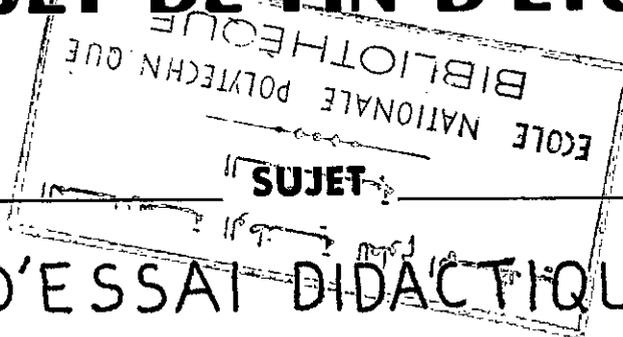


1ex

## ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE.MECANIQUE

### PROJET DE FIN D'ETUDES



BANC D'ESSAI DIDACTIQUE POUR  
LA MESURE TENSOMETRIQUE DES  
CONRAINTES DANS LA POUTRE  
MAITRESSE D'UN PONT ROULANT

7 PLANS

Proposé par :

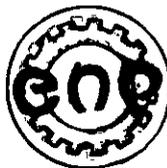
A. GREFKOWICZ

Etudié par :

BERKACHE. Amar

Dirigé par :

A. GREFKOWICZ



PROMOTION: Janvier 1984

## REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier fortement ma mère, mon père et mon frère qui ont consacré toute leur vie afin que je puisse arriver à ce stade.

Je tiens à remercier aussi tous ce qui m'ont aidé de près ou de loin afin que j'aboutisse à cette fin d'étude ainsi que tous les professeurs qui ont contribué à ma formation et en particulier M<sup>r</sup> A. GREFKOWICZ qui a consacré de son temps précieux pour me bien guider dans ma recherche.

## PRESENTATION DU SUJET

Mon travail consiste à concevoir un banc d'essai didactique pour la mesure thermométrique des contraintes dans la poutre maîtresse d'un pont roulant.

Les données de bases sont :

- Longueur de la poutre  $l = 2500 \text{ mm}$
- Contrainte de flexion  $\sigma_f = 120 \text{ N/mm}^2$

## ملخص

هدف هذا المشروع هو تحضير مقعد تعليمي للتجارب لقياس الإجهادات في الرافدة  
تيسية لحاملة الأثقال المتدرجة .

حارب الممارسة علم هذا المقعد تسمح للطلاب أن يحصل على معرفة في علم الإطالة التي  
أن يعمق معلوماته في تحليل الإجهادات والتشوهات المركبة وأن يفهم  
شرطية المقاومة لحلول الإجهادات المركبة

## RESUME

Le projet consiste à l'élaboration d'un banc d'essai didactique  
pour la mesure extensométrique des contraintes dans la poutre  
maître d'un pont roulant .

Les manipulations exercées sur ce banc permettront à l'étudiant  
d'acquies un savoir sur l'extensométrie ohmique, d'approfondir  
ses connaissances sur l'analyse des contraintes et déformations  
composées et de comprendre mieux les hypothèses de résistance pour  
les états composés de contraintes.

## SUMMARY

This plan consist for the elaboration of a didactic test bed  
for the extensometric measure of the constraints in main girder  
of the travelling crane.

The manipulations exercised on this bed will permit to the student  
to acquire a knowing on the ohmic extensometry, to deepen  
his knowleges on the analysis of the constraints and the deformation  
composed and to understand better the resistance's hypothesis  
for the states composed from the constraints

## TABLE DES MATIERES

### 1. Introduction

11. But

12. Description

### 2. Constitution du banc

21. Poutre maitresse et sommiers

22. Tige de suspension

221. Constitution de chaque élément

2211. Vis

2212. Ecrou

2213. Dynamomètre

2214. Tige

23. Description du chariot

231. Galet

232. Poutre

233. Tige

24. Support

### 3. Méthodes de mesure

31. Principe de la méthode de mesure d'extensométrie ohmique

32. Fabrication des jauges à résistance métallique.

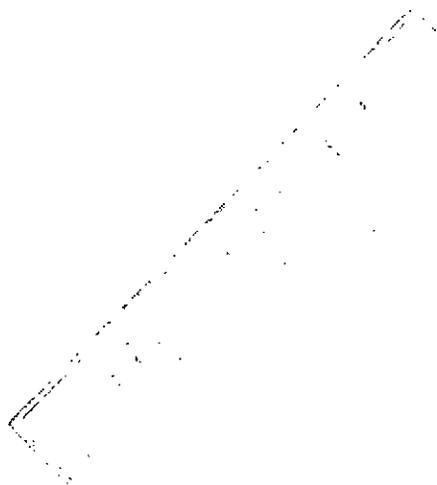
33. Différentes dispositions du pont

34. Mesure des réactions

341. Constitution et fonctionnement des dynamomètres

342. Détermination de la constante du dynamomètre ; sa possibilité

35. Mesure de contraintes.



#### 4. Calcul de résistance.

##### 41. Détermination des paramètres principaux de la poutre maîtresse

411. Calcul des dimensions.

412. Calcul de la flèche et de l'angle de torsion

##### 42. Calcul de soudure.

421. Soudure longitudinale de la poutre maîtresse

422. Soudure transversale liant la poutre maîtresse aux poutres

##### 43. Calcul des dimensions des éléments de la tige de suspension

431. Calcul du système vis-écrou

4311. Calcul de la vis

4312. Calcul de l'écrou

432. Calcul du dynamomètre

433. Calcul de vérification de la tige supportant le sommier

434. Calcul du diamètre des axes liant le dynamomètre à la tige supportant le sommier et à la tige supportant le sommier

##### 44. Calcul du chariot

441. Calcul de vérification de l'axe

442. Calcul de vérification de la vis

443. Calcul de vérification du galet

444. Calcul de la masselotte soulevée par le chariot.

#### 5. Exemple d'application du banc d'essai

51. Emplacement des rosettes.

52. Flexion seule

53. Flexion avec torsion

54. Remarque

55. Mesure de l'angle de torsion

## LEGENDE DES SYMBOLES ET ABREVIATIONS

- R : Reactions sur les appuis
- V : force de traction agissant sur la tige de suspension
- H, B,  $\ell$ ,  $\delta$  : dimensions de la poutre maîtresse
- H, B, r,  $\delta$  : dimensions du ressort
- k : constante du dynamomètre
- $\epsilon$  : déformations
- $\nu$  : coefficient de Poisson
- E : module d'élasticité longitudinal
- G : module d'élasticité transversal
- $\sigma$  : contrainte normale
- $\sigma_{adm}$  : contrainte normale admissible
- $\tau$  : contrainte tangentielle
- $\tau_{adm}$  : contrainte tangentielle admissible
- S : surface transversale
- F : force de traction agissant sur la tige du chariot
- $I_x$  : Moment quadratique par rapport à l'axe xx
- $W_x$  : Module de flexion par rapport à l'axe xx
- $W_t$  : module de torsion
- f : flèche
- $\gamma$  : déformation angulaire
- $\theta$  : angle de torsion unitaire
- $\phi$  : angle de torsion total
- $S_t$  : Moment Matrique
- T : effort tranchant

- $\sigma_i$  : contrainte isolaire  
 $\alpha$  : angle d'hélice  
 $\varphi$  : angle de frottement  
 $f$  : coefficient de frottement apparent  
 $d, D$  : diamètres  
 $c$  : coefficient de sécurité  
 $R_e$  : limite d'élasticité  
 $p_c$  : pression de contact.

# 1 INTRODUCTION

## 1.1 But

Il est souvent facile de calculer théoriquement des déformations ainsi que des contraintes dans différents éléments de construction en appliquant les lois de la résistance des matériaux, sans toute fois comprendre physiquement ce que signifient ces déformations et ces contraintes. Notre projet consiste à concevoir un banc d'essai didactique dont le but est de comparer des contraintes théoriques aux contraintes mesurées qui apparaissent dans une poutre d'un pont roulant à profils en caisson chargée par une marmelotte.

Cette étude nous offre aussi la possibilité de connaître une des méthodes de mesure des contraintes dans le cas de contraintes biaxiales.

## 1.2 Description

L'objet est une poutre en caisson soumise à la flexion seule ou à la torsion seule ou à la torsion accompagnée de la flexion. Les cas qui se produisent peuvent dans des ponts roulants à une ou à deux poutres.

La poutre maîtresse soutenue à deux sommiers est suspendue avec une articulation en I, II, III et IV (fig 1). Elle est chargée par une marmelotte suspendue à un chariot déplaçable le long de cette poutre.

Cette suspension est statiquement indéterminée au premier degré, la valeur des réactions dépend de la hauteur relative des points de suspension qui peut être choisie de façon à avoir  $R_I = R_{III}$  et  $R_{II} = R_{IV}$ . Dans ce cas la poutre est soumise uniquement à la flexion

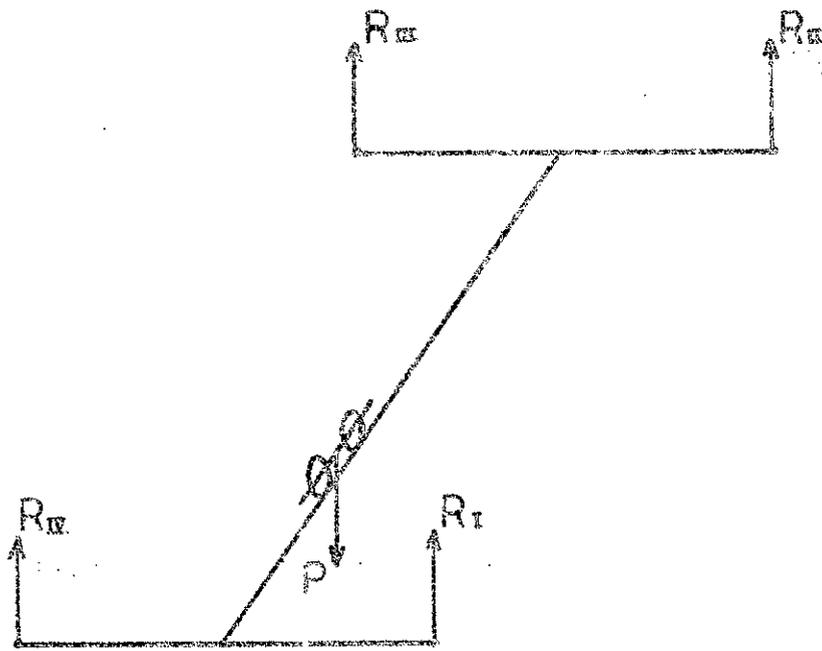


fig.1

Si par rapport à cette disposition des points de suspension on change la hauteur de suspension d'un point quelconque alors toutes les réactions changent.

Par exemple en déplaçant le point I vers le haut les réactions des points I et III augmentent tandis que celles des points II et IV diminuent (fig 2)

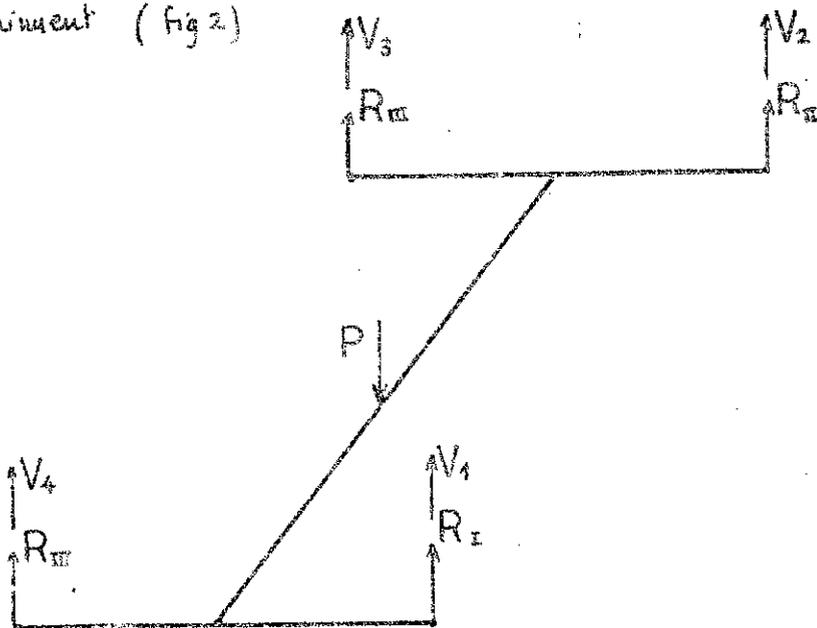


fig.2

La condition d'équilibre du système nous donne :

$$V_2 = V_4 = V; \quad V_1 = V_3; \quad V_2 = -V_3; \quad V_4 = -V_3$$

qui a pour conséquence le changement des réactions de la façon suivante : (fig 3)

$$R_1 = R_{II} + V$$

$$R_3 = R_{III} + V$$

$$R_2 = R_{II} - V$$

$$R_4 = R_{II} - V$$

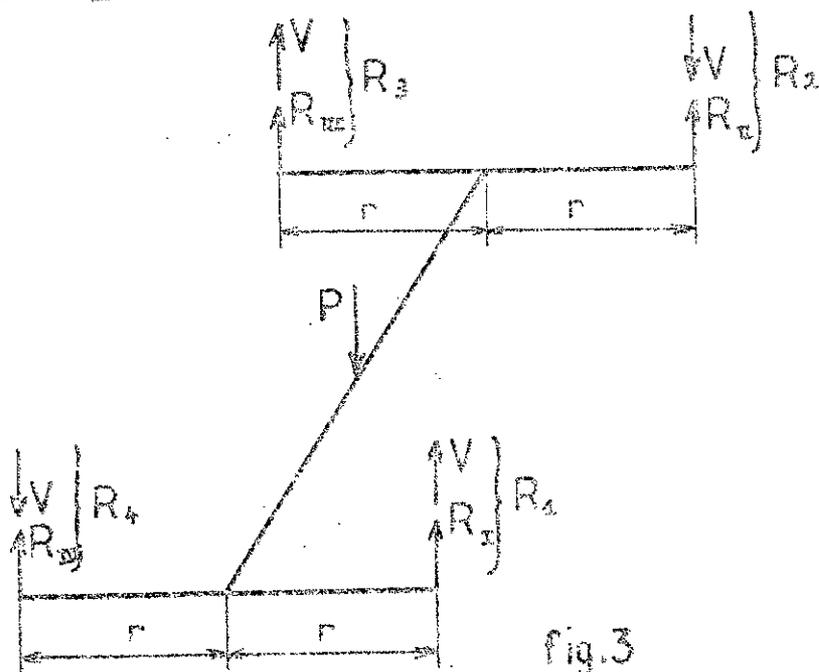


fig.3

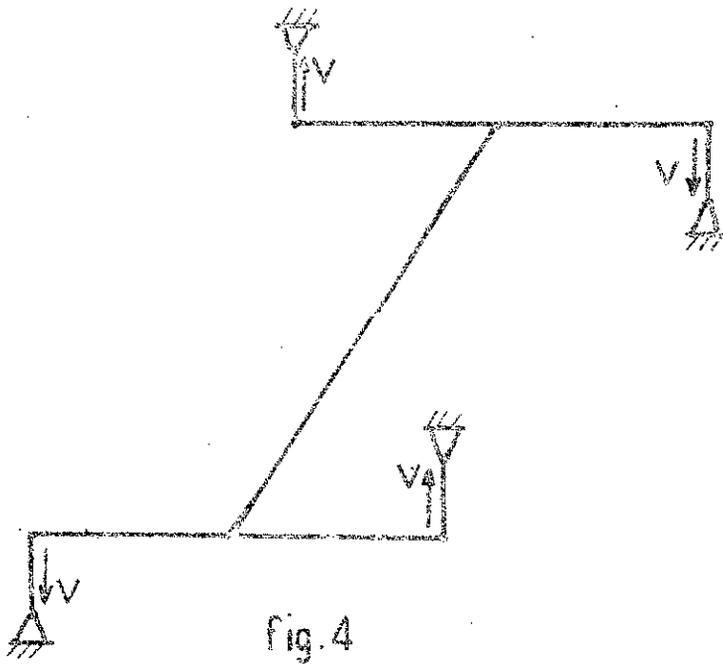
En conclusion les réactions  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  et  $R_4$  peuvent être représentées comme la somme des réactions  $R_{II}$ ,  $R_{III}$  et  $R_{II}$  et des forces  $V$  convenablement orientées.

Dans le cas où  $V$  est différent de 0, la poutre sera chargée par un moment de flexion  $M_f$  et par un moment de torsion  $M_t$ .

La valeur et le diagramme de  $M_f$  restent comme pour le cas  $V=0$ .

Le moment de torsion  $M_t$  est constant sur toute la longueur de la poutre maîtresse et a pour valeur  $M_t = 2Vr$ .

Pour avoir une section nulle on décharge la poutre et inverse deux axes de suspension comme le montre la fig. 4.



2.

## 2 CONSTITUTION DU BANC

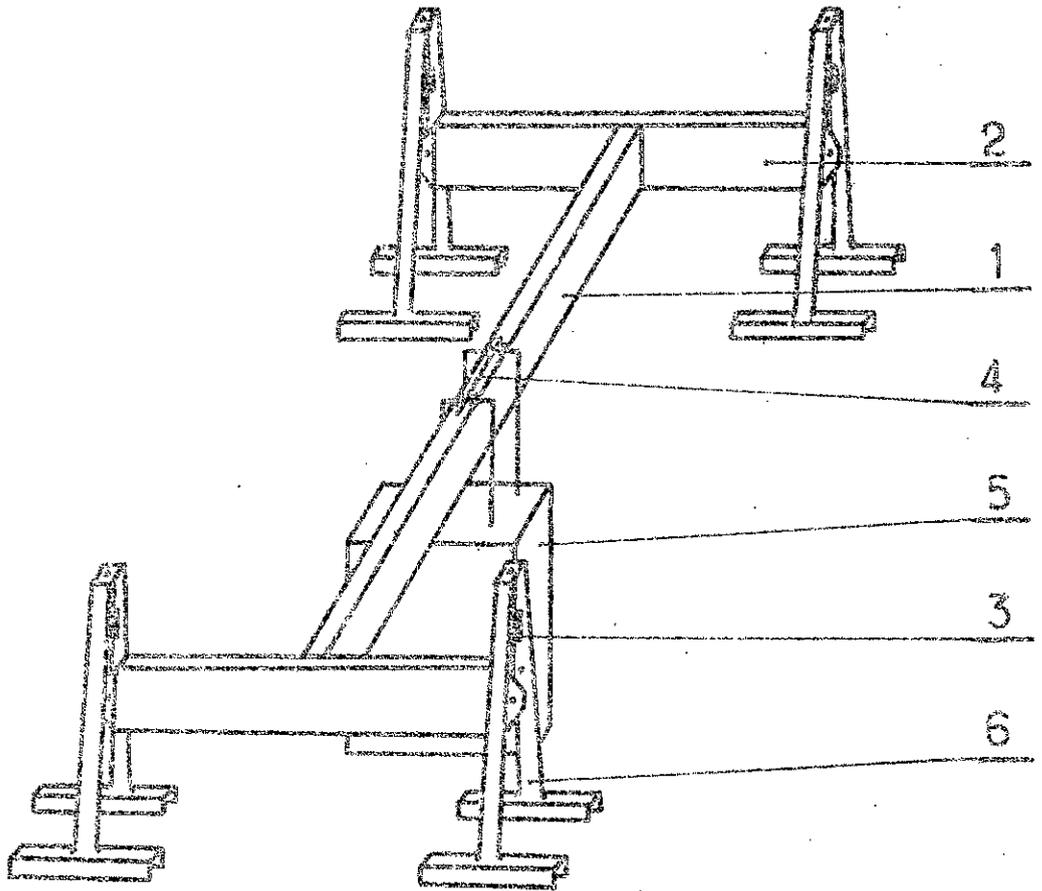


fig 5

- 1: poutre maîtresse
- 2: sommier
- 3: tige de suspension
- 4: chariot
- 5: masselotte
- 6: support.

