

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

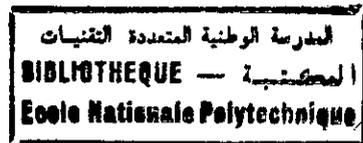
DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

THESE

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de MAGISTER

en : ELECTRONIQUE
OPTION : Acquisition de données

Par
NADJIA KARA



THEME

**CONCEPTION D'UN CONTROLEUR
PID NON LINEAIRE POUR LA COMPENSATION
DES SYSTEMES NON LINEAIRES**

Soutenue devant le jury composé de :

Mr N.Louiam	Maître de conférences (ENP)	: PRESIDENT
Mr M.S.Ait cheikh	Chargé de cours (ENP)	: RAPPORTEUR
Mr F.Boudjama	Maître de conférences (ENP)	: EXAMINATEUR
Mr M.S.Bouchrit	Chargé de cours (ENP)	: EXAMINATEUR
Mr C. Larbes	PHD (ENP)	: EXAMINATEUR

Juin 1995

ECOLE POLYTECHNIQUE 10, Avenue Hassen Badi -EL-HARRACH- ALGER

Sommaire



Chapitre I : Introduction.....	1
I.1 Introduction.....	1
I.2 Les techniques adaptatives.....	1
I.2.1 L'ajustage automatique.....	2
I.2.2 Gain programmé.....	2
I.2.3 Commande adaptative.....	2
I.2.4 Utilité des techniques adaptatives.....	3
I.3 Méthode de la réponse fréquentielle de Ziegler-Nichols.....	4
- Marges de gain et de phase.....	4
I.4 Méthode de la réponse fréquentielle d'Aström-Hägglund.....	5
Chapitre II : Reconnaissance de la partie non linéaire d'un système.....	9
II.1 Introduction.....	9
II.2 Systèmes non linéaires.....	9
II.3 Fonction descriptive (DF) et la fonction descriptive inverse (IDF).....	10
II.3.1 Fonction descriptive (DF).....	10
II.3.2 Fonction descriptive inverse (IDF).....	12
II.3.3 Evaluation de la fonction descriptive inverse par la méthode graphique.....	13
II.4 Reconnaissance de la partie linéaire et de la partie non linéaire d'un système.....	15
II.4.1 Systèmes de la première classe.....	15
II.4.2 Systèmes de la deuxième classe.....	18
- Cas particulier.....	19
- Cas général.....	21
II.5 Exemples d'applications.....	23
II.6 Conclusion.....	44
Chapitre III : Détermination des cycles limites.....	45
III.1 Introduction.....	45

III.2 Cycles limites utilisant la méthode d'Aström.....	45
III.3 Méthode de la fonction descriptive.....	48
III.4 Méthode de Tsytkin.....	49
III.5 Méthode de simulation.....	51
III.6 Conclusion.....	52
Chapitre IV : Conception d'un contrôleur PID non linéaire.....	53
IV.1 Introduction.....	53
IV.2 Contrôleur PID.....	53
IV.2.1 Action proportionnelle.....	53
IV.2.2 Action d'intégration.....	54
IV.2.3 Action de dérivation.....	54
IV.3 Méthode de conception d'un contrôleur PID.....	55
IV.3.1 Méthode de de Ziegler-Nichols.....	57
IV.3.2 Méthode de compensation d'Aström-Hägglund.....	58
IV.4 Conception d'un contrôleur PID non linéaire.....	59
IV.4.1 Contrôleur PID de la première catégorie.....	59
Première approche.....	60
Deuxième approche.....	62
IV.4.1 Contrôleur PID de la deuxième catégorie.....	63
Première approche.....	63
Deuxième approche.....	65
IV.5 Exemples d'applications.....	67
IV.6 Conclusion.....	76
Chapitre V : Conclusion générale.....	77
V.1 Conclusion.....	77
V.2 Travaux futurs.....	78
Annexe A.....	80
Annexe B.....	82
Bibliographie.....	90

Liste des principaux symboles

$G(s)$	Fonction de transfert d'un système
$C(s)$	Fonction de transfert du contrôleur PID
ω_c	Fréquence critique d'un système
T_c	Période critique d'un système
k_c	Gain critique d'un système
k_p	Gain proportionnel d'un système
T_i, nT_i	Temps d'intégration d'un contrôleur
T_d	Temps de dérivation d'un contrôleur
$N(a)$	Fonction descriptive d'une non linéarité d'un système
$\eta(x)$	Caractéristique non linéaire d'un système
h	Amplitude d'un relais
ε	Hystérésis d'un relais
Nm	Numérateur de l'organe linéaire d'un système
Den	Dénominateur de l'organe linéaire d'un système
g_m	Marge de gain d'un système
ϕ_m	Marge de phase d'un système
ψ	Angle de déviation par rapport à l'axe réel négatif d'un système

- ω_0 Amplitude d'entrée nominale d'un système
- h_0 Amplitude nominale du relais
- $r(t)$ Entrée d'un système
- $u(t)$ Sortie d'un contrôleur
- $y(t)$ Sortie d'un système
- $e(t)$ Signal erreur d'un système.

Chapitre I: Introduction.

I.1 Introduction

Dans la théorie classique, les systèmes à contrôler sont considérés comme étant linéaires. Cependant, souvent des éléments non linéaires font aussi partie du processus. Ces non linéarités peuvent alors intervenir sous certaines conditions et peuvent occasionner des problèmes. Aussi la compensation linéaire ne suffit plus; des méthodes de commandes des systèmes non linéaires ont donc été élaborées. Les plus anciennes sont ceux de Ziegler-Nichols qui consistent à estimer les paramètres du contrôleur soit à partir du retard et de la constante de temps, de la réponse du système en boucle ouverte, soit à partir de la réponse du système en boucle fermée, connaissant le point critique. Par la suite est venue la commande adaptative donnant naissance à la méthode auto-ajustable appelée aussi méthode d'Aström-Hägglund. Cette dernière permet d'ajuster les paramètres du contrôleur automatiquement. Elle est basée sur la connaissance d'un seul point qui est le point critique. Les travaux les plus récents, dans ce domaine, sont ceux de M. Benrouarets, qui a fait une synthèse des différentes méthodes de conception de contrôleurs. Parmi celle-ci, nous pouvons trouver la Méthode de Ziegler-Nichols et la méthode d'Aström-Hägglund [M. Benrouarets 1993]. M. Benrouarets a étudié le cas de systèmes définis a priori (dans le domaine fréquentiel) et à caractéristiques non linéaires segments de droites. Nous avons voulu étendre ces méthodes aux systèmes à caractéristiques sous formes de courbes. Pour cela une procédure d'identification des systèmes non linéaires dans le domaine fréquentiel) a été développée. Elle permet de séparer les blocs linéaires et non linéaires d'un système afin de concevoir le contrôleur approprié pour chaque type de système. Mais avant d'aborder ce sujet, nous allons donner un aperçu sur les différentes méthodes adaptatives et plus particulièrement les méthodes auto-ajustables.

I.2 Les techniques adaptatives:

Développées en 1952, les techniques du contrôleur adaptatif, pour la commande de processus industriels, ont été introduites pour la première fois dès 1983 [K.J. Aström et B. Wittenmark (a)]. Les contrôleurs sont conçus en utilisant des algorithmes de conception tels que la méthode auto-ajustable, méthode du gain programmé et méthode adaptative.

I.2.1 L'ajustage automatique (automatic tuning):

En ajustage automatique (auto-ajustage) le contrôleur est ajusté automatiquement sur demande de l'utilisateur. Ce dernier poussera un bouton ou enverra une commande au contrôleur. L'expérience industrielle a clairement indiqué que ceci est une technique très recommandée et utile [K.J.Aström et T.Hägglund (b), K.J.Aström et B.Wittenmark (a)]. L'ajustage automatique peut aussi être perfectionné en utilisant un équipement externe qui est connecté à la boucle de commande seulement durant la phase d'ajustage. Quand l'expérience d'ajustage est terminée les paramètres du contrôleur sont déterminés. Ainsi cet équipement est couplé avec les contrôleurs de différents systèmes. Il peut être fourni des informations sur la structure du contrôleur dans le but d'obtenir les paramètres appropriés. Ces informations sont par exemple la structure du contrôleur (forme série ou parallèle, unité des différent paramètres du contrôleur, minute ou seconde etc.....).

I.2.2 Gain programmé:

Le gain programmé est utilisé pour les systèmes où les paramètres du contrôleur changent selon les conditions de l'opération de mesure [K.J.Aström et B.Wittenmark (a)]. La variable de programmation peut par exemple être un signal de mesure de la sortie du contrôleur ou un signal externe. Le gain programmé est souvent utilisé si les paramètres comme le temps de dérivation ou le temps d'intégration changent de valeur. Le gain programmé est une des techniques efficace du contrôle des systèmes, pour lesquels la dynamique change avec les conditions de fonctionnement. Le gain programmé n'a cependant pas été beaucoup utilisé car de grands efforts sont exigés pour son implémentation et pour son utilisation. Quand il est combiné avec l'auto-ajustage, le gain programmé est cependant très facile à utiliser.

I.2.3 Commande adaptative :

La commande adaptative utilise des contrôleurs dont les paramètres sont continuellement ajustés pour s'accommoder aux changements dans la dynamique du processus. Le système adaptatif est proposé pour résoudre un problème de commande de système, où des spécifications sont données en termes d'un modèle de référence [K.J.Aström et B.Wittenmark (a)].

I.2.4 L'utilité des techniques adaptatives:

La notation techniques adaptatives est utilisée pour mentionner l'auto-ajustage, le gain programmé et la commande adaptative. Bien que la recherche sur les techniques adaptatives est presque exclusivement orientée vers la commande adaptative, l'expérience a montré que l'auto-ajustage et le gain programmé ont une grande étendue industrielle, très intéressante. La première chose à considérer, sont les performances du contrôleur. Si les exigences sont modestes, un contrôleur avec des paramètres constants et un ajustage conservé peut être utilisé. Avec de grandes exigences sur les performances d'autres solutions sont à considérer. Si la dynamique du processus est constante, les paramètres du contrôleur peuvent être obtenus en utilisant l'auto-ajustage [K.J.Aström et T.Hägglund (b)]. Si la dynamique du processus ou la nature des perturbations changent, face à ces changements le système doit changer de contrôleur. Si les variations des signaux mesurés peuvent être prédites, le gain programmé est utilisé [K.J.Aström et B.Wittenmark (a)]. comme exemple nous pouvons citer les variations causées par les non linéarités dans la boucle de commande. L'auto-ajustage peut être utilisé pour renforcer le gain programmé. Il existe des cas où les variations, dans la dynamique du processus, ne sont pas prédictibles. Comme exemple nous pouvons citer les changements dus aux variations-non mesurables dans la matière première, l'usure etc.... Ces variations ne peuvent pas être contrôlées par le gain programmé mais plutôt par adaptation. Une procédure auto-ajustable est souvent utilisée pour initialiser le contrôleur adaptatif. Elle est alors quelque fois appelée pré-ajustage ou ajustage initial [K.J.Astrom et B.Wittenmark (a)].

Les techniques utilisées pour l'auto-ajustage et la commande adaptative sont très similaire. Nous pouvons distinguer des méthodes directes et des méthodes indirectes. Dans les méthodes directes les paramètres du contrôleur sont ajustés directement à partir des données de l'opération en boucle fermée. Dans les méthodes indirectes un modèle du processus est d'abord développé à partir de données estimées. De ce modèle, les paramètres du contrôleur sont alors déterminés. Pour les méthodes directes, il suffit de trouver les caractéristiques souhaitables qui définissent les propriétés voulues de la boucle fermée du système et les voies appropriées du changement des paramètres du contrôleur. Les méthodes indirectes peuvent toutes être

représentées par le bloc diagramme de la figure (I.1). Les paramètres du modèle sont déterminés à partir de l'observation de l'entrée et de la sortie du processus. Si le système opère comme un contrôleur adaptatif alors les paramètres sont calculés par des méthodes récursives et les paramètres du contrôleur sont estimés quand de nouvelles valeurs de paramètres sont obtenues [K.J.Aström et B.Wittenmark (a)]. Parmi ces méthodes indirectes, nous étudierons les méthodes de Ziegler-Nichols et d'Aström-Hägglund (dans le domaine fréquentiel) qui utilisent les caractéristiques marges de gain et de phase d'un système.

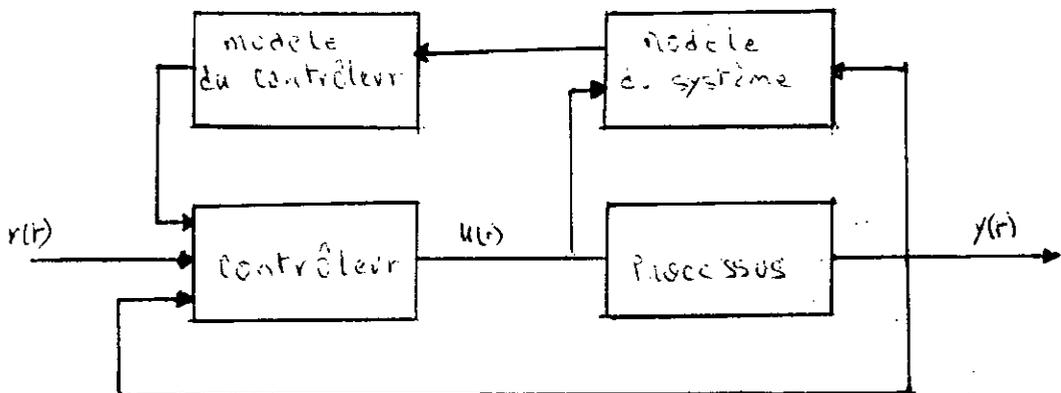


Figure (I.1). Bloc diagramme d'un système adaptatif indirect

I.3 Méthode de la réponse fréquentielle de Ziegler-Nichols:

Cette méthode est basée sur une très simple caractérisation de la dynamique du système. Le modèle est basé sur la connaissance du point d'intersection, du diagramme de Nyquist de la fonction de transfert G du système, avec l'axe réel négatif. Ce point est caractérisé par les paramètres k_c et T_c qui sont le gain critique et la période critique respectivement. Ces deux quantités peuvent être obtenues pour un grand nombre de systèmes, en utilisant un gain proportionnel dans la boucle fermée du système en choisissant un gain suffisamment élevé afin d'obtenir des cycles stables. Le gain critique k_c est alors donné par le gain proportionnel et la période critique T_c est donnée par la période des oscillations. Ziegler et Nichols calculent les paramètres du PID en fonction de k_c et T_c [M.Benouarets 1993].

- Marges de gain et de phase:

Les méthodes marges de gain et de phase donnent une mesure de robustesse au système.

Pour ces méthodes une marge de gain ou de phase, souhaitable pour le système, est donnée. Ceci donne une aisance dans la manipulation de l'algorithme d'ajustage ainsi qu'une bonne précision [K.J.Aström et T.Hägglund 1984]. La marge de gain d'un tel système est:

$$\phi_m = \pi + \arg(G_p(j\omega)G_c(j\omega)) \quad (I.1)$$

où $|G_p(j\omega)G_c(j\omega)| = 1$, et la marge d'amplitude est égale au gain critique.

I.4 Méthode de la réponse fréquentielle d'Aström-Hägglund:

L'utilisation d'un gain proportionnel par Ziegler- Nichols peut être néfaste pour les systèmes à commander et pour le contrôle des oscillations. Aström et Hägglund ont remplacé ce gain par un relais qui permettra de contrôler l'amplitude des oscillations, à partir desquelles on calculera la période critique T_c et le gain critique k_c afin d'estimer les paramètres du PID. De plus, la méthode de Ziegler-Nichols n'est utilisée que pour les systèmes à une seule boucle. La méthode de la réponse fréquentielle d'Aström-Hägglund permet de traiter des cas très généraux, sans restriction sur l'ordre du système, le nombre de non linéarité, la configuration ou le type de non linéarité [K.J.Aström et T.Hägglund 1984, K.J.Aström et T.Hägglund (b), D.P.Atherton et M.Benouarets, M.Benouarets 1993]. Presque tous les contrôleurs qui utilisent les techniques adaptatives ont une forme de fonction d'ajustage automatique. Celle-ci n'est pas seulement utilisée pour aider l'ingénieur à trouver les paramètres du contrôleur souhaitables mais elle est aussi utilisée pour construire le gain programmé et pour initialiser les contrôleurs adaptatifs [K.J.Aström et B.Wittenmark (a)]. Cette technique offre une aisance dans la manipulation, dans le domaine fréquentiel, ainsi que de bons résultats. D'où notre intérêt pour cette technique que nous renforcerons par l'utilisation de compensateurs PID non linéaires [J.H.Taylor et K.J.Aström 1986]. Celle-ci nécessite la connaissance des systèmes non linéaires et leurs décomposition en organes linéaires et non linéaires, afin de faciliter leurs étude dans le domaine fréquentiel. Des méthodes d'identification, basées sur la connaissance de l'entrée et de la sortie d'un système inconnu, ont déjà été élaborées dans le domaine fréquentiel. Nous pouvons citer:

Identification des fonction de transfert à temps continu qui utilise la fonction relais

d'Aström-Hägglund. Elle permet de définir la fonction de transfert linéaire du système et ceci en utilisant une étude spectrale connaissant l'amplitude et la fréquence de l'oscillation [T.Hägglund et K.J.Aström].

Une autre méthode, qui est l'identification de la fonction de transfert impulsionnelle, utilise la transformée en z afin de tirer la partie linéaire des entrées-sorties [T.Hägglund et K.J.Aström]. Une autre Méthode consiste à calculer les réponses fréquentielles $G(j\omega, a_i)$ pour différentes amplitudes d'entrée. Un modèle linéaire équivalent en forme d'un rapport de fonction de transfert polynomiale, pour chaque $G(j\omega, a_i)$, est trouvé en utilisant un modèle mathématique physique défini a priori [J.H.Taylor et K.L.Strobel 1984].

Dans le chapitre II, et afin de séparer un système en blocs linéaires et non linéaires, nous avons développé une procédure basée sur le calcul de la fonction de transfert linéarisée $G(j\omega, a_i)$. Cette dernière utilise la méthode de la fonction descriptive à entrée sinusoïdale, autour d'une gamme d'amplitudes choisie. L'étude de cette fonction de transfert linéarisée permet de déterminer les organes linéaires et non linéaires du système, et leurs emplacements. Elle donne ainsi une structure aux systèmes non linéaires.

Dans le chapitre III, des méthodes de calcul des cycles limites et du point critique, qui est à la base des algorithmes, de conception de contrôleurs, de Ziegler-Nichols et d'Aström-Hägglund, sont proposées. Ces méthodes, qui permettent de calculer la période et le gain critiques, sont présentées telles que la méthode de la fonction descriptive, la méthode de Tsypkin et la méthode de simulation .

Le chapitre IV illustre la conception d'un contrôleur PID non linéaire, classé en deux catégories, selon que le système non linéaire à compenser présente seulement une variation de la marge de gain en fonction de l'amplitude d'entrée et de la fréquence (PID de la première catégorie), ou bien qu'il présente une variation de la marge de gain et de la marge de phase en fonction de l'amplitude et de la fréquence (PID de la deuxième catégorie) [K.J.Aström et T.Hägglund 1984, J.H.Taylor et K.J.Aström 1986]. Pour chaque catégorie de contrôleurs, deux approches de conception de compensateurs PID sont proposées. De tels contrôleurs sont

Chapitre I : Introduction

implémentés dans différents exemples de commande et des comparaisons entre la méthode de Ziegler-Nichols et celle d'Aström-Hägglund pour une compensation linéaire et une compensation non linéaire sont présentées dans ce chapitre.

Dans le chapitre V, des conclusions sont tirées sur la base des résultats obtenus avec quelque propositions sur les travaux futurs.

Chapitre II :
**Reconnaissance de la partie
non linéaire d'un système**

II.1 Introduction.

Nombreuses sont les méthodes d'identifications des systèmes dans le domaine fréquentiel, qui permettent d'estimer un système inconnu à partir des entrées-sorties. Les procédures de compensation auto-ajustables d'Aström-Hägglund et de Ziegler-Nichols, exigent la séparation des systèmes non linéaires en organes linéaires et non linéaires. Dans ce but une procédure de séparation en blocs a été développée. Celle-ci est basée sur le calcul de la fonction de transfert linéarisée $G(j\omega, a_i)$ autour d'une gamme d'amplitudes choisie. Elle utilise la technique de la fonction descriptive (describing function DF) et la fonction descriptive inverse (inverse describing function IDF). L'étude de cette fonction de transfert linéarisée permet d'estimer non seulement les organes linéaires, mais aussi les organes non linéaires du système. Elle permet aussi de déterminer l'emplacement de ces organes, classant ainsi les systèmes non linéaires selon leurs structures. Nous nous limitons dans cette thèse à l'identification des systèmes de la première et deuxième classe.

II.2 Systèmes non linéaires.

Les types de systèmes étudiés dans cette thèse sont ceux pour lesquels le principe de superposition n'est pas applicable. Ces systèmes sont connus sous le nom de systèmes non linéaire. Pratiquement tous les systèmes physiques présentent quelque formes de non linéarités. Les plus communs sont les non linéarités statiques. Les sorties instantanées de pareil non linéarités dépendent de leurs entrées instantanées. Comme exemple de ces non linéarités, nous citerons, la saturation qu'on trouve dans plusieurs types d'amplificateurs de puissance et la zone morte avec hysteresis que l'on trouve dans des circuits électromagnétiques.

Parmi les méthodes qui traitent les systèmes non linéaires, nous trouvons la méthode de linéarisation, la méthode du plan de phase, la méthode de la fonction descriptive (D.F) [D.P.Atherton 1975, J.Ch.Gille, P.Decaulne, M.Pelegrin, R.Prudhomme].

Dans la méthode de linéarisation, une expression linéaire du modèle est étudiée sur un intervalle d'amplitude très restreint. Le système linéaire ainsi obtenu est analysé par des méthodes linéaires standard [J.Ch.Gille, P.Decaulne, M.Pelegrin]. Cependant, ceci peut ne pas être valable si les paramètres du système venaient à changer. La méthode du plan de phase se limite à l'analyse de systèmes du premier et second ordre. C'est une méthode graphique

Chapitre II : Reconnaissance de la partie non linéaire d'un système

représentée par la variation de l'état du système et de sa dérivée ($y' = f(y)$) [D.P.Atherton 1975]. La quasilinearisation est une approximation d'une fonction non linéaire par un gain linéaire qui est optimal, en un certain sens, pour chaque grandeur d'entrée de la non linéarité [J.Ch.Gille, P.Decaulne, M.Pelegrin]. Enfin, une méthode simple et puissante pour l'étude des systèmes non linéaire est la technique de la fonction descriptive [D.P.Atherton 1975, J.Ch.Gille, P.Decaulne, M.Pelegrin]. Elle est utilisée pour définir la non linéarité d'un système comme étant un gain linéaire équivalent.

Exemple : la fonction descriptive d'un relais idéal est :

$$N(a) = \frac{4h}{\pi a} \quad (\text{II.1})$$

où :

- h : est l'amplitude du relais.
- a : est l'amplitude de son entrée sinusoïdale.

II.3 Fonction descriptive (DF) et la fonction descriptive inverse (IDF).

II.3.1 Fonction descriptive (DF).

La technique de la fonction descriptive (DF) est souvent mentionnée dans l'étude des systèmes non linéaires [J.H.Taylor 1983]. Elle consiste à remplacer la non linéarité, supposée indépendante de la fréquence et invariante dans le temps, par un gain dépendant de l'amplitude de l'entrée sinusoïdale [D.P.Atherton 1975]. Dans l'analyse des systèmes non linéaires nous utilisons la SIDF qui est la technique de la fonction descriptive à entrée sinusoïdale (Sinusoïdale Input Describing Function).

La fonction descriptive, $N(a)$ est le rapport complexe de la composante fondamentale de la sortie $u(\theta)$ de la non linéarité sur son entrée $x = a \cdot \cos(\theta)$, où $\theta = \omega t$, figure (II.1).

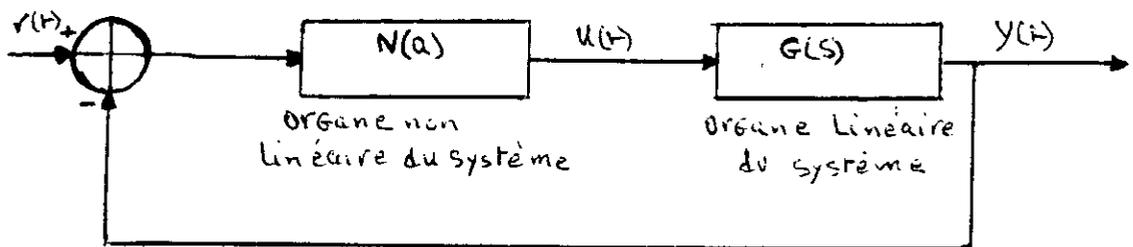


Figure (II-1) Système non linéaire

$$u(\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cdot \cos(n\theta) + B_n \cdot \sin(n\theta) \quad (\text{II.2})$$

Les coefficients de Fourier de la sortie sont donnés par les équations suivantes :

$$A_n(a) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} u(\theta) \cdot \cos(n\theta) \cdot d\theta \quad (\text{II.3})$$

$$B_n(a) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} u(\theta) \cdot \sin(n\theta) \cdot d\theta \quad (\text{II.4})$$

La FD est donc donnée par :

$$N(a) = p(a) + j \cdot q(a) = \frac{A_1(a)}{a} - j \cdot \frac{B_1(a)}{a} \quad (\text{II.5})$$

Où :

- $p(a)$ est la partie réelle de $N(a)$ appelé aussi terme en phase.
- $q(a)$ est la partie imaginaire de $N(a)$ appelé aussi terme en quadrature.

Dans le cadre de ce travail, nous nous limiterons aux non linéarités à symétrie impaire. Si la caractéristique non linéaire n'est pas symétrique par rapport à l'origine, il faut soumettre l'organe non linéaire à une entrée sinusoïdale de valeur moyenne non nulle $x = a_1 \cdot \cos(\theta) + a_0$, $a_1 > 0$, et $a_0 \neq 0$ [D.P.Atherton 1975]. Pour une non linéarité à symétrie impaire, dépourvue d'hysteresis (i.e. $q(a) = 0$), la FD est donnée par :

$$N(a) = \frac{4}{\pi \cdot a} \int_0^{\pi/2} u(\theta) \cdot \cos(\theta) \cdot d\theta \quad (\text{II.6})$$

Pour une non linéarité présentant une hysteresis, à symétrie impaire, la FD est donnée par l'équation (II.5) où :

$$A_1 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} u(\theta) \cdot \cos(\theta) \cdot d\theta \quad (\text{II.7})$$

$$B_1 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} u(\theta) \cdot \sin(\theta) \cdot d\theta \quad (\text{II.8})$$

Le calcul de ces non linéarités exigerait, en pratique, l'utilisation d'un filtre en série, afin de ne laisser passer que la première harmonique.

Une autre méthode de calcul de la sortie $u(\theta)$ utilise les polynômes de Chebyshev [M.Benourets 1993]. Ainsi A_1 et B_1 sont donnés par :

$$A_1 = \frac{4}{a} \int_0^a x \cdot \eta_p(x) \cdot V(x) \cdot dx \quad (\text{II.9})$$

$$B_1 = \frac{4}{\pi \cdot a} \int_0^a \eta_q(x) \cdot dx \quad (\text{II.10})$$

Où :

- $V(x)$ est la densité de probabilité d'une sinusoïde.

$$V(x) = \frac{1}{\pi(a^2-x^2)^{1/2}} \quad (\text{II.11})$$

avec :

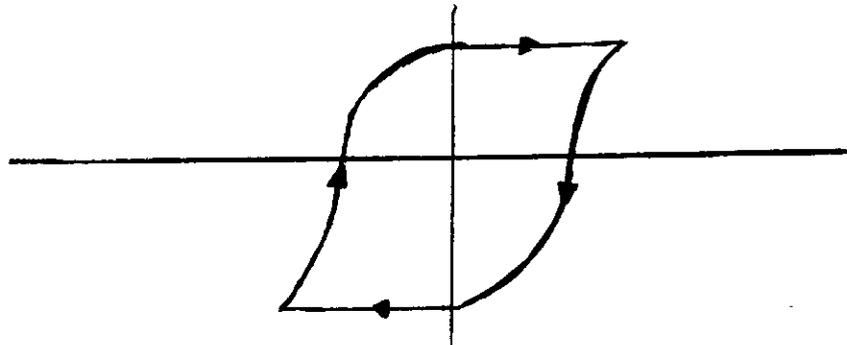
$$\eta_p(x) = \frac{\eta_1(x) + \eta_2(x)}{2} \quad (\text{II.12})$$

qui exprime la non linéarité en phase et :

$$\eta_q(x) = \frac{\eta_1(x) - \eta_2(x)}{2} \quad (\text{II.13})$$

qui exprime la non linéarité en quadrature.

$\eta_1(x)$ et $\eta_2(x)$ sont montrées en figure (II.2) et illustrent une non linéarité à symétrie impaire avec hystérésis. $\eta_1(x)$ donne l'allure de la non linéarité dans demi plan droit et $\eta_2(x)$ donne l'allure de la non linéarité dans le demi plan gauche (figure (II.2)).



Figure(II-2) Non linéarité avec hystérésis

II.3.2 Fonction descriptive inverse (IDF).

Le problème de la fonction descriptive inverse (IDF) est l'évaluation de la caractéristique $\eta(x)$ d'une non linéarité dont la fonction descriptive est donnée par l'équation

(II.4) [J.H.Taylor et K.L.Strobel].

Les équations (II.8) et (II.10) donnent :

$$A_1(a) = \frac{4}{\pi a} \int_0^a x \cdot \eta_p(x) \cdot (a^2 - x^2)^{-\frac{1}{2}} dx \quad (\text{II.14})$$

et $B_1(a)$ de l'équation (II.9) reste inchangé qui est :

$$B_1(a) = \frac{4}{\pi a} \int_0^a \eta_q(x) \cdot dx \quad (\text{II.15})$$

Dans les modèles de systèmes proposés dans ce travail, seule les non linéarités en phase, i.e sans hysteresis, sont considérées. La fonction descriptive $N(a)$ (eq. II.5) devient un gain équivalent donné par:

$$N(a) = \frac{A_1(a)}{a} = \frac{4}{\pi a^2} \cdot \int_0^a \frac{x \cdot \eta(x)}{\sqrt{a^2 - x^2}} \cdot dx \quad (\text{II.16})$$

Ceci est connu sous le nom d'intégrale de Voltera [L.M.Delves et L.Mohamed 1985, O.Nanka-Bruce et D.P.Atherton], équation de la première espèce dont la solution est donnée par :

$$\eta(x) = \frac{1}{2x} \cdot \frac{d}{dx} \left[\int_0^x \frac{a^3 N(a)}{\sqrt{x^2 - a^2}} da \right] \quad (\text{II.17})$$

Cette équation peut aussi être transformée en équation d'Abel [L.M.Delves et J.L.Mohamed 1985] avec comme solution :

$$\eta(x) = \frac{1}{2} \int_0^x \frac{d(a^2 \cdot N(a))}{\sqrt{x^2 - a^2}} \quad (\text{II.18})$$

II.3.3 Evaluation de la fonction descriptive inverse par la méthode graphique.

