

4/96

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

PROJETS DE FIN D'ETUDES
EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME D'INGENIEUR D'ETAT
EN GENIE ELECTRIQUE : OPTION AUTOMATIQUE

T H E M E

COMMANDE ADAPTATIVE DES SYSTEMES
A PHASE NON MINIMALE:
APPLICATION A UN ROBOT MANIPULATEUR.

PROPOSE PAR :
R. ILLOUL

DIRIGE PAR :
R. ILLOUL

ETUDIE PAR :
A. BENALIA
M. BELHOUS.

Promotion Juin 1996.

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

PROJETS DE FIN D'ETUDES
EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME D'INGENIEUR D'ETAT
EN GENIE ELECTRIQUE : OPTION AUTOMATIQUE

T H E M E

COMMANDE ADAPTATIVE DES SYSTEMES
A PHASE NON MINIMALE:
APPLICATION A UN ROBOT MANIPULATEUR.

PROPOSE PAR :
R. ILLOUL

DIRIGE PAR :
R. ILLOUL

ETUDIE PAR :
A. BENALIA
M.BELHOUS.

Promotion Juin 1996

Je dédie ce travail à ma mère à qui je dois beaucoup

A mon père qu'il trouve l'aboutissement de ses sacrifices

A mes soeurs et frères

A toute ma famille

Et enfin à tous mes amis

ATALLAH

A mon père qu'il trouve l'aboutissement de ses sacrifices

A ma mère pour son amour et sa générosité

A mes soeurs Nadia et Leila pour leurs encouragements

A mes frères Camel, Noredine et Hocine pour leur compréhension.

Je dédie ce travail

MOURAD



REMERCIEMENTS

Ce travail a été effectué à l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger.

Nous tenons à remercier notre promoteur M^r R.ILLOUL pour ses conseils, ses remarques constructives et sa volonté de nous faire profiter de l'étendue de ses connaissances.

Nous adressons également nos sincères remerciements à B.Camel et à B.Mokhtar pour leur aide à la réalisation de ce travail.

Ainsi qu'aux membres de jury ayant accepté de le juger.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION GENERALE :

CHAPITRE I : Généralités.	2
Introduction.	3
I-1- Identification.	3
I-1-1- Principe de l'identification.	3
I-1-2- Les modèles utilisés.	4
I-1-3- Algorithme d'identification.	5
I-2- La commande adaptative.	8
I-2-1- Introduction.	8
I-2-2- Définition.	8
I-2-3- Aspects essentiels de la commande adaptative.	9
I-3- Les systèmes à déphasage non minimal (NMP).	12
Introduction.	12
I-3-1- Définition.	13
I-3-2- Commande adaptative des systèmes NMP.	13
I-3-3- Les effets rendant un système à non minimum de phase.	14
CHAPITRE II : Etude de différents algorithmes.	16
Introduction.	17
II-1- Classe des algorithmes ^{non} applicables aux systèmes NMP.	17
II-1-1- Poursuite et régulation à objectifs indépendants (PROI).	17
II-1-2- Variance minimale (VM).	22
II-2- Classe des algorithmes applicables aux systèmes.	27
II-2-1- Poursuite et régulation avec pondération de l'entrée.	27
II-2-2- Variance minimale généralisée (GMV).	29
II-2-3- Placement de pôles.	31
II-3- Conclusion.	35
CHAPITRE III : Simulations.	37
Introduction.	38
III-1- Classe des algorithmes non applicables aux systèmes NMP.	38
III-1-1- Algorithme PROI.	39
III-1-2- Algorithme VM.	40
III-2- Classe des algorithmes applicables aux systèmes NMP.	40
III-2-1- Algorithme PRPE.	40
III-2-2- Algorithme PP.	41

III-2-3- Algorithme GMV.	41
III-3- Conclusion.	42
CHAPITRE IV : Application à un robot manipulateur.	60
Introduction.	61
IV-1- Description du robot.	61
IV-2- Modélisation du robot.	62
Introduction.	62
IV-2-1- Modélisation cinématique.	63
IV-2-2- Modélisation dynamique.	67
IV-2-3- Identification du robot manipulateur.	73
IV-3- Résultats de simulation.	75
IV-3-1- Simulation du robot en boucle ouverte.	75
IV-3-2- Identification du modèle du robot.	75
IV-3-3- Application des algorithmes de commande adaptative au robot manipulateur.	89
IV-3-4- Conclusion.	91
CONCLUSION GENERALE.	92
ANNEXES.	94
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUE.	100

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

INTRODUCTION GENERALE

Une approche adaptative doit être considérée lorsque les paramètres du modèle du procédé sont inconnus ou variant dans le temps afin que les objectifs de commande imposés soient atteints (au moins asymptotiquement) et maintenus.

Souvent, certaines difficultés compliquent l'application de cette approche à des procédés ayant les propriétés suivantes :

- Les procédés à structure inconnue.
- Les procédés avec retard variables et/ou inconnus.
- Les procédés à phase non minimale. La discrétisation des fonctions continues donnent souvent de tels procédés.

Notre étude concerne les derniers points cités.

L'abondance de la littérature sur la commande des systèmes à phase minimale contraste énormément avec les rares études rigoureuses portant sur les systèmes à phase non minimale. Cela vient du fait que le problème dans le cas des systèmes à non minimum de phase est plus complexe. Dans ce cas, il ne suffit plus d'assurer que la sortie du procédé reste bornée pour que l'entrée le soit aussi.

Dans ce travail, on s'intéresse à l'étude de certaines stratégies de la commande adaptative (auto-ajustable). La simulation appliquée en premier lieu à des exemples théoriques, puis à un robot manipulateur de trois degrés de liberté, ce qui permet une compréhension et une analyse approfondie de ces stratégies.

Dans le premier chapitre, on donne des généralités nécessaires par la suite comme l'identification qui est une étape primordiale dans la commande adaptative.

Le second chapitre présente l'étude et le développement des lois de commande auto-ajustable.

Tandis que le troisième chapitre expose les résultats de simulations du chapitre précédent.

Puis le quatrième chapitre expose l'application de ces algorithmes à un robot manipulateur.

Enfin, on termine ce travail par une conclusion générale et certaines perspectives.

CHAPITRE I:
GENERALITES

INTRODUCTION :

Ce chapitre comprend diverses généralités concernant l'identification, la commande adaptative et la présentation des systèmes à phase non minimale.

Dans la première partie, nous présentons l'algorithme utilisé dans la méthode des moindres carrés récurrents, et également une de ses extensions (les moindres carrés étendus: procédés + perturbations). Tandis que dans la seconde partie, nous définissons la commande adaptative avec ses différents aspects. Finalement, nous terminons en donnant un aperçu sur les systèmes à phase non minimale et les différentes causes qui génèrent ce dernier.

I-1- IDENTIFICATION :

I-1-1- PRINCIPES DE L'IDENTIFICATION :

L'ensemble des méthodes de commande de processus nécessite la connaissance d'un modèle mathématique du système. L'identification des systèmes a pour but de le déterminer. Les connaissances a priori peuvent être de diverses natures: il peut s'agir des lois physiques régissant l'évolution du système (modèle de connaissance) ou d'expériences menées sur le processus à modéliser.

Le problème de la détermination des lois physiques constitue un problème de modélisation. Le problème d'identification consiste à déterminer les paramètres d'un modèle à partir d'un ensemble de mesures entrées-sorties du processus. Il s'agit donc de déduire d'une expérience, les valeurs de ses paramètres.

Les problèmes d'identification sont généralement résolus à l'aide de trois ensembles [1] :

-Les données issues de l'expérience: qui consiste à choisir une expérience donnant le maximum d'informations.

-Les modèles: le choix d'un modèle candidat peut se faire à partir des lois physiques régissant le système dont les paramètres sont peu connus ou mal connus (boite grise), ou bien à partir des résultats de l'expérience sans connaissances a priori (boite noire).

-les algorithmes d'identification: il permettent à partir des données, de préciser les paramètres du modèle candidat.

Le principe de l'identification peut être résumé par le schéma suivant [2]:

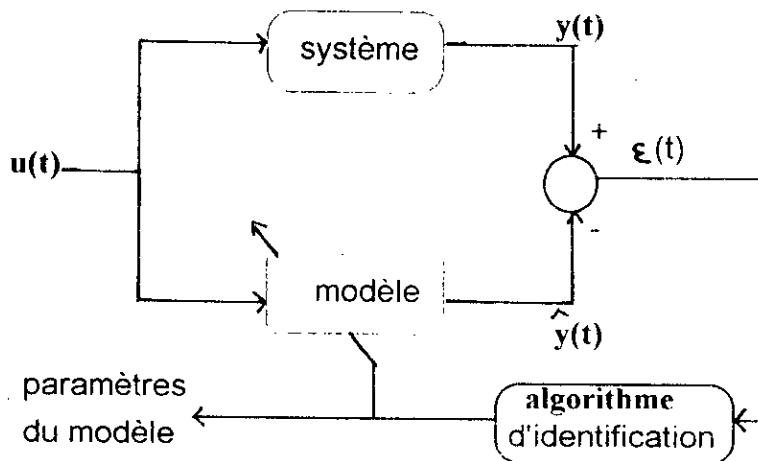


Figure I-1 : schéma du principe de l'identification.

A la fin de l'identification, il faut valider le modèle suivant un critère prédéfini.

I-1-2- LES MODELES UTILISES :

La forme générale des modèles utilisés est la suivante [3]:

$$y(t) = q^{-d} \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) + w(t) \quad (I-1)$$

Où:

\$u(t)\$ est l'entrée du procédé.

\$y(t)\$ la sortie.

Les polynômes \$A(q^{-1})\$ et \$B(q^{-1})\$ sont donnés par:

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_n q^{-n}$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_m q^{-m}$$

Le signal \$w(t)\$ est le terme perturbation qui est constitué par tout les termes affectant la sortie \$y(t)\$. Il est généralement représenté par l'équation suivante:

$$w(t) = q^{-d} \frac{D(q^{-1})}{A(q^{-1})} v(t) + \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})G(q^{-1})} e(t). \quad (I-2)$$

Les polynômes $D(q^{-1})$, $C(q^{-1})$ et $G(q^{-1})$ sont donnés par:

$$D(q^{-1}) = d_1 q^{-1} + \dots + d_{nd} q^{-nd}$$

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_{nc} q^{-nc}$$

$$G(q^{-1}) = 1 + g_1 q^{-1} + \dots + g_{ng} q^{-ng}$$

$v(t)$ et $e(t)$ sont les entrées des perturbations dynamiques mesurables et stochastiques. La première est une perturbation mesurable choisit comme une seconde entrée du processus, tandis que la deuxième est un bruit blanc discret de moyenne nulle et de variance finie.

Il est important de souligner que le modèle mathématique est une représentation naturelle du point physique.

Dans notre étude, on se limite à des modèles où $w(t)$ contient uniquement le terme en $e(t)$ avec $G(q^{-1})=1$, ce qui nous donne:

$$y(t) = q^{-d} \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) + \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})} e(t) \quad (I-3)$$

connu aussi sous le nom de modèle auto-régressif à moyenne mobile et entrée exogène (ARMAX) [4].

I-1-3- ALGORITHME D'IDENTIFICATION :

Pour l'identification d'un processus à l'aide des moindres carrés récurrents, on se base sur la minimisation du critère suivant par rapport à $\hat{\theta}(t)$ [4],[5]:

$$\sum_{i=1}^t [\varepsilon(i)]^2 \quad (I-4)$$

Où $\varepsilon(i)$ est donné par :

$$\varepsilon(i) = y(i) - \hat{\theta}(t) \phi(i-1)$$

sur un horizon de t pas.

Pour le modèle ARMAX avec $C(q^{-1})$ nul, on a:

$$\theta \hat{(t)} = [\hat{a}_1(t) \dots \hat{a}_n(t) \hat{b}_0(t) \dots \hat{b}_{m-1}(t)] \quad (I-5)$$

$$\phi^T(i-1) = [-y(i-1) \dots -y(i-n) u(i-1-d) \dots u(i-m-1-d)] \quad (I-6)$$

Le terme $\theta \hat{(t)} \phi(i-1) = \hat{y}(i / \theta \hat{(t)})$ correspond à une prédiction de la sortie à l'instant $i \leq t$, basé sur l'estimée des paramètres du procédé après t mesures.

Ce qui nous donne l'algorithme d'identification suivant:

$$\begin{aligned} \theta \hat{(t+1)} &= \theta \hat{(t)} + F(t) \phi(t) \varepsilon(t+1) \\ F(t+1) &= F(t) - \frac{F(t) \phi(t) \phi^T(t) F(t)}{1 + \phi^T(t) F(t) \phi(t)} \\ \varepsilon(t+1) &= \frac{y(t+1) - \theta^T(t) \phi(t)}{1 + \phi^T(t) F(t) \phi(t)} \end{aligned} \quad (I-7)$$

$F(t)$ est le gain d'adaptation paramétrique.

$\varepsilon(t+1)$ est l'erreur à posteriori.

-remarques:

-Le gain initial $F(0)$ est une mesure de la confiance dans l'estimation initiale $\theta \hat{(0)}$.

En absence d'informations initiales sur les paramètres, $F(0) = (GI) * I$, avec GI grand (1000).

-C'est un algorithme d'adaptation à gain décroissant.

-choix du gain d'adaptation:

L'algorithme des moindres carrés récursifs (MCR) donne de moins en moins de poids aux nouvelles mesures. En conséquence, ce type de variation de gain ne conviendra pas pour l'estimation des paramètres variables dans le temps. Pour remédier à ce problème, on considère le critère suivant:

$$J(t) = \sum_{i=1}^t \lambda^{t-i} [\varepsilon(i)]^2 \quad ; \lambda < 1. \quad (I-8)$$

qui conduit à un algorithme d'identification identique à (I-7), à l'exception de l'équation du gain d'adaptation qui devient:

$$F(t+1) = \frac{1}{\lambda_1(t)} \left[F(t) - \frac{F(t)\phi(t)\phi^T(t)F(t)}{\lambda_1(t) + \phi^T(t)F(t)\phi(t)} \right] \quad (I-9)$$

Différents types d'algorithmes sont obtenus en fonction des valeurs de $\lambda_1(t)$ et $\lambda_2(t)$, on peut citer:

- $\lambda_1(t) = \lambda_1 < 1$ (valeurs typiques de 0.95 à 0.99),

$\lambda_2(t) = 1$,

appelé "algorithme à facteur d'oubli fixe"

$\lambda_1(t) = \lambda_0 \cdot \lambda_1(t-1) + 1 - \lambda_0$

- $\lambda_2(t) = 1$

Avec $\lambda_1(0)$ et λ_0 compris entre 0.95 et 0.99.

appelé "algorithme à facteur d'oubli variable".

- $\lambda_1(t)$ et $\lambda_2(t)$ variables tels que trace $F(t) = \text{constante}$.

On pose $\lambda_1(t) / \lambda_2(t) = \alpha(t)$ et en tenant compte de (I-9):

$$\text{tr } F(t+1) = \frac{1}{\lambda_1(t)} \text{tr} \left[F(t) - \frac{F(t)\phi(t)\phi^T(t)F(t)}{\alpha(t) + \phi^T(t)F(t)\phi(t)} \right] \quad (I-10)$$

Il est préférable dans certaines applications de combiner plusieurs types d'algorithmes, particulièrement lorsque le système considéré n'est pas stationnaire comme prévu [3].

-Algorithme des moindres carrés étendus (MCE) :

Cette méthode a été développée pour pouvoir identifier sans biais des modèles "procédé + perturbation" défini par l'équation (I-3). L'idée est d'identifier simultanément le modèle de procédé et le modèle de la perturbation, pour pouvoir obtenir une erreur de prédiction asymptotiquement blanche [2].

On utilise le même algorithme défini par les équations (I-7) et (I-9), et en prenant les vecteurs $\theta^T(t)$ et $\phi^T(i-1)$ de la forme suivante:

$$\theta^T(t) = [\hat{a}_1(t) \dots \hat{a}_m(t) \hat{b}_0(t) \dots \hat{b}_m(t) \hat{c}_1(t) \dots \hat{c}_{n_c}(t)]$$

$$\phi^T(i-1) = [-y(i-1) \dots -y(i-n) u(i-1-d) \dots u(i-1-m-d) e(i-1) \dots e(i-n_c)]$$

La convergence de cet algorithme est sujette à une condition suffisante:

$$\frac{1}{C(q^{-1})} - \frac{\lambda_2}{2} ; 2 > \lambda_2 > \max \lambda_2(t) \quad (I-12)$$

est une fonction de transfert strictement réelle positive.

I-2- LA COMMANDE ADAPTATIVE :

I-2-1- INTRODUCTION :

Les modèles linéaires sont une représentation mathématique simplifiée des processus réels. L'approximation d'un système non linéaire par un système linéaire est valable uniquement au voisinage d'un point de fonctionnement. L'intérêt de considérer les systèmes en question comme étant linéaires est celui d'obtenir aisément des algorithmes pour les commander. Quand les paramètres du modèle sont fixes et connus, l'automaticien peut appliquer une commande dite linéaire, calculée en fonction des objectifs désirés.

Malheureusement dans la réalité, les paramètres du procédé peuvent varier pour diverses raisons; changement de point de fonctionnement, non linéarité, usure, etc... Les performances d'une commande linéaire se dégradent en mesure que l'écart entre les paramètres réels et ceux utilisés dans le calcul de la commande augmente.

L'objectif d'une commande adaptative est de parvenir à commander un processus sujet à des changements de paramètres non prévisibles. Une telle commande doit donc être prévue pour détecter ces variations et pour les compenser automatiquement.

On est parti du principe qu'un schéma de commande adaptative doit fonctionner lorsque les paramètres du procédé sont parfaitement identifiés.

Nous donnons dans cette partie en premier lieu une définition de la commande adaptative, puis les différents aspects de celle-ci.

I-2-2- DEFINITIONS :

Plusieurs définitions de la commande adaptative ont été introduites au cours des deux dernières décennies, et aucune de celles-ci ne peut regrouper tout les travaux des chercheurs dans ce vaste domaine [6].

Nous allons alors opter pour celle définie en [4]:

''La commande adaptative est un ensemble de techniques utilisées pour l'ajustement automatique en ligne et en temps réel des régulateurs des boucles de commande afin de réaliser ou maintenir un certain niveau de performances quand les paramètres du procédé à commander sont soit inconnus, soit/et variant dans le temps''.

Les objectifs de la commande adaptative sont définis sur la figure (I-2), où l'on remarque que l'objectif de poursuite nécessite un temps de réponse assez élevé par rapport à celui défini pour la régulation, ce qui n'est pas toujours le cas [4].

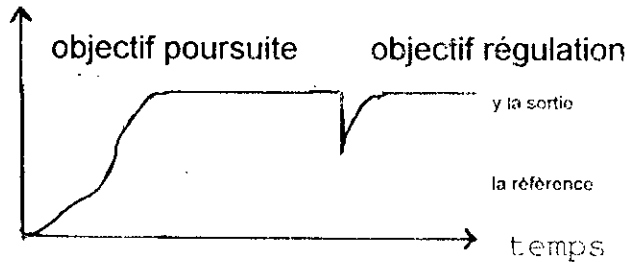


Figure I-2 : définition des objectifs.

I-2-3- ASPECTS ESSENTIELS DE LA COMMANDE ADAPTATIVE :

Les fonctions de base de la majorité des schémas de commande adaptative sont les suivantes[6]:

- Identification des paramètres inconnus ou mesure d'un indice de performance.
- Décision de la stratégie de commande.
- Modification des paramètres du régulateur en temps réel ou du signal d'entrée.

Ces fonctions peuvent être représentés par la figure (I-3):

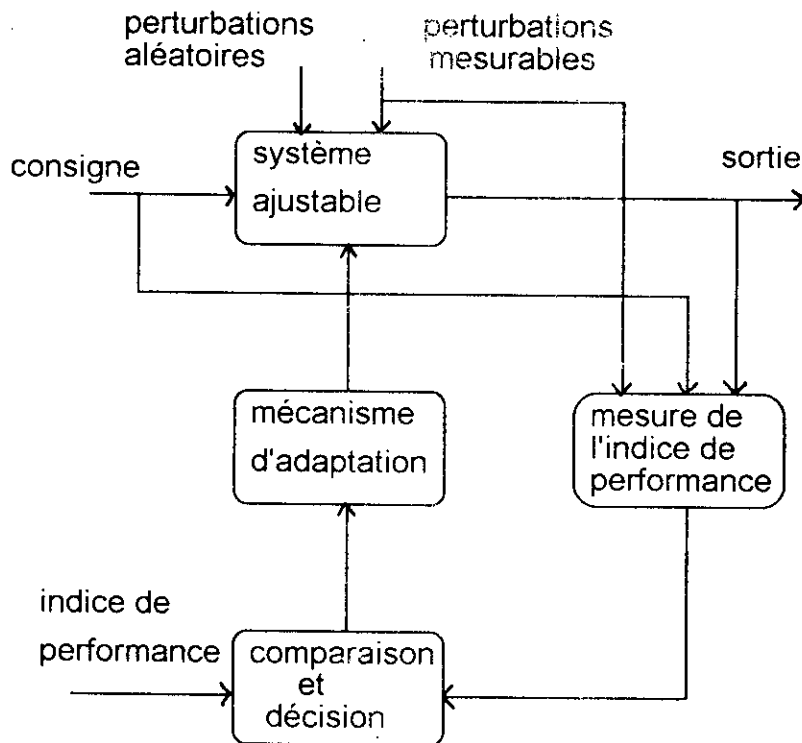


Figure I-3 : composantes essentielles .

Trois approches ont été essentiellement considérées pour le développement des stratégies de commande adaptative destinées aux procédés à paramètres inconnus et/ou variables dans le temps [4]:

- Approximation des stratégies de commande optimale stochastique "duale".
- Systèmes de commande auto-ajustable (STR).
- Commande adaptative avec modèle de référence (MRAC).

Nous donnons par la suite les schémas généraux de la deuxième et la troisième approche.

-La commande auto-ajustable :

Elle est basée sur l'estimation en temps réel des paramètres du modèle ou ceux du régulateur. La commande est calculée en utilisant les paramètres estimés. C'est ce qu'on appelle "le principe de l'équivalence certaine" [7].

Le schéma de commande a été originellement proposé par Kalman en 1958. STR est devenue très populaire ces dernières années étant donné sa souplesse et sa facilité d'implémentation sur microprocesseurs [6].

On peut maintenant représenté cette approche de commande par le schéma de la figure suivante:

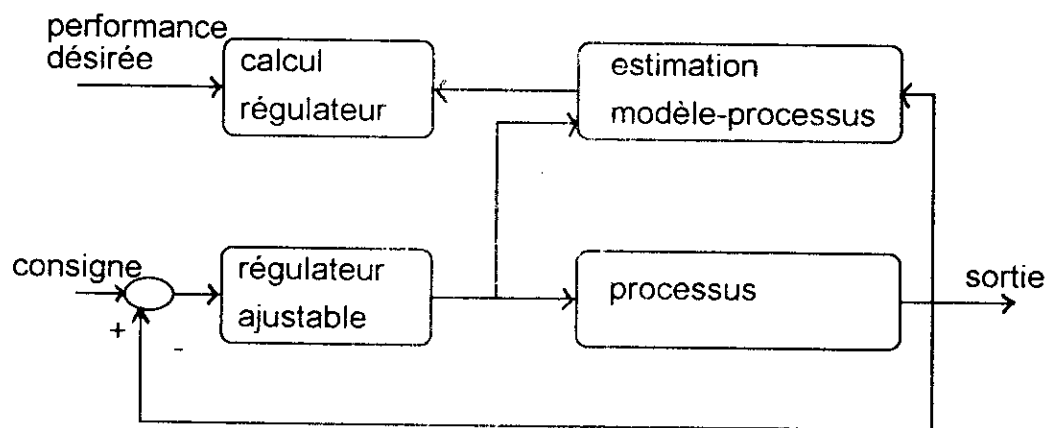


Figure I-4 : schéma du STR.

On distingue deux approches de STR, la commande adaptative directe et indirecte.

L'approche **indirecte**: comporte deux étapes à chaque période d'échantillonnage. Dans une première phase, on identifie de manière récursive les paramètres du modèle, puis une deuxième phase, où on calcule les paramètres du régulateur à partir des paramètres estimés.

L'approche **directe**: qui ne comporte qu'une seule étape à chaque période d'échantillonnage. Les paramètres du régulateur sont directement identifiés d'une manière récursive. Dans ce cas, on identifie en effet implicitement le procédé, mais reparamétrisé en terme de prédicteur.

-La commande adaptative avec modèle de référence :

Cette commande a été conçue à l'origine pour résoudre les problèmes d'asservissement plutôt que de régulation. Les spécifications concernant le fonctionnement du système à régler bouclé par le régulateur ajustable sont réalisées effectivement dans le modèle de référence. La sortie de ce modèle de référence indique à tout instant comment la sortie du système à régler doit se comporter en réponse à une variation de la consigne [4]. Il faut annuler l'erreur entre la sortie du système et celle du modèle de référence.

Ceci peut être représenté par la figure (I-5):

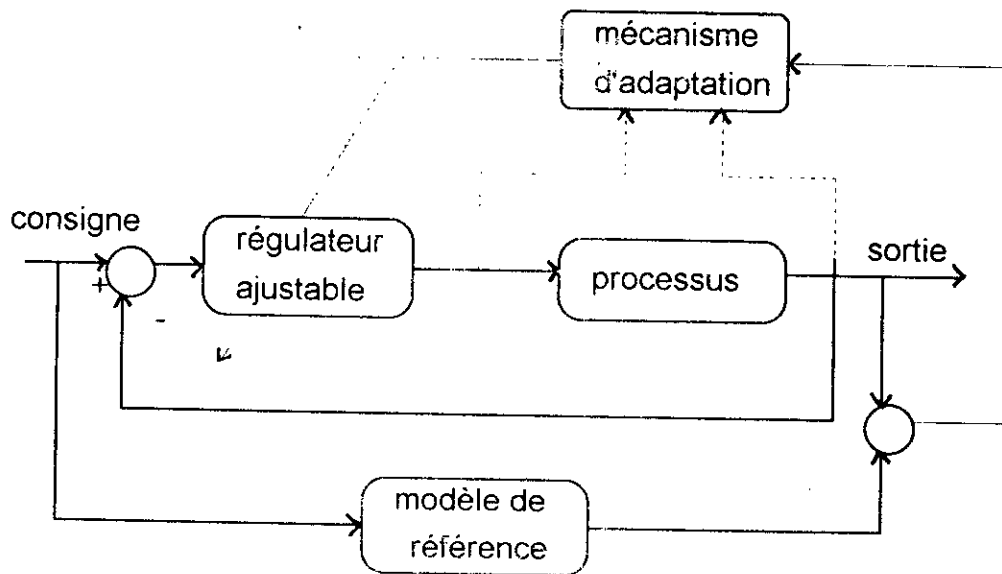


Figure I-5 : schéma du MRAC.

Le problème majeur dans la synthèse des systèmes MRAC est la conception d'un mécanisme d'adaptation.

-Quelques concepts théoriques de base :

La commande adaptative faisant appel à plusieurs outils théoriques, nécessite des concepts fondamentaux, on peut citer [6]:

-Le principe de "séparabilité": ce principe permet la séparation entre les deux étapes de la commande adaptative, d'une part l'estimation des paramètres du système ajustable et d'autre part le calcul du signal de la commande.

-Le principe d' "équivalence certaine": il est possible de synthétiser le régulateur avec des paramètres connus et obtenir des résultats optimaux avec des paramètres inconnus. Et ceci, par l'utilisation des paramètres estimés comme étant les vrais paramètres.

I-3- LES SYSTEMES A PHASE NON MINIMALE (NMP):

INTRODUCTION :

Nous présentons ici, une définition des systèmes à phase non minimale, puis la commande adaptative de ces derniers, et nous expliquons comment aboutir à un tel système (discret).

I-3-1- DEFINITION :

Un système à déphasage non minimal est un système dont les zéros se trouvent dans la demie-partie droite du plan complexe si ce dernier est continu; tandis que s'il est discret, ses zéros possèdent un module supérieur à 1 (ils se situent à l'extérieur du cercle unité).

Souvent, la discrétisation d'un système à phase minimale donne un système à phase non minimale, comme nous allons le voir par la suite.

Comme exemple, nous donnons la réponse d'un système à phase non minimale du second ordre à un échelon.

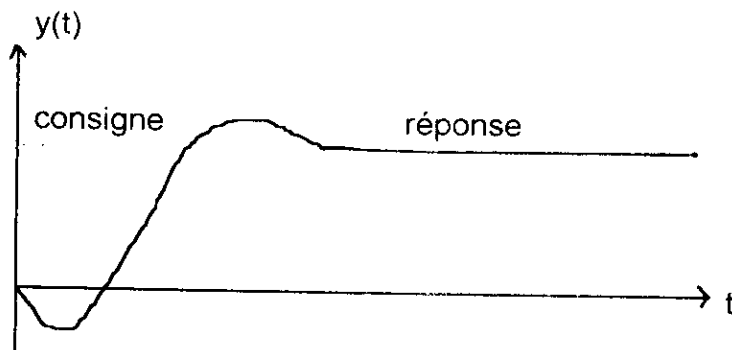


Figure I-6 : exemple de réponse.

On peut citer comme exemple de systèmes NMP: les pompes hydrauliques, les machines asynchrones, les robots manipulateurs.

I-3-2- COMMANDE ADAPTATIVE DES SYSTEMES NMP :

L'instabilité qui apparaît lors de l'élimination des pôles-zéros des algorithmes de commande adaptative STR et MRAC a fait augmenter le malentendu préconisant que les systèmes NMP peuvent donner des problèmes insolubles avec l'application de cette commande. Comme la plupart des systèmes exhibent des formes de comportement NMP (particulièrement pour la commande numérique), l'utilité des méthodes auto-ajustables semblent réstreintent.

La commande adaptative des systèmes NMP présente un vaste écart entre théorie et pratique dû à la complexité de l'analyse et de la commande de ces systèmes.

Cependant, de nouveaux algorithmes ont été publiés ces dernières années, qui ont en partie résolu les difficultés et ont eu des implémentations réussites en milieu industriel.

La relation entre les diagrammes d'amplitude et de phase de Bode des systèmes à phase minimale, est gouvernée par le théorème de Bode. Cette relation n'est plus valable pour les systèmes NMP.

I-3-3- LES EFFETS RENDANT UN SYSTEME A PHASE NON MINIMALE :

Notre objectif est de trouver les conditions pour lesquelles le polynôme $B(q)$ du modèle ARMAX donné par l'équation (I-3) est instable. Si le système continu est à phase minimale, on peut très bien avoir un système échantillonné NMP comme nous le montrons ci-dessous [8]:

a- Effet du degré relatif (>1) :

Si $G(s)$ a j pôles de plus que de zéros, alors $G(z)$ devient lorsque T_e tend vers zéro, équivalent au système obtenu après échantillonnage d'une fonction de transfert continue avec j intégrateurs:

$G(z^{-1})$ tend vers

$$b_m(1-z^{-1}) \cdot \frac{D^j}{j!} \left\{ \frac{1}{1-z^{-1}} \right\}$$

lorsque $T_e \rightarrow 0$.

