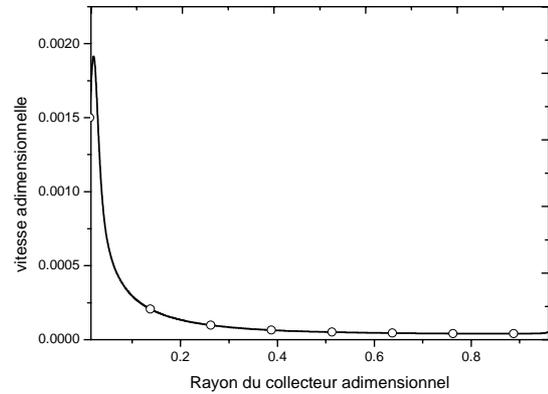


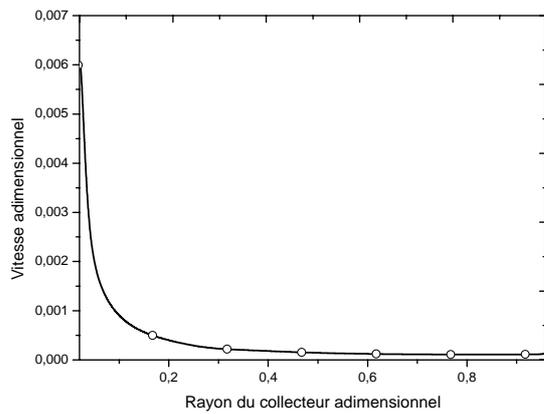
Figure (6.23). Amplitude de la vitesse à $y = 0.85$ m [35].



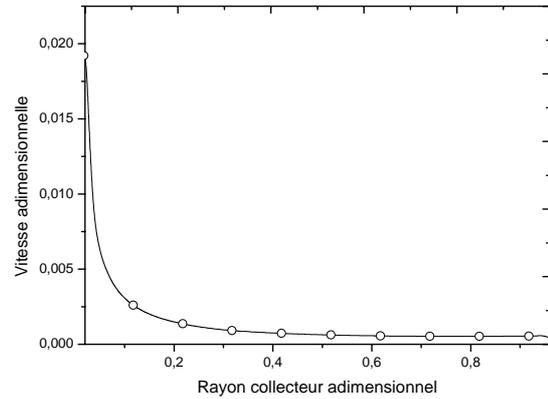
(a) $Ra = 1E4$



(b) $Ra = 1E6$



(c) $Ra = 1E7$



(d) $Ra = 1E8$

Figure (6.22). Profil de vitesse pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh Ra : $e/H = 0.01$

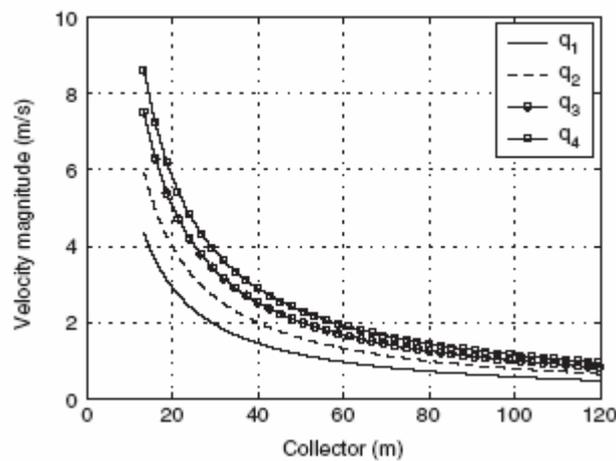


Figure (6.23). Amplitude de la vitesse à $y = 0.85$ m [35].

Les figures (6.20) et (6.22) montrent respectivement les profils de vitesse et de température à travers le collecteur pour une ordonnée $y^* = e/2$. Les figures (6.21) et (6.23), dues à Pastohr & al. [35], montrent aussi les profils de vitesse et de température à travers le collecteur pour une hauteur $y = 0.85$ m. Ces deux dernières figures sont obtenus par simulation numérique en 3-D en régime turbulent du prototype de Mansanares en utilisant le logiciel Fluent et cela pour différentes valeur du rayonnement solaire.