Le gain équivalent $N(a)$ est connu à partir de résultats expérimentaux et sa formulation mathématique peut ne pas être aisée. Une solution numérique de l'équation (II.17) peut alors être obtenue en utilisant l'intégration graphique [D.P.Atherton et M.Benourets, O.Nanka-Bruce et D.P.Atherton]. Cette dernière est une méthode approchée qui s'applique à n'importe quelle non linéarité symétrique dépourvue d'hysteresis. Elle consiste à approximer la caractéristique gain équivalent $N(a)$ par des segments de droites et à déterminer dans chaque intervalle la caractéristique non linéaire $\eta(x)$.

L'interpolation linéaire entre les valeurs expérimentales du gain $N(a)$ donne des gains $N(z)$, où z est la nouvelle variation de a , subdivisée en NI intervalles.

$$I_S = \int_{a=0}^{\theta} C(z).d(A_S(z)) \quad (\text{II.19})$$

Alors I_S peut être approximée à :

$$I_S = \sum_{m=1}^{NI} C(Z_m) \cdot \frac{A_\theta}{NI} \quad (\text{II.20})$$

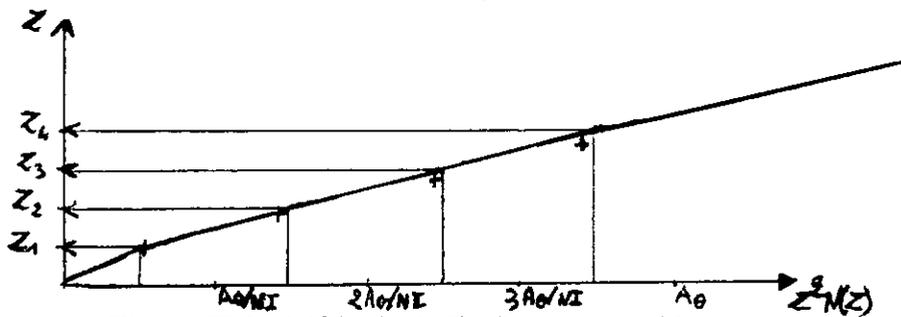
Avec

$$C(z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - z^2}} \quad (\text{II.21})$$

$$A_S(z) = z^2 N(z) \quad (\text{II.22})$$

où :

- A_θ est la variation totale de $A_S(Z)$ entre 0 et θ .
- NI est le nombre d'intervalles égaux dans lesquels A_θ est divisé.
- Z_m (avec $m = 1, \dots, NI$) sont les valeurs de Z aux points milieu de ces intervalles comme le montre la figure (II.3).



Figure(II-3) Méthode de l'intégration graphique

et $\eta(x)$ peut être écrite comme suit :

$$\eta(x) = \frac{I_S}{2} = \frac{A_\theta}{2NI} \sum_{m=1}^{NI} C(Z_m) \quad (\text{II.23})$$



Figure(II-4) Approximation d'une courbe par des lignes brisées de pentes k_i ($i=1,2,\dots$)

II.4 Reconnaissance de la partie linéaire et de la partie non linéaire d'un système.

Un système asservi non linéaire peut être caractérisé par des fonctions de transfert linéaires, dépendant de la fréquence, et par des gains équivalents non linéaires, fonction de l'amplitude.

La linéarisation d'un système non linéaire excité avec différentes fonctions échelon d'amplitudes d'entrée $[a_i]$ donne les fonctions de transfert :

$$G(w, a_i) = \frac{Num(w, a_i)}{Den(w, a_i)} \quad (II.24)$$

où :

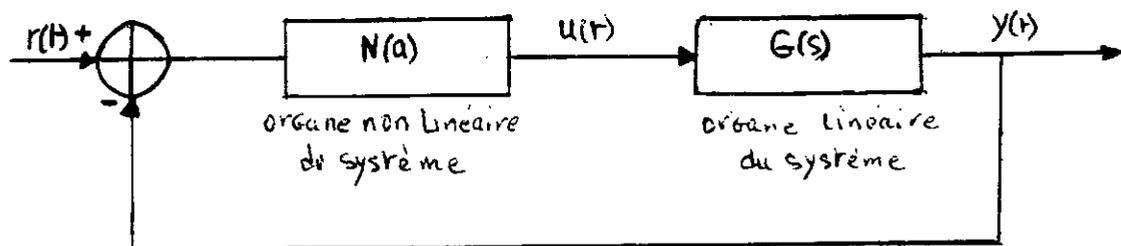
- $Num(w, a_i)$: numérateur de $G(w, a_i)$
- $Den(w, a_i)$: dénominateur de $G(w, a_i)$.

L'étude de l'équation (II.24) permet de définir les organes linéaires, les organes non linéaires et leurs emplacements. Elle permet donc de donner une structure au système identifié, proche ou identique à celle du système réel. La validation de cette procédure est basée sur la comparaison de la réponse temporelle du système réel et du système identifié.

On classe les systèmes non linéaires selon leurs structures, qui est déterminée par la dépendance de la variation entre Den et Num en fonction de ω et a_i . Nous nous limitons dans notre cas aux systèmes de la première et de la deuxième classe.

II.4.1 Système de la première classe.

On appelle système de la première classe des systèmes présentant une seule boucle de retour. Ces systèmes ont la structure suivante



Figure(II-6) Système non linéaire de la première classe

où l'organe non linéaire peut être composé de plusieurs non linéarités statiques.

Chapitre II : Reconnaissance de la partie non linéaire d'un système

Un système est de la première classe lorsque :

$$Den(w, a_i) - Num(w, a_i) = Den_L(w) \quad (II.25)$$

où $Den_L(w)$ est une fonction de transfert indépendante des entrées a_i et qui représente le dénominateur de l'organe linéaire $G_L(w)$.

Lorsque la structure générale du système est identifiée, il reste à déterminer les organes linéaires et non linéaires, en minimisant l'erreur entre la réponse fréquentielle du système réel $G(w, a_i)$ et celle du système identifié ou estimé $G_e(w, a_i)$, telle que :

$$E(w) = 1 - \frac{G_e(w, a_i)}{G(w, a_i)} \quad (II.26)$$

Avec :

$$G_e(w, a_i) = \frac{N_e(a_i).G_{Le}(w)}{1+N_e(a_i).G_{Le}(w)} \quad (II.27)$$

$$G_{Le}(w) = \frac{Num_l(w)}{Den_l(w)} \quad (II.28)$$

Où :

- $N_e(a_i)$: est l'organe non linéaire du système estimé .
- $Num_l(w)$: numérateur du système linéaire.
- $Den_l(w)$: dénominateur du système linéaire.

Les équations (II.26) et (II.27) donnent :

$$E(w) = 1 - \frac{N_e(a_i).G_{Le}(w)}{1+N_e(a_i).G_{Le}(w)} \times \frac{1}{G(w, a_i)} \quad (II.29)$$

D'où $G(w, a_i)$ estimée :

$$G(w, a_i) = \frac{N_e(a_i).G_{Le}(w)}{1+N_e(a_i).G_{Le}(w)} \quad (II.30)$$

Les équations (II.24) et (II.30) donnent :

$$\frac{N_e(a_i).G_{Le}(w)}{1+N_e(a_i).G_{Le}(w)} = \frac{Num(w, a_i)}{Den(w, a_i)} \quad (II.31)$$

en utilisant l'équation (II.28) on aura :

$$\frac{N_e(a_i).Num_L(w)}{Den_L(w)+N_e(a_i).Num_L(w)} = \frac{Num(w,a_i)}{Den(w,a_i)} \quad (II.32)$$

D'où :

$$N_e(a_i).Num_L(w) = Num(w, a_i) \quad (II.33)$$

$$Den_L(w) + N_e(a_i).Num_L(w) = Den(w, a_i) \quad (II.34)$$

L'équation (II.33) peut être réécrite sous la forme :

$$N_e(a_i)[\alpha_n.S^n + \alpha_{n-1}.S^{n-1} + \dots + \alpha_0] = [\beta_n(a_i).S^n + \beta_{n-1}(a_i).S^{n-1} + \dots + \beta_0(a_i)] \quad (II.35)$$

La fonction de transfert $G(w, a_i)$ permet donc de séparer son numérateur en deux parties. L'une est le PGDC du vecteur $[\beta_n, \beta_{n-1}, \dots, \beta_0]$ et qui représente le gain $N(a_i)$ de l'organe non linéaire. L'autre partie, qui est le vecteur $[\alpha_n, \alpha_{n-1}, \dots, \alpha_0]$, représente le numérateur $Num_L(w)$ de l'organe linéaire. Sachant que le dénominateur, de l'organe linéaire, étant déjà calculé (équation II.25), alors l'organe linéaire est complètement défini. Il reste à estimer la nonlinéarité de gain $N_e(a_i)$. Deux cas peuvent se présenter :

1/ La non linéarité de gain $N_e(a_i)$ est constituée de segments de droites de pentes différentes $N_e(a_i) = [k_1, k_2, k_3, \dots]$ et de points de bifurcations approximés à $[a_1, a_2, a_3, \dots]$ relevés sur les intervalles d'amplitudes correspondants à k_1, k_2, \dots

2/ $N_e(a_i)$ est une fonction variable avec les amplitudes d'entrée a_i et donc la non linéarité est une courbe dont la fonction reste à définir.

L'étude de l'équation (II.34) permet d'écrire :

$$|Den_L(w) + N_e(a_i).Num_L(w)| = |Den(w, a_i)| \quad (II.36)$$

De plus :

$$|Den_L(w)| + |N_e(a_i).Num_L(w)| > |Den(w, a_i)| \quad (II.37)$$

Ainsi l'équation (II.37) permet d'obtenir un estimé du gain équivalent $N(a_i)$ pour chaque valeur d'amplitude :

$$N_e(a_i) = \frac{|Den(w,a_i)| - |Den_L(w)|}{|Num_L(w)|} + M_1(a_i) \quad (II.38)$$

Chapitre II : Reconnaissance de la partie non linéaire d'un système

Où $M_1(a_i)$ est fonction de l'entrée a_i qui permettra de donner ou d'approximer l'organe non linéaire du système réel. $M_1(a_i)$ est calculée expérimentalement. Pour une entrée a_i donnée, $M_1(a_i)$ balaira différentes valeurs réelles, avec un pas donné, jusqu'à ce que l'erreur quadratique entre la réponse temporelle du système identifié et celle du système réel, pour les différentes amplitudes d'entrée a_i soit minimale. Cette fonction représente l'erreur commise lors de l'estimation du gain non linéaire $N_e(a_i)$ et ceci à cause des algorithmes de calcul utilisés. La caractéristique non linéaire est par la suite obtenue par un simple calcul de fonction descriptive inverse (section. II.3 équation (II.18)).

Le système identifié aura alors la structure donnée par la figure (II.7).

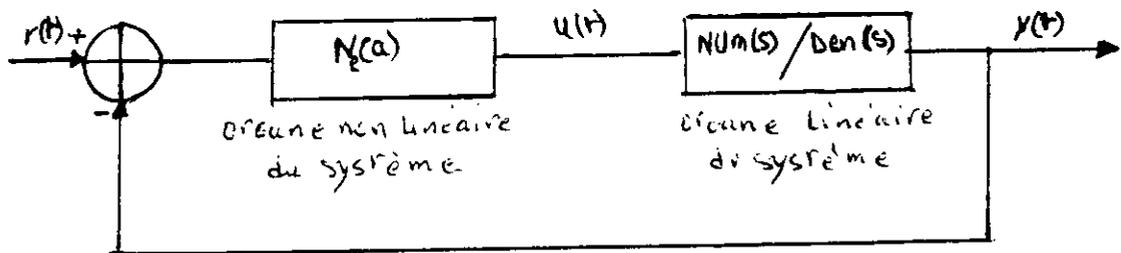


Figure (II-7) Système non linéaire identifié de la première classe

II.4.2 Système de la deuxième classe.

On appelle systèmes de la deuxième classe, les systèmes présentant deux boucles de retour. Ces systèmes ont la structure suivante :

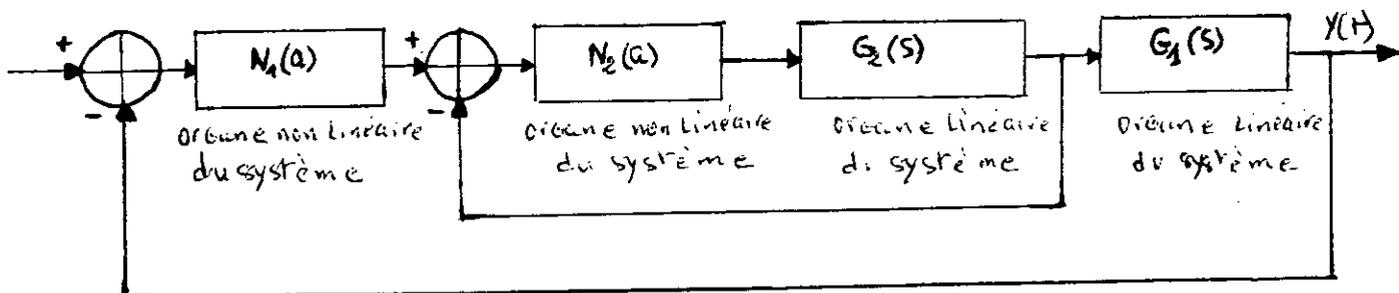


Figure (II-8) Système non linéaire de la deuxième classe (cas général)

Une telle structure est reconnue si l'équation (II.25) donne :

$$Den(w, a_i) - Num(w, a_i) = F(w, a_i) \tag{II.39}$$

Chapitre II : Reconnaissance de la partie non linéaire d'un système

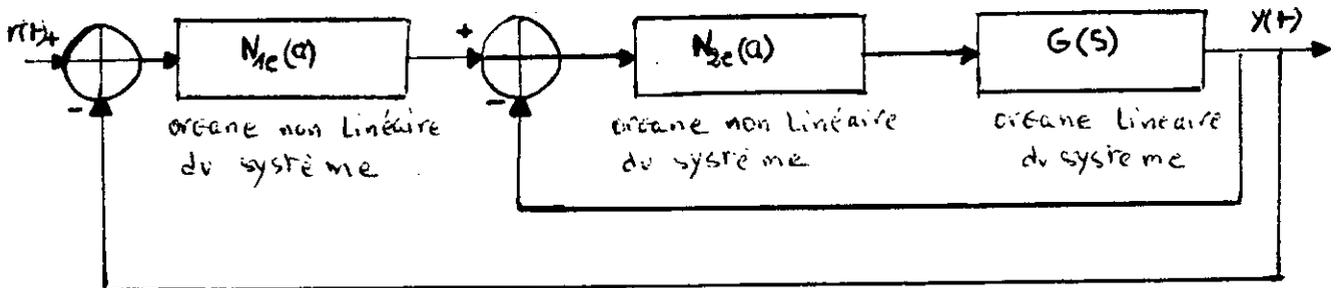
Où :

- $F(w, a_i)$ est une fonction de transfert dépendante des fréquences w et des entrées a_i .

Traisons d'abord un cas particulier de systèmes de la deuxième classe afin de faciliter la compréhension de la procédure à suivre pour déterminer les organes linéaires et non linéaires.

Cas particulier.

Soit le système non linéaire suivant :



Figure(II.9) Système non linéaire de la deuxième classe (cas particulier)

L'équation (II.26) donne :

$$G(w, a_i) = \frac{N_1(a_i) \cdot \frac{N_2(a_i) \cdot G_L(a_i)}{1+N_2(a_i) \cdot G_L(a_i)}}{1+N_1(a_i) \cdot \frac{N_2(a_i) \cdot G_L(a_i)}{1+N_2(a_i) \cdot G_L(a_i)}} = \frac{N_1(a_i) \cdot N_2(a_i) \cdot G_L(a_i)}{1+N_2(a_i) \cdot G_L(a_i) + N_1(a_i) \cdot N_2(a_i) \cdot G_L(a_i)} \quad (II.40)$$

Les équations (II.24) et (II.28) donnent :

$$G(w, a_i) = \frac{Num(w, a_i)}{Den(w, a_i)} = \frac{N_1(a_i) \cdot N_2(a_i) \cdot Num_L(w)}{Den_L(w) + N_2(a_i) \cdot Num_L(w) + N_1(a_i) \cdot N_2(a_i) \cdot Num_L(w)} \quad (II.41)$$

L'équation (II.38) devient :

$$Den(w, a_i) - Num(w, a_i) = Den_L(w) + N_2(a_i) \cdot Num_L(w) = F(w, a_i) \quad (II.42)$$

Cette différence ($F(w, a_i)$) est donc fonction de la fréquence et de l'entrée a_i . La dépendance en fonction des a_i est due à la présence de l'organe non linéaire $N_2(a_i)$.

De plus :

$$N_1(a_i)N_2(a_i)Num_L(w) = Num(w, a_i) \quad (\text{II.43})$$

Soient :

- m le degré de $Den_L(w)$,
- et n le degré de $Num_L(w)$.

De l'équation (II.43) on tire le vecteur $[\delta_n, \delta_{n-1}, \dots, \delta_0]$ qui représente le numérateur $Num_L(w)$ de l'organe linéaire où le PGDC des paramètres de $Num_L(w)$ correspond au produit N_1N_2 . Comme il a été expliqué dans la section (II.4.1), $N_1(a_i)N_2(a_i)$ peut être constitué de pentes, de segment de droites, des non linéarités $N_1(a_i)$ et $N_2(a_i)$ soit de courbes dont les allures doivent être déterminées.

Dans l'un ou l'autre des deux cas, on doit connaître l'une des non linéarités $N_1(a_i)$ ou $N_2(a_i)$. L'équation (II.42), réécrite sous la forme suivante, donne la non linéarité $N_2(a_i)$.

$$\begin{aligned} & [\alpha_m.S^m + \alpha_{m-1}.S^{m-1} + \dots + \alpha_{n+1}.S^{n+1} + \\ & \quad | \alpha_n(a_i).S^n + \alpha_{n-1}(a_i).S^{n-1} + \dots + \alpha_0(a_i)] = \\ & \quad [\beta_m.S^m + \beta_{m-1}.S^{m-1} + \dots + \beta_{n+1}.S^{n+1} + \\ & \quad | \beta_n(a_i).S^n + \beta_{n-1}(a_i).S^{n-1} + \dots + \beta_0(a_i)] \end{aligned} \quad (\text{II.44})$$

Avec l'étude de l'ordre des polynômes Den et Num , en tenant compte :

$$\alpha_j = \beta_j \quad \text{pour } j = m, \dots, n+1 \quad (\text{II.45})$$

Il est alors permis d'écrire :

$$\begin{aligned} & [\alpha_n(a_i).S^n + \alpha_{n-1}(a_i).S^{n-1} + \dots + \alpha_0(a_i)] \\ & = [\beta_n(a_i).S^n + \beta_{n-1}(a_i).S^{n-1} + \dots + \beta_0(a_i)] \end{aligned} \quad (\text{II.46})$$

qui peut être réécrite sous la forme :

$$\begin{aligned} & [\zeta_n.S^n + \zeta_{n-1}.S^{n-1} + \dots + \zeta_0] + N_2(a_i)[\delta_n.S^n + \delta_{n-1}.S^{n-1} + \dots + \delta_0] \\ & = [\beta_n(a_i).S^n + \beta_{n-1}(a_i).S^{n-1} + \dots + \beta_0(a_i)] \end{aligned} \quad (\text{II.47})$$

Chapitre II : Reconnaissance de la partie non linéaire d'un système

On se donne le vecteur $[\zeta_n, \zeta_{n-1}, \dots, \zeta_0]$ et connaissant le numérateur $Num_L = [\delta_n, \delta_{n-1}, \dots, \delta_0]$ on tire $N_2(a_i)$ de l'équation (II.47). Si la non linéarité de gain $N_2(a_i)$ est constituée de segments de droites, il reste à déterminer le dénominateur $Den_L(w)$ de l'organe linéaire qui est alors égale à :

$$Den_L(w) = [\beta_m.S^m + \beta_{m-1}.S^{m-1} + \dots + \beta_{n+1}.S^{n+1} + \zeta_n.S^n + \dots + \zeta_0] \quad (II.48)$$

déduit des équations (II.45) et (II.47).

Connaissant le produit N_1N_2 ainsi que N_2 , on tire le gain N_1 à partir de :

$$N_1 = \frac{N_1N_2}{N_2} \quad (II.49)$$

Une non linéarité de gain N_1 est alors déterminée.

Si $N_2(a_i)$ est une courbe, l'équation (II.42) donne :

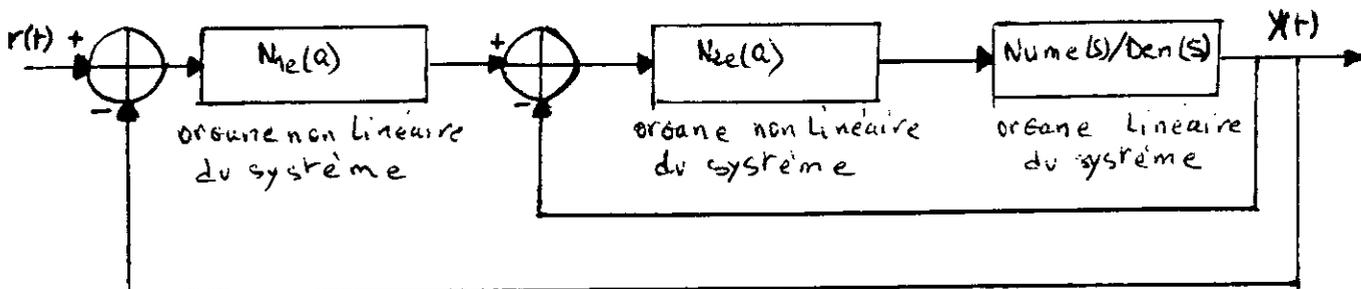
$$N_{2e}(a_i) = \frac{|F(w, a_i)| - |Den_L(w)|}{|Num_L(w)|} + M_2(a_i) \quad (II.50)$$

La fonction $M_2(a_i)$ est estimée de la même manière que la fonction $M_1(a_i)$.

$N_1(a_i)$ est estimée de l'équation (II.49)

$$N_{1e}(a_i) = \frac{N_1(a_i).N_2(a_i)}{N_{2e}(a_i)} \quad (II.51)$$

D'où la structure du système identifié.



Figure(II-10) Système non linéaire de la deuxième classe (cas particulier)

Cas général.

Soit le système non linéaire de la figure(II-8).

L'équation (II.26) donne :

$$\begin{aligned}
 G(w, a_i) &= \frac{N_1(a_i) \cdot \frac{N_2(a_i) \cdot G_{L2}(w)}{1+N_2(a_i) \cdot G_{L2}(w)} \cdot G_{L1}(w)}{1+N_1(a_i) \cdot \frac{N_2(a_i) \cdot G_{L2}(w)}{1+N_2(a_i) \cdot G_{L2}(w)} \cdot G_{L1}(w)} \\
 &= \frac{N_1(a_i) \cdot N_2(a_i) \cdot G_{L2}(w) \cdot G_{L1}(w)}{1+N_2(a_i) \cdot G_{L2}(w) + N_1(a_i) \cdot N_2(a_i) \cdot G_{L2}(w) \cdot G_{L1}(w)}
 \end{aligned} \tag{II.52}$$

Les équations (II.24) et (II.33) donnent :

$$\begin{aligned}
 G(w, a_i) &= \frac{Num(w, a_i)}{Den(w, a_i)} \\
 &= \frac{N_1(a_i) \cdot N_2(a_i) \cdot \frac{Num_{L1}}{Den_{L1}} \cdot \frac{Num_{L2}}{Den_{L2}}}{1+N_2(a_i) \cdot \frac{Num_{L2}}{Den_{L2}} + N_1(a_i) \cdot N_2(a_i) \cdot \frac{Num_{L2}}{Den_{L2}} \cdot \frac{Num_{L1}}{Den_{L1}}}
 \end{aligned} \tag{II.53}$$

Avec :

$$G_{L2}(w) = \frac{Num_{L2}}{Den_{L2}} \tag{II.54}$$

$$G_{L1}(w) = \frac{Num_{L1}}{Den_{L1}} \tag{II.55}$$

L'équation (II.34) devient équivalente à :

$$G(w, a_i) = \frac{N_1(a_i) \cdot N_2(a_2) \cdot Num_{L1} \cdot Num_{L2}}{Den_{L1} \cdot Den_{L2} + N_2(a_i) \cdot Num_{L2} \cdot Den_{L1} + N_1(a_i) \cdot N_2(a_2) \cdot Num_{L1} \cdot Num_{L2}} \tag{II.56}$$

D'où :

$$N_1(a_i) \cdot N_2(a_2) \cdot Num_{L1} \cdot Num_{L2} = Num(w, a_i) \tag{II.57}$$

$$Den_{L1} \cdot Den_{L2} + N_2(a_i) \cdot Num_{L2} \cdot Den_{L1} + N_1(a_i) \cdot N_2(a_2) \cdot Num_{L1} \cdot Num_{L2} = Den(w, a_i) \tag{II.58}$$

Où bien :

$$N_1(a_i) \cdot N_2(a_2) \cdot Num_{L1} \cdot Num_{L2} = Num(w, a_i) \tag{II.59}$$

$$Den_{L1} \cdot Den_{L2} + N_2(a_i) \cdot Num_{L2} \cdot Den_{L1} = F(w, a_i) \tag{II.60}$$

De l'équation (II.59) et par analogie aux calculs fait dans le cas particulier, on estime $Num_{L1}Num_{L2}$ et $N_1(a_i)N_2(a_i)$ de l'équation (II.60), on estime $Den_{L2}Den_{L1}$, $Den_{L1}Num_{L2}$ et $N_{2L}(a_i)$.

La non linéarité $N_{1e}(a_i)$ est estimée de l'équation (II.51) connaissant $N_{2e}(a_i)$ et $N_1(a_i)N_2(a_i)$.

Les organes non linéaires $N_{1e}(a_i)$ et $N_{2e}(a_i)$ étant défini, il reste à déterminer les organes linéaires $G_{11}(w) = \frac{Num_{11}}{Den_{11}}$ et $G_{12} = \frac{Num_{12}}{Den_{12}}$ et pour cela on se donne un $Num_{11}(a_i)$ et on tire $Num_{12}(a_i)$ de $Num_{11}Num_{12} .Den_{11}(a_i)$ est déduit de $Den_{11}Num_{12}$ et Den_{12} est déduit de $Den_{11}Den_{12}$.

La structure, du système identifié est donnée par :

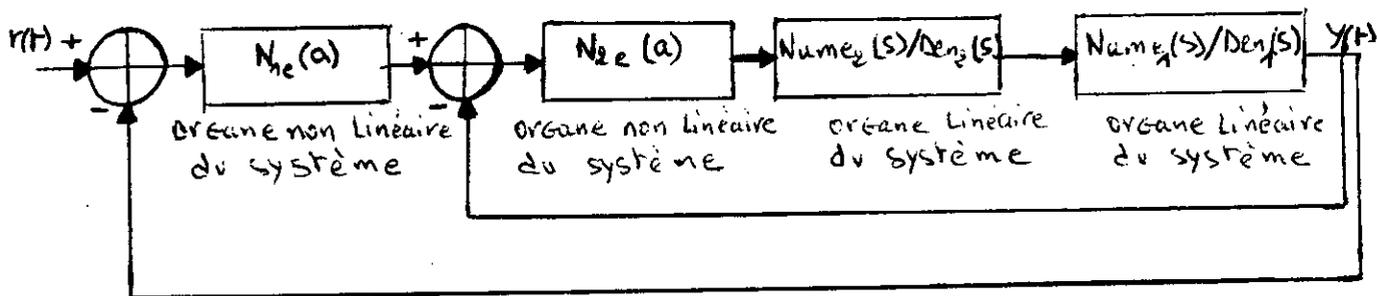


Figure (II-11) Système non linéaire de la deuxième classe

II.5 Exemples d'applications:

La reconnaissance des organes linéaires et non linéaires d'un système, est appliquée pour différents exemples de systèmes non linéaires.

Chapitre II : Reconnaissance de la partie non linéaire d'un système

Exemple 1:

Soit un système défini par:

$$\frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 3 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2 \frac{dy(t)}{dt} = u(\varepsilon(t)) \quad (\text{II.61})$$

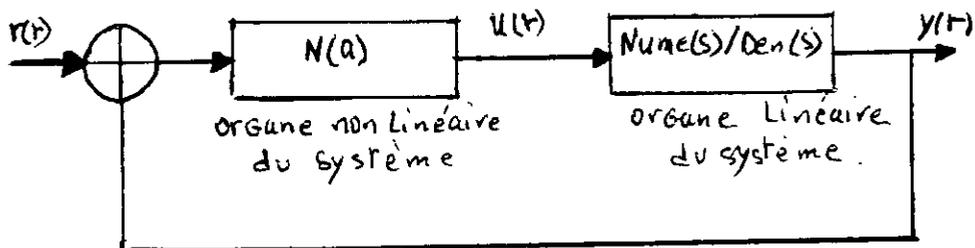
avec:

$$u(\varepsilon(t)) = \begin{cases} \varepsilon(t), & \text{si } |\varepsilon(t)| \leq 1 \\ 0.2 \cdot (\varepsilon(t) + 4), & \text{si } |\varepsilon(t)| > 1 \end{cases} \quad (\text{II.62})$$

Ce système est à la limite de stabilité, ayant un pôle à l'origine. Sa partie non linéaire est donnée par le système d'équation (II.62).

