

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

2/96

وزارة التربية الوطنية  
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المركز الوطني المتعدد التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT GENIE MECANIQUE

## PROJET DE FIN D'ETUDES

### SUJET

EXPERIMENTATION SUR LE COMPORTEMENT

VISCOELASTIQUE DES MATERIAUX

SIMULATION NUMERIQUE PAR LA METHODE

DE DISCONTINUTE DE DEPLACEMENT

Proposé par :

Mr Y. BELKACEMI  
Mr N. AMOURA

Etudié par :

Melle S. ATIF

Dirigé par :

Mr Y. BELKACEMI  
Mr N. AMOURA

PROMOTION

JUIN 1996

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التربية الوطنية  
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT GENIE MECANIQUE

## PROJET DE FIN D'ETUDES

### SUJET

EXPERIMENTATION SUR LE COMPORTEMENT  
VISCOELASTIQUE DES MATERIAUX  
SIMULATION NUMERIQUE PAR LA METHODE  
DE DISCONTINUTE DE DEPLACEMENT

Proposé par :

Mr Y. BELKACEMI  
Mr N. AMOURA

Etudié par :

Melle S. ATIF

Dirigé par :

Mr Y. BELKACEMI  
Mr N. AMOURA

PROMOTION

JUIN 1996

## DEDICACES

*A la mémoire de ma mère*

*A mon père*

*A ma soeur*

*A mes frères*

*A tous mes amis*

## REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer mes vifs remerciements à Mr Y. BELKACEMI qui a proposé et dirigé ce travail, pour m'avoir conseillé et encouragé.

Je tiens également à exprimer ma profonde reconnaissance à Mr N. AMOURA pour l'aide précieuse qu'il m'a apporté tout au long de ce projet.

Mes remerciements vont également:

-A Mr BELHADEF enseignant au département génie mécanique pour avoir mis à ma disposition le laboratoire de métallurgie.

-Au personnel du laboratoire de RDM de l'université de BLIDA pour leur aide matérielle.

Sans oublier d'exprimer ma gratitude à tous les membres du C.I.A.R.A.

## ملخص

يتمثل هذا العمل في دراسة تجريبية حول إنكسار المواد اللزجة المرنة و استعمال طريقة الإنقطاعات الإنتقالية في التحليل العددي. سمحت لنا التجارب حول الخشب بحساب معامل شدة الإجهادات الحرج وتمذجة تصرفه اللزج المرن باعتبار إتجاه الألياف و نسبة الرطوبة.

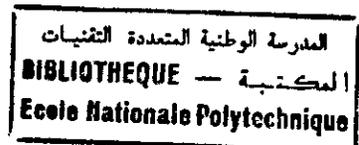
## RESUME

Le présent travail a pour objectif l'étude expérimentale de la rupture des matériaux viscoélastiques et l'application de la méthode de discontinuité de déplacement pour la simulation numérique. Des essais sur le bois ont permis l'évaluation du facteur d'intensité de contrainte critique et la modélisation de son comportement viscoélastique en considérant la direction des fibres et le taux d'humidité.

## ABSTRACT

The present work has for objective an experimental study of the viscoelastic fracture of materials with numerical simulation. Tests on wood have been conducted which permitted the evaluation of toughness and the viscoelastic modelling considering the fibre direction and humidity rate.

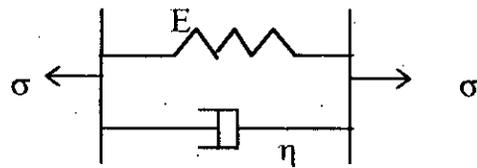
# SOMMAIRE



INTRODUCTION GENERALE.....	1
<b>Chapitre I : VISCOELASTICITE LINEAIRE</b>	
I.1 Introduction.....	4
I.2 Modélisation du comportement viscoélastique uniaxial.....	4
I.2.1 Expérience de fluage.....	4
I.2.2 Expérience de relaxation.....	5
I.3 Loi de comportement.....	6
I.4 Principe de correspondance.....	7
I.5 Modèles rhéologiques pour le comportement viscoélastique uniaxial.....	8
I.5.1 Modèles de base.....	8
I.5.1.1 Ressort.....	8
I.5.1.2 Amortisseur.....	8
I.5.2 Modèles intermédiaires.....	9
I.5.2.1 Modèle de Maxwell.....	9
I.5.2.2 Modèle de Kelvin.....	9
I.5.2.3 Modèle de solide à trois paramètres.....	10
<b>Chapitre II : NOTIONS DE LA MECANIQUE LINEAIRE DE LA RUPTURE</b>	
II.1 Introduction.....	12
II.2 Phénomène de rupture.....	12
II.3 Modes fondamentaux de la rupture.....	12
II.3.1 Mode I.....	12
II.3.2 Mode II.....	13
II.3.3 Mode III.....	13
II.4 Approche énergétique.....	14
II.4.1 Approche globale.....	14
II.4.1.1 Formulation.....	14
II.4.2 Approche locale.....	15

II.4.2.1 Solution pour le mode I.....	16
II.4.2.2 Solution pour le mode II.....	16
II.4.2.3 Solution pour le mode III.....	17
II.5 Notions de rupture des matériaux viscoélastiques.....	18
II.5.1 Champs de déplacement et de contrainte au voisinage du front de fissure.....	18
II.5.2 Expression du taux d'énergie viscoélastique en fonction du temps .....	19
<b>Chapitre III : METHODE DE DISCONTINUITE DE DEPLACEMENT (M.D.D)</b>	
III.1 Introduction.....	21
III.2 Méthode de discontinuité de déplacement.....	21
III.3 Procédure numérique.....	22
<b>Chapitre IV : FLUAGE DU PLOMB ET SIMULATION NUMERIQUE PAR LA M.D.D</b>	
IV.1 Introduction.....	25
IV.2 Conditions expérimentales.....	25
IV.3 Principe de l'essai.....	25
IV.4 Technique expérimentale.....	25
IV.4.1 Dispositif d'essai.....	25
IV.4.2 Eprouvette utilisée.....	26
IV.5 Procédure expérimentale.....	27
IV.6 Analyse des résultats.....	27
IV.7 Exploitation des résultats.....	29
IV.8 Validation du code de calcul utilisant la M.D.D.....	31
<b>Chapitre V : FLUAGE DU BOIS EN FLEXION</b>	
V.1 Introduction.....	37
V.2 Comportement du bois sous contrainte.....	37
V.3 Influence de l'humidité .....	37
V.4 Principe de l'essai.....	38
V.5 Conditions expérimentales.....	38
V.5.1 Dispositif d'essai .....	38
V.5.2 Elaboration des éprouvettes.....	38

V.6 Dépouillement des essais.....	40
A) Caractérisation.....	40
B) Détermination expérimentale de la ténacité du bois.....	43
C) Mise en évidence expérimentale du comportement viscoélastique du bois..	47
CONCLUSION GÉNÉRALE.....	51
BIBLIOGRAPHIE	



l'essai de fluage nous donne la réponse en déformation (Figure I-4)

$$\epsilon(t) = \sigma_0 \frac{1}{E} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{E}{\eta}(t-t_0)\right) \right] H(t-t_0) \tag{I-15}$$

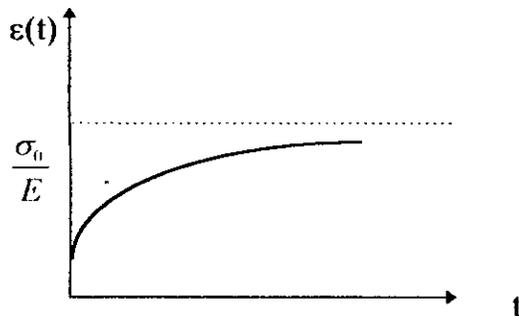


Figure I-4

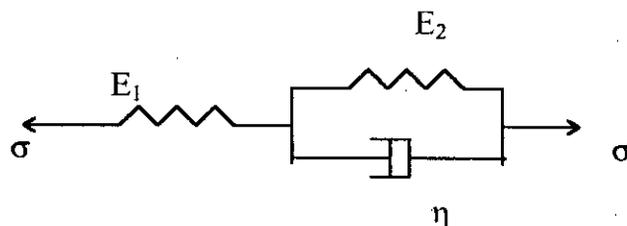
Ce modèle décrit le comportement solide.

**1.5.2.3 Modèle du solide à trois paramètres: *modèle standard***

- Loi de comportement :  $\sigma \left[ \frac{E_1 + E_2}{E_2} \right] + \frac{\eta}{E_2} \dot{\sigma} = \eta \dot{\epsilon} + E_1 \epsilon$  (I-16)

- Fonction fluage :  $J(t) = \left[ \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \left( 1 - \exp\left(\frac{-E_2 t}{\eta}\right) \right) \right] H(t)$  (I-17)

- Fonction relaxation :  $R(t) = \left[ \frac{E_1}{E_1 + E_2} \right] \left[ E_2 + E_1 \exp\left[\left(-\frac{E_1 + E_2}{\eta}\right)t\right] \right] H(t)$  (I-18)



Les comportements de ce modèle en fluage et en relaxation sont représentés respectivement sur les figures I-5a et I-5b.

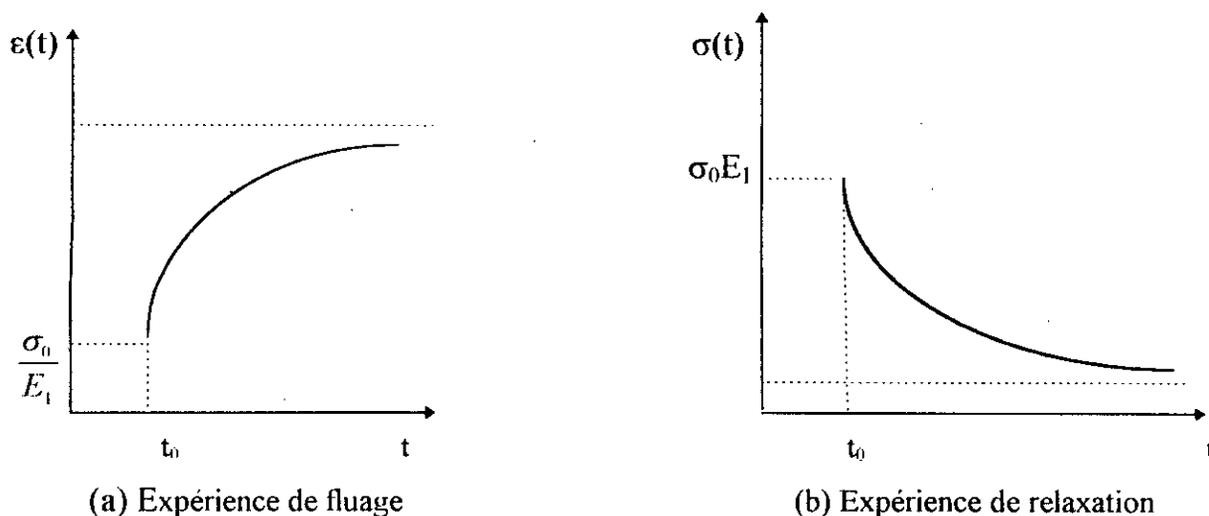


Figure I-5

## CONCLUSION

Les modèles rhéologiques, cités précédemment, ne sont que des cas simples de représentations analytiques du comportement viscoélastique. D'autres modèles, plus complexes (composés le plus souvent de chaînes de Maxwell ou de Kelvin), permettent une approche plus réaliste des courbes fluage-relaxation expérimentales. Seuls les résultats expérimentaux sont en mesure de nous fournir les paramètres rhéologiques du modèle à prendre pour représenter la loi de comportement du matériau avec le maximum de fidélité.

Pour une courbe expérimentale, les modèles généralisés donnent une variation exponentielle des déformations avec des temps de retardation différents. Ceci nous amène à approcher les courbes réelles, pour un degré d'approximation voulu, en choisissant un nombre déterminé de termes exponentiels. En particulier, si la réponse à un chargement nous intéresse uniquement pour une certaine durée de temps. Les éléments avec des temps de retardation faibles sont remplacés par un ressort isolé et les éléments avec des temps de retardation du même ordre que l'intervalle de temps considéré peuvent être représentés par un modèle de KELVIN. En résultat, pour la plupart des éléments viscoélastiques, nous auront comme modèle un ressort en série avec l'élément de KELVIN, ce qui justifie l'utilisation courante du modèle standard.

