

1/

UNIVERSITE D'ALGER

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة لوطنية للعلوم الهندسية

DEPARTEMENT DE MECHANIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

BIBLIOTHEQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

ETUDE COMPARATIVE

D'ECHANGEURS DE CHALEUR

1^{ere} PARTIE : THEORIE

PROPOSE PAR
M. ZAOUI (C.S.T.N.)
SUIVI PAR
M. CHABANE SARI

EXAMINATEURS
MESSIEURS
- BOUHAFEF
- ZAOUK
- KACIMI
- CHABANE SARI
- HASSAN SALEM
- COSTARELLA

ETUDIE PAR
MESSIEURS
Z. AIDOUN
O. NOUNI
N. TAUG

JUIN 1978

UNIVERSITE D'ALGER
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT DE MECANIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

ETUDE COMPARATIVE
D'ECHANGEURS DE CHALEUR

1^{ère} PARTIE : THEORIE

PROPOSE PAR
M. ZAOUÏ (C.S.T.N.)
SUIVI PAR
M. CHABANE SARI

EXAMINATEURS
MESSIEURS
- BOUHAFEF
- ZAOUÏ
- KACIMI
- CHABANE SARI
- HASSAN SALEM
- COSTARELLA

ETUDIE PAR
MESSIEURS
Z. AIDOUN
O. NOUNI
N. TAOUÏ

JUIN 1978

A. mes parents

OMAR - NOUNI

Nous dédions ce travail à tous nos amis
et à l'ensemble des Mécaniciens de l'E.N.P.

Nous remercions vivement notre promoteur

Monsieur SARI

pour son aide et ses directives qui nous ont permis de mener à bonne fin cette étude et dont les conseils nous ont été précieux et bénéfiques.

Nous tenons à remercier

MM. HASSAN SALEM

KACIMI

ROBAINE

Ainsi que les collaborateurs de la Division Réacteurs pour les précieux conseils et l'aide morale qu'ils nous ont prodigués avec une extrême gentillesse, tout au long de notre étude.

Nous remercions également Monsieur BADAOUI qui n'a ménagé ni son temps, ni ses efforts pour la frappe de ce projet, et pour sa grande compréhension.

Nos remerciements vont aussi à Melle. D.CHABOUB du Secrétariat.

Nous exprimons enfin nos remerciements à Monsieur COSTARELLA
(Professeur E.N.P), Monsieur BOUHAFEF (Professeur à l'Universités),
qui nous font l'honneur d'être membre de notre jury pour juger
ce modeste travail.

Nos remerciements vont également à Monsieur Pierozack pour l'aide
qu'il a bien voulu nous apporter.

Que Madame BOUSLAMA (Chef de département : Raffinage et Petrochimie, I.A.P) trouve ici l'expression de notre profonde reconnaissance pour les documents qu'elle a bien voulu mettre à notre disposition.

AVANT PROPOS

1/ Besoins en énergie de l'humanité :

Dans les décennies à venir, l'homme sera inévitablement confronté au problème de l'approvisionnement en énergie.

Vu l'accroissement de la population mondiale, la recherche d'un confort meilleur, les besoins en énergie iront en augmentant.

Le problème de trouver cette énergie se fait déjà sentir de nos jours et deviendra plus aigu dans un proche avenir.

Des études sont en cours en vue d'évaluer les besoins énergétiques de l'humanité dans l'avenir. Dans de telles études, il est d'usage d'utiliser l'unité énergétique des travaux anglo-saxons, $Q = 10^{18}$ BTU (British Thermal Unit = 1 BTU = 1055 joules).

Le rythme de consommation actuelle de l'énergie sur la planète est de 0,25 Q/an. Dans les cinquante années à venir la consommation serait d'environ 2,8 Q/an.

2/ Sources d'énergie :

Mise à part l'énergie fossile, les sources d'énergie marémotrice et hydroélectrique sont d'un rendement élevé et d'exploitation techniquement possible. Cependant, les possibilités dans ce domaine sont limitées et font que ces sources ne peuvent servir autrement que comme source d'appoint.

Les recherches actives sont en cours pour le développement de l'énergie de fusion et l'exploitation économique de l'énergie solaire.

En ce qui concerne l'énergie éolienne, les rendements semblent destinés à rester trop faible pour qu'elle soit une source réellement intéressante.

L'énergie géothermique résoudra éventuellement le problème. Mais en attendant ce jour qui se fera sans doute attendre, l'énergie fossile serait insuffisante. En effet certains problèmes tels que : transfert de chaleur efficace, corrosion, blocage des tuyaux par les minéraux transportés, pollution par certains sous-produits comme le soufre, le mercure et coetera, empêchant son exploitation à grande échelle.

Le problème fondamental posé par l'énergie d'origine fossile est que les réserves en énergie sont maintenant très limitées et que leur utilisation comme source d'énergie représente " un gaspillage impardonnable de matières premières qui peuvent nous être incomparablement plus utiles grâce aux progrès de la chimie, par exemple pour les matières plastiques ou même la nourriture " (science et avenir).

Reste l'orientation vers l'énergie nucléaire : à part quelques problèmes posés par l'énergie de fission, tels que la sécurité et les déchets radioactifs, elle se présente encore un moyen compétitif quant au prix de revient de kilowatt/heure, du moins dans un proche avenir.

Depuis que le pays de l'OPEP ont remis la main sur leurs richesses pétrolières, les pays industrialisés axent leurs efforts sur la voie nucléaire. C'est le cas de la France par exemple, laquelle, compte tenu de la consommation actuelle de l'énergie prévoit que les deux tiers de sa consommation de l'an 2000 proviendra des importations de pétrole. " Pour y échapper la seule possibilité effective est un pari intensif sur la solution nucléaire "

Les grosses centrales nucléaires sont économiques et elles le seront d'autant plus que le prix de fuel augmentera.

La comparaison est donnée année par année dans le tableau ci-dessous, en Francs constants du 1^o Janvier 1976. (Il s'agit de centrales à construire et non de résultats comptables qui sont perturbés par le jeu de l'inflation).

* Comparaison des coûts du KWh " nucléaire " et du KWh "fuel" en centimes (monnaie courante du 1.1.1976).

| Conditions économiques | 1.1.72 | 1.1.73 | 1.1.74 | 1.1.75 | 1.1.76 |
|--|--------|---------|----------|---------|-----------|
| Variation des prix FIB. % | | | | | |
| Date de mise en service de la centrale. | 1977 | 1978 | 1979 | 1980 | 1985 |
| A/ KWh nucléaire | | | | | |
| A ₁ /Investissement | 3,09 | 3,06 | 3,11 | 3,42 | 3,66 |
| A ₂ /Exploitation | 1,10 | 1,18 | 1,22 | 1,28 | 1,49 |
| A ₃ /Combustible | 1,47 | 1,29 | 1,58 | 1,81 | 2,15 |
| A ₄ /Total | 5,66 | 5,53 | 5,91 | 6,51 | 7,30 |
| B/ KWh Fuel | | | | | |
| B ₁ /Investissement | 1,89 | 1,87 | 1,88 | 1,99 | 2,21 |
| B ₂ /Exploitation | 0,96 | 1,04 | 1,14 | 1,20 | 1,49 |
| B ₃ /Combustible avant désulfuration | 2,90 | 3,20 | 8,62 | 8,57 | 7,80 |
| Prix de fuel rendu C/th. | 1,23 | 1,36 | 3,65 | 3,63 | 3,3 |
| B ₄ / Total | 5,75 | 6,11 | 11,62 | 11,76 | 11,50 |
| B ₅ /Majoration pour désulfuration | 0,2/1 | 0,2/1,0 | 0,2/1 | 0,2/1 | 0,2/1 |
| B ₆ / Total | 6/6,8 | 6,3/7,1 | 11;/12,6 | 12/12,8 | 11,7/12,5 |
| Rapport nucléaire/ fuel A ₄ /B ₄ | 0,98 | 0,90 | 0,51 | 0,55 | 0,63 |
| Rapport nucléaire/ fuel A ₄ /B ₆ max. | 0,83 | 0,78 | 0,46 | 0,51 | 0,58 |

* Ce tableau a été relué de la revue générale nucléaire
n°3-Mai-Juin-1977

INTRODUCTION

Un échangeur de chaleur est un appareil permettant le transfert d'énergie calorifique entre deux corps de températures différentes. Il joue un rôle important dans l'exploitation des centrales thermiques et nucléaires.

Dans ce projet nous allons faire une étude comparative de deux types d'échangeur dans une boucle thermique de centrale nucléaire. Par conséquent une étude des phénomènes se produisant dans le réacteur s'avère nécessaire et s'impose d'elle-même.

La première partie est consacrée à l'étude de la neutronique. Elle nous permet dans un premier stade de comprendre tous les phénomènes qui entrent en jeu dans le processus de production de chaleur, de mettre en évidence les phénomènes qui peuvent faire fluctuer la quantité de chaleur dégagée au coeur du réacteur et de l'évaluer.

L'énergie dégagée dans le réacteur doit être véhiculée vers les échangeurs qui sont à leur tour des générateurs de vapeur. Une étude de transfert de chaleur est nécessaire; c'est le but de la thermique.

Elle nous permet d'avoir une connaissance approfondie des données fondamentales de la transmission de chaleur pour l'étude des échangeurs.

Nous allons appliquer ces notions de thermique dans un cas très particulier : il s'agit de prendre comme référence de calcul, les paramètres à la sortie d'une cuve déjà existante à laquelle on a d'ailleurs apporté quelques modifications, dans le but d'accroître le débit de vapeur saturée et de rendre les manipulations plus aisées.

Le développement des centrales nucléaires ne pourrait se concevoir dans celui, parallèle, des appareils accessoires.

Le souci de se préserver des éléments radioactifs a rendu importante la mise en place d'un circuit primaire et d'un circuit secondaire de circulation de fluide, l'échangeur de chaleur s'avère alors nécessaire pour le transport de chaleur du fluide du circuit primaire au fluide du circuit secondaire.

A

NEUTRONIQUE

1. Généralités sur les Réacteurs Nucléaires.

1 - 1/ Principe d'un Réacteur.

Un réacteur nucléaire permet de produire de l'énergie calorifique dont la source réside dans la fission de noyaux d'Uranium 235 ou de plutonium 239; ces noyaux sont dits noyaux fissionables.

I - 2/ Classification des réacteurs :

Nous avons deux générations de réacteurs :

- Ceux utilisant directement les neutrons de haute énergie issus de fissions.

Ce sont des réacteurs à neutrons rapides dont le combustible doit contenir une proportion de matière fissile importante (15%) dans un gros réacteur).

- Ceux utilisant un modérateur (réacteurs à neutrons thermiques), dont le combustible peut être l'uranium naturel.

Cependant il importe de préciser que dans une catégorie de réacteur (à uranium naturel), les matériaux de structure et le fluide de refroidissement, ne doivent pas introduire des capteurs parasites importantes.

A cet effet, dans la plupart des réacteurs thermiques, un léger enrichissement (de l'ordre de 3%) du combustible est imposé par la nature des matériaux de structure, et du fluide de refroidissement.

3°/ Schémas synoptiques de réacteurs nucléaires

Un réacteur nucléaire se présente comme un ensemble de cellules élémentaires formées de longs crayons de combustible, dont la surface est léchée par un fluide de refroidissement.

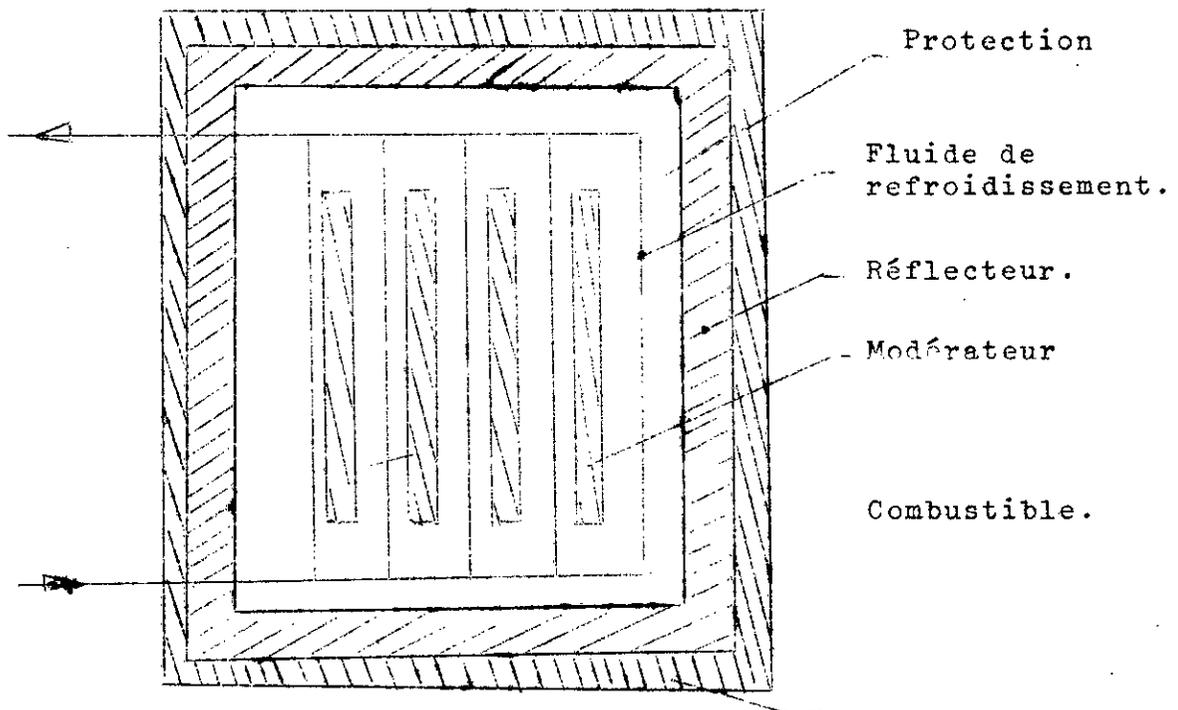
- Les cellules sont régulièrement réparties au sein du modérateur dans le cas d'un réacteur à neutrons thermiques.

- Dans un réacteur à neutrons rapides, il n'y a pas de modérateur. Cet ensemble de cellules constitue le coeur; il est entouré d'un réflecteur qui diminue les fuites de neutrons, et d'une protection biologique (béton) contre le rayonnement (de radio-activité).

- Dans le cas des réacteurs rapides, la zone dite "couverture", qui se trouve directement autour du coeur permet d'assurer la surrégénération.

- Un système de barres de contrôle, constituées d'éléments absorbants de neutrons peuvent être introduites dans le coeur pour arrêter le réacteur, le mettre en marche et régler son fonctionnement suivant qu'elles sont plus ou moins retirées.

- a/ Schéma de principe d'un réacteur à neutrons thermiques



- Coeur : ensemble des éléments combustibles lèchés par un fluide de refroidissement. Les éléments sont régulièrement disposés au sein du modérateur. Il s'agit d'un combustible contenant de la matière fissile; (dans la plupart des cas c'est de l'uranium plus ou moins enrichi en isotope U_{235}).

Il est disposé le plus souvent sous forme de crayons (diamètre : 10 à 12 mm, longueur 3,5 mm environ dans un grand réacteur).

Ces crayons sont dans une gaine métallique.

- Fluide de refroidissement : On utilise :

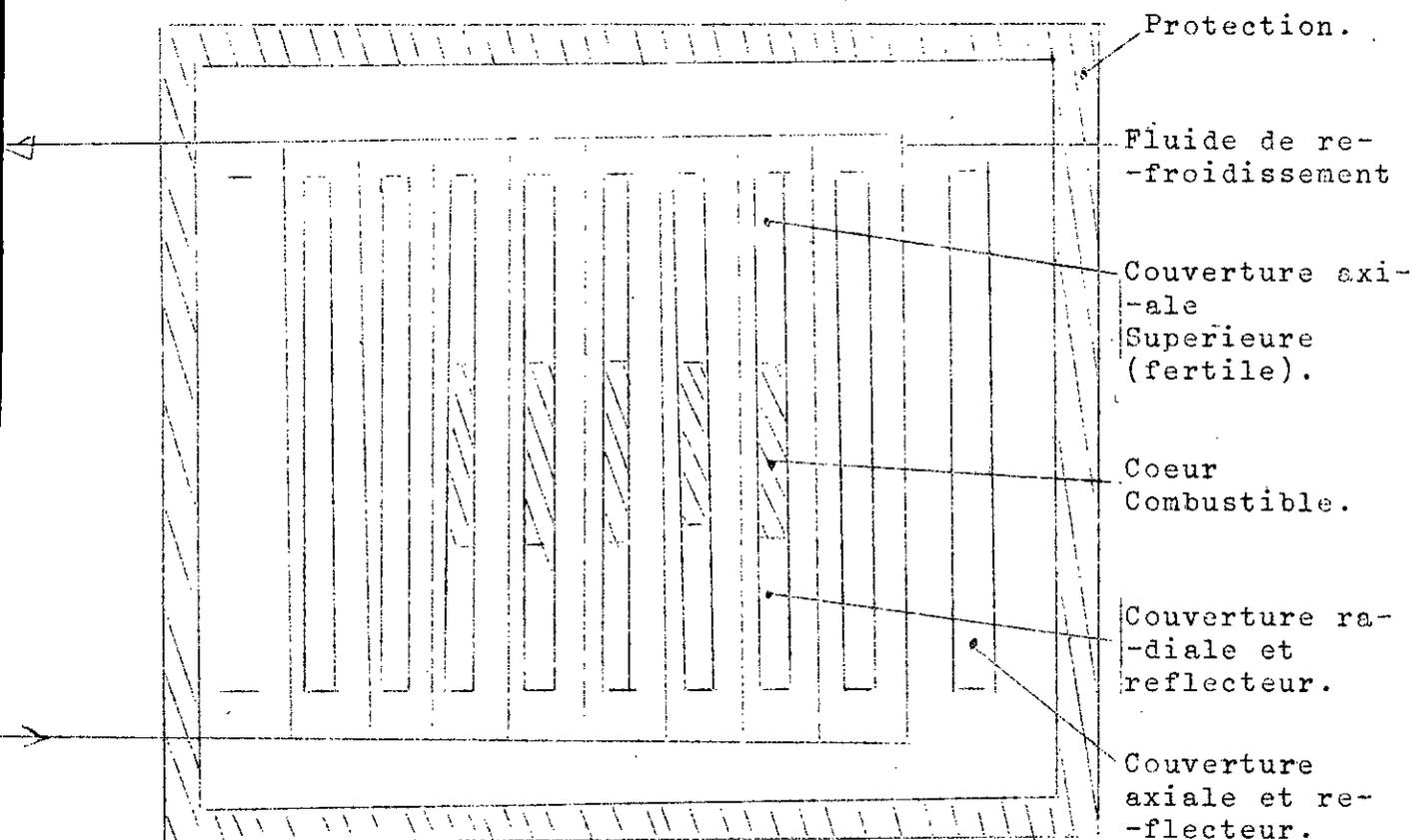
soit de l'eau ordinaire
soit de l'eau lourde
soit un gaz (Co_2 , He).

- Modérateur : On utilise :

soit de l'eau ordinaire
soit de l'eau lourde
soit du graphite

- Réflecteur : il entoure le coeur et a pour rôle de diminuer les fuites neutroniques. Il est constitué du même matériau que le modérateur.

- L'ensemble est entouré d'une épaisse enveloppe de béton (caisson).

b/ Schéma de principe d'un réacteur à neutrons rapides

- Matière fissile : Plutonium utilisé sous forme d'oxyde mixte : $\text{PuO}_2\text{-UO}_2$.

- Aiguilles de combustible : Elles sont ici plus fines : (diamètre 6 à 8 mm, longueur 0,6 m à 1 m); Elles sont gainées d'acier inoxydable et refroidies au sodium fondu.

Les aiguilles de couverture entourent le cœur et contiennent de l'oxyde UO_2 . Elles permettent la surrégénération par transformation de l'uranium U_{238} en Pu_{239} .

- Réflecteur : blocs d'aciers en général.

- Les différentes filières de réacteurs nucléaires

a/ Réacteurs à Uranium naturel, gaz, graphite (U.N.G.G.).

- Combustible : Uranium naturel
- Fluide de refroidissement : gaz (CO_2)
- Modérateur : graphite.

b/ Réacteurs à eau légère :

- Combustible : Oxyde d'uranium légèrement enrichi
- Modérateur : eau ordinaire
- Fluide de refroidissement : eau ordinaire.

Dans cette filière on distingue : - le réacteur à eau pressurisée (P.W.R)

- le réacteur à eau bouillante (B.W.R).

c/ Réacteurs à eau lourde :

- Combustible : Uranium naturel
- Modérateur : eau lourde
- Fluide de refroidissement : eau lourde sous pression ou eau légère bouillante.

d/ Réacteurs à haute température :

- Combustible : Uranium très enrichi plus du thorium sous forme de carbure.
- Modérateur : graphite
- Fluide de refroidissement : trélium sous pression.

e/ Réacteurs à neutrons rapides : ou surgénérateurs ou encore surrégénérateurs

- Combustible : Oxyde mixte d'uranium et de plutonium
- Fluide de refroidissement : sodium fondu (en gaz)

II. PHYSIQUE DES REACTEURS.

II. 1 INTERACTIONS ENTRE PARTICULES.

On a deux grandes classes de réactions neutroniques : la dispersion et l'absorption.

