

7/97

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE



MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE  
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



D.E.R de GENIE ELECTRIQUE & INFORMATIQUE

SPECIALITE : AUTOMATIQUE

**PROJET DE FIN D'ETUDES**

**SUJET**

**COMMANDE ADAPTATIVE DIRECTE  
D'UNE COLONNE DE DISTILLATION  
BINAIRE**

Etudié par :

M<sup>r</sup> B.GHEZALI

Proposé et dérigé par :

M<sup>r</sup> R.ILOUL

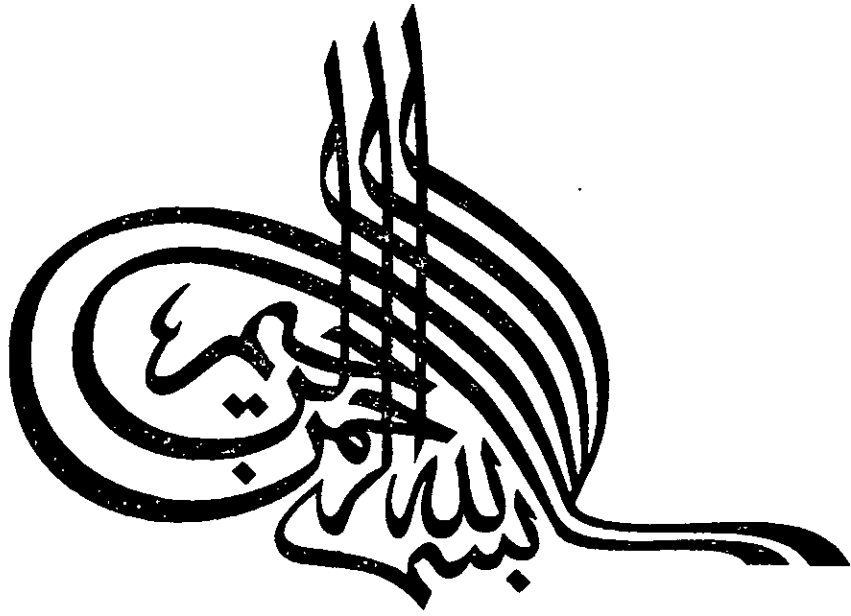
Etudié par :

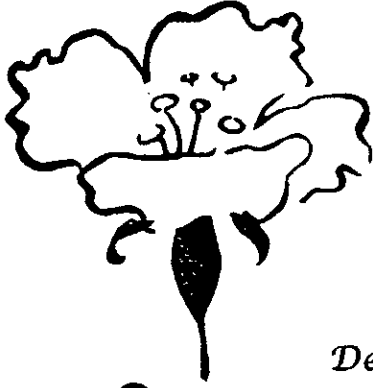
M<sup>r</sup> A.BENMEBAREK  
M<sup>r</sup> B.GHEZALI

PROMOTION  
JUILLET 1997

E.N.P. 10, Avenue Hacen-Badi, EL-HARRACH, ALGER

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique





*Dédicace*

*Je dédie ce modeste travail :*

*à ma très chère mère ;*

*à mon père ;*

*à mes frères et soeurs ;*

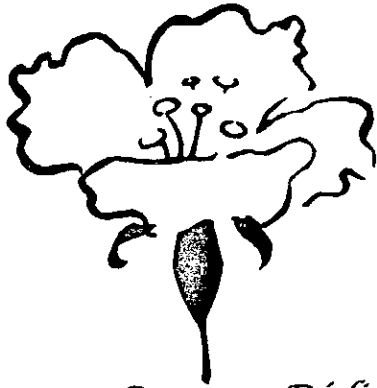
*à tous mes amis ;*

*sans oublier :*

*mes grands parents*

*et mon oncle maternels ;*

*Abdelaziz*



*Dédicace*

*Je dédie ce modeste travail :*

*à ma très chère mère ;*

*à la mémoire de mon père et de mon frère*

*Arezki ;*

*à mes frères et soeurs ;*

*et à tous mes amis ;*

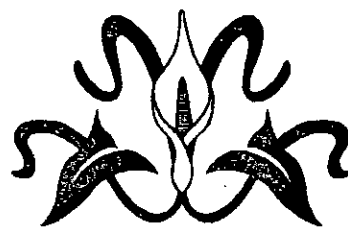
*Boualem*

## AVANT-PROPOS

*Nous tenons, en tout premier lieu, à exprimer notre profonde gratitude et nos sincères remerciements à notre promoteur R.ILLOUL pour l'aide précieux qu'il nous a apporté pour réaliser ce travail.*

*Nos remerciements vont également à M.R.AIT ALI YAHIA enseignant à l'institut national de pétrole de Boumerdès, ainsi qu'à M.M. LARABI.*

*Et que tous nos enseignants qui ont contribué à notre formation reçoivent notre gratitude.*



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

## SOMMAIRE

2797

**TABLE DES MATIERES**



INTRODUCTION GENERALE

CHAPITRE I MODELISATION DYNAMIQUE DE LA COLONNE DE DISTILLATION

I.1- Généralités sur la Distillation	1
I.1.1- Distillation	1
I.1.2- Colonne de Distillation	2
I.1.3- Pourquoi réguler une Colonne de Distillation ?	4
I.2- Modèle Dynamique de la Colonne de Distillation	5
I.2.1- Introduction	5
I.2.2- Modélisation de la Colonne de Distillation	6
I.3- Résultats de simulation	17
I.4- Conclusion	17

CHAPITRE II IDENTIFICATION

II.1- Introduction	25
II.2- Notions de base sur la théorie d'identification moderne	25
II.2.1- Structure du modèle candidat	27
II.2.2- Choix des entrées pour l'identification	29
II.2.3- Les méthodes d'identification récursives	30
II.3- Extension au cas multivariables (MIMO)	37
II.3.1- Modèle paramétrique d'un système (MIMO)	38
II.3.2- Représentation plein-plein (p-p)	39
II.3.3- Représentation diagonale-plein (d-p)	42

II.4- Résultats de l'identification	43
II.5- Conclusion	45

### CHAPITRE III GENERALITES SUR LA COMMANDE ADAPTATIVE

III.1- Introduction	52
III.2- Les différentes approches de la commande adaptative	52
III.2.1- Commande adaptative à gain préprogrammé	53
III.2.2- Commande adaptative auto-ajustable	54
III.2.3- Commande adaptative à modèle de référence	56

### CHAPITRE IV COMMANDE ADAPTATIVE MONOVARIABLE

IV.1- Introduction	58
IV.2- Stratégies de commande adaptative Auto-ajustable	58
IV.2.1- Classification des algorithmes non applicables aux systèmes à (NMP)	58
IV.2.2- Classification des algorithmes applicables aux systèmes à (NMP)	74
IV.3- Résultats de simulation	89
IV.3.1- Exemple numérique	89
IV.3.2- Procédé de la colonne de distillation	91
IV.4- Conclusion	95

### CHAPITRE V COMMANDE ADAPTATIVE MULTIVARIABLES

V.1- Généralités	127
V.2- Introduction	128



V.3- Représentation d'un procédé multivariables (MIMO)	.....129
V.4- Notions d'interacteur	.....130
V.5- Stratégies de commande adaptative multivariables	.....135
V.5.1- Commande à erreur de prédiction minimale	.....135
V.5.2- Commande par placement de pôles et de zéros	.....142
V.5.3- Commande à variance minimale (régulation)	.....148
V.5.4- Cas d'une poursuite et d'une régulation à variance minimale	.....153
V.6- Résultats de simulation	.....157
V.7- Conclusion et interprétations	.....160
 CONCLUSION GENERALE	 .....183
 ANNEXES	 
Annexe-A	.....187
Annexe-B	.....189
 REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	 .....193

---

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

**INTRODUCTION**

**GENERALE**

La commande des systèmes industriels a connu ces dernières années des développements importants sur le plan théorique et pratique. Plusieurs travaux furent concrétisés, de sa part la recherche dans la dynamique et le contrôle des procédés de séparations a connu également une ampleur remarquable.

Initialement différents modèles mathématiques simples ont été proposés, mais les équations aux dérivées partielles obtenues furent trop approximatives et ne pouvaient représenter réellement le fonctionnement d'une colonne de distillation, au fur et à mesure que la recherche dans ce domaine se développa, on assista à des modèles mathématiques de plus en plus performants et on passa même à leur simulation.

Là aussi, les modèles obtenus bien qu'ils sont plus performants que les modèles initiaux ne pouvaient être simulés.

Il a fallu attendre les années (70) pour arriver à un modèle mathématique très approprié, ce modèle a été programmé et différents tests de démarrage de la colonne ont été effectués.

A partir de cette date, plusieurs études ont été effectuées, les premières concernent uniquement le démarrage de la colonne et les autres les réponses des colonnes autour de leur point nominale.

Aussi différents algorithmes de commande furent proposés, des exigences d'ordre pratique et économiques viennent depuis déjà quelques années favorisées le contrôle adaptative, diverses applications furent réalisées avec succès dans le domaine du raffinage pétrolier.

---

Notre présent travail vise un double objectifs, celui d'expliciter les différents aspects conduisant à une modélisation simple et valable d'une colonne de distillation binaire et ce lui de présenter les principes de base de la théorie de la commande adaptative.

Une application des différents algorithmes de commande sur un modèle de la colonne de distillation binaire viendra par la suite tester le système de commande et finalement des conclusions seront alors tirées.

# **CHAPITRE I**

**MODELE DYNAMIQUE**

**DE LA COLONNE DE DISTILLATION**

## **I.1 GENERALITES SUR LA DISTILLATION [1] [25] [26]**

### **I.1.1 Distillation :**

Sous toutes les formes et appellations que l'on peut rencontrer, la distillation est un processus de séparation par traitement mécanique des mélanges liquides ou des solutions en leur fractions, différenciés par une ou plusieurs de leur propriétés physiques en utilisant la chaleur comme agent de séparation.

La simplicité du procédé et son prix de revient relativement modique en font une opération de base dans les processus d'élaboration des produits chimiques et pétroliers (raffinage de pétrole).

Travaillant comme une machine thermique entre une source chaude (four) ou (rebouilleur) et une source froide (condenseur de tête), la distillation met en oeuvre un contre-courant de liquide et de vapeur.

Comme les principes de la thermodynamique l'on montré, le contacte de deux phases conduit à un échange de constituants, les plus volatiles s'accumulent dans la vapeur et sont éliminés au sommet de la colonne par le condenseur, on obtient ainsi un distillat. les éléments lourds passent en phase liquide et sont soutirés au fond de la colonne.

En recommençant plusieurs fois à évaporer le liquide et à condenser au sommet de la colonne les vapeurs formées, on peut les séparer entièrement en ses différentes fractions.

De ce qui précède, il ressort que l'étude de la distillation proprement dite, devra être précédée par l'analyse des phénomènes diffusionnelles fondamentaux (équilibre liquide-vapeur).

### I.1.2 Colonne de distillation :

Dans les unités industrielles, ces différentes lois physico-chimique qui définissent ensemble l'opération de distillation sont concrétisées par un appareillage spécial dit la colonne de distillation (fig.I.1). Celle-ci est alimenté par une charge  $F$  en une alimentation unique au plateau d'alimentation  $N_s$ , avec les données suivantes :

$F$  - débit molaire de la charge.

$x_f$  - composition molaire de la charge.

Le plateau d'alimentation de la charge permet de diviser une colonne de distillation conventionnelle en deux zones :

- La zone de rectification : où la température ne fait que ce réduire du plateau d'alimentation au condenseur, menant ainsi à avoir un débit molaire vapeur contenant de moins en moins les constituants lourds.
- La zone d'épuisement : où la température augmente du plateau d'alimentation au rebouilleur menant ainsi à un courant liquide contenant de moins en moins les constituants légers.

Ainsi le distillat obtenu en haut de la colonne contient les constituants les plus légers, et le résidu contient les constituants les plus lourds.

Au niveau du rebouilleur, une partie du liquide  $L_1$  provenant du premier plateau est réchauffée, transformée en vapeur et injectée au niveau du premier plateau.

Au niveau du condenseur, une partie de la vapeur est transformée en liquide dont une partie sera injectée au dernier plateau.

Une colonne de distillation typique est schématisée dans la (fig.I.1).

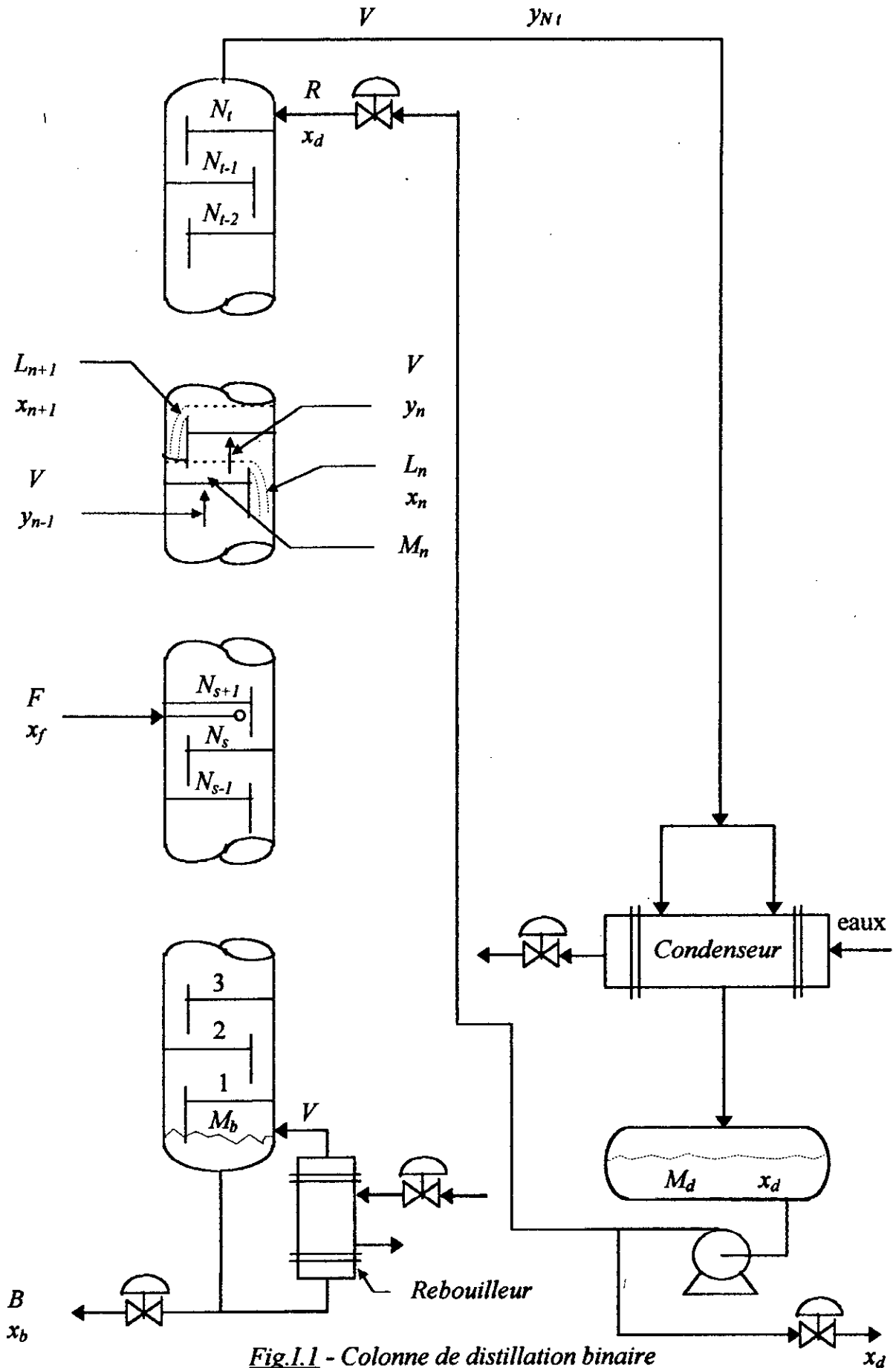


Fig.1.1 - Colonne de distillation binaire



### I.1.3 Pour quoi réguler une colonne de distillation ?:[4] [8]

En distillation, l'objectif principale est l'obtention d'un produit assez pure, que ce soit en léger au distillat ou en lourd en résidu. Un bon nombre de travaux en met en évidence l'influence de certains paramètres (qui sont généralement appelées à variée) sur la pureté telles que :

- Débit molaire à l'ordre de 20 %.
- La composition molaire de l'ordre de 6 %.
- Température de la charge.

Des telles grandeurs ne peuvent être facilement mesurées, en conséquences la qualité des produits obtenues ne peut être garantie et un fonctionnement fiable ne peut être assuré. Cependant un système de contrôle et de régulation de la colonne s'impose.

L'étude de la distillation montre que cette pureté peut être réguler par le taux de reflux et le taux de vapeur ( $R, V$ ).

Ainsi des différentes stratégies de commandes ont été établie pour le contrôle de la colonne de distillation. Parmi ces méthodes on distingue, les méthodes variationnelles, la programmation dynamique, le principe de Ponteriagin,...etc.

De telle stratégie requière tous un travaille de modélisation important sur le comportement dynamique de la colonne de distillation, et les performances du système de commande ainsi obtenues sont directement liée au modèle de connaissance utilisé.

L'expérience à montrer [5][3], que la cause essentielle de ces dégradation sont due soit aux approximations grossières et excessive de non linéarité du système, soit des variations de certains paramètres de la colonne ( tels que: le coefficient d'efficacité des plateaux ) sous l'effet de vieillissement ou autre.

De différent travaux et articles sur la commande adaptative des colonnes de distillation ont été établie avec succès [6] [2] [9].

## **I.2 MODELE DYNAMIQUE DE LA COLONNE DE DISTILLATION**

### **I.2.1 Introduction :**

La fin des années cinquante à connu des développement important en ce qui concerne la modélisation des régimes dynamiques de la colonne de distillation.

La diversité de ces modèles est principalement due au finalité visée. Dans la littérature on peut distinguer deux groupes : [5]

- ***Le premier groupe*** : Les modèles de ce groupe présentent très peu de simplification. Ces modèles donnent une bonne description du fonctionnement de la colonne de distillation et sont généralement utilisés pour comprendre la dynamique de la colonne.
- ***Le deuxième groupe*** : Les modèles formant ce deuxième groupe présentent à l'encontre du premier groupe, plusieurs hypothèses simplificatrices telles que : relations linéaires de l'équilibre liquide-vapeur, les variables sont localisées, les plateaux sont théorique,...etc.  
Ces modèles sont très utilisées dans le domaine de contrôle.

### **Autre classifications des modèles des colonnes de distillations :**

A la base de certaines lois physico-chimiques, les modèles des colonnes de distillation peuvent se décomposés en trois groupes principaux :

1. Le modèle le plus détaillé est celui basé sur les équations des bilans :

- *Energétique (Enthalpique) (E).*
- *Matière globale (débit) (M).*
- *Matière partielle (composants) (C).*

On retrouve ce modèle dans les travaux de RADMAKKER et RINJINSDORP (1959) PEISER et GROVER (1962)[7].

Ce type de modèle est désigné par (E.M.C).

2. Le seconde modèle un peu plus simplifier et le modèle dit (M.C), ce modèle fait abstraction de l'équation de bilan énergétique (E) au niveau de chaque plateau. Ce modèle a été utilisé par LAMB et ALL (1961).

3. En fin le modèle le plus simple est le modèle (C), dans ce modèle on ne tient compte que du bilan de matière partielle (composition), On le retrouve dans les travaux de WILDE (1962).

Il est à noté que malgré sa simplicité, ce modèle demeure un outil d'investigation dans le domaine de développement des nouvelles stratégies de contrôle [11].

### **I.2.2 Modélisation de la colonne de distillation :**

D'un point du vue rigoureux nous devrions établir les équations du système de façon détaillée en introduisant tous les facteurs influants pour rapprocher le comportement réel du procédé (colonne de distillation), toute fois cette façon de faire présente l'inconvénient de mètre en jeu des variables difficiles voir même impossible à mesuré en pratique.

De ce fait en adaptera des variables qui peuvent être mesurer de façon simple et efficace, en donnant une bonne représentation de la colonne.

Une telle façon de faire exige de nous des hypothèses simplificatrices que nous expliciterons dans ce qui suit.

### 1.2.2.1 Hypothèses simplificatrices : [10]

- a) On considère le mélange à séparer comme une solution idéale (c-à-d) que la distillation s'opère dans une plage pas trop large de température d'ébullition.
- b) On considère que les deux constituants (mélange binaire) ont des chaleurs latentes de vaporisation du même ordre.

De (a) et (b) on peut déduire que le coefficient de volatilité relative  $\alpha$  est constant [12], en pratique cette hypothèse est valable [13].

- c) La colonne est formée de  $N_t$  plateaux théoriques (efficacité est proche de 100 %), ainsi on a :  $EFF = 1$  (coefficient de MURPHIE est égale à l'unité).

Des trois hypothèses citées plus haut, on peut alors déduire une relation d'équilibre liquide-vapeur qui est très simple :

$$y_i = \frac{\alpha x_i}{1 + (\alpha - 1)x_i}, \quad i = 1, \dots, N_t \quad (1.1)$$

avec :

$x_i$  - la composition liquide du composant  $i$ .

$y_i$  - la composition vapeur du composant  $i$ .

$\alpha$  - coefficient de volatilité relative.

$i = 1, \dots, N_c$ .

$N_c$  - nombre des composants.

L'équation (I.1) est alors équivalente à dire que la composition vapeur qui est en équilibre de phase avec la composition liquide  $x_i$  au niveau de chaque plateau est égale à la composition vapeur  $y_{ei}$  sortante de celui-ci. [10]

d) Les rétentions liquide au niveau de chaque plateau, du rebouilleur, du condenseur et du séparateur sont considérées de compositions et de températures uniformes.

Nous considérons une alimentation unique de liquide saturé (à son point d'ébullition), elle est introduite au plateau d'alimentation  $N_s$ .

La vapeur sortante du haut de la colonne est entièrement condensée dans un condenseur total, le condensât s'accumulera dans un ballon séparateur de volume de rétention (hold-up)  $M_d$  et de composition  $x_j$ , le liquide sortant du ballon séparateur est à son point d'ébullition.

Le reflux liquide est renvoyé par une pompe au plus haut plateau  $N_t$  de la colonne avec un débit  $R$ .

Le distillat est récupéré à un débit  $D$  de composition  $x_d$  en bas de la colonne, le résidu est recueilli à un débit  $B$  et de composition  $x_b$ .

La vaporisation du mélange est effectuée dans un rebouilleur de type thermosyphon, la vapeur (boil-up) est générée à un débit  $V$  de composition  $y_b$ .

Nous négligeons tous les temps de retard due au transfert dans la conduite.

- Entre le haut de la colonne et le séparateur.
- Entre le séparateur et le plateau de tête.
- Entre le fond de la colonne et le rebouilleur.
- Entre le rebouilleur et le bas de la colonne.

e) On néglige le hold-up vapeur (à pression faible), ce qui induit que :

$$V = V_1 = V_2 = \dots = V_m = C^{te} \quad (I.2)$$

f) Nous considérons que les flux liquide et vapeurs quittant un même plateau sont équi-molaires, cette hypothèse découle de l'hypothèse (b).

g) On néglige les pertes de chaleur de la colonne, ainsi que la capacité calorifique des plateaux et de l'averole.

h) Nous considérons une relation simple (linéaire) qui relie le débit liquide aux rétentions liquides :

$$L_n = \bar{L}_n + \frac{(M_n - \bar{M}_n)}{\beta} \quad (I.3)$$

avec:

$\bar{L}_n$  - Sont les débits au régime stationnaire où point de fonctionnement.

$\bar{M}_n$  - Sont les rétentions initiales (au point d'équilibre).

$\beta$  - Constante de temps du plateau.

Cette dernière équation est une approximation de la relation de FRANCIS qui dépend essentiellement de l'hydraulique des plateaux [25].

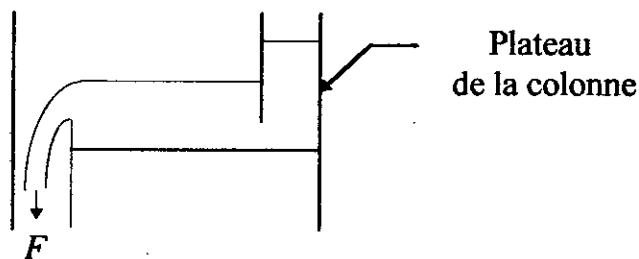


Fig.1.2 - Schéma symbolique d'un plateau.

telle que:

$$F = 3.33.l.h^{3/2}$$

avec:

$F$  - débit.

$h$  - hauteur du débordement

$l$  - épaisseur du débordement.

i) Nous négligeons la dynamique du condenseur et du rebouilleur, on y remédie en plaçant un ballon intermédiaire entre le condenseur et la pompe à reflux.

Le temps de réponse de ce type d'échangeur est négligeable par rapport à ce lui de la colonne. Ainsi la dynamique de périphériques dans la modélisation n'est pas pris en compte.

j) On considère que le niveau liquide dans le rebouilleur et le condenseur est constant (contrôle de niveau) [15].

### **1.2.2.2 Etablissement des équations régissant la comportement dynamique de la colonne:[10]**

Le but de cette partie est d'obtenir un modèle dynamique d'une colonne à distiller à la base des hypothèses mise, ce dit modèle devra satisfait des exigences fondamentales (la précision , la simplicité ), on utilisera alors de principes de base pour la modélisation de la colonne à distiller, qui sont:

- L'équation de continuité totale (E.C.T).
- l'équation de continuité sur le composant le plus volatile (E.C.cpv).

L'équation d'énergie (Enthalpique), n'est plus nécessaire, et sera en découle de l'hypothèses (d).

La représentation conventionnelle de notre colonne sera donnée alors par la (fig.I.3).

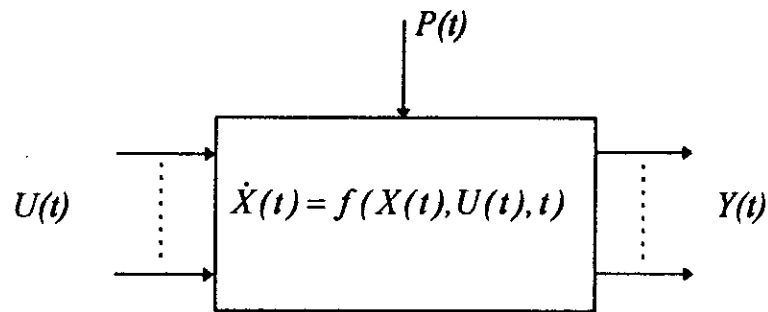


Fig.I.3

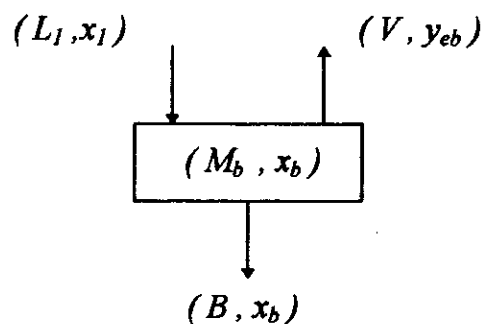
avec:

$U(t)$  - vecteur de commandes ( $R, V$ ).

$Y(t)$  - vecteur de sorties ( $x_d, x_b$ ).

$P(t)$  - vecteur des perturbations principaux ( $x_f, F$ ).

**1. Au niveau du rebouilleur:**



- Equation de continuité totale (E.C.T):

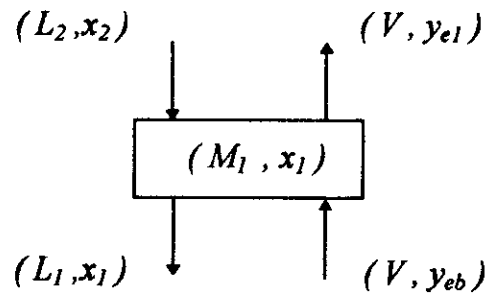
$$L_1 = B + V \tag{I.3}$$

- Equation de continuité sur le composant le plus volatile (E.C.cpv):

$$\frac{d(M_b x_b)}{dt} = L_1 x_1 - B x_b - V y_{eb} \tag{I.4}$$



2. Au niveau du premier plateau:



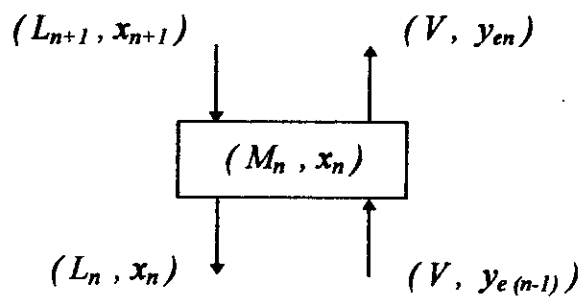
Equation de continuité totale (E.C.T):

$$\frac{dM_1}{dt} = L_2 - L_1 \quad (I.5)$$

• Equation de continuité sur le composant le plus volatile (E.C.cpv):

$$\frac{d(M_1 x_1)}{dt} = L_2 x_2 - L_1 x_1 + V (y_{eb} - y_{e1}) \quad (I.6)$$

3. Au niveau de la section d'épuisement:



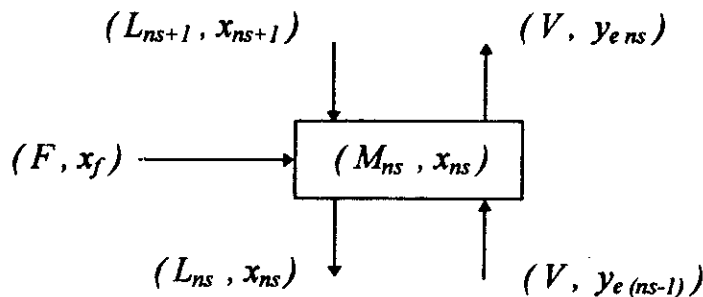
• Equation de continuité totale (E.C.T):

$$\frac{dM_n}{dt} = L_{n+1} - L_n, \quad n = 2, \dots, (N_s - 1) \quad (I.7)$$

- Equation de continuité sur le composant le plus volatile (E.C.cpv):

$$\frac{d(M_n x_n)}{dt} = L_{n+1} x_{n+1} - L_n x_n + V(y_{e(n-1)} - y_n) \quad , n = 2, \dots, (N_S-1) \quad (I.8)$$

4. Au niveau du plateau d'alimentation:



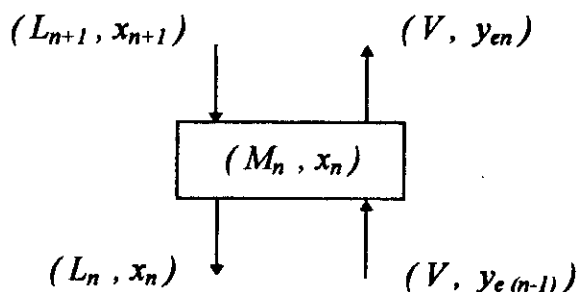
- Equation de continuité totale (E.C.T):

$$\frac{dM_{ns}}{dt} = L_{ns+1} - L_{ns} + F \quad (I.9)$$

- Equation de continuité sur le composant le plus volatile (E.C.cpv):

$$\frac{d(M_{ns} x_{ns})}{dt} = L_{ns+1} x_{ns+1} - L_{ns} x_{ns} + V(y_{e(ns-1)} - y_{ens}) + F x_f \quad (I.10)$$

5. Au niveau de la section de rectification:



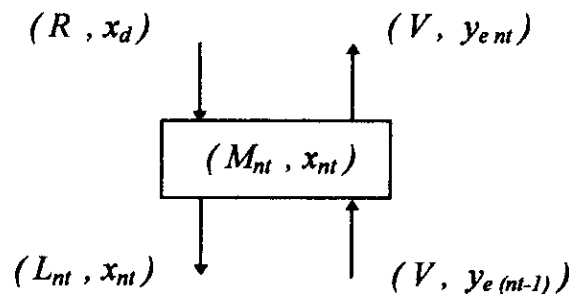
- Equation de continuité totale (E.C.T):

$$\frac{dM_n}{dt} = L_{n+1} - L_n, \quad n = (N_s+1), \dots, (N_r-1) \quad (I.11)$$

- Equation de continuité sur le composant le plus volatile (E.C.cpv):

$$\frac{d(M_n x_n)}{dt} = L_{n+1} x_{n+1} - L_n x_n + V(y_{e(n-1)} - y_{en}), \quad n = (N_s+1), \dots, (N_r-1) \quad (I.12)$$

6. Au niveau du dernier plateau:



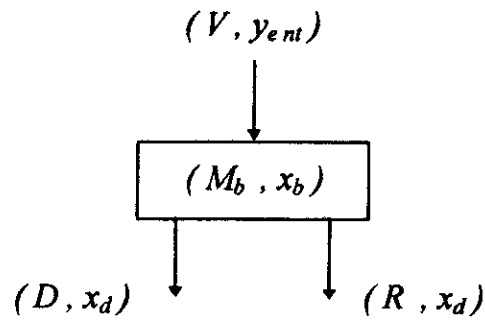
- Equation de continuité totale (E.C.T):

$$\frac{dM_m}{dt} = R - L_m \quad (I.13)$$

- Equation de continuité sur le composant le plus volatile (E.C.cpv):

$$\frac{d(M_m x_m)}{dt} = R x_d - L_m x_m + V(y_{e(m-1)} - y_{em}) \quad (I.14)$$

**7. Au niveau du condenseur:**



- Equation de continuité totale (E.C.T):

$$V = D + R \quad (I.15)$$

- Equation de continuité sur le composant le plus volatile (E.C.cpv):

$$\frac{d(M_d x_d)}{dt} = V y_{ed} - (R + D) x_d \quad (I.16)$$

et à chaque plateau on utilise une équation d'équilibre liquide-vapeur:

$$y_a = f(x_i) \quad , i = 1, \dots, N_t \quad (I.17)$$

et une équation de l'hydraulique des plateaux:

$$L_i = g(x_i) \quad , i = 1, \dots, N_t \quad (I.18)$$

Comme on ajoute aussi deux équations due au contrôle de niveau dans le séparateur et le rebouilleur:

$$M_d = C^{te} \quad , M_b = C^{te}$$

Le système d'équation obtenue:

$$L_1 = B + V$$

$$\frac{d(M_b x_b)}{dt} = L_1 x_1 - B x_b - V y_{eb}$$

$$\frac{dM_1}{dt} = L_2 - L_1$$

$$\frac{d(M_1 x_1)}{dt} = L_2 x_2 - L_1 x_1 + V (y_{eb} - y_{e1})$$

$$\frac{dM_n}{dt} = L_{n+1} - L_n \quad , n = 2, \dots, (N_s - 1)$$

$$\frac{d(M_n x_n)}{dt} = L_{n+1} x_{n+1} - L_n x_n + V (y_{e(n-1)} - y_{en}) \quad , n = 2, \dots, (N_s - 1)$$

$$\frac{dM_{ns}}{dt} = L_{ns+1} - L_{ns} + F$$

$$\frac{d(M_{ns} x_{ns})}{dt} = L_{ns+1} x_{ns+1} - L_{ns} x_{ns} + V (y_{e(ns-1)} - y_{ens}) + F x_f \quad (I.19)$$

$$\frac{dM_n}{dt} = L_{n+1} - L_n \quad , n = (N_s + 1), \dots, (N_T - 1)$$

$$\frac{d(M_n x_n)}{dt} = L_{n+1} x_{n+1} - L_n x_n + V (y_{e(n-1)} - y_{en}) \quad , n = (N_s + 1), \dots, (N_T - 1)$$

$$\frac{dM_m}{dt} = R - L_m$$

$$\frac{d(M_m x_m)}{dt} = R x_d - L_m x_m + V (y_{e(m-1)} - y_{em})$$

$$V = D + R$$

$$\frac{d(M_d x_d)}{dt} = V y_{ed} - (R + D) x_d$$

$$y_{en} = \frac{\alpha x_n}{1 + (\alpha - 1) x_n} \quad , n = 1, \dots, N_T$$

$$L_n = \bar{L}_n + \frac{M_n - \bar{M}_n}{\beta} \quad , n = 1, \dots, N_T$$

avec:  $M_d = C^{de}$ ,  $M_b = C^{de}$

**Algorithme de simulation du modèle de la colonne à distiller:[1]**

1. Calcul de composition vapeur dans chaque plateau et au niveau de rebouilleur.
2. Calcul des débits au niveau de chaque plateau.
3. Evaluation des dérivées.
4. Intégration selon la méthode d'EULER.

**I.3 RESULTATS DE SIMULATION:**

Des variations de type échelon au tour du point de fonctionnement ont été effectués sur les différentes entrées du système. Cette série de test nous a permis d'évaluer le régime dynamique de la colonne vis à vis des entrées de commande ( $R, V$ ) et des perturbations ( $x_f, F$ ).

Les données du régime nominal sont données dans *l'annexe-A*.

Les réponses dynamiques du système sont données par les figures ci-jointent: fig.(I.1,2,3,4,5).

**I.4 CONCLUSION**

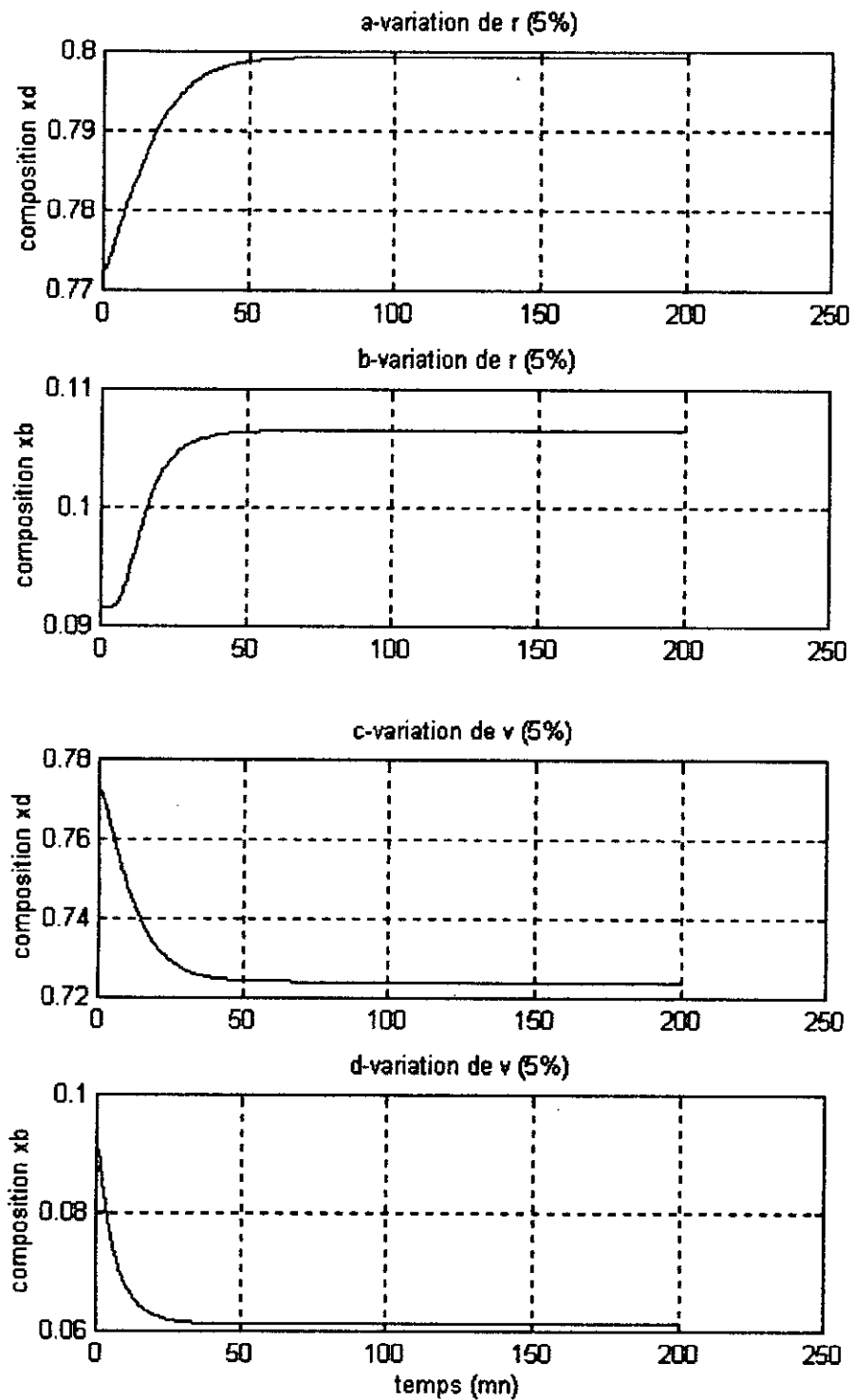
Dans cette section on a essayé d'évaluer le régime dynamique de notre système, toute en visant à soustraire le maximum d'information dont l'importance est primordiale quand à la commande et l'identification de celui-ci.

Cependant les diverses excitations auxquelles notre système a été soumis on pue nous divulgué les différents aspects structurelles de notre système, à savoir:

- Le temps de réponse  $t_r = 50$  mn.
- La nature des zéros de système (zéros stables).
- La stabilité du système en boucle ouverte (stable).
- L'influence des entrées perturbatrices  $x_f$  et  $F$  sur les sorties du système.

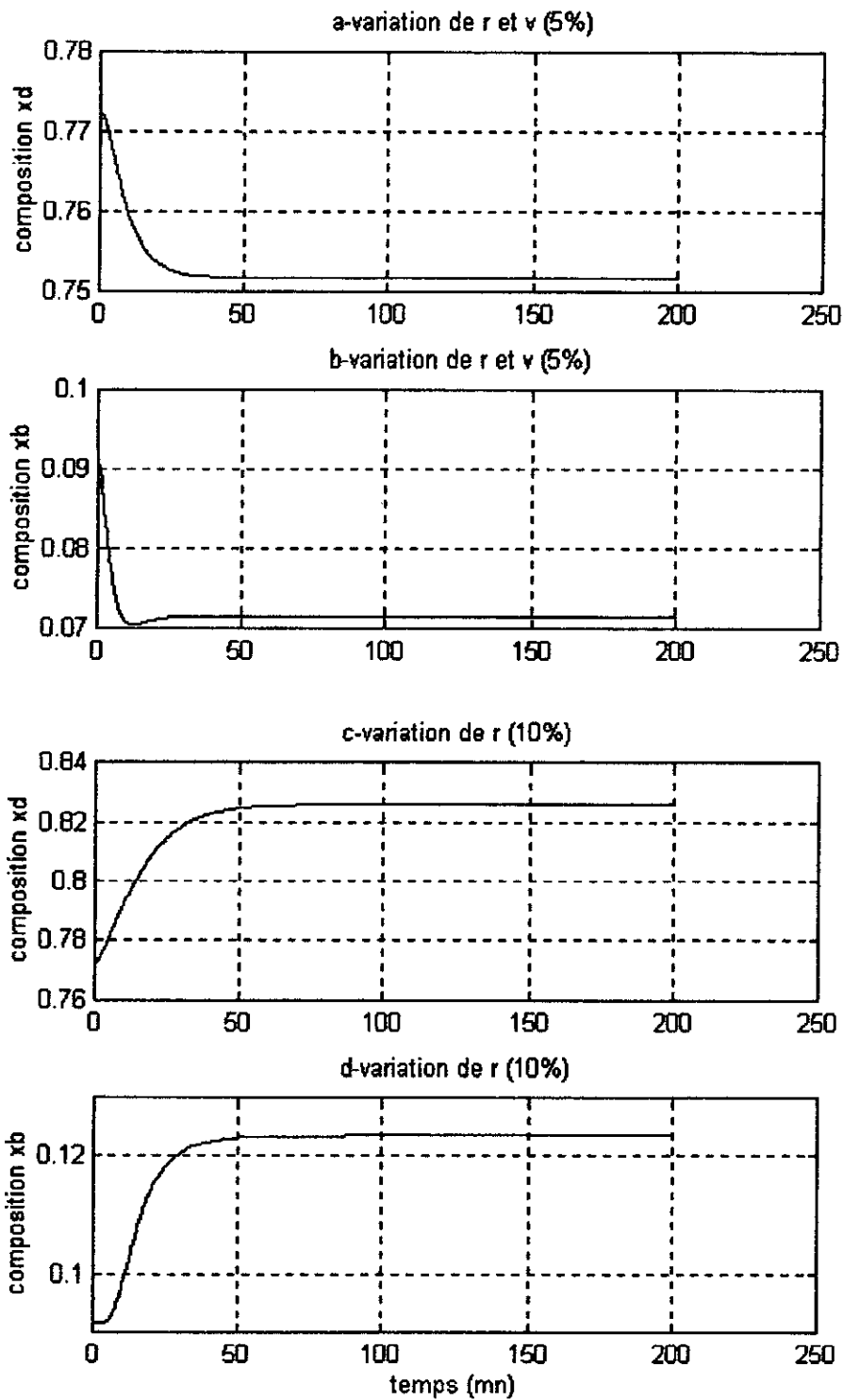
Qui vont être exploités à fin de mener à bien l'identification et la commande de la colonne. Ainsi quelques résultats ont pu surgir à travers les différentes données recueillies telle que:

- Le choix des entrées de commande de chaque sous système ( $x_a$  - commandé par  $R$ ,  $x_b$  - commandé par  $V$ ) et ce la est due essentiellement au retard liant chacune des entrées à chacune des sorties.
- La délimitation approximative de la zone de linéarité du système vis-à-vis des entrées de commandes ( $\Delta V = \pm 20\%$ ,  $\Delta R = \pm 20\%$ ) et vis-à-vis des entrées perturbatrices ( $\Delta F = \pm 10\%$ ,  $\Delta x_f = \pm 15\%$ ) a été trouvée permettant a priori d'estimer les qualités d'un éventuel contrôleur linéaire envisageable et des indications également utiles ont été tirées pour identifier le système comme: la période d'échantillonnage  $T_e$ , sa fréquence  $f_c$  et l'amplitude des entrées d'excitation.

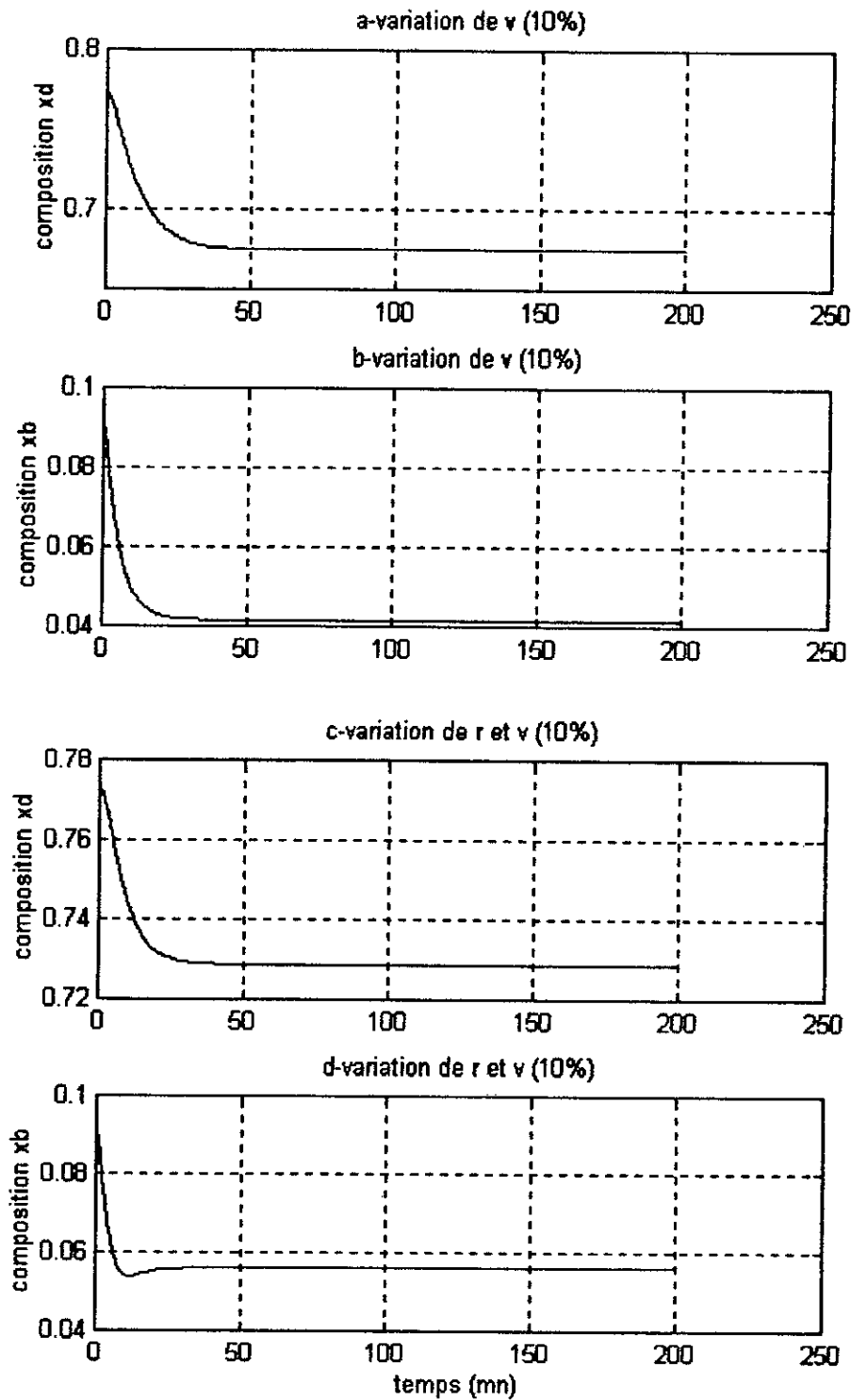


*Fig.1.1 - Simulation du modèle de la colonne de distillation pour des variations sur R et V autour du point nominale.*

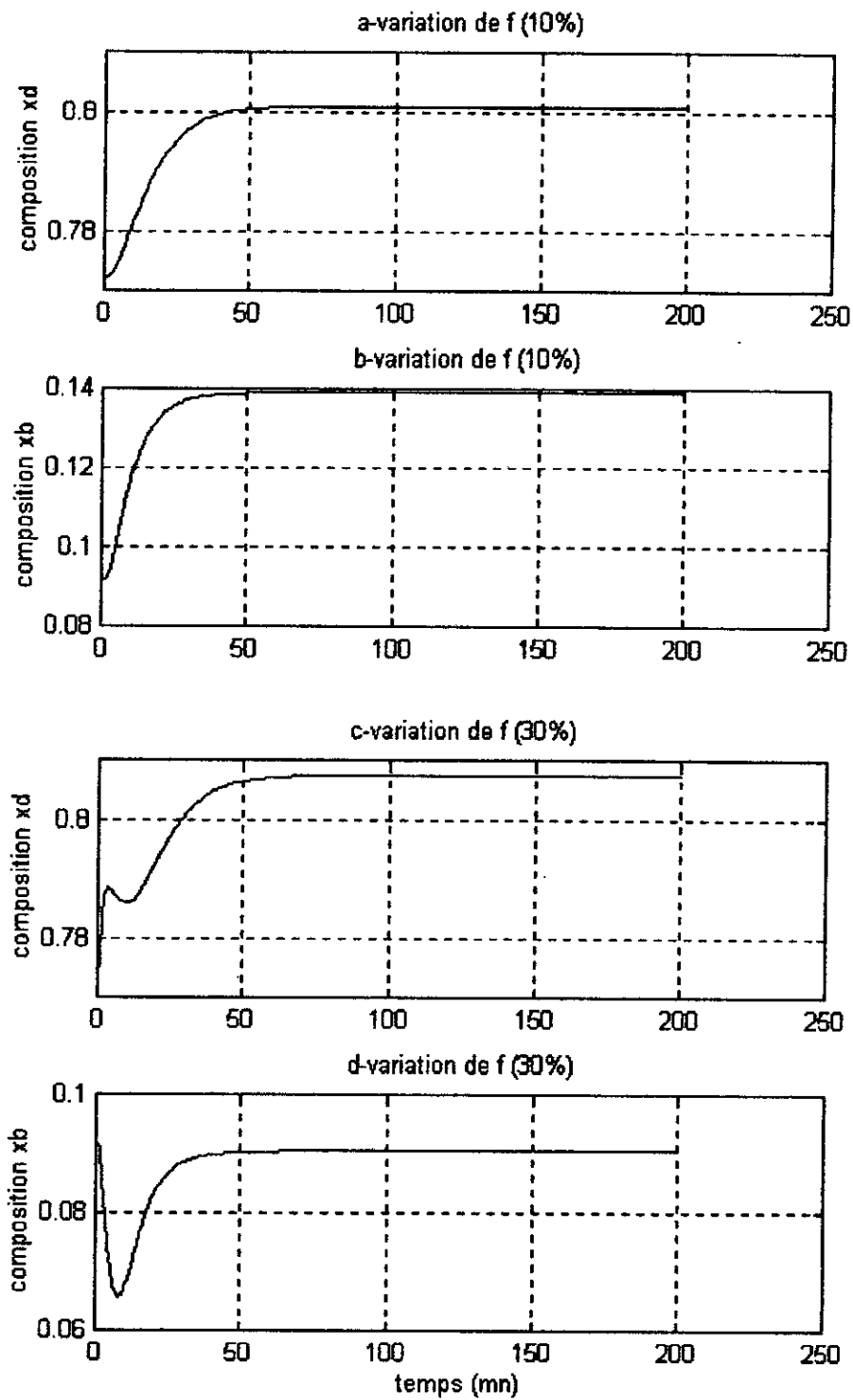




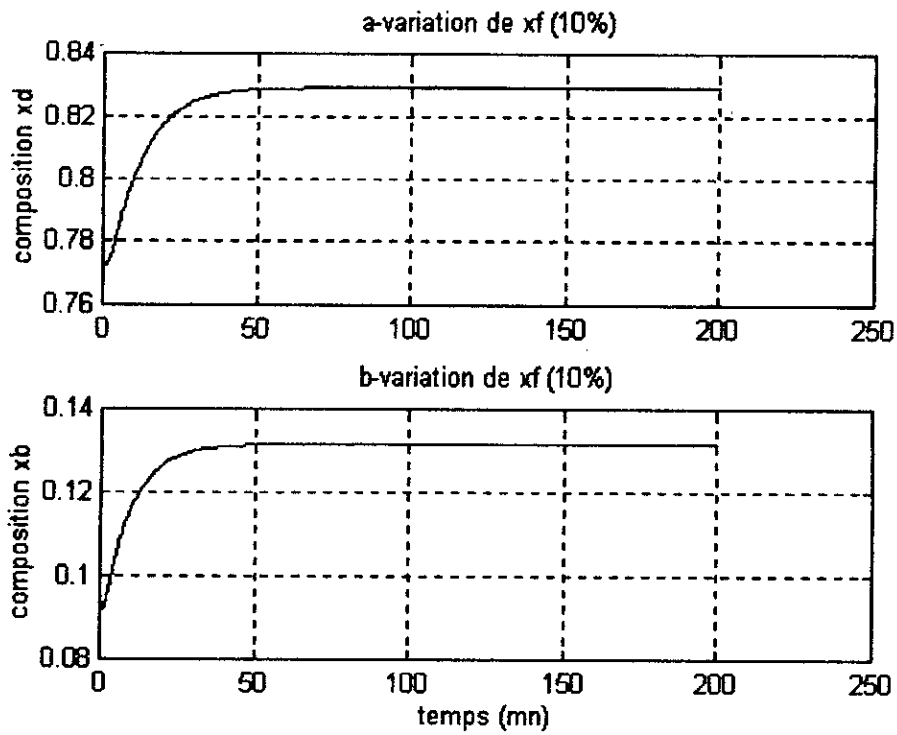
**Fig.1.2 - Simulation du modèle de la colonne de distillation pour des variations sur R et V autour du point nominale.**



*Fig.1.3 - Simulation du modèle de la colonne de distillation pour des variations sur R et V autour du point nominale.*



*Fig.I.1 - Simulation du modèle de la colonne de distillation pour des variations sur la charge  $F$  autour du point nominale.*



*Fig.1.1 - Simulation du modèle de la colonne de distillation pour des variations sur la composition de la charge  $x_f$ .*

**CHAPITRE II**

**IDENTIFICATION**

## **IL.1 INTRODUCTION**

Ce présent chapitre se donne comme objectif principale d'éclaircir les principes de base de l'identification des modèles dynamiques tout en essayant de présenter ensuite les principaux algorithmes d'adaptation paramétriques (A.A.P) qui y interviennent.

