

وزارة التعليم العالي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : **génie mécanique**

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

**Optimisation
d' un siège du chauffeur
de camion type k66**

Proposé par :
Mr Marek
Ksiazek

Etudié par :
Mr Sahi
Mahmoud

Dirigé par :
Mr Marek
Ksiazek

PROMOTION : **juin 90**

وزارة التعليم العالي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : G Mécanique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

**Optimisation
d'un siege du chauffeur
de camion type k66**

Proposé par :

**Mr Marek
Ksiazek**

Etudié par :

**Mr Sahi
Mahmoud**

Dirigé par :

**Mr Marek
Ksiazek**

PROMOTION : juin 90

Ministre de l'enseignement supérieur

Ecole Nationale Polytechnique

Département génie mécanique

Promoteur : Marek Ksiazek.

Élève ingénieur: SAHI MAHMOUD

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة - BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

وزارة التعليم العالي

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات

قسم الهندسة الميكانيكية

الموجه: مارك كسياراك

الطالب المهندس: صالح محمود

الموضوع: بحث عن دالة تحويل تفضيلية لكروسي سائق شاحنة من نوع ك66.
إن بحثنا يتعلق عن إيجاد أفضل دالة تحويل لكروسي شاحنة، لهدف من السائق
عن الامتزازات العمودية التي يتعرض لها عند السياقة ويتم إيجاد هذه الدالة
حسب معيار خاص للعزل وحسب أيضا للمقاومة الظاهرية لميلل السائق

Subject: Optimisation de la fonction de transfert d'un siège du chauffeur de camion de type K66.

L'étude consiste à déterminer la fonction de transfert optimale de vibration du siège du chauffeur, après un critère requis pour cette vibration et l'impédance de la structure humaine.

Subject: Optimisation of the transfer function of a seat of a truck of a K66 type.

This study consists to determine a vibration optimale transfert function of a chauffeur of a truck, wich will be obtained after a vibration moded and the chauffeur mechanical impédance.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

الحمد لله حمدًا يوافي نعمه ويكافيء مزيده . ياربنا
لك الحمد كما ينبغي لجلال وجهك ولعظيم سلطانتك .
سبحانك اللهم لا أحصي ثناء عليك ، أنت كما أثنيت
على نفسك . وصلى الله على سيدنا محمد وعلى آله وصحبه
صلاة وسلاما متلازمين الى يوم الدين .

أهدي هذا العمل المتواضع

إلى أمي

إلى أمي

إلى أمي

إلى أبي وإخواني وأخواتي .

Je dédie ce modeste travail

à ma mère

à ma mère

à ma mère

à mon père et frères

et sœurs.

Remerciements.

Je tiens particulièrement à exprimer mes remerciements à Monsieur Marek Ksiazek pour le suivi de ce projet et qui a su être très patient envers moi, Je remercie aussi tous les professeurs et administrateurs qui ont contribué à ma formation en particulier M^r S. Rechak qui a fait découvrir à nous tous la méthode des éléments finis.

Introduction	1
CHAPITRE 1: GENERALITES	
1. Processus stochastique	3
1.1 Les vibrations aléatoires	3
1.2 Définition du processus stochastique	3
1.3 Caractéristique des processus stochastiques	4
1.4 Processus stationnaire	5
1.5 Processus ergodique	6
1.6 Fonction de densité spectrale	7
1.7 Relation densité spectrale- fonction de corrélation	7
2 Système linéaire	8
2.1 Système	8
2.2 Système stationnaire	9
2.4 Système linéaire-stationnaire	9
2.3 Système linéaire	9
2.5 Système discret	9
2.6 Système stable	10
2.7 Système réalisable	10
2.8 Relation densité spectrale entrée - sortie	10
2.9 Dispersion du signal de sortie	11
CHAP 2: Description du micro profil de la route par une densité spectrale	
1. Représentation des enregistrements des micro profils de la route	13

2. Forme de la densité spectrale énergétique du microprofil de la route.	14
CHAP 3: Présentation du véhicule et des équations du mouvement	
3.1 Modèle du véhicule	16
3.2 Données numériques	22
3.3 Relations géométriques entre les coordonnées	23
3.4 Système d'équation différentielles	24
3.5 Résolution du système d'équations	30
CHAP 4: CALCUL DE LA DENSITE SPECTRALE AU POINT DE FIXATION DU SIEGE	
4.1 Expression de la densité spectrale sous le siège	31
4.2 Calcul de quelques densité spectrales	32
4.3 Etude du couplage du chauffeur sur le véhicule	41
4.4 Approximation de la densité spectrale par une fonction rationnelle	43
CHAP 5: OPTIMISATION DE LA FONCTION DE TRANSFERT DU SIEGE DU CAMION	
5.1 Présentation du problème	47
5.2 Critère du vibroisolation	47
5.3 Systeme de Vibroisolation	49
5.3.1 Expression de la fonctionnelle C	49
5.3.2 Résolution générale du problème par la méthode de Wiener-Hopf.	50

5.3.3	Introduction de l'impédance du chauffeur	
5.3.4	Densité spectrale	57
5.3.5	Expression de $\Phi(s)$	57
	CONCLUSION	59

INTRODUCTION

Le siège d'un véhicule est un élément de liaison entre l'homme et le véhicule. Il revêt une grande importance non seulement pour une question de confort, mais aussi du point de vue de sécurité notamment quand il s'agit du conducteur.

Dans les véhicules modernes les vibrations générées par le moteur et ses accessoires sont fortement atténués. Le mauvais uni de la chaussée est, par conséquent, la principale source d'excitation vibratoire de la carrosserie, notamment selon la direction verticale. Les masses principales du véhicule privilégient, par leur mise en résonance 2 plages de fréquences de vibrations, l'une au voisinage de 1 à 2 Hz, qui est la fréquence de résonance de la carrosserie sur sa suspension, et l'autre au voisinage de 8 à 15 Hz, qui est la fréquence de résonance des roues.

Dans un tel contexte dynamique le siège devrait, par conséquent, être particulièrement efficace pour absorber les vibrations verticales des deux bandes de fréquences privilégiées et assurer un bon maintien du corps pour éviter les déplacements latéraux et les pertes d'équilibre du sujet. Notre travail consiste, partant d'un critère de vibro-isolation de l'homme ou plutôt du chauffeur, chercher une fonction de transfert optimale du siège du chauffeur de camion type K66 sonacome en appliquant la méthode variationnelle de Weiner-Hopf qui est aisément applicable dans notre cas.

En somme notre problème est un problème de vibroisolation, la vibroisolation est par définition l'ensemble des moyens techniques permettant d'atténuer l'effet des vibrations des systèmes en mouvement dans le but d'économie, de sécurité et de confort. Cette protection consiste soit à isoler le corps perturbateur, soit comme dans notre cas les éléments auxquels le système perturbateur est susceptible de transmettre ses forces dynamiques d'excitation. Cette vibroisolation est assurée soit par des systèmes appelés, systèmes actifs qui agissent par l'action des servomécanismes de type pneumatiques ou électro-hydrauliques, soit par des systèmes appelés systèmes passifs qui agissent par l'action des ressorts et amortisseurs, soit par la combinaison des deux à la fois.

CHAPITRE 1

GENERALITES

Introduction

Etant donné que les excitations de la chaussée sont de caractère stochastique i.e aléatoire, la bonne connaissance de ces phénomènes stochastiques est exigée pour une bonne appréhension de notre problème, pour cela nous introduisons cette généralité sur les processus stochastique.

A la fin de cette généralité nous parlerons aussi sur les systèmes linéaires car par la suite nous supposerons que notre siège est un système linéaire pour pouvoir déterminer sa fonction de transfert.

1. Processus stochastique

1.1 Les vibrations aléatoires.

Les vibrations aléatoires sont des vibrations - comme ceux dues au mauvais uni de la chaussée - impossible à définir de manière précise mais doivent être traité à partir de bases statistiques.

1.2 Définition du processus stochastique

Le mot stochastique est utilisé pour désigner les processus ou les phénomènes où il y a un certain degré d'aléa.

Un processus stochastique peut être représenté par une fonction aléatoire $x(t)$ dans lequel le hasard intervient à chaque instant t .

La connaissance de $x(t)$ dans le passé et le présent ne détermine pas ses valeurs dans le futur.

1.3 Caractéristique des processus stochastiques

Pour décrire les propriétés fondamentales d'un processus stochastique, on utilise certaines fonctions non aléatoires caractérisant ce processus.

1.3.1 Fonction de densité de probabilité

Soit $F_n(x_1, x_2, \dots, x_n, t) = P\{X(t) \leq x_1, \dots, X(t) \leq x_n\}$ étant la fonction de répartition du n-ième ordre.

La densité de probabilité du n-ième ordre est définie par:

$$f(x_1, \dots, x_n, t) = \frac{\partial F_n(x_1, x_2, \dots, x_n, t)}{\partial x_1 \partial x_2 \dots \partial x_n}.$$

Cas particulier qui nous concerne $f(x, t) = \frac{\partial F(x, t)}{\partial x}$ est la densité de probabilité du premier ordre.

1.3.2 L'espérance mathématique

Elle caractérise le comportement moyen du processus, elle est de deux types :

moyenne statistique ou moyenne d'ensemble

$$M\{X(t)\} = \bar{x}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x, t) dx.$$

et moyenne temporelle

$$\bar{x}(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(t) dt$$

1.3.3 Moment centré d'ordre deux.

Dispersion ou variance qui caractérise, en fonction du temps, la dispersion des valeurs de la fonction autour de sa valeur

$$\text{moyenne } V(t) = \sigma^2(t) = \overline{[x - \bar{x}(t)]^2} = \overline{x^2(t)} - [\bar{x}(t)]^2$$

$$\text{où } \sigma^2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x, t) dx - \left[\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x, t) dx \right]^2.$$

1.3.4 Fonction de corrélation.

C'est une fonction de corrélation comme son nom le dit qui permet d'établir le degré de dépendance entre deux fonctions aléatoires.

$$\rho_{x,y} = \overline{x(t_1) \cdot y(t_2)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot y \cdot f(x,y,t_1,t_2) dx dy$$

où $f(x,y,t_1,t_2)$ étant la densité de probabilité de 2^{ème} ordre.

1.3.5 Fonction d'auto-corrélation

si x et y représente la même fonction $x(t)$, la fonction de corrélation permet de caractériser la fonction aléatoire en établissant le degré de dépendance de deux valeurs de cette même fonction, prises à des instants différents t_1 et t_2 . Dans un pareil cas, elle porte le nom particulier de fonction d'auto-corrélation.

$$\rho_{xx}(t_1,t_2) = \overline{x(t_1) \cdot x(t_2)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 \cdot x_2 \cdot f(x_1,t_1,x_2,t_2) dx_1 dx_2.$$

1.4 Processus stationnaire

Les processus aléatoires qui se déroulent toujours approximativement de la même façon dans le temps et qui présentent l'aspect de vibrations aléatoires continues relativement à une certaine valeur moyenne avec des caractéristiques probabilistes ne varient pas sensiblement avec le temps, ont obtenu une très large diffusion. De tels processus aléatoires sont dites stationnaires. On peut considérer un processus stationnaire comme un processus qui se déroulerait sur une durée infiniment longue, en ce sens, un processus stationnaire est analogue au régime de vibrations permanent lorsque les paramètres de vibrations établies sont indépendants de l'origine du temps. c'est à dire lorsqu'on effectue une translation de l'origine des

temps la fonction de densité de probabilité du processus stationnaire reste invariante.

Pour cela on peut écrire :

$$\overline{x(t)} = E(x(t_1)) = E(x(t_2)) = \text{const.}$$

$$\sigma^2(t) = E[x(t_1)^2] = E[x(t_2)^2] = \text{Const.}$$

1.5 Processus ergodique

Un processus ergodique est un processus selon lequel un grand nombre d'observations effectuées sur un système unique dont le mouvement est régi par un processus aléatoire stationnaire à des instants arbitraires a les mêmes propriétés statistiques que le même nombre d'observations effectuées en un seul et même instant sur des systèmes homogènes au premier arbitrairement choisi, sur cette hypothèse on arrive à faire une énorme simplification d'étude présentant un grand intérêt pratique, ce qui réduit le degré des études expérimentales et par conséquent réduit les coûts matériels.

1.5.1 Moyennes temporelles des processus stationnaire ergodique

- Valeur moyenne -

$$\overline{x(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(t) dt \quad ; \quad \text{lorsque cette limite existe}$$

- Moyenne quadratique

$$\overline{x^2(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^{+T} x^2(t) dt$$

- Dispersion.

$$\sigma_x^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^{+T} (x(t) - \overline{x(t)})^2 dt.$$

- Fonction d'auto-corrélation

L'hypothèse de l'érgodicité permet de calculer la fonction d'auto-corrélation par la moyenne temporelle :

$$\xi_{xx}(\tau) = \overline{x(t) \cdot x(t+\tau)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(t) \cdot x(t+\tau) dt.$$

1.6 Fonction de densité spectrale

La puissance d'un signal aléatoire est par définition :

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x^2(t) dt. \quad \text{Et on'a par transformation de Fourier}$$

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad \text{ou} \quad x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega.$$

Par définition aussi, l'énergie d'un signal dans l'intervalle de temps $[t_1, t_2]$ est donnée par : $E = \int_{t_1}^{t_2} x^2(t) dt.$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega) d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{j\omega t} dt$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega) d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{j\omega t} dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega) \cdot X(-j\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |X(j\omega)|^2 d\omega$$

le terme $|X(j\omega)|^2$ porte le nom de densité spectrale d'énergie donc on peut écrire $P = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|X(j\omega)|^2}{2T} d\omega.$

le terme $S(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|X(j\omega)|^2}{2T}$ s'appelle densité spectrale

de puissance d'où la puissance $P = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) d\omega.$

1.7 Relation densité spectrale - fonction de corrélation.

La densité spectrale de puissance s'écrit :

$$S(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} |X(j\omega)|^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} X(j\omega) \cdot X(-j\omega).$$

$$\Rightarrow S(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(t_1) e^{-j\omega t_1} dt_1 \cdot \int_{-T}^{+T} x(t_2) e^{+j\omega t_2} dt_2.$$

$$\Rightarrow S(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} \int_{-T}^{+T} x(t_1) \cdot x(t_2) e^{-j\omega(t_1 - t_2)} dt_1 dt_2.$$

Posons $t = t_1$ et $\tau = t_1 - t_2$. d'où :

$$S(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T+t}^{T+t} \left(\frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(t) x(t-\tau) dt \right) e^{-j\omega\tau} d\tau.$$

par définition la fonction d'auto-corrélation s'écrit :

$$f(\tau) = f(-\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(t) \cdot x(t-\tau) dt. \quad \text{d'où}$$

$$S(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T+t}^{T+t} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau.$$

$$\text{donc} \quad S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad \text{d'où} \quad S(\omega) = S(-\omega)$$

et $\forall \omega$ on'a $S(\omega) \geq 0$.

$$\text{On peut aussi écrire} \quad f(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega.$$

On remarque ainsi que la densité spectrale de puissance d'un signal aléatoire n'est d'autre que la transformation de Fourier de la fonction d'auto corrélation de ce signal aléatoire.

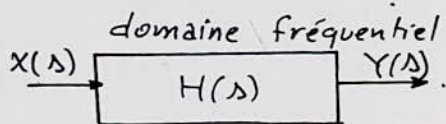
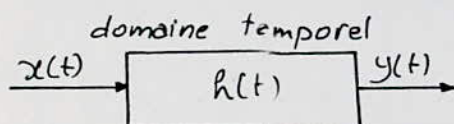
2. système linéaire

2.1 système

De façon générale, un système sert à transformer un signal $x(t)$ appliqué à son entrée, en un signal $y(t)$ qui apparaît à sa sortie. Il est caractérisé par son opérateur H qui transforme l'espace des entrées $x(t)$ en l'espace des sorties $y(t)$:

$$H(x(t)) = y(t).$$

L'opérateur H porte le nom de fonction de transfert qui dans la représentation dans le domaine fréquentiel s'exprime par le rapport : $H(\lambda) = \frac{Y(\lambda)}{X(\lambda)}$, où $X(\lambda)$ et $Y(\lambda)$ représentent respectivement les transformées de Fourier des fonctions $x(t)$ et $y(t)$.



2.2 Système stationnaire

Un système est dit stationnaire si pour lequel l'opérateur associé H est invariant avec le temps. $H(x(t+\tau)) = y(t+\tau)$.

2.3 Système linéaire

Le système est dite linéaire si, pour deux signaux d'entrée $x_1(t)$ et $x_2(t)$ et pour deux scalaires α et β le système fasse correspondre les signaux de sortie $y_1(t)$ et $y_2(t)$ tel que:

$$\begin{aligned} H(\alpha \cdot x_1(t) + \beta \cdot x_2(t)) &= H(\alpha x_1(t)) + H(\beta \cdot x_2(t)) = \\ &= \alpha \cdot H(x_1(t)) + \beta \cdot H(x_2(t)) = \alpha \cdot y_1(t) + \beta y_2(t). \end{aligned}$$

2.4 Système linéaire stationnaire

Les systèmes linéaires stationnaires jouent un rôle important dans les problèmes de transmission de signaux. La raison en est que ces systèmes peuvent être étudiés à l'aide d'instruments mathématiques simples, et qu'ils constituent une approximation d'une vaste catégorie de systèmes utilisés dans l'application.

2.5 Système discret

Un système discret est constitué d'éléments permettant d'écrire les équations de son mouvement sous forme d'équations différentielles du second ordre à coefficients constants, sa position à un instant donné, dépend d'un nombre fini de paramètres.

Le nombre de variables indépendantes ainsi que le nombre d'équations nécessaire pour connaître les mouvements est égal au nombre de degrés de liberté qu'a ce système.

2.6 Système stable

Un système est dit stable si à tout signal d'entrée borné produit à sa sortie un signal borné. i.e.:

$$\forall t \quad |x| \leq M_1 < \infty \quad \text{correspond} \quad |y| \leq M_2 < \infty.$$

Dans le domaine temporel : la condition nécessaire et suffisante est que la fonction de pondération du système soit absolument convergente i.e. : $\int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)| dt < +\infty$ ce qui implique que sa réponse à l'impulsion unité doit s'annuler quand t tend vers l'infini.

Dans le domaine des fréquences : la condition devient :

$$|H(j\omega)| = \int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)| e^{-j\omega t} dt < +\infty.$$

2.7 Système réalisable

Un signal est dit réalisable si l'apparition d'un signal à sa sortie ne peut précéder l'application d'un signal à son entrée i.e. : l'effet ne précède pas la cause.

Dans le domaine du temps : un système est réalisable si $h(t) = 0$ pour $t < 0$.

Si un système est à la fois stable et réalisable il est dit physiquement réalisable.

2.8 Relation densité spectrale entrée - Sortie

Soit le système de fonction de transfert $H(j\omega)$ reliant l'entrée $x(t)$ avec la sortie $y(t)$, et soit $S_x(\omega)$ la densité spectrale de puissance du signal d'entrée. $h(t)$ fonction de pondération du système. d'où.

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t_1) x(t-t_1) dt_1$$

$$y(t+\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t_2) x(t+\tau-t_2) dt_2.$$

la fonction d'auto-corrélation $\rho_{yy}(\tau)$ s'écrit:

$$\rho_{yy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) \cdot y(t+\tau) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{+\infty} dt \int_{-\infty}^{+\infty} h(t_1) x(t-t_1) dt \int_{-\infty}^{+\infty} h(t_2) x(t+\tau-t_2) dt_2$$

$$\Rightarrow \rho_{yy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t_1) \int_{-\infty}^{+\infty} h(t_2) \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(t-t_1) \cdot x(t+\tau-t_2) dt \right) dt_2 dt_1,$$

puisque $\rho_{xx}(\tau^*) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(t-t_1) x(t+\tau-t_2) dt$ où $\tau^* = \tau + t_1 - t_2$.

alors $\rho_{yy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t_1) \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h(t_2) \rho_{xx}(\tau^*) dt_2 \cdot dt_1.$

la densité spectrale de sortie $S_{yy}(\omega)$ s'écrit alors.

$$S_{yy}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_{yy}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t_1) dt_1 \int_{-\infty}^{+\infty} h(t_2) dt_2 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j\omega\tau} \rho_{xx}(\tau+t_1-t_2) d\tau$$

puisque $\rho_{xx}(\tau+t_1-t_2) = \rho_{xx}(\tau) \cdot e^{-j\omega(t_1-t_2)}$ alors

$$S_{yy}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t_1) e^{-j\omega t_1} dt_1 \int_{-\infty}^{+\infty} h(t_2) e^{j\omega t_2} dt_2 \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_{xx}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau.$$

i.e

$$S_{yy}(\omega) = H(j\omega) \cdot H(-j\omega) \cdot S_{xx}(\omega) = |H(j\omega)|^2 S_{xx}(\omega).$$

2.10 Dispersion du signal de sortie

On désire exprimer la dispersion du signal de sortie $y(t)$, pour cela on suppose que la valeur moyenne est nulle. Soient $X(j\omega)$ et $Y(j\omega)$ les transformées de Fourier respectives de $x(t)$ et de $y(t)$, on'a la relation: $Y(j\omega) = H_{ym}(j\omega) \cdot X(j\omega)$

la dispersion du signal de sortie a pour expression

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |H_{ym}(j\omega)|^2 S_{xx}(\omega) d\omega, \quad S_{xx}(\omega) \text{ représente la densité spectrale du signal d'entrée.}$$

Démonstration de cela est la suivante

$$\sigma_y^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} y^2(t) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) \cdot \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} Y(-j\omega) e^{-j\omega t} d\omega \right\} dt.$$

$$\text{d'où } \sigma_y^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} y(t) \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} H_{\frac{y}{u}}(-j\omega) X(-j\omega) e^{-j\omega t} d\omega \right\} dt$$

Après permutation des deux intégrales on obtient:

$$\sigma_y^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} H_{\frac{y}{u}}(-j\omega) \cdot X(-j\omega) \frac{1}{2\pi} d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$\text{où } \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) e^{-j\omega t} dt = H_{\frac{y}{u}}(j\omega) \cdot X(j\omega) = Y(j\omega).$$

on obtient donc:

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |H_{\frac{y}{u}}(j\omega)|^2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} |X(j\omega)|^2 d\omega.$$

$$\text{or } S_{xx}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} |X(j\omega)|^2. \quad \text{d'où}$$

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |H_{\frac{y}{u}}(j\omega)|^2 S_{xx}(\omega) d\omega.$$

Dans les cas particulier : sachant $s = j\omega$.

Dispersion de l'écart $(y(t) - x(t))$:

$$\sigma_{y-x}^2 = \frac{1}{2\pi j} \int_{-\infty}^{+\infty} |H_{\frac{y-x}{u}}(s)|^2 S_x(s) ds.$$

Dispersion de l'accélération $\ddot{y}(t)$:

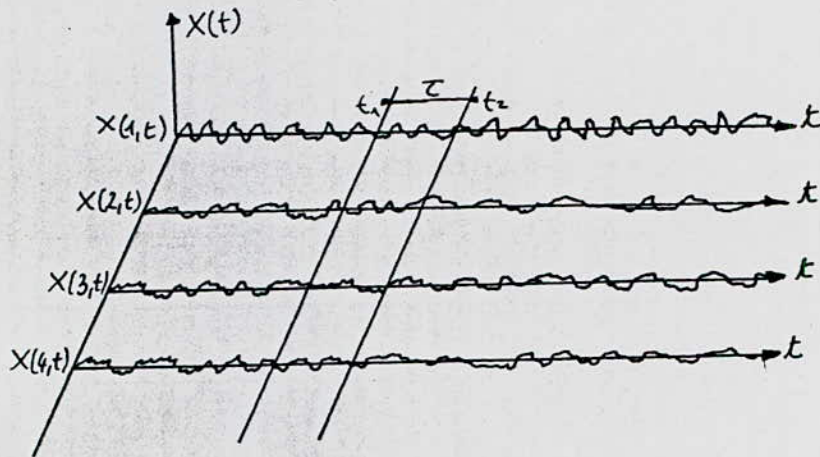
$$\sigma_{\ddot{y}}^2 = \frac{1}{2\pi j} \int_{-\infty}^{+\infty} |H_{\frac{\ddot{y}}{u}}(s)|^2 S_x(s) ds.$$

CHAPITRE 2

DESCRIPTION DU MICROPROFIL DE LA ROUTE
PAR UNE DENSITE SPECTRALE

1 Représentation des enregistrements des microprofils de la route

Le microprofil de la route est une fonction aléatoire du chemin parcouru $X(t)$; c'est à dire les ordonnées pour $X(t)$ quelconque sont des valeurs aléatoires. Un enregistrement d'une fonction aléatoire décrivant le microprofil de la route est représenté sur la figure ci dessous.