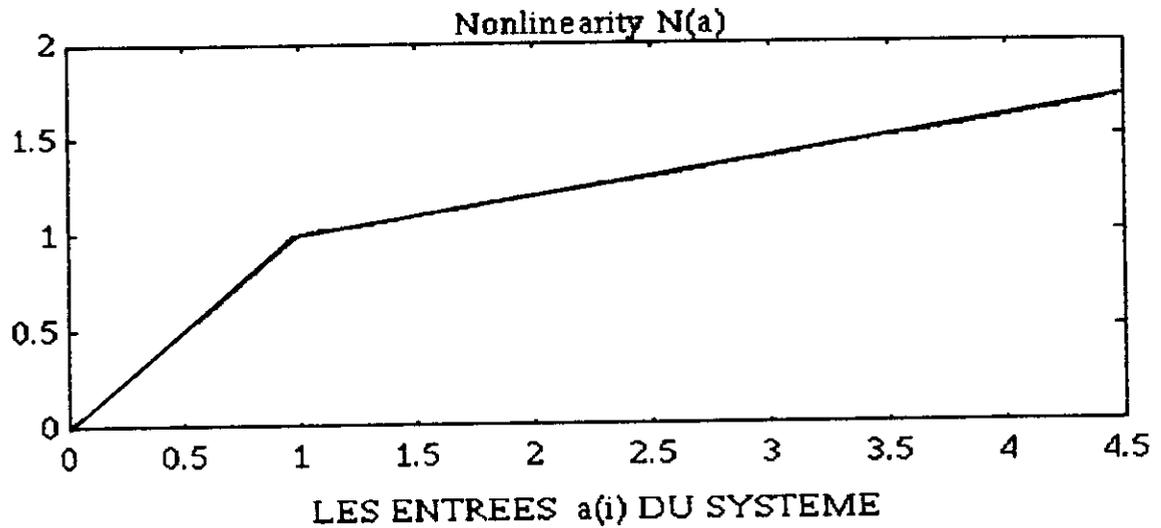
La séparation, en organes linéaires et en organes non linéaires de ce système, donne les résultats suivants:

C'est un système de la première classe (figure (II.12)), dont l'organe linéaire est la fonction de transfert $G(s) = 1/(s^3 + 3s^2 + 2s)$. Son bloc non linéaire est donné par la caractéristique non linéaire de la figure (II.13). Cette caractéristique est composée de deux segments de droites de pentes $m_1 = 1$ et $m_2 = 0.2$ respectivement. Le point de bifurcation est $\delta = 1$.



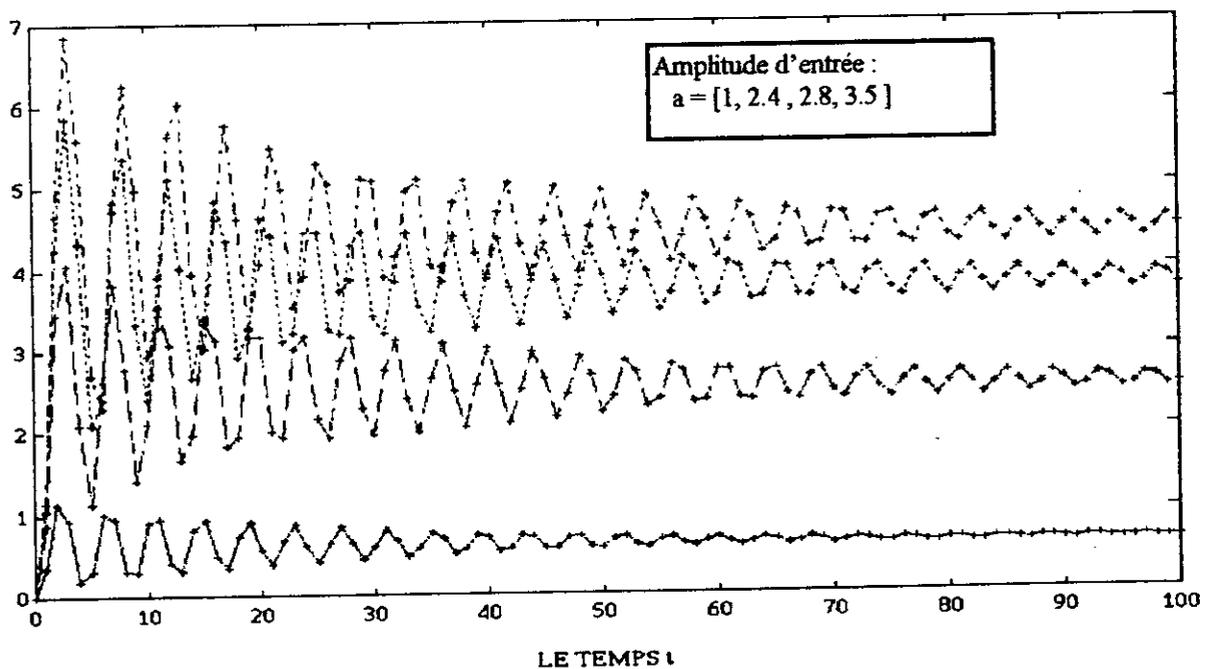
Figure(II.12) Blocs diagrammes du système (exemple 1)

Chapitre II : Reconnaissance de la partie non linéaire d'un système



Figure(II.13) Caractéristique non linéaire du système (l'exemple 1)

C'est un système stable mais sa réponse temporelle est variable avec l'amplitude d'entrée, comme il est montré en figure (II.14).

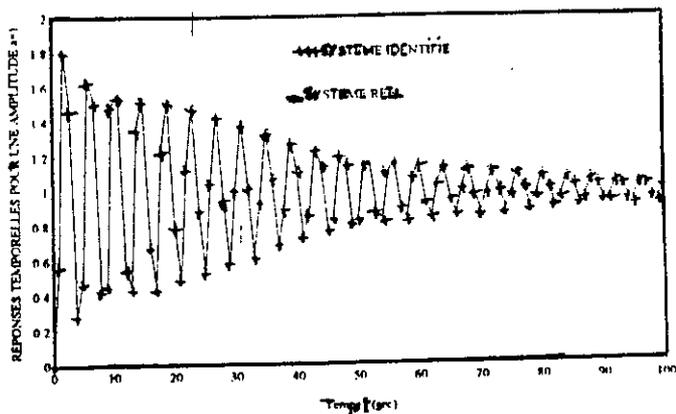


Figure(II.14) Réponses temporelles de l'exemple 1

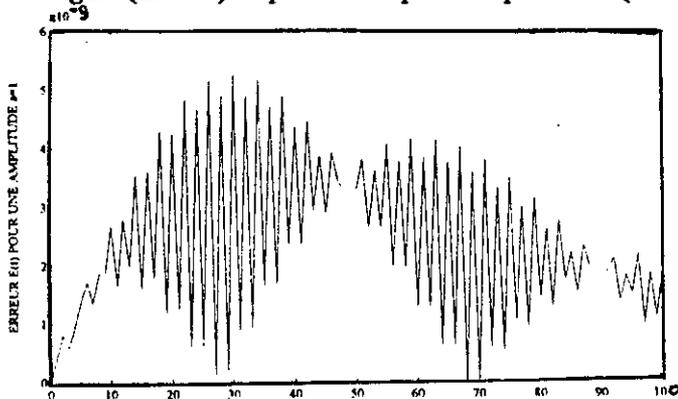
— Réponses temporelles du système réel

+++ Réponses temporelles du système identifié

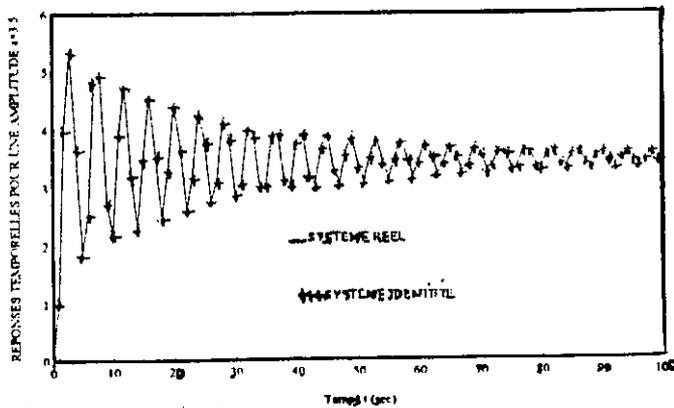
Chapitre II : Reconnaissance de la partie non linéaire d'un système



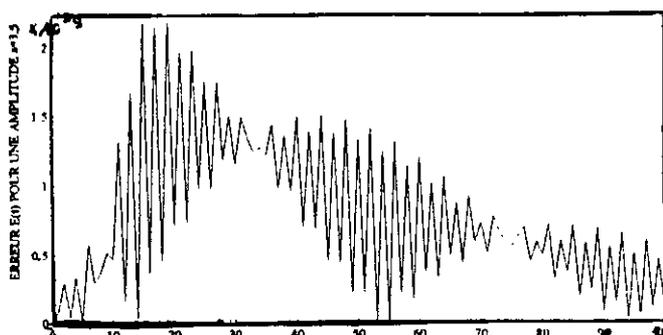
Figure(II.15.a) Réponses temporelles pour $a=1$ (exemple 1)



Figure(II.15.b) Erreur $E(t)$ Pour $a=1$ (exemple 1)



Figure(II.16.a) Réponses temporelles pour $a=3.5$ (exemple 1)



Figure(II.16.b) Erreur $E(t)$ pour $a=3.5$ (exemple 1)

Chapitre II : Reconnaissance de la partie non linéaire d'un système

Le système donné par le schéma bloc de la figure (II.12) identifie le système défini par les équations (II.61) et (II.62) avec des erreurs de l'ordre de 10^{-9} (figure(II.15.b) et figure(II.16.b)). Les figures (II.15.a) et (II.16.a) montrent bien la superposition des réponses temporelles du système réel est celles du système identifié pour les amplitudes d'entrée $a=1$ et $a=3.5$.

La procédure de séparation en blocs linéaires et non linéaires permet d'identifier les systèmes de la première classe, avec une caractéristique non linéaire segments de droites, et ceci avec une très bonne précision.

Exemple 2:

Soit le système défini par:

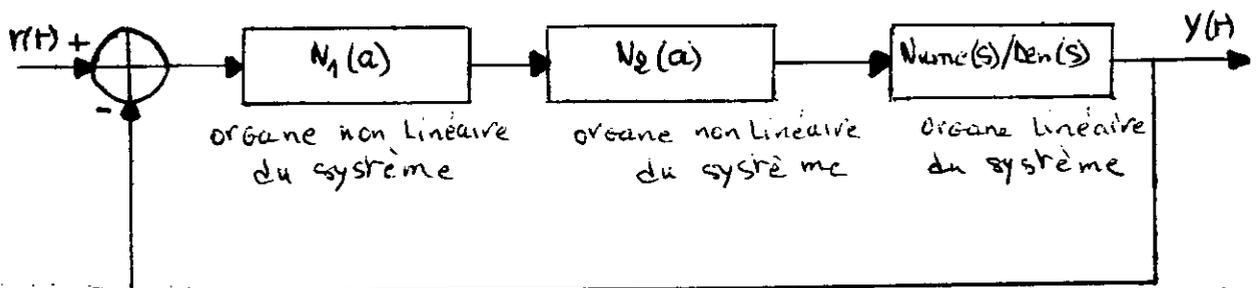
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^5 y(t)}{dt^5} + 3 \frac{d^4 y(t)}{dt^4} + 3 \frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 0.1 \frac{dy(t)}{dt} + 0.2 y(t) = \\ 2 \cdot (0.5 \frac{d^3 \varepsilon(t)}{dt^3} + 2 \frac{d^2 \varepsilon(t)}{dt^2} + 0.2 \frac{d\varepsilon(t)}{dt} + 0.3 \varepsilon(t)), |\varepsilon(t)| \leq 0.6 \\ \frac{d^5 y(t)}{dt^5} + 3 \frac{d^4 y(t)}{dt^4} + 3 \frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 0.1 \frac{dy(t)}{dt} + 0.2 y(t) = \\ 0.1 \cdot (0.5 \frac{d^3 \varepsilon(t)}{dt^3} + 2 \frac{d^2 \varepsilon(t)}{dt^2} + 0.2 \frac{d\varepsilon(t)}{dt} + 0.3 \varepsilon(t)), |\varepsilon(t)| > 0.6 \end{array} \right. \quad (\text{II.63})$$

C'est un système du cinquième ordre. Il possède une caractéristique non linéaire segments de droites.

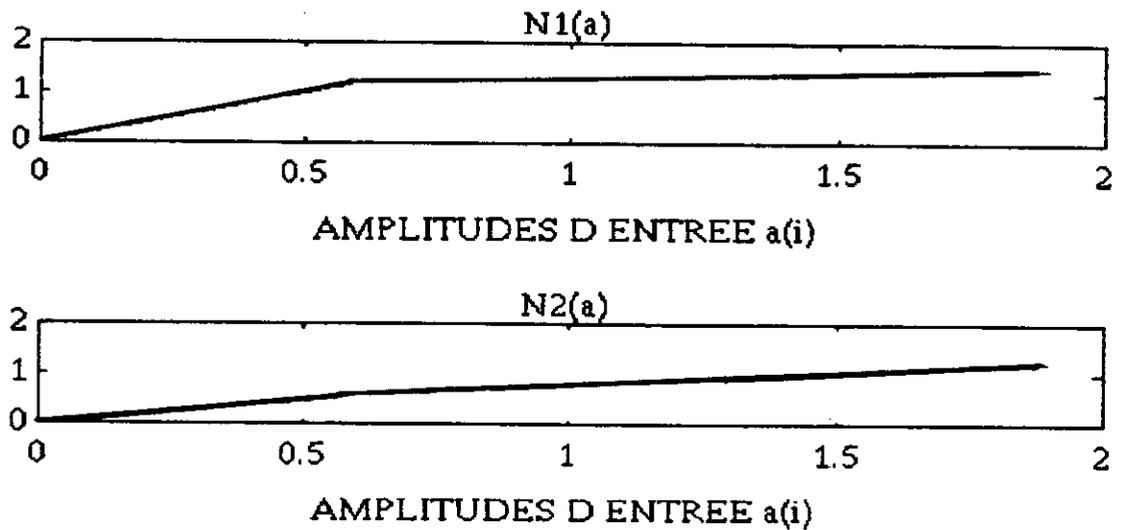
Ce système est instable et sa réponse temporelle est variable avec les amplitudes d'entrée.

La séparation en blocs d'un tel système a donné les résultats suivants:

Ce système appartient à la première classe, son schéma bloc est donné en figure (II.17).



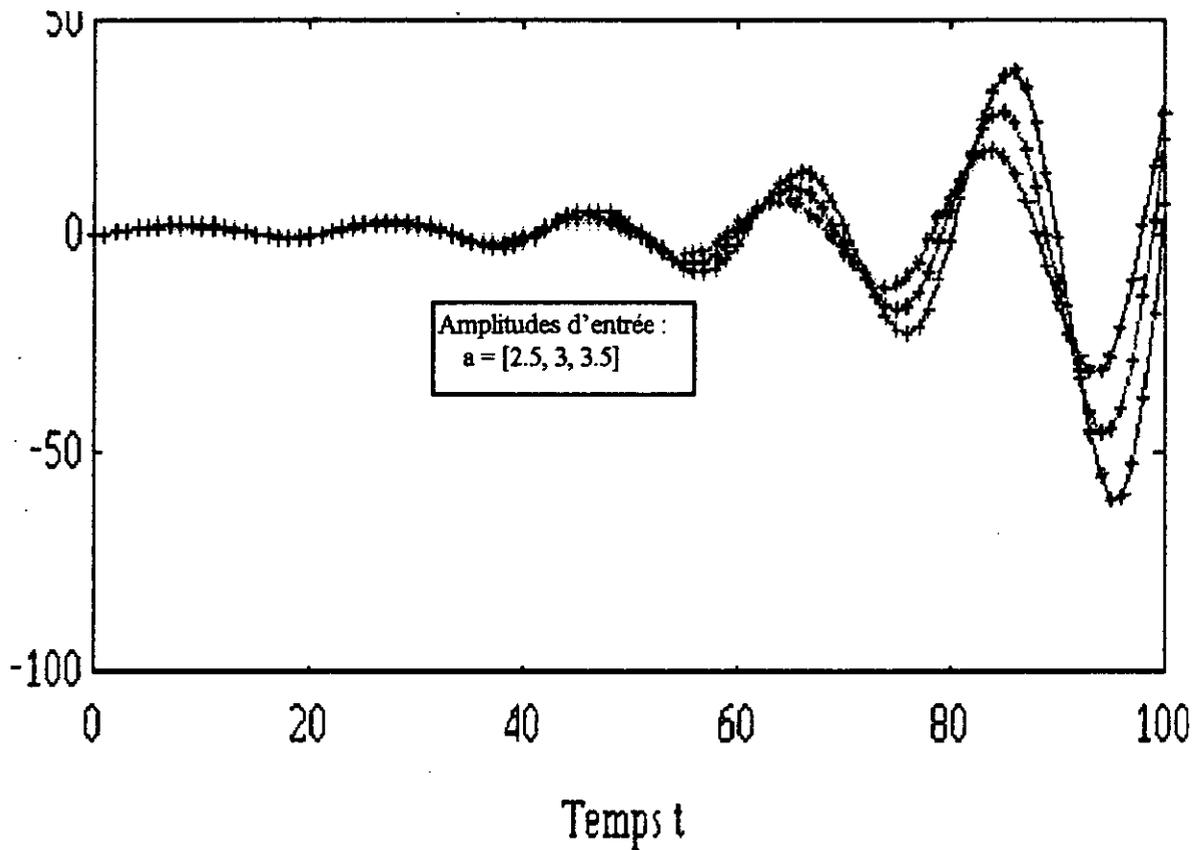
Figure(II.17) Blocs diagrammes du système (exemple 2)



Figure(II.18) Les caractéristiques non linéaires (l'exemple 2)

Ce système possède deux blocs non linéaires segments de droites. Les pentes de la première non linéarité sont $m_1=2$ et $m_2=0.2$, le point de bifurcation est $\delta=0.6$. La deuxième non linéarité a pour pentes $m_1=1$ et $m_2=0.5$, le point de bifurcation est $\delta=0.6$ (figure (II.18)). La partie linéaire de ce système est donnée par $G(s)=(0.5.s^3+2.s^2+0.2.s+0.3)/(s^5+3.s^4+3.s^3+2.s^2+0.1s+0.2)$.

La figure (II.19) donne les réponses temporelles de ce système pour différentes amplitudes d'entrée. Ce système est instable et sa réponse temporelle est variable avec l'amplitude d'entrée.



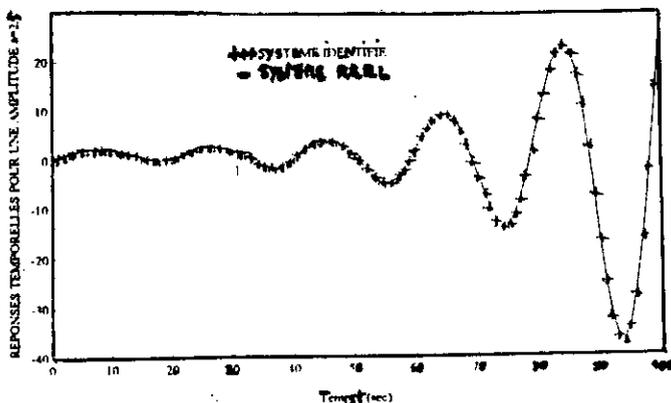
Figure(II.19) Réponses temporelles de l'exemple 2

- Réponses temporelles du système réel
- +++ Réponses temporelles du système identifié

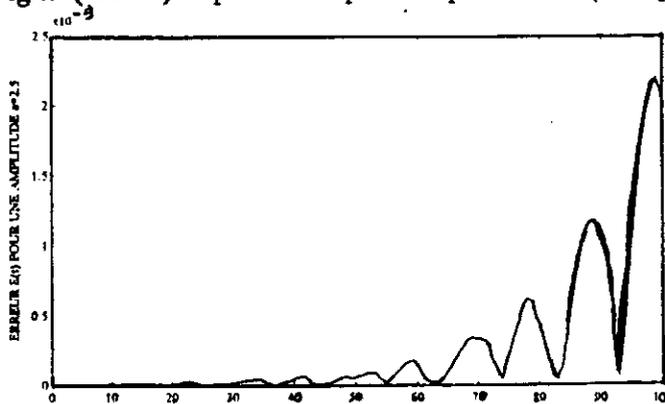
Les figures (II.20.a) et (II.21.a) montrent la superposition des réponses du système réel et celle du système identifié avec des erreurs de l'ordre de 10^{-9} (figure(II.20.b) et figure(II.21.b)).

Cette procédure de séparation permet aussi d'identifier les système de la première classe à deux blocs non linéaires.

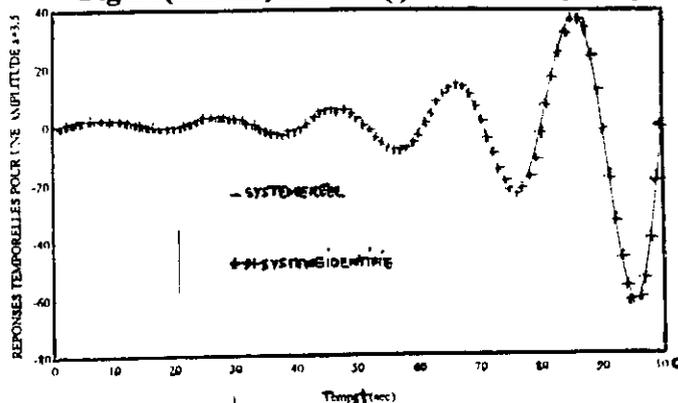
Chapitre II : Reconnaissance de la partie non linéaire d'un système



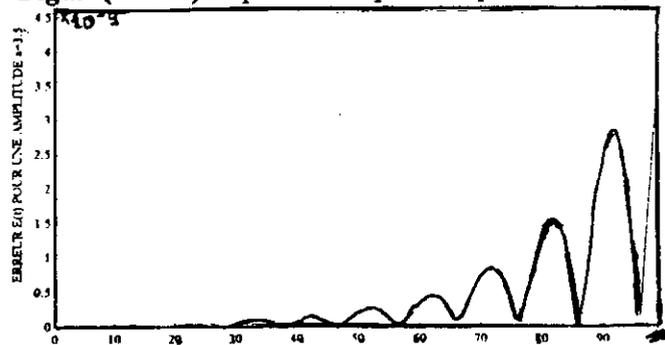
Figure(II.20.a) Réponses temporelles pour $a=2.5$ (exemple 2)



Figure(II.20.b) Erreur $E(t)$ Pour $a=2.5$ (exemple 2)



Figure(II.21.a) Réponses temporelles pour $a=3.5$ (exemple 2)



Figure(II.21.b) Erreur $E(t)$ pour $a=3.5$ (exemple 2)

Chapitre II : Reconnaissance de la partie non linéaire d'un système

Exemple 3:

Ce système est défini par:

$$\begin{cases} \frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 2 \cdot \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} + 20 \cdot y(t) = 40 \varepsilon(t), \text{ pour } |\varepsilon(t)| \leq 0.5 \\ \frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 2 \cdot \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \varepsilon(t) + 0.5, \text{ pour } |\varepsilon(t)| > 0.5 \end{cases} \quad (\text{II.64})$$

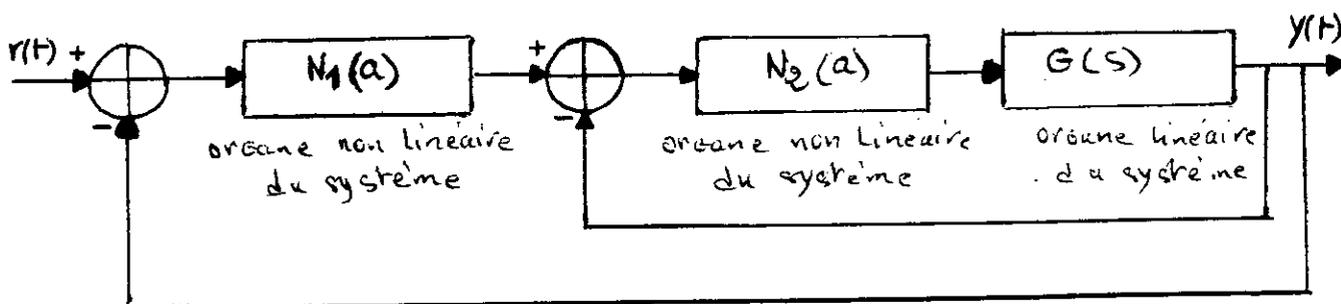
Ce système, à caractéristiques segments de droites, possède deux boucles imbriquées. C'est un système stable mais sa réponse temporelle est variable avec l'amplitude d'entrée.

identifié, ce système a donné les résultats suivants:

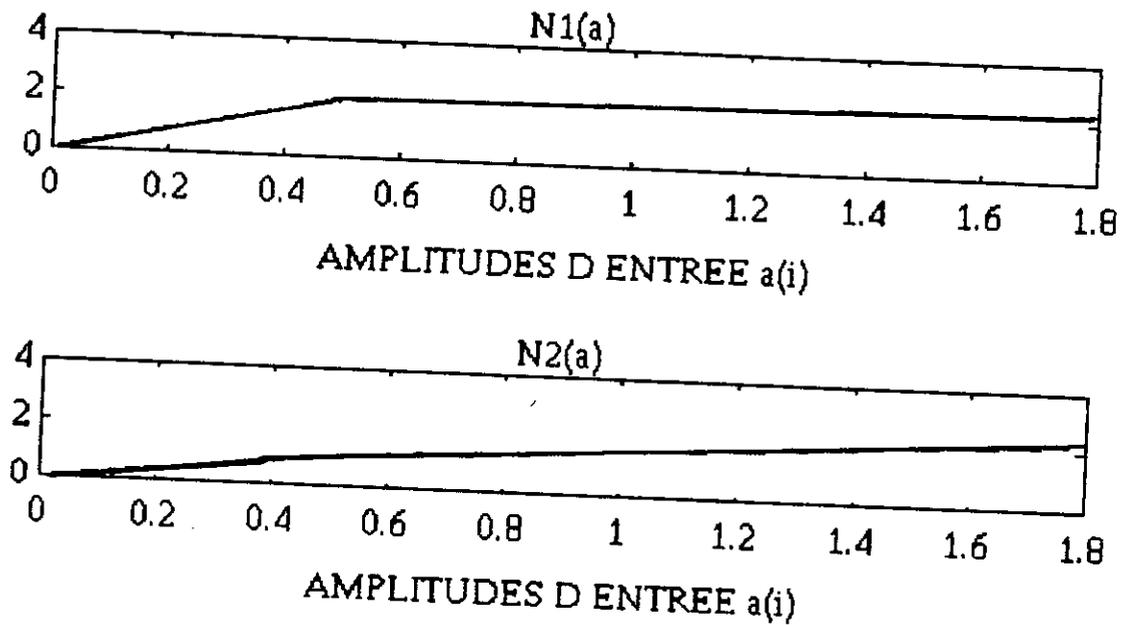
C'est un système de la deuxième classe, comme nous l'avons déduit du système équations (II.64). Son schéma bloc est donné en figure (II.22).

Ce système est constitué de deux blocs non linéaires et d'un bloc linéaire. Les pentes des caractéristiques non linéaires sont $m_1=4$ et $m_2=0.2$, le point de bifurcation est $\delta=0.5$. Celles de la deuxième non linéarité sont $m_1=2$ et $m_2=1$ avec $\delta=0.5$ (figure (II.23)).

La partie non linéaire est donnée par $G(s)=1/(s^3+3s^2+3s+1)$.



Figure(II.22) Blocs diagrammes du système (exemple 3)

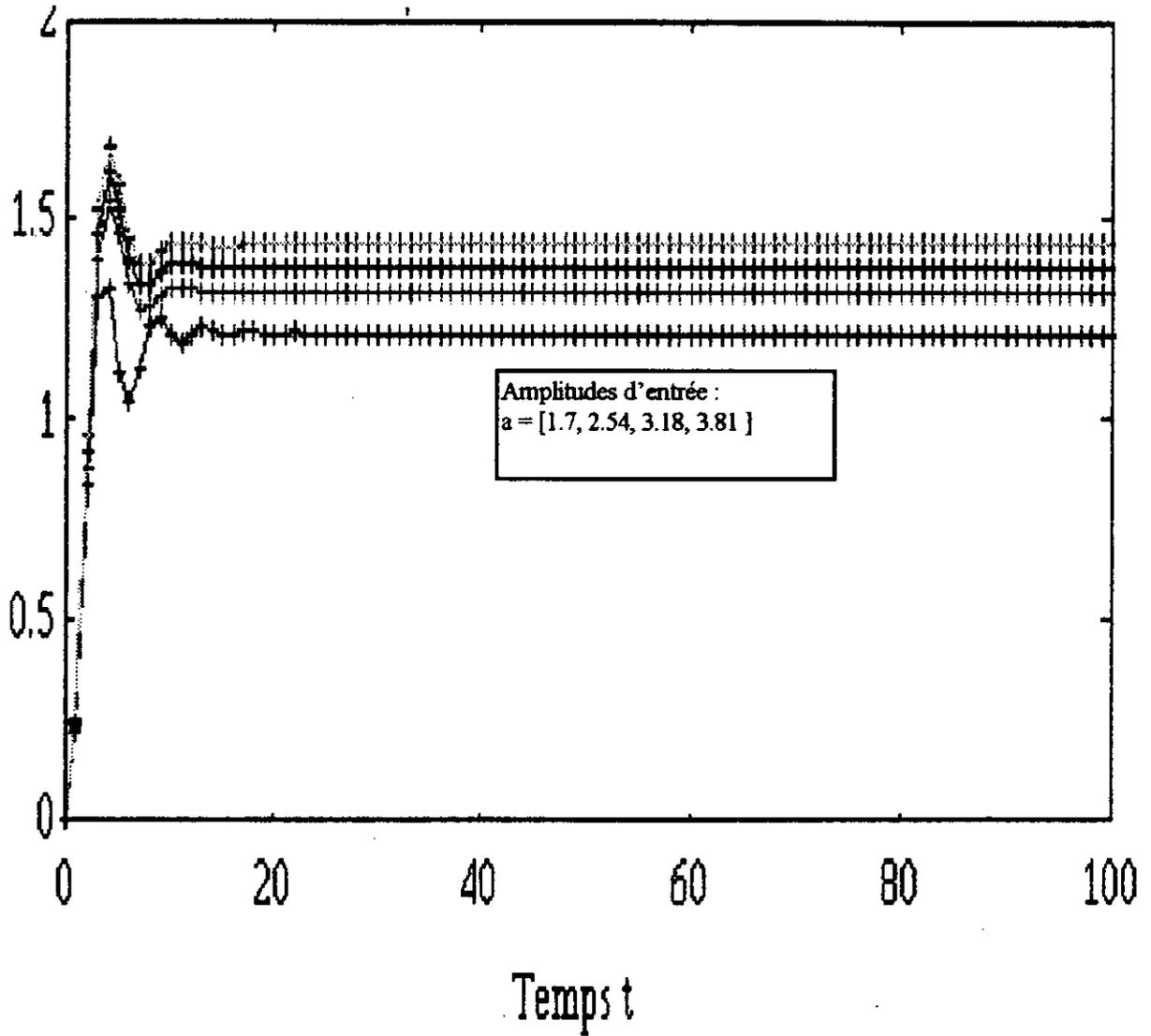


Figure(II.23) Les caractéristiques non linéaires du système (l'exemple 3)

Les réponses temporelles de la figure (II.24) montrent la superposition des réponses du système défini par les équations (II.64) et celles du système donné en figure (II.22). Ce système est instable et sa réponse temporelle est variable avec les amplitudes d'entrée.