## CHAPITRE II

# NOTIONS DE LA MECANIQUE LINEAIRE DE LA RUPTURE

### II.3.2 MODE II ( *mode cisaillement* ) : Figure II-1-b

Les lèvres de la fissure se déplacent dans le même plan, perpendiculaire au front de fissure. Il est défini par les discontinuités de déplacement:

$$D_1 = U_1^+ - U_1^- \neq 0$$

$$D_2 = U_2^+ - U_2^- = 0$$

$$D_3 = U_3^+ - U_3^- = 0$$

### II.3.3 MODE III ( *mode torsion* ) : Figure II-1-c

Les lèvres de la fissure se déplacent dans un même plan parallèlement au front de fissure. Il est défini par les discontinuités de déplacement:

$$D_1 = U_1^+ - U_1^- = 0$$

$$D_2 = U_2^+ - U_2^- = 0$$

$$D_3 = U_3^+ - U_3^- \neq 0$$

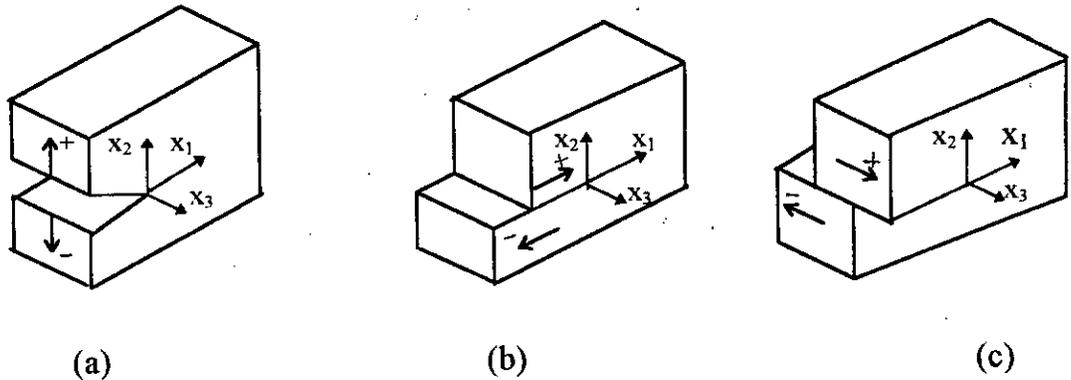


Figure II-1

#### Remarque

Il est à signaler que les ruptures dangereuses sont généralement des ruptures en mode I. C'est la raison pour laquelle la plupart des études de la mécanique de la rupture ont porté sur ce mode.

On s'intéressera dans ce qui suit uniquement au cas du mode I.

## II.4 APPROCHE ENERGETIQUE

En mécanique linéaire de la rupture, nous distinguons deux approches.

### II.4.1 APPROCHE GLOBALE

Formulée par GRIFFITH en 1920 pour les matériaux fragiles, elle consiste à calculer le taux d'énergie restituée "G" au cours d'une fissuration fictive de longueur "da", et il n'y aurait rupture que si  $G \geq G_c$  où  $G_c$  est une valeur critique, caractéristique du matériau.

#### II.4.1.1 FORMULATION

La formulation de la théorie de GRIFFITH est basée sur le principe de conservation de l'énergie totale [LEMAITRE].

Soit un solide élastique :

$$\text{L'énergie totale du système} \quad W_{Tot} = W_{elas} + W_{ext} + W_A + W_{cin} \quad (\text{II-1})$$

$W_{elas}$  : énergie élastique

$W_{ext}$  : énergie des forces extérieures

$W_A$  : énergie dissipée pour séparer 2 surfaces

$W_{cin}$  : énergie cinétique

$$W_A = 2\gamma s \quad (\text{II-2})$$

$\gamma$  : énergie superficielle

Principe de conservation d'énergie totale :

$$dW_{tot} = dW_{elas} + dW_{ext} + dW_A + dW_{cin} = 0$$

$$\partial W_{cin} = -(\partial W_{elas} + \partial W_{ext} + \partial W_A)$$

la propagation n'est possible que si  $\partial W_{cin} \geq 0$

Donc :

$$\begin{aligned} \partial W_{elas} + \partial W_A + \partial W_{ext} &\leq 0 \\ \partial W_A &= G \delta \end{aligned}$$

(II-3)

$$\frac{\partial}{\partial \delta} (W_{elas} + W_{ext}) + 2\gamma \leq 0$$

On définit le taux d'énergie restituée au cours d'une propagation "da" par :

$$G = -\frac{\partial}{\partial \delta} (W_{elas} + W_{ext}) \quad (II-4)$$

Soit  $G \geq 2\gamma = G_c$

quand :

$G < G_c$  pas de propagation

$G \geq G_c$  propagation de la fissure

#### II.4.2 APPROCHE LOCALE

La présence d'une fissure dans une structure perturbe énormément le champ de contrainte. Dans le cadre de la mécanique linéaire de la rupture, la structure est supposée élastique, linéaire et isotrope.

En se basant sur la théorie de l'élasticité, G.R IRWIN (1956) a pu établir les champs de contrainte et de déplacement au voisinage du front de fissure pour un point de coordonnées polaires  $r, \theta$  [LEMAITRE], [LABBENS]. (Figure II-2)

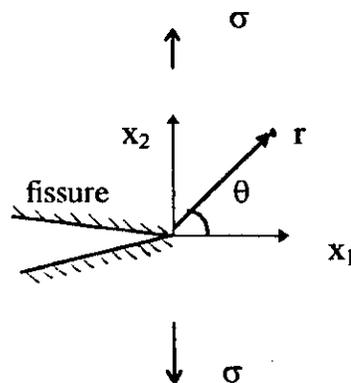


Figure II-2

**II.4.2.1 Solution pour le mode I:**

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{Bmatrix} 1 - \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix} + O(r) \quad (\text{II-6})$$

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \left( \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \right) \begin{Bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \left[ X - 1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] \\ \sin \frac{\theta}{2} \left[ X - 1 - 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \end{Bmatrix} \quad (\text{II-7})$$

avec  $X = 3 - 4\nu$  : en déformation plane

$$X = \frac{3 - 4\nu}{1 + \nu} : \text{en contrainte plane}$$

**II.4.2.2 Solution pour le mode II**

Contraintes et déformations sont données par :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} -\sin \frac{\theta}{2} \left( 2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \end{Bmatrix} + O(r) \quad (\text{II-8})$$

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \frac{K_{II}(1+\nu)}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} \sin \frac{\theta}{2} (X + 2 + \cos \theta) \\ \cos \frac{\theta}{2} (X - 2 + \cos \theta) \end{Bmatrix} \quad (\text{II-9})$$

### II.4.2.3 Solution pour le mode III:

Contraintes anti-planes :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} 0 \\ -\sin \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{Bmatrix} + O(r) \quad (\text{II-10})$$

Déplacements anti-plans :

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \frac{4(1+\nu)K_{III}}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sin \frac{\theta}{2} \end{Bmatrix} \quad (\text{II-11})$$

On voit bien que les expressions donnant les contraintes et les déplacements se présentent sous les formes:

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cdot f_{ij}(\theta) \quad (\text{II-12})$$

$$U_i = \frac{K}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} g_i(\theta) \quad (\text{II-13})$$

Elles montrent que les champs des contraintes et des déformations au voisinage de l'extrémité d'une fissure ont toujours la même forme quelle que soient la géométrie de la pièce et la façon dont elle est chargée. Cette analyse a permis à G.R IRWIN de mettre en évidence un facteur indépendant des coordonnées  $r$  et  $\theta$ , faisant la synthèse de la géométrie et du chargement, qu'il appela facteur d'intensité de contrainte  $K$  qui traduit l'état de contrainte au voisinage du front de fissure, et qui admet une valeur critique notée  $K_c$  pour laquelle l'amorçage de la fissure survient. [BARTHELEMY]

## II.5 NOTIONS DE RUPTURE DES MATERIAUX VISCOELASTIQUES

Grâce au principe de correspondance, la mécanique linéaire élastique de la rupture est étendue au cas de la rupture des matériaux viscoélastiques.

### II.5.1 Champs de déplacement et de contrainte au voisinage du front de fissure

La distribution des contraintes et des déplacements à la pointe d'une fissure :

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \times F_{ij}(\theta)$$

$$U_i = \frac{K}{E} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \times g(\theta, \nu)$$

La transformée de LAPLACE de ces deux équations nous donne [PLUVINAGE]

$$\sigma_{ij}(s) = \frac{\bar{K}(s)}{2\pi r} \times F(\theta)$$

$$U_i(s) = \frac{\bar{K}(s)}{\bar{E}(s)} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \times \bar{g}(\theta, \bar{U}(s))$$
(II-14)

En utilisant la transformation de LAPLACE inverse, on aura les champs de contrainte et de déplacement dans l'espace temps, qu'on peut mettre sous la forme :

$$\sigma_{ij}(t) = \sigma_{ij}(0) \cdot F_\sigma(t)$$

$$U_i(t) = U_i(0) \cdot F_u(t)$$
(II-15)

$F_\sigma(t)$  et  $F_u(t)$  sont respectivement les fonctions temporelles des contraintes et des déplacements à la pointe de fissure, qui dépendent du modèle rhéologique choisi.

### II.5.2 Détermination du taux d'énergie viscoélastique en fonction du temps

L'évolution du taux de restitution d'énergie viscoélastique est déterminée pour chaque instant par une intégration sur le domaine permettant le calcul du travail des forces extérieures  $W$  ( sachant les champs de contrainte et de déformation).

$$G(t) = \frac{1}{2} \frac{\partial W}{\partial A} \quad (\text{II-16})$$

#### CONCLUSION :

Le taux de restitution d'énergie augmente au cours du temps pour un essai de fluage, ceci nous permet de formuler un critère global de rupture, lorsque  $G(t)$  atteint la valeur  $G_c$ : l'équilibre de la fissure devient instable d'où la propagation du front de fissure.

## CHAPITRE III

# METHODE DE DISCONTINUITÉ DE DEPLACEMENT

### III.1 INTRODUCTION

La méthode de discontinuité de déplacement est une variante des méthodes intégrales utilisées dans le calcul des structures.

Elle a été développée dans le but de contourner les difficultés rencontrées lors du maillage par éléments finis de structure présentant des discontinuités.

Initialement utilisée pour le problème de champs potentiels et d'élastostatique, elle a été étendue aux cas d'élasticité non linéaire, notamment la viscoélasticité.

### III.2 METHODE DE DISCONTINUTE DE DEPLACEMENT (M.D.D)

La M.D.D est construite à partir d'une solution fondamentale qui exprime les déplacements et les contraintes résultants des discontinuités normales et tangentielles dans un milieu infini homogène, isotrope, élastique et linéaire.

Les composantes normales et tangentielles de la discontinuité de déplacement du  $i^{\text{ème}}$  élément, notées  $D_n^i$  et  $D_s^i$  respectivement sont exprimées en termes des déplacements des deux lèvres de la discontinuité par:

$$\begin{cases} D_n^i = U_m^- - U_m^+ \\ D_s^i = U_{st}^- - U_{st}^+ \end{cases} \quad \text{(III-1)}$$

Où  $U_m^+$  et  $U_{st}^+$  sont le déplacement normal et tangentiel de la lèvre supérieure pour  $y=0^+$  et  $U_m^-$ ,  $U_{st}^-$  les déplacements de la lèvre inférieure pour  $y = 0^-$ .

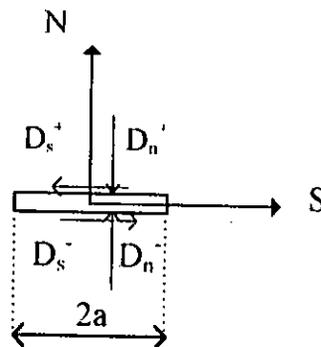
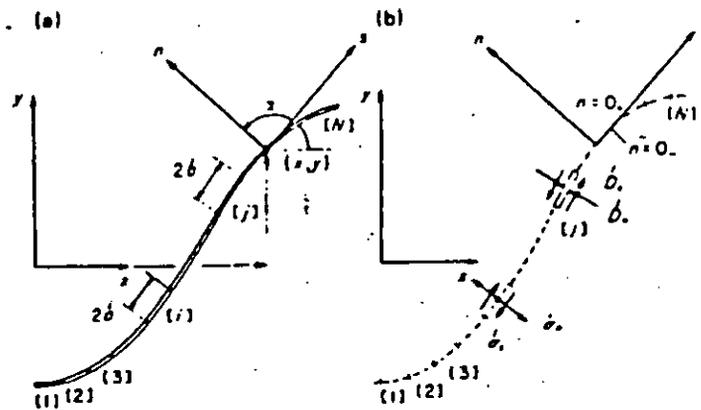


Figure III-1 Schéma d'une discontinuité de déplacement

**III-3 PROCEDURE NUMERIQUE**

L'idée générale de la méthode est de discrétiser une ligne de courbure quelconque en N éléments aussi petits que possible et analyser un élément i dans un repère local.