Où D est l'opérateur:

$$-hz \cdot \frac{d}{dz}$$

En particulier, pour $j=2$, il y a une racine de $B(q^{-1})$ à (-1) ; et pour $j=3$, il y a une racine à (-3.73) . Il y a un zéro de $G(z^{-1})$ dans la région de stabilité pour $j=2$ et au moins un zéro hors de cette région pour $j>4$. La conséquence de ce résultat est que les systèmes ayant un déphasage en haute fréquence 180° auront des modèles discrets à NMP si l'intervalle d'échantillonnage est trop petit.

b- Effet de l'utilisation d'un long intervalle d'échantillonnage :

Soit $G(s)$ une fonction de transfert avec $G(0)$ et $G(\infty)$ finis. Lorsque T_e tend vers l'infini, la fonction de transfert $G(z^{-1})$ tend vers :

$$G(\infty) + [G(0) - G(\infty)] z^{-1} \quad (I-13)$$

Pour cela l'unique zéro est à :

$$1 - G(0)/G(\infty) \quad (I-14)$$

qui se situe à l'extérieur du cercle unité si $G(0)$ et $G(\infty)$ sont de signes différents/si $G(0)/G(\infty) > 1$.

Si $G(s)$ est strictement propre (ce qui est le cas pour la plupart des systèmes), $G(\infty) = 0$ et $G(z^{-1})$ tend vers

$$G(0)z^{-1} \quad (I-15)$$

qui n'a pas de zéro. La conséquence de cela est qu'un long intervalle d'échantillonnage peut être utilisé pour éviter des zéros instables; en pratique, la commande correspondante est très souvent mauvaise. Dans certains cas, cette approche peut être utilisée pour rejeter les perturbations hautes fréquences.

c- Effet d'un temps mort non entier :

Si $G(s)$ est propre, alors comme le retard non entier δ tend vers h ($0 < \delta \leq T_e$), alors au moins un zéro de $G(z^{-1})$ deviendra instable. Cela est causé par le fait que:

$$\begin{aligned} b_0 &= G(0) + \sum \alpha_i \gamma_i \approx G(0) + \sum (1 - p_i \delta_i) \gamma_i \\ &= - \delta_i \sum p_i \delta_i. \end{aligned} \quad (I-16)$$

et qui tend vers 0 pour $\delta_i \rightarrow 0$.

Un exemple connu est l'exemple simple e^{-sA}/s , dont le modèle discret a un zéro hors du cercle unité si $h/2 < \delta < h$.

**CHAPITRE II:
ETUDE DE DIFFERENTS
ALGORITHMES**

INTRODUCTION :

Durant la décennie précédente, divers algorithmes de commande adaptative ont été développés. Les régulateurs auto-ajustables représentent une importante catégorie de ces derniers. Ils sont faciles à implémenter et peuvent être appliqués à des procédés complexes avec une large variété de caractéristiques comme l'existence de retard ou de perturbations stochastiques.

Nous traitons dans ce chapitre deux classes d'algorithmes; la première classe n'étant pas applicable aux systèmes à non minimum de phase tel que l'algorithme de poursuite et régulation à objectifs indépendants et l'algorithme à variance minimale. La seconde classe résoud le problème des systèmes à non minimum de phase tel que les algorithmes de poursuite et régulation avec pondération de l'entrée, variance minimale généralisée et placement de pôles.

I-1- CLASSE DES ALGORITHMES NON APPLICABLES AUX SYSTEMES NMP

Dans ce paragraphe, nous montrons que les deux algorithmes suivants:

- Poursuite et régulation à objectifs indépendants,
- Variance minimale,

ne sont pas applicables aux procédés NMP.

Nous le montrerons par des exemples théoriques par la suite.

I-1-1- POURSUITE ET REGULATION A OBJECTIFS INDEPENDANTS :

Cette méthode de calcul des régulateurs auto-ajustables permet d'obtenir le comportement désiré en poursuite (changement de consigne) indépendamment du comportement désiré en régulation (rejet d'une perturbation), ce qui est satisfait en annulant le signal d'erreur.

-Calcul de la commande [2], [7]:

En se basant sur la structure générale des régulateurs numériques représentés à la figure (II-1), on peut obtenir l'expression de la commande $u(t)$:

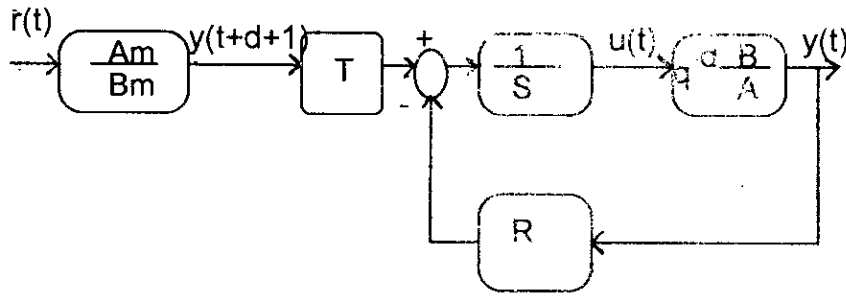


Figure II-1 : structure du régulateur RST.

$$u(t) = \frac{T(q^{-1})y_d(t+d+1) - R(q^{-1})y(t)}{S(q^{-1})} \quad (II-1)$$

Avec:

$$T(q^{-1}) = t_0 + t_1 q^{-1} + \dots + t_{nc} q^{-nc}, \text{ noté } T.$$

$$R(q^{-1}) = r_0 + r_1 q^{-1} + \dots + r_{nr} q^{-nr}, \text{ noté } R.$$

$$S(q^{-1}) = s_0 + s_1 q^{-1} + \dots + s_{ns} q^{-ns}, \text{ noté } S$$

Il nous faut choisir les polynômes T,R et S d'une bonne façon pour avoir les performances désirées.

Le modèle de référence est donné par:

$$y_d(t+d+1) = \frac{B_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})} r(t) \quad (II-2)$$

Où:

$$A_m(q^{-1}) = 1 + a_{1m} q^{-1} + \dots + a_{nm} q^{-nm}, \text{ noté } A_m.$$

$$B_m(q^{-1}) = b_{0m} + b_{1m} q^{-1} + \dots + b_{mm} q^{-mm}, \text{ noté } B_m.$$

$r(t)$ l'entrée du modèle de référence.

$y_d(t+d+1)$ la sortie du modèle de référence.

Le modèle du processus est défini par:

$$y(t) = q^{-d} \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t)$$

Où: (II-3)

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_n q^{-n} \text{ noté A.}$$

$$B(q^{-1}) = b_1 q^{-1} + \dots + a_m q^{-m} \text{ noté B.}$$

d le retard.

u(t) la commande,

y(t) la sortie du processus.

Avec cette stratégie, le calcul de R, S et T se fera en deux étapes. La première étape permet de placer les pôles en boucle fermée aux valeurs désirées par un polynôme $P(q^{-1})$ (régulation), avec R et S. La seconde étape permet de déterminer le pré-compensateur T pour que la sortie du procédé suive, au retard près la trajectoire de référence $y_d(t)$.

-Régulation (calcul des polynômes R et S) :

La fonction de transfert en boucle fermée du système représenté à la figure (II-1), sans le pré-compensateur T et le modèle de référence, est donnée par:

$$H_{bo} = \frac{q^{-d} B(q^{-1})}{A(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-d} B(q^{-1})R(q^{-1})} \quad (II-4)$$

On souhaite que les pôles soient ceux définis par $P(q^{-1})$ et que les zéros soient simplifiés.

Donc:

$$H_{bo}(q^{-1}) = \frac{q^{-d}}{P(q^{-1})} = \frac{q^{-d} B^*(q^{-1})}{B^*(q^{-1})P(q^{-1})} \quad (II-5)$$

A partir des équations (II-4) et (II-5), il résulte que pour calculer R et S, il faut résoudre l'équation:

$$A(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})R(q^{-1}) = P(q^{-1})B^*(q^{-1}). \quad (II-6)$$

Pour simplifier les zéros du système, on choisit:

$$S(q^{-1}) = B^*(q^{-1})S(q^{-1}).$$

Avec:

$$B^*(q^{-1}) = b_1 + b_2q^{-1} + \dots + b_mq^{-m+1}.$$

Ce qui nous donne l'équation diophantine:

$$A(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-(d+1)}R(q^{-1}) = P(q^{-1}). \quad (II-7)$$

Avec S^1 et R donné par:

$$R(q^{-1}) = r_0 + r_1q^{-1} + \dots + r_{n-1}q^{-n+1}.$$

$$S(q^{-1}) = s_0 + s_1q^{-1} + \dots + s_dq^{-d}.$$

-Poursuite (calcul du polynôme T) :

Pour avoir entre $y(t)$ et $r(t)$ une fonction de transfert donnée par:

$$H_{bf}(q^{-1}) = \frac{q^{-d}B_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})} = \frac{q^{-(d+1)}B_m(q^{-1})T(q^{-1})}{A_m(q^{-1})P(q^{-1})} \quad (II-8)$$

Il suffit donc de choisir:

$$P(q^{-1}) = T(q^{-1}) \quad (II-9)$$

-Algorithme de commande adaptative :

Nous donnons deux approches pour calculer la commande:

a-Approche indirecte :

Données: $P(q^{-1}), n, m, d, A_m, B_m$.

II-1-2- VARIANCE MINIMALE (VM) :

Elle a été initialement introduite par Astrom et Wittenmark en 1973. L'objectif de la poursuite et régulation à variance minimale est de réduire la variance (l'écart type, la somme du carré des erreurs) de la sortie réglée autour de la valeur de référence (elle permet de trouver un régulateur assurant la variance minimale).

Cette commande est utilisée dans un environnement stochastique (perturbations), d'où l'utilité d'un modèle ARMAX. On peut alors représenté l'effet de cette commande comme suit:

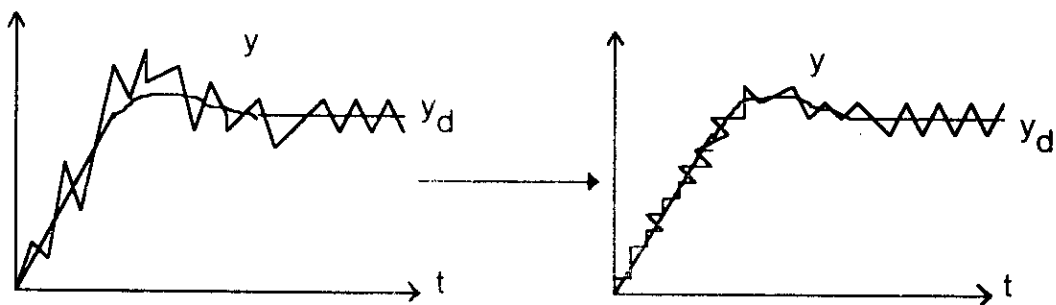


Figure II-2 : Effet de la commande à variance minimale en présence de perturbations aléatoires.

-Calcul de la commande [2], [7] :

Dans le cas d'un procédé ARMAX, la structure générale du régulateur RST devient:

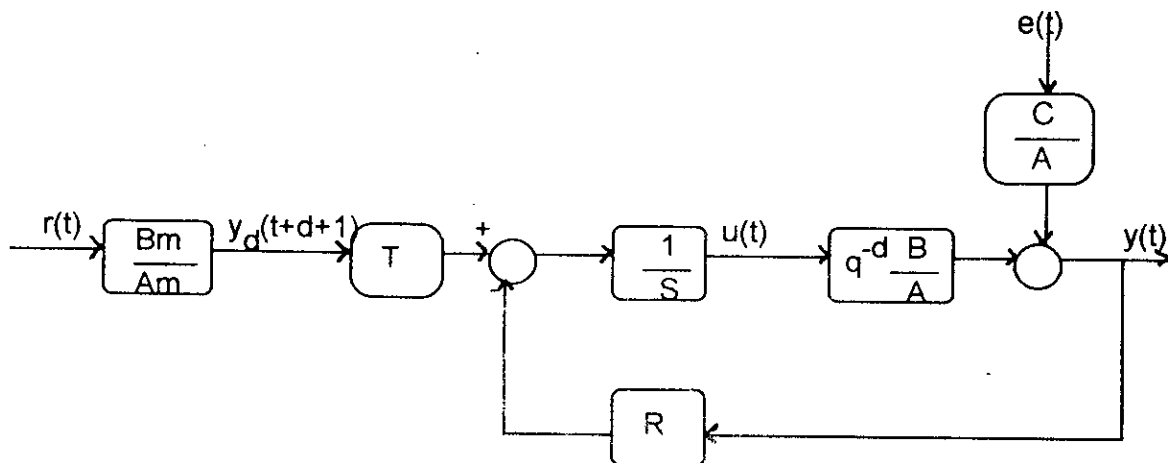


Figure II-3 : structure du régulateur RST pour un modèle ARMAX.

Le critère à minimiser est:

$$J = E[y(t+d+1) - y_d(t+d+1)]^2 \quad (II-10)$$

On remarque dans le critère que $y_d(t+d+1)$ est une information disponible; mais $y(t+d+1)$ ne l'est pas, c'est une information future, donc il faut la prédire. Cherchons alors la prédiction optimale au sens des moindres carrés de $y(t+d+1)$. De l'équation du modèle ARMAX, on a:

$$y(t+d+1) = \frac{B^*(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) + \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})} e(t+d+1) \quad (II-11)$$

La sortie du prédicteur est obtenue en utilisant l'identité polynômiale

$$C(q^{-1}) = A(q^{-1})S'(q^{-1}) + q^{-(d+1)}R(q^{-1}) \quad (II-12)$$

L'équation (II-11) devient:

$$y(t+d+1) = S'(q^{-1})e(t+d+1) + \frac{B^*(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) + \frac{R(q^{-1})}{A(q^{-1})} e(t) \quad (II-13)$$

La meilleure prédiction de $y(t+d+1)$ au sens des moindres carrés est donnée par:

$$y^*(t+d+1) = \frac{B^*(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) + \frac{R(q^{-1})}{A(q^{-1})} e(t) \quad (II-14)$$

Le critère (II-10) devient alors:

$$J = E[y^*(t+d+1) + S'(q^{-1})e(t+d+1) - y_d(t+d+1)]^2 \quad (II-15)$$

Or $e(t)$ est un bruit blanc dont les caractéristiques sont:

$$\begin{aligned} \phi_{xx}(0) &= E[e^2(t)] = \sigma^2. \\ \phi_{xx}(\tau) &= E[e(t)e(t+\tau)] = 0; \text{ pour } \tau \neq 0. \\ &\text{(fonction d'auto - corrélation)} \\ \phi_{xy}(\tau) &= E[e(t)x(t+\tau)] = 0; \text{ pour tout } \tau \text{ positif.} \\ &\text{(fonction d'inter - corrélation)} \end{aligned} \tag{II-16}$$

A partir des propriétés ci-dessus, on a:

$$J = E[y^*(t+d+1) - y_d(t+d+1)]^2 + \sum_{i=0}^d (s_i \sigma)^2. \tag{II-17}$$

Donc la commande qui minimise J

$$\frac{\partial J}{\partial u(t)} = 2E[y^*(t+d+1) - y_d(t+d+1)] \frac{\partial y^*(t+d+1)}{\partial u(t)} = 0. \tag{II-18}$$

Ce qui donne:

$$y^*(t+d+1) - y_d(t+d+1) = 0. \tag{II-19}$$

En utilisant l'équation (II-11):

$$e(t) = \frac{A(q^{-1})}{C(q^{-1})} y(t) - q^{-(d+1)} \frac{B^*(q^{-1})}{C(q^{-1})} u(t). \tag{II-20}$$

De l'équation (II-14), (II-20) et (II-12), on a:

$$y^*(t+d+1) = \frac{R(q^{-1})}{C(q^{-1})} y(t) - \frac{S'(q^{-1})B^*(q^{-1})}{C(q^{-1})} u(t). \tag{II-21}$$

En utilisant l'équation (II-19), la commande s'écrit :

$$u(t) = \frac{C(q^{-1})y_d(t+d+1) - R(q^{-1})y(t)}{S(q^{-1})} \tag{II-22}$$

Avec S donné par:

- $S(q^{-1}) = S'(q^{-1})B^*(q^{-1})$.

-Cas de la poursuite :

Comme l'équation de la commande du régulateur RST est donnée par l'équation (II-1), on peut comparer cette dernière à l'équation (II-22), ce qui fait que le pré-compensateur T devra compenser les pôles en boucle fermée. De cela:

$$T(q^{-1}) = C(q^{-1}) \tag{II-23}$$

-Erreur de régulation :

L'erreur de régulation est donnée à l'aide des équations (II-13) et (II-19):

$$y(t + d + 1) - y_d(t + d + 1) = S'(q^{-1})e(t + d + 1). \tag{II-24}$$

C'est donc un processus à moyenne ajustée (MA) d'ordre d.

-Algorithme de commande adaptative :

Nous donnons deux approches pour calculer la commande:

a-Approche indirecte :

Données: n, n_c, m, d, A_m, B_m.

Etape 1: estimation des paramètres des polynômes A, B et C en utilisant l'algorithme des MCE, avec:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}^T(t) &= [\hat{a}_1(t) \dots \hat{a}_m(t) \hat{b}_1(t) \dots \hat{b}_m(t) \hat{c}_1(t) \dots \hat{c}_{n_c}(t)] \\ \phi^T(t) &= [-y(t-1) \dots -y(t-n) u(t-d-1) \dots u(t-m-d) \varepsilon(t-1) \dots \varepsilon(t-n_c)] \end{aligned}$$

Etape 2: utiliser les estimées du vecteur $\hat{\theta}(t)$ pour résoudre l'équation diophantine.

Etape 3: Calcul de la commande u(t) donnée par (II-22).

Etape 4: Augmenter l'indice t (t=t+1) et revenir à l'étape 1.

b-Approche directe:

Pour appliquer avec simplicité cette approche, on utilise l'équation (II-14). C'est le prédicteur avec lequel on estime C, R et S directement.

Données: n, n_c, m, d, A_m, B_m.

Etape 1: Estimation directe des paramètres du régulateur en utilisant l'équation (II-14) et l'algorithme des MCE avec:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}^T(t) &= [\hat{c}_1(t) \dots \hat{c}_{n_c}(t) \hat{r}_0(t) \dots \hat{r}_{n-1}(t) \hat{s}_0(t) \dots \hat{s}_{m+d-1}(t)] \\ \phi^T(t) &= [y^*(t-1) \dots y^*(t-n_c) y(t-d-1) \dots y(t-d-n) u(t-d-1) \dots u(t-2d-m)] \end{aligned}$$

Etape 2: Calcul de la commande en utilisant les paramètres estimés à l'aide de l'équation (II-22).

Etape 3: Augmenter l'indice t ($t=t+1$), et revenir à l'étape 1.

-Remarques:

-Les pôles en boucle fermée sont ceux de $C(q^{-1}) = 0$ (pôles optimaux), d'où la nécessité d'avoir $C(q^{-1})$ stable [5].

-Pour assurer la convergence de cette méthode, il faut que les zéros de $B(q^{-1})$ soient stables (système à phase minimale).

-Lorsque les pôles de $C(q^{-1})$ sont rapides par rapport à la dynamique du procédé en boucle ouverte, cela peut conduire à une sollicitation trop importante de l'actionneur. Dans ce cas, on doit, soit utiliser la stratégie de poursuite et régulation à variance minimale généralisée, soit introduire des pôles additionnels. Dans ce dernier cas, le polynôme définissant les pôles désirés en boucle fermée aura la forme [2]:

$$P(q^{-1}) = C(q^{-1})P_\Lambda(q^{-1}). \quad (II-25)$$

Dans la résolution de l'équation diophantaine (II-12), on remplace $C(q^{-1})$ par $P(q^{-1})$ défini en (II-25)

Cette modification correspond à la minimisation du critère:

$$J = E \left\{ \left[P_\Lambda(q^{-1}) [y(t+d+1) - y_d(t+d+1)] \right]^2 \right\}. \quad (II-26)$$

-La convergence de cette stratégie dépend dans une certaine mesure des caractéristiques du bruit, donc:

$$H(z^{-1}) = \frac{1}{C(z^{-1})} - \frac{1}{2} \text{ doit être strictement positive.}$$

-On a la même structure de régulateur que pour la poursuite et régulation à objectifs indépendants, en choisissant:

$$P(q^{-1})=C(q^{-1}).$$

II-2- CLASSE DES ALGORITHMES APPLICABLES AUX SYSTEMES NMP:

Dans ce paragraphe, on développe des algorithmes qui peuvent résoudre le problème des systèmes à phase non minimale:

- Poursuite et régulation avec pondération de l'entrée PRPE.
- Variance minimale généralisée GMV.
- Placement de pôles PP.

II-2-1-POURSUITE ET REGULATION AVEC PONDERATION DE L'ENTREE (PRPE):

C'est une extension de la méthode "poursuite et régulation à objectifs indépendants" aux systèmes à phase non minimale

Elle met en oeuvre "une pondération de l'énergie de commande", qui s'obtient par la modification du régulateur ce qui a comme conséquence la non simplification des zéros du procédé.

-Calcul de la commande [2],[5]:

La structure du système en boucle fermée est représenté par:

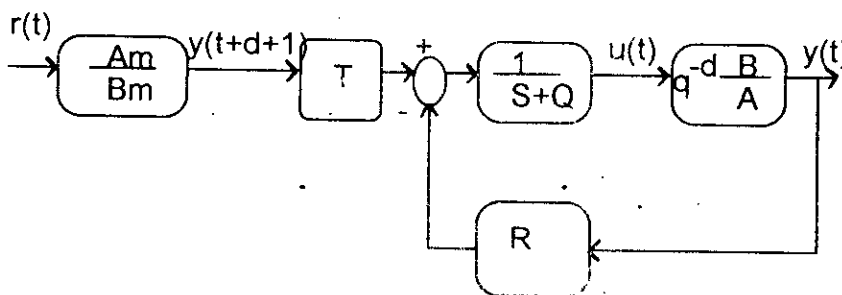


Figure II-4 : Poursuite et régulation avec pondération de l'entrée

Les polynômes définis sur cette figure ont été donnés précédemment, on introduit un polynôme de pondération $Q(q^{-1})$ défini par:

$$Q(q^{-1}) = \frac{\lambda(1 - q^{-1})}{1 + \alpha q^{-1}} ; \lambda \geq 0.$$

D'où la commande $u(t)$:

$$u(t) = \frac{T(q^{-1})y_d(t + d + 1) - R(q^{-1})y(t)}{S(q^{-1}) + Q(q^{-1})} \quad (II-28)$$

(Nous pouvons retrouver cette expression à l'aide du critère donné par l'équation (II-31).

-Régulation:

Le calcul de R et S passe par deux étapes. La première étape est identique à celle donnée pour le calcul de R et S avec la méthode PROI, même si $B(q^{-1})$ possède des zéros instables. Dans la deuxième étape, on introduit le polynôme $Q(q^{-1})$ donné par (II-27).

La fonction de transfert en boucle fermée sans le pré-compensateur T devient:

$$\begin{aligned} H_0(q^{-1}) &= \frac{q^{-d}B(q^{-1})}{A(q^{-1})[S(q^{-1}) + Q(q^{-1})] + q^{-(d+1)}B^*(q^{-1})R(q^{-1})} \\ &= \frac{q^{-d}B(q^{-1})}{A(q^{-1})Q(q^{-1}) + B^*(q^{-1})P(q^{-1})} \end{aligned} \quad (II-29)$$

-Poursuite:

Il suffit de poser comme dans le cas de la méthode PROI:

$$T(q^{-1}) = P(q^{-1}).$$

-Algorithme de commande adaptative:

Les algorithmes utilisés sont les mêmes que ceux spécifiés dans la stratégie PROI.

La donnée supplémentaire est le polynôme $Q(q^{-1})$.

Le calcul de la commande étant donné par l'équation (II-28).

-Remarques:

-Dans le cas de la stratégie PROI, le critère à minimiser est donné par:

$$J_1 = \left\{ \left[P(q^{-1})[y(t+d+1) - y_d(t+d+1)] \right]^2 \right\}. \quad (II-30)$$

Avec l'hypothèse:

$$B^*(q^{-1}) = 0 \Rightarrow |z| \leq 1.$$

Par contre dans le cas de la stratégie PRPE, le critère à minimiser est donné par :

$$J_2 = \left\{ \left[P(q^{-1})[y(t+d+1) - y_d(t+d+1)] + Q(q^{-1})u(t) \right]^2 \right\}.$$

Cette minimisation donne après le développement, la même expression que celle donnée précédemment. [5]

-En général, on prend $\lambda < 1$, et on vérifie si le polynôme définissant les pôles en boucle fermée de l'équation (II-29) est asymptotiquement stable. Si ce n'est pas le cas, on change la valeur de λ .

-Pour $\lambda=0$, on obtient la stratégie PROI.

-Il n'y a pas de simplification des zéros en boucle ouverte.

- $S(q^{-1}) + Q(q^{-1})$ peut être stable, même si $S(q^{-1})$ est instable.

-Les pôles en boucle fermée dépend de l'évolution de A et B^* .

II-2-2-VARIANCE MINIMALE GENERALISEE (GMV) :

Cette méthode a été introduite par Clarke et Gawthrop en 1975 comme une généralisation de l'algorithme à variance minimale d'Astrom et Wittenmark (1973) [8].

-Calcul de la commande [2];[5] :

La structure du système en boucle fermée est :

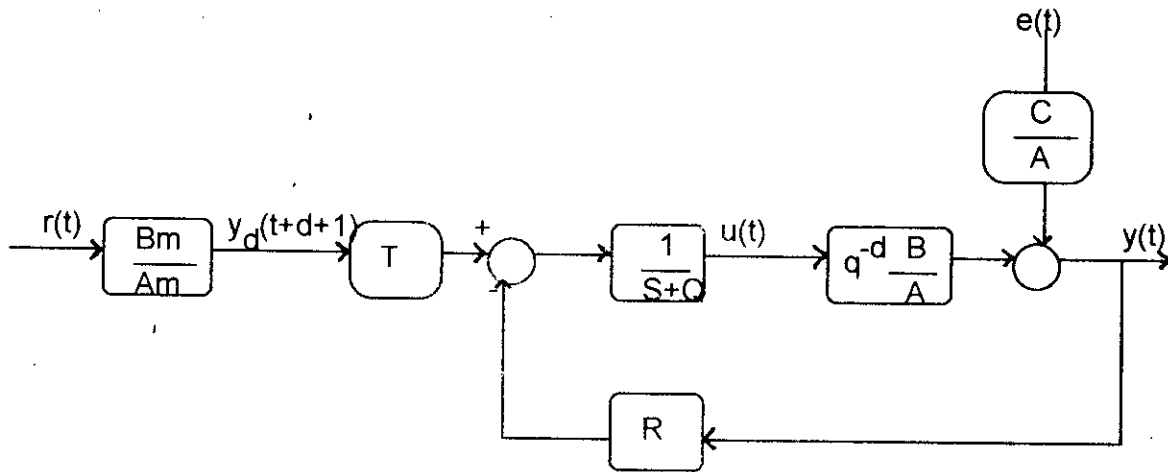


Figure II-5 : Structure du régulateur pour la stratégie GMV.

Le critère à minimiser est:

$$J_3 = E \left\{ \left[[y(t+d+1) - y_d(t+d+1)] + \frac{Q(q^{-1})}{C(q^{-1})} u(t) \right]^2 \right\}. \quad (II-32)$$

En utilisant l'équation du prédicteur optimal (II-14), on a:

$$J_3 = E \left\{ \left[[y^*(t+d+1) - y_d(t+d+1)] + \frac{Q(q^{-1})}{C(q^{-1})} u(t) \right]^2 + \left(\sum_{i=0}^d s_i \sigma \right)^2 \right\}. \quad (II-33)$$

La minimisation de J_3 donne:

$$y^*(t+d+1) - y_d(t+d+1) + \frac{Q(q^{-1})}{C(q^{-1})} u(t) = 0. \quad (II-34)$$

De l'équation (II-21), on obtient:

$$u(t) = \frac{C(q^{-1})y_d(t+d+1) - R(q^{-1})y(t)}{S(q^{-1}) + Q(q^{-1})} \quad (II-35)$$

-Régulation:

Le calcul du régulateur se fait en 2 étapes. La première se fait en calculant R et S, en utilisant l'équation diophantine donnée par (II-12), même si B^* possède des zéros instables. Dans la seconde étape, on introduit le polynôme Q donné par (II-27).

La fonction de transfert en boucle fermée sans le pré-compensateur T est donnée par:

$$H_1(q^{-1}) = \frac{q^{-d}B(q^{-1})}{A(q^{-1})[S(q^{-1}) + Q(q^{-1})] + q^{-(d+1)}B^*(q^{-1})R(q^{-1})} \quad (\text{II-36})$$

$$= \frac{q^{-d}B(q^{-1})}{A(q^{-1})Q(q^{-1}) + B^*(q^{-1})C(q^{-1})}$$

-Algorithme:

Les algorithmes utilisés pour les méthodes directe et indirecte sont les mêmes que ceux utilisés pour la stratégie de commande à variance minimale en considérant le polynôme Q dans les données.

La commande est alors définie par l'équation (II-35).

-Remarques:

-La structure du régulateur est la même que dans le cas PRPE, en choisissant $P(q^{-1}) = C(q^{-1})$.

-Comme dans le cas PRPE, on choisit λ en général inférieur à 1, et on vérifie que le polynôme définissant les pôles en boucle fermée est asymptotiquement stable. Si ce n'est pas le cas, on change alors la valeur de λ . Lorsque $\lambda = 0$, on revient à l'algorithme de commande à variance minimale.

II-2-3- PLACEMENT DE POLES (PP):

La première suggestion de placement de pôles auto-ajustable était dans la thèse de Edmunds (1966) et fut développée par la suite. [8]

L'idée principale de cette stratégie est d'éviter la simplification des zéros du système et de les préserver dans la fonction de transfert en boucle fermée comme ils étaient en boucle ouverte [12].

Cette stratégie de commande est applicable aux systèmes ayant des zéros et des pôles stables ou instables [5].

-Calcul de la commande:

La structure du système en boucle fermée est la même que celle présentée à la figure (II-1).

La fonction de transfert en boucle fermée est donnée par :

$$H_2 = \frac{q^{-d}T(q^{-1})B(q^{-1})}{A(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})R(q^{-1})} \quad (II-37)$$

L'idée de base est la détermination des polynômes R,S et T de telle sorte à ce que la fonction de transfert en boucle fermée définie par (II-37) soit identique au modèle :

$$\frac{N(q^{-1})}{P(q^{-1})} \quad (II-38)$$

La commande est donnée par.

$$u(t) = \frac{T(q^{-1})y_d(t+d+1) - R(q^{-1})y(t)}{S(q^{-1})} \quad (II-39)$$

-Régulation:

En identifiant les équations (II-37) et (II-38) on a l'identité de Bezout définie par:

$$A(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})R(q^{-1}) = P(q^{-1}) \quad (II-40)$$

qui a une solution unique si $A(q^{-1})$ et $B(q^{-1})$ sont premiers entre eux et les degrés respectifs des polynômes P,R et S sont $(\leq n+m+d-1)$ et $(m+d-1)$ et $(n-1)$.

