

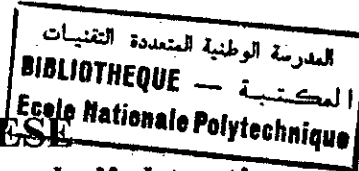
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT DE GENIE CIVIL

OPTION : STRUCTURES



**Présentée en vue de l'obtention
du diplôme de Magister**

Par :

LAKHDARI M.F

Ingénieur d'état en Génie Civil (ENP)

THEME

**ANALYSE LINEAIRE PAR SIMULATION NUMERIQUE DU
COMPORTEMENT DES JOINTS STRUCTURAUX EN RESINE
EPOXYDE**

Devant le Jury:

A.BALI	Professeur	E.N.P	Président
A.CHARIF	Professeur	Université de Batna	Rapporteur
M.BOUHICHA	Ph.D	C.U. Laghouat	Rapporteur
K.SILHADI	Maître de Conférences	E.N.P	Examineur
R.BOUTEMEUR	Docteur	E.N.P	Examineur
M.DEMIDEM	Chargé de cours	E.N.P	Examineur

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

1-1 AVANT PROPOS	
1-2 OBJECTIFS DES TRAVAUX	3
1-2-1 RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE	3
1-2-2 PRESENTATION DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS	4
1-2-3 MODELISATION DE LESSAI PULL OUT TEST	5
1-2-4 MODELISATION DE LESSAI FLEXIONNEL	5

CHAPITRE 2 RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

2-1 GENERALITES	7
2-2 PROPRIETES DES EPOXYDES	7
2-3 RENFORCEMENT EXTERIEUR PAR COLLAGE	11
2-4 AUTRES UTILISATIONS DES RESINES EPOXY	11
2-5 METHODE DES ELEMENTS FINIS	11
2-6 CONCLUSION	11

CHAPITRE 3 METHODE DES ELEMENTS FINIS

3-1 INTRODUCTION	12
3-2 PRINCIPALES ETAPES D'ANALYSE DE LA METHODE	12
3-3 ELEMENTS (2D) ISOPARAMETRIQUES A 4 NOEUDS	13
3-4 ELEMENTS A DDL ADDITIONNELS	21

CHAPITRE 4 MODELISATION DE L'ESSAI PULL OUT

4-1 INTRODUCTION	25
4-2 DESCRIPTION DE L'ESSAI	25
4-3 MODELISATION DU COMPORTEMENT LINEAIRE DE L'ESSAI	28
4-3-1 CHOIX DE L'ELEMENT	28
4-3-2 CHOIX DE LA MAILLE	28
4-3-3 PROPRIETES DES MATERIAUX	29
4-3-4 VALIDATION DU MODELE	29
4-4 ETUDE DES CONTRAINTES	30
4-4-1 EFFET DE L'EPaisseur DE LA COLLE	32
4-4-2 EFFET DE L'EPaisseur DE LA PLAQUE D'ACIER	34
4-4-2 EFFET DU MAILLAGE	36
4-5 CONCLUSIONS	38

CHAPITRE 5 COMPORTEMENT FLEXIONNEL DES POUTRES RENFORCEES

5-1 INTRODUCTION	40
5-2 MONTAGE EXPERIMENTAL	40
5-3 METHODES THEORIQUES	41
5-4 MODELISATION DE LA POUTRE	43
5-4-1 FLECHES	44
5-4-2 POSITION DE LA FIBRE NEUTRE	46
5-4-3 CONTRAINTES NORMALES	46
5-4-4 CONTRAINTES TANGENTES	48
5-5 CONCLUSIONS	51

CHAPITRE 6 CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

6-1 CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS	52
------------------------------------	----

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

RESUME

L'utilisation de la résine epoxyde dans le collage de structures composées de matériaux différents est à la base d'une technologie relativement récente dans le domaine de la construction. L'un des aspects les plus importants de ce domaine, constitué par la réparation et le renforcement des structures en béton armé par collage de plaques d'acier, a fait l'objet de nombreux travaux expérimentaux et théoriques. Le présent travail a pour objet l'étude par la méthode des éléments finis dans le domaine linéaire élastique, de la répartition des contraintes tangentielles et normales le long du joint de colle. La comparaison des résultats donnés par le modèle utilisé du pull out test, a confirmé dans l'ensemble les observations expérimentales. En effet la distribution des contraintes tangentielles est effectivement exponentielle, la dégradation du joint s'amorce dans l'extrémité la plus sollicitée du joint, la rupture survient non pas dans la colle mais dans la zone de béton avoisinante, le phénomène de concentration de contraintes au bord chargé est également confirmé. Une étude paramétrique montre l'influence des caractéristiques géométriques des éléments de la structure ainsi que celle des caractéristiques physiques de la colle. L'étude flexionnelle menée en utilisant un modèle avec éléments à ddl additionnels, confirme également le bon comportement de la poutre composite du point de vue déformation et du point de vue contraintes. Par les économies qu'elle rend possibles et la validité des résultats qu'elle donne, une modélisation correcte tenant compte de l'ensemble des paramètres présent, permet de gagner un temps précieux dans la formulation complète du comportement des joints structuraux.

SUMMARY

The objective of the work presented herein was to develop numerical models based on the finite element method (FEM) that can simulate the behaviour in the linear elastic the behaviour of Steel Concrete bonded joints. These type of joints are used in the external reinforcement or repair of concrete structures where by steel sheets plates or strips are bonded by epoxy resin compounds to concrete. The interest in this subject stems from the need to supplement to rather qualitative information obtained from experimental investigations carried out to study these joints. Moreover, important aspect affecting the behaviour of bonded joints such as the stress-strain state in the interface epoxy resin-concrete are difficult to evaluate experimentally. These and more quantitative information can be obtained if correct numerical models are developed.

The first part of the work deals with the FEM modelling of pull out joints that are usually used to assess the shear capacity and properties of steel concrete bonded joints. This investigations on the whole the confirmation of the experimental finding such as the concentration of stress in the area where the force is transferred and that failure occurs eventually in concrete. Also obtained, where the distribution of stress along the joint and the effects of varying structural parameters (glue and plate thickness..) on the behaviour of such joints.

In the second part, attempts were made to simulate the behaviour of reinforced concrete beams reinforced by bonded steel plates and subjected to four points loading system. Numerical results seems to agree with the experimental findings. For instance, steel-plate reinforcement of the beams tend to increase the beam stiffness and give better control of cracks. Furthermore, using the FEM it was possible to show that shear stress tend to concentrate near the end of plate and the magnitude of these stress increase with the thickness of plate. This confirm that there will be indeed a risk of plate debonding failure if its thickness exceeds a certain limit.

ملخص

ان هذا البحث يتضمن تطوير نموذج عددي للقواصل الغرائية المستعملة في هياكل الخرسانة المسلحة المثبتة بصفائح معدنية ملصقة.

المحصله مجمل الملاحظات التجريبية منها توزع اجهادات القص بكيفية أسية ابتداء من نقطة الحمولة التي تتركز فيها أيضا الاجهادات واجريت كذلك دراسة عوامل أخرى كسمك الصفائح و الفاصل...

في الشطر الثاني أجريت مقارنة نموذجية للتجربة الهيكلية لعارضة مثبتة حيث بينت كذلك تجالس معتبر بين الفلتين . وبينت الاثر الايجابي للتثبيت تجاه الانحساء و المقاومة ، وتبين كذلك أن الصفائح السمكة قد تشكل خطر الانهيار بفقدان التماسك. وفي الحالتين تبين أن الانهيار يبتدىء في الخرسانة أولا.

ان جدوى المجانسة العددية يمكن في أنه يوفر وقتا ثميناً ويمكن في التحصل على معطيات يصعب الحصول عليها عمليا.



1.1. AVANT PROPOS

Il est bien établi que l'un des inconvénients majeurs de l'excellent matériau de construction qu'est le béton armé est qu'il ne se prête pas facilement à la maintenance ni à fortiori à la réparation. L'une des raisons de cette vulnérabilité est que le béton étant un matériau fragile, est sujet à des risques d'endommagement dus à des raisons aussi diverses que les défauts de conception ou de réalisation, les mouvements de sols consécutifs à des séismes, les impacts de véhicules, les explosions. On peut être également amenés à envisager des modifications d'une structure donnée pour lui faire changer de fonction. Jusqu'à une date relativement récente, dès qu'elle dépasse un seuil d'endommagement donné, une structure en béton armé était considérée comme définitivement perdue. Les différents procédés de réhabilitation existants, en plus de leurs coûts excessifs et du temps qu'ils nécessitent, ne donnent pas toujours entière satisfaction. La réparation des ouvrages en béton armé a connu de nombreux succès grâce à la mise au point de résines epoxy parfaitement adaptées au collage d'éléments structuraux de natures différentes. En effet, ce matériau, relativement récent, par ses propriétés adhésives et de résistance se prête bien à l'utilisation dans le domaine de la construction. A ce titre le renforcement des structures en béton armé par collage de plaques d'acier sur la face tendue constitue un moyen de plus en plus courant d'adaptation et de récupération des ouvrages. Mais pour être vraiment efficace, l'utilisation de ce procédé nécessite une connaissance parfaite des caractéristiques des matériaux et du comportement des structures composites.

Comme pour toute innovation en matière de matériaux de construction, des essais sur modèles réduits ont été effectués par différentes équipes de recherche en vue de déterminer les différentes propriétés caractéristiques de la résine(1,4). Bien que les résultats trouvés soient d'une importance indiscutable, l'inexistence de règles d'utilisation adéquates limite les possibilités d'utilisation généralisée. Une autre limitation importante aux résultats expérimentaux est due au fait que ces derniers ne soient pas lus dans l'interface colle/béton mais seulement déduits à partir de mesures faites sur des jauges placées sur les plaques. Enfin un autre aspect du problème tient à ce que les recherches soient orientées dans deux directions principales. La première concerne les propriétés du matériau et de son utilisation en tant que composant de bétons nouveaux, la seconde concerne son comportement en tant qu'élément constitutif de structure composite. C'est à cause de ces raisons que jusqu'à présent aucune formulation complète n'a pu être émise. Ces considérations, particulièrement celles liées aux difficultés de mesure des déformations dans la colle et dans le

béton orientent la réflexion vers des méthodes d'analyse autres qu'expérimentales. Le développement de la méthode des éléments finis concomitant avec la mise au point de P.C. de grandes capacités rend naturel l'utilisation d'un tel outil dans les recherches. En effet des domaines plus étendus liés à l'utilisation de la colle dans les structures sont rendus ainsi accessibles à des coûts qu'on peut rendre les plus bas possibles. Les résultats obtenus jusqu'à présent en utilisant la modélisation par éléments finis concordent avec les expériences dans un certain nombre de cas. Ce fait constitue un encouragement à l'application de ce mode d'analyse des structures renforcées par collage.

1.2.OBJECTIFS DES TRAVAUX

Les recherches qui font l'objet du présent travail tendent à exploiter les recherches expérimentales pour mettre au point, dans un premier temps, un modèle éléments finis capable de simuler le plus fidèlement possible les modèles utilisés dans les essais. Un tel modèle permettra d'étudier d'une manière complète le comportement des joints de colle dans les différents cas de sollicitation tels que la traction ou la flexion. Des informations importantes relatives au collage de structure seront ainsi disponibles. Les recherches présentées s'articulent sur les axes suivants:

1. Recherche bibliographique
2. Présentation de la méthode des éléments finis
3. Modélisation de l'essai pull out test
4. Modélisation de l'essai flexionnel
5. Conclusions et recommandations

1.2.1.RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

Dans le chapitre deux une revue de la bibliographie relative aux recherches dans le domaine sera faite. Une importante partie en est consacrée aux propriétés de la résine, étant données leur importance dans le comportement d'ensemble des joints. Il faut signaler dès à présent le nombre très limité de documents qui traitent directement de la modélisation et de l'utilisation de la MEF dans le domaine. La majeure partie de la littérature qu'il a été possible de voir expose les cas d'espèce de réparation de structure en béton armé(ponts, réservoirs en particulier) par collage de plaque d'acier.

1.2.2. PRESENTATION DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

La méthode des éléments finis, qui est à la base de la modélisation, fait l'objet de très nombreux travaux et la littérature traitant de ce sujet est bien fournie. Dans cette partie la méthode est présentée dans le cas particulier de l'élément représentant l'état de contraintes planes. Cet élément est utilisé dans le maillage du modèle pull out test.

Pour pouvoir représenter correctement l'état flexionnel, la notion d'élément à ddl additionnels, est introduite. Cet élément permet grâce à un ajustement adéquat de représenter les déformations flexionnelles et se prête bien à l'utilisation dans un modèle de structure soumise à la flexion.

1.2.3. MODELISATION DE L'ESSAI PULL OUT TEST

L'un des problèmes les plus importants posés par les joints de colle est lié à l'incertitude sur le mode de fonctionnement ainsi que sur l'état de contraintes qui règne à l'interface colle-béton. Des recherches expérimentales sur la résistance à l'arrachement du joint font l'objet de l'essai dit « pull out test ». Des résultats importants ont été obtenus. L'objet de cette partie consiste à élaborer un modèle numérique capable de simuler cet essai. Une fois élaboré et validé ce modèle sera utilisé pour mener d'abord, l'étude d'un modèle de base similaire en tous points au modèle expérimental, ensuite une étude paramétrique en vue d'étudier l'influence d'un certain nombre de paramètres non étudiés dans les expériences.

Après une description du montage expérimental, les principaux résultats expérimentaux ainsi que leur interprétation sont présentés dans un premier temps. Dans la phase suivante un modèle numérique dans lequel les propriétés des matériaux sont définies est élaboré puis validé. Il faut insister à ce niveau sur le soin qu'il faut avoir dans la représentation des conditions de fixation et de chargement. En effet, et à titre d'exemple, les dimensions de la plaque d'appui du dispositif de chargement sur le béton influent directement sur la distribution des contraintes dans les deux matériaux. Le comportement du joint est analysé au niveau de l'interface béton/colle du point de vue contraintes tangentielles et normales. Une étude paramétrique complète l'analyse.

1.2.4. MODELISATION DE L'ESSAI FLEXIONNEL

Un nombre considérable de structures en béton armé est sollicité à la flexion. En conséquence, les cas de réparation de structure endommagées soumises à ce mode de sollicitation sont fréquents. Il est donc naturel que l'idée de renforcement par collage de plaques soit envisagée. Dans cette optique plusieurs recherches ont été menées. L'objet de cette partie est d'exploiter les résultats expérimentaux en vue d'élaborer un modèle flexionnel capable de simuler le comportement d'une structure composite

constituée d'une poutre en béton armé renforcée par une plaque d'acier collée avec une résine epoxyde. Dans une première partie un calcul analytique basé sur l'hypothèse de linéarité du diagramme des déformations de la poutre composite permet de déterminer les inerties et les contraintes.

Le comportement flexionnel est modélisé ensuite, à partir d'un modèle expérimental. L'effet de l'épaisseur de la plaque de renforcement et du joint sur la flèche, la position de la fibre neutre, les contraintes tangentielles et normales sont étudiés séparément. Des comparaisons avec les résultats expérimentaux et analytiques disponibles permettent de constater l'efficacité du renforcement des poutres par des plaques collées. Elles font pressentir aussi la notion importante d'épaisseur optimum du joint et de la plaque. Elles semblent confirmer enfin la prédiction selon laquelle au dessus d'une épaisseur donnée de plaque, la ruine survient non pas par rupture de la colle, mais par décollement de la plaque par insuffisance d'ancrage.

1.2.5. CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

Dans le chapitre six les résultats du présent travail avec leur interprétation, ainsi que les principales remarques seront présentés. Des conclusions et recommandations clôtureront l'exposé.

2. 1.GENERALITES

L'utilisation de résines epoxy dans l'entretien et le renforcement des structures en béton armé est déjà une pratique courante dans bon nombre de pays développés. Etant donné les nombreux avantages qu'elle offre, dont le coût n'est pas le moindre, il est certain que cette utilisation sera de plus en plus utilisée à travers le monde. Cependant pour garantir son succès cette technique requiert une connaissance parfaite des caractéristiques de résistance et d'adhésivité à court et à long terme des matériaux. Pour éviter des accidents graves il est important qu'une réglementation utilisant une formulation basée sur l'observation expérimentale régisse cette nouvelle technologie. La modélisation par élément finis offre une opportunité intéressante pourvu que les caractéristiques géométriques et mécaniques des modèles expérimentaux soient bien connues. Si la caractérisation de l'acier et du béton ne pose pas de problèmes particuliers, il importe beaucoup de préciser clairement les propriétés mécaniques et adhésives de la résine, ainsi que son aptitude à être utilisée dans une structure composite.

2. 2.PROPRIETES DES EPOXYDES

2. 2. 1.INTRODUCTION

La résine époxyde est définie comme étant un matériau ayant des molécules contenant à leur terminaison au moins deux groupes d'oxyde d'éthylène permettant une polymérisation en combinaison avec d'autres molécules pour former des molécules plus complexes.

La première utilisation pratique des résines époxydes remonte à 1930 en Allemagne et en Suisse. L'initiateur des recherches en la matière est le Dr. Castan en 1936 en Suisse. Les premières formulations de base ont été présentées par le Dr. Greenlee aux USA. L'utilisation systématique des époxydes a été généralisée dans les années cinquante (35).

