



Ecole Nationale Polytechnique
Département de Génie Civil
Laboratoire de Génie Sismique et Dynamique des Structures

A. Isel

THESE DE MAGISTER

la

Présentée par :

M. TOUNSI Khaled

Ingénieur d'Etat en Génie Civil
Diplômé de l'Ecole Nationale Polytechnique

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

En Vue de l'Obtention du Titre de MAGISTER en Génie Civil

Thème

ANALYSE DE LA PROPAGATION DES ONDES SISMIQUES EFFET DES ONDES DE SURFACE

Soutenue le 23 Janvier 2002 devant la Commission d'Examen composée de :

M. B. Tiliouine	Professeur, ENP	Président
M. M. Hammoutène	Maître de Conférence, ENP	Directeur de Thèse
M. S. Belkacemi	Maître de Conférence, ENP	Examineur
M ^{me} H. Mohabeddine	Chargée de cours, ENP	Examinatrice
M. B. Zeghlache	Chargé de Cours, ENP	Examineur
M. M. Boughacha	Chargé de Cours, IST/USTHB	Invité

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

" اللّٰهُمَّ لَا عِلْمَ لَنَا إِلَّا مَا عَلَّمْتَنَا

إِنَّكَ أَنْتَ الْعَلِیْمُ الْخَبِیْرُ "

صَدَقَ اللّٰهُ الْعَظِیْمُ

REMERCIEMENTS

Je remercie Allah Clément et Miséricordieux pour m'avoir donné la volonté et le courage d'accomplir ce modeste travail.

Je tiens à exprimer ma sincère gratitude à M. M. HAMMOUTENE, Directeur de Thèse, Maître de Conférence à l'Ecole Nationale Polytechnique, pour la confiance qu'il m'a accordée, les recommandations et les conseils prodigués afin de mener à bien ce travail. Puisse-t-il trouver ici le témoignage de ma reconnaissance et de mon profond respect.

Mes remerciements les plus distingués s'adressent au Professeur B. TILIOUINE, Directeur du Laboratoire de Génie Sismique et Dynamique des Structures, au Département de Génie Civil de l'ENP, pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury d'examination, et mis à profit ses connaissances et sa compétence pour cette occasion.

Tout autant, je remercie MM. S. BELKACEMI, Maître de Conférence à l'ENP, B. ZEGHLACHE, Chargé de Cours à l'ENP, M. BOUGHACHA chargé de cours à l'ISTde l'USTHB ainsi que Mme H. Mohabeddine, Chargée de Cours à l'ENP, qui ont bien voulu prendre de leur temps afin d'examiner ce travail et participer au jury d'évaluation de cette thèse.

Un remerciement particulier revient à MM. O. Karim, N. M. Omar, M. Merouane, F.M. Nadjib, ainsi qu'à MM. H. Aknouche, M. Badaoui et Mlle K. Kadi pour leur aide et leur soutien tout au long de ce travail. Thank's a lot ! ...

Je tiens aussi à témoigner ma reconnaissance au personnel du Centre de Documentation de l'Ecole Nationale Polytechnique, du Centre de Recherche Appliquée en Génie Parasismique (C.G.S) ainsi que celui du Centre de Recherche en Astronomie, Astrophysique et Géologie (C.R.A.A.G) pour leur aide.

Je ne saurai oublier, en cette occasion, tous les enseignants qui ont contribué à ma formation depuis mon jeune âge, je leur adresse mes vifs remerciements.

Enfin, dans le souci de n'oublier personne, que tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail par un apport quel qu'il soit trouvent en ces quelques lignes l'expression de mon entière gratitude.

الهدف من هذه الدراسة هو تقدير الأهمية النسبية للموجات السطحية بالنسبة للموجات الباطنية. لهذا الغرض، نستعمل نموذج تحليلي يقوم على طريقة "طومسون-هااسكل" تمثل الحركة في القاعدة الصخرية باستعمال طريقة نوال غرين "GREEN". نتوصل بهذا الى تفصيل الحركة في السطح الحر، وندرس تأثير الطبيعة الجيولوجية المحلية للموقع، وذلك بأخذ كل مركبة من المركبات الخمس لموجات الزلزال على حدى. نتعرض في هذه الدراسة، أيضا، الى التغييرات التي تطرأ على الأطياف التطورية و على أطياف الاستجابة المرنة المرفقة. استخرجت من خلال هذه الدراسة نتائج، و أبديت توصيات لاعتبار أحسن للموجات السطحية في نماذج تمثيل حركات الزلازل القوية.

Résumé

La présente étude a pour objet la quantification de l'importance relative des ondes de surface (*Love et Rayleigh*) par rapport à celle des ondes de volumes (*P, SV, SH*).

A cet effet, une approche analytique basée sur la méthode de *Thomson-Haskell* est utilisée. Le mouvement à la base rocheuse est simulé en faisant usage de la méthode des fonctions de *Green* empiriques.

La décomposition du mouvement fort à la surface libre est ainsi obtenu et l'effet des conditions locales de site est analysé en considérant séparément chacune des cinq natures de d'ondes sismiques.

Cette analyse a, aussi, porté sur les modifications apportées aux spectres évolutifs ainsi que sur les spectres de réponse élastiques associés.

Des conclusions sont déduites de cette analyse et des recommandations sont faits pour une meilleure prise en considérations des ondes de surface dans les procédures de simulation des mouvements sismiques forts.

Abstract

The object of the present study is the quantification of the relative importance of the surface waves (*Love et Rayleigh*) in comparison with the body waves (*P, SV, SH*).

For that, an analytic approach based on the *Thomson-Haskell* method is used. The motion at the bed-rock is simulated by using the empiric *Green* functions method.

The decomposition of the strong motion at the free surface is obtained and the effect of the local conditions of the site is, separately, analysed for each one of the five natures of the seismic waves.

This analysis, also, carried on the modification of the evolutive spectra and the elastic response spectra associated.

Conclusions are deducted from this analysis and recommendations are given for a best consideration of the surface waves in the simulation's procedures of the strong seismic motion.

المفاتيح:

بؤرة الزلزال، انتشار الأمواج، الأمواج الباطنية، فعل الموقع، أمواج لوف، أمواج رايلي، منهج عشوائي غير مستقر، طيف الاستجابة المرنة، طيف التطوري، تشتت الأمواج.

MOTS-CLES:

Source sismique, propagation d'ondes, ondes de volume, effet de site, ondes de *Love*, ondes de *Rayleigh*, processus aléatoire non stationnaire, spectre de réponse élastique, spectre évolutif, dispersion des ondes.

KEY-WORDS:

Seismic source, waves propagation, body waves, site effect, *Love* waves, *Rayleigh* waves, non stationnary random process, elastic response spectrum, evolutive spectrum, waves dispersion.

SOMMAIRE

Introduction Générale

. INTRODUCTION	1
. SYNTHÈSE DES TRAVAUX ANTERIEURS	5
. ORGANISATION DE LA THESE	11

Chapitre 1

Théorie d'Elasticité et Propagation d'Ondes

1.1. INTRODUCTION	12
1.2. THÉORIE D'ÉLASTODYNAMIQUE	14
1.2.1. Equations de mouvement	14
1.2.2. Potentiel de champ de déplacement	15
1.2.3. Equation d'ondes	16
1.2.4. Propagation d'ondes planes dans un milieu élastique	17
1.2.5. Atténuation intrinsèque des ondes sismiques	22
1.3. ONDES PLANES DANS UN DEMI-ESPACE	24
1.3.1. Ondes de volume	24
1.3.2. Ondes de surface	31
1.4. ONDES PLANES DANS UN MILIEU MULTICOUCHE HÉTÉROGÈNE	37
1.4.1. Matrice de rigidité	37
1.4.2. Matrice de transfert	38
1.5. CONCLUSION	39

Chapitre 2

Présentation de la Méthode de Thomson-Haskell

2.1. INTRODUCTION	41
2.2. FORMULATION DE LA MÉTHODE DE THOMSON-HASKELL (M.T.H)	42
2.2.1. Ondes SH	43
2.2.2. Ondes P et SV	45
2.2.3. Ondes de surface	48
2.3. MÉTHODE DE THOMSON-HASKELL POUR LES ONDES DE SURFACE	50
2.3.1. Ondes de Love	50
2.3.2. Ondes de Rayleigh	51
2.4. CONCLUSION	53

Chapitre 3

Mise en Œuvre Numérique du Modèle de Calcul

3.1. INTRODUCTION.....	54
3.2. ELABORATION DU MODELE NUMERIQUE	56
3.2.1. Détermination de la fonction de transfert du profil sismique	56
3.2.2. Détermination des accélérations en surface libre.....	56
3.2.3. Détermination des spectres de réponse.....	57
3.2.4. Simulation des accélérations associées aux mouvements de sol induits lors d'un séisme par la méthode des fonctions de Green empiriques MFGE.....	57
3.3. VALIDATION DU MODELE NUMERIQUE DE CALCUL.....	57
<i>Cas du Séisme de Richmond du 08.01.1977 dans la Baie de San Francisco (Californie-USA)</i>	
3.3.1. Estimation de l'effet de site	58
3.3.2. Calcul de l'accélération en surface.....	60
3.3.3. Calcul du spectre de réponse	64
3.4. ETUDE PARAMETRIQUE.....	66
3.4.1. Effet de la rigidité du milieu.....	66
3.4.2. Effet du nature de l'onde incidente	67
3.4.3. Effet de l'épaisseur de la couche.....	67
3.4.4. Effet de l'angle d'incidence.....	69
3.5. CONCLUSION	70

Chapitre 4

Analyse des Ondes de Surface

4.1. INTRODUCTION.....	71
4.2. ANALYSE DES ONDES DE RAYLEIGH.....	72
4.2.1. Détermination des accélérations.....	72
4.3. ANALYSE DES ONDES DE LOVE	73
4.3.1. Courbes de dispersion.....	73
4.4. EFFET DES ONDES DE SURFACE SUR LA RÉPONSE DU SITE.....	74
4.4.1. Détermination du spectre de réponse.....	74
4.5. ETUDE PARAMETRIQUE.....	75
4.5.1. Effet du contraste.....	75
4.5.2. Effet de la rigidité du milieu.....	76
4.5.3. Effet de l'épaisseur de la couche de surface	77
4.6. CONCLUSION	79

Chapitre 5

Application à la Simulation de l'Accélération en Surface Associée au Séisme d'El Asnam

5.1. INTRODUCTION.....	80
5.2. SIMULATION DU CHOC MAJEUR DU SEISME D'EL-ASNAM (1980) PAR LA METHODE DES FONCTIONS DE GREEN EMPRIQUES (MFGE).....	82
5.3. APPLICATION A LA SIMULATION DES ACCELERATIONS EN SURFACE ASSOCIEES AU SEISME D'EL-ASNAM.....	87
5.3.1. Détermination de la fonction de transfert du sol	87
5.3.2. Calcul de l'accélération en surface.....	90
5.3.3. Calcul du spectre de réponse	94
5.4. ONDES DE SURFACE LORS DU SEISME D'EL ASNAM.....	97
5.4.1. Ondes de Rayleigh.....	97
5.4.2. Ondes de Love	98
5.4.3. Effet des ondes de surface	99
5.5. EVOLUTION TEMPORELLE DU CONTENU FREQUENTIEL	100
5.5.1. Evolution temporelle du contenu spectral du séisme d'El-Asnam	100
5.6. CONCLUSION	103

Conclusion Générale

. CONCLUSION GENERALE.....	104
. RECOMMANDATIONS ET PERSPECTIVES	107

Références

. REFERENCES

Annexes

- . ANNEXE A : Décomposition de Helmholtz
- . ANNEXE B : Dispersion des ondes

INTRODUCTION GENERALE

Les séismes représentent l'une des plus importantes sollicitations dynamiques auxquelles une structure est soumise pendant sa durée de vie. Ce sont des phénomènes très complexes qui se traduisent par des désordres mécaniques se propageant dans le sol sous forme d'ondes susceptibles de transporter un niveau d'énergie très élevé.

L'énergie libérée lors d'un séisme se transmet en partie par la vibration de sol. A partir du foyer, les vibrations se propagent dans toutes les directions sous formes d'ondes sismiques engendrant un mouvement à la surface.

La complexité de la structure souterraine des sols est à l'origine de diverses altérations que subissent les ondes sismiques durant leur propagation depuis la source jusqu'à la surface libre. En effet, les mouvements forts du sol induits par des séismes, sont généralement irréguliers et ont l'apparence de fonctions temporelles aléatoires. La nature extrêmement variable des paramètres qui les caractérisent rend leur description très difficile.

Plusieurs phénomènes contribuant à la variation des mouvements du sol ont été identifiés et regroupés comme suit (*Der Kiureghian, 1996*):

- ❖ *Effets d'incohérence* : Il s'agit de la perte de cohérence que subissent les ondes sismiques au cours de leur trajet du foyer au site considéré. Cet effet peut être attribué à :
 - La dispersion (*réflexions et réfractions*) affectant les ondes dans un milieu hétérogène (*le sol*).
 - La géométrie de la source, principalement quand il s'agit d'une source étendue (*faille*) qui provoque une interface entre les arrivées simultanées des ondes provenant des divers points de la faille.

- ❖ *Effets du passage d'onde* : Il s'agit de la différence des temps d'arrivée de l'onde à deux stations distinctes. Cet effet s'identifie grâce aux différences enregistrées au niveau de différentes régions. Il est représenté par un modèle fonction de la fréquence, de la distance interstation et de la vitesse apparente de propagation de l'onde.
- ❖ *Effets d'atténuation* : L'atténuation due à la géométrie, l'amortissement ainsi que la dissipation d'énergie dans le milieu. Ces effets sont, en général, traduits par une fonction liée à la fréquence et la distance parcourue par l'onde à partir de la source.
- ❖ *Effets de site* : Ce sont des phénomènes vibratoires spécifiques qui se développent en présence de formation géologiques de caractéristiques mécaniques différentes ou de perturbations géométriques de la surface libre (Laouami, 2001).

Il est maintenant reconnu que les conditions locales peuvent avoir une très forte influence sur les mouvements sismiques. Ces conditions locales qui regroupent à la fois des données géologiques, topographiques et géotechniques peuvent être caractérisées par :

- la morphologie en surface et/ou en profondeur des formations géologiques.
- les propriétés mécaniques des différents matériaux.

En première analyse, les effets des conditions locales peuvent être scindés en trois grandes catégories :

- les effets de site dont l'origine est structurelle puisqu'ils sont associés à la mise en vibration dans leur ensemble des formations géologiques.
- les effets rhéologiques qui sont directement liés au comportement des sols, en particulier lorsqu'ils subissent de grandes déformations. la morphologie en surface et/ou en profondeur des formations géologiques.
- les phénomènes d'instabilité, tels que glissement de terrains ou chutes de rocher. Cet effet fait essentiellement appel à la mécanique de la rupture.

Cette classification est commode pour l'analyse théorique des phénomènes. Cependant, dans la réalité, la frontière entre ces différents effets est floue et il y a souvent interaction entre eux.

L'importance de ces conditions locales a été observée au cours d'un grand nombre de séismes à travers les modèles d'endommagement induits par quelques récents séismes qui ont montré que le mouvement du sol peut être significativement modifié en surface. De nombreux exemples, dont les plus classiques sont ceux de *San Fransisco, 1989* (Borcherdt & Glassmeyer, 1992) et celui de *Michoacan Mexico, 1985* (Abbiss, 1989) ont prouvé qu'en présence d'un sol mou les mouvement étaient amplifiés et conduisaient à un accroissement de l'intensité macrosismique d'un à deux degrés sur l'échelle de *Mercalli Modifiée*, mettant ainsi en évidence l'influence parfois énorme des conditions géologiques sur le niveau et les caractéristiques des mouvements du sol, et donc des dommages.

En effet, une grande part des dégâts est due à la présence en surface de couches géologiques dites "*molles*". Contrairement à ce qu'on observe pour un site situé sur de la roche, ces couches provoquent une forte amplification et un allongement de la durée du mouvement sismique.

D'un point de vue de l'ingénieur ce phénomène est très important car il concerne les nombreuses villes ou sites industriels qui se sont développés sur les dépôts sédimentaires récents pour profiter de la proximité de cours d'eau ou de la mer. L'amplification résulte du *piégeage* des ondes sismiques qui se produit dans certaines configurations stratigraphiques ou topographiques. Leur calcul est théoriquement possible si l'on dispose de données précises sur la géométrie des couches de terrain, leur caractéristiques géotechniques et sur le champ de l'onde incidente. En pratique, ces données sont rarement disponibles et le seul cas pour lequel ce calcul est couramment pratiqué est celui de la stratigraphie horizontale avec un champ d'ondes incident à propagation verticale, qui correspond à une situation fréquemment rencontrée et ne nécessite qu'un volume de données assez faible (*essentiellement le profil d'évolution des modules de cisaillement ou de la vitesse des ondes en fonction de la profondeur*).

L'effet des conditions locales représente un facteur important qui modifie le mouvement enregistré en surface lors d'un séisme induit par un mouvement fort. L'amplitude, le contenu fréquentiel et la durée du signal sont considérablement affectés. Par conséquence, avec le puissant accroissement du niveau des dommages qui peuvent se produire, il devient important de développer des méthodes pour estimer le potentiel et la nature de l'amplification du sol. La prise en compte de cette modification

est d'autant plus importante lorsqu'il s'agit de structures fondées sur un dépôt de sol sédimentaire où le mouvement sismique se trouve fortement affecté.

Les investigations des effets des conditions géologiques locales et de la structure du profil sur les caractéristiques du mouvement du sol commencèrent dès l'avènement des disciplines de la géodynamique et du génie sismique, notamment après l'observation de la distribution irrégulière des dommages générés par les tremblements de terre, où deux structures identiques localisées dans des sites différents connaissent des degrés de destruction différents.

Les développements récents des méthodes analytico-numériques ont permis de modéliser le phénomène des effets de site et d'en comprendre, au moins partiellement, les fondement physiques.

Le terme *amplification du sol* a été créé pour décrire *le filtrage* que les ondes sismiques subissent à leur passage à travers le sol et qui tend à renforcer certaines composantes harmoniques des ondes enregistrées.

De plus, le sol filtrant peut aussi atténuer ces composantes harmoniques de l'onde sismique incidente dont les fréquences dépassent la fréquence naturelle du dépôt du sol. Une *désamplification* des séismes est alors possible.

◆ SYNTHÈSE DES TRAVAUX ANTERIEURS

Lorsqu'un tremblement de terre se produit, le mouvement que l'on mesure en surface est considéré comme la résultante de trois effets : la source, la propagation et l'influence des conditions géologiques et topographiques locales. Les différentes observations et études théoriques effectuées jusqu'à présent permettent de distinguer trois types d'effets de site : les effets dus aux dépôts géologiques peu compact, les effets dus à la topographie et les effets dus à des discontinuités latérales de la structure locale du sous-sol.

L'analyse du mouvement sismique induit par l'effet des conditions géologiques de site a fait l'objet de plusieurs travaux de recherche portant sur la description du phénomène de propagation des ondes sismiques à travers un sol hétérogène par des modèles expérimentaux, analytiques et numériques.

Les premières recherches dans ce domaine ont été menées par *Wood, 1908; Reid, 1910;* suite au séisme de *San Francisco de 1906*. Ces études ont montré que le taux de dégâts causés par le séisme dans les différentes localités dépendait fortement des caractéristiques géologiques du sol. Les travaux de *Thomson, 1950* et *Haskell, 1953* les amenèrent aux mêmes conclusions. *Gutenberg, 1957*, considère les effets des conditions locales de la géologie du site et arrive à des conclusions en accord avec des résultats plus récents publiés par *M.D. Trifunac, 1980*. Plus tard, ont suivi les travaux de *White, 1965; Achenbach, 1973; Clough & Penzien, 1975* et *Abramovici, 1984*.

Pendant de longues années, ces études étaient essentiellement qualitatives, résultant d'observations des dommages durant les grands séismes ou de la comparaison entre les enregistrements du même événement sur divers sites géologiques. La validation de ces modèles n'a été possible qu'après la mise en place de stations d'enregistrement. Ces résultats ont été confortés avec l'introduction des instruments d'enregistrement, où il s'est avéré que les résultats de *Wood* étaient en parfaite concordance avec la réalité.

La rareté des données quantitatives appropriées et la large dispersion des données expérimentales ont encouragé et lancé les études analytiques et numériques de propagation d'ondes dans les milieux stratifiés pour évaluer théoriquement les effets de site.

Les premières études des problèmes de propagation d'ondes concernaient le cas de propagation verticale d'une onde de cisaillement (*modèle unidimensionnel*). Cette hypothèse a été utilisée, vu d'une part, la difficulté de prédire correctement la nature des ondes provenant d'un certain potentiel sismique, et d'autre part, la transmission ascendante des ondes à travers des couches de rigidités décroissantes tend à polariser l'onde, dont la direction de propagation devient subverticale. En outre, seule les ondes de cisaillement présentaient un intérêt majeur.

Dans le cadre de ces études, la modélisation du sol a été considérée de deux manières

❖ *Stratification horizontale des couches de sol et homogénéité latérale.* Dans le cadre de cette hypothèse, la réponse en surface est le produit du spectre de Fourier du mouvement à la base rocheuse par le spectre d'amplification du dépôt sédimentaire (Zeevaert, 1964; Schnabel & al., 1972).

Idriss et al. (1968) ont proposé une approche différente basée sur la modélisation par masse concentrée des couches de sol (*Lumped Mass Approach*). Cette méthode a l'avantage de prendre en compte le caractère non linéaire du comportement du sol.

❖ *Dépôt de sol ayant des frontières latérales.* La présence de ces frontières dans le profil du sol implique une concentration de contraintes au niveau de ces frontières. La prise en compte de l'hétérogénéité ne peut être effective que par le recours aux méthodes numériques telles que la *Méthode des Eléments Finis (Dezfulian et Seed)*. Toutefois, un calcul par éléments finis est limité, en raison des problèmes de frontières et de l'importance du maillage à considérer. Dans ce cadre, plusieurs chercheurs (Aki et Larner, 1970; Bard et bouchon, 1980; Sanchez & al., 1993) ont proposé diverses méthodes numériques telles que la *Méthode des Eléments de Frontières* ou la *MEF* incluant des *Hyperéléments*.

Les résultats des travaux de Bard, Durville & Ménéroud, 1983 concernant l'amplification sismique, sur un modèle bidimensionnel par une méthode analytico-numérique, montrent qu'une onde arrivant à la surface libre subit des modifications qui peuvent être appréhendées de deux façons :

- Sous forme spectrale, les amplitudes sont multipliées par un facteur.
- En mode temporel, avec un signal synthétique, la vibration en surface dure plus longtemps que le signal incident.

Les effets bidimensionnels sont plus prononcés et plus intéressants lorsque l'incidence est oblique. Il se produit une transformation directe des ondes obliques en ondes de *Love*, dont l'amplitude est plus importante même en présence d'un amortissement important.

Des études concernant la classification des conditions de site, l'estimation de facteurs d'amplification, des modèles analytiques et numériques pour la réponse du site ont été présentées par *Aki, 1988* (in *Huey-Chu & Hung-Chi, 1996*).

Les recherches en cours de par le monde et même en Algérie ont permis des percées considérables et une amélioration sensible de la compréhension de l'effet de site. Des techniques numériques modernes permettent par ailleurs de mieux appréhender l'analyse de ces effets. Les études ayant pour base l'analyse des enregistrements effectués lors de grands séismes (*Mexico, 1985; Loma-Prieta, 1989; Northridge, 1994; Kobe, 1995 ...*) ont montré l'influence des couches géologiques récentes sur le mouvement sismique.

Pour évaluer les effets de site sur l'enregistrement sismique, il existe plusieurs approches et techniques de calcul :

➤ ***Approche statistique***

Elle préconise la mise en place d'une sismothèque, une banque de données regroupant les enregistrements accélérométriques des séismes de divers épacentres et sur plusieurs sites avec une large variation des conditions géologiques. Cette sismothèque contient les caractéristiques (*intensité et magnitude*) des plus grands tremblements de terre survenus dans le monde et les conditions géologiques du site d'enregistrement. Cet outil permet d'obtenir par des calculs statistiques un mouvement sismique de référence pour une magnitude et une distance données.

➤ ***Approche expérimentale***

Dans cette approche, on a recours à des essais in situ réalisés au moyen de carottages dans le sol, puis on recueille des enregistrements à différentes profondeurs du sol. Les résultats obtenus lors de ces essais sont toutefois peu fiables, à cause du comportement non linéaire du sol ainsi que le remaniement apporté lors du carottage. Ces résultats ne sont valables que pour de faibles déformations.

➤ *Approche analytique*

Elle consiste en l'utilisation de procédures analytiques moyennant la théorie de propagation des ondes sismiques et la théorie de l'élastodynamique.

L'étude de propagation d'ondes dans un milieu stratifié a été développée par *Thomson (1950)* et *Haskell (1953, 1960, 1962)* et désignée par la *méthode matricielle de Thomson-Haskell (The Thomson-Haskell Transfer Matrix)*. Elle est basée sur une approche matricielle pour le calcul des coefficients de transfert (*matrice de transfert*) dans le domaine des fréquences-nombre d'ondes. Cette matrice de transfert représente une caractéristique intrinsèque du profil et définit l'état des contraintes et des déformations en passant du sommet d'une couche à celui de la couche sus-jacente.

Les problèmes les plus simples d'ondes élastiques dans le cadre de cette approche sont les problèmes bidimensionnels d'ondes *SH* analysées séparément des ondes de volumes en procédant à une séparation de variable. Pour le cas des ondes *P* et *SV*, les mouvements d'ondes en surface sont couplés à travers les conditions aux frontières.

Une méthode simple est proposée pour résoudre le problème bidimensionnel de propagation des ondes *SH* présentant un problème scalaire. Pour les ondes *P*, *SV* et celles de *Rayleigh*, le problème devient vectoriel et la solution des équations de l'élastodynamique est nécessaire. Pour de simples géométries, des solutions analytiques sont obtenues pour ces ondes (*Haskell, 1962; Lee, 1988; Moeen-Vaziri & Trifunac, 1988*), pour des configurations plus réelles, des méthodes numériques doivent être développées (*Reinoso, Wrobel & Power, 1993, 1997*).

Il est généralement admis que ces prédictions simples sont en conformité avec les observations expérimentales surtout avec l'introduction de la méthode linéaire équivalente par *Seed et Idriss en 1969*.

Les configurations dans cette méthode sont purement idéales par le type de problème traité qui ne présente qu'un intérêt académique, elles procurent par contre, un immense intérêt et une solide base de comparaison pour les méthodes numériques.

➤ *Approche numérique*

La prise en compte de l'hétérogénéité du sol ne peut être effective que par le recours aux méthodes numériques telles que la *Méthode des Eléments Finis, MEF (Finite Element Method ou FEM)*. Cette méthode a fait l'objet de plusieurs recherches dans le cadre des problèmes de dynamiques des sols et de géotechnique; elle est capable de prendre en charge des milieux géométriquement et rhéologiquement très complexe, *Drake, 1972*. Toutefois, un calcul par éléments finis présente une restriction, en raison des problèmes de frontières pour reproduire fidèlement le phénomène radiatif des ondes à l'infini et de l'importance des dimensions du sol donc du maillage à considérer. Dans ce cadre, plusieurs chercheurs (*Aki et Larner, 1970; Bard et bouchon, 1980; Sanchez & al., 1993*) ont proposé diverses méthodes numériques telles que la *Méthode des Eléments de Frontières (Boundary Element Method ou BEM)* dont l'intérêt est de réduire les dimensions du problème et d'éviter l'introduction de frontières fictives comme c'est le cas de la *MEF*; la radiation à l'infini est prise implicitement dans la formulation et de manière inhérente, ce qui rend cette méthode particulièrement adaptée aux problèmes de sol. Cette approche a été extrapolée aux problèmes tridimensionnels, *Sanchez-Sesma, 1983*. Une autre méthode pour prendre en charge les dimensions importantes du sol dans le cadre de la *MEF* désignée par la *méthode semi-analytique des Hyperéléments* a été développée et proposée pour les problèmes de dynamique des sols.

➤ *Approche semi-analytique*

Dans cette catégorie, on trouve la *méthode d'Aki-Larner* développée par *Aki et Larner, 1970*, pour traiter le problème de dispersion des ondes *SH* par des interfaces irrégulières. Dans cette méthode, le champ diffracté est représenté par la superposition d'ondes planes, la solution générale est obtenue par intégration dans le domaine des nombres d'ondes. Cette technique peut être utilisée pour modéliser le mouvement du sol, la source, le chemin suivi et les conditions locales de site, cependant le calcul numérique reste très coûteux.

On retrouve aussi dans cette catégorie une méthodologie développée par *Kausel et Roesset (1977)* pour le traitement des problèmes de propagation d'ondes dans les milieux stratifiés désignée par la *méthode des couches minces (Thin Layer Method ou TLM)*. Cette technique est fondée sur le concept des éléments finis, elle consiste à discrétiser le milieu dans la direction des couches (*i.e verticale*) en couches

minces à l'intérieur desquelles les déplacements sont approchés par des fonctions arbitraires dans la direction verticale et un champ analytique connu dans la direction horizontale.

L'objectif de cette étude est l'examen de l'"*effet des ondes de surfaces*" sur le mouvement induit par un séisme en surface libre et l'identification des paramètres dominant la contribution de ces ondes au mouvement sismique enregistré en surface libre.

A cet effet, on examinera, pour les ondes de volume, l'*effet de site* particulièrement l'influence des conditions géologiques du site, on apportera une quantification de cet effet. Une investigation numérique est menée pour le mettre en évidence.

Afin d'atteindre ce but, nous adoptons l'approche de *Thomson et Haskell*, il s'agit d'une méthode matricielle qui introduit un vecteur d'état S_n ayant pour composantes toutes les quantités scalaires qui figurent dans les conditions de continuité : composantes de déplacement, composantes de contraintes qui s'exercent sur la frontière plane d'une couche de rang n . On exprime cette quantité au sommet d'une couche, pour la couche sous-jacente de rang $n+1$, on obtient pour le vecteur S_{n+1} par une relation linéaire définie par la matrice de transfert G_n (*Coulomb, Jobert, 1973*). Dans cette approche un intérêt particulier est porté pour la modélisation du sol et le développement de différentes méthodes d'analyse de propagation d'ondes. On présentera l'influence de l'effet de site sur l'accélération induite au rocher.

Nous introduirons, par la suite, les ondes de *Rayleigh* et *Love* dans le calcul des accélérations, en menant une étude comparative et paramétrique, afin d'identifier les paramètres dominant la contribution des ondes de surface au mouvement sismique.

Cette étude se présentera en deux volets distincts :

Le premier concernera une analyse de l'action des couches de sol par la méthode de *Thomson-Haskell* pour la détermination de la *fonction filtre* du profil, cet effet sera étudié pour les ondes de volume (*ondes longitudinales P et ondes de cisaillement SH, SV*). Dans cette étape, on examinera la variation de ces fonctions de transfert avec la géologie du sol et leur effet sur un signal sismique induit au rocher, on mettra ainsi en évidence les modifications apportées par la géologie du site sur un enregistrement au substratum et ce pour chaque type d'onde.

Le deuxième volet sera consacré à l'analyse des ondes de surface et l'étude de leur influence sur les enregistrements sismiques recueillis par l'instrumentation en champ libre. On mettra en évidence leur contribution et leur effet dans les accélérogrammes ainsi qu'au mouvement du sol (*spectre de réponse du site*).

♦ ORGANISATION DE LA THESE

La présente thèse est organisée en cinq (5) chapitres présentés comme suit :

Le premier chapitre fait l'objet d'un aperçu sur *la théorie de l'élastodynamique et de la propagation des ondes élastiques* dont on identifiera les différents types et modes de propagation.

Le chapitre deux concerne *la formulation de la méthode de Thomson-Haskell (M.T.H)* utilisant une analyse de propagation des ondes sismiques par l'approche de la matrice de transfert (*T-Matrix Approach*).

Le troisième chapitre est consacré à *l'élaboration d'un modèle numérique basé sur la M.T.H* pour l'analyse de la propagation des ondes et la détermination des accélérations associées à ces ondes en surface libre. Une validation du modèle est notamment présentée dans ce même chapitre.

Le quatrième chapitre est destiné à *l'introduction des ondes de surface* dans le calcul et à l'étude de leur contribution dans le mouvement du sol.

Le cinquième chapitre est, quant à lui, consacré à *l'application de la méthode de Thomson-Haskell* à la simulation des accélérations en surface libre associées au *séisme d'El-Asnam du 10 Octobre 1980*.

Enfin, une *conclusion générale* suivie de *recommandations et perspectives* pour des travaux futurs seront présentées dans le dernier chapitre de cette thèse.

Le commencement de toutes les sciences, c'est l'étonnement de ce que les choses sont ce qu'elles sont.

Aristote

Chapitre 1

THEORIE D'ELASTICITE ET PROPAGATION D'ONDES

La sismologie est une science relativement récente, née après l'évolution de la théorie de l'élasticité et le développement des réseaux de stations sismiques. A partir de l'introduction de la loi de *Hooke* en 1660, et jusqu'au développement de la théorie de l'élasticité par *Navier* et *Cauchy* en 1821-1822, la compréhension du comportement des milieux solides évolue rapidement.

Au début des années 1800, les lois de conservation de la masse et de l'énergie ont été combinées pour développer les équations de mouvement des solides. En 1830, *Poisson* utilise les équations de mouvement et les lois élastiques pour montrer l'existence de deux types fondamentaux d'ondes qui se propagent à travers un corps solide homogène.

En sismologie, on considère généralement des actions à la fois concentrées dans le temps et dans des régions relativement petites (*contraintes brusquement annulées sur une faille, explosion*) et les ondes sismiques se propagent dans le milieu à partir d'une source que l'on peut souvent considérer comme ponctuelle. Ces ondes transportent la perturbation sur des distances plus ou moins grandes dépendant de l'énergie communiquée ainsi que de la capacité du sol à acheminer cette énergie libérée.

Lorsqu'un milieu élastique, initialement au repos, est soumis à des forces de volume, ou bien lorsque sa continuité est détruite tout au long d'une portion de surface, l'équilibre initial est rompu et un déplacement ou glissement se produit de façon à rétablir un nouvel équilibre, la rupture survient lors du passage d'un état de contraintes importantes à un état de contraintes partiellement ou totalement disparues.

Ce chapitre traite des notions de propagation d'ondes élastiques tout en présentant des aspects de la théorie de l'élastodynamique. On se penchera particulièrement sur le phénomène de propagation du signal sismique à travers un sol à stratification horizontale reposant sur un demi-espace élastique. A partir des équations gouvernant le mouvement, on identifiera les différents types d'ondes.

Notre étude se limitera au cas des ondes planes, ce choix est préconisé car, dans la théorie linéaire, la propagation résultant d'une excitation impulsive de forme arbitraire, peut être représentée par une succession d'ondes sinusoïdales avec l'utilisation des séries ou des intégrales de Fourier.

Pour un traitement complet du phénomène de propagation, on se référera aux travaux de *Ewing, 1957; Achenbach, 1973; Coulomb & Jobert, 1973; Kennet, 1983; Wolf, 1985 et Lay & Wallace, 1995.*

1.2. THEORIE D'ELASTODYNAMIQUE

Les équations d'équilibre définies pour un état élastodynamique sont à la base de l'analyse mathématique de la propagation des ondes sismiques.

1.2.1. Equations de mouvement

Dans le cadre de l'hypothèse de petits déplacements d'un solide élastique, homogène et isotrope occupant un domaine Ω , limité par sa surface Γ et repéré par rapport à un système de coordonnées (X, Y, Z) défini par la base vectorielle $(\underline{i}, \underline{j}, \underline{k})$ (fig.1.1), on définit un couple $S = [\underline{U}, \underline{\sigma}]$ caractérisé par le champ de déplacement $U(x, t)$ et le tenseur de contrainte $\sigma(x, t)$ correspondant à une densité volumique de forces $f(x, t)$ et une masse volumique ρ .

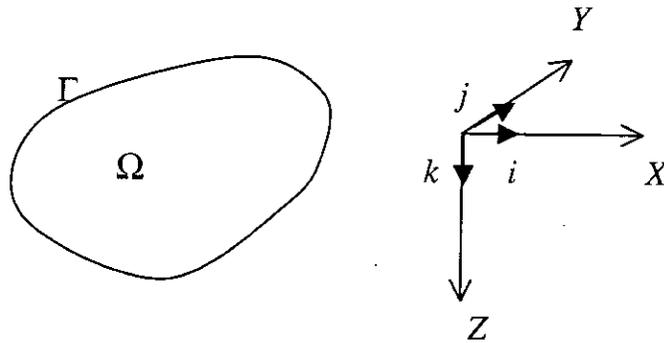


Fig.1.1 – Système de coordonnées

S définit un état élastodynamique s'il vérifie les équations suivantes :

- *Equations d'équilibre*

$$\sigma_{ij,j} + \rho f_i = \rho \ddot{U}_i \quad (1-1)$$

- *Equations déformations-déplacements*

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(U_{i,j} + U_{j,i}) \quad (1-2)$$

où $\sigma_{ij,j}$ représente un élément du tenseur contrainte d'ordre 2, $\sigma(x, t)$ correspond à la $i^{\text{ème}}$ ligne et la $j^{\text{ème}}$ colonne différentié par rapport à la variable x_j .

- *Equations contraintes-déformations (loi de Hooke)*

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (1-3)$$

où δ_{ij} représente le symbole de *Chronecker*

λ et μ représentent les constantes de *Lamé*.

En injectant les équations (1-2) dans (1-3), puis l'équation qui en résulte dans (1-1), on aboutit à l'équation de *Navier* :

$$\mu U_{i,jj} + (\lambda + \mu) U_{j,i} + \rho f_i = \rho \ddot{U}_i \quad (1-4)$$

En l'absence de force de volume f_i , on aura, en adoptant une notation vectorielle :

$$\mu \nabla^2 \underline{U} + (\lambda + \mu) \underline{\nabla}(\underline{\nabla} \cdot \underline{U}) = \rho \ddot{\underline{U}} \quad (1-5)$$

où \cdot représente le produit scalaire

$\underline{\nabla}$ vecteur gradient défini par : $\underline{\nabla} = \frac{d}{dx_j} \underline{j}$

∇^2 opérateur *Laplacien* défini par : $\nabla^2 U = U_{k,jj} \underline{k}$

A cet état d'équilibre, s'ajoutent les conditions initiales concernant les déplacements U_0 et la vitesse V_0 , et les conditions aux limites sur la surface Γ , en exprimant le vecteur traction $\underline{t}^{(n)}$ appliqué sur une facette de normale \underline{n} en fonction du vecteur déplacement par la relation :

$$\underline{t}^{(n)} = \lambda (\underline{\nabla} \cdot \underline{U}) \underline{n} + 2\mu \frac{\partial \underline{U}}{\partial \underline{n}} + \mu \underline{n} \wedge \underline{\nabla} \wedge \underline{U}$$

1.2.2. Potentiel de champ de déplacement

L'équation (1-5) représente un système de trois équations couplées. Le recours au concept de décomposition vectorielle de *Helmholtz* (*Annexe A*) nous permet de découpler ces équations, en exprimant le vecteur déplacement en termes de dérivées d'un potentiel scalaire φ et d'un potentiel vectoriel $\underline{\psi}$ soit :

$$\underline{U} = \nabla \varphi + \nabla \wedge \underline{\psi} \quad \text{et} \quad \underline{\nabla} \cdot \underline{\psi} = 0 \quad (1-6)$$

L'équation (1-6) indique que le déplacement dans le solide, s'écrit comme étant la somme de deux mouvements.

En effet :

$$\underline{\underline{U}} = \underline{\underline{U}}_p + \underline{\underline{U}}_s$$

où :

$$\underline{\underline{U}}_p = \underline{\underline{\nabla}}\varphi \quad \text{et} \quad \underline{\underline{U}}_s = \underline{\underline{\nabla}} \wedge \underline{\underline{\psi}}$$

$$\text{avec :} \quad \underline{\underline{\nabla}} \wedge \varphi = 0 \quad \text{et} \quad \underline{\underline{\nabla}} \cdot \underline{\underline{\psi}} = 0$$

Ces deux mouvements représentent la propagation d'ondes de compression, engendrant un mouvement irrotationnel, notées ondes P , et des ondes de distorsion ou de cisaillement, engendrant un mouvement sans changement de volume, notées ondes S avec des vitesses respectives c_p et c_s .

En vertu du théorème de complétude (*Annexe A*) toute solution de l'équation (1-4) admet la représentation (1-6).