- Poursuite:

Avec l'hypothèse de laisser les zéros de la fonction de transfert en boucle ouverte, on impose:

$$N(q^{-1}) = N_1(q^{-1})B^*(q^{-1}) \quad (II-41)$$

Pour avoir une bonne poursuite, on choisit:

$$T(q^{-1}) = \begin{cases} \frac{N_1(q^{-1})P(q^{-1})}{B^*(1)} & \text{si } B^*(1) \neq 0 \quad (\text{II-42}) \\ N_1(q^{-1})P(q^{-1}) & \text{si } B^*(1) = 0 \quad (\text{II-43}) \end{cases}$$

La fonction de transfert en boucle fermée sera donnée par:

$$H_3(q^{-1}) = \frac{q^{-(d+1)}B_m(q^{-1})B^*(q^{-1})N_1(q^{-1})}{A_m(q^{-1})B^*(1)} \quad (\text{II-44})$$

-Algorithme de commande adaptative:

Nous présentons deux approches:

a-Approche indirecte:

Données: $P(q^{-1}), N_1(q^{-1}), n, m, d, A_m, B_m$

Etape 1: Estimation des polynômes A et B en utilisant l'algorithme de MCR avec:

$$\theta^T(t) = [\hat{a}_1(t) \dots \hat{a}_n(t) \hat{b}_1(t) \dots \hat{b}_m(t)]$$

$$\phi^T(t) = [-y(t-1) \dots -y(t-n) u(t-d-1) \dots u(t-m-d)]$$

Etape 2: Résolution de l'identité de Bezout, donnée par l'équation (II-40) et calcul de T donné par l'équation (II-42).

Etape 3: Calcul de la commande u(t) donnée par (II-39).

Etape 4: Augmenter l'indice t ($t=t+1$), et revenir à l'étape 1.

b-Approche directe:

L'estimation directe des paramètres du régulateur nécessite la construction d'un prédicteur à partir de l'identité de Bezout.

Données: $P(q^{-1}), N_1(q^{-1}), n, m, d, A_m, B_m$.

Etape 1: Estimation des paramètres du modèle de prédiction définit par:

$$P(q^{-1})y(t) = S_1(q^{-1})y(t-d-1) + R_1(q^{-1})u(t-d-1) \quad (\text{II-45})$$

Avec:

$$S_1(q^{-1}) = B^*(q^{-1})S(q^{-1})$$

$$R_1(q^{-1}) = B^*(q^{-1})R(q^{-1})$$

$$\theta^T(t) = [\hat{s}_0(t) \dots \hat{s}_{m+d-2}(t) \hat{r}_0(t) \dots \hat{r}_{m+n-2}(t)]$$

$$\phi^T(t) = [u(t-d-1) \dots u(t-2m-2d+1) y(t-d-1) \dots y(t-d-n-m+1)]$$

En utilisant l'algorithme des MCR

Etape 2: Chercher le facteur commun (le plus grand) entre R_1 et S_1 , et factoriser $S_1 = B^*S$ et $R_1 = B^*R$. Calculer T à partir de (II-42) ou (II-43).

Etape 3: Calcul de la commande à partir de (II-39).

Etape 4: Augmenter l'indice t ($t=t+1$) et revenir à l'étape 1.

- Remarques:

- Cette méthode ne nécessite pas l'introduction d'un polynôme de pondération pour confronter le problème des zéros instables.

- Le régulateur est calculé sans restriction sur les degrés des polynômes A et B , ni sur le retard du procédé.

- La sous estimation de l'ordre du système NMP peut conduire à l'instabilité en utilisant l'approche indirecte [8].

- De l'équation (II-37):

$$e_y(t) = P(q^{-1}) \left[y(t) - \frac{1}{B^*(1)} B^*(q^{-1}) y_d(t) \right] \quad (II-46)$$

et

$$u(t) = \frac{A(q^{-1})T(q^{-1})}{P(q^{-1})} y_d(t+d+1) \quad (II-47)$$

Posons:

$$e_u(t) = P(q^{-1}) \left[u(t) - \frac{1}{B^*(1)} A(q^{-1}) y_d(t+d+1) \right] \quad (II-48)$$

e_y et e_u sont des indices de performances, l'objectif de commande devient alors [3] :

$$e_y(t) = e_u(t) = 0. \quad (II-49)$$

Elles représentent plus précisément les erreurs de poursuite d'entrée et de sortie par rapport aux trajectoires de référence de l'entrée et de la sortie, définies par les séquences

$$\frac{A(q^{-1})}{B^*(1)} y_d(t+d+1) \text{ et } \frac{B(q^{-1})}{B^*(1)} y_d(t) \quad (II-50)$$

II-3-CONCLUSION:

Nous avons développé plusieurs stratégies de commandes adaptatives, ainsi que les algorithmes leur correspondants. Pour chacune d'entre elles, nous avons donné deux approches qui sont l'approche directe et indirecte.

Comme les deux stratégies de commande PROI et VM ne sont pas applicables aux procédés à phase non minimale, on introduit les extensions à l'aide d'une pondération sur l'entrée, ce qui résoud ce problème. Tandis que la stratégie de commande à placement de pôles résoud directement le problème.

On peut finalement compléter ce chapitre par un ensemble de remarques:

-Pour l'approche indirecte, un problème numérique peut se poser pour la résolution de l'équation diophantine. La sur-estimation de l'ordre du système à phase non minimale peut être dangereux. Tandis que la sous-estimation du système peut conduire à l'instabilité [8].

-La résolution directe de l'équation diophantine, à chaque pas, qui découle du principe de la commande adaptative indirecte nécessite un temps de calcul important et ne prend pas en compte les estimées précédentes des paramètres du régulateur. Ceci conduit à l'idée de la résolution récursive de cette équation. Dans un premier lieu, on estime les polynômes A et B, puis on estime S et R [10].

-Les pôles en boucle fermée, qui sont les racines du polynôme $P(q^{-1})$ définissent en grande partie les performances en régulation. En général, on choisit $P(q^{-1})$ sous la forme d'un polynôme du deuxième ordre par discrétisation d'un système du deuxième ordre continu en spécifiant ω_n, ξ et en s'assurant que:

$$0.25 \leq \omega_n T_c \leq 1.5; \quad 0.7 \leq \xi \leq 1.$$

Le polynôme choisi à partir des performances souhaitées définit les pôles dominants du système en boucle fermée, et est notée $P_D(q^{-1})$

Si on souhaite introduire un effet de filtrage dans une certaine zone (soit pour réduire l'effet du bruit de mesure, soit pour adoucir la commande), les pôles du filtre défini par $P_F(q^{-1})$ doivent être aussi des pôles du système en boucle fermée qui sont des pôles auxiliaires, d'où:

$$P(q^{-1}) = P_D(q^{-1})P_F(q^{-1}).$$

-Souvent, les polynômes R et S contiennent des parties fixes et spécifiées avant la résolution de l'équation diophantine. Par exemple, la nécessité d'avoir une erreur statique nulle pour une consigne ou une perturbation en échelon implique la présence d'un

intégrateur numérique dans la voie directe. Donc, les polynômes R et S sont factorisés sous la forme :

$$R(q^{-1}) = H_R(q^{-1})R'(q^{-1}).$$

$$S(q^{-1}) = H_S(q^{-1})S'(q^{-1}).$$

H_S et H_R sont des polynômes pré-spécifiés. De ce fait, l'équation diophantine devient:

$$A(q^{-1})H_S(q^{-1})S'(q^{-1}) + q^{-(d+1)}B^*(q^{-1})H_R(q^{-1})R'(q^{-1}) = P(q^{-1}). \quad (\text{II-51})$$

CHAPITRE III: SIMULATIONS

INTRODUCTION :

Nous présentons dans ce chapitre l'application des différents algorithmes présentés dans le chapitre précédent sur un exemple numérique.

Comme il a été fait précédemment, on distingue deux classes d'algorithmes. La première qui ne résout pas le problème des systèmes NMP et la seconde qui donne de bons résultats. Nous terminerons par une conclusion.

III-1- CLASSE DES ALGORITHMES NON APPLICABLES AUX SYSTEMES NMP :

Nous appliquons les algorithmes de cette classe pour la commande d'un processus caractérisé par un système discret du 2ème ordre avec deux pôles à $z = 0,6$ et à $z = 0,7$; le zéro sera choisi dans une première étape stable pour montrer la validité des algorithmes, dans une seconde étape, il sera choisi instable.

La dynamique de poursuite (polynômes $A_m(q^{-1})$ et $B_m(q^{-1})$) a été obtenue par la discrétisation d'un modèle continu du 2ème ordre normalisé avec $\omega_n = 0,5$ rad/s, $\xi = 0,9$ et $T_e = 1$ s (période d'échantillonnage).

- Le processus :

$$A(q^{-1}) = 1 - 1,13q^{-1} + 0,42q^{-2}$$

$$B(q^{-1}) = 0,1q^{-1} + 0,2q^{-2} ; \quad \text{pour un système NMP.}$$

$$0,2q^{-1} + 0,1q^{-2} ; \quad \text{pour un système MP.}$$

$$d = 0.$$

- La dynamique de poursuite :

$$A_m(q^{-1}) = 1 - 1,2451q^{-1} + 0,4066q^{-2}$$

$$B_m(q^{-1}) = 0,0927 + 0,0687q^{-1}$$

- La dynamique de régulation sera spécifiée selon les algorithmes.

III-1-1- ALGORITHME PROI :

- Approche indirecte :

-La figure (III-1) présente les résultats de simulation pour l'algorithme d'identification à facteur d'oubli variable avec $\lambda_0 = 0,95$ et $\lambda_{10} = 0,99$ et le gain d'adaptation initial (f) est égal à 1000.

Les paramètres initiaux sont :

$$\theta_0 = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

Le système étant à phase minimale, on voit que l'algorithme PROI indirect donne une bonne poursuite et une bonne régulation.

-Le même algorithme d'identification précédent est appliqué à un système NMP. Les résultats de la figure (III-2) montrent la non validité de cet algorithme pour ce type de système. Il est à noter que si nous enlevons la limitation de la commande, la sortie diverge.

-Nous appliquons maintenant l'algorithme d'identification à trace constante avec $c = \lambda_1 / \lambda_2 = 1$ et le gain d'adaptation égal à 1000, les paramètres initiaux sont :

$$\theta_0 = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

Nous introduisons une déstabilisation du système MP à l'instant $t = 100$, le polynôme $A(q^{-1})$ devient :

$$A(q^{-1}) = 1 - 1,7q^{-1} + 0,6q^{-2}$$

L'algorithme PROI donne de bons résultats malgré la variation des paramètres. Ceci peut être prévu à l'avance car l'algorithme d'identification utilisé convient pour identifier les systèmes à paramètres variables dans le temps (figure III-3).

-La même stratégie de commande précédente est appliquée à un système NMP, ce qui donne de mauvais résultats (figure III-4).

- Approche direct :

Nous appliquons uniquement l'algorithme à identification à trace constante ($c = 1$, le gain d'adaptation initial $f = 1000$).

$$\theta_0 = [0 \ 0 \ 0,01 \ 0]$$

-Les figures (III-5) et (III-6) donne de bons résultats pour un système MP, où la déstabilisation a débuté à l'instant $t = 100$ pour la seconde figure.

-Cette stratégie a été appliquée à un système NMP ce qui donne de mauvais résultats (divergence si on ne limite plus la commande) à la figure (III-7).

III-1-2- ALGORITHME VM :

Nous appliquons pour cette stratégie l'algorithme d'identification à trace constante ($c = 0,97$, $f = 1000$) et $\theta_0 = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]$.

- Approche indirecte :

-Les figures (III-8) et (III-9) donnent les résultats de simulations pour un système MP, la première sans déstabilisation et la seconde avec déstabilisation.

-La figure (III-10) représente le passage d'un système MP vers un système NMP à l'instant $t=100$, on remarque la divergence de la sortie à cet instant, ce qui montre que cette approche ne peut pas être appliquée aux systèmes NMP

- Approche direct :

Nous avons appliqué exactement les mêmes étapes qu'à l'approche précédente (l'instant de déstabilisation est choisi à $t=100$). Ce qui donne les mêmes conclusions pour les figures (III-11), (III-12) et (III-13).

III-2- CLASSE DES ALGORITHMES APPLICABLES AUX SYSTEMES NMP :

Les différentes approches qui suivent, utilisent les même polynômes A, B, Am, Bm et P (pour le cas GMV, $P = C$). On les appliquera juste aux systèmes NMP.

III-2-1- ALGORITHME PRPE :

Cette stratégie nécessite l'introduction d'un polynôme de pondération de l'entrée :

$$Q(q^{-1}) = \lambda(1 - q^{-1}) ; \lambda = 0.05$$

vecteur d'initialisation des paramètres est :

$$\theta_0 = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

- Approche indirecte :

-Les figures (III-14) sans déstabilisation et (III-15) avec déstabilisation utilisent l'algorithme d'identification à facteur d'oubli variable ($\lambda_o = 0,95$; $\lambda_{10} = 0,99$), ce qui montre que cette approche est valable pour les système NMP.

-Les figures (III-16) sans déstabilisation et (III-18) avec déstabilisation utilisent l'algorithme d'identification à trace constante ($c = 1$, $f = 1000$). On remarque que dans ces cas, le régime transitoire oscille moins que lorsqu'on utilise l'algorithme d'identification à facteur d'oubli variable, et que les paramètres convergent plus rapidement lors de la déstabilisation.

De ce fait, nous utilisons par la suite, seulement l'algorithme d'identification à trace constante.

-La figure (III-17) donne le résultat d'un mauvais choix de λ ($\lambda = 0,2$), on peut le comparer à celui de la figure (III-16).

- Approche direct :

Elle est appliquée à deux systèmes, le premier sans déstabilisation à la figure (III-19) et le second avec déstabilisation à la figure (III-20). On a bien sur utilisé l'algorithme d'identification à trace constante. Ce qui donne une bonne dynamique de poursuite et de régulation.

III.2.2- ALGORITHME PP :

Cette stratégie différemment de la précédente n'exige pas un polynôme de pondération . Le vecteur d'initialisation des paramètres est pris tel que :

$$\theta_o = [0 \quad 0 \quad 0,01 \quad 0,01]$$

Le gain d'adaptation est égal à 1000

- Approche indirecte :

-Les figures (III-21) et (III-22) représentent les résultats de simulation respectivement sans déstabilisation et avec déstabilisation. On peut voir qu'en régime dynamique, il apparaît oscillations dues à la mauvaise convergence de l'algorithme d'identification, puis en régime établi, la convergence devient très bonne.

- Approche directe:

Les figures (III-23) et (III-24) font apparaître les mêmes résultats que pour l'approche indirecte.

III-2-3- ALGORITHME GMV :

Par la suite, nous prenons $\lambda = 0,1$ et le vecteur d'initialisation comme suit :

$$\theta_0 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

La variance du bruit blanc gaussien est de 0,02 .

- Approche indirecte :

-Comme on l'a fait précédemment, nous simulons la réponse de deux système, le premier à la figure (III-25) puis le second avec déstabilisation. Des oscillations étant dues à l'erreur (le bruit blanc) apparaissent tout au long de la trajectoire.

-A la figure (III-27), on a déstabilisé le système en changeant le polynôme A et le gain d'adaptation qui était initialement de 1000, pour tomber à 600.

- Approche directe:

-Les figures (III-28) et (III-30) représentent toujours comme pour les autres stratégies la réponse sans déstabilisation et avec déstabilisation, de plus la commande n'est pas limitée.

-Les figures (III-29) et (III-31) introduisent une limitation sur la commande, on voit une amélioration de la réponse, ce qui nous laisse penser que la limitation de cette dernière améliore la réponse du système.

-Pour finir, on a choisit $\lambda = 2$ pour montrer que le choix de cette variable est très important, et influt directement sur les performances.

III.3- Conclusion :

A partir des résultats obtenus, on peut tirer certaines constatations. La première qui est la plus évidente est que certaines méthodes ne peuvent pas être appliquées pour la commande adaptative des systèmes NMP (PROI, VM), tandis que d'autres méthodes peuvent l'être (PRPE, PP, GMV) ce qui nous amène aux autres constatations qui sont valables uniquement pour ce type de système.

Le choix du polynôme de pondération influt sur les performances de la commande, il faut donc faire un bon choix de ce polynôme.

La méthode d'identification peut accélérer la convergence, comme on l'a montré en choisissant la méthode d'identification à facteur d'oubli variable lors de la déstabilisation du système à commander.

La limitation de la commande est parfois nécessaire pour avoir de meilleurs résultats.

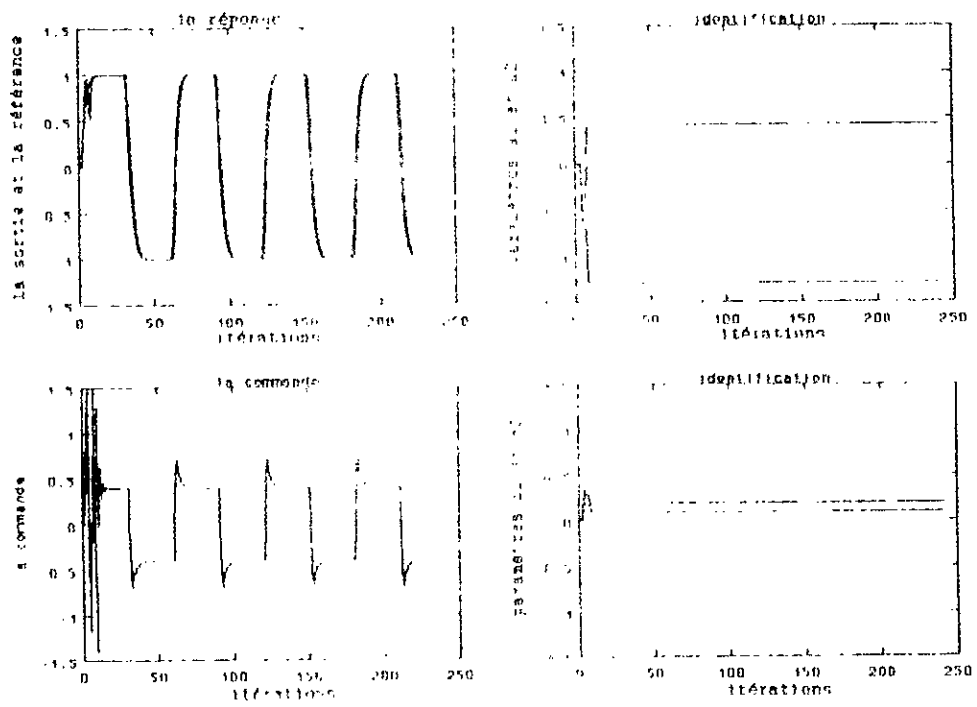


FIGURE III-1 : Réponse du système à un échelon θ pour la variable.

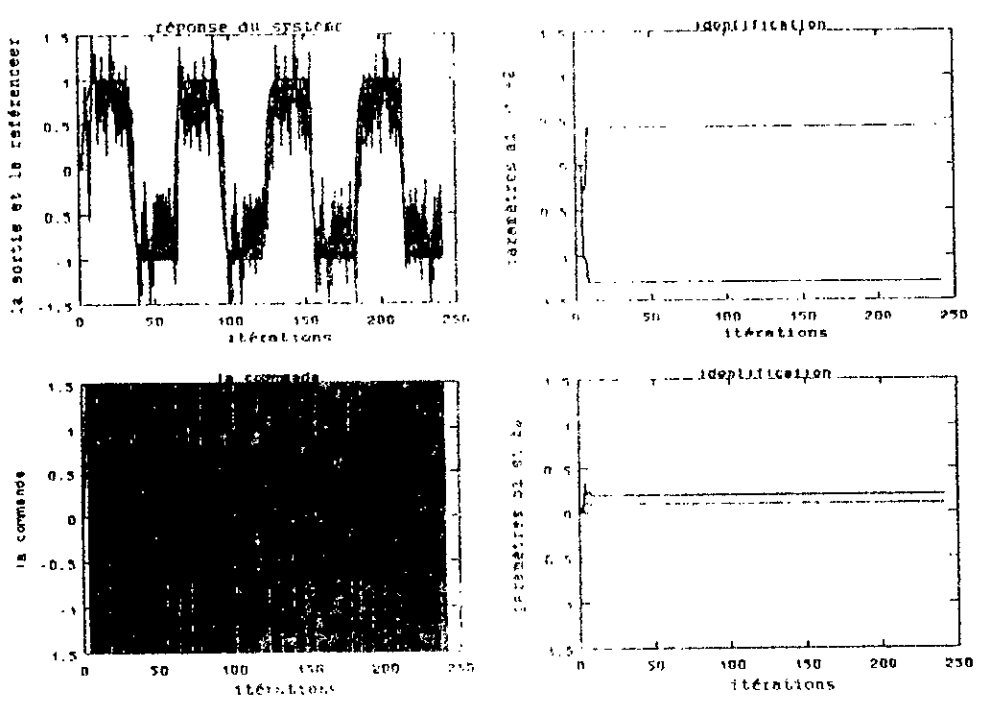


FIGURE III-2 : Réponse du système à un échelon θ pour la variable avec bruit.

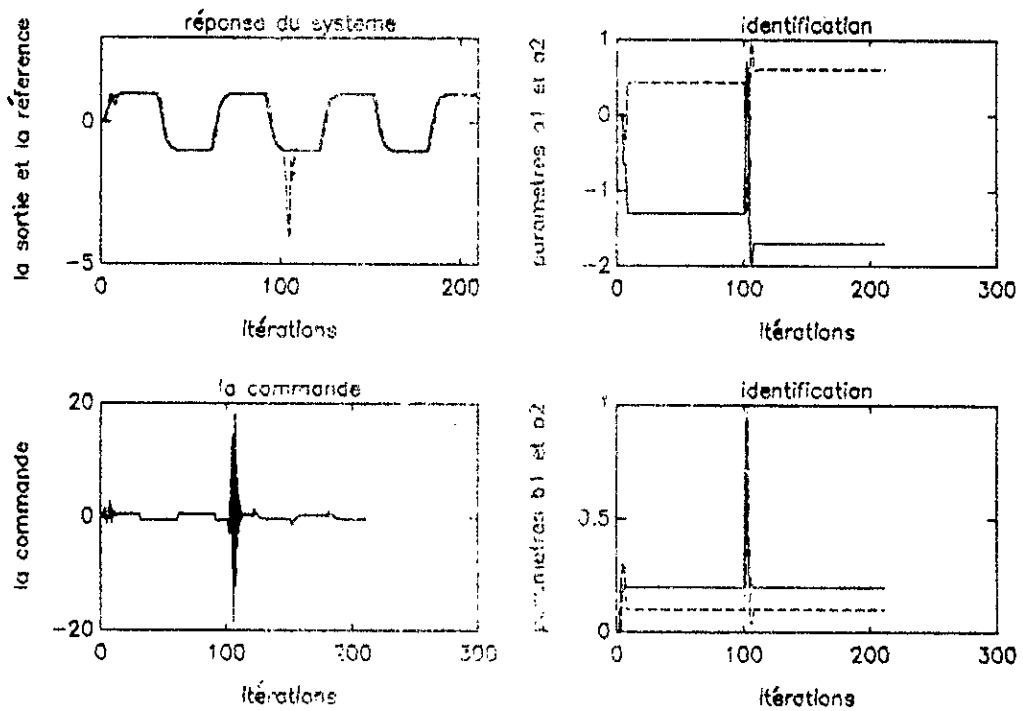


FIGURE III 3 - EPOI à valeur de référence constante pour un système linéaire.

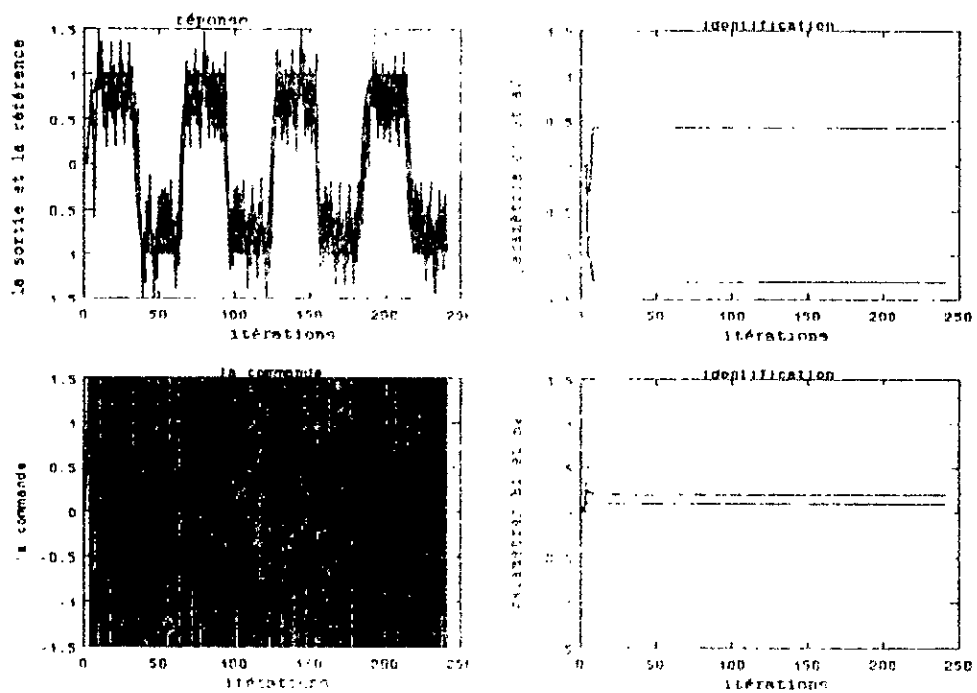


FIGURE III 4 - EPOI à valeur de référence constante pour un système NN.

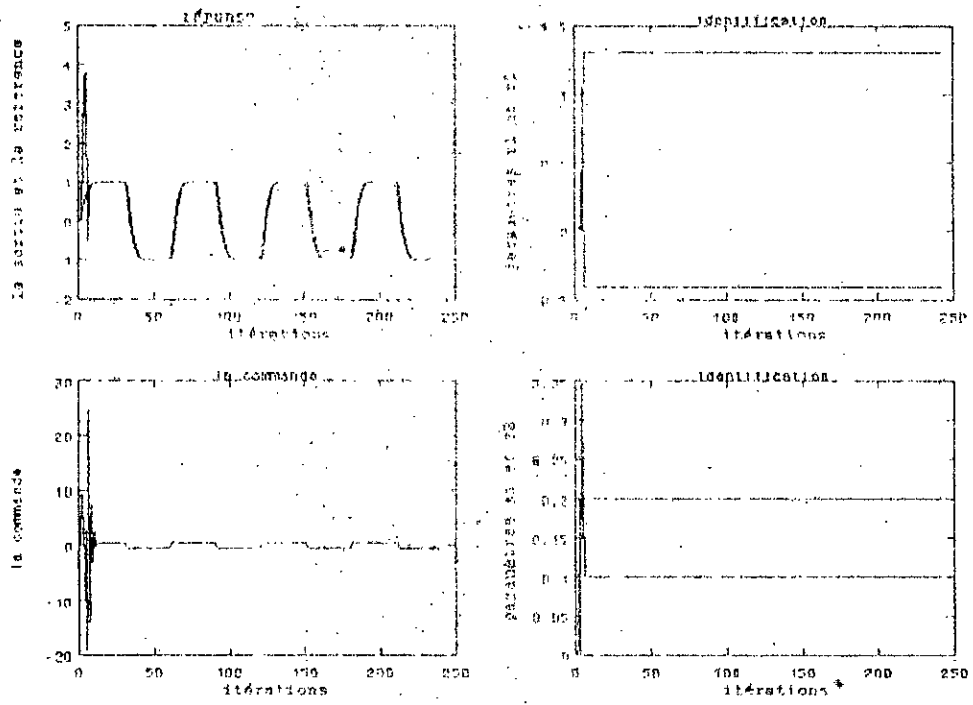


FIGURE III-5 : PROI direct à trace constante.

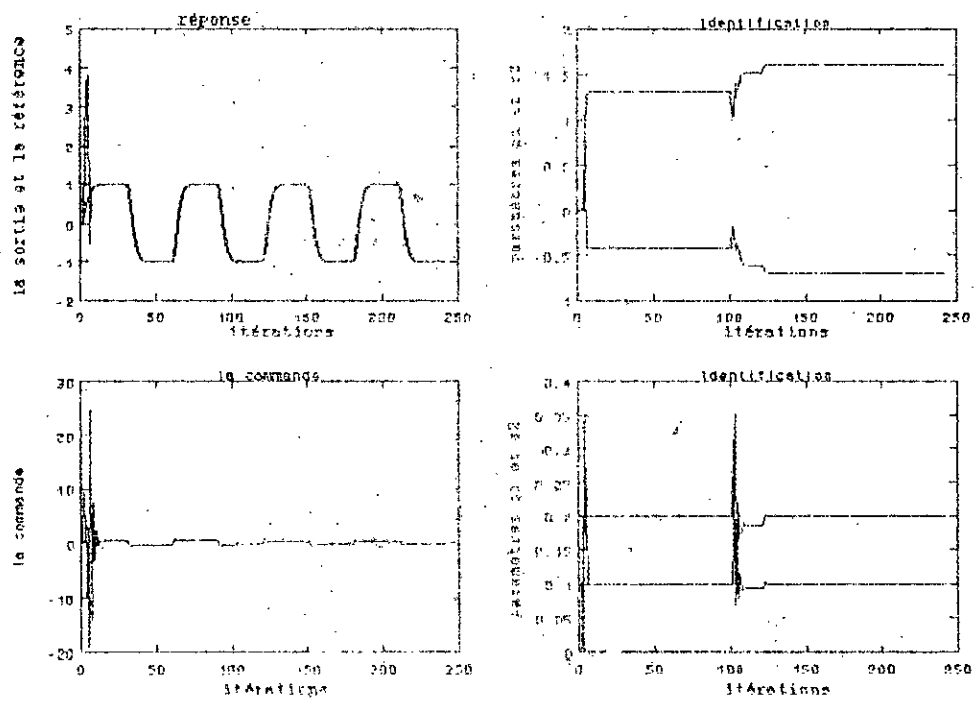


FIGURE III-6 : PROI direct à trace constante avec déstabilisation.

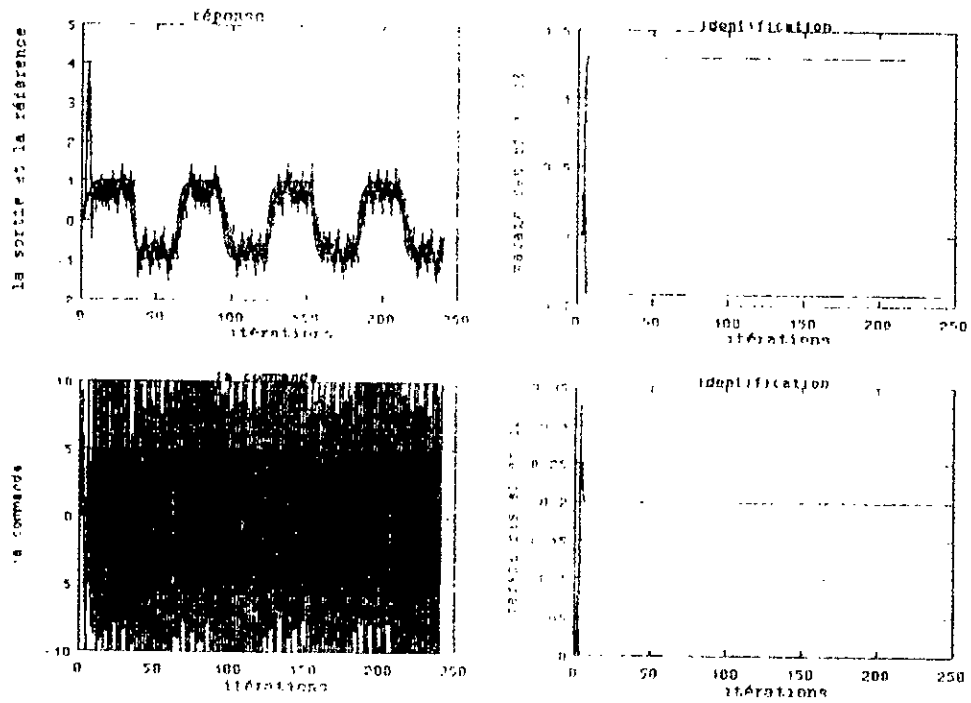


FIGURE III-7 Identification d'un gain constant par la méthode NMF.

