

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique

Département d'Electrotechnique
Laboratoire de Recherche en Electrotechnique

Mémoire de projet de fin d'étude pour l'obtention du diplôme d'
Ingénieur d'état en électrotechnique

Intitulé

**Dimensionnement et Optimisation d'une Machine à
Réductance Variable (MRV)**

Réalisé par
Laeticia ALIOUAT

Sous la direction de **Dr. K. Boughrara**

Soutenu publiquement le 15 juin 2016

Membres du Jury

Président : R. Ibtouen, Professeur à l'ENP
Rapporteur : K. Boughrara, Maitre de conférences à l'ENP
Examineur : R. Tahmi, Maitre de conférences à l'ENP

ENP 2016

A Mémé, je dédie ce modeste travail !

Remerciements

J'adresse mes vifs remerciements :

À mon encadreur Mr K. Boughrara, pour ses précieuses directives, sa disponibilité et ses conseils ;

Aux membres du jury : Mr R. Ibtouen et Mr R. Tahmi d'avoir accepté de évaluer ce travail ;

À Mme H. Sahraoui pour sa précieuse aide et la documentation qu'elle a mise à disposition ;

À tous les enseignants du département d'électrotechnique qui ont assuré les cours que j'ai suivi pendant mes années d'études à l'ENP ;

À mes sœurs : Sabrina, Lydhia et Melissa, et mes amies : Nassima, Samira, Katia, Imene, Selma, et Zahia pour leur soutien pendant tout le semestre ;

À mes voisines d'étage avec qui j'ai partagé le stress du derniers semestre de notre cursus : Amel, Zahra et notamment Houria qui n'a pas hésité à mettre à ma disposition son ordinateur pour faire face à la lenteur du mien pour effectuer mes calculs ;

Et bien évidemment, à MES PARENTS, à qui un simple remerciement sur une page de mémoire de projet de fin d'étude est insignifiant.

ملخص

في هذا العمل وظهرنا نموذجا تحليليا لمحرك متغير الممانعة بدلالة معاييرها الهندسية. استغلنا هذا النموذج في تعظيم الاستفادة من العزم الكهرومغناطيسي من اجل تخفيف تموجاته. أثبتنا تحسن هيكله باستعمال طريقة العناصر المحدودة. الكلمات الدالة: النمذجة التحليلية، معادلات ماكسويل، التعظيم، طريقة العناصر المحدودة، محرك متغير الممانعة.

Abstract

In this work, we have developed an analytical model of a conventional and non conventional switched reluctance motor for determining the magnetic field distribution and electromagnetic performances. We have used this model for the optimization with evolutionary algorithms of the rotor of the MRV in order to minimize its torque ripple. The analytical model has been validated by the finite element method.

Key words: Switched reluctance motor, Maxwell's equations, Optimization, Finite Element Method, Analytical modeling.

Résumé

Dans ce travail, nous avons établi un modèle analytique d'une machine à réluctance variable à double saillance conventionnelle et non conventionnelle pour la détermination de la distribution du champ dans son entrefer et les performances électromagnétiques. Nous avons exploité ce modèle pour l'optimisation par les algorithmes évolutionnaires de son rotor en vu de minimiser les ondulations du couple électromagnétique. Le modèle analytique a été validé par la méthode des éléments finis.

Mots clés : Modélisation analytique, Equations de Maxwell, Optimisation, Méthode des Élément Finis, Machine à Réluctance Variable.

Table des matières

Liste des tableaux	7
Listes des figures.....	8
Introduction Générale.....	10
Chapitre 1: Généralités sur la machine à réluctance variable.....	12
1. Introduction	12
1.1 Les type de MRV	12
1.1.1. La Machines Synchro-Réluctance.....	12
1.1.2. Les machines à réluctance variable à double saillance (SRM)	13
1.2 Structure de la MRV à double denture	13
1.3 Principe de fonctionnement des MRV	14
1.4. Expression du couple électromagnétique	16
1.4.1. Le couple dû à une phase	16
1.4.2. Le couple totale.....	17
1.5 Alimentation de la SRM.....	17
1.6 Avantages, applications et inconvénients.....	18
1.6.1. Avantages des SRM	18
1.6.2. Inconvénients.....	18
1.6.3. Applications des SRM.....	19
1.7 Conclusion.....	19
Chapitre 2 : Modélisation Analytique de la MRV.....	20
2. Introduction	20
2.1. Développement de l'équation de Poisson du potentiel vecteur	20
2.1.1. Les équations de Maxwell.....	20
2.1.2. Relations de passage.....	21
2.1.3. Formulation A	22
2.2. Résolution analytique de l'équation différentielle du potentiel vecteur magnétique	22
2.2.1. Hypothèses de calcul	23
2.2.2 Définition des différents milieux de la machine.....	23
2.2.3. Résolution de l'équation différentielle dans chaque région de la machine	24
2.2.4. Définition des conditions d'interface et détermination des solutions particulières.....	26
2.3. Calcul des performances électromagnétiques de la machine	28
2.3.1. Calcul des inductions magnétiques radiale et tangentielle	28

2.3.2. Calcul du couple électromagnétique	28
2.3.3. Calcul du flux	29
2.3.4. Calcul de l'inductance et de la mutuelle.....	30
2.4 Conclusion.....	31
Chapitre 3 : Validation du modèle analytique avec Eléments Finis.....	32
3. Introduction	32
3.1. Méthode des éléments finis	32
3.2. Dimensions de la machine.....	33
3.3. Resultats de calcul des performances de la machine.....	34
3.3.1 Résultats de calcul de la MRV conventionnelle.....	34
3.3.2 Résultats de calcul de la MRV non conventionnelle.....	38
3.4 Conclusion.....	42
Chapitre 4 : Optimisation de la MRV	43
4. Introduction	43
4.1 Optimisation	43
4.1.1 Définition de l'optimisation	43
4.1.2 Procédure générale d'optimisation	43
4.1.3 Problème d'optimisation de la MRV.....	44
4.1.4 Résultats de l'optimisation de la MRV	45
IV. 1. 5 Conclusion	47
Conclusion Générale	48
Bibliographie.....	49

Liste des tableaux

Tableau 1. 1 Différent configurations de structures selon le nombre de dents rotoriques N_r et statoriques N_s , et le nombre de phase q	13
Tableau 3. 1 Paramètres géométriques de la machine	21

Listes des figures

Figure 1. 1 Exemple de structure de machine Synchro-Réductance.....	12
Figure 1. 2 Exemple de structure de machine à réductance variable à double saillance	13
Figure 1. 3 Moteur à réductance variable avec a) une phase (2/2) b) trois phases (6/4) c) quatre phases (8/6)	15
Figure 1. 4 Principe de fonctionnement d'une SRM.....	15
Figure 1. 5 Position d'opposition et position de conjonction.....	15
Figure 1. 6 Courbe de saturation d'une SRM pour deux positions du rotor	15
Figure 1. 7 Situation de l'énergie et de la coénergie sur le plan Ψ, i	16
Figure 1. 8 Convertisseur à demi-pont asymétrique	18
Figure 2. 1 Les différents milieux de la machine	23
Figure 2. 2 Paramètres de l'encoche rotorique	24
Figure 2. 3 Paramètres de l'encoche statorique	24
Figure 3. 1 Courbe de saturation de l'acier.....	34
Figure 3. 2 Distribution de l'induction radiale dans l'entrefer en position d'alignement.....	35
Figure 3. 3 Distribution de l'induction tangentielle dans l'entrefer en position d'alignement.	35
Figure 3. 4 Distribution de l'induction radiale dans l'entrefer en position de non alignement	35
Figure 3. 5 Distribution de l'induction tangentielle dans l'entrefer en position de non alignement.....	36
Figure 3. 6 Inductance propre de la phase a en fonction de la position du rotor	37
Figure 3. 7 Couple électromagnétique statique due à la phase a en fonction de la position du rotor.....	37
Figure 3. 8 Couple instantané de la machine	38
Figure 3. 9 Distribution de l'inductance magnétique radiale dans l'entrefer en position d'alignement.....	39
Figure 3. 10 Distribution de l'inductance magnétique tangentielle dans l'entrefer en position d'alignement.....	39
Figure 3. 11 Distribution de l'inductance magnétique radiale dans l'entrefer en position de non alignement.....	40
Figure 3. 12 Distribution de l'inductance magnétique tangentielle dans l'entrefer en position de non alignement	40

Figure 3. 13 Inductance propre de la phase a en fonction de la position du rotor	41
Figure 3. 14 Inductance mutuelle des phases a et b en fonction de la position du rotor.....	41
Figure 3. 15 Couple électromagnétique statique de la phase a	41
Figure 4. 1 Couple instantané des deux machines avec modèle analytique.....	45
Figure 4. 2 Couple instantané des deux machines avec Elément Finis.....	46
Figure 4. 3 Couple instantané de la machine optimisée avec Elément Finis et modèle analytique.....	46

Introduction Générale

La MRV a été inventée il y a plus de 150 ans [1]. Malgré les avantages qu'elle présente : simplicité et faible coût de construction, robustesse, couple volumique important..., elle a longtemps été marginalisée à cause de la difficulté de son alimentation. Cependant, des techniques d'alimentation de cette machine ont vu le jour grâce au développement de l'Electronique de Puissance dans les années 80 [1]. Les industriels s'intéressent alors de plus en plus à son emploi dans différentes applications, surtout dans les environnements extrêmes [2]. Toutefois, les vibrations causées par les ondulations de son couple électromagnétique la privent de beaucoup d'applications où celles-ci ne sont pas tolérées.

Dans ce travail nous développons un modèle analytique de la MRV à partir des équations de Maxwell et nous utilisons ce modèle dans l'optimisation de son couple électromagnétique en vue de réduire ses ondulations en agissant sur des paramètres géométriques. Deux types de MRV ont été étudiés : la MRV conventionnelle et la MRV mutuellement couplée.

Dans le premier chapitre, nous présentons des généralités sur les MRV : les types de MRV, structure géométrique de la MRV à double saillance, son principe de fonctionnement et son alimentation.

Le second chapitre est consacré à la modélisation analytique de la MRV à partir des équations de Maxwell. En utilisant la méthode des sous domaines, les équations différentielles partielles représentant la distribution du potentiel vecteur dans les encoches rotorique, les encoches statorique et l'entrefer ont été établis. Une fois le potentiel vecteur dans chaque sous domaine connu d'une manière explicite, les performances électromagnétiques : inductions, inductances propres, mutuelles inductances et couple sont déterminés.

Dans le troisième chapitre, nous procédons à la validation du modèle analytique avec la méthode des éléments finis non-linéaire. Les résultats obtenus avec le modèle analytique seront comparés à ceux issus de la méthode des éléments finis. Dans cette partie, les deux types de MRV seront considérés.

Enfin, dans le quatrième chapitre, nous exploitons le modèle analytique développé dans le chapitre 2 dans l'optimisation du couple électromagnétique de la machine en fonction des ouvertures des encoches statoriques et rotoriques. En effet, la fonction objective intégrée à

l'optimiseur basé sur les algorithmes évolutionnaires est le taux d'ondulation calculé par la méthode analytique. Les variables d'optimisation considérées dans ce chapitre sont les ouvertures des encoches statoriques et rotoriques. Celles-ci affectent beaucoup les inductances et les mutuelles inductances et ainsi que le taux d'ondulation du couple électromagnétique.

