

11/91

وزارة الجامعات  
Ministère aux Universités

zek

# ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE MECANIQUE



## PROJET DE FIN D'ETUDES

### SUJET

Etude Numérique de La Condensation  
en film laminaire de la vapeur saturée  
en écoulement autour d'un cylindre  
horizontal.

Proposé par :

M. A. BILEK .  
M. H. BENNDUR .

Etudié par :

M. S. LOUNICI

Dirigé par :

M. A. BILEK .  
M. H. BENNDUR .

PROMOTION

1991 .

وزارة الجامعات  
Ministère aux Universités

# ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE MECANIQUE



## PROJET DE FIN D'ETUDES

### SUJET

ETUDE NUMERIQUE DE LA CONDENSATION EN FILM

LAMINAIRE DE LA VAPEUR SATUREE EN ECOULEMENT

AUTOUR D'UN CYLINDRE HORIZONTAL

Proposé par :  
M. A. BILEK  
M. H. BENNOUR

Etudié par :  
M. S. LOUNICI

Dirigé par :  
M. A. BILEK  
M. H. BENNOUR

PROMOTION 1991

École Nationale Polytechnique.

Département de Mécanique.

Élève ingénieur : Lounei Smain

Promoteurs : A. BILEK et H. BENNOUR



ملخص:

الهدف من هذه الأطروحة هو دراسة التكمكائف فوق سطح أسطوانة أفقية مع إطلالة على ما أجري من بحوث ودراسات في هذا السياق، ثم إيجاد طريقة عددية أساسها الفروق المتناهية لحساب مختلف خصائص السيلان ومقارنتها بالنتائج النظرية.

Abstract:

The purpose of this work is to study numerically the laminar film condensation on horizontal cylinder, and to solve its governing equations using a finite difference scheme. We have compared the results with which was done in this field.

Résumé:

Le travail porte sur l'étude de la condensation en film laminaire d'un écoulement de vapeur saturée autour d'un cylindre horizontal.

Une méthode numérique explicite a été utilisée. Les résultats obtenus ont été comparés à ceux donnés par d'autres auteurs.

# Dédicaces

A

Mes Parents.

Mes sœurs.

Mes Frères.

Mes Nièces:

Ibticem et Ahlam.

A

Mes Amis:

Zinou, Nacer, Cherif  
Riad, Yahia, El-Waou,  
Hamid Hadj Rouit.

A toute La Promo. 1991

G. Mécanique.

## AVANT PROPOS

**Ce travail a été mené et réalisé au département de Génie Mécanique de l'ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE .**

**Les calculs ont été effectués sur le VAX 750 à l'annexe du centre de calcul de l'école et sur les micros du département d'HYDRAULIQUE .**

# Remerciements

Le travail m'a été proposé et dirigé par Messieurs Amar BILEK et Hocine BENNOUR. Je tiens à leur exprimer ma profonde gratitude et ma reconnaissance. Je les remercie très amicalement de leur disponibilité et de leur aide, et également de leurs vues et analyses riches et profondes.

Je remercie vivement Messieurs Nordinne YOUNSI et Ait Ali M. A, et Y. Halli pour tous leurs conseils et éclaircissements, sans oublier tous ceux qui ont participé de près ou de loin à ma formation, ainsi que tous mes amis qui m'ont aidé moralement.

Je ne terminerai sans remercier le département de l'Hydraulique pour m'avoir autorisé à accéder à leur centre de calcul.

## S O M M A I R E

- Avant propos	
- Nomenclature	
- Introduction.....	1
-Chapitre premier . Théorie de la couche limite.....	5
I - 1 Rappels.....	6
I - 2 Equations de la couche limite.....	7
I - 3 Forme adimensionnelle des équations.....	9
I - 4 Equation de la chaleur en couche limite.....	10
I - 5 Evaluation des coefficients d'échange de chaleur par convection.....	10
-Chapitre deuxième . Historique et état de l'art.....	12
II -1 Transfert de chaleur sur une paroi verticale...13	
II -1-1 Model théorique fondamental.....	14
II -1-2 Forme adim de la formule de NUSSELT.....	19
II -1-3 Remarques concernant la formule de NUSSELT.	20
II -1-4 Compléments à la formule de NUSSELT.....	20
II -2 Condensation en film à l'exterieur de tubes horizontaux.....	21
II -2-1 Model de NUSSELT.....	21
II -2-2 Model de GADIS.....	21
-Chapitre troisième . Model physique adopté.....	39
III-1 Description du model.....	40
III-2 Hypothèses.....	41
III-3 Equations de couche limite.....	41
III-4 Conditions aux limites.....	41
III-5 Bilan d'énergie.....	42
III-6 Formulation courant des équations.....	42
III-7 Procédure de discrétisation.....	43
III-7-1 Expression des conditions aux limites.....	45
III-7-2 L'équation du bilan d'énergie.....	46
-Chapitre quatrième .Différences finies aperçu général.....	47
IV-1 Introduction.....	48
IV-2 Approximation de la dérivée d'une fonction.....	49

IV-3	Expression des dérivées partielles.....	50
IV-4	Convergence et stabilité.....	51
-Chapitre cinquième .	Discrétisation et résultats du model.....	52
V-1	Introduction.....	53
V-2	Discrétisation.....	53
-CONCLUSION.....		94
-INDEX BIBLIOGRAPHIQUE		



## INTRODUCTION

## INTRODUCTION

L'étude du transfert thermique en écoulement diphasique, occupe une place importante dans la recherche industrielle. Utilisés en grand nombre, les condenseurs font l'objet d'une attention toute particulière afin d'améliorer leur efficacité. La surface d'échange à travers laquelle le flux de chaleur est transmis, constitue un élément économique du premier ordre. En effet, pour une utilisation donnée, on détermine le coût du condenseur par ses formes, ses dimensions et la quantité de matière première utilisée.

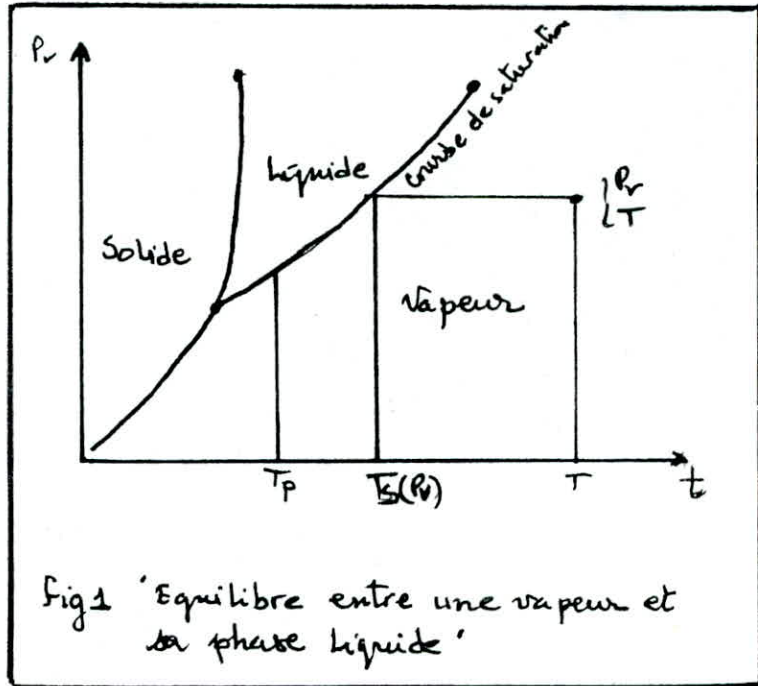
L'échange calorifique indirect entre deux fluides de températures différentes, séparés l'un de l'autre par une mince paroi métallique, est essentiellement déterminé par les résistances au transfert thermique du film apparaissant dans le fluide tout au long de la paroi de séparation. En condensation, les résistances dépendent essentiellement des épaisseurs du film liquide et des vitesses de circulation du condensat. Fig.1

Une vapeur est en équilibre avec sa phase liquide si sa pression et sa température correspondent aux conditions de saturation  $P_{sat}$  et  $T_{sat}$ .

Si une vapeur à l'état ( $p_v, T$ ) vient en contact avec une paroi dont la température  $T_p$  est inférieure à celle de saturation  $T_{sat}$  correspondant à  $p_v$ , une certaine masse de liquide se dépose sur la paroi froide.

Dans les conditions normales, une couche continue de

liquide se forme à la surface et l'écoulement du condensat s'effectue vers le bas sous l'influence de la pesanteur et de l'écoulement externe de vapeur.



Lorsque la vitesse n'est pas trop élevée, l'écoulement du condensat est laminaire et la chaleur est transmise de l'interface liquide-vapeur à la surface uniquement par conduction. Par conséquent, le flux de chaleur transmis dépend surtout de l'épaisseur du film de condensat, qui à son tour dépend de la vitesse à laquelle la vapeur se condense et de la vitesse de déplacement du condensat.

Le changement de phase s'accompagne de la libération d'une certaine quantité de chaleur qui transite vers la paroi froide à travers l'épaisseur du condensat déjà formé. Le coefficient d'échange à la surface est donc d'autant plus élevé que cette épaisseur est plus réduite. On rencontre en général deux types de condensations:

#### A) CONDENSATION EN FILM :

Ce type de *condensation* est le plus fréquent, un film liquide se dépose le long de la paroi métallique et se <sup>place</sup> ~~deplace~~ sous l'effet des forces de pesanteur, de pression et de frottement à l'interface liquide-vapeur.

#### B) CONDENSATION EN GOUTTES :

Lorsqu'une surface est contaminée par une substance souvent appelée agent promoteur, qui empêche le condensat de mouiller la surface, la vapeur se condense en gouttes plutôt qu'en film continue, ceci est connu sous le nom de condensation en gouttes (*Dropwise condensation*).

Dans ces conditions une grande partie de la surface n'est pas recouverte par un film isolant et les coefficients d'échange de chaleur sont quatre fois plus élevés que pour la condensation en film.

Jusqu'à présent ce genre de condensation n'a été obtenue de façon sûre que pour la vapeur d'eau. Dans la pratique, pour calculer la *conductance* par unité de surface, il est commode de supposer que la condensation a lieu en *film* car même avec la vapeur d'eau, la condensation en gouttes ne se présente que dans des conditions très précises qui en pratique ne peuvent être toujours maintenues. La *condensation en gouttes* de la vapeur d'eau peut, toutefois, être utilisée dans des travaux expérimentaux lorsqu'on désire amener la résistance thermique, sur un côté de la surface, à une valeur négligeable.

I-THEORIE DE LA COUCHE  
LIMITE

## CHAPITRE PREMIER

### THEORIE DE LA COUCHE LIMITE

#### I.1-Rappels :

Lorsqu'un fluide s'écoule le long d'une surface, indépendamment de la nature de l'écoulement -laminaire ou turbulent-, les particules à proximité de la surface sont ralenties en vertu des forces de viscosité. Les particules fluides adjacentes à la surface y adhèrent et ont une vitesse nulle par rapport à la paroi. Les autres particules fluides s'efforçant de glisser sur les premières sont ralenties par suite de l'interaction entre le mouvement accéléré et retardé du fluide, phénomène qui donne naissance aux forces de cisaillement. Dans un écoulement laminaire, l'interaction appelée cisaillement visqueux, s'effectue entre les molécules à une échelle microscopique . Dans l'écoulement turbulent une interaction entre les masses du fluide à une échelle macroscopique, appelée cisaillement turbulent se superpose au cisaillement visqueux . Fig **I.1**

A une faible distance de la paroi, la vitesse des particules fluides atteint celle de l'écoulement libre non perturbé. La région dans laquelle sont localisées les variations notables de la vitesse est appelée couche limite hydrodynamique. L'épaisseur de cette couche est définie comme étant la distance comptée à partir de la paroi où la vitesse locale atteint 99% de la vitesse  $U_{inf}$  du fluide loin de la paroi .

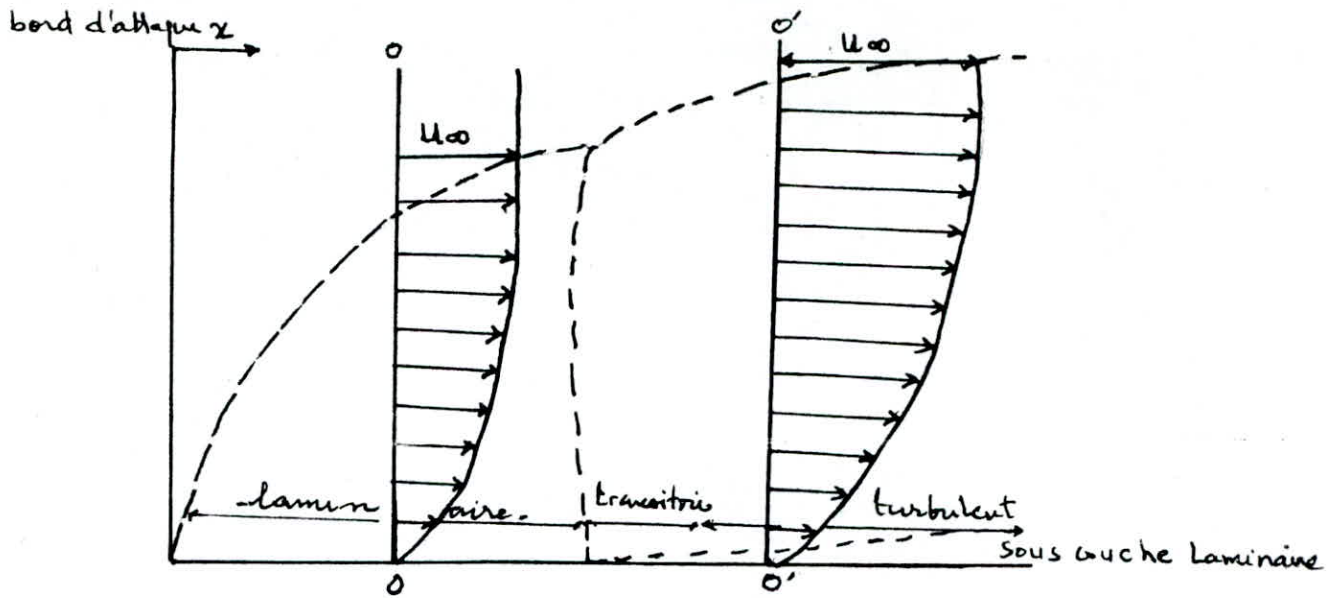


Fig I.1 Profil des vitesses dans un écoulement sur une plaque plane.

## I.2-EQUATIONS DE LA COUCHE LIMITE

La théorie mathématique de la couche limite a été construite par L.PRANDTL.

Déduisant les équations du mouvement d'un fluide dans la couche limite laminaire : Pour la simplicité de la déduction, considérons l'écoulement bidimensionnel du fluide au voisinage d'un élément de surface plan.

Les équations hydrodynamiques exactes de Navier-Stokes et l'équation de continuité s'écrivent analytiquement :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

Le mouvement étant supposé stationnaire, les

dérivées par rapport au temps sont nulles.

Comme la couche limite est mince , il est clair que le mouvement s'y fera, principalement, parallèlement à la surface, c'est à dire que la vitesse  $V$  est petite devant  $U$  .

Suivant la direction de l'axe des  $y$  la vitesse varie très vite, sa variation est notable sur des distances de l'ordre de l'épaisseur  $\delta$  de la couche limite.

Mais dans la direction de l'axe des  $X$  la vitesse varie lentement , ses dérivées par rapport à  $y$  sont grandes en comparaison des dérivées par rapport à  $X$  .

Il en résulte qu'on peut négliger dans l'équation (1) la dérivée  $\partial^2 \bar{u} / \partial x^2$  par rapport à  $\partial^2 \bar{u} / \partial y^2$ , et rapprochant la première équation de la seconde, on voit que la dérivée  $\partial p / \partial y$  est petite devant  $\partial p / \partial x$  .(leur rapport est du même ordre de grandeur que  $v/u$  ). A l'approximation envisagée, on peut simplement poser:

$$\partial p / \partial y = 0 \quad (4)$$

c'est- à- dire considérer que le gradient transversal de pression est nul dans la couche limite . En d'autres termes , la pression dans la couche limite est égale à la pression  $p(x)$  du flux fondamental. Cette dernière étant dans la résolution du problème de couche limite une fonction de  $x$  , dans l'équation ( 1 ) on peut écrire au lieu de  $\partial p / \partial x$  la dérivée totale  $dp / dx$  , celle ci peut s'exprimer en fonction de la vitesse  $U(x)$  du flux fondamental, le mouvement étant potentiel en dehors de la couche limite , on a l'équation de Bernoulli:

$$p + \rho \frac{U^2}{2} = \text{cst} \quad \text{d'où} \quad \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} = -U \frac{dU}{dx} \quad (5)$$



Le système des équations ( 1 ) , ( 2 ) , ( 3 )  
devient alors:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = v \frac{dV}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (7)$$

### I. 3 FORME ADIMENSIONNELLE DES EQUATIONS :

Soit  $U_{inf}$  la vitesse caractéristique du problème  
donné (la vitesse du flux fondamental à l'infini).

Introduisons au lieu des coordonnées  $(x,y)$ , des  
vitesses  $(u,v)$ , les variables sans dimensions  
 $x',y',u',v'$  définies comme suit :

$$x = l x' ; y = \frac{l y'}{\sqrt{Re}} ; u = U_{inf} u' ; v = \frac{U_{inf} v'}{\sqrt{Re}} \quad (8)$$

Alors les équations (6) et (7) s'écrivent:

$$u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + v' \frac{\partial u'}{\partial y'} - \frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2} = x' \frac{dV'}{dx'} \quad (9)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0 \quad (10)$$

Ces équations ainsi que leurs conditions aux limites  
ne contiennent pas le terme "viscosité". C'est-à-dire que  
leurs solutions ne dépendent pas du nombre de Reynolds.  
Ainsi, nous sommes conduit à cet important résultat : Le  
nombre de Reynolds variant, toute l'image du mouvement  
dans la couche limite n'est soumise qu'à une  
transformation de similitude qui conserve les distances et  
les vitesses longitudinales , les vitesses et les

distances transversales variant en raison inverse de la racine carrée de  $Re$ .

#### I-4 EQUATION DE LA CHALEUR EN COUCHE LIMITE :

L'équation de l'énergie pour le problème considéré s'écrit après simplification comme suit :

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k}{\rho c_p} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (11)$$

ainsi les équations de la couche limite intègrent les équations (7); (6) et (11) et s'écrivent donc :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (12)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{d^2 u}{dx^2} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (13)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k}{\rho c_p} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (14)$$

#### I-5 EVALUATION DES COEFFICIENTS D'ECHANGE DE CHALEUR PAR CONVECTION :

Il existe trois méthodes générales pour déterminer les coefficients d'échange de chaleur par convection :

##### 1- L'ANALYSE DIMENSIONNELLE COMBINEE AVEC LES EXPERIENCES

Cette méthode nécessite des calculs mathématiques simples, son champ d'application est le plus vaste. Sa principale restriction provient du fait que les résultats obtenus sont incomplets et est tout à fait inutile, sans les données expérimentales. Cependant elle facilite l'interprétation et étend le domaine d'application des données expérimentales en les rassemblant suivant des groupes adimensionnels.

## 2-LES SOLUTIONS MATHÉMATIQUES EXACTES DES ÉQUATIONS DE COUCHE LIMITE :

Les analyses mathématiques exactes nécessitent la résolution simultanée des équations décrivant le mouvement du fluide et le transfert d'énergie. Cette méthode présuppose que les mécanismes physiques soient suffisamment connus pour être décrit en langage mathématique.

## 3-ÉTUDES APPROCHÉES DE LA COUCHE LIMITE:

L' étude approchée de la couche limite évite la description mathématique détaillée de l'écoulement dans la couche limite .En échange,on utilise une équation plausible mais simple pour décrire les répartitions des vitesses et températures dans la couche limite . Elle donne donc des solutions aux problèmes qui ne peuvent pas être résolus par une étude mathématique exacte

II-HISTORIQUE ET ETAT DE  
L'ART

II.1-TRANSFERT DE CHALEUR SUR UNE PAROI VERTICALE

De nombreux échangeurs industriels vap-liq sont constitués de tubes verticaux, comme l'explique la figure (II,1). Les tubes sont parcourus par le fluide de refroidissement, la condensation de la vapeur se produit sur leur paroi extérieure, cette dernière peut être assimilée à une surface plane vis-à-vis du film de condensat dont l'épaisseur est très petite.

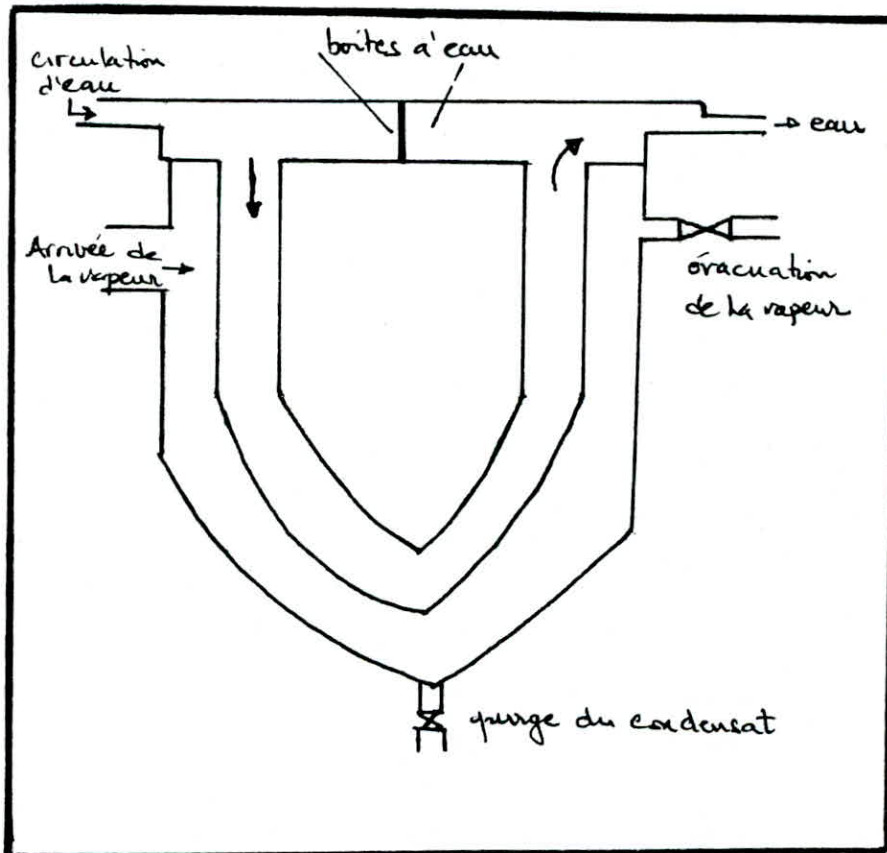


Fig II.1 ' Schémas de principe d'un échangeur avec condensation à tubes verticaux'

## II.1.1-MODELE THEORIQUE FONDAMENTAL ( EQUATION DE NUSSELT )

C'est Nusselt , qui le premier en 1916 a établi les équations de base régissant la condensation .

Pour pouvoir modéliser le phénomène, Nusselt a émi les hypothèses suivantes:

- LA VAPEUR EST UNE VAPEUR PURE, AU REPOS , SATUREE A LA TEMPERATURE DE SATURATION  $T_{SAT}$  CORRESPONDANT A LA PRESSION DE SATURATION  $P_{SAT}$  DE L'ALIMENTATION DE L'ENCEINTE .

-LA TAMPERATURE  $T_p$  DE LA PAROI EST CONSTANTE SUR TOUTE SA SURFACE ET LE PHENOMENE EST PERMANENT ( Les paramètres en chaque point sont indépendants du temps ).

-LE FILM LIQUIDE S'ECOULE VERS LE BAS SOUS L'EFFET DE LA FORCE DE PESANTEUR ET SON EPPAISSEUR RESTE SUFFISAMMENT FAIBLE POUR QUE LE REGIME D'ECOULEMENT DANS LE FLUIDE SOIT LAMINAIRE .

-EN SE CONDENSANT , LA VAPEUR LIBERE SA CHALEUR LATENTE DE VAPORISATION ET LE LIQUIDE FORME EST REFROIDI A UNE TEMPERATURE INFERIEUR A  $T_{SAT}$  .

La chaleur ainsi dégagée se transmet à la paroi par conduction à travers le film .

