

15/95

— REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département de Génie Electrique

الجامعة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

*en vue de l'obtention du diplôme-d'Ingénieur d'Etat en Génie Electrique:  
option Automatique*

Thème:

**SUR LA COMMANDE ADAPTATIVE DECENTRALISEE  
DES SYSTEMES INTERCONNECTES**

Proposé par :  
D. BOUKHETALA

Dirigé par:  
D. BOUKHETALA

Etudié par:  
Mohamed.GAREH

Juillet 1995

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département de Génie Electrique

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

*en vue de l'obtention du diplôme d'Ingénieur d'Etat en Génie Electrique:  
option Automatique*

Thème:

**SUR LA COMMANDE ADAPTATIVE DECENTRALISEE  
DES SYSTEMES INTERCONNECTES**

Proposé par :  
D. BOUKHETALA

Dirigé par:  
D. BOUKHETALA

Etudié par:  
Mohamed.GAREH

Juillet 1995

## DEDICACES

- *À ma chère mère, qu'elle reçoive le témoignage de ma profonde affection.*

- *À mon très cher père*

- *À tous mes frères*

- *À toutes mes sœurs*

- *À toute ma famille*

- *À tous mes amis.*

## AUANT - PROPOS

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à mon promoteur Monsieur D. BOURKHETALA, pour l'aide qu'il m'a apporté pour réaliser ce mémoire.

Je tiens également à remercier Messieurs les membres du jury, qui m'ont fait l'honneur de juger ce travail.

Sans oublier d'exprimer mes remerciements à tous mes amis, et à tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin.

Que les enseignants qui ont contribué à ma formation reçoivent toute ma gratitude.

Je tiens à exprimer ma profonde affection à ma sœur Hamina et à mon frère Abdallah.

# SOMMAIRE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

## CHAPITRE I: INTRODUCTION ET GENERALITES

I.1. Introduction.....	1
I.2. Une vue sur la commande décentralisée.....	3
I.3. Aperçu sur la commande adaptative.....	4
I.4. Stabilisation des systèmes interconnectés.....	5

## CHAPITRE II: COMMANDE ADAPTATIVE, DECENTRALISEE DIRECTE

II.1. Introduction.....	9
II.2. Schéma de commande de l'approche centralisée de NARENDRA.....	11
II.3. Conception robuste du schéma adaptatif.....	18
II.4. L'approche directe de la commande adaptative décentralisée.....	19
II.5. Synthèse d'une commande adaptative décentralisée avec approche directe.....	22
II.6. Analyse de stabilité.....	28
II.7. Récapitulation.....	32
II.8. Exemple de simulation.....	34
II.9. Conclusion.....	45

## CHAPITRE III: COMMANDE ADAPTATIVE DECENTRALISEE INDIRECTE

III.1. Introduction.....	47
III.2. Structure d'un algorithme de commande adaptative décentralisée indirecte.....	48
III.3. Description du processus et suppositions.....	49
III.4. Propriétés de l'algorithme d'identification.....	51
III.5. Synthèse du contrôleur adaptatif.....	53
III.6. Algorithme d'identification.....	56
III.7. Observateur d'état décentralisé adaptatif.....	58
III.8. Stabilité du système interconnecté.....	60
III.9. Propositions.....	61
III.10. Exemple de simulation.....	64
III.11. Conclusion.....	85

## CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES..... 87

## BIBLIOGRAPHIE..... 90

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

*Chapitre I*

*INTRODUCTION*

*ET*

*GENERALITES*

## **I.1. INTRODUCTION:**

Face à la croissance de la complexité des systèmes dynamiques dans le domaine technologique et industriel, les chercheurs se sont confrontés à un grand déficit.

Ce déficit se manifeste, en général, dans la génération des lois de commandes, qui, en leurs rôles, permettent d'optimiser certaines fonctions avec des contraintes dont on peut citer :

- La minimisation du coût de l'implémentation des lois de commande.
- L'augmentation de la fiabilité des contrôleurs.
- La minimisation du taux d'informations utilisées pour la génération des lois de commande, et d'autres types de contraintes selon la nature du système utilisé.

Face à de telles contraintes; la génération d'une loi de commande centralisée pour ces types de systèmes se révèle incapable de satisfaire toutes les contraintes; néanmoins en satisfaisant quelques unes.

La commande décentralisée a été introduite dans les deux dernières décennies, pour pallier à ces inconvénients.

A cause des résultats satisfaisants apportés par cette approche, des investigations se sont menées de plus en plus sur cette dernière par plusieurs chercheurs, et dans tous les types de commandes classiques ou modernes [4], [6], [10].

Dans ce mémoire, nous allons aborder le problème de la commande décentralisée par approche adaptative. Ce type de commande présente un intérêt capital dans le milieu industriel, particulièrement dans les systèmes complexes.

Le présent mémoire sera organisé comme suit:

Le premier chapitre constitue une introduction générale, dans laquelle, on donne un aperçu général sur quelques techniques dans le domaine de la commande décentralisée et sur la commande adaptative ainsi que les problèmes apparaissant dans l'utilisation de la commande décentralisée qui se caractérisent principalement par la présence des modes fixes.

Le second chapitre sera consacré à la commande adaptative par approche directe à modèle de référence.

Dans cette commande on considère pour chaque sous-système un modèle de référence et une loi d'adaptation assurant la stabilité de chaque sous-système, en tenant en compte les interconnexions entre les sous-systèmes. Enfin des résultats de simulation ont été donnés.

Dans le troisième chapitre, le problème de la commande adaptative décentralisée par l'approche indirecte a été abordé. Le schéma adaptatif est constitué par un algorithme d'identification et un observateur adaptatif et une loi de commande basée sur la théorie de la commande optimale discrète. L'algorithme d'identification par la méthode du gradient a été utilisé et celui des moindres carrés récurrents a été modifié pour assurer la stabilité du système globale.

## **I.2 UNE VUE SUR LA COMMANDE DECENTRALISEE:**

Avec la demande progressive sur la commande décentralisée grâce à ces avantages dans plusieurs domaines d'applications, on lui a rendu un grand intérêt dans cette dernière décennies; comme nous l'avons mentionné précédemment.

Les principaux domaines d'applications dont la commande décentralisée se révèle très avantageuse; sont:

1. Les réseaux électriques de puissance.
2. Les réseaux de transport urbain.
3. Les réseaux de communications numériques.
4. Systèmes économiques (décentralisation de la prise de décision, calculs distribués).
5. La robotique (des implémentations sont faites dans ce domaine avec un grand succès), [20].
6. Et tout les systèmes de grande envergure, et dont la complexité de calcul rend l'implémentation d'une commande centralisée n'est pas rentable et n'est pas fiable.

la commande décentralisée est utilisée dans les systèmes complexes qui sont généralement constitués de plusieurs sous-systèmes éloignés géographiquement dont on a accès qu'à des variables de sorties et de commandes locales. La commande décentralisée pourra être également utilisé dans des systèmes volontairement décomposés pour des raisons de complexité (LOPARO et KUO dans [12], SILJAK et VUKCEVIC [11] ET SABERI [15]).

Plusieurs approches de synthèse de la commande décentralisée ont été développées, parmi lesquelles on peut citer:

- a. Les méthodes basées sur la commande décentralisée stochastique, une conception basées sur la minimisation d'un critère quadratique en présence des perturbation [18].
- b. Méthodes basées sur la commande optimale dans le cas décentralisé [18].
- c. Techniques de placement de pôles [13], [14], [16].

Lors de l'utilisation de ces techniques, les hypothèses suivantes sur le système doivent être respectées:

- a. Les systèmes sont linéaires.
- b. Les paramètres des systèmes sont supposés invariants dans le temps.
- c. Les systèmes sont supposés à paramètres connus si, cependant, ces hypothèses ne sont pas vérifiées, un recours à d'autres techniques sera obligatoire, parmi ces techniques on peut citer:

- a. La commande décentralisée robuste si l'hypothèse c n'est pas vérifiée. Cette technique a été discutée par DAVISON dans [19].

- b. La commande adaptative décentralisée qui peut s'introduire lorsque les hypothèse a, b, c, ne sont pas vérifiées.

Notons que ces deux techniques peuvent également être appliquées aux systèmes dont les hypothèses a. b. c. sont respectées, pour rejeter les effets des interconnexions entre les sous-systèmes, [4] - [10].

### **I.3. APERCU SUR LA COMMANDE ADAPTATIVE [10] :**

Les méthodes les plus connues de synthèse des systèmes adaptatifs sont basées sur les deux approches suivantes:

- a. L'approche "Self - Tuning" ou auto-ajustable.
- b. L'approche "MRAC" ou modèle de référence.

### **I.3.1. L'APPROCHE SELF-TUNING:**

Le principe de cette approche a été développé en premier lieu par ASTROM et WITTENMARK, en utilisant le principe de "l'équivalence certaine".

Les premiers schémas adaptatifs ont concerné les systèmes linéaires monovariables.

Deux types de technique d'adaptation sont utilisés en général:

- a. L'adaptation indirecte qui comporte deux étapes à chaque période d'échantillonnage:
  - la première phase consiste à identifier de manière récursive un modèle du procédé.
  - La deuxième phase consiste à calculer les paramètres du régulateur à partir des paramètres estimés du procédé.
- b. L'adaptation directe, qui comporte une seule étape, à chaque période d'échantillonnage où les paramètres du contrôleur sont directement identifiés de manière récursive.

Dans cette technique le procédé est identifié implicitement avec une reparamétrisation de ses paramètres en termes des paramètres du contrôleur.

### **I.3.2. L'APPROCHE AVEC MODELE DE REFERENCE:**

Deux orientations ont été développées dans ce cadre;

- a. La première, la plus ancienne, est due à PARKS [      ], qui utilise la théorie de la stabilité de LYAPUNOV.
- b. La seconde; la plus utilisée actuellement, a été introduite par LANDAU. Elle est basée sur les concepts d'hyperstabilité et de positivité de POPOV.

Un modèle de référence est un système auxiliaire, excité par les mêmes entrées principales que le procédé.

Son rôle est d'engendrer un indice de performance comme référence, qui est comparé à l'indice de performance ajustable du procédé. L'écart mesuré est utilisé par le mécanisme d'adaptation, soit pour modifier les paramètres du système ajustable, soit pour générer un signal de commande afin de minimiser l'écart entre les deux indices de performances. Cet écart est obtenu directement en comparant les états (ou les sorties) du modèle et du procédé.

#### **I.4. STABILISATION DES SYSTEMES INTERCONNECTES:**

Le problème de stabilisation des systèmes interconnectés s'énonce comme suit:

Etant donné un système interconnecté, représenté par un modèle déterministe, discret ou continu, on doit concevoir une loi de commande décentralisée qui stabilise le système global.

Les chercheurs ont montré que la satisfaction des contraintes de stabilisation centralisée du système n'entraîne pas la stabilisation décentralisée de celui-ci. Ce problème est due à ce qu'on appelle les modes fixes. Ces derniers correspondent aux modes qui restent invariants, quelle que soit la valeur ou la nature de la commande appliquée. Ces modes sont liés uniquement à la structure décentralisée de la commande.

Dans [10], [17], la notion des modes fixes est détaillée, d'où on tire quelques résultats :

1. L'ensemble des modes fixes décentralisés est inclu dans l'ensemble des modes fixes centralisés s'ils existent.

2. Les conditions de stabilisation décentralisée du système interconnecté sont les mêmes que pour une stabilisation centralisée signifiant l'absence de modes non-commandables et/ou non-observables instables.

3. La stabilisation décentralisée étant possible si et seulement si les modes fixes sont stables. Par contre, l'existence d'un tel mode instable rend la stabilisation impossible.

Dans ce cas il faut changer la nature ou la structure de la commande.

4. Il faut noter l'existence de plusieurs méthodes de caractérisation et de détection des modes fixes décentralisés, utilisant soit des procédures algébriques, soit des algorithmes graphiques.

#### **I.4.1. OBJECTIF D'UNE COMMANDE DECENTRALISEE:**

L'objectif principale est de calculer plusieurs contrôleurs locaux. Chaque contrôleur utilise l'état ou la sortie de son sous-système et commande l'entrée de ce dernier. L'ensemble des contrôleurs coopèrent pour stabiliser le système interconnecté dans sa globalité [10].

*Chapitre II*

*COMMANDE ADAPTATIVE  
DECENTRALISEE DIRECTE*

## **II.1.INTRODUCTION:**

L'approche directe dans la commande adoptative décentralisée a pris un grand intérêt des chercheurs dans le domaine des systèmes multivariables (MIMO). [4], [5], [6], [7].

En général les systèmes multivariables sont très difficiles à modéliser, et si on arrive à la faire, l'exactitude des paramètres n'est pas certaine.

De plus les interconnexions entre les sous-systèmes sont difficilement déterminées et donc difficiles à modéliser, dans le cas où le système interconnecté est complexe.

Parfois on est confronté à des systèmes dont on ne dispose que de sorties et d'entrées (dans un état mieux on dispose des états internes du système).

C'est à dire qu'on ne connaît pas exactement les paramètres du modèle du système interconnecté, ou on les ignore complètement; alors on est obligé d'appliquer un schéma adaptatif susceptible d'assurer la stabilité du système globale; avec des performances, bien déterminées.

La commande adaptative décentralisée par approche directe, consiste à concevoir un schéma adaptatif directe pour chaque sous-système, en considérant les interconnexions avec les autres sous-systèmes comme des perturbations, c'est à dire: les perturbations et les interconnexions pour chaque sous-système sont rejetées dans un seul vecteur, celui-ci est considéré comme un vecteur de perturbation pour le sous-système en question.

Le schéma adaptatif directe utilisé par NARENDRA et VALAVANI [1] dans l'approche centralisée a été adapté pour le cas décentralisé: le schéma est utilisé par la majorité des chercheurs [4], [5], [6], [7], et cela grâce à ses avantages, qui se manifestent dans la structure du contrôleur.

Ce schéma adaptatif contient un précompensateur (dans la chaîne d'action), et un post-compensateur (dans la chaîne de retour).

Ces deux compensateurs génèrent des signaux auxiliaires qui forcent le système à poursuivre le modèle de référence.

A noter que ce schéma n'est applicable qu'aux systèmes qui possèdent une seule entrée et une seule sortie, avec un degré relatif de la fonction de transfert qui les décrit, inférieur ou égale à deux ( $n^* \leq 2$ ).

Ce schéma sera discuté avec plus de détails, dans la suite de ce mémoire.

Pour l'extension de ce schéma au cas décentralisé, une modification sur les lois d'adaptations doit être introduite, afin d'assurer, plus de robustesse; du schéma adaptatif via les interconnexions et les perturbations et aussi pour garder le maximum des propriétés de ce schéma dans le cas centralisé.

La modification sur les lois d'adaptations dite "modification  $\sigma$ ", a été introduite pour la première fois par IOANNOU et KOKOTOVIC, [2], pour le cas centralisé, et puis elle a été étendue au cas décentralisé dans [5]. De plus en plus, les chercheurs utilisent cette modification pour le cas décentralisé avec l'approche direct, [4], [6]. Dans [7] avec une autre modification a été adaptée.

L'application du schéma adaptatif discuté dans ce travail, est destinée aux systèmes qui possèdent un nombre d'entrées égale au nombre de sorties, afin de pouvoir décomposer le système globale en sous-systèmes monovariabiles (SISO).

Chaque sous-système doit avoir une fonction de transfert ayant un degré relatif inférieur ou égale à deux ( $n^* \leq 2$ ).

## II.2. LE SCHEMA DE COMMANDE DE L'APPROCHE CENTRALISEE DE NARENDRA [1]:

Cette technique a été introduite par NARENDRA et VALAVANI [1], où l'approche directe avec modèle de référence a été utilisée. Dans [1], une démonstration de la stabilité du schéma proposé pour des systèmes ayants des fonctions de transfert de degré relatif ou égale à  $2(n^* \leq 2)$  a été donnée.

### II.2.1. POSITION DU PROBLEME:

considérons un système noté S et décrit par:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + bu \\ y &= h^T x \end{aligned} \quad (2.1)$$

avec  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $h$  et  $b \in \mathbb{R}^n$

pour le commander, on est contraint d'utiliser uniquement sa sortie  $y(t)$ , et son entrée  $u(t)$ .

La fonction de transfert décrivant le système est:

$$W(s) = h^T (sI - A)^{-1} b \triangleq K \cdot Z(s) / R(s) \quad (2.2)$$

$Z(s)$ ,  $R(s)$ : sont des polynômes ayants la forme monique de HURWITZ, et de degré  $m (\geq n-2)$ ,  $n$  respectivement.

On suppose que  $m$ ,  $n$  et le signe de  $K$ , sont connus.  $K$  est supposé positif pour des raisons de simplicité.

Un modèle de référence  $M$  est désigné pour que le système en boucle fermée ait des performances désirées.

L'entrée du modèle de référence, est le signal de référence  $r(t)$ , qui est supposé borné, et sa sortie est  $y_M(t)$ .

Sa fonction de transfert est:

$$W_M(s) = K_M \cdot Z_M(s) / R_M(s) \quad (2.3)$$

$Z_M(s)$ ,  $R_M(s)$ : sont des polynômes ayants la forme monique de HURWITZ avec des degrés  $m, n$  respectivement.

$W_M(s)$  est choisie strictement réelle positive.

L'erreur de poursuite de sortie:

$$e_1(t) \triangleq y(t) - y_M(t) \quad (2.4)$$

La méthode proposée fait appel à un opérateur  $L(s)$  tel que la fonction de transfert nouvelle:

$W_M(s).L(s)$  soit strictement réelle positive, avec  $L(s)$ : est un polynôme de degré  $(n - m - 1)$ .

Le problème de la commande adaptative se pose comme suit:

considérons le système  $S$  décrit par (2.1), (2.2) et un modèle de référence décrit par (2.3).

On doit déterminer une commande  $u(t)$  telle que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |e_1(t)| = \lim_{t \rightarrow \infty} |y(t) - y_M(t)| = 0$$

i.e: l'erreur de poursuite de sortie converge asymptotiquement vers zéro.

Avant de donner la méthodologie de calcul, nous trouvons nécessaire de rappeler quelques outils mathématiques nécessaire pour les développements qui suivent.

## II.2.2. QUELQUES OUTILS MATHÉMATIQUES:

Le lemme suivant sert comme condition nécessaire pour la stabilité.

**Lemme 1: [1]:**

Soit un système d'équations différentielles:

$$\dot{e} = Ae + d\phi^T \omega \quad (2.5)$$

$$e_1 = h^T e \quad (2.6)$$

$$\dot{\phi} = -\Gamma e_1 \omega \quad (2.7)$$

où  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\Gamma^T = \Gamma$ ,  $\Gamma > 0$  et  $\Gamma \in \mathbb{R}^{n \times n}$ .

$h, d \in \mathbb{R}^n, \phi \in \mathbb{R}^m.$

$\omega(t): [0, \infty] \rightarrow \mathbb{R}^m$ : ayant des éléments bornés et continus par morceaux.

Alors, l'état d'équilibre de (2.5) - (2.7) est stable, de plus:

$|e_1(t)| \rightarrow 0$  quand  $t \rightarrow \infty$  si  $h^T (sI - A)^{-1} d$  est strictement réelle positive.

**Démonstration:** Voir [1].

**Commentaire:** Le lemme 1 montre que  $\|e(t)\|$  et  $\|\Phi(t)\|$  sont bornées, sans aucune contraintes sur le signal d'entrée  $\omega(t)$ , [1].

Cependant, si  $\|\omega(t)\|$  est borné, alors l'erreur  $\|e(t)\|$  tend vers zéro.

Dans le Lemme 1, le signal  $\omega(t)$  est supposé comme un vecteur d'entrée indépendant.

Si maintenant il est généré comme étant un signal de retour, en utilisant un système stable ayant  $e_1(t)$  comme entrée.

On a donc le Corrolaire suivant:

**Corrolaire 1: [1]**

Si la condition mise sur le signal  $\omega(t)$  est remplacée par l'équation:

$$\dot{\omega}(t) = \Lambda \omega(t) + b e_1(t) \quad (2.8)$$

avec  $\Lambda \in \mathbb{R}^{m \times m}, \operatorname{Re}(\lambda(\Lambda)) < 0;$

$b \in \mathbb{R}^m.$

où  $\lambda(\Lambda)$  sont les valeurs propres de  $\Lambda$ .

Alors:  $\lim_{t \rightarrow \infty} |e_1(t)| = 0$

**Démonstration:** [1]

Il est claire que si  $|e_1(t)|$  est borné alors  $\|\omega(t)\|$  l'est aussi, car la matrice  $\Lambda$  est stable.

Du Lemme 1 on tire que  $\|e(t)\| \rightarrow 0$ , quand  $t \rightarrow \infty$  et on a aussi  $e_1(t) = h^T e(t) \implies \lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\| = 0$ ,

Du Corrolaire 1 et du Lemme 1 on peut conclure que les équations suivantes:

$$\dot{e}(t) = Ae + d\phi^T \omega;$$

$$\dot{\phi} \triangleq -\Gamma(h^T e) \cdot \omega;$$

$$\dot{\omega} = \Lambda \omega + b(h^T e);$$

forment un système stable avec:  $\|e(t)\| \rightarrow 0$ , quand  $t \rightarrow \infty$

### II.2.3. STRUCTURE DU CONTROLEUR ADAPTATIF:

La structure de base du contrôleur adaptatif est montrée dans la figure: 2.1, cette structure est convenablement modifiée en fonction de différentes situations de commande.

Le contrôleur est constitué d'un gain  $K_0$ , et de deux générateurs de signaux auxiliaires  $F_1, F_2$ , qui contiennent  $(n-1)$  paramètres respectivement,

$$C_i (i = 1, 2, \dots, n-1), \quad d_i (i = 0, 1, \dots, n-1).$$

On a donc  $2n$  paramètres ajustables du contrôleur.

Soit:

$$\begin{aligned} \theta^T(t) &\triangleq [K_0(t), C_1(t), \dots, C_{n-1}(t), d_0(t), \dots, d_{n-1}(t)] \\ &\triangleq [K_0(t), C^T(t), d_0(t), d^T(t)] \end{aligned} \quad (2.9)$$

$F_1, F_2$  sont décrits par les équations différentielles suivantes:

$$\begin{aligned} (F_1) \quad \dot{v}^{(1)} - \Lambda v^{(1)} + gu \\ w^{(1)} = C^T v^{(1)} \end{aligned} \quad (2.10.a)$$

$$\begin{aligned} (F_2) \quad \dot{v}^{(2)} - \Lambda v^{(2)} + gy \\ w^{(2)} = d_0 y + d^T v^{(2)} \end{aligned} \quad (2.10.b)$$

avec:  $g^T = [0, 0, \dots, 1]$  où  $\Lambda \in \mathbb{R}^{(n-1) \times (n-1)}$ ,  $\text{Re}(\lambda(\Lambda)) < 0$ .

On définit maintenant le vecteur:  $\omega^T(t) \triangleq [r(t), v^{(1)}, y(t), v^{(2)}(t)]$

Le système globale sera décrit par:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{v}^{(1)} \\ \dot{v}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda & 0 \\ bh^T & 0 & \Lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ v^{(1)} \\ v^{(2)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b \\ g \\ 0 \end{bmatrix} [\theta^T(t) \cdot \omega]$$

$$y = h^T x \quad (2.11)$$

Si on introduit l'erreur paramétrique  $\phi(t)$  dans l'équation (2.11), avec  $\phi(t) = \theta(t) - \theta^*$ ,

où  $\theta^*$  est l'ensemble des paramètres pour lesquels le système suit exactement le modèle de référence, on obtient alors:

$$\dot{x}_c = A_c x_c + b_c [K_0^* r + \phi^T(t) \omega] \quad (2.12)$$

Avec  $x_c^T = [x^T, v^{(1)T}, v^{(2)T}]$

$$A_c = \begin{bmatrix} A + d_0^* bh^T & bc^{*T} & bd^{*T} \\ gd_0^* h^T & \Lambda + gc^{*T} & gd^{*T} \\ gh^T & 0 & \Lambda \end{bmatrix}, \quad b_c = \begin{bmatrix} b \\ g \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$g^T = [0, 0, \dots, 1] \in \mathbb{R}$$

Si, cependant:  $\theta(t) = \theta^*$ , i.e  $\phi(t) = 0$ , alors l'équation (2.12) représente exactement le modèle de référence.

Si, donc le modèle de référence a une représentation non minimale, dont le vecteur d'état est  $x_{mc}$ .

Alors:

$$\dot{x}_{mc} = A_c x_{mc} + b_c K_0^* r \quad (2.13)$$

Avec  $x_{mc}^T = [x_m^T, v_m^{(1)T}, v_m^{(2)T}]$

On définit  $e(t) \triangleq x(t) - x_{mc}(t)$ , on a donc:

$$\begin{aligned} \dot{e} &= A_0 e + b_0 [\phi^T \omega] \\ e_1 &= h_c^T e \end{aligned} \quad (2.14)$$

avec  $h_c^T = [1, 0, \dots, 0] \in \mathbb{R}^{(3n-2)}$ ,  $b_0^T = [b^T, g^T, 0] \in \mathbb{R}^{(3n-2)}$ .

**Remarque:**

Notons bien qu'il est de grande valeur que le signal d'entrée  $\omega(t)$  est obtenu du signal de référence  $r(t)$ , la commande  $u(t)$ , et la sortie du système  $y(t)$ .

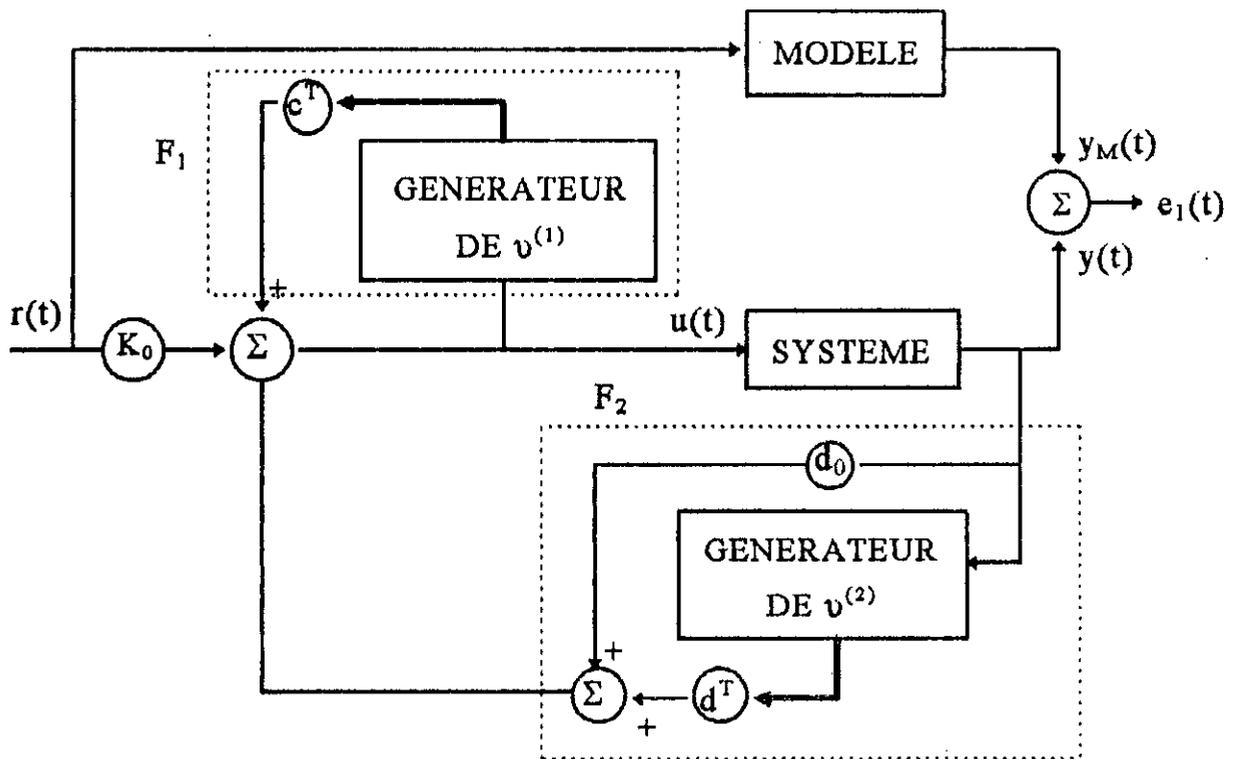


Fig. 2.1: Structure de base du système adaptatif proposé par NARENDRA.

### II.2.4. MODIFICATION DE LA STRUCTURE DU CONTROLEUR:

Dans [1] une modification sur la structure du contrôleur est introduite en utilisant un polynôme  $L(s)$  de degré  $(n-m-1)$ .