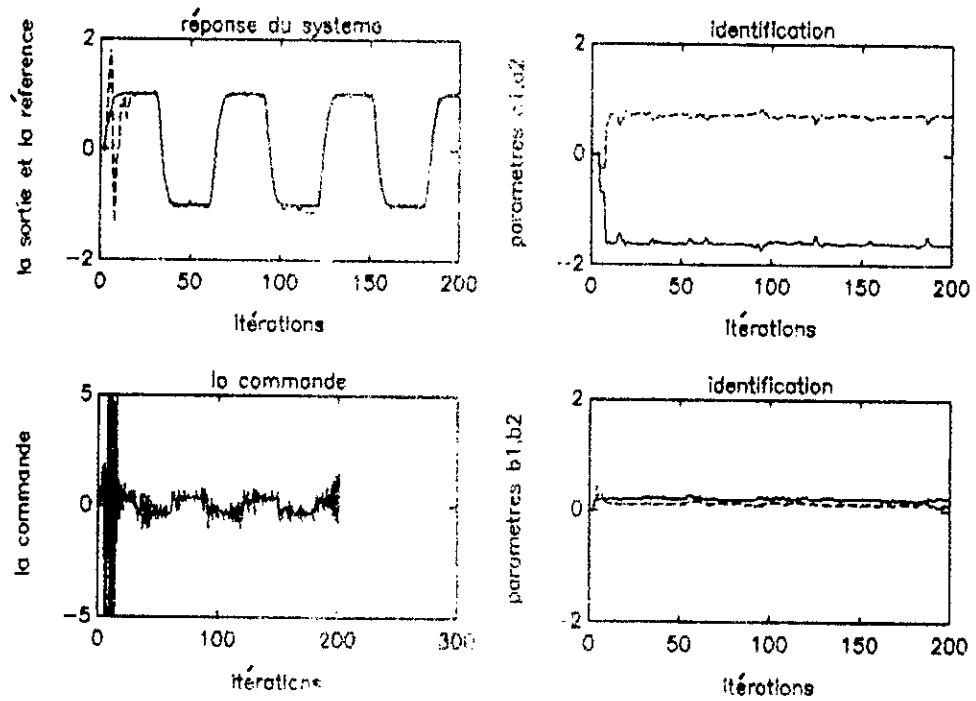


FIGURE III-8 Identification d'un gain constant.

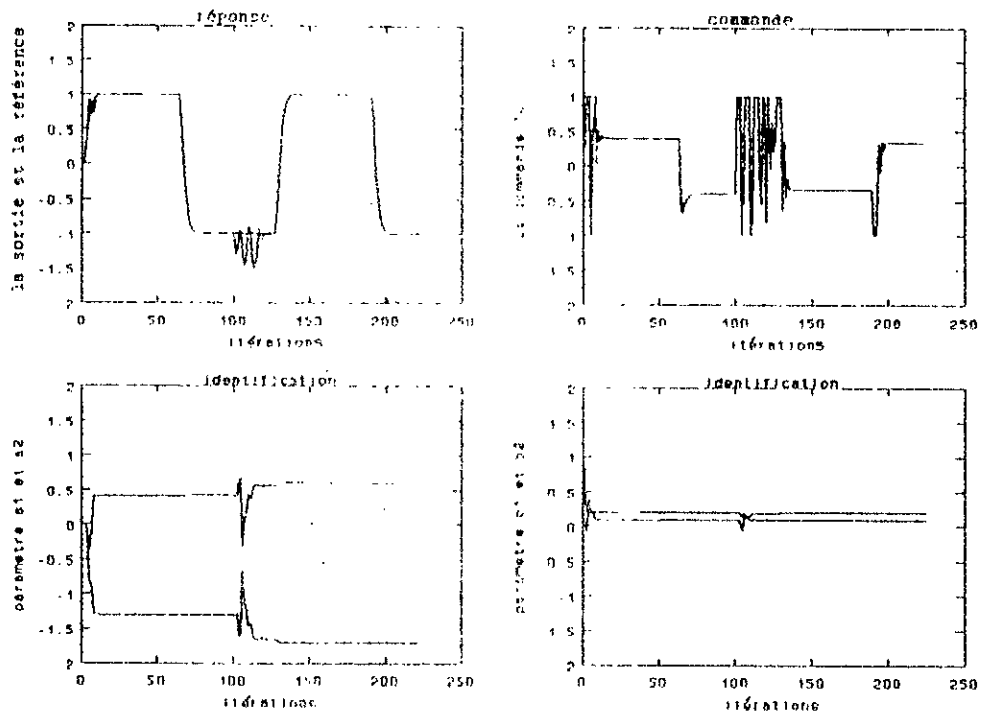


FIGURE III-9 : VM indicatif à trace constante avec déstabilisation.

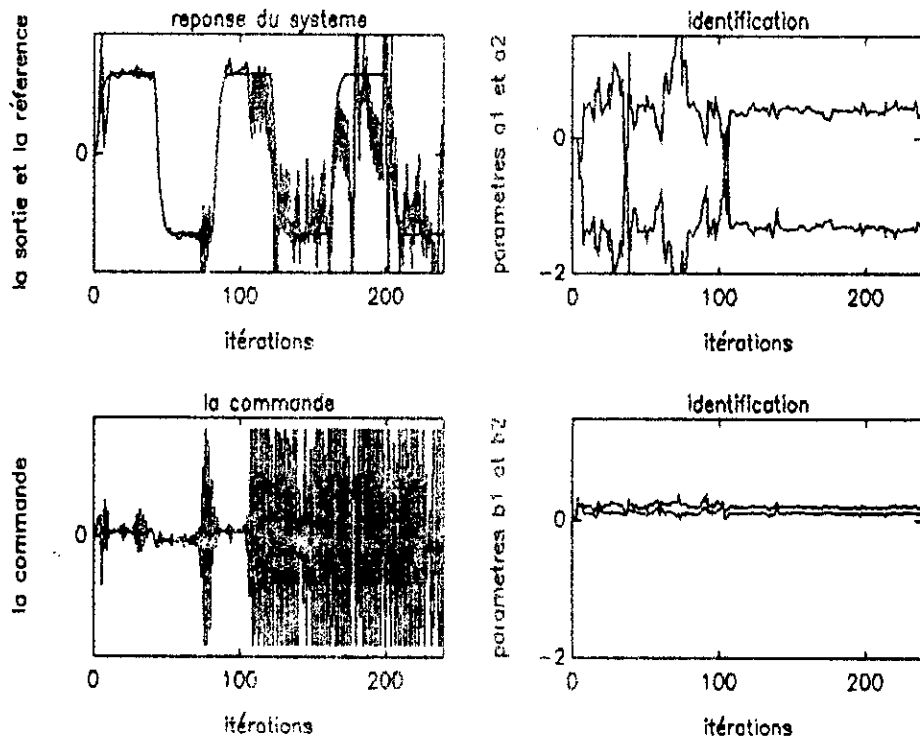


FIGURE III-10 : VM indicatif avec variation d'un paramètre NP vers un système NMP.

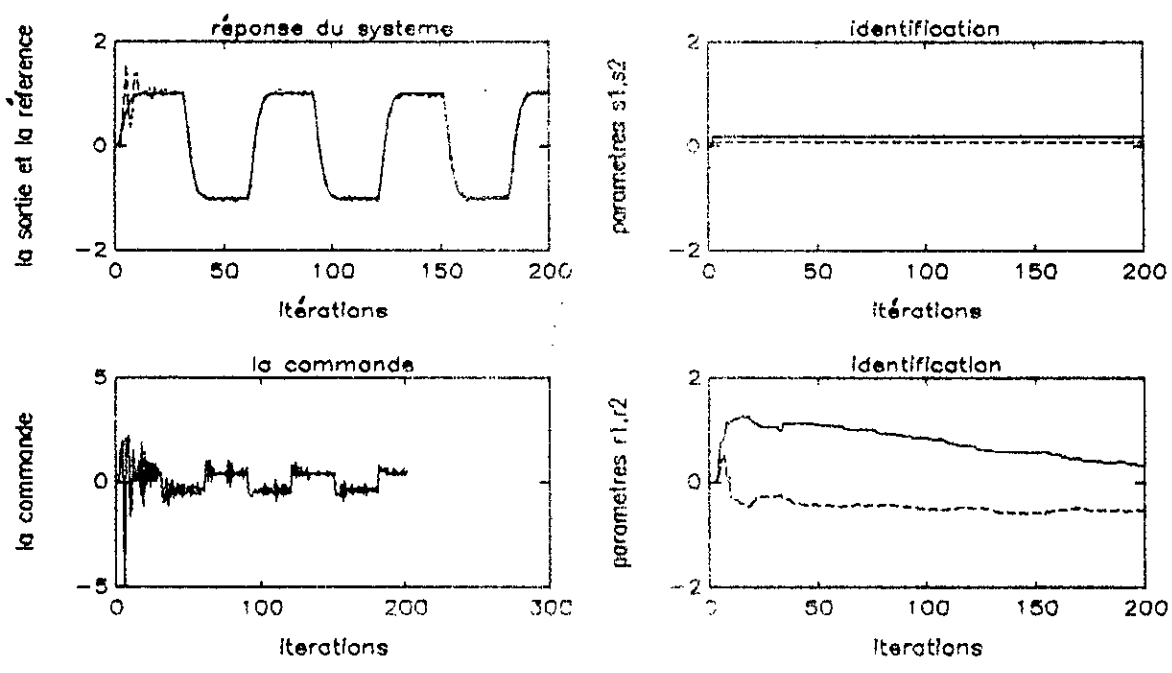


FIGURE III-11 : VM direct à trace constante.

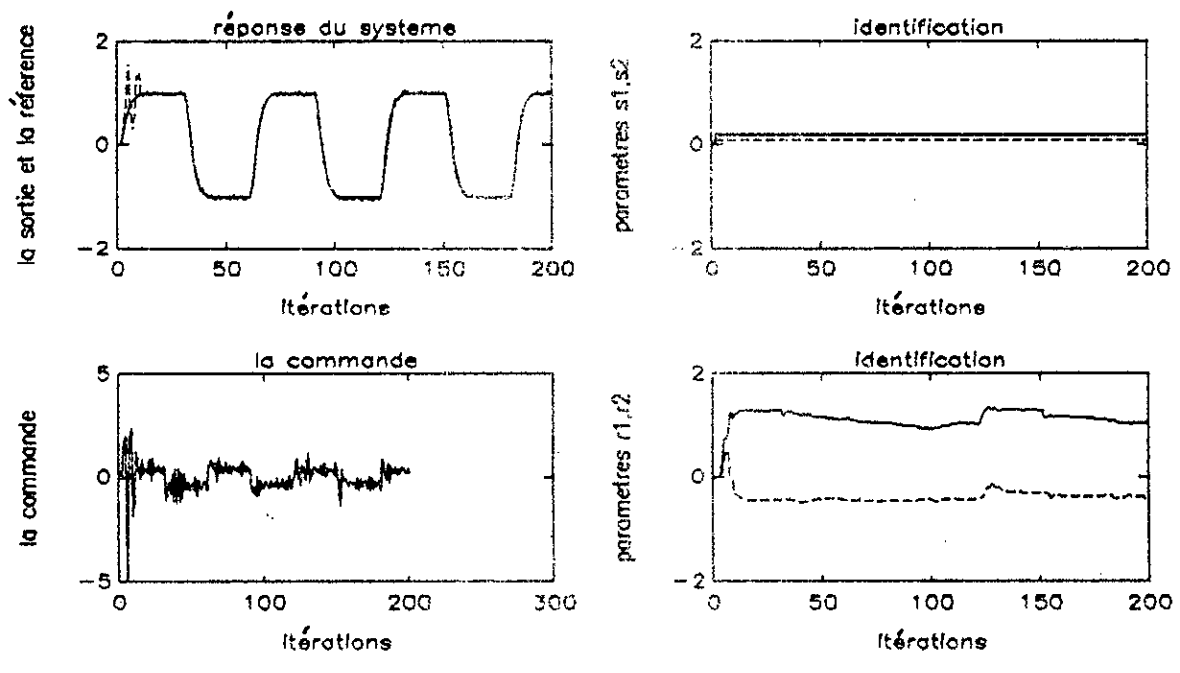


FIGURE III-12 : VM à trace constante avec stabilisation.

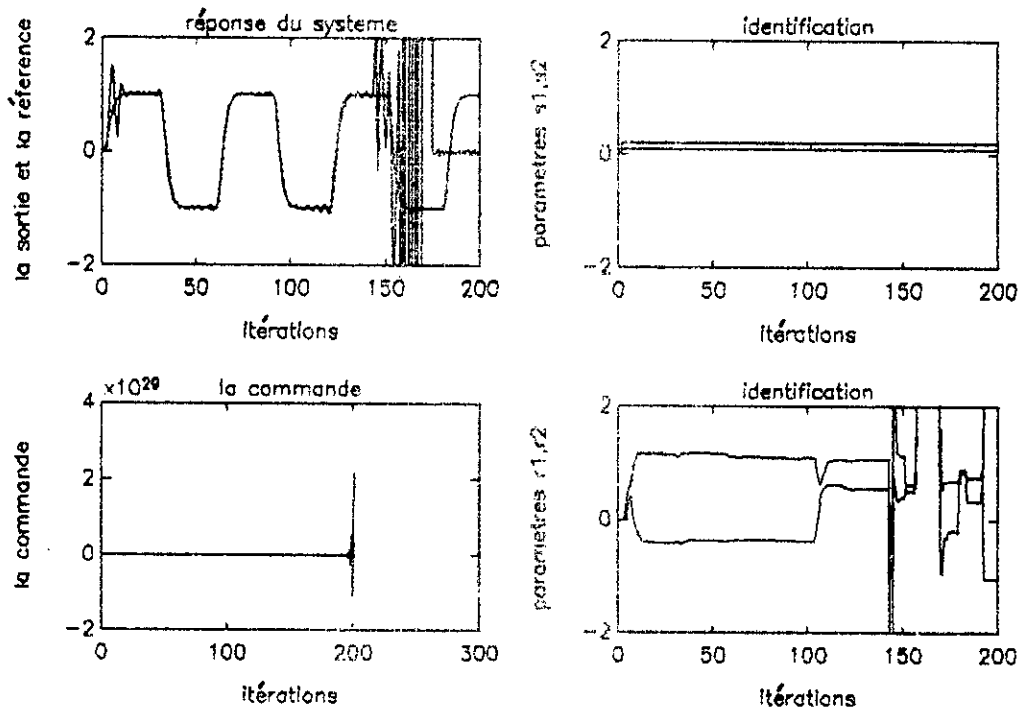


FIGURE III-13 : MM direct avec variation d'un système MP vers un système NMP.

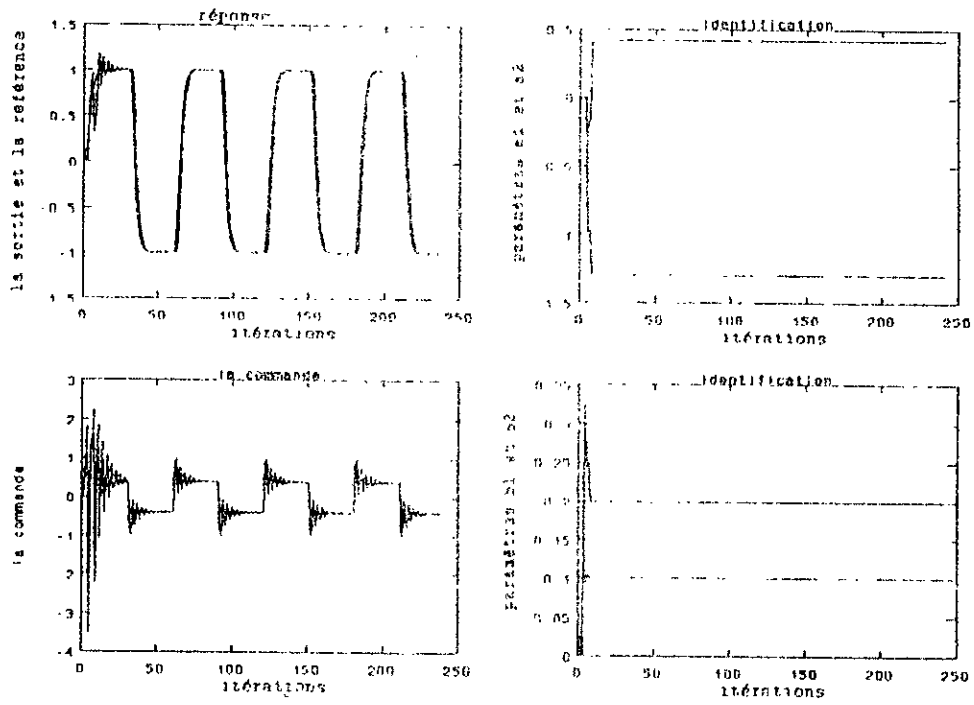


FIGURE III-14 : FRPE indirect à facteur d'oubli variable.

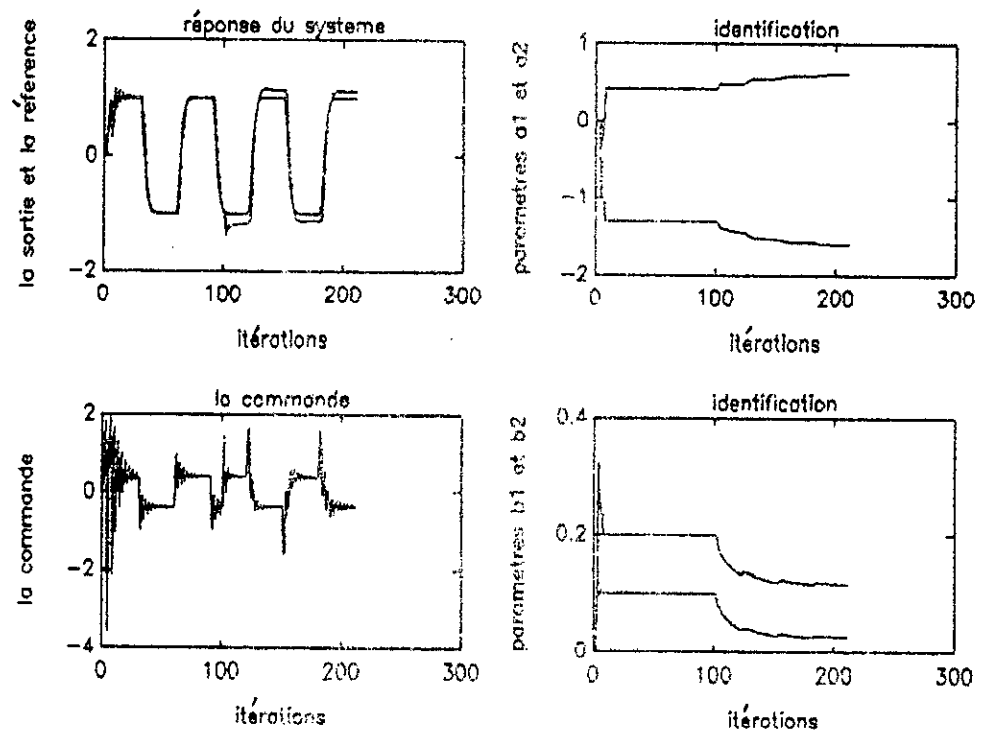


FIGURE III-15 : FRPE indirect à facteur d'oubli variable avec déstabilisation.

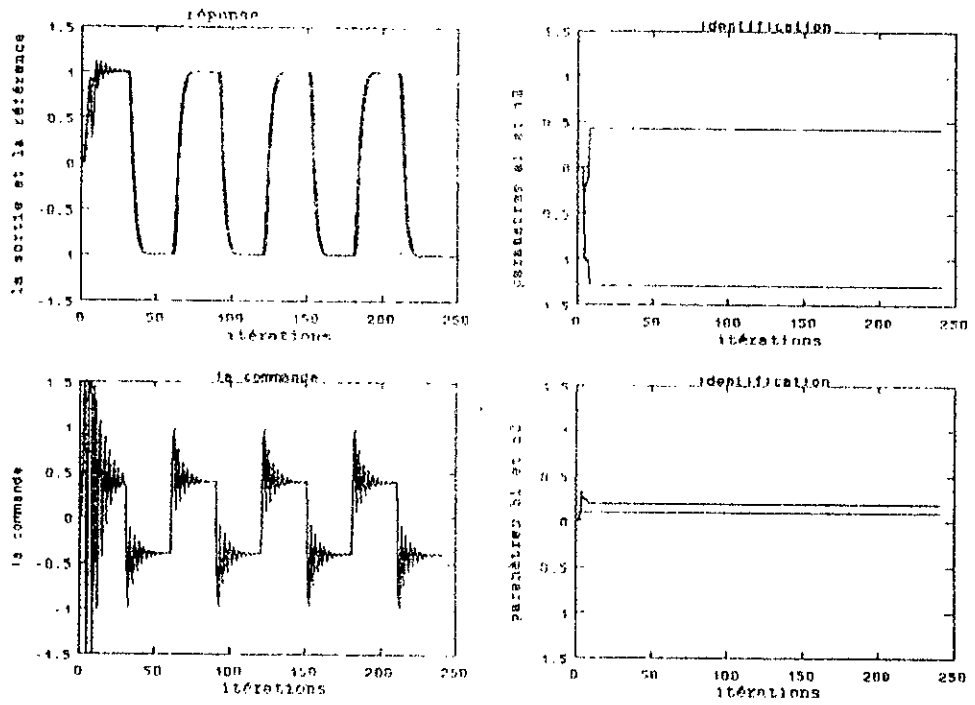


FIGURE III-16 : RPE indirect à trace constante.

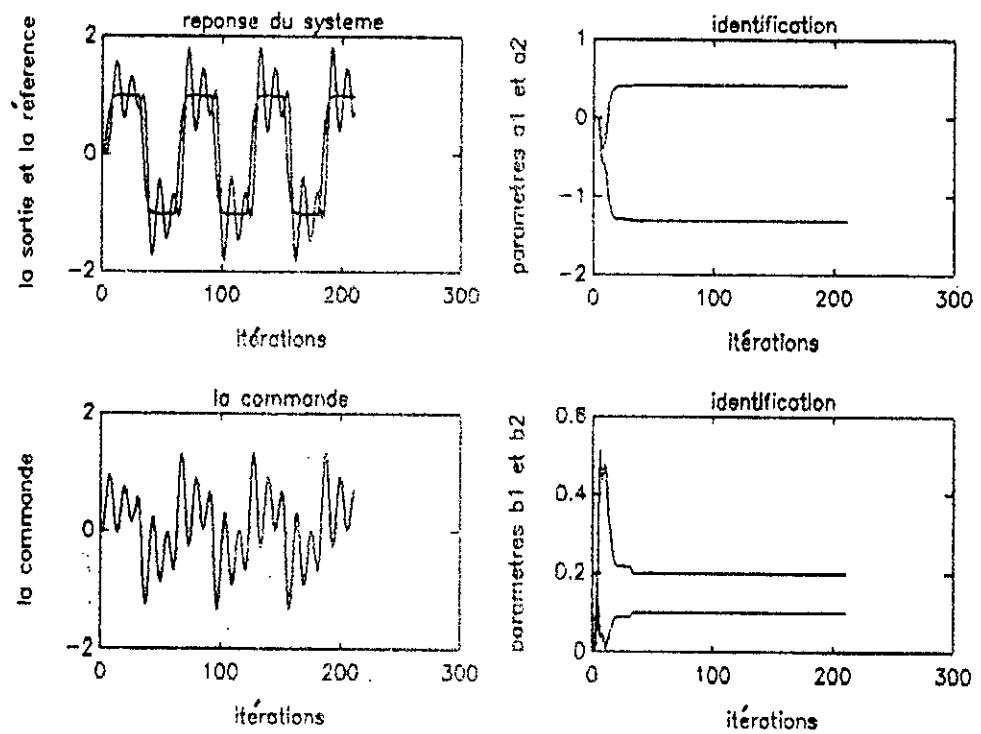


FIGURE III-17 : RPE indirect à trace constante (cas II).

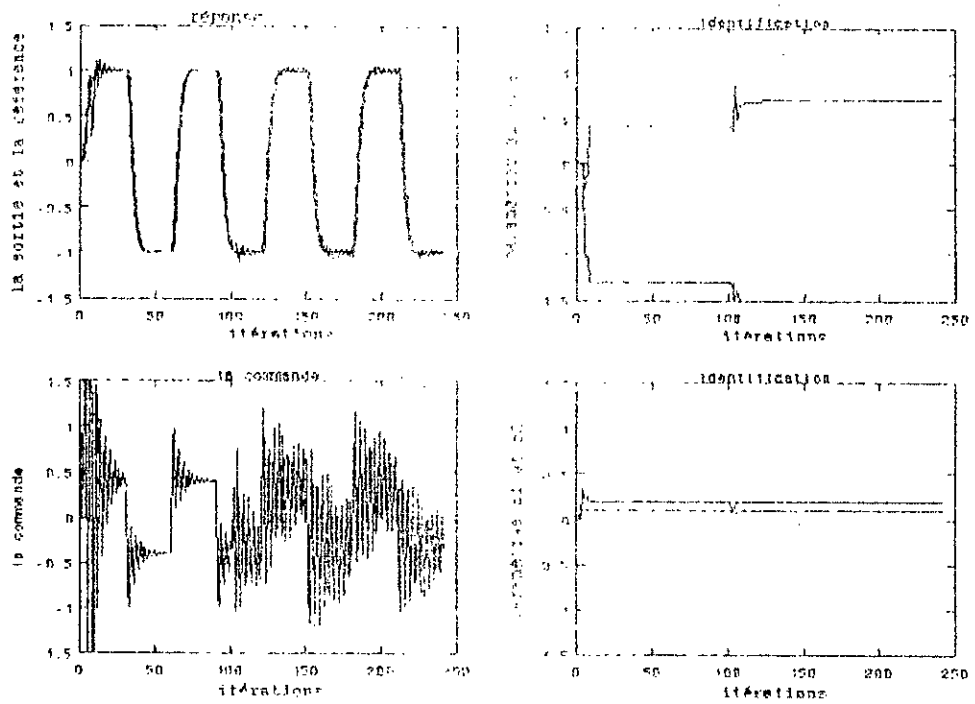


FIGURE III-18 : PRFM à trace constante avec déstabilisation.

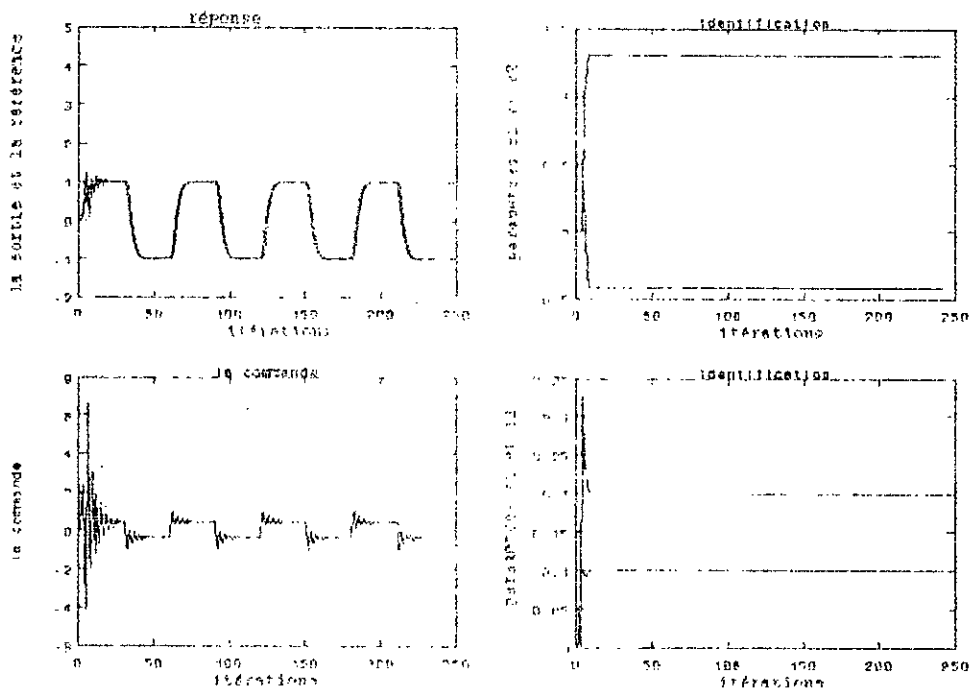


FIGURE III-19 : PRFM à trace constante.

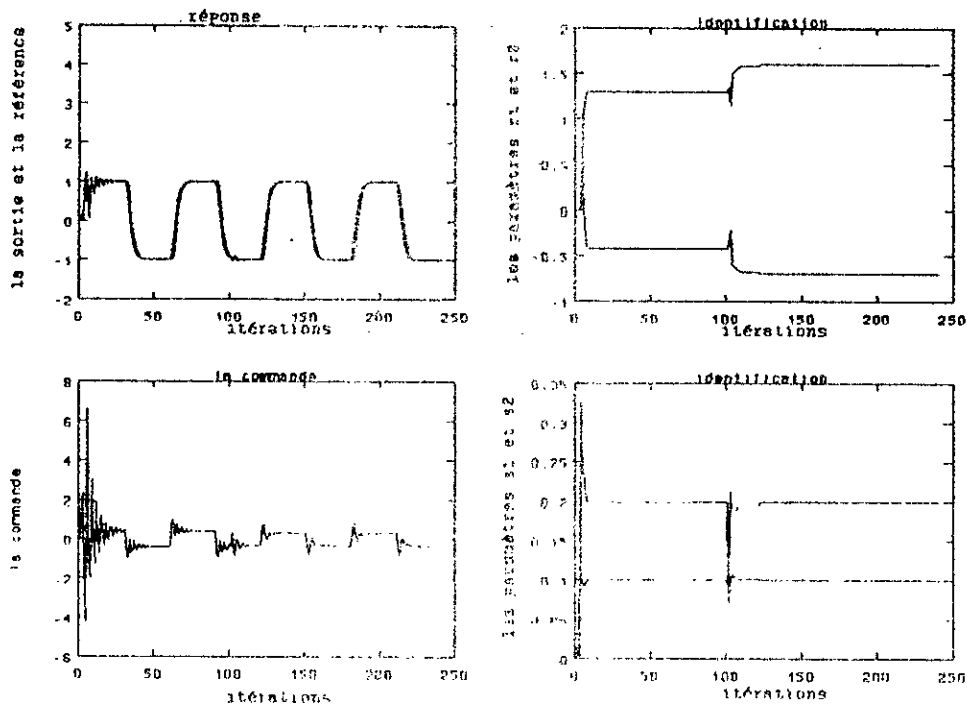


FIGURE III-20 MRPF direct à gain constant avec déclin.

