

THESE

Présentée à

المعرفة الوطنية المعتمدة للتعليمات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

L'ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Pour l'obtenir le grade de

MAGISTER

En génie mécanique option énergétique

Etudié par :

BOUBENDIR Sid Ali

Ingénieur d'état en Génie Mécanique (ENP)

THEME

ANALYSE DE LA LUBRIFICATION

THERMOHYDRODYNAMIQUE

DES SYSTEMES TOURNANTS

Application aux paliers lisses

Soutenue devant le jury:

S. RECHAK

S.LARBI

H. BELHANECHÉ

B. BENKOUSSAS

M. BOUDJAMAA

M. MAGHDOURI

Professeur à l'ENP

Maître de conférence à l'ENP

Chargé de cours à l'ENP

Chargé de cours à l'ENP

Chargé de cours à l'ENP

Chercheur à la SNVI

Président

Directeur

Co-directeur

Examineur

Examineur

Invité

Mai - 2002 -

E.N.P 10, Avenue Hassen Badi - El Harrach - Alger

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

A:

Ma mère

Remerciements

J'adresse mes vifs remerciements à monsieur S.LARBI, maître de conférence à l'E.N.P, et monsieur H. BELHANECHÉ, chargé de cours à l'ENP, pour leurs conseils avisés et leurs rigueurs scientifiques et pour l'excellent encadrement dont j'ai bénéficié et qui m'a permis d'apprendre et prendre goût à la recherche scientifique.

Je tiens aussi à exprimer mes sincères remerciements à monsieur le professeur S.RECHAK de L'E.N.P, pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury d'examen.

Mes remerciements vont également à messieurs B.BENKOUSSAS et M.BOUDJAMAA, chargés de cours à l'E.N.P, pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail en acceptant de le juger et de faire partie du jury de ma thèse.

Je remercié également monsieur M.MAGHDOURI, chercheur à la SNVI, pour m'avoir consacré une partie de son temps pour examiner ce travail.

Enfin, je ne saurais oublier, dans mes remerciements, tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'accomplissement de ce travail.

الهدف من هذه الدراسة هو تحليل التأثيرات الحرارية وتأثيرات الحركات الغير المنتظمة في حالة حامل أملس، وهذا لتحديد الحدود الممكنة لاستعمال نظرية إهمال التأثيرات الحرارية والحركات الغير منتظمة. في الشطر الأول لهذا العمل، حاولنا دراسة التأثيرات الحرارية في حامل أملس منتهي الأبعاد ودرسنا خصوصيات هذا الحامل آخذين بعين الإعتبار كل الشروط الحدية الممكنة. وفي الشطر الثاني قمنا بدراسة سلوك هذا الحامل في حالة الحركة غير المنتظمة، كل النتائج المحصل عليها قرنت بالنتائج المحصل عليها لباحثين آخرين وبالنتائج التطبيقية وأعطت توفيقا ملحوظا.

كلمات مفتاحية : محل أملس ، حركة منتظمة لسائل ، الحركة الغير منتظمة

RESUME

L'objectif de ce travail est d'analyser les effets thermiques et les effets de la turbulence sur le comportement des paliers afin de définir les limites d'utilisation de la théorie isotherme et laminaire. Dans la première partie, le comportement thermohydrodynamique (THD) des paliers a été étudié en tenant compte des différentes conditions aux limites. Dans la seconde partie, le comportement des paliers lisses en régime turbulent a été étudié et différents modèles empiriques ont été présentés. Les résultats obtenus numériquement ont été comparés avec ceux obtenus expérimentalement. Ils ont également été comparés à ceux obtenus par d'autres chercheurs. Un bon accord est observé entre les différents résultats.

Mots clés : palier lisse ; écoulement laminaire , écoulement turbulent

ABSTRACT

The objective of this work is to analyze the thermal effects and the effects of turbulence on the behavior of the journal bearings, in order to define the operational limits of the isothermal and laminar theory. In the first part, we studied the behavior thermohydrodynamic of the journal bearings by taking into account different boundary conditions. In the second part, we studied the behavior of journal bearings with turbulent regime and different empirical models were used. The results were compared to those obtained experimentally and those obtained by other researchers. A good agreement was noted.

Key words : Journal bearings ; regim laminar ; regim turbulent

PRINCIPAUX SYMBOLES UTILISES

- C : Le jeu radial [m]
 C_a : Couple de frottement [J]
 C_p, C_v : Chaleur spécifique [J/Kg. m³]
e : excentricité absolue [m]
E : Energie interne [J / Kg]
f : Les force massiques extérieures [N/Kg]
h: L'épaisseur du film [m]
 h_i : Le coefficient d'échange convectif [W/m². °C]
K: coefficients de conductivité thermique [W/m °C]
x : Les variables de l'espace [m]
u : Les composantes de la vitesse [m/s]
P: La pression.[N/m²]
R : rayon [m]
T : Température [°C]
Q : Débit [m³ / s]
W : la charge [N]

Symboles latins

- $\delta_{i,j}$: le symbole de Kronecker
 ω : vitesse angulaire [rd / s]
 ρ : La masse du fluide [Kg / m³]
 $\sigma_{i,j}$: Le tenseur des contraintes.
 $\tau_{i,j}$: contraintes de cisaillement [N/m²]
 $\varepsilon_{i,j}$: le tenseur des taux de déformations
 ε : excentricité relative
 ϕ : fonction de dissipation [W/m]

φ : angle de calage [rd]

$\alpha = Rc/R$: un nombre adimensionnel

$\eta = Ra/R$: nombre adimensionnel

μ : Viscosité [Pl]

θ : Coordonnée angulaire [rd]

Les nombres adimensionnels

P_e : Nombre de Peclet

N_d : Nombre de dissipation

Bi_c , Bi_a : Nombre de biot

Re : Nombre de Reynolds moyen

T' : Nombre caractéristique du Taylor

Indices:

i: coordonnées

t: turbulence

a: arbre

c: coussinet

amb: ambiance

0 : référence

p: pression constante

v : volume constant

m : moyenne

f : fixe

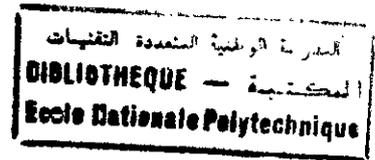
se: l'entrée de convergent

r : recyclé

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

SOMMAIRE

SOMMAIRE



INTRODUCTION	1
CHAPITRE – I - ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE	4
CHAPITRE - II – LA LUBRIFICATION	
THERMOHYDRODYNAMIQUE LAMINAIRE	
II-1- Introduction	10
II-2- Equations de base	10
II-3- Equation de Reynolds généralisée	10
II-4- Interprétation physique des différents termes de l'équation de Reynolds	15
II-5- Equation de l'énergie dans le film	15
II-6- Propriétés thermiques des lubrifiants	18
II-7- Equation de la chaleur dans les massifs	19
CHAPITRE – III - LA LUBRIFICATION ISOTHERME EN	
REGIME NON – LAMINAIRE	
III - 1 – Introduction	21
III – 2 - Equations de base	22
III – 2 - 1 – Généralités	22
III- 2 - 2 - Présentation des différents modèles empiriques	25
a) - Analyse de Erlod	26
b) - Analyse de Constantinescu	26
III – 3 - Etude de la transition	27

CHAPITRE – IV - APPLICATION AUX PALIERS LISSES

IV-1- Introduction	31
IV-2- Géométrie cinématique des surfaces.....	31
IV-3- Equation de Reynolds généralisée appliquée aux paliers lisses	33
IV-4- Conditions aux limites sur la pression	35
IV-5- Equation de l'énergie dans le film	36
IV-6- Equation de la chaleur dans le coussinet	37
IV-7- Equation de la chaleur dans l'arbre	38
IV-8- Les conditions aux limites sur la température	38
IV-8-1- Conditions aux limites sur la surface externe du coussinet	38
IV-8-2- Conditions aux limites à l'interface entre le film et le Coussinet	40
IV-8-2-1- Premier groupe de conditions aux limites	41
IV-8-2-2- Deuxième groupe de conditions aux limites	41
IV-8-3- Les conditions aux limites à l'interface entre le film et l'arbre	42
IV-8-4- Les conditions aux limites aux deux extrémités de l'arbre	43
IV-8-5- Les conditions aux limites dans la section d'entrée du film (recirculation)	44
IV – 9 - Les caractéristiques statiques d'un palier lisse:	45
IV-9-1- La charge et angle de calage	45
IV-9-2- Le débit	45
IV-9-3- Le couple de frottement	46

CHAPITRE – V - RESOLUTION NUMERIQUE

V-1- Rappel	47
V-2- Discretisation des équations	49
V-2-1- Résolution de l'équation de Reynolds généralisée	49
V-2-2- Résolution de l'équation de la chaleur dans les solides.....	49
V-2-3-Modélisation de l'équation de l'énergie dans le film	50
V - 3 - Discrétisation de l'équation de Reynolds en régime non laminaire	56

CHAPITRE -VI- RESULTATS ET INTERPRETATIONS

VI - 1 - Analyse des effets thermiques	59
VI - 1 - 1 - Présentation des cartes d'isothermes.....	60
VI - 1 - 2 - Détermination de la température des solides.	67
VI - 1 - 3 - Détermination de la température dans le film.....	67
VI - 1 - 4 - Répartition de la pression.	71
VI - 2 – Validation des résultats	73
VI - 2 - 1 - Présentation du palier d'essai.	73
VI - 2 - 2 - Détermination de la température des solides.	74
VI - 2 - 3 - Répartition de la pression	75
VI - 2 - 4 - Influence de l'excentricité relatives sur les différents paramètres.	76
VI – 3 – Analyse des écoulements non laminaire	78
VI - 3 - 1 - Etude paramétrique	78
VI - 3 - 2 - Comparaison des résultats.	82
CONCLUSION ET PERSPECTIVE	76

Références bibliographiques

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المطبخية
BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

INTRODUCTION

GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

Les paliers hydrodynamiques occupent une place importante dans l'éventail des réalisations technologiques, en particulier, dans la conception des machines tournantes dont l'utilisation est très variée (stations de production d'énergie, stations de pompages, machines à outils, automobiles,...). Ils sont fréquemment utilisés pour le guidage ou le support des lignes d'arbres et sont caractérisés par l'existence d'une portance, qui est une conséquence de la vitesse et de la forme des surfaces en regard.

La théorie de la lubrification a son origine dans les travaux de Reynolds qui, dès 1886 [3] proposait un modèle mathématique capable de prédire les caractéristiques d'un palier lisse fonctionnant en régime isotherme, laminaire et lubrifié par un fluide newtonien. Depuis, l'évolution des machines tournantes qui impose des vitesses de rotation de plus en plus élevée et (ou) l'utilisation de fluides à faible viscosité cinématique et (ou) des propriétés non newtoniennes, a nécessité l'extension de cette théorie.

Les propriétés intrinsèques du lubrifiant, la cinématique et/ou la géométrie du contact peuvent faire apparaître des particularités dans l'écoulement telles que la turbulence ou un échauffement important. Il est alors indispensable de prendre en compte ces phénomènes afin de pouvoir prédire correctement les performances du mécanisme.

Grâce essentiellement aux travaux de Constantinescu[16,18,20,64], frêne[33,34], Dowson[25,26], Boncopain[42-45], les outils mathématiques nécessaires à la détermination des performances des paliers tel que (champs de pression, température ...etc) ont été établis. Leur détermination nécessite alors la résolution d'équations aux dérivées partielles non linéaires qui n'admettent pas de solutions analytiques. Il est nécessaire par conséquent d'utiliser des méthodes numériques qui fournissent des solutions approchées aux problèmes posés.

Dans l'analyse des problèmes réels de la lubrification, on rencontre souvent des configurations géométriques, des contraintes extérieures et des conditions aux limites d'une grande complexité. Il faut pouvoir tenir compte d'éventuelles discontinuités géométriques ou de brusques variations de propriétés de champs telle que la viscosité.

L'objectif de ce travail est d'analyser l'influence des effets thermiques et de la turbulence sur le comportement des paliers afin de définir les limites d'utilisation de la théorie laminaire et isotherme. Le but de cette étude est double, dans un premier temps nous analysons les effets thermiques et leur influence sur les caractéristiques d'un système lubrifié; la seconde partie consiste à étudier la lubrification en régime non laminaire pour un fluide newtonien afin de mettre en évidence l'influence des différents régimes d'écoulement sur les caractéristiques de fonctionnement des paliers hydrodynamiques.

Dans ce travail, nous présentons dans le premier chapitre, les équations de base de la mécanique des milieux continus que nous appliquons à la mécanique des films minces visqueux. Nous insistons plus particulièrement sur la mise en forme de l'équation de Reynolds généralisée qui prend en compte la variation de la viscosité à travers l'épaisseur du film et sur la définition d'une équation de l'énergie adaptée à la géométrie des films minces. Notons que l'influence de la température sur les paramètres physiques caractérisant les huiles lubrifiantes est prise en compte dans le calcul.

Nous présentons dans le deuxième chapitre; les différentes études expérimentales qui ont permis de modéliser l'écoulement en régime non-laminaire et isotherme, nous décrivons par la suite les différents modèles empiriques proposés pour différents régimes d'écoulements.

Au chapitre trois, nous appliquerons la théorie générale au cas du palier lisse cylindrique, en précisant pour cette géométrie l'ensemble des conditions aux limites sur les températures.

Le chapitre quatre est consacré à la présentation des méthodes numériques choisies pour la résolution du système d'équations décrivant le problème étudié en particulier la discrétisation de l'équation de l'énergie dans le film, en se basant sur le modèle proposé par Boncompain[44], [45].

Le chapitre cinq est consacré à la présentation des résultats théoriques à leurs interprétation et à leur confrontation avec les résultats expérimentaux[45,62]. et enfin une conclusion générale

ETUDE

BIBLIOGRAPHIQUE

CHAPITRE I

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Depuis les temps très anciens l'homme s'est passionné pour la création des machines et a, dès lors compris que la lubrification des surfaces en mouvement relatif était l'une des clés de sa démarche inventive. Le savoir faire en cette matière a d'abord lentement progressé et ce jusqu'aux travaux expérimentaux de Hirn[1] présentés en 1854, le palier était simplement considéré comme un alésage à l'intérieur duquel tournait le rotor. Hirn[1] montra qu'en présence de fluide lubrifiant, le couple est proportionnel à la vitesse de rotation et dépend directement de la viscosité.

En 1883, Tower[2] a mis en évidence le phénomène de portance hydrodynamique dû au film lubrifiant. Peu après, en 1886 Osborne Reynolds [3] a montré que les équations de Naviers Stokes pouvaient se réduire à une seule équation aux dérivées partielles du second ordre de type elliptique qui permet la modélisation mathématique de l'écoulement du lubrifiant dans le contact. Cette équation connue depuis sous le nom de l'équation de Reynolds qui a été obtenue grâce à un certain nombre d'hypothèses dont en particulier une viscosité constante.

L'utilisation de fluides lubrifiants très peu visqueux, ainsi que l'augmentation des vitesses et de dimensions des paliers et des butées entraînent des changements de régime dans l'écoulement du film lubrifiant. Ce phénomène constaté par COUETTE des 1890 dans le cas de l'écoulement entre deux cylindres coaxiaux.

TAYLOR [4] en 1923 a réétudié ce problème, où il décrit la structure de l'écoulement en passant de régime laminaire au régime turbulent, il a montré qu'au delà d'une certaine vitesse, l'écoulement est constitué d'une superposition de tores, appelés depuis tourbillons de Taylor, qui lorsque la vitesse augmente se déforment et cèdent peu à peu la place à la turbulence.

Les études théoriques menées entre les années 1900 et 1940 portèrent d'une part sur les méthodes de résolution, et d'autre part sur les conditions aux limites associées à l'équation dite de Reynolds. C'est ainsi que Sommerfeld en 1904, Gümbel en 1921, Swift en 1931 et enfin Stieber en 1933 proposèrent différentes conditions aux limites sur le champ de pression, qui respectent de mieux en mieux la réalité physique. D'ailleurs, ce sont les conditions de Swift et Stieber dites « de Reynolds » qui sont encore aujourd'hui le plus souvent utilisées, car elles respectent la continuité du débit dans la zone de rupture du film.

L'hypothèse de l'écoulement isotherme émise par Reynolds fut réellement remise en question par Kingsbury[5] en 1933, dans un article intitulé "Heat effects in lubrication films" qui contient des concepts essentiels du problème thermique dans le film.

D'autres approches du phénomène thermique ont été effectuées pour expliquer les phénomènes de la portance mis en évidence expérimentalement par Fogg[6], dans le cas d'un blochet à faces parallèles. Dans ces travaux publiés en 1946, Fogg attribue ces phénomènes de portance entre les faces parallèles à la dilatation du fluide sous l'effet de l'échauffement.

Christopherson[7] Cameron et Wood[8], Share [9] contribuèrent à l'évaluation de l'importance des effets thermiques, dans le film lubrifiant, mais ces études furent restrictives, car ils ne tiennent pas compte de la variation de la température suivant l'épaisseur du film lubrifiant.

Vogelpohl en 1949 [10,11] remarqua expérimentalement l'existence d'un important gradient de température à travers l'épaisseur du film. Zienkiewicz [12], Cameron[13] tenant compte de cette remarque développent des modèles pour le blochet infiniment large, en négligeant l'écoulement de la chaleur dans les solides. Cope[14] fait intervenir l'équation de l'énergie sous forme simplifiée pour obtenir la température du film. Peu après, Guilinger et Saibel[15] sont les premiers à présenter une méthode pour résoudre simultanément l'équation de Reynolds et l'équation de l'énergie dans le film lubrifiant.

En 1950 Donald Wilcock fut l'un des premiers à mettre en évidence des désaccords entre ses mesures de couple obtenues sur un palier lisse fonctionnant à haute vitesse et les résultats fournis par la théorie de Reynolds[3]. Il interprétait cette divergence des résultats en s'inspirant des travaux de Taylors[4].

En 1959, Constantinescu[16] reprend cette étude, il utilise le concept de mélange de PRANDTL, il obtient ainsi les fonctions de vitesse dans le film, en linéarisant ces relations et en les rapportant dans l'équation de continuité. En trouvant une équation aux dérivées partielles semblable à l'équation classique du régime laminaire.

En 1965, Ng et Pan[17] à partir des hypothèses plus proches de la réalité (notion de la viscosité turbulente de Bousinesq et la loi de paroi) développent une théorie qui conduit à une équation aux dérivées partielles semblable à celle proposée par Constantinescu[16].

Constantinescu et al.[18] proposent en 1970 des formulations empiriques pour les coefficients de la viscosité turbulente, les résultats ainsi présentés ont donné une approche très significative pour un écoulement de couette (mouvement relatif des surfaces).

En 1967, Erlod et Ng [19] ont étendu l'étude de Ng et Pan[17] au cas de l'écoulement de Poiseuille, c'est à dire la turbulence est due au gradient de pression, cette étude reprise par Constantinescu en 1973 [20] pour arriver finalement à la même équation aux dérivées partielles que l'écoulement de Couette mais avec des coefficients de turbulence différentes.

L'analyse thermohydrodynamique d'un contact lubrifié exige la connaissance des conditions aux limites associées à l'équation de l'énergie. En effet, les premières hypothèses consistaient, soit à imposer la température à l'interface film - solide [21,22], soit à admettre la condition d'adiabacité [23,24].

En 1963, Dowson et al.[25,26] qui prennent en considération la conduction de chaleur à travers les solides, ont utilisé des conditions d'égalité du flux de chaleur aux frontières. De plus, ces auteurs montrèrent que les effets dus à la variation de la densité du lubrifiant sont négligeables comparés à ceux dus à la viscosité.

Hughes et Osterle en 1958[27] proposèrent une solution pour le palier infiniment long, ils ignorèrent la variation de la température selon l'épaisseur du film. Hakauson[28] en 1965 étend cette étude au palier de dimension finie, en prenant un modèle adiabatique. D'autre part, il introduit une méthode pour prédire la température du lubrifiant à l'entrée du contact en tenant compte du recyclage du fluide. Une analyse similaire est faite par Mc Callion et al.[29], ils comparèrent leurs résultats à ceux obtenus expérimentalement par Woolacott[30].

Après l'année 1970, l'évolution technologique et le développement de l'outil informatique ont orienté les chercheurs vers l'analyse du problème numériquement, en trouvant les résultats approchés et la validation de ces approches en les comparant aux résultats expérimentaux.

En 1973, Seireg et Ezzat[31] présentèrent une étude expérimentale pour un palier lisse et ouvrent la voie à une approche semi-empirique du problème thermohydrodynamique. Seireg et Dandage[32] développèrent cette approche pour obtenir un modèle de calcul utilisant un nombre de Sommerfeld modifié qui permet d'utiliser les formules du modèle isotherme. Les résultats sont présentés sous formes d'abaques. Il est cependant dommage que les conditions aux limites sur la température ne soient pas prises en compte dans le calcul.

Ferron et Frene[33,34] et Ferron[35] ont construit une machine d'essai qui permet de mesurer la pression dans le film, la température de la surface de l'arbre et du coussinet, la charge, la vitesse de rotation, le débit du fluide et le positionnement relatif de l'arbre par rapport au coussinet.

Pour l'analyse de la transition, Di prima[36] en 1963 reprend l'étude Taylor et montre que le nombre de Taylor critique dans le cas des paliers chargés varie avec l'excentricité relative et dépend aussi du point considéré dans le palier.

En 1968, Ritchie[37] considère le cas réel d'un palier excentré et pour faciliter les calculs, il utilise les coordonnées bipolaires. Il détermine ainsi la valeur du nombre de Taylor critique en fonction de l'excentricité relative. Les résultats obtenus dépendent de la forme des perturbations initiales.

Cependant en 1971, Frene et Godet [38-40] montrent que dans le cas d'un palier, les points expérimentaux qui marquent la transition, se trouvent entre les courbes de Di Prima [36] et de Ritchie [37] et que ces tourbillons se développaient d'abord dans la zone où le jeu est maximal et qu'ils n'existaient pas forcément sur toute la circonférence des cylindres.

Le choix de coefficient de viscosité entraîne une discontinuité lors du passage du régime laminaire au régime turbulent. Plusieurs études théoriques ont été proposées, Citons celle de Nicolas[41] qui a proposé en 1979 une linéarisation des variations des coefficients de turbulence entre le régime laminaire et le régime turbulent.

Boncompain s'est intéressé aux phénomènes thermiques [42-44] et en 1984, une étude numérique par différences finies est faite par Boncompain[45] pour modéliser l'écoulement thermohydrodynamique dans un palier lisse. L'auteur a tenu compte des transferts de chaleur entre les différents corps en présence. En 1985, Boussaid [46] a présenté une étude sur l'application de la méthode des éléments finis appliquée aux paliers hybrides.

Masato et al.[47] ont étudié expérimentalement en 1986, la distribution de la température dans un palier circulaire et ont étudié en particulier la position de la température maximale dans les solides.

En 1996, Fillon et al.[48] ont présenté une approche globale sur les effets thermiques, en prenant en compte les différents phénomènes à savoir la déformation thermique des solides, cavitation et généralisation des conditions aux limites. Dans la même année, une étude expérimentale sur les effets thermiques dans les paliers circulaires et elliptiques a fait l'objet des études de Mt et Al. [49].

Sun[50] a présenté en 1997, une méthode théorique, en utilisant le développement en série. Dans la même année Bayada[51] a présenté quelques

modélisations numériques pour la résolution des problèmes de la mécanique des films minces. Peu après, Ramesh et al.[52] ont étudié le problème thermohydrodynamique en prenant en compte de la rugosité des surfaces.

Chaomleffel et Nicolas [53] ont présenté en 1985, les caractéristiques statiques et dynamiques d'un palier hybride en régime non-laminaire. En 1991, Guillien et al. [54] ont étudié l'influence de la turbulence et les effets d'inertie sur les caractéristiques des paliers amortisseurs. Et récemment en 1996, une comparaison entre trois modèles de turbulence a été présentée par Bouard et al. [55] et a été appliquée aux paliers oscillants.

LA LUBRIFICATION

THERMOHYDRODYNAMIQUE

LAMINAIRE

CHAPITRE II

LA LUBRIFICATION

THERMOHYDRODYNAMIQUE LAMINAIRE

II – 1 - Introduction :

Un mécanisme lubrifié est défini par le contact de deux corps solides en mouvement, soumis à une charge et séparés par un film fluide. Les surfaces des deux solides sont caractérisées dans le voisinage du contact par leurs géométrie et leurs cinématique. Nous présentons dans ce chapitre les différentes équations qui régissent l'écoulement dans un système lubrifié.

II - 2 - Equations de base:

L'analyse thermohydrodynamique d'un contact lubrifié s'effectue à partir des équations qui décrivent le comportement des milieux continus. L'application de ces équations au cas des films minces visqueux[45] permet d'aboutir à un système d'équations aux dérivées partielles qui permet d'étudier le comportement du mécanisme. Ces équations sont :

- L'équation de Reynolds généralisée;
- L'équation de l'énergie dans le film;
- L'équation de la chaleur dans les massifs.

Nous rappelons ci-joints les équations de base permettant l'établissement du modèle mathématique décrivant le phénomène.

II – 3 - Equation de Reynolds généralisée

Le comportement d'un fluide est décrit par :

- La loi de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (\text{II.1})$$

- La loi fondamentale de la dynamique :

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = \rho f_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (\text{II.2})$$

- La loi de comportement rhéologique qui, pour un fluide newtonien s'écrit :

$$\sigma_{ij} = (-P + \lambda \theta) \delta_{ij} + 2 \mu \varepsilon_{ij} \quad (\text{II.3})$$

Dans ces expressions :

x_i, t : représentent les variables d'espace et du temps;

u_i : sont les composants de la vitesse;

ρ : est la masse volumique du fluide;

f_i : sont les forces massiques extérieures;

σ_{ij} : représente le tenseur des contraintes;

ε_{ij} : est le tenseur des taux de déformation;

θ : le taux de dilatation cubique;

δ_{ij} : le symbole de Kronecker;

λ, μ : Désignent les coefficients de Navier; ils sont fonctions de l'espace et du temps.

En mécanique des films minces visqueux, la dimension suivant l'épaisseur du fluide est très faible par rapport aux autres dimensions et en ajoutant les hypothèses simplificatrices :

- Le fluide est newtonien;
- L'écoulement est laminaire;
- Les forces massiques extérieures sont négligeables;
- Les forces d'inertie sont négligeable devant les forces de viscosité et de pression;
- Il n'y a pas de glissement entre le fluide et les parois du contact;

On aboutit après une combinaison des équations (II.2) et (II.3) aux équations de Navier simplifiées[45] :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{cases} \quad (\text{II.4})$$

Ces équations auxquelles s'ajoutent l'équation de la conservation de la masse(II.1) permettent de déterminer (compte tenu des conditions aux limites et après intégration) le champ de vitesse, la pression et les contraintes de cisaillement dans le film. Pour intégrer les équations données par la relation(II.4), on doit avoir les conditions aux limites sur les vitesses. Nous supposons par ailleurs que la vitesse d'une paroi de contact est tangente à cette paroi (cas fréquent en lubrification), ce qui permet de placer l'origine du système d'axes sur cette paroi et d'obtenir ainsi des équations plus simples (fig.(II.1)). Les conditions aux limites sur la vitesse s'écrivent :

Pour la paroi 1 : à $y = 0$, $u = U_1$, $v = 0$, $w = W_1$

Pour la paroi 2 : à $y = h$, $u = U_2$, $v = V_2$, $w = W_2$

Remarquons que le choix du système d'axe impose à la vitesse V_1 de la paroi "1" dans la direction "y" d'être identiquement nulle.

