

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT **Genie mecanique**

lea

PROJET DE FIN D'ETUDES

S U J E T

**CARACTERISATION
MECANIQUE DES MATERIAUX
COMPOSITES DE L'ENPC Chlef**

Proposé par :

N. BOUDJEMAA

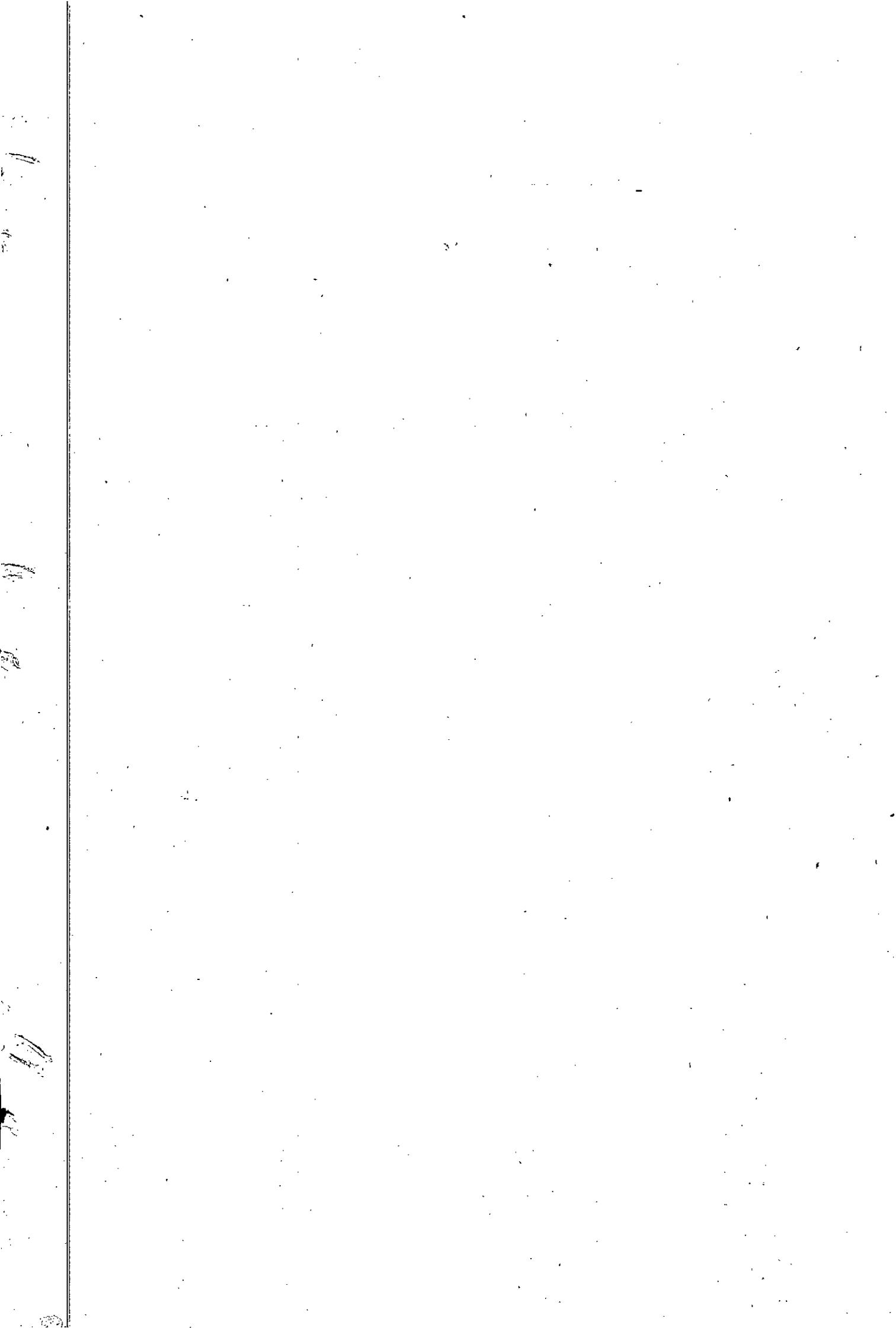
Etudié par :

Dj. IDIR

Dirigé par :

N. BOUDJEMAA

PROMOTION : **Juin 89**



وزارة التعليم العالي

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT **Genie mecanique**

PROJET DE FIN D'ETUDES

S U J E T

**CARACTERISATION
MECANIQUE DES MATERIAUX
COMPOSITES DE L'ENPC Chlef**

Proposé par :

N. BOUDJEMAA

Etudié par :

Dj. IDIR

Dirigé par :

N. BOUDJEMAA

PROMOTION : **Juin 89**

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

A ma famille

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

Ecole Nationale Polytechnique

Departement Genie Mecanique

Promoteur : M^{re} N. Boudjema

Eleve ingénieur : M^{re} Dj. Idir

الموضوع: تحديد الخصائص الميكانيكية للمواد التركيبية للمؤسسة الوطنية للمواد

البلاستيكية و المطاطية لشملت

الملخص: يستهدف هذا المشروع الى تقدير بعض الخصائص الميكانيكية لعدد

من عينات المواد التركيبية ذات الأساس الصمغ المتعدد الأستتر

و الصمغ الفينولي، المدعمة بالألياف الزجاجية من أنواع مختلفة

ثم مقارنة النتائج المحصل عليها بالنموذج النظري.

Sujet: Caracterisation mecanique des materiaux composites de L'E.N.P.C. chlef.

Resumé: Evaluer un certain nombre de parametres mecaniques tels

que E_L, E_f, G, G_r d'une variete de materiaux composites

à base de formulation de resine Polyester et resine Phénolique renforcés

de fibres de verre, puis comparés les resultats obtenus à ceux prévus par

les modeles theoriques

Subject: Mechanical characteristics of composite materials of ENPC at chlef

Abstract: The aim of this project is to evaluate mechanical

parametres likes $E_L, E_f, G,$ and G_r of a variety of composite

materials with a basic of polyester and phenolic

enforced with glass fibres, then compare the results obtained

with those known from the theoretical models.

Remerciements

J'adresse mes plus vifs remerciements à l'enseignant Mr BOUDJEMAA pour le suivi et l'encouragement qu'il a porté à nos travaux.

Les matériaux ont été préparés à l'ENPC de Chlef (unité UPS). Mes remerciements vont à Mr BOUFERSAOUI directeur de l'unité, ainsi qu'à Mr DJIROU et à tout le personnel technique et l'ensemble des travailleurs.

Je tiens à remercier également tous les enseignants qui ont contribué de près ou de loin à notre formation.

Sommaire :

Introduction

1 Généralités

1.1 Définition d'un matériau composite

1.2 Procédés de mise en oeuvre

2 Prévision du comportement mécanique des matériaux composites

2.1 Propriétés élastiques

2.1.1 Composites à renfort unidirectionnel

2.1.2 Composite à renfort orienté au hasard

2.2 Rupture des matériaux composites

2.2.1 Renfort à fibres unidirectionnelles continues

2.2.2 Renfort à fibres courtes multidirectionnelles

3 Théorie de la stratification

3.1 Loi de comportement de la monocouche dans le repère du matériau

3.2 Détermination des éléments de la matrice de souplesse

3.3 Loi de comportement d'un pli unidirectionnel à fibres longues dans un repère quelconque .

3.4 Loi de comportement d'un stratifié à fibres longues unidirectionnelles

3.5 Définition des contraintes et moments résultants

4. Rupture des matériaux composites stratifiés

4.1 Critère de déformation ou contrainte maximum

4.2 Critère quadratique

5. Matériaux de l'étude

- 5.1 Présentation des différents matériaux étudiés
- 5.2 Détermination de la fraction volumique de fibres des matériaux étudiés

6. Techniques expérimentales

- 6.1 Présentation des éprouvettes
- 6.2 Présentation des différents essais
 - 6.2.1 Essai de traction
 - 6.2.2 Essai de flexion
 - 6.2.3 Essai de torsion

7. Résultats et discussions

- 7.1 Résultats des essais de traction sur la résine polyester et résine phénolique
- 7.2 Résultats des essais de traction sur les matériaux composites polyester et phénolique renforcées de fibres de verre courtes orientées au hasard (Mat)
 - 7.2.1 Cas Polyester / Mat
 - 7.2.2 Cas Phénolique / Mat
 - 7.2.3 Comparaison entre les matériaux composites polyester / Mat et phénolique / Mat
 - 7.2.4 Comparaison avec les modèles de prévisions théoriques du module d'élasticité

8. Résultats de caractérisation sur éprouvette en composite fibres de verre longue unidirectionnelles

- 8.1 Essai de traction
- 8.2 Essai de flexion
- 8.3 Essai de torsion
- 8.4 Comparaison avec les modèles de prévisions théoriques

9. Les stratifiées

- 9.1 Détermination du module d'élasticité en flexion des stratifiées
 - 9.1.1 Cas Stratifié verre (tissu)/polyester
 - 9.1.1.1 Résultats des essais
 - 9.1.1.2 Prévisions du module d'élasticité par la théorie de la stratification
 - 9.1.2 Cas stratifié verre (Tissu)/phénolique
 - 9.1.2.1 Résultats des essais
 - 9.1.2.2 Prévision du module d'élasticité par la théorie de la stratification
- 9.2 Détermination de la contrainte à la rupture des stratifiées
 - 9.2.1 Résultats des essais de traction sur stratifié verre/polyester
 - 9.2.2 Résultats des essais de traction sur stratifiées verre/phénolique
 - 9.2.3 Prévisions théoriques de la contrainte à la rupture par le critère quadratique
 - 9.2.4 Comparaison entre les stratifiées verre/polyester et verre/phénolique .

Conclusion

Bibliographie

INTRODUCTION :

La technologie des matériaux composites est en progression constante depuis une vingtaine d'années et l'actuelle décennie offrira à cette technologie la possibilité de s'étendre considérablement vers de nouveaux champs d'applications.

En effet, l'amélioration des coûts de la résine, l'emploi de la CAO-FAO, le perfectionnement du matériel de mise en oeuvre ont contribué énormément au développement de cette technologie.

Actuellement, les matériaux composites se substituent aux matériaux métalliques dans plusieurs secteurs industriels, notamment, l'automobile, l'aéronautique, le bâtiment etc...

On reconnaît actuellement que comparé avec l'acier, l'utilisation des plastiques renforcés permet une plus grande liberté de conception, une résistance accrue à la corrosion et une réduction des pièces à assembler.

Cependant, lorsque l'on se pose le problème de substitution d'un matériau traditionnel par un composite verre/résine par exemple, il est nécessaire de revoir complètement l'aspect conception de la pièce (conception monobloc, aspect de surface, détail de forme), ce qui implique par conséquent des moyens de réalisation entièrement nouveaux.

Comme on peut le constater, l'emploi judicieux des matériaux composites se heurte à divers obstacles qui tiennent d'une part à la tradition qui fait que ces matériaux sont tout à fait différents des matériaux classiques et d'autre part au manque d'informations.

L'objectif de mon travail à porté sur la caractérisation mécanique des matériaux composites élaborés par l'entreprise nationale des plastiques et caoutchouc (ENPC de Chlef).

Il s'agit d'évaluer un certain nombre de paramètres mécaniques, tels que les modules d'élasticités en traction et en flexion, la contrainte ultime, le module de cisaillement, d'une variété de matériaux composites à base de formulations de résine polyester et de résine phénolique chargées de verre de différentes natures.

Il s'agit aussi de comparer les valeurs de ces paramètres mécaniques obtenus expérimentalement à ceux prévus par les modèles théoriques existants dans la littérature.

Le présent rapport comporte deux grandes parties :

a) Partie théorique :

Dans cette partie seront présentés :

* La définition la plus générale d'un matériau composite ainsi que les différents procédés de mise en oeuvre les plus couramment utilisés dans l'industrie .

* Le comportement mécanique des matériaux composites englobant les modèles de prévision des propriétés élastiques et de ruptures des composites à renfort unidirectionnel et multidirectionnel .

* Le comportement élastique du pli unidirectionnel et du stratifié (Théorie de la stratification) .

* Les différents critères appliqués pour la prévision de la rupture des stratifiés .

b) Partie expérimentale :

Dans cette partie, seront exposés les différents essais, traction, flexion 3 points, torsion, effectués sur les différents matériaux de l'ENPC qui sont :

1		1		1
1		1	VERRE FIBRES COURTES	1
1	RÉSINE	1		1
1		1	VERRE FIBRES LONGUES	1
1	POLYESTER	1		1
1		1	VERRE TISSU	1
1		1		1

1		1		1
1		1	VERRE FIBRES COURTES	1
1	RÉSINE	1		1
1		1	VERRE FIBRES LONGUES	1
1	PHÉNOLIQUE	1		1
1		1	VERRE TISSU	1
1		1		1

à la lumière de ces essais nous aurons à :

* Evaluer l'influence de la fraction volumique de fibre sur les paramètres mécaniques des matériaux composites.

* Comparer les résultats obtenus à ceux prévus par les modèles théoriques (loi des mélanges) pour les matériaux composites à fibre longue unidirectionnel et courte multidirectionnel.

* En fin, comparer les valeurs obtenues à celle prévues par la théorie de la stratification pour les matériaux composites stratifiés .

ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE :

1 GÉNÉRALITÉS SUR LES MATÉRIAUX COMPOSITES :

1.1 Définition d'un matériau composite

Nous appelons composite, un matériau obtenu par l'assemblage bi ou tridimensionnel de deux ou plusieurs éléments ou matériaux de base (Matrice, fibres, particules) de façon à obtenir un matériau résistant dont tous les éléments sont solidement et durablement liés entre eux, et dans lequel se produit un effet de synergie entre les caractéristiques des éléments de base.

Nous voulons parler ici, des composites à matrice organique : polymère renforcé de fibres encore appelé plastique armé qui représente la grande majorité des composites fabriqués actuellement.

Comparés aux matériaux classiques, les matériaux composites présentent des caractéristiques mécaniques rapportées à la densité assez remarquables .

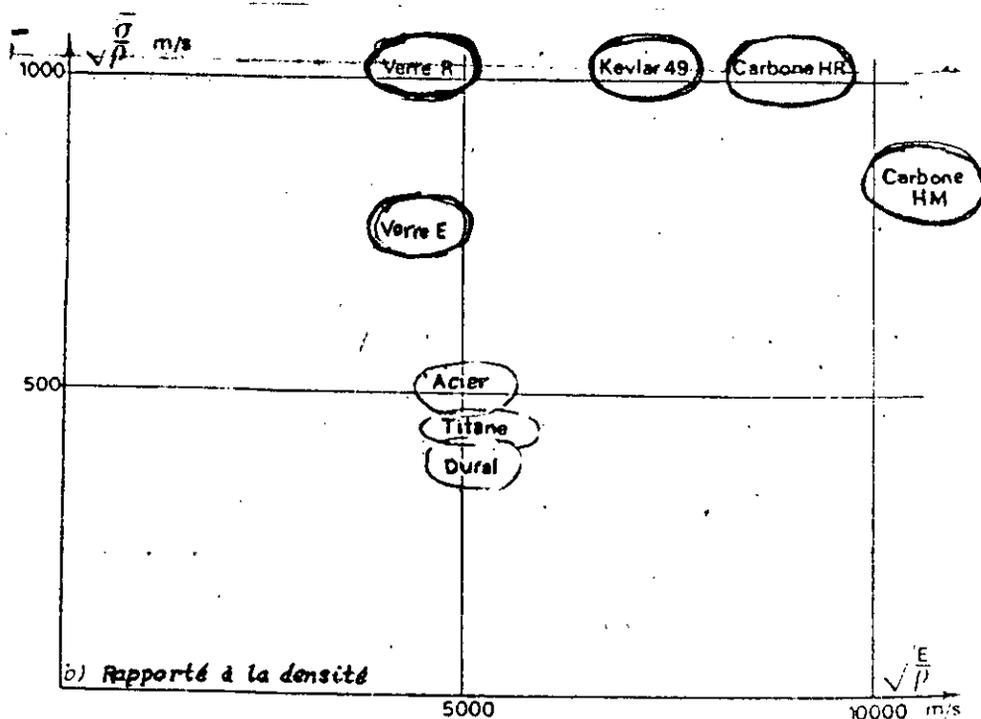


Figure I.1
Comparaison Composites* - Métaux

* Unidirectionnels 60 % Fibres + Epoxyde

1.2 PROCÉDÉS DE MISE EN OEUVRES :

Parmi tous les procédés de mise en oeuvre existants, on peut citer quelques uns qui sont couramment utilisés :

1.2.1 Moulage au contact :

Il consiste à imprégner à l'aide d'un pinceau différentes couches de renfort par une résine thermodurcissable et à les mettre en forme dans un moule .

1.2.2 Moulage par projection :

Il consiste à projeter simultanément à l'aide d'un pistolet une résine et des fibres coupées obtenues à partir de roving.

1.2.3 Moulage par compression à froid :

Ce moulage désigne un procédé de fabrication d'objets en résine renforcée de fibre par l'utilisation de presse spéciale . Cette méthode nécessite une résine à haute réactivité et des moules appropriés .

1.2.4 Moulage par compression a chaud :

Cette technique est analogue à la précédente mais destinée à la fabrication en grande serie, elle utilise surtout les preimpregnés pour le moulage à chaud.

Il existe d'autres procédés tels que:

- * Moulage par centrifugation.
- * Moulage par pultrusion

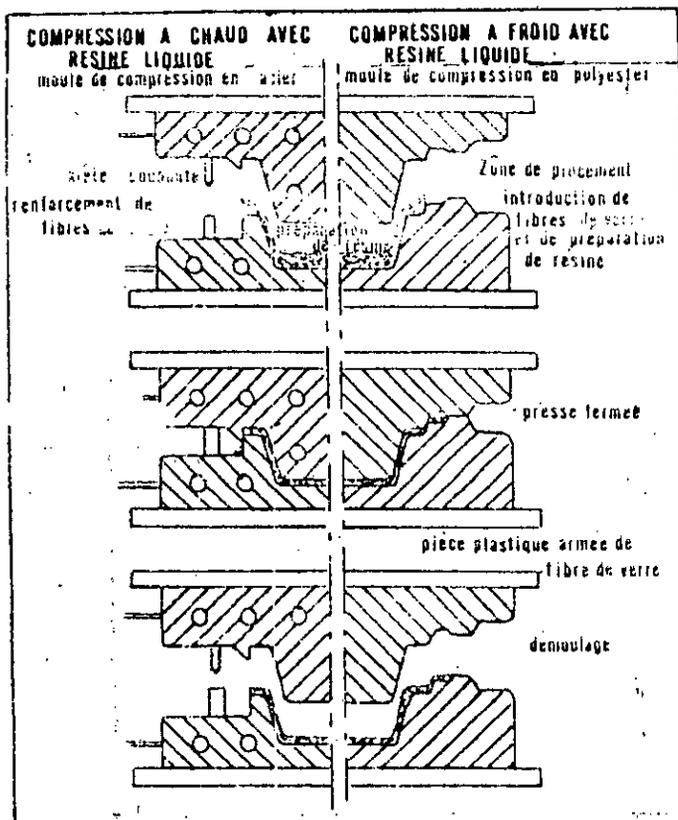
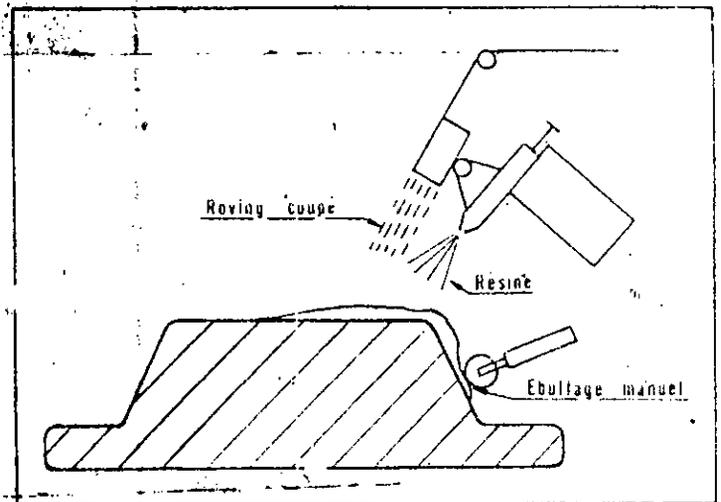
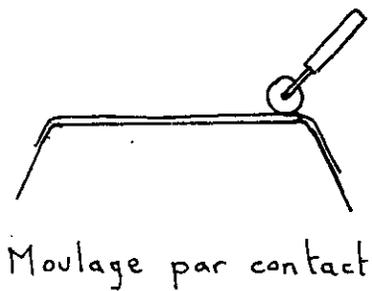
En ce qui concerne les matériaux de notre étude, ils ont été tous réalisés manuellement (Moulage par contact) par nos soins dans les ateliers de l'ENPC de chlef. Cinq couches de renfort ont été imprégnées successivement par une résine thermodurcissable disponible au niveau de l'entreprise, il s'agit :

- * Résine polyester qui est importée
- * Résine phénolique fabriquée localement au complexe d'Arzew .

Les plaques obtenues ont été passées à l'étuve à une température d'environ 70 degrés. Le temps d'étuve varie suivant la nature de la résine, de la proportion du catalyseur et de l'accélérateur.

En général le temps de polymerisation est de l'ordre de :

- * 2 heures pour la résine polyester
- * 8 heures pour la résine phénolique



- PRINCIPE DU PROCEDE DE COMPRESSION A CHAUD ET A FROID.

2 Prévisions du comportement mécanique des matériaux composites

Les prévisions des propriétés mécaniques demandent une parfaite connaissance des paramètres microstructuraux, tels que le diamètre des fibres, leurs longueurs, la distribution des fibres, la fraction volumique etc...

Des modèles faisant appel à la notion de micromécanique ont essayé de prévoir les constantes élastiques et les résistances à la rupture à partir des propriétés des matériaux et de l'arrangement des différentes phases.

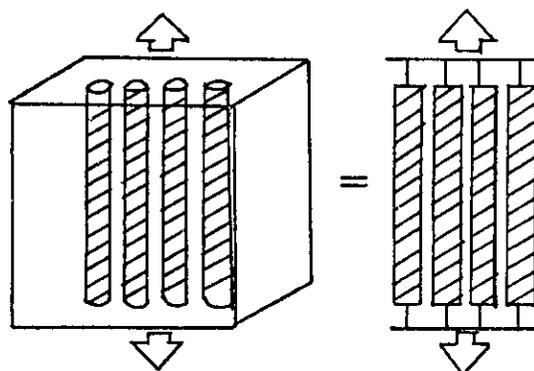
2.1 Propriétés élastiques :

La prévision des propriétés élastiques est le premier stade de compréhension du comportement des matériaux composites, et elle est indispensable pour le calcul des structures. Dans ce paragraphe, nous exposerons quelques modèles pour décrire la prévision des propriétés élastiques des matériaux composites, dans les deux cas de renforcement : unidirectionnel et multidirectionnel. Ces modèles tiennent compte du transfert de charge de la matrice aux fibres.

2.1.1 Composites à renfort unidirectionnel :

Dans ce cas, la loi utilisée pour prévoir les propriétés élastiques est l'influence du volume des fibres incorporées dans la matrice issue de la règle des mélanges établie pour les matériaux composites renforcés de fibres continues.

Pour des charges appliquées dans la direction des fibres, le modèle de YONNG E_{cl} du composite est donné par le modèle de VOIGT, qui suppose l'égalité des déformations :



$$\epsilon_c = \epsilon_f = \epsilon_m$$

ϵ_c : Déformation du composite

ϵ_f : Déformation de la fibre

ϵ_m : Déformation de la matrice

Les fibres et la matrice sont supposées linéairement élastiques :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_f &= E_f \epsilon_f \\ \sigma_m &= E_m \epsilon_m \end{aligned} \right\} (1) \quad \begin{aligned} E_f &: \text{module de young fibre} \\ E_m &: \text{module de young matrice} \end{aligned}$$

La force de traction est supportée par les fibres et la matrice :

$$F_c = F_f + F_m$$

$$\sigma_c = \sigma_f \frac{S_f}{S_c} + \sigma_m \frac{S_m}{S_c}$$

sachant :

$$\frac{S_f}{S_c} = \frac{V_f}{V_c}$$

$$\frac{S_m}{S_c} = \frac{V_m}{V_c}$$

S : section
 V : volume

alors :

$$\sigma_c = \sigma_f \frac{V_f}{V_c} + \sigma_m \frac{V_m}{V_c} \quad (2)$$

On définit la fraction volumique de fibre, comme le rapport du volume des fibres et du volume du composite.

$$V_f = \frac{V_f}{V_c}$$

La fraction volumique de la matrice est :

$$V_m = \frac{V_m}{V_c} = 1 - V_f$$

On remplace dans (2) on a :

$$\sigma_c = \sigma_f V_f + \sigma_m V_m \quad (3)$$

En utilisant les expressions (4) on obtient :

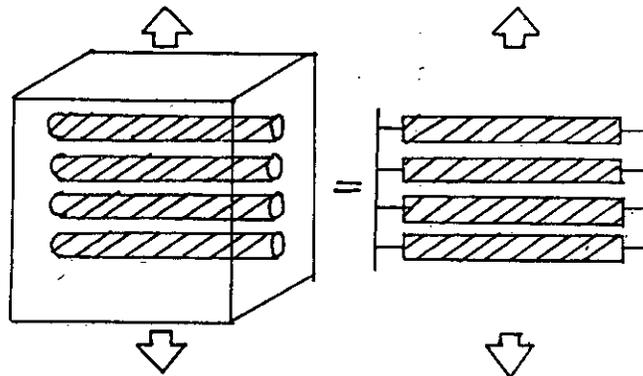
$$E_{c_l} = E_f V_f + (1 - V_f) E_m \quad (4)$$

L'utilisation de cette loi suppose que l'adhésion entre la fibre et la matrice est parfaite.