Un accent particulière sera mise sur l'ensemble des (A.A.P) qui sont les mieux adaptés pour l'identification des procédés chimiques.

Une extension du monovarié au cas multivarié sera établie pour deux modèles candidats cas diagonale-plein (d-p) et cas plein-plein (p-p).

## **IL.2 NOTIONS DE BASE SUR LA THEORIE D'IDENTIFICATION MODERNE**

L'ensemble des méthodes de commande des processus dynamique requièrent toutes des connaissances a priori plus ou moins importantes sur les comportements dynamiques des systèmes. Ces dernières peuvent être extraites soit [27]:

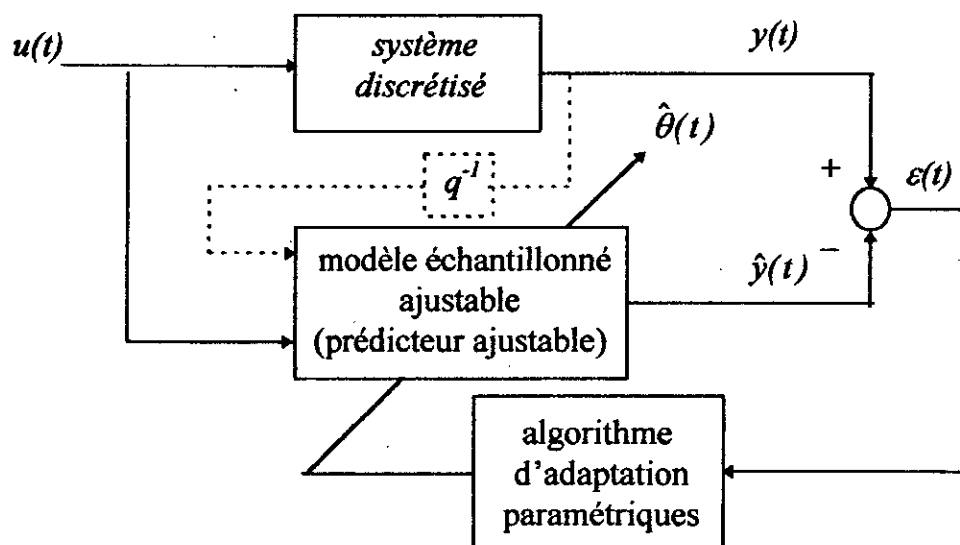
- D'un modèle de connaissance dont le contenu est une traduction directe des diverses lois physico-chimiques liant les entrées aux sorties de celui-ci, soit d'un modèle de représentation qui se présente comme un formalisme mathématique et paramétrique capable de représenter les propriétés dynamiques du système.  
Cependant, l'élaboration d'un tel modèle nécessite donc une constitution d'un ensemble de mesures entrées-sorties les quelles et par des méthodes de traitement appropriées, on déduit les valeurs des paramètres optimaux du système.
- La disponibilité d'un ordinateur numérique permet de mettre en place des algorithmes performants, ayant une formulation récursive adaptée aux problèmes

d'identification en temps réel et leur mises en oeuvre par micro-ordinateur ont été développées.

Cette approche moderne pour l'identification des modèles des procédés élimine tous les défauts des méthodes classiques ( l'impossibilité de modéliser les perturbations, réduction de précision, signaux tests à amplitude non toléré par les installation industrielles,...etc.) et offre d'autre possibilités telles que:

- a. Suivre des variations des paramètres des procédés en temps réel offrant ainsi des horizons quand à la commande de celui ci.
- b. Identification des modèles des perturbations.
- c. Modélisation des bruits capteurs en vue de leur suppressions.
- d. Détection et mesure des fréquences de vibration.
- e. Analyse spectrale des signaux.

Le principe de l'estimation des paramètres des modèles échantillonnées est illustré dans la (fig.II.1).



*Fig.II.1 - Principe de l'estimation paramétriques.*

Un modèle échantillonné à paramètres ajustables est implémenté sur le calculateur, l'erreur entre la sortie  $y(t)$  du système et la sortie prédite  $\hat{y}(t)$  est appelée erreur de prédiction, est utilisée par un algorithme d'adaptation paramétrique qui à chaque instant d'échantillonnage va modifier les paramètres du modèle afin de minimiser cette erreur.

L'entrée d'excitation du système est en générale une séquence binaire pseudo-aléatoire de très faible niveau (non nuisible pour le système) engendrée par ce calculateur.

Une fois le modèle obtenu, une validation objective peut être faite par des tests statistiques sur l'erreur de prédiction  $\varepsilon(t)$  et la sortie prédite  $\hat{y}(t)$ .

Le test de validation permet pour un procédé donnée de choisir le meilleur modèle, respectivement la meilleur structure et le meilleur algorithme pour l'estimation des paramètres.

### II.2.1 Structure du modèle candidat:

Le choix d'un modèle candidat peut se faire tout en bénéficiant d'un modèle de connaissance peut connu (boite grise), comme il peut se faire également toute en considérant le système comme une boîte noire.

La forme générale des modèles candidats utilisé est le suivant (fig.II.2):

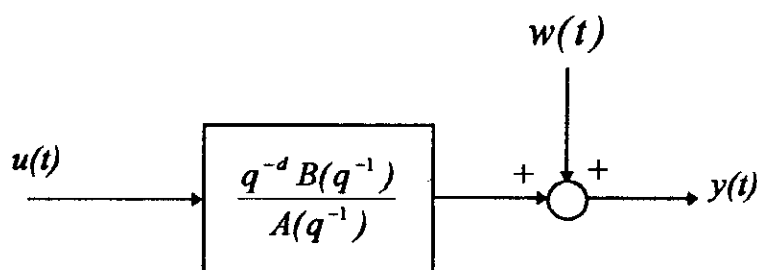


Fig.II.2 - Forme générale d'un modèle candidat.



$$y(t+d) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) + w(t) \quad (\text{II.1})$$

ou:

$y(t)$  - Sortie du système.

$u(t)$  - Entre du système.

et les polynômes  $A(q^{-1})$ ,  $B(q^{-1})$  sont donnée par les expressions suivantes:

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + q^{-1} A^*(q^{-1}) \\ &= 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_n q^{-n} \end{aligned} \quad (\text{II.2})$$

$$\begin{aligned} B(q^{-1}) &= b_0 + q^{-1} B^*(q^{-1}) \\ &= b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_m q^{-m} \end{aligned} \quad (\text{II.3})$$

avec:

$w(t)$  - Perturbation du système constitue par deux partie, une qui est déterministe et l'autre stochastique.

$$w(t) = \frac{q^{-d} B(q^{-1})}{A(q^{-1})} + \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1}) G(q^{-1})} e(t) \quad (\text{II.4})$$

Les polynômes:  $D(q^{-1})$ ,  $G(q^{-1})$ ,  $C(q^{-1})$  sont donnée par:

$$D(q^{-1}) = d_1 q^{-1} + d_2 q^{-2} + \dots + d_{nd} q^{-nd} \quad (\text{II.5})$$

$$C(q^{-1}) = 1 + q^{-1} C^*(q^{-1}) \quad (\text{II.6})$$

$$G(q^{-1}) = 1 + g_1 q^{-1} + g_2 q^{-2} + \dots + g_{ng} q^{-ng} \quad (\text{II.7})$$

avec:

$v(t)$  - Entrée de perturbation déterministe (mesurable).

$e(t)$  - Est un bruit blanc discret de moyenne nulle et de variance fini.

## II.2.2 Choix des entrées pour l'identification: [27] [14]

Un aspect très important en identification est le fait que la convergence de l'erreur de prédiction (même cas sans bruit) n'implique pas nécessairement la convergence des paramètres vers les paramètres optimaux du système.

Ainsi si:

$\theta$  - Sont les paramètres réel du système.

$\hat{\theta}(t+1)$  - Sont les paramètres estimées.

$\phi(t)$  - L'ensemble de données de mesures (vecteur d'observation).

et:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(t+1) = \lim_{t \rightarrow +\infty} [\theta - \hat{\theta}(t+1)]^T \phi(t) = 0 \quad (\text{II.8})$$

telle que:

$$\theta^T (t+1) \phi(t) = y(t+1) \quad (\text{II.9})$$

$$\hat{\theta}^T (t+1) \phi(t) = \hat{y}(t+1) \quad (\text{II.10})$$

Alors, on voit bien qu'il existe un ensemble de points dans l'espace des paramètres définies par:

$$D_c = \{ \theta : [\hat{\theta} - \theta]^T \phi(t) = 0 \} \quad (\text{II.11})$$

Telle que l'équation (II.11) soit satisfaite (orthogonalité de l'erreur paramétriques et du vecteur d'observation), on se propose alors de définir les caractéristiques de l'entrée d'excitation qui permet de réduire cette espace en un seul point.

En règle générale, ceci revient à appliquer (au moins un certain temps) un signal d'entrée suffisamment riche en fréquences, contenant au moins  $(n/2)$  sinusoïdes distinctes (fréquences distinctes).

où:

$n$  - est le nombre de paramètres à estimer.

Le signal le plus appropriée à atteindre cette finalité est qui soit physiquement réalisable est une séquence binaire pseudo-aléatoire (S.B.P.A) qui est engendré facilement par un micro-ordinateur.

Ce type de problème se rencontre aussi dans certains schémas de commande adaptative, qui requiert dans certaines situation, l'application d'un signal d'excitation externe.

### II.2.3 Les méthodes d'identification récursives: [27]

Les développement de plusieurs méthodes d'identification. trouve son origine en grande partie dans le fait que des estimation biaise peuvent être obtenue, avec les méthodes d'identification de base (MCR , Gradient).

Le phénomène de biais est totalement lier a la structure du prédicteur, la nature des composantes du vecteur d'observation  $\phi(t)$  et la façon dont l'erreur de prédiction et respectivement d'adaptation sont engendrée.

Ainsi les propriétés de convergences, en présence des perturbations aléatoires, sont conditionnées par les différents choix ci-dessus mentionnés, par conséquent on peut distinguer trois types de méthodes qui sont basées sur le blanchissement de l'erreur de prédiction, ou sur la décorrélation du vecteur d'observation et l'erreur de prédiction, rendant par ce fait :

$$E\{\phi(t)\varepsilon(t+1)\}_{\theta=\hat{\theta}} = 0 \quad (\text{II.12})$$

1. *Les méthodes dite d'équation d'erreur.*
2. *Les méthodes d'erreur de sortie.*
3. *Les méthodes de variable instrumentale.*

Chaque une de ces méthodes est adaptée pour certains type de perturbation. Dans cette étude on s'intéresse plus particulièrement à la première catégorie (MCR et extensions) qui sont bien adaptées au cas des modèles (ARMAX).

### II.2.3.1 Algorithmes d'adaptation paramétriques

Nous présentons dans cette section la synthèse des algorithmes d'adaptation paramétrique, à partir de la minimisation d'un critère quadratique tout en essayant de faire le lien avec des méthodes plus générales de stabilité, qui sont à l'origine de l'étude de la stabilité de ces algorithmes et qui sont même à l'origine d'un bon nombre de schémas de commande linéaire adaptative, telle que le MRAC.

#### La structure générale d'un algorithme d'adaptation paramétrique:

On définit généralement un vecteur des paramètres dans les composantes sont les différents paramètres qui doivent être identifiés.

Les algorithmes d'adaptation paramétriques ont tous la structure suivante:

$$\begin{bmatrix} \text{nouvelle estimation} \\ \text{des paramètres} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{estimation précédente} \\ \text{des paramètres} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{gain d'adaptation} \\ \text{(matrice)} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \text{vecteur} \\ \text{d'observation} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \text{erreur} \\ \text{de prédiction} \end{bmatrix}$$

### II.2.3.2 Algorithme de moindre carrée récursif:

Il s'agit d'estimer le vecteur de paramètres  $\hat{\theta}$  à l'instant  $t$  pour qu'il minimise la somme des carrés des écarts entre le procédé et le modèle de prédiction sur un horizon de  $t$  mesures.

Le modèle du procédé étant de type (ARMA):

$$y(t) = \frac{q^{-(d+1)} B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) \quad (\text{II.13})$$

Le modèle sous forme vectorielle:

$$y(t) = \theta^T \phi(t) \quad (\text{II.14})$$

Le prédicteur ajustable est:

$$\hat{y}(t) = \hat{\theta}^T \phi(t) \quad (\text{II.15})$$

On définit l'erreur de prédiction a priori par l'équation (II.16):

$$\varepsilon^0(t+1) = y(t+1) - \hat{\theta}^T(t) \phi(t) \quad (\text{II.16})$$

Le critère à minimiser est:

$$\begin{aligned}
 J &= \sum_{i=1}^l [\varepsilon(i)]^2 \\
 &= \sum_{i=1}^l [y(i) - \hat{\theta}(t)\phi(i-1)]^2
 \end{aligned}
 \tag{II.17}$$

L'algorithme qui satisfait à cette objectif est:

$$\left\{ \begin{aligned}
 \hat{\theta}(t+1) &= \hat{\theta}(t) + F(t)\phi(t)\varepsilon(t+1) \\
 F(t+1) &= F(t) - \frac{F(t)\phi(t)\phi(t)^T F(t)}{1 + \phi(t)^T F(t)\phi(t)} \\
 \varepsilon(t+1) &= \frac{y(t+1) - \hat{\theta}(t+1)^T \phi(t)}{1 + \phi(t)^T F(t)\phi(t)} \\
 &= \frac{\varepsilon^0(t+1)}{1 + \phi(t)^T F(t)\phi(t)}
 \end{aligned} \right.
 \tag{II.19}$$

avec:

$\varepsilon(t+1)$  - L'erreur de prédiction à posteriori.

$\hat{\theta}(0), \phi(0)$  - Les conditions initiales.

$\hat{\theta}(t+1)$  - Le vecteur des paramètres estimé à l'instant  $(t+1)$ .

$\phi(t)$  - Le vecteur des observations.

$F(t)$  - Le gain d'adaptation paramétrique ( $F(0) > 0$ ).

### Remarque:

L'algorithme des moindres carrée récursif développée est approprier pour l'estimation des paramètres inconnus mais constants, car la matrice  $F(t)$  décroît dans le temps.

Donnant ainsi de moins en moins de poids aux nouvelles mesures , en conséquence ce type d'algorithmes (à gain décroissant) ne conviendrait pas pour les systèmes variants dans le temps. Une manière de remédier à ce problème est de reconsidérer le critère à minimiser , en introduisant un facteur  $\lambda$  (dit facteur d'oubli):

$$J = \sum_{i=1}^l \lambda^{l-i} \left[ y(i) - \hat{\theta}^T(i) \phi(i-1) \right]^2 \quad (\text{II.20})$$

avec:

$$\lambda < 1.$$

La minimisation de ce critère par rapport aux estimés, donne exactement le même algorithme que (II.19) pour l'estimation des paramètres.

Exception faite sur l'estimation du gain d'adaptation qui devient:

$$F^{-1}(t+1) = \lambda_1(t) F(t)^{-1} + \lambda_2(t) \phi(t) \phi^T(t) \quad (\text{II.21})$$

avec:

$$0 < \lambda_1(t) < 1, 0 < \lambda_2(t) < 2, F(0) > 0.$$

$\lambda_1$  - tend à augmenter  $F$ .

$\lambda_2$  - tend à diminuer  $F$ .

On se servant de lemme d'inversion matricielle (II.21) s'écrit:

$$F(t+1) = \frac{1}{\lambda_1(t)} \left[ F(t) - \frac{F(t) \phi(t) \phi^T(t) F(t)}{\frac{\lambda_1(t)}{\lambda_2(t)} + \phi(t)^T F(t) \phi(t)} \right] \quad (\text{II.22})$$

Différents algorithmes peuvent être obtenus en fonction des valeurs de  $\lambda_1(t)$  et  $\lambda_2(t)$ .

### II.2.3.3 Différentes structures du gain d'adaptation: [14]

1.  $\lambda_1(t) = \lambda_2(t) = 1$  - Algorithme à gain décroissant, type MCR, qui est recommandé pour les systèmes à paramètre inconnus mais constant.

2.  $\lambda_1(t) = \lambda_1 = C^{te} < 1$  - (valeurs typiques:  $0.95 < \lambda_2 < 0.99$ ).

$\lambda_2(t) = \lambda_2 = C^{te} = 1$ .

Ce type d'algorithmes ( à facteur d'oubli fixe ) sont recommandés pour les systèmes qui sont lentement variable dans le temps, telle que les procédés chimiques.

3.  $0.95 < \lambda_1(t) < 0.99$ .

$\lambda_2(t) = 1$ .

( Facteur d'oubli variable dans le temps ), il est utilisé pour l'identification des systèmes variables dans le temps, et dans le but d'accéléré la convergence des paramètres, on a  $\lambda_1(t+1)$  est donnée par:

$$\lambda_1(t+1) = 1 - \lambda_0 + \lambda_0 \lambda_1(t)$$

avec:

$$0.95 < \lambda_0 < 0.99.$$

4. Facteur d'oubli variable à trace constante:

Soit:  $\alpha(t) = \frac{\lambda_1(t)}{\lambda_2(t)}$ , alors:

$$trace(F(t+1)) = \frac{1}{\lambda_1(t)} trace \left[ F(t) - \frac{F(t)\phi(t)\phi(t)^T F(t)}{\frac{\lambda_1(t)}{\lambda_2(t)} + \phi(t)^T F(t)\phi(t)} \right] = trace(F(0)) = NGI$$

(II.23)



avec:

$N$  - Nombre des paramètres à identifier.

$GI$  - Gain initial.

Ce type de profil convient pour les systèmes à paramètres variables dans le temps.

#### II.2.3.4 Algorithme des moindres carrés étendue:

L'origine du développement de cette algorithme est l'identification sans biais des modèles des procédé + perturbation (ARMAX).

$$y(t) = \frac{q^{-(d+1)} B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) + \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})} e(t) \quad (\text{II.24})$$

avec :

$$y(t+1) = \hat{\theta}^T \phi(t) \quad (\text{II.25})$$

Le prédicteur ajustable est donné par:

$$\hat{y}(t+1) = \hat{\theta}^T \phi(t) \quad (\text{II.26})$$

$$\hat{\theta}^T(t) = [\hat{a}_1(t) \cdots \hat{a}_{n_a}(t) \quad \hat{b}_1(t) \cdots \hat{b}_{n_b}(t) \quad \hat{c}_1(t) \cdots \hat{c}_{n_c}(t)] \quad (\text{II.27})$$

$$\phi^T(t) = [-y(t) \cdots -y(t-n_a+1) \quad u(t-d) \cdots u(t-n_b-d+1) \quad \varepsilon(t) \cdots \varepsilon(t-n_c+1)] \quad (\text{II.28})$$

L'algorithme d'identification est alors donné par les équations (II.19).

La stabilité de ces algorithmes peut être étudiée par la théorie des systèmes positifs, en représentant l'algorithme d'adaptation sous forme d'une représentation à contre réaction, on peut cependant trouver les conditions de stabilité selon le théorème de LANDAU (1984).

L'algorithme définie par les équations (II.19), assure : [14]

1.  $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t+1) = 0.$
2.  $\lim_{t \rightarrow \infty} [\theta - \hat{\theta}(t+1)]^T \phi(t) = 0.$

Pour tout  $\hat{\theta}(0)$  et  $\varepsilon(0)$  et toute séquence  $\phi(t)$  bornée ou non bornée, si il existe  $\lambda$  telle que :

$$2 > \lambda \geq \max_t (\lambda(t))$$

et :

$$H'(z^{-1}) = H(z^{-1}) - \lambda/2, \text{ soit une fonction de transfert strictement réelle et positive.}$$

Dans le cas de l'algorithme de MCE :

$$H(z^{-1}) = 1/C(z^{-1}).$$

### II.3 EXTENSION AU CAS MULTIVARIABLES (MIMO)

L'extension directe des méthodes d'identification monovariante au cas multivariante peut présenter un inconvénient majeur en ce qui concerne le temps nécessaire pour effectuer des tests sur le système (dans le cas où on identifie une fonction de transfert échantillonné), car l'identification se fera par la détermination des différents transferts liant chaque sortie à chacune des entrées du système.

Une bonne identification des systèmes (MIMO) requiert un choix judicieux du modèle de représentation, ainsi il est présenté dans un premier lieu une identification (MIMO) à structure *plein-plein* (p-p) puis la structure *diagonale-plein* (d-p). L'algorithme d'adaptation paramétriques utilisée est le (MCR).

Une application de cette algorithme pour une identification de la colonne de distillation binaire vient clôturer ce chapitre.

### II.3.1 Modèle paramétrique d'un système (MIMO):

Soit donnée le modèle dynamique du système non-linéaire multivariables suivant:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u, t) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (\text{II.29})$$

où:

$$f^T(x, u, t) = [f_1(x, u, t) \dots f_n(x, u, t)].$$

$$h^T(x) = [h_1(x) \dots h_m(x)].$$

$x$  - Vecteur d'état de dimension  $(n \times 1)$ .

$y$  - Vecteur de sortie de dimension  $(m \times 1)$ .

$u$  - Vecteur d'entrée de dimension  $(p \times 1)$ .

La commande par ordinateur de ce système nécessite la connaissance d'un modèle de représentation discret plus apte, ainsi l'écriture du modèle mathématiques sous forme paramétriques discrète conduit au modèle qui suit : [ 16]

$$\begin{bmatrix} A_{11}(q^{-1}) & \dots & A_{1m}(q^{-1}) \\ \vdots & A_{ij}(q^{-1}) & \vdots \\ A_{m1}(q^{-1}) & \dots & A_{mm}(q^{-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1(t) \\ \vdots \\ y_m(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11}(q^{-1}) & \dots & B_{1p}(q^{-1}) \\ \vdots & B_{ij}(q^{-1}) & \vdots \\ B_{m1}(q^{-1}) & \dots & B_{mp}(q^{-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ \vdots \\ u_p(t) \end{bmatrix} \quad (\text{II.30})$$

avec:

$$A_{ii}(q^{-1}) = 1 + \sum_{\ell=1}^{n_{ai}} a_{ii(\ell)} q^{-\ell}, \text{ pour } i=1, \dots, m \quad (\text{II.31})$$

$$A_{ij}(q^{-1}) = \sum_{\ell=1}^{n_{aj}} a_{ij(\ell)} q^{-\ell}, \text{ pour } \begin{cases} i = 1, \dots, m \\ j = 1, \dots, m; i \neq j \end{cases} \quad (\text{II.32})$$

$$B_{ij}(q^{-1}) = q^{-d_{ij}} \sum_{\ell=1}^{m_{ij}} b_{ij(\ell)} q^{-\ell}, \text{ pour } \begin{cases} i = 1, \dots, m \\ j = 1, \dots, p; d_{ij} \geq 0 \end{cases} \quad (\text{II.33})$$

$q^{-1}$  - Est l'opérateur retard.

Le modèle ainsi obtenue peut être utilisé en considérant différentes structures de représentations:

- La représentation (p-p) est la plus fidèle et ne rejette aucun couplage.
- La représentation (d-p).

### II.3.2 Représentation plein-plein (p-p):

Cette représentation permet de prendre en considération les couplages entre les différentes sorties, ainsi que l'influence mutuelle des commandes.

Le modèle à considérer dans ce cas : [17]

$$\hat{A}(q^{-1}) y(t) = \hat{B}(q^{-1}) u(t) \quad (\text{II.34})$$

avec:

$$\hat{A}(q^{-1}) = \begin{bmatrix} \hat{A}_{11}(q^{-1}) & \dots & \hat{A}_{1m}(q^{-1}) \\ \vdots & \hat{A}_{ij}(q^{-1}) & \vdots \\ \hat{A}_{m1}(q^{-1}) & \dots & \hat{A}_{mm}(q^{-1}) \end{bmatrix} \quad (\text{II.35})$$

$$\hat{B}(q^{-1}) = \begin{bmatrix} \hat{B}_{11}(q^{-1}) & \dots & \hat{B}_{1p}(q^{-1}) \\ \vdots & \hat{B}_{ij}(q^{-1}) & \vdots \\ \hat{B}_{m1}(q^{-1}) & \dots & \hat{B}_{mp}(q^{-1}) \end{bmatrix} \quad (\text{II.36})$$

$$\hat{A}_{ii}(q^{-1}) = 1 + \sum_{\ell=1}^{n_{ij}} \hat{a}_{ii(\ell)} q^{-\ell}, \text{ pour } i=1, \dots, m \quad (\text{II.37})$$

$$\hat{A}_{ij}(q^{-1}) = \sum_{\ell=1}^{n_{ij}} \hat{a}_{ij(\ell)} q^{-\ell}, \text{ pour } \begin{cases} i = 1, \dots, m \\ j = 1, \dots, m; i \neq j \end{cases} \quad (\text{II.38})$$

$$\hat{B}_{ij}(q^{-1}) = q^{-d_{ij}} \sum_{\ell=1}^{m_{ij}} \hat{b}_{ij(\ell)} q^{-\ell}, \text{ pour } \begin{cases} i = 1, \dots, m \\ j = 1, \dots, p; d_{ij} \geq 0 \end{cases} \quad (\text{II.39})$$

$\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  - Matrices polynomiales en  $q^{-1}$  de dimensions respective:  $(m \times m)$  et  $(m \times p)$ .

où:

$m$  - Nombre des sorties.

$p$  - Nombre des entrées.

$n_{ij}$  - Degré de  $\hat{A}_{ij}$ .

$m_{ij}$  - Degré de  $\hat{B}_{ij}$ .

$d_{ij}$  - Retard de la sortie  $i$  liée à l'entrée  $j$ .

De l'expression (II.34), on a :

$$\hat{A}_u(q^{-1}) y_i(t) = \sum_{j=1}^p \hat{B}_{ij}(q^{-1}) u_j(t) - \sum_{k=1}^m \hat{A}_{ik}(q^{-1}) y_k(t) \quad (\text{II.40})$$

$$\hat{y}_i(t) = -\sum_{l=1}^{n_{i1}} \hat{a}_{i1(l)} q^{-l} y_i(t) + \left\{ \sum_{j=1}^p \left[ q^{-d_j} \sum_{l=1}^{m_{ij}} \hat{b}_{ij(l)} q^{-l} \right] u_j(t) \right\} - \left\{ \sum_{k=1}^{n_{ik}} \hat{a}_{ik(l)} q^{-l} \right\} y_k(t) \quad (\text{II.41})$$

L'expression de  $y_i(t)$  sous forme vectorielle est alors la suivante:

$$\hat{y}_i(t) = \hat{\theta}_i^T \phi_i(t) \quad , i = 1, \dots, m \quad (\text{II.42})$$

$$\hat{\theta}_i^T(t) = \left[ \hat{a}_{i1(1)} \dots \hat{a}_{i1(n_{i1})} \dots \hat{a}_{im(1)} \dots \hat{a}_{im(m_{im})} \hat{b}_{i1(1)} \dots \hat{b}_{i1(m_{i1})} \dots \hat{b}_{ip(1)} \dots \hat{b}_{ip(m_{ip})} \right] \quad (\text{II.43})$$

$$\phi_i^T = \left[ -y_1(t-1) \dots -y_1(t-n_{i1}) \dots -y_m(t-1) \dots -y_m(t-n_{im}) \right. \\ \left. u_1(t-1-d_{i1}) \dots u_1(t-m_{i1}-d_{i1}) \dots u_p(t-1-d_{ip}) \dots u_p(t-m_{ip}-d_{ip}) \right] \quad (\text{II.44})$$

L'algorithme des (MCR) est alors appliqué au  $i^{ime}$  sous système (ligne par ligne) [\*\*\*\*].

$$\left\{ \begin{aligned} \hat{\theta}_i(t+1) &= \hat{\theta}_i(t) + F_i(t) \phi_i(t) \varepsilon_i(t+1) \\ F_i(t+1) &= \frac{1}{\lambda_{i1}} \left[ F_i(t) - \frac{F_i(t) \phi_i(t) \phi_i(t)^T F_i(t)}{c_i + \phi_i(t)^T F_i(t) \phi_i(t)} \right] \\ \varepsilon_i(t+1) &= \frac{y_i(t+1) - \hat{\theta}_i^T \phi_i(t)}{c_i + \phi_i(t)^T F_i(t) \phi_i(t)} \end{aligned} \right. \quad (\text{II.45})$$

avec:

$F_i$  - Gain d'adaptation.

$\varepsilon(i)$  - Erreur à posteriori.

$c_i = \lambda_{i1} / \lambda_{i2}$  , avec:  $0 < \lambda_{i1} < 1$  ,  $0 < \lambda_{i2} < 2$  .

### II.3.3 Représentation diagonale-plein (d-p):

Une telle structure néglige les interconnexions des sorties entre elles. Le modèle ajustable est alors donnée par les équations suivantes:

$$\hat{A}(q^{-1}) y(t) = \hat{B}(q^{-1}) u(t) + h \quad (\text{II.46})$$

où:

$$\hat{A}^T(q^{-1}) = \text{diag}[\hat{A}_{ii}(q^{-1})].$$

$h^T = [h_1 \dots h_m]$  - Vecteur absorbant l'effet de couplage.

De (II.46) on tire:

$$\hat{A}_{ii}(q^{-1}) y_i(t) = \sum_{j=1}^p \hat{B}_{ij}(q^{-1}) u_j(t) + h_i \quad (\text{II.47})$$

$$\hat{A}_{ii}(q^{-1}) \hat{y}_i(t) = \sum_{j=1}^p \left[ q^{-d_{ij}} \sum_{t=1}^{m_{ij}} \hat{b}_{ij(t)} q^{-t} \right] u_j(t) + h_i \quad (\text{II.48})$$

$$\hat{y}_i(t) = - \sum_{l=1}^{n_{ii}} \hat{a}_{ii(l)} q^{-l} y_i(t) + \left\{ \sum_{j=1}^p \left[ q^{-d_{ij}} \sum_{t=1}^{m_{ij}} \hat{b}_{ij(t)} q^{-t} \right] u_j(t) \right\} + h_i \quad (\text{II.49})$$

La forme matricielle est:

$$\hat{y}_i(t) = \hat{\theta}_i^T \phi_i(t) \quad , i = 1, \dots, m \quad (\text{II.50})$$

$$\hat{\theta}_i^T(t) = \left[ \hat{a}_{ii(1)} \dots \hat{a}_{ii(n_{ii})} \dots \hat{b}_{i1(1)} \dots \hat{b}_{i1(m_{i1})} \dots \hat{b}_{ip(1)} \dots \hat{b}_{ip(m_{ip})} \quad h_i \right] \quad (\text{II.51})$$

$$\phi_i^T = \left[ -y_i(t-1) \dots -y_i(t-n_{ii}) \right. \\ \left. u_1(t-1-d_{i1}) \dots u_1(t-m_{i1}-d_{i1}) \dots u_p(t-1-d_{ip}) \dots u_p(t-m_{ip}-d_{ip}) \quad 1 \right] \quad (\text{II.52})$$

Pour l'identification du système l'algorithme (MCR) est utilisé.

## **II.4 RESULTATS DE L'IDENTIFICATION:**

Les méthodes d'identification représentées dans la section précédente, trouvent leur application dans cette partie.

Nous avons utilisé le modèle de connaissance d'une colonne de distillation binaire à fin d'identifier avec un modèle de représentation candidat de la forme diagonale-plein et plein-plein.

Une excitation est effectuée avec deux séquences binaires pseudo-aléatoires (SBPA), mutuellement décorréllées de longueur 8, la période d'échantillonnage est d'une minute (le processus est lent), cependant la période d'une (SBPA) est de 36 fois la période d'échantillonnage (la plus long impulsion permet largement de faire atteindre le système son régime statique).

L'identification est supposée être faite en temps réel (fig.II.1), sur un horizon de trois fois la longueur maximale de la (SBPA) au tour du point nominale :

( $\Delta V = \pm 5\%$ ,  $\Delta R = \pm 5\%$ ).

Les résultats de simulation cas diagonale-plein et plein-plein sont respectivement représentés sur les fig.(II.1,2,3,4,5,6).

### **1. Structure diagonale-plein:**

L'algorithme d'identification utilisé est le (MCR) à facteur d'oubli variable ( $\lambda_0 = 0.99$ ,  $\lambda_1 = 0.96$ ,  $\lambda_2 = 1$ ), le gain initial  $GI = 10000$  et les paramètres initiaux :

$$\theta_1^T(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$\theta_2^T(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$



Les paramètres optimaux obtenus :

$$\theta_1^T = [-1.6827 \quad 0.7043 \quad 0.0129 \quad -0.0007 \quad -0.016 \quad -0.0137 \quad 0.0011 \quad 0.0028 \quad 0.0248]$$

$$\theta_2^T = [-1.6633 \quad 0.6936 \quad 0.027 \quad 0.0019 \quad 0.0039 \quad -0.0339 \quad 0.0134 \quad 0.0090 \quad 0.0160]$$

L'ordre des différents polynômes:

$$\begin{cases} n_{11} = 2, & n_{22} = 2 \\ m_{11} = 3, & m_{12} = 3, & m_{21} = 3, & m_{22} = 3 \\ d_{11} = 0, & d_{12} = 1, & d_{21} = 4, & d_{22} = 0 \end{cases}$$

## 2. Structure plein-plein:

Le (MCR) à facteur d'oubli variable ( $\lambda_0 = 0.99, \lambda_1 = 0.96, \lambda_2 = 1$ ) a été utilisé avec GI=10000 et :

$$\theta_1^T(0) = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$\theta_2^T(0) = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

Les paramètres optimaux obtenus :

$$\theta_1^T = [-1.46 \quad 0.555 \quad -0.1392 \quad 0.1138 \quad 0.0137 \quad 0.0023 \quad 0.001 \quad -0.11 \quad 0.0006 \quad 0.0003]$$

$$\theta_2^T = [-1.6775 \quad 0.718 \quad -0.0224 \quad 0.0124 \quad 0.002 \quad 0.002 \quad 0.03 \quad -0.034 \quad 0.0141 \quad 0.009]$$

L'ordre des différents polynômes:

$$\begin{cases} n_{11} = 2, & n_{12} = 2, & n_{21} = 2, & n_{22} = 2 \\ m_{11} = 3, & m_{12} = 3, & m_{21} = 3, & m_{22} = 3 \\ d_{11} = 0, & d_{12} = 1, & d_{21} = 4, & d_{22} = 0 \end{cases}$$

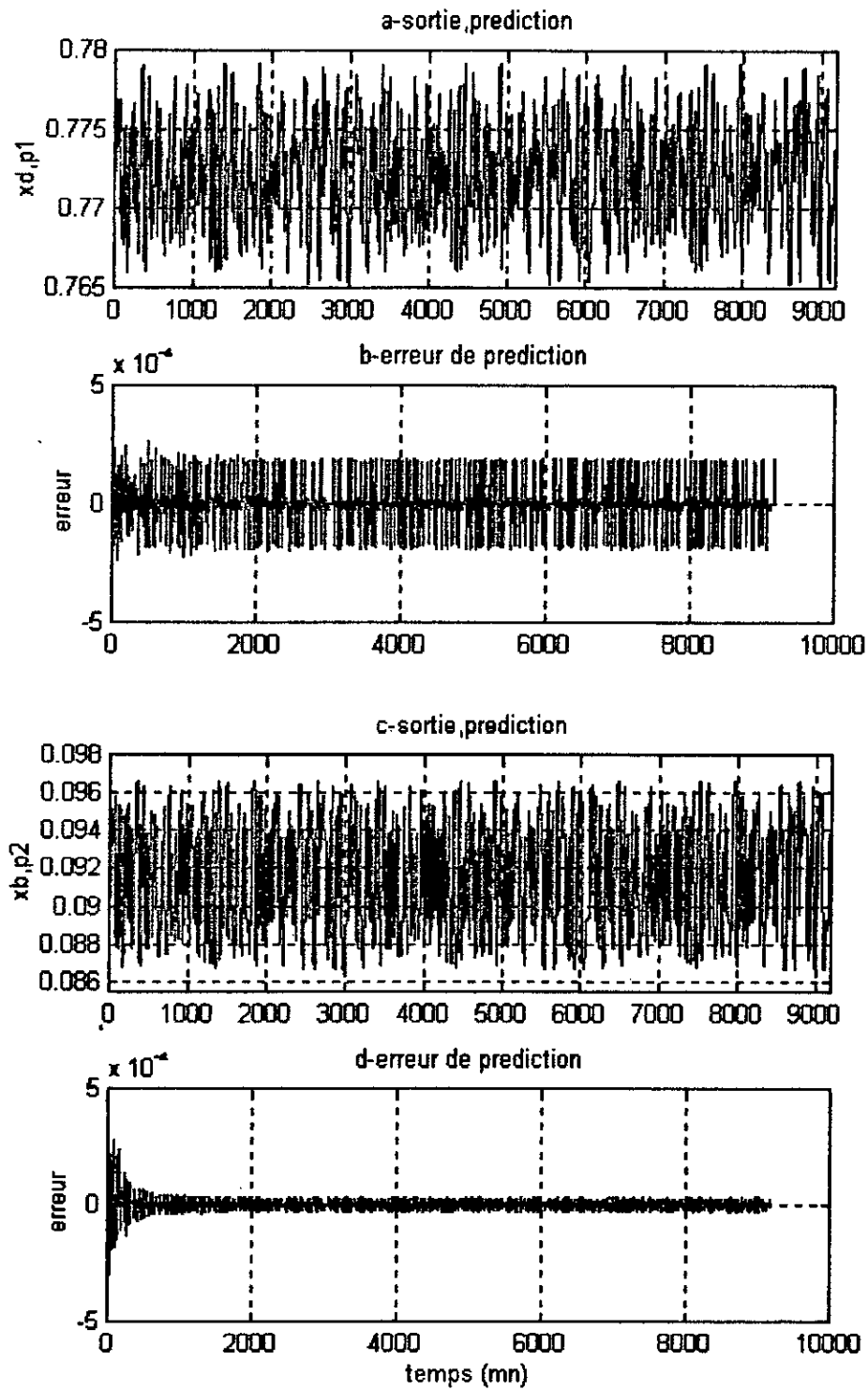
Les figures (II.6-a,b,c,d) , (II.6-e,f,g,h) respectives au cas diagonale-plein et plein-plein vient approuver la validité des modèles de représentation obtenus.

## II.5 CONCLUSION

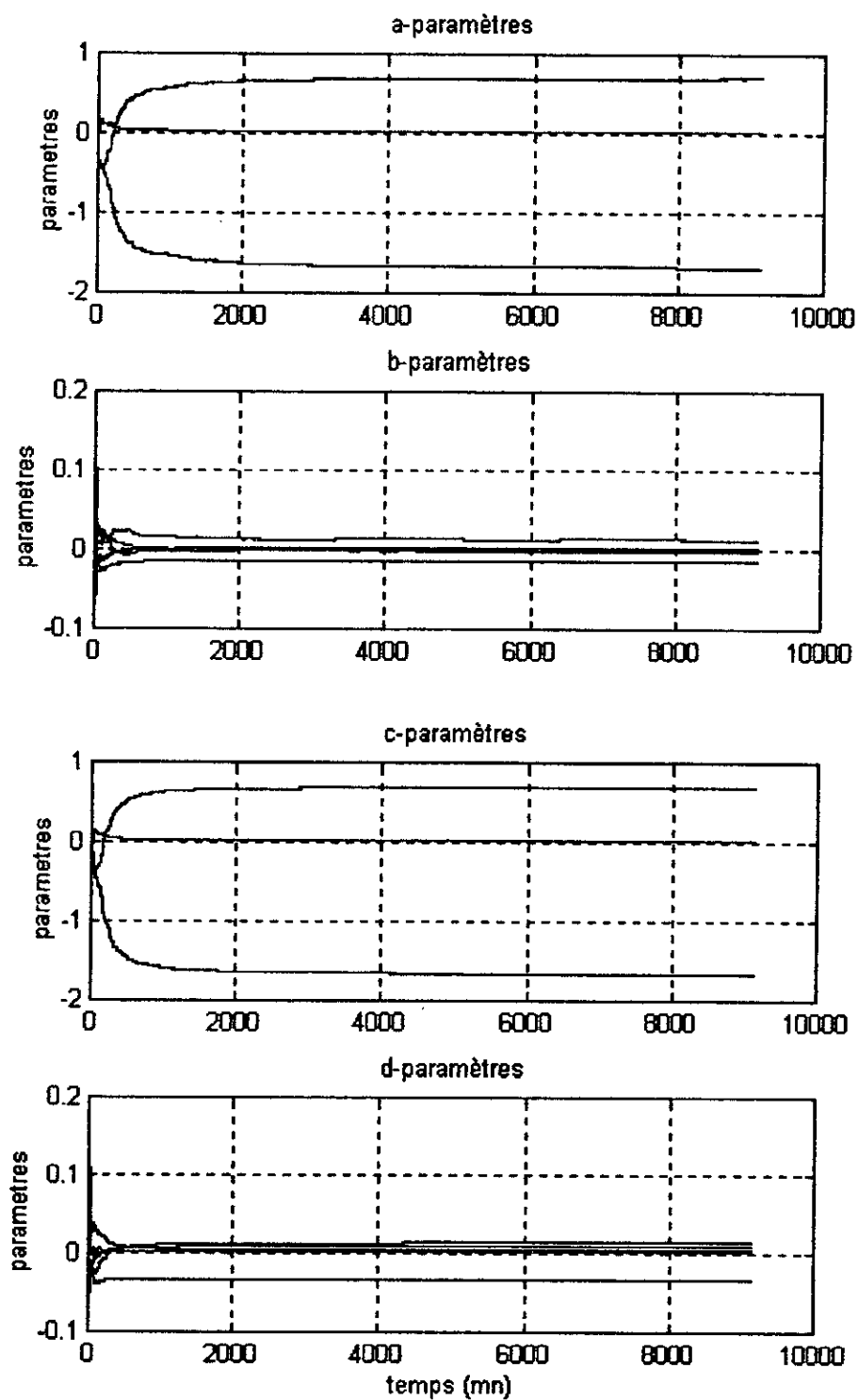
Les résultats trouvés montrent clairement que les sorties suivent parfaitement leur prédicteur ajustable après un régime d'adaptation tolérable.

L'erreur de prédiction est acceptable et les paramètres estimés convergent tous dans les deux cas (d-p) et (p-p).

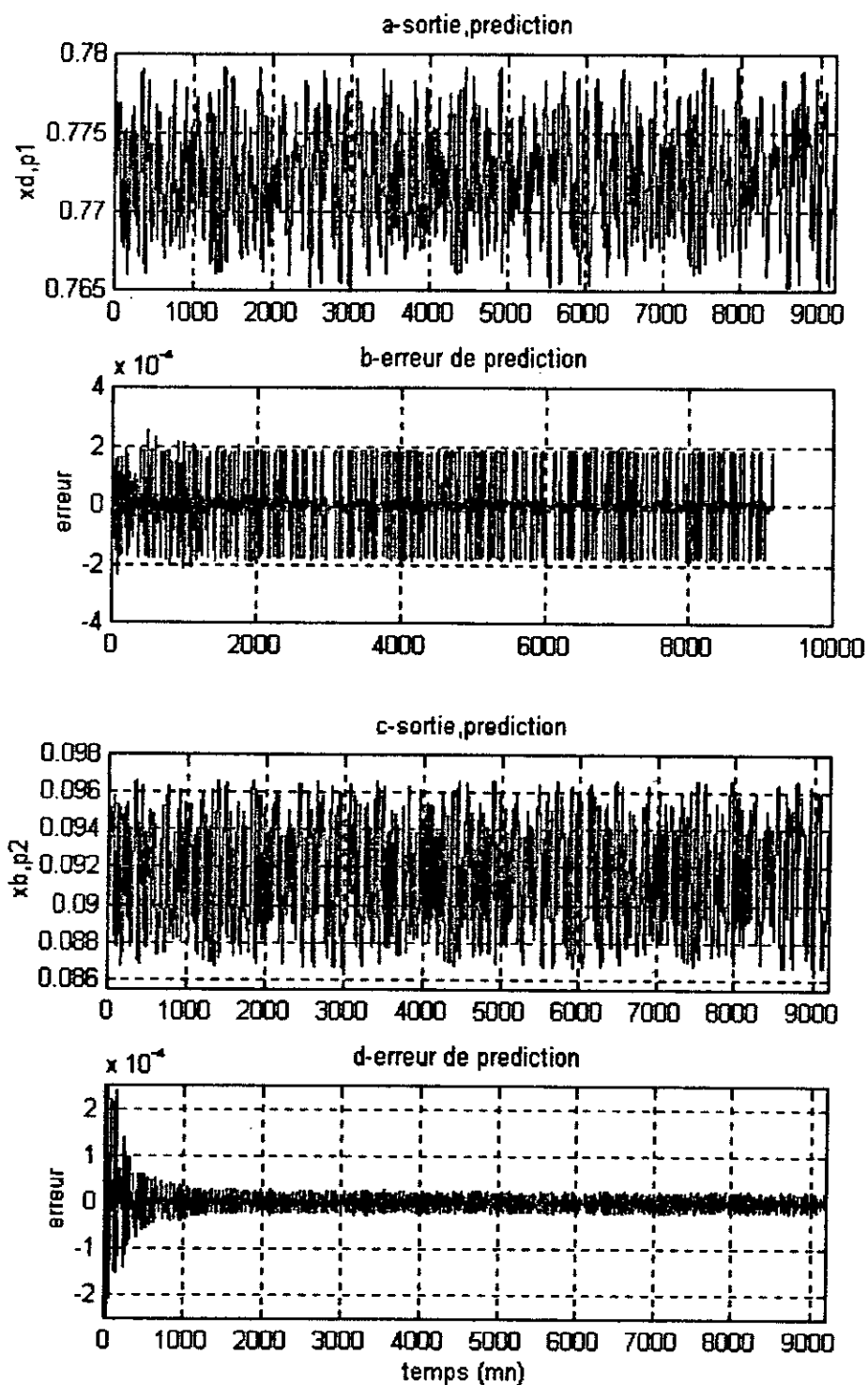
Il est à noter que l'identification effectuée est primordiale et présente un double avantage, celui d'estimer les ordres dans notre système (condition suffisante pour la garantie de la stabilité est la convergence des algorithmes de commande qui vont être appliqués par la suite) et celui d'étudier l'effet structurel de notre système multivariables (intéacteur) qui servira alors d'orientation au choix adéquat des méthodes de commande appropriées et des spécifications limites à imposer à notre système de commande.



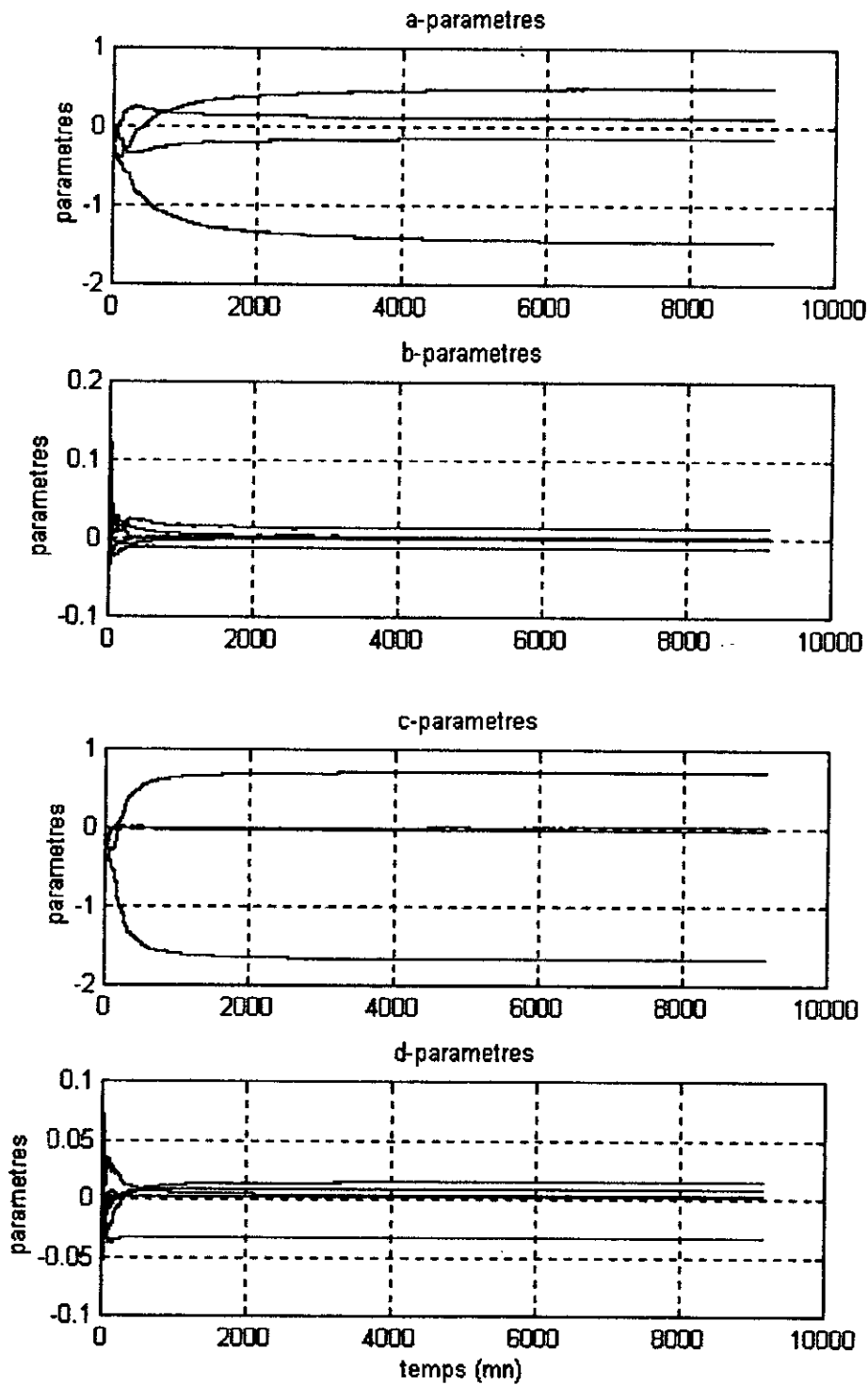
*Fig.II.1 - Résultats de simulation pour l'identification à structure (d-p).*



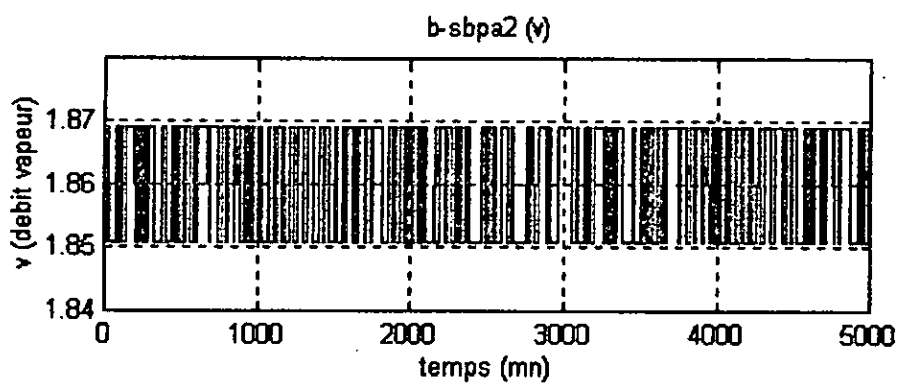
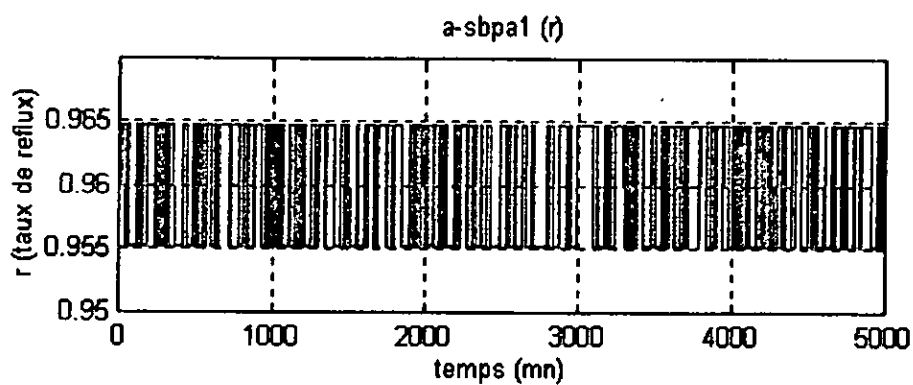
*Fig.II.2 - Résultats de simulation pour l'identification à structure (d-p).*



*Fig.II.3 - Résultats de simulation pour l'identification à structure (p-p).*



*Fig.II.4 - Résultats de simulation pour l'identification à structure (p-p).*



*Fig.II.5 - Entrées d'identification.*

**CHAPITRE III**

**GENERALITES SUR**

**LA COMMANDE ADAPTATIVE**



### **III.1 INTRODUCTION**

Au début des années cinquante les recherches concernant la commande adaptative ont été abordées. La motivation primaire été l'amélioration des performances pour le pilotage des avions.

L'enthousiasme du début commença à se refroidir après des essais non satisfaisants, ce qui attira l'attention des utilisateurs sur le fait qu'aucun résultat théorique fondamentale n'était disponible pour assurer un fonctionnement uniformément stable à ces nouveaux systèmes.

Des résultats se révélant fondamentaux pour la commande adaptative furent trouvés durant les années (1960), ces résultats furent essentiellement les théories de la variable d'état, de la stabilité et de la commande stochastique.

L'apport essentiel pour la compréhension des systèmes adaptatifs fut concrétisé par la programmation dynamique introduite par BELLMAN (1961) et la théorie de la commande duale introduite par FELDBAUM (1965), d'autres contributions fondamentales furent apportées par TSYPKIN (1973), comme il y a eut également des contributions d'importance grande en identification des systèmes.

Par ailleurs, les progrès rapides et révolutionnaires de la micro-électronique rendirent convenable une réalisation simple et peu coûteuse des régulateurs adaptatifs, à l'heure actuelle la commande adaptative est l'objet d'un développement rapide et rigoureux aussi bien dans les domaines de recherches ou les domaines industrielles.

### **III.2 LES DIFFERENTES APPROCHES DE LA COMMANDE ADAPTATIVE**

Il existe principalement trois approches de la commande adaptative [14]:

1. commande adaptative à gain pré-programmé.