Un signal  $\xi_i(t)$  est généré à partir de  $\omega_i(t)$ , à travers  $L^{-1}(s)$ , donc:

$$\xi_i(t) = L^{-1}(s) \cdot \omega_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, 2n \quad (2.15)$$

Deux cas sont étudiés avec analyse de stabilité:

#### - cas 1:

Le système possède  $(n-1)$  zéro et  $n$  pôles.

Le modèle est choisi ayant une fonction de transfert réelle positive.

$$W_M(s) = h^T (sI - A_m)^{-1} b_m = [K_M Z_M(s)] / [R_M(s)]$$

Dans ce cas:  $L(s) \equiv 1$

$$u = \theta^T \omega \quad (2.16.a)$$

L'erreur paramétrique est calculée à partir de la loi d'adaptation:

$$\dot{\phi} = \dot{\theta} = -\Gamma e_1(t) \omega(t) \quad (2.16.b)$$

$$\Gamma = \Gamma^T > 0.$$

Du Lemme 1, on tire la remarque suivante:

L'erreur de l'état  $e(t)$ , l'erreur paramétrique  $\phi(t)$  sont bornées. De plus, l'état du modèle est borné.

Il suit que le vecteur  $\omega(t)$  est borné.

Donc:  $|e(t)| \rightarrow 0$  quand  $t \rightarrow \infty$ .

#### - Cas 2:

Le système possède  $(n-2)$  zéros et  $n$  pôles.

Dans ce cas le modèle de référence possède lui aussi  $(n-2)$  zéros et  $n$  pôles, tels que la fonction de transfert:  $L(s) W_M(s)$  est strictement réelle positive, avec:

$$L(s) = (s+p).$$

Car  $n - m - 1 = 1$ , dans ce cas, ce qui fait que  $L(s)$  doit être d'ordre 1.

L'expression de la commande  $u$  s'écrit comme suit:

$$u = \theta^T \omega + \dot{\theta}^T \xi \quad (2.17.a)$$

La loi d'adaptation des paramètres est donnée par:

$$\dot{\theta} = -\Gamma e_1(t) \xi(t), \quad \Gamma = -\Gamma^T > 0 \quad (2.17.b)$$

$$\text{où: } \xi(t) = L^{-1}(s)\omega(t).$$

Cette loi d'adaptation assure que  $e_1(t) \rightarrow 0$  quand  $t \rightarrow \infty$ .

La démonstration de la convergence de l'erreur avec cette loi d'adaptation est donnée dans [1].

### II.3. CONCEPTION ROBUSTE DU SCHEMA ADAPTATIF [2]:

IOANNOU et KOKOTOVIC ont introduit une modification dite "modification  $\sigma$ " sur la loi d'adaptation du schéma adaptatif proposé par NARENDRA et VALAVANI dans [1].

Cette modification avec la démonstration de son efficacité sont détaillées dans [2].

La raison d'introduire la modification " $\sigma$ " sur la loi d'adaptation était, en premier lieu, pour palier au problème des parasites des dynamiques non modélisées, puis cette modification a été généralisée dans [5] pour les systèmes interconnectés.

La loi d'adaptation modifiée garantie la convergence de tous les signaux en présence des perturbations et des interconnexions.

Les signaux s'établissent dans un domaine qui dépend lui aussi de certains paramètres dits "paramètres de conception", et des caractéristiques du signal de référence.

Deux cas de figures sont présents dans le cas centralisé;

**A. Régulation:**

Dans ce cas la loi d'adaptation subit une légère modification en remplaçant le terme de l'erreur de poursuite par la sortie du système, la loi d'adaptation devient donc:

$$\dot{\theta} = \Gamma y^2. \quad (2.18)$$

au lieu de:  $\dot{\theta} = \Gamma e y. \quad (2.19)$

Rappelons que cette loi est désignée pour le cas centralisé dans les systèmes qui possèdent des modes rapides et des dynamiques non modélisées.

Avec cette loi, on garantie la convergence des signaux du système, si ces derniers démarrent d'un domaine dont les bornes sont spécifiées [2].

**B. Poursuite:**

La loi d'adaptation est modifiée en ajoutant un terme à la loi (2.19), ce terme est caractérisé par un paramètre " $\sigma$ " qui pondère les gains de la commande.

L'expression de la loi modifiée devient:

$$\dot{\theta} = -\sigma\theta + \Gamma e y \quad (2.20)$$

Le paramètre " $\sigma$ " est positif.

Cette modification incorporant le terme " $-\sigma\theta$ " est appelé "modification  $\sigma$ ".

Avec cette loi, la convergence des signaux vers un domaine dépendant du paramètre de conception " $\sigma$ " et du signal de référence (sa fréquence et son amplitude) est garantie par un théorème.

Tout ce qui a été discuté a propos de la modification de la loi d'adaptation concerne les système mono-entrée mono-sortie.

La généralisation de cette modification pour l'application dans la commande adaptative décentralisée, est effectuée avec la loi modifiée (2.20), celle-ci subit elle aussi des modifications.

Ces modifications seront exposées par la suite.

#### **II.4. L'APPROCHE DIRECTE DE LA COMMANDE ADAPTATIVE DECENTRALISEE:**

Plusieurs travaux sont effectués avec cette approche. Parmi ces travaux on peut citer le travail de SILJAK et GAVEL [6], celui de IOANNOU et KOKOTOVIC [5] et la travail de HOMYAOUN SERAJI [20] sur l'application de la commande adaptative décentralisée directe en robotique.

En addition à ces travaux, de nouveaux travaux apparaissent récemment qui contribuent à l'étude de cette approche, on cite ici [7].

Nous donnons ici un bref aperçus sur quelques travaux dans ce sens.

##### **II.4.1. APPROCHE DE SILJAK-GAVEL [6]:**

Cette approche est étendue aux systèmes interconnectés qui sont inconnues, de plus les interconnection sont supposées aussi d'intensité inconnue (peuvent être fortes).

Une condition suffisante est établie sur la structure des interconnections entre les sous-systèmes, pour que le schéma proposé assure la stabilité du système globale. Sous cette contrainte le système globale est stable quelle que soit l'intensité des interconnections. Les gains de retour sont ajustés adaptativement à n'importe quel niveau (peuvent être de grandes valeurs) nécessaire pour éliminer l'effet des interconnections, et en même temps conduire chaque sous-système vers les performances désignées par son modèle de référence locale.

### II.4.2. APPROCHE DE HOMAYOUN SERAJI [20]:

Le travail de SERAJI dans [20] montre l'objectif de la commande adaptative décentralisée et le privilège qu'elle offre dans le domaine de la robotique.

Il a montré qu'une telle commande donne de bons résultats, en appliquants à chaque liaison du robot son propre schéma adaptatif utilisant les signaux disponibles au niveau de chaque liaison, et en considérant le couplage entre les dynamiques des liaisons du robot comme des perturbations à éliminer. Le schéma adaptatif utilisé, comporte deux compensateurs, le premier dans la chaîne d'action ayant la forme d'un contrôleur  $PD^2$ , qui a le signal de référence comme entrée. Le deuxième est un PID dans la chaîne de retour dont l'entrée est l'erreur de (sortie-référence), plus un générateur d'un signal auxiliaire qui utilise le signal d'erreur de position et de vitesse, à cause de la dynamique de chaque liaison qui varie d'un instant à l'autre.

Le schéma adaptatif a été implementé sur un robot PUMA560 avec un grand succès.

### II.4.3. APPROCHE IOANNOU ET KOKOTOVIC [5]:

L'approche de KOKOTOVIC et IOANNOU considère la système interconnecté possédant des modes rapides et d'autre modes lents. Chaque sous-système est représenté par un modèle qui possède une partie rapide, et une partie lente, avec des perturbations.

Le schéma adaptatif est conçu pour la partie dominante de chaque sous-système, en négligeant les parasites et les interconnexions.

Un terme de robustesse est introduit dans les lois d'adaptations, afin de pallier aux influences des parasites et des interconnexions.

Une analyse de la stabilité du système globale avec ce schéma adaptatif décentralisé en présence des interconnexions et des parasites est étudiée.

## II.5 SYNTHÈSE D'UNE COMMANDE ADAPTATIVE DECENTRALISEE AVEC APPROCHE DIRECTE:

Le schéma adaptatif qu'on utilisera ici, et tous les considérations sur le système interconnecté à commander sont identiques à ceux donnés dans [4].

Ce schéma de commande est applicable à des systèmes multivariables (MIMO), disposants du même nombre de sorties que d'entrées. Chaque sous-système possède une entrée et une sortie et ayant une fonction de transfert de degré relatif inférieur ou égale à deux ( $n^* \leq 2$ ).

Le schéma adaptatif décentralisé est celui utilisé par NARENDRA et VALAVANI en [1] pour un système (SISO).

### II.5.1. ENNONCE DU PROBLEME:

Considérons un système (MIMO) formé de  $N$  sous-systèmes (SISO) interconnectés. Le modèle du sous-système  $S_i$  est le suivant:

$$\dot{x}_i = A_{ix}x_i + b_i u_i + d_i + \sum_{j=1}^N f_{ij}(t_i, x_j) \quad (2.21)$$

si:

$$y_i = c_i^T x_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.22)$$

avec:

$x_i \in \mathbb{R}^{n_i}$  : Vecteur d'état

$u_i \in \mathbb{R}^1$  : La variable de commande

$y_i \in \mathbb{R}^1$  : La sortie

$d_i \in \mathbb{R}^{n_i}$  : Vecteur de perturbations bornées

$f_{ij}(t_i, x_j) \in \mathbb{R}^{n_i}$  : Vecteur qui contient les non-linéarités du sous-système  $S_i$  et les interactions avec les autres sous-systèmes.

$A_i \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$ ,  $b_i \in \mathbb{R}^{n_i}$ ,  $c_i \in \mathbb{R}^{n_i}$ : Sont supposés constantes, inconnues.

Le terme  $f_{ij}(t_i, x_j)$  est supposé tel que:

$$\|f_{ij}(t_i, x_j)\| \leq a_{ij} \|x_j\| \quad (2.23)$$

où  $a_{ij}$ : des constantes positives supposés inconnues mais finies.

Le problème est de déterminer un contrôleur adaptatif local, qui utilise des informations au niveau local et qui garantie, que la sortie du sous-système suit celle du modèle de référence, local, stable décrit par:

$$\dot{x}_{mi} = A_{mi}x_{mi} + b_{mi}r_i \quad (2.24)$$

$$y_{mi} = c_{mi}^T x_{mi} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.25)$$

où  $x_{mi} \in \mathbb{R}^{n_i}$ : vecteur d'état du modèle de référence.

$r_i$ : est le signal de référence, il est supposé uniformément borné.

### II.5.2. ANALYSE DE L'EFFET DES INTERACTIONS SUR LA STABILITE DU SYSTEME GLOBALE:

Si le schéma adaptatif proposé [1] pour les systèmes (SISO) est appliqué à chaque sous-système, avec les sous-systèmes découplés, c'est à dire pas d'interactions entre les sous-systèmes

$$(d_i = \sum_{j=1}^N f_{ij}(t_i, x_j) = 0).$$

Le résultat serait satisfaisant comme dans [1].

Par contre, en présence des interactions et des perturbations, ce schéma ne garantie plus les propriétés de stabilité et les performances du système globale, pour les raisons suivantes:

1. La présence des interconnexions non-linéaires rend le système globale non-linéaire, alors qu'une génération d'une commande adaptative pour des systèmes non-linéaires est difficile.
2. L'approche utilisé dans le cas centralisé n'est plus valable dans le cas décentralisé, à cause de sa non-robustesse aux influences des perturbations et des interconnexions entre sous-systèmes.

Afin d'éclaircir les idées, donnant l'exemple simple suivant:

$$\dot{x}_1 = a_{11}x_1 + b_1u_1 + a_{12}x_2 \quad (2.26.a)$$

$$\dot{x}_2 = a_{21}x_1 + b_2u_2 + a_{22}x_2 \quad (2.26.b)$$

$$y_1 = x_1 \quad (2.26.c)$$

$$y_2 = x_2 \quad (2.26.d)$$

Ce système est composé de deux sous-systèmes du premier ordre, le vecteur d'interconnexion

$$F^T = [a_{12}x_2, a_{21}x_1]$$

Les paramètres  $a_{ij}$ ,  $i = 1, 2$ ,  $j = 1, 2$ , sont inconnus.

On désire que  $x_1, x_2$  suivent les états du modèle de référence décrit par:

$$\dot{x}_{m1} = a_{m1}x_{m1} + r_1 \quad (2.27.a)$$

$$\dot{x}_{m2} = a_{m2}x_{m2} + r_2 \quad (2.27.b)$$

$r_1, r_2$  sont des signaux de référence, qui sont uniformément bornés.

Si on applique le schéma adaptatif tel qu'il est dans le cas centralisé, [1] pour chaque sous-système on a donc:

$$u_i = -K_i(t)x_i(t) + r_i(t), \quad i = 1, 2 \quad (2.28)$$

$$\dot{K}_i(t) = \Gamma_i e_i x_i \quad (2.29)$$

avec  $\Gamma_i > 0$ ,  $e_i = x_i - x_{mi}$

En premier lieu on considère que  $a_{12} = a_{21} = 0$  (systèmes découplés). Et puis on fait le couplage entre les deux systèmes ( $a_{12}, a_{21}$ , ne sont pas nuls, tous les deux).

On donne:

$$a_{11} = -2, \quad a_{22} = -1,5;$$

$$a_{12} = -0,5, \quad a_{21} = -1;$$

$$\Gamma_i = 2, \quad i = 1,2;$$

$$a_{m1} = a_{m2} = -1, \quad b_1 = b_2 = 1;$$

$$r_1 = 3, \quad r_2 = 1.$$

Les figures 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, montrent que dans le cas où les sous-systèmes sont découplés, le résultat est satisfaisant, par contre après le

couplage, le gain  $K_2$  tend vers l'infini, ce qui provoque l'instabilité. Une modification de la loi d'adaptation sera donc nécessaire.

### II.5.3. CAS OU LE DEGRE RELATIF $n^*=1$ :

Considérons le système décrit par (2.21), (2.22) chaque modèle de référence locale est décrit par la fonction de transfert:

$$W_{mi}(s) = c_m^T (sI - A_{mi})^{-1} b_{mi} = K_{mi} \cdot Z_{mi}(s)/R_{mi}(s)$$

Les suppositions sur  $W_{mi}(s)$  sont les même dans (2.3), avec  $Z_{mi}(s)$  de degré  $n-1$  et  $R_{mi}(S)$  de degré  $n$ .

De plus la fonction de transfert du système (2.21), (2.22) découpé:

$$W_i(s) = c_i^T (sI - A_i)^{-1} b_i = K_i \cdot Z_i(s)/R_i(s)$$

Les hypothèses sur  $W_i(s)$  sont les mêmes que pour celle de (2.2).

La structure du contrôleur adaptatif est la même que (2.10.a), (2.10.b).

Pour chaque sous-système

$$\dot{\vartheta}_i^{(1)} = \Lambda_i \vartheta_i^{(1)} + g_i u_i \quad (2.30.a)$$

$$w_i^{(1)} = \bar{c}_i \vartheta_i^{(1)} \quad (2.30.b)$$

$$\dot{\vartheta}_i^{(2)} = \Lambda_i \vartheta_i^{(2)} + g_i y_i \quad (2.30.c)$$

$$w_i^{(2)} = d_{0i}(t) y_i + d_i^T(t) \vartheta_i^{(1)} \quad (2.30.d)$$

$$\Lambda_i \in \mathbb{R}^{(n_i-1)(n_i-1)}, \quad \text{Re} \lambda(n_i) < 0, \quad g_i = [0, 0, \dots, 1]^T$$

avec la paire  $(\Lambda_i, g_i)$  est commandable.

Le polynôme  $(sI - \Lambda_i)$  contient  $Z_{mi}(s)$  comme facteur. Cette condition est justifiée par le fait que le sous-système en boucle fermée (y compris les compensateurs) à une fonction de transfert qui possède  $(sI - \Lambda_i)$  au numérateur, alors, pour que le système suit le modèle de référence  $(sI - \Lambda_i)$  doit englober  $Z_{mi}(s)$ .

La commande  $u_i$  est donnée par:

$$u_i = \theta_i^T \omega_i \quad (2.31)$$

avec  $\omega_i^T = [r_i, \vartheta_i^{(1)}, y_i, \vartheta_i^{(2)}]$ ,  $\theta_i^T = [\bar{K}_{0i}(t), \bar{c}_i(t), d_{0i}(t), d_i(t)]$ ,

de dimension  $2n_i$ ,  $\theta_i$  : vecteur des paramètres ajustables.

On définit l'erreur de poursuite  $e_{0i} = y_i - y_{mi}$ .

La loi d'adaptation modifiée les paramètres des compensateurs est la suivante:

$$\dot{\theta}_i = -\sigma_i \Gamma_i \theta_i - \Gamma_i e_{0i} \omega_i \quad (2.32)$$

avec:

$$\sigma_i = \begin{cases} \sigma_{0i} & \text{si } \|\theta_i\| > \theta_{0i} \\ 0 & \text{si } \|\theta_i\| < \theta_{0i} \end{cases}$$

où:  $\sigma_{0i}$ ,  $\theta_{0i}$ : sont des scalaires positifs, et sont appelés "paramètres de conception"

$$\Gamma_i = \Gamma_i^T ; \Gamma_i > 0$$

#### Remarques:

c. Rappelons bien qu'il est nécessaire de satisfaire les conditions suivantes, pour l'application du schéma de commande proposé:

c-1. Le système est minimum de phase i.e. le numérateur de la fonction de transfert ne possède aucun zéro à partie réelle positive.

c-2. Le système possède un degré relatif  $n^*=1$  (nous verrons par la suite une autre loi d'adaptation avec une autre structure de commande envisagées pour le cas où  $n^*=2$ )

c-3. Le gain  $K_i$  est connu. Sans perte de généralité on assume que  $K_i > 0$ .

c-4. Le modèle de référence choisi doit posséder une fonction de transfert strictement réelle positive

i.e:  $\{W_{mi}(j\omega)\} > 0$  pour  $\omega \in [0, \infty]$ .

**R.** Tout ce qui est développé à propos du schéma de commande adaptative centralisé dans [1] discuté précédemment est valable pour le cas décentralisé, sauf les lois d'adaptations qui changent pour des raisons de robustesse, avec une autre différence dans l'analyse de stabilité, car dans le cas des sous-systèmes interconnectés, chaque sous-système a des interconnexions qui sont prises en compte dans l'analyse de la stabilité. Pour l'exemple précédent la nouvelle loi d'adaptation s'écrit donc de la forme:

$$\dot{K}_i = -\sigma_i K_i - \Gamma_i e_i x_i \quad (2.33)$$

avec:

$$\sigma_i = \begin{cases} \sigma_{0i} & \text{si } |K_i| > K_{0i} \\ 0 & \text{si } |K_i| \leq K_{0i} \end{cases} \quad i = 1, 2$$

#### II.5.4. CAS OU LE DEGRE RELATIF EST $n^*=2$ :

Pour le cas du degré relatif de la fonction de transfert décrivant chaque sous-système qui est égale à deux. La structure de la commande, et les lois d'adaptations changent, cette modification des lois d'adaptation est apportée par IOANNOU dans [4].

Le modèle de référence est choisi ayant  $(n_i-2)$  zéros,  $n_i$  pôles, tel que la fonction de transfert  $W_{mi}(s)L_i(s)$  soit réelle positive avec  $L_i(s)=s+\rho_i$  où  $\rho_i > 0$ .

L'introduction du polynôme  $L_i(s)$  vient du cas centralisé étudié précédemment (II.2), [1]

La structure du contrôleur avec les lois d'adaptations est la suivante:

$$u_i = \theta_i^T \omega_i + \theta_i^T \xi_i \quad (2.34)$$

$$\dot{\xi}_i = -P_i I \xi_i + \omega_i, \quad \xi_i(0) = 0 \quad (2.35)$$

$$\dot{\theta}_i = -\Gamma_i e_{oi} \xi_i - \sigma_i \Gamma_i (1 + \xi_i^T \xi_i) \theta_i \quad (2.36)$$

avec:

$$\sigma_i = \begin{cases} \sigma_{oi} & \text{si } \|\theta_i\| > \theta_{oi} \\ 0 & \text{si } \|\theta_i\| \leq \theta_{oi} \end{cases}$$

$i = 1, 2, \dots, N$

## II.6. ANALYSE DE LA STABILITE:

### II.6.1. CAS OU LE DEGRE RELATIF $n^*=1$ :

Pour étudier la stabilité du schéma adaptatif présenté pour  $n^*=1$ , on se basera sur le théorème énoncé dans [4], et d'une manière plus générale dans [5], c'est à dire en présence des parasites.

**Théorème:** [4] si le modèle de référence  $W_{mi}(s)$  est choisi strictement réel positif et le rapport  $K_i/K_{mi}$  est positif, donc d'après le Lemme de KALMAN-YACOBOVICH cité dans [1] et [3], une matrice  $P_i$  définie positive, existe telle que:

$$A_{ci}^T P_i + P_i A_{ci} = -q_i q_i^T - \varepsilon_i L_i \quad (2.37)$$

$$P_i b_{ci} = g_{oi} \quad (2.38)$$

sont satisfaites pour un vecteur  $q_i$ , une matrice  $L_i$  définie positive et  $\varepsilon_i > 0$ , avec  $A_{ci}$ ,  $b_{ci}$ ,  $g_{oi}$  ayant la même représentation que les matrices  $A_c$ ,  $B_c$ ,  $g$  dans l'équation (2.12), et vérifient l'équation de l'erreur suivante:

$$\dot{e}_i = A_{ci} e_i + b_{ci} \phi_i^T \omega_i + D_{ci} + F_i \quad (2.39)$$

$$e_{oi} = g_{ci}^T e_i = [1 \ 0 \ \dots \ 0] e_i \quad (2.40)$$

avec:  $e_{oi} = y_i - y_{mi}$ ,  $D_{ci}^T = [D_i^T, 0, 0]$ ,  $F_i = [\sum_{j=1}^N f_{ij}^T(t, x_j), 0, 0]$ .

Les équations (2.39), (2.40) sont similaires à l'équation (2.12) sauf qu'ici on a rajouté le terme de perturbation  $D_{ci}$  et celui des interreconnexions  $F_i$ .

Notons bien que l'ensemble  $(g_{ci}, A_{ci}, b_{ci})$  est observable et commandable [1]

$$\text{i.e: } g_{ci}^T (sI - A_{ci})^{-1} b_{ci} = (K_i/K_{mi}) \cdot W_{mi}(s) \quad (2.41)$$

Ainsi le théorème suivant dû à (IOANNOU), [4] ainsi peut être énoncé:

Théorème soit:

**Théorème:** soit  $\lambda_i = \frac{1}{2} \varepsilon_i \min \lambda(L_i)$ ,

$$\beta_{ij} = ||P_i|| \cdot a_{ij}, \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (2.42)$$

Si un vecteur  $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N]^T \in \mathbb{R}^N$  d'éléments positifs existe, tel que la matrice  $M \in \mathbb{R}^{N \times N}$  dont les éléments:

$$m_{ij} = \begin{cases} \alpha_i(\lambda_i - 2\beta_{ii}), & \text{si } i = j \\ -(\alpha_i\beta_{ij} + \alpha_j\beta_{ji}), & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (2.43)$$

est définie positive, donc la solution  $e_i(t), \theta_i(t), \quad i=1, 2, \dots, N$ . Des équations (2.39), (2.32) est uniformément bornée. En plus, il a été démontré en [4], que l'erreur paramétrique  $\phi_i$  et l'erreur de poursuite  $e_i$  convergent vers un domaine  $D_0$ .

$$\text{Avec: } D_0 = \{ \phi, e: ||\phi||^2 + ||e||^2 \leq K_0/(b_0q_0) \} \quad (2.45)$$

$K_0, b_0, q_0$ , des constantes constantes déterminées dans [4].

**Remarque:** La démonstration de ce théorème est détaillée dans [4] en utilisant le principe de stabilité de LYAPUNOV.

## II.6.2. CAS OU LE DEGRE RELATIF EST $n^*=2$ :

Avant d'énoncer le théorème concernant la stabilisation du système interconnecté formé de sous-systèmes de degré relatif  $n^*=2$ , on définit:

$$\begin{aligned}
e_i &= y_i - x_{oi}; \\
y_i &= \bar{y}_i - b_{oi} \phi_i^T \xi_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.46) \\
\bar{y}_i^T &= [x_i^T, \vartheta_i^{(1)T}, \vartheta_i^{(2)T}];
\end{aligned}$$

$x_{oi}$  est l'état d'une représentation du modèle de référence

$$\text{i.e. } x_{oi} = [x_{mi}^T, \vartheta_{mi}^{(1)T}, \vartheta_{mi}^{(2)T}]; \text{ avec } x_{oi} \in \mathbb{R}^{(3n_i - 2)},$$

c'est le même pour le cas centralisé dans l'équation (2.11).

L'équation de l'erreur s'écrit alors comme suit:

$$\begin{aligned}
\dot{e}_i &= A_{oi} e_i + \bar{b}_{oi} \phi_i^T \xi_i + D_{oi} + \sum_{j=1}^N F_{ij}(t, e_j + x_{oj} + b_{oj} \phi_j^T \xi_j) \quad (2.47) \\
e_{oi} &= g_{ci} e_i, \quad i = 1, 2, \dots, N.
\end{aligned}$$

$$\bar{b}_{oi} = b_{oi} \rho_i + A_{oi} b_{oi}, \quad y_i = e_i + x_{oi} + b_{oi} \phi_i^T \xi_i$$

$$\text{avec: } g_{ci}(sI - A_{oi})^{-1} \bar{b}_{oi} = g_{ci}(sI - A_{oi})^{-1} b_{oi}(s + \rho_i) = (K_i/K_{mi}) \cdot W_{mi}(s)(s + \rho_i) \quad (2.48)$$

est strictement réelle positive.

On défini aussi:

$$e_{fi} = \xi_i - \xi_{mi}$$

$$\text{Avec: } \dot{\xi}_{mi} = -\rho_i \cdot I \cdot \xi_{mi} + \omega_{mi}, \quad \xi_{mi}(0) = 0 \quad (2.49)$$

$$\text{et } \omega_{mi}^T = [r_i, \vartheta_{mi}^{(1)T}, y_{mi}, \vartheta_{mi}^{(2)T}]$$

$$\text{d'où: } \dot{e}_{fi} = -\rho_i I e_{fi} + H_i e_i \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.50)$$

avec :  $H_i$  une matrice constante.

A noter que l'équation (2.50) n'introduit pas dans le schéma de commande, elle est utilisée uniquement pour l'analyse de la stabilité.

Comme dans le théorème précédent, on défini:

$$\lambda_i = \frac{1}{2} \epsilon_i \cdot \min \lambda(L_i), \quad \beta_{ij} = \|P_i\| a_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, N. \quad (2.51)$$

avec  $L_i, P_i$  satisfaisant les équations (2.37), (2.38).

Comme pour le cas précédent, mais dans ce cas on remplace  $b_{oi}$  par  $\bar{b}_{oi}$  à cause du polynôme  $Li(s)=s+\bar{p}_i$  introduit dans ce schéma. L'équation (2.48) explique la raison d'introduire  $\bar{b}_{oi}$ .

L'énoncé du théorème sera donc:

**Théorème:** [4]

Si un vecteur  $\alpha = [\alpha_1, \dots, \alpha_N]^T$ , d'éléments positifs, existe tel que la matrice M formée des éléments:

$$m_{ij} = \begin{cases} \alpha_i(\lambda_i - 2\beta_{ii}), & \text{si } i = j \\ -(\alpha_i\beta_{ij} + \alpha_j\beta_{ji}), & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (2.52)$$

est définie positive, et les paramètres de conception  $\sigma_{oi}$  sont conçus en satisfaisant  $\sigma_{oi} > Z_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ , avec  $Z_i > 0$  sont des constantes finies qui dépendent des interconnexions, alors la solution  $e_i(t)$ ,  $\theta_i(t)$ ,  $e_{fi}(t)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , est uniformément bornée. En plus, il existe un domaine  $D_f$  défini par:

$$D_f = \{e, e_f, \phi: \|e\|^2 + \|e_f\|^2 + \|\phi\|^2 \leq N_0/c_0f_0\}$$

tel que l'erreur de poursuite et l'erreur paramétrique s'établissent dans ce domaine.

Les constants  $N_0$ ,  $c_0$ ,  $F_0$  sont définis dans la démonstration de ce théorème.