De point de vue allure les profils de vitesse sont semblables, mais se diffèrent par leurs ordres de grandeurs. D'autre part, les profils de température sont différents.

Les différences constatées sont essentiellement expliquées par le fait que dans un régime turbulent les vitesses générées sont largement supérieures à celles obtenues dans un régime laminaire. La diffusion thermique est directement influencée par l'intensité du champ de vitesse.

VI.5. Les limites du régime laminaire

Les limites du régime laminaire pour un écoulement entre deux plaques planes sont estimées pour un nombre de *Rayleigh* :

$$Ra \leq 8 \times 10^7 . \quad (6.8)$$

Avec :

$$Ra = Gr \cdot Pr = \frac{g\beta\Delta T D_h^3}{\nu^2} \cdot Pr \quad (6.9)$$

où : ν , la viscosité cinématique du fluide moteur et Pr , le nombre de Prandtl

Le diamètre hydraulique donné par :

$$D_H \approx 2 \cdot e \quad (6.10)$$

avec : e , la hauteur du collecteur, R , le rayon du collecteur et $\beta = 1/T$, le facteur d'expansion adiabatique. $\Delta T_{\max} = T_h - T_c \leq 70^0 C$, est l'écart maximum de la température.

La vitesse de référence est une limite maximum pour la vitesse d'écoulement, elle est exprimée par :

$$V_r = \sqrt{g\beta\Delta T D_h}$$

$$V_r = \frac{\nu}{D_h} Gr^{0.5} \quad (6.11)$$

Pour l'air :

$$\nu = 1.569 \times 10^{-5}$$

$$Pr = 0.708$$

$$\Rightarrow \Delta T \cdot D_h^3 = \nu^2 Gr / (g\beta\Delta T Pr) \quad (6.12)$$

$$\Rightarrow D_h = \sqrt[3]{\nu^2 Gr / (g\beta\Delta T Pr)} \quad (6.13)$$

$$D_h = 0.1448 \text{ m} \quad (6.14)$$

$$V_r = 0.5758 \text{ m/s}$$

VI.6. Conclusion

L'étude dynamique est primordiale dans la détermination des caractéristiques locales de l'écoulement, telles que la détection des pics et des zones de re-circulations aussi bien que les faibles gradients de température. Les résultats obtenus ont montré que le meilleur emplacement des turbines éoliennes est juste à l'entrée de la tour là où la vitesse est maximale. Ce résultat a été récemment démontré par Tingzhen & al [62] voir figure (6.19).

On note aussi que les valeurs du champ de vitesse sont pratiquement insignifiantes aux faibles valeurs de Ra ; ceci est la conséquence immédiate du régime d'écoulement supposé laminaire.

CONCLUSION GENERALE

Conclusion Générale

L'étude énergétique d'une centrale cheminée solaire nous a permis de conclure que :

1. La capacité de production d'électricité dépend de l'irradiation solaire, de la température ambiante, de la hauteur de la tour et de la surface du collecteur. Le rendement du collecteur, le rendement de la turbine jouent à leur tour un rôle très important dans l'amélioration des performances du système. Pour des conditions climatiques données, la capacité de production d'électricité augmente avec l'augmentation de la hauteur de la tour et la surface du collecteur. On note également que plus l'irradiation solaire est élevée, plus les rendements des composants sont importants et plus la production d'électricité sera meilleure. La température ambiante joue un rôle mineur dans la production d'électricité pour la centrale solaire.
2. D'après une estimation faite avec la moyenne mensuelle d'ensoleillement de la région d'Adrar, une centrale cheminée solaire de 200 m de hauteur dotée d'un capteur solaire de 500 m de diamètre peut produire, sur toute l'année, de 130 à 200 kW de puissance électrique. Cette production est suffisante pour satisfaire les besoins des régions isolées.

L'étude dynamique est primordiale dans la détermination des caractéristiques locales de l'écoulement, telles que la détection des pics et des zones de re-circulations aussi bien que les faibles gradients de température. Elle nous permet de mieux comprendre notre système. Les résultats obtenus ont montré que :

1. Le meilleur emplacement des turbines éoliennes est juste à l'entrée de la tour là où la vitesse est maximale.
2. Nous avons montré les limites du régime laminaire et que l'exploration du régime d'écoulement turbulent est une démarche à entreprendre. Le recours à la modélisation d'un régime turbulent pour se rapprocher de la réalité est indispensable. une initiation dans ce sens a été abordée mais, le temps loué à ce travail nous a obligé de retarder cette alternative.