1.2.3. Equations d'ondes

Considérons la décomposition de *Helmholtz* du vecteur de déplacement U , donnée par l'équation (1-6) et injectons-la dans l'équation (1-5). On aura :

$$\mu \nabla^2 (\underline{\underline{\nabla}}\varphi + \underline{\underline{\nabla}} \wedge \underline{\underline{\psi}}) + (\lambda + \mu) \underline{\underline{\nabla}} \underline{\underline{\nabla}} \cdot (\underline{\underline{\nabla}}\varphi + \underline{\underline{\nabla}} \wedge \underline{\underline{\psi}}) = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\underline{\underline{\nabla}}\varphi + \underline{\underline{\nabla}} \wedge \underline{\underline{\psi}}) \quad (1-7)$$

$$\text{or :} \quad \underline{\underline{\nabla}} \cdot \underline{\underline{\nabla}}\varphi = 0 \quad , \quad \underline{\underline{\nabla}} \cdot (\underline{\underline{\nabla}} \wedge \underline{\underline{\psi}}) = 0 \quad \text{et} \quad \underline{\underline{\nabla}} \wedge (\underline{\underline{\nabla}}\varphi) = 0$$

En réarrangeant les termes, on aura :

$$\underline{\underline{\nabla}} [(\lambda + 2\mu) \nabla^2 \varphi - \rho \ddot{\varphi}] + \underline{\underline{\nabla}} \wedge [\mu \nabla^2 \underline{\underline{\psi}} - \rho \ddot{\underline{\underline{\psi}}}] = 0 \quad (1-8)$$

On peut satisfaire cette équation si les deux termes entre crochets s'annulent indépendamment, ainsi la représentation (1-6) satisfait les deux équations suivantes :

$$\begin{aligned} \nabla^2 \varphi &= \frac{1}{c_p^2} \ddot{\varphi} \\ \nabla^2 \underline{\underline{\psi}} &= \frac{1}{c_s^2} \ddot{\underline{\underline{\psi}}} \end{aligned} \quad (1-9-a)$$

$$\text{soit : } \nabla^2 \varphi = \frac{1}{c_p^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \quad (1-9-b)$$

$$\nabla^2 \Psi = \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$$

$$\text{où : } c_p^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \quad \text{et} \quad c_s^2 = \frac{\mu}{\rho} \quad (1-9-c)$$

Les équations d'ondes (1-9-b) sont des équations découplées. La décomposition du déplacement simplifie l'analyse même si les potentiels scalaire φ et vectoriel Ψ sont généralement couplés à travers les conditions aux frontières.

Ces deux équations représentent une classe d'équations linéaires aux dérivées partielles. Elles présentent des solutions différentes selon qu'il s'agisse de front d'ondes loin (*champ lointain*) ou près de la source (*champ proche*). En effet, pour des sites loin de la source du séisme, la courbure du front d'ondes est négligeable et de ce fait, le front d'ondes peut être assimilé à un plan. Par contre, le front d'ondes incidentes au niveau d'un site proche de la source présente une courbure d'où la nécessité de le considérer sphérique.

La solution générale des équations (1-9-b) est donnée par :

$$\varphi = A \exp \left[\frac{i\omega}{c_p} \left(\begin{array}{c} x \cdot p - c_p t \\ \sim \quad \sim \end{array} \right) \right] \quad (1-10)$$

$$\underline{\Psi} = B \exp \left[\frac{i\omega}{c_s} \left(\begin{array}{c} x \cdot p - c_s t \\ \sim \quad \sim \end{array} \right) \right]$$

où : p est un vecteur unitaire donnant la direction de propagation des ondes et x le vecteur position.

1.2.4. Propagation d'ondes planes dans un milieu élastique

Le problème de propagation d'ondes sismiques depuis une source est essentiellement tridimensionnel. Toutefois, en considérant que la source est constituée d'une ligne (*faille*) et en se plaçant à une certaine distance de celle-ci, le problème devient bidimensionnel.

Dans l'étude qui suit, nous considérons le cas des ondes planes. Globalement, le concept d'ondes planes fait référence à deux conditions essentielles :

- pour un instant donné t , le mouvement des particules dus à cette propagation est constant au niveau de tout plan normal à la direction de propagation, dit plan de phase.
- ce plan se propage dans la direction de propagation avec une vitesse c , dite vitesse de phase.

Considérons une solution de l'équation de Navier de la forme :

$$\underline{\underline{U}} = \underline{\underline{d}} f\left(ct - \underline{\underline{x}} \cdot \underline{\underline{p}}\right) \quad (1-11)$$

où : $\underline{\underline{d}}$ vecteur unitaire donnant la direction du mouvement des particules

$\underline{\underline{p}}$ vecteur unitaire donnant la direction de propagation des ondes

$\underline{\underline{x}}$ vecteur position

En substituant (1-11) dans l'équation de Navier (1-4) :

$$\left[(\mu - \rho c^2) \underline{\underline{d}} + (\lambda + \mu) \left(\underline{\underline{p}} \cdot \underline{\underline{d}} \right) \underline{\underline{p}} \right] f' \left(ct - \underline{\underline{x}} \cdot \underline{\underline{p}} \right) = \underline{\underline{0}} \quad (1-12)$$

$$\text{d'où : } \left[(\mu - \rho c^2) \underline{\underline{d}} + (\lambda + \mu) \left(\underline{\underline{p}} \cdot \underline{\underline{d}} \right) \underline{\underline{p}} \right] = \underline{\underline{0}} \quad (1-13)$$

Les deux vecteurs $\underline{\underline{p}}$ et $\underline{\underline{d}}$ étant différents, pour satisfaire l'équation (1-11), deux possibilités se présentent :

$$\underline{\underline{p}} = \pm \underline{\underline{d}} \quad \text{ou} \quad \underline{\underline{p}} \cdot \underline{\underline{d}} = 0$$

Suivant que les vecteurs $\underline{\underline{d}}$ et $\underline{\underline{p}}$ soient parallèles ou perpendiculaires, on distingue deux types d'ondes :

- $\underline{\underline{p}} = \pm \underline{\underline{d}}$ ou $\underline{\underline{p}} \cdot \underline{\underline{d}} = \pm 1$:

Le déplacement est induit parallèlement à la direction de propagation, c'est-à-dire dans le sens radial par rapport à la source, ce type d'onde est dit onde de compression ou onde P (onde irrotationnelle ou longitudinale) de vitesse :

$$c = c_p = \left(\frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \right)^{1/2}$$

- $\underline{p} \cdot \underline{d} = 0$:

Le déplacement est induit perpendiculairement à la direction de propagation, ce type d'onde est dit onde de cisaillement ou onde S (*onde de distorsion*), de vitesse :

$$c = c_s = \left(\frac{\mu}{\rho} \right)^{1/2}$$

Si les vecteurs unitaires \underline{d} et \underline{p} sont antiplanaires, les ondes sont polarisées horizontalement, on parle dans ce cas d'onde SH . Si les vecteurs unitaires \underline{d} et \underline{p} sont coplanaires, les ondes sont polarisées verticalement, on parlera alors d'ondes SV .

On définit la constante matériau, notée κ , par :

$$\kappa = \frac{c_p}{c_s} = \left(\frac{\lambda + 2\mu}{\mu} \right)^{1/2} = \left(\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} \right)^{1/2} \tag{1-14}$$

où ν est le coefficient de Poisson.

- $0 < \nu < 0.5$ d'où $\kappa > 0$ donc $c_p > c_s$, d'où les ondes P sont dites "*primaires*" et les ondes S dites ondes "*secondaires*".

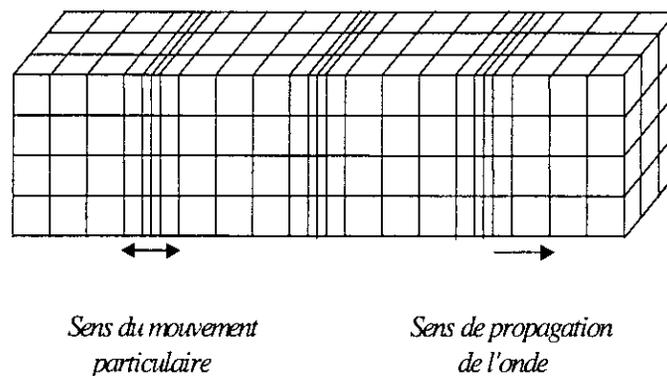


Fig. 1.2.a - Mouvement des particules de sol au passage d'ondes P

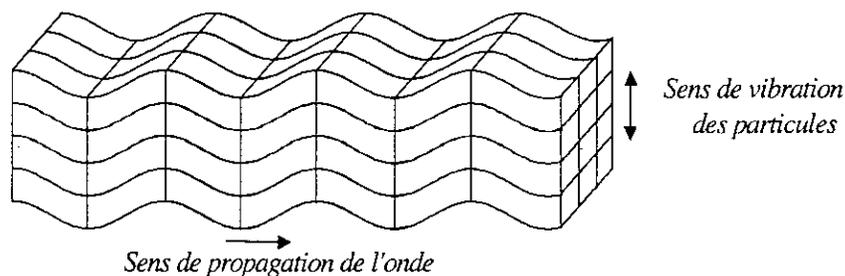


Fig. 1.2.b - Mouvement des particules de sol au passage d'ondes SV

Les ondes primaires sont généralement à hautes fréquences. Ce sont les premières à atteindre la surface libre. Tandis que les ondes secondaires sont à plus basses fréquences mais possèdent de plus grandes amplitudes. Ces ondes sont les plus dangereuses pour les constructions causant des dégâts importants en surface. Elles sont d'une importance primordiale en génie parasismique.

Les vecteurs déplacements induits par les différents types d'ondes sont donnés par les expressions :

$$\begin{aligned}\underline{U}_P &= \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}, 0, \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) \\ \underline{U}_{SV} &= \left(-\frac{\partial \psi}{\partial z}, 0, \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \\ \underline{U}_{SH} &= (0, V, 0)\end{aligned}$$

Le déplacement associé aux deux ondes couplées P et SV :

$$\underline{U} = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z}, 0, \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \right)$$

L'onde SH est découplée des deux autres ondes.

Une onde harmonique se propageant avec la vitesse de phase c dans la direction définie par le vecteur unitaire p , est représentée par un champ déplacement :

$$\underline{U} = A \underline{d} \exp [i k (c t - \underline{x} \cdot \underline{p})] \quad (1-15)$$

L'amplitude A est indépendante de la position x et du temps t , l'argument $k (c t - \underline{x} \cdot \underline{p})$ est appelé la phase de l'onde, k étant le nombre d'onde défini par : $k = \frac{\omega}{c}$

A tout instant t , le déplacement U est harmonique de période $T = \frac{2\pi}{\omega}$, et de longueur d'onde $\Lambda = \frac{2\pi}{k}$.

L'équation (1-15) est un cas particulier de l'équation (1-11). Par conséquent, on est en présence de deux ondes harmoniques planes : les ondes longitudinales et les ondes transversales avec les vitesses de phases respectives c_p et c_s .

On note que la vitesse de phase est distincte de la vitesse de particule donnée par :

$$\underline{\dot{U}} = -i k c A \underline{d} \exp [i k (c t - \underline{x} \cdot \underline{p})] \quad (1-16)$$

Les solutions (1-10) restent valables si l'une des trois composantes du vecteur direction de propagation p est imaginaire. Une généralisation est possible :

$$\underline{p} = \underline{p}' + i \underline{p}'' \quad (1-17)$$

p étant un vecteur unitaire :

$$\underline{p} \cdot \underline{p} = 1$$

d'où : $\underline{p}' \cdot \underline{p}' - \underline{p}'' \cdot \underline{p}'' = 1$

et $\underline{p}' \cdot \underline{p}'' = 0$

En substituant (1-17) dans (1-15), on obtient :

$$\underline{U} = A \underline{d} \exp [i k (-x \cdot \underline{p}'')] \exp [i k (ct - x \cdot \underline{p}')] \quad (1-18)$$

L'expression (1-18) décrit une onde plane non homogène se propageant dans la direction définie par le vecteur p' et d'amplitude décroissant exponentiellement dans la direction définie par le vecteur p'' normal à p' .

Ces ondes sont dites *ondes de surface généralisées* ou *ondes superficielles*. L'énergie est localisée près de la surface libre et peut se propager à grandes distances. L'onde est en quelque sorte canalisée le long de la surface libre. Ce sont les ondes qui transmettent la plus grande quantité d'énergie dans les tremblements de terre à foyer peu profond.

Les ondes *Love* correspondent au cas où seules les déformations de cisaillement se produisent. Elles sont générées par l'interférence constructive des ondes *SH*. Au passage de l'onde, le mouvement des particules est perpendiculaire à la direction de propagation, et reste parallèle à la surface de la terre.

Les ondes de *Rayleigh* sont par ailleurs caractérisées par des déformations de cisaillement accompagnées de déformations de volume. Elles sont générées par l'interférence constructive des ondes *P* et *SV* à la surface libre et à mesure que l'onde avance la particule du milieu décrit une orbite elliptique rétrograde, orientée perpendiculairement aux interfaces.

La génération d'ondes de surface dépend des conditions aux limites du problème : surface libre, surface de discontinuité.

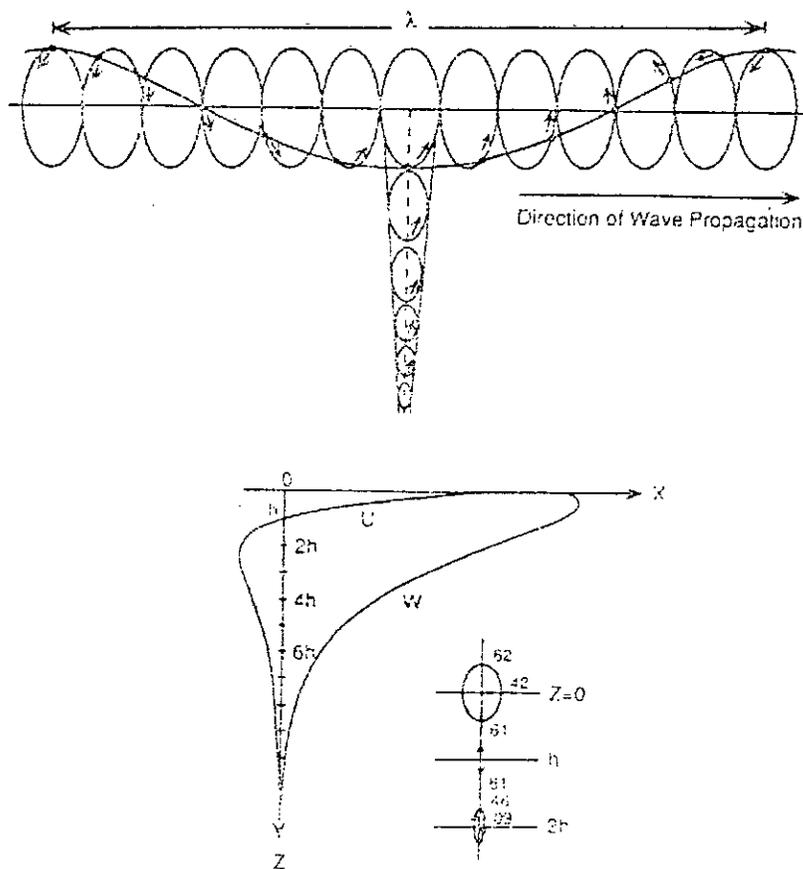


Fig. 1.2.c - Mouvement des particules de sol au passage d'ondes de Rayleigh

Les mouvements des ondes P , S , *Rayleigh* et *Love*, sont influencés par la variation en profondeur des propriétés mécaniques des matériaux constituant les couches de sol, et par l'existence de frontières qui constituent des interfaces. Leur interactions peuvent être analysées quantitativement en termes d'ondes incidentes, réfléchies et réfractées.

1.2.4. Atténuation intrinsèque des ondes sismiques

L'atténuation des ondes représente un des plus importants phénomènes dans la propagation. Elle peut être générée par de multiples facteurs. De façon générale, deux types de définition de l'atténuation des ondes sont décrits par *Aki et Richard (1980)* : l'atténuation temporelle de l'amplitude de l'onde stationnaire pour un nombre d'onde donné et l'atténuation spatiale à une fréquence donné.

Dans le cas de l'atténuation temporelle, la viscosité du milieu matériel est considéré comme étant un facteur dominant. Pour le calcul des structures (*fondations*) étendues dans l'espace, la prise en compte de l'atténuation spatiale s'avère importante (*Xue, Tobita & Izumi, 1994*).

Récemment, l'effet de dispersion induit par les hétérogénéités du milieu a été noté comme étant un mécanisme important du phénomène d'atténuation des amplitudes des ondes sismiques.

Le processus d'atténuation est macroscopiquement représenté par la friction interne du milieu. Pour quantifier l'effet de cette friction interne du milieu, on définit un facteur adimensionnel dit *facteur de qualité* noté Q .

Pour exprimer la friction solide interne, on calcule la variation relative de l'énergie par cycle : (*Bard, Perrier*)

$$Q^{-1} = -\frac{\Delta E}{2\pi E}$$

où : ΔE : énergie dépensée par cycle

E : énergie totale stockée par le solide

Q : facteur de qualité

Dans le cas où $Q \gg 1$, l'amplitude A est proportionnelle à $E^{1/2}$, d'où :

$$Q^{-1} = -\frac{\Delta A}{\pi A}$$

Dans le cas d'une atténuation temporelle, l'amplitude $A(t)$ sera donc donnée par :

$$A(t) = A_0 \exp(-\omega t / 2Q)$$

où A_0 : amplitude initiale de l'onde

Dans le cas d'une atténuation spatiale, l'amplitude $A(X)$ est donc donnée par :

$$A(X) = A_0 \exp(-\omega X / 2CQ)$$

où C : vitesse de phase de l'onde

Le taux d'amortissement ξ est souvent associé au facteur de qualité Q par la relation :

$$\xi = \frac{1}{2Q}$$

1.3. ONDES PLANES DANS UN DEMI-ESPACE

On présente ici les outils mathématiques nécessaires pour les problèmes de propagations des ondes élastiques dans un milieu horizontal stratifié. Le problème est lié à la nature du mouvement incident et à la nature du milieu dans lequel il se propage.

Dans ce qui suit, les hypothèses fondamentales sont :

- le profil est supposé infini horizontalement
- chaque couche est entièrement définie par son module de cisaillement, sa masse volumique, son coefficient d'amortissement et son épaisseur.

1.3.1. Ondes de volume

Nous présentons dans ce qui suit, les résultats des phénomènes mis en évidence par les mouvements d'ondes planes se propageant dans un demi-espace élastique plan (xz), $z \geq 0$.

Selon la nature de l'onde considérée, les ondes planes sont modélisées par l'équation :

$$\tilde{U}_n = A_n \tilde{d}_n \exp \left[i k_n (c t - x \tilde{p}_1^{(n)} - z \tilde{p}_2^{(n)}) \right] \quad (1-19)$$

- L'indice $n = 0$ désigne l'onde incidente.
- L'indice $n = 1$ désigne l'onde longitudinale réfléchie.
- L'indice $n = 2$ désigne l'onde transversale réfléchie.

a. Ondes SH

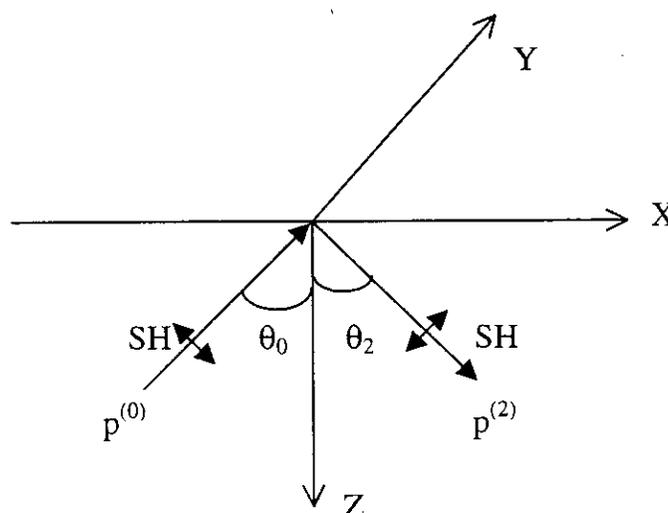


Fig.1.3 – Réflexion d'une onde SH

Le déplacement de l'onde incidente est défini par l'indice $n = 0$, celui de l'onde réfléchi par $n = 2$. La seule composante non nulle du déplacement en présence est V :

$$V^{(0)} = A_0 \exp[i k_0 (c_s t + x \sin \theta_0 - z \cos \theta_0)] \quad (1-20)$$

Notons qu'à $z = 0$, le déplacement peut être considéré comme celui d'une onde apparente $k_0 \sin \theta_0$ de vitesse apparente $c_s / \sin \theta_0$. Celle-ci excède c_s , sauf dans le cas d'une incidence affleurant la surface libre (O'Rourke, Bloom and Dobry, 1982).

Le mouvement anti-plan étant découplé du mouvement plan, l'onde incidente SH se réfléchit en onde SH seule représentée par :

$$V^{(2)} = A_2 \exp[i k_2 (c_s t + x \sin \theta_2 + z \cos \theta_2)] \quad (1-21)$$

Dans le plan $z = 0$, la seule composante non triviale du tenseur contrainte relative à l'onde incidente SH est :

$$\sigma_{yz}^{(0)} = i k_0 \mu \cos \theta_0 \exp[i k_0 (c_s t - x \sin \theta_0)] \quad (1-22)$$

et celle relative à l'onde réfléchi est donnée par :

$$\sigma_{yz}^{(2)} = -i k_2 \mu \cos \theta_2 \exp[i k_2 (c_s t - x \sin \theta_2)] \quad (1-23)$$

La condition de contrainte nulle à la surface libre implique :

$$k_2 = k_0, \quad \theta_2 = \theta_0, \quad A_2 = A_0 \quad (1-24)$$

Pour une surface libre, l'onde réfléchi est en phase avec l'onde incidente.

Le champ déplacement total est la superposition de l'onde incidente et réfléchi, il est donné par :

$$V = 2 A_0 \cos(k_0 z \cos \theta_0) \exp[i k_0 (c_s t + x \sin \theta_0)] \quad (1-25)$$

L'équation (1-25) représente une onde stationnaire dans la direction z et une onde progressive dans la direction x . Pour une incidence normale $\theta = 0$, l'expression (1-25) représente une onde stationnaire pure.

b. Ondes P

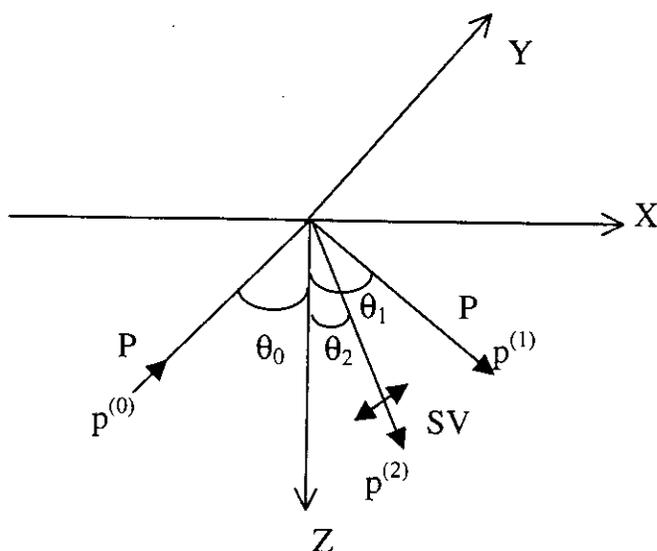


Fig.1.4 – Réflexion d'une onde P

Les équations gouvernant les ondes incidentes et réfléchies en surface libre de toutes contraintes sont un système donné par :

$$\begin{aligned}\sigma_{zx}^{(0)} + \sigma_{zx}^{(1)} + \sigma_{zx}^{(2)} &= 0 \\ \sigma_{zz}^{(0)} + \sigma_{zz}^{(1)} + \sigma_{zz}^{(2)} &= 0\end{aligned}\quad (1-26)$$

Ces équations devant être satisfaites quelque soit x et t imposent :

$$k_1 = k_0 \quad , \quad \frac{k_2}{k_0} = \frac{c_p}{c_s} = \kappa \quad (1-27-a)$$

$$\theta_1 = \theta_0 \quad , \quad \sin \theta_2 = \kappa^{-1} \sin \theta_0 \quad (1-27-b)$$

où κ est la constante matériau donnée par l'équation (1-14).

En utilisant (1-27-a) et (1-27-b) dans le système (1-26), la résolution donnera :

$$\frac{A_1}{A_0} = \frac{\sin 2\theta_0 \sin 2\theta_2 - \kappa^2 \cos^2 2\theta_2}{\sin 2\theta_0 \sin 2\theta_2 + \kappa^2 \cos^2 2\theta_2} \quad (1-28-a)$$

$$\frac{A_2}{A_0} = \frac{2 \kappa \sin 2\theta_0 \cos 2\theta_2}{\sin 2\theta_0 \sin 2\theta_2 + \kappa^2 \cos^2 2\theta_2} \quad (1-28-b)$$

L'examen des rapports d'amplitudes (1-28-a) et (1-28-b) montre que :

- Pour incidence normale $\theta = 0$, l'onde incidente P est totalement réfléchiée en onde P .
- Si $\sin 2\theta_0 \sin 2\theta_2 = \kappa^2 \cos^2 2\theta_2$, alors l'onde incidente P est totalement réfléchiée en onde SV .

Ce phénomène est désigné par "conversion de mode".

c- Ondes SV

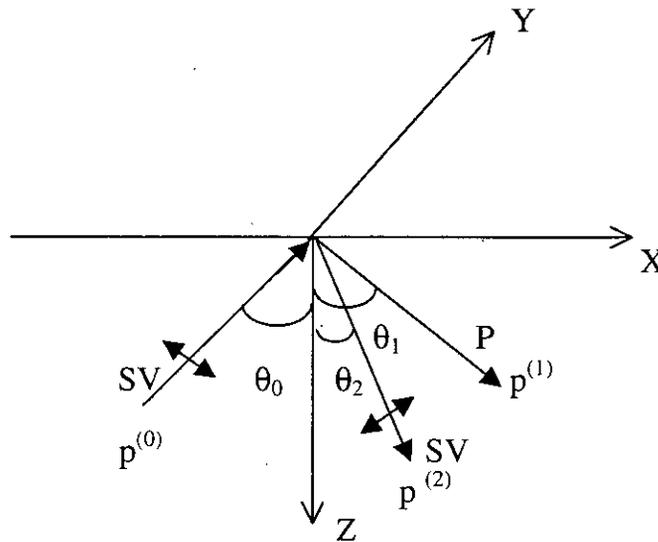


Fig.1.5 – Réflexion d'une onde SV

Afin d'examiner la réflexion d'une onde SV , les équations (1-26) sont utilisées. Le système d'équations obtenu pour une incidence SV conduit aux solutions suivantes :

$$k_2 = k_0 \quad , \quad \frac{k_1}{k_0} = \frac{c_s}{c_p} = \kappa^{-1} \tag{1-29-a}$$

$$\theta_2 = \theta_0 \tag{1-29-b}$$

$$\sin \theta_1 = \sin \theta_0 \tag{1-29-c}$$

Les rapports d'amplitudes sont donnés par les expressions :

$$\frac{A_1}{A_0} = \frac{\kappa \sin 4\theta_0}{\sin 2\theta_0 \sin 2\theta_1 + \kappa^2 \cos^2 2\theta_0} \tag{1-30-a}$$

$$\frac{A_2}{A_0} = \frac{\sin 2\theta_0 \sin 2\theta_1 - \kappa^2 \cos^2 2\theta_0}{\sin 2\theta_0 \sin 2\theta_1 + \kappa^2 \cos^2 2\theta_0} \tag{1-30-b}$$

De l'expression (1-30-a), nous remarquons que l'onde réfléchie P s'annule pour $\theta_0 = 0$, $\theta_0 = \pi/4$ et $\theta_0 = \pi/2$; pour ces valeurs particulières, l'onde SV est réfléchie en onde SV seule. Quand $\sin 2\theta_0 \sin 2\theta_2 = \kappa^2 \cos^2 2\theta_0$, une onde SV est réfléchie en onde P seule.

Par ailleurs, en considérant l'équation (1-29-c), on note que l'angle θ_1 est réel seulement quand θ_0 est inférieur à un angle critique θ_{cr} donné par l'expression :

$$\theta_{cr} = \sin^{-1}(1/\kappa)$$

si $\theta_0 > \theta_{cr}$ ($\sin \theta_1 > 1$), le vecteur unitaire de l'onde réfléchie P est complexe, il est donné par :

$$\underline{p}^{(1)} = \sin \theta_1 \underline{i} + \cos \theta_1 \underline{k} \quad (1-31-a)$$

$$\text{i.e.} \quad \underline{p}^{(1)} = \kappa \sin \theta_0 \underline{i} + i \kappa \beta \cos \theta_1 \underline{k} \quad (1-31-b)$$

$$\text{où :} \quad \beta = (\sin^2 \theta_0 - \kappa^{-2})^{1/2}$$

L'onde réfléchie s'écrit alors :

$$U^{(1)} = S d^{(1)} \exp(k_0 \beta z) \exp\left[i k_0 \sin \theta_0 \left(c_p t / \kappa \sin \theta_0 - x + i \alpha\right)\right] \quad (1-32)$$

$$\text{où :} \quad S = \frac{A_0 \sin 4 \theta_0}{\left[\kappa^2 \cos^4 2 \theta_0 + 4 (\kappa^2 \sin^2 2 \theta_0 - 1) \sin^2 2 \theta_0 \sin^2 \theta_0\right]^{1/2}}$$

$$\text{et} \quad \tan \alpha = \frac{2 (\kappa^2 \sin^2 2 \theta_0 - 1)^{1/2} \sin 2 \theta_0 \sin \theta_0}{\kappa^2 \cos^2 2 \theta_0}$$

L'expression (1-32) est un exemple d'onde plane non homogène, en faisant l'analogie avec l'expression (1-18), nous avons :

$$\underline{p}' = \kappa \sin \theta_0 \underline{i}$$

$$\underline{p}'' = \kappa (\sin^2 \theta_0 - \kappa^{-2}) \underline{k}$$

$$k = k_I = k_0 / \kappa$$

$$c = c_p$$

On dira alors que l'onde réfléchie \dot{P} se propage dans la direction x avec un nombre d'onde $k_0 \sin \theta_0$ et une vitesse de phase $c_p / \kappa \sin \theta_0$. L'amplitude du déplacement de l'onde P décroît avec la profondeur z . Ce type d'onde est appelé *onde de surface*.

◆ Coefficient de réflexion et de réfraction des ondes

Les rapports A_1/A_0 et A_2/A_0 appelés "*coefficients de réflexion*" présentés dans ce paragraphe sont des rapports d'amplitude pour les potentiels. En pratique, on s'intéresse habituellement aux rapports d'amplitudes en terme de déplacement (*et occasionnellement en terme d'énergie*). Pour la propagation d'une onde P , l'amplitude du déplacement est donnée par $\omega \cdot \text{amplitude du potentiel} / c_p$, et similairement pour le déplacement induit par une onde S l'amplitude est $\omega \cdot \text{amplitude du potentiel} / c_s$. Donc, pour les coefficients de réflexion d'une onde P , on aura A_1/A_0 et $A_2/A_0 \cdot c_p/c_s$.

Plusieurs notations ont été proposées pour les coefficients de réflexion et réfraction/conversion des ondes. Dans le cas d'un demi espace avec une surface libre, une notation simple est préconisée : si l'onde incidente est, par exemple, une onde P , les ondes présentes dans le milieu seront l'onde P incidente et les ondes réfléchies P et SV dont les coefficients de réflexions seront notés PP et PS .

Dans le cas où une interface ou discontinuité est présente dans le milieu, il convient d'adopter une notation claire et facilement généralisable pour un nombre d'interfaces plus important. Dans un tel cas, l'incidence de l'onde (P ou SV) peut être ascendante ou descendante, et suivant cette incidence et la nature de l'onde incidente, quatre cas sont possibles.

Dans chacun de ces quatre cas, le nombre d'ondes générées est de quatre (*deux réfractées (2) et deux (2) réfléchies*), donc seize (16) coefficients sont nécessaires pour l'analyse complète de la progression d'une onde dans un milieu à une interface. On notera $P'P$ le coefficient de réflexion de l'onde P induite par une incidence d'onde P et $P'S$ le coefficient de réflexion de l'onde SV induit par une onde incidente P . L'utilisation des accent aigu et grave indique directement si l'onde est ascendante (*accent aigu*) ou descendante (*accent grave*).

Dans ce qui suit, on donne les coefficients de réflexion d'ondes incidentes P et SV pour un demi espace (Aki & Richards, 1980) :

$$P'P = \frac{-\left(\frac{1}{\beta^2} - 2p^2\right)^2 + 4p^2 \frac{\cos i \cos j}{\alpha \beta}}{\left(\frac{1}{\beta^2} - 2p^2\right)^2 + 4p^2 \frac{\cos i \cos j}{\alpha \beta}}$$

$$P'S = \frac{4 \frac{\alpha}{\beta} p \frac{\cos i}{\alpha} \left(\frac{1}{\beta^2} - 2p^2\right)}{\left(\frac{1}{\beta^2} - 2p^2\right)^2 + 4p^2 \frac{\cos i \cos j}{\alpha \beta}}$$

$$S'P = \frac{4 \frac{\beta}{\alpha} p \frac{\cos i}{\beta} \left(\frac{1}{\beta^2} - 2p^2\right)}{\left(\frac{1}{\beta^2} - 2p^2\right)^2 + 4p^2 \frac{\cos i \cos j}{\alpha \beta}}$$

$$S'S = \frac{\left(\frac{1}{\beta^2} - 2p^2\right)^2 - 4p^2 \frac{\cos i \cos j}{\alpha \beta}}{\left(\frac{1}{\beta^2} - 2p^2\right)^2 + 4p^2 \frac{\cos i \cos j}{\alpha \beta}}$$

où : α (resp. β) : vitesse de propagation des ondes P (resp. S).

i (resp. j) : angle d'incidence (resp. de réflexion) des ondes P ou S .

$p = \sin i / \alpha$: paramètre de rai du milieu.

1.3.2. Ondes de surface

a. Ondes de Rayleigh

La possibilité qu'une onde se propage le long de la surface libre du demi-espace élastique fût considérée par *Lord Rayleigh* en 1887. Les ondes de surface ou ondes de *Rayleigh* sont des ondes planes qui se propagent le long de la surface du sol suivant la direction x . Leur caractéristique principale est la localisation de leur énergie au voisinage de la frontière, aussi leur déplacement décroît exponentiellement avec la profondeur (*Aki & Richards, 1980*).

Ces ondes sont représentées par les déplacements suivants :

$$\begin{aligned} U &= A e^{-bz} \exp [i k (c t - x)] \\ V &= 0 \\ W &= B e^{-bz} \exp [i k (c t - x)] \end{aligned} \quad (1-33)$$

La partie réelle de la constante b est supposée positive pour assurer la décroissance du déplacement avec la profondeur.

En portant les équations (1-33) dans les équations de mouvement, nous obtenons deux équations homogènes reliant les constantes A et B . La solution non triviale de ce système d'équations existe si le déterminant des coefficients est nul. Les solutions sont données par :

$$b_1 = k \left(1 - \frac{c^2}{c_p^2} \right)^{1/2} \quad (1-34-a)$$

$$b_2 = k \left(1 - \frac{c^2}{c_s^2} \right)^{1/2} \quad (1-34-b)$$

Les constantes b_1 et b_2 sont réelles et positives pour $c < c_s < c_p$.

Les rapports d'amplitudes sont alors donnés par :

$$\frac{B_1}{A_1} = \frac{b_1}{k} i \quad (1-35-a)$$

et
$$\frac{B_2}{A_2} = \frac{b_2}{k} i \quad (1-35-b)$$

Ainsi, les solutions générales du système (1-33) s'écrivent :

$$\begin{aligned} U &= [A_1 e^{-b_1 z} + A_2 e^{-b_2 z}] \exp [i k (c t - x)] \\ V &= 0 \\ W &= \left[\frac{b_1}{k} i A_1 e^{-b_1 z} + \frac{b_2}{k} i A_2 e^{-b_2 z} \right] \exp [i k (c t - x)] \end{aligned} \quad (1-36)$$

Les constantes A_1 et A_2 et la vitesse de phase sont déterminées de manière à satisfaire les conditions en surface libre. On obtient ainsi le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} 2 b_1 A_1 + \left(2 - \frac{c^2}{c_s^2} \right) k^2 \frac{A_2}{b_2} = 0 \\ \left(2 - \frac{c^2}{c_s^2} \right) A_1 + 2 A_2 = 0 \end{cases} \quad (1-37)$$

Une solution non triviale est obtenue si le déterminant du système (1-37) s'annule. L'équation ainsi obtenue est *l'équation de Rayleigh*, elle permet de déterminer la vitesse de phase des ondes de *Rayleigh* donnée par :

$$\left(2 - \frac{c^2}{c_s^2} \right)^2 - 4 \left(1 - \frac{c^2}{c_p^2} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{c^2}{c_s^2} \right)^{1/2} = 0 \quad (1-38)$$

Une bonne approximation de la vitesse de phase des ondes de *Rayleigh* notée c_r est donnée par l'équation :

$$c = c_r = \frac{0.862 + 1.14 \nu}{1 + \nu} c_s \quad (1-39)$$

Les déplacements sont alors donnés, en prenant la partie réelle de (1-36), par :

$$U = -A k \sin(k x - \omega t) \left[e^{-\omega \hat{\eta}_p z} + \frac{1}{2} \left(\frac{c^2}{c_s^2} - 2 \right) e^{-\omega \hat{\eta}_s z} \right] \quad (1-40-a)$$

$$W = -A k \cos(k x - \omega t) \left[c \hat{\eta}_p e^{-\omega \hat{\eta}_p z} + \frac{1}{2 c \hat{\eta}_s} \left(\frac{c^2}{c_s^2} - 2 \right) e^{-\omega \hat{\eta}_s z} \right] \quad (1-40-b)$$

où : $\hat{\eta}_p = \left(\frac{1}{c^2} - \frac{1}{c_p^2} \right)^{1/2}$ et $\hat{\eta}_s = \left(\frac{1}{c^2} - \frac{1}{c_s^2} \right)^{1/2}$

- Pour un solide de Poisson ($\lambda = \mu, \nu = 0.25$), $\left(\frac{c_p}{c_s}\right)^2 = 3$, on aura :

$$c_r = 0.919 c_s = 0.531 c_p$$

Les déplacements sont alors donnés par :

$$U = A k \sin(\omega t - k x) \left[e^{-0.85 k z} - 0.58 e^{-0.39 k z} \right] \quad (1-41-a)$$

$$W = A k \cos(\omega t - k x) \left[-0.85 e^{-0.85 k z} + 1.47 e^{-0.39 k z} \right] \quad (1-41-b)$$

- Pour $0.2 < \nu < 0.4$, on a : $0.9 c_s < c_r < 0.95 c_s$
- Pour $\nu = 0.5$, on aura : $c_r = 0.955 c_s$

Dans le cas d'un demi-espace homogène, la vitesse des ondes de *Rayleigh* ne dépend pas de la fréquence, par contre pour un milieu hétérogène stratifié, les ondes de *Rayleigh* sont dispersives.

b. Ondes de Love

Les propriétés d'une perturbation induite près de la surface libre par les ondes *SH* ont été explorées en premier lieu par *A.E.H. Love* en 1911, par conséquent ces ondes générées en surface sont dites *ondes de Love* (*Lay & Wallace, 1995*).

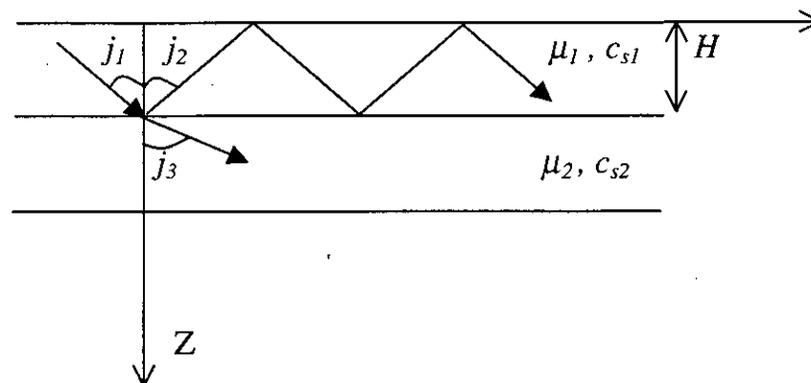


Fig.1.6 – Réflexion répétée des ondes *SH* dans une couche surmontant un demi-espace

Pour $c_{s1} < c_{s2}$ soit $j_3 > j_1 = j_2$, l'onde transmise est réfractée à l'interface et se propage jusqu'à ce que $j_1 = j_c = \sin^{-1} \frac{c_{s1}}{c_{s2}}$, l'angle critique pour lequel l'onde transmise est réfractée le long de l'interface comme une *head wave*.