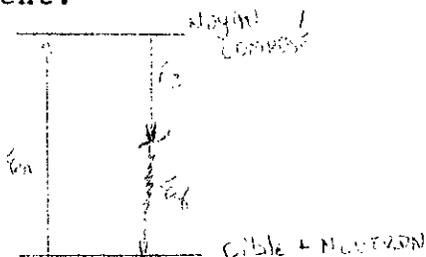
Dans la réaction de dispersion, le résultat est un échange d'énergie entre les deux particules en collision; le neutron reste libre après collision.

Dans l'absorption, le neutron est retenu dans le noyau et d'autres particules sont formées. Les plus importantes réactions d'absorption sont : la capture et la fission..

Dans la dispersion on distingue :

- Dispersion inélastique : Quand un neutron subit un choc inélastique, il est d'abord capturé par un noyau cible pour former un état excité du noyau composé. Un neutron d'énergie basse est alors émis laissant le noyau résiduel dans un état excité ; celui-ci émet l'excès d'énergie sous forme de rayonnement γ , appelé rayon γ de la dispersion inélastique.

Soit E_1 l'énergie cinétique totale du neutron et de la cible avant collision, E_2 : l'énergie après collision; E_γ : énergie de rayonnement.



$$E_1 = E_2 + E_\gamma$$

Pour les éléments de nombre de masse moyen et élevé, l'énergie d'excitation minimum, c'est-à-dire l'énergie du niveau excité le plus bas au dessus de l'état fondamental est habituellement.

Supérieure ou égale à 0,1 MeV. ainsi seule les neutrons excédant cette valeur de l'énergie peuvent être dispersés de façon inélastique.

- Dispersion élastique :

On a vu que la dispersion inélastique était possible pour des neutrons d'énergie supérieure à 0,1 MeV; ainsi tout neutron d'énergie inférieure à 0,1 MeV ne peut perdre de l'énergie sous cette forme.

Dans la dispersion élastique, l'énergie cinétique est conservée et il n'y a pas de restriction sur le transport d'énergie entre neutron-cible.

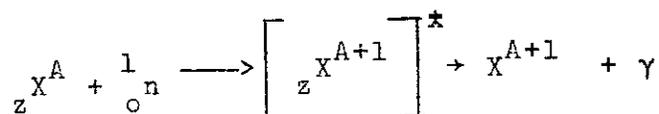
Il se peut que le neutron cède de l'énergie au noyau et vis versa.

Il y a deux types de collision élastiques : l'une comprend une capture de neutron pour former un noyau composé suivie par l'émission d'un nouveau neutron de dispersion.

Dans l'autre il ne se forme pas de noyau composé, le noyau percuté reste dans son état d'énergie fondamental. Le choc est du type: "boule de billard".

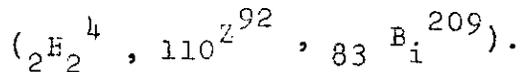
Parmi les réactions d'absorption nous avons entre autres :

- La Capture : Elle est représentée par l'équation.



Cette réaction est commune et arrive plus avec les neutrons lents qu'avec les neutrons rapides.

Disons seulement que tous les éléments, peuvent avoir cette réaction à plus ou moins échelle. Cependant, ceux qui ont un nombre magique de neutrons ont cette tendance faible.



- La fission : Beaucoup plus importante que ce qui, précède pour le fonctionnement du réacteur est traitée plus en détail.

II-I-A/ Définition : La fission nucléaire est la rupture d'un noyau lourd en deux noyaux de masses sensiblement identiques. La fission est un phénomène exoénergétique.

II-I-6/ Les matériaux fissiles :

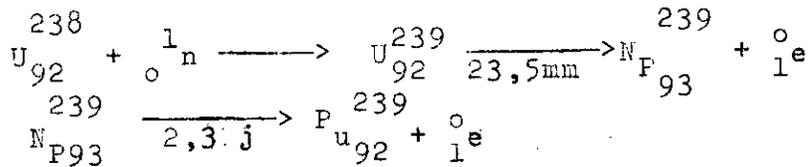
Ce sont principalement = U 235 , U 233 , Pu 239.

Ces matériaux peuvent subir une fission sur une énorme gamme énergétique, c'est-à-dire que la fission leur est accessible par des neutrons à très grande énergie comme par des neutrons lents.

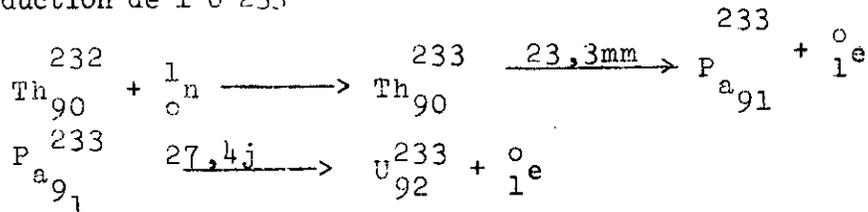
L'uranium U 235 est le seul des trois corps qu'on peut trouver dans la nature; les deux autres corps sont produits artificiellement à partir de l'uranium U 238 et du Thorium 232. (voir ci-après).

La fission de l'uranium U 238 n'est possible qu'avec des neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV. (neutrons rapides).

a/ Production de plutonium : Pu 239.



b/ Production de l'U 233



II.1.6/ Exemple de fission :

Prenons le cas de l'Uranium U 235.

Supposons qu'un neutron frappe un atome d'uranium 235.

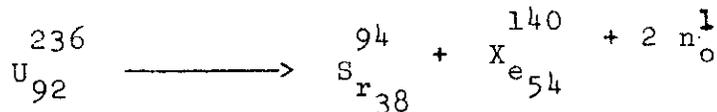
a/ Absorption de neutron par le noyau U 235



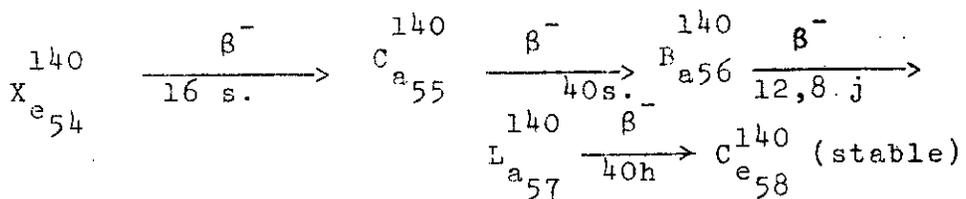
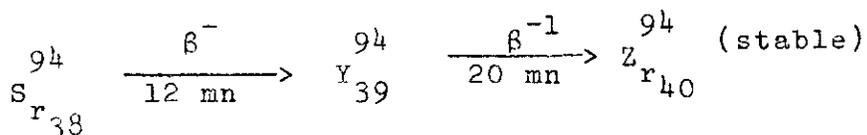
b/ Le noyau composé oscille et tend à se disloquer :

- Dans 16 % des cas un rayonnement apparaît à la suite de l'élimination de l'excès d'énergie, l'isotope U 235 reste stable.

- Dans le reste des cas, (84 %) c'est la division du noyau en éléments plus légers :



Les produits de fission à leur tour évoluent vers la stabilité :



II.1.D/ Energie de fission :

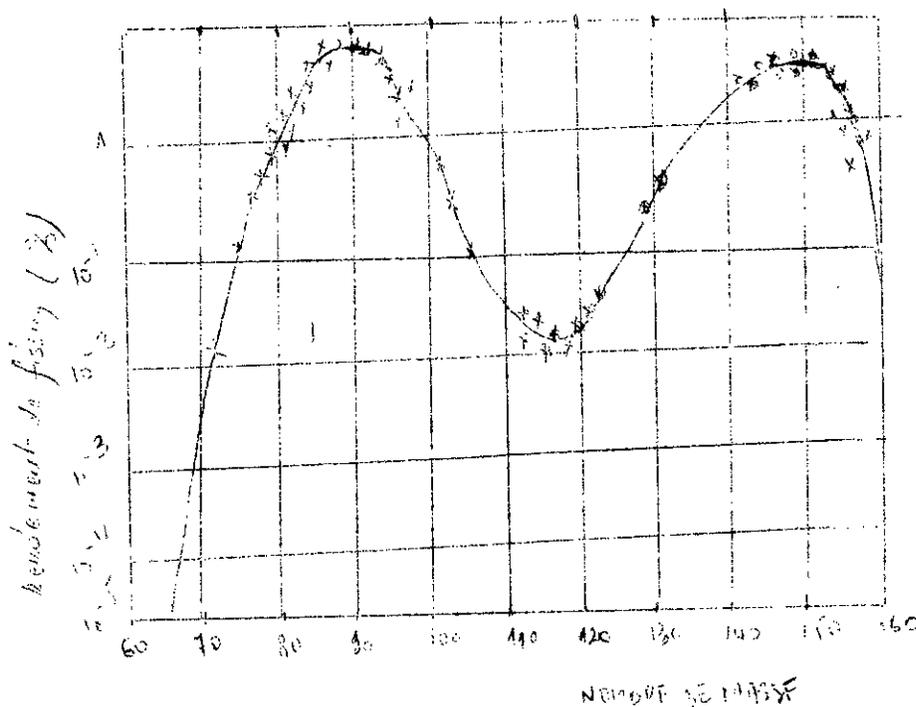
La fission d'un atome dégage une grande quantité d'énergie qui se répartit approximativement comme suit :

| | |
|--|-----------|
| - Energie cinétique des fragments de fission | : 165 MeV |
| - Energie des rayons γ instantanés | : 7 MeV |
| - Energie cinétique des neutrons de fission | : 5 MeV |
| - Energie des particules β des produits de fission | : 7 MeV |
| - Energie des rayons γ des produits de fission | : 6 MeV |
| - Energie des neutrinos | : 10 MeV |
| | ~ 200 MeV |
| - <u>Energie totale de fission</u> : | |

Le nombre de neutrons émis par chaque fission varie entre 1 et 6.
L'énergie véhiculée par les neutrons est irrécupérable vu la faible interaction de ces derniers avec la matière.

II.1.E/ Produits de fission :

Rendement en produits de fission pour ^{235}U .



Considérons la courbe de la figure (1).

Cette courbe donne la probabilité pour qu'un noyau de masse donnée soit issue de la fission ; ceci constitue le rendement de la fission en fonction du nombre de masse.

Cette courbe présente un premier maximum aux alentours de $A = 95$ et un second maximum aux alentours de $A = 140$.

elle possède un minimum pour $A \approx 120$.

Les deux maximums correspondent à un rendement d'environ 6,5 % et le minimum à $10^{-2}\%$. La fission symétrique est donc 650 fois moins probable que la fission conduisant aux produits de fission dont les nombres de masse sont de l'ordre de 95 et 140.

Dans le cas de réacteur à neutrons thermiques et à Uranium 235 les produits de fissions les plus souvent obtenus sont :

1/ Y , Z_r , N_b , M_o , P_b , A_g , C_d ,

2/ X_c , C_s , B_a , L_a , C_e , S_m , G_d ,

Parmi ces produits de fission, le Xénon X_e^{135} et le Samarium S_m^{139}

constituent des poisons pour la réaction en chaîne car ils absorbent les neutrons aux dépenses de la réaction de fission. Le plus dangereux est de loin le X_e^{135} . Lorsqu'il absorbe un neutron, le X_e^{135} se transforme en un élément stable le X_e^{136} sans aucune libération d'énergie, en génération de neutrons. Sa présence peut affecter sérieusement la réactivité et nécessiter le retrait des barres de contrôle à titre de compensation.

Le Xénon 135 est détruit partiellement en se transformant en césium 135 avec émission de rayons β . Sa disparition à 50% est atteinte après 9 Heures.

II.1.F/ Séctions efficaces pour réactions neutroniques :

Pour décrire l'interaction neutrons-noyaux on introduit le concept de section efficace : Si on expose un matériau donné à l'action des neutrons, la quantité de réactions nucléaires dépend du nombre de neutrons, de leurs vecteurs vitesse, et du nombre, ainsi que de la nature des noyaux du matériau.

La section efficace du noyau cible pour une réaction donnée est une propriété du noyau et de l'énergie du neutron incident.

La section efficace représente la probabilité d'interaction entre un flux ϕ de particules et une cible dont la densité du noyau N est grande. Le nombre d'interactions par unité de temp est proportionnel au flux ϕ et à N :

$$\text{Donc } n = \sigma \phi N$$

n = nombre d'interaction
 σ = section efficace
 ϕ = flux de neutrons
 N = nombre de particules.

Notons que la section est fréquemment de l'ordre de 10^{-22} à 10^{-26} cm^2 / noyau. On utilise alors le barn comme unité de section efficace

$$1 \text{ barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2$$

Il peut y avoir plusieurs types d'interactions ayant chacune une section efficace σ_i pour un flux de particules et une cible.

$$\text{Alors } \sigma_t = \sum_i \sigma_i \quad \sigma_t : \text{Section efficace totale.}$$

- Section efficace macroscopique :

$$\Sigma = N \sigma \text{ cm}^{-1}$$

N = nombre de noyaux cibles/ cm^2 de matière on peut donc l'exprimer par :

$$\Sigma = \rho \frac{N_a}{A} \sigma$$

N_a = nombre d'Avogadro.

ρ = g/cm³.

A = masse atomique.

Pour un matériau composé de masse moléculaire M, de densité ρ N_i le nombre d'atomes du $i^{\text{ème}}$ types / cm³ on aura :

$$N_i = \rho \frac{N_a}{M} j_i$$

j_i = nombres d'atomes du 1er. type

dans la molécule.

Alors : $\Sigma_i = N_i \sigma = \rho \frac{N_a}{M} j_i \sigma_i$

σ_i = section efficace correspondante.

$$\Sigma = N_1 \sigma_1 + \sigma_2 N_2 + \dots + N_n \sigma_n = \frac{\rho N_a}{M} [j_1 \sigma_1 + \sigma_2 j_2 + \dots]$$

Le même pour un mélange d'éléments composé au non, contenant espèces de noyaux on à :

$$\Sigma = N_1 \sigma_1 + \dots + N_i \sigma_i + \dots$$

La section efficace est liée au type de choc.

En général on distingue :

- La section efficace de choc élastique ou de diffusion
- La section efficace de choc inélastique
- La section efficace de fission.

La section efficace macroscopique sera :

$$\Sigma = \Sigma_f + \Sigma_i + \Sigma_j$$

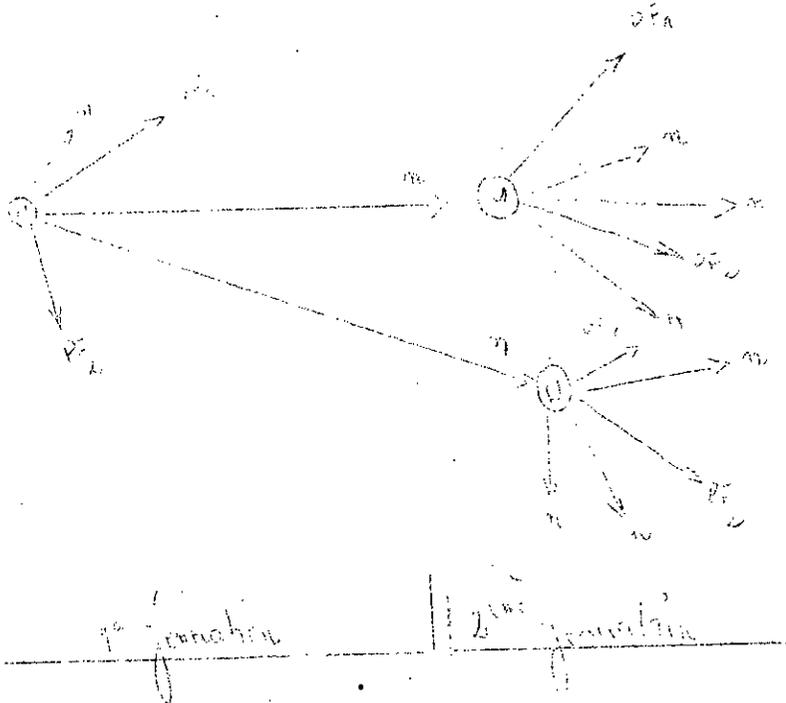
Ex: la section efficace de fission de l'uranium U 235 est :

$$\Sigma_f = 580 \text{ barns}$$

sous l'action de neutrons thermiques.

Une réaction en chaîne est produite quand on ralentit les neutrons émis par chaque fission, nous savons qu'un noyau d'uranium libéré environ 3 neutrons.

* Schéma de la Réaction



Certains neutrons sont perdus par fuite d'autres sont absorbés par réaction. On définit ainsi un coefficient de multiplication.

*) Coefficient de multiplication :

Supposons que l'on ait N neutrons à la première génération
à la deuxième génération on aura : $N \times k$ neutrons.

" " troisième " " " : $N \times k^2$ "

" " " " " " : " " "

" " N^{ème} " " " : $N \times k^{n-1}$ "

Donc k peut être défini de la façon suivante.

$k =$ Nombre de neutrons utiles d'une génération i

Nombre de neutrons utiles d'une génération $(i - 1)$

évolution exponentielle.

Nous avons $\Delta_n = n_2 - n_1$

avec $n_2 = k n_1 \longrightarrow \Delta_n = n_1 (k-1)$

On définit aussi le temps de passage d'une génération à l'autre :

$$\tau = 10^{-3} \text{ s}$$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{n(k-1)}{\tau} \longrightarrow \frac{dn}{n} = \frac{(k-1)}{\tau} dt$$

en intégrant :

$$\int_0^N \frac{dn}{n} = \int_0^T \frac{k-1}{\tau} dt$$

On trouve que $N(t) = N_0 e^{-\frac{(k-1)}{\tau} t}$.

Cette équation donne la population neutrenique à un instant donné .

si $k > 1$: le flux neutronique croit. La réaction en chaîne peut s'amorcer

si $k < 1$: la réaction en chaîne se désamorce.

Le neutron libéré par fission possède une énergie de l'ordre de 1 à 2 MeV ($v \approx 20.000 \text{ m/s}$).

Il serait utile de ramener du neutron rapide à une énergie du neutron thermique ($v = 2200 \text{ m/s}$ d'où la nécessité d'un modérateur (valettisseur).

*) Facteur de multiplication effectif :

Le facteur de multiplication tel qu'il a été défini ci-dessus suppose le système de dimensions infinies.

Si le milieu a des dimensions finies, on tiendra compte des pertes dues aux fuites en introduisant un facteur de probabilité pour probabilité anti-fuite.

Ainsi le facteur de multiplication K (noté K_∞) est réduit par cette probabilité est devient :

$$K_{\text{eff}} = P K_\infty$$

$$K_{\text{eff}} = K \text{ effectif}$$

** Réactivité : ρ

$$\rho = \frac{K_{\text{eff}} - 1}{K_{\text{eff}}}$$

Si $K_{\text{eff}} < 1 \rightarrow \rho < 0$ système sous critique

Si $K_{\text{eff}} > 1 \rightarrow \rho > 0$ système sur critique

Si $K_{\text{eff}} = 1 \rightarrow \rho = 0$ système critique.

On peut jouer sur la valeur de ρ en abaissant ou en retirant les barres de contrôle du coeur du réacteur.

Au démarrage ces barres sont retirées et $K_{\text{eff}} > 1 \Rightarrow \rho$

La puissance du réacteur augmente avec la production de neutron ; Dès que la puissance voulue est atteinte on abaisse les barres de contrôle de manière à avoir $K_{\text{eff}} = 1$ c'est-à-dire $\rho = 0$

Le nombre de neutrons qui apparaissent est alors égal au nombre de neutrons qui disparaissent en provoquant la fission.

Pour arrêter le générateur, on dispose les barres de contrôle de façon $K_{\text{eff}} < 1$ c'est-à-dire $\rho < 0$

* Condition de criticité :

Pn on se met dans un milieu infini (pas de fuites).
Soit n le nombre de neutrons thermiques capturés dans le combustible.
Si η est la caractéristique du combustible utilisé, on aura :

$n\eta$ neutrons de fissions produits.

Initialement il y a un excédent de neutrons produits, car les neutrons de grande énergie provoquent la fission de l' U_{235} et de l' U_{238} .

On introduit alors un nouveau coefficient $\epsilon_1 (\approx 1,03)$ qui tient compte de cet excédent de neutrons et qui est fonction de la géométrie du combustible, c'est le facteur de fission rapide.

On a donc : $n \eta \epsilon$ neutrons de fission.

• De plus, un neutron a la probabilité p d'atteindre le niveau thermique sans être absorbé.

p est la probabilité autitrappe.

On a donc : $n\eta\epsilon p$ neutrons qui atteignent le niveau thermique.

Certains de ces neutrons sont perdus dans le modérateur et le combustible : on introduit un facteur d'utilisation thermique : f

On a donc enfin :

$n \eta \epsilon p f$ = nombre de neutrons final.

le facteur de multiplication sera alors :

$$K = \frac{n \eta \epsilon p f}{n} = \eta \epsilon p f = K_{\infty}$$

Dans un milieu fini, on a des fuites : $K_{\text{eff}} = p K_{\infty}$

Dans les conditions critiques de fonctionnement : $K = 1$

c'est-à-dire $\eta \epsilon p f = 1$

$\eta_1 \epsilon$ sont des caractéristiques fixes du combustible.

si f (quantité de modérateur) (quantité d' U_{238})

si la structure des constituants de réacteur est bien choisi pf peut avoir une valeur optimale.