Ces profils aléatoires ont une répartition d'amplitude gaussienne, ils peuvent être caractérisés par leur P.S.D : densité spectrale de puissance (Spectrale de déplacement en fonction de la fréquence spatiale) et/ou leur rugosité efficace en anglais « Roughness RMS » : valeur efficace des cotes de profil.

Les conditions remplies par la fonction aléatoire du microprofil de la route sont :

- 1° La fonction aléatoire est stationnaire et ergodique
- 2° Les longueurs des irrégularités sont limitées par le bas et en haut.
- 3° Le microprofil de la route varie aléatoirement seulement dans le plan vertical et longitudinal de la route.
- 4° Et comme on l'a cité auparavant les ordonnées du microprofil sont distribuées suivant la loi normale.

Remarque: Outre les caractéristiques de son profil, le terrain est défini par d'autres critères (pente, dureté, texture, adhérence, végétation...), cependant pour les aspects suspension et vibrations, le profil est celui qui a le plus d'influence.

2°. Forme de la densité spectrale énergétique du microprofil de la route.

Il existe plusieurs manières d'approximer les fonctions de densité spectrale énergétique du microprofil de la route, dans notre étude on s'est limité deux formes tirées de Journal of Sound and Vibration Vol 100, N°3, June 85 pp. 343-357.

La première forme est:

$$S_h(\omega) = \frac{\sigma^2}{\pi} \frac{a v}{\omega^2 + a^2 v^2}$$

où : σ^2 est la dispersion des irrégularités de la route.

a un coefficient qui dépend de la surface de la route.

la référence citée ci-dessus donne

pour les coefficients a et σ^2 les valeurs suivantes:

$$a = 0.25 \text{ m}^{-1}$$

$$\sigma^2 = 9 \text{ mm}^2 \quad \text{pour une route goudronnée}$$

$$a = 0.45 \text{ m}^{-1}$$

$$\sigma^2 = 300 \text{ mm}^2 \quad \text{pour une route pavée}$$

La deuxième forme est un bruit blanc:

$$S_R(\omega) = 7.076 \text{ mm}^2 \cdot \text{s}$$

Remarque:

Pour un processus aléatoire stationnaire, $\xi(t)$ (à moyenne nulle) du type bruit blanc $\int_{-\infty}^{\infty} \xi(\tau) d\tau = F \cdot \delta(\tau)$

où $\delta(\tau)$ est la fonction impulsion de Dirac, et F , l'intensité du bruit. $S_{\xi}(\omega) = F \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega\tau} \delta(\tau) d\tau = F = \text{const.}$

ce qui peut être adopté comme définition du bruit blanc, elle traduit le fait que pour toute fréquence la puissance des composantes partielles d'un processus aléatoire $\xi(t)$ est le même. Le bruit blanc est donc le type le plus intense des perturbations.

CHAPITRE 3

PRESENTATION DU VEHICULE ET EQUATIONS
DU MOUVEMENT

3.1 Modele du vehicule

En s'aidant des données du Camion K66 le modèle adopté dans cette étude est celui représenté ci-après.

Dans notre étude on considéra les vibrations dans l'espace suivant l'axe x , y et z .

1°. translation suivant l'axe z (vibration longitudinale)

2°. Rotation autour de l'axe longitudinale δ (Roulie).

3°. Rotation autour de l'axe transversal β (tangage).

En négligeant le roulie respectivement le tangage de certaines masses dont les dimensions transversales respectivement longitudinales sont négligeable, on réduira le nombre de degrés de liberté de $3 \times 5 = 15$ degrés à 11 degrés.

Si en plus on néglige le couplage de l'homme plus siège sur le camion on aura 10 degrés de liberté.

Le camion est considéré comme étant un système de 5 masses vibrantes, parfaitement rigides.

M_1 : masse du châssis plus cabine

M_2 : masse de l'essieu avant

M_3 : masse de l'essieu arrière

M_4 : masse du moteur plus celle de la boîte des vitesses.

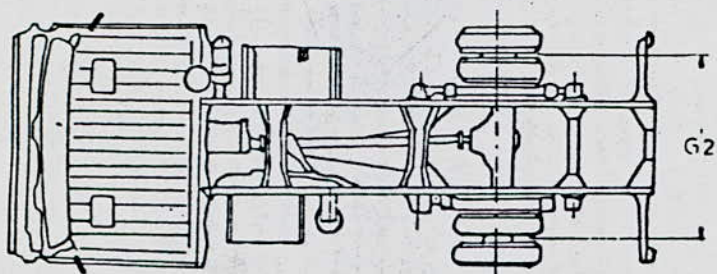
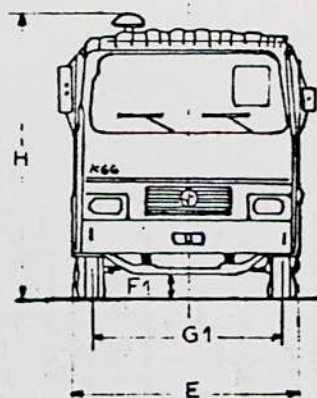
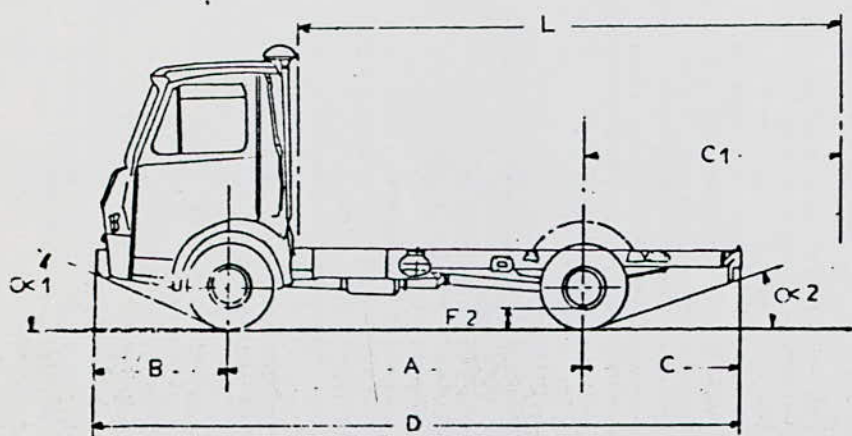
M_5 : masse du siège plus chauffeur.

On aura donc :

- 3 degrés de liberté pour M_1
 - * Une translation verticale Z_1
 - * Une rotation dans le plan transversal Ψ_1 (^{roulis} tangage)
 - * Une rotation dans le plan longitudinal φ_1 (tangage)
- 2 degrés de liberté pour M_2
 - * Une translation verticale Z_2 .
 - * Une rotation dans le plan transversal Ψ_2
- 2 degrés de liberté pour M_3 .
 - * Une translation verticale Z_3 .
 - * Une rotation autour plutôt dans le plan transversal Ψ_3
- 3 degrés de liberté pour M_4
 - * Une translation verticale Z_4
 - * Une rotation dans le plan longitudinal φ_4
 - * Une rotation dans le plan transversal Ψ_4
- 1 degré de liberté pour M_5
 - * Une translation verticale Z_5 .

Fiche technique N°: 010
Edition n°: 01/86
Date

CHASSIS PORTEUR
P.T.A.C : 6,6 t
Moteur : 73 ch



DIMENSIONS :

		Normal	Long	ex.long
A	Empattement	2600	3100	3700
B	Porte à faux avant	1130	1130	1130
C	Porte à faux arrière	885	1335	1540
C1	Porte à faux arrière maxi	1535	1835	2235
L	Longueur carrossable	3500	4300	5300
D	Longueur hors tout	4677	5625	6430
E	Largeur hors tout	1990	1990	1990
H	Hauteur à vide	2510	2510	2510
F1	Garde au sol en charge	AV	200	200
F2		AR	200	200
G1	Voie	AV	1665	1665
G2		AR	1530	1530
alpha 1	Angle d'attaque avant	26°	26°	26°
alpha 2	Angle de fuite arrière	32°	21°	17°

POIDS :

Les poids en kg sont donnés uniquement avec l'équipement série.

	Normal	Long	Ex. Long
Poids du chassis cabine (à vide) en ordre de marche	2523	2533	2625
Répartition de ce poids			
. Sur l'avant	1717	1719	1790
. Sur l'arrière	806	814	835
. Poids maximum autorisé en charge.	6600	6600	6600
. Poids à ne pas dépasser sur les essieux dans la limite 6600 kgs.			
. Sur l'essieu avant	2450	2450	2450
. Sur l'arrière	4600	4600	4600
P.T.R.A	7850	7850	7850

Chaise et table
CABINE :

3250

Avancée et fixe (type K. 1980)

- . Suspendue en 4 points par plots élastiques*
- . Constitués par des éléments emboutis en tôles d'acier et assemblée par des points de soudure
- . 3 places

MOTEUR :

Type F4L 912 CIRTA ou KHD
 Diesel 4 temps, 4 cylindres en ligne
 Injection : directe
 Alésage/ course (mm) 100/ 120
 Cylindrée : 3,76L
 Taux de compression : 17/ 1
 Puissance maxi 73 cv à 2800 tr/ mn
 Couple maxi 21,9 mdaN 1500 tr/ mn
 Refroidissement à air
 Filtre à air : cartouche sèche
 Compresseur d'air entrainé, 2 courroies
 Capacité en huile avec échange filtre : 10 L
 sans échange filtre : 9 L

MBRAYAGE :

250 monodisque à sec, commande hydraulique

BOITE DE VITESSES :

type BBS 450 (4 vitesses AV + 1 marche AR)

	1 ^e	2 ^e	3 ^e	4 ^e	MAR
Rapport	6,02	2,91	1,64	1	5,43

Capacité en huile : 4,5 L sans PMT (5 L avec PMT)
 Couple prise de mouvement : puissance : 32 ch à 1000 tr/ mn
 couple : 25,5 mkg
 rapport : 1,028
 sens de rotation : sens inv.moteur

PONT ARRIERE :

Type 410 à simple démultiplication par couple conique
 Couple possible 8 x 41 rapport : 5,13
 9 x 41 4,56
 10 x 41 4,10
 Capacité en huile : 3,8 L

ESSIEU :

Avant type E2A
 Rigide forge, section en T

DIRECTION :

Type D.80 1100)
 Vis et écrou oscillant, contact à billes.

CHASSIS :

Cadre à 2 longerons en tôle d'acier emboutis en forme de U
 entretoisés par des traverses rivées.
 Section : 199 x 60 x 5 (mm)
 Shape de remorquage : AV
 Option : crochet de remorquage : AR

SUSPENSION :

AV ressort à lames semi-élliptiques + AMORTISSEURS
 télescopiques
 AR ressort à lames semi-élliptiques avec auxiliaires et amorti-
 seurs télescopiques.

REINAGE :

AV Frein principal (service)
 Hydraulique à double circuit indépendant agissant sur les
 roues AV et AR avec correcteur de freinage.
 AR Frein de parcage : indépendant
 Mécanique agissant sur les roues AR et peut être utilisée comme
 frein de secours.

EQUIPEMENT ELECTRIQUE :

. Tension : 24 volts (2 batteries de 12 volts)
 . Capacité totale 95Ah
 . Alternateurs : 30A avec régulateur séparé

PNEUMATIQUES ET ROUES :

. jante : roue à disque 6,00G 16S DC.
 . Pneus simples à l'AV, jumelés à l'AR
 750 x 16 x Y
 . Roue de secours

RESERVOIR A COMBUSTIBLE :

Capacité : 90 litres

PERFORMANCES DU VEHICULE :

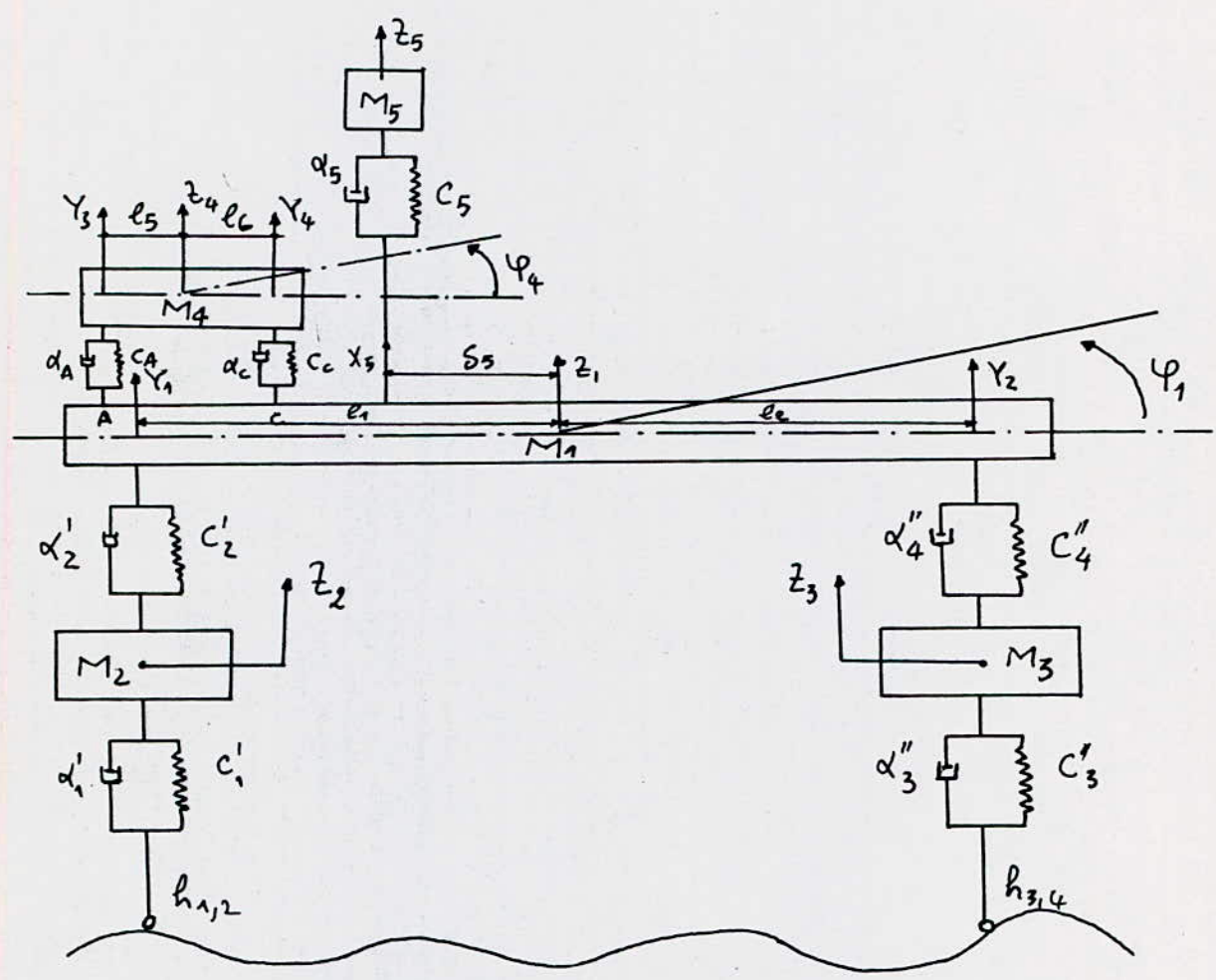
Tableau des vitesses en kilomètre par heure.

	1 ^{er}	2 ^{ème}	3 ^{ème}	4 ^{ème}	
Rapport BV	6,02	2,91	1,64	1	
Rapport pont	5,13	13	28	49	80
	4,56	15	31	55	90
	4,1	17	34	61	100

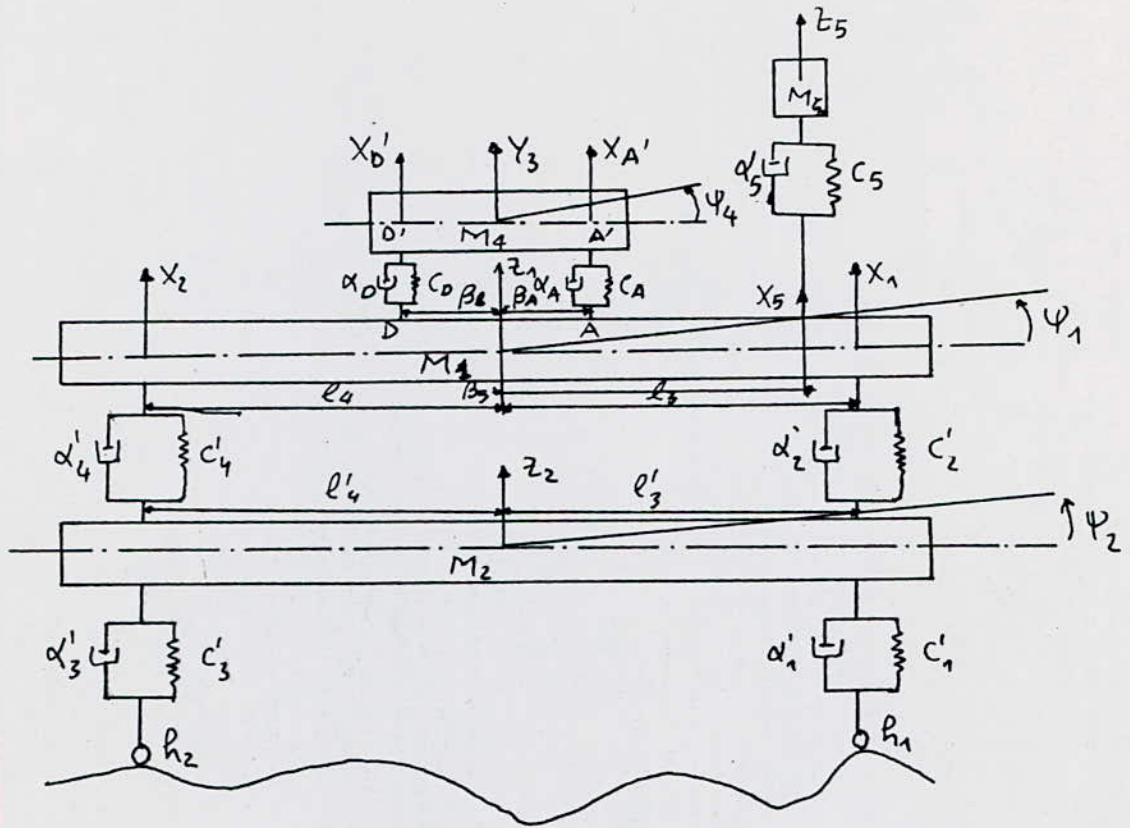
EQUIPEMENT DIVERS :

Lot de bord.

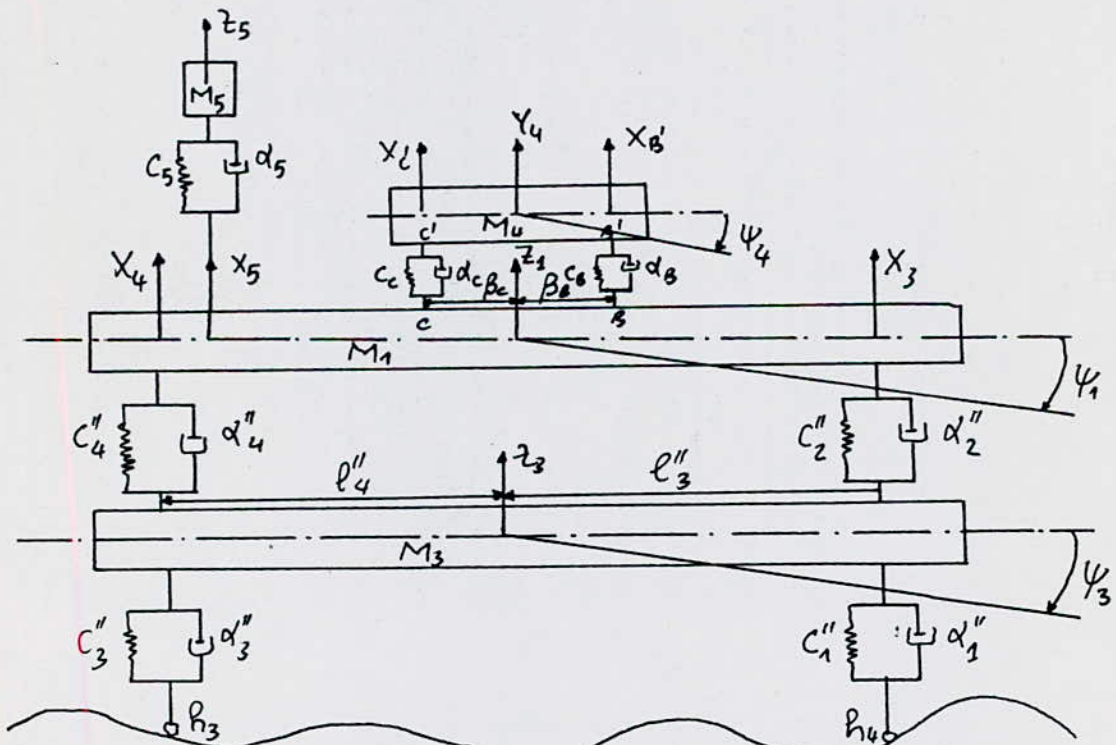
NOTA : Le constructeur se réserve le droit exclusif de modifier les caractéristiques ci-dessus sans préavis.



Vue de gauche



Vue de l'avant



Vue de l'arrière

3.2 Données numériques

Les caractéristiques physiques de ce véhicule sont données dans les tableaux suivants:

M_2 (kg)	M_3 (kg)	M_4 (kg)	$l_3 = l_4$ (m)	$l'_3 = l'_4$ (m)	$l''_3 = l''_4$ (m)	l_5 (m)	l_6 (m)	$l_7 = l_8$ (m)
233	410	400	0.4000	0.8325	0.7650	0.41	0.29	0.265

J_2 (kg.m)	J_3 (kg.m)	J_4 (kg.m)	J'_4 (kg.m)	$\beta_A = \beta_B$ (m)	$\beta_C = \beta_D$ (m)	$c'_1 = c'_3$ (N/m)	$c'_2 = c'_4$ (N/m)
120	160	150	100	0.265	0.265	516000	150000

$c''_1 = c''_3$ (N/m)	$c''_2 = c''_4$ (N/m)	$d'_1 = d'_3$ (N.s/m)	$d'_2 = d'_4$ (N.s/m)	$d''_1 = d''_3$ (N.s/m)	$d''_2 = d''_4$ (N.s/m)
1113500	400000	2500	2500	5000	2500

	1	2	3	4	5
M_1 [kg]	1349	2267	4407	4407	4407
l_1 [m]	0.66	1.30	1.53	1.79	1.90
l_2 [m]	1.94	1.30	1.07	0.81	0.70
$\delta_A = \delta_D$ [m]	0.66	1.30	1.53	1.79	1.90
$\delta_B = \delta_C$ [m]	1.36	2.00	2.23	2.49	2.60
J_1 [kg.m]	1400	2400	5800	4700	5400
J'_1 [kg.m]	300	500	900	900	900

1. Véhicule nu.
2. Véhicule vide
3. Véhicule en charge avec charge max sur essieu avant.
4. Véhicule en charge avec charge max sur essieu arrière.
5. Véhicule en charge avec charge uniformément répartie dans

la benne.

Il reste les suspensions du moteur on'a :

$$C_A = C_B = C_C = C_D = 700\,000 \text{ N/m}$$

$$\alpha_A = \alpha_B = \alpha_C = \alpha_D = 2500 \text{ N.s/m.}$$

quant'au model du siege et du chauffeur.

$$M_5 = 88 \text{ kg} \quad \delta_5 = l_1 \quad \beta_5 = l_3/2.$$

$$C_5 = 17\,500 \text{ N/m}$$

$$\alpha_5 = 1400 \text{ N.s/m.}$$

La plupart de ces données sont tirées du Journal of Technology 1988 N°6.