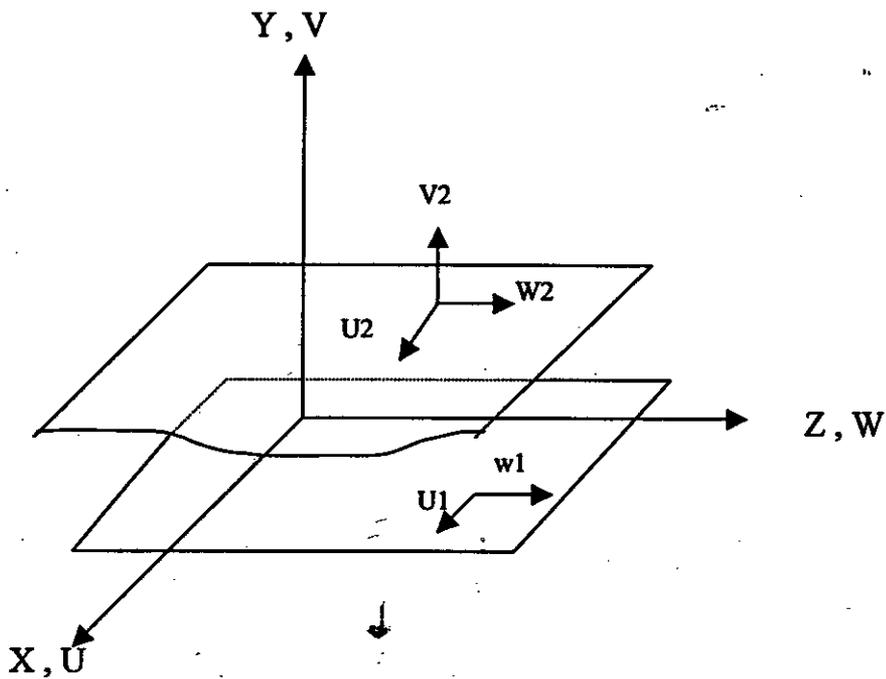


Fig. (II.1). Système d'axes utilisé

L'intégration de l'équation (II. 4) permet d'obtenir le champ de vitesse :

$$\begin{cases} u = \frac{\partial p}{\partial x} \left(I - I_2 \frac{J}{J_2} \right) + \frac{u_2 - u_1}{J_2} J + u_1 \\ w = \frac{\partial p}{\partial z} \left(I - I_2 \frac{J}{J_2} \right) + \frac{w_2 - w_1}{J_2} J + w_1 \end{cases} \quad (\text{II.5})$$

D'après l'équation de continuité (II.1):

$$V = - \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x} d\xi - \int_0^y \frac{\partial w}{\partial z} d\xi + V_1 \quad (\text{II.6})$$

avec :

$$I = \int_0^y \frac{\xi}{\mu} d\xi \quad J = \int_0^y \frac{d\xi}{\mu} \quad (\text{II.7})$$

$$I_2 = \int_0^h \frac{y}{\mu} dy \quad J_2 = \int_0^h \frac{dy}{\mu}$$

Des expressions précédentes, on peut déduire les contraintes de cisaillement dans le film :

$$\begin{cases} \tau_{xy} = \mu \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial x} \left(y - \frac{I_2}{J_2} \right) + \frac{U_2 - U_1}{J_2} \\ \tau_{zy} = \mu \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial z} \left(y - \frac{I_2}{J_2} \right) + \frac{W_2 - W_1}{J_2} \end{cases} \quad (\text{II.8})$$

L'intégration de l'équation de conservation de la masse à travers l'épaisseur du film et en tenant compte de la relation(II.5) on abouti à l'équation de la mécanique des films minces visqueux généralisée qui s'écrit sous la forme[45] :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left[G \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[G \frac{\partial p}{\partial z} \right] &= \frac{\partial}{\partial x} [U_2 (R_2 - F) + U_1 F] - \rho_2 U_2 \frac{\partial h}{\partial x} \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} [W_2 (R_2 - F) + W_1 F] - \rho_2 W_2 \frac{\partial h}{\partial z} \quad (\text{II.9}) \\ &+ \frac{\partial R_2}{\partial t} - \rho_2 \frac{\partial h}{\partial t} + \rho_2 V_2 \end{aligned}$$

Avec R, F, G et R2 définies par :

$$R = \int_0^y \rho(x, \xi, z, t) d\xi$$

$$F = \frac{1}{J_2} \int_0^h \frac{R}{\mu} dy$$

$$G = \int_0^h \frac{R}{\mu} y dy - I_2 F$$

$$R_2 = \int_0^h \rho dy$$

L'équation ci-dessus a été établie sous une forme plus simple par Dawson en 1962. Elle représente une forme plus générale de "l'équation de Reynolds" établi par Reynolds en 1886 en négligeant les variations de la masse volumique et de la viscosité suivant l'épaisseur du film. Sa résolution nécessite la connaissance de la distribution de la masse volumique et de la viscosité à l'intérieur du film. Ces grandeurs sont obtenues en utilisant l'équation de conservation de l'énergie et du comportement du fluide avec la température et la pression ou "équation d'état".

Interprétation physique des différents termes de l'équation :

Dans la relation [II.9] :

- le terme :
$$\frac{\partial}{\partial x} [U_2 (R_2 - F) + U_1 F] - \frac{\partial}{\partial x} (G \frac{\partial p}{\partial x})$$

représente la variation du débit massique dans la direction x pour une section de dimension h suivant y et unité suivant z.

- le terme :
$$\frac{\partial}{\partial z} [W_2 (R_2 - F) + W_1 F] - \frac{\partial}{\partial z} (G \frac{\partial p}{\partial z})$$

représente la variation du débit massique dans la direction z pour une section de dimension h suivant y et unité suivant x.

NB : Dans les deux expressions ci-dessus, le premier terme correspond au débit dû au déplacement des parois (écoulement de couette). Le second terme correspond au débit dû au gradient de pression (écoulement de poiseuille).

- Le terme :
$$-\rho_2 (U_2 \frac{\partial h}{\partial x} + W_2 \frac{\partial h}{\partial z} - V_2)$$

Représente la variation du débit massique dans la direction y. Les trois termes de cette expression caractérisent respectivement l'effet de l'inclinaison dans la direction x et z, et de la vitesse dans la direction y.

- Le terme :
$$\frac{\partial R_2}{\partial t} - \rho_2 \frac{\partial h}{\partial t}$$

Caractérise l'effet transitoire dû à la compressibilité du fluide.

II - 5 - Equation de l'énergie dans le film :

Si l'on tient compte de la variation des propriétés du lubrifiant avec la température, l'équation de Reynolds généralisée doit être résolue simultanément avec l'équation de l'énergie dans le film et « l'équation d'état » du film. Pour un fluide

newtonien, la loi de conservation de l'énergie s'écrit en tenant compte de la loi de comportement rhéologique du fluide [45] sous la forme:

$$\rho \frac{dE}{dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[k \frac{\partial T}{\partial x_i} \right] - p \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \lambda \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right]^2 + \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] \quad (\text{II.10})$$

Dans cette équation :

E : représente l'énergie interne;

k : le coefficient de conductibilité;

T : La température;

p : La pression;

On introduit habituellement la fonction de dissipation ϕ définie par:

$$\phi = \lambda \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right)^2 + \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{II.11})$$

Si le fluide obéit à la loi de Stockes, on a :

$$3\lambda + 2\mu = 0 \quad (\text{II.12})$$

Ainsi la fonction de dissipation ϕ s'écrit alors :

$$\phi = \mu \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right)^2 \right] \quad (\text{II.13})$$

L'équation de l'énergie pour un fluide newtonien visqueux s'écrit:

$$\rho \frac{dE}{dt} = -p \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \phi + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) \quad (\text{II.14})$$

Le terme: $\rho \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$; peut s'exprimer différemment, en utilisant l'équation de continuité :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = -\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \rho \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho} \right) \quad (\text{II.15})$$

Le terme: $\frac{dE}{dt}$, peut être également transformé en introduisant les coefficients

C_p et H :

$$H = -T \left[\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{\rho} \right) \right]_p = -a \frac{T}{\rho} \quad (\text{II.16})$$

où :

"a" représente le coefficient de dilatation thermique ($a = 0$ pour un fluide incompressible).

Dans ces conditions, l'équation de l'énergie (II.14) devient :

$$\rho C_p \frac{dT}{dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[k \frac{\partial T}{\partial x_i} \right] + \phi + a T \frac{dp}{dt} \quad (\text{II.17})$$

Dans le cadre de la mécanique des films minces visqueux, l'épaisseur du film selon la direction "y" étant très petit devant les autres dimensions de l'écoulement, L'équation devient :

$$\rho C_p \frac{dT}{dt} = \frac{\partial}{\partial y} \left[k \frac{\partial T}{\partial y} \right] + \phi + a T \left[\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + w \frac{\partial p}{\partial z} \right] \quad (\text{II.18})$$

avec :

$$\phi = \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z}$$

Dans le cas d'un écoulement en régime permanent et isovolume, l'équation de conservation d'énergie devient :

$$\rho C_p \left[u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right] = \frac{\partial}{\partial y} \left[k \frac{\partial T}{\partial y} \right] + \phi \quad (\text{II.19})$$

Avec:

$\rho C_p \left[u_i \frac{\partial T}{\partial x_i} \right]$: représente le taux de chaleur emmené par convection

$\frac{\partial}{\partial y} \left[k \frac{\partial T}{\partial y} \right]$: représente le taux de chaleur emmené par conduction

$\phi = \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]$: représente le taux de chaleur produit par dissipation

visqueuse.

II – 6 - Propriétés thermiques des lubrifiants :

La formulation des équations régissant le comportement du lubrifiant à l'intérieur du contact doit inclure la dépendance de la masse volumique et de la viscosité en fonction de la température et la pression.

a) - Masse volumique :

Le fluide étant supposé incompressible, de masse volumique ne dépendant que de la température. D'après les travaux de DAWSON et al. [25,26], la variation de la densité du lubrifiant avec la température est négligeable comparée à celle de la viscosité. Nous supposons pour notre étude que la masse volumique est constante.

b) - Viscosité :

Dans les contacts faiblement chargés, tels que les paliers et les butées, les variations de la viscosité avec la pression (effet piezovisqueux) sont négligeables devant les effets de la température.

En général, la viscosité des fluides dépend largement de la température, cette variation est décroissante, la viscosité chute très rapidement aux basses températures.

Différentes relations sont proposées pour décrire les variations de la viscosité avec la température. Ces formules sont en général des fonctions inverses de d'exponentiel, ou de polynôme, nous citerons à titre indicatif les modèles de BARR, HUGGEL et CLAIRBOIS[45].

II – 7 - Equation de la chaleur dans les massifs :

L'équation de la chaleur dans un solide s'écrit sous la forme générale suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[K_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_j} \right] = \rho C_v \frac{\partial T}{\partial t} - T \beta_{ij} \frac{d \varepsilon_{ij}}{dt} \quad (\text{II.20})$$

avec : K_{ij} : représente le tenseur symétrique de conductivité thermique du milieu

C_v : la capacité calorifique a volume constant

β_{ij} : les coefficients de dilatation du matériau

où:

$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[K_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_j} \right]$: représente le terme de conduction de la chaleur dans un milieu fixe en régime permanent;

$\rho C_v \frac{\partial T}{\partial t}$: ce terme correspond au régime transitoire et au transport de la chaleur dû aux déplacement de la matière

$- T \beta_{ij} \frac{d \varepsilon_{ij}}{dt}$: La puissance dissipée pour échauffer le solide est une partie récupérée sous forme mécanique par les contraintes dues à la dilatation.

L'équation générale de la chaleur regroupe les relations d'élasticité ainsi que la conduction de la chaleur. Les problèmes faisant intervenir ces deux théories sont en générale difficiles à résoudre. Cependant, dans la plupart des applications, nous pouvons omettre le terme de couplage entre élasticité et conduction de la chaleur, sans que cela puisse introduire d'erreurs appréciables [57].

Avec cette hypothèse, les problèmes de conduction de la chaleur et de thermoélasticité deviennent distincts. Ainsi, nous n'avons pas besoin des équations de l'élasticité pour obtenir la répartition des températures dans les solides.

L'équation de la chaleur devient ainsi :

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[K_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_j} \right] = \rho C_v \frac{dT}{dt} \quad (\text{II.21})$$

Dans cette étude, les matériaux sont considérées isotropes :

$$K_{ij} = K \delta_{ij}$$

où: K est la conductivité thermique du matériau.

On supposera également que les caractéristiques des matériaux tel que la conductivité K, la capacité calorifique C_v et la masse volumique ρ sont indépendantes de la température et du point du solide considéré et supposant que le régime est permanent.

La relation [II.21] se réduit dans un référentiel $(O, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ à:

$$K \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] = \rho C_v \left[u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right] \quad (\text{II.22})$$

Les équations de Reynolds généralisée, de conservation de l'énergie dans le film et de la chaleur dans les massifs, permettant d'étudier le comportement thermohydrodynamique d'un contact lubrifié. Ces équations n'admettent pas de solutions analytiques, nous avons utilisé une méthode numérique de type différences finies pour résoudre ce problème.

LA LUBRIFICATION

ISOTHERME EN REGIME

NON LAMINAIRE

CHAPITRE – III –
LA LUBRIFICATION ISOTHERME
EN REGIME NON LAMINAIRE

III – 1- Introduction

La turbulence est un phénomène aléatoire où toutes les grandeurs physiques qui caractérisent l'écoulement présentent des fluctuations qui, si l'écoulement est stationnaire se situent autour d'une valeur moyenne.

La théorie classique de la lubrification suppose qu'à l'intérieur du fluide, les forces d'inertie sont négligeables devant les forces de viscosité et de pression, or dans un palier hydrodynamique, ces forces deviennent prépondérantes si les jeux de fonctionnement sont importants ou la viscosité cinématique du lubrifiant est faible, ou la vitesse linéaire de l'axe de rotation élevée. C'est le cas des paliers lisses des grandes turbomachines modernes dont le diamètre peut dépasser un mètre, c'est aussi le cas des paliers de certaines pompes de centrales nucléaires, et enfin le cas des paliers hydrodynamique tournant a grande vitesse.

La présence des forces d'inertie dans le film ne permet plus en toute rigueur d'utiliser l'équation de Reynolds pour le calcul des paliers. Par ailleurs, lorsque les forces d'inertie atteignent une certaine valeur, elles modifient la structure de l'écoulement qui devient graduellement turbulent. En effet, lorsque le nombre de Reynolds caractéristique du palier (qui représente le rapport des forces d'inertie aux forces de viscosité) augmente, on rencontre le régime des tourbillons de Taylor et le régime turbulent.

Dans ce chapitre, nous présentons les différents régimes d'écoulements ainsi que les travaux théoriques et expérimentaux effectués. Nous décrivons plus particulièrement les travaux de Erlod[19] et Constantinescu[20] et les modèles empiriques proposés dans le cas d'un écoulement entièrement turbulent. Une étude bibliographique concernant l'écoulement de transition a été effectuée, et différents

modèles empiriques ont été présentés pour définir les limites de l'application de chaque théorie.

III-2- Equations de base

III-2- 1- Généralité:

Plusieurs relations empiriques ont été proposées pour le calcul des paliers en régime turbulent, dont on peut citer les études de Constantinescu[16], Ng et Pan[17] et Pan et Erlod [19]. Dans le cas des films minces visqueux en régime laminaire, la valeur du gradient de pression est donnée par les relations :

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \quad (a)$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 0 \quad (b) \quad (III.1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} \quad (c)$$

Ces relations sont obtenues grâce à un certain nombre d'hypothèses dont les principales sont :

- L'écoulement est isotherme ;
- L'épaisseur du film est très petite comparée aux autres dimensions du contact ;
- Le milieu est continu ;
- Les forces massiques extérieures sont négligeables devant les forces de viscosité;
- Les forces d'inertie sont négligées.

Le problème dans les écoulements turbulents, est l'inexistence d'une relation exacte qui permet (comme en régime laminaire) de lier les contraintes de cisaillement au gradient de vitesse; les valeurs des contraintes de cisaillement τ_{xy} et τ_{zy} seront obtenues à partir de relations empiriques. Constantinescu[16] en 1959 a utilisé pour caractériser les contraintes totales de cisaillement les lois de longueur

du mélange de Prandlt. Il a obtenu ainsi les fonctions de vitesse dans le film. En linéarisant ces relations et en les reportant dans l'équation de continuité, il a obtenu une équation de la même forme que l'équation de Reynolds :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu k_x} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{\mu k_z} \frac{\partial P}{\partial z} \right) = \frac{U}{2} \frac{\partial h}{\partial x} \quad (\text{III.2})$$

Où h : est L'épaisseur du film;
 μ : est la viscosité dynamique;
 U : la vitesse linéaire de l'arbre en rotation;
 k_x et k_z : les fonctions de turbulence.

K_x et K_y ne dépendent que du nombre de Reynolds local de l'écoulement $R_l = \rho U h / \mu$. Cette équation est obtenue grâce aux hypothèses données précédemment auxquelles il faut rajouter :

- Le fluide est incompressible ;
- Le glissement aux parois est nul ;
- Les forces d'inertie sont négligées lorsque les variations de sections sont continues.

Suite aux travaux précédemment cités, Ng et Pan[17] ont définis les contraintes totales de cisaillement à partir des lois universelles de variation de la vitesse moyenne au voisinage d'une paroi (Loi de paroi), ils ont déterminé ainsi les fonctions de vitesse dans le film. Ces fonctions reportées dans l'équation de continuité permettent d'écrire la relation :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu} G_x \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{\mu} G_z \frac{\partial P}{\partial z} \right) = \frac{U}{2} \frac{\partial h}{\partial x} \quad (\text{III.3})$$

Où: G_x et G_z sont des fonctions qui dépendent du nombre de Reynolds local et du gradient de pression.

Il est à noter que les équations données par Constantinescu et par Ng et Pan sont de formes identiques, seules les valeurs données aux fonctions K_x et K_z , G_x et G_z sont différentes.

En 1970, Constantinescu et al.[18] ont proposés de prendre pour les coefficients G_x et G_z les expressions:

$$G_x = \frac{1}{12 + 0.0136 R_c^{0.9}} \quad (III.4)$$

$$G_z = \frac{1}{12 + 0.0043 R_c^{0.96}}$$

R_c est le nombre de Reynolds local de Couette (écoulement du au mouvement relatif des surfaces), il est égal à :

$$R_c = \frac{\rho u h}{\mu} \quad (III.5)$$

Les formulations de G_x et G_z sont purement empiriques. La forme provient des premiers travaux de Constantinescu[16] et de Ng et Pan[17]. Ces relations sont faciles à utiliser dans les calculs et donnent une approche très significative pour des nombres de Reynolds R_c compris entre 2 000 et 30 000. Cela n'est valable que pour un écoulement de couette, car la turbulence est due au mouvement relatif des surfaces.

Erlod et Ng [19] ont étendu l'étude de Ng et Pan[17] au cas des écoulements pour lesquels la turbulence n'est pas essentiellement due au mouvement des surfaces, mais peut être la conséquence d'un gradient de pression important (écoulement de Poiseuille). Ce type de configuration peut apparaître dans le cas de paliers ou butées hydrostatiques. Erlod et Ng obtiennent ainsi une équation semblable à celle proposée antérieurement par Ng et Pan. Les coefficients G_x et G_z sont des fonctions du nombre de Reynolds local et des gradients de pression.

Pour résoudre l'équation de Reynolds, il est alors nécessaire d'utiliser un processus itératif au cours duquel les coefficients G_x et G_z sont interpolés dans des tableaux calculés à l'avance.

A la suite de ces travaux, Constantinescu[20] a proposé une formulation plus simple. Il montre que si l'écoulement est principalement dû au gradient de pression (palier hydrostatique), une bonne approximation des fonctions G_x et G_z est donnée par :

$$G_x = G_z = \frac{6.8}{R_p^{0.681}} \quad (\text{III.6})$$

Avec: R_p , le nombre de Reynolds local de poiseuille égal à $\frac{U_m h}{\nu}$;

U_m , la vitesse moyenne due au gradient de pression.

Cette dernière relation est valable pour des valeurs du nombre de Reynolds R_p comprises entre 2 000 et 100 000.

III - 2 - 2 - Présentation du modèle de Constantinescu et Erlod:

La modélisation de l'équation de Reynolds en régime turbulent est basée sur les hypothèses de la lubrification et sur un modèle algébrique qui désigne la turbulence. Lorsqu'on intègre l'équation de continuité suivant l'épaisseur du film, et en tenant compte des conditions aux limites sur la vitesse, on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial x}(h u_m) + \frac{\partial}{\partial z}(h w_m) = -U_1 \frac{\partial h}{\partial x} \quad (\text{III.7})$$

où: u_m et w_m sont des vitesses moyennes dans le sens axial et le sens circonférentielle.

En se référant aux travaux de Erlod[19] ou Constantinescu[20], les solutions des équations de quantité de mouvement moyennant diverses hypothèses sont :

$$u_m = -\frac{h^2}{\mu} G_x \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{U_1}{2} \quad (\text{III.8})$$

$$w_m = -\frac{h^2}{\mu} G_z \frac{\partial p}{\partial z} \quad (\text{III.9})$$

Par conséquent l'équation de Reynolds devient:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu} G_x \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{\mu} G_z \frac{\partial P}{\partial z} \right) = \frac{U_1}{2} \frac{\partial h}{\partial x} \quad (\text{III.10})$$

Selon Erlod ou Constantinescu G_x et G_z s'expriment en fonction de paramètres différents.

a) - Analyse de Erlod [19]

En partant de l'hypothèse de la longueur de mélange de prandtl, Erlod[19] a utilisé pour déterminer la viscosité tourbillonnaire, la relation empirique de Richardt :

$$\frac{v_T}{\nu} = k_t (y^+ - \delta \operatorname{th}(y^+ / \delta)) \quad (\text{III.11})$$

où k_t : est une constante ($k_t = 0.4$)

y^+ : est la coordonnée réduite définie à partir des lois universelles de variation de vitesse moyenne au voisinage d'une paroi.

ν : la viscosité cinématique.

v_T : La viscosité tourbillonnaire.

il obtient alors:

$$G_x = J(1) \frac{\bar{I}}{I(1)} - \bar{J} + \frac{\frac{1}{2} \frac{\bar{I}}{I(1)} \frac{h U_1}{\nu}}{\frac{h^3}{\mu \nu} \frac{\partial p}{\partial x}} \quad (\text{III.12})$$

$$G_z = J(1) \frac{\bar{I}}{I(1)} - \bar{J} \quad (\text{III.13})$$

$$\text{où } I(\eta) = \int_0^\eta \frac{d\xi}{1 + v_T/\nu} \quad \text{et } J(\eta) = \int_0^\eta \frac{\xi d\xi}{1 + v_T/\nu} \quad (\text{III.14})$$

$$\bar{I} = I(1) = \int_0^1 \frac{d\xi}{1 + v_T/\nu} \quad \text{et } \bar{J} = J(1) = \int_0^1 \frac{\xi d\xi}{1 + v_T/\nu}$$

b) - Analyse de Constantinescu [20]

En considérant séparément les écoulements suivant x et z Constantinescu[20], compte tenu de la sous couche laminaire a démontré que les vitesses sont des fonctions quasi-linéaires du gradient de pression, il a proposé pour les coefficients G_x et G_z les relations empiriques suivantes:

- Ecoulement de Poiseuille dû au gradient de pression :

$$G'_\theta = G'_z = \frac{81.6}{R_c^{0.681}} \quad (\text{III.15})$$

$$\text{où: } R_c = \frac{\rho V_m h}{\mu}$$

$$V_m = \sqrt{u_m^2 + w_m^2} : \text{vitesse moyenne du fluide}$$

- Ecoulement de couette dû à la vitesse de rotation :

$$\begin{cases} G_\theta = \frac{1}{12 + 0.0136 R_c^{0.9}} \\ G_z = \frac{1}{12 + 0.0043 R_c^{0.96}} \end{cases} \quad (\text{III.16})$$

$$\text{où: } R_c = \frac{\rho U_1 h}{\mu}$$

- Pour le cas laminaire

$$G_z = G_\theta = 1/12$$

Dans la résolution de l'équation(III.10), on est amené à calculer en chaque point les nombres de Reynolds locaux de Couette (R_c) et de Poiseuille (R_p). Le nombre le plus élevé détermine le type de l'écoulement en ce point et le choix de la formulation G_z et de G_θ .

III-3- Etude de la transition :

Dans son étude sur la stabilité des l'écoulements Taylor[4] a montré que lorsque le cylindre extérieur est immobile et le cylindre intérieur est animé d'un mouvement de rotation, l'écoulement devient instable au delà d'une certaine vitesse. L'instabilité engendre un nouvel écoulement stable constitué d'une superposition de cellules toroïdales appelées Tourbillons de Taylor. Si le jeu est très faible devant un, le critère de stabilité peut être formulé de façon simple à partir du nombre de Taylor défini par :

$$T = \frac{\rho V C}{\mu} \sqrt{\frac{C}{R}} = R_e \sqrt{\frac{C}{R}} \quad (\text{III.17})$$

avec : R : Le rayon de l'arbre;

R_e : Le nombre de Reynolds moyen.

Les tourbillons de Taylor apparaissent dès que le nombre de Taylor atteint la valeur critique; $T_c = 41.2$. Dans cette étude Taylor a considéré l'écoulement de Couette et des paliers sont coaxiaux. Donc leurs formulations, sont valables pour les paliers non chargés ou faiblement chargés.

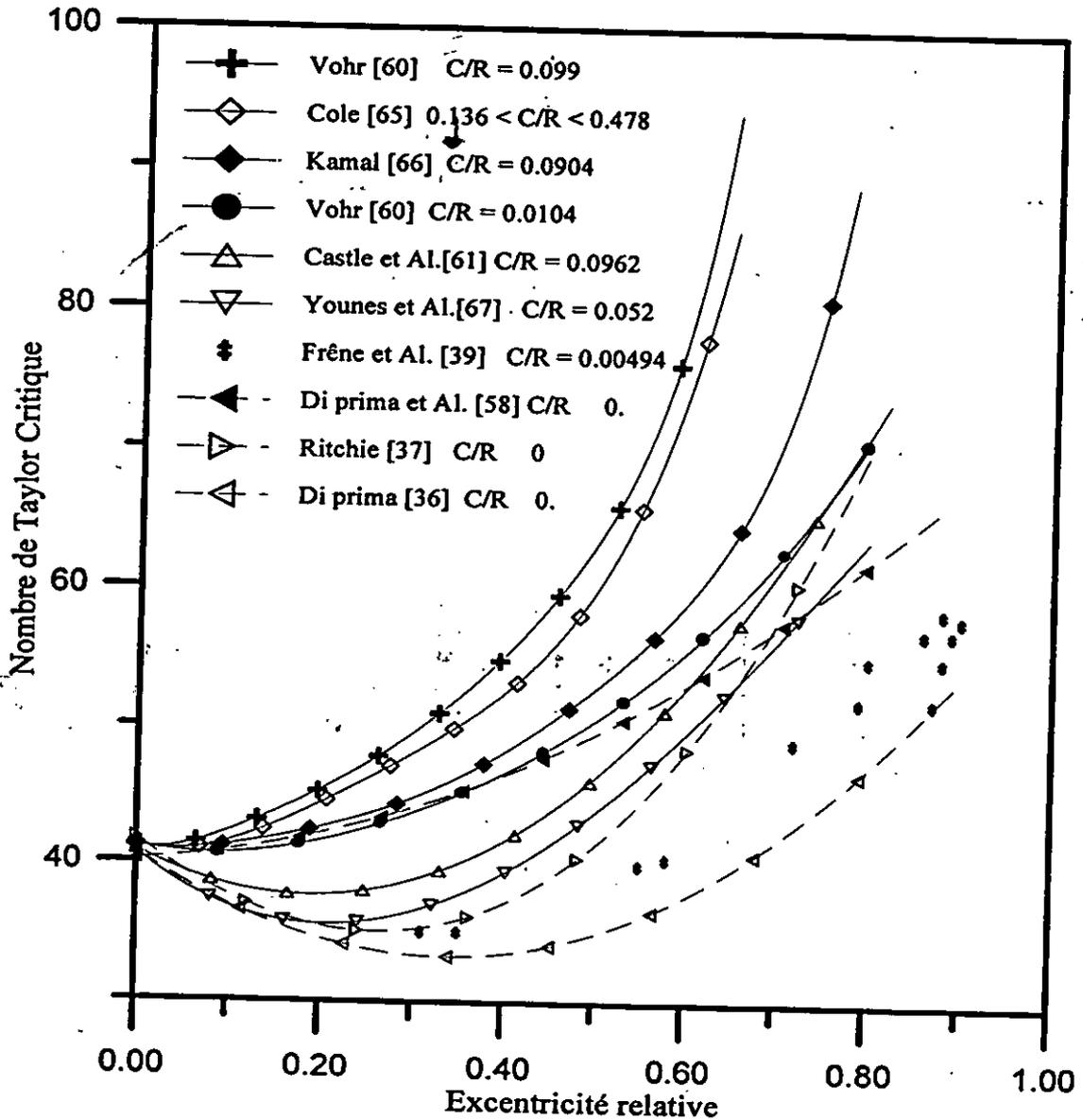


Fig. (III.1) Variation du nombre de Taylor critique en fonction de l'excentricité relative

L'étude théorique de la stabilité de l'écoulement entre deux cylindres excentrés de longueur infinie a été abordée par Di Prima [36]. Cette étude est basée sur une analyse de la stabilité linéaire entre deux cylindres coaxiaux. Di Prima [36] a calculé la valeur du nombre de Taylor critique en superposant à au champ de vitesse créé par la rotation du cylindre intérieur, le champ de vitesse dû à un gradient de pression qui est calculé en chaque point et pour chaque excentricité relative en régime laminaire. Il obtient ainsi un nombre de Taylor critique qui varie avec l'excentricité relative mais qui dépend aussi du point considéré dans le palier (fig. III.1).