Chapitre 1: Généralités sur la machine à réluctance variable

1. Introduction

La machine à réluctance variable présente de nombreux atouts dont : la simplicité de sa construction et sa robustesse, son bon fonctionnement dans les environnements extrêmes, et un couple volumique élevé. Malgré ces avantages, les machines synchrone et asynchrone ont longtemps été privilégiées, à cause de la difficulté de son alimentation. Cependant, avec l'essor de l'électronique de puissance, la MRV a eu un regain d'intérêt ces dernières années, avec les industriels qui s'intéressent à son utilisation dans de nombreuses applications, et les scientifiques qui ne cessent d'effectuer des études pour améliorer ses performances, notamment son couple dont les ondulations sont particulièrement élevées.

1.1 Les type de MRV

Il existe principalement deux types de MRV [1], [3]:

1.1.1. La Machines Synchro-Réluctance

Il s'agit de la machine synchrone classique à pôles saillants rotoriques non bobinés (*Figure 1.1*). Elle utilise la variation de la réluctance due au profil du rotor, le stator étant supposé lisse. Elle est alimentée par une source de courants alternatifs : c'est une machine à champ tournant.

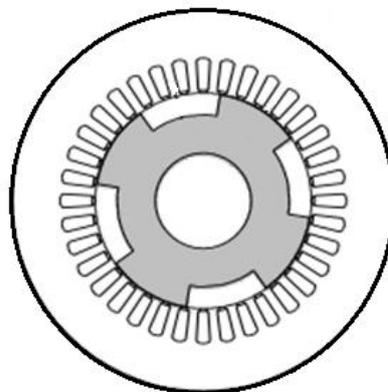


Figure 1.1 Exemple de structure de machine Synchro-Réluctance [4]

1.1.2. Les machines à réluctance variable à double saillance (SRM)

Ces machines utilisent systématiquement l'effet de réluctance variable, c'est-à-dire que pour renforcer cet effet on utilise la saillance du fer du stator et celle du rotor [3] (*Figure 1.2*).

La machine est en général, alimentée par un courant unidirectionnel commuté et son champ est alors, pulsé: elle est dite machine à commutation (En Anglais : **Switched Reluctance Motor**).

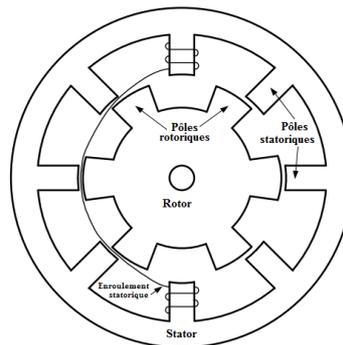


Figure 1.2 Exemple de structure de machine à réluctance variable à double saillance [5]

1.2 Structure de la MRV à double denture

Les SRM sont construites d'empilages de tôles magnétiques dentées. Les dents diamétralement opposées du stator contiennent des enroulements concentriques qui constituent les phases de la machine, tandis que le rotor est dépourvu de tout bobinage ou aimant.

Il existe différentes configurations de structures de SRM selon le nombre de dents rotoriques N_r et statoriques N_s , et de nombre de phases q , et de paires de pôle p . Celles-ci sont résumées dans le *Tableau 1.1*:

p	2								3						4		
N_s	4	6	6	6	8	8	10	10	9	9	12	12	15	15	12	12	16
N_r	2	2	4	8	6	10	8	12	6	12	9	15	12	18	8	16	12
q	2	3	3	3	4	4	5	5	3	3	4	4	5	5	3	3	4

Tableau 1. 1 Différentes configurations de structures de MRV [1]

L'ondulation du couple diminue avec le nombre de phases, mais en général celui-ci ne dépasse pas 5, à cause de l'augmentation du coût du convertisseur statique que cela entraîne [3].

Des exemples de structures de MRV sont illustrés dans la (*Figure 1.3*)

La première MRV présentée à la [*Figure 1.3 (a)*] est une machine monophasée avec 2 dents au niveau de chaque armature, la deuxième est une machine triphasée avec 6 dents statoriques et 4 dents rotoriques [*Figure 1.3 (b)*], enfin, la troisième est une MRV tétraphasée avec 8 dents statoriques et 6 dents rotoriques [*Figure 1.3 (c)*].

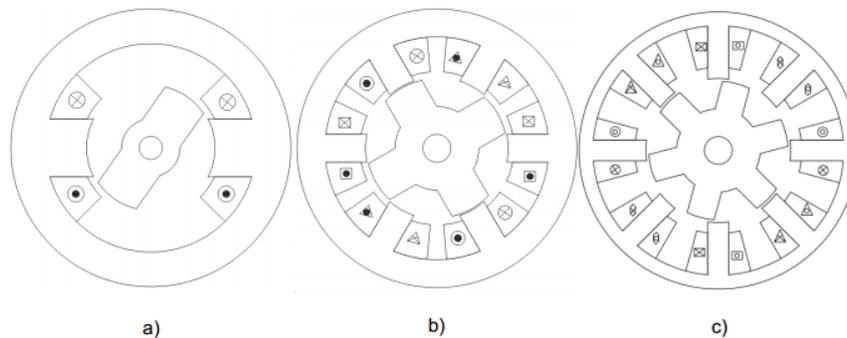
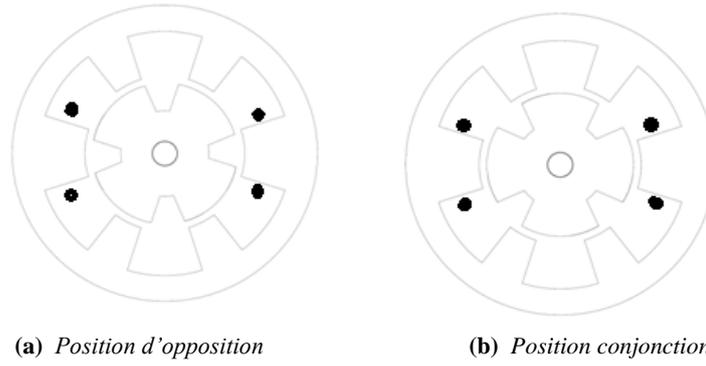


Figure 1. 3 Moteur à réluctance variable avec a) une phase (2/2) b) trois phases (6/4) c) quatre phases (8/6)[7]

La première n'est utilisée que dans des applications particulières ne nécessitant pas un couple élevé [1].

1.3 Principe de fonctionnement des MRV

Le principe de fonctionnement des MRV est basé sur la variation d'énergie entre deux positions remarquables : la position de conjonction (*Figure 1.4 (a)*) (ou alignement) et la position d'opposition (*Figure 1.4 (b)*) (ou non-alignement). Si la machine est alimentée entre les deux positions, le rotor se déplace vers la position de conjonction pour faciliter le passage du flux (position de réluctance minimale).

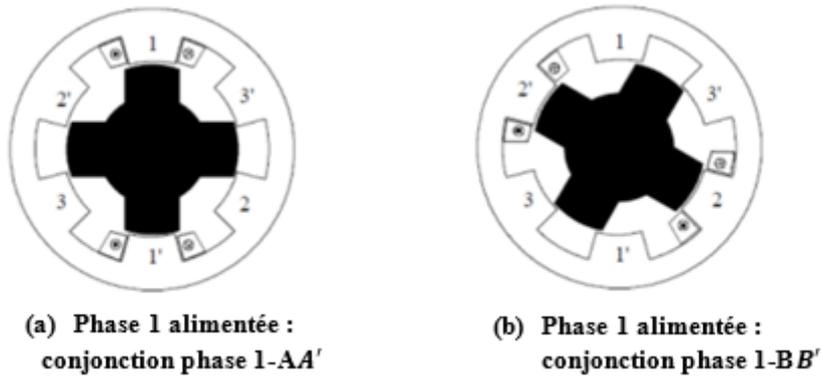
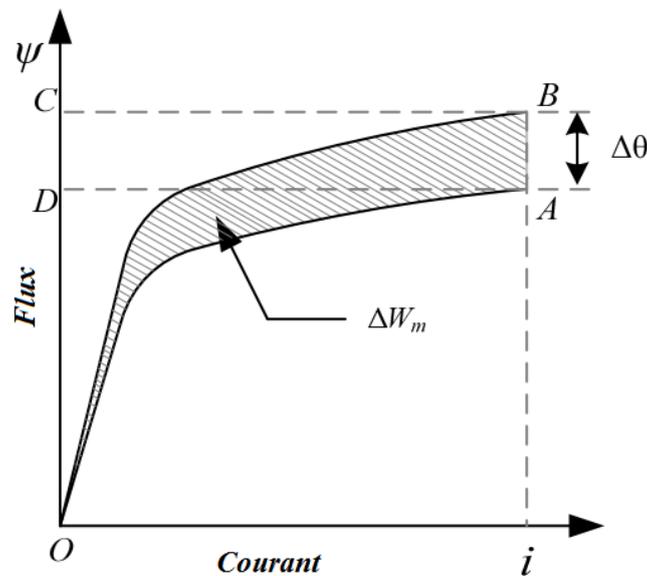


(a) Position d'opposition

(b) Position conjunction

Figure 1. 4 Position d'opposition et position de conjunction

En alimentant la phase 1 de la machine représenté sur la [Figure 1.5 (a)], le circuit magnétique tend à se positionner en position de réluctance minimale, le rotor tourne alors vers la position de conjunction « phase 1- AA' ». Si on alimente la phase 2, les dents BB' viennent en conjunction de celle-ci.

(a) Phase 1 alimentée :
conjunction phase 1-AA'(b) Phase 1 alimentée :
conjunction phase 1-BB'**Figure 1. 5** Principe de fonctionnement d'une SRM [6]**Figure 1. 6** Courbe de saturation d'une SRM pour deux positions du rotor [5]

Soient les courbes de saturation de la machine lorsque seule la phase 2 est alimentée (*Figure 1.6*). Le point B correspond au moment où la phase 1 est éteinte et la phase 2 allumée, le point A à celle de la conjonction 2-BB', et $\Delta\theta$ l'angle de déplacement que fait le rotor entre les deux positions.

L'énergie échangée avec la source pendant ce déplacement est :

$$We = \int i v dt = \int i \frac{d\psi}{dt} dt = \int i d\psi = ABCD \quad (1.1)$$

Celle-ci est aussi la variation d'énergie entre les deux positions :

$$We = OBC - OAD \quad (1.2)$$

En effet, la machine tourne pour assurer une position d'énergie minimale, et donc plus stable.

De la même façon, le rotor tourne dans le même sens si on éteint la phase 2 et qu'on alimente la phase 3. On a ainsi une rotation de la machine dans le sens des aiguilles d'une montre avec la succession des phases 1, 2, 3. L'interversion de deux phases engendre le changement du sens de rotation du rotor.