3.3.1. RELATION GEOMETRIQUE ENTRE LES COORDONNEES

A partir des figures ci-dessus on obtient les relations suivantes:

$$X_1 = Z_1 - l_1 \varphi_1 - l_3 \psi_1$$

$$X'_1 = Z_2 + l'_3 \psi_2$$

$$X_2 = Z_1 - l_1 \varphi_1 - l_4 \psi_1$$

$$X'_2 = Z_2 - l'_4 \psi_2$$

$$X_3 = Z_1 + l_2 \varphi_1 + l_3 \psi_1$$

$$X'_3 = Z_3 + l''_3 \psi_3$$

$$X_4 = Z_1 + l_2 \varphi_1 - l_4 \psi_1$$

$$X'_4 = Z_3 - l''_4 \psi_3$$

$$X_5 = Z_1 + \beta_5 \varphi_2 + \delta_5 \psi_1$$

$$X_A = Z_1 + \delta_A \varphi_1 + \beta_A \psi_1$$

$$X_{A'} = Z_4 - l_5 \varphi_4 + l_7 \psi_3$$

$$X_B = Z_1 + \delta_B \varphi_1 + \beta_B \psi_1$$

$$X_{B'} = Z_4 + l_6 \varphi_4 + l_7 \psi_3$$

$$X_C = Z_1 + \delta_C \varphi_1 + \beta_C \psi_1$$

$$X_{C'} = Z_4 + l_6 \varphi_4 + l_8 \psi_4$$

$$X_D = Z_1 + \delta_D \varphi_1 + \beta_D \psi_1$$

$$X_{D'} = Z_4 - l_5 \varphi_4 - l_8 \psi_4$$

(δ, β) représente les coordonnées du point considéré dans le plan du chassis

34 Système d'équations différentielles

Pour établir ces équations nous allons utiliser les équations de Lagrange de seconde espèce:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial V}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = 0. \quad \text{où} \quad L = T - V$$

avec T : énergie cinétique du système

V : son énergie potentiel.

puisque V est indépendante des \dot{q}_i donc

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial V}{\partial \dot{q}_i} = + \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \quad \text{d'où la réduction.}$$

Et comme T est indépendante de la position q_i :

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = \frac{\partial T}{\partial q_i} - \frac{\partial V}{\partial q_i} = - \frac{\partial V}{\partial q_i} \quad \text{donc on aura}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = 0.$$

L'énergie cinétique s'écrit:

$$T = \left(\frac{1}{2} M_1 \dot{z}_1^2 + \frac{1}{2} J_1 \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} J'_1 \dot{\psi}_1^2 \right) + \left(\frac{1}{2} M_2 \dot{z}_2^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\psi}_2^2 \right) + \\ + \left(\frac{1}{2} M_3 \dot{z}_3^2 + \frac{1}{2} J_3 \dot{\psi}_3^2 \right) + \left(\frac{1}{2} M_4 \dot{z}_4^2 + \frac{1}{2} J_4 \dot{\varphi}_4^2 + \frac{1}{2} J'_4 \dot{\psi}_4^2 \right) + \\ + \frac{1}{2} M_5 \dot{z}_5^2$$

L'énergie potentielle s'écrit:

$$V = \frac{1}{2} C'_1 (X'_1 - h_1)^2 + \frac{1}{2} C'_2 (X_1 - X'_1)^2 + \frac{1}{2} C'_3 (X'_2 - h_2)^2 + \frac{1}{2} C'_4 (X_2 - X'_2)^2 + \\ + \frac{1}{2} C''_1 (X'_3 - h_3)^2 + \frac{1}{2} C''_2 (X_3 - X'_3)^2 + \frac{1}{2} C''_3 (X'_4 - h_4)^2 + \frac{1}{2} C''_4 (X_4 - X'_4)^2 + \\ + \frac{1}{2} C_A (X'_A - X_A) + \frac{1}{2} C_B (X'_B - X_B)^2 + \frac{1}{2} C_C (X'_C - X_C)^2 + \frac{1}{2} C_D (X'_D - X_D)^2 + \\ + \frac{1}{2} C_5 (z_5 - X_5)^2.$$

L'énergie de dissipation.

$$D = \frac{1}{2} \alpha'_1 (\dot{x}_1 - \dot{h}_1)^2 + \frac{1}{2} \alpha'_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}'_1)^2 + \frac{1}{2} \alpha'_3 (\dot{x}'_2 - \dot{h}_2)^2 + \frac{1}{2} \alpha'_4 (\dot{x}_2 - \dot{x}'_2)^2 + \\ + \frac{1}{2} \alpha''_1 (\dot{x}'_3 - \dot{h}_3)^2 + \frac{1}{2} \alpha''_2 (\dot{x}_3 - \dot{x}'_3)^2 + \frac{1}{2} \alpha''_3 (\dot{x}'_4 - \dot{h}_4)^2 + \frac{1}{2} \alpha''_4 (\dot{x}_4 - \dot{x}'_4)^2 + \\ + \frac{1}{2} \alpha_A (\dot{x}_{A'} - \dot{x}_A)^2 + \frac{1}{2} \alpha_B (\dot{x}_{B'} - \dot{x}_B)^2 + \frac{1}{2} \alpha_C (\dot{x}_{C'} - \dot{x}_C)^2 + \frac{1}{2} \alpha_D (\dot{x}_{D'} - \dot{x}_D)^2 + \\ + \frac{1}{2} \alpha_5 (\dot{z}_5 - \dot{x}_5)^2.$$

En exprimant V et D en fonction des variables indépendantes : $q_1 = x_1$; $q_2 = \varphi_1$; $q_3 = \psi_1$; $q_4 = z_2$; $q_5 = \psi_2$;
 $q_6 = z_3$; $q_7 = \psi_3$; $q_8 = z_4$; $q_9 = \varphi_4$; $q_{10} = \psi_4$;
 $q_{11} = z_5$.

et en tenant compte des relations géométriques on obtient en appliquant les équations de Lagrange le système d'équation différentielles du mouvement.

Par exemple la première équation s'écrit.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{z}_1} - \frac{\partial V}{\partial z_1} + \frac{\partial D}{\partial \dot{z}_1} = 0 \quad \text{on a} \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{z}_1} = M_1 \ddot{z}_1$$

$$\frac{\partial V}{\partial z_1} = c'_2 (x_1 - x'_1) + c'_4 (x_2 - x'_2) + c''_2 (x_3 - x'_3) + c''_4 (x_4 - x'_4) + \\ - c_A (x_{A'} - x_A) - c_D (x_{D'} - x_D) - c_B (x_{B'} - x_B) - c_C (x_{C'} - x_C) + \\ - c_5 (x_5 - x'_5).$$

$$\frac{\partial D}{\partial \dot{z}_1} = \alpha'_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}'_1) + \alpha'_4 (\dot{x}_2 - \dot{x}'_2) + \alpha''_2 (\dot{x}_3 - \dot{x}'_3) + \alpha''_4 (\dot{x}_4 - \dot{x}'_4) + \\ + \alpha_A (\dot{x}_{A'} - \dot{x}_A) + \alpha_D (\dot{x}_{D'} - \dot{x}_D) + \alpha_B (\dot{x}_{B'} - \dot{x}_B) + \alpha_C (\dot{x}_{C'} - \dot{x}_C) + \\ - \alpha_5 (\dot{z}_5 - \dot{x}_5)$$

d'où l'équation :

$$M_1 \ddot{z}_1 + (\alpha'_2 + \alpha'_4 + \alpha''_2 + \alpha''_4 + \alpha_A + \alpha_B + \alpha_C + \alpha_D + \alpha_5) \dot{z}_1 + (c'_2 + c'_4 + \\ + c''_2 + c''_4 + c_A + c_B + c_C + c_D + c_5) z_1 + (-\alpha'_2 l_1 - \alpha'_4 l_1 + \alpha''_2 l_2 + \alpha''_4 l_2 + \\ + \alpha_A \delta_A + \alpha_B \delta_B + \alpha_C \delta_C + \alpha_D \delta_D + \alpha_5 \delta_5) \dot{\varphi}_1 +$$

$$\begin{aligned}
& + (\alpha'_2 l_3 - \alpha'_4 l_4 + \alpha''_2 l_3 - \alpha''_4 l_4 + \alpha_A \beta_A + \alpha_B \beta_B + \alpha_C \beta_C + \alpha_D \beta_D + \alpha_5 \beta_5) \dot{\Psi}_1 + \\
& + (-c'_2 l_1 - c'_4 l_1 + c''_2 l_2 + c''_4 l_2 + c_A s_A + c_B s_B + c_C s_C + c_D s_D + c_5 s_5) \Psi_1 + \\
& + (c'_2 l_3 - c'_4 l_4 + c''_2 l_3 - c''_4 l_4 + c_A \beta_A + c_B \beta_B + c_C \beta_C + c_D \beta_D + \alpha_5 \beta_5) \Psi_1 + \\
& + (-\alpha'_2 - \alpha'_4) \dot{Z}_2 + (-c'_2 - c'_4) Z_2 + (-\alpha'_2 l'_3 + \alpha'_4 l'_4) \dot{\Psi}_2 + (-c'_2 l'_3 + c'_4 l'_4) \Psi_2 + \\
& + (-\alpha''_2 - \alpha''_4) \dot{Z}_3 + (-c''_2 - c''_4) Z_3 + (-\alpha''_2 l''_3 + \alpha''_4 l''_4) \dot{\Psi}_3 + (-c''_2 l''_3 + c''_4 l''_4) \Psi_3 + \\
& + (-\alpha_A - \alpha_B - \alpha_C - \alpha_D) \dot{Z}_4 + (-c_A - c_B - c_C - c_D) Z_4 + (\alpha_A l_5 + \alpha_B l_5 - \alpha_B l_6 + \\
& - \alpha_C l_6) \dot{\Psi}_4 + (c_A l_5 - c_B l_6 - c_C l_6 + c_D l_5) \Psi_4 + (-\alpha_A l_7 - \alpha_B l_7 + \\
& + \alpha_C l_8 + \alpha_D l_8) \dot{\Psi}_4 + (-c_A l_7 - c_B l_7 + c_C l_8 + c_D l_8) \Psi_4 = 0.
\end{aligned}$$

En passant aux transformées de Laplace l'équation précédente devient :

$$a_{11} q_1 + a_{12} q_2 + a_{13} q_3 + a_{14} q_4 + a_{15} q_5 + a_{16} q_6 + a_{17} q_7 + a_{18} q_8 + \\
+ a_{19} q_9 + a_{1,10} q_{10} + a_{1,11} q_{11} = 0.$$

Avec

$$a_{11} = a_{11} = M_1 p^2 + (\alpha'_2 + \alpha'_4 + \alpha''_2 + \alpha''_4 + \alpha_A + \alpha_B + \alpha_C + \alpha_D + \alpha_5) p + \\
+ (c'_2 + c'_4 + c''_2 + c''_4 + c_A + c_B + c_C + c_D + c_5).$$

$$a_{12} = (-\alpha'_2 l_1 - \alpha'_4 l_1 + \alpha''_2 l_2 + \alpha''_4 l_2 + \alpha_A s_A + \alpha_B s_B + \alpha_C s_C + \alpha_D s_D + \\
+ \alpha_5 s_5) p + (-c'_2 l_1 - c'_4 l_1 + c''_2 l_2 + c''_4 l_2 + c_A s_A + c_B s_B + c_C s_C + \\
+ c_D s_C + c_5 s_5).$$

$$a_{13} = (\alpha'_2 l_3 - \alpha'_4 l_4 + \alpha''_2 l_3 - \alpha''_4 l_4 + \alpha_A \beta_A + \alpha_B \beta_B + \alpha_C \beta_C + \alpha_D \beta_D + \\
+ \alpha_5 \beta_5) p + (c'_2 l_3 - c'_4 l_4 + c''_2 l_3 - c''_4 l_4 + c_A \beta_A + c_B \beta_B + c_C \beta_C + c_D \beta_D + \\
+ c_5 \beta_5).$$

$$a_{14} = (-\alpha'_2 - \alpha'_4) p + (-c'_2 - c'_4)$$

$$a_{15} = (-\alpha'_2 l'_3 + \alpha'_4 l'_4) p + (-c'_2 l'_3 + c'_4 l'_4).$$

$$a_{16} = (-\alpha''_2 - \alpha''_4) p + (-c''_2 - c''_4).$$

$$a_{17} = (-\alpha_2'' l_3'' + \alpha_4'' l_4'') P + (-c_2'' l_3'' + c_4'' l_4'')$$

$$a_{18} = (-\alpha_A - \alpha_B - \alpha_C - \alpha_D) P + (-C_A - C_B - C_C - C_D).$$

$$a_{19} = (\alpha_A l_5 - \alpha_B l_6 - \alpha_C l_6 + \alpha_D l_5) P + (C_A l_5 - C_B l_6 - C_C l_6 + C_D l_5).$$

$$a_{1,10} = (-\alpha_A l_7 - \alpha_B l_7 + \alpha_C l_8 + \alpha_D l_8) P + (-C_A l_7 - C_B l_7 + C_C l_8 + C_D l_8).$$

$$a_{1,11} = -C_5 - \alpha_5 P.$$

De la même manière les autres coefficients seront déterminés c'est à dire, en écrivant l'équation de Lagrange et en passant en passant aux transformées de Laplace on trouve un système d'équation $A \cdot \bar{q} = b_1 \bar{h}_1 + b_2 \bar{h}_2$ dont les éléments de A sont:

$$a_{21} = a_{12} \quad ; \quad a_{31} = a_{13} \quad ; \quad a_{41} = a_{14} \quad ; \quad a_{51} = a_{15} \quad ; \quad a_{61} = a_{16} \quad ;$$

$$a_{71} = a_{17} \quad ; \quad a_{81} = a_{18} \quad ; \quad a_{91} = a_{19} \quad ; \quad a_{10,1} = a_{10} \quad ; \quad a_{11,1} = a_{1,11}$$

$$a_{22} = J_1 P^2 + (\alpha_2' l_1' + \alpha_4' l_1' + \alpha_2'' l_2'' + \alpha_4'' l_2'' + \alpha_A S_A^2 + \alpha_B S_B^2 + \alpha_C S_C^2 + \alpha_D S_D^2 + \alpha_5 S_5^2) P + (c_2' l_1' + c_4' l_1' + c_2'' l_2'' + c_4'' l_2'' + C_A S_A^2 + C_B S_B^2 + C_C S_C^2 + C_D S_D^2 + C_5 S_5^2).$$

$$a_{23} = (-\alpha_2' l_1 l_3 + \alpha_4' l_1 l_4 + \alpha_2'' l_2 l_3 - \alpha_4'' l_2 l_4 + \alpha_A S_A \beta_A + \alpha_B S_B \beta_B + \alpha_C S_C \beta_C + \alpha_D S_D \beta_D + S_5 \beta_5 \alpha_5) + (-c_2' l_1 l_3 + c_4' l_1 l_4 + c_2'' l_2 l_3 - c_4'' l_2 l_4 + C_A S_A \beta_A + C_B S_B \beta_B + C_C S_C \beta_C + C_D S_D \beta_D + C_5 S_5 \beta_5).$$

$$a_{24} = (\alpha_2' l_1 + \alpha_4' l_1) P + (c_2' l_1 + c_4' l_1)$$

$$a_{25} = (\alpha_2' l_1 l_3 - \alpha_4' l_1 l_4) P + (c_2' l_1 l_3 - c_4' l_1 l_4).$$

$$a_{26} = (-\alpha_2'' l_2 - \alpha_4'' l_2) P + (-c_2'' l_2 - c_4'' l_2).$$

$$a_{27} = (-\alpha_2'' l_2 l_3'' + \alpha_4'' l_2 l_4'') P + (-c_2'' l_2 l_3'' + c_4'' l_2 l_4'')$$

$$a_{28} = (-\alpha_A S_A - \alpha_B S_B - \alpha_C S_C - \alpha_D S_D) P + (-C_A S_A - C_B S_B - C_C S_C - C_D S_D)$$

$$a_{29} = (\alpha_A S_A l_5 - \alpha_B S_B l_6 - \alpha_C S_C l_6 + \alpha_D S_D l_5) P + (C_A S_A l_5 - C_B S_B l_6 + C_C S_C l_6 - C_D S_D l_5)$$

$$-C_c S_c l_6 + C_D S_D l_5)$$

$$a_{2.10} = (-d_A S_A l_7 - d_B S_B l_7 + d_c S_c l_8 + d_D S_D l_8) \cdot P + (-C_A S_A l_7 - C_B S_B l_7 + C_c S_c l_8 + C_D S_D l_8)$$

$$a_{2.11} = -C_5 S_5 - d_5 S_5 \cdot P$$

$$a_{3.2} = q_3$$

$$a_{3.3} = J_1' P^2 + (d_2' l_3^2 + d_4' l_4^2 + d_2'' l_3^2 + d_4'' l_4^2 + d_A \beta_A^2 + d_B \beta_B^2 + d_c \beta_c^2 + d_D \beta_D^2 + d_5 \beta_5^2) \cdot P + (C_2' l_3^2 + C_4' l_4^2 + C_2'' l_3^2 + C_4'' l_4^2 + C_A \beta_A^2 + C_B \beta_B^2 + C_c \beta_c^2 + C_D \beta_D^2 + C_5 \beta_5^2)$$

$$a_{3.4} = (-d_2' l_3 + d_4' l_4) \cdot P + (-C_2' l_3 + C_4' l_4)$$

$$a_{3.5} = (-d_2' l_3 l_3' - d_4' l_4 l_4') \cdot P + (-C_2' l_3 l_3' - C_4' l_4 l_4')$$

$$a_{3.6} = (-d_2'' l_3 + d_4'' l_4) \cdot P + (-C_2'' l_3 + C_4'' l_4)$$

$$a_{3.7} = (-d_2'' l_3 l_3'' - d_4'' l_4 l_4'') \cdot P + (-C_2'' l_3 l_3'' - C_4'' l_4 l_4'')$$

$$a_{3.8} = (-d_A \beta_A - d_B \beta_B - d_c \beta_c - d_D \beta_D) \cdot P + (-C_A \beta_A - C_B \beta_B - C_c \beta_c - C_D \beta_D)$$

$$a_{3.9} = (d_A \beta_A l_5 - d_B \beta_B l_6 - d_c \beta_c l_6 + d_D \beta_D l_5) + (C_A \beta_A l_5 - C_B \beta_B l_6 - C_c \beta_c l_6 + C_D \beta_D l_5)$$

$$a_{3.10} = (-d_A \beta_A l_7 - d_B \beta_B l_7 + d_c \beta_c l_8 + d_D \beta_D l_8) \cdot P + (-C_A \beta_A l_7 - C_B \beta_B l_7 + C_c \beta_c l_8 + C_D \beta_D l_8)$$

$$a_{3.11} = C_5 \beta_5 + d_5 \beta_5 \cdot P + M_5 \cdot P^2$$

$$a_{4.2} = a_{2.4} \quad ; \quad a_{4.3} = a_{3.4}$$

$$a_{4.4} = M_2 P^2 + (d_1' + d_2' + d_3' + d_4') P + (C_1' + C_2' + C_3' + C_4')$$

$$a_{4.5} = (d_1' l_3' + d_2' l_3' + d_3' l_4' - d_4' l_4') \cdot P + (C_1' l_3' + C_2' l_3' - C_3' l_4' - C_4' l_4')$$

$$a_{5.2} = a_{2.5} \quad ; \quad a_{5.3} = a_{3.5} \quad ; \quad a_{5.4} = a_{4.5}$$

$$a_{5.5} = J_2 P^2 + (d_1' l_3'^2 + d_2' l_3'^2 + d_3' l_4'^2 + d_4' l_4'^2) \cdot P + (C_1' l_3'^2 + C_2' l_3'^2 + C_3' l_4'^2 + C_4' l_4'^2)$$

$$a_{6.2} = a_{2.6} \quad ; \quad a_{6.3} = a_{3.6} \quad ; \quad a_{6.4} = a_{4.6}$$

$$a_{66} = M_3 P^2 + (d_1'' + d_2'' + d_3'' + d_4'') \cdot P + (c_1'' + c_2'' + c_3'' + c_4'')$$

$$a_{67} = (d_1'' l_3'' + d_2'' l_3'' - d_3'' l_4'' - d_4'' l_4'' + (c_1'' l_3'' + c_2'' l_3'' - c_3'' l_4'' - c_4'' l_4''))$$

$$a_{7,2} = a_{2,7} ; a_{7,3} = a_{3,7} ; a_{7,6} = a_{6,7}$$

$$a_{77} = J_3 P^2 + (d_1'' l_3''^2 + d_2'' l_3''^2 + d_3'' l_4''^2 + d_4'' l_4''^2) \cdot P + (c_1'' l_3''^2 + c_2'' l_3''^2 + c_3'' l_4''^2 + c_4'' l_4''^2)$$

$$a_{8,2} = a_{2,8} ; a_{8,3} = a_{3,8}$$

$$a_{88} = M_4 P^2 + (d_A + d_B + d_C + d_D) \cdot P + (C_A + C_B + C_C + C_D)$$

$$a_{89} = (-d_A l_5 + d_B l_6 + d_C l_6 - d_D l_5) \cdot P + (-C_A l_5 + C_B l_6 + C_C l_6 - C_D l_5)$$

$$a_{8,10} = (d_A l_7 + d_B l_7 - d_C l_8 - d_D l_8) \cdot P + (C_A l_7 + C_B l_7 - C_C l_8 - C_D l_8)$$

$$a_{9,2} = a_{2,9} ; a_{9,3} = a_{3,9} ; a_{9,8} = a_{8,9}$$

$$a_{99} = J_4 P^2 + (d_A l_5^2 + d_B l_6^2 + d_C l_6^2 + d_D l_5^2) \cdot P + (C_A l_5^2 + C_B l_6^2 + C_C l_6^2 + C_D l_5^2)$$

$$a_{9,10} = (-d_A l_5 l_7 + d_B l_6 l_7 - d_C l_6 l_8 + d_D l_5 \cdot l_8) \cdot P + (-C_A l_7 l_8 + C_B l_6 l_7 - C_C l_8 l_6 + C_D l_5 \cdot l_8)$$

$$a_{10,2} = a_{2,10} ; a_{10,3} = a_{3,10} ; a_{10,9} = a_{9,10}$$

$$a_{10,10} = J_4 P^2 + (d_A l_7^2 + d_B l_7^2 + d_C l_8^2 + d_D l_8^2) \cdot P + (C_A l_7^2 + C_B l_7^2 + C_C l_8^2 + C_D l_8^2)$$

Quant aux restes des coefficients sont nuls.

Il est à noter que la matrice $[A] = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$ est une matrice symétrique.

Quant aux vecteurs b_1 et b_2 on a

$$b_{41} = d_1' P + e_1'$$

$$b_{42} = d_3' P + c_3'$$

$$b_{51} = d_1' l_3' P + c_1' l_3'$$

$$b_{5,2} = -d_3' l_4' P - c_3' l_4'$$

$$b_{61} = e^{-P\tau} (d_1'' P + c_1'')$$

$$b_{6,2} = e^{-P\tau} (d_3'' P + c_3'')$$

$$b_{71} = e^{-P\tau} (d_1'' l_3'' P + c_1'' l_3'')$$

$$b_{7,2} = e^{-P\tau} (-d_3'' l_4'' P - c_3'' l_4'')$$

où $\tau = \frac{r_1 + r_2}{V}$ qui représente le déphasage des roues avant et arrière

V : étant la vitesse du véhicule.

$$\bar{h}_3 = e^{-p\tau} \bar{h}_1 \quad \text{et} \quad \bar{h}_4 = e^{-p\tau} \bar{h}_2.$$

on a $b_{ij} = 0$ ($i=1,3$; $j=1,2$)

3.5 Résolution du système d'équations

Résoudre le système $[A]\{\bar{q}\} = \{b_1\}\bar{h}_1 + \{b_2\}\bar{h}_2$ revient à

résoudre les systèmes $[A]\{\bar{q}\} = \{b_1\}\bar{h}_1$
 et $[A]\{\bar{q}\} = \{b_2\}\bar{h}_2$

étant donné que le système est linéaire.

Comme on s'intéresse particulièrement aux fonctions de transfert

on cherchera donc la solution des deux systèmes.

$$A\left(\frac{\bar{q}}{\bar{h}_1}\right) = b_1 \quad \text{et} \quad A\left(\frac{\bar{q}}{\bar{h}_2}\right) = b_2.$$

On denotera

$$\bar{H}_{i1} = \frac{q_i}{h_{i1}} \quad (i=1,11) \quad \text{et} \quad \bar{H}_{i2} = \frac{q_i}{h_{i2}} \quad (i=1,11)$$

qui sont des fonctions de transfert i.e: rapport d'une sortie sur l'entrée qui n'est d'autre que le signal de la route sur les roues.