Plus tard, Ritchie [37] considère le cas réel du palier excentré et pour faciliter les calculs, il utilise les coordonnées bipolaires. Il détermine ainsi la valeur du nombre de Taylor critique en fonction de l'excentricité relative. Les résultats obtenus dépendent de la forme des perturbations initiales (fig. III.1). On constate que les résultats obtenus sont en accord avec ceux obtenus par Di-Prima.

Dans cette première série d'études, les auteurs utilisent la notion de stabilité locale qui permet de négliger la composante radiale de la vitesse moyenne du fluide. Ils montrent également que les tourbillons de Taylor apparaissent d'abord là où le jeu est maximal.

En 1972 Di Prima et Stuart [58] ont développé une théorie dite "stabilité globale", elle prend en compte la composante radiale de la vitesse moyenne. Ils montrent, en utilisant la théorie linéaire et les coordonnées bipolaires que la valeur du nombre de Taylor critique varie proportionnellement avec l'excentricité relative (fig. III.1).

Cette méthode a été raffinée par Frêne en 1974 [39] et en 1978 [59] en utilisant la théorie non linéaire. Les résultats diffèrent de ceux obtenus par la théorie de stabilité locale (fig. III.1). Ils montrent que la zone où l'intensité tourbillonnaire est la plus forte est située en aval du point où le jeu est maximal.

Afin de déterminer la variation du nombre de Taylor avec l'excentricité relative de nombreuses études expérimentales [39,58,60,61,65,66,67] ont été effectuées. Nous constatons une grande dispersion des résultats (Fig. III.1).

Nous signalons que dans les travaux précédents, les auteurs ont utilisé des grandes valeurs du rapport C/R . Dans le cas de très faibles jeux de fonctionnement, Frêne [39] a trouvé dans une étude expérimentale que les points qui marquent la transition, se trouvent compris entre les courbes de Di-prima[36] et Ritchie[37]. Il exprime la variation du nombre de Taylor critique sous la forme d'un polynôme de second degré, soit:

$$T_c = 63.33 \varepsilon^2 - 38 \varepsilon + 41.2 \quad (\text{III.18})$$

Ainsi, selon la modélisation proposée par Constantinescu[20], le palier fonctionnant en régime hybride (existence des écoulements de Poiseuille et de Couette) pose le problème du choix des coefficients G_x et G_z . La recherche de l'écoulement prédominant est nécessaire. Dans le cas où l'écoulement de Couette est prépondérant, les relations (III.4) sont prises en compte. Dans le cas contraire, c'est la relation (III.6) qui permet la meilleure approximation des coefficients G_x et G_z .

Donc lors de la résolution de l'équation[III-10], on doit calculer en chaque point les nombres de Reynolds locaux de couette et de Poiseuille, Le nombre le plus élevé détermine le type d'écoulement en ce point et le choix de la formulation de la viscosité équivalente G'_0 et G'_z .

Le choix de ces coefficients de viscosité entraîne une discontinuité lors du passage du régime laminaire en régime turbulent. Nicolas[41] a proposé une linéarisation des variations de G pour l'écoulement en tourbillons de Taylor. La transition s'effectue ainsi de manière progressive.

APPLICATION

AUX PALIERS LISSES

CHAPITRE IV

APPLICATION AUX PALIERS LISSES

IV- 1- Introduction

Dans un palier hydrodynamique, un film fluide sépare totalement l'arbre du coussinet (fig.IV.1). En fonctionnement, les centres du coussinet et de l'arbre ne coïncident pas, il existe un coin d'huile convergent-divergent. Le lubrifiant est entraîné dans cet espace convergent par la rotation de l'arbre ; il y a création d'un champ de pression qui s'oppose à la charge et assure l'équilibre. Au démarrage et à faible vitesse, la portance hydrodynamique est très faible, il peut y avoir contact entre l'arbre et le coussinet. Dans ce cas le palier fonctionne en régime de lubrification semi-fluide ou mixte.

Nous nous limiterons dans cette étude au régime hydrodynamique établi et nous supposerons que l'écoulement du fluide à travers le palier est laminaire avec prise en compte de la variation de la viscosité en fonction de la température.

VI - 2 – Géométrie cinématique des surfaces :

Un palier lisse (fig IV.1) est constitué d'un coussinet de centre O_c et de Rayon R_c , et d'un arbre de centre O_a et de rayon R_a , sous l'action de la charge, les centres O_c et O_a ne coïncident pas. La distance O_cO_a est appelée l'excentricité e .

L'angle que fait la ligne des centres O_aO_c avec la direction de la charge est l'angle de calage ϕ . Si les axes du coussinet et de l'arbre sont parallèles (palier aligné) et si l'on néglige les déformations élastiques des surfaces sous l'effet de la température et de la pression, ces deux paramètres sont suffisants pour repérer le positionnement de l'arbre à l'intérieur du coussinet. Les rayons R_c et R_a étant très voisins ($R_c / (R_c - R_a) \approx 0.001$), on peut négliger la courbure du film en développant le coussinet et en l'assimilant à un plan (fig IV.2)

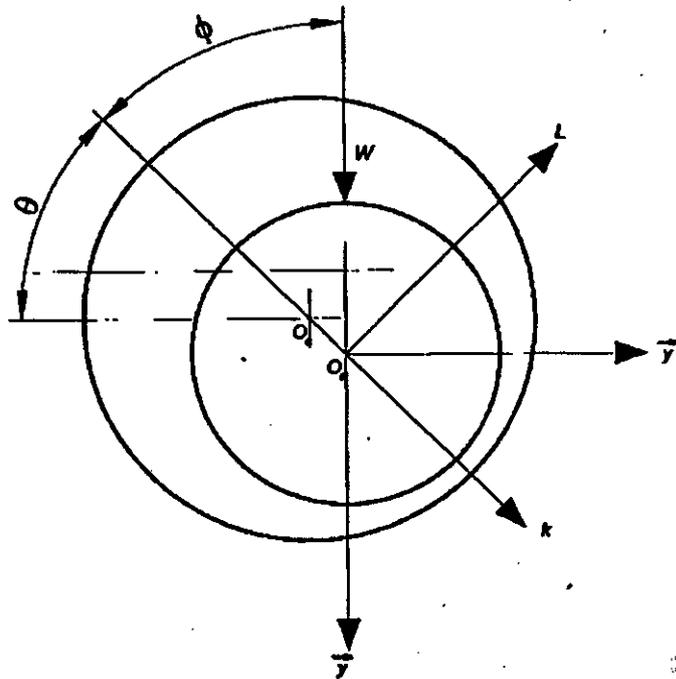


Fig. (IV.1). Schéma simplifié d'un palier lisse.

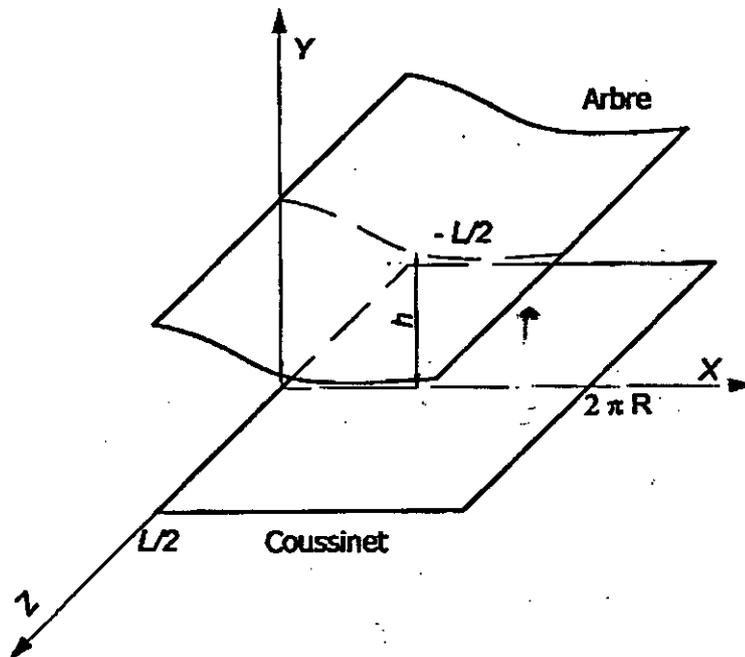


Fig. (IV.2) Palier développé.

Compte tenu de ces hypothèses, l'épaisseur du film aura pour expression :

$$h = C + R + e \cos \theta - R \sqrt{1 - \left(\frac{e}{R}\right)^2 \sin^2 \theta}$$

Tenant compte que $e/R \ll 1$, nous aurons : $h = C + e \cos \theta$, d'où:

$$h = C (1 + \varepsilon \cos \theta) \quad (\text{IV.1})$$

Soit sous une forme adimensionnelle :

$$\bar{h} = \frac{h}{C} = 1 + \varepsilon \cos \theta \quad (\text{IV.2})$$

où: $C = R_c - R_a$: le jeu radial imposé par l'usinage;

$\varepsilon = \frac{e}{C}$: l'excentricité relative;

$\theta = \frac{x}{R_a}$: la coordonnée angulaire.

Dans le repère associé à la figure(IV.2), dont le plan "XOZ" est confondu avec la surface développée du coussinet et en considérant qu'il n'y a pas de glissement entre le fluide et les parois, les conditions aux limites sur les vitesses sont :

Sur le coussinet : en $y = 0$ $U_1 = V_1 = W_1 = 0$

Sur l'arbre: en $y = h$ $U_2 = U = \omega R_a$; $V_2 = \omega \frac{dh}{d\theta}$; $W_2 = 0$

IV - 3 - Equation de Reynolds généralisée appliquée aux paliers lisses :

Pour les conditions de géométrie et de vitesse définies précédemment et dans le cas d'un régime stationnaire établi, l'équation de Reynolds généralisée (II.9) s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[G \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[G \frac{\partial p}{\partial z} \right] = U \frac{\partial}{\partial x} \left[h - \frac{I_2}{J_2} \right] \quad (\text{IV.3})$$

où: les intégrales G , I_2 et J_2 ont été définis précédemment par(II.6)

Afin de donner de façon simple les conditions aux limites sur la pression et de faciliter les calculs numériques, il est intéressant de transformer le domaine d'étude réel en un parallélépipède rectangle. L'emploi de variables sans dimensions permet la généralisation du problème. On posera ainsi :

$$\begin{aligned} X &= R_a \theta \\ y &= h \bar{y} \\ z &= L \bar{z} \\ h &= C \bar{h} \end{aligned} \tag{IV.4}$$

$$\eta = R_a / L$$

$$U = \bar{U} \omega R_a$$

$$V = \bar{V} C \omega$$

$$W = \bar{W} \omega R_a$$

$$\mu = \bar{\mu} \mu_0$$

$$P = \mu_0 \omega \left[\frac{R_a}{C} \right]^2 \bar{P}$$

avec $\theta \in [0, 2\pi]$

$$\bar{y} \in [0, 1]$$

$$\bar{z} \in [0, 1]$$

μ_0 : représente la viscosité du lubrifiant à une température T_0 prise comme référence.

Dans ces condition l'équation (II.3) devient :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[\bar{h}^3 \bar{G} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \theta} \right] + \eta^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[\bar{h}^3 \bar{G} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{z}} \right] = \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\bar{h} \left(1 - \frac{\bar{I}_2}{\bar{J}_2} \right) \right] \tag{IV.5}$$

avec : $\bar{G} = \int \frac{\bar{y}}{\bar{\mu}} \left[\bar{y} - \frac{\bar{I}_2}{\bar{J}_2} \right] d\bar{y}$

$$\bar{I}_2 = \int_0^1 \frac{\bar{y}}{\bar{\mu}} d\bar{y} \tag{IV.6}$$

$$\bar{J}_2 = \int_0^1 \frac{d\bar{y}}{\bar{\mu}}$$

L'équation (IV.5) est une équation aux dérivées partielles du second ordre de type elliptique dont l'inconnue principale est la pression.

IV - 4 - Conditions aux limites :

Dans le cas d'un fluide incompressible, les conditions aux limites portent sur la pression d'alimentation et sur les extrémités du palier. Elles s'expriment comme suit:

- Dans la rainure d'alimentation parallèle à l'axe du palier qui est généralement située à l'intérieur d'un domaine angulaire défini par $\theta_a \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$.

On écrira: $P(\theta_a, z) = P_a$

Avec: P_a la pression d'alimentation.

- Sur les bords du coussinet : $P(\theta, -L/2) = P(\theta, L/2) = P_{amb}$.

Par ailleurs, il y a lieu de tenir compte des conditions d'écoulement du lubrifiant.

Trois hypothèses sont généralement admises[45] :

- a) Condition de Sommerfeld (film complet) : cela suppose qu'il n'y a pas de rupture du film, c'est à dire que la pression reste toujours supérieure à la pression de vapeur saturante. Cette hypothèse est vérifiée pour les paliers immergés dans un film pressurisé. Le champ de pression obtenu après résolution est conservé sans modification.
- b) Conditions de Gumbel : Cela suppose qu'il y a rupture du film, c'est à dire que la pression peut s'annuler. La résolution numérique du champ de pression est effectuée comme pour la condition de Sommerfeld puis la partie du champ de pression qui est inférieure à zéro (pression de vapeur saturante prise comme référence) est tout simplement négligée.
- c) Conditions de Swift-Stieber : Aussi connues sous le nom de conditions de Reynolds. Elles sont plus proches de la réalité et énoncent qu'à la frontière de rupture du film lubrifiant, la pression ainsi que sa dérivée s'annulent. Elles s'écrivent :

$$P(\theta_s, z) = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial \theta}(\theta_s, z) = 0$$

Nous appliquons les conditions de Swift-Stieber systématiquement sauf dans le cas du film complet où nous employons la condition de Sommerfeld.

Avec l'hypothèse de non glissement entre le fluide et les parois du contact, le champ des vitesses dans le film s'écrit :

$$\begin{cases} \bar{U} = \bar{h}^2 \frac{\partial \bar{P}}{\partial \theta} \left[\bar{I} - \frac{\bar{I}_2}{\bar{J}_2} \bar{J} \right] + \frac{\bar{J}}{\bar{J}_2} \\ \bar{V} = -\frac{\bar{y}}{\bar{h}} \int_0^{\bar{y}} \left[\frac{\partial \bar{U}}{\partial \theta} - \frac{\bar{y}}{\bar{h}} \frac{d\bar{h}}{d\theta} \frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{y}} + \eta \frac{\partial \bar{W}}{\partial \bar{z}} \right] d\bar{\xi} \\ \bar{W} = \eta \bar{h}^2 \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{z}} \left[\bar{I} - \frac{\bar{I}_2}{\bar{J}_2} \bar{J} \right] \end{cases} \quad (\text{IV.7})$$

VI - 5 - Equation de l'énergie dans le film :

Appliquons l'équation de l'énergie écrite en (II.19) au cas du palier lisse défini par la figure (IV.1) en supposant que :

- Le régime d'écoulement est laminaire;
- La variation de masse volumique avec la température est négligeable, et que le coefficient de compressibilité β est nul;
- Le coefficient K de conduction est constant.

Dans le cas d'un système de coordonnées cartésiennes, l'équation se réduit à :

$$\rho C_p \left[u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right] = K \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (\text{IV.8})$$

Afin de pouvoir écrire simplement les conditions aux limites sur la température et de faciliter les calculs numériques ultérieurs, on transformera le domaine fluide réel (figure (IV.2)) en un parallélépipède rectangle. Compte tenu de (IV.4) et (IV.8), on aura:

$$P_e \left[\bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \theta^*} + \frac{\bar{v}}{h} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} + \eta \bar{w} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} \right] = \frac{1}{h^2} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{y}^2} + N_d \frac{\bar{\mu}}{h^2} \left[\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{y}} \right)^2 \right] \quad (\text{IV.9})$$

avec : $\bar{T} = \frac{T}{T_0}$; To: une température de référence.

$$P_e = \frac{\rho C_p \omega C^2}{K} : \text{est le nombre de Peclet.}$$

$$N_d = \frac{\mu_0 \omega^2 R^2}{K T_0} : \text{représente le nombre de dissipation.}$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta^*} = \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{\bar{y}}{h} \frac{d\bar{h}}{d\theta} \frac{\partial}{\partial \bar{y}} : \text{Opérateur différentiel}$$

Le nombre de dissipation peut encore s'exprimer en fonction du nombre d'Eckert E_c , du nombre de Reynolds modifié R^* et du nombre du Pecket par la relation :

$$N_d = \frac{P_e E_c}{R^*} , \quad E_c = \frac{R \omega}{C_p T_0} , \quad R^* = \frac{\rho_0 \omega C^2}{\mu_0}$$

IV - 6 - Equation de la chaleur dans le coussinet :

Au sein du coussinet, les phénomènes thermiques sont régis par l'équation de l'énergie dans laquelle il faut annuler le champ des vitesses. On aura alors :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = K \Delta T \quad (\text{IV.10})$$

Cette équation est l'équation de la chaleur. Compte tenu de la forme cylindrique du coussinet, il est recommandé d'écrire cette équation en coordonnées cylindriques, soit :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = K \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (\text{IV.11})$$

En régime permanent: $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$ si l'on pose :

$$r = \bar{r} R_c$$

$$z = \bar{z} L$$

$$T = \bar{T} T_0$$

L'équation de la chaleur sans dimension s'écrit sous la forme suivante:

$$\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \theta^2} + \alpha^2 \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{z}^2} = 0 \quad (\text{IV.12})$$

Avec : $\alpha = \frac{R_c}{L}$ un coefficient caractérisant la géométrie du palier.

IV - 7 - Equation de la chaleur dans l'arbre :

Au sein de l'arbre, les transferts thermiques sont aussi régies par l'équation de l'énergie en régime permanent.

En accord avec les résultats expérimentaux de DAWSON(56), a admis que la température de l'arbre en rotation rapide est indépendante de la coordonnée angulaire θ . Dans ces conditions, l'équation de la chaleur sans dimension s'écrit :

$$\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} + \eta^2 \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{z}^2} = 0 \quad (\text{IV.13})$$

Les équations de l'énergie et de la chaleur sont des équations aux dérivées partielles du second ordre dont l'inconnue est la température. Pour résoudre ces équations, il est nécessaire de définir les conditions aux limites sur la température se rapprochant aux mieux de la réalité physique.

IV - 8 - CONDITIONS AUX LIMITES SUR LA TEMPERATURE :

IV - 8 - 1 - Conditions aux limites sur la surface externe du coussinet :

Sur les surfaces externes du coussinet S_r et S_{lc} (voir figure IV.3), trois types de conditions aux limites peuvent être employées :

1. La température T_f de la surface est maintenu constante :

$$\text{- Surface « } S_r \text{ » :} \quad \bar{T}|_{\bar{r}=\bar{R}_2} = \frac{T_f}{T_0} \quad (\text{IV.14})$$

- Surface « Slc » :
$$\bar{T}|_{\bar{z}=0} = \bar{T}|_{\bar{z}=1} = \frac{T_f}{T_0} \quad (IV.15)$$

C'est un cas idéal qui suppose que cette surface est maintenue à cette température T_f par un écoulement externe au palier.

2. Il y a convection et rayonnement sur Sr et Slc:

On regroupe alors ces deux phénomènes dans le coefficient global d'échange h_c et l'on peut écrire sur Sr par exemple :

$$K_c \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R_c} = - h_c [T|_{r=R_c} - T_b] \quad (IV.16)$$

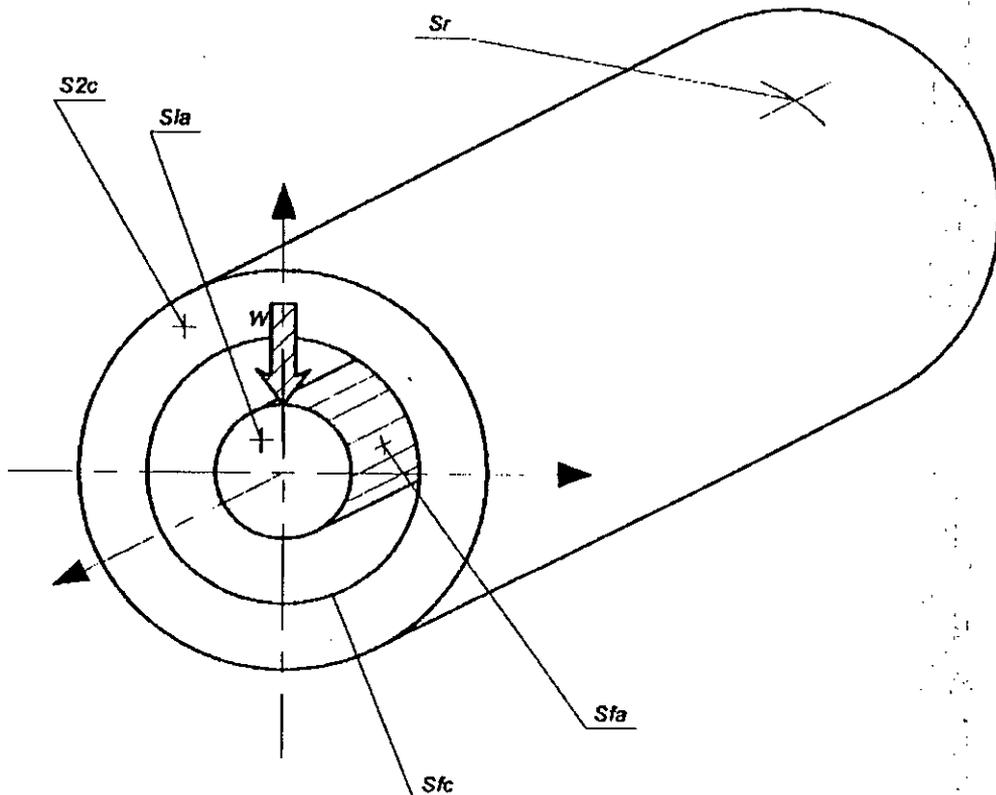


Fig. (IV.3). Différentes surfaces du palier

soit sous une forme sans dimensions :

$$\left. \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} \right|_{\bar{r}=\bar{R}_c} = - \frac{h_c R_c}{K_c} [\bar{T}|_{\bar{r}=\bar{R}_c} - \bar{T}_b] = - Bi_c [\bar{T}|_{\bar{r}=\bar{R}_c} - \bar{T}_b] \quad (IV.17)$$

où: K_c : Le coefficient de conduction du coussinet.

h_c : Le coefficient global d'échange que l'on considère comme constant

R_c : Rayon interne du coussinet

\bar{T}_b : Température ambiante réduite

\bar{T} : Température à la paroi

$Bi_c = \frac{h_c R_c}{K_c}$ nombre de Biot qui caractérise l'échange thermique.

Le même raisonnement peut être étendu à la surface S_{lc} , on peut écrire :

$$\left. \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} \right|_{\bar{z}=0} = - \frac{h_c L}{K_c} \left[\bar{T} \Big|_{\bar{z}=0} - \bar{T}_b \right] \quad (\text{IV.18})$$

$$\left. \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} \right|_{\bar{z}=1} = - \frac{h_c L}{K_c} \left[\bar{T} \Big|_{\bar{z}=1} - \bar{T}_b \right] \quad (\text{IV.19})$$

3. Les surfaces S_r et S_{lc} peuvent être isolées.

C'est le cas limite du deuxième cas pour lequel h_c tend vers zéro. On aura une condition de type adiabatique:

$$\left. \frac{\partial \bar{T}}{\partial n} \right| = 0$$

n : représente la coordonnée normale à la paroi.

Naturellement, ces trois conditions peuvent être combinées pour une paroi donnée afin d'approcher au mieux la situation réelle.

VI - 8 - 2 - Conditions aux limites à l'interface entre le film et le coussinet :

L'interface S_{fc} entre le film et le coussinet est baignée par le film lubrifiant : totalement dans la zone active du film et en partie seulement dans la zone inactive où règne un mélange de lubrifiant de vapeur saturante et d'air.

Sur cette interface, différents types de conditions aux limites ont été écrites, nous les classerons par groupes :

- Le premier groupe comprend toutes les conditions aux frontières qui ne nécessitent pas la résolution de l'équation de la chaleur dans le coussinet: ce sont chronologiquement les premières qui ont été écrites.

- Le second groupe prend en compte les conditions qui nécessitent la résolution de l'équation de la chaleur.

IV-8-2-1 - Premier groupe de conditions aux limites :

1 – Sur la surface S_{fc} la température est maintenue à une valeur T_i constante:

$$\bar{T}|_{\bar{r}=1} = \frac{T_i}{T_0} \quad (\text{IV.20})$$

Cette condition est la plus simple à mettre en œuvre. C'est pourquoi, elle a été employée par les premiers chercheurs qui ont étudié le problème thermohydrodynamique.

Une telle condition peut difficilement se justifier d'un point de vue physique.

2 – Sur la surface S_{fc} , le gradient de température est nul :

C'est la condition dite « adiabatique », elle s'écrit :

$$\left. \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} \right|_{\bar{y}=0} = 0 \quad (\text{IV.21})$$

Le gradient de température normal à la paroi est calculé dans le film. Certains auteurs se sont servis largement de cette condition. Elle suppose qu'en chaque point de l'interface aucun flux de chaleur ne pénètre dans le coussinet, considéré comme isolant parfait.

IV-8-2-2- Deuxième groupe de conditions aux limites :

Pour ce type de conditions, on introduit la continuité du flux de chaleur. Comme l'épaisseur du film est très faible, l'écoulement est tout entier situé à l'intérieur de la couche limite thermique et on peut admettre que seule la transmission de chaleur par conduction intervient.

Dans ces conditions, on peut écrire :

$$K_h \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = - K_c \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R_c} \quad (\text{IV.22})$$

Sous une forme sans dimension, on obtient :

$$\left. \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} \right|_{\bar{r}=1} = - \frac{K_h}{K_c} \frac{R}{C} \frac{1}{\bar{h}} \left. \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} \right|_{\bar{y}=0} \quad (\text{IV.23})$$

IV-8-3- Les conditions aux limites à l'interface entre le film et l'arbre :

Pour cette interface, les conditions présentées précédemment de types température imposée et d'isolation de surface (adiabatique) ont été utilisées. La condition de continuité du flux de chaleur transmis par conduction est plus réaliste.

