

وزارة التعليم و البحث العلمي  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : AUTOMATIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

*LINEARISATION EXACTE*

&

*COMMANDE*

*DE LA*

*MACHINE ASYNCHRONE*

Proposé Par :

**M** H. CHEKIREB

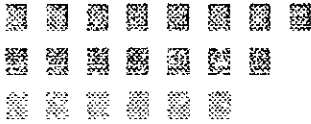
Etudié par :

**M** R. AZZOUZ

Dirigé par

**M** H. CHEKIREB

PROMOTION : 1995/96



## REMERCIEMENTS

*Je voudrais exprimer mes sincères remerciements à Mr NAIT BELAID Mohamed Chérif, ma tante Ferroudja, à mon promoteur Mr H. CHEKIREB.*

*A tous (tes) mes amis (es), particulièrement Ferroudja, Hakim, Arab, Toufik, Samir ... pour leur soutien aussi bien moral que matériel lors de l'élaboration du présent travail.*

*Sans oublier le personnel des bibliothèques de l'ENP et de l'INELEC pour leur remarquable serviabilité.*

### ABSTRACT

*In this work we show how the theory of nonlinear systems, specially the full linearisation approach based on the concepts of differential geometry is applicable to the synthesis of a controller for speed control, rotor flux control with a proper field orientation, in induction motors.*

*In fact, by adding an integrator on the frequency input canal of the fifth order system, we obtain a new sixth order system that is made equivalent by means of static state feedback and coordinates transformation in the state space to three second order linear and controllable sub-systems ( double integrators ).*

*The synthesis of the controller is completed in the linear side simply by pole placement.*

### RESUME

*Dans ce travail on montre comment la théorie des systèmes nonlinéaires, particulièrement la technique de la linearisation exacte basée sur les concepts de la géométrie différentielle est applicable pour une commande en vitesse et en flux rotorique avec une propre orientation de champs pour une machine asynchrone.*

*En effet, en ajoutant un intégrateur sur l'entrée en fréquence du système d'ordre cinq on obtient un nouveau système d'ordre six, lequel est rendu équivalent par les moyens d'un retour d'état statique et d'une transformation de coordonnées a trois sous-systèmes linéaires, commandable et de second ordre ( doubles intégrateurs).*

*La synthèse de la commande est complétée dans la partie linéaire par un simple placement de pôles.*

## PREFACE

*Dans ce mémoire on présente une commande de la machine asynchrone utilisant la théorie des systèmes nonlinéaires, spécialement, la linéarisation exacte d'une certaine classe de systèmes.*

*Le mémoire est organisé comme suit:*

*Le chapitre un, introduit les principaux travaux effectués dans le dit domaine qui ont un rapport étroit avec notre approche; On y cite les principaux avantages et inconvénients. On y positionne notre travail.*

*Le chapitre deux, introduit l'essentiel de la théorie nonlinéaire utilisée avec un spécial intérêt à la linéarisation exacte des systèmes d'une certaine classe, le calcul et l'achèvement de leurs degré relatif.*

*Le chapitre trois introduit le modèle d'état de la machine asynchrone, sa mise sous une forme qui s'apprete bien a la stratégie de contrôle adoptée dans le chapitre deux.*

*Le chapitre quatre montre comment l'exploitation de la plupart des résultats obtenus au chapitre deux pour une commande en vitesse de la machine asynchrone donnée par son modèle présenté au chapitre trois est possible. en complétant la synthèse des régulateurs dans la partie linéaire..*

*Le dernier chapitre (5), présente une série de tests effectués par simulation sur le modèle de la machine considérée, nous permettant ainsi d'optimiser le placement de pôles de manière à ce que les états de la machine présentent de bonnes dynamiques sous l'effet de commandes assez robustes..*



	PAGES
<b><u>PREFACE.</u></b>	
<b><u>NOTATIONS.</u></b> .....	1
<b><u>INTRODUCTION GENERALE.</u></b> .....	2-3
<b><u>CHAPITRE.1: ETAT DE L'ART.</u></b> .....	4 -7
<b><u>CHAPITRE.2: LINEARISATION EXACTE DES SYSTEMES.</u></b> .....	8
Introduction .....	8
1) Notations .....	9
2) Notion de degré relatif .....	11
2.1) Degré relatif d'un système siso .....	11
2.2) Degré relatif d'un système mimo .....	11
2.3) Calcul du degré relatif .....	12
2.4) Interprétation du degré relatif .....	13
3) Transformation de coordonnées locales / forme normale .....	13
3.1) Cas siso .....	13
3.2) Cas mimo .....	15
4) Linéarisation exacte par retour d'état .....	18
5) Linéarisation partielle .....	19
6) Achèvement du degré relatif par extension dynamique .....	20
6.1) Généralités .....	20
6.2) Algorithme d'extension dynamique .....	21
Conclusion.....	23
<b><u>CHAPITRE.3: MODELE MATHEMATIQUE DE LA MACHINE ASYNCHRONE.</u></b>	
Introduction .....	24
3.1) Hypothèses simplificatrices .....	25
3.2) Modèle réel de la machine asynchrone .....	25
3.3) Transformation de PARK .....	27
3.4) Modèle biphasé de la machine asynchrone .....	28
Conclusion.....	31

**CHAPITRE.4: LINEARISATION EXACTE ET COMMANDE DE LA MACHINE**

**ASYCHRONE.**

Introduction .....	32
4.1) Notations .....	35
4.2) Recherche du degré relatif du système .....	37
4.3) Achèvement du degré relatif via extension dynamique .....	38
4.4) Modèle d'état du système augmenté .....	39
4.5) Degré relatif du système augmenté .....	40
4.6) Synthèse de la commande linéarisante .....	43
4.7) Calcul de la transformation de coordonnées/ forme normale .....	44
4.8) Structure du réglage d'état linéaire .....	46
Conclusion .....	51

**CHAPITRE.5: SIMULATION ET INTERPRETATION DES RESULTATS.** ..... 52-81

**CONCLUSION GENERALE.**..... 82

**ANNEXE.1.**

**ANNEXE.2.**

**NOTES BIBLIOGRAPHIQUES.**

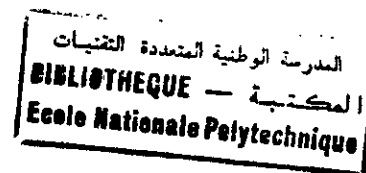
## NOTATIONS



$C_{em}$	Couple électromagnétique
$C_r$	Couple résistant
$C_{mec}$	Couple mécanique
$s, r$	Relativement au stator , au rotor
$d, q$	Axe direct , axe quadratique
$i_a, i_b, i_c$	Courants instantanés des phases de la machine
$i_{ds}, i_{qs}$	Courant statorique d'axe direct , quadratique
$i_{dr}, i_{qr}$	Courant rotorique d'axe direct , quadratique
$\omega_m$	Vitesse angulaire du rotor (rd/s)
$\omega_a$	Vitesse angulaire du référentiel fictif (rd/s)
$\omega_r$	Pulsation rotorique (rd/s)
$\omega_s$	Pulsation statorique (rd/s)
$R_s, R_r$	Résistance d'une phase statorique , rotorique
$L_s, L_r$	Inductance cyclique statorique , rotorique
$U_a, U_b, U_c$	Tensions instantanées des phases de la machine
$U_{ds}, U_{qs}$	Tension statorique d'axe direct , quadratique
$\sigma$	Coefficient de dispersion de la machine
$L_m$	Inductance mutuelle stator-rotor
$L_{ms}$	Inductance mutuelle entre phases statoriques
$L_{mr}$	Inductance mutuelle entre phases rotoriques
$J$	Inertie des masses tournantes
$P$	Nombre de paires de pôles
$\psi_s, \psi_r$	Flux statorique , rotorique
$\psi_{ds}, \psi_{qs}$	Flux statorique d'axe direct , quadratique
$\psi_{dr}, \psi_{qr}$	Flux rotorique d'axe direct , quadratique
$k_f$	Coefficient de frottements
$A_t(\theta)$	Matrice de transformation de PARK
$X$	Vecteur d'état
$U$	Vecteur de commande

المجلة العلمية للجامعة الوطنية المتعددة التخصصات

## INTRODUCTION GENERALE



Le développement récent des théories de l'automatique et l'avancée rapide des semi-conducteurs ont donné un essor considérable à l'automatisation des processus industriels.

La conduite des processus industriels à vitesse variable est généralement assurée à l'aide de machines électriques.

Traditionnellement, ces machines ont été commandées manuellement et les équipements demandés pour cette opération sont complexes et coûteux. Les exigences de qualité dans le réglage et l'avènement de techniques de réglage de plus en plus performantes, ont conduit à l'intensification de l'utilisation des machines électriques.

Les machines à courant continu étaient les plus utilisées du fait de la simplicité de leur commande. En effet, les forces magnétomotrices de l'enroulement inducteur et celles de l'induit sont découplées: le couple dépend du courant d'induit et le flux du courant d'excitation. Cependant, cette machine présente un grand problème de fiabilité (dû surtout au système balais-collecteur) et ne peut être utilisée dans des environnements volatils, ajouter à cela son coût relativement cher. Récemment, on pense à les remplacer dans beaucoup d'applications par les machines asynchrones du fait de la fiabilité et du coût relativement réduit de ces dernières.

Toutefois, la machine asynchrone présente un sérieux problème à la commande. En effet, son modèle dynamique est fortement non linéaire et présente un couplage entrée-sortie; c'est ce que les recherches tentent de résoudre. Généralement, on opte pour la *commande par orientation de champs* laquelle consiste à ramener la commande de la machine asynchrone à une commande similaire à celle de la machine à courant continu; ainsi, on profite des avantages des deux machines.

Durant ces dernières années la géométrie différentielle a montré sa puissance en tant qu'outil d'analyse et de synthèse pour les systèmes non linéaires. Comme c'était le cas, dans le



passé, de la Transformée de LAPLACE, la théorie de la variable complexe et l'algèbre linéaire pour les systèmes linéaires.

Des problèmes de synthèse typiques, tels que le rejet des perturbations, le découplage entrées/sorties, la régulation des sorties,... peuvent trouver leurs solutions de manière relativement simple en se basant sur des concepts mathématiques qui peuvent être facilement assimilés par l'opérateur automatique.

Le but de ce travail est d'exploiter la théorie de la linéarisation exacte basée sur les concepts de la géométrie différentielle pour pallier aux problèmes de commande que présente la machine asynchrone.

***ETAT DE L'ART***

## ETAT DE L'ART

La machine asynchrone est utilisée dans la plupart des applications industrielles. Ceci est essentiellement dû à la rigidité de sa construction, sa fiabilité et son coût relativement réduit.

Toutefois, elle présente de sérieux problèmes à la commande. C'est essentiellement dû à trois aspects:

- ◇ Le système dynamique la décrivant est fortement non linéaire.
- ◇ Deux de ses variables d'état à savoir: ses flux ou ses courants rotoriques ne sont pas souvent mesurables.
- ◇ La variation considérable de ses paramètres, notamment sa résistance rotorique sous l'effet de l'échauffement Ohmique.

Dans le présent état de l'art on suppose l'ensemble des états du système disponible aux mesures. L'estimation du flux dans les machines asynchrones est dûment traitée dans [2]; On y trouve présentés une variété d'observateurs.

On s'occupe essentiellement dans ce travail de traiter le problème principal que présente le comportement dynamique fortement non linéaire et fortement couplé de la machine asynchrone.

La commande est conçue pour réguler la vitesse et le flux le long de consignes données; tout en maintenant limités, même durant de rapides transitions, et les courants et les tensions fournies par la source d'alimentation.

En effet, quand le module du flux dans la machine excède un certain seuil, la machine ne fonctionne pas de manière propre. Pour contrôler le flux total dans la machine, il suffit de contrôler soit le flux statorique, soit le flux rotorique seulement, les deux enroulements étant couplés mutuellement.

De l'autre côté, les convertisseurs ne peuvent fournir à leurs sorties des signaux supérieurs à ceux pour lesquels ils sont dimensionnés, et ce même pendant des intervalles de courte durée.

L'une des approches les plus utilisées pour résoudre ce problème (Commande de la machine asynchrone) est la dite « commande vectorielle » de la machine asynchrone introduite par BLASCHE dans [15]. Cette méthode consiste à réécrire les équations dynamiques de la machine dans un repère tournant lié au vecteur du flux rotorique. Dans ces nouvelles coordonnées on observe qu'en maintenant l'amplitude du flux rotorique constante et alignée sur l'axe direct du repère; les équations dynamiques de la machine deviennent réduites et représentent un système linéaire et découplé.

Un inconvénient majeur de cette méthode est le fait de supposer l'amplitude du flux rotorique régulée à une constante avant même que la machine ne démarre. La synthèse du régulateur est effectuée sur un modèle moins représentatif ou plus approximatif. Dans cette approche la vitesse et le flux rotoriques ne sont en réalité découplés qu'asymptotiquement. Les deux grandeurs restent couplées en régime transitoire.

On trouve dans la littérature plusieurs approches traitant de la théorie de la commande nonlinéaire de la machine asynchrone, basée surtout sur les concepts de la géométrie différentielle. Ces approches diffèrent essentiellement par les modèles dynamiques choisis ainsi que par les objectifs de la commande fixés. Il est utile de signaler déjà que le principe majeur de cette théorie est de ramener, par équivalence, la commande d'un système nonlinéaire et couplé à la commande d'un ou plusieurs systèmes linéaires et découplés par le biais d'une transformation de coordonnées dans l'espace d'état et d'un retour d'état nonlinéaire appliqués au système.

Dans [3] JOHN Chiasson montre qu'une linéarisation par retour d'état dynamique est applicable pour une commande en vitesse de la machine. On montre dans ce travail qu'en ajoutant un intégrateur au modèle d'ordre cinq de la machine, le système d'ordre six résultant est rendu équivalent à deux systèmes linéaires, monoentrée/monosortie (SISO) et

d'ordre trois. L'inconvénient de cette approche, c'est que pour que cette équivalence soit valide, l'auteur a été obligé de concevoir une commande par commutation; la commande commute entre deux retours d'états et les nouveaux états sont donnés par la commutation entre deux transformations. Ce qui complique considérablement l'implémentation, fragilise la commande et rend la réalisation relativement onéreuse.

Dans une autre approche [4], ALESSANDRO Deluca et GIOVANI Ulivi proposent une linéarisation exacte de la machine donnée par un modèle d'ordre quatre pour une commande en couple. L'approche présentée utilise un retour d'état statique (sans mémoire) et une transformation de coordonnées dans l'espace d'état. L'inconvénient de cette approche est que pour trouver une transformation de coordonnées valide, l'auteur a été obligé de considérer comme sortie, en plus des sorties naturelles à savoir le couple et le flux quadratique, une sortie fictive combinaison nonlinéaire des quatre états aussi objectif de la régulation.

On enregistre à titre d'information d'autres travaux apparus récemment dans la littérature tels que:

Le travail de RICCARDO Marino qui applique dans [7] la théorie de la géométrie différentielle à une génératrice synchrone.

Dans [6], ORTEGA & EPINOSA, proposent une commande en couple utilisant une linéarisation partielle du modèle d'ordre cinq .

Dans la présente approche, on propose une commande en vitesse et du flux en temps réel. Le flux et la vitesse sont commandés séparément, sans émission d'aucune hypothèse au départ.

Le modèle de la machine considéré est le modèle dynamique d'ordre cinq donné dans le repère (d-q) de PARK. La position à chaque instant de ce repère est directement synthétisée par la commande, au contraire de la commande vectorielle classique ou ceci n'est assuré qu'approximativement notamment au démarrage.

La machine est commandée en tension comme ce n'est pas le cas dans une commande vectorielle classique où on force la machine à une commande en courant.

Dans cette approche, la linéarisation exacte est assurée par retour d'état dynamique et une transformation de coordonnées. La machine est rendue équivalente à trois systèmes monoentrée/monosortie(SISO), linéaires et de second ordre. Aucune condition n'est nécessaire pour la validité de cette équivalence, si-non celle de la non-nullité du flux dans la machine.

Communément, cette approche consiste à augmenter le modèle d'ordre cinq de la machine par l'addition d'un intégrateur sur l'entrée en fréquence de synchronisme et le ramener par le moyen d'une transformation de coordonnées dans l'espace d'état et d'un retour d'état statique appliqués au système d'ordre six résultant, en un système complètement linéaire ie.linéaire et découplé ou exactement linéarisé.

La commande est enfin finalisée dans la partie linéaire par simple placement de pôles à l'aide d'un retour d'état linéaire appliqué séparément à chacun des sous-systèmes linéaires résultants de la linéarisation exacte.

***LINEARISATION EXACTE  
DES SYSTEMES***

## INTRODUCTION

Dans ce chapitre, on présentera l'essentiel de la théorie utilisée pour la synthèse de lois de commande pour une certaine classe de systèmes non-linéaires, particulièrement, on abordera le problème de la linéarisation exacte. On citera la linéarisation partielle.

On traitera le cas simple des systèmes mono-entrée/mono-sortie(SISO). Ensuite, par extension, une classe de système multivariable pour laquelle, l'extension de la plupart de la théorie développée dans le cas mono-entrée/mono-sortie est possible.



## 2.1) NOTATIONS

Dans ce chapitre on étudie les systèmes nonlinéaires multivariables avec  $m$  entrées  $u_1, u_2, \dots, u_m$  et  $m$  sorties  $y_1, \dots, y_m$ , décrits dans l'espace d'état par des équations de la forme:

$$\dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x) \cdot u_i \quad \dots\dots\dots(2.1)$$

$$y_i = h_i(x)$$

où l'état  $x = (x_1, \dots, x_n)$  est supposé dans un domaine ouvert  $U$  de  $\mathbb{R}^n$ .

Les applications  $f, g_1, \dots, g_m$  qui caractérisent l'équation (2.1) sont définies sur le domaine  $U$  de  $\mathbb{R}^n$ ; elles affectent à chaque état  $x$  les vecteurs champs  $f(x), g_1(x), \dots, g_m(x)$ .

Soit,

$$f(x) = \begin{bmatrix} f_1(x_1 \dots x_n) \\ f_2(x_1 \dots x_n) \\ \vdots \\ f_m(x_1 \dots x_n) \end{bmatrix} ; \quad g_i(x) = \begin{bmatrix} g_{1i}(x_1 \dots x_n) \\ g_{2i}(x_1 \dots x_n) \\ \vdots \\ g_{mi}(x_1 \dots x_n) \end{bmatrix}$$

Les fonctions  $h_1, \dots, h_m$  qui caractérisent l'équation (2.1) sont des fonctions de valeur réelle; définies sur  $U$  de  $\mathbb{R}^n$ ;  $h_1(x), \dots, h_m(x)$  sont les valeurs réelles prises aux points  $x$ .

soit,

$$h_i(x) = h_i(x_1, \dots, x_n)$$

**Remarque.1** : Un grand nombre de systèmes physiques dans beaucoup d'applications sont décrits par des équations de la forme (2.1).

**Remarque.2**: les systèmes linéaires représentent un cas particulier des systèmes (2.1) tels que:  $f(x) = Ax$ ;  $g_i(x) = b_i$ ;  $h_i(x) = c_i x$ ; et  $A, b_i, c_i$  sont des matrices linéaires de dimensions appropriées.

**DEFINITION**

\* Soit  $\lambda(x)$  une fonction réelle évaluée en chaque état  $x = (x_1, \dots, x_n)$ .

\*  $f(x)$  un vecteur champs de l'état  $x$ .

Les deux définis sur un domaine  $U$  ouvert de  $\mathbb{R}^n$ .

On définit le *produit interne* :

$$\langle d\lambda(x), f(x) \rangle = \frac{\partial \lambda}{\partial x} \cdot f(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \lambda}{\partial x_i} \cdot f_i(x) \quad ; \text{ voir [8] }$$

appelé couramment :

La dérivée de  $\lambda$  le long de  $f$  est noté  $L_f \lambda(x)$

Remarque.3 : Une utilisation répétée de ce produit est possible.

*Exemple* : On dérive  $\lambda$  le long de  $f$  ensuite le long de  $g$ ,

on note :

$$L_g L_f \lambda(x) = \frac{\partial (L_f \lambda)}{\partial x} \cdot g(x)$$

On peut aussi répéter la dérivation le long d'un même champs de vecteurs.

exemple: le produit défini par la récurrence:

$$L_f^k \lambda(x) = \frac{\partial (L_f^{k-1} \lambda(x))}{\partial x} \quad \text{avec} \quad L_f^0 \lambda(x) = \lambda(x),$$

est appelé la dérivée d'ordre  $k$  de  $\lambda$  le long de  $f$ .

Remarque4: Ce produit est appelé aussi, *dérivée de LIE* ou *crochet de LIE*.

On trouve dans [8] plus de détails concernant cet outil.

## 2.2) NOTION DE DEGRE RELATIF

### 2.2.1) DEGRE RELATIF D'UN SYSTEME SISO:

Soit un système nonlinéaire SISO de la forme:

$$\dot{x} = f(x) + g(x) \cdot u \quad (2.2.a)$$

$$y = h(x) \quad (2.2.b)$$

Ce système est dit le degré relatif  $r$  au point  $x^0$  si

(i)  $L_g L_f^k h(x) = 0$  pour tout  $x$  au voisinage de  $x^0$  et  $k < r-1$

(ii)  $L_g L_f^{r-1} h(x^0) \neq 0$

*Remarque importante:* Cette notion est liée au point  $x^0$ ; il existe donc des points où le degré ne peut être défini. Effectivement, ceci est vérifié quand la première fonction de la séquence:

$$L_g h(x), L_g L_f h(x), \dots, L_g L_f^k h(x)$$

n'est pas exactement zéro au voisinage de  $x^0$  et a un zéro exact au point  $x = x^0$ ; voir [8].

### 2.2.2) DEGRE RELATIF D'UN SYSTEME MIMO

On considère les systèmes nonlinéaires multivariables décrits dans l'espace état par les équations de type (2.1).

$$\dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x) \cdot u_i \quad \dots\dots\dots(2.1)$$

$$y_i = h_i(x) \quad 1 \leq i \leq m$$

où  $f(x)$ ,  $g_1(x)$ , ...,  $g_m(x)$  sont des *vecteurs champs lisses*.

$h_1(x)$ , ...,  $h_m(x)$  sont des *fonctions lisses*.

La version nonlinéaire multivariable de la notion de degré relatif qui identifie les systèmes de la forme (2.1) est la suivante:

**DEFINITION**

Un système nonlinéaire multivariable de la forme (2.1) a un vecteur de degré relatif  $\{ r_1, \dots, r_m \}$  au point  $x^0$  si :

(i)  $L_{g_j} L_f^k h_i(x) = 0$

pour tout  $1 \leq j \leq m$ ; et tout  $1 \leq i \leq m$  et  $k < r_i - 1$ , et pour tout  $x$  au voisinage de  $x^0$ .

(ii) la matrice  $m \times m$

$$A(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_1(x) & \dots & L_{g_m} L_f^{r_1-1} h_1(x) \\ L_{g_1} L_f^{r_2-1} h_2(x) & \dots & L_{g_m} L_f^{r_2-1} h_2(x) \\ \dots & \dots & \dots \\ L_{g_1} L_f^{r_m-1} h_m(x) & \dots & L_{g_m} L_f^{r_m-1} h_m(x) \end{bmatrix}$$

est nonsingulière en  $x = x^0$ .

**2.2.3) CALCUL DU DEGRE RELATIF**

Pour calculer le degré relatif d'un système nonlinéaire quelconque donné sous la forme (2.1):

1) On commence par chercher les entiers  $r_i$  qui sont caractérisés par les équations:

$$L_{g_j} L_f^k h_i(x) = 0$$

pour tout  $1 \leq j \leq m$ ; et pour tout  $1 \leq i \leq m$ , et pour tout  $k < r_i - 1$ , et pour tout  $x$  au voisinage de  $x^0$ , et

$$L_{g_j} L_f^{r_i-1} h_i(x^0) \neq 0 \text{ pour au moins } m \text{ } 1 \leq j \leq m$$

2) une fois les  $r_i$  calculés ; on forme la matrice  $A(x)$  donnée dans (2.2.2)

Si  $A(x^0)$  est nonsingulière, le système (2.1) accepte le vecteur  $\{ r_1, \dots, r_m \}$  comme degré relatif, sinon ce système est sans degré relatif <sup>au</sup> point  $x^0$ .

### 2.2.4) INTERPRETATION DU DEGRE RELATIF

On montre (voir [8]); que  $r_i$  est le nombre de fois minimum qu'on doit différencier la sortie  $h_i(x)$  pour faire apparaître explicitement au moins une entrée  $u_j$ ,  $1 \leq j \leq m$  du système.

## 2.3) TRANSFORMATION DE COORDONNEES LOCALES - FORME NORMALE

### 2.3.1) Cas SISO

*Proposition:* Supposons un système de degré relatif  $r$  au point  $x^0$   $r \leq n$  et soit définie une application de  $U$  dans  $U$

$$\begin{cases} \phi_1(x) = h(x) \\ \phi_2(x) = L_f h(x) \\ \vdots \\ \phi_r(x) = L_f^{r-1} h(x) \end{cases}$$

si  $r$  est strictement inférieur à  $n$ , il est souvent possible de choisir  $(n - r)$  autres fonctions  $\phi_{r+1}(x), \dots, \phi_n(x)$  de manière à ce que l'application:

$$\phi(x) = \begin{bmatrix} \phi_1(x) \\ \vdots \\ \phi_n(x) \end{bmatrix}$$

ait sa jacobienne nonsingulière en  $x^0$ .