De la même façon que pour le modèle longitudinal, le module transversal du composite est exprimé par le modèle de REUSS, qui suppose l'égalité des contraintes sur la matrice et les fibres :

$$\sigma_f = \sigma_m = \sigma_c$$

$$E_c = E_f V_f + E_m V_m$$



En utilisant les expressions on a :

$$\frac{1}{E_{c_T}} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{V_m}{E_m}$$

où bien

$$\frac{1}{E_{c_T}} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{(1 - V_f)}{E_m} \quad (5)$$

Le module de cisaillement se détermine en supposant l'égalité des contraintes de cisaillement.

$$\tau_f = \tau_m = \tau_c$$

$$\delta_c = \delta_f V_f + \delta_m V_m$$

de même on a :

$$\tau_c = G_c \gamma_c$$

$$\tau_f = G_f \delta_f$$

$$\tau_m = G_m \delta_m$$

G_c : module de cisaillement du composite

G_f : module de cisaillement de la fibre

G_r : module de cisaillement de la résine

D'où en remplaçant ces expressions, on obtient :

$$\frac{1}{G_c} = \frac{1}{G_f} + \frac{1 - V_f}{G_m} \quad (6)$$

On notera, que ces modèles ne font pas intervenir la longueur et le diamètre des fibres

Dans le cas de matériaux composites renforcés de fibres courtes unidirectionnelles, la règle des mélanges trouvée précédemment nécessite l'utilisation de coefficients qui tiennent compte de la géométrie des fibres. Certains modèles proposent pour le module d'élasticité :

$$E_L = K_1 E_f V_f + (1 - V_f) E_m \quad (7)$$

E_L : Module longitudinal du matériau composite renforcé de fibre courte unidirectionnelle

K_1 : est un facteur d'efficacité qui tient compte de la longueur de la fibre et qui est donnée par l'équation :

$$K_1 = 1 - \frac{\text{th} \frac{b l}{2}}{\frac{b l}{2}}$$

l : Longueur de la fibre

$$b = \frac{2 G_m}{E_f r_f^2 \ln \left(\frac{R}{r_f} \right)}$$

G_m : Module de cisaillement de la matrice

r_f : rayon de la fibre

$2 R$: distance centre à centre entre deux fibres

2.1.2 Composite à renfort orienté au hasard (Mat) :

L'intérêt des matériaux composites à fibres courtes orientées au hasard réside dans leur facilité d'adaptation à certaines techniques de moulage. Cependant, la non-uniformité et la dispersion aléatoire des fibres dans la matrice rendent très compliqué l'étude de prévision des propriétés élastiques à l'aide de modèles théoriques.

Une des lois utilisées pour prévoir le module d'élasticité des matériaux composites renforcés de fibres Mat découle de la règle des mélanges :

$$E_c = K_1 K_2 E_f V_f + (1 - V_f) E_m \quad (8)$$

K_1 : a été défini précédemment

Pour une orientation aléatoire des fibres dans le plan, K_2 est donnée par la formule suivante :

$$K_2 = \sum_n a_n \cos^4 \theta_n \quad \text{et} \quad \sum_n a_n = 1$$

a_n : est la proportion de fibre disposée suivant un angle d'orientation moyen par rapport à la direction de sollicitation.

n : nombre d'intervalles sur lesquels les mesures de la distribution d'orientation des fibres ont été faites

Négligeant complètement l'effet de la matrice, et considérons seulement la rigidité des fibres, COX présente des expressions simples pour prévoir les contraintes élastiques d'un composite à renfort multidirectionnel :

$$E_c = \frac{E_f V_f}{3} \quad (9)$$

$$G_c = \frac{E_f V_f}{8} \quad (9)$$

$$V_c = \frac{1}{3}$$

E_c , G_c , V_c sont respectivement le module de YOUNG, le module de cisaillement et le coefficient de POISSON du composite.

TASAI et PAGANO ont développé des expressions simples permettant de prévoir le module élastique du matériau :

$$E_c = \frac{3}{8} E_f V_f + (1 - V_f) E_m \quad (10)$$

2.2 Rupture des composites :

la prévision des propriétés de rupture des matériaux composites est peu maîtrisée à cause de la complexité des mécanismes de déformation (hétérogénéité, anisotropie) au niveau microscopique . Pour les matériaux composites renforcés de fibres courtes multidirectionnelles, la rupture peut se produire différemment dans les fibres ou dans la matrice selon l'orientation et la fraction volumique des renforts ainsi que la nature de la résine . Dans les matériaux composites unidirectionnels sollicités dans la direction des fibres, la rupture peut avoir lieu dans les fibres, dans la matrice ou dans l'interface fibre-matrice.

Pour les modèles suivants, les matériaux sont supposés dépourvus de tous défauts .

2.2.1 Renfort à fibres unidirectionnelles continues :

Lorsque l'adhésion fibre-matrice est parfaite, la contrainte à la rupture d'un matériau composite à renfort unidirectionnel continu soumis à un effort de traction dans le sens des fibres est donnée par une loi des mélanges :

$$\sigma_{cL} = \sigma_f V_f + (1 - V_f) \sigma_m \quad (11)$$

σ_f et σ_m sont respectivement la contrainte à la rupture de la fibre et de la matrice.

2.2 Renfort à fibres courtes multidirectionnelles :

La prévision de la rupture des matériaux composites renforcés de fibres courtes orientées au hasard a été très peu étudiée à cause de la complexité des mécanismes de déformation .

Cependant, il existe une approche donnée par M.R.PIGOTT .

$$\sigma_c = \frac{3}{8} \sigma_f V_f + (1 - V_f) \sigma_m \quad (12)$$

3. Théorie de la stratification :

Un stratifié est constitué d'un empilement de couches composées chacune de deux phases distinctes et assemblées suivant les méthodes de mises en oeuvre décrites précédemment. On distingue d'une part un renfort: fibre longue ou courte dont le diamètre varie typiquement entre 5 et 100 μm qui confère la résistance mécanique au matériau et d'autre part la matrice dont le rôle est de lier les fibres, d'assurer la transmission des efforts et de protéger les fibres contre les agents chimiques extérieurs.

L'empilement des couches se fait selon une séquence, ou l'on fait varier l'épaisseur et l'orientation des plis successifs.

La théorie de la stratification porte sur le comportement mécanique des stratifiés constitués de plis à fibres longues unidirectionnelles.

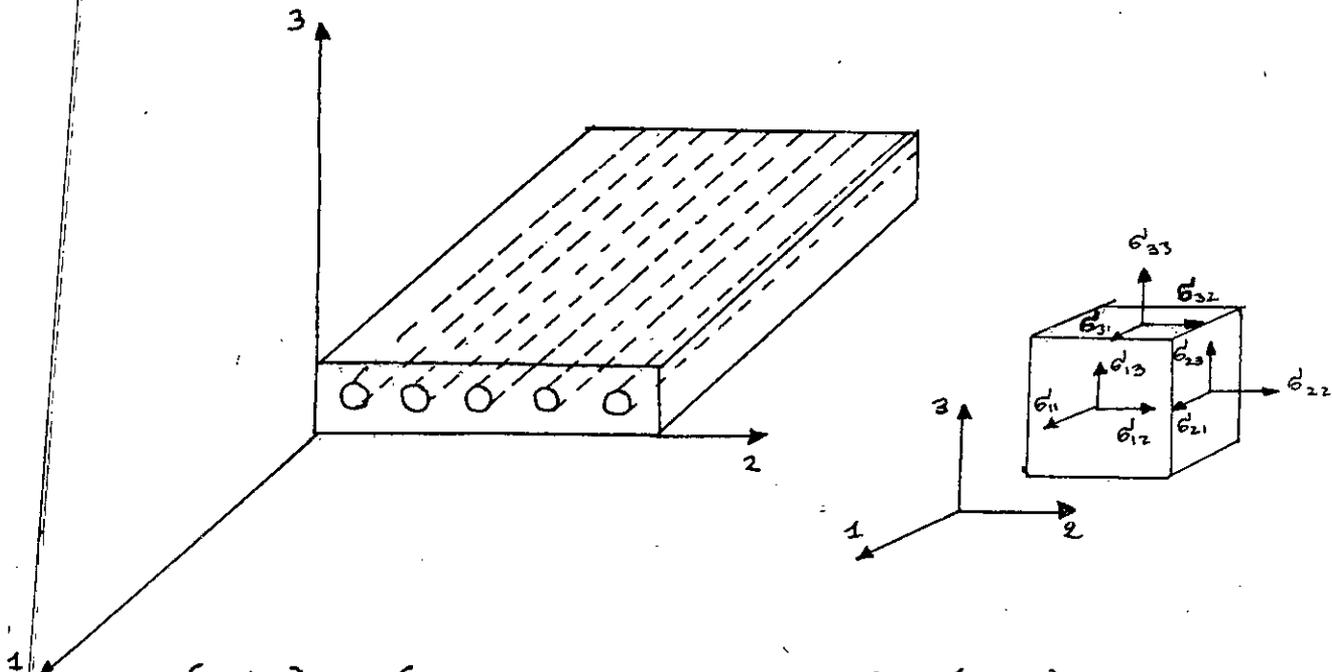
On associe à chaque pli, les constantes mécaniques nécessaires aux calculs (Module d'élasticité, coefficient de Poisson, module de cisaillement), et les paramètres géométriques tels que: épaisseur et orientation du repère orthonorme lié à la couche par rapport à la direction principale du matériau stratifié.

Pour notre cas, on se bornera au calcul du comportement élastique des plaques minces (contraintes planes).

Les matériaux composites sont considérés, comme homogène et anisotrope, la plupart des fibres présentent un comportement élastique linéaire jusqu'à rupture. Par contre suivant leur composition, les résines peuvent présenter un comportement plastique. On peut admettre pour les applications les plus fréquentes, que le comportement des matériaux composites est pratiquement élastique linéaire, d'où la loi de HOOKE est valable.

3.1 Loi de comportement de la monocouche dans le repère du matériau :

Dans le repère lié au matériau, la loi de HOOKE généralisée reliant les contraintes aux déformations s'écrit :



$$\begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \delta_{23} \\ \delta_{31} \\ \delta_{12} \end{bmatrix}$$

avec :

$$\begin{aligned}
 \epsilon_{11} &= \frac{\partial u}{\partial x} & \delta_{23} &= \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial y} \\
 \epsilon_{22} &= \frac{\partial v}{\partial y} & \delta_{31} &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \\
 \epsilon_{33} &= \frac{\partial w}{\partial z} & \delta_{12} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}
 \end{aligned}$$

Cette loi de comportement renferme en toute généralité 36 constantes. Ces coefficients ne sont pas toutes fois indépendants. Il existe une symétrie diagonale :

$$C_{ij} = C_{ji}$$

Donc en tout il y'a seulement 21 constantes

La couche élémentaire d'un matériau composite possède trois plans de symétrie orthogonaux des propriétés du matériaux : le matériau est dit orthotrope (mêmes propriétés élastiques de part et d'autres du plan orthotrope).

Avec cette propriété des matériaux composites, la loi de comportement se simplifie a 9 constantes indépendantes.

$$\begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \delta_{23} \\ \delta_{31} \\ \delta_{12} \end{bmatrix}$$

Dans le cas de plaque mince soumise à un état de contrainte plane, la matrice précédente se réduit à 4 constantes indépendantes.

$$\epsilon_3 = \tau_{23} = \tau_{13} = 0$$

$$\begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \delta_{12} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$[Q] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad \text{Matrice de rigidité}$$

En exprimant les déformations en fonction des contraintes :

$$\begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \delta_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \quad \text{Matrice de souplesse}$$

3.2 Détermination des éléments de la matrice de souplesse :

Un état de contrainte plane complexe $(\epsilon_1, \epsilon_2, \tau_{12})$ peut être considéré comme la superposition de trois états élémentaires :

- * Traction - Compression suivant 1
- * Traction - Compression suivant 2
- * Cisaillement dans le plan 1-2

a) Sollicitation dans la direction des fibres :

$$\begin{matrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{matrix} = \begin{matrix} \epsilon_1 \neq 0 & \epsilon_2 = \tau_{12} = 0 \\ \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \end{matrix} \begin{matrix} \epsilon_1 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$$

$$S_{11} = \frac{\epsilon_1}{\sigma_1} \Rightarrow S_{11} = \frac{1}{E_{11}}$$

$$S_{21} = \frac{\epsilon_2}{\sigma_1} = \frac{\epsilon_2}{E_{21}\epsilon_1} \Rightarrow S_{21} = -\frac{\nu_{21}}{E_{11}} \quad \text{avec } \nu_{12} = -\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$$

b) Sollicitation dans la direction perpendiculaire aux fibres :

$$\epsilon_2 \neq 0 \quad \epsilon_1 = \tau_{12} = 0$$

On obtient :

$$S_{12} = -\frac{\nu_{21}}{E_{22}} \quad S_{22} = \frac{1}{E_{22}}$$

c) Sollicitation de cisaillement :

$$\tau_{12} \neq 0 \quad \sigma_1 = \sigma_2 = 0$$

On obtient :

$$S_{cc} = \frac{1}{G_{12}}$$

La loi de comportement dans le système d'orthotropie s'écrit alors :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_{11}} & -\frac{\nu_{12}}{E_{22}} & 0 \\ \frac{\nu_{21}}{E_{11}} & \frac{1}{E_{22}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{pmatrix} \quad (15)$$

La matrice étant symétrique, cela conduit à :

$$\frac{\nu_{12}}{E_{22}} = \frac{\nu_{21}}{E_{11}}$$

Donc un matériau composite est défini par quatre paramètres (E_{11} , E_{22} , ν_{12} , G_{12}).