Pour $j_1 \geq j_c$, le coefficient de réflexion de l'onde de cisaillement B/A a une magnitude unitaire et acquiert un changement de phase. Quand l'énergie de l'onde SH est totalement réfléchiée en surface et à l'interface, l'onde sera piégée dans la couche.

Les déplacements sont donnés par :

$$V_1 = \left[A e^{i\omega\eta_1 z} + B e^{-i\omega\eta_1 z} \right] \exp[i(kx - \omega t)] \quad (1-42)$$

$$V_2 = C e^{i\omega\eta_2 z} \exp[i(kx - \omega t)] \quad (1-43)$$

$$\text{où : } \eta_i = i \left(\frac{1}{c^2} - \frac{1}{c_{si}^2} \right)^{1/2}$$

Les conditions aux limites pour ce problème sont :

$$\sigma_{yz} \Big|_{z=0} = \mu_1 \frac{\partial V_1}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \quad (1-44-a)$$

$$\sigma_{yz} \Big|_{z=H^+} = \sigma_{yz} \Big|_{z=H^-} \quad (1-44-b)$$

$$V_1 \Big|_{z=H^+} = V_2 \Big|_{z=H^-} \quad (1-44-c)$$

$$\text{d'où : } A = B \quad (1-45-a)$$

$$A \mu_1 \eta_1 \left[e^{i\omega\eta_1 H} - e^{-i\omega\eta_1 H} \right] = C \mu_2 \eta_2 e^{i\omega\eta_2 H} \quad (1-45-b)$$

$$A \left[e^{i\omega\eta_1 H} + e^{-i\omega\eta_1 H} \right] = C e^{i\omega\eta_2 H} \quad (1-45-c)$$

La vitesse apparente horizontale du mouvement des ondes SH est $c = \frac{k_1}{\omega}$. En mettant les équations (1-45-a,b,c) sous leur forme trigonométrique, et en prenant le rapport des équations (1-45-b) et (1-45-c), on aura :

$$\tan \omega \eta_1 H = - \frac{\mu_2 \eta_2}{i \mu_1 \eta_1} = \frac{\mu_2 \hat{\eta}_2}{\mu_1 \eta_1} \quad (1-46)$$

où : $\eta_2 = i \hat{\eta}_2$; $\hat{\eta}_2$ réel pur \Rightarrow situation post-critique $c < c_{s2}$

L'équation (1-46) est une condition reliant ω et c et devant être satisfaite pour assurer une propagation horizontale stable.

La vitesse d'onde c étant explicitement dépendante de la fréquence, l'équation (1-46) est dite " *équation de dispersion* "

$$\tan \left(\omega H \sqrt{\frac{1}{c_{s1}^2} - \frac{1}{c^2}} \right) = \frac{\mu_2 \sqrt{\frac{1}{c^2} - \frac{1}{c_{s2}^2}}}{\mu_1 \sqrt{\frac{1}{c_{s1}^2} - \frac{1}{c^2}}} \tag{1-47}$$

pour que la solution soit réelle : $c_{s1} < c < c_{s2}$

La solution de l'équation de dispersion pour l'onde de *Love* est illustrée par une technique graphique, on définit une nouvelle variable : $y = H \sqrt{\frac{1}{c_{s1}^2} - \frac{1}{c^2}}$

- $y = y_{max} = H \sqrt{\frac{1}{c_{s1}^2} - \frac{1}{c_{s2}^2}}$ pour $c = c_{s2}$, et décroît jusqu'à $y = 0$ pour $c = c_{s1}$

La figure 1.7 illustre la fonction périodique $\tan \omega y$ ainsi que le second membre de l'équation (1-47). La solution est représentée par les points d'intersection des deux courbes indiquant les valeurs pour lesquelles l'onde de *Love* a lieu pour ω donnée.

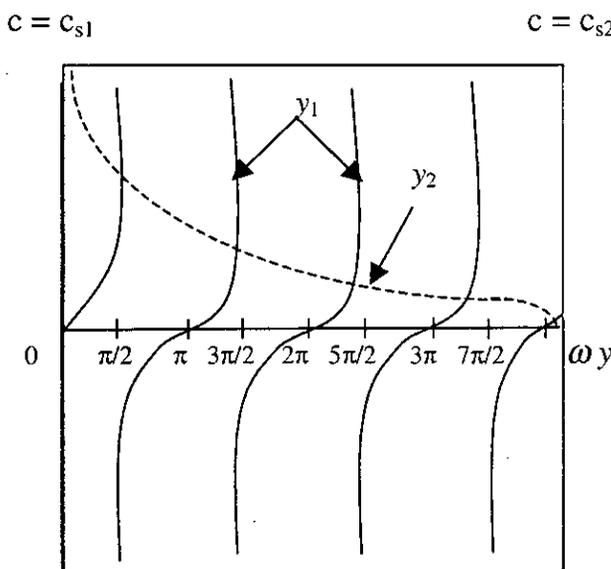


Fig.1.7 – Solution graphique de l'équation de dispersion (1-47)

Remarque :

➤ $y_1 = \tan \omega y$: premier membre de l'équation (1-47)

$$\text{➤ } y_2 = \frac{\mu_2 \sqrt{\frac{1}{c^2} - \frac{1}{c_{s2}^2}}}{\mu_1 \sqrt{\frac{1}{c_{s1}^2} - \frac{1}{c^2}}} : \text{second membre de l'équation (1-47)}$$

Le *mode fondamental* correspond à la *valeur minimale de c*. Les autres modes sont dits *modes supérieurs*. Le $n^{\text{ème}}$ mode correspondant à $c = c_{s2}$ ($y = y_{\text{max}}$) ne peut exister que pour $\omega > \omega_{cn}$:

$$\omega_{cn} = \frac{n \pi c_{s1}}{H \left(1 - \frac{c_{s1}^2}{c_{s2}^2}\right)^{1/2}} \quad \text{fréquence de coupure du } n^{\text{ème}} \text{ mode supérieur.}$$

A la fréquence de coupure, tous les modes possèdent une vitesse de phase $c = c_{s2}$. Quand la fréquence tend vers l'infini, la vitesse de phase approche c_{s1} pour tous les modes. Ainsi, on peut représenter les courbes de vitesse de phase. Il paraît clair qu'à une fréquence donnée, correspond un nombre fini de modes.

A titre indicatif, on donne un exemple :

$$\begin{aligned} H &= 35 \text{ km} \\ \text{caractéristiques du profil : } c_{s1} &= 3.5 \text{ km/s} \\ c_{s2} &= 4.5 \text{ km/s} \end{aligned}$$

Pour le profil décrit ci-dessus le premier mode est donné par :

$$\begin{cases} f_{c1} = 0.08 \text{ Hz} \\ T_{c1} = 13 \text{ s} \end{cases}$$

L'excitation relative des différents modes dépend de la profondeur et de la nature de l'onde sismique. Ainsi, des ondes de longues périodes émises d'une source peu profonde sont prédominantes dans le mode fondamental. Pour séparer les différents modes, on enregistre les ondes à de grandes distances de la source où elles arrivent séparément à des temps distincts dus à la propagation avec des vitesses de groupe différentes. La vitesse de groupe à une fréquence donnée est la vitesse à laquelle une enveloppe d'un paquet d'ondes est transporté (*Annexe B*).

Les ondes de *Love* sont toujours dispersives. Elles nécessitent au moins une couche à faible vitesse de propagation surmontant un demi-espace pour exister. Elles sont plus rapides que celles de *Rayleigh* et sont naturellement polarisées dans le sens transversal.

1.4. ONDES PLANES DANS UN MILIEU MULTICOUCHE HETEROGENE

La présence de discontinuités ou irrégularités dans le massif de sol, représente un facteur important qui produit de notables modifications sur le système de propagation des ondes. Ainsi, lorsqu'une onde rencontre une frontière, les ondes à l'interface entre deux couches sont la superposition des ondes incidentes, réfléchies et réfractées.

Globalement, tout système doit satisfaire les conditions de continuité des déplacements (*conditions cinématiques*) et des contraintes au niveau de l'interface ainsi que les conditions de contraintes nulles au niveau de la surface libre (*conditions dynamiques*).

Aussi, dans certaines situations, il se produit un changement de modes, et il peut exister des ondes planes non uniformes dans les plans de phase constante. Ces ondes sont les ondes de surface qui se propagent parallèlement à la surface libre, elles produisent des perturbations qui décroissent avec la profondeur.

Dans la résolution des problèmes classiques de propagation d'ondes sismiques à travers un sol stratifié, deux approches sont possibles : *l'approche par matrice de transfert* ou *l'approche par matrice de rigidité du sol*.

1.4.1. Matrice de rigidité

Pour un mouvement anti-plan (*onde SH*), la matrice de rigidité est donnée par *Kausel and Roesset, 1981; Wolf, 1985* :

$$\frac{k t \mu}{\sin k t h} \begin{bmatrix} \cos k t h & -1 \\ -1 & \cos k t h \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{Bmatrix} \quad (1-48)$$

où : $t = \cos \theta$ et $k = k_0 \sin \theta$

$$Q_1 = -\sigma_{yz1} \quad \text{et} \quad Q_2 = \sigma_{yz2}$$

La matrice de rigidité globale est obtenue par assemblage des matrices de rigidité élémentaires en supposant la continuité des déplacements et la compatibilité des contraintes aux interfaces des couches.

Pour un profil de quatre couches surmontant un demi-espace, le système d'équations est le suivant :

$$\begin{bmatrix} R_{11}^1 & R_{12}^1 & & & \\ R_{21}^1 & R_{22}^1 + R_{11}^2 & R_{12}^2 & & \\ & R_{21}^2 & R_{22}^2 + R_{11}^3 & R_{12}^3 & \\ & & R_{21}^3 & R_{22}^3 + R_{11}^4 & \\ & & & & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ Q_4 \end{Bmatrix} \quad (1-49)$$

où l'exposant identifie la couche.

1.4.2. Matrice de transfert

L'approche par matrice de transfert consiste en une analyse des modifications affectant l'onde incidente se propageant dans un profil de sol. Ces transformations de l'onde initiale sont caractérisées par l'amplification due à la présence de différentes couches géologiques dans le profil du terrain.

Cette approche consiste à introduire un vecteur d'état S ayant pour composantes toutes les quantités scalaires qui figurent dans les conditions de continuité. En passant du sommet d'une couche de rang n au sommet de la couche sous-jacente de rang $n+1$, on obtient pour les vecteurs S_n et S_{n+1} une relation linéaire définie par la matrice de transfert G_n :

$$S_{n+1}(z_n) = G_n S_n(z_{n-1}) \quad (1-50)$$

L'analyse des différents types d'ondes par cette approche sera développée dans le chapitre suivant.

1.5. CONCLUSION

L'excitation sismique est le résultat d'un complexe phénomène de propagation d'ondes à travers un sol hétérogène. A l'origine de ce phénomène se trouvent les déformations lentes de la croûte terrestre ou du milieu sous-jacent qui entraînent l'accumulation de tensions internes. Ces dernières finissent par dépasser, en un point donné, la résistance des roches au cisaillement produisant à l'endroit en question une rupture qui se propage ensuite créant des ondes qui se diffusent dans toutes les directions et se manifestent sous forme de mouvement du sol qui sera enregistré par des stations dotées d'instruments adéquats.

Une meilleure compréhension des divers paramètres affectant le mouvement sismique permet d'estimer l'impact de chacun d'eux sur ce dernier. L'objet de ce chapitre était de présenter la notion de vibration de sols avec une description du phénomène de propagation d'ondes sismiques. Notamment un traitement mathématique est présenté.

Nous avons exposé les équations de propagation d'ondes planes uniquement. Ceci est justifié par le fait qu'à grandes distances d'une source sismique, la courbure est assez faible pour assimiler l'onde à une onde plane.

L'énergie libérée lors d'un séisme se transmet en partie par la vibration de sol. A partir du foyer, les vibrations se propagent dans toutes les directions sous formes d'ondes sismiques engendrant un mouvement à la surface.

Dans un milieu isotrope, homogène et parfaitement élastique, la propagation d'ondes sismiques est le résultat de deux mécanismes différents qui donnent naissance à deux types d'ondes : les ondes de compression ou de dilatation dites ondes primaires (*ondes P*) et les ondes de cisaillement ou de distorsion dites ondes secondaires (*ondes S*). Sur leur trajet entre le foyer et le site au niveau de la surface, ces ondes rencontrent des hétérogénéités constituées par les surfaces de discontinuité. Ces obstacles ont pour effet de réfléchir, de réfracter ces ondes, de les polariser et de les convertir en d'autres types d'ondes.

Dans le cas des ondes *SV*, il est nécessaire d'avoir recours à une représentation en terme de potentiel du vecteur déplacement afin de retrouver deux équations d'ondes.

L'interaction de ces ondes de volume avec la surface libre donne naissance à des ondes superficielles régulières (*ondes de Rayleigh et Love*), d'aspect impulsif, se propageant

parallèlement à la surface. Le comportement de ces ondes intègre dans ses composantes spectrales les propriétés physiques du milieu à la surface duquel elles se sont propagées, tout le long de leur trajet, pour des profondeurs de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde, ce qui est intéressant pour les régions inaccessibles (*océaniques en particulier*).

Enfin, les notions présentées dans ce chapitre constituent le support mathématique nécessaire à l'identification de la nature du signal sismique. La combinaison des différents modèles de propagation d'ondes (*P, SV, SH, Rayleigh et Love*) constitue une approche efficace pour estimer la variabilité spatio-temporelle du chargement sismique.

Chapitre 2

PRESENTATION DE LA METHODE DE THOMSON-HASKELL

Les excitations sismiques sont une source d'ondes qui se propagent dans le sol. En conséquence, à la structure complexe du milieu, la propagation d'ondes est accompagnée par des phénomènes de réflexion, réfraction, diffraction et dispersion qui sont difficiles à quantifier. En général, la complexité de ces problèmes est telle qu'on est amené à examiner individuellement chaque cas, et un recours à des méthodes numériques de résolution est souvent nécessaire.

Dans le présent chapitre, le phénomène de propagation des ondes sismiques dans un sol stratifié reposant sur un substratum est analysé en utilisant l'approche de la matrice de transfert dans le domaine fréquences-nombre d'ondes. La formulation est inspirée des travaux de *Haskell, 1953; Thomson, 1950; Wolf, 1985 et Dravinski, 1982*.

La méthode que nous exposons a été développée par *Haskell* pour les ondes de volume *SH, 1960, P* et *SV, 1962*. Il s'agit d'une méthode matricielle qui introduit un vecteur d'état S ayant pour composantes toutes les quantités scalaires qui figurent dans les conditions de continuité : composantes de déplacement, composantes de contraintes qui s'exercent sur la frontière plane d'une couche de rang n .

Pour les équations d'un empilement de couches horizontales homogènes, exprimées en termes de matrices, on pourra se référer aux travaux de *Thomson, 1950; Haskell, 1953; et Dorman, 1962*.

2.2. FORMULATION DE LA METHODE DE THOMSON-HASKELL

Considérons le système stratifié illustré par la *figure 2.1* et pour lequel, des ondes incidentes se propagent dans le demi-espace. Les interfaces entre les couches sont imposées par les discontinuités matérielles du système étudié.

Soit S_n le vecteur d'état correspondant à la couche de rang n . En passant du sommet (*de cote* $z = z_{n-1}$) de cette couche au sommet (*de cote* $z = z_n$) de la couche sous-jacente de rang $n+1$ (*fig.2.1*), on obtient pour les vecteurs S_n et S_{n+1} une relation linéaire définie par la matrice de transfert G_n (*Coulomb, Jobert, 1973*) :

$$\underline{S}_{n+1}(z_n) = G_n \underline{S}_n(z_{n-1}) \quad (2-1)$$

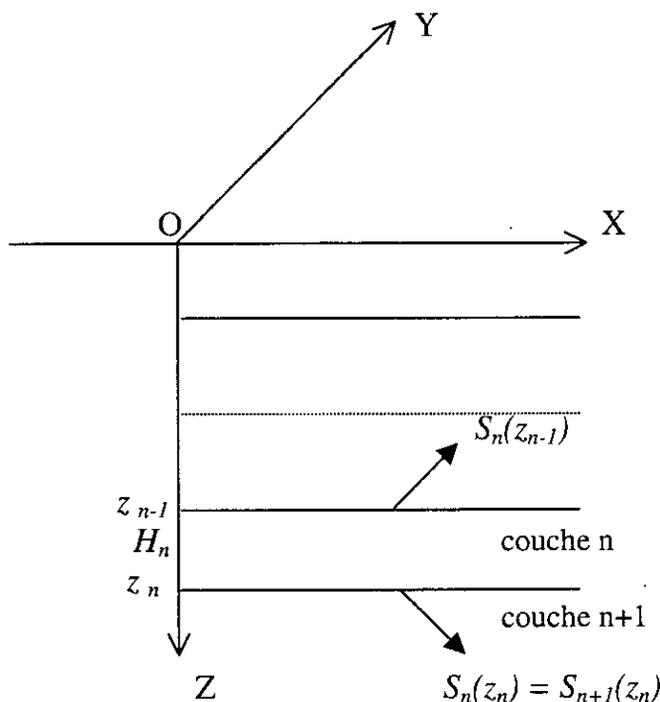


Fig.2.1 - Profil multicouches

Nous étudierons successivement le cas des ondes *SH* et celui des ondes *P* et *SV*. Nous désignerons par $H_n = z_n - z_{n-1}$ l'épaisseur de la couche de rang n .

2.2.1. Onde SH

Le champ de déplacement total à l'intérieur de la couche est la superposition de l'onde incidente A et réfléchie B . Celui-ci est donnée par l'équation suivante (*J.P. Wolf, 1985*)

$$V_n(x, z) = [A \exp(-i k_0 \cos \theta z) + B \exp(i k_0 \cos \theta z)] \exp[i k_0 (c t - \sin \theta x)] \quad (2-2-a)$$

composante du déplacement dû à l'onde incidente :

$$V_n^-(x, z) = [A \exp(-i k_0 \cos \theta z)] \exp[i k_0 (c t - \sin \theta x)] \quad (2-2-b)$$

et celui dû à l'onde réfléchie :

$$V_n^+(x, z) = [B \exp(i k_0 \cos \theta z)] \exp[i k_0 (c t - \sin \theta x)] \quad (2-2-c)$$

La continuité à l'interface s'exprime par :

$$V_{n+1} = V_{n+1}^+ + V_{n+1}^- = V_n^+ \exp(i s_n H_n) + V_n^- \exp(-i s_n H_n) \quad (2-3-a)$$

$$\text{où : } s = \frac{\omega}{c} \cos \theta = k \cos \theta$$

soit , en séparant partie réelle et partie imaginaire dans \exp :

$$V_{n+1}^+ + V_{n+1}^- = (V_n^+ + V_n^-) \cos(s_n H_n) + i (V_n^+ - V_n^-) \sin(s_n H_n) \quad (2-3-b)$$

De même pour la contrainte :

$$\mu_{n+1} \frac{\partial V_{n+1}}{\partial z} = i \mu_{n+1} s_{n+1} (V_{n+1}^+ - V_{n+1}^-) = i \mu_n s_n [V_n^+ \exp(i s_n H_n) + V_n^- \exp(-i s_n H_n)] \quad (2-4-a)$$

soit :

$$\mu_{n+1} s_{n+1} (V_{n+1}^+ - V_{n+1}^-) = \mu_n s_n [(V_n^+ - V_n^-) \cos(s_n H_n) + i (V_n^+ + V_n^-) \sin(s_n H_n)] \quad (2-4-b)$$

D'où la matrice de transfert :

$$G_n = \begin{pmatrix} \cos s_n H_n & i (\mu_n s_n)^{-1} \sin s_n H_n \\ i (\mu_n s_n) \sin s_n H_n & \cos s_n H_n \end{pmatrix} \quad (2-5)$$

Par une relation récursive, l'état de contrainte d'une couche quelconque du milieu stratifié est déterminé en fonction de ceux en surface (*Haskell., 1953; Thomson, 1950; Wolf, 1985*).

Nous supposons que la couche de rang n est d'épaisseur infinie alors que la première couche a sa surface libre. Par conséquent en surface le vecteur d'état S_1 , a sa seconde composante nulle. Au sommet du milieu indéfini, on a :

$$\tilde{S}_n = \begin{vmatrix} V_n^+ + V_n^- \\ \mu_n s_n (V_n^+ - V_n^-) \end{vmatrix} = G_{n-1} \cdot G_{n-2} \cdots G_2 \cdot G_1 \begin{vmatrix} V_1 \\ 0 \end{vmatrix} \quad (2-6)$$

Soit A le produit des matrices G_i :

$$A = G_{n-1} \cdot G_{n-2} \cdots G_2 \cdot G_1 \quad (2-7)$$

telle que :
$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$$

Il vient que :

$$\begin{aligned} V_n^+ + V_n^- &= A_{11} V_1 \\ V_n^+ - V_n^- &= A_{21} V_1 / \mu_n s_n \end{aligned} \quad (2-8)$$

D'où le coefficient de réflexion :

$$R = \frac{V_n^+}{V_n^-} = \frac{\mu_n s_n A_{11} + A_{21}}{\mu_n s_n A_{11} - A_{21}} \quad (2-9)$$

et le déplacement superficiel :

$$V_1 = \frac{2 \mu_n s_n V_n^-}{\mu_n s_n A_{11} - A_{21}} \quad (2-10)$$

Ainsi, l'amplification sera :

$$\frac{V_1}{2 \cdot V_n^-} = \frac{\mu_n s_n}{\mu_n s_n A_{11} - A_{21}} \quad (2-11)$$

Pour une incidence donnée, quand la période des ondes varie, l'amplitude des mouvements en surface passe par des extremums correspondants au minimum de $|\mu_n s_n A_{11} - A_{21}|$. Par exemple, dans le cas d'une couche d'alluvions de 100 m d'épaisseur, ($c_s = 250$ m/s , $\rho = 1.7$ g/cm³), pour une incidence normale, le déplacement superficiel peut atteindre 22 fois le déplacement dans une couche

sous-jacente granitique ($c_s = 3500 \text{ m/s}$, $\rho = 2.7 \text{ g/cm}^3$), les périodes de résonance correspondantes étant 0.16 s, 0.53 s, ... (Haskell, 1960).

Ces périodes existant dans le spectre des mouvements observés dans les régions épacentrales, l'effet de résonance peut expliquer la vulnérabilité des structures construites sur un sol non consolidé.

2.2.2. Ondes P et SV

Le déplacement est donné sous la forme :

$$\tilde{U} \begin{cases} u = \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \\ w = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \end{cases}$$

Les différents potentiels étant de la forme :

- pour les ondes P :

$$\varphi^+ = A \exp [i k_p (\sin \theta_p x - c_p t) + i k_p \cos \theta_p z] \quad (2-12-a)$$

$$\varphi^- = B \exp [i k_p (\sin \theta_p x - c_p t) - i k_p \cos \theta_p z] \quad (2-12-b)$$

- pour les ondes SV :

$$\psi^+ = C \exp [i k_s (\sin \theta_s x - c_s t) + i k_s \cos \theta_s z] \quad (2-13-a)$$

$$\psi^- = B \exp [i k_s (\sin \theta_s x - c_s t) - i k_s \cos \theta_s z] \quad (2-13-b)$$

Dans la couche de rang n , introduisons le vecteur $\tilde{\Phi}$ de composantes $(\varphi_n^+, \psi_n^+, \varphi_n^-, \psi_n^-)$.

Le vecteur $\tilde{S}_n(u_n, w_n, \sigma_{zz}, \sigma_{xz})$ s'en déduit par :

$$\tilde{S}_n = T_n \cdot \tilde{\Phi}_n = T_n \cdot \begin{pmatrix} \varphi_n^+ \\ \psi_n^+ \\ \varphi_n^- \\ \psi_n^- \end{pmatrix} \quad (2-14)$$

T_n étant la matrice :

$$T_n = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & -\frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial x} & -\frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial x} \\ \lambda \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + 2\mu \frac{\partial^2}{\partial z^2} & 2\mu \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} & \lambda \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + 2\mu \frac{\partial^2}{\partial z^2} & 2\mu \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \\ 2\mu \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} & \mu \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) & 2\mu \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} & \mu \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \end{bmatrix}$$

soit :

$$T_n = \begin{bmatrix} ir & -is_n & ir & is_n \\ ip_n & ir & -ip_n & ir \\ \mu_n q_n & -2\mu_n r s_n & \mu_n q_n & -2\mu_n r s_n \\ -2\mu_n r p_n & -\mu_n q_n & 2\mu_n r p_n & -\mu_n q_n \end{bmatrix} \quad (2-15)$$

où :

$$\begin{aligned} r &= k_p \sin \theta_p = k_s \sin \theta_s \\ s_n &= k_{sn} \cos \theta_{sn} \quad , \quad p_n = k_{pn} \cos \theta_{pn} \\ q_n &= r^2 - s_n^2 \quad , \quad k_n^2 = r^2 + s_n^2 = \frac{\omega^2}{c_s^2} \end{aligned}$$

On obtient en inversant T_n :

$$\tilde{\Phi}_n = T_n^{-1} \cdot S_n \quad (2-16)$$

avec :

$$2\mu_n p_n s_n k_n^2 T_n^{-1} = \begin{bmatrix} 2i\mu_n r p_n s_n & -i\mu_n q_n s_n & p_n s_n & r s_n \\ i\mu_n q_n r_n & 2i\mu_n r p_n s_n & r p_n & -p_n s_n \\ 2i\mu_n r p_n s_n & i\mu_n q_n s_n & p_n s_n & -r s_n \\ -i\mu_n q_n r_n & 2i\mu_n r p_n s_n & -r p_n & -p_n s_n \end{bmatrix} \quad (2-17)$$

Lorsque dans la couche de rang n , on passe de la profondeur z_{n-1} à la profondeur z_n , on a :

$$\tilde{\Phi}_n(z_n) = E_n \tilde{\Phi}_n(z_{n-1}) \quad (2-18)$$

E_n étant la matrice diagonale d'éléments :

$$\exp(i p_n H_n), \exp(i s_n H_n), \exp(-i p_n H_n), \exp(-i s_n H_n) \quad (2-19)$$

On en déduit la transformation permettant de passer d'une couche à la suivante :

$$\underset{\sim}{S}_{n+1}(z_n) = \underset{\sim}{S}_n(z_n) = T_n \underset{\sim}{\Phi}_n(z_n) = T_n E_n \underset{\sim}{\Phi}_n(z_{n-1}) = T_n E_n T_n^{-1} \underset{\sim}{S}_n(z_{n-1})$$

d'où :

$$G_n = T_n E_n T_n^{-1} \quad (2-20)$$

Pour une onde incidente P arrivant sur la base d'un empilement de couches, à la surface libre le vecteur S_I a pour composantes $(u_I, w_I, 0, 0)$.

On a donc au sommet de la couche infinie de rang n (*substratum*) :

$$z_n = z_{n-1} \quad , \quad \underset{\sim}{S}_n(z_{n-1}) = A \begin{vmatrix} u_I \\ w_I \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad (2-21)$$

A désignant la matrice produit : $A = G_{n-1} \cdot G_{n-2} \cdots G_2 \cdot G_1$

De (2-21), on déduit :

$$\underset{\sim}{\Phi}_n = T_n^{-1} A \begin{vmatrix} u_I \\ w_I \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = R \begin{vmatrix} u_I \\ w_I \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad (2-22)$$

$$\text{avec :} \quad R = T_n^{-1} A = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} & R_{14} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} & R_{24} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} & R_{34} \\ R_{41} & R_{42} & R_{43} & R_{44} \end{bmatrix} \quad (2-23)$$

Or, par hypothèse, l'onde incidente est une onde P pure, donc $\psi_n^- = 0$, on obtient les relations :

$$\begin{cases} \Phi_n^+ = R_{11} u_1 + R_{12} w_1 \\ \Psi_n^+ = R_{21} u_1 + R_{22} w_1 \\ \Phi_n^- = R_{31} u_1 + R_{32} w_1 \\ 0 = R_{41} u_1 + R_{42} w_1 \end{cases} \quad (2-24)$$

Posons : $\Delta = R_{31} R_{42} - R_{41} R_{32}$, nous obtenons :

- pour le déplacement superficiel (*en surface libre*) :

$$u_1 = \frac{R_{42}}{\Delta} \varphi_n^- \quad \text{et} \quad w_1 = -\frac{R_{41}}{\Delta} \varphi_n^- \quad (2-25)$$

- pour l'onde P réfléchie :

$$\varphi_n^+ = \frac{R_{11} R_{42} - R_{12} R_{41}}{\Delta} \varphi_n^- \quad (2-26)$$

- pour l'onde SV réfléchie :

$$\psi_n^+ = \frac{R_{21} R_{42} - R_{22} R_{41}}{\Delta} \varphi_n^- \quad (2-27)$$

Par contre, s'il s'agit d'une onde incidente SV pure, donc $\varphi_n^- = 0$. On aura :

- pour le déplacement superficiel (*en surface libre*) :

$$u_1 = -\frac{R_{32}}{\Delta} \psi_n^- \quad \text{et} \quad w_1 = \frac{R_{31}}{\Delta} \psi_n^- \quad (2-28)$$

- pour l'onde P réfléchie :

$$\varphi_n^+ = \frac{-R_{11} R_{32} + R_{12} R_{31}}{\Delta} \psi_n^- \quad (2-29)$$

- pour l'onde SV réfléchie :

$$\psi_n^+ = \frac{-R_{21} R_{32} + R_{22} R_{31}}{\Delta} \psi_n^- \quad (2-30)$$

2.2.3. Ondes de surface

Nous chercherons pour une onde sinusoïdale un régime permanent de propagation suivant Ox , tel que le déplacement soit de la forme :

$$\underline{u} = A(z) \exp \left[i\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] \quad (2-31)$$

Le déplacement u doit satisfaire les équations de mouvements et par suite les composantes de $A(z)$ doivent satisfaire un système d'équations différentielles du second ordre.

a- Ondes de Love

Le vecteur $A(z)$ présente une seule composante $V(z)$, si nous considérons le vecteur $S(V, \tau = \mu \frac{dV}{dz})$, il doit satisfaire le système :

$$\underline{\tilde{S}}'(z) = M_L \underline{\tilde{S}} \quad (2-32)$$

$$\text{où : } M_L = \begin{bmatrix} 0 & \mu^{-1} \\ \mu k^2 - \rho \omega^2 & 0 \end{bmatrix}$$

b- Ondes de Rayleigh

La propagation des ondes de *Rayleigh* dans un milieu hétérogène stratifié a été complètement traitée par *Aki et Richards, 1980; Kennett, 1983*; ainsi que *Ben-Menahem et Singh, 1981*.

Les composantes de $A(z)$ sont $U(z)$ et $W(z)$, si nous considérons le vecteur $S(U, W, \sigma, \tau)$, il doit satisfaire le système :

$$\underline{\tilde{S}}'(z) = M_R \underline{\tilde{S}} \quad (2-33)$$

$$\text{où : } M_R = \begin{bmatrix} 0 & -k & 0 & \mu^{-1} \\ \lambda k(\lambda + 2\mu)^{-1} & 0 & (\lambda + 2\mu)^{-1} & 0 \\ 0 & -\rho \omega^2 & 0 & k \\ -\rho \omega^2 + 4k^2 \mu (\lambda + \mu)(\lambda + 2\mu)^{-1} & 0 & -\lambda k(\lambda + 2\mu)^{-1} & 0 \end{bmatrix}$$

En général, les systèmes (2-32) et (2-33) n'ont pas de solution analytiques simples. On a donc recours à des procédés de résolution numérique, qui consistent à calculer de proche en proche, à partir d'une solution initiale, un ensemble de solutions indépendantes.

La solution particulière qui convient pour une superficielle est déterminée par les conditions aux limites. L'existence de cette solution particulière est liée à une condition sur la vitesse de phase, telle que celle-ci varie avec la période de l'onde.

2.3. METHODE DE THOMSON-HASKELL POUR LES ONDES DE SURFACE

2.3.1. Ondes de Love

Dans la couche de rang n , le système (2-32) présente deux solutions indépendantes, qui pour la composante V sont de la forme :

$$\begin{aligned} V_n^+ &= B_n^+ \exp(s_n H_n) \\ V_n^- &= B_n^- \exp(-s_n H_n) \end{aligned} \quad (2-34)$$

avec :
$$s_n^2 = k^2 - \omega^2 \frac{\rho_n}{\mu_n}$$

soit : $\Phi_n(z) = (V_n^+, V_n^-)$, il vient que :

$$\underset{\sim}{S}_n = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \mu_n s_n & -\mu_n s_n \end{bmatrix} \underset{\sim}{\Phi}_n = T_n \cdot \underset{\sim}{\Phi}_n \quad (2-35)$$

On relie les vecteurs Φ_n aux fonctions de la couche par la relation :

$$\underset{\sim}{\Phi}_n(z_n) = E_n \underset{\sim}{\Phi}_n(z_{n-1}) = E_n T_n^{-1} \underset{\sim}{S}_n(z_{n-1}) \quad (2-36)$$

où :
$$E_n = \begin{bmatrix} \exp(s_n H_n) & 0 \\ 0 & \exp(-s_n H_n) \end{bmatrix}$$

d'où :

$$\underset{\sim}{S}_n(z_n) = E_n \underset{\sim}{\Phi}_n(z_{n-1}) = T_n E_n T_n^{-1} \underset{\sim}{S}_n(z_{n-1}) = G_n \underset{\sim}{S}_n(z_{n-1}) \quad (2-37)$$

La relation (2-37) permet de faire avancer la solution générale S_n du sommet d'une couche à l'autre. On aura, donc en partant de la surface libre où la contrainte est nulle $S_0 = (V_0, 0)$ et dans le milieu inférieur d'indice l :

$$\underset{\sim}{\Phi}_l = T_l^{-1} \cdot \dots \cdot G_n \cdot G_{n-1} \cdot \dots \cdot G_1 \cdot S_0 = R \cdot S_0 \quad (2-38)$$

dans ce milieu, on ne peut accepter que la composante V_n^- (amortissement exponentiel avec la profondeur).

La relation (2-37) où $V_n^- = (0, V_l^-)$ conduit à une condition sur le terme R_{11} de la matrice R :

$$R_{11}(\omega, k) = 0 \quad (2-39)$$

on détermine ainsi une vitesse de phase $c(\omega)$.

2.3.2. Ondes de Rayleigh

Considérons un demi-espace constitué de couches empilées; en milieu homogène, le déplacement dérive de deux potentiels ϕ (ondes P) et ψ (ondes S) tels que :

$$\vec{U} = \text{grad } \phi + \text{rot } \psi$$

Les composantes du déplacement sont données par *H. Lamb, 1904* :

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z}$$

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

Les potentiels sont de la forme :

$$\begin{pmatrix} \phi \\ \psi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi(z) \\ \psi(z) \end{pmatrix} \exp(i(\omega t - kx)) \quad (2-40)$$

Les solutions générales, dans le milieu n , obtenues à partir des équations de mouvement sont :

$$\begin{aligned} \phi &= B_n^+ \exp[r_n(z_n - z_{n-1})] + B_n^- \exp[-r_n(z_n - z_{n-1})] \\ \psi &= C_n^+ \exp[s_n(z_n - z_{n-1})] + C_n^- \exp[-s_n(z_n - z_{n-1})] \end{aligned} \quad (2-41)$$

$$\text{où : } r_n^2 = k^2 - \omega^2 \frac{\rho_n}{\lambda_n + 2\mu_n} = k^2 - \frac{\omega^2}{c_{pn}^2}$$

$$s_n^2 = k^2 - \omega^2 \frac{\rho_n}{\mu_n} = k^2 - \frac{\omega^2}{c_{sn}^2}$$

introduisons le vecteur $\vec{\Phi}(\phi_n^+, \phi_n^-, \psi_n^+, \psi_n^-)$, le vecteur $\vec{S}_n(U_n, W_n, \sigma_n, \tau_n)$, s'en déduit par $\vec{S}_n = T_n \vec{\Phi}_n$ où la matrice T_n est donnée par :

$$T_n = \begin{bmatrix} -ik & -s_n & -ik & s_n \\ r_n & -ik & -r_n & -ik \\ \mu_n l_n & -2i\mu_n k r_n & \mu_n l_n & 2i\mu_n k r_n \\ -2i\mu_n k r_n & -\mu_n l_n & 2i\mu_n k r_n & -\mu_n l_n \end{bmatrix} \quad (2-42)$$

où : $l_n = k^2 + s_n^2$

On passe du niveau z_{n-1} (couche n) au niveau z_n (couche $n+1$) par la transformation :

$$\underset{\sim}{S}_{n+1}(z_n) = G_n \underset{\sim}{S}_n(z_{n-1}) \quad (2-43)$$

où : $G_n = T_n(z_n) \cdot E_n \cdot T_n^{-1}(z_{n-1})$

où E_n est une matrice diagonale dont les termes sont donnés par :

$$[\exp(r_n H_n), \exp(-r_n H_n), \exp(s_n H_n), \exp(-s_n H_n)]$$

On relie le potentiel $\underset{\sim}{\Phi}_l(0,0,\phi_l^-, \psi_l^-)$ dans le milieu inférieur au déplacement en surface $\underset{\sim}{S}_0(U_0, W_0, 0, 0)$ par :

$$\underset{\sim}{\Phi}_l = R \underset{\sim}{S}_0$$

d'où la condition :

$$R_{11} R_{22} - R_{12} R_{21} = 0 \quad (2-44)$$

qui détermine une vitesse de phase $c(\omega)$. Si elle est satisfaite, les composantes du déplacement en surface sont telles que :

$$\frac{U_0}{W_0} = -\frac{R_{12}}{R_{11}} \quad (2-45)$$

2.4. CONCLUSION

Dans ce chapitre, on a présenté une méthode pour la prise en compte de la modification dont sont sujettes les ondes émises par une source sismique, se propageant dans un profil de terrain donné.

Ces modifications ont été quantifiées par des facteurs d'amplifications reliant les déplacements au niveau de la surface libre à ceux induits au niveau du substratum rocheux. Ces facteurs sont déterminés à travers les multiples réflexions et réfractions au niveau des interfaces, et ce par une approche matricielle développée par *Haskell* et *Thomson*.

La méthode proposée par *Haskell* et *Thomson* consiste à relier le mouvement au toit d'une couche à celui de la couche sous-jacente au moyen d'une matrice de transfert représentant une caractéristique intrinsèque de la couche considérée. L'étude a été menée pour tout type d'ondes susceptible d'être présent dans le spectre émis lors de la rupture d'une faille (*ondes P, SH, SV*) ou induit par les conditions du site (*ondes de Rayleigh et Love*), on détermine ainsi la matrice de transfert de la couche pour chaque type d'onde.

On procède, ensuite, par un processus récurrent, à la détermination de la matrice de transfert globale du profil géologique, et on détermine ainsi l'effet de la géologie du site sur le signal sismique engendré à la source. Cette étude a mis en évidence l'importance du phénomène d'effet du site.

Cette analyse montre que même si la nature de l'onde initiale est connue, il reste très difficile de connaître et quantifier avec précision les ondes résultantes dans le massif multicouche.

L'approche par matrice de transfert (*T-Matrix Approach*) proposée dans ce chapitre peut être utilisée dans la résolution numérique de problèmes de propagation dans des milieux à stratification plane, cylindrique ou sphérique.

Chapitre 3

MISE EN OEUVRE NUMERIQUE DU MODELE DE CALCUL

Il existe plusieurs descriptions mathématiques pour représenter l'action sismique. Parmi elles, celle qui utilise l'histoire temporelle de l'input sismique semble être la plus directe. Cette représentation peut procurer des informations utiles relatives à la variabilité de la réponse sismique. D'autre part, la fonction de densité spectrale constitue une autre distribution du chargement sismique. Toutefois, l'utilisation de ce mode de représentation nécessite une analyse probabiliste.

Le moyen le plus utilisé pour la représentation sismique est le spectre de réponse. Le spectre de réponse en accélération, vitesse ou déplacement permet de faire intervenir le contenu fréquentiel du signal sismique. A cet effet, on étudie le comportement dynamique d'oscillateurs ayant les mêmes caractéristiques dynamiques (*période et amortissement*) que les structures réelles et sollicités par un processus vibratoire conforme à un accélérogramme réel ou artificiel, et on en déduit les spectres de réponse qui donnent les valeurs maximales des accélérations, vitesses ou déplacements de l'oscillateur fonction de sa période et de son amortissement.

Par ailleurs, lorsqu'il s'agit de déterminer le spectre de réponse à prendre en compte pour le calcul des constructions, il est exclu de ne considérer qu'un seul accélérogramme, même s'il a été enregistré au voisinage du site. Ainsi, en se basant sur l'étude des spectres de réponse associés à plusieurs séisme et sur le calcul des réponses associées aux différents enregistrements de mouvement, il est possible d'estimer la forme générale de spectres typiques, ou de déduire des règles qui permettent de construire, de façon approximative, des spectres de calcul utilisables pour la conception des structures.