**Figure III-2**

L'effet d'une discontinuité j sur les champs de déplacement et de contrainte d'un élément i est donné par :

$$\begin{aligned} \sigma_s^i &= A_{ss}^j D_s^j + A_{sn}^j D_n^j \\ \sigma_n^i &= A_{ns}^j D_s^j + A_{nn}^j D_n^j \end{aligned} \quad i=1, n \quad \text{(III-2)}$$

avec  $A_{ss}^j$ ,  $A_{sn}^j$ ,  $A_{ns}^j$ ,  $A_{nn}^j$  les coefficients d'influence des contraintes.

Donc l'influence de N éléments sur le i<sup>ème</sup> élément est obtenue par superposition.

$$\begin{aligned} \sigma_s^i &= \sum_{j=1}^n (A_{ss}^j D_s^j + A_{sn}^j D_n^j) \\ \sigma_n^i &= \sum_{j=1}^n (A_{ns}^j D_s^j + A_{nn}^j D_n^j) \end{aligned} \quad i=1, n \quad \text{(III-3)}$$

quand au champs des déplacements :

$$\begin{aligned}
 U_s^i &= \sum_{j=1}^n (B_{ss}^j D^j + B_{sm}^j D^j) \\
 U_n^i &= \sum_{j=1}^n (B_{ns}^j D^j + B_{nm}^j D^j)
 \end{aligned}
 \quad i=1,n \quad \text{(III-4)}$$

avec  $B_{sm}^j$ ,  $B_{ss}^j$ ,  $B_{ns}^j$ ,  $B_{nm}^j$  sont les coefficients d'influence des déplacements

Une fois les systèmes (III-3) et (III-4) formés, on calcule les discontinuités des déplacements selon les conditions aux limites en contraintes ou en déplacements. [CROUCH]

L'introduction du principe de correspondance permet le passage du problème viscoélastique au problème élastique correspondant par une linéarisation pas à pas dans le temps. [CRAWFORD] [BENRABAH & ZEGNOUNE]

CHAPITRE IV

FLUAGE DU PLOMB  
ET  
SIMULATION NUMERIQUE  
PAR LA M.D.D

## IV.1 INTRODUCTION

Toute étude théorique des matériaux est incomplète sans qu'il y ait une validation expérimentale, grâce à laquelle on peut se renseigner sur l'exactitude du modèle théorique ou éventuellement sur son échec.

Lors du travail expérimental, il faut savoir entirer les bonnes remarques et pouvoir les interpréter judicieusement, ce qui est à priori délicat car l'expérience n'est jamais parfaite et des erreurs de manipulation peuvent surgir là où on s'attend le moins.

## IV.2 CONDITIONS EXPERIMENTALES

Pour que le fluage se manifeste de façon tangible, il faut choisir un matériau qui met en évidence ce phénomène. Comme on est contraint de faire les essais à température ambiante et faire intervenir le temps comme paramètre supplémentaire, notre choix s'est porté sur le plomb, ceci est justifié par le fait que le fluage de ce matériau se manifeste à température ambiante pour de faibles charges.

## IV.3 PRINCIPE DE L'ESSAI (norme ASTM E139)

L'essai de fluage en traction consiste à appliquer une charge constante sur une éprouvette suivant son axe longitudinal et à observer l'augmentation de l'allongement dans le temps.

## IV.4 TECHNIQUE EXPERIMENTALE

### IV.4.1 DISPOSITIF D'ESSAI :

Le dispositif utilisé pour les essais est un appareil de fluage SM106 (Figure IV-1), qui se trouve au laboratoire de R.D.M du département aéronautique à l'université de BLIDA. Il utilise un simple levier pour appliquer une charge de traction permanente. L'éprouvette est maintenue à chaque extrémité par une broche. On applique les charges en suspendant des poids à l'extrémité du levier. Un arrêtoir est prévu pour supporter le poids du levier pendant la mise en place de l'éprouvette .

L'allongement est mesuré au moyen d'un comparateur. La mesure du temps a été effectuée manuellement à l'aide d'un chronomètre.

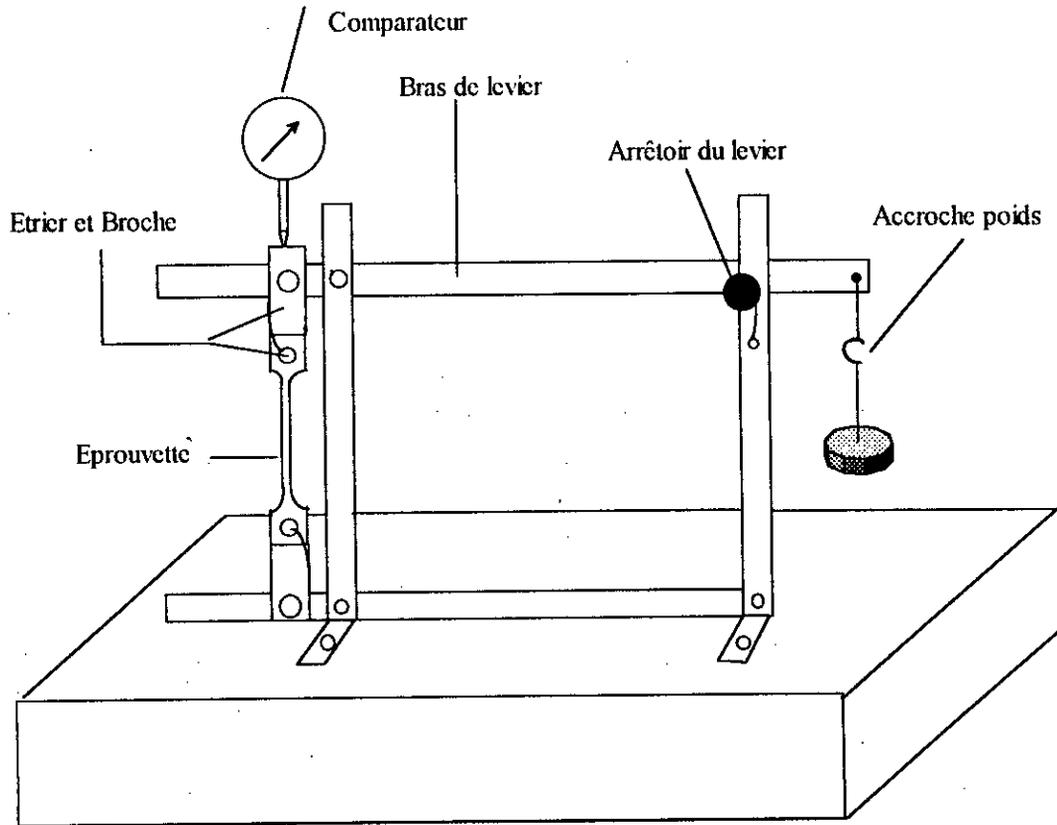


Figure IV-1 Schéma de l'appareil de traction SM 106

#### IV.4.2 EPROUVETTE UTILISEE :

Avec l'installation disponible, en particulier le système de mesure de l'allongement, il n'est possible d'employer qu'un seul type d'éprouvette. Les dimensions sont représentées sur la figure IV-2.

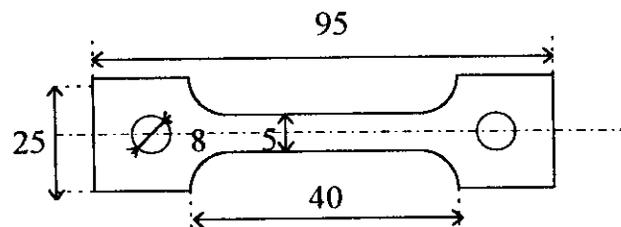


Figure IV-2 Epreuve de traction

Les éprouvettes ont été découpées soigneusement sur des tôles de plomb de 2mm d'épaisseur, en respectant la symétrie et la forme des arrondis.

#### IV.5 PROCEDURE SUIVIE LORS DU TRAVAIL EXPERIMENTAL

Avant de lancer l'essai, il ya lieu d'estimer les charges qui permettent d'avoir un comportement en fluage décelable en des temps relativement courts et de mesurer la section transversale de chaque éprouvette afin de permettre le calcul ultérieur des contraintes.

Le montage de l'éprouvette sur la machine d'essai étant réalisé, on veille à ce que celle ci ne soit pas tordue. On effectue l'enregistrement de l'allongement à des intervalles de temps croissants jusqu'à rupture ou stabilité.

#### IV.6 ANALYSE DES RESULTATS

L'analyse primaire des courbes représentées sur les figures (IV-3) et (IV-4) montre trois phases distinctes :

- Une phase caractérisée par une vitesse de déformation décroissante (fluage primaire).
- Une phase caractérisée par une vitesse de déformation constante (fluage secondaire).
- Une dernière phase au cours de laquelle la vitesse de déformation augmente jusqu'à rupture (fluage tertiaire).

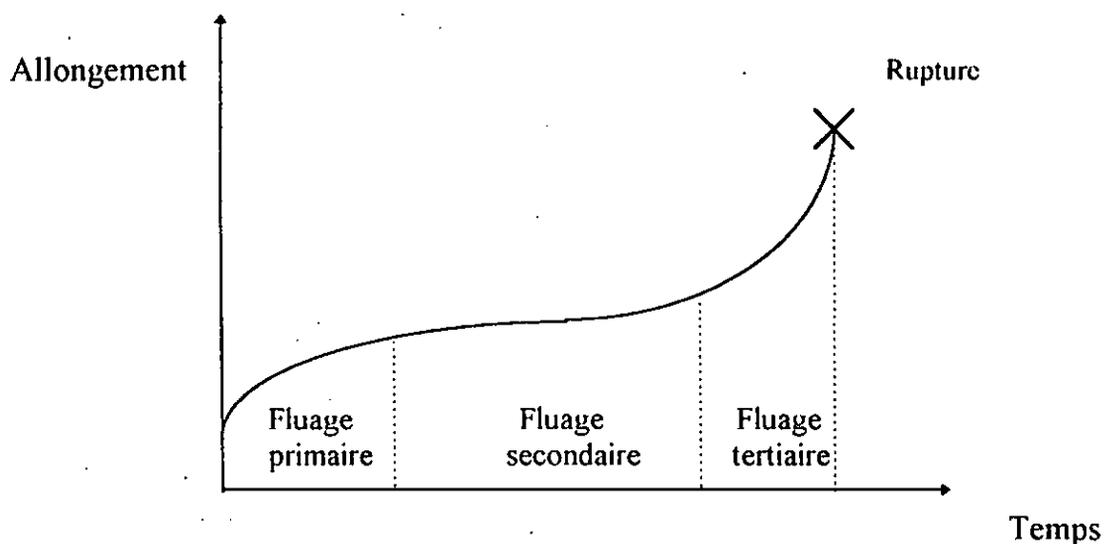


Figure IV-5 Représentation schématique d'une courbe de fluage

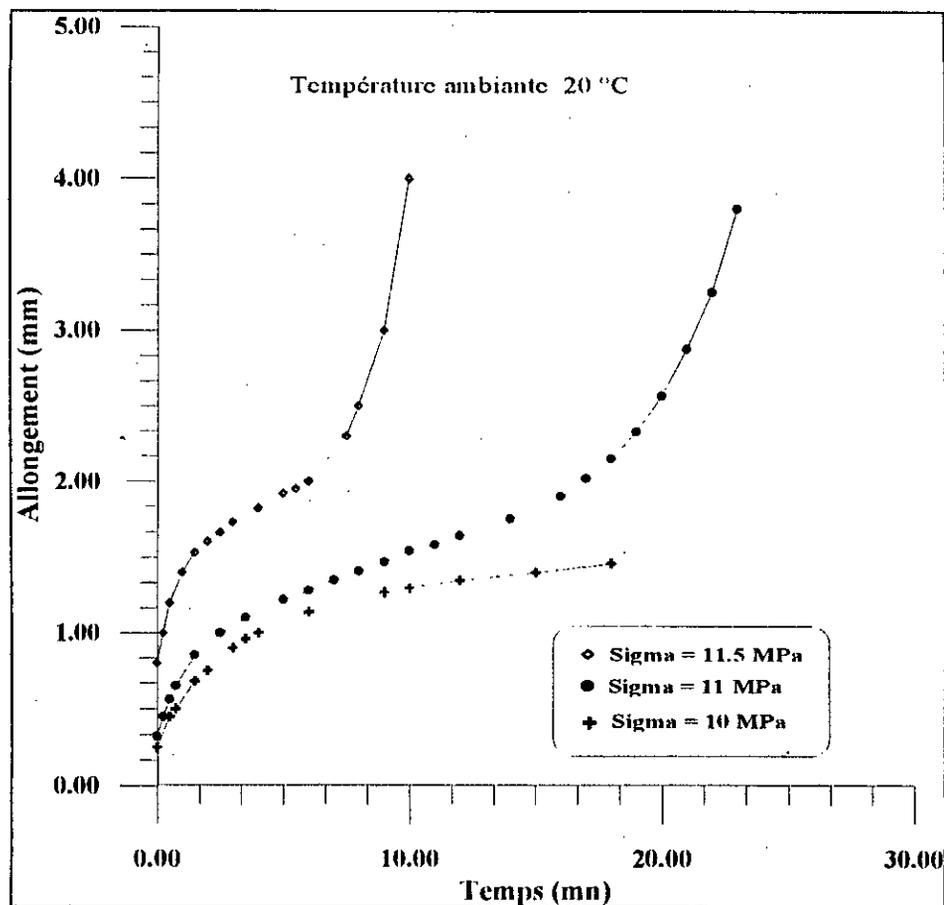


Figure IV-6 Courbe de fluage du plomb pour différentes contraintes (10, 11 et 11.5 MPa)

D'après les essais effectués, on remarque qu'à partir d'une certaine contrainte, la forme des courbes change d'allure et nous avons une augmentation rapide de la vitesse de fluage conduisant à la rupture.