Dans ce cas, cette application constitue une *transformation de coordonnées locales* au voisinage de  $x^0$ . Voir [8].

La valeur en  $x^0$  de ces fonctions additives ' $\phi_{r+1} \dots \phi_n$ ' peut être fixée arbitrairement. Cependant, il est souvent possible de les choisir de telle manière que:

$$L_{g_j} \phi_i(x) = 0, \text{ pour } r+1 \leq i \leq n \text{ et } x \text{ autour de } x^0.$$

La description du système dans les nouvelles coordonnées ' $z_i = \phi_i(x); 1 \leq i \leq n$ ' est facile et se présente sous forme intéressante.

On montre facilement en dérivant les  $z_i$  par rapport au temps que:

$$\frac{dz_1}{dt} = \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \frac{\partial h}{\partial x} \frac{dx}{dt} = L_f h(x(t)) = \phi_2(x(t)) = z_2(t)$$

⋮

$$\frac{dz_{r-1}}{dt} = \frac{\partial \phi_{r-1}}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \frac{\partial L_f^{r-2} h}{\partial x} \frac{dx}{dt} = L_f^{r-1} h(x(t)) = \phi_r(x(t)) = z_r(t)$$

pour  $z_r$ ,

$$\frac{dz_r}{dt} = L_f^r h(x(t)) + L_g L_f^{r-1} h(x(t)) \cdot u(t)$$

En posant:  $a(z) = L_g L_f^{r-1} h(x(t)) = L_g L_f^{r-1} h(\phi^{-1}(z))$

$$b(z) = L_f^r h(\phi^{-1}(z)) \quad ; \quad \text{car } x = \phi(x)$$

$$\frac{dz_r}{dt} = b(z(t)) + a(z(t)) \cdot u(t)$$

notons que  $z^0 = \phi(x^0)$

et  $a(z^0) \neq 0$  par définition

Pour le choix spécifié des coordonnées  $z_{r+1} = \phi_{r+1} \dots, z_n = \phi_n$

tel que  $L_g \phi_i(x) = 0$  pour  $r+1 \leq i \leq n$ ;  $1 \leq j \leq m$ :

$$\begin{aligned} \frac{dz_i}{dt} &= \frac{\partial \phi_i}{\partial x} (f(x(t)) + g(x(t)) \cdot u(t)) = L_f \phi_i(x(t)) + \overbrace{L_g \phi_i(x(t)) \cdot u(t)}^{=0} \\ &= L_f \phi_i(x(t)) \end{aligned}$$

En posant:

$$q_i(z) = L_f \phi_i(\phi^{-1}(z))$$

On aura

$$\frac{dz_i}{dt} = q_i(z)$$

Résumé: La description du système dans les nouvelles coordonnées est donnée comme suit:

$$\dot{z}_1 = z_2$$

$$\dot{z}_2 = z_3$$

...

$$\dot{z}_{r-1} = z_r$$

l'état :

$$\dot{z}_r = b(z) + a(z) \cdot u$$

$$\dot{z}_{r+1} = q_{r+1}(z)$$

...

$$\dot{z}_n = q_n(z)$$

La sortie  $y = z_1$

Les équations qui viennent être définies sont dites dans la forme normale, qui est, comme on le verra, d'un intérêt spécial pour la commande .

### 2.3.2) CAS MIMO

La construction de la forme normale revient à refaire le même travail que dans le cas SISO, en considérant à chaque fois une sortie caractérisée par l'entier  $r_i$  générant le degré relatif.

Proposition: Supposons un système de degré relatif vectoriel  $\{r_1, \dots, r_m\}$  en  $x^0$

et 
$$r_1 + \dots + r_m \leq n$$

posons pour  $1 \leq i \leq m$ :

$$\phi_1^i(x) = h_i(x)$$

$$\phi_2^i(x) = L_f h_i(x)$$

...

$$\phi_{r_i}^i(x) = L_f^{r_i-1} h_i(x)$$

Si  $r = r_1 + \dots + r_m$  est strictement inférieur à  $n$ , il est souvent possible de choisir  $(n - r)$  autres fonctions de manière à ce que l'application:

$$\phi(x) = \text{col} \left[ \phi_1^1(x), \dots, \phi_{r_1}^1(x), \dots, \phi_1^m(x), \dots, \phi_{r_m}^m(x), \phi_{r+1}, \dots, \phi_n \right].$$

ait sa jacobienne nonsingulière et donc constitue une transformation de coordonnées locales au voisinage de  $x^0$ .

Et si les fonctions  $\phi_{r+1}, \dots, \phi_n$  sont choisis de manière à satisfaire les équations:

$$L_g \phi_i(x) = 0, \text{ pour } r+1 \leq i \leq n \text{ et } x \text{ autour de } x^0.$$



On montre ( voir [8] ) que dans les coordonnées  $z_i = \phi_i(x)$ , le système est sous sa forme normale:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \dot{z}_2 \\ \dot{z}_2 &= \dot{z}_3 & 1 \leq i \leq r \\ &\vdots \\ \dot{z}_{r-1} &= \dot{z}_r \\ \dot{z}_r &= b_i(z, q) + \sum_{j=1}^m a_{ij}(z, q) \cdot u_j \\ \dot{z}_{r+1} &= q_{r+1}(z) \\ &\vdots \\ \dot{z}_n &= q_n(z) \end{aligned}$$

où :

$$z = \phi(x)$$

et

$$y_i = z_1^i$$

telle que  $a_{ij}$  sont exactement les éléments de la matrice  $A(x)$  définie dans (2.2.2) avec  $x$  remplacé par  $\phi^{-1}(z, q)$  et les coefficients  $b_i$  sont les éléments de la matrice colonne :

$$b(x) = \begin{bmatrix} L_f^1 h_1(x) \\ \vdots \\ L_f^m h_m(x) \end{bmatrix} \cdot$$

*Remarque:* Le seul problème dans la construction de la forme normale subsiste dans le calcul, si nécessité il y a, des fonctions additives qui satisfont à l'équation  $(L_{g_i} \phi_i(x) = 0$  pour  $r+1 \leq i \leq n$  et  $x$  autour de  $x^0$ ).

Ce problème trouve sa solution en utilisant le théorème de FROBENIUS donné dans [1], lequel en effet, permet de résoudre des équations aux dérivées partielles.

## 2.4) LA LINEARISATION EXACTE PAR RETOUR D'ETAT

Dans la section précédente on a montré comment un système nonlinéaire, SISO ou MIMO, donné par ses équations d'état, peut être donné sous une forme dite normale après transformation de coordonnées l'espace d'état.

On verra dans ce qui suit que ce système, donné sous sa forme normale, peut être rendu non interactif par le biais d'un retour d'état statique ou dynamique.

Si la valeur de la commande à l'instant  $t$  dépend uniquement des valeurs au même instant de temps de l'état  $x$  et des entrées; la commande est dite en *mode statique* (ou sans mémoire)

Et si, par contre, la commande dépend aussi d'un ensemble d'états additionnels (c'est à dire que la commande est elle même la sortie d'un système dynamique lequel possède son propre état interne.) conduits par l'état  $x$  et un signal de référence externe; la commande est dite en *mode dynamique*.

Supposons que  $r = r_1 + r_2 + \dots + r_m$  est exactement égale à l'ordre  $n$  du système, alors le système de l'ensemble des fonctions

$\phi_k^i(x) = L_f^{k-1} h_i(x)$  pour  $1 \leq k \leq r_i$   $1 \leq i \leq m$ , est suffisant pour définir une transformation de coordonnées locales et une forme normale.

Dans les nouvelles coordonnées le système sera décrit par les sous-systèmes:

$$\dot{z}_1^i = \dot{z}_2^i$$

...

pour  $1 \leq i \leq m$

$$\dot{z}_{r_i-1}^i = \dot{z}_{r_i}^i$$

$$\dot{z}_{r_i}^i = b_i(z) + \sum_{j=1}^m a_{ij}(z) \cdot u_j(t)$$

Si on appliquait le retour d'état statique donné par

$$u = A^{-1}(z)[-b(z) + v] \dots \dots \dots (2.4.1)$$

tel que

$$v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix}, \text{ est le nouveau vecteur d'entrée.}$$

En boucle fermée le système sera décrit, après ce feedback et transformation de coordonnées, par:

$$\dot{z}_1^i = z_2^i$$

...

pour  $1 \leq i \leq m$

$$\dot{z}_{r_i-1}^i = z_{r_i}^i$$

$$\dot{z}_{r_i}^i = v_i$$

ces systèmes sont clairement linéaires et commandables; c'est la "linéarisation exacte" du système (2.1).

*Remarque:* On montre dans [8] que la condition  $r_1 + r_2 + \dots + r_m = n$  est nécessaire et suffisante pour la linéarisation exacte des systèmes nonlinéaires de la forme (2.1) caractérisés par leur vecteur de degré relatif  $\{r_1, \dots, r_m\}$ .

## 2.5) LA LINEARISATION PARTIELLE

On a vu qu'un système nonlinéaire de la forme (2.1) ayant un vecteur de degré relatif peut être exactement linearisé si et seulement si  $r_1 + r_2 + \dots + r_m = n$ ,

Autrement si  $r_1 + r_2 + \dots + r_m < n$ . Le même feedback appliqué au système le ramène à un comportement linéaire du point de vue entrée / sortie. on aurait ainsi au moins découplé le système du point de vue entrée/sortie.

## 2.6) ACHEVEMENT DU DEGRE RELATIF PAR EXTENSION

### DYNAMIQUE

#### 2.6.1) GENERALITEES

On a vu dans l'analyse développée qu'un système possédant un vecteur de degré relatif

$\{ r_1, \dots, r_m \}$  en un point  $x^0$  s'apprête à certaines stratégies de commande.

On a vu que celui ci peut être rendu non-interactif par retour d'état statique.

Si de plus le degré relatif vérifie la condition  $r_1 + r_2 + \dots + r_m = n$ , ce système peut être changé en un système complètement linéaire et commandable par le moyen du même retour d'état statique et d'une transformation de coordonnées.

Notons que cette dernière condition est la condition sous laquelle le système ne présente pas de *dynamique de zéros*, voir [11][8].

Le but de cette section est de montrer, que sous certaines hypothèses, il est possible de modifier, par le moyen d'un feedback, un système qui est sans degré relatif à l'origine en un autre système qui représente toujours le premier et qui possède un degré relatif.

On montre dans ([5],[8]) que la propriété d'avoir un degré relatif est invariante sous l'action d'un retour d'état statique.

On introduit, par conséquent, un autre type de feedback dit retour d'état dynamique.

Celui ci se sert d'états additionnels ajoutés au système d'origine. Ce retour d'état est de type :

$$u = \alpha(\xi, x) + \beta(\xi, x) \cdot v \quad \dots\dots\dots(2.6.1)$$

$$\dot{\xi} = \nu(\xi, x) + \delta(\xi, x) \cdot v$$

$\xi$  représente les états additifs (internes à la commande)

et  $\alpha, \beta, \nu, \delta$  sont des fonctions de l'état  $x$  définis aussi dans  $U$ .

On montre Dans [5 ] que l'addition d'un simple intégrateur sur un canal entrée peut achever le degré relatif d'un système donné.

On montre plus loins que l'addition d'intégrateurs sur certains canaux d'entrées aide à l'achèvement du degré relatif d'un système, mieux ;

On montre que n'importe quel système de la classe (2.1) n'ayant pas de degré relatif en un point  $x^0$ , peut être modifié à l'aide d'addition d'intégrateurs sur ces canaux d'entrées et d'un feedback dynamique du type ( 2.6.1 ) en un autre système possédant un degré relatif.

Le problème est de savoir d'une part, combien d'intégrateurs et sur quels canaux faudra-t-il les ajouter et d'autre part évaluer le feedback dynamique (2.6.1 ).

Ce problème est résolu par l'algorithme d'extension dynamique dont voici l'énoncé

### **2.6.2 ) ALGORITHME D'EXTENSION DYNAMIQUE**

Considérons la matrice  $A(x)$  défini pour le système (2.1 ) dans (2.2).

$A(x)$  est de rang  $q$  constant,  $q$  est inférieur à  $m$  ( autrement le système posséderait un degré relatif ).

Supposons que les  $q$  premières lignes de  $A(x)$  sont linéairement indépendantes ( ceci peut être toujours vérifié en réarrangeant l'ordre des sorties ).

Les fonctions analytiques  $\alpha(x)$  et  $\beta(x)$  avec  $\beta(x)$  nonsingulière, composant le feedback dynamique (2.6.1) sont la solution des équations aux dérivées partielles suivantes:

$$\begin{aligned} \langle dL_f^{-1} h_i(x), f(x) + g(x)\alpha(x) \rangle &= 0 && \text{pour tout } 1 \leq i \leq q \\ \langle dL_f^{-1} h_i(x), g(x)\beta(x) \rangle &= \delta_{ij} && \text{pour tout } 1 \leq i \leq q \quad 1 \leq j \leq m \end{aligned}$$

pour tout  $x$  au voisinage de  $x^0$

$$\xi = (\xi_1, \dots, \xi_q)^T$$

où: 
$$v' = (v_1, \dots, v_q)^T$$

$$v'' = (v_{q+1}, \dots, v_m)^T$$

et soit  $\beta'(x)$  la matrice formée par les  $q$  premières colonnes de  $b(x)$

$\beta''(x)$  la matrice formée par les  $(m-q)$  dernières colonnes de  $b(x)$

On évalue le feedback dynamique par:

$$u = \alpha(x) + \beta'(x)\xi + \beta''(x)v'' \quad \dots\dots\dots (2.6.2)$$

$$\dot{\xi} = v'$$

Le système correspondant en boucle fermée donné est:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\alpha(x) + g(x)\beta'(x)\xi + g(x)\beta''(x)v''$$

$$\dot{\xi} = v'$$

$$y = h(x)$$

ce système augmentant de  $q$  états supplémentaires et modifiant par feedback dynamique le système d'origine possède un degré relatif.

## CONCLUSION

On a vu dans ce chapitre qu'un système nonlinéaire appartenant à une certaine classe est caractérisé par son degré relatif. La caractéristique d'avoir un degré relatif est achevée par le moyen d'addition d'intégrateurs et de retour d'état dynamique.

Enfin, étant donné un système caractérisé par son degré relatif, celui ci peut être linéarisé du point de vue entrée / sortie (découplé) par le moyen d'un retour d'état statique.

Et si de plus son degré relatif satisfait à une certaine condition, il peut être modifié en un système complètement linéaire et commandable par le biais d'un retour d'état statique et d'une transformation de coordonnées dans l'espace d'état.

***MODELE  
MATHEMATIQUE DE LA  
MACHINE  
ASYNCHRONE***



### INTRODUCTION

Dans ce chapitre on juge inutile de trop s'étaler sur le développement du modèle de connaissance de la machine asynchrone. Celui-ci étant connu depuis longtemps et suffisamment détaillé dans la littérature; Voir [9]. On présente ici l'essentiel de son développement et l'ensemble des modèles qui en découlent après quelques transformations.

Le but de ce chapitre se résume à choisir un modèle approprié et à le ramener sous une forme qui s'apprête bien à la stratégie de contrôle adoptée dans le chapitre précédent.

On présente en premier sans démonstration le modèle mathématique dans un repère réel. Ensuite, le modèle dans le repère ' d-q ' obtenu après la transformation de PARK: Celui-ci facilite considérablement la manipulation.

**3.1) HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES:**

Des hypothèses standards sont prises lors de la modélisation:

- ◇ La machine est symétrique et à entrefer constant.
- ◇ Le circuit magnétique est supposé parfaitement feuilleté.
- ◇ La saturation du circuit magnétique et les courants de Foucault sont négligeables.
- ◇ L'effet de peau et d'encochage sont négligeables.

**3.2) MODELE REEL DE LA MACHINE**

La machine modélisée est un moteur asynchrone à cage. Sous les hypothèses suscitées, il est régi par les équations suivantes:

**3.2.1) EQUATIONS ELECTRIQUES:**

Les équations électriques qui régissent les circuits de la machine asynchrone sont données sous forme matricielle par:

Au stator:

$$[U_s] = R_s [I_s] + \frac{d}{dt} [\psi_s] \dots \dots \dots (3.1)$$

Au rotor:

$$[U_r] = R_r [I_r] + \frac{d}{dt} [\psi_r] \dots \dots \dots (3.2)$$

Tels que:

$$[U_s] = [U_{as} \ U_{bs} \ U_{cs}]^T$$

$$[I_s] = [I_{as} \ I_{bs} \ I_{cs}]^T$$

$$[\psi_s] = [\psi_{as} \ \psi_{bs} \ \psi_{cs}]^T$$

Et

$$[U_r] = [U_{ar} \ U_{br} \ U_{cr}]^T$$

$$[I_r] = [I_{ar} \ I_{br} \ I_{cr}]^T$$

$$[\psi_r] = [\psi_{ar} \ \psi_{br} \ \psi_{cr}]^T$$

Les flux totaux sont exprimés aussi sous forme matricielle:

$$[\psi_s] = [L_s] [I_s] + [L_m] [I_r] \dots\dots\dots(3.3)$$

$$[\psi_r] = [L_r] [I_r] + [L_m] [I_s] \dots\dots\dots(3.4)$$

Où, les matrices  $[L_s]$ ,  $[L_r]$  et  $[L_m]$  sont données par:

$$[L_s] = \begin{bmatrix} L_s & L_{ms} & L_{ms} \\ L_{ms} & L_s & L_{ms} \\ L_{ms} & L_{ms} & L_s \end{bmatrix}$$

$$[L_r] = \begin{bmatrix} L_r & L_{mr} & L_{mr} \\ L_{mr} & L_r & L_{mr} \\ L_{mr} & L_{mr} & L_r \end{bmatrix}$$

$$[L_m] = L_m \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

D'où, nous obtenons, par substitution, les nouvelles équations électriques:

$$[U_s] = R_s[I_s] + [L_s] \frac{d}{dt} [I_s] + \frac{d}{dt}[L_m][L_r] \dots\dots\dots(3.5)$$

$$[U_r] = R_r[I_r] + [L_r] \frac{d}{dt} [I_r] + \frac{d}{dt}[L_m][L_s] \dots\dots\dots(3.6)$$

**Remarque:** Les coefficients de ces équations électriques (réelles) sont variables dans le temps.

### 3.2.2) EQUATION MECANIQUE

L'équation mécanique est donnée par:

$$C_{em} = J \frac{d\omega_m}{dt} + k_f \omega_m + C_r$$

où :

$C_{em}$  est le couple électromagnétique de la machine.

$C_r$  est le couple résistant imposé à la machine

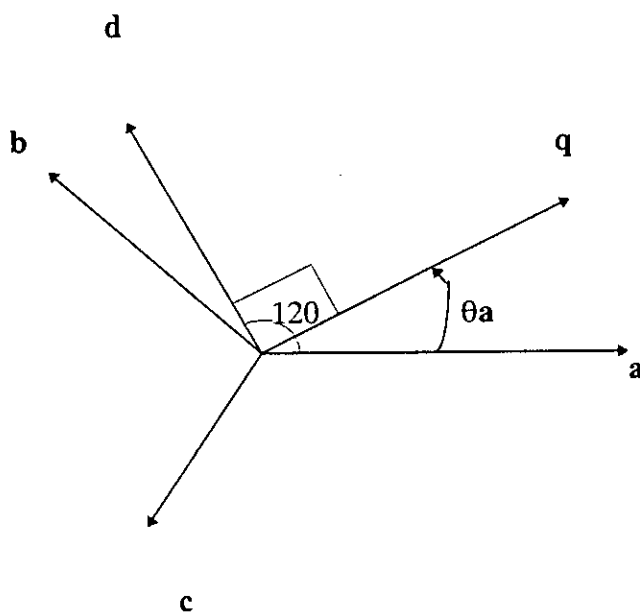
$K_f$  est le coefficient des frottements.

$J$  est le moment d'inertie des masses tournantes.

### 3.4 TRANSFORMATION DE PARK

Dans la théorie des machines, voir [9]. Une machine fictive appelée 'la machine primitive' est introduite, cette machine est caractérisée par le fait que son stator et son rotor ont deux enroulements principaux dont les axes magnétiques sont orthogonaux. Ces deux axes sont appelés: 'axe direct' et 'axe quadratique'. On montre que les deux machines sont équivalentes du point de vue électrique et magnétique.

Si on définit deux repères, l'un lié aux phases de la machine réelle et l'autre lié aux phases de la machine primitive définie précédemment. Voir figure ci-dessous.



Une bijection entre ces deux repères est possible à l'aide d'une transformation dite de **PARK**, caractérisée par sa matrice de transformation directe  $A_r(\theta)$  et sa matrice de transformation inverse  $A_r^{-1}(\theta)$ .

Telles que:

$$A_r(\theta) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin(\theta) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix}$$

Et

$$A_r^{-1}(\theta) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix}$$

A l'aide de ces deux transformations, on peut calculer les valeurs primitives à partir des valeurs réelles et vice-versa.

### 3.5) MODELE BIPHASE DE LA MACHINE

Après application de la transformation de **PARK** aux grandeurs électriques et magnétiques définies dans la section (3-2), on obtient le modèle biphasé de la machine exprimé dans le repère fictif de **PARK** d'axes (d-q).

Mises sous forme d'équations d'état, les équations électriques s'écrivent:

$$\frac{di_{ds}}{dt} = -\left(\frac{R_s}{\sigma.L_s} + \frac{L_m^2.R_r}{\sigma.L_s.L_r^2}\right)i_{ds} + \frac{L_m}{\sigma.L_s.L_r}\omega_r.\Psi_{qr} + \omega_a i_{qs} + \frac{R_r}{L_r}\frac{L_m}{\sigma.L_s.L_r}\Psi_{dr} + \frac{U_{ds}}{\sigma.L_s}$$

$$\frac{di_{qs}}{dt} = -\left(\frac{R_s}{\sigma.L_s} + \frac{L_m^2.R_r}{\sigma.L_s.L_r^2}\right)i_{qs} - \frac{L_m}{\sigma.L_s.L_r}\omega_r.\Psi_{dr} - \omega_a i_{ds} + \frac{R_r}{L_r}\frac{L_m}{\sigma.L_s.L_r}\Psi_{qr} + \frac{U_{qs}}{\sigma.L_s}$$

$$\frac{d\Psi_{dr}}{dt} = (\omega_a - \omega_r)\Psi_{qr} - \frac{R_r}{L_r}\Psi_{dr} + \frac{R_r}{L_r}.L_m i_{ds}$$

$$\frac{d\Psi_{qr}}{dt} = -(\omega_a - \omega_r)\Psi_{dr} - \frac{R_r}{L_r}\Psi_{qr} + \frac{R_r}{L_r}.L_m i_{qs}$$

Telles que:

$\omega_a$  est la vitesse angulaire du repère (d-q).

D'autre part,

Le couple électromagnétique est donné dans les nouvelles coordonnées en fonction des flux rotoriques par :

$$C_{em} = \frac{PL_m}{L_r}(\Psi_{dr}i_{qs} - \Psi_{qr}i_{ds}).$$

En utilisant l'équation mécanique définie dans (3-2), une cinquième équation d'état est donnée par:

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{PL_m}{JL_r}(\Psi_{dr}i_{qs} - \Psi_{qr}i_{ds}) - \frac{K_f}{J}\omega_m - \frac{C_r}{J}$$

Remarque.1: La connaissance de la position  $\theta_a$  du repère (d-q) relativement au repère réel et celle des grandeurs régies par le modèle biphasé fictif suffisent pour retrouver les grandeurs réelles équivalentes, et vice-versa.

Remarque.2: A partir des cinq équations définies ci-dessus, plusieurs modèles peuvent découler, suivant le choix de la pulsation de rotation du nouveau repère (d-q), à savoir:

Si  $\omega_a = 0$ , le modèle est exprimé dans le repère réel ou du stator .

Si  $\omega_a = \omega_s$ , Le modèle est exprimé dans le repère synchrone où les grandeurs perdent leur périodicité.

Si  $\omega_a = \omega_r$ , Le modèle est défini dans le repère asynchrone ou lié au rotor.