Cependant l'arbre étant en rotation rapide, ce flux est indépendant de la coordonnée angulaire θ , on doit donc intégrer le flux de chaleur sortant du film sur une couronne de rayon égal au rayon de l'arbre et la largeur dz , il vient ainsi:(Fig.IV.4)

$$K_a \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R_a} 2\pi R_a dz = -K_n dz \int_0^{2\pi} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=h} R_a d\theta$$

Ce qui s'écrit sous forme sans dimension :

$$\left. \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} \right|_{\bar{r}=1} = - \frac{1}{2\pi} \frac{R_a}{C} \frac{K_h}{K_a} \int_0^{2\pi} \frac{1}{\bar{h}} \left. \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} \right|_{\bar{y}=1} d\theta \quad (\text{IV.24})$$

où: K_a représente est le coefficient de conduction de l'arbre.

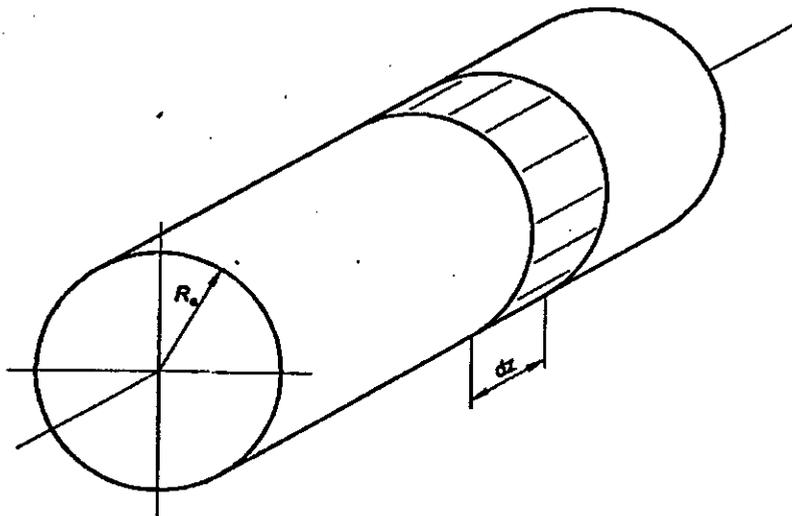


Fig. (IV.4) Couronne d'intégration sur l'arbre.

IV-8-4- Conditions aux limites aux deux extrémités de l'arbre :

- 1) – Aux deux extrémités de l'arbre, on peut supposer que la température est connue et égale à une température légèrement supérieure à celle du lubrifiant froid entrant dans le palier, afin de tenir compte du réchauffement du fluide étendu rejetée sur les faces latérales du palier. On posera par exemple:

$$\bar{T}|_{\bar{z}=0} = \bar{T}|_{\bar{z}=1} = 1.1 \text{ à } 1.2 \quad (\text{IV.25})$$

cela signifie que la température des faces latérales de l'arbre est de 10 à 20% supérieure à celle du fluide d'alimentation.

- 2) La condition écrite ci-dessus a l'inconvénient d'être trop rigide. La température des extrémités de l'arbre est figée, quelles que soient les conditions de fonctionnement. Il vaut mieux se servir d'une condition de type convection, même si le choix de la valeur du coefficient de convection "ha" pose quelques problèmes. On écrira alors :

$$K_a \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0,L} = - h_a [T|_{z=0,L} - T_b] \quad (\text{IV.26})$$

Elle peut s'écrire sous la forme adimensionnelle :

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} \Big|_{\bar{z}=0,1} = - \frac{h_a L}{K_a} [\bar{T}|_{\bar{z}=0,1} - \bar{T}_b] = - Bi_a [\bar{T}|_{\bar{z}=0,1} - \bar{T}_b] \quad (\text{IV.27})$$

où: K_a , représente le coefficient de conduction de l'arbre;

h_a , le coefficient global d'échange que l'on considère comme constant;

L , la longueur de l'arbre;

\bar{T}_b , la température ambiante réduite;

\bar{T} , la température à la paroi réduite;

$Bi_a = \frac{h_a R_a}{K_a}$: le nombre de Biot qui caractérise l'échange thermique.

IV-8-5- Conditions aux limites dans la section d'entrée du film (recirculation)

L'alimentation du palier se fait par l'intermédiaire d'une rainure (Fig. (IV.5)). Une partie de lubrifiant entrant dans le film convergent n'est pas évacuée latéralement, mais fait le tour du palier en s'échauffant et se mélangeant avec le lubrifiant froid d'alimentation, c'est le phénomène de recirculation qui tient compte de la partie du film recyclée. Ainsi, la température effective du fluide entrant dans le film convergent est généralement supérieure à celle du lubrifiant d'alimentation.

L'étude de l'écoulement dans la rainure d'alimentation est très complexe. Boncompain[45] s'est basé sur la conservation du débit et de la quantité de chaleur au niveau de la rainure d'alimentation:

$$Q_{se} = Q_e + Q_r \quad (IV-28)$$

avec : Q_{se} , le débit de fluide à l'entrée du film convergent.

Q_e , le débit d'entrée du lubrifiant froid

Q_r , le débit de fluide recyclé à la sortie du film.

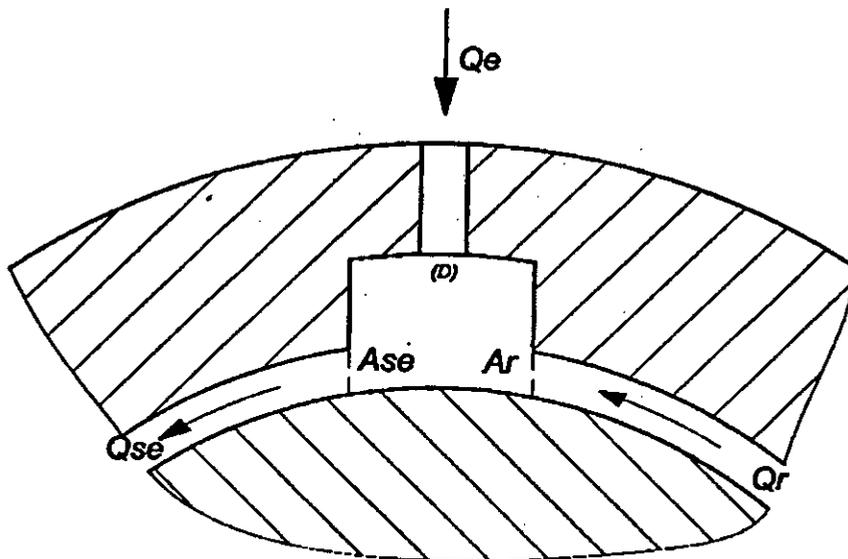


Fig. (IV.5) Schéma de la rainure d'alimentation.

Selon Boncompain[45], en utilisant la loi de conservation de flux de chaleur et en négligeant la production de chaleur par dissipation dans la rainure d'alimentation, ainsi que le transfert par conduction, on abouti à :

$$Q_{se} T_{se} = Q_e T_0 + Q_r T_r \quad (IV-29)$$

Avec : T_r , la valeur moyenne de la température du fluide recyclé

T_{se} , la température de fluide a l'entrée du convergent

T_0 , la température d'alimentation

La combinaison des équations [IV-28] et [IV-29] nous donne :

$$T_{se} = \frac{Q_r}{Q_{se}} T_r + \left(1 - \frac{Q_r}{Q_{se}}\right) T_0 \quad (IV.30)$$

IV-9- CARACTERISTIQUES STATIQUES :

VI-9-1- Charge et Angle de calage :

La charge et l'angle de calage sont obtenus par l'intégration du champ de pression sur la surface du palier. A l'équilibre dans le système repère (O, k, l) (Fig.(IV.1)), on a :

$$W_k = - \int P \cos\theta ds = W \cos\phi \quad (IV.31a)$$

$$W_l = - \int P \sin\theta ds = -W \sin\phi \quad (IV.31b)$$

Doù :
$$W = \sqrt{W_k^2 + W_l^2} \quad (IV.32)$$

$$\phi = \arctg\left(-\frac{W_l}{W_k}\right) \quad (IV.33)$$

IV-9-2- Débit :

Le débit du palier résulte de celui de la rainure. Le débit est obtenu en intégrant la vitesse normale à la frontière le long de la section de sortie. En considérant la symétrie du mécanisme, les débits volumiques q_1 et q_2 sortant des deux surfaces du palier sont égaux. Ainsi, on ne détermine que le débit q_2 sortant de la face correspondant à l'abscisse $x = L$. En intégrant la composante W de la vitesse

du fluide suivant la surface $x = L$, on obtient :

$$q_2 = \int_0^{2\pi} \int_0^h W|_{z=L} dy dx \quad (\text{IV.34})$$

Le débit axial total q vaut le double de q_2 :

$$q = 2 q_2 \quad (\text{IV.35})$$

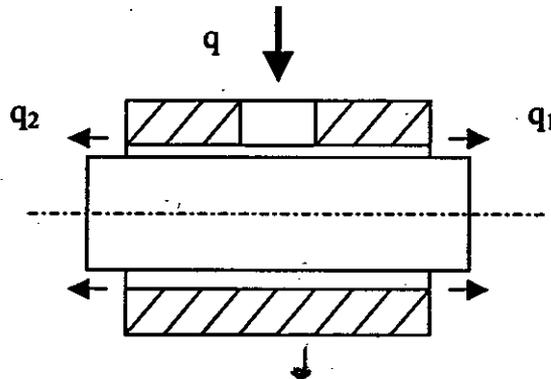


Fig. (IV.6) conservation du débit

IV-9-3- Le couple de frottement :

Il est obtenu à partir de:

$$\tau_{xy} = \left[y - \frac{I_2}{J_2} \right] \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{U}{J_2} \quad (\text{IV.36})$$

Donc le couple sera:

$$C_a = \int_a R \tau_{xy}(y=h) ds \quad (\text{IV.37})$$

RESOLUTION

NUMERIQUE

CHAPITRE V

RESOLUTION NUMERIQUE

V - 1 - Rappel :

Si on suppose l'arbre et le coussinet indéformables, le comportement thermohydrodynamique d'un palier en régime laminaire est complètement déterminé par les connaissances des équations suivantes:

- Equation généralisée de Reynolds;
- Equation de l'énergie dans le film;
- Equation de Fourier pour le transfert de chaleur dans les massifs.

Avec les hypothèses considérés précédemment, ces équations s'écrivent sous la forme adimensionnelle suivante:

- Equation de Reynolds :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[\bar{h}^3 \bar{G} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \theta} \right] + \eta^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[\bar{h}^3 \bar{G} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{z}} \right] = \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\bar{h} \left(1 - \frac{\bar{I}_2}{\bar{J}_2} \right) \right] \quad (\text{V.1})$$

$$\text{avec : } \bar{G} = \int \frac{\bar{y}}{\bar{\mu}} \left[\bar{y} - \frac{\bar{I}_2}{\bar{J}_2} \right] d\bar{y}$$

$$\bar{I}_2 = \int_0^1 \frac{\bar{y}}{\bar{\mu}} d\bar{y}$$

$$\bar{J}_2 = \int_0^1 \frac{d\bar{y}}{\bar{\mu}}$$

- Equation de l'énergie :

$$P_e \left[\bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \theta} + \frac{\bar{v}}{\bar{h}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} + \eta \bar{w} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} \right] = \frac{1}{\bar{h}^2} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{y}^2} + N_d \frac{\bar{\mu}}{\bar{h}^2} \left[\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{y}} \right)^2 \right] \quad (\text{V.2})$$

avec le champ de vitesse:

$$\begin{cases} \bar{U} = \bar{h}^2 \frac{\partial \bar{P}}{\partial \theta} \left[\bar{I} - \frac{\bar{I}_2}{\bar{J}_2} \bar{J} \right] + \frac{\bar{J}}{\bar{J}_2} \\ \bar{V} = -\bar{h} \int_0^{\bar{y}} \left[\frac{\partial \bar{U}}{\partial \theta} - \frac{\bar{y}}{\bar{h}} \frac{d\bar{h}}{d\theta} \frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{y}} + \eta \frac{\partial \bar{W}}{\partial \bar{z}} \right] d\xi \\ \bar{W} = \eta \bar{h}^2 \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{z}} \left[\bar{I} - \frac{\bar{I}_2}{\bar{J}_2} \bar{J} \right] \end{cases} \quad (V.3)$$

- Equation de la chaleur dans le coussinet :

$$\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \theta^2} + \left(\frac{R_c}{L} \right)^2 \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{z}^2} = 0 \quad (V.4)$$

- Equation de la chaleur dans l'arbre :

$$\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} + \eta \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{z}^2} = 0 \quad (V.5)$$

Les quatre équations aux dérivées partielles sont liées par la température de façon explicite ou implicite par la loi de variation de la viscosité en fonction de la température. La solution du problème thermohydrodynamique nécessite la résolution simultanée de toutes ces équations compte tenu des conditions aux limites choisies.

Le problème ainsi posé, n'admet pas de solutions analytiques, donc il est nécessaire de faire appel aux méthodes numériques, la méthode de différence finies s'adapte bien à ce type d'équations.

L'utilisation de variables adimensionnées transforme le domaine occupé par le film en un domaine parallélépipède, par ailleurs l'arbre et le coussinet ont des géométries simples.

V-2 - Discrétisation des équations :

V-2-1- Résolution de l'équation de Reynolds :

L'équation de Reynolds est une équation aux dérivées partielles elliptiques, elle est discrétisée à l'aide d'un schéma aux différences finies centrées et résolu par la méthode de Gauss-Seidel avec coefficient de sur-relaxation. La zone active du film est déterminée par la méthode de CHRISTOPHERSON[7] qui consiste à annuler les pressions négatives une fois le programme numérique est mis en œuvre.

V-2-2- Résolution de l'équation de chaleur dans les solides :

Les équations de la chaleur dans les solides sont des dérivées partielles elliptiques. Dans l'arbre, l'équation est bidimensionnelle et les symétries permettent de limiter la résolution à un quart du palier axial de l'arbre (Figure V.1).

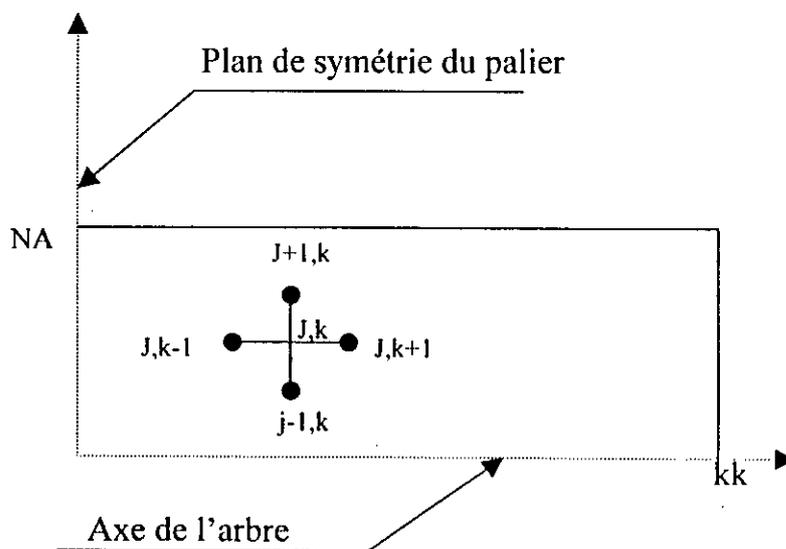


Fig.(V.1) Schéma de discrétisation d'un quart de plan axial de l'arbre

Dans le coussinet, l'équation de la chaleur est tridimensionnelle. Pour ces équations, on emploie un schéma aux différences finies centrées (figure V.2) et la résolution se fait par la méthode de Gauss-Seidel avec coefficient de sur-relaxation.

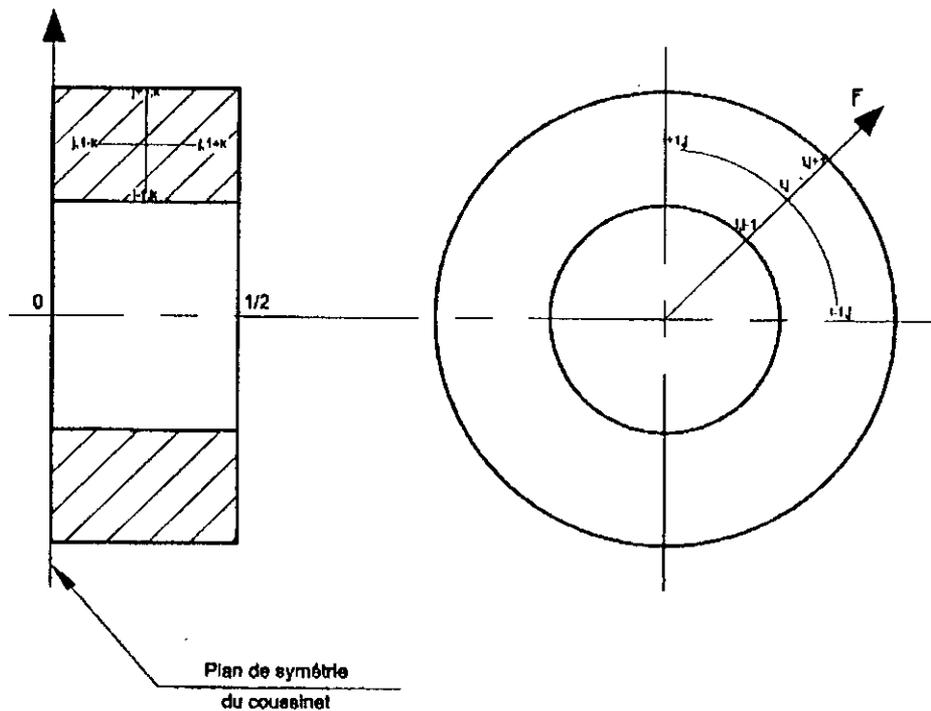


Fig. (V.2). Schéma de discrétisation du coussinet

V-2-3- Modélisation de l'équation de l'énergie dans le film.

L'équation (V.2) apparaît comme une équation parabolique à une valeur initiale, la coordonnée θ joue le même rôle que le temps dans les problèmes non stationnaires.

La résolution de cette équation impose de connaître le champ de vitesse dans le film. Les composants \bar{u} , \bar{v} et \bar{w} de la vitesse sont donnée par les relations (V.3). Les calculs numériques de \bar{u} et \bar{w} ne posent pas de problème particulier. Par contre, le calcul de la vitesse \bar{v} du fluide dans la direction de l'épaisseur du film à l'aide de la relation (V.3) est plus délicat.

Pour la résolution de l'équation de l'énergie, il est utile de donner les détails de la méthode Boncompain [45].

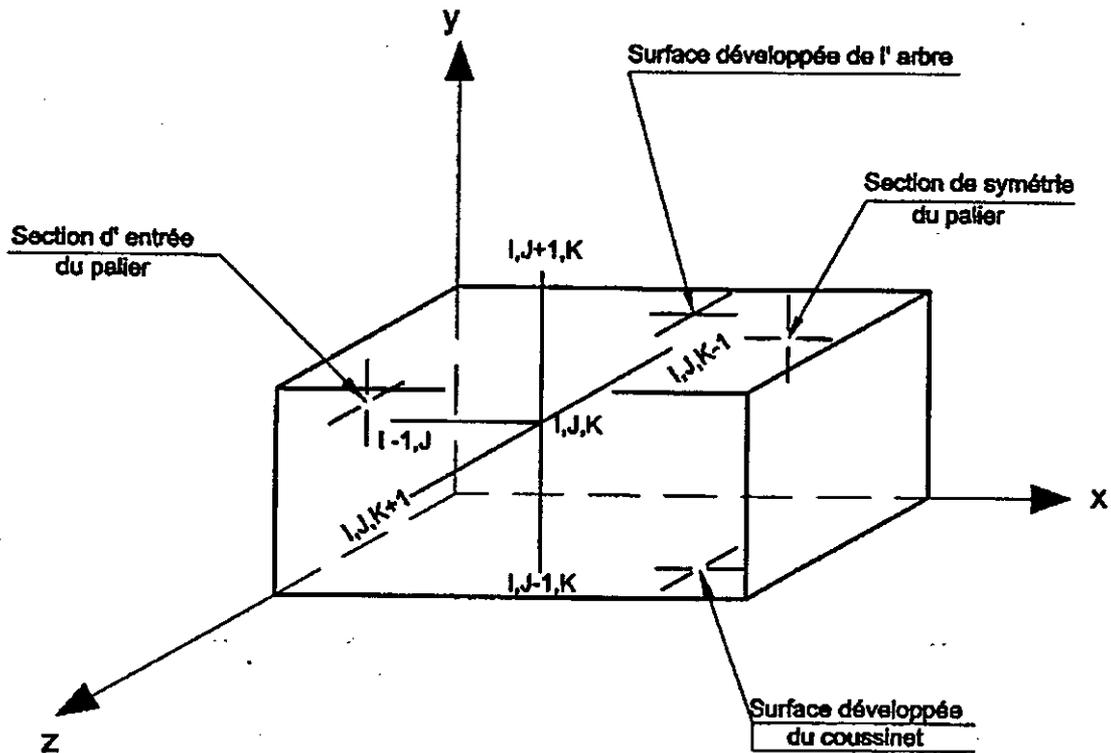


Fig. (V.3) Domaine d'étude

Soit le parallélépipède de la figure(V.3) et soit les dérivées partielles:

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial \theta} = \frac{1}{\Delta \theta} [\bar{T}(I, J, K) - \bar{T}(I-1, J, K)] \quad (V.6)$$

où: $\Delta \theta = \frac{2\pi}{M}$, représente le pas suivant θ ;

M , le nombre de points suivant la direction de l'écoulement

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{\Delta \bar{z}} [\bar{T}(I, J, K) - \bar{T}(I, J, K-1)] \quad (V.7)$$

où: $\Delta \bar{z} = \frac{0.5}{KK-1}$, représente le pas en z ;

kk , le nombre de points suivant la demi- largeur du palier.

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} = \frac{1}{2\Delta \bar{y}} [\bar{T}(I, J+1, K) - \bar{T}(I, J-1, K)] \quad (V.8)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{y}^2} = \frac{1}{(\Delta \bar{y})^2} [\bar{T}(I, J+1, K) - 2\bar{T}(I, J, K) + \bar{T}(I, J-1, K)] \quad (V.9)$$

où: $\Delta \bar{y} = \frac{1}{N-1}$, représente le pas suivant y;

N : le nombre de points suivant l'épaisseur du film.

En remplaçant ces expressions dans la relation(V.2) et en posant :

$$UM = P_c \bar{u} / (\Delta \theta)$$

$$VH = P_c (\bar{v} + \varepsilon \sin \theta \bar{u} \bar{y}) / (2 \bar{h} \Delta \bar{y})$$

$$HN = 1 / (\bar{h} \Delta \bar{y})^2$$

$$WN = 0.5 P_c \nu \bar{w} / \Delta \bar{z}$$

$$A = - (UM - 2 HM + WM)$$

$$B = VH - HN$$

$$C = - VH + HN$$

$$D = - UM$$

$$E = - WM$$

$$AI = - N_d \frac{\bar{\mu}}{\bar{h}^2} \left[\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{y}} \right)^2 \right]$$

Les coefficients A,B, C, D et AI sont fonctions de (I,J,K).

L'équation (V.2) discrétisée s'écrit alors :

$$-A \bar{T}(I, J, K) + B \bar{T}(I, J+1, K) + C \bar{T}(I, J-1, K) + D \bar{T}(I-1, J, K) + E \bar{T}(I, J, K-1) + AI = 0 \quad (V.10)$$

Faisons le changement de variables :

$$TT(I, J, K) = \bar{T}(I, J, K) - T(I, 1, K) \quad (V.11)$$

où: $T(I, 1, K)$, représente la température de surface du coussinet et $TT(I, 1, K) = 0$.

L'équation (V.10) devient :

$$-A TT(I, J, K) + B TT(I, J+1, K) + C TT(I, J-1, K) + D T(I-1, J, K) = -F(I, J, K) \quad (V.12)$$

Avec :

$$F(I, J, K) = \bar{T}(I, 1, K) [-A + B + C] + D\bar{T}(I - 1, J, K) + E\bar{T}(I, J, K - 1) + AI \quad (V.13)$$

On définit alors deux nouvelles variables G et GG, fonctions de (I, J, K) de sorte que l'équation (V.12) s'écrit sous la forme:

$$TT(I, J, K) = G(I, J, K) TT(I, J + 1, K) + GG(I, J, K) \quad (V.14)$$

Explicitons le sens de ce changement de variables: Fixons les indices I et K seul J peut varier et le point générique décrit l'épaisseur du film allant à J croissant de la surface du coussinet à celle de l'arbre. La relation (V.14) montre alors que, connaissant la température au point J+1, on peut calculer celle du point J. Ainsi le problème de recherche de la température suivant l'épaisseur du film qui, à l'origine est un problème aux limites a été transformé en un problème à valeur initiale. Les coefficients G et GG contiennent la seconde condition aux limites. Afin de les calculer, écrivons la relation (V.14) pour J=J-1:

$$TT(I, J - 1, K) = G(I, J - 1, K) TT(I, J, K) + GG(I, J - 1, K) \quad (V.15)$$

en reportant (V.15) dans (V.13), ce qui permet d'éliminer TT(I, J-1, K) de cette équation, on obtient :

$$TT(I, J, K) = \frac{B}{A - C G(I, J - 1, K)} TT(I, J + 1, K) + \frac{C GG(I, J - 1, K) + F}{A - C G(I, J - 1, K)} \quad (V.16)$$

En identifiant alors (IV.16) à (IV.14), on obtient deux relations de récurrence qui définissent G(I, J, K) et GG(I, J, K) :

$$G(I, J, K) = \frac{B}{A - C G(I, J - 1, K)} \quad (V.17a)$$

$$GG(I, J, K) = \frac{C GG(I, J - 1, K) + F}{A - C G(I, J - 1, K)} \quad (V.17b)$$

De plus $J=1$ la relation (IV.14) s'écrit, en tenant compte du changement de variable (V.11) :

$$G(I,1,K) \quad TT(I,2,K) + GG(I,1,K) = 0$$

Une solution de ce système d'équations est :

$$G(I,1,K) = 0 \quad (V.18a)$$

$$GG(I,1,K) = 0 \quad (V.18b)$$

Les relations (V.18) et (V.16) définissent complètement les $G(I,J,K)$ et $GG(I,J,K)$ connaissant les coefficients A, B, C et F qui sont calculés à partir des vitesses, de la géométrie du film et de la température $T(I,1,K)$ du coussinet. Le calcul des coefficients G et GG se fait pour J croissant de $J=2$ à $J=N-1$.

L'équation (V.16) permet de calculer la température TT dans le film. Le calcul se fait pour J décroissant en commençant à $J=N-1$. Pour cette valeur de J, L'équation (V.15) s'écrit :

$$TT(I,N-1,K) = G(I,N-1,K) \quad TT(I,N,K) + GG(I,N-1,K)$$

Et intervient la température réduite $TT(I,N,K)$ qui est celle de la surface de l'arbre.

On remarque par ailleurs que dans le coefficient F défini par la relation (V.13) intervient la température $T(I-1,J,K)$. Pour calculer $T(I,J,K)$ il faut donc connaître $T(I-1,J,K)$. Le calcul s'effectuera donc pour I croissant en commençant à $I=M$. De même le calcul s'effectuera pour K croissant de $K=1$ à $K=KK$.

Nous présentons sur la figure (V.4) le schéma global de résolution du système d'équations dans le cas du régime thermohydrodynamique ainsi que le calcul des différents paramètres du palier.