Il existe une différence fondamentale entre un spectre de réponse (*response spectrum*) et un spectre de calcul (*design spectrum*). Le premier caractérise la réponse calculée associée à un mouvement sismique particulier (*unique*), alors que le second caractérise une classe de mouvements sismiques pouvant exciter un site bien défini.

Les enregistrements des mouvements sismiques ont deux applications principales :

- Ils fournissent aux sismologues une base de données pour l'étude et la compréhension des phénomènes de source.
- Ils permettent aux ingénieurs de calculer les mouvements aux quels sont soumises les structures lors de la conception.

Vu leur importance et leur nécessité, il devient impératif de pouvoir disposer de ces enregistrements, d'où le développement de méthodes pour générer le mouvement du sol sous des séismes hypothétiques.

Ayant identifier le caractère aléatoire des séismes, les ingénieurs et sismologues ont calculé ces mouvements de différentes manières (*Brune, 1970; Bouchon, 1978; Hanks, 1979; Campbell, 1980; Hanks & McGuire, 1981; Boore, 1983; Boore & Joyner, 1984; Joyner & Boore, 1988; En & al., 2000; Suzuki & Asano, 2000*).

3.2. ELABORATION DU MODELE NUMERIQUE

Dans ce qui suit, on présente les différentes étapes nécessaires à l'élaboration de quelques programmes développés dans le cadre de l'analyse de réponse d'un site suite à la propagation des ondes sismiques dans le milieu hétérogène depuis la source jusqu'à surface libre.

3.2.1. Détermination de la fonction de transfert du profil de sol

Connaissant les caractéristiques physiques et géologiques des couches de sol constituant le profil sismique vertical, un premier programme de calcul est développé pour le calcul de la fonction de transfert associée à chaque type d'ondes (SH , SV , P). Ce programme a été élaboré pour le calcul de la matrice transfert G associée à chaque couche à partir de l'expression 2-5 pour les ondes SH et de l'expression 2-20 pour les ondes P et SV tout en utilisant les expressions 2-15, 2-17 et 2-19, et le calcul de la matrice de transfert globale A du profil d'après l'expression $A = \prod_{i=1}^{n-1} G_i$.

La matrice de transfert globale nous permet de calculer les déplacements u_i et w_i en surface libre d'après les équations 2-10 pour les ondes SH , 2-25 pour les ondes SV et 2-28 pour les ondes P , avec la prise en compte de l'atténuation à travers les facteurs de qualité Q_s et Q_p .

Enfin, nous procédons au calcul de la fonction de transfert du profil à travers les coefficients d'amplification du sol.

3.2.2. Détermination des accélérations en surface libre

Un second programme de calcul est développé pour le calcul des accélérations en surface libre à partir d'enregistrements recueillis au rocher. Ce programme est conçu comme suit :

Possédant les accélérations induites au rocher (*enregistrées ou simulées*), nous procédons au calcul de la *transformée de Fourier* du signal au rocher au moyen de la FFT (*Fast Fourier Transform*) que nous convoluons avec la fonction de transfert du profil ce qui aboutit à la transformée de *Fourier* du signal en surface. Nous calculons par la suite la transformée de *Fourier* inverse du signal obtenu dans l'étape précédente au moyen de l'*IFFT* (*Inverse Fast Fourier Transform*). Cette étape nous donne la trace temporelle des accélérations en surface.

3.2.3. Détermination des spectres de réponse en surface libre

Un troisième programme de calcul est conçu pour le calcul des spectres de réponse en surface libre et au rocher à partir d'enregistrements des accélérations. Ce programme est établi en se basant sur la solution exacte de l'intégrale de *Duhamel* pour une excitation linéaire. Le taux d'amortissement considéré dans cette étude est de 5 %.

3.2.4. Simulation des accélérations associées aux mouvements de sol induits lors d'un séisme par la méthode des fonctions de Green empiriques

Le programme utilisé pour la simulation des accélérations en surface associées aux mouvements de sol induits par le séisme d'*El-Asnam* a été développé par *M^{elle} K. Kadi* dans le cadre d'une thèse de Magister présentée à l'*Ecole Nationale Polytechnique* (*Kadi, 1999*). Ce programme a été adapté aux besoins de la présente thèse. Le principe est basé sur la *méthode des fonctions de Green empiriques*. Dans cette technique, on considère que le mouvement fort peut être décrit par la superposition de mouvements élémentaires tels que les précurseurs ou les répliques qui ont lieu dans la même zone de rupture que le choc majeur.

3.3. VALIDATION DU MODELE NUMERIQUE DE CALCUL

Afin de valider le programme de calcul basé sur la *M.T.H* établi pour cette étude, des données sismiques sont utilisées. Il s'agit de données obtenues à partir d'un profil sismique vertical localisé à quelques centaines de mètres de la *Baie de San Francisco* (*fig.3.1.a*), (*Johnson & Silva, 1981*). La géologie du site consiste en un profil de sol de 35 m d'épaisseur constitué d'alluvions du Quaternaire surmontant un rocher de formation du Jurassique-Crétacé. Les alluvions représentent une combinaison d'argile, limon, sable et gravillons en présence d'une nappe phréatique située à 2 m au dessous de la surface. Les propriétés des matériaux (*densité, vitesse de propagation, facteur de qualité*) estimées au voisinage du site sont représentées sur la *figure 3.1.b*. L'objet de cette étude est l'enregistrement accélérométrique de la station de *Richmond* (*RFS, fig.3.1.a*) lors d'un séisme local survenu le *08 Janvier 1977*.

Les paramètres du séisme sont donnés par :

Séisme : *Briones*

Date : *08/01/1977*

Heure d'origine : *09h 38min 07.5s*

Latitude : $37^{\circ}54.3'$
 Longitude : $122^{\circ}11'$
 Profondeur : 9.5 km
 Magnitude : $M_L = 4.3$
 Distance épacentrale : 13.6 km
 Azimut : $N92E$

3.3.1. Estimation de l'effet de site

L'intention est de mesurer l'effet d'une couche de sédiments sur les ondes élastiques et d'évaluer avec prudence cet effet au moyen d'une méthode analytique de propagation basée sur la *M.T.H.* Pour cela un programme de calcul a été établi pour la simulation de l'accélération en surface libre associée à un séisme.

Dans un premier temps, on estime l'amplification à laquelle sont sujettes les ondes sismiques, pour cela les fonctions de transfert sont calculées dans le domaine fréquentiel pour les trois types d'ondes de volume. Les résultats obtenus sont présentés par la *figure 3.2.*

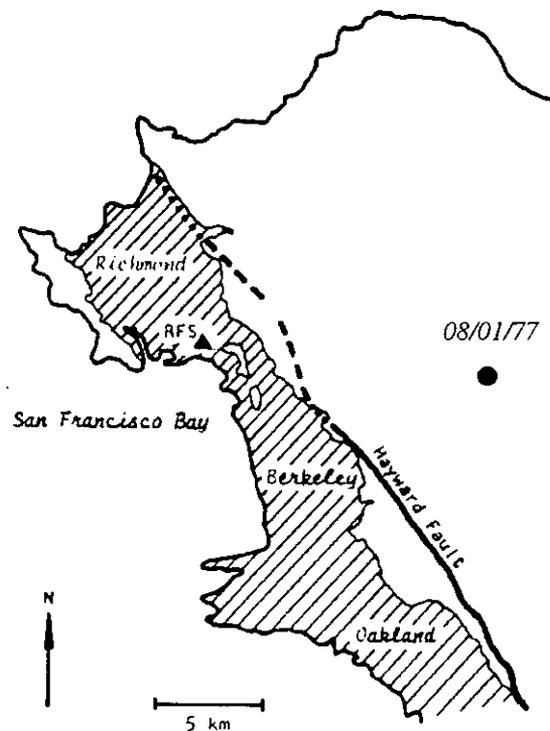


Fig.3.1.a. Localisation de la Station de Richmond (RFS) et de l'épicentre du séisme de Briones du 08-01-1977

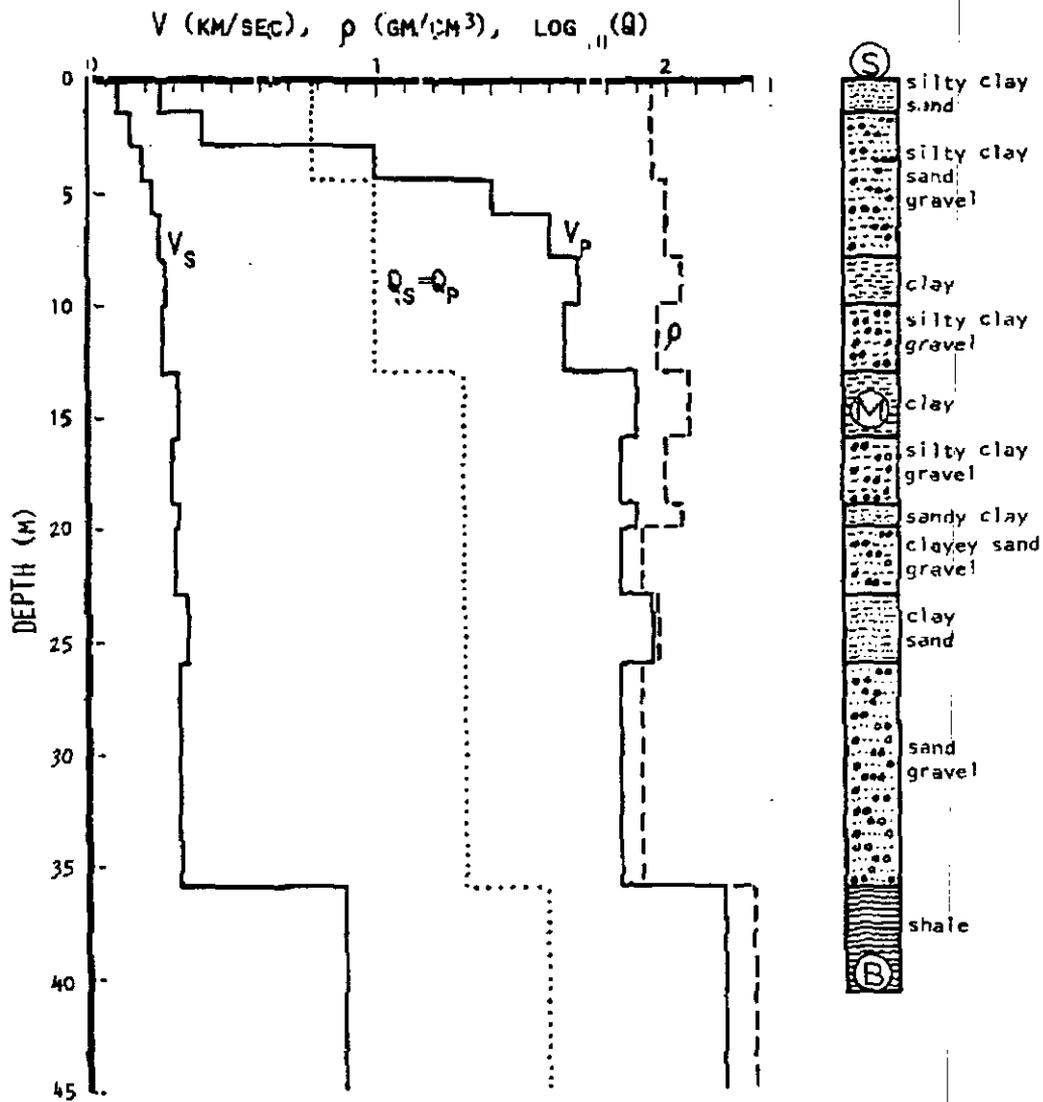


Fig.3.1.b. Distribution en profondeur des vitesses de propagation, facteurs de qualité et densités estimés au voisinage du profil sismique vertical du séisme de Briones (Station de Richmond).

On note que l'amplification des ondes *S* prédominent dans la bande fréquentielle 1 à 10 Hz , au delà de laquelle l'amplification des ondes *P* devient dominante. Pour les fréquences inférieures à 1 Hz, les couches de sédiments ne présentent pas d'effet d'amplification et ce aussi bien pour les ondes *P* que pour les ondes *S*. (fig.3.2)

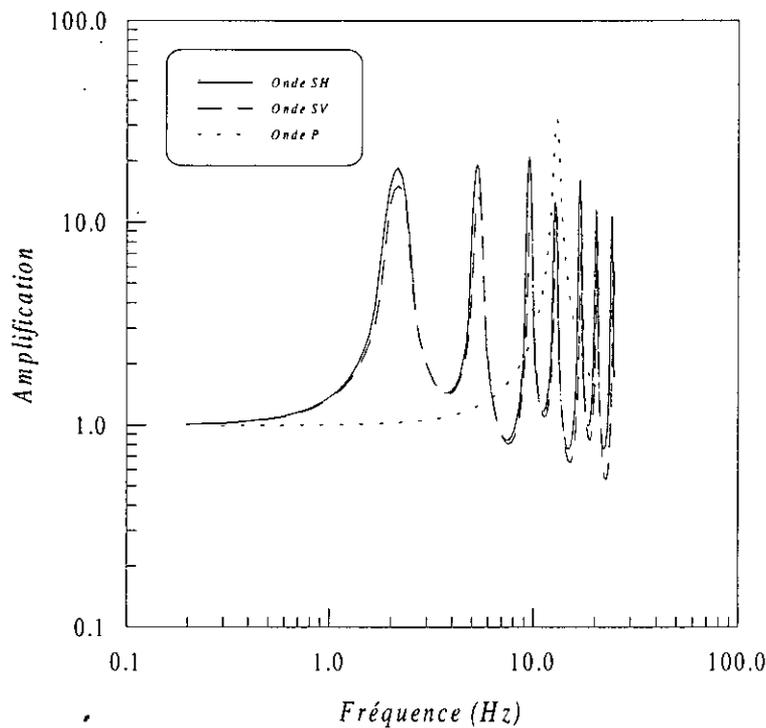


Fig.3.2. Fonction de transfert substratum-surface des ondes de volume

3.3.2. Calcul des accélérations en surface

Faire propager analytiquement le signal sismique enregistré à la base à travers les couches de sédiments jusqu'à la surface libre est équivalent à la convolution de la fonction de transfert avec ce signal. Les résultats de cette convolution peuvent être comparés aux accélérations observées à la surface. La fonction de transfert des ondes P est utilisée pour la composante verticale et la fonction de transfert des ondes S est utilisée pour les composantes horizontales du séisme. Les résultats obtenus sont présentés sur les figures 3.3 à 3.5.

Ces figures présentent une certaine similarité dans la trace de l'onde pour une composante donnée quand cette onde se propage à travers les couches présentes sur son trajet. On note l'effet important des couches de sol à travers l'augmentation sensible des amplitudes en passant du rocher à la surface libre. Ceci met en évidence l'amplification du mouvement sismique du sol, l'accélération maximale montre une amplification de 1.5 à 4.5.

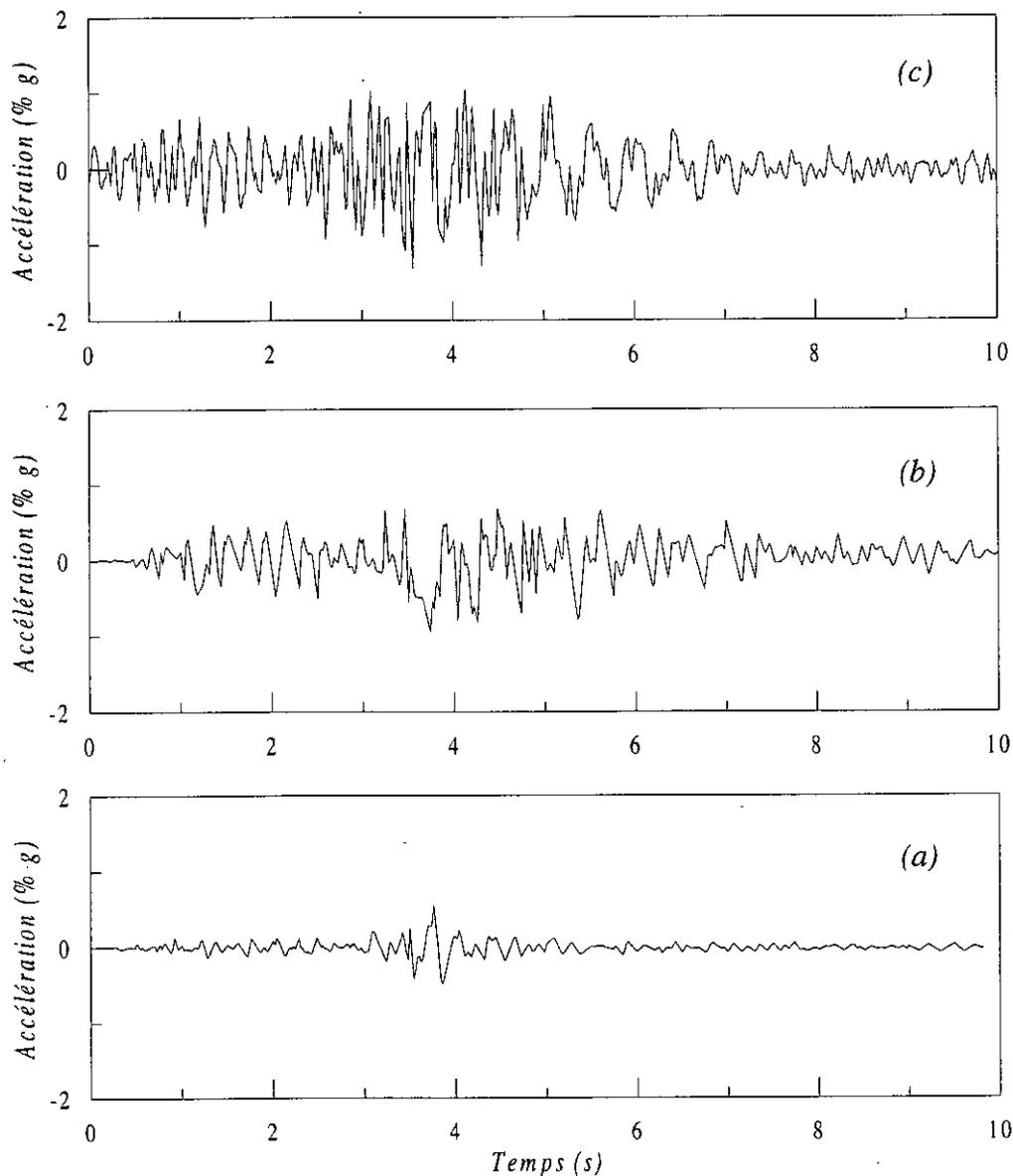


Fig.3.3. Accélérogrammes induits par les ondes SH

- (a) Accélérations observées au rocher
- (b) Accélérations observées en surface
- (c) Accélérations calculées en surface

Quoiqu'il n'y ait pas de correspondance point par point des caractéristiques des enregistrements, la comparaison des accélérations calculées et celles observées sur le site montre une concordance dans les l'amplitude maximale, la durée et la largeur des amplitudes, le contenu fréquentiel ainsi que dans l'enveloppe des enregistrements (fig. 3.3.b et 3.3.c, fig. 3.4.b et 3.4.c, fig. 3.5.b et 3.5.c).

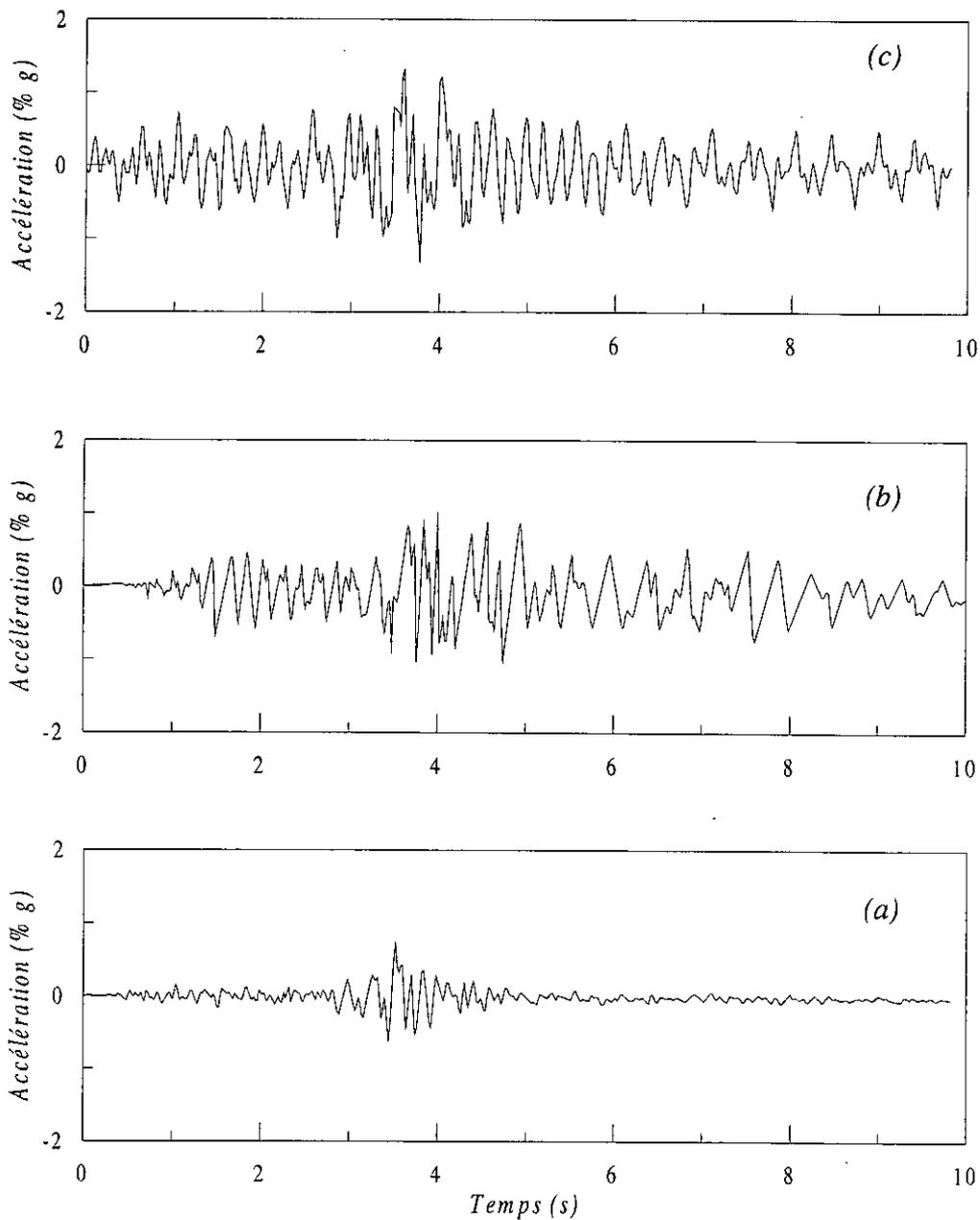


Fig.3.4. Accélérogrammes induits par les ondes SV
 (a) Accélérations observées au rocher
 (b) Accélérations observées en surface
 (c) Accélérations calculées en surface

Il est évident que les figures 3.3 à 3.5 montrent une meilleure corrélation pour les composantes horizontales que pour la composante verticale. Ceci peut être dû au fait que, contrairement aux hypothèses simplificatrices émises dans les calculs, les ondes P et S ne peuvent être complètement séparées, de ce fait les enregistrements recueillis

intègrent une certaine interaction entre les ondes P et S . En plus, la propagation n'étant pas exactement verticale, il existe un phénomène de conversion des ondes P et S .

Toute interaction entre les ondes P et S présente un effet relativement plus large pour la composante verticale que pour les composantes horizontales, ceci est dû aux amplitudes plus importantes des ondes S .

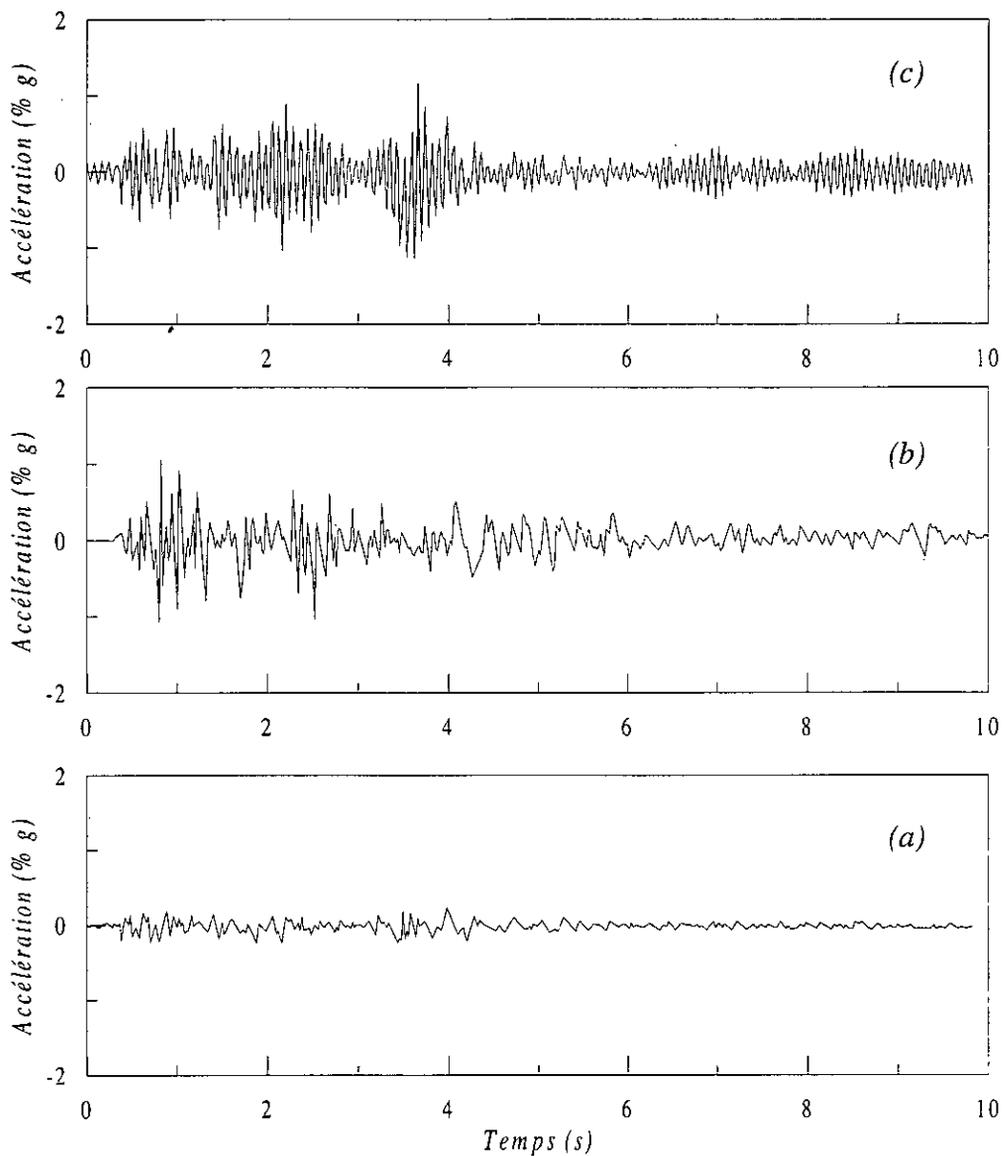


Fig.3.5. Accélérogrammes induits par les ondes P
(a) Accélérations observées au rocher
(b) Accélérations observées en surface
(c) Accélérations calculées en surface

3.3.3. Calcul des spectres de réponse

Les figures 3.3 à 3.5 peuvent être présentées d'une manière plus pratique pour des applications d'ingénierie, à savoir les spectres de réponses. La figure 3.6 représente les spectres de réponse en déplacement calculés pour les accélérogrammes à la base, observés en surface et ceux qui ont été calculés analytiquement en surface. Ces figures permettent une comparaison entre les spectres de réponse au rocher et en surface ainsi qu'entre le spectre calculé et celui observé en surface. Les spectres de réponses en terme de vitesse et d'accélération sont représentés respectivement sur les figure 3.7. et 3.8.

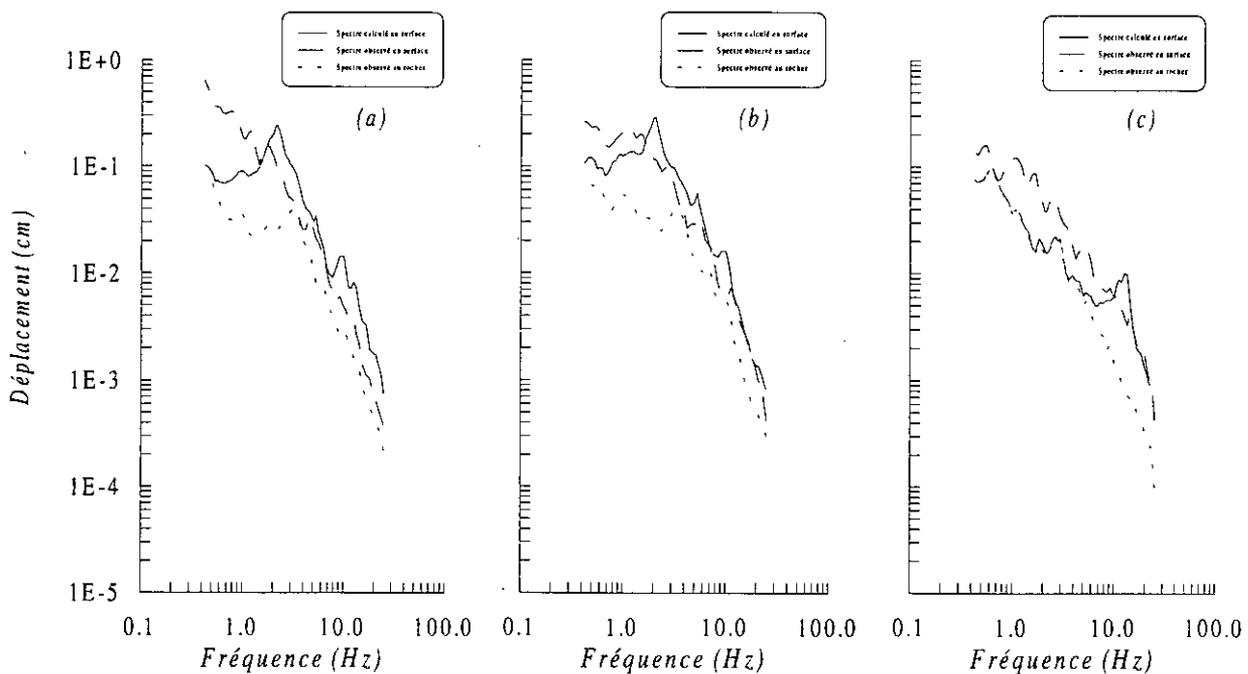


Fig.3.6. Spectres de réponse en déplacement

(a) Onde SH (b) Onde SV (c) Onde P

Les résultats montrent que pour des fréquences supérieures à 1 Hz, une différence significative entre le spectre de réponse au rocher et en surface pour le profil étudié. En moyenne, le spectre en surface vaut trois fois celui du rocher, le rapport peut atteindre parfois 10. Les spectres calculés et observés en surface présentent une bonne concordance dans la bande fréquentielle 2 à 3 Hz pour la composante verticale. On note que cette bande fréquentielle correspond approximativement aux pics de la fonction de transfert des ondes S (fig.3.2). La différence augmente à cause du phénomène de conversion des ondes P et S.

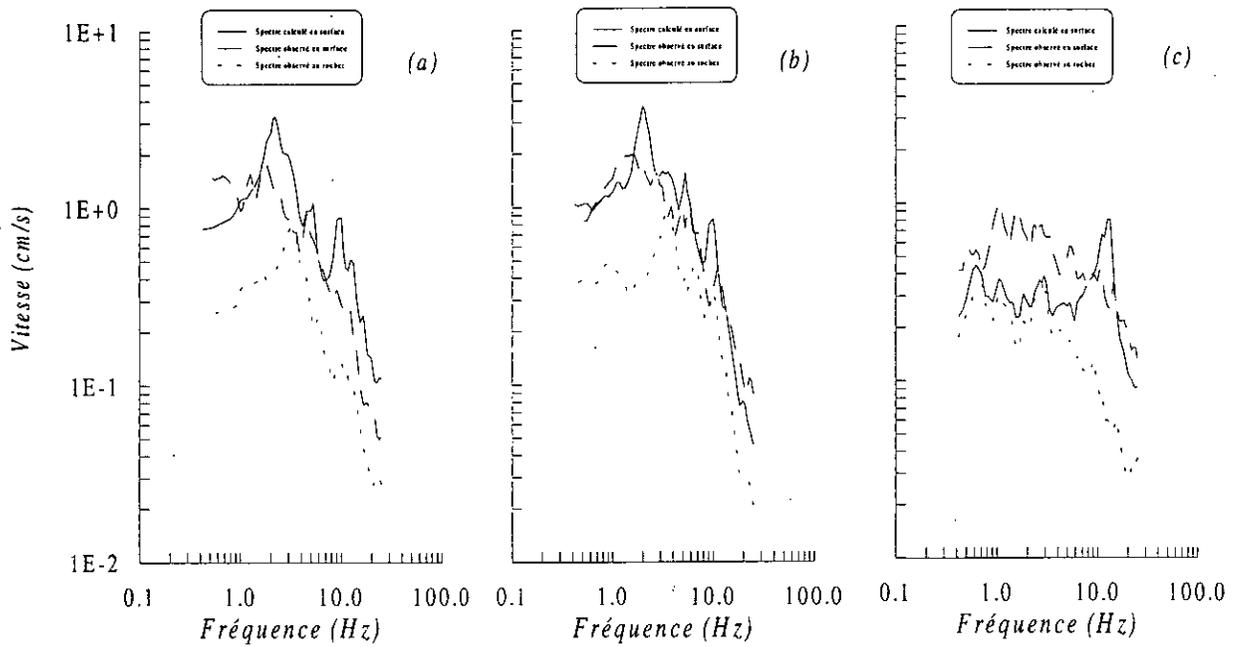


Fig.3.7. Spectres de réponse en vitesse
 (a)Onde SH (b)Onde SV (c)Onde P

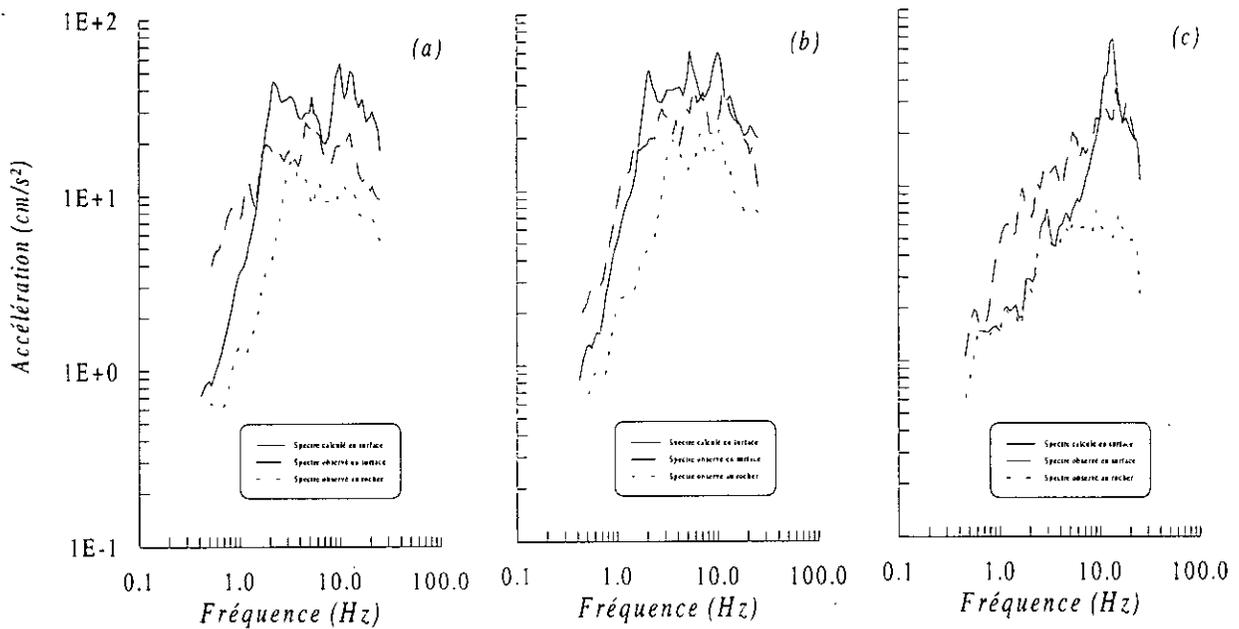


Fig.3.8. Spectres de réponse en accélération
 (a)Onde SH (b)Onde SV (c)Onde P

3.4. ETUDE PARAMETRIQUE

Dans ce qui suit, on étudiera l'influence de la variation de certains paramètres de la géologie locale sur l'aspect quantitatif et qualitatif de la modification induite par les stratifications du site sur l'amplification du milieu.

3.4.1. Effet de la rigidité du milieu

Pour étudier les effets de la rigidité du milieu, on considérera deux cas distincts, à savoir : un sol meuble et un sol ferme. Les résultats obtenus pour ces deux catégories de sol sont présentés sur la figure 3.9.

En examinant les courbes représentant la fonction de transfert du milieu, on note une amplification plus importante du sol meuble par rapport au sol ferme et ce indépendamment du type d'onde incidente à la source. On constate aussi l'accroissement de la fréquence fondamentale avec l'augmentation de la rigidité du milieu tout en ayant la fréquence fondamentale du sol meuble qui reste inférieure à la fréquence fondamentale du sol ferme, ceci est dû à la faible vitesse de propagation des ondes dans les sols meubles, par conséquent, on note un nombre de modes plus important présents dans un sol meuble, ceci peut expliquer l'amplification plus importante à laquelle est sujet le sol meuble.

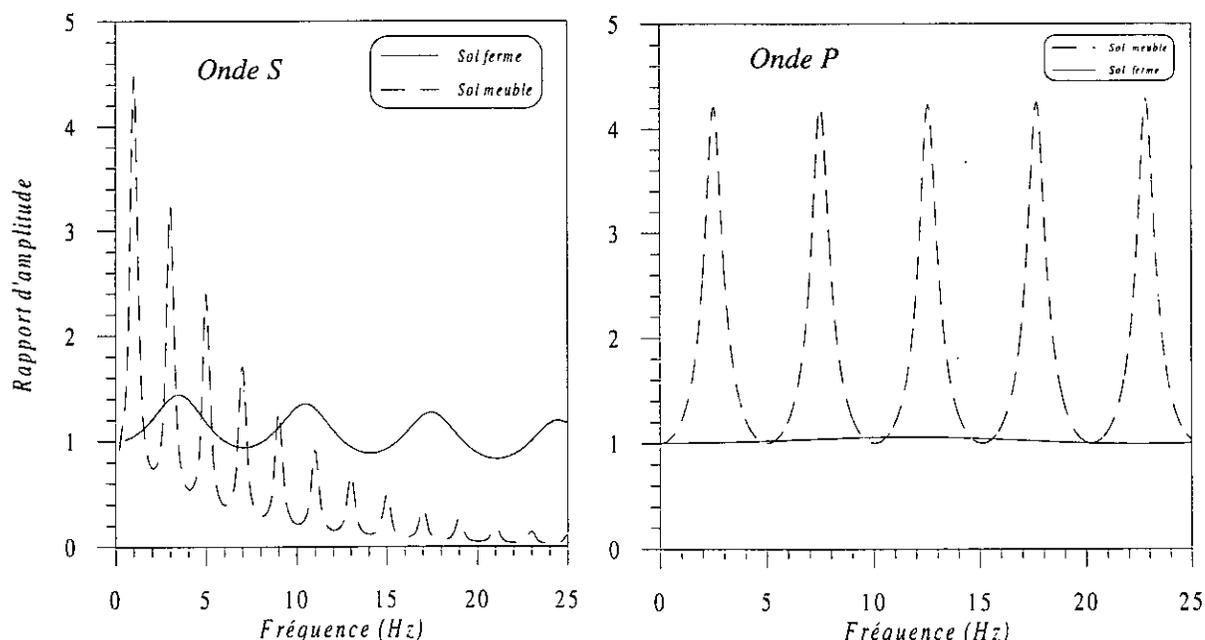


Fig.3.9. Effet de la rigidité du milieu sur la fonction de transfert

3.4.2. Effet du type d'onde incidente

La figure 3.10 présente l'analyse de l'influence du type de radiations émises par la source sur l'amplification du milieu étudié.