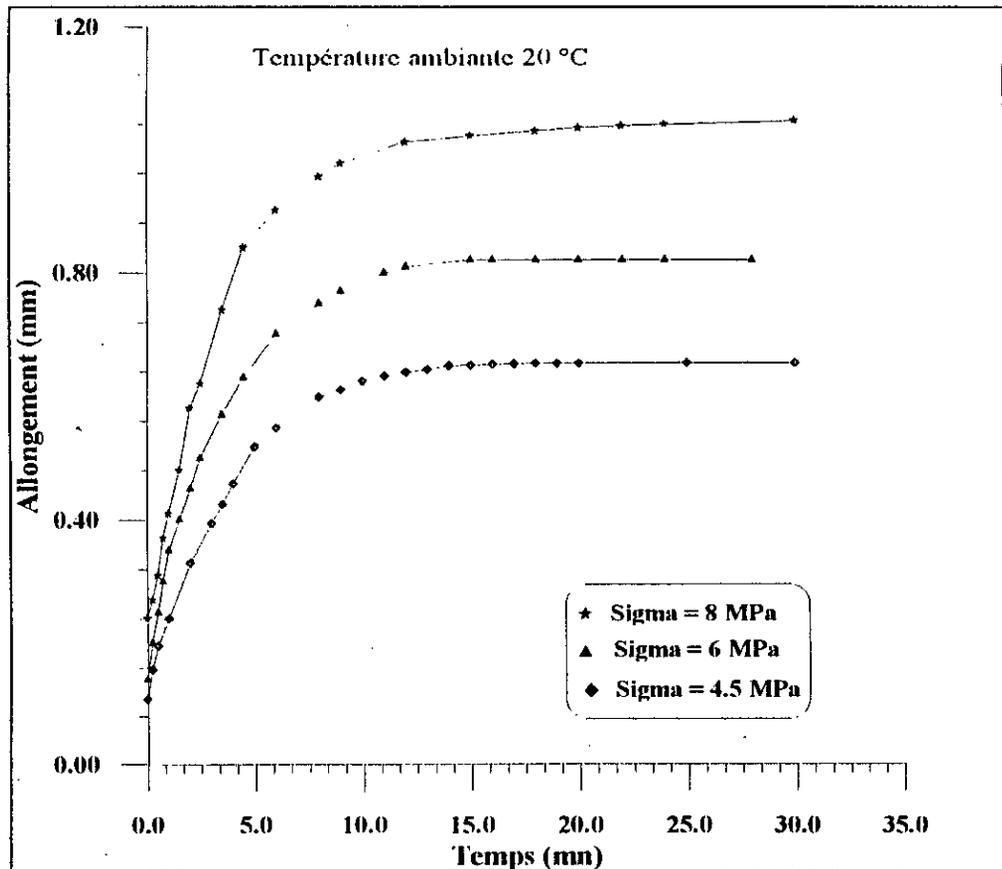


Figure IV-7 Courbes de fluage du plomb pour différentes contraintes  
(8, 6 et 4.5 MPa)

#### IV.7 EXPLOITATION DES RESULTATS

Dans l'implémentation numérique, on a utilisé le modèle standard à trois paramètres dont la fonction de fluage  $J(t)$  est donnée par:

$$J(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_0} = \left[ \frac{(E_1 + E_2)}{E_1 E_2} - \frac{1}{E_2} \exp\left(-\frac{E_2}{\eta} t\right) \right] \quad (\text{IV-1})$$

avec  $E_1$ ,  $E_2$  et  $\eta$  les paramètres rhéologiques.

A partir des résultats expérimentaux, une approche par la méthode des moindres carrés permet d'approximer les valeurs de  $E_1$ ,  $E_2$  et  $\eta$  permettant ainsi une représentation optimale de l'essai considéré.

Valeurs des paramètres rhéologiques  $E_1$ ,  $E_2$  et  $\eta$  pour différentes valeurs de contraintes:

$\sigma$ (MPa)	$E_1$ (MPa)	$E_2$ (MPa)	$\eta$ (MPa.mn)	$E_2/\eta$ (mn <sup>-1</sup> )
11.5	430	310	500	0.62
11	630	240	1750	0.137
10	970	270	1100	0.245
8	1120	290	1000	0.29
6	1130	270	940	0.287
4.5	1160	250	970	0.258

Tableau IV-1

$E_2/\eta = \theta$  : Temps de retardation en fluage

### REMARQUE

Sur le tableau ci-dessus, on peut constater que pour des contraintes inférieures ou égales à 10 Mpa, le temps de retardation est relativement constant. Ce qui nous permet d'affirmer que pour  $\sigma \geq 10$  Mpa nous sortons du domaine élastique et le comportement devient viscoplastique ce qui se traduit par une diminution de  $E_1$ .

### IV.8 VALIDATION DU CODE DE CALCUL UTILISANT LA METHODE DE DISCONTINUITÉ DE DEPLACEMENT

Le code de calcul qui a été développé dans le cadre d'un projet de fin d'étude sous la direction de Mr BELKACEMI, nous a permis d'exploiter nos résultats expérimentaux.

L'éprouvette utilisée est assimilée à une plaque finie en fluage soumise à une contrainte de traction.

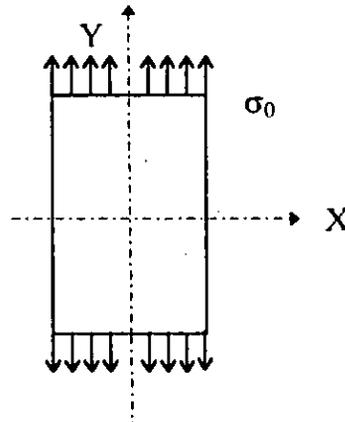


Figure IV-8 Modèle physique de la plaque

En tenant compte de la double symétrie, on discrétise seulement le quart de l'éprouvette (Figure IV-9a). Une convergence a été obtenue pour un maillage de 60 éléments (Figure IV-9b).

Les courbes représentées sur les figures (IV-10, IV-11, IV-12 et IV-13) donnent les solutions numériques obtenues ainsi que les solutions expérimentales pour différentes valeurs de la contrainte de traction  $\sigma_0$ .

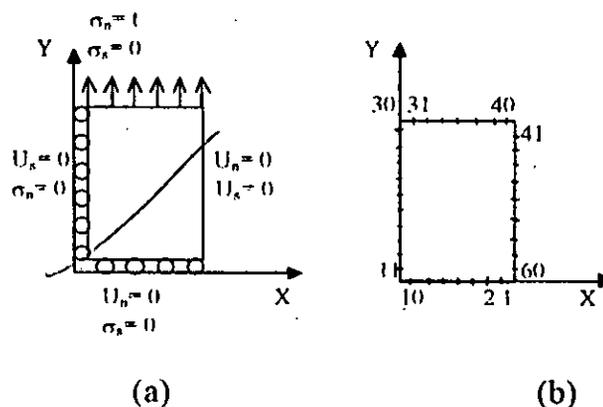
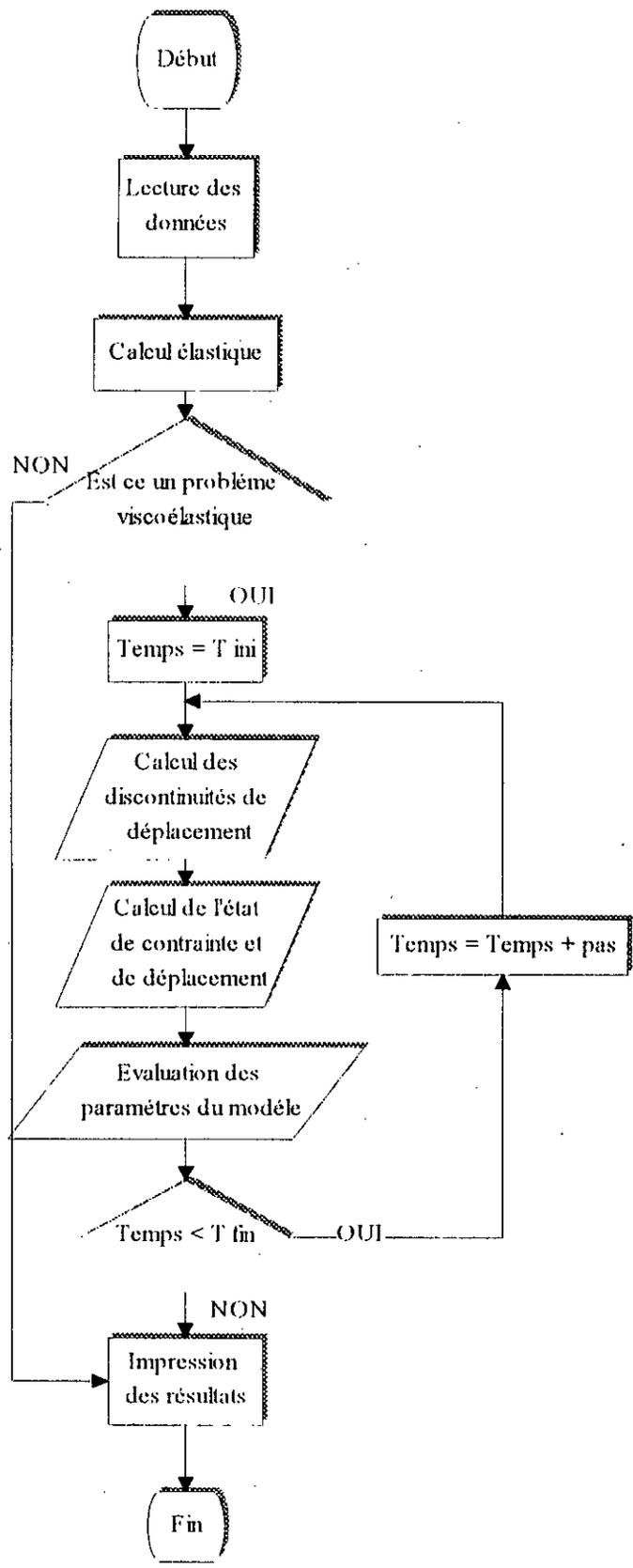