Remarque.3: Le modèle par orientation de champs est obtenu en supposant le flux ' $\psi_q = 0$ ' et en forçant ' $\psi_d$ ' à une constante dans le modèle lié au repère synchrone, dans ce cas le modèle obtenu dit 'modèle à orientation de champs' est donné par quatre équations d'état:

$$\frac{di_{ds}}{dt} = -\left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{L_m^2 R_r}{\sigma L_s L_r^2}\right) i_{ds} + \frac{R_r}{L_r} \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \Psi_{dr} + \frac{R_r}{L_r} L_m \frac{L_{qs}^2}{\Psi_{dr}} + P i_{qs} \omega_m + \frac{U_{ds}}{\sigma L_s}$$

$$\frac{di_{qs}}{dt} = -\left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{L_m^2 R_r}{\sigma L_s L_r^2}\right) i_{qs} - \frac{R_r}{L_r} L_m \frac{i_{qs} i_{ds}}{\Psi_{dr}} - P \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_m \Psi_{dr} - P i_{ds} \omega_m + \frac{U_{qs}}{\sigma L_s}$$

$$\frac{d\Psi_{dr}}{dt} = \frac{R_r}{L_r} L_m i_{ds} - \frac{R_r}{L_r} \Psi_{dr}$$

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{P L_m}{J L_r} \Psi_{dr} i_{qs} - \frac{C_r}{J}$$

Et la position du nouveau repère est donnée approximativement à chaque instant par la condition d'orientation du champ  $\psi_q \equiv 0$ , soit par:

$$\omega_s = P\omega_m + (L_m R_r / L_r) (i_{qs} / \psi_{dr})$$

**Remarque.4:** Dans une stratégie de commande par orientation de champs, la synthèse des régulateurs est effectuée à partir de ce modèle "réduit" de la machine.

## CONCLUSION

On a montré dans ce chapitre que le modèle de la machine asynchrone, donné au départ par six équations électriques et une équation mécanique, est donné après la transformation de PARK par quatre équations électriques et une équation mécanique.

Le modèle donné dans le repère de PARK s'apprête bien à la commande; ces coefficients n'étant pas variables dans le temps.

Le choix de la pulsation du nouveau repère nous offre la possibilité d'adapter au besoin le modèle obtenu .



***LINEARISATION  
EXACTE  
&  
COMMANDE DE LA  
MACHINE  
ASYNCHRONE***

## INTRODUCTION

A partir du modèle dynamique de la machine asynchrone, présenté dans le chapitre précédent, on procède, par étape, à la synthèse de la commande, laquelle doit réguler la vitesse mécanique, le flux rotorique d'axe direct et le flux rotorique d'axe quadratique; sorties du système considéré.

On commence par considérer le système de départ, lequel au préalable n'admet pas de degré relatif. On montre qu'en ajoutant un intégrateur sur un canal d'entrée, on obtient un système 'augmenté' qui admet un degré relatif. Ce degré relatif est tel que ce système augmenté est exactement linéarisable. Ensuite, on calcule le retour d'état statique et la transformation de coordonnées lesquels modifient le système augmenté en trois systèmes mono-entrée/mono-sortie, linéaires et commandables.

Enfin, par retour d'état linéaire, on place les pôles des sous-systèmes linéaires ainsi obtenus, de manière à garantir une bonne dynamique de la vitesse tout en contrôlant le flux rotorique du point de vue module et orientation sous les contraintes de limitation des courants et tensions fournies par les convertisseurs.

### 4.1) NOTATIONS

Le modèle dynamique de la machine asynchrone peut être décrit dans le repère de PARK lié au champ tournant par cinq équations différentielles non-linéaires de premier ordre, de la forme:

$$\dot{x} = f(x) + g(x) \cdot U \quad \dots\dots\dots (2.1.a)$$

$$y = h(x) \quad \dots\dots\dots (2.1.b)$$

où  $x$  représente l'état de la machine à chaque instant tel que,

$$x^T = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (\dot{i}_{ds}, \dot{i}_{qs}, \varphi_{dr}, \varphi_{qr}, \omega).$$

$U$  représente le vecteur de commande ou d'entrées de la machine à chaque instant;

$$U^T = (U_1, U_2, U_3) = (U_{ds}, U_{qs}, \omega_s).$$

$f(x)$  et  $g(x)$  sont des vecteurs-champs définis sur un domaine ouvert,  $U$  de  $\mathbb{R}^5$ .

$$f^T(x) = [f_1(x), f_2(x), f_3(x), f_4(x), f_5(x)]$$

$$g^T(x) = [g_1(x), g_2(x), g_3(x)]$$

$$f_1(x) = -\left(\frac{1}{\sigma T_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma T_r}\right)x_1 + \left(\frac{1-\sigma}{\sigma \cdot M \cdot T_r}\right)x_3 + \left(\frac{1-\sigma}{\sigma \cdot M}\right)x_5 \cdot x_4$$

$$f_2(x) = -\left(\frac{1}{\sigma T_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma T_r}\right)x_2 + \left(\frac{1-\sigma}{\sigma \cdot M \cdot T_r}\right)x_4 + \left(\frac{1-\sigma}{\sigma \cdot M}\right)x_3 \cdot x_5$$

$$f_3(x) = \frac{M}{T_r} \cdot x_1 - \frac{1}{T_r} \cdot x_3 - x_4 \cdot x_5$$

$$f_4(x) = \frac{P^2 \cdot M}{JL_r} (x_2 \cdot x_3 - x_1 \cdot x_4) - \frac{K_f}{J} \cdot x_5 - \frac{P}{J} \cdot C_r$$

$$g_1^T(x) = \left[ \frac{1}{\sigma L_s}, 0, 0, 0, 0 \right]$$

$$g_2^T(x) = \left[ 0, \frac{1}{\sigma L_s}, 0, 0, 0 \right]$$

$$g_3^T(x) = [x_2, -x_1, x_4, -x_3, 0]$$

$h(x)$  est le vecteur de sortie choisi

$$h^T(x) = [h_1(x), h_2(x), h_3(x)]$$

$$h_1(x) = x_5 \quad (\text{vitesse})$$

$$h_2(x) = x_4 \quad (\text{flux quadratique})$$

$$h_3(x) = x_3 \quad (\text{flux direct})$$

*Remarque.1:* Le choix des sorties est effectué de manière à satisfaire l'objectif de la commande, d'une part. Et que le système s'apprête bien à la stratégie de commande adoptée, d'autre part. *Par exemple*, si on choisissait comme sorties en plus de la vitesse, le module du flux rotorique ' $\phi = \sqrt{\psi_d^2 + \psi_q^2}$ '; Le système obtenu serait avec dynamique des zéros, donc non exactement linéarisable (ce choix à été traité dans [11], d'autres choix sont possibles).

Le point de départ de notre analyse est la recherche du degré relatif (s'il existe) du système donné par les équations (2.1).

## **4.2) RECHERCHE DU DEGRE RELATIF DU SYTEME**

Soit à calculer le degré relatif par rapport à chacune des sorties sus-indiquées:

### **4.2.1) LA VITESSE $h_1(x) = x_5$**

Observons que: quelque soit l'état  $x$ ,

$$L_{g_1} h_1(x) = 0$$

$$L_{g_2} h_1(x) = 0$$

$$L_{g_3} h_1(x) = 0$$

$$L_{g_1} L_f h_1(x) = -\frac{P^2 \cdot M}{J \cdot L_r \cdot \sigma \cdot L_s} \cdot x_4$$

$$L_{g_2} L_f h_1(x) = -\frac{P^2 \cdot M}{J \cdot L_r \cdot \sigma \cdot L_s} \cdot x_3$$

$$L_{g_3} L_f h_1(x) = 0$$

Les expressions de  $L_{g_1} L_f h_1(x)$  et de  $L_{g_2} L_f h_1(x)$  ne peuvent s'annuler au même temps tant que la machine est chargée; cela signifierait que le flux dans la machine est nul.

Notons que même si la machine est 'à vide', il y a toujours un couple de charge correspondant à l'inertie du rotor.

Donc, et en vertu de la définition de la section 2 du chapitre 2, le degré relatif par rapport à la vitesse est donc l'entier  $r_1 = 2$  quelque soit l'état  $x$ .

#### 4.2.2) LE FLUX QUADRATIQUE $h_2(x) = x_4$

Observons que :

$$L_{g_1} h_2(x) = 0$$

$$L_{g_2} h_2(x) = 0$$

$$L_{g_3} h_2(x) = -x_3$$

$$L_{g_1} L_f h_2(x) = 0$$

$$L_{g_2} L_f h_2(x) = \frac{M}{T_r} \cdot \frac{1}{\sigma \cdot L_s}$$

$$L_{g_2} L_f h_2(x) = -\frac{M}{T_r} \cdot x_1 + \frac{1}{T_r} \cdot x_3 + x_4 \cdot x_5$$

Par définition, tant que le flux direct  $x_3$  est non nul (Ce qui est généralement le cas), l'entier  $r_2$  est égal à 1,  $r_2 = 1$ .

Sinon,  $r_2 = 2$ ; car l'expression  $\frac{M}{T_r \cdot \sigma \cdot L_s}$  est non nulle et indépendante de l'état  $x$ .

*Remarque:* Vérifions ici que la remarque (2.2.1) du chapitre 2 trouve son application.

En effet, ' $L_{g_3} h_3(x) = -x_3$ ' est la première fonction de la séquence:

$L_{g_3} h_1(x), L_{g_3} L_f h_1(x), \dots, L_{g_3} L_f^k h_1(x), \dots$ . Elle n'est pas exactement zéro au voisinage de ' $x_3^0 = 0$ ' mais possède un zéro exacte en ' $x_3^0 = 0$ '.

Toutefois, choisir un point d'équilibre ' $x_3^0 = 0$ ' est rarement le cas.

Donc pour  $x_3$  non nul

$$\boxed{r_2 = 1}$$

### 4.2.3) LE FLUX DIRECT $h_3(x) = x_3$

Observons également que:

$$L_{g_3} h_3(x) = 0$$

$$L_{g_2} h_3(x) = 0$$

$$L_{g_1} h_3(x) = x_4$$

$$L_{g_1} L_f h_3(x) = \frac{M}{T_r \cdot \sigma \cdot L_s}$$

$$L_{g_2} L_f h_3(x) = -\frac{M}{T_r} \cdot x_2 - \frac{1}{T_r} \cdot x_4 + x_3 \cdot x_5$$

Par le même raisonnement de la section précédente on relève les mêmes remarques, au lieu que ce soit sur  $x_3$  (flux direct) ce sera sur le flux quadratique  $x_4$ .

Seulement que le choix de ' $x_4^0 = 0$ ' est courant: c'est la dite orientation de champs classique voir [1].

Donc, pour une orientation de champs ' $x_4^0 = 0$ ' le système (2.1) est déjà sans degré relatif.

Sinon si ,  $x_4^0 \neq 0$  ; alors  $r_3 = 1$

Voyons maintenant le degré relatif ( vecteur) du système (2.1):

quelque soit le cas où  $x_3^0 \neq 0$  ;  $x_4^0 \neq 0$

$r_1 = 2$  ,  $r_2 = 1$  ,  $r_3 = 1$ .

la matrice  $A(x)$  définie dans le 'Ch.2 section (2.2)' est donnée par:

$$A(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f h_1(x) & L_{g_2} L_f h_1(x) & L_{g_3} L_f h_1(x) \\ L_{g_1} h_2(x) & L_{g_2} h_2(x) & L_{g_3} h_2(x) \\ L_{g_1} h_3(x) & L_{g_2} h_3(x) & L_{g_3} h_3(x) \end{bmatrix}$$

soit

$$A(x) = \begin{bmatrix} -\frac{P^2 M}{JL_r} \cdot \frac{1}{\sigma L_s} \cdot x_4 & \frac{P^2 M}{JL_r} \cdot \frac{1}{\sigma L_s} \cdot x_3 & 0 \\ 0 & 0 & -x_3 \\ 0 & 0 & x_4 \end{bmatrix}$$

quelque soit  $x^0$  tel que  $x_3^0 \neq 0$  et  $x_4^0 \neq 0$

$$\det A(x^0) = 0$$

Dans ce cas, et en vertu de la condition  $(\dot{\lambda}, \dot{\lambda})$  de la section 2.2 du chapitre 2,  $A(x^0)$  est singulière, donc le système (2.1) n'admet pas le vecteur  $\{2,1,1\}$  comme degré relatif.

**NB:**  $2+1+1 = 4 \neq 5$ , et c'est tant mieux que le système n'admette pas ce vecteur comme degré relatif, car d'ores et déjà on peut espérer un degré relatif qui satisfait à la condition de linéarisation exacte.

**Résumé:** quelque soit l'état d'équilibre choisie de la machine, le système (2.1) est sans degré relatif.

### 4.3) ACHEVEMENT DU DEGRE RELATIF PAR EXTENSION DYNAMIQUE

On va montrer dans cette section que l'addition d'un simple intégrateur sur le canal  $U_3$  ( $\omega_s$ ) rend le système d'ordre six. Ce système, augmenté d'un intgrateur, possède un degré relatif et pas n'importe lequel, il est tel que ce système (augmenté) est exactement linéarisable.

Ainsi le nouveau modèle d'état de la machine plus intégrateur est la 'fusion' de:

$$\dot{x} = f(x) + g(x) \cdot U$$

$$\text{et de: } x_6 = U_3$$

$$\dot{x}_6 = U_3^1$$

$x_6$ , étant la sortie de l'intégrateur, intégrant la nouvelle entrée  $U_3^1$  ( voir figure ci dessous),

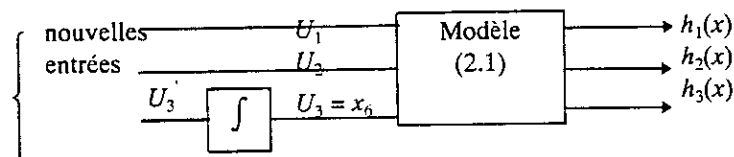


fig.4.1



#### 4.4) MODELE D'ETAT DU SYSTEME AUGMENTE

Mis sous la même forme que le système (2.1), le modèle augmenté est donné maintenant par six équations différentielles de premier ordre, soit :

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}) + g(\hat{x}) \cdot U \quad \dots\dots\dots (5.1.a)$$

$$y = h(\hat{x}) \quad \dots\dots\dots (5.1.b)$$

Avec les modifications suivantes:

$$\hat{x}^T = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = (i_{ds}, i_{qs}, \varphi_{dr}, \varphi_{qr}, \omega, \omega_s)$$

représente le nouvel état de la machine.

$$U^T = (U_1, U_2, U_3) = (U_{ds}, U_{qs}, U_3)$$

est le nouveau vecteur de commande de la machine.

$f(x)$  et  $g(x)$  sont des vecteurs-champs définis dans un domaine ouvert de  $\mathfrak{R}^5$  comme suit:

$$\hat{f}^T(x) = [\hat{f}_1(x), \hat{f}_2(x), \hat{f}_3(x), \hat{f}_4(x), \hat{f}_5(x), \hat{f}_6(x)]$$

$$\hat{g}^T(x) = [\hat{g}_1(x), \hat{g}_2(x), \hat{g}_3(x)]$$

$$\hat{f}_1(\hat{x}) = -\left(\frac{1}{\sigma T_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma T_r}\right) \cdot x_1 + \frac{1-\sigma}{\sigma \cdot M \cdot T_r} x_3 + \frac{1-\sigma}{\sigma \cdot M} x_4 \cdot x_5 + x_2 \cdot x_6$$

$$\hat{f}_2(\hat{x}) = -\left(\frac{1}{\sigma T_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma T_r}\right) \cdot x_2 + \frac{1-\sigma}{\sigma \cdot M \cdot T_r} x_4 - \frac{1-\sigma}{\sigma \cdot M} x_3 \cdot x_5 - x_1 \cdot x_6$$

$$\hat{f}_3(\hat{x}) = \frac{M}{T_r} \cdot x_1 - \frac{1}{T_r} x_3 - x_4 \cdot x_5 + x_4 \cdot x_6$$

$$\hat{f}_4(\hat{x}) = \frac{M}{T_r} \cdot x_2 - \frac{1}{T_r} x_4 + x_3 \cdot x_5 - x_3 \cdot x_6$$

$$\hat{f}_5(\hat{x}) = \frac{P^2 M}{J \cdot L_r} (x_2 \cdot x_3 - x_1 \cdot x_4) - \frac{K_f}{J} \cdot x_5 - \frac{P}{J} C_r$$

$$\hat{f}_6(\hat{x}) = 0$$

$$\hat{g}_1^T(\hat{x}) = \left[ \frac{1}{\sigma \cdot L_s}, 0, 0, 0, 0, 0 \right]$$

$$\hat{g}_2^T(\hat{x}) = \left[ 0, \frac{1}{\sigma \cdot L_s}, 0, 0, 0, 0 \right]$$

$$\hat{g}_3^T(\hat{x}) = [0, 0, 0, 0, 0, 1]$$

$$h_1(\hat{x}) = x_5$$

$$h_2(\hat{x}) = x_4$$

$$h_3(\hat{x}) = x_3$$

#### 4.5) CALCUL DU DEGRE RELATIF DU SYSTEME AUGMENTE

On procède de même manière que dans la section (3).

On calcul les nouveaux "  $\hat{r}_i$  " pour chaque sortie à part, ensuite on vérifie si le système augmenté accepte le nouveau vecteur  $\{\hat{r}_1, \hat{r}_2, \hat{r}_3\}$  comme degré relatif. soit:

**4.5.1) CALCUL DE  $\hat{r}_1$** 

Observons que:

$$\hat{L}_{g_1} h_1(\hat{x}) = 0$$

$$\hat{L}_{g_2} h_1(\hat{x}) = 0$$

$$\hat{L}_{g_3} h_1(\hat{x}) = 0$$

$$\hat{L}_{g_1} \hat{L}_f h_1(\hat{x}) = -\frac{P^2 M}{JL_r} \cdot \frac{1}{\sigma L_s} \cdot x_4$$

$$L \hat{g}_2 \hat{L}_f h_1(\hat{x}) = \frac{P^2 M}{JL_r} \cdot \frac{1}{\sigma L_s} \cdot x_3$$

$$\hat{L}_{g_3} \hat{L}_f h_1(\hat{x}) = 0$$

il est maintenant clair que:  $\hat{r}_1 = r_1 = 2$

**5.2) CALCUL DE  $\hat{r}_2$** 

Observons maintenant que :

$$\hat{L}_{g_1} h_2(\hat{x}) = 0$$

$$\hat{L}_{g_2} h_2(\hat{x}) = 0$$

$$\hat{L}_{g_3} h_2(\hat{x}) = 0$$

$$\hat{L}_{g_1} \hat{L}_f h_2(\hat{x}) = 0$$

$$\hat{L}_{g_2} \hat{L}_f h_2(\hat{x}) = -\frac{M}{T_s} \cdot \frac{1}{\sigma L_s}$$

$$\hat{L}_{g_3} \hat{L}_f h_2(\hat{x}) = -x_3$$

puisque, l'expression ' $\frac{M}{T_s \sigma L_s}$ ' est indépendante de l'état et toujours non nulle.

Il est aussi clair que  $\hat{r}_2 = 2$

**4.5.3) CALCUL DE  $\hat{r}_3$** 

De la même manière observons que:

$$\hat{L}_{g_1} h_3(\hat{x}) = 0$$

$$\hat{L}_{g_2} h_3(\hat{x}) = 0$$

$$\hat{L}_{g_3} h_3(\hat{x}) = 0$$

$$\hat{L}_{g_1} \hat{L}_f h_3(\hat{x}) = \frac{M}{T_s} \cdot \frac{1}{\sigma L_s}$$

$$\hat{L}_{g_2} \hat{L}_f h_3(\hat{x}) = 0$$

$$\hat{L}_{g_3} \hat{L}_f h_3(\hat{x}) = x_4$$

il est clair que

$$\boxed{\hat{r}_3 = 2}$$

Donc, en résumé, le nouveau vecteur "candidat" au degré relatif est le vecteur:

$$\{\hat{r}_1, \hat{r}_2, \hat{r}_3\} = \{2, 2, 2\}$$

il est important de souligner que  $2 + 2 + 2 = 6$ : Ordre du système augmenté.

il ne reste plus qu'à chercher la nouvelle matrice  $A(\hat{x})$ ;

$$A(\hat{x}) = \begin{bmatrix} \hat{L}_{g_1} \hat{L}_f h_1(\hat{x}) & \hat{L}_{g_2} \hat{L}_f h_1(\hat{x}) & \hat{L}_{g_3} \hat{L}_f h_1(\hat{x}) \\ \hat{L}_{g_1} \hat{L}_f h_2(\hat{x}) & \hat{L}_{g_2} \hat{L}_f h_2(\hat{x}) & \hat{L}_{g_3} \hat{L}_f h_2(\hat{x}) \\ \hat{L}_{g_1} \hat{L}_f h_3(\hat{x}) & \hat{L}_{g_2} \hat{L}_f h_3(\hat{x}) & \hat{L}_{g_3} \hat{L}_f h_3(\hat{x}) \end{bmatrix}$$

évalué par:

$$A(\hat{x}) = \begin{bmatrix} -\frac{P^2 M}{JL_r \sigma L_s} \cdot x_4 & \frac{P^2 M}{JL_r \sigma L_s} \cdot x_3 & 0 \\ 0 & \frac{M}{T_r \sigma L_s} & -x_3 \\ \frac{M}{T_r \sigma L_s} & 0 & x_4 \end{bmatrix}$$

Observons aussi que:

$$\text{Det } A(\hat{x}) = x_4 \left[ -\frac{P^2 M^2}{JL_r T_r \sigma^2 L_s^2} \cdot x_4 \right] + x_3 \left[ -\frac{P^2 M^2}{JL_r T_r \sigma^2 L_s^2} \cdot x_3 \right]$$

d'où:

$$\det A(\hat{x}) = -\frac{P^2 M^2}{JL_r T_r \sigma^2 L_s^2} \cdot (x_3^2 + x_4^2).$$

Remarquons que 'det(  $A(\hat{x})$  )' est proportionnel à la norme du flux rotorique; donc non nul quelque soit le point d'équilibre choisit ' $\hat{x}^0$ '. Enfin on conclut que:

Conclusion: Le système donné par les équations (5.1.a) et (5.1.b), représentant la machine asynchrone plus un intégrateur, possède le vecteur de degré relatif ' $\{\hat{r}_1, \hat{r}_2, \hat{r}_3\} = \{2, 2, 2\}$ ' et donc la somme  $\hat{r}_1 + \hat{r}_2 + \hat{r}_3 = \hat{n} = 6$ : Ordre du système augmenté.

Ce système s'apprête bien à une linearisation exacte, par retour d'état statique et une transformation de coordonnées dans l'espace état.

#### 4.6) SYNTHÈSE DE LA COMMANDE LINEARISANTE

Le retour d'état linéarisant est donné par:

$$\hat{u} = a(\hat{x}) + b(\hat{x}) \cdot v$$

où:  $v = [v_1, v_2, v_3]^T$ , est le nouveau vecteur d'entrée en boucle fermée.

$$a(\hat{x}) = -A^{-1}(\hat{x}) \cdot b(\hat{x})$$

$$b^T(\hat{x}) = [L_f^2 h_1(\hat{x}), L_f^2 h_2(\hat{x}), L_f^2 h_3(\hat{x})].$$

(Voir CH2 section )

$A(\hat{x})$  est telle que donnée dans la section précédente.

$A(\hat{x})$  étant inversible, un calcul élémentaire donne:

$$A^{-1}(\hat{x}) = \frac{A(\hat{x})adj}{\det A(\hat{x})}$$

$$A^{-1}(\hat{x}) = \begin{bmatrix} a_{11}x_4 & a_{12}x_3 \cdot x_4 & a_{13}x_3^2 \\ a_{21}x_3 & a_{21}x_4^2 & a_{23}x_3 \cdot x_4 \\ a_{31} & a_{32}x_3 & a_{33}x_4 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{x_3^2 + x_4^2}$$

Où les  $a_{ij}$   $\begin{matrix} 1 \leq i \leq 3 \\ 1 \leq j \leq 3 \end{matrix}$ , sont des constantes dépendantes des paramètres du système,

ainsi que les valeurs de  $L_f^2 h_1(\hat{x}), L_f^2 h_2(\hat{x}), L_f^2 h_3(\hat{x}), a(x), b(x)$ . données en détail dans l'annexe 1.

#### 4.7) CALCUL DE LA TRANSFORMATION DE COORDONNEES / FORME NORMALE

Le système donné par les équations (5.1) exprimé dans les coordonnées en  $z = T(x)$  telle que:

$$z_1 = T_1(\hat{x}) = h_1(\hat{x})$$

$$z_2 = T_2(\hat{x}) = L_f h_1(\hat{x})$$

$$z_3 = T_3(\hat{x}) = h_2(\hat{x})$$

$$z_4 = T_4(\hat{x}) = L_f h_2(\hat{x})$$

$$z_5 = T_5(\hat{x}) = h_3(\hat{x})$$

$$z_6 = T_6(\hat{x}) = L_f h_3(\hat{x})$$

(les valeurs des  $T_i(\hat{x})$   $1 \leq i \leq 6$  sont aussi données en annexe.1. ), est sous sa forme normale ( ou de BRUNOVSKY ).