Pour les amplitudes d'entrée $a = 2.54$ et $a = 3.81$, la procédure de séparation en blocs développée, identifie le système avec une précision de l'ordre de 10^{-11} (figures (II.25.a), (II.25.b), (II.26.a), (II.26.b)).

Cette procédure permet d'identifier les systèmes de la deuxième classe, du type donné en figure(II.22), avec une très bonne précision.

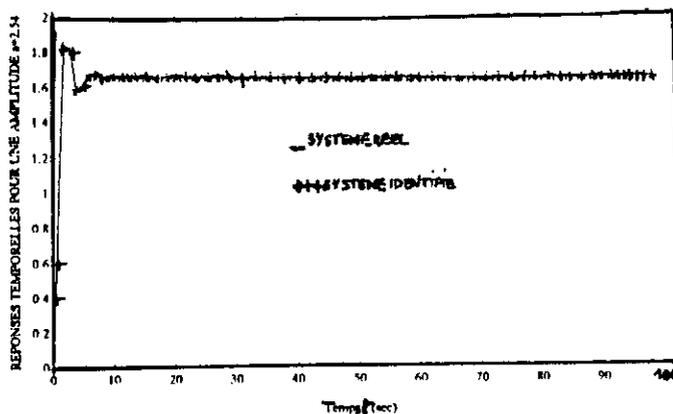


Figure(II.24) Réponses temporelles de l'exemple 3

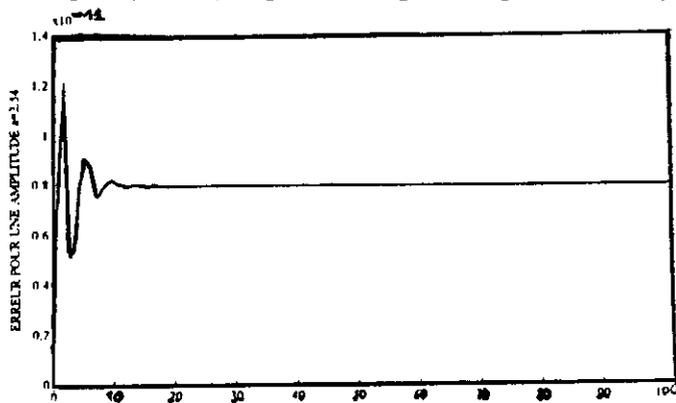
— Réponses temporelles du système réel

+++ Réponses temporelles du système identifié

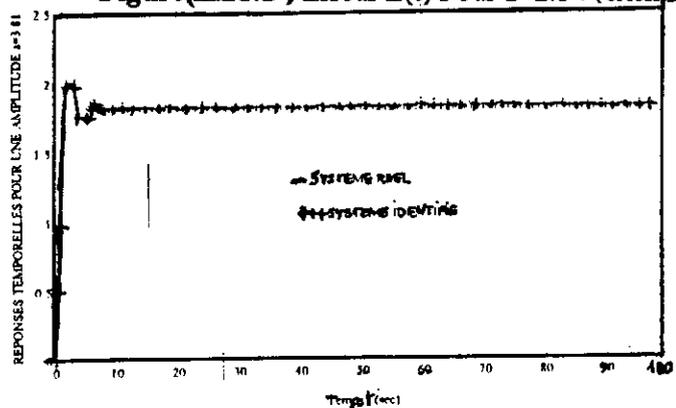
Chapitre II : Reconnaissance de la partie non linéaire d'un système



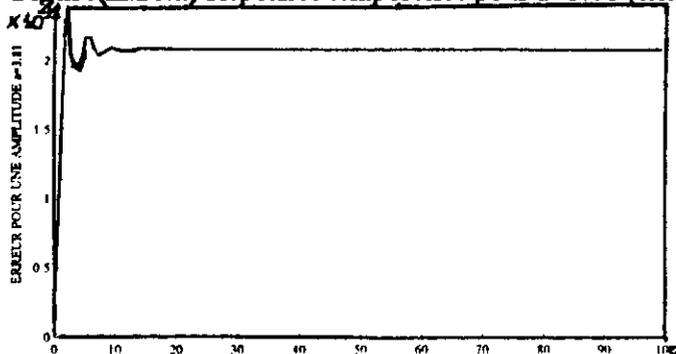
Figure(II.25.a) Réponses temporelles pour $a=2.54$ (exemple 3)



Figure(II.25.b) Erreur $E(t)$ Pour $a=2.54$ (exemple 3)



Figure(II.26.a) Réponses temporelles pour $a=3.81$ (exemple 3)



Figure(II.26.b) Erreur $E(t)$ pour $a=3.81$ (exemple 3)

Chapitre II : Reconnaissance de la partie non linéaire d'un système

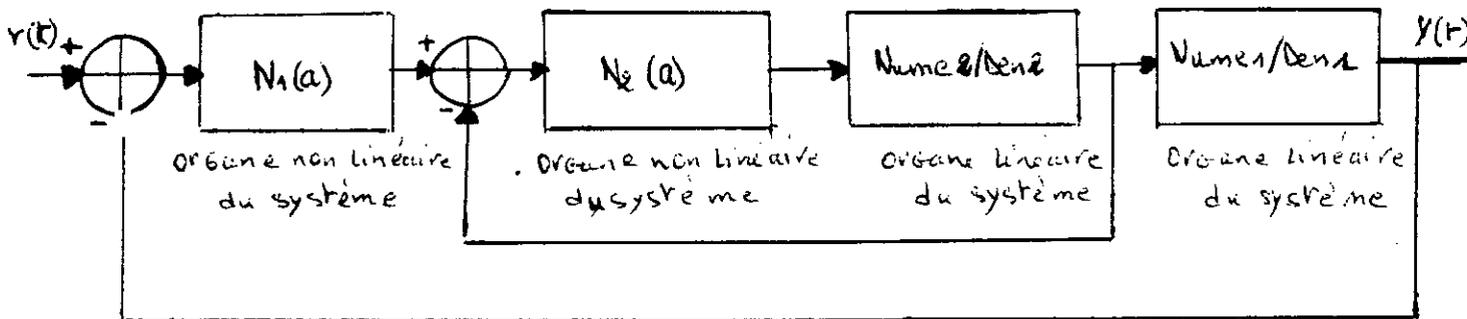
Exemple 4:

Soit le système défini par:

$$\begin{cases} \frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 2 \cdot \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} + 20 \cdot y(t) = 40 \cdot \varepsilon(t), \text{ pour } |\varepsilon(t)| \leq 0.5 \\ \frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 2 \cdot \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \varepsilon(t) + 0.5, \text{ pour } |\varepsilon(t)| > 0.5 \end{cases} \quad (\text{II.65})$$

Ce système est à caractéristiques non linéaires segments de droites. Il présente deux boucles imbriquées. C'est un système instable, sa réponse temporelle est variable avec l'amplitude d'entrée. Identifié, ce système a donné les résultats suivants:

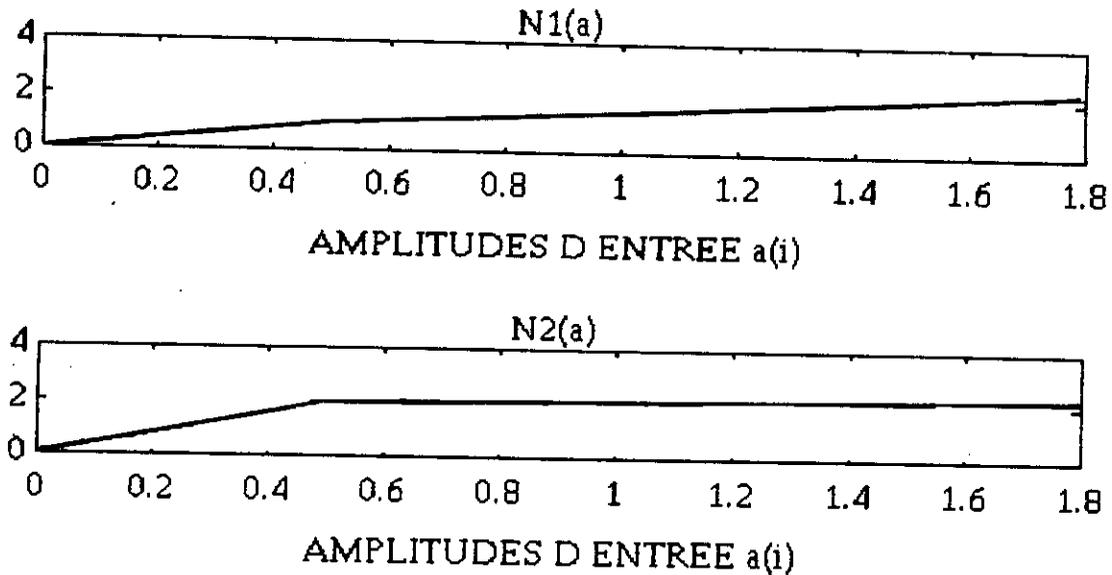
Son schéma bloc est donné en figure (II.27), où on remarque la présence de deux blocs linéaires et de deux blocs non linéaires.



Figure(II.27) Blocs diagrammes du système (exemple 4)

Les blocs linéaires sont définis par les fonctions de transferts $G_1(s) = 5/(s^2 + s)$ et $G_2(s) = 1/(s + 1)$.

Les blocs non linéaires de pentes $m_1 = 2$ et $m_2 = 1$, au point de bifurcation $\delta = 0.5$, $m_3 = 4$ et $m_4 = 0.2$, au point de bifurcation $\delta = 0.5$, leurs caractéristiques sont données en figure (II.28).



Figure(II.28) Caractéristiques non linéaires du système (exemple 4)

Les réponses temporelles obtenues en figure (II.29) montrent que le système est instable et est variable avec l'amplitude d'entrée. La superposition des réponses temporelles du système défini par le système d'équations (II.65) avec celles du système identifié, donné en figure (II.27) est mise en évidence sur cette figure.

Pour les amplitudes d'entrée $a=1$ et $a=2.2$, la superposition des réponses est bien visible et est donnée avec une précision de 10^{-9} (figure (II.30.a), figure (II.31.a), figure (II.30.b) et figure (II.31.b)).

Une fois encore cette procédure de séparation donne de bons résultats, dans ce cas pour les systèmes de la deuxième classe ayant pour schéma bloc celui donné en figure (II.27).

Nous pouvons déjà conclure, est dire que cette procédure d'identification dans le domaine fréquentiel permet de séparer les systèmes de la première et de la deuxième classe, à caractéristiques segments de droites, avec une très bonne précision.

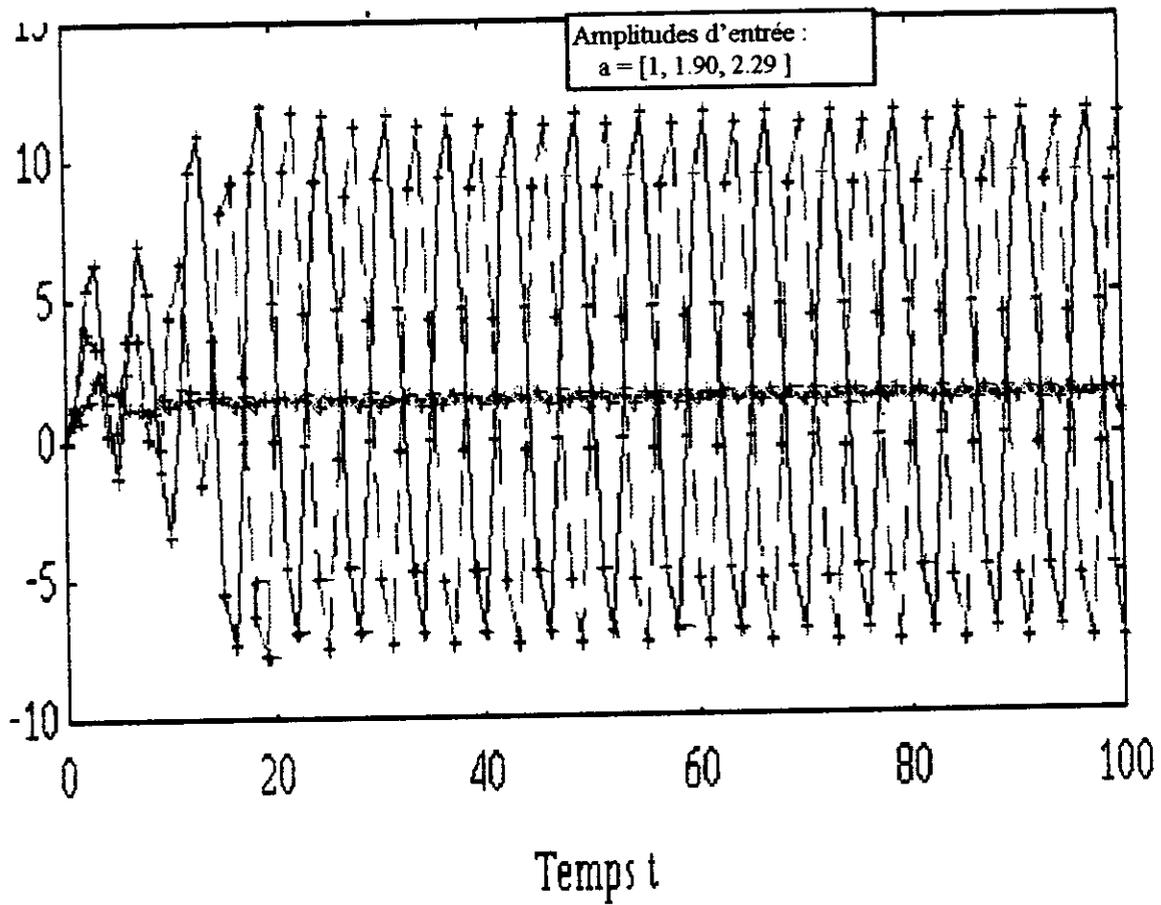
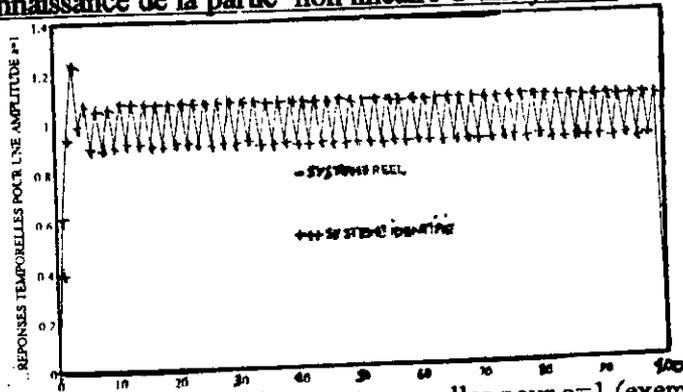


Figure (II.29) Réponses temporelles de l'exemple 4

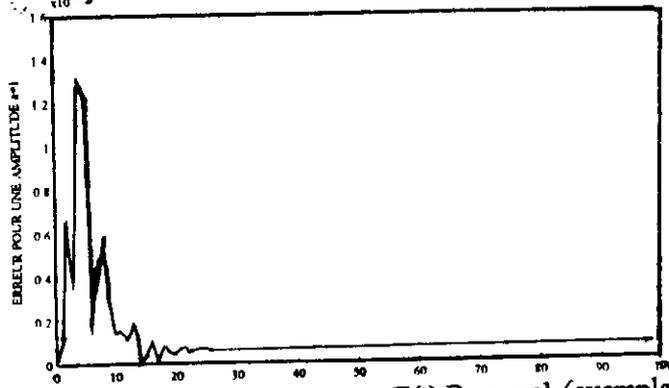
— Réponses temporelles du système réel

+++ Réponses temporelles du système identifié

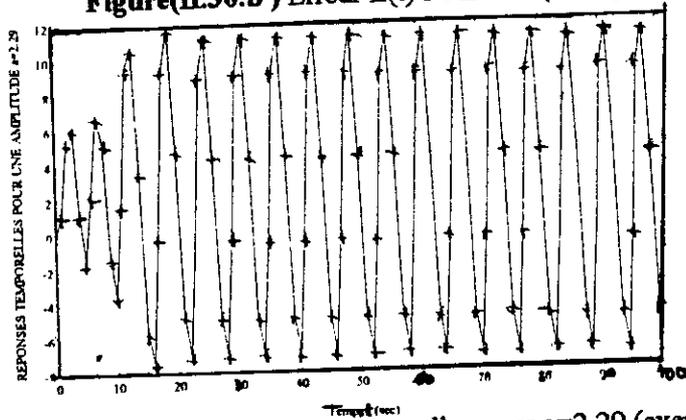
Chapitre II : Reconnaissance de la partie non linéaire d'un système



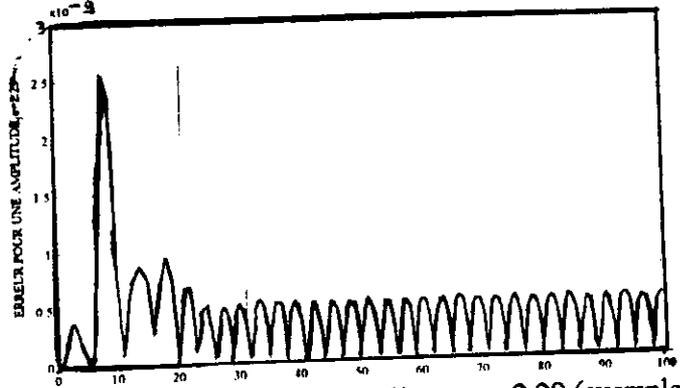
Figure(II.30.a) Réponses temporelles pour a=1 (exemple 4)



Figure(II.30.b) Erreur E(t) Pour a=1 (exemple 4)



Figure(II.31.a) Réponses temporelles pour a=2.29 (exemple 4)



Figure(II.31.b) Erreur E(t) pour a=2.29 (exemple 4)

Exemple 5 :

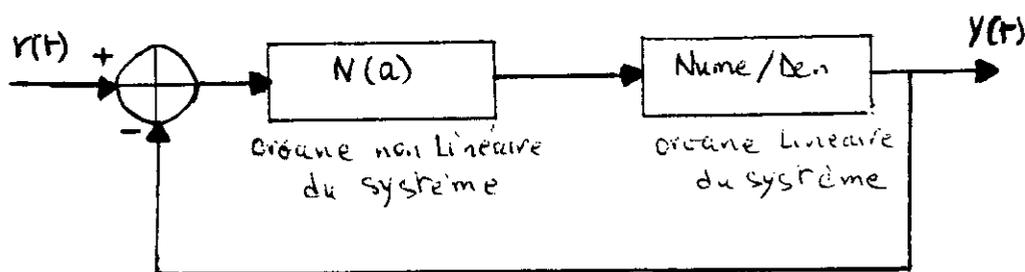
Soit le système défini par:

$$\frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 2 \cdot \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 0.5 \cdot \frac{dy(t)}{dt} + 0.2 \cdot y(t) = (1 + 0.2 \cdot \varepsilon^2(t)) \cdot \varepsilon(t) \quad (\text{II.66})$$

Ce système présente une caractéristique sous forme de courbe donnée par l'équation suivante:

$$u(t) = (1 + 0.2 \cdot \varepsilon^2(t)) \cdot \varepsilon(t) \quad (\text{II.67})$$

Il possède une seule boucle. C'est un système stable mais variable avec l'amplitude d'entrée.



Figure(II.32) Blocs diagrammes du système (exemple 5)

Partie non linéaire N(a)

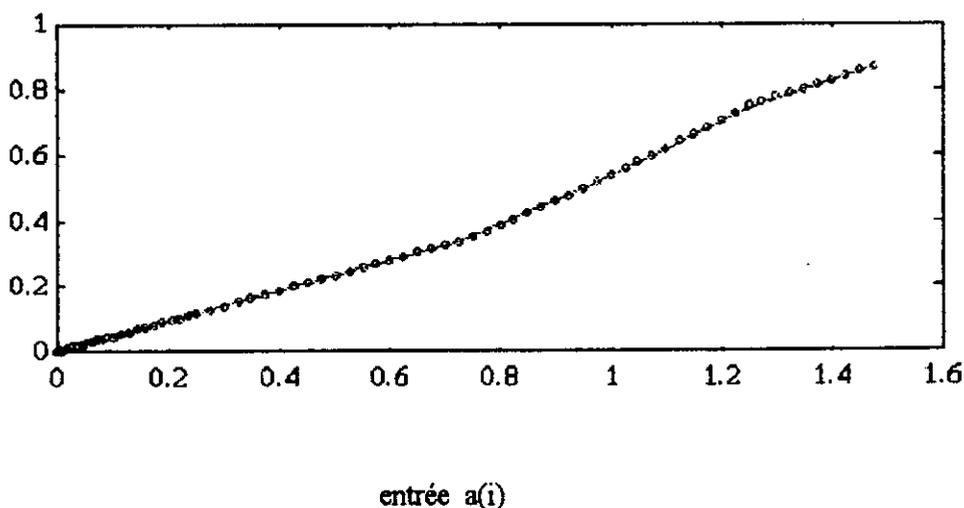
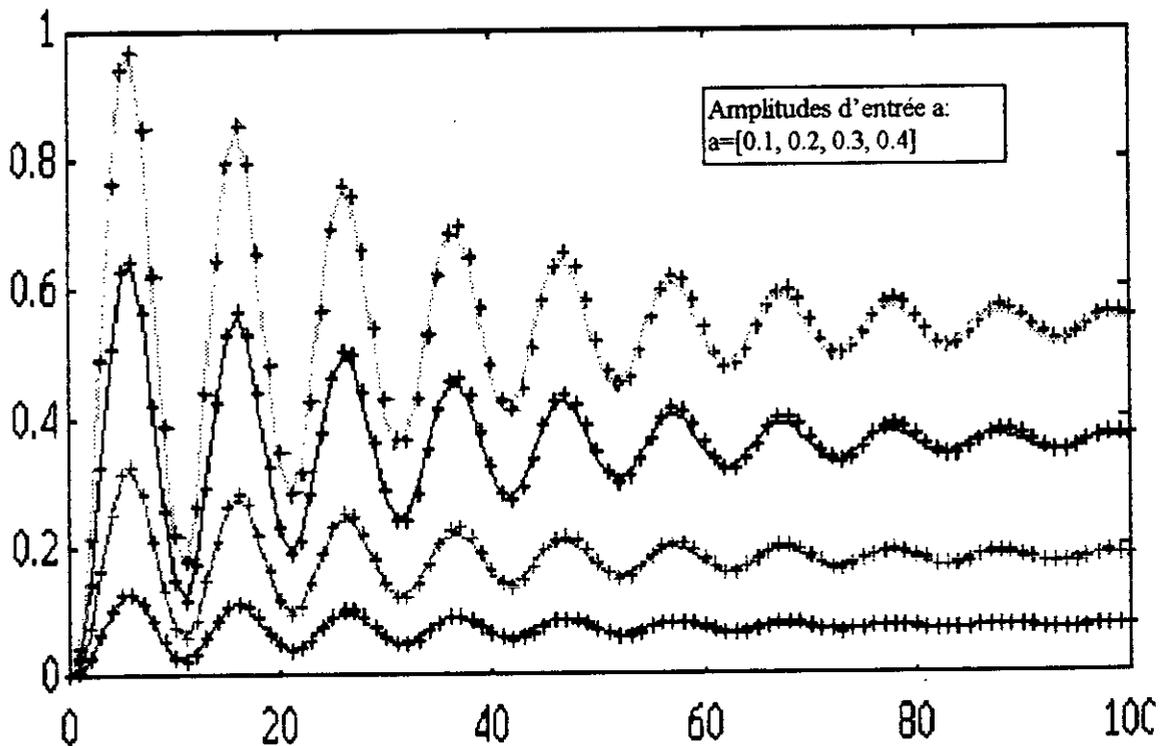


Figure (II.33) Partie non linéaire du système (exemple 5)

Chapitre II : Reconnaissance de la partie non linéaire d'un système

Le système réel est identifié par celui de la fig(II.32), avec comme non linéarité celle représentée par la figure(II.33). Cette caractéristique non linéaire est obtenue en résolvant un problème de fonction descriptive inverse.

Les réponses temporelles du système, défini par l'équation (II.66) et celle du système donné en figure (II.32), sont données par la figure (II.34). Nous remarquons dans ce cas que le système est effectivement stable mais variable avec l'amplitude d'entrée. L'erreur dans ce cas est plus ou moins grande et ceci est du au calcul de la non linéarité. Celle-ci est estimée pour un ensemble d'amplitudes d'entrée à partir de quelque points expérimentaux, beaucoup d'autres points sont évalués par interpolation entre les données expérimentaux (figures (II.35.a), (II.35.b), (II.36.a) et (II.36.b)).



Figure(II.34) Réponses temporelles de l'exemple

-- Réponses temporelles du système réel

+++ Réponses temporelles du système identifié

Chapitre II : Reconnaissance de la partie non linéaire d'un système

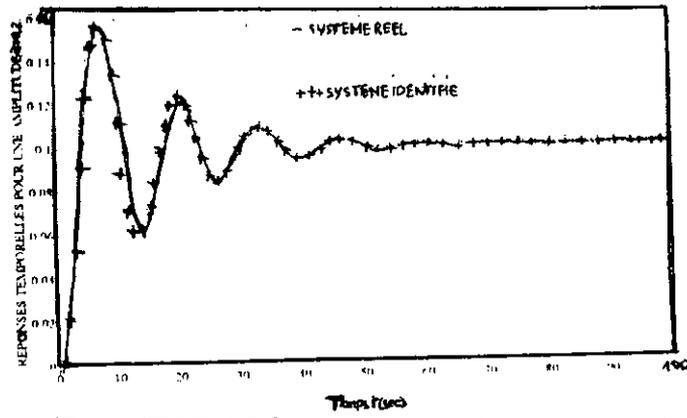


Figure (IL35.a) Réponses temporelles pour $a=0.2$ (exemple 5)

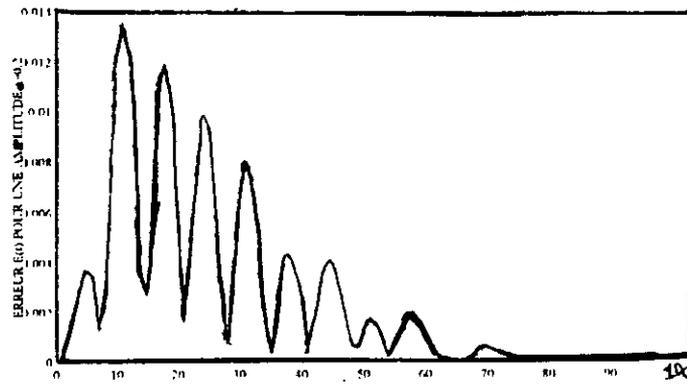


Figure (IL35.b) Erreur $E(t)$ Pour $a=0.2$ (exemple 5)

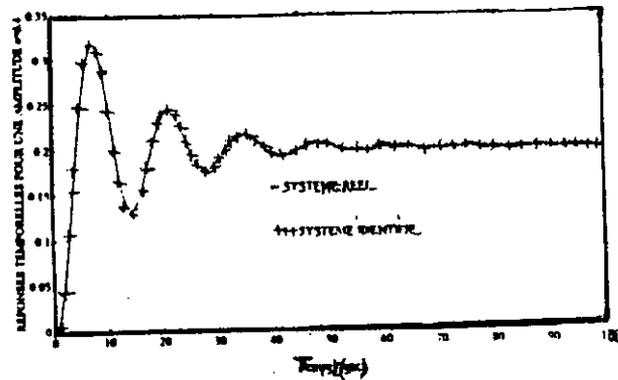


Figure (IL36.a) Réponses temporelles pour $a=0.4$ (exemple 5)

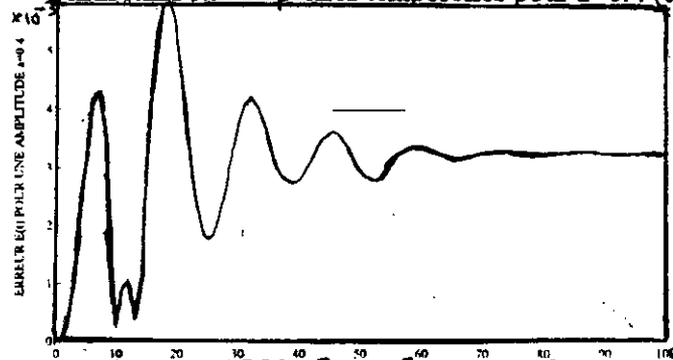


Figure (IL36.b) Erreur $E(t)$ pour $a=0.4$ (exemple 5)

Chapitre II : Reconnaissance de la partie non linéaire d'un système

Exemple physique:

Soit un servomécanisme élémentaire du second ordre (appliquant un couple proportionnel à l'écart ε à une charge constituée par une inertie J . Le couple de correction fonction du troisième degré de l'écart tel que:

$$u(\varepsilon) = k(\varepsilon + \beta \cdot \varepsilon^3) \quad (\text{II.68})$$

Si $\beta = 0$ alors la caractéristique est linéaire.

Si $\beta > 0$ alors la caractéristique non linéaire est du type dur.

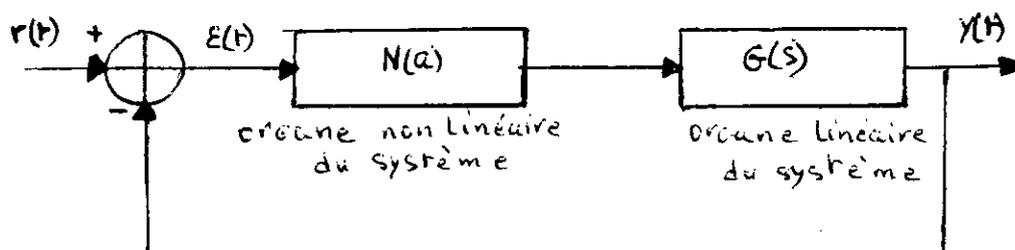
Si $\beta < 0$ alors la caractéristique non linéaire est type doux.