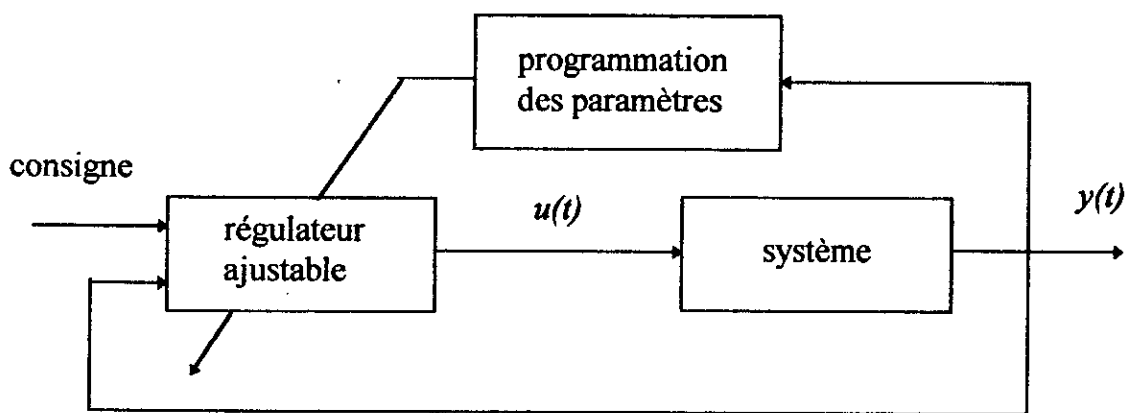
2. commande adaptative à modèle de référence.
3. commande adaptative auto-ajustable ou avec identification (self-tuning regulator).

Le point de départ commun de ces trois méthodes est un système à régler avec ces régulateurs d'actions et de rétroactions possédant des paramètres ajustables.

Le problème clé permettant de comprendre comment ces différentes méthodes ont été élaborées et la manière par laquelle les paramètres du régulateur sont ajustés en cas du changement de la dynamique du système à régler et de la dynamique des perturbations.

### III.2.1 Commande adaptative à gain pré-programmé :

Parfois, il est possible de mesurer les variables auxiliaires du système à régler qui sont bien corrélées avec ces changements paramétriques. Il est alors possible de compenser les effets nuisibles des variations dynamiques du système à régler par un régulateur dont les paramètres ajustables sont des fonctions des variables auxiliaires (fig III.1).



*Fig.III.1 - Schéma de commande adaptative à gain pré-programmé.*

Le schéma ne comporte pas une rétroaction qui permet de compenser des programmations incorrectes de ce fait celui-ci offre l'avantage d'un ajustement rapide des paramètres du régulateur en cas de changement rapide de la dynamique du système à régler

### III.2.2 Commande adaptative auto-ajustable:

Une autre alternative pour ajuster les paramètres du régulateur qui consiste à utiliser l'estimation paramétriques du système à régler, une estimation qui est donnée par identification en temps réel comme indiquée sur la (fig.III.2).

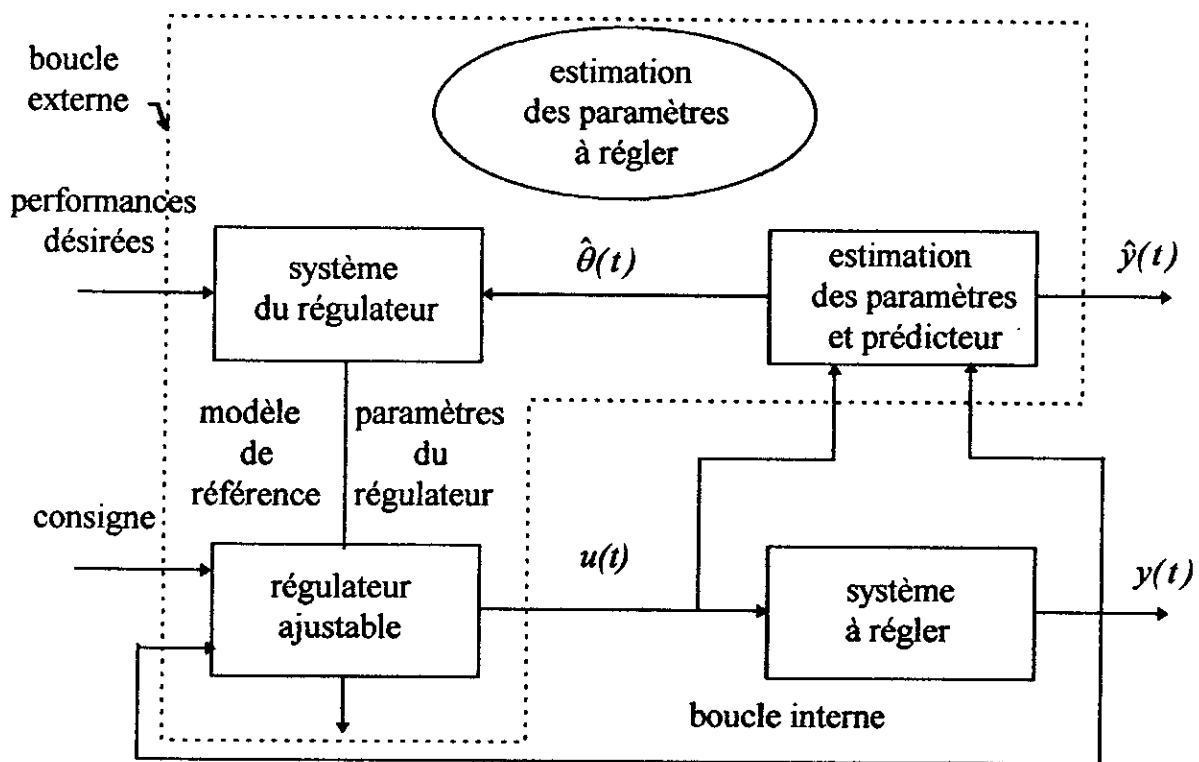


Fig.III.2 - Système adaptative auto-ajustable.

L'ensemble des systèmes de commande peut être décomposé en deux systèmes bouclés:

- La boucle interne du système (régulateur linéaire).
- La boucle externe : Celle ci permet d'ajuster les paramètres du régulateur .

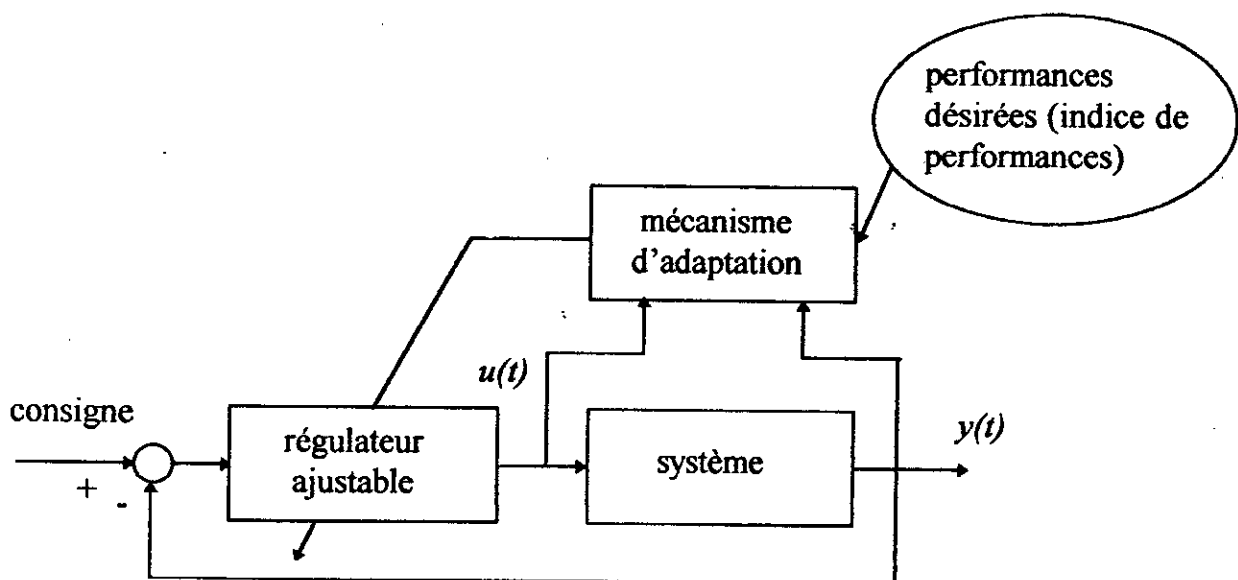
Le régulateur auto-ajustable fut proposé à l'origine par KALMAN (1958), celui-ci a suscité un grand intérêt parce qu'il est souple d'utilisation, que ce soit en sa version explicite ou implicite.

**Régulateurs auto-ajustable explicites et implicites:**

Le régulateur représenté par la (fig.III.2) correspond à un régulateur auto-ajustable explicite du fait que l'opération d'estimation est explicite et que le calcul des paramètres du régulateur se fait, à partir des estimées, tout en considérant celles-ci comme les vraies paramètres du système (principe de l'équivalence certaine).

Néanmoins dans de nombreux cas, par une reparamétrisation appropriée du prédicteur (qui fera apparaître les paramètres du régulateur).

Une simplification des algorithmes est ainsi obtenue et l'estimation des paramètres du régulateur se fait alors en une seule étape, parce que l'opération d'identification n'est pas explicite, un tel régulateur est qualifié d'implicite (directe) et le schéma de principe est illustré dans la (fig.III.3).

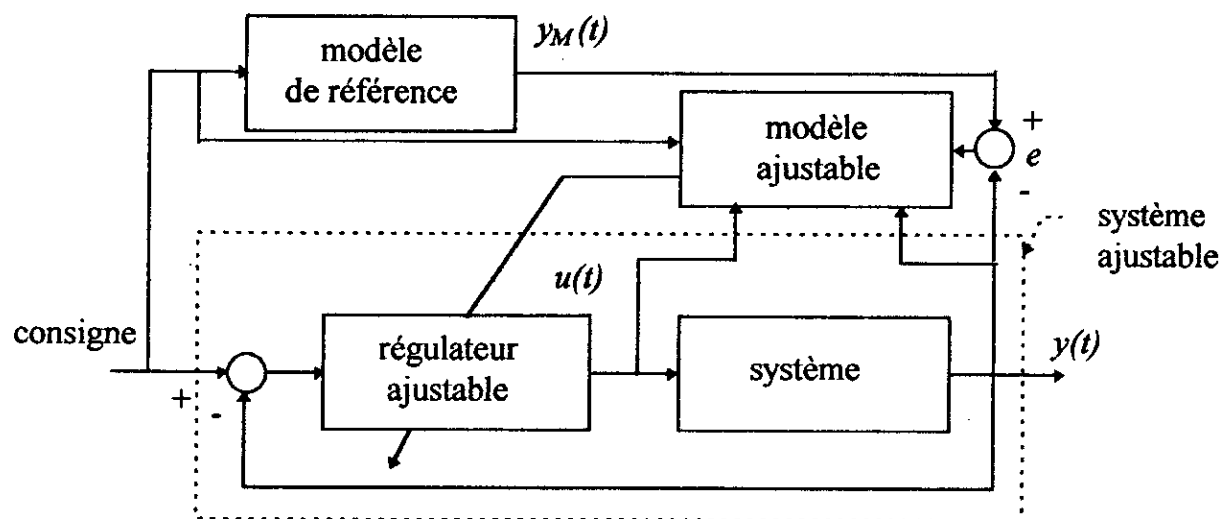


*Fig.III.3 - Schéma de commande adaptative auto-ajustable.*

Un tel schéma de principe pratiquement équivalent au schéma de commande adaptative par modèle de référence, EDGARD (1979), ASTROIM (1980).

### III.2.3 Commande adaptative à modèle de référence:

Une telle stratégie trouve son origine dans l'analyse de convergence et de la stabilité d'une erreur généralisée entre le modèle de référence et un système ajustable (fig.III.4).



*Fig.III.4 - Schéma de commande adaptative à modèle de référence.*

La première loi d'ajustement qui soit utilisée est la méthode dite du (MIT) ou (Massachusetts institute of technology). Vu l'incapacité de celle-ci à garantir la convergence [20], de nouvelles approches ont été développées par la suite. Ces dernières se basent essentiellement sur l'utilisation des fonctions de LYAPONOUV, ou sur le principe de la stabilité absolue ou hyperstabilité de POPOV.

**CHAPITRE IV**

**COMMANDE**

**ADAPTATIVE MONOVARIABLE**

#### IV.2.1.1.1 Cas des paramètres connus:

##### Calcul de la commande:

Soit donné le modèle dynamique du système:

$$y(t) = \frac{q^{-d-1} B^*(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) \quad (\text{IV.1})$$

telle que :

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_n q^{-n} \quad (\text{IV.2})$$

$$B^*(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_m q^{-m} \quad (\text{IV.3})$$

avec:

$d$  - est le retard du système.

On se propose de calculer une commande  $u(t)$  qui satisfait aux deux objectifs de commande suivants:

- *Poursuite parfaite d'un modèle de référence donnée par*

:

$$y^*(t) = \frac{q^{-d-1} B_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})} r(t) \quad (\text{IV.4})$$

avec:

$$B_m(q^{-1}) = b_{0m} + b_{1m} q^{-1} + \dots + b_{mm} q^{-m} \quad (\text{IV.5})$$

$$A_m(q^{-1}) = 1 + a_{1m} q^{-1} + \dots + a_{mm} q^{-n} \quad (\text{IV.6})$$

où:

$r(t)$  - Est la consigne.

- La dynamique de régulation soit préspecifiée par le polynôme  $P(q^{-1})$ .

Les deux objectifs de commande peuvent être regroupés dans l'équation suivante:

$$P(q^{-1}) [y(t+d+1) - y^*(t+d+1)] = 0 \quad (\text{IV.7})$$

La commande qui satisfait (IV.7) minimise par ailleurs le critère suivant:

$$J = [\varepsilon^0(t+d+1)]^2 \quad (\text{IV.8})$$

telle que:

$$\varepsilon^0(t+1) = P(q^{-1})[y(t+d+1) - y^*(t+d+1)] \quad (\text{IV.9})$$

En considérant l'identité polynomiale suivante:

$$P(q^{-1}) = A(q^{-1}) S'(q^{-1}) + Q^{d-1}(q^{-1}) R(q^{-1}) \quad (\text{IV.10})$$

avec:

$$S'(q^{-1}) = 1 + s'_1 q^{-1} + \dots + s'_d q^{-d} \quad (\text{IV.11})$$

$$R(q^{-1}) = r_0 + r_1 q^{-1} + \dots + r_{n-1} q^{-n+1} \quad (\text{IV.12})$$

En prémultipliant l'équation (IV.10) par  $y(t+d+1)$  et en se servant de (IV.1) on a:

$$P(q^{-1}) y(t+d+1) = B^*(q^{-1}) S(q^{-1}) y(t) + S(q^{-1}) u(t) \quad (\text{IV.13})$$

$$P(q^{-1}) y(t+d+1) = R(q^{-1}) y(t) + S(q^{-1}) u(t) \quad (\text{IV.14})$$



telle que:

$$\deg S(q^{-1}) = d+m.$$

$$\mathbf{S}(q^{-1}) = B^*(q^{-1})S'(q^{-1}).$$

En substituant dans l'équation (IV.14), on obtient la commande optimale  $u(t)$  qui vérifie l'équation (IV.7) et qui minimise le critère  $J$ :

$$u(t) = \frac{P(q^{-1})y^*(t+d+1) - R(q^{-1})y(t)}{S(q^{-1})} \tag{IV.15}$$

Un tel régulateur optimale est schématisé par la (fig.IV.1).

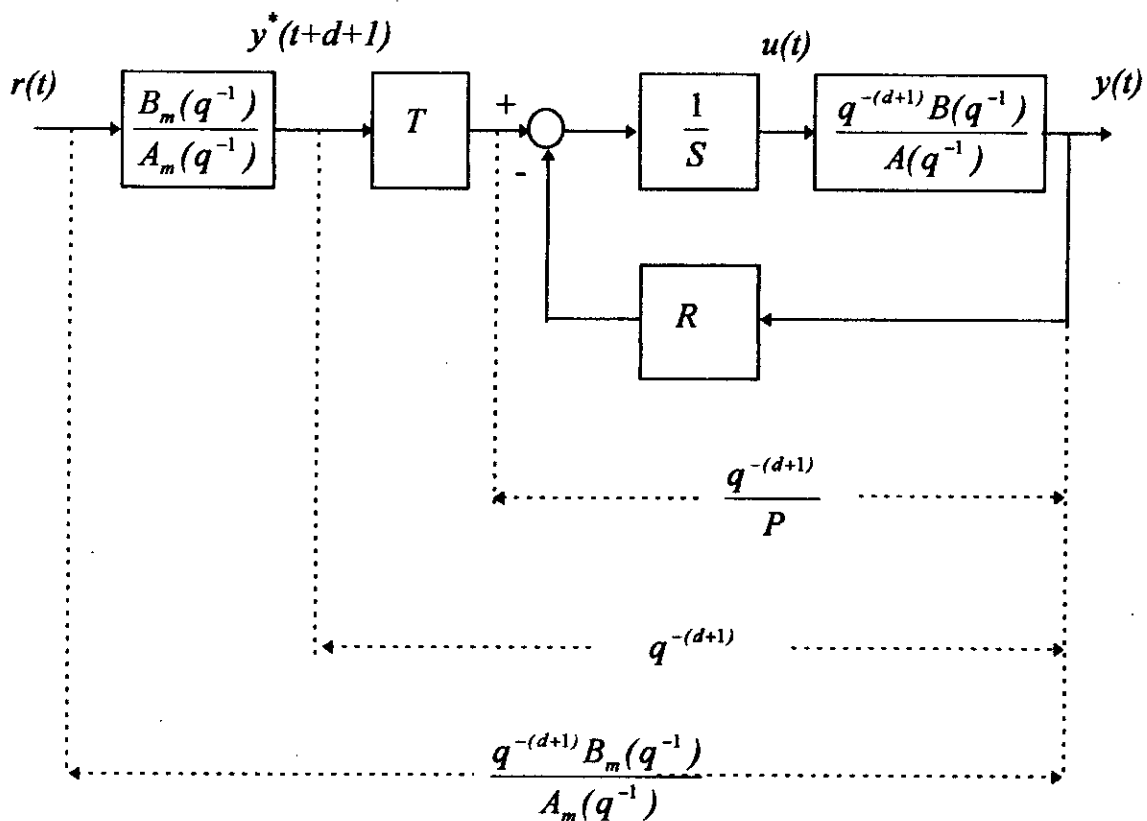


Fig.IV.1 - Structure du régulateur (PROI).

Le régulateur optimale obtenu est un régulateur de type (R.S.T) à deux degré de liberté on vérifie bien qu'on a:

1. Régulation:

$$H_{bo}(q^{-1}) = \frac{q^{-d-1} B^*(q^{-1})}{A(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-d-1} B^*(q^{-1})R(q^{-1})} = \frac{q^{-d-1}}{P(q^{-1})} \quad (\text{IV.16})$$

$$A(q^{-1})S'(q^{-1}) + q^{-d-1} R(q^{-1}) = P(q^{-1}) \quad (\text{IV.17})$$

On voit bien qu'il y a bien compensation des zéros du système dans le cas où  $B^*(q^{-1})$  est polynôme stable, le cas contraire implique l'instabilité de la commande  $u(t)$  équation (IV.15).

2. Poursuite:

Par imposition de l'équation suivant:

$$T(q^{-1}) = P(q^{-1}) \quad (\text{IV.18})$$

On a le système en boucle fermée donnée par:

$$H_{bo}(q^{-1}) = \frac{q^{-d-1} B_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})} r(t) \quad (\text{IV.19})$$

**IV.2.1.1.2 Cas des paramètres inconnus:**

Dans ce cas, l'objectif de commande est d'avoir:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon^0(t+1) = 0 \quad (\text{IV.20})$$

**a) Approche directe (implicite):**

Remarquant que si le régulateur optimale est bien ajuster cela impliquera que:

$$\varepsilon^0(t+1) = 0$$

telle que:  $\varepsilon^0(t+1)$  - Est donnée par (IV. 9).

Ainsi, cette propriété sera utilisée dans la version adaptative comme indice de performance que le régulateur adaptative doit atteindre à la fin du régime d'adaptation, pour atteindre cette objectif:

Soit à remplacer les paramètres fixes du régulateur par des paramètres ajustables.

$$u(t) = \frac{P(q^{-1})y^*(t+d+1) - \hat{R}(q^{-1})y(t)}{\hat{S}(q^{-1})} \quad (\text{IV.21})$$

Sous forme vectorielle le régulateur ajustable est donnée par:

$$P(q^{-1})y^*(t+d+1) = \hat{R}(q^{-1})y(t) + \hat{S}(q^{-1})u(t) = \hat{\theta}^T \phi(t) \quad (\text{IV.22})$$

avec:

$$\begin{cases} \hat{\theta}^T(t) = [\hat{s}_0(t) \ \dots \ \hat{s}_{m+d}(t) \ \dots \ \hat{r}_0(t) \ \dots \ \hat{r}_{n-1}(t)] \\ \phi^T(t) = [u(t) \ \dots \ u(t-m-d) \ \dots \ y(t) \ \dots \ y(t-n+1)] \end{cases} \quad (\text{IV.23})$$

En mettant l'équation (IV.14) sous forme vectorielle on obtient:

$$P(q^{-1})y(t+d+1) = \theta^T \phi(t) \quad (\text{IV.24})$$

avec:

$$\begin{cases} \theta^T(t) = [s_0(t) \cdots s_{m+d}(t) \cdots r_0(t) \cdots r_{n-1}(t)] \\ \phi^T(t) = [u(t) \cdots u(t-m-d) \cdots y(t) \cdots y(t-n+1)] \end{cases} \quad (\text{IV.25})$$

En retranchant l'équation (IV.24) de l'équation (IV.22) on a:

$$\varepsilon^0(t+d+1) = (\theta - \hat{\theta})^T \phi(t) \quad (\text{IV.26})$$

En se servant des résultats fondamentaux de l'identification,  $\varepsilon^0(t+d+1)$  est alors sous une forme adéquate (théorème de LANDAU) permettant d'atteindre les objectifs de commande à la fin du régime d'adaptation, ainsi l'utilisation de (MCR) est justifier.

### Algorithme de commande:

**Données:**  $P, n, m, d, A_m, B_m$ .

**Etape 1:** Estimation des paramètres du régulateur.

$$\begin{cases} \hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + F(t)\phi(t)\varepsilon(t+1) \\ \hat{\theta}^T(t) = [\hat{s}_0 \cdots \hat{s}_{m+d} \quad \hat{r}_0 \cdots \hat{r}_{n-1}] \\ \phi^T(t) = [u(t-d) \cdots u(t-m-2d) \quad y(t-d) \cdots y(t-d-n+1)] \\ \varepsilon^0(t+1) = P(q^{-1})y(t+1) - \hat{\theta}^T \phi(t) \end{cases} \quad (\text{IV.27})$$

**Etape 2:** Génération de la référence de (IV.4).

**Etape 3:** Calcule de la commande  $u(t)$  de (IV.21).

mettre  $t = t+1$  et revenir à L'étape 1.

**b) Approche indirecte (explicite):**

**Algorithme de commande:**

**Données :**  $P, n, m, d, A_m, B_m$ .

**Etape 1:** Estimation des paramètres du système.

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + F(t)\phi(t)\varepsilon(t+1) \\ \hat{\theta}^T(t) = [\hat{a}_1 \cdots \hat{a}_n \quad \hat{b}_1 \cdots \hat{b}_m] \\ \phi^T(t) = [-y(t-1) \cdots -y(t-n) \quad u(t-d-1) \cdots u(t-m-d)] \\ \varepsilon^0(t+1) = y(t+1) - \hat{\theta}^T(t)\phi(t) \end{array} \right. \quad (\text{IV.28})$$

**Etape 2:** Résolution de l'équation de Diophantine donnée par (IV.17), en remplaçant les coefficients du modèle par ses estimées.

**Etape 3:** Calcule de la commande  $u(t)$  donnée par (IV.21).

mettre  $t = t+1$  et revenir à l'étape 1.

**Remarque:**

La résolution de l'équation Diophantine donnée par (IV.17) est facile dans le cas où le retard  $d$  est nul.

où :

$$S'(q^{-1}) = 1 \Rightarrow A(q^{-1}) + q^{-1} R(q^{-1}) = P(q^{-1})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R(q^{-1}) = P^*(q^{-1}) - A^*(q^{-1}) \\ S(q^{-1}) = B^*(q^{-1}) \end{cases}$$

telle que :

$$\begin{cases} q^{-1} A^*(q^{-1}) = A(q^{-1}) - 1 \\ q^{-1} P^*(q^{-1}) = P(q^{-1}) - 1 \end{cases}$$

Dans le cas où  $d \geq 1$ , la résolution de l'équation de Diophantine donnée par (IV.17) n'est pas évidente, néanmoins un grand nombre de méthodes ont été établies pour minimiser le temps de calcul ou pour contourner la résolution de celle-ci en temps réel, ( SILVERA-LANDAU (1978) , LOZANO-LANDAU (1980) , ASTROÏM (1980) ).

On sera reportant au schéma de principe de la commande adaptative indirect (fig.III.2), on voit bien que la commande est appliquée pour le système et le prédicteur ce qu'implique que l'erreur de prédiction a priori de l'algorithme d'estimation du modèle est une mesure effective de l'indice de performance [ 14].

#### IV.2.1.2 Poursuite et régulation à variance minimale (PRVM):[19]

Cette méthode a été introduite initialement par ASTROÏM (1973), celle-ci a pour objectif principal de satisfaire la spécificité de régulation et d'asservissement tout en tenant compte de l'environnement stochastique du système.

### IV.2.1.2.1 Cas des paramètres connus:

#### Calcul de la commande:

Soit le modèle dynamique (ARMAX) définie par:

$$y(t) = \frac{q^{-(d+1)} B^*(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) + \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})} e(t) \quad (\text{IV.29})$$

L'objectif de commande est d'avoir un régulateur qui minimise la variance de l'écart entre la sortie du système et le modèle de poursuite.

$$\min_{u(t)} \left\{ [\varepsilon^0(t+d+1)]^2 \right\} ? \quad (\text{IV.30})$$

telle que:

$$\varepsilon^0(t+d+1) = y(t+d+1) - y^*(t+d+1) \quad (\text{IV.31})$$

Pour se faire considérant les étapes suivantes:

**Etape 1:** Representation de  $y(t+d+1)$ .

$$\begin{aligned} y(t+d+1) &= -A^*(q^{-1})y(t+d) + B^*(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})e(t+d+1) \\ &= f(y(t), y(t-1), \dots, u(t), u(t-1), \dots, e(t), e(t-1)) \\ &\quad + g(e(t+1), \dots, e(t+d+1)) \end{aligned}$$

$$y(t+d+1) = \hat{y}(t+d+1/t) + g(e(t+1), \dots, e(t+d+1)) \quad (\text{IV.32})$$

Pour établir cette décomposition, soit:

$$C(q^{-1}) = A(q^{-1})S'(q^{-1}) + q^{-(d+1)}R(q^{-1}) \quad (\text{IV.33})$$

où:

$$\text{degré}(C) \leq n+d.$$

$$\text{degré}(S) = d.$$

$$\text{degré}(R) = n-1.$$

En prémultipliant l'équation (IV.33) par  $y(t+d+1)$ :

$$\begin{aligned} C(q^{-1})y(t+d+1) &= A(q^{-1})y(t+d+1)S'(q^{-1}) + R(q^{-1})y(t) \\ &= (B^*(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})e(t+d+1))S'(q^{-1}) + R(q^{-1})y(t) \\ &= S(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})S'(q^{-1})e(t+d+1) + R(q^{-1})y(t) \\ \Rightarrow y(t+d+1) &= \frac{R(q^{-1})}{c(q^{-1})}y(t) + \frac{S(q^{-1})}{c(q^{-1})}u(t) + S'(q^{-1})e(t+d+1) \end{aligned} \quad (\text{IV.34})$$

**Etape 2:** Calcul de la minimisation:

$$J = E \left\{ \left[ \frac{R(q^{-1})}{c(q^{-1})}y(t) + \frac{S(q^{-1})}{c(q^{-1})}u(t) - y^*(t+d+1) \right]^2 \right\} \quad (\text{IV.35})$$

En développant le critère  $J$ , on a:

$$J = E \left\{ \left[ S'(q^{-1})e(t+d+1) \right]^2 \right\} + 2E\{\alpha\beta\} + 2E\{\alpha\}$$

On a:

$$E\{\alpha\beta\} = 0$$

$$\Rightarrow J = E \left\{ \left[ S'(q^{-1})e(t+d+1) \right]^2 \right\} \quad (\text{IV.36})$$



telle que:

$$\alpha = \frac{R(q^{-1})}{c(q^{-1})} y(t) + \frac{S(q^{-1})}{c(q^{-1})} u(t) - y^*(t+d+1)$$

$$\beta = S'(q^{-1})e(t+d+1)$$

Ainsi:  $\min_{u(t)} \{ J(t+d+1) \}$ , est obtenue pour:  $\alpha = 0$ .

qui implique:

$$\frac{R(q^{-1})}{c(q^{-1})} y(t) + \frac{S(q^{-1})}{c(q^{-1})} u(t) - y^*(t+d+1) = 0 \quad (\text{IV.37})$$

On obtient alors :

$$u(t) = \frac{C(q^{-1})y^*(t+d+1) - R(q^{-1})y(t)}{S(q^{-1})} \quad (\text{IV.38})$$

sous la condition (IV.33).

En substituant  $u(t)$  dans l'expression (IV.29) on obtient:

$$\begin{aligned} y(t+d+1) - y^*(t+d+1) &= S'(q^{-1})e(t+d+1) \\ &= \varepsilon^0(t+d+1) \end{aligned} \quad (\text{IV.39})$$

Cette quantité est alors un indice de performance du système de commande de laquelle on tira profit dans le cas adaptative.

**La forme du régulateur:**

La forme du régulateur optimale est similaire à celui donnée dans la (fig.IV.1), à l'exception de mettre  $P(q^{-1}) = C(q^{-1})$ , est d'ajouté la dynamique de perturbation stochastique à la sortie du système.

L'équation en boucle fermée est:

$$y(t) = \frac{q^{-(d+1)}B^*(q^{-1})T(q^{-1})}{A(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-(d+1)}B^*(q^{-1})R(q^{-1})} y(t+d+1) + \frac{C(q^{-1})S(q^{-1})}{A(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-(d+1)}R(q^{-1})B^*(q^{-1})} e(t) \quad (\text{IV.40})$$

En tenant compte de l'équation (IV.33) et de l'équation suivante:

$$S(q^{-1}) = B^*(q^{-1})S'(q^{-1}) \quad (\text{IV.41})$$

L'équation (IV.39) se trouve alors vérifier.

**IV.2.1.2.2 Cas des paramètres inconnus ou variables dans le temps:**

L'objectif est d'avoir :

$$\text{prob} \left\{ \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon^0(t+d+1) = \lim_{t \rightarrow \infty} [y(t+d+1) - y^*(t+d+1)] = S(q^{-1})e(t+d+1) \right\} \approx 1 \quad (\text{IV.42})$$

**a) Approche directe:**

Le régulateur ajustable est donnée par l'équation (IV.33), celui-ci se met sous la forme suivante:

$$u(t) = \frac{y^*(t+d+1) + \hat{C}^*(q^{-1})y^*(t+d) - \hat{R}(q^{-1})y(t)}{\hat{S}(q^{-1})} \quad (\text{IV.43})$$

ainsi:

$$y^*(t+d+1) = \hat{S}(q^{-1})u(t) + \hat{R}(q^{-1})y(t) + \hat{C}^*(q^{-1})y^*(t+d)$$

$$y^*(t+1) = \hat{S}(q^{-1})u(t-d) + \hat{R}(q^{-1})y(t-d) + \hat{C}^*(q^{-1})y^*(t) \quad (\text{IV.44})$$

$$= \theta_e^T(t) \phi_e(t)$$

où:

$$\hat{\theta}_e^T = [\hat{s}_0 \dots \hat{s}_{m+d} \quad \hat{r}_0 \dots \hat{r}_{n-1} \quad \hat{c}_1 \dots \hat{c}_\ell] \quad (\text{IV.45})$$

telle que:  $\ell \leq n+d$ .

$$\phi_e^T(t-d) = [u(t-d) \dots u(t-m-2d) \quad y(t-d) \dots y(t-d-n+1) \quad y^*(t) \dots y^*(t-n+1)] \quad (\text{IV.46})$$

Ecrivant maintenant  $y(t+d+1)$  sous forme des paramètres du régulateur ajustable.

tenant compte de l'équation (IV.38), on a:

$$C(q^{-1})y(t+d+1) = R(q^{-1})y(t) + S(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})s'(q^{-1})e(t+d+1) \\ - C^*(q^{-1})y^*(t+d)$$

$$y(t+d+1) = R(q^{-1})y(t) + S(q^{-1})u(t) + C_s(q^{-1})e(t+d+1) - C^*(q^{-1})\varepsilon^0(t+d) \\ - C^*(q^{-1})y^*(t+d)$$

$$y(t+d+1) = R(q^{-1})y(t) + S(q^{-1})u(t) - C^*(q^{-1})y^*(t+d) + C_s(q^{-1})e(t+d+1) - C^*(q^{-1})\varepsilon^0(t+d)$$

$$y(t+d+1) = \theta_c^T \phi_c(t) + C_s(q^{-1})e(t+d+1) - C^*(q^{-1})\varepsilon^0(t+d)$$

$$y(t+d+1) - y^*(t+d+1) = (\theta_c - \hat{\theta}_c)^T \phi_c(t) + C_s(q^{-1})e(t+d+1) - C^*(q^{-1})\varepsilon^0(t+d)$$

ainsi:

$$\varepsilon^0(t+d+1) = \frac{1}{C(q^{-1})} (\theta_c - \hat{\theta}_c)^T \phi_c(t) + S'(q^{-1})e(t+d+1) \quad (\text{IV.47})$$

L'expression (IV.47), nous indique alors l'expression du prédicteur qu'il faut utilisé:

$$\hat{y}(t+1) = \hat{\theta}_c^T(t) \phi_c(t-d) = \hat{\theta}_c^T \Phi(t) \quad (\text{IV.48})$$

**Algorithme de commande:**

**Etape 1:** Estimation des paramètres du régulateur par la méthode des (MCR).

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\theta}_c^T = [\hat{s}_0 \cdots \hat{s}_{m+d} \quad \hat{r}_0 \cdots \hat{r}_{n-1} \quad \hat{c}_1 \cdots \hat{c}_n] \\ \Phi_c^T(t) = [u(t-d) \cdots u(t-m-2d) \quad y(t-d) \cdots y(t-d-n+1) \quad y^*(t) \cdots y^*(t-n+1)] \\ \varepsilon^0(t+1) = y(t+1) - \hat{\theta}_c^T \Phi(t) \end{array} \right. \quad (\text{IV.49})$$

**Etape 2:** Génération de la référence.

**Etape 3:** Calcule de la commande  $u(t)$  donnée par (IV.43).

mettre  $t = t+1$  et revenir à l'étape 1.

**Approche indirecte:**

Dans cette approche, l'estimation sans biais du modèle du procédé s'impose. L'erreur de prédiction a priori de l'algorithme d'identification devient une mesure de l'indice de performance du régulateur.

**Algorithme de commande:**

**Etape 1:** Estimation des paramètres du système avec la méthode des (MCR).

$$\begin{cases} \hat{\theta}^T = [\hat{a}_0 \dots \hat{a}_n \quad \hat{b}_0 \dots \hat{b}_m \quad \hat{c}_1 \dots \hat{c}_n] \\ \phi^T(t) = [y(t-1) \dots y(t-n) \quad u(t-d) \dots u(t-m-d) \quad \varepsilon^0(t) \dots \varepsilon^0(t-n)] \\ \varepsilon^0(t+1) = y(t+1) - \hat{\theta}_c^T \phi(t) \end{cases} \quad (\text{IV.50})$$

**Etape 2:** Génération de la référence.

**Etape 3:** Résolution de l'équation Diophantine donnée par (IV.33), en remplaçant:

$$C(q^{-1}) = \hat{C}(q^{-1}), \quad A(q^{-1}) = \hat{A}(q^{-1})$$

**Etape 4:** Calcule de la commande  $u(t)$  à partir de l'équation (IV.43).

mettre  $t = t+1$  et revenir à l'étape 1.

### IV.2.2 Classification des algorithmes applicables aux systèmes à (NMP):

Cette présente partie sera consacré à l'étude des systèmes à non-minimum de phase (NMP), qui ne sont pas contrôlables par les stratégies précédemment étudié, par le faite que cela va engendré l'instabilité de la commande.

Cependant un bon nombres de travaux de recherches fut entamées dans le but de trouver des nouvelles stratégies qui seront aptes à faire face à ce problème[22].

Le point commun de ces toutes stratégies est d'approchées au mieux les performances désirés en laissant les zones instables du système inchangé.

#### IV.2.2.1 Poursuite et régulation avec pondération de l'entrée (PRPE):[19] [28] [29]

Cette stratégie est une extension de la méthode (PROI) au systèmes à non-minimum de phase, qui par le fait d'introduire un facteur de pondération sur l'entrée, les zéros du système se trouve alors non compensées et l'énergie de commande réduite (cas de spécification trop exigeante au système, c'est à dire: la dynamique de  $P(q^{-1})$  est trop rapide par rapport à celle du système du système en boucle ouverte).

##### IV.2.2.1.1 Cas des paramètres connus:

###### Calcul de la commande:

Soit le modèle dynamique donnée par l'équation (IV.1), on se propose de calculer la commande optimale  $u(t)$  qui minimise le critère suivant:

$$J = \left\{ \left[ P(q^{-1}) \{ y(t+d+1) - y_d(t+d+1) \} + Q(q^{-1}) \right]^2 \right\} \quad (\text{IV.51})$$

En dérivant  $J$  par rapport à  $u(t)$ , toute en considérant l'égalité suivante:

$$P(q^{-1}) = A(q^{-1})S'(q^{-1}) + q^{-(d+1)}R(q^{-1}) \quad (\text{IV.52})$$

Compte tenant de l'équation (IV.52), la commande optimale est donnée par l'équation:

$$u(t) = \frac{P(q^{-1})y^*(t+d+1) - R(q^{-1})y(t)}{S(q^{-1}) + Q(q^{-1})} \quad (\text{IV.53})$$

En substituant (IV.53) dans (IV.1), on obtient alors:

$$P(q^{-1})(y(t+d+1) - y^*(t+d+1)) + Q(q^{-1})u(t) = 0$$

$$\Rightarrow P(q^{-1})y(t+d+1) - [P(q^{-1})y^*(t+d+1) + Q(q^{-1})u(t)] = 0$$

Définissant:

$$\varepsilon^0(t+d+1) = P(q^{-1})(y(t+d+1) - y^*(t+d+1)) + Q(q^{-1})u(t) \quad (\text{IV.54})$$

On dit alors que la commande optimale  $u(t)$  qui minimise  $J$  annule par ailleurs  $\varepsilon^0(t+d+1)$ .

Structure du régulateur optimale obtenu (fig.IV.2):

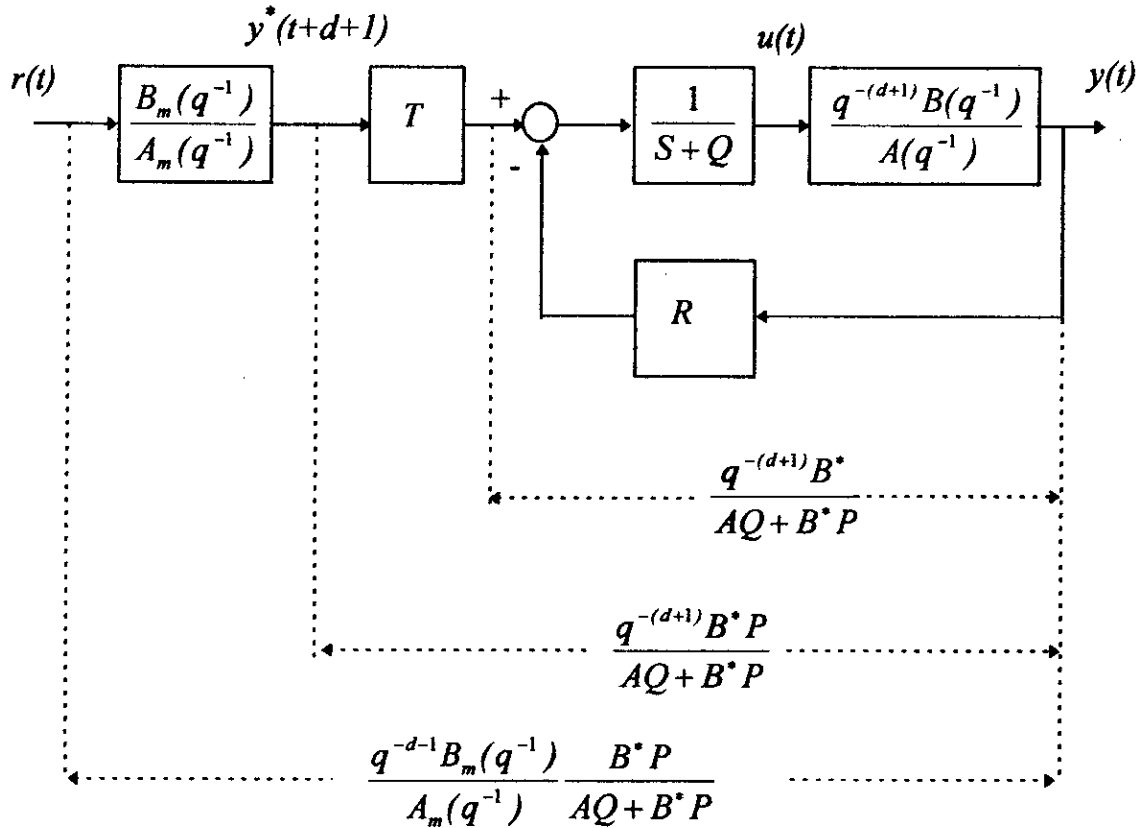


Fig.IV.2 - Structure du régulateur (PRPE).

1. **Régulation:** (calcul de R et S). L'identité imposée est (IV.33).

Le polynôme de régulation est déterminé alors par l'équation:

$$P_c(q^{-1}) = A(q^{-1})Q(q^{-1}) + B^*(q^{-1})P(q^{-1}) \tag{IV.55}$$

avec:

$$Q(q^{-1}) = \frac{\lambda(1-q^{-1})}{1+\alpha q^{-1}} \tag{IV.56}$$

avec:

$\alpha$  - Constante.



Le facteur  $\lambda$  sera utilisé afin de maintenir stable le polynôme de régulation toute en essayant d'approché au mieux la dynamique présécifiée dans  $P(q^{-1})$ , c'est à dire avec les pôles dominants de  $P_c(q^{-1})$  soient suffisamment proche de ceux du  $P(q^{-1})$ .

**2. Poursuite:** (calcul de  $T$ ).

On essaie également d'approché dans la mesure du possible la dynamique de poursuite. l'équation en boucle fermée est donnée par:

$$y(t) = \frac{q^{-(d+1)} B^*(q^*) T(q^{-1})}{A(q^{-1}) Q(q^{-1}) + B^* P(q^{-1})} y^*(t+d+1) \quad (\text{IV.57})$$

avec:

$$\begin{cases} T = P \\ AS' + q^{-(d+1)} R = P \end{cases} \quad (\text{IV.58})$$

On voit bien que le facteur  $(1-q^{-1})$  est introduit dans  $Q(q^{-1})$  de sorte que l'erreur statique entre  $y(t)$  et  $y^*(t)$  et soit nulle en régime établie et que la précision dynamique du système est approchée du celle du modèle de référence par le fait d'imposé :  $T = P$ .

**IV.2.2.1.2 Cas des paramètres inconnus ou variable dans le temps:**

**a) Approche directe:**

Cette approche consiste alors à remplacer les paramètres du régulateur fixe par des paramètres ajustables.

$$u(t) = \frac{P(q^{-1}) y^*(t+d+1) - \hat{R}(q^{-1}) y(t)}{\hat{S}(q^{-1}) + Q(q^{-1})} \quad (\text{IV.59})$$

Le critère de performance :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon^0(t+1) = 0 \quad (\text{IV.60})$$

$$\varepsilon^0(t+d+1) = P(q^{-1})(y(t+d+1) - y^*(t+d+1)) + Q(q^{-1})u(t) \quad (\text{IV.61})$$

telle que:

$$\begin{aligned} P(q^{-1})y^*(t+d+1) - Q(q^{-1})u(t) &= \hat{R}(q^{-1})y(t) + \hat{S}(q^{-1})u(t) \\ &= \hat{\theta}^T \phi(t) \end{aligned} \quad (\text{IV.62})$$

D'autre part le procédé peut être reparamétrisé sous la forme:

$$\begin{aligned} P(q^{-1})y(t+d+1) &= \hat{R}(q^{-1})y(t) + \hat{S}(q^{-1})u(t) \\ &= \hat{\theta}^T \phi(t) \end{aligned} \quad (\text{IV.63})$$

$$\Rightarrow \varepsilon^0(t+d+1) = (\theta - \hat{\theta})^T \phi(t) \quad (\text{IV.64})$$

En se servant des équations (IV.10) et (IV.1).

**Algorithme de commande:**

**Données:**  $P, n, m, A_m, B_m, Q$ .

**Etape 1:** Estimation des paramètres du régulateur.

$$\begin{cases} \hat{\theta}^T(t) = [\hat{s}_0 \cdots \hat{s}_{m+d} \quad \hat{r}_0 \cdots \hat{r}_{n-1}] \\ \phi^T(t) = [u(t-d) \cdots u(t-m-2d) \quad y(t-d) \cdots y(t-d-n+1)] \\ \varepsilon^0(t+1) = Py(t+1) - \hat{\theta}^T(t)\phi(t) \end{cases} \quad (\text{IV.65})$$

**Etape 2:** Génération de la référence.

**Etape 3:** calcul de la commande  $u(t)$  de l'équation (IV.59).

mettre  $t = t+1$  et revenir à l'étape 1.

**b) Approche indirecte:**

Une estimation des paramètres du modèle sera fait avec la méthode des (MCR), l'algorithme de commande est le suivant:

**Algorithme de commande:**

**Données:**  $P, n, m, A_m, B_m, Q$ .

**Etape 1:** Estimation des paramètres du régulateur.

$$\begin{cases} \hat{\theta}^T(t) = [\hat{a}_1(t) \cdots \hat{a}_n(t) \quad \hat{b}_1(t) \cdots \hat{b}_m(t)] \\ \phi^T(t) = [-y(t) \cdots -y(t-n+1) \quad u(t-d) \cdots u(t-m-d-1)] \\ \varepsilon^0(t+1) = P(q^{-1})y(t+1) - \hat{\theta}^T(t)\phi(t) \end{cases} \quad (\text{IV.66})$$

**Etape 2:** Génération de la référence.

**Etape 3:** Résolution de l'équation Diophantine donnée par (IV.10), en remplaçant dans cette dernière par les estimées du modèle.

**Etape 4:** calcule de la commande  $u(t)$  de l'équation (IV.59).

mettre  $t=t+1$  et revenir à l'étape 1.

#### IV.2.2.2 Commande par placement de pôles (PP):[27] [28] [29] [18]

La première suggestion de placement de pôles auto-ajustables était dans la thèse de EDMENDS (1966) et fut développée par suite [28].

Cette stratégie préserve les zéros du système en boucle ouverte. Cependant celle-ci est applicable au systèmes à non-minimum de phase.

##### IV.2.2.2.1 Cas des paramètres connus:

**Calcul de la commande:**

On calcul  $u_{op}(t)$  en minimisant le critère suivante:

$$J = \left\{ \left[ e_y(t+d+1) \right]^2 \right\} \quad (\text{IV.67})$$

telle que:

$$e_y(t+d+1) = P_c(q^{-1}) \left[ y(t) - \beta B^* y^*(t) \right] \quad (\text{IV.68})$$

La commande optimale obtenue:

$$u(t) = \frac{T(q^{-1})y^*(t+d+1) - R(q^{-1})y(t)}{S(q^{-1})} \quad (\text{IV.69})$$

avec les hypothèses suivantes:

$$\begin{cases} P_c(q^{-1}) = A(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-(d+1)}B^*(q^{-1})R(q^{-1}) & (a) \\ T(q^{-1}) = P_c(q^{-1})\beta & (b) \\ \beta = \frac{1}{B(1)} & (c) \end{cases} \quad (IV.70)$$

Structure du régulateur optimale obtenu (fig.IV.3):

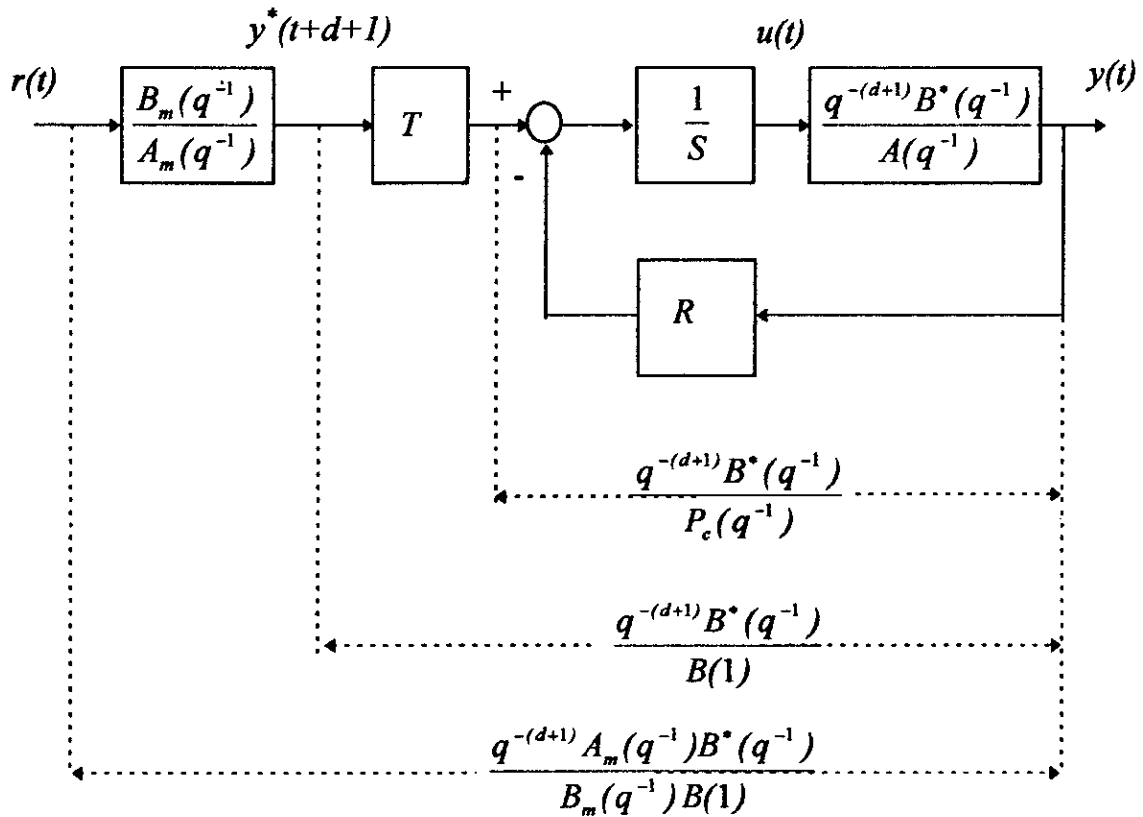


Fig.IV.3 - Structure du régulateur (PP).

L'équation (IV.70-a) est appelée équation de BIZOUT.

où:

$$S(q^{-1}) = 1 + s_1 q^{-1} + \dots + s_{r-1} q^{-(r-1)}$$

$$R(q^{-1}) = 1 + r_0 q^{-1} + \dots + r_{r-1} q^{-(r-1)}$$

$P_c$  - Représente la dynamique de régulation qui est préspécifiée.

$$\text{degré}(S) = r-1.$$

$$\text{degré}(R) = r-1.$$

et:

$$\text{deg}(P) = 2r-1, \text{ telle que: } -r \leq \max(m+d, n).$$

- **Objectif de régulation:**

L'objectif de régulation est assuré par le polynôme  $P(q^{-1})$ .

- **Objectif de poursuite:**

Pour assurée une poursuite proche du modèle préspécifié, on met:

$$\begin{cases} T = Pc\beta \\ \beta = 1/B(1) \end{cases} \quad (\text{IV.71})$$

$\beta$  - Est Mit sous cette forme afin de satisfaire l'exigences du régime statique:

$$y(\infty) = y^*(\infty).$$

#### IV.2.2.2.2 Cas des paramètres inconnus ou variables dans le temps:

##### a) Approche directe de la stratégie:

Les paramètres réels du régulateur se trouve alors remplacer par les paramètres ajustables.

$$u(t) = \frac{P_c(q^{-1})\beta y^*(t+d+1) - \hat{R}(q^{-1})y(t)}{\hat{S}^*(q^{-1})} \quad (\text{IV.72})$$

A partir du critère de performance déjà définie:

$$\varepsilon^0(t+d+1) = e_y(t+d+1)$$

De (IV.72), on a:

$$\begin{aligned} P_c(q^{-1})\beta B^*(q^{-1})y(t+d+1) &= \hat{S}(q^{-1})B^*(q^{-1})u(t) + \hat{R}(q^{-1})B^*(q^{-1})y(t) \\ &= \hat{S}_1(q^{-1})u(t) + \hat{R}_1(q^{-1})y(t) \end{aligned} \quad (\text{IV.73})$$

Sous forme vectorielle:

$$P_c(q^{-1})\beta B^*(q^{-1})y(t+d+1) = \hat{\theta}^T \phi(t) \quad (\text{IV.74})$$

D'autre par le modèle du procédé peut s'être reparamétrisé en tenant compte de (IV.70.a):

$$\begin{aligned} P_c(q^{-1})y(t+d+1) &= A(q^{-1})S(q^{-1})y(t+d+1) + B^*(q^{-1})R(q^{-1})y(t) \\ &= S(q^{-1})B^*(q^{-1})u(t) + R(q^{-1})B^*(q^{-1})y(t) \\ &= S_1(q^{-1})u(t) + R_1(q^{-1})y(t) \end{aligned}$$

Sous forme vectorielle:

$$P_c(q^{-1})y(t+d+1) = \theta^T(t) \phi(t) \quad (\text{IV.75})$$

$$\Rightarrow \varepsilon^0(t+d+1) = (\theta - \hat{\theta})^T \phi(t) \quad (\text{IV.76})$$

telle que:

$$\begin{cases} \theta^T(t) = [s_{1,0} \cdots s_{1,m+r-1} \quad r_{1,0} \cdots r_{1,r+m-1}] \\ \phi^T(t) = [u(t-d) \cdots u(t-m-d-r+1) \quad y(t-d) \cdots y(t-d-m-r+1)] \end{cases} \quad (\text{IV.77})$$

**Algorithme de commande:**

**Données:**  $P_c, A_m, B_m, n, m, d$ .

**Etape 1:** Estimation des paramètres du régulateur.

$$\begin{cases} \hat{\theta}^T(t) = [\hat{s}_{1,0} \cdots \hat{s}_{1,m+r-1} \quad \hat{r}_{1,0} \cdots \hat{r}_{1,r+m-1}] \\ \hat{\phi}^T(t) = [u(t-d) \cdots u(t-m-d-r+1) \quad y(t-d) \cdots y(t-d-m-r+1)] \\ \varepsilon^0(t+1) = P_c(q^{-1})y(t+1) - \hat{\theta}^T \hat{\phi}(t) \end{cases} \quad (\text{IV.78})$$

**Etape 2:** Recherche du facteur commun, le plus grand entre  $\hat{R}_1, \hat{S}_1$  et factorisé.

$$S_1(q^{-1}) = B^*(q^{-1})S(q^{-1}), R_1(q^{-1}) = B^*(q^{-1}) \quad (\text{IV.79})$$

avec :

$$\beta = \begin{cases} 1 & , \text{si } B^*(1) = 0 \\ \frac{1}{B^*(1)} & , \text{si } B^*(1) \neq 0 \end{cases} \quad (\text{IV.80})$$



**Etape 3:** Génération de la référence  $y^*(t+d+1)$ .

**Etape 4:** Calcul de la commande  $u(t)$  de l'équation (IV.72).

mettre  $t = t+1$  et revenir à l'étape 1.