La première utilisation des époxydes en construction remonte à 1948 pour le collage de deux pièces en béton(1). Les bonnes performances obtenues dans les premières utilisations dans le domaine ont consacré l'usage de ce matériau dans l'industrie de la construction. En matière de réparation il est utilisé soit en injection dans le béton endommagé(11) soit en joint de collage.

2. 2. 2.CARACTERISTIQUES MECANIKES

Il existe une multitude de variétés d'époxydes. Dans ce qui suit, seules les variétés utilisées dans la construction sont concernées. Les résines offrent une très bonne résistance à la compression et à la traction en plus d'une bonne adhérence à l'acier et au béton. En fin de cure la résistance à la compression varie de 10 à 200Mpa et celle à la traction de 2 à 96Mpa

compression varie de 10 à 200Mpa et celle à la traction de 2 à 96Mpa respectivement. Le module d'élasticité varie de 300 à 2100Mpa. Le coefficient de Poisson varie de 0,3 à 0,70. Les grands écarts s'expliquent par le fait que la colle étant un matériau viscoélastique, ses propriétés dépendent des vitesses de chargement ainsi que d'autres paramètres. Les publications traitant des propriétés mécaniques des résines et de leur mode de variation sont très limitées. L'inexistence d'éprouvettes standard et de normalisation de programme d'essais spécifique rend très difficile la caractérisation complète de la résine. Cependant, pour la variété définie par le code anglais nommé CXL 194, il convient de signaler le remarquable travail de recherche effectué par le Pr Charif en 1983 sur les propriétés mécaniques, leur adhésivité à d'autres matériaux ainsi que diverses autres propriétés structurelles(1).

2.2.3.DURABILITE

Les informations sur les effets des chargements dynamiques, cycliques sur les propriétés mécaniques des résines sont peu nombreuses. Cependant il a été établi que la résine résiste très bien aux attaques des acides, des alcalins et des solvants(12). Des études antérieures, ayant suivi l'évolution de la corrosion et du comportement mécanique d'ensemble pendant près de 10ans d'une poutre en béton renforcée par des plaques collées à l'aide de résines epoxydes, ont permis de constater une bonne durabilité de la résine époxyde(10).

2.2.4.EFFET DE LA TEMPERATURE

Les résines epoxydes sont plus ou moins sensibles aux effets de la température en fonction de leur nature(13). Le coefficient d'expansion thermique de la résine est de l'ordre de 2,5 à 10 fois celui du béton(1). Cet écart important attire l'attention sur les précautions qu'il convient de prendre dans l'utilisation simultanée des deux matériaux dans une structure composite. L'ajout de fillers aux résines permet d'augmenter la valeur de leur module d'élasticité ce qui les rend moins sensible à un accroissement de température(9).

Les propriétés des epoxydes ne changent pas tant que la température ne dépasse pas 60°C. A partir de 300°C la résine se volatilise avec dégagement de fumées toxiques.

2.2.5.AUTRES PROPRIETES

a)Dosage: Le %en poids varie de 100pour1 à 1pour1.

b)Durée de conservation en pot: C'est la durée pendant laquelle la pâte de résine reste maniable sans altération de ses propriétés. Elle est fonction des

quantités de matériaux présentes dans le mélange et varie de quelques minutes à plusieurs semaines.

c)Exothermie:L'exothermie est la chaleur produite pendant l'opération de mélange. Elle est fonction des quantités de matériaux présentes dans le mélange.

d)Viscosité:Elle varie de 100cps(liquide) jusqu'à de très grandes valeurs telles que la résine devienne difficilement manipulable. Elle voit alors ses propriétés adhésives nettement diminuées.

e)Durée de cure:Elle dépend de la température ambiante et varie de quelques minutes à plusieurs jours.

f)Retrait:Il dépends de la quantité de colle utilisée et des conditions ambiantes. Il varie de 10^{-5} à $5 \cdot 10^{-3}$ et se réduit considérablement en fin de cure.

2.2.6.FILLERS

Les propriétés de certaines epoxydes, telles que le module d'élasticité et le coefficient d'expansion thermique, peuvent être adaptées à des utilisations spécifiques par l'addition de fillers. L'utilisation de fibres de verre réduit le facteur de concentration de contraintes (rapport de la contrainte max. à la contrainte moyenne) et améliore ainsi la résistance du joint(14).

2.2.7.PROCEDE DE COLLAGE

L'opération de collage est primordiale et de sa réussite dépend le meilleur fonctionnement du joint. Des spécifications standard sont recommandées par le comité 503 du règlement ACI (American Concrete Institut) en matière de préparation de surface(béton et colle), respect en quantité et en qualité des instructions de préparation données par le fabricant, mise en oeuvre et de sécurité.

2.2.8.ADHESIVITE DE L'EPOXYDE AU BETON

L'époxyde est utilisée en général pour le collage soit de deux bétons d'âges différents soit de l'acier au béton(9). Dans la plupart des applications la résine est utilisée pour pallier la faible résistance du béton à la traction. Malgré les très bons résultats obtenus en pratique, il n'en reste pas moins que le mécanisme de fonctionnement du joint de colle n'est pas encore connu avec certitude. Des investigations (15-18) ont été effectuées sur des éprouvettes composites acier-colle-béton. Des chercheurs ont démontré au moyen d'essais que les adhésifs ayant une longue durée de conservation en pot et une faible viscosité ont une meilleure capacité de pénétration dans les fissures et donc une meilleure adhésivité(2). Des essais de détermination de l'adhésivité des epoxydes au béton selon la norme française NFP 18-871 ont fait également l'objet de travaux récents(3)

Le comportement du joint a été également simulé avec des modèles mathématiques (15) et des modèles numériques (Muravljov et Krasulja 1994). L'un des principaux résultats communs de tous ces travaux est que le joint travaille au cisaillement. La distribution de la contrainte tangentielle le long du joint est exponentielle, le maximum de la courbe coïncidant avec l'extrémité chargée. Ceci est en accord avec le fait que la rupture du joint s'amorce au bord le plus sollicité puis se propage le long du joint. La résistance ultime du joint est liée pour certains chercheurs à la résistance admissible du béton au cisaillement (15, 18) pour d'autres à sa résistance admissible à la traction (16, 17).

Il faut également noter que le facteur de concentration de contrainte dépend de la géométrie du modèle et des modules élastiques des matériaux collés (14).

2.2.9. ADHESIVITE DE L'EPOXYDE A L'ACIER

Dans les modèles composites acier-colle-béton la rupture survient toujours dans le béton tendu à proximité du joint. Cette observation a fait que les recherches étaient concentrées surtout sur l'adhésivité de la colle au béton. Le comportement de la liaison métal-résine a par la suite fait l'objet de travaux spécifiques tels que le single lap test (19-20), le double lap test (21-22, 23-24). Des recherches théoriques prouvèrent l'existence d'aussi bien des contraintes normales que des contraintes tangentielles dans le joint les deux composantes étant maximums aux extrémités du joint (26, 20, 25). Des travaux récents utilisant un spécimen ayant une longueur de joint constante, ont étudié l'influence de l'état de surface du béton, le type de la colle et la résistance du béton sur la résistance du joint. Le mode de transfert de la force de la plaque au béton à travers la colle a également été étudié (8).

2.2.10. EFFET DE L'EPAISSEUR DE L'ADHESIF

Les recherches sur l'effet de l'épaisseur du joint sur les contraintes, n'arrivent pas toutes au même résultat. Alors que Hill (19) n'a pas relevé de différence notable quand l'épaisseur du joint variait de 0,5 à 2 mm, Cusens et Smith signalèrent une augmentation de la ductilité et recommandent une valeur supérieure ou égale à 1 mm (21). Enfin Gilibert a abouti à une valeur optimale de 0,5 mm au dessous de laquelle le joint subit une chute importante de sa résistance (23).

Une analyse par éléments finis avec l'épaisseur représentée par trois éléments montra par contre que la contrainte variait à travers l'épaisseur et que la force de pelage augmentait avec l'épaisseur ce qui se traduisait par une réduction de la résistance du joint (1).

2.2.11.EFFET DE L'ÉPAISSEUR DES PLAQUES

Pour une même colle epoxyde la contrainte ultime de cisaillement dans le joint est de 20Mpa et ne varie ni avec l'épaisseur du joint ni avec celle des éléments collés(1). Pour une épaisseur de plaque de 6mm la rupture survenait par décollement des plaques consécutif au transfert de charges importantes de ces dernières vers le béton à travers la colle(1,5). Cela laisse supposer l'existence d'une valeur limite de l'épaisseur des plaques au delà de laquelle le collage perd de son efficacité.

2.3.RENFORCEMENT EXTERIEUR PAR COLLAGE

Grâce à leur remarquables propriétés, parmi lesquelles leur excellente adhérence à l'acier et au béton, les résines epoxydes rendent possibles des opérations de renforcement et de constructions qui n'étaient jusque là même pas envisageables. Ces possibilités sont à la base de nombreuses recherches effectuées pour déterminer la meilleure combinaison des différents paramètres mis en jeu en vue de garantir un bon comportement de la structure composite. Les travaux concernent surtout la géométrie, la résistance, la rigidité, le comportement au cisaillement et la réparation des structures en service. Ainsi Swamy et Jones(1987) ont montré par des essais que les poutres renforcées par collage de plaques d'acier ont une rigidité qui permet de contrôler la fissuration et la déformation à tous les niveaux de charge jusqu'à la rupture. Les poutres ainsi renforcées ont une résistance ultime à la flexion augmentée de 15%.

2.4.AUTRES UTILISATIONS DES RESINES EPOXY

Il convient aussi de signaler que les résines epoxyde connaissent une très large utilisation soit en tant qu'éléments structuraux soit comme liants. Plusieurs recherches font état du comportement satisfaisant de résines utilisées en remplacement du ciment pour la confection de bétons de très haute performances(30,31).

Le principe du béton plaqué, utilisé tant pour la confection de nouveaux bétons que dans le renforcement de structures, repose sur l'utilisation de plaques intérieures collées au béton par la résine(34)

L'utilisation des résines dans les travaux d'étanchéité des ouvrages connaît également un succès très large(32,33)

Les problèmes de concentration de contraintes générés par les procédés de boulonnage, rivetage, soudure ont été contournés avec succès grâce à l'utilisation de joints structuraux en résines.

2.5.METHODE DES ELEMENTS FINIS

La méthode des éléments finis(MEF) a connu au cours des dernières décennies un développement considérable. Son utilisation est généralisée à pratiquement tous les problèmes qui relèvent de la mécanique des milieux continus. Elle facilite notamment l'étude des interfaces et permet de connaître avec une précision suffisante la distribution des contraintes dans chacun des matériaux en contact. Cependant les publications relatives à l'application de la MEF aux structures en béton armé renforcées par des plaques d'acier collées ne sont pas nombreuses. Récemment un programme d'essais de cisaillement, d'adhérence et de déformation effectué sur trois (3) types de résine a permis d'établir des modèles physiques de distribution des contraintes de cisaillement ainsi que des modèles numériques basés sur les éléments finis(9). Enfin il faut signaler que la MEF a été utilisée pour analyser le comportement des poutres endommagées et renforcées par des plaques d'acier collées par des résines d'époxy. Sur cette base des exemples de conception et de calcul des charges de rupture sont présentés(10).

La bibliographie traitant de la modélisation de structures renforcées par collage n'est pas très riche. Les titres qu'il a été possible d'avoir ne traitent pas directement de la modélisation, mais de l'utilisation ponctuelle de la MEF pour traiter un problème particulier.

2.6.CONCLUSION

Les publications relatives au renforcement de structures par collage de plaques permettent d'affirmer que la résine peut être utilisée avec succès dans les constructions à condition que chaque opération de réparation ou de renforcement soit bien étudiée et bien réalisée. Un soin particulier doit être apporté dans le choix de la résine. En effet, les nombreuses variétés de colle peuvent être à l'origine de confusion aux conséquences très graves.

Malgré l'avantage certain qu'elles permettent d'avoir, ces techniques de réhabilitation ne bénéficient pas de l'intérêt qu'elles méritent, étant donné le nombre très limité de publication traitant du sujet. Des paramètres importants, tels que le comportement au cisaillement de poutres renforcées, le mécanisme de transfert des forces par le joint ainsi que le mode de rupture restent encore insuffisamment connus.

En dépit de son efficacité, la MEF n'est pas pleinement exploitée dans l'analyse et l'étude des joints de colle. Grâce aux économies qu'elle permet de faire, la modélisation par éléments finis permet l'analyse de nombreux problèmes liés au comportement de structures composites telles que celles renforcées par collage.

3-1 INTRODUCTION

La méthode des éléments finis est à présent, peut être, la méthode la plus répandue d'analyse et pour certains problèmes la seule méthode pratique. C'est uniquement dans les années 50 après l'avènement des ordinateurs que la méthode a vu son domaine d'application s'élargir (ex: application aux structures bidimensionnelles par Clough et Turner).

Depuis cette période, des développements considérables ont été faits dans la formulation de la méthode pour traiter avec succès des problèmes liés à des domaines complexes et diversifiés. Récemment l'afflux de PC de plus en plus performants a permis d'élargir le domaine d'utilisation de la méthode aux ingénieurs de bureaux d'études avec des réductions de coûts appréciables. De plus amples informations et une description détaillée de la méthode peuvent être trouvées dans les nombreuses publications parmi lesquelles celle de Zienkiewicz(27).

Puisque la méthode des éléments finis a été utilisée pour modéliser les essais de pull-out (chapitre 4) et les essais de flexion (chapitre 5), une exposition succincte de la méthode est donnée dans ce chapitre en se limitant toutefois aux éléments utilisés pour établir le modèle.

3-2 PRINCIPALES ETAPES D'ANALYSE DE LA METHODE

Dans la méthode des éléments finis, un système continu ayant un nombre infini de d.d.l est remplacé par un système discret (discretisation) ayant un nombre fini de d.d.l et dont l'analyse conduit à un système d'équations algébriques facile à résoudre. L'analyse par la M.E.F d'un système continu donné comprend 6 étapes essentielles:

1-Discretisation du système continu en le remplaçant par un système équivalent des éléments finis (système discret) liés aux noeuds. Les éléments adjacents se touchent sans chevauchement ni aucun vide entre eux.

2-Sélection d'une approximation nodale des variables: ceci revient à approcher d'une manière aussi exacte que possible les variables à l'intérieur de chaque élément en fonction des variables aux noeuds. Les fonctions utilisées généralement sont des polynômes (facile à intégrer et à dériver) doivent respecter les règles de convergence à savoir:

- Etre complètes.
- ✓ - Etre continues sur éléments et entre éléments.

3-La formulation de la matrice de rigidité en utilisant un principe variationnel (pour notre cas le principe des travaux virtuels). Aussi dans cette étape les charges qui ne sont pas situées sur les noeuds sont exprimées sous forme d'un

système de charges équivalent aux noeuds pour former un vecteur de chargement pour chaque élément. Les coefficients de la matrice de rigidité élémentaire représentant les coefficients des équations d'équilibre de l'élément (satisfaire le principe d'équilibre au niveau de chaque élément) sont obtenus à partir des propriétés des matériaux et de la géométrie de l'élément.

4-Assemblage des équations algébriques pour la totalité du système discret. Ceci comprend l'assemblage des matrices de rigidité élémentaires pour former la matrice globale ainsi que l'assemblage des vecteurs de chargement pour former le vecteur global des charges de la structure entière.

L'assemblage est obtenu d'une manière directe (comme le cas de la méthode de rigidité) en appliquant le principe d'équilibre et de compatibilité aux noeuds formant le système.

5-Solution des équations algébriques pour obtenir les déplacements inconnus.

6-Evaluation des contraintes dans chaque éléments à partir des déplacements.

3-3 ELEMENTS (2D) ISOPARAMETRIQUES A 4 NOEUDS

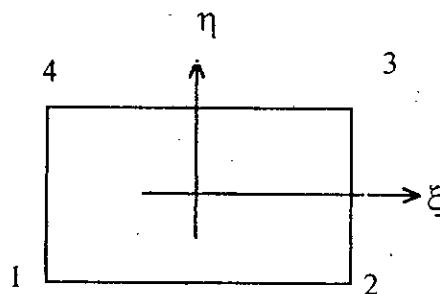


fig 3-1 élément isoparamétrique à 4 noeuds

Les fonctions d'interpolation de cet élément sont:

$$N_1 = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta) \quad 3.1$$

$$N_2 = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta) \quad 3.2$$

$$N_3 = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta) \quad 3.3$$

$$N_4 = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta) \quad 3.4$$

$$\text{ou } N_i = \frac{1}{4}(1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta) \quad 3.5$$

avec $\xi_i = \pm 1$ et $\eta_i = \pm 1$

Les déplacements d'un point (ξ, η) à l'intérieur d'un élément sont exprimés comme suit:

$$u(\xi, \eta) = \sum_1^4 N_i(\xi, \eta) \cdot u_i \quad 3.6$$

$$v(\xi, \eta) = \sum_1^4 N_i(\xi, \eta) \cdot v_i \quad 3.7$$

Avec u_i, v_i sont les déplacements du noeud i et

N_i la fonction d'interpolation du noeud i .

Puisque l'élément est isoparamétrique, les coordonnées d'un point (x, y) à l'intérieur d'un élément peuvent être aussi exprimées en fonction des coordonnées des noeuds de l'élément.

$$x = \sum_1^4 N_i x_i \quad 3.8$$

$$y = \sum_1^4 N_i y_i \quad 3.9$$

Avec x_i, y_i les coordonnées du noeud i .