1.4. Expression du couple électromagnétique

1.4.1. Le couple dû à une phase

La coénergie magnétique de la machine lors de l'injection d'un courant i donné dans l'enroulement d'une phase (*Figure 1.7*) est [3], [7] :

$$W' = \int_0^i \psi di \quad (1.3)$$

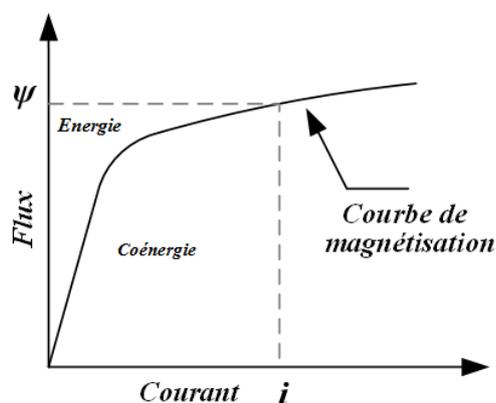


Figure 1.7 Situation de l'énergie et de la coénergie sur le plan Ψ, i [5]

Et en dehors de la saturation, le flux produit par cette phase est exprimé en fonction de son inductance L par :

$$\Psi(\theta, i) = L(\theta, i) \cdot i. \quad (1.4)$$

Or, le couple dû à une seule phase est donné par [3], [7] :

$$C = \left[\frac{\partial W}{\partial \theta} \right] i = \text{const} \quad (1.5)$$

L'expression du couple électromagnétique dû à une phase, à un courant donné, est alors :

$$C = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta} i^2 \quad (1.6)$$

1.4.2. Le couple totale

Si on ne prend pas en compte la saturation, les phases sont magnétiquement indépendantes et le couple total est égal à la somme des couples développés par les trois phases séparément [5] :

$$C = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial L_a(\theta)}{\partial \theta} i_a^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial L_b(\theta)}{\partial \theta} i_b^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial L_c(\theta)}{\partial \theta} i_c^2 \quad (1.7)$$

1.5 Alimentation de la SRM

Le couple de la SRM ne dépend pas du sens du courant dans la phase du moteur (Equation (1.7)). Celle-ci ne nécessite pas une alimentation bipolaire. L'avantage de l'utilisation d'une alimentation unipolaire est la réduction du nombre de composants nécessaire pour la construction du convertisseur, ce qui diminue le coût de sa réalisation.

La structure de convertisseur la plus utilisée est la structure classique à demi pont asymétrique (Figure 1. 7) [1] [2].

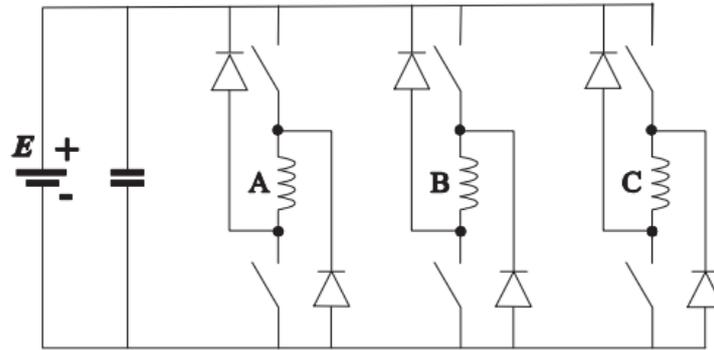


Figure 1.8 Convertisseur à demi-pont asymétrique [2]

L'excitation est effectuée en débloquant les deux interrupteurs en série avec la phase à exciter. La régulation de courant peut être réalisée en agissant sur un ou les deux interrupteurs en série en même temps, durant la période de conduction.

La désexcitation des phases est exécutée en bloquant les deux interrupteurs de la phase. Les diodes commencent à conduire permettant à l'énergie stockée pendant la période de conduction d'être retournée à la source [1].

1.6 Avantages, applications et inconvénients

1.6.1. Avantages des SRM

- Structure rotorique simple, robuste, sans bobinages ni conducteurs rotoriques ou aimants permanents.
- Faible inertie, et fort couple massique.
- Faible coût de fabrication et de maintenance.
- Excellentes performances dans des environnements extrêmes.
- Grande tolérance aux défauts.
- Grande capacité de surcharge de courte durée.
- Diminution du coût du convertisseur par l'unipolarité du courant.

1.6.2. Inconvénients

- L'ondulation du couple provoque des vibrations de la machine.
- La forte saturation engendre un bruit acoustique important.
- Son alimentation nécessite une électronique de puissance qui augmente le coût de l'ensemble MRV-convertisseur.

1.6.3. Applications des SRM

Malgré les inconvénients que présente la SRM, ses qualités ont conduit à son développement et son utilisation dans plusieurs application industrielles, telles que :

- L'électroménager
- Industrie automobile (moteur d'accessoires automobiles)
- Fabrication des machines à outils
- Traction électrique, industries des véhicules hybrides
- Climatisation de l'air cycle dans un train, avec une puissance de 40 kW et une vitesse nominales de 3,0 104tr/min [5]
- Transport de charbon dans la mine de Selby au Royaume-Uni. La vitesse de la machine varie de 0 à 2000 tr/min et la puissance nominale est de 300 kW [5]

1.7 Conclusion

La SRM est la machine la plus simple à construire et la plus économique. Ces performances sont au même niveau que celles des machines synchrones à aimant permanents et asynchrone et la maîtrise de son alimentation, grâce à l'électronique de puissance, la rend concurrentes de ces dernières dans beaucoup d'applications industrielles. Cependant, elle produit un couple à fortes ondulations. Celles-ci se manifestent par des vibrations de la machine et un bruit acoustique important. Ces inconvénients restreignent son champ d'application.

Chapitre 2 : Modélisation Analytique de la MRV

2. Introduction

Dans ce chapitre nous développons un modèle analytique de la MRV. A partir des équations de Maxwell, nous établissons l'équation différentielle du potentiel vecteur magnétique dans les différents milieux de la machine et la résolvons avec la méthode de séparation de variables et les séries de Fourier. A partir de la distribution du potentiel vecteur magnétique, nous calculons les différentes performances de la machine conventionnelle et de la machine mutuellement couplée, pour des paramètres géométriques quelconques.

2.1. Développement de l'équation de Poisson du potentiel vecteur

2.1.1. Les équations de Maxwell

Les phénomènes électromagnétiques sont décrits par les champs de vecteurs suivants :

$-\vec{E}$: le champ électrique (V/m) ;

$-\vec{D}$ champs de déplacement électrique (C/m²) ;

$-\vec{H}$ champs magnétique (A/m) ;

$-\vec{B}$ induction magnétique (T).

La distribution des quatre champs de vecteur est régie par les lois de Maxwell :

$$\text{Loi de Maxwell-Gauss électrique : } \operatorname{div}(\vec{D}) = \rho \quad (2.1)$$

$$\text{Loi de Maxwell-Faraday : } \overrightarrow{\operatorname{rot}}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\text{Loi de Maxwell-Ampère : } \overrightarrow{\operatorname{rot}}(\vec{H}) = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2.3)$$

$$\text{Loi de Maxwell-Gauss magnétique : } \operatorname{div}(\vec{B}) = 0 \quad (2.4)$$

Ou ρ et \vec{j} représentent respectivement la densité volumique de charge et le vecteur densité de courant.

La densité volumique de charge étant nulle, et les fréquences mises en jeu dans les phénomènes de conversions électromécaniques ne dépassant pratiquement jamais les quelques dizaines de Hz, les équations de réduisent à :

$$\overrightarrow{rot}(\vec{H}) = \vec{j} \quad (2.6)$$

$$div(\vec{B}) = 0 \quad (2.7)$$

Ces équations doivent être complétées par les relations constitutives caractérisant le milieu utilisé :

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} + \vec{B}_r \quad (2.8)$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} \quad (2.9)$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} + \vec{j}_s \quad (2.10)$$

\vec{B}_r , μ_0 , ε_0 , ε_r , μ_r , σ , \vec{j}_s représentent respectivement le vecteur induction magnétique rémanente, la perméabilité magnétique du vide, la permittivité électrique du vide, la perméabilité magnétique relative, la permittivité électrique relative, la conductivité électrique, et le vecteur densité de courant imposé par une source extérieure [8].

2.1.2. Relations de passage

Lors du passage d'un milieu 1 à un milieu 2, la composante tangentielle du champ magnétique est discontinue à l'interface si celle-ci contient une densité de courant surfacique \vec{j} . Idem pour la composante normale du champ électrique à une interface contenant une densité de charge surfacique σ . Ceci est traduit par les relations suivantes, dites relations de passage :

$$\vec{n} \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{j} \quad (2.11)$$

$$\vec{n} \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0 \quad (2.12)$$

$$\vec{n} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0 \quad (2.13)$$

$$\vec{n} \cdot (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = \sigma \quad (2.14)$$

Où \vec{n} est le vecteur normal sortant vis à vis de l'interface considérée.

2.1.3. Formulation A

La machine étant dépourvue d'aimants permanents, l'induction rémanente est nulle. L'équation (2.8) devient, alors :

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (2.15)$$

Des équations (2.6) et (2.15) nous avons :

$$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \vec{B}\right) = \vec{J} \quad (2.16)$$

Et de l'équation (2.7):

$$\vec{B} = \overrightarrow{rot} \vec{A} \quad (2.17)$$

Où \vec{A} est le potentiel vecteur, pour $div \vec{A} = 0$ (Jauge de Coulomb).

Donc :

$$\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot} \vec{A}) = \vec{J} \quad (2.18)$$

C'est-à-dire :
$$\Delta \vec{A} = \mu_0 \mu_r \vec{J} \quad (2.19)$$

Cette dernière équation est l'équation de Poisson du potentiel vecteur, et nous la résolvons dans les différents milieux de la machine, dans le paragraphe suivant.

2.2. Résolution analytique de l'équation différentielle du potentiel vecteur magnétique

Nous procédons à une résolution analytique de l'équation du potentiel vecteur magnétique avec la méthode des sous domaines et les séries de Fourier [9], qui consiste à subdiviser la machine en plusieurs domaines de caractéristiques magnétiques différentes et définir les relations de passage entre ces derniers, et y résoudre une équation différentielle en utilisant des hypothèses simplificatrices. La solution est donnée en série de Fourier.

2.2.1. Hypothèses de calcul

- Le fer du stator et du rotor est infiniment perméables ;
- Les courants de Foucault sont négligés ;
- La longueur de la machine est infinie (Effets de bords négligés) ;
- La densité de courant n'a qu'une seule composante suivant l'axe z ;
- Les côtés des encoches statoriques et rotoriques sont supposés radiaux.

2.2.2 Définition des différents milieux de la machine

La machine est subdivisée en trois régions *Figure 2.1*.

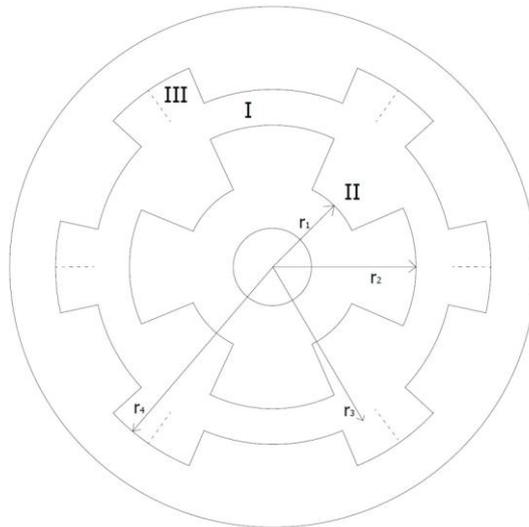


Figure 2. 1 Les différents milieux de la machine

Région I : l'entrefer. Il est situé entre les deux rayons r_2 et r_3 .

Région II : les quatre encoches rotoriques. Elles sont situées entre les deux rayons r_1 et r_2 .

La $j^{\text{ème}}$ encoche y est repérée par l'angle g_j par rapport au milieu de la dent qui précède la première, et est ouverte d'un angle α *Figure 2.2*.