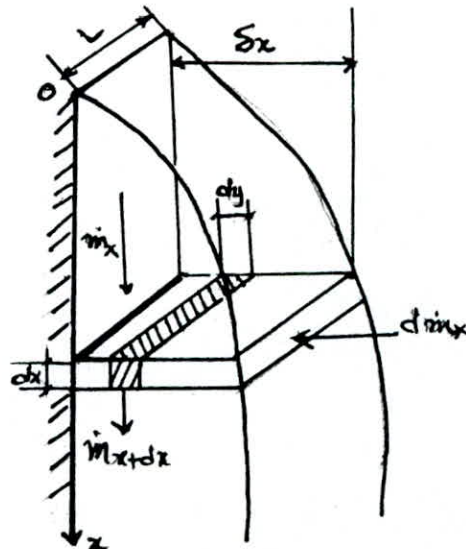


fig II.2 'croissance du film'

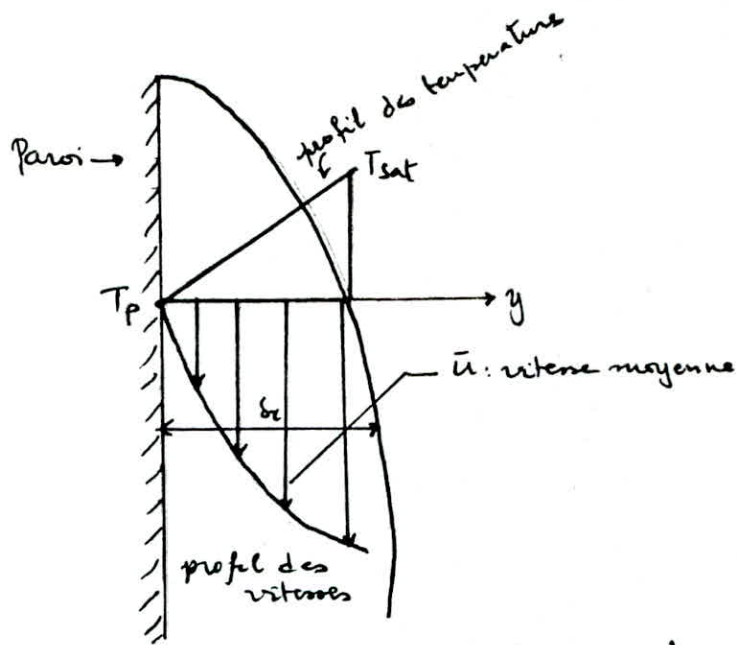
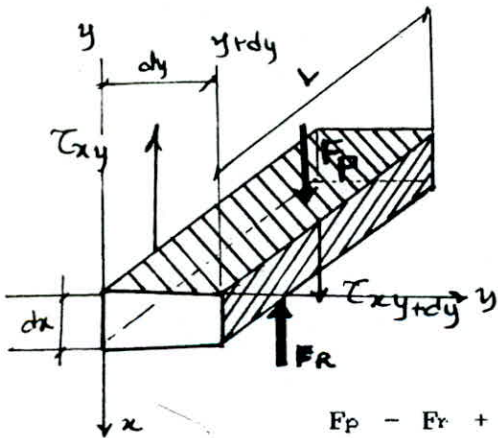


fig II.3 Profil des vitesses et température

Le volume ( $L dx dy$ ) est en équilibre sous l'effet de la force de pesanteur (Diminuée de la poussée d'Archimède due à la vapeur) et des contraintes tangentielles de viscosité. On a donc selon l'axe des  $X$

$$(\rho_l - \rho_v) g L dx dy + \mu_l L dx \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y+dy} - \mu_l L dx \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_y = 0$$



$$dv = L dx dy$$

$F_p$  = Force de pesanteur

$F_r$  = Poussée d'Archimède

$\tau_{xy}$  = Cisaillement au plan  $y$

$\tau_{xy+dy}$  = Cisaillement au plan  $y+dy$

$$F_p - F_r + \tau_{xy+dy} - \tau_{xy} = 0$$

$$F_p = \rho_l g L dx dy$$

$$F_r = \rho_v g L dx dy$$

$$\tau_{xy} = \mu_l \frac{\partial u}{\partial y} L dx$$

$$\tau_{xy+dy} = \tau_{xy} + \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{xy}) dy$$

d'où :  $\tau_{xy+dy} = \mu_l \frac{du}{dy} L dx + \mu_l L dx \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$

L'équation (2) s'écrit :

$$\mu_l \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -(\rho_l - \rho_v) g$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\frac{\rho_l - \rho_v}{\mu_l} g$$

Les indices l v se réfèrent respectivement aux phases liquide et vapeur.

Les conditions aux limites sont :

$$\frac{du}{dy} = 0 \quad \text{à } y = \delta(x)$$

contrainte tangentielle nulle à la surface

du film.

$$u=0 \quad \text{à } y=0$$

Imperméabilité à la surface solide.

Après intégration on trouve :

$$\frac{du}{dy} = \frac{-(\rho_l - \rho_v)}{\mu_l} g y + C_1$$

$$u = \frac{-(\rho_l - \rho_v)}{2\mu_l} g y^2 + C_1 y + C_2$$

$$C_2 = 0$$

$$C_1 = \frac{\rho_l - \rho_v}{\mu_l} g \delta x$$

d'où

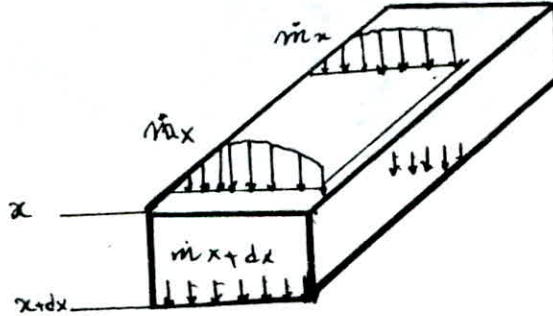
$$u = \frac{-(\rho_l - \rho_v)}{2\mu_l} g y^2 + \frac{(\rho_l - \rho_v)}{\mu_l} g \delta x y$$

$$u = \frac{\rho_l - \rho_v}{2\mu_l} g (2\delta x y - y^2)$$

$$u_{\text{moy}} = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} u dy = \frac{\rho_l - \rho_v}{3\mu_l} g \delta x^3$$



On obtient alors un profil parabolique de vitesses.



Recherchons le débit massique  $\dot{m}_x$  par unité de largeur de la paroi :

$$\dot{m}_x = \int_0^{\delta_x} \rho_L u dy \Rightarrow \dot{m}_x = \int_0^{\delta_x} \rho_L u dy$$

$$\dot{M}_x = \int_0^{\delta_x} \frac{(\rho_L - \rho_v)}{2\mu_L} g \left( \delta_x^3 - \frac{\delta_x^3}{3} \right)$$

La masse du condensat  $d\dot{m}_x$  formée sur l'intervalle  $dx$ , entraîne donc un accroissement  $d\delta_x$  d'épaisseur du film telque:

$$\frac{d\dot{m}_x}{dx} = \frac{\rho_L g (\rho_L - \rho_v)}{\mu_L} \delta_x^2 \frac{d\delta_x}{dx}$$

Le dégagement de chaleur correspondant à  $d\dot{m}_x$  est égal à:

$$dQ = L'_v \cdot d\dot{m}_x$$

$$L'_v = L_v + 0,68 c_p (T_s - T_p)$$

Cette quantité de chaleur en régime permanent se transmet intégralement à la paroi, soit :

$$\frac{dQ}{dx} = \frac{k_L}{\delta_x} (T_s - T_p) = L'_v \frac{d\dot{m}_x}{dx}$$

$$\frac{k_L}{\delta_x} (T_s - T_p) = L'_v \frac{\rho_L g (\rho_L - \rho_v)}{\mu_L} \delta_x^2 \frac{d\delta_x}{dx}$$

$$\delta_x^3 \frac{d\delta_x}{dx} = \frac{k_L (T_s - T_p) \mu_L}{L'_v \rho_L g (\rho_L - \rho_v)}$$

$$\frac{1}{4} \delta_x^4 = \frac{k_L (T_s - T_p) \mu_L}{L'_v \rho_L g (\rho_L - \rho_v)} x$$

$$\delta x^4 = \frac{4 k_L \mu_L \alpha (T_s - T_p)}{U_v \rho_L (\rho_L - \rho_v) g}$$

$$\delta x = \left( \frac{4 k_L \mu_L \alpha (T_s - T_p)}{U_v \rho_L (\rho_L - \rho_v) g} \right)^{1/4}$$

Le coefficient local d'échange de chaleur est défini par:

$$h(x) = \frac{q}{T_s - T_p}$$

$$q_r = k \frac{dT}{dy}$$

Comme le transfert s'effectue par conduction

$$q_r = \frac{k_L}{\delta x} (T_s - T_p)$$

$$h(x) = \frac{k_L}{\delta x}$$

$$h(x) = \left[ \frac{g \rho_L (\rho_L - \rho_v) U_v k_L^3}{4 \mu_L \alpha (T_s - T_p)} \right]^{1/4}$$

Coefficient moyen d'échange de chaleur:

Pour une plaque de hauteur H on a :

$$\bar{h} = \frac{1}{H} \int_0^H h(x) dx = \frac{4}{3} (h(x))_{x=H}$$

$$\bar{h} = 0,943 \left[ \frac{\rho_L (\rho_L - \rho_v) g U_v k_L^3}{\mu_L H (T_s - T_p)} \right]^{1/4}$$

Cette relation a été obtenue par NUSSELT en 1916 .

REMARQUES :

1-  $\bar{h}$  diminue lorsque la hauteur H du tube augmente, par suite de l'épaississement du film de condensat. Tout dispositif (Aspérité, ailette, Disque...) susceptible de

rompre ce film améliore donc de manière sensible le coefficient moyen d'échange.

2-  $\bar{h}$  augmente lorsque  $(T_a - T_p)$  diminue: Un condenseur constitue un bon échangeur à faible écart de température dont le coefficient d'échange de chaleur peut être amélioré en permettant au liquide de refroidissement de s'évaporer en film mince (unités de dessalement d'eau de mer).

## II.1.2 - FORME ADIMENSIONNELLE DE LA FORMULE DE NUSSELT

Dans de nombreux cas (Vapeur d'eau notamment loin de la température critique) la différence  $(\rho_l - \rho_v)$  peut être assimilée à  $\rho_l$ .

Il est commode d'introduire le nombre de REYNOLDS du film de condensat. On le définit comme étant le produit  $\frac{\bar{u}_e \delta_n}{\nu_e}$ ,  $\bar{u}_e$  désigne la vitesse moyenne dans le film et  $D_h$  le diamètre hydraulique de celui-ci qui est égal à  $4\delta_x$ ,

$$Re_x = \frac{4 \rho_l \bar{u}_e \delta_n}{\mu_e} = \frac{4 \rho_l \delta_n}{\mu_e} \frac{1}{3} \frac{\rho_l g \delta_x^2}{\mu_e}$$

$$\delta_n = \frac{k_e}{h(x)}$$

$$Re_x = \frac{4}{3} g \frac{\rho_l^2}{\mu_e^2} \frac{k_e^3}{h(x)}$$

$$\frac{h(x)}{k_e} \left( \frac{\rho_l^2}{g} \right)^{1/3} = 1,1 Re_x^{-1/3}$$

Soit un coefficient moyen d'échange défini par:

$$\frac{\bar{h}}{k_e} \left( \frac{\rho_l^2}{g} \right)^{1/3} = 1,47 Re_H^{-1/3}$$

$Re_H$  est le nombre de REYNOLDS atteint dans le film au pied de la paroi ( $x = H$ ).

### II.1.3 - Remarques concernant la formule de NUSSELT :

- Le terme  $0.68 C_p (T_a - T_p)$  qui apparaît dans l'expression de  $L_v$  correspond au refroidissement du condensat à une température inférieure à  $T_{sat}$ ; toutefois ce terme, tout comme la poussée d'Archimède dont nous avons tenu compte ne devient important qu'au voisinage du point critique c'est à dire aux pressions élevées.

- Malgré la restriction des hypothèses sur lesquelles elle repose, la formule de NUSSELT demeure l'équation fondamentale employée dans les calculs d'échangeurs verticaux.

### II.1.4 - Compléments à la formule de NUSSELT

#### A) - VARIATION DU COEFFICIENT DE TRANSFERT AVEC LE NOMBRE DE REYNOLDS DANS LE FILM DE CONDENSAT:

L'écoulement dans le film reste laminaire jusqu'à un nombre de Reynolds d'environ 1800. Toutefois, bien avant cette valeur, la surface du film est marquée par une ondulation qui est causée par la tension superficielle et qui tend à augmenter légèrement le coefficient de transfert ( d'échange ) .

Lorsque le régime devient turbulent les échanges de chaleur à l'intérieur du film sont considérablement accrus. On peut alors retenir comme formule de base, la relation donnée par KIRKBRIDE:

Cette relation n'est valable que pour la zone turbulente du film. Elle devra donc éventuellement être complétée par la formule de NUSSELT pour la zone laminaire.

$$\frac{\bar{h}}{k_e} \left( \frac{v_e^2}{g} \right)^{1/3} = 0,0077 Re^{0,4}$$

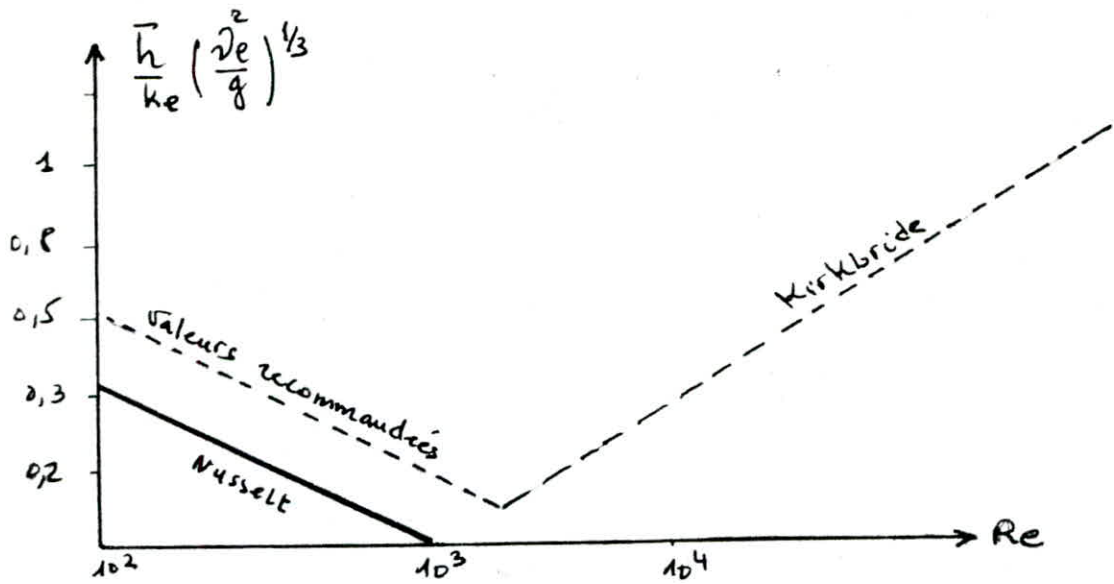


Fig 'Variation du coefficient d'échange avec  $Re$ '

**B) SYNTHESE DES RECOMMANDATIONS LORSQUE LA VAPEUR EST A SATURATION ET A VITESSE D'ARRIVEE FAIBLE: [1]**

\*  $Re_e < 30$   $\frac{h(x)}{k_e} \left[ \frac{\mu_e^2}{\rho_e (\rho_e - \rho_v) g} \right]^{1/3} = 1,1 Re_e^{-1/3}$

$\frac{\bar{h}(x)}{k_e} \left[ \frac{\mu_e^2}{\rho_e (\rho_e - \rho_v) g} \right]^{1/3} = 1,47 Re_e^{-1/3}$

\*  $30 < Re_e < 1600$

$\frac{h(x)}{k_e} \left[ \frac{\mu_e^2}{\rho_e (\rho_e - \rho_v) g} \right]^{1/3} = 0,756 Re_e^{-0,22}$

$\frac{\bar{h}(x)}{k_e} \left[ \frac{\mu_e^2}{\rho_e (\rho_e - \rho_v) g} \right]^{1/3} = \frac{Re_e}{1,08 Re_e^{1,22} - 5,2}$

\*  $Re_e > 1600$

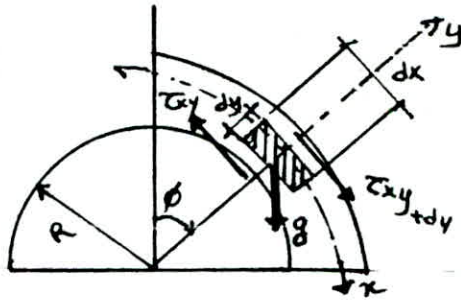
$\frac{h(x)}{k_e} \left[ \frac{\mu_e^2}{\rho_e (\rho_e - \rho_v) g} \right]^{1/3} = 0,023 Re_e^{0,25} Pr_e^{0,5}$

$\frac{\bar{h}(x)}{k_e} \left[ \frac{\mu_e^2}{\rho_e (\rho_e - \rho_v) g} \right]^{1/3} = \frac{Re_e}{8750 + 58 Pr_e^{-0,5} (Re_e^{0,175} - 253)}$

**II.2 - Condensation en film à l'extérieur de tubes horizontaux**

**II.2.1 MODEL DE NUSSOLT :**

Par un raisonnement analogue à celui du cas d'une plaque vertical on a:



L'élément liquide  $L dx dy$  est en équilibre selon la direction  $x$  sous l'effet de  $g$ ,  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{xy+dy}$

$$\tau_{xy} = \mu_L \frac{\partial u}{\partial y} \quad ; \quad \tau_{xy+dy} = \tau_{xy} + \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{xy}) dy$$

$$= \tau_{xy} + \mu_L \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dy$$

L'équation d'équilibre s'écrit alors:

$$g \rho_L L dx dy \sin \varphi + (\tau_{xy} + \mu_L \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dy) L dx - \tau_{xy} L dx = 0$$

$$g \rho_L L dx dy \sin \varphi + \mu_L \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} L dx dy = 0$$

$$\rho_L g \sin \varphi + \mu_L \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{-\rho_L g \sin \varphi}{\mu_L}}$$

D'où l'on obtient par intégration la vitesse  $u$  :

$$u = \frac{-\rho_L g \sin \varphi}{2 \mu_L} y^2 + C_1 y + C_2$$

Lorsque le liquide adhère à la surface on a :

$$u = 0 \quad \text{à} \quad y = 0 \quad \Rightarrow \quad C_2 = 0$$

$$u = \frac{-\rho_L g \sin \varphi}{2 \mu_L} y^2 + C_1 y$$

En considérant une contrainte de cisaillement nulle à  $y=\delta$ ,  $\delta$  étant l'épaisseur de couche limite.

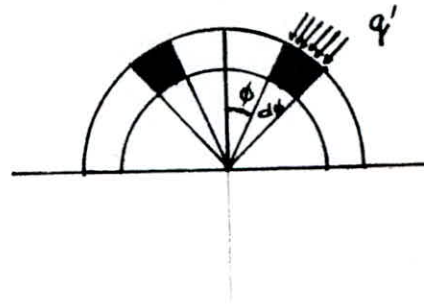
$$\text{D'ou on aura: } u_{\text{moyen}} = \frac{\rho g}{3\mu} (\delta^2 \sin \phi)$$

Dans l'élément fluide de longueur unitaire et de section  $r d\phi$  une quantité de chaleur  $dq'$  est échangée par unité de temps:

$$d\left(\frac{q'}{2}\right) = \frac{k}{\delta} (T_s - T_p) r d\phi$$

On met  $q'/2$  car la même quantité de chaleur est transmise d'un angle  $-\phi$  (symétrie de l'écoulement).

Il s'agit en fait d'égaliser cette quantité de chaleur à la chaleur latente libérée par condensation dans la même section de fluide.



La chaleur latente libérée par condensation est  $q''$

$$q'' = \dot{m} L \quad ; \quad L: \text{chaleur latente de condensation}$$

$$\dot{m} = \int_L u = \int_L \delta u_{\text{moy}}$$

$$q'' = \int_L \delta u_{\text{moy}} L_v \Rightarrow dq'' = \int_L L_v d(\delta u_{\text{moy}})$$

$$dq'' = \int_L L_v d(\delta u_{\text{moy}})$$

En égalisant cette quantité de chaleur au flux de conduction  $d(q'/2)$  on aura:

$$\begin{aligned} \frac{k}{\delta} (T_s - T_p) r d\phi &= \int_L L_v d(\delta u_{\text{moy}}) \\ &= \int_L L_v d\left(\delta \frac{\rho g}{3\mu} (\delta^2 \sin \phi)\right) \end{aligned}$$

$$\frac{k}{\delta} (T_s - T_p) r d\phi = \rho_L L_v d\left(\frac{\rho^2}{3\mu_c} \delta^3 \sin\phi\right)$$

$\delta$ : épaisseur de couche limite à  $x = r\phi$

$L_v$ : chaleur latente de condensation

en considérant  $\lambda = \frac{L}{g}$ : chaleur latente rapportée au poids

$\gamma = \rho_L g$ : poids spécifique

on aura:

$$d\left(\frac{q'}{2}\right) = \frac{\gamma^2 \lambda}{3\mu_c} d(\delta^3 \sin\phi) = \frac{k r}{\delta} (T_s - T_p) d\phi$$

en posant  $B = \frac{3\mu_c k r (T_s - T_p)}{\gamma^2 \lambda}$

$$d(\delta^3 \sin\phi) = \frac{B}{\delta} d\phi$$

$$B d\phi = \delta d(\delta^3 \sin\phi)$$

$$B d\phi = 3\delta^3 \sin\phi d\delta + \delta^4 \cos\phi d\phi$$

$$d\delta^4 = 4\delta^3 d\delta$$

$$B d\phi = \frac{3}{4} \sin\phi d\delta^4 + \delta^4 \cos\phi d\phi$$

en introduisant  $Z = \psi^4 = \delta^4 / B$  on aura :

$$\frac{3}{4} \sin\phi \frac{dZ}{d\phi} + Z \cos\phi - 1 = 0$$

La solution de cette équation différentielle linéaire est:

$$Z = \frac{4}{3 \sin^{4/3}\phi} \int_0^\phi \sin^{1/3}\phi d\phi$$

Une intégration numérique donne les valeurs indiquées sur le tableau -1-

En fait ce tableau donne en réalité pour chaque valeur de  $\phi$  une valeur de  $\psi$ , à partir de laquelle on déduit  $\delta$  par la relation :

$$\delta^4 = \psi^4 \frac{3\mu_c k r (T_s - T_p)}{\gamma^2 \lambda}$$



tableau :

RESULTS OF NUMERICAL INTEGRATION OF  $\psi^4$  FOR THE HEAT TRANSFER IN  
CONDENSATION ON A HORIZONTAL TUBE

$\phi$ [angular degrees]	$\psi$	$\frac{1}{\psi}$	$\psi^4 = \frac{Y^4}{B}$	$\frac{4}{3} \int_0^\phi \sqrt[3]{\sin \phi} d\phi$
0	1.000	1.000	1.000	0
5	0.991	1.009	0.963	0.0372
10	0.988	1.002	0.991	0.0960
20	1.003	0.997	1.013	0.2423
30	1.012	0.988	1.049	0.4163
40	1.023	0.977	1.097	0.6085
50	1.037	0.964	1.156	0.8104
60	1.057	0.946	1.247	1.029
70	1.080	0.928	1.359	1.251
80	1.109	0.902	1.513	1.482
90	1.144	0.874	1.714	1.714
100	1.187	0.843	1.985	1.946
110	1.240	0.806	2.365	2.177
120	1.306	0.766	2.905	2.399
130	1.390	0.719	3.733	2.617
140	1.501	0.666	5.081	2.819
150	1.660	0.603	7.588	3.012
160	1.910	0.524	13.317	3.186
170	2.422	0.413	34.385	3.332
175	3.061	0.327	87.733	3.391
180	$\infty$	0	$\infty$	3.428

de ce qui précède l'épaisseur de couche limite est:

$$\delta = \psi \sqrt[4]{B} = \psi \sqrt[4]{\frac{3 \mu k r (t_s - t_p)}{g^2 \lambda}}$$

On voit bien que l'épaisseur du film est proportionnelle à  $\psi$ . Mais suivant le tableau précédent cette épaisseur ne commence pas à zéro, mais avec une valeur finie et décroît doucement et puis croît modérément jusqu'à atteindre une valeur infinie à  $\phi = 180^\circ$ .

D'où pour un cylindre horizontal  $\delta$  s'exprime par:

$$\delta^4 = \left[ \frac{3 \mu k_L R (T_s - T_p)}{g^2 g^2 \lambda} \right] \left[ \frac{4}{3 (\sin \phi)^{4/3}} \int_0^\phi \sin \phi^{1/3} d\phi \right]$$

Par un raisonnement analogue à celui pour une plaque verticale, on pourra déterminer directement le coefficient de transfert global (moyen) pour un cylindre horizontal :

$$h(x) = \left[ \frac{g \rho_L (\rho_L - \rho_V) L'_v k_e^3}{4 \mu_e x (T_s - T_p)} \right]^{1/4} \quad (\text{pour une plaque})$$

$$x = R\phi \Rightarrow$$

$$h(\phi) = \left[ \frac{g \rho_L (\rho_L - \rho_V) L'_v k_e^3}{4 \mu_e R\phi (T_s - T_p)} \right]^{1/4}$$

$$\bar{h} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} h(\phi) d\phi$$

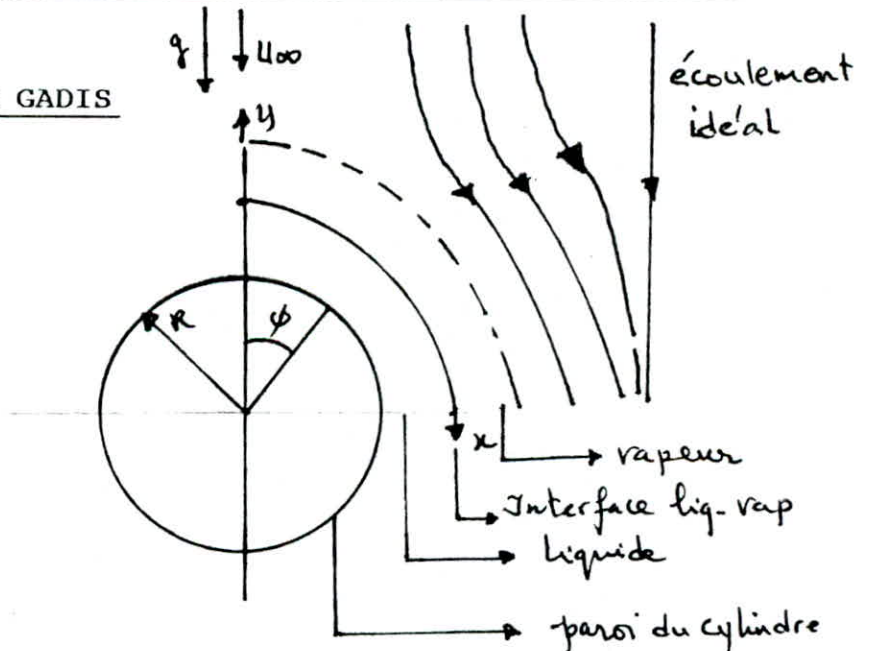
$$\bar{h} = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{g \rho_L (\rho_L - \rho_V) L'_v k_e^3}{2 \mu_e D (T_s - T_p)} \right]^{1/4} \int_0^{2\pi} \phi^{-1/4} d\phi$$

$$\bar{h} = \frac{4}{3} (2\pi)^{3/4} \frac{1}{2\pi} \frac{1}{2^{1/4}} \left[ \frac{g \rho_L (\rho_L - \rho_V) L'_v k_e^3}{\mu_e D (T_s - T_p)} \right]^{1/4}$$

d'où :

$$\bar{h} = 0,71 \left[ \frac{\rho_L (\rho_L - \rho_V) g L'_v k_e^3}{\mu_e D (T_s - T_p)} \right]^{1/4}$$

II-2.2-MODELE DE GADIS



A) Hypothèses :

1- Les propriétés physiques sont constantes.

