

«O»

MINISTERE DELEGUE AUX UNIVERSITES

«O»

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

«\*»

Département : GENIE-MECANIQUE

THESE DE MAGISTER

## THEME

ETUDE CONCEPTUELLE DU TREILLIS  
DU BUS 100 V.8 (S.N.V.I. - C.V.I.)

Soutenue par : BOUNIB Hamou Ingénieur ENP

DEVANT LE JURY COMPOSE DE :

A. GAHMOUSSE	Professeur ENP	Président
B. TILIOUINE	Professeur ENP	Examineur
K.M. BERRAH	Maître de Conférences	Examineur
M. KSIAZEK	Maître de Conférences	Examineur
S. RECHAK	Maître de Conférences	Rapporteur

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

—»«—

MINISTERE DELEGUE AUX UNIVERSITES

—»«—

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

—\*—

Département : GENIE-MECANIQUE

THESE DE MAGISTER

## THEME

ETUDE CONCEPTUELLE DU TREILLIS  
DU BUS 100 V.8 (S.N.V.I. - C.V.I.)

Soutenue par : BOUNIB Hamou Ingénieur ENP

DEVANT LE JURY COMPOSE DE :

A. GAHMOUSSE	Professeur ENP	Président
B. TILIOUINE	Professeur ENP	Examineur
K.M. BERRAH	Maître de Conférences	Examineur
M. KSIAZEK	Maître de Conférences	Examineur
S. RECHAK	Maître de Conférences	Rapporteur

DECEMBRE 1990

# ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département : Génie-Mécanique

Thèse de Magister

## ETUDE CONCEPTUELLE DU TREILLIS DU BUS 100V8

Présentée par : BOUNIB Hamou Ingénieur ENP  
Dirigée par : RECHAK Said Maître de conférences ENP

ملخص: تهدف هذه الدراسة الى التحقق من استقرار الهيكل السفلي للحافلة 100 V8 وهذا لتحسين مقاومته للعياء. لذلك أستخرج النموذج الحقيقي للهيكل القاعدي ونموذج توزيع الحمولات المؤثرة عليه. بعد هذه النمذجة أجري تحليل للهيكل بواسطة برنامج حاسوب لتحليل الهياكل المثلثية الفضائية.

يبيّن هذا التحليل ان تحسين مقاومة العيكل للعياء يمكن أساسا، في خفض حالات الاجهاد في عناصره الغير مستقيمة.

Résumé: Cette étude se propose de vérifier la stabilité du treillis du Bus 100V8, en vue d'améliorer sa tenue à la fatigue. Par conséquent, un modèle effectif de la structure de base ainsi que le modèle de la répartition des charges dont elle est soumise ont été dégagés. Après cette modélisation, une analyse de la structure a été développée par un programme en éléments finis pour l'analyse des structures treillis tridimensionnelles qu'on a mis au point.

Cette analyse montre que l'amélioration de la tenue à la fatigue de la structure réside, principalement, dans la minimisation des états de contraintes de ses éléments instables.

Summary: This study is intended to verify the truss stability of the Bus 100V8 in order to improve its behaviour due to fatigue phenomena. Consequently, an effective model based on the whole structure including load distribution model have been established. Based on this modelisation, a finite element analysis has been conducted and a 3-D truss computer program has been developed.

This analysis shows that the improvement of the structural behaviour due to fatigue phenomena, mainly, resides in the minimization of state of stress of these elements in post-buckling.

## D E D I C A C E S

Je dédie ce modeste travail à :

- Mes parents
- Mes frères , Ahsène , Mohamed
- Ma femme
- Ma soeur , Ouarda
- Mon frère , Mohamed BOUCHELAGHEM
- Tout Musulman .

*Hamou*

## R E M E R C I E M E N T S

Je tiens à exprimer mes vifs remerciements à monsieur RECHAK said , Maitre de conférences au Département de Génie-mécanique de l'Ecole nationale polytechnique , qui a dirigé et suivi ma thèse avec une bonne attention. Je lui renouvele ici mes remerciements pour ces conseils précieux.

Je remercie également monsieur le Professeur A.GAHMOUSSE d'avoir bien voulu accepter de présider ma soutenance de thèse, et messieurs:

- B.TILIOUINE , Professeur
  - K.M.BERRAH , Maitre de conférences
  - M.KSIAZEK , Maitre de conférences
- de l'avoir honorée par leur participation en tant qu'examinateurs.

## TABLE DES MATIERES

CHAPITRE	I : INTRODUCTION ET RECHERCHES BIBLIOGRAPHIQUES	1
CHAPITRE	II : PRESENTATION DU VEHICULE	4
	1 . Description du véhicule	4
	2 . Analyse de la conception du treillis	4
	2.1 . Aspect structural	4
	2.2 . Procédé de fabrication	5
CHAPITRE	III : THEORIE DES TRIANGULATIONS	10
	1 . Introduction	10
	2 . Triangulations planes	10
	2.1 . Hypothèses de calcul	12
	2.2 . Stabilité	12
	2.3 . Hyperstaticité	15
	3 . Triangulations spatiales	15
	3.1 . Hypothèses de calcul	17
	3.2 . Hyperstaticité	17
	3.3 . Stabilité	18
CHAPITRE	IV : METHODE DES ELEMENTS FINIS APPLIQUEE AU CALCUL DES STRUCTURES TREILLIS	20
	1 . Introduction	20
	2 . Détermination de la matrice de rigidité globale de la structure	21
	2.1 . Formulation de la matrice de rigidité élémentaire pour l'élément barre spatiale	21
	2.1.1 . Matrice de rigidité élémentaire exprimée dans le repère local (Rl)	21
	2.1.1.1 . Fonction déplacement et fonctions de formes	23
	2.1.1.2 . Formulation de la matrice de rigidité élémentaire	23
	2.2 . Matrice de rigidité élémentaire exprimée dans le repère global (Rg)	26
	2.3 . Assemblage	28
CHAPITRE	V . MODELISATION DE LA STRUCTURE ET DES CHARGES	31
	1 . Modélisation de la structure	31
	1.1 . Structure de base	31
	1.2 . Numérotation des noeuds et enlèvement de leurs coordonnées	43
	1.3 . Conditions aux limites aux noeuds	43
	1.4 . Noeuds appuis	45
	1.4.1 . Conditions d'appuis à l'avant du Bus	45
	1.4.1 . Conditions d'appuis à l'arrière du Bus	45

2 .	Modélisation des charges .....	48
CHAPITRE VI :	ANALYSE DU TREILLIS DU BUS 100V8 .....	60
1 .	Présentation du programme de calcul développé .....	60
	A) Organigramme	
	B) Algorithmes	
2 .	Analyse des résultats .....	75
2.1 .	Analyse des déplacements .....	78
2.2 .	Analyse des contraintes .....	81
3 .	Solutions proposées pour améliorer la tenue à la fatigue de la structure .....	85
CHAPITRE VII :	CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS .....	94

---

Annexes :

- Fiches techniques 1 et 2
- Programme
- Fichier de données

## Symboles et Abrivations

Symbole	Définition	
$m$	: Nombre de membres	
$j$	: Nombre de noeuds	
$U$	: Vecteur déplacement global	
$[K]$	: Matrice de rigidité globale	
$Rg$	: Repere global	
$Rl$	: Repere local	
$A$	: Section transversale de la barre	[mm <sup>2</sup> ]
$L$	: Longueur de la barre	[mm]
$r$	: Rayon de giration	
$E$	: Module d'élasticité longitudinal	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{x1}, f_{x2}$	: Forces nodales (Repere local $Rl$ )	
$u_1, u_2$	: Déplacements nodaux (Repere local $Rl$ )	
$\{f\}$	: Vecteur force (Repere local $Rl$ )	
$\{dp\}$	: Vecteur déplacement (Repere local $Rl$ )	
$\delta V$	: Energie de déformation virtuelle	
$\delta W$	: Travail virtuel des forces exterieures	
$u(x)$	: Déplacement axial	
$a_1, a_2$	: Coordonnées généralisées	
$N_1, N_2$	: Fonctions de forme	
$\epsilon$	: Déformation axiale	
$\{\delta dp\}$	: Vecteur déplacement virtuel	
$\delta u$	: Déplacement virtuel	
$\delta \epsilon$	: Déformation virtuelle	
$\sigma$	: Contrainte axiale	[N/mm <sup>2</sup> ]
$C_x, C_y, C_z$	: Cosinus directeurs	

$[K_e]$  : Matrice de rigidité élémentaire (Repere local  $R_l$ )  
 $\{D_p\}$  : Vecteur déplacement (Repere global  $R_g$ )  
 $\{F\}$  : Vecteur force (Repere global  $R_g$ )  
 $[\bar{K}_e]$  : Matrice de rigidité élémentaire (Repere global  $R_g$ )  
 $V$  : Energie de déformation totale du systeme  
 $V_i$  : Energie de déformation élémentaire  
 $MBW$  : Demi-largeur de bande  
 $NEQ$  : Nombre d'équations  
 $R$  : Vecteur force global  
 $N_i$  : Effort axial  
 $\sigma_{ad}^t$  : Contrainte admissible de traction [N/mm<sup>2</sup>]  
 $R_p$  : Résistance pratique à la traction [N/mm<sup>2</sup>]  
 $R_e$  : Limite élastique [N/mm<sup>2</sup>]  
 $\sigma_{st}$  : Contrainte de stabilité [N/mm<sup>2</sup>]  
 $\sigma_{ad}^c$  : Contrainte admissible de compression [N/mm<sup>2</sup>]  
 $K_d$  : Coefficient d'amplification dynamique  
 $\sigma_s$  : Contrainte de sécurité [N/mm<sup>2</sup>]

C H A P I T R E I

## CHAPITRE I: INTRODUCTION ET RECHERCHES BIBLIOGRAPHIQUES

Les structures treillis sont caractérisées par leur légèreté et leur haute qualité de résistance. Cependant ces structures sont souvent hyperstatiques et périssent généralement par flambage de leurs éléments comprimés. Le flambage d'un ou plusieurs membres induit une redistribution des efforts internes à travers l'ensemble des membres de la structure. Par suite toute augmentation des charges extérieures amène ces membres à des états critiques (flambages, criques, plastifications) et par conséquent la structure se fatigue rapidement et perd sa résistance aux charges.

Ce problème de flambage montre l'importance du contrôle de ces structures, par vérification de leurs membres comprimés à la stabilité. Cette importance est d'autant plus exigée dans le cas des structures à membrures minces, en présence des imperfections initiales.

Le Bus 100V8 est un véhicule doté d'un châssis à base d'une structure treillis à membrures minces. Cette structure dont dépend la tenue en vie du Bus est fortement sollicitée, car le véhicule se trouve souvent surchargé de plus il est exposé continuellement aux excitations dynamiques, provenant des irrégularités de la route et des vibrations du bloc-moteur. Ces conditions favorisent, en particulier, le vieillissement rapide du treillis et mettent le véhicule hors usage.

Cette étude se propose de vérifier la stabilité du treillis du Bus 100V8 dont le but est d'améliorer sa tenue à la fatigue et montrer, dans le même cadre, ses bases de conception.

Afin d'atteindre ces buts nous avons commencé, en premier lieu, par une modélisation de la structure et des charges qui lui sont appliquées. Ainsi un modèle effectif de la structure de base a été dégagé. A la base de cette modélisation une analyse par éléments finis a été faite. L'outil dans cette opération est un programme 3D linéaire, basé sur la méthode des déplacements, qu'on a développé. L'objectif de l'analyse est de prévoir la répartition des efforts (contraintes) internes dans les différents éléments de la structure sous l'effet des charges statiques et la localisation des éléments instables ou semi-instables. Cependant, pour une affinité de la vérification des éléments comprimés à la stabilité, cette analyse est reprise en tenant compte de l'amplification des contraintes (efforts) internes dans les membres sous l'effet des excitations dynamiques tels que les chocs. De cette analyse finale il en résulte que l'amélioration de la tenue à la fatigue de cette structure réside, principalement, dans la minimisation des états de contraintes des éléments instables. Cette minimisation est basée alors sur un redimensionnement des sections transversales de ces éléments et la modification des configurations structurales.

La structure ainsi présentée est un Design pour lequel l'information technique est purement confidentielle. Cependant, la littérature /1/,/2/,/3/ offre pour les structures de ce type une théorie complète concernant les bases de constructions et les les hypothèses de calcul.

L'analyse des treillis spatiaux complexes et hyperstatiques n'est possible que par l'utilisation des méthodes matricielles, telle que la méthode des éléments finis dont la littérature /4/,/5/,/6/,/7/ donne, dans le cas linéaire, les points essentiels de son élaboration pour l'analyse de ces structures.

Le premier but de l'analyse des treillis, surtout ceux à membrures minces, en présence des imperfections initiales (barres non tout à fait droites, homogénéité non parfaite, déformations résiduelles, effets de soudage etc...) qui sont d'ailleurs des cas réels, est de vérifier la stabilité des éléments comprimés pour éviter leurs flambages qui causent les criques et par suite la rupture par fatigue. Cette condition de stabilité est donnée par /8/.

Pour la conception de ces structures les recherches montrent que les éléments tubulaires sont d'autant plus préférables car ils permettent une économie de plus de 30% de matière et que les tubes à sections carrées sont d'autant plus avantageux que les éléments à sections rectangulaires.

Dans le domaine des treillis les investigations des recherches actuelles s'intéressent à l'optimisation de ces structures, dans le cas statique, en tenant compte du comportement non linéaire de la structure et du matériau /13/,/14/,/15/,/16/.

Cette thèse comprend six autres chapitres:

Le deuxième chapitre est consacré à la présentation du véhicule et en particulier la structure treillis dont nous envisageons l'étude. Cette présentation concerne son aspect structural et son procédé de fabrication.

Les treillis sont des structures triangulées pour lesquelles on donne dans le troisième chapitre les notions fondamentales sur leur théorie qui regroupe, les hypothèses de calcul, l'hyperstaticité et la stabilité géométrique. Pour de grandes structures complexes seules les méthodes matricielles permettent leurs analyses, pour ce fait le quatrième chapitre présente l'importance de leur modélisation en éléments finis dans la détermination de leurs caractéristiques élastiques globales. Ces caractéristiques sont formulées par la matrice de rigidité globale qui est d'un grand intérêt dans l'analyse structurale.

Dans le cinquième chapitre on s'intéresse à la modélisation du treillis en vue de dégager un modèle effectif pour la structure de base, avec justification des hypothèses des noeuds appuis, ainsi qu'à la modélisation et la répartition des charges qui

lui sont appliqués. Suite à ces opérations de modélisations on explicite dans le sixième chapitre , l'analyse du treillis en en présentant les algorithmes du programme développé ,l'analyse des résultats ainsi que les différentes propositions concernant la minimisation des états de contraintes des éléments instables et l'amélioration de la tenue à la fatigue de la structure.

Dans le septième chapitre on présente les conclusions et les recommandations.

C H A P I T R E    I I

## CHAPITRE II : PRESENTATION DU VEHICULE

Le Bus 100V8 (Photo-2.1) est un véhicule construit par la SNVI-CVI sous licence de la firme BERLIERT (1969). Son usage est destiné au transport urbain des passagers.

### II.1 DESCRIPTION GENERALE DU VEHICULE

Le Bus 100v8 est composé d'une caisse autoportante garnie et d'un ensemble d'éléments mécaniques et électriques ,

- La caisse autoportante est composée d'un châssis (treillis), des parois latérales, du gouvernail et des faces avant et arrière.

- L'ensemble mécanique regroupe :

- \* Le moteur Deutz-Cirta F8L413F de 8 cylindres en V
- \* La boîte de vitesse automatique du type VOITH D506
- \* Le ralentisseur
- \* L'arbre de transmission à cardan
- \* L'ensemble pneumatique
- \* La suspension qui est composée:

\_ A l'avant :

- \_ Support train avant
- \_ Deux ressorts hélicoidaux
- \_ Deux amortisseurs hydrauliques
- \_ Deux coussins d'air
- \_ Une barre stabilisatrice

\_ A l'arrière:

- \_ Essieu (Pont arrière)
- \_ Deux ressorts à lames
- \_ Deux amortisseurs hydrauliques
- \_ Quatre coussins d'air
- \_ Une barre stabilisatrice

Les autres dimensions du Bus ainsi que son poids à vide et en charge sont donnés respectivement sur les fiches techniques 1 et 2 à l'annexe.

### II.2 ANALYSE DE LA CONCEPTION DU TREILLIS

#### II.2.1 Aspect structural

La configuration géométrique d'une structure dépend essentiellement de son envergure , du type de ses appuis , de la nature et de l'intensité des charges dont elle est soumise et du type de la fonction qu'elle doit assurer. Pour les structures des Bus , ces paramètres sont presque dépendants et décident effectivement dans la conception structurale de l'ensemble de la caisse autoportante (Photo-2.2) , en général , et du châssis en particulier.

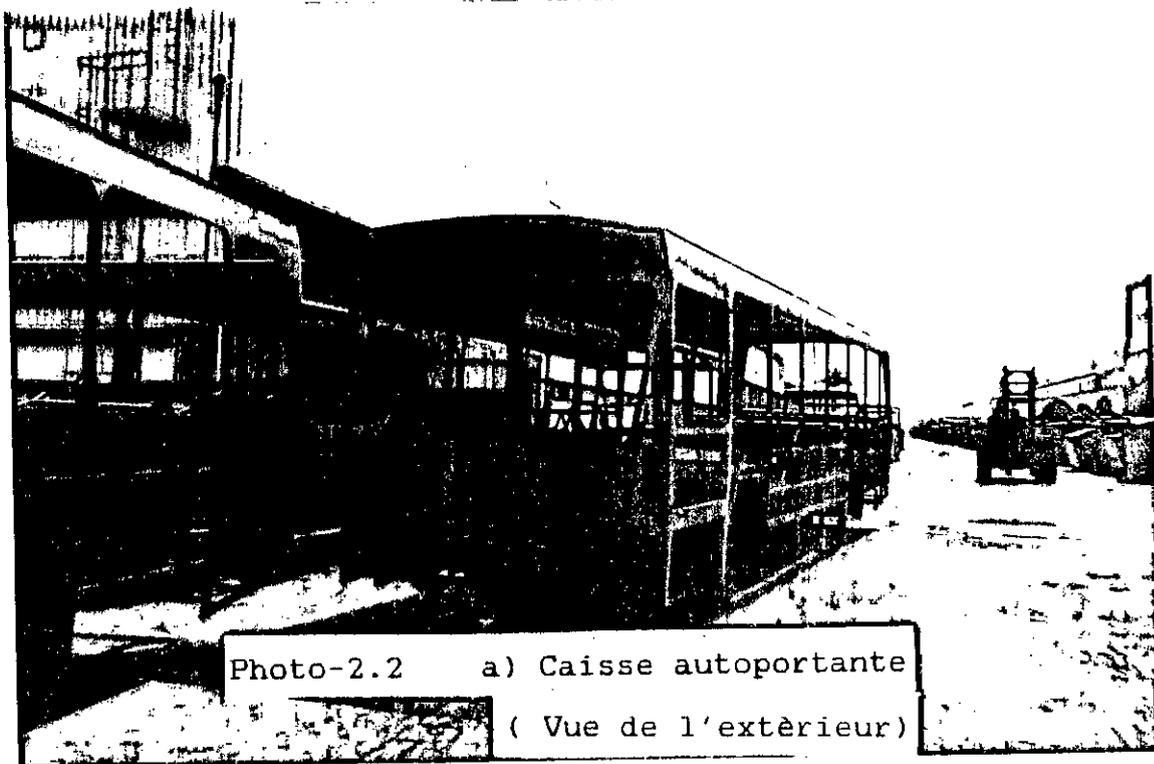
Le châssis adopté pour le Bus100v8 est une structure triangulée (treillis), en d'autres termes, c'est une triangulation complexe rigide par elle même dans l'espace (Photo-2.3). Une telle structure a les propriétés d'une grande poutre et présente l'avantage par sa résistance à la flexion, aux vibrations et sa légèreté. Sa conception repose sur l'idée du cadre châssis habituel, à savoir deux longerons liés par des traverses Fig-2.1. Ici, les longerons et les traverses sont obtenus par arrangement et soudage des barres en triangulations simples.

### II.2.2 Procédé de fabrication

La structure est faite à partir de quatre types de tubes creux galvanisés Fig-2.2. Son procédé de réalisation compte quatre phases essentielles.

- 1-ère phase: Débitage des barres, dans les postes de coupe, suivant des gabarits bien déterminés
- 2-ème phase: Formation des éléments dans les postes de soudage
- 3-ème phase: Formation des sous-ensembles
- 4-ème phase: Assemblage des sous-ensembles par soudage pour avoir la structure complète. A cela s'ajoute encore la mise en place des supports pour l'ensemble mécanique et électrique.

Du fait de sa complexité, la réalisation de cette pièce prend un temps majeur de celui consacré à l'ensemble de la caisse. Par conséquent, il est important d'optimiser cette structure et dégager des modèles effectifs et moins compliqués.



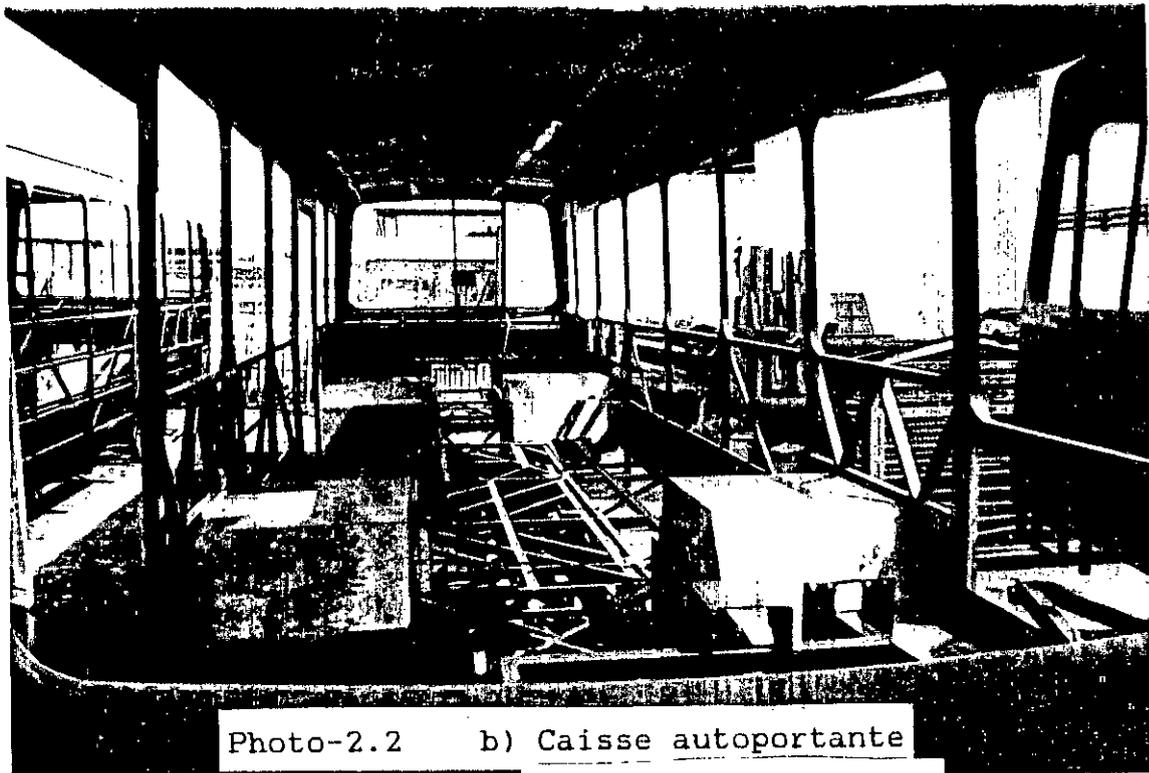


Photo-2.2    b) Caisse autoportante  
( Vue de l'intérieur )

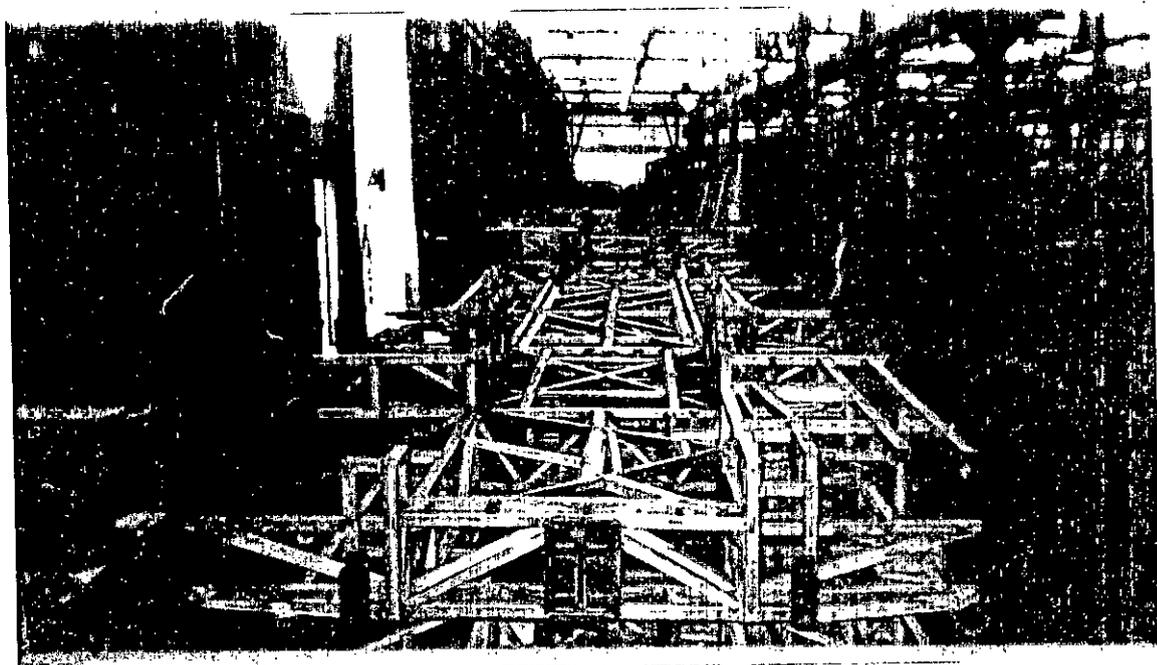


Photo-2.3    Treillis du Bus 100VB

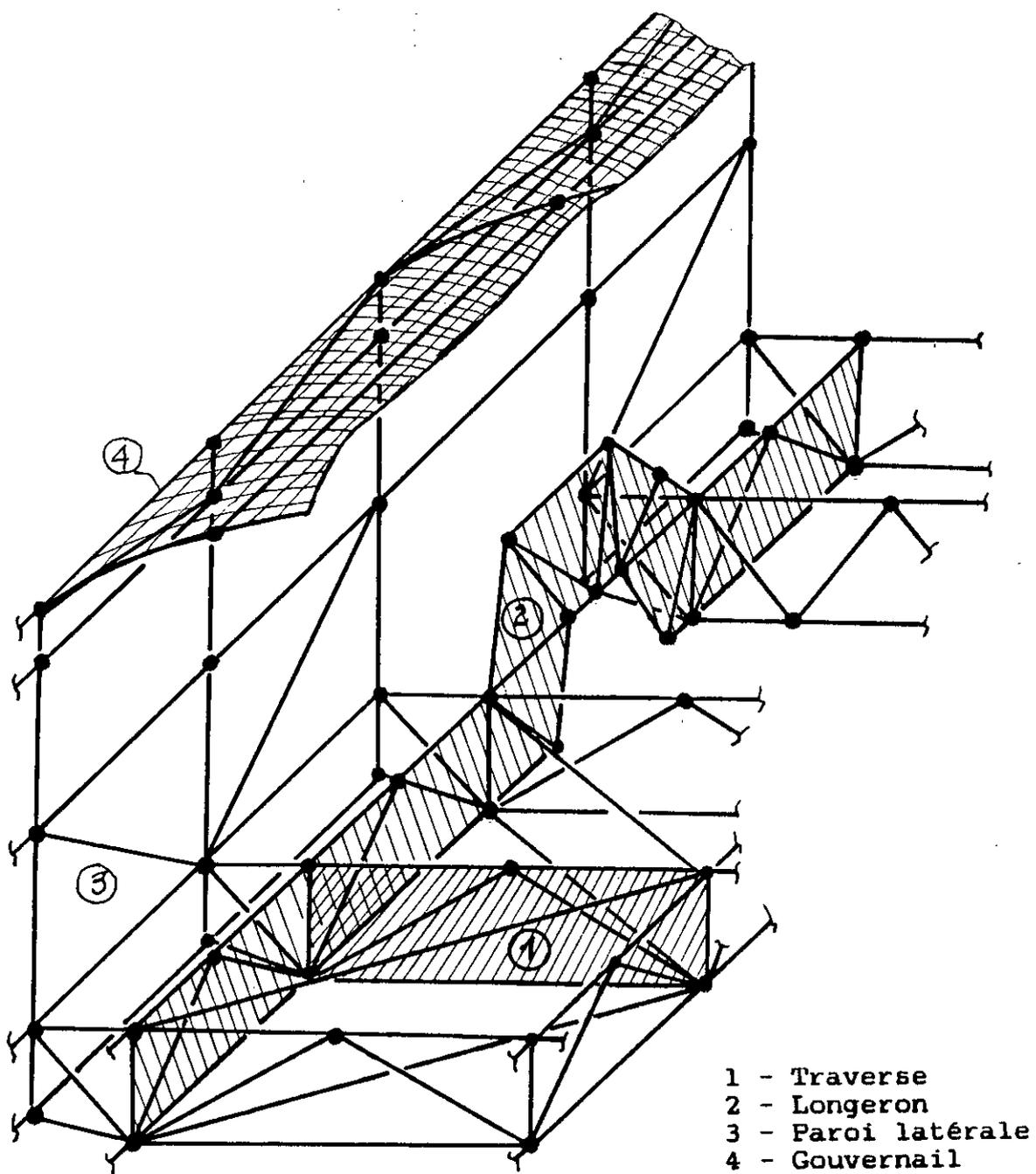


Fig-2.1 Partie avant de la caisse

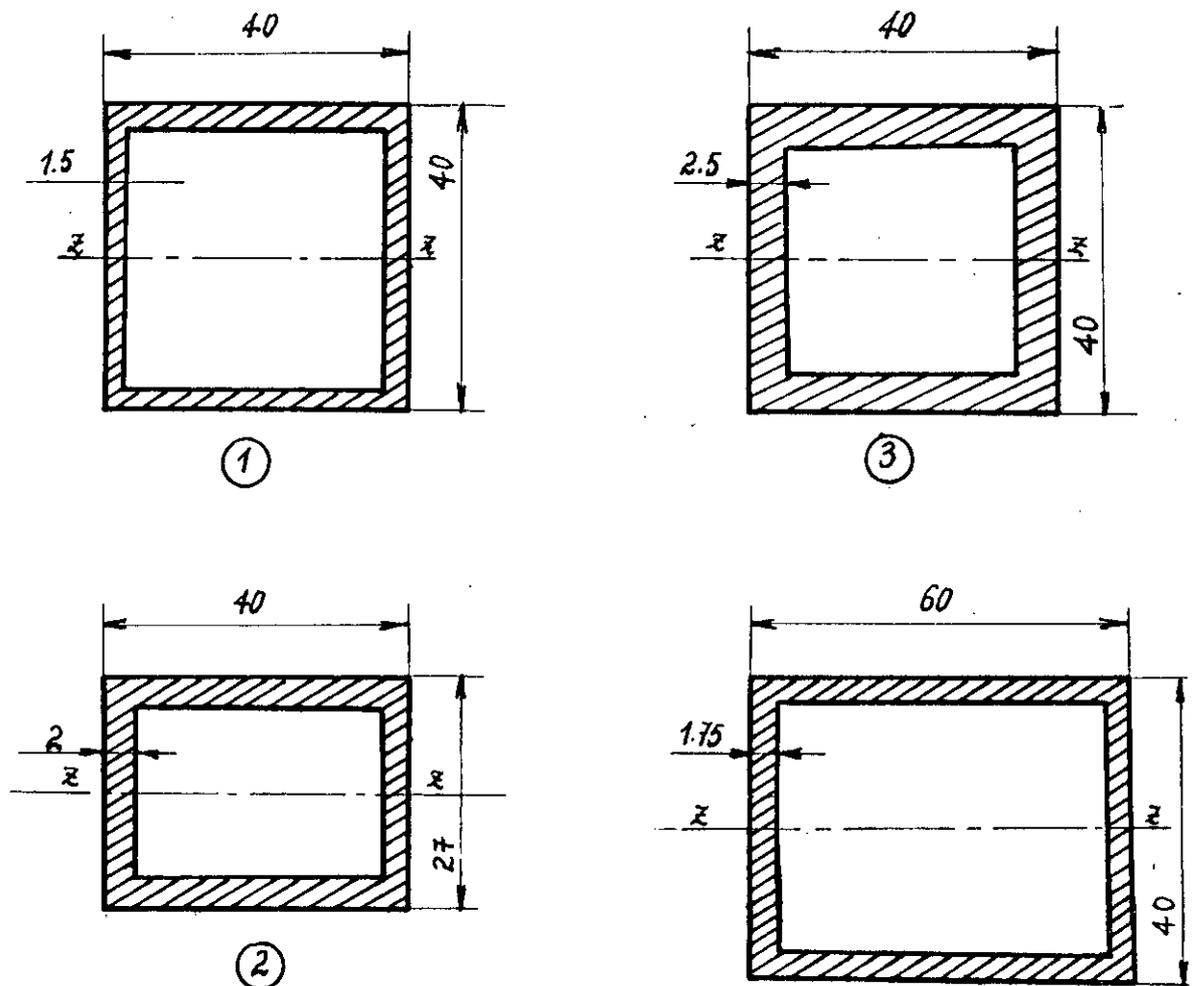


Fig-2.2 Sections transversales des barres utilisées dans la conception du treillis

Tableau-2.1 Caractéristiques des sections

Elément n°	Désignation	Section A(mm <sup>2</sup> )	Moment Iz(mm <sup>4</sup> )	Rayon de giration r
1	Tube 40x40x1.5	231	57153.25	15.73
2	Tube 40x27x2	252	29109.00	10.75
3	Tube 40x40x2.5	375	88281.25	15.34
4	Tube 40x60x1.75	338	91047.28	16.41

C H A P I T R E    I I I

## CHAPITRE III: THEORIES DES TRIANGULATIONS

### III.1 INTRODUCTION

Comme nous avons signalé dans le chapitre précédent, la structure à étudier est une triangulation complexe. Ce chapitre consiste à donner certaines notions fondamentales sur les triangulations dont on distingue deux classes:

- Triangulations planes ( 2 dimensions )
- Triangulations spatiales ( 3 dimensions )

Pour ces deux classes on distingue trois types:

- Simple
- Composé
- Complexe

Du fait qu'une triangulation spatiale complexe peut-être construite à partir des triangulations planes simples, on se concentrera donc sur deux types seulement, la triangulation plane simple et la triangulation spatiale complexe.

### III.2 TRIANGULATION PLANE SIMPLE

Une triangulation plane simple peut-être définie comme un système de barres toutes situées dans un même plan et assemblées les unes aux autres à leurs extrémités, de manière à former un cadre rigide. La triangulation la plus élémentaire de ce genre est le cadre triangulaire Fig-3.1a qui est un élément de structure stable et se comportant comme un corps rigide; c'est à dire que sa forme ne peut changer sans qu'il y ait changement de ses membres. Tandis que les éléments polygonaux Fig-3.1b composés de quatre barres et plus sont instables et doivent-être évités lors de la construction.

La triangulation plane rigide est développée à partir du cadre triangulaire par addition de deux nouveaux membres pour chaque nouveau noeud (articulation) Fig-3.1c.

La triangulation représentée par la Fig-3.1c est une triangulation plane simple rigide par elle même; c'est à dire que sa rigidité est tout à fait indépendante de toute liaison à une fondation quelconque. Cependant pour qu'elle soit stable, c'est à dire les  $j$  noeuds soient fixes dans le plan, il doit exister une relation unique qui lie le nombre de barres (membres)  $m$  et le nombre de noeuds  $j$ . Cette relation est donnée par l'Equ-3.1.

$$m = 2j - 3 \quad (3.1)$$

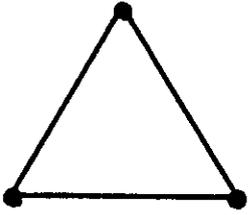


Fig-3.1a

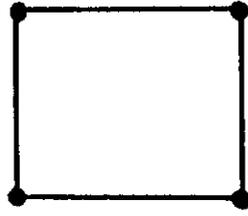


Fig-3.1b

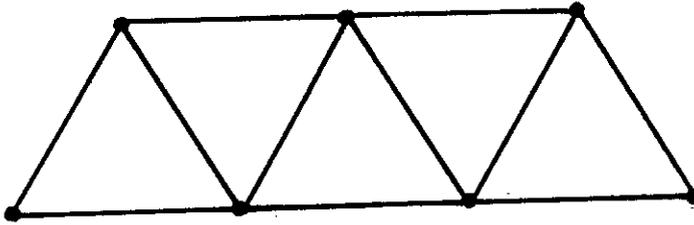


Fig-3.1c

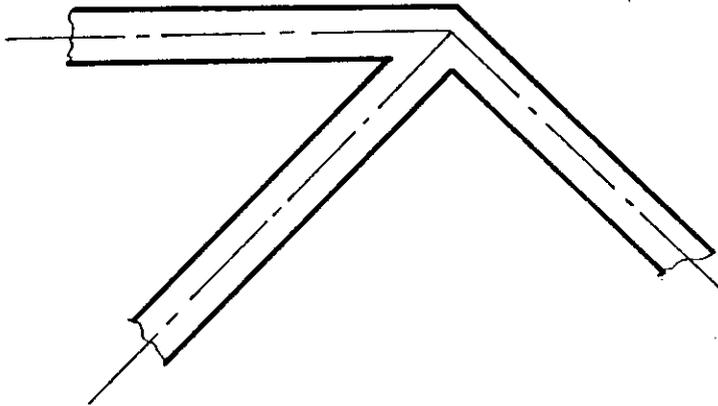


Fig-3.1d

La forme d'une triangulation plane simple dépend essentiellement du type d'usage dont elle est destinée.

### III.2.1 Hypothèses de base pour le calcul d'une triangulation plane

Une triangulation plane ne transmet principalement que les efforts axiaux. De ce fait, elle est destinée à être sollicitée uniquement au niveau de ses noeuds par un chargement dans son plan. Ce chargement produit une flexion des pièces triangulées et induit, principalement, des déformations axiales dans les barres Fig-3.2a,b. Par conséquent, dans chaque barre se produit une traction ou une compression qui lui correspond une contrainte normale appelée contrainte principale.

Dans le cas d'une triangulation à assemblages soudés, la flexion de la triangulation, dans son ensemble, produit aussi la flexion de chaque barre considérée isolée Fig-3.2c. Due à la rigidité des noeuds, cette flexion impose des contraintes de flexion additionnelles dans les barres, appelées contraintes secondaires. Cependant, si les barres sont soigneusement assemblées de telle sorte que leurs fibres moyennes se coupent en un seul point à chaque noeud Fig-3.1d, alors les contraintes secondaires dues à la rigidité des noeuds sont négligeables devant les grandeurs des contraintes principales. Dans la pratique ces contraintes sont négligées et les noeuds sont supposés sans rigidité.