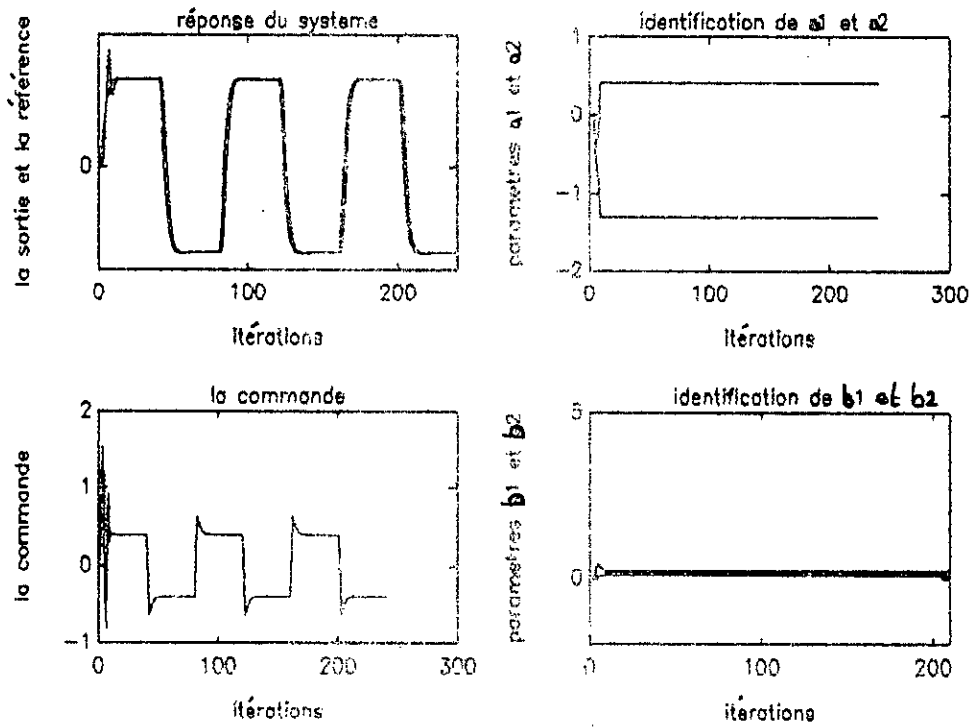


FIGURE III-21 MRPF indirect.

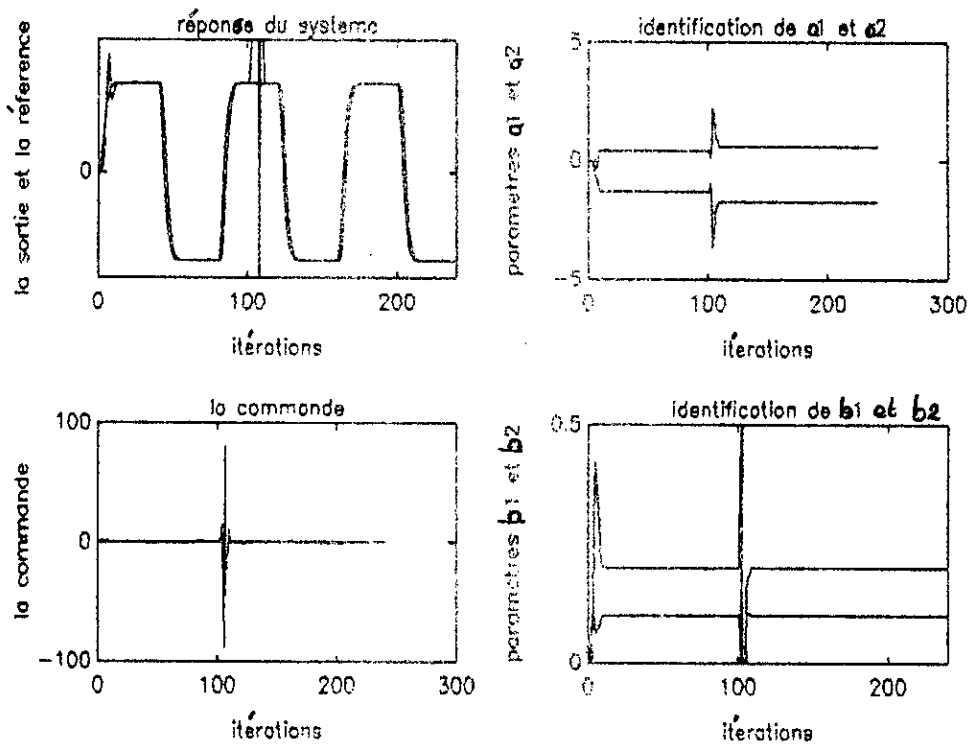


FIGURE III-22 : SF indirecte avec déstabilisation.

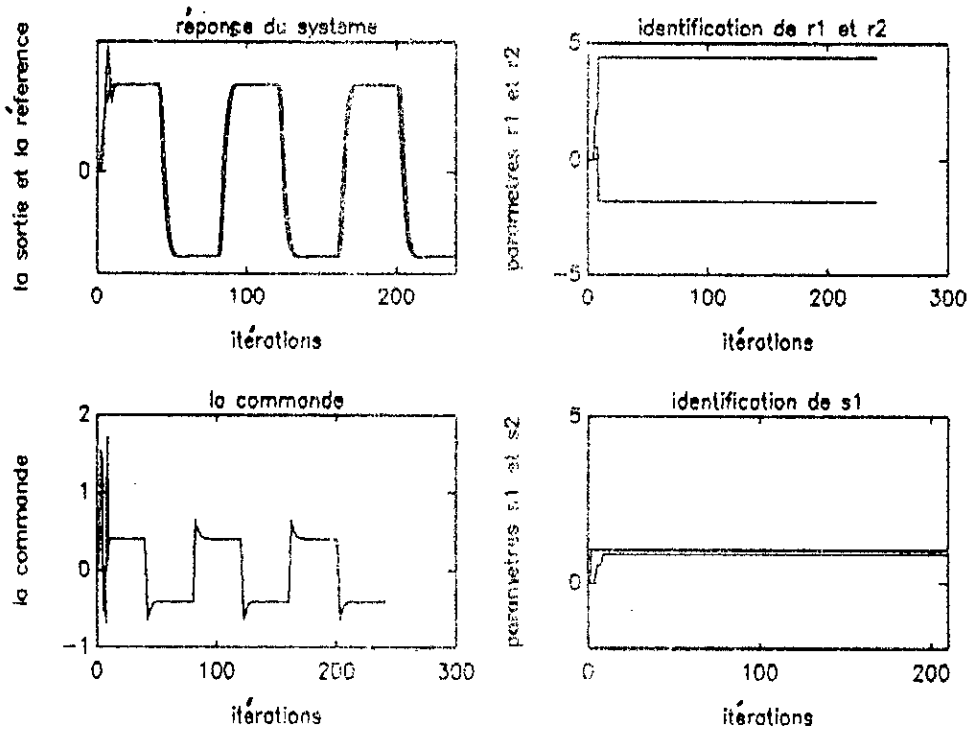


FIGURE III-23 : SF directe.

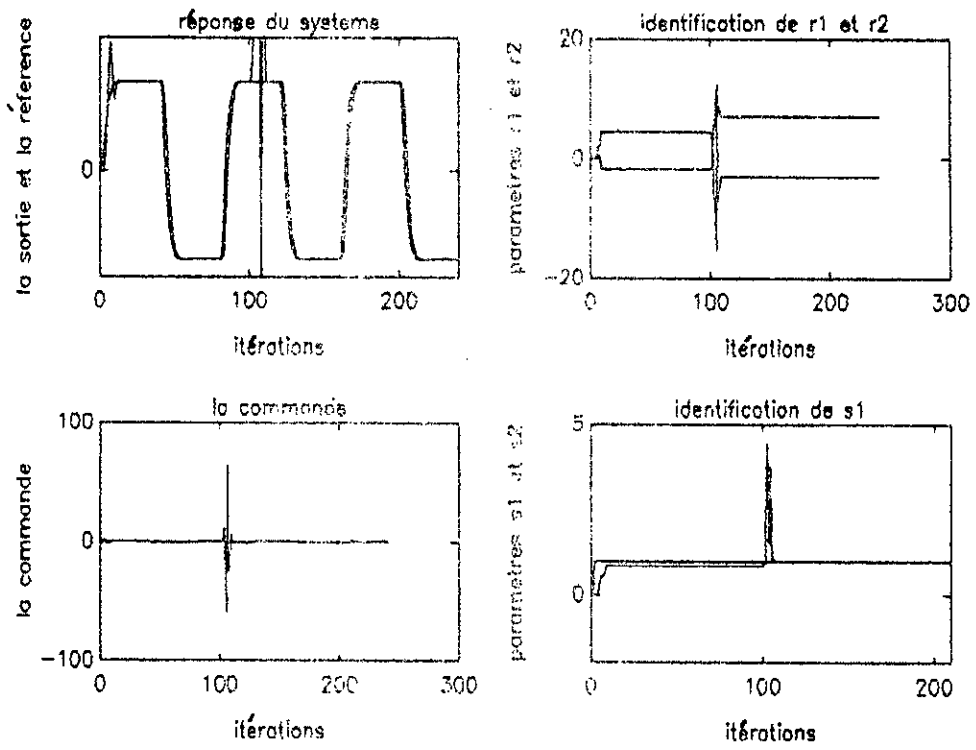


FIGURE III-24 : H^2 direct avec réstabilisation.

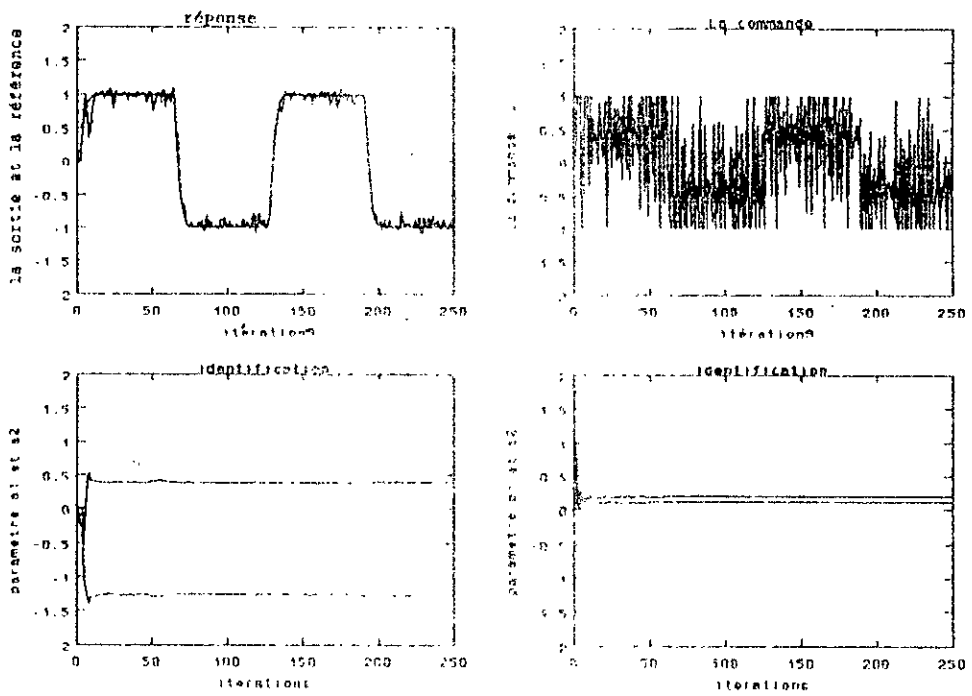


FIGURE III-25 : H^2 indirect.

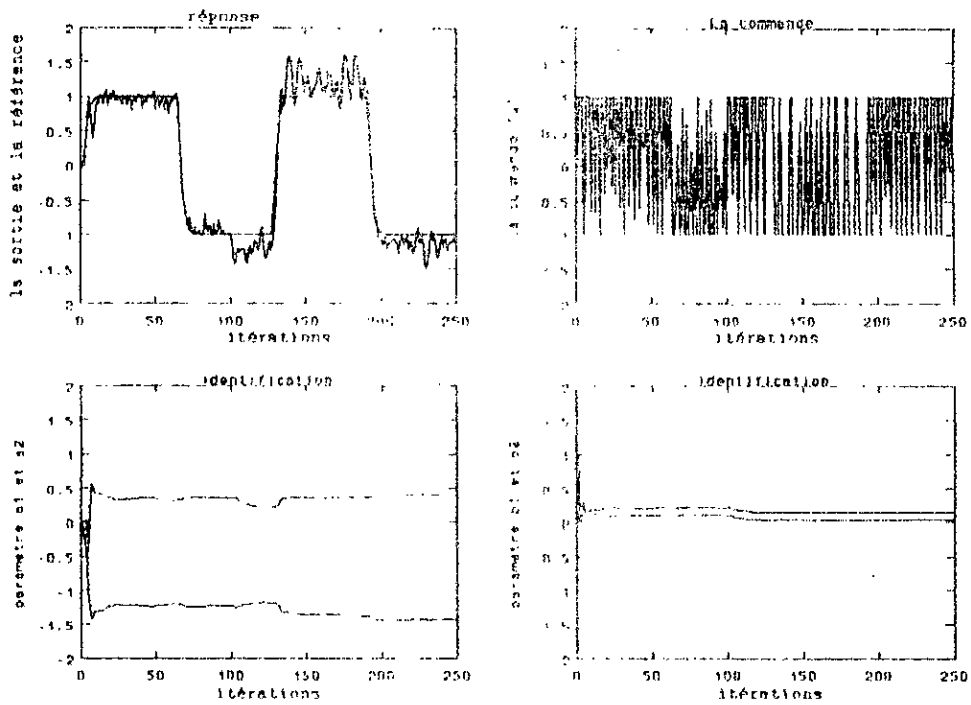


FIGURE III-26 : GMV indirect, non déstabilisation.

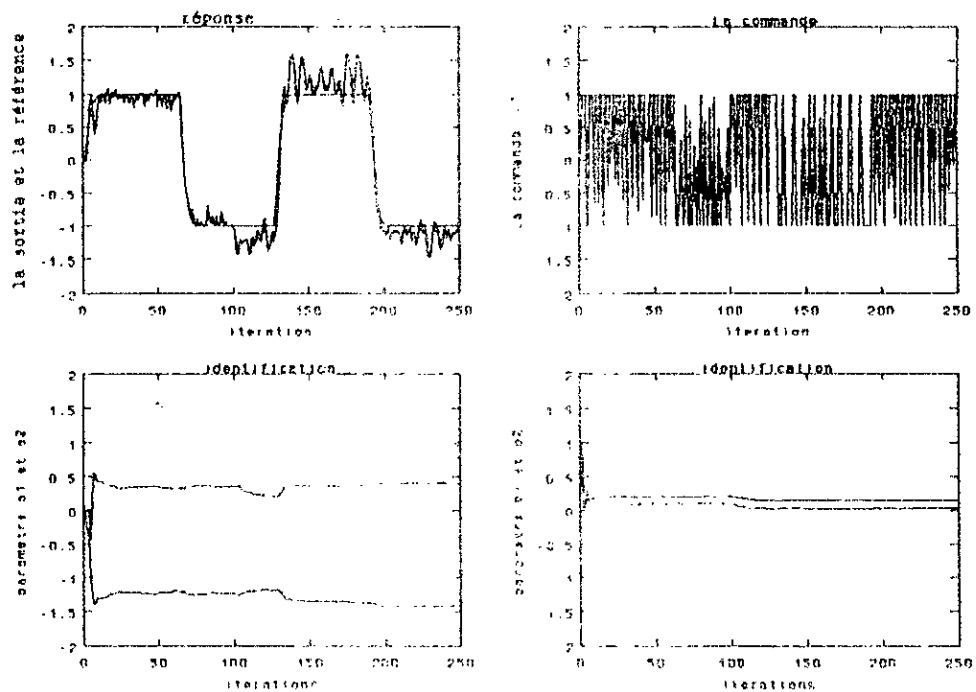


FIGURE III-27 : GMV indirect, non déstabilisation et variation de gain.

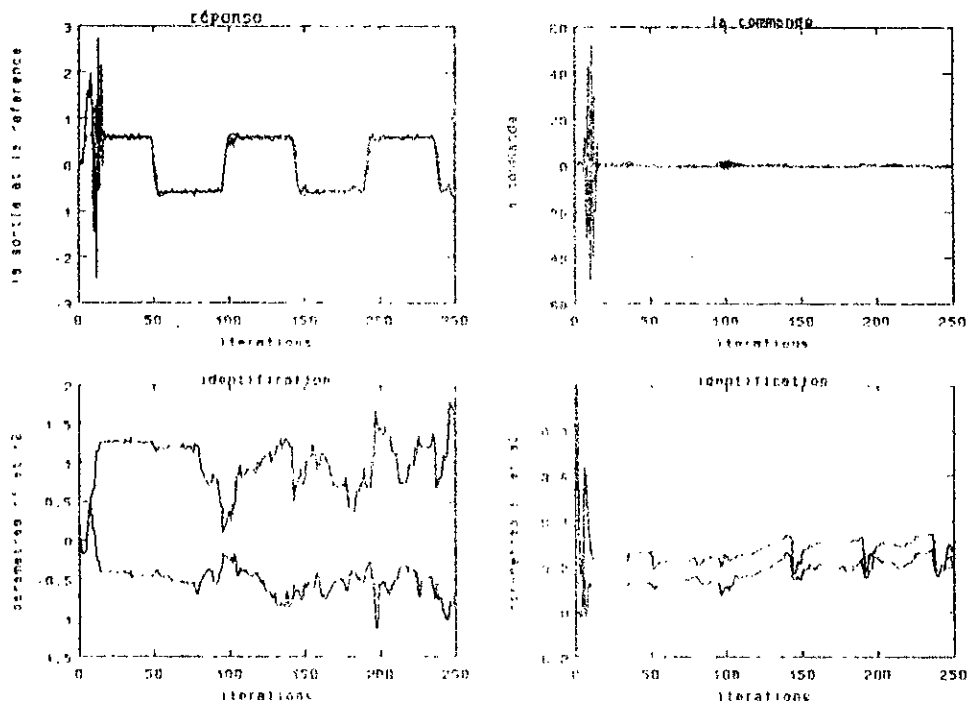


FIGURE III-28 : 20% gain limitation.

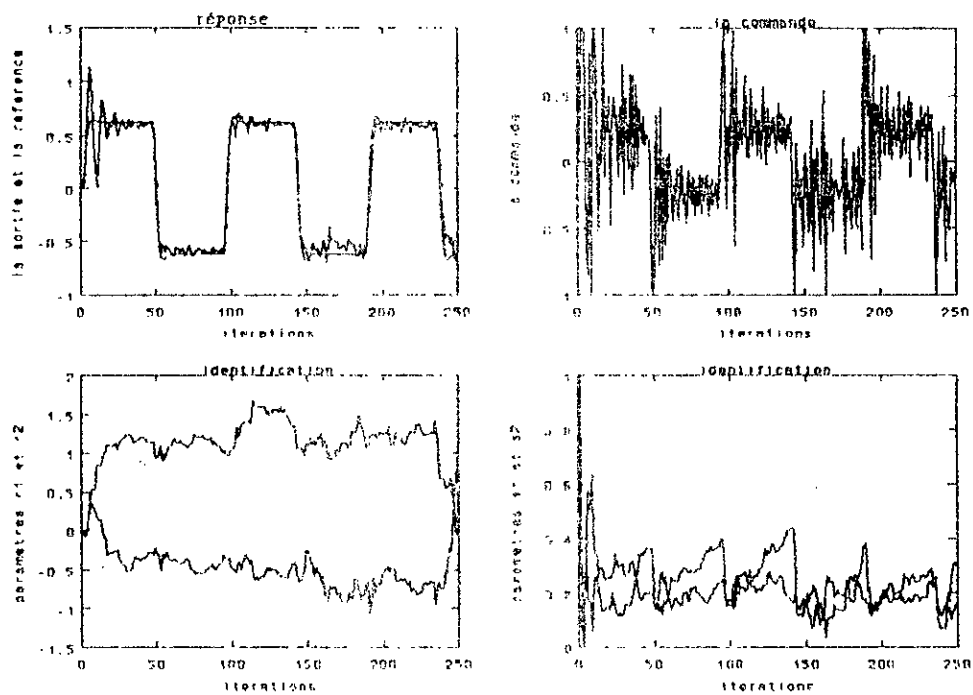


FIGURE III-29 : 50% gain limitation.

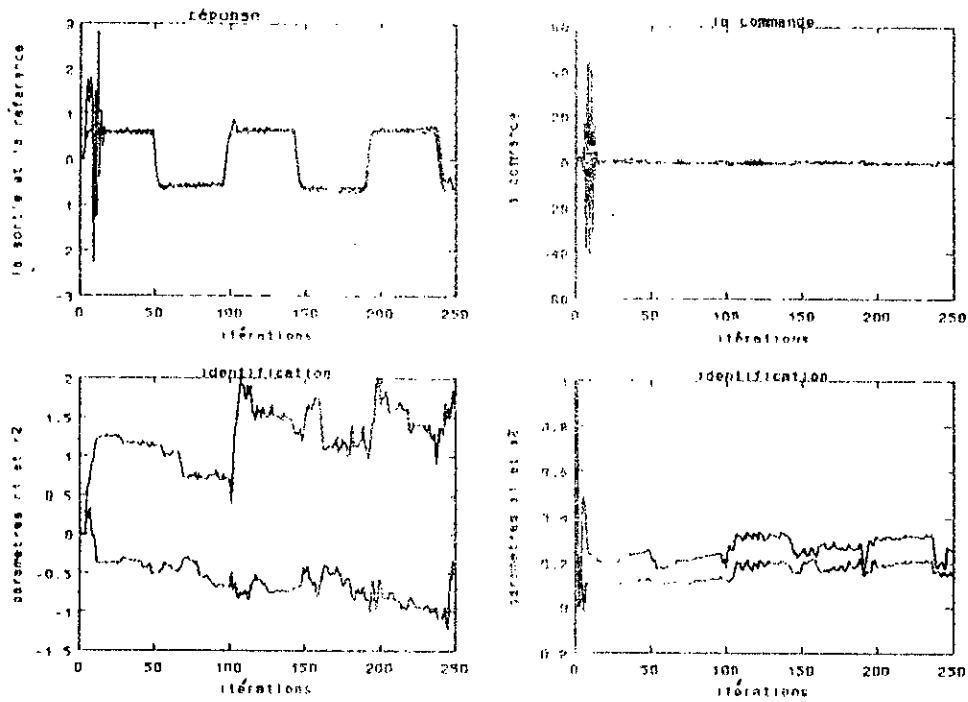


FIGURE III-30 : CMC direct avec déstabilisation sans limitation.

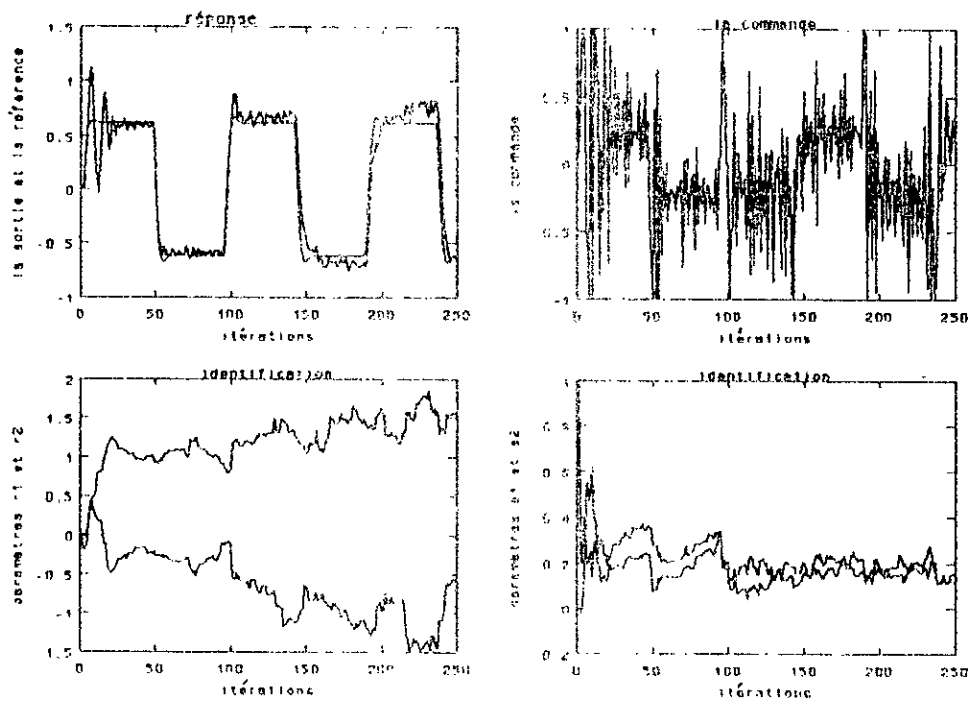


FIGURE III-31 : CMC direct avec déstabilisation et limitation.

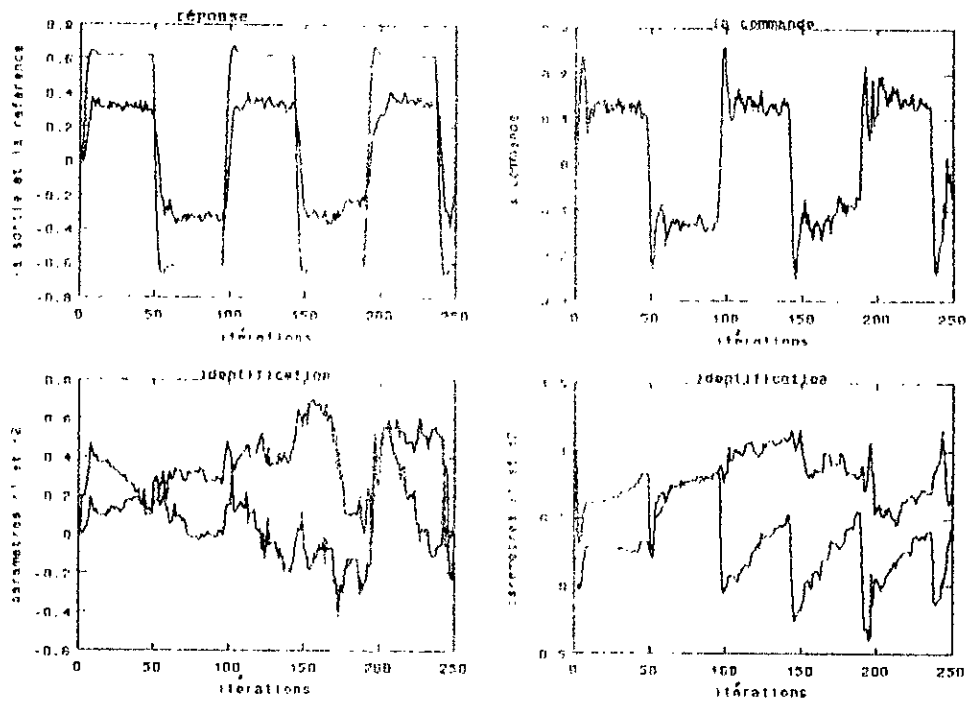


FIGURE III-32 : CGU direct (cas 2).

**CHAPITRE IV:
APPLICATIONS A UN
ROBOT MANIPULATEUR**

INTRODUCTION :

Pour notre application, nous avons décidé d'étudier un robot manipulateur qui représente un système à phase non minimale, et multi-variable. Notre étude dans les chapitres précédents est restreinte au cas des systèmes mono-variables, nous ne développerons donc pas les algorithmes utilisés pour le cas multi-variable qui en est une généralisation seulement.

Dans ce chapitre, nous commençons par donner une modélisation du robot assez brève, ce qui nous permet d'obtenir les équations dynamiques de celui-ci. Nous ferons une simulation en boucle ouverte, puis nous appliquerons la commande adaptative à ce bras manipulateur à l'aide des trois algorithmes obtenus pour les systèmes à phase non minimale étudiés précédemment, qui sont PRPE, GMV et PP.

IV-1- DESCRIPTION DU ROBOT :

Les robots industriels, tout comme les unités de fabrication modernes, ne sont autres que des systèmes automatisés de haut niveau, qui utilisent des ordinateurs comme partie intégrante de leur chaîne d'asservissement. On sait aussi que ceux-ci constituent d'ailleurs la pièce maîtresse de toute automatisation industrielle.

La Division Internationale de Robotique de la Société des Ingénieurs de Production (RI/SME) définit le robot industriel comme "un manipulateur multifonctions reprogrammables capable de déplacer des matériaux, des pièces, des outils ou des appareils spéciaux suivant des chemins programmés en vue d'effectuer des opérations de fabrication diversifiées" [13].

Cette définition est non suffisante, on devrait inclure les mots clés suivants : "mouvements tri-dimensionnels" et "outil terminal", car sans ça, la machine à laver satisfait la définition précédente.

Pour notre application, nous avons choisi un robot de classe quatre. Ce manipulateur possède une articulation rotationnelle θ_1 et deux articulations translationnelles, dont les mouvements sont identifiés par les variables d_1 et d_2 , comme il est montré sur la figure (IV-1).

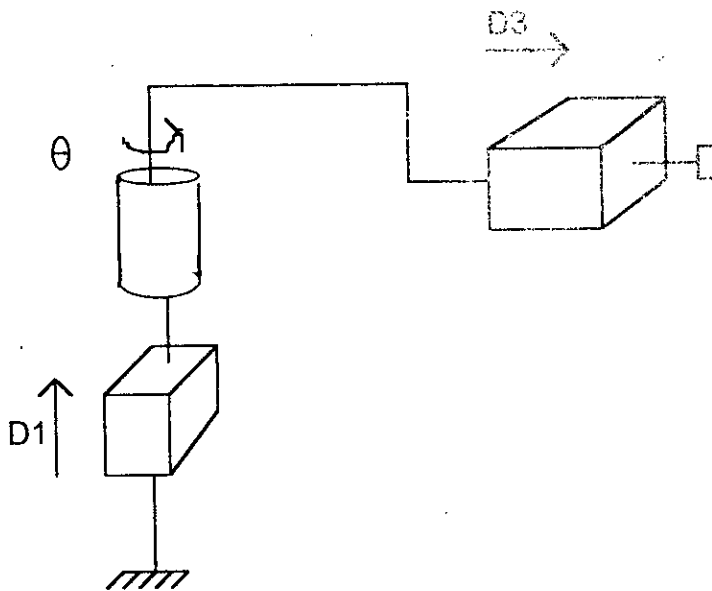


Figure IV-1 : Schéma du robot.

Plusieurs hypothèses simplificatrices doivent être prises en compte :

- Les frottements sont de nature visqueuse, et linéaire par rapport à la vitesse généralisée.
- Les différentes liaisons sont rigides.
- Les actionneurs sont idéaux (la force généralisée est directement proportionnelle au signal de commande).
- Les capteurs ont un gain unitaire, et de dynamique négligeable.