2-Les épaisseurs des couches liquide et vapeur sont petites devant le rayon du tube.

3-Les composantes de la vitesse de la vapeur le long et perpendiculairement à l'interface liquide-vapeur ont une influence insignifiante sur la vitesse et la distribution de la pression dans la région de l'écoulement idéal.

4-Le mouvement du fluide dans les couches liquide et vapeur est laminaire jusqu'au point de séparation.

5-La vitesse non perturbée de la vapeur est constante.

6-La vapeur est initialement sèche et saturée.

7-Les écarts de température, à l'interface liquide-vapeur, entre les phases liquide et vapeur sont insignifiants.

8-Le mouvement est stationnaire .

9-La dissipation visqueuse est négligée .

11-La température de la paroi  $T_p$  est uniforme.

## B) EQUATIONS DE LA COUCHE LIMITE :

\* Dans la couche liquide :

- Equation de continuité :

$$\cdot \frac{\partial u_L}{\partial x} + \frac{\partial v_L}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

- Equation de la quantité de mouvement :

$$\cdot \mu_L \frac{\partial^2 u_L}{\partial x^2} + \nu_L \frac{\partial^2 u_L}{\partial y^2} = g \left( \frac{\rho_L - \rho_V}{\rho_L} \right) \sin \frac{\alpha}{R} - \frac{1}{\rho_L} \frac{dp}{dx} + \nu_L \frac{\partial^2 u_L}{\partial y^2} \quad (2)$$

- Equation d'énergie :

$$\cdot u_L \frac{\partial T_L}{\partial x} + v_L \frac{\partial T_L}{\partial y} = \frac{k_L}{\rho_L c_p} \frac{\partial^2 T_L}{\partial y^2} \quad (3)$$

\* Dans la couche vapeur :

- Equation de continuité :

$$\cdot \frac{\partial u_V}{\partial x} + \frac{\partial v_V}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

- Equation de la quantité de mouvement :

$$\cdot u_v \frac{\partial u_v}{\partial x} + v_v \frac{\partial u_v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_r} \frac{dp}{dx} + \nu_v \frac{\partial^2 u_v}{\partial y^2} \quad (5)$$

- Equation d'énergie :

$$T_v = T_{sat} = c_{mot} \quad (6)$$

C) CONDITIONS AUX LIMITES ET A L'INTERFACE :

• interface solide liquide ( $y = -\delta$ )  $u_e = 0$  (7)

• interface liquide vapeur ( $y = 0$ )  $u_e = u_v$  (8)

$$\rho_l u_e = \rho_v u_v \quad (9)$$

$$\mu_l \frac{\partial u_e}{\partial y} = \mu_v \frac{\partial u_v}{\partial y} \quad (10)$$

$$T_e = T_v \quad (11)$$

on a aussi à l'interface solide liquide :

$$u_e = 0 \quad (12)$$

$$T_e = T_w \quad (13)$$

Au bord de la couche limite vapeur: la composante de la vitesse suivant x approche asymptotiquement la vitesse de la vapeur, celle-ci est obtenue à partir de la théorie de l'écoulement idéal qui peut être exprimée par :

$$u_v = 2u_\infty \sin\left(\frac{x}{R}\right) \quad (14)$$

D) BILAN D'ENERGIE : (voir démonstration page )

A partir du bilan d'énergie dans la couche du condensat on a :

$$q_w ds = \frac{dQ}{dx} dx \quad (15)$$

L'approximation  $ds \approx dx$  peut être faite .

L'équation (15) donne alors :

$$\kappa_e \left( \frac{\partial T_e}{\partial y} \right)_{y=-\delta} = \frac{d}{dx} \left[ \int_{y=-\delta}^0 \left\{ \rho_e \nu_r + \rho_e C_{pe} (T_s - T_e) \right\} \mu_e dy \right] \quad (16)$$

E) ANALYSE MATHÉMATIQUE :

\* La couche liquide :

L'équation de continuité en couche liquide est satisfaite en introduisant la fonction de courant  $\psi_l$  reliée aux composantes de la vitesse par :

$$u_e = \frac{\partial \psi_e}{\partial y} \quad (17)$$

$$v_e = - \frac{\partial \psi_e}{\partial x} \quad (18)$$

Le gradient de pression dans la couche liquide est obtenu à partir de la théorie de l'écoulement idéal, où :

$$\frac{dp}{dx} = - \frac{2 \rho_r U_\infty^2}{R} \sin \left( \frac{2x}{R} \right) \quad (19)$$

En substituant dans (2), on a :

$$\frac{\partial \psi_e}{\partial y} \frac{\partial^2 \psi_e}{\partial x \partial y} - \frac{\partial \psi_e}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi_e}{\partial y^2} = g \frac{(r_c - r_r)}{r_c} \sin \frac{x}{R} + \frac{2 \rho_r U_\infty^2}{R \rho_e} \sin \left( \frac{2x}{R} \right) + v_e \frac{\partial^3 \psi_e}{\partial y^3} \quad (20)$$

L'équation (20) peut être transformée en forme adimensionnelle introduisant les quantités adimensionnelles suivantes :

$$\psi_e^* = \frac{\psi_e}{v_e} \quad (21)$$

$$\phi = \frac{x}{R} \quad (22)$$

$$Y = \frac{y}{\delta} \quad (23)$$

maintenant :  $\frac{\partial^m \psi_e}{\partial y^m} = \frac{v_e}{R^m \Delta^m} \frac{\partial^m \psi_e^*}{\partial Y^m}$

et  $\frac{\partial^2 \psi_e}{\partial x \partial y} = \frac{v_e}{R^2} \left[ \frac{1}{\Delta} \frac{\partial^2 \psi_e^*}{\partial \phi \partial Y} - \frac{1}{\Delta^2} \frac{d\Delta}{d\phi} \frac{\partial \psi_e^*}{\partial Y} \right]$

où :  $\Delta = \delta/R$

(24) : épaisseur adim. du condensat .

en substituant dans l'équation (20) :

$$\Delta \frac{\partial \psi_e^*}{\partial Y} \cdot \frac{\partial^2 \psi_e^*}{\partial \phi \partial Y} - \frac{d\Delta}{d\phi} \left( \frac{\partial \psi_e^*}{\partial Y} \right) - \Delta \frac{\partial^2 \psi_e^*}{\partial Y^2} = N_{eg} \Delta^3 \sin(\phi) + \Delta^3 \sin(2\phi) + \frac{\partial^3 \psi_e^*}{\partial Y^3} \quad (25)$$

$$\text{où : } N_{eg} = \frac{g R^3 (\rho_l - \rho_v)}{\nu_e^2 \rho_e} = \frac{Ga}{8} \left( \frac{R_d - 1}{R_d} \right) \quad (26)$$

$$N_{ep} = \frac{2 R^2 \rho_v u_\infty^2}{\nu_e^2 \rho_e} = \frac{Re^2}{2 R_v^2 R_d} \quad (27)$$

$$Re = \frac{2 R u_\infty}{\nu_v} \quad (28)$$

$$Ga = \frac{(2R)^3 g}{\nu_e^2} \quad (\text{nombre de Galilée}) \quad (29)$$

$$R_d = \frac{\rho_l}{\rho_v} \quad (\text{rapport des densités}) \quad (30)$$

$$R_v = \frac{\nu_e}{\nu_v} \quad (\text{rapport des viscosités}) \quad (31)$$

Exprimons la fonction de courant adimensionnelle  $\psi_l^*$  en une série infinie en  $\phi$  (Séries de BLASIUS) :

$$\psi_e^* = \sum_{n=0}^{\infty} F_{2n+1} \phi^{2n+1} \quad (32)$$

Le coefficient  $F_{2n+1}$  est fonction de  $Y$  seulement :

On a alors les expressions des dérivées suivantes :

$$\frac{\partial^m \psi_e^*}{\partial Y^m} = \sum_{n=0}^{\infty} F_{2n+1}^{(m)} \phi^{2n+1}$$

$$\frac{\partial \psi_e^*}{\partial \phi} = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) F_{2n+1} \phi^{2n} - \frac{Y}{\Delta} \frac{d\Delta}{d\phi} \sum_{n=0}^{\infty} F_{2n+1}' \phi^{2n+1}$$

$$\frac{\partial^2 \psi_e^*}{\partial X \partial Y} = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) F_{2n+1}' \phi^{2n} - \frac{Y}{\Delta} \frac{d\Delta}{d\phi} F_{2n+1}'' \phi^{2n+1}$$

(') et (") correspondent aux différentiations par rapport à  $Y$  et  $F_{2n+1}^{(m)}$  est la  $m$ ème dérivée de  $F_{2n+1}$ .

Représentons l'épaisseur adimensionnelle de la couche de condensat  $\Delta$  en une série paire en  $\phi$  (symétrie par rapport à l'axe des  $y$ ), où :

$$\Delta = \sum_0^{\infty} b_{2n} \Phi^{2n} \quad (33)$$

En substituant dans l'équation (25) et en remplaçant  $\sin(\Phi)$  et  $\sin(2\Phi)$  par leurs développements en séries de  $\Phi$  on aura :

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left\{ F_{2n+1}'' + \sum_{j=0}^n b_{2n-2j} \sum_{i=0}^j \left[ (2i+1) F_{2i+1} F_{2j+1-2i}' + (2n-2j-1-2i) F_{2i+1}' F_{2j+1-2i} \right] + W_{2n+1} \right\} \Phi^{2n+1} = 0 \quad (34)$$

$W_{2n+1}$  est une constante définie par :

$$W_{2n+1} = N_{lg} \varepsilon_{2n+1} (1) + N_{lp} \varepsilon_{2n+1} (2) \quad (35)$$

et :

$$\varepsilon_{2n+1}(m) = \sum_{j=0}^n \left\{ \frac{(-1)^{n-j} (m)^{2n+1-2j}}{(2n+1-2j)!} \sum_{i=0}^j \left[ b_{2j-2i} \sum_{r=0}^i (b_{2r} b_{2i-2r}) \right] \right\} \quad (34)$$

L'équation (34) est satisfaite pour toutes les valeurs de  $\Phi$ , donc les coefficients de  $\Phi^{2n+1}$  doivent être nuls pour chaque valeur de  $n$ .

Ainsi :

$$F_{2n+1}''' + \left\{ \sum_{j=0}^n \left[ b_{2n-2j} \sum_{i=0}^j \left[ (2i+1) F_{2i+1} F_{2j+1-2i}' + (2n-2j-1-2i) F_{2i+1}' F_{2j+1-2i} \right] \right] \right\} + W_{2n+1} = 0 \quad (37)$$

L'équation (37) représente une infinité d'équations différentielles ordinaires :

Pour  $n = 0$  :

$$F_1''' + \left\{ b_0 [F_1 F_1'' - (F_1')^2] \right\} + W_1 = 0 \quad (38)$$

$$\varepsilon_1(1) = b_0^3 \quad (39)$$

$$\varepsilon_1(2) = 2b_0^3 \quad (40)$$

Pour  $n = 1$  :

$$F_3''' + \left\{ b_0 [F_1 F_3'' - 4 F_1' F_3' + 3 F_1'' F_3] + D_3 \right\} + W_3 = 0 \quad (41)$$

$$D_3 = b_2 [F_1 F_1'' + (F_1')^2] \quad (42)$$

$$E_3(1) = b_0^2 (3b_2 - \frac{1}{6}b_0) \quad (43)$$

$$E_3(2) = b_0^2 (6b_2 - \frac{4}{3}b_0) \quad (44)$$

• pour  $n \gg 2$ :

$$F_{2n+1}''' + \left\{ b_0 [F_1 F_{2n+1}'' - (2n+2) F_1' F_{2n+1}' + (2n+1) F_1'' F_{2n+1}] + D_{2n+1} \right\} + W_{2n+1} = 0 \quad (45)$$

$$D_{2n+1} = \sum_{j=0}^{n-1} \left[ b_{2n-2j} \sum_{l=0}^{n-1} \left( (2l+1) F_{2l+1} F_{2j+1-2l}'' + (2n-2j-1-2l) F_{2l+1}' F_{2j+1-2l}' \right) \right] + b_0 \sum_{l=1}^{n-1} \left( (2n+1) F_{2l+1} F_{2n+1-2l}'' - (2l+1) F_{2l+1}' F_{2n+1-2l}' \right) \quad (46)$$

Si le terme d'inertie est ignoré dans l'équation du mouvement, le terme entre parenthèses dans l'équation (37) disparaît, le système d'équation devient alors :

$$F_{2n+1}''' + W_{2n+1} = 0 \quad (n \gg 0) \quad (47)$$

\* La couche vapeur :

L'équation du mouvement peut être traitée de la même façon en utilisant les substitutions suivantes :

$$u_v = \frac{\partial \Psi_v}{\partial y} \quad (48)$$

$$v_v = - \frac{\partial \Psi_v}{\partial x} \quad (49)$$

$$\Psi_v^* = \frac{\Psi_v}{v_v} = \sum_{n=0}^{\infty} f_{2n+1} \phi^{2n+1} \quad (50)$$

$$N_{vp} = \frac{2R^2 u_0^2}{v_v^2} = \frac{Re^2}{2} \quad (51)$$

Les équations différentielles ordinaires correspondantes sont :

pour  $n = 0$  :

$$f_1''' + \left\{ b_0 [f_1 f_1'' - (f_1')^2] \right\} + \omega_1 = 0 \quad (52)$$



pour  $n = 1$  :

$$f_3''' + \left\{ b_0 [f_1 f_3'' - 4 f_1' f_3' + 3 f_1'' f_3] + d_3 \right\} + \omega_3 = 0 \quad (53)$$

pour  $n \geq 2$  :

$$d_3 = b_2 [f_1 f_1'' + (f_1')^2] \quad (54)$$

$$f_{2n+1}''' + \left\{ b_0 [f_1 f_{2n+1}'' - (2n+2) f_1'' f_{2n+1}] + d_{2n+1} \right\} + \omega_{2n+1} = 0 \quad (55)$$

$$d_{2n+1} = \sum_{j=0}^{n-1} \left[ b_{2n-2j} \sum_{i=0}^j ((2i+1) f_{2i+1} f_{2j+1-2i}'' + (2n-2j-1-2i) f_{2i+1}' f_{2j+1-2i}') \right] + b_0 \sum_{i=1}^{2n+1} ((2i+1) f_{2i+1} f_{2n+1-2i}'' - (2i+1) f_{2i+1}' f_{2n+1-2i}') \quad (56)$$

$f_{2n+1}$  est une fonction de  $Y$  seulement et  $\omega_{2n+1}$  est une constante définie par :

$$\omega_{2n+1} = N_{sp} \varepsilon_{2n+1}(2) \quad \text{pour } n \geq 0 \quad (57)$$

\* Equation d'énergie dans la couche liquide :

En faisant intervenir la fonction courant dans l'équation d'énergie on a :

$$\frac{\partial \psi_e}{\partial y} \frac{\partial T_e}{\partial x} - \frac{\partial \psi_e}{\partial x} \frac{\partial T_e}{\partial y} = \frac{k_e}{\rho c_p} \frac{\partial^2 T_e}{\partial y^2} \quad (58)$$

$$\text{Soit : } \theta_e = \frac{T_e - T_{sat}}{T_w - T_{sat}} \quad (59)$$

En substituant dans (58) et en arrangeant , on a :

$$\Delta \frac{\partial \psi_e^*}{\partial y} \frac{\partial \theta_e}{\partial \phi} - \Delta \frac{\partial \psi_e^*}{\partial \phi} \frac{\partial \theta_e}{\partial y} = \frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 \theta_e}{\partial y^2} \quad (60)$$

$$\text{Soit } \theta_e = \sum_{n=0}^{\infty} A_{2n} \psi^{2n} \quad (61)$$

$A_{2n}$  est fonction seulement de  $Y$  , en différentiant et en arrangeant on obtient le système d'équations ordinaires suivant :

$$\text{Pour } n = 0 \quad A_0'' + Pr (b_0 f_1 A_0') = 0 \quad (62)$$

Pour  $n \geq 1$  :

$$A_{2n}'' + Pr [b_0 (f_1 A_{2n}' - 2n f_1' A_{2n}) + E_{2n}] = 0 \quad (63)$$

$$E_{2n} = \sum_{j=1}^n \left\{ A'_{2n-2j} \sum_{i=0}^j [(2j+1) b_{2i} F_{2j+1-2i}] - \right. \\ \left. + (2n-2j) A_{2n-2j} \sum_{i=0}^j (b_{2i} F'_{2j+1-2i}) \right\} \quad (64)$$

Si la convection (le terme transport) est ignorée le terme entre crochets disparaît, le système d'équation devient alors :

$$\ddot{A}_{2n} = 0 \quad (n \geq 0) \quad (65)$$

\* Conditions aux limites et à l'interface :

- Interface solide-liquide : (  $Y = -1$  )

$$F'_{2n+1}(-1) = 0 \quad (66)$$

$$F_{2n+1}(-1) = 0 \quad (67)$$

$$A_{2n}(-1) = 1 \quad \text{pour } n = 0 \quad (68)$$

$$A_{2n}(-1) = 0 \quad \text{pour } n > 0 \quad (69)$$

- Interface liquide-vapeur : (  $Y = 0$  )

$$f'_{2n+1}(0) = R_v F'_{2n+1}(0) \quad (70)$$

$$f_{2n+1}(0) = R_v R_d F_{2n+1}(0) \quad (71)$$

$$f'_{2n+1}(0) = R_d R_v^2 F''_{2n+1} \quad (72)$$

$$A_{2n}(0) = 0 \quad (73)$$

- à  $Y = \infty$  :

De l'équation (14) :

$$\left( \frac{\partial \Psi_v^*}{\partial Y} \right)_{Y=\infty} = Re \Delta \sin \phi \quad (74)$$

En prenant  $\Delta$  de l'équation (33), et en remplaçant  $\sin(\phi)$  par un développement en séries de  $\phi$ , on obtient :

$$f'_{2n+1}(\infty) = Re \sum_{j=0}^n \frac{(-1)^j}{(2j+1)!} b_{2n-2j} \quad (75)$$

\* Bilan d'énergie :

En réarrangeant l'équation (16) sous une forme adimensionnelle on obtient :

$$A'_{2n}(-1) + \sum_{j=0}^n \left\{ (2j+1) b_{2n-2j} \left( \frac{Pr}{Ph} F_{2j+1}(0) + Pr I_{2j+1} \right) \right\} = 0 \quad (76)$$

où

$$Pr_h = \frac{C_{pe} (T_{sat} - T_w)}{L_v} \quad (\text{nombre de changement de phase}) \quad (77)$$

$$I_{2n+1} = \int_{\gamma=-1}^0 P_{2n+1} d\gamma \quad (78)$$

et

$P_{2n+1}$  (fonction de  $\gamma$ ) et  $I_{2n+1}$  est une constante

$$P_{2n+1} = \sum_{j=0}^n A_{2n-2j} F'_{2j+1} \quad (79)$$

Pour  $n = 0$  :

$$b_0 = - \frac{A'_0(-1)}{\frac{Pr}{Ph} F_1(0) + Pr I_1} \quad (80)$$

Pour  $n > 0$  :

$$b_{2n} = \frac{A'_{2n}(-1) + \sum_{j=1}^n \left\{ (2j+1) b_{2n-2j} \left[ \frac{Pr}{Ph} F_{2j+1}(0) + Pr I_{2j+1} \right] \right\}}{\frac{Pr}{Ph} F_1(0) + Pr I_1} \quad (81)$$

F) RELATION DE TRANSFERT THERMIQUE :

$$q_w = Ke \left( \frac{\partial T_e}{\partial y} \right)_{y=-\delta} = h (T_{sat} - T_w) \quad (82)$$

Après substitution et arrangement :

$$(Nu)_\phi = \left( \frac{2Rh}{Ke} \right)_\phi = -2 \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_{2n} \phi^{2n} \quad (83)$$

$$\text{où } \gamma_0 = \frac{A'_0(-1)}{b_0} \quad (84)$$

$$\gamma_{2n} = \frac{1}{b_0} \left\{ A'_{2n}(-1) - \sum_{j=1}^n b_{2j} \gamma_{2n-2j} \right\} \quad (n > 0) \quad (85)$$

L'équation (83) donne la valeur locale du nombre de NUSSELT. Cette équation est valable jusqu'au point où la séparation de l'écoulement a lieu.

Si toutefois on ne prend pas en considération les

décollements , l'équation (83) doit être intégrée pour donner le nombre de Nusselt moyen ( Num ) d'où :

$$Nu_m = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} (Nu)_\phi d\phi = -2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{b_{2n}}{2n+1} \pi^{2n} \quad (86)$$

### G) procédure de résolution et computation numérique:

Un système de trois équations différentielles ordinaires avec les conditions aux limites et à l'interface correspondantes avec une équation algébrique ( qui émerge du bilan d'énergie ), existent pour chaque valeur de  $n$  , les équations étant indépendantes , la solution est tirée pas à pas en commençant avec  $n = 0$  . Les deux équations de mouvement pour chaque  $n$  sont résolues simultanément indépendamment de l'équation de l'énergie .La méthode de RUNGE KUTTA d'ordre quatre est amplement suffisante pour pouvoir résoudre les équations différentielles ordinaires avec une précision acceptable, une valeur initiale est donnée à  $b_{2n}$  pour démarer le calcul et puis elle est réitérée grace à l'équation d'énergie.

La résolution à l'ordre 3 à permit une bonne évaluation du nombre de nusselt moyen tandis qu'une extension à l'orde 8 était nécessaire pour déterminer le point de séparation .