L'application du retour d'état linéarisant donné dans (4.7) à cette forme normale ramène le système augmenté en boucle fermée exprimé dans l'espace des z au système:

l'état,

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = v_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{z}_3 = z_4 \\ \dot{z}_4 = v_2 \end{cases} \dots\dots\dots(8.1.a)$$

$$\begin{cases} \dot{z}_5 = z_6 \\ \dot{z}_6 = v_3 \end{cases}$$

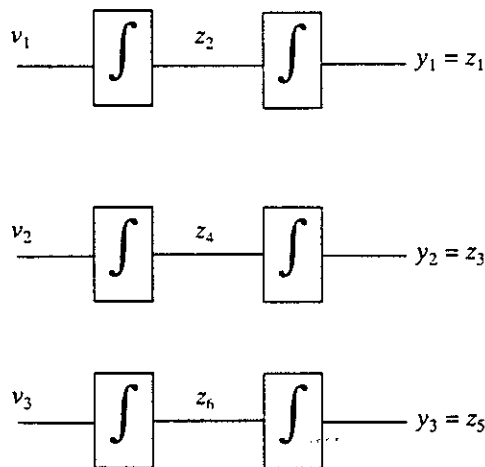
les sorties,

$$y_1 = h_1(\hat{x}) = z_1$$

$$y_2 = h_2(\hat{x}) = z_2 \dots\dots\dots(8.1.b)$$

$$y_3 = h_3(\hat{x}) = z_3$$

Ainsi nous aboutissons à trois sous-systèmes linéaires, commandables et de second ordre dont les sorties sont respectivement, la vitesse mécanique, le flux quadratique et le flux direct . Les commandes sont respectivement  $v_1, v_2$  et  $v_3$ . Voir la figure ci-dessous,



'fig. 8.1'

### **4.8) STRUCTURE DU REGLAGE D'ETAT LINEAIRE**

On procède dans cette section à la synthèse d'un retour d'état linéaire adéquat à chacun des systèmes linéaires obtenus; comme s'il s'agissait de trois systèmes différents ou trois double intégrateurs complètement indépendants l'un de l'autre.

Les trois boucles extérieures que nous allons synthétiser servent à placer les pôles des trois doubles intégrateurs de manière à concilier une bonne stabilité, un bon temps de réponse et des erreurs statiques négligeables; sous les contraintes physiques déjà citées.

#### **4.8.1) REGLAGE DE LA VITESSE**

La vitesse est donnée par le système:

$$\dot{z}_1 = z_2$$

$$\dot{z}_2 = v_1$$

$$y_1 = z_1$$

le réglage de ce système par un simple retour d'état à action proportionnelle a montré la présence d'un biais de réglage (erreur statique) trop important en régime établi. Afin de palier à ce problème, l'addition d'une action intégrale s'impose.

#### **EQUATION DU REGULATEUR INTEGRATEUR**

Le régulateur intégrateur présente un état supplémentaire  $z_r$  donné par:

$$\dot{z}_r = \frac{1}{T_i} (\omega_1 - z_1)$$

tel que:

$T_i$  est une constante d'intégration.

$\omega_1$  est la consigne de vitesse.

Voir[16].



le système à réguler devient d'ordre trois et donné par:

$$\dot{z}_1 = z_2$$

$$\dot{z}_2 = v_1$$

$$\dot{z}_r = \frac{1}{T_i}(\omega_1 - z_1)$$

$$y_1 = z_1$$

L'équation du retour état linéaire:

$$v_1 = -k_1 z_1 - k_2 z_2 - k_r z_r + k_w \omega_1$$

soit en boucle fermée:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = -k_1 z_1 - k_2 z_2 - k_r z_r + k_w \omega_1 \\ \dot{z}_r = -\frac{1}{T_i} z_1 + \frac{1}{T_i} \omega_1 \\ y_1 = z_1 \end{cases}$$

sous forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -k_1 & -k_2 & -k_r \\ -\frac{1}{T_i} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ k_w \\ \frac{1}{T_i} \end{bmatrix} \omega_1$$

L'équation caractéristique:

$$\text{Det}(sI - A^*) = \text{Det} \begin{bmatrix} s & -1 & 0 \\ k_1 & s + k_2 & k_r \\ \frac{1}{T_i} & 0 & s \end{bmatrix} = \Delta$$

$$\Delta = s^3 + k_2 s^2 + k_1 s - \frac{k_r}{T_i}$$

et si on imposait un polynôme caractéristique 'Δd', tel que:

$$\Delta d = s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0$$

alors, par identification, on donne les coefficients du retour d'état linéaire pour la commande de la vitesse:

$$\begin{cases} k_1 = \alpha_1 \\ k_2 = \alpha_2 \\ k_r = -\alpha_0 \cdot T_i \end{cases}$$

On a choisit un placement de pôles qui assure un amortissement relatif optimal où les trois pôles sont sur la même verticale dans le demi-plan droit (RHP) à une distance  $\rho$  de l'origine.

Le polynôme caractéristique désiré correspondant à ce type de placement de pôles est:

$$s^3 + 3\rho s^2 + 4\rho^2 s + 2\rho^3$$

d'où:

$$\begin{cases} k_1 = \alpha_1 = 4\rho^2 \\ k_2 = \alpha_2 = 3\rho \\ k_r = -\alpha_0 T_i = -2\rho^3 T_i \end{cases}$$

Le coefficient de pondération de consigne  $k_\omega$  est choisi par la technique de compensation du pôle réel  $-\rho$ , soit donc:

$$k_\omega = -\frac{k_r}{-\rho T_i} \Rightarrow \boxed{k_\omega = \frac{k_r}{\rho T_i}}$$

### 4.2.2) REGLAGE DES FLUX

#### FLUX QUADRATIQUE

Les deux flux direct et quadratique sont régulés de la même manière.

Soit par exemple le flux quadratique donné par:

$$\begin{aligned} \dot{z}_3 &= z_4 \\ \dot{z}_4 &= v_2 \\ \text{et} \quad y_2 &= z_3 \end{aligned}$$

Par retour d'état de type:

$$v_2 = -k_1 z_3 - k_2 z_4 + k_\omega \cdot \omega_2$$

On aura en boucle fermée:

$$\begin{cases} \dot{z}_3 = z_4 \\ \dot{z}_4 = -k_1 z_3 - k_2 z_4 + k_\omega \cdot \omega_2 \end{cases}$$

Soit sous forme matricielle

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_1 & -k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ k_\omega \end{bmatrix} \omega_2$$

L'équation caractéristique en boucle fermée est donnée par:

$$s^2 + k_2' s + k_1' = 0$$

On choisissant un amortissement optimal  $\xi = 0.707$ ,

il est judicieux de placer les pôles en:

$$p_1', p_2' = \omega_n \cdot \xi \cdot (-1 \pm j)$$

si on posait ' $0.5 \cdot \omega_n = R$ ':

$$p_{1,2}' = R(-1 \pm j)$$

L'équation caractéristique correspondante est:

$$s^2 - (p_1' + p_2')s + p_1'p_2' = 0$$

$$s^2 + 2Rs + 2R^2 = 0$$

Les coefficients d'un tel placement de pôles sont:

$$\begin{array}{|l} k_1' = 2R^2 \\ k_2' = 2R \end{array} \quad \text{et} \quad \boxed{k_\omega' = k_1'}$$

En modulant  $R$ , on varie la pulsation propre  $\omega_n$  du système tout en gardant un facteur d'amortissement optimal.

### FLUX DIRECT

Le même placement de pôles à été adopté pour réguler le flux direct

$$\text{la commande: } v_3 = -k_1' z_5 - k_2' z_6 + k_\omega' \cdot \omega_3$$

*Remarque 1:* En choisissant  $\omega_2 = 0$ , on assure une orientation de champs suivant l'axe 'd'.

le module du flux rotorique étant le module de la résultante des flux direct et quadratique c.à.d.

$$\phi_r = \sqrt{\psi_{dr}^2 + \psi_{qr}^2}$$

On peut ajuster les consignes  $\omega_2$  et  $\omega_3$  de manière à orienter le champs  $\phi_r$  à volonté entre l'axe 'd' et l'axe 'q' tout en conservant son module à sa valeur nominale.

*Remarque 2:* La variation des entiers  $\rho$  et  $R$  permet d'obtenir une variété de dynamiques pour la vitesse et le flux respectivement. Ainsi, on pourra faire un choix optimal du placement de pôles vis-à-vis de la performance des réponses du système et de la robustesse de la commande.

## CONCLUSION

On a montré dans ce chapitre que la théorie développée dans les chapitres précédents s'apprête bien à la linéarisation des états et au découplage entrée/sortie de la machine asynchrone donnée par son modèle d'état exprimé dans le repère de PARK lié au champs tournant.

On a montré que la commande de la machine asynchrone est ramenée à la commande de trois double intégrateurs complètement indépendants.

On a montré aussi qu'un bon choix du modèle d'état et un bon choix des sorties de ce modèle rend la théorie développée dans le chapitre 2 applicable.

***SIMULATION  
&  
INTERPRETATION DES  
RESULTATS***

## **INTRODUCTION**

Afin de valider la commande appliquée à la machine asynchrone, nous avons testé par simulation numérique le fonctionnement du système en boucles fermées.

On a utilisé une machine asynchrone dont les caractéristiques sont données dans l'annexe 2.

Les tests nous permettent d'optimiser le placement des pôles de la vitesse, du flux direct et du flux quadratique; de manière à garantir une bonne dynamique de la vitesse et une bonne robustesse de la commande sous les contraintes de limitation du flux dans la machine des courants et des tensions fournies par la source d'alimentation. Ces tests nous permettent aussi d'estimer la performance de l'approche proposée pour la commande de la machine asynchrone.

**TEST.1**

Pour une dynamique des flux fixée par le facteur ( $r=250$ ), une orientation du flux rotorique suivant l'axe 'd' fixée par le choix des références ( $w_2=0$  et  $w_3=0.33$ ). On fait varier la dynamique de la vitesse en modulant le facteur  $\rho$  suivant les valeurs:

1)  $\rho=8$ ; 2)  $\rho=10$ ; 3)  $\rho=15$ ; 4)  $\rho=20$ ; 5)  $\rho=25$ .

On relève les courbes numérotées respectivement de 1 à 5 sur les figures 1.a, 1.b

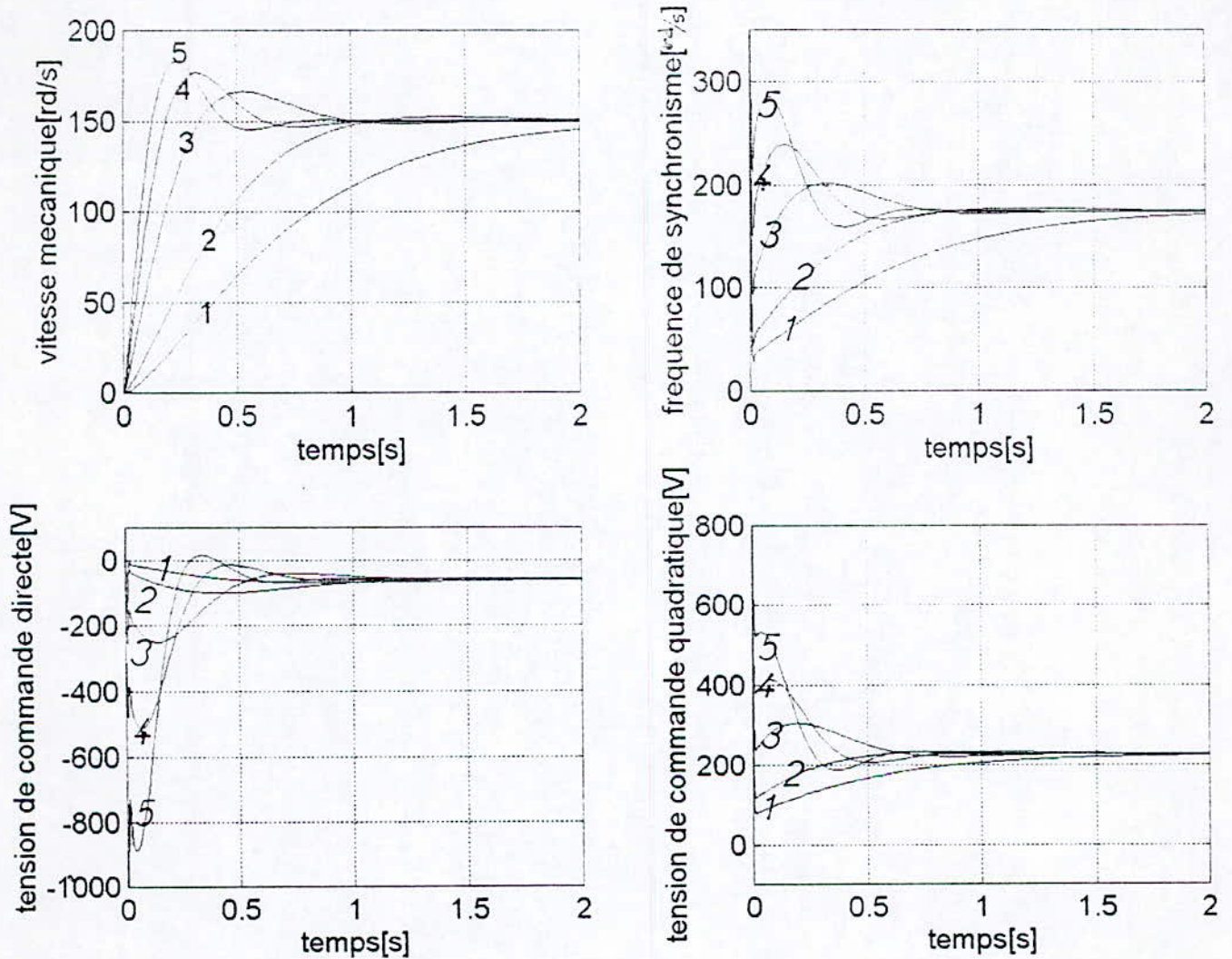


fig. 1.a

**Influence de la dynamique de la vitesse sur les courants de démarrage**



*TEST.1*

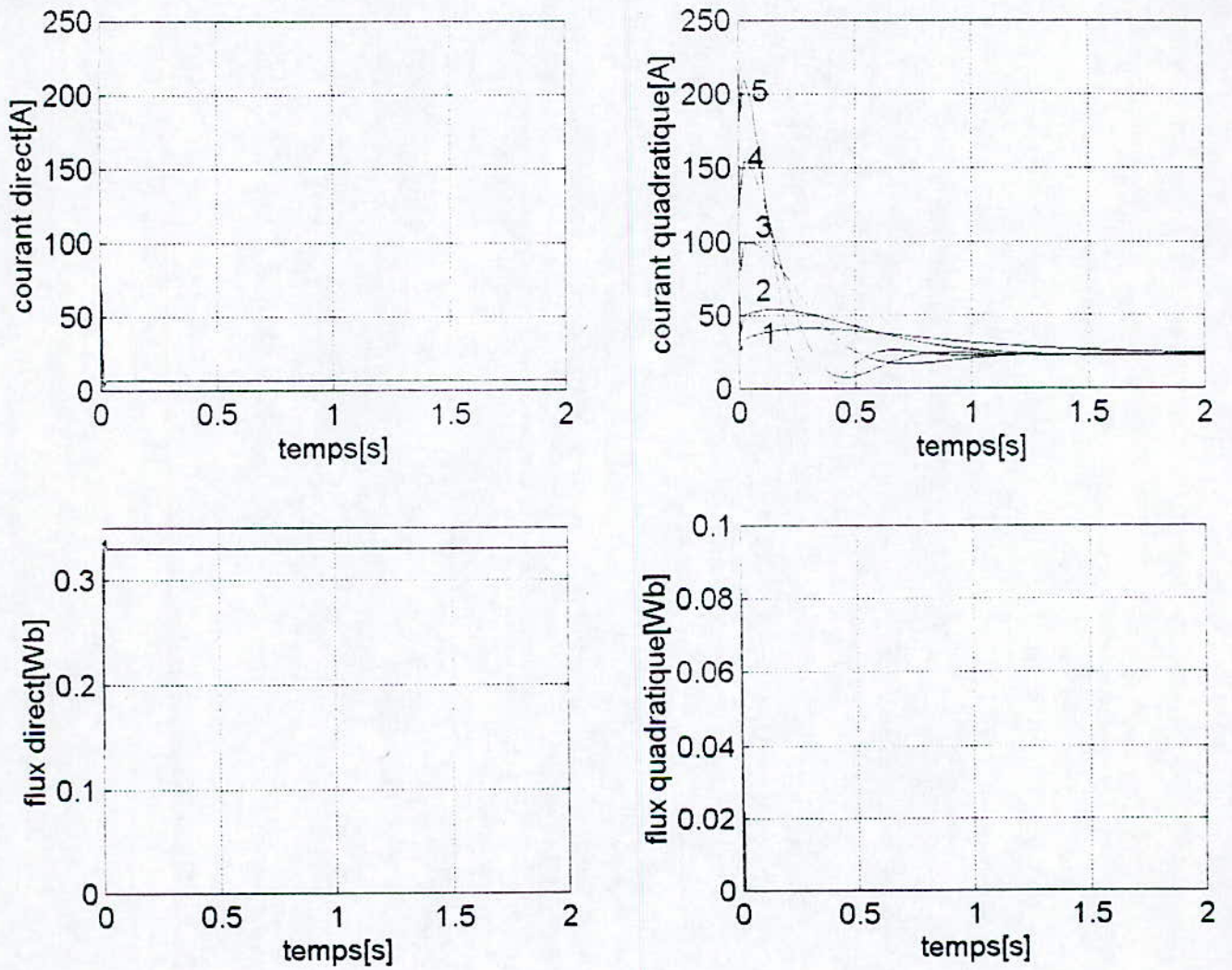


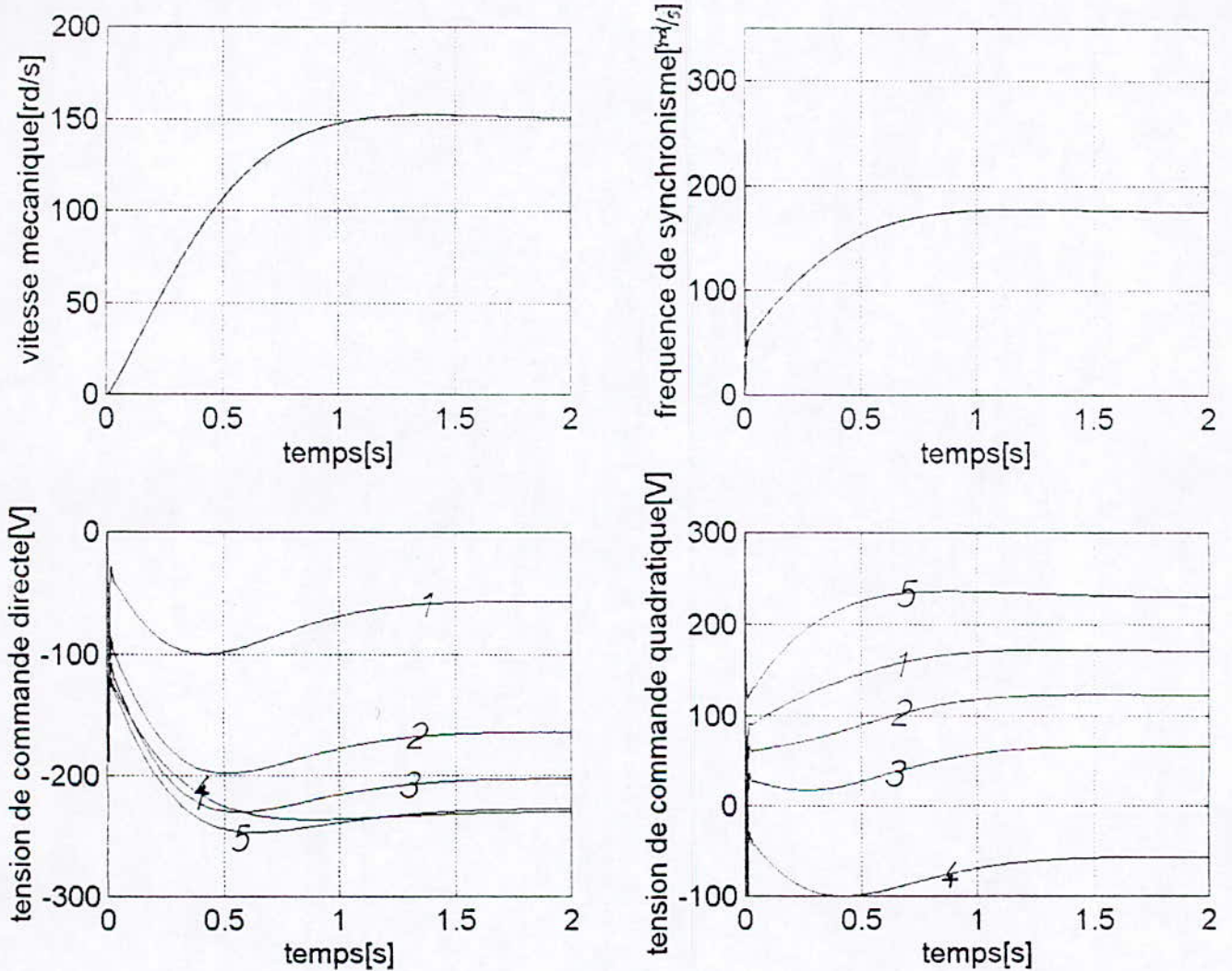
fig.1.b

Influence de la dynamique de la vitesse sur les courants de démarrage

**TEST.2**

Pour une dynamique de la vitesse fixée par ( $\rho=10$ ); une dynamique des flux fixée par ( $\tau=250$ ). On varie les valeurs de  $w_2$  et  $w_3$  pour assurer différentes orientations du champs rotorique de  $0^\circ$  à  $90^\circ$  à partir de l'axe 'q' tout en garantissant un module du flux nominal (0.33 Wb); les valeurs numérotées de 1 à 5 sont :

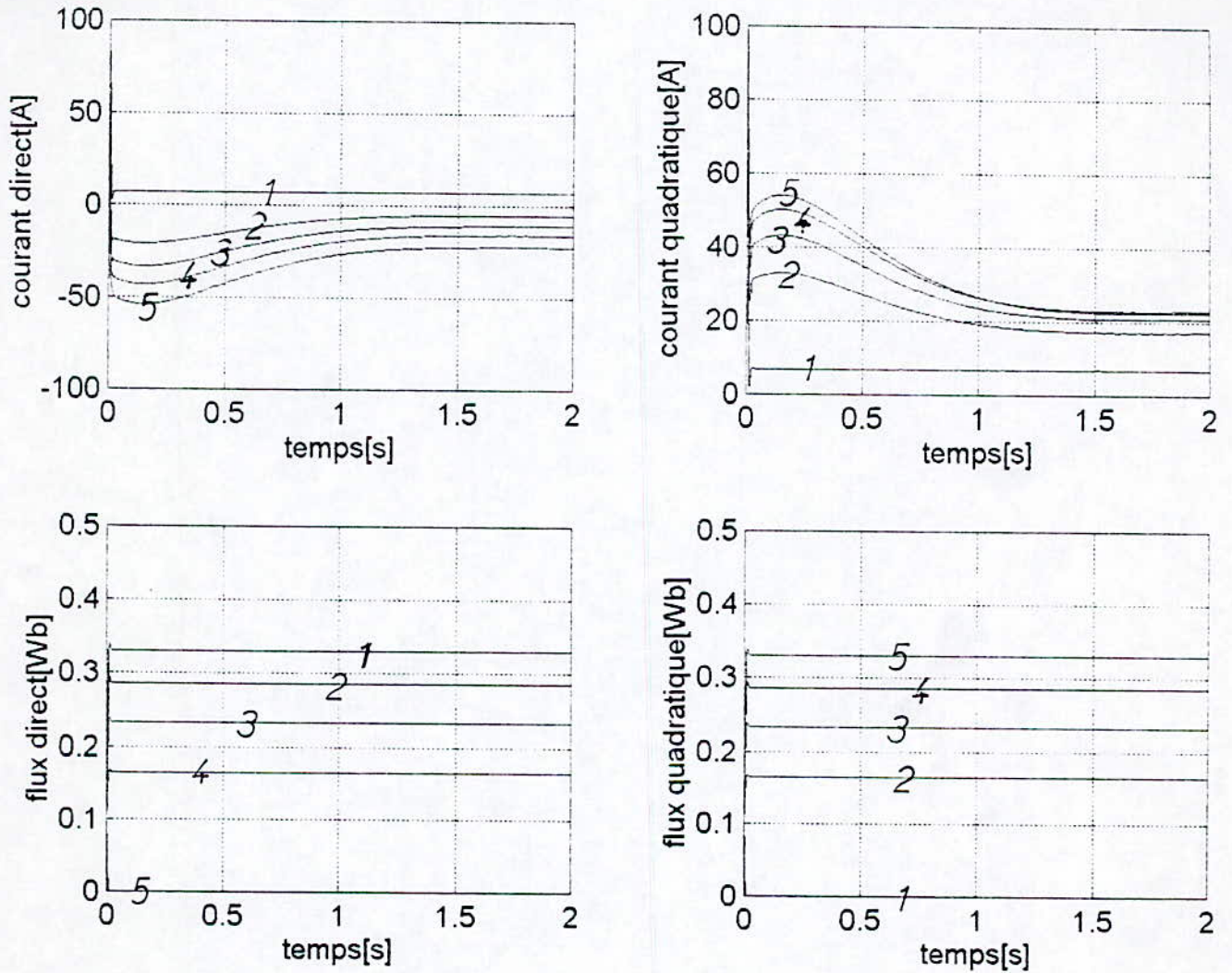
Angle d'orientation du flux rotorique à partir de l'axe 'q'	1) $0^\circ$	2) $30^\circ$	3) $45^\circ$	4) $60^\circ$	5) $90^\circ$
---	--------------	---------------	---------------	---------------	---------------