Les résultats obtenus indiquent une importante amplification dans le cas des ondes *SV* et *P*, celle-ci est quantitativement moins considérable pour les ondes *SH*. Mais le grand nombre des harmoniques présentes pour les ondes transversales fait que la résonance est plus probable en présence de telles ondes, ce qui présente un risque de multiple amplification dans le cas échéant, d'où le danger de ce type de radiations.

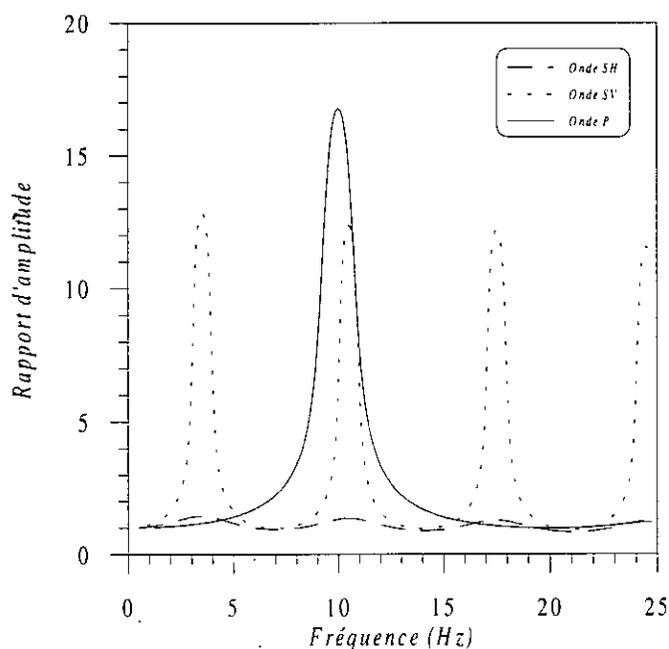


Fig.3.10. Influence du type de radiation à la source sur la fonction de transfert

3.4.3. Effet de l'épaisseur de la couche

Dans ce paragraphe, on s'intéresse à l'influence de l'épaisseur de la couche de sédiments sur la modification du signal. Pour cela, nous considérons différentes épaisseurs de couche de sol. Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 3.11.

L'examen des courbes de la figure 3.11 représentant les fonctions de transfert, on constate une décroissance, pour toutes les ondes, de l'amplification avec l'augmentation de l'épaisseur de la couche de sol. Vu que les modes en présence d'une grande épaisseur de couche sont plus importants, l'altération du contenu fréquentiel du signal au rocher est plus importante que pour une faible épaisseur du profil.

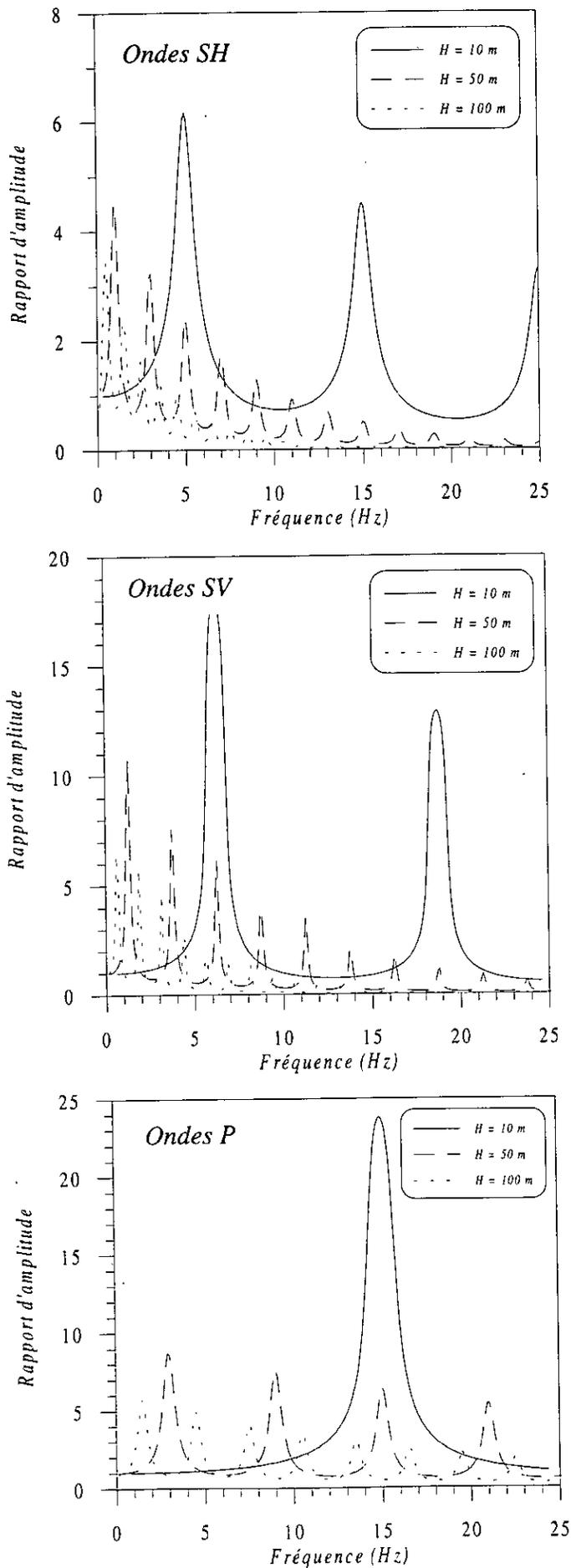


Fig.3.11. Effet de l'épaisseur de la couche de sol

3.4.4. Effet de l'angle d'incidence

L'analyse de la variation de l'angle d'incidence des ondes sismiques au rocher montre une sensibilité très peu significative pour les ondes transversales, une sensibilité légèrement plus significative est notée pour les fréquences modales dans le cas des ondes longitudinales (*ondes P*). Les résultats étayant ces propos sont présentés sur la figure 3.12.

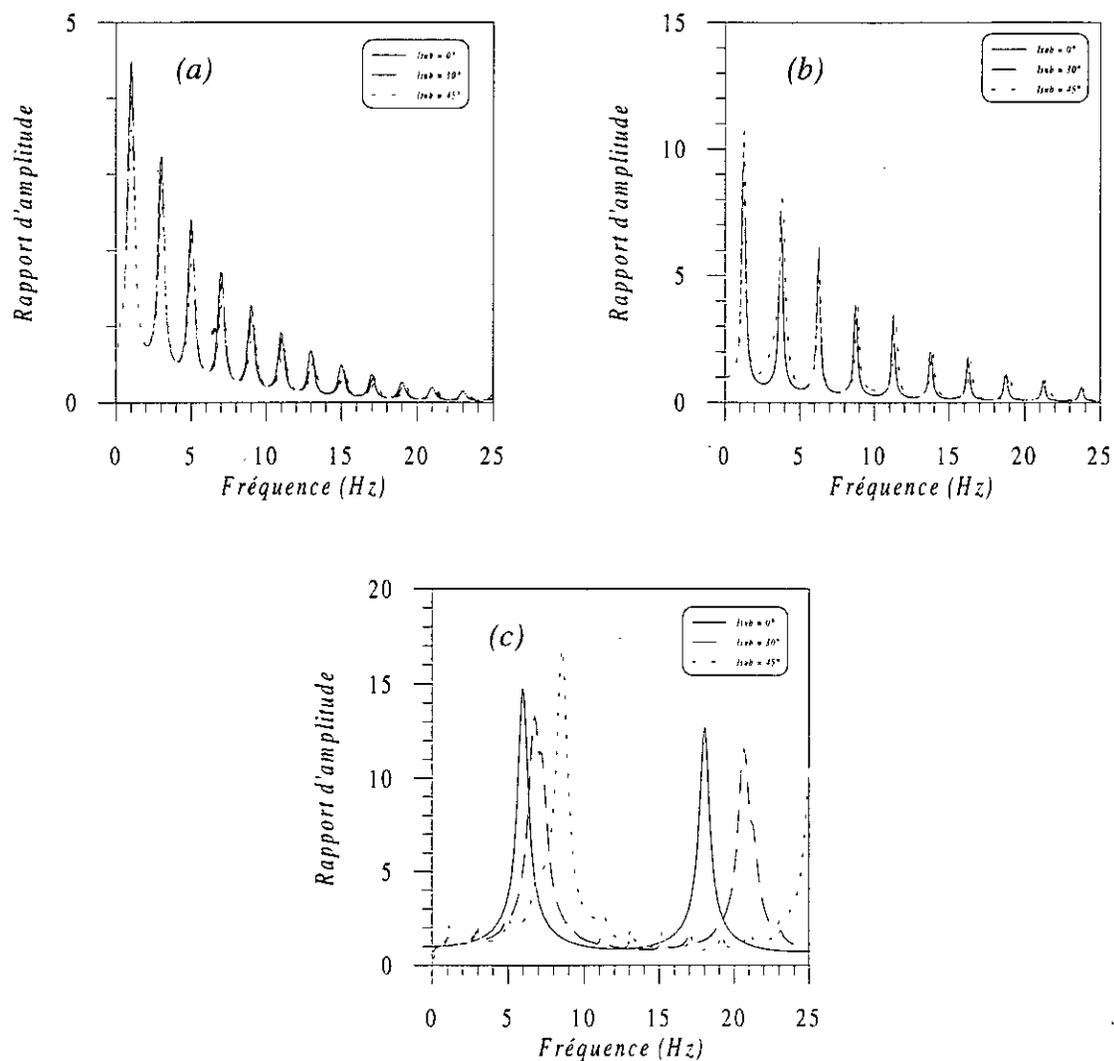


Fig.3.12. Influence de l'angle d'incidence sur la fonction de transfert (a)Onde SH(b)Onde SV(c)Onde P

3.5. CONCLUSION

Dans ce chapitre, une méthode analytique de propagation d'ondes est utilisée pour expliquer les effets de la géologie locale, observés in situ, sur la propagation des ondes lors d'un séisme. Pour mettre en évidence cet effet, nous avons étudié la fonction de transfert du milieu (*sol*), celle-ci donne une représentation claire et des informations qualitatives concernant l'effet de la géologie locale du site. Un simple coup d'œil sur cette courbe est suffisant pour déterminer dans quelle gamme de fréquences le sol peut avoir des conséquences néfastes sur les ouvrages érigés à sa surface.

Pour une investigation numérique de cet effet, plusieurs hypothèses simplificatrices ont été émises lors du calcul : couches horizontales, propagation verticale des ondes de volume et la séparation des ondes *P* et *S* en composantes verticales et horizontales. Des résultats pratiques qui expliquent en grande partie l'effet des sédiments ont été obtenus. Le degré d'accord entre les mouvements calculés en surface et ceux observés sur site est difficile à quantifier et dépend des caractéristiques du mouvement du sol considéré.

Un modèle de comportement linéaire a été adopté pour cette étude. Les déformations ont été estimées et sont prédominantes dans l'intervalle 10^{-6} à 10^{-4} et la bande de fréquence d'intérêt est 0.4 -20 Hz. Les résultats montrent que l'hypothèse de linéarité est appropriée vu qu'il n'y a pas de grande discordance entre les accélérations calculées et celles observées sur site.

Après la validation du modèle et de la procédure développée. Une étude paramétrique a été engagée, elle a permis de tester l'influence de certains paramètres sur la réponse du site. Les résultats au terme de cette étude ont montré une altération sensible du signal à l'origine avec la variation de :

- la rigidité du milieu dans le quel se propagent les ondes,
- la radiation émise par la source,
- l'épaisseur de la couche de sédiments.

Vue l'influence de ces paramètres sur le signal recueilli en surface, il serait judicieux d'inclure une estimation de l'incertitude liée à la variabilité de ces paramètres.

Par contre, une influence peu significative a été constatée lors de cette étude pour une variation de l'angle d'incidence.

Chapitre 4

ANALYSE DES ONDES DE SURFACE

L'analyse de la propagation des ondes proposée dans le chapitre précédent a jusqu'ici ignoré la possibilité qu'en plus des ondes de volume les ondes de surface contribuent au mouvement du sol.

En effet, les figures 3.3.b, 3.4.b et 3.5.b montrent quelques longues périodes suivant l'arrivée des ondes S qui ne sont pas présentes dans les accélérations calculées (figures 3.3.c, 3.4.c et 3.5.c), ceci est plus prononcé pour la composante verticale des ondes de cisaillement où l'enregistrement présente l'apparence d'onde de *Rayleigh* dans l'intervalle 5-8 s. Ces longues périodes représentent l'arrivée tardive d'une énergie qui ne peut être expliquée que par les ondes se propageant horizontalement dans le sol.

Si une interprétation en terme d'ondes de surface est engagée, il faut savoir que ces ondes ne sont pas directement émises par la source mais indirectement générées par les interactions des ondes de volume avec les inhomogénéités latérales ou les interfaces des couches sédimentaires.

Dans ce qui suit, une procédure est développée pour vérifier la possibilité que les ondes surface aient une contribution significative dans le mouvement du sol.

La présente analyse est inspirée des travaux de *Hudson, 1962, Tosköz & BenMenahem, 1963, Haskell, 1964, Gazetas, 1979 et Forchap & Schmid, 1998.*

4.2. ANALYSE DES ONDES DE RAYLEIGH

Les ondes de *Rayleigh* sont générées dans les couches sédimentaires par un mécanisme de dispersion. Les ondes de *Rayleigh* sont des ondes planes qui se propagent le long de la surface du sol suivant la direction x avec mouvement rétrograde se propageant avec une vitesse $c < c_s$, où le déplacement vertical est nettement supérieur au déplacement horizontal.

4.2.1. Détermination des accélérations

Les résultats obtenus après développement d'une procédure pour la propagation des ondes de *Rayleigh* appliquée au cas du séisme de *Richmond* à *San Fransisco* (*Californie*) sont présentés sur la *figure 4.1*. L'accélérogramme présente un aspect pseudo-périodique avec de larges périodes. Le résultat de la combinaison de ces ondes de surface avec les ondes *SV* pour la composante transversale du séisme (*figure 3.4.c*) est présenté sur la *figure 4.2*.

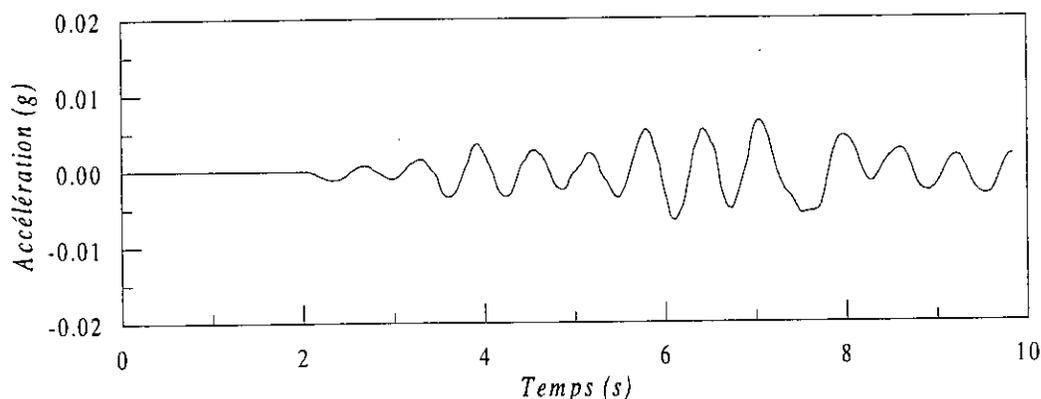


Fig.4.1. Accélérogramme induit par les ondes de Rayleigh (mode fondamental)

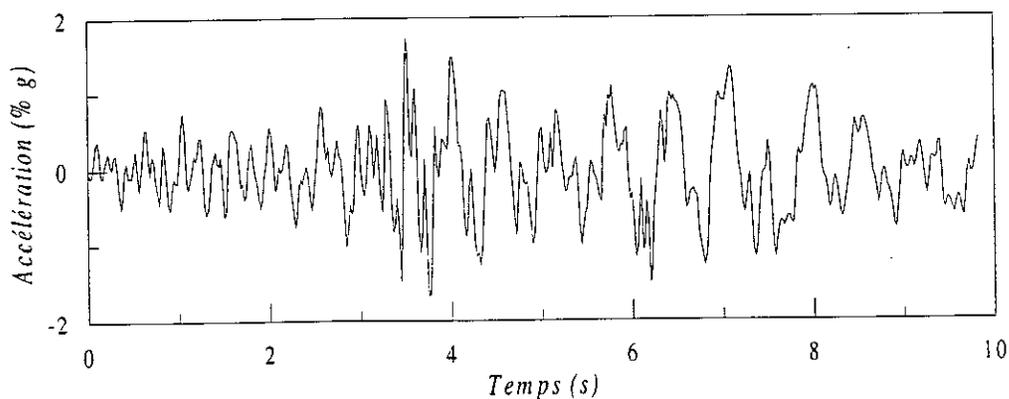


Fig.4.2. Accélérogramme obtenu par la combinaison des ondes de Rayleigh avec les ondes SV (composante transversale)

L'examen et la comparaison des figures 3.4.b, 3.4.c et 4.2 montre que la prise en compte des ondes de surface donne une meilleure approximation de l'enregistrement observé sur site par rapport au résultat obtenu par la seule considération des ondes de volume. Ce résultat serait sans doute nettement amélioré par la prise en compte d'autres ondes de surface (*modes supérieurs des ondes de Rayleigh et ondes de Love*).

4.3. ANALYSE DES ONDES DE LOVE

Dans ce qui suit, nous nous proposons de mener une investigation numérique concernant les ondes de *Love*. Pour cela nous étudions la dispersion des ondes à la surface libre du site, cette dispersion est représentée par la dispersion des vitesses. Nous compléterons ainsi l'étude du séisme *Richmond de San Fransisco (Californie)* établie pour les ondes de volume dans le chapitre précédent.

4.3.1. Courbes de dispersion

Un programme de calcul a été conçu pour déterminer les vitesses de phase pour les ondes de *Love*. La figure 4.3 présente les résultats obtenus dans le cas du séisme de *Richmond de San Fransisco*. La dispersion est causée par le mode de propagation dans le milieu élastique entre la source et la station d'enregistrement.

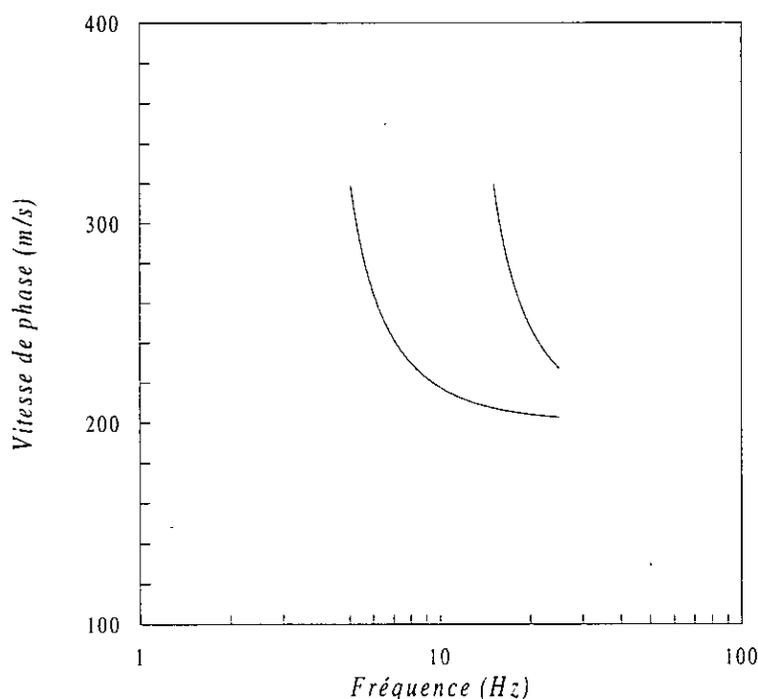


Fig.4.3. Courbes de dispersion des ondes de Love

On note que les ondes de Love ne présentent que deux modes de propagation pour le site considéré, ceci peut être ramené au fait que la couche de surface présente des vitesses de propagation et une épaisseur assez faibles.

4.4. EFFET DES ONDES DE SURFACE SUR LA REPOSE DU SITE

Pour quantifier l'effet des ondes de surface sur la réponse du site, nous nous proposons de calculer et de représenter les spectres de réponse en terme d'accélération et de déplacement.

Les résultats obtenus pour cette étude sont présentés sur les figures 4.4 et 4.5. L'examen de ces figures montre une similarité de la réponse dans le domaine des fréquences supérieures à 2 Hz, par contre on constate une importante modification de la réponse pour des fréquences inférieures à 2 Hz où le déplacement maximal passe de 0.45 à 0.85 cm donc le double de celui obtenu en négligeant la contribution des ondes de surface.

La contribution remarquable des ondes de surface en basse fréquence était prévisible vu que ces ondes arrivent plus tardivement que les ondes de volume au site d'enregistrement et présentent de longues périodes et des amplitudes assez importantes en surface libre.

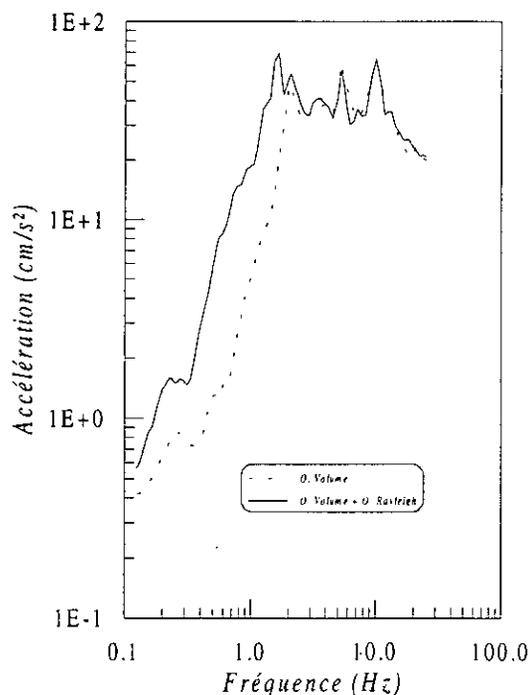


Fig.4.4. Spectre de réponse en accélération

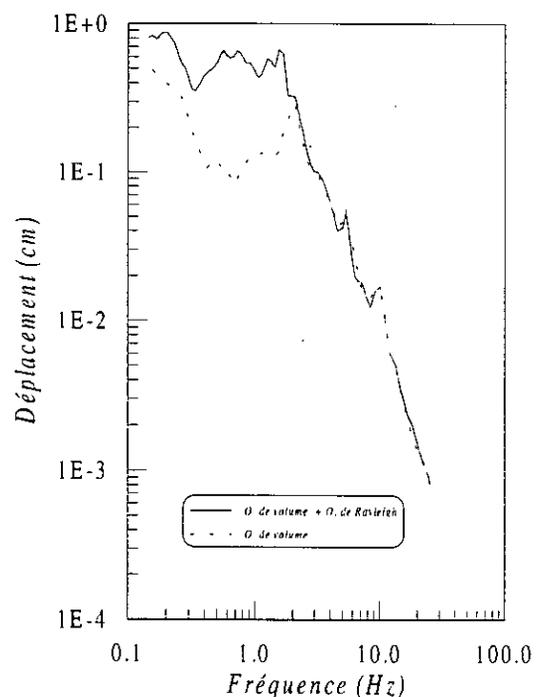


Fig.4.5. Spectre de réponse en déplacement

4.5. ETUDE PARAMETRIQUE

4.5.1. Effet du contraste

Pour étudier l'influence de la variation du contraste sur la dispersion des ondes de surface, on définit la notion d'"impédance" d'un milieu par le rapport des efforts au passage d'une onde à la vitesse de vibration de la particule, elle est égale au produit de la densité par la vitesse de propagation de l'onde.

Dans ce qui suit, on considère trois types de contraste : faible, moyen et fort dont les rapports d'impédance RI sont respectivement : 2, 5 et 22. Les résultats obtenus pour ces paramètres sont présentés sur les *figures 4.6* et *4.7*. L'analyse a concerné tous les modes, mais vu leur nombre important, nous présentons seulement les variations obtenues pour les cinq premiers modes.

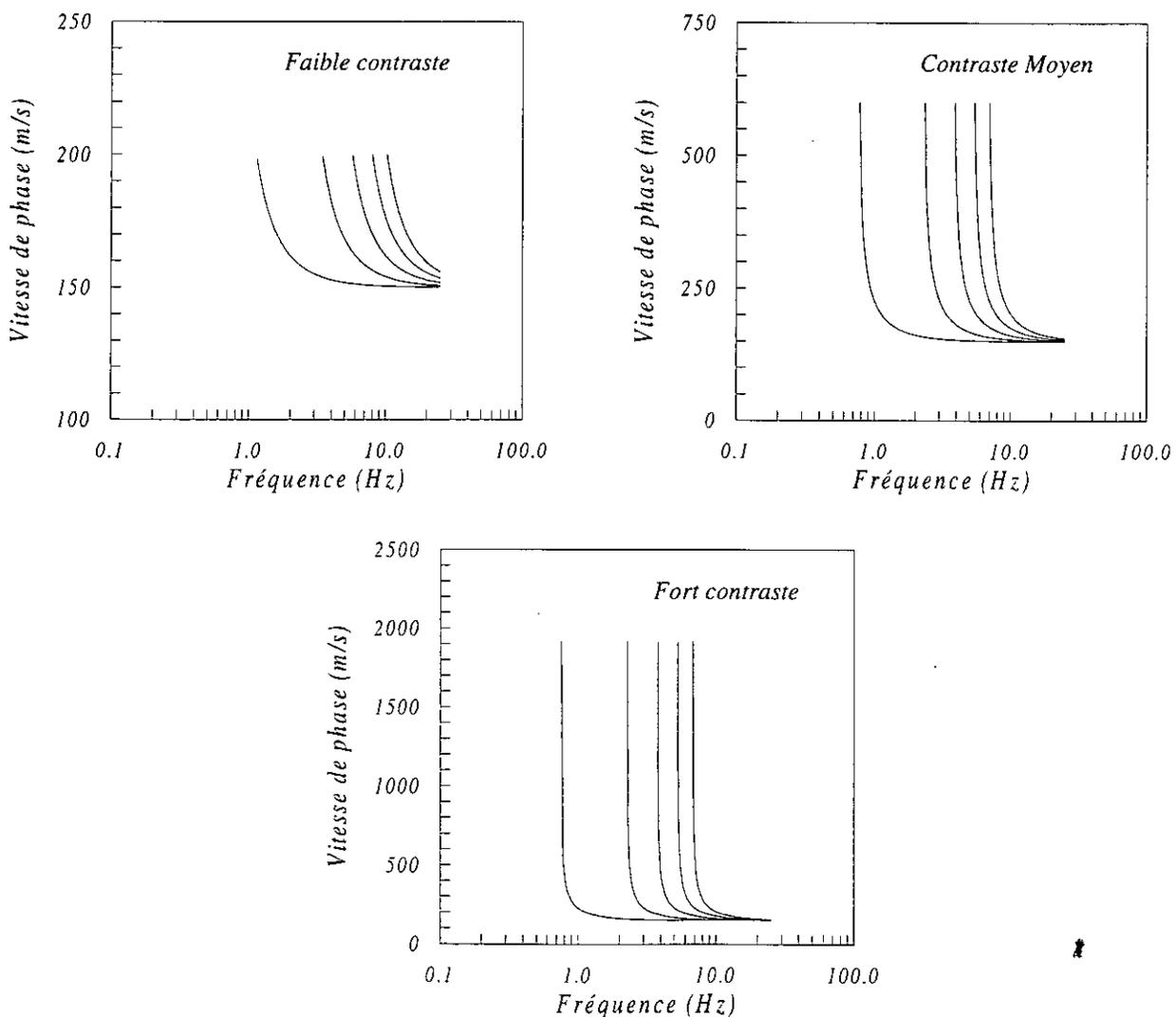


Fig.4.6. Influence du contraste sur la dispersion des ondes de surface

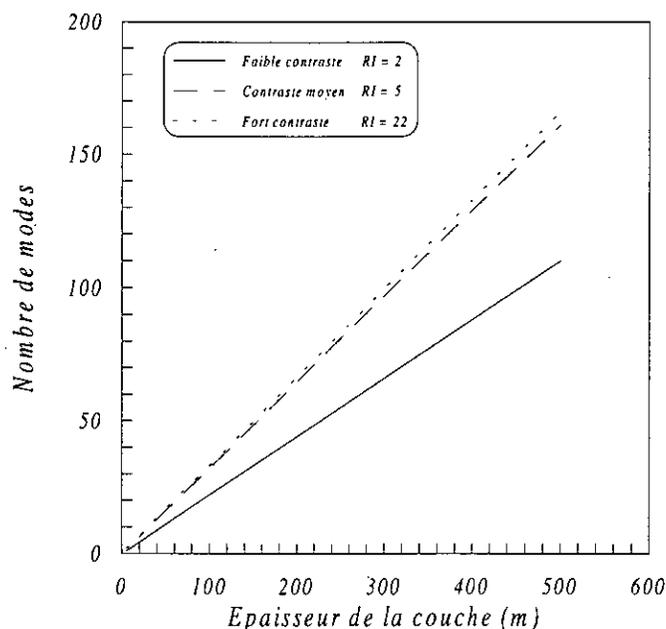


Fig.4.7. Evolution du nombre de modes avec l'épaisseur de la couche et le contraste du milieu

Ces résultats permettent les conclusions suivantes :

- ◆ Le nombre de mode présents est peu sensible à la variation du contraste pour des épaisseurs faibles à moyennes, en particulier pour une gamme de contrastes moyens à forts (*fig.4.7*).
- ◆ Les fréquences modales diminuent en présence d'un contraste important.
- ◆ La longueur d'onde augmentent avec les fréquences et le contraste.

4.5.2. Effet de la rigidité du milieu

Pour l'analyse de l'effet de la rigidité du sol sur la dispersion des ondes de surface, on optera pour deux catégories de sol : Ferme et meuble. Les résultats de cette analyse sont présentés sur la *figure 4.8*.

L'examen des résultats obtenus, nous permet de constater une variation importante du nombre de modes, un des exemples traités montre l'existence de 25 modes pour un sol meuble et 5 pour un sol ferme. En se référant aux courbes de dispersion tracées pour les cinq premiers modes (*Fig.4.8*), on note une nette modification des fréquences modales qui augmentent avec la rigidité.

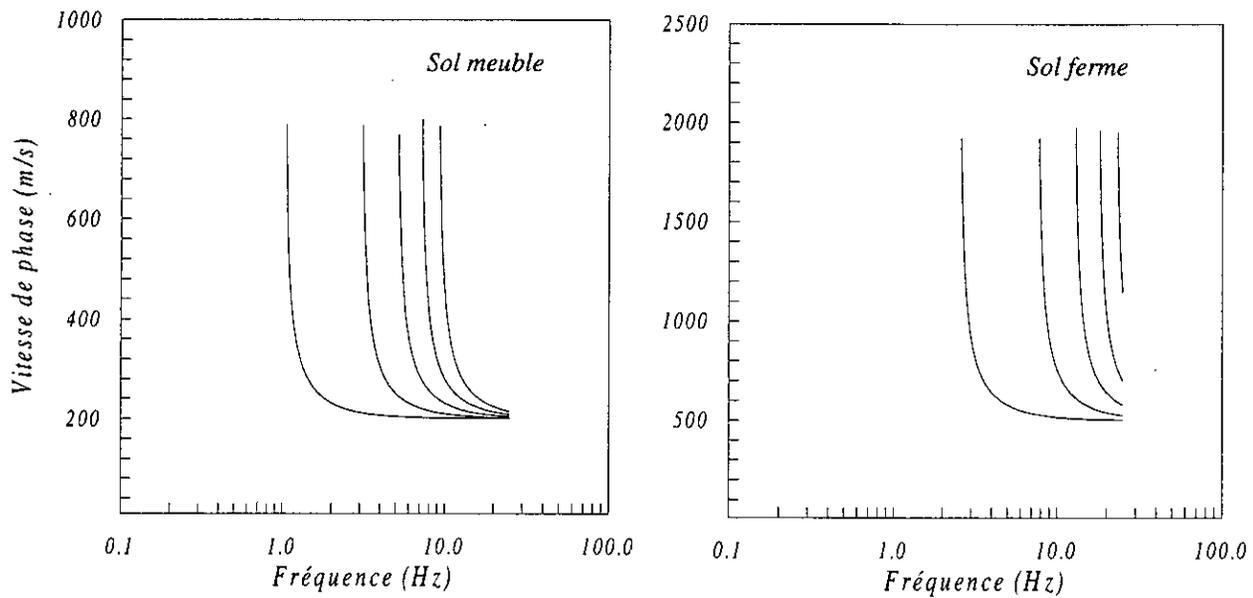


Fig.4.8. Effet de la rigidité du milieu sur la dispersion des ondes de surface

4.5.3. Effet de l'épaisseur de la couche de surface

Pour l'étude de l'influence de l'épaisseur de la couche de surface sur la dispersion des ondes de surface (*Love*), nous considérerons quatre hauteurs différentes de 10, 50, 100 et 250 m. Les résultats de cette étude, présentés sur les figures 4.7, 4.9 et 4.10, montrent une importante sensibilité du nombre de modes à la variation de l'épaisseur (Fig.4.7). On note aussi une diminution des fréquences modales avec l'accroissement de l'épaisseur de la couche (Fig.4.9 et 4.10). Ceci peut être expliqué par le fait qu'en augmentant l'épaisseur de la couche, le sol devient plus flexible d'où le nombre de modes intervenant dans le mouvement s'accroît et les fréquences propres diminuent.

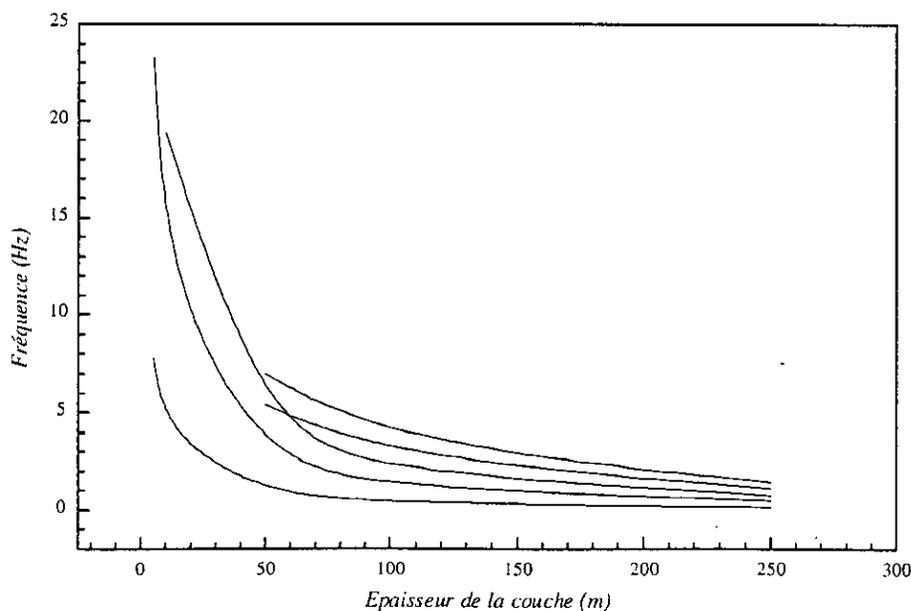


Fig.4.9.
Evolution des fréquences modales pour les 5 premiers modes avec l'épaisseur de la couche de surface.

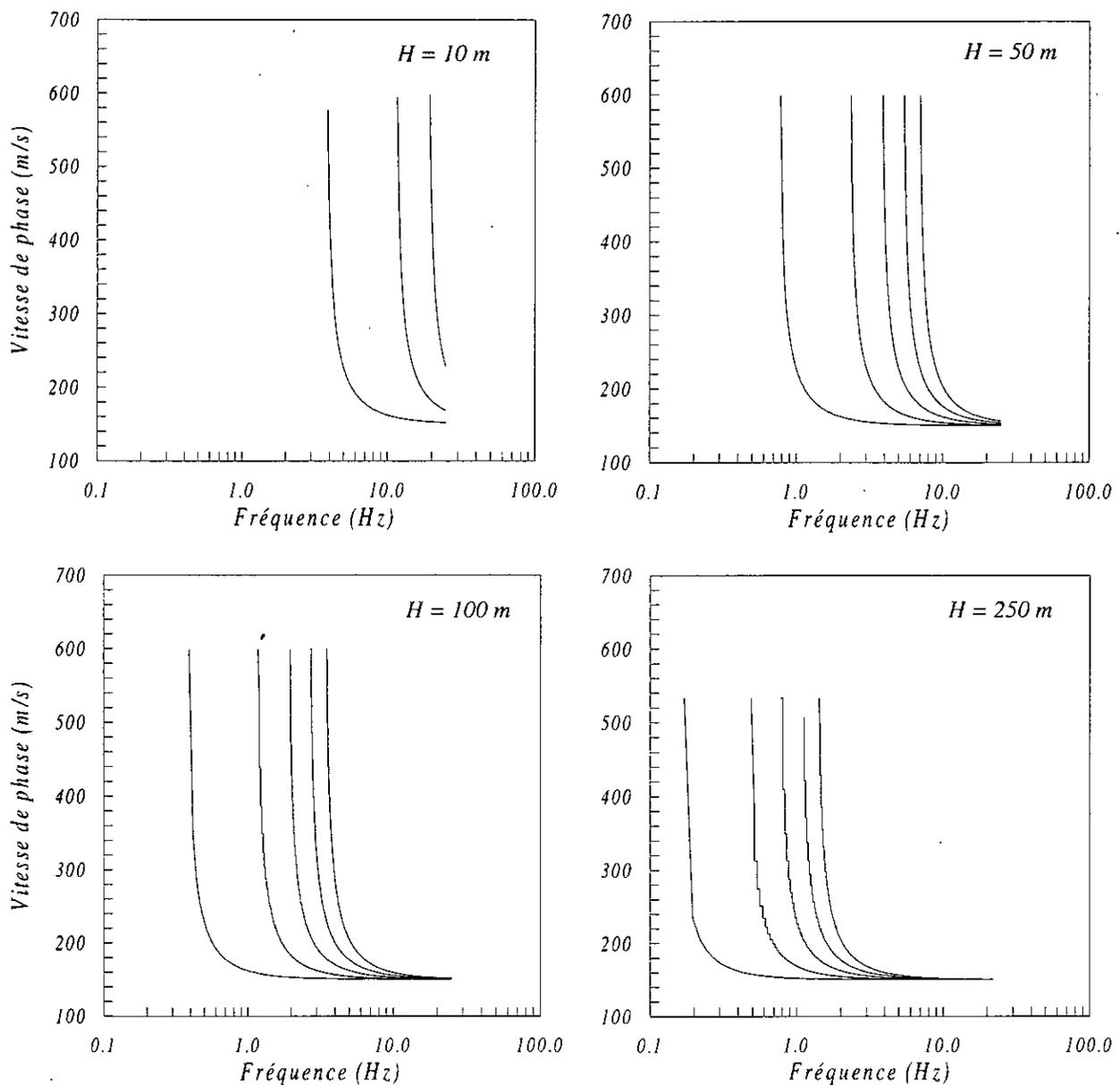


Fig.4.10. Effet de l'épaisseur de la couche de surface sur la dispersion des ondes de surface

L'examen et la comparaison des résultats et des courbes établis dans cette étude paramétrique de la dispersion des ondes de surface montre que pour une fréquence et une épaisseur de couche données, les vitesses de phase des premiers modes restent inférieures à celles établies pour les modes supérieurs, et ceci est d'autant plus visible que le contraste et l'épaisseur de la couche de surface augmentent.

4.6. CONCLUSION

Dans le présent chapitre, nous avons présenté un complément de l'étude du séisme de *San Fransisco (Californie, 1977)* enregistré à la station de Richmond concernant les ondes de surface.

Les résultats obtenus à partir des procédures développées pour les ondes de *Rayleigh* et *Love* ont montré, qu'en considérant les ondes de surface dans le calcul, le mouvement en surface se trouve nettement modifié en basses fréquences (*longues périodes*).

Le calcul des accélérations a mis en évidence le caractère pseudo-périodique de ces ondes présentant de longues périodes et des amplitudes assez larges en surface.

Notamment, une étude paramétrique a été engagée dans ce chapitre afin d'analyser la sensibilité de la dispersion des ondes de surface à la variation de certaines caractéristiques du milieu dans lequel elles prennent naissance et se propagent. Cette investigation paramétrique nous a permis de constater l'influence remarquable de la rigidité du milieu et de l'épaisseur de la couche de surface.

Ces remarques nous permettent de conclure à la nécessité de prendre en considération les ondes de surface dans le calcul dans le cas de site implantés en champ intermédiaire ou lointain par rapport au lieu de rupture de la faille sismique, et ce particulièrement quand il s'agit de structures flexibles érigées sur un sol meuble (*mou*).