### H) Résultats numériques

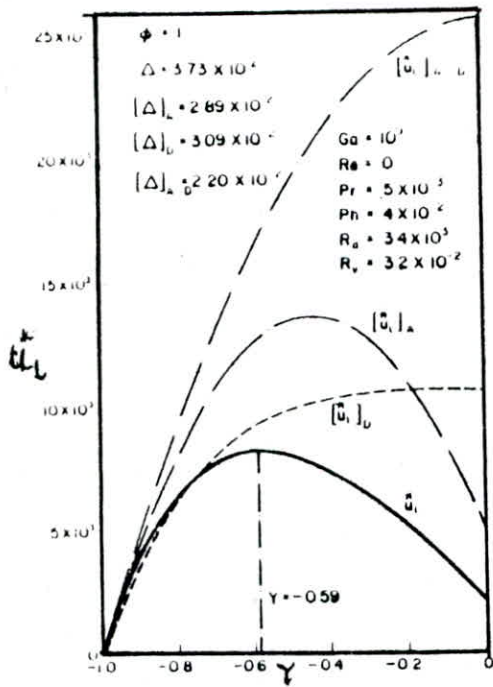


Fig - evolution de la vitesse dans le condensat -

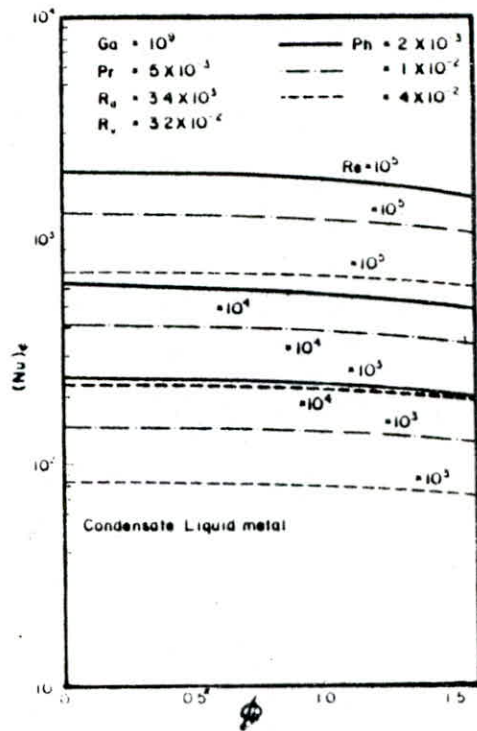


Fig evolution du nombre de Nusselt locale sur le cylindre 'pour un metal liquide'

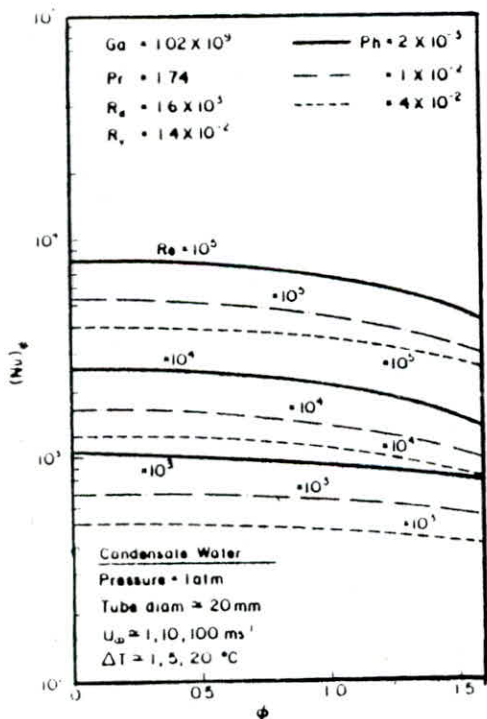


Fig evolution du nombre de Nusselt locale sur le cylindre 'pour l'eau'

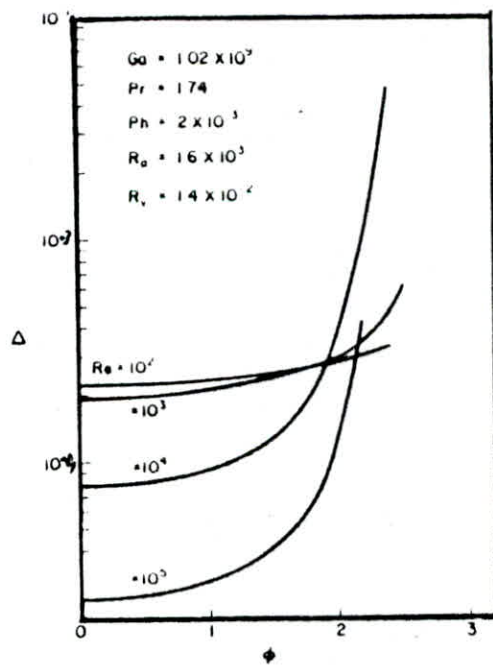


Fig 'évolution de l'épaisseur de couche limite Δ'

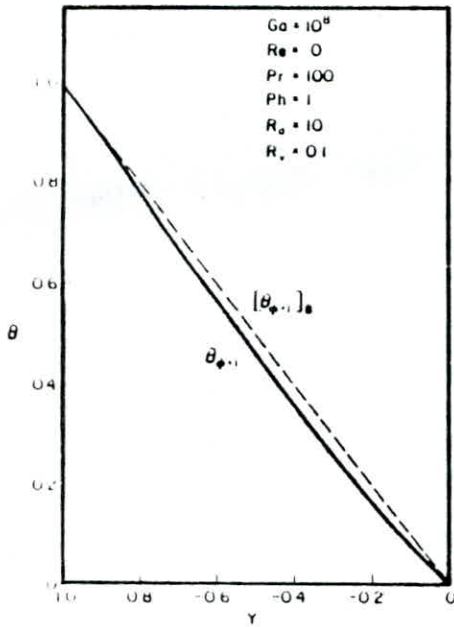


Fig 'évolution de la température en fonction de Y'

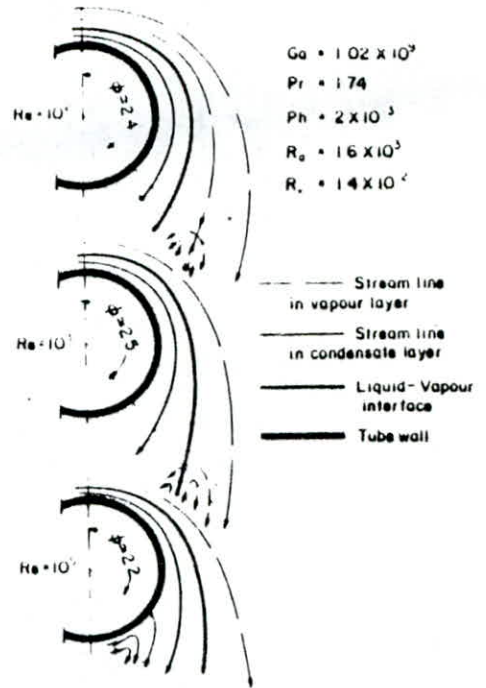


Fig 'influence du nombre de Reynolds sur les décollements.'

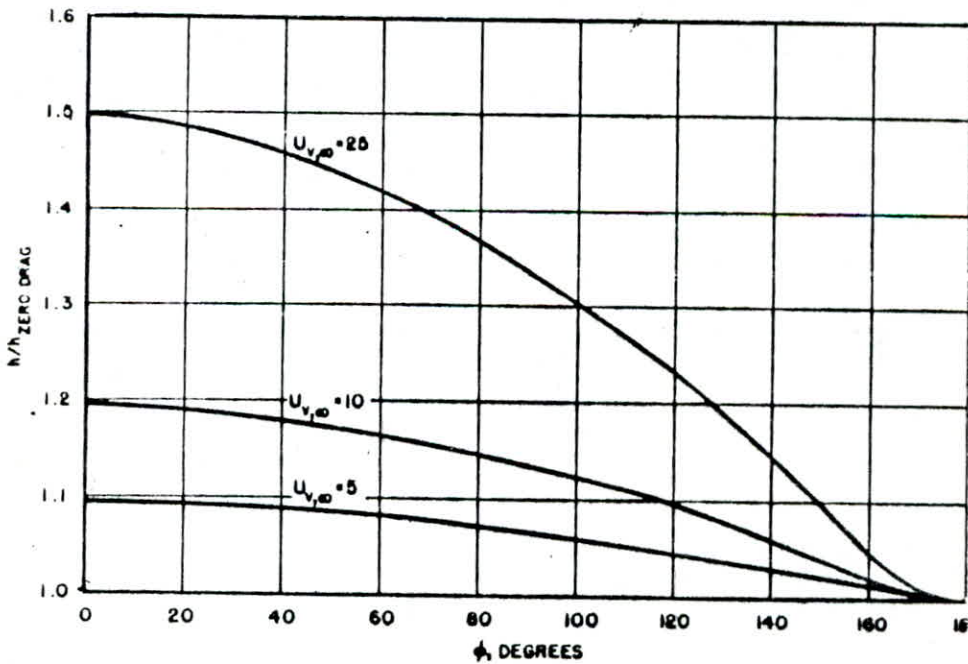


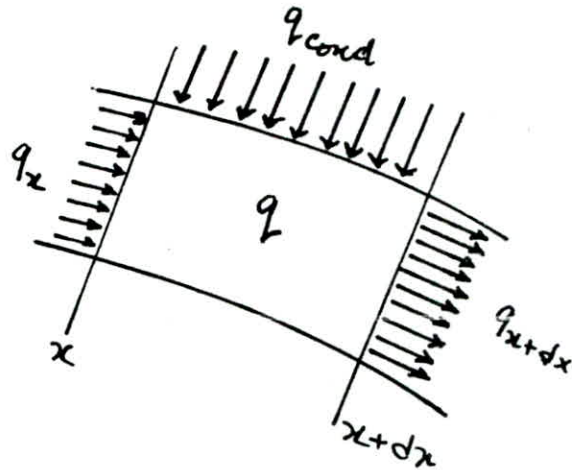
Fig 'évolution du nombre de Nusselt locale sur le cylindre  
' V.E. DENNY. [ ]'

III -MODELE ADOPTE

\* A y = ∞

$$u_v = 2U_{\infty} \sin\left(\frac{x}{R}\right)$$

III.5-Bilan d'énergie:



La quantité de chaleur passant au plan x :

$$dq_x = \dot{m} c_p (T_s - T) = \int_0^{\delta} \rho u_e dy c_p (T_s - T)$$

$$q_x = \int_0^{\delta} \rho u_e dy c_p (T_s - T) \Big|_x$$

$$q_{x+dx} = \int_0^{\delta} \rho u_e dy \Big|_{x+dx} c_p (T_s - T)$$

$$q_{x+dx} - q_x = \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} \rho u_e dy c_p (T_s - T)$$

Le débit de condensation est :

$$\begin{aligned} \dot{m}_{cond} &= \int_0^{\delta} \rho u_e dy \Big|_{x+dx} - \int_0^{\delta} \rho u_e dy \Big|_x \\ &= \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} \rho u_e dy \end{aligned}$$

$$q_{cond} = \dot{m}_{cond} h_v = \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} \rho u_e h_v dy$$

$$q = (q_{x+dx} - q_x) + q_{cond} = k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}$$

Le gradient de pression est obtenu depuis la théorie de l'écoulement idéal, l'équation du mouvement dans cette région est réduite à:

$$u_v \frac{\partial u_v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_v} \frac{dP}{dx} \quad \text{d'où}$$

$$\frac{dP}{dx} = -\rho_v \frac{2U_{\infty}^2}{R} \sin \frac{2x}{R}$$

III.6-FORMULATION COURANT DES EQUATIONS :

En introduisant la fonction courant  $\psi$  définie par:



### III.2-HYPOTHESES:

On a adopté ici les mêmes hypothèses que pour le model de Gadis.

### III.3-EQUATIONS DE COUCHE LIMITE .

#### A-La couche liquide:

De la même manière on obtient pour la couche liquide le systeme formé par les équations de Continuité, Quantité de mouvement, Conservation d'énergie .

$$\frac{\partial u_L}{\partial x} + \frac{\partial v_L}{\partial y} = 0$$

$$\mu_L \frac{\partial u_L}{\partial x} + \nu_L \frac{\partial v_L}{\partial y} = g \frac{(\rho_l - \rho_v)}{\rho_L} \sin \frac{\alpha}{R} - \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dx} + \nu_L \frac{\partial^2 u_L}{\partial y^2}$$

$$\mu_L \frac{\partial T_L}{\partial x} + \nu_L \frac{\partial T_L}{\partial y} = \frac{k_L}{\rho_L c_p} \frac{\partial^2 T_L}{\partial y^2}$$

#### B-La couche vapeur:

similairement on a:

$$\frac{\partial u_v}{\partial x} + \frac{\partial v_v}{\partial y} = 0$$

$$\mu_v \frac{\partial u_v}{\partial x} + \nu_v \frac{\partial v_v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dx} + \nu_v \frac{\partial^2 u_v}{\partial y^2}$$

$$T_v = T_{sat}$$

### III.4-Conditions aux limites:

\* A l'interface liquide solide ( y = 0 )

$$u_e = 0$$

$$v_e = 0$$

$$T_L = T_w$$

\* A l'interface liquide-vapeur ( y = 1 )

$$u_L = u_v$$

$$\rho_L v_L = \rho_v v_v$$

$$\mu_L \frac{\partial u_L}{\partial y} = \mu_v \frac{\partial u_v}{\partial y}$$

$$T_L = T_v$$

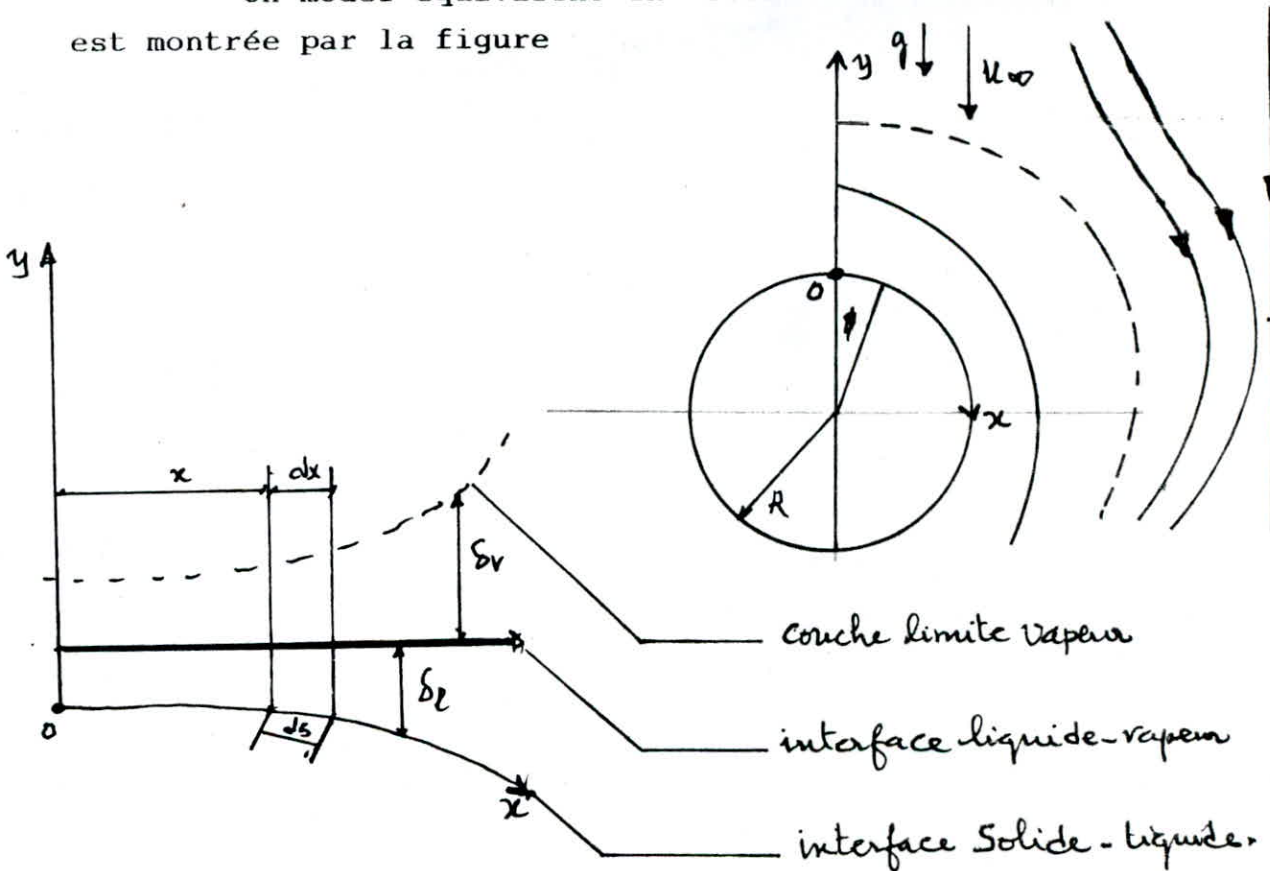
## CHAPITRE TROISIEME

### modele physique adopte

#### III • 1 - DESCRIPTION DU MODELE:

Le model physique est montré dans un système de coordonnées orthogonales curvilignes, ( Fig ) , un film de condensat s'écoule autours d'une surface cylindrique horizontale , le film est entouré d'une couche limite vapeur , à l'extérieur de celle-ci l'écoulement est idéal la vitesse d'arrivée de la vapeur  $U_{\infty}$  et la force de gravité ont la même direction , l'axe des  $x$  est tout au long de l'interface liquide-vapeur, l'origine se trouve à l'intersection amont entre l'interface liquide-vapeur et l'axe de symètrie .

Un model équivalent en coordonnées cartésienne est montrée par la figure



$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

A) Pour la phase liquide:

On aboutit aux équations:

$$\frac{\partial u_L}{\partial x} + \frac{\partial v_L}{\partial y} = 0$$

$$u_L \frac{\partial u_L}{\partial x} + v_L \frac{\partial u_L}{\partial y} = g \left( \frac{\rho_L - \rho_V}{\rho_L} \right) \sin \frac{x}{R} + 2 \frac{\rho_V}{\rho_L} \frac{u_\infty^2}{R} \sin \frac{2x}{R} + \nu_L \frac{\partial^2 u_L}{\partial y^2}$$

$$u_L \frac{\partial T_L}{\partial x} + v_L \frac{\partial T_L}{\partial y} = \frac{k_L}{\rho_L c_{pL}} \frac{\partial^2 T_L}{\partial y^2}$$

En introduisant la fonction  $\psi_L$ , l'équation de continuité demeure toujours vérifiée.

. L'équation de la quantité de mouvement devient :

$$\frac{\partial \psi_L}{\partial y} \frac{\partial^2 \psi_L}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \psi_L}{\partial y^2} = g \left( \frac{\rho_L - \rho_V}{\rho_L} \right) \sin \frac{x}{R} + 2 \frac{\rho_V}{\rho_L} \frac{u_\infty^2}{R} \sin \frac{2x}{R} + \nu_L \frac{\partial^3 \psi_L}{\partial y^3}$$

. L'équation d'énergie devient:

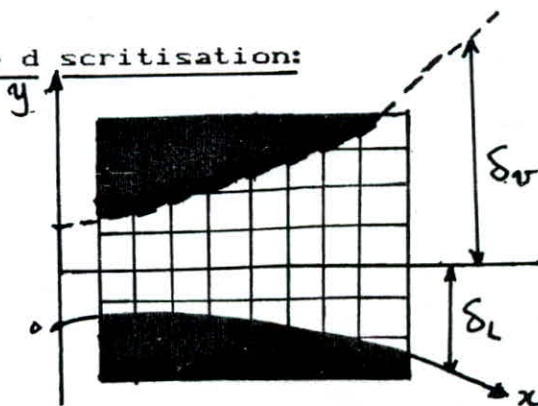
$$\frac{\partial \psi_L}{\partial y} \frac{\partial T_L}{\partial x} - \frac{\partial \psi_L}{\partial x} \frac{\partial T_L}{\partial y} = \frac{k_L}{\rho_L c_{pL}} \frac{\partial^2 T_L}{\partial y^2}$$

B) En phase vapeur:

De manière similaire on aura:

$$\frac{\partial \psi_V}{\partial y} \frac{\partial^2 \psi_V}{\partial x \partial y} - \frac{\partial \psi_V}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi_V}{\partial y^2} = \frac{2 \rho_V}{\rho_L} \frac{u_\infty^2}{R} \sin \frac{2x}{R} + \nu \frac{\partial^3 \psi_V}{\partial y^3}$$

### III.7 Procédure de discrétisation:



Les équations que nous avons établies dans le plan x y poseraient un problème lors de la discrétisation suivant l'axe des y, car la frontière de la couche limite est

variable, donc lorsqu'on fait le maillage, deux possibilités se présentent:

- 1-On divise chaque couche en un domaine rectangulaire de façon à ce qu'on dépasse l'interface liquide-vapeur en pénétrant dans la couche suivante.
- 2-On utilise une variable qui prendra des valeurs connues aux frontières.

Optant pour le deuxième cas nous définissons la variable adimensionnelle suivante:

$$\omega_L = \frac{\psi_L - \psi_0}{\psi_I - \psi_0}$$

$\psi_0$  :  $\psi$  au contact solide liquide qui est prise égale à zéro.

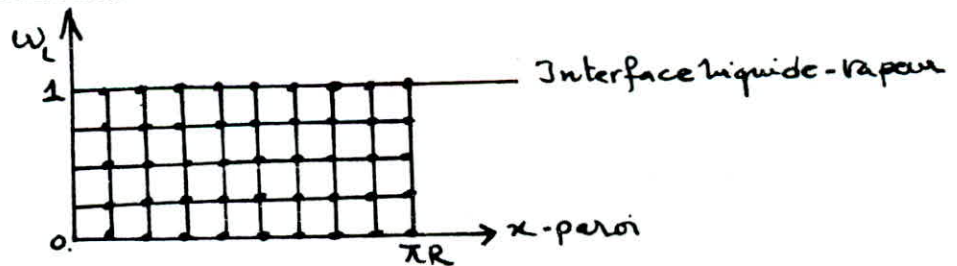
$\psi_I$  :  $\psi$  à l'interface liquide-vapeur

d'où :

$$\omega_L = \frac{\psi_L}{\psi_I} ; \quad \omega_L(y=0) = 0$$

$$\omega_L(y=\delta) = 1$$

De cette façon on obtient un domaine rectangulaire de discrétisation



revenons maintenant à la définition de  $\omega$

$$\omega_L = \frac{\psi_L - \psi_0}{\psi_I - \psi_0} \Rightarrow \psi = \omega (\psi_I - \psi_0) + \psi_0$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial \omega} \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial \omega} \frac{\omega}{\psi_I - \psi_0}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{\omega}{\psi_I - \psi_0} \frac{\partial}{\partial \omega} \left( \omega \frac{\partial u}{\partial \omega} \frac{1}{\psi_I - \psi_0} \right)$$

$$= \frac{\omega}{(\psi_I - \psi_0)^2} \frac{\partial}{\partial \omega} \left( \omega \frac{\partial u}{\partial \omega} \right)$$

$$\begin{aligned} \cdot v_L &= -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\left(\frac{\partial \psi_0}{\partial x} + w_L \left(\frac{\partial \psi_I}{\partial x} - \frac{\partial \psi_0}{\partial x}\right) + \right. \\ &\quad \left. + (\psi_I - \psi_0) \frac{\partial w}{\partial x}\right) \\ \cdot v_L &= -w_L \frac{\partial \psi_I}{\partial x} \end{aligned}$$

avec  $\psi_0 = 0$  on aura

$$\begin{aligned} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{u}{\psi_I} \frac{\partial u}{\partial w} ; \\ \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= \frac{u}{\psi_I^2} \frac{\partial}{\partial w} \left( u \frac{\partial u}{\partial w} \right) \\ \cdot v &= -w \frac{\partial \psi_I}{\partial x} = -w \frac{d\psi_I}{dx} \end{aligned}$$

A) En phase liquide:

On opérant tous ces changements on obtient:

$$\begin{aligned} \cdot u_L \frac{\partial u_L}{\partial x} - w_L \frac{d\psi_I}{dx} \frac{u_L}{\psi_I} \frac{\partial u_L}{\partial w} &= g \frac{(\rho_L - \rho_v)}{\rho_L} \sin \frac{x}{R} + \\ &+ \frac{2\rho_v}{\rho_L} \frac{u_\infty^2}{R} \sin \frac{2x}{R} + \nu_L \frac{u_L}{\psi_I^2} \frac{\partial}{\partial w} \left( u_L \frac{\partial u_L}{\partial w} \right) \end{aligned}$$

$$\cdot \frac{\partial T_L}{\partial x} - \frac{w_L}{\psi_I} \frac{d\psi_I}{dx} \frac{\partial T}{\partial w_L} = \frac{k_L}{\rho_L c_p} \frac{1}{\psi_I^2} \frac{\partial}{\partial w} \left( u_L \frac{\partial T}{\partial w} \right)$$

B) En phase vapeur:

Dans un premier temps, on se limitera à l'étude de la phase liquide et la condition aux limites à l'interface liquide-vapeur sera remplacée par la condition de V.E.DENNY, qui n'est autre qu'une évaluation de la contrainte tangentielle à  $y = \delta$ :

$$\begin{aligned} u_L \frac{\partial u_L}{\partial y} &= \dot{m} (u_{ve} - u_L) \quad [7] \\ \dot{m} &= \frac{d}{dx} \int_0^\delta \rho u_L dy \quad (\text{taux de condensation}) \end{aligned}$$

III.7.1.-Expression des conditions aux limites:

$$\begin{aligned} \cdot u &= 0 \quad \text{à} \quad w_L = 0 \\ \cdot v &= 0 \quad \text{à} \quad w_L = 0 \\ \cdot u_L &= u_v \quad \text{à} \quad w_L = 1 \\ \cdot \rho_L v_L &= \rho_v v_v \quad \text{à} \quad w_L = 1 \end{aligned}$$

III 72 - L'équation du bilan d'énergie:

$$k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} (\rho_L L_v + \rho_L c_p (T_s - T_c)) u_L dy$$

En intégrant les deux cotés on aura

$$\int_x k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} dx = \int_0^{\delta} (\rho_L L_v + \rho_L c_p (T_s - T_c)) u_L dy$$

Cette équation sera utilisée pour le choix de  $\Psi_I$  pour chaque plan.

VI. DIFFERENCES FINIES  
APERCU GENERAL

## DIFFERENCES FINIES APPERCU GENERAL

### IV-1) INTRODUCTION :

Ce chapitre est consacré à la description générale de la méthode des différences finies que nous avons utilisée pour résoudre numériquement notre problème.

Nous nous intéressons aux équations aux dérivées partielles des premiers et seconds ordre ,à deux variables indépendantes.

Outre la fonction  $f$  des variables  $x$  et  $y$  , les équations aux dérivées partielles font intervenir  $\delta f/\delta x$  ,  $\delta f/\delta y$  ,  $\delta^2 f/\delta x^2$  ,  $\delta^2 f/\delta y^2$  et rarement  $\delta^2 f/\delta x \delta y$  .