Figure IV-9 Modèle numérique de la plaque



Organigramme simplifié du code de calcul

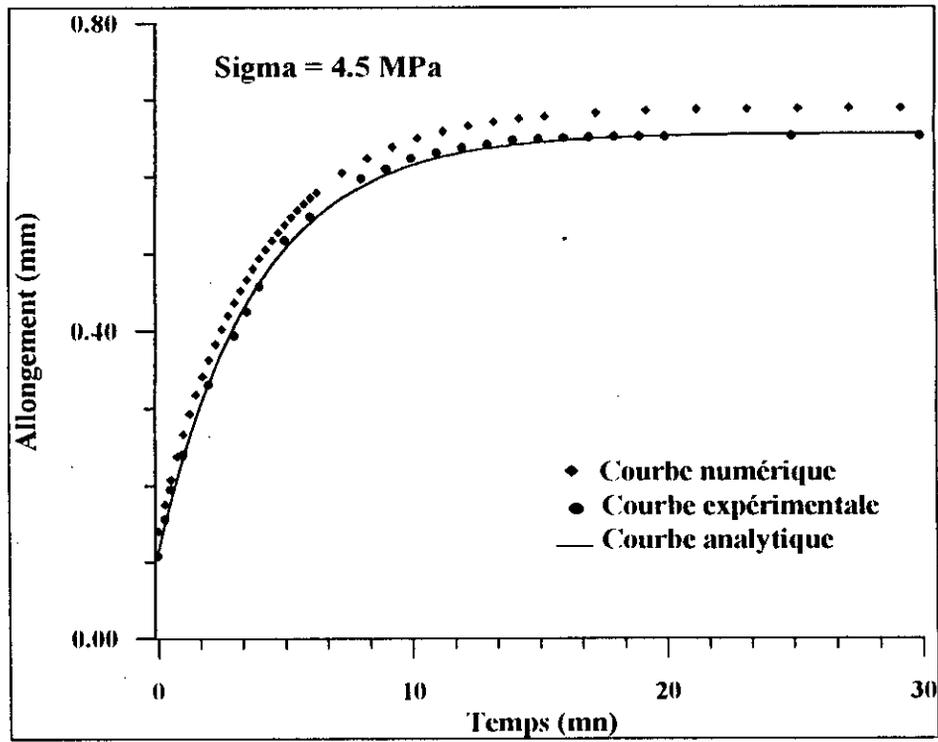


Figure IV--10

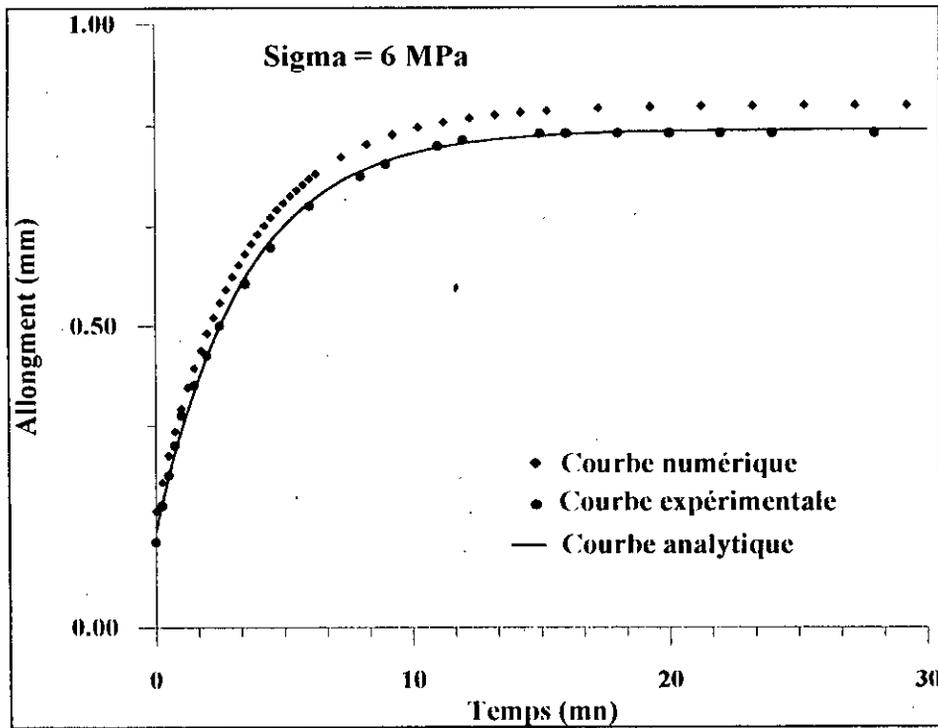


Figure IV-11

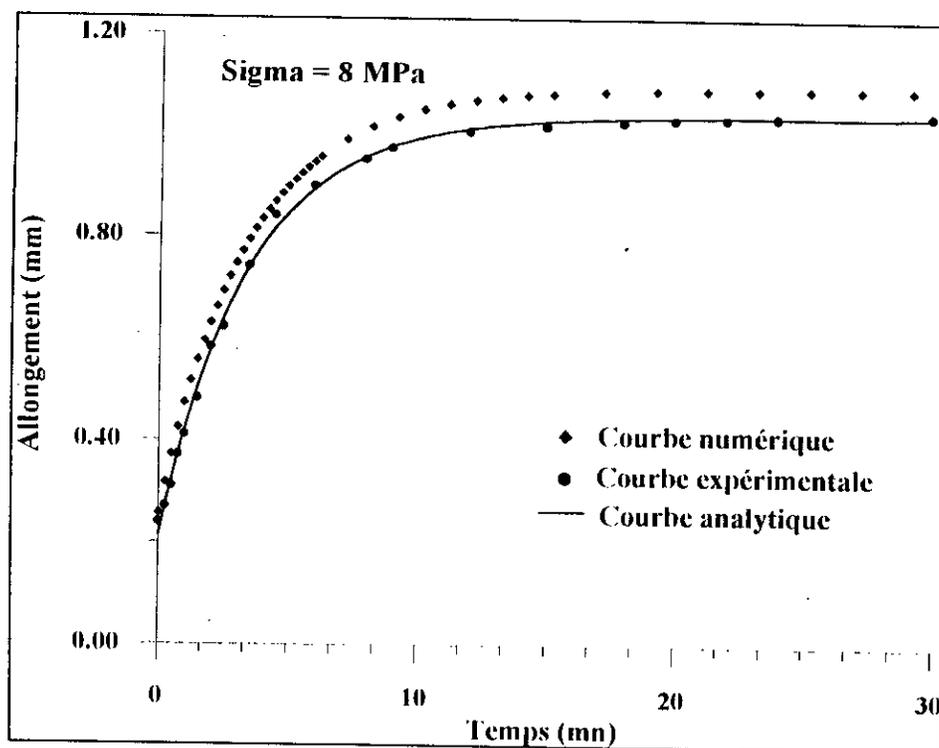


Figure IV-12

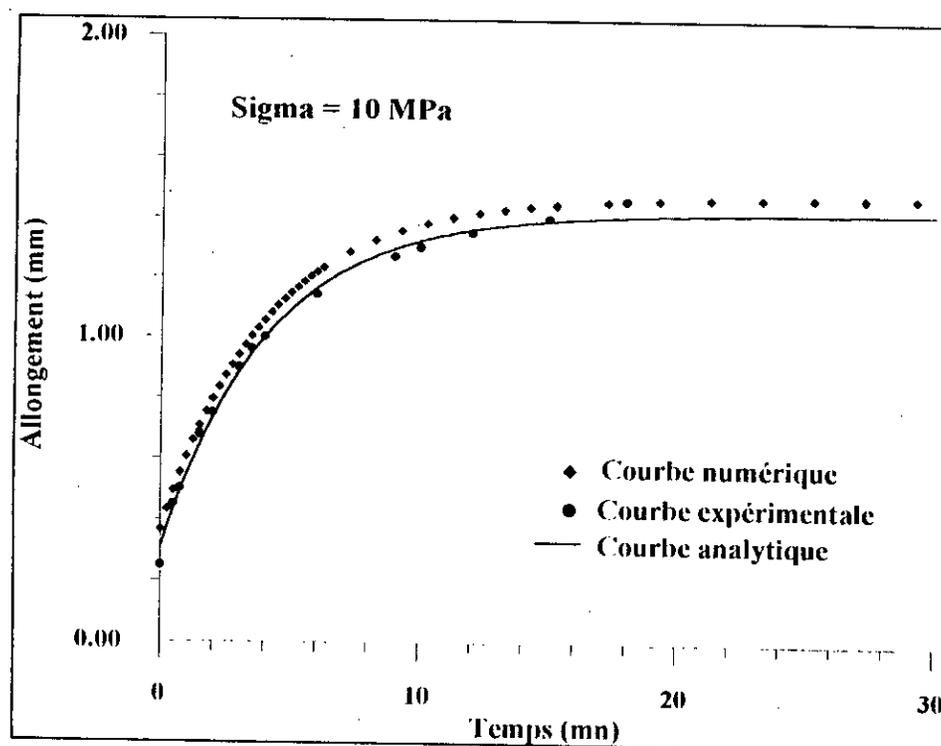


Figure IV-13

## INTERPRETATION DES RESULTATS

Les résultats numériques obtenus par la M.D.D pour le fluage du plomb montrent une bonne cohérence avec ceux obtenus expérimentalement, l'écart enregistré entre les courbes (simulation-expérience) est justifiable si on prenait en considération la simplicité du montage utilisé (risque de désalignement de l'axe de l'éprouvette au moment de l'application de la charge, engendrant des flexions et torsions parasites) et la précision de l'appareil de mesure des déplacements.

Une autre constatation peut se faire concernant la limite de chargement pour laquelle le modèle standard cesse d'être applicable (10Mpa dans notre cas), au dessous de cette valeur, le modèle standard représente le comportement viscoélastique du plomb avec une marge d'erreur acceptable.

**CHAPITRE V**

**FLUAGE DU BOIS  
EN  
FLEXION**

### V.1 INTRODUCTION

Le bois, véritable matériau composite, a été depuis les temps un matériau de choix pour les structures. Il a d'une façon générale un comportement viscoélastique. Ce comportement mécanique est complexe en raison de la nature même du bois et de l'influence déterminante de paramètres tels que l'humidité et la température.

### V.2 COMPORTEMENT DU BOIS SOUS CONTRAINTE

Puisque l'anisotropie du bois est très marquée, le comportement de ce matériau dépend de la direction selon laquelle on applique la charge, sachant que sa structure révèle trois directions privilégiées : longitudinale (L), radiale (R) et transversale (T).

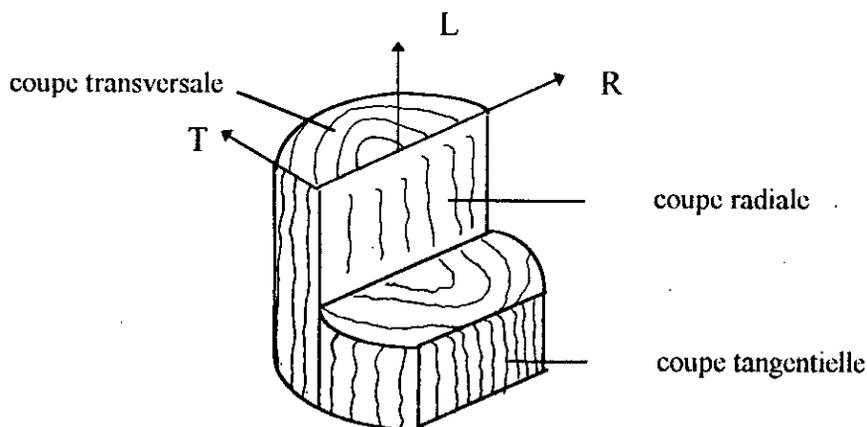


Figure V-1

### V.3 INFLUENCE DE L'HUMIDITE

Les propriétés mécaniques du bois varient considérablement en fonction de plusieurs paramètres, tels que la masse volumique et la température, mais le principal facteur qui modifie la tenue du bois est son taux d'humidité. Toutefois, toutes les propriétés mécaniques du bois ne sont pas affectées de la même façon, pour une diminution de 1% du taux d'humidité, la valeur du module de Young augmente d'environ 2%, et celle de la résistance mécanique de 4 à 5%[DORLOT].

#### V.4 PRINCIPE DE L'ESSAI (norme ASTM D143)

L'essai de fluage en flexion trois points, consiste à appliquer une charge dont la ligne d'action passe à mi-chemin entre deux appuis et à enregistrer l'évolution de la flèche en fonction du temps.

#### V.5 CONDITIONS EXPERIMENTALES

##### V.5.1 DISPOSITIF D'ESSAI

Le dispositif utilisé a été réalisé au sein de notre département. Il est constitué essentiellement d'un porte charge qui se place au milieu de l'éprouvette de telle façon que le contact couteau éprouvette soit linéaire. L'éprouvette est posée sur deux appuis définissant la longueur caractéristique '2L'.

Un comparateur mécanique est utilisé pour suivre l'évolution de la flèche en fonction du temps (voir figure V-2).