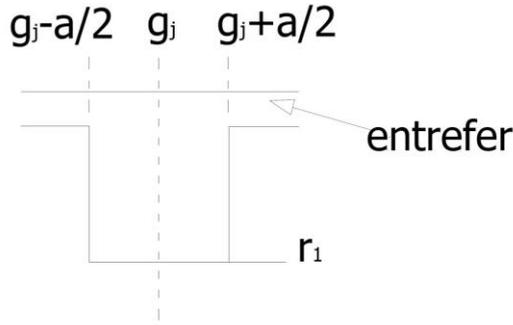


Figure 2. 2 Paramètres de l'encoche rotorique

Région III : les six encoches statoriques. Elles sont situées entre les deux rayons r_3 et r_4 . La $i^{\text{ème}}$ encoche y est repérée par l'angle α_i par rapport au milieu de la dent qui précède la première, et a un angle d'ouverture c . Elle contient deux densités de courant $J_{i,1}$ et $J_{i,2}$ de largeur d Figure 2.3.

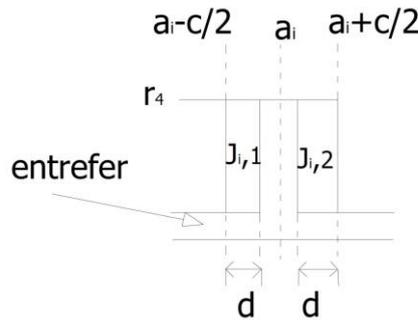


Figure 2. 3 Paramètres de l'encoche statorique

2.2.3. Résolution de l'équation différentielle dans chaque région de la machine

1. Expression du potentiel vecteur magnétique dans la région I

Les hypothèses énoncées précédemment nous amènent à résoudre, dans chaque encoche i du stator repérée par sa position α_i (Figure 2. 3), une équation différentielle en fonction du potentiel vecteur en coordonnées polaire (r, θ) ((2.20), associée aux conditions de passage (2.21), (2.22) et (2.23).

:

$$\frac{\partial^2 Az_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial Az_i}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 Az_i}{\partial \theta^2} = -\mu_0 J_i \quad (2.20)$$

$$\left. \frac{\partial Az_i}{\partial \theta} \right|_{\theta=\alpha_i - \frac{c}{2}} = 0 \quad (2.21)$$

$$\left. \frac{\partial Az_i}{\partial \theta} \right|_{\theta=\alpha_i+\frac{c}{2}} = 0 \quad (2.22)$$

$$\left. \frac{\partial Az_i}{\partial r} \right|_{r=r_4} = 0 \quad (2.23)$$

Pour cela, nous développons en série de Fourier la densité de courant statorique. Celle-ci devient alors :

$$J_i(\theta) = J_{i,0} + \sum_{m=1}^{\infty} J_{i,m} \cos\left(\frac{m\pi}{c}\left(\theta - \alpha_i + \frac{c}{2}\right)\right) \quad (2.24)$$

Où :

$$J_{i,0} = \frac{J_{i,1}d + J_{i,2}d}{c} \quad (2.25)$$

$$J_{i,m} = \frac{2}{m\pi} \sin\left(\frac{m\pi d}{c}\right) (J_{i,1} + (-1)^m J_{i,2}) \quad (2.26)$$

La résolution avec la méthode de séparation des variables donne la solution suivante :

$$Az_{III_i}(r, \theta) = C_{i,0} + \frac{1}{2}\mu_0 J_{i,0} r_4^2 + \sum_{m=1}^{\infty} \left(C_{i,m} f_m(r) - G_{i,m} r^{\frac{m\pi}{c}} + F_{i,m} r^2 \right) \cos\left(\frac{m\pi}{c}\left(\theta - \alpha_i + \frac{c}{2}\right)\right) \quad (2.27)$$

Où :

$$f_m(r) = r^{-\frac{m\pi}{c}} + \frac{r_4^{-\frac{m\pi}{c}} r^{\frac{m\pi}{c}}}{r_4^{\frac{m\pi}{c}}} \quad (2.28),$$

$$G_{i,m} = \frac{2F_{i,m} r_4^2 c}{r_4^{\frac{m\pi}{c}} m\pi} \quad (2.29),$$

$$F_{i,m} = \frac{\mu_0 J_{i,m} c^2}{m^2 \pi^2 - 4c^2} \quad (2.30),$$

où $C_{i,0}$ et $C_{i,m}$ sont des constantes.

2. Expression du potentiel vecteur magnétique dans la région II

Le rotor est dépourvu de conducteur. La densité de courant y est alors nulle :

$$J_j(\theta) = 0 \quad (2.31)$$

Par conséquent, l'équation différentielle à résoudre dans chaque encoche j se réduit à l'équation de Laplace :

$$\frac{\partial^2 A_{zj}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{zj}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_{zj}}{\partial \theta^2} = 0 \quad (2.32)$$

dont la solution s'écrit comme suit :

$$AzII_j(r, \theta) = A5_{j,0} + \sum_{m=1}^{\infty} A5_{j,m} f_m(r) \cos\left(\frac{m\pi}{a} \left(\theta - g_j + \frac{a}{2}\right)\right) \quad (2.33)$$

où

$$f_m(r) = r^{-\frac{m\pi}{a}} + \frac{r_1^{-\frac{m\pi}{a}} r^{\frac{m\pi}{a}}}{r_1^{\frac{m\pi}{a}}} \quad (2.34)$$

et, $A5_{j,0}$ et $A5_{j,m}$ sont des constantes.

3. Expression du potentiel vecteur magnétique dans la région I

Comme pour la région II, l'absence de courant nous amène à résoudre l'équation de Laplace :

$$\frac{\partial^2 Az}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial Az}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 Az}{\partial \theta^2} = 0 \quad (2.35)$$

dont la solution s'écrit :

$$AzI(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} (A1_n r^n + A2_n r^{-n}) \sin(n\theta) + (A3_n r^n + A4_n r^{-n}) \cos(n\theta) \quad (2.36)$$

où $A1_n, A2_n, A3_n, A4_n$ sont des constantes.

2.2.4. Définition des conditions d'interface et détermination des solutions particulières

Il y a deux interfaces entre les différentes régions : l'une entre la région I et la région II (en $r=r_2$), l'autre entre la région I et la région III (en $r=r_3$). En appliquant les relations de passage citées dans le paragraphe (II.1.2) au niveau de ces deux interfaces, nous aboutissons à ces quatre équations :

$$AzII_j(r_2, \theta) = AzI(r_2, \theta) \quad (2.37)$$

$$HII_t_j(r_2, \theta) = HI_t(r_2, \theta) \quad (2.38)$$

$$AzIII_i(r_3, \theta) = AzI(r_3, \theta) \quad (2.39)$$

$$HIII_t_i(r_3, \theta) = HI_t(r_3, \theta) \quad (2.40)$$

Des équations (2.33) et (2.37) on trouve :

$$A5_{j,0} = \frac{1}{a} \int_{g_j - \frac{a}{2}}^{g_j + \frac{a}{2}} AzI(r_2, \theta) d\theta \quad (2.41)$$

$$A5_{j,m} f_m(r_2) = \frac{2}{a} \int_{g_j - \frac{a}{2}}^{g_j + \frac{a}{2}} AzI(r_2, \theta) \cos\left(\frac{m\pi}{a} \left(\theta - g_j + \frac{a}{2}\right)\right) d\theta \quad (2.42),$$

de (2.36) et (2.38) :

$$\left(\frac{n}{\mu_0}\right) (-A1_n r_2^{n-1} + A2_n r_2^{-n-1}) = \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^{N_r} \int_{g_j - \frac{a}{2}}^{g_j + \frac{a}{2}} HII t_j(r_2, \theta) \sin(n\theta) d\theta \quad (2.43),$$

$$\left(\frac{n}{\mu_0}\right) (-A3_n r_2^{n-1} + A4_n r_2^{-n-1}) = \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^{N_r} \int_{g_j - \frac{a}{2}}^{g_j + \frac{a}{2}} HII t_j(r_2, \theta) \cos(n\theta) d\theta \quad (2.44)$$

de (2.27) et (2.39) :

$$C_{i,0} + \frac{1}{2} \mu_0 J_{i,0} r_3^2 \ln(r_3) - \frac{1}{4} \mu_0 J_{i,0} r_3^2 = \frac{1}{c} \int_{\alpha_i - \frac{c}{2}}^{\alpha_i + \frac{c}{2}} AzI(r_3, \theta) d\theta \quad (2.45)$$

$$C_{i,m} f_m(r_3) - G_{i,m} r_3^{\frac{m\pi}{c}} + F_{i,m} r_3^2 = \frac{2}{c} \int_{\alpha_i - \frac{c}{2}}^{\alpha_i + \frac{c}{2}} AzI(r_3, \theta) \cos\left(\frac{m\pi}{c} \left(\theta - \alpha_i + \frac{c}{2}\right)\right) d\theta \quad (2.46)$$

En enfin, de (2.36) et (2.40) :

$$\left(\frac{n}{\mu_0}\right) (-A1_n r_3^{n-1} + A2_n r_3^{-n-1}) = \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^{N_s} \int_{\alpha_i - \frac{c}{2}}^{\alpha_i + \frac{c}{2}} HIII t_i(r_3, \theta) \sin(n\theta) d\theta \quad (2.47)$$

$$\left(\frac{n}{\mu_0}\right) (-A3_n r_3^{n-1} + A4_n r_3^{-n-1}) = \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^{N_s} \int_{\alpha_i - \frac{c}{2}}^{\alpha_i + \frac{c}{2}} HIII t_i(r_3, \theta) \cos(n\theta) d\theta \quad (2.48)$$

Nous avons abouti à un système de 8 équations linéaires, dont la résolution donne les constantes : $A1_n$, $A2_n$, $A3_n$, $A4_n$, $A5_{j0}$, $A5_{jm}$, C_{i0} et C_{im} . La connaissance de ces constantes nous permet de retrouver la distribution du potentiel vecteur magnétique dans les différents milieux de la machine.

2.3. Calcul des performances électromagnétiques de la machine

La résolution de l'équation (2.19) permet de retrouver la distribution du potentiel vecteur magnétique dans les différentes régions de la machine. A partir de celle-ci nous calculons celle de l'induction magnétique et des performances de la machines.

2.3.1. Calcul des inductions magnétiques radiale et tangentielle

Seule la composante z du potentiel vecteur magnétique est non nul. Celui-ci s'écrit alors :

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ A_z(r, \theta) \end{pmatrix} \quad (2.49)$$

De cette dernière équation et l'équation (2.17), nous trouvons :

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} \\ -\frac{\partial A_z}{\partial r} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.50)$$

L'induction radiale est, alors:

$$B_r = \frac{\partial A_z}{\partial \theta} \quad (2.51)$$

Et l'induction tangentielle:

$$B_t = -\frac{\partial A_z}{\partial r} \quad (2.52)$$

2.3.2. Calcul du couple électromagnétique

Soit R_g le rayon du milieu de l'entrefer.

$$R_g = \frac{r_2 + r_3}{2} \quad (2.53)$$

Le couple électromagnétique au milieu de l'entrefer est calculé avec la relation suivante :

$$T_{em} = \frac{LuR_g^2}{\mu_0} \int_0^{2\pi} B_r(R_g, \theta) B_\theta(R_g, \theta) d\theta \quad (2.54)$$

2.3.3. Calcul du flux

La machine a un bobinage triphasé en deux couches 1 et 2, représentées respectivement par les matrices de connexion C1 et C2.