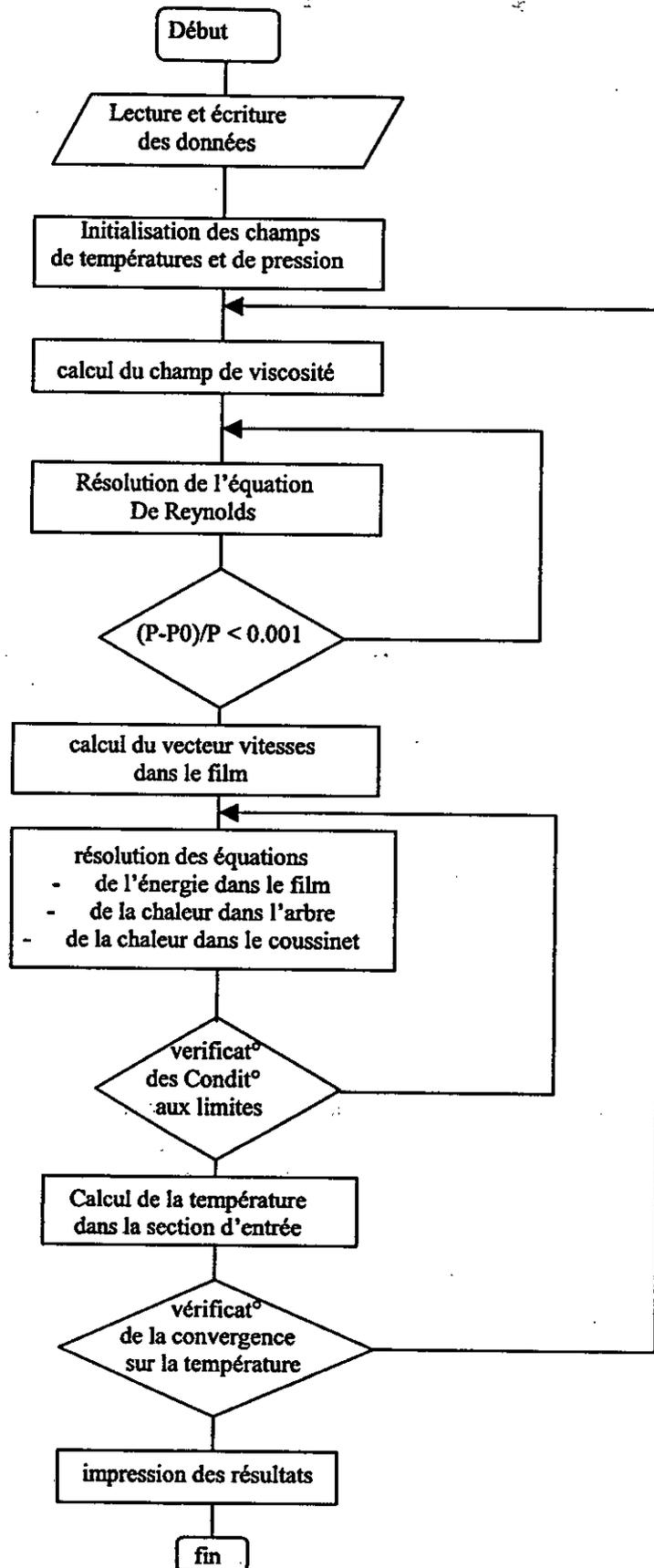


Fig. (V.4). Organigramme de la résolution numérique du problème THD

V-3- Discrétisation de l'équation de Reynolds en régime non-laminaire

Le comportement hydrodynamique d'un palier lisse en régime non-laminaire peut être résumer par l'écriture de l'équation de Reynolds modifiée avec les coordonnées sans dimensions :

L'équation de Reynolds :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\bar{h}^3 G'_\theta \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \eta^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\bar{h}^3 G'_z \frac{\partial P}{\partial \bar{z}} \right) = 6 \frac{\partial \bar{h}}{\partial \theta}$$

Avec les coefficient G'_θ et G'_z :

- Cas de l'écoulement de Couette :

$$\begin{cases} G'_\theta = \frac{12}{12 + 0.00136 R_c^{0.9}} \\ G'_z = \frac{12}{12 + 0.0043 R_c^{0.96}} \end{cases}$$

$$\text{où: } R_c = \frac{\rho u h}{\mu}$$

- Cas de l'écoulement de Poiseuille :

$$G'_\theta = G'_z = \frac{81.6}{R_p^{0.681}}$$

$$\text{où: } R_p = \frac{\rho u_m h}{\mu}$$

Écriture du nombre de Reynolds en fonction des coordonnées adimensionnées

Nous allons maintenant exprimer les nombres de Reynolds R_c et R_p en fonction des variables adimensionnées.

a)- Nombre de Reynolds local de Couette :

Il est donné par:

$$R_c = \frac{\rho u h}{\mu}$$

En coordonnées adimensionnées, on obtient :

$$R_C = \frac{\rho \omega R h}{\mu} = \frac{\rho \omega C^2}{\mu} \left(\frac{R}{C} \right) \frac{h}{C}$$

$$R_C = Re \bar{h}$$

Avec: $R_e = \frac{\rho \omega R C^2}{\mu} \frac{R}{C}$, le nombre de Reynolds moyen

Nous remarquons que le nombre de Reynolds local de Couette dépend de l'épaisseur du film donc de l'excentricité relative.

b)- Nombre de Reynolds local de Poiseuille :

Il est défini par:

$$R_p = \frac{\rho u_m h}{\mu}$$

U_m , représente la vitesse moyenne due au gradient de pression suivant la direction h .

L'expression de la vitesse est donnée par :

$$U = \frac{G'_n}{12 \mu} \frac{\partial P}{\partial x} y (y-1)$$

Remarquons au passage que pour calculer U donc R_p , il nous faut connaître G'_n qui dépend lui même de R_p . On doit donc employer une méthode itérative pour résoudre le problème. On a alors :

$$U_m = \frac{1}{h} \int_0^h u \, dy$$

Soit encore : $U_m = - \frac{G'_n}{12 \mu} h^2 \frac{\partial P}{\partial n}$

Donc : $R_p = \frac{\rho h^3 G'_n}{12 \mu} \frac{\partial P}{\partial n}$

Nous présentons sur la figure (V.5) le schéma global de résolution de l'équation de Reynolds en régime non laminaire.

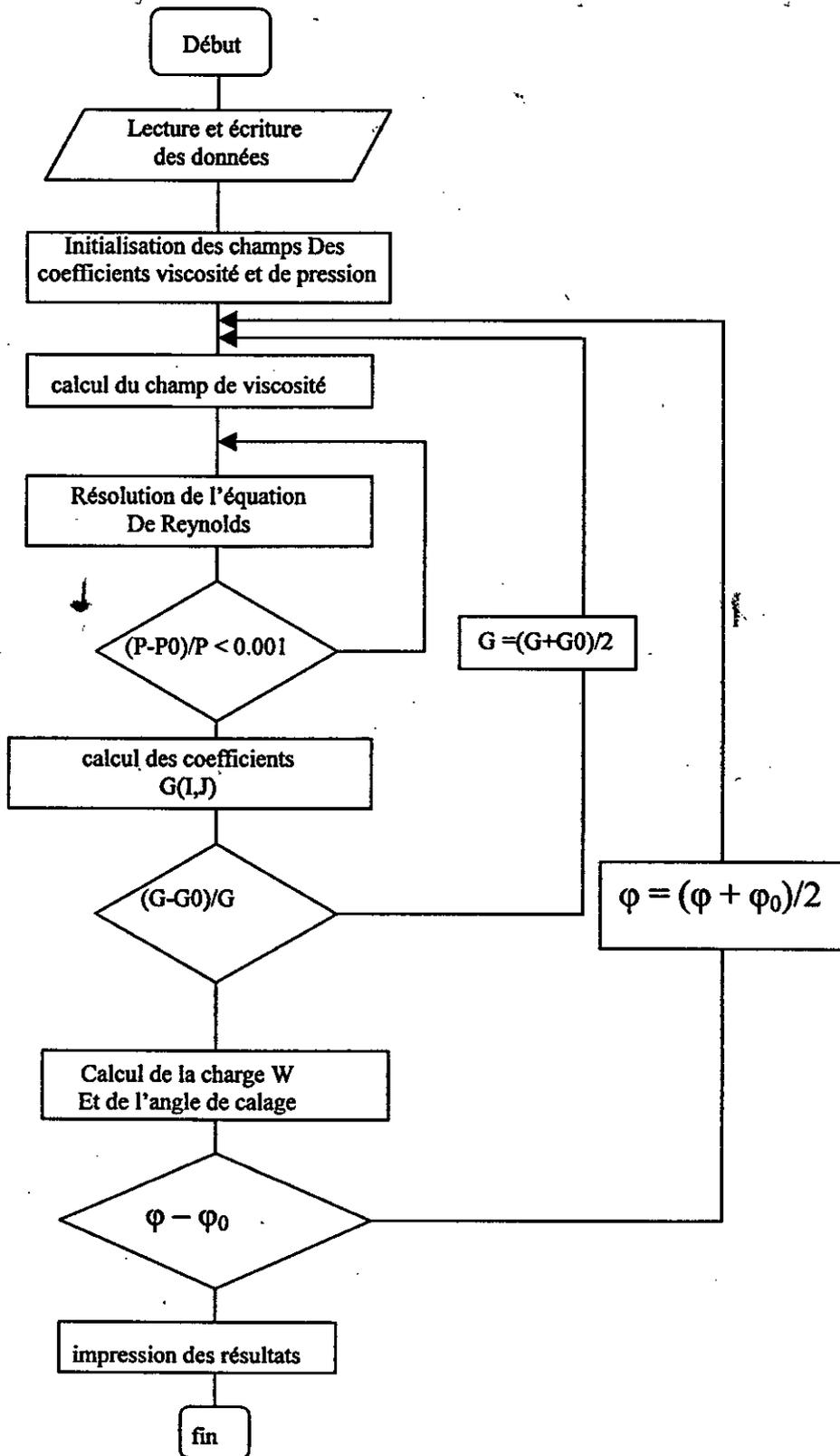


Fig. (V.5). Organigramme schématique de la résolution numérique De l'équation de Reynolds en régime turbulent

RESULTATS

ET

INTERPRETATIONS

CHAPITRE VI

RESULTATS ET INTERPRETATIONS

Dans ce chapitre, on présente les résultats théoriques obtenus à l'aide de notre code de calcul réalisé au cours de cette étude, ou on étudiera le comportement des paliers lisses suivant la nature d'écoulement, ensuite on les compare à la fois aux résultats obtenus expérimentalement et aux résultats obtenus par d'autres auteurs..

Dans la première partie, on détermine les paramètres prédominants essentiellement thermiques en lubrification thermohydrodynamique fonctionnant en régime laminaire.

Après une étude paramétrique où on va étudier l'influence des dimensions géométriques et les conditions de fonctionnement sur le comportement des paliers, une étude comparative par rapport aux résultats expérimentaux[45] a été effectuée afin de valider nos résultats.

Dans la deuxième partie du chapitre, le comportement des paliers lisses en régime turbulent a été étudié. Après une étude paramétrique les résultats ont été comparés aux résultats expérimentaux élaborés par Frêne[62].

VI – 1 - Analyse des effets thermiques

Avant d'entamer la présentation des résultats, on note que pour tous les tests, les paliers ont été alimentés en lubrifiant (huile) ISO VG-32 dont l'évolution de la viscosité avec la température est défini par la loi suivante [45]:

$$\mu(T) = \frac{D}{AT^3 + BT^2 + CT + D}$$

où:

T: La température en °C;

μ : La viscosité dynamique en (Pl)

A, B, C et D: des constantes qui dépendent du type d'huile utilisée.

Dans notre cas et selon la référence[45] :

$$A = - 1.13 \cdot 10^{-5} \quad ; \quad C = - 6.84 \cdot 10^{-2}$$

$$B = 1.6 \cdot 10^{-3} \quad ; \quad D = 3.485 \cdot 10^{-3}$$

Pour une température de 40°C ; $\mu_0 = 0.032 \text{ Pa}$

VI - 1 - 1 - Présentation des cartes isothermes

On présente sur les figures (VI.1) à (VI-6) les cartes d'isothermes dans le plan médian du palier pour différentes conditions de fonctionnement, où on varie en particulier les dimensions du palier, les conditions de fonctionnement et les conditions aux limites.

Sur ces cartes, l'épaisseur du film est représentée en variables adimensionnelles, c'est pourquoi cette épaisseur est constante quelque soit la partie du film envisagée. De plus, les échelles ne sont évidemment pas les mêmes pour le film, le coussinet et l'arbre.

Dans ces figures, deux zones peuvent être distinguées dans le film, la première zone correspond à la partie la plus froide du film qui se situe au niveau de la rainure d'alimentation, où le film reçoit de la chaleur de l'arbre et du coussinet. La seconde zone correspond à la partie la plus chaude du film qui se trouve au niveau de l'épaisseur minimale du film, où le fluide cède de la chaleur à l'arbre et le coussinet. On peut ainsi conclure que la chaleur générée par cisaillement dans le film est transporté par les solides de la zone la plus chaude vers la zone la plus froide.

On présente sur la figure (VI.1), la carte d'isothermes dans le plan médian du palier, dans le cas où la température de la surface extérieure du coussinet est imposée(45°C), et pour une excentricité relative de 0.8 et une vitesse de rotation de 2000 tr/mn. On constate que le point de température maximale est de 55°C environ, et se situe au sein du film. D'autres part, le point de température maximale du coussinet est situé à quelques degré en amont du point précédent, et il est légèrement plus faible, cette région représente la zone la plus exposée a l'usure.

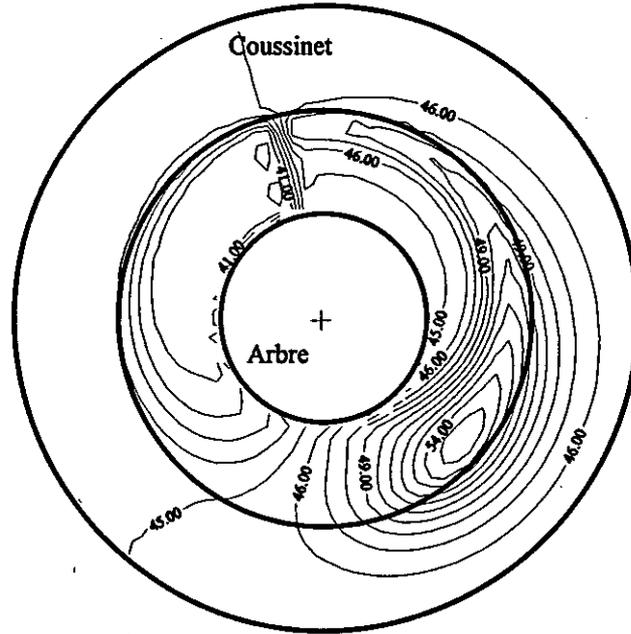


Fig. (VI.1). Carte d'isothermes dans le plan médian du palier
(température de la surface extérieure est isotherme $T = 45^{\circ}\text{C}$)

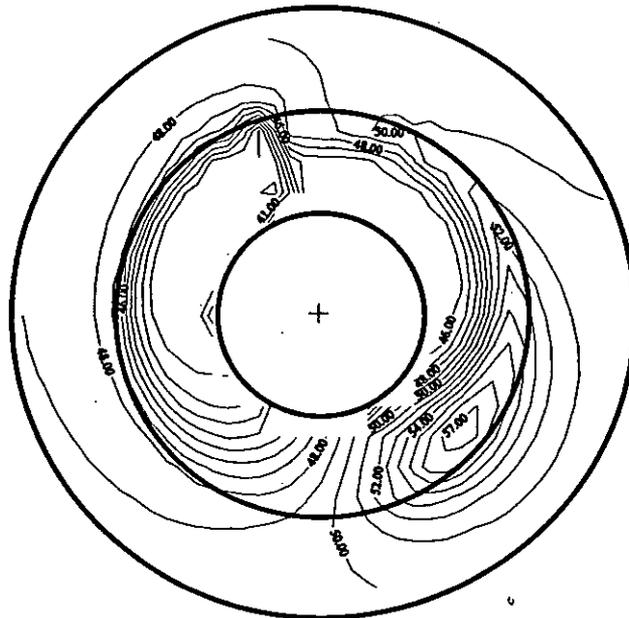


Fig. (VI.2). Carte d'isothermes dans le plan médian du palier
(Condition de convection $h_c = 80 \text{ W/m}^2 \text{ }^{\circ}\text{C}$, $T_b = 45^{\circ}\text{C}$)

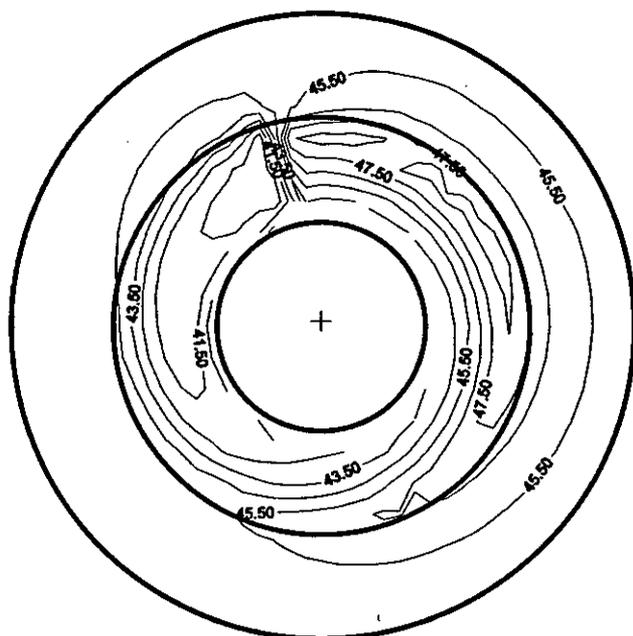
La figure (VI.2) a été tracée à partir des mêmes conditions de fonctionnement que le précédent, en utilisant d'autres types de conditions aux limites sur la surface extérieure du coussinet ou on a imposé un coefficient de convection $h_c = 80 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$. On constate que la température maximale atteinte dans le film est supérieure d'environ 2°C à celle calculée dans le cas du palier précédent où la température de la surface extérieure était fixée. Ce fait traduit la difficulté d'évacuer de la chaleur lorsque le coussinet est dans l'air, en convection naturelle.

On présente sur la figure (VI.3) les cartes d'isothermes dans le plan médian du palier obtenu pour différentes excentricités relatives et une vitesse de rotation de 2000 tr/mn. On constate sur toutes les figures (a-b-c-d) que la température maximale se situe au sein du film et elle augmente avec l'augmentation de l'excentricité relative. Ce résultat est prévisible vu que les paliers à grande excentricité relative sont des paliers fortement chargés. On remarque aussi que la position de température maximale se déplace dans le sens de déplacement d'aiguille d'une montre, et que les isothermes sont presque coaxiales pour des faibles excentricités relatives, c'est le cas des paliers faiblement chargés (hydrostatique).

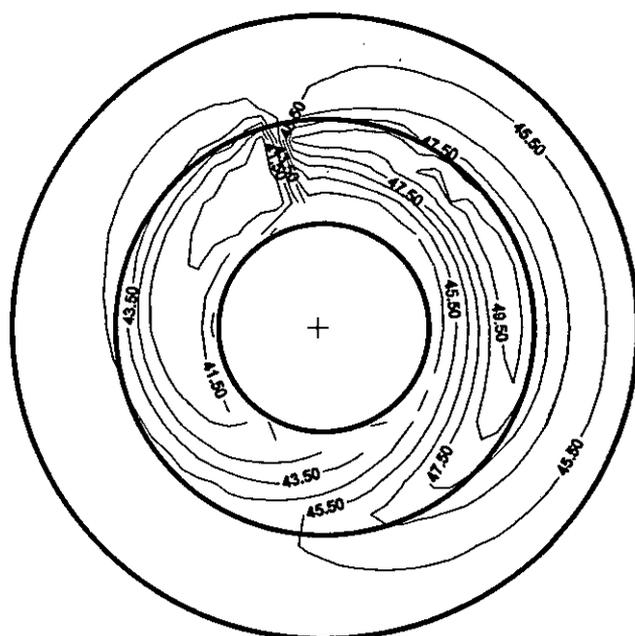
La figure (VI.4) illustre les cartes d'isothermes pour différentes températures ambiantes. On constate que la température dans le film augmente en augmentant la température ambiante et la position de la zone la plus chaude et la zone la plus froide sont invariables.

Dans la figure (VI.5), les cartes d'isothermes pour différentes vitesses de rotation ont été présentées, nous constatons que la température du film augmente avec l'augmentation de la vitesse de rotation, donc la chaleur générée par cisaillement dans le film est plus importante dans le cas des paliers tournants à grande vitesse.

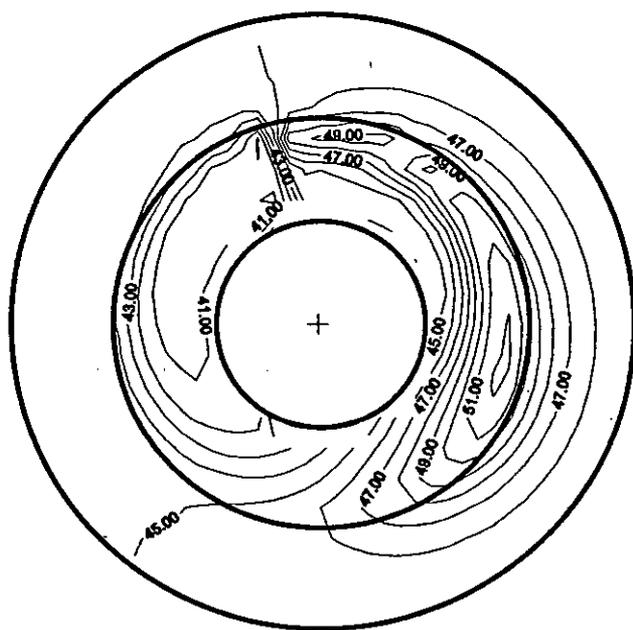
Dans la figure (VI.6) on présente les cartes d'isothermes pour différents jeux de fonctionnement, on constate que la température du film est inversement proportionnelle au jeu radial, donc plus les jeux de fonctionnement sont faibles plus on aura une grande quantité de chaleur générée et donc un échauffement rapide des parois.



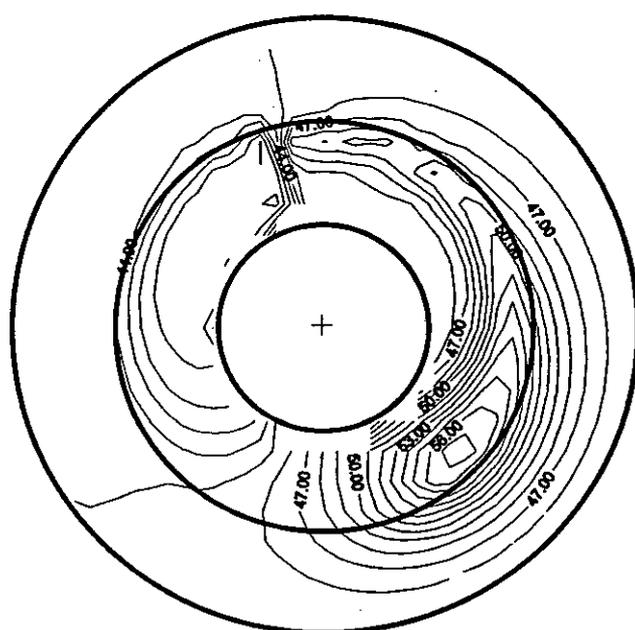
a)- $\epsilon = 0.2$



b)- $\epsilon = 0.4$

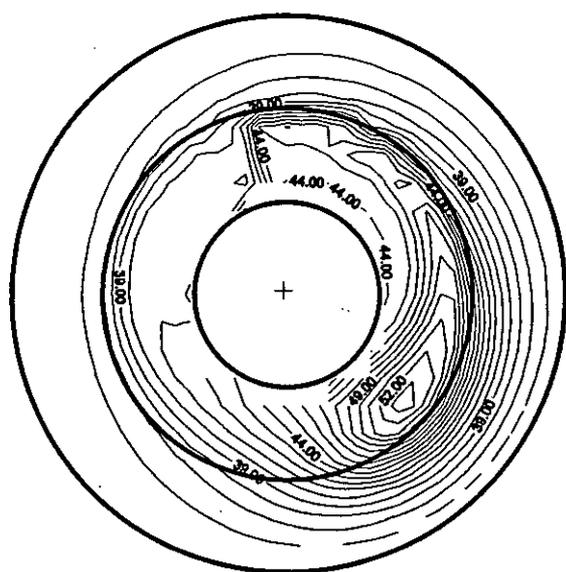


c)- $\epsilon = 0.6$

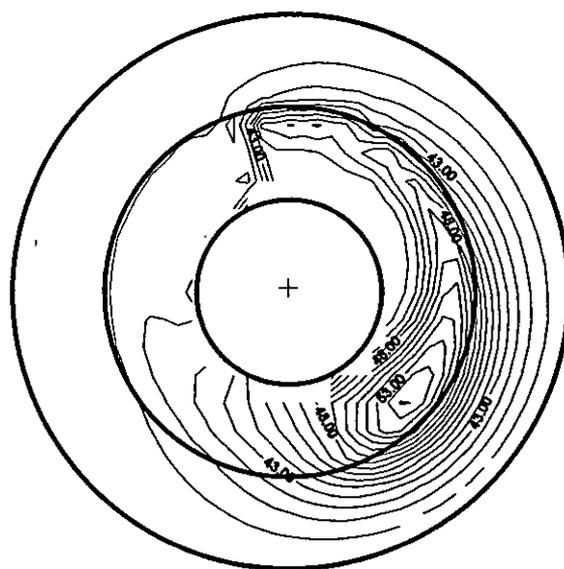


d)- $\epsilon = 0.8$

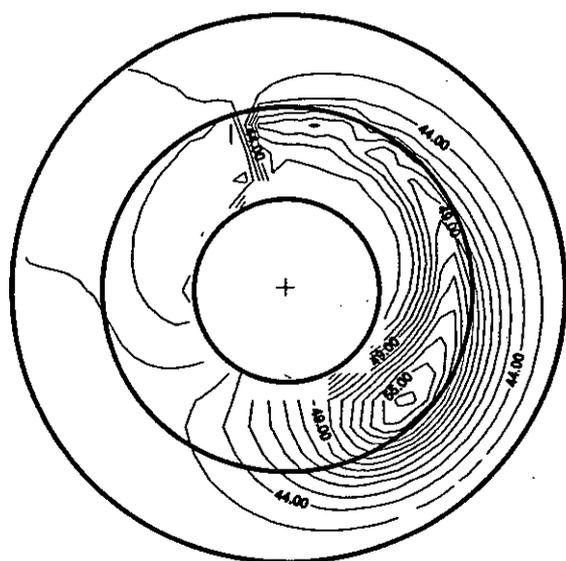
Fig. (VI.3). Cartes d'isothermes dans le plan médian du palier
Pour différentes excentricités relatives



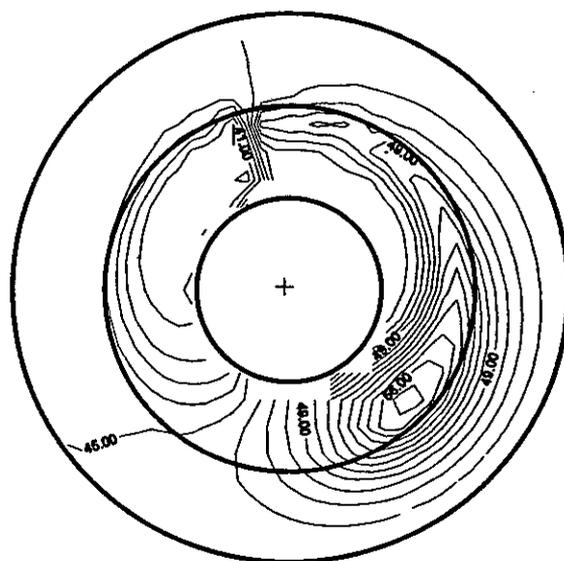
a) - $T_b = 15^\circ\text{C}$



b) - $T_b = 20^\circ\text{C}$

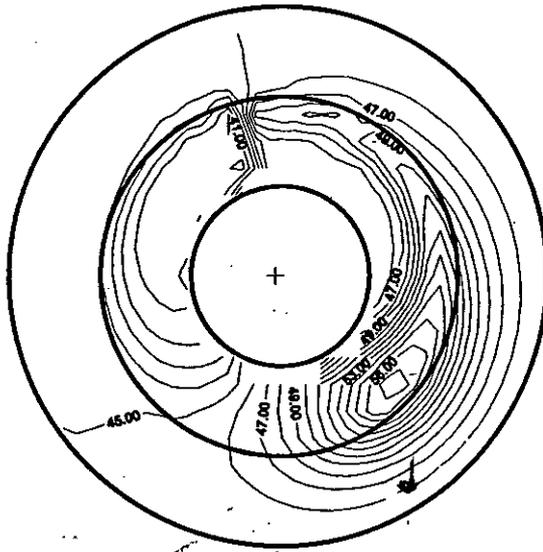


c) - $T_b = 30^\circ\text{C}$

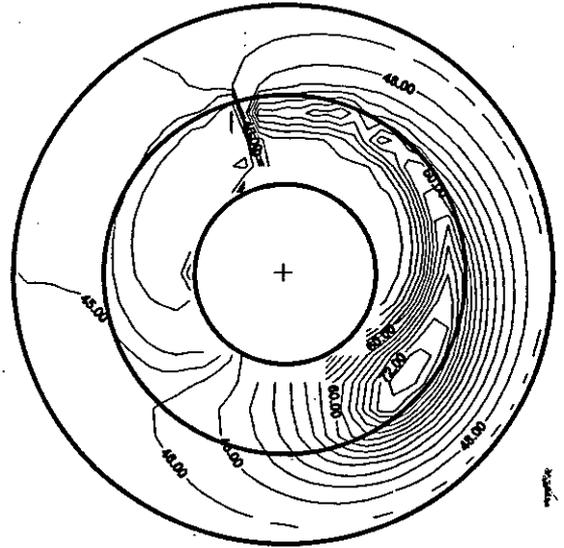


d) - $T_b = 40^\circ\text{C}$

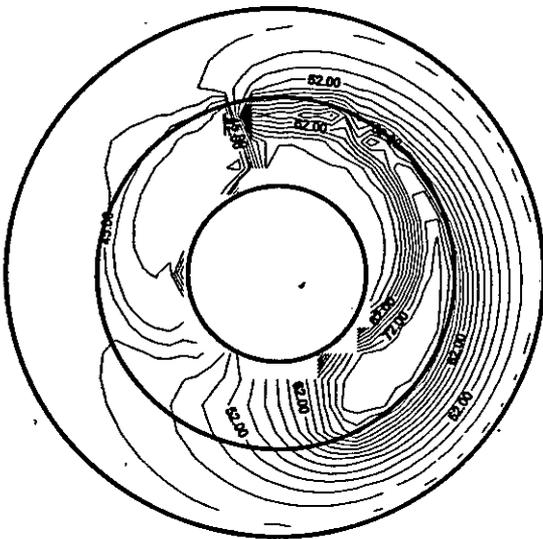
Fig. (VI.4). Cartes d'isothermes pour différentes températures ambiantes



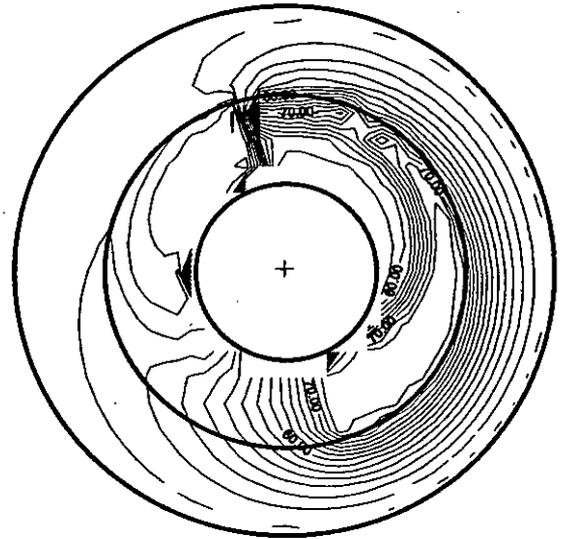
a) - $N = 2000$ tr/mn



b) - $N = 4000$ tr/mn



c) - $N = 6000$ tr/mn



d) - $N = 8000$ tr/mn

Fig. (VI.5). Cartes d'isothermes dans le plan médian du palier pour différentes vitesses de rotation

VI- 1 - 2 - Détermination de la température des solides

Les figures (VI.7) et (VI.8), illustrent la variation de la température de la surface intérieure du coussinet en fonction de la coordonnée axiale et circonférentielle pour différents jeux de fonctionnement et différentes vitesses de rotation.