La matrice (S) caractérise la souplesse du matériau quand il est soumis dans son plan aux contraintes.

La relation inverse $\sigma = f(\varepsilon)$ définit la matrice de rigidité (Q).

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} \quad (16)$$

Avec :

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_{11}}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} & Q_{12} &= \frac{\nu_{12} E_{22}}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} \\ Q_{22} &= \frac{E_{22}}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} & Q_{21} &= \frac{\nu_{21} E_{22}}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} \\ Q_{66} &= G_{12} \end{aligned} \quad (17)$$

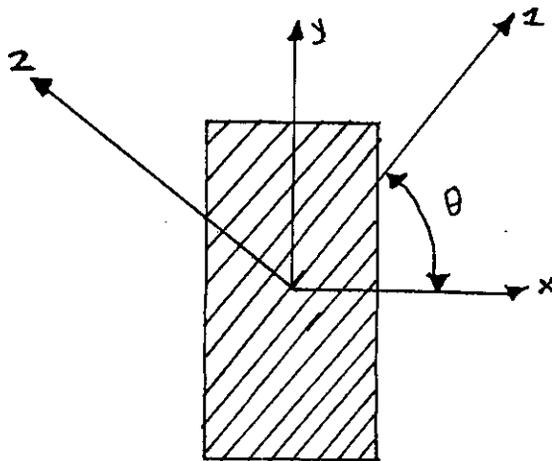
La matrice de rigidité est symétrique :

$$Q_{12} = Q_{21}$$

Cette matrice de rigidité est définie dans le repère du matériau

3.3 Loi de comportement d'un pli unidirectionnel à fibres longues dans un repère quelconque :

Le changement de repère envisagé est une rotation autour de l'axe 2 .



Le repère 1-2 est le repère du matériau

Le repère X-Y est le repère de sollicitation

La relation contrainte-déformation dans le repère principal du matériau (1-2) devient dans le repère (X-Y), faisant un angle θ avec le repère (1-2) :

$$\begin{bmatrix} d_x \\ d_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} d_x \\ d_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [\bar{Q}] \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

Dans un repère quelconque, le pli orthotrope se comporte comme un matériau complètement anisotrope .

En introduisant d'une part la matrice de passage du repère (1-2) au repère (X-Y) qui s'écrit :

$$\begin{bmatrix} d_x \\ d_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \quad \text{Matrice de Passage.}$$

$$m = \cos \theta$$

$$n = \sin \theta$$

D'autre part la matrice de REUTER :

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

On obtient après avoir effectué des transformations intermédiaires :

$$\begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \underbrace{[T]^{-1} [\bar{Q}] [R] [T] [R]^{-1}}_{[\bar{Q}]} \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} \quad (21)$$

(\bar{Q}) : Matrice de rigidité dans le système d'axe hors orthotropie .

La relation inverse est :

$$\begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \underbrace{[R] [T]^{-1} [R]^{-1} [S] [T]}_{[S]} \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} \quad (22)$$

(S) : Matrice de souplesse dans le système d'axe hors orthotropique

Les travaux de TSAI et PAGANO ont conduit à l'utilisation d'identités trigonométriques qui entraînent une simplification d'écriture, et l'accès à des quantités invariables .

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{1}{8} (3 Q_{11} + 3 Q_{22} + 2 Q_{12} + 4 Q_{66}) \\ U_2 &= \frac{1}{2} (Q_{11} - Q_{22}) \\ U_3 &= \frac{1}{8} (Q_{11} - Q_{22} - 2 Q_{12} - 4 Q_{66}) \\ U_4 &= \frac{1}{8} (Q_{11} + Q_{22} + 6 Q_{12} - 4 Q_{66}) \\ U_5 &= \frac{1}{8} (Q_{11} + Q_{22} - 2 Q_{12} + 4 Q_{66}) \end{aligned} \quad (23)$$

La matrice de rigidité du pli dans un repère $X-Y$ en faisant un angle θ avec le repère du matériau (1-2) se calcule par les relations ci-dessous.

$$\bar{Q}_{11} = U_1 + U_2 \cos 2\theta + U_3 \cos 4\theta$$

$$\bar{Q}_{22} = U_1 - U_2 \cos 2\theta + U_3 \cos 4\theta$$

$$\bar{Q}_{12} = U_4 - U_3 \cos 4\theta$$

$$\bar{Q}_{66} = U_5 - U_3 \cos 4\theta$$

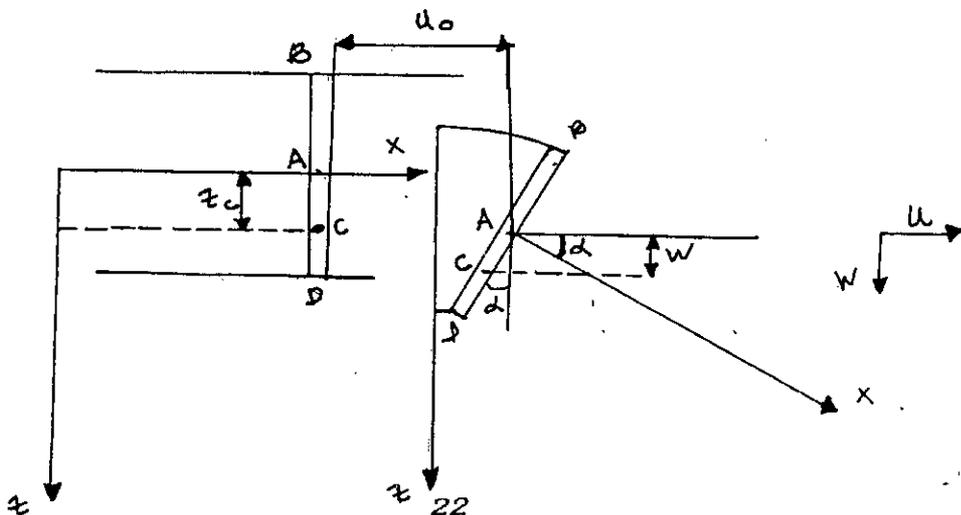
$$\bar{Q}_{16} = \frac{1}{2} U_2 \sin 2\theta + U_3 \sin 4\theta$$

$$\bar{Q}_{26} = \frac{1}{2} U_2 \sin 2\theta - U_3 \sin 4\theta$$

(24)

3.4 Loi de comportement d'un stratifié à fibres longues unidirectionnelles :

En tout point d'une plaque, il est possible de définir un plan séparant un stratifié en deux parties. Les déplacements d'une section perpendiculaire à ce plan milieu sont représentés sur la figure ci-dessous. Cette section est supposée rester perpendiculaire (non déformée) après le chargement.



Un point A appartenant au plan milieu se déplace d'une valeur U_0 dans la direction X. Si on considère un point C de la section perpendiculaire au plan milieu et passant par A, son déplacement sera :

$$U_c = U_0 - z_c \operatorname{tg} \alpha$$

d'après la figure :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dW}{dx}$$

d'où :

$$U_c = U_0 - z_c \frac{dW}{dx}$$

d'une manière analogue :

$$V_c = V_0 - z_c \frac{dW}{dy}$$

Introduisons les expressions des déformations :

$$\epsilon_x = \frac{\partial U_c}{\partial x} = \frac{\partial U_0}{\partial x} - z_c \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial V_c}{\partial y} = \frac{\partial V_0}{\partial y} - z_c \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial U_c}{\partial y} + \frac{\partial V_c}{\partial x} = \frac{\partial U_0}{\partial y} + \frac{\partial V_0}{\partial x} - z_c z_c \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y}$$

Posons :

$$\epsilon_x^0 = \frac{\partial U_0}{\partial x} \quad \text{Déformation du plan médian suivant X}$$

$$\epsilon_y^0 = \frac{\partial V_0}{\partial y} \quad \text{Déformation du plan médian suivant Y}$$

$$\gamma_{xy}^0 = \frac{\partial U_0}{\partial y} + \frac{\partial V_0}{\partial x} \quad \text{Déformation angulaire dans le plan X-Y}$$

$$K_x = - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \quad \text{Courbure de déformation suivant X}$$

$$K_y = - \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \quad \text{Courbure de déformation suivant Y}$$

$$K_{xy} = - 2 \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \quad \text{Courbure de déformation dans le plan X-Y}$$

Les expressions de ϵ_x , ϵ_y , γ_{xy} , peuvent se mettre sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \cdot \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix} \quad (25)$$

En substituant l'expression (25) dans (18) l'état de contrainte d'un pli d'indice k distant d'une longueur Z du plan médian s'écrira :

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [\bar{Q}]_k \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + [\bar{Q}]_k \cdot z \cdot \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix} \quad (26)$$

3.5 Définition des contraintes et moments résultants :

Les contraintes et moments résultants décrivent l'état de contrainte du stratifié.

Les contraintes résultantes sont égales à l'intégrale suivant Z des contraintes normales ou de cisaillement, elles sont notées par N_x , N_y , N_{xy} .

$$N_x = \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \sigma_x dz$$

$$N_y = \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \sigma_y dz \quad (27)$$

$$N_{xy} = \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \tau_{xy} dz$$

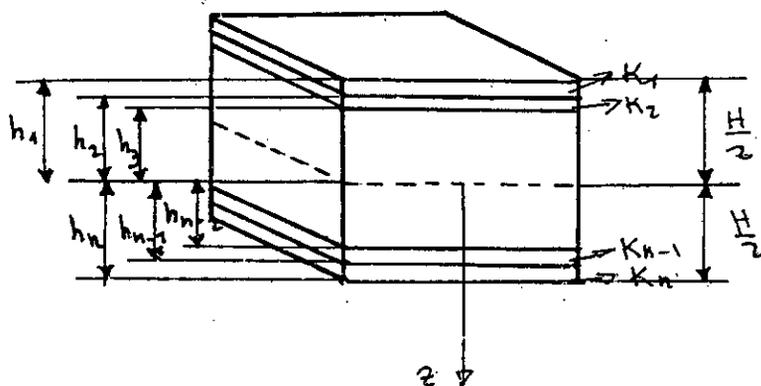
Les moments résultants s'expriment de la même manière :

$$\begin{aligned} M_x &= \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \sigma_x z \, dz \\ M_y &= \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \sigma_y z \, dz \\ M_{xy} &= \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \tau_{xy} z \, dz \end{aligned} \quad (28)$$

Les contraintes résultantes peuvent se mettre sous la forme

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{pmatrix} = \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} z \, dz$$

Pour procéder à l'intégration suivant Z , les couches constituant le stratifié sont repérées par un indice K .



Les contraintes dans chaque pli sont homogènes, ce qui nous permet de discretiser les intégrales et d'obtenir des sommes finies.

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{pmatrix} = \sum_{K=1}^n \int_{h_{K-1}}^{h_K} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} z \, dz$$

En remplaçant l'expression (26) dans cette dernière, on obtient :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \left[[\bar{\Phi}]_k \begin{pmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{pmatrix} + [\Phi]_k z \begin{pmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{pmatrix} \right] dz$$

En simplifiant l'écriture on a :

$$[N] = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \left([\bar{\Phi}] [\varepsilon^0] + [\Phi] [K] z \right) dz$$

Les éléments des matrices $[\bar{\Phi}]$, $[\varepsilon^0]$, $[K]$, sont indépendantes de Z , les contraintes résultantes s'écrivent alors :

$$[N] = [A] [\varepsilon^0] + [B] [K] \quad (29)$$

Avec :

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (\bar{\Phi}_{ij})_k (h_k - h_{k-1}) \quad (30)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (\bar{\Phi}_{ij}) (h_k^2 - h_{k-1}^2)$$

Les moments résultants s'écrivent de la même manière :

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-H/2}^{H/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} z \, dz$$

La discrétisation sur les couches d'indice K donne :

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{K=1}^n \int_{h_{K-1}}^{h_K} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} z \, dz$$

En remplaçant l'expression dans cette dernière, on obtient :

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{K=1}^n \int_{h_{K-1}}^{h_K} \left[[\bar{\Phi}]_K \begin{pmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{pmatrix} + [\bar{\Phi}]_K z \begin{pmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{pmatrix} \right] z \, dz$$

où bien :

$$[M] = \sum_{K=1}^n \int_{h_{K-1}}^{h_K} \left([\bar{\Phi}] [\varepsilon^0] + [\bar{\Phi}] [K] z \right) z \, dz$$

En calculant les integrales suivant Z , on obtient :

$$[M] = [B][\varepsilon^0] + [D].[K] \quad (31)$$

avec

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (\bar{\varphi}_{ij})_k (h_k^2 - h_{k-1}^2) \quad (32)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (\bar{\varphi}_{ij})_k (h_k^3 - h_{k-1}^3)$$

L'expression générale reliant les contraintes aux déformations d'un stratifié s'écrit :

$$\begin{pmatrix} N \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ B & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon^0 \\ K \end{pmatrix}$$

En développant on a :

(33)

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} & B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ A_{61} & A_{62} & A_{66} & B_{61} & B_{62} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} & D_{21} & D_{22} & D_{26} \\ B_{61} & B_{62} & B_{66} & D_{61} & D_{62} & D_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{pmatrix}$$

Les matrices $[A]$, $[B]$, $[D]$ sont toutes symétriques

4 Rupture des matériaux composites stratifiés :

La rupture des matériaux composites stratifiés est un processus complexe, qui dépend d'une part de l'orientation des différentes couches par rapport à la direction des efforts et d'autre part des défauts macroscopiques rencontrés dans le matériau (bulles d'air, mauvais alignement des fibres etc...) .