S'il y'a présence d'un terme de frottement f , le système est défini par:

$$J \cdot \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + f \cdot \frac{dy(t)}{dt} = k\varepsilon(1 + \beta \cdot \varepsilon^2) \quad (\text{II.69})$$

La séparation d'un tel système, pour $f = 1, J = 1$ et $\beta = 0.2$, a donné les résultats suivant:

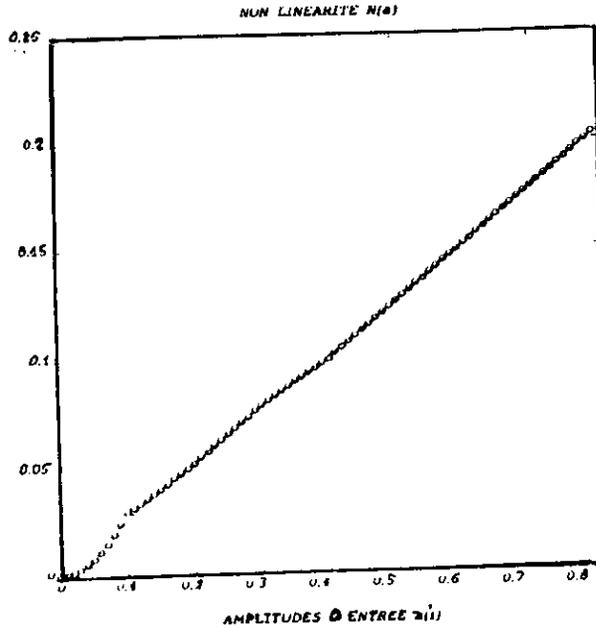
Ce système est de la première classe, son schéma bloc est donné par la figure (II.37).



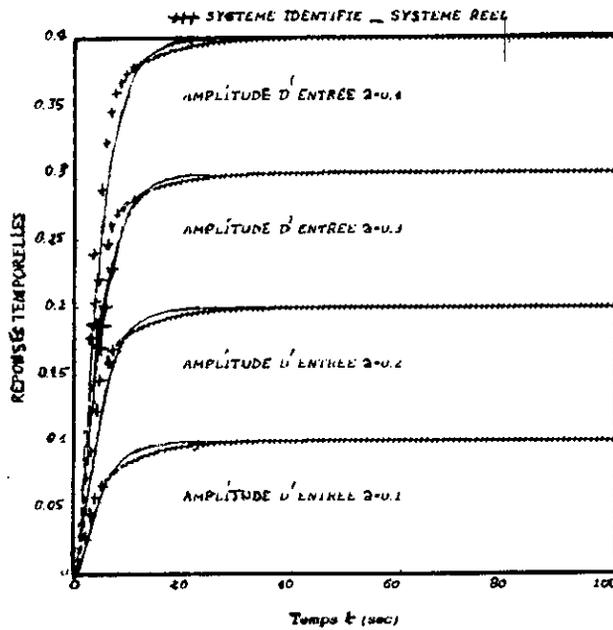
Figure(II.37) Blocs diagrammes du système physique

Le bloc linéaire est $G(s) = 1/(s^2 + s)$. Sa partie non linéaire, sous forme de courbe, est donnée par la figure(II.38). La figure(II.39) montre que le système est stable mais variable avec l'amplitude d'entrée. La superposition des réponses temporelles, du système défini par l'équation (II.69), avec celles du système de la figure(II.37) est illustrée sur les figures (II.40.a) et (II.41.a), avec une tolérance sur l'erreur(figure(II.40.b) et figure(II.41.b)).

Chapitre II : Reconnaissance de la partie non linéaire d'un système



Figure(II.38) Caractéristique non linéaire du système physique

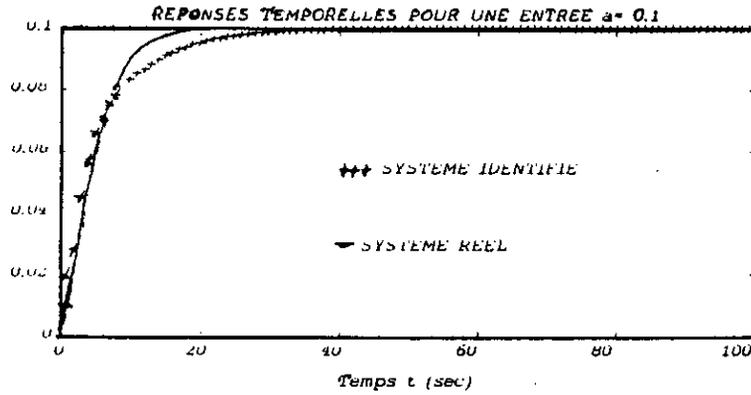


Figure(II.39) Réponses temporelles du système physique

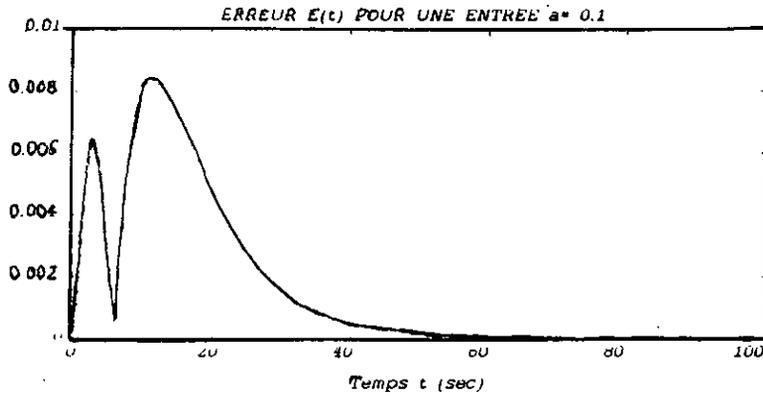
— Réponses temporelles du système réel

+++ Réponses temporelles du système identifié

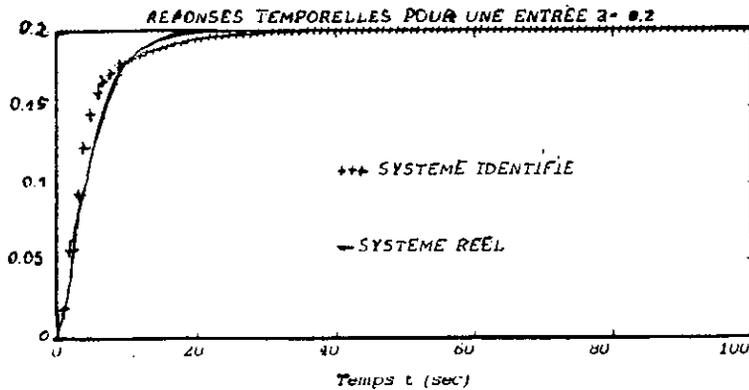
Chapitre II : Reconnaissance de la partie non linéaire d'un système



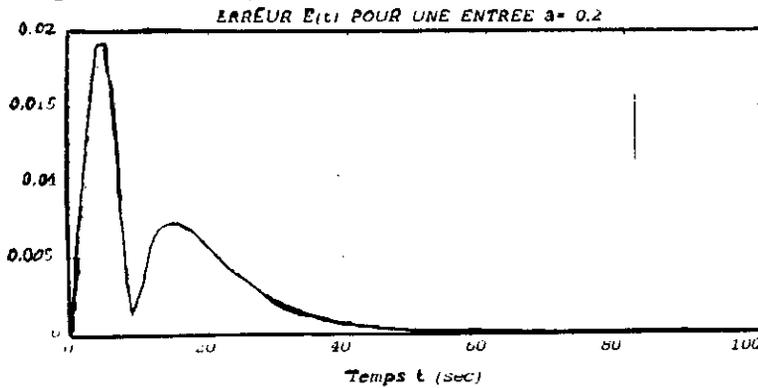
Figure(II.40.a) Réponses temporelles pour $a=0.1$ (exemple physique)



Figure(II.40.b) Erreur E(t) Pour $a=0.1$ (exemple physique)



Figure(II.41.a) Réponses temporelles pour $a=0.2$ (exemple physique)



Figure(II.41.b) Erreur E(t) pour $a=0.2$ (exemple physique)

Chapitre II : Reconnaissance de la partie non linéaire d'un système

Conclusion:

L'algorithme proposé dans cette section, qui permet de séparer les systèmes non linéaires en organes linéaires et non linéaires, donne de très bons résultats pour les systèmes ayant des nonlinéarités sous forme de segments de droites et ceci quelque soit la structure du système. Ceci est dû à la bonne estimation des non linéarités. Le calcul de ces dernières est rapide, connaissant leurs pentes ainsi que leurs points de bifurcation. L'erreur dans ce cas est très faible et le système est très bien identifié. Pour les systèmes présentant des non linéarités sous forme de courbe, l'algorithme proposé donne d'assez bons résultats pour les systèmes de la première classe, ceci sous une certaine tolérance sur l'erreur. Pour les systèmes de la deuxième classe la technique reste insuffisante. Dans ce cas l'erreur est plus importante et ceci est dû au calcul des non linéarités. Celles-ci sont estimées pour un ensemble d'amplitudes d'entrée à partir de quelques points expérimentaux, beaucoup d'autres points sont évalués par interpolation entre les données expérimentales. Cette identification permettra de choisir un contrôleur idéal pour la compensation du système. Ce qui exigera la connaissance de la fréquence et du gain critiques d'un tel système. Ceci est traité dans le chapitre suivant.

Chapitre III :
Détermination des
Cycles limites.

III.1 Introduction.

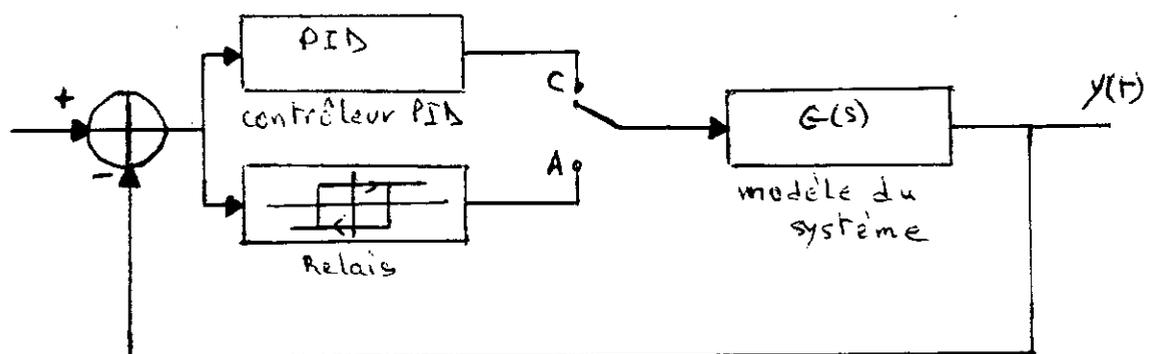
Les méthodes auto-ajustables d'Aström-Hägglund, dans le domaine fréquentiel, utilisent les caractéristiques gain et période critiques. Ces dernières peuvent être déterminées expérimentalement, à partir d'un relais à hystérésis qui est introduit dans la boucle afin d'ajuster les paramètres du contrôleur. Ce dernier est temporairement déconnecté, voir figure(III.1), durant la phase d'ajustage. Le relais permet de déterminer la fréquence et le gain critiques du point d'intersection de la courbe de Nyquist, du système en boucle ouverte, avec l'axe réel négatif [K.J.Astrom et T.Hagglund (b)]. En pratique, la période d'oscillation peut être facilement déterminée en mesurant les temps entre les zéros successifs. L'amplitude d'oscillation peut être estimée en mesurant les valeurs d'un pic à un autre de l'oscillation. Ces méthodes d'estimation sont faciles à implémenter car elles sont basées sur le comptage et la comparaison. Quand la fonction de transfert du procédé est connue, la solution du cycle limite sous contrôle d'un relais peut être obtenue analytiquement, par calcul numérique et par simulation. Par exemple, la méthode de Tsytkin donne la fréquence exacte du cycle limite qui peut être considérée comme la fréquence critique si le premier harmonique est dominant dans le système [R.Prudhomme, M.Vidyasagar].

Les principales méthodes, pour la détermination du gain critique et de la fréquence critique, sont:

- la méthode de la fonction descriptive,
- la méthode de Tsytkin,
- et la méthode de simulation.

III.2 Cycles limites utilisant la méthode d'Aström.

Un système à relais d'Aström est présenté dans la figure (III.1) :



Figure(III-1) Système à relais d'Aström-Hägglund

Le contrôleur opère comme un contrôleur à relais en mode adaptateur A et comme un régulateur ordinaire PID en mode contrôleur C [K.J.Aström et T.Hägglund (b)].

Dans le mode adaptateur, l'erreur e est un signal périodique et les paramètres amplitude k_0 et fréquence ω_0 , peuvent être déterminés approximativement à partir du premier harmonique de l'oscillation en utilisant la méthode de la fonction descriptive [P.A.Cook]. L'amplitude de l'oscillation peut être contrôlée en changeant la valeur de la sortie du relais. Un relais à hysteresis peut être utilisé pour réduire les effets du bruits et étudier des systèmes pour lesquels le point critique se situe ailleurs que sur l'axe réel négatif.

Le premier harmonique, de l'entrée du relais n'est pas facile à mesurer en pratique. La fréquence d'oscillation ω_0 , n'est pas exactement égale à ω_c . Ceci est facile à démontrer avec la méthode de Tsytkin pour les systèmes à relais. La valeur ω_0 est plus petite que celle de ω_c . Il est possible d'obtenir la fréquence critique exacte ω_c en ajoutant un filtre passe bas ajusté en ω_0 , placé après la non linéarité (figure III.2) et en mesurant l'amplitude et la fréquence résultantes de l'oscillation pour de faible valeurs de l'hysteresis dans le relais [M.Vidyasagar].

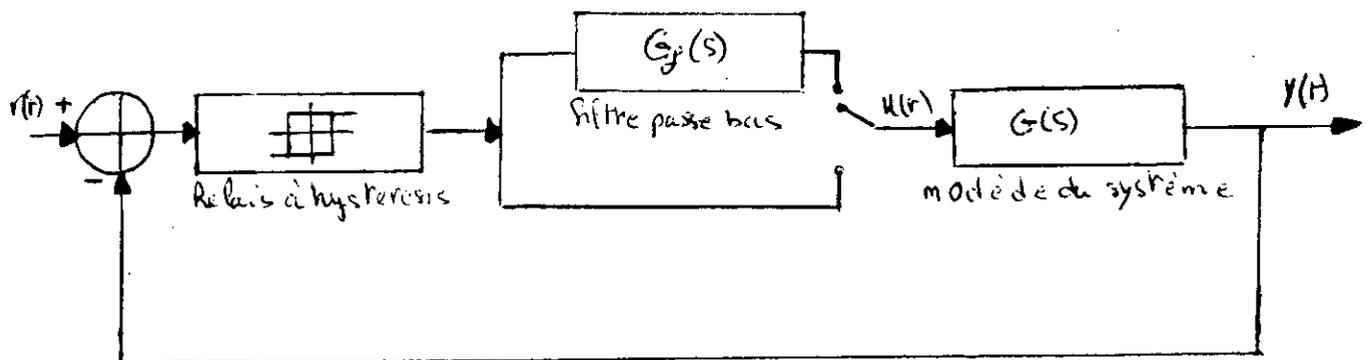


Figure (III-2) Procédure auto-ajustable pour les systèmes non linéaires

Considérons le cas du filtre avec une fonction de transfert $G_f(\omega)$ ajusté en la fréquence ω_0 (figure III.2).

La rentabilité d'un système peut être étudiée en résolvant l'équation suivante :

$$1 + N(a).G_f(\omega_1).G(\omega_1) = 0 \quad (III.1)$$

D'où :

$$G_f(\omega_1).G(\omega_1) = -\frac{1}{N(a)} \quad (III.2)$$

Avec :

$$-\frac{1}{N(a)} = -\frac{\pi.a}{4.h} \left[\sqrt{1 - \left(\frac{\varepsilon}{a}\right)^2} + j.\left(\frac{\varepsilon}{a}\right) \right] \quad (\text{III.3})$$

w_1 est la nouvelle fréquence d'oscillation.

Si $\varepsilon = 0$ alors $w_0 < w_1 < w_c$ et $G_f(w_1)$ aura un faible déphasage. Ainsi $\text{Arg}[G_f(w_0)] \cong 0$, $U(t)$ est maintenant essentiellement sinusoïdale d'amplitude a . Le point exacte sur la courbe de Nyquist $G(w)$ à la fréquence w_1 est connu et est défini à partir de l'équation (III.4).

$$G(w_1) = \frac{-1}{N(a).G_f(w_1)} = \frac{1}{|N(a).G_f(w_1)|} . e^{j.(\phi_N - \phi_{G_f})} \quad (\text{III.4})$$

$G_f(w_1)$ est connue.

Avec :

$$G_f(w_1) = |G_f(w_1)| . e^{j.\phi_{G_f}} \quad (\text{III.5})$$

$$; \frac{-1}{N(a)} = \frac{e^{j.\phi_N}}{|N(a)|} \quad (\text{III.6})$$

Où $\phi_N = \sin^{-1}\left(\frac{\varepsilon}{a}\right)$ et ϕ_{G_f} sont les déphasages en la fréquence w_1 dus au relais et au filtre respectivement.

Très souvent, la différence entre w_0 et w_c est de quelque centièmes. Avec les systèmes linéaires de bon résultats sont obtenus en prenant w_0 comme fréquence critique. Cependant, avec les systèmes non linéaires il peut exister une différence considérable entre une réponse fréquentielle obtenue en utilisant une onde d'entrée carrée. Sachant que la réponse fréquentielle est prise comme étant la sortie fondamentale sur l'entrée fondamentale (onde carrée), la différence est bien sur due à l'interaction entre les harmoniques qui prennent place dans un système non linéaire. Il est donc important pour les systèmes non linéaires d'utiliser un filtre après le relais comme il est décrit ci-dessus. Ceci afin d'exciter le système non linéaire avec une onde sinusoïdale. Les valeurs w_c et k_c dépendent de l'amplitude de la sinusoïde à l'entrée du système. Pour déterminer ces valeurs nous allons voir dans ce qui suit des méthodes de calcul analytique, numérique et par simulation.

III.3 Méthode de la fonction descriptive.

La fonction descriptive qui utilise la relation entre une entrée sinusoïdale et sa sortie fondamentale d'un organe non linéaire pour définir un gain linéaire équivalent est utilisée pour l'analyse de la commande des systèmes non linéaires [P.A.Cook, J.Ch.Gille et P.Decaulne et M.Pelegrin]. La fonction descriptive d'un relais avec hysteresis est donnée par l'équation (III.3). La fonction de transfert approximative d'un système en boucle fermée sous le contrôle d'un relais est :

$$G_{BF}(S) = \frac{G(S)N(a)}{1 + G(S)N(a)} \quad (III.7)$$

L'équation caractéristique d'un tel système est donnée par :

$$1 + N(a).G(S)|_{S=w} = 0 \quad (III.8)$$

qui donne comme condition d'oscillation :

$$G(w) = \frac{-1}{N(a)} \quad (III.9)$$

Ainsi la fréquence et l'amplitude d'oscillation peuvent être obtenues en résolvant les équations :

$$Re\{1 + N(a).G(w)\} = 0. \quad (III.10)$$

$$Im\{N(a).G(w)\} = 0. \quad (III.11)$$

La solution de ces équations donne la valeur de la fréquence critique et l'amplitude de l'oscillation sinusoïdale au point critique.

Quand la non linéarité est un relais idéal à hysteresis comme montré dans la figure (III.3)

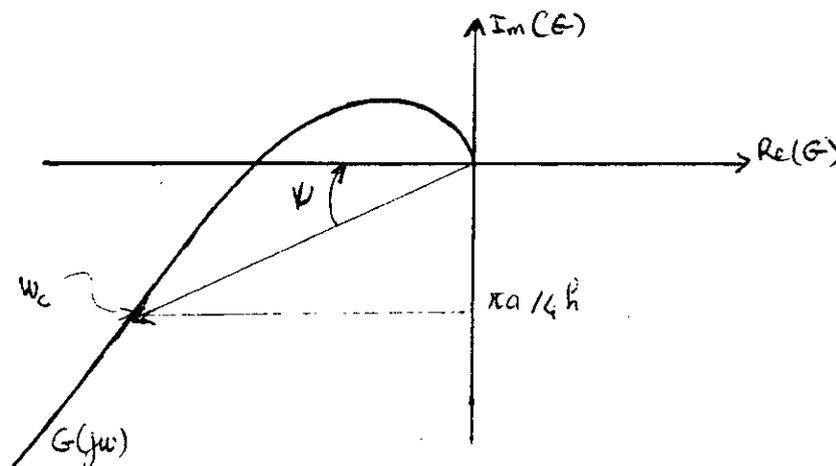


Figure (III.3) Point critique déterminé par un relais idéal à hysteresis

Le gain critique est donné par :

$$K_c = \frac{\pi a}{4h} \quad (\text{III.12})$$

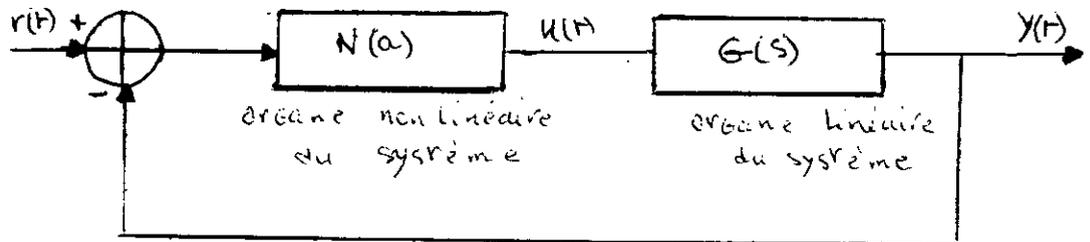
et la période d'oscillation T_c sera donnée par :

$$T_c = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_c} \quad (\text{III.13})$$

III.4 Méthode de Tsytkin.

Cette méthode est utilisée pour obtenir des solutions exactes de ω et k des cycles limités des systèmes en boucle fermée sous la commande d'un relais à hysteresis. Elle considère toutes les harmoniques du signal [M. Viasagar].

Soit le système asservi suivant:



Figure(III.4) Système non linéaire

Ce système est commandé par un plus ou moins avec hysteresis, sans seuil, dans le cas où $r(t) = 0$. Le signal $e(t)$, symétrique, est alors représenté figure (III.5).

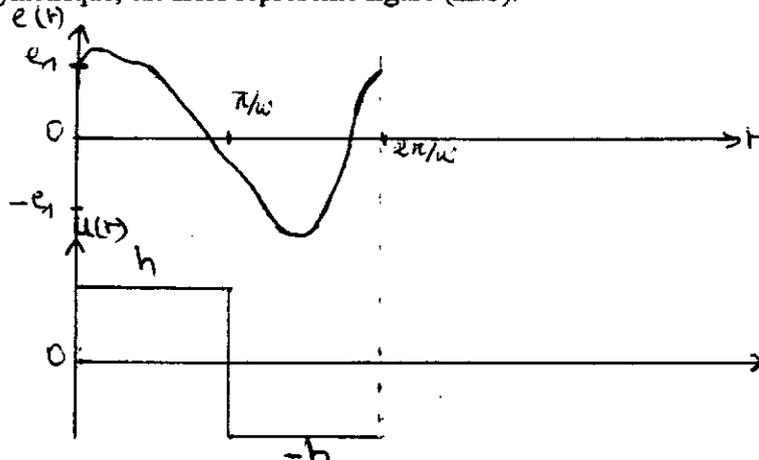


Figure (III.5) Signal erreur $e(t)$

$$e(t + \frac{\pi}{\omega}) = -e(t) \quad (\text{III.14})$$

en prenant pour origine des temps l'instant de la commutation -h à +h.

Les conditions de commutation de +h à -h sont alors pour $t = \frac{\pi}{\omega}$:

$$e(\frac{\pi}{\omega}) = -r_1 \quad (\text{III.15})$$

$$(\frac{dr}{dt}) < 0 \quad (\text{III.16})$$

Le développement en série de Fourier de $u(t)$ donne :

$$u(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4h}{n\pi} \sin(n\omega.t) \quad (\text{III.17})$$

La sortie du système est :

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4h}{n\pi} g_n \cdot \sin(n.\omega.t + \phi_n) \quad (\text{III.18})$$

Où :

$$G(j.n.\omega) = g_n \cdot e^{j.\phi_n} \quad (\text{III.19})$$

Pour éviter des problèmes de convergence et de continuité on s'assure que :

$$\lim_{S \rightarrow \infty} G(S) = 0. \quad (\text{III.20})$$

Alors l'entrée du relais est $e(t) = r(t) - y(t) = -y(t)$ puisque $r(t) = 0$. Les conditions de commutation (III.15) et (III.16), en utilisant (III.18) dans laquelle on prend $t = \frac{\pi}{\omega}$ sont :

$$\begin{aligned} e(\frac{\pi}{\omega}) &= -\frac{4h}{\pi} \left(g(\omega) \cdot \sin(\pi + \phi(\omega)) + \frac{1}{3} \cdot g(3\omega) \cdot \sin(3\pi + \phi(3\omega)) + \dots \right) = -r_1 \\ &= \frac{4h}{\pi} \left(g(\omega) \cdot \sin \phi(\omega) + \frac{1}{3} \cdot g(3\omega) \cdot \sin \phi(3\omega) + \dots \right) = -r_1 \end{aligned} \quad (\text{III.21})$$

$$\frac{1}{\omega} \left(\frac{dr}{dt} \right)_{t=\frac{\pi}{\omega}} = \frac{4h}{\pi} (g(\omega) \cdot \cos \phi(\omega) + g(3\omega) \cdot \cos \phi(3\omega) + \dots) < 0 \quad (\text{III.22})$$

La méthode de Tsytkin donne la solution exacte pour la fréquence du cycle limite en considérant toutes les composantes harmoniques de l'oscillation. L'amplitude calculée n'est pas sinusoïdale et par suite le gain critique correspondant peut avoir une erreur qui dépend de la somme des distorsions dans les oscillations. La fonction descriptive, prend seulement compte de la composante fondamentale ou la première harmonique de l'oscillation et donne ainsi une solution approximative pour la fréquence du cycle limite. Pour cela nous optons pour la troisième méthode (méthode de simulation).

III.5 Méthode de simulation.

La fréquence exacte d'un cycle limite peut aussi être mesurée par simulation. Dans cette situation, un système auto-ajustable (sous le contrôle d'un relais à hysteresis) est excité par des conditions initiales. Une fois que le système atteint un régime oscillatoire stable, la période est calculée et l'amplitude d'oscillation est déterminée en mesurant la valeur d'un pic à un autre d'une oscillation. La procédure implémentée dans le programme de simulation est la suivante :

1. Une fois que le système atteint l'état oscillatoire, les points zéros successifs sont calculés en comparant les signes de la sortie. Quand deux valeurs de la sortie ont des signes opposés, on fait appel à une procédure pour calculer les valeurs exactes des zéros successifs, par une méthode d'interpolation, telle que l'interpolation Lagrangienne.
2. La procédure, de calcul des zéro intersection, est arrêtée si des périodes d'oscillations stables sont atteintes. Ces dernières sont détectées quand la différence entre deux périodes voisines est faible (une tolérance est donnée). Les périodes et les valeurs de sortie du système sont enregistrées.
3. La période d'oscillation est mesurée en prenant une valeur moyenne de plusieurs périodes mesurées. L'amplitude d'oscillation est obtenue en prenant une moyenne des valeurs des pics enregistrés.
4. Le gain critique est calculé à partir de l'équation (III.10) avec comme l'amplitude la valeur moyenne de toutes les amplitudes.

III.6 Conclusion:

Les méthodes auto-ajustables, de Ziegler-Nichols et d'Aström-Hägglund, sont basées sur le calcul du point critique. Ceci nous a amené à présenter trois méthodes de calcul de ce point. La première méthode, qui est la méthode de la fonction descriptive, est utilisée dans le cas où la composante fondamentale du signal est importante. Une solution approximative de la fréquence du cycle limite est alors obtenue. Dans le cas où toutes les harmoniques du signal doivent être prises en compte, la méthode de Tsytkin est donc conseillée. Elle donne une solution exacte pour la fréquence de l'oscillation. Le gain critique dans ce cas, peut avoir une erreur due aux distorsions présentes dans le signal. La troisième méthode est une méthode de simulation dans laquelle la période est calculée à partir des zéros successifs. L'amplitude d'oscillation est déterminée en mesurant la valeur d'un pic à un autre pour une oscillation stable. Cette dernière méthode est souvent utilisée en pratique vu qu'elle donne de bons résultats et son implémentation facile. La fréquence critique et le gain critique ainsi définis, permettent d'estimer les paramètres du contrôleur PID. Ceci selon les algorithmes de calcul de Ziegler-Nichols et d'Aström-Hägglund que nous présentons dans le chapitre suivant.

Chapitre IV :
Conception d'un contrôleur
PID non linéaire.

IV.1 Introduction.

Les méthodes d'ajustages (Tuning Methods), utilisées pour la conception de compensateurs, sont souvent utilisées dans l'industrie. Ces méthodes n'exigent pas de modèle mathématique du système à compenser. La plus ancienne de ces méthodes est celle proposée par Ziegler-Nichols (1942) qui a contribué à l'élaboration de la méthode auto-ajustable, basée sur la marge de gain et marge de phase, d'Aström-Hägglund [K.J.Aström et B.Wittenmark (a), K.J.Aström et T.Hägglund (b), D.P.Atherton et M Benourets]. Cette méthode permet d'ajuster des contrôleurs automatiquement par insertion d'un relais dans la boucle de commande afin d'identifier le point critique du système (voir chapitre III). Dans ce chapitre, la méthode auto-ajustable est décrite avec comme choix de compensateur, le contrôleur PID (section IV.2) Les systèmes non linéaires sont classés en deux catégories. Les systèmes de la première catégorie présentent une variation de la marge de gain seulement. Les systèmes de la deuxième catégorie ont la marge de gain et la marge de phase variables [K.J.Aström et T.Hägglund 1984]. Il découle de ce classement que les contrôleurs PID conçus sont classés selon deux catégories (section IV.3). Des résultats sont donnés dans la section (IV.4) pour différent exemples de systèmes non linéaires. La conclusion présentée dans la section (IV.5) donne une analyse sur la compensation des systèmes non linéaires.

IV.2 Contrôleur PID.