CHAPITRE 4

CALCUL DE LA DENSITE SPECTRALE AU POINT
DE FIXATION DU SIEGE

4.1 Expression de la densité spectrale sous le siege.

Le but ce qui a été fait jusqu'à maintenant c'est pour calculer cette densité spectrale pour optimiser la fonction de transfert du siege.

Cette densité spectrale on le calculera pour deux cas. Cas où on néglige le couplage du chauffeur sur le vehicule et cas où on simule le siege et le chauffeur au modèle proposé au chapitre précédent.

Il est à noter que dans le premier cas le nombre de degrés de liberté est réduit à 10.

L'expression du déplacement x_5 du point de fixation du siege en fonction des coordonnées généralisées q_1, q_2 et q_3 qui désignent respectivement le déplacement du centre du châssis, sa rotation autour de l'axe β et sa rotation autour de l'axe S et de la position du point de fixation du siege de coordonnées

(β_5, δ_5) est donnée par:

$$x_5 = \bar{q}_1 + \beta_5 \bar{q}_2 + \delta_5 \bar{q}_3$$

avec $\bar{q}_1 = \bar{H}_{11} \cdot \bar{h}_1 + \bar{H}_{12} \cdot \bar{h}_2$

$$\bar{q}_2 = \bar{H}_{21} \cdot \bar{h}_1 + \bar{H}_{22} \cdot \bar{h}_2$$

$$\bar{q}_3 = \bar{H}_{31} \cdot \bar{h}_1 + \bar{H}_{32} \cdot \bar{h}_2$$

d'où

$$\bar{x}_5 = (\bar{H}_{11} \bar{h}_1 + \bar{H}_{12} \bar{h}_2) + \beta_5 (\bar{H}_{21} \bar{h}_1 + \bar{H}_{22} \bar{h}_2) + \delta_5 (\bar{H}_{31} \bar{h}_1 + \bar{H}_{32} \bar{h}_2)$$

$$\Rightarrow \bar{X}_5 = (\bar{H}_{11} + \bar{H}_{21} \beta_5 + \bar{H}_{31} \delta_5) \bar{h}_1 + (\bar{H}_{12} + \bar{H}_{22} \beta_5 + \bar{H}_{32} \delta_5) \bar{h}_2$$

En posant

$$W_{S1} = \bar{H}_{11} + \bar{H}_{21} \beta_5 + \bar{H}_{31} \delta_5 \quad \text{et}$$

$$W_{S2} = \bar{H}_{12} + \bar{H}_{22} \beta_5 + \bar{H}_{32} \delta_5$$

nous obtenons l'expression de X_5

$$\bar{X}_5 = W_{S1} \bar{h}_1 + W_{S2} \bar{h}_2$$

D'où la densité la densité spectrale au point de fixation du siège.

$$S_{X_5}(\omega) = W_{S1}(j\omega) \cdot W_{S1}(-j\omega) \cdot S_{h_1}(\omega) + W_{S2}(j\omega) \cdot W_{S2}(-j\omega) \cdot S_{h_2}(\omega)$$

Or $S_{h_1}(\omega) = S_{h_2}(\omega)$ puisque le véhicule roule sur une même type de route d'où :

$$S_{X_5}(\omega) = (W_{S1}(j\omega) W_{S1}(-j\omega) + W_{S2}(j\omega) \cdot W_{S2}(-j\omega)) S_{h_1}(\omega)$$

4.2 Calcul de quelques densités spectrales sous le siège

Le programme suivant nous a permis de calculer et tracer la densité spectrale sous le siège pour une route pavée $V=30$ km/h; une route goudronnée $V=30$ km/h et un bruit blanc. Et aussi de calculer la dispersion au point de fixation du siège pour une route pavée en fonction de la vitesse. Vous trouverez ci-après le programme en question et les graphes correspondants.

Il est à noter qu'on a négligé dans le calculs de ces densités spectrales et les dispersion le couplage de l'homme et du siège sur le véhicule.


```

C
*****
#####          CALCUL DES DISPERSIONS          #####
#####  DES DEPLACEMENTS, DES VITESSES ET DES ACCELERATIONS  #####
#####  DU SIEGE ET DU POINT DE FIXATION DU SIEGE          #####
#####  AINSI QUE LA DENSITE SPECTRALE DE SORTIE          #####
*****
REAL SH(600),SD(600),SG(150),PI,SDA(600)
REAL L(12),K(12),A(6),B(16),TAB(5,7),SIG
REAL IL2,IPM1,IPM2,IT2,GM1,IL1,IT1
COMPLEX AA(11,11),BB(11,2),P,H(11,2),WH(600,2)
INTEGER IW
OPEN(UNIT=1,FILE='COERIG.DAT',STATUS='OLD')
READ(1,*)(K(I),I=1,12)
OPEN(UNIT=2,FILE='COEAMO.DAT',STATUS='OLD')
READ(2,*)(L(I),I=1,12)
OPEN(UNIT=3,FILE='DIMTRA.DAT',STATUS='OLD')
READ(3,*)(B(I),I=1,16)
OPEN(UNIT=4,FILE='CARVAR.DAT',STATUS='OLD')
READ(4,*)((TAB(I,J),J=1,7),I=1,5)
OPEN(UNIT=22,FILE='DENSIT2.DAT',STATUS='NEW')
PI=3.141592654
A(5)=0.4100
A(6)=0.2900
PRINT*, 'INDIQUER DANS QUEL CAS SE TROUVE LE VEHICULE ? '
PRINT*, '
PRINT*, '      1-VEHICULE NU '
PRINT*, '      2-VEHICULE A VIDE '
PRINT*, '      3-VEHICULE EN CHARGE AVEC CHARGE MAX SUR E.AV '
PRINT*, '      4-VEHICULE EN CHARGE AVEC CHARGE MAX SUR E.AR '
PRINT*, '      5-VEHICULE EN CHARGE AVEC CHARGE MAX UNIFORMEMENT
1      REPARTIE '
PRINT*, '
PRINT*, 'DONNER LE NUMERO DU CAS '
ACCEPT*, I
GM1=TAB(I,1)
IL1=TAB(I,2)
IT1=TAB(I,3)
DO 10 J=4,7
JJ=J-3
A(JJ)=TAB(I,J)
CONTINUE
PRINT*, 'DONNER LE TYPE DE ROUTE CHOISI '
PRINT*, ' 11_Goudronnee '
PRINT*, ' 12_Pavee '
PRINT*, ' 13_BRUIT BLANC '
READ *, T
CALL CALCUL
N1=505
IV=30
X=IV
V=X/3.6
DO 300 IW=1,N1
CALL ECM(GM1,IL1,IT1,V,K,L,A,B,IW,AA,BB)
CALL SAG(AA,BB,IW,H)
CALL CFT(H,IW,WH,A,B)
CALL SMD(V,T,IW,SH)

```

```

SD(IW)=0.
DO 50 KK=1,2
SD(IW)=SD(IW)+WH(IW,KK)*CONJG(WH(IW,KK))*SH(IW)
CONTINUE
FRE=IW/(2*PI)
SD(IW)=SD(IW)*1E6
write(22,*) FRE,SD(IW)
CONTINUE
CALL ITR(IV,SD,SIG,SG)
WRITE(23,*) IV,SG(IV)
CALL FIN
STOP
END

```

```

*****
***** SPECTRAL MATRIX DENSITY *****
*****

```

```

SUBROUTINE SMD(V,T,IW,SH)
REAL PI,SH(600)
PI=3.141592654
IF(T.EQ.11) GOTO 10
IF(T.EQ.12) GOTO 20
IF(T.EQ.13) GOTO 30
ALP=0.25
VAR=9/1000000.
GOTO 40
ALP=.45
VAR=300/1000000.
GOTO 40
SH(IW)=7.076/1000000.
GOTO 50
SH(IW)=ALP*V*VAR/(PI*(ALP**2*V**2+IW**2))
RETURN
END

```

```

*****
***** ECRITURE DES MATRICES AA,B1,B2 *****
*****

```

```

SUBROUTINE ECM(GM1,IL1,IT1,V,K,L,A,B,IW,AA,BB)
COMPLEX AA(11,11),BB(11,2),P,JC
REAL L(12),K(12),A(6),B(16),GM1,IL1,IT1,IL2,IPM1,IPM2,IT2
REAL MH,LH,KH
DATA PM1,PM2,GM2,IL2,IT2,IPM1,IPM2/233,410,400,150,100,120,160/
DATA MH,LH,KH/88,1400,17500/
JC=(0.,1.)
P=JC*IW
TD=(A(1)+A(2))/V
AA(1,1)=GM1*P**2+(L(1)+L(2)+L(3)+L(4)+L(5)+L(6)+L(7)+L(8)+LH)
1*P+(K(5)+K(6)+K(7)+K(8)+K(9)+K(10)+K(11)+K(12)+KH)
AA(1,2)=(-A(1)*L(1)-A(1)*L(2)+A(2)*L(3)+A(2)*L(4)+A(3)*L(5)+A(3)
1*L(6)+A(4)*L(7)+A(4)*L(8)+LH*A(1))*P+(-A(1)*K(5)-A(1)*K(6)+A(2)
2*K(7)+A(2)*K(8)+A(3)*K(9)+A(3)*K(10)+A(4)*K(11)+A(4)*K(12)
3+KH*A(1))
AA(1,3)=(B(5)*L(1)-B(6)*L(2)+B(7)*L(3)-B(8)*L(4)+B(9)*L(5)+B(10)*
1L(6)+B(11)*L(7)+B(12)*L(8)+LH*B(1)/2)*P+(B(5)*K(5)-B(6)*K(6)+B(7)*
2K(7)-B(8)*K(8)+B(9)*K(9)+B(10)*K(10)+B(11)*K(11)+B(12)
3*K(12)+KH*B(1)/2)
AA(1,4)=(-L(1)-L(2))*P+(-K(5)-K(6))

```


$$\begin{aligned}
AA(1,5) &= (-B(1)*L(1)+B(2)*L(2))*P+(-B(1)*K(5)+B(2)*K(6)) \\
AA(1,6) &= (-L(3)-L(4))*P+(-K(7)-K(8)) \\
AA(1,7) &= (-B(3)*L(3)+B(4)*L(4))*P+(-B(3)*K(7)+B(4)*K(8)) \\
AA(1,8) &= (-L(5)-L(6)-L(7)-L(8))*P+(-K(9)-K(10)-K(11)-K(12)) \\
AA(1,9) &= (A(5)*L(5)+A(5)*L(6)-A(6)*L(7)-A(6)*L(8))*P+ \\
&1(A(5)*K(9)+A(5)*K(10)-A(6)*K(11)-A(6)*K(12)) \\
AA(1,10) &= (-B(13)*L(5)-B(14)*L(6)+B(15)*L(7)+B(16)*L(8))*P+ \\
&1(-B(13)*K(9)-B(14)*K(10)+B(15)*K(11)+B(16)*K(12)) \\
AA(1,11) &= -KH-LH*P \\
D1 &= A(1)**2*(L(1)+L(2))+A(2)**2*(L(3)+L(4))+A(3)**2*(L(5)+L(6))+ \\
&1A(4)**2*(L(7)+L(8))+LH*A(1)**2 \\
D0 &= A(1)**2*(K(5)+K(6))+A(2)**2*(K(7)+K(8))+A(3)**2*(K(9)+K(10))+ \\
&1A(4)**2*(K(11)+K(12))+KH*A(1)**2 \\
AA(2,2) &= IL1*P**2+D1*P+D0 \\
AA(2,3) &= (-A(1)*B(5)*L(1)+A(1)*B(6)*L(2)+A(2)*B(7)*L(3)-A(2)* \\
&1B(8)*L(4)+A(3)*B(9)*L(5)+A(3)*B(10)*L(6)+A(4)*B(11)* \\
&2L(7)+A(4)*B(12)*L(8))+LH*A(1)*B(1)/2)*P+(-A(1)*B(5)*K(5)+ \\
&3A(1)*B(6)*K(6)+A(2)*B(7)*K(7)-A(2)*B(8)*K(8)+A(3)*B(9)*K(9)+ \\
&4A(3)*B(10)*K(10)+A(4)*B(11)*K(11)+A(4)*B(12)*K(12) \\
&5+KH*A(1)*B(1)/2) \\
AA(2,4) &= (A(1)*L(1)+A(1)*L(2))*P+(A(1)*K(5)+A(1)*K(6)) \\
AA(2,5) &= (A(1)*B(1)*L(1)-A(1)*B(2)*L(2))*P+(A(1)*B(1)*K(5)- \\
&1A(1)*B(2)*K(6)) \\
AA(2,6) &= (-A(2)*L(3)-A(2)*L(4))*P+(-A(2)*K(7)-A(2)*K(8)) \\
AA(2,7) &= (-A(2)*B(3)*L(3)+A(2)*B(4)*L(4))*P+(-A(2)*B(3)*K(7)+ \\
&1A(2)*B(4)*K(8)) \\
AA(2,8) &= (-1)*(A(3)*L(5)+A(3)*L(6)+A(4)*L(7)+A(4)*L(8))*P- \\
&1(A(3)*K(9)+A(3)*K(10)+A(4)*K(11)+A(4)*K(12)) \\
AA(2,9) &= (A(3)*A(5)*L(5)-A(3)*A(6)*L(6)-A(4)*A(6)*L(7)+A(4)* \\
&1A(5)*L(8))*P+(A(3)*A(5)*K(9)-A(3)*A(6)*K(10)-A(4)* \\
&2A(6)*K(11)+A(4)*A(5)*K(12)) \\
AA(2,10) &= (-A(3)*B(13)*L(5)-A(3)*B(14)*L(6)+A(4)*B(15)*L(7)+A(4)* \\
&1B(16)*L(8))*P+(-A(3)*B(13)*K(9)-A(3)*B(14)*K(10)+A(4)* \\
&2B(15)*K(11)+A(4)*B(16)*K(12)) \\
AA(2,11) &= -KH*A(1)-LH*A(1)*P \\
AA(3,3) &= IT1*P**2+(B(5)**2*L(1)+B(6)**2*L(2)+B(7)**2*L(3)+ \\
&1B(8)**2*L(4)+B(9)**2*L(5)+B(10)**2*L(6)+B(11)**2*L(7)+ \\
&2B(12)**2*L(8))+LH*B(1)**2/4)*P+(B(5)**2*K(5)+B(6)**2*K(6) \\
&3+B(7)**2*K(7)+B(8)**2*K(8)+B(9)**2*K(9)+B(10)**2*K(10)+ \\
&4B(11)**2*K(11)+B(12)**2*K(12))+KH*B(1)**2/4) \\
AA(3,4) &= (-B(5)*L(1)+B(6)*L(2))*P+(-B(5)*K(5)+B(6)*K(6)) \\
AA(3,5) &= (-B(1)*B(5)*L(1)-B(2)*B(6)*L(2))*P+(-B(1)*B(5)* \\
&1K(5)-B(2)*B(6)*K(6)) \\
AA(3,6) &= (-B(7)*L(3)+B(8)*L(4))*P+(-B(7)*K(7)+B(8)*K(8)) \\
AA(3,7) &= (-B(3)*B(7)*L(3)-B(4)*B(8)*L(4))*P+(-B(3)*B(7)* \\
&1K(7)-B(4)*B(8)*K(8)) \\
AA(3,8) &= (-B(9)*L(5)-B(10)*L(6)-B(11)*L(7)-B(12)*L(8))*P+ \\
&1(-B(9)*K(9)-B(10)*K(10)-B(11)*K(11)-B(12)*K(12)) \\
AA(3,9) &= (A(5)*B(9)*L(5)-A(6)*B(10)*L(6)-A(6)*B(11)*L(7)+ \\
&1A(5)*B(12)*L(8))*P+(A(5)*B(9)*K(9)-A(6)*B(10)* \\
&2K(10)-A(6)*B(11)*K(11)+A(5)*B(12)*K(12)) \\
AA(3,10) &= (-B(9)*B(13)*L(5)-B(10)*B(14)*L(6)+B(11)*B(15)* \\
&1L(7)+B(12)*B(16)*L(8))*P+(-B(9)*B(13)*K(9)- \\
&2B(10)*B(14)*K(10)+B(11)*B(15)*K(11)+B(12)*B(16)* \\
&3K(12)) \\
AA(3,11) &= KH*B(1)/2+LH*B(1)/2*P+MH*P**2
\end{aligned}$$


```

AA(4,4)=PM1*P**2+(L(1)+L(2)+L(9)+L(10))*P+(K(1)+K(2)+K(5)
1+K(6))
AA(4,5)=(B(1)*L(1)-B(2)*L(2)+B(1)*L(9)-B(2)*L(10))*P+
1(B(1)*K(1)-B(2)*K(2)+B(1)*K(5)-B(2)*K(6))
AA(5,5)=IPM1*P**2+(B(1)**2*L(1)+B(2)**2*L(2)+B(1)**2*L(9)+
1B(2)**2*L(10))*P+(B(1)**2*K(1)+B(2)**2*K(2)+B(1)**2
2*K(5)+B(2)**2*K(6))
AA(6,6)=PM2*P**2+(L(3)+L(4)+L(11)+L(12))*P+(K(3)+K(4)+K(7)
1+K(8))
AA(6,7)=(B(3)*L(3)-B(4)*L(4)+B(3)*L(11)-B(4)*L(12))*P+
1(B(3)*K(3)-B(4)*K(4)+B(3)*K(7)-B(4)*K(8))
AA(7,7)=IPM2*P**2+(B(3)**2*L(3)+B(4)**2*L(4)+B(3)**2*
1L(11)+B(4)**2*L(12))*P+(B(3)**2*K(3)+B(4)**2*
2K(4)+B(3)**2*K(7)+B(4)**2*K(8))
AA(8,8)=GM2*P**2+(L(5)+L(6)+L(7)+L(8))*P+(K(9)+K(10)+
1K(11)+K(12))
AA(8,9)=(-A(5)*L(5)+A(6)*L(6)+A(6)*L(7)-A(5)*L(8))*P+
1(-A(5)*K(9)+A(6)*K(10)+A(6)*K(11)-A(5)*K(12))
AA(8,10)=(B(13)*L(5)+B(14)*L(6)-B(15)*L(7)-B(16)*L(8))*P+
1(B(13)*K(9)+B(14)*K(10)-B(15)*K(11)-B(16)*K(12))
AA(9,9)=IL2*P**2+(A(5)**2*L(5)+A(5)**2*L(6)+A(6)**2*L(7)+
1A(6)**2*L(8))*P+(A(5)**2*K(9)+A(5)**2*K(10)+A(6)**2
2*K(11)+A(6)**2*K(12))
AA(9,10)=(-A(5)*B(13)*L(5)+A(6)*B(14)*L(6)-A(6)*B(15)
1*L(7)+A(5)*B(16)*L(8))*P+(-A(5)*B(13)*K(9)+
2A(6)*B(14)*K(10)-A(6)*B(15)*K(11)+A(6)*B(16)*
3K(12))
AA(10,10)=IT2*P**2+(B(13)**2*L(5)+B(14)**2*L(6)+B(15)**2*
1L(7)+B(16)**2*L(8))*P+(B(13)**2*K(9)+B(14)**2*
2K(10)+B(15)**2*K(11)+B(16)**2*K(12))
BB(4,1)=L(9)*P+K(1)
BB(4,2)=L(10)*P+K(2)
BB(5,1)=B(1)*L(9)*P+B(1)*K(1)
BB(5,2)=(-B(2)*L(10)*P-B(2)*K(2))
BB(6,1)=EXP(-P*TO)*(L(11)*P+K(3))
BB(6,2)=EXP(-P*TO)*(L(12)*P+K(4))
BB(7,1)=EXP(-P*TO)*(B(3)*L(11)*P+B(3)*K(3))
BB(7,2)=(EXP(-P*TO)*(-B(4)*L(12)*P-B(4)*K(4)))
DO 70 I=1,11
DO 70 J=1,I
AA(I,J)=AA(J,I)
CONTINUE
RETURN
END
*****
***** CALCUL DES FONCTIONS DE TRANSFERT *****
*****
SUBROUTINE CFT(H,IW,WH,A,B)
REAL A(6),B(16)
COMPLEX WH(600,2),H(11,2)
BETS=B(1)/2
DELS=A(1)
AA(IW,JW)=A(1,JW)+BETS*H(2,JW)+DELS*H(3,JW)
CONTINUE
RETURN
END

```

```

*****
***** CALCUL D'INTEGRALES "Methode des trapezes" *****
***** CALCUL DES DISPERSIONS *****
*****

```

```

SUBROUTINE ITR(IV,SD,SIG,SG)

```

```

REAL SIG,S
REAL SG(150),PI,SD(600)
IH=1
N1=505
PI=3.141592654
S=(SD(1)+SD(N1))/2
IX=1.+IH
S=S+SD(IX)
IX=IX+IH
IF(IX-N1) 10,30,30
SIG=S/PI
SG(IV)=SQRT(SIG)
PRINT*,IV,SIG,SG(IV)
RETURN
END

```

```

*****
***** ALGORRITHME DE GAUSS *****
*****

```

```

SUBROUTINE SAG(AA,BB,IW,H)
COMPLEX AA(11,11),BB(11,2),H(11,2),AS(11,11)
COMPLEX R,BS(11),X(11),C
DO 100 JH=1,2
DO 15 II=1,11
BS(II)=BB(II,JH)
DO 10 J=1,11
AS(II,J)=AA(II,J)
CONTINUE
CONTINUE

```

-----Elimination des elements nuls de la diagonale-----

```

DO 50 I=1,11
IF(AS(I,I).NE.O.) GOTO 50
DO 40 J=1,11
IF(AS(J,I).EQ.O.) GOTO 40
DO 30 K=1,11
AS(I,K)=AS(I,K)+AS(J,K)
BS(I)=BS(I)+BS(J)
GOTO 50
CONTINUE
PRINT*, 'SYSTEME IMPOSSIBLE'
STOP
CONTINUE

```

-----triangularisation de la matrice AS-----

```

N=11
N1=N-1
DO 60 K=1,N1
IF(AS(K,K).EQ.O.) GOTO 20
K1=K+1
DO 60 I=K1,N
BS(I)=BS(I)-R*AS(K,I)
CONTINUE

```


-----RESOLUTION DU SYSTEME TRIANGULAIRE-----

```

X(N)=BS(N)/AS(N,N)
DO 80 JJ=2,N
  I=N+1-JJ
  C=BS(I)
  K=I+1
  DO 70 J=K,N
    C=C-X(J)*AS(I,J)
  CONTINUE
  X(I)=C/AS(I,I)
  PRINT*,X(I)
  CONTINUE
DO 90 IL=1,11
  H(IL,JH)=X(IL)
  CONTINUE
CONTINUE
RETURN
END

```

SUBROUTINE CALCUL

```

PRINT*, '1'
PRINT*, CHAR(27), '[2J'
PRINT*, char(27), '[5m'
PRINT*, CHAR(27), '#3*****'
PRINT*, CHAR(27), '#4*****'
PRINT*, char(27), '#3*  -----CALCUL EN COURS.      *'
PRINT*, char(27), '#4*  -----CALCUL EN COURS.      *'
PRINT*, char(27), '#3*  ----- PATIENTEZ!          *'
PRINT*, char(27), '#4*  ----- PATIENTEZ!          *'
PRINT*, CHAR(27), '#3*****'
PRINT*, CHAR(27), '#4*****'
WRITE(*,1)
FORMAT(///)
PRINT*, char(27), '[0m'
RETURN
END

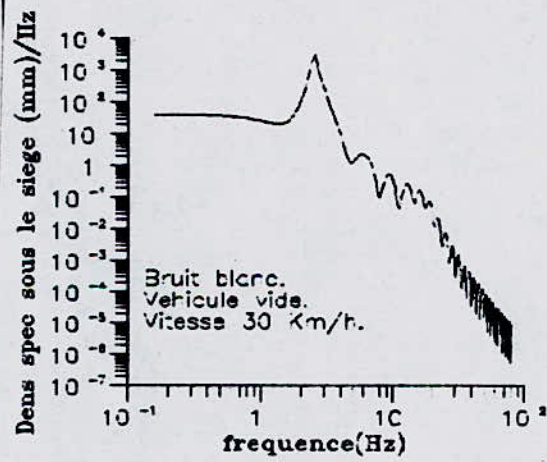
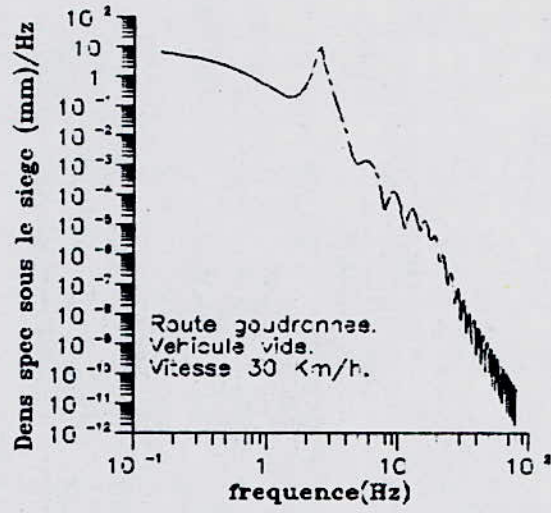
```