Les critères de ruptures qui seront présentés dans cette partie sont des critères semi-empiriques .

On distingue :

- * Critère de déformation ou contrainte maximale
- * Critère quadratique

4.1 Critère de déformation ou contrainte maximum :

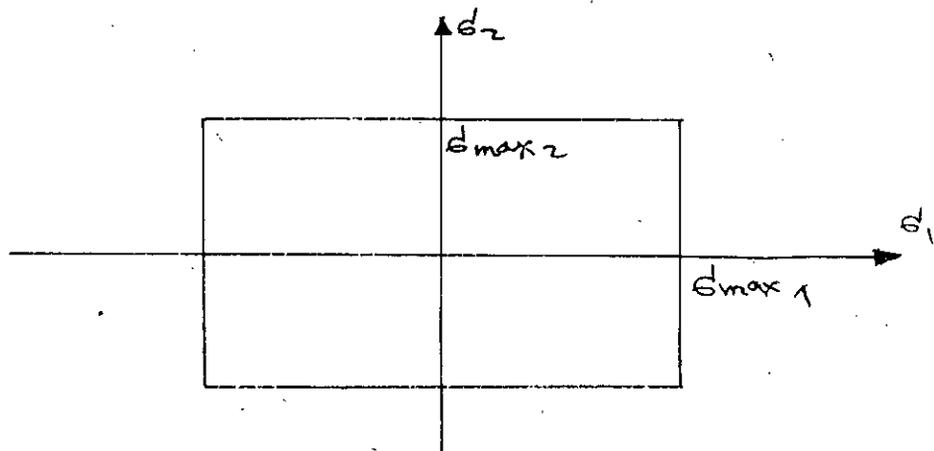
Ce critère suppose que dans le système d'axe d'orthotropie du pli considéré, les déformations ou les contraintes doivent être inférieures à une valeur critique .

$$\epsilon_i < \epsilon_{\max i}$$

ou

$$\sigma_i < \sigma_{\max i}$$

La rupture intervient dès que l'un des critères est rempli. Il n'y a pas interaction des deux contraintes principales .



Ce modèle indique les bornes supérieures des propriétés du matériau .

4.2 Critère quadratique :

Contrairement au critère précédent, ce critère tient compte de l'interaction des deux contraintes principales :

Il est donné par :

$$F_{ij} \sigma_i \sigma_j + F_i \sigma_i = 1$$

Dans la cas d'un chargement bidimensionnel $i = 1, 2, 6$, cette équation devient :

$$F_{11} \sigma_1^2 + 2 F_{12} \sigma_1 \sigma_2 + F_{22} \sigma_2^2 + F_{66} \sigma_6^2 + 2 F_{16} \sigma_1 \sigma_6 \\ + 2 F_{26} \sigma_2 \sigma_6 + F_1 \sigma_1 + F_2 \sigma_2 + F_6 \sigma_6 = 1$$

Dans les axes d'orthotropie, la contrainte de cisaillement n'influe pas sur le comportement du matériau dans le sens longitudinal ou transversal :

$$F_{16} \sigma_1 \sigma_6 = F_{26} \sigma_2 \sigma_6 = F_6 \sigma_6 = 0$$

Puisque $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_6$, ne sont pas nuls simultanément, il faut donc :

$$F_{16} = F_{26} = F_6 = 0$$

l'équation devient :

$$F_{11} \sigma_1^2 + 2 F_{12} \sigma_1 \sigma_2 + F_{22} \sigma_2^2 + F_{66} \sigma_6^2 + F_1 \sigma_1 + F_2 \sigma_2 = 1$$

Des six constantes de l'équation, cinq peuvent être mesurées par des expériences :

- * Traction et compression longitudinale
- * traction et compression transversale.
- * Cisaillement longitudinal

Le sixième paramètre du critère décrit l'interaction entre les deux contraintes normales.

Détermination des différents paramètres :

a) Traction longitudinale :

$$\sigma_1 = X^+, \quad \sigma_2 = 0 \quad \sigma_3 = 0$$

$$F_{11} X^{+2} + F_1 X^+ = 1$$

X^+ : charge de rupture en compression suivant l'axe x

b) compression longitudinale :

$$\sigma_1 = X^-, \quad \sigma_2 = 0 \quad \sigma_3 = 0$$

$$F_{11} X^{-2} + X^- F_1 = 1$$

de ces deux équations on obtient :

$$F_{11} = \frac{1}{X^+ X^-} \quad F_1 = \frac{1}{X^+} - \frac{1}{X^-}$$

X^- : charge de rupture en compression suivant l'axe x

c) Traction et compression transversale :

$$\sigma_1 = 0 \quad \sigma_2 = y^+ \quad \sigma_3 = 0$$

$$\sigma_1 = 0 \quad \sigma_2 = y^- \quad \sigma_3 = 0$$

De même que pour la traction et la compression longitudinale, on obtient :

$$F_{12} = \frac{1}{y^+ y^-} \quad F_2 = \frac{1}{y^+} - \frac{1}{y^-}$$

Y^+ : charge de rupture en traction suivant Y

Y^- : charge de rupture en compression suivant Y

d) Cisaillement longitudinal :

$$\sigma_1 = 0 \quad \sigma_2 = 0 \quad \sigma_6 = S$$

S : charge de rupture en cisaillement

On obtient :

$$F_{66} = \frac{1}{S^2}$$

F_{12} est donné par TSAI et VAN MISES :

$$F_{12} = \frac{1}{2} \sqrt{X^+ X^- Y^- Y^+}$$

5 Matériaux de l'étude :

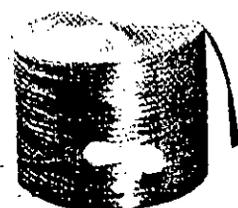
5.1 Présentation des différents matériaux étudiés :

Les matériaux utilisés dans cette étude, représentent une variété de composites fabriqués par nos soins dans les ateliers de l'ENPC de Chlef, à base de formulation de résine polyester, résine phénolique renforcées de fibres de verre sous différentes natures .

* Roving : Filaments continus

* Mat : Fibres courtes orientées aléatoirement

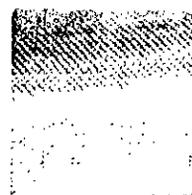
* Tissu : Trame 0° et 90°



Stratifié assemblé



Mat



Tissu
industrie textile

Les différentes plaques verre/résine préparées sont les suivantes :

1		1		1
1	Fibres de verre	1	Résine polyester	1
1		1		1
1	courtes orientées	1	-----	1
1		1		1
1	au hasard	1	Résine phénolique	1
1		1		1

/	/	/
/ Fibres de verre longues	/ Résine	/
/ unidirectionnelles	/ polyester	/
/	/	/

/	/
/ Résine	/ Verre tissu
/	/
/	/
/ Polyester	/ (0,90,0,90,0,90,0,90,0,90)
/	/ (0,90,+45,-45,0,90,+45,-45,0,90)
/	/
/	/
/ Phénolique	/ (0,90,0,90,0,90,0,90,0,90)
/	/ (0,90,+45,-45,0,90,+45,-45,0,90)
/	/

Ces matériaux composites ont été réalisés avec le procédé de moulage par contact .

Les quelques caractéristiques concernant les constituants de ces matériaux sont les suivantes :

a) Résine polyester :

Densité : = 1.16 g/cm³ (expérimentale)

Module d'élasticité en traction : 4,3 GPa (littérature)

b) Résine phénolique :

Densité : = 1.11 g/cm³ (expérimentale)

c) Fibre de verre :

Qualité : Verre "E"

Densité : = 2,60 g/cm³ (littérature)

Longeur (fibre courte) : 50 mm

Module d'élasticité en traction : 72 GPa (expérimentale)

Contrainte ultime en traction : 3,4 GPa

5.2 Détermination de la fraction volumique de fibres des matériaux étudiés :

Pour déterminer la fraction volumique de verre dans le matériau, des échantillons découpés des plaques ont été pesés avant et après étuve à une température de 600° pendant une durée d'une heure. A cette température, la résine se volatilise, les fibres subsistent .

D'après la loi des mélanges, l'expression de la fraction volumique des fibres est donnée par :

$$V_f = \frac{m_f}{m_f + (m_c - m_f) \frac{\rho_f}{\rho_m}}$$

m_f : masse de la fibre

m_c : masse du matériau composite

ρ_f : masse volumique de la fibre

ρ_c : masse volumique du matériau composite

a) Polyester/fibres de verre courtes orientées au hasard

Pour ce matériau, nous disposons de deux plaques avec des taux de fibres différents.

les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

	Plaque 1	Plaque 2
Fraction volumique de fibres	13 %	18 %

b) Phénolique/fibres de verre courtes orientées au hasard

Aussi pour ce matériau, nous disposons de deux plaques avec des taux de fibres différents.

	Plaque 1	Plaque 2
Fraction volumique de fibres	28 %	39 %

c) Polyester/ fibres de verre continues unidirectionnelles

	Plaque 1
Fraction volumique de fibres	24 %

d) Polyester/ stratifié

	Stratifié 0,30, 0,30, 0,30, 0,30, 0,30	Stratifié 0,30, 1,45, 0,30, 1,45, 0,30
Fraction volumique de fibres	42 %	37 %

e) Phénolique/stratifié

	Stratifié 0,30, 0,30, 0,30, 0,30, 0,30	Stratifié 0,30, 1,45, 0,30, 1,45, 0,30
Fraction volumique de fibres	54 %	53 %

6 Techniques expérimentales :

Dans ce paragraphe, nous présenterons les éprouvettes utilisées (leurs usinages, leurs conditionnements) et les essais réalisés dans le cadre de cette étude.

La détermination des caractéristiques mécaniques (E , σ_{rupt}) est une étape importante dans toute l'étude du comportement mécanique des matériaux composites,

La caractérisation mécanique est fondée sur des essais d'éprouvettes lisses de géométrie simple sollicitées en traction, flexion trois points, et torsion.

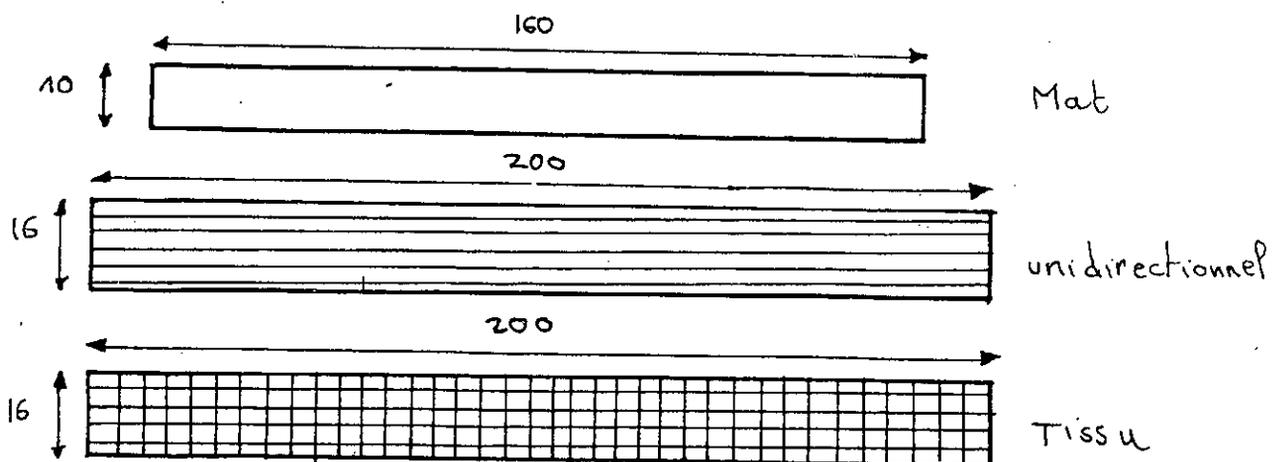
Les résultats de ces essais permettent d'évaluer les modules élastiques et les contraintes à la rupture.

6.1 Présentation des éprouvettes :

Les éprouvettes ont été découpées sur des plaques $400 \times 400 \times 3 \text{ mm}^3$ à l'aide d'une scie diamantée. Ces éprouvettes sont ensuite poncées au papier verre afin de supprimer les hétérogénéités de surface et les zones qui auraient pu souffrir de l'usinage.

Pour le cas des plaques en fibres de verre courtes orientées aléatoirement, deux directions de prélèvement des éprouvettes ont été sélectionnées, pour éviter que le flux de fibre ne provoque une anisotropie.

Les figures suivantes montrent des exemples d'éprouvettes utilisées :



6.2 Présentation des différents essais

Faute d'instruments de mesure électrique, les essais ont été effectués sans jauges de déformation, par conséquent, les enregistrements charge-déformation ne permettent pas une exploitation correcte de l'essai car le déplacement de la traverse mobile prend en compte, en plus de la déformation de l'éprouvette, les glissements de cette dernière au niveau des mors.