II.2) La modération :

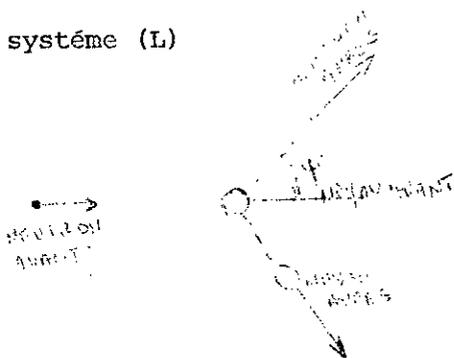
Dans un réacteur nucléaire, on s'efforce de maintenir dans le coeur le plus possible de neutrons de basse énergie issus des fissions successives soit par enrichissement de la matière fissile en U^{235} (à 3,5 %) soit en utilisant un modérateur qui permet, par diffusion, de réduire la vitesse de neutron le plus rapidement possible sans produire d'absorption.

Ce procédé connu sous le nom de modération comprend les chocs élastiques et inélastiques entre les neutrons et les noyaux du milieu.

Nous allons considérer d'abord la théorie des chocs, et nous résonnerons soit dans le système du laboratoire L ; qui considère un observateur extérieur au système; soit dans le repère de centre de masse où l'observateur se situe centre du noyau.

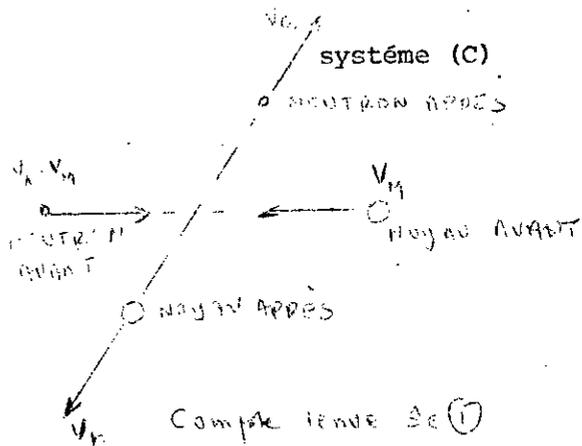
Nous aurons alors.

système (L)



on a v_n'

$$v_M' = \frac{v_n}{A+1}$$



Compte tenu de (1)

$$v_n \cdot v_M' = \frac{A v_n}{A+1}$$

* Dans (C) la quantité de mouvement totale est nulle avant et après

$$\text{choc} \implies \vec{v}_2 = Av_b \quad (3)$$

* Dans (L) la conservation de l'énergie cinétique permet d'écrire :

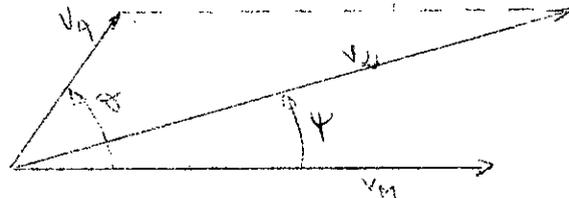
$$\frac{1}{2} \left(\frac{Av_1}{A+1} \right)^2 + \frac{1}{2} A \left(\frac{v_1}{A+1} \right)^2 = \frac{1}{2} v_a^2 + \frac{1}{2} Av_b^2 \quad (4)$$

(3) et (4) donnent :

$$v_a = \frac{Av_1}{A+1} \text{ et } v_b = \frac{v_1}{A+1} \quad (5)$$

Pour déterminer la perte en énergie cinétique du neutron, il est nécessaire de transformer le résultat obtenu dans (C), dans (L). Afin de réaliser cette transformation on considère l'un des systèmes en mouvement relatif à l'autre avec une vitesse v_m .

Aussi le vecteur vitesse du neutron après collision dans (L) est obtenu en sommant \vec{v}_m représentant le mouvement du centre de masse dans (L) et \vec{v}_a : vecteur du neutron dans (C) après collision.



si \vec{v}_L est le vecteur vitesse du neutron après collision dans (L), d'après la loi du cosinus (produit scalaire).

$$v_2^2 = v_1^2 \frac{A^2 + 2A \cos \theta + 1}{(A + 1)^2} \quad (6)$$

ψ = angle de dispersion dans (L).

Echange d'énergie dans la dispersion

$$\left. \begin{array}{l} E_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 \\ E_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 \end{array} \right\} \implies \frac{E_1}{E_2} = \frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{A^2 + 2A \cos \theta + 1}{(A + 1)^2}$$

si α , propriété de dispersion du noyau rattaché à la masse est défini par :

$$\alpha = \left(\frac{A+1}{A-1} \right)^2 \quad (7) \quad \implies \quad \frac{E_1}{E_2} = \frac{1}{2} \left[(1+\alpha) + (1-\alpha) \cos\theta \right]$$

si $\theta=0 \implies \frac{E_{\max}}{E_1} = 1 \implies E_{\max} = E_1$: le neutron ne perd pas d'énergie.

$\theta = \pi \quad \frac{E_{\min}}{E_1} = \alpha \implies E_{\min} = \alpha E_1$ donne le maxi de transport d'énergie

la perte d'énergie est : $\frac{E_1 - E_{\min}}{E_1} = 1 - \alpha \quad (2)$

Loi empirique de dispersion .

On fait intervenir la probabilité des différents angles de dispersion. On suppose une symétrie sphérique autrement dit $\cos\theta$ varie de -1 à 1 (Ces valeurs sont également probables).

Ce qui est valable pour (C) n'est pas valable pour (L); que pour des noyaux lourds/ neutrons, où on peut faire l'approximation :

$$\text{de la fig (1)} \implies \cos\psi = \frac{A \cos\theta + 1}{\sqrt{A^2 + 2A \cos\theta + 1}}$$

ψ : angle de dispersion dans (L) et $\cos\psi \longrightarrow \cos\theta$ pour $A \gg 1$ ainsi si dans l'un la dispersion est symétrique, elle l'est dans l'autre.

Le cosinus moyen de l'angle de dispersion dans (L), $\overline{\mu}_0$ est donné par (en supposant l'isotopie dans C).

$$\overline{\cos\psi} = \overline{\mu}_0 = \frac{\int_0^\pi \cos\psi d\Omega}{\int_0^\pi d\Omega}$$

$d\Omega$ = élément d'angle solide

$$d = 2\pi \sin\theta d\theta \implies \mu_0 = 2/3A$$

On préfère utiliser le décrement moyen logarithmique de l'énergie par collision qui est le paramètre de ralentissement.

Le nombre de chocs ϕ subit par un neutron rapide en passant d'une énergie E_i à une énergie E_f est caractérisé par :

$$\left(\frac{E_1}{E_2}\right)^\phi = \frac{E_i}{E_f}$$

en passant au logarithme nous avons :

$$\phi = \frac{\log (E_i/E_f)}{\log (E_1/E_2)}$$

E_1 = Energie moyenne du neutron rapide

E_2 = " " " lent

E_i = Energie avant le $i^{\text{ème}}$ choc

E_f = " après " "

Pour des commodités de calcul, on considère la perte du logarithme des énergies.

$$\phi' = \frac{\log (E_i/E_f)}{\log (E_1/E_2)}$$

On montre que $\zeta = \log (E_1/E_2)$ est le paramètre de ralentissement.

$$\zeta = \log(E_1/E_2) = \frac{\int_{-1}^{+1} \log\left(\frac{E_1}{E_2}\right) d(\cos\theta)}{\int_{-1}^{+1} d(\cos\theta)} \quad (6)$$

$$(6) \text{ nous donne : } \zeta = 1 + \frac{(A-1)^2}{2A} \log\left(\frac{A-1}{A+1}\right) \quad (7)$$

$$\text{pour } A > 10 \implies \zeta \approx \frac{2}{A + 2/3}$$

Ex : 2 MeV \longrightarrow 0,025 MeV : nombre de collisions pour thermaliser

$$\phi = \frac{\log\left(\frac{2 \cdot 10^6}{0,025}\right)}{\zeta} = \frac{18,2}{\zeta}$$

Si le modérateur est composé; contenant μ noyaux.

$$\frac{\sigma_{S1} \zeta_1 + \sigma_{S2} \zeta_2 + \dots}{\sigma_{S1} + \sigma_{S2} + \dots}$$

pour U_2O :

$$U_2O = \frac{2\sigma_S(H)\zeta_{(H)} + \sigma_S(O)\zeta_{(O)}}{2\sigma_S(H) + \sigma_S(O)}$$

Un bon modérateur est celui qui donne une importante décroissance d'énergie, ainsi il est préférable que ζ est aussi grand que possible. Le meilleur corps modérateur pourrait être l'Hydrogène.

Cependant ζ n'est pas important sous la probabilité de dispersion (section efficace) qui doit être aussi grande. Le produit $\zeta\Sigma$ est appelé alors : le pouvoir ralentisseur pour un molécule composés

$$\zeta\Sigma = N(y_i\sigma_{Si}\zeta_i + \dots +) .$$

y_a : nombre d'atome du i type

N = nombre de molécules / unité de volume du modérateur.

Le pouvoir de ralentissement mesure mieux l'efficacité du modérateur que seul, il est égal à ϵ/λ_S

$$\lambda_S = \frac{1}{\Sigma_S}$$

Propriétés de quelques corps modérateurs.

| CORPS | A | ζ | NOMBRE DE CHOC. | σ ABSORPTION |
|------------------|----|---------|-----------------|---------------------|
| H | ' | ' | 18 | 0,33 |
| H ₂ O | 18 | 0,924 | 19 | 0,66 |
| D | 2 | 0,725 | 25 | 0,0004 |
| D ₂ O | 20 | 0,515 | 35 | 0,0029 |
| Graphite | 12 | 0,158 | 115 | 0,0045 |

II - 3/ BILAN NEUTRONIQUEEléments de la théorie de la diffusionII - 3-A/ Introduction

Le sort réservé aux neutrons émis par la fission est variable; certains s'échappent et, parmi ceux qui rencontrent des noyaux, certains peuvent être capturés, sans provoquer de fission, d'autres réfléchis avec ou dans perte d'énergie cinétique, le reste provoquant fission et émission de neutrons.

Pour que la réaction de fission soit entretenue, la masse (ou le volume) de matériau fissile doit avoir une certaine valeur (valeur critique) dépendant de conditions variées (par exemple : le peu de matières fissile par rapport à l'importante quantité de matière fertile, où beaucoup de neutrons de fission sont perdus dans des réactions de non fission).

Dans tous les réacteurs, la densité des neutrons est variable dans le foyer : elle est plus importante dans la zone centrale qu'à la périphérie.

Pour étudier la densité neutronique en tout point de ce foyer, la théorie la plus simple et la plus constamment utilisée est la diffusion, laquelle, malgré le manque de rigueur utilisée dans le calcul des réacteurs.

II - 3-B/ Equation de conservation des neutrons :

Elle s'écrit : $\frac{\partial n}{\partial t} = \text{Production} - \text{absorption} - \text{fuites. (1)}$

n : densité de neutrons.

Lorsque le système se stabilise $=0$; l'équation (1) devient :

Production = absorption + fuites. (2)

Les coefficients de production et d'absorption de neutrons dépendent des sections efficaces respectives, qui peuvent être déterminées expérimentalement.

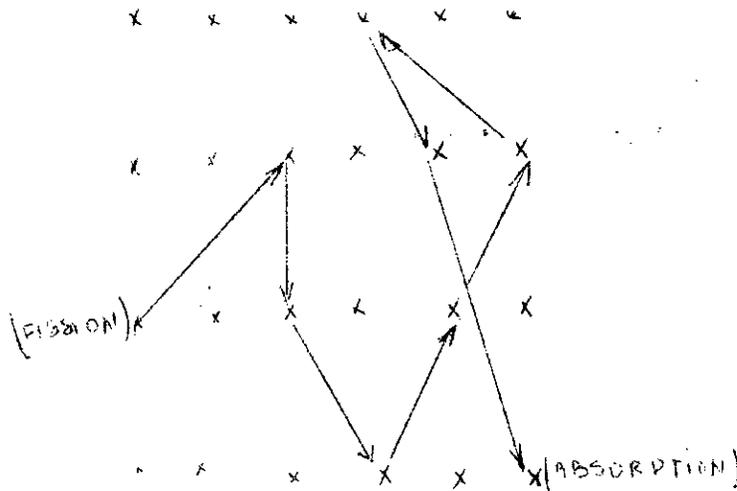
De ce fait si les propriétés de multiplication des neutrons sont connues, les calculs des termes d'absorptions et de production ne présentent pas de grandes difficultés.

La détermination des fuites présente certaines difficultés. Notons que ce problème relève de la mécanique classique plutôt que de la physique nucléaire. Les fuites proviennent du fait que les neutrons sont en mouvement. La plupart quittent les zones du réacteur où la densité neutronique est forte vers les zones où cette densité est faible.

Dans son mouvement, le neutron est affecté par des collisions avec les noyaux des atomes environnants. Ceci joue un grand rôle dans la diffusion neutronique sur laquelle est basé le calcul des fuites.

Considérons un neutron individuel. Schématiquement, de sa naissance (en A, fission) à sa disparition (absorption) en B, sa trajectoire est en "zig-zag", au cours de laquelle il subit des réactions de dispersion successives, par les noyaux des atomes du matériau se trouvant dans le foyer.

Le neutron perd de l'énergie et de la vitesse à chaque collision; l'énergie perdue dépend de la masse du noyau percuté. Le neutron termine son parcours sous forme de neutron thermique. (voir schéma ci-dessous)?



Dans le foyer du réacteur se réalisent simultanément des millions de trajectoires similaires: leur résultante est que les neutrons se déplacent des des points de haute densité aux points de densité plus faible.

Dans certains cas , le neutron ne sera pas thermique parce qu'il est absorbé ou il est sorti du foyer ou alors bien que thermique il s'échappe avant d'être absorbé.

Le sort individuel du neutron n'est pas connu mais comme le processus en fait intervenir un grand nombre, il est régi par des lois statistiques d'une approximation suffisantes pour le calcul du réacteur.

Ces considération nous amènent à la théorie du transport.

II-3-C/ Théorie de la diffusion :

Dans un but de simplification, nous allons supposer que tous les neutrons ont la même énergie et les collisions s'apportent pas de changement dans cette énergie. La vitesse étant considérée constante, seule la position est variable . La distribution du vecteur vitesse est aussi supposée, invariable, ce qui nous amène à l'approximation précédemment signalée, de la théorie de diffusion.

Dans ce sens nous appliquons la loi de diffusion de Fick, pour neutrons monoénergétiques.

$$J_z = - D_0 \frac{\partial n}{\partial z} \quad (3)$$

$\frac{\partial n}{\partial z}$ est la densité neutronique dans la direction z ;

J courant neutronique, c'est-à-dire, le nombre net de neutrons traversant l'unité de surface / unité de temps dans la direction z .

D_0 : coefficient de diffusion de dimension L^2/s

Si nous appliquons (3) à un point de l'espace considéré on a :

$$J = - D_0 \text{grad } n \quad (4)$$

Où J est le nombre de neutrons se déplaçant dans une direction donnée, à travers l'unité de surface, normale à la direction du flux.

$$\star \phi = nv \implies J = -D \text{ grad} \phi \quad (5) \text{ avec } D = \frac{D_0}{v}$$

D a la dimension d'une longueur, car J et ϕ ont même dimensions

Dans le cas où l'approximation est valable, D est donné par la théorie du transport comme étant égal à :

$$D = \frac{1}{3(\Sigma_t - \Sigma_S \bar{\mu}_0)}$$

Σ_t : section efficace macroscopique totale pour le cas particulier de neutrons monoenergétiques.

$\bar{\mu}_0$: cosinus moyen de l'angle de dispersion des neutrons par collisions, dans le système de laboratoire.

$$\text{si } \Sigma_0 \text{ est faible, alors : } \Sigma_t \approx \Sigma_S \text{ et } D = \frac{1}{3 \Sigma_S (1 - \bar{\mu}_0)} = \frac{\lambda_S}{3(1 - \bar{\mu}_0)} \quad (7)$$

$$\text{avec } \lambda_S = \frac{1}{\Sigma_S} \quad (8)$$

$\star \phi = nv$ sera justifiée un peu plus loin.

$$\text{on pose : } \frac{1}{\Sigma_S (1 - \bar{\mu}_0)} = \frac{\lambda_S}{1 - \bar{\mu}_0} = \lambda_{tr}$$

$$\lambda_{tr} = \frac{1}{\Sigma_S (1 - \bar{\mu}_0)} = \frac{\lambda_S}{1 - \bar{\mu}_0} ; \quad (10)$$

De (9) on obtient : $D = \frac{1}{3} \lambda_{tr} (1)$ quand $\Sigma_t \approx \Sigma_S$

En milieu isotrope $\mu_0 \approx 0$ et $\lambda_{tr} \approx \lambda_S$; le facteur $\frac{1}{1-\mu_0}$ peut être considéré comme un facteur de correction anisotrope.

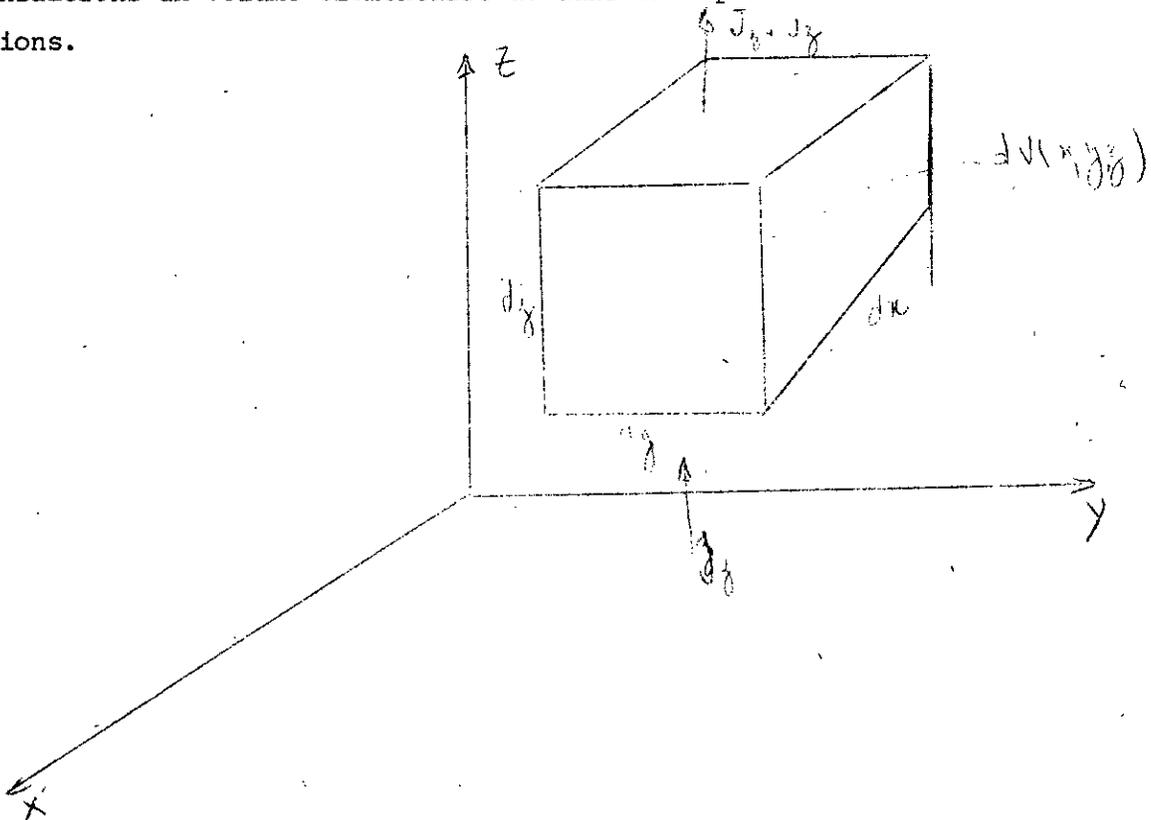
En général, μ_0 décroît avec l'accroissement de la masse du noyau percuté ainsi

$$\frac{1}{1-\mu_0} \approx 1 \text{ et } \lambda_{tr} \approx \lambda'_S$$

II.3.D/ Définition des fuites :

Soit $\phi(n,y,z)$ la fonction du flux.

Considérons un volume élémentaire dV dans un repère orthonormé à trois dimensions.



Le nombre de neutrons entrant par la face inférieure est : $J_z dS = J_z dndy$

Il sort par la face supérieure :

$$J_z + d_z dS = J_z + d_z dndy.$$

$$\begin{aligned}
 (J_z + d_z - J_z) dn dy &= - D \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_{z+d_z} - \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_z \right] dx dy \\
 - &= - D \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} dn dy dz = - D \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} dV
 \end{aligned}$$

De même dans la direction des x les pertes sont $-D \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} dV$ et dans la Direction des y : $- D \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} dV$.

Les pertes dans le volume dV sont alors :

$$- D \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) = - D \nabla^2 \phi. \quad (12)$$

II-3-F/ Pertes par absorption :

Considérons un flux de neutrons de densité n , c'est-à-dire le nombre de neutrons par cm^3 . Si v est la vitesse neutronique, nv est le nombre de neutrons tombant sur un cm^2 (1 cm^2) de cible par seconde (qui est précisément le flux neutronique noté : ϕ).