**b) Approche indirecte:**

Dans cette approche on fait l'estimation des paramètres du système par le (MCR).

**Algorithme de commande:**

**Données:**  $P, n, m, A_m, B_m, Q$ .

**Etape 1:** Estimation des paramètres du régulateur.

$$\begin{cases} \hat{\theta}^T(t) = [\hat{a}_1(t) \cdots \hat{a}_n(t) \quad \hat{b}_1(t) \cdots \hat{b}_m(t)] \\ \phi^T(t) = [-y(t) \cdots -y(t-n+1) \quad u(t-d) \cdots u(t-m-d-1)] \\ \varepsilon^0(t+1) = y(t+1) - \hat{\theta}^T(t)\phi(t) \end{cases} \quad (\text{IV.81})$$

**Etape 3:** Génération de la référence  $y^*(t+d+1)$ .

**Etape 4:** Résolution de l'identité de BIZOUT.

avec:

$$\beta = \begin{cases} 1 & , \text{si } \hat{B}^*(1) = 0 \\ \frac{1}{\hat{B}^*(1)} & , \text{si } \hat{B}^*(1) \neq 0 \end{cases} \quad (\text{IV.82})$$

**Etape 5:** Calcule de la commande donnée par (IV.72).

mettre  $t = t+1$  et revenir à l'étape 1.

#### IV.2.2.3 Commande a variance minimale généralisé (VMG): [29] [14]

Cette méthode à été introduite par CLARCK et GAWTHROP (1975), elle se présente comme une généralisation de stratégie à variance minimale, celle-ci est applicable au système à non minimum de phase .

##### IV.2.2.3.1 Cas des paramètres connus:

##### Calcule de la commande:

Le critère à minimiser est donnée par l'équation suivante:

$$J = E \left\{ \left[ \varepsilon^0(t+d+1) \right]^2 \right\} \quad (\text{IV.83})$$

telle que:

$$\varepsilon^0(t+d+1) = y(t+d+1) + \frac{Q(q^{-1})}{C(q^{-1})} u(t) - y^*(t+d+1) \quad (\text{IV.84})$$

$$y(t+d+1) + \frac{Q(q^{-1})}{C(q^{-1})} u(t) - \text{Est la sortie généralisé.}$$

$Q(q^{-1})$  - Est donnée par l'équation (IV.56).

Le modèle dynamique est donnée par l'équation(IV.1)

Soit à imposer l'identité polynomiale (IV.33), en substituant dans l'expression du critère, on a alors:

$$J(t+d+1) = E \left[ \left\{ \frac{R(q^{-1})}{C(q^{-1})} y(t) + \frac{S(q^{-1}) + Q(q^{-1})}{C(q^{-1})} u(t) - y^*(t+d+1) \right\}^2 + E \{ S'(q^{-1}) (e(t+d+1))^2 \} \right] \quad (IV.85)$$

$$\min J / u(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{R(q^{-1})}{C(q^{-1})} y(t) + \frac{S(q^{-1}) + Q(q^{-1})}{C(q^{-1})} u(t) = 0$$

La commande optimale  $u_{op}(t)$  est donnée par l'équation suivante:

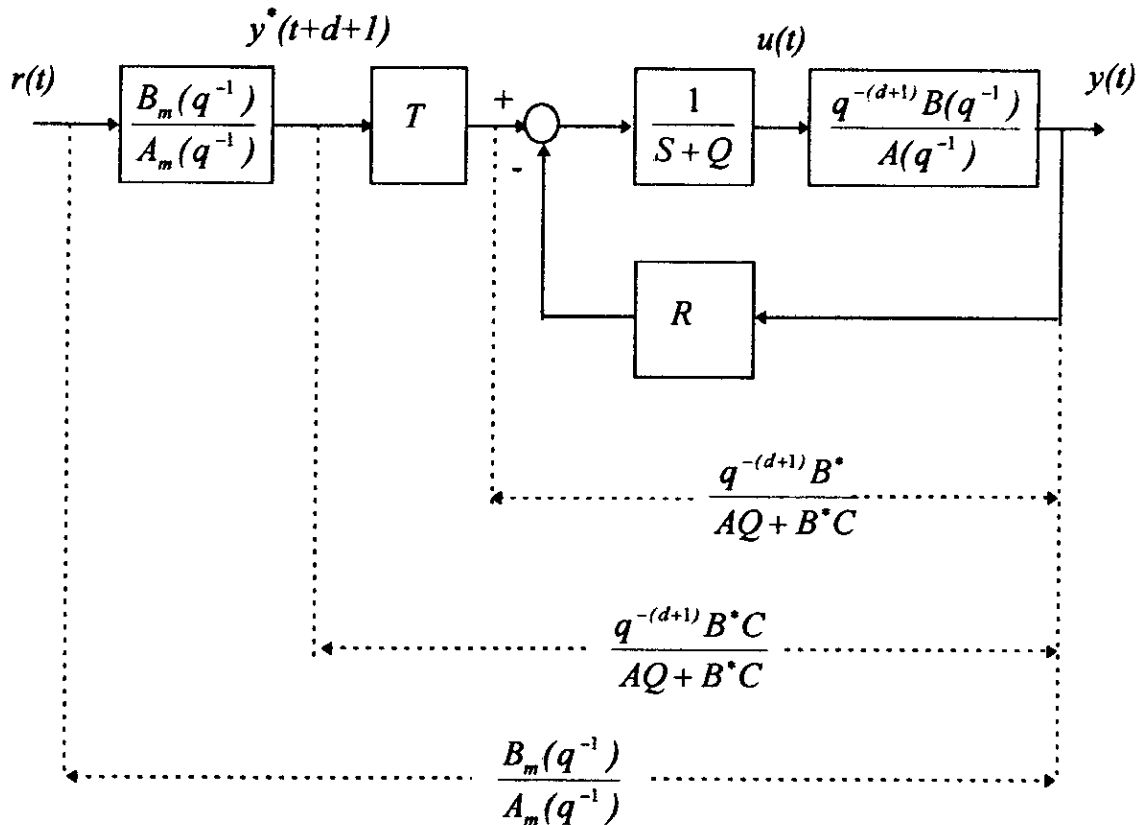
$$u_{op}(t) = \frac{C(q^{-1}) y^*(t+d+1) - R(q^{-1}) y(t)}{S(q^{-1}) + Q(q^{-1})} \quad (IV.86)$$

$u_{op}(t)$  appliquée au modèle donne:

$$\left\{ y(t+d+1) - (y^*(t+d+1) - \frac{Q(q^{-1})}{C(q^{-1})} u(t)) \right\} = S'(q^{-1}) e(t+d+1) \quad (IV.87)$$

Qui sera utilisé comme critère de performance dans la version direct

**Le régulateur optimale (fig.IV.4):**



**Fig.IV.4 - Structure du régulateur (VMG).**

**a) Approche directe (indirecte):**

L'algorithme de commande cas directe et indirecte sont respectivement données par les équations (IV.49) et (IV.50), exception faite sur la commande  $u(t)$  qui est calculer par l'équation (IV.86) toute en remplaçant les paramètres fixes par leur estimées.

Les stratégies de commande (PRPE),(VMG), trouve toutes leur efficacité dans le cas de la commande linéaire à paramètres connu et présente quelques inconvénient dans leur version adaptative du faite que le polynôme de régulation donnée par l'équation (IV.55) est une fonction des paramètres du systèmes qui sont rappelant le sont appelés à changer. Cependant la stabilité du système n'est pas entièrement garantie dans toutes les gammes de variation des paramètres [19] [20].

Différentes suggestions ont été proposées pour palier ce problème, on peut envisager d'adapter  $\lambda$  pour stabiliser mais il n'y a pas toujours de solution.

MEIU-HWA (1990), expose une méthode de calcul récursive des polynômes:

$$C(q^{-1}) \text{ et } Q(q^{-1})$$

tout en imposant les pôles en boucle fermée.

### IV.3 RESULTATS DE SIMULATION

#### IV.3.1 Exemple numérique:

Nous présentons dans cette partie l'application des différents algorithmes (PRPE, VMG, PP) applicable aux systèmes à non-minimum de phase sur un exemple numérique, caractérisé par un système discret du deuxième ordre avec deux pôles:

$$z_1 = 0.6, z_2 = 0.7$$

où les zéros du système sont choisis instables.

La dynamique de poursuite (polynôme  $A_m(q^{-1})$  et  $B_m(q^{-1})$ ) a été obtenue par la discrétisation d'un modèle continu de deuxième ordre normalisé.

avec:

$$w_0 = 0.5 \text{ rad/sec.}$$

$$\xi = 0.9.$$

$$T_e = 1 \text{ sec.}$$

- **Le processus:**

$$\begin{cases} A(q^{-1}) = 1 - 0.02 q^{-1} + 10^{-4} q^{-2} \\ B(q^{-1}) = 0.1 q^{-1} + 0.2 q^{-2} \end{cases}, \text{ (NMP)}$$

- **La dynamique de poursuite:**

$$\begin{cases} A_m(q^{-1}) = 1 - 1.2451 q^{-1} + 0.4066 q^{-2} \\ B_m(q^{-1}) = 0.0927 + 0.0687 q^{-1} \end{cases}$$

- **La dynamique de régulation:** Est donnée par:

$$P(q^{-1}) = 1 - 1.3741 q^{-1} + 0.4867 q^{-2}$$

**La stratégie de (PRPE):**

Les résultats de simulation relatives à l'application de la stratégie (PRPE) sont données dans la fig.IV.1. L'approche directe et indirecte ont été choisie.

**Approche directe:**

On a utilisé le (MCR) à trace constante à gain initial  $GI = 100$ .

Les paramètres initiaux  $\theta^T(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$ .

Plusieurs gains d'adaptation ont été utilisé, notre choix c'est porté sur celui qui permet de donner les meilleur performances en transitoire.

Le choix de  $\lambda$  (le facteur de pondération) c'est fait de manière à stabilisé le système et d'approcher au mieux la dynamique préspecifié.

Des variations des paramètres du modèle de l'ordre de 30% pour  $\lambda = 0.71$ , les résultats sont données dans les fig.(IV.1-a,b,c,d,e,f).

Les spécifications désirées de poursuite sont ceux d'un système de deuxième ordre avec  $T_e = 1$  mn et la pulsation  $w_0 = 0.0035$ .

$$\begin{cases} A_m(q^{-1}) = 1 - 1.6356 q^{-1} + 0.6767 q^{-2} \\ B_m(q^{-1}) = 0.0192 + 0.0168 q^{-1} \end{cases}$$

Le polynôme de régulation est ce lui d'un deuxième ordre avec:  $T_e = 1$  mn,  $w_0 = 0.5$ .

$$P(q^{-1}) = 1 - 1.3741 q^{-1} + 0.4867 q^{-2}$$

• **Sous système 1: ( $x_d, R$ )**

Ce lui ci est caractérisé par le transfert suivant:

$$y_1(t) = \frac{q^{-d_{11}-1} B_{11}^*(q^{-1})}{A_{11}(q^{-1})} u_1(t) + h_1$$

telle que:

$$\deg B_{11}^*(q^{-1}) = m_{11}$$

$$\deg A_{11}(q^{-1}) = n_{11}$$

1. **Application de (EPM) :**

Une simulation du système de commande est faite en premier lieu avec une référence constante:  $x_{d \text{ ref}} = 0.8$ , avec variation sur  $F$  et  $x_f$  fig.(IV.6,7), puis à consigne variable fig.(IV.8,9).

L'influence de la commande  $R$  sur  $x_b$  est illustré sur les figures (IV.7-a), (IV.9-a).

L'algorithme de commande est le (MCR) à facteur d'oubli variable avec gain initial  $GI = 10000$  et paramètres initiaux :  $\theta_1^T(0) = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]$ .

Evidemment le polynôme de régulation  $P(q^{-1}) = 1$ .

### 2. Application de (PROI):

Une simulation du système de commande est faite en premier lieu avec une référence constante:  $x_{d\text{ref}} = 0.8$ , avec injection des perturbations sur  $F$  et  $x_f$  fig.(IV.10,11) , puis à consigne variable fig.(IV.12,13).

L'influence de la commande  $R$  sur  $x_b$  est illustré sur les figures (IV.11-a), (IV.13-a).

L'algorithme de commande est le (MCR) à facteur d'oubli variable avec gain initial  $GI = 10000$  et paramètres initiaux :  $\theta_1^T(0) = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]$ .

### 3. Application de (VM):

Le polynôme de poursuite et de régulation sont identiques à ce précédemment définies.

Le transfert d'entrée-sortie est définie par:

$$y_1(t) = \frac{q^{-d_{11}-1} B_{11}^*(q^{-1})}{A_{11}(q^{-1})} u_1(t) + C_1(q^{-1})e(t) + h_1$$

telle que:

$$\text{deg } C_1(q^{-1}) = 2.$$

Une simulation de système de commande est faite avec une consigne constante (fig.IV.14,15) est à consigne variable (fig.IV.16,17).



- **Sous système 2:  $(x_b, V)$**

Le transfert entrée-sortie :

$$y_2(t) = \frac{q^{-d_{z1}-1} B_{22}^*(q^{-1})}{A_{22}(q^{-1})} u_2(t) + h_2$$

avec:

$$\deg B_{22}^*(q^{-1}) = m_{22}.$$

$$\deg A_{22}(q^{-1}) = n_{22}.$$

### 1. Application de (EPM) :

Les figures (IV.18,19), (IV.20,21) représentent respectivement le cas d'une consigne constante et consigne variable, avec injection des perturbation sur  $x_f$  et  $F$ .

L'influence de la commande  $V$  sur  $x_d$  est illustré sur les figures (IV.19-a), (IV.219-a).

L'algorithme de commande est le (MCR) à facteur d'oubli variable avec gain initial

$$GI = 10000 \text{ et paramètres initiaux : } \theta_1^T(0) = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0].$$

le polynôme de régulation  $P(q^{-1}) = 1$ .

### 1. Application de (PROI):

Même que le sous-système 1, les résultats de simulation sont données par les figures (IV.22,23) pour le cas d'une consigne constante et les figures (IV.24,25) pour le cas d'une consigne variable.

Les figures (IV.23-a), (IV.25-a) représentent l'influence de  $V$  sur  $x_d$ .

## 2. Application de (VM):

Le transfert entrée-sortie est définie par:

$$y_2(t) = \frac{q^{-d_{m1}-1} B_{22}^*(q^{-1})}{A_{22}(q^{-1})} u_2(t) + C_2(q^{-1})e(t) + h_2$$

telle que:

$$\deg C_2(q^{-1}) = 2.$$

Les résultats de simulation sont données par les figures (IV.26,27) , (IV.28,29) respectivement au cas consigne constante est consigne variable.

### Remarque:

Les algorithmes de commande appliquées pour notre système se base sur le modèle identifié (d-p) un terme de perturbation des couplages négligés ces derniers sont ainsi pris en compte dans le cas de la commande et il sont considéré dans le différents développements des algorithmes de commande [28] [29] [20].

## IV.4 CONCLUSION

Les résultats de simulation explicitées par les figures (IV.6,...,17), (IV.18,...,29) montre bien l'efficacité des stratégies de commande utilisées.

Les objectifs de commande, poursuite et régulation sont approuvées après un régime d'adaptation acceptable que ce soit dans environnement déterministe que stochastique.

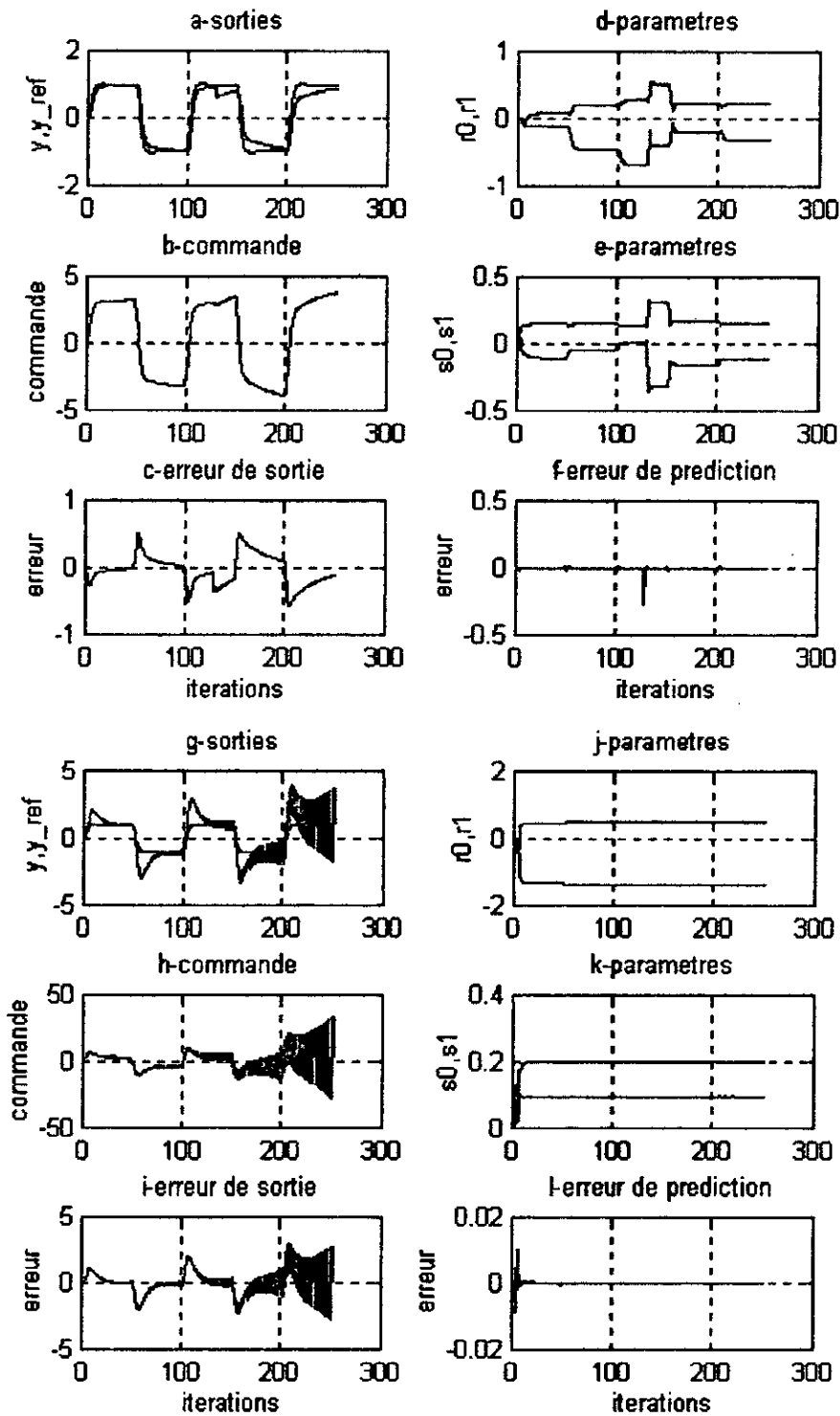
Quelques constatations importantes peuvent être soutirer des différents tests effectuées sur le système à savoir:

Le système de commande permet d'améliorer la pureté de chacune des sorties  $x_d$ ,  $x_b$  de l'ordre de 10% de leur valeurs nominales et pouvant facilement éliminée des perturbations fugitifs de court et de moyen durée avec un régime d'adaptation assez bon, toute fois des perturbations persistantes de grandes amplitudes ( $\Delta x_f = 25\%$ ,  $\Delta F = 30\%$ ) font entraîner le système dans une zone non-linéaire qui ne peut être géré par un contrôleur adaptatif linéaire.

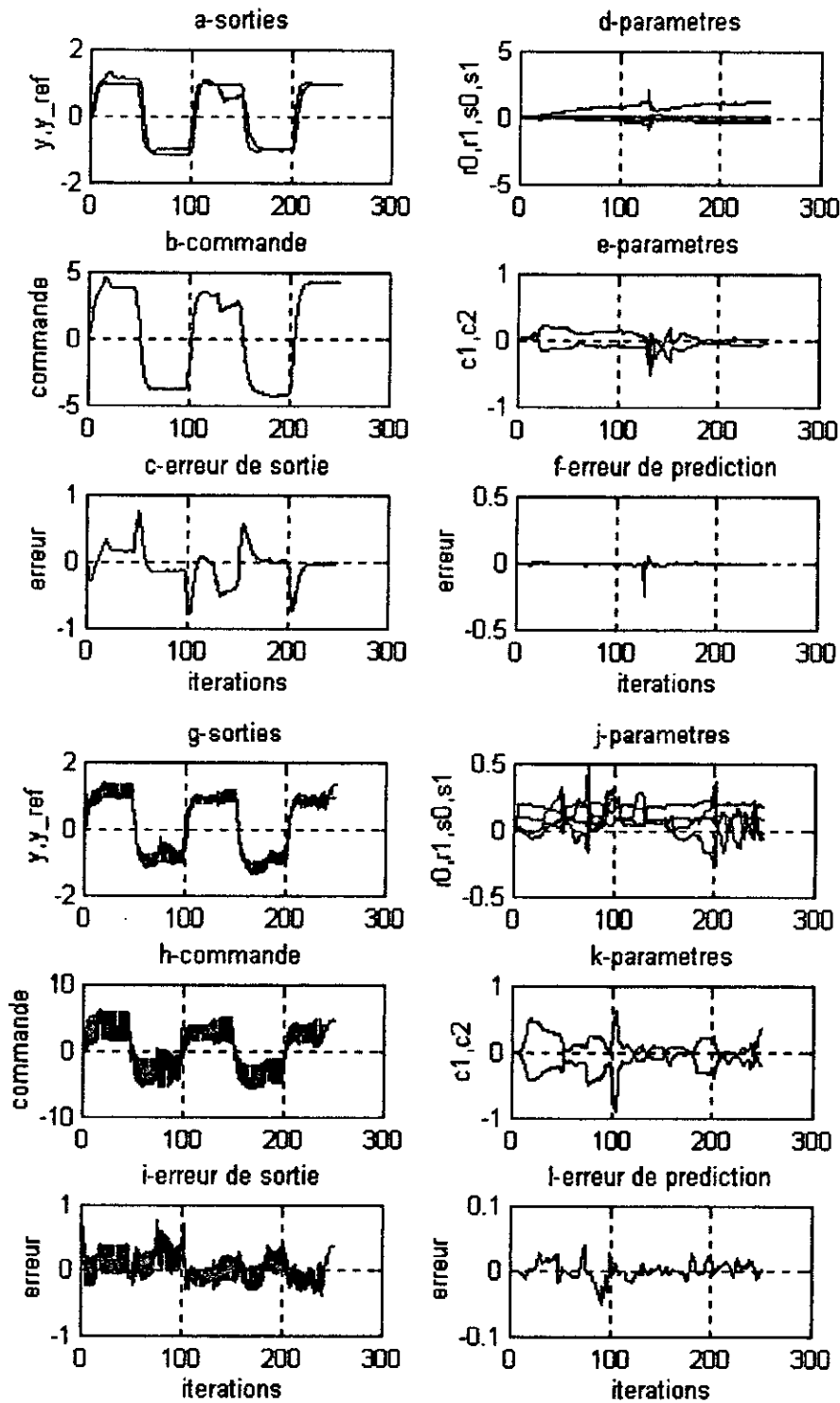
Néanmoins de bon résultats fut obtenues pour des variations de consigne: ( $\Delta x_d \cong 5\%$ ,  $\Delta x_b \cong -5\%$ ) où le système de commande peut éliminer des perturbations constantes de l'ordre de 10% et de 10% respectivement pour  $\Delta x_f$  et  $\Delta F$ . Il est à noter que le choix de modèle de référence est conditionné par des contraintes physiques (telle que: le volume et le débit fini des plateaux) qui ne faut pas négliger, c'est à dire que le modèle de connaissance de la colonne conduira à des résultats erronées suite à des excitations trop élevées surtout dans le régime d'adaptation.

Ainsi des limitation des commandes sont alors établies afin de remédier à ce problème.

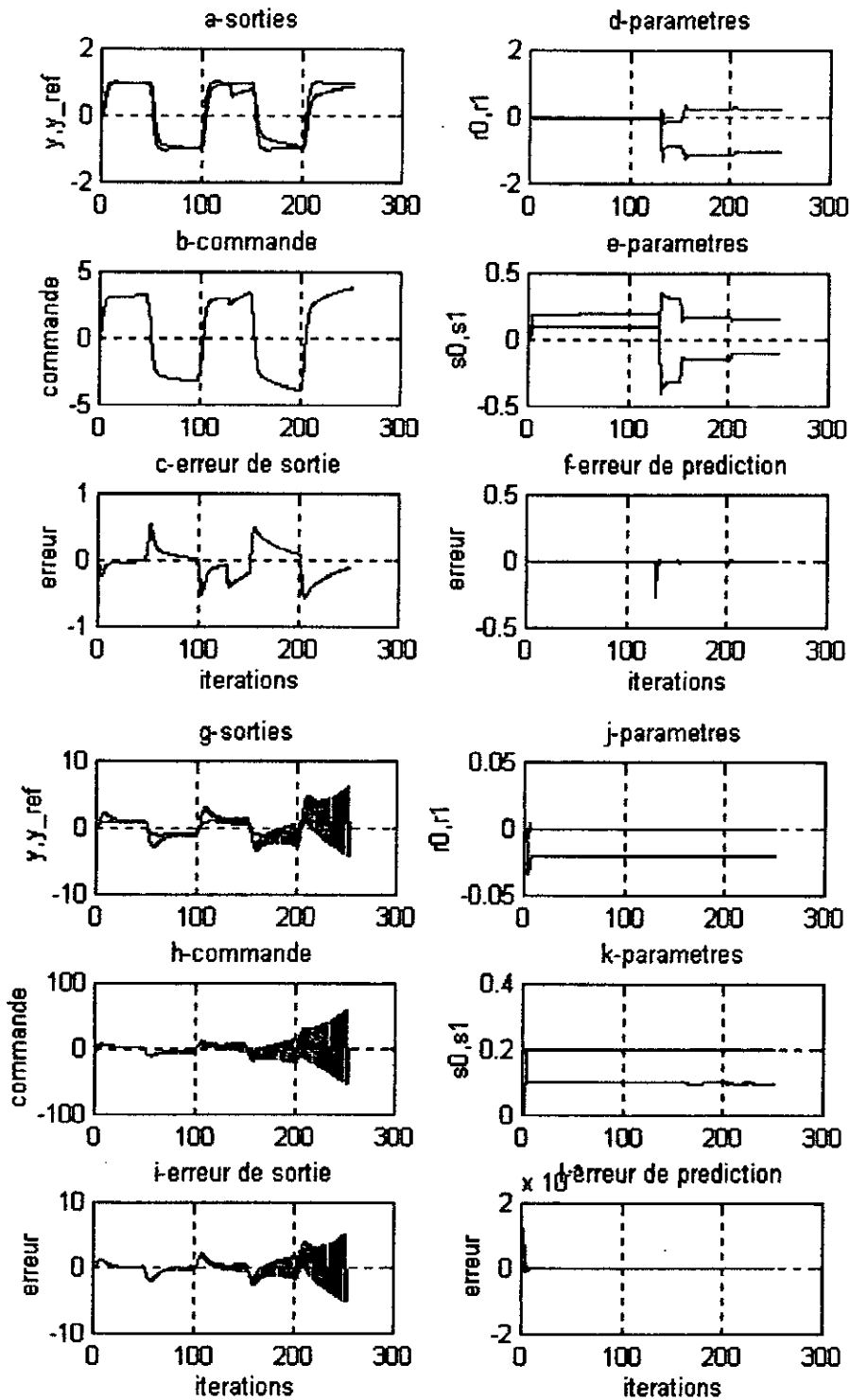
A la suite de ces diverses constatations notre choix s'est porté sur les performance optimales représentées sur les figures (IV.6,...,17), (IV.18,...,29).



*Fig.IV.1 - Résultats d'application de la stratégie (PRPE) sur un modèle numérique à (NMP) (Approche directe).*



*Fig.IV.2 - Résultats d'application de la stratégie (VMG) sur un modèle numérique à (NMP) (Approche directe).*



*Fig.IV.3 - Résultats d'application de la stratégie (PRPE) sur un modèle numérique à (NMP) (Approche indirecte).*

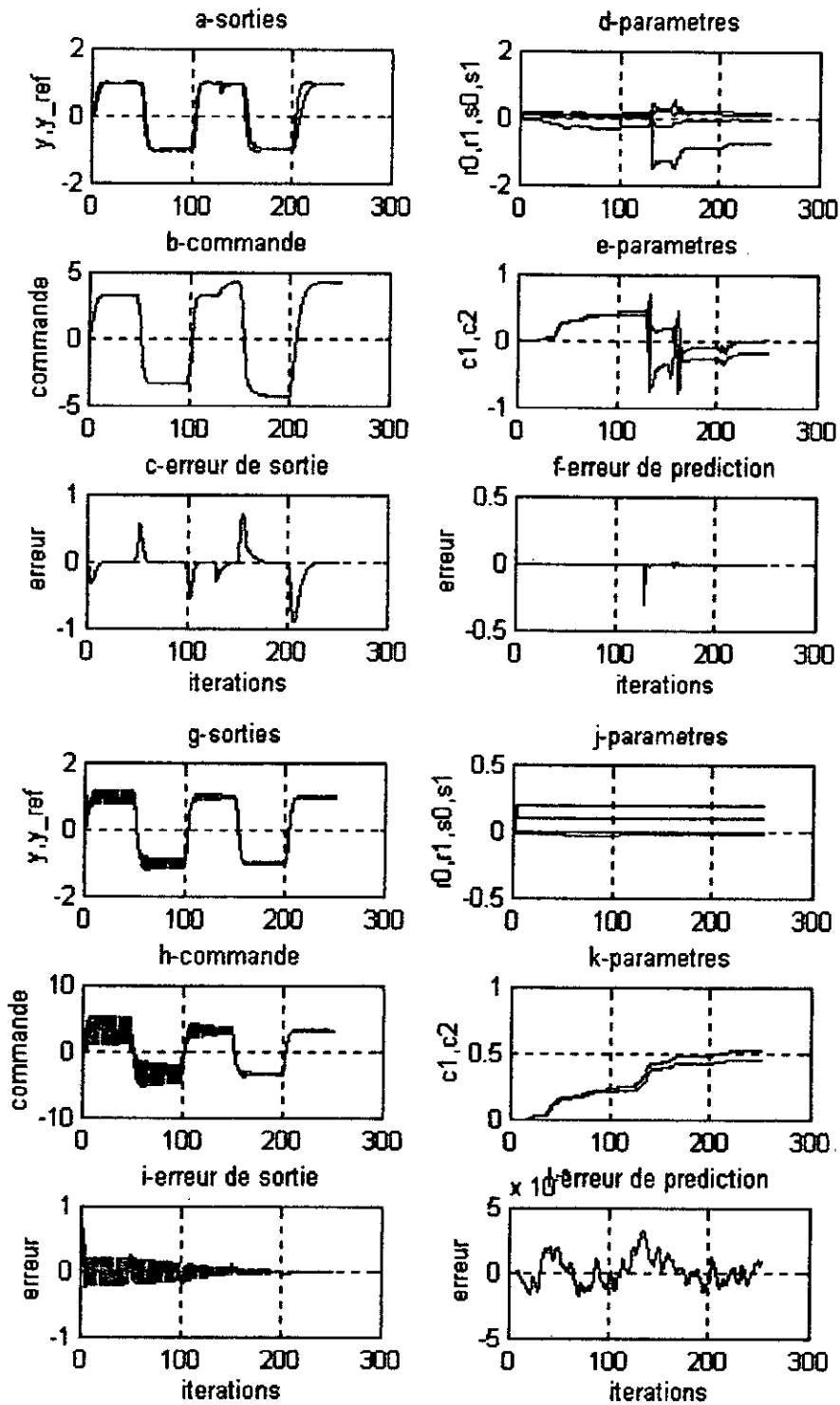
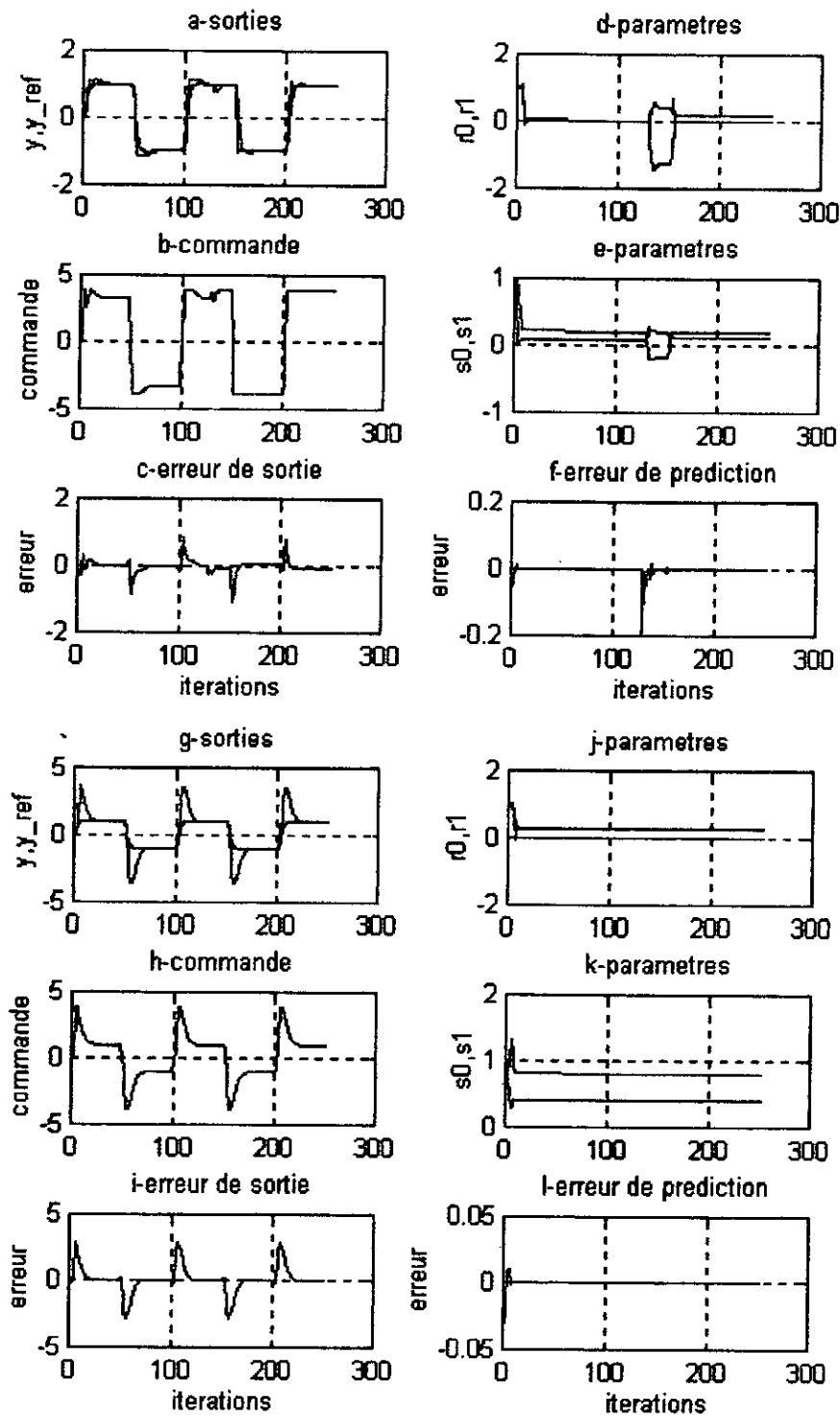
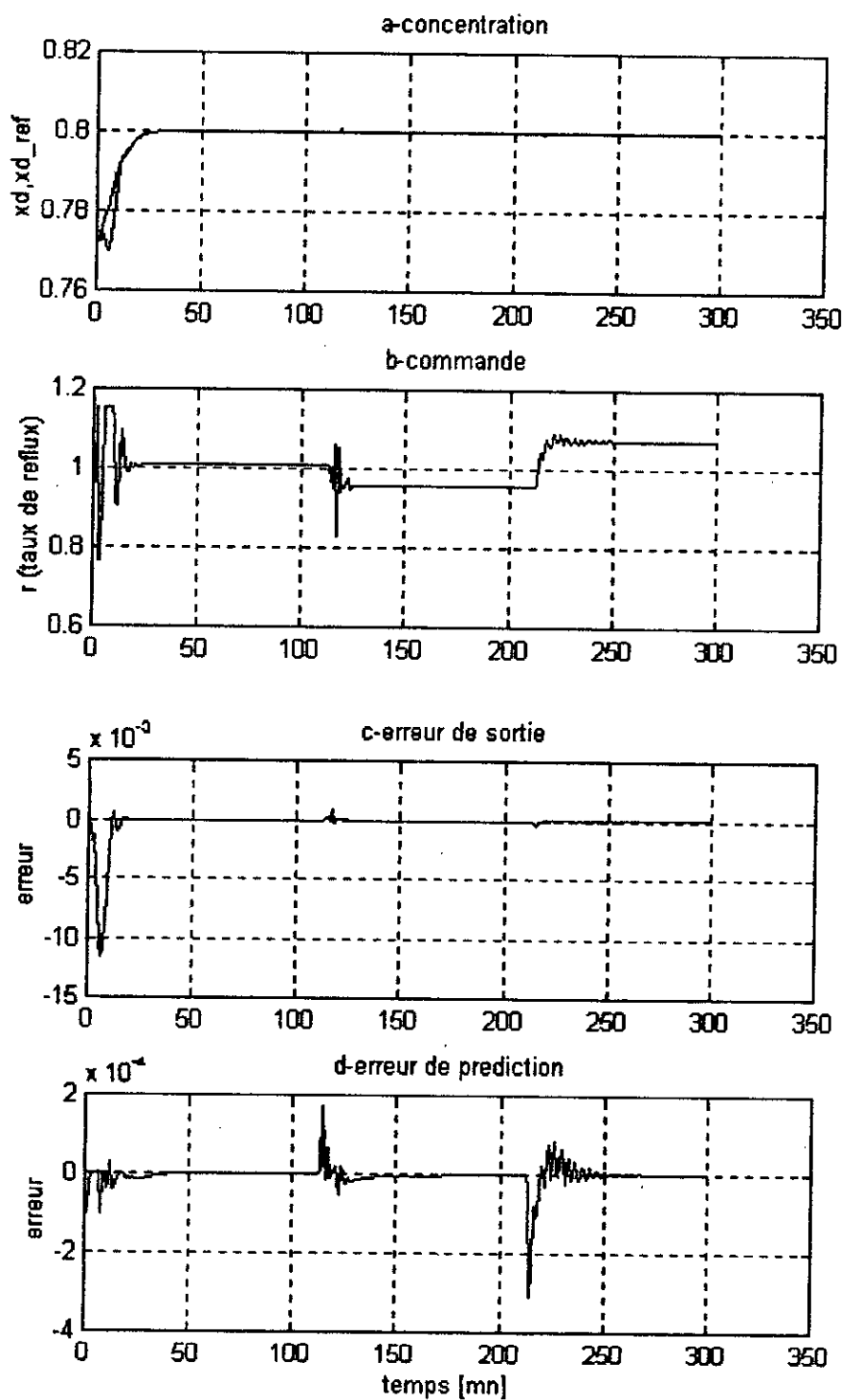


Fig.IV.4 - Résultats d'application de la stratégie (VMG) sur un modèle numérique à (NMP) (Approche indirecte).

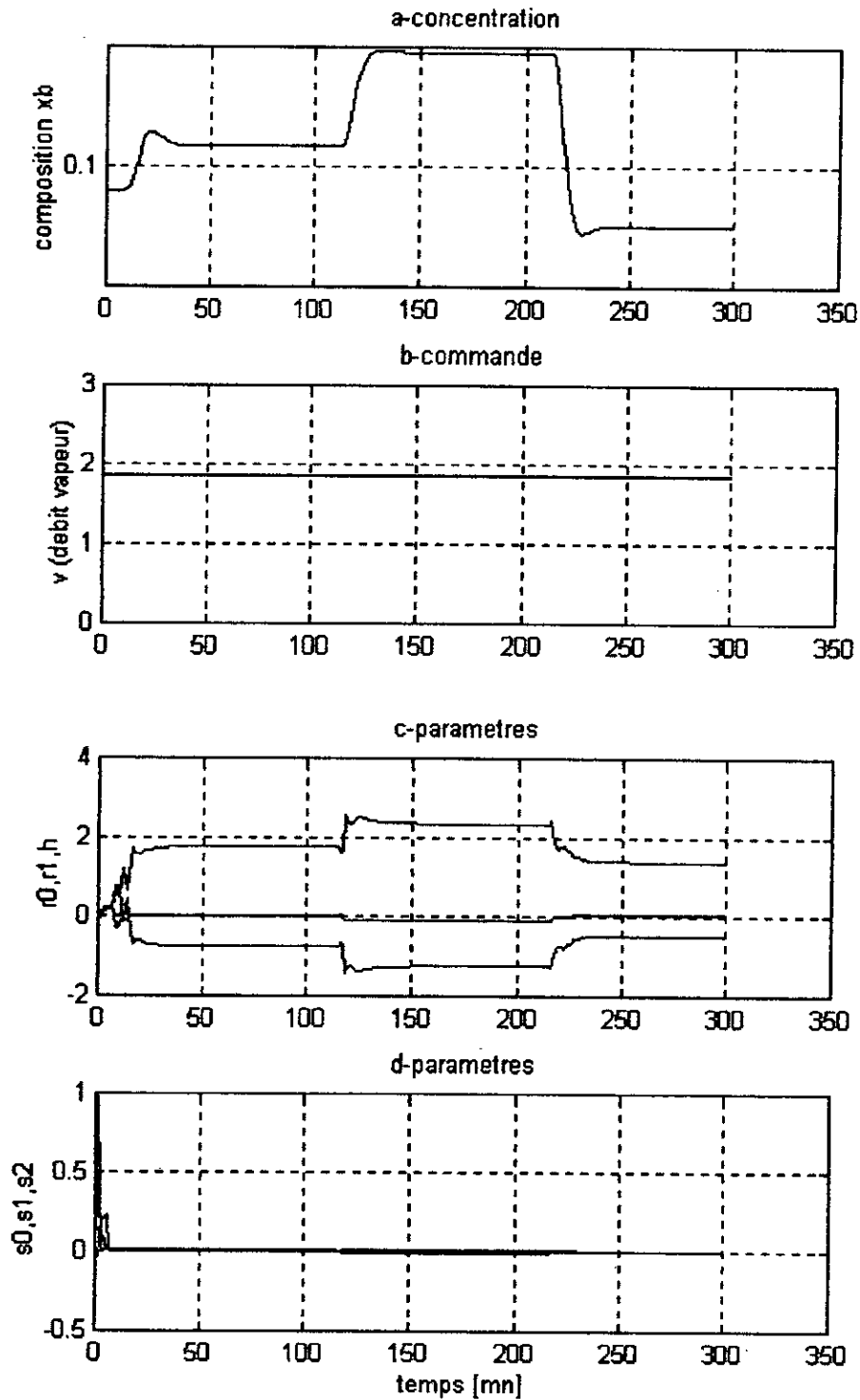


*Fig.IV.5 - Résultats d'application de la stratégie (PP) sur un modèle numérique à (NMP) (Approche indirecte).*

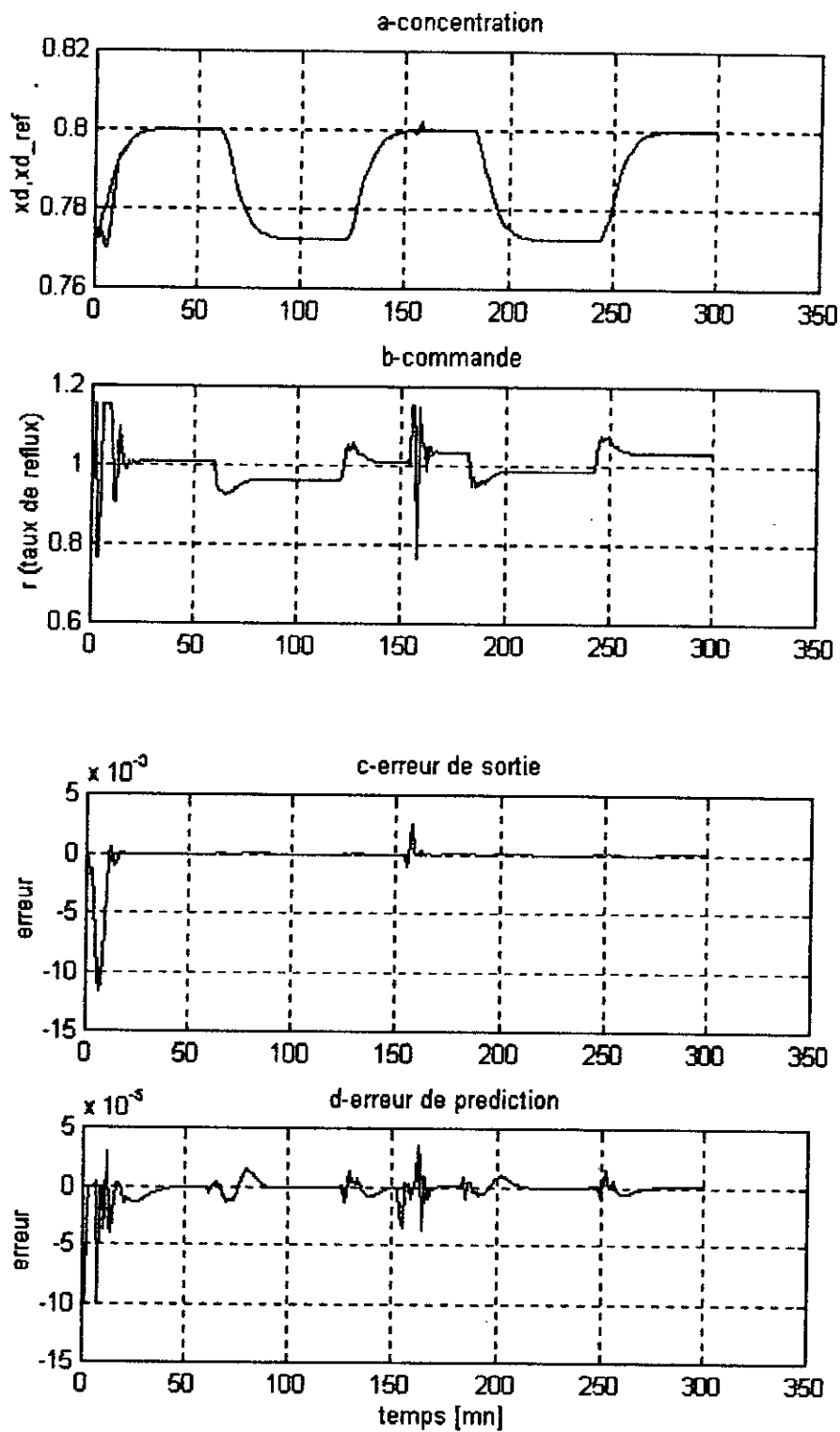




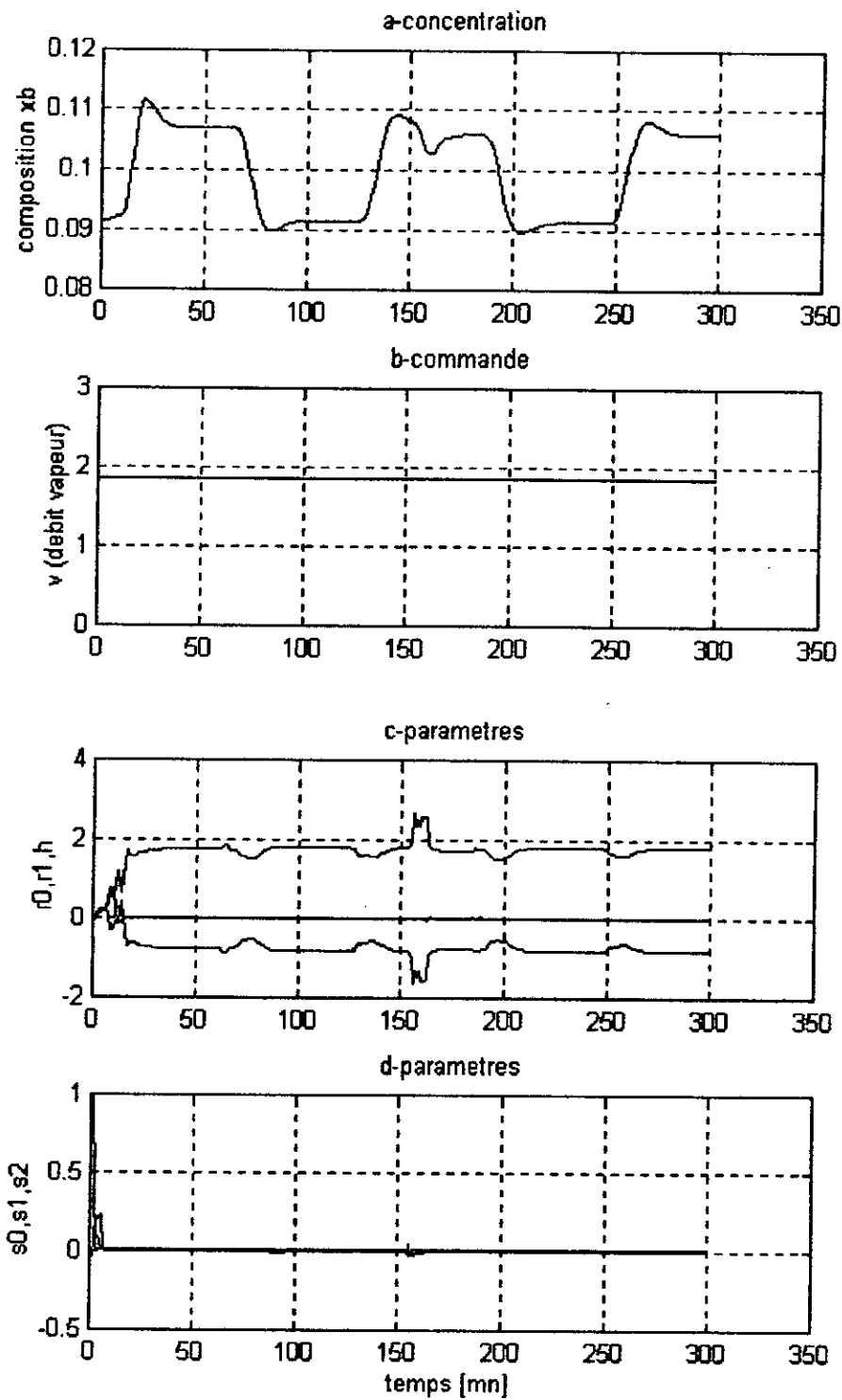
*Fig.IV.6 - Résultats d'application de la stratégie (EPM) sur le modèle de la colonne (Sous système I,  $(x_d - R)$ ) - consigne constante.*



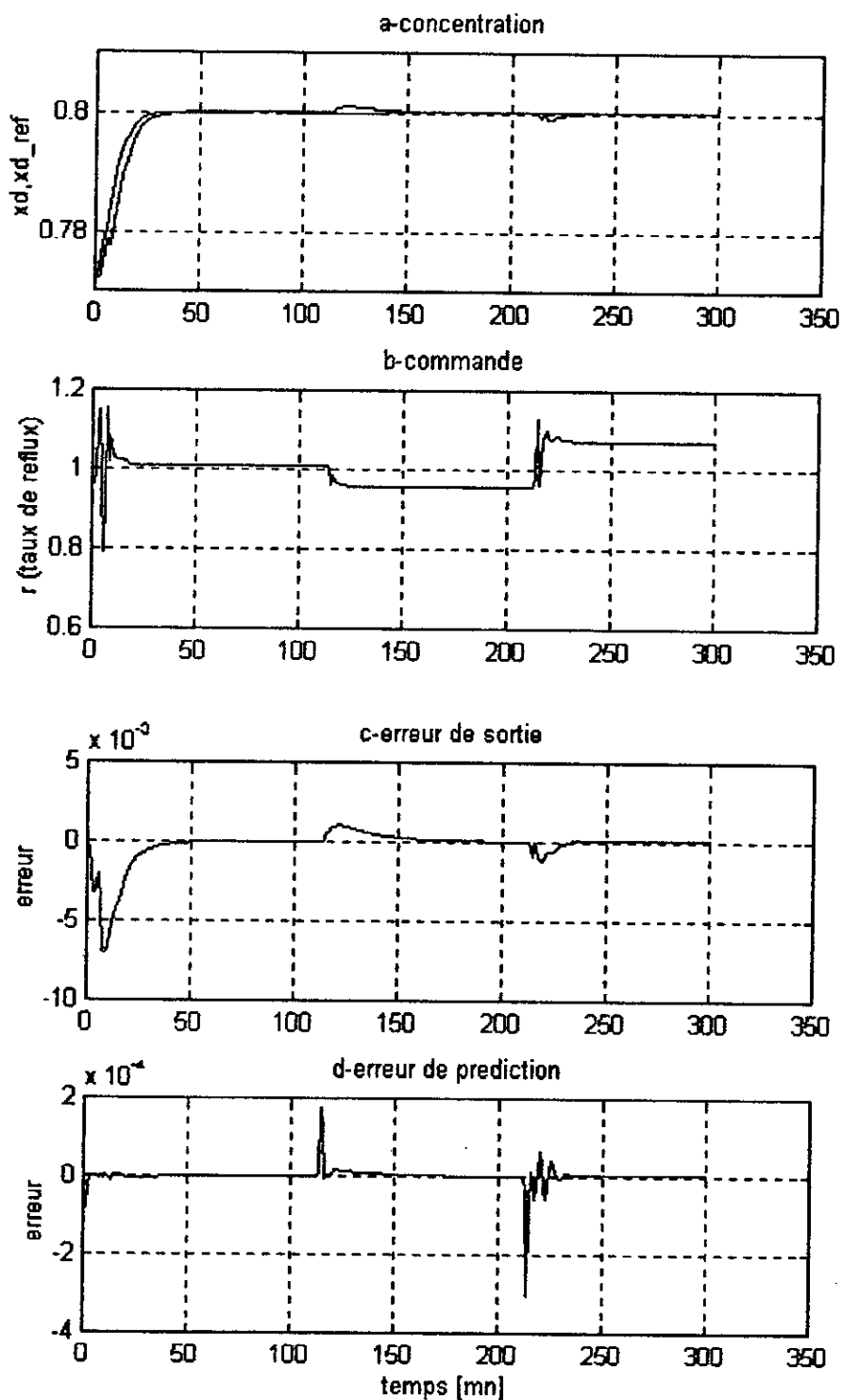
*Fig.IV.7 - L'influence de  $R$  sur  $x_b$  (Sous système 1) et l'évolution des paramètres - consigne constante.*