On constate sur la figure (VI.7) que la température de la surface intérieure est plus importante dans le cas de faibles jeux radiaux et que la température maximale se trouve dans le plan de symétrie du palier et que la valeur maximale de la température se situe au niveau de l'épaisseur minimum.

La figure (VI.8) montre que l'augmentation de la vitesse de rotation engendre une augmentation de la température de la surface interne du coussinet, et donc un échauffement rapide de cette surface. on note également une faible variation de la température suivant la coordonnée axiale, ce qui exprime que la majorité de la chaleur est évacuée radialement.

Sur la figure (VI.9) on présente la variation de la température maximale atteinte par la surface interne du coussinet en fonction de l'excentricité relative et pour différentes vitesses de rotation.

La figure (VI.10) montre la variation de la température maximale atteinte par l'arbre en fonction de l'excentricité relative et pour différentes vitesses de rotation.

Il a été remarqué que la température maximale augmente sensiblement avec la vitesse de rotation et l'excentricité relative, et donc un échauffement des parois des solides. On peut conclure que les gradients thermiques sont d'autant plus élevés que les conditions de fonctionnement sont sévères

VI- 1 - 3 - Détermination de la température dans le film

Les figures (VI.11) et (VI.12) donnent la distribution de la température du film lubrifiant suivant l'épaisseur du film pour différentes valeurs du jeu radial et pour différentes vitesses de rotation pour deux positions de la coordonnée angulaire. Il faut noter le fort gradient thermique suivant l'épaisseur du film.

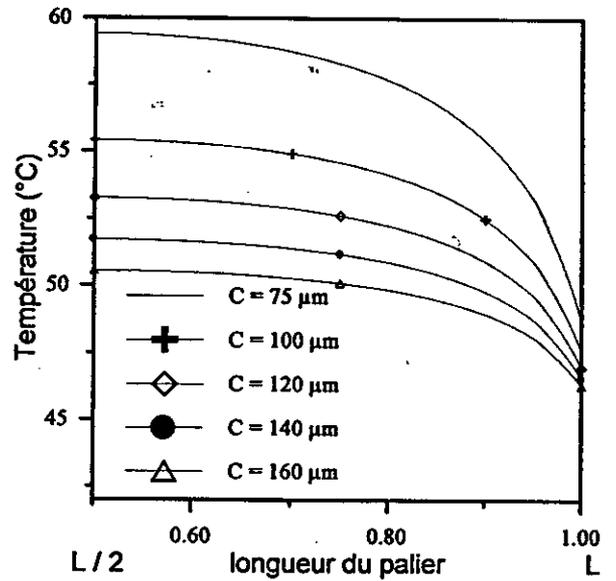
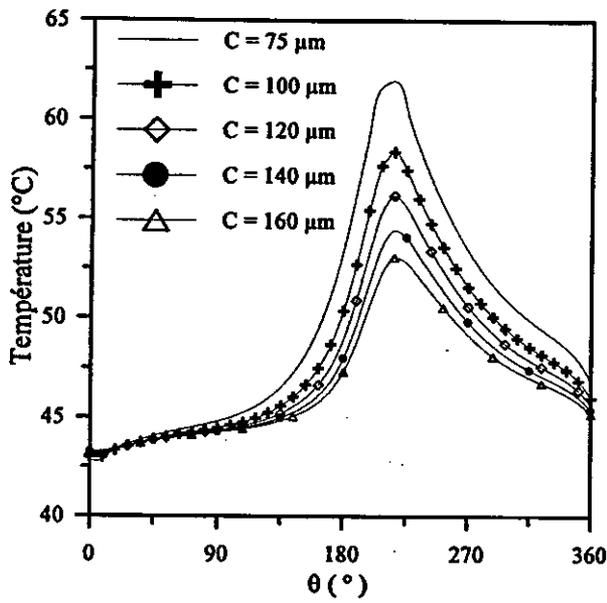


Fig. (VI.7). Variation de la température de la surface intérieure du coussinet en fonction des coordonnées circonférentielle et axiale pour différents jeu de fonctionnement

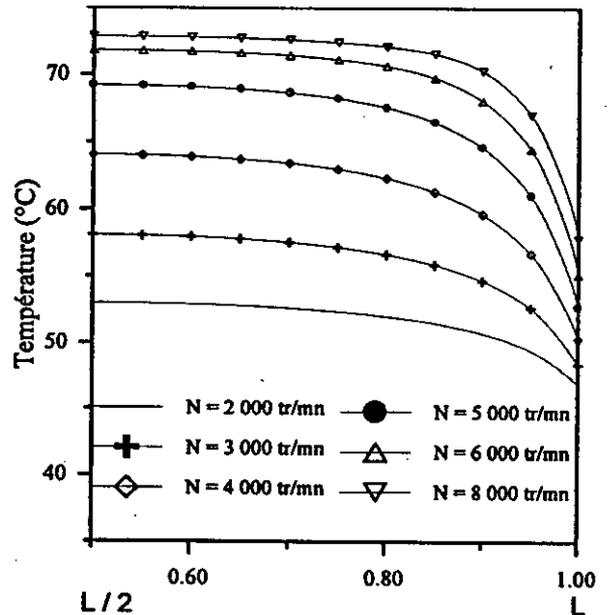
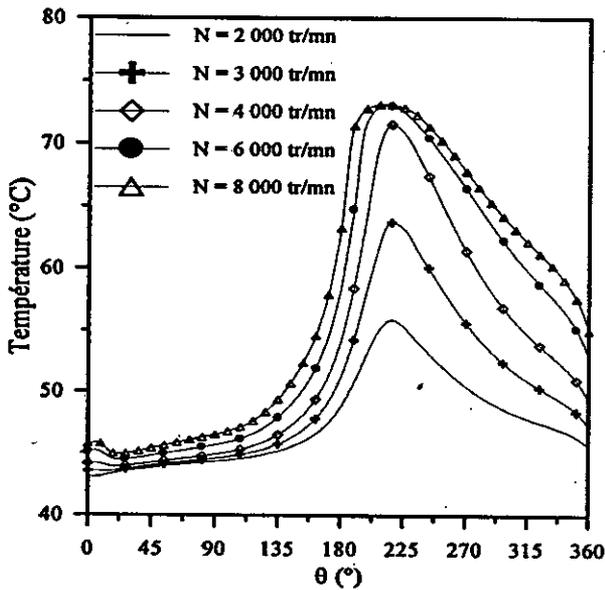


Fig. (VI.8). Variation de la température de la surface intérieure du coussinet en fonction des coordonnées circonférentielle et axiale pour différentes vitesses de rotation.

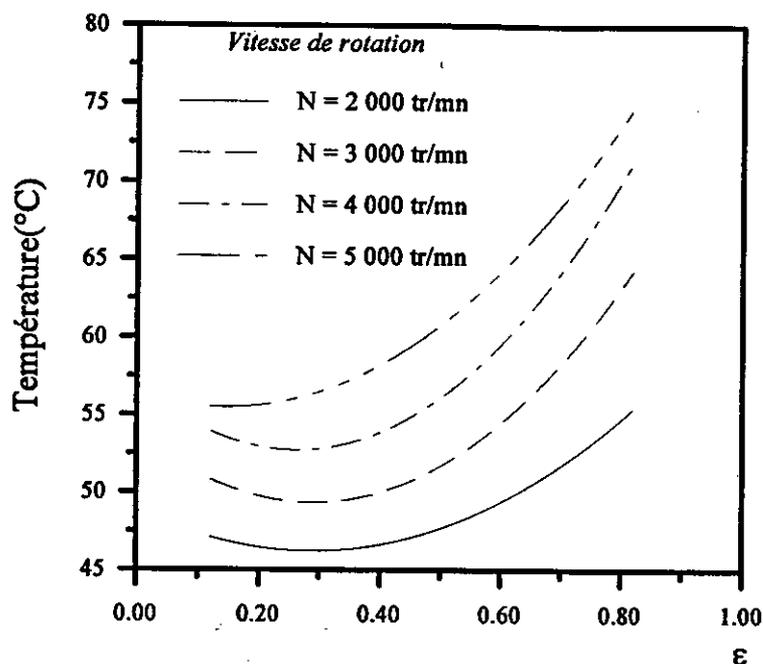


Fig. (VI.9). Variation de la température de la surface interne du coussinet en fonction de l'excentricité relative pour différentes vitesses de rotation.

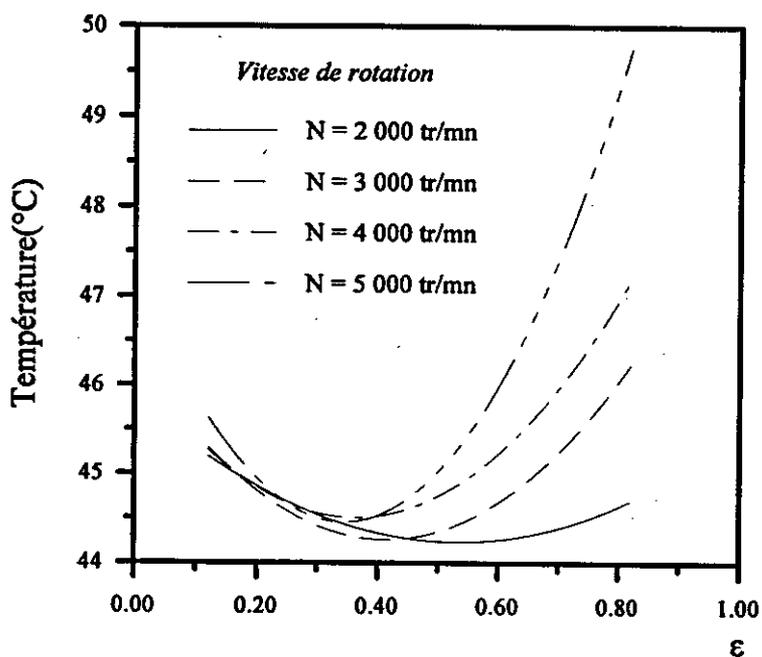


Fig. (VI.10). Variation de la température de la surface de l'arbre en fonction de l'excentricité relative pour différentes vitesses de rotation.

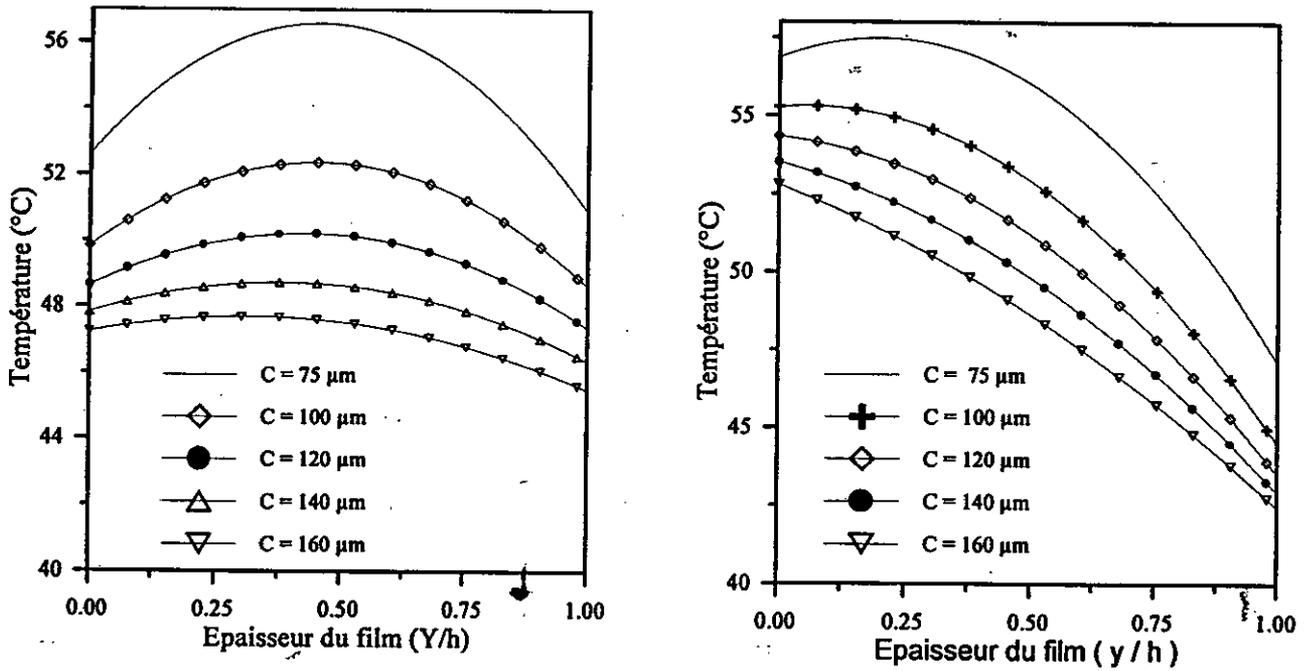


Fig. (VI. 11). Variation de la température du film en fonction de son épaisseur pour différents jeux de fonctionnement.

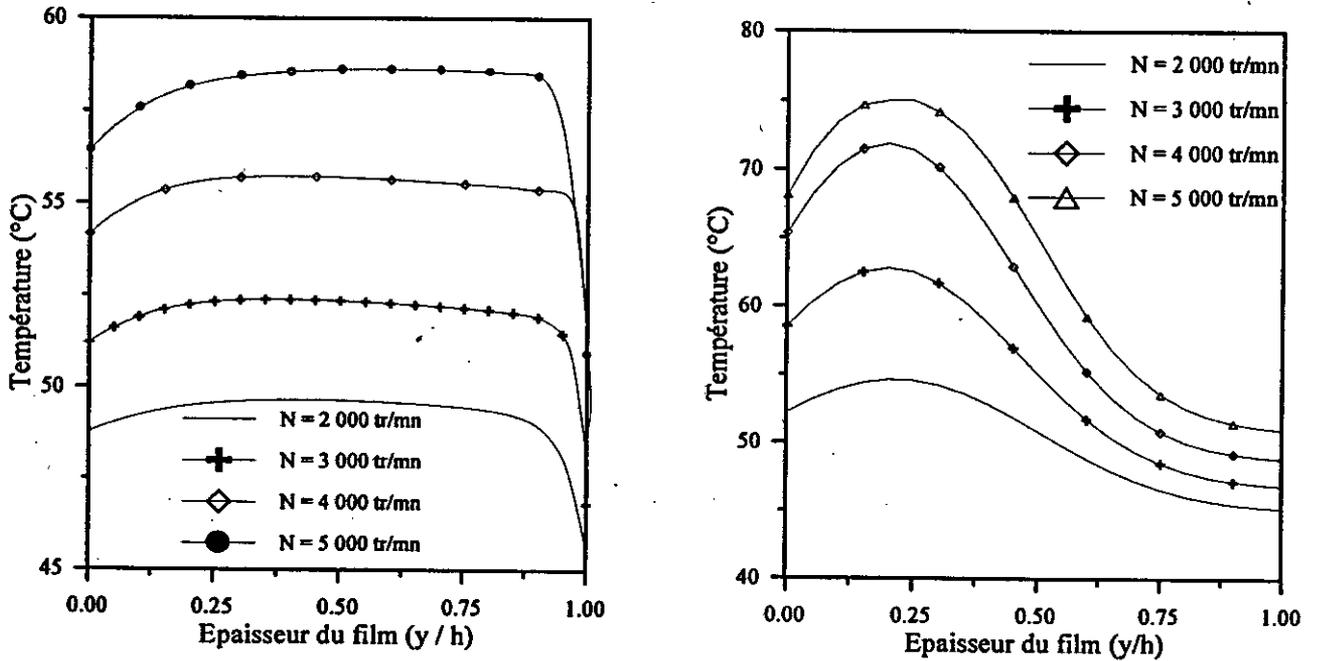


Fig. (VI.12). Variation de la température du film en fonction de son épaisseur pour différentes vitesses de rotation

VI - 1 - 4 - Répartition de la pression :

La figure (VI.13) présente la variation de la pression dans le film en fonction de la coordonnée circonférentielle pour différents jeux de fonctionnement.

On peut noter que la pression augmente considérablement pour les faibles jeux de fonctionnement. A titre d'exemple, on a une augmentation de 200% entre un jeu de $C=160\mu\text{m}$ et $C=75\mu\text{m}$. L'état de surface de notre palier doit être réalisé avec une très grande précision afin d'éviter tous les risques d'usure et de destruction. Notons que l'augmentation de la pression dans le film engendre une augmentation automatique de la charge portante du palier.

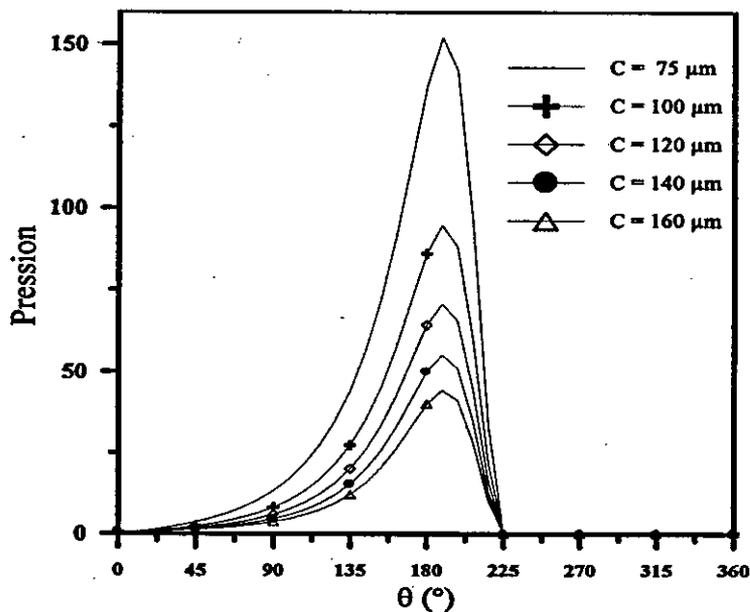


Fig.(VI.13). Variation de la pression en fonction de la coordonnée circonférentielle pour différents jeux radiaux

On présente sur la figure (VI.14) la variation de la pression en fonction de la coordonnée circonférentielle pour différentes vitesses de rotation. On remarque que la pression augmente avec l'augmentation des vitesses de rotation de l'arbre, c'est le cas des paliers fortement chargés et fonctionnant à grande vitesse.

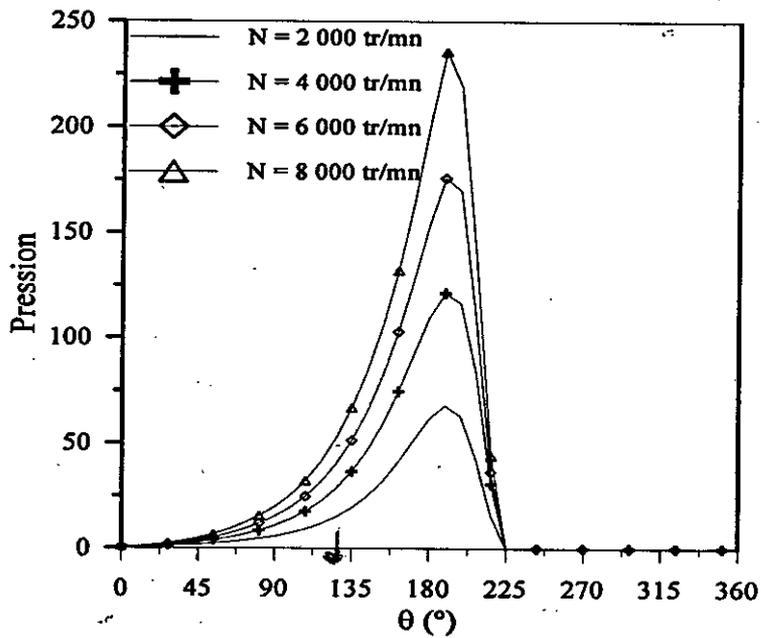


Fig.(VI.14). Variation de la pression en fonction de coordonnée circonférentielle pour différentes vitesses de rotation

On peut conclure que le choix d'un palier hydrodynamique fait intervenir un grand nombre de paramètres tels que:

- La géométrie du contact;
- La cinématique du contact;
- Les conditions aux limites;
- Propriétés physiques des composants;
- Les conditions de fonctionnement.

VI - 2 - VALIDATION DES RESULTATS

VI - 2 - 1- LE PALIER D'ESSAI

Le palier d'essai réalisé par FRENE et FERRON[33-34] est constitué de deux bagues, l'une représentant l'arbre et l'autre le coussinet. Ce système permet de modifier facilement le diamètre du palier, son jeu radial et le rapport L/D de la longueur au diamètre.

Le palier est alimenté en lubrifiant par l'intermédiaire de trois orifices qui débouchent dans une rainure axiale dont l'amplitude circonférentielle est de 18° et dont la longueur est de 70 mm.

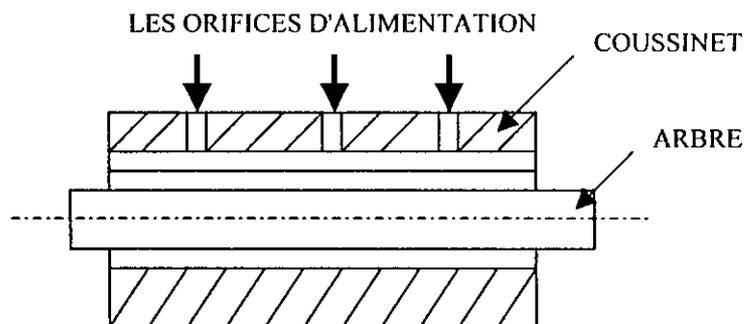


Fig. (VI. 15): schéma simplifié du palier d'essai

Les données relatives au palier sont:

Longueur du palier;	$L = 80 \text{ mm}$
Rayon de l'arbre;	$R_a = 50 \text{ mm}$
Rayon extérieur de coussinet;	$R_c = 100 \text{ mm}$
Jeu radial;	$C = 123 \text{ } \mu\text{m}$
Pression d'alimentation;	$P_a = 70 \cdot 10^3 \text{ Pa}$
Masse volumique;	$\rho = 860 \text{ Kg/m}^3$
Chaleur spécifique;	$C_p = 2000 \text{ J/Kg m}^3$
Le coefficient de conduction de coussinet;	$K_c = 45 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
Le coefficient de conduction de l'arbre;	$K_a = 45 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
Le coefficient de conduction du film;	$K_f = 0.13 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
Le coefficient d'échange convectif entre le coussinet et l'ambiance;	$h_c = 80 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$
Le coefficient d'échange convectif entre l'arbre et le lubrifiant;	$h_a = 100 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$
La température ambiante;	$T_b = 45 \text{ }^\circ\text{C}$
La température d'alimentation;	$T_{al} = 40 \text{ }^\circ\text{C}$

VI- 2 - 2 - Détermination de la température des solides

La figure (VI.16), illustre la variation de la température de la surface intérieure du coussinet dans le plan de symétrie du palier. On constate que la valeur maximale de la température se situe au niveau de l'épaisseur minimum. On compare nos résultats à ceux obtenus expérimentalement par Boncopain[45] et ceux obtenus par Bousaid[46], on constate qu'expérimentalement; la température maximale atteinte est de l'ordre de 51,5°C, tandis que celle obtenue par Bousaid[46] est de 55,6°C. La valeur maximale issue des calculs effectués à partir du programme thermohydrodynamique est de l'ordre de 54°C.

La différence assez sensible entre nos résultats et ceux obtenus expérimentalement, est due à la non prise en considération de la déformation thermoélastique des solides en présence.