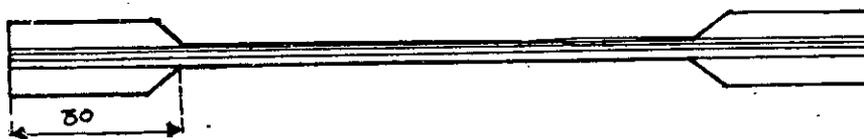
Nous signalerons que l'étape de collage des jauges a été effectuée sur les différentes éprouvettes de traction.

6.2.1 Essai de traction :

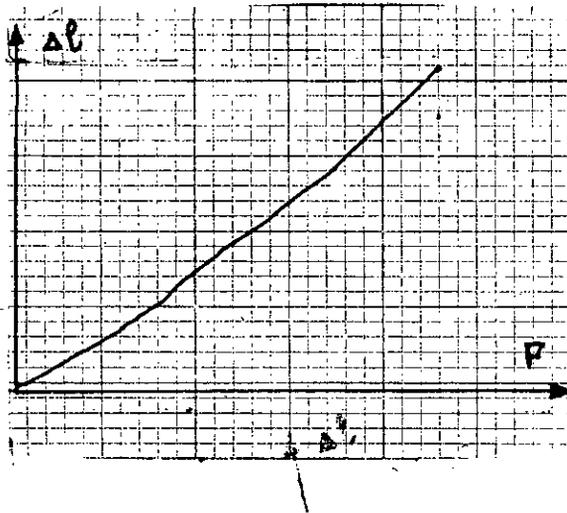
Bien que cette essai semble l'un des plus purs et des plus simples à réaliser, il est en fait l'un de ceux dont la mise en oeuvre demande le plus de précautions pour les matériaux composites. Différents paramètres ont en effet une influence non négligeable sur les résultats :

- * Alignement de l'éprouvette dans les mors
- * Bonne introduction des efforts, ce qui suppose une optimisation de la nature et de la forme des talons de renfort.
- * Effet de bordure

Pour les stratifiées et L'unidirectionnel, on a utilisé des talons en aluminium (Alliage léger) qui avaient l'avantage de protéger l'éprouvette vis à vis des mors.



Les essais de traction ont été menés sur une machine INSTRON 1195 avec une cellule de force de 10 KN disponible à L'ENPC de Chlef et à l'IAP de Boumerdes .La vitesse de la traverse est de l'ordre de 5 mm/min .La déformation longitudinale en fonction de la charge appliquée est enregistrée sur papier millimètre.



Exemple de
courbe de
traction

Le module élastique et la contrainte à la rupture en traction sont données par :

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

$$\sigma_{rup} = \frac{P}{S}$$

σ est la contrainte mesurée sur la partie linéaire de la courbe charge-déformation et ϵ la déformation correspondante .

P est la force maximum de charge

S est la section de l'éprouvette

6.2.2 Essai de flexion trois points :

Cet essai est simple à réaliser, il présente les particularités suivantes :

Traction ou compression suivant la position de la fibre, dans la section droite par rapport à la fibre neutre.

En général la rupture se fait au niveau de la section $L/2$

* soit au moment fléchissant max : (Éprouvette longue)

$$M_{\max} = \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2}$$

La contrainte normale maximale est :

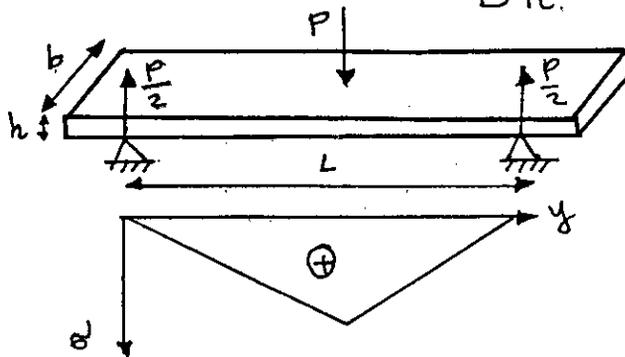
$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max} \cdot z}{I}$$

$$z = h/2 \text{ fibre extrême}$$

$$I = bh^3/12 \text{ Moment d'inertie de la section par rapport à l'axe neutre}$$

d'où

$$\sigma_{\max} = \frac{3}{2} \frac{PL}{bh^2}$$

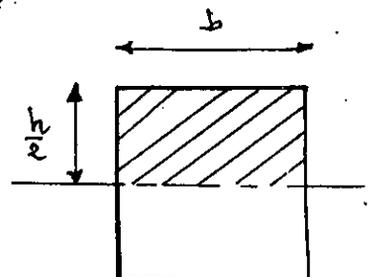


* Soit à l'effort tranchant max : (Éprouvette courte)

$$F_T = \frac{P}{2}$$

La contrainte de cisaillement max est :

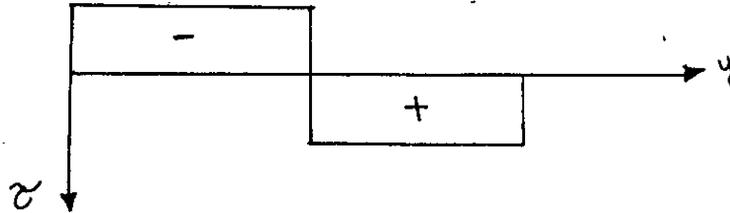
$$\tau_{\max} = \frac{F_T}{8I} h^2$$



$$I = bh^3/12$$

D'où

$$\tau_{\max} = \frac{3}{4} \frac{P}{bh}$$



Le rapport de la contrainte normale max et la contrainte de cisaillement max est :

$$\left(\frac{\sigma}{\tau} \right)_{\max} = 2 \left(\frac{L}{h} \right)$$

Pour que la contrainte en flexion predomine, il faut que :

$$\sigma \gg \tau \quad \text{alors} \quad \left(\frac{\sigma}{\tau} \right) \gg 1$$

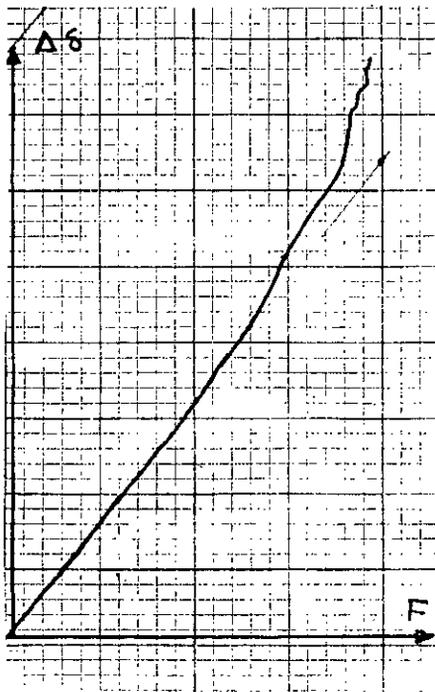
Donc :

$$\frac{L}{h} \gg 1$$

La valeur adoptée en général pour l'essai de flexion est :

$$L = 20 h$$

Cet essai a été effectué sur une machine INSTRON 1195 en prenant une cellule de force de 100 N, la vitesse de la traverse est de l'ordre de 20 mm/mn.



Exemple de courbe
de flexion

L'enregistrement de la courbe charge-fleche nous permet de calculer le module élastique en flexion à l'aide d'une relation déduite de la RDM .

$$E_f = \frac{L^3}{4bh^3} \frac{\Delta F}{\Delta \delta}$$

L : Distance entre appuis

b : Largeur de l'éprouvette

ΔF : Variation de charge sur la partie rectiligne de la courbe charge-fleche .

$\Delta \delta$: Variation de flèche correspondante à la variation de force F .

Essai de torsion :

Cet essai a été effectué sur un pendule de torsion existant au niveau du Laboratoire du département de G.mécanique de l'ENP . Cet appareil a été remis en marche et adapté pour nos essais.

La lecture du couple (M, θ) et l'utilisation de la relation ci-dessous nous ont permis de calculer le module de cisaillement G_{12} des matériaux composites unidirectionnels .

$$B(c) = 32 \frac{c^2}{\pi^4} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \left[\frac{1}{n^4} \left(1 - \frac{2c}{n\pi} \operatorname{th} \left(\frac{n\pi}{2c} \right) \right) \right]$$

avec $C = \frac{b}{h} \left(\frac{G_{13}}{G_{12}} \right)^{1/2}$

$$G_{12} = \frac{ML}{bh^3 \theta B(c)}$$

M : Couple de torsion

θ : Angle de torsion

b : Largeur de l'éprouvette

h : épaisseur de l'éprouvette

L : Longueur entre mors

On supposera que $G_{12} = G_{13}$ donc $C = b/h$.

Cette simplification est généralement adoptée pour les matériaux composites unidirectionnels.

7 Résultats et discussions :

L'objectif de ce chapitre est d'analyser et d'interpréter les résultats obtenus par les différents essais effectués sur les matériaux composites .

Nous distinguerons séparément :

- * Une évaluation du module élastique et de la contrainte ultime en traction de la résine polyester et la résine phénolique .

- * Une partie qui traitera le comportement élastique et la rupture des matériaux composites fibres de verre courtes orientées au hasard avec l'influence de la fraction volumique des fibres, et leurs prévisions par les modèles théoriques.

- * Une partie qui sera consacré à la détermination des paramètres élastiques des matériaux composites à fibres longues unidirectionnelles et la prévision de ces derniers par la loi des mélanges .

- * Une évaluation du module d'élasticité des stratifiés constitués de nappes de tissu ($0^\circ, 90^\circ$). Les résultats seront comparés à ceux proposés par la théorie de la stratification .

- * En fin une présentation des résultats des contraintes à la rupture de ces stratifiés .

7.1 Résultats des essais de traction sur la résine polyester et résine phénolique :

Dans cette partie, on se propose d'évaluer le module d'élasticité et la contrainte à la rupture en traction des deux formulations de résine. Ces derniers ont été mesurées en traction .

En ce qui concerne la résine phénolique, il nous a été impossible de déterminer ses paramètres du fait qu'il y'a eu chaque fois, au moment du serrage, rupture de l'éprouvette dans les mâchoires de la machines, ce qui traduit un caractère fragile de la résine phénolique .

Les résultats obtenus pour la résine polyester pure sont rassemblés dans le tableau suivant :

	Essai 1	Essai 2	Essai 3	Moyenne
σ_r MPa	26,84	26,14	26,90	26,62
E MPa	709,2	800,4	1464,28	991,27

On remarque qu'il y'a une dispersion dans les résultats de mesures du module d'élasticité en traction, cela est caractéristique de l'essai de traction sans jauge de déformation.

Comparée à la valeur du module d'élasticité en traction donnée par le fournisseur ($E=4300$ MPa), les résultats trouvés sont très inférieurs à cette valeur. Cela est du essentiellement au glissement important de l'éprouvette au niveau des mors.

$$E = \sigma \cdot l / \Delta l$$

l'allongement absolu Δl augmente, le module diminue

7.2 Résultats des essais de traction sur les matériaux composites polyester et phénolique renforcées de fibres de verre courtes orientées au hasard (Mat)

7.2.1 Cas du polyester / Mat

Des essais de traction ont été menés sur des éprouvettes polyester/mat avec des taux de verre différents afin d'évaluer l'influence de ce dernier sur le module d'élasticité et la contrainte à la rupture en traction.

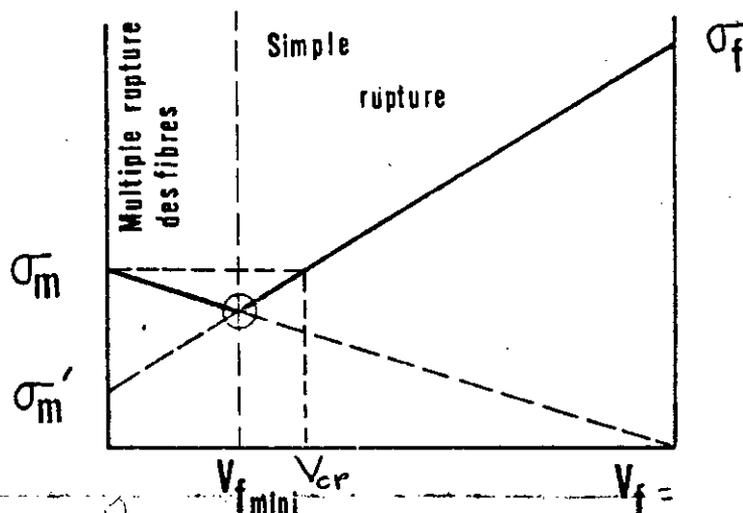
Les résultats sont regroupés dans le tableau suivant :

		Essai 1	Essai 2	essai 3	Moyenne
Polyester/mat $V_f = 13 \%$	σ_r MPa	68	76,6	74,8	73,2
	E MPa	1890,3	1855,3	1621,5	1789
Polyester/mat $V_f = 18 \%$	σ_r MPa	86,4	97,9	98,9	94,4
	E MPa	2514,4	2231,9	2503,2	2416,5

Aussi on constate une dispersion dans les valeurs du module d'élasticité. Cela est dû d'une part au caractère anisotrope du matériau et d'autre part au glissement de l'éprouvette par rapport aux mors.