Dans le cas de la machine conventionnelle, celle-ci sont donnée par :

$$C1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

$$C2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

Et dans le cas de la machine non conventionnelle :

$$C1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

$$C2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.58).$$

Les distributions des densités de courant de chacune des deux couches sont alors calculées comme suit :

$$J_{i,1} = \frac{N_c}{s} C1^T [I_a \ I_b \ I_c] \quad (2.59)$$

$$J_{i,2} = \frac{N_c}{s} C2^T [I_a \ I_b \ I_c] \quad (2.60)$$

Où :

N_c est le nombre de conducteur dans le faisceau d'une bobine,

I_a, I_b, I_c , les courants qui traversent respectivement les phases a, b, c du bobinage du stator, et S la section droite d'une encoche, donnée par :

$$S = \frac{d(r_4^2 - r_3^2)}{2} \quad (2.61)$$

Afin de calculer les flux embrassés par les trois phases, nous avons utilisé une méthode basée sur le théorème de Stokes, pour déterminer le flux à travers la section de chaque faisceau.

En considérant la densité de courant dans chaque couche de conducteur d'une encoche i uniforme, le flux à travers celle-ci s'écrit :

$$\varphi_{1,i} = \frac{Lu}{S} \int_{\alpha_i - \frac{c}{2}}^{\alpha_i - \frac{c}{2} + d} \int_{r_3}^{r_4} AIII_i(r, \theta) r dr d\theta \quad (2.62)$$

et

$$\varphi_{2,i} = \frac{Lu}{S} \int_{\alpha_i + \frac{c}{2} - d}^{\alpha_i + \frac{c}{2}} \int_{r_3}^{r_4} AIII_i(r, \theta) r dr d\theta \quad (2.63)$$

Avec Lu: la longueur axiale de la machine.

Ces deniers nous permettent de retrouver les flux magnétique triphasés dus aux deux couches de conducteur à travers ces deux relations:

$$\begin{bmatrix} \psi_{1a} \\ \psi_{1b} \\ \psi_{1c} \end{bmatrix} = N_c C1' [\varphi_{1,1} \quad \varphi_{1,2} \quad \cdots \quad \varphi_{1,Q_s-1} \quad \varphi_{1,Q_s}] \quad (2.64)$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{2a} \\ \psi_{2b} \\ \psi_{2c} \end{bmatrix} = N_c C2' [\varphi_{2,1} \quad \varphi_{2,2} \quad \cdots \quad \varphi_{2,Q_s-1} \quad \varphi_{2,Q_s}] \quad (2.65)$$

Le flux total est la somme des flux dus aux deux densités de courant.

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_{1a} \\ \psi_{1b} \\ \psi_{1c} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_{2a} \\ \psi_{2b} \\ \psi_{2c} \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

2.3.4. Calcul de l'inductance et de la mutuelle

Les inductances propre et mutuelle sont calculées à partir de la coénergie magnétique.

$$L_a = \frac{2W_a}{I_a^2} \quad (2.67)$$

$$L_{ab} = \frac{W_{ab} - W_a - W_b}{I_a I_b} \quad (2.68)$$

Où W_a , W_b et W_{ab} sont les coénergies de la machine respectivement lorsque, seule la phase a est alimentée, seule la phase b est alimentée, les deux phases sont alimentées simultanément.

La coénergie totale est calculée en superposant celle engendrée par les courants de la première couche du bobinage avec celle de la deuxième.

$$W = W1 + W2 \quad (2.69)$$

Avec :

$$W1 = \frac{Lu}{2} \sum_{i=1}^{Q_s} \int_{R_s}^{r_4} \int_{\alpha_i - \frac{c}{2}}^{\alpha_i - \frac{c}{2} + d} AIII_i(r, \theta) J_{i,1} r dr d\theta \quad (2.70)$$

$$W2 = \frac{Lu}{2} \sum_{i=1}^{Q_s} \int_{r_3}^{r_4} \int_{\alpha_i + \frac{c}{2} - d}^{\alpha_i + \frac{c}{2}} AIII_i(r, \theta) J_{i,2} r dr d\theta \quad (2.71)$$

2.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons développé un modèle analytique de la SRM 6/4. Ce modèle nous permet de retrouver les performances électromagnétiques de la machine en fonction des dimensions géométriques de la machine (ouvertures et profondeur des encoches ...) et une distribution spatiale des courant statoriques donnés.

Comme précisé dans les hypothèses simplificatrices, le modèle analytique ne tient pas compte de la saturation. Néanmoins, il permet de faire une conception préliminaire de la machine en fonction des paramètres géométriques de la machine. Le modèle analytique qui tient compte de la saturation est au stade d'investigation.

Chapitre 3 : Validation du modèle analytique avec Eléments Finis

3. Introduction

Le fait de négliger la saturation de la machine rend le modèle analytique à priori trop idéal. La justesse des résultats de calculs analytiques doit, alors, être vérifiée par une méthode numérique qui prend en considération la saturation. Dans ce chapitre, nous calculons les performances d'une MRV 6/4 avec le modèle analytique déterminé précédemment, et par éléments finis non linéaire. Nous faisons une comparaison des résultats obtenus avec les deux méthodes, afin de vérifier la fiabilité du modèle analytique d'une manière générale et vis-à-vis de la saturation en particulier. Il est important de noter que la méthode analytique présente un temps de calcul plus faible et adaptée pour une intégration dans un optimiseur par rapport à la méthode des éléments finis.

3.1. Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est une méthode numérique de résolution de problèmes physiques complexes. Ses étapes sont les suivantes :

- La discrétisation du milieu de résolution en sous domaines (maillage) :
Subdiviser le domaine d'étude en plusieurs éléments de géométrie simple (nous avons utilisé des triangles équilatéraux), et faire une approximation linéaire du problème sur le sous- domaine.
- La construction des matrices élémentaires :
Le problème linéaire est traduit en matrice de dimension égale au nombre de sommets de la forme géométrique des sous-domaines choisies.
- L'assemblage des matrices élémentaires dans une matrice globale :
Les matrices élémentaires sont assemblées dans une matrice globale dont la dimension dépend de la précision du maillage, c'est-à-dire du nombre de sous-

domaines considérés. Celles-ci sont placées dans la matrice globale selon les coordonnées des nœuds (sommets) et des éléments auxquels elles sont attribuées.

- Prise en compte des conditions aux limites.
- Résolution du système globale :

La résolution du système globale donne une solution approchée au problème physique réel. La précision de la solution dépend de la précision du maillage. Plus le maillage est précis (c'est-à-dire le nombre de sous domaine est élevé), plus le temps de calculs est grand. Nous avons alors un compromis entre la précision de la solution et le temps de calcul.

Il existe des logiciels de calcul par éléments finis. Nous avons utilisé le logiciel FEMM (Finite Element Method Magnetics) destiné à la résolution de problèmes de magnétostatique et d'électromagnétisme.

3.2. Dimensions de la machine

La machine calculée est une MRV 6/4. Ses dimensions sont résumées dans le *Tableau 3.1*.

Paramètre	Symbole	Valeur et unité
Nombre d'encoches statoriques	N_s	6
Nombre d'encoches rotoriques	N_r	4
Rayon interne de l'encoche rotorique	r_1	17.3 mm
Rayon externe de l'encoche statorique	r_4	36 mm
Rayon de la surface externe du stator	R_{ext}	45 mm
Rayon de la surface interne du stator	R_s	25.7 mm
Rayon externe du rotor	r_2	25.5 mm
Longueur de l'entrefer	G	0.2 mm
Longueur axiale de la machine	L_u	60 mm
Rayon du noyau	R_i	10 mm
Ouverture de l'encoche rotorique	A	60°
Ouverture de l'encoche statorique	C	36°
Ouverture d'une bobine	D	18°
Courant de phase	I	15A
Nombre de conducteur (une bobine)	N_c	20

Tableau 3. 1 Paramètres géométriques de la machine

Le circuit magnétique de la machine est en acier. Sa caractéristique magnétique $B(H)$ est donnée dans la **Figure 3.1**.

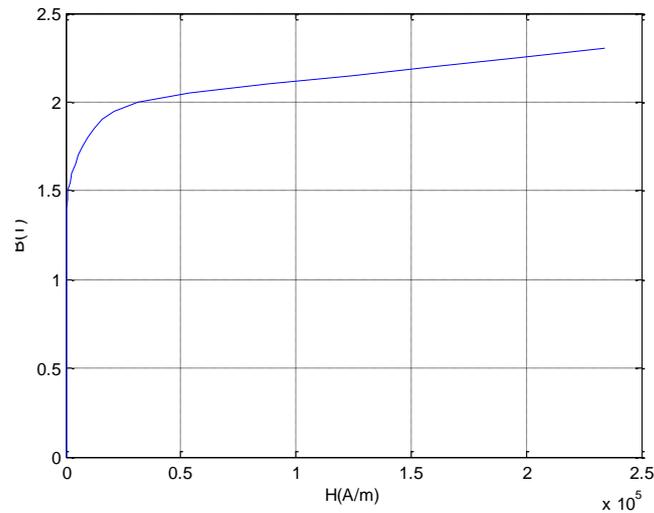


Figure 3. 1 Courbe de saturation de l'acier

3.3. Resultats de calcul des performances de la machine

Nous avons effectué un calcul des performances de la MRV pour une densité de courant de 0.15 A/mm^2 dans la phase a. Les résultats de calcul avec la méthode analytique et éléments finis non linéaires sont représentés sur les mêmes figures pour comparer les deux méthodes.

La position d'alignement de la phase a est prise comme référence des angles mécaniques. Ainsi, 0° correspond à une position d'alignement du rotor avec la phase a, et 45° à une position d'opposition avec cette dernière.

3.3.1 Résultats de calcul de la MRV conventionnelle

Nous pouvons observer sur les *Figures (3. 2) et (3. 3)* que les valeurs de l'induction radiale et tangentielle calculées avec EF non linéaire sont moins importantes que celle calculées avec le modèle analytique dans la position alignée. Mais à la position non alignée (*Figures (3. 4), (3.5)*) nous remarquons que les deux méthodes donnent des valeurs identiques. Ceci est dû au fait que dans la position non alignée, le champ magnétique dans la machine est faible et donc la machine n'est pas saturée.