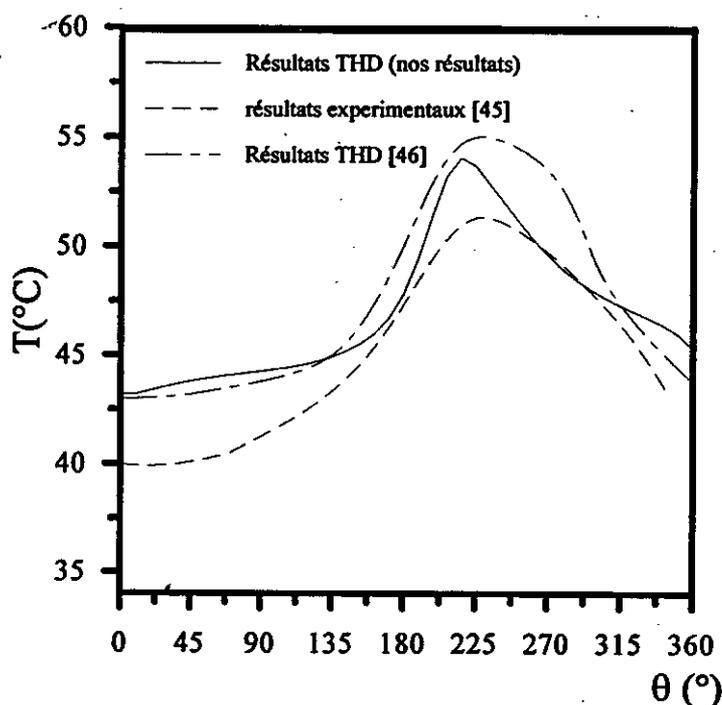


Fig. (VI.16). Variation de la température de la surface intérieure du coussinet dans le plan médian en fonction de la coordonnée circonférentielle

V - 2 - 3 - Répartition de la pression :

La figure (VI.17) montre la répartition de la pression en fonction de la coordonnée circonférentielle. On constate que les résultats obtenus (en tenant compte de la variation de la température) donnent une approche meilleure que celle obtenue par la théorie isotherme. En plus, la comparaison entre les résultats obtenus et ceux obtenus expérimentalement par Boncopain[45] montre un écart assez sensible. Cette différence est due aux hypothèses simplificatrices prises le long de cette étude, en particulier la non prise en considération des termes qui traduisent la négligence des déformations des solides. D'ailleurs, selon Boncopain[45], en plus des motifs suscités, il ajoute la différence entre le modèle physique et le modèle mathématique choisi.

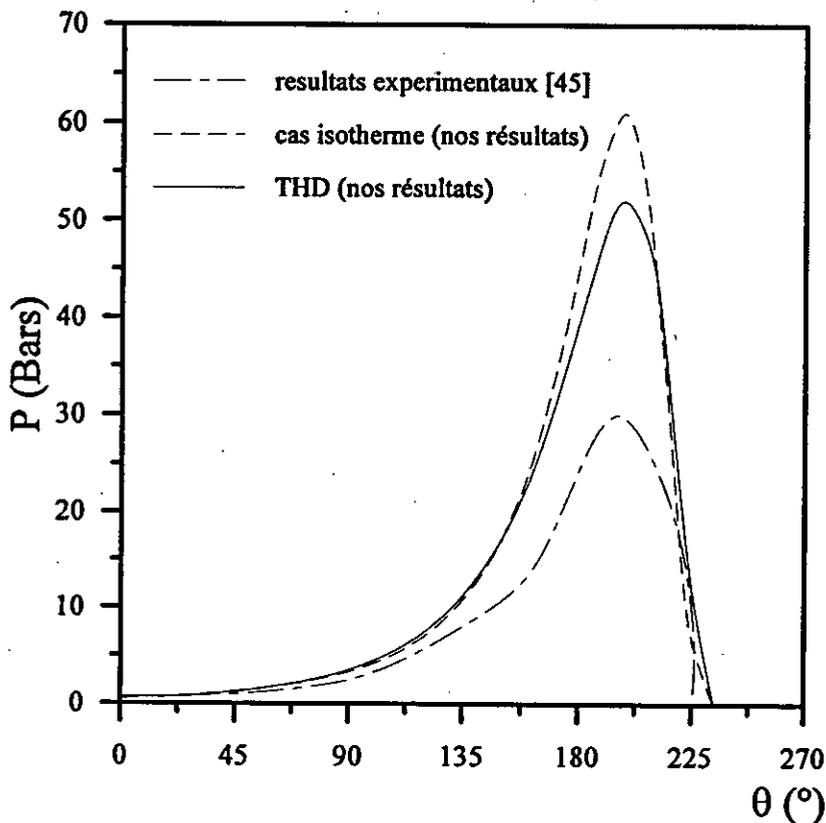


Fig. (VI.17). Variation de la pression en fonction de la coordonnée circonférentielle

VI - 2 - 4 - Etude de l'influence de l'excentricité relative sur les différents paramètres.

La figure (VI.18) montre la variation de la température maximale de la surface intérieure du coussinet en fonction de l'excentricité relative. On remarque que cette température augmente avec l'excentricité relative, donc avec l'augmentation de la charge. Cela traduit par une diminution de l'épaisseur du film, et donc une augmentation des frottements et un échauffement plus important.

La figure (VI.19) présente la variation de la température maximale de l'arbre en fonction de l'excentricité relative, où on peut noter que cette température est légèrement modifiée par l'augmentation de la charge.

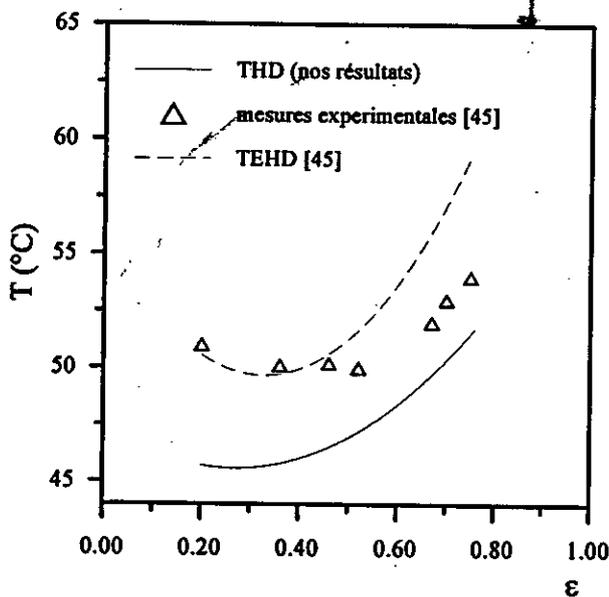


Fig. (VI.18) Evolution de la température de la surface intérieure du coussinet en fonction de l'excentricité relative.

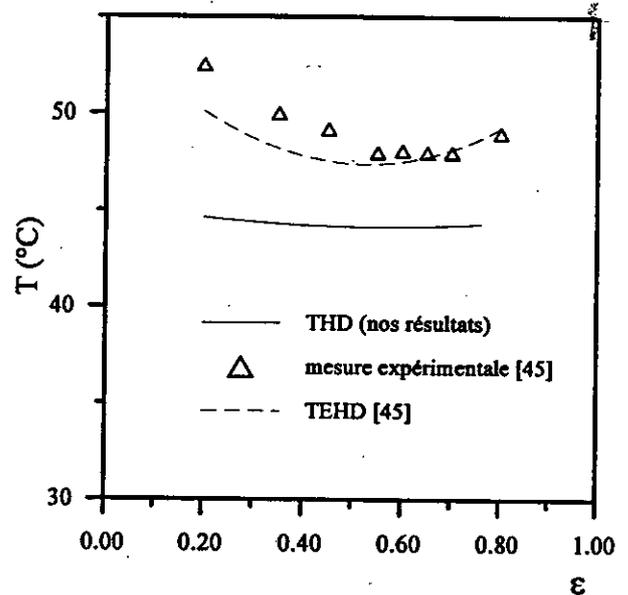


Fig. (VI.19) Evolution de la température de la surface de l'arbre en fonction de l'excentricité relative.

Les figures (VI.20) et (VI.21) représentent respectivement la variation de la pression maximale dans le film et la variation de la charge que peut supporter le palier. on constate que la charge augmente avec l'excentricité relative, c'est à dire qu'à chaque fois que la charge augmente, il faut diminuer l'épaisseur pour augmenter la portance afin d'équilibrer la charge imposée. Nous constatons que la courbe obtenue

a la même allure que celle obtenue théoriquement et expérimentalement par Boncopain[45]

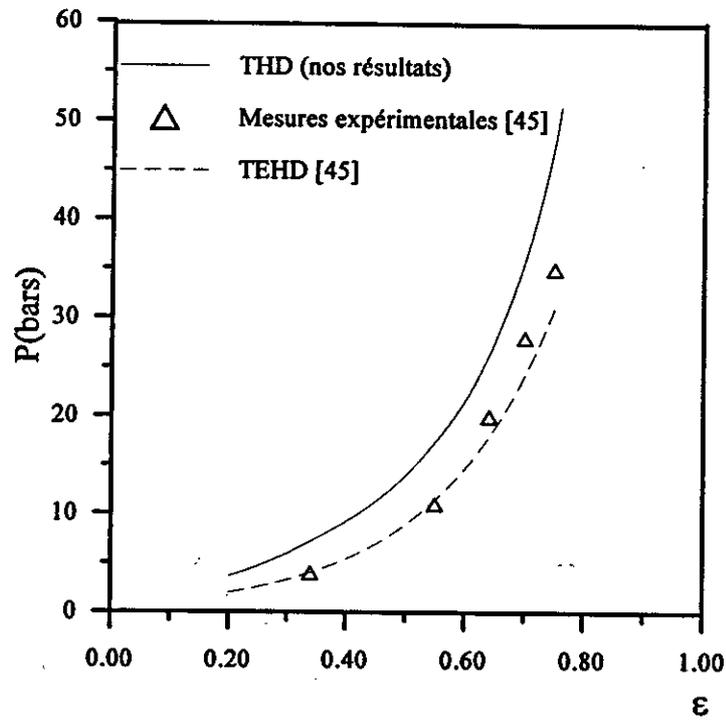


Fig. (VI.20) Variation de la pression maximale dans le film en fonction de l'excentricité relative.

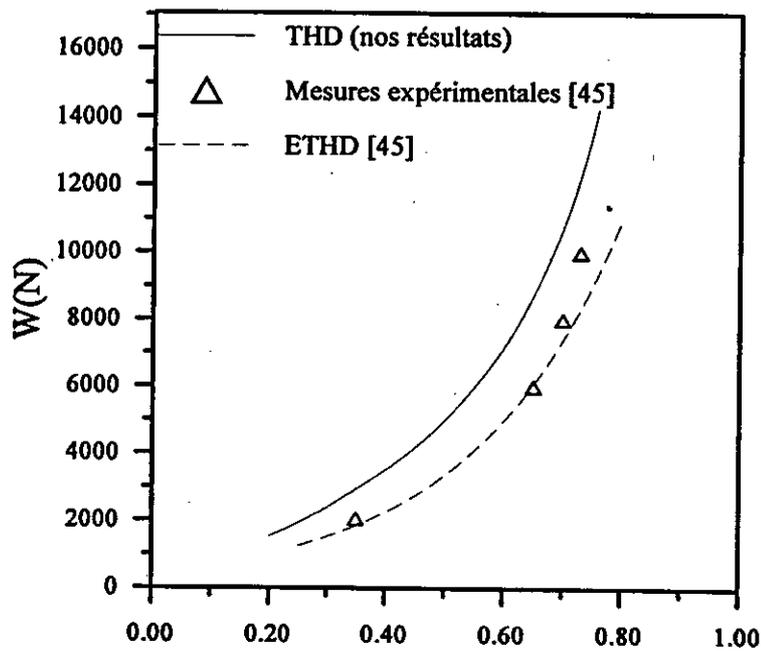


Fig. (VI.21) Variation de la charge en fonction de l'excentricité relative.

VI - 3 - Analyse des écoulements non laminaire

Pour cette partie d'analyse, on présente les résultats obtenus pour le cas d'un palier fonctionnant en régime non-laminaire. En premier lieu, on calcule toutes les caractéristiques statiques d'un palier et on présente une étude paramétrique, on s'intéresse plus particulièrement à étudier l'influence du nombre de Reynolds moyen et l'excentricité relative sur le comportement du palier.

VI - 3 - 1 - Étude paramétrique

Dans la figure (VI.22), on présente la variation de la pression en fonction de la coordonnée circonférentielle. On remarque que l'augmentation de nombre de Reynolds moyen provoque une large augmentation du champ de pression. Cette augmentation provoque une augmentation de la charge donc une augmentation de l'excentricité relative.

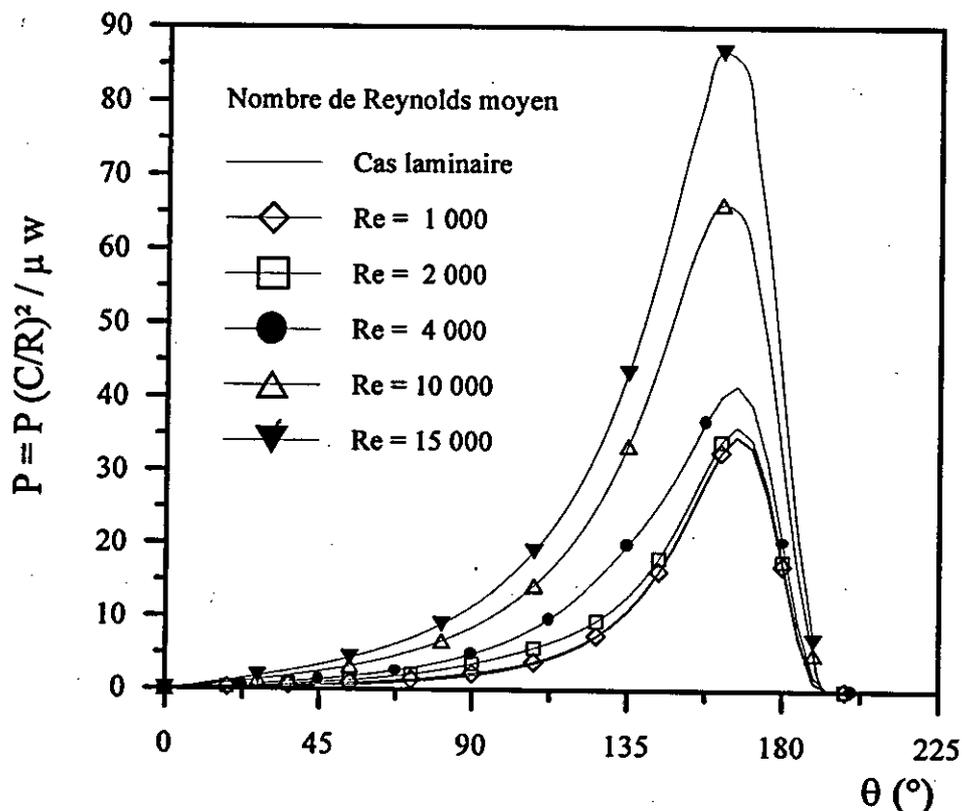


Fig. (VI.22). Répartition de la pression en régime non laminaire en fonction de la coordonnée circonférentielle.

On peut conclure que pour l'utilisation des paliers de grandes dimensions et tournant à grande vitesse ou bien l'utilisation de lubrifiants (huiles) de faible viscosité dynamique, provoque une variation considérable dans le comportement du palier, et la théorie laminaire n'est plus précise.

On présente sur la figure (VI.23), la variation de l'angle de calage en fonction de l'excentricité relative. La figure (VI.24) montre la variation de la charge en fonction de l'excentricité relative pour différents nombres de Reynolds moyens, On constate que la charge est considérablement modifiée par l'augmentation du nombre de Reynolds moyen, donc une diminution du nombre de sommerfeld figure(VI.25).

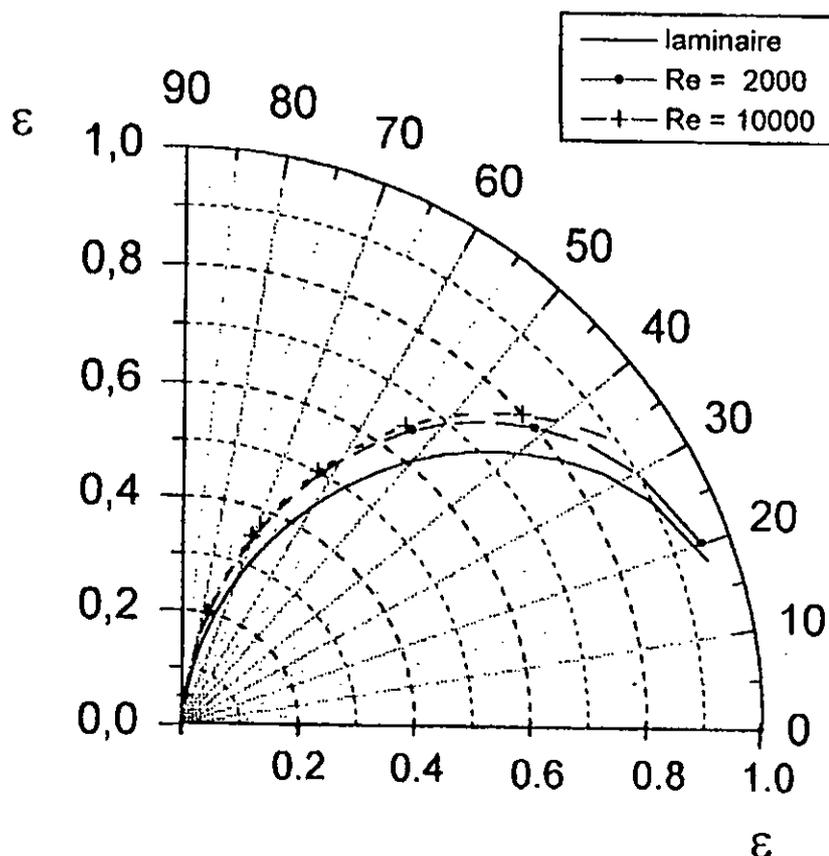


Fig. (VI.23). Variation de l'angle de calage en fonction de l'excentricité relative

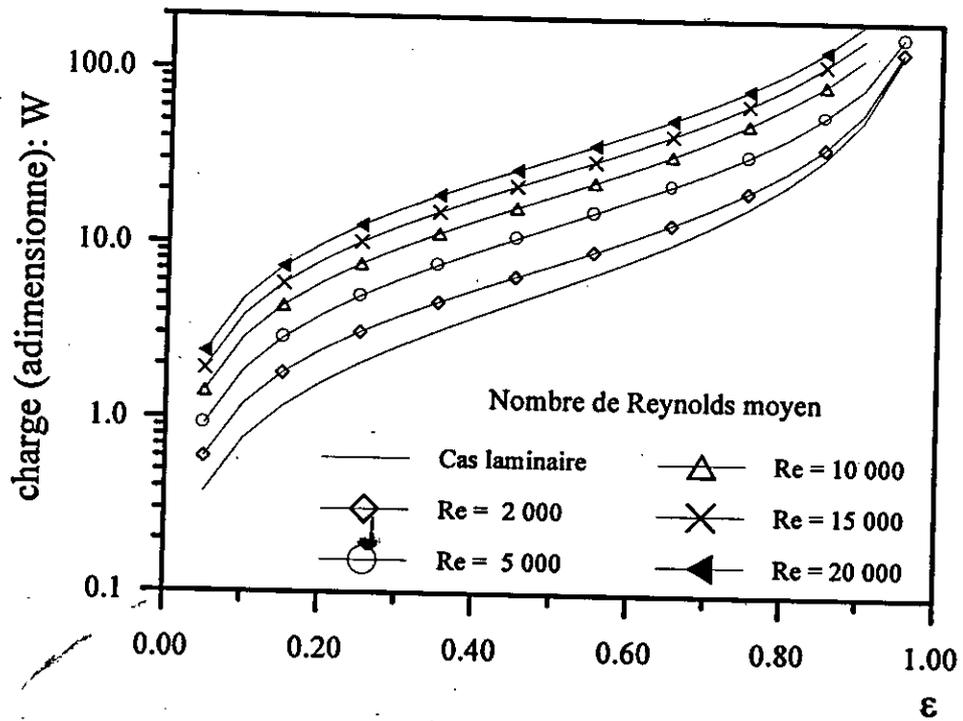


Fig. (VI.24). Variation de la charge en fonction de l'excentricité relative

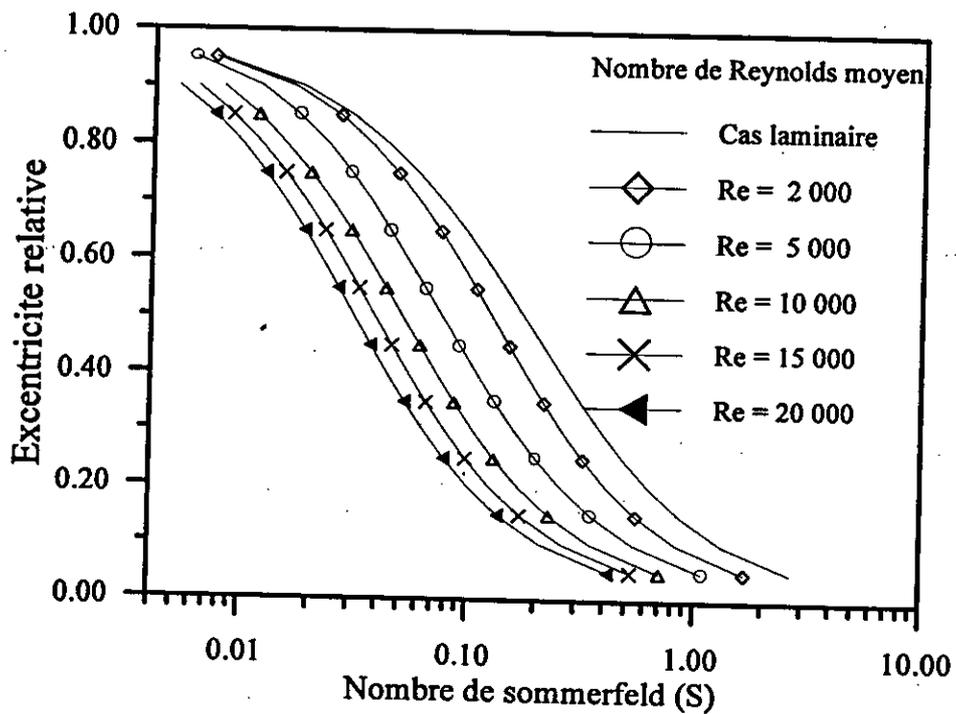


Fig. (VI.25). Variation de l'excentricité relative en fonction du nombre de sommerfeld.

On présente sur la figure(VI.26) la variation du débit en fonction de l'excentricité relative pour différentes valeurs du nombre de Reynolds moyen. On remarque que l'écart de débit est plus important pour les valeurs élevées de l'excentricité relative, donc là où le régime est complètement turbulent.

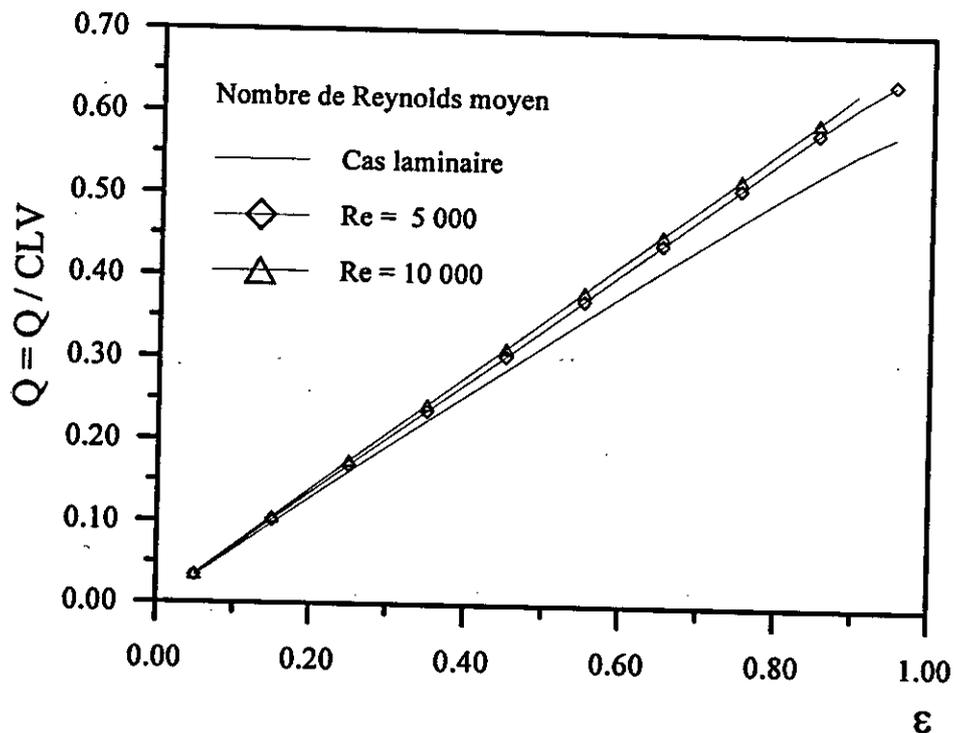


Fig. (VI.26). Variation du débit axial en fonction de l'excentricité relative.

La figure (VI.27). présente l'évolution du couple de frottement en fonction de l'excentricité relative pour différentes valeurs de nombre de Reynolds. On constate que le couple de frottement augmente considérablement avec l'augmentation du nombre de Reynolds moyen. Il devient plus important dans le cas de grandes excentricités relatives.

On peut conclure que la négligence des effets de la turbulence dans la conception des paliers, l'erreur commise est très importante et les risques d'avarie sont accru.

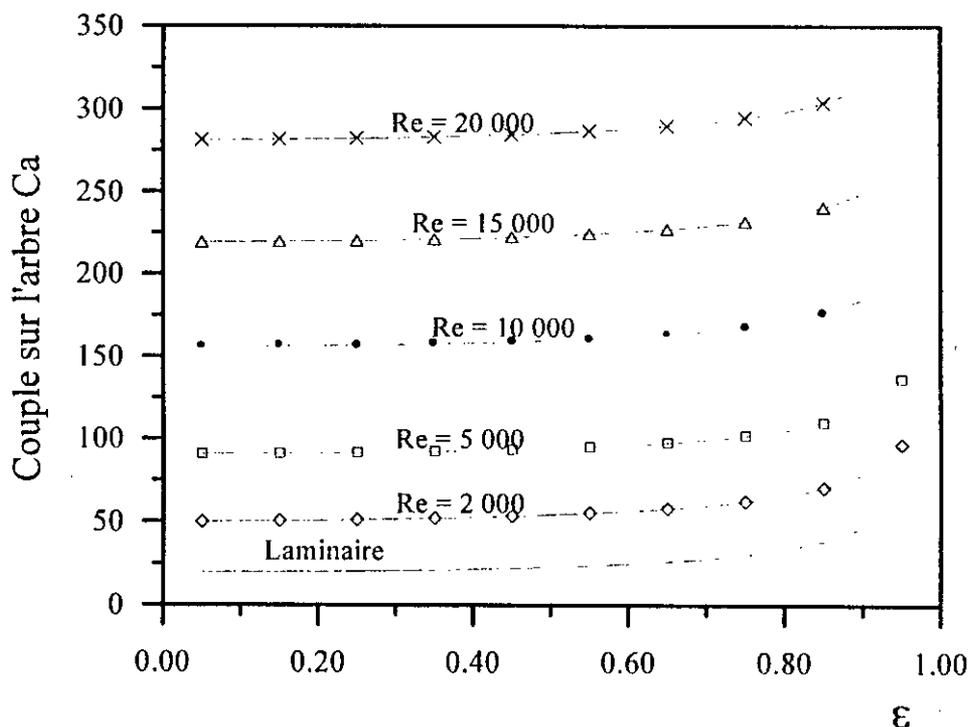
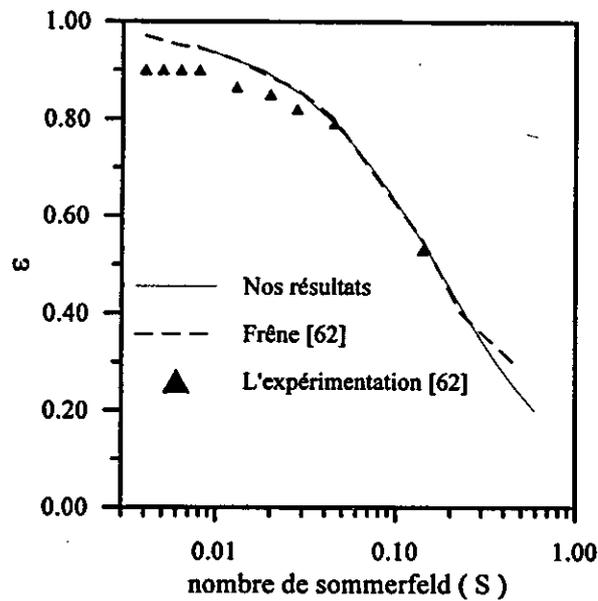


Fig. (VI.27). Variation du couple sur l'arbre C_a en fonction de l'excentricité relative

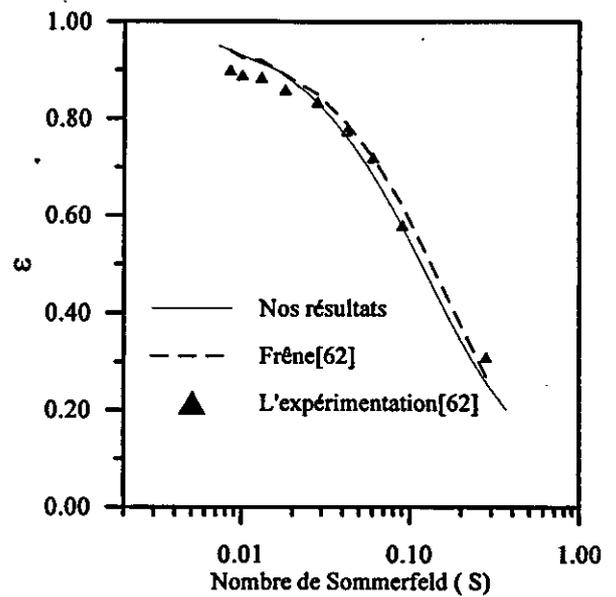
VI - 3 - 2 - Comparaison des résultats :

Dans cette partie, on essaye de valider nos résultats, en les comparant aux résultats expérimentaux et théoriques obtenus par Frêne[62]. Dans la figure (VI.28), on a présenté la variation de l'excentricité relative en fonction du nombre de Sommerfeld, pour les données géométriques suivantes ($L/D = 1$ et $C/R = 0.003$). On constate une très bonne approche entre les différents résultats.