*fig.2.a*

**Influence de l'orientation du champs rotorique**

***TEST.2***



***fig.2.b***

**Influence de l'orientation du champs rotorique**

**TEST 3**

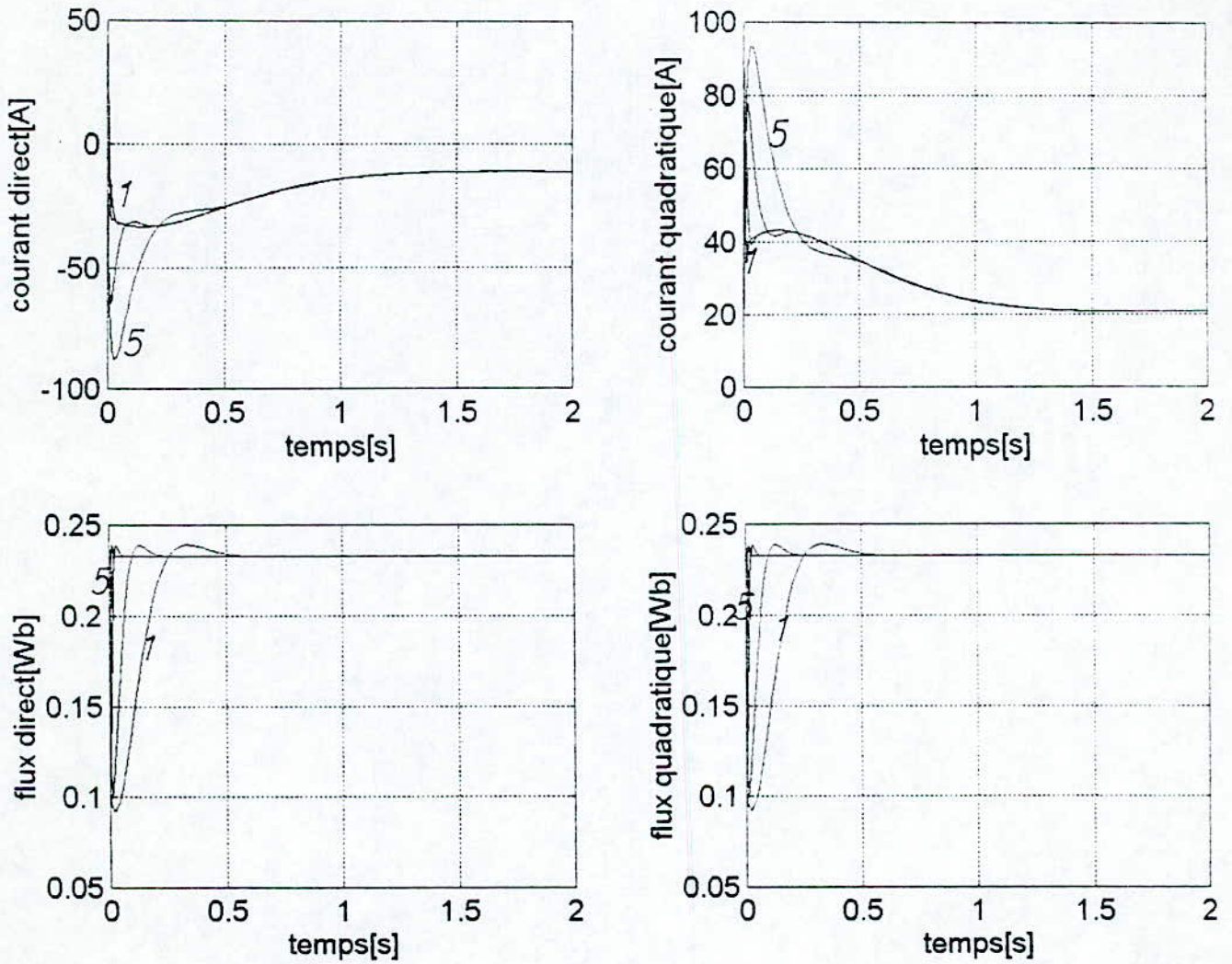


fig.3 b

**Influence de la dynamique des flux rotoriques sur l'état du moteur**

**TEST.3**

On fixe l'orientation du champs du champs à  $45^\circ$ , la dynamique de la vitesse par  $\rho=10$ .

On varie cette fois-ci la dynamique du flux par le facteur 'r' suivant les valeurs suivantes:

1)r=25, 2)r=50, 3)r=100, 4)r=150, 5)r=250.

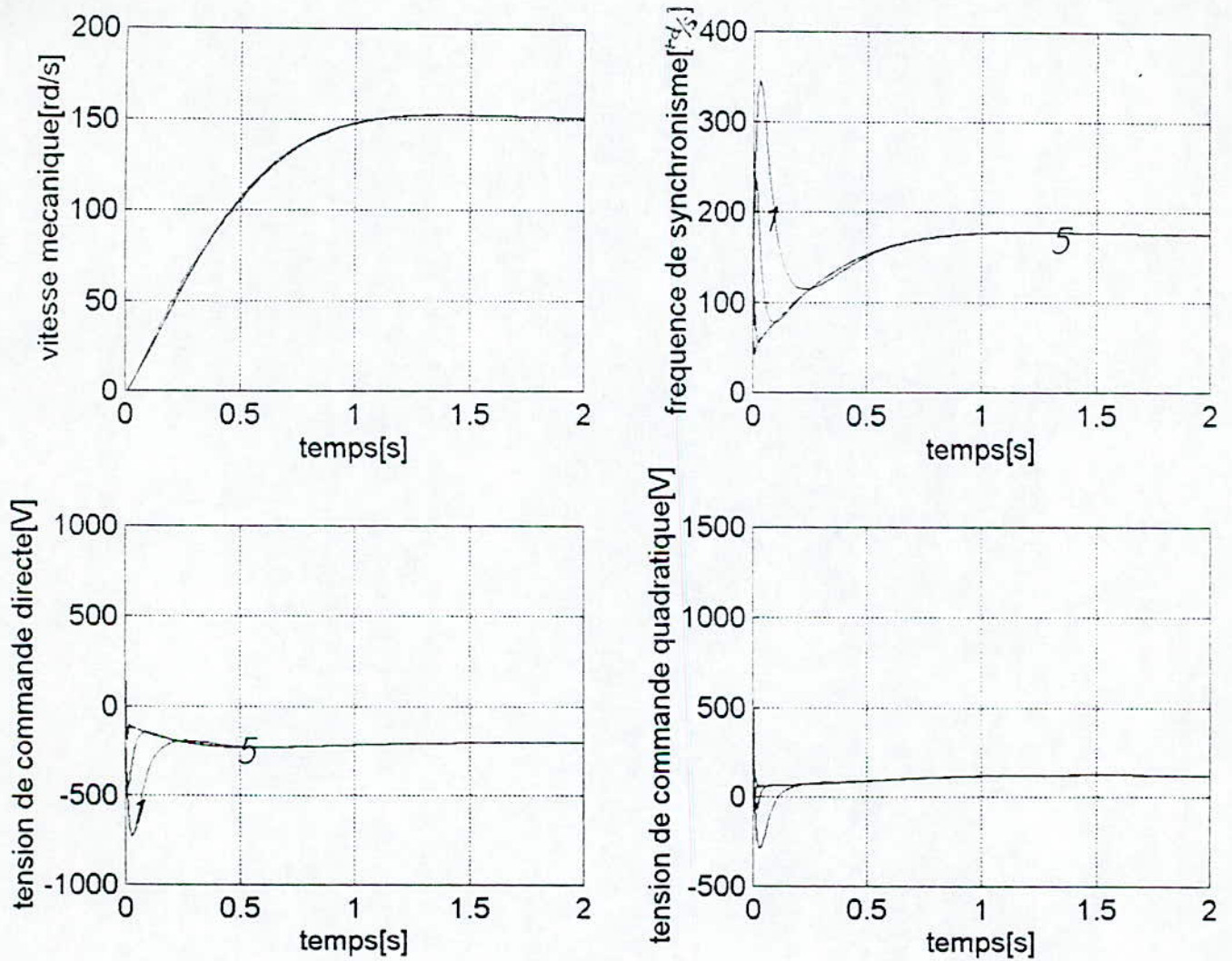


fig.3.

**Influence de la dynamique des flux rotoriques sur l'état du moteur**

**TEST.4**

On fixe la dynamique de la vitesse par  $\rho=10$ , On fixe l'orientation de champs à  $45^\circ$ , On fixe à chaque fois la dynamique des flux par un choix de 'r' de 10, 30, puis 250.

pour chaque valeur de 'r', on fait subir au système en boucle fermée une perturbation de la résistance rotorique de 50%, pour relever l' influence de la dynamique des flux sur la robustesse de la commande.