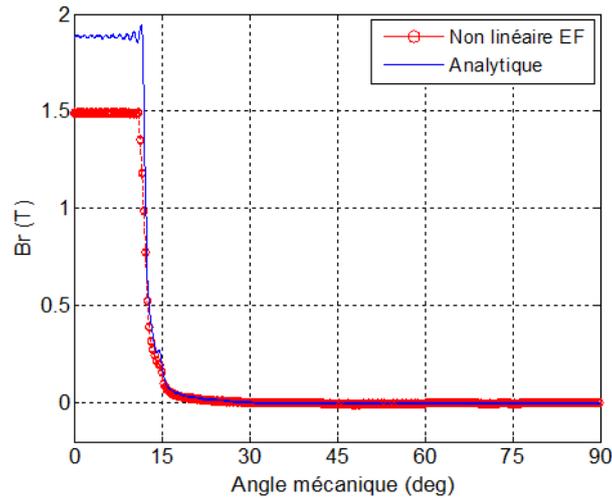


Figure 3. 2 Distribution de l'induction magnétique radiale dans l'entrefer en position d'alignement

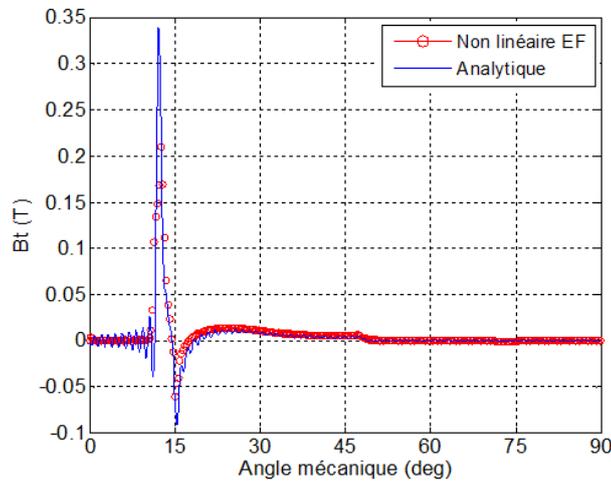


Figure 3. 3 Distribution de l'induction magnétique tangentielle dans l'entrefer en position d'alignement

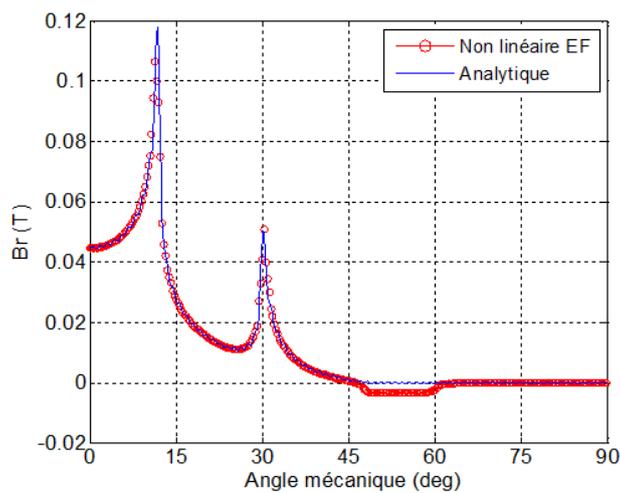


Figure 3. 4 Distribution de l'induction magnétique radiale dans l'entrefer en position de non alignement

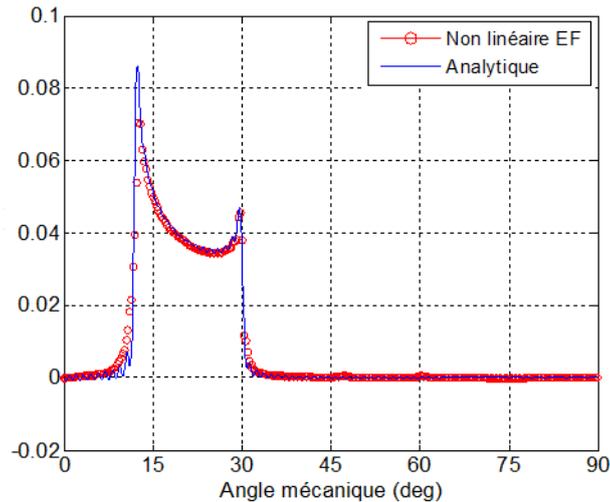


Figure 3. 5 Distribution de l'induction magnétique tangentielle dans l'entrefer en position de non alignement

Une fois la distribution du champ magnétique dans la machine est déterminée, nous pouvons déterminer les performances électromagnétiques de la MRV. Nous nous intéressons à l'inductance propre, la mutuelle inductance, le couple statique et le couple instantané.

Nous remarquons sur la *Figure 3.6* que la courbe de l'inductance propre de la phase a tracée avec EF non linéaire se superpose à celle du modèle analytique entre 27° et 63° , et dès que le rotor s'éloigne de cette région, les valeurs de l'inductance calculées avec EF deviennent inférieures à celles calculées avec le modèle analytique. Idem, pour les courbes du couple statique dû à la même phase (*Figure 3. 7*). En effet, aux alentours de 0° mécanique, le rotor est dans la position alignée et aux alentours de 45° mécanique le rotor est dans la position non-alignée. Dans la position alignée, le champ magnétique est intense et la machine fonctionne dans la zone saturée (*Figure 3.1*). Dans la position non alignée la machine fonctionne dans la zone linéaire de la courbe de saturation. En ce qui concerne le couple statique créé par la seule phase a quand elle est alimentée par un courant constant, la méthode analytique permet d'avoir des valeurs comparables à celles obtenues par éléments finis malgré une légère différence.

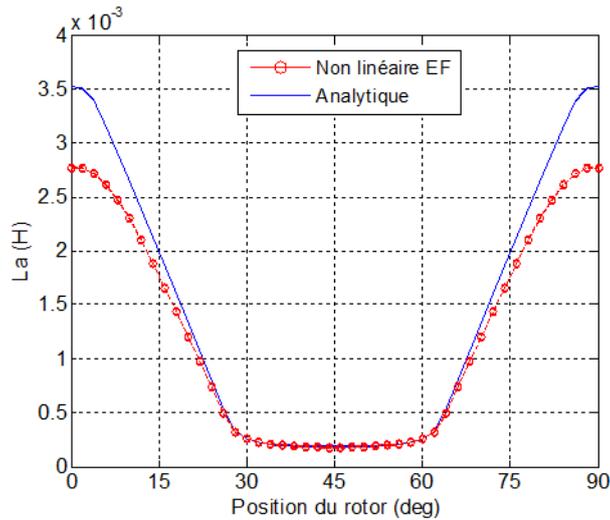


Figure 3. 6 Inductance propre de la phase a en fonction de la position du rotor

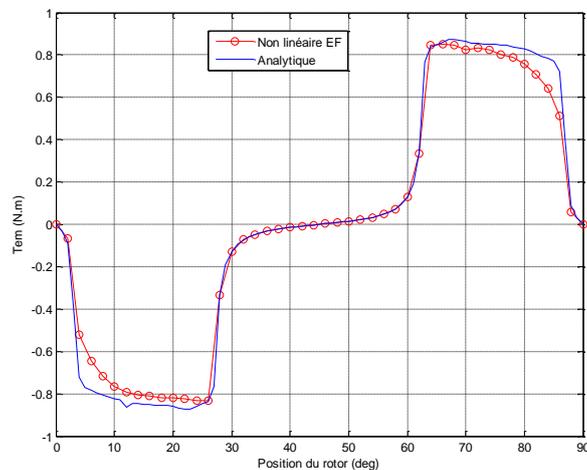


Figure 3. 7 Couple électromagnétique statique due à la phase a en fonction de la position du rotor

Pour calculer le couple instantané de la machine, nous avons alimenté chaque phase de la machine dans un intervalle où son inductance propre augmente par rapport au déplacement du rotor. Nous avons pris $[45^\circ, 90^\circ]$ pour la phase a, $[0^\circ, 30^\circ]$ et $[75^\circ, 90^\circ]$ pour la phase b, et $[15^\circ, 60^\circ]$ pour la phase c. Ce choix correspond à une alimentation de la MRV par des créneaux de courant et un fonctionnement en moteur. Dans un fonctionnement génératrice, le courant de chaque phase se retrouve dans la partie descendante de l'inductance propre de chaque phase.

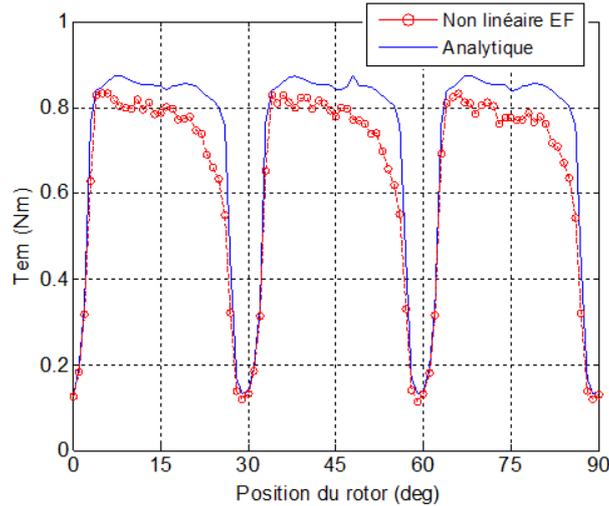


Figure 3. 8 Couple instantané de la machine

Les valeurs du couple instantané calculées avec EF sont inférieures à celles du modèle analytique au niveau de la position d'alignement de la phase allumée. Celle-ci correspond à : 15° pour la phase C, 45° pour la phase A, et 75° pour la phase B.

Nous concluons que la MRV conventionnelle est sensible à la saturation à cette densité de courant et surtout dans la position d'alignement.

Notons aussi que le taux d'ondulation du couple électromagnétique instantané, calculé avec la relation (3. 1), est de 103%. Cette valeur est très importante.

$$\Delta T_{em} = \frac{T_{em_{max}} - T_{em_{min}}}{T_{em_{moy}}} \cdot 100 (\%) \quad (3.1)$$

Ces ondulations sont dues aux harmoniques de temps (alimentation non sinusoïdale), d'espace (distribution des conducteurs), de géométrie (structure géométrique du circuit magnétique : entrefer non uniforme).

3.3.2 Résultats de calcul de la MRV non conventionnelle

En changeant la distribution des phases statoriques dans les encoches, nous avons calculé les performances de la MRV non conventionnelle. Nous rappelons que la distribution des phases dans les encoches du stator pour les machines conventionnelles et non-conventionnelles est de type double couche.

La distribution de l'induction (Figure 3. 9 et Figure 3. 10) calculée avec éléments finis et le modèle analytique sont identiques pour les deux positions remarquables du rotor (alignée et non-alignée). Ceci avec la même densité de courant que pour la MRV conventionnelle. Ce type de distribution de bobinage statorique et pour cette valeur de courant de phase crée dans la machine un champ magnétique faible situé dans la zone linéaire de la caractéristique de magnétisation. Pour les MRV non conventionnelles qui sont moins saturables que les machines conventionnelles, les résultats obtenus avec le modèle analytique sont concordant avec les résultats obtenus avec la méthode des éléments finis.