## 21 poutre maitresse et sommiers

La poutre maitresse est constituée de 4 tôles de 3 et 4 mm d'épaisseur soudées de manière à former une section creuse, elle est soudée à 2 poutres transversales de sections identiques à celle de la poutre (fig 6)

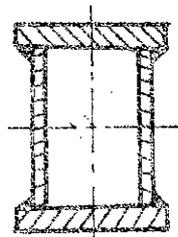


fig.6

## 22 Tige de suspension

Les éléments constitutifs de la tige de suspension sont: (fig 7)

- 1: Vis
- 2: Ecrou
- 3: Dynamomètre
- 4: Tige

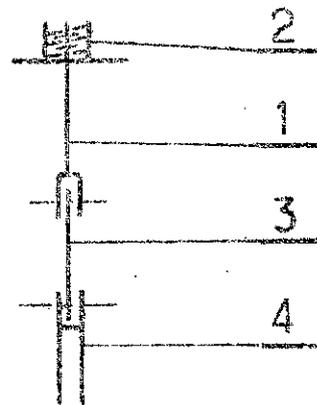


fig.7

Le banc d'essai est composé de quatre tiges de suspension fixées sur les supports, leur rôle est de mesurer les réactions grâce au dynamomètre et de fournir la poutre à la torsion grâce au système vis-écrou.

### 221 Constitution de chaque élément

#### 2211 Vis

La vis est constituée de 3 pièces différentes soudées (fig 8)

- D'une tige cylindrique fileté
- De 3 plats

- 1: tige cylindrique fileté
- 2: plot
- 3: plot
- 4: plot

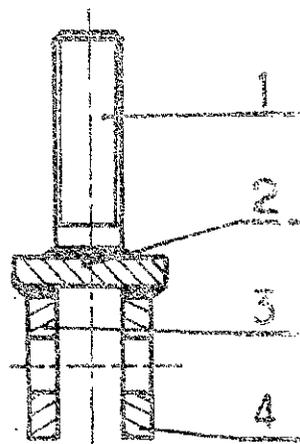


fig 8

### 2212 Erou

L'écrou utilisé est un écrou H, M12 normalisé, son rôle est de lier la tige de suspension au support et accompagné de la vis il forme le système vis-écrou cité précédemment.

### 2213 Dynamomètre

Toutes les tiges de suspension sont munies d'un dynamomètre tensomètre ohmique de même construction et de mêmes caractéristiques, c'est un des principaux composants du banc d'essai, il est en acier allié (acier Chrome Nickel 30 NC19) dont la limite d'élasticité est égale à  $685 \text{ N/mm}^2$  ce qui nous assure une large plage de mesure.

Le dynamomètre est protégé contre la corrosion par l'addition du Cr et du Ni.

Son faible épaisseur évite la flexion au cours de la manipulation et un trou ovale est percé à une de ses extrémités afin d'éviter la compression. (fig 9)



fig 9

## 232 Poutre

La poutre est l'élément liant les 4 galets longitudinalement 2 à 2. Son mince épaisseur assure une distribution uniforme de la charge entre les galets.

## 233 Tige

Comme ça été déjà dit le rôle de la tige est de lier la manivelle au chariot, sa construction nous permet de décharger la poutre par l'intermédiaire d'une vis romaine qui est composée de 2 écrous H, M 8 (1 et 2), 1 est fileté à gauche et 2 à droite liés par une douille par un tube circulaire sans soudure normalisée (3), d'une vis H, M 8 - 70 fileté à gauche (4) et d'une tige fileté à droite (5) (fig 12)

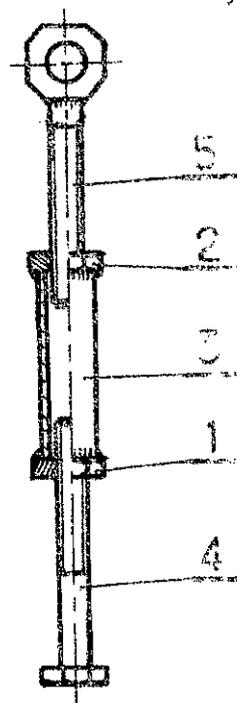


fig.12

## 24 Support

Les supports sont composés de profilés en U à ailes à faces inclinées normalisées. Ils sont fixés au sol par des vis H, M 10 - 40

Chaque un d'eux est muni d'un guidage (1) qui assure la non transmission du mouvement de torsion de l'écran pendant la manipulation et de deux repères (2) et (3) (plots) qui assurent la possibilité de mesurer l'angle de torsion. (fig 13)

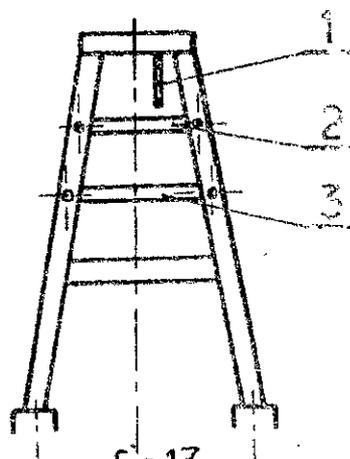


fig.13

## 2216 Tige

La tige est composée de 3 pièces assemblées par soudage, son rôle est d'appuyer la poutre (fig 10). Le dynamomètre est lié à la tige et à la vis par des axes normalisés groupillés.

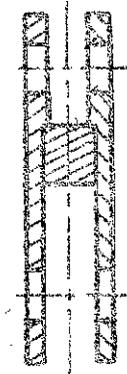


fig.10

## 23 Description du chariot

Le chariot est composé de 4 galets, d'une poutre et de 4 tiges qui servent à soulever ou à abaisser la manivelle. (fig 11)

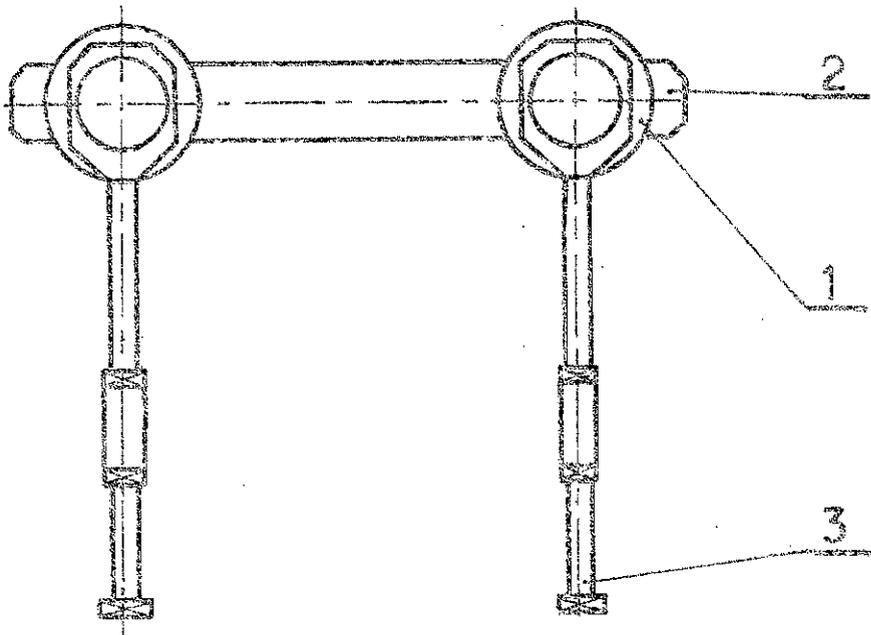


fig.11

- 1: galet
- 2: Poutre
- 3: tige

## 231 Galet

Le galet utilisé est un roulement à une rangée de billes à contact radial sans encoche de remplissage de série de dimension 03. Les 4 galets sont liés par 2 axes et une poutre.

### 3 METHODES DE MESURE

#### 31 Principe de la méthode de mesure d'extensométrie ohmique

Dans cette méthode de mesure on emploie des jauges de conductivité (appelées aussi capteurs à résistance filiforme) qui ont reçu depuis longtemps une large expansion dans la technique des essais de construction à cause de

- 1° La facilité d'installation de l'appareil de détection et d'indication
- 2° La facilité des transformations mathématiques.
- 3° La qualité de l'instrument de mesure ; sensibilité, rapidité, finesse etc.
- 4° des problèmes d'indication à distance.
- 5° La nature et les caractéristiques de la grandeur que l'on peut mesurer, celle-ci peut apparaître directement sous une forme élastique.

Une charge mécanique appliquée à un conducteur électrique modifie la résistance de celui-ci. En collant un fil métallique mince sur une structure soumise à des déformations, ce fil ainsi rendu solidaire de la structure sera soumis aux mêmes déformations, sa résistance électrique varie donc en fonction de la déformation suivant la loi suivante

$$\frac{\Delta R}{R} = k \frac{\Delta l}{l} = k \epsilon$$

mesurée par le pont de Wheatstone

$R$  est la résistance électrique du fil

$E$  est la déformation du fil

$l$  est la longueur du fil

$k$  est une constante appelée facteur de sensibilité

la jauge, nombre sans dimension dépendant des propriétés physiques du matériau. Pour les matériaux employés dans les capteurs à résistance  $k$  va de 2 à 2,5. Ainsi pour le platine  $k = 2,0$  à 2,1. Pour le nichrome  $k$  est compris entre 2,1 et 2,3 et pour l'élinvar entre 3,2 et 3,5 etc.

### Fabrication des jauges à résistance métallique

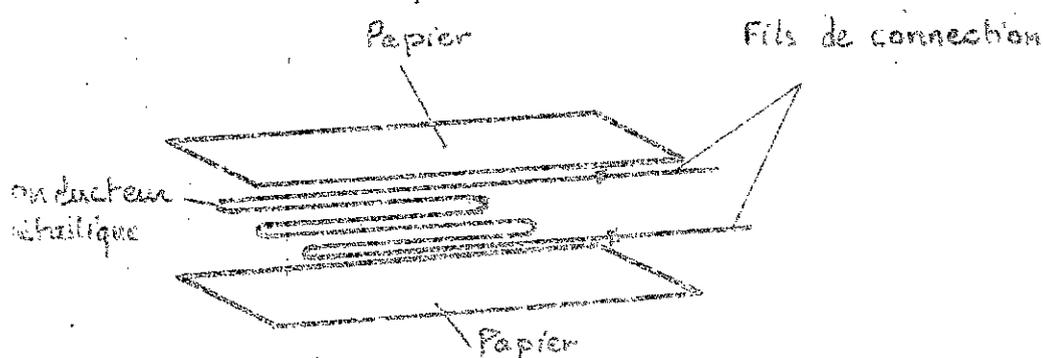


fig.14

forme la plus répandue des jauges consiste en un fin filament métallique en forme de ruban disposé en zig-zag (longueur minimum pour un encombrement minimum) entre deux feuilles portés au papier ou films époxy et munis de deux connexions raccordement. L'ensemble est collé sur la structure étalée à l'aide d'une colle cellulosique ou époxylique. (fig 14).

### 33 Différentes dispositions du pont.

La mesure de  $\Delta R$  dans la formule  $\frac{\Delta R}{R} = k \epsilon$  se fait comme on a dit à l'aide du pont de Wheatstone qui peut être disposé de différentes manières.

- Disposition avec une jauge active. (fig. 15)

$J_1$  : résistance de la jauge active

$R_2$  : résistance qui peut être utilisée comme résistance de compensation de température

$R_3$  : résistance constante

$R_4$  : résistance variable qui rétablit l'équilibre du pont.

La condition d'équilibre du pont

est :  $J_1 R_3 = R_2 R_4$  (pas de courant entre les points A et B).

La variation de  $J_1$  sous l'action des déformations déséquilibre le pont. En le rééquilibrant par la variation de  $R_4$ , on mesure alors la variation  $\Delta R$  de  $J_1$  ce qui nous permet de déterminer pratiquement les ponts sont gradués directement en  $\epsilon$  (en %).

- Compensation de température :

La résistance des jauges varie aussi en conséquence des variations de la température, ce phénomène affecte les mesures ce qui nous oblige à utiliser une résistance compensatrice de la température. Cette résistance est la résistance  $R_2$  identique à  $J_1$ .

La jauge dont la résistance est  $R_2$  est collée sur une plaque de même

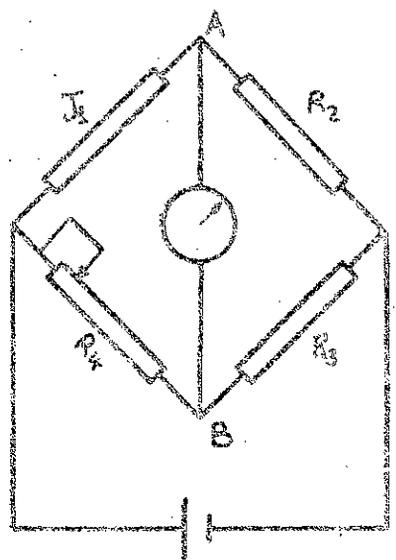


fig. 15

matériau que la structure à étudier. Cette plaque n'est pas soumise aux contraintes et doit être placée dans la zone de la jauge active de façon que sa température change de la même façon que celle de la structure essayée.

Avec  $J_1 = R_2$ , si les deux résistances souffrent la même variation de la résistance électrique due à la variation de la température, cela n'influe pas l'équilibre du pont, alors l'influence de la température est annulée.

- Disposition avec 2 jauges actives (fig 16 a) et b))

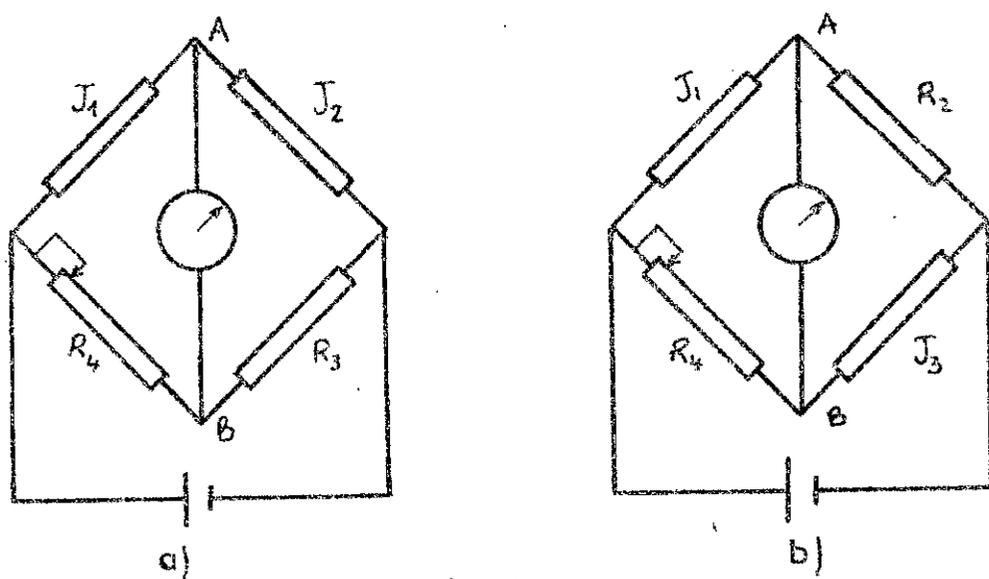


Fig. 16

Deux jauges actives  $J_1$  et  $J_2$  :

Si les signes des déformations de  $J_1$  et  $J_2$  sont opposés alors le déséquilibre du pont devient plus prononcé que le cas précédent, (fig 16 a)).

Si on a des signes identiques des déformations il faut alors disposer les jauges comme c'est indiqué en fig 16 b))

- Disposition avec 4 jauges actives. (fig 17)

Dans cette disposition afin de renforcer le déséquilibre il faut que  $J_1$  et  $J_3$  aient les mêmes signes contraires aux signes de  $J_2$  et  $J_4$ .

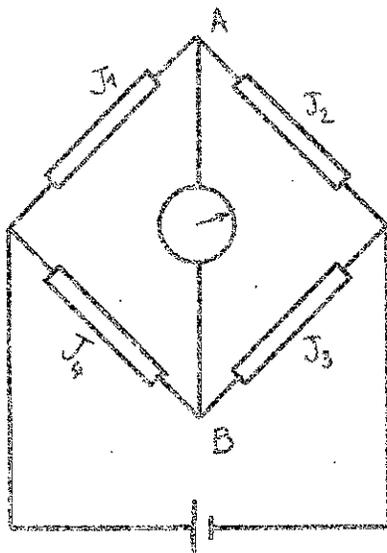


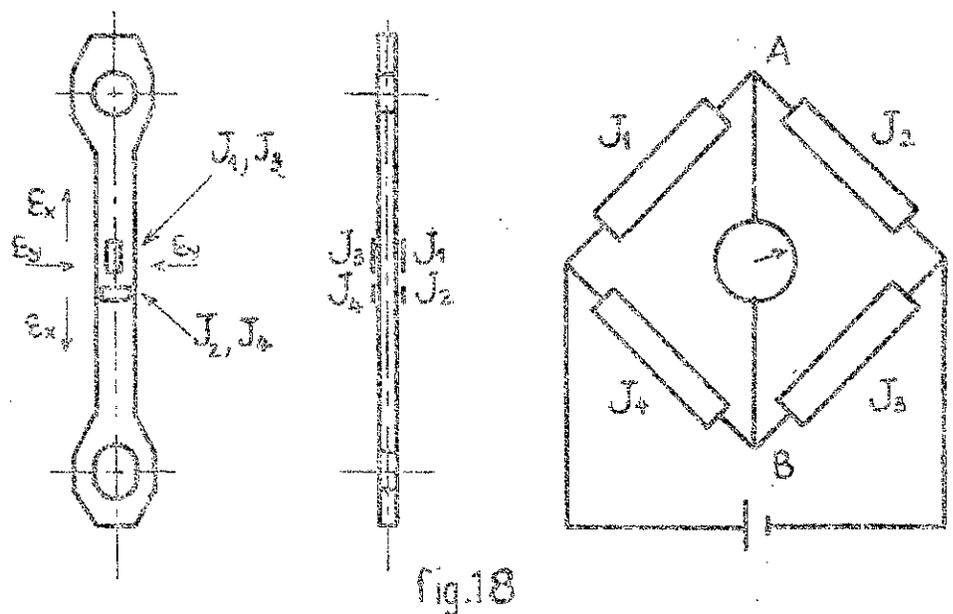
fig.17

## 34 Mesure des réactions

### 341 Constitution et fonctionnement des dynamomètres

La mesure des réactions se fait à l'aide des dynamomètres à jauges de contraintes.

La partie active du dynamomètre est une barre de section rectangulaire, qui est soumise pratiquement à une traction pure (fig 19)



Sur la barre du dynamomètre, on colle 4 jauges dont 2 ( $J_1, J_2$ ) le long de la barre et les deux autres ( $J_3$  et  $J_4$ ) normalement à la ligne de traction.

Les jauges  $J_1$  et  $J_2$  sont soumises à une traction (allongement relatif  $\epsilon_x$ ), tandis que les jauges  $J_3$  et  $J_4$  sont soumises à une compression (rétrécissement relatif  $\epsilon_y = -\nu \epsilon_x$ ).

Avec la disposition des jauges représentée sur la fig 19, cela produit un déséquilibre du pont plus prononcé que celui produit par une seule jauge active. La sensibilité du pont dans ce cas

devient  $2(1+\nu)$  fois plus grande, où  $\nu$  est le coefficient de Poisson.  
La température égale des 4 jauges assure une compensation par rapport à ce paramètre et la disposition des jauges  $J_1$  et  $J_3$  sur les faces opposées de la barre annule l'influence d'une flexion accidentelle.

Les propriétés citées du système ont pour conséquence une augmentation d'exactitude des mesures.

### 342 Détermination de la constante du dynamomètre so sensibilité

La traction transmise par le dynamomètre

$$F = \sigma \cdot S = E_x \cdot E \cdot S \quad \text{où :}$$

$E_x$  est l'allongement relatif de la barre du dynamomètre.

$E$  est le module de Young en  $N/mm^2$ .

$S$  est la section de la barre en  $mm^2$ .