L'équation qui régit l'entrée-sortie d'un contrôleur PID est la suivante :

$$U(t) = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t).dt + T_d \cdot \frac{d(e(t))}{dt} \right] \quad (IV.1)$$

Où :

- $U(t)$ est la sortie du contrôleur.
- e est l'erreur de commande.
- K_p , T_i et T_d sont le gain proportionnel, constante de temps d'intégration et constante de temps de dérivation respectivement.

Cette section sera dévolue aux actions de commande de base du PID qui sont :

IV.2.1 Action proportionnelle.

Le contrôleur proportionnel est le type simple de contrôleur, sa fonction est donnée par :

$$U(t) = K_p(r(t) - y(t)) = K_p \cdot e(t) \quad (IV.2)$$

Sa fonction de transfert est donnée par :

$$G_C(S) = \frac{U(S)}{E(S)} = K_p \quad (IV.3)$$

Où :

- $r(t)$ est l'entrée du système.
- $y(t)$ est la sortie du système.

L'équation (IV.3) exprime la variation de la sortie du contrôleur en fonction de l'erreur e . Ce type de contrôleur peut causer quelques problèmes dans le système tels que la présence d'amplitudes très élevées qui peuvent être néfastes pour le système (phénomène de dépassement).

IV.2.2 Action intégrale.

L'action intégrale, introduite dans un contrôleur proportionnel peut supprimer l'offset de l'action proportionnelle, appelée aussi action Reset. Le contrôleur résultant est appelé contrôleur Proportionnel Intégrateur (PI). Ce dernier est décrit par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} U(t) &= K_p \cdot (r(t) - y(t)) + \frac{K_p}{T_i} \int (r(t) - y(t)) \cdot dt \\ &= K_p \cdot e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int e(t) \cdot dt \end{aligned} \quad (IV.4)$$

La fonction de transfert de ce contrôleur est donnée par :

$$G_C(S) = \frac{U(S)}{E(S)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot S} \right) \quad (IV.5)$$

Le contrôleur (PI) possède deux paramètres K_p et T_i qui peuvent être ajustés pour obtenir une réponse en boucle fermée satisfaisante. L'équation (IV.5) exprime la variation de la sortie du contrôleur en fonction de l'erreur e . Le contrôleur changera sa sortie aussi longtemps que l'erreur existe et supprime l'erreur par son intégration. Le temps d'intégration T_i affecte la vitesse du contrôleur.

IV.2.3 Action de dérivation.

Un mode supplémentaire est ajouté dans le contrôleur PI qui est l'action de dérivation. Le contrôleur résultant est appelé contrôleur Proportionnel Intégrateur et Dérivatif (PID). Son action de dérivation a pour but de prévenir contre la dérive du système en observant la vitesse de

changement de l'erreur en fonction du temps, ayant ainsi une influence sur le temps de réponse. Son équation est donnée par l'équation (IV.1).

La fonction de transfert d'un contrôleur P I D idéal est obtenue de l'équation (IV.1) en prenant sa transformée de Laplace pour donner :

$$G_C(S) = \frac{U(S)}{E(S)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i S} + T_{ds} \right) \quad (IV.6)$$

La valeur de la constante de temps de dérivation permet d'évaluer la valeur de cette "prévention" du contrôleur. En prenant la dérivée de l'erreur, le contrôleur verra si l'erreur est augmentée ou diminuée.

L'action de dérivation améliore les performances de la dynamique du système mais en contre partie elle amplifie les bruit de haute fréquence. Ainsi un filtre de bruit est souvent connecté en pratique dans l'action de dérivation.

IV.3 Méthode de conception d'un contrôleur PID.

Des techniques ont été développées pour le contrôle des systèmes non linéaires. Ceci inclue le développement de nouvelles approches de synthèse de compensations non linéaires, basées sur la fonction descriptive à entrée sinusoïdale et sous certaines spécifications données [D.P.Atherton et Benourets, O.Nanka Bruce et D.P.Atherton, J.H.Taylor et K.L.Strobel, J.H.Taylor et J.R. O'Donnell]. Ces compensateurs non linéaires peuvent réduire ou éliminer les effets de non linéarité dans le système à compenser, rendant la réponse du système en boucle fermée insensible aux variations de la fréquence et de l'amplitude. La première approche de conception de compensateurs non linéaires consiste à :

- Choisir une gamme de fréquence et d'amplitude $[\omega_k]$ et $[a_k]$ respectivement.
- Calculer la réponse fréquentielle du système $G(\omega_k, a_k)$.
- Concevoir un compensateur linéaire $C_0(\omega)$ pour une amplitude a_0 telle que la réponse fréquentielle compensée $C_0(\omega)G(\omega, a_0)$ touche un cercle donné.
Cette étape est répétée jusqu'à ce qu'un compensateur satisfaisant soit obtenu.
- Déterminer un ensemble de gain k_i sur la gamme de fréquence et d'amplitude $[a_k, \omega_k]$, à partir de la réponse fréquentielle compensée $C_0(\omega)G(\omega, a_0)$, qui font que le système compensé en chaque amplitude a_i touche le même cercle M . Les valeurs K_i sont considérées comme étant les valeurs de la fonction descriptive à une entrée sinusoïdale (SIDF).
- Résoudre un problème de fonction descriptive inverse pour déterminer le contrôleur linéaire.
- Valider le modèle en évaluant les réponses temporelles de la boucle fermée du système sous différentes amplitudes d'entrée.
- Répéter les étapes précédentes si le résultats ne sont pas satisfaisant.

Cette méthode de conception peut être longue puisqu'il est exigé d'évaluer les données de la réponse fréquentielle $G(\omega_k, a_k)$ ainsi que celle du système compensé $C_0(\omega_k)G(\omega_k, a_0)$. De plus il n'est pas aisé de déterminer un contrôleur nominal C_0 satisfaisant.

Pour éviter les temps de calcul très long, une méthode de conception améliorée a été proposée [J.H.Taylor et K.J.Aström 1986]. Elle consiste à :

- Concevoir un contrôleur nominal $C_0(\omega)$ pour atteindre par exemple une marge de phase spécifique.
- Evaluer un ensemble d'amplitude d'entrées e_k à partir de l'amplitude du contrôleur $C_0(\omega)$ à la fréquence de coupure ω_{c0} et pour une amplitude nominale a_0 , tel que :

$$e_k = \frac{a_k}{|C(\omega_{c0})|} \quad (IV.7)$$

- Calculer l'ensemble de compensateurs linéaires $C_k(s)$ en minimisant l'erreur entre la réponse fréquentielle compensée de chaque amplitude a_k et celle du cas nominal qui est :

$$E(\omega) = 1 - C_k(\omega)G(\omega, a_k)/C_0(\omega)G(\omega, a_0) \quad (IV.8)$$

où :

$$a_k = e_k |C_k(\omega)| \quad \dots \quad (IV.9)$$

IV.3.1 Méthode de Ziegler-Nichols.

La méthode de compensation de Ziegler-Nichols est basée uniquement sur la connaissance du point d'intersection du graphe de Nyquist de la fonction de transfert $G(s)$ du système avec l'axe réel négatif [K.J.Aström et B.Wittenmark (a), M.Benourets 1993], comme le montre la figure (IV.1)

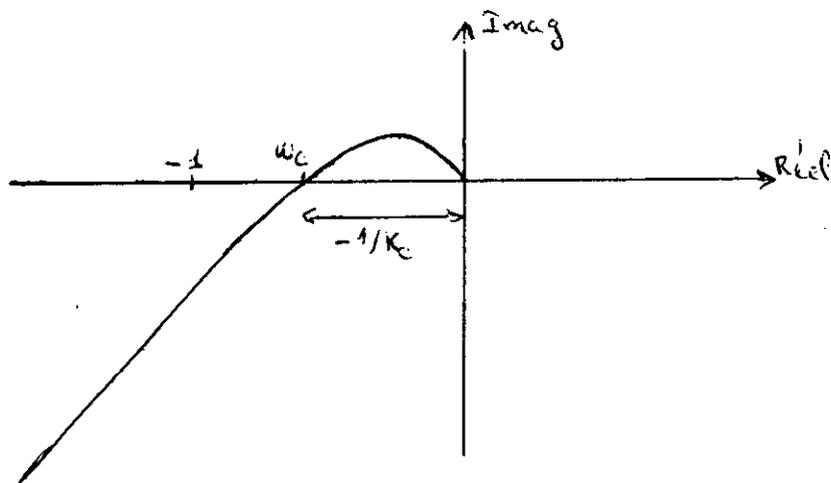


Figure (IV.1) Point critique d'une fonction de transfert $G(s)$.

Ce point d'intersection, défini par un gain critique k_c et une fréquence critique ω_c , est calculé à partir d'oscillations obtenues du système de la figure (IV.2).

Le gain critique k_c et la fréquence critique ω_c sont alors utilisées pour déterminer les paramètres du PID souhaités en utilisant les lois de Ziegler-Nichols résumées dans le tableau (IV.1), où

$$T_c = \frac{2\pi}{\omega_c}$$

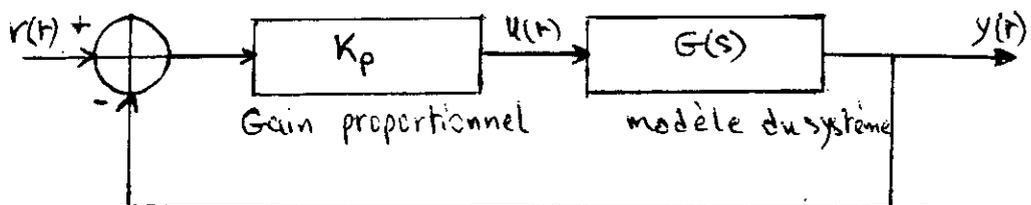


Figure (IV-2) Système de commande avec gain proportionnel

Le gain proportionnel k_p est augmenté jusqu'à ce qu'un régime oscillatoire soit établi. Ceci peut être un des désavantages de cette méthode puisqu'il n'est offert aucun moyen de contrôle de l'amplitude d'oscillation, ce qui peut causer quelques problèmes pratiques tels que :

- Oscillations instables qui peuvent détruire des composants d'une machine.
- Une amplitude d'oscillation grande peut amener le système dans une zone de saturation
- exemple Amplificateur de puissance.

Type de contrôleur	K_p	T_i	T_d
P	$0.5 K_c$		
PI	$0.45 K_c$	$0.8 T_c$	
PID	$0.6 K_c$	$0.5 T_c$	$0.12 T_c$

Tableau (IV.1) Lois de Ziegler-Nichols basées sur le point critique.

IV.3.2 Méthode de compensation d'Aström-Hägglund.

La méthode de compensation d'Aström-Hägglund est une méthode auto-ajustable (auto-tuning) [K.J.Aström et T.Hägglund (b), M.Benourets 1993, J.H.Taylor et K.J.Aström 1986]. Elle utilise un relais comme le montre la figure (IV.3), qui permet de contrôler l'amplitude d'oscillation du système en ajustant sa propre amplitude. La fréquence d'oscillation ω_0 du système est approximativement égale à ω_c . Le gain critique k_c peut être estimé, soit de l'amplitude d'oscillation, soit de la fonction descriptive du relais.

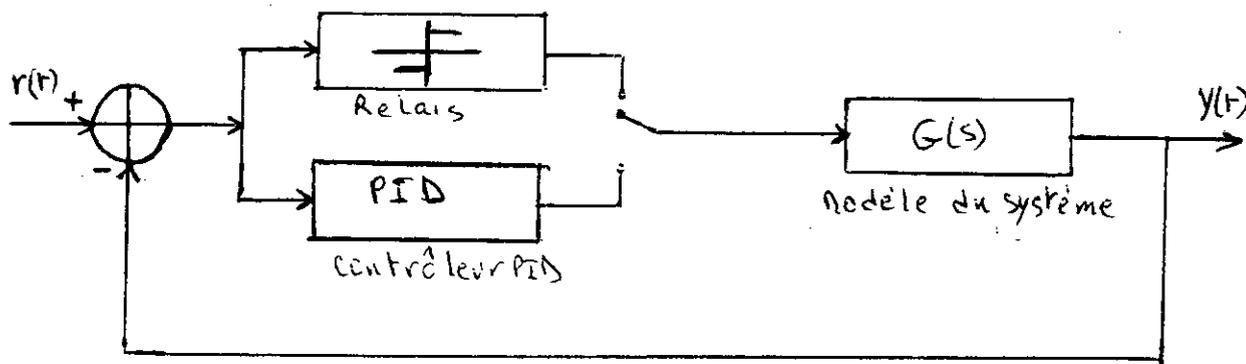


Figure (IV-3) La procédure auto-tuning à relais

La procédure d'Aström-Hägglund est basée sur le déplacement de la fréquence critique ω_c sur la réponse fréquentielle de la boucle ouverte du système compensé $C(\omega)G(\omega)$ spécifiée par une marge de phase ϕ_m et une marge de gain g_m . $C(\omega)$ étant la fonction de transfert du contrôleur PID et $G(\omega)$ celle du modèle.

Si le temps d'intégration T_i est choisi proportionnel au temps de dérivation T_d tel que :

$$T_i = \alpha.T_d \quad (\text{IV.10})$$

alors des calculs simples donnent :

$$T_d = \frac{\tan(\phi_m) + \sqrt{(4/\alpha) - \tan^2(\phi_m)}}{2\omega_c} \quad (\text{IV.11})$$

$$K_p = (g_m/|G(\omega_c)|) \cdot \cos(\phi_m) = g_m.(K_c \cdot \cos(\phi_m)) \quad (\text{IV.12})$$

où :

- $K_c = |G(\omega_c)|^{-1}$,
- α , g_m et ϕ_m sont des paramètres choisis.

IV.4 Conception d'un contrôleur PID non linéaire.

Il existe deux catégories de systèmes non linéaires :

1. La caractéristique gain fréquentiel du système est sensible à l'amplitude d'entrée. Le système non linéaire est de la première catégorie.
2. La caractéristique gain et phase du système sensible à l'amplitude d'entrée. Le système non linéaire est de la deuxième catégorie.

Ceci nous amène à classer les contrôleurs PID selon deux catégories [K.J.Aström et T.Hägglund 1984, M.Benourets 1993].

IV.4.1 Contrôleur PID de la première catégorie.

Lorsqu'il n'y a pas de variation de phase alors la fréquence de coupure ω_c est la même pour toutes les valeurs d'amplitudes d'entrées a_i (voir figure (IV.4)). Donc, le temps d'intégration T_{in} et le temps de dérivation T_d sont les mêmes pour chaque contrôleur $C_i(s)$ estimé à l'amplitude a_i .

Chaque contrôleur $C_i(s)$ est défini par :

$$C_i(s) = K_{pi} \left(1 + \frac{1}{s.T_{in}} + sT_d \right) \quad (\text{IV.13})$$

Où :

- K_{p_i} est le gain non linéaire.

Il existe deux approches pour estimer le gain non linéaire K_{p_i} .

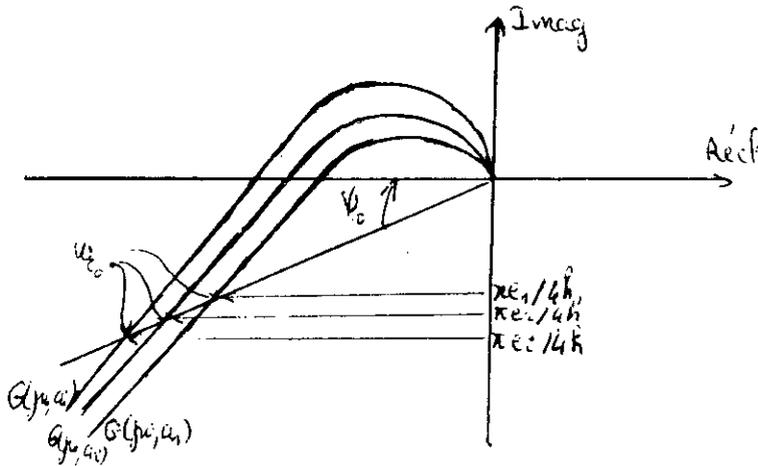


Figure (IV.4) Réponse fréquentielle d'un système de la première catégorie

Première approche.

1) Les fréquences aux points critiques sont déterminées en utilisant un relais en série avec un filtre.

$$G(w_{c_i}, a_i) = G(w_c, a_i) \tag{IV.14}$$

Puisque :

$$w_{c_1} = w_{c_2} = \dots = w_c \tag{IV.15}$$

Le gain critique K_{c_i} est donné par $\left| \frac{1}{G(w, a_i)} \right|$.

2) un ensemble de compensateurs $C_i(S)$ sont alors estimés tels que :

$$C_i(jw_c).G(jw_c, a_i) = g_m.e^{j(\pi+\phi_m)} \tag{IV.16}$$

Où le système compensé a une marge de gain g_m et une marge de phase ϕ_m qui sont sélectionnés à la fréquence w_c .

3) Le contrôleur non linéaire aura alors la forme suivante :

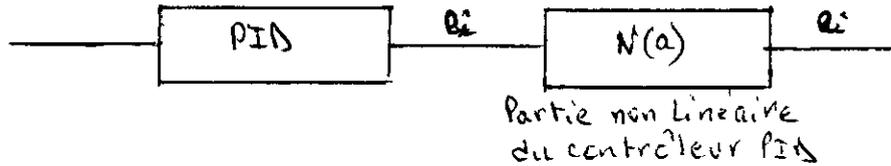


Figure (IV.4) Contrôleur PID à gain non linéaire

Pour déterminer l'élément non linéaire N_{PID} du contrôleur, la connaissance des amplitudes d'entrée e_i , correspondant aux sortie a_i est exigée.

Puisque en w_c :

$$G(jw_c, a_i) = \frac{1}{K_{c_i}} \cdot e^{j \cdot \pi} \quad (IV.17)$$

Alors l'équation (IV.16) donne :

$$K_{p_i} = g \cdot K_{c_i} \cdot \cos \phi_m \quad (IV.18)$$

D'où :

$$e_i = \frac{a_i}{K_{p_i}} \quad (IV.19)$$

Les valeurs du gain K_{p_i} représentent les valeurs de la fonction descriptive, fonction des e_i . Un problème de fonction descriptive inverse est alors résolu pour l'ensemble $\{e_i, K_{p_i}\}$ en utilisant la méthode graphique pour obtenir la non linéarité (ch II.2).

4/ Le contrôleur non linéaire est alors inséré dans la boucle fermée pour la simulation.

Deuxième approche.

1) Une amplitude nominale a_0 est choisie dans la gamme des amplitudes, à partir des caractéristiques gain et phase du système, et un contrôleur PID $C_0(S)$ est choisi tel que.

$$C_0(j\omega_c).G(j\omega_c, a_0) = g_m \cdot e^{j(\pi + \phi_m)} \quad (IV.20)$$

2) Un ensemble des gain K_i sont alors calculés pour chaque a_i , tels que :

$$K_i.C_0(j\omega_c).G(j\omega_c, a_i) = C_0(j\omega_c).G(j\omega_c, a_0) \quad (IV.21)$$

où les gain K_i sont donné par :

$$K_i = g_m.K_{c_i} \cdot \cos(\phi_m)/K_{p_0} = \frac{K_{p_i}}{K_{p_0}} \quad (IV.22)$$

Où :

- $K_{c_i} = \frac{1}{G(\omega_c, a_i)}$ est le gain critique pour une amplitude a_i .

L'ensemble $\{e_i, K_i\}$ est utilisé pour obtenir la non linéarité en résolvant un problème de fonction descriptive inverse.

Le contrôleur non linéaire est implémenté comme le montre la figure (IV.4) avec comme contrôleur PID linéaire le contrôleur $C_0(S)$ nominal.

Pour les deux approches, le temps d'intégration T_{in} et de dérivation T_d sont déduits des équations (IV.16) ou (IV.20).

$$\omega_c.T_d = \frac{1}{\omega_c.T_{in}} = \tan \phi_m \quad (IV.23)$$

Afin de déterminer T_{in} et T_d , une condition doit être ajoutée, la méthode la plus commune est de prendre T_{in} et T_d proportionnel. Tels que :

$$T_{in} = \alpha.T_d \quad (IV.24)$$

Alors T_d est donné par :

$$T_d = \frac{\tan \phi_m + \sqrt{\frac{4}{\alpha} - \tan^2 \phi_m}}{2.\omega_c} \quad (IV.25)$$

IV.4.1 Contrôleur PID de la deuxième catégorie.

Certains systèmes non linéaires ont leurs caractéristiques marge de gain et de phase variables avec l'amplitude d'entrée. Leurs fréquences aux points critiques sont différentes pour chaque valeur d'amplitudes d'entrée. Les contrôleurs $C_i(S)$ sont alors estimés tels que la réponse du système, pour les différentes amplitudes d'entrées a_i , possède une marge de gain g_m et une marge de phase ϕ_m en une même fréquence w_{c0} . Ceci nous amène à trouver la position de ce point fréquence sur le diagramme de Nyquist

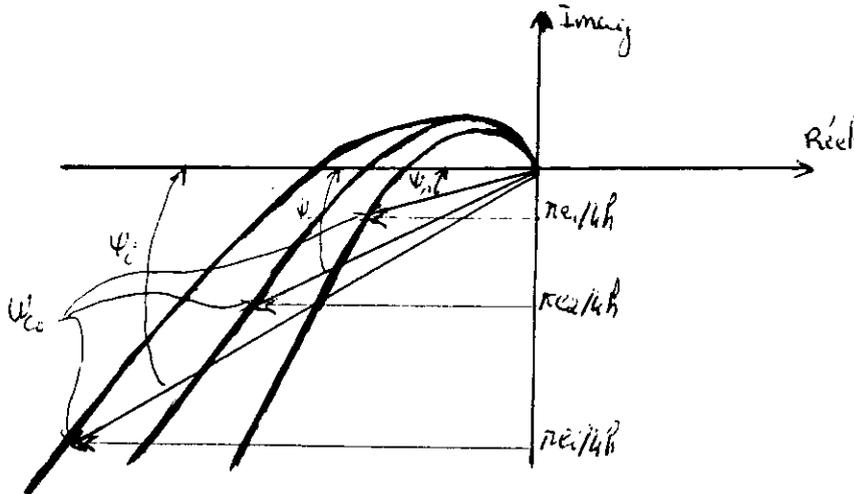


Figure (IV.6) Réponse fréquentielle d'un système de la deuxième catégorie

Le calcul de la fréquence w_{c0} peut se faire de deux manières :

- Un intervalle $[w_1, w_2]$ contenant la fréquence w_{c0} peut être trouvé par de faibles variations de la largeur ε de l'hystérésis du relais. L'interpolation linéaire est alors utilisée entre ces deux points, pour estimer l'angle ψ_i , angle entre l'axe réel négatif et le point de fréquence w_{c0} (voir figure (IV.6)).

- L'estimation de w_{c0} peut aussi se faire en utilisant une hystérésis adaptative tel que :

$$\varepsilon_{n+1} = \varepsilon_n - (w_n - w_{c0}) \cdot \frac{\varepsilon_n - \varepsilon_{n-1}}{w_n - w_{n-1}} \quad (IV.26)$$

Ainsi la fréquence w_{c0} est trouvée, sur le plan de Nyquist, avec des angles ψ_i différents (voir figure (IV.6)). Les temps d'intégration T_{ini} et les temps de dérivation T_{di} sont alors estimés pour les différents angles ψ_i .

Il existe deux approches de conception d'un contrôleur PID non linéaire de la deuxième catégorie.

Première approche.

1) Une amplitude a_0 , correspondant à la fréquence critique w_{c0} , est sélectionnée dans la gamme des amplitudes. Un contrôleur PID $C_0(S)$ est alors conçu tel que :

$$C_0(\omega_{c_0}).G(\omega_{c_0}, a_0) = g_m \cdot e^{j(\pi + \phi_m)} \quad (IV.27)$$

2) L'angle ψ_i est estimé sur un petit intervalle de fréquence comprenant la fréquence de coupure ω_{c_0} identifié précédemment.

3) Pour chaque amplitude a_i et angle ψ_i mesurés, le contrôleur exigé est alors donné par :

$$C_i(\omega_0) = (g_m / |G(\omega_{c_0}, a_0)|) \cdot e^{j(\phi_m - \psi_i)} \quad (IV.28)$$

Avec :

$$G(\omega_{c_0}, a_0) = |G(\omega_{c_0}, a_0)| \cdot e^{j(\pi + \psi_i)} \quad (IV.29)$$

qui donne les paramètres du PID suivants :

$$K_{p_i} = g_m \cdot \left(1 + \sqrt{x_S^2 + y_S^2} \right) \cdot \cos(\phi_m - \psi_i) \quad (IV.30)$$

$$T_{in_i} = \alpha \cdot T_{d_i} \quad (IV.31)$$

Avec :

$$T_{d_i} = \frac{\tan(\phi_m - \psi_i) + \sqrt{\frac{4}{\alpha} + \tan^2(\phi_m - \psi_i)}}{2\omega_{c_0}} \quad (IV.32)$$

Pour chaque entrée a_i

- $x_S = \text{Re}(G(\omega_{c_0}, a_i))$
- $y_S = \text{Im}(G(\omega_{c_0}, a_i))$

Pour une bonne estimation des paramètres des contrôleurs, il faut que $\psi_i < \phi_m$, ou bien que ϕ_m soit croissant sinon, sélectionner une amplitude nominale différente. Souvent l'amplitude nominale a_0 est sélectionnée au milieu de la gamme. On note que les résultats varient avec le choix de a_0 .

4) Un ensemble d'amplitude d'entrées e_i sont trouvées pour l'ensemble des contrôleurs $C_i(\omega_{c_0})$ telle que :

$$e_i = a_i / |C_i(\omega_{c_0})| \quad (IV.33)$$

Ce qui donne les amplitudes $e_{i_1} = e_i$, $e_{i_2} = e_i/w_{c_0}$ et $e_{i_3} = e_i \cdot w_{c_0}$ correspondantes aux trois paramètres du PID comme le montre la figure (IV.7)

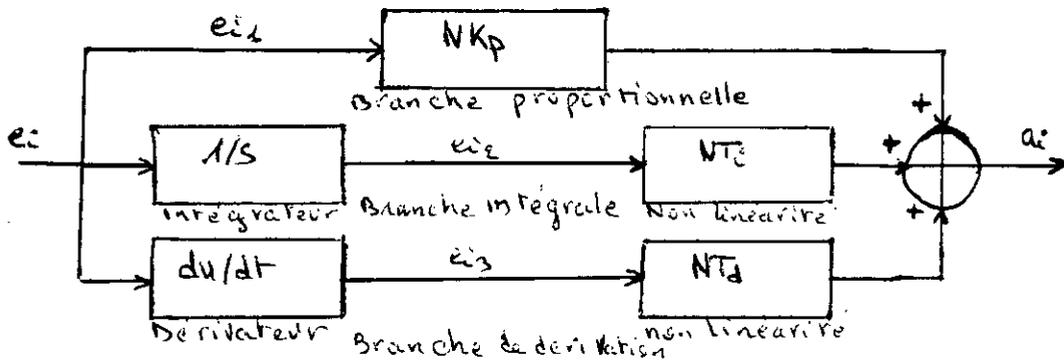


Figure (IV.7) Contrôleur PID non linéaire de la deuxième catégorie

5) Les éléments non linéaires N_{K_p} , N_{T_i} et N_{T_d} sont trouvés en résolvant trois problèmes de fonction descriptive inverse pour les paires $\{e_i, K_{p_i}\}$, $\{e_{i_2}, K_{in_i}\}$ et $\{e_{i_3}, K_{d_i}\}$ respectivement.

Avec :

$$\begin{cases} K_{in_i} = \frac{K_{p_i}}{T_{in_i}} \\ K_{d_i} = K_{p_i} \cdot T_{d_i} \end{cases} \quad (IV.34)$$

Deuxième approche.

Pour certains systèmes non linéaires, particulièrement là où la durée de T_{d_i} est particulièrement petite, il est souvent suffisant de garder T_{in} fixé puisque ceci affecte le temps établi et ne peut pas être critique. Dans ce cas, on utilise le schéma suivant :

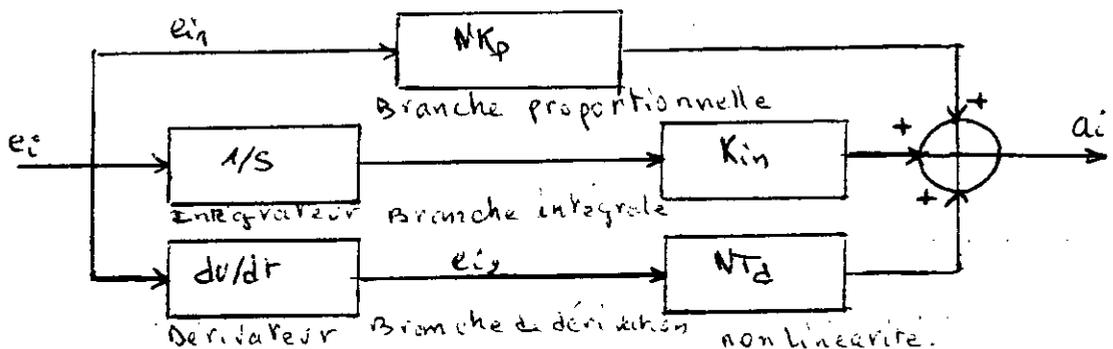


Figure (IV.8) Contrôleur PID non linéaire de la deuxième catégorie

1) La fréquence critique w_{c0} est mesurée pour une amplitude sélectionnée a_0 , et le temps d'intégration est calculé à partir de l'équation :

$$T_{in0} = \alpha T_{d0} \quad (IV.35)$$

Le gain intégrale K_{in} est alors fixé à :

$$K_{in} = K_{in0} = \frac{K_{p0}}{T_{in0}} \quad (IV.36)$$

pour toutes les amplitudes d'entrée a_i .

2) Un ensemble de gain K_{p_i} et K_{d_i} sont alors déterminés en utilisant l'équation suivante :

$$\left[K_{p_i} + j \cdot \left(K_{d_i} \cdot w_{c0} - \frac{K_{in0}}{w_{c0}} \right) \right] \cdot G(w_{c0}, a_i) = g_m \cdot e^{j(\pi + \phi_m)} \quad (IV.37)$$

qui donne les paramètres du PID suivant :

$$K_{p_i} = g_m \cdot K_{c_i} \cdot \cos(\phi_m - \psi_i) \quad (IV.38)$$

$$K_{d_i} = \left(g_m \cdot K_{c_i} \cdot \sin(\phi_m - \psi_i) + \frac{K_{in0}}{w_{c0}} \right) / w_{c0} \quad (IV.39)$$

et K_{c_i} est donné par :

$$K_{c_i} = \frac{1}{\sqrt{x_S^2 + y_S^2}} \quad (IV.40)$$

Avec :

- $x_S = \text{Re}(G(w_{c0}, a_i))$
- $y_S = \text{Im}(G(w_{c0}, a_i))$

3) Les amplitudes d'entrées des contrôleurs $C_i(w_{c0})$ sont tirées à partir de l'équation (IV.33) d'où l'ensemble des amplitudes $e_{i_1} = e_i$ et $e_{i_2} = e_i \cdot w_{c0}$.