Sous forme matricielle, on a:

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = [N] \{u_n\} \quad 3.10$$

$$[N]_{2 \times 8} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \quad 3.11$$

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = [N] \{X\} \quad 3.12$$

$$\{X\}_{1 \times 8}^T = \{x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4\} \quad 3.13$$

$$\{u_n\}_{1 \times 8}^T = \{u_1, v_1, u_2, v_2, u_3, v_3, u_4, v_4\} \quad 3.14$$

Les déformations dans un point sont liées aux déplacements par :

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = [L][N] \{u_n\} \quad 3.15$$

$$[L][N] \{u_n\} = [B] \{u_n\} \quad 3.16$$

[L] : matrice d'opérateur de dérivation

[L][N] = [B] : matrice de déformation

$$[B]_{3 \times 8} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial x} & \frac{\partial N_4}{\partial y} & \frac{\partial N_4}{\partial x} \end{bmatrix} \quad 3.17$$

$$\varepsilon_x = \sum_1^4 \frac{\partial N_i}{\partial x} u_i \quad 3.18$$

$$\varepsilon_y = \sum_1^4 \frac{\partial N_i}{\partial y} v_i \quad 3.19$$

$$\gamma_{xy} = \sum_1^4 \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} v_i + \frac{\partial N_i}{\partial y} u_i \right) \quad 3.20$$

$$\{\varepsilon\} = [B_1 \quad B_2 \quad B_3 \quad B_4] \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{Bmatrix} \quad 3.21$$

$$\text{Avec } [B_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix} \quad 3.22$$

$$\text{et } \{d_i\} = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \quad 3.23$$

D'autre part, on sait qu'en appliquant la dérivation par chaîne, on a :

$$\frac{\partial N_i}{\partial \xi} = \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} \quad 3.24$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial \eta} = \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta}$$

$$\text{Soit } \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J] \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad 3.25$$

[J] : matrice jacobienne;

En remplaçant les équations (3.8) et (3.9) dans les termes de [J] on obtient

$$[J] = \begin{bmatrix} \sum_1^4 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \sum_1^4 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i \\ \sum_1^4 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \sum_1^4 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \quad 3.26$$

En utilisant l'équation (3.25) on a :

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \quad 3.27$$

$$\text{Avec} \quad [J]^{-1} = \frac{1}{\det J} \begin{bmatrix} \sum_1^4 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i & -\sum_1^4 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i \\ -\sum_1^4 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \sum_1^4 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i \end{bmatrix} \quad 3.28$$

$$\det J = (J_{11} J_{22} - J_{12} J_{21}) \quad 3.29$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\det J} \begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} \\ -J_{21} & J_{11} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \quad 3.30$$

Exemple pour $i=1$ on a :

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_1}{\partial x} &= \frac{1}{\det J} [-(1-\eta) J_{22} + (1-\xi) J_{12}] \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} &= \frac{1}{\det J} [-(1-\eta) J_{21} + (1-\xi) J_{11}] \end{aligned} \quad 3.31$$

En utilisant cette approche, on peut obtenir numériquement toute les dérivations globales. Cependant la présence du terme $\det J$ dans l'équation (3.30) (dénominateur) rend l'intégration explicite des expressions (nécessaire pour le calcul des éléments de la matrice de rigidité) difficile; pour contourner cette difficulté on recours généralement à l'intégration numérique.

Les contraintes sont liées aux déformations par la loi de Hooke, comme suit:

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [D]\{\varepsilon\} = [D][B]\{u_n\} \quad 3.32$$

où $[D]$ est la matrice des propriétés des matériaux, qui pour le cas d'isotropie, est donnée par:

pour le cas des contraintes planes :

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad 3.33$$

et pour le cas des déformations planes:

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix} \quad 3.34$$

La matrice de rigidité élémentaire de l'élément est obtenue en appliquant le principe des travaux virtuels qui stipule que pour un déplacement virtuel arbitraire le travail des forces internes est égal au travail effectué par les forces externes.

$$\delta U = \delta W \quad 3.35$$

δW le travail externe virtuel est donné par:

$$\begin{aligned} \delta W &= \int_V \delta \{u\}^t \{q\} dV = \int_V \delta \{ [N] \{u_n\} \}^t \{q\} dV \\ &= \int_V \delta \{u_n\}^t [N]^t \{q\} dV = \delta \{u_n\}^t \int_V [N]^t \{q\} dV \end{aligned} \quad 3.36$$

Avec $\{q\}$, le vecteur de chargement sur l'élément comprenant les charges surfaciques et volumiques

l'énergie de déformation virtuelle δU s'écrit:

$$\begin{aligned} \delta U &= \int_V \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} dV = \int_V \delta \{ [B] \{u_n\} \}^T [D] [B] \{u_n\} dV \\ &= \int_V \delta \{u_n\}^T [B]^T [D] [B] \{u_n\} dV \end{aligned} \quad 3.37$$

$$\delta U = \delta \{u_n\}^T \left[\int_V B^T \cdot D \cdot B \cdot dV \right] \{u_n\} \quad 3.38$$

Egalant les deux expressions il vient:

$$\delta\{u_n\}^T \int_V [N]^T \{q\} dV = \delta\{u_n\} \left[\int_V B^T \cdot D \cdot B \cdot dV \right] \{u_n\} \quad 3.39$$

puisque $\delta\{u_n\}$ est arbitraire cette égalité peut s'écrire:

$$[K] \{u_n\} = \{F\} \quad \text{avec} \quad [K] = \int_V B^T \cdot D \cdot B \cdot dV \quad 3.40$$

$$\{F\} = \int_V [N]^T \{q\} dV$$

pour un élément d'épaisseur constante égale à t

$$dV = dx \cdot dy \cdot dz = (\det J d\xi d\eta) dz \quad \text{et} \quad \int dz = t$$

$$[K] = \int_V [B]^T [D] [B] dV = t \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D] [B] \det J d\xi d\eta \quad 3.41$$

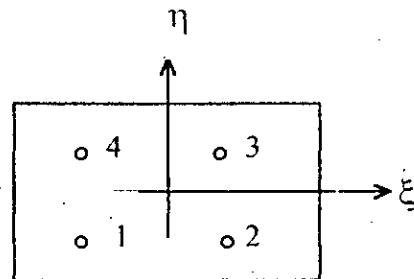
$$\{F\} = \int_V [N]^T \{q\} dV = t \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [N]^T \{q\} \det J d\xi d\eta$$

Les expressions (3.40) et (3.41) sont évaluées en utilisant l'intégration numérique (quadrature de Gauss). Les stations d'intégration et leur poids sont donnés ci-dessous:

$$\text{avec } \xi_1 = \xi_4 = \eta_1 = \eta_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{et } \xi_3 = \xi_2 = \eta_3 = \eta_4 = \pm \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$w_i = 1 \quad \text{pour } i=1,4$$



L'utilisation de l'ordre 2x2 dans l'intégration est nécessaire pour intégrer des polynômes de degré 2 présent dans [K]. Donc:

$$[K] = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 w_i w_j [B(\xi_i, \eta_j)]^T [D] [B(\xi_i, \eta_j)] \det J(\xi_i, \eta_j) \quad 3.42$$

$$\text{avec } \xi_i = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{et} \quad \eta_j = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad w_i = w_j = 1$$

Le vecteur des forces peut être évalué d'une manière similaire, mais si les charges sont appliquées le long des cotés avec ξ et η sont constants ou si les charges sont concentrées une évaluation manuelle de l'intégrale (3.41) peut être faite.

Une fois la matrice élémentaire évaluée, ses coefficients sont affectés dans la matrice globale.

$$[K] = \sum_1^{NEL} [K^e] \quad 3.43$$

Cet assemblage est effectué suivant les d.d.l globaux de telle manière à respecter le principe d'équilibre et de compatibilité au niveau de chaque noeud du système. La condition d'équilibre au niveau du noeud assure que les forces provenant des éléments qui se rencontrent dans le joint sont en équilibre avec les forces externes.

$$\sum_1^{NEA} \{F\}_j^i = \sum_1^{NEA} \{F_e\}_j^i \quad 3.44$$

$\{F_e\}_j^i = [K_e]\{u_n\}$: forces internes.

$\{F\}_j^i$: force externe au noeud i provenant de l'élément.

NEA : nombre d'éléments attachés au noeud i.

Sous une autre forme la condition d'équilibre en chaque noeud i s'écrit :

$$R_i = \sum_{e=1}^m F_i^e = F_i^1 + F_i^2 + \dots + F_i^m \quad 3.45$$

R_i : Somme des Forces externes au niveau du noeud i

F_i^e : force au noeud i provenant de l'élément e.

Le développement des termes F_i^e permet d'écrire :

$$R_i = \left(\sum_{e=1}^m K_{i1}^e \right) u_1 + \left(\sum_{e=1}^m K_{i2}^e \right) u_2 + \dots + \left(\sum_{e=1}^m K_{in}^e \right) u_n \quad 3.46$$

Bien entendu si un élément donné ne contient pas le noeud i , la force correspondante est nulle. c.a.d la sommation ne concerne que les éléments contenant le noeud i .

En répétant ce procédé pour tous les noeuds, on obtient la matrice de rigidité et le vecteur de forces globaux du système.

$$\{F\}_G = [K]_G \{u\}_G \quad 3.47$$

cette méthode permet d'aboutir directement à une matrice - bande Symétrique.

L'opération suivante consiste à spécifier les conditions aux frontières, c'est à dire le report des valeurs imposées des déplacements d'appuis ou toute autre condition de frontière. Ceci permet en plus d'éviter la singularité de la matrice K et de s'assurer que la solution du système est unique.

Après assemblage, on aboutit au système d'équations:

$$\begin{aligned} K_{11}u_1 + K_{12}u_2 + \dots + K_{1n}u_n &= R_1 \\ K_{21}u_1 + K_{22}u_2 + \dots + K_{2n}u_n &= R_2 \\ \vdots & \\ \vdots & \\ \vdots & \end{aligned}$$

3.48

$$K_{n1}u_1 + K_{n2}u_2 + \dots + K_{nn}u_n = R_n$$

Ce qui donne les valeurs cherchées des déplacements.

Dans la dernière étape le calcul des contraintes dans chaque élément est effectué. Pour chaque élément on obtient:

$$\{\sigma\}_i = [D]\{\epsilon\}_i = [D][B]\{u_n\} \quad 3.49$$

La valeur ci-dessus est évaluée au noeud ou à la station de Gauss.

N.B: Dans toutes ces opérations il faut respecter les règles d'opérations matricielles.

3-4 ELEMENTS A DDL ADDITIONNELS (FORMULATION AVEC MODE DE FLEXION)

dans le chapitre 5 une étude flexionnelle sera menée. Cette étude numérique nécessite la modification des fonctions de déplacement de l'élément 4 noeuds pour permettre la modélisation des éléments sollicités en flexion.

Le principe consiste à introduire, comme l'ont expliqué certains auteurs (27,28,29), deux modes additionnels de déplacements à l'élément d'origine, défini dans la première partie de ce chapitre, de façon à introduire des déplacements flexionnels le long du coté de l'élément. Ces modes sont:

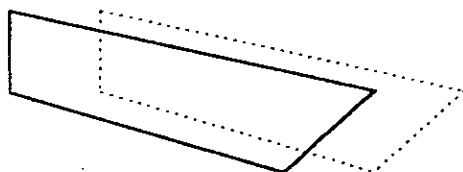
$$\begin{aligned} N_5 &= (1 - \xi^2) \\ N_6 &= (1 - \eta^2) \end{aligned} \quad 3.50$$

Les déplacements u et v s'écriront sous la nouvelle forme.

$$\begin{aligned} u(\xi, \eta) &= \sum_1^4 N_i u_i + u_5(1 - \xi^2) + u_6(1 - \eta^2) \\ v(\xi, \eta) &= \sum_1^4 N_i v_i + v_5(1 - \xi^2) + v_6(1 - \eta^2) \end{aligned} \quad 3.51$$

u_5, u_6, v_5, v_6 Variables généralisées liées aux fonctions de forme additionnelles.

sans modes additionnels



— : avant déformation

..... : après déformation

avec modes additionnels

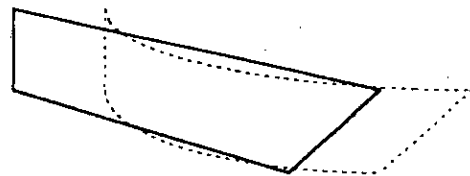


Figure 3-3 influence des modes additionnels.

En général, ce nouvel élément, bien qu'il améliore d'une manière très nette la modélisation de la poutre, ne respecte pas la conformité du champs de déplacement aux frontières entre éléments. Néanmoins, pour un découpages en parallélogrammes, (ce qui est le cas du présent travail pour lequel l'élément utilisé est rectangulaire), l'élément passe le test de rapiéçage (Patch test).

En introduisant les variables additionnelles dans l'expression des déformations (équation. 3.21.)

$$\{\varepsilon\} = [B_1 \quad B_2 \quad B_3 \quad B_4] \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial N_5}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_6}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_5}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_6}{\partial y} \\ \frac{\partial N_5}{\partial y} & \frac{\partial N_5}{\partial x} & \frac{\partial N_6}{\partial y} & \frac{\partial N_6}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_5 \\ v_5 \\ u_6 \\ v_6 \end{Bmatrix} \quad 3.52$$

L'équation ci-dessus peut se réduire sous forme matricielle à:

$$\begin{aligned} \{\varepsilon\} &= \begin{bmatrix} B_n \\ 3 \times 8 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_n \\ 8 \times 1 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} G \\ 4 \times 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_c \\ 4 \times 1 \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} [B_n] [G] \\ 3 \times 12 & 12 \times 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_n\} \\ \{u_c\} \end{Bmatrix} \\ &= [B] \{u\} \\ & \quad 3 \times 12 \quad 12 \times 1 \end{aligned} \quad 3.53$$

Portant cette valeur dans l'expression de la matrice de rigidité élémentaire :

$$\begin{aligned} [K_e] &= \int_V [[B_n] [G]]^T [D] [[B_n] [G]] dV \\ &= \int_V \begin{bmatrix} [[B_n]^T [D] [B_n]] & [[B_n]^T [D] [G]] \\ [[G]^T [D] [B_n]] & [[G]^T [D] [G]] \end{bmatrix} dV \\ &= \begin{bmatrix} [K_{nn}] & [K_{nc}] \\ [K_{cn}] & [K_{cc}] \end{bmatrix} \end{aligned}$$

les matrices $[K_{cn}]$ $[K_{cc}]$ sont relatives aux ddl additionnels avec:

$$[K_{cn}] = \int_V [[G]^T [D] [B_n]] dV$$

$$\begin{aligned} [K_{cn}] &= [K_{nc}] \\ [K_{cc}] &= \int_V [[G]^T [D] [G]] dV \end{aligned} \quad 3.54$$

$$[K_{nn}] = \int_V [[B_n]^T [D] [B_n]] dV$$

D'une manière similaire le vecteur force peut être traité pour obtenir:

$$\{F_c\} = \begin{Bmatrix} \{F_{nn}\} \\ \{F_{cc}\} \end{Bmatrix} \quad 3.55$$

$$\{F_{cc}\} = \int_V \{N_c\}^T \{q\} dV \quad \text{et} \quad \{F_{nn}\} = \int_V \{N_n\}^T \{q\} dV$$

Des équations ci-dessus, il est clair qu'en l'absence des variables additionnelles, on retrouve les expressions de K et F calculées dans la section précédente :

$$\begin{aligned} [K_c] &= [K_{nn}] \\ \{F_c\} &= \{F_{nn}\} \end{aligned}$$

L'utilisation des variables nodales additionnelles, aboutit à la génération d'une matrice de rigidité 12x12. Cette matrice doit être condensée par les méthodes usuelles en une matrice 8x8 puisque réellement l'élément n'est connecté au reste de la structure que par 8ddl.

4. 1. INTRODUCTION

Afin de déterminer les caractéristiques des joints de colle entre l'acier et le béton telles que résistances et mode de rupture, des essais sur modèles réduits sont nécessaires. Puisque le joint de colle transmet les charges entre acier et béton principalement par cisaillement des essais d'arrachement « pull out » ont été effectués sur plusieurs échantillons (1). Les résultats trouvés facilitent l'interprétation des essais expérimentaux de flexion de poutres renforcées par des plaques collées et contribuent à l'élaboration de modèles simulant ces poutres (chap.5). Comme indique dans les chapitres 1 et 2 l'explication détaillée de cet essai fera l'objet de la première partie de ce chapitre. La deuxième partie sera consacrée à l'élaboration d'un modèle numérique utilisant la méthode des éléments finis (chapitre 3) et permettant la simulation du comportement linéaire de l'essai pull out. Cette dernière partie sera complétée par une étude paramétrique, utilisant le modèle validé, et portant sur les principaux facteurs ayant une influence sur le comportement du joint de colle.

4. 2. DESCRIPTION DE L'ESSAI

Le principe de l'essai consiste à soumettre le joint de colle à un effort de cisaillement par un dispositif approprié.