Finalement, le calcul d'une triangulation se base sur les hypothèses suivantes:

- Les barres sont droites et prismatiques
- Les noeuds sont supposés des articulations parfaites
- Le poids de la triangulation est concentré en ses noeuds
- Les charges sont dans le plan de la triangulation et appliquées en ses noeuds uniquement.

Les analyses basées sur ses hypothèses satisfant bien les assemblages soudés, boulonnés et rivetés utilisés dans la pratique.

### III.2.2 Stabilité

Nous avons déjà vu dans le paragraphe §III.2, que la rigidité d'une triangulation plane développée à partir du cadre triangulaire est totalement indépendante de toute liaison à une fondation quelconque et qu'il existe une relation bien déterminée qui lie le nombre de barres  $m$  au nombre de noeuds  $j$  (Equ-3.1). Cette relation signifie que pour fixer  $j$  noeuds dans un plan, il faut au moins  $m$  barres telque l'Equ-3.1 soit vérifiée Fig-3.3a. Cependant, cette relation n'est pas un critérium de rigidité suffisant. Ainsi, en dépit du fait que l'Equ-3.1 soit vérifiée,

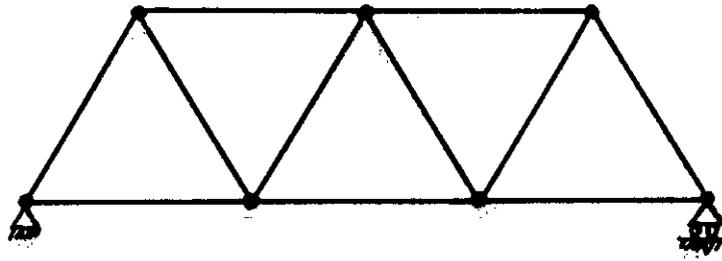


Fig-3.2a

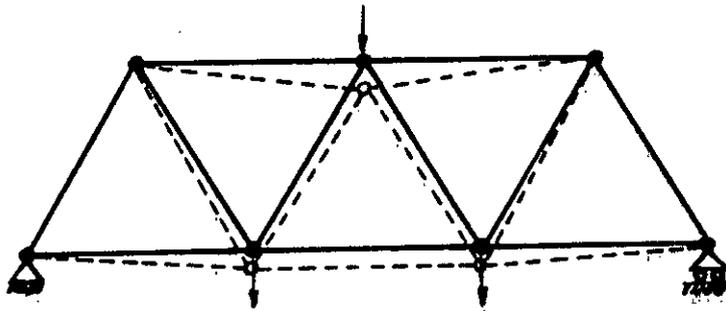


Fig-3.2b

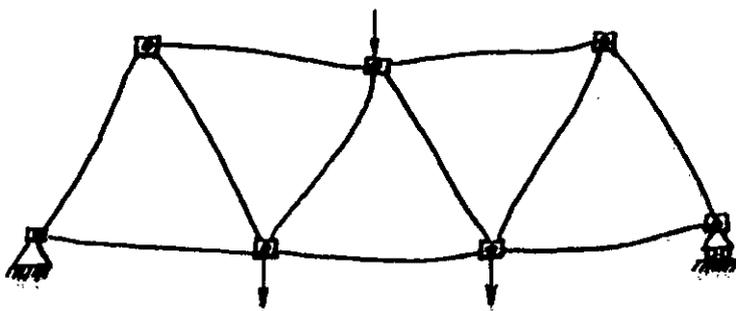


Fig-3.2c

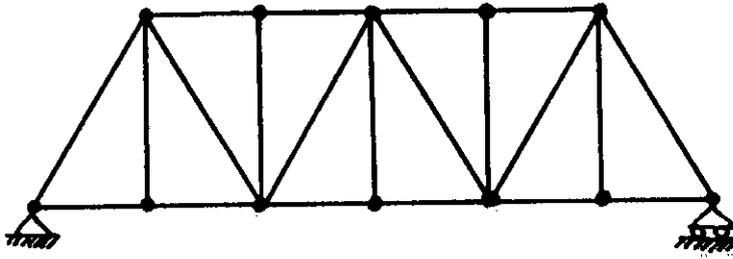


Fig-3.3a

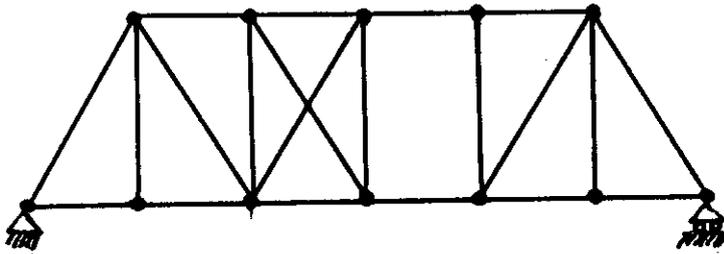


Fig-3.3b

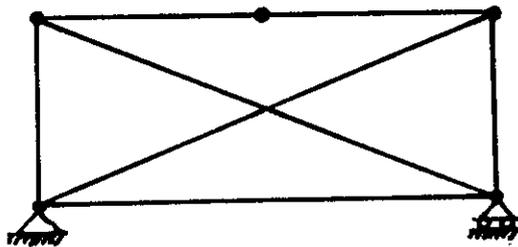


Fig-3.3c

une triangulation peut-être non rigide si elle renferme des configurations instables Fig-3.3b ou critiques Fig-3.3c .

En conclusion , une triangulation plane est stable si la relation donnée par l'Equ-3.1 est vérifiée de plus elle est dépourvue de toutes configurations critiques ou instables.

### III.2.3 Hyperstaticité

La relation entre le nombre de barres  $m$  et le nombre de noeuds  $j$  donnée par l'Equ-3.1 admet en plus une autre signification. Elle exprime la liaison entre le nombre total de forces dans les barres et le nombre de degrés de liberté actifs de la triangulation.

Cette liaison se présente dans trois cas qui décident l'hyperstictité de la triangulation et de la méthode choisie pour le calcul. Pour le cas d'une triangulation stable,

- Si  $m = 2j-3$  la triangulation est dite isostatique et les équations de la statique suffisent pour déterminer les efforts dans les membres
- Si  $m > 2j-3$  la triangulation est dite hyperstatique et la distribution des forces internes dépend des déformations élastiques de la triangulation
- Si  $m < 2j-3$  la triangulation n'est pas rigide et perd son équilibre et les efforts internes , dans ce cas sont indéterminés.

### III.3 TRIANGULATIONS SPATIALES

Une triangulation spatiale est définie comme étant un système de barres dans l'espace assemblées à leurs extrémités de façon à former une construction rigide.

Ce type de structure est effectivement utilisé dans l'industrie aérospatiale , les grues , ponts , dômes géodésiques , véhicules etc...

Parmi les triangulations spatiales connues dans le domaine de construction , l'importance est surtout donnée à celles qui sont rigides par elles mêmes dans l'espace. Celles-ci sont développées à partir du tétraèdre Fig-3.4a , connu comme la triangulation la plus élémentaire de ce genre , en ajoutant au système , pour chaque nouveau noeud , trois barres dont les axes ne doivent pas se situer dans un même plan. On distingue deux types de triangulations rigides par elles mêmes dans l'espace:

- Triangulation composée Fig-3.4b
- Triangulation complexe Fig-3.4c

En pratique , la triangulation spatiale complexe est la plus utilisée , exemple des grues , tours d'antennes , ponts etc...

Dans le domaine de construction , la rigidité de la structure

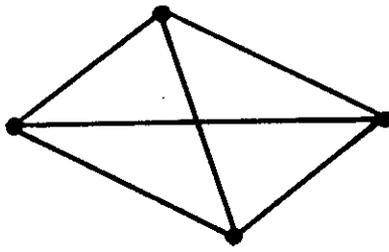


Fig-3.4a

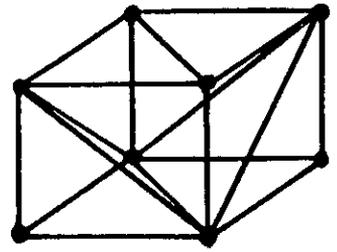


Fig-3.4b

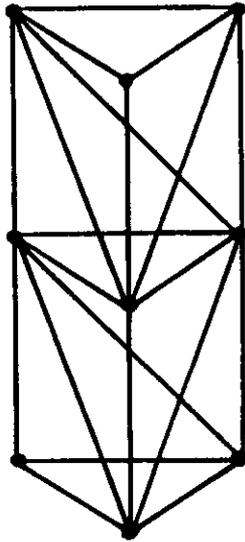
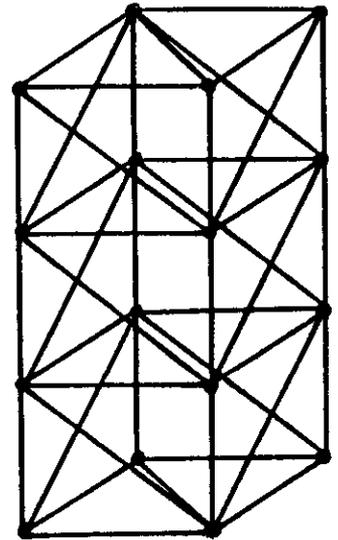


Fig-3.4c



joue un rôle primordial dans ses qualités de résistance et de fiabilité. Cependant, pour tous les types de structures en triangulations spatiales rigides par elles même dans l'espace le critère de rigidité dépend, en premier lieu, de la satisfaction de la condition nécessaire qui relie le nombre de barres  $m$  au nombre de noeuds  $j$  de la structure, qui est:

$$m = 3j - 6 \quad (3.2)$$

En général, on démontre que si une triangulation spatiale a la forme d'un polyèdre fermé, dont les faces sont triangulaires ou divisées en triangles, la condition nécessaire de rigidité est satisfaite est la triangulation constitue un corps tout à fait rigide.

### III.3.1 Hypothèses de calcul

En pratique, les contraintes secondaires, dues à la flexion des barres sous l'effet de la rigidité des noeuds sont négligées. Les contraintes principales, comme dans le cas de la triangulation plane simple, sont calculées avec une bonne précision en se basant sur les hypothèses suivantes:

- Les noeuds de connections des barres sont assimilés à des articulations sphériques parfaites,
- Les charges y compris le poids de la triangulation sont appliquées aux noeuds de celle-ci.

### III.3.2 Hyperstaticité

L'analyse statique d'une triangulation spatiale rigide par elle même dans l'espace repose sur la détermination des efforts normaux qui prendront naissance dans les barres du système sous l'action des charges extérieures appliquées aux noeuds. Pour ce fait les méthodes utilisées dépendent directement du degré d'hyperstaticité interne de la triangulation. La relation donnée par l'Equ-3.2, qui définit la condition nécessaire de rigidité, caractérise ce degré d'hyperstaticité, car elle exprime encore le nombre d'équations d'équilibres aux noeuds de la triangulation,

- Si  $m = 3j - 6$  le système est isostatique et l'étude, malgré qu'elle est couteuse et fastidieuse, peut-être, en général, faite avec les méthodes usuelles (méthode des noeuds, méthode des sections etc...),
- Si  $m > 3j - 6$  le système est hyperstatique, dans ce cas on doit tenir compte des déformations élastiques des barres pour déterminer la manière dont les forces internes se répartissent pour satisfaire les conditions d'équilibres aux noeuds,

- Si  $\mu < 3j-6$  le système est instable et s'effondra , probablement , sous l'effet des charges extérieures.

D'une façon générale, pour ce type de structures , même dans le cas isostatique , les méthodes usuelles d'analyse qui reposent sur les équations de la statique ne sont pas des outils performants et perdent , généralement , leur utilisation avec la complexité de la structure.

Le progrès que connaît l'ordinateur digital a permis l'utilisation des méthodes matricielles pour le calcul de structures. Avec ces méthodes efficaces , l'analyse est devenue plus facile et plus économique car indépendamment de la complexité et de l'hyperstaticité on peut détecter toutes les instabilités , prévoir la configuration la plus acceptable et déterminer les efforts normaux avec une bonne précision.

Parmi ces méthodes on compte la méthode des éléments finis comme l'outil le plus incontestable dans l'analyse des structures. Par le biais de cette méthode la recherche envisage aujourd'hui l'optimisation des structures triangulées (treillis).

### III.3.3 Stabilité

Le critère de rigidité d'une triangulation spatiale rigide par elle même dans l'espace doit satisfaire deux conditions :

- Vérification de la condition nécessaire de rigidité définie par l'Equ-3.2 ,
- La triangulation doit être dépourvue de toute configuration déformable ou critique.

Notons que dans le cas de la triangulation complexe , avec la satisfaction de la condition nécessaire , il reste toujours difficile de prévoir la forme critique par simple observation , et c'est pour de telles triangulations qu'elle a le plus de chance d'exister.

L'utilisation des méthodes matricielles pour le calcul de structures , telle que la méthode des éléments finis , permet de détecter toute forme d'instabilité géométrique résultant des configurations déformables , critiques ou d'une mauvaise attribution de degrés de liberté par noeud. Le processus consiste à vérifier si la matrice de rigidité globale de la structure  $[K]$  est définie positive ou semi-positive :

- Si  $[K]$  est définie positive , c'est à dire que la structure considérée est proprement fixée et rigide , le déterminant de  $[K]$  est positif ,  $\det[K] > 0$  , dans ce cas pour chaque vecteur charges  $R$  il existe un seul vecteur déplacement  $U$  telque:

$$(u^t K U) > 0 .$$

ou  $(U^t K U) / 2 = V$  est l'énergie de déformation de la structure qui est positive dans le cas où  $[K]$  est positive.

- Si  $[K]$  est définie semi-positive, le déterminant de  $[K]$  est nul,  $\det[K] = 0$ , dans ce cas la structure est non rigide ou mal fixée, c'est à dire que le vecteur déplacement  $U$  correspond totalement ou partiellement au mouvement du corps rigide. Pour cela :

$$(U^t K U) \geq 0.$$

Dans le cas où la structure est proprement fixée, les instabilités géométriques sont localisées à partir des degrés de liberté correspondants aux pivots nuls ( $K_{ii}$ ) de la matrice de rigidité  $[K]$  de la structure.

C H A P I T R E    I V

## CHAPITRE IV : METHODE DES ELEMENTS FINIS APPLQUEE AU CALCUL DES STUCTURES TREILLIS

### IV.1 INTRODUCTION

L'analyse statique d'une structure est basée essentiellement sur l'établissement et la résolution des équations algébriques qui gouvernent la réponse du système. Mais, il reste que la bonne approximation de cette réponse dépend du type d'idéalisation de la structure et des possibilités de résolution de ces équations.

L'idéalisation du type éléments finis est connue aujourd'hui comme un moyen sans précédent dans l'analyse des structures et du milieu continu. Avec l'élaboration de ce concept sur un ordinateur digital, il est devenu possible d'établir et résoudre les équations gouvernant les problèmes complexes dans d'immense domaine des sciences et de la technologie.

Cette idéalisation est rigoureusement illustrée dans le cas des structures triangulées (treillis), qui sont des systèmes discrets homogènes résultant des assemblages d'éléments barres dont les points de jonctions sont assimilés à des rotules parfaites.

Parmi les formulations en éléments finis utilisées dans l'analyse des structures, celle basée sur la méthode des déplacements est largement employée. Pratiquement la majorité des programmes d'analyse en éléments finis sont écrits à partir de cette formulation, du fait de sa simplicité et de ses bonnes propriétés numériques. Pour les structures treillis cette formulation repose sur les étapes suivantes:

1. Idéaliser la structure entière comme un assemblage d'éléments barres interconnectées aux noeuds, qui sont assimilés à des rotules parfaites.
2. Identifier le champ de degrés de liberté nodaux qui définit complètement la réponse en déplacements de la structure idéalisée.
3. Etablir les équations d'équilibres forces-déplacements aux noeuds et les résoudre.
4. Déterminer l'état de contrainte de l'élément à partir de ses déplacements nodaux.

### IV.2 DETERMINATION DE LA MATRICE DE RIGIDITE GLOBALE DE LA STRUCTURE

Dans notre étude on s'intéresse à l'analyse statique d'une triangulation complexe, hyperstatique et rigide par elle même dans l'espace. De sa nature il en résulte que l'analyse

statique repose sur la détermination des déformations élastiques dans les éléments de la structure. En résumé, le problème revient à déterminer la matrice de rigidité globale de la structure sur laquelle repose l'étude.

En se basant sur la notion d'éléments finis, les caractéristiques de la structure entière sont déterminées par une superposition adéquate des caractéristiques individuelles de chaque élément et le problème se réduit alors au calcul des matrices de rigidité des éléments constituant le système. Les structures treillis sont des structures homogènes, d'où ils sont idéalisés à partir d'un seul type d'éléments qui est la barre. La détermination des matrices est effectuée pour un comportement élastique et linéaire de l'ensemble de la structure et du matériau.

#### IV.2.1 Formulation de la matrice de rigidité élémentaire pour l'élément barre spatiale

Pour formuler cette matrice élémentaire on doit définir deux repères, un repère global  $R_g(X,Y,Z)$  relatif à la structure entière et un repère local  $R_l(x,y,z)$  relatif à une barre (i) quelconque constituant le système Fig-4.1. En premier lieu cette matrice est exprimée dans le repère local puis elle est transformée par la matrice de passage dans le repère global.

##### IV.2.1.1 Matrice de rigidité élémentaire exprimée dans le repère local

Soit l'élément barre Fig-4.2 de section constante  $A$ , de longueur  $L$  et de module d'élasticité longitudinal  $E$ . Cet élément est soumis suivant son axe longitudinal à deux forces nodales  $f_{x1}$ ,  $f_{x2}$  auxquelles correspondent respectivement deux déplacements nodaux  $u_1$ ,  $u_2$ . On définit ainsi respectivement deux vecteurs, un vecteur charge  $f$  et un vecteur déplacement  $dp$  tel que:

$$\{f\} = \begin{Bmatrix} f_{x1} \\ f_{x2} \end{Bmatrix} \quad \text{et} \quad \{dp\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}$$

La matrice de rigidité élémentaire dérive des équations d'équilibre qui lient le vecteur charges  $f$  au vecteur déplacements  $dp$ . Pour aboutir à cette matrice on utilise l'approche variationnel basé sur le principe des travaux virtuels, connu comme le principe du minimum de l'énergie potentielle et qui est largement utilisé en théorie statique. Ce principe se résume comme suite:

$$\delta(v - w) = 0 \quad (4.1)$$

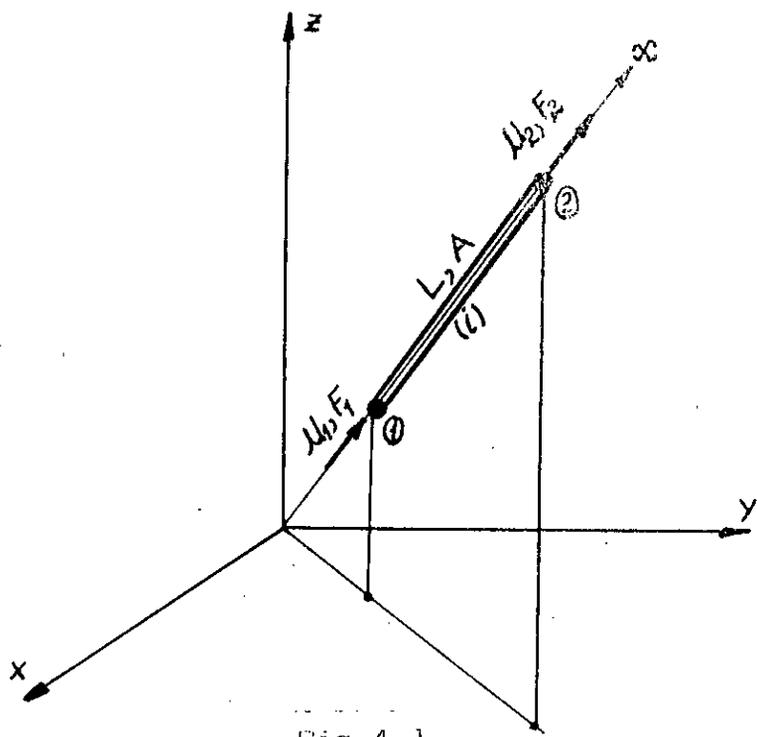


Fig-4.1

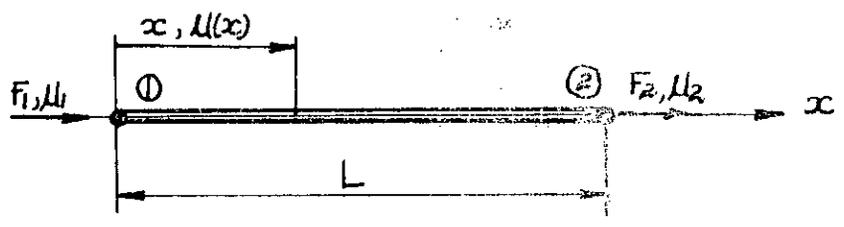


Fig-4.2

$U$  : Énergie potentielle de déformation  
 $W$  : Travail des forces extérieures

#### IV.2.1.1.1 Fonction de déplacement et fonctions de formes

Pour l'élément barre avec une déformation axiale constante, le déplacement axial  $u(x)$  à une distance  $x$  du noeud 1 peut être supposé variant linéairement avec  $x$ , c'est à dire que  $u(x)$  peut prendre la forme:

$$u(x) = a_1 + a_2 \cdot x \quad (4.2)$$

ou  $a_1$  et  $a_2$  sont deux constantes à déterminer à partir des conditions aux limites aux noeuds 1 et 2.

$$\begin{aligned}
 \text{A } x = 0 ; & \quad u(x) = u(0) = u_1 = a_1 \\
 \text{A } x = L ; & \quad u(x) = u(L) = u_2 = a_1 + a_2 \cdot L
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d'où} \quad a_1 &= u_1 \\
 a_2 &= (u_2 - u_1) / L
 \end{aligned}$$

On substitue les expressions de  $a_1$  et  $a_2$  dans (4.2) on aura une forme finale de la fonction déplacement:

$$u(x) = (1-x/L)u_1 + (x/L)u_2$$

$$\text{En écriture matricielle, } u(x) = \begin{bmatrix} 1-x/L & x/L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}$$

$$u(x) = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}$$

$$u(x) = \begin{bmatrix} N \end{bmatrix} \{d_p\} \quad (4.3)$$

$N_1 = 1 - x/L$  ;  $N_2 = x/L$  sont appelées fonctions de forme. L'Equ-4.3 exprime la relation entre un déplacement quelconque et les déplacements nodaux.

#### IV.2.1.1.2 Formulation de la matrice de rigidité élémentaire

Pour l'élément barre à état de contrainte uniaxial, la déformation a pour expression:

$$\epsilon = \frac{du(x)}{dx} \quad (4.4)$$

d'où

$$\begin{aligned} \epsilon &= \frac{d}{dx} [N] \{dp\} = \frac{d}{dx} \begin{bmatrix} 1-x/L & x/L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \\ \epsilon &= \begin{bmatrix} -1/L & 1/L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = [B] \{dp\} \end{aligned} \quad (4.5)$$

L'Equ-4.5 exprime la relation déformation-déplacements.

Si on impose maintenant aux noeuds de l'élément un vecteur de déplacements virtuels  $\delta dp$  ça lui correspondent alors respectivement un déplacement virtuel  $\delta u$  et une déformation virtuelle  $\delta \epsilon$  telque:

$$\delta u = [N] \{\delta dp\} \quad \delta \epsilon = [B] \{\delta dp\}$$

Pour ce vecteur déplacement virtuel et à l'équilibre de l'élément, le principe des déplacements virtuels indique l'égalité entre l'énergie de déformation virtuelle  $\delta V$  et le travail virtuel  $\delta W$  des forces extérieures. Donc d'après l'Equ-4.1 on aura:

$$\delta V = \delta W \quad (4.6)$$

où  $\delta V$  et  $\delta W$  ont pour expressions:

$$\delta W = \{\delta dp\}^t \{f\} \quad (4.7)$$

$$\delta V = \int_{vol} \delta \epsilon^t \sigma \, d(vol) \quad (4.8)$$

$$\text{Pour un état de contrainte uniaxial, } \sigma = E \epsilon \quad (4.9)$$

$$\text{d'où} \quad \delta V = \int_{vol} \delta \epsilon^t E \epsilon \, d(vol) \quad (4.10)$$

de plus, si on remplace  $\epsilon$  et  $\delta \epsilon^t$  par leurs expressions dans (4.10)

$$\delta \epsilon^t = ([B] \{\delta dp\})^t = \{\delta dp\}^t [B]^t$$

on aura pour  $\delta V$  ,

$$\delta V = \{\delta_{dp}\}^t \left[ \int_{vol} [B]^t . E . [B] d(vol) \right] \{dp\} \quad (4.11)$$

qu'on peut mettre encore sous la forme :

$$\delta V = \{\delta_{dp}\}^t [Ke] \{dp\} \quad (4.12)$$

en égalisant maintenant  $\delta V$  et  $\delta W$  d'après (4.6) on aura:

$$\{\delta_{dp}\}^t \{f\} = \{\delta_{dp}\}^t [Ke] \{dp\} \quad (4.13)$$

d'où:

$$\{f\} = [Ke] \{dp\} \quad (4.14)$$

avec

$$[Ke] = \int_{vol} [B]^t . E . [B] d(vol) \quad (4.15)$$

$[Ke]$  est la matrice de rigidité élémentaire. En intégrant (4.15) pour un élément de volume  $d(vol) = A . dx$  ,  $A$  étant la section transversale de l'élément barre considéré , cette matrice aura la forme suivante:

$$[Ke] = EA \int_0^L \begin{bmatrix} -1/L & 1/L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1/L \\ 1/L \end{bmatrix} dx$$

$$[Ke] = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

L'élément barre dans l'espace admet trois forces et trois déplacements  $(F_X, F_Y, F_Z, U, V, W)$  à chacun de ses noeuds respectivement dans les directions  $X, Y, Z$  du repère global.

Cependant dans le repère local, il a uniquement qu'un seul effort et déplacement axial par noeud. Pour avoir la matrice de rigidité élémentaire dans l'espace , exprimée dans le repère local , on augmente l'ordre de l'ancienne matrice de  $2 \times 2$  à  $6 \times 6$  en considérant en plus deux forces  $f_y, f_z$  et deux déplacements  $v, w$  imaginaires à chaque noeud respectivement dans les directions du

repère local y,z. On aura donc :

$$\begin{Bmatrix} f_{x1} \\ f_{y1} \\ f_{z1} \\ f_{x2} \\ f_{y2} \\ f_{z2} \end{Bmatrix} = \begin{matrix} EA \\ L \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u1 \\ v1 \\ w1 \\ u2 \\ v2 \\ w3 \end{Bmatrix}$$

$$\{f\} = [Ke] \{dp\} \quad (4.17)$$

#### IV.2.2 Matrice de rigidité exprimée dans le repère global Rg

La matrice de rigidité [K] de la structure entière est obtenue par superposition des matrices de rigidité élémentaires. Avant de pouvoir les superposer, ces matrices doivent d'abord être exprimées dans le repère global Rg relatif à la structure. Pour cela on définit alors une matrice de passage [T] du repère local Rl au repère global Rg.

Soient Cx1, Cy1, Cz1 ; Cx2, Cy2, Cz2 ; Cx3, Cy3, Cz3 les cosinus directeurs des axes x,y,z du repère local Rl respectivement par rapport aux axes X,Y,Z du repère global Rg Fig-4.3ab. D'où on peut écrire:

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Cx1 & Cy1 & Cz1 \\ Cx2 & Cy2 & Cz2 \\ Cx3 & Cy3 & Cz3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix}$$

On définit alors la matrice rotation [R] du repère local Rl par rapport au repère global Rg par:

$$[R] = \begin{bmatrix} Cx1 & Cy1 & Cz1 \\ Cx2 & Cy2 & Cz2 \\ Cx3 & Cy3 & Cz3 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

En se basant sur l'Equ-4.18, le vecteur déplacement  $dp = (u1, v1, w2, u2, v2, w2)^t$  peut-etre lié au vecteur déplacement  $Dp = (U1, V1, W1, U2, V2, W2)^t$  par une transformation [T] telque:

$$\{dp\} = [T] \{Dp\} \quad (4.19)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix}$$

Où  $[T]$  est la matrice de passage du repère local  $R_l$  au repère global  $R_g$ . Cette matrice est orthogonale ; c'est à dire que :

$$[T]^t = [T]^{-1}$$

De même le vecteur forces  $f = (f_{x1}, f_{y1}, f_{z1}, f_{x2}, f_{y2}, f_{z2})$  peut-être lié au vecteur forces  $F = (F_{X1}, F_{Y1}, F_{Z1}, F_{X2}, F_{Y2}, F_{Z2})$  par la même transformation  $[T]$  telque :

$$\{f\} = [T]\{F\} \quad (4.20)$$

Substituant maintenant les relations (4.19) et (4.20) dans (4.17) on aura :

$$[T]\{F\} = [K_e][T]\{D_p\} \quad (4.21)$$

si on multiplie les deux membres par  $[T]$  on aura :

$$[T]^t [T] F = [T]^t [K_e] [T] D_p$$

d'où

$$\{F\} = [\bar{K}_e]\{D_p\} \quad (4.22)$$

Avec

$$[\bar{K}_e] = [T]^t [K_e] [T] \quad (4.23)$$

$[\bar{K}_e]$  est la matrice de rigidité élémentaire dans le repère global.

En réalité la transformation ne concerne que ce qui est relatif à l'axe longitudinal de la barre. Par suite seuls les cosinus directeurs de l'axe  $x$  par rapport aux axes  $X, Y, Z$  sont à définir et la matrice rotation  $R$  prendra la forme suivante :

$$[K] = \begin{bmatrix} C_x & C_y & C_z \\ x & x & x \\ x & x & x \end{bmatrix}$$

où:

$$C_x = (X_2 - X_1)/L \quad ; \quad C_y = (Y_2 - Y_1)/L$$

$$C_z = (Z_2 - Z_1)/L$$

$$L = ((X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2)^{1/2}$$

Si on remplace les matrices  $[K_e]$  et  $[T]$  par leurs expressions dans (4.23) on aura alors la forme finale de la matrice de rigidité élémentaire pour l'élément barre dans l'espace.

$$[K_e] = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} C_x C_x & C_x C_y & C_x C_z & -C_x C_x & -C_x C_y & -C_x C_z \\ & C_y C_y & C_y C_z & -C_y C_x & -C_y C_y & -C_y C_z \\ & & C_z C_z & -C_z C_x & -C_z C_y & -C_z C_z \\ & & & C_x C_x & C_x C_y & C_x C_z \\ & & & & C_y C_y & C_y C_z \\ & & & & & C_z C_z \end{bmatrix}$$

Symétrique

#### IV.2.3 Assemblage

L'opération d'assemblage consiste à superposer les matrices de rigidité élémentaires de l'ensemble des éléments pour avoir la matrice de rigidité globale de la structure entière.

La superposition repose sur le principe énergétique, qui exprime que l'énergie de déformation totale est égale à la somme des énergies de déformations de l'ensemble des éléments de la structure.

$$V = \sum V_i \quad ; \quad V_i \text{ est l'énergie de déformation de l'élément } i$$

En pratique, l'assemblage se trouve plus facile dans le cas de formulation par la méthode directe de déplacements. Dans cette procédure, la matrice de rigidité  $[K]$  de la structure est

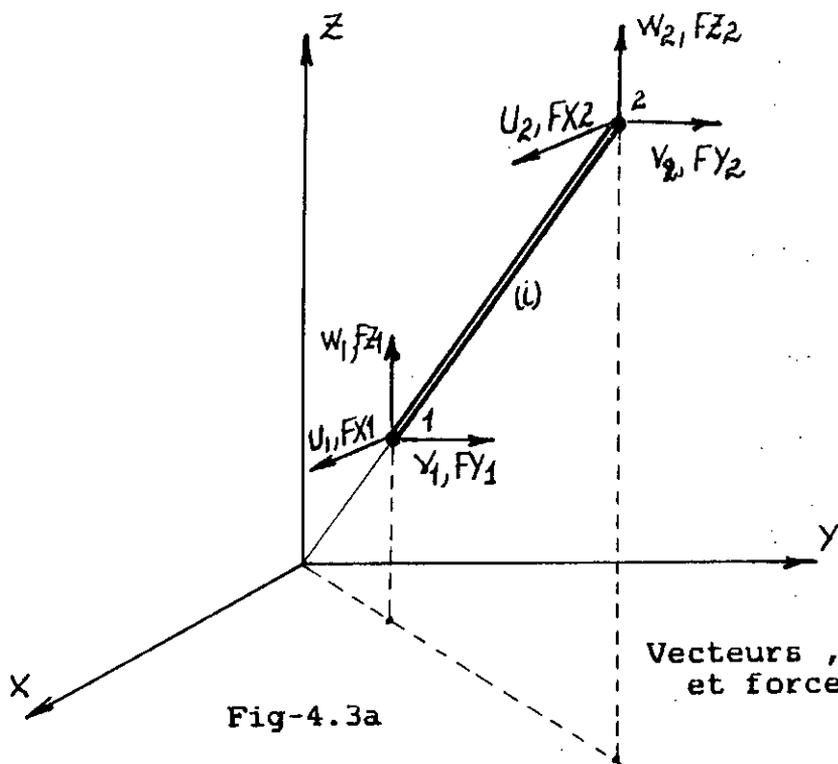


Fig-4.3a

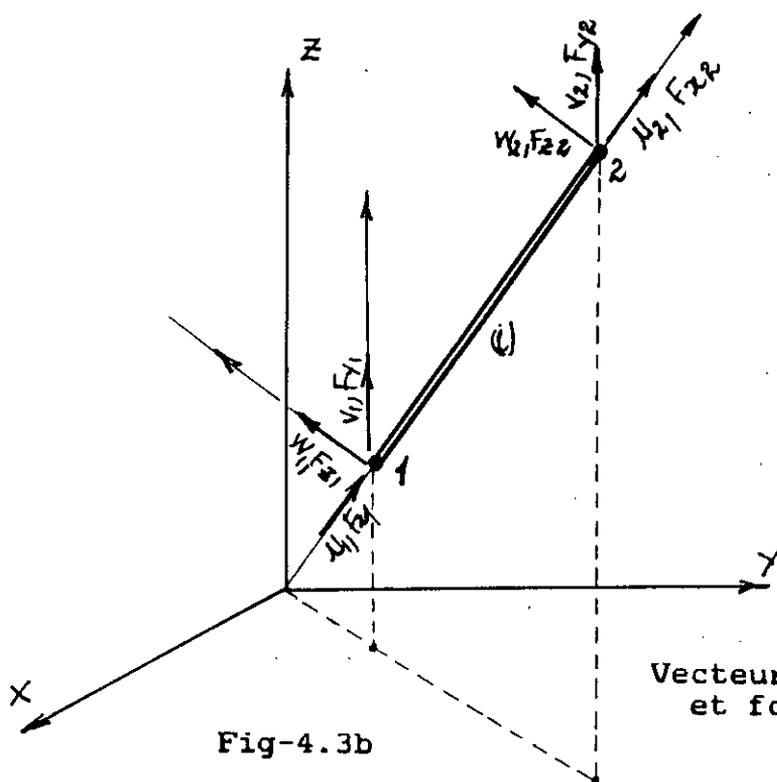


Fig-4.3b

calculée par addition directe des matrices élémentaires de tous les éléments du système.

$$[K] = \sum^{NEL} [\bar{K}_e] ; \text{NEL: nombre d'éléments}$$

Pour pouvoir faire cette sommation, les matrices élémentaires doivent subir des expansions, par insertion de lignes et de colonnes de zéro, qui les ramènent au même ordre que celui de la matrice globale. Pour illustrer ceci, soit U le vecteur déplacement global telque:

$$U = (U_1, U_2, U_3, \dots, U_N)^t$$

N est le nombre de degrés de liberté actifs de la structure

Soit encore  $U_i$  un vecteur de U associé à un élément i du système telque par exemple:

$$U_i = (U_4, U_5, U_6, U_{20}, U_{21}, U_{22})^t$$

Dans ce cas la matrice élémentaire  $[\bar{K}_e]$  écrite pour l'ordre N prendra la forme donnée par la Fig-4.4, où tous les termes sont nuls sauf ceux correspondants au vecteur  $U_i$ .

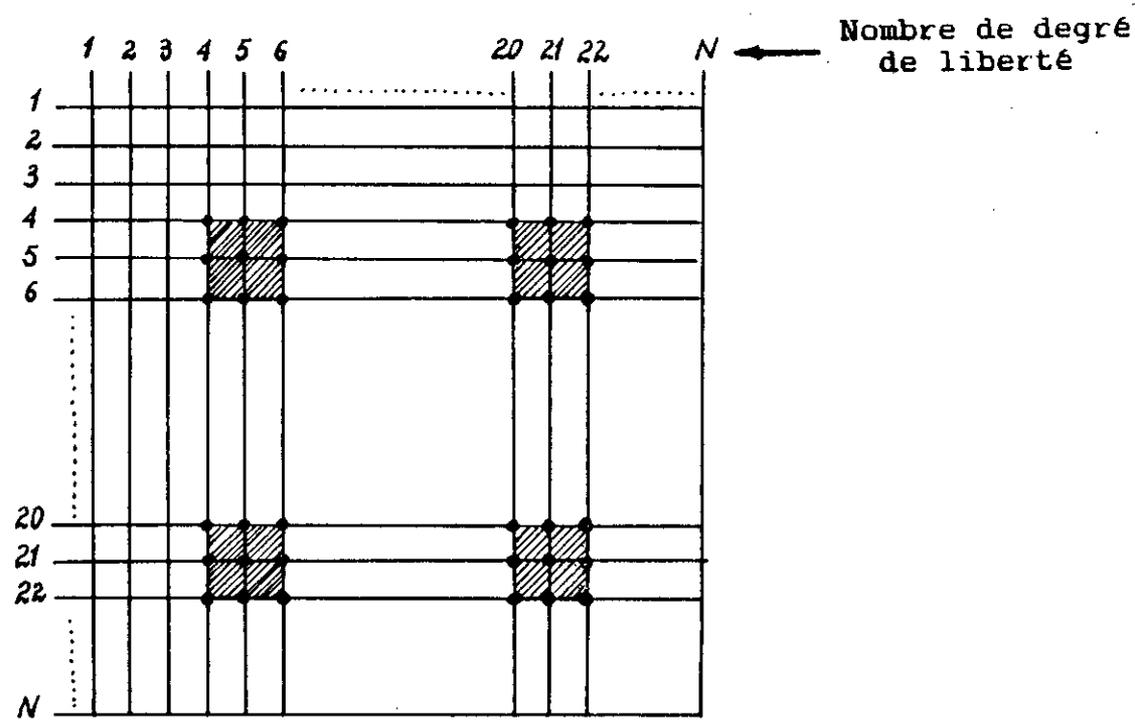


Fig-4.4 Assemblage

## CHAPITRE V: MODELISATION DE LA STRUCTURE ET DES CHARGES

### V.1 MODELISATION DE LA STRUCTURE

Le treillis dont nous envisageons de faire l'étude est une structure discrète complexe, composée de centaines de barres qui occupent des positions premières et secondaires dans l'ensemble du système.