**Rmarque 1:** La condition établie sur la matrice M (M définie positive), n'est pas spécifique au problème de la commande adaptative mais, elle doit être satisfaite dans n'importe quel schéma décentralisé stable.

D'une autre façon, même si les paramètres  $\theta_i = \theta_i^*$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$  avec  $\theta_i^*$  sont les paramètres réels des sous-systèmes, la condition sur la matrice M doit être vérifiée (M définie positive).

**Remarque 2:**

On a supposé dès le début que les paramètres des sous-systèmes ne sont pas connus, pour cela les constantes  $\lambda_i$ ,  $\beta_{ij}$ ,  $\alpha_i$  dans l'équation (6.15) ne peuvent être calculées. Ca veut dire que la vérification sur la matrice M d'être définie positive est difficile.

D'après la remarque 1, il n'est pas faisable d'éliminer la condition sur la matrice M.

Les résultats des deux théorèmes énoncés précédemment sont interprétés pour cette raison d'une façon qualitative par d'autres chercheurs [6], c'est à dire une sélection des sous-systèmes dont la structure est convenable pour l'application du schéma de commande décentralisé, est envisagée.

**Remarque 3:**

La taille du domaine dans lequel l'erreur s'établit est en fonction des paramètres de conception  $\sigma_{0i}$ ,  $\theta_{0i}$ , donc un choix convenable doit être fait sur ces paramètres.

D'après le théorème cité dans II.6.2, et pour des sous-systèmes qui possèdent le degré relatif  $n^*=2$ ,  $\sigma_{0i}$  est choisi suffisamment grand par rapport à l'intensité des interconnexions.

$\theta_{0i}$  est aussi sélectionné, relativement grand.

**II.7. RECAPITULATION:**

Pour mieux clarifier les idées nous trouvons nécessaire de donner un résumé de l'approche utilisée.

a. Etant donné un système interconnecté décrit par le modèle suivant:

$$\dot{x}_i = A_i x_i + b_i u_i + D_i + \sum_{s=1}^N f_{is}(t, x_s)$$

$$y_i = h_i^T x_i \quad i = 1, 2, \dots, P$$

$$\dot{x}_j = A_j x_j + b_j u_j + D_j + \sum_{s=1}^N f_{js}(t, x_s)$$

$$y_j = h_j^T x_j \quad j = P + 1, P + 2, \dots, N$$

Le système contient P sous-systèmes ayants un degré relatif  $n^*=2$ , et N-P sous-systèmes ayant un degré relatif  $n^*=1$ .

b. Les lois d'adaptations sont conçues comme suit:

Pour les P sous-systèmes, on définit:

$$\theta_i^T = [K_{0i}, c_i^T, d_{0i}, d_i^T]$$

$$\omega_{mi}^T = [r_i, \vartheta_i^{(1)T}, y_i, \vartheta_i^{(2)T}]$$

$$u_i = \theta_i^T \omega_i + \dot{\theta}_i^T \xi_i \quad i = 1, 2, \dots, P.$$

$$\dot{\vartheta}_i^{(1)} = \Lambda_i \vartheta_i^{(1)} + b_i u_i$$

$$w_i^{(1)} = c_i^T \vartheta_i^{(1)}$$

$$\dot{\vartheta}_i^{(2)} = \Lambda_i \vartheta_i^{(2)} + g_i y_i$$

$$w_i^{(2)} = d_{0i} y_i + d_i^T(t) \vartheta_i^{(2)} \quad i = 1, 2, \dots, P.$$

$$\dot{\xi}_i = -\rho_i \xi_i + \omega_i, \quad \xi_i(0) = 0$$

$$\dot{\theta}_i = -\Gamma_i e_{0i} \xi_i - \sigma_i \Gamma_i (1 + \xi_i^T \xi_i) \theta_i$$

$$\sigma_i = \begin{cases} \sigma_{0i} & \text{si } \|\theta_i\| \geq \theta_{0i} \\ 0 & \text{si } \|\theta_i\| < \theta_{0i} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, P$$

c. Pour les N-P sous-systèmes les lois d'adaptations sont définies comme suit:

$$\theta_j^T = [K_{0j}, c_j^T, d_{0j}, d_j^T]$$

$$\omega_j^T = [r_j, \vartheta_j^{(1)}, y_j, \vartheta_j^{(2)}]$$

$$\dot{\vartheta}_j^{(1)} = \Lambda_j \vartheta_j^{(1)} + b_j u_j$$

$$w_j^{(1)} = c_j^T \vartheta_j^{(1)}$$

$$\dot{\vartheta}_j^{(2)} = \Lambda_j \vartheta_j^{(2)} + g_j y_j$$

$$w_j^{(2)} = d_{0j} y_j + d_j^T(t) \vartheta_j^{(2)} \quad i = 1, 2, \dots, P.$$

$$u_j = \theta_j^T \cdot \omega_j \quad j = P + 1, P + 2, \dots, N$$

$$\dot{\theta}_j = -\Gamma_j \cdot e_{0j} \omega_j - \sigma_j \Gamma_j \theta_j \quad j = P + 1, P + 2, \dots, N.$$

d. Les modèles de références pour chaque sous-système sont décrits par les fonctions de transferts:

$$W_{mi}(s) = y_{mi}(s) / r_i(s) = K_{mi} (Z_{mi}(s) / R_{mi}(s)) \quad i = 1, 2, \dots, N$$

Pour  $i=1,2,\dots,P$  :  $W_{mi}(s) \cdot Li(s)$  doit être strictement réelle positive, et pour  $i=P+1, \dots, N$ , c'est  $W_{mi}(s)$  qui doit être strictement réelle positive.

## II.8. EXEMPLE DE SIMULATION.

Pour mettre en évidence les schémas adaptatifs cités précédemment, on prend en premier lieu l'exemple de la partie II.5.2., pour lequel le schéma adaptatif centralisé de [1] est proprement appliqué à chaque sous-système, n'était pas satisfaisant à cause de la divergence de gain  $K_2$ .

Les résultats de l'application du schéma de commande de la partie II.5.3, sont présentés sur les figures 2.6, 2.7, avec les paramètres de conception suivants:

$$\sigma_{01} = 0,05 ; \quad \sigma_{02} = 0,01.$$

$$K_{01} = 1,5 ; \quad K_{02} = 1.$$

$$\Gamma_1 = 2 ; \quad \Gamma_2 = 2.$$

D'autres par, et pour rassembler les deux cas étudiés, celui de  $n^*=1$ , et  $n^*=2$ , on considère un système du troisième ordre formé de deux sous-systèmes, le premier du deuxième ordre, et le second du premier ordre:

$$\dot{x}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -5 \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} x_2 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5 \end{bmatrix} x_2 \cdot \sin(t)$$

$$y_1 = [1 \quad 0] x_1 \quad (2.53)$$

$$x_2 = -2x_2 + u_2 + \cos(y_1) + x_2 \cdot x_{12}$$

$$y_2 = x_2 \quad (2.54)$$

avec:  $x_1^T = [x_{11} \quad x_{12}]$

On veut contrôler  $u_1$  et  $u_2$  telles que les sorties  $y_1$  et  $y_2$  poursuivent les sorties  $y_{m1}$  et  $y_{m2}$  des modèles de référence décrits par:

$$y_{m1}(s) = \frac{6}{s^2 + 5s + 6} r_1(s)$$

$$y_{m2}(s) = \frac{5}{s + 5} r_2(s)$$

Les contrôleurs adaptatifs locaux sont conçus de la manière suivante:

Pour le sous-système (2.53):

$$L_1(s) = s + 0,5$$

$$\vartheta_1 = \frac{1}{s + 1} u_1 \quad , \quad \vartheta_2 = \frac{1}{s + 1} y_1 \quad (2.55)$$

$$\xi_1 = \frac{1}{s + 0,5} \vartheta_1 \quad , \quad \xi_2 = \frac{1}{s + 0,5} \vartheta_2 \quad , \quad \xi_3 = \frac{1}{s + 0,5} y_1 \quad (2.56)$$

$$\theta_1^T = [k_{11}, k_{12}, k_{13}]$$

$$\omega_1^T = [\vartheta_1, \vartheta_2, y_1]$$

$$\dot{\theta}_1^T = [\dot{k}_{11}, \dot{k}_{12}, \dot{k}_{13}]$$

$$\xi^T = [\xi_1, \xi_2, \xi_3]$$

$$u_1 = \theta_1^T \omega_1 + \dot{\theta}_1^T \xi + r_1 \quad (2.57)$$

$$\dot{k}_{11} = -\Gamma_1 \cdot e_{01} \xi_1 - \sigma_1 \Gamma_1 (1 + \|\xi\|^2) k_{11} \quad (2.58)$$

$$\dot{k}_{12} = -\Gamma_1 \cdot e_{01} \xi_2 - \sigma_1 \Gamma_1 (1 + \|\xi\|^2) k_{12} \quad (2.59)$$

$$\dot{k}_{13} = -\Gamma_1 \cdot e_{01} \xi_3 - \sigma_1 \Gamma_1 (1 + \|\xi\|^2) k_{13} \quad (2.60)$$

$$\sigma_1 = \begin{cases} 1,5 & \text{si } \|\theta_1\| \geq \theta_{01} \\ 0 & \text{si } \|\theta_1\| < \theta_{01} \end{cases} \quad (2.61)$$

$$e_{01} = y_1 - y_{m1} \quad ; \quad \theta_{01} = 4 \quad ; \quad \Gamma_1 = 5 \quad ; \quad r_1 = 1.$$

et  $W_{m1}(s) = \frac{6}{s^2 + 5s + 6} (s + 0,5)$  est strictement réelle positive.

Pour le sous-système (2.54):

$$u_2 = k_2 y_2 + r_2 \quad \text{avec} \quad \dot{k}_2 = -\Gamma_2 \sigma_2 k_2 - \Gamma_2 e_{02} x_2 \quad (2.62)$$

$$\sigma_2 = \begin{cases} 0,4 & \text{si } |k_2| \geq k_{02} \\ 0 & \text{si } |k_2| < k_{02} \end{cases} \quad (2.63)$$

$$\text{avec : } e_{02} = y_2 - y_{m2} \quad ; \quad k_{02} = 5 \quad ; \quad r_2 = 1 \quad ; \quad \Gamma_2 = 7$$

Les figures 2.8, 2.9 montrent l'évolution des sorties et les gains des commandes des deux sous-systèmes lors de la phase d'adaptation ainsi que l'évolution de l'erreur de poursuite et les sorties des modèles de référence.

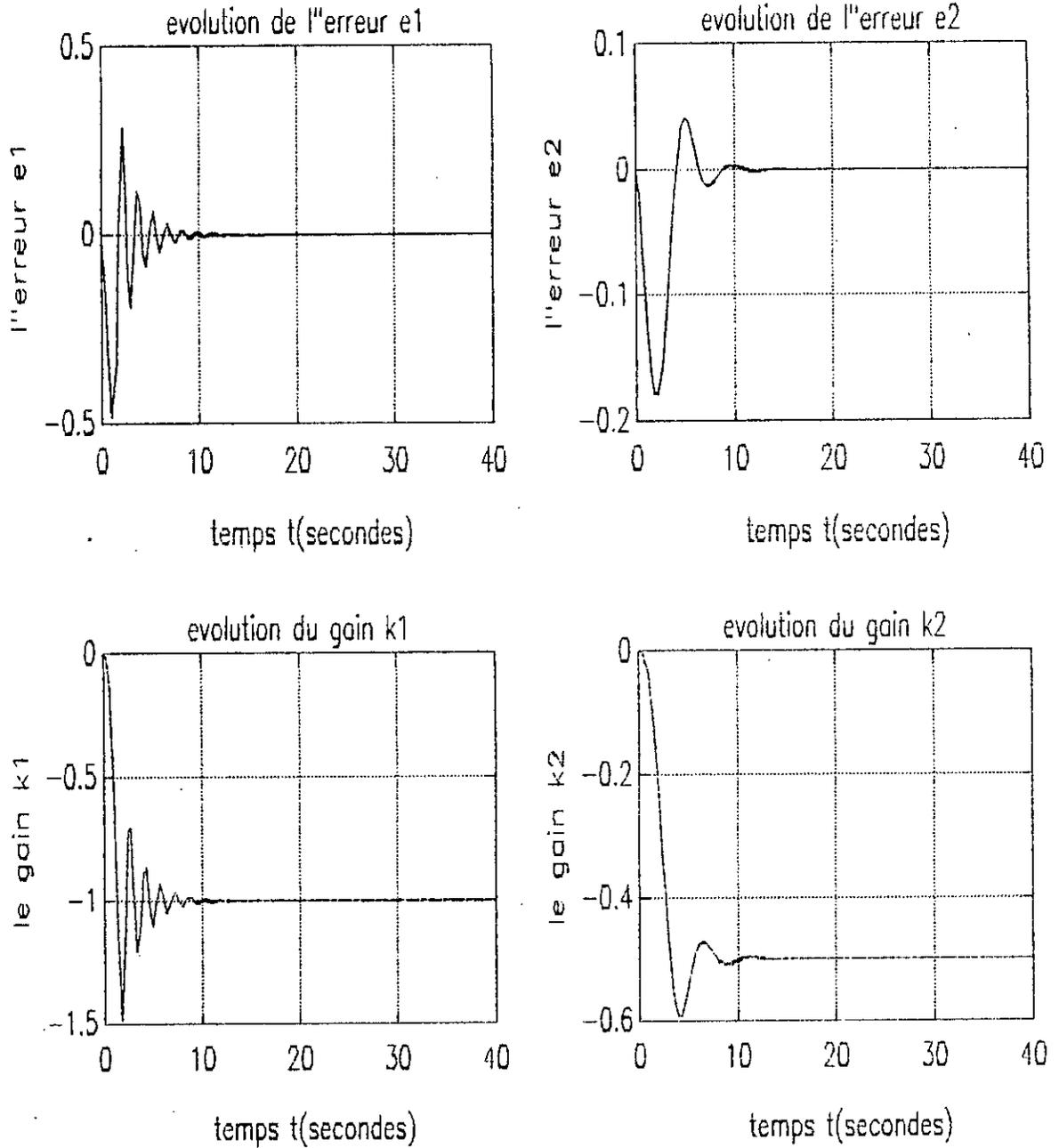


Figure 2.2 Erreurs de poursuite et gains de commande des sous-systèmes découplés (sans interconnexions).

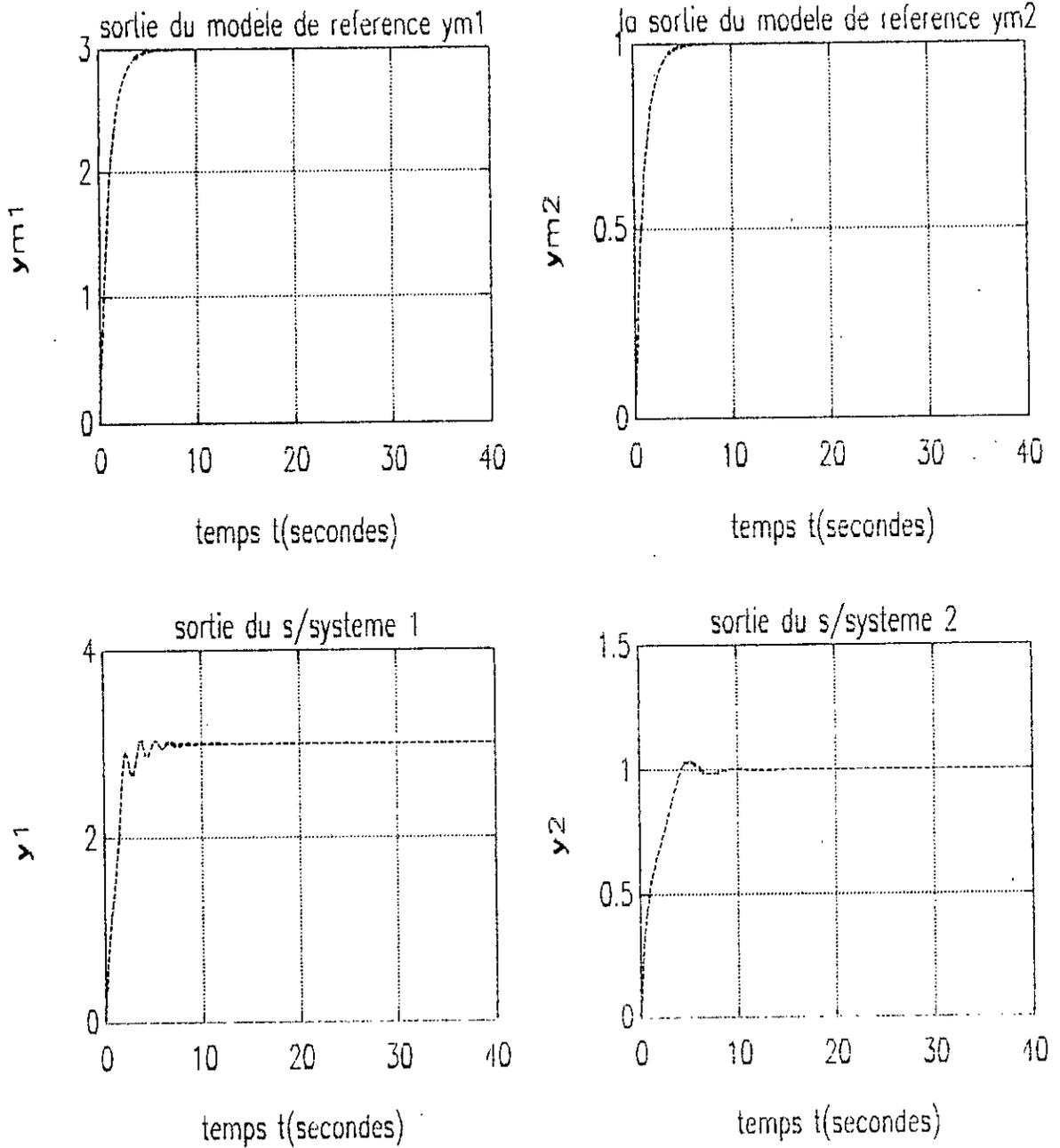


Figure 2.3 Sorties des modèles de référence et des sous-systèmes découplés (sans interconnexions).

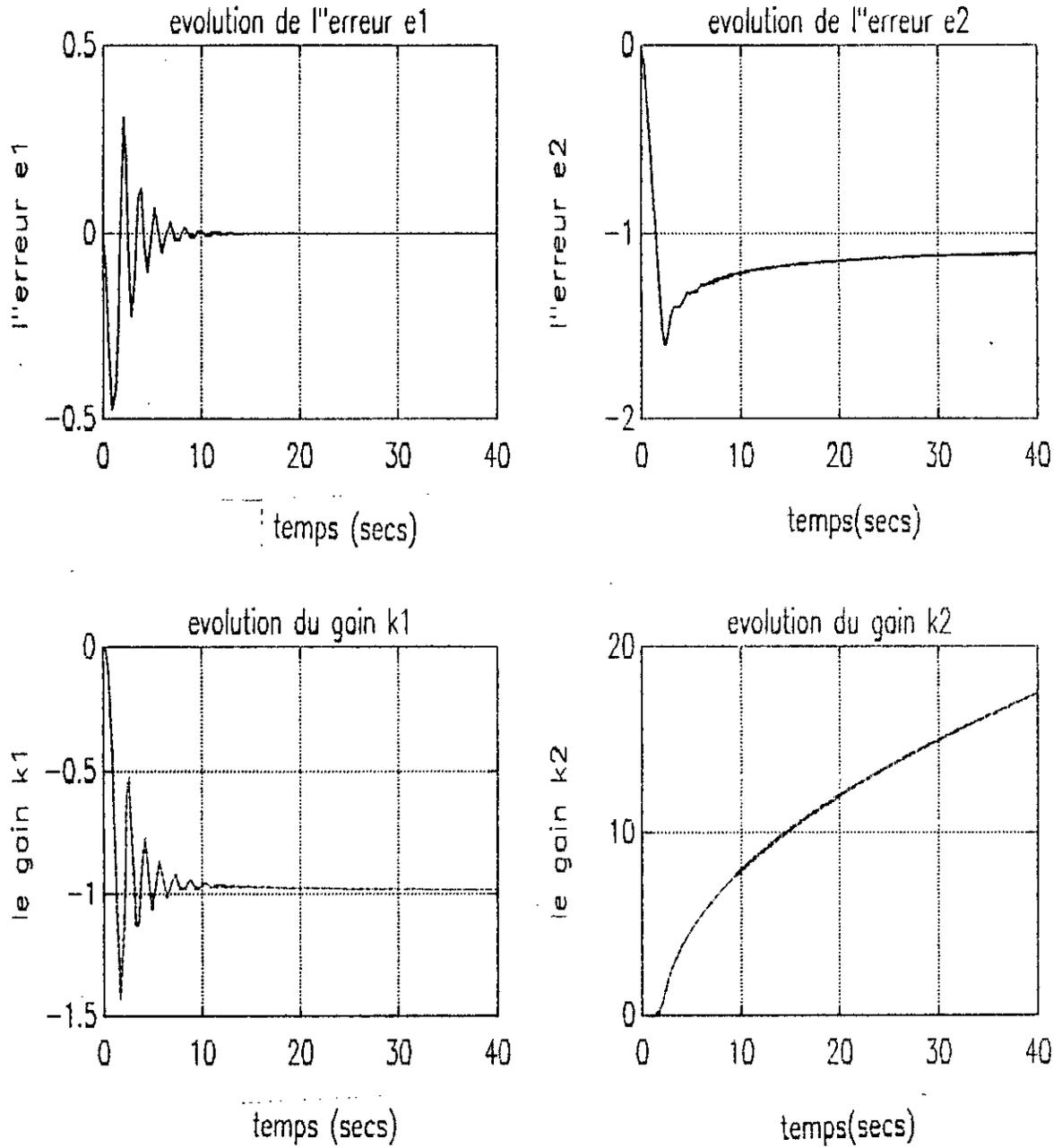


Figure 2.4 Erreurs de poursuite et gains de commande du système après couplage (avec interconnexions).

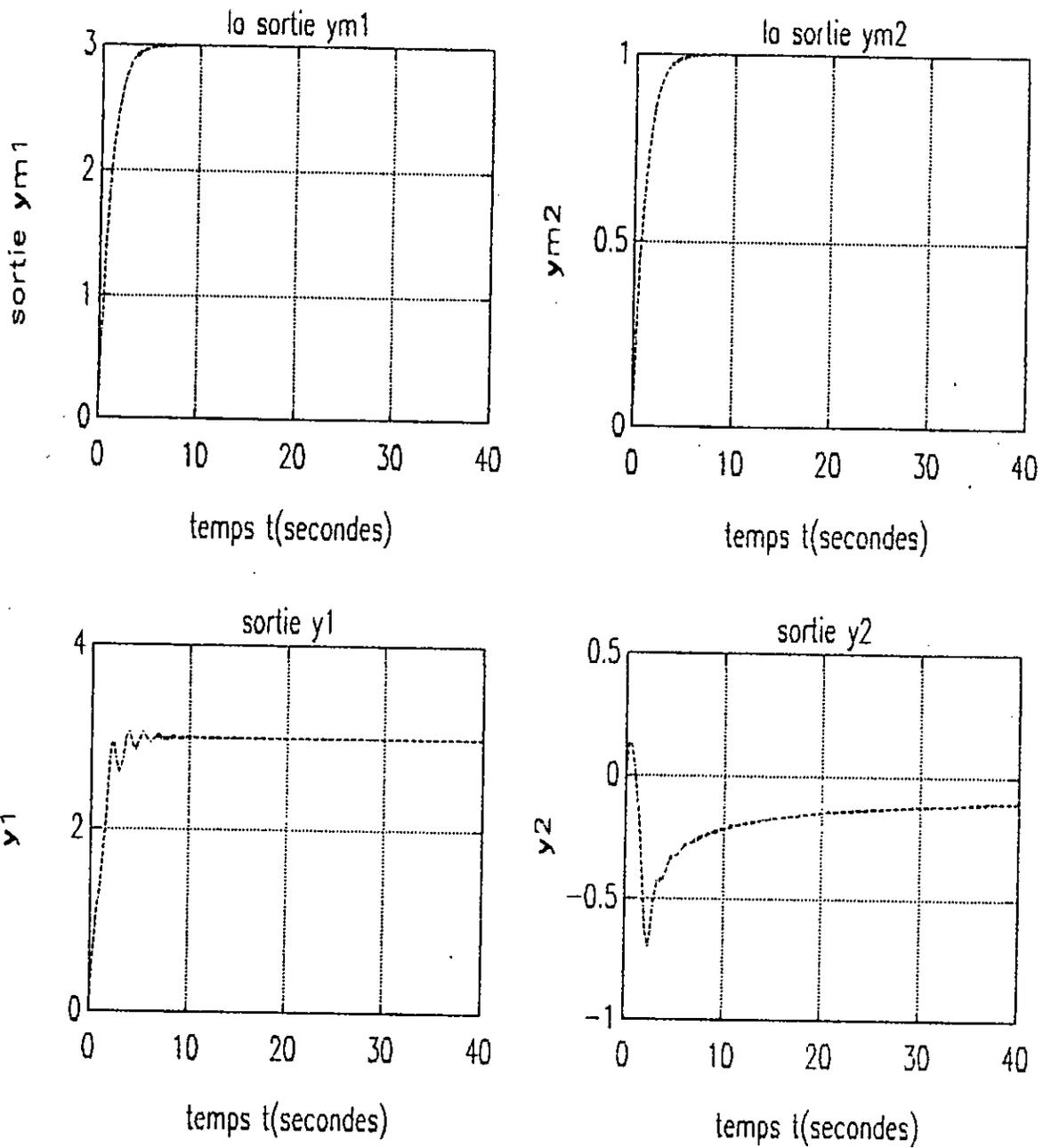


Figure 2.5 Sorties des modèles de référence et du système après couplage (avec interconnexions).

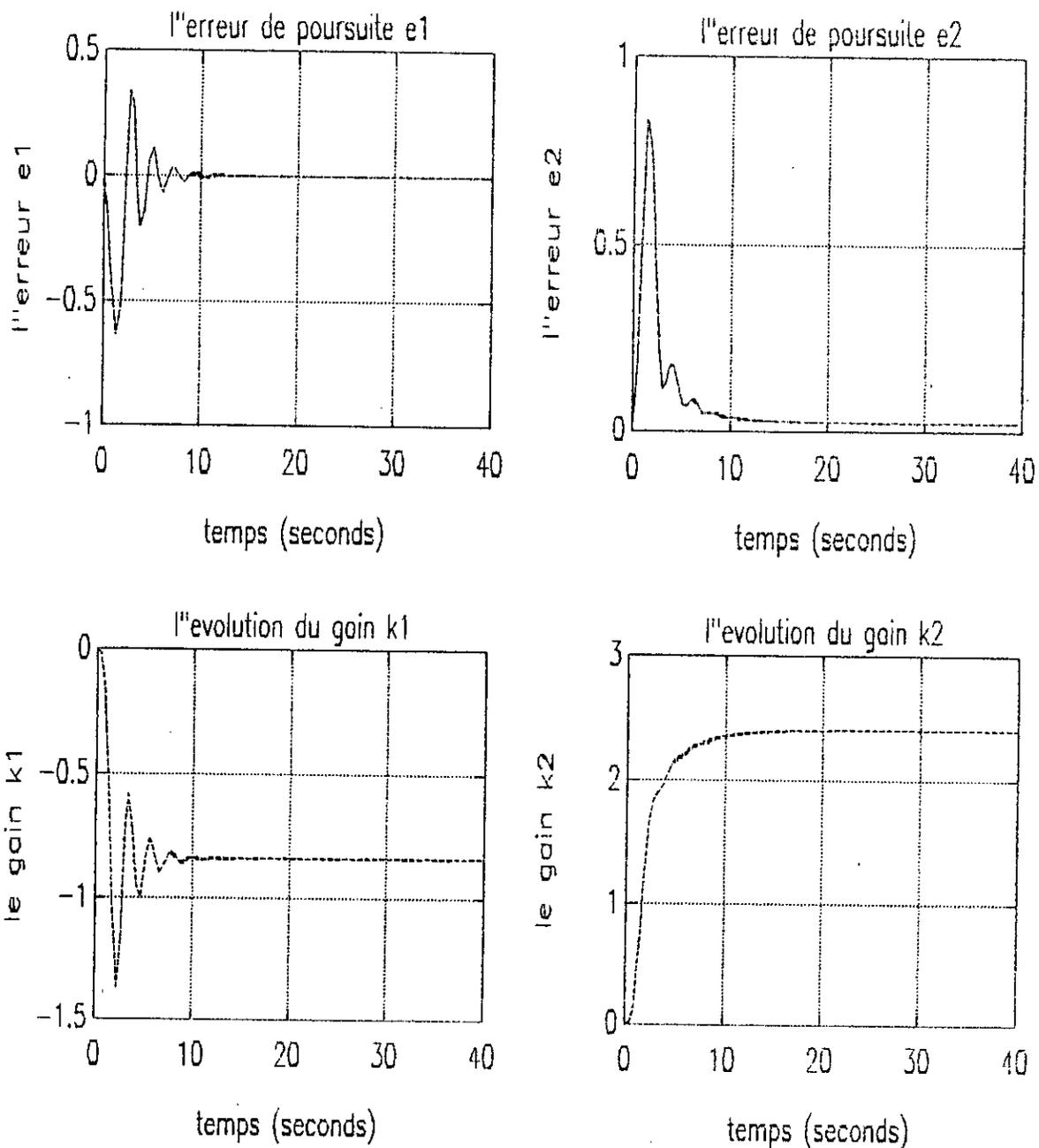


Figure 2.6 Erreurs de poursuite et gains de commande des sous-systèmes couplés après modification des lois d'adaptation.