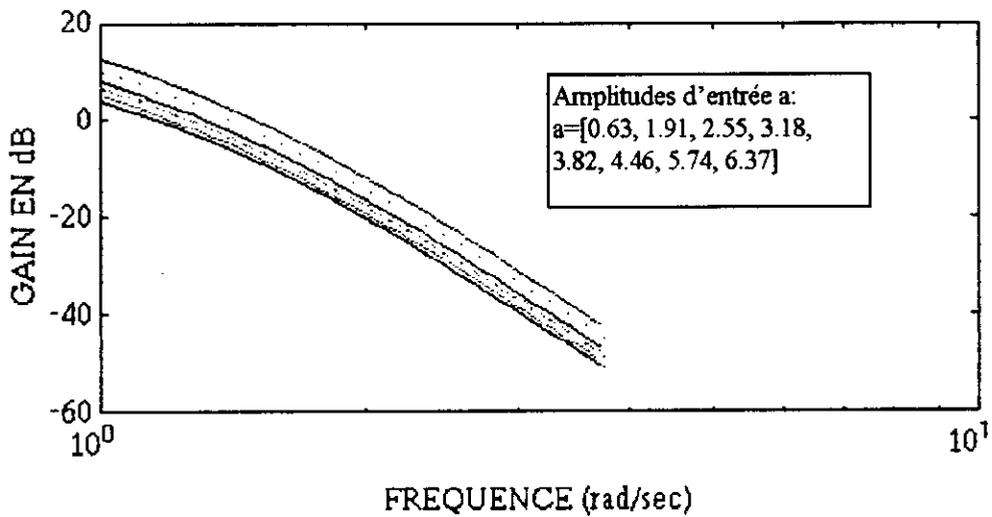
4) Le contrôleur PID non linéaire est implanté comme le montre la figure (IV.8) avec des non linéarités statiques dans les branches gain proportionnel et gain de dérivation seulement.

IV.5 Exemples d'application:

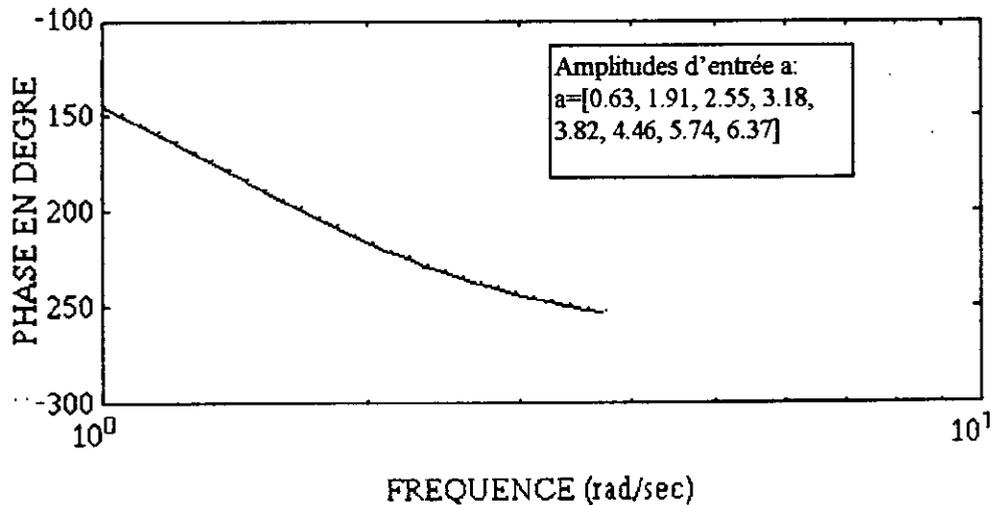
Les techniques de compensation, linéaires et non linéaires, d'Aström-Hägglund et de Ziegler-Nichols, appliquées pour différents systèmes non linéaires, sont étudiées à travers différents exemples identifiés dans le chapitre II. Ces techniques donnent de meilleurs résultats pour la compensation non linéaire.

IV.5.1 Exemple 1:

Le système non linéaire considéré est décrit par l'exemple 1 du chap II. Le tracé de Bode de ce système montre que seul le gain est variable avec l'amplitude d'entrée. Ce système est donc de la première catégorie (figures (IV.11.a) et (IV.11.b)).



Figure(IV.9.a) Caractéristiques gain de Bode du système non linéaire(exemple 1)



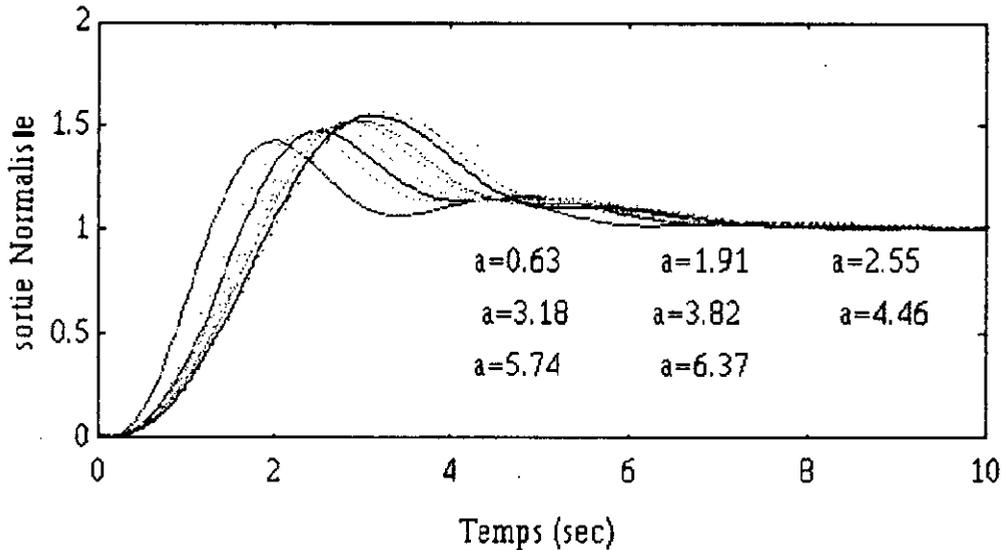
Figure(IV.9.b) Caractéristiques phase de Bode du système non linéaire (exemple 1)

Chapitre IV : Conception d'un contrôleur PID non linéaire

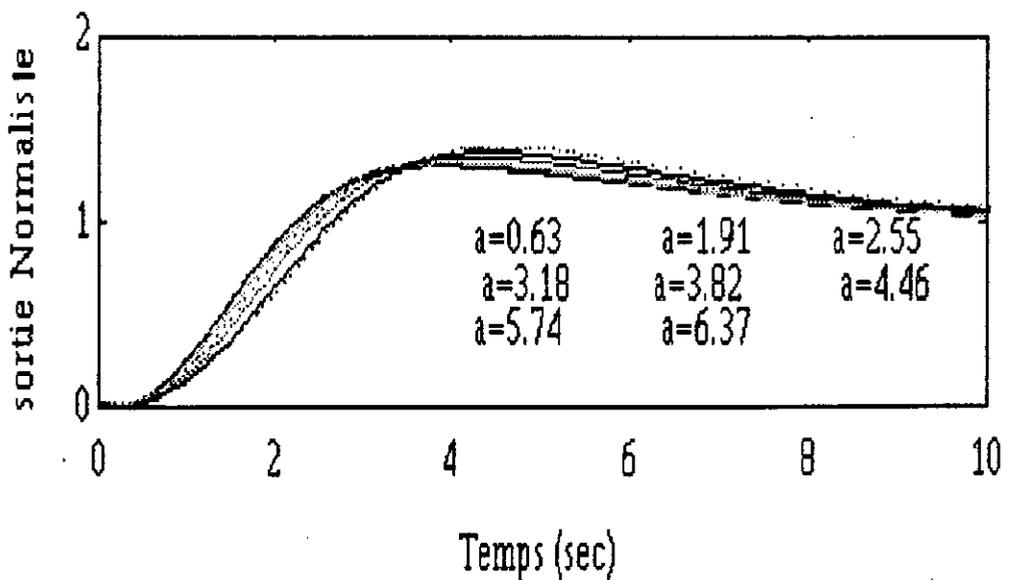
Le compensateur linéaire nominal est choisi pour une amplitude nominale, $a_0 = 0.6366$, dans la gamme des amplitudes correspondant à l'amplitude de sortie du relais, $h_0 = 0.5$.

Pour une compensation d'un système présentant, en boucle fermée, présente une marge de gain $g = 0.66$ et une marge de phase $\varnothing = 25^\circ$, la méthode de Ziegler-Nichols a donné les résultats des figures (IV.10) et (IV.12)

Pour une compensation d'un système présentant, en boucle fermée, une marge de gain $g = 1$ et une marge de phase $\varnothing = 45^\circ$. Les réponses temporelles normalisées en boucle fermée de la compensation linéaire et non linéaire du système de l'exemple 1 sont données par les figures (V.11) et (V.13).



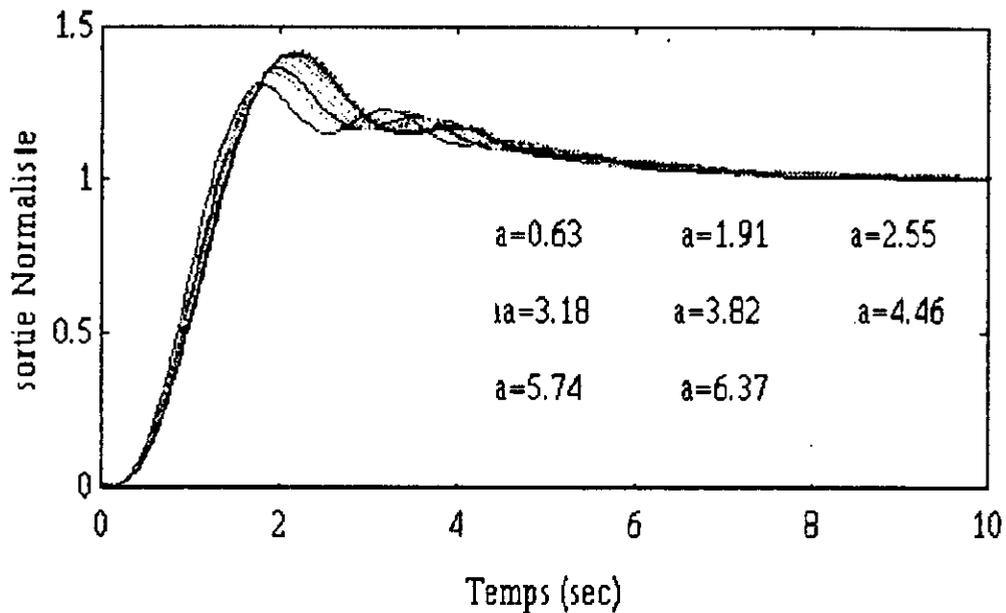
Figure(IV.10) Compensation linéaire de Ziegler-Nichols (exemple 1)



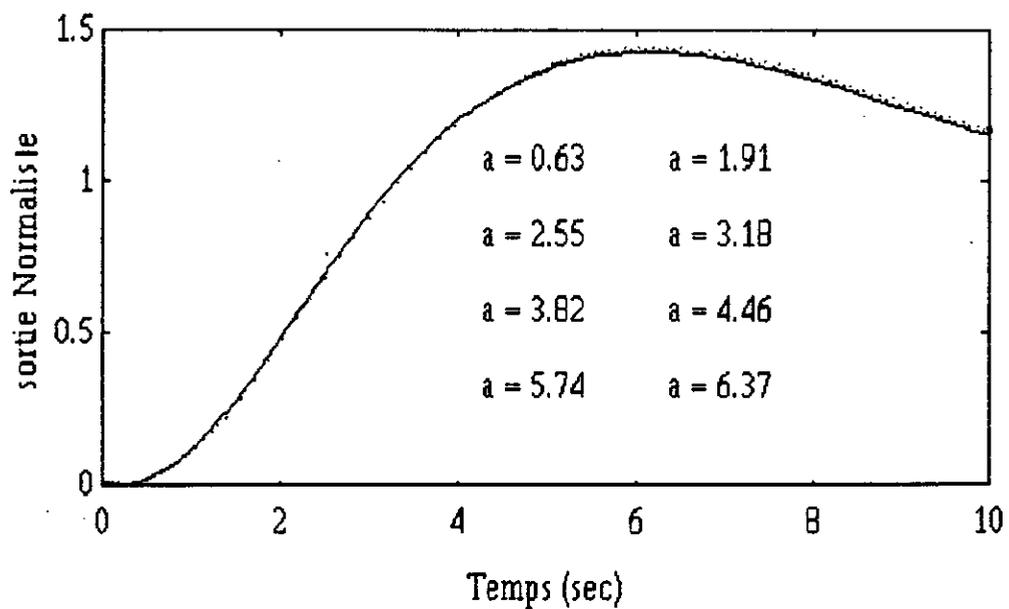
Figure(IV.11) Compensation linéaire d'Aström-Hägglund (exemple 1)

Chapitre IV : Conception d'un contrôleur PID non linéaire

La compensation non linéaire a donné les résultats des figures (IV.12) et (IV.13). On remarque que le compensateur non linéaire donne des réponses temporelles dont la sensibilité à l'amplitude d'entrée est meilleure, comparées à celles obtenues par la compensation linéaire.



Figure(IV.12) Compensation non linéaire de Ziegler-Nichols (exemple 1)

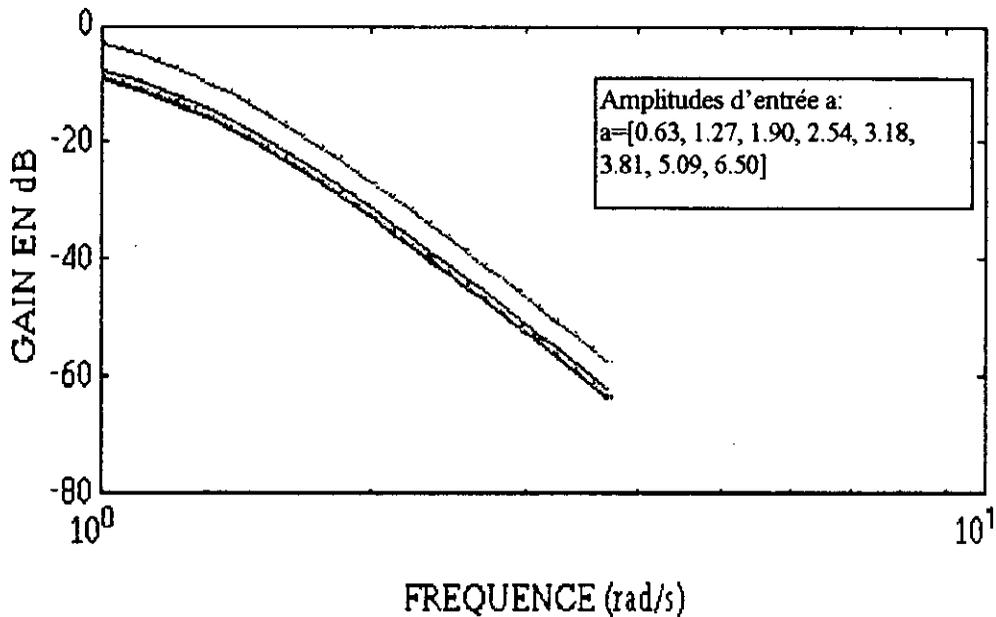


Figure(IV.14) Compensation non linéaire d'Aström-Hägglund (exemple 1)

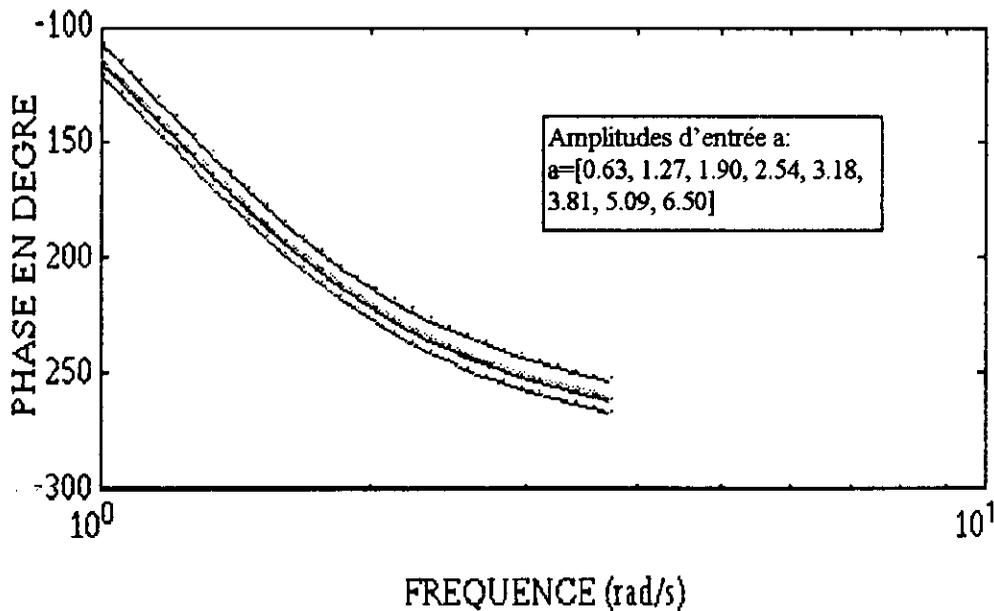
Chapitre IV : Conception d'un contrôleur PID non linéaire

IV.5.2 Exemple 2:

Le système non linéaire compensé pour cet exemple est celui décrit par l'exemple 3 du chapitre II. Les tracés de Bode de ce système sont donnés par les figures (IV.14.a) et (IV.14.b). Les caractéristiques gain et phase varient avec l'amplitude d'entrée donc le système est de la deuxième catégorie.



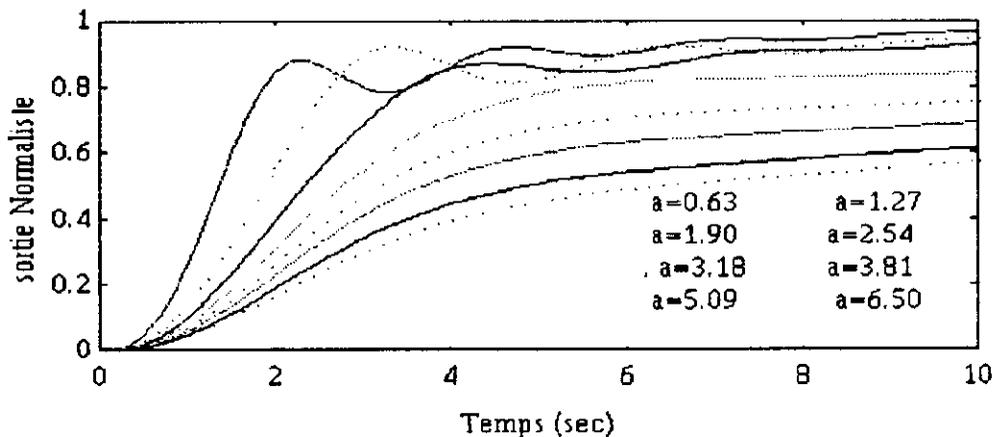
Figure(IV.16.a) Caractéristiques gain de Bode du système non linéaire (exemple 2)



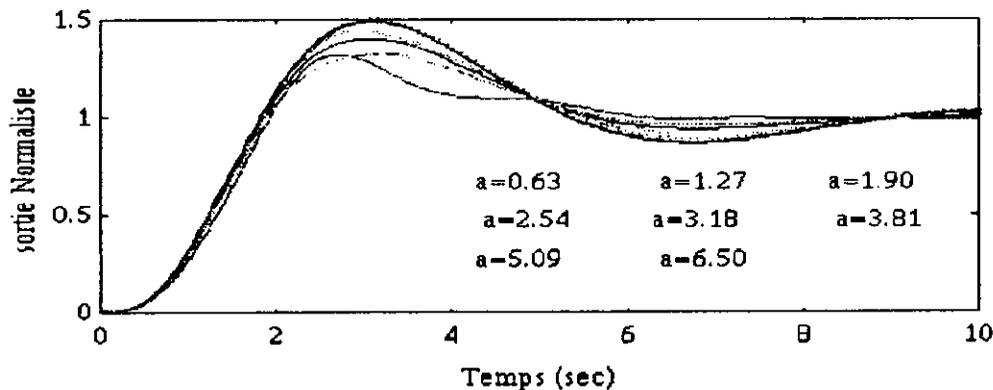
Figure(IV.16.b) Caractéristiques phase de Bode du système non linéaire (exemple 2)

Chapitre IV : Conception d'un contrôleur PID non linéaire

Le compensateur PID non linéaire nominal est choisi en prenant un relais nominal d'amplitude $h_0 = 0.5$. Pour obtenir un système compensé avec une marge de gain $g = 1$ et une marge de phase $\phi = 45^\circ$. Les réponses temporelles normalisées sont données par les figures (IV.17) et (IV.18), pour une compensation linéaire et une compensation non linéaire respectivement.



Figure(IV.17) Réponses temporelles avec compensation linéaire d'Aström-Hägglund (exemple 2)

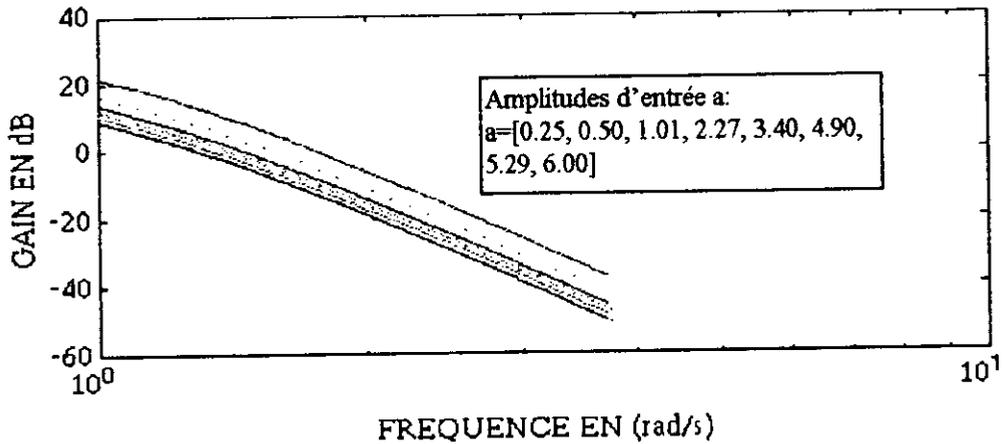


Figure(IV.18) Réponses temporelles avec compensation non linéaire d'Aström-Hägglund (exemple 2)

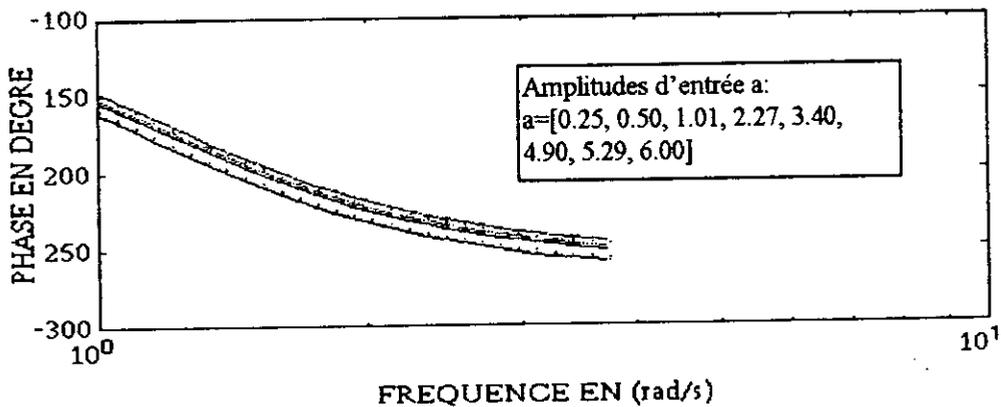
A partir de la figure(IV.17) et la figure (IV.18) nous pouvons remarquer que la compensation non linéaire donne une insensibilité à l'amplitude d'entrée, meilleure que la compensation linéaire. La méthode de Ziegler-Nichols n'étant pas applicable pour cet exemple, vu que celle-ci est utilisée que pour les systèmes de la première catégorie.

IV.5.3 Exemple 3:

Dans cet exemple, les caractéristiques phase et amplitude du système non linéaire, décrit dans l'exemple 4 du chapitre II, sont variables avec l'amplitude d'entrée. Les tracés de Bode de ce système sont donnés par les figures (IV.19.a) et (IV.19.b).



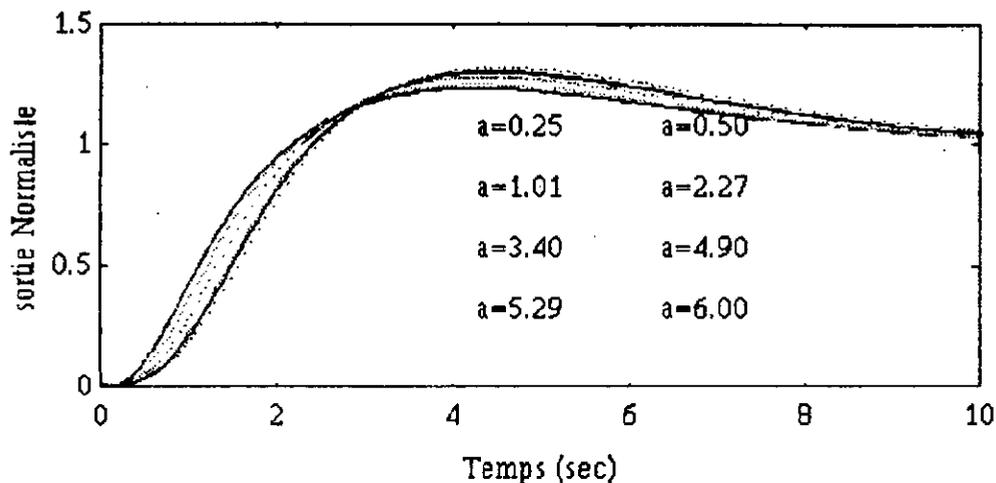
Figure(IV.19.a) Caractéristiques gain de Bode du système non linéaire (exemple 3)



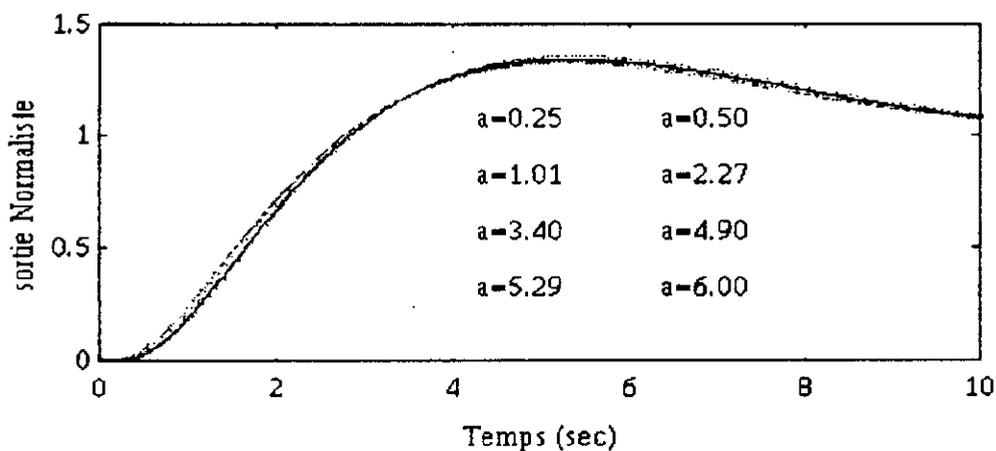
Figure(IV.19.b) Caractéristiques phase de Bode du système non linéaire (exemple 3)

Pour le système compensé deux non linéarités sont utilisées dans le contrôleur PID, dans la branche proportionnelle et la branche de dérivation et pas de non linéarité dans l'action intégrale. Pour un relais nominal $h_0 = 1$, les paramètres du contrôleur sont sélectionnés pour que le système en boucle fermée présente une marge de gain $g = 1$ et une marge de phase $\phi = 45^\circ$. Les réponses temporelles normalisées, en boucle fermée sont données par les figures (IV.20) (IV.21), pour une compensation linéaire et une compensation non linéaire respectivement.

Chapitre IV : Conception d'un contrôleur PID non linéaire



Figure(IV.20) Réponses temporelles avec compensation linéaire d'Aström-Hägglund (exemple 3)



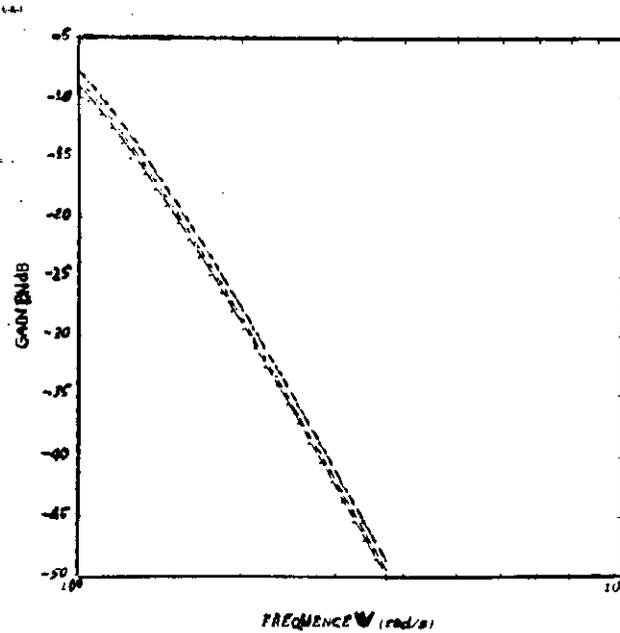
Figure(IV.21) Réponses temporelles avec compensation non linéaire d'Aström-Hägglund (exemple 3)

De la compensation non linéaire on obtient des réponses temporelles plus insensible à l'amplitude d'entrée que celles obtenues à partir une compensation linéaire. Le système étant de la deuxième catégorie, la méthode de Ziegler-Nichols n'est pas applicable.