Bien que les propriétés caractéristiques réelles de la structure dépendent de l'ensemble de ces barres, l'analyse du treillis ne peut se faire que d'après un modèle simplifié. Ce modèle en question fait l'objet de l'opération de modélisation qui consiste à marquer dans l'ensemble de ces barres la structure de base qui représente, avec une approximation adéquate, les propriétés caractéristiques de la structure originale. A ceci s'ajoute, dans la même opération, la numérotation des noeuds et la levée de leurs coordonnées ainsi que les conditions aux limites aux noeuds avec justification des conditions appuis.

#### V.1.1 Structure de base

La structure de base est obtenue en négligeant toutes les barres destinées à la fixation de la garniture et les petites barres de renforts ainsi que les panneaux pour la fixation des parois latérales Fig-5.1.

Pour la modélisation, nous avons subdivisé la structure en cinq sous-structures que nous examinons dans le but de dégager leurs modèles requis.

#### 1- PARTIE AVANT

Dans la partie avant nous avons négligé le parechocs ainsi que l'ensemble du système de barres conçu pour la fixation du siège du chauffeur, la direction, le réservoir d'huile et les batteries. Cette hypothèse est admise par le fait que ces barres ne contribuent pas à la résistance et elles sont considérées comme des barres secondaires. Le modèle adopté pour cette partie ne diffère presque pas du modèle réel Fig-5.2.

#### 2- PARTIE PONT AVANT

Cette partie est relativement complexe car elle est conçue pour recevoir la suspension avant du véhicule. Pour en dégager un modèle représentatif nous avons négligé les systèmes pour l'emplacement des coussins d'air ainsi que le cadre menu de supports pour la fixation des fourches inférieures des roues et le levier de direction. Nous avons également fait entrer de légères modifications concernant la superposition des noeuds proches, ((18,18'), (22,22'), (31,31'), (37,37'), (39,39'))

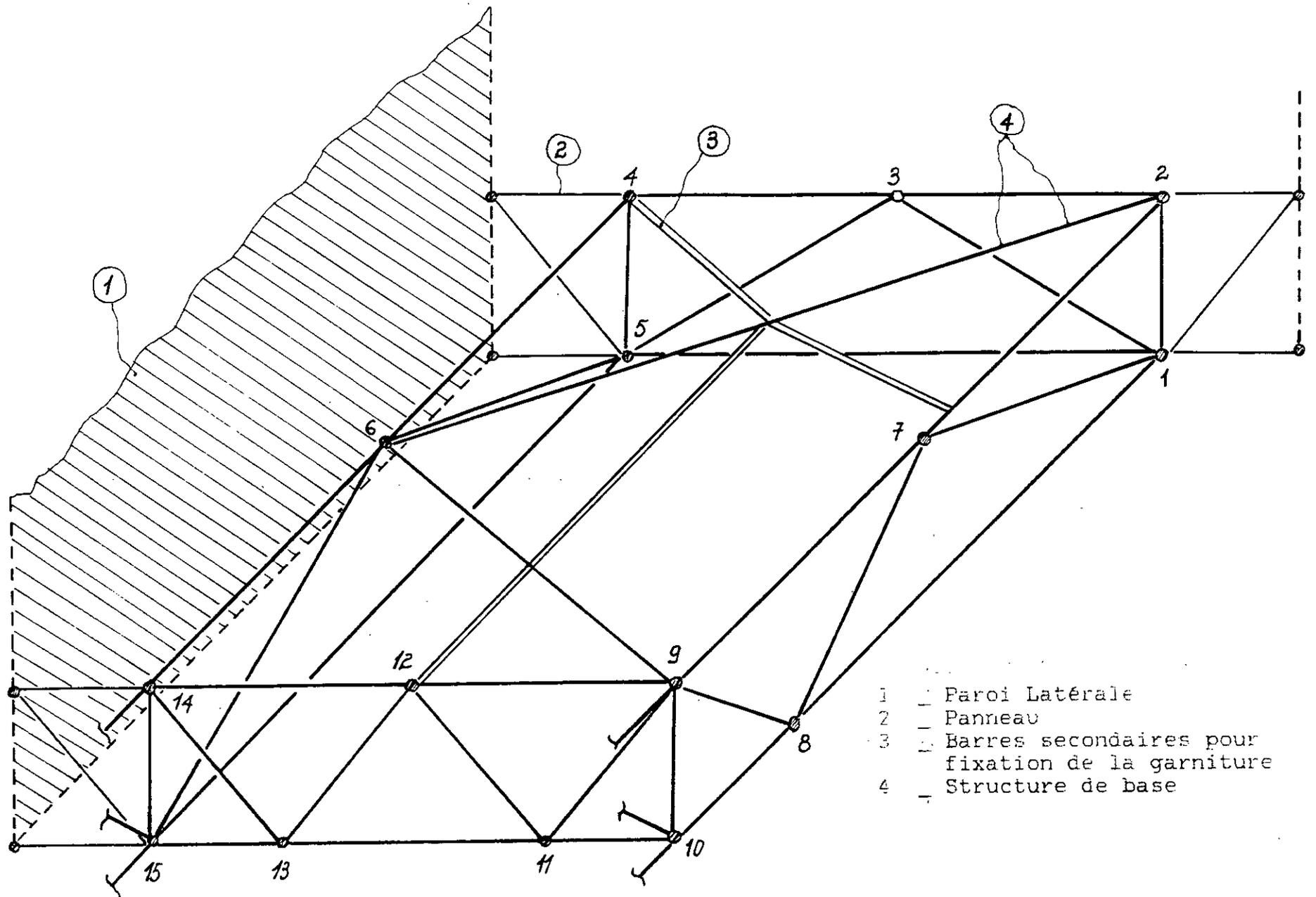


Fig-5.1 Présentation des différentes parties de la structure

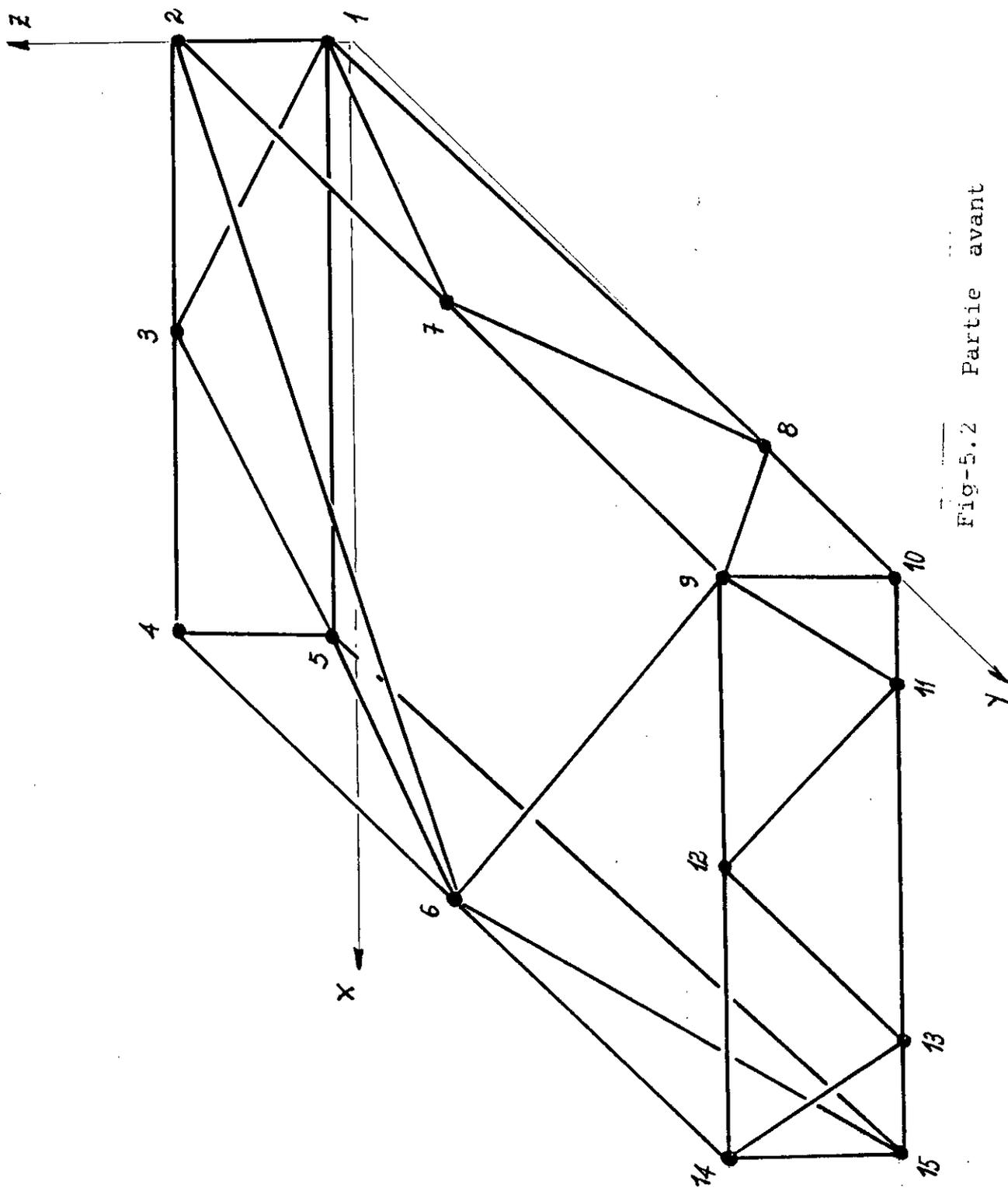


Fig-5.2 Partie avant

du fait que les distances qui les séparent sont infiniment petites. La Fig-5.3 montre ce détail , tandis que la Fig-5.4 montre le modèle établi pour cette partie.

### 3 - PARTIE CENTRALE

La partie centrale est divisée en trois portions dont les deux premières sont prises sans aucune modification ainsi les modèles qui leurs étaient adopté coincident totalement avec les modèles réels Fig-5.5.1 . Pour la troisième portion nous avons introduit une petite modification concernant la superposition de quatre noeuds proches , ((93,93') , (94,94')) . Cette modification est illustrée sur la Fig-5.5.2 . Pour le reste nous avons conservé la même forme et le modèle pour cette portion est celui présenté par la Fig-5.5.3 .

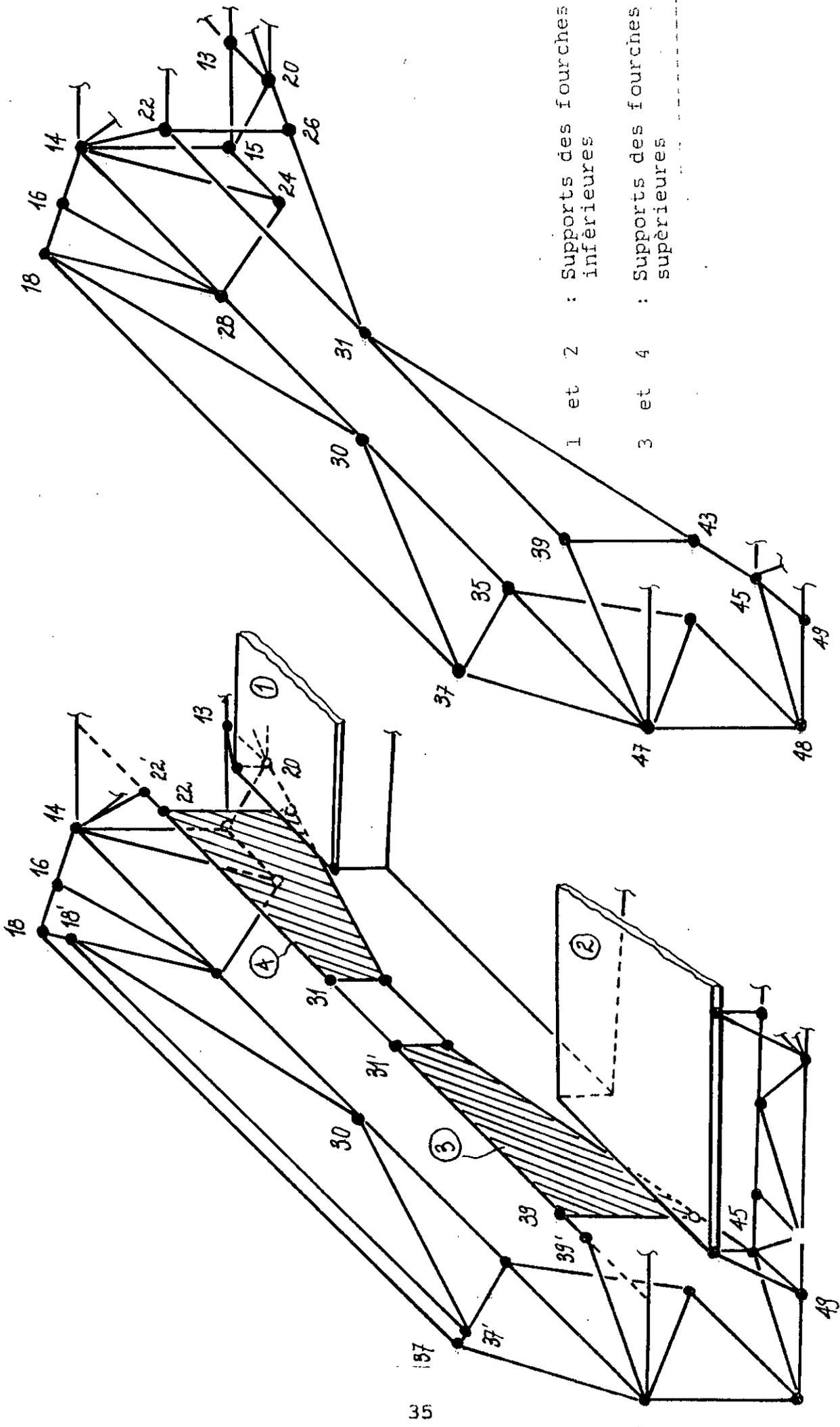
### 4 - PARTIE PONT ARRIERE

La partie correspondante au pont arrière du véhicule est prise sans aucune modification notable car elle a un aspect structural non complexe . Le modèle pour cette partie est donné par la Fig-5.6 .

### 5 - PARTIE ARRIERE

Cette partie est conçue pour recevoir le bloc moteur du véhicule. Dans le but de dégager son modèle, nous avons introduit une légère modification qui touche la superposition des noeuds proches , ((185,185') , (186,186)) . Les plaques pour la fixation des supports du bloc moteur sont modélisées par des cadres rigides formés de barres Fig-5.7 . Pour le reste on a conservé la forme originale. Le modèle adopté est illustré par la Fig-5.8.

Tous les modèles dégagés pour ces sous-structures présentent une ou deux interfaces , suivant la position qu'ils occupent dans l'ensemble de la structure . La liaison entre ces modèles suivant leurs interfaces donne le modèle global de la structure de base entière , Dessin N°0 .



b) Modèle adopté

a) Modèle réel

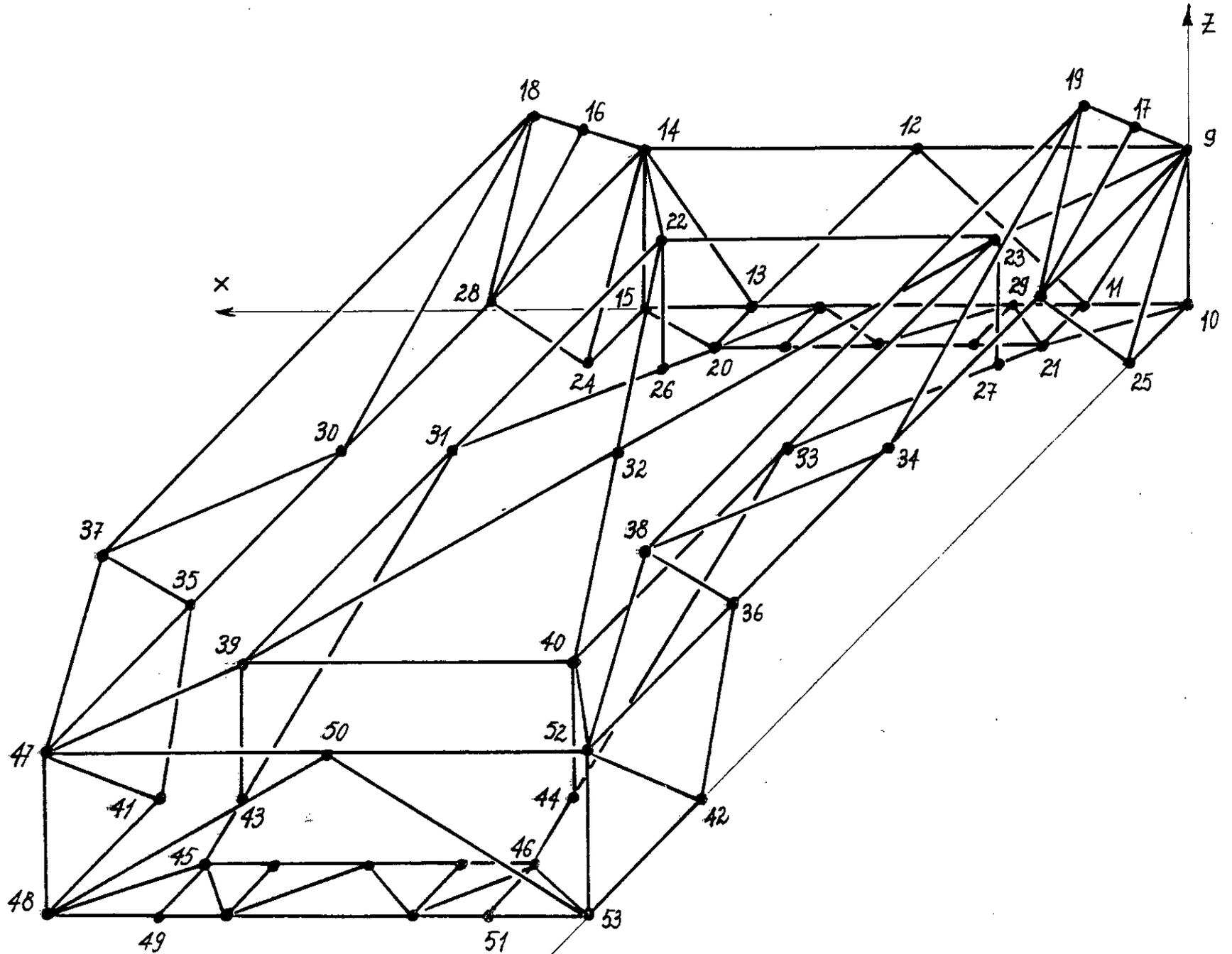


Fig-5.4 Partie pont avant

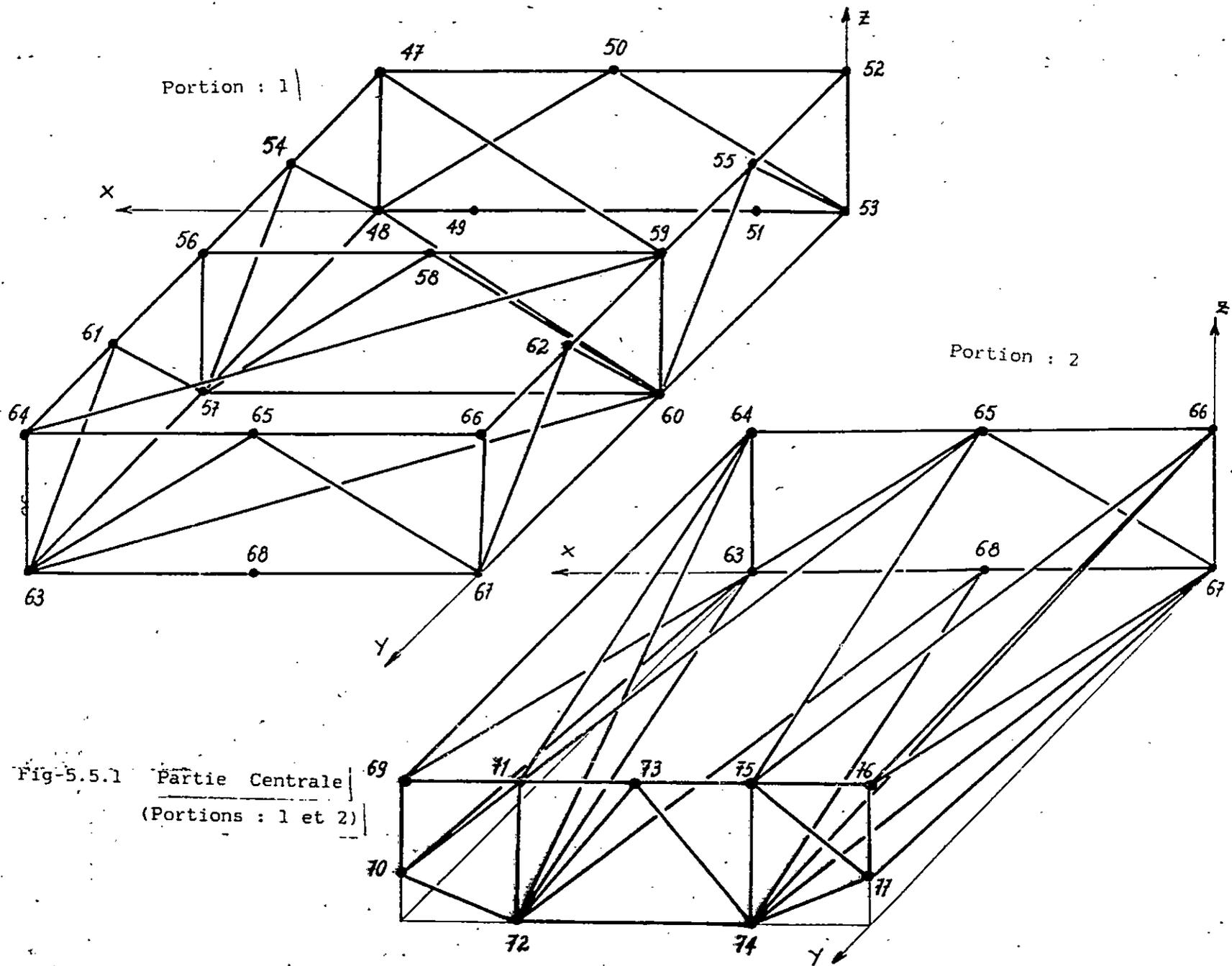
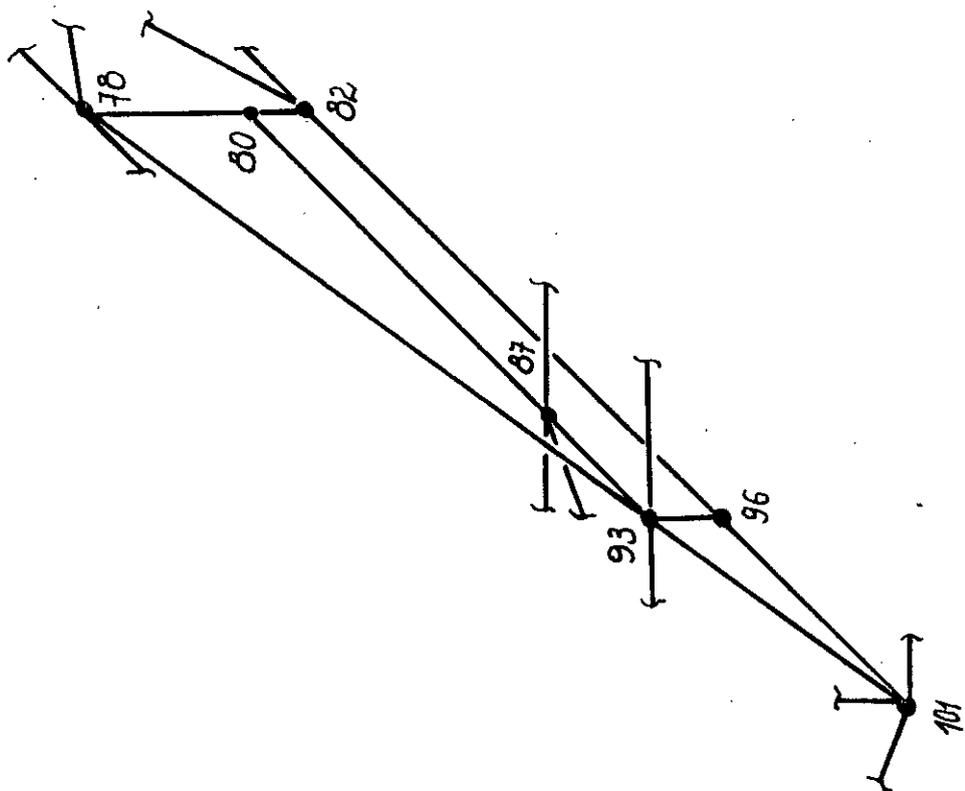
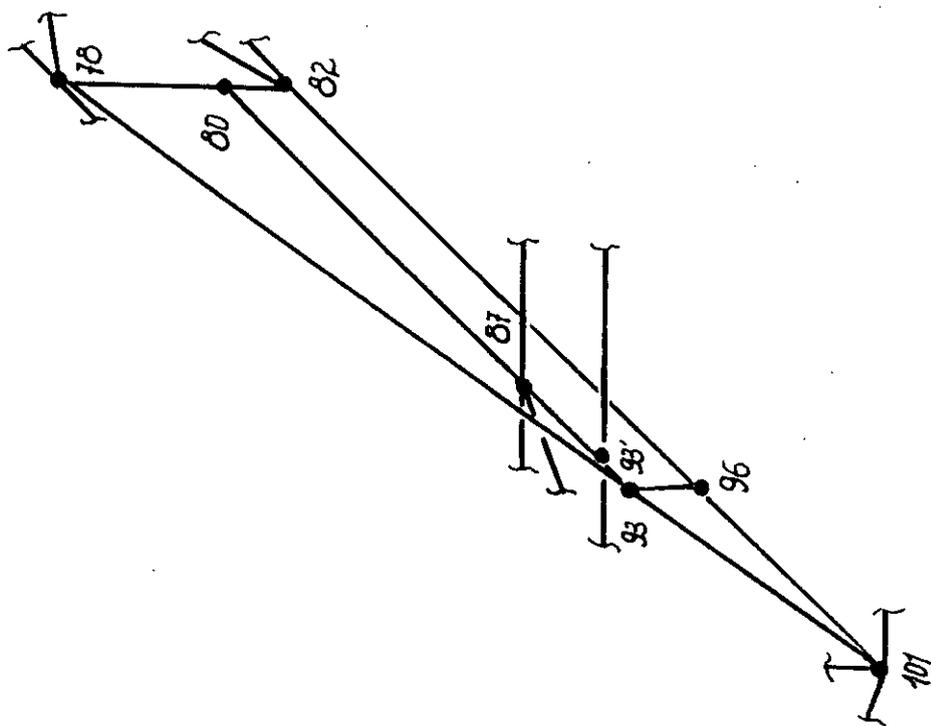


Fig-5.5.1 Partie Centrale  
(Portions : 1 et 2)



b) Modèle adopté



a) Modèle réel

Fig-5.5.2

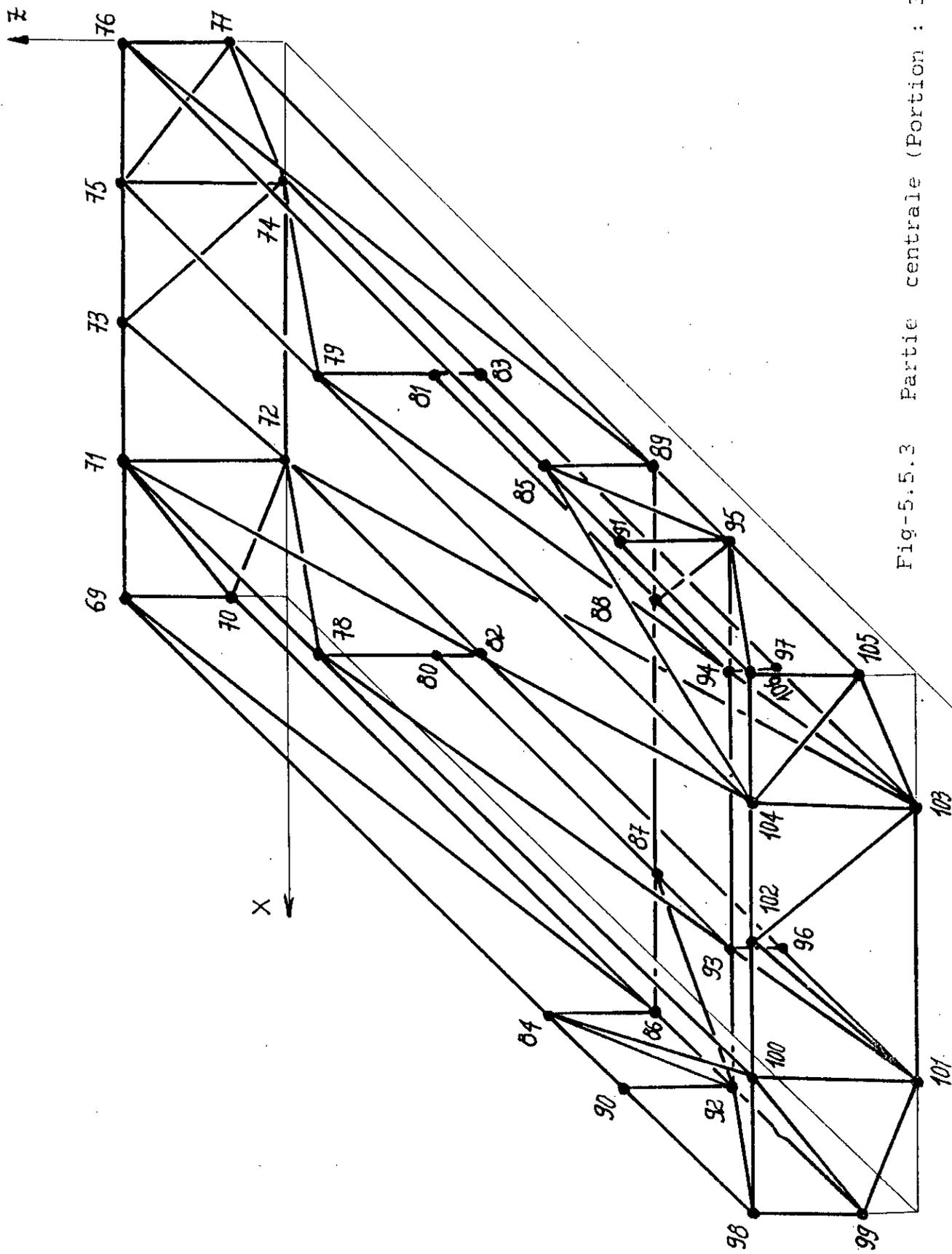
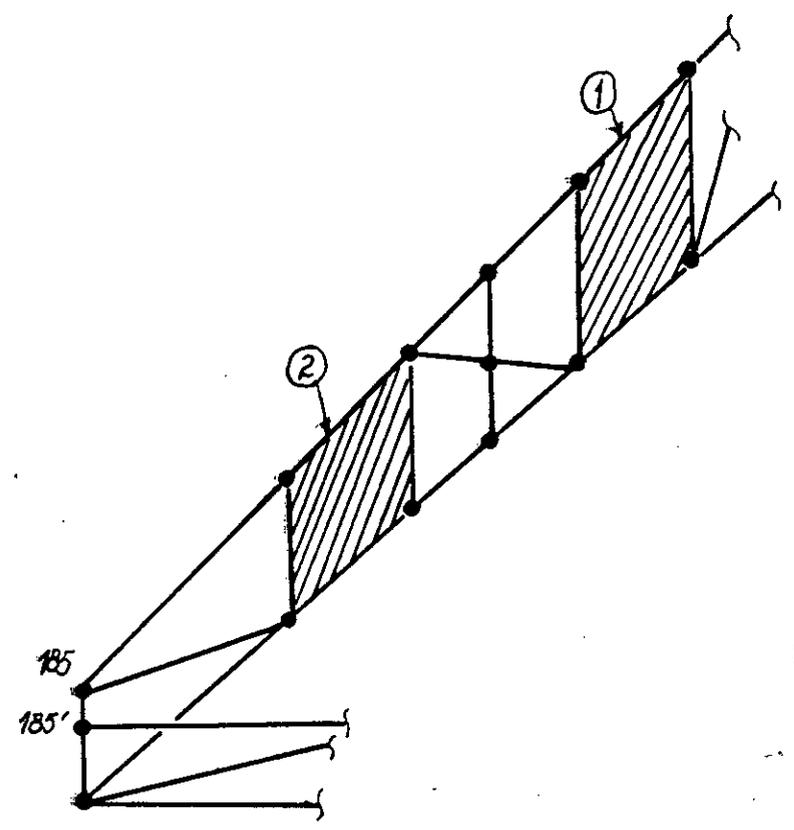
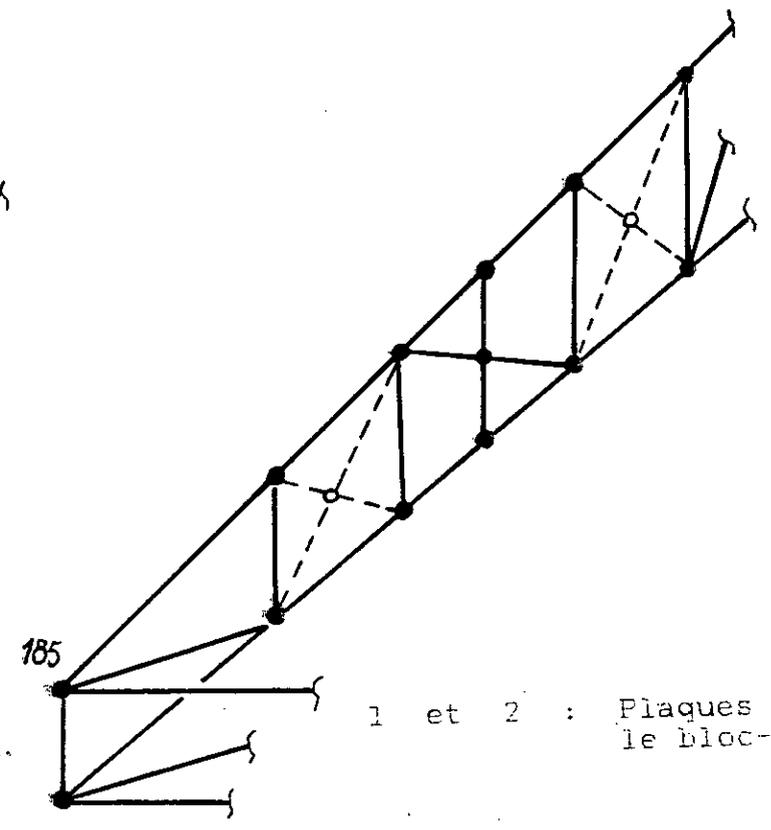


Fig-5.5.3 Partie centrale (Portion : 3)





a) Modèle réel



b) Modèle adopté

1 et 2 : Plaques supports pour le bloc-moteur

Fig-5.7

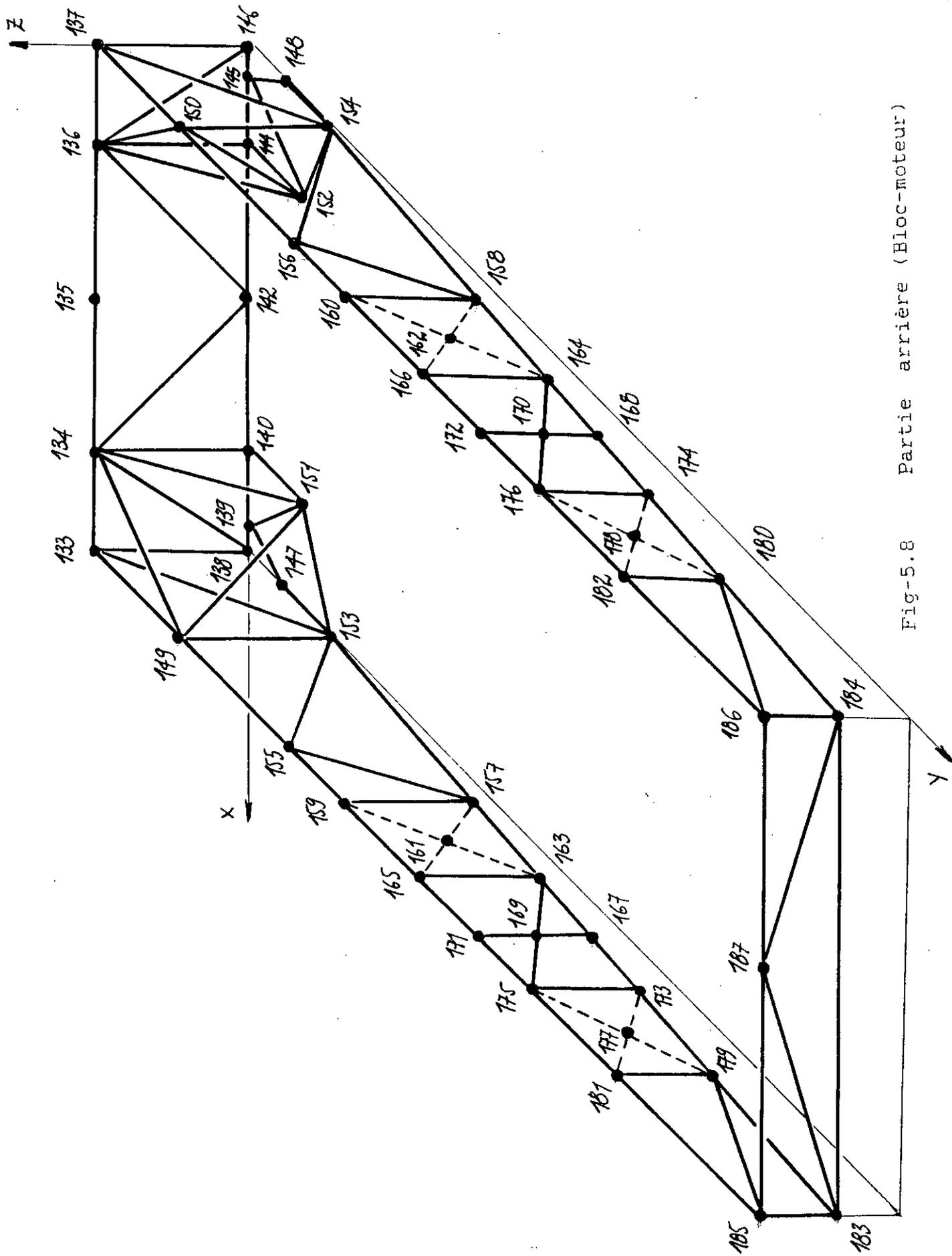


Fig-5.8 Partie arrière (Bloc-moteur)

### V.1.2 Numérotation des noeuds et enlèvement de leurs coordonnées

La numérotation des noeuds est faite en tenant compte de la minimisation de la demi-largeur de bande de la matrice de rigidité globale [K] de la structure, car celle-ci dépend de la valeur maximale des différences entre les noeuds des éléments.