$\sigma \text{ cm}^2$ est la surface effective par nucléon pour une réaction donnée.

Σ : surface effective de réaction en cm^1 de tous les noyaux par cm^3 de cible.

Σnv est le nombre d'interactions (neutrons - noyaux - par cm^3 de cible et par seconde.

Donc : le nombre de neutrons en interaction est : $\Sigma nv / \text{cm}^3 \cdot s$

Avec $\phi = nv$ on aura : nombre de neutrons en interaction = $\Sigma \phi$ neutrons / $\text{cm}^3 \cdot s$

D'où pour l'absorption : le terme : $\Sigma_a \phi$.

L'équation de diffusion s'écrira alors :

$$D \nabla^2 \phi - \Sigma_a \phi + S = \frac{\partial n}{\partial t} \quad (13)$$

S : source = nombre de neutrons produits par cm^3 de combustible l'équation (13) est l'équation de diffusion pour la théorie du réacteur à neutrons thermiques.

Pour un système en équilibre : $\frac{\partial n}{\partial t} = 0$ et $D\nabla^2\phi + S - \Sigma_a\phi = 0$ (14)

Si $S = 0$ (pas de matière fissile -- on a : $D\nabla^2\phi - \Sigma_a\phi = 0$ (15)

$$\nabla^2\phi - K^2\phi = 0 \quad (16)$$

$$K^2 = \frac{\Sigma_a}{D}$$

Σ_t a pour dimension $\frac{1}{L}$; D a pour dimension $L \rightarrow k$ a pour dimension

$$\frac{1}{L}$$

Remarque : la résolution de l'équation de diffusion ne rentre pas dans le cadre de ce projet.

B

Transfert Thermique

TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONDUCTION

L'énergie produite sous forme de chaleur dans un réacteur nucléaire migre dans le combustible; C'est la conduction vive.

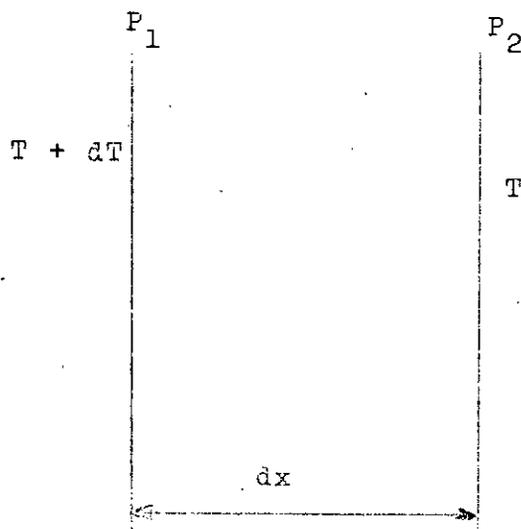
Elle traverse ensuite la gaine conductrice, c'est la conduction sans génération de puissance.

I. Conduction par une couche solide infiniment mince

Soit un solide homogène limité entre 2 plans parallèles (P_1 et P_2) distants de dx . Quelle est la quantité de chaleur dq à fournir à P_1 (de surface S) pour que sa température soit supérieure de dT à celle de P_2 pendant le temps dt .

On a :

$$dq = - \lambda S \frac{dT}{dx} dt \quad (1)$$



Le signe (-) indique que l'écoulement de chaleur est dans le sens des températures décroissantes.

λ est la conductivité thermique, elle caractérise le solide.

La transformation de l'équation (1) donne :

$$\phi = \frac{1}{S} \frac{dq}{dt} = - \lambda \frac{dT}{dx} \quad (2)$$

ϕ est la densité de flux de chaleur, qui en notation vectorielle s'écrit :

$$\boxed{\phi = - \lambda \vec{n} \cdot \vec{\text{grad}} T} \quad (3)$$

Equation générale de la conduction

Soit un volume V de surface Σ . Tout point M de V est le siège d'un dégagement de puissance $P(M,t)$ par unité de volume.

Soit Q_1 : la chaleur produite dans l'âme du matériau pendant le temps dt :

$$Q_1 = dt \iiint_V P(M,t) d\tau$$

$d\tau$ = élément de volume.

Soit Q_2 : la chaleur évacuée de V au niveau de Σ

$$Q_2 = - dt \iint_{\Sigma} (T) \vec{n} \cdot \vec{\text{grad}} T d\sigma$$

$d\sigma$ = élément de surface.

Soit Q_3 : la variation d'énergie de V pendant le temps dt
La variation de température de V pendant le temps dt est :

$$dT = \frac{\partial T}{\partial t} dt$$

d'où

$$Q_3 = dt \iiint_V \rho C \frac{\partial T}{\partial t} d\tau$$

ρ = masse spécifique du matériau

C = chaleur spécifique du matériau.

Le bilan d'énergie donne $Q_3 = Q_1 - Q_2$

$$\iiint_V \rho C \frac{\partial T}{\partial t} d\tau = \iiint_V P(M,t) d\tau + \iint_{\Sigma} \lambda(T) \vec{n} \cdot \vec{\text{grad}} T d\sigma$$

Le théorème d'Ostrogradsky ou formule de la divergence donne :

$$\iint_{\Sigma} \lambda(T) \vec{n} \cdot \vec{\text{grad}} T d\sigma = \iiint_V \text{div} [\lambda(T) \cdot \text{grad} T] d\tau$$

et on trouve :

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = P(M,t) + \text{div} [\lambda(T) \cdot \text{grad} T]$$

$$\begin{aligned} \text{mais } \text{div} [\lambda(T) \text{grad} T] &= \lambda(T) \text{divgrad} T + \text{grad} \lambda(T) \text{grad} T \\ &= \lambda(T) \Delta T + \text{grad} \lambda(T) \text{grad} T \end{aligned}$$

(ΔT est le laplacien de T)

d'où l'équation générale de la conduction :

$$\lambda(T) \Delta T + \text{grad} \lambda(T) \text{grad} T - \rho C \frac{\partial T}{\partial t} + P(M,t) = 0$$

La résolution de l'équation générale nécessite une condition aux limites.

1. Conditions de Dirichlet T est connue sur tout Σ

2. Condition mixte de la forme $-\lambda \frac{dT}{dx} = h (T - \theta)$ sur Σ

IV. Intégrale de conductivité

Lorsque ΔT_m est inférieure à 100°C , on peut considérer λ comme constante pour la résolution de l'équation de chaleur.

Lorsque ΔT_m est supérieure à 100°C , il faut résoudre l'équation de la conduction en régime permanent.

$$dv (\lambda \text{grad } T) = - P \quad (\lambda \text{ est fonction de } T)$$

Pour un barreau cylindrique avec une distribution uniforme, l'équation sera :

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \lambda \frac{dT}{dr}) = - P \implies d(\lambda r \frac{dT}{dr}) = - Pr dr$$

d'où

$$r \lambda \frac{dT}{dr} = - \frac{Pr^2}{2} \implies \lambda dT = - \frac{Pr}{2} dr.$$

Posons :

$$I = - \int_{T_1}^{T_2} \lambda dT = \int_0^R + \frac{Pr}{2} dr = + \left[\frac{Pr^2}{4} \right]_0^R = \frac{PR^2}{4} = \frac{\Phi \rho}{4\pi}$$

| |
|---|
| $I = \frac{\Phi \rho}{4\pi} = \frac{PR^2}{4}$ |
|---|

$\Phi \rho$ est le flux linéaire, c'est-à-dire le flux de chaleur dégagé par unité de longueur de barreau combustible.

V - Résistance de contact :

Un flux de chaleur Φ axial traverse 2 barres (1 et 2) accolées. Le champ de température (qui est bien défini dans chaque barre) subit une discontinuité au niveau du contact et on a :

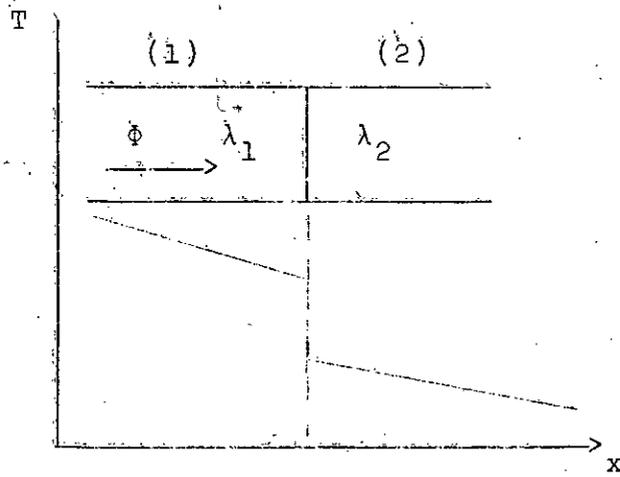
$$\Phi = k\Delta T \text{ ou } \Delta T = R\Phi \text{ avec } R = 1/k$$

k : est le coefficient de chute au contact.

R : est la résistance de contact.

Dans un réacteur P.W.R $1 \leq R \leq 2 \text{ cm}^2 \text{ } ^\circ\text{C/W}$.

Si $= 200 \text{ W/cm}^2$ $200 \leq \Delta T \leq 400 \text{ } ^\circ\text{C}$.



Convection forcée pour un fluide monophasique :Mécanisme de la convection

On dit que l'on a transfert de chaleur par convection, chaque fois que l'énergie thermique est transmise par le déplacement des particules fluides. Les particules fluides échauffées au contact d'un corps chaud, ou d'autres particules à plus haut niveau thermique, viennent se refroidir au contact d'un corps plus froid ou d'autres particules à plus bas niveau thermique. La transmission d'énergie thermique entre une particule et une autre particule ou une structure solide s'effectue par choc mécanique, à ce moment là, la transmission d'énergie entre les deux particules s'identifie à la conductibilité.

Chaque fois qu'il y aura transfert par convection, le cheminement et la mobilité des particules fluides jouent un rôle important, dans la quantité de chaleur transmise par unité de temps. La mobilité des particules sera mise en valeur par la viscosité du fluide.

Le cheminement des particules sera caractérisé par la vitesse moyenne des particules et par les dimensions caractéristiques de la conduite dans laquelle s'effectue l'écoulement. On voit donc dès le départ quel rôle prépondérant jouera la mécanique des fluides dans l'étude de la convection.

Il existe deux types de transfert de chaleur par convection : la convection naturelle et la convection dite " forcée". Dans notre cas, on s'intéressera à la convection forcée car la convection naturelle est un transfert d'énergie par effecace et elle n'est utilisée dans les réacteurs qu'à titre de refroidissement de secours.

I - Les régimes d'écoulement :

Les principaux paramètres influant sur la nature de l'écoulement sont :

U : la vitesse moyenne

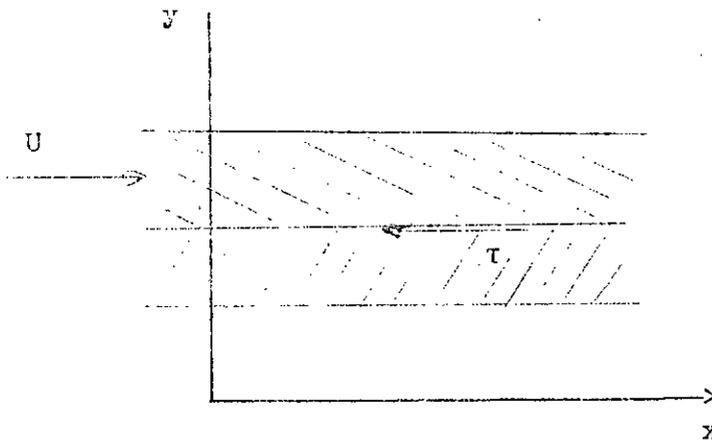
D : le diamètre de la conduite

v : la viscosité statique $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ $\left\{ \begin{array}{l} \mu : \text{viscosité dynamique} \\ \rho : \text{masse volumique du} \\ \text{fluide.} \end{array} \right.$

Reynolds a démontré que $\frac{UD}{\nu} = \frac{\rho UD}{\mu}$ définit parfaitement le régime d'écoulement et on a le nombre de Reynolds.

$Re = \frac{UD}{\nu} < 2000$ le régime est laminaire.

$Re = \frac{UD}{\nu} > 2000$ le régime est turbulent.

1. Etude de l'écoulement laminaire :

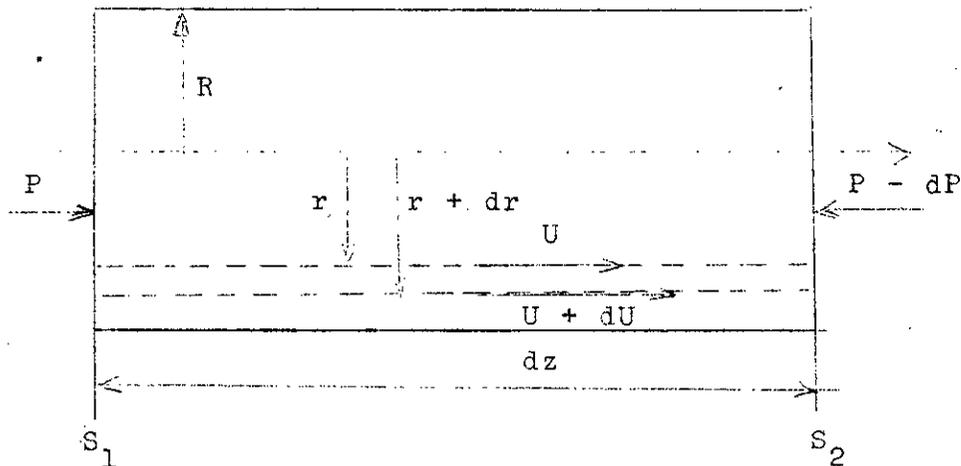
τ est une tension de frottement ; c'est une tension de contact entre les deux filets de fluide. τ est proportionnelle au gradient transversal de vitesse, on a :

$$\tau = \mu \frac{dU}{dy}$$

En écriture vectorielle $\tau = \mu \vec{n} \cdot \vec{\text{grad}} U$

a/ Distribution des vitesses dans un tube cylindrique :

Hypothèses : Régime laminaire, établi, permanent.



Soient P et $P - dP$ les pressions dans les deux sections extrêmes (S_1 et S_2). Les vitesses en tout point située à une même distance r de l'axe du cylindre étant le même, soit U , cette valeur. A un instant t , les forces qui s'exercent sur les sections extrêmes sont respectivement :

$$\text{sur } S_1 \quad F_1 = P \cdot 2\pi r dr$$

$$\text{sur } S_2 \quad F_2 = (P - dP) \cdot 2\pi r dr$$

$2\pi r dr$ étant la surface de la couronne circulaire.

Le long des parois longitudinales de la couronne, les forces parallèles à l'axe du cylindre sont les forces de viscosité qui ont pour expression sur la face intérieure :

$$2\pi r dz \mu \frac{\partial U}{\partial r}$$

$$\text{sur la face extérieure } 2\pi(r+dr) dz \tau = 2\pi(r dr) dz \mu \frac{\partial}{\partial r} (U + \frac{\partial U}{\partial r} dr)$$

$$= 2\pi \mu dz \left[r \frac{\partial U}{\partial r} + r \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} dr + \frac{\partial U}{\partial r} dr \right]$$

En négligeant les infiniments petits du second ordre. Ecrivons que la somme de toutes ces forces est nulle.

$$dP \ 2\pi r dr - 2\pi \mu dz \left[r \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{\partial U}{\partial r} \right] dr = 0$$

$$dP \ 2\pi r dr = 2\pi \ \mu dz \left[r \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{\partial U}{\partial r} \right] dr$$

d'où le gradient de pression suivant z : $\frac{dP}{dz} = \frac{\mu}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dU}{dr} \right)$

L'écoulement étant établi, le gradient de pression est constant.

Une double intégration donne :

$$U = \frac{1}{4\mu} \left(\frac{dP}{dz} \right) r^2 + A \text{ Log } r + B$$

Les conditions aux limites donnent :

vitesse axiale pour $r = 0$ n'est pas infinie d'où $A = 0$

et pour $r = R$ $U = 0$ d'où $B = - \frac{1}{4\mu} \left(\frac{dP}{dz} \right) R^2$

On arrive ainsi à établir la loi suivante de distribution des vitesses dans une section droite

$$U = \frac{1}{4\mu} \left(\frac{dP}{dz} \right) (r^2 - R^2)$$

C'est ce qu'on appelle une distribution parabolique, car elle se traduit graphiquement par une parabole. La vitesse est maximale pour $r = 0$; c'est-à-dire sur l'axe du tube.

La vitesse moyenne :

$$\bar{U} = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R 2\pi r U dr = - \frac{1}{8\mu} \left(\frac{dP}{dz} \right) R^2$$

$$\bar{U} = -\frac{1}{8\mu} \left(\frac{dP}{dz}\right) R^2$$

$$\frac{U}{\bar{U}} = 2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

Le gradient des vitesses est proportionnel à la vitesse moyenne \bar{U}

$$\left(\frac{dP}{dz}\right) = -\frac{8\mu\bar{U}}{R^2} = -\frac{64}{D^2} \frac{\mu}{\rho\bar{U}} \frac{\rho U^2}{2} = -\frac{64}{Re} \frac{1}{D} \frac{\rho U^2}{2} = -C_f \frac{1}{D} \frac{\rho U^2}{2}$$

Re est le nombre de Reynolds et C_f le coefficient de frottement.

$$C_f = \frac{64}{Re}$$

2. Etude de l'écoulement turbulent :

U est la vitesse instantanée, \bar{U} sa vitesse moyenne et U' sa vitesse

fluctuante donc : $\vec{U} = \bar{U} + \vec{U}'$ $U' \begin{cases} u' \\ v' \end{cases}$

On définit ainsi :

l'amplitude de fluctuation ou degré de turbulence

$$A = \frac{(U'^2)^{1/2}}{\bar{U}} \quad \text{dans un canal turbulent } 10^{-3} \leq A \leq 10^{-2}$$

Coefficient de corrélation r entre u' et v'

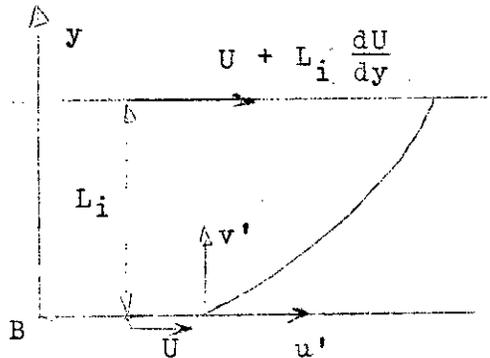
$$r = \frac{u' v'}{(u'^2)^{1/2} (v'^2)^{1/2}}$$

a/ Contrainte tangentielle de turbulence

$$\tau = \tau_l + \tau_t = \mu \frac{d\bar{U}}{dy} + \rho \overline{u'v'}$$

b/ Théorie de la longueur de mélange de Prandtl

L appelée " longueur de mélange " est la distance que parcourt dans le sens transversal une particule fluide (groupe de molécules) avant de perdre son identité et s'homogénéiser avec les autres particules.



L_i est la longueur de mélange si $u' = L_i \frac{dU}{dy}$

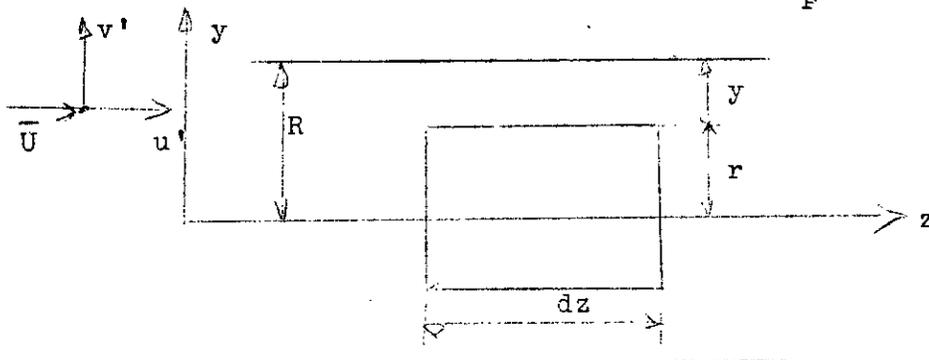
$$\tau_t = \rho L^2 \left(\frac{dU}{dy} \right)^2$$

et on a :

| | |
|---|-----------|
| $L = Ky \left(1 - \frac{y}{R} \right)^{1/2}$ | $K = 0,4$ |
|---|-----------|

c/ Distribution radiale de la contrainte :

Quelle que soit la turbulence, la contrainte τ varie linéairement de zéro à une valeur maximum τ_p près de la paroi



Bilan des forces s'exerçant sur le volume de rayon r et de longueur dz .

$$\Pi r^2 dP = - 2\Pi r \tau dz.$$

$$\tau = - \frac{1}{2} r \frac{dP}{dz}.$$

Près de la paroi $\tau_p = - \frac{1}{2} R \frac{dP}{dz}$.

d'où $\tau = \tau_p \frac{r}{R} = \tau_p \frac{R - y}{R} = \tau_p \left(1 - \frac{y}{R}\right)$

$$\tau = \tau_p \left(1 - \frac{y}{R}\right)$$

d/ Distribution des vitesses moyennes dans un tube lisse en régime turbulent :

En régime turbulent en tout point d'un canal, on a :

$$\mu \frac{d\bar{U}}{dy} + \rho L^2 \left(\frac{d\bar{U}}{dy}\right)^2 = \tau_p \frac{R - y}{R} \quad \text{avec} \quad \tau_p = - \frac{1}{2} R \frac{dP}{dz} = \text{cte.}$$

L'intégration de cette équation nous donne la distribution de la vitesse moyenne.