IV-2- MODELISATION DU ROBOT :

Introduction :

Le contrôle d'un robot est une opération qui consiste à asservir les valeurs des angles articulaires à des valeurs désirées. Afin de bien contrôler et maîtriser correctement les articulations d'un robot, il est impératif de connaître la cinématique d'un mouvement du manipulateur. Ceci donne la possibilité tout au moins théorique de réaliser l'investigation de stratégies efficaces et précises de contrôle des articulations du robot.

Pour cela, le mouvement d'un robot est représenté à partir d'équations différentielles en prenant comme modèle l'architecture, la masse des divers segments et leurs inerties [14].

Divers formalismes peuvent être utilisés pour faciliter la mise en équation des robots, on peut citer le formalisme d'Euler Lagrange que nous étudions par la suite, la méthode de Newton-Euler, la méthode des travaux virtuels d'Alembert.

IV-2- MODELISATION CINEMATIQUE :

Il est nécessaire de présenter les démarches qui sont utilisées pour écrire les relations cinématiques d'un système articulé en se déplaçant dans un espace à trois dimensions.

Nous utilisons pour cela les notations de Denavit-Hartenberg (DH) présentées en annexe 3.

Nous pouvons dès lors, représenter les différents repères sur chaque liaison, comme on peut le voir sur la figure (IV-2) [7].

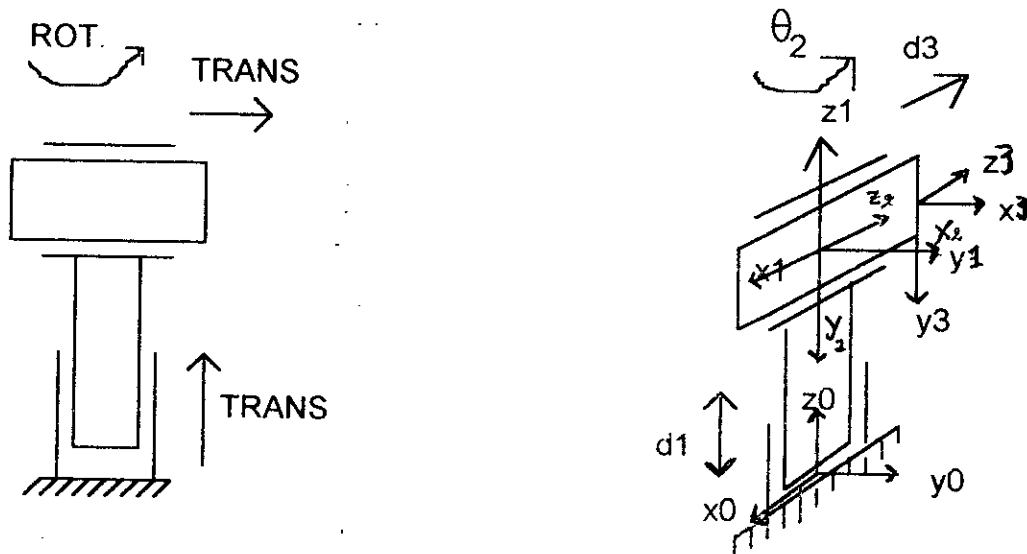


Figure IV-2 : Implémentation des transformations de DH.

La description du mécanisme est alors décrite par :

Maillon	Variable	α_i	a_i	d_i	θ_i
1	d_1	0	0	d_1	0
2	θ_2	-90°	0	0	θ_2
3	d_3	0	0	d_3	0

On déduit alors du tableau les matrices de transformation homogène d'un repère à un autre:

$${}^0T^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad {}^1T^2 = \begin{bmatrix} c_2 & 0 & -s_2 & 0 \\ s_2 & 0 & c_2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad {}^2T^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

${}^i T^{i+1}$: Matrice de passage du repère $R_i(x_i, y_i, z_i)$ au repère $R_{i+1}(x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1})$
 $c_i = \cos \theta_i, s_i = \sin \theta_i$.

La matrice de passage du repère $R_0(x_0, y_0, z_0)$ à l'élément terminale est :

$$A = {}^0T^3 = {}^0T^1 \cdot {}^1T^2 \cdot {}^2T^3$$

$$A = \begin{bmatrix} c_2 & 0 & -s_2 & -d_3 s_2 \\ s_2 & 0 & c_2 & d_3 c_2 \\ 0 & -1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

On a la relation suivante pour le passage d'un repère à un autre :

$${}^i T^{i+k} = {}^i T^{i+1} \cdot {}^{i+1} T^{i+2} \cdot \dots \cdot {}^{i+k-1} T^{i+k} \quad (IV-2)$$

- Modèle géométrique [7] [14].

La position et l'orientation de l'élément terminal se fait par rapport au repère absolu $R_0(x_0, y_0, z_0)$ sous la forme d'une fonction :

$$r(R_0) = F(q). \quad (IV-3)$$

ou :

$$q^T = [q_1, q_2, \dots, q_n], \quad n: \text{ degré de liberté du robot.}$$

$$r^T = [x, y, z, 1]$$

$$F(q) = {}^0T^n \cdot r^n$$

${}^n r^n$: coordonnées de l'élément terminal dans $R_n(x_n, y_n, z_n)$.

F(q) : fonction vectorielle.

$$F: R^N \rightarrow R^4$$

$$q \rightarrow r = [x, y, z, 1]^T = [f_1(q), \dots, f_4(q)]^T$$

Dans notre cas où $n = 3$

$${}_3R^3 = [0, 0, 0, 1]$$

$$R = {}_0T^3 {}_3R^3 = [-d_3 s_2, d_3 c_2, d_1, 1]$$

Donc :

$$\begin{cases} f_1(q) = -d_3 \sin \theta_2 \\ f_2(q) = d_3 \cos \theta_2 \\ f_3(q) = d_1 \\ f_4(q) = 1 \end{cases} \quad (\text{IV-4})$$

avec :

$$q^T = [d_1, \theta_2, d_3]$$

L'équation (IV-4) est "le modèle géométrique" du robot.

On a donc :

$$\begin{cases} d_1 = z \\ \theta_2 = \arctang(-x/y) \\ d_3 = y / \cos(\theta_2) \end{cases} \quad (\text{IV-5})$$

pour $y \neq 0$, $\theta_2 \neq \pi + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

L'équation (IV-5) est "le modèle géométrique inverse" du robot.

- Modèle cinématique :

Le modèle cinématique direct consiste à exprimer la vitesse de l'élément terminal \dot{x} avec $X = [x, y, z]$ en fonction des vitesses généralisées \dot{q}

Soit X le vecteur position de l'élément terminal dans le repère $R_0(x_0, y_0, z_0)$, en dérivant l'équation du modèle géométrique direct, on obtient :

$$\dot{X} = J(q) \dot{q} \quad (IV-6)$$

où

$$J(q) = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1(q)}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial x_1(q)}{\partial q_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial x_n(q)}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial x_n(q)}{\partial q_n} \end{bmatrix} \quad (IV-7)$$

J est la matrice jacobienne.

Ce qui nous permet d'obtenir facilement pour notre cas :

$$J(q) = \begin{bmatrix} 0 & -d_3 c_2 & -s_2 \\ 0 & -d_3 s_2 & c_2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (IV-8)$$

Si le robot est non redondant (le nombre de variables généralisées est égal au nombre des coordonnées de l'élément terminal) et si les trajectoires désirées ne présentent pas de singularité, on obtient à partir de l'équation (IV-6)

$$\dot{q} = J(q)^{-1} \dot{X} \quad (IV-9)$$

qui constitue le modèle cinématique inverse.

$$J(q)^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mathbf{1} \\ -c_2/d_3 & -s_2/d_3 & 0 \\ -s_2 & d_3 c_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (IV-10)$$

- Trajectoires de références [15].

En exécutant des tâches, le robot doit passer par un certain nombre de points, selon des trajectoires pré-définies selon certains critères : des critères liés à l'énergie consommée, ou au temps d'exécution de la tâche (minimisation ou maximisation), d'autres sont choisies pour assurer une évolution continue et lisse de certaines grandeurs physiques.

Dans la dernière classe de critère, on trouve les fonctions cycloïdes. Par définition, une variable, $q(t)$ qui change d'une position initiale q_i vers une position finale q_f en un temps t_f est une fonction cycloïde, si elle évolue selon la fonction suivante :

$$q(t) = \begin{cases} q_i + (q_f - q_i)(t/t_f - \sin(2\pi t/t_f)/2\pi) & \text{si } t \leq t_f \\ q_f & \text{si } t > t_f \end{cases} \quad (\text{IV-11})$$

En dérivant, on obtient respectivement la vitesse et l'accélération :

$$\dot{q}(t) = \begin{cases} ((q_f - q_i)/t_f)(1 - \cos(2\pi t/t_f)) & \text{si } t \leq t_f \\ 0 & \text{si } t > t_f \end{cases} \quad (\text{IV-12})$$

$$\ddot{q}(t) = \begin{cases} 2\pi(q_f - q_i)/t_f^2 \sin(2\pi t/t_f) & \text{si } t \leq t_f \\ 0 & \text{si } t > t_f \end{cases} \quad (\text{IV-13})$$

Par cette méthode, on a évité d'utiliser le modèle géométrique ou le modèle cinématique pour déterminer l'évolution des variables q en fonction du temps.

IV-2-2- MODELISATION DYNAMIQUE : [7], [15], [16] :

On peut trouver divers formalismes de modélisation dynamique, certaines sont favorisées pour la synthèse des lois de commande, tandis que d'autres le sont pour la simulation et l'implémentation des commandes en temps réel.

Nous étudions le formalisme d'Euler-Lagrange qui est bien adapté pour la synthèse des lois de commande.

Cette approche est basée sur l'application des lois de la mécanique lagrangienne. L'équation d'Euler-Lagrange est donnée par :

$$d/dt (\partial L / \partial \dot{q}_i) - \partial L / \partial q_i + \partial E_a / \partial \dot{q}_i = \tau_i \quad i = 1, n \quad (\text{IV-14})$$

$L = E_c - E_p$, est le lagrangien .

Où :

E_c : Energie cinétique

E_p : Energie potentielle

E_d : Energie de dissipation

τ_i : Force généralisée.

Nous allons calculer chacune de ces énergies.

- Energie cinétique :

Pour le calcul de la vitesse, on :

$${}^0v^i = \sum_{j=1}^i [u_{ij} \dot{q}_j] {}_i r^i \quad (IV-15)$$

tel que :

$$u_{ij} = \begin{cases} {}^0T^{j-1} Q_{j-1}^i T^i & j \leq i \\ 0 & j > i \end{cases}$$

et :

$$Q_j = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{; si la liaison est rotative.}$$

$$Q_j = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{; si la liaison est translationnelle.}$$

L'énergie cinétique de l'élément i dans la liaison i est :

$$\begin{aligned} dk_i &= 1/2 \text{trace}(v_i v_i^t) dm \\ &= 1/2 \text{trace} \left(\sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i u_{ip} u_{ir}^t \dot{q}_p \dot{q}_r \right) dm \quad (IV-16) \end{aligned}$$

Donc l'énergie cinétique de la liaison i est :

$$K_i = \int dk_i = 1/2 \text{trace} \left(\sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i u_{ip} J_i u_{ir}^t \dot{q}_p \dot{q}_r \right) \quad (IV-17)$$

Avec :

$$J_i = \begin{bmatrix} \int x_i^2 dm & \int x_i y_i dm & \int x_i z_i dm & \int x_i dm \\ \int x_i y_i dm & \int y_i^2 dm & \int y_i z_i dm & \int y_i dm \\ \int x_i z_i dm & \int y_i z_i dm & \int z_i^2 dm & \int z_i dm \\ \int x_i dm & \int y_i dm & \int z_i dm & \int dm \end{bmatrix}$$

Et l'énergie cinétique totale du robot est :

$$K = \sum_{i=1}^n k_i + E_{ca} \quad (IV - 18)$$

où

$$E_{ca} = 1/2 \sum_{i=1}^n I_i \dot{q}_i^2 \text{ énergie cinétique introduite par les actionneurs.}$$

I_i : moment d'inertie de l'actionneur i dans le cas de la rotation, et masse de l'actionneur dans le cas de la translation.

- Energie potentielle :

Elle est donnée par :

$$\begin{aligned} P &= \sum_{i=1}^n -m_i g^T r^i \\ &= \sum_{i=1}^n -m_i g^T ({}^0T_i r^i) \end{aligned} \quad (IV - 19)$$

Avec :

$$g^T = [g_x, g_y, g_z, 1]$$

Dans le repère $R_0 (x_0, y_0, z_0)$ on a $g^T = (0, 0, -g, 1)$

-Energie de dissipation :

Elle est donnée par :

$$E_d = 1/2 \sum_{i=1}^n f_i \dot{q}_i^2 \quad (IV - 20)$$

où f_i est un coefficient de frottement visqueux.

- Forces généralisées :

A partir des équations précédentes, on a :

$$z_i = \sum_{k=1}^n \sum_{p=1}^k \text{trace}(u_{kp} J_k u_{ki}^t) q_p - \sum_{k=1}^n m_k g^t u_{ki}^k r^k \quad i=1, n \quad (IV-21)$$

$$+ \sum_{k=1}^n \sum_{p=1}^k \sum_{r=1}^k \text{trace}(u_{kpr} J_k u_{ki}^t) q_r q_p + l_i q_i + f_i q_i$$

où

$$u_{ijk} = \begin{cases} {}_0T^{k-1} Q_{k-k-1} T^{j-1} Q_{j-j-1} T^i & ; k \leq j \leq i \\ {}_0T^{j-1} Q_{j-j-1} T^{k-1} Q_{k-k-1} T^i & ; j \leq k \leq i \\ 0 & ; j \leq i \leq k \end{cases}$$

Dans le cas du robot de classe quatre, on a :

$$Q_1 = Q_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad Q_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad u_{11} = {}_0T^0 Q_{10} T^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$u_{22} = {}_0T^1 Q_{21} T^2 = \begin{bmatrix} -s_2 & 0 & -c_2 & 0 \\ c_2 & 0 & -s_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad u_{32} = {}_0T^1 Q_{21} T^3 = \begin{bmatrix} -s_2 & 0 & -c_2 & -d_3 c_2 \\ c_2 & 0 & -s_2 & -d_3 s_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$u_{33} = {}_0T^2 Q_{32} T^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -s_2 \\ 0 & 0 & 0 & c_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad u_{222} = {}_0T^1 Q_{21} T^1 Q_{21} T^2 = \begin{bmatrix} -c_2 & 0 & -s_2 & 0 \\ -s_2 & 0 & -c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$u_{21} = {}_0T^0 Q_{10} T^2 = u_{11}; \quad u_{31} = {}_0T^0 Q_{10} T^3 = u_{11};$$

$$u_{111} = u_{211} = u_{212} = u_{221} = u_{311} = u_{312} = u_{313} = u_{321} = [0]$$

$$u_{322} = {}_0T^1 Q_{21} T^3 = \begin{bmatrix} c_2 & 0 & s_2 & d_3 s_2 \\ -s_2 & 0 & -c_2 & -d_3 c_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad J_i = \begin{bmatrix} \alpha_i & 0 & 0 & m_i \bar{x}_i \\ 0 & \beta_i & 0 & m_i \bar{y}_i \\ 0 & 0 & \gamma_i & m_i \bar{z}_i \\ m_i \bar{x}_i & m_i \bar{y}_i & m_i \bar{z}_i & m_i \end{bmatrix}$$

Les produits d'inertie sont nuls car $R_i(x_i, y_i, z_i)$ est parallèle au repère principale de la liaison i :

Avec :

$({}^i r^i)^{c^*} = [\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i, l]$ centre de masse de la liaison à relatif au repère R_i .

m_i : masse de la liaison i

$I_i \approx 0$ dynamique des actionneurs est négligeable.

De l'équation (IV-21), on a :

$$\begin{cases} F_1 = (m_1 + m_2 + m_3)(\ddot{q}_1 + g) + f_1 \dot{q}_1 \\ \tau_2 = (\alpha_2 + \gamma_2 + \alpha_3 + \gamma_3 + d_3 m_3 \bar{z}_3 + m_3 (d_3 \bar{z}_3 + d_3^2)) \ddot{q}_2 \\ \quad + m_3 \bar{x}_3 \dot{q}_3 + 2 m_3 (\bar{z}_3 + d_3) \dot{q}_3 \dot{q}_2 + f_2 \dot{q}_2 \\ F_3 = m_3 \bar{x}_3 \ddot{q}_2 + m_3 \ddot{q}_3 - m_3 (\bar{z}_3 + d_3) \dot{q}_2 + f_3 \dot{q}_3 \end{cases} \quad (IV-22)$$

Suivant la structure de notre robot , on a :

$$\begin{aligned} {}_2 r^2 = 0; \quad m_2 \approx 0; \quad \alpha_2 = \gamma_2 \approx 0; \quad \bar{x}_2 = \bar{y}_2 = \bar{z}_2 \approx 0; \\ \bar{x}_1 = \bar{y}_1 \approx 0; \quad \bar{z}_1 = -l_1 / 2; \quad \bar{x}_3 = \bar{y}_3 = 0; \quad \bar{z}_3 = -l_2 / 2 \end{aligned}$$

Suivant la figure (IV-3), le calcul de α_3 et γ_3 se fait comme suit :

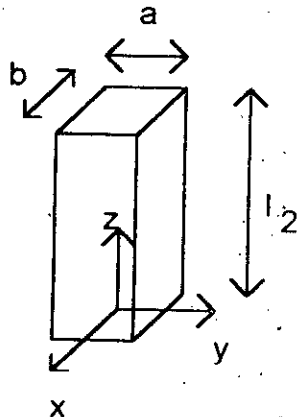


Figure IV-3 : Schéma de la liaison 3.

$$\alpha_3 = \int x^2 dm_3 = m_3 b^2 / 12.$$

$$\gamma_3 = \int z^2 dm_3 = m_3 l_2^2 / 3.$$

En considérant b négligeable devant l_2 , on a $\alpha_3 < \gamma_3$, on prend alors $\alpha_3 \approx 0$. Et en prenant :

$$F_1 = k_1 u_1; \quad \tau_2 = k_2 u_2; \quad F_3 = k_3 u_3.$$

l'équation (IV-22) devient .

$$\begin{cases} u_1 = \left(\frac{m_1 + m_3}{k_1}\right)(\ddot{q}_1 + g) + \frac{f_1}{k_1} \dot{q}_1 \\ u_2 = \frac{1}{k_2} \left(m_3 \frac{l_2^2}{3} + 2 m_3 z_3 \dot{q}_3 + m_3 \dot{q}_3^2\right) \ddot{q}_2 \\ \quad + 2 \frac{m_3}{k_2} (z_3 + q_3) \dot{q}_3 \dot{q}_2 + \frac{f_2}{k_2} \dot{q}_2 \\ u_3 = \frac{m_3}{k_2} \ddot{q}_3 - \frac{m_3}{k_3} (z_3 + q_3) \dot{q}_2^2 + \frac{f_3}{k_3} \dot{q}_3 \end{cases} \quad (IV-23)$$

- Mise sous forme d'équation d'état :

Il est préférable de mettre l'équation (IV-23) sous forme d'état de telle façon à avoir :

$$\dot{x} = A x + B u + D. \quad (IV-24)$$

$$y = C x.$$

où

$x^T = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6) = (q_1 \ \dot{q}_1 \ q_2 \ \dot{q}_2 \ q_3 \ \dot{q}_3)$: vecteur d'état .

$y^T = (y_1 \ y_2 \ y_3) = (q_1 \ q_2 \ q_3)$: vecteur des sorties.

$u^{iT} = (u_1 \ u_2 \ u_3)$: vecteur de commande.

et

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -f_1 / (m_1 + m_3) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -f_2 / (m_3 J^*) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -f_3 / m_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -k_1 / (m_1 + m_3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 / (m_3 J^*) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 / m_3 \end{bmatrix} ; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^T = \begin{bmatrix} 0 & -g & 0 & \frac{-2(x_s - \frac{l_2}{2})x_4 x_5}{J^*} & 0 & (x_s - \frac{l_2}{2})x_4^2 \end{bmatrix};$$

$$J^* = \frac{l_2^2}{3} - l_2 x_5 + x_5^2.$$

Cette forme d'état nous sera très utile par la suite pour les simulations.

IV-2-3- IDENTIFICATION DU ROBOT MANIPULATEUR [7] :

Nous allons par la suite utilisé un algorithme d'identification pour déterminer les différents paramètres du modèle, ceci facilite la commande en temps réel.

Le modèle utilisé est linéaire, où la dynamique est supposée découplée, et les interactions seront modélisées par des perturbations. La structure choisie est :

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) + h \tag{IV-25}$$

Avec :

$h = [h_1, h_2, \dots, h_n]^T$: vecteur absorbant l'effet de couplage

$u(t) = [u_1(t), \dots, u_n(t)]^T$: vecteur de commande

$y(t) = [y_1(t), \dots, y_n(t)]^T$: vecteur des sorties

$$A(q^{-1}) = \text{diag}[A_1(q^{-1}), \dots, A_n(q^{-1})]$$

$$B(q^{-1}) = \text{diag}[B_1(q^{-1}), \dots, B_n(q^{-1})]$$

Où

$$A_i(q^{-1}) = 1 + a_{i1}q^{-1} + \dots + a_{in_i}q^{-n_i} \quad ; i = 1, n.$$

$$B_i(q^{-1}) = q^{-d_i} (b_{i0}q^{-1} + \dots + b_{im_i}q^{-m_i}) \quad ; i = 1, n \ ; d_i \geq 0.$$

La i^{eme} sortie peut s'écrire comme suit :

$$y_i(t) = -\sum_{l=1}^{n_i} a_{il}y_i(t-l) + \sum_{l=1}^{m_i} b_{il}u_i(t-d_i-l) + h_i$$

$$= \hat{\theta}_i^T \phi_i(t) \tag{IV-26}$$

Avec:

$$\hat{\theta}^T = [\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_m, \hat{b}_1, \dots, \hat{b}_m, \hat{h}_1]$$

$$\phi^T = [-y_1(t-1), \dots, -y_1(t-n), u_1(t-d_1-1), \dots, u_1(t-d_1-m_1) |]$$

Le système multi-variable (le robot) est décomposé en n sous systèmes mono-variables. L'algorithme MCR appliqué au i^{ème} système est alors.

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_i(t+1) &= \hat{\theta}_i(t) + F_i(t)\phi_i(t)\xi_i(t+1) \\ F_i(t+1) &= \frac{1}{\lambda_{i1}} \left[F_i(t) - \frac{F_i(t)\phi_i(t)\phi_i^T(t)F_i(t)}{c_i + \phi_i^T(t)F_i(t)\phi_i(t)} \right] \end{aligned} \quad (IV-27)$$

$$\xi_i(t+1) = \frac{y_i(t) - \hat{\theta}_i^T \phi_i(t)}{c_i + \phi_i^T F_i(t) \phi_i(t)}$$

$$c_i = \frac{\lambda_{i1}}{\lambda_{i2}}$$

On peut alors illustrer

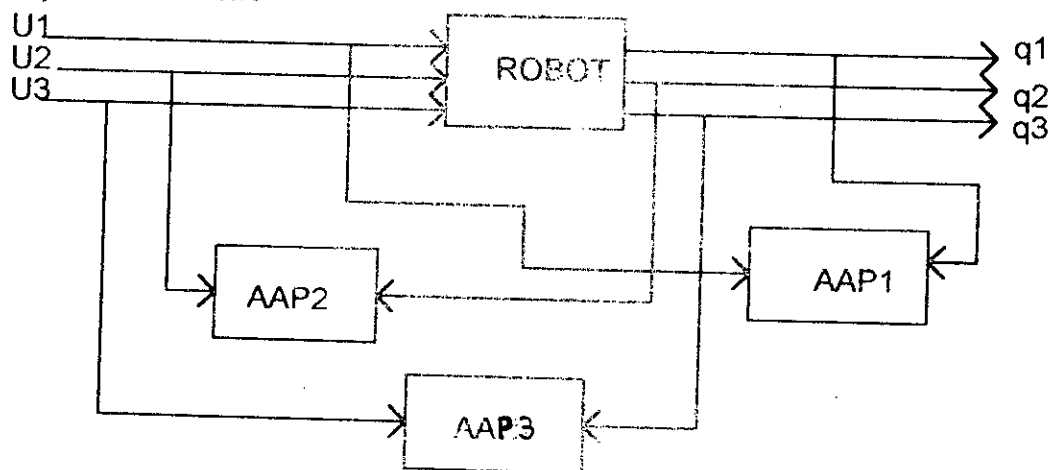


FIGURE IV-4 : procédure d'identification.

IV-3- RESUSULTATS DE SIMULATION :

Nous allons effectuer plusieurs simulations, la première étant la simulation du robot en boucle ouverte à l'aide du formalisme d'Euler-Lagrange. La seconde étant la simulation pour déterminer le modèle structurel et paramétrique du robot avec l'identification. Tandis que le troisième groupe de simulations est la commande adaptative du robot à l'aide des algorithmes suivants: PRPE, PP et GMV.

IV-3-1- SIMULATION DU ROBOT EN BOUCLE OUVERTE :

La résolution du système d'équations d'états (IV-24) est faite par la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 (RK 4), avec un pas de 0.001 s. Pour les valeurs numériques, on prend:

$$m_1 = 20 \text{ kg}; m = 10 \text{ kg}; l = 0.75 \text{ m}; g = 9.81 \text{ m/s}^2; k_1 = 100 \text{ N/V};$$

$$k_2 = 2 \text{ Nm/v}; k_3 = 10 \text{ N/V}; f_1 = 30 \text{ Nsm}; f_2 = 7.825 \text{ Nm rad s}; f_3 = 20 \text{ Nsm}.$$

Les résultats de simulation sont représentés à la figure (IV-5).

IV-3-2 IDENTIFICATION DU MODELE DU ROBOT :

Le comportement du robot peut être assimilé à un double intégrateur, ce qui nous permet de poser :

$$n_1 = n_2 = n_3 = m_1 = m_2 = m_3 = 2; d_1 = d_2 = d_3 = 0.$$

On utilise pour l'identification l'algorithme MCR avec un gain initial de 80000, avec $c_1 = c_2 = c_3 = 1$, la période d'échantillonnage 0.01 s.

Les résultats d'identification et les paramètres sont représentés aux figures (IV-6) et (IV-7).

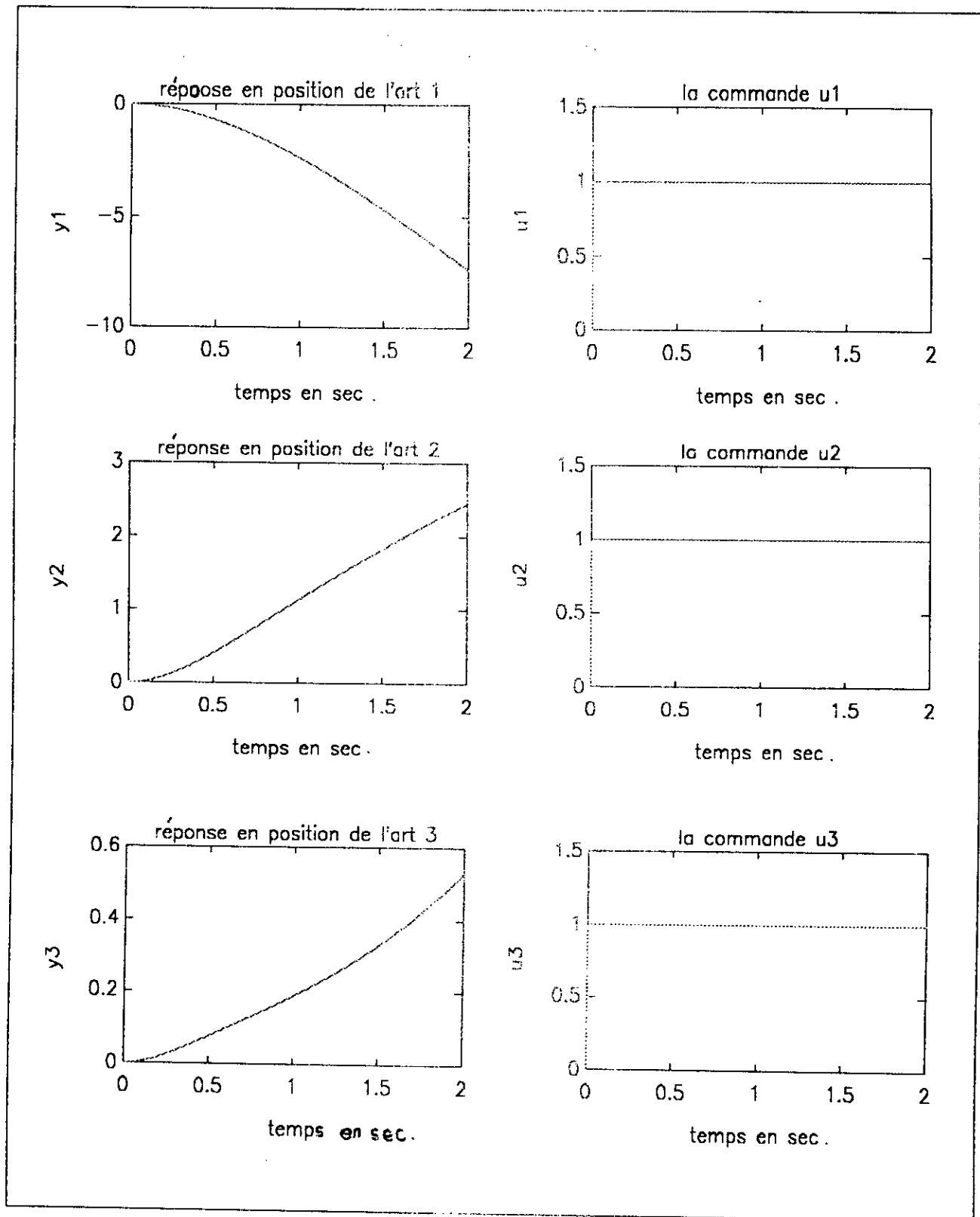


FIGURE IV-5 réponse en boucle ouverte du robot.

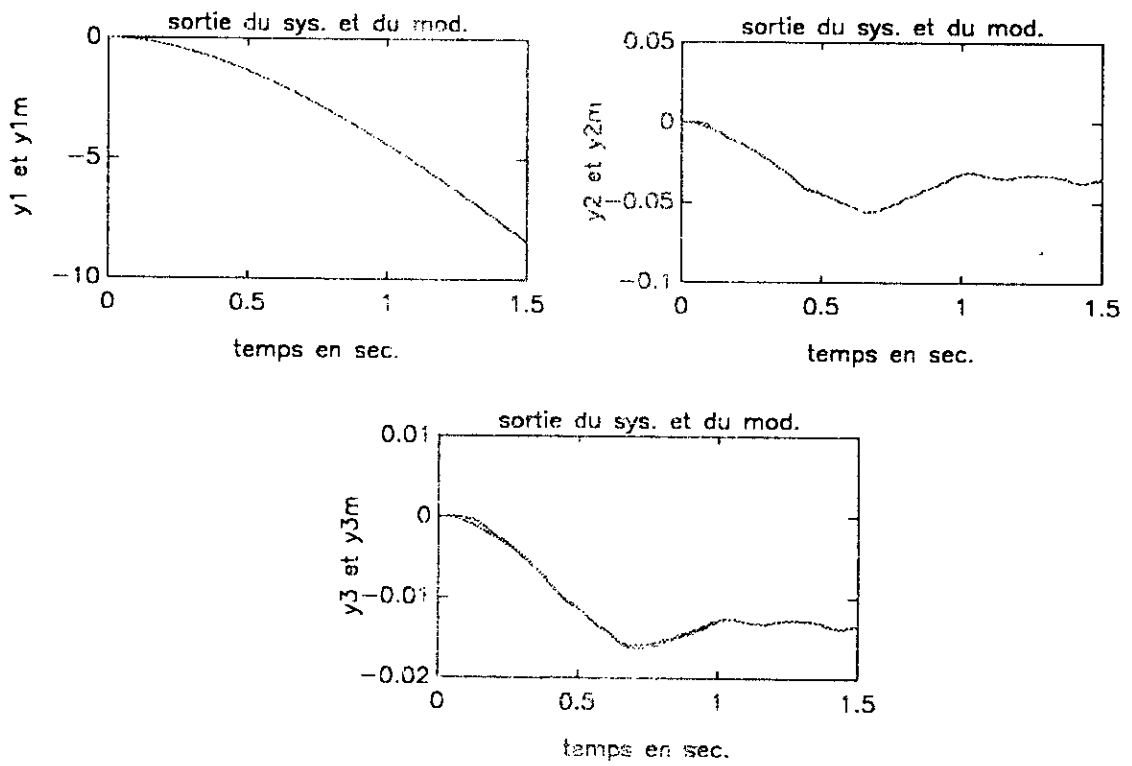


FIGURE IV-6 : Identification des sorties.