Chapitre 5

APPLICATION A LA SIMULATION DE L'ACCELERATION EN SURFACE ASSOCIEE AU SEISME D'EL-ASNAM

La région du nord de l'Algérie représente une région à haut risque sismique. En effet, cette région a connu dans le passé lointain des séismes de fortes intensités : *Oran, 09 Octobre 1790; Chlef, 09 Septembre 1954; Alger, 03 Février 1716; Blida, 02 Mars 1825; Batna, 16 Mars 1925 et Annaba, 29 Novembre 1887 (Benhallou, 1985)*, causant des pertes considérables en vie humaines et matérielles grevant souvent lourdement le plan de développement des zones considérées.

En se basant sur ces 20 dernières années, pas moins de neuf séismes de magnitude supérieure ou égale à 5.5 ont été enregistrés (*Yelles-Chaouche, 1993*) :

- *Tiaret* de magnitude $M = 5.5$ survenu le *4 Mai 1985*
- *Constantine* de magnitude $M = 6.0$ survenu le *27 Octobre 1985*
- *Oued Djer* de magnitude $M = 5.5$ survenu le *31 Octobre 1988*
- *Mont de Chenoua à Tipasa* de magnitude $M = 6.1$ survenu le *29 Octobre 1989*
- *Mont de Béni Chougrane à Mascara* de magnitude $M = 5.6$ survenu le *18 Août 1994*
- *Ain Bénian* de magnitude $M = 5.5$ survenu le *4 Septembre 1996*
- *Ain Temouchent* de magnitude $M = 5.5$ survenu le *22 Décembre 1999*
- *Béni Ourtilène à Sétif* de magnitude $M = 5.5$ survenu le *10 Novembre 2000*.

Et dont le plus important celui du *10 OCTOBRE 1980*, à *12h25 GMT (13h25 heure locale)*, un séisme de magnitude 7.3 sur l'échelle de *Richter* qui ébranla la région d'*EL ASNAM (ex. Orléansville, actuellement Ech-Chélif)*. Une deuxième secousse d'une magnitude relativement moindre (*aux environs de 6*) a suivi trois heures plus tard. De nombreuses répliques, dont certaines encore fortes, se sont produites pendant plusieurs mois.

En l'absence d'enregistrements des mouvements forts associés au choc majeur, seuls les témoignages recueillis auprès de la population locale et l'analyse des effets du séisme sur les constructions et les ouvrages d'art, ont donné des indications utilisables pour évaluer l'amplitude du mouvement sismique.

La cassure de faille s'étend sur une longueur de 40 km, orientée N45°E, depuis 5 km au SSE d'EL ASNAM jusqu'à 2 km au Nord d'El-Abadia, passant à 1 km au Nord de Oued Fodda. Elle s'observe sur une bande large d'environ 1 km suivant les endroits (Maghraoui, 1982; Maghraoui and al., 1981).

Le séisme principal a été localisé par J. Dorel (1981) en utilisant comme séisme de référence enregistré par le réseau local et les stations mondiales, la réplique du 8 Novembre 1980 à 7h54 ($M_L=5.6$). Il donne les paramètres suivants :

Heure origine : 12h 25mn 25sec

Coordonnées de l'épicentre : 36 17 N \pm 0.02 et 1 415E \pm 0.01

Profondeur : 14 \pm 4 km

Cet épicentre se situe dans la moitié SW de la faille, il est alors probable que la rupture ait pris naissance sur cette partie de la faille. La rupture se serait ensuite propagée du SW vers le NE. Cette déduction est en bon accord avec celles que l'on peut tirer du comportement des constructions.

Aussitôt après le séisme, des études ont été entreprises sur le terrain : failles actives, mesures des amplitudes du glissement et de l'orientations des stries. Ces données mettent en évidence un mécanisme de faille inverse suivant un plan dont la trace en surface est de 40 km, d'azimut N50E. les foyers des répliques montrent une répartition alignée sur la faille.

L'analyse des enregistrements longue période a permis de préciser les plans de faille :

Azimut : $\phi = 40^\circ \pm 5^\circ$

Pendage : $\delta = 52^\circ - 60^\circ$

Composante de décrochement sénestre définie par : $\lambda=78-90$ (glissement dirigé vers la gauche)

(Ouyed, 1981; Deschamps and al., 1981)

5.2. SIMULATION DU CHOC MAJEUR DU SÉISME D'EL-ASNAM PAR LA METHODE DES FONCTIONS DE GREEN EMPIRIQUES (MFGE)

Ne disposant pas de l'enregistrement du choc majeur du séisme d'*EL-ASNAM*, il est nécessaire d'avoir recours à une procédure de simulation des mouvements de sol dus à des séismes de forte énergie. Une de ces procédures de simulation est celle basée sur la technique des *fonctions de Green empiriques*. Cette technique est une méthode hybride (*statistique-analytique*) où on considère que le mouvement fort peut être décrit par une superposition de mouvements élémentaires qui ont eu lieu dans la même zone de rupture que le choc majeur.

Dans l'esprit original de la méthode, il devient désirable que chaque petit séisme puisse correspondre à un événement de très faible magnitude. Dans ce cas, sa fonction source peut être approchée par une impulsion de *Dirac* et l'enregistrement peut être considéré comme une vraie *fonction de Green empirique* (idéalement ceci revient à dire que la fréquence coin du petit séisme sera bien supérieure à la fréquence maximale d'intérêt pour le grand séisme).

La méthode *des fonctions de Green empiriques* a été initiée par *Hartzell (1978)* puis développée par d'autres auteurs (*Irikura, 1983; Boatwright, 1988; Dan and al., 1990; Hutchings, 1991; Hough and al., 1991; Bour and Cara, 1997*) en considérant différentes lois de similitude entre tremblement de terre (*Kanamori and Anderson, 1975; Geller, 1976*). C'est une approche très appréciée car chaque fonction de *Green* porte en elle les effets complexes du processus de rupture dynamique de la faille sismique ainsi que l'hétérogénéité des structures de la Terre, entre la source et le site d'observation (*Kadi, 1999*).

Dans le cadre de cette méthode, la faille sismique de l'événement majeur est par hypothèse subdivisée en un nombre fini de sous failles élémentaires, associées aux sous-événements considérés. Dans cette méthode, le processus de rupture sur la faille sismique de l'événement majeur est modélisé de manière déterministe suivant trois schémas de rupture : unilatéral, bilatéral ou radial. Les paramètres les plus déterminants de ce processus sont : l'amplitude du glissement, la vitesse de propagation du front de rupture sur le plan de faille et le temps de montée. De même, les informations relatives aux effets de source, de propagation et de site, étant contenues dans l'enregistrement du sous-événement (*précurseur ou réplique*), sont

donc implicitement pris en considération de manière empirique dans cette procédure. (Kadi, 1999)

Cette méthode a trouvé un large domaine d'application pour la simulation des mouvements forts, utilisant l'enregistrement d'événements élémentaires, tels que les précurseurs et les répliques, qui ont eu lieu sur le même plan de faille que le signal majeur.

Pour la simulation du choc principal du séisme d'El-Asnam, nous considérerons comme fonction de *Green* les enregistrements de la réplique du 08 Novembre 1980 à 7h 54mn de magnitude $M_L = 5.6$ qui a eu lieu dans la même zone de rupture que l'événement avec un mécanisme au foyer similaire (Milutinovic and Petrovski, 1980). Son épicentre a été localisé à $36^{\circ}08'N$ $1^{\circ}23'E$, à une profondeur d'environ 6 km. La réplique considérée a été enregistrée à deux stations différentes; d'une part la station d'El-Asnam située à 7 km de l'hypocentre, d'autre part, la station d'El-Attaf située à 30 km de l'hypocentre. Nous prendrons en compte, pour les deux stations, les trois composantes cartésiennes (Petrovski and al., 1982).

En utilisant la procédure des *fonctions de Green empiriques*, nous calculons les accélérations synthétiques au rocher associées au choc majeur d'EL-ASNAM. Les résultats obtenus pour cette simulation sont présentés sur les figures 5.1 et 5.2.

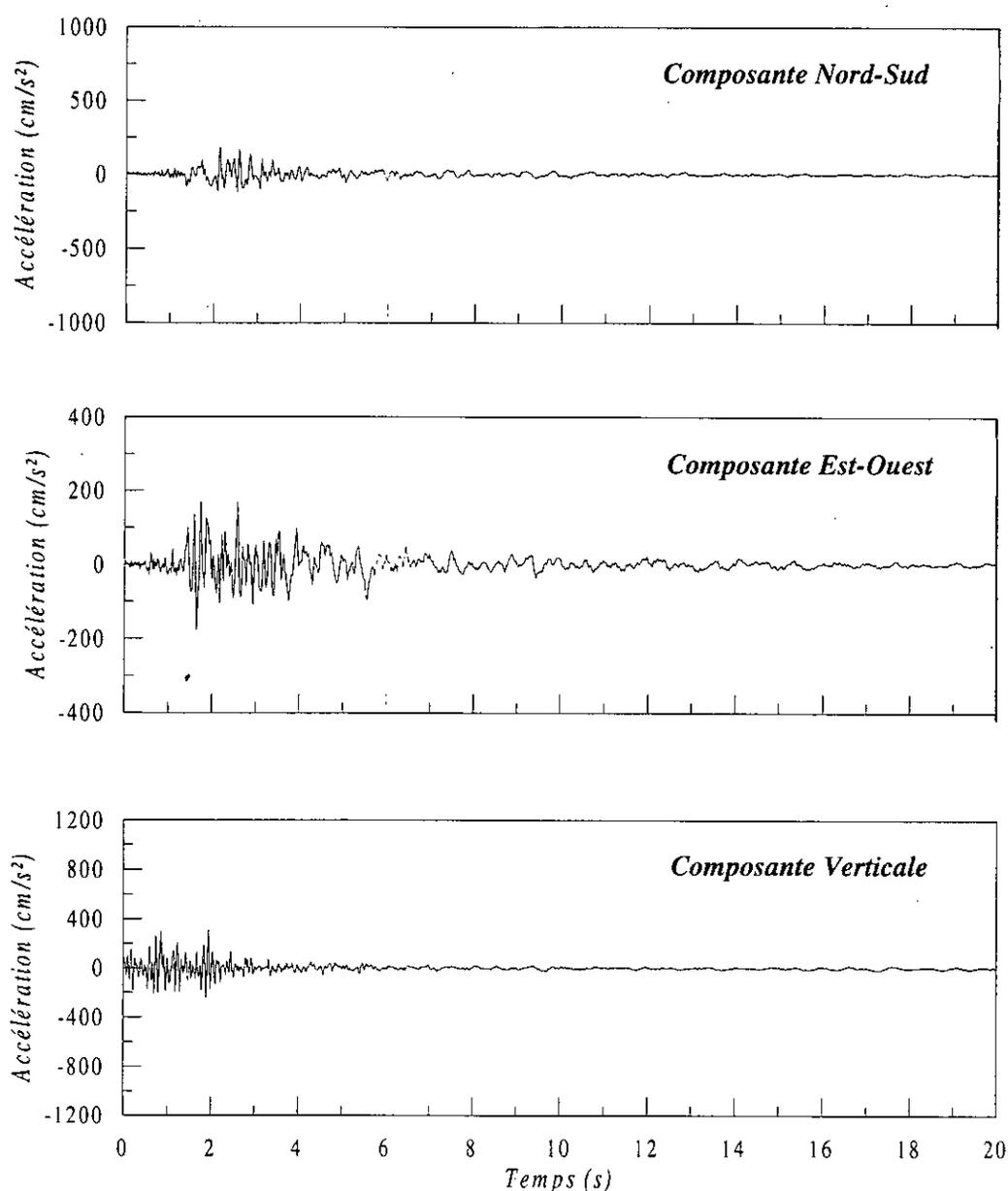


Fig.5.1. Accélérations synthétiques au rocher obtenues pour la station d'El-Asnam par la méthode des fonctions de Green empiriques

On note, après examen des résultats obtenus (fig.5.1 et 5.2), que le signal synthétique au rocher à la station d'El-Asnam présente de fortes amplitudes et est à composante verticale dominante.

Ceci est lié au fait que cette station est située en champ proche et approximativement en zone épiscopentrale. Le terme de radiation est, ainsi, maximal pour les ondes *P* alors que les distances source- récepteur sont faibles.

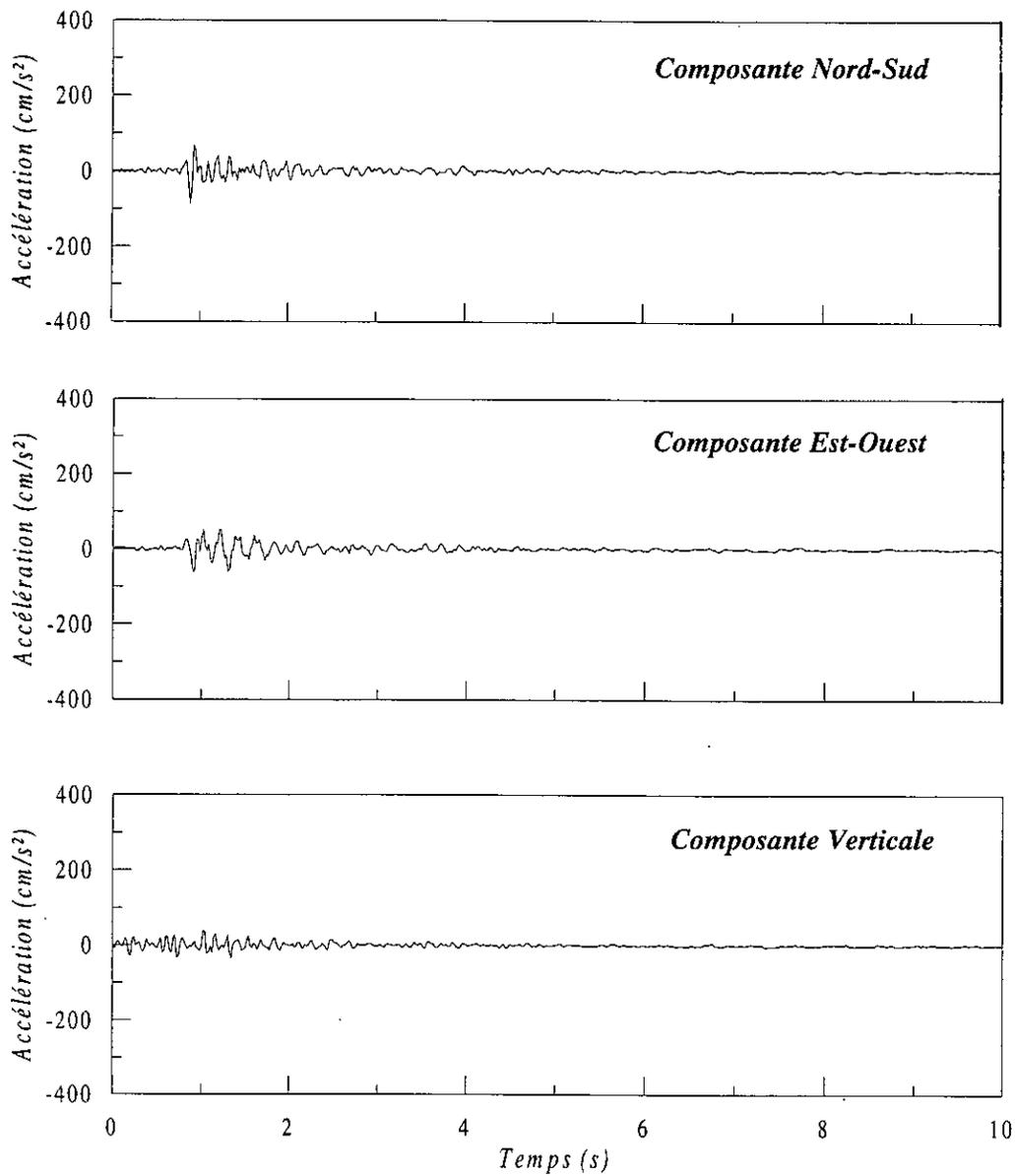


Fig.5.2. Accélérations synthétiques au rocher obtenues pour la station d'El-Attaf par la méthode des fonctions de Green empiriques

La station d'El-Attaf est située approximativement en champ intermédiaire et le terme de radiation est maximal pour les ondes S , ceci explique les amplitudes moins importantes (*par rapport à la station d'El-Asnam*) et les composantes tangentielles dominantes des accélérations dans le signal simulé au rocher pour cette station.

5.3. APPLICATION POUR LA SIMULATION DE L'ACCELERATION EN SURFACE ASSOCIEE AU SEISME EL-ASNAM

Nous appliquons une procédure similaire au cas du *Séisme de San Fransisco*, nous calculons les fonctions de transfert associées au différentes ondes, ainsi que les accélérations synthétiques associées au séisme d'*El-Asnam* obtenues par convolution des accélérations simulées au rocher avec les fonctions de transfert correspondant à chacune des trois composantes.

5.3.1. Détermination des fonctions de transfert

On donne une représentation schématique de la géologie des deux sites d'enregistrement de la réplique considérée sur les *figures 5.3* et *5.4*.

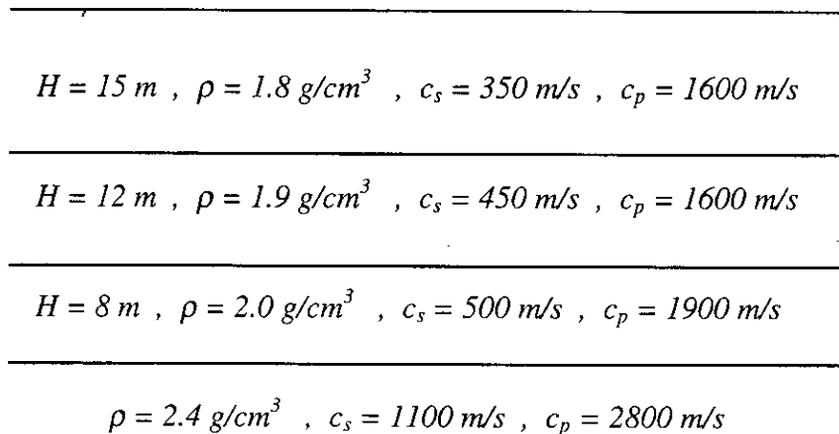


Fig.5.3. Représentation du profil géologique du site d'El-Asnam

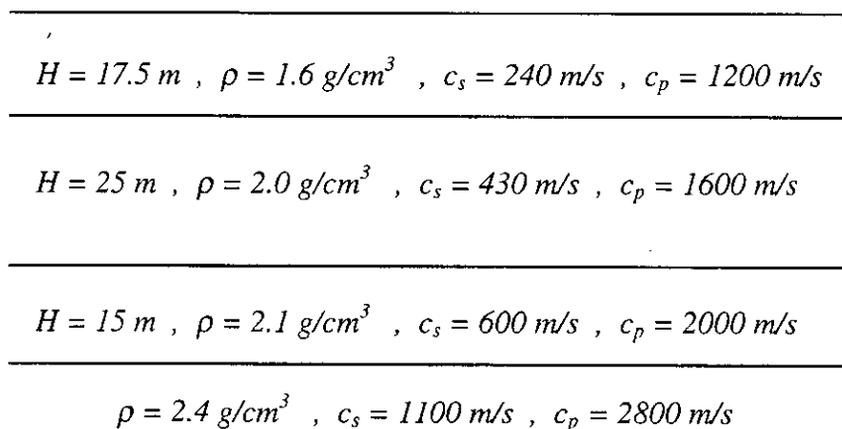


Fig.5.4. Représentation du profil géologique du site d'El-Attaf

Les fonctions de transfert obtenues à partir des résultats de la simulation de l'effet de site sont représentées sur les figures 5.5 et 5.6.

On constate, comme pour le séisme d'*EL ASNAM*, que l'amplification des ondes *S* prédominent dans la bande fréquentielle 1 à 10 Hz, au delà de laquelle l'amplification des ondes *P* devient dominante. Pour les fréquences inférieures à 1 Hz, les couches de sédiments ne présentent pas d'effet d'amplification et ce aussi bien pour les ondes *P* que pour les ondes *S*. (fig.5.5 et 5.6)

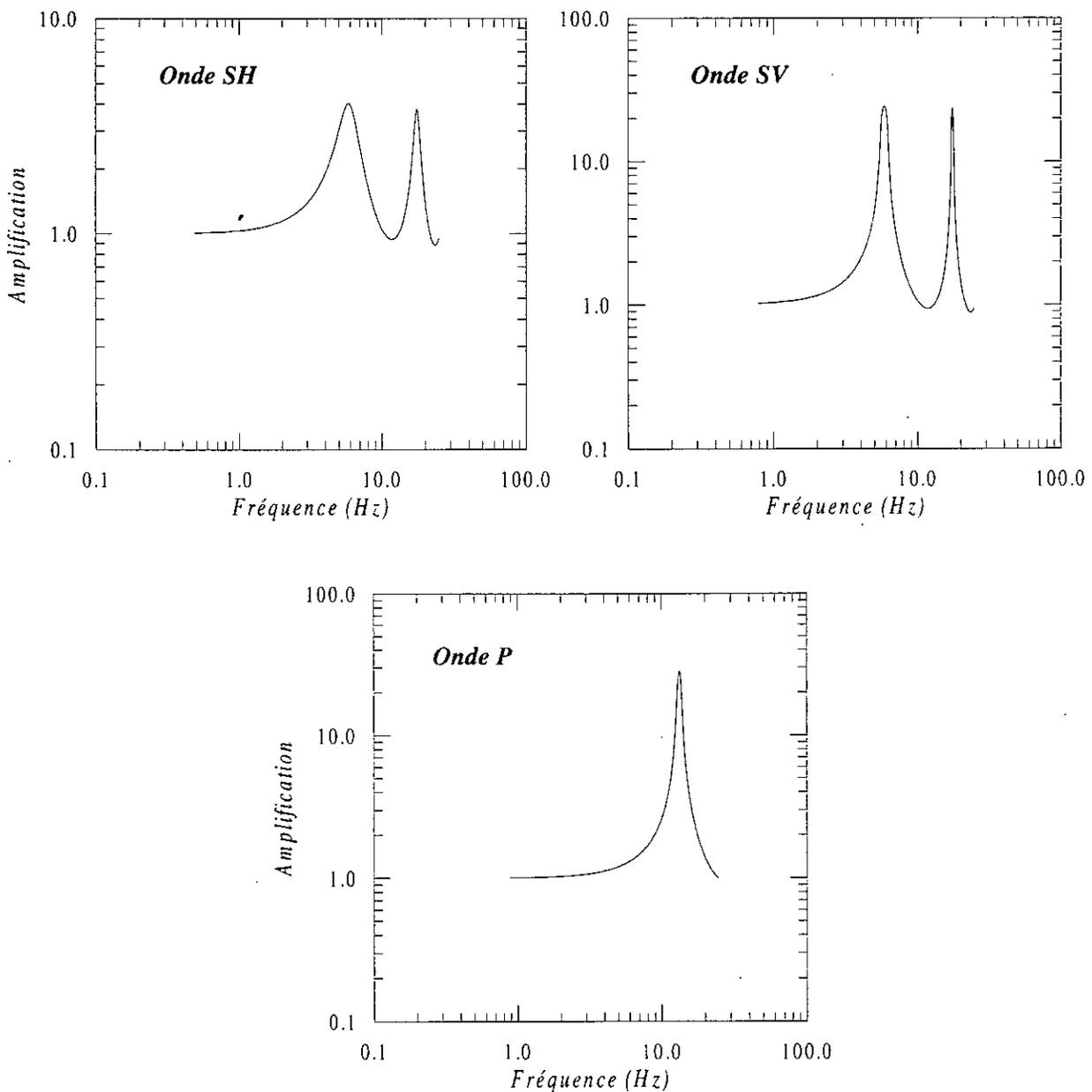


Fig.5.5. Fonction de transfert du site de la station d'El-Asnam

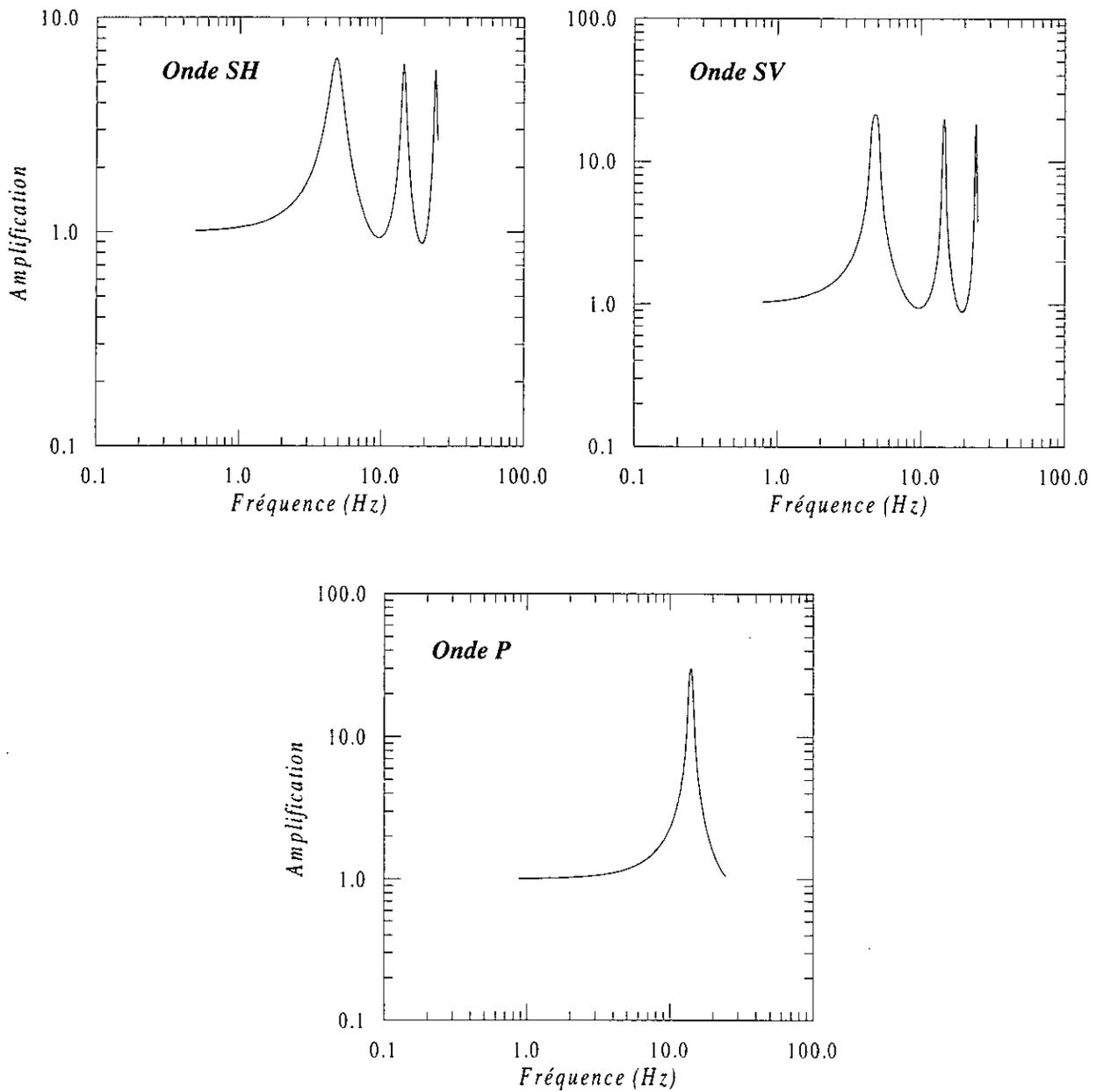


Fig.5.6. Fonction de transfert du site de la station d'El-Attaf

On constate une légère différence des fonctions de transfert entre les deux stations, ceci s'explique par les conditions géologiques et des caractéristiques mécaniques similaires des deux sites considérés.

5.3.2. Calcul de l'accélération en surface

Les formes temporelles en surface libre obtenues à partir des résultats de la simulation sont représentés sur les *figures 5.7* et *5.8*.

Ces figures présentent une certaine similarité dans la trace de l'onde pour une composante donnée quand cette onde se propage à travers les couches présentes sur son trajet. On note l'effet important des couches de sol à travers l'augmentation sensible des amplitudes en passant du rocher à la surface libre. Ceci met en évidence l'amplification du mouvement sismique du sol, l'accélération maximale montre une amplification de 1.5 à 5, une valeur extrême (*une amplification de l'ordre de 8 à 9*) est obtenue pour la composante verticale enregistrée à la station d'El-Asnam.

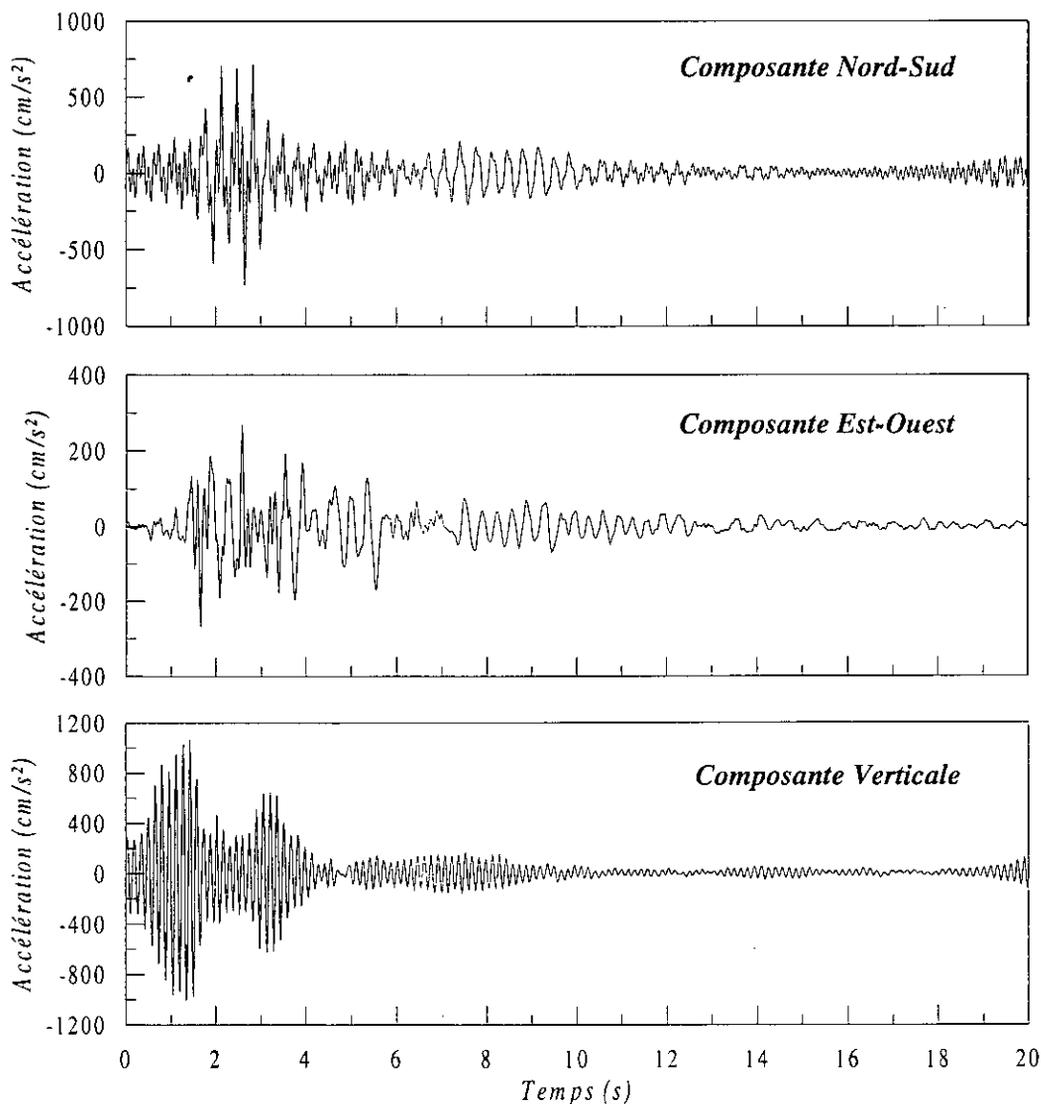


Fig.5.7. Accélérations synthétiques en surface libre obtenues pour la station d'El-Asnam à partir de la convolution des accélérations simulées au rocher avec la fonction de transfert du site calculée par la M.T.H

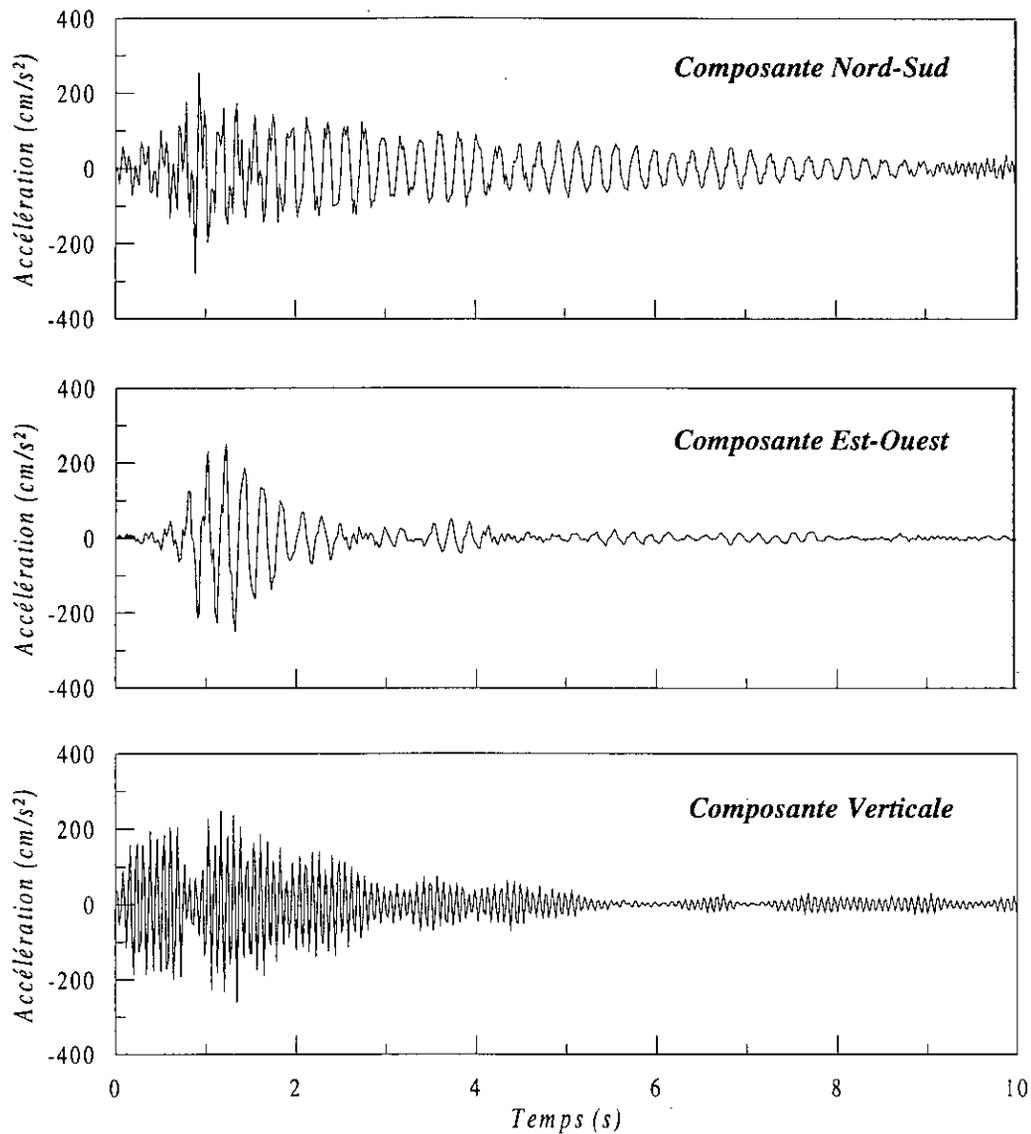


Fig.5.8. Accélérations synthétiques en surface libre obtenues pour la station d'El-Attaf à partir de la convolution des accélérations simulées au rocher avec la fonction de transfert du site calculée par la M.T.H

Les traces temporelles obtenues sont compatibles avec les résultats établis par des experts sur la base de constatations effectuées sur le terrain concernant le comportement des structures et des ouvrages d'art. En effet, les rapports de ce séisme font état d'une dominance des accélérations verticales estimées à *des valeurs voisines de 1 g*.

A présent, déterminons les spectres de *Fourier* au rocher et en surface libre à partir des accélérations synthétiques obtenues pour les stations d'El-Attaf et El-Asnam. Les résultats sont représentés sur les figures 5.9 et 5.10 où les spectres au rocher sont représentés en trait discontinu et les spectres à la surface libre sont représentés en trait continu et ce pour les trois composantes du mouvement.