Toute fois dans ces conditions, on peut avancer que le module d'élasticité et la contrainte à la rupture en traction augmente avec la fraction volumique. Cette augmentation ne peut pas être indéfinie du fait qu'il existe une fraction volumique maximale au delà de laquelle la liaison fibre-matrice n'est plus assurée.

Par ailleurs, certains chercheurs ont mis en évidence l'existence d'une fraction volumique minimale de fibres, pour laquelle le composite, bien que le transfert de charge de la matrice aux fibres se fasse correctement, ne puisse supporter qu'une charge inférieure à la charge de rupture de la matrice. D'autre part, le renforcement de la matrice par les fibres exige une fraction volumique dite critique V_c à partir de laquelle le composite commence à supporter une charge à la rupture supérieure à celle de la matrice.



D'après nos résultats, une augmentation de la fraction volumique de 5 % entraîne une élévation de la contrainte à la rupture de 28 % et le module d'élasticité de 35 % .

7.2.2 Cas de la phénolique/mat :

Les mêmes essais que les précédents ont été effectués .

Les résultats sont regroupés dans le tableau suivant

		Essai 1	Essai 2	Essai 3	Moyenne
Phénolique/mat $V_f = 28 \%$	Grupt ME	57,8	57,3	54,6	56,6
Phénolique/mat $V_f = 39 \%$	Grupt ME	72,3	65,8	68,8	69

Comme il apparaît sur le tableau, la dispersion des valeurs de la contrainte à la rupture n'est pas grande. Les valeurs des modules d'élasticité en traction ne sont pas représentatives de l'essai .

7.2.3 Comparaison entre les matériaux composites

polyester/mat et phénolique/mat :

En comparant les valeurs des contraintes à la rupture des matériaux composites phénolique/mat et polyester/mat, on constate que la contrainte à la rupture de ce dernier est plus élevée .

Polyester/mat (13 % fibre)-----> = 73 MPa

Phénolique/mat (39 % fibre)-----> = 65,6 MPa

Cela est du d'une part aux bonnes propriétés que présente la résine polyester relativement à la résine phénolique (Bonne caractéristique mécanique, faible viscosité) et d'autre part les fibres de verre ont été traitées seulement pour la résine polyester (ensimage) ce qui a conféré au matériau une bonne adhésion fibre-matrice .

7.2.4 Comparaison avec les modèles de prévision théorique du module d'élasticité :

Parmi les différentes propositions d'équations théoriques de prévision du module d'élasticité dans le cas d'une isotropie bidimensionnelle rencontrées dans la bibliographie, nous avons choisi en fonction des paramètres expérimentaux dont nous disposons, les équations les plus simples pour les comparer aux résultats expérimentaux de cette étude.

Le modèle le plus simple de prévision du module d'élasticité d'un composite à renfort mat est celui de COX :

$$E_c = \frac{E_f V_f}{3}$$

TSAI et PAGANO développent une expression simple de prévision du module élastique, d'un composite à renfort mat :

$$E_c = \frac{3}{8} E_f V_f + (1 - V_f) E_m$$

Ces expressions ont été formulés dans le cas d'une sollicitation de traction

Pour les composites polyester/mat

Paramètres de littérature :

$$E_m = 4300 \text{ MPa}$$

$$E_f = 72000 \text{ MPa}$$

En utilisant le modèle de COX

Les résultats sont :

	$E_{c\ theo}$ MPa	E_{exp} MPa
Polyester/mat $V_f = 13 \%$	3120	1789
Polyester/mat $V_f = 18 \%$	4320	2416

En utilisant le modèle de TSAI-PAGANO

	E_{theo} MPa	E_{exp} MPa
polyester/mat $V_f = 13 \%$	7251	1789
polyester/mat $V_f = 18 \%$	8386	2416

Comme on peut le constater, il existe une grande différence entre les prévisions théoriques et les résultats expérimentaux. Cela n'est pas surprenant du fait qu'elles peuvent être attribuées d'une part à :

La mise en oeuvre qui a été faite avec le procédé de moulage par contact alors que réellement le moulage doit se faire par compression pour avoir une bonne adhésion fibre/matrice

d'autre part au glissement de l'éprouvette au niveau des mors.

Aussi on peut dire que les différentes approches proposées ne prennent pas en compte les paramètres importants tels que le rapport d'aspect (l/d), la longueur des fibres etc., ce qui suppose que ces lois ne vérifient pas en général l'expérience.

8 Résultats de caractérisation sur éprouvette en composite fibres de verre longues unidirectionnelles :

Les essais sur les matériaux composites unidirectionnels ont été conduits en traction, flexion trois points et en torsion .

Il s'agit ici de déterminer les caractéristiques mécaniques (E_{11} , E_{22} , G_{12}) d'un composite unidirectionnel verre/polyester avec une fraction volumique de 24 %, puis essayer de prévoir ces caractéristiques par la loi des mélanges .

En ce qui concerne le matériau composite phénolique/verre unidirectionnel, la mise en oeuvre n'a pas été réussie du fait de l'incompatibilité fibre-matrice (Ensimage) .

Pour chaque essai, trois ou quatre éprouvettes ont été testées .

8.1 Essai de traction :

La courbe charge -déformation n'a pas pu être obtenue du fait d'un glissement important qui est apparu au niveau des mors, ce qui s'est solde par un détachement des talons. Cela est attribué au système de serrage des mors qui n'est pas auto-serrant et à la rigidité accrue de l'unidirectionnel.

8.2 Essai de flexion :

Dans cet essai, nous avons déterminé le module d'élasticité en flexion dans le sens des fibres E .

Les courbes enregistrées donnent la flèche en fonction de la charge appliquée .

Pour déterminer ces modules d'élasticités, nous avons utilisé la relation suivante déduite de la théorie des poutres (RDM) :

$$E_f = \frac{L^3}{4bh^3} \frac{\Delta F}{\Delta \delta}$$

En pratique le module d'élasticité en traction et en flexion sont approximativement égaux .

Les résultats sont groupés dans les tableaux suivants :

		Essai 1	Essai 2	Essai 3	Moyenne
E	GPa	22,1	24,7	20,2	22,3

8.3 Essai de torsion :

Cet essai a été effectué sur un pendule de torsion. La valeur moyenne de G_{12} du matériau unidirectionnel est obtenue sur quatre éprouvettes avec différentes couples (M, θ)

La relation utilisée pour la calcul est la suivante :

$$G_{12} = \frac{ML}{bh^3 \theta B(c)}$$

$$B(c) = 32 \frac{c^2}{\pi^4} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{n^4} \left[1 - \frac{2c}{n\pi} \operatorname{th} \frac{n\pi}{2c} \right]$$

avec

$$C = \frac{b}{h}$$

Les résultats obtenus sont les suivants :

	Essai 1	Essai 2	Essai 3	Essai 4	Moyenne
G_{12} GPa	0,8	1,1	1	0,9	1

8.4 Comparaison avec les modèles de prévision théorique:

Il s'agit de relations déduites de la loi des mélanges appliqué à l'unidirectionnel :

$$E_{11} = E_f V_f + (1 - V_f) E_m$$

$$\frac{1}{E_{22}} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{1 - V_f}{E_m}$$

$$G_{12} = \frac{G_f G_m}{V_f G_m + V_m G_f}$$

Composite polyester/verre unidirectionnel :

Fraction volumique : 24 %

Paramètres de littérature :

$$E_f = 72 \text{ GPa}$$

$$E_m = 4,3 \text{ GPa}$$

Le module de cisaillement de la fibre nous est inconnu, par conséquent, on ne peut pas prévoir le module de cisaillement G_{12} du composite

Les résultats pour les modules d'élasticité en traction sont les suivants :

	E_{theo}	E_{exp}
$E \text{ GPa}$	20.54	22.3
$E \text{ GPa}$	5.55	/

D'après les résultats du tableau, on constate que dans le sens des fibres l'écart entre le module d'élasticité

théorique et celui expérimental est faible, ce qui traduit la validité de la loi des mélanges pour les composites unidirectionnels .

Pour le module de cisaillement G_{12} , la valeur expérimentale trouvée est de l'ordre de 1 GPa pour une fraction volumique de 24 % . Cependant, les valeurs usuelles d'un unidirectionnel polyester/verre est de 4 GPa pour une fraction volumique de 60 % .

9 Les stratifiées :

Dans cette partie, des essais mécaniques ont été menés sur des matériaux composites stratifiés (Tissu) en vue de déterminer le module d'élasticité en flexion et la contrainte à la rupture, puis prévoir les caractéristiques de ces matériaux par la théorie de la stratification et le critère de rupture appliqué à la monocouche.

Les stratifiées étudiées sont les suivantes :

	Séquences
Verre/polyester	(0, 90, 0, 90, 0, 90, 0, 90, 0, 90)
$V_f = 42 \%$	(0, 90, +45, -45, 0, 90, +45, -45, 0, 90)
Verre/polyester	(0, 90, 0, 90, 0, 90, 0, 90, 0, 90)
$V_f = 37 \%$	(0, 90, +45, -45, 0, 90, +45, -45, 0, 90)

9.1 Détermination du module d'élasticité en flexion des stratifiées

Comme on a pu le constater au paravant, les essais de traction ne donnaient pas de résultats acceptables, alors on s'est intéressé à effectuer des essais de flexion trois points.

Le module d'élasticité en flexion sera calculer à l'aide d'une expression de la théorie des poutres :

$$E_f = \frac{L^3}{4bh^3} \frac{\Delta F}{\Delta \delta}$$

En pratique, pour les matériaux quasi-isotropes le module d'élasticité en flexion est approximativement égal à celui en traction.

9.1.1 Stratifiée Verre (tissu) /polyester :

9.1.1.1 Résultats des essais :

Les valeurs des modules d'élasticité en flexion trouvées sont regroupées dans les tableaux suivant :

Verre/polyester (0,90,0,90,0,90,0,90,0,90)

	Essai 1	Essai 2	Essai 3	Moyenne
$E_{flexion} \text{ GPa}$	11,7	12,9	15,8	13,4

Verre/polyester (0,90,+45,-45,0,90,+45,-45,0,90)

	Essai 1	Essai 2	Essai 3	Moyenne
$E_{flexion} \text{ GPa}$	11,4	10,3	11,6	11,1

Comme il apparaît sur les tableaux, il n'existe pas une grande dispersion dans les résultats de mesure du module d'élasticité .

9.1.1.2 Prévisions par la théorie de la stratification :

Pour pouvoir étudier ces stratifiées à l'aide de cette théorie, les paramètres élastiques ($E_{11}, E_{22}, \nu_{12}, G_{12}$) de la monocouche doivent être rapportés à la fraction volumique du stratifié, c'est à dire (37 % et 42 %). Comme on a travaillé précédemment sur un unidirectionnel avec une fraction volumique de 24 %, il n'est pas possible d'utiliser les résultats du composite unidirectionnel. Cependant, comme la loi des mélanges appliquée à l'unidirectionnel s'avère rigoureuse, on peut calculer les modules d'élasticité E_{11} et E_{22} de la monocouche à l'aide des relations suivantes :

$$E_{11} = E_f V_f + (1 - V_f) E_m$$

$$\frac{1}{E_{22}} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{1 - V_f}{E_m}$$

Pour un taux de verre de 37 % on a :

$$E_{11} = 29,35 \text{ GPa}$$

$$E_{22} = 6,59 \text{ GPa}$$

$$G_{12} = 3 \text{ GPa} \quad (\text{tiré de la littérature})$$

$$V_{12} = 0.26$$

Pour un taux de verre de 42 % on a :

$$E_{11} = 32,73 \text{ GPa}$$

$$E_{22} = 7,10 \text{ GPa}$$

$$G_{12} = 3 \text{ GPa}$$

$$V_{12} = 0.26$$

Pour déterminer le module d'élasticité en flexion du stratifié, nous utiliserons l'expression générale reliant les contraintes aux déformations :

$$\begin{pmatrix} N \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ B & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa \end{pmatrix}$$

L'éprouvette est soumise seulement à un moment flechissant

$$N = 0$$

Pas de déformation longitudinal du plan médian :

$$\varepsilon^0 = 0$$

On obtient alors :

$$[M] = [D][K]$$

Où bien

$$\begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{pmatrix}$$

Le moment appliqué est M_x : (Par unité de largeur)

$$M_y = M_{xy} = 0$$

Donc

$$M_x = D_{11} K_x + D_{12} K_y + D_{16} K_{xy}$$

Ce moment provoque seulement une déformation de l'éprouvette suivant l'axe x

$$K_y = K_{xy} = 0$$

d'où :

$$M_x = D_{11} K_x$$

Avec :

$$K_x = \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = \frac{1}{R}$$

R : rayon de courbure de l'éprouvette lors de la déformation

et

$$D_{11} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (\rho_{ij})_k (h_k^3 - h_{k-1}^3)$$

d'où

$$M_x = D_{11} \cdot \frac{1}{R} \quad (\text{Par unite de largeur})$$

D'autre part, l'expression reliant le moment flechissant au rayon de courbure de l'éprouvette est donnéé par :

$$\frac{1}{R} = \frac{M_x b}{E_x I} \quad \text{avec} \quad I = \frac{b H^3}{12}$$