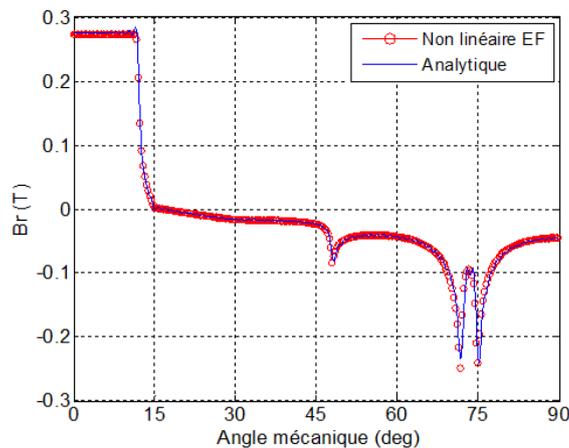


Figure 3. 9 Distribution de l'induction magnétique radiale dans l'entrefer en position d'alignement

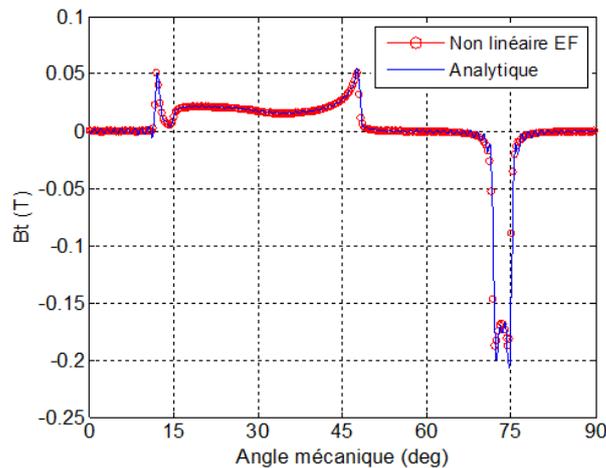


Figure 3. 10 Distribution de l'induction magnétique tangentielle dans l'entrefer en position d'alignement

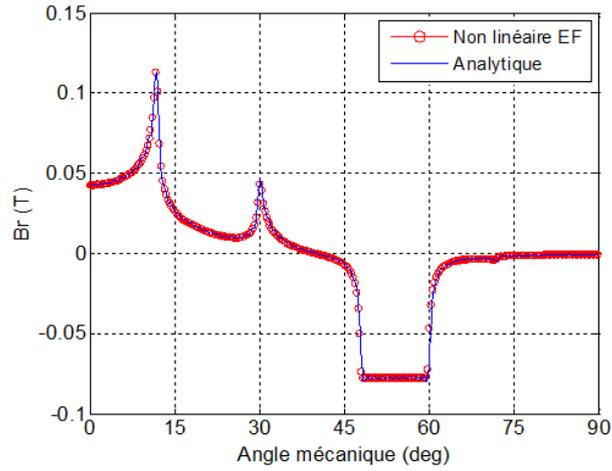


Figure 3. 11 Distribution de l'induction magnétique radiale dans l'entrefer en position de non alignement

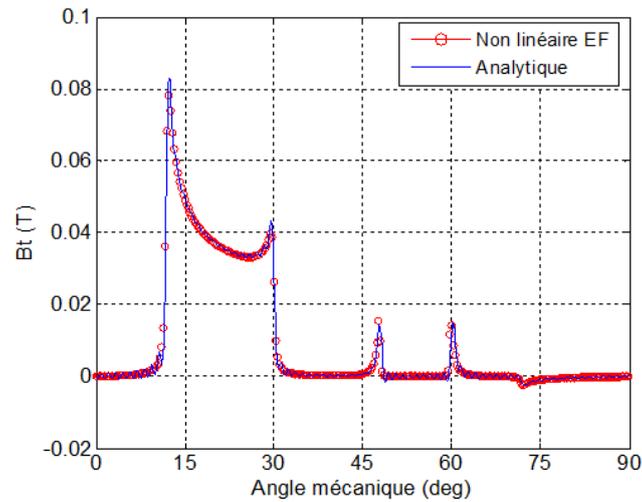


Figure 3. 12 Distribution de l'induction magnétique tangentielle dans l'entrefer en position de non alignement

Comme pour la distribution du champ créé par une phase alimentée par un courant constant, les résultats du calcul des inductances propres et mutuelles et du couple statique par la méthode des éléments finis et par le biais du modèle analytique sont identiques.

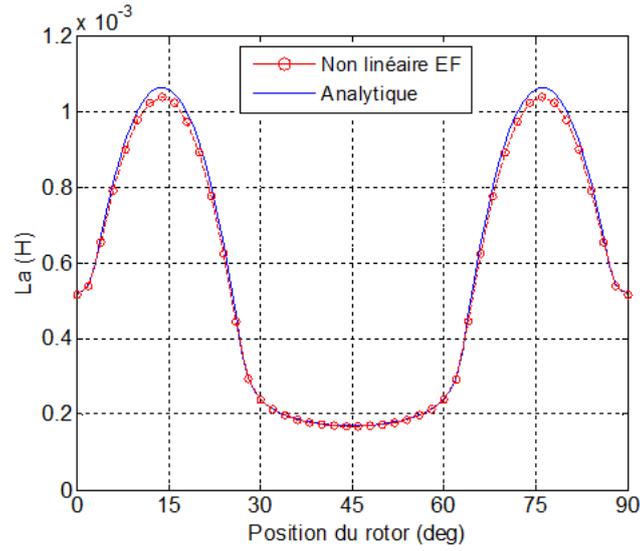


Figure 3. 13 Inductance propre de la phase a en fonction de la position du rotor

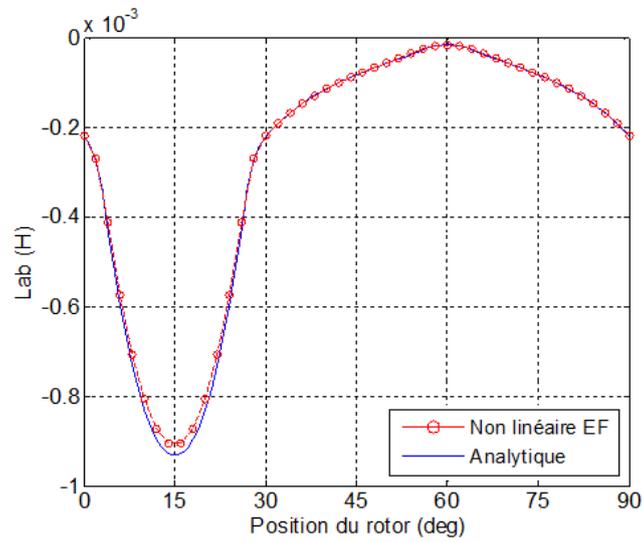


Figure 3. 14 Inductance mutuelle des phases a et b en fonction de la position du rotor

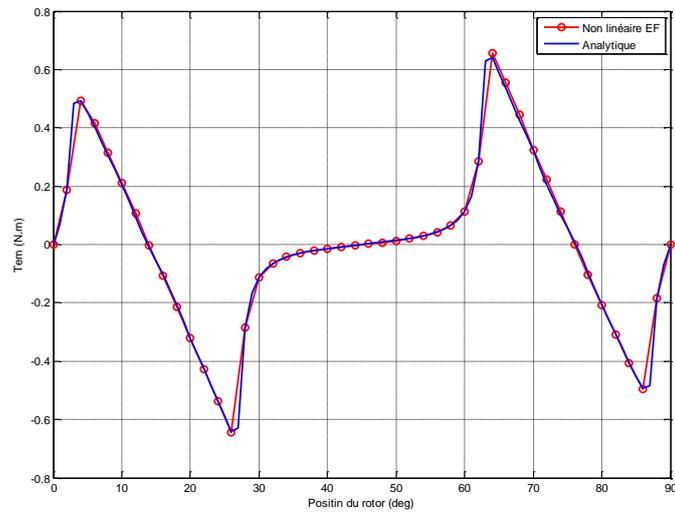


Figure 3. 15 Couple électromagnétique statique de la phase a

Nous déduisons que la machine non conventionnelle n'est pas sensible à la saturation pour la densité de courant considérée alors que la MRV conventionnelle est saturable.

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons exploité le modèle analytique et par éléments finis pour la détermination de la distribution du champ et les performances électromagnétiques de deux types de MRV 6/4. La MRV conventionnelle et la MRV non conventionnelle. Nous rappelons que la différence entre les deux MRV réside dans la distribution des 3 phases statoriques dans les encoches.

La machine conventionnelle est saturée à la position d'alignement, tandis que la machine non conventionnelle n'est pas sensible à la saturation pour le même niveau de densité de courant statorique. Cette dernière se sature pour les courants élevés. La distribution et l'intensité du courant joue un rôle important dans la saturation de la machine.

La méthode analytique permet d'obtenir des résultats identiques par rapport à la méthode des éléments finis non-linéaire pour la machine non-conventionnelle. Alors que les résultats analytiques pour la machine conventionnelle sont légèrement supérieurs par rapport à ceux des éléments finis non-linéaire. Pour cette dernière machine, les résultats obtenus par le modèle analytique sont surestimés en amplitude mais les formes des courbes de l'induction, de l'inductance propre et mutuelle ainsi que le couple sont identiques.

Les concepteurs de machines préfèrent la méthode analytique par rapport à la méthode des éléments finis pour sa rapidité (temps de calcul faible) et pour la facilité qu'elle procure dans une étude paramétrique ou intégrée dans un optimiseur.

Malgré la différence qui existe entre les résultats analytiques et par éléments finis pour la MRV conventionnelle, la méthode analytique peut être intégrée dans un optimiseur pour déterminer les dimensions géométriques optimales.

Chapitre 4 : Optimisation de la MRV

4. Introduction

La MRV est une machine robuste, performante et moins coûteuse, mais présente un couple instantané très ondulé qui cause des vibrations. Ceci la prive de beaucoup d'applications. Nous nous intéressons dans ce chapitre à l'optimisation de la structure géométrique d'une MRV conventionnelle en vue de réduire les ondulations de son couple électromagnétique. Pour cela nous exploitons le modèle analytique déterminé précédemment, pour un gain en temps de calcul. En effet, la méthode des éléments finis n'est pas adaptée pour une optimisation. La structure optimale sera vérifiée avec la méthode éléments finis.

4.1 Optimisation

4.1.1 Définition de l'optimisation

L'optimisation consiste à maximiser ou minimiser un critère donné, appelé objectif, en fonction d'une ou plusieurs variables, en respectant des contraintes. Pour cela le problème d'optimisation (maximisation ou de minimisation) est traduit sous forme de modèle mathématique représentatif de la fonction objective des variables considérées, résolu avec la technique d'optimisation adéquate selon sa complexité.

4.1.2 Procédure générale d'optimisation

La procédure générale d'optimisation est la suivante :

1. Définir les paramètres fixes : le type d'alimentation et les paramètres géométriques inchangés, le courant.
2. Définir les variables, i.e. les paramètres du moteur à optimiser avec leurs limites.
3. Définir l'objectif de l'optimisation.
4. Choisir une méthode d'optimisation et ses paramètres de control.

4.1.3 Problème d'optimisation de la MRV

1. Nous fixons la densité de courant de la MRV à 0.15 A/mm², et les paramètres géométriques, à la l'exception des ouvertures des encoches statoriques et rotoriques.
2. L'ouverture des encoches statorique et rotorique sont définies comme variables, comprises respectivement dans les intervalles : [20°, 40°] et [40°, 60°]
3. L'objectif de l'optimisation est : Minimum d'ondulation du couple électromagnétique.
4. Définition des contraintes :

Pour que la machine fonctionne de façon normale, des contraintes sur les largeurs des dents statoriques et rotoriques (respectivement $(\beta_s \text{ et } \beta_r)$) doivent être vérifiées par la structure de la machine. Celles-ci sont comme suit [1] :

- La dent statorique est moins large que la dent rotorique :

$$\beta_s < \beta_r \quad (4.1)$$

- La largeur de la dent statorique est inférieure à l'ouverture de l'encoche rotorique :

$$\beta_s < a \quad (4.2)$$

- La largeur de la dent statorique est supérieure au pas incrémental de la machine :

$$\beta_s > \alpha_p \quad (4.3)$$

$$\alpha_p = |\alpha_r - \alpha_s| \quad (4.4)$$

Avec :

α_p : pas incremental

α_r : Le pas dentaire rotorique

Et α_s : Le pas dentaire statorique

5. Choix de la méthode

Il ya un large choix de techniques d'optimisation. Certains algorithmes nécessitent une solution initiale approchée qui respecte les contraintes pour converger vers l'optimum. L'Evolution Différentielle adoptée dans notre travail génère aléatoirement une population de solution de départ. Sa convergence vers un optimum dépend du choix des paramètres de control.

4.1.4 Résultats de l'optimisation de la MRV

L'optimisation a donné les ouvertures des encoches suivantes :

$$a=59.1407^\circ$$

$$c=29.7079^\circ$$

Ces valeurs ont donné un couple instantané moyen de 0.88 N.m et un taux d'ondulation de 33.67% contre 0.72 N.m et 103.38% pour les dimensions initiales (*Figure 4. 1*).