Devant l'importance de ce sujet d'avenir, on espère que notre étude servira de base pour d'autres travaux plus détaillés. Ils prendront par exemple en considération d'autres paramètres qui influent sur le fonctionnement et sur les performances des centrales cheminée solaire telles que : l'écoulement turbulent, la rugosité du sol ainsi que sa conductivité et sa capacité thermique, l'intégration d'une turbine à l'intérieur de la cheminée et le calcul de la puissance générée par cette dernière...etc. Ces travaux devront mener à la construction d'un prototype dans le Sahara algérien.

Notons que le présent travail a donné lieu à des communications [70, 71, 72] dans des congrès internationaux sur les énergies renouvelables.

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

1. Trieb, F., Langnib, O., & Klaiß, H., 1997. Solar electricity generation – A comparative view of technologies, costs and environmental impact. *Solar Energy* Vol. 59, 89-99.
2. Schlaich, J., 1999. Tension structures for solar electricity generation. *Engineering Structures* 21, 658–668.
3. Mills, D., 2004. Advances in solar thermal electricity technology. *Solar Energy* 76, 19–31.
4. Schlaich, J., 1994. Solar thermal electricity generation. *Engineering Structures Int.* 4, 76-81.
5. Tabor, H., Z., & Doron, B., 1990. The Beith Ha'Arava 5MWe solar pond power plant (SPPP) –progress report. *Solar Energy* 45, 247-253.
6. Thombare, D.G., Verma, S.K., .Technological development in the Stirling cycle engines *Renewable and Sustainable Energy Reviews*.
7. Reiner Buck, R., Barth, C., Eck, M., Steinmann, W. D., 2006. Dual-receiver concept for solar towers. *Solar Energy* 80, 1249–1254.
8. Freepower, 2001. Website address: <http://www.users.globalnet.co.uk/>
9. Buck, R., Barth C., Eck, M., Steinmann, W.D., 2006. Dual-receiver concept for solar towers. *Solar Energy* 80, 1249–1254.
10. Thombare, D.G. & Verma, S.K., 2006. Technological development in the Stirling cycle engines. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. doi:10.1016/j.rser.2006.07.001.
11. Haaf, W., Friedrich, K., Mayr, G., and Schlaich, J., 1983. Solar Chimneys, Part I: Principle and Construction of the Pilot Plant in Manzanares. *Solar Energy*, 2, 3-20.
12. Caderou M., 1986. Atlas solaire de l'Algérie –Aspect géométrique synthèse géographique-. Tome 3, Vol.2, O.P.U., Alger.