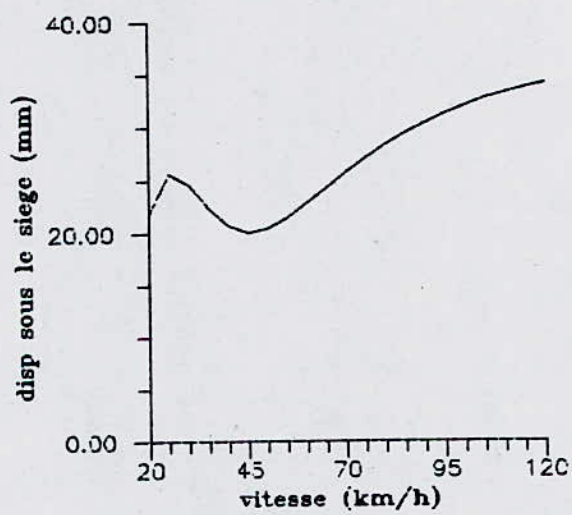
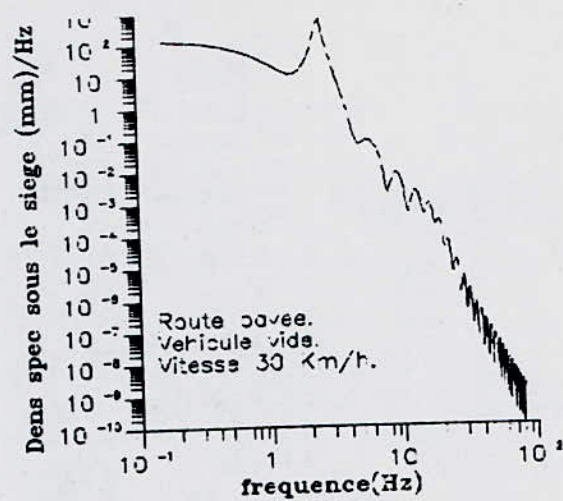
SUBROUTINE FIN

```

PRINT*, '1'
PRINT*, CHAR(27), '[2J'
PRINT*, char(27), '[5m'
PRINT*, CHAR(27), '#3*****'
PRINT*, CHAR(27), '#4*****'
PRINT*, char(27), '#3*  -----FIN DE VISITE.      MERCI *'
PRINT*, char(27), '#4*  -----FIN DE VISITE.      MERCI *'
PRINT*, CHAR(27), '#3*****'
PRINT*, CHAR(27), '#4*****'
PRINT*, CHAR(27), '[0m'
RETURN
END

```

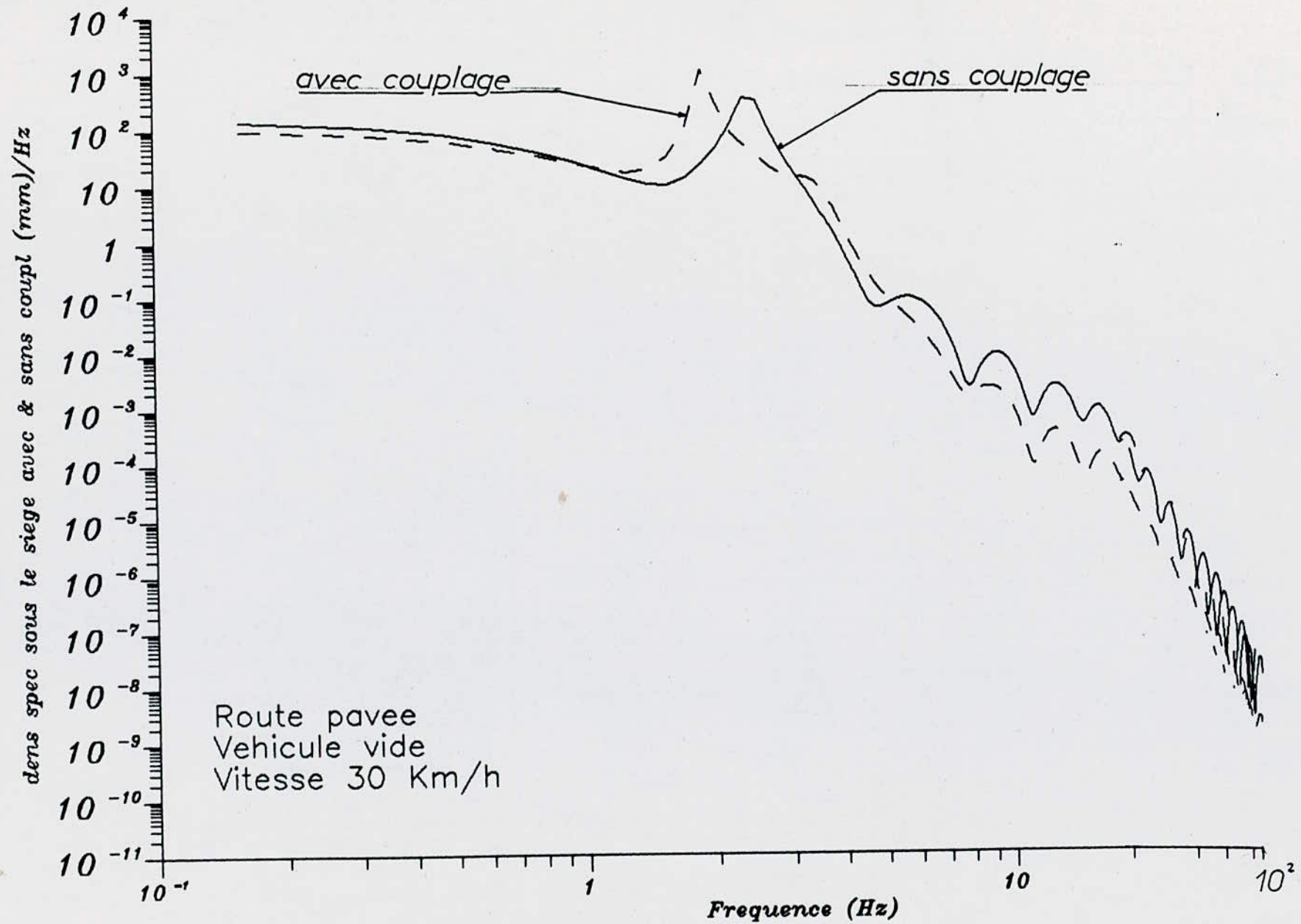





4.3 Etude du couplage du chauffeur sur le véhicule

Y'a-t-il couplage ou pas du chauffeur sur le véhicule, c'est ce qu'on a essayé de faire en calculant la densité spectrale sous le siège pour une route pavée, véhicule vide, vitesse 30 km/h, une fois on a négligé le couplage cité ci-dessus et une fois on a tenu compte de ce couplage.

Après traçage de ces densités spectrales sur un même graphe on constate aisement l'effet du couplage du chauffeur sur le véhicule. On peut dire qu'il n'est important mais il n'est pas non plus à négliger.



44. Approximation de la densité spectrale par une fonction rationnelle

La densité spectrale de puissance D.S.P peut être approximée par une fonction rationnelle de la forme:

$$S(\omega) = \frac{a_1 + a_2 \omega^2}{\omega^2 + a_3 \omega^4 + a_4 \omega^6};$$

On choisit 4 points du tableau de la densité spectrale ainsi

on tombe sur un système d'équations $\{A\} \cdot \{X\} = \{b\}$.

$$\text{i.e: } \begin{bmatrix} 1 & \omega_1^2 & -\omega_1^4 S(\omega_1) & -\omega_1^6 S(\omega_1) \\ 1 & \omega_2^2 & -\omega_2^4 S(\omega_2) & -\omega_2^6 S(\omega_2) \\ 1 & \omega_3^2 & -\omega_3^4 S(\omega_3) & -\omega_3^6 S(\omega_3) \\ 1 & \omega_4^2 & -\omega_4^4 S(\omega_4) & -\omega_4^6 S(\omega_4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 S(\omega_1) \\ \omega_2^2 S(\omega_2) \\ \omega_3^2 S(\omega_3) \\ \omega_4^2 S(\omega_4) \end{bmatrix}$$

On'a préféré approximé deux densités spectrales citées auparavant l'une avec couplage du chauffeur sur le véhicule l'autre sans ce couplage, pour cette dernière on choisit quatre points

$S_{x_s}(\omega)_{mm^2/s}$	110.461	293.593	320.996	0.5950
ω rd/s	14.0	16.0	15.0	25.0

Après résolution du système par la méthode de Gauss-Jordan on trouve

$$a_1 = 930.227 -$$

$$a_2 = 0.01967$$

$$a_3 = -8.2286 \cdot 10^{-3}$$

$$a_4 = +1.7074 \cdot 10^{-5}$$

D'où on écrit

$$S_{x_5}(\omega) \approx S_1(\omega) = \frac{930.227 + 0.01967 \omega^2}{\omega^2 - 8.2286 \cdot 10^3 \omega^4 + 1.7074 \cdot 10^5 \omega^6} \quad \text{mm/H}_2$$

Idem pour la densité spectrale qui tient compte du couplage, on choisit quatre points

$S_{x_r}(\omega) \text{ mm}^2/\text{s}$	96.9399	1057.88	535.13	0.21575
$\omega \text{ rad/s}$	11.0	12.0	12.50	27.0

Après résolution on trouve :

$$a_1 = 0.1030$$

$$a_2 = 3.3520$$

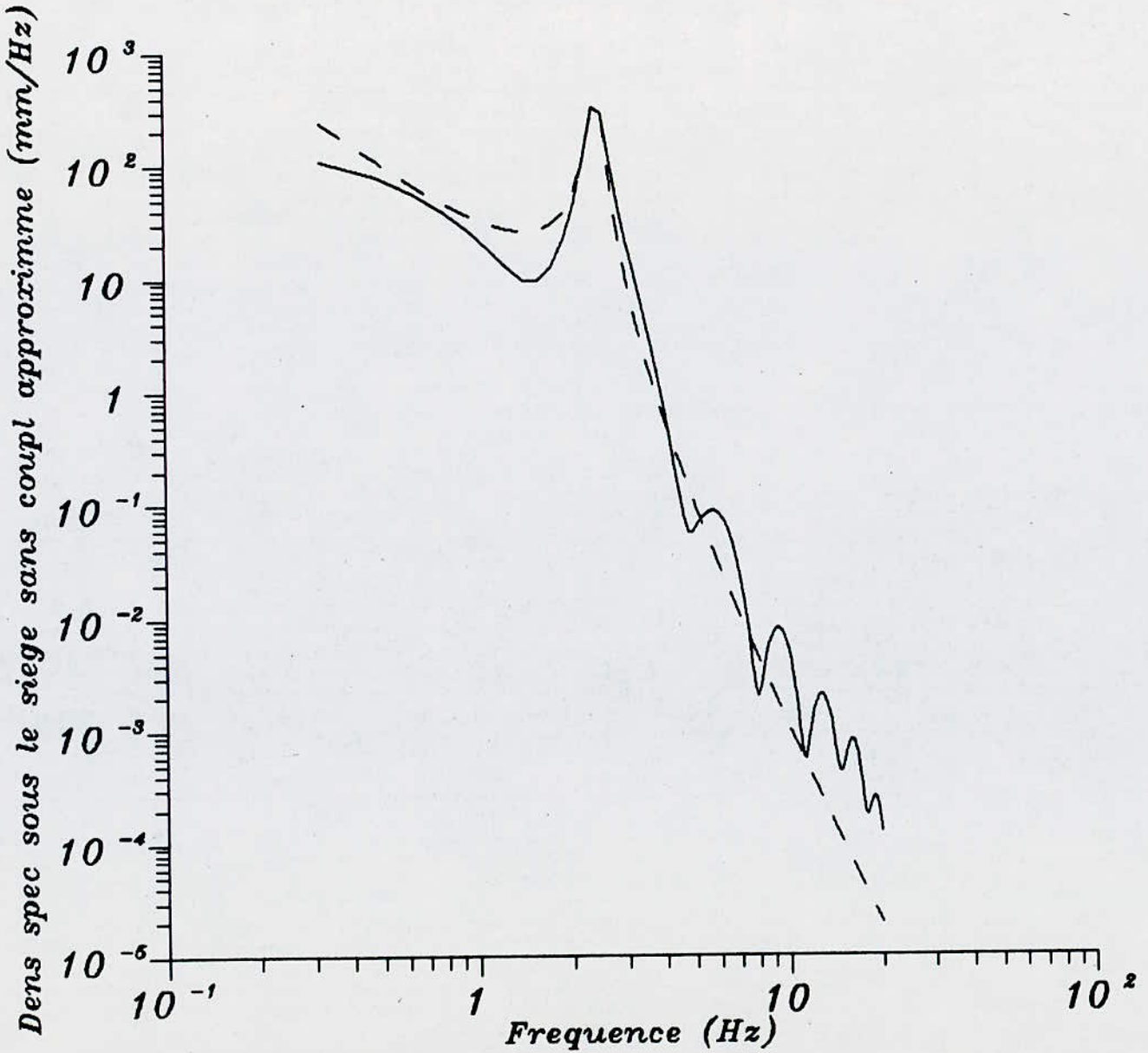
$$a_3 = -1.353 \cdot 10^2$$

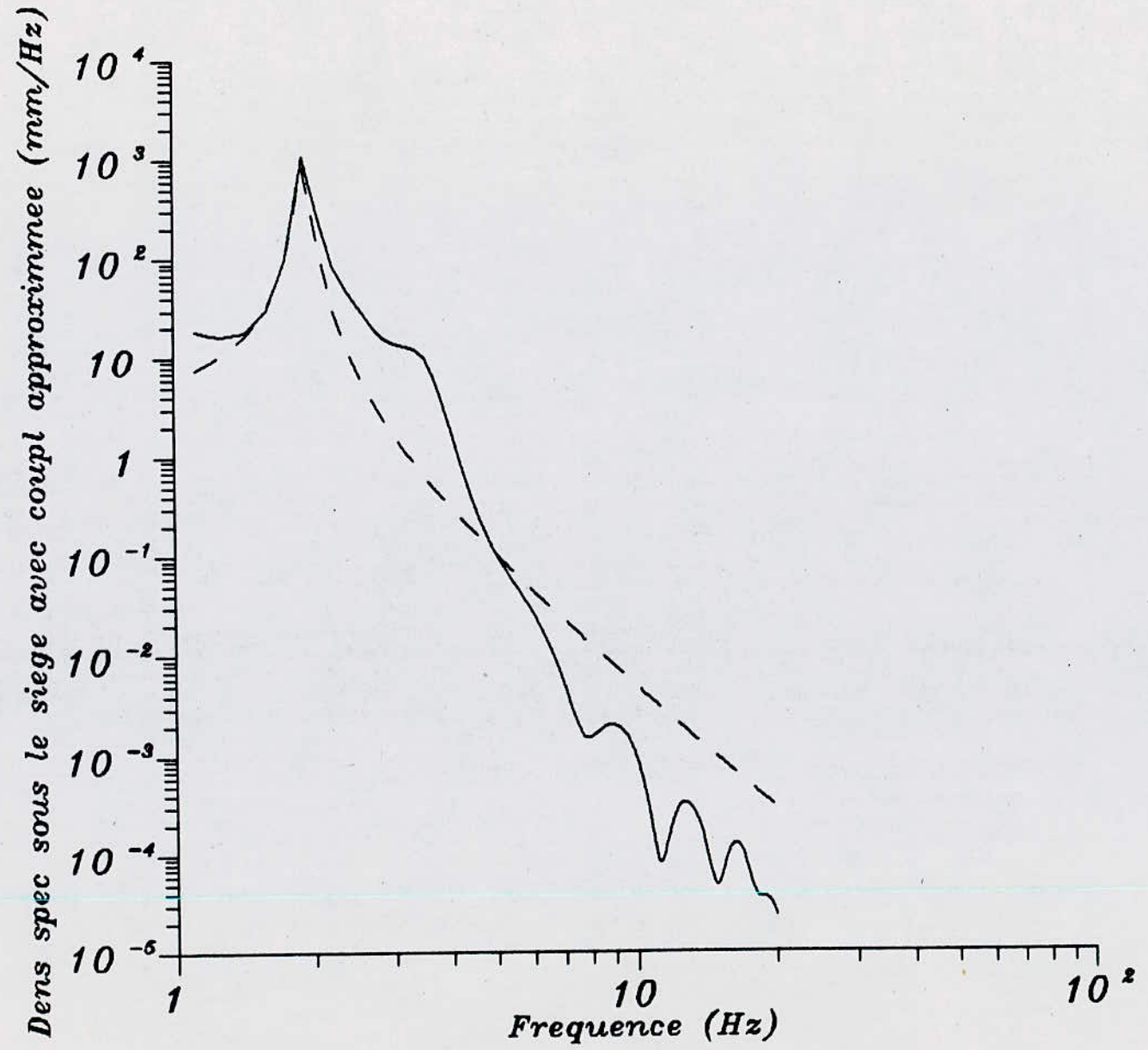
$$a_4 = 4.5921 \cdot 10^5$$

D'où on écrit:

$$S_{x_r}(\omega) \approx S_2(\omega) = \frac{0.1030 + 3.3520 \omega^2}{\omega^2 - 1.353 \cdot 10^2 \omega^4 + 4.5921 \cdot 10^5 \omega^6} \quad \text{mm/H}_2$$

Pour constater l'exactitude de l'approximation il est impératif de tracer la fonction rationnelle, si on s'aperçoit que la fonction a des pôles dans le domaine d'approximation il faut reprendre d'autres points et re tracer la fonction rationnelle jusqu'on tombe dans un cas acceptable d'approximation. Vous pouvez constater sur les deux figures suivantes la réussite de l'approximation préconisée. Vous verrez en traits continus la densité spectrale et en traits discontinus sa fonction rationnelle approximée.





CHAPITRE 5

OPTIMISATION DE LA FONCTION DE TRANSFERT DU SIEGE DU CAMION.

5.1 PRESENTATION DU PROBLEME

5.1.1 Introduction

Le problème réside à vibroisoler une structure qui n'est d'autre que le chauffeur d'impédance Z_H .

La réalisation de cette vibroisolation se fait par la construction analytique d'un système de vibroisolation soumis à une excitation stochastique X_S

Voir figure ci-contre.

Afin de faciliter la résolution du problème il serait utile d'avancer certaines hypothèses:

Concernant le système de vibroisolation, on le suppose linéaire à structure inconnue caractérisé par sa fonction de transfert $\Phi(\lambda)$ donnée par $\Phi(\lambda) = \frac{F(\lambda)}{\ddot{X}_s(\lambda)}$ où $\lambda = j\omega$.

$\Phi(\lambda)$ est une fraction rationnelle en λ

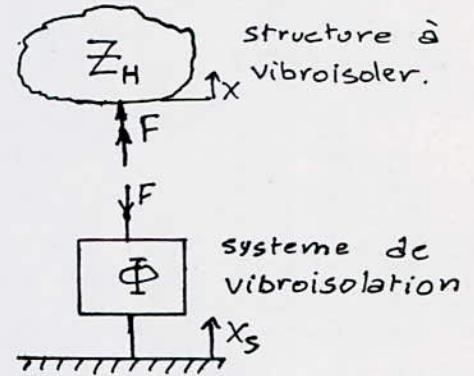
Concernant la structure à vibroisoler $Z_H = F(\lambda)/\dot{X}(\lambda)$

elle fera l'étude d'un paragraphe toute seule

5.2 CHOIX DU CRITERE DE VIBROISOLATION

5.2.1 Critère du déplacement relatif

Afin de limiter les déplacements relatifs $(x(t) - x_s(t))$, ce qui assure une bonne adhérence et une rigidité accrue, il faudrait



minimiser la moyenne quadratique du déplacement relatif

$$\overline{[x(t) - x_5(t)]^2}$$

5.2.2 Critère d'accélération

Afin d'assurer une souplesse au système, et par suite confort et sécurité, le critère d'accélération minimale a pour objet de minimiser la valeur moyenne quadratique de cette dernière $\overline{[\ddot{x}(t)]^2}$.

5.2.3 Recherche d'un cas optimale

Assurer un déplacement relatif minimal correspond à une liaison parfaitement rigide, donc des accélérations infinies, et assurer une accélération minimale correspond à une liaison parfaitement molle, donc un déplacement relatif important, on est donc face à deux exigences contradictoires. En pratique il faudrait réaliser un compromis entre ces deux critères contradictoires et qui correspond à un cas optimal.

Si on suppose que les valeurs moyennes du déplacement relatif et de l'accélération sont nulles; on obtient alors:

$$\overline{(x(t) - x_5(t))^2} = \sigma_{x-x_5}^2 : \text{dispersion de l'écart.}$$

$$\overline{[\ddot{x}(t)]^2} = \sigma_{\ddot{x}}^2 : \text{dispersion de l'accélération.}$$

Le problème cité précédemment se traduit en minimisant une fonctionnelle C , selon que l'un des critères soit plus exigé que l'autre, On y distingue le critère de déplacement relatif:

$$\text{La fonctionnelle est donnée par : } C = \sigma_{x-x_5}^2 + \lambda \sigma_{\ddot{x}}^2.$$

λ représente un multiplicateur de Lagrange ou un coefficient de pondération, c'est un paramètre à déterminer selon

les valeurs maximales requises pour la dispersion d'accélération compatibles avec une tenue acceptable de vibroisolation, $\lambda \in [0, +\infty]$. Ce critère a une grande importance en pratique du fait qu'il est requis pour un vaste domaine d'applications (Suspension des véhicules, confort, ...).

le critère de l'accélération minimale la fonctionnelle est donnée par $C = \sigma_{\ddot{x}}^2 + \lambda \sigma_{x-x_s}^2$. λ représente le même paramètre que le précédent mais peut être différent selon les valeurs maximales requises pour les dispersions.

En ce qui nous concerne nous adopterons le premier critère.

5.3 SYSTEME DE VIBROISOLATION

5.3.1 Expression de C

Dans le cas du critère du déplacement relatif:

$$C = \sigma_{x-x_s}^2 + \lambda \sigma_{\ddot{x}}^2 \quad \text{et de même:}$$

$$\sigma_{x-x_s}^2 = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} \left| H_{\frac{x-x_s}{\ddot{x}_s}}(\lambda) \right|^2 S_{\ddot{x}_s}(\lambda) d\lambda$$

$$\sigma_{\ddot{x}}^2 = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} \left| H_{\frac{\ddot{x}}{\ddot{x}_s}}(\lambda) \right|^2 S_{\ddot{x}_s}(\lambda) d\lambda.$$

Les fonctions de transferts H étant égales à:

$$H_{\frac{x-x_s}{\ddot{x}_s}} = \frac{x(\lambda) - x_s(\lambda)}{\ddot{x}_s(\lambda)} = \frac{x(\lambda)/F(\lambda) - x_s(\lambda)/F(\lambda)}{\lambda^2 x_s(\lambda)/F(\lambda)}$$

$$H_{\frac{\ddot{x}}{\ddot{x}_s}}(\lambda) = \frac{\ddot{x}(\lambda)}{\ddot{x}_s(\lambda)} = \lambda^2 \cdot \frac{x(\lambda)}{F(\lambda)} \cdot \frac{F(\lambda)}{\ddot{x}_s(\lambda)}$$

$$\text{On pose } \Phi(\lambda) = F(\lambda)/\ddot{x}_s(\lambda), \quad L(\lambda) = \frac{F(\lambda)}{x(\lambda)}, \quad G(\lambda) = \lambda^2/L(\lambda)$$

Où on obtient :

$$H_{\frac{x-x_f}{x_f}}(\lambda) = \frac{\Phi(\lambda) \cdot G(\lambda) - 1}{\lambda^2} ; H_{\frac{x}{x_f}}(\lambda) = G(\lambda) \cdot \Phi(\lambda) \cdot \lambda^2.$$

En tenant compte que $|H(\lambda)|^2 = H(\lambda) \cdot H(-\lambda)$.