A cause de la possibilité multipliée du système utilisé, l'appareil de mesure indiquera un allongement  $E_{app}$   $2(1+\nu)$  fois plus grand :

$$E_{app} = 2(1+\nu) E_x$$

$$\text{donc} \quad F = \frac{E_{app}}{2(1+\nu)} E \cdot S$$

On remarque que pour l'utilisation du dynamomètre il convient de déterminer la force par une simple relation :

$$F = k_1 \cdot E_{app}$$

d'où la constante  $k_1$  du dynamomètre

$$k_1 = \frac{E \cdot S}{2(1+\nu)}$$

Application numérique :

$$E = 0,21 \cdot 10^6 \text{ N/mm}^2$$

$$S = 16 \text{ mm}^2$$

$$\nu = 0,3$$

$$\text{alors } k_1 = \frac{0,21 \cdot 10^6 \cdot 16}{2(1+0,3)} = 1292300 \text{ N}$$

Les indications des ponts de Wheatstone pour la mesure des contraintes sont habituellement graduées en pour-mille de déformations relatives.

Il est plus commode de supposer  $k = 1292 \text{ N}$  et donner  $E_0$  en pour-mille (‰). Alors la force se détermine par la formule

$$F = 1292 E_{\text{app}} \text{ N} \quad \text{avec } E_{\text{app}} \text{ en } \text{‰}$$

La constante  $k = 1292 \text{ N}$  est une valeur approximée, elle peut être modifiée en conséquence des variations de  $E$  et  $\nu$  supposés.

Chaque dynamomètre avant d'être utilisé doit être gradué et contrôlé sur une machine d'essai. Pendant cette vérification on détermine la valeur exacte de la constante  $k$ .

Les appareils d'exactitude moyenne pour les mesures extensométriques ont une échelle où une graduation correspond à un allongement 0,01‰ soit pour le dynamomètre considéré à 1292 N approximativement.

Cette valeur est suffisamment précise pour notre banc d'essai.

### 35 Mesure de contraintes

La mesure des contraintes est effectuée par des jauges de contraintes appelées "rosettes" qu'on colle sur toutes les parois de la poutre maîtresse avec des angles qui les séparent de  $45^\circ$  afin de simplifier les calculs.

L'état de contraintes existant dans la poutre maîtresse est un état de contraintes biaxiales.

Cet état peut être exactement décrit par les lois de la résistance des matériaux, en définissant les directions et les valeurs des contraintes principales ou en donnant des contraintes normales et tangentielles dans des directions quelconques.

Comme la poutre maîtresse doit être soumise à un allongement, à la flexion et à la torsion alors on utilise la deuxième méthode de l'état de contraintes biaxiales.

Pour garder des symboles uniques et simplifier les procédés de calcul on suppose pour chaque face de la poutre un système de coordonnées  $x, y$  situé dans le plan de cette face avec l'axe  $x$  parallèle à l'axe longitudinal de la poutre.

Les contraintes normales  $\sigma_x$  et  $\sigma_y$  ainsi que la contrainte tangentielle  $\tau$  dans l'état de contraintes plan (biaxiales) peuvent être expérimentalement déterminées par la mesure des déformations de la poutre suivant 3 directions.

C'est cette méthode qu'on utilise dans notre cas.

Sur les figures 19 et 20 sont représentés les symétriques des poses.  
 Hcs et les axes de coordonnées sur toutes les faces de la poutre.  
 La figure 19 représente la perspective d'une partie de la poutre  
 et la figure 20 représente le développement de cette poutre en la  
 découpant suivant le bord AB

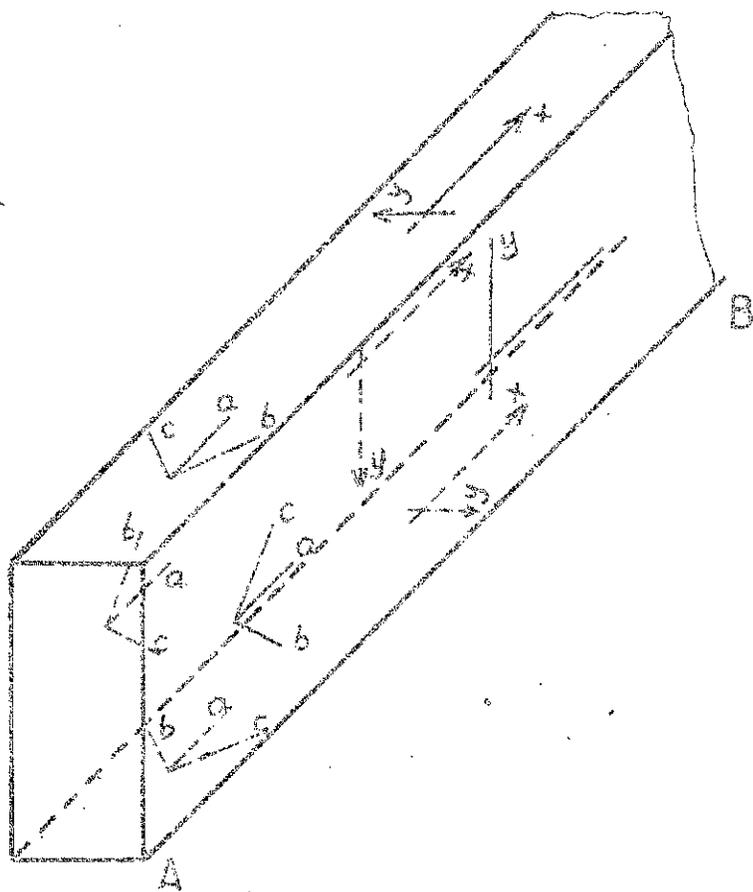


fig. 19.

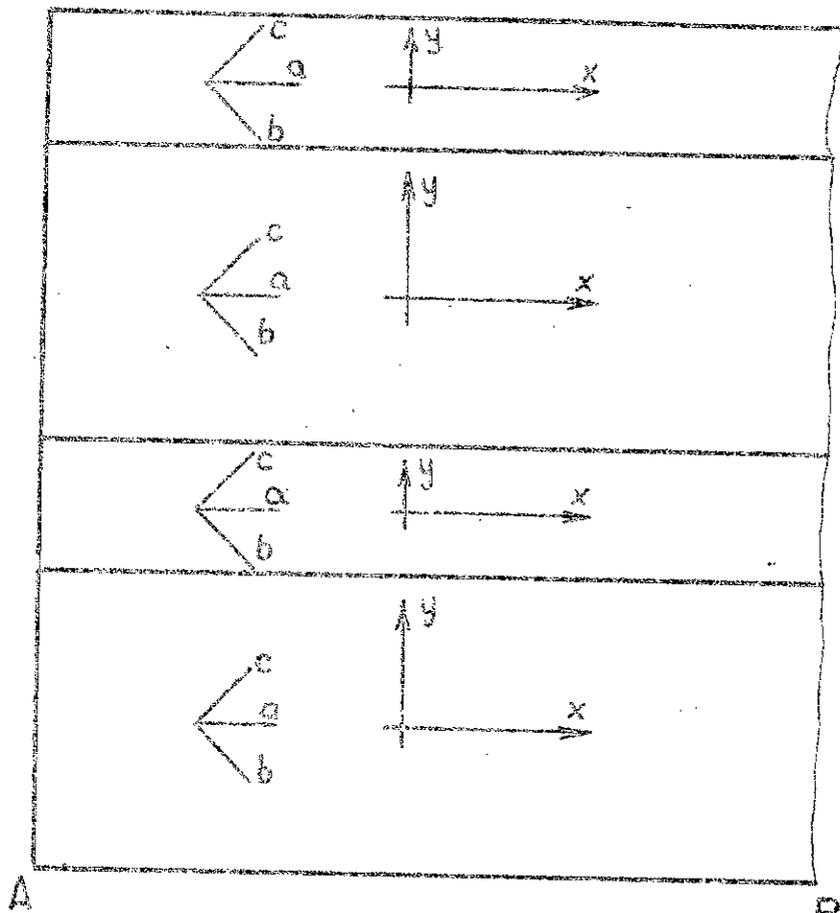


fig. 20

Dans un état de contraintes planes les relations qui existent entre les contraintes et les déformations sont:

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_x + \nu \epsilon_y)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_y + \nu \epsilon_x)$$

$$\tau = \nu \cdot G$$

où  $G$  est le module d'élasticité transversal.  
et  $\gamma$  la déformation angulaire

Pour déterminer les contraintes qui nous intéressent il faut déterminer  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$  et  $\gamma$ .

En utilisant les jauges a, b, c collés comme des rosettes rectangulaires on mesure les déformations  $\epsilon_a$ ,  $\epsilon_b$  et  $\epsilon_c$  dans la direction de la jauge correspondante à chaque déformation.

On voit que  $\epsilon_x = \epsilon_a$ , reste à trouver une relation liant  $\epsilon_y$  et  $\gamma$  à  $\epsilon_a$ ,  $\epsilon_b$  et  $\epsilon_c$ . On se servira alors du cercle de Mohr des déformations.

Dans les problèmes de la R.O.M le cercle de Mohr est utilisé le plus souvent pour trouver la relation entre les déformations ou les contraintes principales et les déformations ou les contraintes mesurés dans une direction quelconque.

Dans notre cas il s'agit de la relation entre les déformations dans des directions différentes dont aucune ne coïncide avec la direction principale.

$\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$  et  $\gamma$  représente les déformations dans les directions x et y où l'angle de déformation angulaire.

L'axe x est incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'axe principal 1.

$\epsilon_p$  représente la déformation dans une direction dont l'axe est incliné d'un angle  $\beta$  par rapport à l'axe x soit d'un angle  $\alpha + \beta$  par rapport à l'axe principal 1.

Déterminons la relation qui lie  $\epsilon_p$  à  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$  et  $\gamma$

D'après la fig. 22 on a :

$$\epsilon_p = OS + SA \quad (1)$$

$$\text{or } OS = \frac{\epsilon_y + \epsilon_x}{2} \quad (2)$$

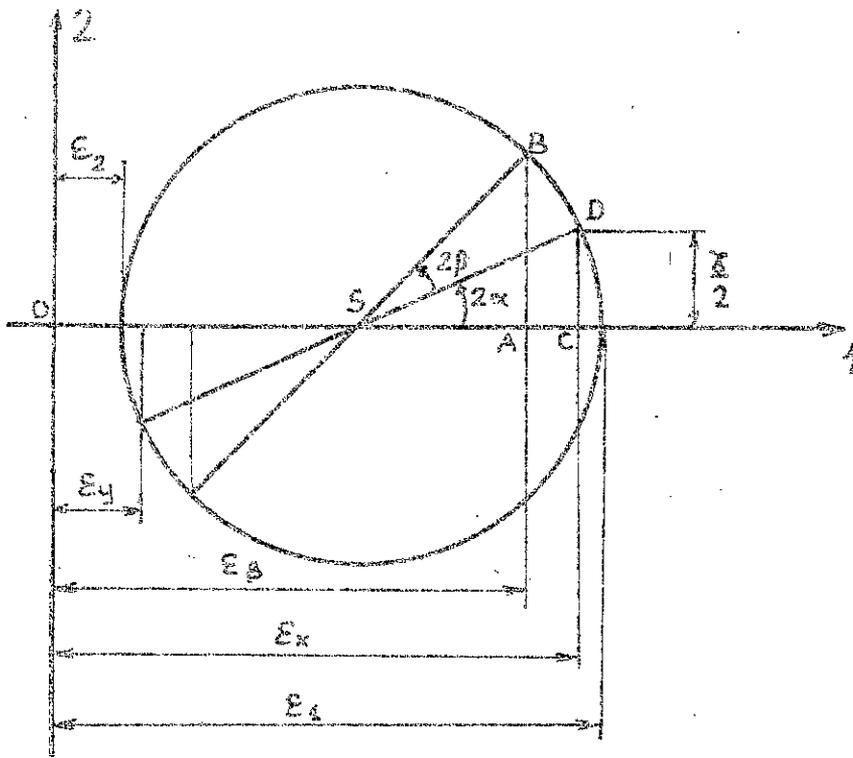


fig. 21

$$\text{ma: } SA = SB \cos(2\alpha + 2\beta) \quad (3)$$

$$SB = SD = \frac{SC}{\cos 2\alpha} \quad (4)$$

$$SC = \frac{E_x - E_y}{2} \quad (5)$$

$$\text{donc } SB = \frac{E_x - E_y}{2 \cos 2\alpha} \quad (6)$$

$$\text{et } SA = \frac{E_x - E_y}{2 \cos 2\alpha} \cdot \cos(2\alpha + 2\beta) \quad (7)$$

$$SA = \frac{E_x - E_y}{2 \cos 2\alpha} \cos 2\alpha \cdot \cos 2\beta - \frac{E_x - E_y}{2 \cos 2\alpha} \sin 2\alpha \sin 2\beta \quad (8)$$

$$SA = \frac{E_x - E_y}{2} \cos 2\beta - \frac{E_x - E_y}{2} \operatorname{tg} 2\alpha \cdot \sin 2\beta \quad (9)$$

$$\frac{E_x - E_y}{2} \operatorname{tg} 2\alpha = SC \operatorname{tg} 2\alpha = DC = \frac{\gamma}{2} \quad (10)$$

En remplaçant (9) dans (10) on aura :

$$\epsilon_A = \frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2} \cos 2\beta - \frac{\gamma}{2} \sin 2\beta \quad (11)$$

Par injectant (2) et (11) dans (1) on obtient:

$$\epsilon_B = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} + \frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2} \cos 2\beta - \frac{\gamma}{2} \sin 2\beta \quad (12)$$

comme les rosettes sont placées à  $45^\circ$  comme cela est montré dans la figure 22, alors pour

$$\beta = 0^\circ \text{ on a } \epsilon_a = \epsilon_x \quad (13)$$

$$\beta = -45^\circ \text{ on a } \epsilon_b = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} + \frac{\gamma}{2} \quad (14)$$

$$\beta = 45^\circ \text{ on a } \epsilon_c = \frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2} - \frac{\gamma}{2} \quad (15)$$

et d'après (13), (14) et (15)

$$\text{on a : } \left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \epsilon_a \\ \epsilon_y &= \epsilon_b + \epsilon_c - \epsilon_a \\ \gamma &= \epsilon_b - \epsilon_c \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

et d'après la loi de Hooke on a

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\nu^2} \left[ \epsilon_a + \nu (\epsilon_b + \epsilon_c - \epsilon_a) \right] \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\nu^2} \left[ \epsilon_b + \epsilon_c - \epsilon_a - \nu \epsilon_a \right] \\ \tau &= (\epsilon_b - \epsilon_c) G \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Donc le procédé de la détermination expérimentale de  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  et  $\tau$  est de mesurer  $\epsilon_a$ ,  $\epsilon_b$ ,  $\epsilon_c$ , puis on remplace les valeurs trouvées dans (17) et pour trouver  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$  et  $\gamma$  on remplace ces mêmes valeurs dans (16)

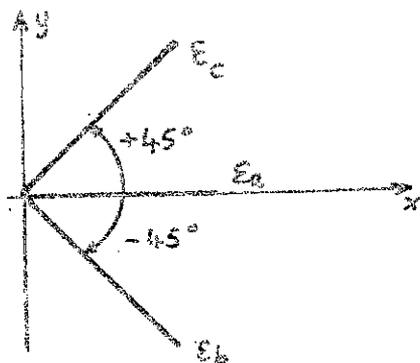


fig.22

Calcul des déformations principales  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$

D'après la figure 22 on a

$$\epsilon_1 = \epsilon_y + \frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2}$$

$$\epsilon_1 = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2} \quad (18)$$

$$\epsilon_2 = \epsilon_y - 2\sqrt{\left(\frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2}$$

$$\epsilon_2 = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2} \quad (19)$$

Calcul des contraintes principales  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$

Toujours d'après la loi de Hooke on a

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_1 + \nu \epsilon_2) \quad (20)$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_2 + \nu \epsilon_1) \quad (21)$$

Le procédé de détermination de  $\epsilon_1, \epsilon_2, \sigma_1$  et  $\sigma_2$  est de mesurer  $\epsilon_a, \epsilon_b, \epsilon_c$  puis déterminer  $\epsilon_x, \epsilon_y$  et  $\gamma$  d'après (16), puis déterminer  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  d'après (18) et (19) et enfin déterminer  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  d'après (20) et (21), ou on peut exprimer  $\epsilon_1, \epsilon_2, \sigma_1$  et  $\sigma_2$  directement en fonction de  $\epsilon_a, \epsilon_b$  et  $\epsilon_c$

## CALCUL DE RESISTANCE

4.1 Détermination des paramètres principaux de la poutre maîtresse

4.1.1 Calcul des dimensions

Données :

- Longueur de la poutre  $l = 2500$  mm
- Le banc d'essai doit permettre la production de contraintes de flexion  $\sigma_f$  d'une valeur égale à  $120$  N/mm<sup>2</sup>

On adopte une distance  $a$  entre les galets égale à  $200$  mm et une longueur des poutres  $2r$  égale à  $1000$  mm. (fig 23)

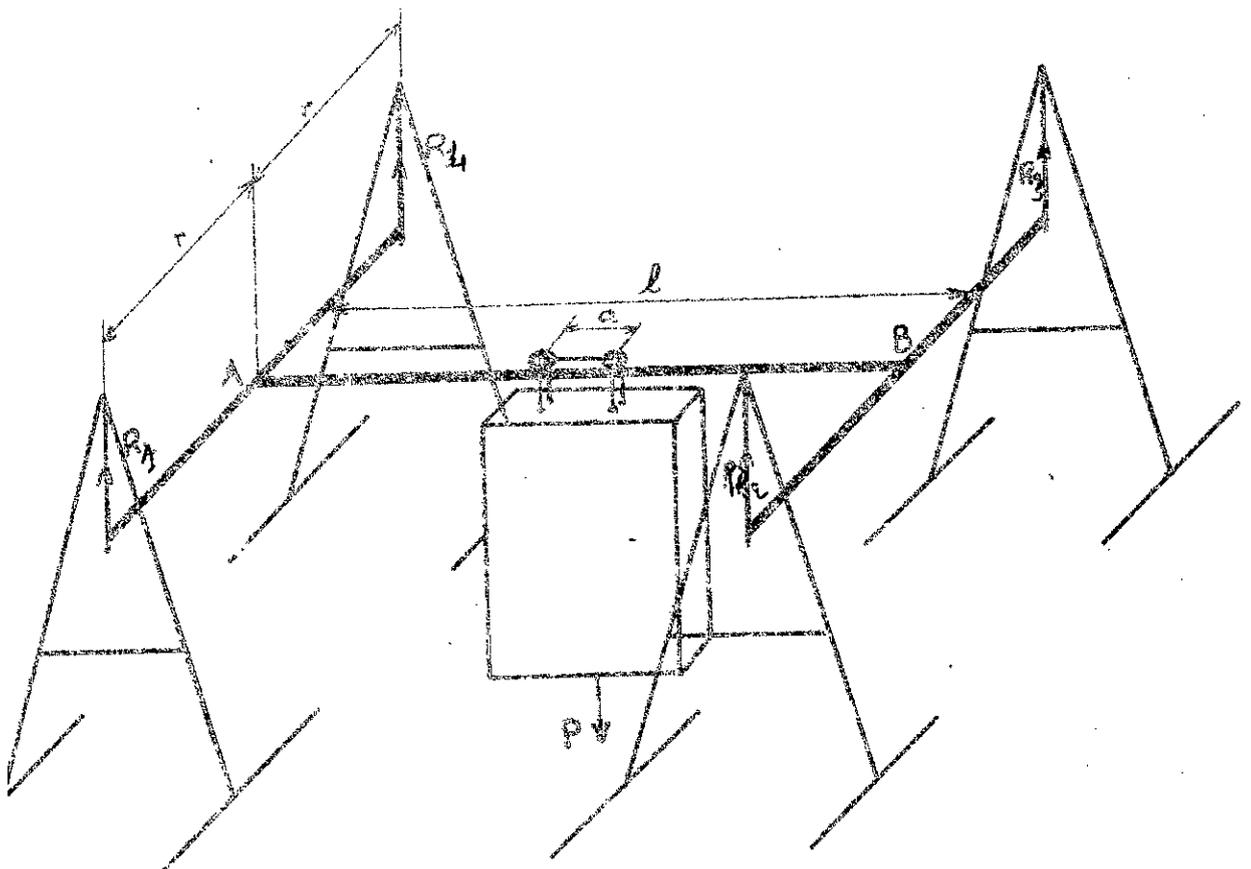


fig. 23

Au point A on a une réaction  $R_A = R_1 + R_4$  et au point B on a une réaction  $R_B = R_2 + R_3$ .