### IV-2) APPROXIMATION DE LA DERIVEE D'UNE FONCTION

Soit  $f$  une fonction d'une variable réelle.  
Par définition sa dérivée en un point  $x_0$  est donnée par:

$$\frac{\delta f}{\delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

Elle peut être approchée de plusieurs façons:

#### A) Différence à droite

Appelée aussi différence avant, permet de calculer  $f_j^n$  à partir des valeurs à droite :  $f_j$  ,  $f_{j+1}$  ,  $f_{j+2}$  ...  
 $f_{j+n}$  , on définit l'opérateur différence à droite  $\Delta_+$  comme l'opérateur linéaire défini par :

$$\Delta_+ f_j = f_{j+1} - f_j$$

On peut alors aisement définir les puissances entières de  $\Delta_+$  :



$$\begin{aligned}\Delta^2 f_j &= \Delta_+(\Delta_+ f_j) = \Delta_+(f_{j+1} - f_j) \\ &= \Delta_+ f_{j+1} - \Delta_+ f_j\end{aligned}$$

$$\Delta^2 f_j = f_{j+2} - 2 f_{j+1} + f_j$$

En général :

$$\Delta^n f_j = \Delta_+(\Delta_+^{n-1} f_j)$$

\* CALCUL DE  $f'_j$

On développe  $f(x+h)$  en série de Taylor d'ordre 1 :

$$f(x+h) = f(x) + h f'(x) + h^2 f''(x)$$

$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} + 0(h)$$

C'est à dire au point  $x = x_j$  et en remarquant que :

$$x_j + h = x_{j+1}$$

on a :

$$f'_j = \frac{f_{j+1} - f_j}{h} + 0(h)$$

\* Calcul de  $f''_j$  :

On développe  $f(x+h)$  et  $f(x+2h)$  :

$$f(x+h) = f(x) + h f'(x) + \frac{h^2}{2} f''(x) + \frac{h^3}{6} f'''(x) \dots$$

$$f(x+2h) = f(x) + 2h f'(x) + 2h^2 f''(x) + \frac{8}{6} h^3 f'''(x) \dots$$

En multipliant la première par -2 et en lui ajoutant la deuxième, on obtient :

$$f''(x) = \frac{f(x) - 2f(x+h) + f(x+2h)}{h^2} - h f'''(x) + \dots$$

En faisant  $x=x_j$  :

$$f''_j = \frac{f_j - 2f_{j+1} + f_{j+2}}{h^2} + 0(h)$$

B) Différences à gauche :

On définit l'opérateur différence à gauche  $\Delta^-$  :

$$\Delta^- f_j = f_j - f_{j-1}$$

L'approximation de  $f'_j$  est :

$$f'_j = \frac{f_j - f_{j-1}}{h} + 0(h)$$

c) Différences centrées :

On définit l'opérateur différence centrée  $\Delta_0$  :

$$\Delta_0 f_j = \frac{f_{j+1} - f_{j-1}}{2h}$$

L'approximation de  $f'_j$  est :

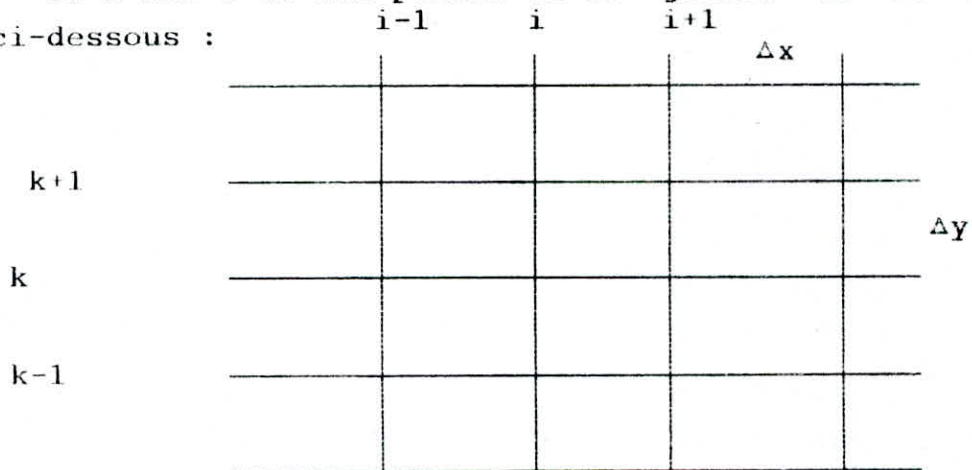
$$f'_j = \frac{f_{j+1} - f_{j-1}}{2h} + 0(h^2)$$

On voit que les différences centrées donnent des résultats plus précis que les différences à droite ou à gauche, par conséquent chaque fois qu'il sera possible on utilisera les différences centrées.

#### IV.3) Expression des dérivées partielles :

Elles se déduisent de celles données précédemment posons  $f_{ik} = f(x_i, y_k) = f(M)$

où M est l'un des points de la grille de la figure ci-dessous :



$$\left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)_{i,k} = \frac{f_{i+1,k} - f_{i-1,k}}{2\Delta x}$$

$$\left( \frac{\partial f}{\partial y} \right)_{i,k} = \frac{f_{i,k+1} - f_{i,k-1}}{2\Delta y}$$

$$\left( \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right)_{i,k} = \frac{1}{\Delta x^2} ( f_{i-1,k} - 2f_{i,k} + f_{i+1,k} )$$

#### IV-4) Convergence et stabilité:

Une méthode numérique converge si, en supposant les erreurs d'arrondi nulles, la solution numérique tend vers la solution exacte, quand le pas tend vers zéro.

En pratique, on ne peut pas éliminer les erreurs d'arrondi: si en théorie la méthode converge presque toujours, en pratique il peut se faire qu'elle ne converge pas.

La stabilité est une notion très importante liée à la fois à la méthode et l'équation différentielle.

L'instabilité se manifeste par une amplification des erreurs de troncatures et d'arrondi. Elle est due au fait qu'on remplace l'équation différentielle par une équation aux différences, où  $y_i$  dépend de plusieurs  $y_{i-k}$ . Cette équation aux différences a parfois plusieurs solutions: la solution fondamentale qui est, lorsque  $\Delta t$  tend vers 0 celle de l'équation différentielle; et des solutions parasites qui viennent masquer la solution fondamentale.

En pratique, on résout l'équation avec deux pas nettement différents (en général, l'un est moitié de l'autre), tout en étant petits. Si les résultats sont significativement différents, il est raisonnable de supposer qu'il y a instabilité. Il faut alors réduire encore le pas. Si le problème persiste, il convient de changer la méthode.

V-DISCRETISATION ET RESULTATS  
DU MODELE

¶.1- INTRODUCTION :

Tout au long de ce chapitre, nous étudierons la discrétisation des équations issues du chapitre 3, en remplaçant les dérivées partielles par des différences finies, suivant les formules données au chapitre 4.

Nous nous limiterons à discrétiser les équations en phase liquide et nous remplacerons la condition aux limites à l'interface par celle donnée par DENNY :

$$\mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=s} = m (u_{ve} - u_s) \quad (1)$$

¶.2. \* L'équation de la quantité de mouvement en phase liquide s'exprime par :

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \omega \frac{\partial \psi_i}{\partial x} \cdot \frac{1}{\psi_i} \cdot \frac{\partial u}{\partial \omega} = \frac{A(x)}{u} + \frac{\partial}{\partial \psi_i} \cdot \frac{\partial}{\partial \omega} \left( u \cdot \frac{\partial u}{\partial \omega} \right) \quad (2)$$

Notons,  $u$  au point  $(i, j)$  par :  $u_i^j$

$\psi_i$  au point  $(i, z_x)$  par :  $\psi_i$

$\Delta x$ ,  $\Delta \omega$  étant respectivement les pas de discrétisation suivant  $x$  et  $\omega$ .

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{i,j} = \frac{u_{i+1}^j - u_{i-1}^j}{2 \Delta x} \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial \omega} \right|_{i,j} = \frac{u_i^{j+1} - u_i^{j-1}}{2 \Delta \omega} \quad (4)$$

$$\left. \frac{d\psi_i}{dx} \right|_i = \frac{\psi_{i+1} - \psi_{i-1}}{2 \Delta x} \quad (5)$$

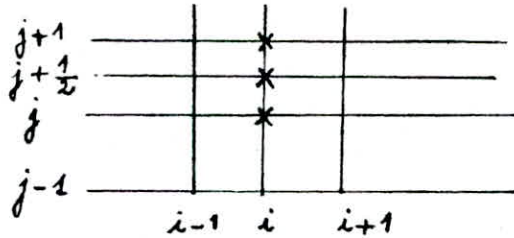
$$\frac{\partial}{\partial \omega} \left( u \cdot \frac{\partial u}{\partial \omega} \right)_{i,j} = \frac{u_i^{j+\frac{1}{2}} \cdot \left. \frac{\partial u}{\partial \omega} \right|_i^{j+\frac{1}{2}} - u_i^{j-\frac{1}{2}} \cdot \left. \frac{\partial u}{\partial \omega} \right|_i^{j-\frac{1}{2}}}{\Delta \omega} \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial \omega} \left( u \frac{\partial u}{\partial \omega} \right)_{i,j} = u_i^{j+\frac{1}{2}} \left( \frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{\Delta \omega^2} \right) - u_i^{j-\frac{1}{2}} \left( \frac{u_i^j - u_i^{j-1}}{\Delta \omega^2} \right) \quad (7)$$

$$u_i^{j+\frac{1}{2}} = \frac{u_i^{j+1} + u_i^j}{2} \quad (8)$$

$$u_i^{j-\frac{1}{2}} = \frac{u_i^j + u_i^{j-1}}{2} \quad (9)$$

En fait, il s'agit pour  $u_i^{j+\frac{1}{2}}$  de prendre la valeur moyenne entre les plans  $j$  et  $j+1$ .



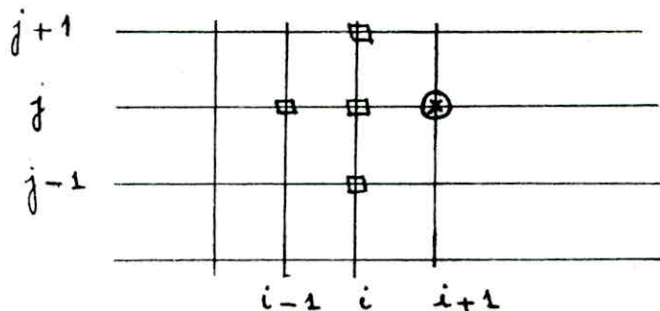
$$\frac{\partial}{\partial \omega} \left( u \frac{\partial u}{\partial \omega} \right)_{ij} = \frac{1}{2\Delta \omega^2} \left\{ (u_i^{j+1} + u_i^j)(u_i^{j+1} - u_i^j) - (u_i^j + u_i^{j-1})(u_i^j - u_i^{j-1}) \right\} \quad (10)$$

En substituant (3), (4), (5) et (10) dans (2),

on aura :

$$\frac{u_{i+1}^j - u_{i-1}^j}{2\Delta x} - \omega \frac{1}{2\Delta x} \frac{(\psi_{i+1} - \psi_{i-1})}{\psi_i} \frac{u_i^{j+1} - u_i^{j-1}}{2\Delta \omega} = \frac{A(\alpha)}{u_i^j} + \frac{\nu}{\psi_i^2} \frac{1}{2\Delta \omega^2} \left\{ (u_i^{j+1} + u_i^j)(u_i^{j+1} - u_i^j) - (u_i^j + u_i^{j-1})(u_i^j - u_i^{j-1}) \right\} \quad (11)$$

L'équation (11) permet d'avoir le terme  $u_{i+1}^j$  en fonction de  $u_i^j$ ,  $u_{i-1}^j$ ,  $u_i^{j-1}$ ,  $u_i^{j+1}$ .



□ : valeur connue.

⊗ : valeur à calculer.

Donc, notre schéma dépend numériquement des deux niveaux amonts. C'est un schéma dit à deux niveaux, ce qui nous laisse prévoir une précision notable lors de la résolution.

Afin d'améliorer la convergence de notre schéma, il est commode et préférable de remplacer les termes  $u_i^j$  suivis d'un signe moins par :

$$u_i^j = \frac{u_{i+1}^j + u_{i-1}^j}{2} \quad (12)$$

Cela est pour les transposer pour augmenter le coefficient de  $u_{i+1}^j$ . On se ramènera, alors, à un schéma de DUFORT-FRANKEL [12] :

$$\frac{\partial}{\partial \omega} \left( u \frac{\partial u}{\partial \omega} \right)_{ij} = \frac{1}{2\Delta\omega^2} \left[ (u_i^{j+1} + u_i^j) \left( u_i^{j+1} - \frac{1}{2} u_{i-1}^j \right) + (u_i^j + u_i^{j-1}) \left( u_i^{j-1} - \frac{1}{2} u_{i-1}^j \right) \right] - \frac{1}{4\Delta\omega^2} u_{i+1}^j \left[ u_i^{j+1} + 2u_i^j + u_i^{j-1} \right] \quad (13)$$

L'équation (11) devient alors :

$$\frac{u_{i+1}^j - u_{i-1}^j}{2 \cdot \Delta x} - \omega \frac{\psi_{i+1} - \psi_{i-1}}{2 \cdot \Delta x \cdot \psi_i} \frac{u_i^{j+1} - u_i^{j-1}}{2 \cdot \Delta \omega} = \frac{A(x)}{u_i^j} + \frac{\nu}{\psi_i^2} \cdot \frac{1}{2\Delta\omega^2} \left[ (u_i^{j+1} + u_i^j) \left( u_i^{j+1} - \frac{1}{2} u_{i-1}^j \right) + (u_i^j + u_i^{j-1}) \left( u_i^{j-1} - \frac{1}{2} u_{i-1}^j \right) \right] - \frac{\nu}{\psi_i^2} \cdot \frac{1}{4\Delta\omega^2} u_{i+1}^j \left[ u_i^{j+1} + 2u_i^j + u_i^{j-1} \right]$$

En remplaçant dans l'équation (15) on aura :

$$\begin{aligned} \frac{T_{i+1}^j - T_{i-1}^j}{2\Delta x} &= \omega \frac{d\psi_I}{dx} \frac{1}{\psi_I} \left( \frac{T_i^{j+1} - T_i^{j-1}}{2\Delta\omega} \right) + \\ &+ \frac{\alpha}{2\Delta\omega^2} \psi_I^2 \left[ (u_i^{j+1} + u_i^j) \left( T_i^{j+1} - \frac{1}{2} T_{i-1}^j \right) - (u_i^j + u_i^{j-1}) \left( \frac{1}{2} T_{i-1}^j - T_i^{j-1} \right) \right] \\ &- \frac{\alpha}{\psi_I^2} \frac{T_{i+1}^j}{4\Delta\omega^2} (u_i^{j+1} + 2u_i^j + u_i^{j-1}) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} T_{i+1}^j \left[ \frac{1}{2\Delta x} + \frac{\alpha}{4\psi_I^2 \Delta\omega^2} (u_i^{j+1} + 2u_i^j + u_i^{j-1}) \right] &= \frac{T_{i-1}^j}{2\Delta x} + \\ &+ \frac{\alpha}{2\Delta\omega^2} \psi_I^2 \left[ (u_i^{j+1} + u_i^j) \left( T_i^{j+1} - \frac{1}{2} T_{i-1}^j \right) - (u_i^j + u_i^{j-1}) \left( \frac{1}{2} T_{i-1}^j - T_i^{j-1} \right) \right] \end{aligned} \quad (22)$$

l'équation (22) doit être résolue pour calculer  $T_{i+1}^j$  en fonction de  $T_{i-1}^j$ ,  $T_i^{j+1}$ ,  $T_i^{j-1}$  et des vitesses déjà calculées par l'équation (14)

### Demarrage du schéma :

Comme on l'a déjà vu, après discrétisation des équations et à partir de (14) et (22), pour calculer  $u_i^j$  il nous faut connaître les valeurs des vitesses sur les deux plans amonts.

nous devons donc calculer les vitesses et températures sur les deux premiers plans.

En supposant une distribution parabolique des vitesses et une distribution linéaire de températures.



$$u_{i+1}^j \left[ \frac{1}{2\Delta x} + \frac{\nu}{\psi_i^2} \cdot \frac{1}{4\Delta\omega^2} (u_i^{j+1} + 2u_i^j + u_i^{j-1}) \right] =$$

$$\omega \frac{\psi_{i+1} - \psi_{i-1}}{2\Delta x \cdot \psi_i} \cdot \frac{(u_i^{j+1} - u_i^{j-1})}{2\Delta\omega} + \frac{A(x)}{u_i^j} + \frac{\nu}{\psi_i^2} \cdot \frac{1}{2\Delta\omega^2} \times$$

$$\times \left[ (u_i^{j+1} + u_i^j) \left( u_i^{j+1} - \frac{1}{2} u_{i-1}^j \right) + (u_i^j + u_i^{j-1}) \left( u_i^{j-1} - 0,5 u_{i-1}^j \right) \right]$$

$$+ \frac{u_{i-1}^j}{2\Delta x} \quad (14).$$

\* l'équation d'énergie :

l'équation d'énergie s'écrit :

$$\frac{\partial T}{\partial x} - \omega \frac{d\psi}{dx} \frac{1}{\psi} \frac{\partial T}{\partial \omega} = \frac{d}{\psi^2} \frac{\partial}{\partial \omega} \left( u \frac{\partial T}{\partial \omega} \right) \quad (15)$$

notons T au point  $(i, j)$  par  $T_i^j$

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{i,j} = \frac{T_{i+1}^j - T_{i-1}^j}{2\Delta x} \quad (16)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \omega} \Big|_{i,j} = \frac{T_i^{j+1} - T_i^{j-1}}{2\Delta\omega} \quad (17)$$

$$\frac{\partial}{\partial \omega} \left( u \frac{\partial T}{\partial \omega} \right) \Big|_{i,j} = \frac{u_i^{j+1/2} \frac{\partial T}{\partial \omega} \Big|_i^{j+1/2} - u_i^{j-1/2} \frac{\partial T}{\partial \omega} \Big|_i^{j-1/2}}{2\Delta\omega}$$

$$\frac{\partial}{\partial \omega} \left( u \frac{\partial T}{\partial \omega} \right) \Big|_{i,j} = \frac{(u_i^{j+1} + u_i^j) (T_i^{j+1} - T_i^j) - (u_i^j + u_i^{j-1}) (T_i^j - T_i^{j-1})}{2\Delta\omega^2} \quad (18)$$

En faisant comme pour l'équation de la quantité de mouvement, c'est-à-dire en prenant :

$$T_i^j = \frac{T_{i+1}^j + T_{i-1}^j}{2} \quad \text{on obtient :} \quad (19)$$

$$\frac{\partial}{\partial \omega} \left( u \frac{\partial T}{\partial \omega} \right) \Big|_{i,j} = \frac{(u_i^{j+1} + u_i^j) \left( T_i^{j+1} - \frac{1}{2} T_{i-1}^j \right) - (u_i^j + u_i^{j-1}) \left( \frac{1}{2} T_{i-1}^j - T_i^{j-1} \right)}{2\Delta\omega^2}$$

$$- \frac{T_{i+1}^j}{4\Delta\omega^2} (u_i^{j+1} + 2u_i^j + u_i^{j-1}) \quad (20)$$

Nusselt a obtenu pour les vitesses:

$$u = - \frac{3g \sin \phi}{2\mu} (y^2 - 2\delta y) \quad (23)$$

$\phi$ : est un angle caractérisant la position sur le cylindre,  
et pour les températures:

$$T = \frac{T_s - T_w}{\delta} y + T_w \quad (24)$$

on calcule ainsi les températures et les vitesses pour chacun des plans,  $\Delta x$  et  $2\Delta x$ .

l'épaisseur du film est donnée par:

$$\delta^4 = \left[ \frac{3\mu_c k_L R (T_s - T_w)}{g^2 g^2 L_v} \right] \left[ \frac{4}{3 \sin \phi^{4/3}} \int_0^\phi (\sin \phi)^{1/3} d\phi \right]$$

pour le premier et le deuxième plan on a:

$$\delta_{\Delta x}^4 = \left[ \frac{3\mu_c k_L R (T_s - T_w)}{g^2 g^2 L_v} \right] \left[ \frac{4}{3 \sin(R\Delta x)^{4/3}} \int_0^{R\Delta x} \sin R\Delta x d\phi \right]$$

$$\delta_{2\Delta x}^4 = \left[ \frac{3\mu_c k_L R (T_s - T_w)}{g^2 g^2 L_v} \right] \left[ \frac{4}{3 \sin(2R\Delta x)^{4/3}} \int_0^{2R\Delta x} \sin 2R\Delta x d\phi \right]$$

Nous travaillons dans le plan  $(w, x)$

donc il nous faut retrouver la relation entre  $w$  et  $y$ , pour pouvoir calculer les températures et vitesses des deux premiers plans: avec un pas en  $w$  égal à  $\delta w$

\* relation entre  $\omega$  et  $y$

par sa définition :

$$\omega = \frac{\psi}{\psi_E} =$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{\psi_E} \frac{\partial \psi}{\partial y}$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{\psi_E} \mu \Rightarrow \partial \omega = \frac{1}{\psi_E} \mu \partial y$$

$$\partial \omega = \frac{1}{\psi_E} \frac{-\beta g m \phi}{2 \mu} (y^2 - 2 \delta y) \partial y \quad (25)$$

$$\int_0^{\omega} d\omega = \frac{-\beta g m \phi}{2 \mu \psi_E} \int_0^y (y^2 - 2 \delta y) \partial y \quad (26)$$

$$\omega = \frac{-\beta g m \phi}{2 \mu \psi_E} \left( \frac{y^3}{3} - \delta y^2 \right) \quad (27)$$

$$\omega = - \frac{\beta g m \phi}{2 \mu \psi_E} y^2 (y - 3 \delta) \quad (28)$$

à chaque  $\omega$ . correspond un  $y$  qui en fait solution de l'équation (28) qui doit être résolue numériquement par utilisation une méthode itérative de Newton., ou une méthode pas à pas., les valeurs de  $y$  ainsi obtenues doivent être injectées dans les équations (23), (24) pour calculer  $\mu$  et  $T$

\* Calcul de  $\Psi_I$  à  $\Delta x$  et  $2\Delta x$

$$\Psi_I = \int_0^{\delta} u \, dy \quad (29)$$

$$\bar{u} = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} u \, dy \quad (30)$$

$$\bar{u} = \frac{\Psi_I}{\delta} \Rightarrow \Psi_I = \delta \bar{u} \quad (31)$$

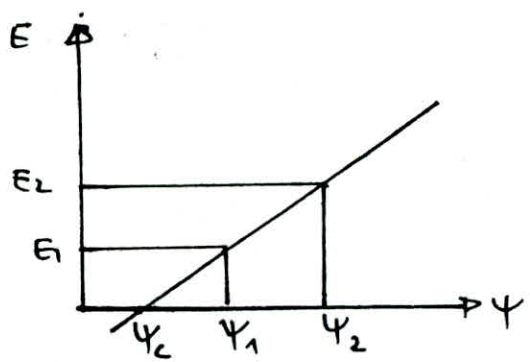
on pourra donc calculer  $\Psi_I$  pour les plans  $\Delta x$  et  $2\Delta x$  connaissant  $\delta$  à  $\Delta x$  et  $2\Delta x$

\* Calcul de  $\Psi_I$  pour les autres plans

$\Psi_{\Delta x}$  et  $\Psi_{2\Delta x}$  sont connues pour calculer les caractéristiques au plans  $3\Delta x, 4\Delta x, \dots$   
on aura besoin de  $\Psi_{3\Delta x}$ , on prendra une valeur quelconque et on fait tourner le schéma de façon à avoir la distribution des vitesses et températures; avec le bilan d'énergie:

$$k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} (\rho_L h_r + \rho_L c_p (T_s - T_L)) u \, dy$$

Cette relation nous permet de calculer l'erreur sur le choix de  $\Psi_I$   
pour différentes valeurs de  $\Psi_I$  on aura plusieurs valeurs d'erreurs  $E_i$ , on trace le graphique  $E = f(\Psi_I)$  et on prendra en fait le  $\Psi_I$  incluant une erreur nulle (ou négligeable).



on a:  $E_1 (\psi_2 - \psi_c) = E_2 (\psi_1 - \psi_c)$  (32)

$$\psi_c (E_1 + E_2) = E_2 \psi_1 - E_1 \psi_2$$

$$\psi_c = \frac{E_2 \psi_1 - E_1 \psi_2}{E_2 - E_1} \quad (33)$$

on procède par itérations jusqu'à parvenir à une erreur négligeable et on prendra comme valeur de  $\psi$ ; la valeur de  $\psi_c$  de la dernière interpolation linéaire

\* Calcul de l'épaisseur de couche limite:

pour chaque plan on calculera la valeur de  $y$  correspondant à  $w$  et on prendra pour  $\delta$  la valeur de  $y$  au dernier point;  $w=1$

$y$  étant une variable dépendante de

$$w \Rightarrow$$

$$y(i+1) = y(i) + \frac{\partial y(i)}{\partial w} \Delta w \quad (34)$$

$$y(i+1) = y(i) + \frac{u_{\tau}^2}{u_{\tau}^i} \Delta w \quad (35)$$

l'équation (35) permet de calculer

$y$  pour chaque  $w$ . en tout plan  $x > 20x$

\* condition au limite à l'interface

Cette condition est celle donnée par V. E. JENNY [7]

$$\text{in } (u_{vc} - u) = \mu_e \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=\delta}$$

$$\text{in} = \int \frac{d\psi_I}{dx} \quad (36)$$

$$\int \frac{\partial \psi_I}{\partial x} (u_{vc} - u) \Big|_{\omega=1} = \mu \frac{\partial u}{\partial \omega} \frac{u}{\psi_I} \Big|_{\omega=1} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \int \psi_I \frac{\partial \psi_I}{\partial x} (u_{vc} - u) \Big|_{\omega=1} &= \mu_e \mu \frac{\partial u}{\partial \omega} \Big|_{\omega=1} \\ &= \mu \frac{u_c^i}{2\delta\omega} (3\mu_c^{z_2} - 4\mu_c^{z_2-1} + \mu_c^{z_2-2}) \end{aligned}$$

on aura donc :

$$\int_2 \frac{\psi_c}{2\delta x} (3\psi_c - 4\psi_B + \psi_A) (u_{vc} - u_c^{z_2}) = \mu \frac{u_c^{z_2}}{2\delta\omega} (3\mu_c^{z_2} - 4\mu_c^{z_2-1} + \mu_c^{z_2-2})$$

ce qui donne :

$$\begin{aligned} 3\mu_c^2(z_2) + u_c(z_2) \left[ u_c(z_2-2) - 4u_c(z_2-1) + \int \frac{\delta\omega}{u} \frac{\partial \psi_c}{\partial x} (3\psi_c - 4\psi_B + \psi_A) \right] + \\ - \int \frac{\delta\omega}{\mu} \frac{\partial \psi_c}{\partial x} (3\psi_c - 4\psi_B + \psi_A) u_{vc} = 0 \quad (38) \end{aligned}$$

C'est une équation du second degré d'inconnue  $u_c(z_2)$  (la vitesse au plan c, à  $\omega=1$ )

la résolution de l'équation (38) donne  $u_c^{z_2}$

\* Resultats du model:

nous avons fait tourner notre programme pour les données suivantes:

Rayon du tube :  $R = 0,1 \text{ m}$

pas en  $w$  :  $\Delta w = 0,04$

pas en  $x$  :  $\Delta x = 1^\circ$  (180 points)

vitesse d'air de la vapeur :  $u_\infty = 2 \text{ m/s}$

$u_\infty = 10 \text{ m/s}$

$u_\infty = 20 \text{ m/s}$ .