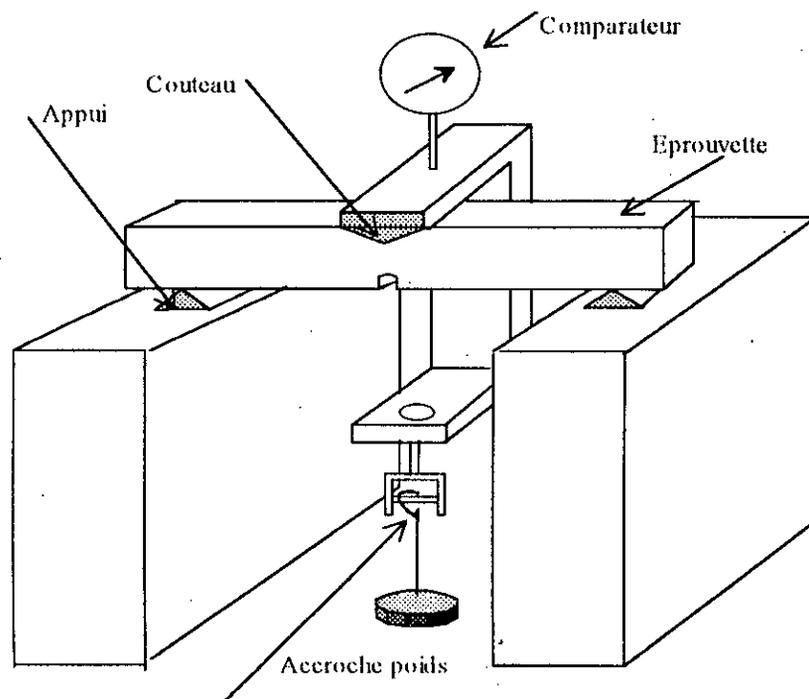


Figure V-2 Schéma du dispositif de flexion

### V.5.2 ELABORATION DES EPROUVETTES

L'éprouvette utilisée est une éprouvette normalisée de flexion trois points [BARTHELEMY]. Les dimensions relatives de cette éprouvette sont indiquées sur la figure V-3.

$$B = 12 \text{ mm}$$

$$a/w = 0.5$$

$$W = 2B$$

$$L = 2W$$

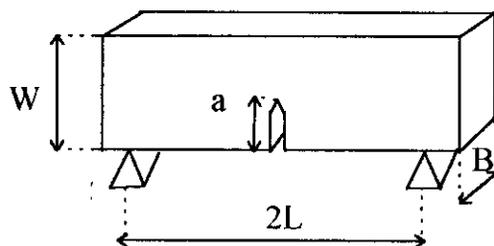


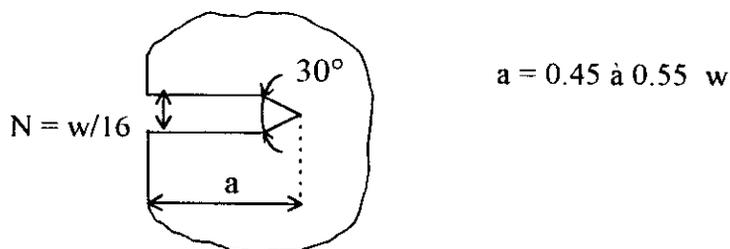
Figure V-3 Eprouvette de flexion

L'ensemble des éprouvettes a été prélevé sur du bois mi-dur de manière à avoir des coupes dont les fibres sont orientées à  $0^\circ$  (sens des fibres parallèle à la direction de la sollicitation) et des éprouvettes à  $90^\circ$  (sens des fibres perpendiculaire à la direction de la charge).

Il faut noter aussi qu'on a veillé à ce que les éprouvettes soient exemptes de tous défauts (noeuds, gerces ...).

#### Remarque

La partie la plus délicate dans la préparation des éprouvettes consiste à réaliser un rayon en fond d'entaille le plus aigu possible.



## V.6 DEPOUILLEMENT DES ESSAIS

Notre étude expérimentale sur le bois comporte trois parties :

### A) CARACTERISATION

Le comportement mécanique du bois sec est celui d'un matériau élastique orthotrope. Il peut être décrit à l'aide de neuf constantes associées aux directions naturelles, trois modules de Young, trois coefficients de poisson et trois modules de cisaillement.

Un essai de flexion réalisé sur une éprouvette simple orientée à 90° (Figure V-4b) permet de déterminer le module d'élasticité selon l'axe longitudinal, tandis que l'essai de flexion sur éprouvette orientée à 0° (Figure V-4a) nous donne le module d'élasticité selon l'axe transversal, et enfin on détermine le module d'élasticité selon l'axe radial par un essai de flexion suivant le sens radial (Figure V-4c).

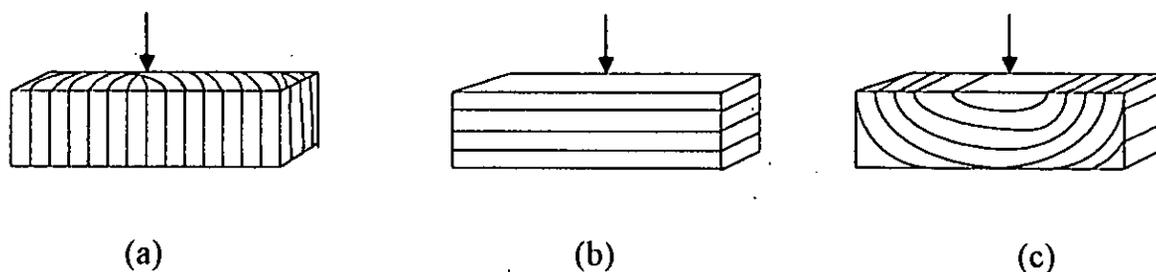


Figure V-4

La théorie de la déformation linéaire des poutres permet de calculer le déplacement du point d'application de la charge :

$$d = \frac{4pL^3}{3EI} \quad (V-1)$$

A partir des courbes charge-flèche suivant les trois directions, on détermine les modules de Young :

- Sens longitudinal : (Figure V-5)

$$E_L = 2600 \text{ Mpa}$$

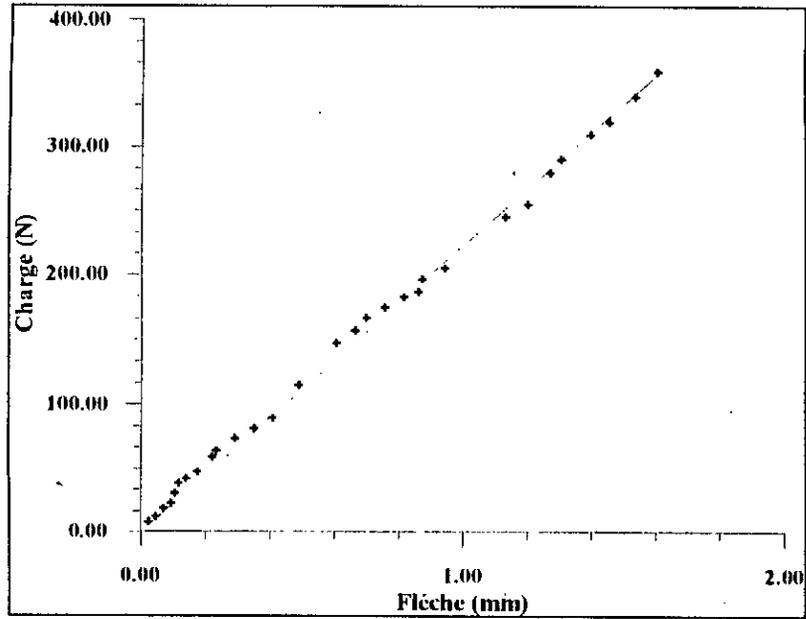


Figure V-5 Charge-Flèche selon l'axe longitudinal

- Sens radial : (Figure V-6)

$$E_R = 320 \text{ Mpa}$$

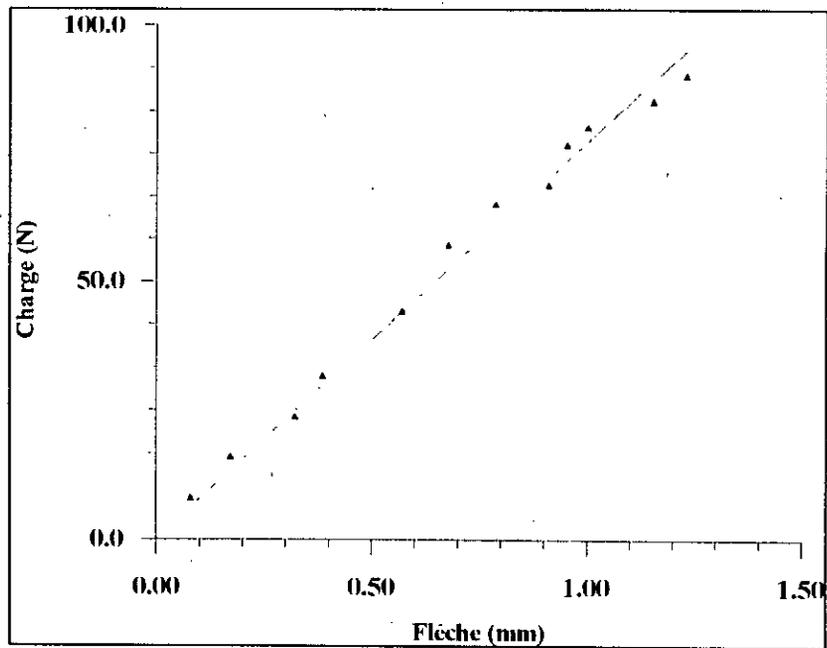


Figure V-6 Charge- Flèche selon l'axe radial

◆ Sens transversal : (Figure V-7)

$$E_T = 290 \text{ Mpa}$$

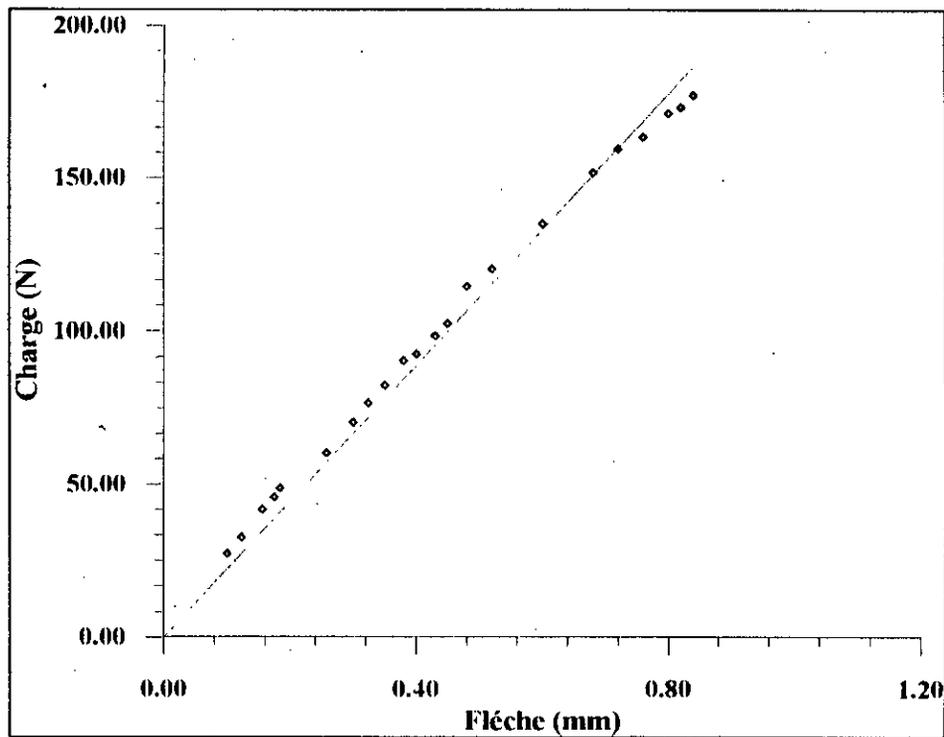


Figure V-7 Charge-Flèche selon l'axe transversal

### REMARQUE

C'est dans la direction longitudinale que la valeur du module de Young est la plus élevée, elle est par contre de 10 fois plus faible dans les deux autres directions, où les valeurs sont sensiblement identiques.

### B) DETERMINATION EXPERIMENTALE DE LA TENACITE DU BOIS

La ténacité du bois est un facteur important en bureau d'étude, elle permet de dire si une structure est susceptible de rompre soudainement par la propagation rapide d'une fissure.

La détermination expérimentale de  $K_{IC}$  est possible en connaissant les charges critiques pour différentes longueurs de l'entaille, toutefois l'anisotropie naturelle du bois nous amène à réaliser ces essais suivant deux directions, longitudinale et transversale.

Les éprouvettes d'essai ont été obtenues après plusieurs découpages afin d'avoir des longueurs d'entailles initiales différentes.