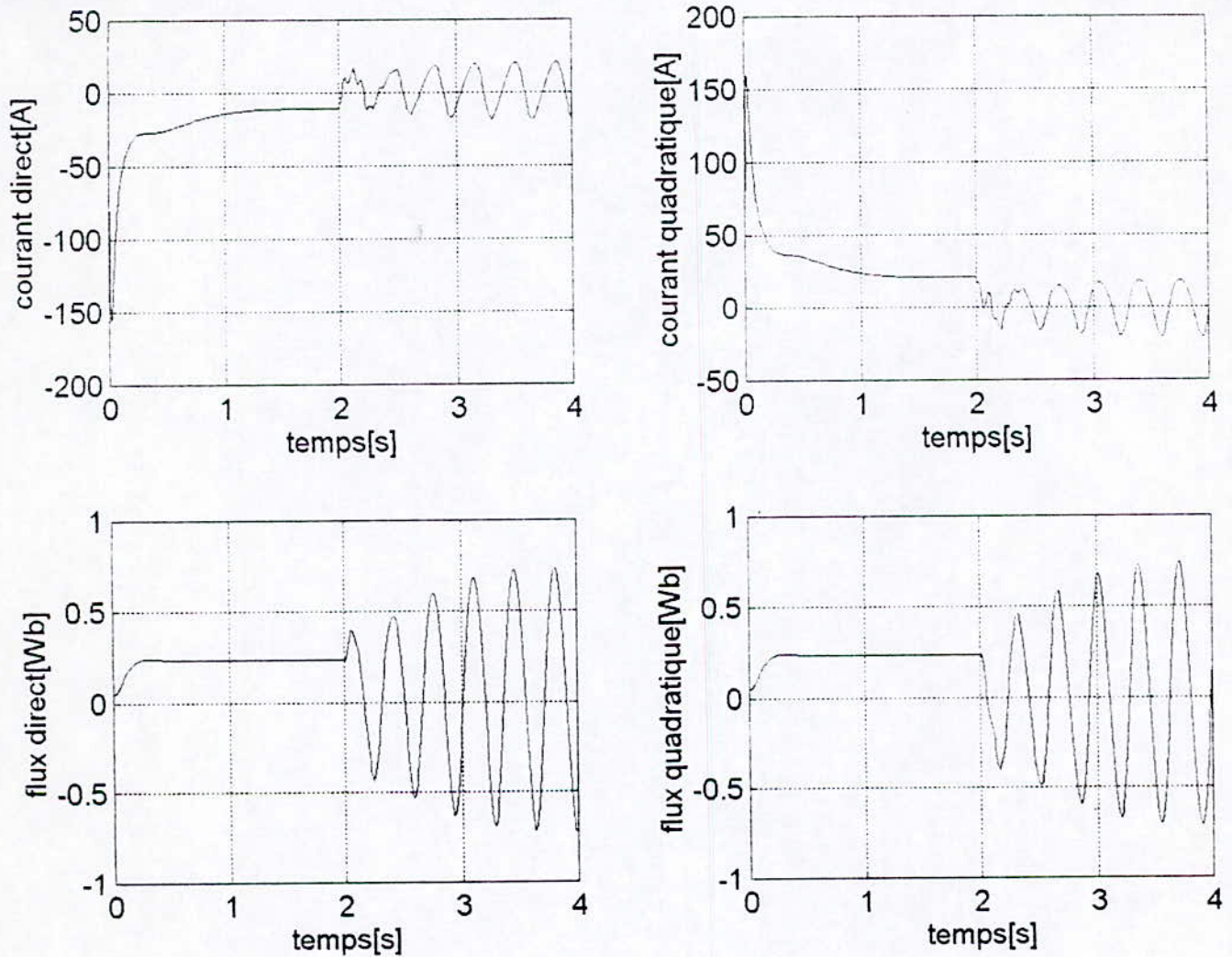
**4.1)  $r=10$** 

fig.4.1.a

**Influence de la dynamique des flux rotoriques sur la robustesse**

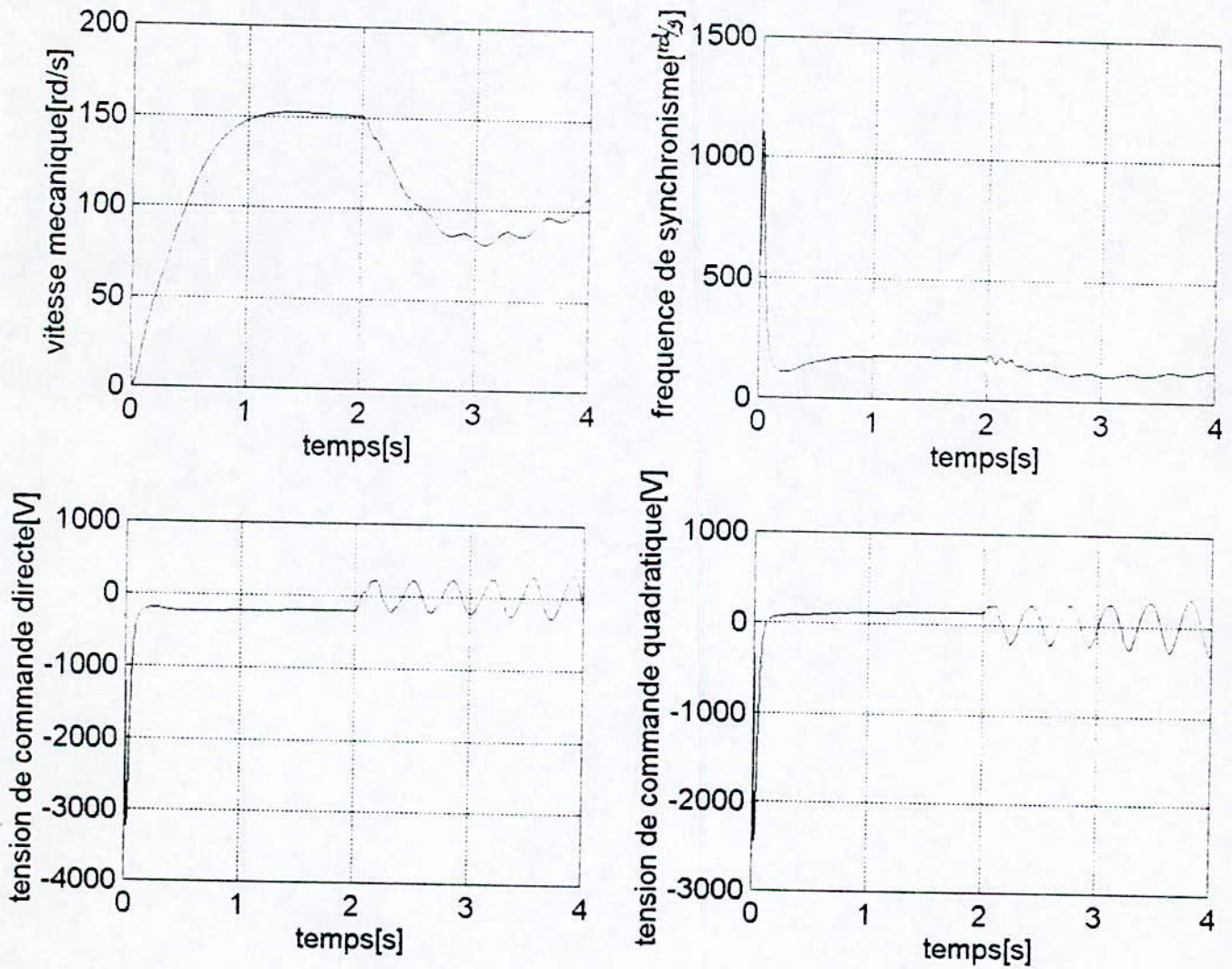
**TEST.4**4.1)  $r = 10$ 

fig.4.1.b

Influence de la dynamique des flux rotoriques sur la robustesse

TEST.4

4.2)  $r = 35$

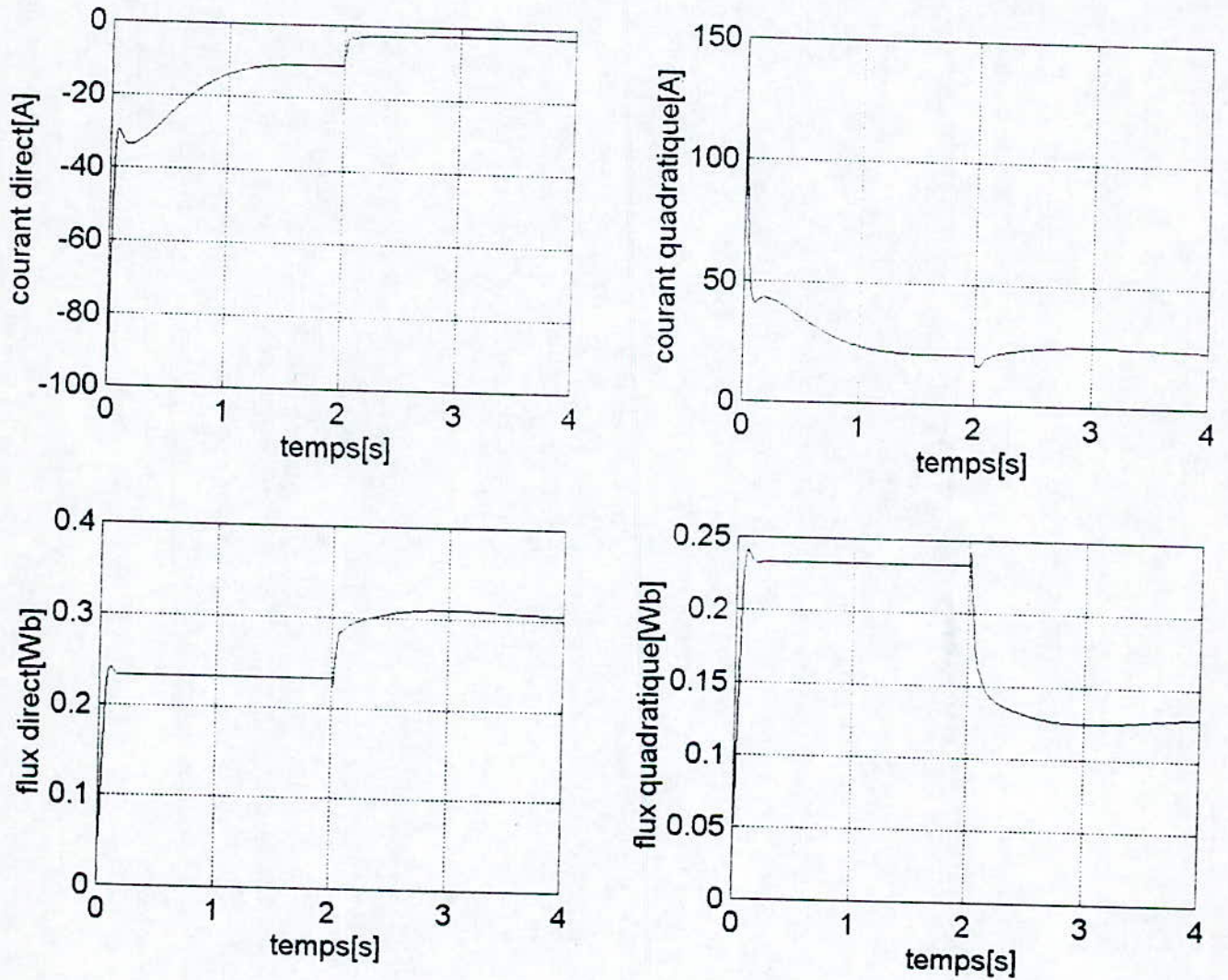


fig.4.2.a

Influence de la dynamique des flux rotoriques sur la robustesse



**TEST.4**

**4.2)  $r=35$**

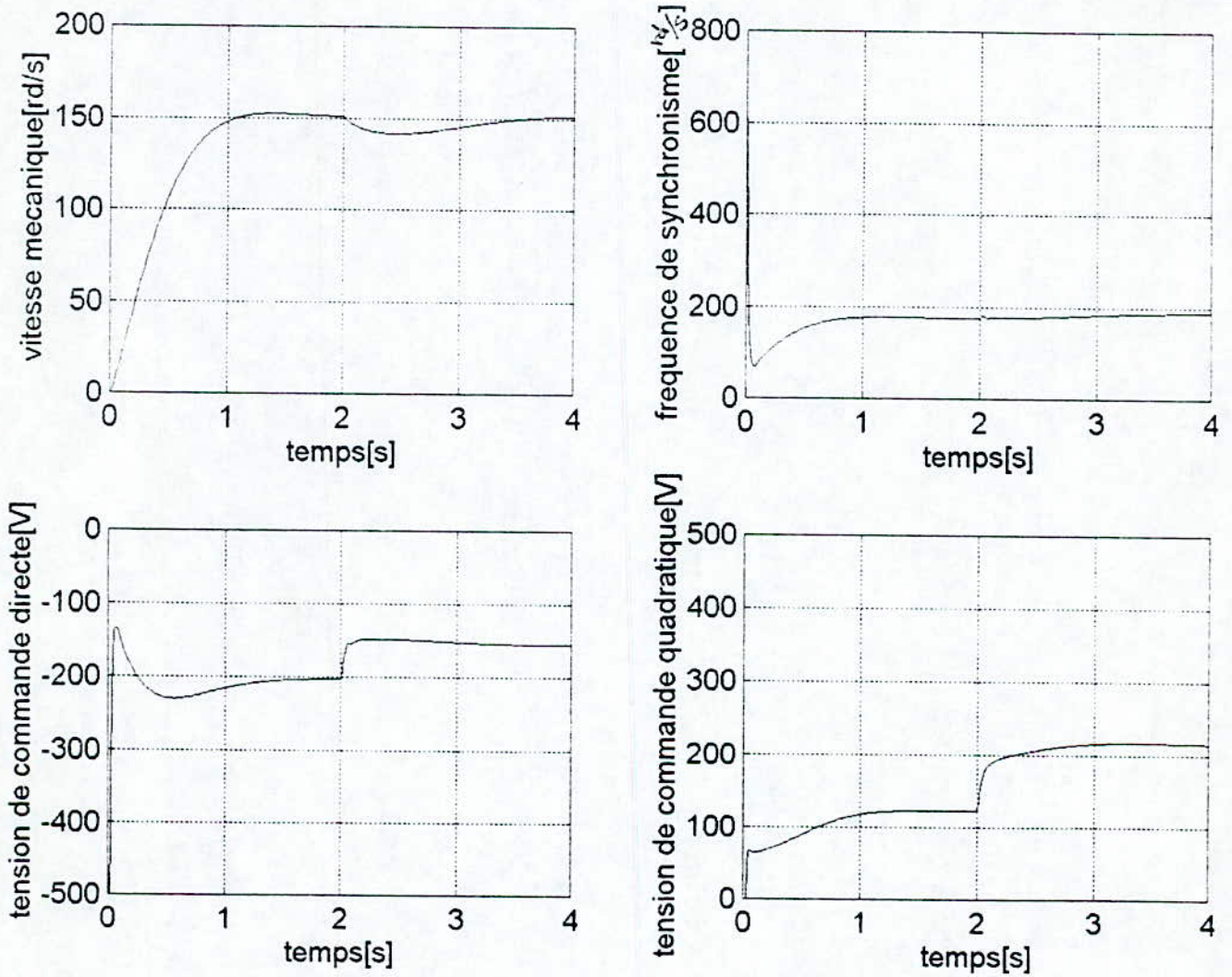


fig.4.2. b

**Influence de la dynamique des flux rotoriques sur la robustesse**

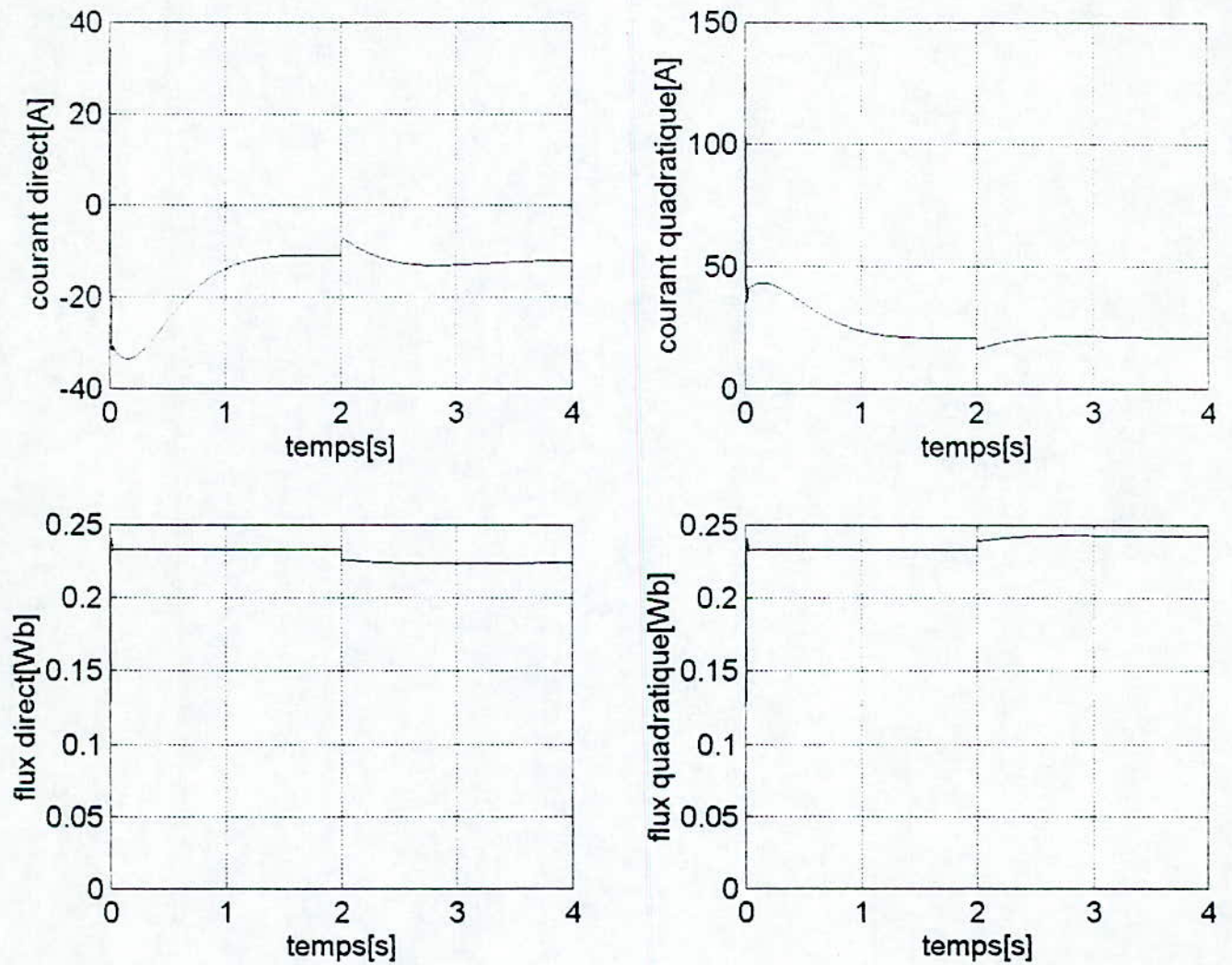
**TEST.4****4.3)  $r = 250$** 

fig.4.3.a

**Influence de la dynamique des flux rotoriques sur la robustesse**

**TEST.4**

**4.3)  $r = 250$**

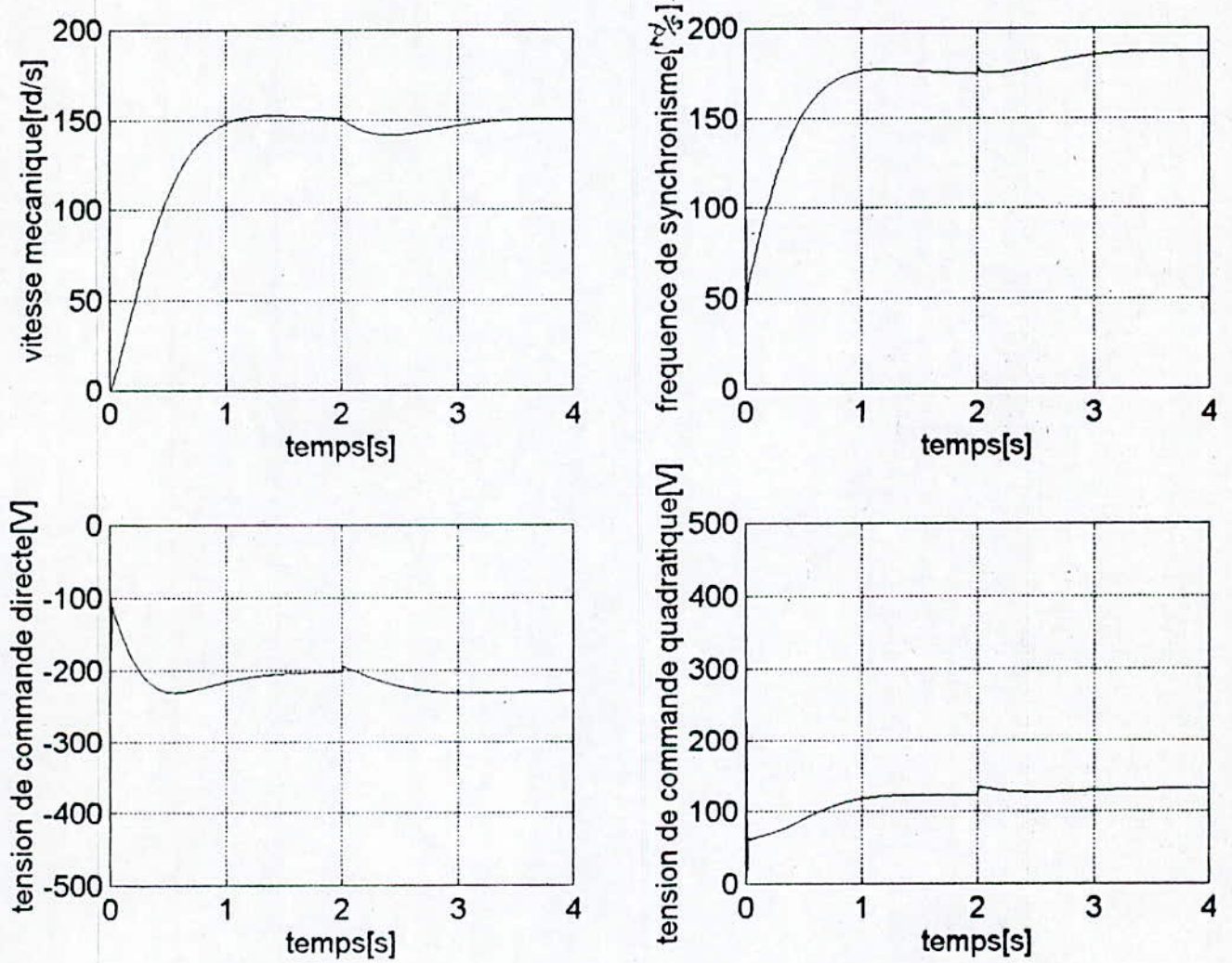


fig.4.3.b

**Influence de la dynamique des flux rotoriques sur la robustesse**

### CHOIX OPTIMAL

Les quatre tests qu'on a effectués sur le système de commande en boucle fermée nous permettent d'ores et déjà de choisir un bon placement des pôles en vitesse et en flux en choisissant  $r=250$  et  $\rho=12$ . On est allé jusqu'à ' $r=250$ ' pour les pôles en flux pour garantir la robustesse de la commande, bien que un ' $r=50$ ' garantie déjà une bonne dynamique des états.

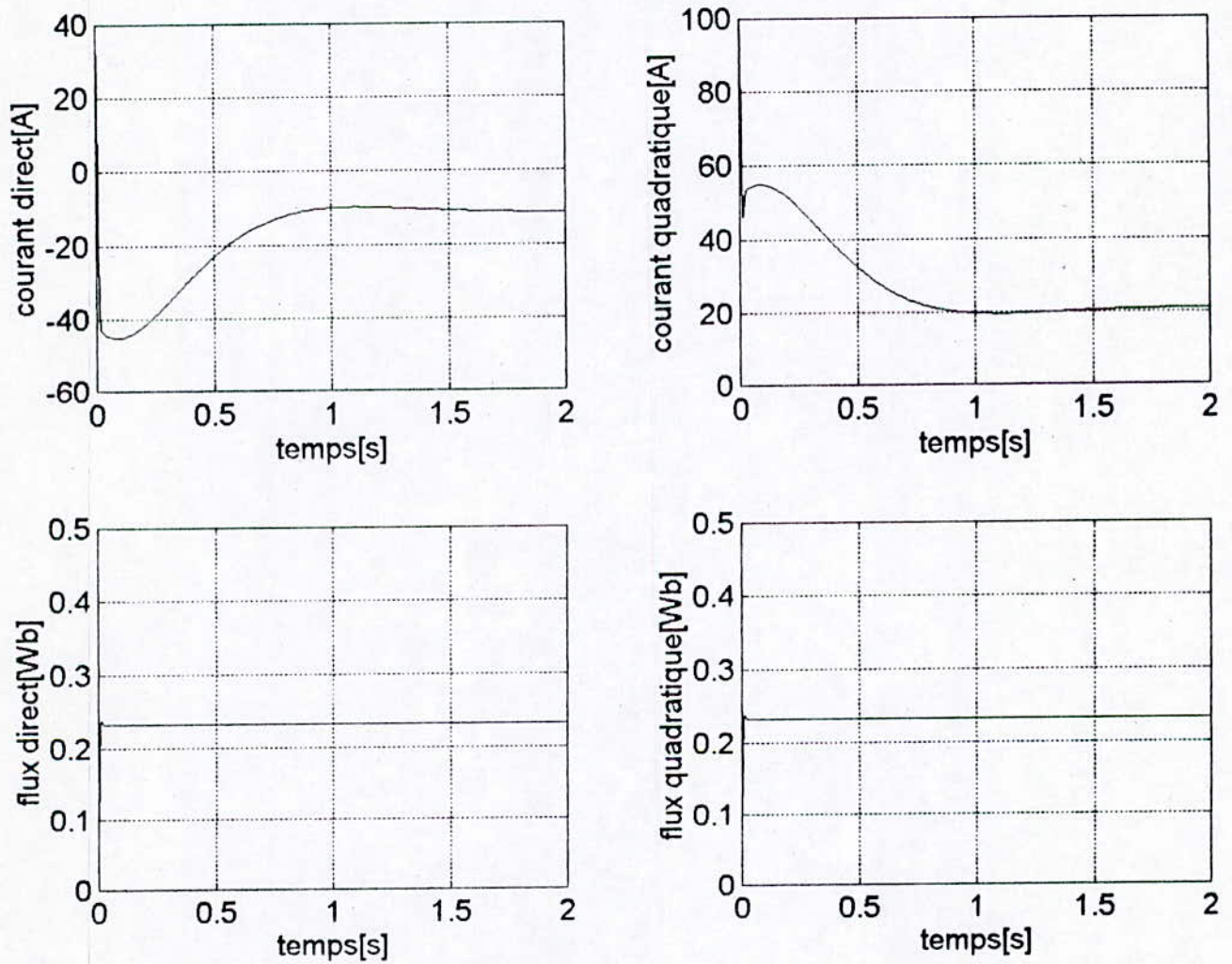


fig .a

**CHOIX OPTIMAL**

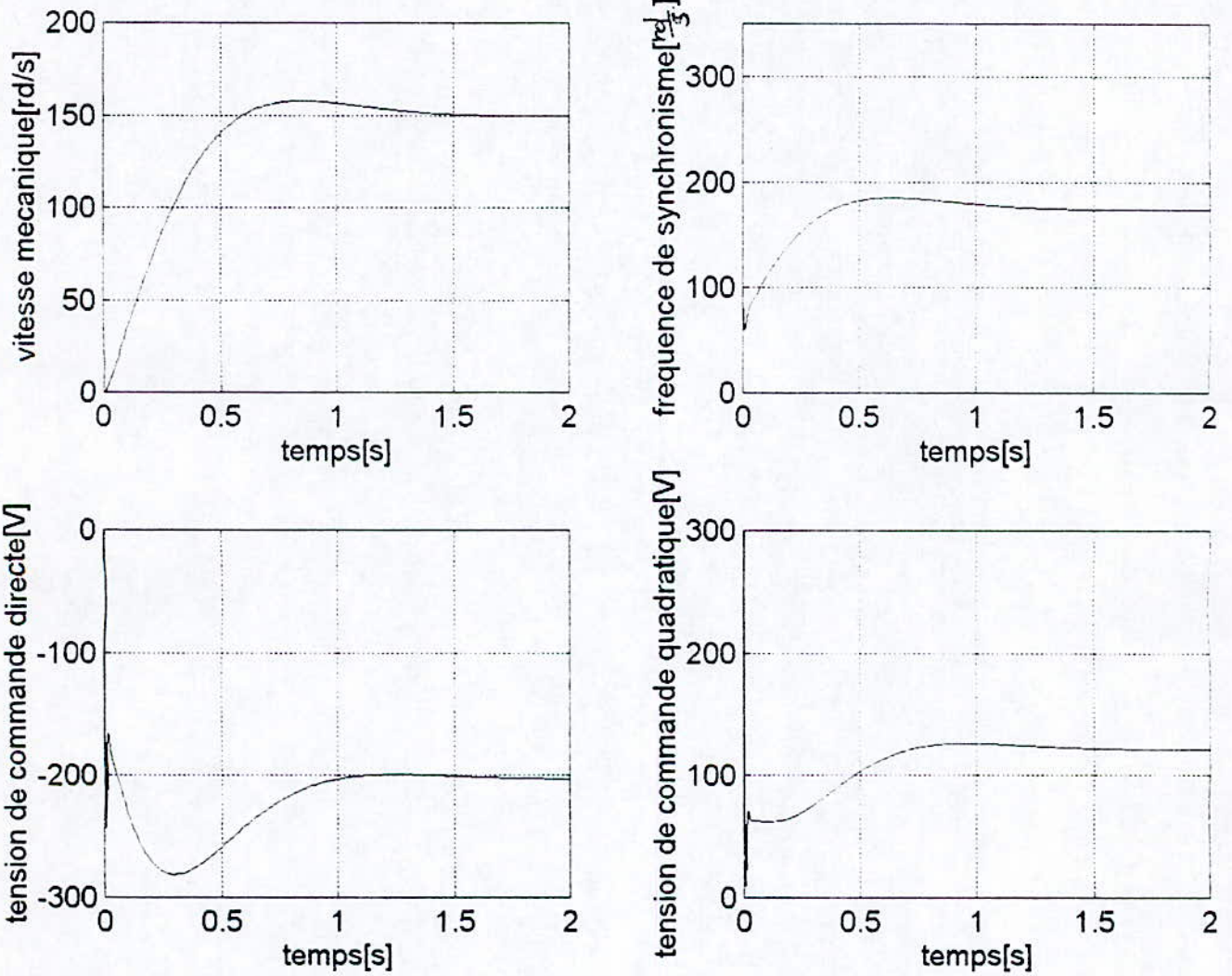


fig .b

Une fois les facteurs  $\rho$  et  $r$  sont fixés, on procède à l'estimation des performances d'une telle commande en faisant subir à la machine des tests de perturbations typiques.

### **TEST.5**

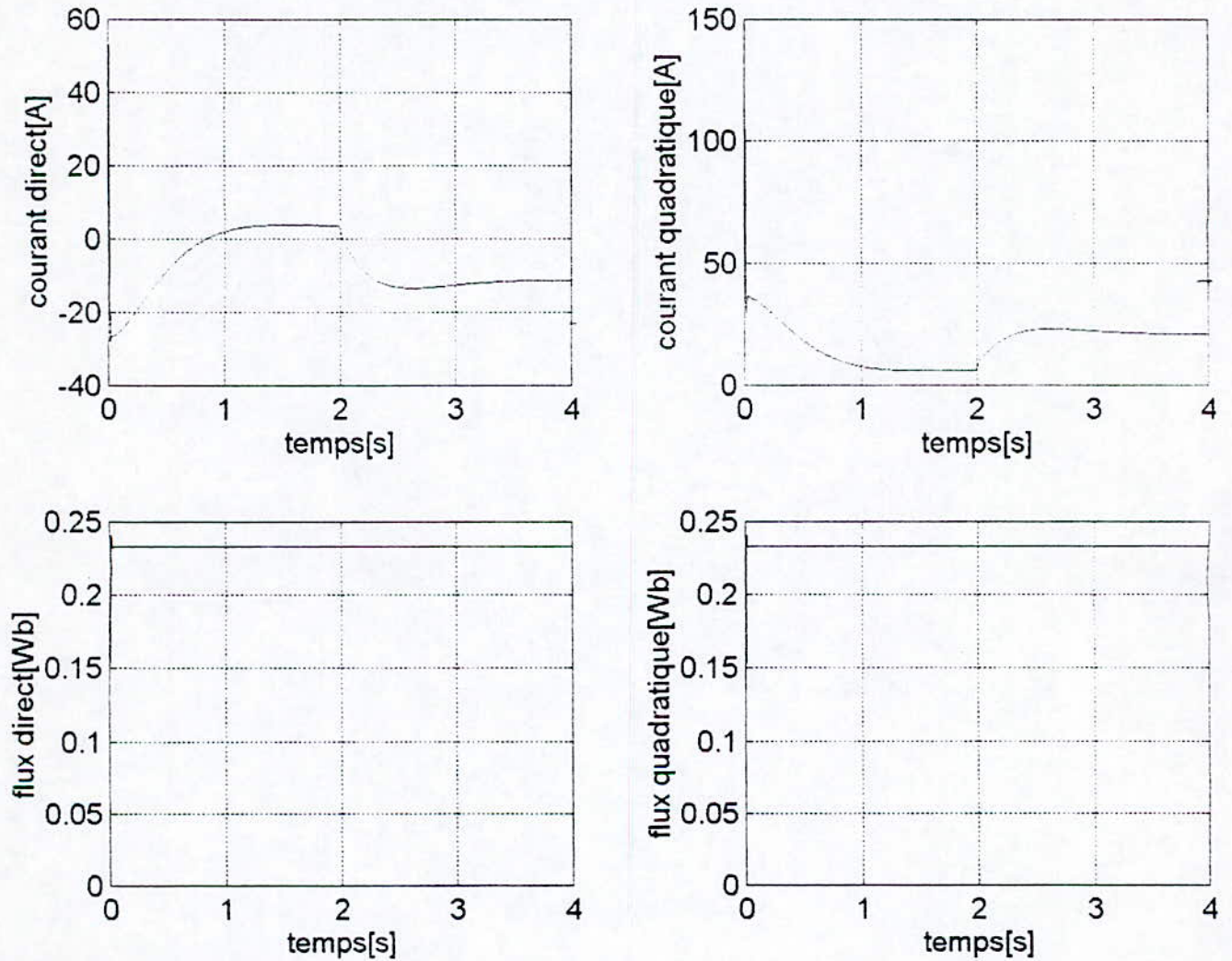


fig.5.a

démarrage à vide avec introduction d'une perturbation de charge nominale en régime établi

TEST.5

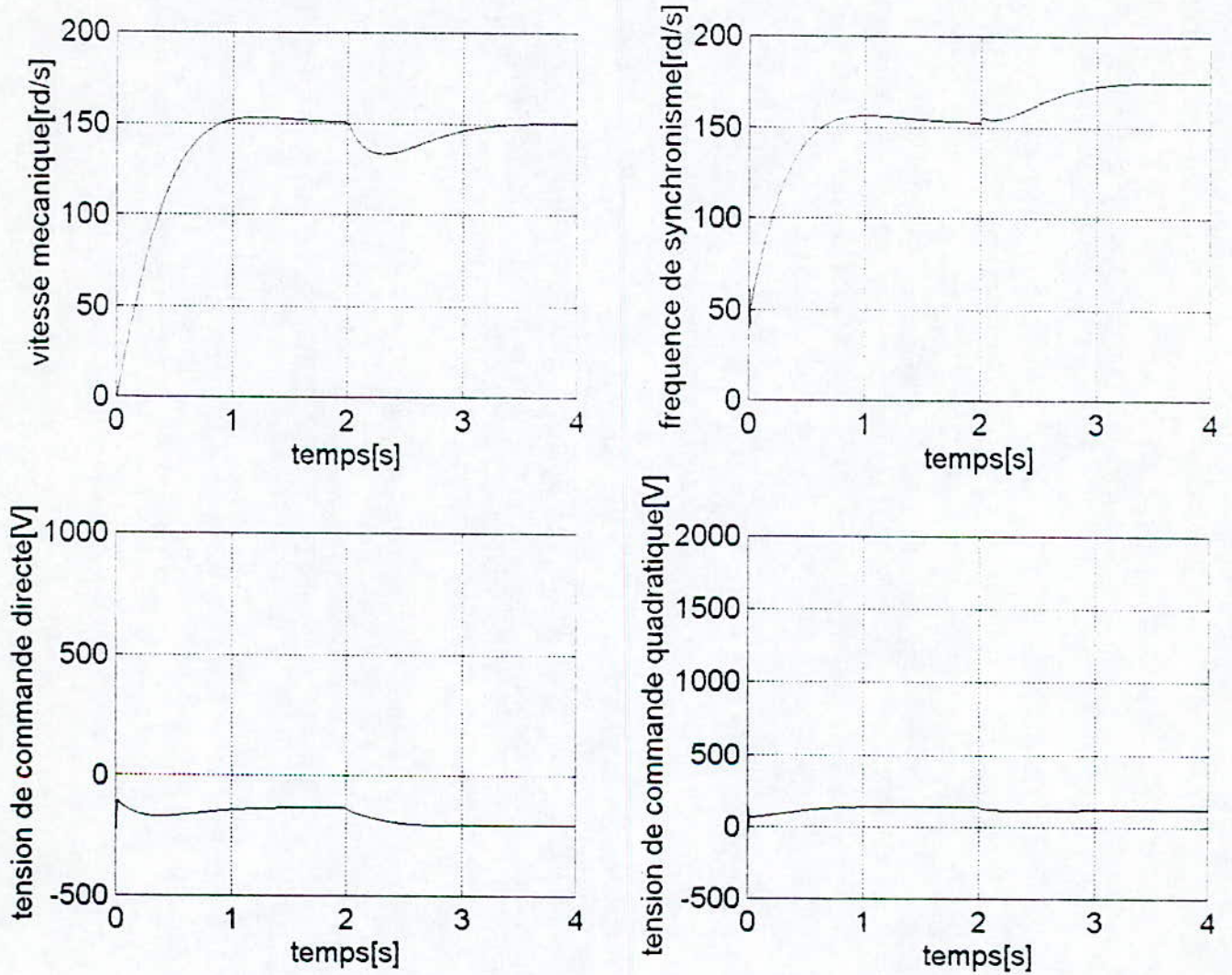


fig.5. b

Démarrage à vide avec introduction d'une perturbation de charge nominale en régime établi

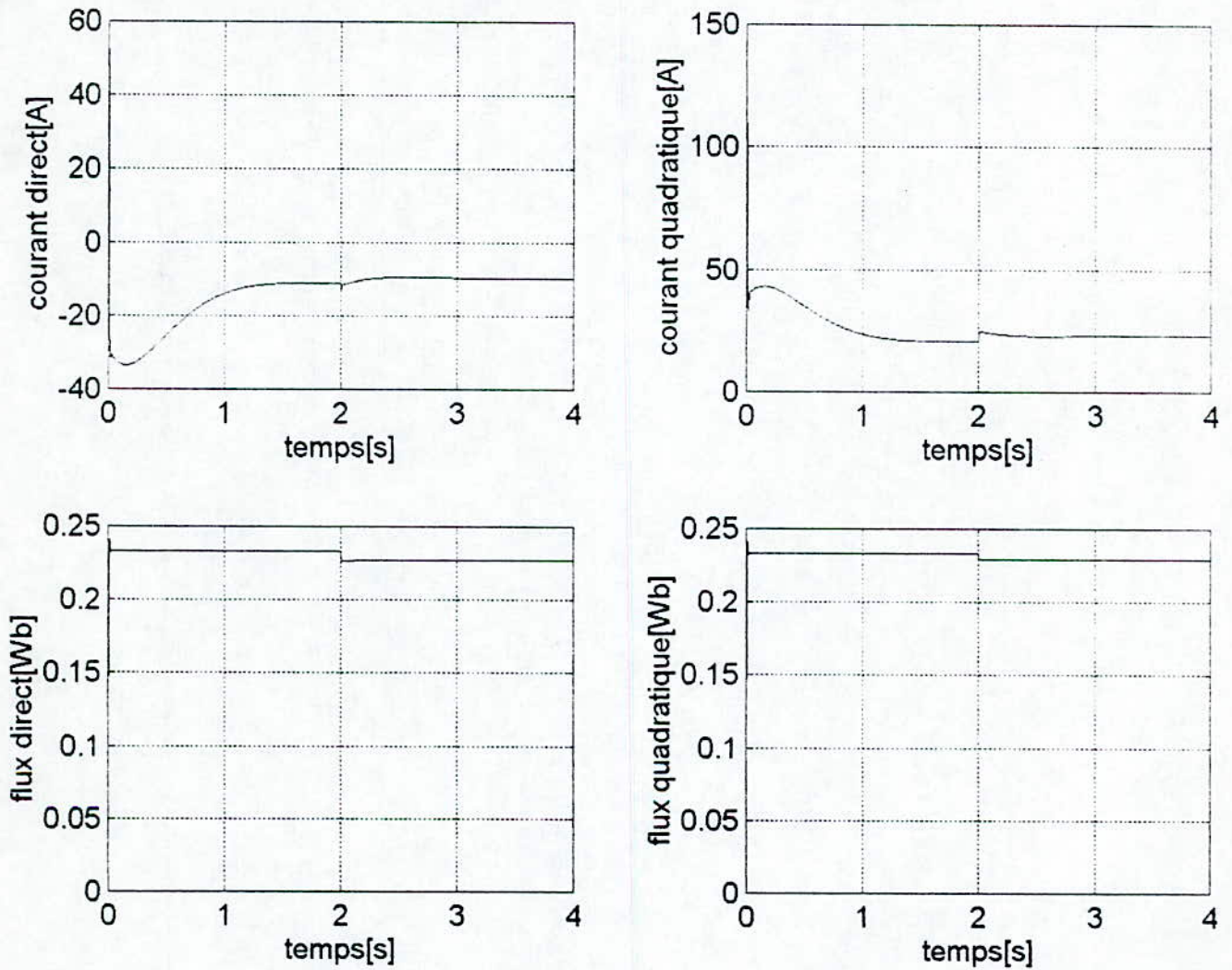
**TEST.6**

fig.6.a

Démarrage en charge avec introduction d'une perturbation de 30% sur les inductances  $L_s, L_r$  en régime établi