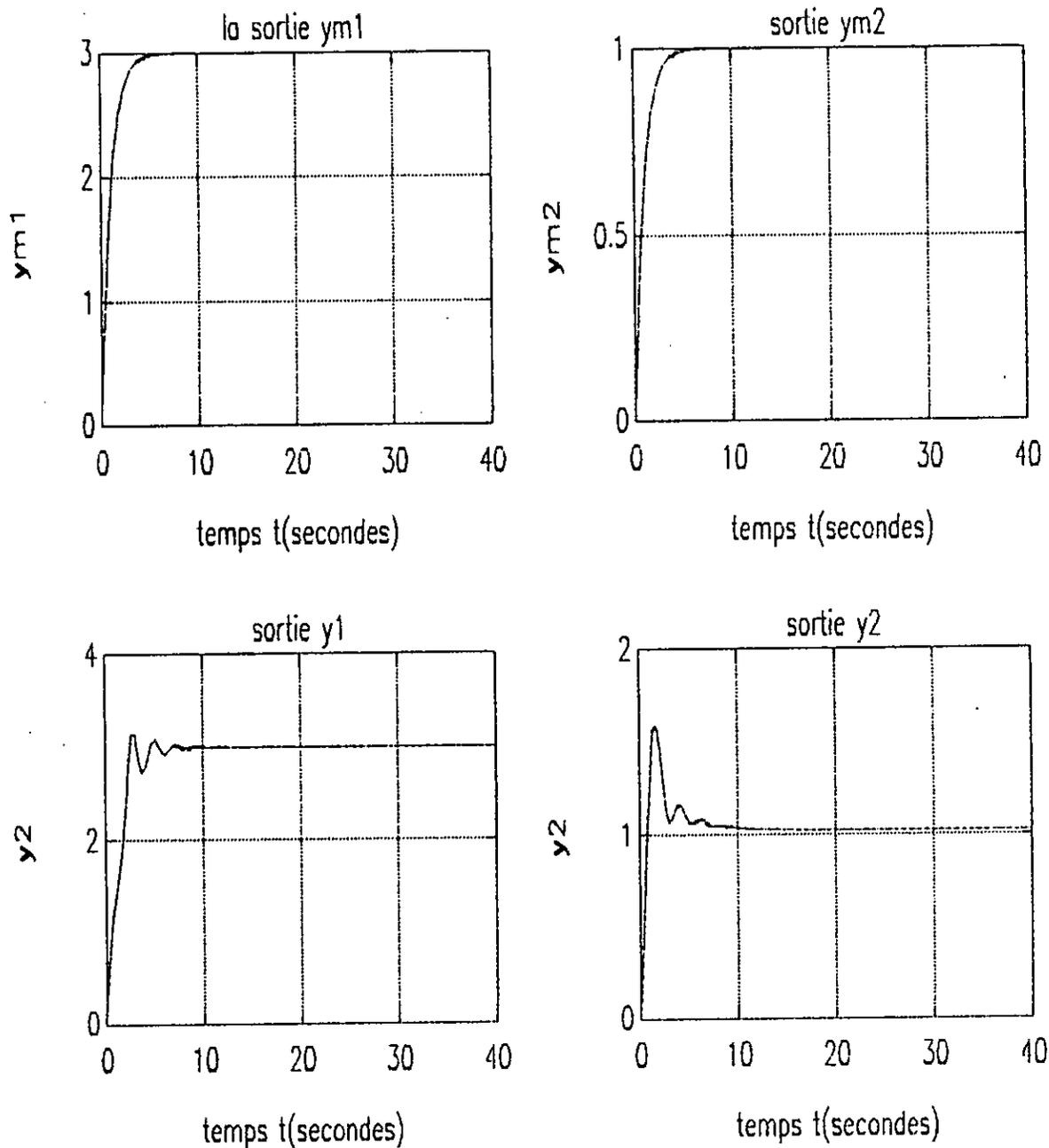


Figure 2.7 Sorties des modèles de référence des sous-système couplés après modification des lois d'adaptation.

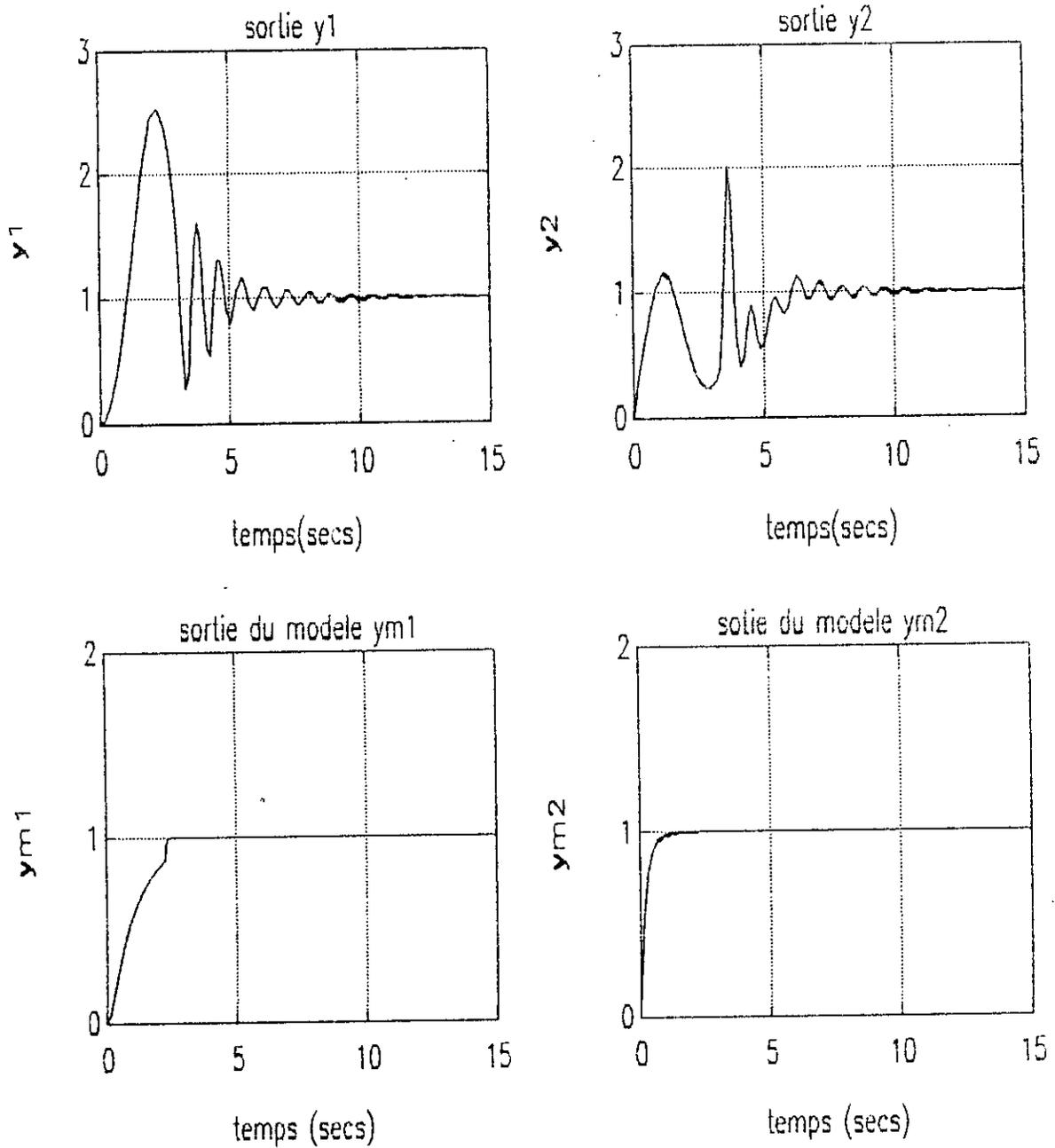


Figure 2.8 Sorties des modèles de référence et des sous-systèmes interconnectés avec lois d'adaptation modifiées.

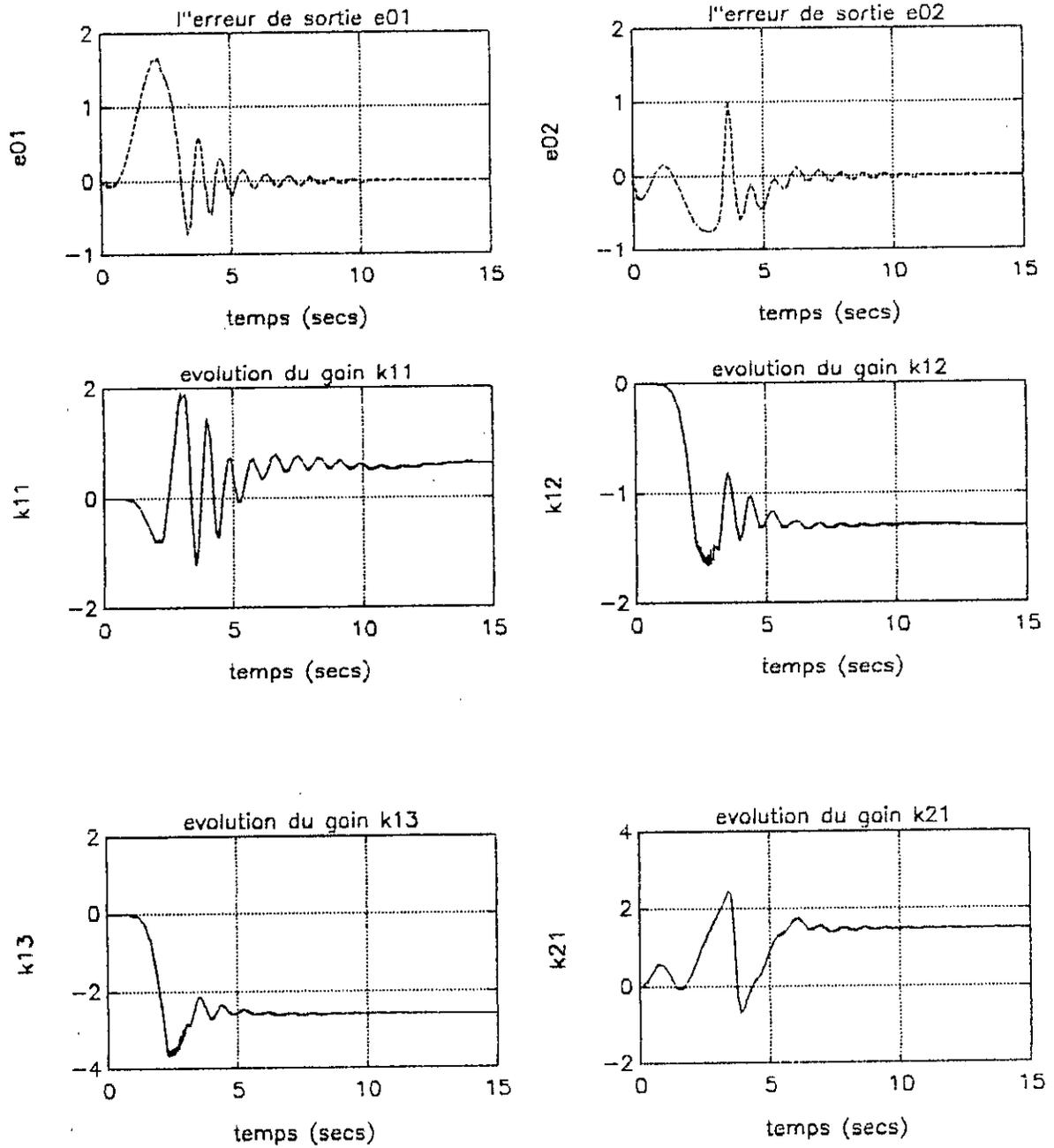


Figure 2.9 Erreurs de poursuite et gains de commande des sous-systèmes interconnectés avec lois d'adaptation modifiées.

## II.9. CONCLUSION:

Dans cette partie on a évoqué le problème de la commande adaptative décentralisée par approche directe en utilisant un modèle de référence pour chaque sous-système.

Chaque modèle de référence est propre à son sous-système et découplé des autres modèle de références.

Un schéma adaptatif centralisé est exposé, basé sur la supposition que les paramètres et les états du système sont complètement ignorés. La seule connaissance dont on dispose est son degré relatif qui est obligatoirement inférieur ou égale à deux ( $n^* \leq 2$ ), pour l'applicabilité du schéma proposé, et le signe positif du gains de sa fonction de transfert.

Une modification du schéma pour le cas décentralisé afin d'assurer la stabilité du système globale, est introduite sur les lois d'adaptation, présentant une certaine robustesse vis-à-vis des interconnexions avec les autres sous-systèmes et aussi les perturbations, au niveau de chaque sous-système.

Deux théorèmes [4] qui se ressemblent, sont énoncés pour la stabilité du système globale y compris les contrôleurs adaptatifs. Ainsi deux exemples pour la simulation sont proposés, à travers lesquels on montre l'efficacité du schéma adaptatif décentralisé directe.

Chaque sous-système est supposé soumis à des perturbations à son niveau et les interconnexion avec les autres sous-systèmes

*Chapitre III*

**COMMANDE ADAPTATIVE  
DECENTRALISEE INDIRECTE**

### **III.1. INTRODUCTION:**

L'approche indirecte de la commande adaptative est une technique basée sur l'identification du procédé on-line, comme première étape, et puis le calcul du régulateur, basé sur les paramètres estimés du procédé.

Pour faire une extension de cette approche du cas centralisé au cas décentralisé, des considérations doivent être prises sur l'algorithme d'identification et la stratégie de commande, afin d'assurer la stabilité du schéma adaptatif et du procédé en même temps.

Comparée à l'approche directe avec modèle de référence, l'approche indirecte n'est pas disuquée suffisamment dans le cas décentralisé.

Peu de chercheurs ont contribué à l'étude de cette technique. Parmi les travaux menés dans ce sens, on peut citer, ceux de; OSSMAN [8], TRUDNOWSKI et PIERRE [9] et BENHAMMOU [10].

Dans ce chapitre on fera une projection sur cette approche, pour les systèmes interconnectés dont les paramètres sont inconnus.

Chaque sous-système, présente des interactions avec d'autres sous-systèmes, et soumis à des perturbations locales.

Il est supposé que les bornes supérieures et inférieures des paramètres des sous-systèmes pour lesquels le système globale est stabilisable, sont connues.

Le domaine des systèmes (MIMO) d'application de cette approche est plus vaste que celui pour l'approche directe citée précédemment, car elle s'applique aux systèmes pouvant être non-minimum de phase, et sans aucune restriction sur le degré relatif.

Comme pour l'approche directe, chaque sous-système est sujet à des perturbations bornées et de possibles interactions non bornées avec les autres sous-systèmes.

Le contrôleur décrit ici, nécessite un transfert de quelques informations entre les sous-systèmes pour l'identification.

Le taux de calcul est significativement faible, à cause du calcul décentralisé des contrôleurs.

On abordera également l'utilisation des observateurs adaptatifs, qui sont généralement utilisés lorsqu'un accès aux états de chaque sous-système est difficile.

Rappelons que cette approche est synthétisée dans le domaine discret.

### III.2. STRUCTURE D'UN ALGORITHME DE COMMANDE ADAPTATIVE DECENTRALISEE INDIRECTE.

On rappelle ici que l'objectif d'une telle commande est la régulation du système interconnecté, et la technique d'adaptation est indirecte.

Les calculs relatifs à l'identification et à la commande sont effectués au niveau de chaque sous-système. Chacun dispose localement, d'un estimateur des paramètres (et de l'état) et d'un régulateur.

La loi de commande décentralisée est calculée à tout instant en fonction du modèle estimé à cet instant. Elle a la forme:

$$u_i(k) = -G_i(k) \hat{x}_i(k)$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

$\hat{x}_i(k)$ : étant l'estimé de l'état  $x_i(k)$ , obtenue par un estimateur adaptatif d'état.

$G_i(k)$ : est le gain de retour, calculé à partir d'une certaine méthode afin de réguler le système.

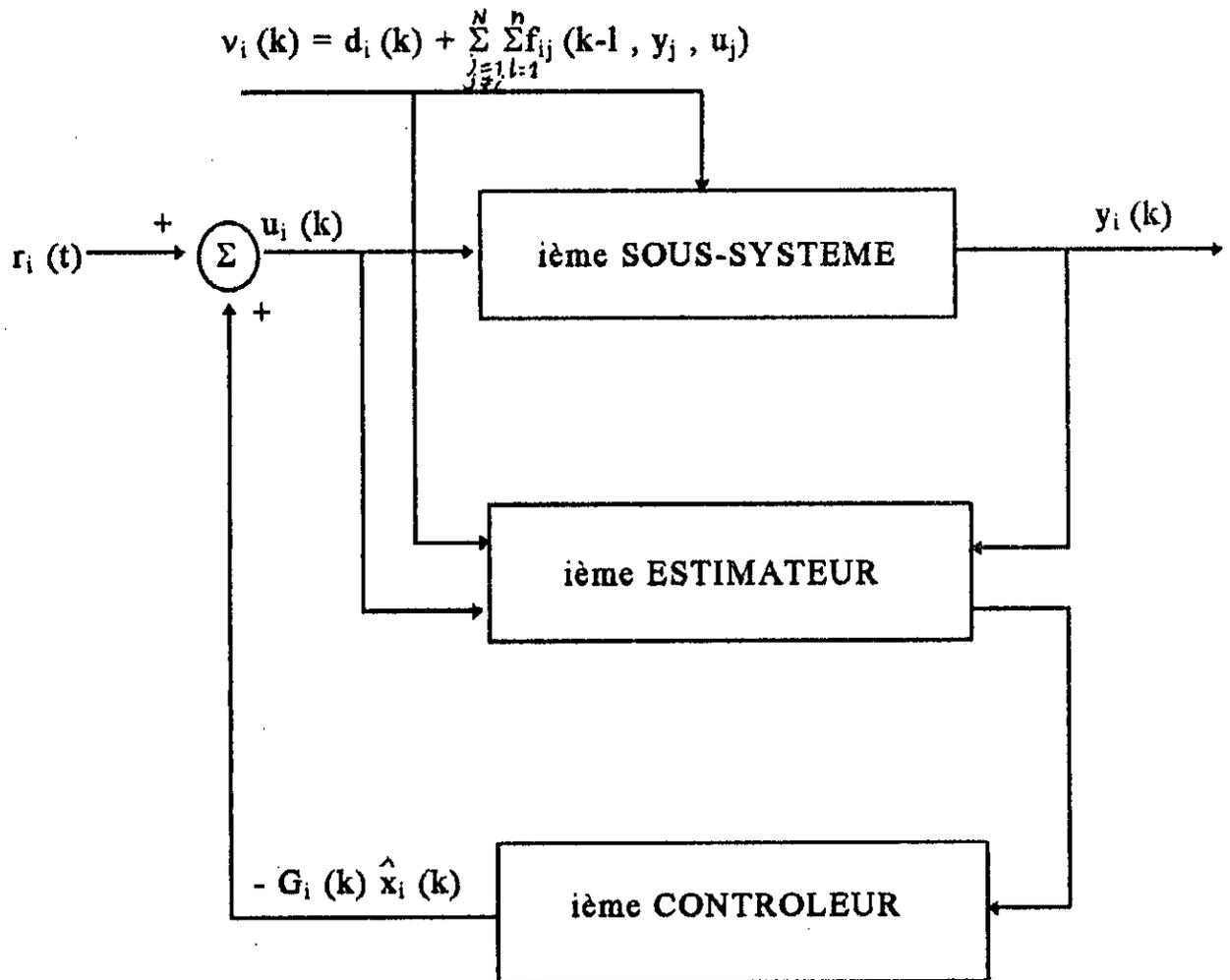


Figure 3.1: Schéma d'un système adaptatif indirecte décentralisé

De cette façon, on met on place N-régulateurs adaptatifs, chacun étant composé d'un bloc d'identification et d'un bloc de commande.

Le schéma de l'algorithme au niveau de chaque sous-système est donné par la figure 3.1

### III.3. DESCRIPTION DU PROCESSUS ET SUPPOSITIONS:

#### III.3.1. DESCRIPTION DU PROCESSUS:

le système utilisé est un système interconnecté composé de N-sous-systèmes monoentrées-monosorties. Le sous-système i est décrit par la représentation entrée-sortie suivante:

$$y_i(k) = \theta_i^T \phi_i(k-1) + d_i(k) + \sum_{j \neq i} \sum_{l=1}^n f_{ij}(k-l) y_j u_j \quad (3.1)$$

$$\text{avec: } \theta_i^T = [-a_{i1} \dots -a_{in}, b_{i1} \dots b_{in}] \quad (3.2)$$

$$\phi_i^T(k-1) = [y_i(k-1) \dots y_i(k-n), u_i(k-1) \dots u_i(k-n)] \quad (3.3)$$

La supposition faite sur les paramètres  $\theta_i$  est que ces paramètres sont invariants ou lentement variant dans le temps.

$\theta_i$ : contient les paramètres inconnus du sous-système i.

$\phi_i(k-1)$ : est le vecteur contenant les mesures entrée-sortie en regression dans le temps.

$d_i(k)$ : est une perturbation bornée qui influe sur le sous-système i.

$f_{ij}(k-1, y_j, u_j)$ : est le terme d'interaction décrivant l'effet du sous-système j; sur le sous-système i.

Avant de donner la forme convenable du processus, les hypothèses suivantes doivent être prises en considération.

### III.3.2. HYPOTHESES SUR LE SYSTEME INTERCONNECTE:

Plusieurs hypothèses sont faites sur le système interconnecté:

- Le système interconnecté globale est stabilisable. La définition de la stabilisabilité est détaillée dans [10].

- Le terme  $d_i$  dans (3.1) du sous-système  $i$ , est supposé une perturbation bornée satisfaisant:

$$|d_i(k)| < D, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

Avec:  $D$  une constante positive connue.

- Les termes  $f_{ij}(k-1, y_j, u_j)$  décrivent les interactions entre le sous-système  $i$  et le sous-système  $j$  en satisfaisant:

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \left| \sum_{l=1}^n f_{ij}(k-1, y_j, u_j) \right| \leq \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \alpha_{ij} \sum_{l=1}^n |y_j(k-1)| + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \beta_{ij} \sum_{l=1}^n |u_j(k-1)|$$

avec  $\alpha_{ij}, \beta_{ij}$  des constantes positives connues.

Rappelons que cette supposition n'implique pas que les termes d'interaction sont bornés.

- Les paramètres  $\theta_i$  du système ( $i=1, \dots, N$ ) sont supposés inconnus, alors que les bornes supérieures et inférieures à l'intérieur desquelles le système découplé est stabilisable doivent être connues i.e:

$$\theta_i^p \in [\theta_i^{pmin}, \theta_i^{pmax}]$$

On désigne par l'indice  $p$  l'élément  $p$  du vecteur considéré.

- Chaque sous-système en absence des perturbations et des interactions est stabilisable quels que soient les paramètres  $\theta_i^p \in [\theta_i^{pmin}, \theta_i^{pmax}]$ .

En tenant compte de ces hypothèses, le système pourra être décrit par:

$$y_i(k) = \theta_i^T \phi_i(k-1) + v_i(k) \quad (3.4)$$

$$\text{avec: } v_i(k) = d_i(k) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \sum_{l=1}^n f_{ij}(k-1, y_j, u_j) \quad (3.5)$$

Le terme  $v_i(k)$  peut être considéré comme un terme de perturbation pouvant être non-borné, résultant du terme de perturbation sur le sous-système  $i$ , et le terme des interactions.

$v_i(k)$  satisfait la condition suivante:  $|v_i(k)| \leq \omega_i(k)$ .

$$\text{Avec: } \omega_i(k) \stackrel{\Delta}{=} D + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \alpha_{ij} \sum_{l=1}^n |y_j(k-1)| + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \beta_{ij} \sum_{l=1}^n |u_j(k-1)| \quad (3.6)$$

La question qui se pose maintenant est: comment estimer les paramètres  $\theta_i$ ? Du système en dépit du terme de perturbation  $v_i(k)$ ?

### III.4. PROPRIETES DE L'ALGORITHME D'IDENTIFICATION:

Avant de citer les propriétés de l'algorithme d'identification utilisé dans le cas décentralisé, on définit d'abord quelques grandeurs qui vont être utilisées par la suite:

Soit  $\hat{\theta}_i(k)$  l'estimé du paramètre  $\theta_i$  à l'instant  $k$ .

On écrit l'erreur de prédiction comme étant:

$$\begin{aligned} \varepsilon_i(k) &= y_i(k) - \hat{\theta}_i^T(k) \phi_i(k-1) \\ &= [\theta_i^T - \hat{\theta}_i^T(k)] \phi_i(k-1) + v_i(k) \end{aligned} \quad (3.7)$$

L'erreur de prédiction se compose de deux termes:

- Un terme de l'erreur d'estimation paramétrique.

- Un terme dû au terme de perturbation  $v_i(k)$ , celui-ci est dû lui même aux perturbations locales au sous-système  $i$  et les interactions avec les autres sous-systèmes.

En réalité c'est l'erreur d'estimation paramétrique qui est utilisée dans un algorithme d'identification paramétrique. Cependant, cette erreur n'est pas mesurable, elle est approximée par l'erreur de prédiction.

Vue que dans les systèmes interconnectés on ne pourrait obtenir une erreur due seulement à l'estimation paramétrique, et pour séparer l'erreur d'estimation paramétrique de celle due aux perturbations, OSSMAN avait défini dans [8] une erreur relative.

Cette erreur relative a l'air d'une zone morte qui s'introduit pour palier à ce problème.

Elle est définie comme suit:

$$\bar{\varepsilon}_i(k) = \begin{cases} 0 & \text{si } |\varepsilon_i(k)| < \omega_i(k) \\ \varepsilon_i(k) - \omega_i(k) & \text{si } \varepsilon_i(k) > \omega_i(k) \\ \varepsilon_i(k) + \omega_i(k) & \text{si } \varepsilon_i(k) < -\omega_i(k) \end{cases} \quad (3.8)$$

Avec  $\omega_i(k)$  définie dans l'équation (3.6).

Cette erreur est utilisée par la suite dans les algorithmes d'identification.

Ces algorithmes d'identification doivent avoir certaines propriétés afin d'assurer leur convergence.

Ces propriétés sont décrites dans [8], [9], [10].

Ce sont:

P1:  $\|\hat{\theta}_i(k) - \theta_i\| \leq \|\hat{\theta}_i(0) - \theta_i\| \quad \forall k$

i.e: les paramètres estimés sont bornés  $\forall k$ .

P2:  $\lim_{k \rightarrow \infty} \|\hat{\theta}_i(k) - \hat{\theta}_i(k-1)\| = 0$  quand  $k \rightarrow \infty$

i.e: le modèle estimé est asymptotiquement invariant dans le temps.

$$\underline{P3}: \|\bar{\theta}_i(k)\| \leq \alpha(k) \|\phi_i(k-1)\| + \beta(k)$$

avec  $\alpha(k)$ ,  $\beta(k)$  sont des séquences scalaires positives, vérifiant:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \alpha(k) = \lim_{k \rightarrow \infty} \beta(k) = 0$$

### III.5. SYNTHESE DU CONTROLEUR ADAPTATIF:

Un trait intéressant de l'approche indirecte, par rapport à l'approche directe en commande adaptative, est que pour toute méthode de commande classique des systèmes linéaires invariants, nous pouvons élaborer une version adaptative possédant certaines propriétés de "robustesse" vis à vis des incertitudes paramétriques. Cette approche a donc l'avantage de laisser une assez grande liberté quant au choix de la stratégie de commande.