- Près de la paroi, y est très petit devant R , donc négligeable, donc :

$$\tau_p = \mu \frac{d\bar{U}}{dy} \implies \bar{U} = \frac{\tau_p}{\mu} y$$

Posant $U^* = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}}$: (U^* est la vitesse de frottement).

On obtient :

$$\frac{\bar{U}}{U^*} = y \frac{U^*}{\mu}$$

- Dans la zone de turbulence, on a :

$$\rho L^2 \left(\frac{dU}{dy} \right)^2 = \tau_p \left(1 - \frac{y}{R} \right) \text{ avec } L^2 = K^2 y^2 \left(1 - \frac{y}{R} \right)$$

Après intégration de cette équation différentielle, les constantes sont déterminées expérimentalement, on trouve :

$$\frac{U}{U^*} = 2,5 \text{ Log } y \frac{U^*}{\nu} + 5,5$$

Au centre du canal, cette formule conduit à un point anguleux d'où les correlations suivantes qui donnent un profil universel des vitesses.

$$U^+ = \frac{U}{U^*} \text{ et } y^+ = \frac{y U^*}{\nu}$$

e/ Modèle de Prandtl

$$\begin{aligned} U^+ &= y^+ & 0 < y^+ < 11 & \text{(couche limite laminaire).} \\ U^+ &= 2,5 \text{ Log } y^+ + 5,5 & y^+ > 11 \end{aligned}$$

On a une discontinuité de pente entre les 2 formules.

f/ Modèle de Von Karman :

$$\begin{aligned} U^+ &= y^+ & 0 < y^+ \leq 5 & \text{couche limite} \\ U^+ &= 5 \text{ Log } y^+ - 3,05 & 5 < y^+ \leq 30 & \text{zone de transition} \\ U^+ &= 2,5 \text{ Log } y^+ + 5,5 & y^+ > 30 & \text{zone turbulente.} \end{aligned}$$

On peut citer les modèles de Rannie, Van Driest, Reichardt, Deioler, Spalding.

Pour les différentes zones, on a une seule formule.

$$y^+ = U^+ + A \left(e^{BU^+} - 1 - BU^+ - \frac{1}{2!} (BU^+)^2 - \frac{1}{3!} (BU^+)^3 - \frac{1}{4!} (BU^+)^4 \right)$$

avec $A = 11,08$ et $B = 0,4$

g/ Calcul de l'épaisseur de la couche limite laminaire

Soit δ l'épaisseur de la couche limite laminaire

On a :

$$\frac{U^* \delta}{\nu} = 11 \implies \delta = \frac{11 \nu}{U^*} = \frac{11 \mu}{\sqrt{\tau_p} \cdot \rho}$$

$$\text{avec } \tau_p = -\frac{1}{2} R \frac{dP}{dz}$$

d'où

$$\delta = \frac{11 \mu}{\sqrt{\tau_p} \cdot \rho} = \frac{22 \mu}{\sqrt{-D\rho \frac{dP}{dz}}}$$

h/ Calcul de la vitesse débitante : U_q

$$U_q = \frac{1}{\pi R^2} \int_{\delta}^R 2\pi (R - y) U dy. \text{ avec } U = 2,5 \text{ Log } \frac{yU^*}{\nu} + 5,5$$

On obtient :

$$\frac{U_q}{U^*} = 2,5 \text{ Log } \frac{U^* R}{\nu} + 2$$

i/ Modèle de frottement en régime turbulent

Pour les tuyaux lisses, le coefficient de frottement C_f est donné par la formule de Von Karman.

$$\frac{1}{\sqrt{C_f}} = 4 \log_{10} (Re \sqrt{C_f}) - 0,4$$

A cause de sa forme implicite difficile à appliquer, on lui préfère une loi empirique ou loi de Blasius.

$$C_f = 0,079 R_e^{-0,25}$$

Les lois de Von Karman et de Blasius sont confondues jusqu'à $R_e = 200.000$. Pour toutes les applications industriels en tuyaux lisses, la loi de Blasius est suffisante.

j/ Modèle de frottement en régime turbulent dans les tuyaux rugueux:

Si ϵ est la hauteur des aspérités, si $\epsilon < \delta$ (δ est l'épaisseur de la couche limite laminaire), le tuyau se comporte comme un tuyau lisse. Au delà, le tuyau est dit rugueux et ce d'autant plus que ϵ est plus éloigné de δ .

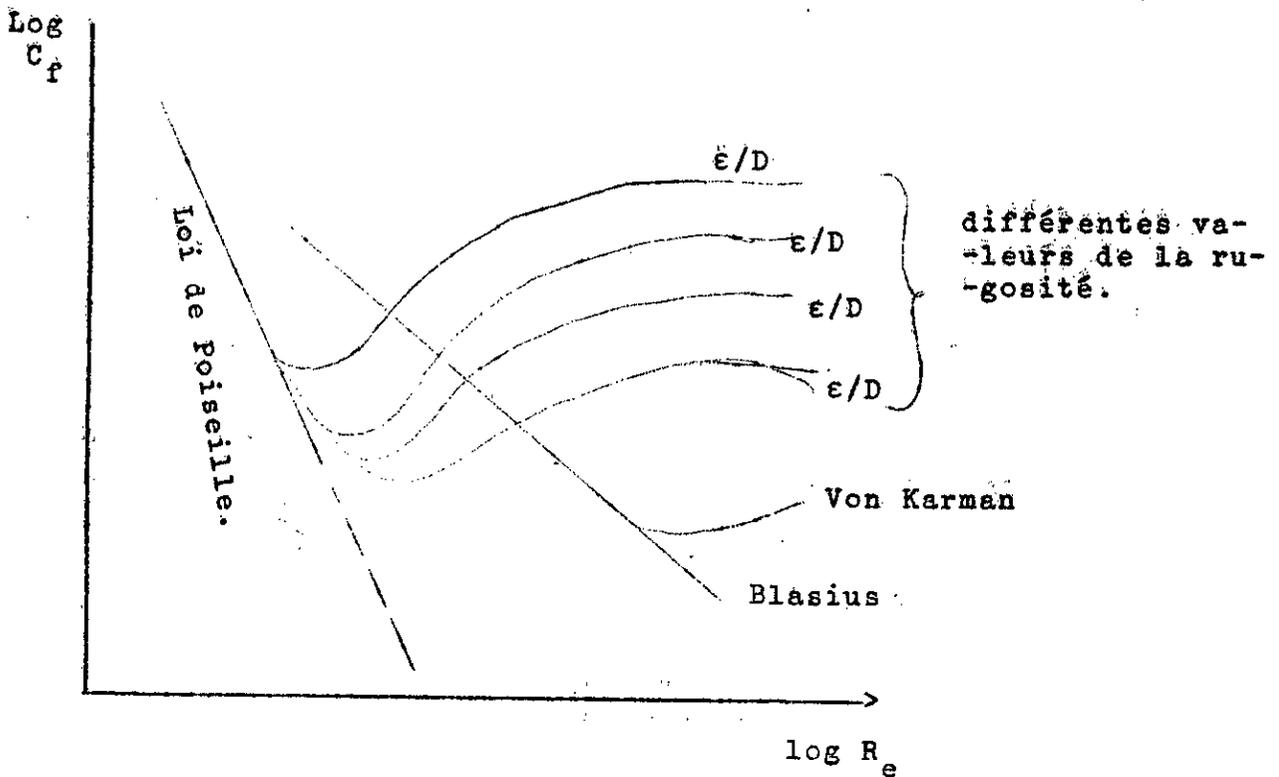
La loi de distribution des vitesses s'écrit :

$$\frac{U}{U^*} = 8,5 + 5,75 \log \frac{y}{\epsilon}$$

Le coefficient de frottement répond à la loi de Colbrook.

$$\frac{1}{\sqrt{C_f}} = 2,28 - 4 \log_{10} \left(\frac{\epsilon}{D} + \frac{4,66}{R_e \sqrt{C_f}} \right)$$

D'où la harpe de Nikuradsé



3. Canaux à sections non circulaire

Lorsque la section du canal n'est pas circulaire, on définit le diamètre hydraulique

$$D_H = \frac{4S}{p}$$

S : section de la conduite

p : périmètre mouillé

D_H : Diamètre hydraulique.

II. Définition du coefficient de transfert de chaleur en convec-
-tion forcée :

1. Mécanisme de la convection forcée :

La convection est dite forcée lorsque le déplacement du fluide n'est pas dû à des différences de densité provoquées par des échauffements ou des refroidissements locaux. C'est le cas des déplacements provoqués par des pompes, des ventilateurs, des différences de pression statique. On les appellera " déplacements forcés " pour les distinguer des " déplacements de convection naturelle ".

En fait dans tout écoulement de fluide provoqué par " déplacements forcés " il existe, toujours s'il y a transfert de chaleur, un déplacement fluide, lié à la convection naturelle. Dans tous les cas, on devra déterminer l'influence de chaque type de déplacement sur le flux de chaleur.

Généralement, le remplacement de la masse chauffée sera effectué par le " déplacement forcé ", aussi pourra-t-on la plus part du temps négliger les effets de la convection naturelle. Le régime hydrodynamique joue un rôle essentiel dans le transfert de chaleur.

Par expérience, on a trouvé qu'à débit constant, l'énergie transférée d'une paroi vers un fluide caloporteur est une fonction croissante de l'écart entre la température de paroi et la température moyenne du fluide.

d'où

| | |
|--|--|
| $\Delta Q = hS (T_p - \bar{T})$ <hr style="width: 50%; margin: 5px auto;"/> $\Phi = h (T_p - \bar{T})$ | |
|--|--|

C'est la loi de Newton sur le refroidissement.

Φ : densité de flux à la paroi

ΔQ : quantité d'énergie transmise

S : Aire disponible pour la transmission de chaleur

h : coefficient d'échange par convection.

La température moyenne du fluide étant définie par pure convection par :

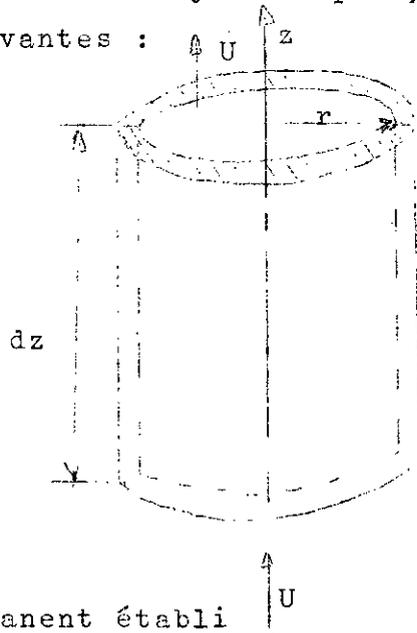
$$\bar{T} = \frac{1}{q} \int_S \rho U T d\Delta$$

q : est le débit masse du fluide.

$$q = \rho U S$$

2/ Coefficient de convection en régime laminaire dans un tube :

Le tube présente une symétrie de révolution, en utilisant les coordonnées cylindriques; on obtient en faisant les hypothèses suivantes :



- Régime permanent établi
- Flux de chaleur à la paroi est constant
- L'échange de chaleur ne se fait que par conduction dans le fluide de conductivité λ et chaleur spécifique C constants.

| BASE | ENTREE | SORTIE |
|--|--|---|
| Température suivant axe z | $T(r, z)$ | $T + \frac{\partial T}{\partial z} dz.$ |
| Débit masse suivant z | $2\pi \rho U r dr$ | $2\pi \rho U r dr$ |
| Enthalpie suivant axe z | $2\pi \rho U C r T dr$ | $2\pi \rho U C r (T + \frac{\partial T}{\partial z} dz) dr$ |
| Quantité de chaleur gagnée ou perdue suivant axe des z | $2\pi \rho U C r \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) dr dz$ | |

| FACE | INTERIEURE | EXTERIEURE |
|---|---|---|
| Chaleur transmise par faces par conducti- -bilité entre le fluide intérieur et extérieur au tube. | $-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) 2\pi r dz$ | $2\pi \lambda \frac{\partial}{\partial r} (T + \frac{\partial T}{\partial r} dr) (r + dr) dz$ |
| Quantité de chaleur reçue par le tube. | $2\pi \lambda \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \frac{\partial T}{\partial r}) dr dz.$ | |

En exploitant le principe de conservation d'énergie, on aboutit à l'équation :

$$-\frac{\lambda}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r - \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \rho U C \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) = 0$$

En régime établi :

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial \bar{T}}{\partial z}$$

d'où :

$$\pi R^2 \rho \bar{U} C \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} = \phi \ 2\pi R \implies \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} = \frac{2\phi}{R} \frac{1}{\rho \bar{U} C}$$

L'équation du bilan devient donc :

$$\frac{\lambda}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{U}{U} \frac{2\phi}{R} \quad \text{En régime laminaire} \quad \frac{U}{U} = 2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

$$\frac{\lambda}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{4\phi}{R} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

En intégrant cette équation différentielle et en tenant compte des conditions aux limites, on obtient l'équation qui donne le profil de températures.

Les conditions aux limites :

$$\text{pour } r = R \quad T = T_p$$

$$\text{pour } r = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0$$

On trouve finalement :

$$T = T_p + \frac{4\phi}{\lambda R} \left(\frac{r^2}{4} - \frac{r^4}{16R^2} \right) - \frac{3}{4} \frac{R\phi}{\lambda}$$

a/ Calcul de la température moyenne :

$$\bar{T} - T_p = \frac{1}{q} \int_S \rho U (T - T_p) d\Delta = \frac{1}{\rho \pi R^2 \bar{U}} \int_S \rho U (T - T_p) d\Delta = \frac{2}{R^2} \int_0^R r \frac{U}{U} (T - T_p) dr$$

$$\bar{T} - T_p = \frac{4}{R^2} \int_0^R \left(r - \frac{r^3}{R^2} \right) (T - T_p) dr.$$

En remplaçant T par son expression et en intégrant on trouve :

$$\bar{T} - T_P = - \frac{11}{24} \frac{\Phi R}{\lambda}$$

$$\bar{T} - T_P = \frac{11}{24} \frac{\Phi R}{\lambda}$$

Le coefficient d'échange vaut donc :

$$h = \frac{\Phi}{T_P - \bar{T}} = \frac{\Phi}{\frac{11}{24} \frac{\Phi R}{\lambda}} = \frac{24\lambda}{11R}$$

$$h = \frac{24}{11} \frac{\lambda}{R} = \frac{48}{11} \frac{\lambda}{D}$$

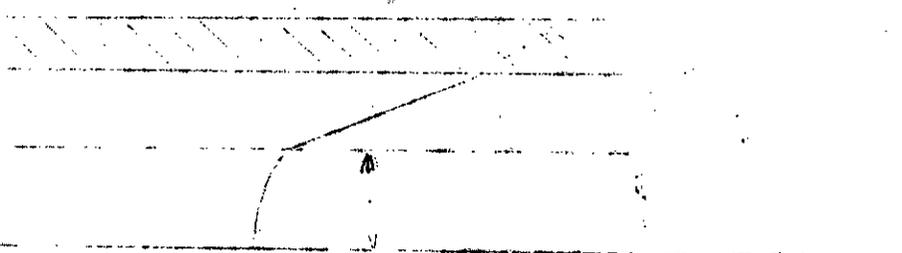
En régime laminaire, le coefficient d'échange par convection est proportionnel à la conductivité du fluide et inversement proportionnel au diamètre de la conduite.

En régime laminaire, le nombre de Nusselt qui définit l'échange de chaleur est constant, on a :

$$Nu = \frac{hD}{\lambda} = \frac{48}{11}$$

B/ Coefficient de convection en régime turbulent :

Les échanges macroscopiques sont tels que la zone de turbulence, dans un écoulement turbulent, est à une température constante.



Donc toute la chute de température s'effectue dans la couche limite laminaire où elle ne peut se transmettre que par conduction.

Comme il a été démontré précédemment, le coefficient d'échange h par convection ne peut être que proportionnel à la conductibilité du fluide et inversement proportionnel à l'épaisseur δ de la couche limite laminaire.

$$\delta = \frac{k u}{\rho D \left| \frac{dP}{dz} \right|} \quad k : \text{est un coefficient de proportionnalité.}$$

mais

$$\left| \frac{dP}{dz} \right| = \frac{f}{D} \frac{1}{2} \rho U^2 \text{ d'où } \delta = \frac{k u}{\rho U \sqrt{f}} = \frac{k D}{Re \sqrt{f}} = \frac{k R}{Re \sqrt{C_f}}$$

Si on utilise la loi de Blasius pour l'expression de f :
 $f = 0,316 Re^{-0,25}$, on aura :

$$= k \frac{D}{Re(0,316 Re^{-0,25})^{1/2}} = k \frac{D}{Re^{0,88}}$$

L'épaisseur de la couche limite laminaire est proportionnel à la quantité $\frac{D}{Re^{0,88}}$.

En conséquence, le coefficient de transfert h s'écrit :

$$h = k \frac{\lambda}{D} Re^{0,88}$$

Ainsi la couche limite laminaire est considérée comme un mur où le transfert de chaleur ne se fait que par conduction mais il existe des échanges moléculaires entre la couche limite laminaire et les filets fluides adjacents, ces échanges doivent améliorer certainement la conduction qui est d'autant meilleur que la viscosité cinématique ν est grande devant la diffusivité thermique $\alpha = \lambda/\rho C$ (qui traduit les effets de conduction).

Le coefficient d'échange h doit être une fonction croissante du nombre de Prandtl

$$P = \frac{\nu}{\lambda/\rho C} = \frac{uC}{\lambda}$$

L'expérience montre que :

| |
|--|
| $h = 0,023 \frac{\lambda}{D} Re^{0,8} P^{0,4}$ |
| $Nu = 0,023 Re^{0,8} P^{0,4}$ |

(Formule de Colburn).

On définit aussi l'échange par un autre nombre sans dimensions, le nombre de Margoules (ou Stanton).

$$M = \frac{h}{\rho u C} = \frac{hS}{qC} = \frac{hD}{\lambda} \frac{\lambda}{uC} \frac{uC}{\rho u C D} = \frac{Nu}{Re}$$

Et on trouve :

| |
|-------------------------------|
| $M = 0,023 Re^{-0,2} P^{0,6}$ |
|-------------------------------|

$$Nu = M P Re$$

$$h = \frac{Nu\lambda}{D} = \frac{M P Re\lambda}{D}$$

4/ Signification et interprétation des nombres sans dimensions :

a/ Nombre de Nusselt :

Comme nous l'avons vu, il existe toujours près de la paroi, une couche de fluide dans laquelle la chaleur se propage par conduction et pour laquelle on écrit :

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = h(\bar{T} - T_p) \implies -\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{hD}{\lambda} \left(\frac{\bar{T} - T_p}{D} \right)$$

Le nombre de Nusselt; $Nu = \frac{hD}{\lambda}$ représente donc le rapport entre le gradient de température au voisinage de la paroi et le quotient de la différence de température $\bar{T} - T_p$ par le diamètre de la conduite

$$Nu = \frac{hD}{\lambda} = \frac{h(\bar{T} - T_p)}{\left(\frac{\lambda}{D}\right)(\bar{T} - T_p)}$$

Le numérateur représente la densité de courant de chaleur effective à la paroi; le dénominateur, la densité de chaleur fictive dans le cas où l'échange aurait lieu par conduction pure sur l'épaisseur D.

Le nombre de Nusselt montre combien de fois la convection est plus efficace que la conduction pour transmettre la chaleur.

b/ Nombre de Prandtl

Le nombre de Prandtl s'écrit $P = \frac{u}{\rho} \frac{\rho C}{\lambda} = \frac{u}{\alpha}$. C'est le rapport de la viscosité cinématique du fluide à la diffusivité thermique α . La viscosité cinématique est liée au transport de la quantité de mouvement résultant de la viscosité du fluide, la diffusivité α est liée au transport de chaleur lié à la conductivité. Le nombre de Prandtl représente donc le rapport entre la capacité du fluide à transporter la quantité de mouvement et sa capacité à transporter la chaleur.

c/ Nombre de Margoulis :

Le nombre de Margoulis s'écrit $M = \frac{h}{\rho UC} - \frac{hS}{qC}$ que l'on peut écrire

$$M = \frac{h(\bar{T} - T_p)}{\rho UC(\bar{T} - T_p)}$$

Le nombre de Margoulis est donc le rapport entre le flux de chaleur échangée par le fluide avec l'unité de surface de la paroi et le flux de chaleur échangeable transporté par le fluide par unité de surface de la section de la conduite.