En combinant ces deux dernières expressions, on obtient :

Le module d'élasticité en flexion de la poutre suivant l'axe x :

$$E_x = 12 \frac{D_{11}}{H^3}$$

H : Épaisseur du stratifié

De la même manière, on peut écrire :

$$E_y = 12 \frac{D_{22}}{H^3}$$

Cas du stratifié (0,90,0,90,0,90,0,90,0,90) :

$$V = 42 \% \quad E_{11} = 32,73 \text{ GPa} \quad E_{22} = 7,10 \text{ GPa}$$

$$G_{12} = 3 \text{ GPa} \quad \nu_{12} = 0,26 \quad H = 1,6 \text{ mm}$$

La matrice de rigidité dans les axes d'orthotropies $\theta=0$

$$[\bar{Q}]_{\theta=0} = \begin{bmatrix} 33,21 & 1,87 & 0 \\ 1,87 & 7,20 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

La matrice de rigidité hors des axes d'orthotropie

$$[\bar{Q}]_{\theta=90} = \begin{bmatrix} 7,20 & 1,87 & 0 \\ 1,87 & 33,21 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

La matrice $[D]$ en GPa est :

$$[D] = \begin{bmatrix} 6,90 & 0,64 & 0 \\ 0,64 & 6,90 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

En utilisant les expressions :

$$E_x = 12 \cdot \frac{D_{11}}{H^3}$$

$$E_y = 12 \cdot \frac{D_{22}}{H^3}$$

On trouve :

$$E_x = 20,21 \text{ GPa} \quad E_y = 20,21 \text{ GPa}$$

Tableau comparatif des résultats théoriques et expérimentaux :

	Valeurs theorique	Valeurs experimentaux
E_x GPa	20,21	13,46
E_y GPa	20,21	13,46

Cas du stratifié (0,90,+45,-45;0,90,+45,-45,0,90)

$$V_f = 37 \% \quad E_{11} = 29,35 \text{ GPa} \quad E_{22} = 6,59 \text{ GPa}$$

$$G_{12} = 3 \text{ GPa} \quad \nu_{12} = 0,26 \quad H = 1,9 \text{ mm}$$

La matrice de rigidité dans les axes d'orthotropie est :

$$[\bar{Q}]_{\theta=0} = \begin{pmatrix} 29,80 & 1,73 & 0 \\ 1,73 & 6,69 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

La matrices de rigidité hors des axes d'orthotropies sont :

$$[\bar{Q}]_{\theta=30^\circ} = \begin{pmatrix} 6,69 & 1,74 & 0 \\ 1,74 & 29,80 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$[\bar{Q}]_{\theta=45^\circ} = \begin{pmatrix} 12,99 & 6,99 & 5,77 \\ 6,99 & 12,99 & 5,77 \\ 5,77 & 5,77 & 8,25 \end{pmatrix}$$

$$[\bar{Q}]_{\theta=-45^\circ} = \begin{pmatrix} 12,99 & 6,99 & -5,77 \\ 6,99 & 12,99 & -5,77 \\ -5,77 & -5,77 & 8,25 \end{pmatrix}$$

La matrice $[D]$ en GPa est :

$$[D] = \begin{pmatrix} 9,81 & 1,62 & 0 \\ 1,62 & 9,81 & 0 \\ 0 & 0 & 2,34 \end{pmatrix}$$

Les résultats obtenus sont :

	Valeurs theoriques	Valeurs experimentales
E GPa	17,16	11,4
E GPa	17,16	11,4

Pour les deux cas de stratifiés, on remarque que l'écart entre les valeurs théoriques et expérimentales est de l'ordre de 30 %. Cela est dû d'une part aux erreurs commises lors des essais et aux incertitudes sur les valeurs des paramètres élastiques de la monocouche et d'autre part aux défauts de fabrication (bulles d'air, orientation des couches etc...) .

On peut aussi calculer le module d'élasticité en traction à l'aide de cette théorie et le comparer à la valeur expérimentale du module d'élasticité en flexion .

$$\begin{pmatrix} N \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ B & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon^0 \\ K \end{pmatrix}$$

Effort de traction , donc :

$$M=0$$

Pas de courbure de L'éprouvette :

$$K=0$$

On obtient alors :

$$[N] = [A] [\varepsilon^0]$$

En développant les matrices, on a :

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} \\ A_{61} & A_{62} & A_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix}$$

l'essai de traction est appliqué dans la direction x

$$N_x \neq 0 \quad N_y = N_{xy} = 0$$

$$\begin{pmatrix} N_x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{62} \\ A_{61} & A_{62} & A_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix}$$

Pour ces deux stratifiés, on constate les simplifications suivantes :

$$A_{61} = A_{62} = 0$$

ainsi on obtient :

$$\begin{pmatrix} N_x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{21} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix}$$

ou bien :

$$\begin{aligned} N_x &= A_{11} \epsilon_x + A_{12} \epsilon_y \\ 0 &= A_{21} \epsilon_x + A_{22} \epsilon_y \\ 0 &= \gamma_{xy} \end{aligned}$$

de et on tire :

$$N_x = \left(A_{11} - \frac{A_{12}^2}{A_{22}} \right) \epsilon_x$$

soit H l'épaisseur du stratifié, alors :

$$N_x = \sigma_x H$$

d'où

$$E_x = \frac{\sigma_x}{\epsilon_x} = \frac{1}{H} \left(A_{11} - \frac{A_{12}^2}{A_{22}} \right)$$

de la même manière, on peut écrire :

$$E_y = \frac{\sigma_y}{\epsilon_y} = \frac{1}{H} \left(A_{22} - \frac{A_{12}^2}{A_{11}} \right)$$

de on a :

$$\nu_{xy} = - \frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} = \frac{A_{12}}{A_{22}}$$

$$\nu_{xy} = \frac{A_{12}}{A_{22}}$$

Cas du stratifié (0,90,0,90,0,90,0,90,0,90)

La matrice $[A]$ est :

$$[A] = \begin{bmatrix} 32,34 & 3 & 0 \\ 3 & 32,34 & 0 \\ 0 & 0 & 4,80 \end{bmatrix}$$

Les résultats sont :

$$E_x = 20,03 \text{ GPa} \quad E_y = 20,03 \text{ GPa} \quad \nu_{xy} = 0,21$$

Cas du stratifié (0,90,+45,-45,0,90,+45,-45,0,90)

La matrice A en GPa est :

$$[A] = \begin{bmatrix} 9,81 & 1,62 & 0 \\ 1,62 & 9,81 & 0 \\ 0 & 0 & 2,34 \end{bmatrix}$$

Les résultats obtenus sont :

$$E_x = 15,23 \text{ GPa} \quad E_y = 15,23 \text{ GPa} \quad \nu_{xy} = 0,23$$

9.1.2 Stratifiés Verre (Tissu)/phénolique:

9.1.2.1 Résultats des essais :

Comme pour les stratifiés verre/polyester, des essais de flexion ont été effectués sur les stratifiés verre/phénolique

Les résultats des modules d'élasticité en flexion sont les suivants :

Cas du stratifié (0,90,0,90,0,90,0,90,0,90)

Fraction volumique : 54 %

	Essai 1	Essai 2	Essai 3	Moyenne
E_{flex} GPa	10,2	8,7	8,9	9,26

Cas du stratifié (0,90,+45,-45,0,90,+45,-45,0,90)

Fraction volumique : 53 %

	Essai 1	Essai 2	Essai 3	Moyenne
E_{flex} GPa	13,3	10,9	13,1	12,4

9.1.2.2 Prévisions par la théorie de la stratification :

Étant donné que nous ne disposons pas de paramètres mécaniques caractérisant d'une part la résine pure et d'autre part la monocouche verre/phénolique, il nous est impossible de prévoir le comportement du stratifié .

9.2 Détermination de la contrainte a la rupture des stratifiées :

Des essais de traction ont été effectués sur des matériaux composites stratifiées jusqu'a rupture en vue de déterminer la contrainte ultime du stratifié.
Pour chaque matériau trois éprouvettes ont été testées .

9.2.1 Résultats des essais de traction sur stratifiées verre/polyester .

Les valeurs des contraintes à la rupture trouvées sont regroupées dans les tableaux suivants :

Cas Verre/polyester (0,90,0,90,0,90,0,90,0,90)

	Essai 1	Essai 2	Essai 3	Moyenne
σ_r MPa	83,5	77,8	84,4	81,9

Cas Verre/polyester (0,90,+45,-45,0,90,+45,-45,0,90)

	Essai 1	Essai 2	Essai 3	Moyenne
σ_r MPa	54,7	57,7	53,3	55,2

D'après les résultats des tableaux, on constate qu'il n'y a pas une grande dispersion dans les valeurs des contraintes ultimes trouvées .

On remarque aussi que la contrainte à la rupture du stratifié (0,90,0,90,0,90,0,90,0,90) est supérieure à celle du stratifié (0,90,+45,-45,0,90,+45,-45,0,90).

9.2.2 Résultats des essais de traction sur les stratifiés

Verre/phénolique :

Cas Verre/phénolique (0,90,0,90,0,90,0,90,0,90)

	Essai 1	Essai 2	Essai 3	Moyenne
σ_r MPa	50,6	51	50,2	50,8

Cas Verre/phénolique (0,90,+45,-45,0,90,+45,-45,0,90)

	Essai 1	Essai 2	Essai 3	Moyenne
σ_r MPa	33,6	36,4	38,2	36,1

Mêmes remarques que pour les stratifiés verre/polyester.

9.2.3 Prévisions théoriques de la contraintes à la rupture par le critère de rupture quadratique :

Dans la cas d'un chargement bidimensionnel, le critère s'écrit :

$$F_{11} \sigma_1^2 + 2 F_{12} \sigma_1 \sigma_2 + F_{22} \sigma_2^2 + F_{66} \sigma_6^2 + F_1 \sigma_1 + F_2 \sigma_2 = 1$$

$$\text{avec } F_{11} = \frac{1}{X^+ X^-} \quad F_{22} = \frac{1}{Y^+ Y^-}$$

$$F_1 = \frac{1}{X^+} - \frac{1}{X^-} \quad F_2 = \frac{1}{Y^+} + \frac{1}{Y^-}$$

$$F_{66} = \frac{1}{S^2} \quad F_{12} = \frac{1}{2} \sqrt{X^+ X^- Y^+ Y^-}$$

Dans notre cas, les éprouvettes sont soumises à un effort de traction dans la sens des fibres :

$$\epsilon_1 \neq 0 \quad \epsilon_2 = \epsilon_6 = 0$$

Le critère devient :

$$F_{11} \epsilon_1^2 + F_1 \epsilon_1 = 1$$

où bien :

$$\frac{\epsilon_1^2}{X^+ X^-} + \left(\frac{1}{X^+} - \frac{1}{X^-} \right) \epsilon_1 = 1$$

Les contraintes à la rupture en traction X^+ et en compression X^- n'ont pas été déterminées, donc prévision impossible.

9.2.4 Comparaison entre les stratifiés verre/polyester et verre phénolique :

D'après les résultats obtenus, on remarque que pour les mêmes séquences d'empilement, les stratifiés verre/polyester présentent des modules d'élasticité en flexion (traction) et une contrainte à la rupture supérieures à celles des stratifiés verre/phénolique. cela peut être attribué aux bonnes propriétés que présente la résine polyester:

- * Caractéristiques mécaniques assez élevées comparées à la résine phénolique .
- * Faible viscosité , ce qui permet une bonne mouillabilité des fibres de verre .
- * Bonne compatibilité avec les fibres de verre du fait de l'ensimage approprié .

Conclusion :

Ce projet qui est à caractère pratique a été envisagé dans l'intention de servir pour l'industrie Algérienne. En effet ce travail a permis de dégager des valeurs très utiles concernant le comportement mécanique des résines pures et des composites verre/polyester et verre/phénolique .

Nous avons montré à travers notre étude :

- * Les bonnes propriétés mécaniques (E , σ_{rupt}) que présente le composite à base de résine polyester comparé au composite phénolique .
- * L'influence de la fraction volumique sur les paramètres mécaniques .
- * Aussi, l'importance du traitement de la fibre pour une meilleur adhésion fibre-matrice (Ensimage non approprié à la résine phénolique) .
- * La possibilité de prévision des caractéristiques mécaniques par le calcul théorique à l'aide de logiciel existant .

Au début , nous avons projeté un programme plus ambitieux, malheureusement, le manque de matériels d'instrumentation nous a contraint à limiter notre travail .

Nous suggérons pour l'avenir :

- * La recherche de la fraction volumique minimale, critique, maximale en fonction de la résine utilisée .
- * Étude et amélioration des propriétés de la résine phénolique (Pour les chimistes) .

En fin mon grand souhait et que les entreprises Algérienne travaillent en étroite collaboration avec l'Université, pour une meilleur maîtrise de la technologie .

Bibliographie :

* *Les matériaux composites (SETIM)*

Jean WEISS

* *Mécanique et mécanismes de rupture dans les matériaux composites S.M.C*

These B. REDJEL

* *Rapport sur la caractérisation de matériaux composites*

M . BENZEGGAGH