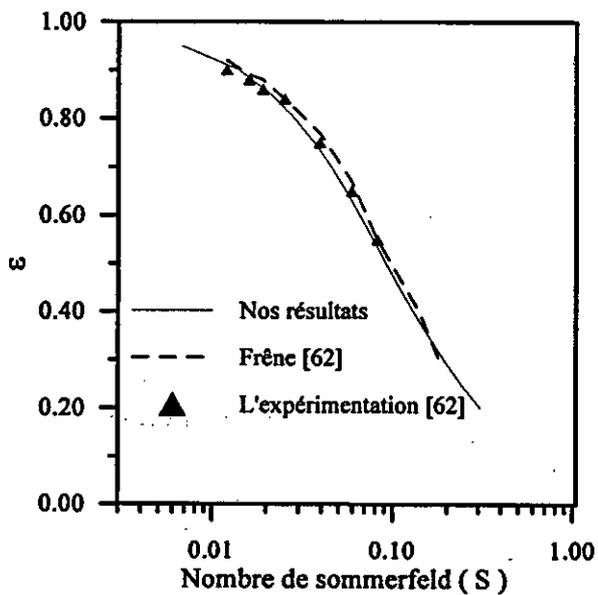
La figure (VI.29), montre la variation du nombre de Sommerfeld en fonction de la vitesse de rotation pour différentes excentricités relatives. On constate que pour le régime laminaire le nombre de Sommerfeld est invariable pour n'importe quelle vitesse de rotation. Mais pour le régime non-laminaire on a une diminution pour des grandes valeurs de rotation. On remarque aussi la concordance des résultats expérimentaux et les résultats théoriques avec ceux qu'on a calculé.



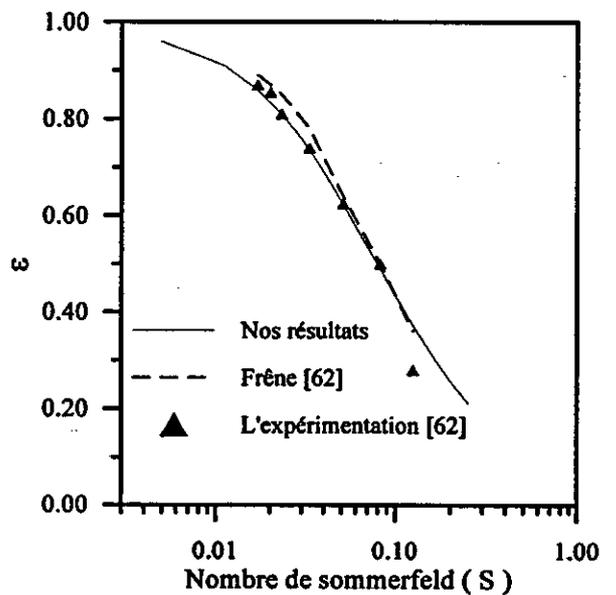
a)- $Re = 1185$



b)- $Re = 2370$



c)- $Re = 3555$



d)- $Re = 4740$

Fig. (VI.28). Variation de l'excentricité relative avec le nombre de Sommerfeld pour différents nombre de Reynolds.

La variation du couple de frottement en fonction de la vitesse de rotation pour différentes charges a été présentée sur la figure (VI.30). On note que pour une charge faible on a une bonne approche des résultats, le cas est différent pour une charge importante.

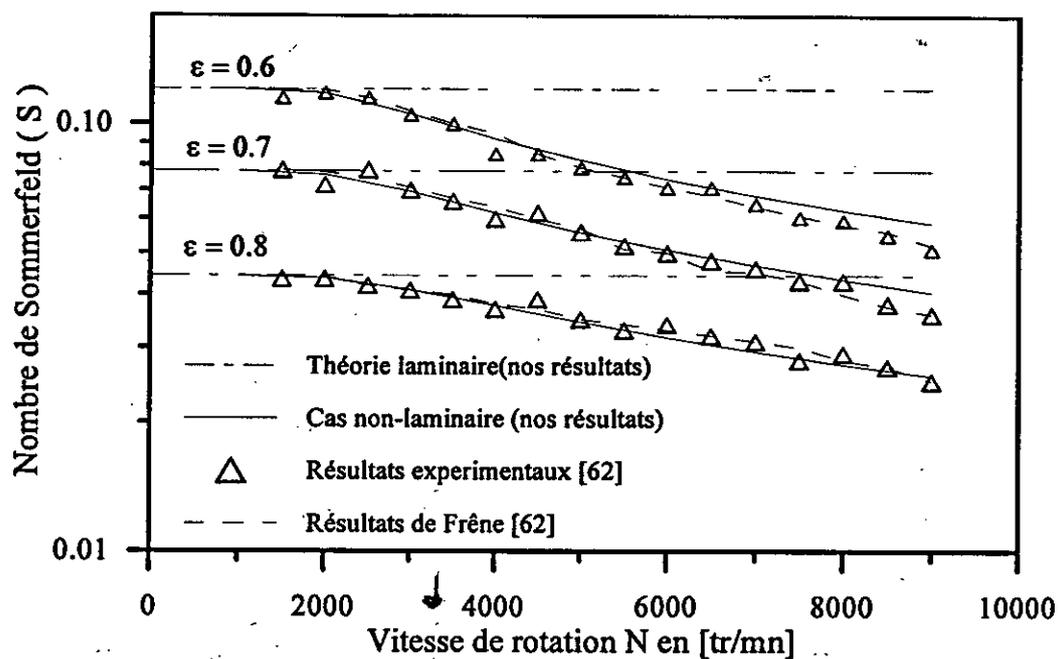


Fig. (VI.29). Variation de nombre de Sommefeld en fonction de la vitesse de rotation

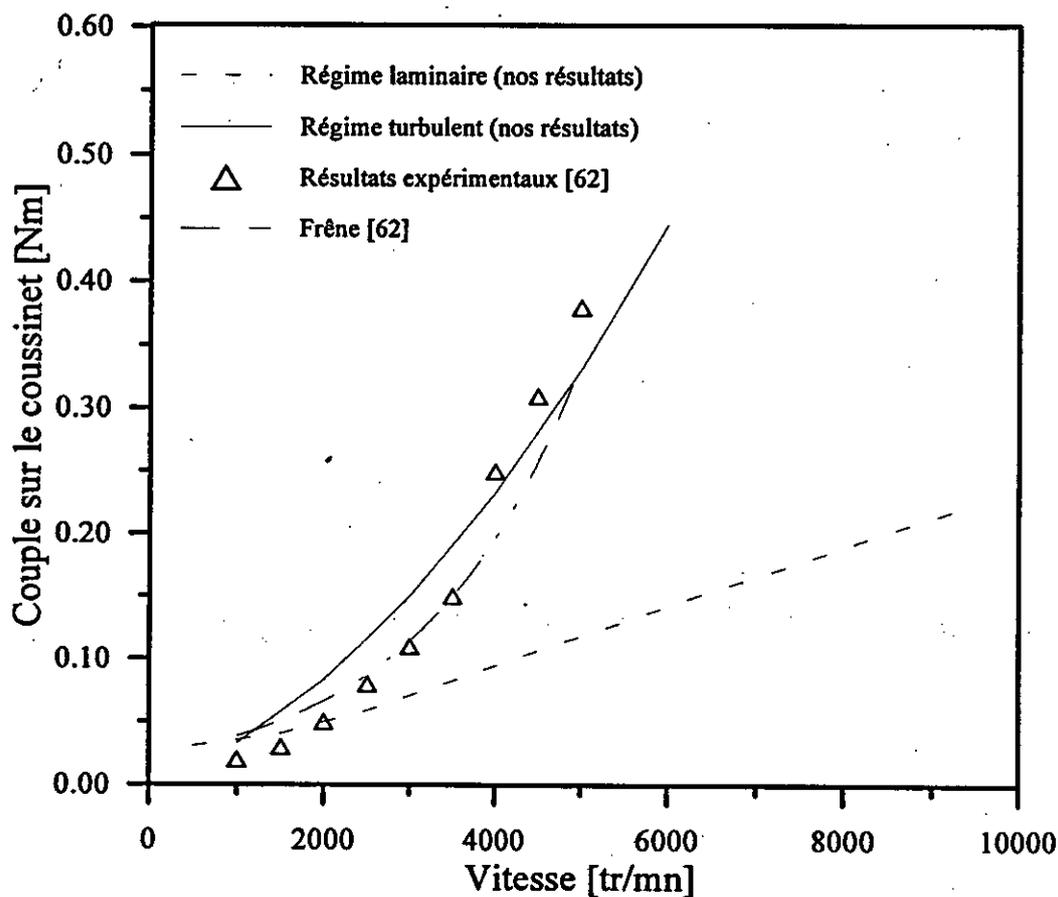


Fig.(VI. 30). Variation du couple résistant sur le coussinet en fonction de la vitesse

CONCLUSION

CONCLUSION

Dans l'analyse des problèmes réels de lubrification, on rencontre souvent des cas de fonctionnement où les propriétés intrinsèques du lubrifiant, la cinématique et la géométrie du contact font apparaître des particularités dans le contact telles que la turbulence ou un échauffement important. IL est alors indispensable de prendre en compte ces phénomènes afin de prédire correctement les performances du mécanisme. Leurs déterminations nécessitent l'utilisation des méthodes numériques.

Cette modélisation nous a permis de modéliser deux types d'écoulement:

- Le régime thermohydrodynamique laminaire
- Le régime laminaire ou régime turbulent isotherme

Dans la première partie de ce travail, la modélisation d'un contact thermohydrodynamique (THD) laminaire a été faite. Après avoir présenté brièvement les équations nécessaires à la détermination des différents champs dans le contact, un modèle de variation de viscosité avec la température a été choisi et appliqué pour obtenir la solution du problème ainsi posé et avec différentes conditions aux limites. Une validation du programme de calcul a été faite grâce à une application particulière aux paliers lisses.

Elles montrent que les caractéristiques statiques varient considérablement, et il existe un écart important entre la théorie isotherme et la théorie thermohydrodynamique dans certains cas de fonctionnement. Cet écart est d'autant plus accentué que la vitesse de rotation et la charge portante sont élevées.

D'autre part, nous avons constaté qu'il existe un petit écart entre nos résultats et les résultats expérimentaux. Cette divergence peut être une conséquence aux hypothèses posées telles que la négligence de déformation des solides, et la négligence des forces d'inertie devant les forces de viscosité et de pression.

La deuxième partie de cette étude a été consacrée à l'étude du phénomène de la lubrification en régime isotherme non laminaire. Après un bref rappel sur l'établissement de l'équation de Reynolds modifiée, la méthode de différence finie a été utilisée pour la modélisation de tout contact lubrifié fonctionnant en régime isotherme établi. Le code de calcul réalisé a été validé grâce à une application particulière aux paliers lisses où nous avons trouvé une bonne concordance entre les différents résultats, ce qui valide les modèles empiriques choisis. Sa souplesse d'utilisation, nous a permis d'étudier l'influence de différents paramètres géométriques et de fonctionnement.

Il apparaît clairement que la théorie isotherme devient imprécise au delà d'une certaine limite de données, et cette divergence devient de plus en plus importante pour une viscosité faible, une vitesse de rotation élevée ou des jeux de fonctionnement importants.

Il est clair que ce travail ne pouvait être en aucune cas parfait, vu qu'on a négligé l'aspect de l'instantanéité, et l'effet de déformation des solides sous les différents effets en particulier les effets thermiques et finalement la négligence des effets d'inertie.

Le complément logique à apporté à cette étude aurait été de relier les deux parties que nous avons étudiées. Il n'existe pas à l'heure actuelle de théorie rigoureuse qui puisse regrouper ces deux parties. Nous proposons aussi, l'étude des effets d'inerties en régime turbulent. Porter ces correctives sur la modélisation permet de formaliser le problème de lubrification d'une manière plus proche de la réalité.

Les extensions possibles au code de calcul réalisé sont facilement réalisables du fait que toutes les formulations proposées par les différents chercheurs sont basées sur la forme de l'équation de Reynolds en régime laminaire. Il reste à apporter les modifications nécessaires aux coefficients de viscosité et le second membre de l'équation de Reynolds.

Notre code de calcul peut également être adapté à n'importe quel type de palier. Il suffit de changer les conditions géométriques et de fonctionnement avant la mise en œuvre du programme.

REFERENCES

BIBLIOGRAPHIQUES

BIBLIOGRAPHIE

- [1] **G. HIRN** « Sur les principaux phénomènes qui présentent les frottements immédiats » Bul. Soc. Ind. Mulhouse, 26, PP 188-277 , 1854.
- [2] **TOWER B.** « First report on friction experiment » Proc. Inst. Rech. Eng. 34, PP 632-659, 1883.
- [3] **O. REYNOLDS** « On the theory of lubrication and its application to M. Beauchamp Tower's experiment » Phil. Tran. Roy. London A177, PP 157-234, 1886.
- [4] **G. I. TAYLOR** « Stability of viscous liquid constrained between two rotating cylinders » Philosophical transactions, series :A, Vol :233, PP :289-343, 1923.
- [5] **A. KINGSBURY** « Heat effects in lubricating films » Mechanical Engineering, N°55, PP 685-688, 1933.
- [6] **A. FOGG** « Fluid film lubrication of parallel Thrust surfaces » Proc. I.M.E. Vol 155, P 49, 1946.
- [7] **D. G. CHRISTOPHERSON** « A new mathematical method for the solution of film lubrication problems » Proc. I.M.E. , Vol 146, PP 126-194, 1941.
- [8] **A. CAMERON et W.L.WOOD** « Parallel surface thrust bearings » Proc. I.M.E., 6th Inst. Congr. Appli. Mech., 1946, republié dans Tran ASLE, Vol : 1, P : 254, 1959.
- [9] **M. S. SHARE** « An analysis of the parallel surface thrust bearings » Trans, ASLM, P : 38, 1969.
- [10] **G. VOGELPHOHL** « Der Übergang der reibungsarmen von großen aus der schmierschicht in die gleitflächen » V.D.I Forschungschift, P : 425, 1949.
- [11] **G. VOGELPHOHL** « Die temperaturverteilung in schmierschichten zwischen parallelen reibungsarm durch lassigen wänden ». Z. angen. Math. Mech. Vol : 31, P : 349, 1951.
- [12] **O. C. ZIENKIEWICZ** « temperature distribution within lubricating film between parallel surfaces and its effect on the pressure developed » Proc. Conf. Lub. Wear. I.M.E. P : 135, 1957.
- [13] **A. CAMERON** « The viscosity Wedge » Trans. ASLE Vol : 1, P : 248, 1959.
- [14] **W. F. COPE** « The hydrodynamical theory of film lubrication » Proc. Roy. Soc. London, Vol. : 197, PP 201-217, 1949.

- [15] E. SAIBEL and W. GUILINGER « The effect of heat conductance : on slider bearings characteristics » Trans. ASME. , PP 800-806, 1958.
- [16] V. N. CONSTANTINESCU « Consiratii asupra lubrificatiei tridimensionale in regim turbulent », studii si cercetari de mecanica. Aplicata, Tome : 4, N°10, Acad R.P.R, PP :1093-1112, 1959.
- [17] C. W. NG and C. H. T. PAN « A linearized turbulent lubrication theory » Trans. ASME, series :D, vol :87, N°3, PP : 675 – 688, 1965.
- [18] V. N. CONSTANTINESCU, C. H. T. PAN, SMALLEY, VOHR « Lubrication phenomena in a film of flow kinematic viscosity » Revue tech. Mech. Appli., T :15, N°2, PP :479-502, 1970.
- [19] H. G. ERLIOD and C. W. NG « A theory of fluid film and its application to bearings » Journal of lubrication mech. Trans. SAME, series :F, Vol :89, N°3, PP :346-362, 1967.
- [20] V. N. CONSTANTINESCU « Basic relation ships in turbulent lubrication and their extension no include thermal effects » Journal of lubrication technology, Trans. ASME, Series :F, PP :147-154, Vol :95, 1973.
- [21] W. B. HUNTER et O. C. ZIENKIEWICZ « Effet of temperature variation accross the lubricants films in the theory of hydrodynamic lubrication journal of mecanical engineering science, Vol. 2, PP 52-58, 1960.
- [22] O. PINKUS and B. STERNLICHT « The maximum temperature profile in journal bearings » Trans. ASME 1957.
- [23] N. TIPEI, A. NICA and L. BEINER « A thermodynamic analysis of sliding bearings » Rev. Romain. Science tech. Mec. Appli., Tome : 15, N°1, PP 193-217, 1970.
- [24] O. PINKUS and S. BUPARA « Adiabatic solutions for finite journal bearings » Journal of lubrication, tribology, Vol. 101, PP 492-496, 1979.
- [25] D. DAWSON and J. D. HUDSON « Thermohydrodynamic analysis of the infinite slider bearing : Part I : The plane inclined slider bearing » Proc. I.M.E. Lubrication and Wear convection, PP 34-44, 1963.
- [26] D. DAWSON and J. D. HUDSON « Thermohydrodynamic analysis of the infinite slider bearing : Part II : The parrallel surface bearing » Proc. I.M.E. Lubrication and Wear convection, PP 45-51, 1963.
- [27] W. F. HUGHES et F. OSTERLE « Temperature effets in journal bearings lubrication » Trans. Am. Soc. Lubric. Engrgs, Vol : 1, N°1, 1958.

- [28] HAKAUSON «The journal bearings considering variable viscosity» Trans. Chalmers. University tech, P : 298, 1965.
- [29] Mc. H. CALLION et AL « The influence of viscosity variation with temperature, On journal bearing performance » Proc. I, Mech. F, P : 181 paper 2, 1966.
- [30] R. G. WOOLACOTT « The performance at high speed of complete plain journal bearing with a single hole oil inlet » N.E.L. Report N°194, 1965.
- [31] A. SEIREG and EZZAT « Thermohydrodynamic phenomena in fluid film lubrication » Journal of lubrication technology, PP 187-194, 1973.
- [32] A. SEIREG and S. DANDAGE « Empirical design procedure for the thermohydrodynamic behaviour of journal bearing » ASME Paper N°81.
- [33] J. FERRON et J. FRENE « Etude thermohydrodynamique des paliers lisses, constructions d'une machine d'essai » DGRST – Décision N°87-7-2235, 1980.
- [34] J. FERRON et J. FRENE « Etude thermohydrodynamique des paliers lisses, Résultats expérimentaux » DGRST – Décision N°80-7-0657, 1982.
- [35] J. FERRON « Contribution à l'étude des phénomènes thermiques dans les paliers hydrodynamiques » Thèse de 3^{ème} Cycle, Université de Poitiers 1982.
- [36] R. C. Di-PRIMA « A note on the stability of flow in loaded journal bearings » ASLE. Trans., Vol :6, N°3, PP :249-253, 1963.
- [37] G. S. RITCHIE « On the stability of viscous flow between eccentric rotating cylinders, Journal of fluid mechanics, Vol :32, Part : 1, PP : 131-144, 1968.
- [38] J. FRENE and M. GODET « Transition from laminar to Taylor vortex flow in journal bearing » Tribology, Vol :4, N°4, PP :216-217, 1971.
- [39] J. FRENE and M. GODET « Detection of Taylor vortex transition in very small clearances by hot film wall anemometry tribology, Vol :6, N°5, PP :178-183, 1973.
- [40] J. FRENE and M. GODET « Flow transition criteria in a journal bearing » Trans. ASME. Journal of lubrication techno. Series :F, Vol :96, N°1, PP :135-140, 1974.
- [41] D. NICOLAS « Les régimes non laminaire en lubrification, réduction des frottement par addition de polymères » Thèse de doctorat es-sciences, INSA, Lyon 1979.
- [42] R. BONCOMPAIN et J. FRENE « Modélisation de la portance due à l'effet thermique dans les paliers lisses, détermination des cartes de température » Mécanique, Matériaux, Electricité, Revue du GAMI, N°347-348, PP 465-474, 1978.
- [43] R. BONCOMPAIN and J. FRENE « Thermohydrodynamic analysis of a finite journal bearings –static and dynamic characteristics » Proceeding of the 6th Leeds-

- Lyon Symposium on tribology . Thermal effects in tribology. Published by mech. Eng. Publi. LTD PP 33-41, 1980.
- [44] **R. BONCOMPAIN et J. FRENE** « Etude thermohydrodynamique des paliers lisses, détermination thermique des caractéristiques de fonctionnement », Compte rendu de fin d'étude d'une recherche financée par la DGRST. Décision d'aide N°Mec 78-7-2236, 1980.
- [45] **R. BONCOMPAIN** « Les paliers lisses en régime thermohydrodynamique, Aspects théoriques et expérimentaux » Thèse de doctorat es-sciences présenté devant l'université de Poitiers, 1984.
- [46] **B. BOU-SAID** « La lubrification a base pression par la méthode des éléments finis, application aux paliers lisses » Thèse de doctorat es-sciences présenté a l'université de Lyon 1985.
- [47] **MASATO TANAKA, YUNICHI MITSUI and YUKIO HORI** « An experimental investigation, on the temperature distribution in circulaire journal bearings » Journal of tribology, Vol. 108, PP 621-627, 1986.
- [48] **M. FILLON, H. DESBORDES, J. FRENE, C. HAN HEW WAI** « A global approach of thermal effects including pad déformations in tilting pad journal bearings, submitted to unbalance load » Journal of tribology, ISSN 0742-4787, Vol : 118, N°1, PP : 169-174, 1996.
- [49] **M. T. MT, C. M. TAYLOR, G. W. STACHOWIAK** « An experimental investigation of thermal effects in circulaire and elliptical plain journal bearings » Tribology international, ISSN 030-1-679x, Vol :29, N°1, PP : 19-26, 1996.
- [50] **D. C. SUN** « Equations used in hydrodynamic lubrication » Lubrication Engineering, ISSN : 0024-7154, Vol. :53, N°1, PP 18-25, 1997.
- [51] **G. BAYADA** « Sur quelques problèmes de modélisations en mécanique des films minces » XI Congrès de mathématiques appliquées, Actes du congrès Vigo, P:11, 1997.
- [52] **J. RAMESH, B. C. MAJUMDAR, N. S. RAO** « Thermohydrodynamic analysis of submerged oil journal bearings considering surface roughness effetcts » Journal of tribology, ISSN 0742-4787 Vol. :119, N°1, PP :100-106, 1997.
- [53] **J. P. CHAOMLEFFEL, D. NICOLAS** « Caractéristiques statiques et dynamiques d'un palier hybride en régime non-laminaire » session :II, « moyens d'investigation nouveaux méthodes de calcul » EURITRIB, 1985.

- [54] M. GUILLIEN, B. BOU-SAÏD, D. NELIAS, PH. SAINOT « Influence de la turbulence et les effets d'inertie sur les caractéristiques des paliers amortisseurs » Eight world congress on the theory of machines and mechanisms, Prague, Vol :5, PP :1429-1432, 1991.
- [55] L. BOUARD, M. FILLON, J. FRENE, G. W. STACHOWIAK « Comparaison between three turbulent modes : application to thermohydrodynamic performances of tilting pad journal bearings » Tribology international, ISSN 0301-679x, Vol :29, N°1, PP :11-18, 1996.
- [56] D. DOWSON et AL « An experimental investigation of the thermal equilibrium of steadily loaded journal bearings » Proc. Inst. Mech. Eng. P : 181, 1966-1967.
- [57] A FLOQUET « Températures de contact en frottement sec, déterminations théoriques et expérimentale » Thèse Docteur-Ingénieur, Soutenu à Lyon, 1978.
- [58] DI-PRIMA R.C , STUART J-T « Non local effects in the stability of flow between eccentric rotating cylinders journal of fluid mech, Vol. 53, Part 3, PP :393-415, 1972.
- [59] FRENE J. « Tapered and thrust bearings operating in both laminar and turbulent régimes » ASLE. Trans. Vol :21, 243-249, 1969.
- [60] VOHR J. H. « An experimental study of Taylor vortices and turbulence in flow between eccentric rotating cylinders » Journal of lubrication technology, Trans, ASME, Series F, Vol 90, N°1, PP : 285-296, 1968.
- [61] CASTLE P. and MOBBS F. R. « Hydrodynamic stability of the flow between eccentric rotating cylinders ; visual observations and torque measurements » proceedings of the Inst. Mech. Eng. Vol 182, Part :3N, PP 41-52, 1968.
- [62] FRENE J. « Régime d'écoulement non laminaire en films minces, application aux paliers lisses » Thèse de Doctorat es sciences physique, présentée a l'université Claude Berbard de Lyon le 26-oct-1974.
- [63] FRENE J. et GODET M. « Plain journal bearing operating under vortex and turbulent flow conditions, comparison between experimental and theorical results » Preceeding of the second leeds Lyon symposuim « Super laminar flow in bearing » Mech. Eng. Publ., Paper X3, PP 194-198, 1975.
- [64] V. N. CONSTANTINESCU and S.GATELEUSE « On the determination of friction forces in turbulent lubrication » ASME, 8, 367-380, 1965.

-
- [65] J. A. COLE « An experiments of Taylor vortices between eccentric rotating cylinders » Proceedings of the 2nd Australian conference on hydraulics and fluid mechanics, PP: 313-320, 1965.
- [66] M. M. KAMAL « Separation in the flow between eccentric rotating cylinders » Journal of basic engineering, trans, ASME, serie: D, Vol: 88, N°4, PP: 717-724, 1966.
- [67] M. A. YOUNES, F. R. MOBBS et J. E. R. CONEY « Hydrodynamic stability of the flow between eccentric rotating cylinder with axial flow, torque measurements » Ins. Mech. Eng., Tribology convention, pp: 14-19, 1972.
- [68] M. FILLON, A. DADOUCHE « Analyse théorique et expérimentales des effets thermiques dans les butées hydrodynamiques à géométrie fixe » revue française de l'industrie, Mars 2000.