Pour une valeur minimale, correspondante à une bonne numérotation, la matrice de rigidité globale K est dense. cela présente des avantages considérables dans le stockage de la matrice, le temps d'exécution et l'exactitude des résultats.

$$[K] = \begin{bmatrix}
 \begin{array}{cccc}
 \text{mbw} & & & \\
 \leftarrow & & & \\
 x & x & x & \\
 & x & x & x & & 0 \\
 & & x & x & x & \\
 & & & x & x & x \\
 & & & & x & x & x \\
 & & & & & x & x & x \\
 0 & & & & & & x & x & x \\
 & & & & & & & x & x & x
 \end{array}
 \end{bmatrix}$$

mbw : Demi-largeur de bande

Le prélèvement des coordonnées des noeuds a été achevé dans l'atelier. Pour cette opération on a fixé un repère global lié à la structure, Dessin N°0 et on a visé les points d'intersections des axes des barres Fig-3.1d

### V.1.3 Conditions aux limites aux noeuds

Le nombre de degrés de liberté d'un noeud dépend de la position de celui-ci dans la configuration de la structure. Pour cela on distingue entre deux types de noeuds:

- Noeuds plans, dérivant de la jonction d'un système plan de barre. Pour ces noeuds, s'ils sont libres, le nombre de degrés de liberté est de deux et ils sont suivant les axes du plan contenant le noeud Fig-5.9a.
- Noeuds spatiaux, résultant de la jonction d'un système tridimensionnel de barres. Pour ces noeuds, s'ils sont libres, le nombre de degrés de liberté est de trois, suivant les axes, X,Y,Z Fig-5.9b.

En résumé, les conditions aux limites aux noeuds sont codées en 0 et 1, qui indiquent respectivement la liberté ou non d'un tel noeud suivant une direction donnée.

Fig-5.9b Noeuds spatiaux

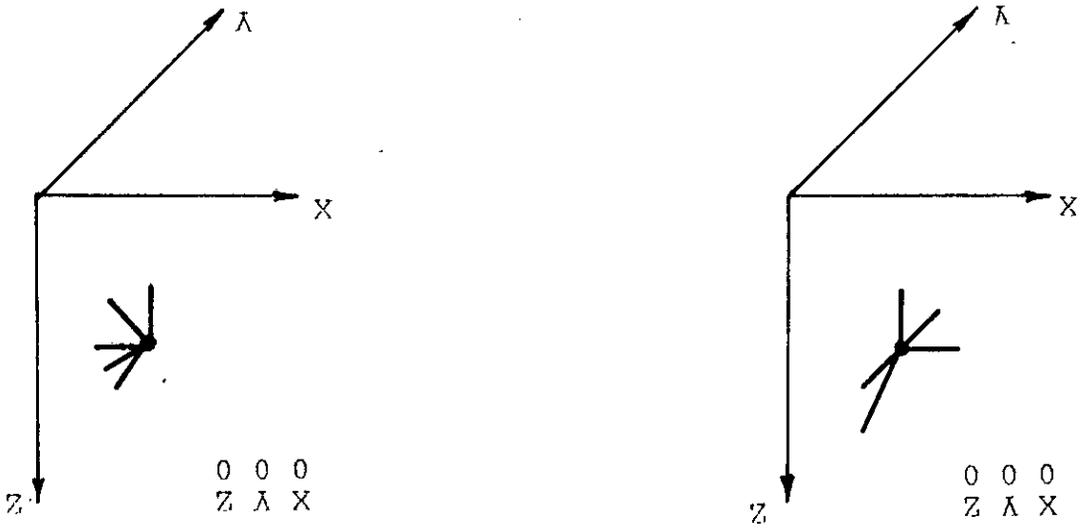
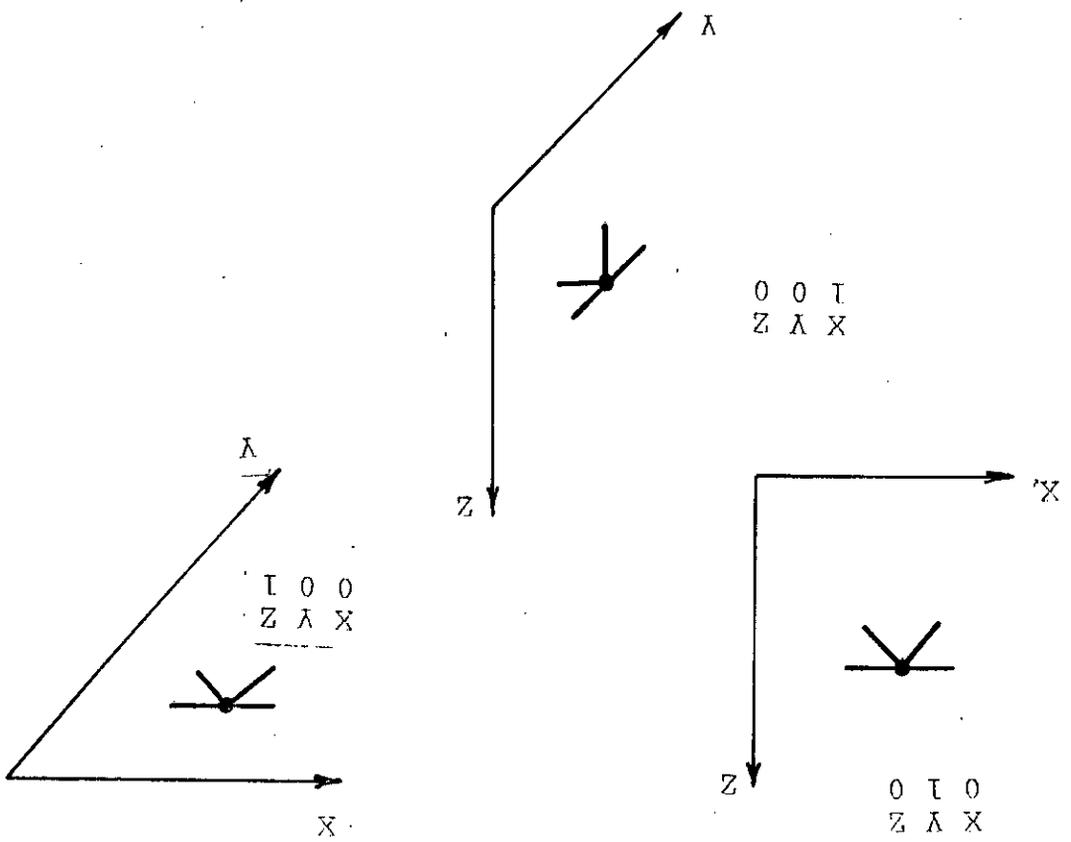


Fig-5.9a Noeuds plans



#### V.1.4 Noeuds appuis

La structure a pour appuis les systèmes de suspension avant et arrière du véhicule. Ces systèmes sont complexes et semi-rigides. Leurs points de fixation à la structure sont pris comme noeuds d'appuis de celle-ci. Les conditions aux limites au noeud appui dépendent du type de l'élément de suspension qui lui est associé.

Dans la présente modélisation on a considéré tous les noeuds relatifs à la fixation des coussins d'air comme noeuds libres [(18,37),(19,38),(107,115),(108,114),(125,127),(126,128)], tous les noeuds relatifs à la fixation des amortisseurs comme noeuds libres verticalement uniquement et tous les noeuds relatifs à la fixation des barres stabilisatrices comme noeuds fixes totalement. Le cas des ressorts sera examiné dans ce qui suit.

##### V.1.4.1 Conditions d'appuis à l'avant du Bus

Les noeuds (20,24) et (21,25), (Fig-5.4), sont relatifs à la fixation de la barre stabilisatrice, ces noeuds sont fixes.

Les noeuds (11,13,20,21,22,23,26,27,31,32,33,39,40,43,44,45,46,49,51) délimitent une partie suffisamment rigide, (Fig-5.3 et Fig-5.4), qui reçoit les fourches supérieures et inférieures des roues, ces noeuds sont supposés totalement fixes.

Les noeuds (28,29,35,36), (Fig-5.4), sont considérés totalement fixes car ils sont liés respectivement aux noeuds fixes (22,23,39,40), par quatre plaquettes (Fig-5.10)

Les deux systèmes ressort-amortisseurs sont montés jumelés entre les fourches inférieures des roues et deux pièces nervurées reliant les noeuds (30,34) respectivement aux noeuds (31,33). Ces deux systèmes sont semi-rigides et ne permettent de déplacements que verticalement, par conséquent les noeuds (30,34) sont libres dans cette direction.

##### V.1.4.2 Conditions d'appuis à l'arrière du Bus

Les deux ressorts à lames de la suspension arrière sont pris comme des éléments rigides. Ces deux ressorts sont fixés totalement aux niveaux des appuis correspondants aux noeuds (86,92) et (85,89), (Fig-5.5.3), par suite ces noeuds sont pris fixes, et ils sont libres longitudinalement aux niveaux des appuis correspondants aux noeuds (147,151,153) et (148,152,154), ces noeuds sont pris alors libres longitudinalement, (Fig-5.8 et Fig-5.11).

La barre stabilisatrice est articulée aux niveaux des appuis correspondants aux noeuds (129,132) et (130,143) d'où ces noeuds sont supposés fixes, Fig-5.6 et Fig-5.12.

Les noeuds (119,121) et (120,122) correspondent à la fixation des amortisseurs , par conséquent ces noeuds ne sont libres que verticalement.

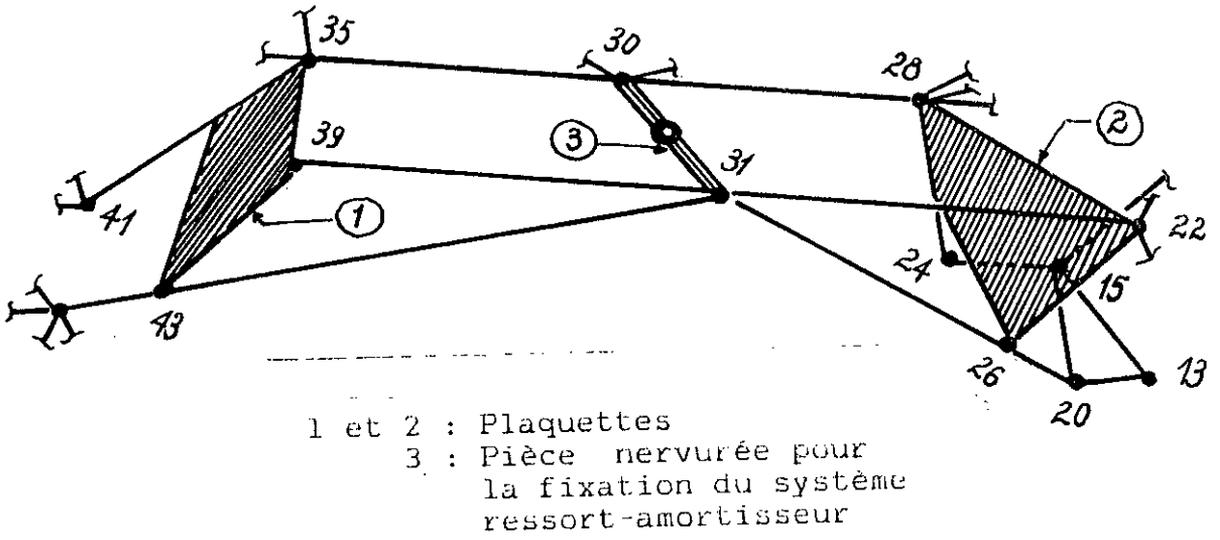


Fig-5.10

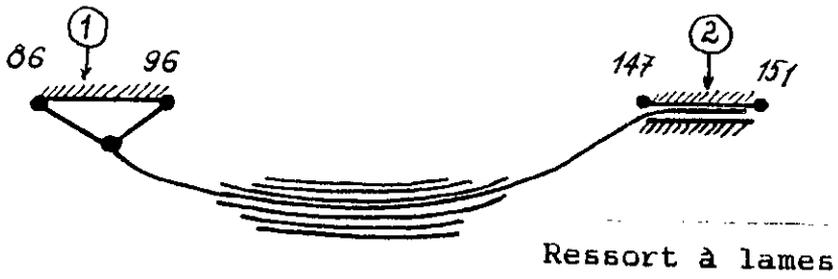
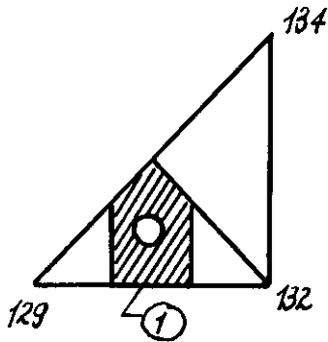


Fig-5.11

1 et 2 : Appuis avant et arrière du ressort à lames



1 \_ Appui gauche pour la barre stabilisatrice

Fig-5.12

## V.2 MODELISATION DES CHARGES APPLIQUEES A LA STRUCTURE

Les charges appliquées à la structure sont de deux types:

- Charges fixes , qui sont composées du poids de la carcasse (après garnissage) , du poids de la sellerie et des poids des différents éléments mécaniques.

- Charges mobiles , qui sont composées de l'ensemble des poids des passagers y compris ceux du chauffeur et du receveur.

La modélisation consiste à répartir ces charges judicieusement sur les noeuds correspondants de la structure. Dans le cadre de cette opération , le poids de la carcasse , y compris celui du treillis , est réparti aux noeuds de fixation des parois latérales tandis que les autres charges fixes sont réparties sur leurs noeuds de fixation à la structure. Pour les charges mobiles , on a pris le cas correspondant à la capacité maximale du Bus , la répartition de ces charges dépend des espaces offerts par les différentes parties de la structure Fig-5.13 .

Pour mieux expliciter cette modélisation , on a procédé par la représentation de chaque partie de la structure et les différentes charges fixes et mobiles respectives qui lui correspondent. Notons avant de commencer que la carcasse et la sellerie ainsi que les passagers sont des charges dont les poids sont distribués sur les différentes parties et sont données par le Tableau-5.1 .

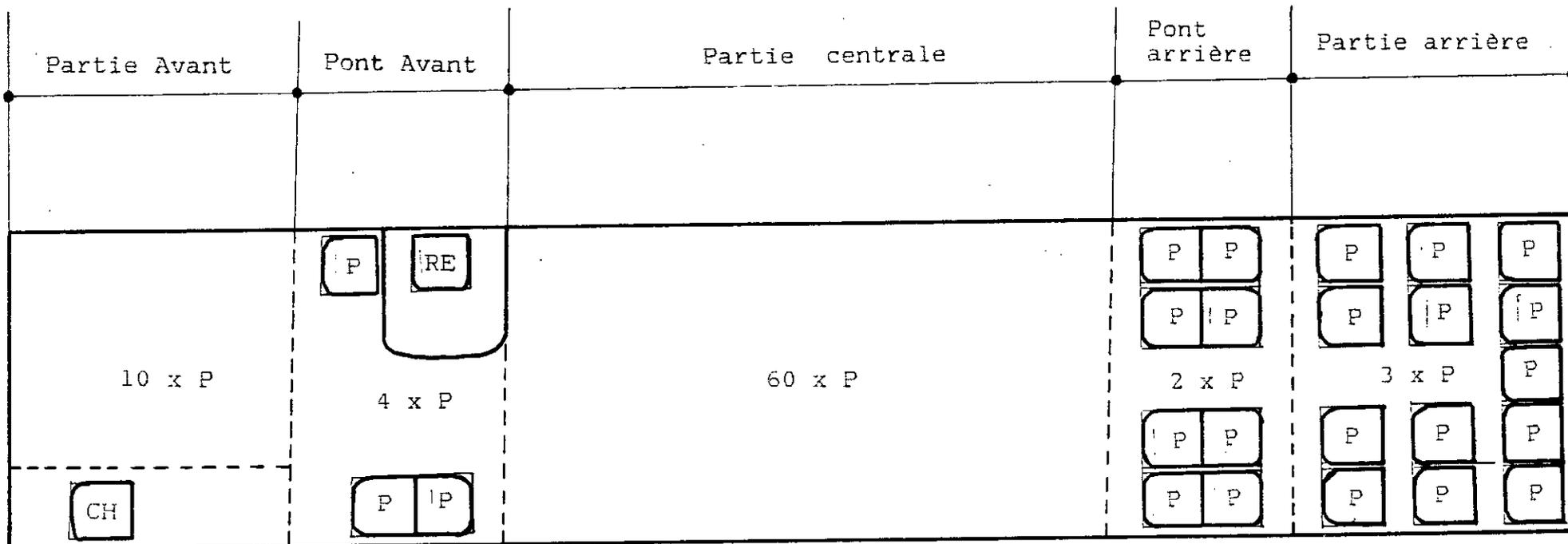


Fig-5.13 Répartition des passagers dans le Bus P : passager

Tableau-5.1 : Charges réparties

Charge type	Poids ( N )
Carcasse (après garnissage)	46100
Sellerie	
02 (C.R)	400
24 (P)	3000
Passagers	
105 : Nombre de passagers	105 × 730
730 : Poids par passager	

Tableau-5.2 Modélisation des charges de la partie avant

a) Charges fixes

Type de Charges	Poids (N)	Noeuds d'application	Poids (N) par noeud
Batteries	500	4,5,6,14,15	100
Reservoir d'huile	200	4,5,6,14,15	40
Siège chauffeur	200	4,5,6,14,15	40
Carcasse	10160	1,2,4,5,9,10 14,15	1270

b) Charges mobiles

Chauffeur	730	4,6,14	245
Passagers	10 x 730	2,7,9,4,6,12 14	1043

Tableau-5.3 Charges aux noeuds

Noeud N°	Charge fixe (N)	Charge mobile (N)	Noeud N°	Charge fixe (N)	Charge mobile (N)
1	1270	-	9	1270	1043
2	1270	1043	10	1270	-
4	1450	1288	12	-	1043
5	1450	-	14	1450	1288
6	180	1288	15	1450	-
7	-	1043			

Tableau-5.4 Modélisation des charges de la partie pont avant

a) Charges fixes

Type de Charges	Poids (N)	Noeuds d'application	Poids (N) par noeud
Siège receveur + cabine	1200	38,40,52	400
Sièges pour passagers : 03	360	19,18,37	120
Carcasse	5080	47,48,52,53	1270

b) Charges mobiles

Receveur	730	32,40,52	244
Passagers	3 x 730 4 x 730	18,19,37 22,23,39,40,32	730 584

Tableau-5.5 Charges aux noeuds

Noeud n°	Charge fixe (N)	Charge mobile (N)	Noeud n°	Charge fixe (N)	Charge mobile (N)
18	120	730	39	-	584
19	120	730	40	400	584
22	-	584	47	1270	-
23	-	584	48	1270	-
32	-	584	52	1670	-
37	120	730	53	1270	-
38	400	244			

Tableau-5.6 Modélisation des charges de la partie centrale

a) Charges fixes

Type de Charges	Poids (N)	Noeuds d'application	Poids (N) par noeud
Reservoirs d'air	600	52,53,59,60	150
Carcasse	15240	56,57,59,60	1270
		63,64,66,67	
		99,105	
		98,100,104,106	

b) Charges mobiles

Passagers	60 x 730	47,50,52,54	2300
		55,56,58,59	
		61,62,64,66	
		69,71,73,75	974
		98,100,102	
		104,106	

Tableau-5.7 Charges aux noeuds

Noeud n°	Charge fixe (N)	Charge mobile (N)	Noeud n°	Charge fixe (N)	Charge mobile (N)
47	-	2300	58	-	2300
50	-	2300	59	1420	2300
52	150	2300	60	1420	-
53	150	-	61	-	2300
54	-	2300	62	-	2300
55	-	2300	63	1270	-
56	1270	2300	64	1270	2300
57	1270	-	65	-	2300

Tableau-5.7 Charges aux noeuds (suite)

! Noeud !	Charge	Charge	!! Noeud !	Charge	Charge
! n° !	! fixe (N) !	! mobile (N) !	! n° !	! fixe (N) !	! mobile (N) !
! 66 !	! 1270 !	! 2300 !	!! 98 !	! 635 !	! 974 !
! 67 !	! 1270 !	! - !	!! 99 !	! 1270 !	! - !
! 69 !	! - !	! 974 !	!! 100 !	! 635 !	! 974 !
! 71 !	! - !	! 974 !	!! 102 !	! - !	! 974 !
! 73 !	! - !	! 974 !	!! 104 !	! 635 !	! 974 !
! 75 !	! - !	! 974 !	!! 105 !	! 1270 !	! - !
! 76 !	! - !	! 974 !	!! 106 !	! 635 !	! 974 !

Tableau-5.8 Modélisation des charges de la partie pont arrière

a) Charges fixes

Type de Charges	Poids (N)	Noeuds d'application	Poids (N) par noeud
Sièges pour passagers : 8	8 x 120	111,112,117,118	240
Carcasse	1270 x 4	138,146	1270
		133,134,136,137	635

b) Charges mobiles

Passagers	8 x 730	111,112,117,118	1460
	2 x 730	104,106,134,136	365

Tableau-5.9 Charges aux Noeuds

Noeud n°	Charge fixe (N)	Charge mobile (N)	Noeud n°	Charge fixe (N)	Charge mobile (N)
111	240	1460	133	635	-
112	240	1460	134	635	365
117	240	1460	136	635	365
118	240	1460	137	635	-
104	-	365	138	1270	-
106	-	365	146	1270	-

Tableau-5.10 Modélisation des charges de la partie arrière

a) Charges fixes

Type de Charges	Poids (N)	Noeuds d'application	Poids (N) par noeud
Reservoir plein	2000	137,146,168,172	500
Ventilateur	300	167,171,179,181	75
Filtres à air	2 x 150	182,186,181,185	75
Sièges pour Passagers : 13	13 x 120	163,164,165,166 179,181,180,182 167,171,168,172 183,185,184,186	100
Moteur	8000	179,181,180,182 157,158,159,160 163,164,165,166	1000 500
Boite de vitesse + Ralentisseur	3600	157,158,159,160 163,164,165,166 133,134,136,137	225 450
Carcasse	10160	163,165,164,166 179,181,180,182 183,185,184,186	848

b) Charges mobiles

Passagers	16 x 730	163,165,164,166 167,171,168,172 179,181,180,182 183,184,185,186	730
-----------	----------	--	-----

Tableau-5.11 Charges aux noeuds

Noeud n°	Charge fixe (N)	Charge mobile (N)	Noeud n°	Charge fixe (N)	Charge mobile (N)
133	450	-	167	175	730
134	450	-	168	600	730
136	450	-	171	175	730
137	950	-	172	600	730
146	500	-	179	2023	730
157	725	-	180	1948	730
158	725	-	181	2098	730
159	725	-	182	2023	730
160	725	-	183	948	730
163	1675	730	184	948	730
164	1675	730	185	1023	730
165	1675	730	186	1023	730
166	1675	730			

Tableau-5.12 Tableau récapitulatif des charges aux noeuds

Noeud n°	Charge fixe totale (N)	Charge mobile totale (N)	Charge totale (N)	Noeud n°	Charge fixe totale (N)	Charge mobile totale (N)	Charge totale (N)
1	1270	-	1270	48	1270	-	1270
2	1270	1043	2313	50	-	2300	2300
4	1450	1288	2738	52	1820	2300	4120
5	1450	-	1450	53	1420	-	1420
6	180	1288	1468	54	-	2300	2300
7	-	1043	1043	55	-	2300	2300
9	1270	1043	2313	56	1270	2300	3570
10	1270	-	1270	57	1270	-	1270
12	-	1043	1043	58	-	2300	2300
14	1450	1043	2738	59	1420	2300	3720
15	1450	-	1450	60	1420	-	1420
18	120	730	850	61	-	2300	2300
19	120	730	850	62	-	2300	2300
22	-	584	584	63	1270	-	1270
23	-	584	584	64	1270	2300	3570
32	-	584	584	65	-	2300	2300
37	120	730	850	66	1270	2300	3570
38	400	244	644	67	1270	-	1270
39	-	584	584	69	-	974	974
40	400	584	984	71	-	974	974
47	1270	2300	3570	73	-	974	974

Tableau-5.12 Tableau récapitulatif des charges aux noeuds (suite)

Noeud n°	Charge fixe totale (N)	Charge mobile totale (N)	Charge totale (N)	Noeud n°	Charge fixe totale (N)	Charge mobile totale (N)	Charge totale (N)
75	-	974	974	146	1770	-	1770
76	-	974	974	157	725	-	725
98	635	974	1609	158	725	-	725
99	1270	-	1270	159	725	-	725
100	635	974	1609	160	725	-	725
102	-	974	974	163	1675	730	2405
104	635	1339	1974	164	1675	730	2405
105	1270	-	1270	165	1675	730	2405
106	635	1339	1974	166	1675	730	2405
111	240	1460	1700	167	175	730	905
112	240	1460	1700	168	600	730	1330
117	240	1460	1700	171	175	730	905
118	240	1460	1700	172	600	730	1330
133	1075	-	1075	179	2023	730	2753
134	1075	365	1440	180	1948	730	2678
136	1075	365	1440	181	2098	730	2828
137	1575	-	1575	182	2023	730	2723
138	1270	-	1270	183	948	730	1678
				184	948	730	1678
				185	1023	730	1753
				186	1023	730	1753

VI.1 PRESENTATION DU PROGRAMME DE CALCUL DEVELOPPE

L'analyse statique est basée sur la détermination des efforts internes dans les barres. Ces efforts dans le cas hyperstatique, sont fonctions des déformations élastiques de la structure qui sont encore fonctions de ses déplacements nodaux sous l'effet du chargement. En appliquant le concept éléments finis, basé sur la méthode des déplacements, le problème se réduit à résoudre en premier lieu l'équation:

$$K U = R \quad (6.1)$$

ou

K : Matrice de rigidité globale de la structure  
 U : Vecteur déplacement global  
 R : Vecteur force global

Dans cette équation l'inconnu est le vecteur déplacement global U, une fois déterminé, on peut calculer les déformations de l'ensemble des barres de la structure et par conséquent leurs efforts internes.

Soit une barre i de noeuds 1 et 2 Fig-6.1 auxquels sont associés respectivement les déplacements globaux (U1,V1,W1) et (U2,V2,W2), la déformation élémentaire  $\mathcal{E}$  et l'effort interne élémentaire  $N_i$  ainsi que la contrainte normale  $\sigma$  associés à cette barre i sont donnés par les expressions suivantes:

a) Déformation élémentaire

$$\mathcal{E} = ((U_2-U_1) \times C_x + (V_2-V_1) \times C_y + (W_2-W_1) \times C_z) / L \quad (6.2)$$

avec:  $C_x = (X_2-X_1)/L$  ;  $C_y = (Y_2-Y_1)/L$

$$C_z = (Z_2-Z_1)/L$$

$$L = ((X_2-X_1)^2 + (Y_2-Y_1)^2 + (Z_2-Z_1)^2)^{1/2}$$

$C_x, C_y, C_z$  sont les cosinus directeurs de l'axe longitudinal de la barre respectivement aux axes globaux X,Y,Z.  
 L est la longueur de la barre i.

b) Effort interne  $N_i$  et contrainte normale

D'après la loi de Hooke la contrainte normale  $\sigma$  relative à la déformation  $\mathcal{E}$  est donnée par:

$$\sigma = \mathcal{E} E \quad (6.2)$$

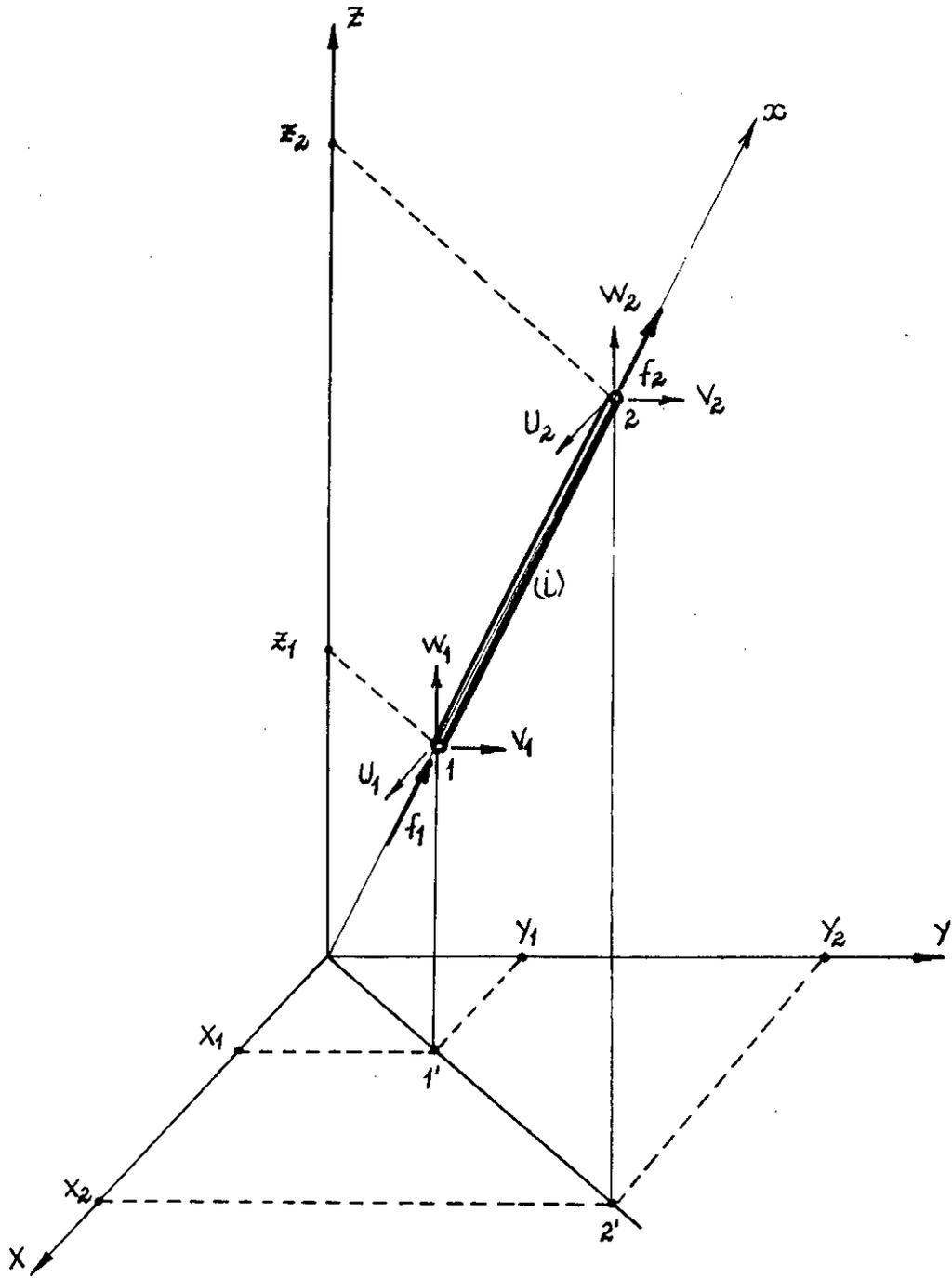


Fig-6.1 Vecteur déplacement  $D_p$  (Rg)  
 Vecteur force  $f$  (Rl)

E : Module d'élasticité longitudinal

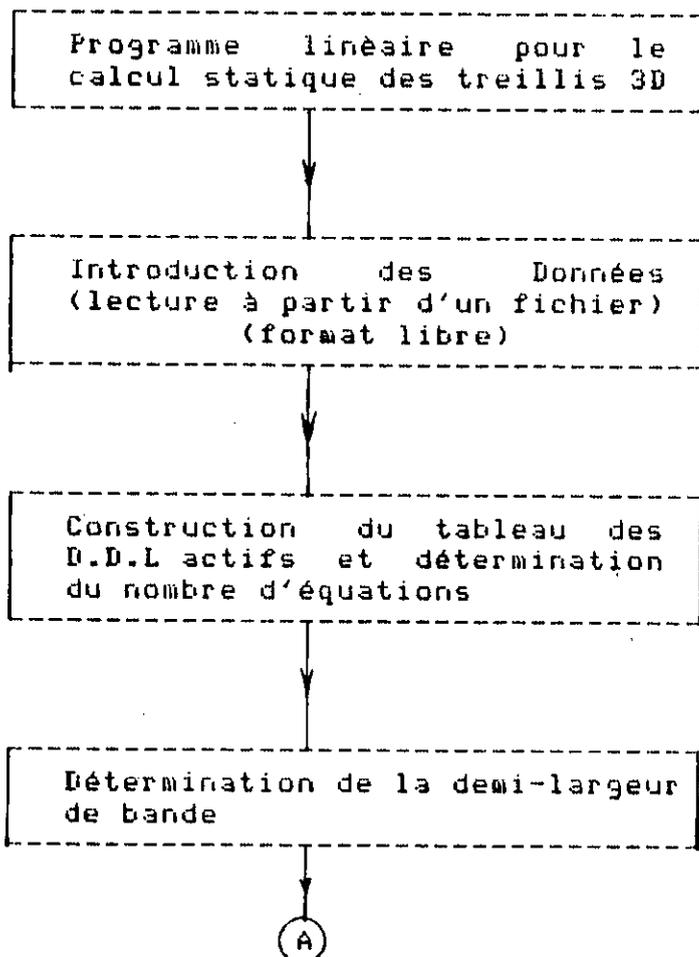
Si A est la section transversale de la barre i , l'effort normal  $N_i$  auquel sera soumise est donné par:

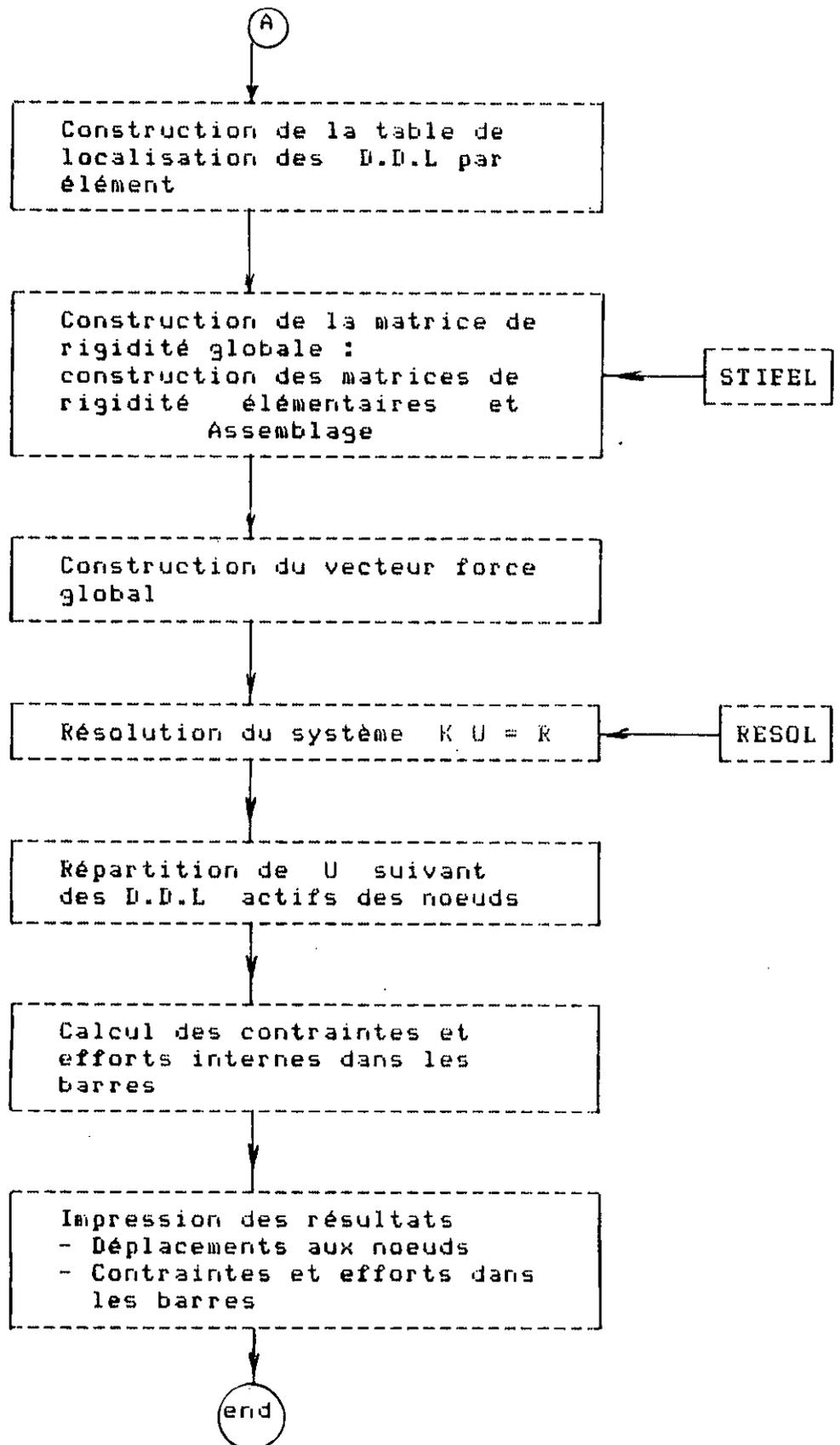
$$N_i = A E \epsilon \quad (6.3)$$

Notons que si  $N_i$  est négatif , la barre travaille en compression et dans le cas contraire elle travaille en traction.