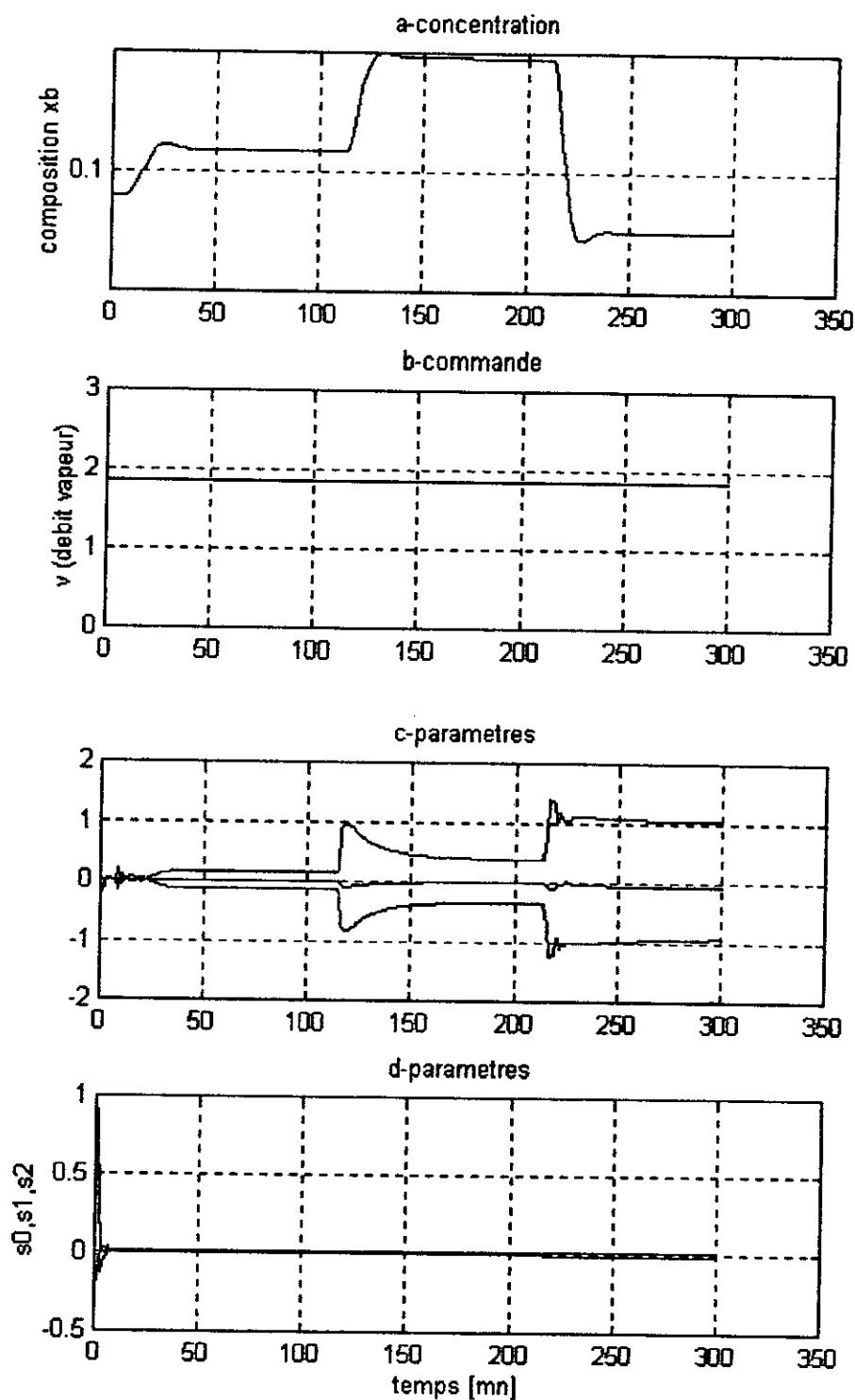
*Fig.IV.8 - Résultats d'application de la stratégie (EPM) sur le modèle de la colonne (Sous système 1,  $(x_d - R)$ ) - consigne variable.*



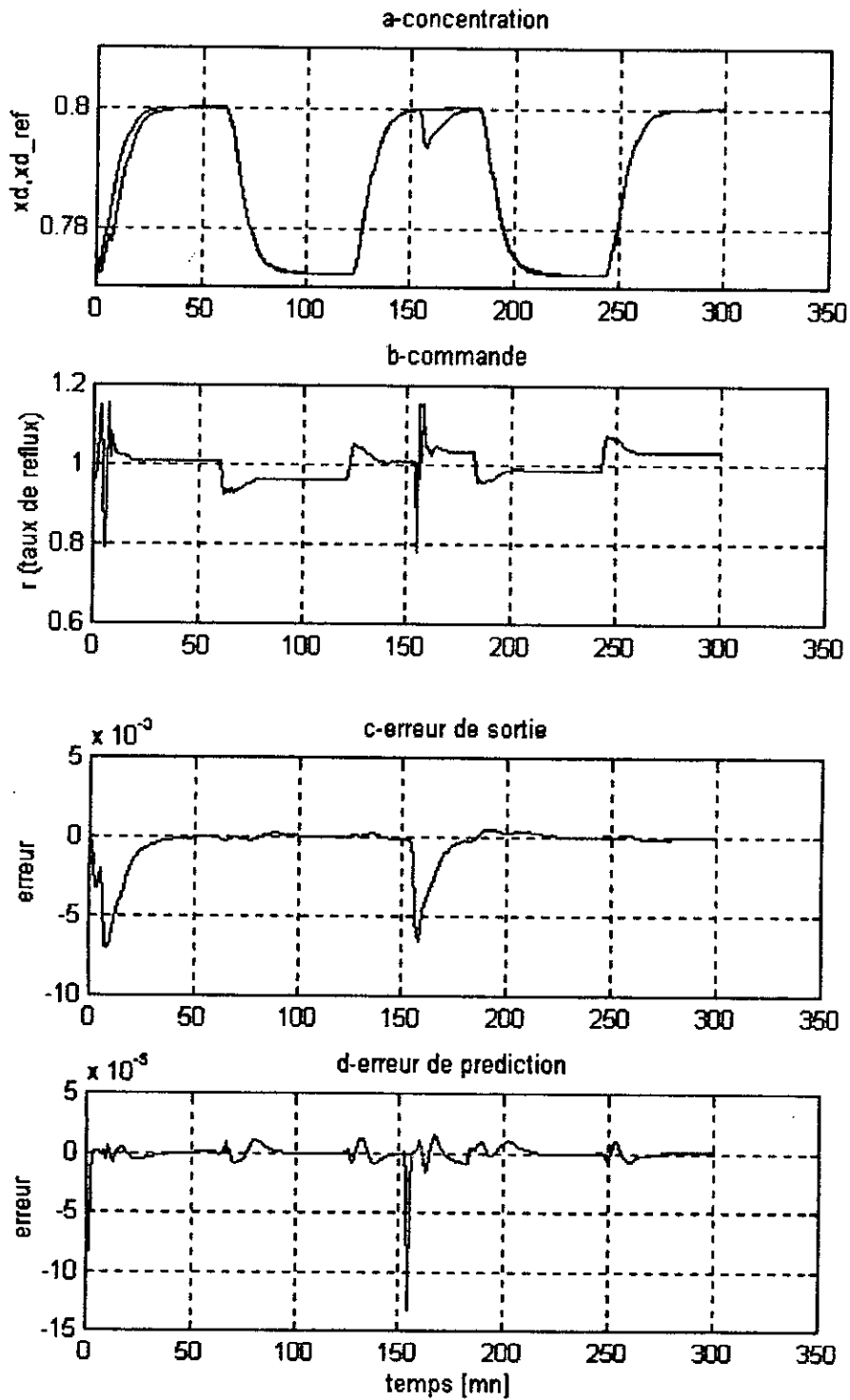
*Fig.IV.9 - L'influence de  $R$  sur  $x_b$  (Sous système 1) et l'évolution des paramètres - consigne variable.*



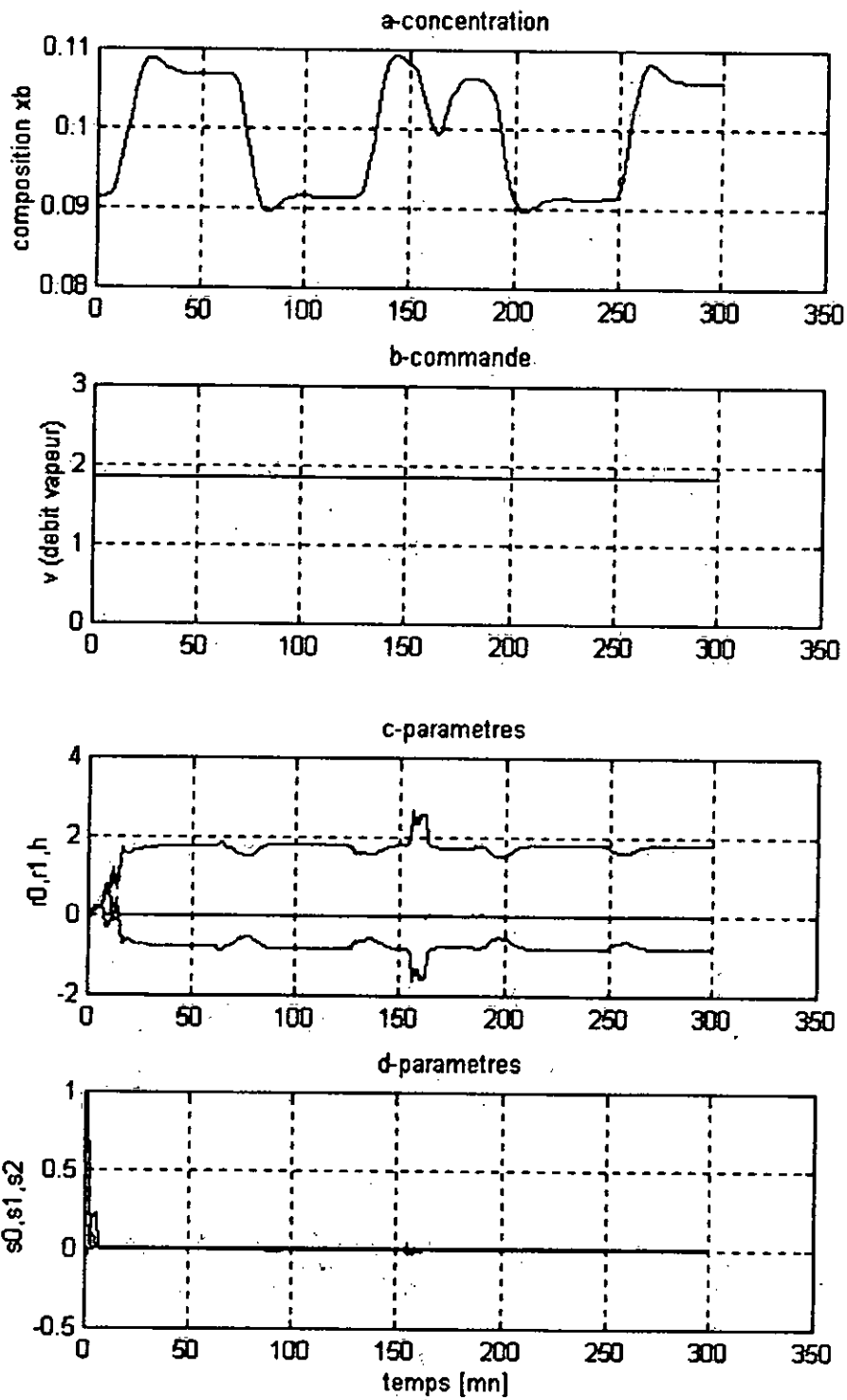
*Fig.IV.10 - Résultats d'application de la stratégie (PROI) sur le modèle de la colonne (Sous système 1,  $(x_d - R)$ ) - consigne constante.*



*Fig.IV.11 - L'influence de  $R$  sur  $x_b$  (Sous système 1) et l'évolution des paramètres - consigne constante.*

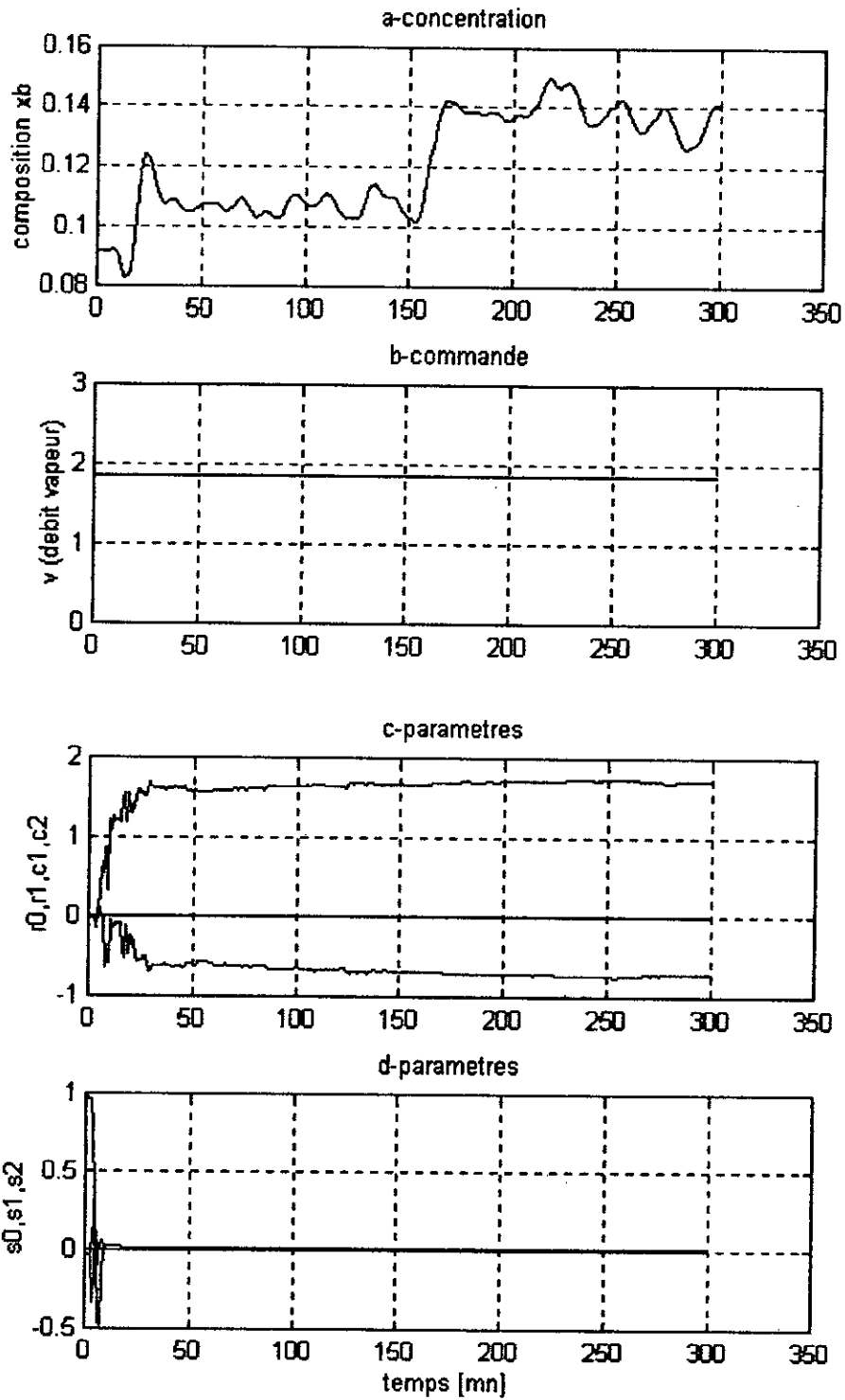


*Fig.IV.12 - Résultats d'application de la stratégie (PROI) sur le modèle de la colonne (Sous système 1,  $(x_d - R)$ ) - consigne variable.*

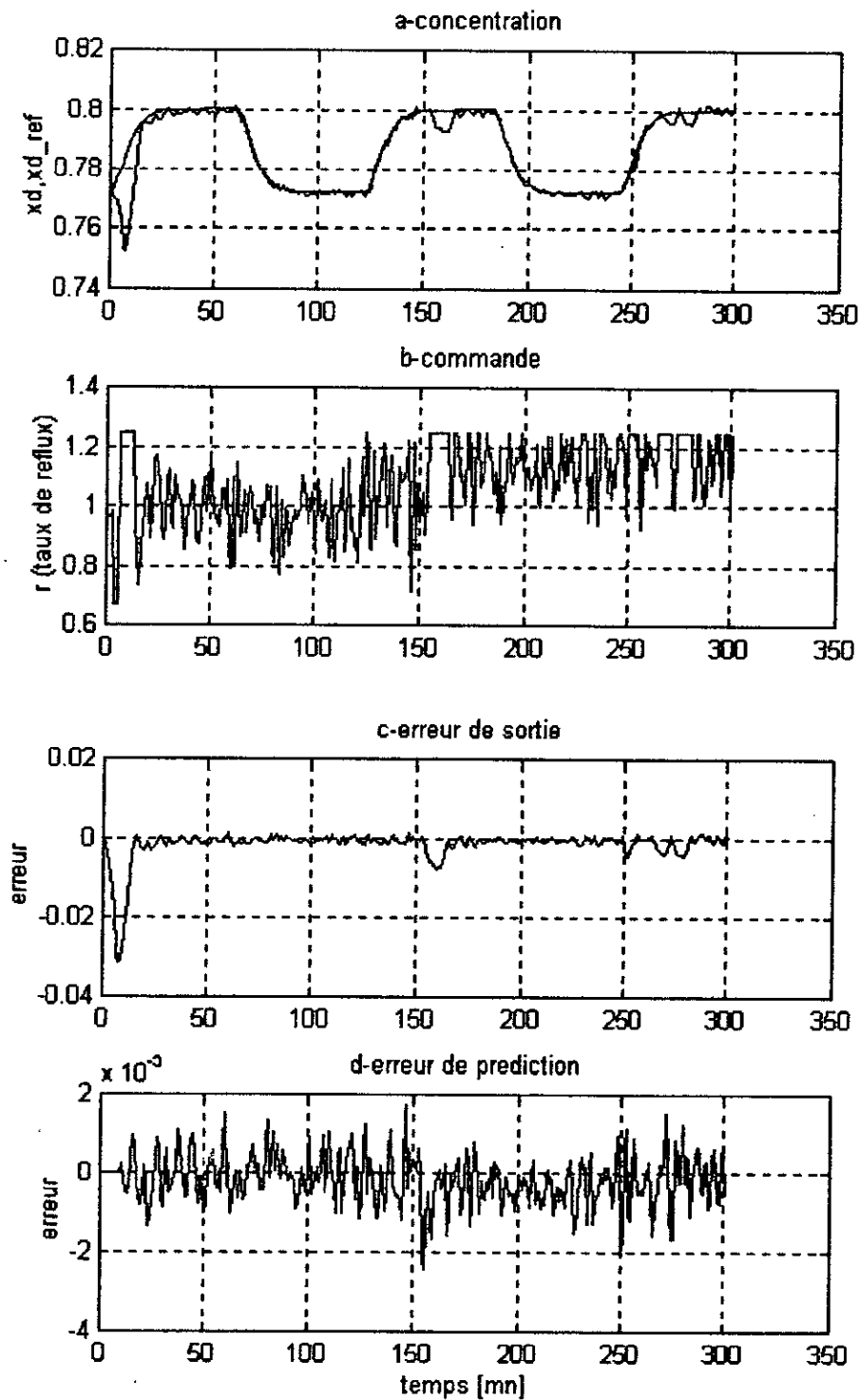


*Fig.IV.13 - L'influence de R sur  $x_b$ . (Sous système 1) et l'évolution des paramètres - consigne variable.*

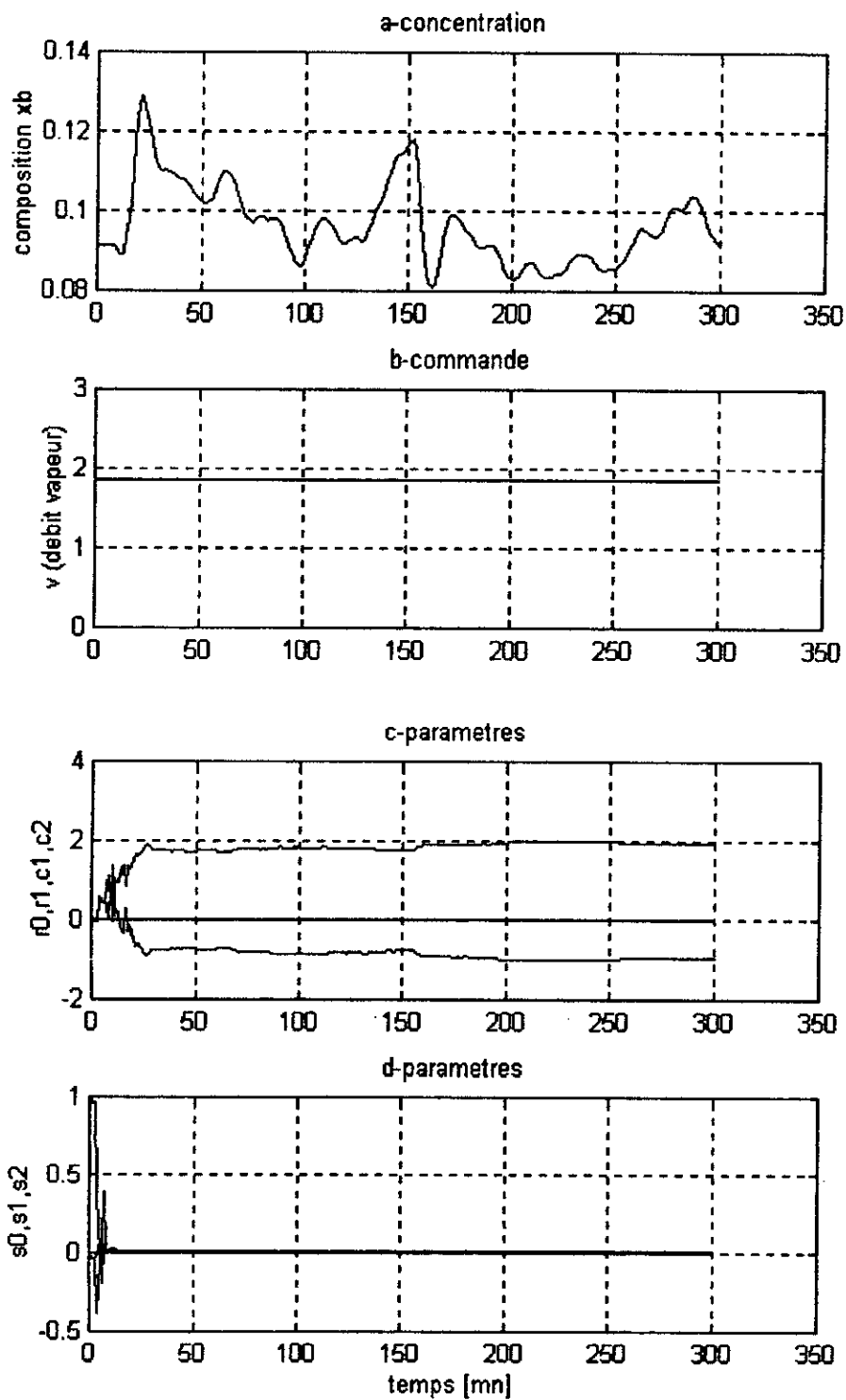




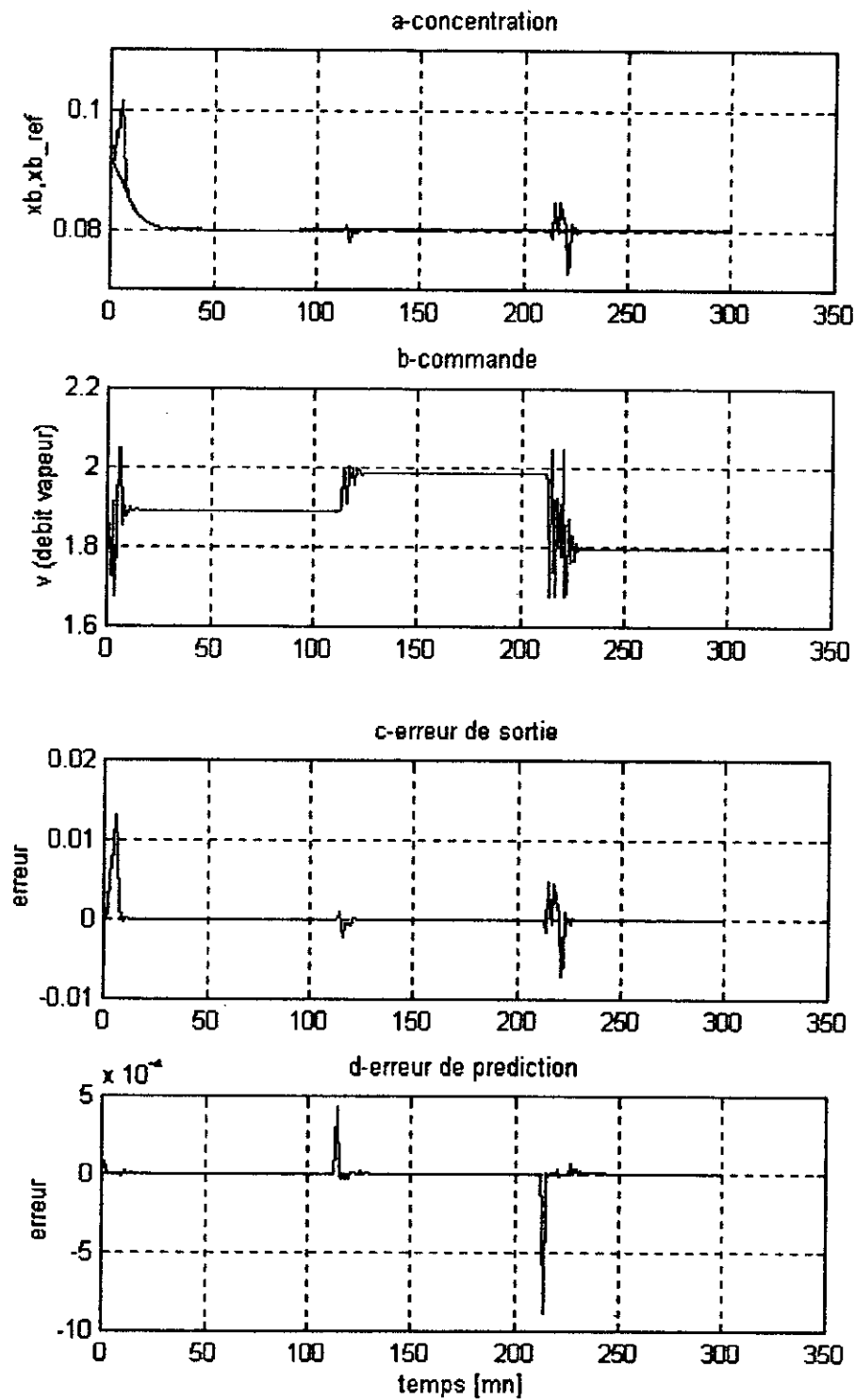
*Fig.IV.15 - L'influence de R sur  $x_b$  (Sous système 1) et l'évolution des paramètres - consigne constante*



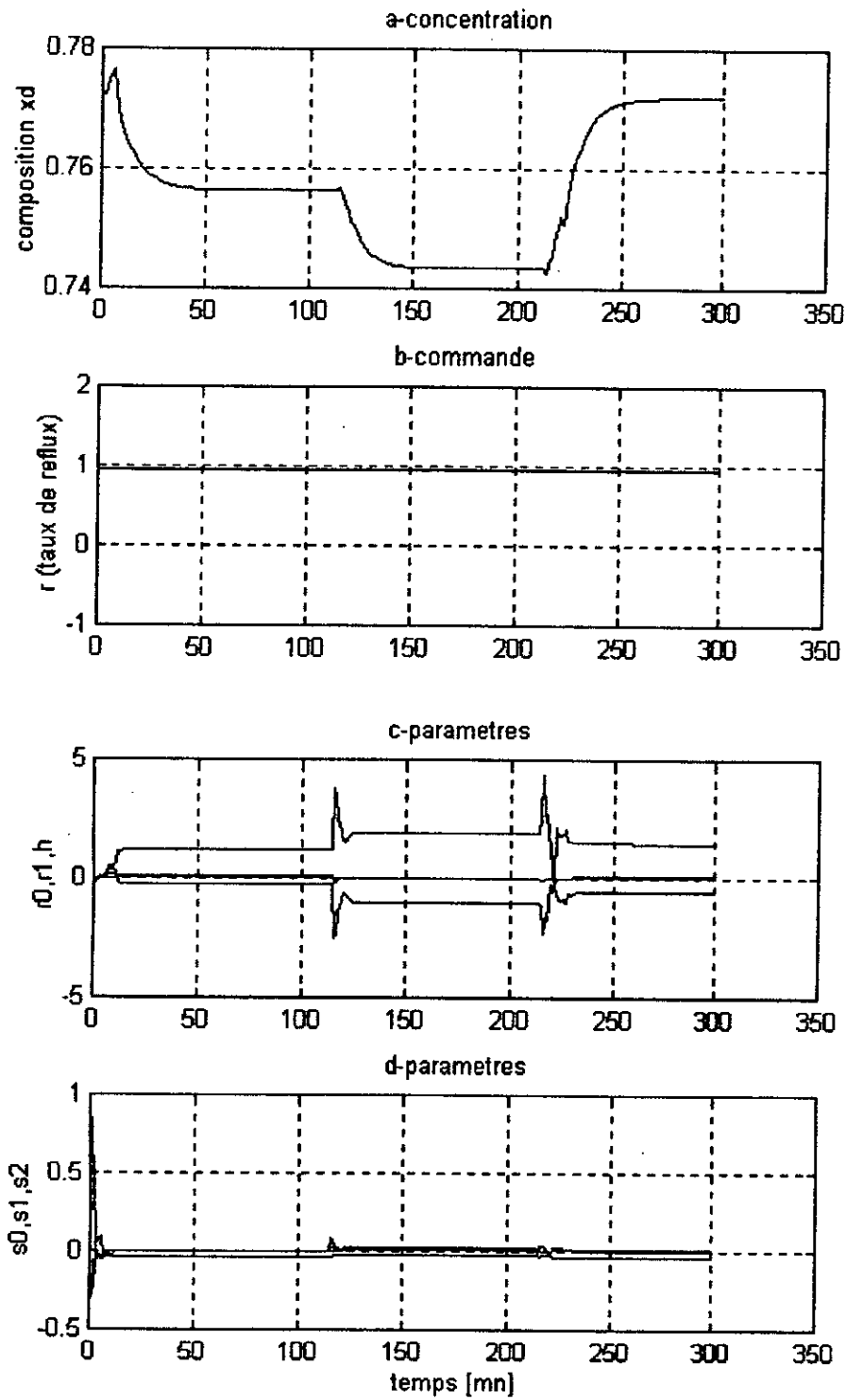
*Fig.IV.16 - Résultats d'application de la stratégie (VM) sur le modèle de la colonne (Sous système 1,  $(x_d - R)$ ) - consigne variable.*



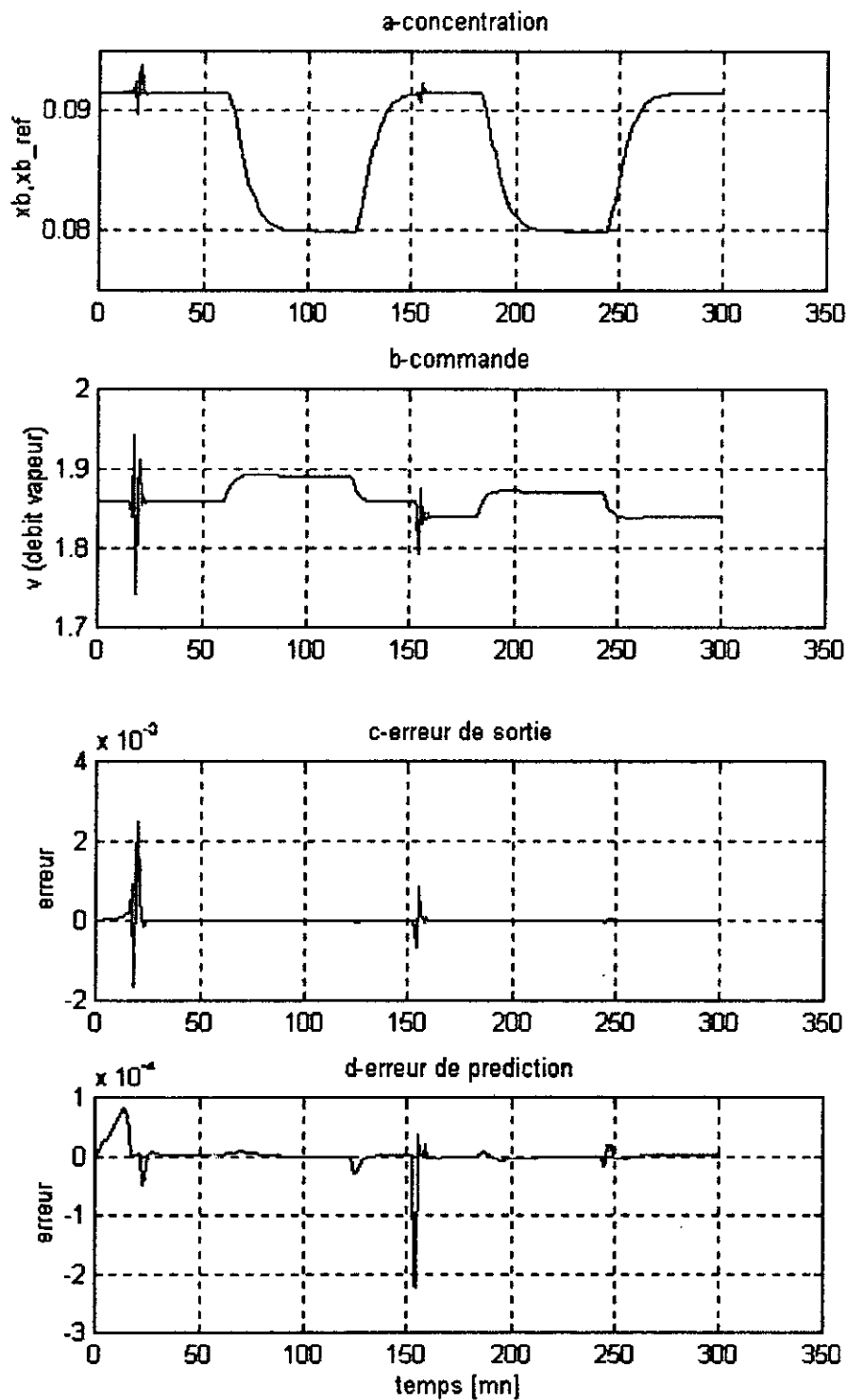
*Fig.IV.17 - L'influence de  $R$  sur  $x_b$  (Sous système 1) et l'évolution des paramètres - consigne variable.*



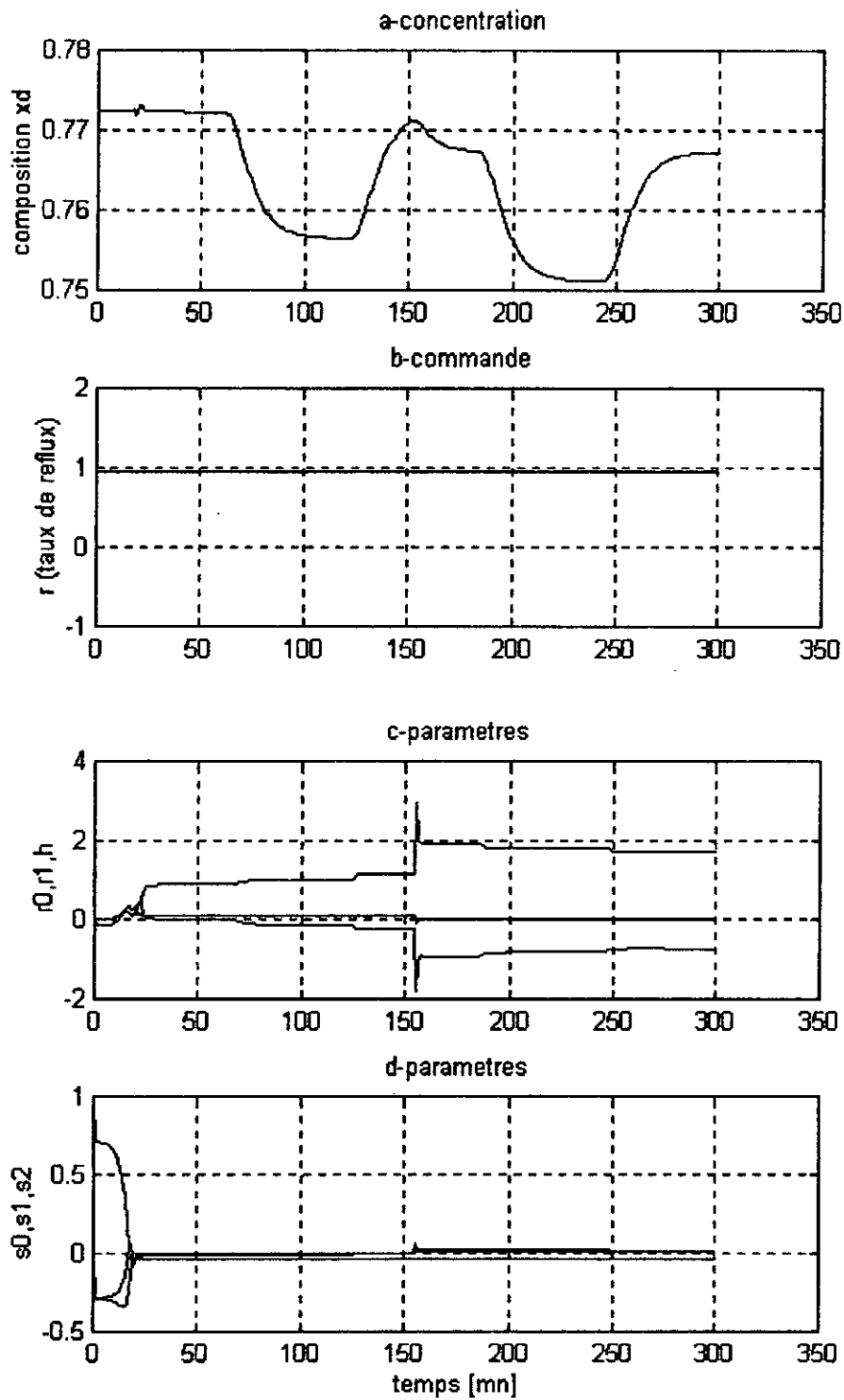
*Fig.IV.18 - Résultats d'application de la stratégie (EPM) sur le modèle de la colonne (Sous système 2,  $(x_b - V)$ ) - consigne constante.*



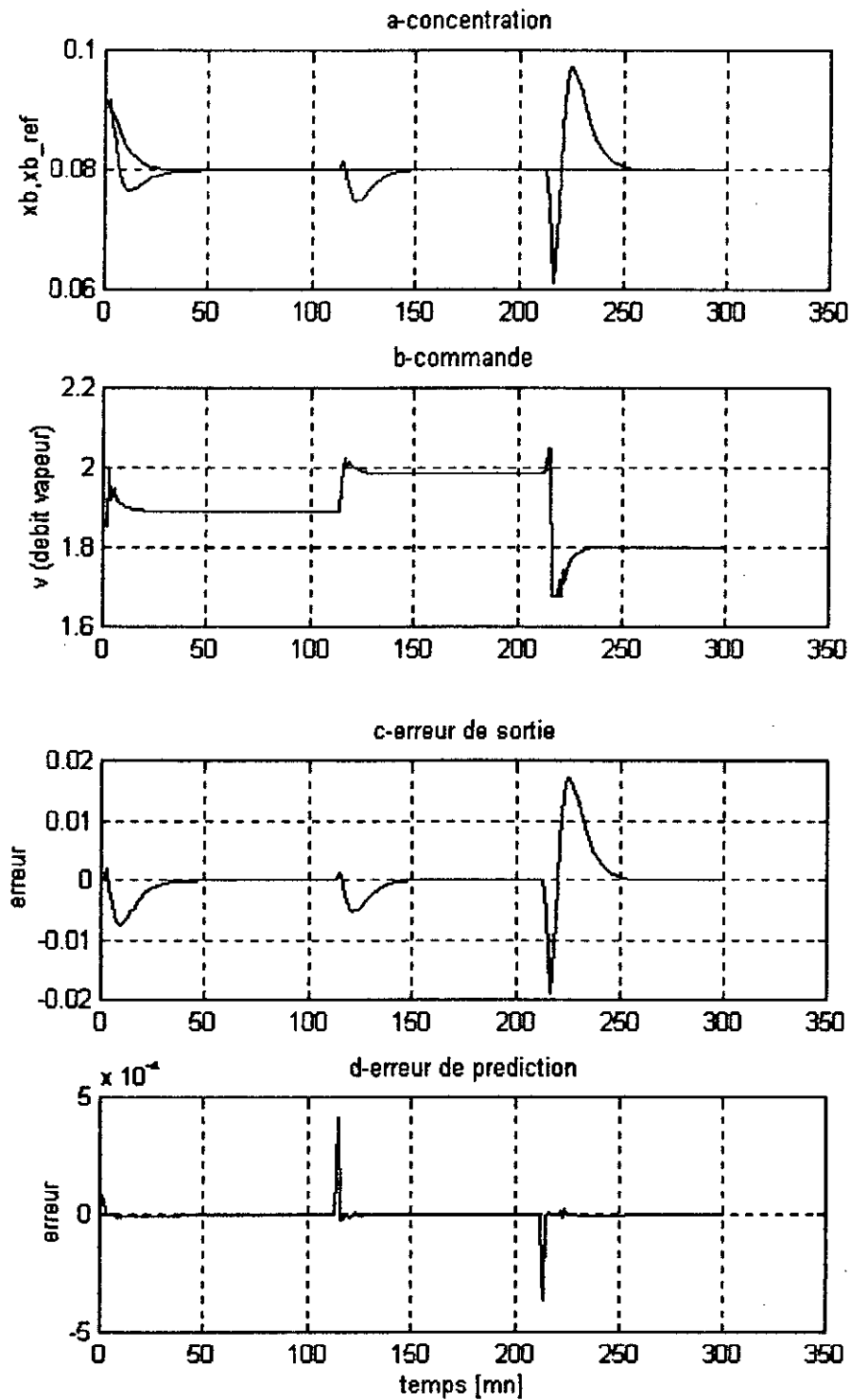
*Fig.IV.19 - L'influence de  $V$  sur  $x_d$  (Sous système 2) et l'évolution des paramètres - consigne constante.*



*Fig.IV.20 - Résultats d'application de la stratégie (EPM) sur le modèle de la colonne (Sous système 2,  $(x_b - V)$ ) - consigne variable.*

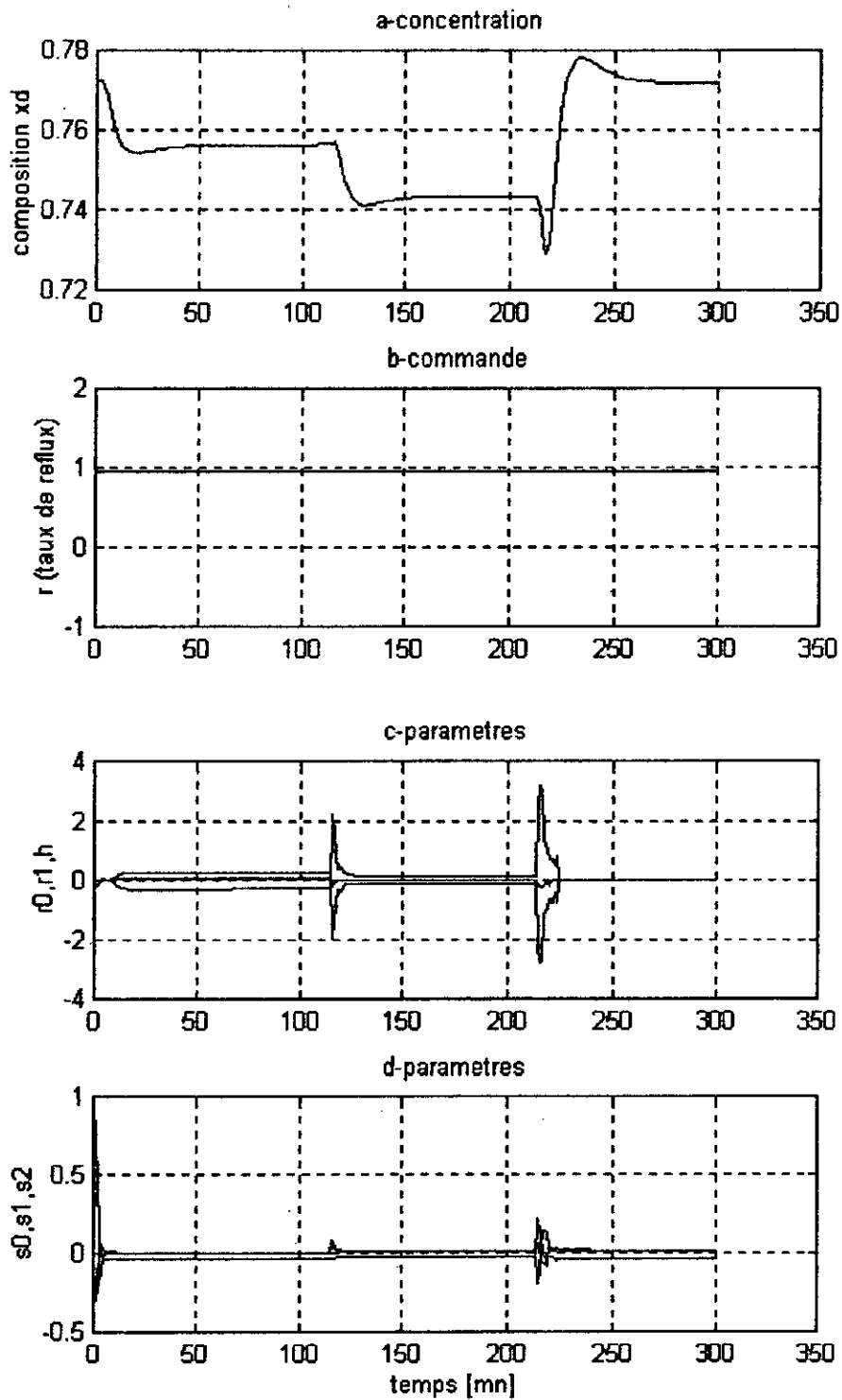


*Fig.IV.21 - L'influence de  $V$  sur  $x_d$  (Sous système 2) et l'évolution des paramètres - consigne variable.*

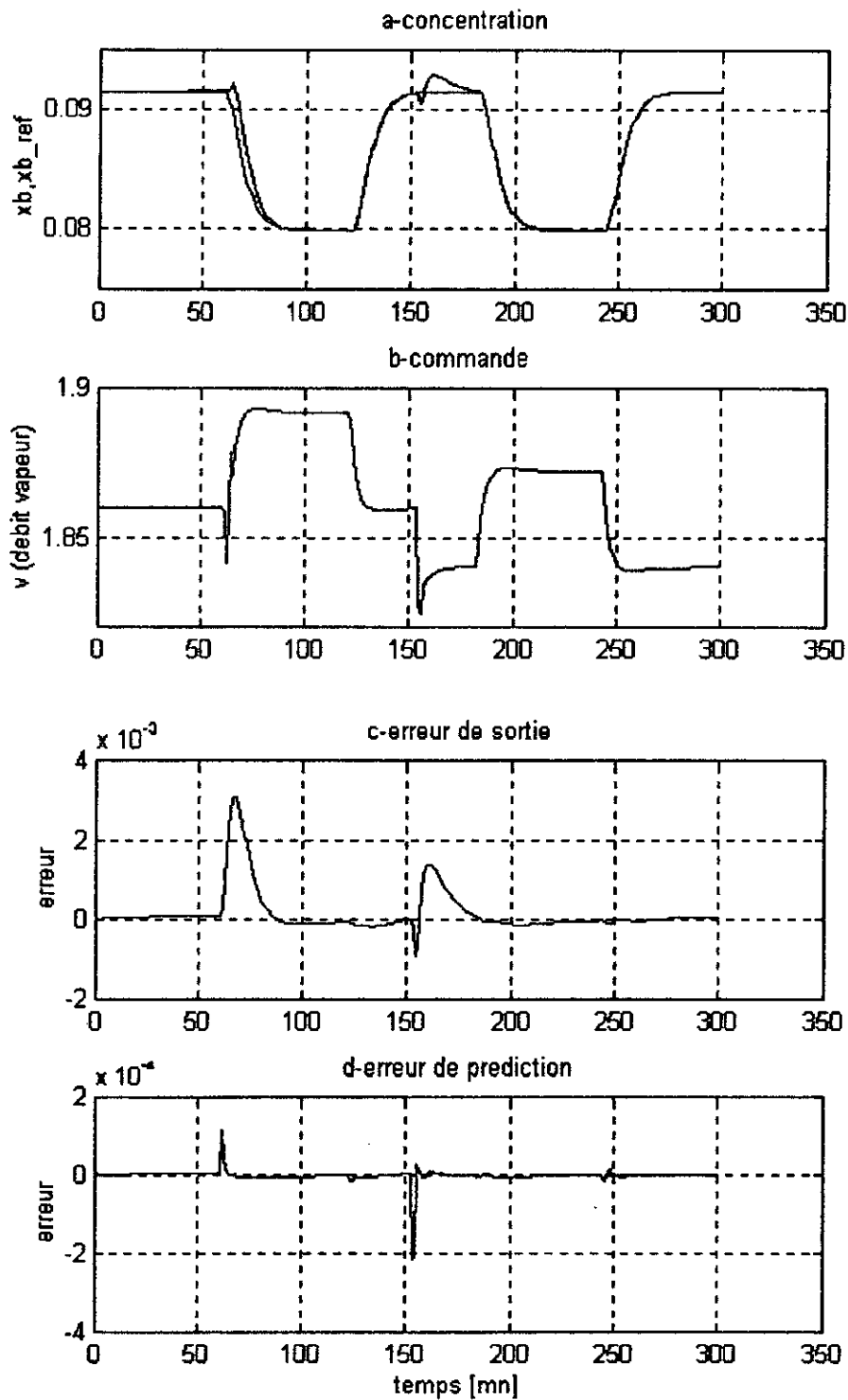


*Fig.IV.22 - Résultats d'application de la stratégie (PROI) sur le modèle de la colonne (Sous système 2,  $(x_b - V)$ ) - consigne constante.*





*Fig.IV.23 - L'influence de  $V$  sur  $x_d$  (Sous système 2) et l'évolution des paramètres - consigne constante.*



*Fig.IV.24 - Résultats d'application de la stratégie (PROI) sur le modèle de la colonne (Sous système 2,  $(x_b - V)$ ) - consigne variable.*