4. 2. 1. MONTAGE EXPERIMENTAL

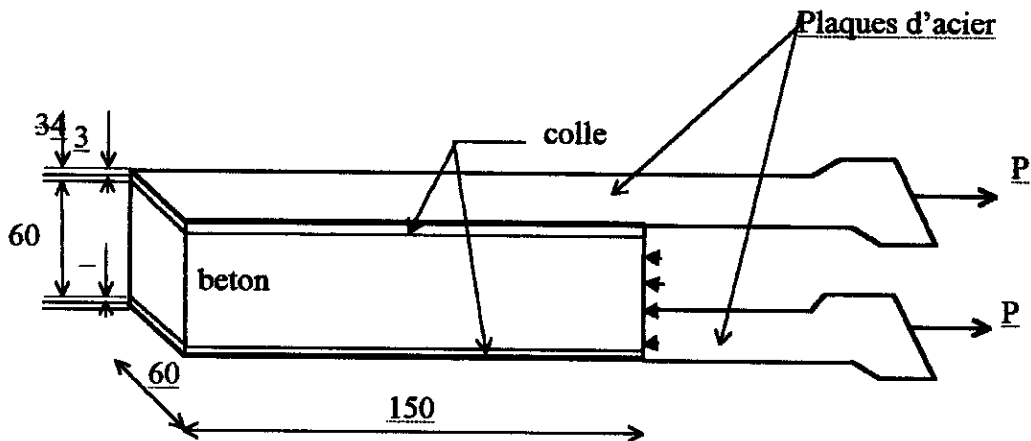


Fig 4. 1 Montage expérimental réalisé par le Pr Charif(1).

Deux plaques d'acier de 3mm d'épaisseur et de 60mm de largeur collées sur les deux faces opposées d'un prisme de béton de 60x60x150mm sont mises en tension par déplacement crée par le mouvement de la partie mobile de l'appareil d'essai. Le prisme de béton solidaire de la partie fixe de l'appareil ne se déplace pas. Le joint de colle est de cette manière soumis au cisaillement. Une investigation expérimentale portant sur les deux paramètres, épaisseur de la colle(0,5 à 3mm) et résistance du béton (25 à 70MPa) a été effectuée(1).

4. 2. 2. COMPORTEMENT DU MODELE EXPERIMENTAL

La charge appliquée P est mesurée à l'aide d'un capteur de force.

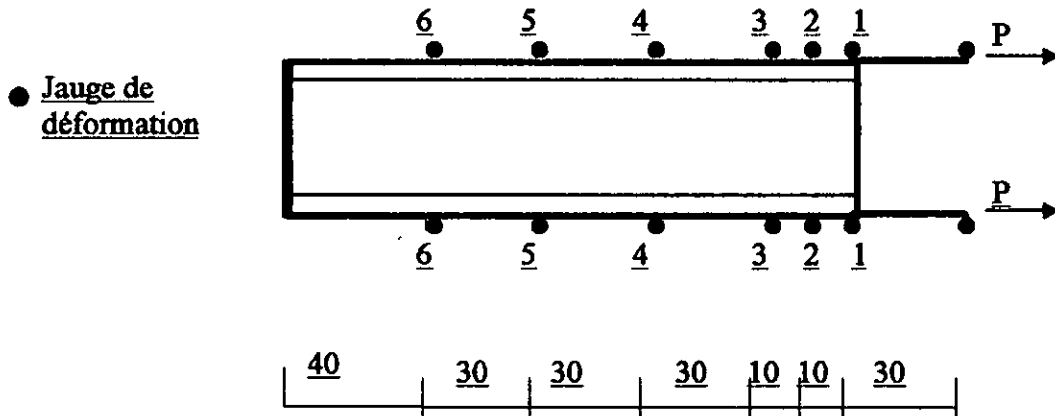


Fig 4. 2 Disposition des jauges le long des plaques(1).

La force longitudinale locale F est calculée à partir des déformations enregistrées par des jauges, placées le long de la plaque en des points convenablement choisis (voir figure 4.2 ci-dessus), de la manière suivante:

Soient:

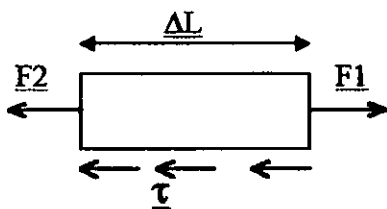
E: module d'élasticité de l'acier

A: aire de la section droite de la plaque

ϵ : la déformation longitudinale

On a alors: $F = \epsilon \cdot E \cdot A$

La distribution de la force F le long du joint est obtenue en joignant les points représentant les valeurs correspondants à chaque jauge. Les contraintes de cisaillement dans le joint peuvent être évaluées à partir des efforts longitudinaux dans les plaques en considérant l'équilibre d'un tronçon de plaque qui, sous l'effet d'un accroissement, de force subit une extension ΔL :



ΔL : distance entre 2 jauges de déformation

b : largeur de la plaque

τ : contrainte de cisaillement moyenne entre 2 jauges

Avec τ donné par(1):

$$\tau = \frac{F2 - F1}{b \cdot \Delta L} \quad 4.1$$

La figure(4.4) donne la distribution de la force F le long du joint pour des valeurs croissantes de la charge appliquée P. Elle permet de constater surtout que pour des valeurs de P inférieures à approximativement 60% de la charge de rupture le graphe a une allure exponentielle sur toute la longueur du joint. Dès que P

Chapitre 4 Modélisation de l'essai Pull out

dépasse le seuil de 60% de sa valeur ultime la distribution devient de plus en plus horizontale près du bord charge suite probablement à une diminution de la force transmise des plaques vers le béton par le joint, (ce qui signifie que ce dernier subit une rupture locale), puis retrouve la forme exponentielle sur la partie restante.

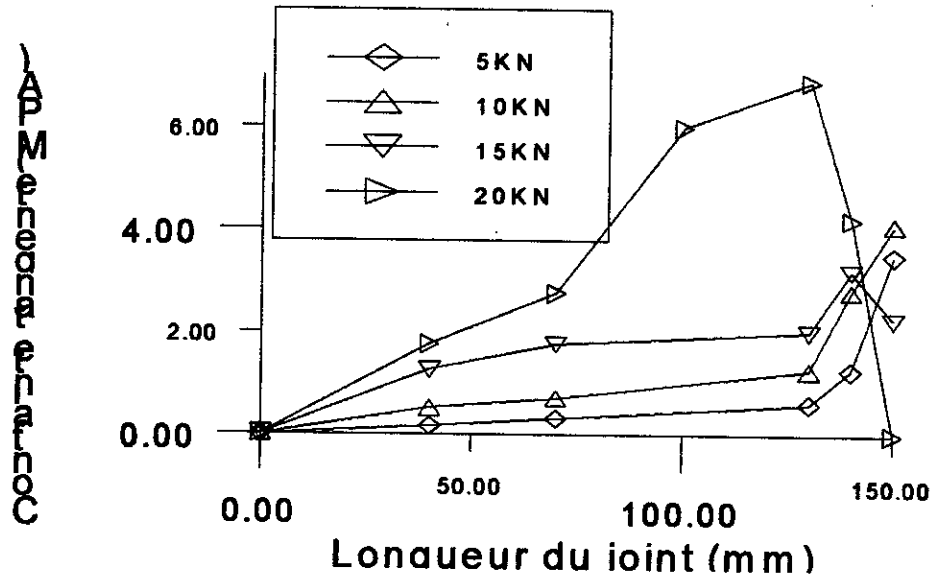


Fig 4.3 répartition des contraintes de cisaillement le long du joint en fonction de la force appliquée

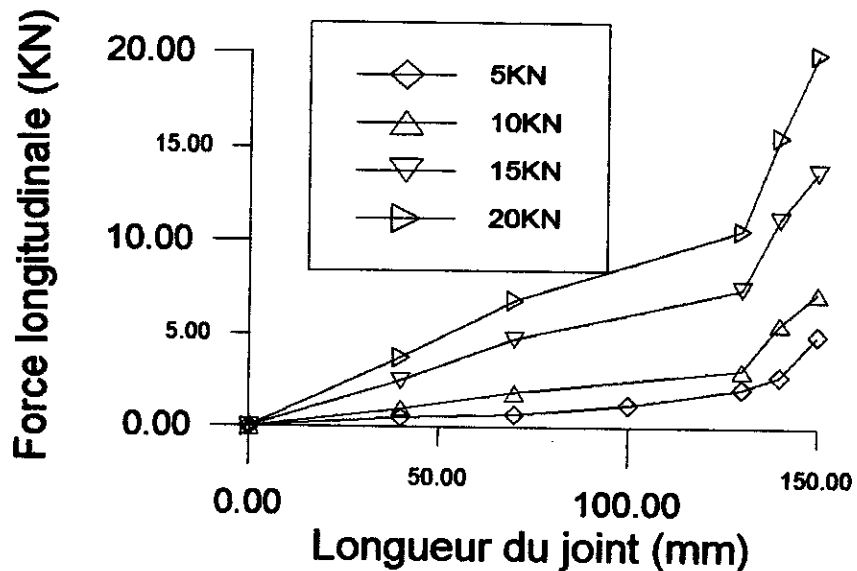


Fig 4.4 distribution de la force F le long du joint en fonction de la force appliquée

La répartition des contraintes de cisaillement (fig 4.3), déduite de la formule 4.1 présente, pour les différents cas de charge les mêmes caractéristiques que celles de F (Fig.4.4). La contrainte maximale déduite le long du joint variait de 6 à 8,33 MPa tandis que la contrainte moyenne à la rupture, obtenue en faisant le rapport de la force ultime à la longueur totale du joint, variait de 2,23 à

3,3MPA. Ces variations correspondent à des valeurs du facteur de concentration de contrainte égal au rapport de la contrainte maximale à la contrainte moyenne de 2,7 à 2,52 respectivement. La diminution de ce facteur s'explique par le fait que sous 20KN le joint subit une rupture près du point d'application de la charge. La rupture du joint se développe d'une manière graduelle sur une distance faible au début près du bord chargé puis se propage le long du joint avec l'augmentation de la charge jusqu'à la ruine complète de ce dernier

4. 3. MODELISATION DU COMPORTEMENT LINEAIRE DE L'ESSAI

4. 3. 1. CHOIX DE L'ELEMENT

L'élaboration d'un modèle numérique simulant les expériences décrites précédemment débute par le choix d'un élément présentant une simplicité dans la préparation des données et permettant une interprétation correcte des résultats. D'autre part les conditions du montage expérimental permettent de considérer qu'il règne un état de contraintes planes. Ces conditions sont satisfaites par l'élément ASOLID 2D contraintes planes des logiciels SAP90. Cet élément sera donc utilisé dans le maillage de la structure. Toutefois ce choix ne sera confirmé que si le modèle ainsi élaboré satisfait le test de validation.

4. 3. 2. CHOIX DE LA MAILLE

Afin de donner des résultats satisfaisants la discretisation devrait se faire en mailles assez fines pour que la convergence des résultats soit bonne et rapide. De plus les conditions de chargement et de liaison doivent être correctement représentées. La maille représentée sur la figure 4.5 a été choisie après qu'il fut constaté qu'un maillage plus fin n'améliore plus les résultats d'une manière significative. Il faut signaler que les dimensions de la plaque de blocage du béton n'étant pas connues avec une précision suffisante, les positions des appuis correspondants ont été déterminées après des ajustements consécutifs tenant compte de la distribution des contraintes.

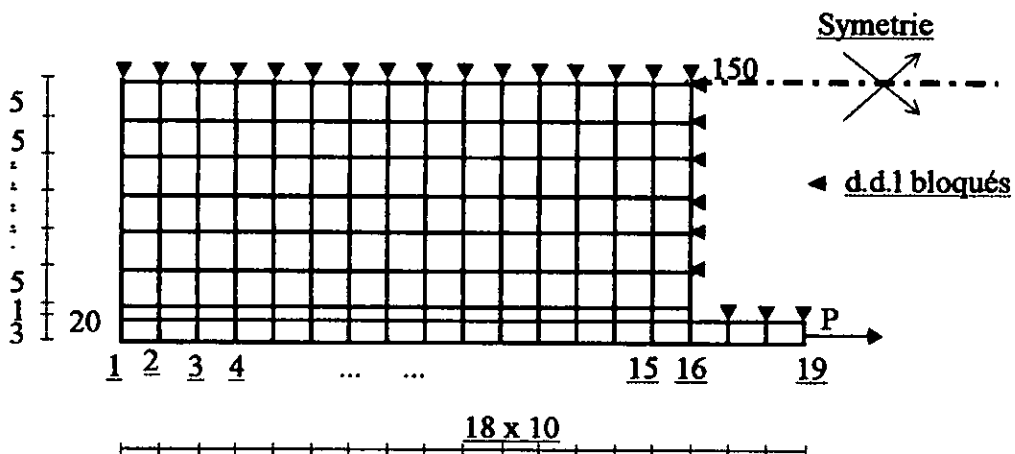


Fig 4. 5 Schéma du maillage et numérotation des noeuds.

4. 3. 3. PROPRIETES DES MATERIAUX

Les propriétés des matériaux sont celles de ceux utilisés dans les essais, elles sont précisées dans le tableau 4.1 ci-dessous:

matériau	E(MPA)	ν	épaisseur(mm)
acier	200.000	0,3	3
colle	300	0,499	1
béton	32000	0,16	60

Tableau 0-1 Propriétés des matériaux

L'epoxy est un matériau viscoélastique pour lequel le module d'élasticité dépend de la contrainte appliquée, cependant un examen minutieux de son diagramme expérimental contrainte/déformation (1) permet de considérer avec une bonne approximation que le comportement de ce matériau est élastique dans le domaine de chargement considéré dans étude. Ce fait autorise la prise en compte d'une valeur moyenne du module d'élasticité de la colle.

Pour garantir un comportement élastique linéaire la charge appliquée est limitée à 10KN par plaque.

4. 3. 4. VALIDATION DU MODELE

La distribution de la force longitudinale F , évaluée numériquement à partir de la contrainte normale dans la plaque comme indiqué en 4.2.2 ci-dessus, fut prise comme critère de comparaison compte tenu de la manière directe avec laquelle sa valeur est obtenue à partir des résultats expérimentaux. La figure 4.6 montre que sauf pour les positions 1 et 2 les deux graphes sont superposés. Le graphe expérimental montre que pour la position 1, la jauge de déformation indique pour tous les cas de charge une force égale à la charge appliquée ce qui permet de conclure qu'elle n'est pas située exactement sur le joint colle-acier mais seulement sur la plaque. Ceci constitue une justification de l'écart avec le modèle numérique pour lequel cette position est effectivement sur le joint.

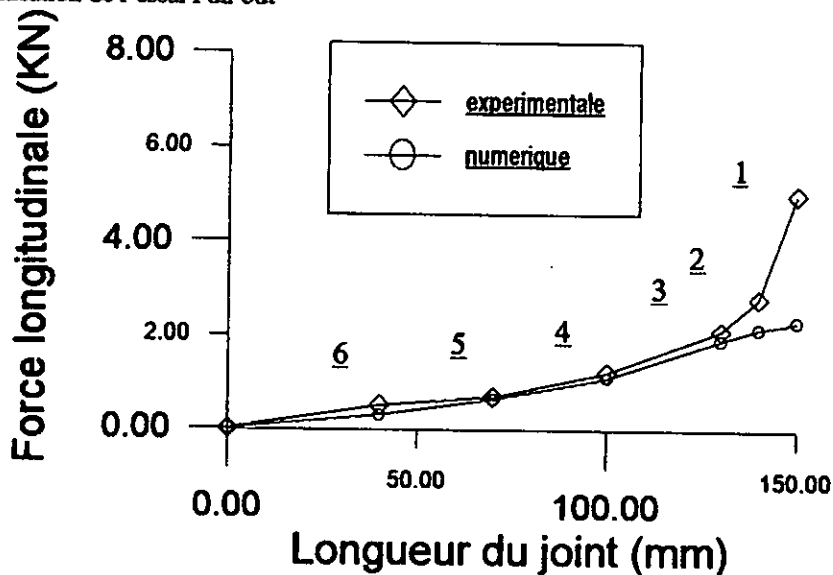


Fig 4. 6 Distribution de la force longitudinale le long du joint pour une force appliquée de 5KN:Validation

La différence maximum pour les autres points est de l'ordre de 15% pour la position 2 et elle est pratiquement nulle pour les autres.

4. 4. ETUDE DES CONTRAINTES

Le premier constat est que le modèle met en évidence l'existence de contraintes normales (représentées dans les figures 4.8 et 4.9 ci-dessous) en plus des contraintes tangentielles dans le joint .Ce résultat confirme le bien-fondé de l'hypothèse émise par certains chercheurs et postulant l'existence de telles contraintes.

Les contraintes données par le logiciel sont calculées aux noeuds de chaque élément. Puisque la rupture (expérimentale) survient à proximité de l'interface béton/colle, il convient d'analyser la variation des contraintes tangentielles et normales le long de cet interface pour chacun des deux matériaux en contact à savoir le béton et la colle. Ces contraintes sont évaluées en calculant leur moyenne séparément pour le béton et la colle à chaque noeud commun.