On suppose que la charge P se répartie uniformément entre les galets d'où on a  $P_1 = P_2 = \frac{P}{2}$  (fig 24)

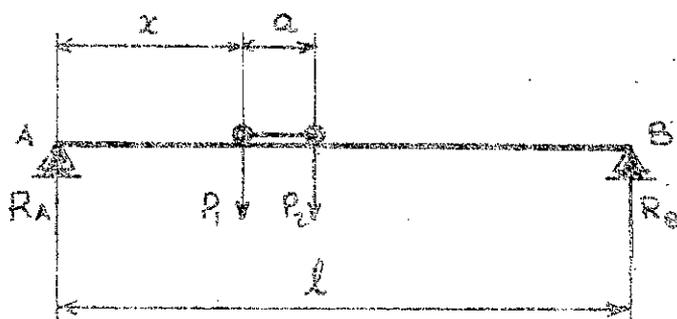


fig.24

Calcul des réactions  $R_A$  et  $R_B$

On a  $R_A + R_B = P_1 + P_2 = P$

et  $\sum M^+ / A = 0 \Rightarrow P_1 \cdot x + P_2 (x+a) - R_B \cdot l = 0$

$$\Rightarrow R_B = \frac{(P_1 + P_2)x + P_2 \cdot a}{l} = \frac{P_2 + P/2 \cdot a}{l}$$

$$\Rightarrow R_B = \frac{P}{2l} (2x+a)$$

$$R_A = P - R_B = \frac{P}{2l} [2l - (2x+a)]$$

$$R_A = P - P \frac{2x+a}{2l}$$

Calcul du moment fléchissant à l'aplomb de  $P_2$

$$M_f = R_A \cdot x = \frac{Px}{2l} (2l - 2x - a) : \text{équation d'une parabole.}$$

On remarque que ce moment s'annule pour  $x=0$  et pour  $x = l - \frac{a}{2}$

$M_{f1}$  est maximum pour  $x$  vérifiant l'égalité  $\frac{\partial M_{f1}}{\partial x} = 0$

$$\Rightarrow \frac{2Pl - 4Px - Pa}{2l} = 0 \Rightarrow x = \frac{l}{2} - \frac{a}{4}$$

$$\text{d'où } M_{f1\max} = \frac{P}{2l} \cdot \frac{2(l-a)}{4} \left[ 2l - 2 \left( \frac{l}{2} - \frac{a}{4} \right) - a \right]$$

$$\text{ce qui donne } M_{f1\max} = \frac{P}{16l} (2l-a)^2$$

Calcul du moment fléchissant à l'aplomb de  $P_2$

$$M_{f2} = R_B (l-x-a) = \frac{P}{2l} (2x+a)(l-x-a)$$

Désignons par  $x_1$  l'abscisse de  $M_{f2}$ .

$$\text{on a } x_1 = x+a \Rightarrow x = x_1 - a$$

$$\text{d'où } M_{f2} = \frac{P}{2l} \left[ 2(x_1 - a) + a \right] \left[ l - x_1 + a - a \right]$$

$$M_{f2} = \frac{P}{2l} \left[ 2x_1 - a \right] \left[ l - x_1 \right]$$

$M_{f2}$  s'annule pour  $x_1 = \frac{a}{2}$  et  $x_1 = l$

Par symétrie on a  $M_{f2\max} = M_{f1\max} = M_{f\max}$

$$M_{f\max} = \frac{P}{16l} (2l-a)^2$$

Choix de la section de la poutre

Comme ça a été déjà dit la poutre choisie est en caisson, reste à choisir ses dimensions (fig 25)

Calcul du moment d'inertie de la section.

$$I_x = \frac{60 \cdot 120^3 - 54 \cdot 112^3}{12} = 2317800 \text{ mm}^4$$

$$I_x = 2317800 \text{ mm}^4$$

Calcul du module de résistance de la section

$$W_x = \frac{I_x \cdot 2}{120} = 38630 \text{ mm}^3$$

$$W_x = 38630 \text{ mm}^3$$

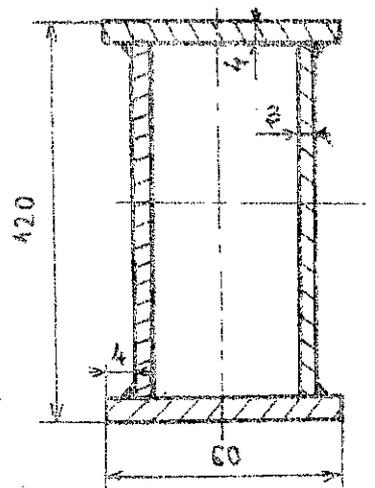


fig. 25

Calcul du volume de la poutre maîtresse

$$V_1 = [2(60 \times 4) + 2(112 \times 3)] \cdot 2500 = 288 \cdot 10^4 \text{ mm}^3$$

$$V_1 = 288 \cdot 10^4 \text{ mm}^3$$

Calcul du volume des renforts.

$$V_2 = 2(2 \cdot 60 \cdot 4 + 2 \cdot 112 \cdot 3) \cdot 1000 = 2304 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

$$V_2 = 2304 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

Volume total de la poutre

$$V = V_1 + V_2 = 5184 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

$$V = 5184 \text{ cm}^3$$

Calcul de la masse de la poutre.

$$M_G = \rho V \quad \text{avec} \quad \rho = 7,8 \text{ g/cm}^3$$

$$M_G = 40435 \text{ g}$$

$$M_G = 40 \text{ kg}$$

d'ou le poids propre de la poutre

$$G = M_0 g = 400 \text{ N}$$

$$\underline{G = 400 \text{ N}}$$

Calcul de la charge qui produit des contraintes de flexion  $\sigma_f$  égales à  $120 \text{ N/mm}^2$

$$\text{On a } \sigma_f = \frac{M_{f \max}}{W_x} = \frac{1}{W_x} \cdot \frac{P}{16l} (2l - a)^2$$

$$\Rightarrow P = \frac{16l \cdot W_x \cdot \sigma_f}{(2l - a)^2}$$

A.N

$$l = 2500 \text{ mm}$$

$$W_x = 38630 \text{ mm}^3$$

$$\sigma_f = 120 \text{ N/mm}^2$$

$$a = 200 \text{ mm}$$

alors

$$\boxed{P = 8000 \text{ N}}$$

la masse correspondante  $M_p = 800 \text{ kg}$

On remarque que  $M_0 \ll M_p$  - c'est pourquoi on néglige le moment fléchissant dû à  $M_0$ .

Trace du diagramme du moment fléchissant.

$$M_{f1} \text{ s'annule pour } x = 0 \text{ et } x = l - \frac{a}{2} = 2500 - \frac{200}{2} = 2400 \text{ mm}$$

$$M_{f2} \text{ s'annule pour } x_1 = \frac{a}{2} = 100 \text{ mm et } x_2 = l = 2500 \text{ mm}$$

$$M_{f \max} = \sigma_f \cdot W_x = 120 \cdot 38630 = 4635600 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

Le moment fléchissant est maximum pour :

$$x = \frac{l}{2} - \frac{a}{4} = \frac{2500}{2} - \frac{200}{4} = 1200 \text{ mm}$$

$$x_1 = \frac{l}{2} + \frac{a}{4} = \frac{2500}{2} + \frac{200}{4} = 1300 \text{ mm}$$

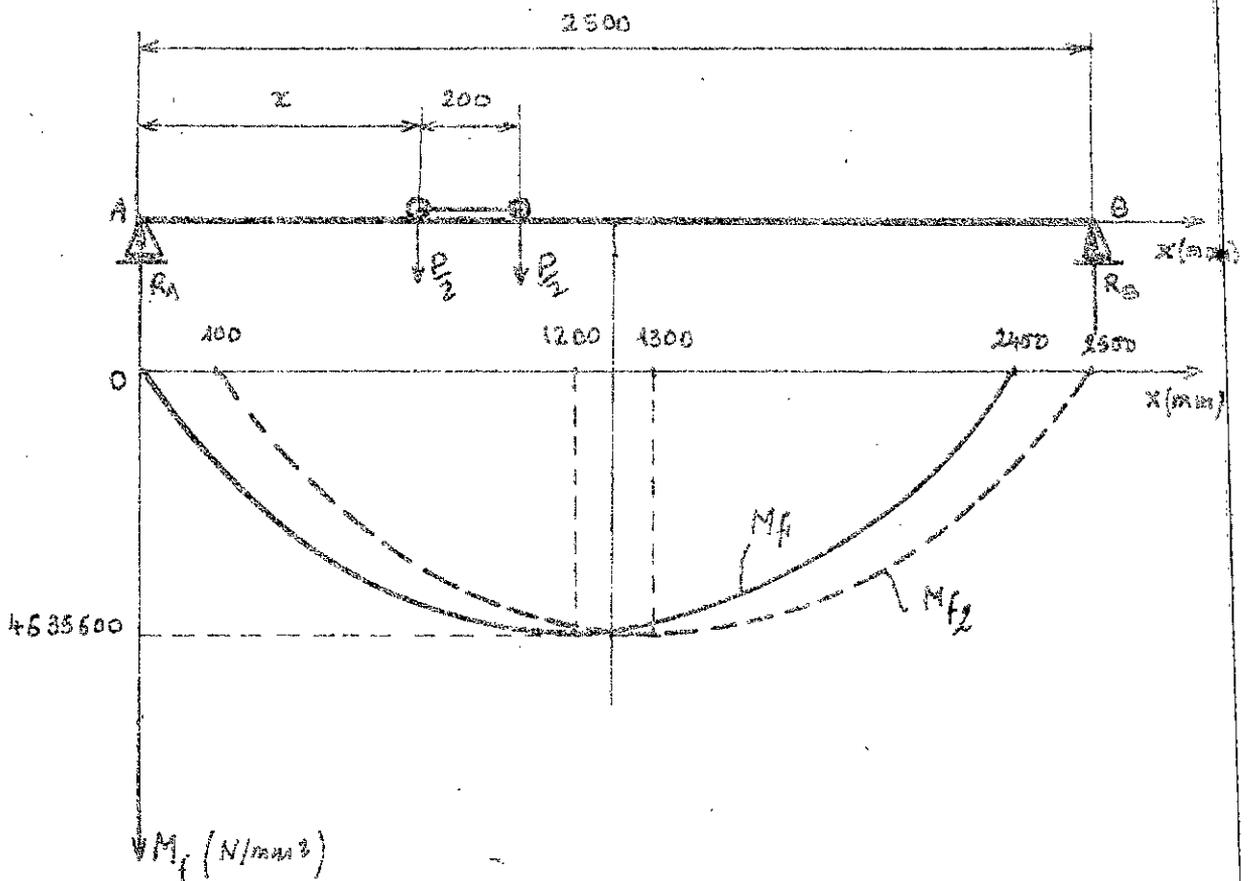


fig. 26

Calcul des contraintes de torsion

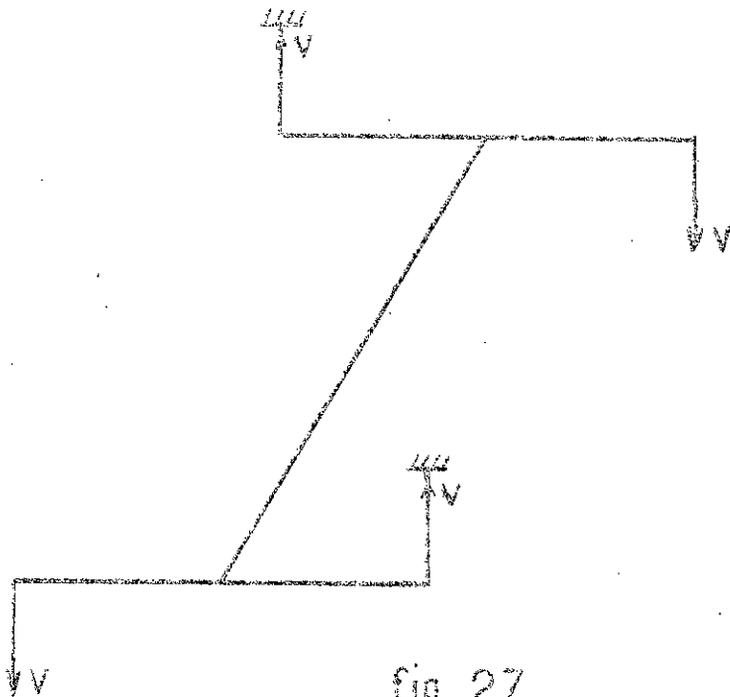


fig. 27

On inverse deux tiges de suspension avec lesquelles on applique une force  $V$  donnant ainsi à la poutre un moment de torsion  $M_t = 2Vr$

En choisissant par exemple pour  $V$  une valeur égale à  $2000\text{ N}$  on aura  $M_t = 2Vr = 2 \cdot 2000 \cdot 0,5 = 2000\text{ N}\cdot\text{m} = 2 \cdot 10^3\text{ N}\cdot\text{m}$

Les contraintes maximales de torsion dans la paroi sont données par

$$M_t = 2000\text{ N}\cdot\text{m}$$

la formule  $\tau = \frac{M_t}{2Ss_2}$  (fig 28)

$$S = 116 \cdot 49 = 5694\text{ mm}^2$$

$$s_2 = 3\text{ mm}$$

$$\text{d'où } \tau = \frac{2000 \cdot 10^3}{2 \cdot 5694 \cdot 3} \approx 60\text{ N/mm}^2$$

$\tau = 60\text{ N/mm}^2$

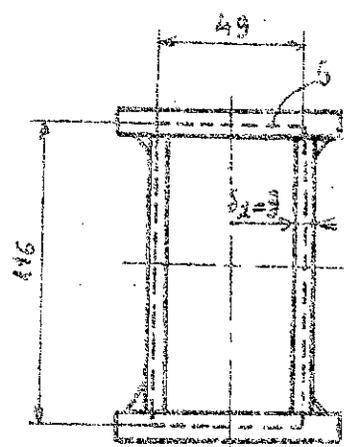


Fig. 28

Calcul des contraintes composées : flexion + torsion.

On calcule d'abord la force limite  $V_{lim}$  quand le moment de flexion est maximum.

$M_f$  est max pour  $x = 1200$  m et  $x = 1300$  mm

• pour  $x = 1200$  mm

$$R_A = 8000 \left( 1 - \frac{2 \cdot 1200 + 200}{2 \cdot 2500} \right) = 3840 \text{ N} \quad R_A = 3840 \text{ N}$$

$$R_B = \frac{8000}{2 \cdot 2500} (2 \cdot 1200 + 200) = 4160 \text{ N} \quad R_B = 4160 \text{ N}$$

• pour  $x = 1300$  mm

$$R_A = 8000 \left( 1 - \frac{2 \cdot 1300 + 200}{2 \cdot 2500} \right) = 3520 \text{ N} \quad R_A = 3520 \text{ N}$$

$$R_B = \frac{8000}{2 \cdot 2500} (2 \cdot 1300 + 200) = 4480 \text{ N} \quad R_B = 4480 \text{ N}$$

D'après ses valeurs on conclut que la valeur maximum qu'on peut appliquer est  $V_{lim} = \frac{R_A}{2} = \frac{3520}{2} = 1760 \text{ N}$  pour  $x = 1300$  mm

Pour cette valeur  $M_f = 2 \cdot 1760 \cdot 0,5 = 1760 \text{ N} \cdot \text{m}$

$$M_f = 1760 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$\text{donc } \tau = \frac{M_t}{2 \cdot 52} = \frac{176 \cdot 10^4}{2 \cdot 5684 \cdot 3} = 52 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau = 52 \text{ N/mm}^2$$

Pour cette position  $\sigma_f = 120 \text{ N/mm}^2$

Choix du métal de base de la poutre.

Comme la poutre est soumise à la flexion, à la torsion et à la flexion accompagnée de la torsion, alors on choisira un métal dont la contrainte admissible à la flexion et à la torsion doit être supérieure aux valeurs calculées précédemment.

Nous choisissons un métal de type acier de nuance A42 (E26) (Norme A35.501),

Il convient bien aux constructions des poutres pondées.

sa composition chimique :

% C	% Mn	% Si	% S	% P
0,14 ÷ 0,22	0,4 ÷ 0,65	0,12 ÷ 0,30	< 0,05	< 0,05

La limite d'élasticité de cet acier pour une épaisseur  $e$  comprise entre 3 et 30 mm est égale à  $255 \text{ N/mm}^2$

et sa résistance à la rupture est comprise entre 410 et 490  $\text{N/mm}^2$ .

Pour cet acier on admet  $\sigma_{adm} = 210 \text{ N/mm}^2$  et  $\tau_{adm} = 125 \text{ N/mm}^2$

d'où on aura un coefficient de sécurité  $c = \frac{255}{210} = 1,2$

$$c = 1,2$$

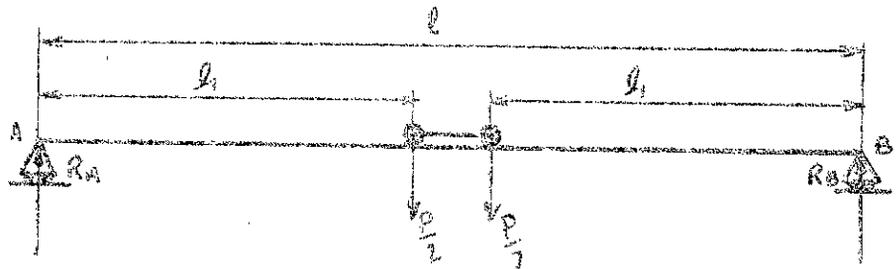
la condition de résistance de la poutre est bien vérifiée

car on a bien  $\sigma_f < \sigma_{adm}$  et  $\tau < \tau_{adm}$

422 Calcul de la flèche et de l'angle de torsion

Calcul de la flèche.

La situation la plus défavorable de la poutre est quand le charge est au milieu de la poutre



La flèche au milieu de fig. 29

la poutre est donnée par la formule  $f = \frac{P l_1}{24 E I_x} (3l^2 - 4l_1^2)$

$$f = \frac{P l_1}{48 E I_x} (3l^2 - 4l_1^2)$$

A.N :  $P = 8000 \text{ N}$

$$l_1 = 1250 - 100 = 1150 \text{ mm}$$

$$E = 0,21 \cdot 10^6 \text{ N/mm}^2$$

$$I_x = 2317800 \text{ mm}^4$$

$$l = 2500 \text{ mm}$$

= d'où  $f = \frac{8000 \cdot 1150}{48 \cdot 0,21 \cdot 10^6 \cdot 2317800} (3 \cdot 2500^2 - 4 \cdot 1150^2) = 5,3 \text{ mm}$

$f = 5,3 \text{ mm.}$

Calcul de l'angle de torsion.