Température de saturation :  $T_s = 110^\circ \text{C}$

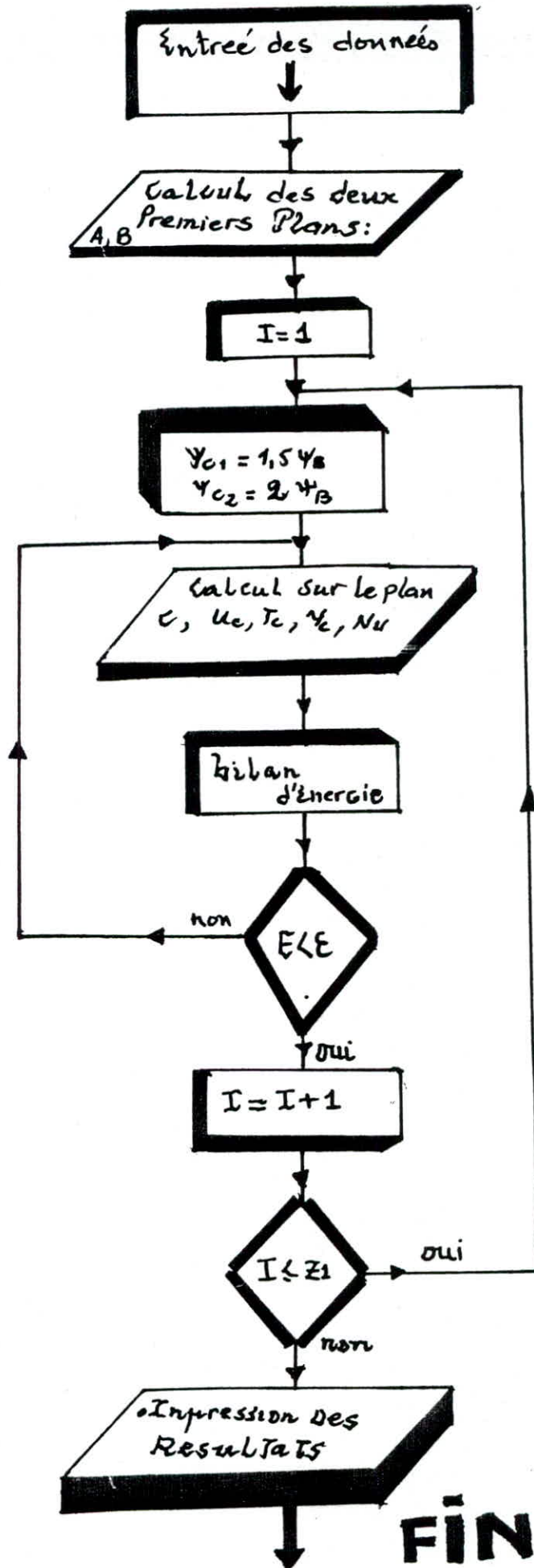
$T_s = 130^\circ \text{C}$

Température de paroi :  $T_w = 100^\circ \text{C}$

Le nombre de Nusselt résultant pour les diverses données était entre 280 et 680. Ce qui est donné par Nusselt et Gachis.

Les résultats sont rassemblés en fichiers de données, pour les vitesses, les températures et le nombre de Nusselt ainsi que l'épaisseur de couche limite. Nous comparons nos résultats avec les résultats expérimentaux.

# Organigramme simplifié







```

PRINT*, 'DOIS JE CONTINUER? 1/0'
READ(*,*) VAR
IF(VAR-1) 5,4,5
5 STOP
C
C
C .....CALCUL SUR LES DEUX PREMIERS PLANS.....
4 DELT=(3.*MUL*KL*R*(TS-TW))/(ROL*ROL*GG*LL)
  DELT1=DELT*(4/3*SIN(TETA1)**(4/3.))*SIMPS(0,PHI1,4,F)
  DELTA=DELT1**0.25
  DELT2=DELT*(4/3*SIN(TETA2)**(4/3.))*SIMPS(0,PHI2,4,F)
  DELTB=DELT2**0.25
  PSIA=((ROL*GG)/(3*MUL))*(DELTA**3)*SIN(TETA1)
  PSIB=((ROL*GG)/(3*MUL))*(DELTB**3)*SIN(TETA2)
  WRITE(5,*) DW,ROL,GG,PHI1,DELTA,DELTB,MUL,PSIA,PSIB,TS,TW
  PSIC=2*PSIB-PSIA
  WRITE(4,*) PSIB,PSIA,DX,R,DELTA,DELTB
  SOMB=0.
  DO 20 J=1,Z2
  read (1,*) UU,TT,YY
  READ(2,*) U1,T1,Y1
  UA(J)=UU
  TA(J)=TT
  UB(J)=U1
  TB(J)=T1
  YA(J)=YY
  YB(J)=Y1
C
C ENTREE DANS LE SOUS PROGRAMME INTFB
C
C
C
C
  H1=MOD(J,2)
  IF(H1) 21,25,21
25 IF(J.EQ.2) GOTO 21
  RESUB=0.
  P=(J-2)/2.
  P=2*P
  P1=P+1
  P2=P1+1
  HB1=YB(P1)-YB(P)
  HB2=YB(P2)-YB(P1)
  FB1=ROL*CP*UB(P)*(TS-TB(P))
  FB2=ROL*CP*UB(P1)*(TS-TB(P1))
  FB3=ROL*CP*UB(P2)*(TS-TB(P2))
  RESUB=(2*HB1-HB2)*FB1+(((HB1+HB2)**2)*FB2/HB2)
  RESUB=RESUB/(6*HB1)+(HB1*(2*HB2-HB1)*FB3/HB2)/(6*HB1)
  RESUB=(HB1+HB2)*RESUB
  SOMB=SOMB+RESUB
C*****
21 WRITE(*,*) UA(J),TA(J),YA(J)
20 CONTINUE
  DERB=((TB(2)-TB(1))/(YB(2)-YB(1)))*(YB(3)+YB(2))
  DERB=DERB-((TB(3)-TB(2))/(YB(3)-YB(2)))*(YB(2)+YB(1))
  AA1B=DERB*KL
  DERB2=((TB(3)-TB(2))/(YB(3)-YB(2)))*(YB(3)+YB(4))
  DERB2=DERB2-((TB(4)-TB(3))/(YB(4)-YB(3)))*(YB(2)+YB(3))
  AA1B2=DERB2*KL

```

```

C
C
C SORTIE DU PREMIER PLAN APRES IMPRESSION
C
C
C
C WRITE(3,*)
C WRITE(3,*)
C WRITE(3,*)'*****',DELTA
C DO 30 J=1,Z2
C 30 WRITE(*,*) UB(J),TB(J),YB(J)
C WRITE(3,*)
C WRITE(3,*)
C WRITE(3,*)'*****',DELTA
C
C*****
C
C
C .....RESOLU DANS LA PHASE LIQUIDE.....*
C
C DO 40 I=4,Z1
C TEST=1
C SOMC=0
C UU=0.
C TT=TW
C YY2=0.
C WRITE(3,*) UU,TT,YY2
C YC(1)=0.
C 500 DO 50 J=2,Z2
C IF(J.EQ.Z2) GOTO 100
C J AI REMPLACE Y(1)=0 PAR Y(2)=0
C A=GG*((ROL-ROV)/ROL)*SIN(I*TETA)
C A=A+(2*ROV/ROL)*(UINF**2/R)*SIN(2*I*TETA)
C D=(1/(2*DX))+(NUL*(UB(J+1)+UB(J-1)+2*UB(J)))/(PSIB*PSIB*4*DW*DW)
C C=(UB(J+1)+UB(J))*(UB(J+1)-0.5*UA(J))
C C=C+((UB(J)+UB(J-1))*(UB(J-1)-0.5*UA(J)))
C C=(C*NUL)/(PSIB*PSIB*2*DW*DW)
C UC(J)=(J-1)*DW*(PSIC-PSIA)/(2*DX)
C PRINT*,'*****TEST=',TEST
C UC(J)=(UC(J)*(UB(J+1)-UB(J-1)))/(2*DW*PSIB)+(A/UB(J))
C UC(J)=UC(J)+C+(UA(J)/(DX*2))
C UC(J)=UC(J)/D
C D1=1/(2*DX)
C D1=D1+(ALPHA*(UB(J+1)+UB(J-1)+2*UB(J)))/(4*PSIB*PSIB*DW*DW)
C C1=(UB(J+1)+UB(J))*(TB(J+1)-0.5*TA(J))
C C1=C1+((UB(J)+UB(J-1))*(TB(J+1)-0.5*TA(J)))
C C1=C1*ALPHA/(2*PSIB*PSIB*DW*DW)
C TC(J)=(J-1)*DW/(2*DX)
C TC(J)=TC(J)*(PSIC-PSIA)/(2*DW*PSIB)
C TC(J)=TC(J)*(TB(J+1)-TB(J-1))
C TC(J)=TC(J)+C1+(TA(J)/(2*DX))
C TC(J)=TC(J)/D1
C DYC(J)=(0.5*DW*PSIB)/UB(J)
C YC(J)=YC(J-1)+DYC(J)
C IF(TEST.EQ.0) GOTO 70
C IF(MOD(J,2).NE.0) GOTO 50
C IF(J.EQ.2) GOTO 50
C*****
C

```

```

IF(J.EQ.2) GOTO 50
C*****
C
C   ENTREE DANS LE SOUS  PROGAMME INTFC
C
C*****
PRINT*, 'J=', J
RESUC=0.
P=(J-2)/2.
P=2*P
P1=P+1
P2=P1+1
H1=YC(P1)-YC(P)
H2=YC(P2)-YC(P1)
F1=ROL*CP*UC(P)*(TS-TC(P))
F2=ROL*CP*UC(P1)*(TS-TC(P1))
F3=ROL*CP*UC(P2)*(TS-TC(P2))
RESUC=(2*H1-H2)*F1+(((H1+H2)**2)*F2/H2)
RESUC=RESUC/(6*H1)+(H1*(2*H2-H1)*F3/H2)/(6*H1)
RESUC=(H1+H2)*RESUC
C*****
SOMC=SOMC+RESUC
GOTO 50
C*****
C  CALCUL DE LA CONDITION LIMITE SUP
C*****
100  UV(I)=2*UINF*SIN(I*TETA)
AA=1.
BB=ROL*DW*PSIC*(PSIC-PSIA)
BB=BB/(MUL*DX)
BB1=BB-UC(Z2-2)
CC=-UV(I)*BB
DETA=BB1**2-4*CC
IF(DETA) 2,1,1
2  PRINT*, 'DELTA EST NEGATIF'
STOP
1  DELTA=SQRT(DETA)
X1=ABS((-BB1-DETA)/2.)
X2=ABS((-BB1+DETA)/2.)
PRINT*, 'X1=', X1, 'X2=', X2
UC(Z2)=MAX(X1, X2)

DYC(Z2)=(DW*PSIB)/UC(Z2)
YC(Z2)=YC(Z2-1)+DYC(Z2)
TC(Z2)=TS
DERC=((TC(2)-TC(1))/(YC(2)-YC(1)))*(YC(3)+YC(2))
DERC=DERC-((TC(3)-TC(2))/(YC(3)-YC(2)))*(YC(2)+YC(1))
AA1C=DERC*KL
DERC2=((TC(3)-TC(2))/(YC(3)-YC(2)))*(YC(3)+YC(4))
DERC2=DERC2-((TC(4)-TC(3))/(YC(4)-YC(3)))*(YC(2)+YC(3))
AA1C2=DERC2*KL
AA1C=(AA1C+AA1C2)/2.
HC=AA1C*(TS-TW)
NUSSELT=HC*2*R/KL
PRINT*, 'HC=', HC
PRINT*, 'NUSSELT=', NUSSELT
IF(TEST.EQ.0) GOTO 70
PSI(2)=1.2*PSIB
PSI(1)=1.5*PSIB
BK(1)=ROL*(PSI(1)-PSIB)*LL

E(1)=(SOMB+BK(1))-(AA1B+SOMC)

```

```

DO 60 K1=2,100
IF(K1.EQ.100) THEN
PRINT*, 'DIVERGENCE EN PSIC'
GOTO 200
END IF
BK(K1)=ROL*(PSI(K1)-PSIB)*LL
E(K1)=(SOMB+BK(K1))-(AA1+SOMC)
IF(E(K1).EQ.E(K1-1)) GOTO 300
PSI(K1+1)=E(K1)*PSI(K1-1)-E(K1-1)*PSI(K1)
PSI(K1+1)=PSI(K1+1)/ABS(E(K1)-E(K1-1))
IF(ABS((E(K1)-E(K1-1))/E(K1)).LE.EPS) GOTO 300
PSI(K1-1)=PSI(K1)
PSI(K1)=PSI(K1+1)
PRINT*, 'ERREUR=', E(K1)
PSIk=PSI(K1+1)
PRINT*, 'PSI(K1+1)=', PSI(K1+1)
60 CONTINUE
300 PSIC=PSIk
PRINT*, 'PSIC=', PSIC, '???????????? I=', I
TEST=0
GOTO 500
70 IF(MOD(I,10).NE.0) GOTO 50
WRITE(3,*) UC(J),TC(J),YC(J)
50 CONTINUE
WRITE(3,*) '*****', YC(Z2), I
WRITE(3,*) '*****NUSSELT = *****', NUSSELT
WRITE(*,*) '*****NUSSELT = *****', NUSSELT
UA(J)=UB(J)
UB(J)=UC(J)
TA(J)=TB(J)
TB(J)=TC(J)
PSIA=PSIB
PSIB=ABS(PSIC)
AA1B=AA1C
SOMB=SOMC
print*, '*****'
40 CONTINUE
DATA PI, Z1, DW, R/3.14159, 180, 0.04, 0.1/
DATA UINF, ROV, ROL/2., 0.9, 962./
DATA KL, KV, GG/0.581, 0., 9.81/
DATA LL, NUL, NUV/2250E3, 0.316E-6, 0./
DATA TS, TW, CP/110., 100., 1000./
200 STOP
END

```

```

C
C
FUNCTION SIMPS(A,B,N,F)
C
C FONCTION POUR LE CALCUL D'UNE INTEGRALE
C DE F(X) ENTRE A ET B
C K EST LE COMPTEUR D'INTEGRATION
C..... INITIALIZE PARAMETERS.....
TWOH=(B-A)/N
H=TWOH/2.
SUMEND=0.
SUMMID=0.
C
C .....EVALUATE SUMEND ET SUMMID.....
DO 1 K=1,N

```

```
      SUMEND=SUMEND+F(X)
1     SUMMID=SUMMID+F(X+H)
C
C.....RETURN ESTIMATED VALUE OF THE INTEGRAL.....
      SIMPS=(2.0*SUMEND + 4.0*SUMMID - F(A) + F(B))*H/3.
      PRINT*, 'SIMPS=', SIMPS
      RETURN
      END
C
C
      FUNCTION F(PHI)
      F=SIN(PHI)**0.66666
      RETURN
      end
```

## Resultats et graphes:

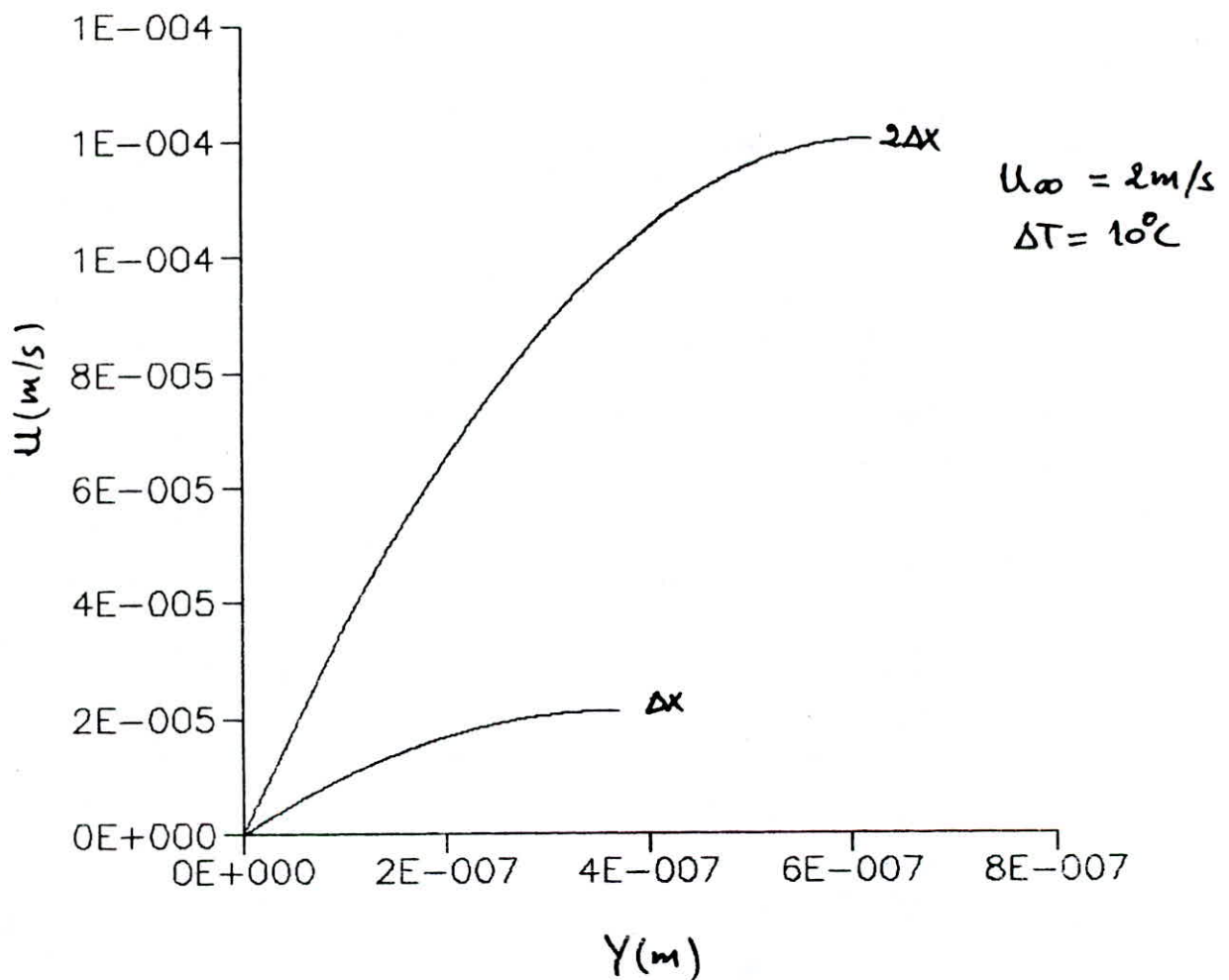


fig V-1 Variation de la vitesse du liquide  
entre les plans  $\Delta x$  et  $2\Delta x$

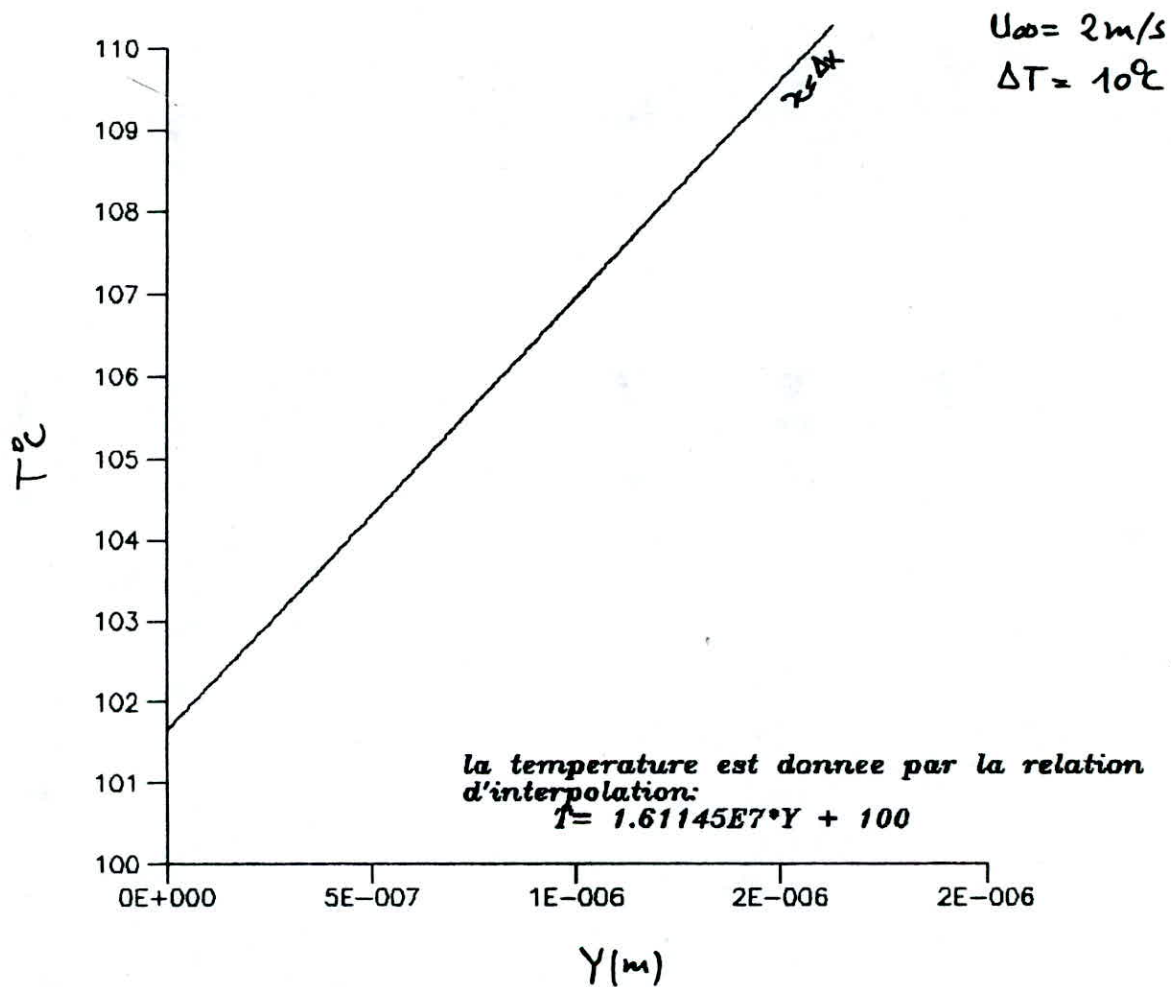


fig V-2 Évolution de la température  
 dans le liquide à  $x = \Delta x$



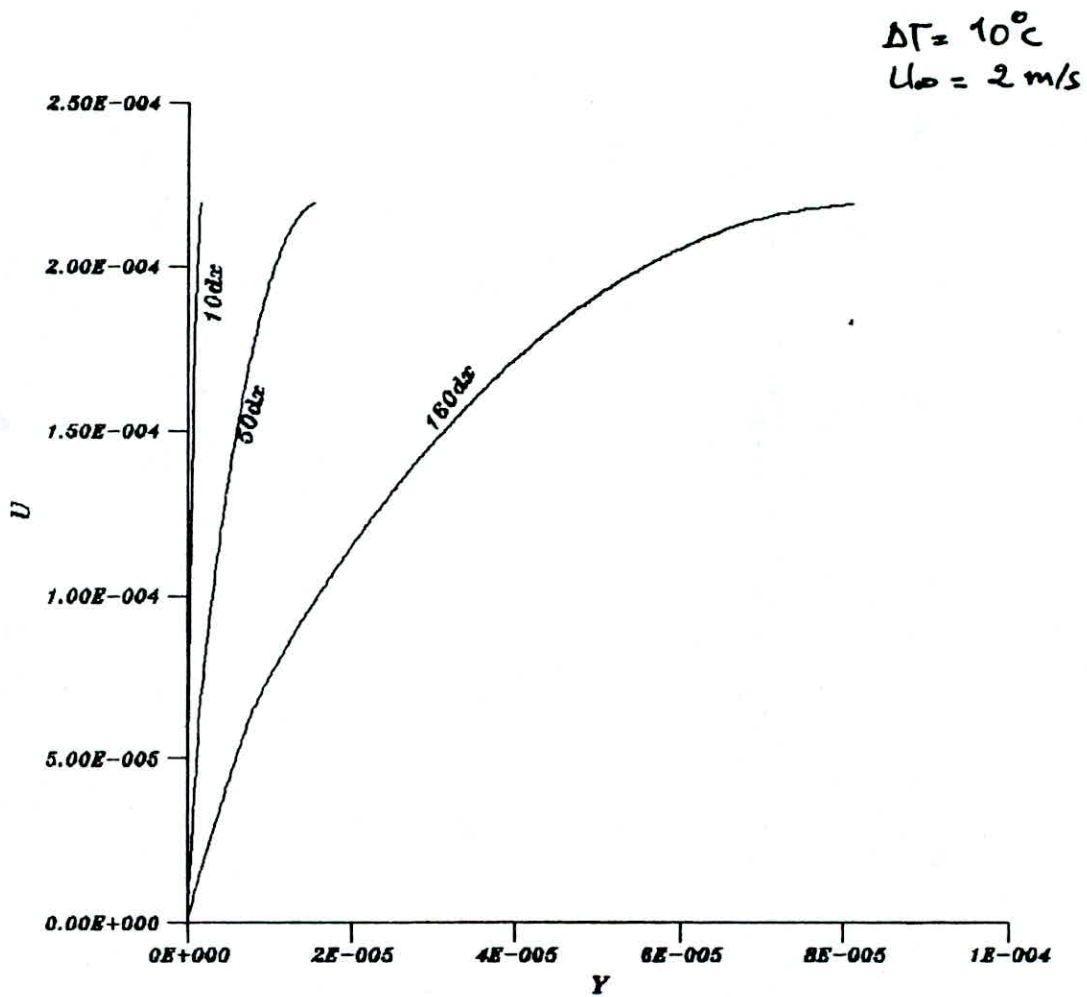


Fig 1-3 Distribution des vitesses  
Dans la couche liquide

$$\begin{aligned} a' \kappa &= 10 \Delta x \\ \chi &= 50 \Delta x \\ \chi &= 160 \Delta x \end{aligned}$$