Néanmoins, si cette marge de choix est relativement large pour la commande non-décentralisée, ce n'est point le cas d'une commande à structure décentralisée [10].

La loi de commande adaptative décentralisée que nous allons désigner pour chaque sous-système est une loi de commande par retour d'état. Cette dernière englobe plusieurs options parmi lesquelles la technique de placement de pôles adaptatif et les algorithmes linéaires quadratiques (LQA).

La loi de commande particulière que nous allons utiliser, est la technique de commande à critère quadratique pour les systèmes linéaires à phase minimale ou non. Elle a été proposée par SAMSON, et utilisée dans [8].

Elle consiste à calculer une étape de l'équation de Riccati discrète mais, avant de passer à la synthèse de cette loi de commande, on doit écrire le sous-système (3.1) sous forme d'état, cela évidemment en absence des perturbations et des interconnexions:

Le système est donné par la représentation d'état suivante:

$$\begin{aligned} x_i(k + 1) &= A_i x_i(k) + B_i u_i(k) \\ y_i(k) &= C_i x_i(k) \quad , \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (3.9)$$

Avec:

$$A_i = \begin{bmatrix} -a_{i1} & 1 & \dots & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot \\ -a_{in} & \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad , \quad B_i = \begin{bmatrix} b_{i1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_{in} \end{bmatrix} \quad , \quad C_i = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$$

Il est clair que la matrice  $A_i$  est sous forme canonique d'observation.

### III.5.1. STABILISABILITE DU SYSTEME INTERCONNECTE:

Pour synthétiser une commande pour le système interconnecté, celui-ci doit être stabilisable, cela veut dire que pour toute variation des paramètres du système interconnecté dans un certain domaine bien défini, il existe une matrice de gains (bloc diagonale) telle que le système en boucle fermé soit stable.

OSSMAN [8] avait donné un lemme concernant la stabilisabilité des sous-systèmes interconnectés.

Le lemme suivant est une généralisation de celui d'OSSMAN.

**Lemme [8]:** soit  $\hat{A}_i(k)$ ,  $\hat{B}_i(k)$  les estimés des matrices  $A_i$ ,  $B_i$  du sous-système  $i$ .

Si  $\hat{A}_i(k)$ ,  $\hat{B}_i(k)$  sont générés en utilisant un algorithme d'identification qui vérifie les propriétés P1, P2, P3, alors la pair  $(\hat{A}_i(k), \hat{B}_i(k))$  est uniformément stabilisable.

### III.5.3. SYNTHESE DE LA LOI DE COMMANDE:

La loi de commande est comme suit:

$$u_i(k) = -G_i(k) \hat{x}_i(k) \quad (3.11)$$

$$G_i(k) = [\hat{B}_i^T(k)R_i(k)\hat{B}_i(k) + I]^{-1} \hat{B}_i^T(k)R_i(k)\hat{A}_i(k) \quad (3.11)$$

$$R_i(k+1) = Q_i + G_i^T(k) + [\hat{A}_i(k) - \hat{B}_i(k)G_i(k)]^T R_i(k)[\hat{A}_i(k) - \hat{B}_i(k)G_i(k)] \quad (3.12)$$

L'état  $\hat{x}_i(k)$  est estimé par un observateur d'état adaptatif.

$R_i(k)$  est une matrice de Riccati, calculée à partir de l'équation algébrique de Riccati (3.12) avec  $R_i(0) \succ 0$  c'est à dire définie positive, et  $Q_i > 0$

Dans [10], sont donnés les avantages suivants de cette approche par rapport aux autres approches basées elles mêmes sur l'algorithme: LQ (Linear Quadratic):

- Le volume de calcul effectué en ligne, au niveau de chaque sous-système est considérablement réduit.
- Il n'est pas nécessaire de procéder à un test de stabilisabilité du modèle estimé à chaque instant, dans la mesure où le gain  $G_i(k)$  reste bien défini même quand il s'agit d'un modèle estimé non-stabilisable.
- La matrice  $Q_i$  est constante, contrairement à l'approche utilisée par BENHAMOU [10], qui implique l'existence d'une matrice  $Q_i$  variable au cours de la phase d'adaptation et qui doit vérifier certaine condition, d'où la nécessité d'un organe de supervision afin de vérifier cette condition. Cela, va compliquer le calcul de la loi de commande on-line.

### III.6. ALGORITHME D'IDENTIFICATION:

Le but de cet algorithme est l'identification de tous les paramètres du sous-système  $i$  et également ceux des matrices d'interconnexion si cela, est possible.

La méthode d'identification adaptée sera une des méthodes paramétrique, où les paramètres sont identifiés à partir des mesures effectuées sur le processus étudié.

La notion de "mesurabilité" d'un signal est fondamentale en commande adaptative.

Tout schéma d'identification paramétrique suppose la disponibilité de deux choses essentielles:

- i) un modèle pour le processus.
- ii) un ensemble de données qui se caractérisent dans les signaux d'entrées et de sorties et de perturbations qui sont mesurés à partir du système physique étudié.

Si, en général, les signaux de l'entrée et de la sortie du sous-système sont mesurables, les signaux d'interconnexion ne sont pas toujours disponibles à partir d'une mesure directe, sans oublier qu'ils dépendent des mesures effectuées sur d'autres sous-systèmes. Et c'est à ce niveau que réside la difficulté de la mise en oeuvre d'une commande adaptative décentralisée, en plus, bien sûr, aux difficultés liées aux systèmes multivariables.

Les caractéristiques de la méthode d'identification dépendent de la façon dont les signaux d'interactions sont pris en considération. Il est donc, essentiel de définir la structure d'information disponible sur chaque sous-système.

i) L'information est complète:

On dispose de tous les signaux du système global au niveau du sous-système i.

ii) L'information est strictement locale:

On ne dispose que des signaux locaux du sous-système i.

Il est évident que pour les systèmes complexes aucun contrôleur n'a accès à l'information complète.

Le cas ii) est plus général.

Dans la structure décentralisée de la commande, l'utilisation de l'information locale réduit la complexité des calculs et en même temps elle ne peut assurer la convergence exacte à cause du manque d'information.

L'algorithme d'identification que nous allons utiliser; se base sur l'information, à structure non totalement décentralisée, car le terme  $\omega_i(k)$  dans l'équation (3.6) utilise les signaux des autres sous-systèmes pour introduire la zone morte dans l'identification paramétrique.

L'algorithme d'identification suivant est celui du gradient, cet algorithme a été également utilisé dans [8].

$$\bar{\theta}_i(k) = \hat{\theta}_i(k-1) + \frac{\phi_i(k-1) \bar{e}_i(k)}{1 + \phi_i^T(k-1) \phi_i(k-1)} \quad (3.13)$$

$$\hat{\theta}_i^p(k) = \begin{cases} \bar{\theta}_i^p(k) & \text{si } \hat{\theta}_i^p(k) \in [\theta_i^{pmin}, \theta_i^{pmax}] \\ \theta_i^{pmax} & \text{si } \hat{\theta}_i^p(k) > \theta_i^{pmax} \\ \theta_i^{pmin} & \text{si } \hat{\theta}_i^p(k) < \theta_i^{pmin} \end{cases} \quad (3.14)$$

C'est un algorithme qui fait la projection des paramètres  $\hat{\theta}_i(k)$  sur le point le plus proche dans le domaine  $[\theta_i^{pmin}, \theta_i^{pmax}]$ .

Notons bien que l'erreur relative  $\varepsilon_i(k)$  est utilisée au lieu de  $\varepsilon_i(k)$ , dans l'algorithme d'identification.

Comme nous l'avons précédemment mentionner; un observateur d'état adaptatif décentralisé est nécessaire. Dans le paragraphe suivant nous donnons la méthodologie de synthèse de cet observateur.

### III.7. OBSERVATEUR D'ETAT DECENTRALISE ADAPTATIF:

Pendant le développement de la procédure d'identification, une possibilité de générer un estimateur d'état, se révèle une solution adéquate au problème de la non-accessibilité des états du sous-système.

Cet estimateur est construit uniquement à partir des paramètres estimés, et tenant compte de la structure d'information disponible.

Dans [9] et [10] un estimateur d'état adaptatif est utilisé dans le schéma de commande.

Sa particularité est qu'il a la même structure que le sous-système, y compris les interconnexions, i.e l'estimateur comporte le terme d'interconnexion, car ce dernier est estimé dans l'algorithme d'identification.

Dans notre cas on suppose que le modèle des interconnexions n'est pas connue, donc l'algorithme d'identification ne le comporte pas. Par conséquent l'observateur utilisé se base uniquement sur les informations purement locales, alors que l'utilisation d'un observateur qui tient compte du terme d'interconnexions augmente sa précision. L'utilisation des informations purement locales va se répercuter sur la commande et son effet

apparaissant dans l'expression de la commande. De plus, l'erreur sortie-référence est plus importante comparée à celle obtenue lors de l'utilisation d'un observateur comportant le terme d'interconnexions.

Notre objectif est de décentraliser le maximum possible, la commande adaptative, en gardant la stabilité du système global.

L'observateur local est écrit par:

$$\hat{x}_i(k+1) = \hat{A}_i(k) \cdot \hat{x}_i(k) + \hat{B}_i(k) \cdot u_i(k) + E_i(k) \cdot [y_i(k) - C_i \hat{x}_i(k)] \quad (3.15)$$

$E_i(k)$ : est la matrice des gains de l'observateur.

$$E_i^T(k) = [-a_{i1}(k) \dots a_{in}(k)] \quad (3.16)$$

$$\hat{y}_i(k) = C_i(k) \hat{x}_i(k) \quad (3.17)$$

Cet estimateur a été utilisé dans [8].

Notons bien qu'il a été conçu à partir du modèle "forme compagne d'observation".

Les gains  $E_i(k)$  de l'observateur sont désignés de façon à placer les valeurs propres de la matrice  $[\hat{A}_i(k) - E_i(k) \cdot C_i]$  à l'intérieur du cercle unité, et vu que le modèle est sous forme compagne d'observation donc le placement se fait juste par  $n_i$  additions ce qui donne la possibilité d'écrire  $E_i(k)$  sous sa forme dans l'équation (3.16).

### **III.8. STABILITE DU SYSTEME INTERCONNECTE:**

comme dans l'approche directe, et pour le schéma adaptatif conçu pour ce cas là, une condition suffisante à satisfaire pour garantir la stabilité du système globale, se présente dans la matrice  $M$ .

OSSMAN avait énoncé le théorème concernant la stabilité du système et le schéma adaptatif proposé, avec la condition sur la matrice  $M$  qui doit être définie positive, [8].

La matrice  $M$  est définie d'une autre façon dans le cas de l'approche indirecte.

Elle est définie dans [8], avec une démonstration du théorème énoncé, cette dernière est basée sur la méthode de LYAPUNOV, en définissant la fonction de LYAPUNOV dans le domaine discret.

Cette condition sur la matrice  $M$ , n'est pas liée au cas adaptatif, comme il a été mentionné dans le cas de l'approche directe.

On rappelle ici une remarque citée dans le chapitre II, est que, dans le cas adaptatif, le problème se pose lors de la construction de la matrice  $M$ , puisque les entrées de cette dernière dépendent des paramètres inconnus du système.

En théorie il est possible d'utiliser les bornes supérieures et inférieures sur les paramètres du système pour vérifier la condition sur la matrice  $M$ , mais il est difficile de développer une procédure de test faisable.

Une autre question intéressante est l'effet de la zone morte sur les performances transitoires du système. Il est possible que la zone morte soit grande, si l'erreur d'estimation paramétrique initiale est trop grande ou les interactions entre les sous-systèmes sont fortes. Dans ce cas l'algorithme

d'estimation peut ne pas donner des résultats satisfaisants, avant que le système soit convenablement identifié.

### III.9. PROPOSITIONS:

#### III.9.1.: ALGORITHME D'IDENTIFICATION:

Au cours de l'étude menée par BENHAMOU, dans [10] de la commande adaptative décentralisée indirecte, et dans la partie concernant la stratégie de commande avec approche locale, l'algorithme d'identification utilisé a été étendu aux signaux d'interaction.

Ce dernier n'est qu'une version de l'algorithme des moindres carrés étendus, avec un mécanisme qui assure la convergence des paramètres estimés vers le domaine de stabilisabilité. Au niveau de chaque sous-système, on dispose du signal de sortie, d'entrée, et celui d'interaction. Cela implique donc que le signal d'interaction est "Localement mesurable".

Notre proposition consiste à ne pas identifier les paramètres d'interaction (réduction du calcul des paramètres), et utiliser l'erreur relative introduite dans [8], et par la suite, concevoir un organe de supervision qui s'occupe du calcul des termes  $\omega_i(k)$  à chaque instant  $k$ .

Avant d'établir l'algorithme proposé, qui est une version des M.C.R. avec une modification qui garantit les propriétés P1, P2, P3 déclarées précédemment, on présentera un algorithme des M.C.R. simple utilisé dans le cas centralisé. Celui-ci ne garantit plus les propriétés P1, P2, P3 pour le cas décentralisé:

Cet algorithme est le suivant:

$$\hat{\theta}_i(k) = \hat{\theta}_i(k-1) + \frac{p_i(k-1) \phi_i(k-1) \varepsilon_i(k)}{\lambda_i + \phi_i^T(k-1) p_i(k-1) \phi_i(k-1)} \quad (3.18)$$

$$p_i(k) = p_i(k-1) - \frac{p_i(k-1) \phi_i(k-1) \phi_i^T(k-1) p_i(k-1)}{\lambda_i + \phi_i^T(k-1) p_i(k-1) \phi_i(k-1)} \quad (3.19)$$

$$\varepsilon_i(k) = y_i(k) - \hat{\theta}_i^T(k-1) \phi_i(k-1) \quad (3.20)$$

L'exemple de simulation qui viendra par la suit, justifiera l'inutilité de cet algorithme dans le cas des systèmes interconnectés.

L'algorithme des M.C.R modifié que nous proposons a la structure suivante:

On définit:

$$\sigma_i^p(k) = \begin{cases} \hat{\theta}_i^p(k) - \theta_i^{pmax} & \text{si } \hat{\theta}_i^p(k) > \theta_i^{pmax} \\ \hat{\theta}_i^p(k) + \theta_i^{pmin} & \text{si } \hat{\theta}_i^p(k) < \theta_i^{pmin} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.21)$$

On désigne par l'indice p l'élément p du vecteur considéré.

$$\hat{\theta}_i(k) = \hat{\theta}_i(k-1) - \alpha_i p_i(k-1) \sigma_i(k-1) + \frac{p_i(k-1) \phi_i(k-1) \bar{\varepsilon}_i(k)}{\lambda_i^2(k-1) + \phi_i^T(k-1) p_i(k-1) \phi_i(k-1)} \quad (3.22)$$

$$p_i(k) = p_i(k-1) - \frac{p_i(k-1) \phi_i(k-1) \phi_i^T(k-1) p_i(k-1)}{\lambda_i^2(k-1) + \phi_i^T(k-1) p_i(k-1) \phi_i(k-1)} \quad (3.23)$$

$$p_i(0) = p_i^T(0) > 0$$

$\bar{\varepsilon}_i(k)$ : est l'erreur relative définie dans (3.8).

$$\lambda_i(k-1) = \begin{cases} 1 & \text{si } \det(p_i(k)) > \delta_i \\ \max(1, \|\phi_i(k-1)\|) & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.24)$$

$\delta_i$ : est un scalaire positif arbitraire

$\alpha_i$ : est un scalaire positif tel que :  $\alpha_i p_i(0) < 2I$ .

Les propriétés de cet algorithme restent les mêmes que celles de l'algorithme proposé dans [10], et celui dans [8].

### III.9.2. ORGANE DE SUPERVISION:

Depuis que le terme  $\omega_i(k)$  utilisé dans l'algorithme d'identification pour définir l'erreur relative, nécessite la présence des signaux d'interaction et pour réduire le volume de calcul au niveau de chaque sous-système, une idée intéressante nous vient à l'esprit. Cette idée consiste à ce que le calcul de  $\omega_i(k)$  doit s'effectuer au niveau d'un organe dit "superviseur", où l'on dispose des signaux de chaque sous-système. Cet organe de charge du calcul des  $\omega_i(k)$  à chaque instant  $k$  et communique chaque information  $\omega_i(k)$  au sous-système  $i$  correspondant.

L'intérêt de cette idée est très important dans le cas de l'implémentation du schéma de commande adaptative décentralisée.

Le schéma de la figure 3.17 explique cette idée:

L'organigramme présenté à la figure 3.18 explique le déroulement séquentiel de la commande en présence du superviseur.

A partir de l'organigramme de la figure 3.18, nous développons l'algorithme suivant:

A chaque instant les étapes suivantes doivent être parcourues:

**- Niveau superviseur:**

- 1- mémoriser les grandeurs  $y_i(k-1)$ ,  $u_i(k-1)$ ,  $i=1.2...n$
- 2- calculer les bornes  $\omega_i(k)$ ,  $i= 1.2....N$
- 3- envoyer à chaque contrôleur local la valeur de  $\omega_i(k)$

**- Niveau contrôleur local:**

- 4- estimer les paramètres du sous-système  $i$ , en utilisant les entrées  $u_i$ , les sorties  $y_j$ , locales et la valeur de  $\omega_i(k)$ , ( $i=1.2...N$ ).
- 5- estimer les états du sous-système en utilisant les paramètres estimés.
- 6- générer la loi de commande, en fonction des états  $\hat{x}_i(k)$  et des paramètres  $\hat{\theta}_i(k)$ , ( $i=1.2...N$ )
- 7- Appliquer la commande au sous-système  $i$  ( $i=1.2....N$ )

**- Niveau sous-système:**

- 8.a- envoyer au superviseur la sortie, l'entrée, et le terme de perturbation  $d_i(k)$ , (ou la constante  $D$  décrite par  $|d_i(k)| < D$ ).
- 8.b- envoyer la sortie au contrôleur local.

**III.10- EXEMPLE DE SIMULATION:**

L'exemple que nous allons utiliser est pris de [10]. Il consiste en un système formé de deux sous-systèmes monoentrée-monosorties, décrits par les équations suivantes:

$$y_1(k) = -0.905 y_1(k-1) + 0.3 y_1(k-2) + 0.9 u_1(k-1) + 0.5 u_1(k-2) - 0.36 y_2(k-1) - 0.2 y_2(k-2) \quad (3-25)$$

$$y_2(k) = -0.805 y_2(k-1) + 0.1 y_2(k-2) + u_2(k-1) + 0.5 u_2(k-2) - 0.4 y_1(k-1) - 0.2 y_1(k-2) \quad (3-26)$$

Nous avons mené une étude comparative de l'influence de certains paramètres.

D'après plusieurs essais, nous avons constaté que le choix des matrices  $Q_i$  (equation 3.12) influ considérablement sur les résultats.

Ainsi pour notre exemple nous prenons:

$$\alpha_{12} = \alpha_{21} = 1$$

$$\beta_{12} = \beta_{21} = 0$$

qui sont liés à l'équation (3.6).

Et les conditons initiales:

$$\hat{\theta}_1(0) = [-0,805 \quad 0,5 \quad 0,6 \quad 0,7]^T$$

$$\hat{\theta}_2(0) = [-1,05 \quad 0,3 \quad 0,8 \quad -0,7]^T$$

$$R_1(0) = R_2(0) = I_2$$

$$\text{Et } \theta_1^{\max} = [-0,6 \quad 0,8 \quad 1,3 \quad 0,9]^T$$

$$\theta_1^{\min} = [-1,3 \quad -0,3 \quad 0,2 \quad 0,1]^T$$

$$\theta_2^{\max} = [-0,505 \quad 0,5 \quad 1,5 \quad 0,1]^T$$

$$\theta_2^{\min} = [-1,2 \quad -0,4 \quad 0,5 \quad -1]^T$$

On suppose les conditions initiales sur les entrées  $u_i$ , et les sorties  $y_i$ ,  $i = 1, 2$ , sont nulles.

On donne les signaux de références  $r_1 = r_2 = 1$ .

Sur les figures 3.2 - 3.4 on présente les résultats relatifs à l'algorithme du gradient avec un choix de  $Q_i = Q = 5I_2$ ,  $i = 1, 2$ . et sur les figures 3.5 - 3.7 ceux relatifs au même algorithme mais avec  $Q_i = Q = 2I_2$ ,  $i = 1, 2$ .

Le pas de simulation est de  $10^{-2}$  seconde, la différence entre les deux cas apparait clairement. Le test sur l'algorithme des M.C.R simple est effectué avec  $Q_i = Q = 5I_2$ ,  $i = 1, 2$ .

Les figures 3.8 - 3.10 justifient ce qu'on a dit à propos de cet algorithme.

Sur les figures 3.11 - 3.16 on présente les résultats obtenus à partir de l'algorithme des M.C.R modifié avec deux choix sur les matrices  $Q_i$ .

$$\text{Avec } p_1(0) = p_2(0) = I_4$$

$$\delta_1 = \delta_2 = 0,5$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 1,5$$

Le pas de simulation est de  $2 \cdot 10^{-2}$  seconde. La remarque tirée après plusieurs variations de  $Q_i$  est que si on diminue  $Q_i$  les performances du régime transitoire s'améliorent, mais cela reste dans un certain domaine, si on sort de ce domaine les performances se détériorent, et c'est le cas de la commande optimale, car il n'y a pas des critères sur le choix des matrices arbitraires.

A notre avis ce domaine est lié au choix des paramètres initiaux, et aux autres grandeurs qui entrent dans le schéma de commande.

**III.10.1. COMMENTAIRES:**

D'après les résultats de simulation on constate:

- Une erreur statique due aux interconnexions est toujours présente sur les sorties de chaque sous-système.

La valeur de cette erreur dépend de l'intensité des interconnexions et des perturbations.

- Les sorties des observateurs adaptatifs locaux présentent une erreur statique par rapport au signal de référence. De plus, une autre erreur s'accumule sur la sortie estimée.

Cette erreur est due aux interconnexions, non prises en considération lors de la synthèse de l'observateur adaptatif décentralisé.

Elle se repercute implicitement sur l'erreur entre la sortie du sous-système et le signal de référence, par l'intermédiaire du signal de commande, qui est en fonction des états estimés.

Donc il reste toujours un dilemme à faire entre le degré de décentralisation de la commande et les performances du système, car en adoptant la structure décentralisée, on réduit les performances mais on gagne une réduction du taux de calcul (calcul distribué), ce qui facilite et diminue le coût d'implantation pratique.

- Une comparaison entre les réponses obtenues à partir de l'algorithme du gradient et de l'algorithme modifié des moindres-carrés-récurrents, montre que pour ce dernier le régime transitoire du système est plus lent.

Par contre d'autres essais intensifs de comparaison entre ces deux algorithmes, ont montré le privilège de l'algorithme des M.C.R-modifié concernant la robustesse vis-à-vis du choix des conditions initiales sur les sorties et les signaux de commande.

Avec des signaux de références nuls ( $r_1 = r_2 = 0$ )

Ces essais ne sont pas présentés ici.

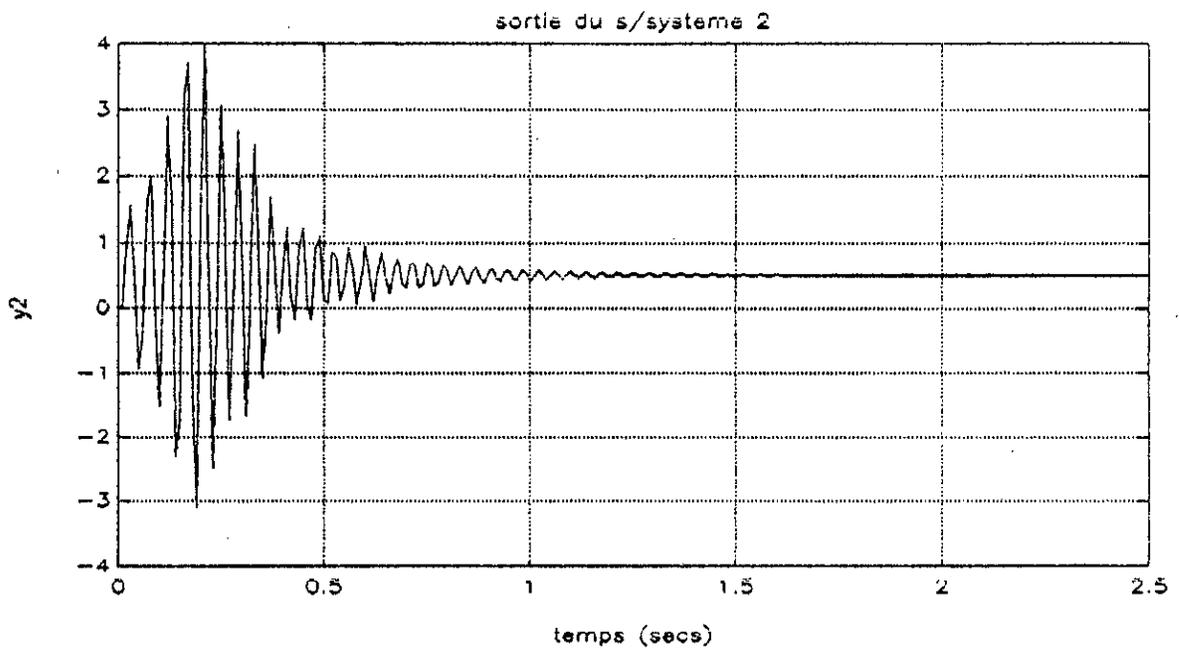
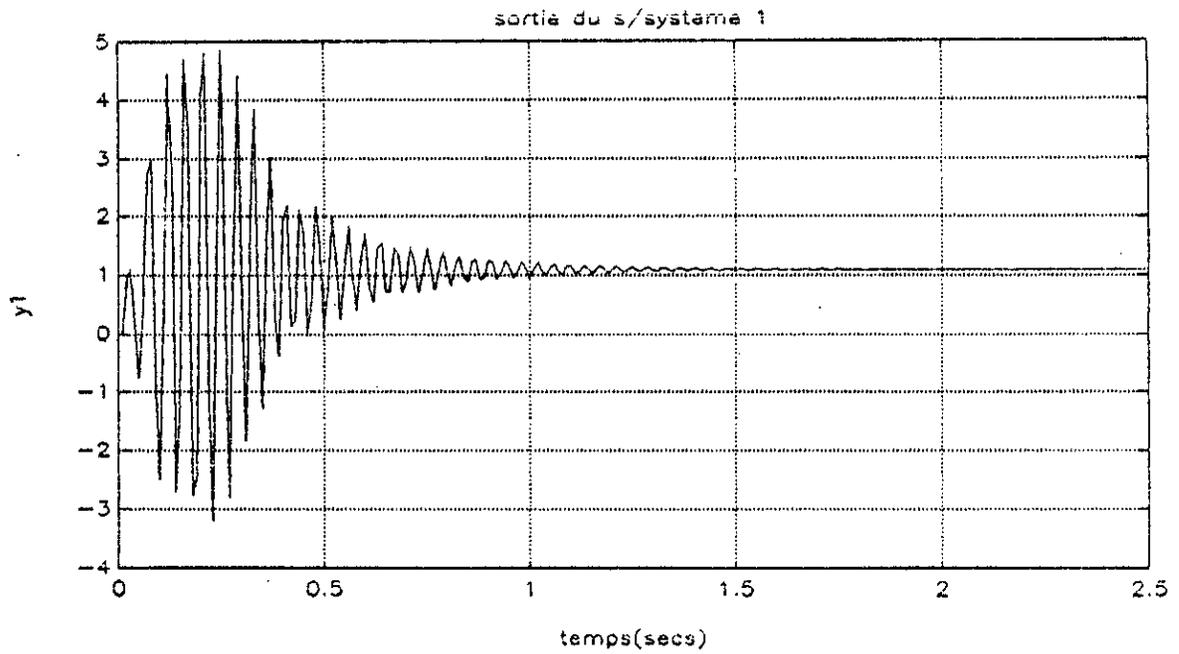


Figure 3.2 Evolution des sorties lors de l'adaptation en utilisant l'algorithme du gradient ( $Q=5I_2$ ).