13. Messaitfa K., 2001. Douze Années d'Expériences du Pompage Solaire à Travers le Sud Ouest de l'Algérie, Proc. 1^{er} Séminaire sur l'implication de l'énergie solaire et éolienne dans le développement durable. 132-146.
14. Haaf, W., 1984. Solar towers, Part II: Preliminary Test Results from the Manzanares Pilot Plant. *Solar Energy* 2, 141-161.
15. Enviromission. Website address: <http://www.enviromission.com.au/>
16. Mullet, L.B., 1987. The solar chimney overall efficiency, design and performance. *Int. J. Ambient Energy* 8 (1), 35-40.
17. Padki, M.M., and Sherif, S.A., 1989. Solar chimneys for medium-to-large scale power generation, Proc. Manila Int. Symp. on the Development and Management of Energy Resources, Vol. 1, Manila, Philippines, pp. 432-437.
18. Padki, M.M., Sherif, S.A. and Chan, A.B., 1989. Solar chimneys for power generation in rural areas, Seminar on Energy Conservation and Generation Through Renewable Resources, Ranchi, India, pp. 91-96.
19. Schlaich J.& Schiel W., 2004. Solar Chimneys. *Encyclopedia of Physical Science and Technology*, Pages 99-109.
20. Yan, M.Q., Sherif, S.A., Kridli, G.T., Lee, S.S. and Padki, M.M., 1991. Thermo-fluid analysis of solar chimneys. In *Industrial Applications of Fluid Mechanics-1991*, FED-Vol. 132, T. B. Morrow, L. R. Marshall and S. A. Sherif (Eds), ASME, New York, pp. 125-130.
21. Padki, M.M. and Sherif, S.A., 1992. A mathematical model for solar chimneys, Proc. 1992 Int. Renewable Energy Conf., Vol. 1, M. S. Audi (Ed.), University of Jordan, Faculty of Engineering and Technology, Amman, Jordan, pp. 289-294.
22. Pasumarthi, N., Sherif, S. A., 1998. Experimental and Theoretical Performance of a Demonstration Solar Chimney Model –Part I: Mathematical Model Development. *Int. J. Energy Res.*, 22, 277-288.
23. Pasumarthi, N., Sherif, S. A., 1998. Experimental and Theoretical Performance of a Demonstration Solar Chimney Model –Part II: Experimental and theoretical results and economic analysis. *Int. J. Energy Res.*, 22, 443-461.
24. Kreetz, H., 1997. Theoretische Untersuchungen und Auslegung eines tempor. Diplomarbeit TU Berlin, Berlin.
25. Padki, M. M., Sherif, S. A., 1999. On a Simple Analytical Model for Solar Chimneys. *Int. J. Energy Res.*, 23, 345-349.

26. Bernardes, M.A dos S., Valle, R. M., Cortez, M. F. B., 1999. Numerical analysis of natural laminar convection in a radial solar heater. *Int. J. Therm. Sci.* 38, 42-50.
27. Gannon, A.J., Von Backström, T.W., 2000. Solar chimney cycle analysis with system loss and solar collector performance. *Journal of Solar Energy Engineering, Transaction of the ASME* 122 (3), 133–137.
28. Von Backström T. W., Gannon, A. J., 2000. Compressible flow through solar power plant chimneys. *ASME, Journal of Solar Energy Engineering* 122, 138–45.
29. Kröger, D.G., Buys, J.D., 2001. Performance evaluation of a solar chimney power plant. *ISES 2001 Solar World Congress, Adelaide, Australia.*
30. Bernardes, M.A dos S., VoB, A., Weinrebe, G., 2003. Thermal and Technical Analyses of Solar Chimneys. *Solar Energy* 75, 511-524.
31. Von Backström, T.W., Kirstein, C.F., Pillay, L.A., 2003. The Influence of some secondary effects on solar chimney power plant performance. In: *ISES 2003 Solar World Congress, Göteborg, Sweden.*
32. Schlaich, J., Bergermann, R., Schiel, W., Weinrebe, G., 2003. Design of commercial solar tower systems – utilization of solar induced convective flows for power generation, In: *Proceedings of the International Solar Energy Conference, Kohala Coast, United States, pp. 573–581.*
33. Dai, Y. J., Huang, H. B., Wang, R. Z., 2003. Case study of Solar Chimney Power Plants in Northwestern Regions of China. *Renewable Energy* 28, 1295-1304.
34. Von Backström, T. W., Gannon, A. J., 2004. Solar Chimney Turbine Characteristics. *Solar Energy* 76, 235-241.
35. Pastohr H., Kornadt, O., Gürlebeck, K., 2004 . Numerical and analytical calculations of the temperature and flow field in the upwind power plant *Int. J. Energy Res.* 28, 495–510.
36. Pretorius, J.P., Kröger, D.G., Buys, J.D., Von Backström, T.W., 2004. Solar tower power plant performance characteristics. In: *Proceedings of the ISES EuroSun2004 International Sonnenforum 1, Freiburg, Germany, pp. 870–879.*
37. Pretorius, J.P., Kröger, D.G., 2006. Critical evaluation of solar chimney power plant performance *Solar Energy* 80, 535–544.
38. Von Backström, T.W., Fluri, T. P., 2006. Maximum fluid power condition in solar chimney power plants – An analytical approach. *Solar Energy* 80, 1417-1423.
39. Denantes, F., Bilgen, E., 2006. Counter-rotating turbines for solar chimney power plants. *Renewable Energy* 31, 1873-1891.