L'angle de torsion par unité de longueur est donné par la formule :

$$\theta = \frac{M_t}{4 G \cdot S^2} \left( \frac{2(H - \delta_2)}{\delta_2} + \frac{2(B - 2\delta_1 - \delta_2)}{\delta_1} \right) \quad \text{I}$$

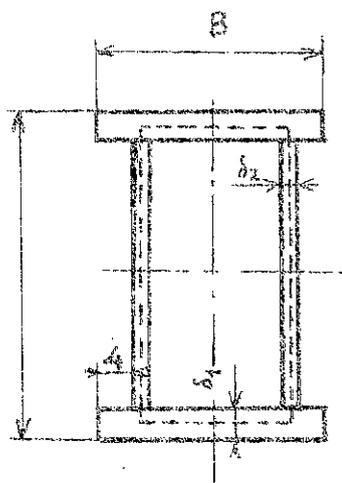


fig. 30

N.

$$M_t = 2000 \cdot 10^3 \text{ Nmm}$$

$$G = 78000 \text{ N/mm}^2$$

$$S = 5684 \text{ mm}^2$$

$$H = 120 \text{ mm}$$

$$B = 60 \text{ mm}$$

$$\delta_1 = 4 \text{ mm}$$

$$\delta_2 = 3 \text{ mm}$$

$$\text{donc } \theta = \frac{2000 \cdot 10^3}{4 \cdot 78000 \cdot (5684)^2} \left( \frac{2(120-3)}{3} + \frac{2(60-8-4)}{4} \right)$$

$$\theta = 2 \cdot 10^{-5} \text{ rad/mm} = 0,001^\circ$$

L'angle de torsion totale de la poutre  $\phi$  est égal à  $l \cdot \theta$

$$\phi = 2500 \cdot 2 \cdot 10^{-5} = 0,05 \text{ rad}$$

$$\phi = 0,05 \text{ rad} = 2,86^\circ$$

## 42 Calcul de soudure

### 421 Soudure longitudinale de la poutre maîtresse

La contrainte de cisaillement  $\tau$  est égale à  $\frac{T \cdot S_t}{2 I_x \cdot k}$

où  $T$  : effort tranchant

$S_t$  : moment statique de la semelle par rapport à l'axe  $x$

$I_x$  : moment d'inertie de la section simplifiée par rapport à l'axe  $x$

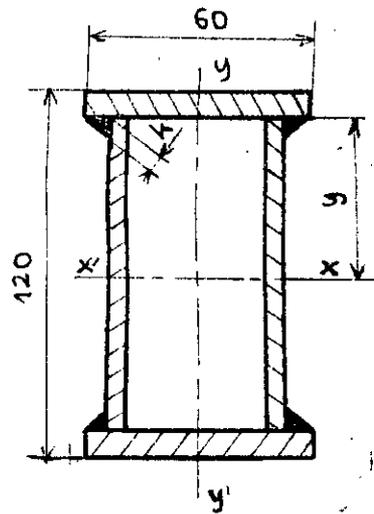


fig.31

A.N. :

$$T = \frac{P}{2} = \frac{8000}{2} = 4000 \text{ N}$$

$$S_t = 60 \cdot 4 \left[ \frac{120 - 4}{2} \right] = 13920 \text{ mm}^3$$

$$I_x = 2317800 \text{ mm}^4$$

$$k = 2 \text{ mm}$$

$$\text{d'où } \tau = \frac{4000 \cdot 13920}{2 \cdot 2317800 \cdot 2} = 6 \text{ N/mm}^2$$

$$\underline{\tau = 6 \text{ N/mm}^2}$$

La contrainte de flexion est égale à  $\frac{M_f \cdot y}{I_x}$

$$\text{A.N. : } M_f = 463560 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$y = 56 \text{ mm}$$

$$\sigma = \frac{463560}{2317800} \cdot 56 = 112 \text{ N/mm}^2$$

$$\underline{\sigma = 112 \text{ N/mm}^2}$$

la contrainte admissible  $\sigma_i = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$

$$\sigma_i = \sqrt{192^2 + 3^2} = 113 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_i = 113 \text{ N/mm}^2$$

la condition que doit vérifier la soudure est  $\sigma_i \leq \sigma_{adm}$   
 or  $\sigma_{adm} = 210 \text{ N/mm}^2$  donc on a bien  $\sigma_i < \sigma_{adm}$ .

#### 4.2.2 Soudure transversale liant la poutre maîtresse aux sommiers

Cette soudure est influencée surtout par la torsion pure.

On doit d'abord calculer la valeur maximale de  $V$  qu'on doit appliquer.

La contrainte admissible de cisaillement de la poutre est égale à  $125 \text{ N/mm}^2$ .

$$\text{Pour } V = 4000 \text{ N on a } \tau = \frac{4000 \cdot 10^3}{2 \cdot 5684.3} = 197 \text{ N/mm}^2$$

Cette valeur n'est pas lower de la valeur admissible alors on doit limiter  $V$  à  $4000 \text{ N}$  pour la torsion pure.

La contrainte de cisaillement de la soudure est donnée par la formule

$$\tau = \frac{M_t}{2.5.k}$$



A.N

$$S = 52 \cdot 116 = 6032 \text{ mm}^2$$

$$k = 3 \text{ mm}$$

$$\tau = \frac{M_t}{2.5.k} = 2.4000.500 = 4.80^6 \text{ N.mm}$$

$$\tau = \frac{4.10^6}{2.6032.3} = 110 \text{ N/mm}^2$$

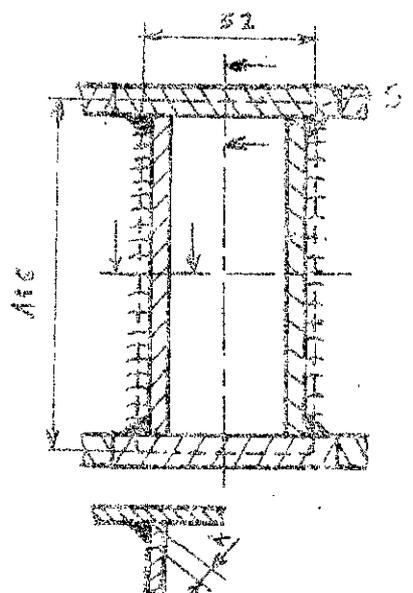


fig. 32

$$\tau = 110 \text{ N/mm}^2$$

or  $\tau_{adms} = 125 \text{ N/mm}^2$

on a bien  $\tau < \tau_{adms}$  donc la machine résiste à la torsion

### 4.3 Calcul des dimensions des éléments de la tige de suspension

#### 4.3.1 Calcul du système vis-écrou

##### 4.3.1.1 Calcul de la vis

On adopte une vis en acier de norme E 30 c'est-à-dire dont la limite d'élasticité  $R_e$  égale à  $300 \text{ N/mm}^2$ .

La vis sera chargée par un effort de traction  $V = 6000 \text{ N}$ .

son moyen résistera à cet effort si :

$$\sigma \leq \frac{R_e}{c} \Rightarrow \frac{V}{S} \leq \frac{R_e}{c} \Rightarrow S = \frac{V \cdot c}{R_e}$$

en adoptant un coefficient de sécurité  $c = 3$  on aura

$$S = \frac{6000 \cdot 3}{300} = 60 \text{ mm}^2$$

$$S = 60 \text{ mm}^2$$

D'après les normes pour  $S = 76,2 \text{ mm}^2$  on a (profil métrique ISO MFC)

$d = 12 \text{ mm}$  : diamètre nominal de la vis

$p = 1,75 \text{ mm}$  : pas du filetage

Le diamètre du moyeu de la vis  $d_n$  est égal à  $\sqrt{\frac{4 \cdot S}{\pi}}$

$$d_n = \sqrt{\frac{4 \cdot 76,2}{\pi}} = 9,850 \text{ mm}$$

on a donc une vis M12

Calcul de résistance de la vis

La contrainte de cisaillement  $\tau$  de la vis est donnée par la formule :

$$\tau = \frac{M_v}{W_t} \quad \text{où :}$$

$W_t = 0,2 d_n^3$  est le moment résistant en torsion libre

$M_v = V \cdot \frac{d_2}{2} \operatorname{tg}(\varphi + \alpha)$  est le moment de torsion transmis par la vis.

$d_2$  est le diamètre sur flancs

d'après les mesures  $d_2 = 10,863 \text{ mm}$

$\alpha$  est l'angle d'hélice

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{P}{\pi d_2} = \frac{1,75}{\pi \cdot 10,863} = 0,0513 \Rightarrow \alpha = 2,93^\circ$$

$\varphi$  est l'angle de frottement.

en adoptant un coefficient de frottement apparent  $f = 0,1$  (pièce en acier non trempée glissant sur pièce en acier identique, graissage moyen)

$$\text{On a } f = \operatorname{tg} \varphi = 0,1 \Rightarrow \varphi = 5,71^\circ$$

$$\text{donc } M_v = 6000 \cdot \frac{10,863}{2} \operatorname{tg}(5,71 + 2,93) = 4946 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$M_v = 4946 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$W_t = 0,2 \cdot 9,950^3 = 190 \text{ mm}^3$$

$$W_t = 190 \text{ mm}^3$$

$$\tau = \frac{4946}{190} = 26 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau = 26 \text{ N/mm}^2$$

La contrainte de traction  $\sigma_t = \frac{V}{S} = \frac{6000}{76,2} = 78,7 \text{ N/mm}^2$

$\sigma_t = 78,7 \text{ N/mm}^2$

La contrainte isostate  $\sigma_i$  est donnée par la formule

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_t^2 + 3\tau^2} = \sqrt{78,7^2 + 3 \cdot 26^2} = 90,6 \text{ N/mm}^2$$

$\sigma_i = 91 \text{ N/mm}^2$

La condition que doit vérifier la vis est:

$$\sigma_i < \sigma_{adm}$$

$$\sigma_{adm} = \frac{R_e}{c} = \frac{300}{3} = 100 \text{ N/mm}^2$$

$\sigma_{adm} = 100 \text{ N/mm}^2$

on a bien  $\sigma_i < \sigma_{adm}$  donc la vis résiste à la force V.

Vérification de la pouture de la vis

la condition de résistance est:  $\sigma_t < \sigma_{adm}$

$$\sigma_t = \frac{V}{S}$$

$$S = \pi d k$$

AN:  $d = 12 \text{ mm}$

$k = 3 \text{ mm}$

$V = 6000 \text{ N}$

$S = \pi \cdot 12 \cdot 3 = 113 \text{ mm}^2$

$$\sigma_t = \frac{6000}{113} = 53 \text{ N/mm}^2$$

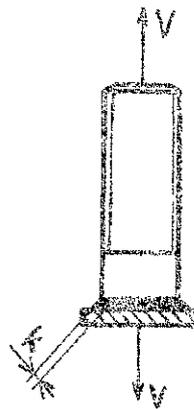


fig.33

$\sigma_t = 53 \text{ N/mm}^2$

$\sigma_{adm} = 100 \text{ N/mm}^2$

donc la condition de résistance est bien vérifiée

Dans ce cas pour une seule  
rouleuse on a :

$$S = 25.3 + 2.6.3 = 111 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_t = \frac{V/2}{S} = \frac{6000/2}{111} = 27 \text{ N/mm}^2$$

$$\underline{\sigma_t = 27 \text{ N/mm}^2}$$

$\sigma_t < \sigma_{\text{admis}}$  donc cette rouleuse résiste.

#### 4.312 Calcul de l'écrou

Calcul du nombre de filets  $n$  de l'écrou.

Calcul de  $n$  à la pression de contact. Pour des vis peu-tourmentées.

La pression de contact acier-acier est comprise entre  $22 \div 27 \text{ N/mm}^2$ .

Pour une vis la surface approximative de contact est

$$S_1 = \frac{\pi}{4} (d^2 - D_1^2)$$

$D_1$  : diamètre intérieur de l'écrou

Des Normes on a  $D_1 = 10,106 \text{ mm}$

$$\text{d'où } S_1 = \frac{\pi}{4} (12^2 - 10,106^2) \approx 33 \text{ mm}^2$$

$$\underline{S_1 = 33 \text{ mm}^2}$$

La surface totale de contact  $S$  est donnée la formule

$$S = \frac{V}{p_c} \quad \text{-avec } p_c = 27 \text{ N/mm}^2 : \text{pression de contact}$$

$$-S = \frac{6000}{27} = 222 \text{ mm}^2$$

$$\underline{S = 222 \text{ mm}^2}$$

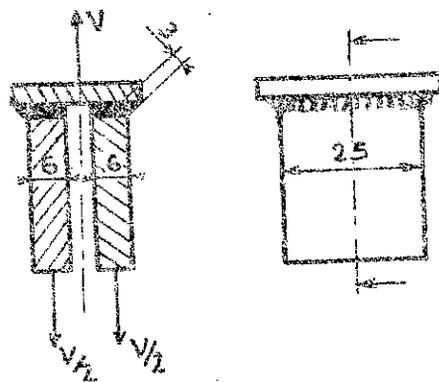


fig.34

$$n = \frac{S}{S_1} = \frac{222}{33} \approx 7$$

$$n = 7 \text{ spires}$$

Calcul de la hauteur de l'écran

$$H = n \cdot p = 7 \cdot 1,75 = 12,25 \text{ mm}$$

$$H = 12,25 \text{ mm}$$

On utilise donc un écran haut normalisé  $H_n$ .

Calcul du moment appliqué à l'écran.

La force de frottement de l'écran sur la rondelle est donnée par la formule  $V' = f \cdot V$

où  $f$  est le coefficient de frottement

Pour une rondelle en acier et un écran en acier non trempé,

agraissage moyen  $f = 0,1$ .

$$\text{d'où } V' = 0,1 \cdot 6000 = 600 \text{ N}$$

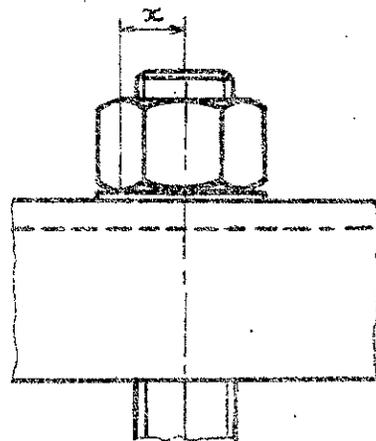


fig. 35

$$V' = 600 \text{ N}$$

Le couple résistant dû à cette force est  $M_{V'} = V' \cdot x$

$$\text{avec } x = 8 \text{ mm}, \quad M_{V'} = 600 \cdot 8 = 4800 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$M_{V'} = 4800 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

d'où le couple  $M_e$  appliqué à l'écran :

$$M_e = M_V + M_{V'} = 4950 + 4800 = 9750 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$M_e = 9750 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

La force à appliquer à l'écran avec une clé de longueur  $l = 160 \text{ mm}$ .

$$\text{est égale à } \frac{9750}{160} = 60 \text{ N} \quad F = 60 \text{ N}$$

On remarque que l'écran est facile à manipuler.

Calcul du rendement du système vis-écrou

$$\eta = \frac{\lg \alpha}{\lg(\alpha + \varphi)} = \frac{\lg 2,93}{\lg(2,93 + 5,71)} = 0,34 \quad \underline{\eta = 0,34}$$

$\eta < 0,5$  donc on a un système non réversible ce qui est le cas qu'on désire car quand on tire la vis l'écrou ne doit pas tourner.

### 432 Calcul du dynamomètre

Le dynamomètre est soumis à la même traction que la vis, il a une surface transversale  $S = 16 \text{ mm}^2$ , il est en acier allié (acier Cr Ni 30NC11) dont la limite d'élasticité est égale à  $685 \text{ N/mm}^2$

Le dynamomètre résiste à la traction

$$\text{soit } \sigma_t \leq \sigma_{\text{acier}}$$

$$\sigma_t = \frac{V}{S} \quad \text{et} \quad \sigma_{\text{acier}} = \frac{R_e}{c}$$

AN

$$V = 6000 \text{ N}$$

$$S = 16 \text{ mm}^2$$

$$R_e = 685 \text{ N/mm}^2$$

$$c = 1,8$$

$$\sigma_t = \frac{6000}{16} = 375 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{\text{acier}} = \frac{685}{1,8} = 380 \text{ N/mm}^2$$

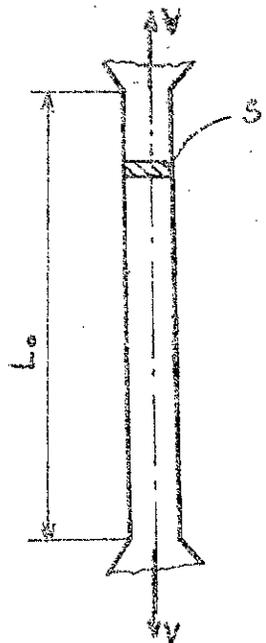


fig. 36

$$\underline{\sigma_t = 375 \text{ N/mm}^2}$$

$$\underline{\sigma_{\text{acier}} = 380 \text{ N/mm}^2}$$

On a bien  $\sigma_t < \sigma_{admis}$  donc le dynamomètre résiste à la traction de force  $V = 6000 \text{ N}$ .

On fait de sorte que la surface  $S$  soit sensiblement constante sur une importante longueur afin d'assurer une distribution uniforme des contraintes dans la zone où on colle les jauges.

Calcul de vérification de la surface du dynamomètre soumise à la traction

C'est la surface  $xx$  qui est soumise à la traction, elle est égale à  $2(l \cdot m)$ .

La contrainte de traction

$$\sigma_t \text{ est égale à } \frac{V}{S} = \frac{V}{4 \cdot m}$$

AN:  $l = 2 \text{ mm}$

$m = 8 \text{ mm}$

$S = 32 \text{ mm}^2$

$$\sigma_t = \frac{6000}{32} = 188 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_t = 188 \text{ N/mm}^2$$

La contrainte admissible de traction  $\sigma_{admis} = \frac{Re}{c} = \frac{675}{1,8} = 380 \text{ N/mm}^2$

$$\sigma_{admis} = 380 \text{ N/mm}^2$$

$\sigma_t < \sigma_{admis}$  donc la surface  $S$  résiste à la traction

on prend  $g = 1,6 \text{ mm} = 1,6 \cdot 8 = 12,8 \text{ mm}$

$g = 13 \text{ mm}$

pression de contact  $p_c = \frac{V}{d \cdot l} = \frac{6000}{12,8} = 250 \text{ N/mm}^2$

$p_c = 250 \text{ N/mm}^2$

$p_{admis} = \frac{Re}{c} = \frac{675}{1,9} = 380 \text{ N/mm}^2$  ;  $p_c < p_{admis}$  donc le dynamomètre résiste à la pression de contact

$p_{admis} = 380 \text{ N/mm}^2$

433 Calcul de vérification de la tige supportant

le sommier

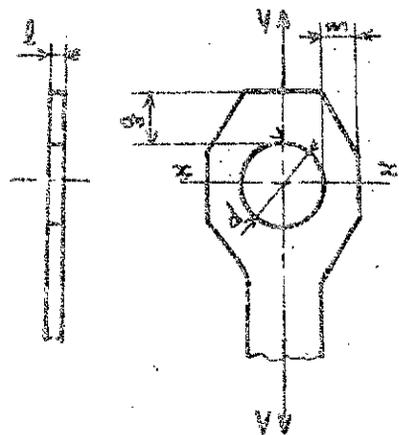


fig.37

Calcul de vérification des surfaces soumises à la traction.  
 Ce sont les surfaces xx et yy qui sont soumises à la traction.  
 On fait le calcul pour la surface xx par exemple.

$$\sigma_t = \frac{V/2}{S} = \frac{V/2}{2.5 \cdot m} = \frac{V/2}{80 \text{ m}}$$

$$m = 7 \text{ mm} ; g = 1,6 \cdot m = 1,6 \cdot 7$$

$$V = 6000 \text{ N} ; g = 11 \text{ mm}$$

$$\sigma_t = \frac{6000/2}{70} = 43 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_t = 43 \text{ N/mm}^2$$

En choisissant un acier E24 donc  $R_e = 240 \text{ N/mm}^2$

$$\text{d'où } \sigma_{admis} = \frac{R_e}{c}$$

$$\text{avec } c = 3 \text{ on a } \sigma_{admis} = \frac{240}{3} = 80 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{admis} = 80 \text{ N/mm}^2$$

on a  $\sigma_t < \sigma_{admis}$  donc les surfaces xx et yy résistent à la traction

434 Calcul du diamètre des axes liant le dynamomètre à la tige supportant le sommier et à la tige de suspension

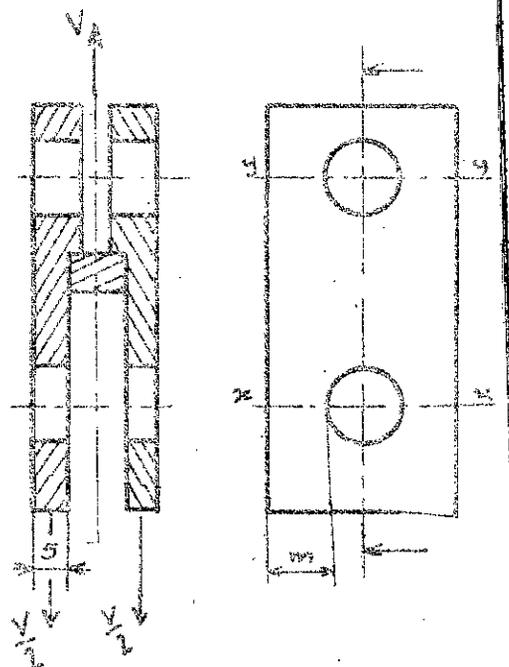


fig.38

L'axe est soumis à la flexion  
et au cisaillement, les formules  
de vérification sont :

$$\sigma_f = \frac{M_f}{W_x} \leq \sigma_{\text{admis}}$$

$$\tau = \frac{V}{2 \cdot \frac{\pi d^2}{4}} = \frac{2V}{\pi d^2} \leq \tau_{\text{admis}}$$

Pour la flexion.