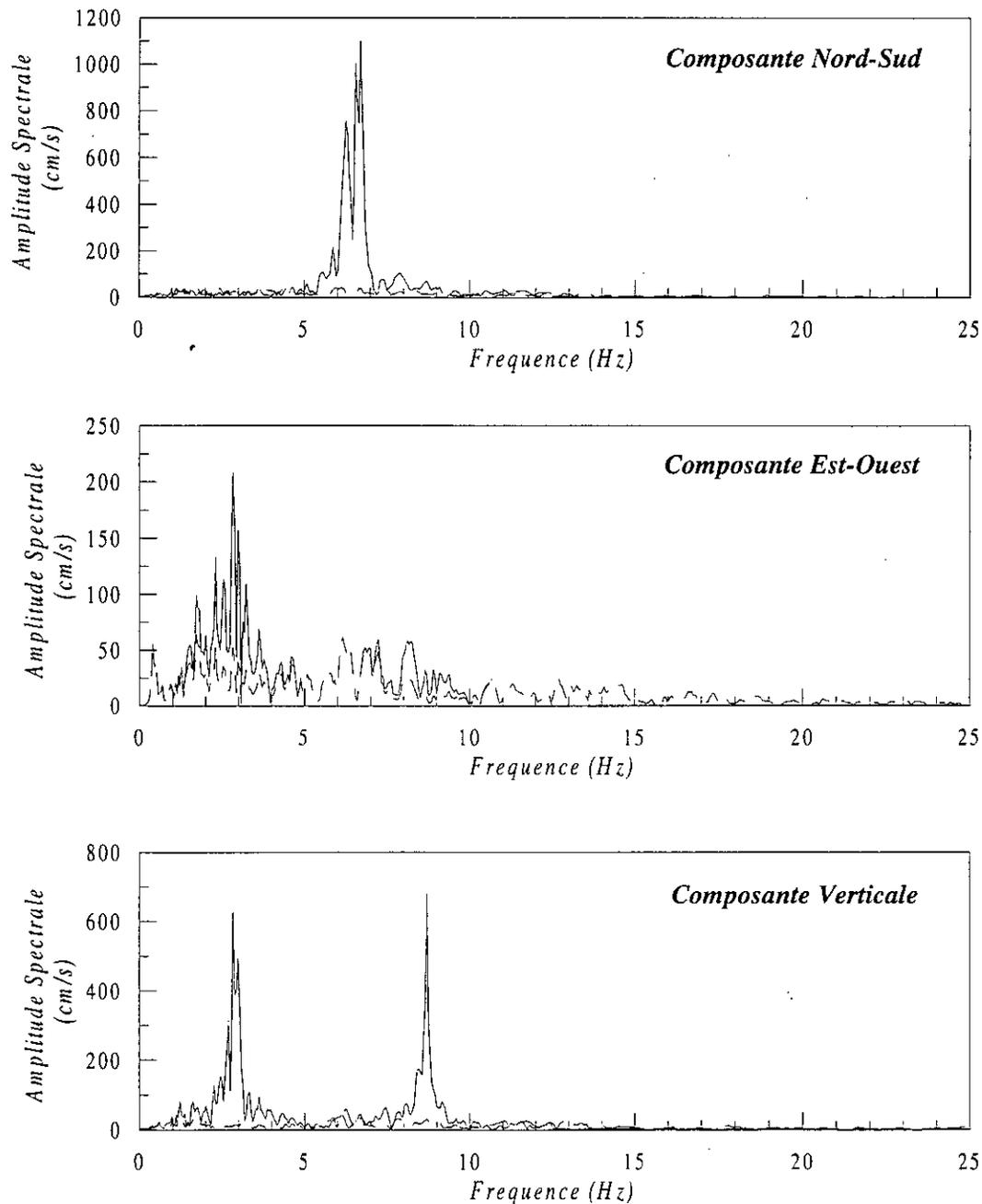


Fig.5.9. Spectres de Fourier obtenus en surface libre pour la station d'El-Asnam

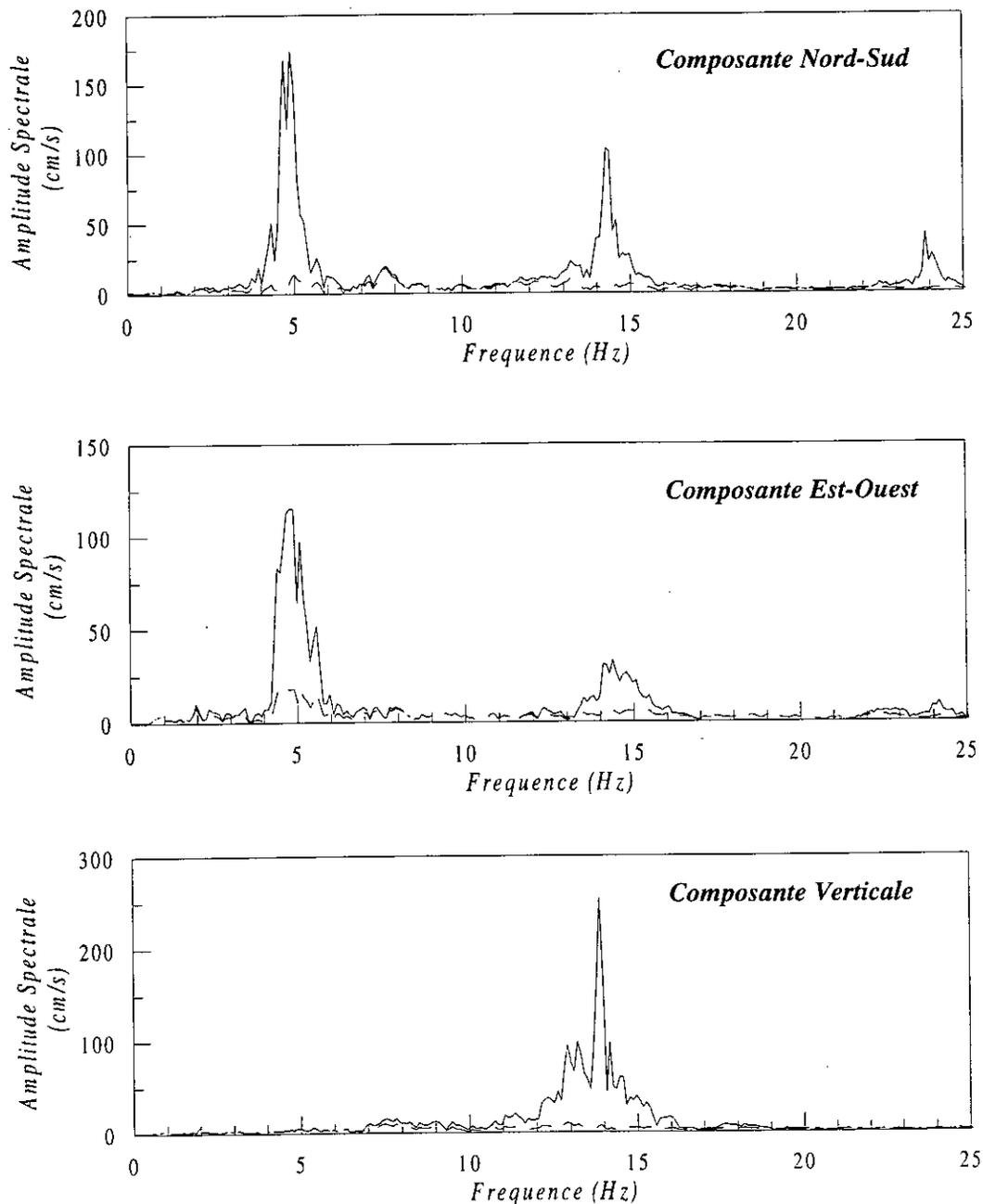


Fig.5.10. Spectres de Fourier obtenus en surface libre pour la station d'El-Attaf

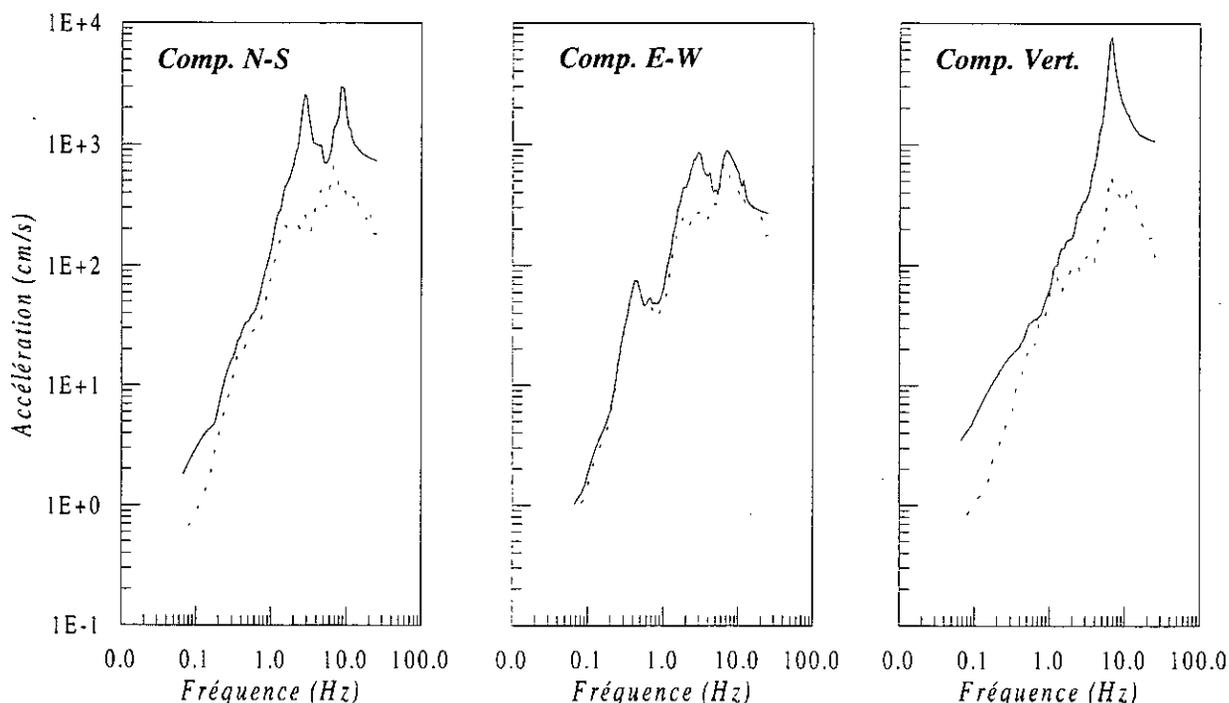
Les figures 5.9 et 5.10 montrent explicitement les amplifications dont sont sujettes les accélérations induites à la base rocheuse dans le domaine fréquentiel. A titre d'exemple, citons l'amplitude maximale pour la station d'El-Asnam pour la composante nord-sud qui passe de 58.40 à 1098.05 cm/s soit un coefficient d'amplification voisin de 19.

5.3.3. Calcul du spectre de réponse

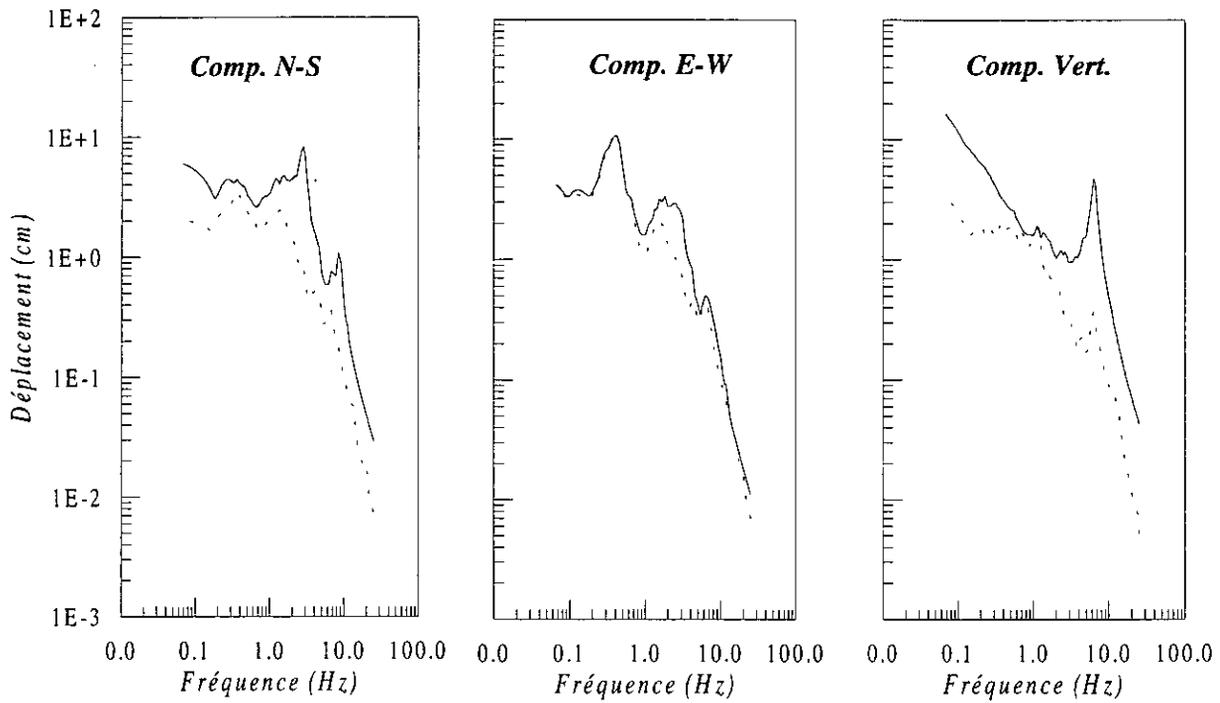
Pour une meilleure représentation et exploitation des résultats pour un aspect d'ingénierie, nous déterminons les spectres de réponse en accélération et en déplacement à partir des résultats obtenus ci-dessus. Les résultats de ce calcul sont présentés sur les figures 5.11 à 5.14.

Ces figures représentent les spectres de réponse en déplacement et en accélération calculés pour les accélérographes à la base et ceux obtenus analytiquement en surface libre, elles permettent une comparaison entre les spectres de réponse au rocher et en surface.

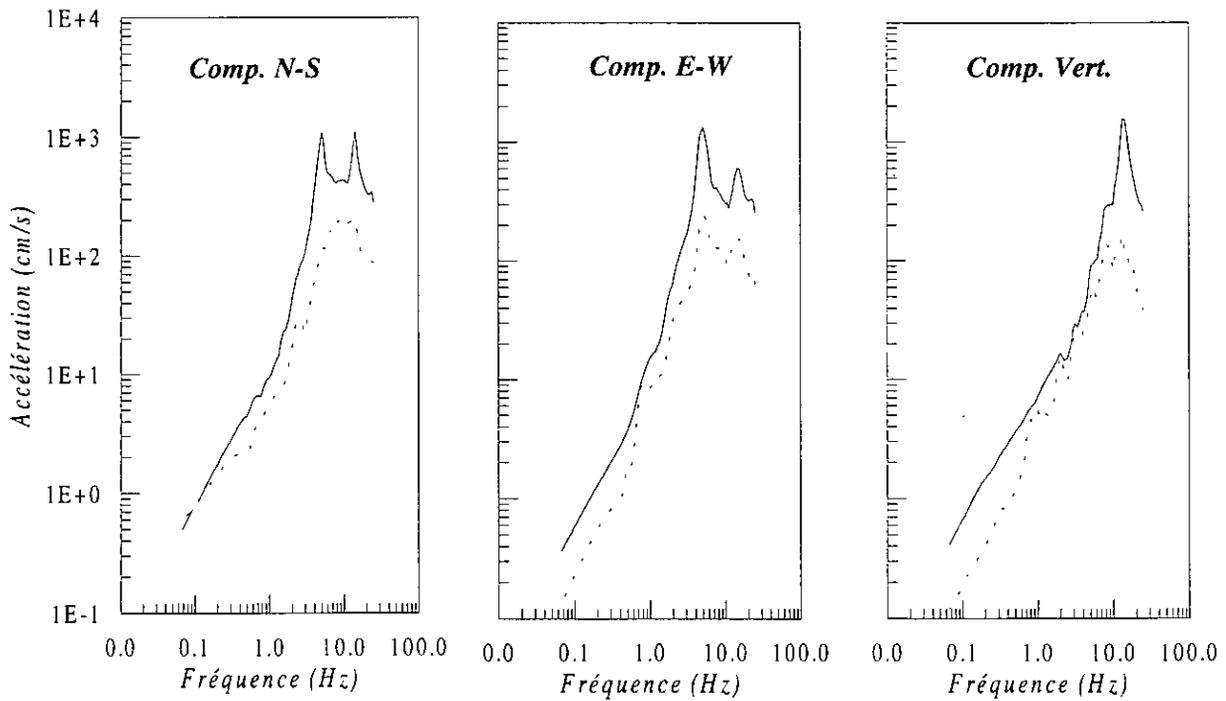
Les résultats montrent, pour des fréquences supérieures à 1 Hz, une différence significative entre le spectre de réponse au rocher et en surface pour le profil étudié. En moyenne, le spectre en surface vaut deux à trois fois celui du rocher, le rapport peut atteindre parfois 10.



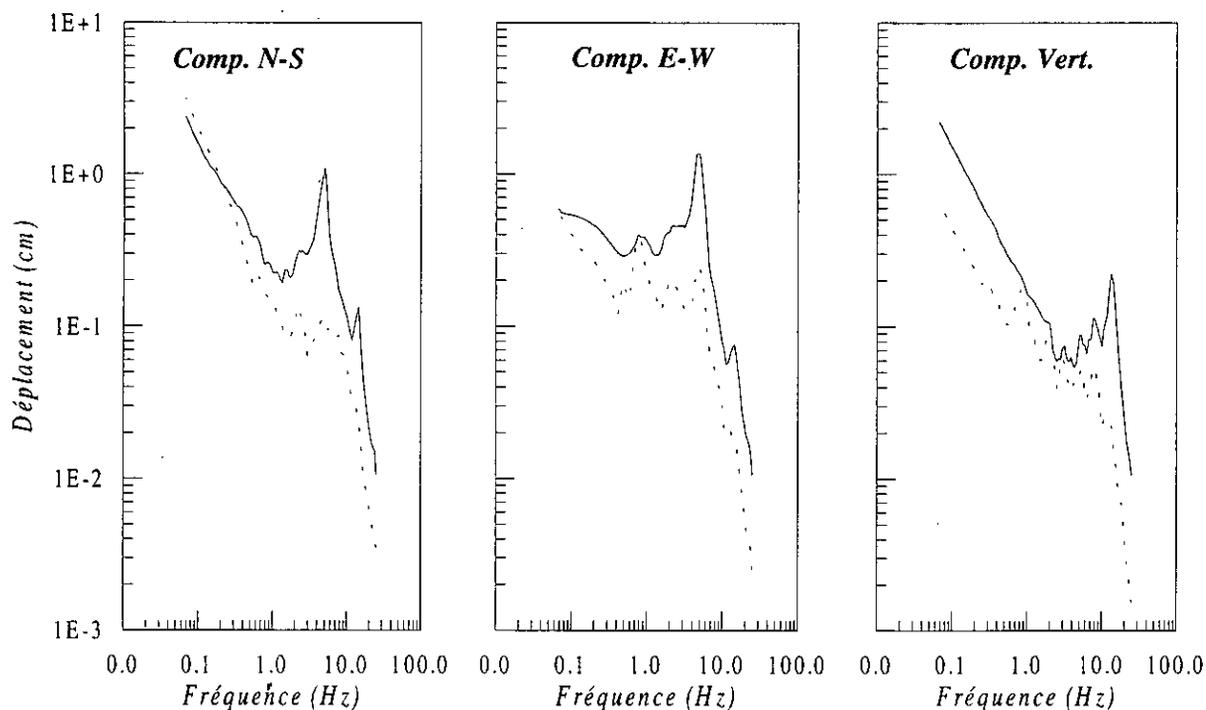
**Fig.5.11. Spectres de réponse en accélération
obtenus pour la station d'El-Asnam**



**Fig.5.12. Spectres de réponse en déplacement
obtenus pour la station d'El-Asnam**



**Fig.5.13. Spectres de réponse en accélération
obtenus pour la station d'El-Attaf**



**Fig.5.14. Spectres de réponse en déplacements
obtenus pour la station d'El-Attaf**

L'examen des figures 5.11 à 5.14, nous permet de constater que les accélérations et déplacements obtenus pour la station d'El-Asnam présentent des amplitudes plus importantes, ceci était prévisible vu que cette station d'enregistrement est proche de la zone de rupture donc l'énergie y arrivant est plus considérable que celle notée à la station d'El-Attaf se situant plus loin de la zone de rupture, cette différence d'énergie est due aux atténuations auxquelles sont sujettes les ondes sur leur trajet entre la source et le site d'enregistrement.

5.4. ONDES DE SURFACE LORS DU SEISME D'EL ASNAM

Pour une étude plus complète du séisme d'El-Asnam, nous proposons d'engager l'analyse des ondes de surface générées lors de ce séisme. Cette analyse concernera les deux stations d'El-Asnam et El-Attaf.

5.4.1. Ondes de Rayleigh

Les résultats obtenus après l'application de la procédure développée pour la propagation des ondes de *Rayleigh* au séisme d'El-Asnam pour les deux stations sont présentés sur les figures 5.15 et 5.16.

On note que les deux accélérogrammes présentent un caractère pseudo-périodique avec d'assez longues périodes du même ordre de grandeur pour les deux stations. Par ailleurs, la station d'El-Attaf présente des amplitudes plus importantes, ceci est dû au fait que cette station est plus éloignée de la zone de rupture que celle d'El-Asnam, donc présente une distance épacentrale plus grande.

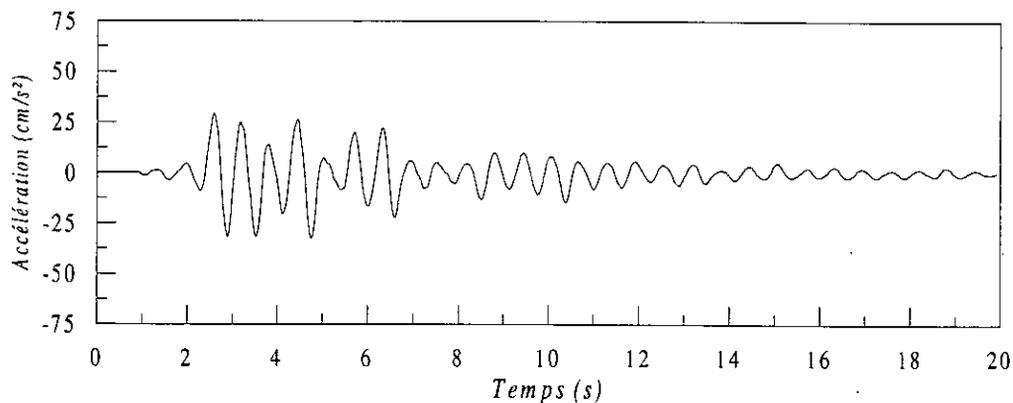


Fig.5.15. Accélérations simulées pour les ondes de Rayleigh à la station d'El-Asnam

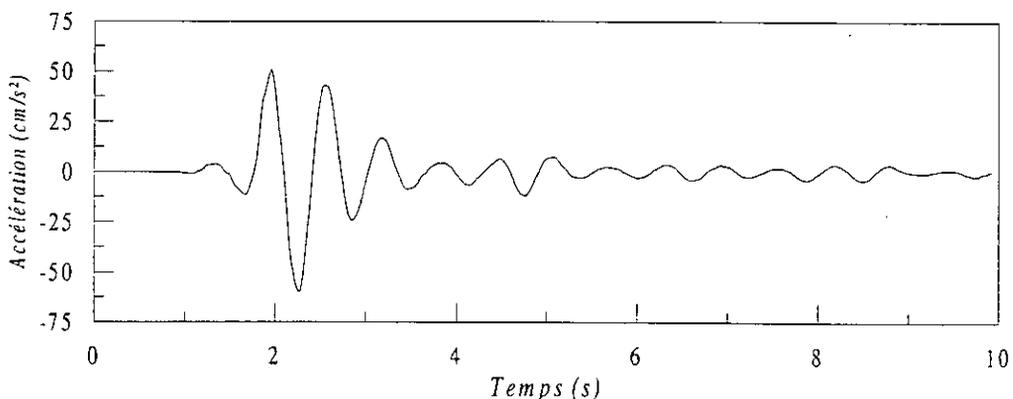
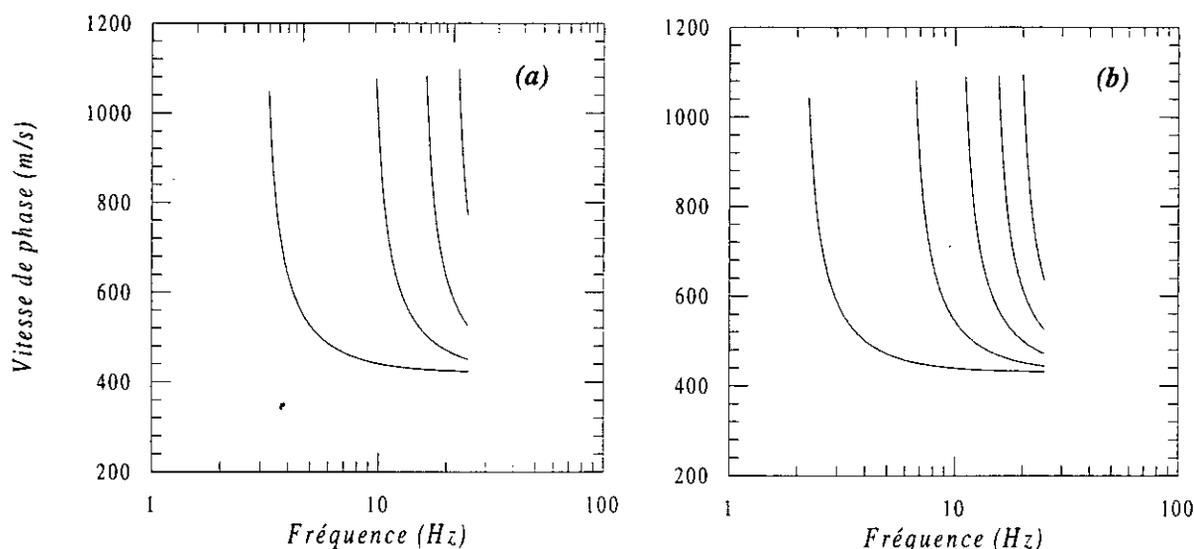


Fig.5.16. Accélérations simulées pour les ondes de Rayleigh à la station d'El-Attaf

5.4.2. Ondes de Love

Nous étudions la dispersion des ondes à la surface libre du site, cette dispersion est représentée par la dispersion des vitesses. La figure 5.17 présente les résultats obtenus pour le séisme d'El-Asnam.



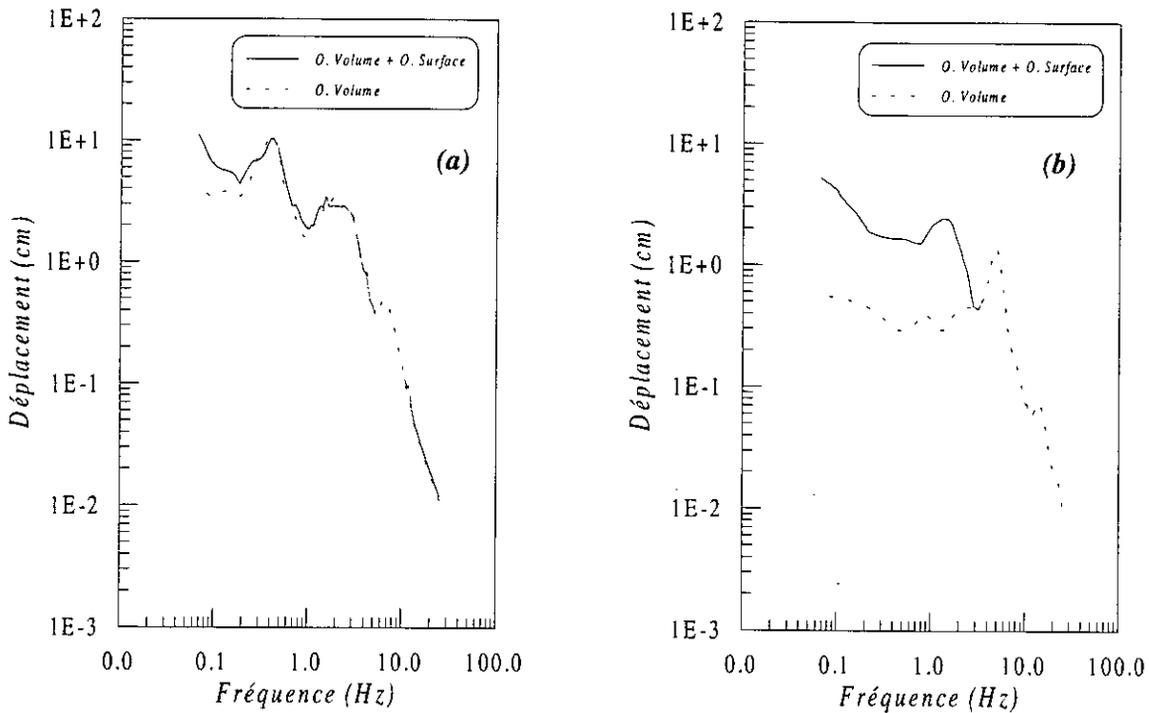
**Fig.5.17. Courbes de dispersion des ondes de Love
(a)El-Asnam (b)El-Attaf**

L'examen des courbes représentées sur la figure 5.17, nous permet de dégager ce qui suit :

- La présence d'un nombre de modes plus important dans l'enregistrement de la station d'El-Attaf, ce qui permet de conclure que les accélérations constatées seraient plus grandes à cette station.
- Le mode fondamental à la station d'El-Attaf présente une fréquence modale inférieure à celle d'El-Asnam, donc une période plus large. Ceci aura pour effet de prolonger la durée du signal à cette station.
- Les courbes de dispersion présente une variation légèrement plus rapide pour la station d'El-Attaf, ceci fait que les accélérations enregistrées aux deux stations présentent des périodes similaires.

5.4.3. Effet des ondes de surface sur la réponse du site

Pour quantifier l'effet des ondes de surface sur la réponse du site, nous nous proposons de calculer et de représenter les spectres de réponse en terme de déplacement sans et avec prise en compte de la contribution des ondes de surface. La figure 5.18 présente les résultats de cette étude.



**Fig.5.18. Spectres de réponse en déplacement
(a)El-Asnam (b)El-Attaf**

En considérant les ondes de surface, on constate, pour les deux stations, une différence de la réponse pour des fréquences inférieures à 2-3 Hz, au delà de cette fréquence la différence devient insignifiante. Cette différence est accrue pour la station d'El-Attaf où on note une nette augmentation des déplacements (*atteignant un coefficient de 10*). De ce fait, on peut déduire que les ondes de surface apportent une contribution considérable dans le mouvement des sols lorsqu'il s'agit de sites situés en champ intermédiaire ou lointain du lieu de rupture de la faille.

La considération des ondes de surface dans le calcul pour des sites situés en champ intermédiaire ou lointain s'avère nécessaire particulièrement pour des structures de faible ou moyenne rigidité.

5.5. EVOLUTION TEMPORELLE DU CONTENU FREQUENTIEL

Les ondes qui se propagent à l'intérieur de la terre (*espace non homogène*) subissent de multiples distorsions sur les multiples interfaces, de même que des atténuations (*géométriques et anélastiques*). Ces effets, ajoutés à ceux de la dynamique de la source, engendrent des groupes d'ondes de caractéristiques différentes qui atteignent le site d'enregistrement à des instants différents. Ce phénomène s'illustre dans un enregistrement sismique par un contenu spectral qui varie au cours du temps : ces variations sont les effets simultanés du processus de rupture, de la propagation ainsi que celle des caractéristiques mécaniques et géométriques du site.

Nous décrivons les variations temporelles du contenu spectral par une représentation tridimensionnelle du spectre physique qui constitue une représentation physique de l'énergie totale moyenne du séisme dans le plan temps-fréquence (*Hammoutène, Bard & Tiliouine, 1991, Aknouche, 1999*). On peut, sur cette représentation tridimensionnelle, détailler l'évolution temporelle des amplitudes des diverses ondes sismiques constitutives, ainsi que les durées respectives de ces dernières.

5.5.1. Evolution temporelle du contenu spectral du séisme d'El-Asnam

Dans ce qui suit, nous déterminons l'évolution du contenu spectral des enregistrements du séisme d'El-Asnam au cours du temps, et ce pour les deux différentes stations (*El-Asnam et El-Attaf*). Les résultats obtenus à partir de ce calcul sont illustrés sur les figures 5.19 à 5.22.

Ces figures montrent une altération du contenu fréquentiel au fil du temps, les amplitudes spectrales $S(t,f)$ du mouvement de sol varient avec le temps, ceci a pour effet de modifier les caractéristiques de la réponse. En présence de structures, cette altération du contenu spectral conduit à la décroissance graduelle de la fréquence effective qui se traduit par un ramollissement de la structure donnant lieu à des amplifications significatives modifiant ainsi la réponse.

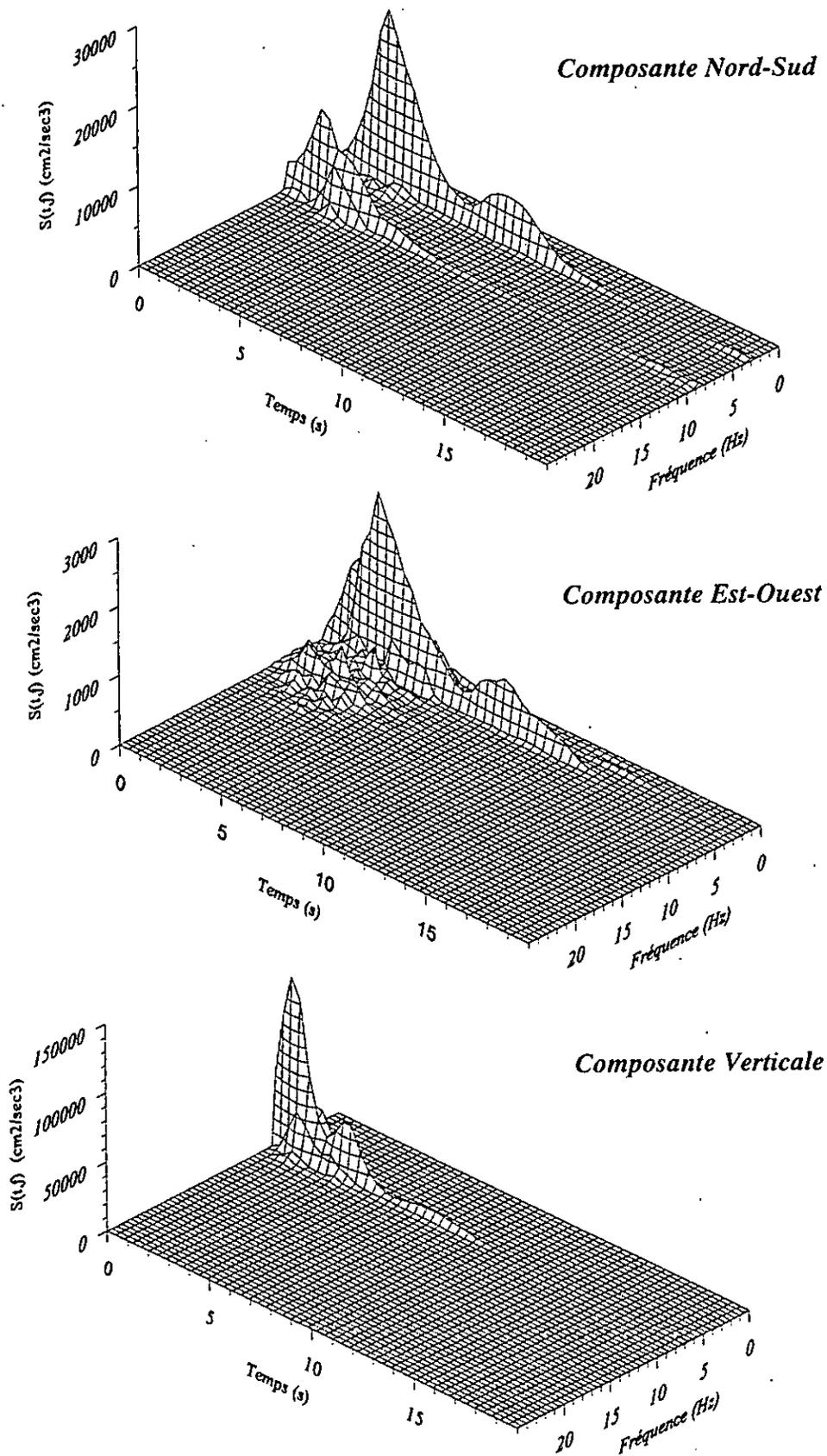


Fig.5.19. Evolution temporelle du contenu spectral
obtenue pour la station d'El-Asnam

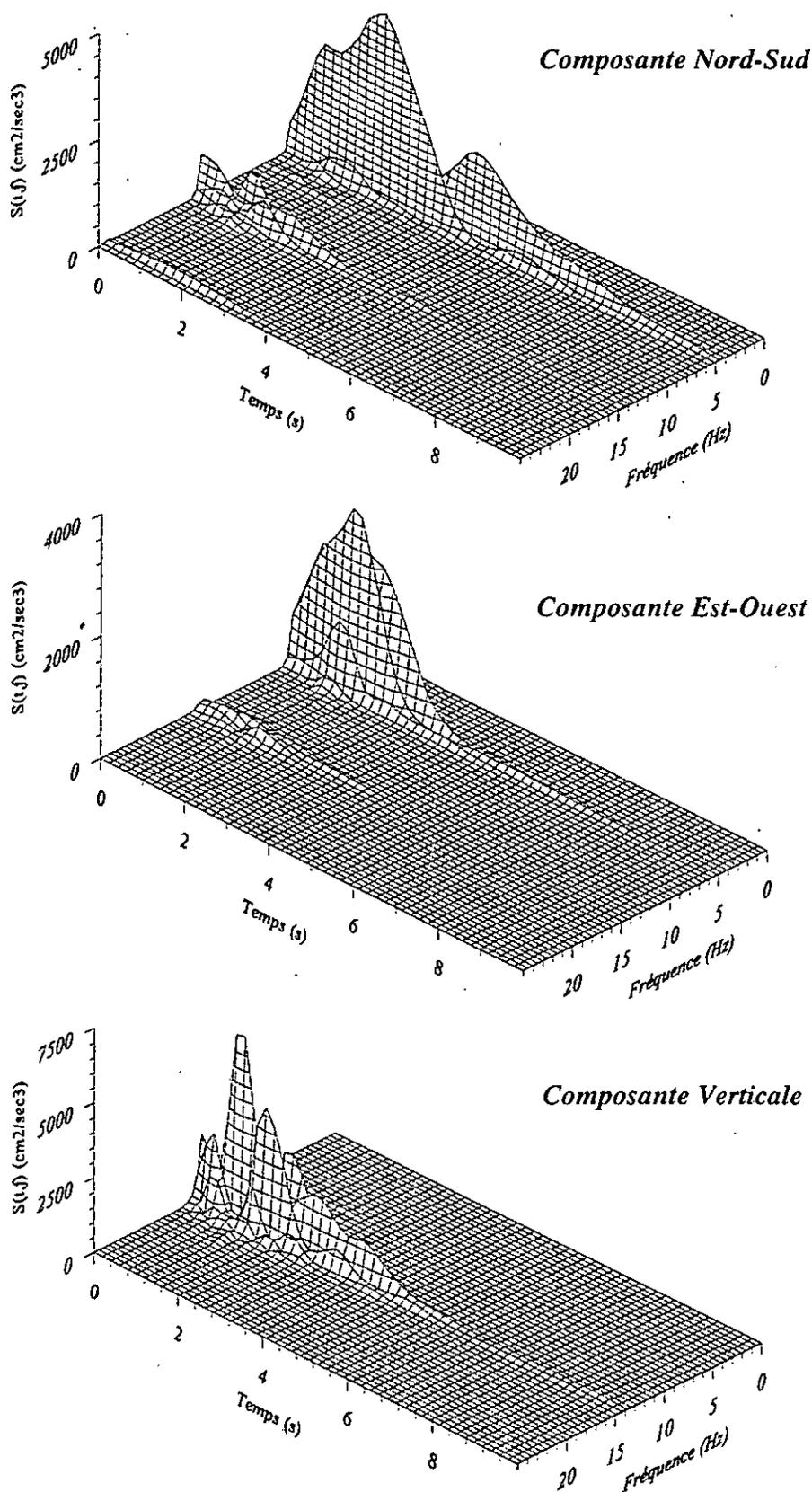


Fig.5.20. Evolution temporelle du contenu spectral
obtenue pour la station d'El-Attaf

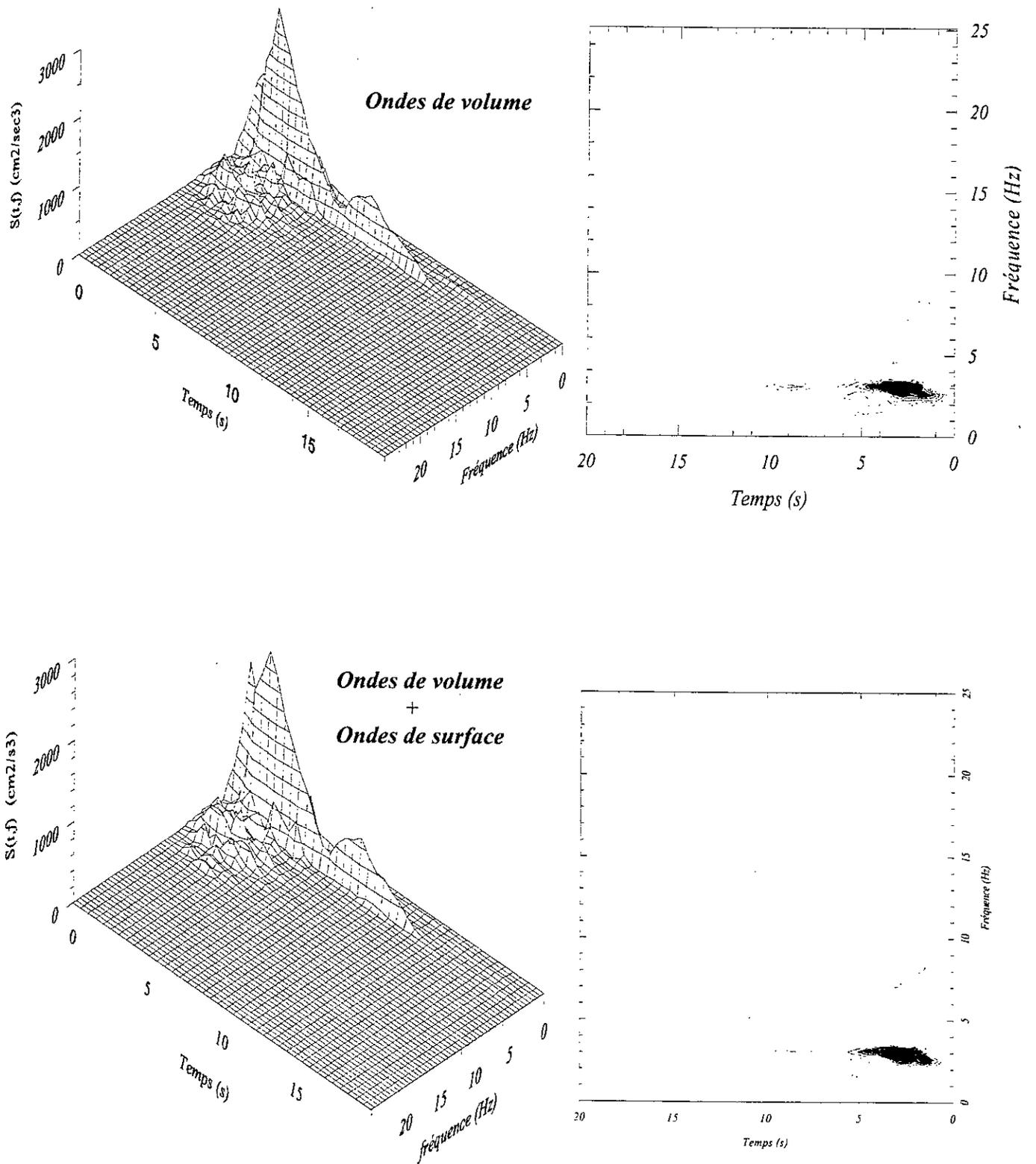
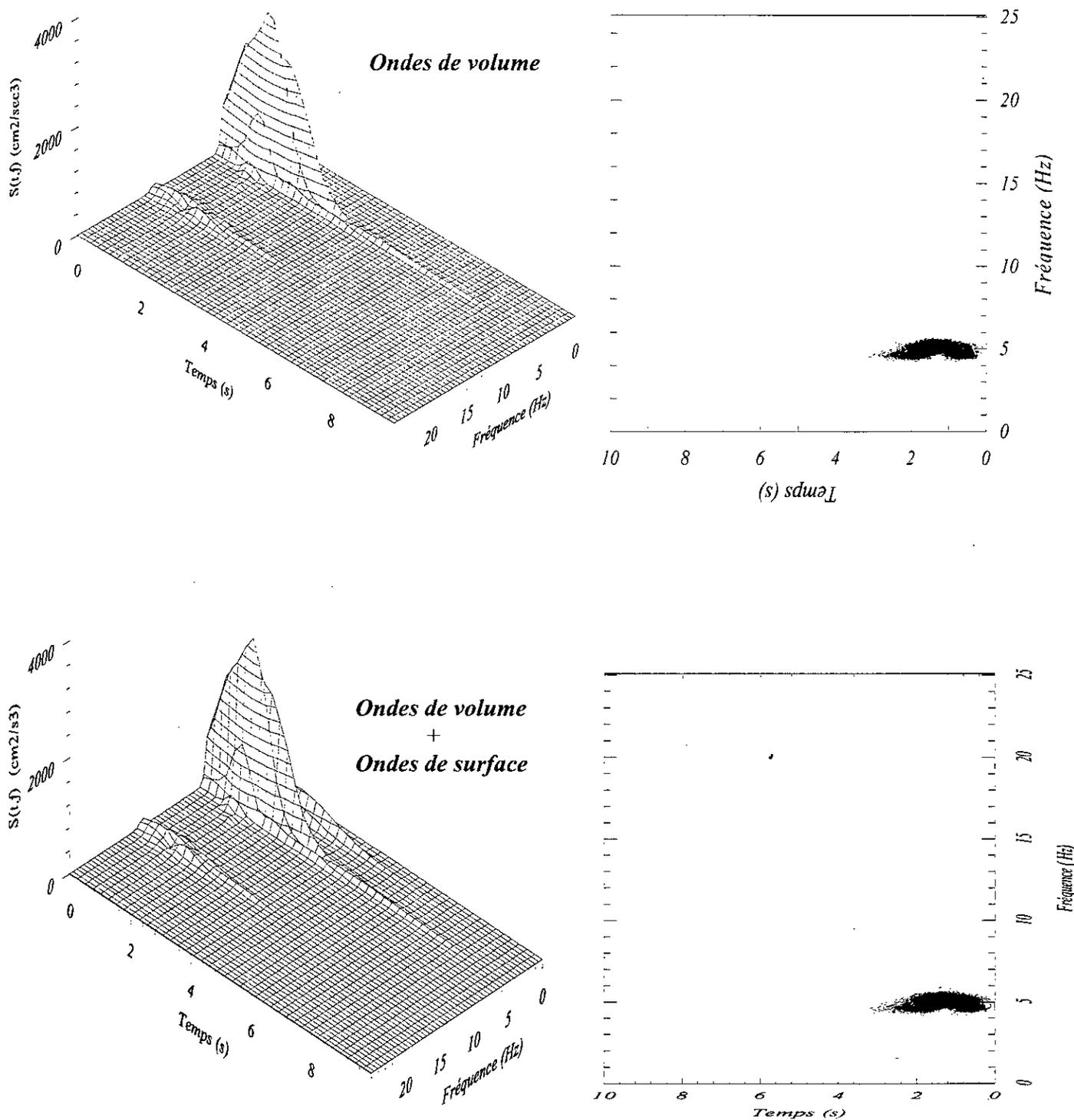


Fig.5.21. Evolution temporelle du contenu spectral
obtenue pour la station d'El-Asnam



**Fig.5.22. Evolution temporelle du contenu spectral
obtenue pour la station d'El-Attaf**

5.6. CONCLUSION

Les résultats obtenus pour le calcul de l'histoire temporelle, dans le cas du séisme d'El-Asnam (10 Octobre 1980), ont mis en évidence, dans les domaines temporel et fréquentiel, de très fortes variations des amplitudes du mouvement pour des points situés en surface libre par rapport aux points situés en profondeur (*assise rocheuse*). Les accélérations obtenues sont compatibles avec les résultats établis par des experts sur la base de constatations effectuées in-situ sur le comportement des structures et des ouvrages d'art. En effet, les rapports de ce séisme font état d'une dominance des accélérations verticales estimées à *des valeurs voisines de 1 g*.