40. Duffie, J., Beckman, W. A., 1991. Solar Engineering of thermal process. 2nd. Ed. Jhon Wiley & Sons USA.
41. Kreith, F., Kreider, J.F., 1978. Principles of solar engineering. McGraw-Hill, New York.
42. Belghit, A., Belahmidi, M., Bennis, A., Boutaleb, B.C., Benet, S., 1997. Etude numérique d'un séchoir solaire fonctionnant en convection force. Rev. Gén. Therm., Elsevier, Paris.
43. Bernardes, M.A., dos, S., 2004. Technische, ökonomische und ökologische Analyse von Aufwindkraftwerken. Universität Stuttgart, Germany.
44. Kröger, D.G., Burger, M., 2004. Experimental convection heat transfer coefficient on a horizontal surface exposed to the natural environment. In: Proceedings of the ISES Euro-Sun2004 International Sonnenforum 1, Freiburg, Germany, pp. 422–430.
45. Brichambaut, Ch.P., Yauge, Ch., 1982. Le gisement solaire –Evolution de la ressource énergétique. Lavoisier TEC and DOC. Paris.
46. Chouar, P., Michel, H., Simon, M.F., 1979. Bilan thermique d'une maison solaire – Méthode de calcul rapide. Eyrolles. Paris.
47. White, F.M., 2003. Fluid Mechanics, fifth ed. McGraw-Hill, p. 362.
48. Bouhdjar A., 2005. Phénomène de stratification dans une cuve de stockage thermique -Etude paramétrique-. Thèse de Docteur d'Etat. Université de Tlemcen, Tlemcen Algérie.
49. Benkhelifa A., 1994. Etude numérique de la stratification thermique dans une cuve de stockage cylindrique. Thèse de Magister, Centre de Développement des Energies Renouvelable, Bouzaréah Algérie.
50. Semmar D., 1995. Etude numérique des écoulements laminaires dans les cavités bidimensionnelles : Approche au cas du capteur solaire à air. Thèse de Magister, Centre de Développement des Energies Renouvelable, Bouzaréah Algérie.
51. Patankar, S.V., 1980. Numerical heat transfer and fluid flow. Ed. Hemisphere Publishing Corporation, New York.
52. Phillips R.E., & Schmidt F.W., 1985. A Multilevel Multigrid technique for recirculating flows. Numerical Heat Transfer, Vol. 8, pp. 573-594.
53. Ferziger, J. H., Peric, M., 2002. Computational Methods for Fluid Dynamics. Springer.

54. Anderson, D.A, Tannehill J.C., Pletcher, R.H., 1984. Computational fluid mechanics and heat transfer. Hemisphere, New York.
55. Fletcher, C.A.J., 1991. Computational techniques for fluid dynamics, vol. I. Springer, Berlin.
56. Wesseling P., 2001. Principles of computational fluid dynamics. Springer-Verlag Berlin, Germany.
57. Chung T.J., 2002. Computational fluid dynamics. Cambridge University Press, United Kingdom.
58. Patankar, S.V., 1988. Computational of Conduction and Duct Flow Heat Transfer. Hemisphere Publishing Corporation, New York.
59. Beyers J.H.M., Harms T.M., & Kröger D.G., 2001. A finite volume analysis of turbulent convective heat transfer for accelerating radial flows. Numerical Heat Transfer, Part A, 40: 117-138.
60. Versteeg H.K., & Malalasekera W., 1995. An Introduction to Computational Fluid Dynamics – The Finite Volume Method -. Prentice Hall, England.
61. Burden, R.L., Faires, J.D., Reynolds, A.C., 1986. Numerical Analysis. PWS Publishers, Boston, Massachusetts.
62. Zhou X., Yang, J, Xiao B. & Hou G., 2007. Simulation of a pilot solar chimney thermal power generating equipment. Renewable Energy 32, 1637-1644.
63. Zhou X., Yang, J, Xiao B. & Hou G., 2006. Experimental study of temperature field in a solar chimney power setup. Applied Thermal Engineering, *In Press, Corrected Proof, Available online 27 December 2006.*
64. Harte R. & Van Zijl G. P.A.G., 2007. Structural stability of concrete wind turbines and solar chimney towers exposed to dynamic wind action. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, *In Press, Corrected Proof, Available online 30 March 2007.*
65. Sakonidou E.P., Karapantsios T.D., Balouktsis A.I. & Chassapis D., 2007. Modeling of the optimum tilt of a solar chimney for maximum air flow. Solar Energy, *In Press, Uncorrected Proof, Available online 30 March 2007.*
66. Klein S.A., 1976. A design procedure for solar heating systems. PhD Thesis, University of Wisconsin – Madison.
67. McAdams W.H., 1954. Heat transmission. Mc Graw Hill, New York.