Le concept de facteur d'intensité de contrainte critique relève strictement de la mécanique linéaire de la rupture, et s'applique au cas d'un matériau dont le comportement est linéaire élastique, c'est le cas du bois sec dont le taux d'humidité est inférieur à 12%.

Pour le cas d'une éprouvette de flexion trois points le facteur d'intensité de contrainte critique s'écrit [BARTHELEMY] :

$$K_{IC} = \frac{P_C}{B\sqrt{W}} \left[ 11.58 \left( \frac{a}{W} \right)^{1/2} - 18.42 \left( \frac{a}{W} \right)^{3/2} + 87.18 \left( \frac{a}{W} \right)^{5/2} - 150.66 \left( \frac{a}{W} \right)^{7/2} + 154.8 \left( \frac{a}{W} \right)^{9/2} \right] \quad (V-2)$$

La connaissance des charges critiques pour différentes longueurs de l'entaille (figure V-10 et figure V-11) nous permet de calculer le  $K_{IC}$  moyen.

- Sens longitudinal : (Figure V-8)

$$K_{ICL} = 50 \text{ Mpa}\sqrt{m}$$

- Sens transversal : (Figure V-9)

$$K_{ICT} = 0.4 \text{ MPa}\sqrt{m}$$

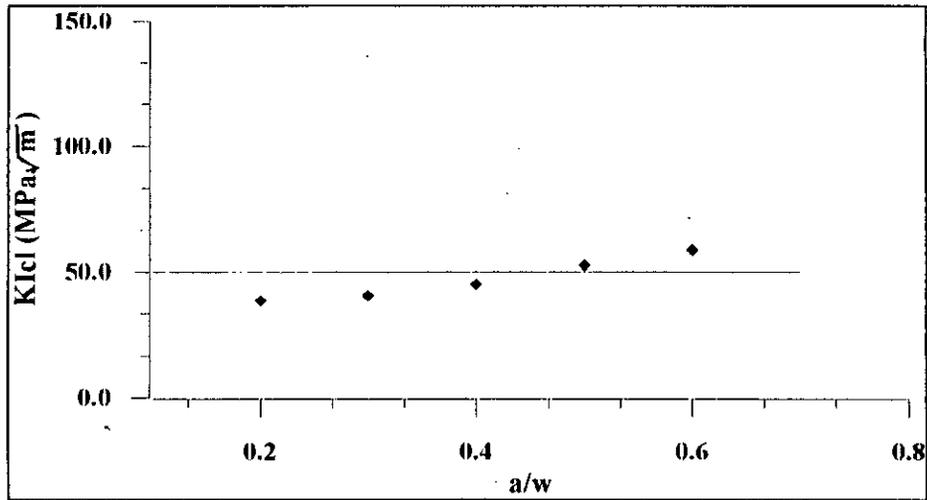


Figure V-8 Détermination de  $K_{Ic}$  selon l'axe longitudinal

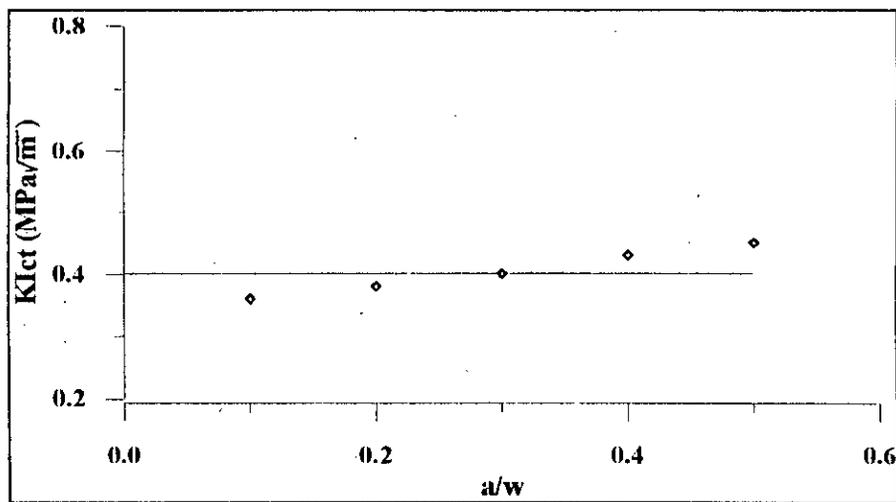


Figure V-9 Détermination de  $K_{Ic}$  selon l'axe transversal

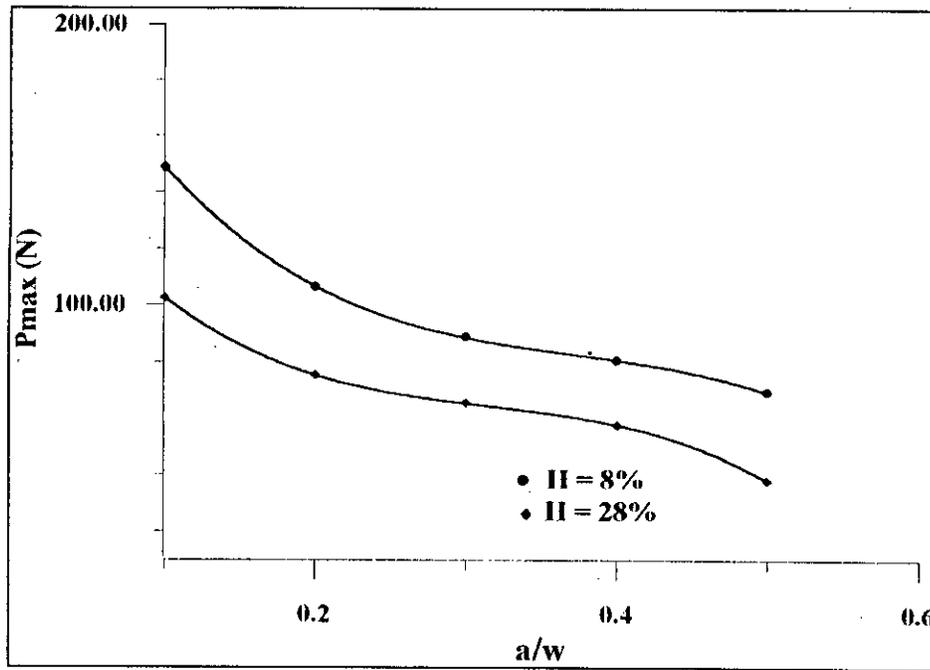


Figure V-10 Charges critiques en fonction de la longueur de l'entaille selon l'axe transversal

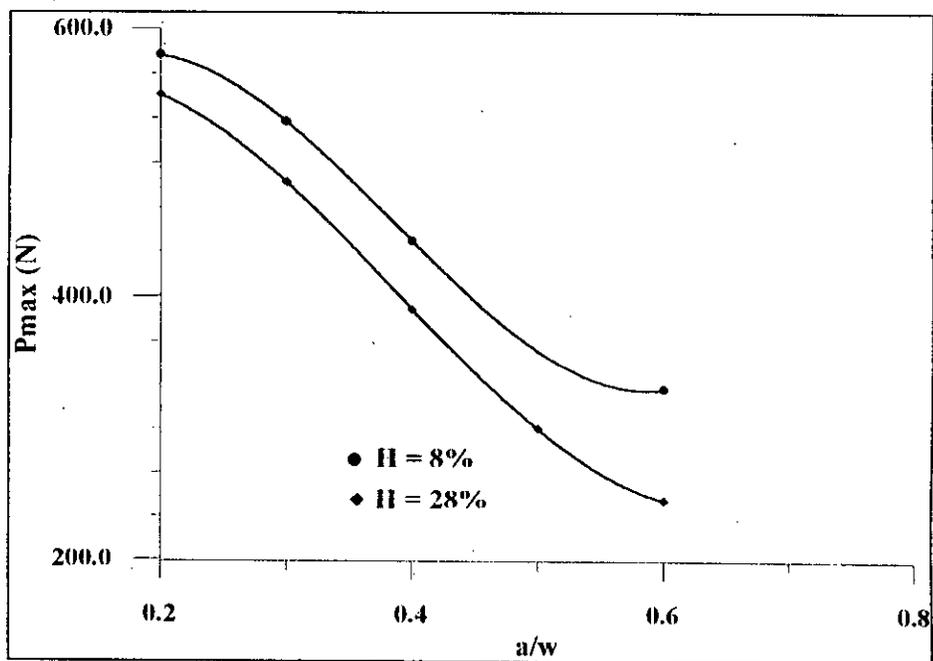


Figure V-11 Charges critiques en fonction de la longueur de l'entaille selon l'axe longitudinal

## INTERPRETATION DES RESULTATS

D'après les figures V-8 et V-9 on voit bien que la ténacité du bois est une caractéristique intrinsèque, indépendante de la longueur de l'entaille et de l'épaisseur de l'éprouvette. Elle est influencée, par contre, par le sens de prélèvement.

Cette étude nous a permis de distinguer deux comportements du matériau selon le type de configuration des éprouvettes :

- Dans le sens transversal, la fissure se propage de façon continue, c'est à dire sans arrêt jusqu'à la rupture finale, ce comportement traduit la faible résistance à la rupture dans ce sens, ce qui explique la faible valeur de  $K_{ICT}$ .
- Dans le sens longitudinal, la propagation de fissure est marquée par l'augmentation de la charge après amorçage macroscopique de la rupture, en effet les fibres s'opposent à la propagation et restent liés formant ainsi des ponts de fibres qui contribuent dans la résistance à la propagation de fissure, ce comportement traduit la bonne résistance à la rupture de cette configuration, ce qui nous donne un  $K_{ICT}$  important.

La ténacité du bois humide n'a pas été traitée ici du fait que lorsque le taux d'humidité augmente, la mécanique linéaire de la rupture cesse d'être applicable. [PLUVINAGE]

### C) MISE EN EVIDENCE EXPERIMENTALE DU COMPORTEMENT VISCOELASTIQUE DU BOIS:

Pour la détermination expérimentale du comportement viscoélastique du bois, la méthode la plus couramment utilisée est le fluage en flexion.

La rhéologie du bois est assez complexe dans sa théorie, mais les principes généraux d'étude de la viscoélasticité linéaire restent applicables.

La représentation du comportement viscoélastique du bois soumis à un échelon de contrainte se fait selon diverses lois, si on se réfère au modèle standard à trois paramètres, la fonction fluage  $J_f(t)$  est de la forme :

$$J_f(t) = \left[ \frac{(E_1 + E_2)}{E_1 E_2} - \frac{1}{E_2} \exp\left(-\frac{E_2}{\eta} t\right) \right] \quad (V-3)$$

La charge  $P$  étant constante, le déplacement de la charge  $d(t)$  s'écrit :

$$d(t) = \frac{16P}{B} (1 - \nu^2) \left[ \frac{(E_1 + E_2)}{E_1 E_2} - \frac{1}{E_2} \exp\left(-\frac{E_2}{\eta} t\right) \right] \quad (V-4)$$

avec  $E_1$ ,  $E_2$  et  $\eta$  les paramètres rhéologiques.

Toutefois, la représentation la plus utilisée est une fonction de type puissance [PLUVINAGE], ceci en raison de sa bonne description du comportement différé dans ses premiers instants.

On définit la complaisance  $C$  par :

$$C(t) = \frac{d(t)}{P} \quad (V-5)$$

avec  $d$  la flèche et  $P$  la charge appliquée

L'évolution de la complaisance en fonction du temps se présente sous la forme :

$$C(t) = A t^\lambda \quad (V-6)$$

$A$  et  $\lambda$  sont des constantes.

Les figures (V-12, V-13, V-14 et V-15) représentent des courbes complaisance-temps pour le bois sec et humide, selon les axes transversal et longitudinal.