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32}$$

avec  $d = 12 \text{ mm}$

$$W_x = \frac{\pi \cdot 12^3}{32} = 170 \text{ mm}^3$$

$$M_f = \frac{V}{2} \left( \frac{l_1}{2} + e + \frac{l}{4} \right)$$

$$M_f = \frac{V}{8} (2l_1 + 4e + l)$$

$$M_f = \frac{V(L + 2e)}{8}$$

$$V = 6000 \text{ N}$$

$$l_1 = 8 \text{ mm}$$

$$e = 1 \text{ mm}$$

$$l = 2 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow L = 18 \text{ mm}$$

$$M_f = \frac{6000}{8} (18 + 2 \cdot 1) = 15 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

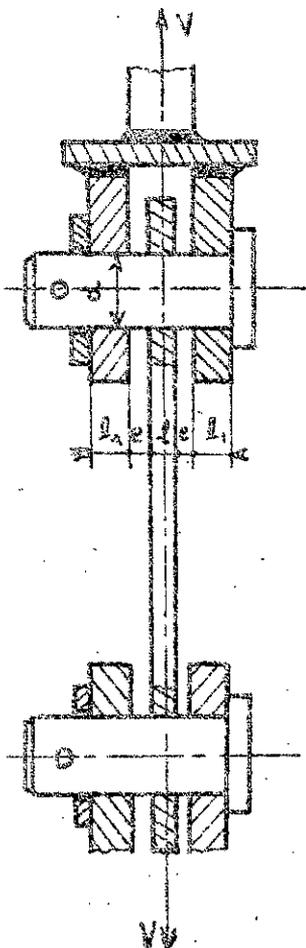


fig.39

$$W_x = 170 \text{ mm}^3$$

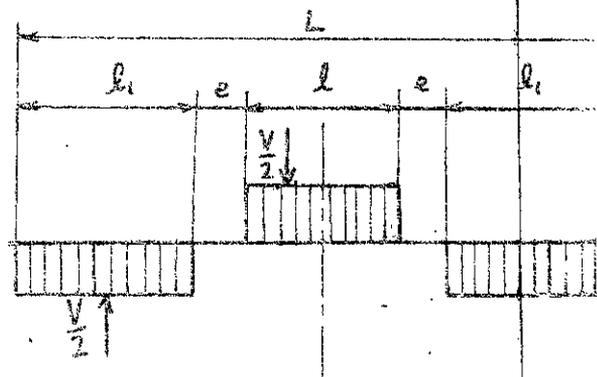


fig.40

$$M_f = 15 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$\sigma_f = \frac{15 \cdot 10^3}{170} = 88,3 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_f \approx 90 \text{ N/mm}^2$$

En choisissant l'acier E 30, alors  $\sigma_f \text{ acier} = \frac{R_e}{c}$

En prenant  $c = 3$  alors

$$\sigma_{f \text{ acier}} = \frac{300}{3} = 100 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{f \text{ acier}} = 100 \text{ N/mm}^2$$

On a  $\sigma_f < \sigma_{f \text{ acier}}$  alors l'axe résiste à la flexion

Pour le cisaillement

$$\tau = \frac{2V}{\pi d^2} = \frac{2 \cdot 6000}{\pi \cdot 12^2} = 27 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau \approx 27 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{\text{acier}} = \frac{\sigma_{f \text{ acier}}}{2} = \frac{100}{2} = 50 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{\text{acier}} = 50 \text{ N/mm}^2$$

on a bien  $\tau < \tau_{\text{acier}}$  donc l'axe résiste aussi au cisaillement.

#### 44 Calcul du chariot

##### 441 Calcul de vérification de l'axe

La charge supportée par les 4 galets est égale à 1000 en supposant que la charge se répartit uniformément entre les 4 galets alors chaque galet supporte une charge égale à 2500 N.

Alors pour avoir une sécurité suffisante on suppose que chaque galet supporte une charge  $F$  égale à 2500 N.

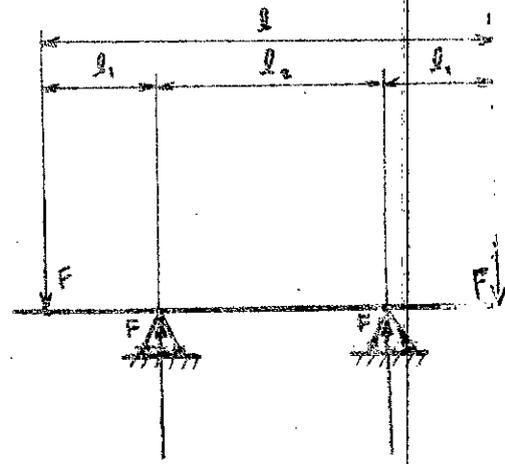
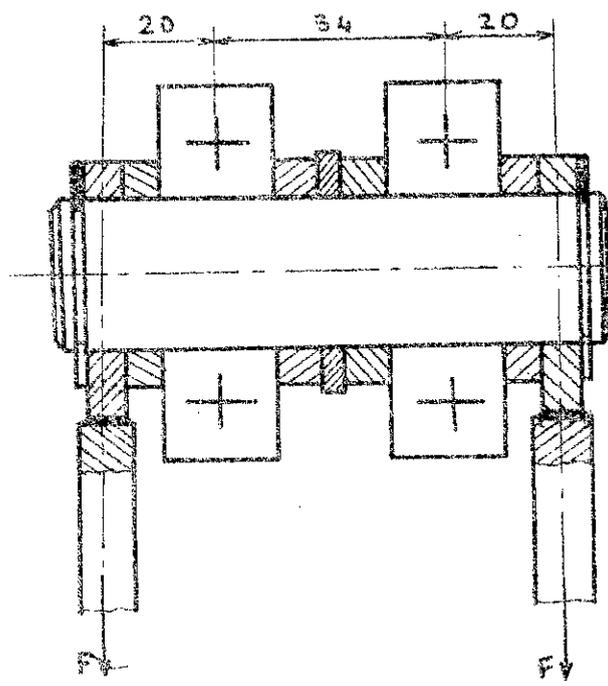


fig.41

$$M_{fmax} = F l_1$$

$$F = 2500 \text{ N}$$

$$l_1 = 20 \text{ mm}$$

$$M_{fmax} = 2500 \times 20 = 5 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$\underline{M_{fmax} = 5 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{mm}}$$

$$\sigma_f = \frac{M_{fmax}}{W_x} \quad \text{avec} \quad W_x = \frac{\pi d^3}{32}$$

en adoptant  $d = 20 \text{ mm}$  ou ainsi

$$W_x = \frac{\pi \cdot 20^3}{32} = 785 \text{ mm}^3$$

$$\underline{W_x = 785 \text{ mm}^3}$$

$$\text{d'ou} \quad \sigma_f = \frac{5 \cdot 10^4}{785} = 64 \text{ N/mm}^2$$

$$\underline{\sigma_f = 64 \text{ N/mm}^2}$$

$$\sigma_{factm} = \frac{R_e}{c}$$

$$\text{soit } c = 3 \quad \text{et} \quad R_e = 240 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{alors } \sigma_{\text{fadon}} = \frac{240}{3} = 80 \text{ N/mm}^2$$

On remarque bien que  $\sigma_f < \sigma_{\text{fadon}}$  alors l'axe résiste à la flexion de force  $F = 2500 \text{ N}$ .

#### 4.4.2 Calcul de vérification de la vis

On adopte une vis en acier E30.

La vis est chargée par un effort de traction  $F = 2500 \text{ N}$ .

$$\text{Son moyeu résiste si } \sigma_t = \frac{F}{S} \leq \sigma_{\text{fadon}} = \frac{R_e}{c}$$

$$\Rightarrow S \geq \frac{F \cdot c}{R_e}$$

$$F = 2500 \text{ N}$$

$$c = 3$$

$$R_e = 300 \text{ N/mm}^2$$

$$S = \frac{2500 \cdot 3}{300} = 25 \text{ mm}^2$$

$$S = 25 \text{ mm}^2$$

D'après les normes pour  $S = 32,9$  on a

$$d = 8 \text{ mm}$$

$$d_1 = 6,647 \text{ mm}$$

$$d_2 = 7,188 \text{ mm}$$

$$d_n = \sqrt{\frac{4 \cdot S}{\pi}} = \frac{4 \cdot 32,9}{\pi} = 6,472 \text{ mm}$$

$$d_n = 6,472 \text{ mm}$$

$$p = 1,25 \text{ mm}$$

La vis qu'on utilise est une vis M8

Couple transmis par la vis

$$M_v = F \frac{d_2}{2} \operatorname{tg}(\alpha + \varphi)$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{P}{\pi d_2} = \operatorname{arctg} \frac{1,25}{\pi \cdot 7,188} = 3,17^\circ$$

$$\alpha = 3,17^\circ$$

si on adopte un coefficient de frottement apparent  $f = 0,1$  on aura

$$\varphi = \operatorname{arctg} 0,1 = 5,71^\circ$$

$$\varphi = 5,71^\circ$$

$$M_v = 2500 \frac{7,188}{2} \operatorname{tg}(3,17 + 5,71) = 1400 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$M_v = 1400 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

Pour la traction on a :

$$\sigma_t = \frac{F}{S} = \frac{2500}{32,9} = 76 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_t = 76 \text{ N/mm}^2$$

Pour le cisaillement on a :

$$\tau = \frac{M_v}{W_t} = \frac{M_v}{0,2 d_n^3} = \frac{1400}{0,2 (6,472)^3} = 26 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau = 26 \text{ N/mm}^2$$

La contrainte équivalente  $\sigma_i$  est donnée par la formule

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_t^2 + 3\tau^2} = \sqrt{76^2 + 3 \cdot 26^2} = 90 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_i = 90 \text{ N/mm}^2$$

La condition que doit vérifier la vis est :

$$\sigma_{admis} = 100 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_i < \sigma_{admis}$$

Ceci est vérifié donc la vis supporte la force  $F = 2500 \text{ N}$

La surface  $S$ , soumise à la traction est égale à  $2 \cdot a \cdot b$

$$\sigma_t = \frac{F}{S} = \frac{F}{2 \cdot a \cdot b}$$

$$F = 2500 \text{ N}$$

$$a = 5$$

$$b = 6$$

$$g = 1,6 b = 1,6 \cdot 5 = 8 \text{ mm}$$

$$\sigma_t = \frac{2500}{2 \cdot 5 \cdot 6} = 42 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{t \text{ admi}} = 81 \text{ N/mm}^2$$

on a bien  $\sigma_t < \sigma_{t \text{ admi}}$  donc la condition de résistance est vérifiée

La pression de contact  $p = \frac{F}{a \cdot d_1}$

$$\text{avec } d_1 = 20 \text{ mm} \quad \text{on a } p = \frac{2500}{5 \cdot 20} = 25 \text{ N/mm}^2$$

$$p = 25 \text{ N/mm}^2$$

$$p_{\text{admi}} = \frac{R_c}{c} = \frac{240}{3} = 80 \text{ N/mm}^2$$

$$p_{\text{admi}} = 80 \text{ N/mm}^2$$

$p < p_{\text{admi}}$  on a vérifié la condition de pression de contact.

Calcul de vérification de la soudure.

$$\sigma_t = \frac{F}{\pi d_2 k}$$

avec  $k = 2 \text{ mm}$  et  $d_2 = 8 \text{ mm}$

$$\sigma_t = \frac{2500}{\pi \cdot 8 \cdot 2} = 50 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_t = 50 \text{ N/mm}^2$$

$\sigma_{t \text{ admi}} = 80 \text{ N/mm}^2$  ; on a bien  $\sigma_t < \sigma_{t \text{ admi}}$  donc la soudure résiste à la traction.

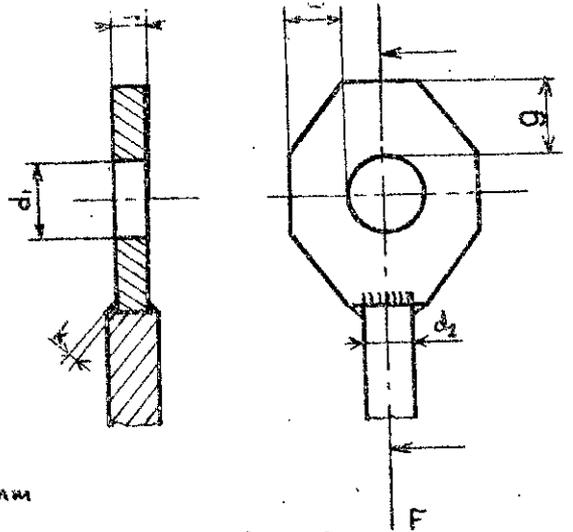


fig.42

$$\sigma_t = 42 \text{ N/mm}^2$$

#### 443 Calcul de vérification du galet

Le galet est un roulement à une rangée de bille dont le diamètre intérieur est égal à 20 mm et le diamètre extérieur égal à 52 mm.

La charge statique de base que peut supporter ce roulement est égale à 7800 N. Donc, ce roulement supporte bien la force  $F$  égale à 2500 N.

Vérification du diamètre extérieur  $D$

$$D \text{ doit vérifier la condition : } D \geq \frac{F}{p(k-2r)}$$

$p$  : pression limite conventionnelle

$p = 8 \text{ N/mm}^2$  pour un galet en acier

$k$  : largeur du roulement

$k - 2r$  : longueur effective de contact

$k = 15 \text{ mm}$

$r$  : rayon d'arrondi du roulement dans notre cas

$r = 2$

$$\text{donc } D \geq \frac{2500}{8(15-2)} = 24 \text{ mm}$$

On a bien  $52 \text{ mm} > 24 \text{ mm}$  donc le diamètre extérieur du galet vérifie condition exigée.

44 Calcul de la masselotte soulevée par le chariot

La masselotte a une masse  $M$  égale à 800 kg.

Si on adopte une masselotte en fonte grise de masse volumique

$\rho = 7,3 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$  - alors son volume  $V$  sera égal à  $\frac{M}{\rho}$

$$V = \frac{800}{7,3 \cdot 10^3} = 0,11 \text{ m}^3$$

$$V = 0,11 \text{ m}^3$$

$$V = 11 \cdot 10^7 \text{ mm}^3$$

Les dimensions de la masselotte sont environ.

330 mm

440 mm

940 mm

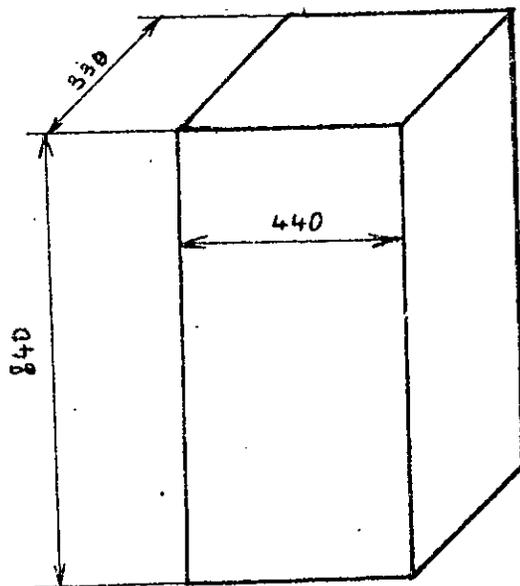


fig.43

## 5 Exemple d'application du banc d'essai.

### 51 Emplacement des rosettes

Supposons l'emplacement des rosettes dans 2 sections AA et B

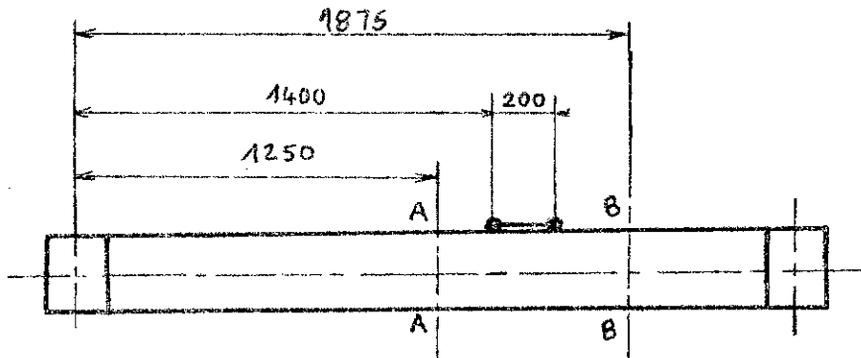


fig.44

Distributions des rosettes dans ces deux sections et distribution des contraintes.

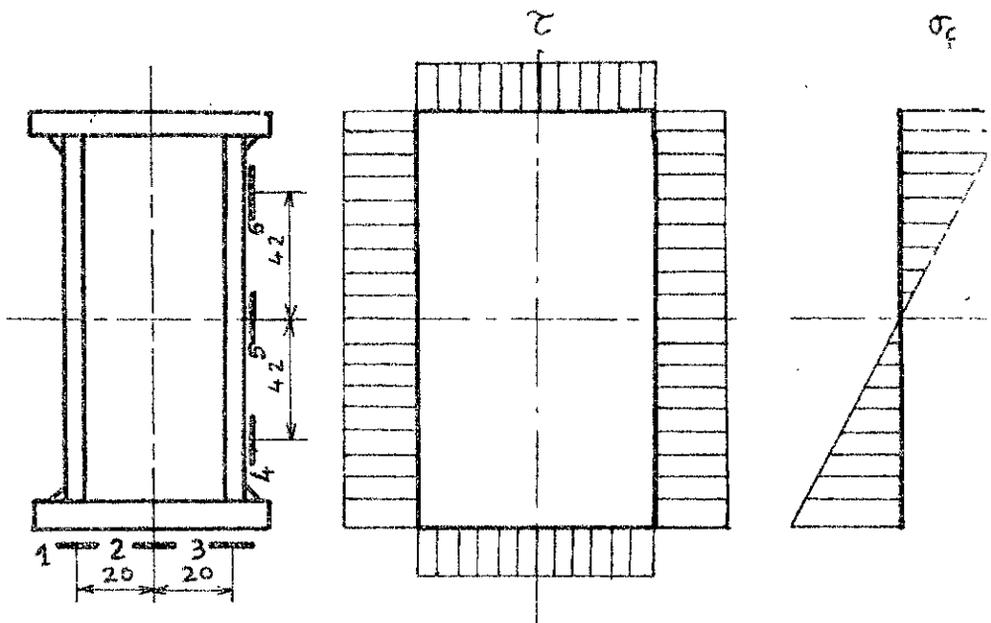


fig.45

Comme exemple faisons le calcul des valeurs mesurées pour la position du chanot indiquée sur la figure 44 et pour la section AA

### 52 Flexion seule

Pour la flexion seule on a :

$$R_I = R_{IV} = \frac{R_A}{2} = \frac{1}{2} \left( p \cdot p \frac{2x+a}{2l} \right)$$

$$x = 1400 \text{ mm} ; P = 8000 \text{ N} ; a = 200 \text{ mm} ; l = 2500 \text{ mm}$$

$$R_I = R_{IV} = \frac{1}{2} \left( 8000 - 8000 \cdot \frac{2 \cdot 1400 + 200}{2 \cdot 2500} \right) = 1600 \text{ N}$$

$$R_{II} = R_{III} = 1600 \text{ N}$$

$$\begin{aligned} R_{II} = R_{III} &= \frac{R_B}{2} = \frac{1}{2} \frac{P}{2.2.l} (2x + a) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{8000}{2.2.2500} (2 \cdot 1400 + 200) = 2400 \text{ N} \end{aligned}$$

$$R_{II} = R_{III} = 2400 \text{ N}$$

Calcul du moment de flexion dans la section AA

$$M_f = R_A \cdot x = 3200 \cdot 1400 = 448 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$M_f = 448 \cdot 10^4 \text{ Nmm}$$