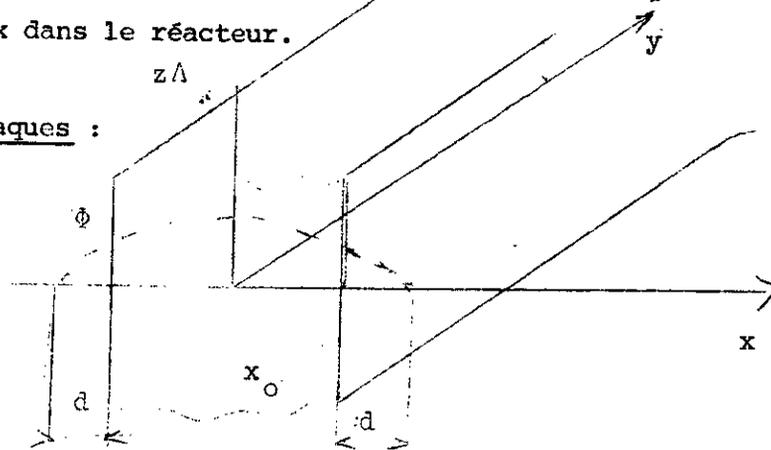
ETUDE THERMIQUE D'UN CANAL DE REACTEUR NUCLEAIRE :

I - DISTRIBUTION DE PUISSANCE DANS UN COEUR DE REACTEUR UNIFORMEMENT

CHARGE ET NON PERTURBE EN REGIME PERMANENT :

En neutronique, on montre que la distribution du flux de neutrons thermiques dans un coeur répond à l'équation $\Delta\phi + B^2\phi = 0$. Cette équation se résout, connaissant la configuration géométrique du réseau et fournit la relation qui existe entre les dimensions critiques et les propriétés des matériaux dans le réacteur.

1. Elements en plaques :



Soit un réacteur à plaque supposée infinie suivant O_y et O_z .

L'équation se réduit alors à

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} + B^2\phi = 0 \quad (1)$$

L'équation caractéristique de cette équation différentielle est $k^2 + B^2 = 0$ qui admet pour solutions $k_{1,2} = \pm iB$ ces racines étant des imaginaires pures, la solution de l'équation (1) est : $\phi = C_1 \cos Bx + C_2 \sin Bx$ (2).

Quelles sont les conditions aux limites à imposer à ϕ et à $\frac{d\phi}{dx}$?
 Du fait de la symétrie, ϕ est maximum pour $x=0$; de sorte que

On a donc $\frac{d\phi}{dx} = - (BC_1 \sin Bx + C_2 B \cos Bx) = 0$ à $x=0$

d'où $C_2 B = 0 \implies C_2 = 0$ ($B \neq 0$) on a donc .

$$\phi = C_1 \cos Bx \quad (3)$$

Nous avons $\phi = 0$ pour $x = x_0/2$ où $x_0/2$ est la moitié de l'épaisseur réelle de la plaque augmentée de $d = 0,71\lambda_{tr}$ (λ_{tr} libre parcours moyen de transport des neutrons) distance d'extrapolation.

On aura $C_1 \cos\left(\frac{Bx_0}{2}\right) = 0 \implies \frac{Bx_0}{2} = (2k + 1) \frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{N}$)

$$B = (2k + 1) \frac{\pi}{x_0}$$

$$B = (2k + 1) \frac{\pi}{x_0} \quad k \in \mathbb{N}$$

Les valeurs de B, qui vérifient les conditions aux limites $C_1 \cos(B \frac{x_0}{2})$ sont appelées valeurs propres de l'équation (1). La valeur minimum porte le nom de valeur propre fondamentale. Les fonctions ϕ qui correspondent à ces valeurs propres, c'est-à-dire $\phi_k = C_k \cos \frac{(2k + 1) \pi x}{x_0}$ sont appelées les fonctions propres de l'équation (1) correspondant aux diverses valeurs propres B.

Comme l'équation (1) est une équation linéaire, la solution générale sera la somme des diverses fonctions propres.

$$\phi = \sum_{k=0}^{\infty} C_k \cos \frac{(2k + 1) \pi x}{x_0} = C_0 \cos \frac{\pi x}{x_0} + C_1 \cos \frac{3\pi x}{x_0} + \dots$$

Pour un réacteur critique, on peut se contenter de la valeur propre fondamentale $B = \frac{\pi}{x_0}$ de sorte que :

$$\phi = C \cos \frac{\pi x}{x_0}$$

La valeur C est déterminée par le niveau de puissance du réacteur.

2. Cas d'un barreau cylindrique :

L'équation $\Delta\phi + B^2\phi = 0$ exprimée en coordonnées cylindriques. (Sans oublier que nous avons une symétrie de révolution).

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + B^2 \phi = 0 \quad (4)$$

En posant, en application de la méthode de séparation des variables $\Phi = R(r) Z(z)$.

L'équation différentielle (4) devient :

$$R \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} + Z \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{Z}{r} \frac{\partial R}{\partial r} + B^2 Z R = 0 \quad (5)$$

En divisant tous les membres par ZR avec $\Phi \neq 0$, on obtient :

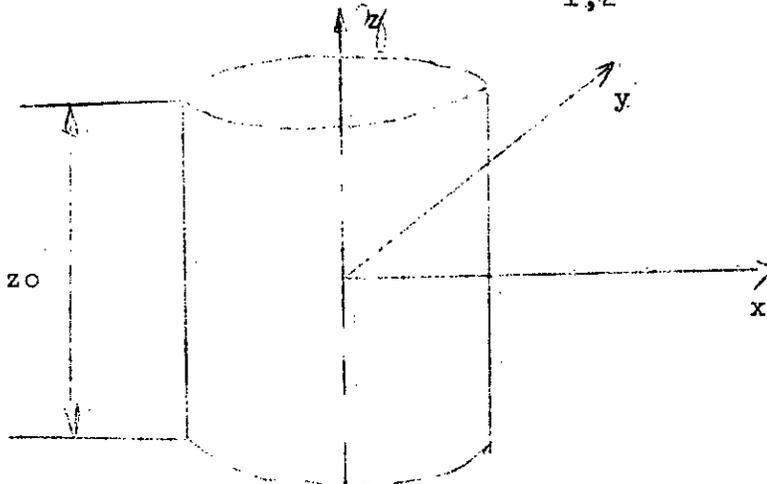
$$\frac{1}{R} \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{Rr} \frac{\partial R}{\partial r} + B^2 = - \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} \quad (6)$$

B : est appelé facteur de forme géométrique

Le second membre n'est fonction que de z et s'il doit vérifier l'équation (6) pour toutes les valeurs de r et de z , il doit évidemment être égal à une constante que nous désignerons par $+\alpha^2$.

donc :
$$- \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = + \alpha^2 \implies \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} + \alpha^2 Z = 0$$

$$k^2 + \alpha^2 = 0 \implies k_{1,2} = \pm i \alpha$$



$$Z = C_1 \cos \alpha z + C_2 \sin \alpha z$$

Comme tout est symétrique par rapport à l'origine, on a :

$$\frac{dZ}{dz} = 0 \text{ pour } z = 0 \implies C_2 = 0 \text{ donc on aura :}$$

$$Z = C \cos \alpha z$$

Supposons $\phi = 0$ pour $z = \frac{1}{2} ze$ alors $\alpha z = \frac{\Pi}{2} \implies \frac{1}{2}\alpha ze = \frac{\Pi}{2} \implies \alpha = \frac{\Pi}{ze}$

d'où $Z = C \cos \frac{\Pi}{ze} z$.

donc :

$$-\frac{1}{z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = + \frac{\Pi^2}{ze^2} = \alpha^2$$

L'équation (6) se transforme en $\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} + R(B^2 - \frac{\Pi^2}{ze^2}) = 0$ (7)

En posant $(B^2 - \frac{\Pi^2}{ze^2}) = \beta^2$ et $u = \beta r$

L'équation (7) se transforme en :

$U^2 \frac{\partial^2 R}{\partial U^2} + U \frac{\partial R}{\partial U} + U^2 R = 0$, c'est l'équation différentielle de Bessel de second ordre.

$U^2 \frac{\partial^2 R}{\partial U^2} + U \frac{\partial R}{\partial U} + (U^2 - n^2) R = 0$, dans ce cas $n = 0$

Cette équation admet une solution $R = A J_n(U)$, ($A = \text{cte}$).
 La fonction $J_n(U)$ est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre n . Elle admet encore une seconde solution $R = B Y_n(U)$, ($B = \text{cte}$)
 Y_n étant la fonction de Bessel de seconde espèce d'ordre n . Comme notre équation est du second ordre, la solution générale sera :

$$R = A J_n(U) + B Y_n(U) \quad (8)$$

On montre que si n est un entier positif ($n \in \mathbb{N}$), on a :

$$J_n(U) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k (n+k)!} \left(\frac{U}{2}\right)^{n+2k}$$

$$Y_n(U) = J_n(U) \text{Log } U + U^{-n} \sum_{k=0}^{\infty} b_k U^k$$

Notons que $\lim_{U \rightarrow 0} Y_n(U) = \infty$

$$U \longrightarrow 0$$

$$r \longrightarrow 0$$

Par conséquent, si l'on veut se borner aux solutions finies pour $U = 0$, il faudra poser $B = 0$ dans la formule (8)

On aura :

$$R = A J_n(U)$$

dans notre cas $n = 0$

d'où :

$$R = A J_0(U) = A J_0(\beta r)$$

Dans la solution générale de l'équation différentielle $\Delta\Phi + B^2\Phi = 0$ dans le cadre d'un barreau cylindrique sera :

$$\Phi = C J_0(\beta r) \cos\left(\frac{\pi z}{z_e}\right)$$

La première racine de $J_0(U)$ est $U_1 = 2,405$, c'est-à-dire $J_0(2,405) = 0$. Si R_e est le rayon extrapolé

$$\beta R_e = 2,405 \implies \beta = \frac{2,405}{R_e} \quad \text{et} \quad B^2 = \frac{2}{z_e^2} + \frac{(2,405)^2}{r_e^2}$$

donc :

| | |
|---|-------------------|
| $\Phi = C J_0\left(\frac{2,405 r}{R_e}\right) \cos\left(\frac{\pi z}{z_e}\right)$ | $C = \Phi_{\max}$ |
|---|-------------------|

Il est à noter que cette distribution du flux est intimement liée à la géométrie du combustible, le tableau suivant l'illustre parfaitement :

| Géométrie | Facteur de forme B^2 | Distribution critique du flux. | Volume critique minimum. |
|--------------------------------|--|---|--------------------------|
| Parallèle-pipède rectangulaire | $\left(\frac{\pi}{x_e}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{y_e}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{z_e}\right)^2$ | $C \cos\frac{\pi x}{x_e} \cos\frac{\pi y}{y_e} \cos\frac{\pi z}{z_e}$ | $161/B^3$ |
| Cylindre fini. | $\left(\frac{2,405}{r_e}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{z_e}\right)^2$ | $C J_0\left(\frac{2,405 r}{r_e}\right) \cos\frac{\pi z}{z_e}$ | $148/B^3$ |
| Sphère | $\left(\frac{\pi}{r_e}\right)^2$ | $\frac{C}{r} \sin\frac{\pi r}{r_e}$ | $\frac{130}{B^3}$ |

Donc dans le cas d'un réacteur cylindrique, la solution de l'équation $\Delta (\kappa + B^2)\phi = 0$, est :

$$\phi = \phi_{\max} J_0\left(2,405 \frac{r}{R_e}\right) \cos\left(\pi \frac{z}{z_e}\right)$$

avec $R_e = R + 0,7I$

(R : Rayon du Barreau)

et $z_e = L + 1,42$

(L : Longueur du Barreau)

Et par conséquent, la distribution de puissance générée au sein du réacteur est de la forme:

$$P = P_{\max} J_0\left(2,405 \frac{r}{R_e}\right) \cos\left(\pi \frac{z}{z_e}\right)$$

Cette distribution n'est que théorique, elle est perturbée par de multiples facteurs.

- l'hétérogénéité du réseau
- les différents enrichissements possibles du combustibles
- les effets locaux de barres de contrôle
- l'usure du combustible
- Les effets de température
- la création de vapeur (ou effet de vide) dans le cas des réacteurs à eau.

L'étude de tous ces effets en neutronique, fournit la position du canal le plus chargé et on lui associe une loi de répartition du flux linéaire de chaleur . C'est une flux - linéaire.

$$\phi = \phi_0 \cos \frac{z}{z_e}$$

Quelque soit le type de réacteur on a $k_{ze} = 0,9$ et on pose $\gamma = \frac{\pi}{2} \frac{L}{z_e}$ l'équation de répartition sera alors.

$$\phi = \phi_0 \cos 2\gamma \frac{z}{L}$$

avec $\gamma = 1,42$.

a/ Puissance totale du canal :

$$W = \int_{-L/2}^{L/2} \phi \, dz = \int_{-L/2}^{L/2} \phi_0 \cos 2\gamma \frac{z}{L} dz = \phi_0 L \frac{\sin \gamma}{\gamma}$$

$$W = \phi_0 L \sin \frac{\gamma}{\gamma}$$

b/ Puissance linéique moyenne :

$$\bar{\phi} = \frac{W}{L} = \phi_0 \frac{\sin \gamma}{\gamma}$$

c/ Facteur d'aplatissement axiale :

$$\frac{\bar{\phi}}{\phi_0} = \frac{\sin \gamma}{\gamma}$$

II Evolution de la température du fluide caloporteur :

Le bilan énergétique à l'abscisse z donne :

$$qc (\theta_z - \theta_e) = \int_{-L/2}^z \phi_0 \cos \frac{2\gamma}{L} z \, dz$$

q : débit masse dans le canal
 c : chaleur spécifique du fluide
 θ_e : température d'entrée du fluide
 θ_z : température du fluide à l'abscisse z .

Et on trouve l'évolution de la température du fluide en fonction de l'abscisse z .

$$\theta_z = \theta_e + \frac{\phi_0 L}{2\gamma qc} (\sin \gamma + \sin \frac{2\gamma z}{L})$$

et on a $\Delta\theta = \frac{\phi_0 L \sin \gamma}{\gamma qc}$

qui est l'échauffement total du fluide, on a :

$$\theta_z = \theta_e + \frac{\Delta\theta}{1} \left(1 + \frac{\sin 2\gamma z/L}{\sin \gamma} \right)$$

sorte $T_g(z)$ la température de la gaine à l'abscisse z :

$$T_g(z) = \theta_z + \frac{\Phi(z)}{\Pi Dh}$$

donc :

$$T_g(z) = \theta_e + \frac{\Delta\theta}{2} \left(1 + \frac{\sin 2\gamma z/L}{\sin \gamma}\right) + \frac{\Phi_0 \cos 2\gamma z/L}{\Pi Dh}$$

$$\text{Or } \frac{\Phi_0}{\Pi Dh} = \frac{\Delta\theta \gamma \text{ qc}}{Dh L \sin \gamma} = \frac{\Delta\theta \gamma \text{ qc} S}{\Pi Dh L \sin \gamma S} = \frac{\Delta\theta \gamma S}{\Pi D L M \sin \gamma} = \frac{2\Delta\theta \gamma S}{2\Pi D L M \sin \gamma}$$

S : section de passage de fluide.

M : nombre de Margoulis

$$T_g(z) = \theta_e + \frac{\Delta\theta}{2} \left(1 + \frac{\sin 2\gamma z/L}{\sin \gamma}\right) + \frac{2\gamma S}{\Pi D L M} \frac{\Delta\theta}{2 \sin \gamma} \cos \frac{2\gamma z}{L}$$

$$\text{Posons } \cotg \beta = \frac{2\gamma S}{\Pi D L M}$$

$$T_g(z) = \theta_e + \frac{\Delta\theta}{2} \left(1 + \frac{\sin 2\gamma z/L + \cotg \beta \cos 2\gamma z/L}{\sin \gamma}\right)$$

d'où

$$T_g(z) = \theta_e + \frac{\Delta\theta}{2} \left(1 + \frac{\cos(2\gamma z/L - \beta)}{\sin \gamma \sin \beta}\right)$$

Cherchons le point d'abscisse z max où la température de la gaine est maximum, on a :

$$\frac{dT_g(z)}{dz} = - \frac{\Delta\theta}{2} \frac{1}{\sin \gamma \sin \beta} \frac{2\gamma}{L} \sin\left(\frac{2\gamma z}{L} - \beta\right) = 0$$

d'où $\sin\left(\frac{2\gamma z}{L} - \beta\right) = 0$ donc $z_{\max} = \frac{L}{2\gamma}(\beta + k\Pi)$, on prend $k=0$ et on a :

$$z_{\max} = \frac{L\beta}{2\gamma}$$

et on obtient la température maximum de la gaine

$$T_{g\max} = \theta_e + \frac{\Delta\theta}{2} \left(1 + \frac{1}{\sin \gamma \sin \beta}\right)$$

$$\beta = \text{Arct}_g \frac{\Pi D L M}{2\gamma z}$$

IV Evolution de la température au coeur de l'uranium :

A un point d'abscisse z , les différentes chutes de température sont les suivantes :

* Chute dans l'épaisseur de la gaine : e : épaisseur de gaine

$$W \Delta t_g = \frac{\phi}{\pi D} \frac{e}{\lambda_g} = \frac{\phi_o e}{\pi D \lambda_g} \cos \frac{2\gamma z}{L} \quad \lambda_g : \text{conductivité de la gaine}$$

* Chute au contact gaine combustible : R_c : Résistance de contact

$$\Delta T_c = \frac{\phi}{\pi D} R_c = \frac{R_c \phi_o}{D} \cos \frac{2\gamma z}{L} \quad R_c : \text{résistance de contact.}$$

* Chute au sein du combustible :

$$\Delta T_u = \frac{A \phi_o}{4\pi \lambda_u} \cos \frac{2\gamma z}{L}$$

Barreau plein : $A = 1$

avec

$$\text{Barreau creux : } A = 1 - \frac{2 D_i^2}{D_e^2 - D_i^2} \text{Lc} \log \frac{D_e}{D_i} \quad \begin{array}{l} D_e : \text{diamètre extérieur} \\ D_i : \text{Diamètre intérieur} \end{array}$$

* Chute au contact gaine fluide :

$$\Delta T_f = \frac{\phi_o}{\pi D h} \cos \frac{2\gamma z}{L}$$

Par conséquent la température au coeur du combustible est :

$$T_u(z) = \theta(z) + \Delta T_f + \Delta T_g + \Delta T_c + \Delta T_u$$

$$T_u(z) = \theta_e + \frac{\Delta \theta}{2} \left(1 + \frac{\sin 2\gamma z / L}{\sin \gamma} \right) + \left(\frac{e}{\pi D \lambda_g} + \frac{1}{\pi D h} + \frac{R_c}{\pi D} + \frac{A}{4\pi \lambda_u} \right) \phi_o \cos \frac{2\gamma z}{L}$$

Comme
$$\phi_o = \frac{q c \Delta \theta}{L} \frac{\gamma}{\sin \gamma}$$

et en posant
$$\text{Cotg } \beta_u = \frac{2 q c \gamma}{L} \left(\frac{e}{\pi D \lambda_g} + \frac{1}{\pi D h} + \frac{R_c}{\pi D} + \frac{A}{4\pi \lambda_u} \right)$$

c'est-à-dire que
$$\text{Cotg } \beta_u = \text{Cotg } \beta + \frac{2 q c \gamma}{L} \left(\frac{e}{\pi D \lambda_g} + \frac{R_c}{\pi D} + \frac{A}{4\pi \lambda_u} \right)$$

On trouve :

$$T_u(z) = \theta_e + \frac{\Delta\theta}{2} \left(1 + \frac{\cos(2\gamma z/L - \beta_u)}{\sin\gamma \sin\beta_u} \right)$$

On obtient ainsi l'évolution des températures dans les différents milieux d'un canal de réacteur.

V - Perte de charge aux bornes du canal de réacteur :

Le fluide étant incompressible et en négligeant les effets de gravité (canal horizontal).

Le gradient de pression est de la forme :

$$\frac{dP}{dz} = - \frac{f}{D_H} \frac{1}{2} \rho U^2$$

On obtient :

$$|\Delta P| = \frac{f}{D_H} \frac{1}{2} \frac{q^2}{S^2}$$

Puisque $W = qc(\theta_S - \theta_e) \implies q = \frac{W}{c(\theta_S - \theta_e)}$, on obtient :

$$|\Delta P| = \frac{fL}{D_H} \frac{1}{2S^2\rho} \frac{W^2}{c^2(\theta_S - \theta_e)^2}$$

VI - Puissance de pompage aux bornes du canal de réacteur :

Le fluide incompressible; on a :

$$P = q \frac{\Delta P}{\rho} \quad q = \text{débit masse de fluide dans le canal.}$$

$$P = \frac{fL}{D_H} \frac{q^3}{2\rho^2 S^2}$$

ou bien :

$$P = \frac{fL}{D_H} \frac{1}{2S^2\rho^2} \frac{W^3}{c^3(\theta_S - \theta_e)^3}$$

EQUATIONS FONDAMENTALES D'ÉCOULEMENT
EN FLUIDE COMPRESSIBLE.

Un écoulement est défini par :

u = vitesse
P = pression
 ρ = masse spécifique.

E, H ou θ : son énergie, son enthalpie ou sa température.
L'écoulement doit répondre aux équations suivantes.