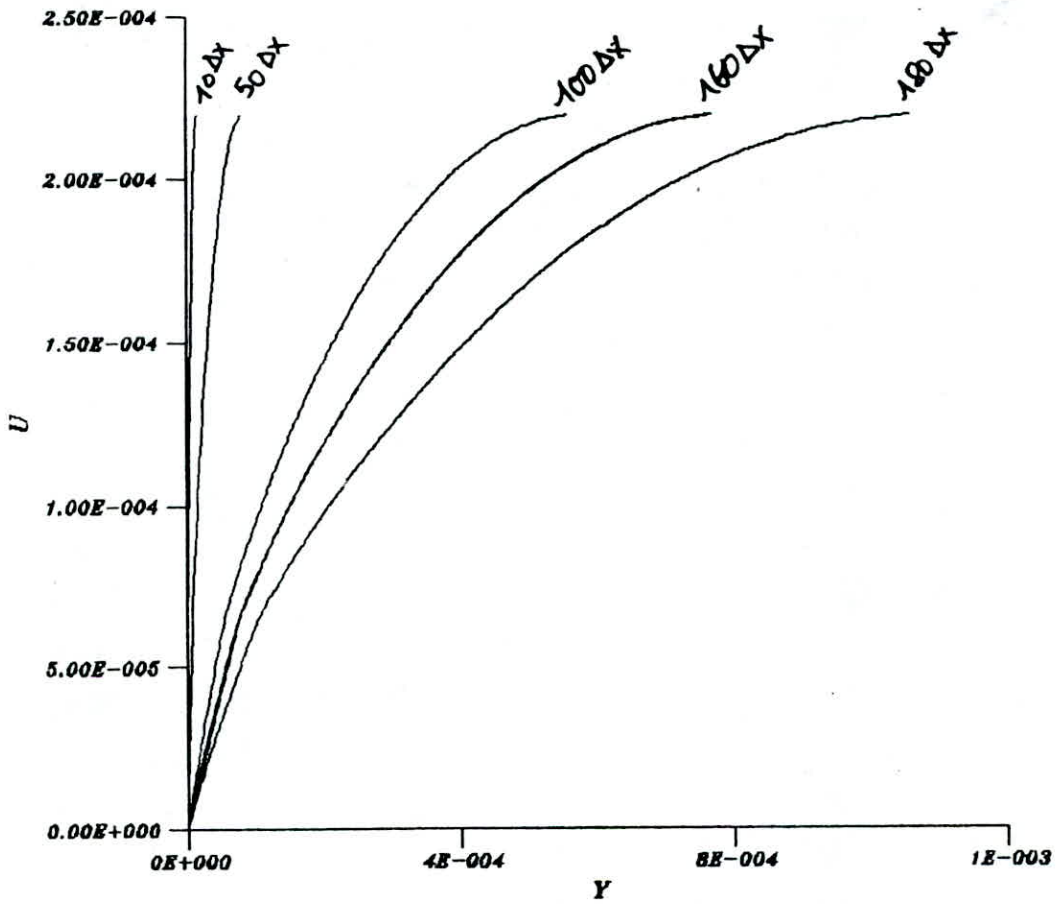


fig V-4 Distribution de la  
vitesse dans la  
Couche liquide

- a
- $x = 10 \Delta x$
  - $x = 50 \Delta x$
  - $x = 100 \Delta x$
  - $x = 160 \Delta x$
  - $x = 180 \Delta x$

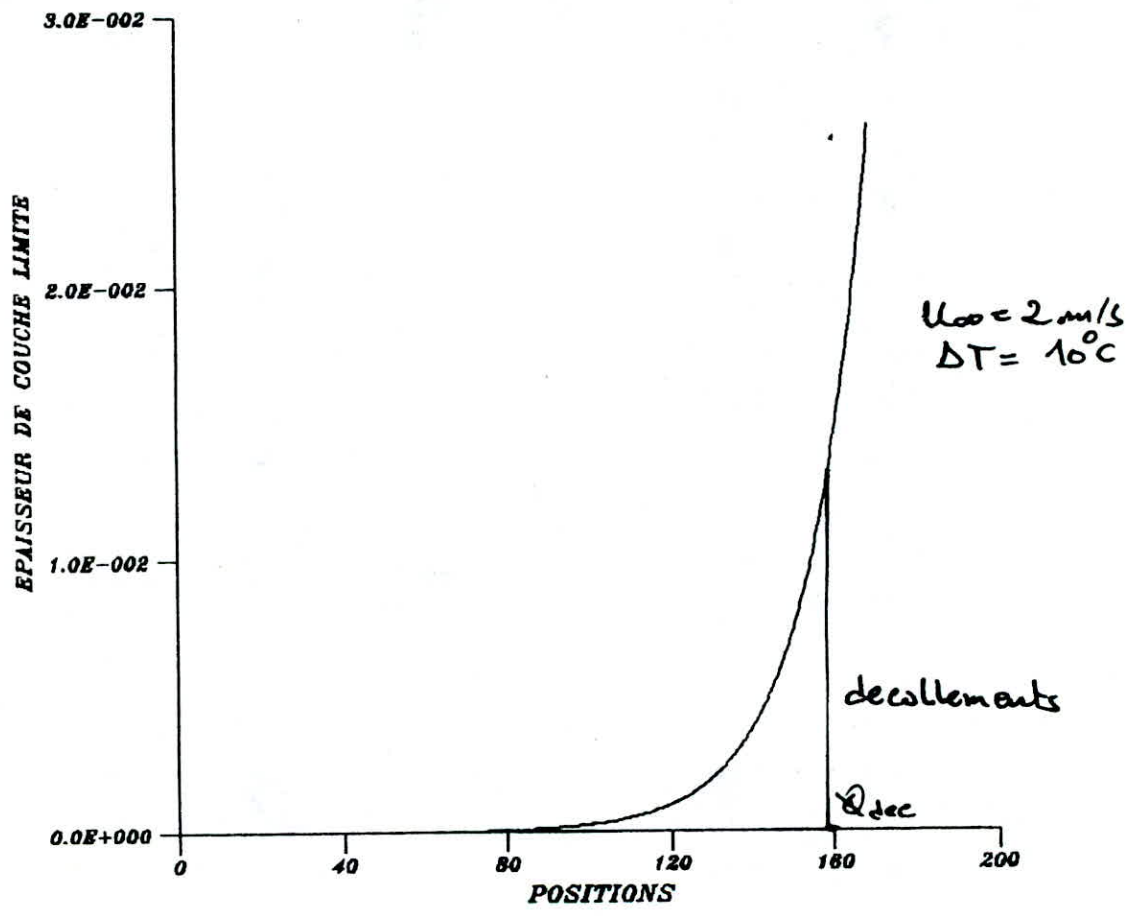


fig V-5 variation de  $\delta$  tout  
autour du cylindre  
 $\phi_{dec} \approx 160^{\circ}$

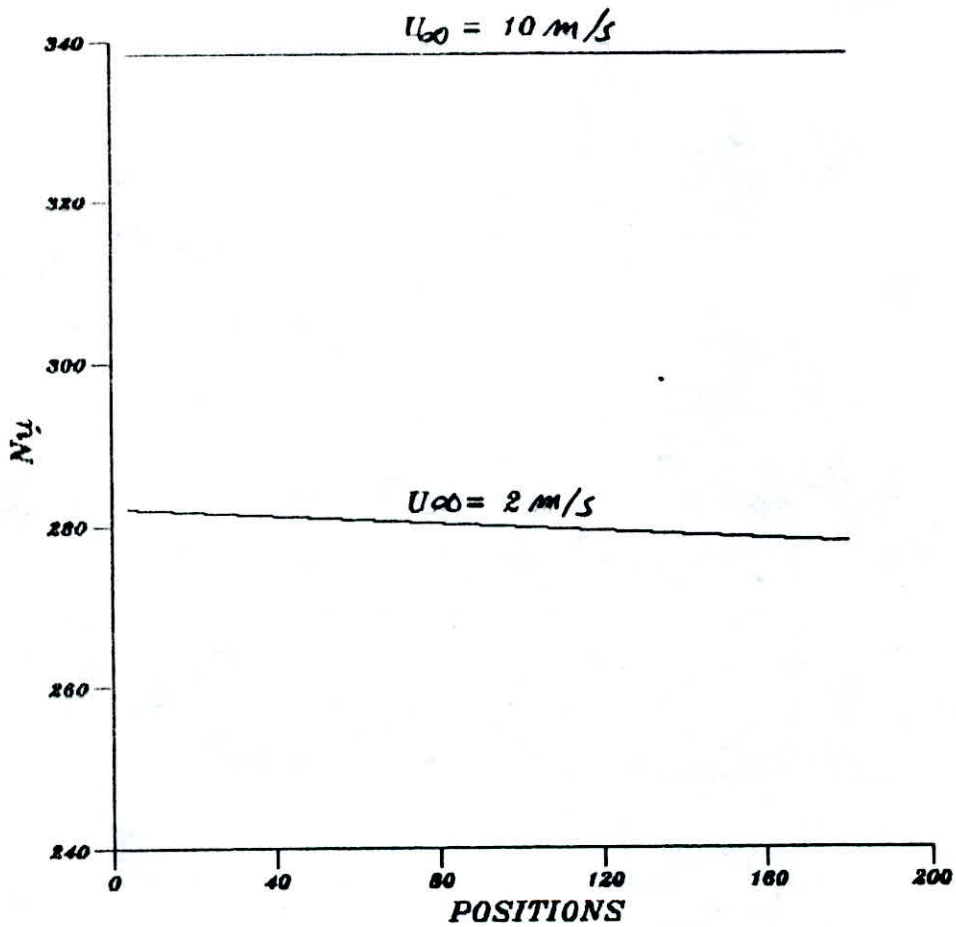


fig V. 7 variation du nombre de Nusselt ( $Nu_c$ ) sur le cylindre  
'Influence de  $U_{\infty}$ '

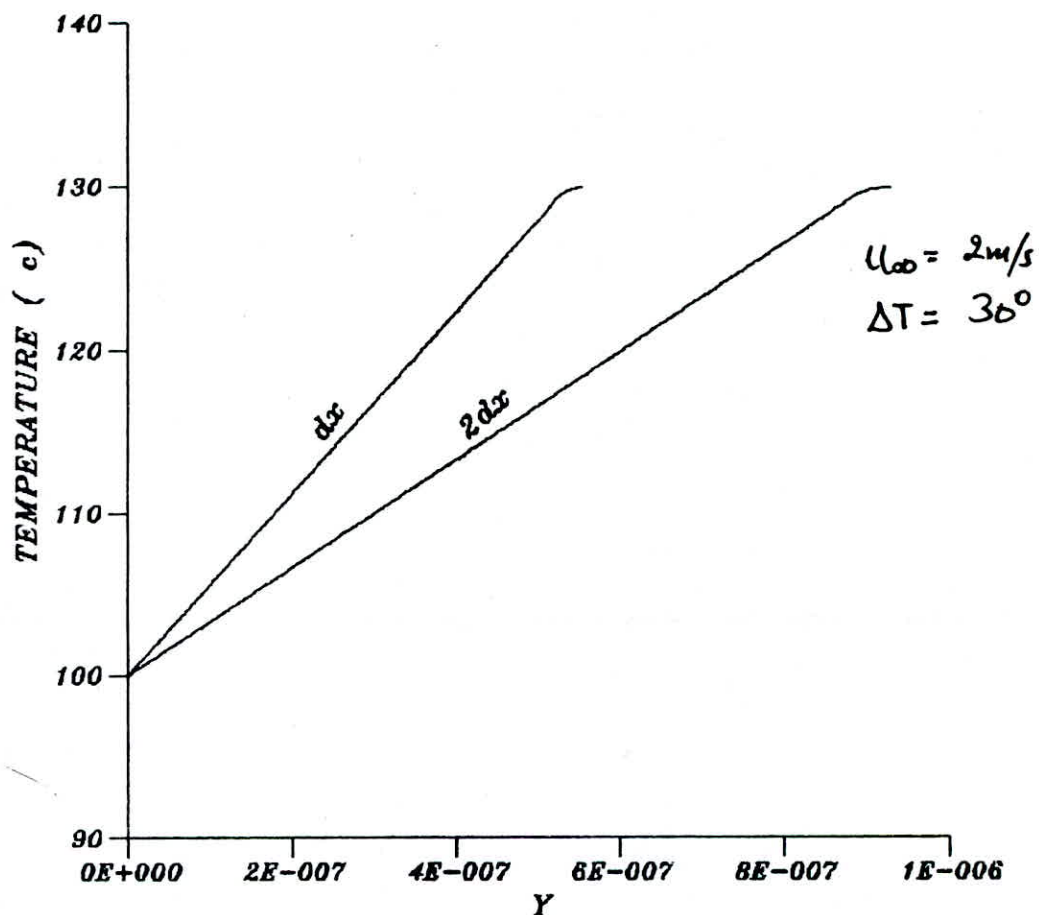
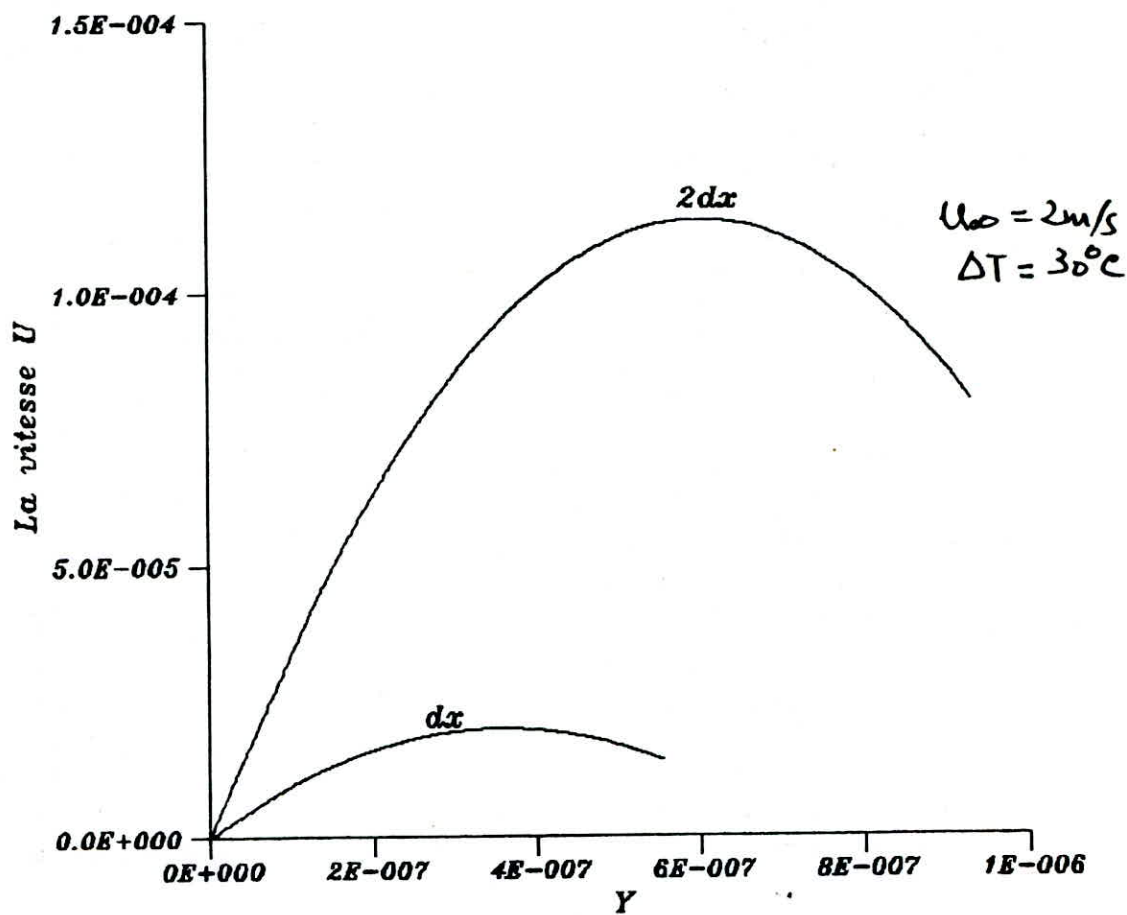


FIGURE V9 Variation de  
la température  
Dans le liquide  
à  $\Delta x$  et  $2\Delta x$   
-  $\Delta T = 30^{\circ}$ .



FIGUREY-10 variation de la  
 vitesse dans le  
 liquide, a  $\Delta x$  et  $2\Delta x$   
 -  $\Delta T = 30^{\circ}\text{C}$  -

fichier resultats pour le plan A,  $x = \Delta x$

$u_0 = 2 \text{ m/s}$      $\Delta T = 10^\circ \text{C}$      $T_s = 180^\circ \text{C}$  ,  $T_w = 100^\circ \text{C}$

$u \text{ (m/s)}$	$T^\circ \text{C}$	$y \text{ (m)}$
0.0000000E+00	100.0000	0.0000000E+00
6.6109537E-06	101.6965	6.2599270E-08
9.0772937E-06	102.4261	8.9521656E-08
1.0837450E-05	102.9931	1.1044406E-07
1.2236367E-05	103.4789	1.2836655E-07
1.3465029E-05	103.9375	1.4528908E-07
1.4474173E-05	104.3419	1.6021160E-07
1.5352893E-05	104.7192	1.7413412E-07
1.6114254E-05	105.0694	1.8705663E-07
1.6823391E-05	105.4196	1.9997914E-07
1.7480304E-05	105.7699	2.1290165E-07
1.7994822E-05	106.0659	2.2382416E-07
1.8513858E-05	106.3890	2.3574667E-07
1.8950335E-05	106.6850	2.4666906E-07
1.9349503E-05	106.9810	2.5759144E-07
1.9711362E-05	107.2770	2.6851382E-07
2.0035915E-05	107.5730	2.7943619E-07
2.0298410E-05	107.8419	2.8935858E-07
2.0551757E-05	108.1379	3.0028096E-07
2.0749569E-05	108.4068	3.1020335E-07
2.0916590E-05	108.6758	3.2012574E-07
2.1052825E-05	108.9447	3.3004812E-07
2.1158266E-05	109.2136	3.3997051E-07
2.1232918E-05	109.4825	3.4989290E-07
2.1276777E-05	109.7514	3.5981529E-07
2.1289850E-05	110.0000	3.6973768E-07

Ficheir resultats pour le plan B ;  $x = 2\Delta x$   
 $U_{\infty} = 2 \text{ m/s}$      $\Delta T = 10^{\circ}\text{C}$     ;  $T_s = 110^{\circ}\text{C}$ ,  $T_w = 100^{\circ}\text{C}$

$U(\text{m/s})$	$T^{\circ}\text{C}$	$y(\text{m})$
0.0000000E+00	100.0000	0.0000000E+00
3.7100912E-05	101.6819	1.0436975E-07
5.1157742E-05	102.4159	1.4992119E-07
6.1227001E-05	102.9889	1.8547269E-07
6.9248548E-05	103.4812	2.1602416E-07
7.5981799E-05	103.9252	2.4357556E-07
8.1801911E-05	104.3369	2.6912667E-07
8.6804808E-05	104.7164	2.9267781E-07
9.1270165E-05	105.0798	3.1522896E-07
9.5240292E-05	105.4271	3.3678012E-07
9.8755627E-05	105.7583	3.5733129E-07
1.0185473E-04	106.0734	3.7688247E-07
1.0471475E-04	106.3884	3.9643365E-07
1.0720743E-04	106.6874	4.1498484E-07
1.0948488E-04	106.9863	4.3353603E-07
1.1144143E-04	107.2692	4.5108723E-07
1.1320531E-04	107.5520	4.6863843E-07
1.1477651E-04	107.8348	4.8618966E-07
1.1615507E-04	108.1177	5.0374086E-07
1.1734096E-04	108.4005	5.2129207E-07
1.1828278E-04	108.6672	5.3784328E-07
1.1905324E-04	108.9339	5.5439449E-07
1.1965239E-04	109.2007	5.7094570E-07
1.2008020E-04	109.4674	5.8749691E-07
1.2033667E-04	109.7341	6.0404813E-07
1.2042182E-04	110.0000	6.2059934E-07



fichier resultats pour le plan A:  $x = \Delta x$   
 $U_0 = 2. m/s$        $\Delta T = 300 C$

$u(m/s)$	$T_c$	$y(m)$
0.0000000E+00	100.0000	0.0000000E+00
8.0440032E-06	104.5136	8.0897259E-08
1.0882163E-05	106.4606	1.1579329E-07
1.2877162E-05	108.0170	1.4368952E-07
1.4452135E-05	109.4061	1.6858576E-07
1.5677146E-05	110.6278	1.9048198E-07
1.6706408E-05	111.7937	2.1137821E-07
1.7519604E-05	112.8480	2.3027442E-07
1.8221148E-05	113.9023	2.4917048E-07
1.8782623E-05	114.9008	2.6706644E-07
1.9243962E-05	115.8993	2.8496240E-07
1.9587618E-05	116.8420	3.0185836E-07
1.9842011E-05	117.7847	3.1875433E-07
2.0007148E-05	118.7273	3.3565030E-07
2.0081010E-05	119.6143	3.5154628E-07
2.0072906E-05	120.5570	3.6844224E-07
1.9975540E-05	121.4996	3.8533821E-07
1.9788913E-05	122.4423	4.0223418E-07
1.9513025E-05	123.3850	4.1913015E-07
1.9147876E-05	124.3277	4.3602611E-07
1.8663770E-05	125.3262	4.5392207E-07
1.8079530E-05	126.3247	4.7181803E-07
1.7353952E-05	127.3790	4.9071400E-07
1.6516729E-05	128.4333	5.0960995E-07
1.5460902E-05	129.5992	5.3050587E-07
1.4147266E-05	130.0000	5.5340178E-07

Fichier resultat pour le Plan B,  $x = 2\Delta x$   
 $u_{\infty} = 2 \text{ m/s}$        $\Delta T = 30^{\circ}\text{C}$

$u(\text{m/s})$	$T^{\circ}\text{C}$	$y(\text{m})$
0.0000000E+00	100.0000	0.0000000E+00
4.5245652E-05	104.4852	1.3518785E-07
6.1539569E-05	106.4595	1.9469510E-07
7.2732342E-05	108.0025	2.4120229E-07
8.1579441E-05	109.3795	2.8270892E-07
8.8647386E-05	110.6239	3.2021561E-07
9.4373048E-05	111.7688	3.5472232E-07
9.9085781E-05	112.8473	3.8722905E-07
1.0302293E-04	113.8926	4.1873579E-07
1.0614727E-04	114.8715	4.4824256E-07
1.0872720E-04	115.8505	4.7774932E-07
1.1076267E-04	116.8294	5.0725606E-07
1.1221210E-04	117.7752	5.3576281E-07
1.1312895E-04	118.6878	5.6326957E-07
1.1357990E-04	119.6336	5.9177631E-07
1.1353329E-04	120.5462	6.1928307E-07
1.1301356E-04	121.4588	6.4678983E-07
1.1197568E-04	122.4046	6.7529658E-07
1.1042965E-04	123.3504	7.0380332E-07
1.0837546E-04	124.2961	7.3231007E-07
1.0571401E-04	125.2751	7.6181681E-07
1.0238995E-04	126.2872	7.9232353E-07
9.8345990E-05	127.3325	8.2383025E-07
9.3364295E-05	128.4442	8.5733694E-07
8.7500121E-05	129.5891	8.9184363E-07
8.0281628E-05	130.0000	9.2935028E-07

$u$ (m/s)	$\tau$ °C	$y$ (m)
6.5423667E-05	103.13481	1.6332152E-07
9.2151635E-05	103.55181	2.8176647E-07
1.1091644E-04	103.96941	3.8073226E-07
1.2576206E-04	104.37140	4.6823415E-07
1.3810548E-04	104.73580	5.4798185E-07
1.4867132E-04	105.09081	6.2205564E-07
1.5797775E-04	105.44063	6.9186031E-07
1.6612604E-04	105.78521	7.5824975E-07
1.7334966E-04	106.09661	8.2187175E-07
1.7972560E-04	106.37681	8.8322907E-07
1.8556277E-04	106.71080	9.4271945E-07
1.9061675E-04	106.98580	1.0005851E-06
1.9530238E-04	107.28760	1.0571051E-06
1.9934031E-04	107.55741	1.1124496E-06
2.0300991E-04	107.82700	1.1668223E-06
2.0620655E-04	108.09659	1.2203479E-06
2.0908090E-04	108.39340	1.2731407E-06
2.1157988E-04	108.66300	1.3253070E-06
2.1369791E-04	108.92741	1.3769461E-06
2.1548381E-04	109.19179	1.4281740E-06
2.1688628E-04	109.45640	1.4790703E-06
2.1797737E-04	109.72081	1.5297117E-06
2.1875712E-04	109.98620	1.5801727E-06
2.1953687E-04	109.99999	1.6353741E-06

\*\*\*\*\*

10  $\Delta x$

0.0000000E+00	100.00000	0.0000000E+00
6.5423655E-05	103.13481	4.1083136E-07
9.2151641E-05	103.55180	7.0877683E-07
1.1091645E-04	103.96941	9.5772284E-07
1.2576204E-04	104.37140	1.1778317E-06
1.3810548E-04	104.73580	1.3784351E-06
1.4867132E-04	105.09081	1.5647658E-06
1.5797777E-04	105.44061	1.7403577E-06
1.6612601E-04	105.78520	1.9073589E-06
1.7334966E-04	106.09661	2.0673985E-06
1.7972560E-04	106.37681	2.2217413E-06
1.8556277E-04	106.71080	2.3713879E-06
1.9061675E-04	106.98582	2.5169473E-06
1.9530238E-04	107.28760	2.6591223E-06
1.9934031E-04	107.55741	2.7983397E-06
2.0300991E-04	107.82699	2.9351133E-06
2.0620658E-04	108.09661	3.0697554E-06
2.0908090E-04	108.39340	3.2025545E-06
2.1157987E-04	108.66300	3.3337777E-06
2.1369794E-04	108.92741	3.4636744E-06
2.1548381E-04	109.19179	3.5925370E-06
2.1688628E-04	109.45639	3.7205657E-06
2.1797735E-04	109.72081	3.8479533E-06
2.1875710E-04	109.98620	3.9748871E-06
2.1953682E-04	109.99999	4.1137450E-06

$$U_{\infty} = 2 \text{ m/s}$$

$$T_s = 110 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$T_w = 100 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