La fonctionnelle C s'exprimera par :

$$C = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} \left\{ \left[\frac{\Phi(\lambda) \cdot G(\lambda) - 1}{\lambda^2} \right] \left[\frac{\Phi(-\lambda) \cdot G(-\lambda) - 1}{\lambda^2} \right] + \lambda^4 \lambda \left[G(\lambda) \cdot \Phi(\lambda) \right] \cdot \left[G(-\lambda) \cdot \Phi(-\lambda) \right] \right\} S_{\frac{x}{x_f}}(\lambda) d\lambda$$

5.3.2 Résolution générale du problème par la méthode de Wiener-Hopf

Soit $\Phi_0(\lambda) = \Phi(\lambda) + \varepsilon \cdot \gamma(\lambda)$, où :

$\gamma(\lambda)$: fonction de balance arbitraire.

ε : Paramètre constant.

$\Phi_0(\lambda)$ représente la fonction de transfert optimale pour laquelle la fonctionnelle C est minimale :

Soit C^* la valeur de cette dernière, et soit $\Delta C = C^* - C$,

l'écart C^* et C . ΔC s'exprimera donc par :

$$\Delta C = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} \left[\left[\Phi(\lambda) \cdot G(\lambda) + \varepsilon \gamma(\lambda) \cdot G(\lambda) - 1 \right] \left[\Phi(-\lambda) \cdot G(-\lambda) + \varepsilon \gamma(-\lambda) \cdot G(-\lambda) - 1 \right] + \right. \\ \left. - \left[\Phi(\lambda) \cdot G(\lambda) - 1 \right] \left[\Phi(-\lambda) \cdot G(-\lambda) - 1 \right] + \lambda^4 \left[\left[G(\lambda) \cdot \Phi(\lambda) + G(\lambda) \cdot \varepsilon \gamma(\lambda) \right] \cdot \left[G(-\lambda) \cdot \Phi(-\lambda) + G(-\lambda) \cdot \varepsilon \gamma(-\lambda) \right] - \left[G(\lambda) \cdot \Phi(\lambda) \right] \cdot \left[G(-\lambda) \cdot \Phi(-\lambda) \right] \right] \right] S_{\frac{x}{x_f}}(\lambda) d\lambda.$$

$S_{\frac{x}{x_f}}(\lambda)$ est une fonction rationnelle de λ qu'on décomposera de la façon suivante $S_{\frac{x}{x_f}}(\lambda) = \varphi(\lambda) \cdot \varphi(-\lambda)$.

ΔC sera égale à :

$$\Delta C = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} \left[\left[\varepsilon \gamma(\lambda) \cdot G(\lambda) \cdot \Phi(-\lambda) \cdot G(-\lambda) - \varepsilon \gamma(\lambda) \cdot G(\lambda) + \varepsilon^2 \gamma(\lambda) \cdot \gamma(-\lambda) \cdot G(\lambda) \cdot G(-\lambda) + \right. \right. \\ \left. \left. - \varepsilon \gamma(-\lambda) \cdot G(-\lambda) + \varepsilon \gamma(-\lambda) \cdot G(-\lambda) \cdot \Phi(\lambda) \cdot G(\lambda) + \lambda^4 \left[G(\lambda) \cdot \Phi(\lambda) \cdot G(-\lambda) \cdot \varepsilon \gamma(-\lambda) + G(\lambda) \cdot \varepsilon \gamma(\lambda) \cdot G(-\lambda) \cdot \Phi(-\lambda) + \varepsilon^2 G(\lambda) \cdot G(-\lambda) \cdot \gamma(\lambda) \cdot \gamma(-\lambda) \right] \right] \varphi(\lambda) \cdot \varphi(-\lambda) d\lambda. \right.$$

Identifier $\phi(s)$ à $\phi_0(s)$ revient à avoir l'écart ΔC

minimum pour $\varepsilon = 0$, qui se traduit par la relation

$$\left. \frac{d(\Delta C)}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} = 0. \quad \text{donc par}$$

$$\int_{-j\infty}^{+j\infty} \left[[\phi(s) \cdot G(s) \cdot G(-s) \gamma(-s) + \phi(-s) G(-s) G(s) \gamma(s) - G(-s) \gamma(-s) - \gamma(s) \cdot G(s)] + \lambda s^4 [\phi(s) \cdot G(s) \cdot G(-s) \gamma(-s) + \phi(-s) G(-s) G(s) \gamma(s)] \right] \varphi(s) \cdot \varphi(-s) ds = 0$$

Soit aussi

$$\int_{-j\infty}^{+j\infty} \left[[G(s) \cdot G(-s) + \lambda s^4 G(s) \cdot G(-s)] \phi(s) - G(-s) \right] \gamma(-s) + \left[[G(s) G(-s) + \lambda s^4 \times G(s) G(-s)] \phi(-s) - G(s) \right] \gamma(s) \right] \varphi(s) \cdot \varphi(-s) ds = 0.$$

Posons $D(s) = D(-s) = (1 + \lambda s^4) G(s) \cdot G(-s)$ on aura donc:

$$\int_{-j\infty}^{+j\infty} \left[[D(s) \cdot D(-s) \varphi(s) \varphi(-s) \phi(s) - G(-s) \varphi(s) \varphi(-s)] \gamma(-s) + [D(s) D(-s) \times \varphi(s) \varphi(-s) \phi(-s) - G(s) \varphi(s) \varphi(-s)] \gamma(s) \right] ds = 0.$$

Aussi

$$\left\{ \int_{-j\infty}^{+j\infty} \left[D(s) \cdot \varphi(s) \cdot \phi(s) - \frac{G(-s) \varphi(s)}{D(-s)} \right] D(-s) \varphi(-s) \gamma(-s) ds \right\} I_1 + \left\{ \int_{-j\infty}^{+j\infty} \left[D(-s) \cdot \varphi(-s) \phi(-s) - \frac{G(s) \varphi(-s)}{D(s)} \right] D(s) \varphi(s) \gamma(s) ds \right\} I_2 = 0.$$

En effectuant un changement de variable de s en $-s$, on

obtient pour I_2 ; $I_2 = \int_{-j\infty}^{+j\infty} \left[D(s) \varphi(s) \phi(s) - \frac{G(-s) \varphi(s)}{D(-s)} \right] D(-s) \varphi(-s) \gamma(-s) ds$

On remarque que I_2 est identique à I_1 , donc le problème

consiste à résoudre l'équation intégrale :

$$\int_{-j\infty}^{+j\infty} \left[D(s) \cdot \varphi(s) \cdot \phi(s) - \frac{G(-s) \varphi(s)}{D(-s)} \right] D(-s) \varphi(-s) \gamma(-s) ds = 0 \quad \text{d'où}$$

$$\phi(s) = \frac{1}{D(s) \varphi(s)} \cdot \left[\frac{G(-s) \varphi(s)}{D(-s)} \right].$$

Pour que la fonction de transfert $\phi(s)$ respecte les conditions

de stabilité et de réalisabilité on ne prend de $\frac{G(-s) \varphi(s)}{D(-s)}$

que la partie ayant des pôles à gauche de l'axe imaginaire.

On symbolisera cette partie par: $\left[\frac{G(-s) \varphi(-s)}{D(-s)} \right]_+$.

$$\text{Donc } \Phi(s) = \frac{1}{R(s) \cdot \varphi(s)} \left[\frac{G(-s) \varphi(-s)}{D(-s)} \right]_+$$

Si on pose:

$$R(s) \cdot R(-s) = 1 + \lambda s^4 \quad \text{i.e. } R(s) = \sqrt{\lambda} s^2 + \sqrt[4]{4\lambda} s + 1$$

$$\text{alors } \Phi(s) = \frac{1}{R(s) G(s) \varphi(s)} \left[\frac{\varphi(-s)}{R(-s)} \right]_+ \quad \text{puisque}$$

$$D(s) \cdot D(-s) = R(s) \cdot R(-s) G(s) \cdot G(-s) \quad \text{Donc } D(s) = R(s) \cdot G(s).$$

Remarque importante:

La méthode de Wiener a des limites d'emploi très strictes

- * Le signal et le bruit sont supposés stationnaires.
- * Le système estimateur doit être linéaire et invariant

C'est ce qui est le cas dans notre problème.

5.3.3 Introduction de l'impédance du chauffeur

Le corps humain est constitué d'un certain nombre de masse réunies par des tissus et amortisseur qui peuvent être sollicités par les vibrations et entrer en résonance.

L'impédance de l'homme varie sensiblement d'une personne à l'autre et aussi selon que le sujet soit détendu ou droit.

Une représentation graphique de l'impédance de l'homme obtenue expérimentalement illustrée dans le livre "SHOCK AND VIBRATION". On a pris une courbe de l'impédance de l'homme assis droit en fonction et on l'a approximée par une fonction rationnelle $|Z_1(\omega)| = \frac{a_1 + a_2 \omega^2}{\omega^2 + a_3 \omega^4}$ On choisit 3 points

$ Z_1(\omega) $ N/m/s	1100	6750	3400
ω rad/s	12.57	37.70	96.76

Identifier $\phi(s)$ à $\phi_0(s)$ revient à avoir l'écart ΔC

minimum pour $\varepsilon = 0$, qui se traduit par la relation

$$\left. \frac{d(\Delta C)}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} = 0. \quad \text{donc par}$$

$$\int_{-j\infty}^{+j\infty} \left[[\phi(s) \cdot G(s) \cdot G(-s) \gamma(-s) + \phi(-s) G(-s) G(s) \gamma(s) - G(-s) \gamma(-s) - \gamma(s) \cdot G(s)] + \lambda s^4 [\phi(s) \cdot G(s) \cdot G(-s) \gamma(-s) + \phi(-s) G(-s) G(s) \gamma(s)] \right] \varphi(s) \cdot \varphi(-s) ds = 0$$

Soit aussi

$$\int_{-j\infty}^{+j\infty} \left[[G(s) \cdot G(-s) + \lambda s^4 G(s) \cdot G(-s)] \phi(s) - G(-s) \right] \gamma(-s) + \left[[G(s) G(-s) + \lambda s^4 \times G(s) G(-s)] \phi(-s) - G(s) \right] \gamma(s) \right] \varphi(s) \cdot \varphi(-s) ds = 0.$$

posons $D(s) = D(-s) = (1 + \lambda s^4) G(s) \cdot G(-s)$ on aura donc:

$$\int_{-j\infty}^{+j\infty} \left[[D(s) \cdot D(-s) \varphi(s) \varphi(-s) \phi(s) - G(-s) \varphi(s) \varphi(-s)] \gamma(-s) + [D(s) D(-s) \times \varphi(s) \varphi(-s) \phi(-s) - G(s) \varphi(s) \varphi(-s)] \gamma(s) \right] ds = 0.$$

Aussi

$$\left\{ \int_{-j\infty}^{+j\infty} \left[D(s) \cdot \varphi(s) \cdot \phi(s) - \frac{G(-s) \varphi(s)}{D(-s)} \right] D(-s) \varphi(-s) \gamma(-s) ds \right\} I_1 +$$

$$\left\{ \int_{-j\infty}^{+j\infty} \left[D(-s) \cdot \varphi(-s) \phi(-s) - \frac{G(s) \varphi(-s)}{D(s)} \right] D(s) \varphi(s) \gamma(s) ds \right\} I_2 = 0.$$

En effectuant un changement de variable de s en $-s$, on

obtient pour I_2 ; $I_2 = \int_{-j\infty}^{+j\infty} \left[D(s) \varphi(s) \phi(s) - \frac{G(-s) \varphi(s)}{D(-s)} \right] D(-s) \varphi(-s) \gamma(-s) ds$

On remarque que I_2 est identique à I_1 , donc le problème

consiste à résoudre l'équation intégrale :

$$\int_{-j\infty}^{+j\infty} \left[D(s) \cdot \varphi(s) \cdot \phi(s) - \frac{G(-s) \varphi(s)}{D(-s)} \right] D(-s) \varphi(-s) \gamma(-s) ds = 0 \quad \text{d'où}$$

$$\phi(s) = \frac{1}{D(s) \varphi(s)} \cdot \left[\frac{G(-s) \varphi(s)}{D(-s)} \right].$$

Pour que la fonction de transfert $\phi(s)$ respecte les conditions

de stabilité et de réalisabilité on ne prend de $\frac{G(-s) \varphi(s)}{D(-s)}$

que la partie ayant des pôles à gauche de l'axe imaginaire.

On symbolisera cette partie par: $\left[\frac{G(-s) \varphi(-s)}{D(-s)} \right]_+$.

$$\text{Donc } \Phi(s) = \frac{1}{R(s) \cdot \varphi(s)} \left[\frac{G(-s) \varphi(-s)}{D(-s)} \right]_+$$

Si on pose:

$$R(s) \cdot R(-s) = 1 + \lambda s^4 \quad \text{i.e. } R(s) = \sqrt{\lambda} s^2 + \sqrt{4\lambda} s + 1$$

$$\text{alors } \Phi(s) = \frac{1}{R(s) G(s) \varphi(s)} \left[\frac{\varphi(-s)}{R(-s)} \right]_+ \quad \text{puisque}$$

$$D(s) \cdot D(-s) = R(s) \cdot R(-s) G(s) \cdot G(-s) \quad \text{Donc } D(s) = R(s) \cdot G(s).$$

Remarque importante:

La méthode de Wiener a des limites d'emploi très strictes

* Le signal et le bruit sont supposés stationnaires.

* Le système estimateur doit être linéaire et invariant

C'est ce qui est le cas dans notre problème.

5.33 Introduction de l'impédance du chauffeur

Le corps humain est constitué d'un certain nombre de masse réunies par des tissus et amortisseur qui peuvent être sollicités par les vibrations et entrer en résonance.

L'impédance de l'homme varie sensiblement d'une personne à l'autre et aussi selon que le sujet soit détendu ou droit.

Une représentation graphique de l'impédance de l'homme obtenue expérimentalement illustrée dans le livre "SHOCK AND

VIBRATION". On'a pris une courbe de l'impédance de l'homme assis droit en fonction et on l'a approximée par une fonction

rationnelle $|Z_1(\omega)| = \frac{a_1 + a_2 \omega^2}{\omega^2 + a_3 \omega^4}$ On choisit 3 points

$ Z_1(\omega) $ N/m/s	1100	6750	3400
ω rad/s	12.57	37.70	96.76

On trouve $|Z_1(\omega)| = \frac{-33037.967 + 237.87\omega^2}{2.533 \cdot 10^2 \omega^2 + 4.55 \cdot 10^6 \omega^4}$ N/m/s

De ce module on passe à l'impédance on'a

$$|Z_1(\omega)|^2 = Z_1(j\omega) \cdot Z_1(-j\omega) = Z_1(s) \cdot Z_1(-s)$$

en posant $Z_1(s) = \frac{b_1 + b_2 s^2}{b_3 s^2 + b_4 s^4}$ on trouve après identification

$$Z_1(s) = \frac{33037.967 + 237.87 s^2}{2.533 \cdot 10^2 s^2 - 4.55 \cdot 10^6 s^4}$$

Pour s'assurer de la bonne approximation de notre fonction rationnelle on l'a tracé ainsi que quelques points de mesures expérimentaux de l'impédance de l'homme assis droit.

Pour élargir un peu notre travail on'a pris un autre modèle celui de rotenberg représentant l'homme comme un système purement passif, voici ce second modèle de Rotenberg.

(1) : le bassin et les jambes

(2) : le Tronc

(3) : la tête

(4) : Les fesses

$$C_1 = 47007 \text{ N/m}$$

$$\alpha_1 = 12066.3 \text{ N.s/m}$$

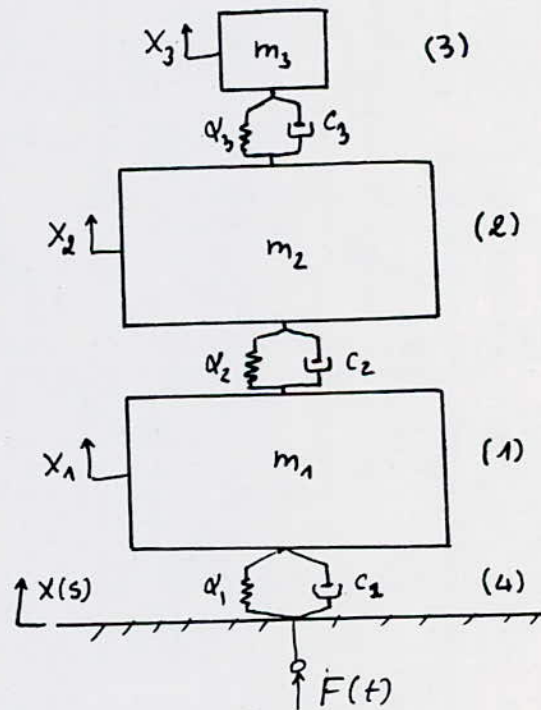
$$C_2 = 95157 \text{ N/m}$$

$$\alpha_2 = 981 \text{ N.s/m}$$

$$C_3 = 185409 \text{ N/m}$$

$$\alpha_3 = 117.72 \text{ N.s/m}$$

d'impédance $Z_2(s) = \frac{F(s)}{\dot{X}(s)}$



Pour trouver cette impédance on doit écrire les équations du mv't de ce système puis passer aux transformées de Laplace.

Les équations du mouvements sont:

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1(x_1 - x) + c_2(x_2 - x_1) + d_1(\dot{x}_1 - \dot{x}) + d_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) = 0$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + c_2(x_2 - x_1) - c_3(x_3 - x_2) + d_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - d_3(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) = 0$$

$$m_3 \ddot{x}_3 + c_3(x_3 - x_2) + d_3(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) = 0$$

$$F(t) + c_1(x_1 - x) + d_1(\dot{x}_1 - \dot{x}) = 0.$$

En passant aux transformées de Laplace on écrit.

$$(m_1 s^2 + d_1 s + d_2 s + c_1 + c_2) x_1 + (-d_2 s - c_2) x_2 = (d_1 s + c_1) x.$$

$$(-c_2 - d_2 s) x_1 + (m_2 s^2 + c_2 + c_3 + d_2 s + d_3 s) x_2 + (-c_3 - d_3 s) x_3 = 0$$

$$(-c_3 - d_3 s) x_2 + (m_3 s^2 + d_3 s + c_3) x_3 = 0$$

$$F(s) + (c_1 + d_1 s) x_1 + (-c_1 - d_1 s) x = 0$$

$$\text{d'où } Z_2(s) = \frac{F(s)}{s X(s)} = \frac{(c_1 + d_1 s)}{s} \left(1 - \frac{x_1}{x} \right).$$

De ce système d'équation on tire x_1/x

$$\frac{x_1}{x} = \frac{(d_1 s + c_1) [(m_2 s^2 + d_2 s + d_3 s + c_2 + c_3)(m_3 s^2 + d_3 s + c_3) - (d_3 s + c_3)^2]}{(m_1 s^2 + d_1 s + d_2 s + c_1 + c_2) [(m_2 s^2 + d_2 s + d_3 s + c_2 + c_3)(m_3 s^2 + d_3 s + c_3) - (d_3 s + c_3)^2] - (c_2 + d_2 s)^2 (m_3 s^2 + d_3 s + c_3)}$$

Après application numérique on trouve

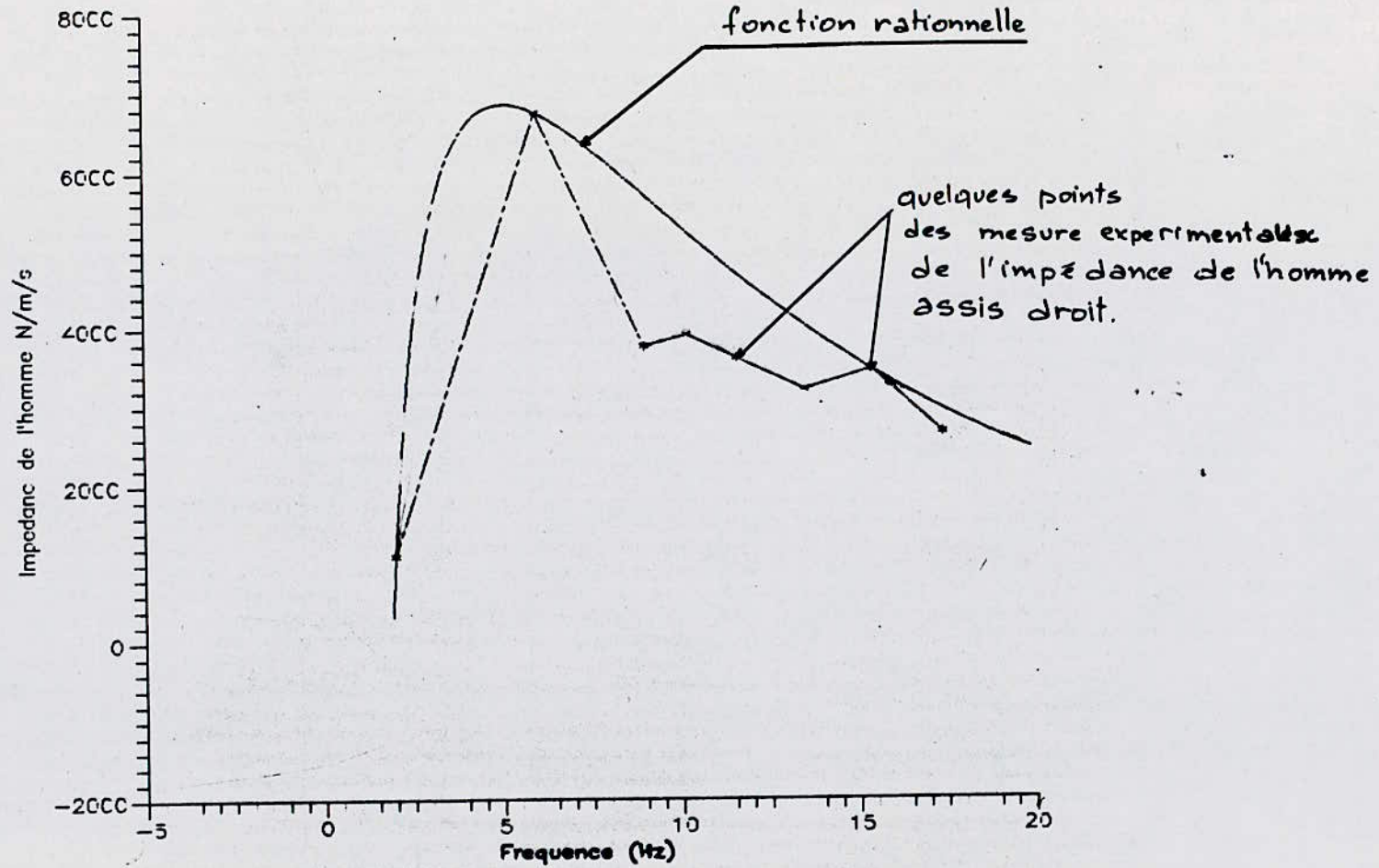
$$Z_2(s) = \frac{5.870 \cdot 10^7 s^7 + 5.544 \cdot 10^9 s^6 + 3.142 \cdot 10^2 s^5 + 1.987 \cdot 10^{14} s^4 + 1.559 \cdot 10^{16} s^3 + 5.825 \cdot 10^{16} s^2}{4.865 \cdot 10^3 s^7 + 1.851 \cdot 10^5 s^6 + 3.631 \cdot 10^7 s^5 + 8.385 \cdot 10^{10} s^4 + 3.841 \cdot 10^{12} s^3 + 2.219 \cdot 10^{14} s^2 + 8.293 \cdot 10^{14} s}$$

Jdem on'a tracé aussi le module de $Z_2(s)$ sur une figure à part que vous aller trouver. Donc on peut finalement écrire