Calcul des contraintes de flexion

Points 1, 2, 3

$$\sigma_{f1} = \frac{M_f}{W_x} = \frac{448 \cdot 10^4}{38630} = 116 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{f1} = 116 \text{ N/mm}^2$$

Point 4

$$\sigma_{f4} = \frac{M_f}{I_x} \cdot l_1 = \frac{448 \cdot 10^4}{2317800} \cdot 42 = 81 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{f4} = 81 \text{ N/mm}^2$$

Point 5

$$\sigma_{f5} = 0$$

$$\sigma_{f5} = 0 \text{ N/mm}^2$$

Point 6

$$\sigma_{f6} = -\sigma_{f4} = -81 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{f6} = -81 \text{ N/mm}^2$$

Indications des rosettes 1, 2, 3

Ces rosettes doivent indiquer les valeurs suivantes :  $\epsilon_{a_1}$ ;  $\epsilon_{b_1}$ ;  $\epsilon_{c_1}$

$$\sigma_x = \sigma_{f_1} = 116 \text{ N/mm}^2 \quad ; \quad \sigma_y = 0 \quad ; \quad \tau = 0$$

$$\epsilon_{x_1} = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y) = \frac{1}{0,21 \cdot 10^6} (116 - 0,3 \cdot 0) = 0,00055$$

$$\epsilon_{x_1} = 0,55 \text{ ‰}$$

$$\epsilon_{y_1} = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x) = \frac{1}{0,21 \cdot 10^6} (0 - 0,3 \cdot 116) = -0,00016$$

$$\epsilon_{y_1} = -0,16 \text{ ‰}$$

$$\gamma_1 = 0$$

$$\epsilon_{a_1} = \epsilon_{x_1} = 0,55 \text{ ‰}$$

$$\underline{\epsilon_{a_1} = 0,55 \text{ ‰}}$$

$$\epsilon_{b_1} = \frac{\epsilon_{x_1} + \epsilon_{y_1} + \gamma_1}{2} = \frac{0,55 + 0,16 + 0}{2} = 0,00035$$

$$\underline{\epsilon_{b_1} = 0,35 \text{ ‰}}$$

$$\epsilon_{c_1} = \frac{\epsilon_{x_1} - \epsilon_{y_1} - \gamma_1}{2} = \frac{0,55 + 0,16}{2} - \frac{0}{2} = 0,00035$$

$$\underline{\epsilon_{c_1} = 0,35 \text{ ‰}}$$

Indications de la rosette 4 :  $\epsilon_{a_4}$ ;  $\epsilon_{b_4}$ ;  $\epsilon_{c_4}$

$$\sigma_x = \sigma_{f_4} = 81 \text{ N/mm}^2 \quad ; \quad \sigma_y = 0 \quad ; \quad \tau = 0$$

$$\epsilon_{x_4} = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y) = \frac{1}{0,21 \cdot 10^6} (81 - 0,3 \cdot 0) = 0,00039$$

$$\epsilon_{x_4} = 0,39 \text{ ‰}$$

$$\epsilon_{y_4} = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x) = \frac{1}{0,21 \cdot 10^6} (0 - 0,3 \cdot 81) = -0,00012$$

$$\epsilon_{y_4} = -0,12 \text{ ‰}$$

$$\gamma_4 = 0$$

$$\epsilon_{a_4} = \epsilon_{x_4} = 0,39 \text{ ‰}$$

$$\underline{\epsilon_{a_4} = 0,39 \text{ ‰}}$$

$$\epsilon_{b_4} = \frac{\epsilon_{x_4} + \epsilon_{y_4} + \gamma_4}{2} = \frac{0,39 + 0,12 + 0}{2} = 0,26 \text{ ‰}$$

$$\underline{\epsilon_{c_4} = \epsilon_{b_4} = 0,26 \text{ ‰}}$$

Indications de la rosette 5

$$\varepsilon_{a_5} = \varepsilon_{b_5} = \varepsilon_{c_5} = 0$$

Indications de la rosette 6

Cette rosette doit indiquer les mêmes valeurs absolues que la rosette 4 avec des signes contraires.

$$\varepsilon_{a_6} = -0,39\%$$

$$\varepsilon_{b_6} = \varepsilon_{c_6} = -0,26\%$$

### 53 Fléxion avec torsion

Supposons une valeur  $V$  inférieure à la plus petite des 4 réactions soit  $V = 1200 \text{ N}$

Les réactions deviennent:

$$R_1 = R_I + V = 1600 + 1200 = 2800 \text{ N}$$

$$R_1 = 2800 \text{ N}$$

$$R_2 = R_{II} - V = 2400 - 1200 = 1200 \text{ N}$$

$$R_2 = 1200 \text{ N}$$

$$R_3 = R_{III} + V = 2400 + 1200 = 3600 \text{ N}$$

$$R_3 = 3600 \text{ N}$$

$$R_4 = R_{IV} - V = 1600 - 1200 = 400 \text{ N}$$

$$R_4 = 400 \text{ N}$$

Le moment de torsion constant le long de la poutre est égal à

$$V \cdot l_r = 1200 \cdot 2500$$

$$M_t = 12 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Les déformations dues à la flexion et à la torsion simultanées peuvent être déterminées par superposition:

Calcul des contraintes de torsion

Points 1, 2, 3

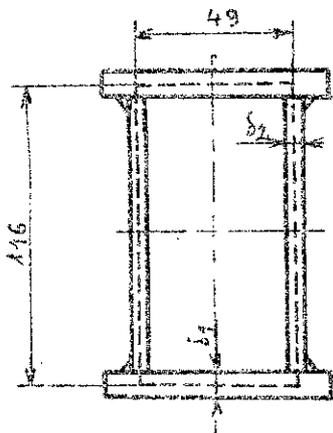
$$\tau_1 = \frac{M_t}{2 \cdot S \cdot \delta_1} = \frac{12 \cdot 10^5}{2 \cdot 5684,4} = 26,4 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_1 = 26,4 \text{ N/mm}^2$$

Points 4, 5, 6

$$\tau_4 = \frac{M_t}{2 S \delta_2} = \frac{12 \cdot 10^5}{2 \cdot 5684,3} = 35,2 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_4 = 35,2 \text{ N/mm}^2$$



$$\delta_2 = 3 \text{ mm}$$

$$\delta_1 = 4 \text{ mm}$$

$$S = 116 \cdot 49 = 5684 \text{ mm}^2$$

fig. 46

Les déformations dues à la torsion seront égales pour les pochettes 1, 2, 3 et pour 4, 5, 6

Pour 1, 2, 3

$$\gamma_1 = \frac{\tau_1}{G} = \frac{26,4}{78000} = 0,00034$$

$$\gamma_1 = 0,34 \text{ ‰}$$

Pour 4, 5, 6

$$\gamma_4 = \frac{\tau_4}{G} = \frac{35,2}{78000} = 0,00045$$

$$\gamma_4 = 0,45 \text{ ‰}$$

Indications des pochettes 1, 2, 3

$$\varepsilon_{a_{\epsilon_1}} = \varepsilon_x = 0$$

$$\varepsilon_{b_{\epsilon_1}} = \frac{\gamma_1}{2} = \frac{0,34}{2} = 0,17 \text{ ‰}$$

$$\varepsilon_{c_{\epsilon_1}} = -\frac{\gamma_1}{2} = -\frac{0,34}{2} = -0,17 \text{ ‰}$$

Indications des pochettes 4, 5, 6

$$\varepsilon_{a_{\epsilon_4}} = \varepsilon_x = 0$$

$$\varepsilon_{b_{\epsilon_4}} = \frac{\gamma_4}{2} = \frac{0,45}{2} = 0,225 \text{ ‰}$$

$$\varepsilon_{c_{\epsilon_4}} = -\frac{\gamma_4}{2} = -0,225 \text{ ‰}$$

Indications des rosettes 1, 2, 3

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{af} + \varepsilon_{at} = 0,55 + 0 = 0,55\%$$

$$\varepsilon_a = 0,55\%$$

$$\varepsilon_b = \varepsilon_{bf} + \varepsilon_{bt} = 0,35 + 0,17 = 0,52\%$$

$$\varepsilon_b = 0,52\%$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cf} + \varepsilon_{ct} = 0,35 - 0,17 = 0,18\%$$

$$\varepsilon_c = 0,18\%$$

Indications de la rosette 4

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{af} + \varepsilon_{at} = 0,39 + 0 = 0,39\%$$

$$\varepsilon_a = 0,39\%$$

$$\varepsilon_b = \varepsilon_{bf} + \varepsilon_{bt} = 0,26 + 0,225 = 0,485\%$$

$$\varepsilon_b = 0,485\%$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cf} + \varepsilon_{ct} = 0,26 - 0,225 = 0,035\%$$

$$\varepsilon_c = 0,035\%$$

Indications de la rosette 5

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{af} + \varepsilon_{at} = 0 + 0 = 0\%$$

$$\varepsilon_a = 0\%$$

$$\varepsilon_b = \varepsilon_{bf} + \varepsilon_{bt} = 0 + 0,225 = 0,225\%$$

$$\varepsilon_b = 0,225\%$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cf} + \varepsilon_{ct} = 0 + 0,225 = -0,225\%$$

$$\varepsilon_c = -0,225\%$$

Indications de la rosette 6

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{af} + \varepsilon_{at} = -0,39 + 0 = -0,39\%$$

$$\varepsilon_a = -0,39\%$$

$$\varepsilon_b = \varepsilon_{bf} + \varepsilon_{bt} = -0,26 + 0,225 = -0,035\%$$

$$\varepsilon_b = -0,035\%$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cf} + \varepsilon_{ct} = -0,26 - 0,225 = -0,485\%$$

$$\varepsilon_c = -0,485\%$$

#### 54. Remarque

Les déformations effectives mesurées sur le banc d'essai auront des valeurs différentes de celles calculées, les principales causes de ces différences sont :

a) Dimensions des jauges formant les rosettes, les valeurs calculées sont des valeurs dans les points déterminés, tandis que les jauges indiquent des valeurs moyennes correspondantes à leurs dimensions.

b) Les rosettes 1, 3, 4 et 6 sont placées dans des points où la distribution des contraintes peut être affectée par la discontinuité du profil.

c) Erreurs d'exécution de la poutre et erreurs de mesure.

### 55 Mesure de l'angle de torsion.

Chaque support est muni de 2 plots qui servent de repère pour la mesure de l'angle de torsion.

La mesure de cet angle se fait comme suit.

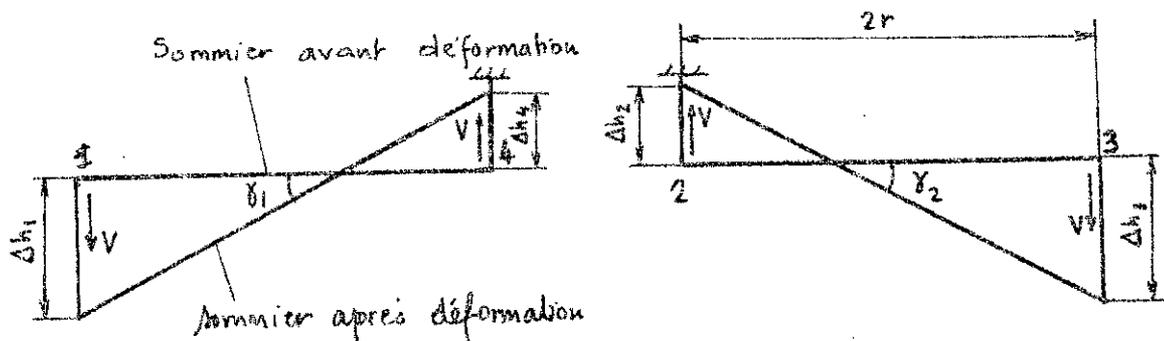


Fig. 47

$$\sin \gamma_1 = \frac{\Delta h_1 - \Delta h_4}{2r}$$

$$\sin \gamma_2 = \frac{\Delta h_3 - \Delta h_2}{2r}$$

$$\Rightarrow \gamma_1 = \arcsin \frac{\Delta h_1 - \Delta h_4}{2r}$$

$$\Rightarrow \gamma_2 = \arcsin \frac{\Delta h_3 - \Delta h_2}{2r}$$

L'angle de torsion  $\gamma$  est donné par la formule  $\gamma = \gamma_1 - \gamma_2$

$$\gamma = \arcsin \frac{\Delta h_1 - \Delta h_4}{2r} - \arcsin \frac{\Delta h_3 - \Delta h_2}{2r}$$

La mesure des distances avant et après déformation se fait avec un pied à coulisse.

Les distances  $\Delta h_1$ ,  $\Delta h_2$ ,  $\Delta h_3$  et  $\Delta h_4$  sont les variations des distances du plot repère au sommier avant et après déformation.

## CONCLUSION

Ce projet que je viens d'achever m'a permis d'approfondir mes connaissances en r.v.r. et de connaître une nouvelle étude qui est l'extensométrie dont je n'ai pas eu l'avantage d'étudier durant tout le cycle de ma formation.

Cependant le manque de documentation m'a obligé de ne pas rentrer dans les détails de cette étude et m'a causé des difficultés tout le long de mon travail.

Pour terminer, je souhaite qu'on intègre dans le programme étudié au département de mécanique les différentes méthodes de mesure des contraintes afin de donner à l'étudiant un aperçu physique des contraintes, ce qui est souvent ignoré.

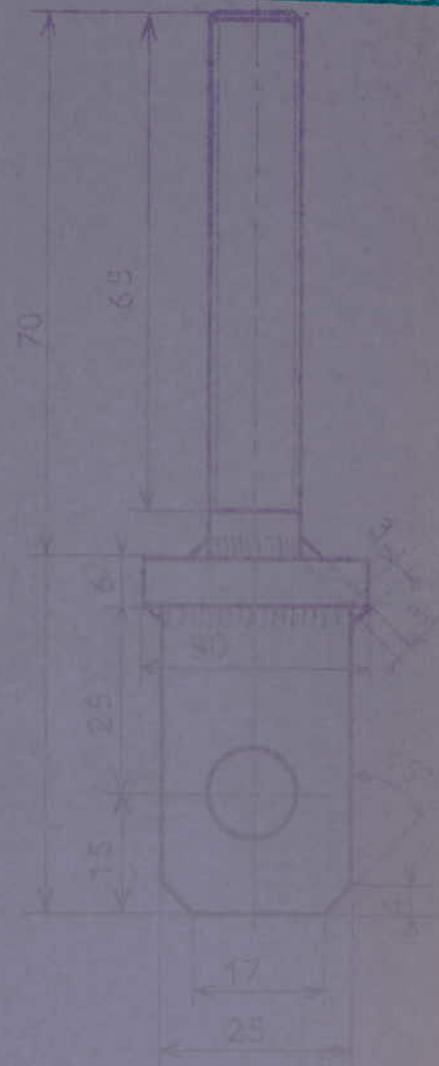
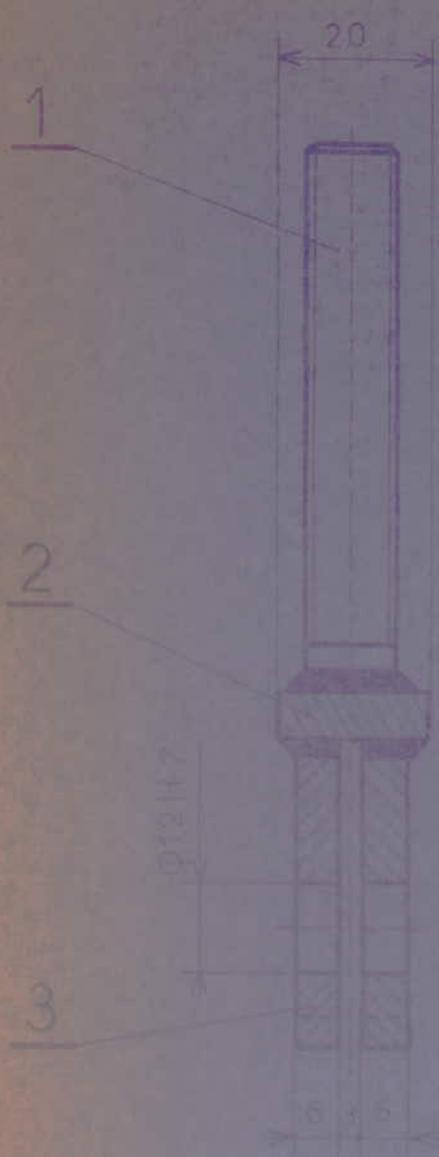
Je souhaite aussi que ce banc d'essai sera réalisé et sera intégré dans les séances de travaux pratiques au laboratoire de construction mécanique.

## BIBLIOGRAPHIE

1. Calculs en construction mécanique  
aide mémoire Dunod
2. Conception en construction mécanique  
aide memoire Dunod
3. Elements de machines  
Mir Moscou
4. Guide du dessinateur industriel  
Hachette
5. La mécanique par les problèmes : Résistance des matériaux  
A. Campa ; R. Chappert ; R. Picard  
Foucher 2<sup>ème</sup> édition.
6. Polycope de TP de M<sup>r</sup> Amara Mahfoud professeur  
à l'INA

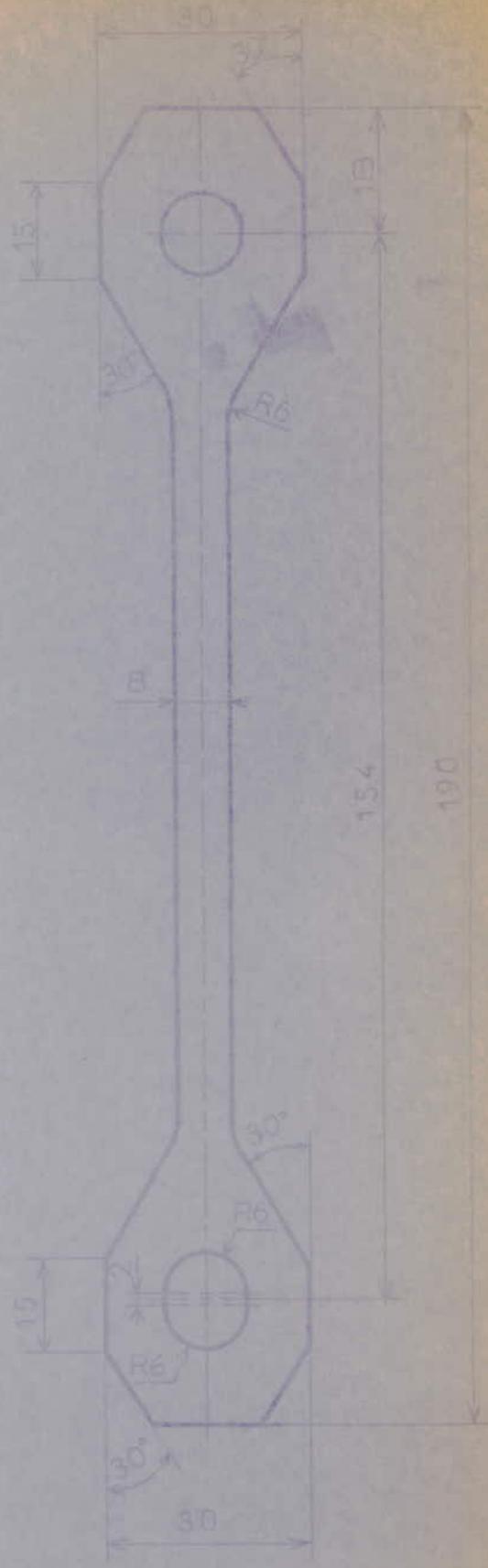
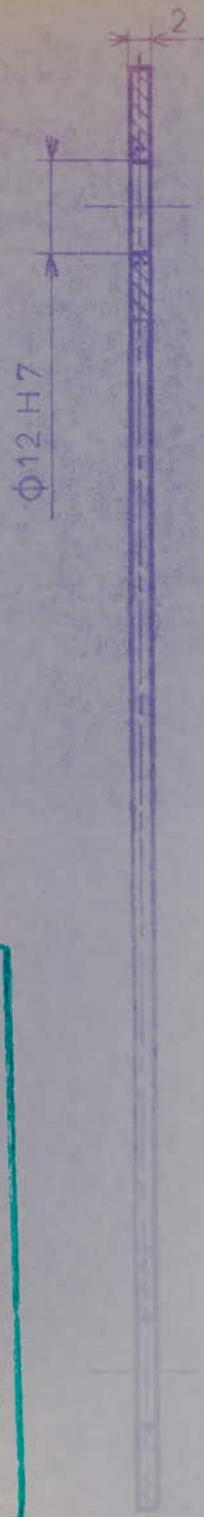