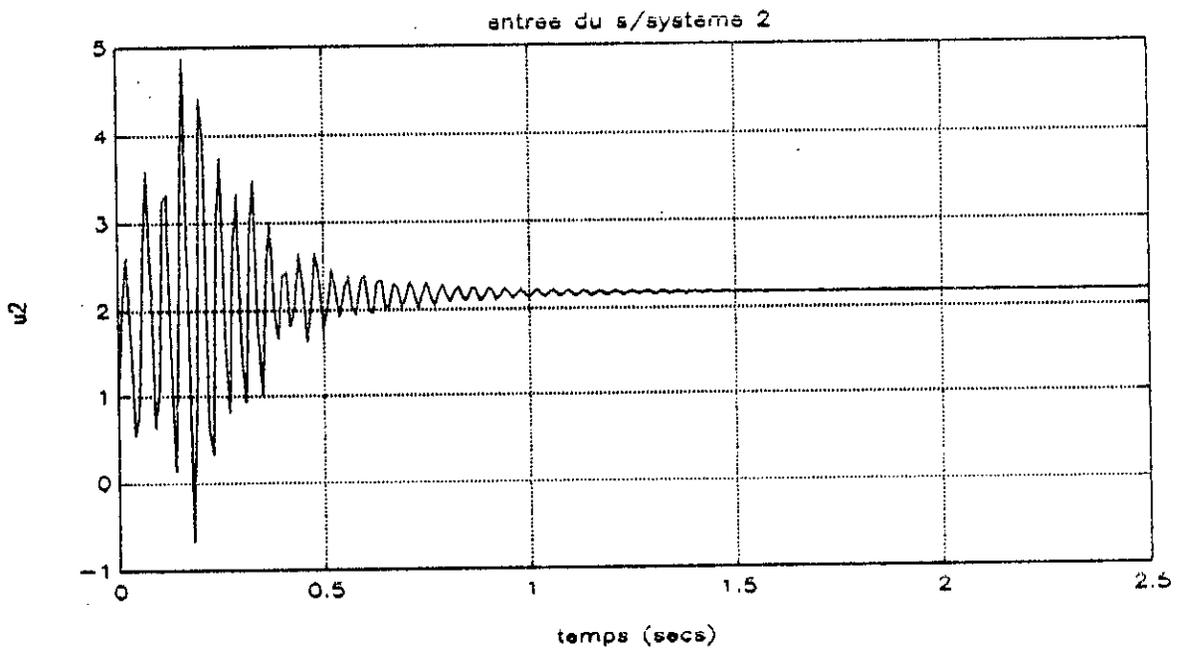
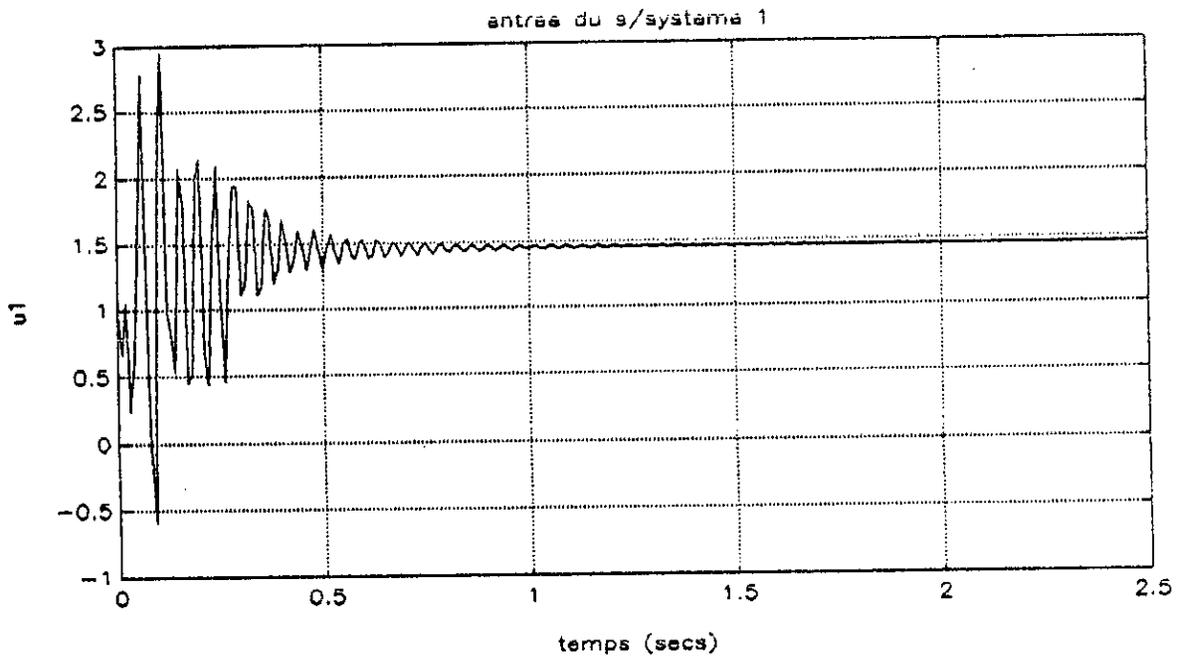


Figure 3.3 Evolution des entrées lors de l'adaptation en utilisant l'algorithme du gradient ( $Q=5I_2$ ).

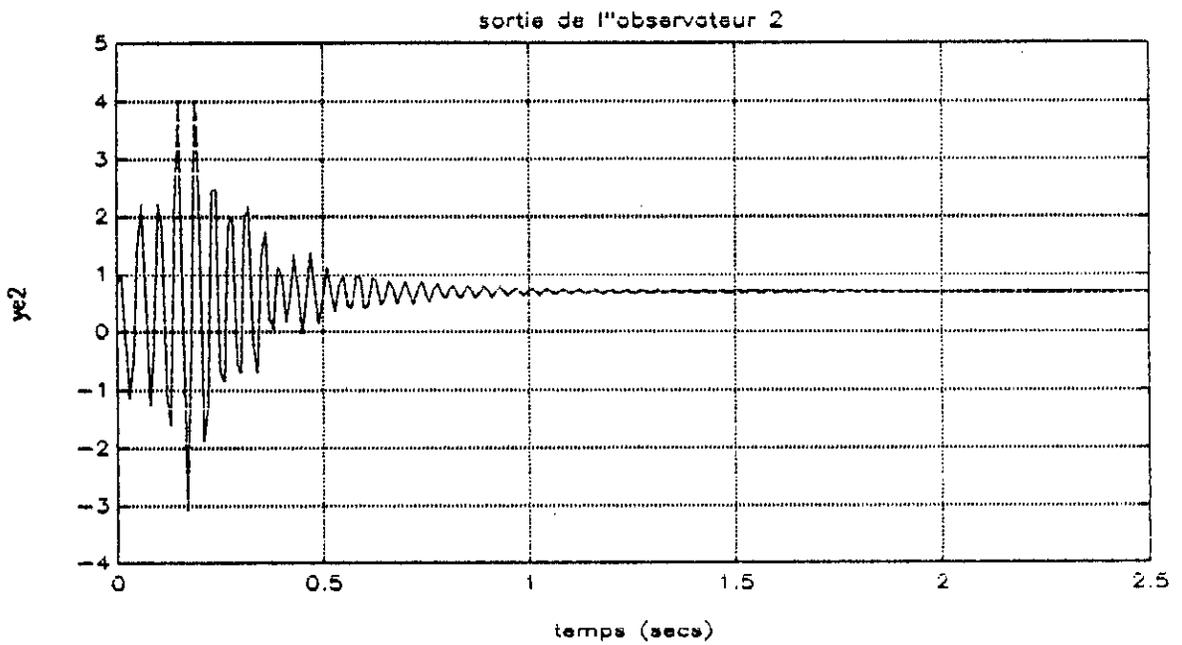
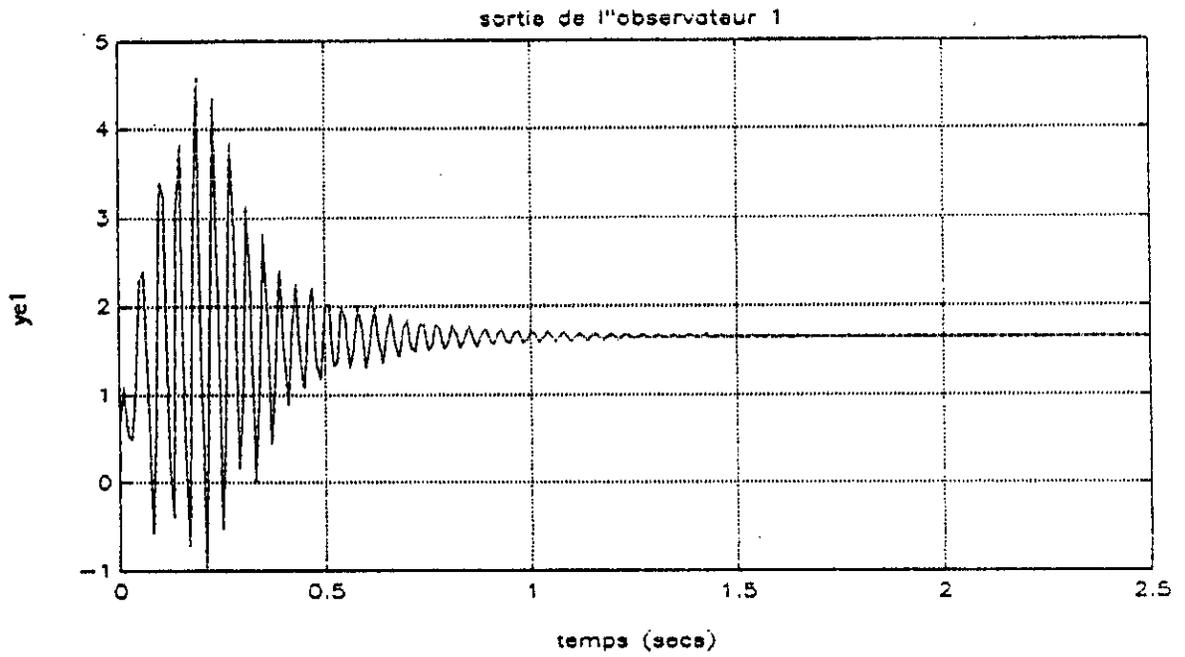


Figure 3.4 Evolution des sorties de l'observateur décentralisé adaptatif en utilisant l'algorithme du gradient ( $Q=5I_2$ ).

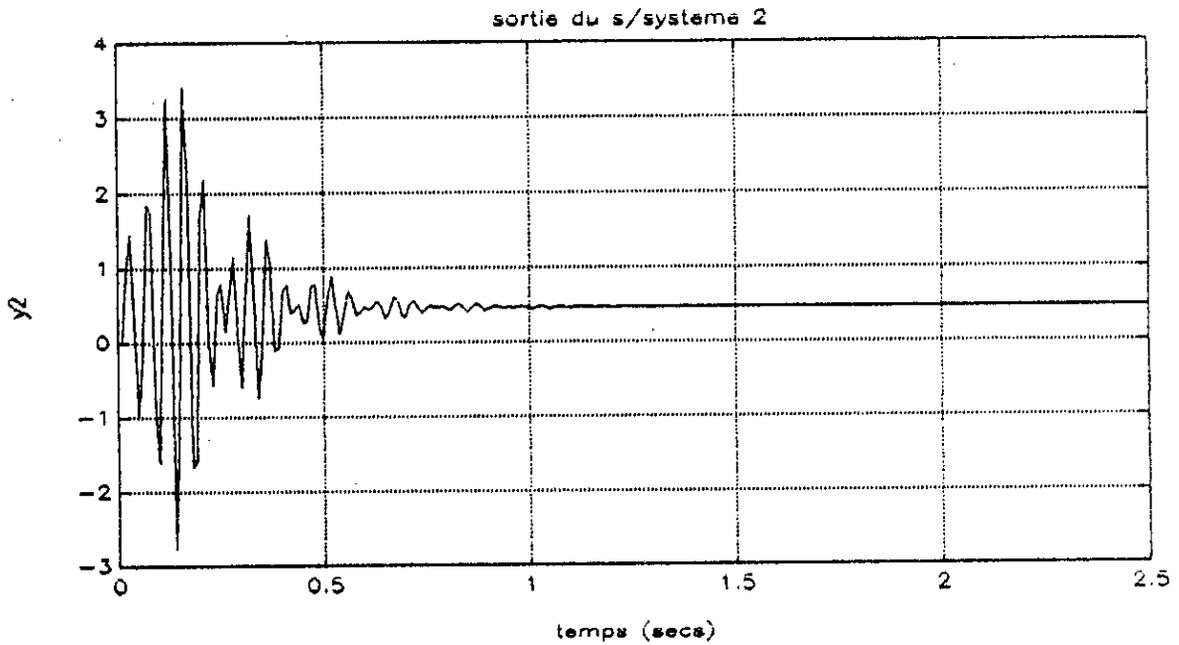
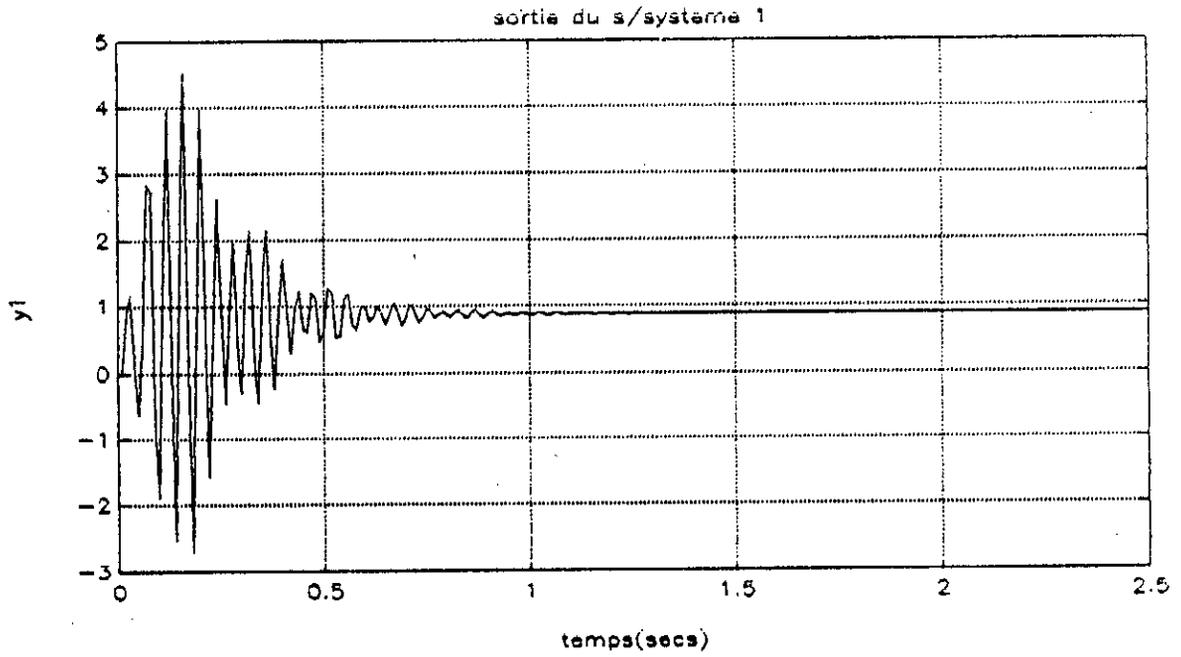


Figure 3.5 Evolution des sorties lors de l'adaptation en utilisant l'algorithme du gradient ( $Q=2I_2$ ).

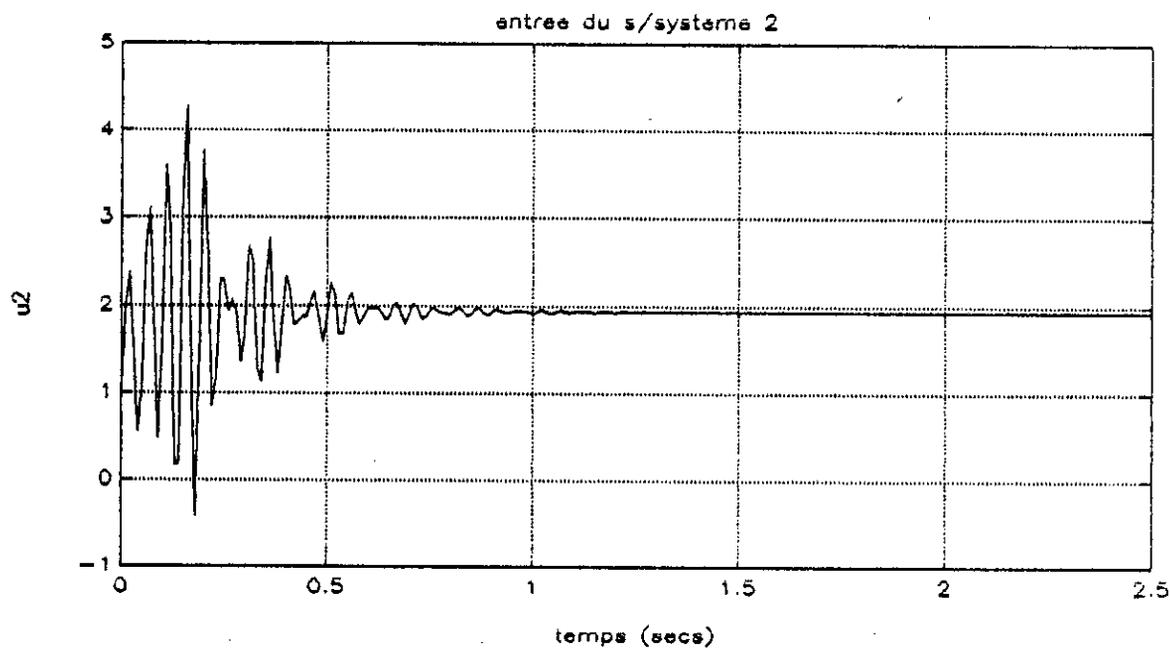
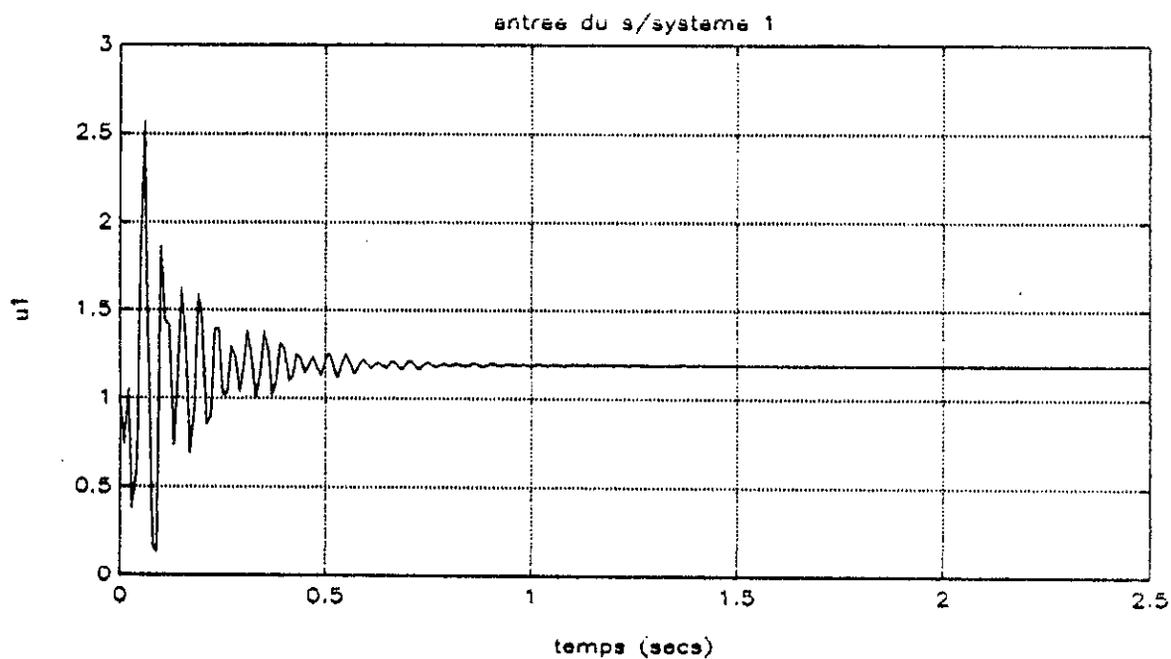


Figure 3.6 Evolution des entrées lors de l'adaptation en utilisant l'algorithme du gradient ( $Q=2I_2$ ).

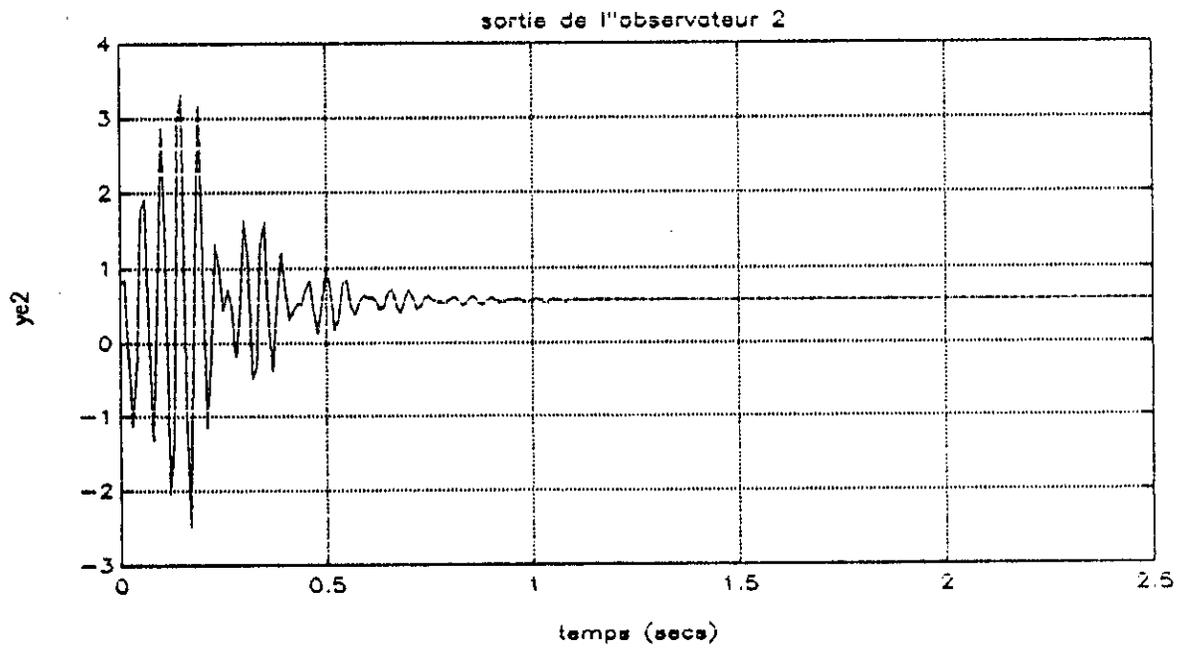
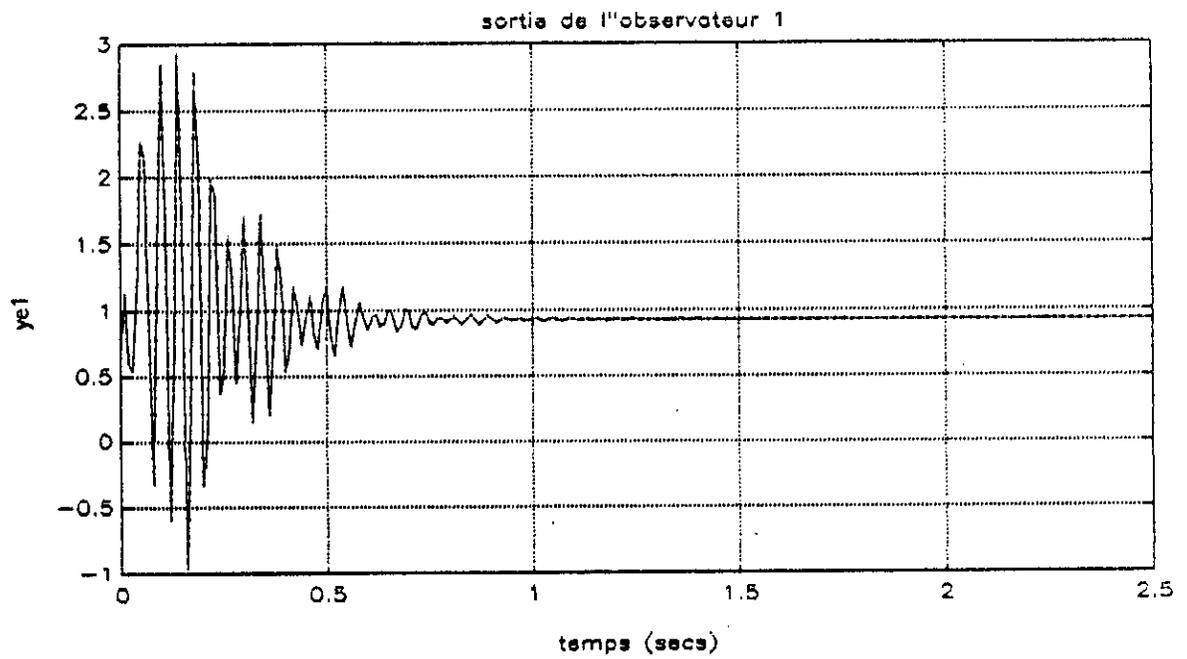


Figure 3.7 Evolution des entrées l'observateur décentralisé adaptatif en utilisant l'algorithme du gradient ( $Q=2I_2$ ).

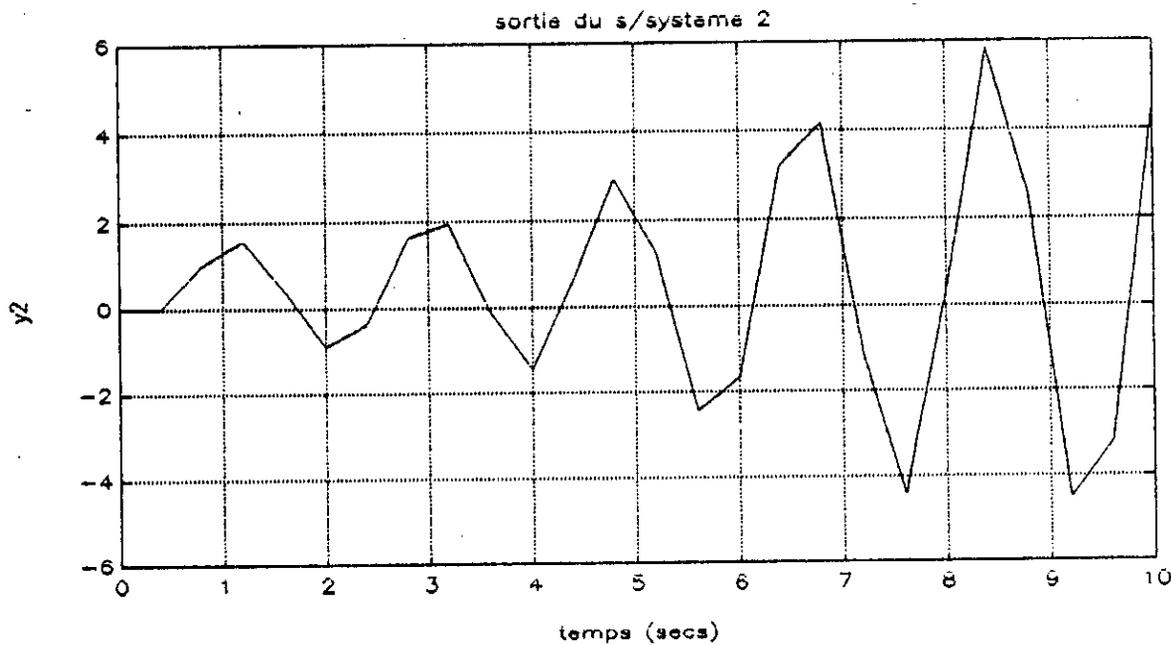
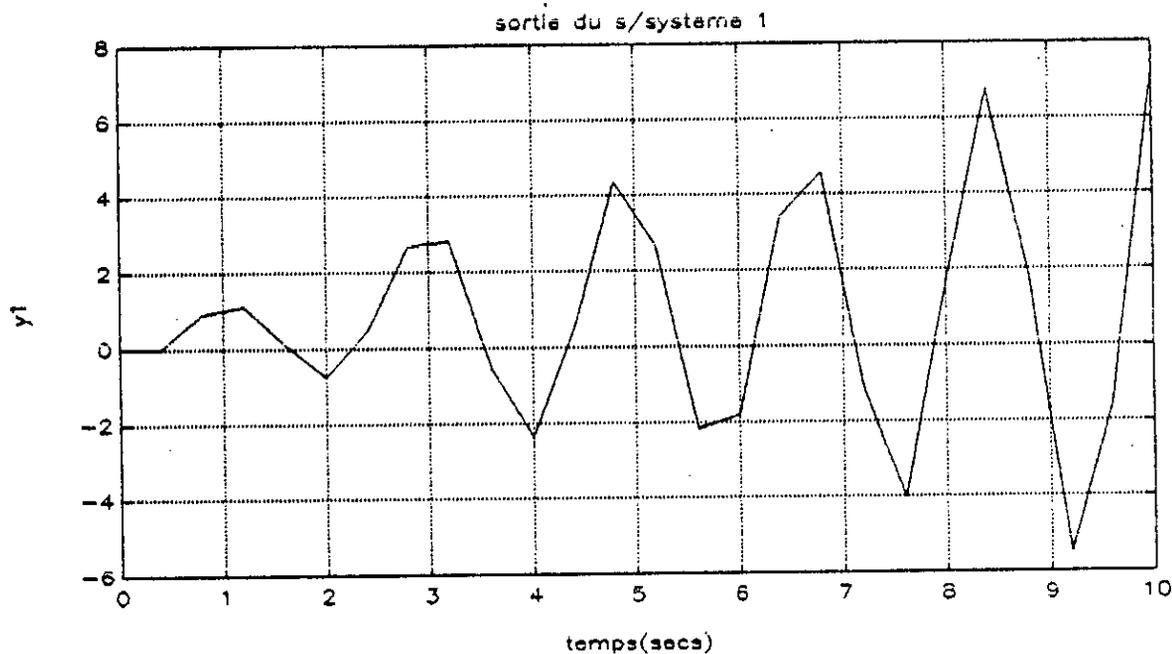


Figure 3.8 Evolution des sorties lors de l'adaptation en utilisant l'algorithme des M.C.R. simples ( $Q=5I_2$ ).