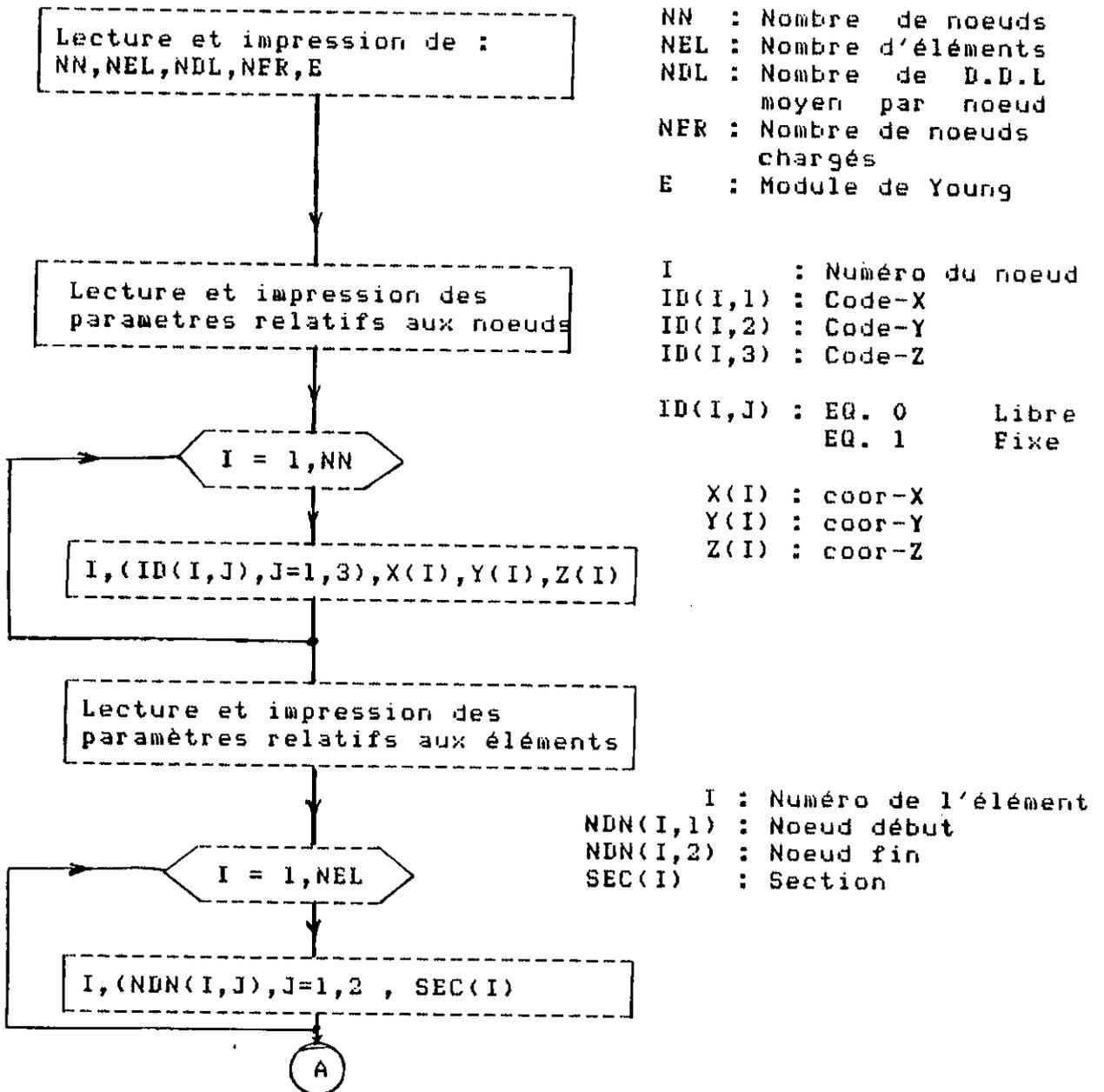
Pour déterminer les contraintes normales et les efforts internes dans les barres on a développé un programme linéaire de calcul de structures treillis , tridimensionnelles , basé sur l'organigramme et les algorithmes suivants:

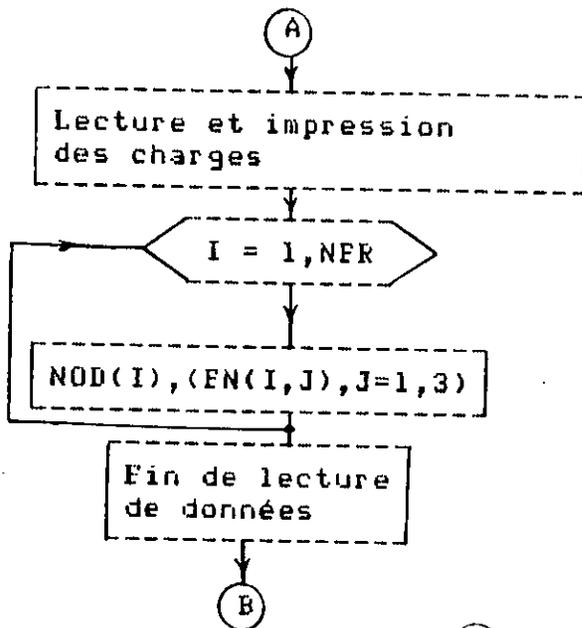
A ORGANIGRAMME





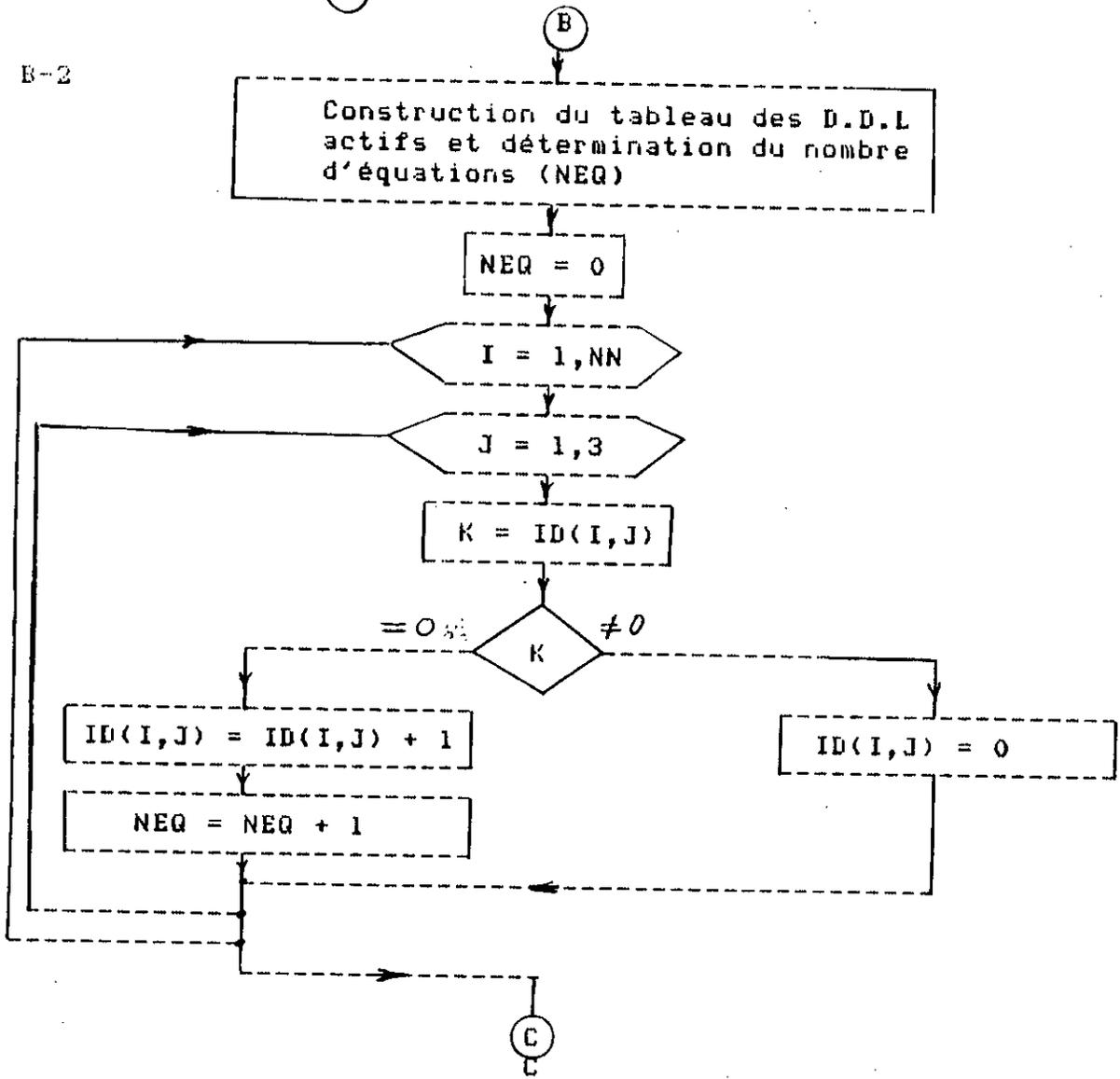
Les données sont lues par le programme à partir d'un fichier écrit en format libre et qui englobe tous les paramètres caractéristiques de la structure et les charges qui lui sont appliquées . Cette partie se présente comme suite:



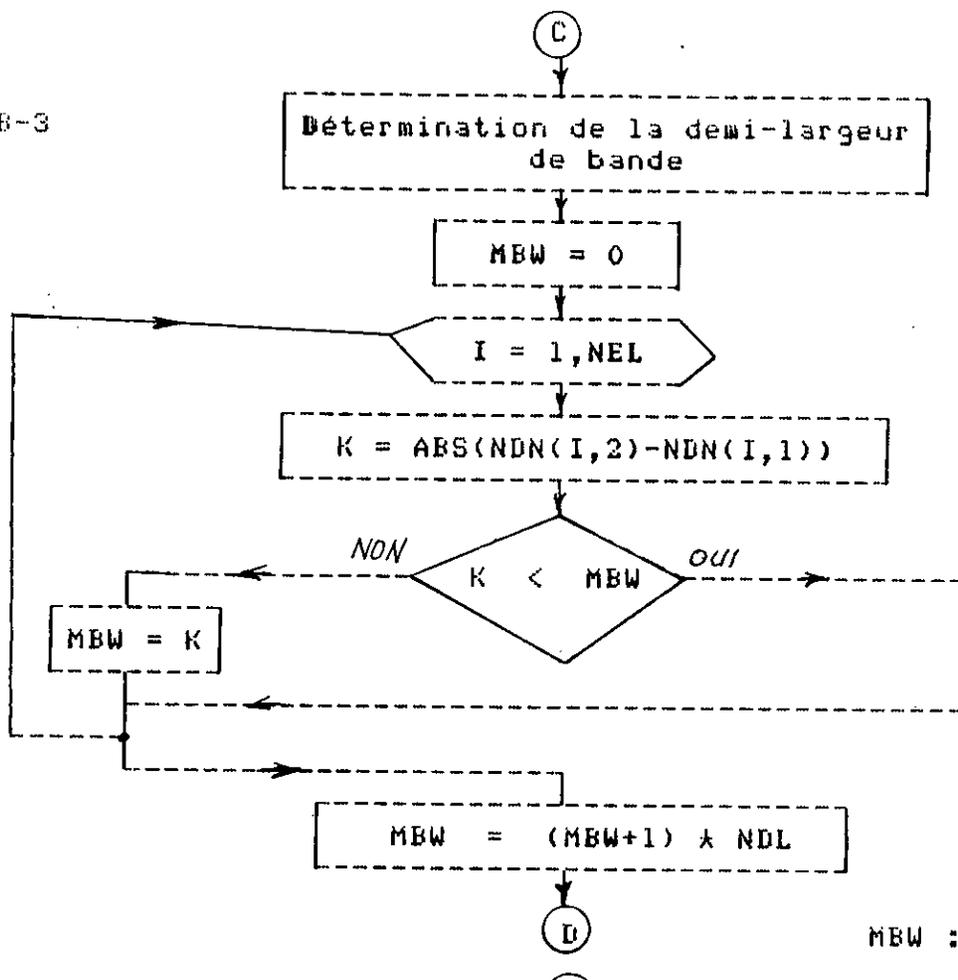


NOD(I) : Numéro du noeud chargé  
 EN(I, 1) : Char-X  
 EN(I, 2) : Char-Y  
 EN(I, 3) : Char-Z

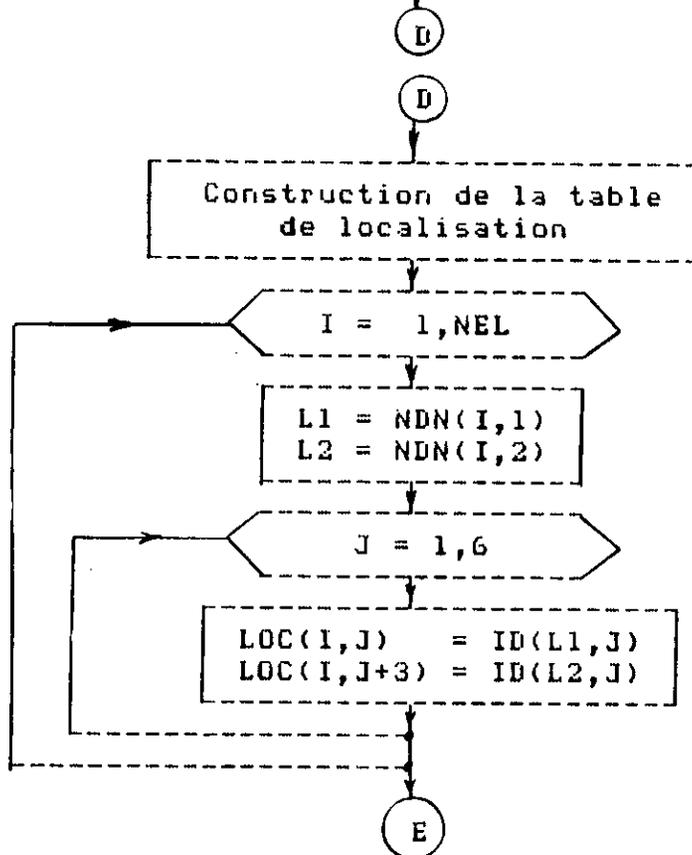
B-2

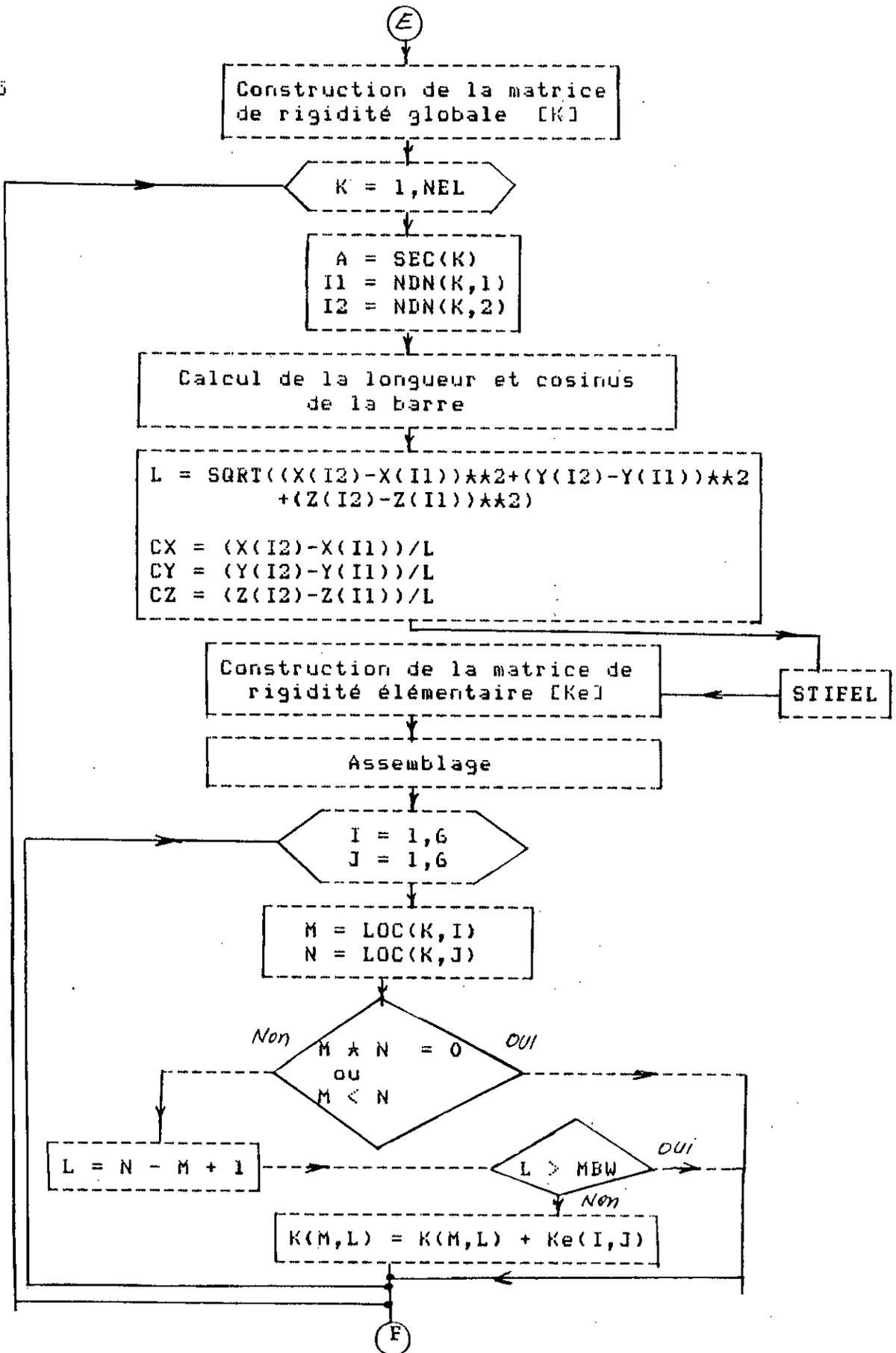


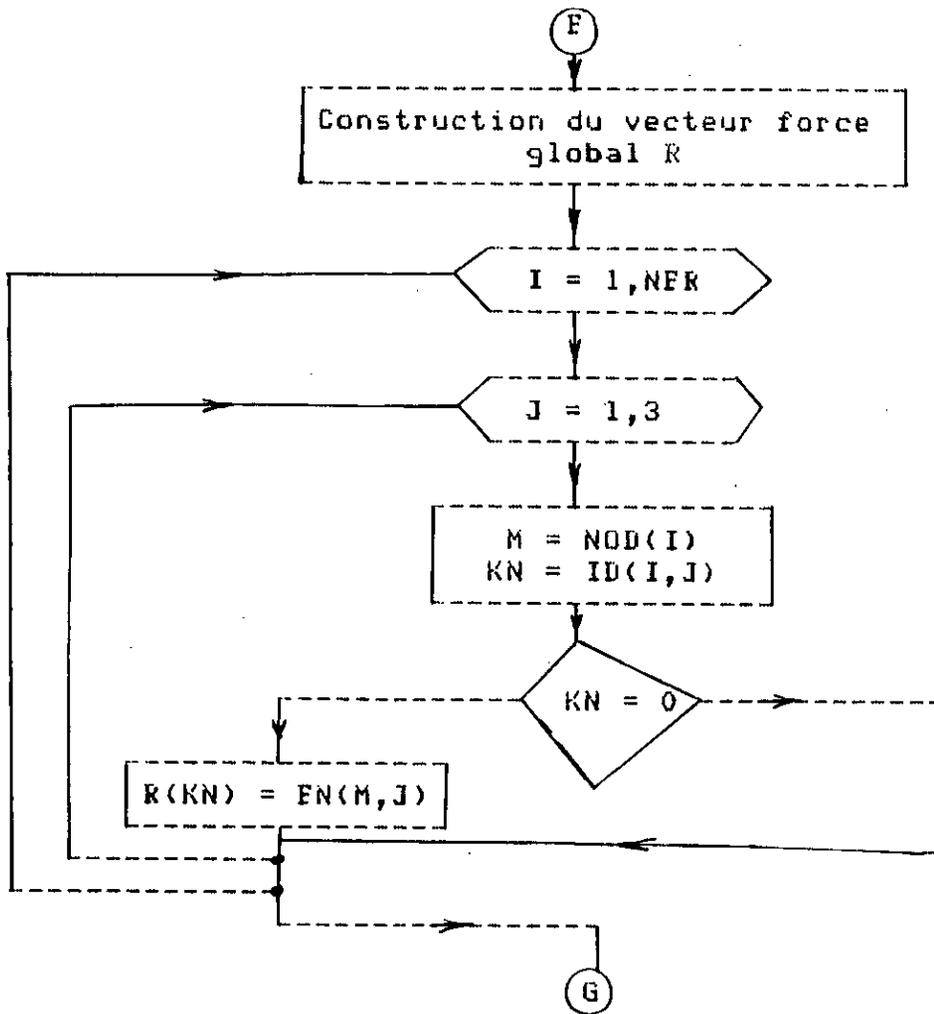
E-3



E-4



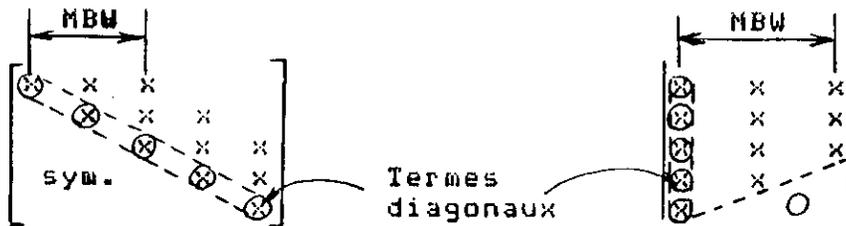




### STOCKAGE DE LA MATRICE DE RIGIDITE GLOBALE [K]

La matrice de rigidité globale [K] est symétrique de plus elle est bandée. Par conséquent, pour son stockage on prend uniquement la partie triangulaire supérieure.

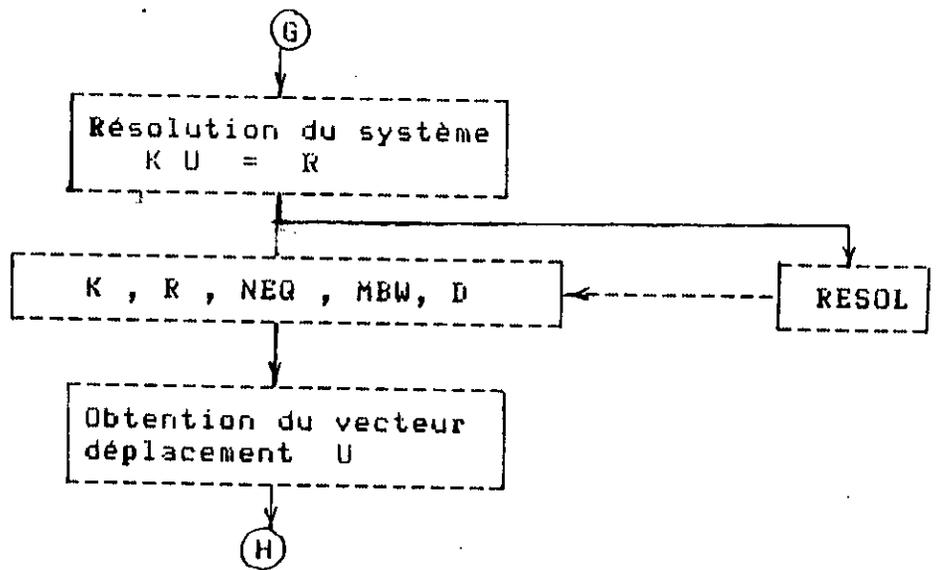
Ce mode de stockage permet une économie importante en mémoire et s'avère très intéressant, particulièrement dans le cas des grands systèmes. Un point important ici c'est qu'un coefficient occupant une position (I, J) dans l'organisation conventionnelle occupera une position (I, J-I+1) dans l'organisation symétrique bandée.



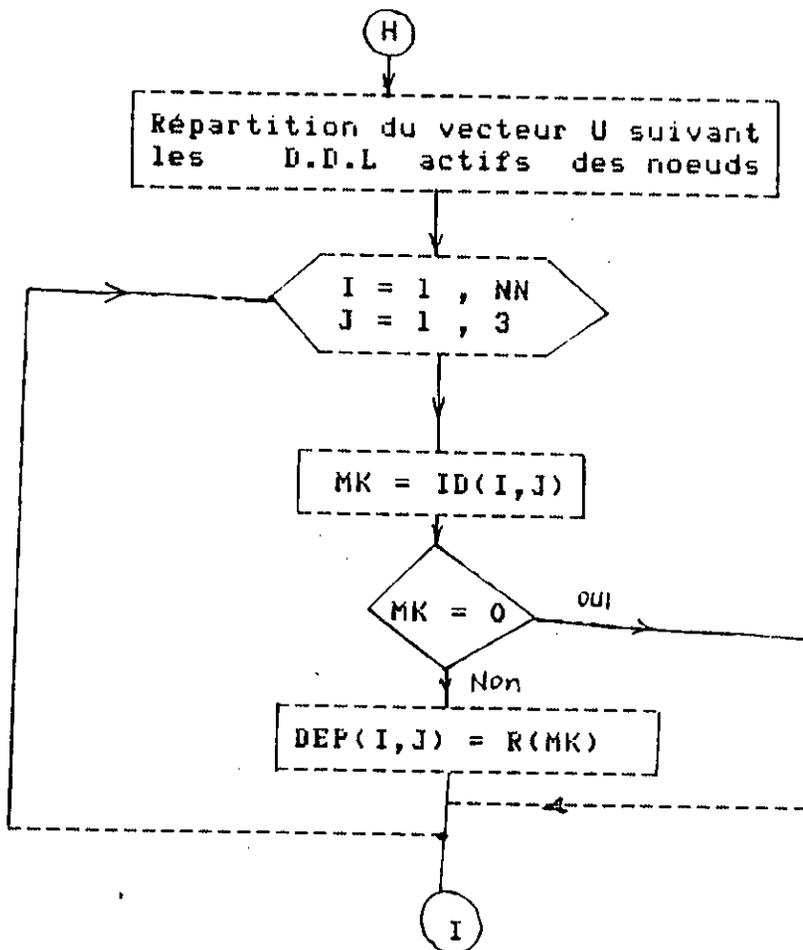
a) Organisation conventionnelle

b) Organisation symétrique bandée

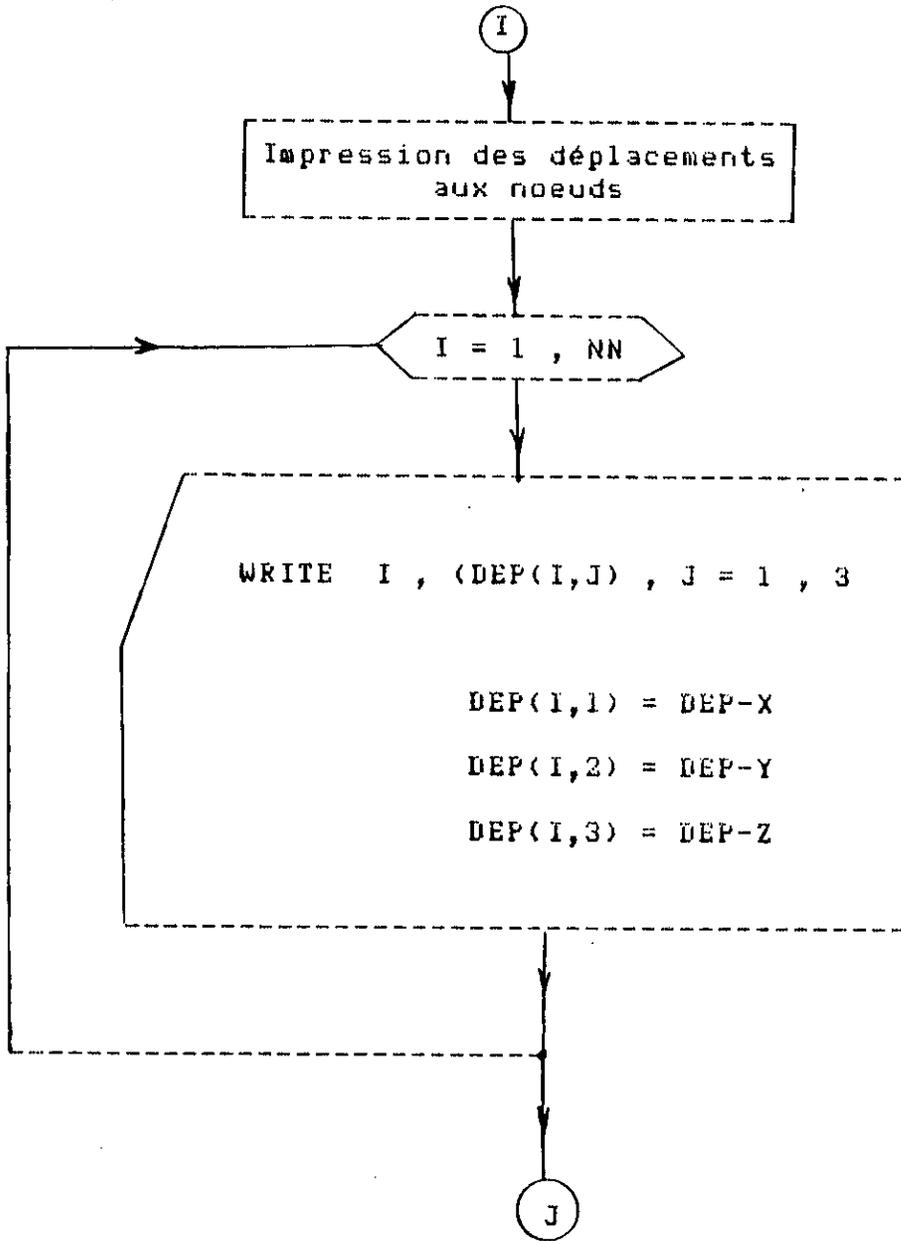
B-7



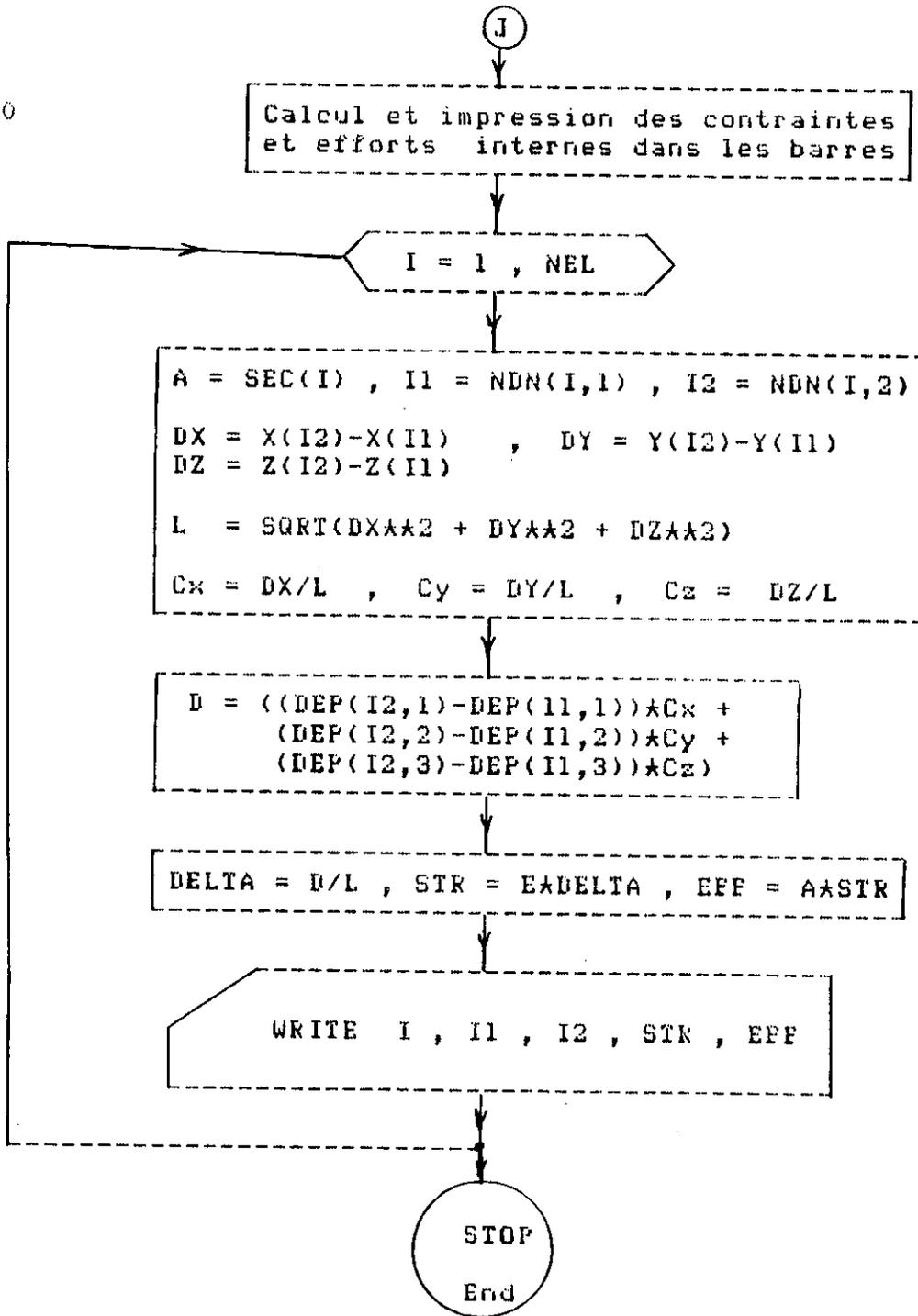
B-8



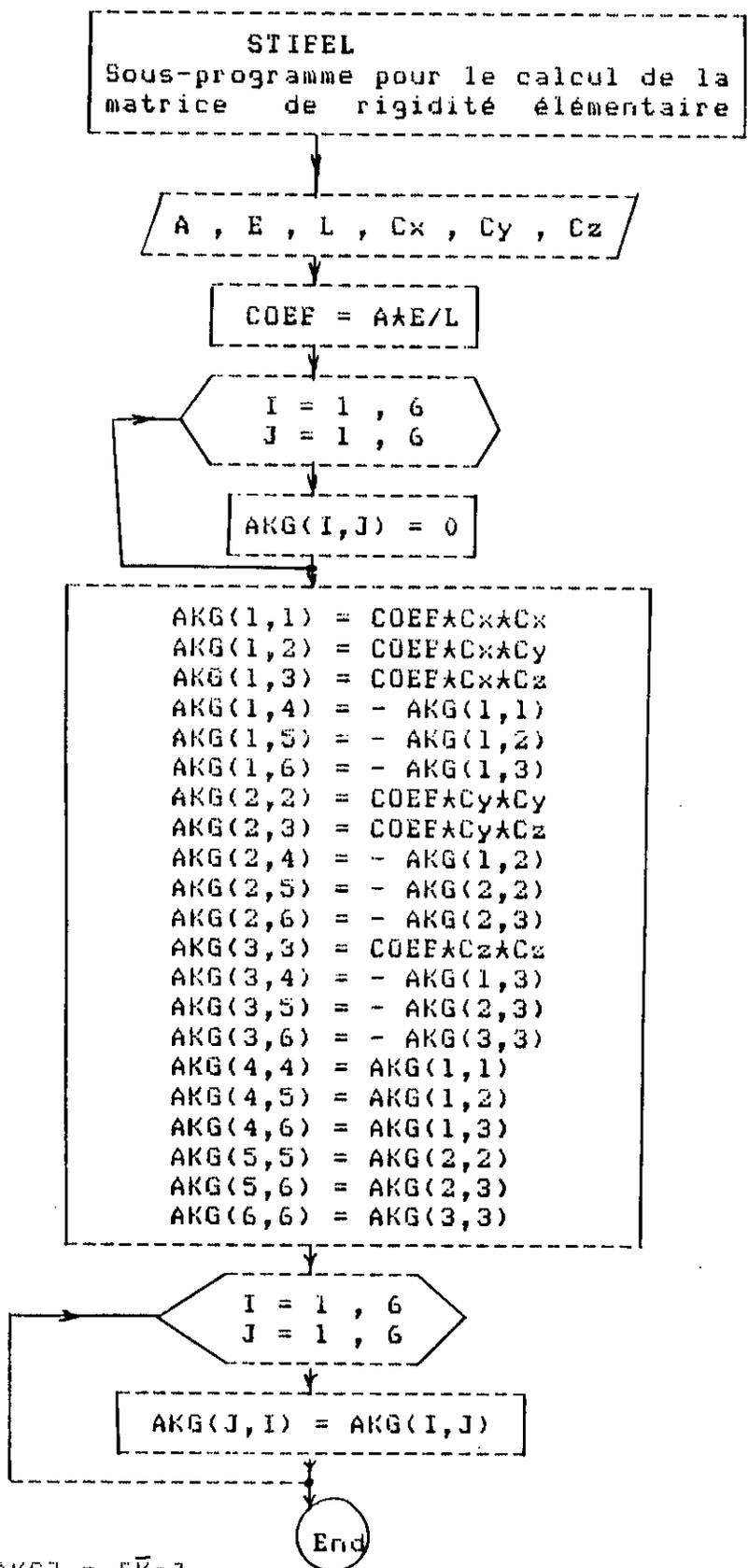
B-9



B-10



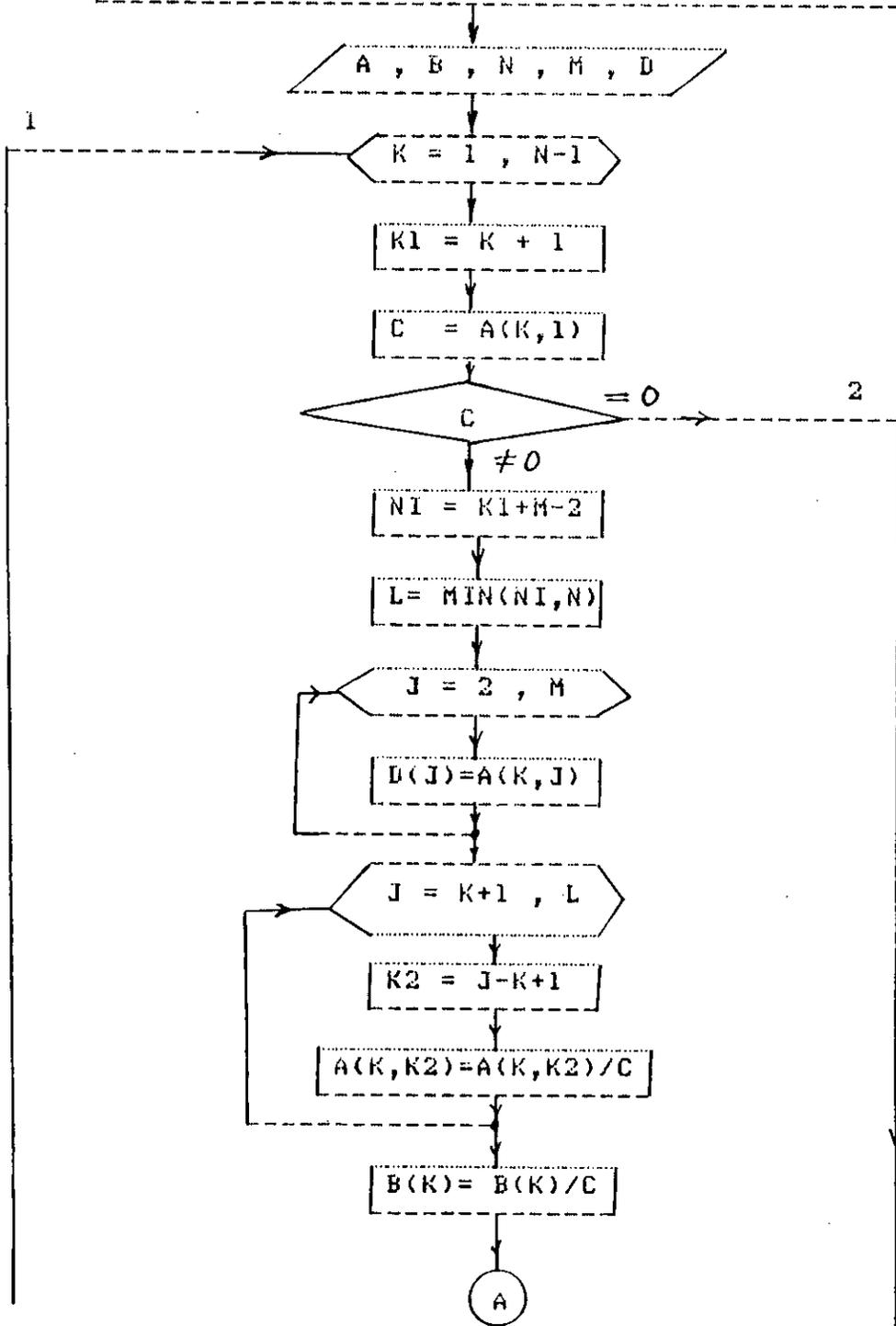
DELTA : Déformation axiale  
STR : Contrainte normale  
EFF : Effort axial

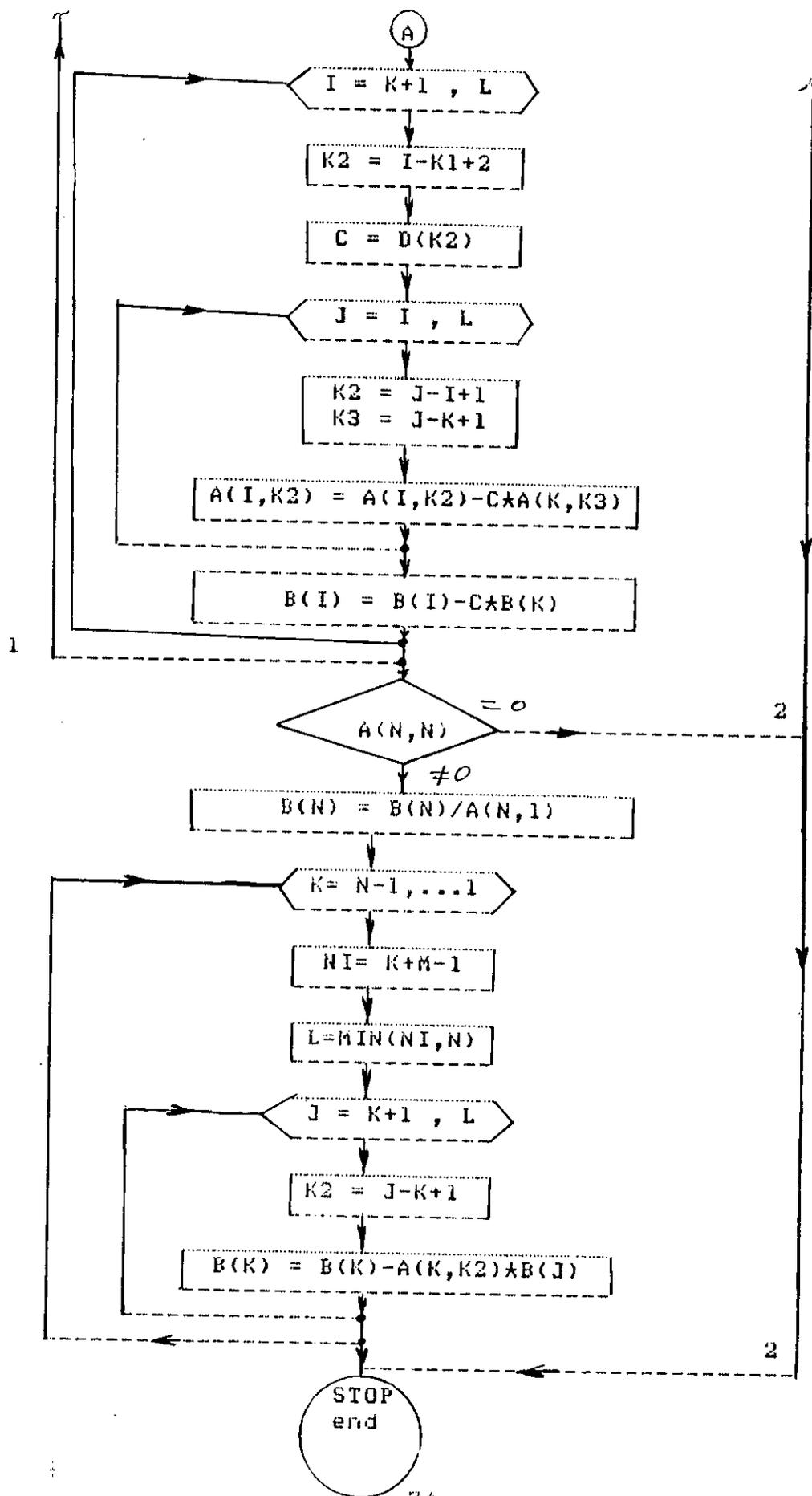


NOTA : [AKG] = [K<sub>e</sub>]

**RESOL**  
 Sous-programme de résolution  
 Ce sous-programme est basé sur la méthode  
 d'élimination de Gauss.

[A] = [K] , B = R , N = NEQ , M = MBW  
 D : Vecteur de travail





Pour l'analyse des treillis il faut veillier est-ce-que ces structures sont dépourvues de toutes configurations déformables car elles induisent des divergences importantes dans les résultats numériques et mettent ainsi en cause l'analyse de la structure.