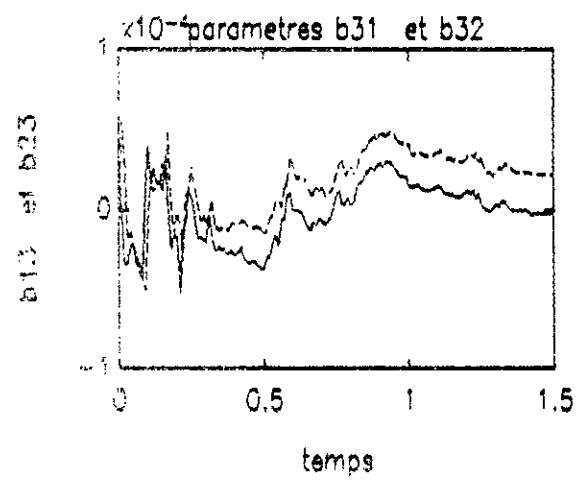
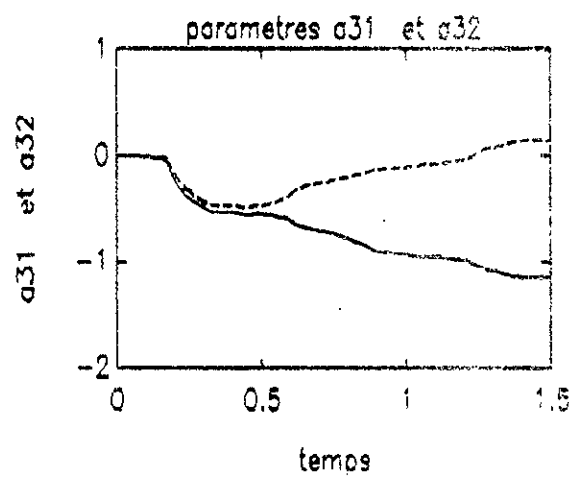
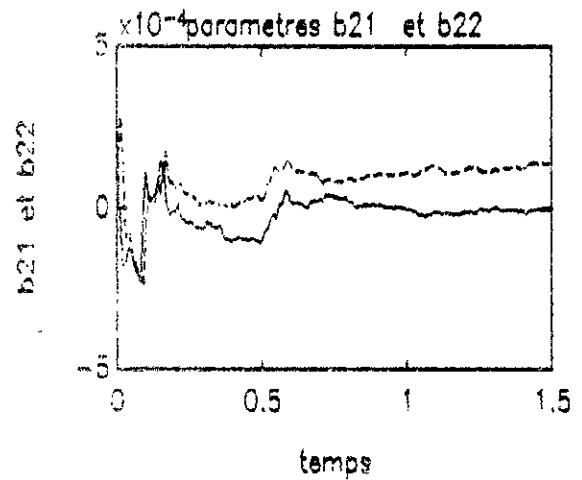
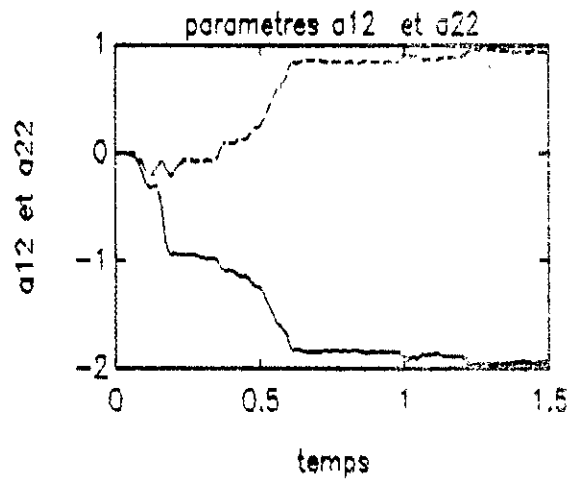
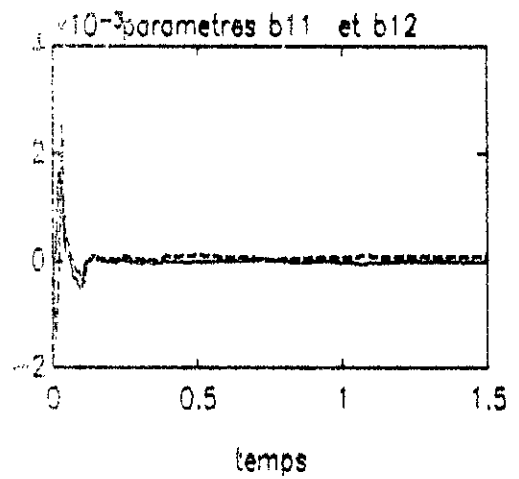
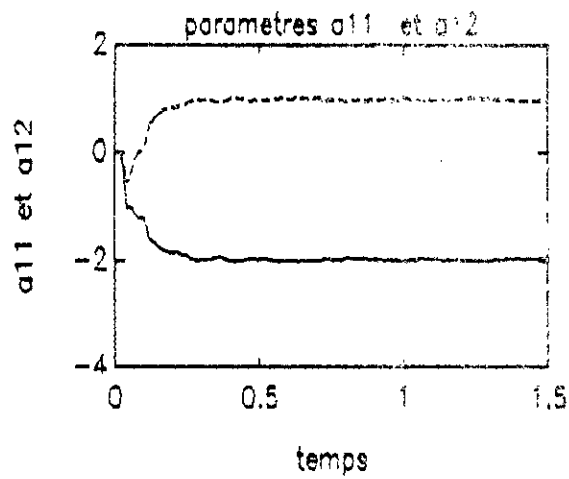


FIGURE IV-7. Evolution des paramètres de la matrice de rigidité.

IV-3-3- APPLICATION DES ALGORITHMES DE COMMANDE ADAPTATIVE AU ROBOT MANIPULATEUR :

La trajectoire de référence est une cycloïde: définie par l'équation (IV-11), elle sera appliquée à tous les algorithmes qui suivront.

-Application de l'algorithme PRPE :

Le critère à minimiser pour chaque sortie est:

$$J_i = \left\{ P_i(q^{-1})[y_i(t+d_i+1) - y_{di}(t+d_i+1)] + Q_i(q^{-1})u_i(t) \right\}^2 \quad (IV - 28)$$

On aboutit à la commande:

$$u_i(t) = \frac{P_i(q^{-1})y_{di}(t+d_i+1) - R_i(q^{-1})y_i(t)}{S_i(q^{-1}) + Q_i(q^{-1})} \quad ; i = 1,3 \quad (IV - 29)$$

Où R_i et S_i sont solutions de l'équation diophantine:

$$A_i(q^{-1})\Delta S_i^*(q^{-1}) + q^{-(d_i+1)}R_i(q^{-1}) = P_i(q^{-1}) \quad (IV - 30)$$

$$\Delta = 1 - q^{-1} \quad , S_i^* = \Delta S_i^*(q^{-1})$$

La structure du régulateur adaptatif multivariable est:

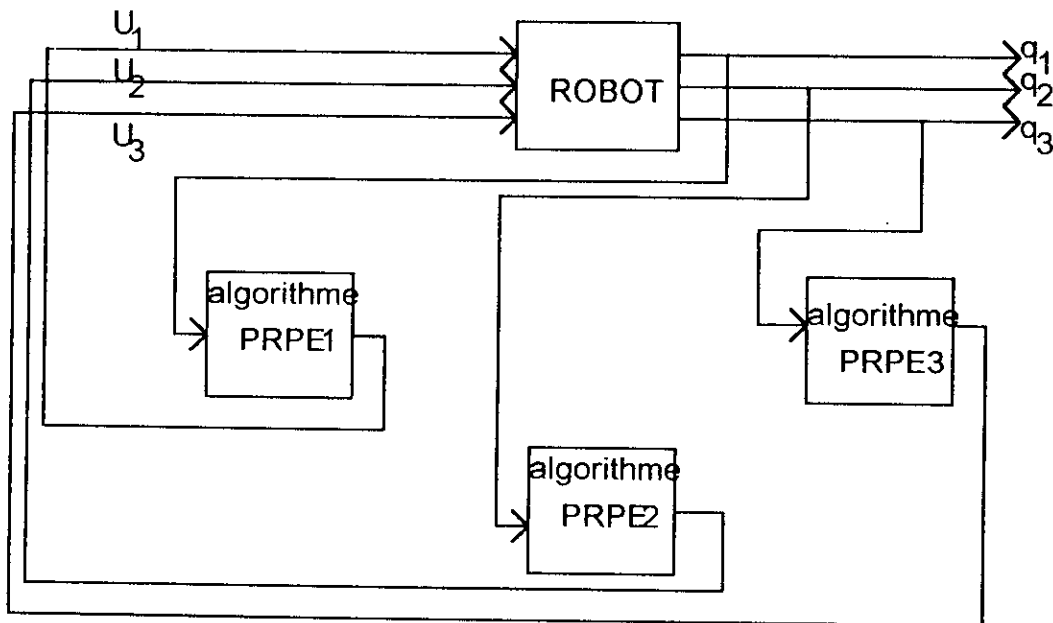


FIGURE IV-8-Structure du régulateur.

On introduit une pondération des entrées avec les polynômes suivants:

$$Q_1 = 0.0009 ; Q_2 = 0.07 ; Q_3 = 0.007$$

Et on impose:

$$P_i = 1, i = 1, 3.$$

-La figure (IV-9) représente l'algorithme PRPE appliqué au robot sans modèle de référence.

-Dans la figure (IV-10), on introduit un modèle de référence donné par:

$$\frac{B_{mi}(q^{-1})}{A_{mi}(q^{-1})} = \frac{0.0927 + 0.0687q^{-1}}{1 - 1.2451q^{-1} + 0.4066q^{-2}} ; i = 1, 3.$$

-Dans la figure (IV-11) sans modèle de référence, on introduit une variation de la masse m , qui passe de 20 kg à 10 kg, avec $Q_1 = 0.0009 * (1 - q^{-1})$, $Q_2 = 0.07$, $Q_3 = 0.007$.

-Application de l'algorithme GMV:

Le modèle de représentation est:

$$A_i(q^{-1})y_i(t) = q^{(d_i+1)}B_i^*(q^{-1})u_i(t) + C_i(q^{-1})e(t) + h_i \quad (IV - 31)$$

Où le degré de C_i ($i=1,3$) est de 2.

Le critère à minimiser dans cette stratégie est:

$$E \left\{ y_i(t+d+1) - y_{di}(t+d+1) + \frac{Q_i(q^{-1})}{C_i(q^{-1})} u_i(t) \right\}^2.$$

La commande est donnée par l'équation (IV-29), en remplaçant $P_i(q^{-1})$ par $C_i(q^{-1})$ $i=1,3$, (avec même choix des polynômes de pondération).

-La figure (IV-12) représente les résultats de simulation pour la stratégie GMV sans modèle de référence.

-Dans la figure (IV-13), on introduit le même modèle de référence que celui spécifié dans l'algorithme PRPE.

-La figure (IV-14) considère une variation de masse m de 20kg à 10kg sans modèle de référence.

-Application de l'algorithme PP :

La commande est donnée par:

$$u_i(t) = \frac{T_i(q^{-1})y_{di}(t+d+1) - R_i(q^{-1})y(t)}{S_i(q^{-1})} ; i = 1, 3 \quad (\text{IV-33})$$

Où $R_i(q^{-1})$ et $S_i(q^{-1})$ sont solutions de l'équation diophantaine généralisée:

$$A_{\lambda}^*(q^{-1})\Delta S_{\lambda}^*(q^{-1}) + q^{-(d+1)}B_{\lambda}^*(q^{-1})R_{\lambda}^*(q^{-1}) = P_{\lambda}^*(q^{-1}), S_{\lambda}^*(q^{-1}) = \Delta S_{\lambda}^*(q^{-1})$$

-La figure (IV-15) résulte de l'application de la stratégie PP sans modèle de référence.

-Dans la figure (IV-16), un modèle de référence identique aux précédents sont ajoutés à la stratégie PP.

-La figure (IV-17) considère une variation de la masse m de 20 kg à 10 kg sans modèle de référence.

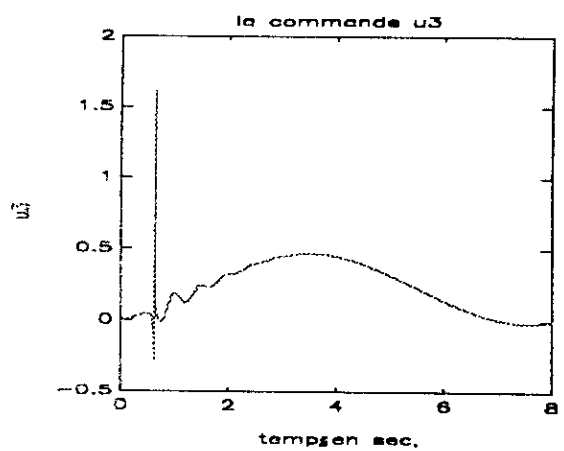
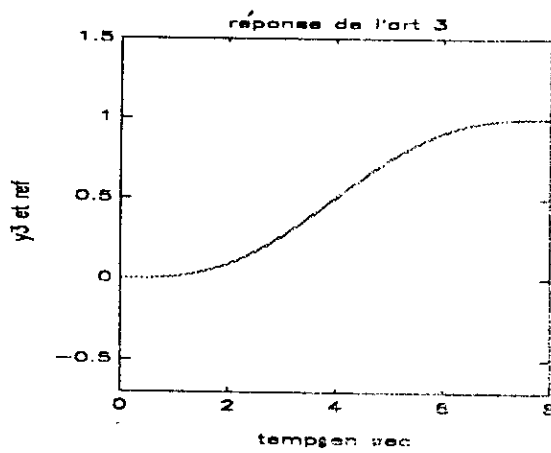
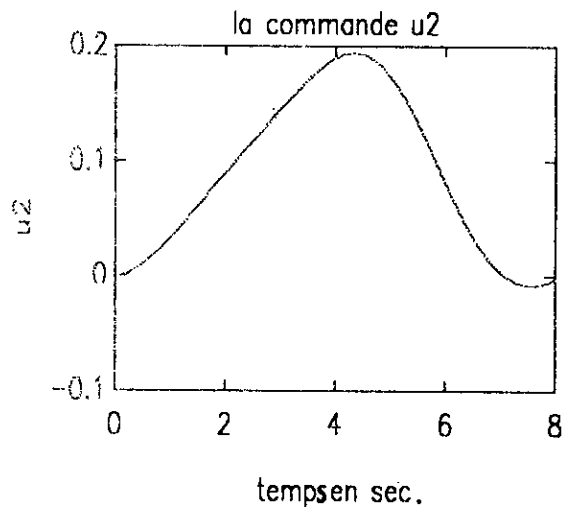
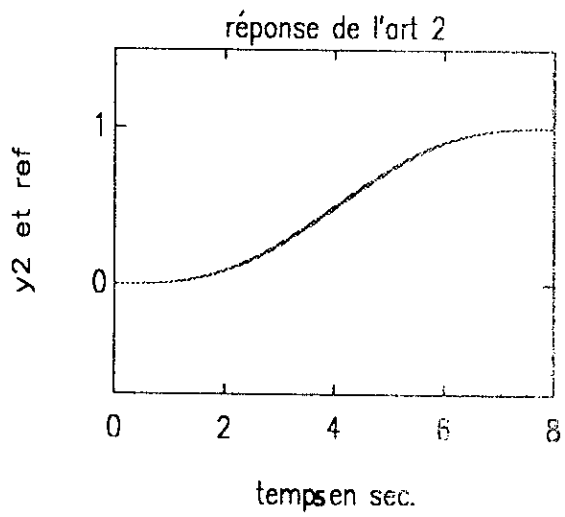
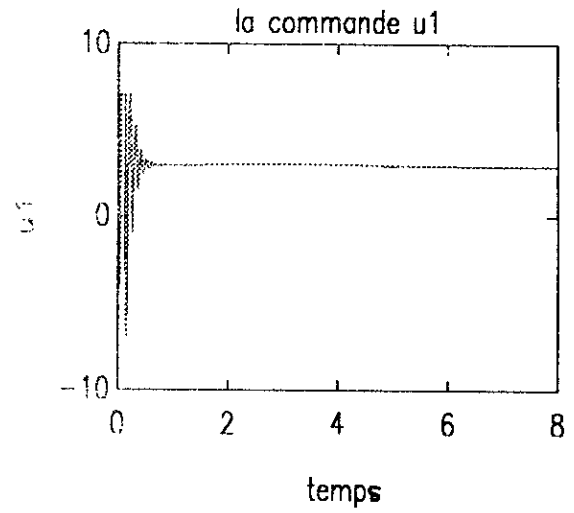
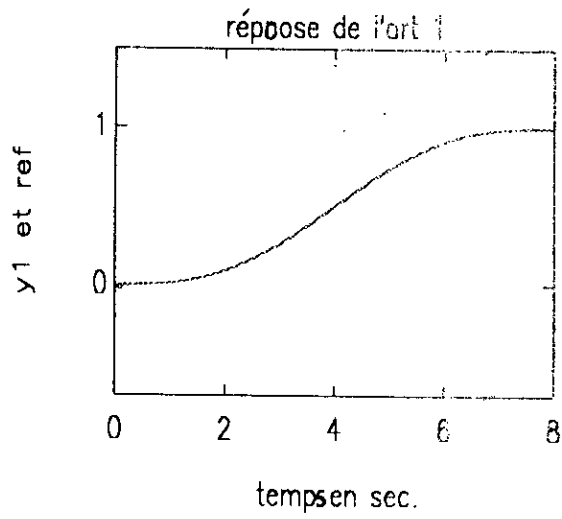


FIGURE IV 9 PRPE sans modèle de référence appliqué au robot.

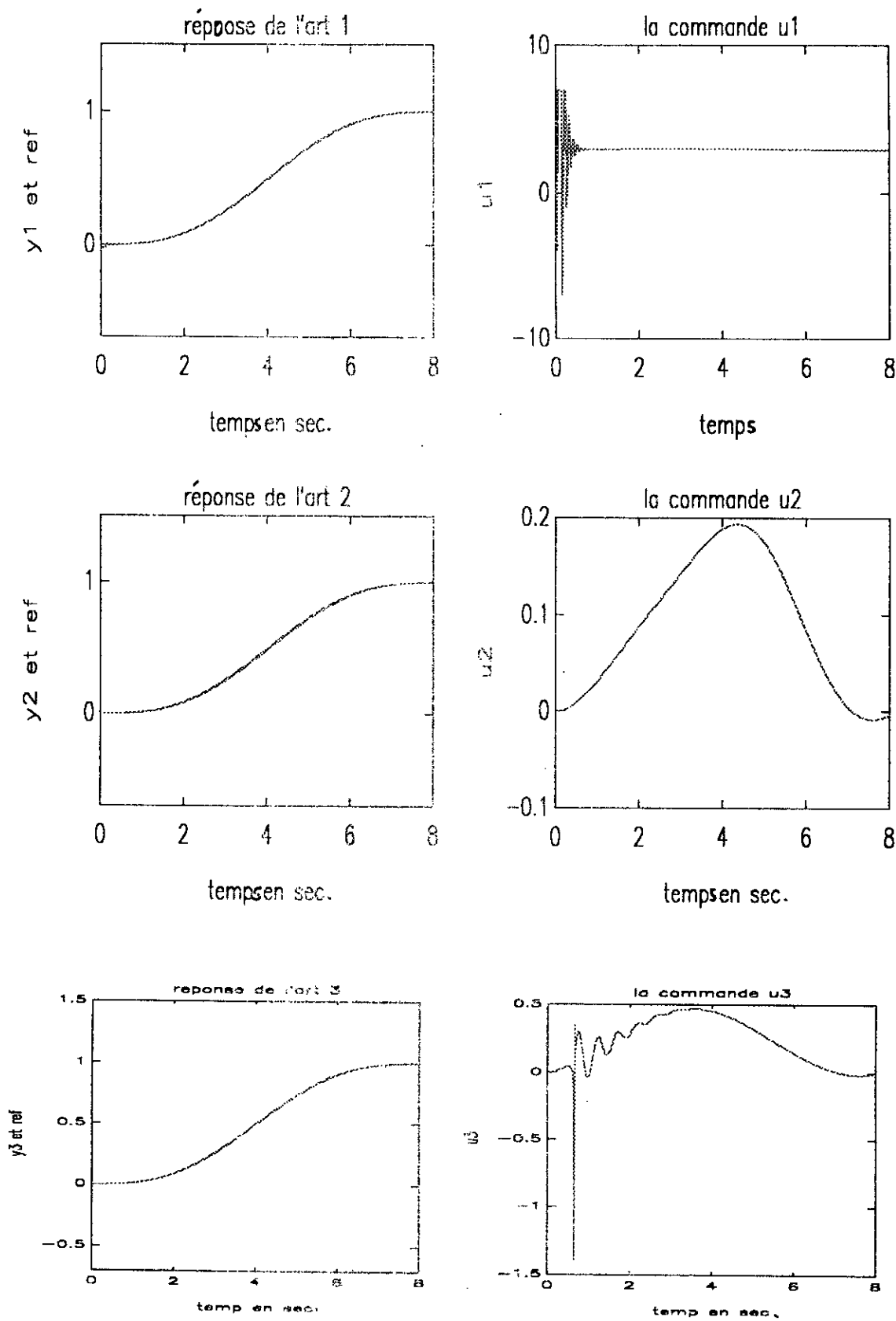


FIGURE IV 10 PRPE avec modèle de référence appliquée au robot.

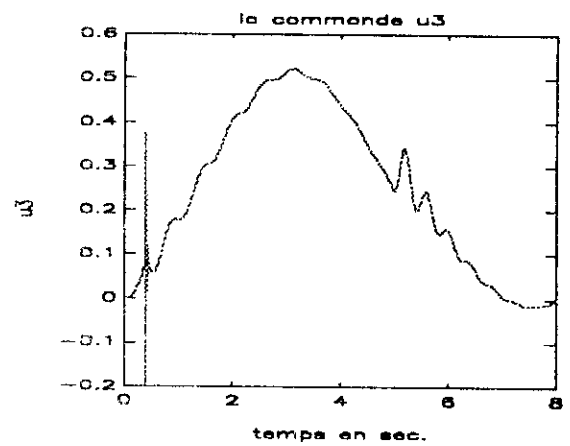
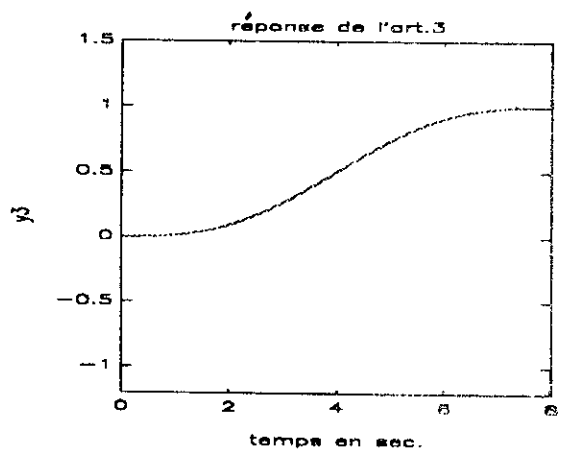
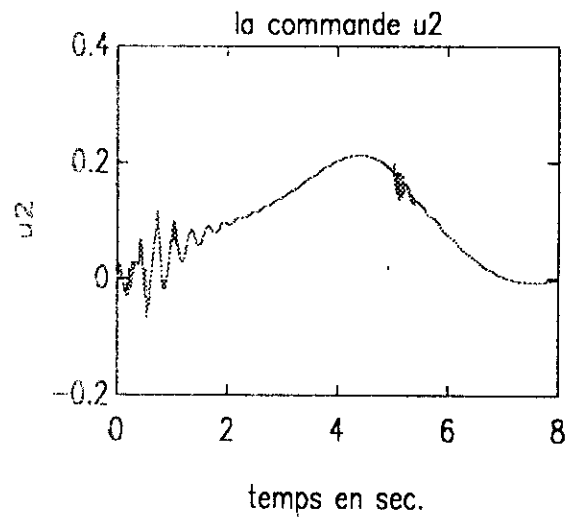
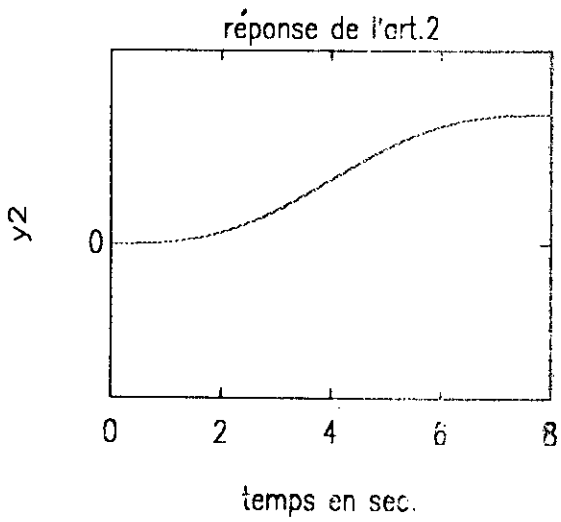
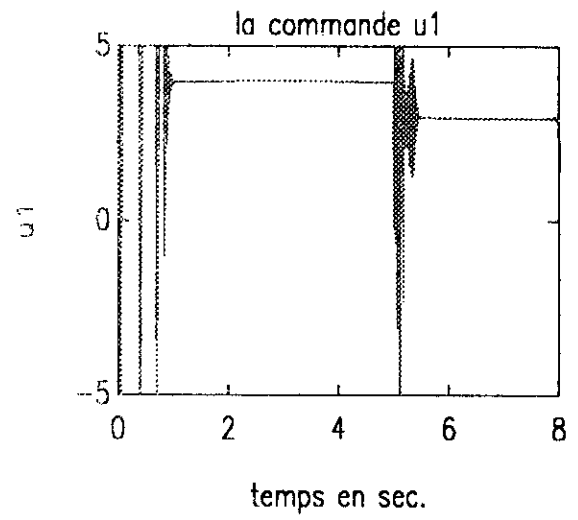
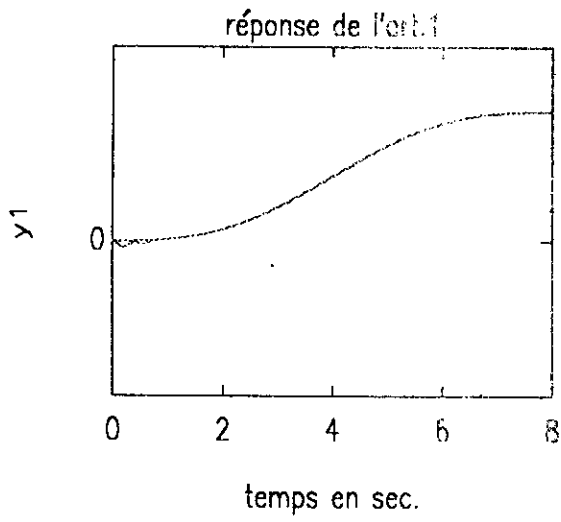


FIGURE IV 11 - PRPE avec variation de la masse.

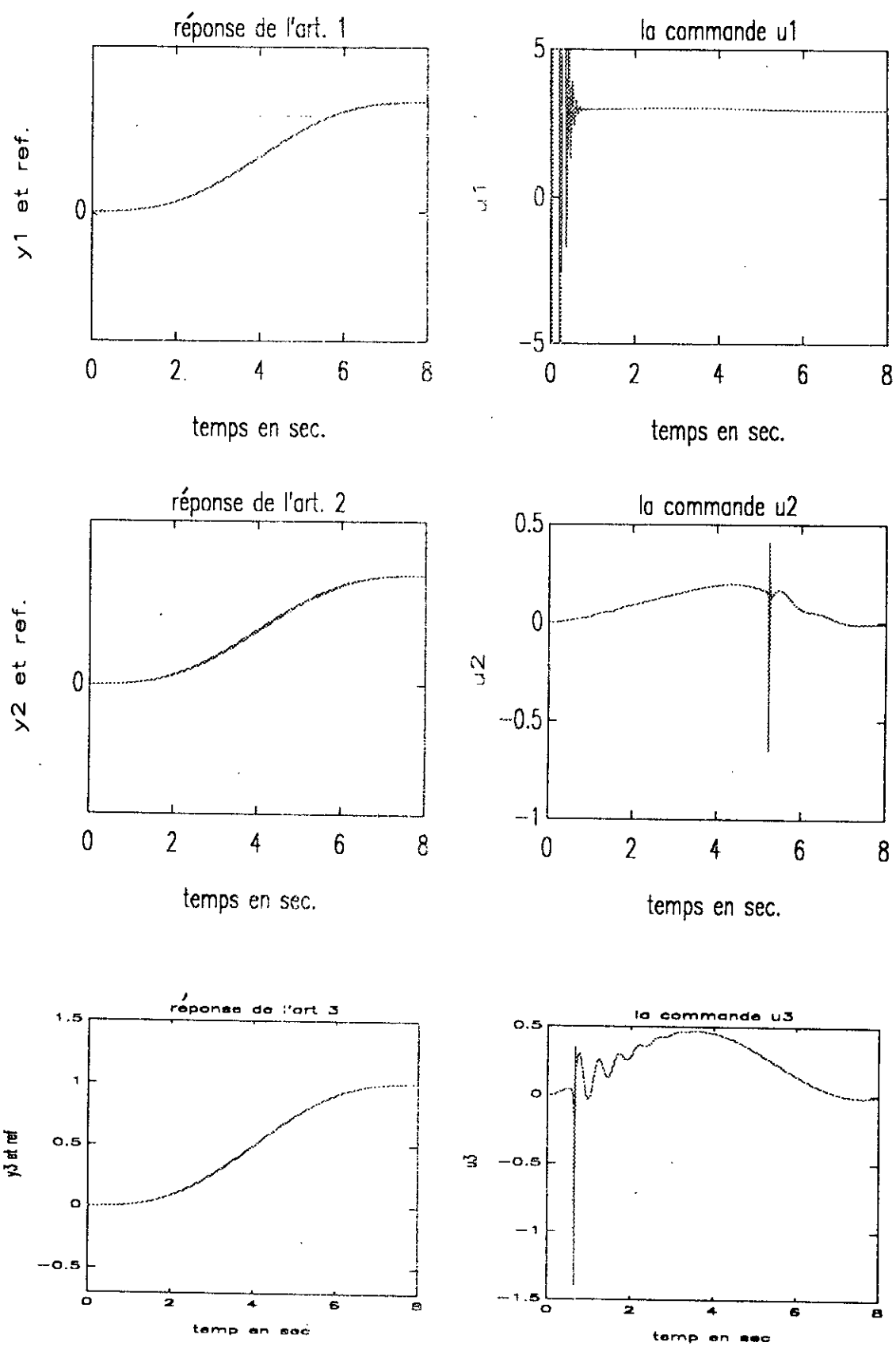


FIGURE IV 12 - GAV sans modele de référence appliqué au robot.