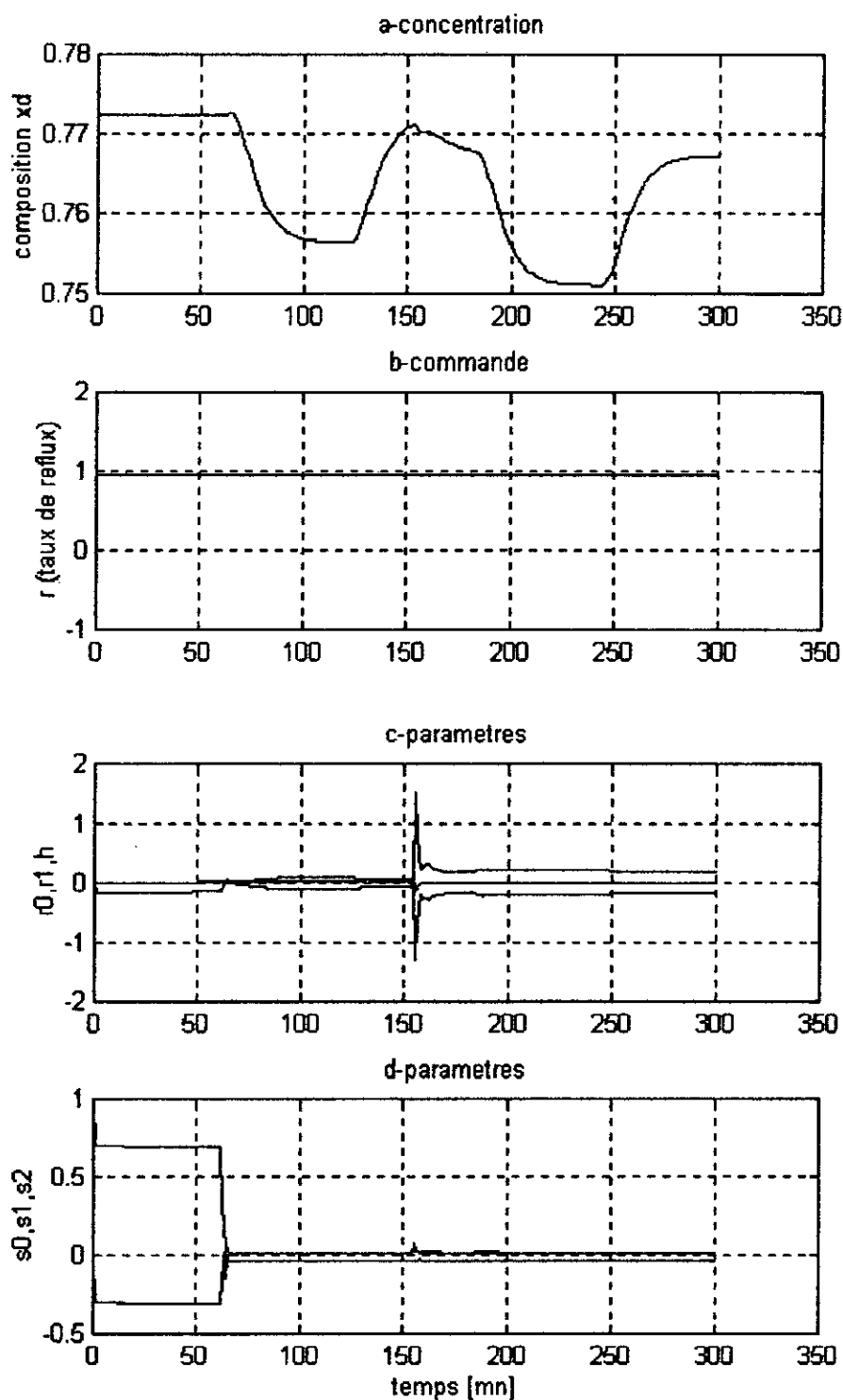
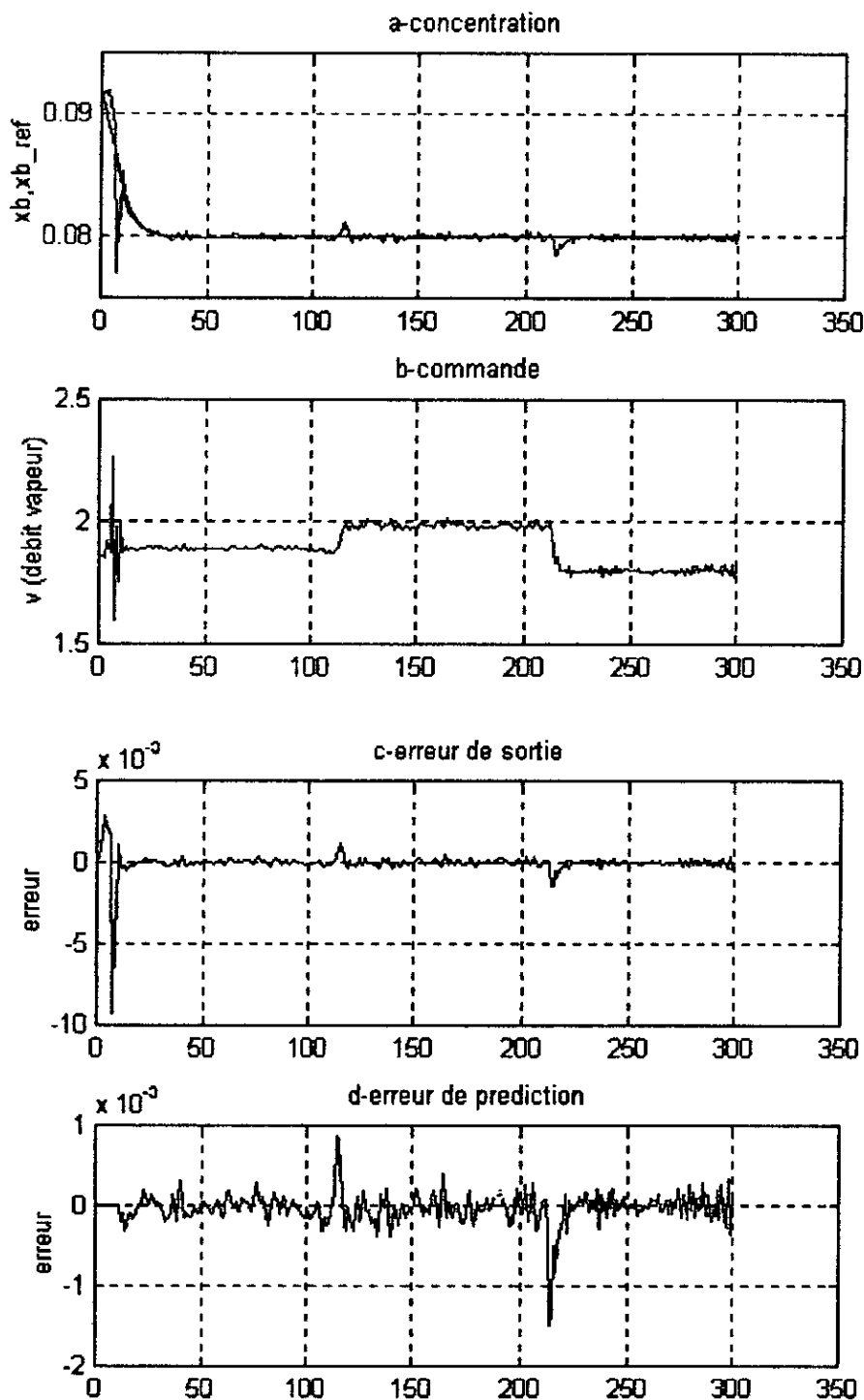
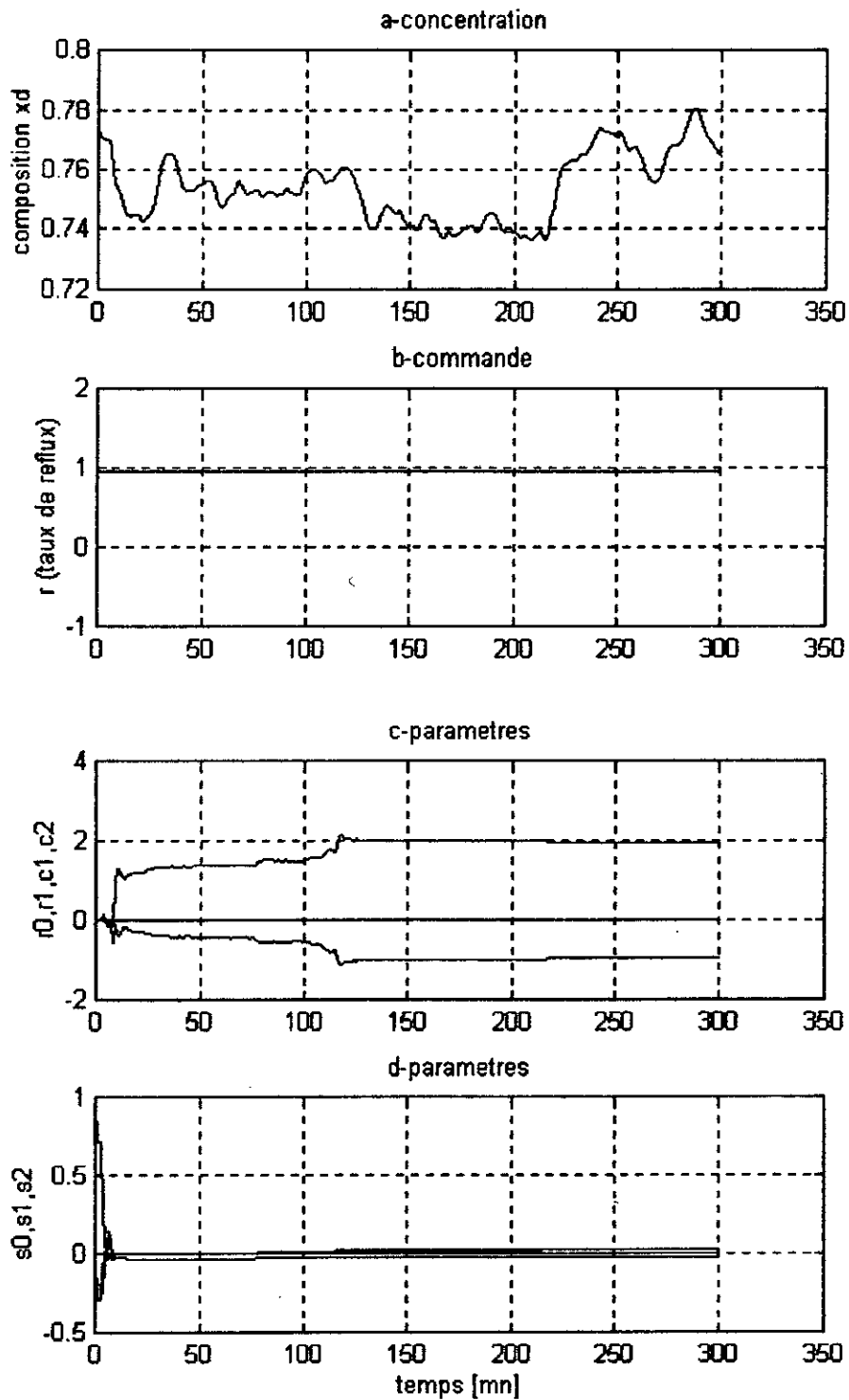


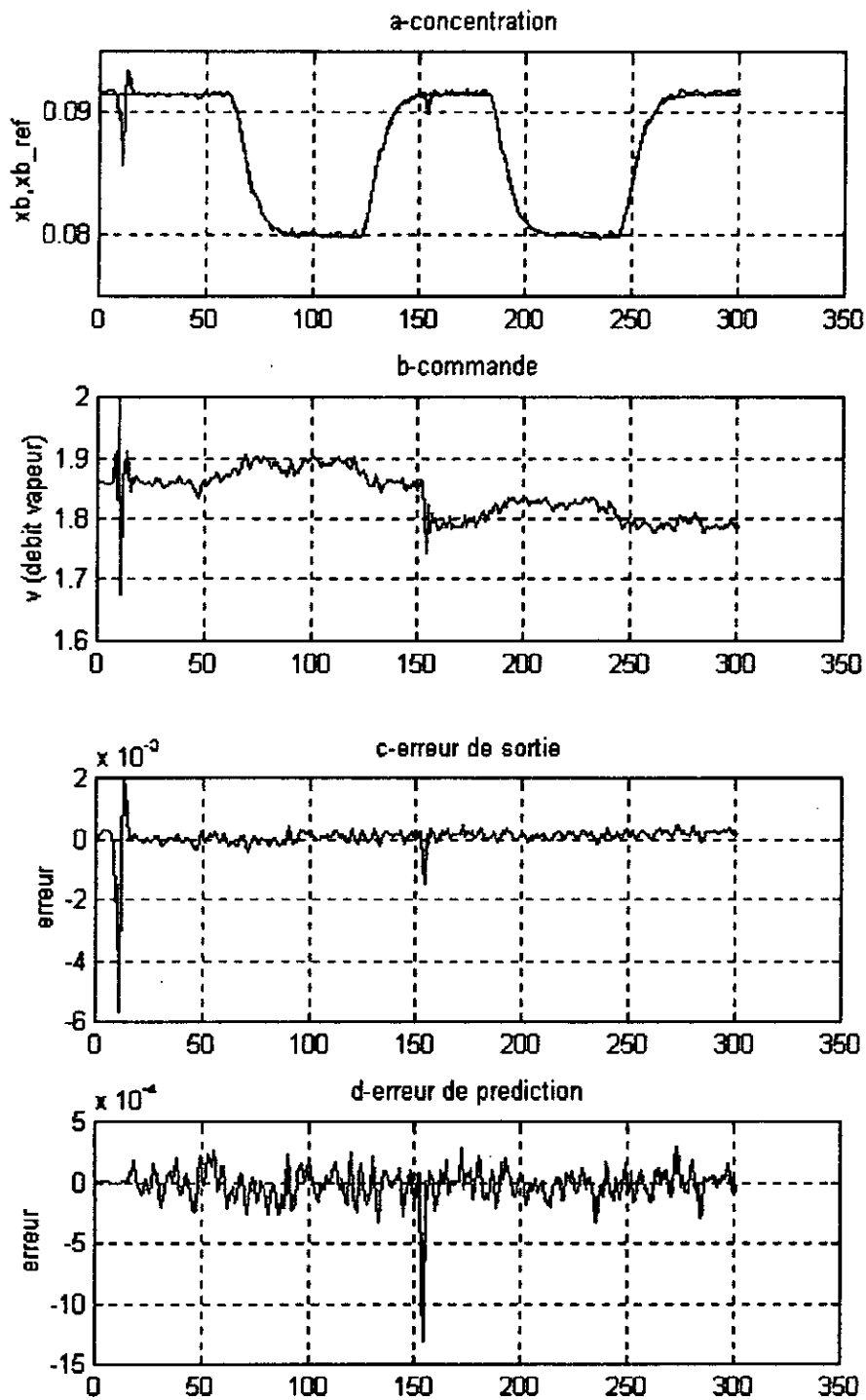
Fig.IV.25 - L'influence de  $V$  sur  $x_d$  (Sous système 2) et l'évolution des paramètres - consigne variable.



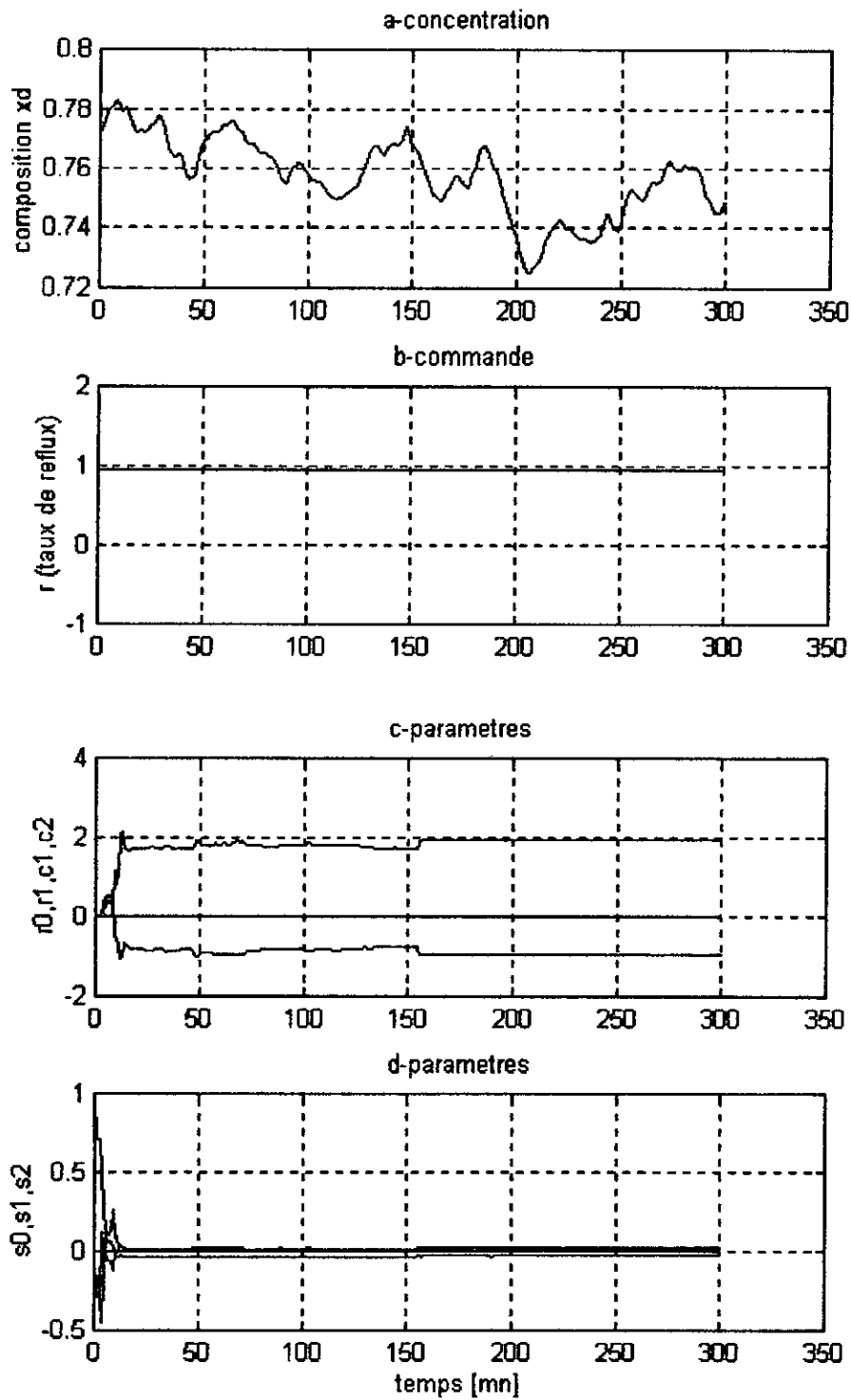
*Fig.IV.26 - Résultats d'application de la stratégie (VM) sur le modèle de la colonne (Sous système 2,  $(x_b - V)$ ) - consigne constante.*



*Fig.IV.27 - L'influence de  $V$  sur  $x_d$  (Sous système 2) et l'évolution des paramètres - consigne constante.*



*Fig.IV.28 - Résultats d'application de la stratégie (VM) sur le modèle de la colonne (Sous système 2,  $(x_b - V)$ ) - consigne variable.*



*Fig.IV.29 - L'influence de  $V$  sur  $x_d$  (Sous système 2) et l'évolution des paramètres - consigne variable.*

**CHAPITRE V**

**COMMANDE**

**ADAPTATIVE MULTIVARIABLES**



## V.1 GENERALITES

Durant des années, un important travail a été fait dans le domaine de la commande adaptative des systèmes linéaires monovariante (SISO). Des résultats très satisfaisants ont été obtenus que ce soit sur le plan théorique (analyse de convergence et de stabilité) que pratique.

En comparaison, très peu de publication concernant la commande adaptative des systèmes linéaires multivariables (MIMO) et ceci provient du fait que sans doute l'extension du monovariante au cas multivariables est loin d'être évidente, contrairement à certains écrits des années (1970).

Des travaux de recherches ont montré que l'analyse de convergence et de la stabilité dans le cas multivariables repose sur certaines connaissances a priori sur le modèle qui ne sont pas apparentes GOODWIN (1980), ainsi des travaux ont été menés [23] [24], à fin d'explicité le mieux possible les propriétés structurelles des systèmes multivariables et des résultats pouvant faire face au système à minimum de phase ou à non-minimum de phase, découplable par retour d'états ou pas, ont été trouvés que se soit dans un environnement déterministe que stochastique [23] [14].

Dans la littérature essentiellement deux grandes orientations peuvent surgir :

### 1. La stratégie de placement de pôles et de zéros (cas déterministe et cas stochastique):

Le cas des systèmes découplable par retour d'état et non découplable par retour d'état peut être trouvée [GOODWIN], ce type de stratégies à montrer son efficacité dans le cas des systèmes à minimum de phase, la version directe de ce type de stratégies est très bien adaptée au cas de ces derniers, du fait qu'elle réduit énormément le temps de calcul, le problème majeur de cette méthode est l'impossibilité de commander des systèmes à non-minimum de phase.

2) Stratégie de placement de pôles : Cette stratégie de commande vient combler le vide existant dans la commande des systèmes à non-minimum de phase ( une telle stratégie peut être alors trouvée sous sa version directe ou indirecte ).

Dans notre présent travail on s'intéresse plus particulièrement au lois de commande type ( placement de pôles et de zéros version directe ) par le faite que le système à commander est un système multidimensionnel à minimum de phase.

## V.2 INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous étudierons des stratégies de commande adaptative présentées dans le chapitre précédant dans le cas des systèmes multivariables.

L'extension directe présente des difficultés, une des raisons majeures de ces difficultés et que le type des informations aprioriées exigées pour la synthèse de la commande ne sont pas apparentes dans le cas multivariables, comme elle l'est dans le cas monovariable, excepté le cas particulier où le procédé est découplable par retour d'état.

Une des informations les plus requises est la notion de l'interacteur, une méthode de calcul de se dernier serra présentée par la suite.

Nous analyserons en première partie le cas déterministe où deux algorithmes de commande directe seront présentées :

1. Commande adaptative à erreur de prédiction minimale.
2. Placement de pôles et de zéros adaptative.

Et en deuxième partie on présente deux algorithmes :

1. Régulation à variance minimale ( adaptative directe ).
2. Poursuite et régulation à variance minimale.

Une application au cas du modèle de la colonne de distillation viendra alors clôturer le chapitre.

### V.3 REPRESENTATION D'UN PROCÉDE MULTIVARIABLES (MIMO)

Soit un système décrit par le modèle (ARMAX) suivant :

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})e(t) \quad (\text{V.1})$$

avec:

$u(t)$  ,  $y(t)$  - Représentent le vecteur d'entrées et de sorties  
de dimension  $n$  et  $m$  respectivement.

$A(q^{-1})$  ,  $B(q^{-1})$  ,  $C(q^{-1})$  - Matrices polynomiales.

$$A(q^{-1}) = \begin{bmatrix} A_{11}(q^{-1}) & \cdots & A_{1n}(q^{-1}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{m1}(q^{-1}) & \cdots & A_{mm}(q^{-1}) \end{bmatrix}_{(m \times n)} \quad (\text{V.2})$$

$$B(q^{-1}) = \begin{bmatrix} q^{-d_{11}} B_{11}(q^{-1}) & \cdots & q^{-d_{1r}} B_{1r}(q^{-1}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ q^{-d_{m1}} B_{m1}(q^{-1}) & \cdots & q^{-d_{mr}} B_{mr}(q^{-1}) \end{bmatrix}_{(m \times r)} \quad (\text{V.3})$$

$$C(q^{-1}) = \begin{bmatrix} C_{11}(q^{-1}) & \cdots & C_{1m}(q^{-1}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{m1}(q^{-1}) & \cdots & C_{mm}(q^{-1}) \end{bmatrix}_{(m \times m)} \quad (\text{V.4})$$

$A_y(q^{-1}), B_y(q^{-1}), C_y(q^{-1})$  - Sont des polynômes de la forme:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_y(q^{-1}) = 1 + \sum_{\ell=1}^{n_y} a_{y(\ell)} q^{-\ell} \quad (a) \\ B_y(q^{-1}) = \sum_{\ell=1}^{m_y+1} b_{y(\ell)} q^{-(\ell-1)} \quad (b) \\ C_y(q^{-1}) = 1 + \sum_{\ell=1}^{\ell_y} c_{y(\ell)} q^{-\ell} \quad (c) \end{array} \right. \quad (V.5)$$

avec:

$d_{ij}$  - Représente le retard existant entre la  $i^{\text{ème}}$  sortie  $y_i(t)$  et la  $j^{\text{ème}}$  entrée  $u_j(t)$ .

Nous considérons dans ce qui suit que le nombre des entrées est égale au nombre des sorties (c-à-d:  $r = m$ ).

#### V.4 NOTIONS D'INTERACTEUR [14] [22] [23] [24]

Considérant le système multivariables donnée par le modèle (ARMA) suivant :

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) \quad (V.6)$$

où :

$(A, B)$  - Sont données par ( V.5 ).

$(y(t), u(t))$  - Représente le vecteur d'entrée-sortie.

La transformé en  $z$  de la sortie  $y(z)$  s'exprime en fonction de la transformée en  $z$  de l'entrée  $u(z)$  par :

$$\left\{ \begin{array}{l} y(z) = T(z)u(z) \\ T(z) = (A(z))^{-1} B(z) \end{array} \right. \quad (V.7)$$

avec:

$T(z)$  - Est la matrice de transfert du système échantillonné supposée strictement propre, c'est à dire qu'il existe entre chaque entrée et chaque sortie un retard au moins égale à l'unité.

La matrice de transfert  $T(z)$  satisfait :

$$\det T(z) \neq 0, \text{ pour tout } z.$$

Nous rappelons que dans le cas des systèmes monovariante, la structure du retard du système été transparente, en effet en choisissant simplement le retard  $d$  tel que le coefficient  $b_0$  de  $B(q^{-1})$  ne soit pas nulle. ceci est due en fait que dans le cas monovariante il existe une fonction scalaire  $\xi = q^d$ , tel que :

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \xi(z)A(z^{-1})^{-1}B(z^{-1}) = k$$

où:

$k$  - Est un scalaire non nul.

En multivariables la structure du retard de la matrice de transfert à la forme d'une matrice polynomiale  $\xi(q)$  appelée interacteur.

D'après [22]:

Etant donnée une matrice de transfert strictement propre est commandable, alors l'interacteur existe toujours et satisfait au conditions suivantes :

1.  $\det \xi(q) = q^m$ , où  $m$  est un entier.

2.  $\lim_{z \rightarrow \infty} \xi(z)T(z) = k$

$$z \rightarrow \infty$$

où:

$k$  - Est une matrice non singulière.

Dans le cas générale, on a :

$$\xi(z) = H(z) D(z)$$

où:

$$D(z) = \text{diag}(z^{f_1}, \dots, z^{f_m})$$

$$f_i \geq d_i = \min(d_{ij}), \text{ avec: } 1 \leq j \leq m$$

$$H(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ h_{21}(z) & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & 1 & 0 \\ h_{m1}(z) & h_{m2}(z) & \dots & 1 \end{bmatrix}_{(m \times m)} \quad (\text{V.8})$$

$h_{ij}(z)$  - Est divisible par  $z$  ou bien nul.

Nous avons alors:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \xi(z)T(z) = k, \quad k - \text{non singulier.}$$

$$z \rightarrow \infty$$

### Méthode de calcul de l'intéracteur:

Nous allons dans cette partie expliciter une méthode de calcul de l'intéracteur qui est originalement donnée par [21] [22].

1. On définit la première équation  $\xi_1(z)$  de  $\xi(z)$  par:

$$\xi_1(z) = [z^{d_1} \ 0 \ \dots \ 0]$$

$d_1$  - Est obtenu de telle sorte à avoir:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \xi_1(z)T(z) = \xi_1 = \tau_1$$

2. On calcule la deuxième équation  $\xi_2(z)$  par:

$$\xi_2(z) = [0 \ z^{d_2} \ \dots \ 0]$$

de façon à avoir:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \xi_2(z)T(z) = \xi_2 = \tau_2$$

a. Si  $\tau_2$  et  $\xi_1$  sont linéairement dépendante, c-à-d que:  $\tau_2 = \alpha_1^1 \xi_1$

avec:

$$\alpha_1^1 \neq 0$$

Alors on cherchera un entier  $d_2^1$  de telle sorte à avoir:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \xi_2^1(z)T(z) = \xi_2^1$$

avec:

$\xi_2^1$  - Non nul.

$$\begin{aligned} \xi_2^1(z) &= z^{d_2^1} \left[ [0 \ z^{d_2} \ \dots \ 0] - \alpha_1^1 \xi_1(z) \right] \\ &= z^{d_2^1} \left[ \xi_2(z) - \alpha_1^1 \xi_1(z) \right] \end{aligned}$$

b. Si  $\xi_2^1$  est linéairement indépendante avec  $\xi_1$  alors on pose :

$$\xi_2(z) = \xi_2^1(z)$$

Ainsi:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \xi_2(z)T(z) = \xi_2^1$$

Par contre si  $\xi_2^1$  et  $\xi_1$  sont linéairement dépendante, soit :

$$\xi_2^1 = \alpha_1^2 \xi_1$$

alors on cherche un entier  $d_2^2$  de sorte à avoir:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \xi_2^2(z)T(z) = \xi_2^2$$

avec:

$$\xi_2^2 \neq 0.$$

et:

$$\xi_2^2(z) = z^{d_2^2} [\xi_2^1(z) - \alpha_1^2 \xi_1(z)]$$

c. Si  $\xi_2^2$  et  $\xi_1$  sont linéairement indépendantes nous prenons:

$$\xi_2(z) = \xi_2^2(z)$$

Si non, on refait la procédure jusqu'à ce qu'on trouve un vecteur  $\xi_2^i$  linéairement indépendants



avec:

$\xi_1$  - Ce vecteur existe toujours du fait que:  $\det(T(z)) \neq 0$

Pour tous  $z$  et que:

$$d_{ii} \geq 1, \quad i = 1, \dots, m$$

Les lignes suivantes de l'intéracteur sont obtenues avec la même méthode et finalement, on obtiendra la matrice intéreacteur:

$$\xi(z) = \begin{bmatrix} \xi_1(z) \\ \xi_2(z) \\ \vdots \\ \xi_m(z) \end{bmatrix}$$

telle que:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \xi(z) T(z) = \lim_{z \rightarrow \infty} \begin{pmatrix} \xi_1(z) \\ \xi_2(z) \\ \vdots \\ \xi_m(z) \end{pmatrix} T(z), \text{ lorsque: } z \rightarrow \infty$$

$$= k.$$

$k$  - Est alors non singulière puisque  $\xi_i(z)$ ,  $i = 1, \dots, m$ . soit à calculer de telle façon à avoir tous les  $\xi_i(z)$  linéairement indépendants.

## V.5 STRATEGIES DE COMMANDE ADAPTATIVE MULTIVARIABLES

### V.5.1 Commande à erreur de prédiction minimale: [23] [30]

Soit donnée le modèle dynamique du système (ARMA):

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) \tag{V.10}$$

telle que:

$$A(q^{-1}) = \begin{bmatrix} A_{11}(q^{-1}) & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & A_{22}(q^{-1}) & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \dots & \dots & A_{ii}(q^{-1}) & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & A_{(m-1)(m-1)}(q^{-1}) & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & A_{mm}(q^{-1}) \end{bmatrix}$$

$$B(q^{-1}) = \begin{bmatrix} q^{-d_{11}} B_{11}(q^{-1}) & \dots & q^{-d_{1j}} B_{1j}(q^{-1}) & \dots & q^{-d_{1m}} B_{1p}(q^{-1}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ q^{-d_{ii}} B_{ii}(q^{-1}) & \dots & q^{-d_{ij}} B_{ij}(q^{-1}) & \dots & q^{-d_{im}} B_{ip}(q^{-1}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ q^{-d_{m1}} B_{m1}(q^{-1}) & \dots & q^{-d_{mj}} B_{mj}(q^{-1}) & \dots & q^{-d_{m}} B_{mp}(q^{-1}) \end{bmatrix} \quad (\text{V.11})$$

telle que:

$A(q^{-1})$  - matrice polynomiale de dimension  $(m, m)$ .

$B(q^{-1})$  - matrice polynomiale de dimension  $(m, p)$ .

$m$  - nombre de sorties.

$p$  - nombre d'entrées.

$$A_{ii}(q^{-1}) = 1 + \sum_{\ell=1}^{n_y} a_{ii(\ell)} q^{-\ell}, \text{ avec: } i = 1, \dots, m$$

$$B_{ij}(q^{-1}) = \sum_{\ell=0}^{n_y} b_{ij(\ell)} q^{-\ell}, \text{ avec: } \begin{cases} i = 1, \dots, m \\ j = 1, \dots, p \end{cases}$$

Soit donnée l'identité polynomiale suivante:

$$I = AF + \xi^{-1}G \quad (\text{V.12})$$

telle que:

$$F(q^{-1}) = \begin{bmatrix} F_{11}(q^{-1}) & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \dots & F_{ii}(q^{-1}) & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & F_{mm}(q^{-1}) \end{bmatrix} \quad (\text{V.13})$$

$$G(q^{-1}) = \begin{bmatrix} G_{11}(q^{-1}) & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \dots & G_{ii}(q^{-1}) & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & G_{mm}(q^{-1}) \end{bmatrix} \quad (\text{V.14})$$

telle que:

$$F_{ii}(q^{-1}) = 1 + \sum_{t=1}^{d_i-1} f_{ii(t)} q^{-t}, \quad \text{avec: } i = 1, \dots, m \quad (\text{V.15})$$

$$G_{ii}(q^{-1}) = \sum_{t=0}^{n_i-1} g_{ii(t)} q^{-t}, \quad \text{avec: } i = 1, \dots, m \quad (\text{V.16})$$

Soit :

$$\xi = \begin{bmatrix} q^{d_1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & q^{d_m} \end{bmatrix} \quad (\text{V.17})$$

$\xi$  - Est la matrice interacteur de notre système.

En multipliant l'équation (V.17) par  $y(t)$  et en se servant de l'équation du modèle (V.10).

On a:

$$y(t) \times \xi = y(t) \times (\xi FA + G) \quad (\text{V.18})$$

En posant:  $\bar{y}(t) = \xi y(t)$

On obtiens:

$$\bar{y}(t) = \xi F A y(t) + G y(t) \quad (\text{V.19})$$

On définit:

$$\alpha = \xi F A$$

$$\beta = G$$

avec:

$$\deg(\beta) = \max(n_{ij} + d_{ij} - 1) = m_1$$

$$\deg(\alpha) = \max(d_i) = d$$

$$\alpha(q^{-1}) = \alpha_0 + \alpha_1 q^{-1} + \dots + \alpha_d q^{-d}$$

$$\beta(q^{-1}) = \beta_0 + \beta_1 q^{-1} + \dots + \beta_{m_1} q^{-m_1}$$

Ainsi la sortie retardée  $\bar{y}(t)$  peut se mettre sous la forme vectorielle suivante:

$$\bar{y}_i(t) = \theta^T_i \phi(t) \quad (\text{V.20})$$

où:

$$\theta^T_i = [\alpha_{0(i)} \quad \dots \quad \alpha_{d(i)} \quad \beta_{0(i)} \quad \beta_{1(i)} \quad \dots \quad \beta_{m_1(i)}]$$

$$\phi^T(t) = [y^T(t) \quad \dots \quad y^T(t-d) \quad u^T(t) \quad u^T(t-1) \quad \dots \quad u^T(t-m_1)]$$

Ou sous une forme simplifiée:

$$\bar{y}_i(t) = \alpha_{ii}(q^{-1}) y_i(t) + \sum_{j=1}^m \beta_{ij}(q^{-1}) u_j(t)$$

$$\bar{y}_i(t) = \sum_{t=0}^{n_i} \alpha_{ii(t)} q^{-t} y_i(t) + \sum_{j=0}^m \left\{ \sum_{t=0}^{n_j+d_j-1} \beta_{ij(t)} q^{-t} \right\} u_j(t) \quad (\text{V.21})$$

$$\bar{y}_i(t) = \theta^T_i \phi(t)$$

où:

$$\theta^T_i(t) = \left[ \alpha_{i_{i(0)}} \cdots \alpha_{i_{i(n_i-1)}} \quad \beta_{i_{i(0)}} \cdots \beta_{i_{i(n_i+d_i-1)}} \cdots \beta_{i_{i(n_m)}} \cdots \beta_{i_{i(n_m+d_m-1)}} \right]$$

$$\phi^T(t) = \left[ y(t) \cdots y(t-n_i+1) \quad u_1(t) \cdots u_1(t-n_{i1}-d_i+1) \cdots u_m(t) \cdots u_m(t-n_{im}-d_{im}+1) \right]$$

Soit à chercher maintenant la forme de la commande  $u(t)$  susceptible de répondre au exigence de commande suivante:

$$\sum_{t=0}^{+\infty} \bar{\varepsilon}(t) = 0 \tag{V.22}$$

En imposant l'identité donnée par l'équation (V.17), la forme du régulateur optimale obtenu est:

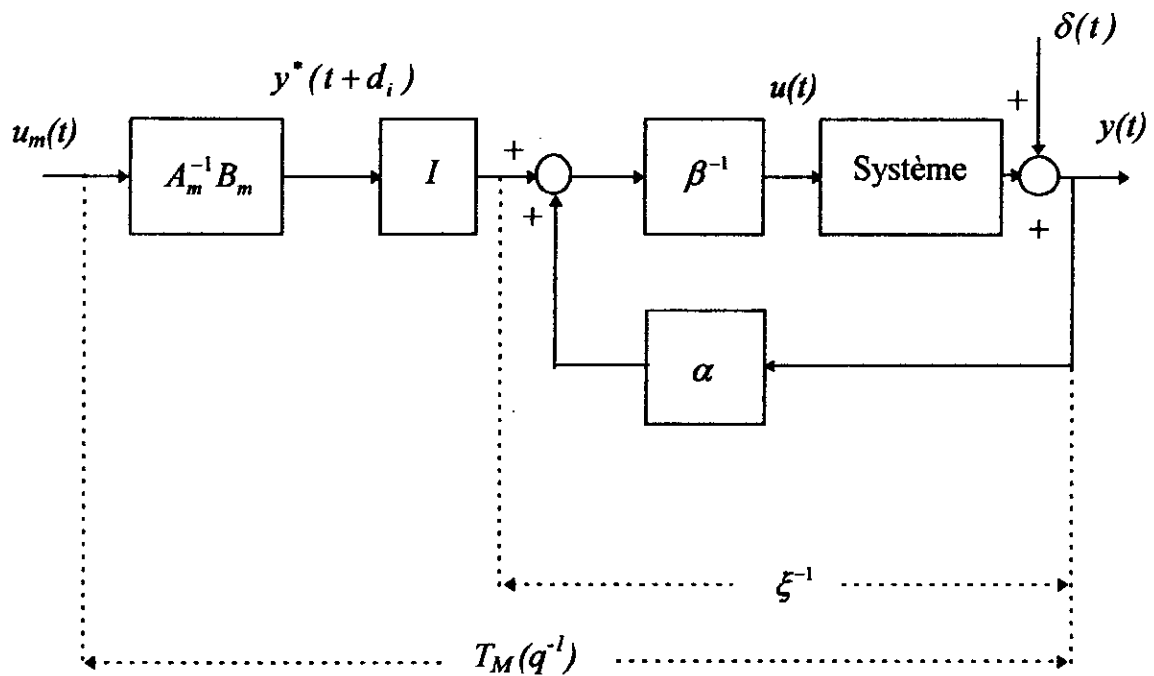


Fig.V.1 - Schéma de la loi de commande (EPM).

Le système en boucle fermée est:

$$\bar{y}(t) = \bar{y}^*(t) \quad (\text{V.23})$$

$$A(q^{-1})y(t) - B(q^{-1})u(t) = 0$$

Ce système peut se mettre sous la forme suivante:

$$\begin{bmatrix} \xi(q^{-1}) & 0 \\ A(q^{-1}) & -B(q^{-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ u(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi(q^{-1}) \\ 0 \end{bmatrix} \cdot y^*(t) \quad (\text{V.24})$$

Le système en boucle fermée est stable si:

$$\det \begin{bmatrix} \xi(q^{-1}) & 0 \\ A(q^{-1}) & -B(q^{-1}) \end{bmatrix} \neq 0 \quad (\text{V.25})$$

Pour  $z \geq 0$ , c'est-à-dire:

$$\det \xi(z) \det B(z^{-1}) \neq 0 \quad (\text{V.26})$$

On voit bien que pour le système en boucle fermée soit stable, il faut que:

$$\det B(z^{-1}) \neq 0$$

C'est-à-dire que les zéros du système sont tous stables (condition de stabilité de la commande).

Ainsi la forme de la commande est la suivante:

$$\bar{y}^*(t) = \alpha(q^{-1})y(t) + \beta(q^{-1})u(t) \quad (\text{V.27})$$

alors:

$$u(t) = [\beta(q^{-1})]^{-1} [\bar{y}^*(t) - \alpha(q^{-1})y(t)] \quad (V.28)$$

d'ou:

$$u(t) = [\beta_0]^{-1} \left[ \bar{y}^*(t) - \alpha(q^{-1})y(t) - \sum_{t=1}^m \beta_t q^{-t} u(t) \right] \quad (V.29)$$

Dans le cas à paramètres inconnus ou variables dans le temps, la forme de la commande optimale peut se mettre sous la forme suivante:

$$\bar{y}^*(t) = \hat{\alpha}(q^{-1})y(t) + \hat{\beta}(q^{-1})u(t) \quad (V.30)$$

telle que:

$\hat{\alpha}(q^{-1}), \hat{\beta}(q^{-1})$  - sont les matrices des paramètres ajustables du régulateur.

$$\bar{y}_i^*(t) = \hat{\theta}_i^T \phi_i(t), \text{ avec: } i = 1, \dots, m \quad (V.31)$$

La structure du régulateur ajustable est la suivante:

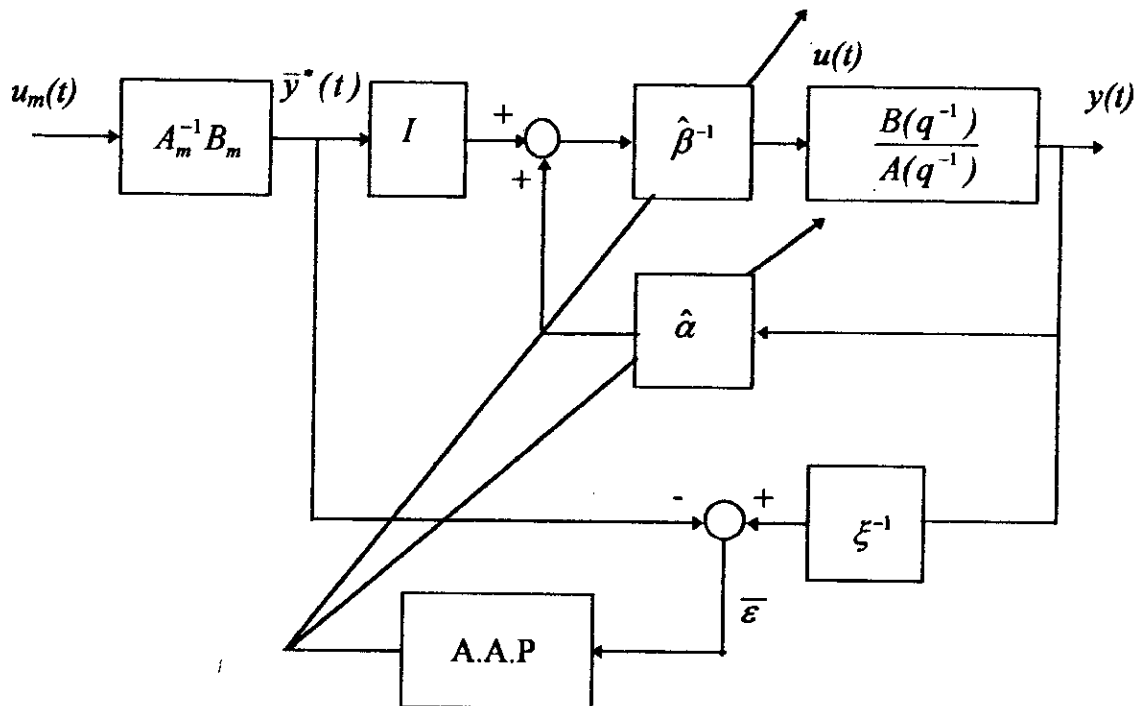


Fig.V.2 - Schéma de la loi de commande ajustable (EPM).

**Algorithme de commande:**

**Etape 1:** Estimation des paramètres de régulateur avec (MCR).

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta^T_i = [\alpha_{0(i)} \quad \dots \quad \alpha_{d(i)} \quad \beta_{0(i)} \quad \dots \quad \beta_{1(i)} \quad \dots \quad \beta_{m_1(i)}] , i = 1, \dots, n \\ \phi^T(t-d) = [y^T(t-d) \quad \dots \quad y^T(t-2d) \quad u^T(t-d) \quad u^T(t-d-1) \quad \dots \quad u^T(t-d-m_1)] \\ \varepsilon_i^0(t+1) = y_i(t) - \hat{\theta}_i^T \phi(t) , i = 1, \dots, n \end{array} \right. \quad (\text{V.32})$$

**Etape 2:** Génération de la référence.

**Etape 3:** Calcul de la commande  $u(t)$  de (V.30).

mettre  $t = t+1$  et revenir à l'étape 1.

**Remarque:**

Une telle stratégie de commande peut être vue comme une simple extension au cas monovariante du fait que le système est supposé à (MP) et découplable par retour d'état (intéacteur diagonale) [23].

**V.5.2 Commande par placement de pôles et de zéros:[24]**

Cette méthode se présente comme une extension de la méthode de l'erreur de prédiction minimale, celle-ci est applicable au système qui sont non découplable par retour d'état mais qui sont à minimum de phase.

**Calcul de la commande:**

Soit donné le modèle dynamique suivant:

$$y(t) = q^{-d} \hat{\xi}^{-1}(q^{-1}) \bar{A}^{-1}(q^{-1}) \bar{B}(q^{-1}) u(t) \quad (\text{V.33})$$



avec:

$q^d \hat{\xi} = \xi$  - Est la matrice interacteur.

$\bar{A}(q^{-1})\bar{B}(q^{-1}) = B(q^{-1})$  - Est une matrice bicausale.

$\bar{A}(q^{-1}) = I + \bar{A}_1 q^{-1} + \dots + \bar{A}_n q^{-n}$

$\bar{B}(q^{-1}) = \bar{B}_0 + \bar{B}_1 q^{-1} + \dots + \bar{B}_m q^{-m}$

telle que:

$\bar{B}_0$  - Inversible (Le système est à minimum de phase).

### Objectifs de commande:

1. *Poursuite*: c'est la poursuite d'un modèle de référence de la forme:

$$T_M(q^{-1}) = q^{-d} \hat{\xi}(q^{-1}) \bar{A}_m^{-1}(q^{-1}) \bar{B}_m(q^{-1}) \quad (\text{V.34})$$

2. *Régulation*: On veut que:

$$C_r(q^{-1})y(t) = r(q^{-1})\delta(t) \quad (\text{V.35})$$

$C_r(q^{-1}), r(q^{-1})$ , Sont préspecifiés.

où:

$\delta(t)$  - Est une perturbation déterministe constante, qui agit sur la sortie du système.

Soit donnée l'identité polynomiale suivante:

$$C(q^{-1}) = S(q^{-1})\bar{A}(q^{-1}) + R(q^{-1})q^{-d} \quad (\text{V.36})$$

avec:

$$\deg R(q^{-1}) = \deg \bar{A}(q^{-1}) - 1 = n-1.$$

$$\deg S(q^{-1}) = d-1.$$

Soit la variable auxiliaire suivante:

$$\bar{y}(t) = \xi(q^{-1})y(t) \quad (\text{V.37})$$

$$\begin{aligned} \hat{y}(t) &= q^{-d} \bar{y}(t) \\ &= q^{-d} \xi(q^{-1})y(t) \end{aligned}$$

$$\hat{y}(t) = \hat{\xi}(q^{-1})y(t)$$

avec:  $\xi(q^{-1}) = q^d \hat{\xi}(q^{-1})$ .

Calcule du prédicteur à 'd' pas de  $\hat{y}(t)$ :

$$\hat{y}(t+d) = \mathbf{G}^{-1}(q^{-1}) [S(q^{-1})\bar{B}(q^{-1})u(t) + R(q^{-1})\hat{y}(t)] \quad (\text{V.38})$$

L'équation du modèle (V.33) peut se mettre sous la forme suivante:

$$y(t)q^d \hat{\xi}(q^{-1}) = \bar{A}^{-1}(q^{-1})\bar{B}(q^{-1})u(t)$$

$$\hat{y}(t+d) = \bar{A}(q^{-1})\bar{B}(q^{-1})u(t)$$

On multiplie (V.36), on obtient:

$$C(q^{-1})\hat{y}(t+d) = S(q^{-1})\bar{B}(q^{-1})u(t) + R(q^{-1})\hat{y}(t) \quad (\text{V.39})$$

Cette dernière équation peut se mettre sous la forme vectorielle suivante:

$$C(q^{-1})\hat{y}(t+d) = \theta^T \phi(t) \quad (\text{V.40})$$

### Calcul de la commande:

La reparamétrisation effectuée sur le modèle du procédé nous permet de calculer la commande  $u(t)$  qui satisfait l'objectif de commande:

$$\hat{y}^*(t+d) = A_m^{-1}(q^{-1})B_m(q^{-1})u_m(t)$$

telle que (V.36) est satisfaite.

L'objectif de la commande peut s'énoncer sous la forme suivante:

$$C(q^{-1})\hat{y}^*(t+d) = C(q^{-1})\hat{y}(t+d) \quad (\text{V.41})$$

En utilisant les équations (V.39) et (V.40), on obtient:

$$C(q^{-1})\hat{y}^*(t+d) = S(q^{-1})\bar{B}(q^{-1})u(t) + R(q^{-1})\hat{y}(t) = \theta^T \phi(t) \quad (\text{V.42})$$

En remplaçant les paramètres fixes par des paramètres ajustables, on obtient:

$$C(q^{-1})\hat{y}^*(t+d) = \hat{\theta}^T \phi(t) \quad (\text{V.43})$$

Le régulateur optimale est le suivant:

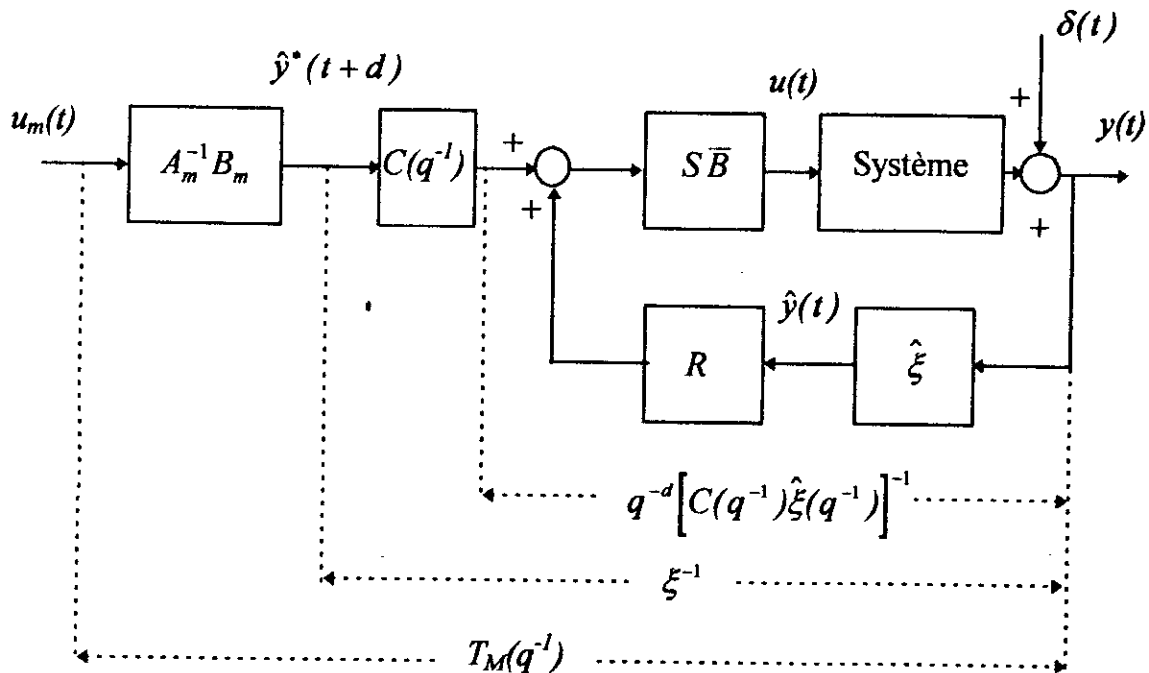


Fig.V.3- Schéma de la loi de commandé (PPZ).

De la forme du régulateur on déduit l'influence de  $\delta(t)$  (perturbations déterministes) sur la sortie du système.

$$C(q^{-1})\hat{\xi}(q)[y(t+d) - \hat{y}^*(t+d)] = S(q^{-1})\bar{A}^{-1}(q^{-1})\hat{\xi}(q^{-1})y(t+d) \quad (V.44)$$

ainsi, la dynamique de régulation est définie par:

$$\begin{cases} C_r(q^{-1}) = C(q^{-1})\hat{\xi}(q) \\ V(q^{-1}) = S(q^{-1})\bar{A}^{-1}(q^{-1})\hat{\xi}(q) \end{cases} \quad (V.45)$$

telle que:

$\bar{A}^{-1}(q^{-1})$  - Est stable (système stable en boucle ouverte).

La loi de commande qui satisfait ces objectifs est la suivante:

$$u(t) = [\beta(q^{-1})]^{-1} [C(q^{-1})\hat{y}^*(t+d) - R(q^{-1})\hat{y}(t)] \quad \text{V.46}$$

Dans le cas des paramètres inconnus, on estime alors les paramètres du régulateur par un algorithme approprié le (MCR).

Le régulateur ajustable est donnée par:

$$C(q^{-1})\hat{y}^*(t+d) = \hat{\theta}^T \phi(t) = [S(q^{-1})\bar{B}(q^{-1})]u(t) + R(q^{-1})y(t) \quad \text{(V.47)}$$

telle que:

$$\deg B = m + d - 1.$$

$$\deg R = n - 1.$$

**Algorithme de commande:**

On utilise la méthode des (MCR).

$$\begin{cases} \hat{\theta}_i^T = [\hat{\beta}_{i(0)} \dots \hat{\beta}_{i(m+d-1)} & \hat{R}_{i(0)} \dots \hat{R}_{i(n-1)}] \\ \phi^T(t) = [u^T(t) \dots u^T(t+m+d-1) & y^T(t) \dots y^T(t-n+1)] \end{cases} \quad \text{(V.48)}$$

telle que:

$$\hat{\beta}(q^{-1}) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 q^{-1} + \dots + \hat{\beta}_{m+d-1} q^{-(m+d-1)}.$$

$$\hat{R}(q^{-1}) = \hat{R}_0 + \hat{R}_1 q^{-1} + \dots + \hat{R}_{n-1} q^{-(n-1)}.$$

### V.5.3 Commande à variance minimale (régulation) : [22]

Dans cette section nous présentons l'extension de l'algorithme à variance minimale cas monovarié au cas multivariables.

On s'intéresse en premier lieu au cas de la régulation ou un algorithme de commande sera présenté en détail.

Le cas d'une poursuite et régulation sera étudié ultérieurement.

#### Calcul de la commande:

Soit donné le modèle dynamique du système multivariables (ARMAX):

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d} B(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})e(t) \quad (\text{V.49})$$

avec:

$y(t)$  - Est le vecteur de la sortie du processus de dimension  $m$ .

$u(t)$  - Est le vecteur d'entrée de dimension  $r$ .

$e(t)$  - Vecteur de perturbation.

Nous supposons que ces perturbations sont des séquences indépendantes de moyenne nulle et de matrice de covariance finie.

$$\begin{cases} E\{e(t)e^T(t)\} = r_0 \\ E\{e(t_i)e_j^T(t)\} = 0 \quad \text{si } i \neq j \end{cases}$$

Où:

$r_0$  - Est une matrice diagonale.

Car les hypothèses sur le système à commander sont:

1. L'interacteur est diagonale égale à  $(q^{-d} I)$ , ce qui veut dire que le système est supposé découplable par retour d'état et que ces sorties sont toutes influencées par un même retard  $(d)$  connu.
2.  $A, B, C$  - Sont des matrices polynomiales dont une borne supérieure est supposée connue.
3.  $B_0$  - Matrice non singulière.
4. La matrice polynomiale  $C(q^{-1})$  est stable.

L'objectif de cette approche est la recherche de la commande  $u(t)$  optimale qui minimise le critère  $J$ :

$$J = E\{y^T(t+d)y(t+d)\} \quad (\text{V.50})$$

La loi de commande est déduite en utilisant le prédicteur au sens des moindres carrés (annexe-A).

$$\hat{y}(t+d/t) = \tilde{C}^{-1}(q^{-1}) [\tilde{G}(q^{-1})y(t) + \tilde{F}(q^{-1})B(q^{-1})u(t)] \quad (\text{V.51})$$

De l'annexe-A, la sortie peut s'exprimer sous la forme suivante:

$$y(t+d) = \tilde{C}^{-1}(q^{-1}) [\tilde{G}(q^{-1})y(t) + \tilde{F}(q^{-1})B(q^{-1})u(t)] + F(q^{-1})e(t+d) \quad (\text{V.52})$$

Ainsi l'erreur de prédiction est donnée par l'équation suivante:

$$\begin{aligned} \varepsilon(t+d) &= y(t+d) - \hat{y}(t+d) = F(q^{-1})e(t+d) \\ &= e(t+d) + F_1(q^{-1})e(t+d-1) + \dots + F_{d-1}(q^{-1})e(t+1) \end{aligned} \quad (\text{V.53})$$

La sortie est alors donnée par :

$$y(t+d) = \hat{y}(t+d/t) + F(q^{-1})e(t+d) \quad (\text{V.54})$$

Par substitution de cette équation dans le critère  $J$  donnée par (V.50), nous obtenant alors:

$$J = E \left\{ \left\| y(t+d/t) + F(q^{-1})e(t+d) \right\|^2 \right\} = E \left\{ \left\| \hat{y}(t+d) \right\|^2 \right\} + E \left\{ \left\| F(q^{-1})e(t+d) \right\|^2 \right\} \quad (\text{V.55})$$

car  $F(q^{-1})$  - Est incorréllée avec  $\hat{y}(t+d)$ .

Ainsi, la loi de commande qui minimise  $J$  serra celle qui annulera le prédicteur  $\hat{y}(t+d)$ .

De l'équation (V.51) on a:

$$\tilde{G}(q^{-1})y(t) + \hat{E}(q^{-1})u(t) = 0$$

où:

$$\tilde{E}(q^{-1}) = \tilde{F}(q^{-1})B(q^{-1})$$

$$\Rightarrow u(t) = [-\tilde{E}(q^{-1})]^{-1} \tilde{G}(q^{-1})y(t) \quad (\text{V.56})$$

L'application de cette loi de commande sur le système serra telle que la sortie du procédé soit une moyenne mobile d'ordre  $(d-1)$  des perturbation, ainsi la variance de la sortie serra donc minimisé asymptotiquement.

$$y(t+d) = F(q^{-1})e(t+d) \quad (\text{V.57})$$



Le système en boucle fermée est caractérisé par:

$$T(q^{-1}) \begin{bmatrix} y(t+d) \\ -u(t) \\ -e(t+d) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(q^{-1}) & B(q^{-1}) & C(q^{-1}) \\ -q^{-d} \tilde{G}(q^{-1}) & \tilde{F}(q^{-1})B(q^{-1}) & 0 \\ -I & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t+d) \\ -u(t) \\ -e(t+d) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -y(t+d) \end{bmatrix}$$

La matrice  $T(z^{-1})$  est utilisée par BORRISSON [21] pour l'étude de la stabilité.

Le système est stable si la sortie et l'entrée sont bornées ceci est possible si le déterminant associé à ces deux variables est stable.

$$\det \begin{bmatrix} A(z^{-1}) & B(z^{-1}) \\ -z^{-d} \tilde{C}(z^{-1}) & \tilde{F}(z^{-1})B(z^{-1}) \end{bmatrix} = \det C(z^{-1}) \times \det B(z^{-1}) \quad (\text{V.58})$$

L'équation (V.58) fait alors apparaître d'une manière explicite, les conditions de stabilité d'un telle système de commande c'est à dire que  $(C,B)$  soient tout deux stables.