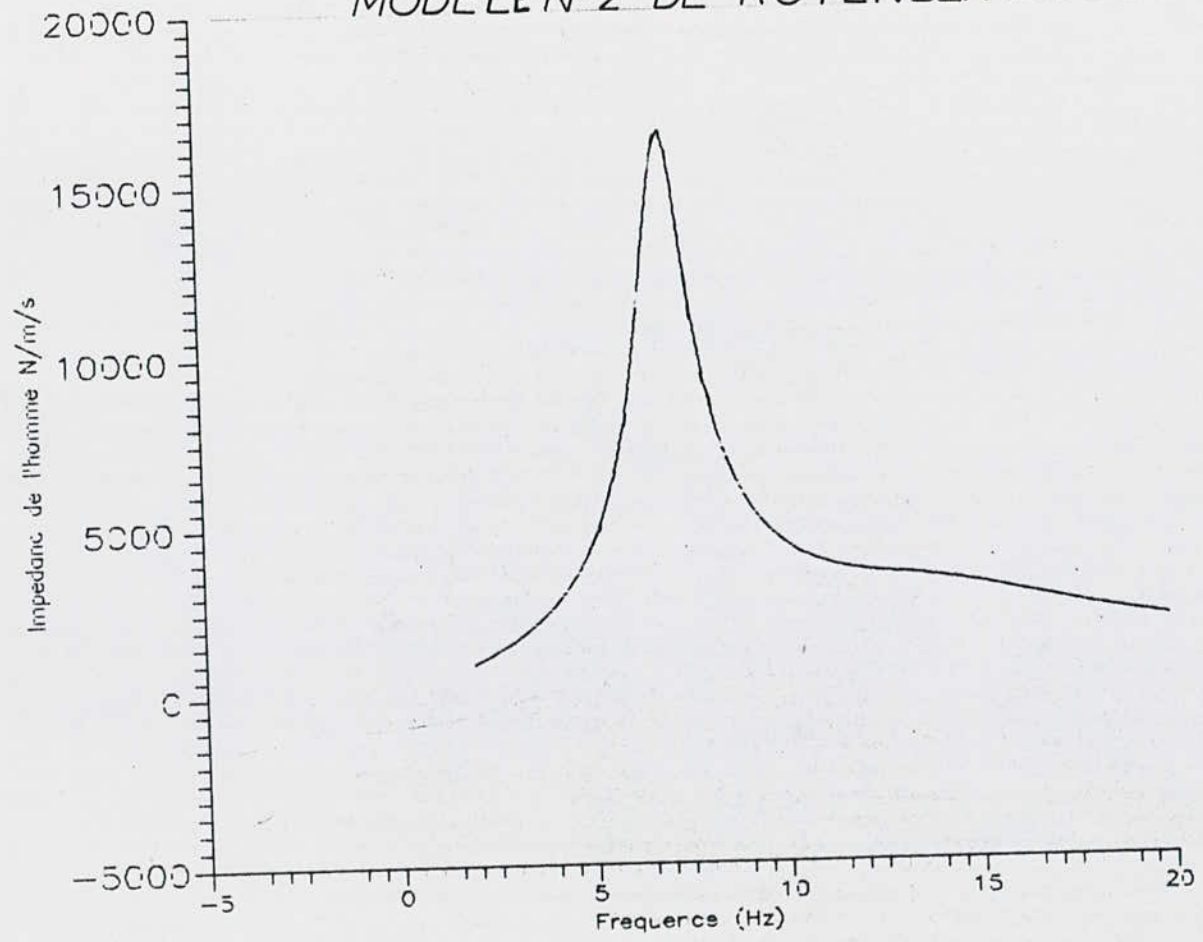
$$L_1 = \frac{F_1(s)}{X(s)} = s \cdot Z_1(s) \quad \text{d'où } G_1 = s / Z_1(s)$$

$$L_2 = \frac{F_2(s)}{X(s)} = s \cdot Z_2(s) \quad \text{d'où } G_2 = s / Z_2(s).$$

modele N° 1.



MODELE N°2 DE ROTENBERG



5.3.4 Densité spectrale

Pour calculer $\Phi(s)$ on doit mettre la densité spectrale sous le signe $S(\omega)$ sous la forme factorisée de

$S(\omega) = \varphi(s) \cdot \varphi(-s)$; $S(\omega)$ à la forme de

$$S(\omega) = \frac{a_1 + a_2 \omega^2}{\omega^2 + a_3 \omega^4 + a_4 \omega^6}; \quad \text{on posera donc } \varphi(\omega) = \frac{b_1 + b_2 \omega}{b_3 \omega^2 + b_4 \omega^3 + \omega}$$

ou plutôt

$$S(s) = \frac{a_1 + a_2 s^2}{s^2 + a_3 s^4 + a_4 s^6} \quad \text{on devra mettre } \varphi(s) = \frac{b_1 + b_2 s}{s + b_3 s^2 + b_4 s^3};$$

En ce qui nous concerne on a 2 densités spectrales une ne tient pas compte du couple $S_1(s)$ et l'autre en tient compte.

$$S_1(\omega) = \frac{930.223 - 0.019673 s^2}{-s^2 - 8.23 \cdot 10^3 s^4 - 1.707 \cdot 10^5 s^6}; \quad \varphi_1(s) = \frac{b_1 + b_2 s}{s + b_3 s^2 + b_4 s^3}$$

$$\varphi_1(s) \cdot \varphi_1(-s) = S_1(s)$$

Après multiplication et identification on trouve

$$\varphi_1(s) = \frac{0.1402 s + 30.4995}{4.132 \cdot 10^3 s^3 + 6 \cdot 10^3 s^2 + s}$$

$$\text{Jalen en ce qui concerne } S_2(\omega) = \frac{0.1030 - 3.352 s^2}{-s^2 - 1.353 \cdot 10^2 s^4 - 4.592 \cdot 10^5 s^6} \quad \text{mm/H}_2$$

on trouve

$$\varphi_2(s) = \frac{0.321 + 1.831 s}{6.777 \cdot 10^3 s^3 + 4.797 \cdot 10^3 s^2 + s} \quad \text{tel que } \varphi_2(s) \cdot \varphi_2(-s) = S_2(s).$$

5.3.5 Expression de $\Phi(s)$

Dans le cadre de la résolution du problème de vibroisolation il ne reste maintenant qu'à obtenir l'expression de $\Phi(s)$ d'après les paramètres qu'on a déterminé précédemment.

$$\Phi(s) = \frac{1}{R(s) G(s) \varphi(s)} \left[\frac{\varphi(-s)}{R(-s)} \right] +$$

Essayons d'extraire la partie qui a des pôles à gauche de l'axe imaginaire dans l'expression $\frac{\varphi(s)}{R(-s)}$.

$$\varphi(s) \text{ à la forme } \varphi(s) = \frac{b_1 + b_2 s}{b_3 s^2 + b_4 s^3 + s}$$

Donc $\left[\frac{\varphi(\lambda)}{R(-\lambda)} \right]_+ = \frac{b_1 + b_2 s}{(b_3 s^2 + b_4 s^3 + s)(\sqrt{\lambda} s^2 - \sqrt[4]{4\lambda} s + 1)} = \frac{X_1 s^2 + X_2 s + X_3}{b_3 s^2 + b_4 s^3 + s} + \frac{X_5 s + X_6}{\sqrt{\lambda} s^2 - \sqrt[4]{4\lambda} s + 1}$

Etant donné que b_3 et b_4 sont positifs alors

$$\left[\frac{\varphi(\lambda)}{R(-\lambda)} \right]_+ = \frac{X_1 s^2 + X_2 s + X_3}{b_3 s^2 + b_4 s^3 + s}$$

Il nous reste qu'à déterminer X_1, X_2 et X_3 après identification on trouve ainsi

$$X_1 = \frac{b_4 (-\alpha(\sqrt{\lambda} - b_4) + \beta(\sqrt{\lambda} b_3 + b_4 \sqrt[4]{4\lambda}))}{\sqrt{\lambda} [(b_3^2 - b_4^2) + (\sqrt{\lambda} + b_3 \sqrt[4]{4\lambda})] + b_4 [(b_4 + b_3 \sqrt[4]{4\lambda}) + \sqrt{\lambda}]}$$

$$X_2 = \frac{\sqrt{\lambda} (-b_3(\alpha - b_3 \beta) - b_3 \beta) + b_4 (\sqrt[4]{4\lambda} (b_3 \beta - \alpha) + b_4 \beta)}{\sqrt{\lambda} [(b_3^2 - b_4^2) + (\sqrt{\lambda} + b_3 \sqrt[4]{4\lambda})] + b_4 [(b_4 + b_3 \sqrt[4]{4\lambda}) + \sqrt{\lambda}]}$$

Avec $\alpha = -\sqrt{\lambda} b_1$ et $\beta = b_2 + \sqrt[4]{4\lambda} b_1$.

$$X_3 = b_1.$$

Ainsi on aura

$$\Phi(s) = \frac{1}{R(\lambda) \cdot G(\lambda) \cdot \varphi(\lambda)} \cdot \frac{X_1 s^2 + X_2 s + X_3}{b_3 s^2 + b_4 s^3 + s}$$

Nous avons en somme 2 densités spectrales $S_1(s)$ et $S_2(s)$ donc 2 $\varphi(\lambda)$; $\varphi_1(\lambda)$ et $\varphi_2(\lambda)$. Nous avons 2 modèles de l'impédance du chauffeur $Z_1(\lambda)$ et $Z_2(\lambda)$ donc 2 $G(\lambda)$: $G_1(\lambda)$ et $G_2(\lambda)$ ce qui nous fait en tout quatre fonction de transfert.

$$\Phi_{11}(s) = \frac{1}{R(\lambda) G_1(\lambda) \varphi_1(\lambda)} \left[\frac{\varphi_1(\lambda)}{R(-\lambda)} \right]_+$$

$$\Phi_{12}(s) = \frac{1}{R(\lambda) G_2(\lambda) \varphi_1(\lambda)} \left[\frac{\varphi_1(\lambda)}{R(-\lambda)} \right]_+$$

$$\Phi_{21}(s) = \frac{1}{R(\lambda) G_1(\lambda) \varphi_2(\lambda)} \left[\frac{\varphi_2(\lambda)}{R(-\lambda)} \right]_+$$

$$\Phi_{22}(s) = \frac{1}{R(\lambda) G_2(\lambda) \varphi_2(\lambda)} \left[\frac{\varphi_2(\lambda)}{R(-\lambda)} \right]_+$$

Conclusion.

Le but de mon travail était d'optimiser une fonction de transfert du siège du chauffeur, à la fin j'en ai trouvé quatre fonctions ce qui a rendu mon travail plus riche, je laisse le soin aux spécialistes des fonctions de transfert d'exploiter ces résultats.

Et à la fin voici un programme qui nous a permis de tracer les modules et les phases de ces fonctions de transfert ainsi quelques dispersions et fonctionnelles en fonction de la variable λ .

Il est à noter que mes résultats ou mes graphes ne sont pas représentatifs dans la zone des fréquences inférieures à 1 Hz, car mes fonctions d'approximations tendent généralement vers $\pm \infty$ dans cette zone donc mes résultats ne sont valables qu'à partir d'une certaine fréquence disons 1 Hz.

```

real modul11,modul12,modul21,modul22
real lam,m1,m2,m3,k1,k2,k3
real*8 sh1(600),sh2(600)
real*8 sd11(600),sd12(600),sd21(600),sd22(600)
real a1(4),a2(4),x(5),aa(5,5),bb(5)
complex jc,s,z1,z2,z3,z4,z5,z6,z7,zh1,zh2
complex q1,q2,g1,g2,r,rap1,rap2
OPEN (UNIT=10,FILE='SIG11.DAT',STATUS='NEW')
OPEN (UNIT=11,FILE='SIG12.DAT',STATUS='NEW')
OPEN (UNIT=12,FILE='SIG21.DAT',STATUS='NEW')
OPEN (UNIT=13,FILE='SIG22.DAT',STATUS='NEW')
OPEN (UNIT=4,FILE='DENSIT1.DAT',STATUS='OLD')
OPEN (UNIT=5,FILE='DENSIT2.DAT',STATUS='OLD')
data m3,m2,m1,a13,a12,a11,k3,k2,k1/5.003,23.053,42.183,
1 12066.3,981.,117.72,47007.,95157.,185409./
data a1/0.1402,30.4995,4.132e-3,6e-3/
data a2/1.831,0.320,6.777e-3,4.797e-3/
do 5 i=1,505
read(4,*) until,sh1(i)
sh1(i)=sh1(i)*1E-6
read(5,*) until,sh2(i)
sh2(i)=sh2(i)*1E-6
continue
pi=3.141592654
jc=(0.,1.)
do 20 ro=0.05,0.95,.05
lam=1/(1-ro)
do 10 iw=1,505
w=iw
f=w/(2*pi)
s=jc*w
z1=a11*s+k1
z2=m2*s**2+a12*s+a13*s+k2+k3
z3=m3*s**2+a13*s+k3
z4=a13*s+k3
z5=m1*s**2+a11*s+a12*s+k1+k2
z6=a12*s+k2
z7=z1*(z2*z3-z4**2)/
1 (z5*(z2*z3-z4**2)-z6**2*z3)
test=(-33037.9669+237.869*w**2)/
1 (2.533*1E-2*w**2+4.5494*1E-6*w**4)
zh1=test*(1.,0.)
if (iw.lt.13) then
zh1=80*s
end if
zh2=z1*(1-z7)/s
g1=s/zh1
g2=s/zh2
q1=(0.1402*s+30.4995)/
1 (4.132E-3*s**3+6.E-3*s**2+s)
q2=(0.321+1.831*s)/
1 (6.777e-3*s**3+4.797e-3*s**2+s)
aa(1,1)=lam**0.5
aa(2,1)=t(4*lam)**0.25)
aa(2,2)=aa(1,1)

```



```

aa(2,4)=a1(4)
aa(2,5)=a1(3)
aa(3,1)=1
aa(3,2)=aa(2,1)
aa(3,3)=aa(1,1)
aa(3,4)=1
aa(3,5)=a1(4)
aa(4,2)=1
aa(4,3)=aa(2,1)
aa(4,5)=1
aa(5,3)=1
bb(4)=a1(1)
bb(5)=a1(2)
call sag(aa,bb,iw,x)
rap1=(x(1)*s**2+x(2)*s+x(3))/
1 (a1(3)*s**3+a1(4)*s**2+s)
fdt11=rap1/(r*g1*q1)
PHAS11=ATAN(AIMAG(fdt11)/REAL(fdt11))
modul11=(fdt11*CONJG(fdt11))**0.5
sd11(iw)=fdt11*conjg(fdt11)*sh1(iw)
fdt12=rap1/(r*g2*q1)
PHAS12=ATAN(AIMAG(fdt12)/REAL(fdt12))
modul12=(fdt12*CONJG(fdt12))**0.5
sd12(iw)=fdt12*conjg(fdt12)*sh1(iw)
aa(1,1)=lam**0.5
aa(1,3)=a2(3)
aa(2,1)=-((4*lam)**0.25)
aa(2,2)=aa(1,1)
aa(2,4)=a2(4)
aa(2,5)=a2(3)
aa(3,1)=1
aa(3,2)=aa(2,1)
aa(3,3)=aa(1,1)
aa(3,4)=1
aa(3,5)=a2(4)
aa(4,2)=1
aa(4,3)=aa(2,1)
aa(4,5)=1
aa(5,3)=1
bb(4)=a2(1)
bb(5)=a2(2)
call sag(aa,bb,iw,x)
rap2=(x(1)*s**2+x(2)*s+x(3))/
1 (a2(3)*s**3+a2(4)*s**2+s)
fdt21=rap2/(r*g1*q2)
PHAS21=ATAN(AIMAG(fdt21)/REAL(fdt21))
modul21=(fdt21*CONJG(fdt21))**0.5
sd21(iw)=fdt21*conjg(fdt21)*sh2(iw)
fdt22=rap2/(r*g2*q2)
PHAS22=ATAN(AIMAG(fdt22)/REAL(fdt22))
modul22=(fdt22*CONJG(fdt22))**0.5
sd22(iw)=fdt22*conjg(fdt22)*sh2(iw)
print*, delta1, delta2

```

```

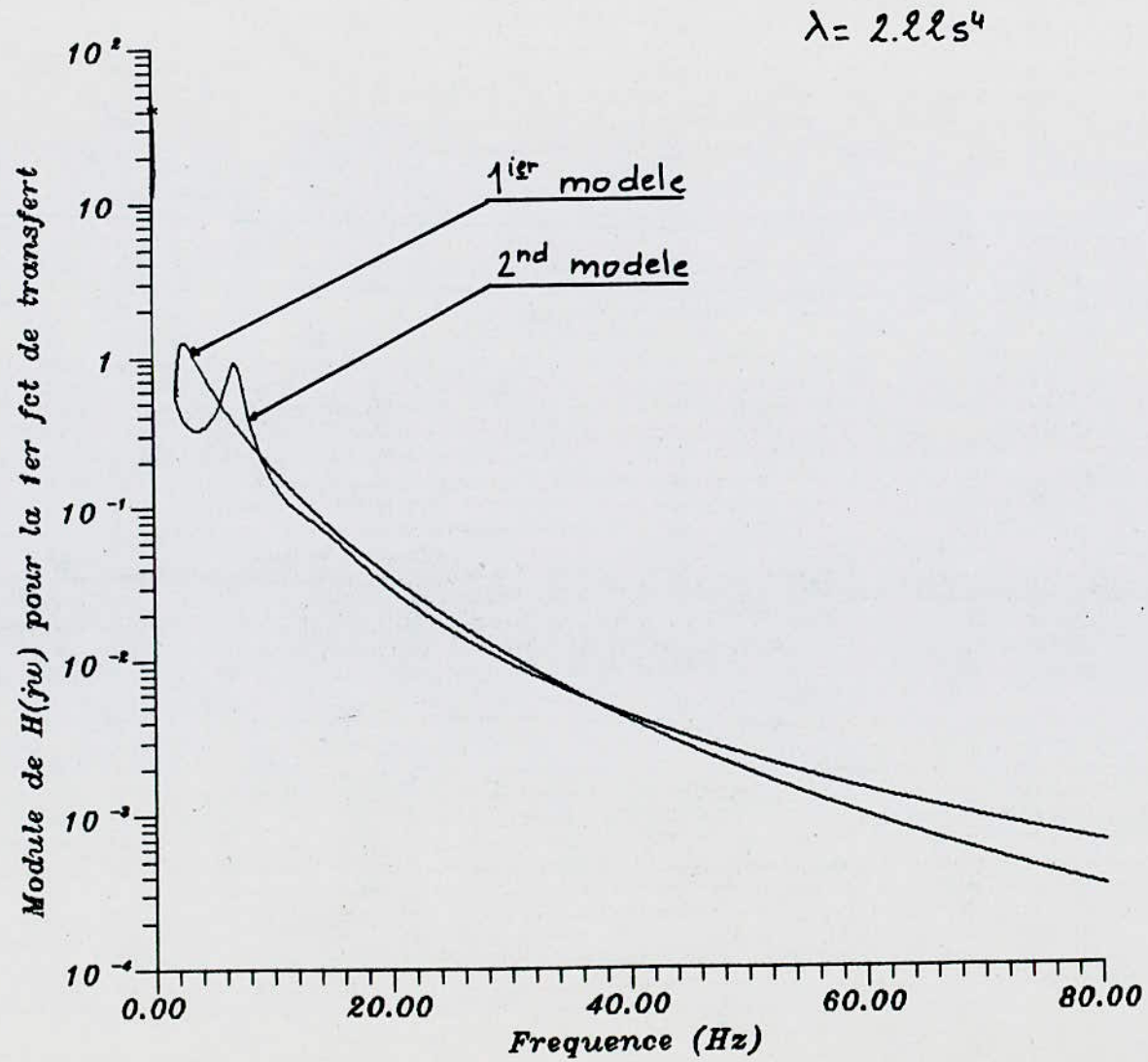
call itr(lam,sd11,sg11)
call itr(lam,sd12,sg12)
call itr(lam,sd21,sg21)
call itr(lam,sd22,sg22)
write(10,*) lam,sg11
write(11,*) lam,sg12
write(12,*) lam,sg21
write(13,*) lam,sg22
20 continue
stop
end

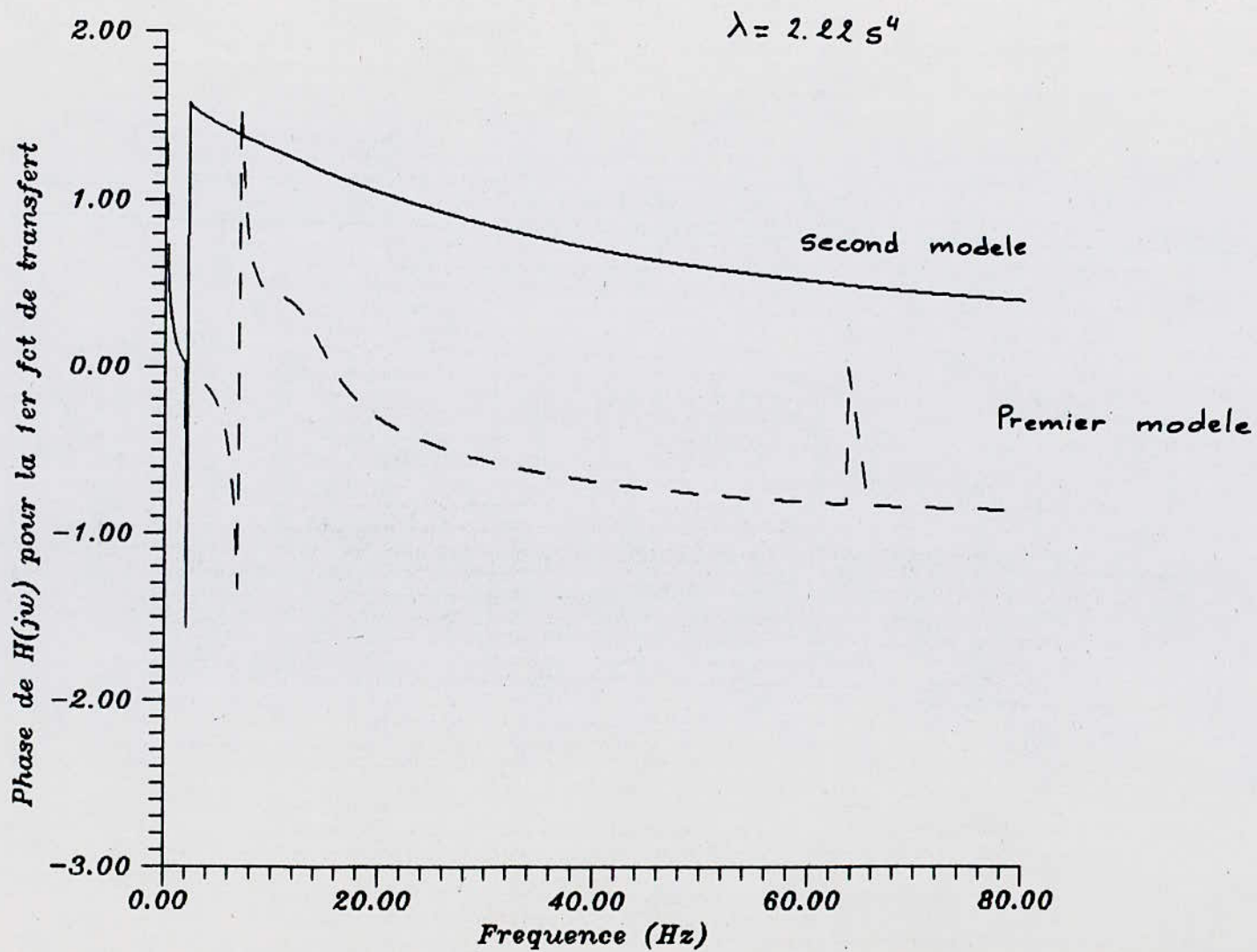
C *****
C ***** CALCUL D'INTEGRALES "Methode des trapezes" *****
C ***** CALCUL DES DISPERSIONS *****
C *****
SUBROUTINE ITR(LAM,SD,SG)
REAL SIG,S,LAM
REAL SG,PI
REAL*8 SD(600)
IH=1
N1=505
PI=3.141592654
S=(SD(1)+SD(N1))/2
IX=1.+IH
10 S=S+SD(IX)
IX=IX+IH
IF(IX-N1) 10,30,30
30 SIG=S/PI
SG=SQRT(SIG)
RETURN
END

C *****
C ***** ALGORRITHME DE GAUSS *****
C *****

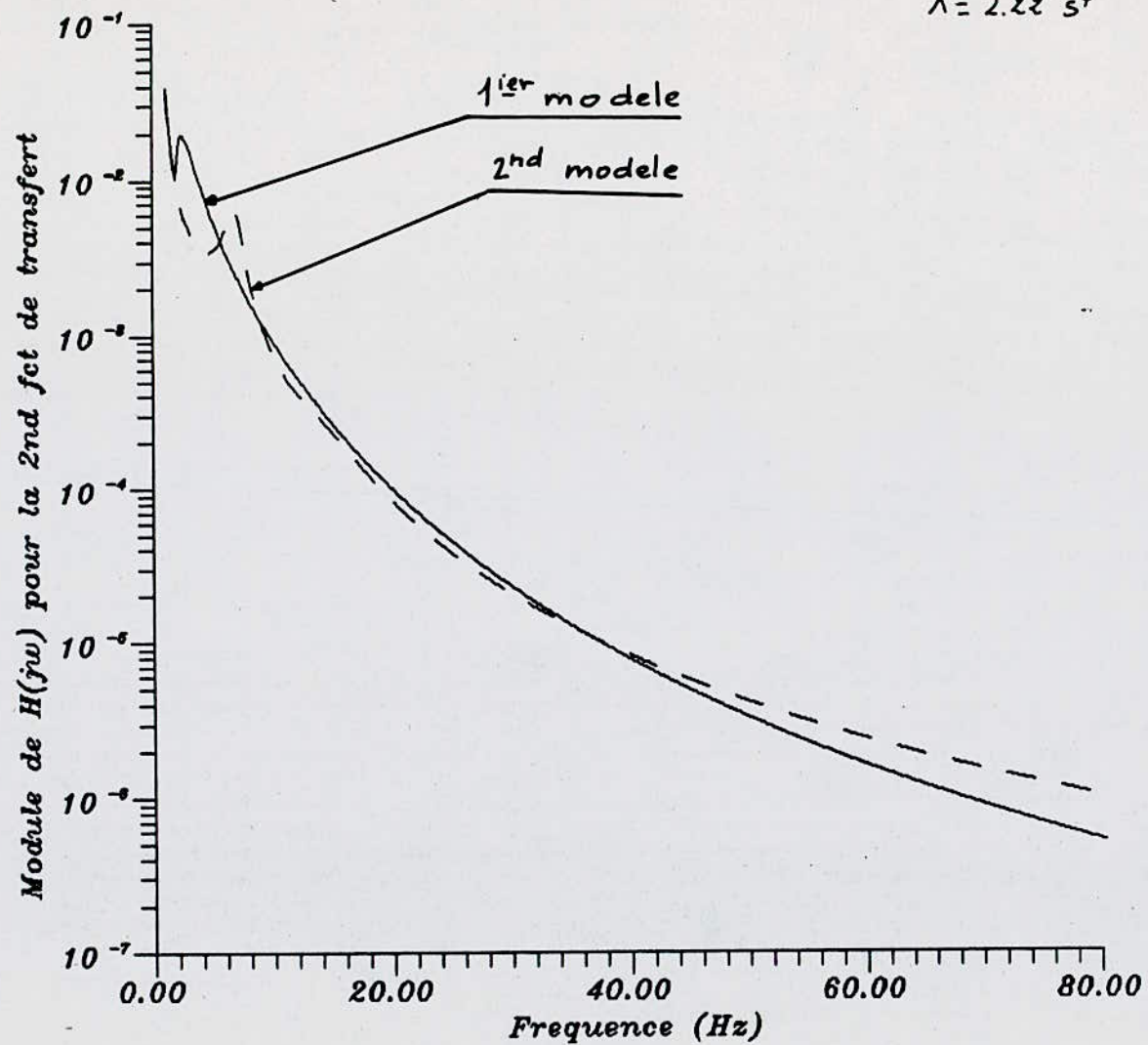
SUBROUTINE SAG(AA,BB,IW,H)
real AA(5,5),BB(5),H(5),AS(5,5)
real R,BS(5),X(5),C
DO 15 II=1,5
BS(II)=BB(II)
DO 10 J=1,5
AS(II,J)=AA(II,J)
10 CONTINUE
15 CONTINUE
c -----Elimination des elements nuls de la diagonale-----
20 DO 50 I=1,5
IF(AS(I,I).NE.0.) GOTO 50
DO 40 J=1,5
IF(AS(J,I).EQ.0.) GOTO 40
DO 30 K=1,5
30 AS(I,K)=AS(I,K)+AS(J,K)
40 BS(I)=BS(I)+BS(J)
CONTINUE

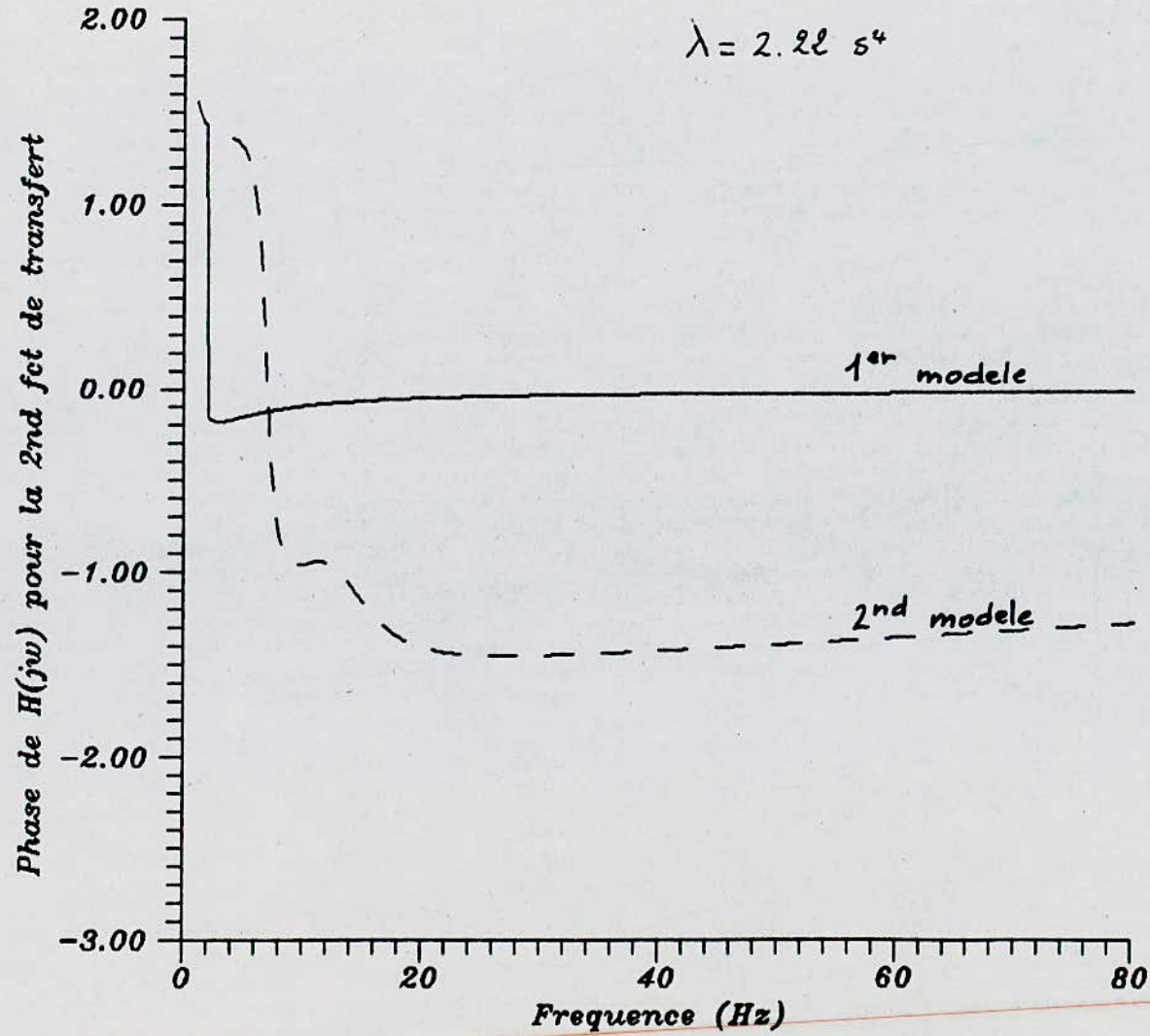
```