En considérant les ondes de surface pour le séisme d'El-Asnam dans le cas des deux stations, on note une différence de la réponse pour les basses fréquences au delà desquelles la différence devient insignifiante. Cette différence est accrue pour des distances épacentrales importantes. De ce fait, on peut conclure que les ondes de surface apportent une contribution considérable dans le mouvement des sols lorsqu'il s'agit de sites situés en champ intermédiaire ou lointain du lieu de rupture de la faille.

La considération des ondes de surface dans le calcul pour des sites situés en champ intermédiaire ou lointain s'avère nécessaire particulièrement pour des structures de faible ou de moyenne rigidité.

CONCLUSION GENERALE

L'extension des dommages observés durant les récents séismes dans les régions alluvionnaires, générant une large amplification du mouvement a encouragé l'étude de l'effet de la géologie sur la réponse des sols. L'objectif de ces études est d'examiner l'effet de l'inhomogénéité des couches en profondeur sur l'amplification du mouvement du sol. L'application concerne aussi bien les ondes de volumes que les ondes de surface.

La présente étude constitue une modeste contribution dans ce domaine, elle est présentée en deux volets principaux, le premier concerne l'effet de site induit par la géologie locale du site et son influence sur la réponse du sol, le second est consacré à l'analyse des ondes de surface et leur effet sur la réponse du site.

Le but de cette étude est de concevoir un outil qui permette de prévoir et d'anticiper au mieux les formes des enregistrements pour différents types de sol et différentes conditions géologiques en considérant la contribution, au mouvement des ondes de surface. A cet égard, une procédure a été développée afin de quantifier la modification de l'histoire temporelle des mouvements de sol, induite par l'effet de site et la prise en compte des ondes de surface, au voisinage des stations d'enregistrement. Le modèle théorique adopté, pour décrire la nature physique de la dépendance, fonction de la fréquence, entre l'amplification du séisme et les conditions géologiques locales du sol, est celui proposé par *Thomson et Haskell (1960, 1962)* dont on présente le fondement théorique et la formulation basée sur le concept de la matrice de transfert. Le grand avantage de cette méthode (*M.T.H*) est qu'on n'a pas besoin de séparer les ondes incidentes et réfléchies, par le biais de cette technique, toutes les ondes correspondant à chaque couche peuvent être directement calculées.

L'amortissement radiatif en présence dans le sol réduit les pics, son effet décroît avec l'augmentation des fréquences. L'amortissement matériel est inclus dans la formulation à travers le facteur de qualité Q .

Nous avons appliqué la procédure développée à partir de la méthode de *Thomson-Haskell* au séisme de *San Francisco* (08 Janvier 1977, Californie, USA) pour lequel nous disposons des résultats. Pour ce cas étudié, nous avons considéré le profil géologique établi pour ce site (*Johnson & Silva, 1981*) afin de calculer l'effet de site induit lors de ce séisme, à la suite de quoi, nous avons déterminé la réponse du site en tenant compte de cet effet, ce qui nous a permis de constater l'importance de cet effet. La bonne concordance entre les résultats obtenus par l'approche de *Thomson-Haskell* et ceux observés sur site indique que la procédure que nous avons développée est satisfaisante.

L'approximation des discontinuités présentes dans le sol par des interfaces planes donne des estimations cohérentes et raisonnables pour les exemples traités. Si la nature de l'onde incidente varie, les amplitudes, la localisation et la distribution relative des pics varient rapidement.

En outre, nous avons appliqué notre méthodologie au séisme d'*El-Asnam* (10 Octobre 1980) pour lequel le choc majeur au rocher a été simulé par la *méthode des fonctions de Green empiriques* à partir des enregistrements de la réplique du 08 Novembre 1980 à 7h54 qu'on a considérée comme événement élémentaire (*fonctions de Green empiriques*). Cette réplique a eu lieu dans la même zone que l'événement principal, avec un mécanisme au foyer similaire. Les résultats obtenus pour le calcul de l'histoire temporelle, ont mis en évidence, dans les domaines temporel et fréquentiel, de très fortes variations des amplitudes du mouvement pour des points situés en surface libre par rapport aux points situés en profondeur (*assise rocheuse*). Les accélérations obtenues sont compatibles avec les résultats établis par des experts sur la base de constatations effectuées in-situ sur le comportement des structures et des ouvrages d'art. En effet, les rapports de ce séisme font état d'une dominance des accélérations de la composante verticale estimées à *des valeurs voisines de 1 g*.

Cette étude a montré que la variation du mouvement en profondeur dépend seulement des propriétés du site au dessous du niveau où est calculé ce mouvement.

Les résultats présentés dans ce travail donnent une idée assez fidèle de l'ordre de grandeur des altérations que subit le signal généré au rocher. Tous les résultats montrent, à l'évidence, l'intérêt et l'importance de la structure géologique et géotechnique du sol et la nécessité de prendre en compte, dans une stratégie parasismique, les effets de site d'origine structurale par l'acquisition de données expérimentales. Cet effet joue un rôle déterminant dans le processus d'évaluation de la réponse sismique particulièrement pour une structure fondée sur un sol flexible.

En effet, on peut affirmer l'existence des effets des couches de surface (*alluvions et sédiments*) puisque les amplifications mentionnées dans la littérature dépassent parfois 20 dans le domaine fréquentiel, et 4 à 5 dans le domaine temporel. Les terrains de surface jouent un rôle de filtre sélectif vis-à-vis du signal issu du substratum.

La prédiction des effets de site nécessite au préalable une compréhension physique du phénomène et des modèles numériques en concordance avec les observations.

Il est évident que les effets de site causés par les tremblements de terre ne sont pas les seuls responsables de l'amplification ou de l'atténuation des ondes sismiques enregistrées aux diverses stations. L'influence de *la source* qui contrôle la génération des ondes sismiques, de *la directivité*, celle du *chemin de propagation* à travers les structures de la terre, de *l'atténuation géométrique et anélastique (dissipation d'énergie)* et de *l'hystérésis du matériau (non-linéarité)* constituant le sol sont aujourd'hui le centre d'intérêt des sismologues et des ingénieurs géotechniciens.

La présente étude a, notamment, mis en évidence l'effet des ondes de surface (*Rayleigh et Love*). La prise en compte des ondes de surface introduit une nette modification de la réponse pour les basses fréquences ($f < 2$ à 3 Hz), pour la gamme des hautes fréquences la différence devient insignifiante. Cette différence est accrue pour des sites situés dans le champ intermédiaire et lointain, les ondes de surface apportent dans ces cas une contribution considérable dans le mouvement des sols.

La considération des ondes de surface dans le calcul pour des sites situés en champ intermédiaire ou lointain s'avère nécessaire particulièrement pour des structures de faible ou moyenne rigidité.

A l'issue de ces travaux, de nouvelles perspectives de recherche sont envisagées et qui constituent une continuité ou une amélioration de ce qui a été effectué dans cette thèse, nous citons :

- ◆ Extension de l'étude au domaine non-linéaire en considérant une loi de comportement linéaire équivalent ou non-linéaire en adoptant des lois de comportement appropriées.
- ◆ Introduction d'une loi de variation de la densité et du module d'élasticité avec la profondeur en choisissant un modèle de variation adéquat.
- ◆ Prise en compte d'une variation latérale des caractéristiques du sol ou introduction d'une frontière latérale.
- ◆ Considération d'une variation des vitesses de propagation avec la fréquence.
- ◆ Une étude plus approfondie des ondes de surface.

Dans notre étude, nous ne considérons que la variabilité dans le temps de l'excitation sismique, nous pouvons considérer la variabilité spatiale (*mouvements non uniformes*) qui est indispensable dans le cas de mouvements sismiques forts. Cela implique la prise en compte de l'inter-corrélation modale.

Il serait intéressant que sur la base de travaux précédents (*Berrah & Kausel, 1990, 1992*), les modèles de spectres de réponse soient ajustés en intégrant dans les chargements sismiques non uniformes l'effet des ondes de surface.

Les effets de la topographie, des discontinuités latérales, de rhéologie complexe restent à éclaircir. Le rôle des déplacements différentiels, rarement pris en considération dans les effets de site doit être précisé.

Ce n'est pas parceque les choses sont difficiles que l'on n'ose jamais, mais parcequ'on n'ose pas que les choses sont difficiles.

REFERENCES

- Abbiss, C.P., 1989.** " Seismic Amplification. Mexico City ", *Earthquake. Eng. Struct. Dyn.* , Vol . 17, pp.79-88.
- Achenbach, J.D., 1973.** " Elastic Waves in Solids. North Holland ". Amsterdam.
- Aki, K & K.L., Larner, 1970.** " Surface Motion of a Layered Medium Having an Irregular Interface due to Incident Plane SH Waves ", *Journ. Geophys. Res.*, Vol. 75, pp. 933-954.
- Aki, K & P.G., Richards, 1980.** " Quantitative Seismology : Theory and Methods " W. H. Freeman, San Fransisco.
- Aki, K., 1988.** " Local Site Effect on Strong Motion ", *Geotechnical Special Publication. N° 20, ASCE*, pp. 103-155.
- Aknouche, H., 1999.** " Identification et Analyse des Effets des Non-Stationnarités des Mouvements Sismiques sur la Réponse des Structures ", *Thèse de Magister, Ecole Nationale Polytechnique, Alger*.
- Badaoui, M., 1998.** " Investigation Analytique et Numérique du Phénomène d'Interaction Dynamique dans les Systèmes Multicouches-Structures Multiples ", *Thèse de Magister, Ecole Nationale Polytechnique, Alger*.
- Bard, P. Y. & M., Bouchon, 1980.** " The Seismic Response of Sediment Filled Valley's. Part I ", *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 70, N°4, pp. 1263-1286.
- Bard, P. Y. & M., Bouchon, 1980.** " The Seismic Sespense of Sediment Filled Valley's. Part II ", *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 70, N°5, pp. 1921-1941.
- Bard, P. Y.** " Cours de Sismologie de l'Ingénieur ", *LGIT, IRIGM, Univesité Joseph Fourier, Grenoble, France*
- Bard, P.Y., J.L, Durville & J.P., Ménéroud, 1983.** " Amplification des Ondes Sismiques : Influence des Conditions Géologiques Locales ", *Bull. Liaison. Labo. Ponts et Chaussées*, Vol. 123, Jan-Fev.
- Berrah, M. K. & E., Kausel, 1990.** " Modified Response Spectrum Model for the Design of Structures Subjected to Spatially Varying Seismic Excitation ", *Report N° R90-2, MIT, Department of Civil Engineering, Cambridge, Massachussets, USA.*
-

- Berrah, M. K. & E., Kausel, 1992.** " Response Spectrum Analysis of Structures Subjected to Spatially Varying Motion ". *Earth. Eng. Struct. Dyn.*, Vol 21, pp. 461-470.
- Boore, D. M., 1983.** " Stochastic Simulation of High Frequency Ground Motion Based on Seismological Models of the Radiated Spectra ", *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 73, N° 6, pp. 1865-1894.
- Boore, D.M. & W.B., Joyner, 1984.** " Ground Motion and Response Spectra at Soil Sites from Seismological Models of Radiated Spectra ", *Proc. 8th World Conf. Earthqu. Eng.*, San Fransisco, USA, pp. 457-464.
- Borcherdt, R.D. & G., Glassmeyer, 1992.** " On the Charateristics of Local Geology and their effects on Ground Motion Generated by Lome Prieta Earthquake in San Fransisco Bay Region, California ", *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 82, pp. 603-641.
- Bouchon, M., 1978.** " A dynamic Source Model for the San Fernando Earthquake ", *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 68, pp. 1555-1576.
- Brune, J.N., 1970.** " Tectonic Stress and the Spectra of Seismic Shear Waves from Earthquakes ", *Journ. Geophys. Res.*, Vol. 75, N°26, pp. 4997-5009.
- Campbell, K.W., 1981.** " Near Source Attenuation of Peak Horizontal Acceleration ", *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 71, pp. 2039-2070.
- Campillo, M., 1998.** " Diffusion Multiple des Ondes Elastiques dans la Lithosphere ", *Thèse de Doctorat*, Grenoble, France.
- Chan, W.W. & B.J., Mitchell, 1985.** " Surface Waves Dispersion, Crustal Structure and Sediment Thickness ", *Geophys. Journ.*, Vol. 80, N°2.
- Coulomb, J. & G., Jobert, 1973.** " Traité de Géophysique Interne. 1- Sismologie et Pesanteur ". Ed. Masson et Cie, Paris, France.
- Der Kiureghian, A., 1996.** " A Coherency Model for Spatially Ground Motions ". *Earthqu. Eng. Struct. Dyn.*, Vol. 25, pp. 99-111.
- Deschamps, A. & Y., Gaudemer, 1981.** " Etude d'Ondes Téléseismiques Longues Périodes ". Congrès d'Alger. 15 et 16 Juin 1981, pp. 132-138.
- Dorel, J., 1981.** " Détermination Relative du Séisme d'El asnam du 10 Octobre 1981 et des Répliques Principales ". Congrès d'Alger. 15 et 16 Juin 1981, pp. 148-152.
- Drake, L. A., 1972.** " Finite Elements Matrices for Seimic waves in tridimensional structures ". *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 62, pp. 1241-1258.

Dravinski, M., 1982. " Influence of Interface Depth Upon Strong Ground Motion ", *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 72, pp. 597-614.

Dravinski, M., 1982. " Scattering of SH Waves by Subsurface Topography ", *Journ. Eng. Mech. Div., ASCE*, Vol. 108, N° EM1, pp. 1-17.

Dravinski, M., 1982. " Scattering of Elastic Waves by an Alluvial Valley ", *Journ. Eng. Mech. Div., ASCE*, Vol. 108, N° EM1, pp. 9-31.

En, k., S., Takami & A., Nobata, 2000. " Distance-Dependant Attenuation Factor in the Stochastic Simulation of High-Frequency Ground Motions ", *Proc. 12th World Conf. Earthqu. Eng.*, Auckland, New-Zealand

Ewing, W.M., W.S., Jardetsky & F. Press, 1957. " Elastic Waves in Layered Medium " . Mc Graw-Hill, New York.

Forchap, E.A. & G., Schmid, 1998. " Experimental Determination of Rayleigh Wave Mode Velocities using the Method of Wave Number Analysis ", *Soil. Dyn. Earthqu. Eng.*, Vol 17, pp. 177-183.

Gazetas, G. & M.K., Yegian, 1979. " Shear and Rayleigh Waves in Soil Dynamics ", *Journ. Geotech. Eng. Div.*, Vol. 105, N°GT12, pp. 1455-1469.

Gutenberg, B., 1957. " Effects of Ground on Earthquake Motion ", *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 47, pp. 221-250.

Hanks, T.C., 1979. "Seismological Aspects of Strong Motion Seismology ", *Proc. 2nd US. Conf. Earthqu. Eng.*, Stanford Univ, pp. 898-912, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 71. Pp. 1963-1979.

Hanks, T.C. & R.K., McGuire, 1981. " The Character of High-Frequency Strong Motion ", *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 71, pp. 2071-2095.

Hammoutène, M., P. Y. Bard & B., Tiliouine, 1991. " A Two Dimensionnal Non Stationnary Model for Characterization and Simulation of Seismic Accelerations ". *Europ. Earthqu. Eng.*, N°1, pp. 3-9.

Haskell, N.A., 1953. " The Dispersion of Surface Waves in Multilayered Solid ", *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 43.

Haskell, N.A., 1960. " Crustal Reflection of Plane SH Waves ", *Journ. Geophys. Res.* Vol. 65, pp. 4147-4150.

Haskell, N.A., 1962. " Crustal Reflection of Plane P and SV Waves ", *Journ. Geophys. Res.* Vol. 67, pp. 4751-4767.

- Haskell, N.A., 1964.** "Radiation Pattern of Surface Waves from a Point Source in Multilayered Medium ", *Bull. Seismo. Soc. Am.*, Vol. 54, pp. 377-393.
- Hudson, J.A., 1962.** " Love Waves in a Heterogeneous Medium ", *Geophysical Journal*. Vol. 6, N° 2, pp. 131-147
- Huey-Chu, H. & C., Hung-Chi, 1996.** " Estimation of Site Amplification from Dahan Downhole Recording ", *Earthqu. Eng. Struct. Dyn.*, Vol. 25, pp. 319-332.
- Idriss, I. M. & H. B., 1968.** "Seismic response of Horizontal Soil Layers ". *Journal of the Soil Mech. And Foundation Div., ASCE*, Vol. 94, N° SM4, pp. 1003-1031.
- Johnson, L. R. & W., Silva, 1981.** " The Effects of Unconsolidated Sediments upon The Ground Motion During Local Earthquakes ", *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 71, N°1, pp. 127-142.
- Joyner, W.B. & D.M., Boore, 1988.** " Measurement, Characterization and Prediction of Strong Ground Motion ", *Proc. ASCE Conf. Earthqu. Eng. Soil Dyn.*, Park City, Utah, USA, pp. 43-102.
- Kadi, K., 1999.** " Synthèse des Mouvements Forts par la Méthode des Fonctions de Green Empiriques ", *Thèse de Magister, Ecole Nationale Polytechnique, Alger*.
- Kausel, E. & J. M., Roesset, 1981.** " Stiffness Matrice for Layered Soils ", *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 71, N°6, pp. 1743-1761.
- Kennett, B. L. N., 1983.** " Seismic Wave Propagation in Stratified Media ", Cambridge University Press, Cambridge, U.K.
- Knoppof, L., 1964.** " A Matrix Method for Elastic Wave Problem ", *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 54.
- Lamb, W. J., X., Zhu, G. A. McMechan, M. L. Greenberg & J. P. Castagna, 1992.** " Elastic Wave Propagation in Composite Media ", *Geophysics*, Vol. 57, N° 9, pp. 1155-1165.
- Laouami, N., 2001.** " Eléments de Compréhension des Effets de Site. Amplification du Mouvement Sismique par une Couche de Sol ", Séminaire CGS 07-09 Mai 2001, " Modélisation et Calcul Dynamique des Bâtiments ".
- Lay, T. & T. C. Wallace, 1995.** " Modern Global Seismology, Academic Press ". New York, USA.
- Lee, V. W., 1988.** " Three Dimensional scattering of Elastic Waves by a Spherical Cavity in an Elastic Half Space. I- Closed Form Solutions ", *Soil. Dyn. Earthqu. Eng.*, Vol. 7, N° 3, pp. 149-161.

Maghraoui, M., H., Philip, D., Aissaoui, J., Andrieux & R. Armijo, 1981. " Les Ruptures de Surfaces du Séisme d'El Asnam du 10 Octobre 1980 : Leurs rapports avec les Structures Néotectoniques ". Congrès d'Alger. Actes des journées scientifiques sur le séisme d'El Asnam du 10 Octobre 1980. Alger 15-16 Juin, pp. 293-307.

Maghraoui, M., 1982. " Etude Néotectonique de la Région Nord-Est d'El Asnam : Relation avec le Séisme du 10 Octobre 1980 ". Thèse de Doctorat 3^{ème} Cycle. Université de Paris VII. France.

Milutinovic, Z. & J. Petrovski, 1981. " Deconvolution Analysis of Surface Accelerogram Records in El Asnam Region ". Actes des journées scientifiques sur le séisme d'El Asnam du 10 Octobre 1980. Alger 15-16 Juin, pp. 309-348.

Moeen-Vaziri, N. & M. D., Trifunac, 1988. " Sacttering and Diffraction of Plane SH Waves by Two Dimensional Inhomogeneities. Part I ", *Soil. Dyn. Earthqu. Eng.* Vol. 7, N° 4, pp. 179-188.

Moeen-Vaziri, N. & M. D., Trifunac, 1988. " Sacttering and Diffraction of Plane P and SV Waves by Two Dimensional Inhomogeneities. Part II ", *Soil. Dyn. Earthqu. Eng.*, Vol. 7, N° 4, 189-200.

O'Rourke, M. J., M. C., Bloom & R., Dobry, 1982. " Apparent Propagation Velocity of Body Waves ", *Earthqu. Eng. Struct. Dyn.*, Vol. 10, pp. 283-294.

Ouyed, M., 1981. " Le Tremblement de Terre d'El Asnam du 10 Octobre 1980. Etude des Répliques ". Thèse de Doctorat 3^{ème} Cycle. Université Scientifique et Médicales de Grenoble. France.

Pecker, A., 1984. " Dynamique Des Sols ", Presse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.

Perrier, G., " Cours de Sismologie ", DEA, MMGE, LGIT, IRIGM, Univesité Joseph Fourier, Grenoble, France

Petrovski, J., Z., Milutinovic, M., Korchi, B., Ameer, D., Aleksovski. 1981. " Influence of Local Soil Conditions Modification of Ground Motions in the Region of El Asnam ". Actes des journées scientifiques sur le séisme d'El Asnam du 10 Octobre 1980. Alger 15-16 Juin, pp. 373-401.

Press, W. H. & al, 1986. " Numerical Recipes ", Cambridge University Press, London.

Reinoso, E., L. C., Wrobel & H., Power, 1993. " Prelimanery Results of The Modelling of the Mexico City Valley with a Two-Dimensional Boundary Element for the Scattering of SH Waves ", *Soil. Dyn. Earthqu. Eng.*, Vol. 12, pp. 457-468.

- Reinoso, E., L. C., Wrobel & H., Power, 1997.** " Two-Dimensional Scattering of P, SV and Rayleigh Waves ", *Soil. Dyn. Earthqu. Eng.*, Vol. 26, pp. 595-616.
- Reiter, L., 1991.** " Earthquake Hazard Analysis. Issues and Sights ", Columbia University Press, New York.
- Sanchez-Sesma, F. J., 1983.** " Diffraction of Elastic waves by Three Dimensional Surface Irregularities ", *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 74.
- Sanchez-Sesma, F. J., 1987.** " Site Effect on Strong Ground Motion ", *Soil. Dyn. Earthqu. Eng.*, Vol. 6, pp. 124-132.
- Schnabel, P.; H. B., Seed & J., Lysmer, 1972.** " Modification of Seismograph Records for Effects of Local Soil Conditions ", *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 62, N°6, pp. 1649-1664.
- Seed, H. B., M. P., Romo, J. I., Sun, A., Jaime & J., Lysmer, 1988.** " Relationships between Soil Conditions and Earthground Motion ", *Earthqu. Spectra*, Vol 4, pp. 687-729.
- Silva, W., 1976.** " Body Waves in a Layered Anelastic Solid ", *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 66, N°5, pp. 1539-1554.
- Suzuki, S. & Asano, K., 2000.** " Simulation of Strong Motion using Parameters Based on Recorded Accelerograms ", *Proc.12th World Conf. Earthqu. Eng.* Auckland, New-Zealand
- Thomson, W.T., 1950.** " Transmission of Elastic Waves through a Stratified Solid Medium ", *Journ. Appl. Phys* Vol. 21, N°1, pp. 89-93.
- Toksöz, N. & A. BenMenahem, 1963.** " Velocities of Mantle Love and Rayleigh Waves over Multiple Paths ", *Bull. Seismo. Soc. Am.*, Vol. 53, p.741.
- Trifunac, M. D., 1980.** " Effect of Site Geology on Amplitude of Strong Motion ", *Proc. 7th World. Conf. Earthqu. Eng.*, Istanbul, Turkey.
- Trifunac, M. D., 1990.** " How To Model Amplification of Strong Earthquake Motions by Local Soil and Geological Site Conditions ", *Earthqu. Eng. Struct. Dyn.*, Vol .19, pp. 833-846.
- White, J. E., 1965.** " Seismic Waves ". Mc Graw-Hill. New York.
- Wolf, J. P. & P., Oberhuber, 1982.** " Free Field Response from Inclined SV and P Waves and Rayleigh Waves ", *Earthqu. Eng. Struct. Dyn.*, Vol. 10, pp. 847-869.

Wolf, J. P., 1985. " Dynamic Soil Structure Interaction ", Printice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA.

Yelles-Chaouch, A., 1993. " Sismicité en Algérie et Tectonique des Plaques ". *Algérie Equipement*, Revue Technique de l'ENTP, N°7, Janvier.

Zeevaert, L., 1964. " Strong Ground Motions Recorded During Earthquakes of May the 11th and 19th 1962 in Mexico City ". *Bull. Seismo. Soc. Am.*, Vol. 54, pp. 209-231.

ANNEXE A

Pour la résolution de l'équation (3-4), on procède à une décomposition qui permet de découpler le mouvement. Pour cela, on introduit la notion de décomposition de Helmholtz d'un vecteur (Achenbach, 1973).

Soit $p(\underline{x})$ un vecteur différentiable sur une région V de l'espace. En chaque point de l'espace, on lui associe le vecteur :

$$W(\underline{x}) = -\frac{1}{4\pi} \iiint_V \frac{p(\underline{\xi})}{|\underline{x} - \underline{\xi}|} dV_{\underline{\xi}} \quad (\text{A-1})$$

où : $dV_{\underline{\xi}} = d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3$

et $|\underline{x} - \underline{\xi}| = [(x - \xi_1)^2 + (y - \xi_2)^2 + (z - \xi_3)^2]^{1/2}$

Le vecteur $W(\underline{x})$ vérifie alors :

$$\nabla^2 W = p(\underline{x}) \quad \text{si} \quad \underline{x} \in V \quad (\text{A-2-a})$$

$$\nabla^2 W = 0 \quad \text{si} \quad \underline{x} \notin V \quad (\text{A-2-b})$$

or, on a l'identité vectorielle :

$$\nabla^2 W = \nabla(\nabla \cdot W) - \nabla \wedge \nabla \wedge W$$

en l'injectant dans (A-2-a), on obtient :

$$p = \nabla(\nabla \cdot W) + \nabla \wedge (-\nabla \wedge W) \quad (\text{A-3})$$

Cette expression peut s'écrire sous la forme suivante :

$$p = \nabla\phi + \nabla \wedge \psi \quad (\text{A-4})$$

avec :

$$\phi = \nabla \cdot W$$

$$\psi = -\nabla \wedge W$$

les potentiels et sont définis et continues dans le domaine V . L'expression (A-4) permet de décomposer le vecteur $p(\underline{x})$ en fonction de deux potentiels l'un scalaire et l'autre vectoriel.

Notons que la décomposition (A-4) relie les trois composantes du champ de déplacement à quatre autres fonctions inconnues; le potentiel scalaire φ et les trois composantes du potentiel vectoriel ψ .

Il apparaît donc que ces potentiels doivent être sujets à une condition additionnelle. En général, celle-ci concerne les composantes ψ_j du potentiel vectoriel et est donnée par la condition de jauge suivante :

$$\nabla \cdot \underline{\psi} = 0$$

Cette relation est suffisante pour qu'un déplacement élastodynamique soit de la forme donnée par l'équation (A-4) et ceci en vertu du théorème de complétude (Achenbach, 1973).

◆ Théorème de complétude

Considérons le déplacement u et le vecteur force de volume f continus et dérivables sur un volume V et un intervalle de temps T .

En associant l'identité vectorielle suivante :

$$\nabla^2 u = \nabla(\nabla \cdot u) - \nabla \wedge \nabla \wedge u \quad (\text{A-5})$$

à l'équation de mouvement (2-4) appliquée au volume V et l'intervalle T , on obtient :

$$\ddot{u} = c_p^2 \nabla(\nabla \cdot u) - c_s^2 \nabla \wedge \nabla \wedge u + f \quad (\text{A-6})$$

l'intégration de cette équation deux fois par rapport au temps, nous amène à :

$$\underline{u} = c_p^2 \nabla \int_0^t \int_0^t (\nabla \cdot \underline{u}) ds d\tau - c_s^2 \nabla \wedge \int_0^t \int_0^t (\nabla \wedge \underline{u}) ds d\tau + \int_0^t \int_0^t \underline{f} ds d\tau + \dot{u}_0(t)t + u_0(t) \quad (\text{A-7})$$

où $\dot{u}_0(t)$ et $u_0(t)$ sont les conditions initiales sur $u(x,t)$ et $\dot{u}(x,t)$

Considérons le vecteur force de volume représenté par la décomposition de Helmholtz

$$\underline{f} = c_p^2 \nabla F + c_s^2 \nabla \wedge \underline{G} \quad (\text{A-8})$$

alors il existe une fonction scalaire φ et vectorielle ψ telles que u admette la représentation suivante :

$$\underset{\sim}{u} = \underset{\sim}{\nabla}\varphi + \underset{\sim}{\nabla} \wedge \underset{\sim}{\psi} \quad (\text{A-9})$$

avec :

$$\underset{\sim}{\nabla} \cdot \underset{\sim}{\psi} = 0$$

La combinaison des équations (A-7), (A-8) et (A-9), nous permet de définir :

$$\varphi = c_p^2 \int_0^t \int_0^\tau (\nabla \cdot u) ds d\tau + c_p^2 \int_0^t \int_0^\tau F ds d\tau + \frac{\partial \varphi_0(x)}{\partial t} t + \varphi_0(x) \quad (\text{A-10})$$

$$\psi = c_s^2 \int_0^t \int_0^\tau (\nabla \cdot u) ds d\tau + c_s^2 \int_0^t \int_0^\tau G ds d\tau + \frac{\partial \psi_0(x)}{\partial t} t + \psi_0(x) \quad (\text{A-11})$$

$$\text{où : } \dot{u}_0 = \nabla \frac{\partial \varphi_0}{\partial t} + \nabla \wedge \frac{\partial \psi_0}{\partial t} \quad \text{et} \quad u_0 = \nabla \varphi_0 + \nabla \wedge \psi_0$$

la différenciation des équations (A-10) et (A-11) deux fois par rapport au temps donne :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = c_p^2 \nabla^2 \varphi + c_p^2 F \quad (\text{A-12})$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = c_s^2 \nabla^2 \psi + c_s^2 G \quad (\text{A-13})$$

En appliquant l'opérateur $\nabla \cdot$ à l'équation (A-9), on obtient :

$$\nabla \cdot u = \nabla^2 \varphi \quad (\text{A-14})$$

en substituant (A-14) dans (A-12), on trouve que le potentiel scalaire φ satisfait l'équation d'ondes suivante :

$$\nabla^2 \varphi + F = \frac{1}{c_p^2} \ddot{\varphi} \quad \text{avec :} \quad c_p^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \quad (\text{A-15})$$

De même, en appliquant l'opérateur $\nabla \wedge$ à l'équation (A-9), on obtient :

$$\underset{\sim}{\nabla} \wedge \underset{\sim}{u} = -\underset{\sim}{\nabla}^2 \underset{\sim}{\psi} + \underset{\sim}{\nabla} \underset{\sim}{\nabla} \cdot \underset{\sim}{\psi} \quad (\text{A-16})$$

en substituant (A-16) dans (A-13), on trouve que le potentiel vectoriel ψ satisfait l'équation d'ondes suivante :

$$\nabla^2 \underset{\sim}{\psi} + G \underset{\sim}{=} \frac{1}{c_s^2} \ddot{\underset{\sim}{\psi}} \quad \text{avec :} \quad c_s^2 = \frac{\mu}{\rho} \quad (\text{A-17})$$

ANNEXE B

Dans le cas d'un solide fini comme la Terre, ayant une surface libre et de nombreuses zones internes avec des propriétés physiques contrastées, il peut exister des modes de propagation dans lesquels la vitesse de l'onde est fonction de la fréquence. On dit que de tels modes de propagation présentent une "*dispersion*".

La plupart des sources sismiques émettent des ondes comprenant un spectre continu de fréquences, chaque composante harmonique ayant une vitesse $c(\omega)$ dite vitesse de phase.

Si une onde monochromatique est par exemple excitée, seule la vitesse de phase sera nécessaire pour caractériser complètement la perturbation. S'il existe un spectre de fréquence, l'onde produit des schémas constructifs et destructifs qui influent sur le mouvement total du terrain.

Les interférences constructives se comportent comme un paquet d'ondes qui se propage comme une perturbation le long de la surface avec une vitesse de groupe $U(\omega)$.

◆ Vitesse de phase et vitesse de groupe

La vitesse de phase est directement contrôlée par les paramètres du milieu comme la variation de la vitesse intrinsèque des ondes P et/ou S avec la fréquence (*dispersion physique*), rigidités, hauteur de la couche..., ainsi que de la géométrie appropriée de la composante harmonique particulière associée aux conditions limites.

La vitesse de groupe est un concept relié à un paquet d'ondes ayant un spectre continu au lieu d'une ligne de spectre discrète, elle dépend des paramètres du milieu à travers leur influence sur la vitesse de phase, mais elle dépend aussi de la variation de la vitesse de phase avec la fréquence (*dispersion géométrique*), ce qui contrôle l'interférence entre les différentes harmoniques.

$$u(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} A(\omega) e^{i[\omega t - k(\omega)x]} d\omega \quad (\text{B-1})$$

où $A(\omega)$ et $k(\omega)$ sont des fonctions de ω .

La vitesse de propagation de chaque harmonique est trouvée en suivant les surfaces de phase constantes, ainsi chaque onde harmonique se propage à la vitesse de phase :

$$c(\omega) = \frac{x}{t} = \frac{\omega}{k(\omega)} \quad (\text{B-2})$$

Souvent, on veut connaître la vitesse à laquelle se propage le "paquet d'ondes" contenu dans $u(x,t)$ plutôt que la vitesse individuelle de chaque onde constitutive de $u(x,t)$.

Considérons l'énergie dans la bande $\omega_0 - \Delta\omega$ et $\omega_0 + \Delta\omega$, on peut alors développer $k(\omega)$ en série de Taylor autour de ω_0 :

$$k(\omega) = k(\omega_0) + \left(\frac{dk}{d\omega} \right)_{\omega_0} (\omega - \omega_0) + \dots \quad (\text{B-3})$$

On substitue (B-3) dans (B-1), en considérant que l'énergie est concentrée dans la bande d'intérêt :

$$u(x,t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_0 - \Delta\omega}^{\omega_0 + \Delta\omega} A(\omega) e^{i \left[\omega t - k(\omega_0)x - \left(\frac{dk}{d\omega} \right)_{\omega_0} (\omega - \omega_0)x \right]} d\omega \quad (\text{B-4})$$

En plaçant les termes indépendants de ω en dehors de l'intégrale, on obtient :

$$u(x,t) = \frac{1}{2\pi} e^{i \left[\left(\frac{dk}{d\omega} \right)_{\omega_0} \omega_0 x - k(\omega_0)x \right]} \int_{\omega_0 - \Delta\omega}^{\omega_0 + \Delta\omega} A(\omega) e^{i \left[\omega t - k(\omega_0)x - \left(\frac{dk}{d\omega} \right)_{\omega_0} (\omega - \omega_0)x \right]} d\omega$$

L'intégrale se présente comme une onde dont l'énergie se propage à la vitesse de groupe :

$$U = \frac{1}{\left(\frac{dk}{d\omega} \right)_{\omega_0}} = \left(\frac{d\omega}{dk} \right)_{\omega_0} \quad (\text{B-5})$$

Si le signal a une énergie sur une large bande plutôt que sur une seule, on répète ce processus dans chaque bande. Ainsi, la vitesse de groupe devient une fonction continue de la fréquence :

$$U = \frac{d\omega}{dk} \quad (\text{B-6})$$

◆ **Relation entre $U(\omega)$ et $c(\omega)$**

$$U = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(ck)}{dk} = c + k \frac{dc}{dk} \quad (\text{B-7})$$

$$U(\omega) = c - \lambda \frac{dc}{d\lambda} \quad (\text{B-8})$$

De l'équation (B-7), on note bien que la vitesse de groupe dépend de la vitesse de phase et de la variation de la vitesse de phase avec le nombre d'onde.

➤ Si l'onde n'est pas dispersive :

$$\frac{dc}{d\lambda} = 0 \Rightarrow U(\omega) = c \quad ; \text{ la vitesse de groupe et la vitesse de phase sont égales.}$$

En général, dans les couches terrestres la vitesse de phase décroît de manière monotone avec la fréquence, donc $\frac{dc}{dk} < 0$ $\left(\frac{dc}{d\lambda} > 0 \right)$, d'où : $U < c$.