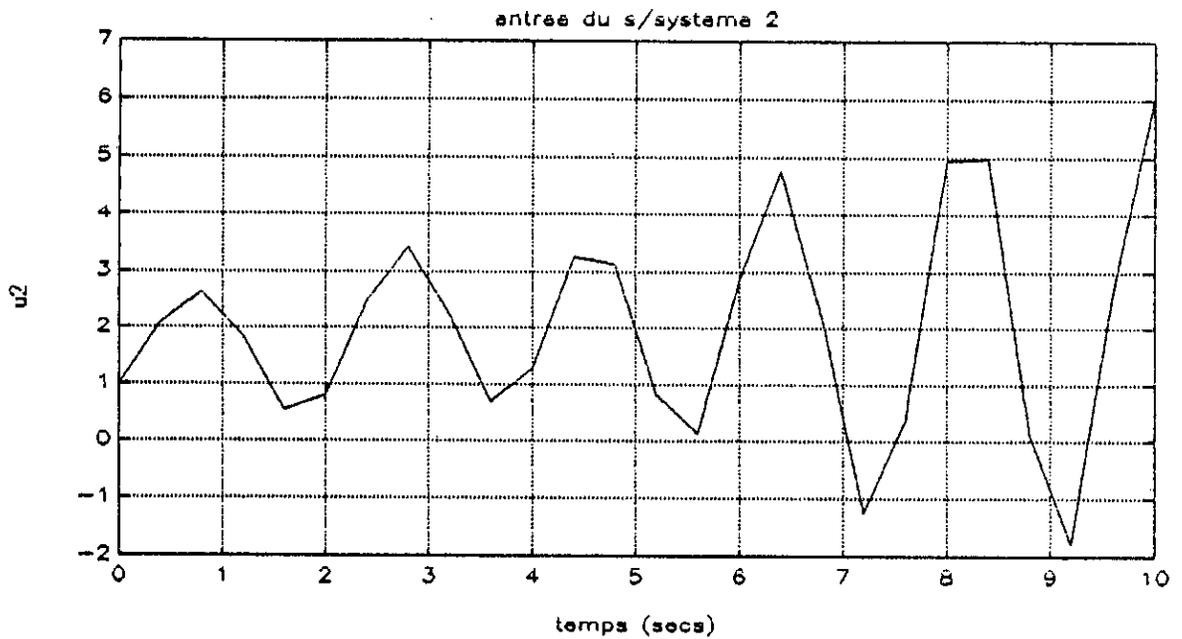
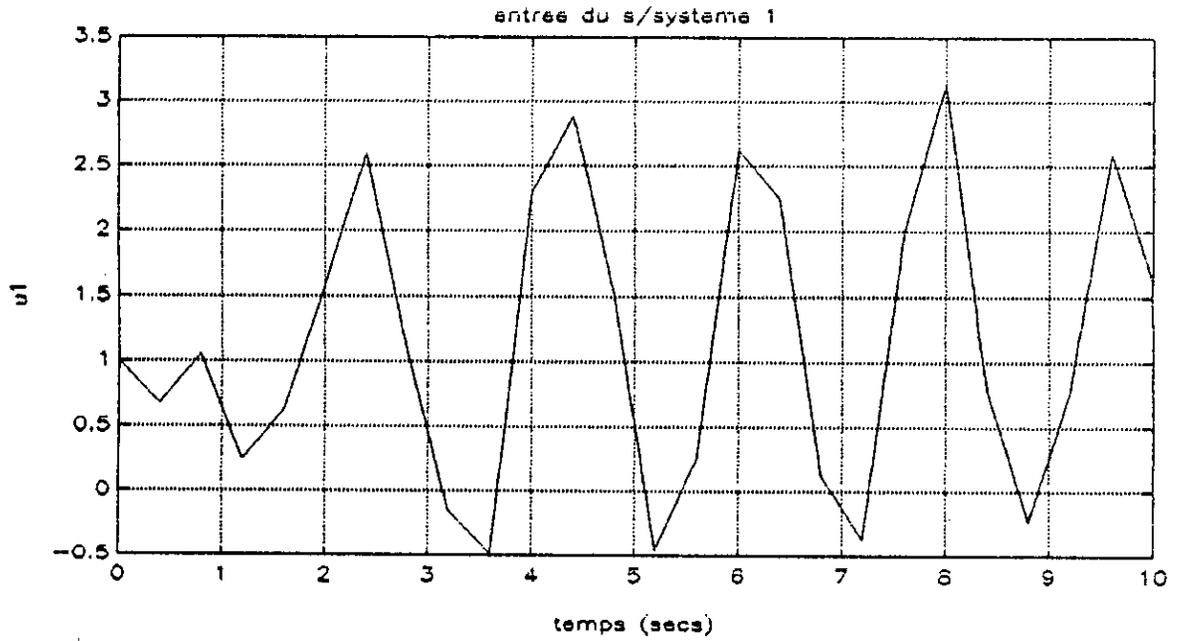


Figure 3.9 Evolution des entrées lors de l'adaptation en utilisant l'algorithme des M.C.R. simples ( $Q=5I$ ).

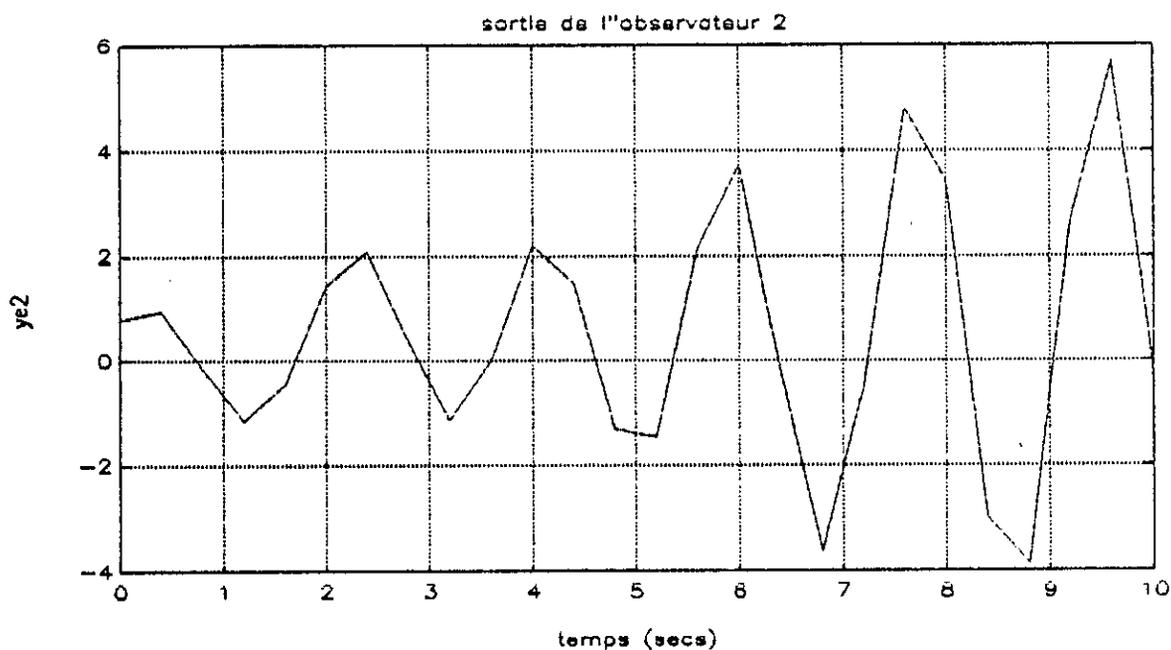
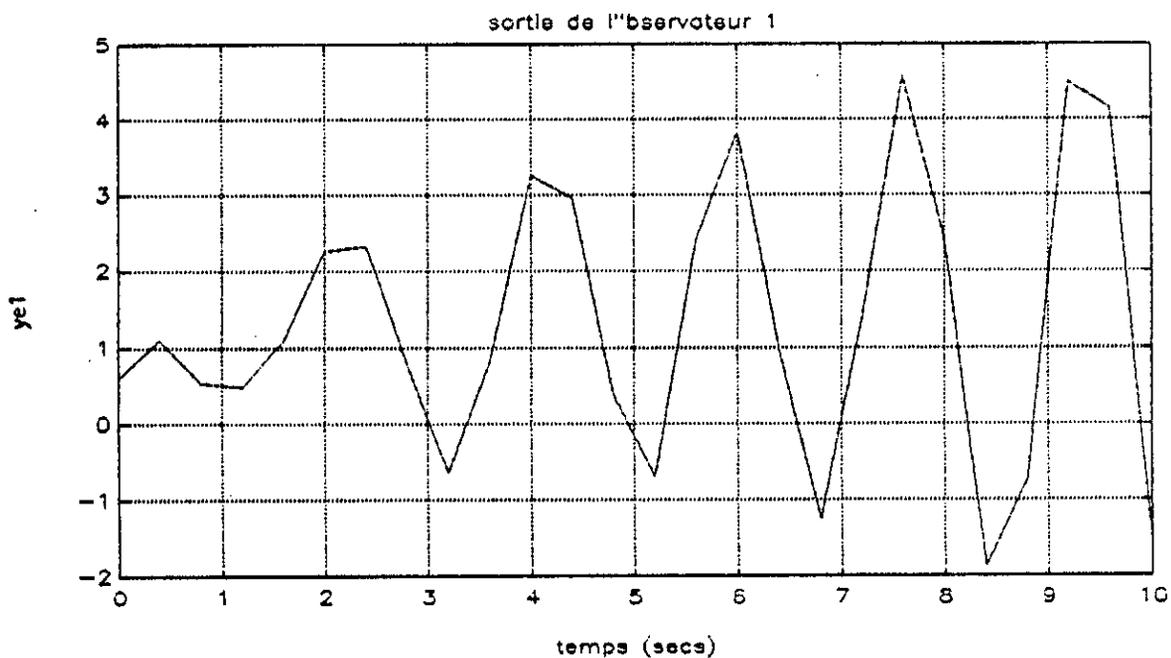


Figure 3.10 Evolution des sorties de l'observateur décentralisé adaptatif en utilisant l'algorithme des M.C.R. simples ( $Q=5I_2$ ).

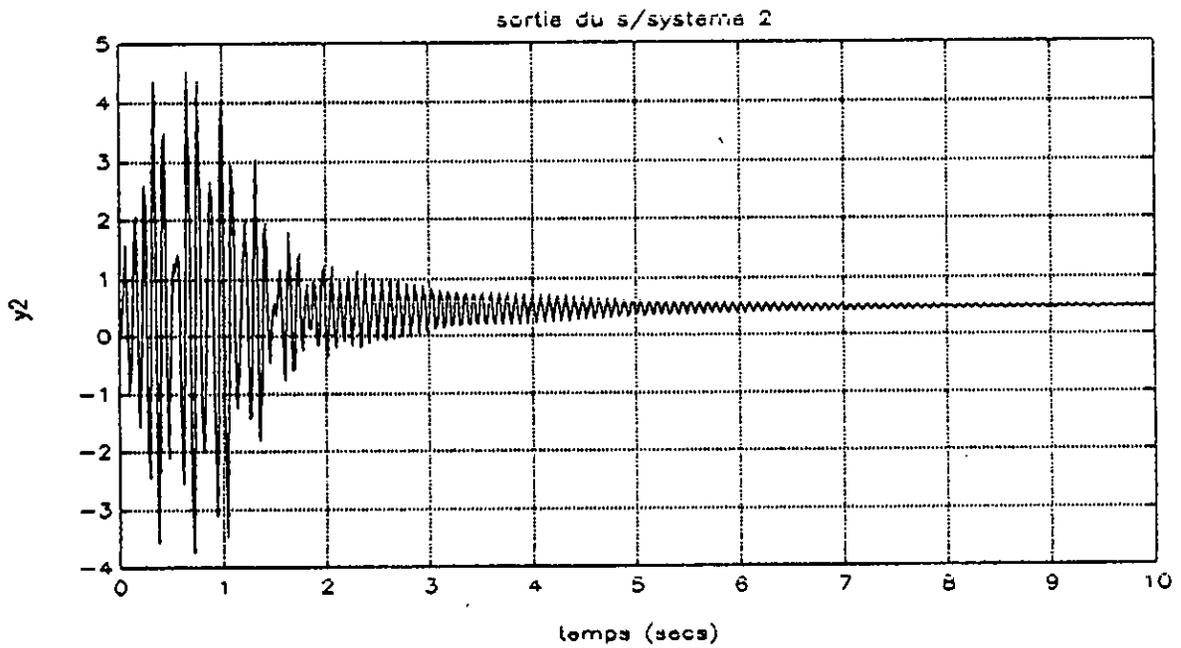
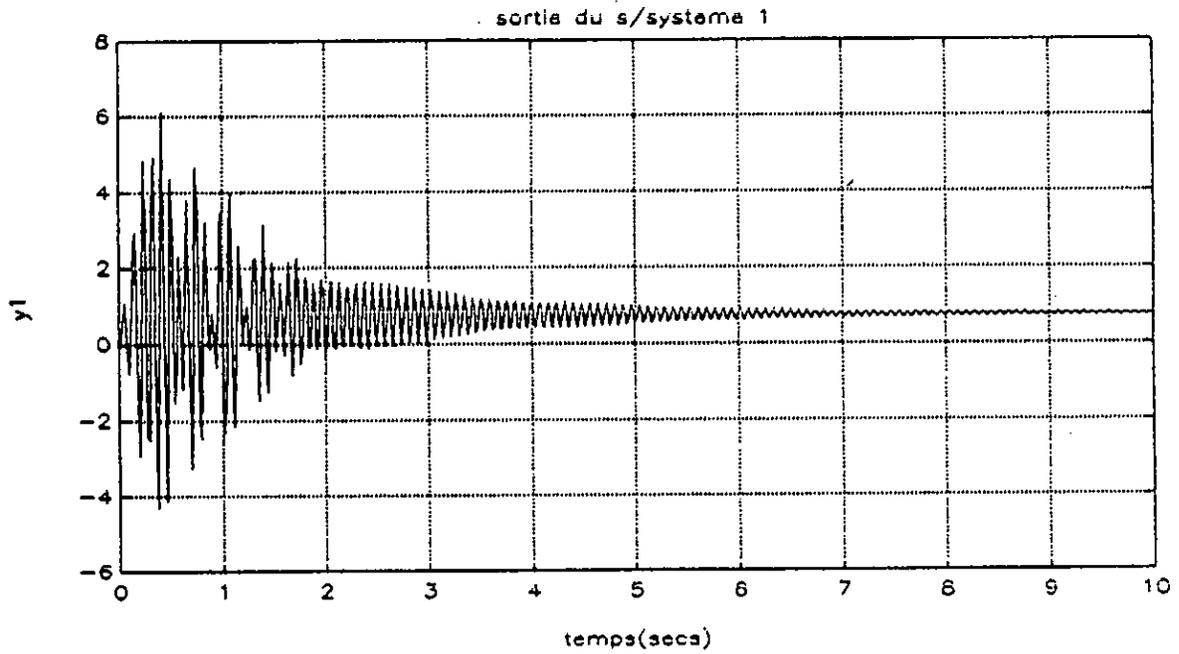


Figure 3.11 Evolution des sorties de l'observateur lors de l'adaptation en utilisant l'algorithme des M.C.R. modifié ( $Q=5I_2$ ).

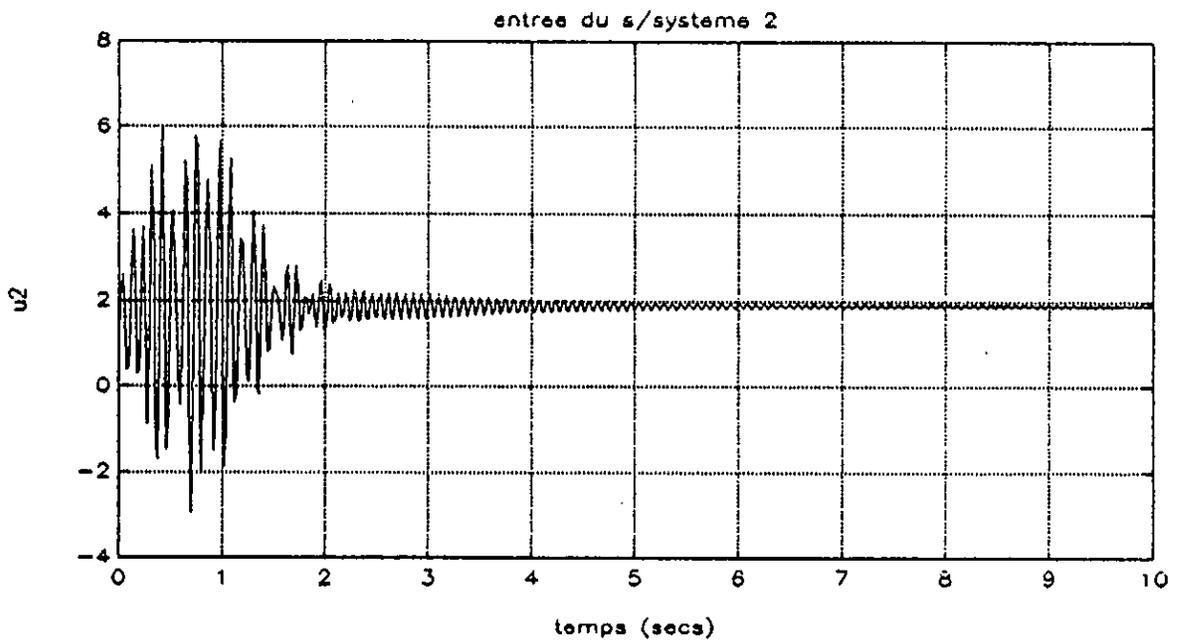
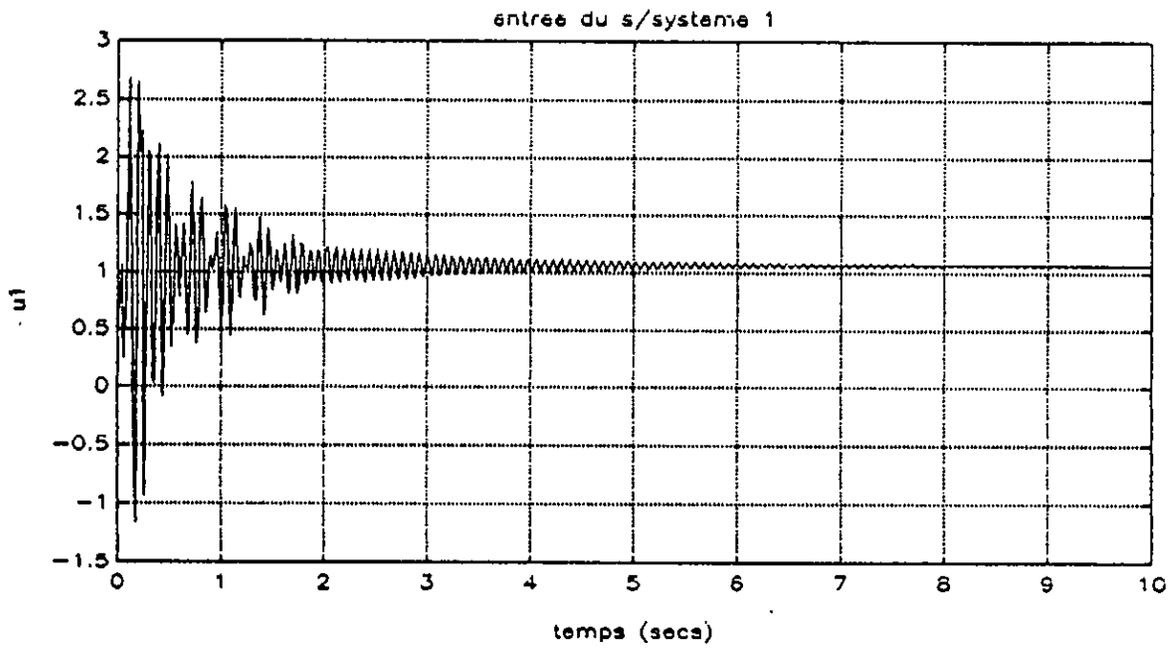


Figure 3.12 Evolution des entrées lors de l'adaptation en utilisant l'algorithme des M.C.R. modifié ( $Q=51_2$ ).

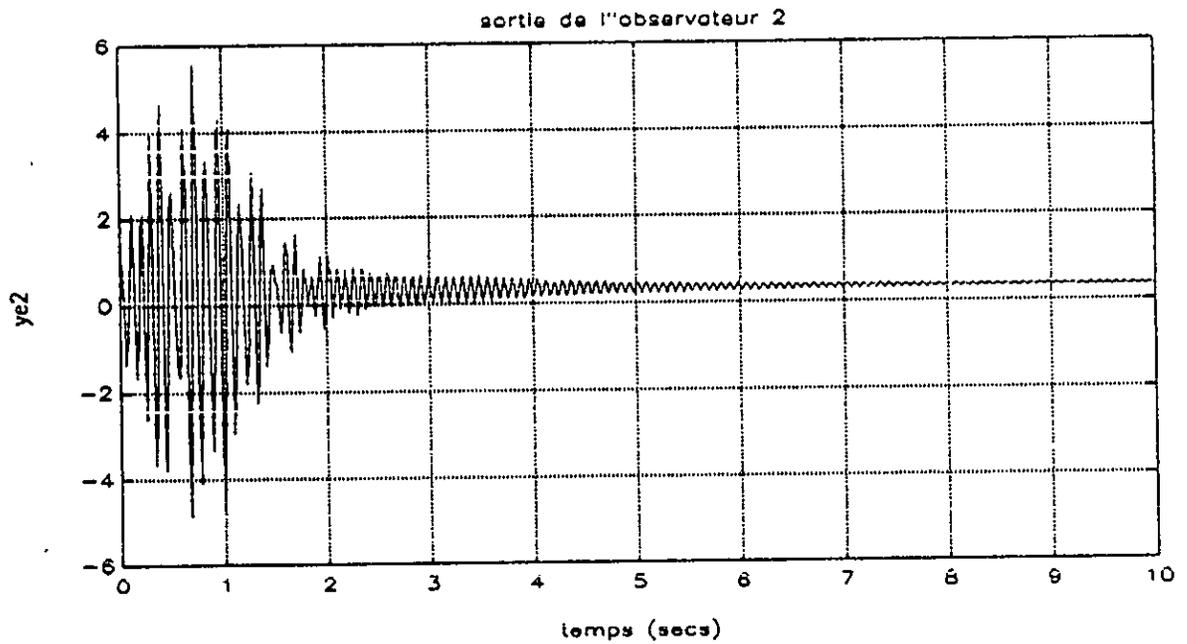
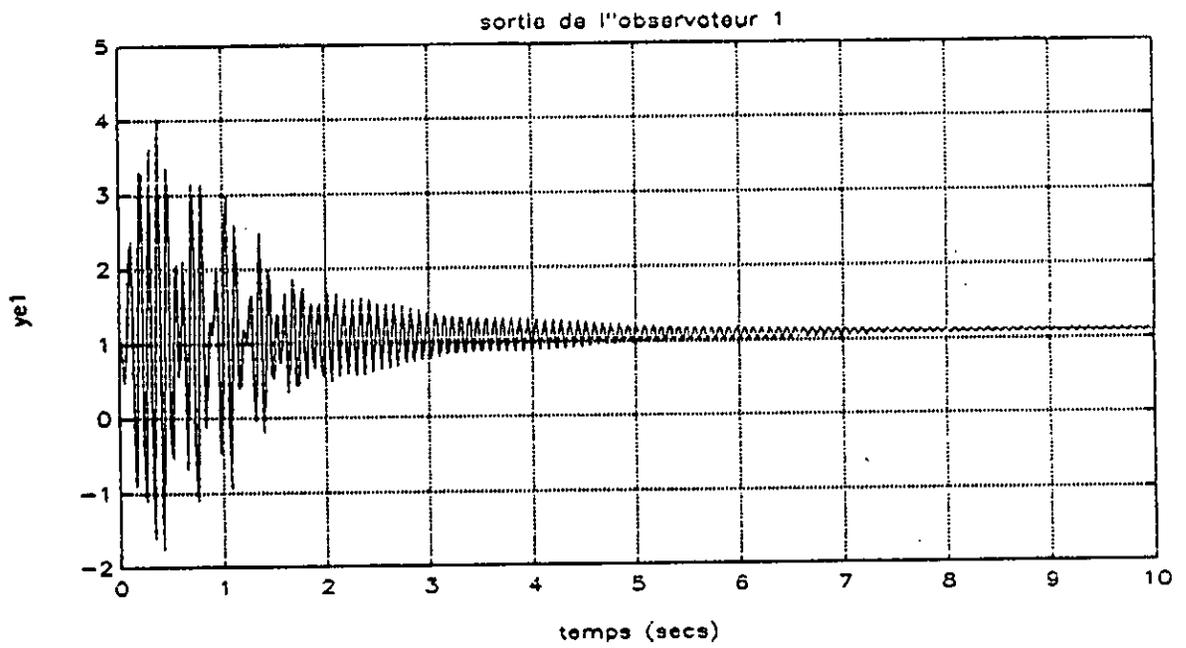


Figure 3.13 Evolution des sorties de l'observateur décentralisé adaptatif en utilisant l'algorithme des M.C.R. modifié ( $Q=51\zeta$ ).