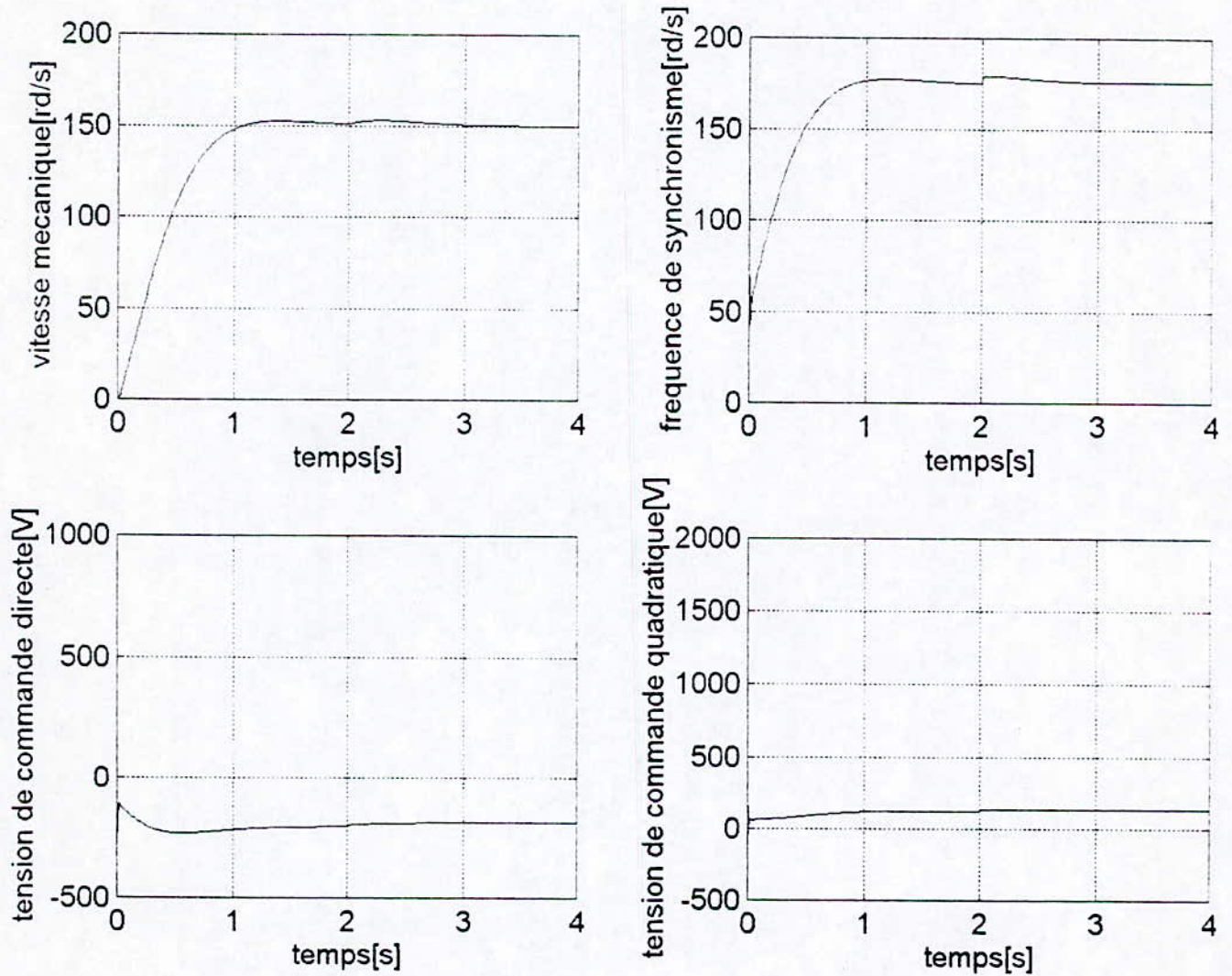
***TEST.6***

fig.6. b

**Démarrage en charge avec introduction d'une perturbation de 30% sur les inductances  $L_s, L_r$  en régime établi**

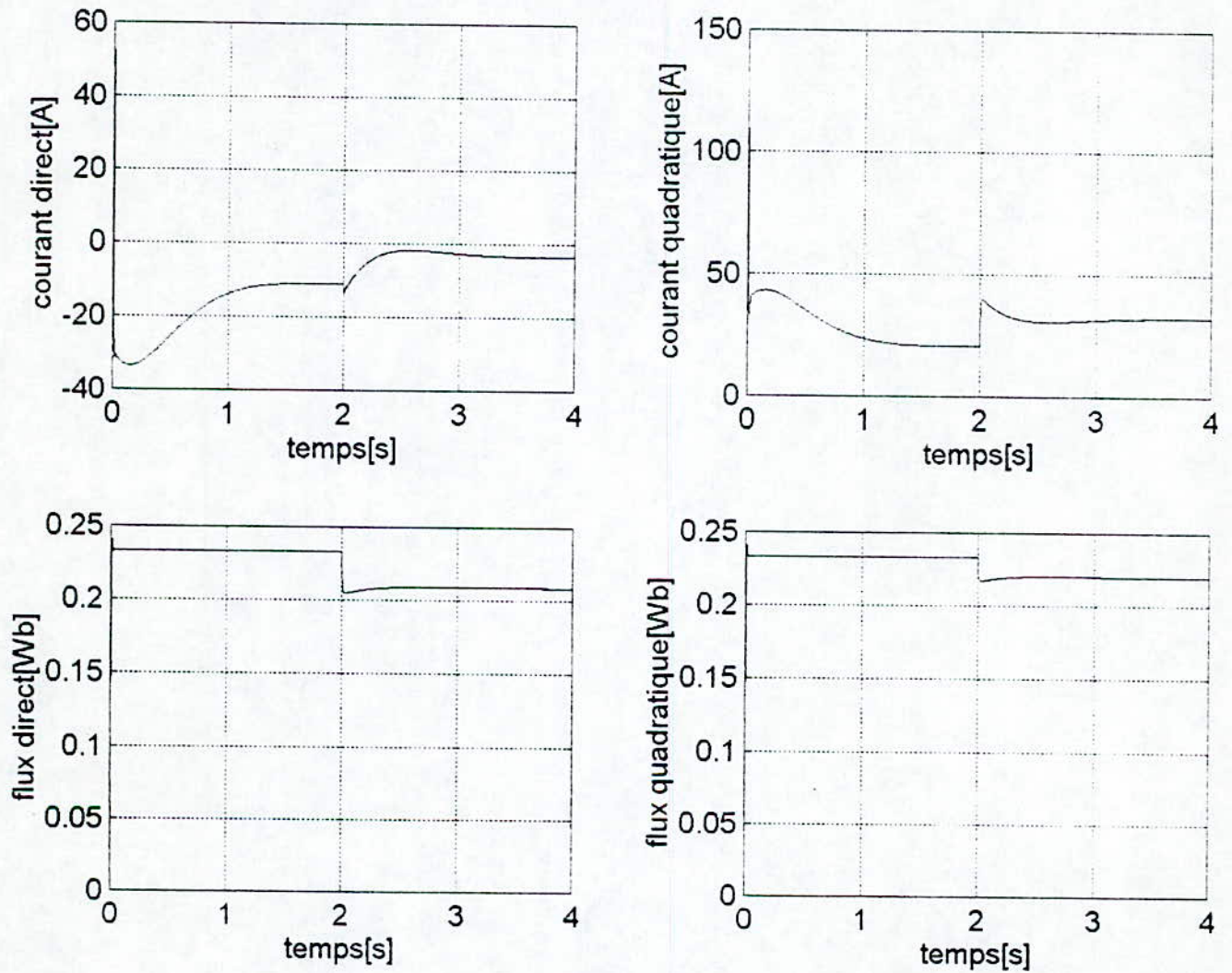
**TEST.7**

fig.7 a

Démarrage en charge avec introduction d'une perturbation de 70% sur les inductances  $L_s, L_r$  en régime établi

TEST.7

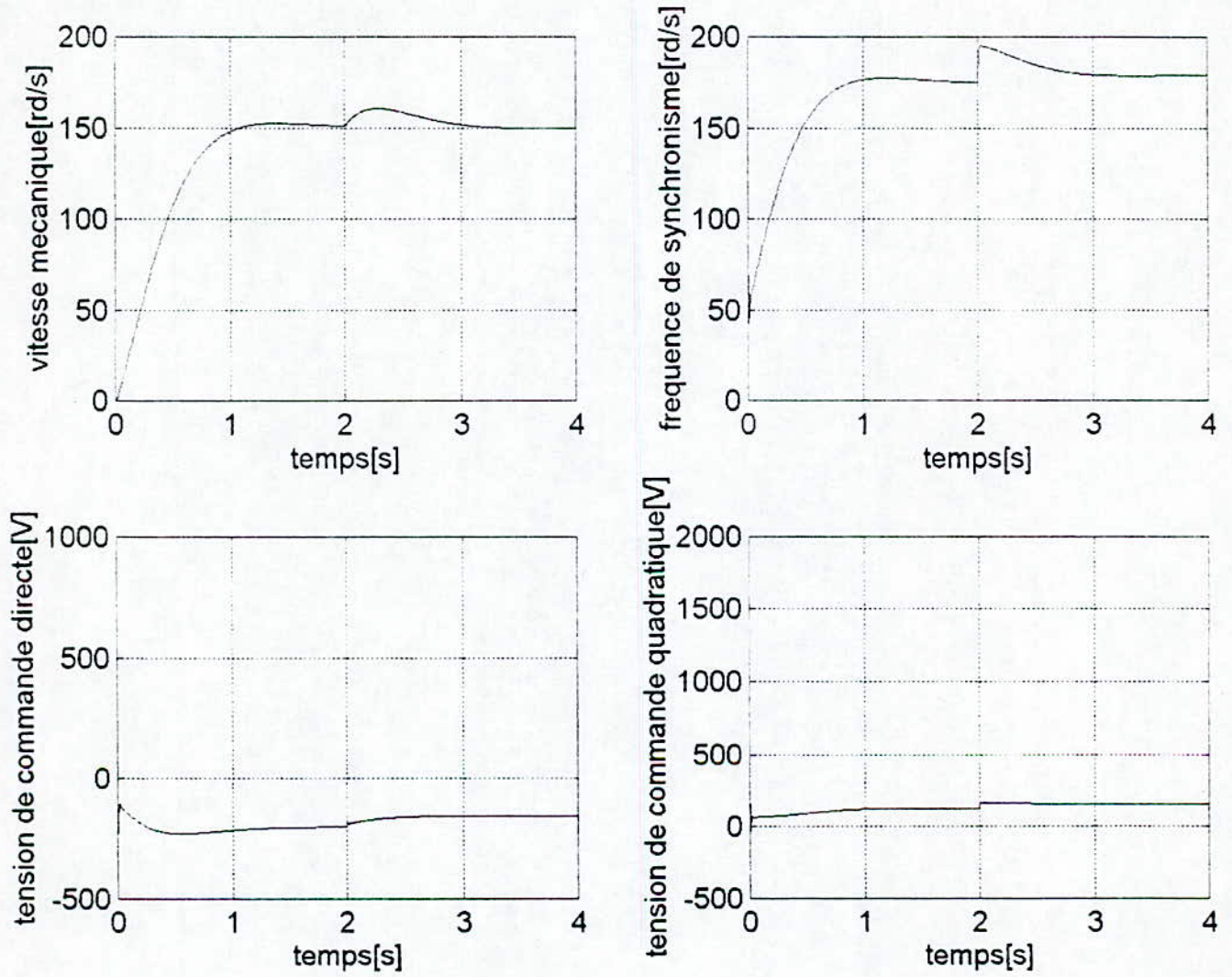


fig. 7. b

Démarrage en charge avec introduction d'une perturbation de 70% sur les inductances  $L_s, L_r$  en régime établi

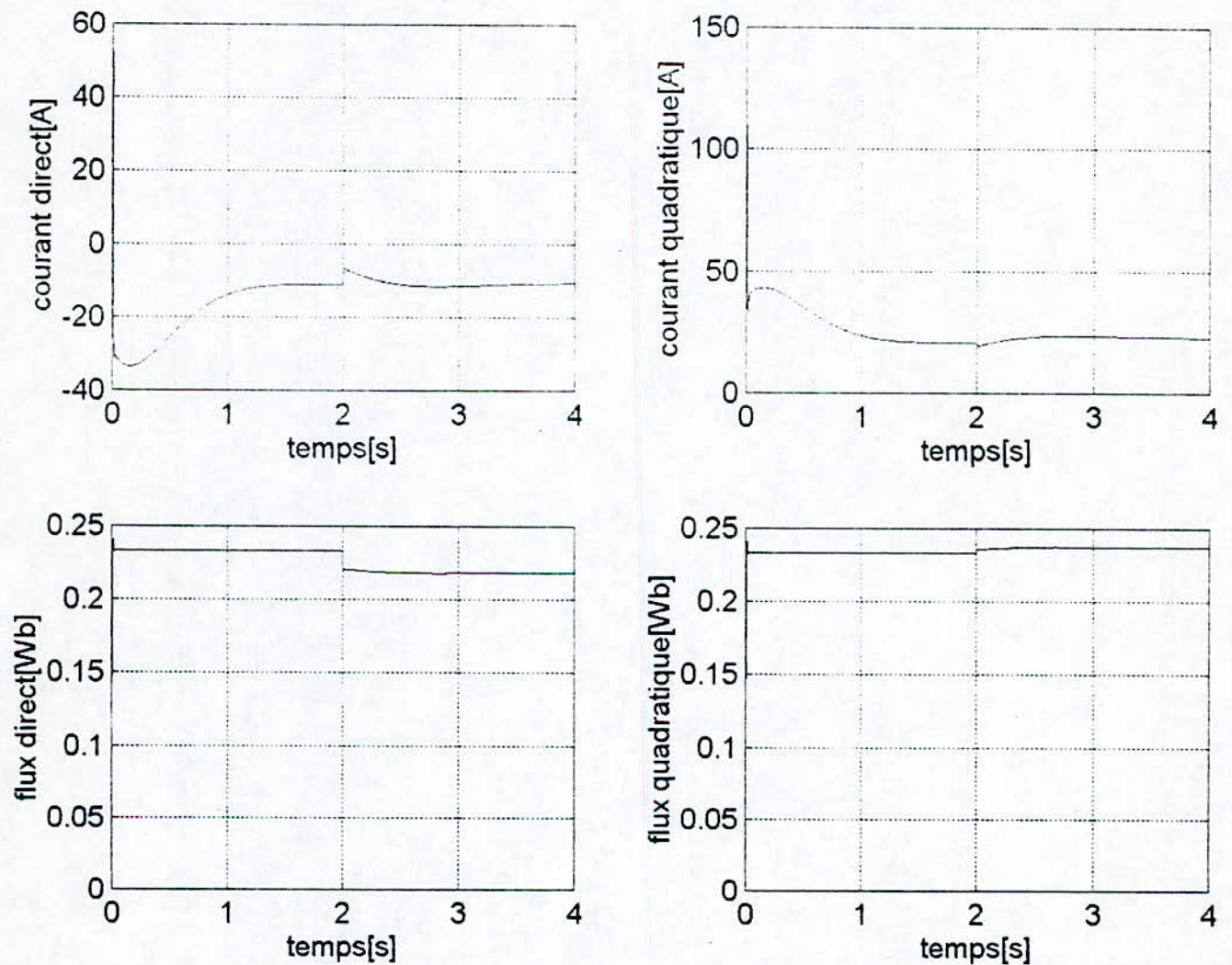
**TEST.8**

fig.8.a

Démarrage en charge avec introduction d'une perturbation de 30% sur les inductances  $L_s, L_r$  et de 50% sur les résistances  $R_r, R_s$  en régime établi

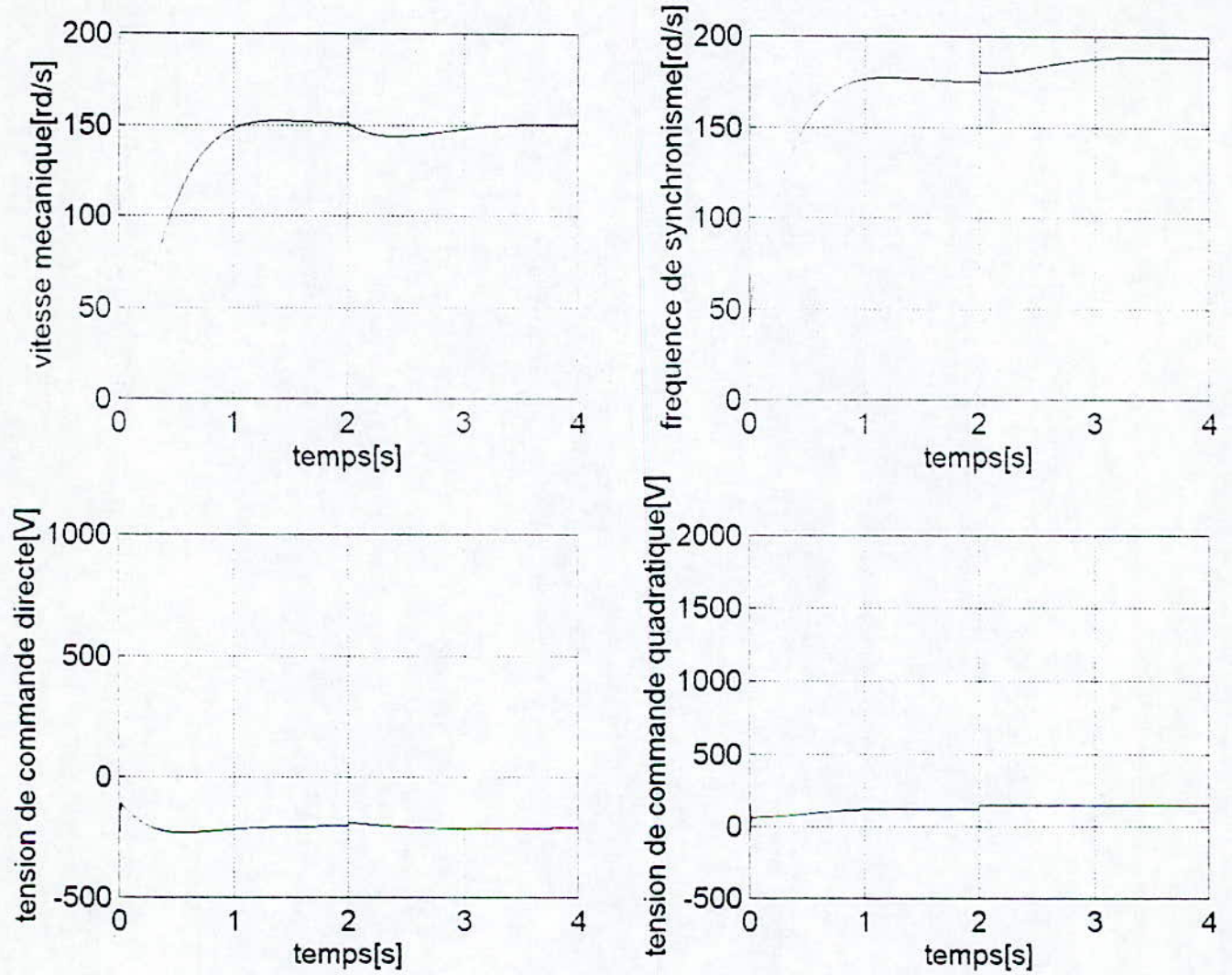
TEST.3

fig.8. b

Démarrage en charge avec introduction d'une perturbation de 30% sur les inductances  $L_s, L_r$  et de 50% sur les résistances  $R_r, R_s$  en régime établi

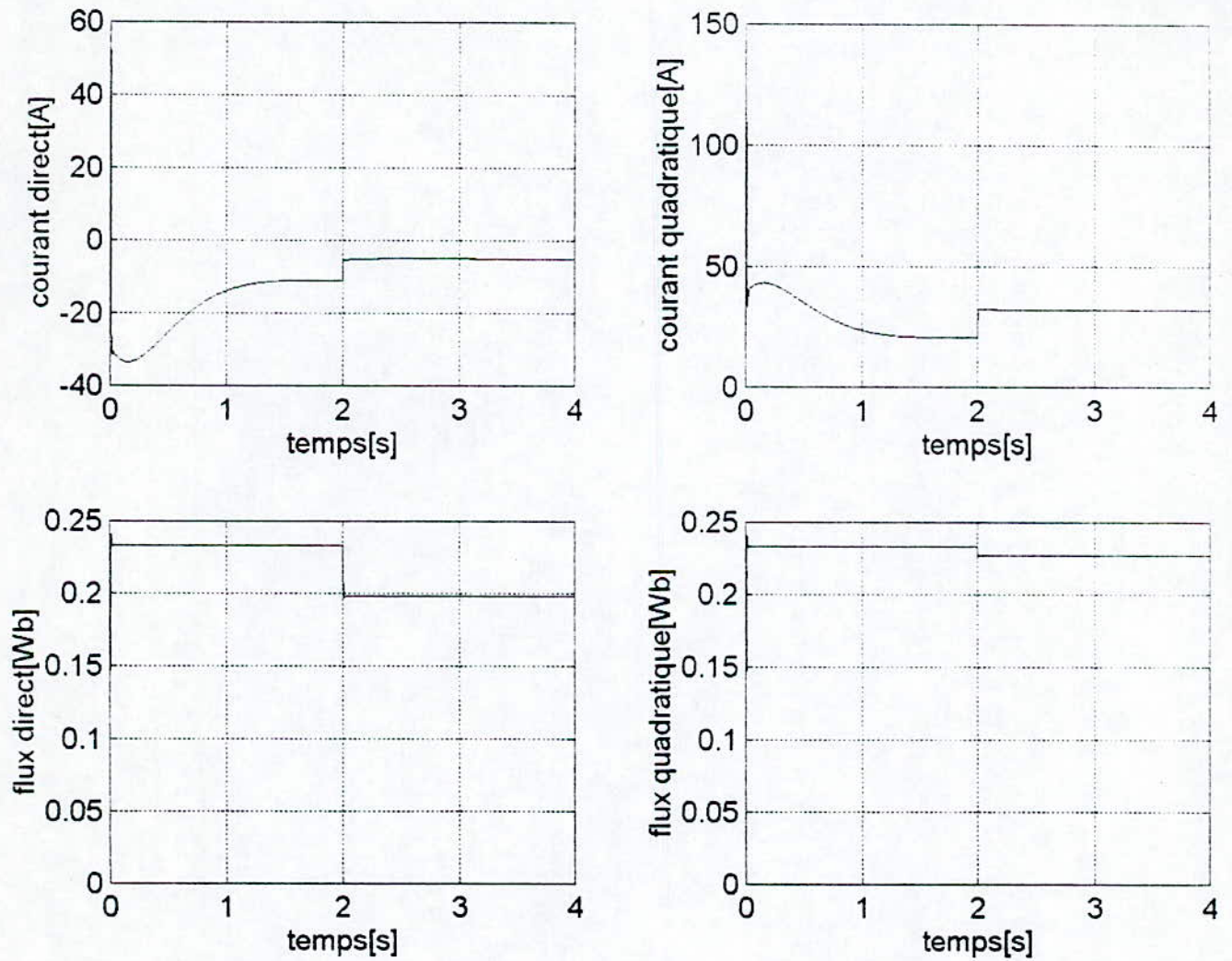
TEST.9

fig.9.a

Démarrage en charge avec introduction d'une perturbation de 70% sur les inductances  $L_s, L_r$  et de 50% sur les résistances  $R_r, R_s$  en régime établi