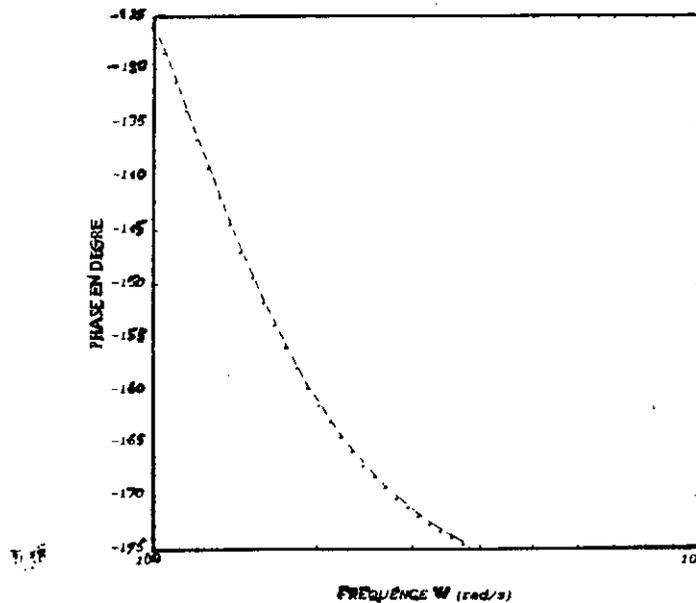
Exemple Physique:

Soit le servomécanisme de l'exemple physique du chapitre II. Les tracés de Bode de ce système sont donnés par la figure (IV.22.a) et la figure (IV.22.b). Ces caractéristiques gain et phase permettent de classer ce système dans la première catégorie vu que seule la caractéristique gain est variable avec les amplitudes d'entrée. Le type de contrôleur PID conçu dans ce cas est un contrôleur de la première catégorie.

Chapitre IV : Conception d'un contrôleur PID non linéaire



Figure(IV.22.a) Caractéristique gain de Bode du système physique



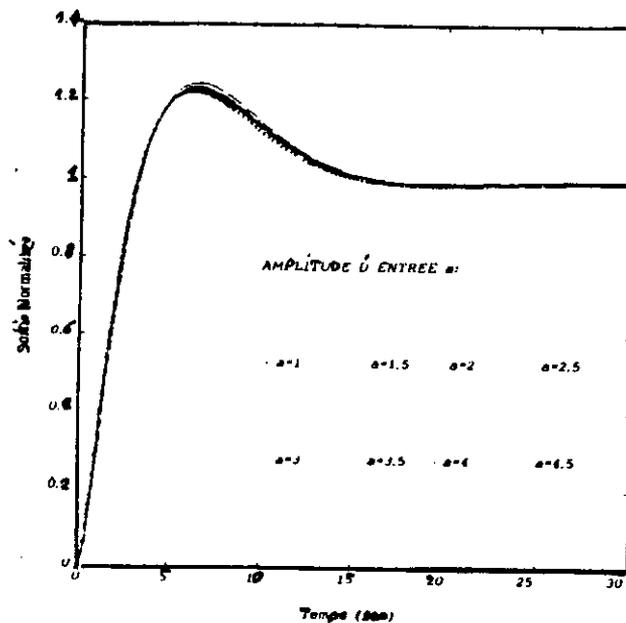
Figure(IV.22.b) Caractéristiques phase de Bode du système physique

La compensation linéaire dans ce cas est satisfaisante, elle présente une faible variation de la réponse temporelle en fonction des amplitudes d'entrée, un léger dépassement et un temps de réponse faible (figure(IV.23). Comparé à la compensation linéaire, la compensation non

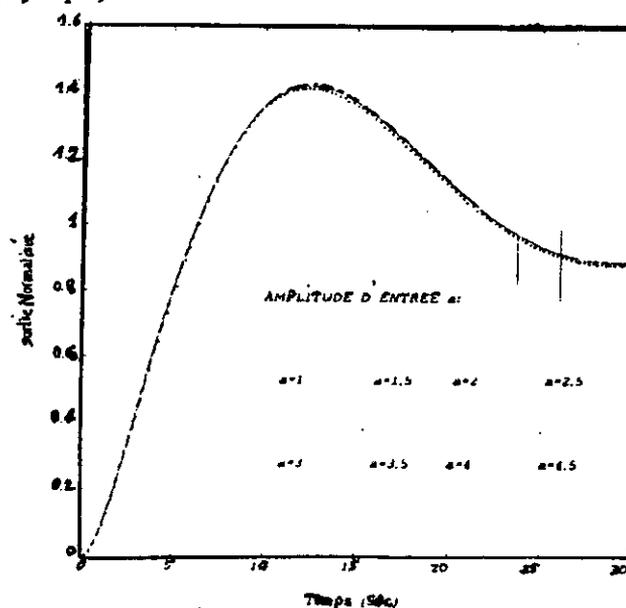
Chapitre IV : Conception d'un contrôleur PID non linéaire

linéaire présente une très bonne insensibilité aux amplitudes d'entrée mais un dépassement et un temps de réponse un peu plus élevés (IV.24). Ceci parce que le système est à priori stable mais varie avec les amplitudes d'entrée.

La compensation selon Ziegler-Nichols est déconseillée dans ce cas, car il est pratiquement impossible d'amener ce système à un régime oscillatoire stable.



Figure(IV.23) Réponses temporelles avec compensation linéaire d'Aström-Hägglund (exemple physique)



Figure(IV.24) Réponses temporelles avec compensation non linéaire d'Aström-Hägglund (exemple physique)

Chapitre IV : Conception d'un contrôleur PID non linéaire

VL6 Conclusion:

La méthode d'Aström-Hägglund est finalement applicable pour les systèmes à plus d'une boucle, contrairement à celle de Ziegler-Nichols qui est applicable seulement pour les systèmes à une seule boucle. Sur les deux méthodes étudiées, nous pouvons déduire, d'après les résultats obtenus que la méthode de compensation d'Aström-Hägglund donne une insensibilité aux variations amplitudes d'entrée meilleur que celle de Ziegler-Nichols. Ceci est dû à la présence du relais à hysteresis qui offre une bonne maîtrise de l'amplitude des oscillations ainsi qu'un grand choix du compensateur PID. De plus la compensation linéaire, appliquée jusqu'à un certain temps dans l'industrie, offrait une compensation qui pour une variation importante de l'amplitude d'entrée, le système est conduit vers une zone de non linéarité du système ce qui induit des dépassements importants. La non linéarité introduite dans les PID permet de rendre les réponses insensibles à l'amplitude d'entrée et ceci pour les deux catégories de systèmes étudiés. Ainsi la non linéarité placée en série avec le PID permet de compenser les effets des non linéarités du système. Les exemples présentés dans ce chapitre illustrent bien la puissance de la méthode auto-ajustable d'Aström-Hägglund malgré que les non linéarités sont déterminées de la même manière que dans le chapitre II, en utilisant que quelques données expérimentales, ainsi beaucoup d'autres données sont déterminées par interpolation entre les données expérimentales.

Chapitre V :
Conclusion générale.

V.1 Conclusion.

Actuellement dans l'industrie, on note la présence des algorithmes d'ajustage (Tuning Algorithms) de contrôleurs PID. Ils sont implémentés dans de nouvelles générations de micro-computers, les transputers. A cause de leurs popularité, les transputers sont maintenant utilisés dans le contrôle industriel.

Dans le chapitre I, deux méthodes de conception de contrôleurs PID non linéaires (dans le domaine fréquentiel) ont été brièvement décrites. Le méthode d'ajustage de Ziegler-Nichols est la plus connue des formules d'ajustage utilisées dans l'industrie, mais cette méthode n'est pas facile à implémenter.

La deuxième méthode, proposée par K.J.Aström et T.Hägglund, est très utilisée pour l'ajustage automatique des contrôleurs PID, nommée méthode d'identification à relais. En plaçant un relais dans le système, un gain fréquentiel et une fréquence critique, approximatifs, peuvent être déterminés automatiquement. L'amplitude des oscillations peut être contrôlée en ajustant la sortie du relais. Pour cela, la méthode d'Aström-Hägglund utilisant le gain et la fréquence critiques, a été développée dans le chapitre IV.

Dans le chapitre II, une méthode de séparation des systèmes non linéaires en organes non linéaires et linéaires, exigée par la méthode de compensation d'Aström-Hägglund, est proposée. Un des avantages de cette procédure est que la connaissance du système a priori n'est pas nécessaire. Elle est seulement basée sur le calcul de la réponse fréquentielle linéarisée $G(w, a_i)$ autour des amplitudes d'entrées a_i . L'étude de $G(w, a_i)$ sépare les systèmes non linéaires en classes. Elle permet d'identifier les organes linéaires et non linéaires du système.

1. L'organe linéaire est une fonction de transfert linéaire $G(w)$ estimée à partir de la fonction $G(w, a_i)$.
2. L'organe non linéaire est estimé à partir de la fonction $G(w, a_i)$ en résolvant un problème de fonction descriptive inverse.

Le système ainsi déterminé, identifie bien le système réel et les exemples illustratifs proposés viennent pour valider cette procédure.

Le chapitre III touche un point très important pour les méthodes de compensations d'Aström-Hägglund et de Ziegler-Nichols, qui est la détermination du point critique sur la courbe de Nyquist d'un système non linéaire. Des mesures de cycles limites pour différentes amplitudes de

sortie du relais sont exigées et sachant qu'il peut exister une différence considérable entre une réponse fréquentielle obtenue en utilisant une entrée sinusoïdale et celle obtenue pour une entrée carrée, alors un filtre est utilisé après le relais afin d'exciter le système non linéaire avec une onde sinusoïdale.

Trois méthodes de calcul des cycles limites sont présentées dans ce chapitre, la méthode de la fonction descriptive, la méthode de Tsytkin et la méthode de simulation.

Dans le chapitre IV, la méthode de conception d'un contrôleur PID non linéaire (dans le domaine fréquentiel) est proposée. Ce type de contrôleurs donnent des réponses en boucle fermée, des systèmes non linéaires compensés, approximativement insensible à la gamme des amplitudes d'entrée. Le contrôleur PID non linéaire contiendra des non linéarités statiques, obtenues en résolvant un problème de fonction descriptive inverse. Deux approches de conception ont été présentées pour les deux catégories de systèmes non linéaires. Pour la première catégorie de systèmes, il est exigé de trouver seulement une non linéarité statique, en résolvant un problème de fonction descriptive inverse. Cette non linéarité est placée en série avec le contrôleur PID linéaire désigné à l'amplitude nominale choisie. Pour la deuxième catégorie de système non linéaire, trois problèmes de fonction descriptive inverse sont résolus pour obtenir trois non linéarités statiques, placées dans la branche gain, la branche d'intégration et la branche de dérivation du contrôleur linéaire PID. Pour certains systèmes non linéaires, particulièrement là où la valeur du temps de dérivation Td_i est relativement petite, il est souvent suffisant de prendre le gain d'intégration du contrôleur fixé. Dans ce cas, seulement deux non linéarités sont placées dans la branche gain et la branche de dérivation. Toutes les méthodes présentées dans cette thèse ont été implémentées dans MATLAB en utilisant des blocs diagrammes simulés avec le logiciel SIMULINK.

V.2 Travaux futurs.

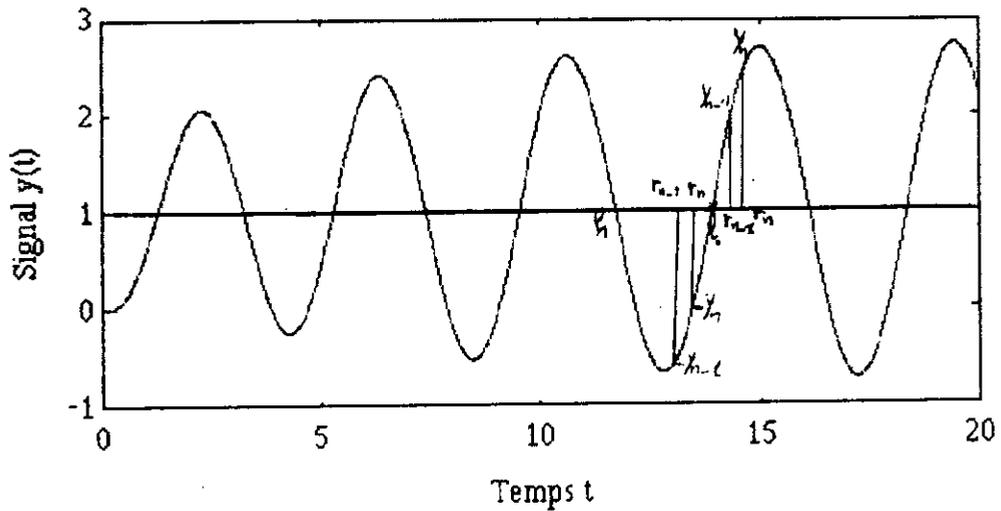
Cette thèse ouvre une fenêtre sur les méthodes de conception de contrôleurs non linéaires basées sur l'auto-ajustage, puisqu'il est possible d'entreprendre une nouvelle investigation dans le domaine de la conception non linéaire et ainsi concevoir des contrôleurs non linéaires basés sur des techniques d'optimisations telles que non seulement les réponses en boucle fermée soient approximativement insensible aux amplitudes d'entrée mais aussi les réponses sont améliorées dans la valeur de l'overshoot et du temps d'établissement. Un autre point qui peut aussi être étudié est

l'application des méthodes de conception non linéaires pour les méthodes de contrôle utilisant le prédicteur de SMITH.

Enfin on peut étendre ces méthodes de conception aux systèmes multi-entrées, multi-sorties.

Méthode Lagrangienne

Soit le signal sinusoïdal donné par la figure suivante:



Les zéros successifs de ce signal sont déterminés comme suit:

Si $y(t) > 0$, le premier zéro l_0 est donné par:

$$\frac{y_n - y_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} = \frac{y_n}{t_n - l_0}$$

ce qui donne:

$$l_0 = t_n - y_n \frac{t_n - t_{n-1}}{y_n - y_{n-1}}$$

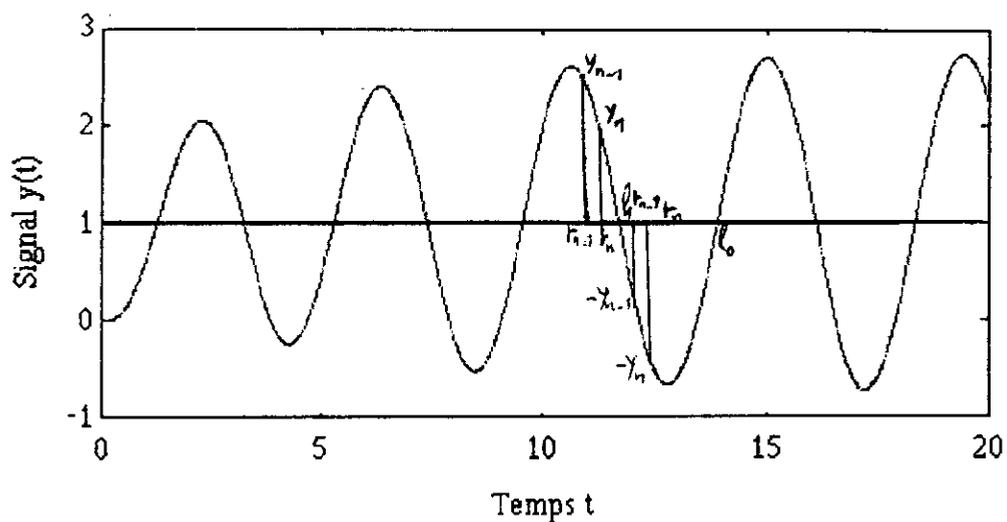
Si $y < 0$, le premier zéro l_0 est donné par:

$$\frac{y_n - y_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} = \frac{-y_{n-1}}{l_0 - t_{n-1}}$$

ce qui donne:

$$l_0 = t_{n-1} + y_{n-1} \frac{t_n - t_{n-1}}{y_{n-1} - y_n}$$

Si $y < 0$, le deuxième zéros l_1 est déterminé comme suit :



$$\frac{y_n - y_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} = \frac{y_n}{t_n - l_1}$$

ce qui donne :

$$l_1 = t_n - y_n \frac{t_n - t_{n-1}}{y_n - y_{n-1}}$$

Si $y > 0$ alors

$$\frac{y_n - y_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} = \frac{-y_{n-1}}{l_1 - t_{n-1}}$$

ce qui donne :

$$l_1 = t_{n-1} + y_{n-1} \frac{t_n - t_{n-1}}{y_{n-1} - y_n}$$

Le programme de simulation pour la conception d'un contrôleur PID non linéaire est la suivant:

Menu principal

- 1/ Entrer le nom du système non linéaire
- 2/ Séparation en blocs linéaires et non linéaires du système
- 3/ Tracé des caractéristiques gain et phase de Bode du système
- 4/ Méthode de Ziegler-Nichols
- 5/ Méthode d'Aström-Hägglund
- 6/ Visualisation du menu principal
- 7/ sortir du programme

**** entrer une sélection du menu principal (MP)****

Si sélection MP = 1

entrer = ' le nom du système non linéaire '

Si sélection PM = 2

Menu 1

séparation en blocs linéaires et non linéaires
du système

- 1/ Non linéarités à segments de droites
- 2/ Non linéarités quelconques
- 3/ Visualisation du menu 1
- 4/ sortir du menu 1

**** entrer une sélection du menu 1 (M1) ****

Si sélection M1 = 1

entrer = ' classe du système (première ou deuxième classe) '

Si sélection M1 = 2

entrer = ' classe du système (première ou deuxième classe) '

Si sélection M1 = 3

 _ Visualisation du menu 1 _

Si sélection M1 = 4

 _ retour au menu principal _

Si sélection MP = 3

 entrer = ' nom du système non linéaire '

Si sélection MP = 4

 entrer = ' La valeur du gain proportionnel k '

Menu 2

conception de contrôleurs PID linéaires
et non linéaires

- 1/ Conception d'un contrôleur PID linéaire
- 2/ Conception d'un contrôleur PID non linéaire
- 3/ Visualisation du menu 2
- 4/ Retour au menu principal

**** Entrer une sélection du menu 2 (M2)****

Si sélection M2 = 1

Menu 3

Conception d'un contrôleur PID linéaire

- 1/ Sélection des paramètres du contrôleur PID
- 2/ Tracés des réponses temporelles normalisées de la compensation
linéaire
- 3/ Visualisation du menu 3
- 4/ sortir du menu 3

**** entrer la sélection du menu 3 (M3)****

Si sélection M3 = 1

entrer = ' la marge de gain et de phase du système '

Si sélection M3 = 2

entrer = ' la gamme d'amplitudes d'entrée '

Si sélection M3 = 3

_ Visualisation du menu 3

Si sélection M3 = 4

_ retour au menu 2

Si sélection M2 = 2

Menu 4

Conception d'un contrôleur PID non linéaire

1/ Localisation de la fréquence du modèle

sur le diagramme de Nyquist

2/ Résolution de la fonction descriptive inverse (FDI)

3/ Approximation de la FDI par des segments linéaires

4/ Tracés des réponses temporelles normalisées de la
compensation non linéaire

5/ Visualisation du menu 4

6/ Sortir du Menu 4

**** entrer la sélection du menu 4(M4)****

Si sélection M4 = 1

entrer = ' une fréquence w_m évaluée du tracé de Bode '

Si sélection M4 = 2

entrer = 'Valeurs expérimentales de la fonction descriptive '

Si sélection M4 = 3

entrer = ' Valeurs de la fonction descriptive inverse '

Si sélection M4 = 4

entrer = ' La gamme des amplitudes d'entrée '

Si sélection M4 = 5

_ Visualisation du Menu 4

Si sélection M4 = 6

_ retour au menu 2

Si sélection M2 = 3

_ Visualisation du menu 2

Si sélection M2 = 4

_ Retour au programme principal

Si sélection MP = 5

entrer = ' Les valeurs de l'hysteresis du relais '

Menu 2

Si sélection MP = 6

_ Visualisation du menu principal

Guide du logiciel

Les programmes développés dans ce logiciel sont :

Kara2, Kara22, Kar, IDF, FIT, Pid_l, Pid_nl, Cyc_lim, Nyq, Tem_nor.

Ceux ci utilisent les fonctions propres au MATLAB/SIMULINK et qui sont:

Linsim, Bode.

De plus certaines instructions spécifiques au MATLAB sont utilisées telles que:

Polyfit, Plot.

Dans ce qui suit nous donnons la définition de chacune des fonctions développées dans notre logiciel ainsi que celles de l'environnement du Matlab.

kara2 :

$[\text{Num}, \text{Den}, \eta(a)] = \text{kara2}(\text{cl}, \text{ty}, [a_i], \text{'nom'})$

Cette fonction permet de séparer les systèmes non linéaires en blocs linéaires et non linéaires. pour les systèmes à caractéristiques non linéaires segments de droites, de la première et deuxième classe,

Cette fonction admet comme données, la classe du système (cl), le type du système (ty) (cas particulier ou cas général) la gamme des amplitudes d'entrée ($[a_i]$) et le système donné par les schéma blocs du logiciel Simulink (nom).

Comme sortie, Cette fonction délivre les caractéristiques non linéaires $\eta(a)$ ainsi que les organes linéaires du système, donnés par un numérateur (Num) et un dénominateur (Den).

Kara22:

$[\text{Numc}, \text{Denc}, \eta_c(a)] = \text{kara22}([a_i], \text{'nom'})$

Cette fonction permet de séparer les systèmes, à caractéristiques non linéaires sous forme de courbes, de la première classe.

Kara22 admet comme entrées la gamme des amplitudes d'entrée $[a_i]$ et le système non linéaire, crée à partir du logiciel Simulink (nom).

Comme sortie, Kara22 donne les caractéristiques non linéaires $\eta_c(a)$ ainsi que les organes linéaires du système définis par un numérateur (Numc) et un dénominateur (Denc).

Kar:

$[\text{gain}, \text{phase}, w] = \text{kar}(\text{cl}, \text{Num}, \text{Den}, \eta(a))$

Cette fonction permet de tracer les caractéristiques gain et phase, dans le plan de Bode, d'un système non linéaire de la première et de deuxième classes.

Kar admet comme entrées, la classe du système (cl), les organes linéaires exprimés sous forme de numérateurs (Num) et dénominateurs (Den) ainsi que les pentes et points de bifurcations de chaque non linéarité ($\eta(a)$).

Les sorties de cette fonction sont les caractéristiques gain (gain) et phase (phase), de Bode, d'un système non linéaire dans la gamme de fréquence $[w_i]$.

IDF:

$$[a, \eta(a)] = \text{IDF}([a_i], df)$$

Cette fonction permet de donner l'allure de la caractéristique non linéaire d'un système connaissant son gain équivalent.

Cette fonction admet comme entrées la gamme d'amplitudes $[a_i]$ et le gain équivalent de la caractéristique non linéaire (df).

En sortie, cette fonction délivre l'allure de la caractéristique non linéaire $\eta(a)$ en fonction des amplitudes d'entrée a .

FIT:

$$[a, \eta_{\text{seg}}(a)] = \text{FIT}(Np, Ps)$$

Cette fonction permet d'approximer des caractéristiques non linéaires par des segments de droites à un, deux, huit ou seize points de bifurcations. Comme entrées, elle exige le nombre de points de bifurcations (Np) et leurs positions (Ps). Comme sortie, elle délivre la caractéristique, à approximer, sous forme de segments de droites $\eta_{\text{seg}}(a)$.

Cyl_lim:

$$[w_c, k_c] = \text{cyc_lim}(\text{'nom'})$$

Cette fonction permet d'estimer la fréquence et l'amplitude critiques, d'un système, en utilisant la méthode de simulation. Elle admet comme entrées le système à relais d'Aström-Hägglund ou le système à gain proportionnel de Ziegler-Nichols (nom). Les sorties de cette fonction sont la fréquence et l'amplitude critiques w_c et k_c respectivement.

Nyq:

$$[\psi_1, a_1] = \text{Nyq}(\text{'nom'}, w_{c0})$$

Cette fonction permet d'estimer l'angle ψ_1 de la marge de phase, correspondant à la fréquence critique w_{c0} choisie, des systèmes de la deuxième catégorie. Elle utilise la méthode de l'hystérésis adaptatif. L'entrée de cette fonction est le système à relais à hystérésis d'Aström-Hägglund (nom) et la fréquence critique nominale w_{c0} . Sa sortie est l'angle ψ_1 du système.

Pid_l:

$$[k_p, T_i, T_d] = \text{Pid_l}(g_m, \varphi_m)$$

Cette fonction estime les paramètres d'un contrôleur PID linéaire. Ces paramètres sont estimés pour des valeurs des marges de gain et de phase. Les entrées sont les marges de gain g_m et de phase φ_m du système. Les sorties de cette fonction sont les paramètres constants k_p, T_i, T_d du contrôleur PID linéaire.

Pid_nl:

$$[K_{pt}, T_{im}, T_d] = \text{Pid_nl}(ct, g_m, \varphi_m)$$

Cette fonction permet d'estimer les paramètres d'un contrôleur PID non linéaire. Elle admet comme entrées la catégorie (ct) et les marges de gain g_m et de phase ϕ_m du système. Les sorties de cette fonction sont:

- Le gain proportionnel K_{pi} non linéaire du contrôleur PID pour les systèmes de la première catégorie
- Les gains proportionnels K_{pi} , T_i , T_d non linéaires du contrôleur PID pour les systèmes de la deuxième catégorie.

Temp_nor:

[t,y]=temp_nor([a₁],'nom')

Cette fonction donne les réponses temporelles normalisées d'un système non linéaire. Elle admet comme entrées la gamme des amplitudes [a₁] et le système non linéaire créé à partir du logiciel Simulink (nom). Les sorties de cette fonction sont les réponses temporelles normalisées (y(t)) à un pour chaque amplitude d'entrée.

Linsim:

[t,yl]=Linsim('nom',[a₁],tfinal,tol,pas)

Cette fonction donne la réponse temporelle d'un système décrit par le logiciel Simulink en utilisant des méthodes de résolution numérique des équations différentielles. Cette fonction admet comme entrées le système non linéaire créé à partir du logiciel Simulink (nom) et l'amplitude d'entrée [a₁], le temps de simulation (tfinal), la tolérance (tol) et la variation du pas (pas). La sortie de cette fonction est la réponse temporelle du système(yl(t))

Bode:

[Num,Den]=Bode(yl,[a₁])

Cette fonction permet d'obtenir le numérateur et le dénominateur à partir de la réponse temporelle d'un système. Elle admet comme entrées la réponse en fonction du temps d'un système (yl) et l'amplitude d'entrée ([a₁]). Ses sorties sont un numérateur (Num) et un dénominateur (Den) donnés sous forme de vecteurs.

Bibliographie

K.j Aström and T. Hägglund (1984), 'Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins'. Automatica. Vol 20 N.5 pp 645-651 printed in Great Britain.

K.J.Aström and B.Wittenmark (1982 a), 'Adaptive control', publication de laboratoire department of automatic control Lund institute of technology, Lund Sweden.

K.j Aström and T; Hägglund (1984 b), 'Automatic tuning of PID regulators', publication de laboratoire department of automatic control Lund institue of technology, Lund Sweden.

K.J.Aström and B.Wittenmark (May 1980 c), 'Self-tuning controllers based on pole-zero placement', IEE proceeding, vol.127.pt.D, N° 3.

K.J.Aström (june 1980 d), 'Robustness of a design method based on assignment of poles and zeros', IEEE transaction on automatic control, vol.AC-25, N°3.

D.P Atherton and M.Benouarets (1993) 'Nonlinear PID controllers for nonlinear plants' .School of engineering ,the university of sussex ,Falmer ,Brighton ;BN19QT.v.k

D.P Atherton (1975), 'Nonlinear control engineering ,describing function analysis and design' ,Van Nostrand Reinhold company ,London .

M.Benouarets (April 1993) 'Some design methods for linear and nonlinear controllers'.A thesis submitted in fulfilment of the requirements for the degree of doctor of philosophy at the university of sussex Brighton .

Peter .A.Cook (1986) 'nonlinear dynamical systems'.Prentice/Hall international, London.

L.M.Delves and J.L.Mohamed (1985),'Computational method for integral equations' .Cambidge university press .

J.Ch.Gille ,P.Decaulne ,M.Pelegrin (1977) , 'Systèmes asservis non linéaires' , Tome I,Tome II et Tome III .Dunod Automatique.

T.Hägglund and K.J.Aström (1984), Identification of systems using periodic excitation, Lund institute of technology, Lund Sweden.

O.Nanka-Bruce and D.P.Atherton (1989 a) , 'Design of nonlinear controllers for nonlinear plants' ,School of engineering and applied sciences ,university of sussex ,Brighton ,BN19QT,sussex ,UK pp75-80.

O.Nanka-Bruce (1989 b), 'MCHO-A program for the nonlinear controller design of siso nonlinear plants-using the M.circle method, CE/S/37. University of Sussex control laborarory Inglund.

O.Nanka-Bruce (1989 c), 'AVCHO-A program for the nonlinear controller design of siso nonlinear plants-using the averaging methods', CE/S/38.University of Sussex control laborarory Inghund.

R.Prudhomme (1985), 'Automatique', Tome I et Tome II .

James.H.Taylor and Kevin.Strobel (1985), 'Nonlinear control system design based on quasilinear system models'.Cambridge university . UK july 1985 ,pp469-473.

James H.Taylor and Kevin.L.Strobel (1984), 'Nonlinear compensator synthesis via sinusoidal-input describing functions' . General electric corporate research and development schenectady.New york 12345.

James H.Taylor and Kevin.L.Strobel (7 june 1984), 'Application of a nonlinear controller design approach based on quasilinear system models'.American control conference, San Siego , CA, session TA-10, pp 817-824.

James H.Taylor and Karl.Johan.Aström (20 june 1986), 'A nonlinear PID autotuning algorithm' .American control conference ,Seattle ,WA .

James H .Taylor and James R.O'Donnell (May 1990) , 'Synthesis of nonlinear controllers with rate feedback via sinusoidal input describing function methods' .American controlconference ,SanDiego , CA .

James H.Taylor (August 1990) , 'Synthesis of robust nonlinear control-systems'.IFAC world congress , Tallinn USSR .

James H.Taylor (june 1983) , 'A systematic nonlinear controller design approach based on quasilinear system models' .Automatic control conference ,San Francisco ,session WA-7.

M.Vidyasagar (1980) , 'Nonlinear systems analysis'.Prentice-Hall electrical engineering series. Computer aided PID controller design.

The math works inc.SIMULAB ,A program for simulation dynamic systems 1990.

The math works inc ,MATLAB user's guide 1990.