I - Conservation de la masse (continuité)

Le bilan de masse d'un fluide contenu pendant le temps dt sur un élément de longueur dz à S = cte, s'écrit

$$\frac{dP}{dt} dt \cdot S dz = \left[(P \rho u)_z - (P \rho u)_{z+dz} \right] dt$$

soit :

$$\frac{dP}{dt} + \frac{d}{dz} (P u) = 0$$

II - Equation de dynamique :

Une particule fluide située au temps t à l'abscisse z, animée d'une vitesse u(Z,t); à l'instant (t + dt) elle atteint le point Z + udt, sa vitesse est u(Z + udt, t + dt) son accélération γ peut s'écrire :

$$\gamma = \frac{u(Z + udt, t + dt) - u(Z, t)}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z}$$

Nous allons faire un bilan de forces

a) force d'Inertie.

$$\rho S dz \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

Les forces extérieures appliquées au système sont :

b) force de frottement.

$$- \tau_p \cdot p \, dz.$$

$$\text{avec } \tau_p = C_f \cdot \frac{1}{2} \rho u^2$$

$$C_f = \frac{f}{4}$$

$$D_H = \frac{4S}{p}$$

$$\text{donc } - \tau_p \, fdz = - f \cdot \frac{S}{D_H} \cdot \frac{1}{2} \rho u^2 dz.$$

c) force de pression : $F = p \cdot S$

$$- \left[P(Z) \cdot S - p(Z + dz) \cdot S \right] = - S \frac{\partial P}{\partial z} dz$$

d) force de gravitation :

$$- \rho g S \, dz$$

en faisant le bilan, l'équation de dynamique s'écrit :

$$\rho S \, dz \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - f \frac{S}{D_H} \cdot \frac{1}{2} \rho u^2 dz - S \frac{\partial P}{\partial z} dz - \rho g S dz$$

$$\implies \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{f}{D_H} \cdot \frac{1}{2} u^2 - g$$

Elle peut s'écrire sans la forme de gradient de pression

$$\frac{dP}{dz} = - \frac{f}{D_H} \cdot \frac{1}{2} \rho u^2 - \rho g - \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} - \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial z}$$

pour un fluide compressible, s'écoulant dans un canal, dans le sens ascendant. Le gradient de pression est de la forme suivante:

$$\longrightarrow \text{Terme de frottement} = - \frac{f}{D_H} \cdot \frac{1}{2} \rho u^2$$

$$\longrightarrow \text{" de pesanteur} = - \rho g$$

$$\longrightarrow \text{" d'accélération transitoire} = - \frac{\partial(\rho u)}{\partial t}$$

$$\longrightarrow \text{" d'accélération permanente} = - \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial z}$$

III - Conservation d'énergie :

On applique le premier principe de la thermodynamique " au cours d'une évolution d'un système réel entre deux états A et B ", la somme des travaux des transports de chaleur et des forces extérieures est égale à la somme des variations d'énergie interne, et cinétique du système ".

Par conséquent :

$$\left[W + Q \right]_A^B = (E_A - E_B) + (E_{CA} - E_{CB})$$

a) Dans un élément de canal, la variation d'énergie interne et cinétique est de la forme :

$$\rho S dz d\left(E + \frac{u^2}{2}\right) = \rho S \left(\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial\left(\frac{u^2}{2}\right)}{\partial t} + u \frac{\partial E}{\partial z} + \frac{u\left(\frac{\partial u^2}{2}\right)}{\partial z} \right) dz dt.$$

d) le W des forces extérieures est :

- travail des forces de pression

$$S(p u)_S dt - S(pu)_{Z+dz} dt = - S \frac{\partial(pu)}{\partial z} dz dt.$$

- le travail des forces extérieures de frottement est nul

- le travail des forces de gravité est :

$$- \rho g S u dz dt$$

la gravité de chaleur apportée au système est :

- flux de chaleur à la paroi : $\phi \chi dz dt$

ϕ = densité de flux.

- flux reçu par conduction : $S\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_z dt - S\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_{z+dz} dt$

en faisant un bilan :

$$\frac{d\left(E + \frac{u^2}{2}\right)}{dt} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho u)}{\partial z} - gu + \frac{\phi \chi}{\rho S} + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (1)$$

en retranchant l'équation dynamique qui est :

$$\frac{d\left(\frac{u^2}{2}\right)}{dt} = - \frac{u}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{f}{D_H} \frac{u^3}{2} - gu \quad (2)$$

Donc (1) et (2) =

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\partial E}{\partial t} + u \frac{\partial E}{\partial z} = - \frac{p}{\rho} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{f}{D_H} \frac{u^3}{2} + \frac{\phi \chi}{\rho S} + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

en tenant compte de l'équation de continuité

$$\frac{dE}{dt} + p \frac{d\left(\frac{1}{\rho}\right)}{dt} = \frac{f}{D_H} \cdot \frac{u^3}{2} + \frac{\phi \chi}{\rho S} + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

Puisque $H = E + \frac{p}{\rho}$

$$\text{On a : } \frac{dH}{dt} - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dt} = \frac{f}{D_H} \frac{u^3}{2} + \frac{\phi \chi}{\rho S} + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

C'est-à-dire :

$$\frac{\partial H}{\partial t} + u \frac{\partial H}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{u}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{f}{D_H} \frac{u^3}{2} + \frac{\phi \chi}{\rho S} + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

Les équations sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} 1^{\circ) \quad \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (pu) = 0 \\ 2^{\circ) \quad \frac{dp}{dz} = - \frac{f}{D_H} \cdot \frac{1}{2} \rho u^2 - \rho g - \frac{\partial}{\partial t} (pu) - \frac{\partial (pu^2)}{\partial z} \\ 3^{\circ) \quad \frac{\partial H}{\partial t} + u \frac{\partial H}{\partial z} = \frac{f}{D_H} \cdot \frac{U^3}{2} + \frac{\phi \chi}{\rho S} + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial T} + \frac{u}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \end{array} \right.$$

Écoulement en régime permanent $\implies \frac{\partial}{\partial t} = 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1^{\circ) \quad \frac{d(pu)}{dz} = 0 \implies pu = \text{Cte.} \\ 2^{\circ) \quad \frac{dp}{dz} = - \frac{f}{D_H} \rho \frac{u^2}{2} - \rho g - \rho u \frac{du}{dz} \\ 3^{\circ) \quad \frac{dH}{dz} = \frac{\phi \chi}{\rho u S} + \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} + \frac{f}{D_H} u^2 \end{array} \right.$$

Fluide incompressible $\implies \left\{ \begin{array}{l} \rho = \text{cte} \\ u = \text{cte.} \end{array} \right.$

Dans ce cas, on néglige les termes de détente et dissipation qui sont faibles devant l'apport de chaleur, H proportionnelle à T

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} = 0; \quad \frac{f}{D_H} \cdot u^2 = 0$$

* pour une circulation ascendante $\frac{dp}{dz}$ peut s'écrire en régime permanent, puisque

$$\rho u \frac{dU}{dz} = 0; \quad \frac{dp}{dz} = - \frac{f}{D_H} \cdot \frac{1}{2} \rho u^2 - \rho g.$$

Les équations qui définissent l'écoulement, compte tenu de ces hypothèses sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial z} = 0 \\ \frac{dp}{dz} = - \frac{f}{D_H} \cdot \frac{1}{2} \rho u^2 - \rho g - \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} - \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial z} \\ \frac{\partial H}{\partial t} + u \frac{\partial H}{\partial z} = \frac{\phi \chi}{\rho S} \end{array} \right.$$

Elles sont en régime permanent : $\frac{\partial}{\partial t} = 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial z} (\rho u) = 0 \quad \implies \quad \rho u = \text{cte.} \\ \frac{dp}{dz} = - \frac{f}{D_H} \cdot \frac{1}{2} \rho u^2 - \rho g \\ \frac{dH}{dz} = \frac{\phi \chi}{\rho S} \end{array} \right.$$

Écoulement en double phase

L'étude systématique de l'ébullition est relativement récente; L'ébullition se rencontre dans le circuit primaire d'un B.W.R, soit dans le circuit secondaire d'un générateur de vapeur (échangeur), soit accidentellement dans un réacteur P.W.R.

Étude physique de l'ébullition

Soit une bulle de vapeur à l'intérieur d'une masse d'eau à la pression P_L ; les deux phases (liquide + vapeur) sont séparées par une surface sphérique dont la surpression est P_g à l'intérieur de la bulle.

Nous avons :

$$P_g - P_L = \frac{2\sigma}{R} \left(\frac{V_g}{V_g - V_L} \right)$$

$$\text{Si } V_g \gg V_L \implies P_g - P_L \approx \frac{2\sigma}{R}$$

R = rayon

σ = Tension de vapeur.

$(P_g - P_L)$ ne peut résulter que d'une surchauffe $T_{\text{sat}} + \Delta T_{\text{sat}}$ du liquide.

Le ΔT_{sat} nécessaire pour la création d'une bulle peut être calculé de la façon suivante:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{L}{T(V_g - V_L)} \approx \frac{L}{T V_g} \quad \text{loi de Clapeyron}$$

où L = chaleur latente.

La vapeur peut être assimilée à un gaz parfait

$$V_g = \frac{rT}{P}$$

Donc :

$$\frac{dP}{dT} = \frac{L P}{r T^2} \implies \frac{dP}{P} = \frac{L dT}{r T^2} \quad (1)$$

on intègre l'équation (1)

$$\int_{(P)}^{P_L} \frac{dP}{P} = \int_{(T)}^{T_{\text{sat}}} \frac{L dT}{r T^2} \implies \log\left(\frac{P}{P_L}\right) = -\frac{L}{r} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{\text{sat}}} \right)$$

Soit en remplaçant

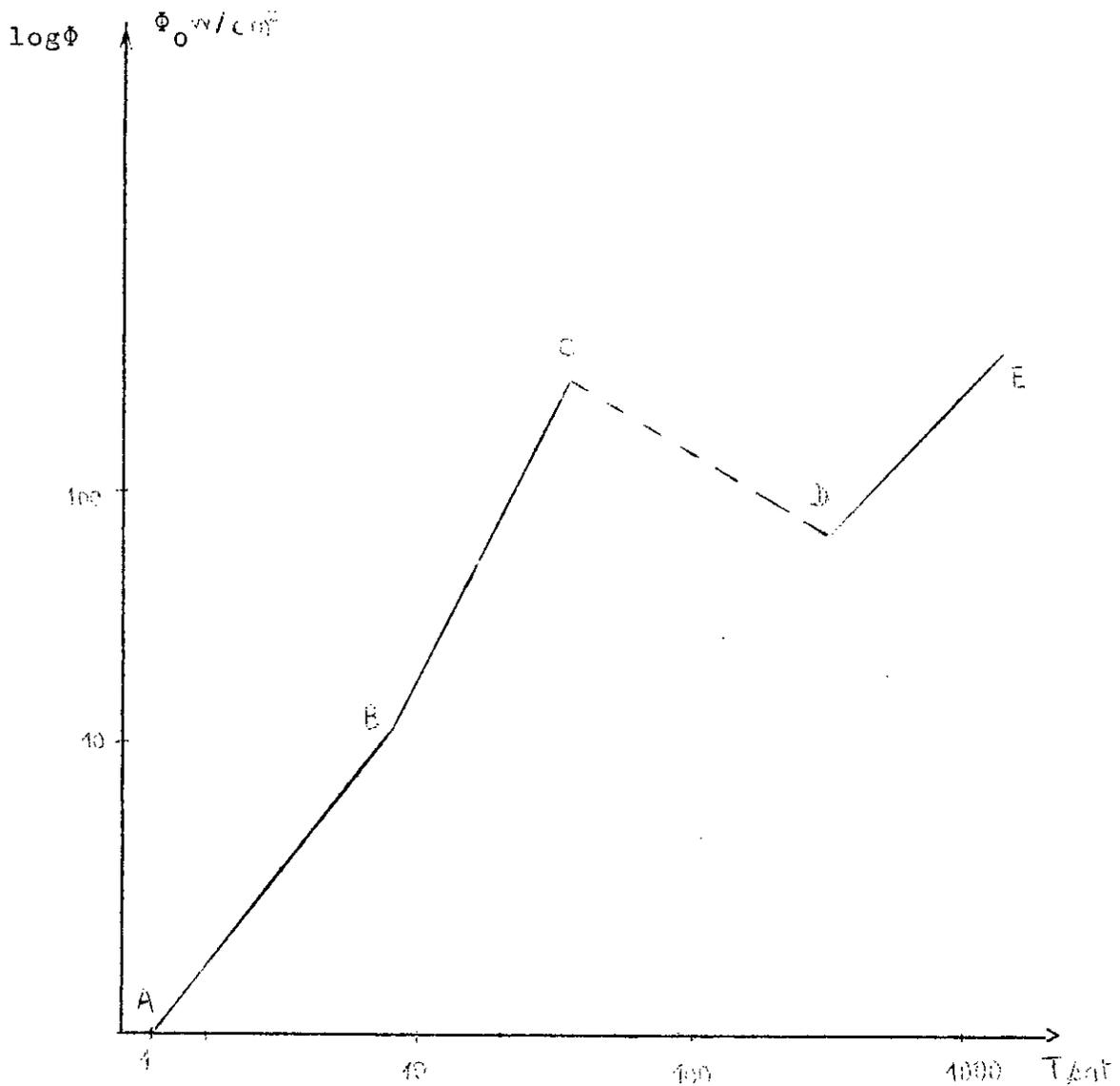
$$\Delta T_{\text{sat}} = -\frac{r T T_{\text{sat}}}{L} \cdot \log_e \left(1 + \frac{2\sigma}{R P_L} \right)$$

r = constante des gaz.

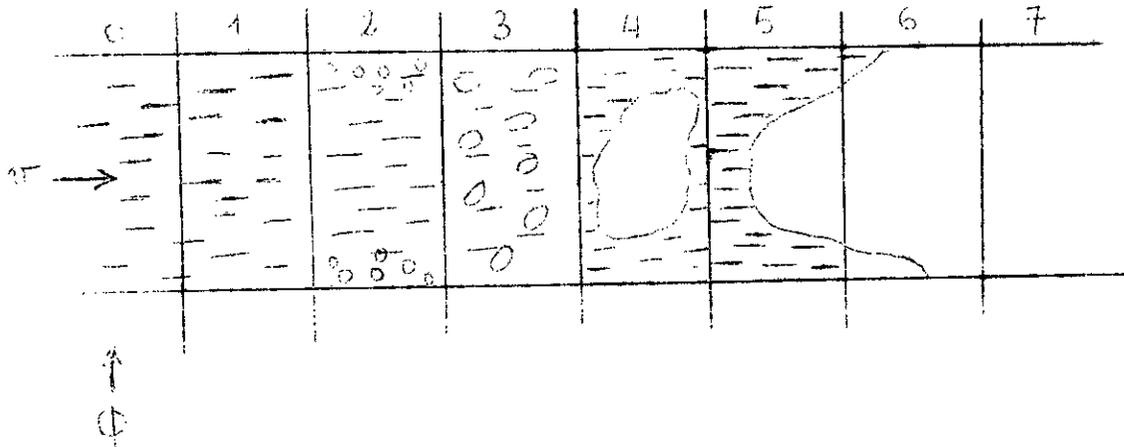
R = rayon de la bulle.

Ebullition

Nous avons vu comment prenaient naissance les bulles sur les parois lorsqu'on atteint une température ΔT_{sat} . Les différents phénomènes qui interviennent ont été mis en évidence par NUKIYAMA en chauffant dans un vase clos un fil de métal dans de l'eau à saturation. NUKIYAMA interpréta les phénomènes sur la courbe suivante :



Nous allons étudier le processus de l'ébullition dans un canal, parce que c'est ce qui nous intéresse le plus.

Evolution de l'ébullition

On distingue dans cet écoulement plusieurs zones.

- * Zone 0 : Ecoulement en simple phase laminaire ou turbulent
- * Zone 1 : Taux de vide $\alpha = 0$, elle s'étend dans un domaine ou $\tau < 0$ ($\tau = \frac{H - H_{sat}}{H_g - H_{sat}}$) : titre thermodynamique).

les bulles apparaissent lorsque $T_p > T_{sat}$.

- * Zone 2 : c'est l'ébullition locale avec création du vide.
- * Zone 3 : c'est l'écoulement à bulles; ébullition franche.
- * Zone 4 : Ecoulement à bouchons (SLUG - FLOW)

Les bulles se rassemblent en gros bouchons, créant des conditions discontinues, cette zone peut ne pas apparaître.

- * Zone 5 : Ecoulement annulaire dispersé.

- * Zone 6 : Ecoulement en brouillard : c'est un écoulement de vapeur, avec de fines goutellettes liquides entraînées.
- * Zone 7 : Ecoulement en simple phase vapeur.

CALCUL D'UN ECOULEMENT EN AB

Dans cet écoulement par analogie à la simple phase,
 —> (1) .

—>(1) on imagine un fluide homogène ayant des propriétés physiques moyennes.

$$\text{Le taux de vide } \alpha : \left\{ \begin{array}{l} = 0 \text{ pour phase liquide} \\ = 1 \text{ pour phase vapeur.} \end{array} \right.$$

La moyenne sur un intervalle conduit à envisager la notion de probabilité de présence de la phase vapeur, cette fonction continue de 0 à 1. Elle est appelée taux de vide α . On définit donc les propriétés suivantes en fonction de α .

* La densité moyenne $\bar{\rho}$

$$\bar{\rho} = \rho_L (1 - \alpha) + \rho_V \alpha$$

* Vitesse massique moyenne G

$$G = \bar{\rho} u = \rho_L (1 - \alpha) U_L + \rho_V U_V \alpha$$

u_V, u_L = vitesse.

* L'enthalpie moyenne

$$\bar{H} = \frac{\rho_L (1 - \alpha) U_L H_L + \rho_V U_V H_V \cdot \alpha}{G}$$

* Le glissement γ

$$\gamma = \frac{U_V}{U_L}$$

* La qualité de vapeur X

$$X = \frac{\text{débit vapeur}}{\text{Débit total}}$$

$$X = \frac{\alpha \rho_V}{(1 - \alpha) \rho_L U_L + \alpha \rho_V u_V}$$

* Une quantité de mouvement moyenne $\bar{\rho} u^2$

$$\bar{\rho} u^2 = \rho_L (1 - \alpha) U_L^2 + \rho_V \alpha u_V^2$$

d'où on déduit les relations suivantes pour des besoins de calculs.

$$GX = \rho_V u_V \alpha$$

$$G(1 - X) = \rho_L U_L (1 - \alpha)$$

$$\gamma = \frac{\rho_L}{\rho_V} \cdot \frac{X}{1 - X} \cdot \frac{1 - \alpha}{\alpha}$$

$$X = \frac{H - h_L}{h_V - h_L}$$

$$\bar{\rho} u^2 = \frac{(1 - X)^2}{1 - \alpha} \cdot \frac{1}{\rho_L} + \frac{X^2}{\alpha \rho_V}$$

On note

$$v' = \frac{(1 - X)^2}{1 - \alpha} \cdot \frac{1}{\rho_L} + \frac{X^2}{\alpha \rho_V}$$

* Relation entre X et α

X, α : ayant été définis auparavant, on rappelle leurs définitions.

$$X = \frac{\text{Masse de vapeur de mélange}}{\text{Masse totale de mélange}} =$$

$$\alpha = \frac{\text{Volume de vapeur}}{\text{Volume total de mélange}} = \frac{\text{Aire de vapeur}}{\text{Aire totale (vapeur + liquide)}}$$

Relations entre X et α :

On suppose que le glissement est nulle : $\gamma = 1$

Dans un volume unité de mélange, le volume total sera :

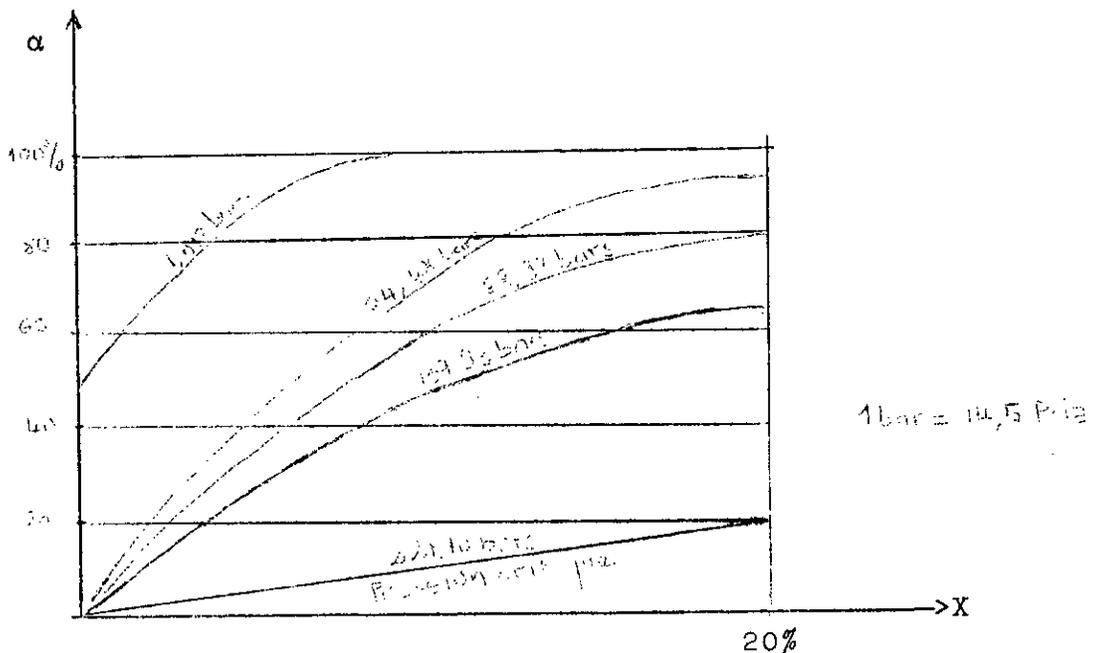
$$v_{\text{total}} = v_f + X v_g.$$

$$v = \text{volume spécifique} = \frac{1}{\rho}$$

$$\text{alors } \alpha = \frac{X v_g}{v_f + X v_g} \implies \alpha = \frac{1}{1 + \left(\frac{1-X}{X}\right) \frac{v_f}{v_g}}$$

$$\alpha = \frac{1}{1 + \left(\frac{1-X}{X}\right) \frac{v_f}{v_g}} \quad : \text{ pour X petit correspond a grand la différen-}$$

-ce décroît avec le temps.