***TEST.9***

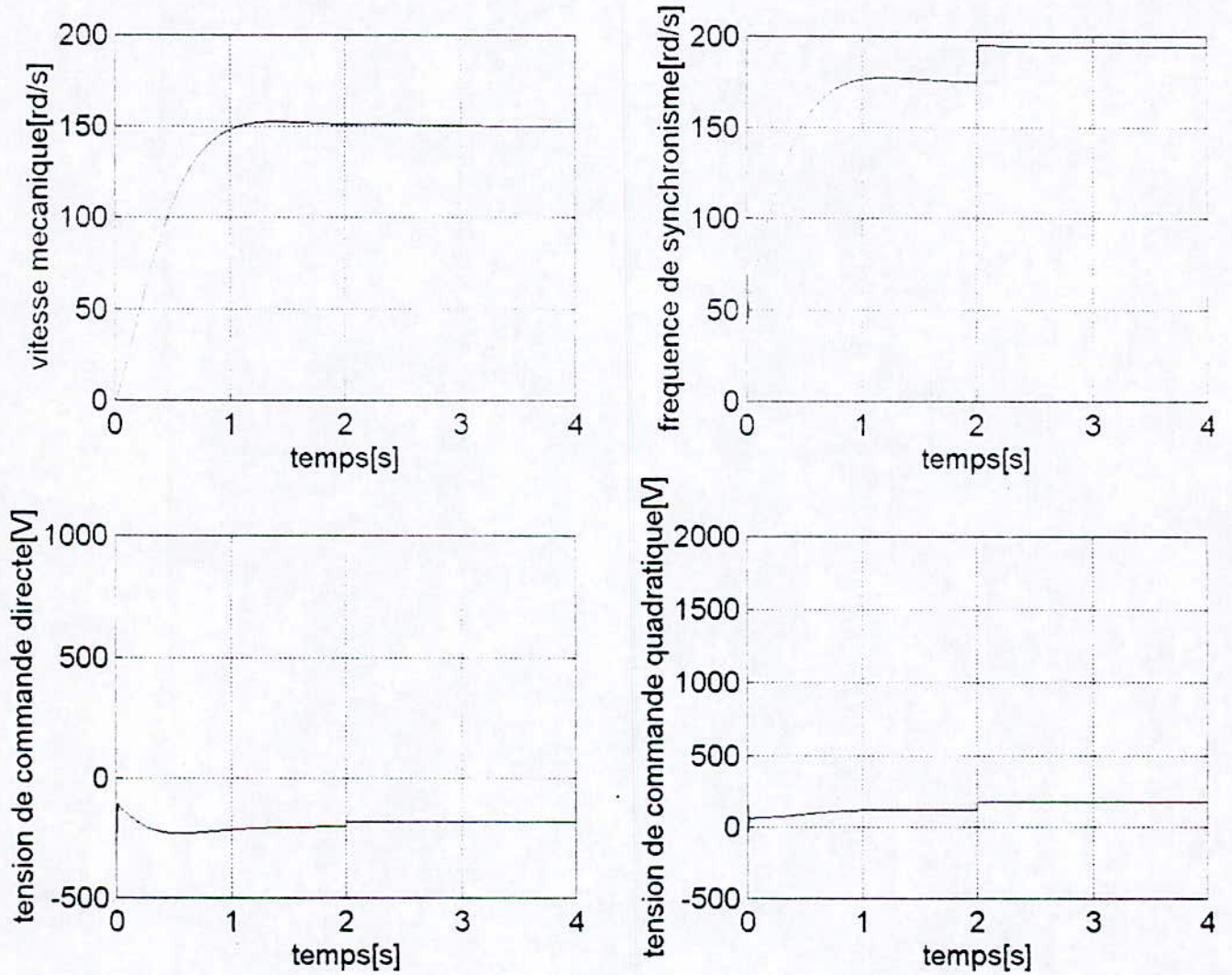


fig.9. b

Démarrage en charge avec introduction d'une perturbation de 70% sur les inductances  $L_s, L_r$  et de 50% sur les résistances  $R_r, R_s$  en régime établi

**TEST.10**

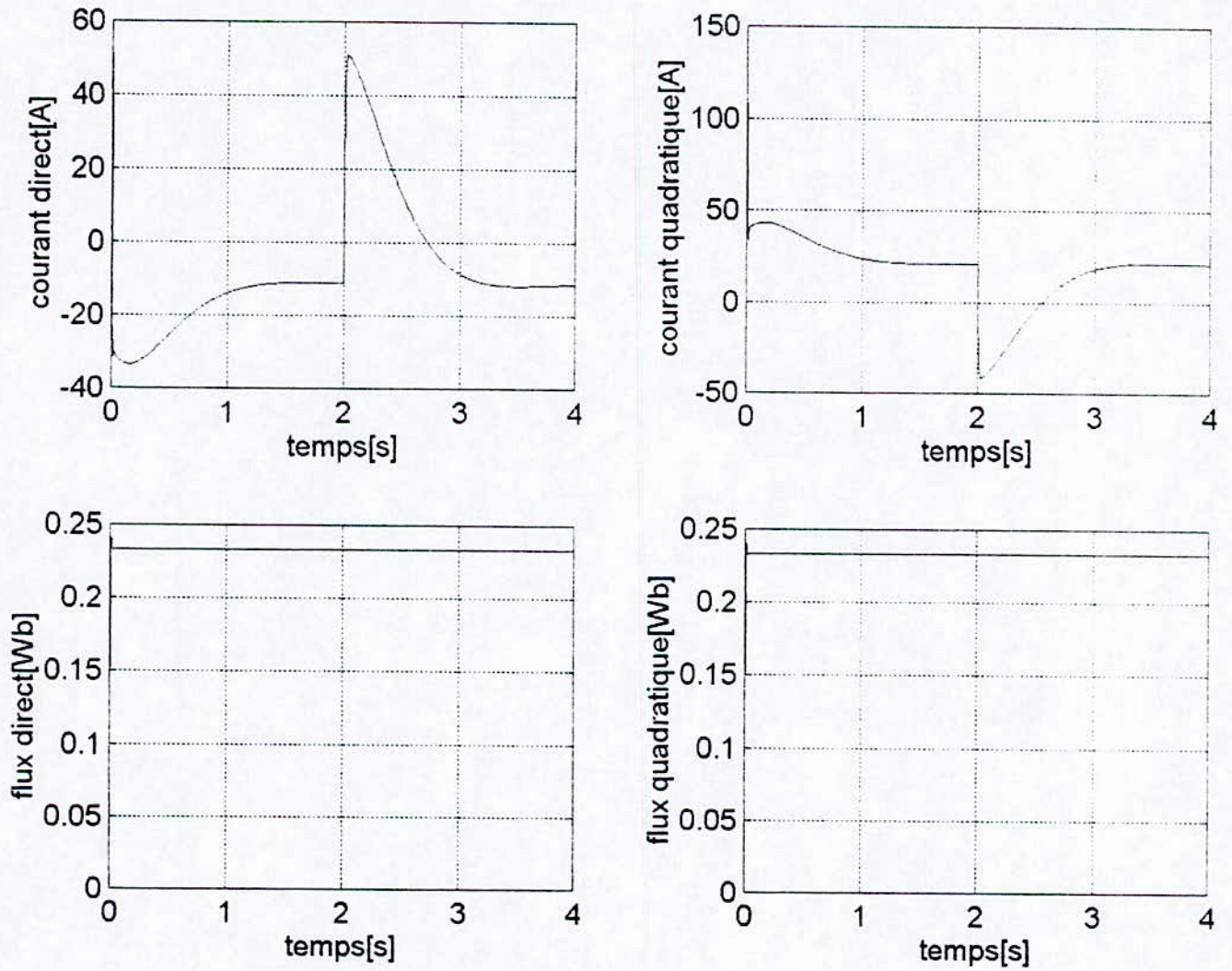


fig.10.a

Démarrage en charge avec introduction d'une inversion de la consigne de vitesse en régime établi



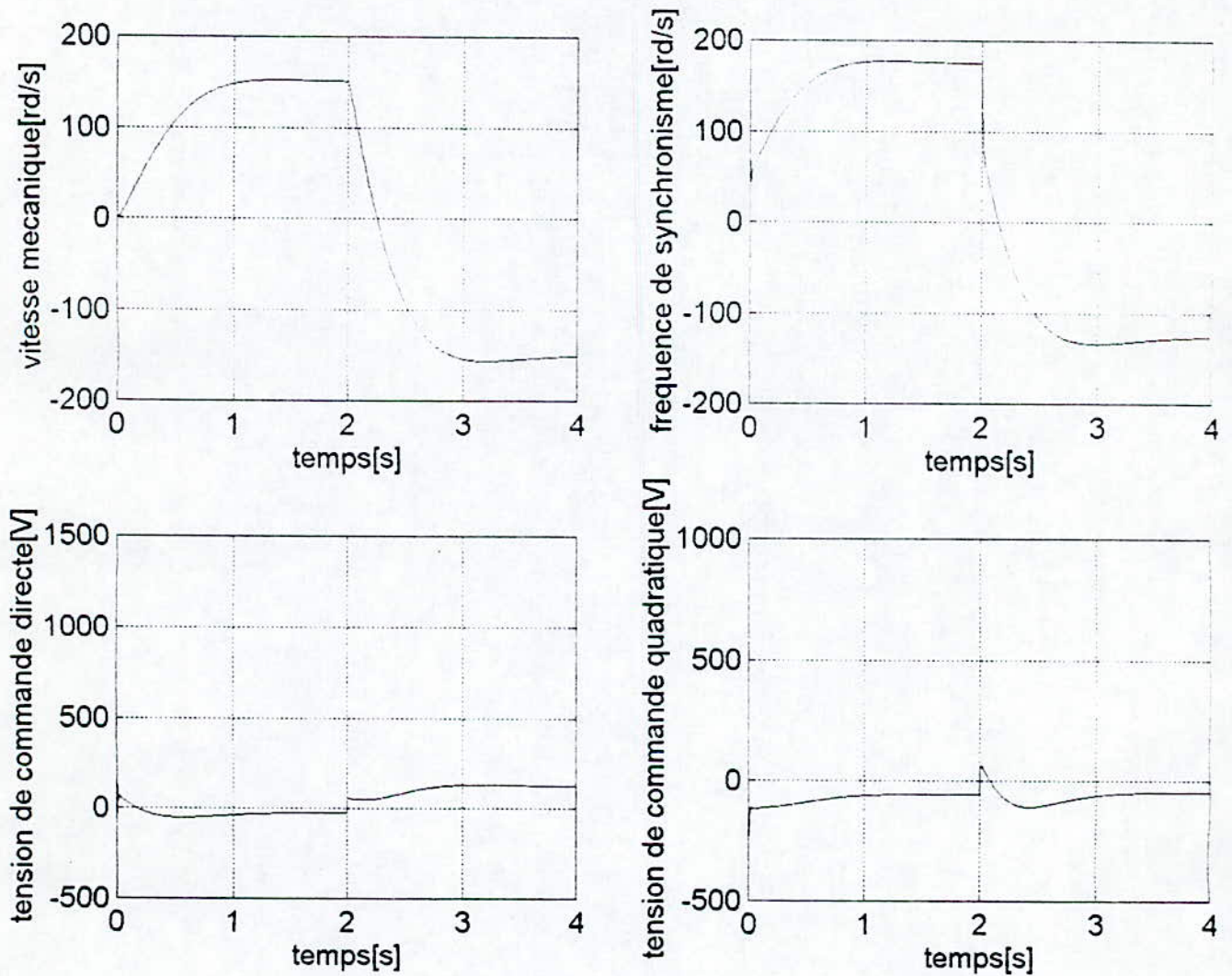
**TEST.10**

fig.10.b

Démarrage en charge avec introduction d'une inversion de la consigne de vitesse en régime établi

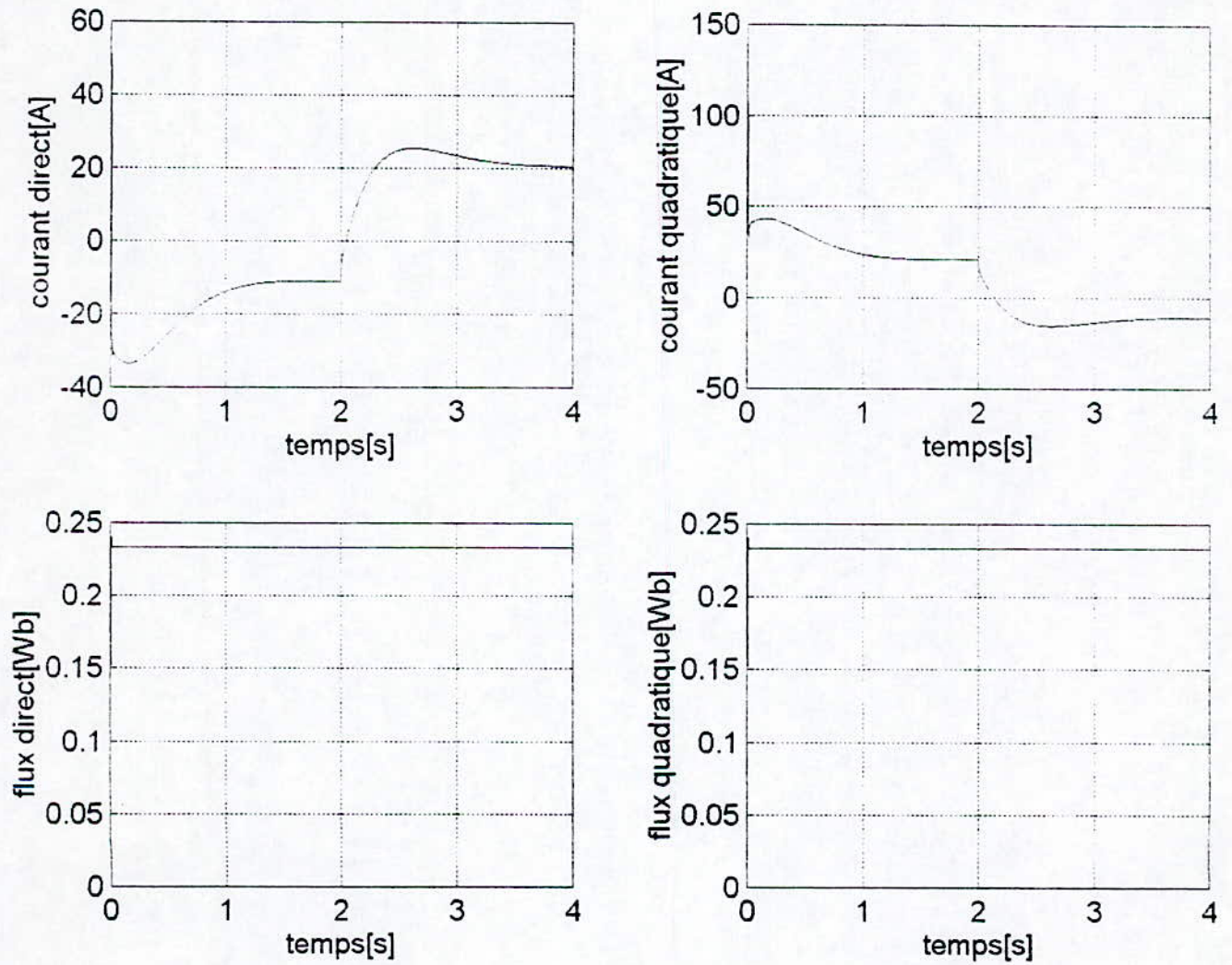
**TEST.11**

fig. 11.a

Démarrage en charge avec introduction d'une inversion du couple de charge en régime établi

***TEST.11***

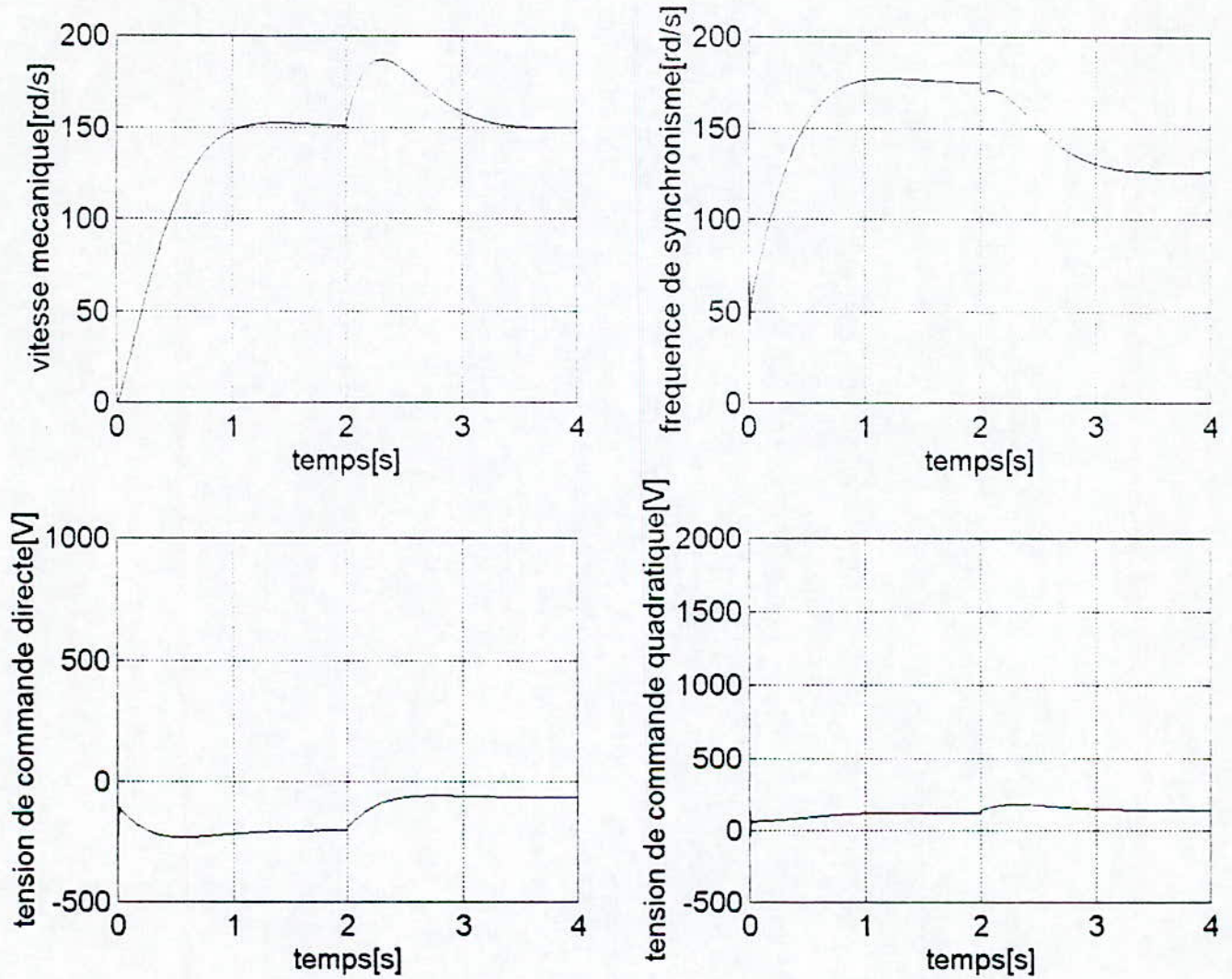


fig.11.b

**Démarrage en charge avec introduction d'une inversion du couple de charge en régime établi**

### *CONCLUSION*

On a montré dans ce chapitre que la théorie de la linéarisation exacte est applicable à la machine asynchrone.

En effet, un choix adéquat des sorties et un placement de pôles optimisé permet de garantir de bonnes dynamiques des états et une bonne robustesse de la commande.

On a constaté que l'importance des courants et des tensions de démarrage est liée de manière étroite au temps d'établissement de la vitesse..

On a aussi constaté que la robustesse de la commande est à son tour étroitement liée au temps d'établissement des flux, ceci s'explique du fait que la matrice de découplage qui conditionne la commande contient une division par la norme du flux; donc plus le flux est faible ou tarde à s'établir, plus la commande est mal-conditionnée donc fragile.

Les tests de performance en présence de perturbations typiques sur les paramètres de la machine montrent une bonne robustesse de la commande synthétisée.

## CONCLUSION GENERALE

Il a été montré que la théorie de la géométrie différentielle est effective pour la synthèse d'un régulateur pour la machine asynchrone donné par son modèle d'ordre cinq.

L'addition d'un intégrateur sur l'une des entrées de la machine asynchrone rend le système d'ordre six exactement linéarisable.

La linéarisation des états et le découplage entrée/sortie est résolue par le moyen d'un retour d'état statique appliqué au système de sixième ordre.

Il a été montré plus loin que ce réglage est possible tant que le flux rotorique est non nul.

Le réglage est complété dans la partie linéaire par simple placement de pôles.

Les tests de simulation indiquent, un comportement dynamique très satisfaisant de la commande proposée et la robustesse en présence d'incertitudes typiques sur les paramètres de la machine.

## ANNEXE 2

### *CARACTERISTIQUES DE LA MACHINE SIMULEE*

$p = 1$  ( nombre de paires de pôles )

$V_n = 220/380$  V

$P_n = 3.7$  kW

$N = 150$  rad/sec

$f = 50$  Hz

#### *Paramètres Electriques*

$R_s = 1.125$   $\Omega$

$L_s = 0.17$  H

$R_r = 0.099$   $\Omega$

$L_r = 0.015$  H

$M = 0.048$  H

#### *Paramètres Mécaniques*

$J = 0.135$  Kgm<sup>2</sup>

$K_f = 18 \cdot 10^{-4}$  Nms

$C_n = 23.8$  Nm

## NOTES BIBLIOGRAPHIQUES

- [ 1 ]. MARC Bodson , JOHN Chiasson & ROBERT Novotnak  
“high performance induction motor control via input-output linearisation”  
IEEE control systems , August 1994 .
- [ 2 ]. GEORGE C.verghese & SETH R.sanders.  
“observers for flux estimation in induction motors”.  
IEEE transaction On industrial Electronics .FEBRUARY.1988
- [ 3 ]. JOHN Chiasson.  
“Dynamic feedback linearisation of the induction motor”  
IEEE TRANSACTION ON AUTOMATIC CONTROL  
OCTOBER 1993
- [ 4 ]. ALESSANDRO Deluca & GIOVANI Ulivi .  
“Design of an exact non linear controller for induction motors”  
IEEE Transaction On Automatic Control, December 1989.
- [ 5 ]. ROBERT B.gardner, WILLIAM F.shadwick.  
“The G.S algorithm for exact linearisation to BRUNOVSKY normal  
form”  
IEEE Transaction On Automatic Control, february 1992.
- [ 6 ]. ROMEO Ortega , CARLOS Canulas ,& SELEME I.selemo ,  
“Nonlinear control of induction motors : Torque tracking with  
unknown load disturbance”,  
IEEE Transaction On Automatic Control, november 1993.
- [ 7 ]. RICCARDO Marino ,  
“An example of nonlinear regulator”  
IEEE Transaction On Automatic Control, March 1984.
- [ 8 ]. ALBERTO Isidori ,  
“Nonlinear control systems”  
Springer Verlag Berlin, Heidelberg, 1989

- [ 9 ]. J. Chatelain .  
"Machines Electriques"  
1983. Presses polytechniques romandes
- [ 10 ]. GILLES, M. PELEGRIN, P. DECAUNE .  
"Systemes asservis non lineaires"  
Dunod, 1988.
- [ 11 ]. NIBOUCHE Mokhtar,  
"Applicatons de commandes nonlineaires au moteur asynchrone"  
These de Magister ENP, juin 1994.
- [ 12 ]. IFRAH Salah,  
"contribution a l'etude des regimes glissants : Application a la machine  
asynchrone",  
These de Magister ENP, juin 1995.
- [ 14 ]. SAID Barkati,  
"Commande robuste par retour d'etat d'une machine asynchrone"  
These de Magister ENP, juillet 1997.
- [ 15 ]. W. Leonard ,  
"Control of electrical drives",  
New york : Springer verlag ,1985
- [ 16 ]. HENIK Nijmeijer & Witold Respondek,  
"Dynamic input output decoupling of nonlinear control systems"  
IEEE Transaction On Automatic Control, november 1989.
- [ 17 ]. DAIZHAN Chang,  
"Design for noninteracting decomposition of nonlinear systems"  
IEEE Transaction On Automatic Control, november 1988.
- [ 18 ]. V Anantharam & C.a. desoer,  
"On the stabilisation of nonlinear systems",  
IEEE Transaction On Automatic Control, june 1984.



- [ 19 ]. M.D.Benedetto, A. glumino & C.H.Moog.  
“The nonlinear interactor and it’s applicaton to input output  
decoupling”,  
IEEE Transaction On Automatic Control, june 1994.
- [ 20 ]. P.N.paraskevopulos & F.N.koumboulis ,  
The decoupling of generalised state space systems via state feedback”  
IEEE Transaction On Automatic Control, january 1992.
- [ 21 ]. JOHN Hauser, SHANKAR Sastry & PETER Kokotevie,  
“Nonlinear control via approximate input output linearisation”  
IEEE Transaction On Automatic Control, march 1992.
- [ 22 ]. HERBERT Sira ramirez.  
“The differential algebraic approach in nonlinear dynamical controlled  
landing maneuvers”,  
IEEE Transaction On Automatic Control, april 1992.