\*\*\*\*\*

20ΔX

0.0000000E+00	100.00000	0.0000000E+00
6.5423655E-05	103.13479	7.0243954E-07
9.2151618E-05	103.55181	1.2118668E-06
1.1091642E-04	103.96941	1.6375146E-06
1.2576204E-04	104.37140	2.0138569E-06
1.3810549E-04	104.73579	2.3568490E-06
1.4867132E-04	105.09081	2.6754373E-06
1.5797775E-04	105.44061	2.9756644E-06
1.6612604E-04	105.78520	3.2612028E-06
1.7334966E-04	106.09662	3.5348385E-06
1.7972560E-04	106.37681	3.7987339E-06
1.8556277E-04	106.71079	4.0546002E-06
1.9061675E-04	106.98582	4.3034774E-06
1.9530239E-04	107.28760	4.5465683E-06
1.9934029E-04	107.55740	4.7846031E-06
2.0300988E-04	107.82700	5.0184577E-06
2.0620656E-04	108.09659	5.2486693E-06
2.0908090E-04	108.39340	5.4757297E-06
2.1157987E-04	108.66300	5.7000941E-06
2.1369701E-04	108.92740	5.9221923E-06
2.1548381E-04	109.19179	6.1425215E-06
2.1688628E-04	109.45639	6.3614243E-06
2.1797737E-04	109.72078	6.5792310E-06
2.1875710E-04	109.98620	6.7962628E-06
2.1953681E-04	109.99999	7.0336824E-06

\*\*\*\*\*

30ΔX

0.0000000E+00	100.00000	0.0000000E+00
6.5423649E-05	103.13481	1.0681255E-06
9.2151635E-05	103.55180	1.8427576E-06
1.1091644E-04	103.96941	2.4899952E-06
1.2576204E-04	104.37140	3.0622589E-06
1.3810548E-04	104.73580	3.5838103E-06
1.4867131E-04	105.09081	4.0682545E-06
1.5797775E-04	105.44061	4.5247778E-06
1.6612601E-04	105.78520	4.9589663E-06
1.7334966E-04	106.09661	5.3750550E-06
1.7972560E-04	106.37681	5.7763326E-06
1.8556277E-04	106.71080	6.1654007E-06
1.9061672E-04	106.98582	6.5438425E-06
1.9530238E-04	107.28760	6.9134855E-06
1.9934028E-04	107.55740	7.2754389E-06
2.0300988E-04	107.82699	7.6310372E-06
2.0620658E-04	108.09661	7.9810953E-06
2.0908090E-04	108.39340	8.3263611E-06
2.1157987E-04	108.66300	8.6675298E-06
2.1369788E-04	108.92741	9.0052497E-06
2.1548381E-04	109.19179	9.3402814E-06
2.1688628E-04	109.45639	9.6731448E-06
2.1797735E-04	109.72078	1.0004340E-05
2.1875710E-04	109.98618	1.0334357E-05
2.1953682E-04	109.99999	1.0695376E-05

```

*****
0.0000000E+00 100.00000 0.0000000E+00
6.5423637E-05 103.13481 1.5456731E-06
9.2151618E-05 103.55181 2.6666349E-06
1.1091642E-04 103.96941 3.6032462E-06
1.2576203E-04 104.37141 4.4313630E-06
1.3810548E-04 104.73580 5.1860946E-06
1.4867131E-04 105.09081 5.8871281E-06
1.5797774E-04 105.44061 6.5477585E-06
1.6612601E-04 105.78521 7.1760678E-06
1.7334963E-04 106.09661 7.7781862E-06
1.7972558E-04 106.37682 8.3588713E-06
1.8556275E-04 106.71080 8.9218872E-06
1.9061672E-04 106.98582 9.4695258E-06
1.9530235E-04 107.28760 1.0004433E-05
1.9934029E-04 107.55741 1.0528211E-05
2.0300988E-04 107.82699 1.1042794E-05
2.0620653E-04 108.09658 1.1549358E-05
2.0908090E-04 108.39339 1.2048990E-05
2.1157987E-04 108.66300 1.2542690E-05
2.1369791E-04 108.92740 1.3031402E-05
2.1548378E-04 109.19179 1.3516221E-05
2.1688625E-04 109.45638 1.3997904E-05
2.1797733E-04 109.72080 1.4477176E-05
2.1875707E-04 109.98618 1.4954739E-05
2.1953681E-04 109.99999 1.5477165E-05

```

```

*****
0.0000000E+00 100.00000 0.0000000E+00
6.5423619E-05 103.13481 2.1845754E-06
9.2151594E-05 103.55181 3.7688860E-06
1.1091640E-04 103.96941 5.0926440E-06
1.2576200E-04 104.37140 6.2630617E-06
1.3810545E-04 104.73580 7.3297613E-06
1.4867128E-04 105.09081 8.3205670E-06
1.5797771E-04 105.44061 9.2542678E-06
1.6612599E-04 105.78520 1.0142287E-05
1.7334960E-04 106.09661 1.0993290E-05
1.7972558E-04 106.37680 1.1814000E-05
1.8556272E-04 106.71080 1.2609738E-05
1.9061671E-04 106.98582 1.3383743E-05
1.9530233E-04 107.28760 1.4139752E-05
1.9934026E-04 107.55741 1.4880034E-05
2.0300984E-04 107.82700 1.5607319E-05
2.0620653E-04 108.09659 1.6323274E-05
2.0908088E-04 108.39340 1.7029428E-05
2.1157984E-04 108.66300 1.7727199E-05
2.1369786E-04 108.92740 1.8417918E-05
2.1548375E-04 109.19179 1.9103139E-05
2.1688623E-04 109.45639 1.9783924E-05
2.1797735E-04 109.72081 2.0461301E-05
2.1875706E-04 109.98620 2.1136264E-05
2.1953678E-04 109.99999 2.1874637E-05

```

1.5797749E-04	105.44061	2.4827222E-05
1.6612574E-04	105.78521	2.7209591E-05
1.7334938E-04	106.09661	2.9492646E-05
1.7972534E-04	106.37681	3.1694439E-05
1.8556249E-04	106.71080	3.3829233E-05
1.9061645E-04	106.98580	3.5905724E-05
1.9530209E-04	107.28760	3.7933933E-05
1.9934001E-04	107.55739	3.9919954E-05
2.0300960E-04	107.82700	4.1871103E-05
2.0620627E-04	108.09662	4.3791857E-05
2.0908065E-04	108.39340	4.5686310E-05
2.1157959E-04	108.66300	4.7558283E-05
2.1369764E-04	108.92742	4.9411338E-05
2.1548351E-04	109.19179	5.1249641E-05
2.1688601E-04	109.45640	5.3076040E-05
2.1797709E-04	109.72081	5.4893302E-05
2.1875683E-04	109.98620	5.6704080E-05
2.1953657E-04	109.99999	5.8684980E-05

\*\*\*\*\*

90 Δx

0.0000000E+00	100.00000	0.0000000E+00
6.5423065E-05	103.13479	8.0959296E-06
9.2151111E-05	103.55181	1.3967306E-05
1.1091592E-04	103.96941	1.8873089E-05
1.2576152E-04	104.37140	2.3210601E-05
1.3810496E-04	104.73580	2.7163738E-05
1.4867082E-04	105.09081	3.0835613E-05
1.5797725E-04	105.44061	3.4295862E-05
1.6612550E-04	105.78520	3.7586823E-05
1.7334914E-04	106.09661	4.0740594E-05
1.7972508E-04	106.37681	4.3782106E-05
1.8556225E-04	106.71080	4.6731075E-05
1.9061622E-04	106.98582	4.9599498E-05
1.9530186E-04	107.28760	5.2401232E-05
1.9933977E-04	107.55740	5.5144679E-05
2.0300936E-04	107.82700	5.7839965E-05
2.0620603E-04	108.09661	6.0493260E-05
2.0908038E-04	108.39339	6.3110220E-05
2.1157932E-04	108.66300	6.5696132E-05
2.1369735E-04	108.92741	6.8255913E-05
2.1548326E-04	109.19177	7.0795297E-05
2.1688573E-04	109.45640	7.3318260E-05
2.1797685E-04	109.72081	7.5828582E-05
2.1875655E-04	109.98620	7.8329962E-05
2.1953625E-04	109.99999	8.1066334E-05

\*\*\*\*\*

100 Δx

\*\*\*\*\*

100 Δx

0.0000000E+00	100.00000	0.0000000E+00
6.5422523E-05	103.13479	1.1173572E-05
9.2150628E-05	103.55179	1.9276931E-05
1.1091544E-04	103.96941	2.6047632E-05
1.2576104E-04	104.37140	3.2034033E-05
1.3810448E-04	104.73579	3.7489938E-05
1.4867031E-04	105.09081	4.2557662E-05
1.5797676E-04	105.44061	4.7333320E-05
1.6612501E-04	105.78521	5.1875323E-05
1.7334863E-04	106.09661	5.6227999E-05
1.7972460E-04	106.37681	6.0425728E-05
1.8556177E-04	106.71080	6.4495742E-05
1.9061575E-04	106.98580	6.8454587E-05
1.9530138E-04	107.28760	7.2321391E-05
1.9933934E-04	107.55741	7.6107752E-05
2.0300891E-04	107.82700	7.9827642E-05
2.0620557E-04	108.09659	8.3489578E-05
2.0907989E-04	108.39339	8.7101376E-05
2.1157884E-04	108.66300	9.0670305E-05
2.1369688E-04	108.92741	9.4203168E-05
2.1548275E-04	109.19179	9.7707903E-05
2.1688523E-04	109.45639	1.0118996E-04
2.1797636E-04	109.72081	1.0465458E-04
2.1875607E-04	109.98620	1.0810685E-04
2.1953582E-04	109.99999	1.1188345E-04

\*\*\*\*\*

110 Δx

0.0000000E+00	100.00000	0.0000000E+00
6.5421497E-05	103.13478	1.5413860E-05
9.2149704E-05	103.55180	2.6592391E-05
1.1091452E-04	103.96939	3.5932523E-05
1.2576010E-04	104.37140	4.4190725E-05
1.3810357E-04	104.73579	5.1717108E-05
1.4866942E-04	105.09081	5.8708006E-05
1.5797585E-04	105.44061	6.5295988E-05
1.6612410E-04	105.78521	7.1561652E-05
1.7334774E-04	106.09661	7.7566134E-05
1.7972365E-04	106.37680	8.3356875E-05
1.8556085E-04	106.71080	8.8971430E-05
1.9061484E-04	106.98582	9.4432634E-05
1.9530045E-04	107.28760	9.9766856E-05
1.9933837E-04	107.55740	1.0499011E-04
2.0300798E-04	107.82699	1.1012168E-04
2.0620462E-04	108.09659	1.1517328E-04
2.0907898E-04	108.39339	1.2015573E-04
2.1157793E-04	108.66300	1.2507905E-04
2.1369597E-04	108.92741	1.2995262E-04
2.1548184E-04	109.19179	1.3478738E-04
2.1688432E-04	109.45640	1.3959084E-04
2.1797542E-04	109.72080	1.4437027E-04
2.1875515E-04	109.98620	1.4913265E-04
2.1953487E-04	109.99999	1.5434247E-04

\*\*\*\*\*

120 Δx

\*\*\*\*\*

120 Δx

0.0000000E+00	100.00000	0.0000000E+00
6.5419536E-05	103.13476	2.1257980E-05
9.2147964E-05	103.55178	3.6674815E-05
1.1091279E-04	103.96939	4.9556225E-05
1.2575839E-04	104.37139	6.0945498E-05
1.3810186E-04	104.73579	7.1325486E-05
1.4866767E-04	105.09081	8.0966949E-05
1.5797410E-04	105.44060	9.0052747E-05
1.6612236E-04	105.78521	9.8694020E-05
1.7334601E-04	106.09661	1.0697508E-04
1.7972193E-04	106.37680	1.1496137E-04
1.8555909E-04	106.71080	1.2270465E-04
1.9061307E-04	106.98580	1.3023643E-04
1.9529871E-04	107.28758	1.3759312E-04
1.9933664E-04	107.55740	1.4479675E-04
2.0300622E-04	107.82699	1.5187394E-04
2.0620290E-04	108.09659	1.5884084E-04
2.0907723E-04	108.39340	1.6571238E-04
2.1157619E-04	108.66300	1.7250236E-04
2.1369424E-04	108.92739	1.7922371E-04
2.1548013E-04	109.19179	1.8589153E-04
2.1688258E-04	109.45639	1.9251623E-04
2.1797367E-04	109.72078	1.9910773E-04
2.1875341E-04	109.98620	2.0567576E-04
2.1953313E-04	109.99999	2.1286094E-04

\*\*\*\*\*

130 Δx

0.0000000E+00	100.00000	0.0000000E+00
6.5415841E-05	103.13471	2.9313945E-05
9.2144668E-05	103.55176	5.0573170E-05
1.1090949E-04	103.96938	6.8336158E-05
1.2575510E-04	104.37138	8.4041529E-05
1.3809855E-04	104.73577	9.8355144E-05
1.4866438E-04	105.09078	1.1165037E-04
1.5797081E-04	105.44059	1.2417933E-04
1.6611908E-04	105.78519	1.3609530E-04
1.7334270E-04	106.09660	1.4751456E-04
1.7971867E-04	106.37680	1.5852735E-04
1.8555578E-04	106.71077	1.6920505E-04
1.9060978E-04	106.98582	1.7959111E-04
1.9529540E-04	107.28760	1.8973569E-04
1.9933331E-04	107.55739	1.9966925E-04
2.0300289E-04	107.82699	2.0942839E-04
2.0619960E-04	108.09661	2.1903550E-04
2.0907393E-04	108.39339	2.2851109E-04
2.1157285E-04	108.66300	2.3787422E-04
2.1369090E-04	108.92741	2.4714271E-04
2.1547679E-04	109.19179	2.5633740E-04
2.1687924E-04	109.45639	2.6547259E-04
2.1797034E-04	109.72080	2.7456206E-04
2.1875007E-04	109.98618	2.8361910E-04
2.1952979E-04	109.99999	2.9352730E-04

\*\*\*\*\*

140

0.0000000E+00	100.00000	0.0000000E+00
---------------	-----------	---------------



0.0000000E+00	100.00000	0.0000000E+00
6.5408784E-05	103.13461	4.0419960E-05
9.2138373E-05	103.55172	6.9733554E-05
1.1090324E-04	103.96935	9.4226300E-05
1.2574884E-04	104.37135	1.1588188E-04
1.3809229E-04	104.73576	1.3561841E-04
1.4865814E-04	105.09077	1.5395070E-04
1.5796455E-04	105.44060	1.7122645E-04
1.6611281E-04	105.78517	1.8765698E-04
1.7333644E-04	106.09660	2.0340260E-04
1.7971238E-04	106.37678	2.1858772E-04
1.8554951E-04	106.71077	2.3331084E-04
1.9060352E-04	106.98579	2.4763181E-04
1.9528912E-04	107.28758	2.6161980E-04
1.9932705E-04	107.55739	2.7531683E-04
2.0299600E-04	107.82698	2.8877338E-04
2.0619328E-04	108.09659	3.0202025E-04
2.0906762E-04	108.39340	3.1508582E-04
2.1156656E-04	108.66300	3.2799631E-04
2.1368458E-04	108.92740	3.4077626E-04
2.1547046E-04	109.19179	3.5345453E-04
2.1687290E-04	109.45639	3.6605072E-04
2.1796400E-04	109.72080	3.7858384E-04
2.1874372E-04	109.98620	3.9107230E-04
2.1952342E-04	109.99999	4.0473476E-04

\*\*\*\*\*

150 Δx

0.0000000E+00	100.00000	0.0000000E+00
6.5395390E-05	103.13446	5.5731570E-05
9.2126441E-05	103.55164	9.6149539E-05
1.1089134E-04	103.96929	1.2992045E-04
1.2573696E-04	104.37132	1.5977944E-04
1.3808040E-04	104.73573	1.8699243E-04
1.4864625E-04	105.09073	2.1226926E-04
1.5795263E-04	105.44055	2.3608927E-04
1.6610087E-04	105.78516	2.5874391E-04
1.7332449E-04	106.09658	2.8045418E-04
1.7970044E-04	106.37678	3.0139166E-04
1.8553759E-04	106.71077	3.2169204E-04
1.9059155E-04	106.98578	3.4143799E-04
1.9527716E-04	107.28757	3.6072486E-04
1.9931508E-04	107.55739	3.7961050E-04
2.0298466E-04	107.82697	3.9816457E-04
2.0618131E-04	108.09659	4.1642957E-04
2.0905563E-04	108.39338	4.3444451E-04
2.115457E-04	108.66298	4.5224565E-04
2.1367259E-04	108.92740	4.6986690E-04
2.1545843E-04	109.19177	4.8734778E-04
2.1686092E-04	109.45638	5.0471556E-04
2.1795196E-04	109.72078	5.2199637E-04
2.1873167E-04	109.98618	5.3921568E-04
2.1951134E-04	109.99999	5.5805474E-04

\*\*\*\*\*

160 Δx

0.0000000E+00	100.00000	0.0000000E+00
---------------	-----------	---------------

```

*****
0.0000000E+00 100.00000 0.0000000E+00
6.5369945E-05 103.13414 7.6841950E-05
9.2103755E-05 103.55149 1.3256970E-04
1.1086873E-04 103.96920 1.7913261E-04
1.2571433E-04 104.37122 2.2030179E-04
1.3805779E-04 104.73565 2.5782269E-04
1.4862363E-04 105.09070 2.9267406E-04
1.5793000E-04 105.44051 3.2551676E-04
1.6607825E-04 105.78511 3.5675269E-04
1.7330186E-04 106.09655 3.8668650E-04
1.7967778E-04 106.37675 4.1555482E-04
1.8551489E-04 106.71073 4.4354471E-04
1.9056889E-04 106.98576 4.7077018E-04
1.9525441E-04 107.28754 4.9736261E-04
1.9929234E-04 107.55735 5.2340185E-04
2.0296189E-04 107.82697 5.4898399E-04
2.0615851E-04 108.09656 5.7416749E-04
2.0903284E-04 108.39338 5.9900629E-04
2.1153175E-04 108.66297 6.2355023E-04
2.1364977E-04 108.92739 6.4784610E-04
2.1543559E-04 109.19176 6.7194855E-04
2.1683803E-04 109.45637 6.9589507E-04
2.1792908E-04 109.72078 7.1972161E-04
2.1870875E-04 109.98618 7.4346327E-04
2.1948842E-04 109.99999 7.6944100E-04

```

160 Δx

```

*****
0.0000000E+00 100.00000 0.0000000E+00
6.5321642E-05 103.13353 1.0594748E-04
9.2060679E-05 103.55119 1.8278332E-04
1.1082579E-04 103.96899 2.4698290E-04
1.2567137E-04 104.37108 3.0374580E-04
1.3801486E-04 104.73555 3.5547855E-04
1.4858068E-04 105.09058 4.0353059E-04
1.5788699E-04 105.44043 4.4881319E-04
1.6603520E-04 105.78504 4.9188035E-04
1.7325879E-04 106.09646 5.3315222E-04
1.7963472E-04 106.37669 5.7295507E-04
1.8547175E-04 106.71067 6.1154681E-04
1.9052574E-04 106.98571 6.4908444E-04
1.9521126E-04 107.28750 6.8574935E-04
1.9924916E-04 107.55731 7.2165155E-04
2.0291867E-04 107.82693 7.5692337E-04
2.0611529E-04 108.09653 7.9164570E-04
2.0898954E-04 108.39334 8.2589274E-04
2.1148845E-04 108.66294 8.5973328E-04
2.1360640E-04 108.92736 8.9323174E-04
2.1539218E-04 109.19175 9.2646360E-04
2.1679453E-04 109.45634 9.5948028E-04
2.1788556E-04 109.72078 9.9233168E-04
2.1866519E-04 109.98616 1.0250660E-03
2.1944479E-04 109.99999 1.0608906E-03

```

170 Δx

```

*****

```

180 Δx

CONCLUSION

## CONCLUSION

La méthode numérique explicite développée est facile à mettre en oeuvre. Elle ne nécessite pas des mémoires de stockage trop importante et peut être utilisée sur des micro-ordinateurs . Cette méthode de calcul donne des résultats satisfaisants dans le cas de la condensation autour d'un cylindre horizontal.

Il serait intéressant d'étendre la méthode de calcul à diverses autres configurations consistant en particulier à :

- Introduire la phase vapeur dans l'expression de la force de frottement à l'interface liquide-vapeur.

- Etudier la condensation avec des obstacles aérodynamique en tenant compte des forces de tensions superficielles .

- Etudier la condensation autour d'une rangée de cylindres .

## INDEX BIBLIOGRAPHIQUES

- [11] TECHNIQUES DE L'INGENIEUR  
Article B100 . 'transfert de chaleur en changement  
de phase'
- [12] F. KREITH  
'Transmission de chaleur et thermodynamique'  
MASSON ET CIE Editeurs 1967.
- [13] S.P.NOUGIR  
'Méthodes de calcul numérique'  
MASSON ET CIE Editeurs 1983.
- [14] W.M.KOHSENOW  
'Hand book of heat transfer fundamentals'  
MC GRAW HILL 1985.
- [15] L. LANDAU , E. LIFCHITZ  
'Mécanique des fluides'  
Editions M I R
- [16] SACADURA  
'Initiation aux transferts thermiques'
- [17] V.E. DENNY , A.F MILLS  
'Laminar condensation of a flowing vapour on  
horizontal cylinder'  
Journal of heat transfer Novembre 1969 .
- [18] E.S GADIS  
'Solution of the two phase boundary-layer equations  
for laminar film condensation of vapour flowing  
perpendicular to a horizontal cylinder.  
Journal of heat and mass transfer 1979.
- [19] S.V PANTAKAR , D.B SPALDING  
' A finite difference method for solving the  
equations of the two-dimensional boundary layer '  
J.HEAT MASS TRANSFER 1967.

- [10] H.HONDA , T.FUJII  
'Condensation of flowing vapour on a horizontal  
tube-Numerical analysis as a conjugate heat  
transfer problem.  
J.Heat transfer Novembre 1984 .
- [11] I.G.shekriladze , V.I.GOMELAURI  
'Theoretical study of laminar film condensation of  
flowing vapour '  
J.Heat mass transfer 1966.
- [12] ALEXANDRE JOEL.GHORIN  
' A numerical method for solving incompressible  
viscous flow problems '  
J.of computational physics 1967.
- [13] TETSU FUJII  
'Laminar filmwise condensation of flowing vapour on  
a horizontal cylinder '  
J.Heat Mass transfer 1972.
- [14] W.C.LEE , J.W.ROSE  
'Film condensation on a horizontal tube-effect of  
vapour velocity '  
J. of Queen Mary college (LONDON)

## Nomenclature

$c_p$  : capacité calorifique  $[\text{kJ/kg}]^\circ\text{K}$

$g$  : accélération de la pesanteur  $[\text{m/s}^2]$

$h$  : coefficient de transfert de chaleur  $[\text{J/m}^2]^\circ\text{C}$   
local

$\bar{h}$  : coefficient de transfert de chaleur moyen  $[\text{J/m}^2]^\circ\text{C}$

$k$  : conductivité thermique  $[\text{J/m}^\circ\text{C}]$

$L$  : coefficient métrique  $[\text{m}]$

$H$  : coefficient métrique  $[\text{m}]$

$L_v$  : chaleur latente de vaporisation  $[\text{kJ/kg}]$

$\dot{m}$  : débit de condensation  $[\text{kg/s}]$ .

$Pr$  : nombre adimensionnel de Prandtl

$$\frac{c_p \mu}{k}$$

$P$  : pression  $[\text{N/m}^2]$

$Re$  : nbre adimensionnel de Reynolds

$$\frac{u \rho R}{\mu}$$

$[R]$  : rayon du cylindre  $[\text{m}]$ .

$T$  : température  $[\circ\text{C}]$

$v$  : vitesse du flux fondamental  $[\text{m/s}]$

$u$  : vitesse sur l'axe des  $x$   $[\text{m/s}]$ .

$v$  : vitesse sur l'axe des  $y$   $[\text{m/s}]$

$u, u', v'$  : vitesses adimensionnelles

$x, y$  : coordonnées de la couche limite  $[\text{m}]$ .

$x', y'$  : coordonnées adimensionnelles

$Y$  : coordonnée adimensionnelle.

$\delta$  : épaisseur de la couche limite  $[\text{m}]$

$\Delta$  : épaisseur adimensionnelle de la couche limite  $\Delta = \frac{\delta}{R}$ .

$\theta$  : température adimensionnelle  $\theta = \frac{T_s - T}{T_s - T_w}$

$\phi$  : angle mesuré à partir de l'axe vertical.

$\mu$  : viscosité dynamique [kg/ms].

$\nu$  : viscosité cinématique [m<sup>2</sup>/s]

$\rho$  : masse volumique [kg/m<sup>3</sup>]

$\Psi$  : fonction du courant [m<sup>2</sup>/s]

$\Psi'$  : fonction du courant adimensionnelle.

indices :

e : bord de la couche limite vapeur

v : phase vapeur

l : phase liquide

w : pari

∞ : vapeur d'arrivée.

s : saturation

x : la valeur est prise à un x donné.

N. G.