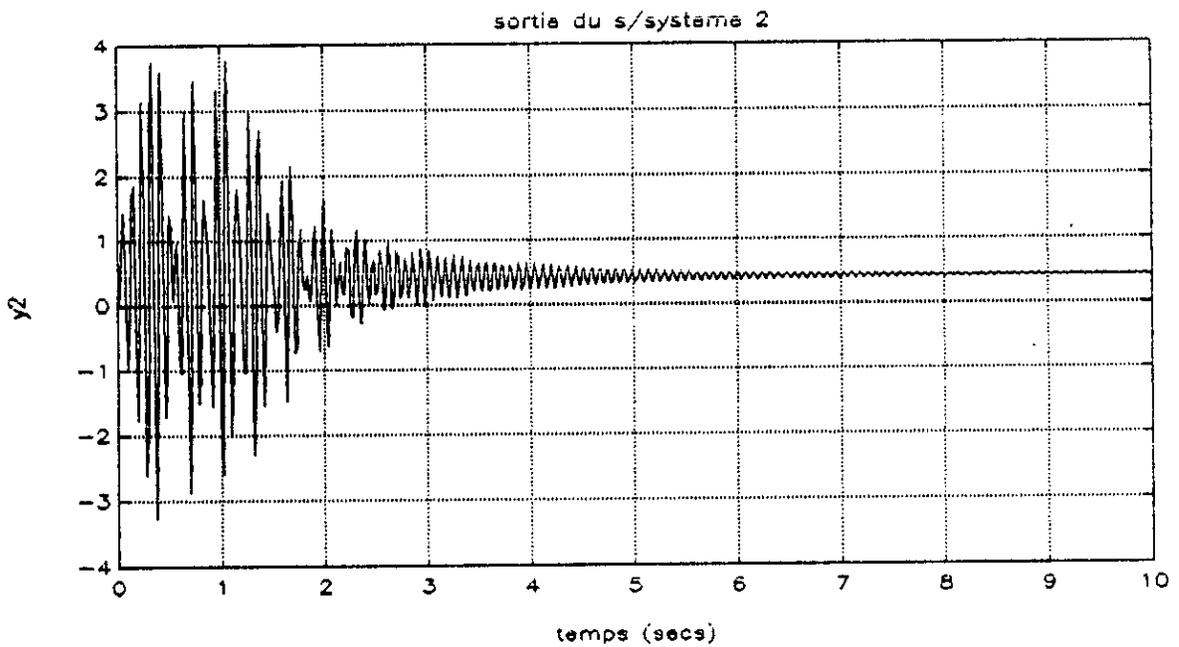
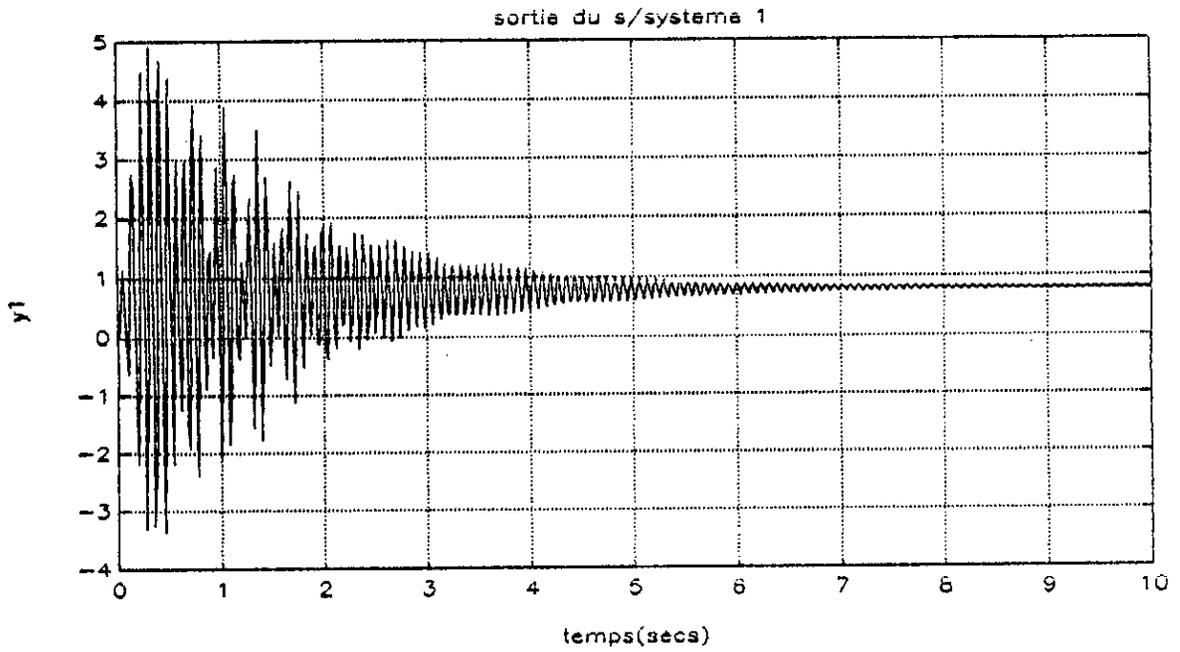


Figure 3.14 Evolution des sorties lors de l'adaptation en utilisant l'algorithme des M.C.R. modifié ( $Q=2I_2$ ).

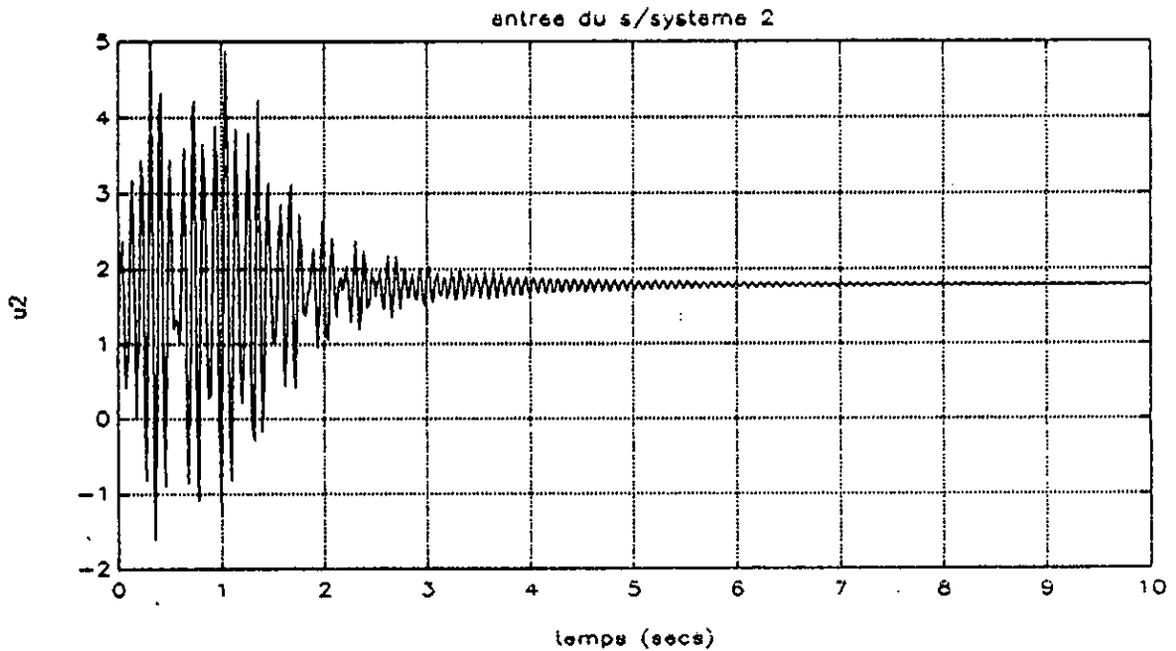
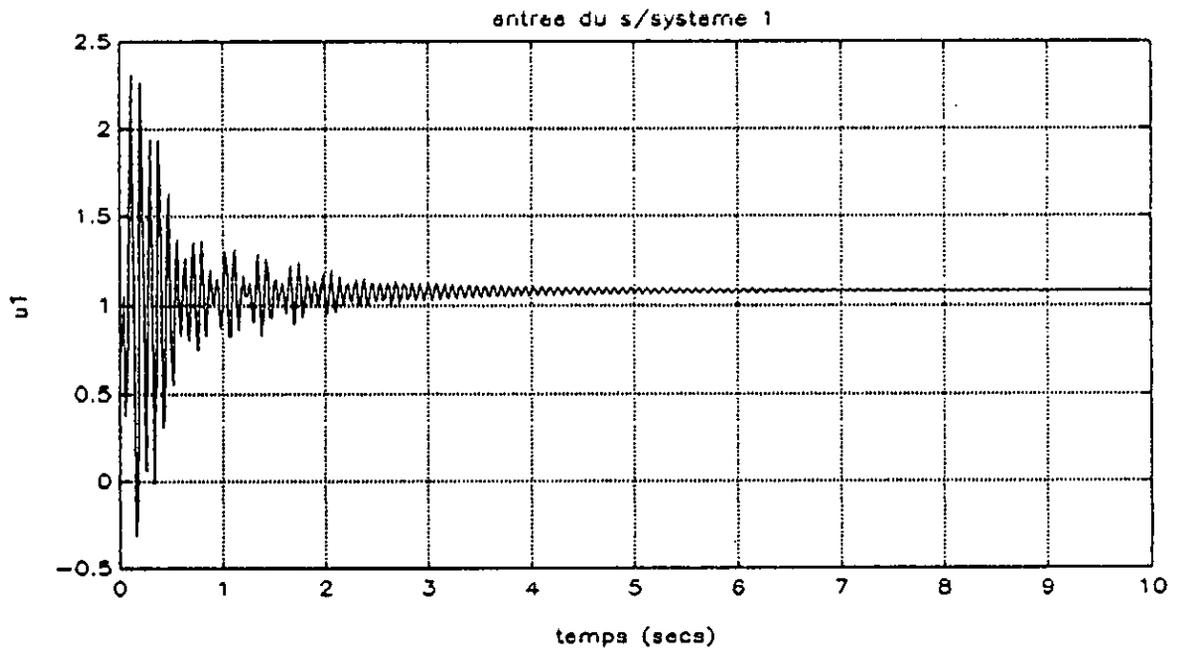


Figure 3.15 Evolution des entrées lors de l'adaptation en utilisant l'algorithme des M.C.R. modifié ( $Q=2I_2$ ).

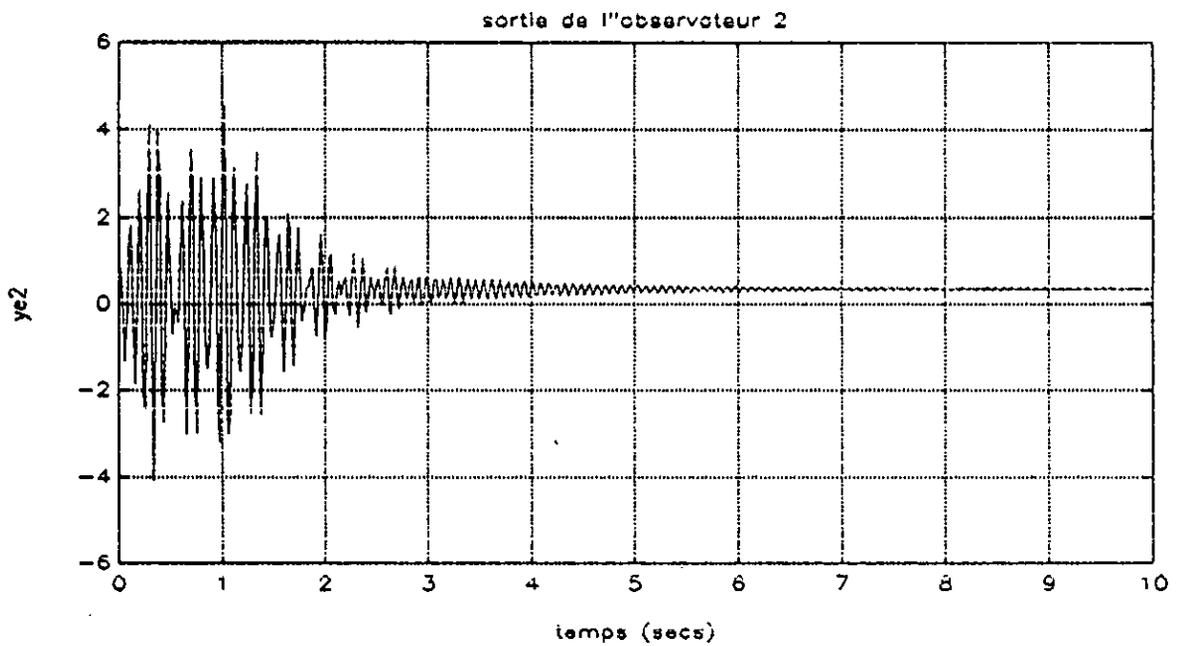
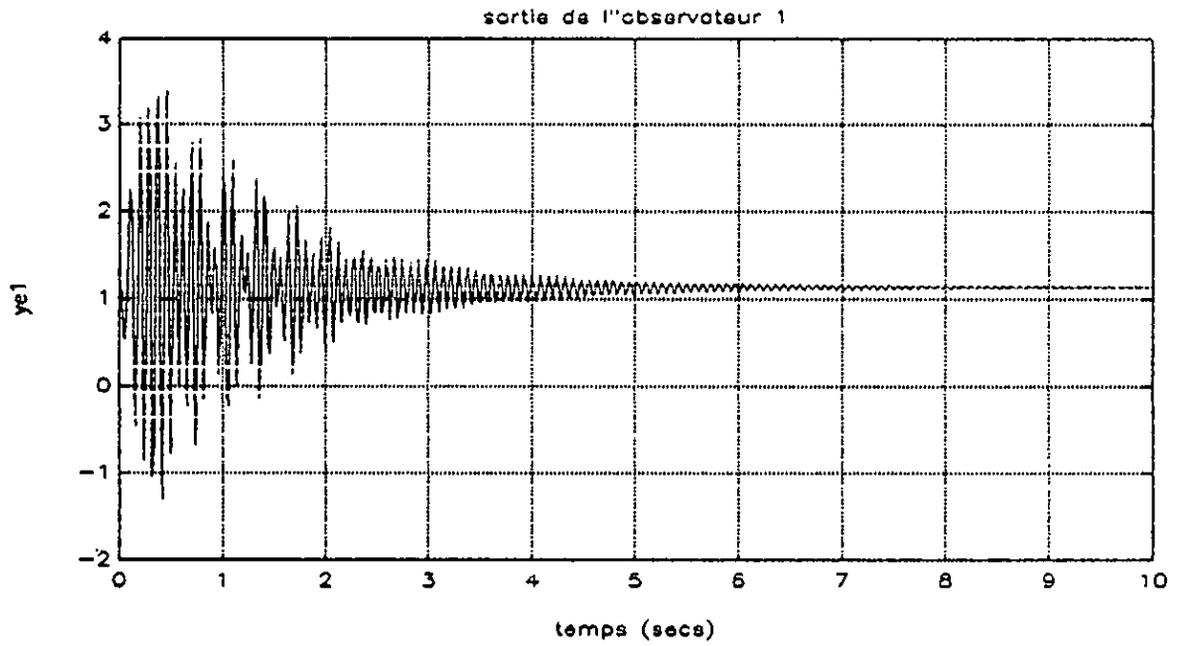


Figure 3.16 Evolution des sorties de l'observateur decentralise adaptatif en utilisant l'algorithme des M.C.R. modifié ( $Q=1$ ).

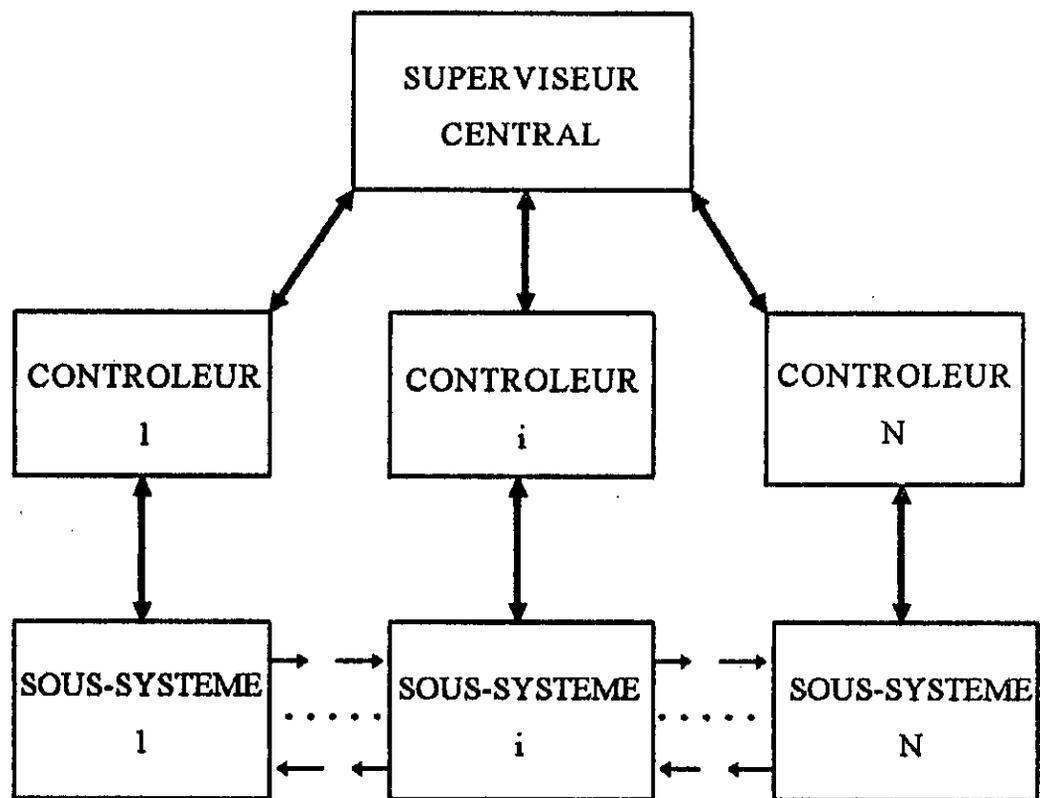


Figure 3.17 : Schéma décrivant le rôle du superviseur

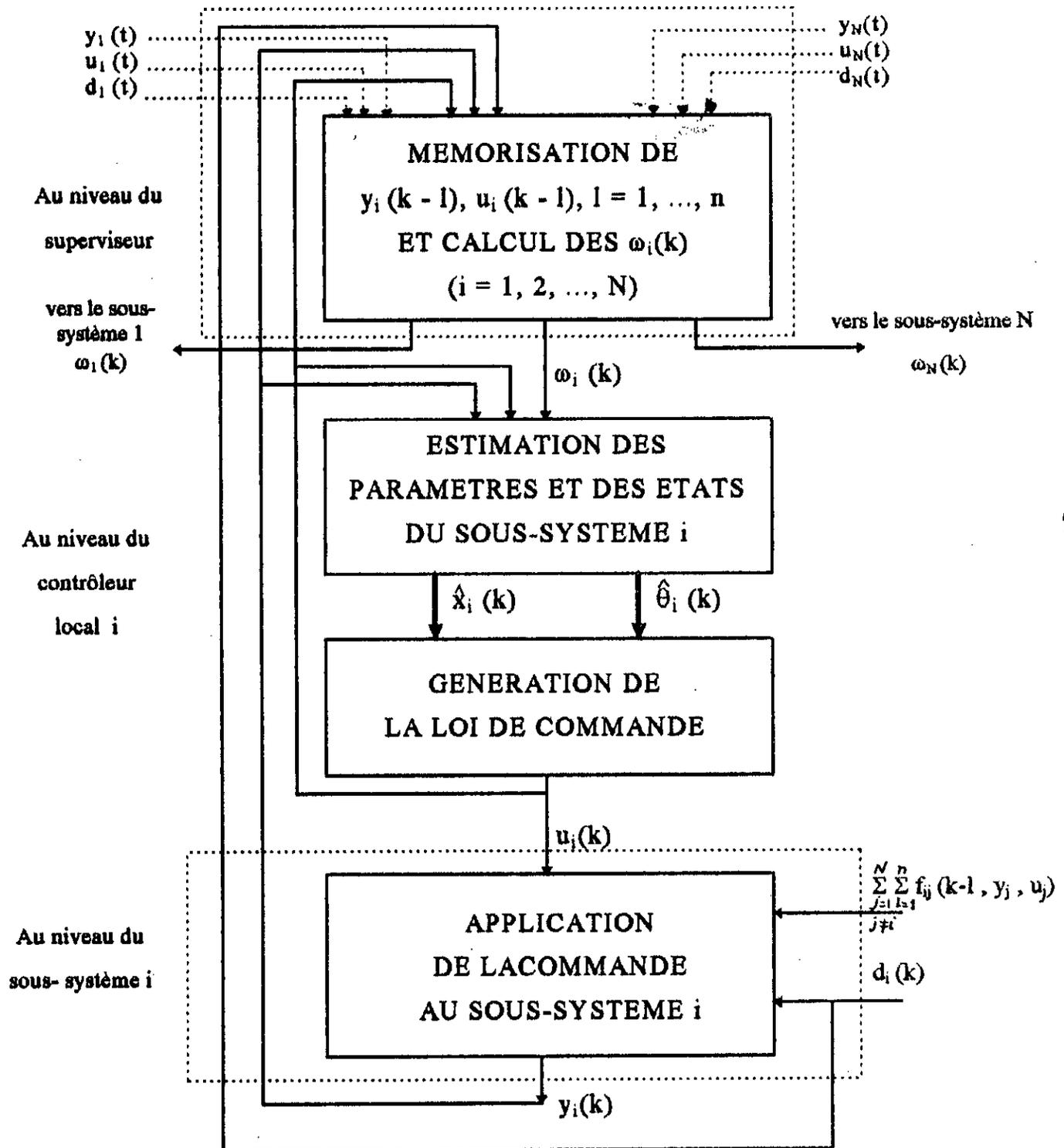


Figure 3.18: Organigramme décrivant la tâche du superviseur avec le déroulement séquentiel des étapes de la commande.

### **III.11. CONCLUSION:**

Un contrôleur adaptatif indirecte a été introduit dans ce chapitre pour les systèmes interconnectés.

Les bornes supérieures et inférieures des paramètres pour lesquels chaque sous-système est stabilisable dans le domaine limité par ces derniers, sont supposées connues.

Aussi, la condition sur l'intensité des interactions entre sous-systèmes est vérifiée. Afin de limiter les effets des perturbations et des interactions sur l'identification des paramètres de chaque sous-système, et par conséquent la divergence. Une zone morte variable a été incorporée dans les algorithmes d'identification.

Un contrôleur du type retour d'état a été adopté, avec des gains calculés à partir de la théorie de la commande par critère quadratique afin de stabiliser le système interconnecté, ayant des entrées et des sorties bornées.

Un algorithme d'identification a été proposé, assurant une certaine robustesse vis-à-vis à des perturbations et des interactions.

Aussi, un organe de supervision est suggéré pour l'implantation du schéma de commande y compris l'algorithme d'identification pour les systèmes réels afin de réduire la complexité des calculs au niveau des sous-systèmes.

Une simulation effectuée nous a permis de juger positivement la stabilité et l'efficacité de ce schéma de commande.

*CONCLUSION  
ET  
PERSPECTIVES*

## CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Dans ce mémoire, une étude sur la commande adaptative décentralisée appliquée aux systèmes interconnectés a été présentée.

Deux approches de cette commande ont été développées:

- L'approche directe, que nous avons utilisé, consiste à concevoir un modèle de référence pour chaque sous-système. La synthèse du contrôleur décentralisé est basée sur celle introduite par NARENDRA et VALAVANI, [1] pour le cas centralisé pour des systèmes monovariables.

La classe des systèmes qui sont sujet à cette commande sont ceux dont chaque sous-système est monovisible (SISO) possédant un degré relatif inférieur ou égale à deux, et avec une condition sur la structure de la matrice des interconnexions.

La plus part des méthodes connues de la commande décentralisée nécessitent que la matrice des interconnexions vérifie certaines conditions de structure, ceci réduit la marge de choix de la commande.

Les simulations effectuées ont montré l'efficacité du schéma de commande de cette approche.

- L'approche indirecte est basée sur l'identification des paramètres du système, et puis la génération de la loi de commande.

L'application de cette approche aux systèmes interconnectés a nécessité quelques modifications sur le schéma de commande, y compris l'algorithme d'identification, afin d'assurer la stabilité du système global.

Le type de commande utilisée est un retour d'état décentralisé. Les gains du contrôleur sont synthétisés à partir de la théorie de la commande optimale par critère quadratique dans le cas discret.

A noter qu'en utilisant cette approche, et en comparaison avec l'approche directe, on constate une liberté supplémentaire dans le choix de la loi de commande. Une zone morte a été introduite dans l'algorithme

d'identification, afin d'éviter l'explosion des paramètres, et minimiser l'effet des interactions et des perturbations sur l'identification de chaque sous-système.

Aucune condition sur le degré relatif n'est exigée. Les bornes du domaine paramétrique dans lequel chaque sous-système est stabilisable, sont supposées connues.

Comme pour l'approche directe, la matrice des interconnexions est supposée vérifiant certaine condition de structure.

Un algorithme d'identification a été proposé pour cette approche assurant certaine robustesse. Aussi, un organe de supervision a été suggéré pour pallier aux difficultés provenant du volume de calcul intensif au niveau de chaque sous-système.

Les avantages de l'introduction de cet organe apparaissent particulièrement dans le cas de l'implantation du schéma de commande sur les processus réels.

Néanmoins, les réponses obtenues par simulation présentent une certaine erreur, due aux perturbations et aux interactions. La stabilité de chaque sous-système y compris le schéma de commande est assurée.

Nous avons, donc montré qu'en dépit des difficultés apportées par la décentralisation de la commande dont on peut citer:

\* Le caractère non classique de la commande décentralisée (par rapport à la commande centralisée).

\*La structure particulière de l'information (des grandeurs mesurables) disponible au niveau de chaque sous-système. Il est possible d'élaborer des schémas de commande adaptative décentralisée ayant certaines propriétés, leurs assurant la stabilité et la bornitude des signaux.

Comme perspectives, nous proposons quelques axes pouvant mener à une bonne exploitation des approches étudiées sur des processus industriels tels que:

**i- La robotique:**

Rappelons qu'actuellement, des études sont menées sur la possibilité d'implantation des schémas adaptatifs décentralisés sur les robots à plusieurs degrés de liberté, [20].

**ii- Les réseaux électriques de puissance:**

Les réseaux électriques présentent le domaine qui nécessite de plus l'exploitation de la commande adaptative décentralisée, à cause de leur complexité et les difficultés qui parviennent lors de leur stabilisation.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] : K.S. Narendra, L.S. WalaVani, « stable adaptive controller de signes direct control » IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. A.C23, Aug. 1978.
- [2] : P.A. Ioannou, P.V Kokotovic, « Rubust redesign of adaptive control » IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-29, N°3, Mar. 1984.
- [3] : R.V. Monopoli, « The Kalman-Yacubovich lemma in adaptive control system design » IEEE Trans. Aut. Contr., Vol. AC-18, Oct. 1973.
- [4] : P.A. Ioannou, « Decentralized adaptive control of interconnected systems » IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-31, N°4, Apr. 1986.
- [5] : P.A. Ioannou, P.V Kokotovic, « Decentralized adaptive control of interconnected systems coith reduced-order models » Automatica, Vol. 21, N°4, 1985.
- [6] : D.T. Gavel, D.D Siljaka, « Decentralized adaptive control : structural conditions for stability » IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 34, N°4, Mar. 1989.
- [7] : C. Wen, « Decentralized adaptive regulation » IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 39, N°10, Oct. 1994.
- [8] : K.A. Ossman, « Indirect adaptive control for interconnected systems » IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 34, N°8, Aug. 1989.
- [9] : D.J. Trudnowsti, D.A. Pierre, « Decentralized indirect adaptive control scheme applicable to over lapping interconnected systems » Int. J. Contr., Vol. 55, N°2, 1992.
- [10] : A. Benhammou, « Contribution à l'étude de la commande adaptive decentralisé des systèmes interconnectés » Thèse de Docteur d'état

(sciences), Laboratoire d'Automatique et d'Analyse des systèmes du CNRS.  
T. Avenue du colonel Roche 31077 Toulouse cedex, Juillet 1988.

[11] : D.D. Siljack, M.B. Vukobratovic, « Decentralization, stabilisation and estimation of large scale linear systems » IEEE Trans. Automat. Contr., Vol AC-21, June 1976.

[12] : K.A. LOPARO, G.S. Kuo, « On the realisation of input-decentralized representations for large scale systems » IEEE Trans. Automat. Contr., Vol AC-30, N°9, Sep. 1985.

[13] : R. SAEKES; « On the decentralized control of interconnected dynamical systems » IEEE Trans. Automat. Contr., Vol AC-24, N°2, Apr. 1979.

[14] : A. LINNEMANN; « Decentralized control of dynamically interconnected systems » IEEE Trans. Automat. Contr., Vol AC-29, N°11, Nov. 1987.

[15] : A. SABERI, « Decentralization of large scale systems : A new canonical form for linear multivariable systems » IEEE Trans. Automat. Contr., Vol AC-30, N°11, Nov. 1985.

[16] : W.S. CHAN, C.A. DESOER, « Eigenvalue Assignment and stabilisation of interconnected systems using local feedbacks » IEEE Trans. Automat. Contr., Vol AC-24, N°2, Apr. 1979.

[17] : D. BOUKHETALA, « Commande décentralisée des systèmes structurés » Thèse de Magister. Département de Génie-Electrique, ENP, Alger, Juin 1993.

[18] : N.R. SANDEL, P. Varaiya, M. Athans; M.G. SAPONOV. « Survey of decentralized control methods for large scale systems » IEEE Trans. Automat. Contr., Vol AC-23, N°2, Apr. 1978.

[19] : E.J. Davison, « Decentralized robust control of untown systems using tuning regulators » IEEE Trans. Automat. Contr., Vol AC-23, N°2, Apr. 1978.

[20] : H. Seraji, « Decentralized adaptive control of manipulators : Theory, Simulation and Experimentation » IEEE Trans. Robotics. Automat., Vol 5, N°2, Apr. 1989.

[21] : D. BOUKHETALA et M. GAREH, « Decentralized direct adaptive control of interconnected systems, » Soumis au 1er séminaire « Génie Electrique », Décembre 1995, BISKRA.