La figure (4.7) donne la répartition des contraintes tangentielles, expérimentale et numérique. Le premier point à noter est la forme exponentielle des graphes et la remarquable concordance sur la majeure partie du joint entre les trois valeurs (de 0 à 130 mm). Ceci permet de confirmer d'une part la validation du modèle numérique et d'autre part la justification de l'évaluation expérimentale des contraintes par la formule 4.1 déduite des mesures expérimentales (1). le deuxième point est le fait que près du bord chargé (2 cm) la valeur expérimentale de la contrainte s'intercale entre les valeurs de cette contrainte dans la colle et dans le béton. La différence entre la colle et le béton peut s'expliquer par le fait que le béton étant plus rigide ($E_{\text{béton}} \cong 10E_{\text{colle}}$) développe

Chapitre 4 Modélisation de l'essai Pull out

une contrainte plus forte; la colle étant plus souple et grâce à ses caractéristiques d'adhésivité au béton et au métal, résiste par déformation, d'où une répartition plus uniforme de la contrainte le long du joint. Si on évalue le facteur de concentration de contrainte en se référant à la contrainte moyenne expérimentale les valeurs respectives dans le béton et dans la colle sont 2,6 et 1,75 respectivement. Ceci laisse supposer, conformément à l'observation expérimentale(1,8), que le risque de rupture est le plus grand dans le béton.

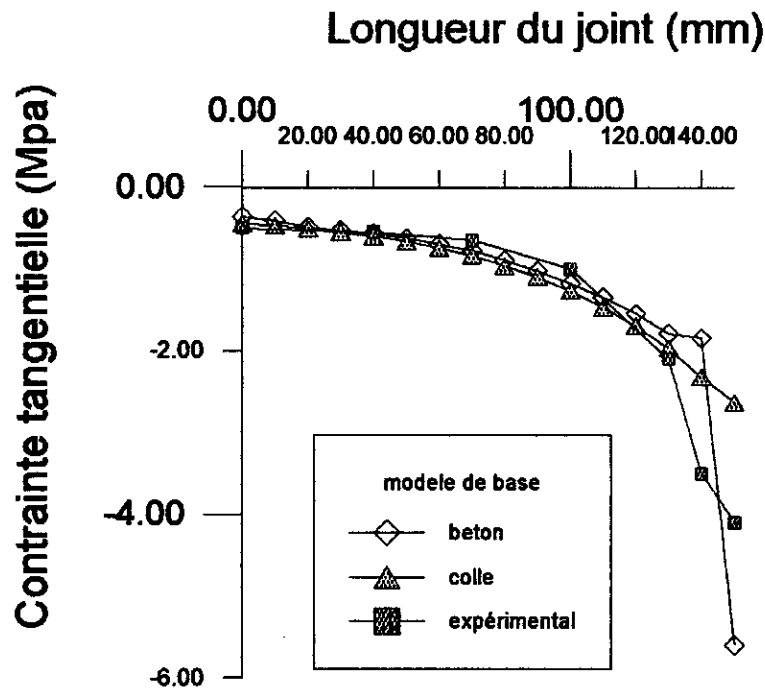


Fig 4. 7 Comparaison des contraintes tangentielles expérimentales et numériques

Les figures 4.8. et 4.9 donnant les contraintes normales (majeures et mineures dans la colle et dans le béton), montrent que pour la colle les contraintes sont égales en intensité à la valeur de la contrainte tangentielle. Ceci prouve que la colle travaille au cisaillement pur et confirme le résultat expérimental déjà établi (1). Le béton est pour sa part soumis à une répartition sensiblement exponentielle des contraintes de traction et de compression sur pratiquement une longueur de 130 mm. Sur les 20 derniers mm il y'a un effet de concentration de contraintes près du bord chargé. Ce phénomène a été évoqué pour expliquer le début de fissuration qui survient toujours dans cette partie du joint.

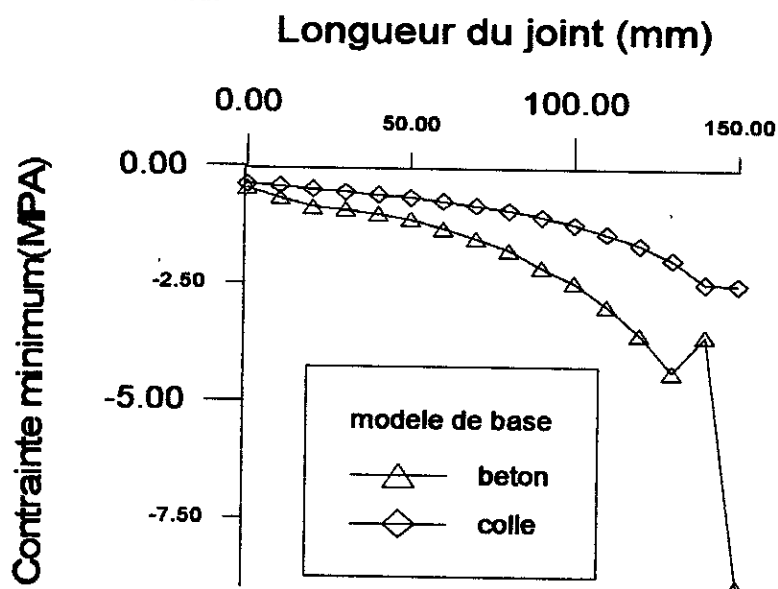


Fig 4. 8 Contraintes normales minimales à l'interface

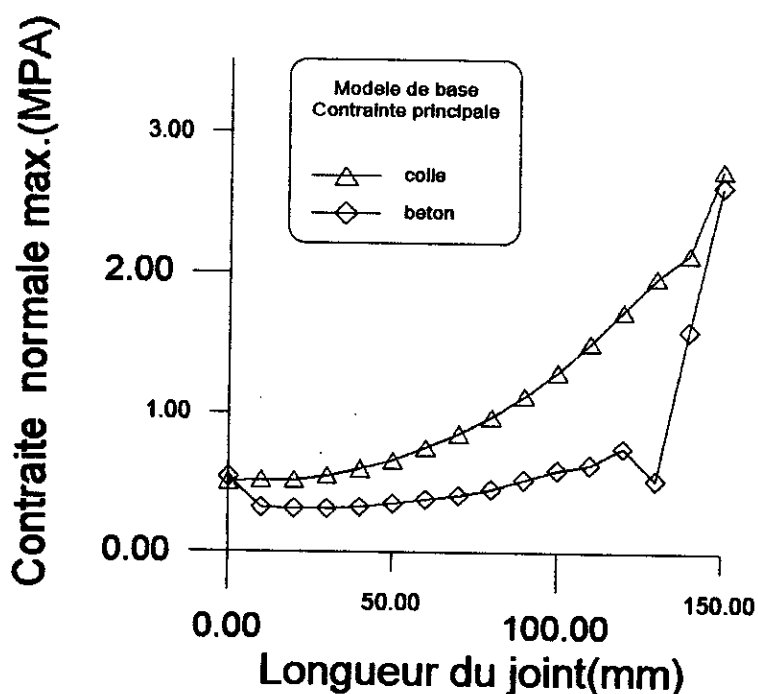


Fig 4. 9 Contrainte normale majeure à l'interface colle-béton

4. 4. 1.EFFET DE L'ÉPAISSEUR DE LA COLLE

La figure 4.10 donnant la répartition des contraintes tangentielles dans la colle pour des épaisseurs croissantes du joint permet de confirmer l'allure exponentielle du graphe. la différence entre valeurs extrêmes de la contrainte passant de 2.18MPa pour une épaisseur de 1.0mm à 0.95MPa pour une épaisseur de 3.0mm indiquerait une distribution d'autant plus uniforme que l'épaisseur est plus grande. Pour l'extrémité non chargée la contrainte varie en

Chapitre 4 Modélisation de l'essai Pull out

sens inverse avec l'épaisseur, ce qui laisse supposer un risque de faiblissement à partir d'un seuil déterminé. Ceci renforce l'hypothèse stipulant une possible corrélation entre une épaisseur optimum et la contrainte tangente. En définitive, les mêmes observations peuvent être faites pour le béton à partir de l'analyse de la figure 4.11. Il y a lieu également de remarquer qu'une augmentation de l'épaisseur de la colle a pour effet d'atténuer le phénomène de concentration de contraintes près du bord chargé

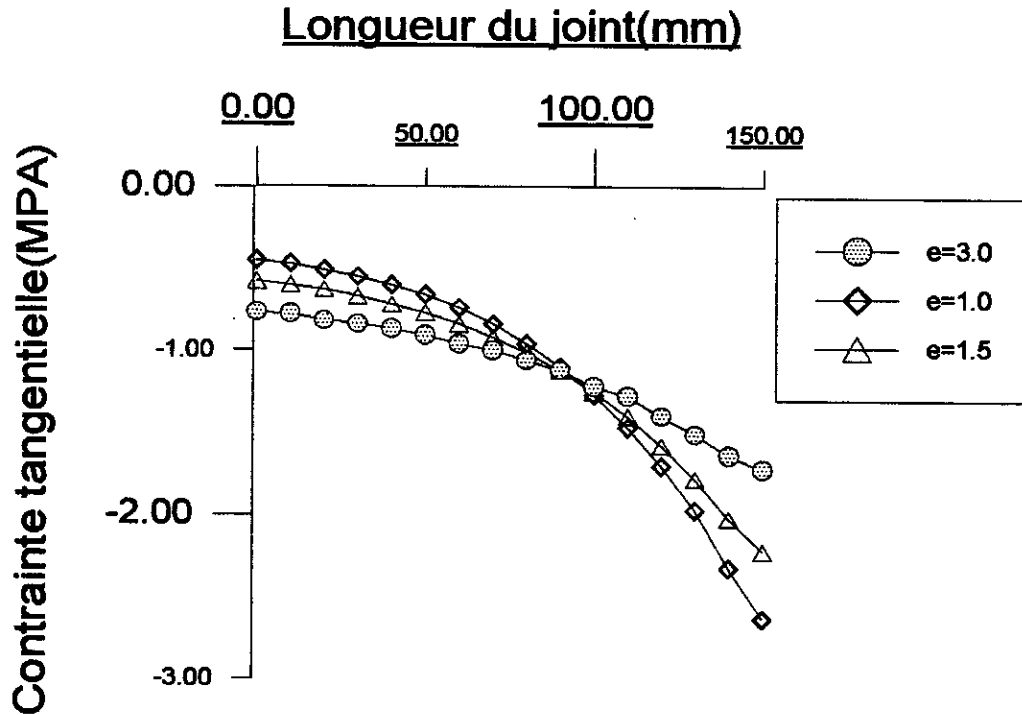


Fig 4. 10 Effet de l'épaisseur du joint sur la contrainte tangente dans la colle

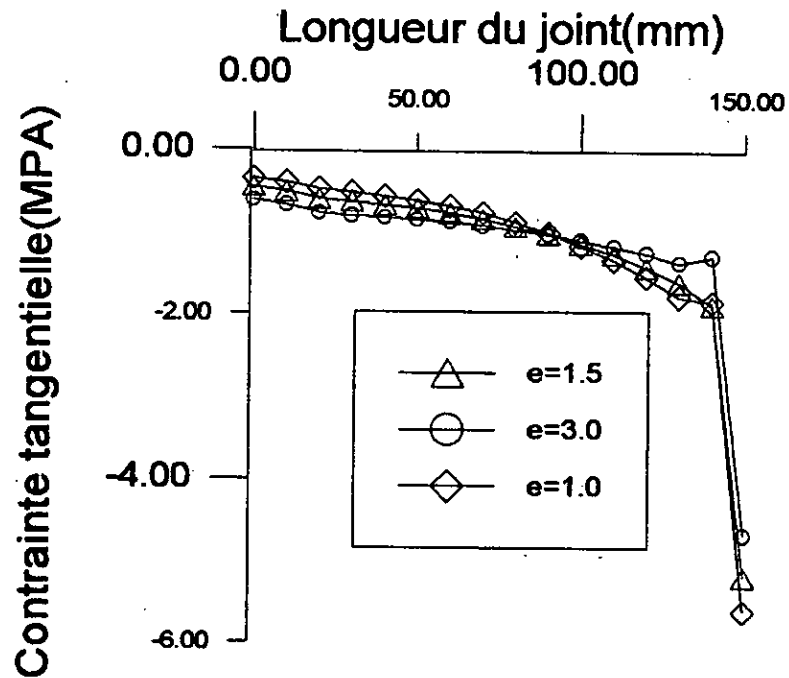


Fig 4. 11 Effet de l'épaisseur du joint sur la contrainte tangente dans le béton

4. 4. 2.EFFET DE L'ÉPAISSEUR DE LA PLAQUE D'ACIER

L'effet de l'épaisseur de la plaque d'acier sur la variation de la contrainte tangentielle dans le joint et dans le béton est indiqué sur les figures 4.12 et 4.13. Pour la colle il apparaît que la contrainte diminue près du bord chargé lorsque l'épaisseur de la plaque augmente l'allure du graphe restant exponentielle avec un aplatissement plus prononcé pour l'épaisseur maximum de 5mm. Pour l'extrémité non chargée la contrainte varie en sens inverse avec l'épaisseur, ce qui constitue un risque de décollement de la plaque à partir d'un seuil déterminé. De ce qui précède il apparaît que l'effet de la plaque est comparable à celui de la colle à savoir qu'une diminution de l'épaisseur aurait pour effet d'accélérer le début de la rupture.

Le béton n'est pour sa part affecté que dans une très faible mesure par une variation de l'épaisseur de la plaque. Ceci est bien montré dans la figure 4.13 par les graphes confondus.

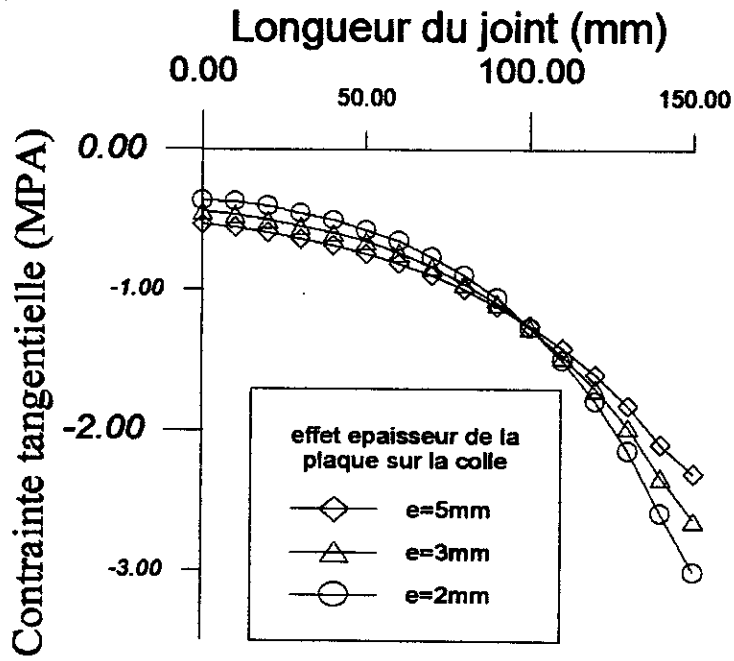


Fig 4. 12 Effet l'épaisseur de la plaque d'acier sur la colle

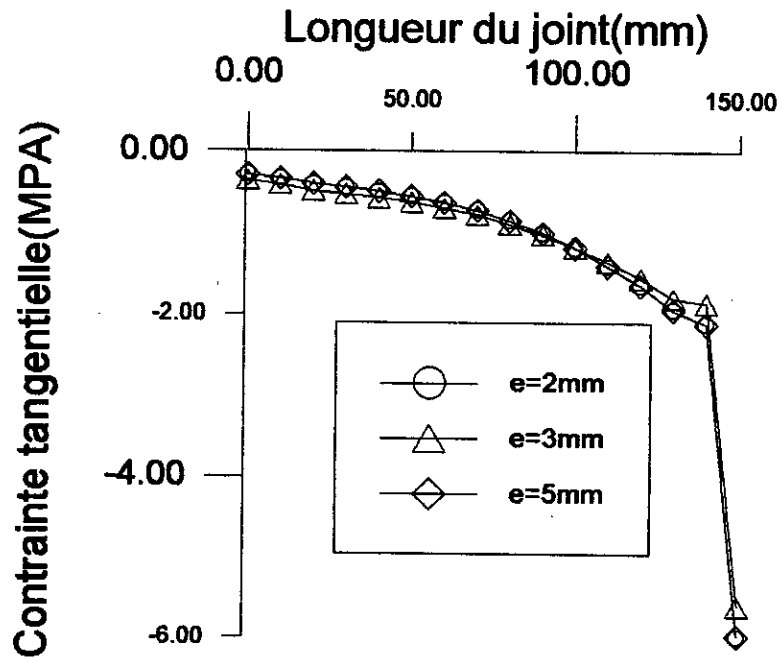


Fig 4. 13 Effet de l'épaisseur de la plaque sur la contrainte tangente dans le béton

4. 4. 3.EFFET DU MAILLAGE

4. 4. 3. 1.CONTRAINTE DANS LA COLLE

Le modèle de base comportait une maille avec un seul élément à travers la colle. Pour étudier l'effet du maillage sur les résultats un modèle comprenant trois éléments selon la hauteur du joint a été analysé. La figures 4.14 donne la distribution des contraintes au milieu de la colle et à l'interface avec le béton. Elle montre que le maillage n'a aucune influence ni sur la répartition ni sur l'intensité des contraintes. Il faut relever également que la contrainte tangentielle ne varie pas à travers l'épaisseur du joint. Ce résultat semble justifier l'hypothèse admise par certains chercheurs (8) .

4. 4. 3. 2.CONTRAINTE DANS LE BETON

La figure 4.15 ci-dessous confirme l'observation précédente. En effet elle ne montre aucune différence pour la contrainte dans les deux cas de figure. En conclusion, la subdivision de la maille initiale fait apparaître que la contrainte tangentielle ne varie pas à travers l'épaisseur de la colle d'une part. D'autre part la valeur de cette contrainte ne varie ni dans la colle ni dans le béton.