Pour le treillis du Bus 100V8 , deux configurations déformables Fig-6.2 sont détectées à sa partie arrière. Comme nous avons déjà dit, ces deux configurations sont indésirables par suite elles sont substituées par deux configurations stables Fig-6.3 . Suite à cette modification , le modèle prévu pour la partie arrière de la structure est celui présenté sur la Fig-6.4 , c'est le modèle qu'on a adopté pour la suite de l'étude.

Après avoir effectué cette substitution , Les résultats obtenus sont alors conformes avec ce qui est donné par la littérature concernant l'analyse des structures treillis linéaires en comportement élastique. Pour faciliter leur exploitation et pour la commodité de l'analyse , on a porté sur chaque élément de la structure sa contrainte correspondante qui indique donc le degré de sa sollicitation et son mode de travail suivant qu'elle est de traction ou de compression. De même on a tracé en pointillés , suivant l'importance des déplacements , le nouveau état de chaque partie de la structure après déformation. Notant que la non apparence de ces traces indique que les déplacements sont assez faibles. L'ensemble des diagrammes illustrant explicitement ces résultats sont donnés par les dessins N° 1,2,3, 4,5,6 .

Sachant que dans cette étude on adopté un module de Young  $E = 2.1E+05 \text{ N/mm}^2$  et une limite d'élasticité  $Re = 235 \text{ N/mm}^2$  , correspondants aux aciers doux.

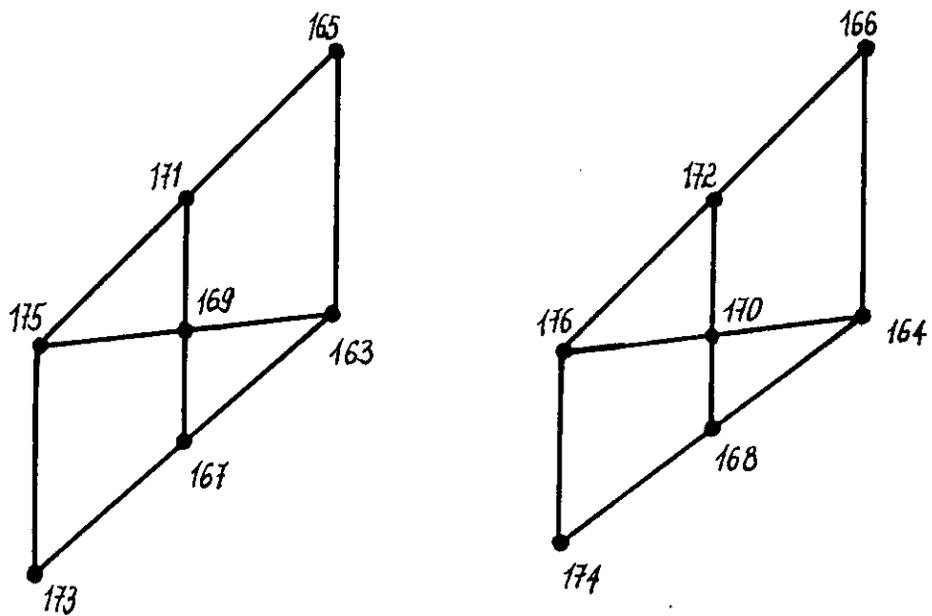


Fig-6.2 Formes déformables

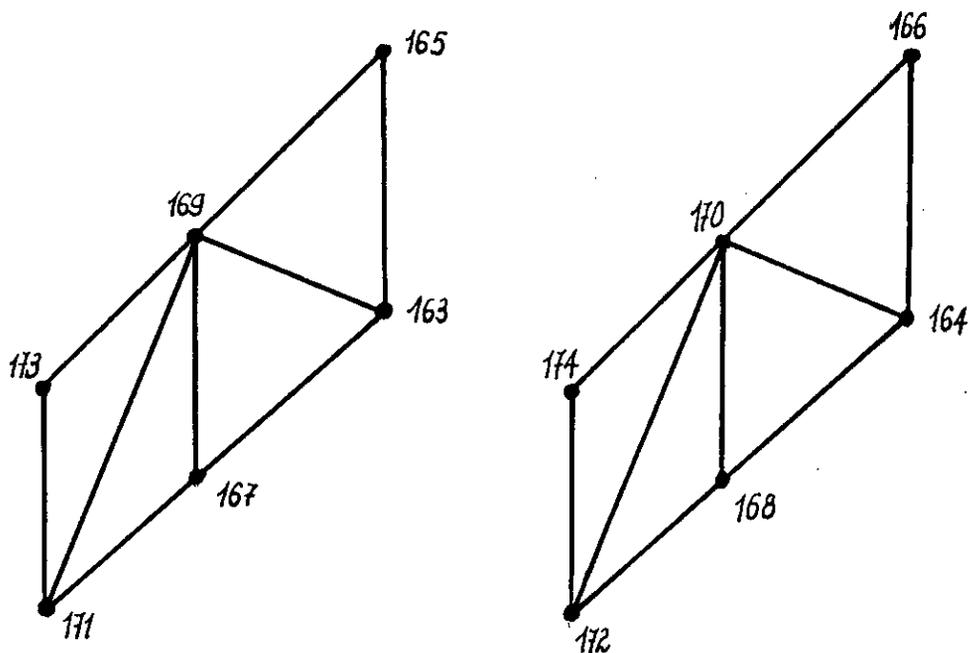


Fig-6.3 Formes stables

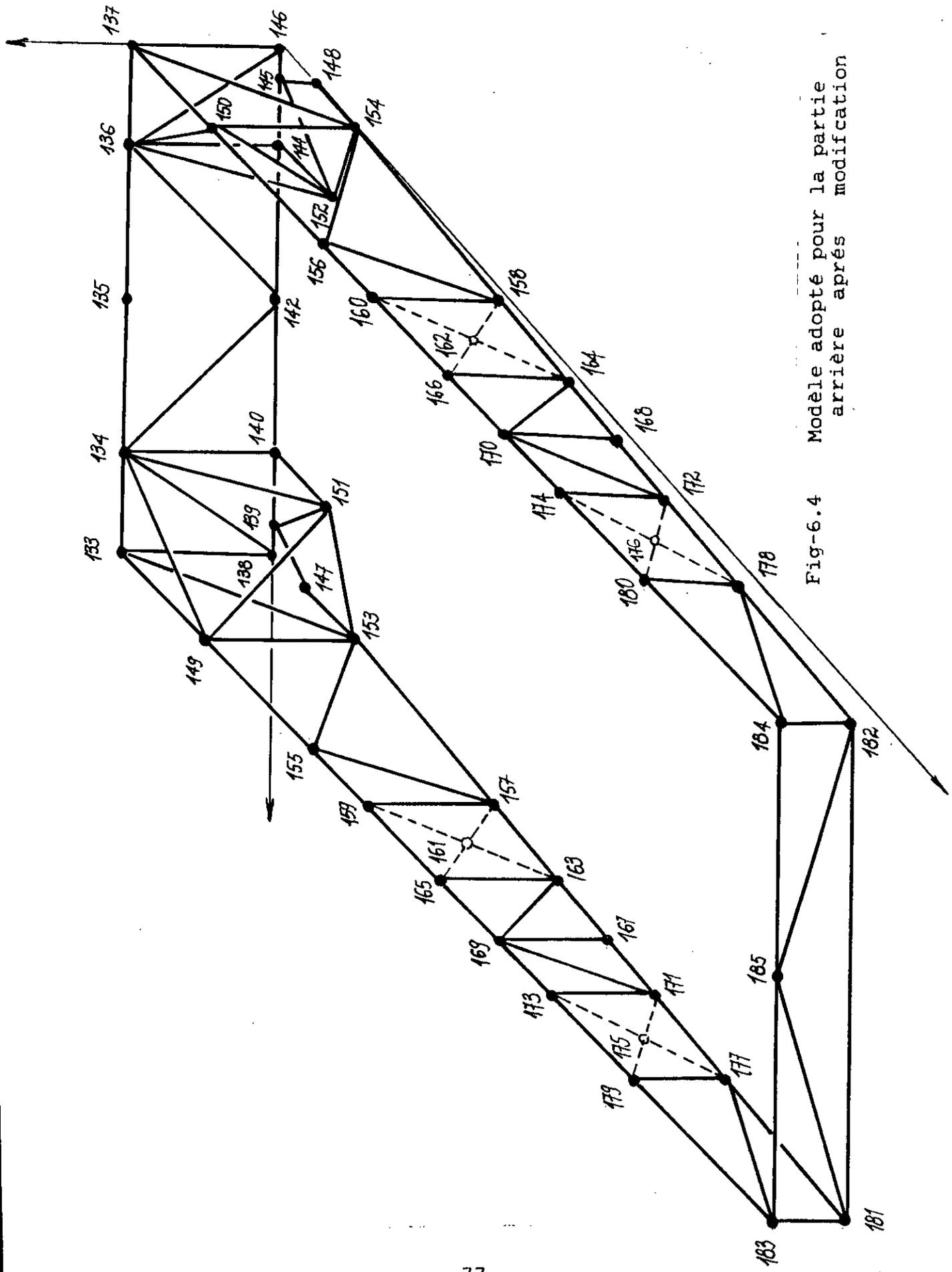


Fig-6.4 Modèle adopté pour la partie arrière après modification

Pour l'ensemble des déplacements nodaux de la structure , on remarque qu'ils sont en concordance avec l'hypothèse de faibles déplacements (comportement linéaire de la structure) et que les plus importants sont les déplacements verticaux (axe Z) qui coïncident avec la direction d'application des charges Tab-6.1. Tandis que les déplacements transversaux (axe X) et longitudinaux (axe Y) sont très faibles et ils sont de l'ordre d'un dixième (1/10) des déplacements verticaux.

Les déplacements verticaux sont d'autant plus importants sur la partie avant , la première portion de la partie centrale , milieu de la structure et surtout sur la partie arrière .

La déformée globale du treillis , avec indication des flèches maximales correspondant aux parties notablement déformées est donnée par la Fig-6.5 . D'après cette déformée , on remarque que les déplacements aux supports arrières du bloc-moteur sont importants (5.96 et 6.07 mm) . D'où on peut conclure que cette partie ne répond pas au critère de support rigide pour machines vibrantes.

Tableau 6.1 Les déplacements majeurs de la structure (Axe Z)

Zone	Noeud n°	DEP-Z (mm)	Noeud n°	DEP-Z (mm)
PARTIE - AVANT	1	- 3.01	5	- 4.06
	2	- 3.03	6	- 1.19
	3	- 3.56	7	- 1.77
	4	- 4.07		
PARTIE CENTRALE (Portion:1)	54	- 2.21	61	- 3.16
	55	- 2.58	62	- 3.55
	56	- 3.23	63	- 1.88
	57	- 3.20	64	- 1.87
	58	- 3.53	65	- 1.96
	59	- 3.78	66	- 1.94
	60	- 3.75	67	- 1.94
PARTIE ARRIERE	157	- 1.77	172	- 5.21
	158	- 1.82	173	- 5.09
	159	- 1.80	174	- 5.19
	160	- 1.85	175	- 5.96
	161	- 2.27	176	- 6.07
	162	- 2.33	177	- 6.90
	163	- 2.82	178	- 7.00
	164	- 2.94	179	- 6.89
	165	- 2.80	180	- 6.99
	166	- 2.87	181	- 9.45
	167	- 3.90	182	- 9.52
	168	- 4.00	183	- 9.44
	169	- 3.86	184	- 9.52
170	- 3.96	185	- 9.49	
171	- 5.11			

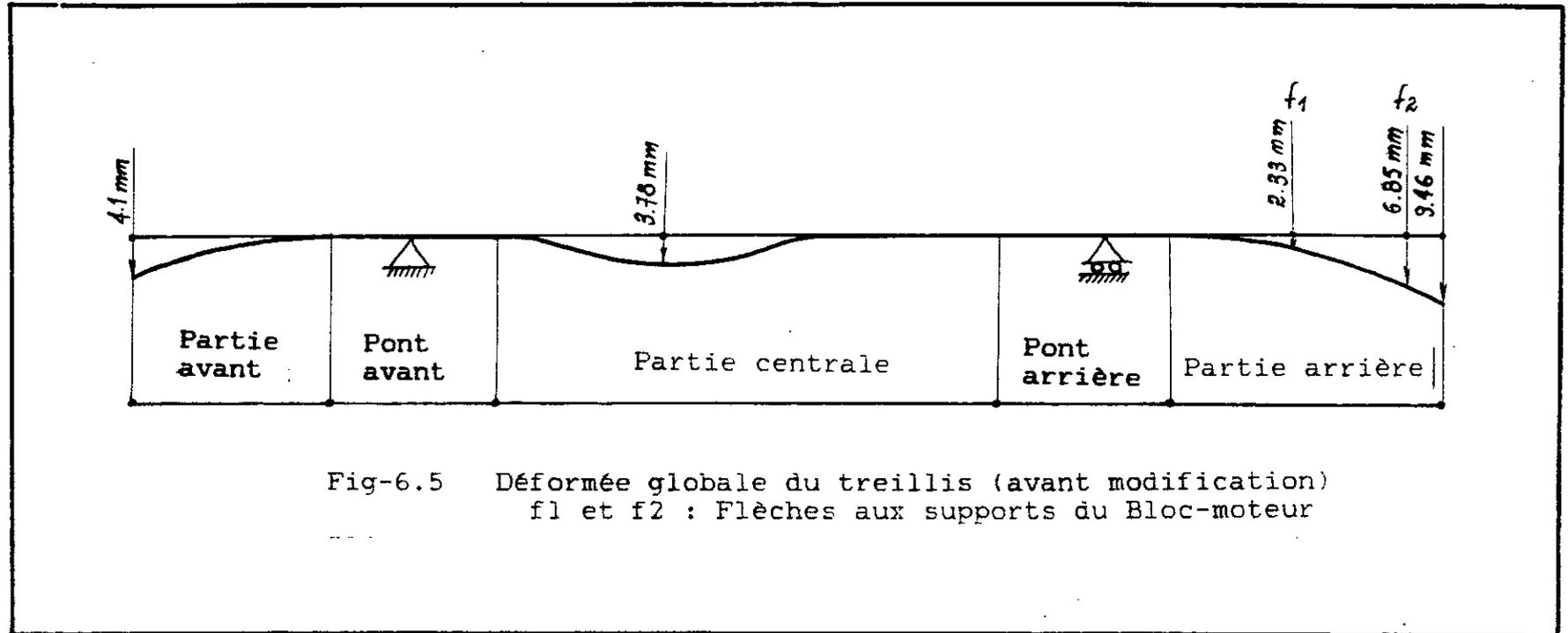


Fig-6.5 Déformée globale du treillis (avant modification)  
f1 et f2 : Flèches aux supports du Bloc-moteur

## VI.2.2 Analyse des contraintes

L'analyse des contraintes des différents éléments de la structure est effectuée vis à vis des contraintes admissibles de traction-compression.

La contrainte de traction est prise égale à la résistance pratique  $\sigma_{ad}^t = R_p = 150 \text{ N/mm}^2$ , tandis que la contrainte admissible de compression est prise égale à la contrainte de stabilité, qui vérifie la condition de l'élément au flambage (élastique). Cette contrainte dépend du rayon de giration et de la longueur de la barre. Dans le cas des éléments courts, plusieurs formules empiriques ont été développées /8/ (cas des colonnes) pour le calcul de cette contrainte  $\sigma_{st}$ . Une de ces formules est la suivante:

$$\sigma_{st} = 105 - 0.00175 (L/r)^2 \text{ N/mm}^2 \text{ avec } L/r < 140$$

Dans cette formule le rapport  $(L/r)$  désigne le coefficient d'élanement de la barre, ou  $L$  est sa longueur et  $r$  son rayon de giration. Dans notre cas le coefficient d'élanement est inférieur à 80 quelque soit l'élément de la structure. Pour cette valeur extrême correspond une contrainte de stabilité  $\sigma_{st} = 100 \text{ N/mm}^2$  d'où on a pris la contrainte admissible de compression égale à cette contrainte:

$$\sigma_{ad}^c = - 100 \text{ N/mm}^2$$

Notant que pour les éléments très courts, pour lesquels le coefficient d'élanement est inférieur à 10, la contrainte admissible de compression est prise égale à la contrainte admissible de traction.

Pour mieux analyser la structure, on doit tenir aussi compte du cas dynamique ou la structure est fortement sollicitée.

### - Cas statique

Les résultats relatifs au calcul de contraintes, donnés par le programme montrent que les états des éléments travaillant en traction sont faibles et leurs valeurs maximales sont de l'ordre de 50 à 60 pour cent de la contrainte admissible de traction. Cependant, les états de contrainte de certains éléments, travaillant en compression, dépassent ou ils sont très proches de la contrainte admissible. Pour ces éléments plus sollicités et pour lesquels le risque de flambage est d'autant prévu, on constate qu'ils se situent presque en totalité dans la partie arrière de la structure qui est continuellement exposée aux vibrations du bloc-moteur Tab-6.2.

Tableau-6.2 Eléments comprimés fortement sollicités

Elément n°	Noeuds de connections	Contrainte N/mm <sup>2</sup>	Zone
103	53 - 46	- 91.52	Pont avant
186	69 - 86	- 94.36	Partie centrale (3)
187	76 - 89	- 90.58	
362	153 - 133	- 121.92	Partie arrière
363	154 - 137	- 127.23	
364	140 - 151	- 122.31	
365	144 - 152	- 123.86	
366	151 - 153	- 95.90	
367	152 - 154	- 97.85	
378	153 - 157	- 92.47	
379	154 - 158	- 94.68	

- Cas dynamique

L'analyse statique a permis de déterminer les états de contraintes des éléments de la structure et distinguer ceux qui sont près à flamber. Ces éléments causent l'instabilité de la structure une fois elle est soumise aux excitations dynamiques. Par conséquent, pour une analyse rigoureuse de la stabilité des éléments il faut tenir compte de l'effet des efforts dynamiques, surtout les plus sévères telsque les chocs, qui agissent sur la structure et qui résultent de la fonction qu'elle accomplit.

Ces efforts qui sont dus :

- aux irrégularités et imperfections du profil de la route
- à la vitesse d'allure et l'état de chargement du véhicule
- au freinage brusque
- aux vibrations du bloc-moteur
- etc ...

sont susceptibles de produire des dépassements de contraintes admissibles dans les éléments de la structure et des phénomènes locaux de fatigue.

La prise en compte des effets dynamiques sur la structure se fait soit par résolution de l'équation dynamique du système :

$$M U + C U + K U = F(t) \quad (6.4)$$

- M : Matrice masse globale
- C : Matrice d'amortissement globale
- K : Matrice de rigidité globale
- F(t): Vecteur excitations dynamiques

Ce cas nécessite une connaissance assez précise de

l'historique des efforts dynamiques  $F(t)$  dans le temps.

Soit par multiplication de la réponse statique de la structure par le coefficient d'amplification dynamique  $K_d$ . Ce coefficient est donné d'après /9/ par la formule suivante:

$$K_d = 1 + a/g \quad (6.5)$$

- a : Accélération du système
- g : Accélération de la pesanteur

et il varie ,en général, entre 1 et 2 et prend sa valeur maximale 2 dans le cas des chocs , qui sont d'ailleurs d'une grande importance dans le calcul des structures des véhicules /9/,/10/ tels que Bus à structure autoportante .

Cette importance vient du fait que les structures en aciers et en particulier les treillis sont caractérisés par un degré d'amortissement très faible , meme négligeable , /11/ et que la réponse maximale à une charge impulsive (choc) est atteinte dans un laps de temps très court , avant que les forces d'amortissement n'aient le temps d'absorber une énergie conséquente /10/. D'où on peut conclure que les réponses des treillis aux chocs sont très sévères.

Pour notre étude on a considéré la deuxième méthode , en tenant compte des cas de chocs , avec un coefficient d'amplification dynamique  $K_d$  égal à deux . La contrainte de sécurité , dans le cas de compression , serait alors :

$$\sigma_s \leq \sigma_t / K_d \quad \text{soit} \quad \sigma_s \leq 50 \text{ N/mm}^2$$

En partant de cette considération , l'analyse de contraintes devient d'autant plus fine ainsi pour un élément comprimé à un état de contrainte qui dépasse la contrainte de sécurité  $\sigma_s$  le risque de flambage est fort probable. Par conséquent , les éléments cités dans le Tab-6.3 sont , en général , instables lorsque la structure est dynamiquement fortement sollicitée , alors que ceux cités dans le Tab-6.2 , cas statique , sont totalement instables.

L'instabilité a des effets néfastes car elle déclenche des phénomènes de fatigue qui conduisent aux vieillissements rapides des éléments concernés et par suite à la fatigue et la perte de de capacité de charge de la structure entière.

Tableau-6.3 Les éléments fortement sollicités dans le cas dynamique

Élément n°	Noeuds de connections			Contrainte N/mm <sup>2</sup>	Zone
14	5	-	15	- 54.72	Partie avant
83	36	-	38	- 72.75	Pont avant
84	35	-	37	- 65.86	
118	48	-	54	- 54.92	Partie centrale (1)
119	53	-	55	- 67.92	
121	55	-	59	- 61.78	
133	59	-	62	- 56.06	
318	135	-	134	- 62.84	Partie arrière
319	136	-	135	- 63.13	
332	138	-	134	- 56.54	
333	146	-	136	- 55.94	
350	139	-	147	- 51.27	
351	145	-	148	- 52.03	
376	153	-	155	- 58.02	
377	154	-	156	- 60.87	
390	157	-	163	- 64.83	
391	158	-	164	- 65.75	
396	163	-	169	- 47.10	
397	164	-	170	- 50.83	

### VI.3 SOLUTIONS PROPOSEES POUR AMELIORER LA TENUE A LA FATIGUE DE LA STRUCTURE

Pour améliorer la qualité de résistance de la structure et sa tenue à la fatigue, on suggère trois propositions.

#### 1-ère Proposition

Cette première proposition consiste, en tenant compte de l'amplification dynamique, à minimiser les états de contraintes des éléments instables. Dans cette opération, on envisage de substituer les éléments en question par d'autres éléments de sections plus grandes.

De façon à expliciter cette tâche, on doit tenir compte des emplacements de ces éléments dans la structure, le procédé suivi ainsi est résumé dans les tableaux suivants:

#### - PARTIE AVANT

Tableau-6.4

! Elément !	Noeuds de !	Section !	Section !	Contrainte !
! n° !	! connections !	! initiale !	! finale !	! finale !
! !	! !	! (mm <sup>2</sup> ) !	! (mm <sup>2</sup> ) !	! (N/mm <sup>2</sup> ) !
! 14 !	! 5 - 15 !	! A1(231) !	! A3(375) !	! - 33.71 !
! 21 !	! 8 - 10 !	! A1(231) !	! A3(375) !	! - 49.90 !

#### - PARTIE PONT AVANT

Tableau-6.5

! Elément !	Noeuds de !	Section !	Section !	Contrainte !
! n° !	! connections !	! initiale !	! finale !	! finale !
! !	! !	! (mm <sup>2</sup> ) !	! (mm <sup>2</sup> ) !	! (N/mm <sup>2</sup> ) !
! 83 !	! 36 - 38 !	! A2(252) !	! A3(375) !	! - 47.66 !
! 84 !	! 35 - 37 !	! A2(252) !	! A3(375) !	! - 43.15 !
! 103 !	! 53 - 46 !	! A1(231) !	! A3(375) !	! - 67.01 !
! 104 !	! 45 - 48 !	! A1(231) !	! A3(375) !	! - 57.35 !

Dans ce cas, on remarque que les états de contraintes des éléments 103 et 104 dépassent la contrainte de sécurité mais cela ne pose pas de problème car ces deux éléments sont très courts.

- PARTIE CENTRALE (Portion 1)

Tableau-6.6

! Elément !	Noeuds de !	Section !	Section !	Contrainte !
! n° !	! connections !	! initiale !	! finale !	! finale !
!	!	! (mm <sup>2</sup> ) !	! (mm <sup>2</sup> ) !	! (N/mm <sup>2</sup> ) !
! 118 !	! 48 - 54 !	! A2(252) !	! A3(375) !	! - 36.01 !
! 119 !	! 53 - 55 !	! A2(252) !	! A3(375) !	! - 46.83 !
! 120 !	! 54 - 56 !	! A1(231) !	! A3(375) !	! - 31.22 !
! 121 !	! 55 - 59 !	! A1(231) !	! A3(375) !	! - 41.55 !
! 133 !	! 59 - 62 !	! A1(231) !	! A3(375) !	! - 38.13 !
! 132 !	! 56 - 61 !	! A1(231) !	! A3(375) !	! - 31.13 !

Remarque : Dans le sens d'augmenter la rigidité de la partie centrale et vaincre l'effet d'instabilité sur les tronçons (55 - 62) et (54 - 61) on a remplacé les éléments continus (47 - 69) et (52 - 76), voir Fig-4.5.1, de section A1 par deux éléments continus de section A3.

- PARTIE CENTRALE (Portion 3)

Tableau-6.7

! Elément !	Noeuds de !	Section !	Section !	Contrainte !
! n° !	! connections !	! initiale !	! finale !	! finale !
!	!	! (mm <sup>2</sup> ) !	! (mm <sup>2</sup> ) !	! (N/mm <sup>2</sup> ) !
! 186 !	! 69 - 86 !	! A2(252) !	! A3(375) !	! - 63.85 !
! 187 !	! 76 - 89 !	! A2(252) !	! A3(375) !	! - 61.29 !

Remarque : Pour la stabilité des barres 186,187 celles-ci sont soutenues par deux barres secondaires qui les relient aux barres 208,209 Fig-6.6 .

- PARTIE ARRIERE

La partie arrière constitue un porte-à-faux assez important sur lequel est placé le bloc-moteur. D'après les Tab-6.2 et 6.3 on remarque que presque la totalité des éléments instables ou semi-instables se situent dans cette partie . Notant encore qu'elle ne répond pas au critère de support rigide pour machines vibrantes alors qu'elle est continuellement soumise aux vibrations du bloc-moteur. Ces conditions font que cette partie doit subir une modélisation adéquate à partir d'un élément tubulaire de section carrée Fig-6.7c , qui doit satisfaire à la

fois les trois conditions à savoir : la résistance , la stabilité et la rigidité.

Cette modélisation est d'autant plus préférable que d'ajouter des renforts Fig-6.7ab . En effet , elle donne une bonne répartition de la matière sur la périphérie , c'est à dire elle permet d'avoir un bon rayon de giration qui donne de bonnes qualités de résistances à l'élément en question.

La section prise pour cet élément est de  $1200 \text{ mm}^2$  . Elle correspond à celle nécessaire pour minimiser les états de contraintes des éléments comprimés 378,379 à moins de l'état de contrainte de sécurité et diminuer aussi les déplacements à la moitié des valeurs initiales. Notant encore que cette minimisation a nécessité la modification structurale donnée par la Fig-6.8 .

Les changements apportés pour cette partie , concernant la modification structurale et le changement des sections des éléments sont illustrés sur la Fig-6.9 . Celle-ci désigne encore le modèle définitif adopté pour cette partie . Le diagramme des contraintes qui lui correspond après ces modifications est celui donné par le dessin N° 7.

## 2-ème Proposition

Les tubes de sections carrées sont plus préférables dans la conception des treillis de ce type , car cette géométrie leur permet une bonne résistance à la flexion et à la torsion . Notant alors que dans notre cas , le rayon de giration  $r_1$  du tube de section A1 est supérieur au rayon de giration  $r_2$  du tube de section A2 , Tab-2.1 , et que pour un meme élément le coefficient d'élançement  $(L/r_1)$  est inférieur au coefficient d'élançement  $(L/r_2)$  d'où on peut conclure que les tubes de section A1 sont plus stables que ceux de section A2.

Dans cette proposition qui succède à la première , on subgère de substituer tous les éléments de la structure faits par des tubes de section A2 par des éléments faits des tubes de section A1. Le but de cette substitution est d'augmenter les rigidités de flexion et de torsion des éléments et en particulier celles des éléments comprimés.

En conséquence , les contraintes secondaires ainsi que les effets de compressions sur la flexion des barres seront totalement négligeables de plus ces éléments seront plus stables.

Après avoir effectué cette substitution on constate que l'augmentation de contraintes normales , pour les éléments comprimés , qui est due à la réduction de section n'est pas notable , elle est de l'ordre de 9 pour cent (9%) des contraintes initiales. La déformée globale de la structure après ces modifications , avec indication des flèches maximales est donnée par la Fig-6.10 .

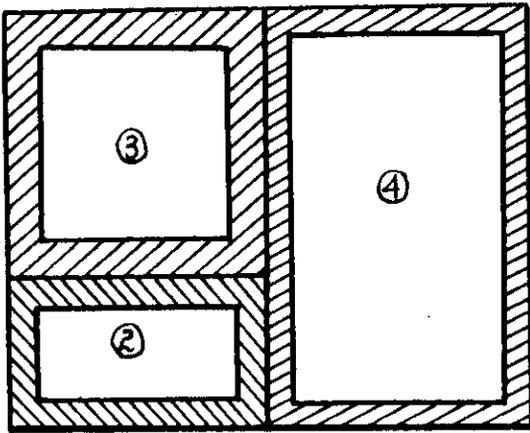
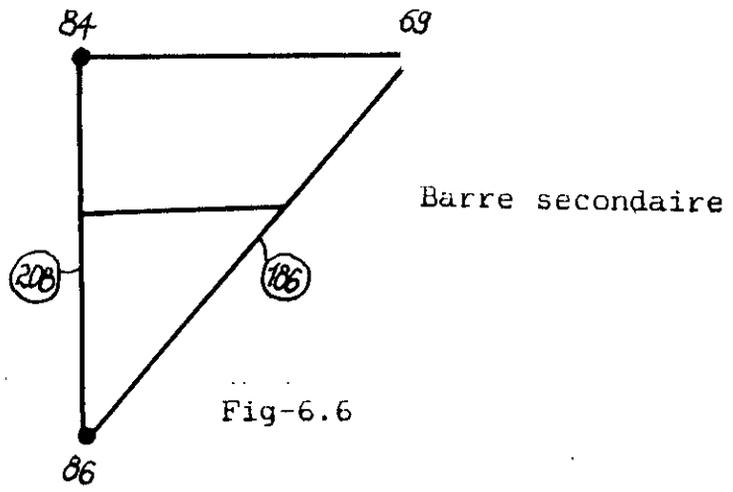


Fig-6.7a

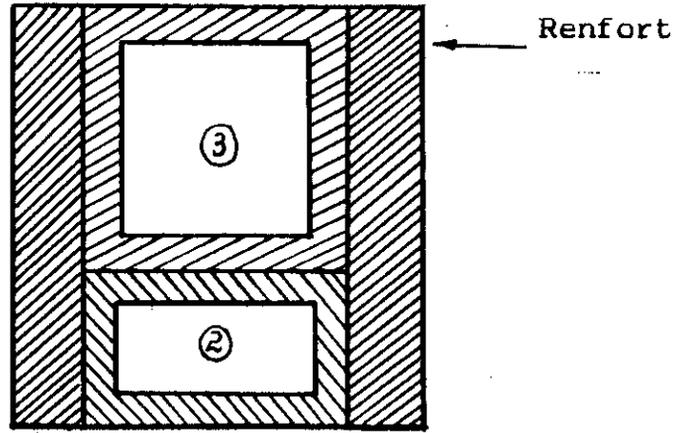


Fig-6.7b

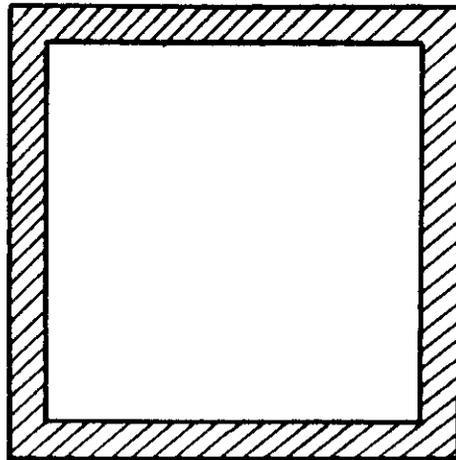
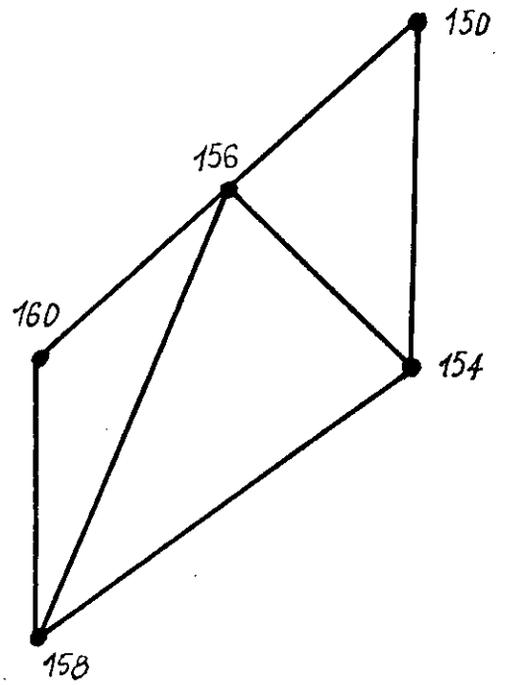
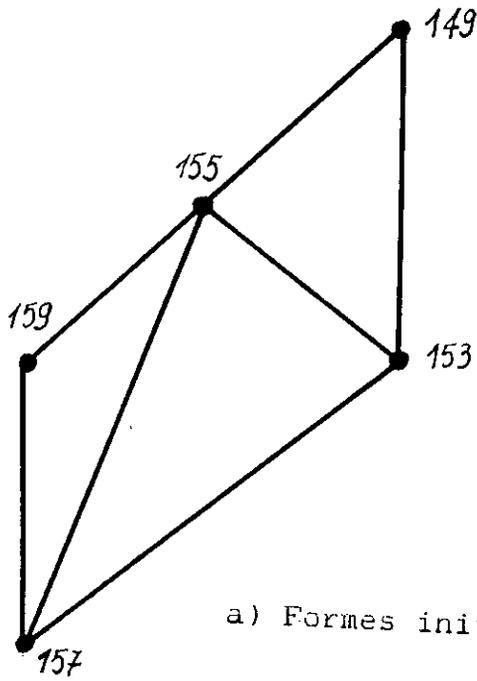
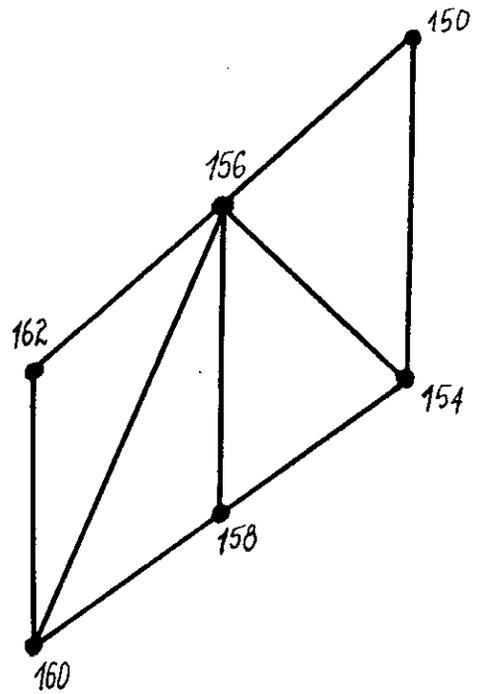
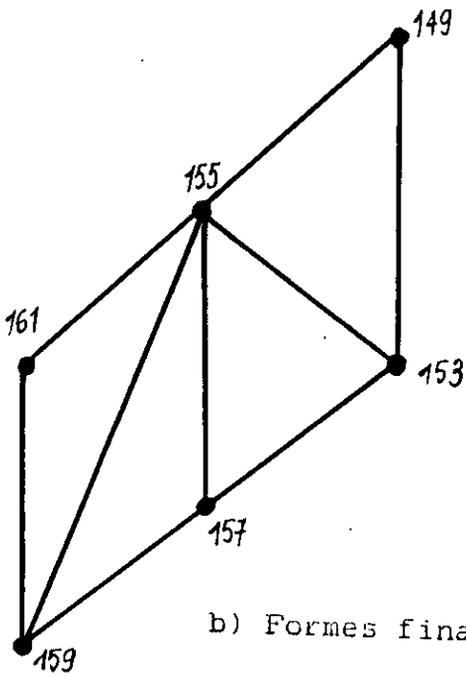