### Approche adaptative (directe):

L'objectif est la recherche d'un prédicteur de la sortie qui à la limite rend l'objectif de commande satisfaisant, pour cela notant que si le régulateur est parfaitement ajusté, alors:

$$\varepsilon(t+1) = y(t+d) - \hat{y}(t+d) = F(q^{-1})e(t+d) = y(t+d) \quad (\text{V.59})$$

Ainsi:

$$\tilde{C}(q^{-1})y(t+d) = \tilde{C}(q^{-1})F(q^{-1})e(t+d) \quad (\text{V.60})$$

D'autre part on a:

$$y(t+d) = \tilde{y}(t+d) + F(q^{-1})e(t+d)$$

$$y(t+d) = \tilde{C}^{-1}(q^{-1})(\tilde{G}(q^{-1})y(t) + \tilde{E}(q^{-1})u(t)) + F(q^{-1})e(t+d)$$

$$\tilde{C}(q^{-1})y(t+d) = \theta^T \phi(t) + \tilde{C}(q^{-1})F(q^{-1})e(t+d) \quad (\text{V.61})$$

Soit le régulateur ajustable suivant:

$$\tilde{C}(q^{-1})\hat{y}^0(t+1) = \tilde{C}(q^{-1})y(t) + \tilde{E}(q^{-1})u(t) = \hat{\theta}^T(t)\phi(t). \quad (\text{V.62})$$

$$\varepsilon^0(t+d) = \tilde{C}^{-1}(q^{-1})(\tilde{\theta} - \hat{\theta})^T \phi(t) + \tilde{C}(q^{-1})F(q^{-1})e(t+d) \quad (\text{V.63})$$

On doit noter que dans ce cas, il n'est pas nécessaire d'estimer  $C(q^{-1})$ , car on est entrain de traiter un problème de régulation.

### Algorithme de commande:

#### Etape 1:

On utilise l'algorithme de (MCR) pour estimer les paramètres du régulateur. (V.64)

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\theta}_i^T(t) = [g^0_{i1} \dots g^0_{im} \quad g^1_{i1} \dots g^1_{im} \quad g^{n-1}_{i1} \dots g^{n-1}_{im} \quad e^0_{i1} \dots e^0_{im} \quad e^{m+d}_{i1} \dots e^{m+d}_{im}] \\ \phi^T(t-d+1) = [y^T(t+d+1) \dots y^T(t-d) \dots y^T(t-n-d+2) \\ \quad u^T(t) \dots u^T(t-m-2d+2)] \\ \varepsilon_i^0(t+1) = y_i(t+1) - \hat{\theta}_i^T(t)\phi(t) \end{array} \right.$$

**Etape 2:** Génération de la référence.

**Etape 3:** Calcul de la commande à partir de l'équation (V.56) en utilisant les estimées des paramètres du régulateur.

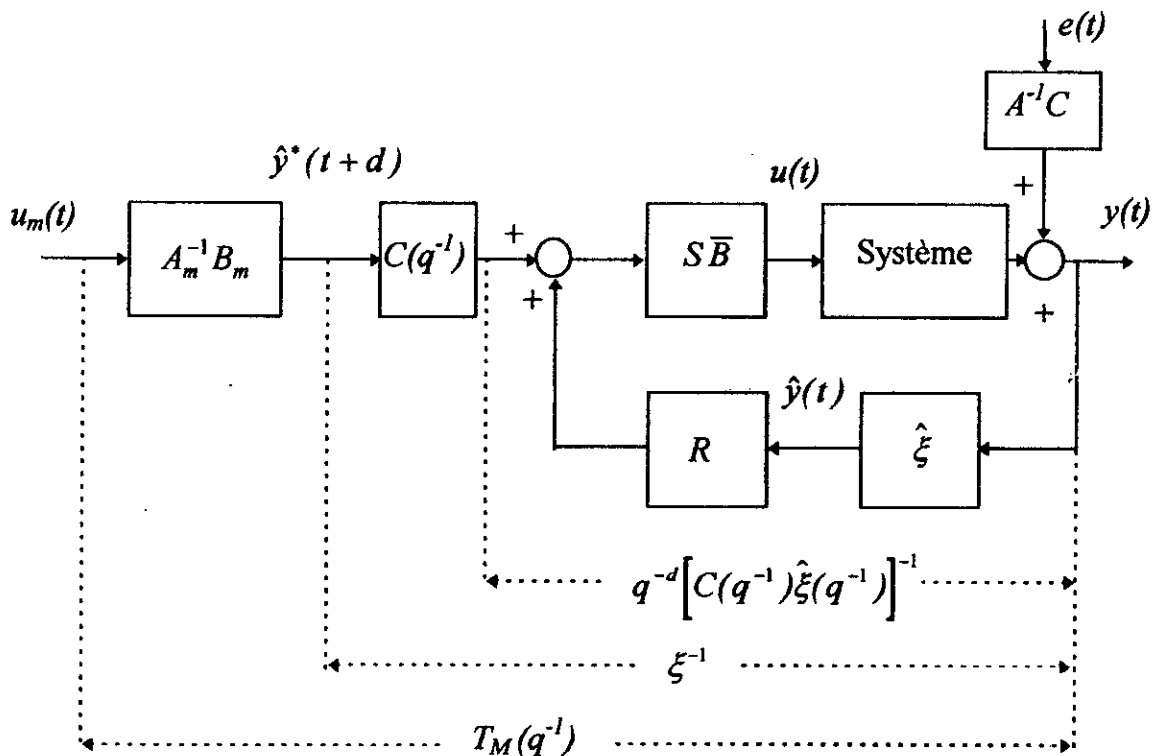
mettre  $t = t+1$  et revenir à l'étape 1.

**V.5.4 Cas d'une poursuite et d'une régulation à variance minimale :[21] [22] [23]**

La stratégie de commande que nous allons exposer est une extension de la stratégie de régulation à variance minimale où le système est considéré découplable par retour d'état.

**Calcul de la commande:**

Pour un système définie par un modèle (ARMAX) donné par l'équation (V.1), le schéma de commande à paramètres connus est celui développé dans le cas déterministe:



*Fig.V.4 - Schéma de la loi de commande (PRVM).*

Par ailleurs un tel schéma de commande est obtenu en minimisant un critère  $J$  par rapport à  $u(t)$ .

$$J = E \left\{ \zeta(q) (y(t) - y^*(t))^T (\zeta(q) (y(t) - y^*(t))) \right\} \quad (\text{V.65})$$

telle que:

$$\zeta(q) = q^{-d} I.$$

On reparamétrise le système [23], en considérant les identités polynomiales suivantes:

$$C(q^{-1}) = A(q^{-1}) \hat{S}(q^{-1}) + q^{-d} \hat{R}(q^{-1})$$

$$\tilde{C}(q^{-1}) = S(q^{-1}) A(q^{-1}) + q^{-d} R(q^{-1})$$

$$S(q^{-1}) C(q^{-1}) = \tilde{C}(q^{-1}) \hat{S}(q^{-1}) \quad (\text{V.66})$$

De l'équation (V.66) et de l'équation du modèle on obtient:

$$\begin{aligned} \tilde{C}(q^{-1}) y(t+d) &= S(q^{-1}) A(q^{-1}) y(t+d) + q^{-d} R(q^{-1}) y(t) \\ &= S(q^{-1}) B(q^{-1}) u(t) + R(q^{-1}) y(t) + \tilde{C}(q^{-1}) \tilde{S}(q^{-1}) e(t) \end{aligned} \quad (\text{V.67})$$

En prenant une loi de commande  $u(t)$  sous la forme suivante:

$$u(t) = [s(q^{-1}) B(q^{-1})]^{-1} [\tilde{C}(q^{-1}) y^*(t+d) - R(q^{-1}) y(t)] \quad (\text{V.68})$$

On obtient asymptotiquement:

$$y(t+d) - y^*(t+d) = \tilde{S}(q^{-1}) e(t) \quad (\text{V.69})$$

telle que:

$$\deg \tilde{S}(q^{-1}) = d - 1.$$

$$\deg R(q^{-1}) = n - 1.$$

$$\deg S(q^{-1}) = d - 1.$$

La dynamique de régulation étant définie par  $\tilde{C}(q^{-1})$ , celle-ci est identique à la dynamique de la moyenne mobile de la perturbation stochastique  $C(q^{-1})$  du fait que:

$$\tilde{S}(q^{-1})C^{-1}(q^{-1}) = \tilde{C}^{-1}(q^{-1})S(q^{-1})$$

et:

$$\det C(q^{-1}) = \det \tilde{C}(q^{-1})$$

**Cas des paramètres inconnus ou variables dans le temps:**

Le régulateur ajustable est donné par:

$$u(t) = \frac{\hat{\tilde{C}}(q^{-1})y^*(t+d) - \hat{R}(q^{-1})y(t)}{\hat{\beta}(q^{-1})} \quad (\text{V.70})$$

telle que:

$$\hat{\beta}(q^{-1}) = B(q^{-1})S(q^{-1}).$$

$$y^*(t+d) = \hat{\beta}(q^{-1})u(t) + \hat{R}(q^{-1})y(t) - \hat{\tilde{C}}^*(q^{-1})y^*(t+d) \quad (\text{V.71})$$

On montre finalement que:

$$y(t+d) - y^*(t+d) = \frac{1}{C(q^{-1})} (\theta_* - \hat{\theta}_*)^T \phi_*(t) + \tilde{S}(q^{-1})e(t+d) \quad (\text{V.72})$$

telle que:

$$\hat{\theta}_e^T = \left[ \hat{\beta}_{i(0)} \dots \hat{\beta}_{i(m+d)} \quad \hat{R}_{i(0)} \dots \hat{R}_{i(n-1)} \quad \hat{c}_{i(1)} \dots \hat{c}_{i(\ell)} \right] \quad (\text{V.73})$$

$$\phi^T(t) = \left[ u^T(t) \dots u^T(t-m-d) \quad y^T(t) \dots y^T(t-n+1) \quad y^{*T}(t-d-1) \dots y^{*T}(t-d-\ell) \right] \quad (\text{V.74})$$

### Algorithme de commande:

**Étape 1:** Estimation des paramètres du régulateur avec la méthode des (MCR).

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\theta}_e^T = \left[ \hat{\beta}_{i(0)} \dots \hat{\beta}_{i(m+d)} \quad \hat{R}_{i(0)} \dots \hat{R}_{i(n-1)} \quad \hat{c}_{i(1)} \dots \hat{c}_{i(\ell)} \right] \\ \phi^T(t-d+1) = \left[ u^T(t-d+1) \dots u^T(t-m-2d+1) \right. \\ \qquad \qquad \qquad \left. y^T(t-d+1) \dots y^T(t-n-d+2) \quad y^{*T}(t) \dots y^{*T}(t-\ell+1) \right] \\ \varepsilon_i^0(t+1) = y_i(t+1) - \hat{\theta}_i^T \phi(t) \end{array} \right. \quad (\text{V.75})$$

**Étape 2:** Génération de la référence.

**Étape 3:** Calcule de la commande  $u(t)$  donnée par (V.70).

mettre  $t = t+1$  et revenir à l'étape 1.

## V.6 RESULTATS DE SIMULATION:

Dans cette section on va résumer l'ensemble des méthodes qui ont été appliquées pour notre système à savoir:

- Erreur de prédiction minimale.
- Placement de pôles et de zéros.
- Régulation à variance minimale.
- Poursuite et régulation à variance minimale.

Les spécifications imposées pour la poursuite et la régulation sont les mêmes pour toutes les stratégies ci-dessus mentionnées.

- **Environnement déterministe:**

1. *Erreur de prédiction minimale (EPM):*

La dynamique de poursuite est donnée par le transfert suivant:

$$y^*(t+d) = I A_m^{-1}(q^{-1}) B_m(q^{-1}) u_m(t)$$

Où le système est caractérisé par:  $\xi = I$  qui est diagonale, ce qui justifie l'extension de cette méthode au cas multivariables.

avec :

$$A_m^{-1}(q^{-1}) B_m(q^{-1}) = \begin{bmatrix} F_{11}(q^{-1}) & 0 \\ 0 & F_{22}(q^{-1}) \end{bmatrix}$$

telle que:  $F_{11}(q^{-1}), F_{22}(q^{-1})$  - Correspond à la discrétisation d'un système de deuxième ordre.

$$\begin{cases} F_{11}(q^{-1}) = 1 - 1.6356 q^{-1} + 0.6717 q^{-2} \\ F_{22}(q^{-1}) = 1 - 1.6356 q^{-1} + 0.6717 q^{-2} \end{cases} \quad (\text{V.76})$$

Le polynôme de régulation est représenté par des pôles à l'origine.

Les résultats de simulation sont donnés par les figures (V.1,2,3,7,8,9,16,17,18), (V.4,5,6,10,11,12,19,20,21) respective au cas d'une consigne constante et d'une consigne variable.

$$\begin{cases} \theta_1^T(0) = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \\ \theta_2^T(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0] \end{cases}$$

L'algorithme utilisé est le (MCR) à facteur d'oubli variable ( $\lambda_0 = 0.98$ ,  $\lambda_1 = 0.96$ ,  $\lambda_2 = 1$ ), avec le Gain initial  $GI = 10000$  initiaux.

## 2. Placement de pôles et de zéros (PPZ):

Le modèle de poursuite est donné par les équations (V.76), ce lui de régulation est donné par les équations suivantes:

$$P(q^{-1}) = \begin{bmatrix} 1 - 1.3741 q^{-1} + 0.41867 q^{-2} & 0 \\ 0 & 1 - 1.3741 q^{-1} + 0.41867 q^{-2} \end{bmatrix} \quad (\text{V.77})$$

L'algorithme utilisé est le (MCR) à facteur d'oubli variable ( $\lambda_0 = 0.98$ ,  $\lambda_1 = 0.96$ ,  $\lambda_2 = 1$ ), avec le Gain initial  $GI = 10000$  et les paramètres initiaux :



$$\begin{cases} \theta_1^T(0) = [0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0] \\ \theta_2^T(0) = [0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0] \end{cases}$$

- Environnement stochastique:

### 3. Régulation à variance minimale (VMR):

Le polynôme de régulation est choisi stable:

$$C(q^{-1}) = \begin{bmatrix} 1 - 1.207q^{-1} + 0.1021q^{-2} & 0 \\ 0 & 1 - 1.207q^{-1} + 0.1021q^{-2} \end{bmatrix}$$

Les résultats des simulations sont alors donnés par les figures (V.13,14,15).

L'algorithme utilisé est le (MCR) à facteur d'oubli variable ( $\lambda_0 = 0.98$ ,  $\lambda_1 = 0.96$ ,  $\lambda_2 = 1$ ), avec le Gain initial  $GI = 10000$  et les paramètres initiaux :

$$\begin{cases} \theta_1^T(0) = [0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0] \\ \theta_2^T(0) = [0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0] \end{cases}$$

### 4. Poursuite et régulation à variance minimale (PRVM):

Le polynôme de poursuite est donné par l'équation (V.76), ce lui de la régulation est donné par l'équation (V.77).

Les résultats de simulations sont alors donnés par les figures (V.16,17,18) , (V.19,20,21) respective au cas consigne constante et au cas consigne variable.

L'algorithme utilisé est le (MCR) à trace constante avec le Gain initial  $GI = 10000$  et les paramètres initiaux :

$$\begin{cases} \theta_1^T(0) = [0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0] \\ \theta_2^T(0) = [0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0] \end{cases}$$

## V.7 CONCLUSION ET INTERPRETATIONS

Dans la présente section, on a pu mettre en application les différentes stratégies de commande sur le modèle de la colonne, diverses constatations ont pu se manifester, venant d'une part confirmées les résultats théoriques attendus de chacune des stratégies étudiés et d'autre part données un aperçu plus au moins générale sur les performances d'un contrôleur linéaire multivariables adaptative appliquée à une colonne de distillation binaire dans la zone de fonctionnement nominale.

L'application de la stratégie (EPM) a donné des résultats satisfaisants en poursuite et en régulation.

Le régime d'adaptation est parfaitement acceptable et l'effort de commande est peu oscillant même dans le cas du régime d'adaptation (physiquement réalisable).

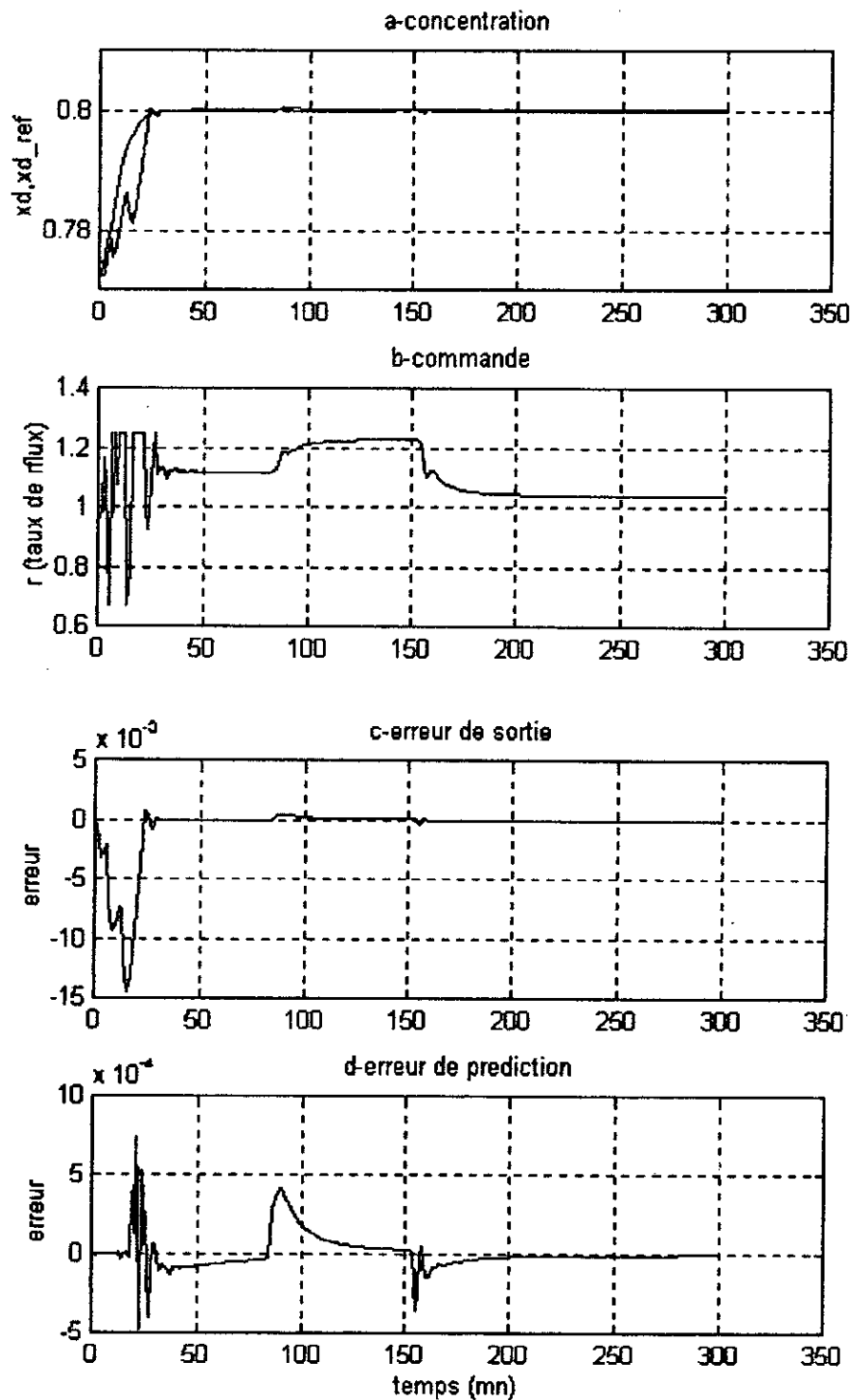
Toute fois une limitation de celle-ci s'impose du fait que la stratégie requiert un effort de commande relativement important surtout dans le régime de régulation.

La stratégie de placement de pôles et de zéros se voit en particulier dans notre cas comme un substitut de la stratégie (EPM) pour la résolution des problèmes de régulation, celle-ci vient alors adoucir l'effort de commande.

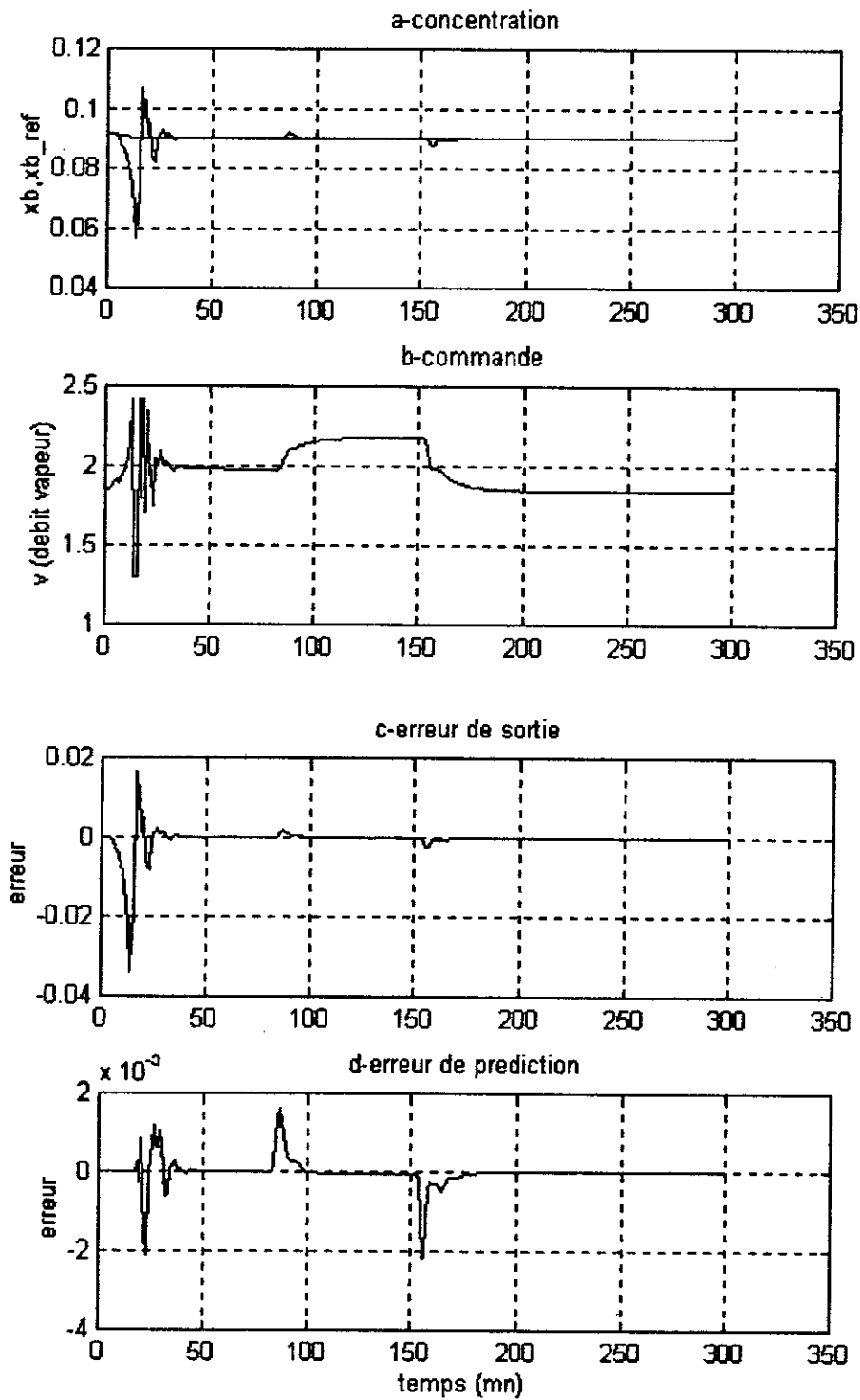
De bonnes performances ont pu également être obtenus dans un environnement stochastique.

Les résultats d'application de la stratégie de régulation à variance minimale et celle d'une poursuite et régulation viennent alors confirmer ce la.

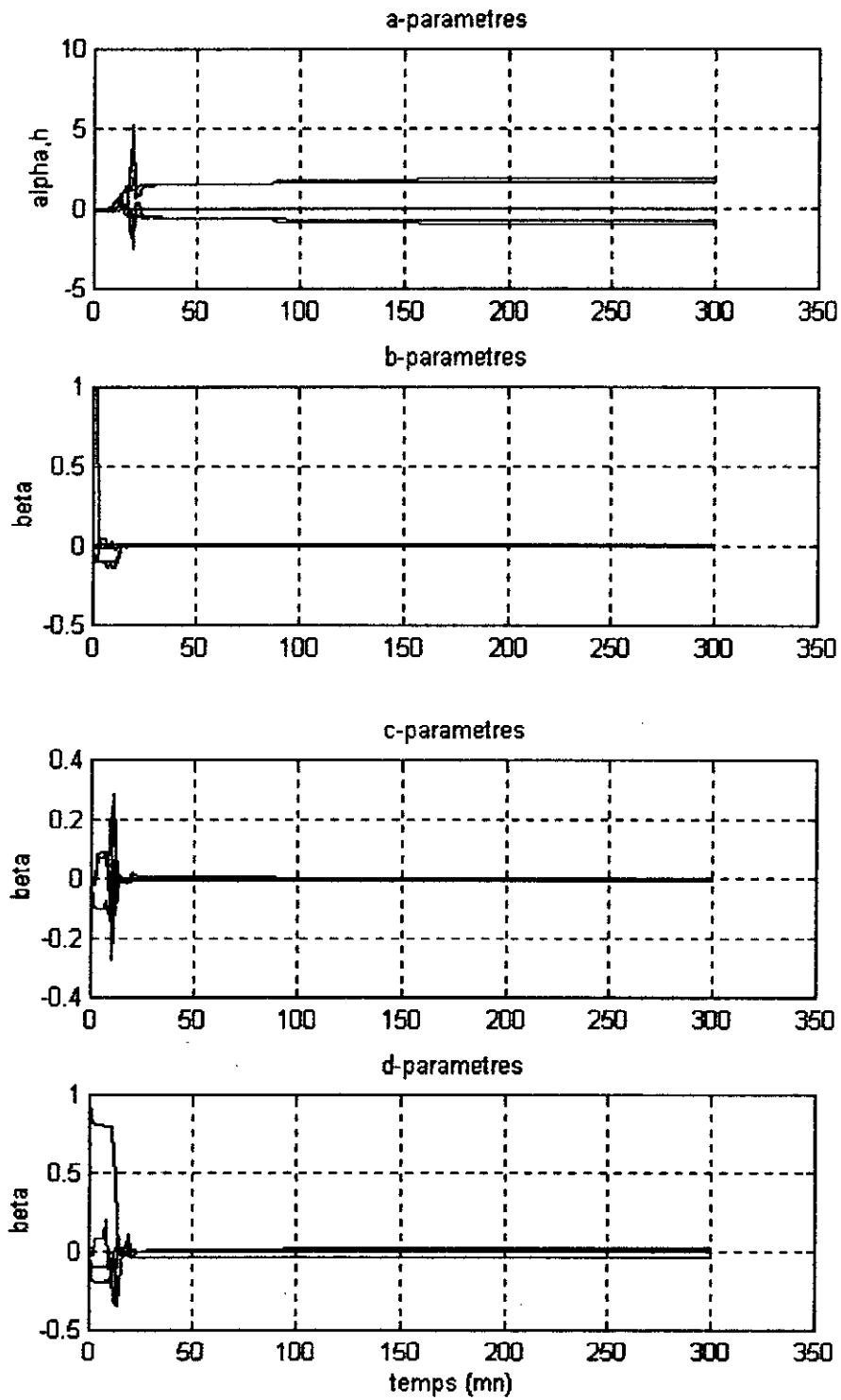
Il est à noté que le système de commande présente une robustesse relative aux perturbations  $x_f$ ,  $F$  est meilleur que celle d'une poursuite et régulation.



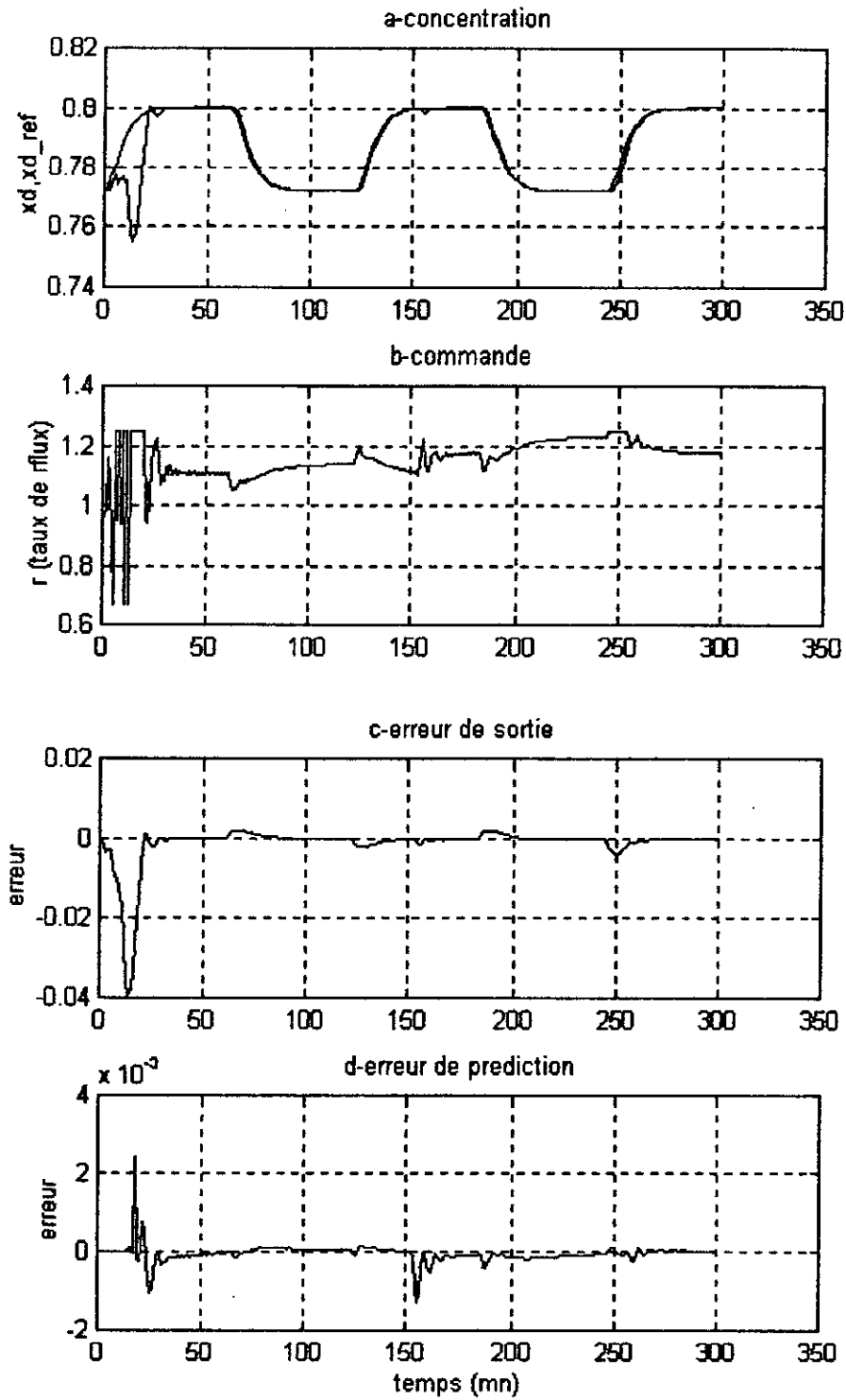
*Fig.V.1 - Résultats d'application de la stratégie de commande multivariables (EPM) sur le modèle de la colonne de distillation (consigne constante,  $x_d$ ).*



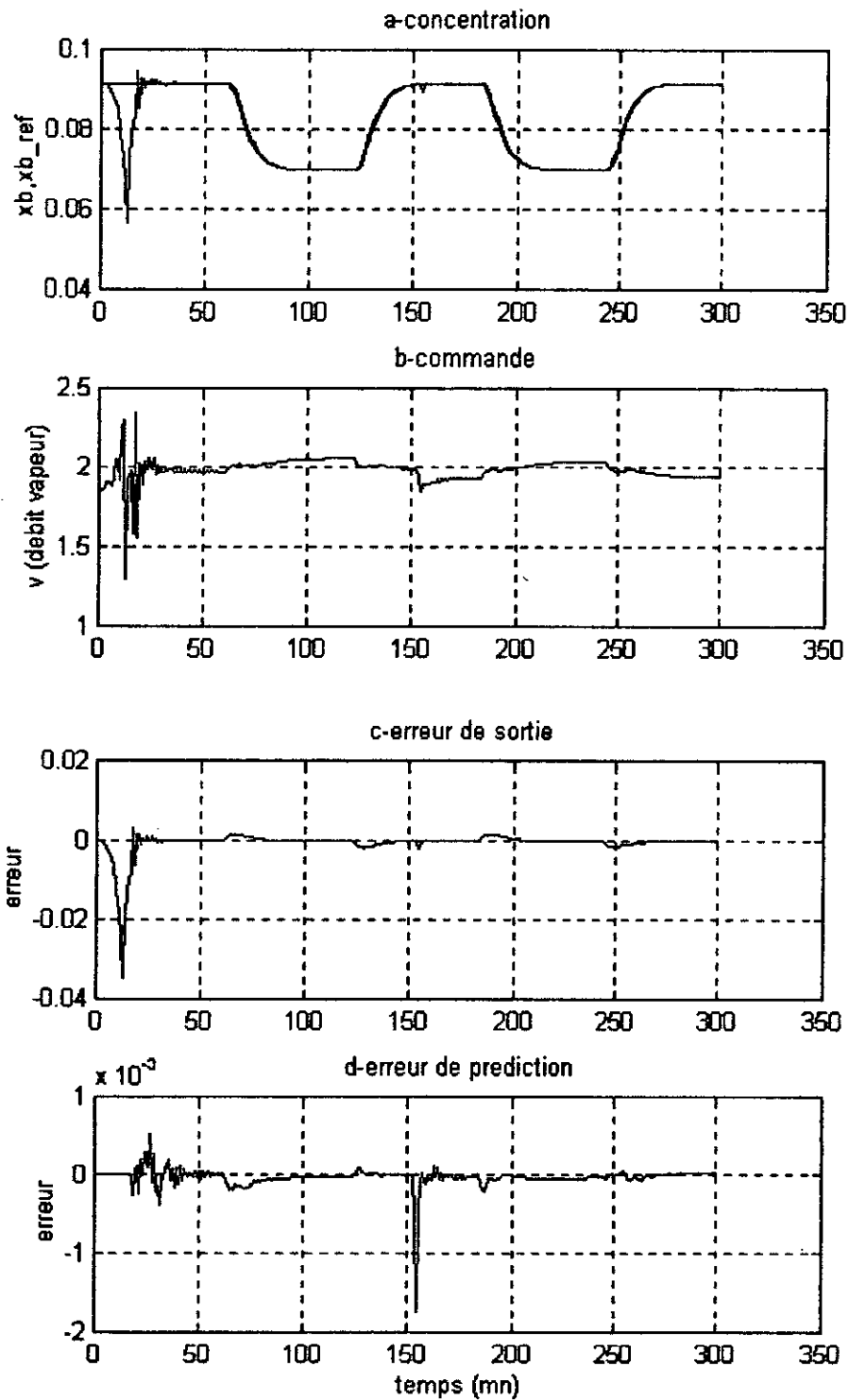
*Fig.V.2 - Résultats d'application de la stratégie de commande multivariables (EPM) sur le modèle de la colonne de distillation (consigne constante,  $x_b$ ).*



*Fig.V.3 - Evolution des paramètres du régulateur (EPM)  
(consigne constante).*

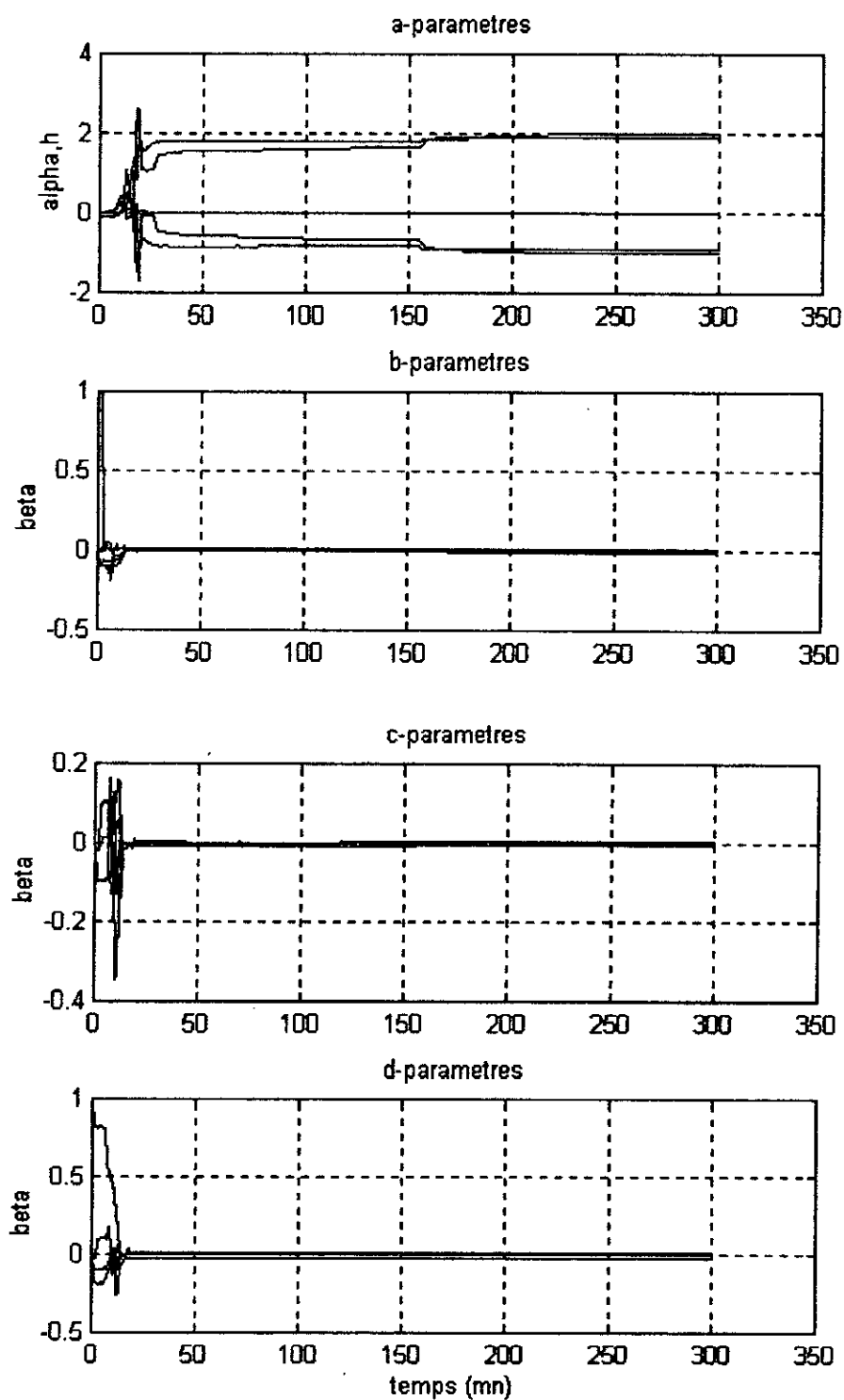


*Fig.V.4 - Résultats d'application de la stratégie de commande multivariables (EPM) sur le modèle de la colonne de distillation (consigne variable,  $x_d$ ).*

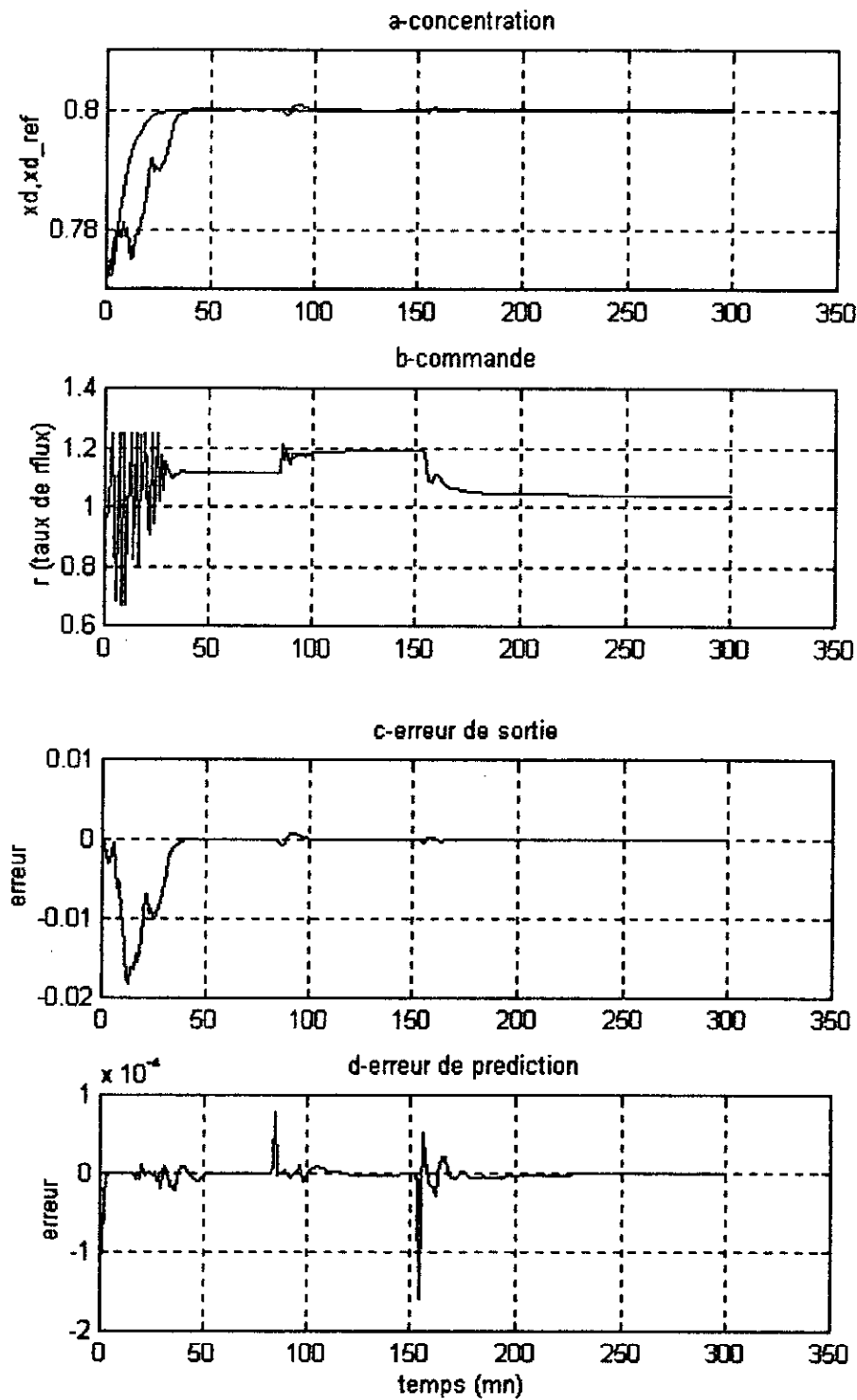


*Fig.V.5 - Résultats d'application de la stratégie de commande multivariables (EPM) sur le modèle de la colonne de distillation (consigne variable,  $x_b$ ).*

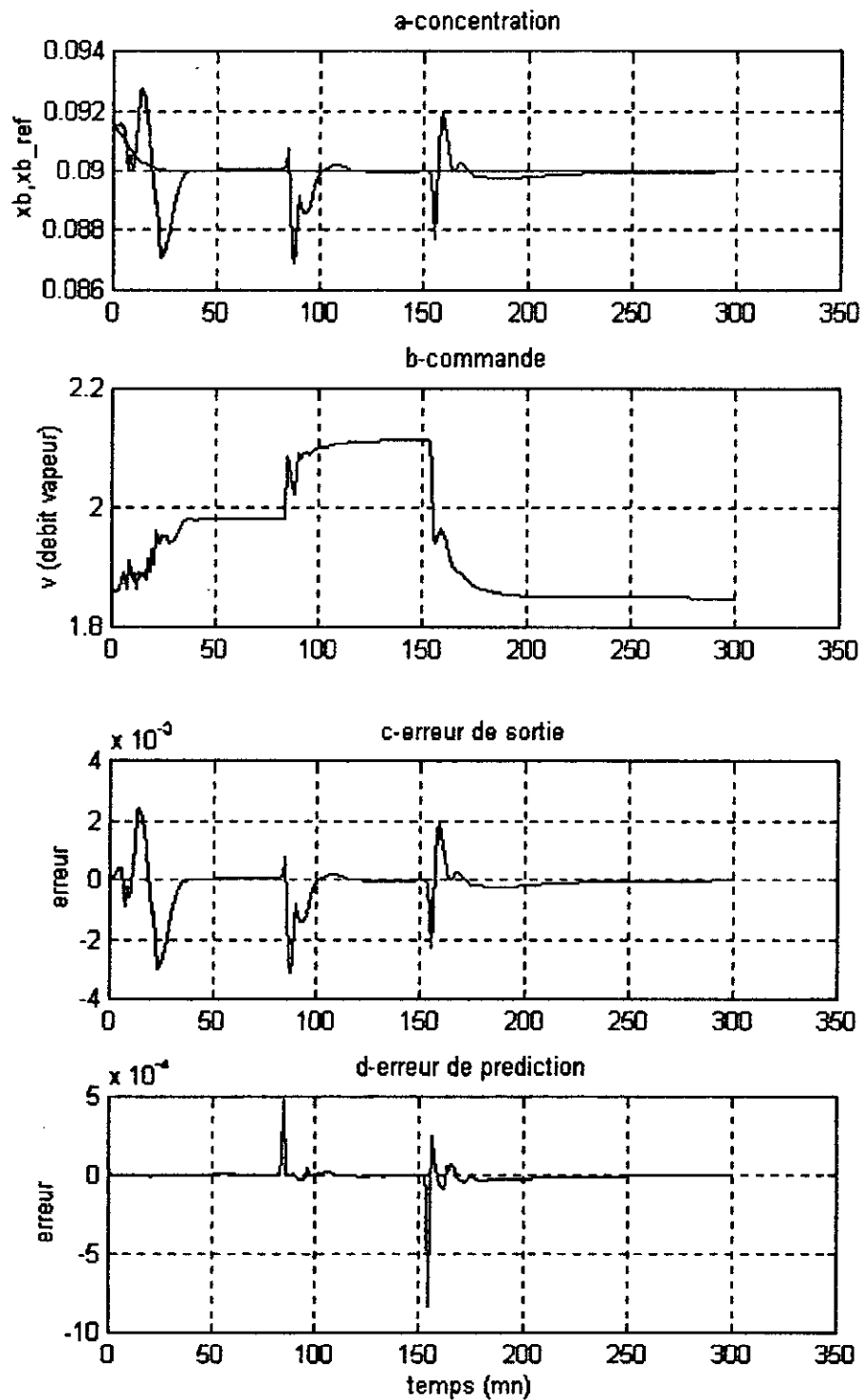




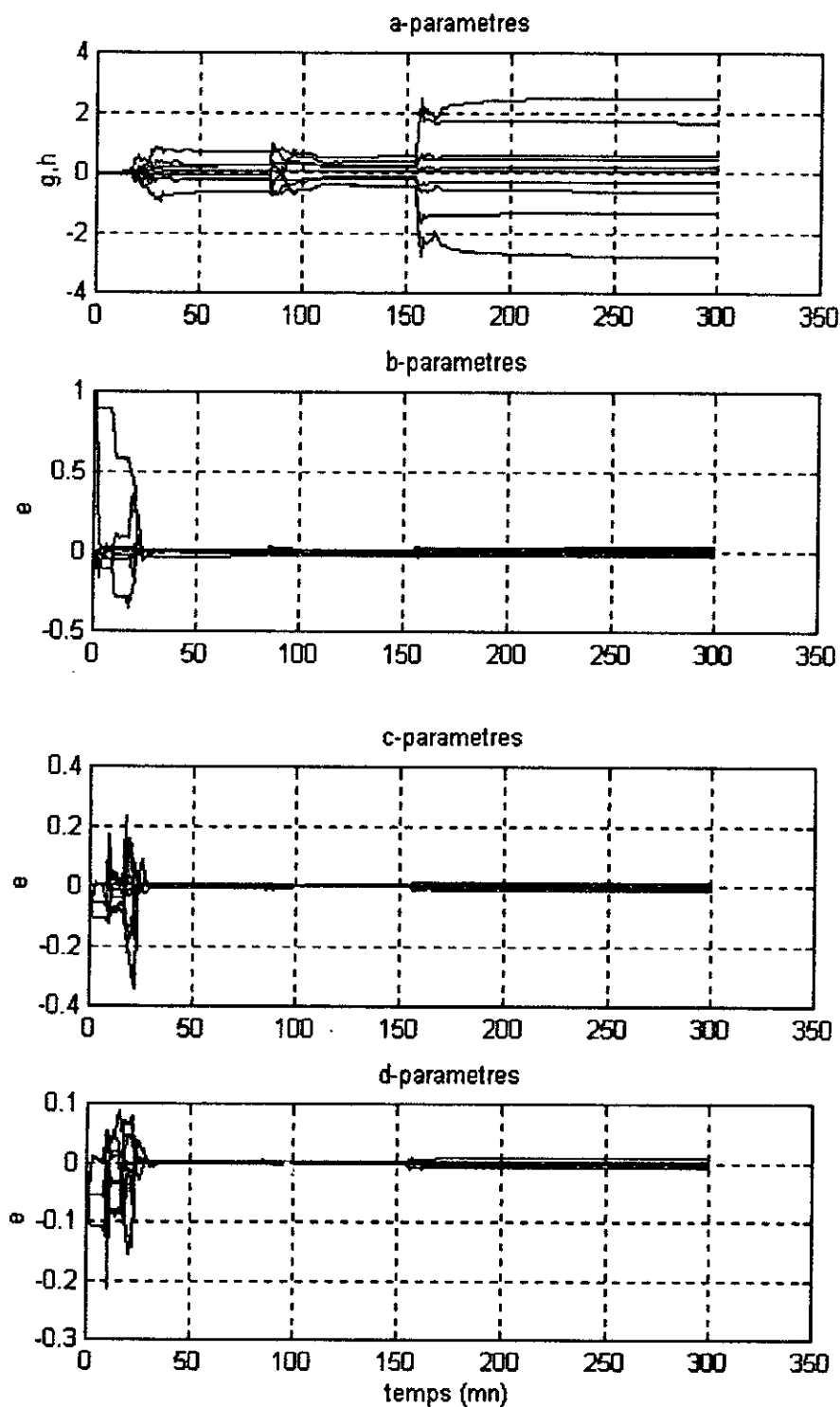
*Fig.V.6 - Evolution des paramètres du régulateur (EPM)  
(consigne variable).*



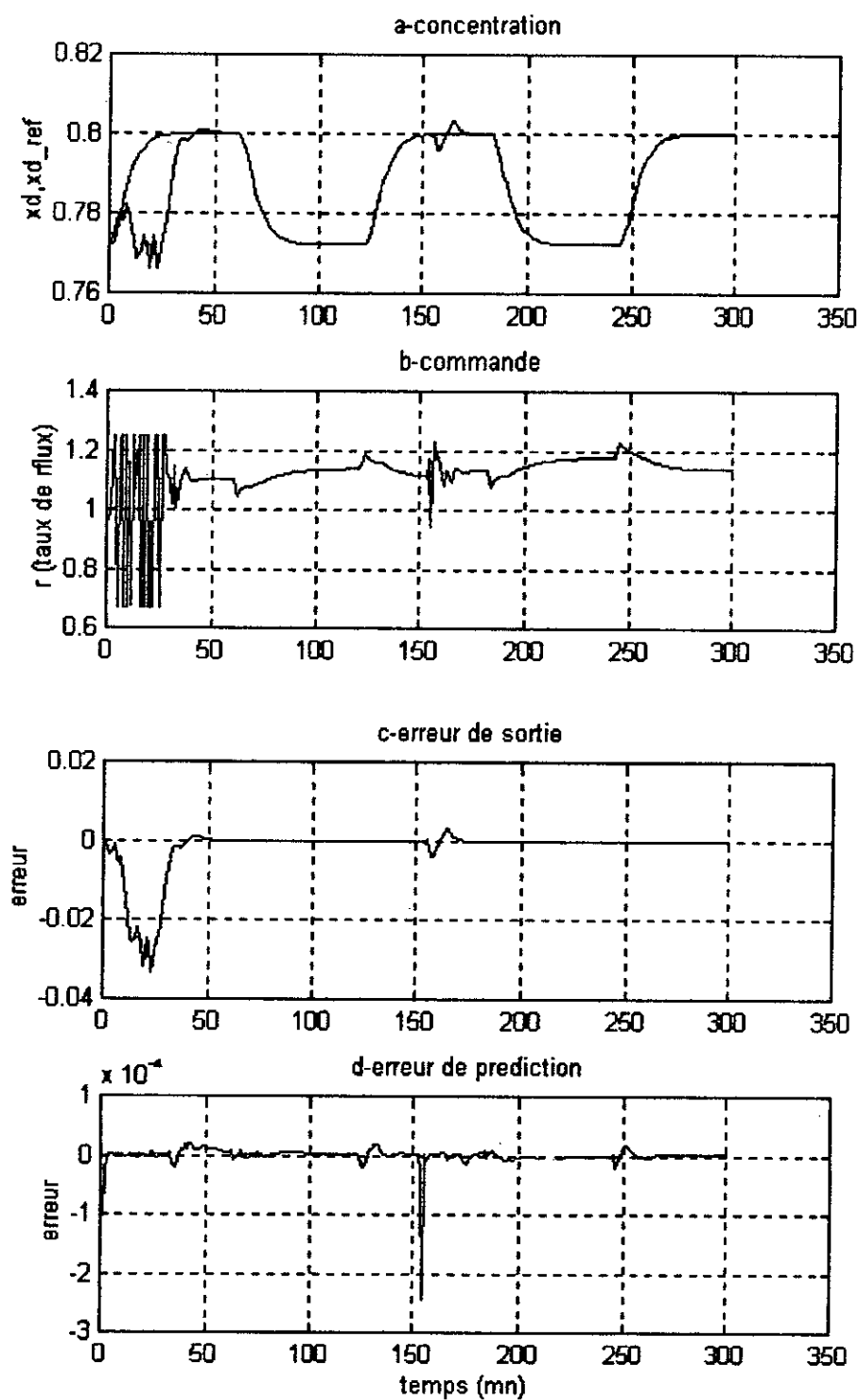
*Fig.V.7 - Résultats d'application de la stratégie de commande multivariables (PPZ) sur le modèle de la colonne de distillation (consigne constante,  $x_d$ ).*