68. Churchill, S.W., Chu, H.H.S., 1975. Correlating equations for laminar and turbulent free convection from a vertical plate. *Int. J. Heat Mass Transfer* 18, 1323–1329.
69. Berdahl, P. & Fromberg, R., 1982. The thermal radiance of clear skies. *Solar Energy* 29 (4), 299–314.
70. Chergui T., Larbi S., Bouhdjar A. 2007. Simulation Energétique d'une Centrale Cheminée Solaire au Sud Algérien. Colloque international sur les Energies Renouvelables (CER) Oujda – Maroc 4 et 5 Mai 2007.
71. Chergui T., Larbi S., Bouhdjar A. 2007. Simulation Energétique d'une Centrale Cheminée Solaire dotée d'un capteur de forme circulaire. Congrès International sur les Energies Renouvelables et le Développement Durable (ICRESD_07) Tlemcen – Algérie 21, 24 Mai 2007.
72. Chergui T., Larbi S., Bouhdjar A., Safer N.B. & Gahgah M., 2007. Modeling of the laminar flow through the Solar Chimneys. International Conference on Modeling and Simulation MS'07 Algiers, July 2- 4 , 2007.

ANNEXES

ANNEXE 1 : Les différents schémas d'approximation temporelle

Dans cette annexe, on va définir les différents schémas d'approximation temporelle de l'équation (5.3) (voir chapitre V, & V.3.1) :

$$\int_{s \ w \ t1}^{n \ e \ t2} r \frac{\partial}{\partial t}(\phi) dt dr dy + \int_{t1 \ s \ w}^{t2 \ n \ e} \frac{\partial J_r}{\partial t} dr dy dt + \int_{t1 \ w \ t1}^{t2 \ e \ t2} r \frac{\partial J_y}{\partial t} dy dr dt = 0 \quad (5.3)$$

Après intégration, on obtient :

$$\left[(\phi)_p - (\phi)_p^0 \right] \Delta V_{ol} + \int_{t1}^{t2} [J_e - J_w] dt + \int_{t1}^{t2} [J_n - J_s] dt = 0 \quad (A1.1)$$

Il est à noter que J_m ($m = e, w, n, s$) est fonction de Φ_M ($M = E, W, N, S$) qui est elle même fonction du temps t . Pour ce faire, on suppose que Φ varie de t à $t + \Delta t$ comme suit :

$$\int_t^{t+\Delta t} \phi_M dt = [f\phi_M + (1-f)\phi_M^0] \Delta t \quad (A1.2)$$

Avec :

ϕ_M : valeur de Φ au temps $t + \Delta t$,

ϕ_M^0 : valeur de Φ au temps t ,

f : facteur de poids, $0 \leq f \leq 1$

De la même manière l'équation (A1.1) s'écrit :

$$\left[(\phi)_p - (\phi)_p^0 \right] \frac{\Delta V_{ol}}{\Delta t} + [fJ_e + (1-f)J_e^0] - [fJ_w + (1-f)J_w^0] + [fJ_n + (1-f)J_n^0] - [fJ_s + (1-f)J_s^0] = 0 \quad (A1.3)$$

En fonction du facteur f , on distingue trois types de schémas qui sont illustrés sur la figure (A1.1) :

1° Schéma explicite ($f = 0$)

ϕ_p^0 reste constante durant le pas de temps Δt , sauf au temps $t + \Delta t$ où elle change brusquement. On peut dire que l'état actuel dépend uniquement de l'état précédent.

2° Schéma complètement implicite ($f = 1$)

Au temps t la température passe brusquement de ϕ_p^0 à ϕ_p et reste constante durant le pas de temps Δt .