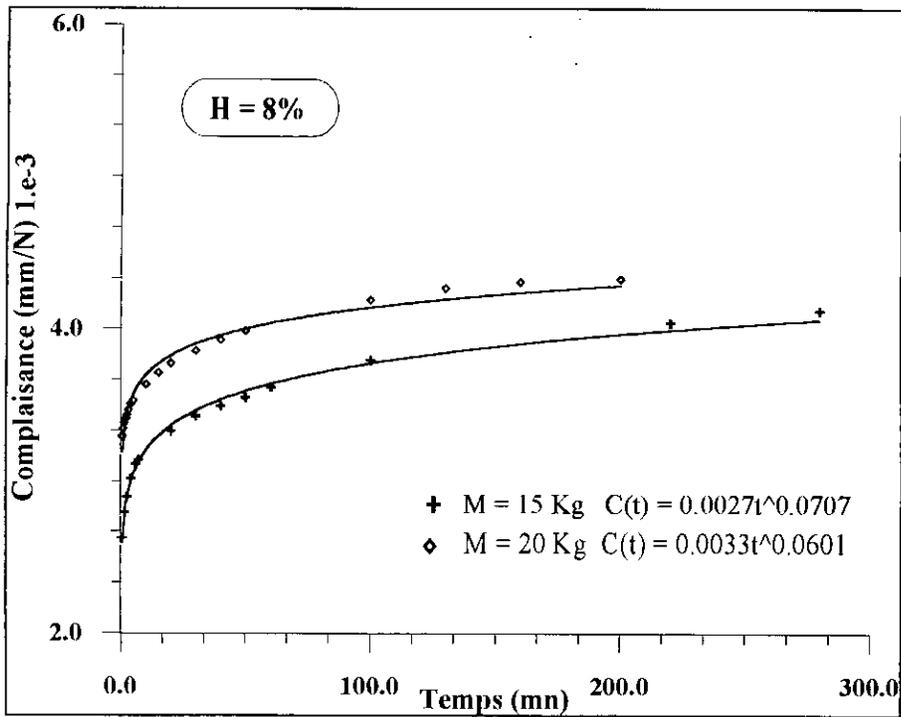


Figure V-12 Courbes de fluage pour le bois sec selon l'axe longitudinal

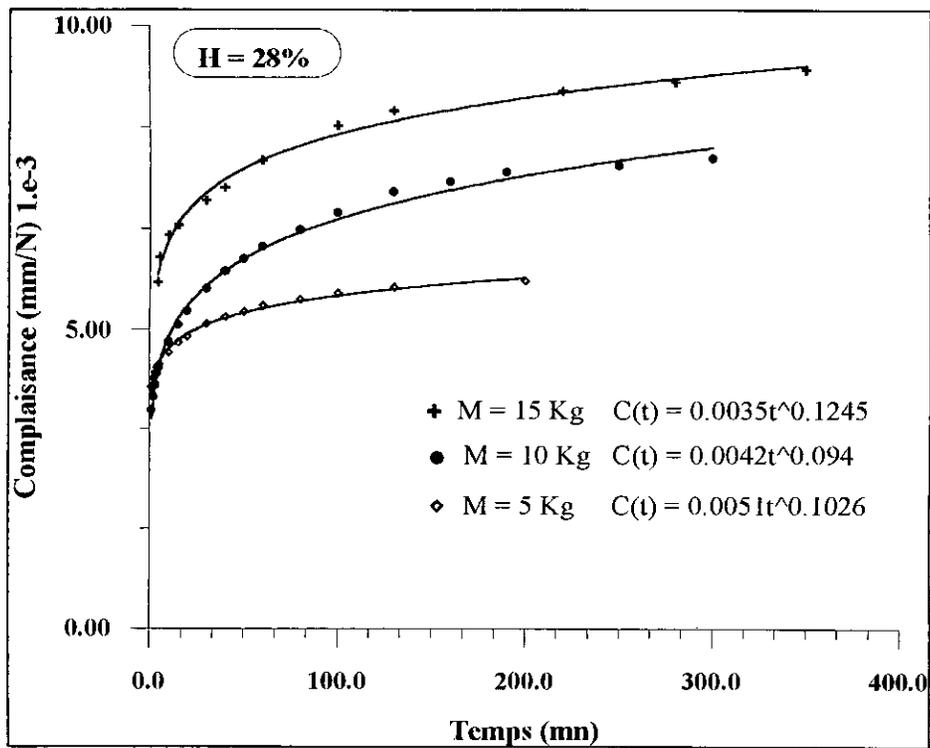


Figure V-13 Courbes de fluage du bois humide selon l'axe longitudinal

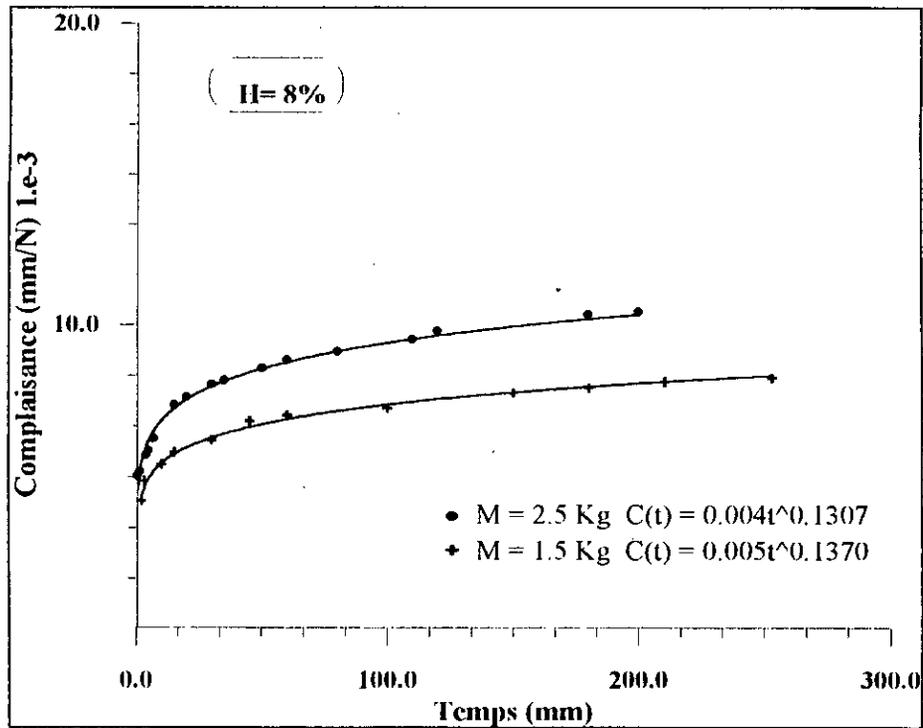


Figure V-14 Courbes d fluage pour le bois sec selon l'axe transversal

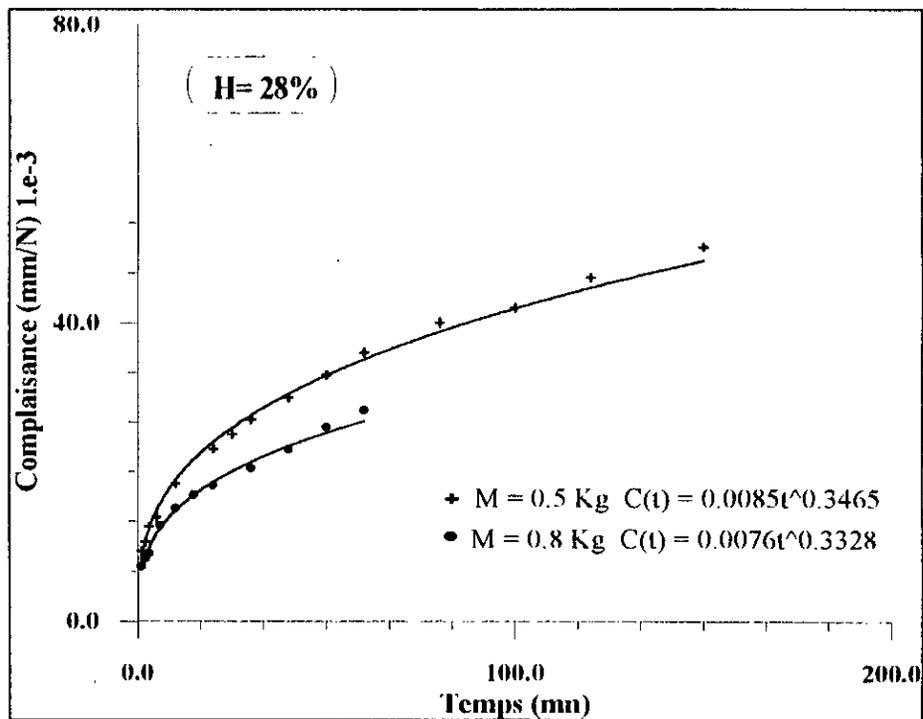


Figure V-14 Courbes de fluage pour le bois humide selon l'axe transversal

## INTERPRETATION DES RESULTATS

L'ensemble de ces résultats confirme que le bois est un matériau viscoélastique.

- D'après les essais effectués sur le bois sec et humide, on voit bien l'influence déterminante de l'humidité sur le comportement viscoélastique du bois.
- En faisant les essais de fluage sur des éprouvettes orientées à  $90^\circ$  et  $0^\circ$ , on constate que le comportement viscoélastique du bois se manifeste dans le sens transversal pour des charges faibles.
- Pour la modélisation en fonction puissance, le facteur  $\lambda$  est relativement constant pour différentes charges dans le même sens et augmente avec le taux d'humidité.

# CONCLUSION

## CONCLUSION GENERALE

Cette étude nous a permis d'aborder le domaine expérimental, essais mécaniques des matériaux, qui est souvent peu considéré mais d'une importance vitale pour l'ingénieur, car elle lui permet de percer les mystères de la nature et surtout de mieux appréhender les solutions pour les problèmes techniques.

Les essais de fluage sur le plomb ont été d'une grande utilité, vu qu'ils nous ont permis la validation d'un code de calcul utilisant la méthode de discontinuité de déplacement, pour la modélisation du comportement viscoélastique. Les résultats numériques obtenus présentent une bonne corrélation avec les valeurs expérimentales, en considérant les moyens techniques simples utilisés.

Une deuxième étape de notre étude s'est proposée de modéliser le comportement viscoélastique d'un matériau anisotrope -le bois-. On a constaté que son comportement en fluage est influencé par l'orientation des sollicitations par rapport aux directions principales et par le taux d'humidité. En se basant sur les concepts de la mécanique linéaire de la rupture nous avons calculé le facteur d'intensité de contrainte critique pour différentes configurations des éprouvettes. On a conclu que la présence des fibres perpendiculaires au plan de propagation d'une fissure accroît la résistance à la rupture de la structure considérée.

Nous espérons qu'avec ce travail avoir pu dégager les lignes directrices de l'approche expérimentale des essais de fluage à température ambiante, et qu'elle soit dans l'avenir, améliorée et étendue pour valider un ensemble de codes de calcul déjà développés et qui restent à l'état de la théorie. Sans oublier que l'expérimentation sur le bois est à son état primitif, d'autres études (théoriques et expérimentales) permettront sûrement de mieux connaître ce matériau largement utilisé et dont le comportement est complexe.

## BIBLIOGRAPHIE

- M.F ASHBY D.R.H JONES "Matériaux propriétés et applications"  
(Dunod 1991)
- B. BARTHELEMY "Notion pratique de la mécanique de la rupture"  
(édition Eyrolles 1980)
- Z.BENRABAH A.ZEGNOUNE "Modélisation de la rupture des matériaux viscoélastiques par la méthode des discontinuités de déplacement"  
(PFE Juin 1994) E.N.P
- A.M CRAWFORD J.H CURRAN  
Publication: "A displacement discontinuity approach to modelling the creep behaviour of rock and it's discontinuities"  
*International journal of numerical methode in engineering* (p245-267)
- S.L CROUCH A.M STARFIELD "Boundary element in solid mechanics"  
(George Allen et Anwin 1983)
- R.DAVIS "Testing of engineering materials"  
(International student edition 1982)
- J.M DORLOT "Des matériaux"  
(édition de l'école polytechnique de Montréal 1991)
- WFLUGGE "Viscoelasticity"  
(Springer - Verlag 1975)
- D.FRANÇOIS "Essais mécaniques des métaux"  
(Technique de l'ingénieur M120, M126 et M127)
- D. FRANÇOIS A.ZAOUI "Comportement mécanique des matériaux"  
(édition Hermès 1991)
- G.R IRWIN "Fracture mechanics"  
(Metal Handbook volume 8 p439-464)
- R. LABBENS "Introduction à la mécanique de la rupture"  
(édition Pularis 1980)
- J. LEMAITRE J.L CHABOCHE "Mécanique des matériaux solides"  
(Dunod 1985)

K.NESNAS *“Simulation numérique par équation intégrales de frontière d'essai en mécanique de la rupture”*

(P.F.E Juin 1991) E.N.P

W. NOWACKI *“Théorie du fluage”*

(édition Eyrolles 1985)

G. PLUVINAGE *“La rupture du bois et ses composites”*

(édition Cépadues 1992)

J. SALENÇON *“Viscoélasticité”*

(édition école nationale polytechnique France 1987)

J. D WHITTENBERGER *“Creep and stress rupture testing”*

(Metal Handbook volume 11 p308-328)