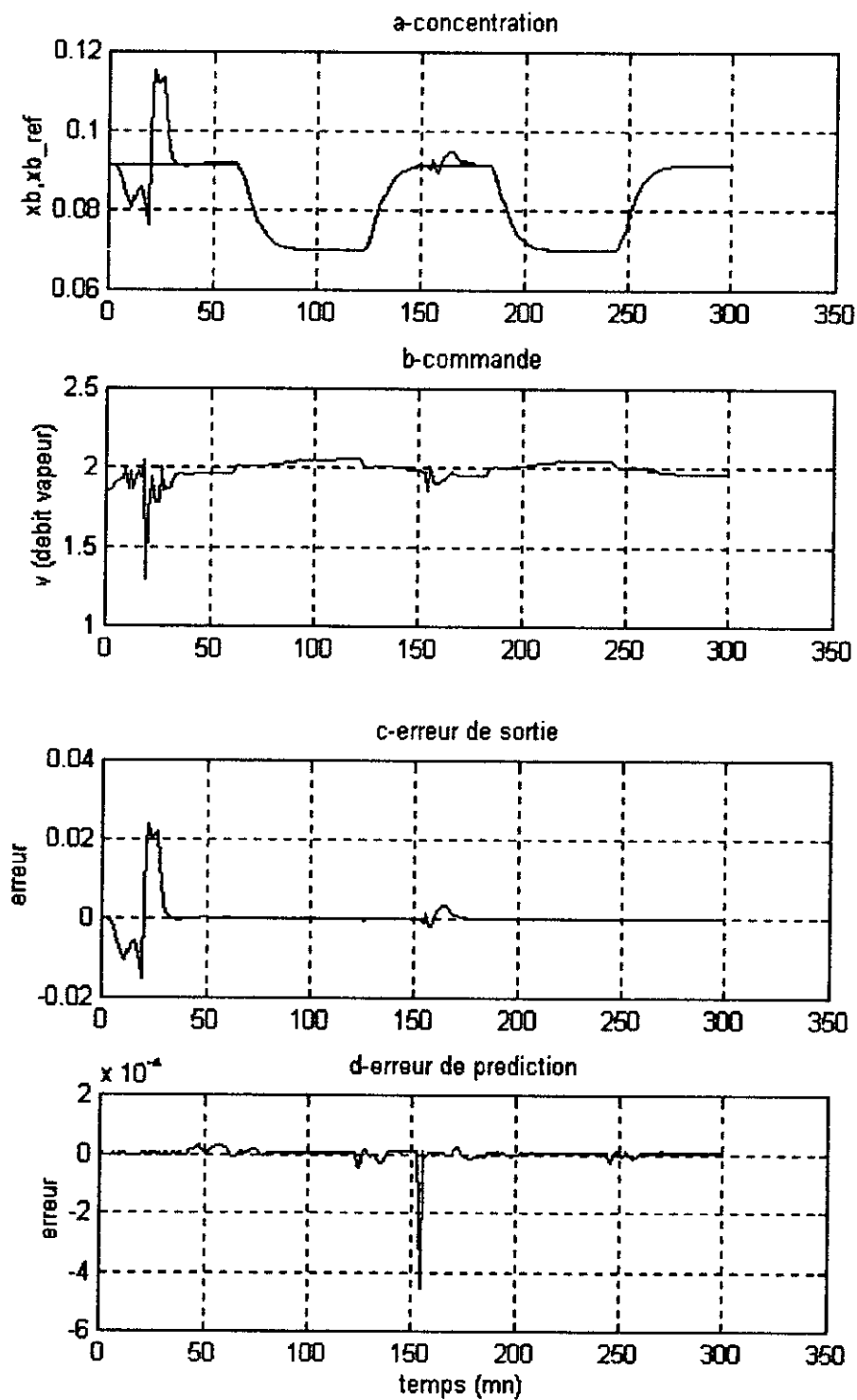
*Fig.V.8 - Résultats d'application de la stratégie de commande multivariables (PPZ) sur le modèle de la colonne de distillation (consigne constante,  $x_b$ ).*



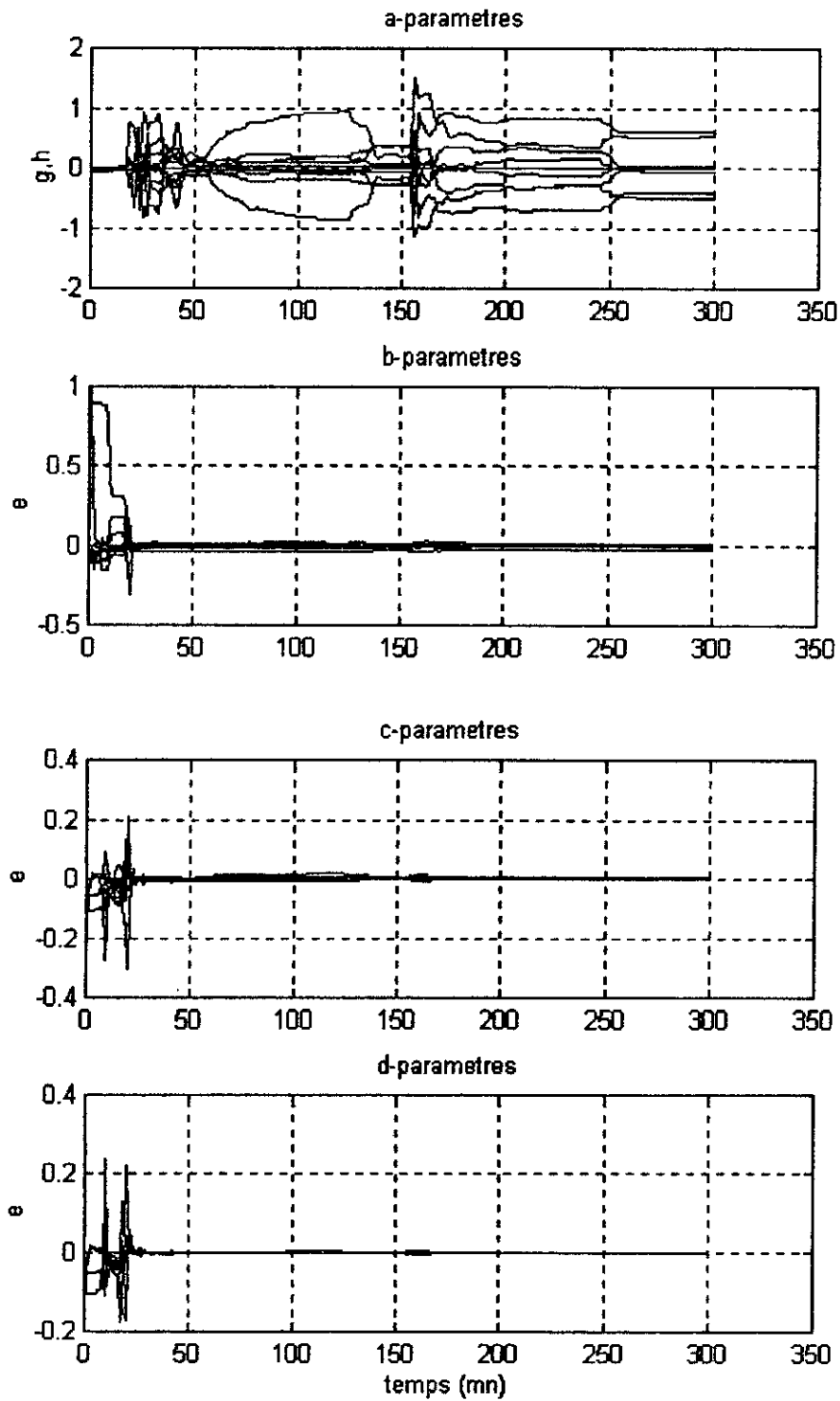
*Fig.V.9 - Evolution des paramètres du régulateur (PPZ) (consigne constante).*



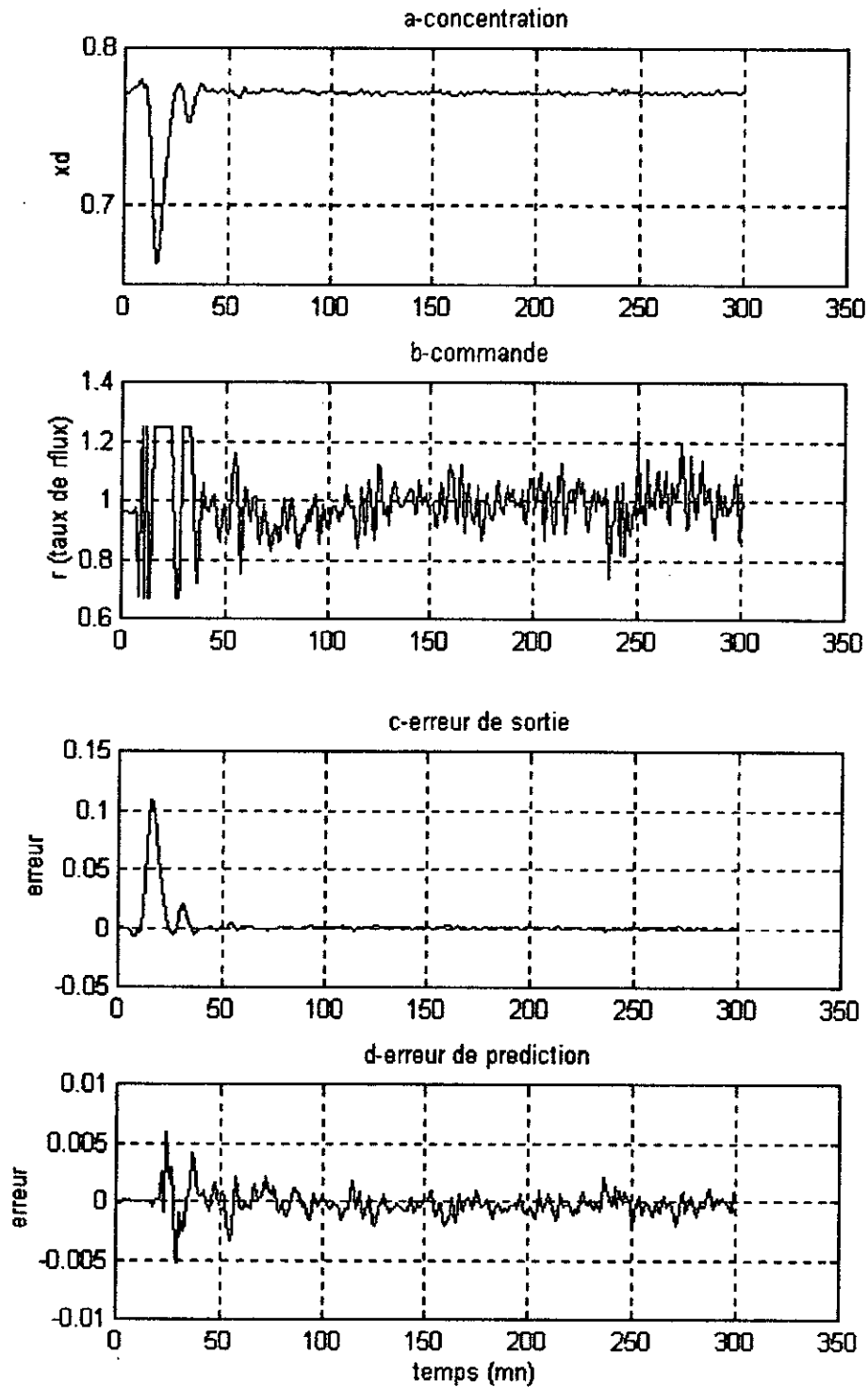
*Fig.V.10 - Résultats d'application de la stratégie de commande multivariables (PPZ) sur le modèle de la colonne de distillation (consigne variable,  $x_d$ ).*



*Fig.V.11 - Résultats d'application de la stratégie de commande multivariables (PPZ) sur le modèle de la colonne de distillation (consigne variable,  $x_b$ ).*

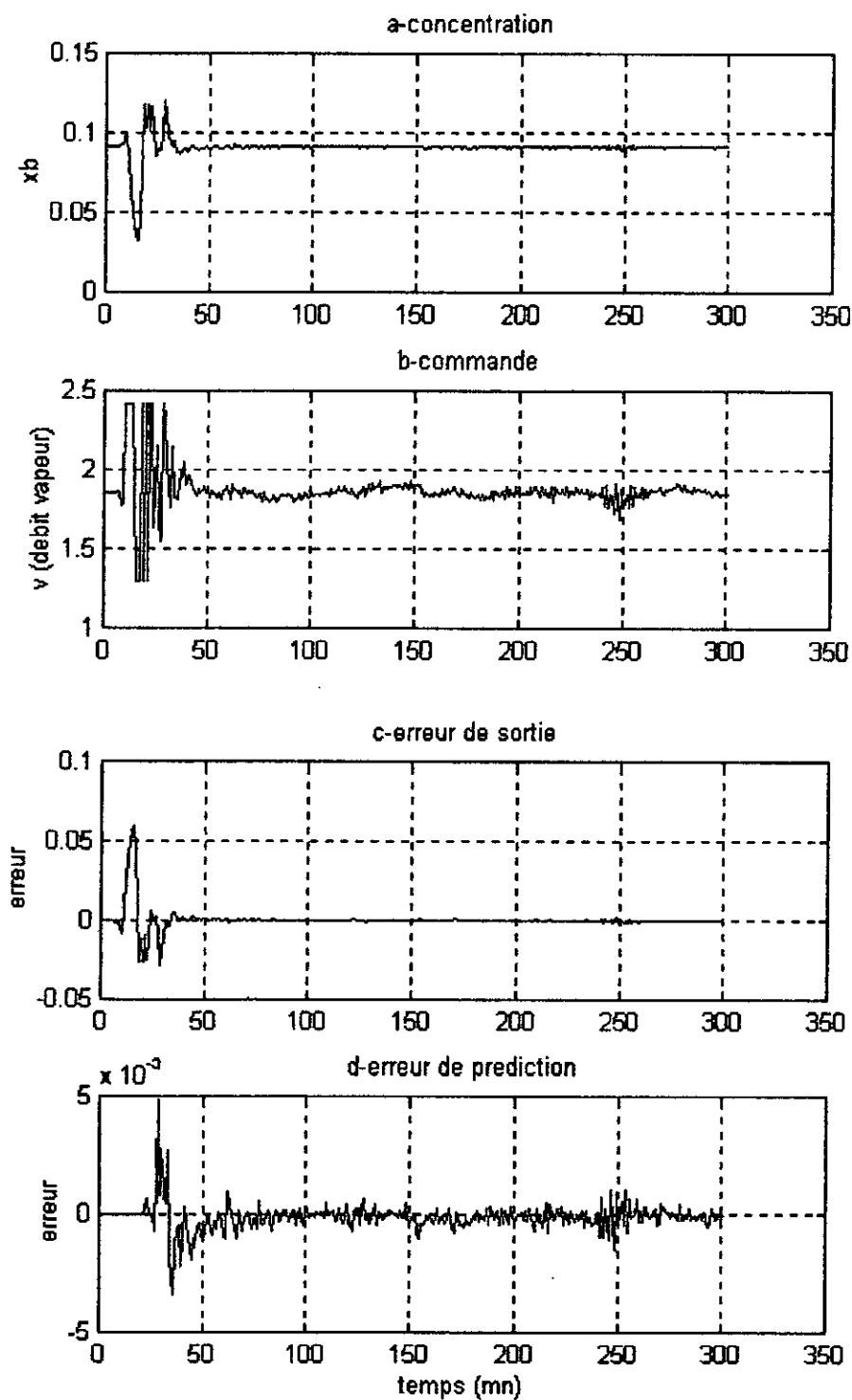


*Fig.V.12 - Evolution des paramètres du régulateur (PPZ) (consigne variable).*

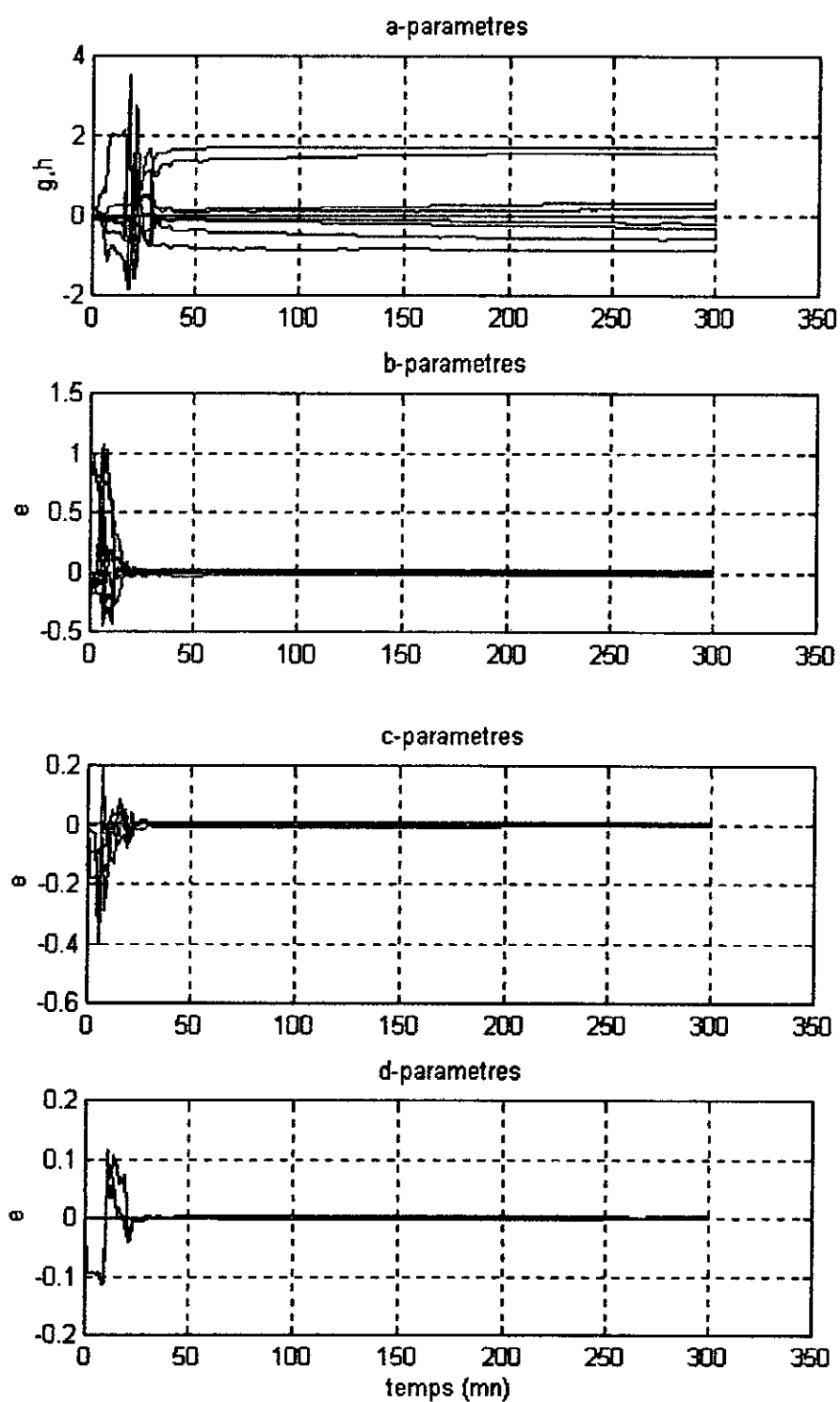


*Fig.V.13 - Résultats d'application de la stratégie de commande multivariables (VMR) sur le modèle de la colonne de distillation ( $x_d$ ).*

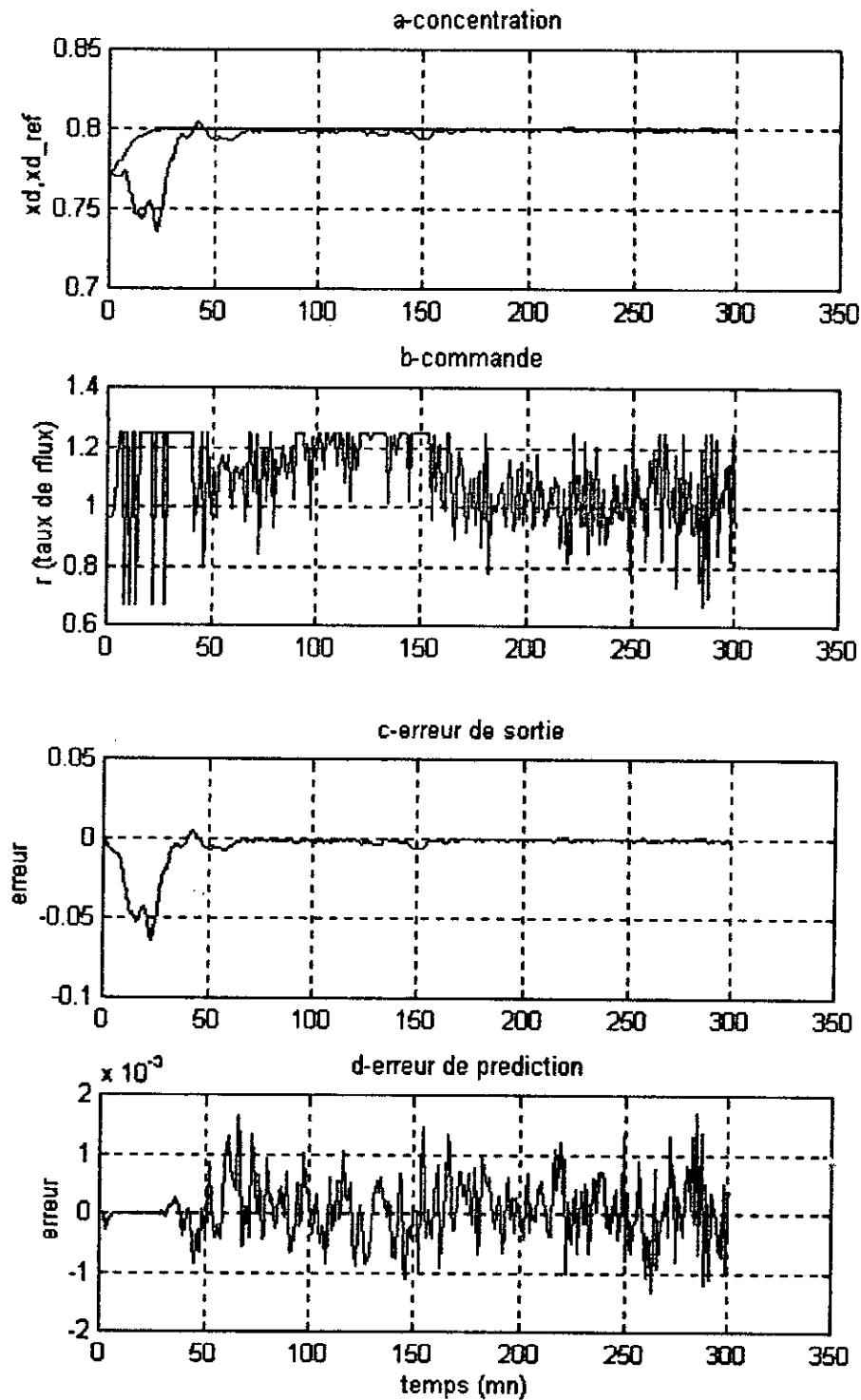




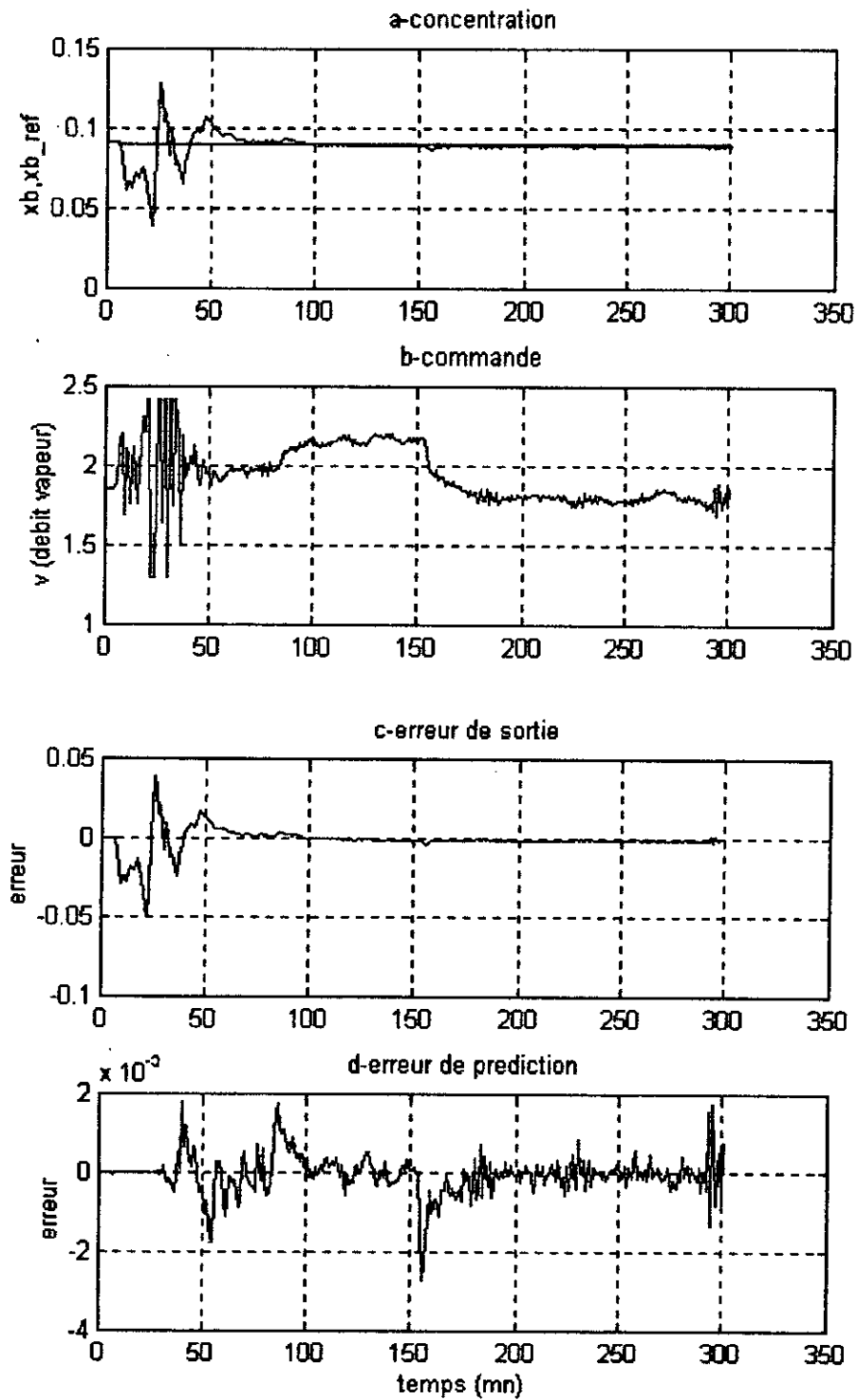
*Fig.V.14 - Résultats d'application de la stratégie de commande multivariables (VMR) sur le modèle de la colonne de distillation ( $x_b$ ).*



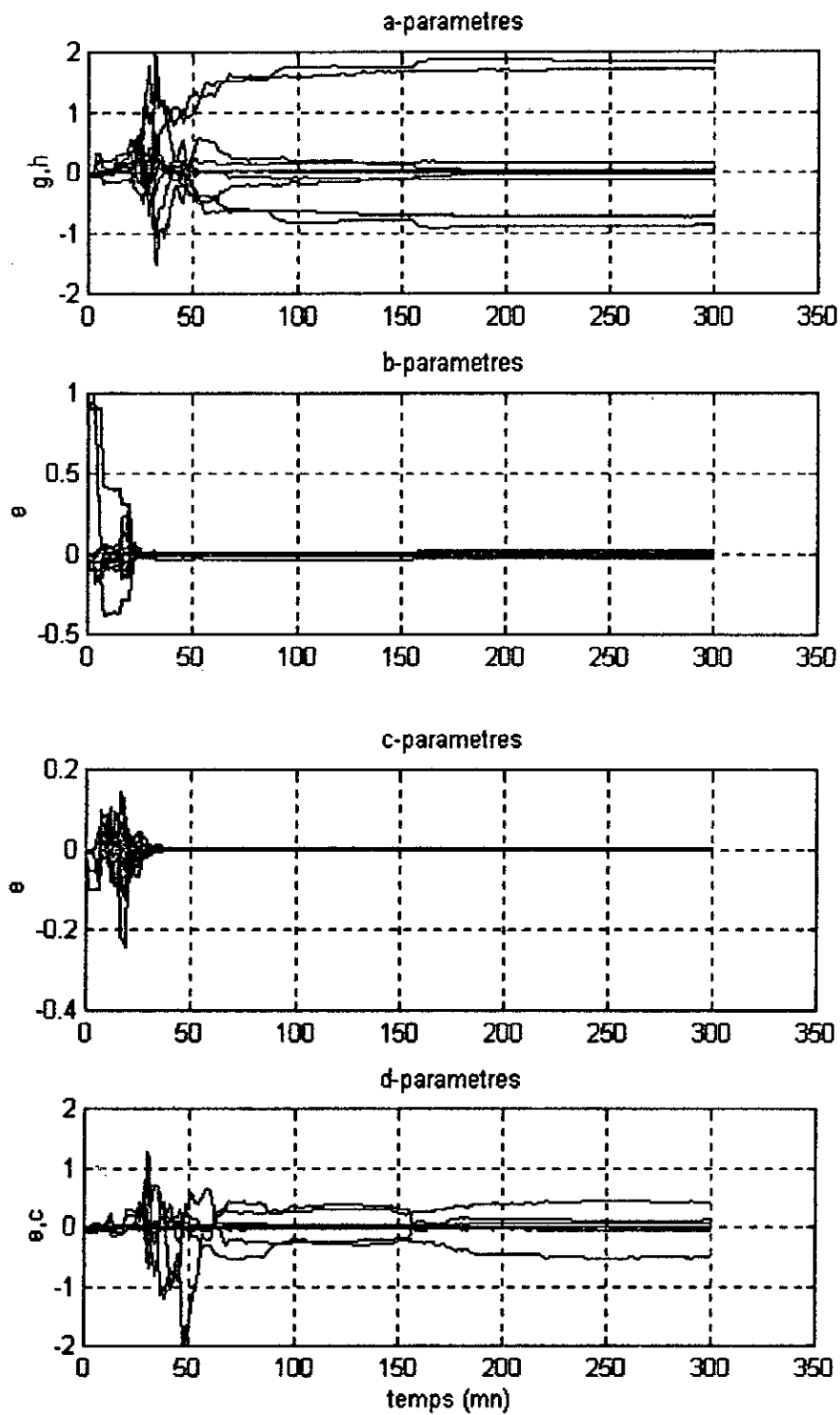
*Fig.V.15 - Evolution des paramètres du régulateur (VMR).*



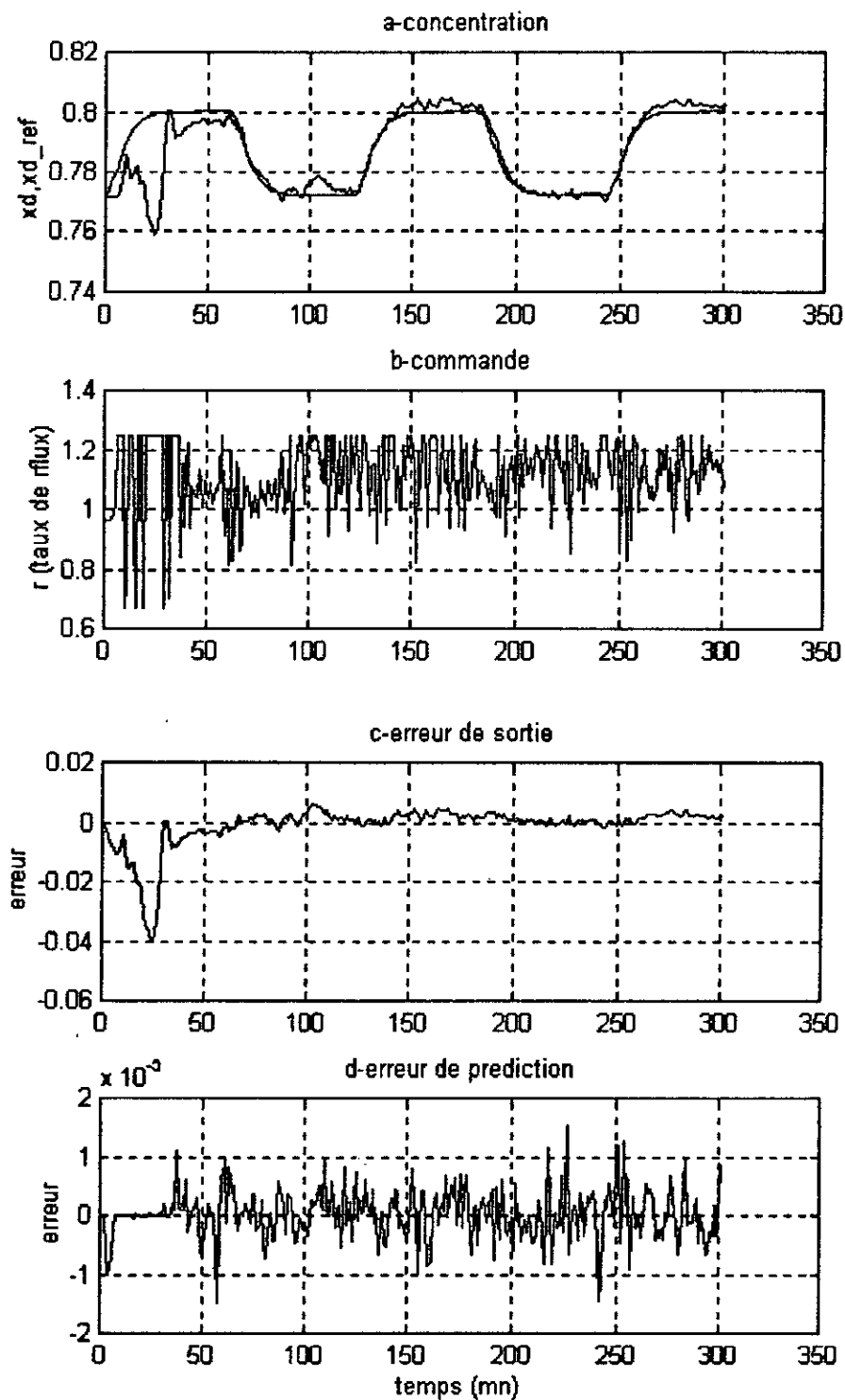
*Fig.V.16 - Résultats d'application de la stratégie de commande multivariables (PRVM) sur le modèle de la colonne de distillation (consigne constante,  $x_d$ ).*



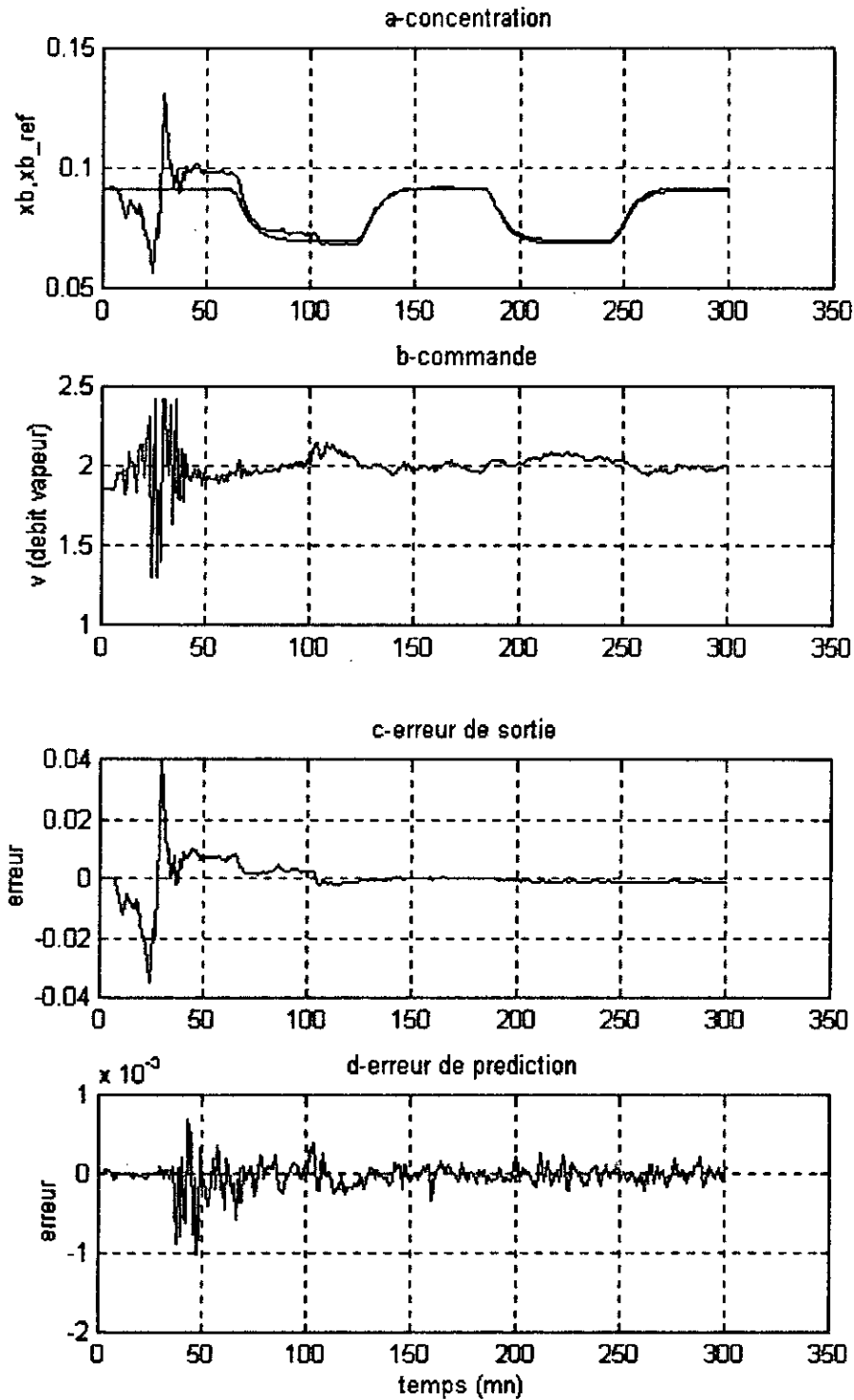
*Fig.V.17 - Résultats d'application de la stratégie de commande multivariables (PRVM) sur le modèle de la colonne de distillation (consigne constante,  $x_b$ ).*



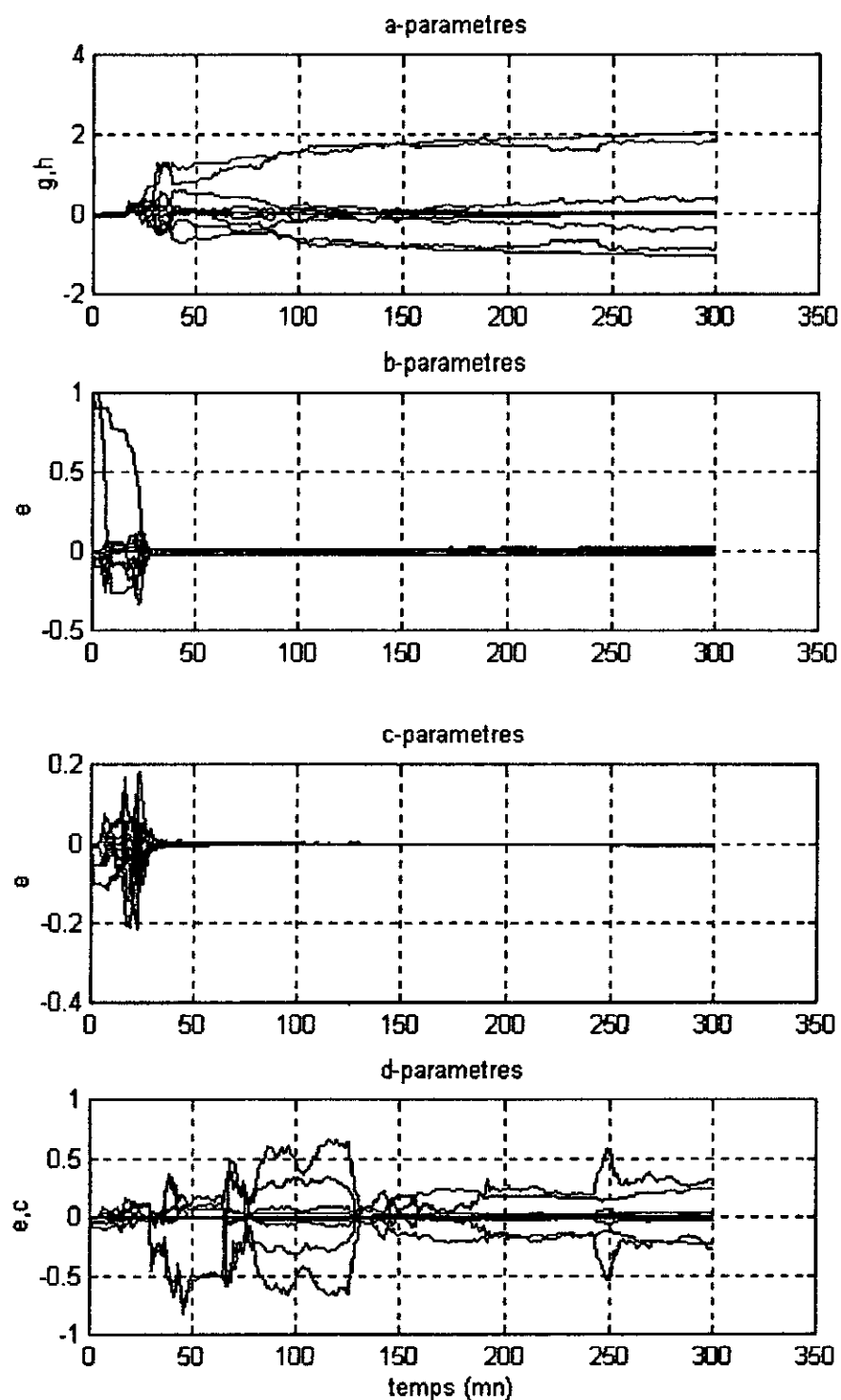
*Fig.V.18 - Evolution des paramètres du régulateur (PRVM) (consigne constante).*



*Fig.V.19 - Résultats d'application de la stratégie de commande multivariables (PRVM) sur le modèle de la colonne de distillation (consigne variable,  $x_d$ ).*



*Fig.V.20 - Résultats d'application de la stratégie de commande multivariables (PRVM) sur le modèle de la colonne de distillation (consigne variable,  $x_b$ ).*



*Fig.V.21 - Evolution des paramètres du régulateur (PRVM) (consigne variable).*



**CONCLUSION**

**GENERALE**

Les différents algorithmes de commande appliqués à notre système nous permettent d'affirmer la validité d'un contrôle adaptative à répondre favorablement à des cahiers de charge plus au moins exigeant et cela dans un fonctionnement nominale , assurant une bonne robustesse vis-à-vis des entrées perturbatrices que ce soit dans un environnement déterministe que stochastique.

Un contrôle monovariante a été établi tout en faisant un choix judicieux des entrées de commande associées à chaque sortie, ainsi la composition  $x_a$  est commandée par le taux reflux  $R$  , le retard liant ces derniers est de un, et la composition  $x_b$  est commandée par le débit vapeur  $V$  avec également un retard égal à l'unité.

Cependant le retard entrée-sortie que nous pouvons créer est conditionné par le modèle de référence qui doit être un retard supérieure ou égale à 1 , ainsi le retard minimale est de 1.

Une imposition d'un modèle de référence à bande passante trop large engendre des efforts de commande trop importants particulièrement dans le régime d'adaptation , deux solutions nous ont apparues :

- Une limitation de la commande qui fera prolonger le régime d'adaptation et qui assure des débits de sortie acceptables .

où :

- Une utilisation des paramètres identifiés pour éliminer le régime d'adaptation.

L'inconvénient principal d'un contrôle monovariante est l'impossibilité d'agir sur les sorties non contrôlées.

Cependant un contrôle adaptative multivariables s'est imposé, deux stratégies de commande ont été considérées avec succès dans le cas déterministe.

Toutefois une connaissance a priori de l'interacteur du système est alors exigée, le transfert entrée-sortie étendue obtenue par l'identification du système, la structure de ce dernier ne est diagonale unitaire ne permet pas explicitement de montrer toutes les différences qui existent entre les deux approches.

Vue que nous disposant simplement d'un modèle de connaissance déterministe de la colonne, les bruits capteurs et autres ne peuvent être ni identifiés ou estimés ainsi la dynamique de la perturbation a été établie d'une manière arbitraire. De la une identification objective et significative doit se faire sur site.

Néanmoins les différents choix établis sur le polynôme des perturbations stochastiques nous ont donné de bons résultats que ce soit dans le cas monovarié ou multivarié.

Le cas de l'algorithme de régulation à variance minimale est plus robuste par rapport aux perturbations paramétriques, d'une part que la régulation est autour du point nominal et d'autre part que l'implémentation d'une telle stratégie n'exige nullement l'estimation de la dynamique de la perturbation alors que dans le cas d'une poursuite et régulation à variance minimale cette condition est primordiale pour assurer la convergence de l'algorithme de commande.

# ANNEXES

Données de la colonne de distillation binaire (C.D.B) de l'Université de DELWARE (USA) et conditions de fonctionnement en régime stationnaire.

Nombre de plateaux	$N = 10$	
Plateau d'alimentation	$N_s = 5$	
Débit d'alimentation	$F = 1.5$	mol/mn
Composition de l'alimentation	$x_f = 0.5$	
Débit du distillat	$D = 0.9$	mol/mn
Composition du distillat	$x_d = 0.7723$	
Débit du résidu	$B = 0.6$	mol/mn
Composition du résidu	$x_b = 0.0915$	
Débit du reflux	$R = 0.96$	mol/mn
Débit de la vapeur	$V = 1.86$	mol/mn
Hold-up des plateaux	$H_j = 0.35$	mol
Hold-up du condenseur	$H_d = 0.35$	mol
Hold-up du rebouilleur	$H_b = 0.35$	mol

*Tableau (A.1)*

<i>Numéro du plateau</i>	<i>Composition</i>
Rebouilleur	0.0915
1	0.1492
2	0.2186
3	0.2936
4	0.3655
5	0.4271
6	0.4357
7	0.4520
8	0.4822
9	0.5365
10	0.6291
Condenseur	0.7723

*Tableau (A.2)*

avec:

i- Coefficient de volatilité relative -  $\alpha = 2.0$ .

ii- Constante de temps du plateau -  $\beta = 1.0 \text{ mn}$ .

iii-Mélange à distiller - *Actone-Benzene*.

iv. Condenseur total.

v. Rebouilleur de type thermosiphon.

## FORME PREDICTIVE MULTIVARIABLES

Considérons l'équation décrivant le système multivariables:

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d}B(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})e(t) \quad (\text{B.1})$$

Utilisant l'identité matricielle:

$$C(q^{-1}) = A(q^{-1})F(q^{-1}) + q^{-d}G(q^{-1}) \quad (\text{B.2})$$

où:

$$F(q^{-1}) = I + F_1q^{-1} + \dots + F_{d-1}q^{-(d-1)},$$

$$G(q^{-1}) = G_0 + G_1q^{-1} + \dots + G_{n_A-1}q^{-(n_A-1)}.$$

De plus, à cause de la non commutativité de la multiplication matricielle, nous introduisons deux matrices polynomiales  $\tilde{F}(q^{-1})$  et  $\tilde{G}(q^{-1})$  qui vérifient l'égalité [BORISSON]:

$$\tilde{F}(q^{-1})G(q^{-1}) = \tilde{G}(q^{-1})F(q^{-1}) \quad (\text{B.3})$$

avec:

$$\det \tilde{F}(q) = \det F(q),$$

$$\tilde{F}(0) = I.$$

L'existence de  $\tilde{F}$  et  $\tilde{G}$  n'est pas unique. Nous définissons la matrice polynomiale  $\tilde{C}(q^{-1})$  par:

$$\tilde{C}(q^{-1}) = \tilde{F}(q^{-1})A(q^{-1}) + q^{-d}\tilde{G}(q^{-1}) \quad (\text{B.4})$$

Pour que la relation:

$$\tilde{C}(q^{-1})F(q^{-1}) = \tilde{F}(q^{-1})C(q^{-1}) \quad (\text{B.5})$$

est vérifiée.

En prémultipliant (B.1) par  $\tilde{F}(q^{-1})$ , on obtient:

$$\tilde{F}(q^{-1})A(q^{-1})y(t) = q^{-d}\tilde{F}(q^{-1})B(q^{-1})u(t) + \tilde{F}(q^{-1})C(q^{-1})e(t) \quad (\text{B.6})$$

En introduisant (B.4) et (B.5) dans (B.6), on obtient:

$$\left[ \tilde{C}(q^{-1}) - q^{-d}\tilde{G}(q^{-1}) \right] y(t) = q^{-d}\tilde{F}(q^{-1})B(q^{-1})u(t) + \tilde{C}(q^{-1})F(q^{-1})e(t)$$

Nous réarrangeons cette équation de manière à obtenir la sortie à  $t+d$ :

$$\tilde{C}(q^{-1})y(t+d) = \tilde{G}(q^{-1})y(t) + \tilde{F}(q^{-1})B(q^{-1})u(t) + \tilde{C}(q^{-1})F(q^{-1})e(t+d) \quad (\text{B.7})$$

L'idée maintenant est de séparer les perturbations en deux parties, perturbations passées jusqu'à l'instant  $t$  et perturbations futures.

Pour cela, nous considérons l'inverse de  $\tilde{C}(q)$ :

$$\left[ \tilde{C}(q^{-1}) \right]^{-1} = \frac{\text{adj } \tilde{C}(q^{-1})}{\det \tilde{C}(q^{-1})}$$

$\det \tilde{C}(q^{-1})$  étant un polynôme d'ordre  $n$  et  $\text{adj } \tilde{C}(q^{-1})$  est de degré inférieur à  $n$ , soit inférieur au degré de  $\det \tilde{C}(q^{-1})$ . D'où:

$$\left[ \tilde{C}(q^{-1}) \right]^{-1} = I + (\cdot)q^{-1} + (\cdot)q^{-2} + \dots$$



De (B.7):

$$\begin{aligned}y(t+d) &= \tilde{C}^{-1}(q^{-1}) \left[ \tilde{G}(q^{-1})y(t) + \tilde{F}(q^{-1})B(q^{-1})u(t) \right] + F(q^{-1})e(t+d) \\ &= \tilde{C}^{-1}(q^{-1}) \left[ \tilde{G}(q^{-1})y(t) + \tilde{F}(q^{-1})B(q^{-1})u(t) \right] + e(t+d) + \dots + F_{d-1}e(t+1)\end{aligned}\tag{B.8}$$

Le prédicteur optimale à  $d$  pas est alors:

$$\hat{y}(t+d/t) = \tilde{C}^{-1}(q^{-1}) \left[ \tilde{G}(q^{-1})y(t) + \tilde{F}(q^{-1})B(q^{-1})u(t) \right]\tag{B.9}$$

**REFERENCES**

**BIBLIOGRAPHIQUES**

- [1] W.L.LUBEN, V.S.VERNEUIL, J.R et J.A.GERSTER, " Experimental transient response of a pilot plant distillation column : PART IV : Response of a ten-tray column " , A.I.Ch.E j, vol.10 , N°3 , may 1964, pp 357-364.
- [2] I-LUNG CHIEN, D.E.SEBORG D.A.MELlichAMP, " Self-tuning Control with Decoupling " , AIChE Journal , July 1987 Vol.33, N°7.
- [3] SHI-JUN LANG, XING-YUAN GU et TIANYOU CHAI, " A Multivariable Generalized Self-Tuning Controller with Decoupling Design " , IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.AC-31, N°5 may 1986.
- [4] CHIEN, I.-L, " Self-Tuning Control Strategies for Distillation Columns " , Univ. California, Santa Barbara (1985).
- [5] N.J.TELON, D.M.GROVES et C.D.HOLLAND, " A Generalized Model for the Dynamics behavior of Distillation column " , A.I.Che.J, Vol.13, N°3, May 1967, pp 476 -485.
- [6] R.E.LEVY, A.S.FOSS et E.A.GRENS, " Response modes of a Binary Distillation Column " , Ind.Eng.chem.Fund, Vol 8, N°4 nov 1969, pp 765-776.
- [7] A.M.PEISER et S.S.GROVER, " Dynamic simulation of Distillation Tower " , Chem.Eng.Prog, Vol 58, N°9, sept 1962.
- [8] W.L.LUYEN, Process Modeling, Simulation and Control for chemical engineers, Mc GRAW.HILL, 8<sup>th</sup> printing (1985).
- [9] I.LUNG, CHIEN, D.E.SEBORG, D.A.MELlichAMP, " Self tuning control with decoupling " , A.I.Che.J, July 1987, Vol.33, N°7, pp 5592-594.
- [10] KING, Separation processes, ed Mc GRAW-HILL, 2<sup>nd</sup> ed 1980.
- [11] TRAYBAL , MASS transfer operation, ed Mc GRAW-HILL.
- [12] SMITH, Design of equilibrium stage processes, ed Mc GRAW-HILL.
- [13] H.LAU, J.ALVAREZ, JENSEN, " Synthesis of control structures by sigular value analysis : Dynamic measures of sensetivity and interactionn " , A.I.Che.J, Vol.31, N°3, pp 427-439, 1985.
- [14] J.D.LANDAU et L.DUGARD, Commandé adaptative : Aspects pratiques et théoriques, ed MASSON, 1986.

- [15] P.CARINI, R.MICHELI et R.SCATTOLINI, " Multirate self-tuning predictive control with application to Binary Distillation column ", *Int.J.Sci*, vol.21, N° 1, 1990, pp 51-64.
- [16] I.N.GUERMAZI et AL, " Identification paramétrique en temps réel des systèmes multivariables simulés analogiquement ", *JTEA'92*, Tunisie, 1992.
- [17] M.H.LIU et W.LIN, " Multivariables self tuning control with decoupling for robotic manipulators ", *IEE proc. Pt. D Vol.135*, N° 1, 1988.
- [18] M.H.LIU et W.LIN, " Poles assignment self tuning controller for robotic manipulators ", *Int.J.Control*, Vol.46, pp 1305-1317, 1987.
- [19] L.DUGARD , I.D.LANDAU, " Commande adaptative des Systèmes : Théories, Méthodologie, Applications ", (Laboratoire d'Automatique de Grenoble 1990).
- [20] L.GUENFAF, Etude de différentes stratégies de commande adaptative appliquées à un bras de robot manipulateur, Thèse de Magister , D.G.Elect , ENP (1995).
- [21] BORISSON (1979), " Self tuning regulator for a class of multivariable systems " *Aut. Vol.15*, pp 209-215.
- [22] L.DUGARD , G.C.GOODWIN et X.XIANYA (1984), " The rôle of the interactor matrix in multivariable stochastic adaptive control " , *Aut. Vol.20*, N° 55, pp 701-709.
- [23] J.M.DION et LUC DUGARD (1986), " Commande adaptative multivariables : quelques résultats théoriques et pratiques " , *APII. Vol.20*, N° 4.
- [24] J.M.DION, L.DUGARD , J.NGUYEN MINH (1990), " Quelques développements sur la commande adaptative multivariables " , *APII*, 1990, Vol.24 , pp 145-170.
- [25] R.AIT ALI YAHIA, Techniques de représentation et commande d'un modèle d'une colonne de distillation à composants multiples, Thèse de Magister, D.G.elect ENP (1991).
- [26] M.O.AHNIA, Modélisation et simulation du fonctionnement d'une colonne de distillation, Thèse d'Ingeniorat, ENP (981).
- [27] I.D.LANDAU , Identification et commande des systèmes, ed HERMES (1993).
- [28] O.J.ASTROM et B.WITTENMARK, Adaptive control, Addison-Wisly, New York (1989).

- [29] V.V.CHALAM, Adaptive control systems : Techniques and applications, Marcel Dekker (1987).
- [30] G.C.GOODWIN et K.S.SIN (1984), Adaptive filtering, prediction and control, New York, Prentice Hall.