3° Schéma de Crank-Nicolson ($f = 0.5$)

Pour ce schéma, la température varie linéairement avec le temps.

Remarque

- Tout schéma où $f \neq 0$ est implicite.
- En général, on préfère le schéma complètement implicite car il est stable et traduit une réalité physique [51].

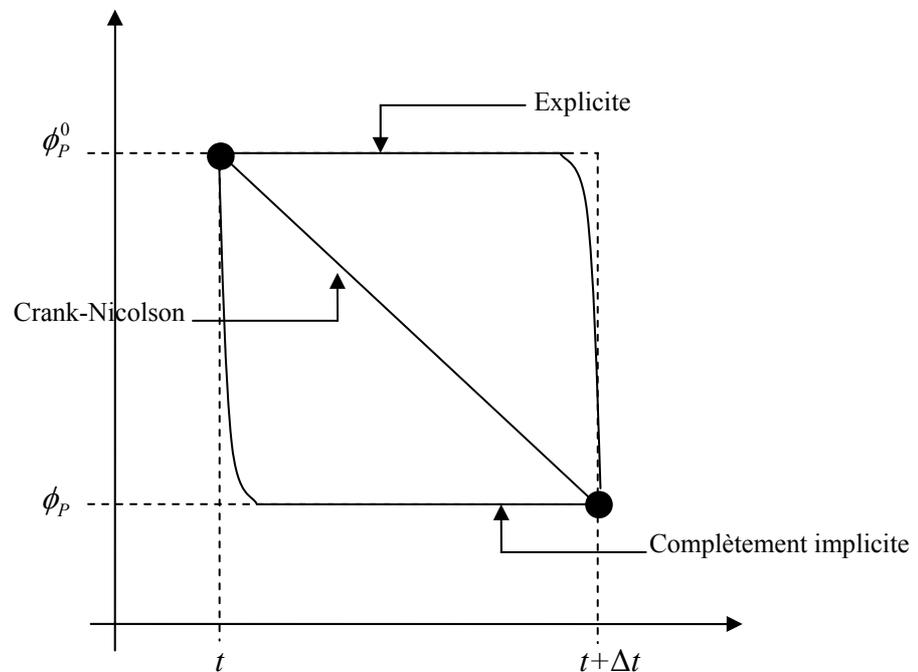


Figure (A1.1) : Variation de Φ en fonction du temps pour trois schémas

$$b_i = \beta_i - \frac{\alpha_i c_{i-1}}{b_{i-1}} \quad (\text{A2.4.a})$$

$$c_i = \gamma_i \quad (\text{A2.4.b})$$

$$d_i = \lambda_i - \frac{\alpha_i d_{i-1}}{b_{i-1}} \quad (\text{A2.4.c})$$

Pour $i = 1$:

$$b_1 = \beta_1, \quad c_1 = \gamma_1 \quad \text{et} \quad d_1 = \lambda_1 \quad (\text{A2.5})$$

Lorsque $i = n$, la n -ième équation s'écrit :

$$b_n \phi_n = d_n \quad (\text{A2.6})$$

donc

$$\phi_n = \frac{d_n}{b_n} \quad (\text{A2.7})$$

Les autres valeurs de Φ sont calculées à partir de l'équation (A2.2) qui, après transformation, devient :

Pour $i = n, n-1, \dots, 2$

$$\phi_{i-1} = \frac{(d_{i-1} - c_{i-1} \phi_i)}{b_{i-1}} \quad (\text{A2.8})$$

L'algorithme complet se présente alors comme suit :

- Pour $i = 1, 2, \dots, n$: $c_i = \gamma_i$
- $b_1 = \beta_1, \quad d_1 = \lambda_1$
- Pour $i = 2, 3, \dots, n$:

$$k = \frac{\alpha_i}{b_{i-1}}$$

$$b_i = \beta_i - k c_{i-1}$$

$$d_i = \lambda_i - k d_{i-1}$$

- $\phi_n = \frac{d_n}{b_n}$

- Pour $i = n, n-1, \dots, 2$:

$$\phi_{i-1} = \frac{(d_{i-1} - c_{i-1} \phi_i)}{b_{i-1}}$$