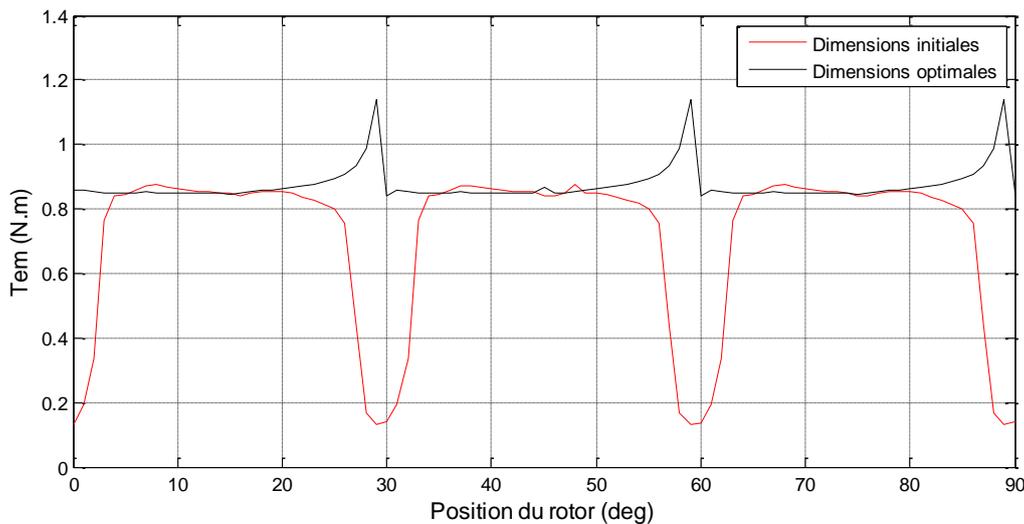


Figure 4. 1 Couple instantané des deux machines avec modèle analytique

Le calcul par éléments finis non linéaire a donné un couple moyen de 0.7739 N.m et un taux d'ondulation de 35.4469 % avec les nouvelles valeurs des ouvertures des encoches, contre 0.6723 N.m et 108.066 % pour les valeurs initiales (*Figure 4. 2*). Les résultats obtenus avec le modèle analytique sont concordants avec ceux obtenus avec la méthode des éléments finis non linéaire.

Les ondulations du couple ont diminué de 72.6%, avec une amélioration de 0.1016N.m du couple moyen, soit 15% du couple moyen initial.

Les contraintes d'optimisation représentées par l'intervalle de recherche de l'optimum pour les ouvertures des encoches statoriques et rotoriques ont été fixés pour assurer un temps de calcul faible. Aussi, les paramètres de control de l'optimiseur Evolution Différentielle (nombre de population) a été choisit pour diminuer le temps de calcul. Néanmoins, les dimensions obtenues par optimisation ont permit de minimiser le taux d'ondulation de 103% à 33%.

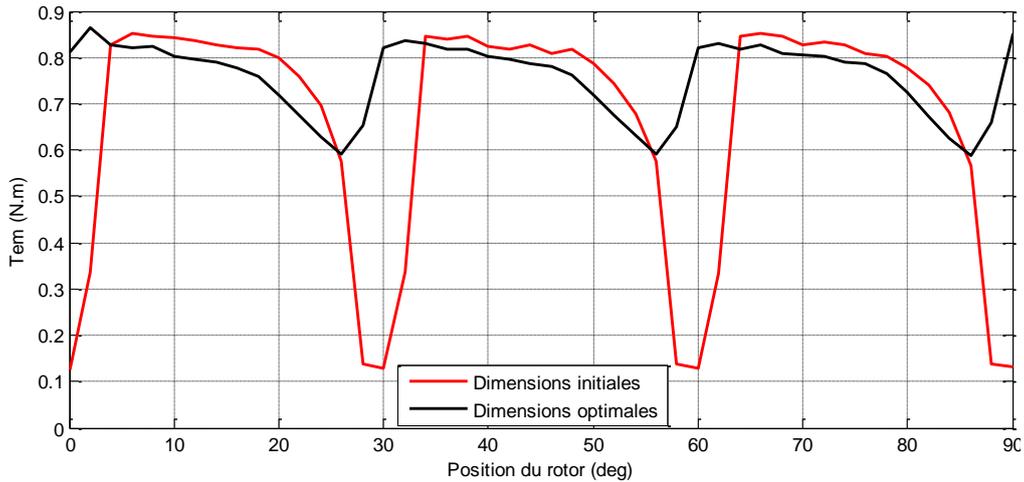


Figure 4. 2 Couple instantané des deux machines avec Elément Finis

Vu que les paramètres de control et les contraintes d'optimisation ont été simplifiées et la légère différence qui existe entre les résultats analytiques et par éléments finis non-linéaire, nous avons effectués des calculs numériques pour essayer de vérifier que l'optimum obtenu est global.

On remarque sur la *Figure 4. 3* que pour les nouvelles valeurs de a et c , la courbe du couple électromagnétique tracé avec éléments finis se trouve en dessous de celle tracée avec le modèle analytique et la leur forme sont différentes. Néanmoins, nous pouvons constater que le taux d'ondulation est identique.

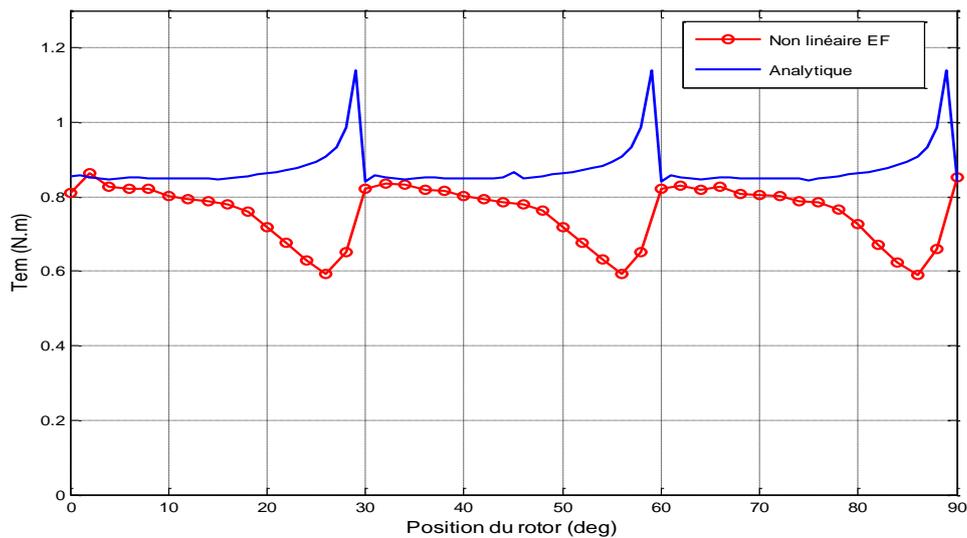


Figure 4. 3 Couple instantané de la machine optimisée avec Elément Finis et modèle analytique

L'optimum déterminé avec le modèle analytique est identique à celui obtenu par éléments finis malgré que la courbe du taux d'ondulation soit différente. Pour vérifier que l'optimum obtenu avec le modèle analytique est global et non pas local, il est nécessaire de faire une optimisation en utilisant la méthode des éléments finis.

IV. 1. 5 Conclusion

Nous avons pu réduire les ondulations du couple électromagnétique de la MRV conventionnelle alimentée par des créneaux de courants en optimisant celle-ci en utilisant la fonction objective qui est le taux d'ondulation issu du modèle analytique. L'optimiseur utilisé est basé sur les algorithmes évolutionnaire appelé Evolution Différentielle.

Nous avons confirmés que l'optimisation à base du modèle analytique a permis de minimiser le taux d'ondulation. Néanmoins, une validation par éléments finis non linéaire de l'optimisation reste nécessaire pour vérifier que le modèle analytique associé à l'optimiseur évolutionnaire peut converger vers un optimum global. Ceci pourra faire l'objet d'un travail en continuité de ce mémoire.

Conclusion Générale

Nous avons utilisé un modèle analytique de la machine dans la détermination d'une structure géométrique de la machine avec moins d'ondulation du couple électromagnétique. Nous avons abouti à une diminution considérable de celui-ci, sans détérioration de la valeur moyenne du couple.

Les ouvertures des encoches de la nouvelle structure ne représentent pas optimum car le modèle analytique utilisé dans l'optimisation ne tient pas compte de la saturation, alors que celle-ci dépend des valeurs des ouvertures des encoches. Cependant la méthode a bien abouti à une amélioration du couple de la machine en un court temps de calcul.

L'optimisation a été faite pour une densité de courant donnée. Or, la saturation dépend du niveau de densité de courant, pour cela, nous ne pouvons affirmer la fiabilité de la méthode utilisée à tous les niveaux de densité de courant. Aussi, la distribution des courants statorique a une importance dans le niveau de saturation de la machine. La structure optimale trouvée avec la MRV conventionnelle, n'est pas forcément bonne pour la MRV non conventionnelle. La distribution des courants doit être prise en considération dans l'optimisation.

Cette méthode doit être utilisée avec le courant fonctionnement nominal de la machine avec sa distribution de courant.

En agissant sur les ouvertures des encoches, nous avons pu diminuer les ondulations du couple de la machine. Or, d'autres paramètres géométriques et son alimentation joue un rôle dans la création de ces ondulations. En agissant sur ceux-ci nous pouvons faire une meilleure amélioration du couple de la machine.

Bibliographie

- [1] S. Houria. (2007). Contribution à la modélisation et à l'optimisation d'un système de commande d'un moteur à Reluctance Variable à Double Denture (SRM) (thèse de doctorat, Ecole nationale polytechnique).
- [2] Li, G. (2011). Contribution à la Conception des Machines Electriques à Rotor Passif pour des Applications Critiques : Modélisations Electromagnétiques et Thermiques sur Cycle de Fonctionnement, Etude du Fonctionnement en Mode Dégradé (Doctoral dissertation, École normale supérieure de Cachan-ENS Cachan).
- [3] Séguier, G., & Notelet, F. (1977). *Electrotechnique industrielle*. Technique et documentation, 3^{ème} edition.
- [4] Hamiti, M. (2009). Réduction des ondulations de couple d'une machine synchrone à réluctance variable : Approches par la structure et par la commande (Doctoral dissertation, Nancy 1).
- [5] Murphy, A. (2008). Design of a switched reluctance machine drive for automotive applications (Doctoral dissertation, Dublin City University).
- [6] R. Lamia, B. Amira. (2012). Modélisation et Commande d'un Moteur à Réluctance Variable à Double Saillance avec et sans capteur de position (Projet de fin d'études, Ecole nationale polytechnique).
- [7] Ilea, D. (2011). Conception optimale des moteurs à réluctance variable à commutation électronique pour la traction des véhicules électriques légers (Doctoral dissertation, Ecole Centrale de Lille ; Universitatea tehnica (Cluj-Napoca, Roumanie)).
- [8] K. Riad. (2002). Contribution à la modélisation des machines électriques par la méthode des Eléments Finis associée aux multiplicateurs de Lagrange (thèse de doctorat, Ecole nationale polytechnique).
- [9] Boughrara, K., Lubin, T., & Ibtouen, R. (2013). General subdomain model for predicting magnetic field in internal and external rotor multiphase flux-switching machines topologies. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 49(10), 5310-5325.