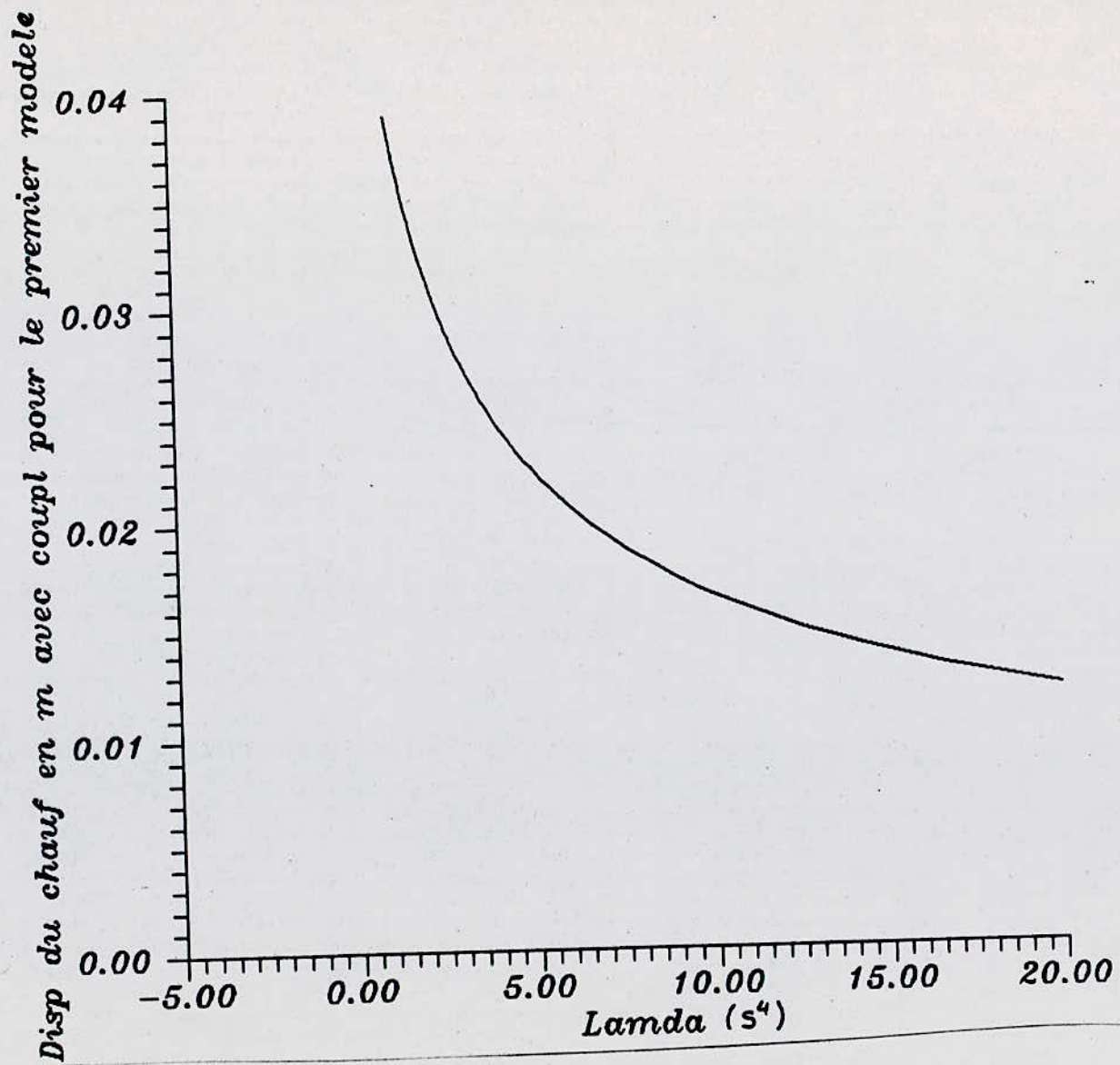


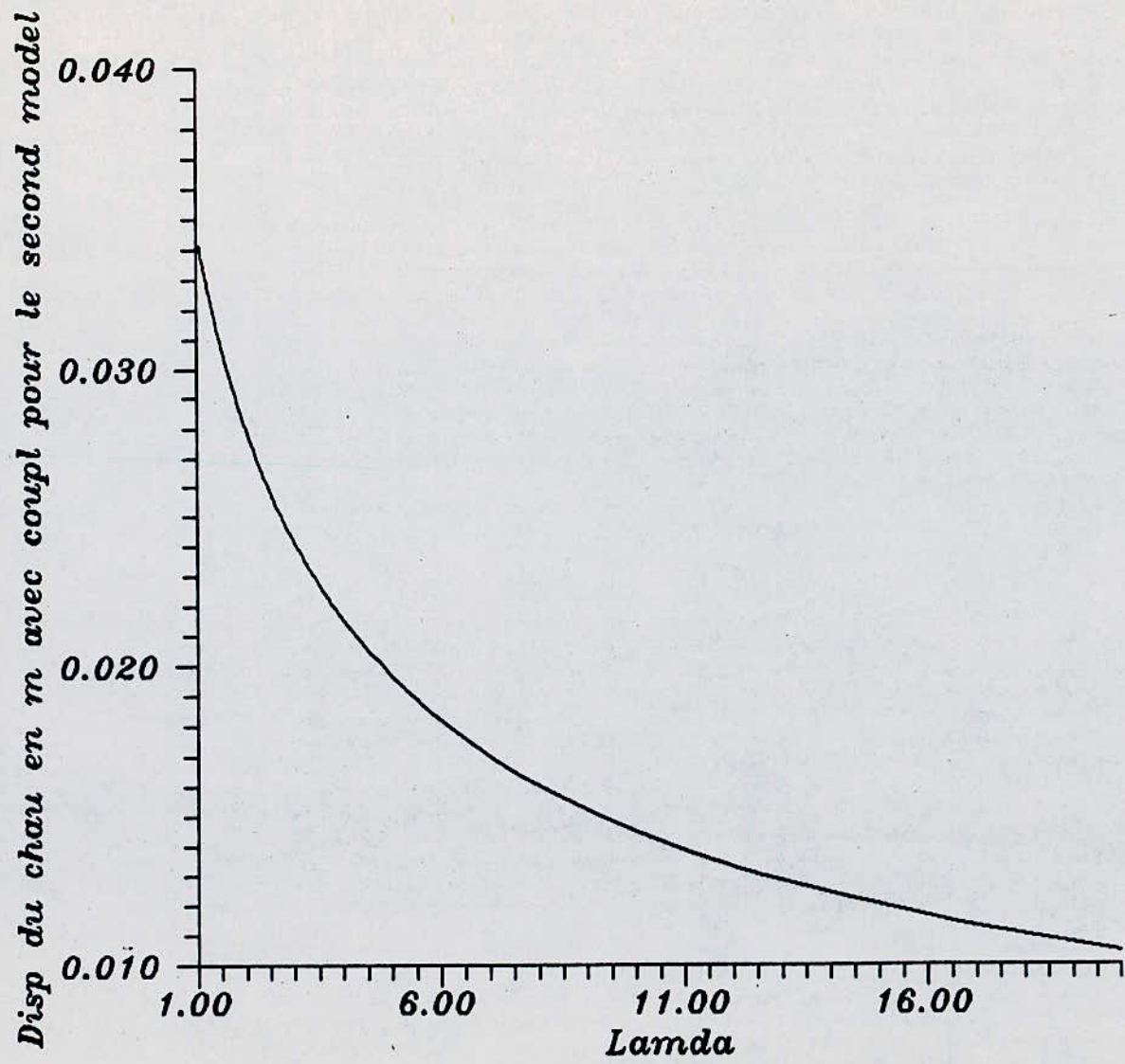


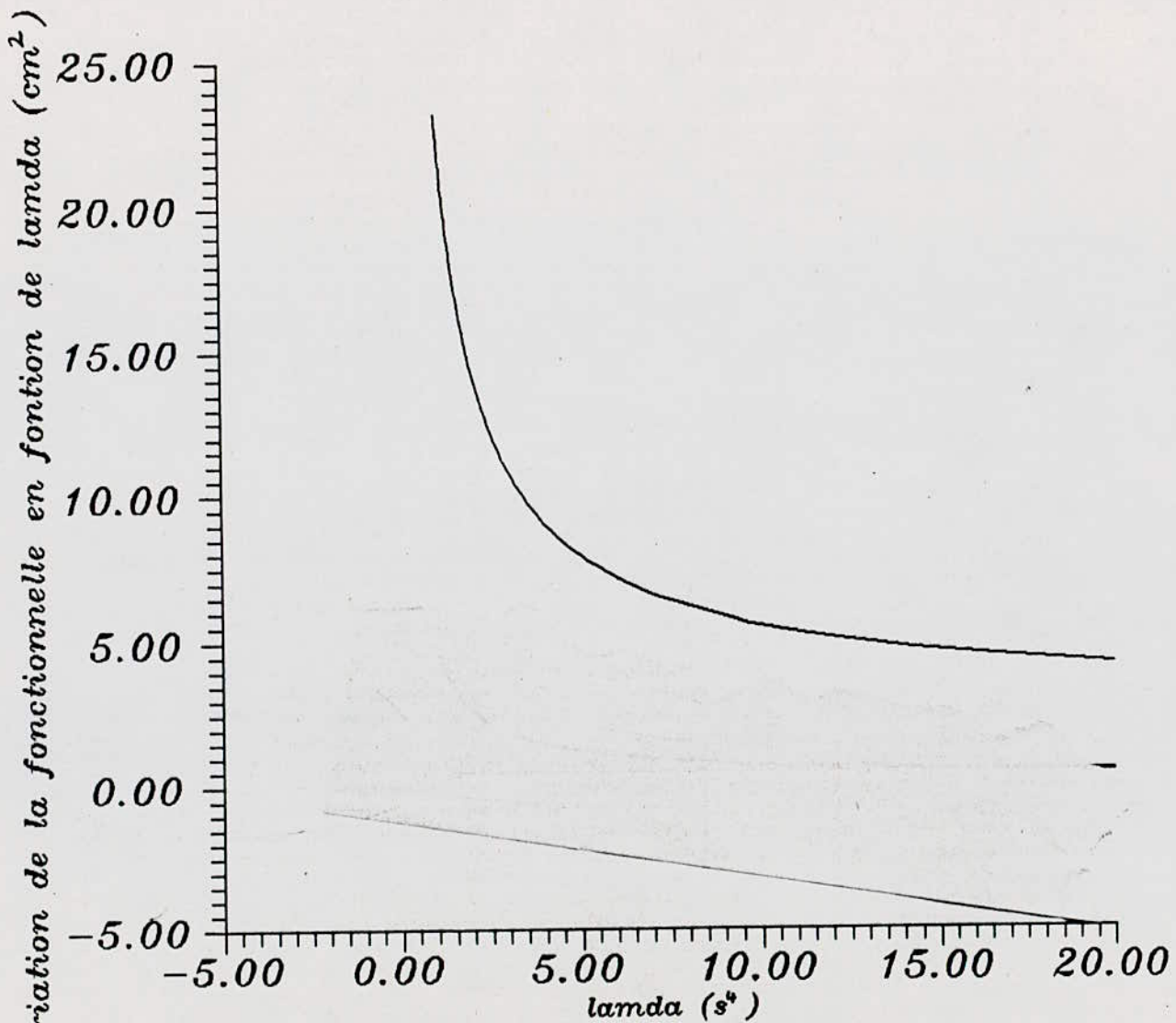
$$\lambda = 2.22 \text{ s}^4$$





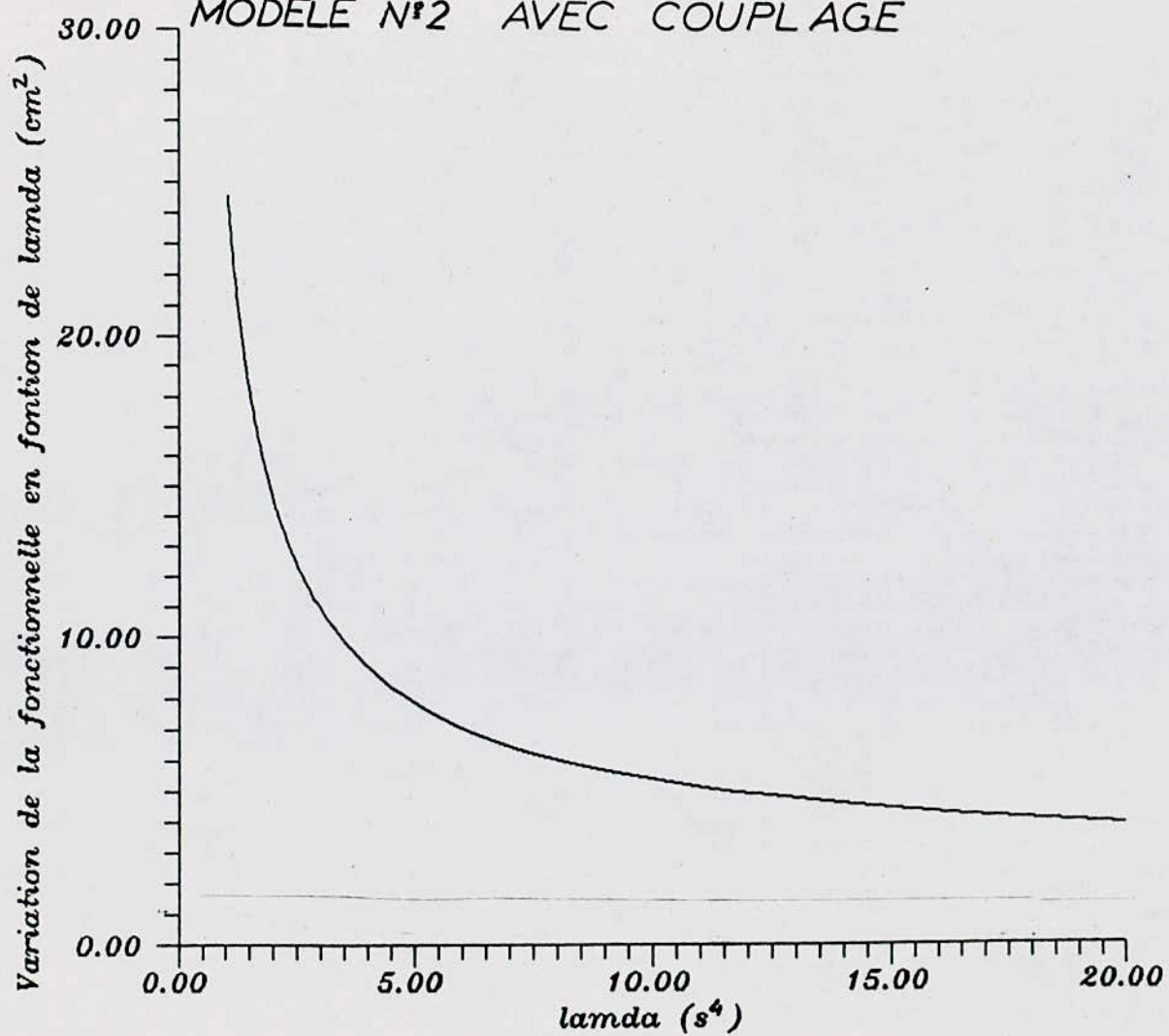






Cas de la fonction de transfert avec couplage pour le premier modele de l'homme

MODELE N°2 AVEC COUPLAGE



BIBLIOGRAPHIE

C. M. Harris , C.H.E. Crede

" SHOCK AND VIBRATION HANDBOOK "

M. Ksiazek , A. ATif.

" Vibroisolation optimale des systèmes discreto-continus "
ENP Juin 1987.

ПОДВЕСКА АВТОМОБИЛЯ

Р.В. РОТЕНБЕРТ МОСКВА 1972.

Journal of Technology

ENP 1988 N°6.

M. Ksiazek, C. Mokhdani

" Etude du confort du chauffeur de camion "
ENP JUIN 89

G.C. Newton , J.L.A Gould, J.F Kaiser

" Analytical design of linear feedback controls "
Jhon Willey & sons, Inc 1957.

I. Roitenberg

" Théorie du controle automatique "
« Mir » 1974