المدرسة الوطنية للعلوم الهندسية  
 المكتبة  
 ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE  
 BIBLIOTHEQUE



3		Plat	2		E 24	
2		Plat	1		E 24	
1		Goujon	1		E 24	
Rp	N° dessin	Désignation	Nb	Mat	Obs	
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE						
Echelle	1	Masse	VIS		ENPA	
E étudiant	Berkache	VIS		Dép. MECANIQUE		
Promoteur	Grefkovicz					
Consigne	Bouaziz Bergozic					
Fichier de fin d'étude prom. 10/04				BE_042		

المكتبة  
 ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE  
 BIBLIOTHÈQUE



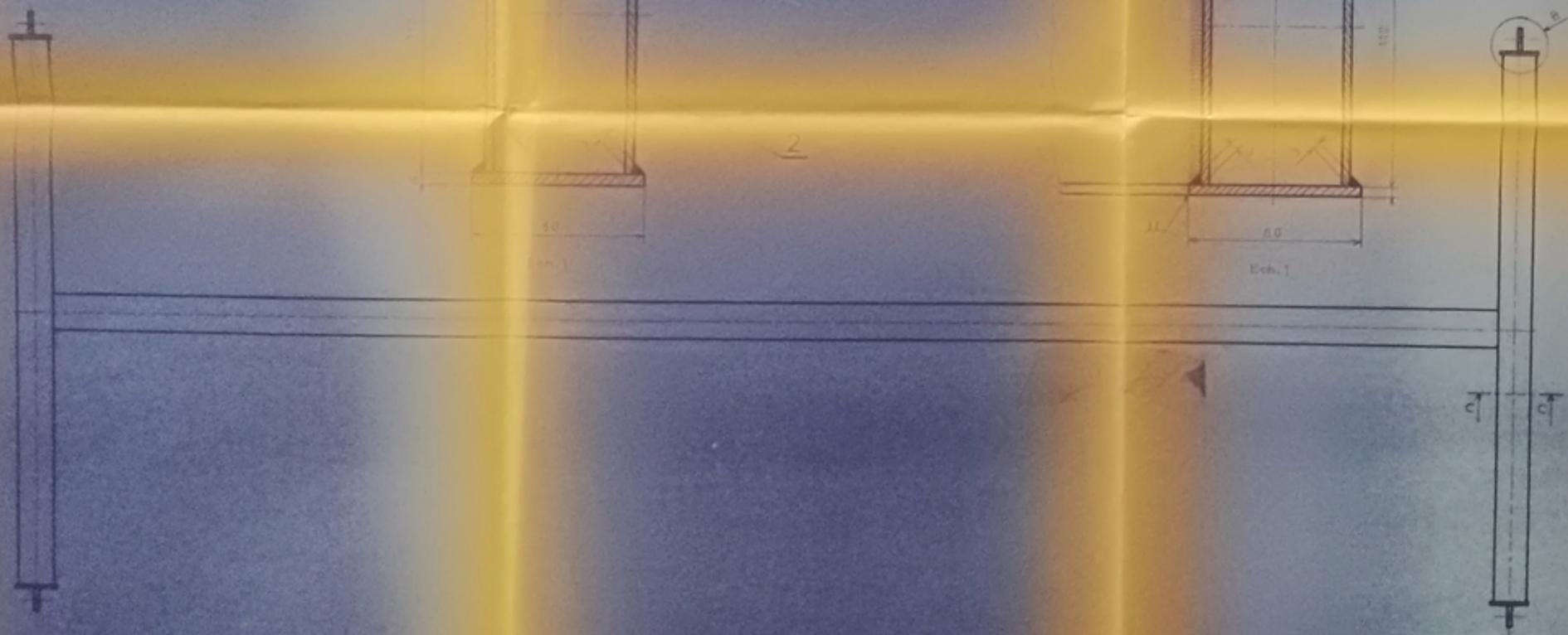
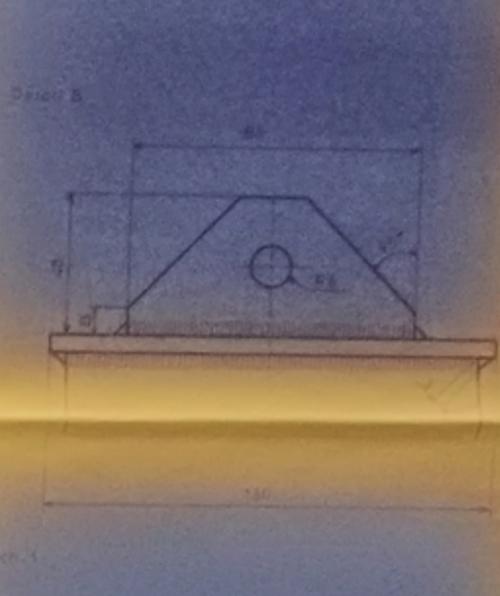
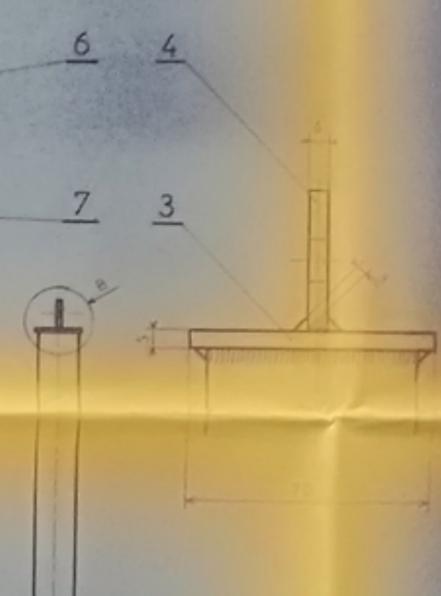
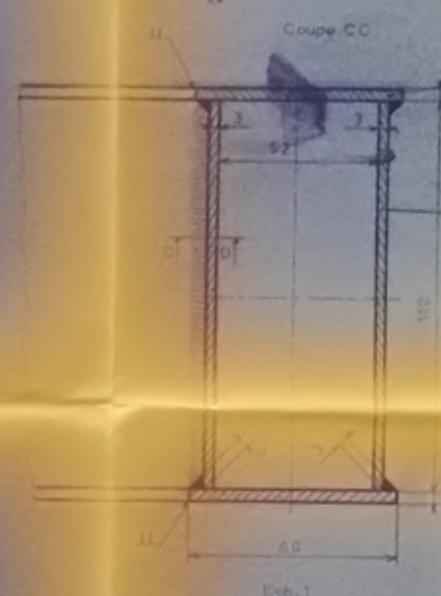
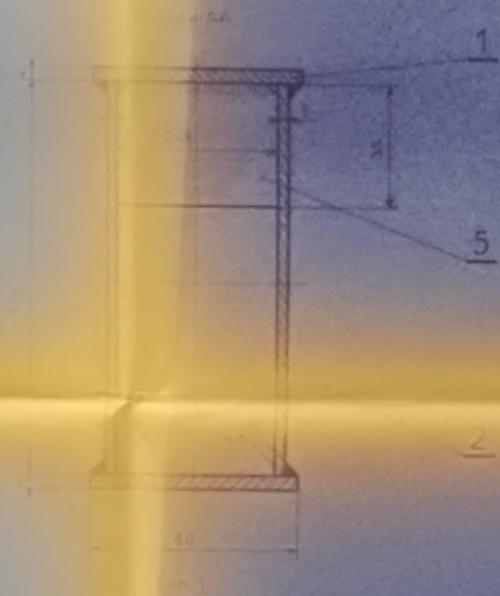
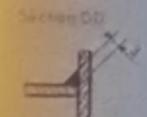
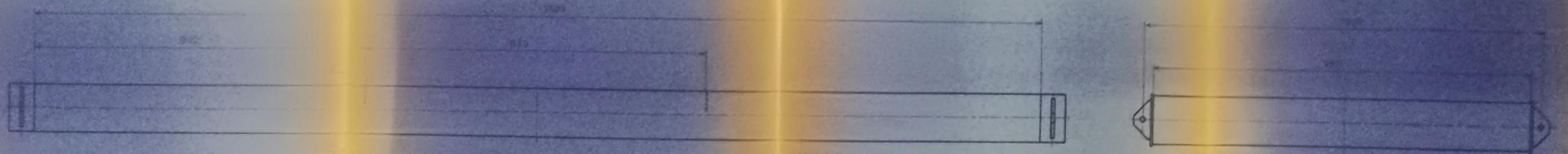
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Echelle	1	1	1
Étudiant	BERKACHE	1	1
Professeur	GREFKOWICZ	1	1
Collège	Bouqazik	1	1
Université	Pierozak	1	1

DYNAMOMETRE

Projet de fin d'étude prom. jan 84

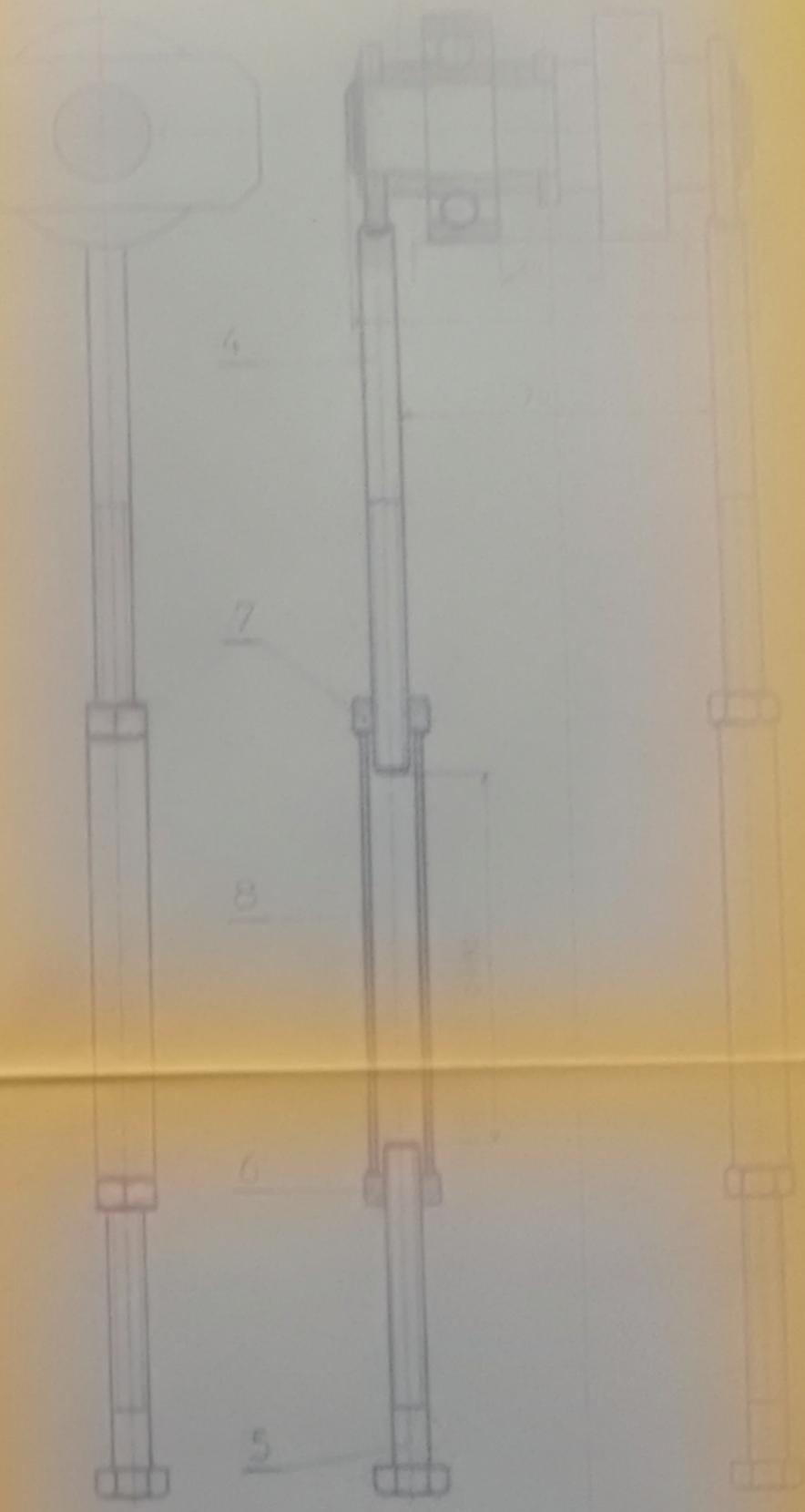
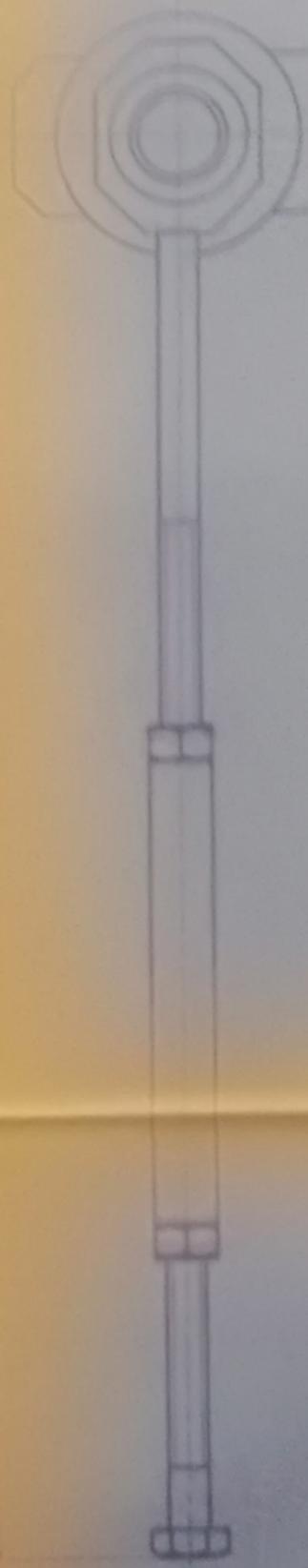
ENPA  
 Dep. MECANIQUE  
 BE\_043



PM04334  
-4-

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE  
ENPA

7	Prof 200-120-1	1	1/20		
6	Prof 200-120-1	1	1/20		
5	Prof 200-120-1	1	1/20		
4	Prof 200-120-1	1	1/20		
3	Prof 200-120-1	1	1/20		
2	Prof 200-120-1	1	1/20		
1	Prof 200-120-1	1	1/20		
Rp	N°dessin	Designation	Mo	Obs	
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE					
POUTRE			ENPA		
BE 01					

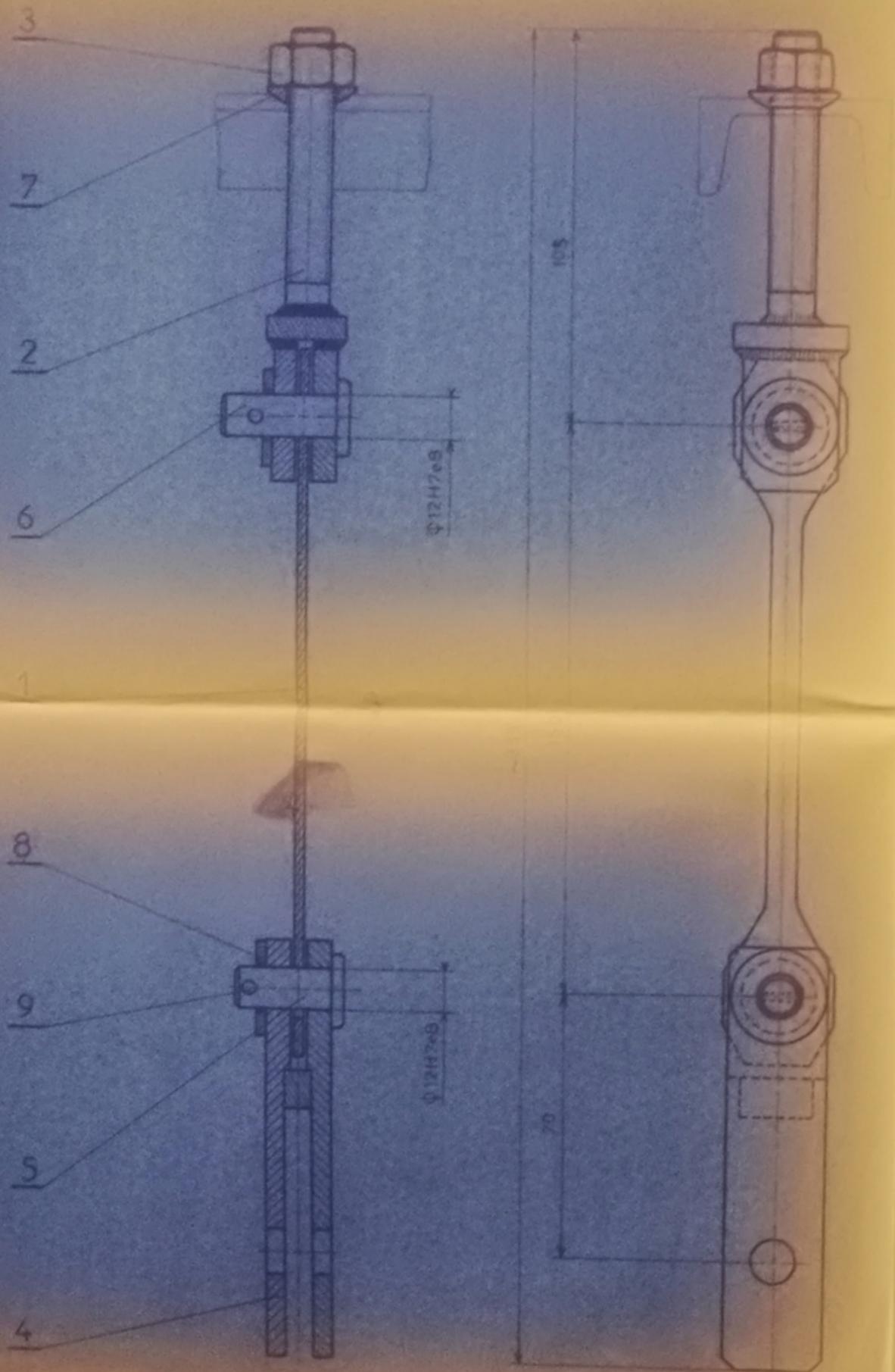


PMO 1284  
- 2 -

مستودع الوثائق العلمية بالجامعة  
البيروتية  
.....  
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE  
BIBLIOTHEQUE

10		Entrées	4		
9		Carreaux pour arbres	4		
8		Tube support aux arbres	4		
7		Verrouillage plate	4		
6		Egrain 318 plaque	1		
5		vis M10x20 pas 1,5	1		
4		Tige filetée 40x1	1		030
3		Plate	1		028
2		Axe	2		024
1		Roulements 208R033	4		
Np	N° dessin	Désignation	Nb	Mat	Obs
		CHARIOT			





مكتبة الوثائق العامة  
 المكتبة  
 ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE  
 BIBLIOTHÈQUE

PM01284  
 -4-

Rp	N dessin	Désignation	Nb	Mat	Obs
9		Goupille conique [3.12]	6		E 27.48
8		Rondelle plate, M 12 N	6		E 27.081
7		Rondelle sphérique	4		
6		Axe normalisée	4		E 27.381
5		Axe normalisée	4		E 27.382
4	BE_041	Tige de suspension	4	E 24	
3		Ecrin Hh, R 12	4		E 27.411
2	BE_042	Vis, M 12	4		
1	BE_043	Dynamomètre	4		ONC 21

Echelle	Massé	Logo	Titre	Mat
1			TIGE DE SUSPENSION	ENPA
Étudiant	BERMALHE			Départ. MÉCANIQUE
Promoteur	Gretkowsz			
Jurys	Boudier			
	Premozek			
			Projet de fin d'études	BE_04