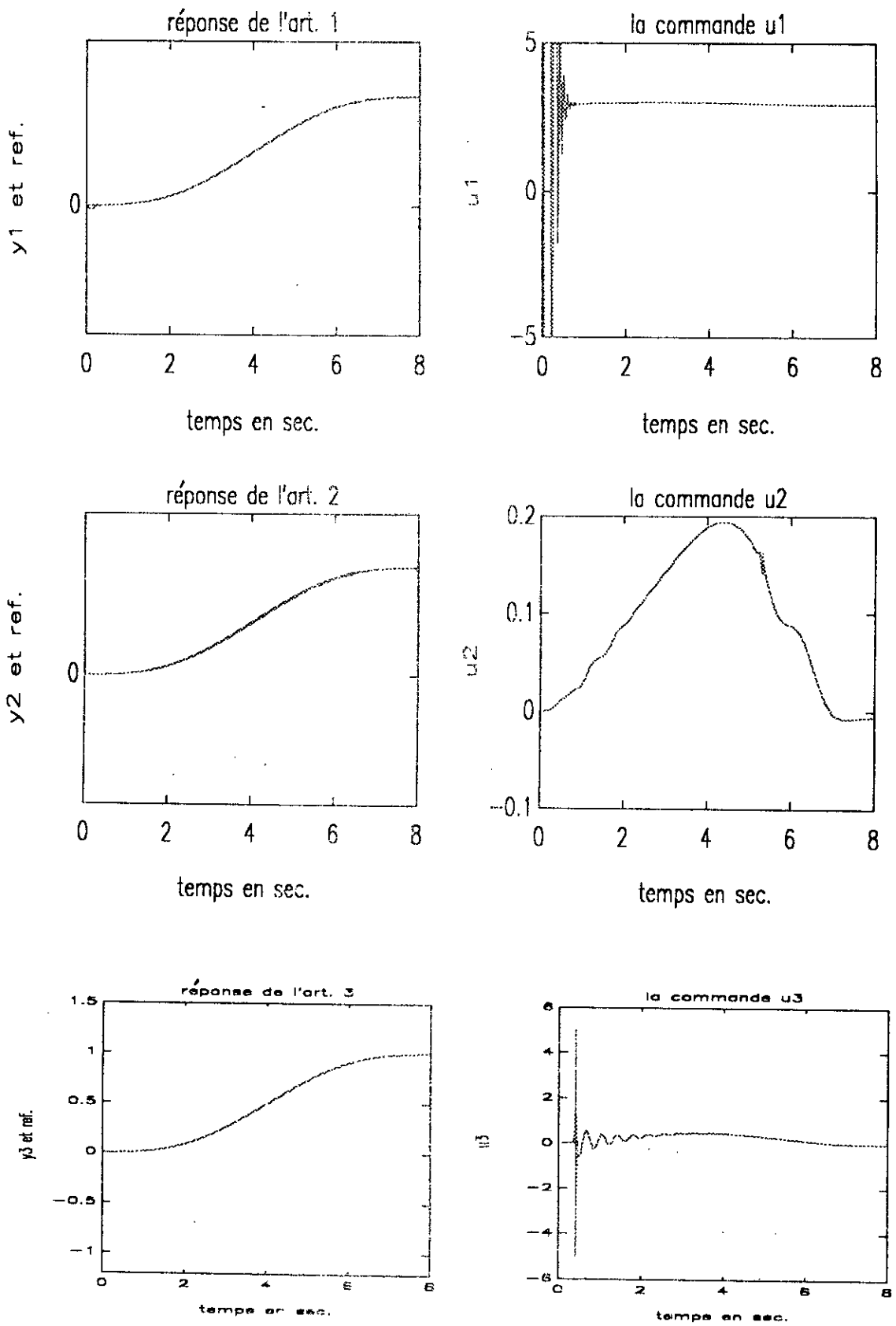


FIGURE IV 13 . GMV avec modele de référence appliquée au robot.

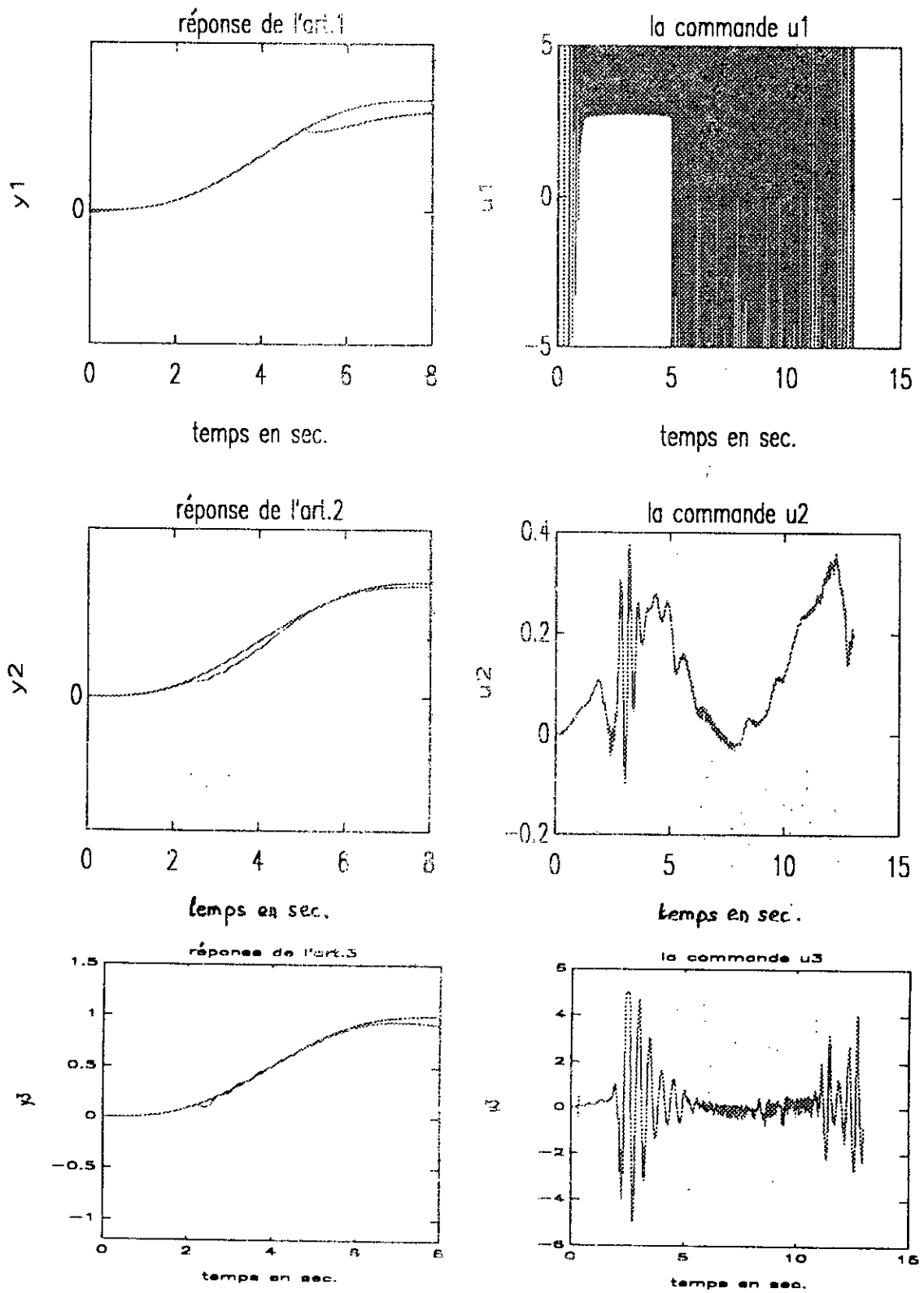


FIGURE IV -14 :GMV avec variation de la masse.

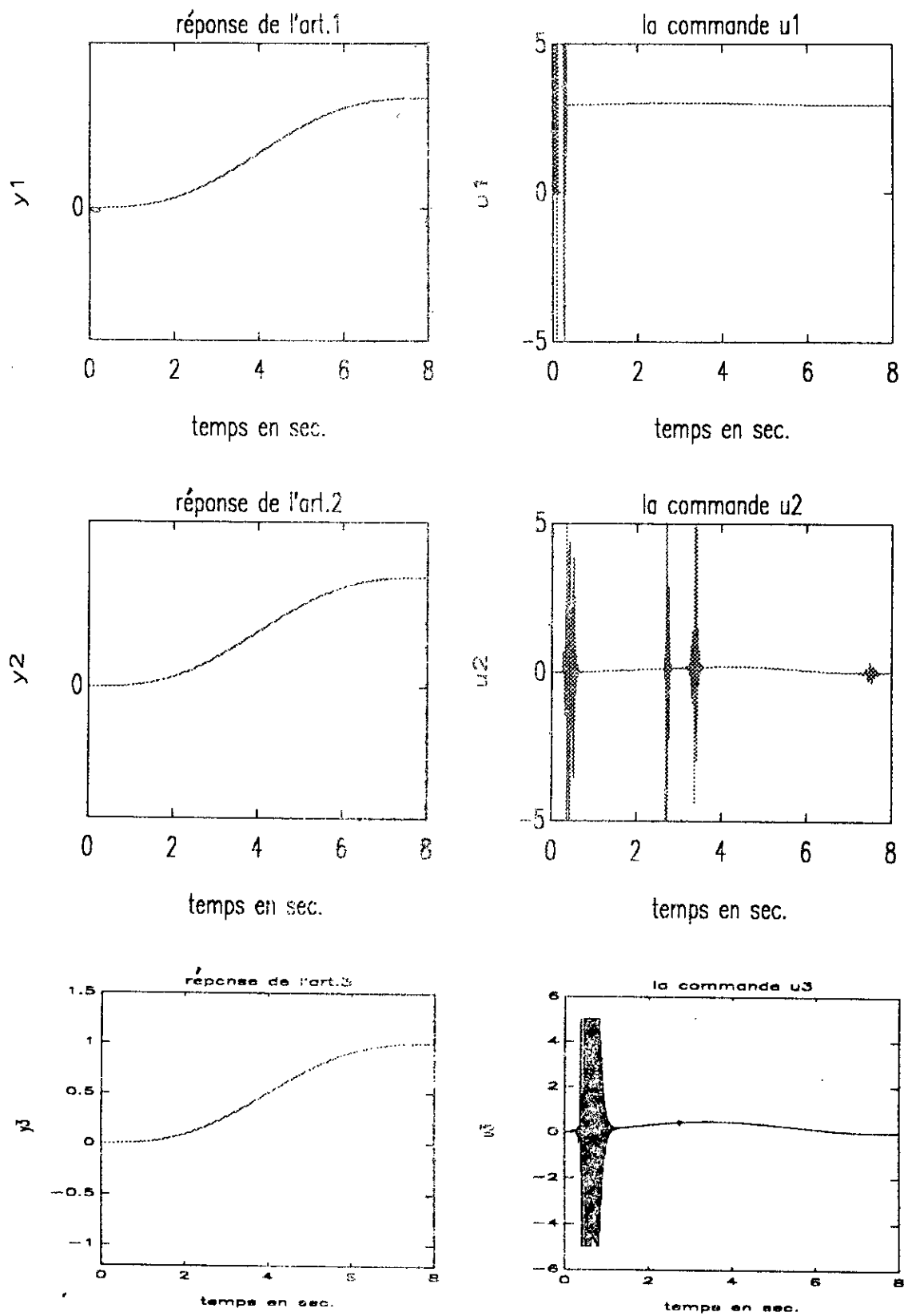


FIGURE IV 15 PP sans modèle de référence appliquée au robot.

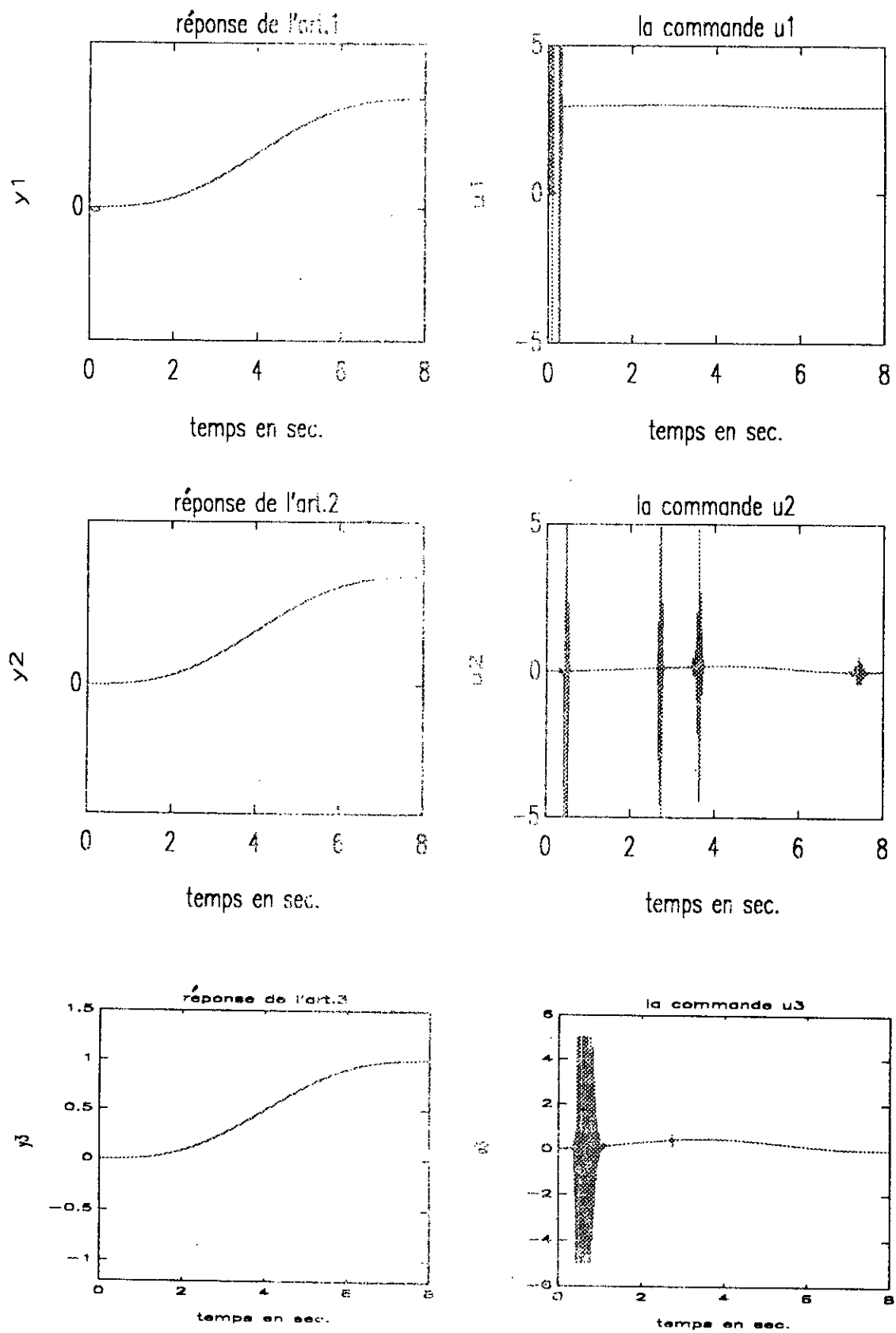


FIGURE IV-16 - AP avec modèle de référence appliqué au robot.

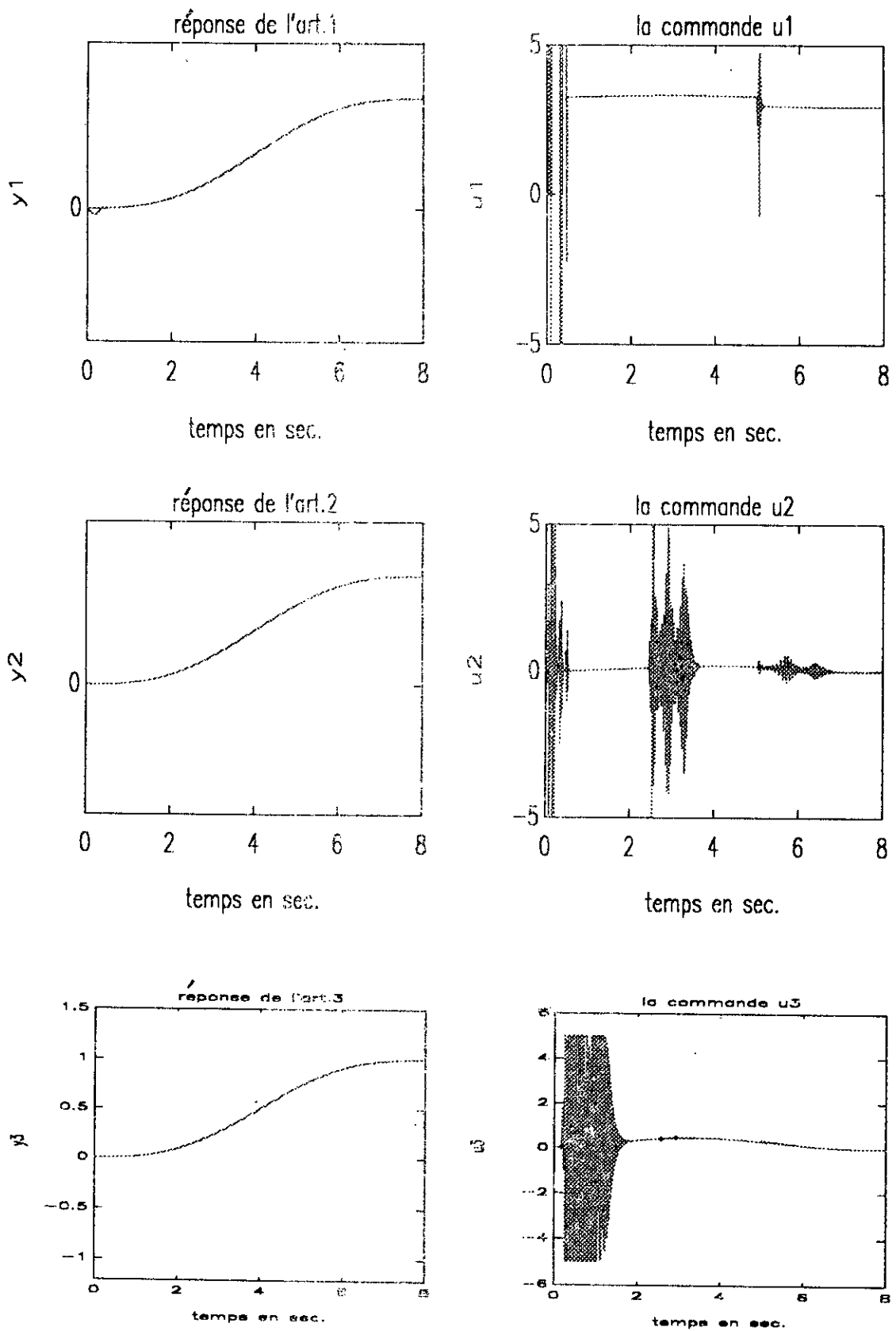


FIGURE IV - 17 : PP avec variation de la masse

IV-3-4- CONCLUSION :

Le but de ce chapitre est d'appliquer les algorithmes PRPE, GMV et PP à un système à phase non minimale (robot manipulateur) ce qui nous a permis d'obtenir de bons résultats de simulation. Nous avons considéré pour chacune de ces stratégies, trois applications différentes, la première ne prend pas en compte le modèle de référence, la seconde en introduit un; tandis que la troisième introduit une variation de la masse

La stratégie PRPE permet un grand choix des pôles en boucle fermée pour réduire l'effort de commande et assurer une meilleure poursuite et régulation.

La stratégie GMV est une extension de la stratégie précédente pour les processus modélisable par un modèle ARMAX (avec $P_i = C_i$), les deux méthodes nécessitent un bon choix des polynômes de pondération.

La stratégie PP ne nécessite pas l'introduction d'un polynôme de pondération.

La commande adaptative du robot manipulateur nécessite un algorithme d'identification rapide vu le comportement non linéaire de celui-ci. Les résultats ont montré la robustesse de ces stratégies aux variations paramétriques et aux erreurs d'identifications.

**CONCLUSION
GENERALE**

Dans ce travail, nous avons présenté la commande adaptative avec ses approches directe et indirecte, appliquée aux systèmes à phase non minimale. Les stratégies PROI et VM donnent de mauvais résultats pour cette raison nous ne les avons pas appliquées au robot manipulateur, tandis que les stratégies PRPE, GMV, PP résolvent le problème des systèmes à phase NMP qui ont été appliqués au robot.

Pour la stratégie PRPE nous avons un large domaine de choix du polynôme P en faisant attention au choix adéquat du polynôme Q.

La stratégie PP diffère de la précédente en ce qu'elle n'introduit pas de pondération sur l'entrée. L'imposition d'une dynamique unitaire nécessite un effort de commande important, même en imposant une dynamique de référence.

La stratégie GMV est une solution dans le cas où on modélise le système par un modèle ARMAX.

Dans le dernier chapitre, on a appliqué les trois dernières stratégies à un robot manipulateur, en utilisant leurs extensions au cas multivariable, malgré que nous n'ayons pas détaillé ces dernières. Pour cela on a choisi une représentation diagonale-diagonale du robot. Vu le comportement non linéaire du robot, nous avons utilisé l'algorithme à trace constante qui est rapide pour l'identifier (l'algorithme à facteur d'oubli variable ayant donné une mauvaise poursuite dans le chapitre III n'a pas été choisi).

Avant de finir, il est nécessaire de donner quelques perspectives. Une étude détaillée des stratégies PRPE, PP, GMV devraient être développées pour le cas multivariable, dans ce cas le modèle du robot serait identifié par un modèle plein-plein. L'algorithme d'identification devrait être très rapide, on utilise par exemple les réseaux de neurones.

ANNEXES

ANNEXE 1

" TRANSFORMEE EN Z D'UN SYSTEME SISO"

La transformée en Z permet un traitement, des signaux et systèmes numériques, et des systèmes échantillonnés, analogue à celui que permet la transformée de Laplace pour les signaux continus. La procédure est définie comme suit:

- Chercher k et δ , où k est un entier naturel et $0 < \delta < T_e$; avec T_e la période d'échantillonnage, tels que:

$$\Delta = (k-1) \cdot T_e + \delta. \quad (A-1)$$

δ étant le retard fractionnaire, on peut définir:

$$\delta_1 = T_e - \delta. \quad (A-2)$$

-Développer l'expression:

$$e^{s(T_e - \delta)} \frac{B(s)}{A(s)} \quad (A-3)$$

Pour obtenir:

$$e^{s\delta_1} \left\{ \frac{G(0)}{s} + \sum \frac{\gamma_i}{s + p_j} \right\} \quad (A-4)$$

Où les γ_j sont les résidus des pôles p_j .

$$\gamma_i = \frac{B(-p_i)}{\left[\frac{d}{ds} s \cdot A(s) \right]_{s=-p_i}} \quad (A-5)$$

-Déterminer la transformée en Z, terme par terme du développement, d'où le résultat:

$$\frac{G(0)}{1-z^{-1}} + \sum \frac{\alpha_i \gamma_i}{1-q_i z^{-1}} \quad (\text{A-6})$$

Avec:

$$q_i = e^{-p_i T_e} \quad \text{et} \quad \alpha_i = e^{p_i \delta_i}$$

-Mettre sous la forme d'une fonction rationnelle en z^{-1}

$$\begin{aligned} G(z^{-1}) &= z^{-k} \frac{B^*(z^{-1})}{A(z^{-1})} \\ &= z^{-k} \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}} \end{aligned} \quad (\text{A-7})$$

Maintenant:

$$\begin{aligned} b_0 &= G(0) + \sum \alpha_i \gamma_i \\ &= G(0) + \sum \gamma_i \quad \text{lorsque } \delta = h. \end{aligned} \quad (\text{A-8})$$

Mais c'est proportionnel aux coefficients de s^n dans $B(s)$ qui est en général nul pour les procédés réels. Dès lors, si Δ est un multiple entier de T_e (par exemple si $\Delta=0$), le polynôme du numérateur $B^*(z^{-1})$ a n coefficients au lieu de $n+1$.

ANNEXE 2

"RESOLUTION DE L'EQUATION DE DIOPHANTINE"

L'équation diophantine étant très utilisée, il est donc nécessaire de donner la méthode de résolution de celle-ci.

Soit $A(q^{-1})$ et $B(q^{-1})$ deux polynômes premiers entre eux, de la forme:

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_n q^{-n} ; a_n \neq 0. \\ B(q^{-1}) &= b_1 q^{-1} + \dots + b_m q^{-m} ; b_m \neq 0. \end{aligned} \quad (A-9)$$

Alors, l'identité polynomiale:

$$A(q^{-1})S(q^{-1}) + B(q^{-1})R(q^{-1}) = P(q^{-1}), \quad (A-10)$$

où $P(q^{-1})$ est un polynôme de degré $(2r-1)$ et $r = \max(n, m)$ a une solution unique.

$$\begin{aligned} S(q^{-1}) &= 1 + s_1 q^{-1} + \dots + s_{r-1} q^{1-r}. \\ R(q^{-1}) &= r_0 + r_1 q^{-1} + \dots + r_{r-1} q^{1-r}. \end{aligned} \quad (A-11)$$

En définissant $a_i = 0$ pour $i > n$, et $b_j = 0$ pour $j > m$, on déduit

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & 1 & \dots & 0 & b_1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 1 & \dots & \dots & b_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{r-1} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_r & \dots & \dots & b_{r-1} & \dots & \dots & \dots \\ 0 & a_r & \dots & a_{r-1} & b_r & \dots & b_{r-j} \\ 0 & 0 & \dots & a_r & 0 & \dots & b_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \dots \\ \dots \\ s_{r-1} \\ r_0 \\ \dots \\ \dots \\ r_{r-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ p_1 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ p_{2r-1} \end{bmatrix}$$

La matrice dans la partie gauche est la matrice de Sylvester. Le théorème de Sylvester nous assure que cette matrice est non singulière. Donc, le système matriciel a une solution unique définie précédemment.

ANNEXE 3

"TRANSFORMATION DE DENAVIT ET HARTENBURG"

Les notations de Denavit-Hartenburg se réfèrent à un système mécanique articulé, doté de n degrés de liberté. Il faut donc fixer les repères à chaque articulation, en respectant les étapes suivantes:

-Etape 1: Numéroté toutes les liaisons et articulations, l'élément de départ étant noté 0, et l'élément terminal noté n . La liaison $i + 1$ se déplace par rapport à i (rotation ou translation).

-Etape 2: Les axes des repères (x_i, y_i, z_i) sont établis en respectant les règles suivantes:

- L'axe (z_{i-1}) est choisi le long de l'articulation i .
- L'axe (x_i) est choisi perpendiculaire à (z_{i-1}) .
- L'axe (y_i) est choisi de telle sorte à former un trièdre direct.

-Etape 3: Définir les quatre paramètres suivants:

- θ_i : angle entre (x_{i-1}) et (x_i) obtenu par rotation de (x_{i-1}) vers (x_i) autour de (z_{i-1}) .
- d_i : coordonnées de O_i dans R_{i-1} le long de (z_{i-1}) .
- a_i : distance entre (z_{i-1}) et (z_i) le long de (x_i) .
- α_i : angle entre (z_{i-1}) et (z_i) .

On peut alors représenter les repères dans les articulations comme suit:

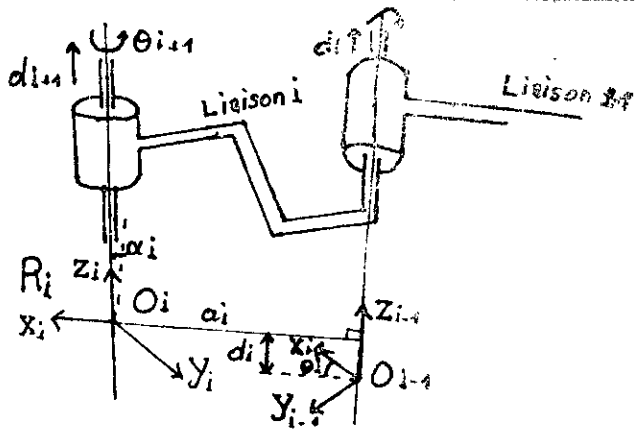


Figure A-1 : Représentation des notations de D-H.

REFERENCES
BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] P. Borne, "Modélisation et commande des processus", Technip, 1992.
- [2] I. D. Landau, "Identification et commande des systèmes", Hermes, 1988.
- [3] M.M'Saad, "Sur l'applicabilité de la commande adaptative", Thèse de doctorat, INPG, Grenoble, 1987.
- [4] I. D. Landau & L. Dugard, "Commande adaptative: aspects pratiques et théoriques", Masson, 1986.
- [5] J. M. Dion & I. D. Landau, "Commande adaptative des systèmes", Ecole d'été d'automatique de Grenoble, 1990.
- [6] V. V. Chalam, "Adaptive control systems: Techniques and applications", Marcel-Dekker, 1986.
- [7] L. Guenfaf, "Etude de différentes stratégies de commande adaptative: Application à un robot manipulateur", Thèse de magister, ENPA, Alger, 1995.
- [8] D. W. Clarke, "Self-tuning control of non minimum phase systems", Automatica, Vol. 20, N° 5, PP 501-517, 1984.
- [9] G. C. Goodwin & K. S. Sin, "Adaptive filtering prediction and control", Prentice-Hall, 1984.
- [10] R. Lozano, "Commande adaptative des systèmes à minimum et non minimum de phase", Thèse de doctorat, INPG, Grenoble, 1981.
- [11] R. Kumar & J. B. Moore, "On adaptive minimum variance regulation for non minimum phase plants", Automatica, Vol. 19, N° 4, pp 449-451, 1983.
- [12] M. M'Saad & al., "Adaptive controllers for discrete-time systems with arbitrary zeros: an overview", Automatica, Vol. 21, N°4, pp 413-424, 1985.
- [13] Y. Koren, "La robotique pour ingénieur", Mc Graw-Hill, 1986.
- [14] C. Vibet, "Robots: principes et contrôle", Ellipses, 1987.
- [15] Z. Tijjani & M. F. Belazreg, "Commande adaptative non linéaire d'un bras de robot manipulateur", Thèse d'ingénieur, ENPA, Alger, 1995.
- [16] K. S. Fu & al., "Robotics: Control, sensing, vision and intelligence", Mc-Graw-Hill, 1987.