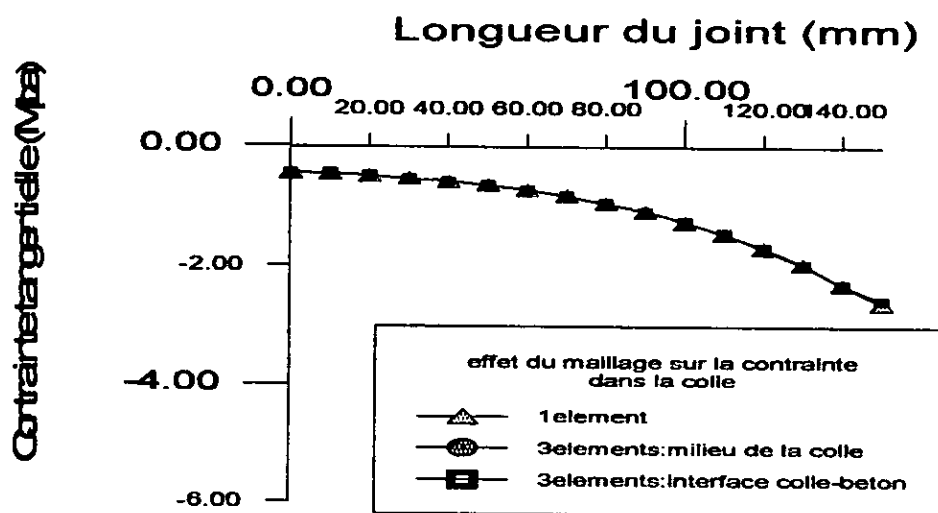


Fig 4. 14 Effet du maillage sur la contrainte tangente dans la colle

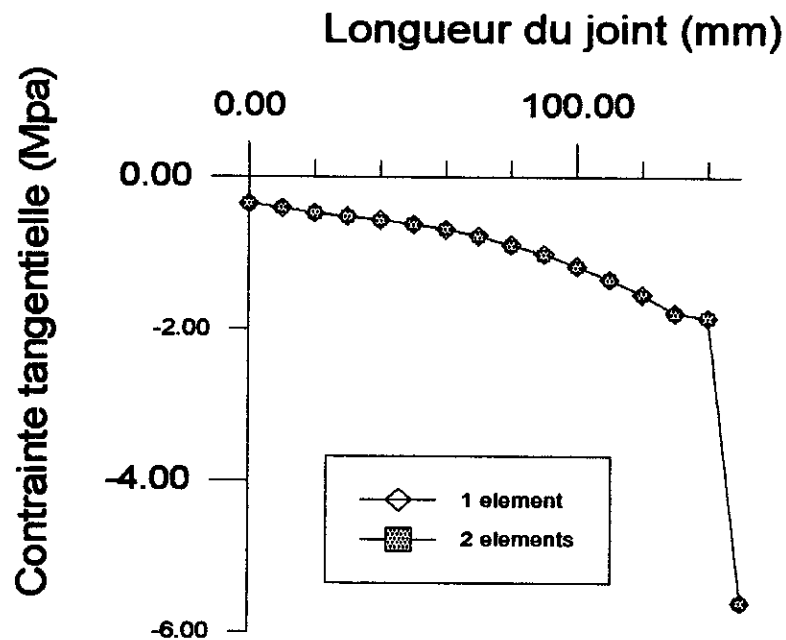


Fig 4. 15 Effet du maillage sur la contrainte tangente dans le béton

4. 4. 4.EFFET DU MODULE DE YOUNG

Etant donnée la grande dispersion des valeurs du module d'élasticité de la colle il a paru utile de voir l'influence de la variation de E sur les contraintes tangentes. Pour cela un modèle avec une valeur moyenne de 1875Mpa indiquée par Swamy(5) a été analysé (voir chapitre 5 aussi). Les résultats sont présentés dans la figure4.16. Elle montre que l'allure reste exponentielle. De plus les contraintes dans la colle et dans le béton sont toutes deux supérieures à la valeur expérimentale près de l'extrémité chargée sur une distance d'environ 50mm. Il y'a lieu également de remarquer l'effet prononcé de concentration de contrainte dans cette région, les valeurs du facteur de concentration de contrainte respectives du béton et de la colle sont de 3,53 et de 2,36. Sur la partie restante ,elles descendent d'une manière uniforme sous la courbe expérimentale.

En définitive, la valeur de 300Mpa ,adoptée pour le module d'élasticité dans le modèle de base, paraît plus justifiée dans le cas de l'essai d'arrachement, compte tenu de la meilleure convergence vers le résultat expérimental qu'elle donne.

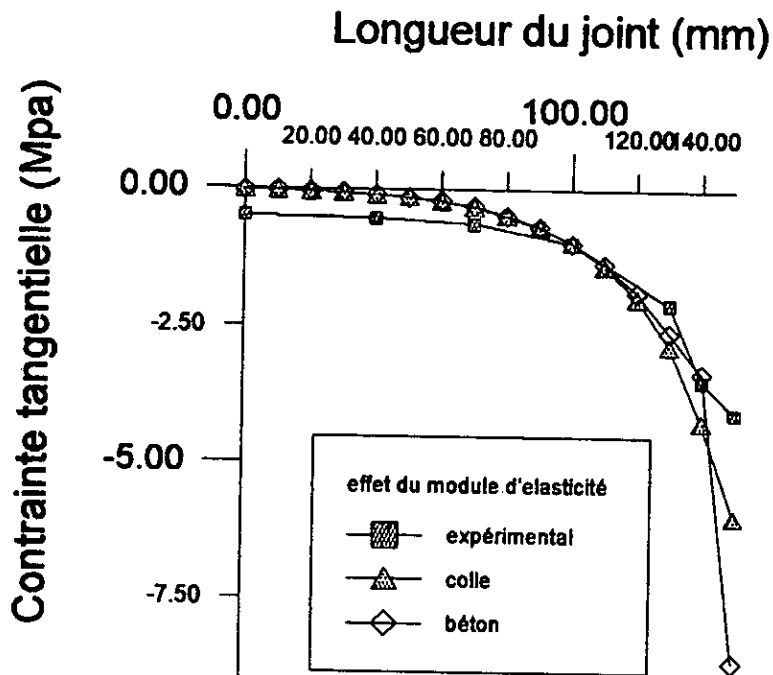


Fig 4. 16 Effet du module d'élasticité de la colle sur les contraintes tangentes dans le joint

4. 5. CONCLUSIONS

Les résultats de l'analyse qui vient être conduite permettent de tirer les conclusions suivantes:

la modélisation par éléments finis permet d'analyser d'une manière correcte une structure composite dans le domaine linéaire élastique à condition que la représentation soit conforme à la réalité et que les caractéristiques des matériaux soient connues avec une bonne précision. Pour donner un résultat satisfaisant, les dimensions des mailles doivent respecter des conditions en rapport avec les dimensions de la structure. Ainsi, la convergence sera assurée. Les éléments utilisés doivent représenter correctement l'état de contraintes induit par le chargement et les conditions de liaisons. Ces dernières dépendent beaucoup des dimensions géométriques de la structure et il importe donc de les connaître très précisément. Enfin, le modèle, permet l'étude des contraintes régnant dans les interfaces entre deux milieux différents et rend compte du mode de fonctionnement du joint liant la plaque et le béton.

D'une manière générale le modèle numérique a un comportement pratiquement identique au modèle expérimental. Il confirme les résultats établis particulièrement en ce qui concerne la distribution exponentielle de la force longitudinale et de la contrainte tangentielle le long du joint, l'existence du facteur de concentration de contraintes. L'existence des contraintes normales a

Chapitre 4 Modélisation de l'essai Pull out

également été prouvée. Les contraintes principales ayant des modules égaux, il est possible de conclure que le joint de colle travaille au cisaillement pur .

La dernière partie de l'étude permet de constater que les épaisseurs de la colle et de la plaque influencent d'une manière comparable les contraintes tangentielles. La distribution tend à s'uniformiser avec l'augmentation de l'épaisseur. La contrainte diminue près de la charge et augmente à l'extrémité opposée. Ceci est en accord avec la notion d'épaisseur optimum suggérée par certains chercheurs(1,19).

Enfin la nature visco élastique de la colle en plus du fait qu'elle met en évidence la contribution par déformation du joint se traduit par des écarts importants dans la valeur du module d'élasticité. Ceci peut avoir une nette influence sur l'état de contraintes dans le joint comme montré dans la figure(4.16), pour laquelle le phénomène de concentration de contrainte qui n'était pas évident pour la valeur initiale de 300Mpa était frappant, surtout pour le béton, sous la valeur de 1875MPa Il est donc recommandé, pour toute étude numérique de s'assurer de la valeur de ce paramètre.

5-1 INTRODUCTION

La plupart des éléments de structures en béton armé sont sollicités en flexion. La nature fragile du béton, fait que sous ce mode de sollicitation, la rupture survient dans la majorité des cas par fissuration des zones tendues. Le renforcement de ces régions par collage de plaques d'acier est devenu une pratique courante pour remédier aux dommages subis. Il paraît donc intéressant d'analyser le comportement flexionnel des joints de colle afin de connaître la contribution des différents paramètres dans le comportement de l'ensemble.

Des investigations expérimentales conduites par Swamy et par le Pr. Charif ont abouti sur des résultats, qui comparés aux valeurs données par les méthodes théoriques, permettent de caractériser dans une certaine mesure le mécanisme de fonctionnement de la poutre composite. L'objet de ce chapitre est de mener une étude numérique basée sur un modèle éléments finis (Chap.3) capable de simuler le comportement d'une poutre renforcée par plaque d'acier. Les résultats obtenus seront confrontés aux résultats théoriques et expérimentaux disponibles. Dans l'analyse la référence sera faite à la poutre non renforcée.

5-2 MONTAGE EXPERIMENTAL

Le principe expérimental consiste à soumettre une poutre isostatique en béton armé, renforcée par collage d'une plaque d'acier, à un essai de flexion quatre points. La poutre de dimensions 155x255mm a pour section d'armatures tendues trois HA20 ($A_s=942 \text{ mm}^2$) et est munie du ferrailage classique d'armatures transversales et de barres de montage. La plaque de renforcement est fixée à la face tendue par un joint de colle. Il faut signaler que pour des raisons constructives la plaque de renforcement ne peut pas atteindre les appuis ce qui rend difficile un ancrage suffisant. Pour chaque épaisseur de colle, trois (3) épaisseurs de plaques ont été utilisées 5,3, et 6mm. Les grandeurs mesurées sont les flèches, la charge appliquée et les déformations longitudinales.

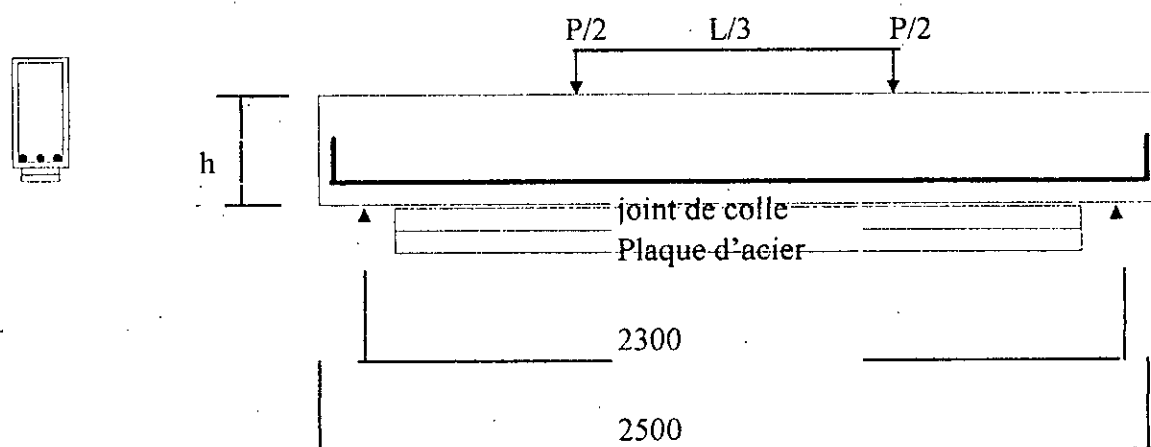


Fig 5. 1 montage expérimental (1,5)

5-3 METHODES THEORIQUES

Les résultats numériques et les résultats expérimentaux seront comparés à ceux donnés par la méthode analytique présentée dans cette section. Il est à préciser aussi que les comparaisons se feront dans le domaine élastique et ne concerneront donc pas les valeurs liées à la fissuration. Les calculs seront menés en considérant une section homogène et en admettant les hypothèses suivantes:

- 1 - sections planes avant chargement restent planes après chargement (jusqu'à la rupture)
- 2 les 4 matériaux béton, époxy, armatures et plaques ont un comportement élastique.
- 3 le béton tendu n'est pas négligé.

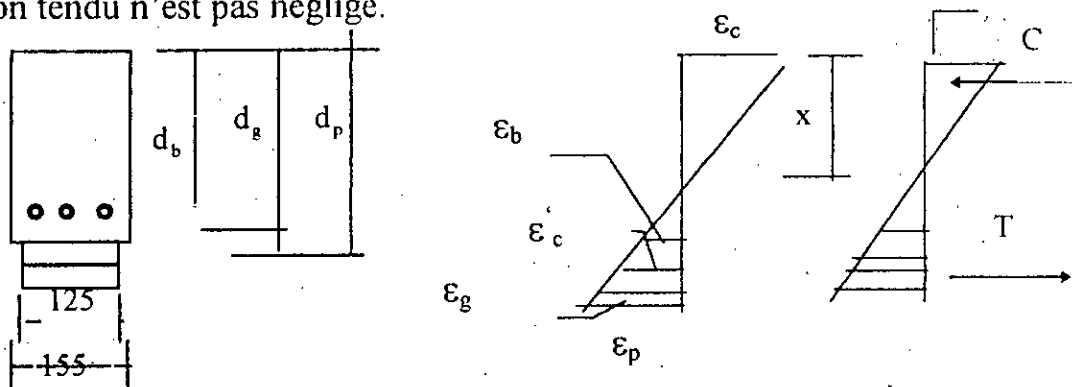


Fig 5.2 Dimensions de la section droite de la poutre et diagrammes de déformation et de contraintes

Soient:

E_c, E_b, E_g, E_p les modules de Young respectifs du béton, des armatures, de la colle et des plaques.

$n_i = E_i/E_c$ coefficient d'équivalence du matériaux i .

d_b : distance du c.d.g des armatures à la fibre la plus comprimée.

d_g : distance du c.d.g de la colle à la fibre la plus comprimée.

d_p : distance du c.d.g des plaques à la fibre la plus comprimée.