Fig-6.7c

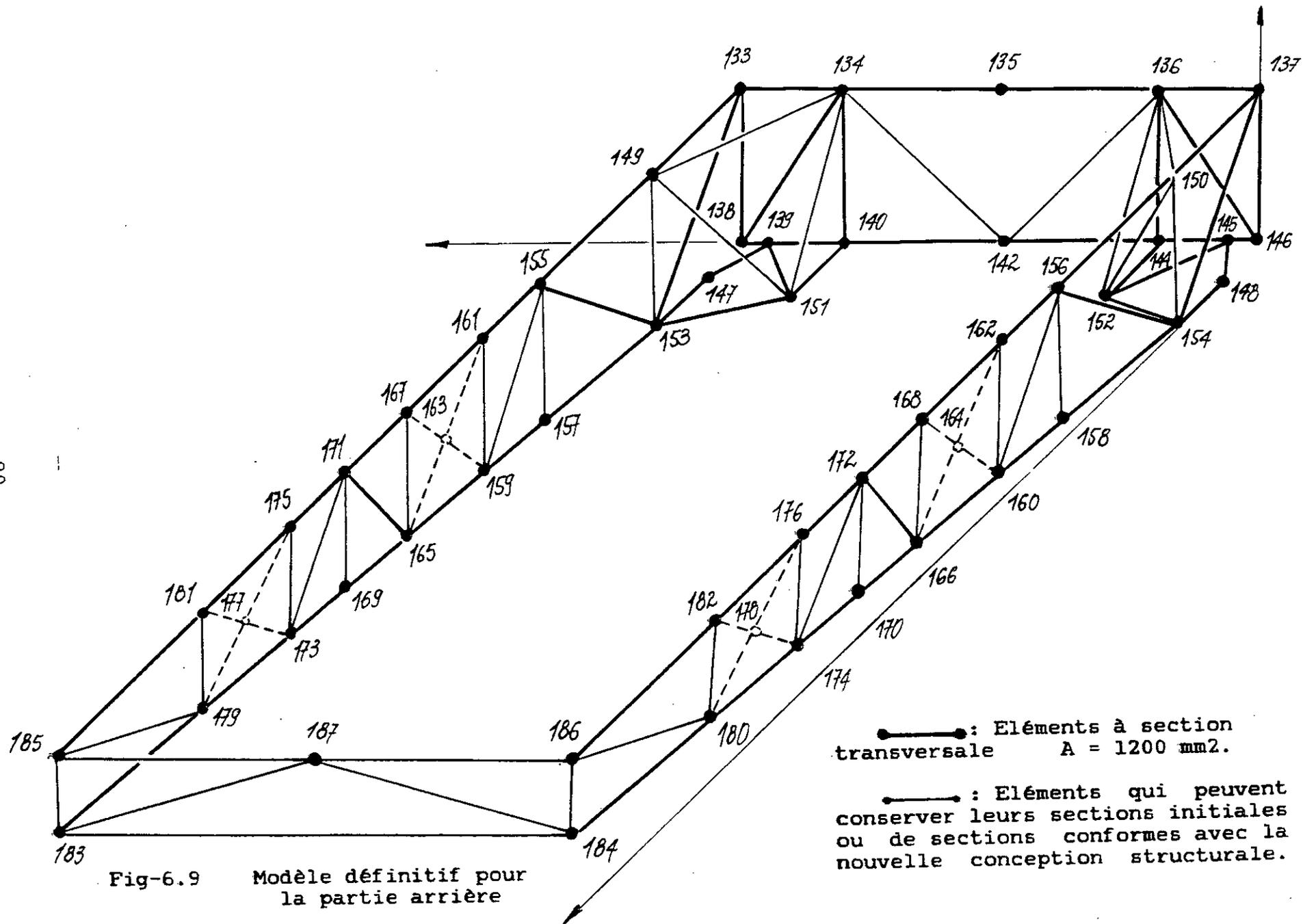


a) Formes initiales



b) Formes finales

Fig-6.8



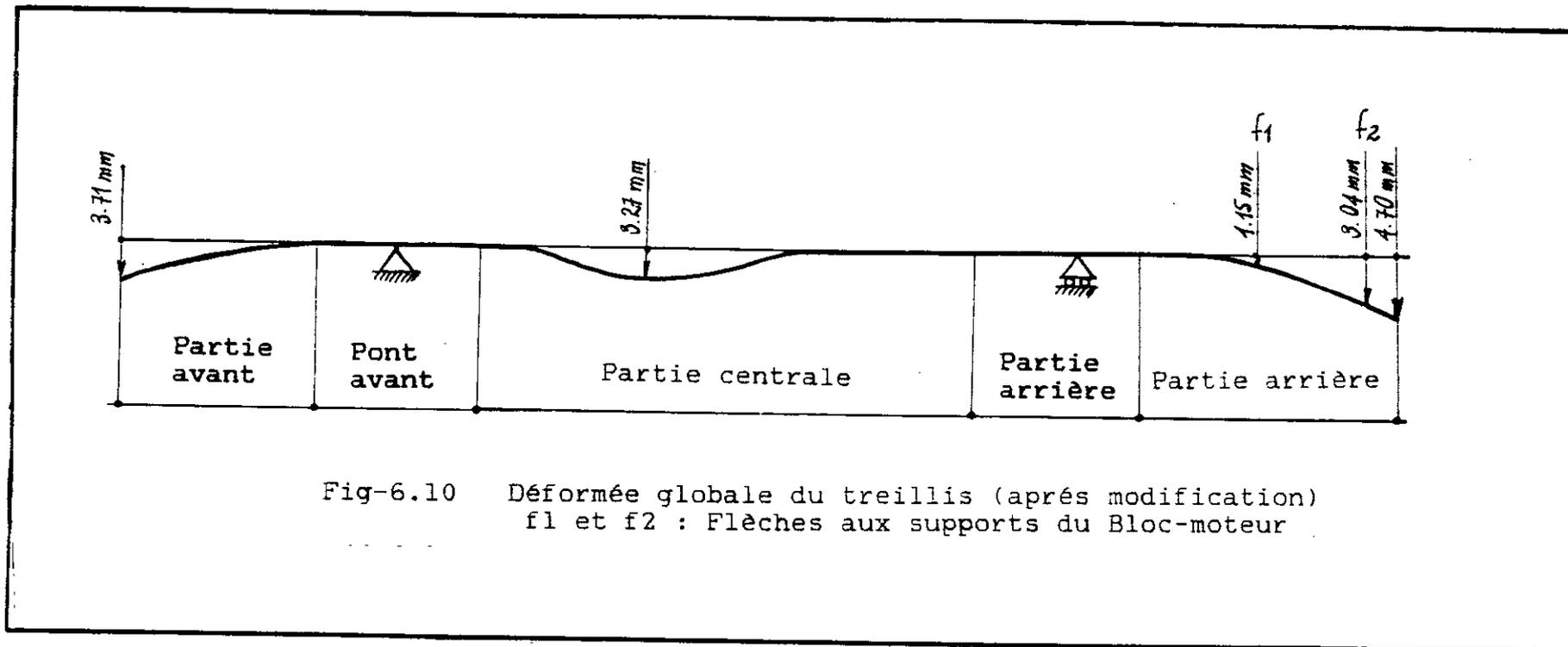


Fig-6.10 Déformée globale du treillis (après modification)  
 $f_1$  et  $f_2$  : Flèches aux supports du Bloc-moteur

### 3-ème Proposition

Les structures treillis sont caractérisées par un faible degré d'amortissement d'où l'importance de les protéger contre les effets intenses des charges dynamiques qui provoquent leurs fatigues rapides et leurs détériorations.

En examinant notre structure , on voit qu'elle n'est pas suffisamment protégée contre les charges dynamiques. Ainsi la complexité et la rigidité de la troisième portion de la partie centrale , qui est caractérisée par un faible état de contrainte et qui reçoit les supports des ressorts à lames de la suspension arrière du véhicule , n'empêche pas les efforts dynamiques , forces de rappel des ressorts , d'avoir des conséquences néfastes sur l'ensemble de cette partie et surtout sur sa première portion qui est moins rigide.

Par conséquent , on juge que le rôle de cette rigidité et de cette complexité n'est pas suffisant pour la protection de la structure . De plus on remarque encore que la partie pont arrière n'est pas 'massive' de manière qu'elle puisse amortir les chocs , par suite les effets de ces excitations se répercutent de façon rapide et indésirable sur la structure et en particulier sur la partie arrière déjà très sollicitée. Pour améliorer la tenue à la fatigue de la structure celle-ci doit-être convenablement protéger contre les charges dynamiques , pour cela les propositions suivantes sont nécessaires:

- Prévoir une nouvelle modélisation de la partie pont arrière en un élément structural similaire à celui pour la partie arrière , voir 1-ère proposition , ou un autre un peut plus grand (Poutre) Fig-6.11 .

- Réduire la suspension des ressorts à lames juste au-dessous de la partie pont arrière et prévoir une étude judicieuse de la suspension arrière du véhicule .

En conséquences à ces propositions , on peut apporter les modifications suivantes :

- Remplacer la deuxième et la troisième portions de la partie centrale par une portion similaire à la première.

- Eliminer les appuis arrières des ressorts à lames et prévoir une nouvelle configuration structurale à ces endroits

Le résultat global de cette proposition est illustré par la Fig-6.11 .

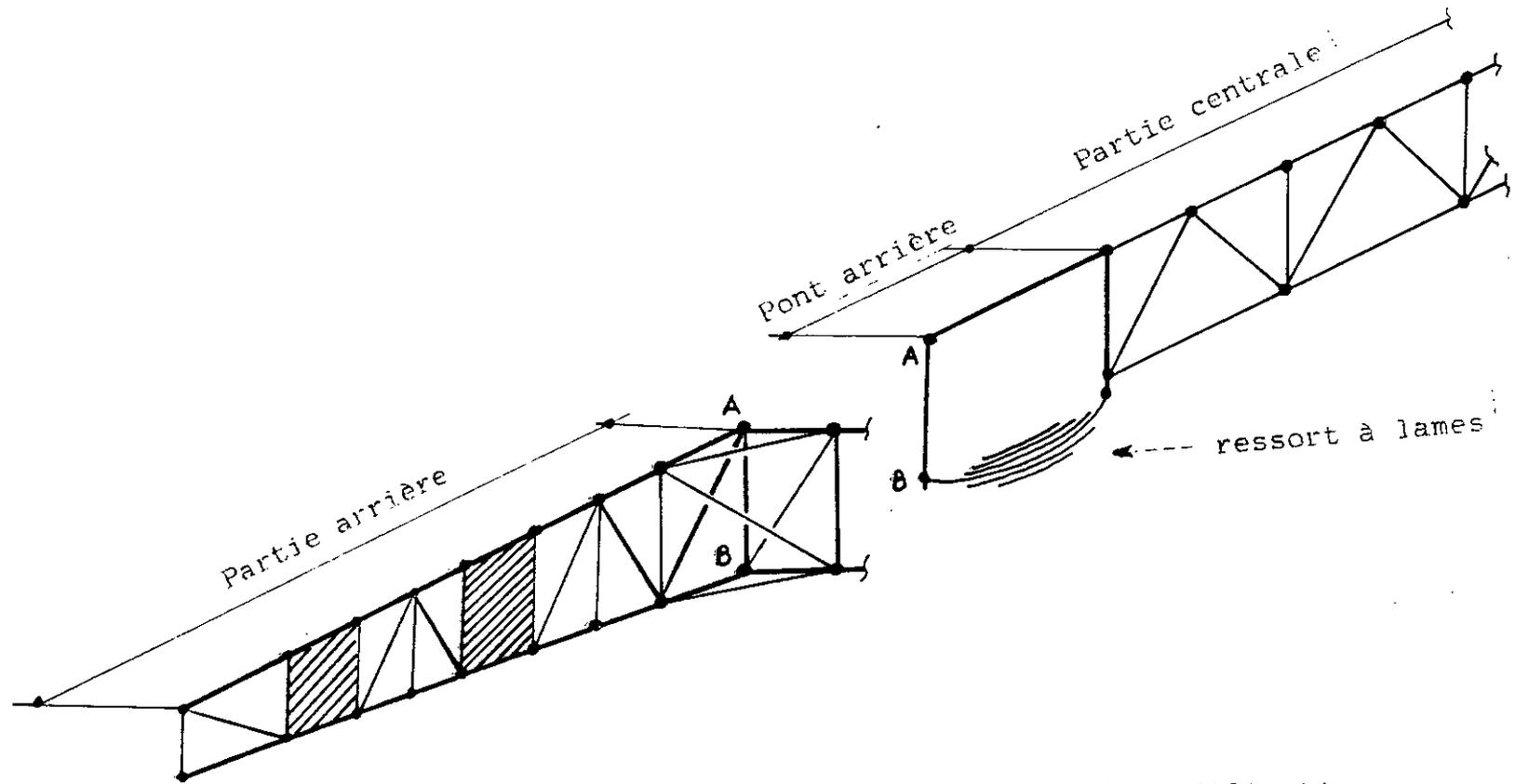


Fig-6.11 Nouvelle modélisation après modification  
de la suspension arrière (ressorts à lames)

## CHAPITRE VII : CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

Dans cette présente étude , le treillis du Bus 100V8 a été analysé dont le but est d'améliorer sa tenue à la fatigue. Cette étude découle du fait que cette structure est dynamiquement fortement sollicitée.

L'analyse a été basée sur une idéalisation en éléments finis dont l'illustration , dans le cas des treillis est rigoureusement vérifiée. Le but essentiel de l'analyse consiste à vérifier les éléments de la structure de base à la stabilité , en tenant compte de l'amplification dynamique des contraintes qui surgit sous l'effet des chocs , qui sont les excitations les plus sévères pour les structures en aciers et en particulier les structures treillis.

Les résultats obtenus , d'après cette idéalisation sont analogues à ce qui est connu , pour les structures treillis , dans la littérature concernant l'analyse des structures.

L'analyse finale montre que pour une amélioration de la tenue à la fatigue du treillis il faut :

- 1\_ Substituer les deux configurations instables qui se situent à la partie arrière par deux configurations stables.
- 2 \_ Minimiser les états de contraintes des éléments instables , en tenant compte du cas dynamique , à moins de 50N/mm<sup>2</sup>. Dans ce cas deux modifications structurales sur la partie arrière sont proposées.
- 3 \_ Augmenter la rigidité de la partie arrière , qui est exposée aux vibrations du bloc-moteur et diminuer ainsi des flèches aux niveaux de ces supports , ( 2.33 mm et 6.85 mm avant modification , 1.15 mm et 3.04 mm après modification).
- 4 \_ Augmenter la rigidité flexionnelle des diagonales par substitution des éléments faits du tube de section A2 par des éléments faits du tube de section A1. Cela permet une économie en matière , diminue de l'effet de compression sur la flexion des barres et augmente la rigidité des barres à la torsion , surtout que les déformations globales de la structure ne sont pas contenues dans les plans des barres.
- 5 \_ Réduire la suspension arrière juste au-dessous de la partie pont arrière et prévoir une conception un peu massive de cette dernière de façon à absorber l'énergie des excitations dynamiques. Suite à cette modification , deux points importants se dégagent :

a) Réduction de la complexité de la structure par substitution des portions 2 et 3 de la partie centrale par une portion similaire à la première portion, qui est d'un aspect structural simple.

b) Gain assez notable dans le temps de fabrication de la structure.

Pour cette étude, un programme en éléments finis pour l'analyse des structures treillis tridimensionnelles de grandes dimensions a été développé. Dans ce programme, la matrice de rigidité de la structure est stockée en demi-largeur de bande et la méthode de résolution du système d'équations d'équilibre est basée sur la méthode d'élimination de Gauss, qui est compatible avec cette forme de stockage. Les résultats obtenus par ce programme sont précis et le temps d'exécution est réduit (3-5 mn pour NEQ= 340).

Enfin cette étude a permis le dégagement du modèle effectif de la structure de base ainsi qu'une modélisation, proche de la réalité, des charges qui lui sont appliquées. Ces deux points constituent deux bases essentielles de la conception du treillis. Les résultats numériques qui découlent de cette modélisation sont directement exploitable pour application pratique. Cependant, pour toute amélioration la formulation en éléments finis basée sur l'hypothèse des grands déplacements est préférable car elle exprime mieux le comportement de la structure, surtout dans le cas dynamique.

## BIBLIOGRAPHIES

### L I V R E S

- /1/ Timoshenko, S. and Young, D.H. , " Théorie de constructions " Librairie Polytechnique CH.BERANGER Paris-Liege 1961.
- /2/ McCormac , J.C , " Structural analysis " , International Textbook Company Pennsylvania.
- /3/ Laible, J.P. , " Structural analysis " , Holt, Reincart and Winston New York 1985.
- /4/ Bathe, K.J. , " Finite element procedures in Engineering analysis " , Prentice\_Hall New Jersey 1982.
- /5/ Gallagher , R.H. , " Finite element analysis Fundamentals " , Prentice\_Hall New Jersey 1975.
- /6/ Yang, T.Y. , " Finite element method in structural analysis " , Prentice\_Hall New Jersey 1986
- /7/ Brebbia, C.A. and Ferrante, A.J. , " Computational methods for the solution of Engineering problems " , Pentech Press London 1986.
- /8/ Timoshenko, S. , " Résistance des matériaux Tome 1 " , Dunod 1968.
- /9/ Mirolioubov, I. , " Problemes de résistance des matériaux " , Mir Moscou 1986.
- /10/ Clough, R.W. and Penzien, J. , " Dynamique des structures " , Pluralis 1986.
- /11/ Tse, F.S. , Iran, E.M. and Rolland, T.H. , " Mechanical vibrations " , Library of Congress Cataloging 1978.

### A R T I C L E S

- /12/ Robert, H.D. , " Design of triangular cross-section Bridge Truss " , JSE Vol.113 , N°12 , December 1987.

- /13/ Saka,M.P. , ' Optimum design of nonlinear space trusses ' , Computers & Structures Vol.30 , N°33 1988.
- /14/ Dale,W.A and Kazuo,K. ' Optimum configurational and dimensional Design of truss structures ' , Computres & structures Vol.4 1974.
- /15/ Robert,L. and Huei\_Shiang , P. , ' Optimization for nonlinear stability ' , Computers & Structures Vol.30 , N°3 1988.
- /16/ Sadaji,O. , Yasuo,W. and Toshio,F. , ' Nonlinear analysis of trusses by energy minimization ' , Computers & Structures Vol.27 , N°1 1987.
- /17/ Ahmed,K.N. and Jeanne,M.P. , ' Instability analysis of space trusses ' , Comput. Meth. in Applied Mech. and Engng 40 (1983) North\_Holland .
- /18/ Dudas,P. , ' Résistance à la ruine des treillis plans ' , Construction Métallique N°3 1986.
- /19/ Brivtec,S.J. and Davister,M.D. , ' Post-Buckling equilibrium of hyperstatic lattices ' , JEM Vol.111 N°3 1985.
- /20/ Aslam,K. and Ebrahim,B. , ' Stability of trusses under dynawic loads ' , Computers & Structures Vol.29 N°3 1988.

A N N E X E

FICHE TECHNIQUE N°: 01

Poids du Bus 100V8 après chaque opération de fabrication

! Designation !	! Poids(N) !
! Carcasse !	! 26000 !
! Carcasse (appret - insonor) !	! 26700 !
! Tolerie !	! 34000 !
! Peinture !	! 34400 !
! Mécanique (sans garnissage) !	! 70900 !
! Garnissage (avec mécanique) !	! 82600 !
! Sellerie (chauf - passag - rec) !	! 3400 !
! Poids total du Bus à vide !	! 86000 !
! Poids autorisé en charge !	! 160000 !
! Poids autorisé sur le pont avant !	! 60000 !
! Poids autorisé sur le pont arrière !	! 100000 !







```

DO IC=1,NFR
READ(5,*)NOD(IC),(FN(IC,JC),JC=1,3)
WRITE(6,160)NOD(IC),(FN(IC,JC),JC=1,3)
155 FORMAT(/5X,'D A T A   D E S   C H A R G E S   A U X   N O E U D S'//
1 5X,'NOEUD',18X,'CHAR-X',10X,'CHAR-Y',9X,'CHAR-Z'//)
160 FORMAT(T6,I3,T24,F10.1,T40,F10.1,T56,F10.1)
ENDDO
WRITE(6,170)
170 FORMAT(' ',80('*'))

```

```

C-----
C                               CALCUL DU NOMBRE D'EQUATIONS (NEQ)
C-----
C

```

```

NDOF=0
DO 7 J1=1,NN
DO 7 J2=1,3
K=ID(J1,J2)
IF(K)5,6,5
6  NDOF=NDOF+1
   ID(J1,J2)=NDOF
   GOTO 7
5  ID(J1,J2)=0
7  CONTINUE
   NEQ=NDOF
   WRITE(6,180)NEQ
180 FORMAT(5X,'NOMBRE D''EQUATIONS' ,I4/)
   DO I=1,NN
   WRITE(6,182)I,(ID(I,J),J=1,3)
   ENDDO
182 FORMAT(5X,I3,5X,3(3X,I3))

```

```

C-----
C                               CALCUL DE LA DEMI-LARGEUR DE BANDE
C-----
C

```

```

M=0
DO 8 I=1,NEL
L=ABS(NDN(I,1)-NDN(I,2))
IF(L.LT.M) GOTO 8
M=L
8  CONTINUE
   MS=NDF*(M+1)
   IF(MS.GT.NEQ)MS=NEQ
   WRITE(6,190)MS
190 FORMAT(5X,'HALF-BANDWITH',I4)

```

```

C-----
C                               CONSTRUCTION DE LA TABLE DE LOCALISATION
C                               (NDLN):NBRE DE D.D.LIBERTE PAR NOEUD
C-----

```

```

DO 9 IW=1,NEL
DO 9 JW=1,6
LOC(IW,JW)=0
9  CONTINUE
DO 10 K=1,NEL
L1= NDN(K,1)

```

```

      L2= NDN(K,2)
      DO 10 NDLN=1,3
      LOC(K,NDLN)=ID(L1,NDLN)
      LOC(K,NDLN+3)=ID(L2,NDLN)
10   CONTINUE
C-----
C   CONSTRUCTION DE LA MATRICE DE RIGIDITE GLOBALE
C           ET DU VECTEUR FORCE GLOBAL
C-----
      DO 11 K1=1,NEQ
      VFG(K1)=0.
      DO 11 K2=1,MS
11   VKG(K1,K2)=0.
C-----
C   CALCUL DES COSINUS DIRECTEURS POUR LE PASSAGE DU REPERE LOCAL
C   AU REPERE GLOBAL
C-----
      DO 12 KE=1,NEL
      IN=NDN(KE,1)
      IM=NDN(KE,2)
      DX=XN(IM)-XN(IN)
      DY=YN(IM)-YN(IN)
      DZ=ZN(IM)-ZN(IN)
      DXYZ=SQRT(DX**2+DY**2+DZ**2)
      CX=DX/DXYZ
      CY=DY/DXYZ
      CZ=DZ/DXYZ
C-----
C   CONSTRUCTION DE LA MATRICE DE REGIDITE ELEMENTAIRE DANS LE
C   REPERE GLOBAL
C-----
      A=SEC(KE)
C
      CALL STIFFEL(CX,CY,CZ,DXYZ,A,E,AKG)
C-----
C   ASSEMBLAGE DE LA MATRICE DE RIGIDITE GLOBALE DE LA STRUCTURE
C-----
      DO 12 I1=1,6
      DO 12 I2=1,6
      M=LOC(KE,I1)
      N=LOC(KE,I2)
      IF(M.EQ.O.OR.N.EQ.O) GOTO 12
      IF(N.LT.M) GOTO 12
      L=N-M+1
      IF(L.GT.MS) GOTO 12
      VKG(M,L)=VKG(M,L)+AKG(I1,I2)
12   CONTINUE
      WRITE(6,1113)
1113  FORMAT(5X,'PIVOTS DE LA MATRICE DE RIGIDITE'//)
      DO I=1,NEQ
      WRITE(6,1114)I,VKG(I,1)
1114  FORMAT(5X,I3,5X,F14.0)
      ENDDO
C-----
C   ASSEMBLAGE DU VECTEUR FORCE

```

```

C-----
DO 17 I=1,NFR
DO 17 J=1,3
M=NOD(I)
KN=ID(M,J)
IF(KN.EQ.0) GOTO 17
VFG(KN)=FN(I,J)
17 CONTINUE
WRITE(6,170)
WRITE(6,290)
290 FORMAT(15X,' R E S U L T A T S')
WRITE(6,170)
C-----
C DETERMINATION DES DEPLACEMENTS AUX NOEUDS
C-----
C
CALL SLSBD(NEQ,MS,VFG,D)
299 WRITE(6,300)
300 FORMAT(/5X,' D E P L A C E M E N T S   A U X   N O E U D S   '/')
WRITE(6,310)
310 FORMAT(5X,'NOEUD',12X,'DEP_X(mm)',13X,'DEP_Y(mm)',13X,
1 'DEP_Z(mm)'/)
DO 18 II=1,NN
DO 18 JJ=1,3
MK=ID(II,JJ)
IF(MK.EQ.0) GOTO 19
QH=VFG(MK)
DEP(II,JJ)=QH
GOTO 18
19 QH=0.
DEP(II,JJ)=QH
18 CONTINUE
DO 33 JI=1,NN
33 WRITE(6,330)JI,(DEP(JI,IJ),IJ=1,3)
330 FORMAT(5X,I3,12X,E12.4,10X,E12.4,10X,E12.4)
C-----
C DETERMINATION DES CONTRAINTES ET EFFORTS DANS LES BARRES
C-----
WRITE(6,340)
WRITE(6,350)
340 FORMAT(/5X,'C O N T R A I N T E S   E T   E F F O R T S   D A N S
1 L E S   B A R R E S'//)
350 FORMAT(5X,'ELEMENT',7X,'CONNECTIVITES',8X,'CONTRAINTE(N/mm2)',5X
1 ',EFFORT AXIAL(N)'/)
DO IC=1,NEL
I1=NDN(IC,1)
I2=NDN(IC,2)
DX=XN(I2)-XN(I1)
DY=YN(I2)-YN(I1)
DZ=ZN(I2)-ZN(I1)
C CALCUL DE LA LONGUEUR DE LA BARRE
DXYZ=SQRT(DX**2+DY**2+DZ**2)
C CALCUL DES COSINUS DIRECTEURS
CX=DX/DXYZ
CY=DY/DXYZ

```

```

C      CZ=DZ/DXYZ
C      CALCUL DE LA CONTRAINTE NORMALE ET DE L'EFFORT AXIAL
      A=SEC(IC)
      COEF=E/DXYZ
      DELTA=(DEP(I2,1)-DEP(I1,1))*CX+(DEP(I2,2)-DEP(I1,2))*CY+
1      (DEP(I2,3)-DEP(I1,3))*CZ
      STR=COEF*DELTA
      EFF=A*STR
      WRITE(6,360)IC,I1,I2,STR,EFF
360   FORMAT(5X,I3,11X,I3,5X,I3,11X,E14.6,7X,E14.6)
      ENDDO
      STOP
      END

```

```

C-----
C      SURROUTINES: STIFFEL,COSOL,SLSBD,SLESS
C-----

```

```

      SUBROUTINE STIFFEL(CX,CY,CZ,DXYZ,A,E,AKG)

```

```

C-----
C      SUBROUTINE DE LA MATRICE DE RIGIDITE ELEMENTAIRE
C-----

```

```

      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)

```

```

      DIMENSION AKG(6,6)

```

```

      DO 103 I=1,6
      DO 103 J=1,6
      AKG(I,J)=0
103   CONTINUE
      D=E*A/DXYZ
      AKG(1,1)=D*CX*CX
      AKG(1,2)=D*CX*CY
      AKG(1,3)=D*CX*CZ
      AKG(1,4)=-AKG(1,1)
      AKG(1,5)=-AKG(1,2)
      AKG(1,6)=-AKG(1,3)
      AKG(2,2)=D*CY*CY
      AKG(2,3)=D*CY*CZ
      AKG(2,4)=-AKG(1,2)
      AKG(2,5)=-AKG(2,2)
      AKG(2,6)=-AKG(2,3)
      AKG(3,3)=D*CZ*CZ
      AKG(3,4)=-AKG(1,3)
      AKG(3,5)=-AKG(2,3)
      AKG(3,6)=-AKG(3,3)
      AKG(4,4)=AKG(1,1)
      AKG(4,5)=AKG(1,2)
      AKG(4,6)=AKG(1,3)
      AKG(5,5)=AKG(2,2)
      AKG(5,6)=AKG(2,3)
      AKG(6,6)=AKG(3,3)

```

```

C
      DO 104 L1=1,6
      DO 104 L2=1,6

```

AKG(L2,L1)=AKG(L1,L2)  
104 CONTINUE  
RETURN  
END

C-----  
SUBROUTINE SLSBD(NEQ,MS,VFG,D)

C-----  
C SUBROUTINE POUR LA RESOLUTION D'UN SYSTEME D'EQUATIONS  
C LINEAIRE PAR LA METHODE D'ELIMINATION DE GAUSS  
C SYSTEME BANDE DEFINI POSITIF  
C-----

IMPLICIT REAL\*8(A-H,O-Z)  
COMMON /GR/VKG  
DIMENSION VKG(350,120),VFG(NEQ),D(MS)  
N=NEQ  
N1=N-1  
DO 100 K=1,N1  
C=VKG(K,1)  
K1=K+1  
IF(ABS(C)-1.E-10)1,1,3  
1 WRITE(6,2)K  
2 FORMAT('\*\*\*\*\* SINGULARITE A LA LIGNE ',I5)  
GO TO 300  
C  
3 JN1=K1+MS-2  
L=MIN(JN1,N)  
DO 11 J=2,MS  
11 D(J)=VKG(K,J)  
DO 4 J=K1,L  
K2=J-K+1  
4 VKG(K,K2)=VKG(K,K2)/C  
VFG(K)=VFG(K)/C  
C  
DO 10 I=K1,L  
K2=I-K1+2  
C=D(K2)  
DO 5 J=I,L  
K2=J-I+1  
K3=J-K+1  
5 VKG(I,K2)=VKG(I,K2)-C\*VKG(K,K3)  
10 VFG(I)=VFG(I)-C\*VFG(K)  
100 CONTINUE  
C  
IF(ABS(VKG(N,1))-1.E-10)1,1,101  
101 VFG(N)=VFG(N)/VKG(N,1)  
C  
DO 200 I=1,N1  
K=N-I  
K1=K+1  
JN1=K1+MS-2  
L=MIN(JN1,N)  
DO 200 J=K1,L  
K2=J-K+1

```
200 VFG(K)=VFG(K)-VKG(K,K2)*VFG(J)
300 RETURN
END
```

FICHER DE DONNEES

TREILLIS COMPLET ETAT ACTUEL (fichier de donnees [SABE])

185 442 2 81 0.21E+06

1	0	0	0	0.	0.	120.
2	0	0	0	0.	0.	350.
3	0	1	0	520.	0.	350.
4	0	0	0	1000.	0.	350.
5	0	0	0	1000.	0.	120.
6	1	0	0	1000.	880.	350.
7	1	0	0	0.	520.	350.
8	1	0	0	0.	1120.	0.
9	0	0	0	0.	1560.	350.
10	0	0	0	0.	1560.	0.
11	1	1	1	210.	0.	0.
12	0	1	0	520.	1560.	350.
13	1	1	1	830.	1560.	0.
14	0	0	0	1040.	1560.	350.
15	0	0	0	1040.	1560.	0.
16	1	0	0	1040.	1800.	560.
17	1	0	0	0.	1800.	560.
18	1	0	0	1040.	2010.	770.
19	1	0	0	0.	2010.	770.
20	1	1	1	830.	1800.	0.
21	1	1	1	210.	1800.	0.
22	1	1	1	830.	1870.	350.
23	1	1	1	210.	1870.	350.
24	1	1	1	1040.	1920.	0.
25	1	1	1	0.	1920.	0.
26	1	1	1	830.	1960.	130.
27	1	1	1	210.	1960.	130.
28	1	1	1	1040.	2015.	400.
29	1	1	1	0.	2015.	400.
30	1	1	0	1040.	2260.	400.
31	1	1	1	830.	2260.	370.
32	1	1	1	520.	2260.	370.
33	1	1	1	210.	2260.	370.
34	1	1	0	0.	2260.	400.
35	1	1	1	1040.	2520.	400.
36	1	1	1	0.	2520.	400.
37	1	0	0	1040.	2590.	770.
38	1	0	0	0.	2590.	770.
39	1	1	1	830.	2600.	370.
40	1	1	1	210.	2600.	370.
41	1	0	0	1040.	2620.	0.
42	1	0	0	0.	2620.	0.
43	1	1	1	830.	2600.	130.
44	1	1	1	210.	2600.	130.
45	1	1	1	830.	2850.	0.
46	1	1	1	210.	2850.	0.
47	0	0	0	1040.	2930.	370.

48	0	0	0	1040.	2930.	0.
49	1	1	1	830.	2930.	0.
50	0	1	0	520.	2930.	370.
51	1	1	1	210.	2930.	0.
52	0	0	0	0.	2930.	370.
53	0	0	0	0.	2930.	0.
54	1	0	0	1040.	3655.	370.
55	1	0	0	0.	3655.	370.
56	0	0	0	1040.	4380.	380.
57	0	0	0	1040.	4380.	40.
58	0	1	0	520.	4380.	380.
59	0	0	0	0.	4380.	380.
60	0	0	0	0.	4380.	40.
61	1	0	0	1040.	5015.	385.
62	1	0	0	0.	5015.	385.
63	0	0	0	1040.	5830.	45.
64	0	0	0	1040.	5830.	390.
65	0	1	0	520.	5830.	390.
66	0	0	0	0.	5830.	390.
67	0	0	0	0.	5830.	45.
68	0	0	1	520.	5830.	45.
69	0	0	0	1040.	6390.	395.
70	0	0	0	1040.	6390.	135.
71	0	0	0	830.	6390.	395.
72	0	0	0	830.	6390.	70.
73	0	1	0	520.	6390.	395.
74	0	0	0	210.	6390.	70.
75	0	0	0	210.	6390.	395.
76	0	0	0	0.	6390.	395.
77	0	0	0	0.	6390.	135.
78	1	0	0	830.	6730.	410.
79	1	0	0	210.	6730.	410.
80	1	0	0	830.	6730.	145.
81	1	0	0	210.	6730.	145.
82	1	0	0	830.	6730.	80.
83	1	0	0	210.	6730.	80.
84	1	1	0	830.	6855.	410.
85	1	1	0	210.	6855.	410.
86	1	1	1	1040.	6855.	145.
87	0	0	1	830.	6855.	145.
88	0	0	1	210.	6855.	145.
89	1	1	1	0.	6855.	145.
90	1	1	0	1040.	7055.	410.
91	1	1	0	0.	7055.	410.
92	1	1	1	1040.	7055.	145.
93	1	0	0	830.	7055.	145.
94	1	0	0	210.	7055.	145.
95	1	1	1	0.	7055.	145.
96	1	0	0	830.	7055.	80.
97	1	0	0	210.	7055.	80.
98	0	0	0	1040.	7365.	475.
99	0	0	0	830.	7365.	190.
100	0	0	0	830.	7365.	475.
101	0	0	0	830.	7365.	80.
102	0	1	0	520.	7365.	475.

103	0	0	0	210.	7365.	80.
104	0	0	0	210.	7365.	475.
105	0	0	0	0.	7365.	190.
106	0	0	0	0.	7365.	475.
107	1	0	0	830.	7585.	450.
108	1	0	0	210.	7585.	450.
109	1	0	0	830.	7585.	60.
110	1	0	0	210.	7585.	60.
111	1	0	0	830.	7745.	890.
112	1	0	0	210.	7745.	890.
113	1	0	0	1040.	7600.	690.
114	1	0	0	0.	7600.	690.
115	1	0	0	1040.	7600.	465.
116	1	0	0	0.	7600.	465.
117	1	0	0	830.	8145.	890.
118	1	0	0	210.	8145.	890.
119	1	1	0	830.	7945.	460.
120	1	1	0	210.	7945.	460.
121	1	1	0	1040.	7945.	465.
122	1	1	0	0.	7945.	465.
123	1	0	0	1040.	8310.	690.
124	1	0	0	0.	8310.	690.
125	1	0	0	1040.	8310.	465.
126	1	0	0	0.	8310.	465.
127	1	0	0	830.	8310.	460.
128	1	0	0	210.	8310.	460.
129	1	1	1	830.	8310.	120.
130	1	1	1	210.	8310.	120.
131	0	0	1	830.	8470.	460.
132	0	0	1	210.	8470.	460.
133	0	0	0	1080.	8750.	460.
134	0	0	0	830.	8750.	460.
135	0	0	1	520.	8750.	460.
136	0	0	0	210.	8750.	460.
137	0	0	0	-40.	8750.	460.
138	0	1	0	1080.	8750.	120.
139	0	0	1	1000.	8750.	120.
140	1	1	1	830.	8750.	120.
141	0	0	1	660.	8575.	120.
142	0	0	0	520.	8750.	120.
143	0	0	1	170.	8575.	120.
144	1	1	1	210.	8750.	120.
145	0	0	1	40.	8750.	120.
146	0	1	0	-40.	8750.	120.
147	1	0	1	1080.	8870.	120.
148	1	0	1	-40.	8870.	120.
149	0	0	0	1080.	9170.	460.
150	0	0	0	-40.	9170.	460.
151	1	0	1	830.	8890.	120.
152	1	0	1	210.	8890.	120.
153	1	0	1	1080.	9170.	120.
154	1	0	1	-40.	9170.	120.
155	1	0	0	1080.	9435.	460.
156	1	0	0	-40.	9435.	460.
157	1	0	0	1080.	9690.	170.

158	1	0	0	-40.	9690.	170.
159	1	0	0	1080.	9690.	460.
160	1	0	0	-40.	9690.	460.
161	1	0	0	1080.	9820.	320.
162	1	0	0	-40.	9820.	320.
163	1	0	0	1080.	9950.	185.
164	1	0	0	-40.	9950.	185.
165	1	0	0	1080.	9950.	465.
166	1	0	0	-40.	9950.	465.
167	1	0	0	1080.	10185.	200.
168	1	0	0	-40.	10185.	200.
169	1	0	0	1080.	10185.	465.
170	1	0	0	-40.	10185.	465.
171	1	0	0	1080.	10435.	205.
172	1	0	0	-40.	10435.	205.
173	1	0	0	1080.	10435.	465.
174	1	0	0	-40.	10435.	465.
175	1	0	0	1080.	10618.	340.
176	1	0	0	0.	10618.	340.
177	1	0	0	1080.	10800.	220.
178	1	0	0	-40.	10800.	220.
179	1	0	0	1080.	10800.	465.
180	1	0	0	-40.	10800.	465.
181	0	0	0	1080.	11280.	240.
182	0	0	0	-40.	11280.	240.
183	1	0	0	1080.	11280.	465.
184	1	0	0	-40.	11280.	465.
185	0	1	0	520.	11280.	465.