ϵ_b : déformation de tensions dans les barres

ϵ_g déformation de tensions dans la colle

ϵ_p : déformation de tension dans la plaque

ϵ_c : déformation de tension dans le béton

ϵ_c : déformation de compression dans le béton

Les forces de compression C et de traction T sont données par:

$$C = \frac{b \cdot x \cdot \epsilon_c \cdot E_c}{2} = \frac{\sigma_c \cdot x \cdot b}{2}$$

$$T = A_b \cdot E_b \cdot \varepsilon_b + A_g \cdot E_g \cdot \varepsilon_g + A_p \cdot E_p \cdot \varepsilon_p + E_c \left[\frac{b(d-x)}{2} \varepsilon_c - \varepsilon_b A_b \right]$$

En utilisant les diagrammes de déformation pour chacun des matériaux:

$$\varepsilon_g = \varepsilon_c \left(\frac{d_g - x}{x} \right) \quad \text{et} \quad \varepsilon_p = \varepsilon_c \left(\frac{d_p - x}{x} \right)$$

en remplaçant dans l'expression de T on a:

$$T = \varepsilon_c \left[A_b (E_b - E_c) \frac{d_b - x}{x} + A_g E_g \frac{d_g - x}{x} + A_p E_p \frac{d_p - x}{x} + E_c b \frac{(d-x)^2}{2x} \right]$$

en écrivant l'équation d'équilibre des forces $T = C$ on obtient après simplification:

$$\frac{b \cdot x \cdot E_c}{2} = \frac{1}{x} \left[A_b (E_b - E_c) (d_b - x) + A_g E_g (d_g - x) + A_p E_p (d_p - x) + E_c b \frac{(d-x)^2}{2} \right]$$

$$x^2 \left(\frac{b E_c}{2} - \frac{b E_c}{2} \right) = A_b (E_b - E_c) d_b + A_g E_g d_g + A_p E_p d_p + E_c \frac{b d^2}{2} - x \left[A_b (E_b - E_c) + A_g E_g + A_p E_p + E_c b d \right]$$

$$x = \frac{A_b (E_b - E_c) d_b + A_g E_g d_g + A_p E_p d_p + E_c \frac{b d^2}{2}}{\left[A_b (E_b - E_c) + A_g E_g + A_p E_p + E_c b d \right]}$$

x donne la position de la fibre neutre. Le moment d'inertie de la section homogène non fissurée par rapport à l'axe neutre est donné par:

$$I = \frac{b}{3} \left[x^3 + (d-x)^3 \right] + \frac{1}{E_c} \left[A_b (E_b - E_c) (d_b - x)^2 + A_g E_g (d_g - x)^2 + A_p E_p (d_p - x)^2 \right]$$

Dans cette formule les inerties des barres d'armature, de la colle et des plaques par rapport à leur axes sont négligées. L'équation de la déformée de la poutre est:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1}{r} = \frac{M}{EI} \quad \text{avec} \quad M = \frac{PL}{6} \quad (\text{entre les 2 charges})$$

En admettant que la rigidité de la poutre est constante, la rotation θ est obtenue par une première intégration de la courbure. Pour un point situé à une distance a de l'appui la rotation est:

$$\theta = \frac{PL}{6EI} \left[\frac{L}{3} - \frac{3a^2}{2L} \right] = \frac{M}{EI} \left[\frac{L}{3} - \frac{3a^2}{2L} \right] = \left[\frac{L}{3} - \frac{3a^2}{2L} \right] \frac{1}{r}$$

(a p $\frac{L}{3}$)

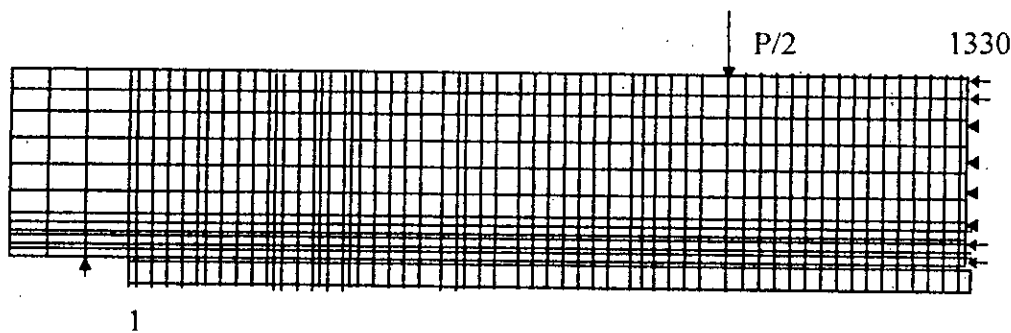
Une deuxième intégration permet de déterminer la flèche au milieu:

$$\Delta = \frac{23PL^3}{1296EI} = \frac{23ML^2}{216EI}$$

ou $\Delta = \frac{23L^2}{216EI} \cdot \frac{1}{r}$

5-4 MODELISATION DE LA POUTRE

Le montage expérimental précédemment décrit a été modélisé selon le même principe que celui utilisé dans le chapitre quatre, le nombre total de noeuds est égal à 1330. La symétrie de la structure et de la charge a été prise en compte dans le modèle. L'étude menée a porté sur cinq modèles comportant des variations des épaisseurs de la plaque d'acier d'abord puis de celles de la colle ensuite. Les paramètres analysés sont les contraintes normales maximales, les contraintes tangentes maximales, les flèches, la position de l'axe neutre; les résultats sont présentés dans les sections suivantes.



←: ddl bloqués.

Fig 5. 3 maillage de la poutre

Remarque: La plaque de renforcement n'est pas ancrée au niveau des appuis pour tenir compte du fait que dans le cas de renforcement de structures existantes la plaque ne peut pas atteindre l'appui ce qui rend l'ancrage réel insuffisant. Les cinq cas de figures analysés sont comparés à la poutre N°201 qui n'est pas renforcée. Les résultats sont présentés dans le tableau 5.1 ci-dessous:

Tableau 5.1: Modèles analysés

poutre	épaisseur colle(mm)	épaisseur plaque (mm)
201	0	0
203	1.5	1.5
204	1.5	3
205	1.5	6
208	3	3
217	6	3

Les caractéristiques des matériaux adoptées sont celles utilisées dans les expérimentations menées par les auteurs cités ci-dessus(1,5); elles sont consignées dans le tableau 5.2 ci-dessous:

Tableau 5.2: caractéristiques des matériaux

	Module d'élasticité(MPa)	Coefficient de poisson
béton	36000	0.16
colle	1875	0.33
acier	200000	0.30

La résistance du béton à la traction créée par flexion est de 5,5 Mpa(1,5).

La charge prise est égale dans tous les cas à 25 KN pour que l'on puisse assumer un comportement élastique linéaire. Il ya lieu de signaler que dans l'analyse présente il a été difficile de trouver suffisamment de résultats expérimentaux détaillés relatifs au comportement linéaire (sous faibles charges). Pour pallier à cette lacune des estimations ont du êtres faites à partir de graphes expérimentaux.

5-4-1Flèches(mm)

Pour les charges faibles les valeurs expérimentales sont pratiquement confondues pour l'ensemble des poutres.

Tableau 5.2: Comparaison des flèches

	Analytique	Numérique	Expérimentale
201	.679	.613	1.425
203	.572	.591	1.04
204	.5425	.5442	1.04
205	.492	.5106	1.04
208	.541	.559	1.04
217	.537	.540	1.04

Le premier point à signaler est que la valeur expérimentale est nettement supérieure aux valeurs numériques et analytiques. Cet écart peut s'expliquer par le fait que la structure expérimentale a en réalité un comportement non linéaire contrairement aux modèles numérique et analytique qui admettent la linéarité. De plus les mesures des déformations reportés dans les graphes représentent des valeurs moyennes, ce qui fait que les estimations faites sont probablement entachées d'erreurs de lecture. Le second point est la très bonne corrélation entre valeurs numériques et valeurs analytiques. L'amélioration procurée par le renforcement vis à vis de la flèche est nettement visible. Les figure 5.4 et 5.5 montrent les effets respectifs de l'épaisseur de la plaque et de la colle. La flèche diminue quand l'épaisseur de l'un des éléments augmente, l'influence de l'épaisseur de la plaque étant toutefois plus prononcée. Il faut également relever le fait que sauf pour la poutre 204, les valeurs numériques s'intercalent entre les valeurs expérimentales et analytiques, la différence entre les valeurs numériques et analytique est maximale pour la poutre 205 et elle est égale à 0.0186mm soit .04% ce qui paraît admissible. Les figures 5.4 et 5.5 montrent aussi que l'augmentation de l'épaisseur de plaque ou de colle au delà de 1,5mm n'influe pas d'une manière importante sur la flèche. Ceci permet de supposer qu'il existe une valeur optimum des épaisseurs à partir de laquelle l'effet bénéfique du renforcement n'augmente plus.

En plus d'une confirmation de la validité du modèle utilisé, ce résultat vient renforcer l'observation expérimentale relative à l'augmentation de rigidité due à l'action composite favorisée par le collage.

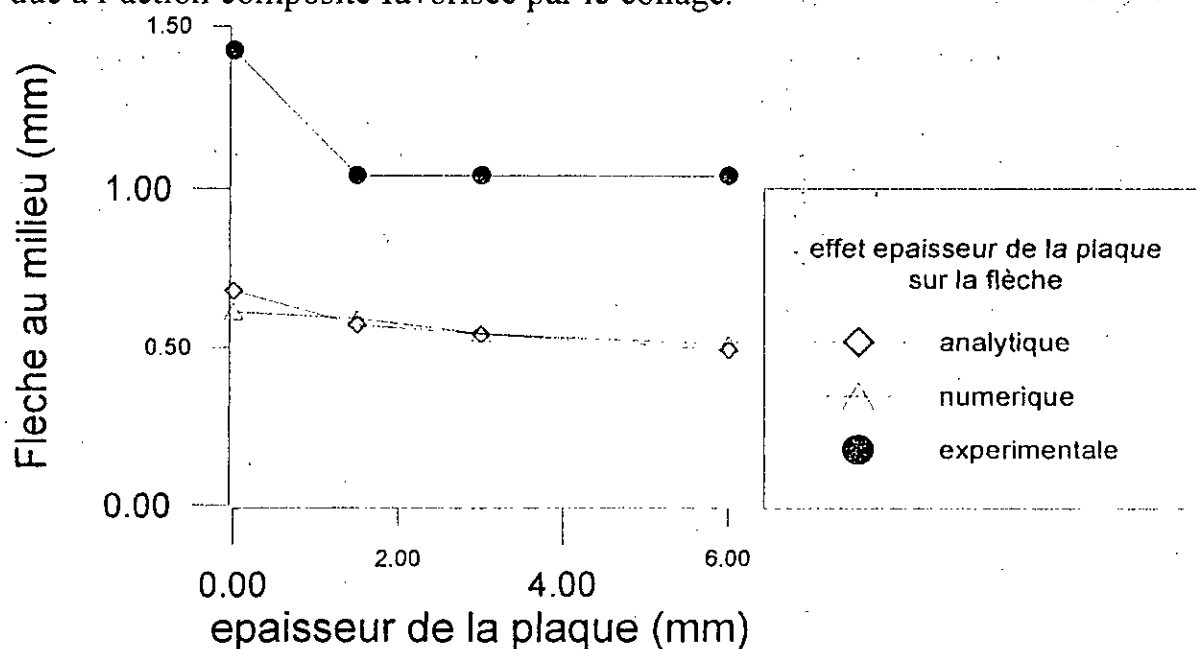


Fig 5. 4 Effet de l'épaisseur de la plaque sur la flèche

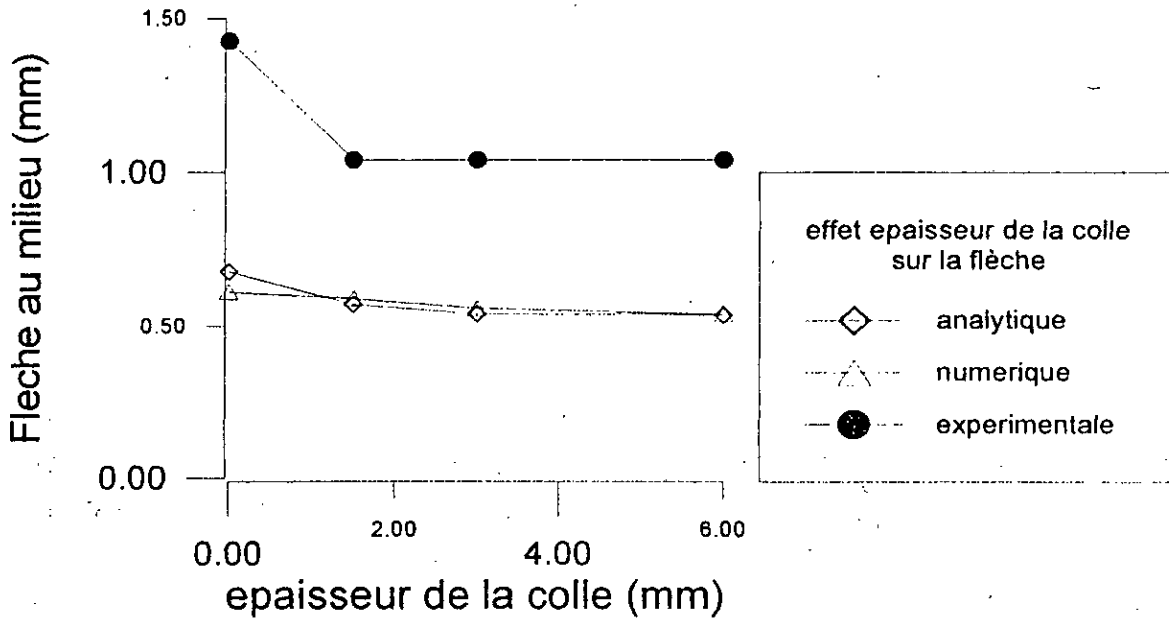


Fig 5. 5 Effet de l'épaisseur de la colle sur la flèche

5-4-2 Position de la fibre neutre

Tableau 5.4 position de la fibre neutre

	Analytique	Numérique	Expérimentale
201	138,54	135.55	-
203	139.39	137.40	138,29
204	141.87	140.59	-
205	147.08	145.02	-
208	141.99	139.96	138.68
217	142.24	140.95	-

Le tableau ci-dessus montre que pour la position de la fibre neutre les valeurs numériques, expérimentales et analytiques sont très proches contrairement à ce qui a été constaté pour la flèche. Le faible écart entre valeurs extrêmes de 3,31mm pour la poutre 208 rend compte de l'aptitude du modèle à simuler le comportement de la poutre réelle.

5-4-3 Contraintes normales

Les contraintes normales maximum sont celles de la section médiane, c'est à ce niveau que l'effet des variations des épaisseurs des plaques et de la colle a été étudié. Les contraintes normales σ sont obtenues en utilisant les diagrammes de déformation expérimentaux (1,5). Pour chaque matériau les valeurs des déformations ainsi estimées sont multipliées par le module d'élasticité correspondant (Loi de Hooke).

5-4-4 Contraintes normales de compression (au niveau de la fibre la plus comprimée)

Tableau 5.5 contraintes de compression dans le béton

Poutre	Analytique	numérique
201	-5,6	-5,22
203	-5,4	-5,09
204	-4,92	-4,78
205	-4,62	-4,63
208	-4,91	-4,91
217	-4,88	-4,75

La seule valeur expérimentale des contraintes normales de compression disponible est celle relative à la poutre 203 de l'ordre de 7,7Mpa qui accuse un écart de 2,3Mpa par rapport à la valeur analytique et de 2,61 par rapport à la valeur numérique. Par contre la différence entre valeur numérique et analytique est minime. Bien que d'une manière très peu sensible, et au vu des valeurs des compressions maximales, le collage soulage le béton comprimé.

5-4-5 Contraintes normales de traction dans les plaques de renforcement

Les contraintes expérimentales dans les plaques ont des valeurs qui sont assez proches des valeurs numériques et analytiques. Ceci s'explique par le fait que les déformations sont lues sur les plaques ce qui augmente la précision et justifie les écarts relevés pour les valeurs des contraintes dans le béton et la colle.

Tableau 5.7 contraintes normales de traction dans les plaques

poutre	Analytique	expérimentale	numérique
203	23,85	28,75	23,9
204	22,35	25	21,25
205	19,64		19,6
208	22,25	-	22,5
217	22,90	-	21,8

5-4-6 Contraintes normales de traction dans le béton

La seule valeur expérimentale disponible dans la face tendue du béton est celle de 2,7Mpa, de la poutre 203. Cette valeur est inférieure aux valeurs numériques et expérimentales, la concordance entre ces deux dernières étant comme pour les cas précédents très bonne. L'interprétation de la différence ne paraît pas évidente mais peut être justifiée par la contribution de la colle en colmatant les microfissures dans le béton tendu, ce qui se traduit par une augmentation de la résistance à la traction.

Tableau 5.8 contraintes normales de traction dans le béton

poutre	Analytique	numérique
201	4,55	4,6
203	4,18	4,22
204	3,92	3,73
205	3,394	3,39
208	3,906	3,89
217	3,86	3,68

5-4-7 Contraintes tangentés

Etant donné le mode de sollicitation, les contraintes tangentés maximales prennent naissance dans le premier et le dernier tiers de la poutre. Il serait particulièrement intéressant d'analyser ces contraintes à l'extrémité de la jonction plaque-colle-béton; en effet et d'après les observations expérimentales, c'est dans cette zone que le risque de décollement entre le joint et le béton est le plus grand. A défaut de données expérimentales l'étude de l'effet de la variation des épaisseurs du joint et de la plaque a été faite seulement sur le modèle numérique. Les figure 5.6 à 5.9 donnent l'allure des contraintes dans chacun des deux matériaux colle et béton au niveau de leur interface pour les différents cas. Elles montrent que bien que les valeurs correspondantes ne sont pas très grandes il existe néanmoins sur une distance approximative de 20mm une augmentation en intensité, l'allure étant exponentielle. La valeur dans le béton est la plus grande. Cette observation va dans le même sens que l'observation expérimentale selon laquelle la rupture du joint survient non pas à l'interface colle-béton mais à l'intérieur du béton tendu.

D'une manière générale les contraintes dans le joint (normales et tangentés) sont assez faibles dans le domaine de chargement étudié, et permettent de supposer que dans la poutre composite la rupture surviendra probablement dans le béton tendu ou par écrasement dans le béton comprimé. Un autre point mérite d'être signalé: La contrainte tangentielle dans le joint augmente en même temps que l'épaisseur de la plaque. Ainsi, l'effet de la plaque est d'autant plus efficace que son épaisseur est réduite. L'observation expérimentale de la ruine des joints par décollement de plaques épaisses se trouve aussi confirmée par ce dernier résultat (1,5). Ce fait permet de conclure que conformément aux prévisions expérimentales les zones d'arrêt des plaques peuvent être critiques du fait de l'effet de concentration de contraintes qui peut être très prononcé pour des charges élevées. En effet les contraintes tangentielles mesurées expérimentalement ou évaluées numériquement sont de l'ordre de grandeur de la valeur ultime du pull out test. Ces concentrations de contraintes sont dûes au fait

que l'ancrage étant insuffisant la plaque se décolle avant que le joint ne puisse assurer le transfert des forces aux aciers internes.