1	1	2	231.
2	5	4	231.
3	1	3	252.
4	5	3	252.
5	2	3	231.
6	3	4	231.
7	1	5	231.
8	4	6	231.
9	2	7	231.
10	2	6	252.
11	1	7	252.
12	5	6	252.
13	1	8	231.
14	5	15	231.
15	8	7	252.
16	15	6	252.
17	7	9	231.
18	6	14	231.
19	8	9	252.
20	6	9	252.
21	8	10	231.
22	11	13	500.
23	10	9	470.
24	15	14	470.
25	11	9	252.
26	13	14	252.

27	9	12	231.
28	12	14	231.
29	11	12	252.
30	13	12	252.
31	10	11	231.
32	13	15	231.
33	9	17	231.
34	14	16	231.
35	17	19	231.
36	16	18	231.
37	19	38	231.
38	18	37	231.
39	34	19	252.
40	30	18	252.
41	29	19	231.
42	28	18	231.
43	29	17	231.
44	28	16	231.
45	9	29	231.
46	14	28	231.
47	25	9	231.
48	24	14	231.
49	25	29	231.
50	24	28	231.
51	29	34	231.
52	28	30	231.
53	23	33	375.
54	22	31	375.
55	10	25	375.
56	15	24	375.
57	27	23	627.
58	26	22	627.
59	27	33	375.
60	26	31	375.
61	21	27	375.
62	20	26	375.
63	10	21	231.
64	15	20	231.
65	11	21	375.
66	13	20	375.
67	9	23	375.
68	14	22	375.
69	23	32	252.
70	22	32	252.
71	32	40	252.
72	32	39	252.
73	22	23	252.
74	40	39	252.
75	33	40	375.
76	31	39	375.
77	34	36	231.
78	30	35	231.
79	34	38	252.
80	30	37	252.
81	33	44	375.

82	31	43	375.
83	36	38	231.
84	35	37	231.
85	52	38	231.
86	47	37	231.
87	36	52	231.
88	35	47	231.
89	42	36	231.
90	41	35	231.
91	40	52	231.
92	39	47	231.
93	44	40	627.
94	43	39	627.
95	42	52	231.
96	41	47	231.
97	46	44	375.
98	45	43	375.
99	42	53	231.
100	41	48	231.
101	53	52	231.
102	48	47	231.
103	53	46	231.
104	45	48	231.
105	46	51	375.
106	45	49	375.
107	53	50	252.
108	48	50	252.
109	53	51	231.
110	49	48	231.
111	52	50	231.
112	50	47	231.
113	51	49	231.
114	47	54	231.
115	52	55	231.
116	48	60	231.
117	47	59	231.
118	48	54	252.
119	53	55	252.
120	54	56	231.
121	55	59	231.
122	57	54	252.
123	60	55	252.
124	48	57	231.
125	53	60	231.
126	57	56	231.
127	60	59	231.
128	58	56	231.
129	59	58	231.
130	57	58	252.
131	60	58	252.
132	56	61	231.
133	59	62	231.
134	57	61	252.
135	60	62	252.
136	60	57	231.

137	59	64	231.
138	60	63	231.
139	62	66	231.
140	61	64	231.
141	67	62	252.
142	63	61	252.
143	60	67	231.
144	57	63	231.
145	67	66	231.
146	63	64	231.
147	66	65	231.
148	65	64	231.
149	67	65	252.
150	63	65	252.
151	67	68	231.
152	68	63	231.
153	66	76	231.
154	64	69	231.
155	67	76	252.
156	63	69	252.
157	67	77	231.
158	63	70	231.
159	66	75	231.
160	64	71	231.
161	74	66	231.
162	64	72	231.
163	67	74	231.
164	63	72	231.
165	65	75	252.
166	65	71	252.
167	68	74	252.
168	68	72	252.
169	77	76	630.
170	70	69	630.
171	76	75	375.
172	71	69	375.
173	75	73	375.
174	73	71	375.
175	77	75	252.
176	70	71	252.
177	74	75	375.
178	72	71	375.
179	74	77	375.
180	72	70	375.
181	74	73	252.
182	72	73	252.
183	74	72	375.
184	69	84	375.
185	76	85	375.
186	69	86	252.
187	76	89	252.
188	70	86	375.
189	77	89	375.
190	71	78	375.
191	75	79	375.

192	72	78	252.
193	74	79	252.
194	72	82	375.
195	74	83	375.
196	80	78	375.
197	81	79	375.
198	78	93	252.
199	79	94	252.
200	78	100	375.
201	79	104	375.
202	80	87	375.
203	81	88	375.
204	82	80	375.
205	83	81	375.
206	82	96	375.
207	83	97	375.
208	86	84	606.
209	89	85	606.
210	84	90	375.
211	85	91	375.
212	84	92	252.
213	85	95	252.
214	86	92	375.
215	89	95	375.
216	92	90	606.
217	95	91	606.
218	87	86	375.
219	89	88	375.
220	86	93	252.
221	89	94	252.
222	87	93	375.
223	88	94	375.
224	96	93	375.
225	97	94	375.
226	90	98	375.
227	91	106	375.
228	92	98	252.
229	95	106	252.
230	92	99	375.
231	95	105	375.
232	93	92	375.
233	95	94	375.
234	71	104	375.
235	72	103	375.
236	94	93	375.
237	88	87	375.
238	93	101	252.
239	94	103	252.
240	96	101	375.
241	97	103	375.
242	84	100	252.
243	85	104	252.
244	99	98	375.
245	105	106	375.
246	100	98	375.

247	106	104	375.
248	99	100	375.
249	105	104	375.
250	101	99	375.
251	105	103	375.
252	102	100	375.
253	104	102	375.
254	101	100	375.
255	103	104	375.
256	101	102	252.
257	103	102	252.
258	103	101	375.
259	104	108	375.
260	100	107	375.
261	104	112	375.
262	100	111	375.
263	103	110	375.
264	101	109	375.
265	110	104	375.
266	109	100	375.
267	110	108	375.
268	109	107	375.
269	108	120	375.
270	107	119	375.
271	112	118	375.
272	111	117	375.
273	120	112	375.
274	119	111	375.
275	106	114	375.
276	98	113	375.
277	106	116	375.
278	98	115	375.
279	116	114	375.
280	115	113	375.
281	114	124	375.
282	113	123	375.
283	122	114	252.
284	121	113	252.
285	116	122	375.
286	115	121	375.
287	110	120	375.
288	109	119	375.
289	120	118	375.
290	119	117	375.
291	118	136	375.
292	117	134	375.
293	122	124	252.
294	121	123	252.
295	122	126	375.
296	121	125	375.
297	126	124	375.
298	125	123	375.
299	120	128	375.
300	119	127	375.
301	130	120	375.

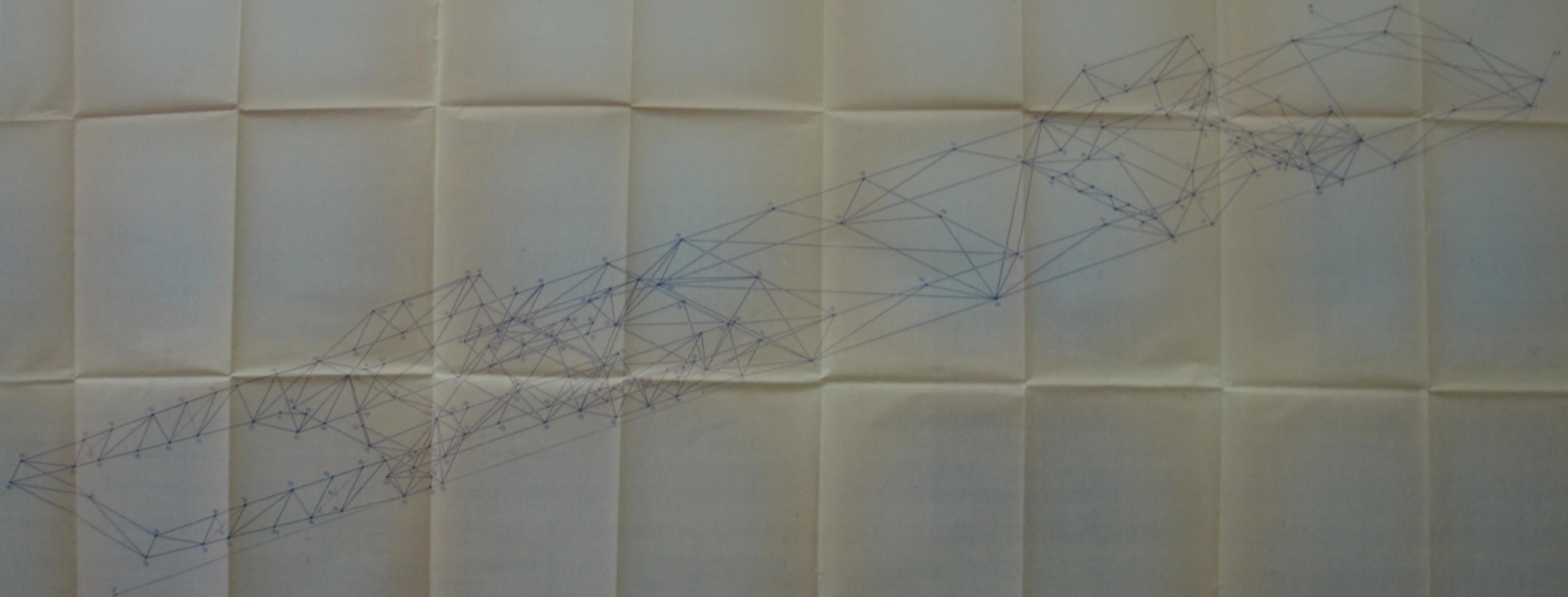
302	129	119	375.
303	110	130	375.
304	109	129	375.
305	137	124	375.
306	133	123	375.
307	126	137	375.
308	125	133	375.
309	130	128	252.
310	129	127	252.
311	132	137	375.
312	131	133	375.
313	128	132	375.
314	127	131	375.
315	132	131	375.
316	131	135	252.
317	132	135	252.
318	135	134	375.
319	136	135	375.
320	134	133	375.
321	137	136	375.
322	142	134	252.
323	142	136	252.
324	129	134	375.
325	130	136	375.
326	138	133	750.
327	146	137	750.
328	131	134	375.
329	132	136	375.
330	129	140	375.
331	130	144	375.
332	138	134	375.
333	146	136	375.
334	139	138	375.
335	146	145	375.
336	140	139	375.
337	145	144	375.
338	141	140	252.
339	143	144	252.
340	142	140	750.
341	144	142	750.
342	141	142	252.
343	143	142	252.
344	110	109	252.
345	129	141	252.
346	130	143	252.
347	144	136	375.
348	140	134	375.
349	143	141	375.
350	139	147	375.
351	145	148	375.
352	139	151	375.
353	145	152	375.
354	133	149	965.
355	137	150	965.
356	134	149	375.

357	136	150	375.
358	151	134	252.
359	152	136	252.
360	151	149	252.
361	152	150	252.
362	153	133	252.
363	154	137	252.
364	140	151	375.
365	144	152	375.
366	151	153	375.
367	152	154	375.
368	139	151	375.
369	145	152	375.
370	147	153	375.
371	148	154	375.
372	153	149	375.
373	154	150	375.
374	149	155	965.
375	150	156	965.
376	153	155	252.
377	154	156	252.
378	153	157	627.
379	154	158	627.
380	155	159	965.
381	156	160	965.
382	157	155	252.
383	158	156	252.
384	157	159	252.
385	158	160	252.
386	159	165	965.
387	160	166	965.
388	165	169	965.
389	166	170	965.
390	157	163	627.
391	158	164	627.
392	163	165	252.
393	164	166	252.
394	169	173	627.
395	170	174	965.
396	163	169	252.
397	164	170	252.
398	171	169	252.
399	172	170	252.
400	167	169	252.
401	168	170	252.
402	163	167	627.
403	164	168	627.
404	167	171	627.
405	168	172	627.
406	171	173	252.
407	172	174	252.
408	173	179	627.
409	174	180	965.
410	171	177	375.
411	172	178	375.

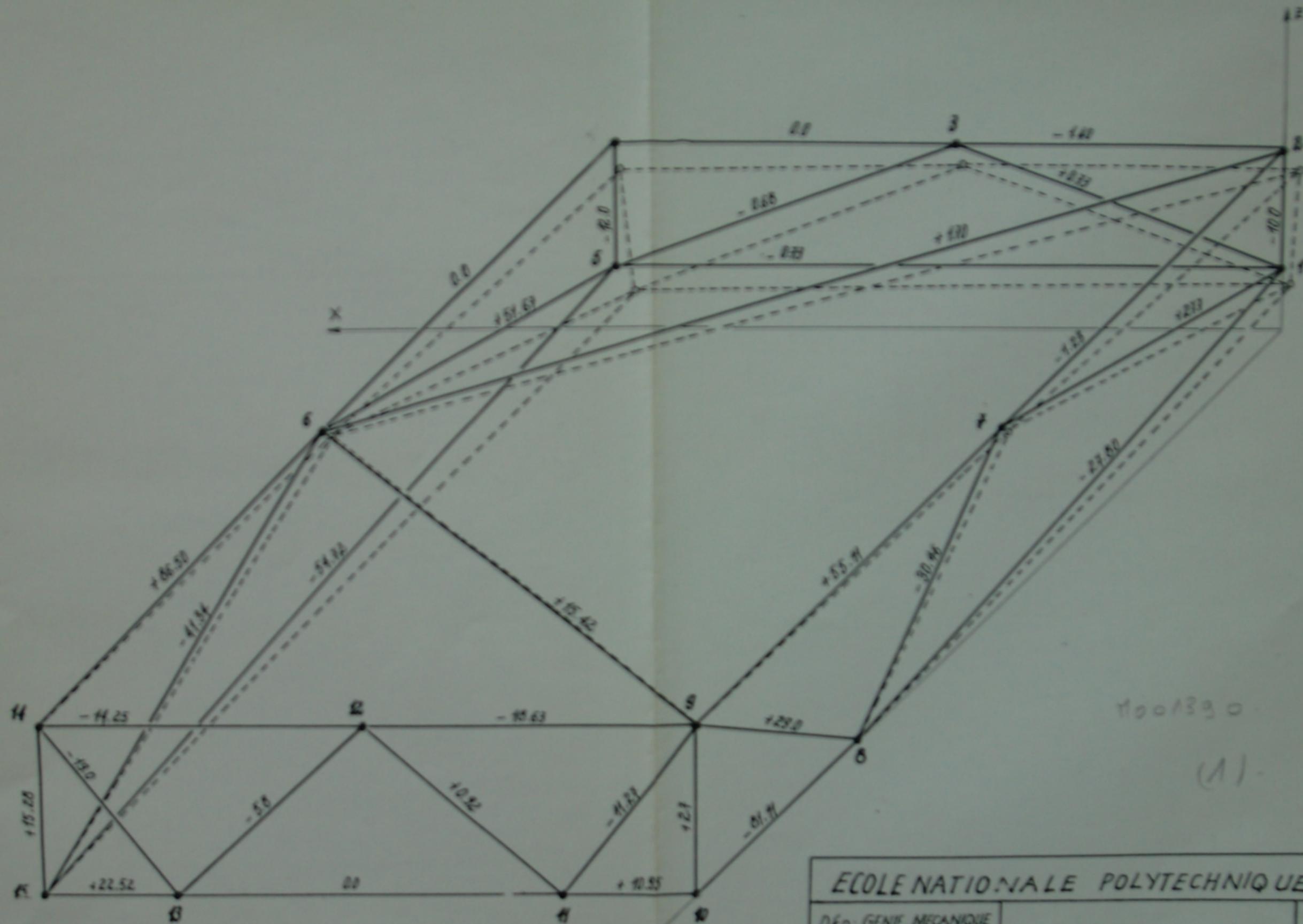
412	177	179	252.
413	178	180	252.
414	179	183	375.
415	180	184	375.
416	177	181	375.
417	178	182	375.
418	177	183	252.
419	178	184	252.
420	181	183	627.
421	182	184	627.
422	185	183	252.
423	184	185	252.
424	181	185	252.
425	182	185	252.
426	182	181	252.
427	162	160	252.
428	161	159	252.
429	162	166	252.
430	161	165	252.
431	158	162	252.
432	157	161	252.
433	164	162	252.
434	163	161	252.
435	176	174	252.
436	175	173	252.
437	176	180	252.
438	175	179	252.
439	172	176	252.
440	171	175	252.
441	178	176	252.
442	177	175	252.

1	0.	0.	-1270.
2	0.	0.	-2313.
4	0.	0.	-2738.
5	0.	0.	-1450.
6	0.	0.	-1468.
7	0.	0.	-1043.
9	0.	0.	-2313.
10	0.	0.	-1270.
12	0.	0.	-1043.
14	0.	0.	-2738.
15	0.	0.	-1450.
18	0.	0.	-850.
19	0.	0.	-850.
22	0.	0.	-584.
23	0.	0.	-584.
32	0.	0.	-584.
37	0.	0.	-850.
38	0.	0.	-644.
39	0.	0.	-584.
40	0.	0.	-984.
47	0.	0.	-3570.
48	0.	0.	-1270.
50	0.	0.	-2300.

52	0.	0.	-4120.
53	0.	0.	-1420.
54	0.	0.	-2300.
55	0.	0.	-2300.
56	0.	0.	-3570.
57	0.	0.	-1270.
58	0.	0.	-2300.
59	0.	0.	-3720.
60	0.	0.	-1420.
61	0.	0.	-2300.
62	0.	0.	-2300.
63	0.	0.	-1270.
64	0.	0.	-3570.
65	0.	0.	-2300.
66	0.	0.	-3570.
67	0.	0.	-1270.
69	0.	0.	-974.
71	0.	0.	-974.
73	0.	0.	-974.
75	0.	0.	-974.
76	0.	0.	-974.
98	0.	0.	-1609.
99	0.	0.	-1270.
100	0.	0.	-1609.
102	0.	0.	-974.
104	0.	0.	-1970.
105	0.	0.	-1270.
106	0.	0.	-1974.
111	0.	0.	-1700.
112	0.	0.	-1700.
117	0.	0.	-1700.
118	0.	0.	-1700.
133	0.	0.	-1075.
134	0.	0.	-1440.
136	0.	0.	-1440.
137	0.	0.	-1575.
138	0.	0.	-1270.
146	0.	0.	-1770.
157	0.	0.	-725.
158	0.	0.	-725.
159	0.	0.	-725.
160	0.	0.	-725.
163	0.	0.	-2405.
164	0.	0.	-2405.
165	0.	0.	-2405.
166	0.	0.	-2405.
167	0.	0.	-905.
168	0.	0.	-1330.
169	0.	0.	-905.
170	0.	0.	-1330.
177	0.	0.	-2753.
178	0.	0.	-2678.
179	0.	0.	-2828.
180	0.	0.	-2753.
181	0.	0.	-1678.

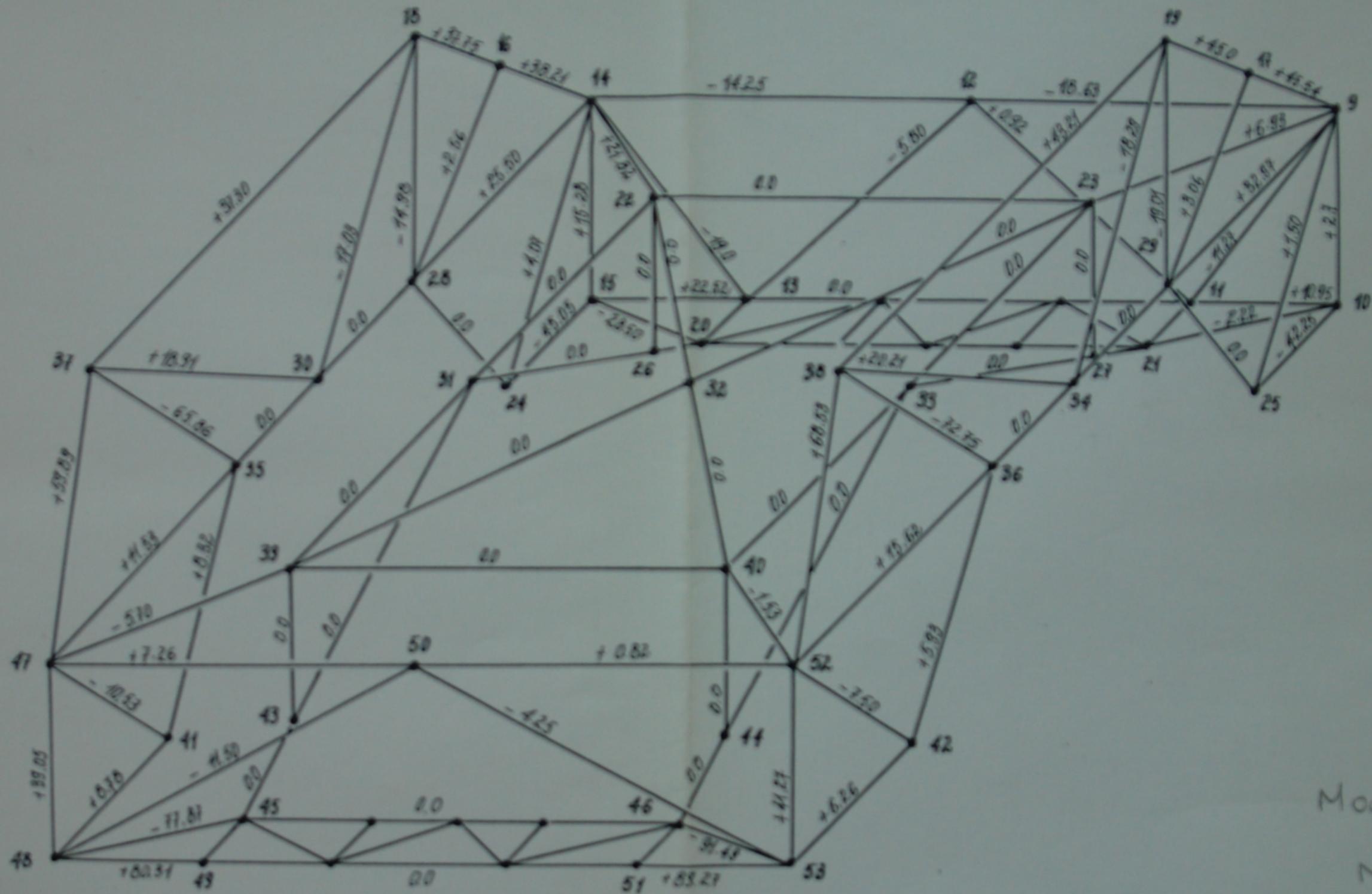


LIBRARY NATIONAL INSTITUTION  
STRUCTURE OF  
BASE DUTCH  
DU BUI BANG



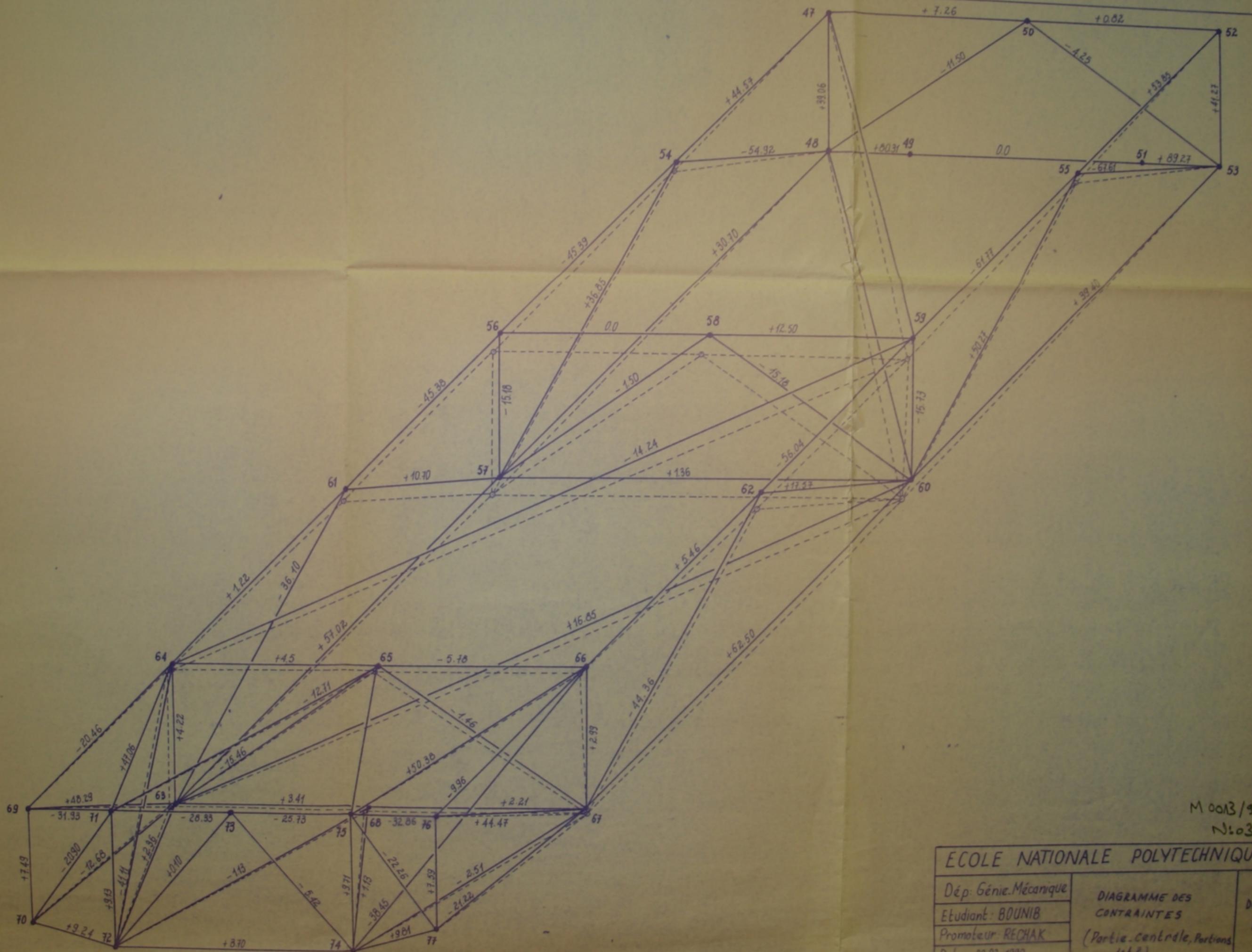
1001390  
(1)

<b>ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE</b>			
Dép: GENIE-MECANIQUE		DIAGRAMME DES CONTRAINTES (Partie - Avant)	Dessin N°1
Etudiant	BOUVIB		
Promoteur	RECHAK		
Date	31.01.1990		



M0013/90  
N:2

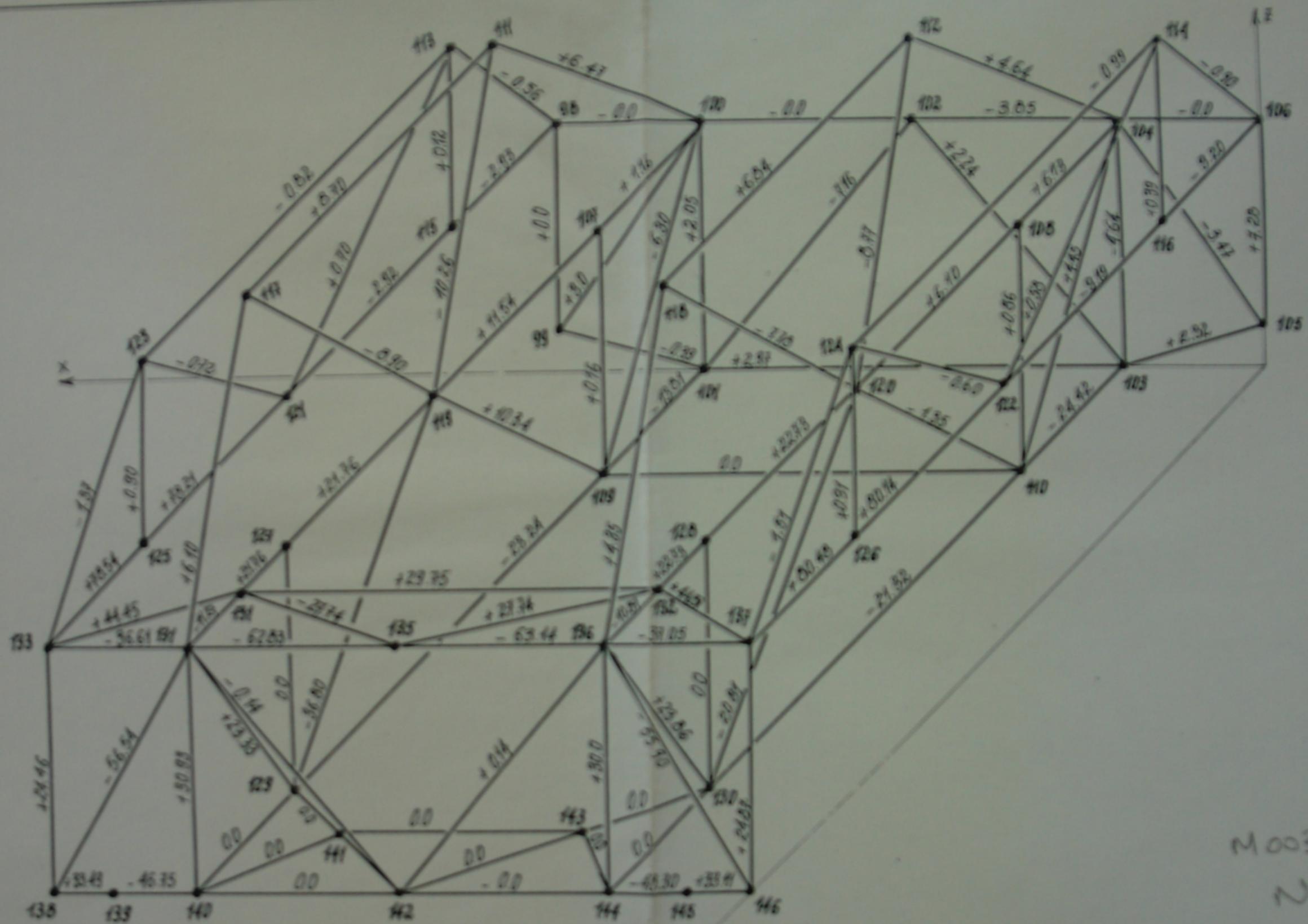
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE		
Dép: Génie-Mécanique	DIAGRAMME DES CONTRAINTES (Pont-Avant)	Dessin N:2
Etudiant: BDUNIB		
Promoteur: RECHAK		
Date: 31.01.1990		



M 0013/90  
N°03

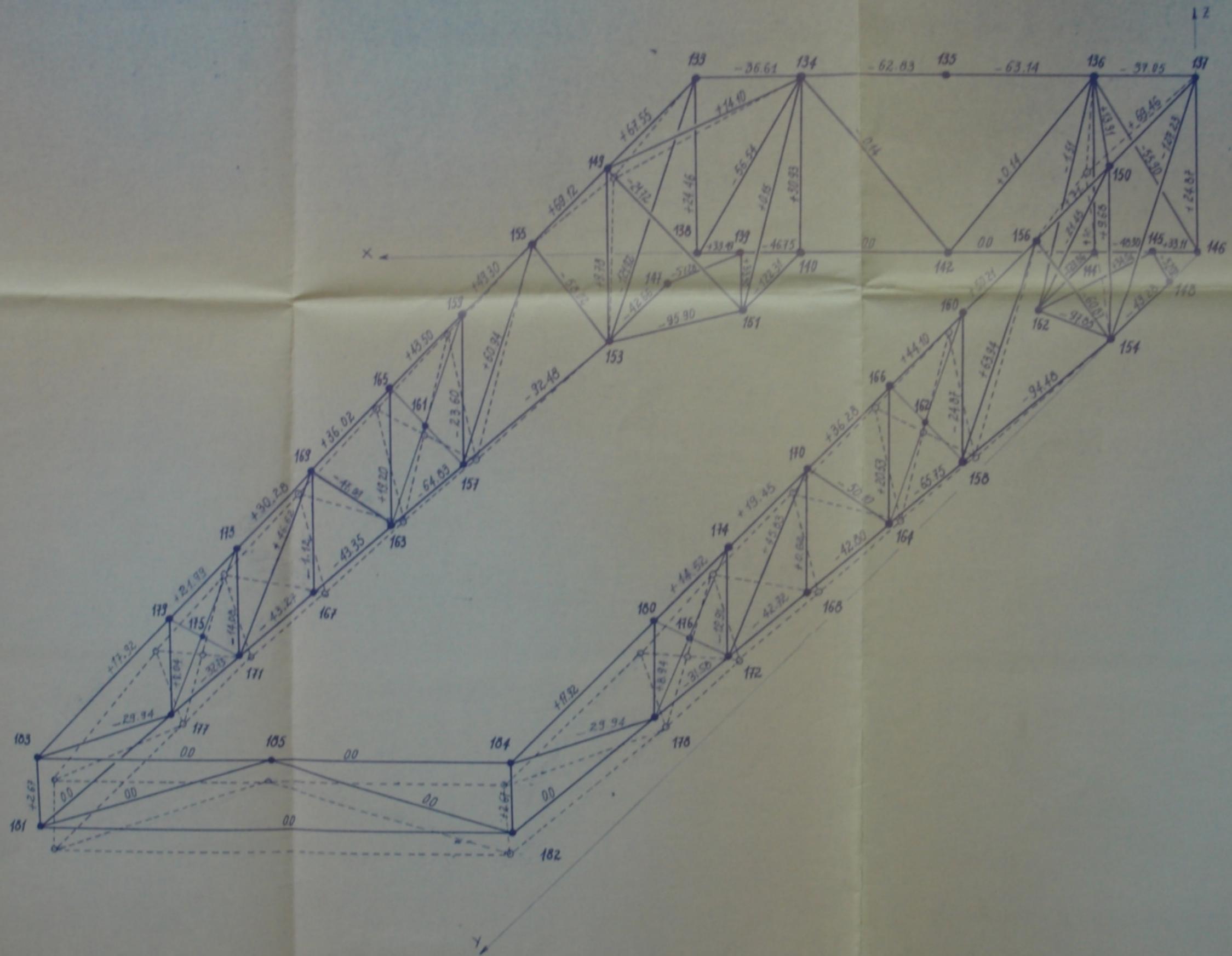
<b>ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE</b>		
Dép: Génie Mécanique	DIAGRAMME DES CONTRAINTES	Dessin N°3
Etudiant: BOUNIB	(Partie Centrale, Portions 1 et 2)	
Promoteur: RECHAK		
Date: 02.02.1990		





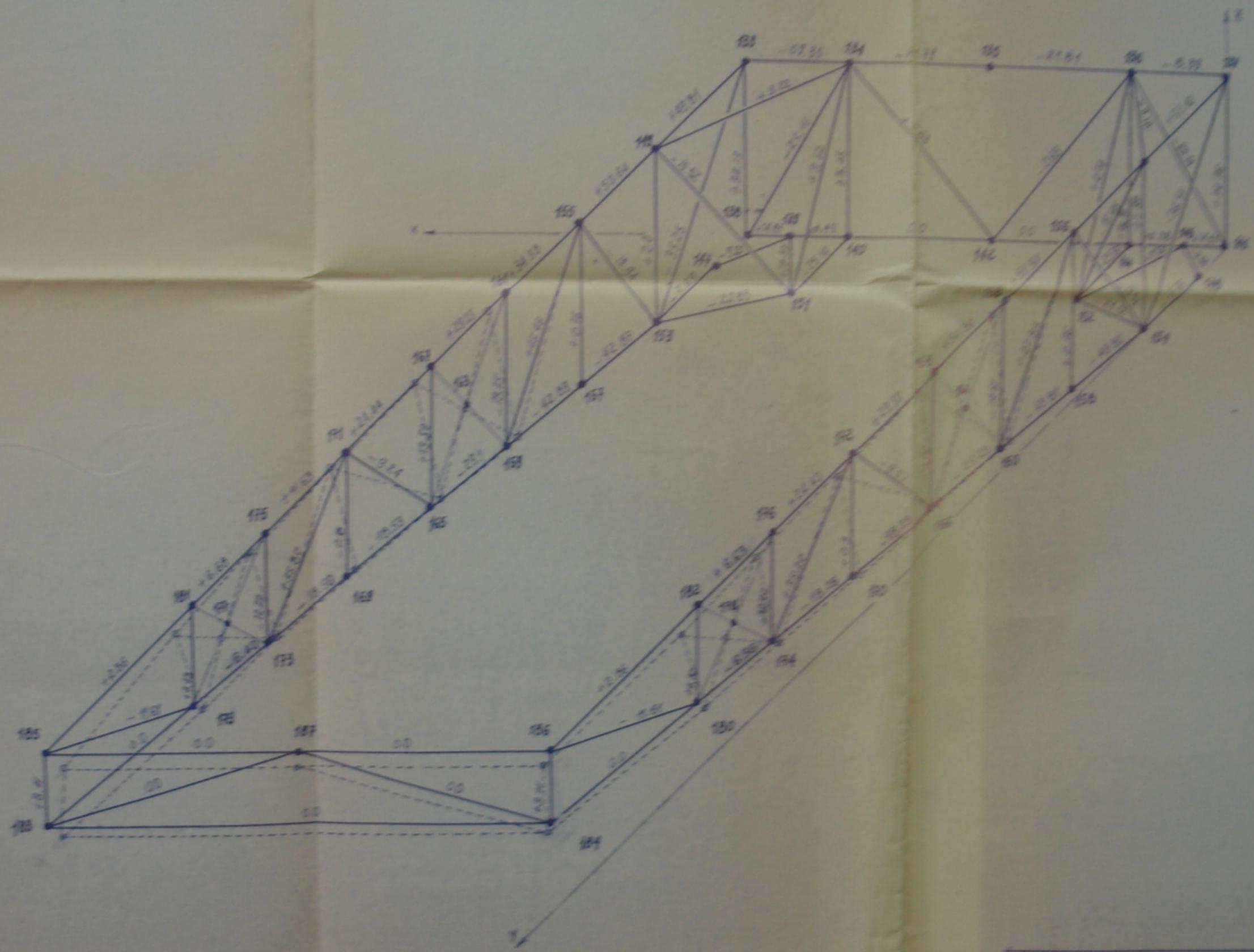
M003/90  
N:5

<b>ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE</b>		
Dép. Génie Mécanique	DIAGRAMME DES CONTRAINTES (Pont-Arrière)	Dessin N:5
Etudiant: BOUNIB		
Promoteur: RECHAK		
Date: 02.02.1990		



M0013/90  
N°6

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE		
Dép. Génie Mécanique	DIAGRAMME DES CONTRAINTES (Partie - Arrière) - Avant modification -	Dessin N°6
Étudiant: BOUNIB		
Promoteur: RECHAK		
Date: 02.02.1990		



M. 0013/190  
N° 7

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE		
Dep. Génie Mécanique	DIAGRAMME DES CONTRAINTES (Partie Arrière)	Dessin N° 7
Étudiant - BILIB		
Professeur - ALCAH		
Date: 20.02.190		