Fig 5. A Effet de l'épaisseur de la plaque sur la contrainte tangente dans la colle

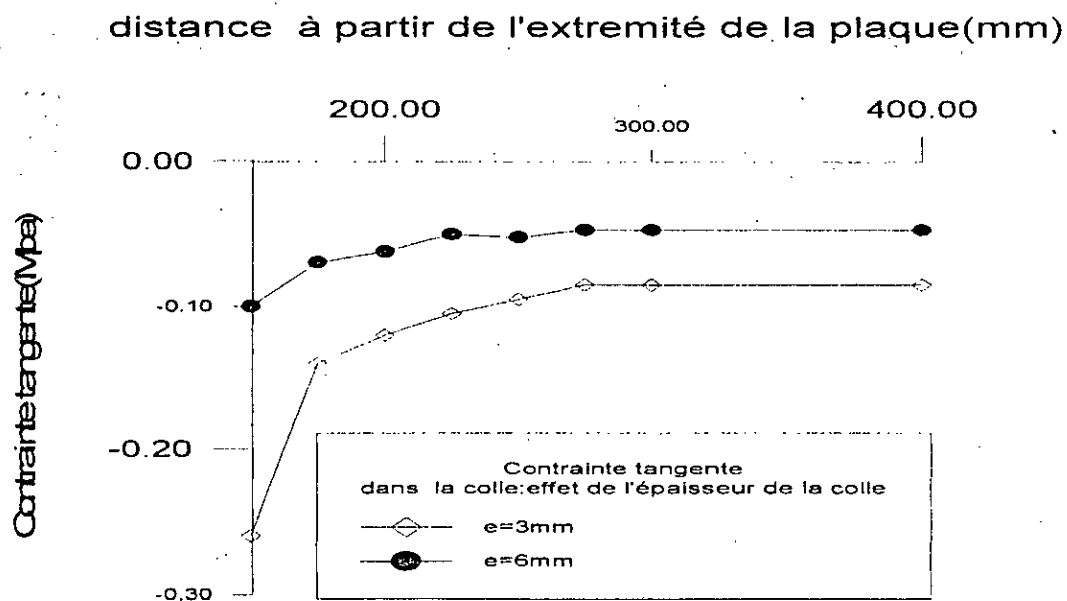
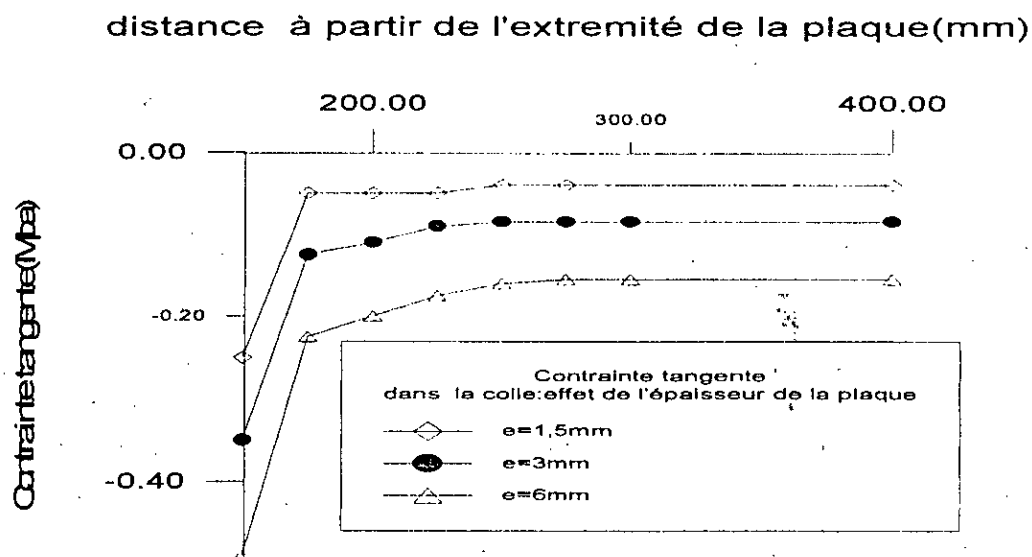


Fig 5. 6 Effet de l'épaisseur de la colle sur la contrainte tangente dans la colle

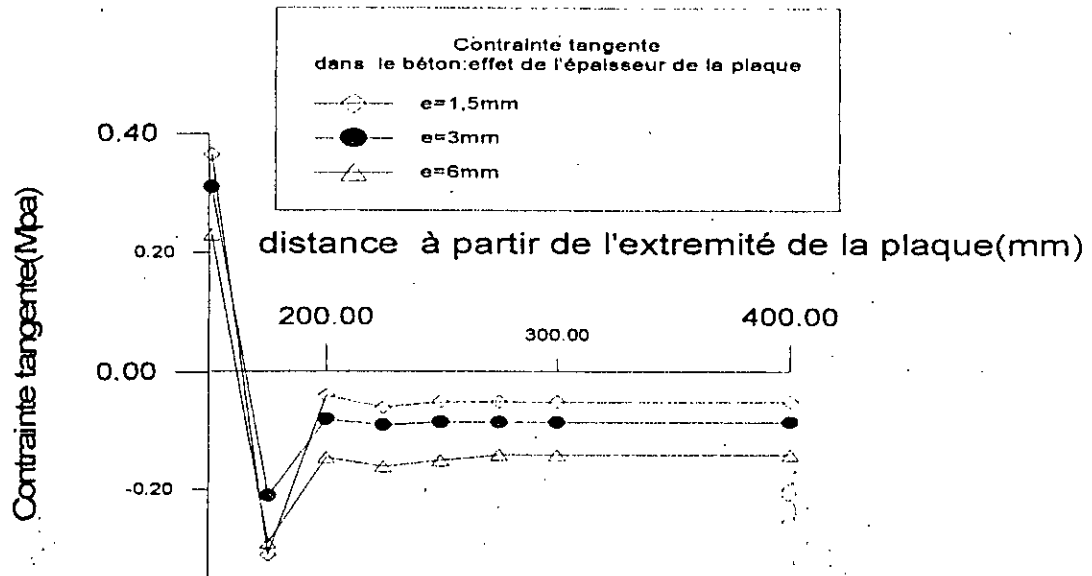


Fig 5. 7 Effet de l'épaisseur de la plaque sur la contrainte tangente dans le béton

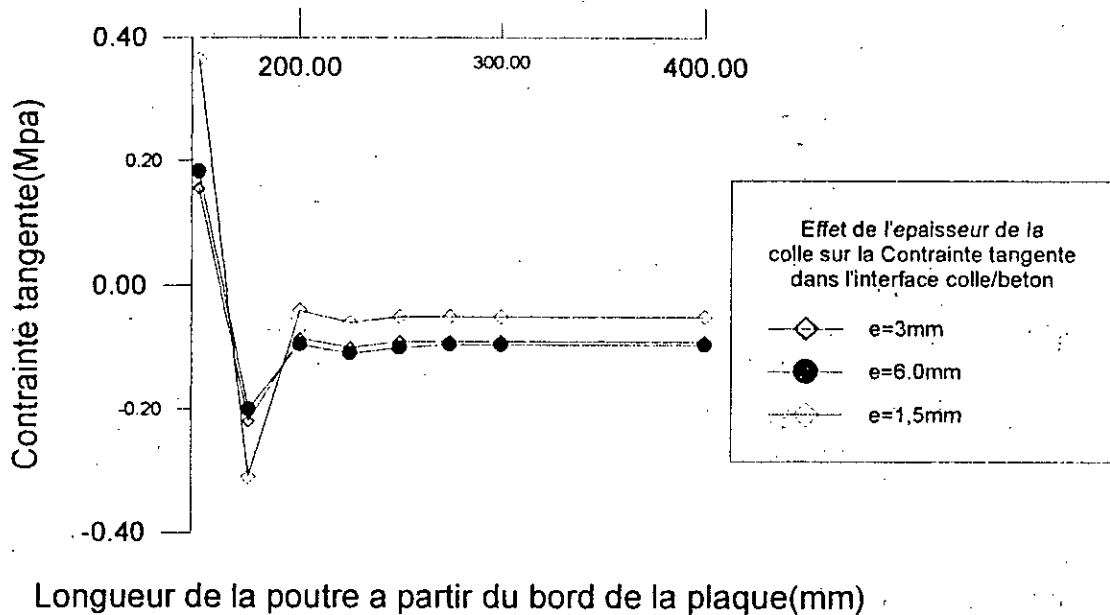


Fig 5. 8 Effet de l'épaisseur de la colle sur la contrainte tangente dans l'interface colle/béton

L'effet de l'épaisseur de la plaque sur le béton est comparable à celui de l'épaisseur de la colle avec l'observation que pour une épaisseur de la plaque égale à 6 mm la contrainte dans le béton est la plus grande à environ 20cm de l'extrémité de la jonction entre les trois matériaux.

5-5 CONCLUSIONS

De l'étude flexionnelle des poutres renforcées, les conclusions suivantes peuvent être tirées:

- 1- La comparaison des résultats numériques aux valeurs expérimentales et analytiques permet de considérer qu'il est possible de simuler convenablement le comportement en flexion de la poutre composite pour les charges faibles.
- 2- Le renforcement des poutres par collage diminue la flèche ainsi que les contraintes. Ceci est nettement indiqué par les valeurs données par le modèle.
- 3- L'étude étant menée dans le domaine linéaire ne permet pas d'analyser l'état limite. Néanmoins, un certain nombre d'observations expérimentales est confirmé par la simulation. Ainsi il est possible d'affirmer que le joint n'étant soumis qu'à des contraintes très faibles, c'est dans le béton que la rupture sera initiée. D'autre part, la distribution des contraintes met en évidence un effet de concentration des contraintes de cisaillement au niveau de la zone d'ancrage des plaques, cet effet étant d'autant plus prononcé que l'épaisseur des plaques est plus grande. L'augmentation de rigidité de la poutre composite par rapport à la poutre non renforcée est indiquée par la diminution de flèche et conforte l'assertion précédente. Le joint contribue dans le comportement d'ensemble de la structure composite non seulement comme élément de transfert de forces mais aussi comme élément résistant à part entière.

6 CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS.

Le travail présent consiste à simuler le comportement des joints de résine époxyde utilisés dans les structures renforcées par collage de plaque d'acier. Des modèles numériques basés sur les éléments membranaires simples utilisés pour modéliser les essais d'arrachement et de flexion ont permis de décrire l'état de contraintes dans l'interface colle-béton. Bien que limités au domaine linéaire, les résultats obtenus permettent de confirmer dans l'ensemble les observations expérimentales. Ainsi pour le pull out test les points suivants sont à signaler:

- La distribution exponentielles des contraintes tangentielles le long du joint avec maximum à l'extrémité la plus sollicitée, et donc la rupture progressive à partir de cette même extrémité.

- La rupture est initiée dans le béton à proximité immédiate du point d'application de la charge, ceci s'explique par le fait que la contrainte d'adhérence ultime de la résine est supérieure à celle du béton.

- La concentration de contraintes dans les zones de transfert des charges des plaques vers le béton à travers la colle.

L'analyse de l'effet des épaisseurs de la résine et de la plaque a permis de définir des valeurs pour lesquelles les caractéristiques d'adhésivité de la résine au béton et à l'acier sont les meilleures.

Le comportement structurel des joints, simulé par l'essai flexionnel, a été analysé à l'aide d'un modèle à éléments membranaires avec degrés de liberté additifs. L'amélioration de la rigidité et de la résistance de la structure renforcée par collage de plaques ont été mises en évidence par les résultats. L'étude de la distribution des contraintes dans la zone d'arrêt des plaques a montré un effet de concentration de ces contraintes croissant avec l'épaisseurs des plaques soulignant ainsi le risque de rupture du joint par perte d'adhérence de plaques épaisses.

L'analyse présente montre qu'il est possible de simuler le comportement des joints et de prédire les risques de rupture par le suivi de l'évolution de l'état de contraintes à l'interface colle/béton. Le recours de plus en plus systématique au couplage du béton et de l'acier par simple collage ouvre des perspectives nouvelles à la technologie de construction et justifie une extension au domaine non linéaire de la simulation des structures renforcées par plaques collées au béton.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1-A CHARIF

Structural behaviour of reinforced concrete beams strengthened by epoxy bonded steel plates.

Ph.D.THESIS ,Sheffield University, 385 pages Angleterre, 1983.

2-Epoxy-penetration-an investigation of the ability of epoxy adhesives to penetrate cracks and to rebond reinforcing bars.

Concrete international:design & construction;1986; Vol.8,N° 2,pp.46-50.

3-AGUIAR JLB

Essais d'adhérence des époxydes au béton hydraulique

Matériels and structures.1993, Vol.26,N° 156,pp.90-97.

4-SEEHRA SS;TIKE GK

Feasibility study on fibre-reinforced epoxies for repair of ciment concrete structures

Indian journal of technology;1993;Vol.31;N° 10,pp.718-724.

5-SWAMY RN;JONES R;BLOXHAM JW

Structural behaviour of reinforced concrete beams strengthened by epoxy bonded steel plates.

Struct.Engr.A. 1987,Vol.65A,N° 2,pp.59-68

6-CALDER AJJ

Repair of cracked reinforced concrete;assessment of injection methods.

Research-report-Transport and Road Research Laboratory.1986;N°81;18p.

7-CHAJES MJ;FINCH WWJ;JANUSKA TF;THOMSON TAJ

Bond and force transfer of composite material plates bonded to concrete

ACI structural journal;1996;vol.93,N°2;pp.208-217.

8-MURAVLOV M;KRASULJA M

Modèles physiques et numériques pour évaluer la capacité de charge de cisaillement de joints d'adhérence acier-béton

Matériels and structures.1994, Vol.27,N° 165,pp.40-53

9-HAMOUSH SA;AHMAD SA

Debonding of steel-strengthened concrete beams.

Journal structural engineering(New York,N.Y.);1990; Vol.116,N°2,pp.356-371.

10-CALDER AJJ

Exposure tests on externally reinforced concrete beams-performance after 10 years.

Research-report-Transport and Road Research Laboratory.1988;N°129;10p.

11-JERY CIESIELSKI

Renforcement des constructions endommagées en béton armé par injections de résines d'époxyde

Build.Sci.1967;Vol.2;pp.133-146

12-W.L Ettl et al.

Contribution à la résistance chimique des résines epoxydes chargées et leur controle.

Matériels and structures.1976,Vol.9,N°.53,pp.315-323.

13-J.M.Plecnik

Temperatures effects on epoxy adhesives

ASCE Structures.1980;Vol.106;N°.STI;pp.99-114.

14-U.Carputi et al.

Assemblages colles dans les structures composites.

Matériels and structures. 1981;N°79;pp 3-12

15-J.Bresson

Nouvelles recherches et applications concernant l'utilisation des collages dans les structures béton-plaque.

Annales de l'ITBTP serie beton,beton arme,Suppl.278,1971,pp.23-54.

16-S.K.Solomon

Steel-concrete-steel sandwich beams.

Report WBRU/IR2,University of dundee,Sept.75.

17-D.Van gemert

Force-transfer in epoxy bonded steel-concrete joints.

Internat.Jnl.of Adhesion and Adhesives,Vol.1,N°2,Oct.80,pp 67-72.

18-P.Burkhardt et al.

Experiences sur les poutres mixtes acier-béton liées à l'aide d'adhésifs epoxydes.
Matériels and structures. 1981;N°79;pp 3-12

19-C.Hill

Testing of structural adhesives.
Technical report,Sheffield polytechnic.

20-U.Yuceoglu,D.P.Updike

Adhesive bonded stiffener plates and double joints
ASCE Advances in civ.eng.through engineering mechanics.1977,pp479-482.

21-A.R.Cusens,D.W.Smith

A study in epoxy adhesive joints in shear.
Struct.Engr.A. 1980,Vol.58A,N° 1,pp.13-18.

22-R.S.Utam

Durability of epoxy adhesive joints in concrete ,steel and aluminium,Jun.79.

23 Y.Gilibert,C.Collot

Contribution à l'étude de l'adhésivité colle-acier en fonction des états micro-
géométriques des surfaces rectifiées et rectifiées sablées.
Matériels and structures. 1975;N°79;pp 425-436.

24-E.B.Ramel

Analytical and experimental studies of adhesive bonded beams and plates
Ph.D.THESIS ,Dundee University,1976.

25- U.Yuceoglu,D.P.Updike

The effect of bending on the stresses in adhesives joints.
Leigh university report IFSM-75-68,NASA-NGR 39-007-011,Mar.75.

26-T.R.Guess,R.E.Allred

Comparison of lap shear test specimens.
Jnl.of Testing and evaluation,Vol.5,N°2,Mar.77,pp.84-93.

27-O.C. Zienkiewicz

La Methode des éléments finis ,pp 289-325, Mc-Graw Hill Inc.Paris ,1979

28 R.D.Cook,D.S.Malkus,M.E.Plestre
Concepts and Applications of finite element analysis
John Wilkey and Soons,New York Chicester

29 Taylor,Beresford,Wilson
Polycopié sur l'élément à ddl additionnels.

30 Desai SV;Nair NG
Developpement du béton de résine
Indian concrete journal;ISSN 0019-4565;IND;DA.1987;Vol.61;n)12;pp321-333

31 MANI P;Gupta AK;KRISHNAMOORTY S
Etude comparative de béton de résine,à base de résine époxyde et polyester
Intrnational journal of adhesion and adhesive;ISSN 0143-7496GBR;DA
1987.VOL 7;N°3 pp.157-163,Anglais

32 MURRAY M
Applications du béton aux résines pour les chapes
Concrete Intrnational : Design § constructions ISSN 0162-4075;USA DA.1987
VOL 9 N°12;pp.36-38 Anglais

33 MEIER U
Conception et production des matériaux composites
Matériaux et constructions ISSN 025-5432;FRA DA.1988 VOL 21
N°122;pp.85-89 Anglais

34 MASO Jean Claude
Combining Materials:design,productions and properties
Int.Congress 1/1987-09-07/Versailles;GBR London DA 1987 Vol 2;pp.379-910