Quand le glissement existe, et définit par : $\gamma = \frac{v_g}{u_f}$

U_g, u_f : vitesse respectivement gaz et fluide; X et α seront modifiés, on pose une autre définition pour X

$$X = \frac{\text{débit masse vapeur}}{\text{débit masse du mélange}}$$

Soient maintenant :

$$\dot{m}_t = \text{débit masse total du mélange}$$

$$X\dot{m}_t = \text{débit masse de vapeur}$$

$$(1-X)\dot{m}_t = \text{débit masse de liquide}$$

Compte tenu de la continuité, les vitesses sont :

$$(1) \quad v_g = \frac{v_g X \dot{m}_t}{A_g}$$

Af, Ag : sections droites

Af : section de fluide

$$(2) \quad v_f = \frac{v_f (1-X) \dot{m}_t}{A_f}$$

Ag : section de vapeur

de (1) et (2) on tire γ .

$$\gamma = \frac{v_g}{v_f} = \frac{X}{(1-X)} \cdot \frac{A_f}{A_g} \cdot \frac{v_g}{v_f}$$

$$\text{ainsi } \alpha = \frac{A_g}{A_g + A_f} \implies \psi \frac{A_f}{A_g} = \frac{1 - \alpha}{\alpha}$$

Nous avons alors :

$$\gamma = \frac{X}{1-X} \cdot \frac{1 - \alpha}{\alpha} \cdot \frac{v_f}{v_g}$$

$$(3) \quad \alpha = \frac{1}{1 + \frac{(1-X)}{X} \cdot \frac{v_f}{v_g} \cdot \gamma} = \frac{1}{1 + \frac{(1-X)}{X} \cdot \psi}$$

$$(4) \quad X = \frac{1}{1 + \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) \psi} \quad \text{avec} \quad \psi = \frac{v_f}{v_g}$$

$$v_f = \frac{1}{\rho_f}$$

$$v_g = \frac{1}{\rho_g}$$

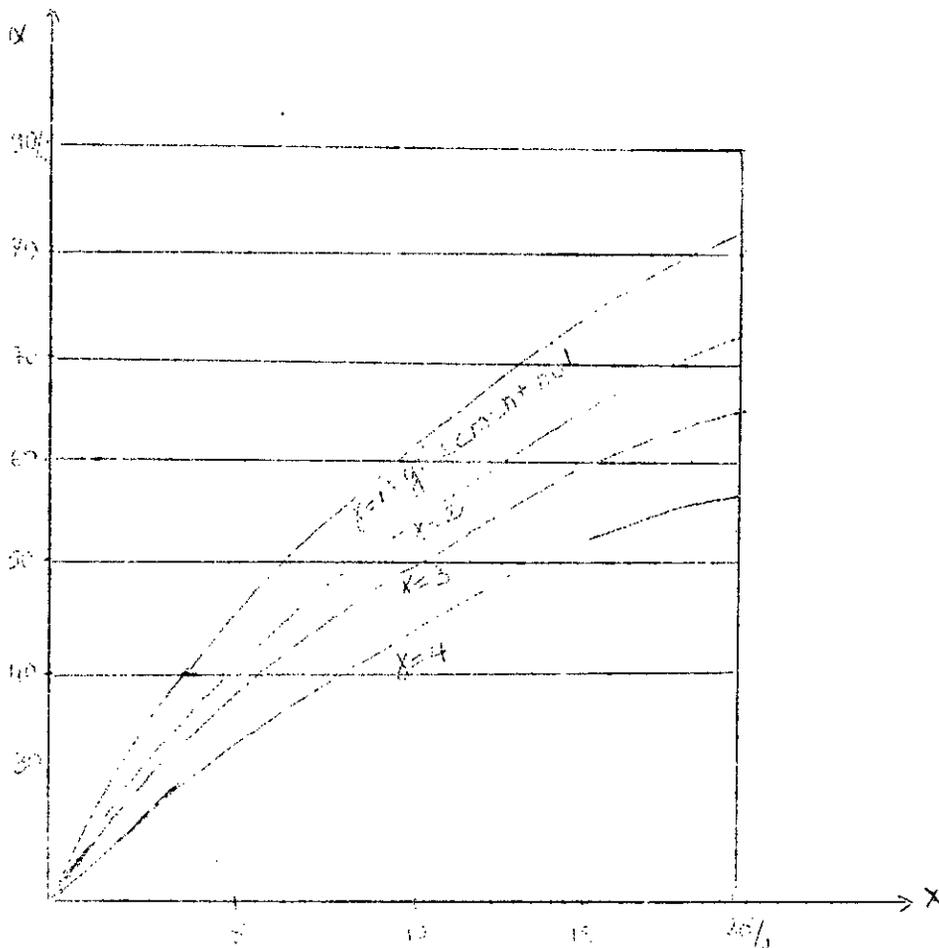
le glissement fait que α est plus faible pour X fixé.

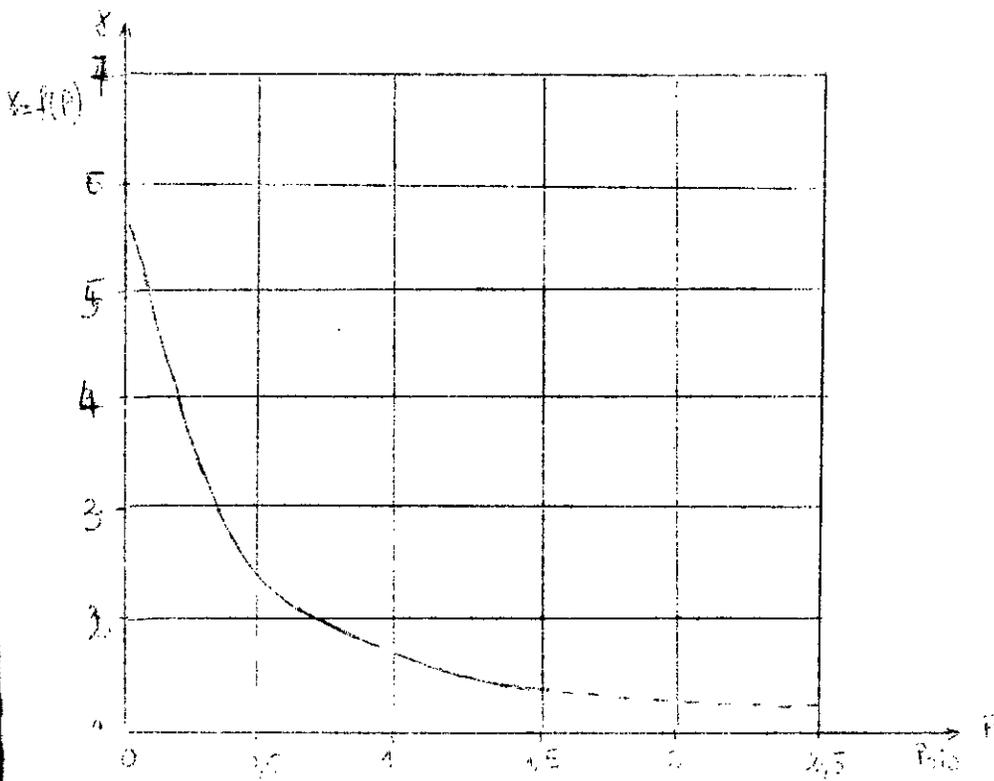
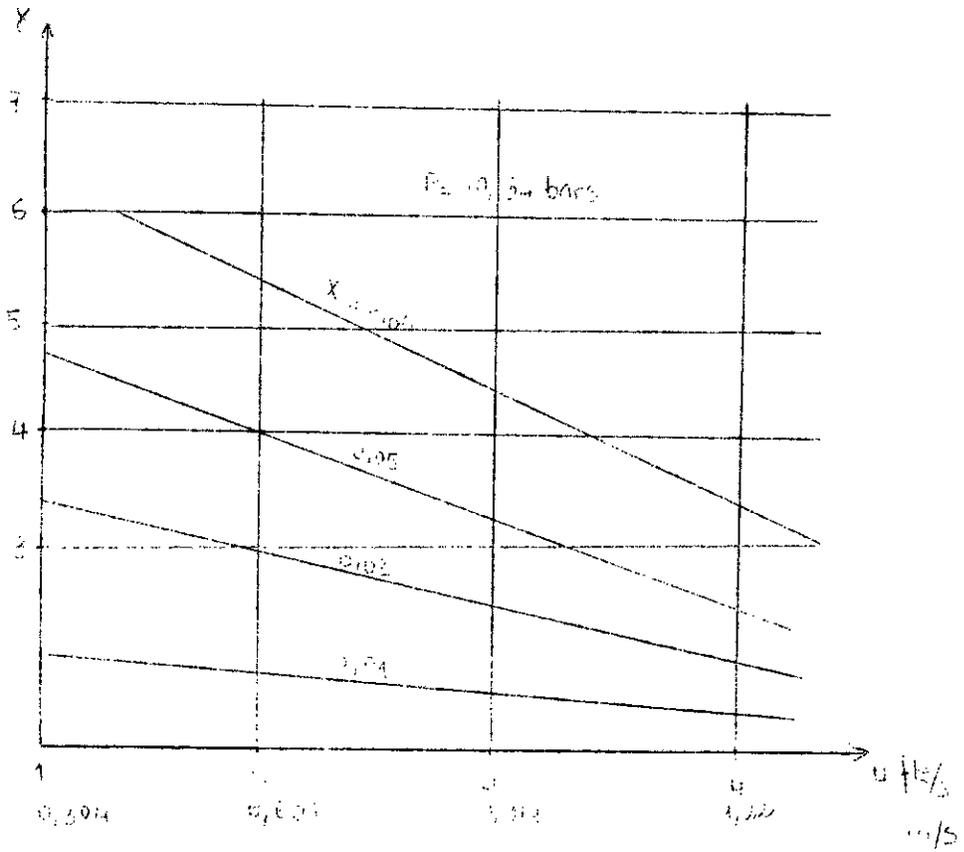
P = cte et X = cte : $\frac{1-\alpha}{\alpha}$ est proportionnel à γ ,
Donc α décroît avec γ

Une relation empirique, tenant compte des conditions d'utilisation et de géométrie du canal, est donnée par :

$$\frac{1}{X} = 1 - \left(\frac{v_f}{v_g}\right)^{0,67} \left[1 - \left(\frac{1}{\alpha}\right) \left(\frac{v_g}{v_f}\right)^{0,1} \right]$$

Courbes caractéristiques :





EQUATIONS FONDAMENTALES

Les équations fondamentales sont : conservation de la masse (continuité), équation dynamique, conservation de l'énergie.

Donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \rho H}{\partial t} + \frac{\partial (GH)}{\partial z} = \frac{\phi \chi}{S} \\ \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} v' G^2 = - \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{f G^2}{2\rho DH} - \rho g. \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \phi : \text{densité de flux} \\ S : \text{section.} \end{array}$$

En régime permanent, nous avons : $\frac{\partial}{\partial t} = 0$

Ce qui nous donne :

$$(1) \quad \frac{\partial G}{\partial z} = 0 \implies G(z) = \text{cte.}$$

$$(2) \quad \frac{dH}{dz} = \frac{1}{G} \frac{\phi \chi}{S} \implies H(z) = H(e) + \frac{1}{G} \int_0^z \frac{\phi \chi}{S} dz.$$

H_e : enthalpie d'entrée du fluide : c'est la 1^{ère} condition limite.

$$(3) \quad \frac{dP}{dz} = - \frac{f G^2}{2\rho DH} - \rho g - \frac{d(v' v^2)}{dz}$$

$$\implies P(z) = P(e) - \int_0^z \frac{f G^2}{2\rho DH} dz - \int_0^z \rho g dz - G^2 v'$$

P_e : condition limite (2) $P(e)$: pression d'entrée.

Pour résoudre le système, il nous faut une 3^o condition limite, en cherche la pression de sortie P_s , pour cela il nous faut calculer ΔP .

Puisque $P_s = P_e - \Delta P$

$$\Delta P = \Delta P_{\text{frot.}} + \Delta P_{\text{grav.}} + \Delta P_{\text{acc.}}$$

$$a) \Delta P_{\text{frot.}} = G^2 \int_0^z \frac{f}{D_H} \cdot \frac{1}{2\rho} dz$$

$$b) \Delta P_{\text{grav.}} = \int_0^z \rho g dz$$

$$c) \Delta P_{\text{acc.}} = G^2 V^i = G^2 \left[\frac{(1-X)^2}{(1-\alpha)\rho_L} + \frac{X^2}{\alpha\rho_g} - \frac{1}{\rho_L} \right]$$

Pour calculer ces termes, il nous faut connaître α, X, f .

(1) calcul de f .

Pour calculer le frottement f ; on peut le faire à l'aide de deux méthodes empiriques.

A) on écrit que

$$f = f_{sp} \cdot J_o \quad (1)$$

f_{sp} = frottement simple phase.

$$J_o = \frac{A(p)}{(F_n)^{7,5/p}} \cdot \left(1 + \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \frac{\rho_g}{\rho_L}\right) \quad \begin{matrix} p = \text{kg/cm}^2 \\ 40 < G < 260 \text{ g/m}^2 \cdot \text{s} \end{matrix}$$

$$F_n : \text{nombre de froud.} \quad F_n = \left(\frac{G}{\rho_L}\right)^2 \cdot \frac{1}{g D_H}$$

F : nombre sans dimension.

| | | | | |
|---------------------|------|------|------|------|
| P kg/m ² | 50 | 100 | 150 | 200 |
| A | 3,08 | 1,63 | 1,31 | 1,68 |

J_o : paramètre de TARASOVA pour un canal vertical ascendant.

Cette corrélation est utilisée pour les zones à bulles et annulaire.

(B) Paramètre de Martinelli.

Des études expérimentales sur un mélange eau + air ont été faites par Martinelli, Nelson, Lockart.

Ils prennent un canal horizontal, et mesurent le ΔP entre 2 prises de pression en considérant que $\Delta P_{acc} = 0 \Rightarrow \alpha = Cte$

Ils cherchent à corréler les facteurs ϕ_{Lo}^2 et ϕ_{go}^2 par :

$$\left(\frac{\partial P}{\partial Z}\right)_{DP} = \phi_{Lo}^2 \left(\frac{\partial P}{\partial Z}\right)_L \text{ et } \left(\frac{\partial P}{\partial Z}\right)_{DP} = \phi_{go}^2 \left(\frac{\partial P}{\partial Z}\right)_g \text{ en}$$

DP = double phase

$$\text{fonction de } X_{tt}^2 = \frac{\left(\frac{\partial P}{\partial Z}\right)_L}{\left(\frac{\partial P}{\partial Z}\right)_g}$$

$\left(\frac{\partial P}{\partial Z}\right)_L$ et $\left(\frac{\partial P}{\partial Z}\right)_g$: gradients de pression en phase liquide et vapeur. Supposés circuler seuls avec leurs débits respectifs Q_L et Q_g .

Or

$$\left(\frac{\partial P}{\partial Z}\right)_L = \frac{a(R_{EL})^{-b}}{2D_H} \cdot \frac{Q_L^2}{S^2 \rho_L}, \quad \left(\frac{\partial P}{\partial Z}\right)_g = \frac{a(R_{eg})^{-b}}{2D_H} \cdot \frac{Q_g^2}{S^2 \rho_g}$$

avec D_H = diamètre hydraulique.

(R_e) : Nombre de Reynolds en phase liquide, et gaz.

S = section.

Puisque

$$X_{tt}^2 = \frac{\left(\frac{\partial P}{\partial Z}\right)_L}{\left(\frac{\partial P}{\partial Z}\right)_g} = \left(\frac{R_{eg}}{R_{EL}}\right)^b \cdot \frac{Q_L^2}{Q_g^2} \cdot \frac{\rho_g}{\rho_L}$$

On sait que $R_e = \frac{V \cdot v}{\nu}$; $\nu = \frac{\mu}{\rho}$

Donc $R_e = \frac{\rho V v}{\mu}$

Donc : $X_{tt}^2 = \left(\frac{\rho_g V_g v}{\rho_L V_L \cdot v} \cdot \frac{\mu_L}{\mu_g} \right)^b \cdot \left(\frac{Q_L}{Q_g} \right)^2 \cdot \frac{\rho_g}{\rho_L}$

$$Q_L = \frac{V_L \Pi v^2}{4}$$

$$Q_g = v_g \frac{\Pi v^2}{4}$$

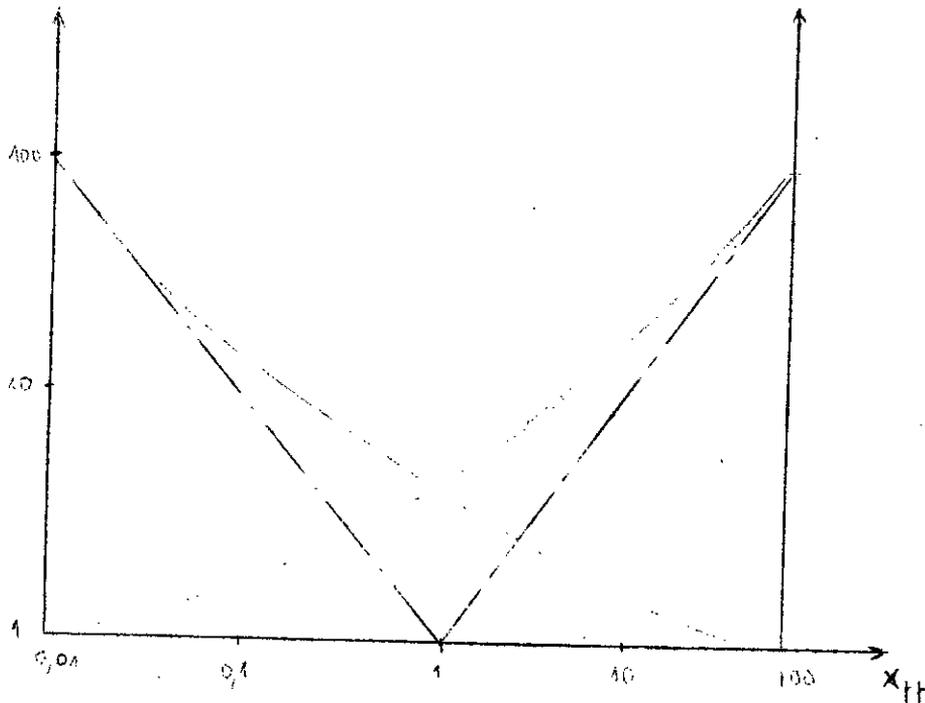
avec $b = 0,2$

$$\implies X_{tt}^2 = \left(\frac{\mu_L}{\mu_g} \right)^{0,2} \left(\frac{Q_L}{Q_g} \right)^{1,8} \cdot \left(\frac{\rho_g}{\rho_L} \right)^{1,2}$$

de plus $X = \frac{Q_g}{Q_g + Q_L} \implies X_{tt}^2 = \left(\frac{\mu_L}{\mu_g} \right)^{0,2} \left(\frac{1-X}{X} \right)^{1,8} \cdot \left(\frac{\rho_g}{\rho_L} \right)^{1,2}$

Valeurs expérimentales

| X_{tt} | ϕ_{oL} | ϕ_{oy} | X_{tt} | ϕ_{oL} | ϕ_{og} |
|----------|-------------|-------------|----------|-------------|-------------|
| 0,01 | 128 | 1,28 | 1 | 4,20 | 4,20 |
| 0,02 | 68,4 | 1,37 | 2 | 3,10 | 6,20 |
| 0,04 | 38,5 | 1,54 | 4 | 2,38 | 9,5 |
| 0,07 | 24,4 | 1,71 | 7 | 1,96 | 13,7 |
| 0,1 | 18,5 | 1,85 | 10 | 1,75 | 17,5 |
| 0,2 | 11,2 | 2,23 | 20 | 1,46 | 29,5 |
| 0,4 | 7,05 | 2,83 | 40 | 1,29 | 51,5 |
| 0,7 | 5,04 | 3,53 | 70 | 1,17 | 82 |



Transfert de chaleur en DP

Dès le début de l'ébullition locale, et jusqu'au point d'assèchement du film, la température de paroi T_p évolue lentement et reste assez proche de T_{sat} .

ΔT_{sat} est donnée par les facteurs de corrélations de Jus et Lottes

$$\Delta T_{sat} = 7,9 \phi^{0,25} \exp\left(-\frac{P}{62,1}\right)$$

ϕ w/m²

P : bars.

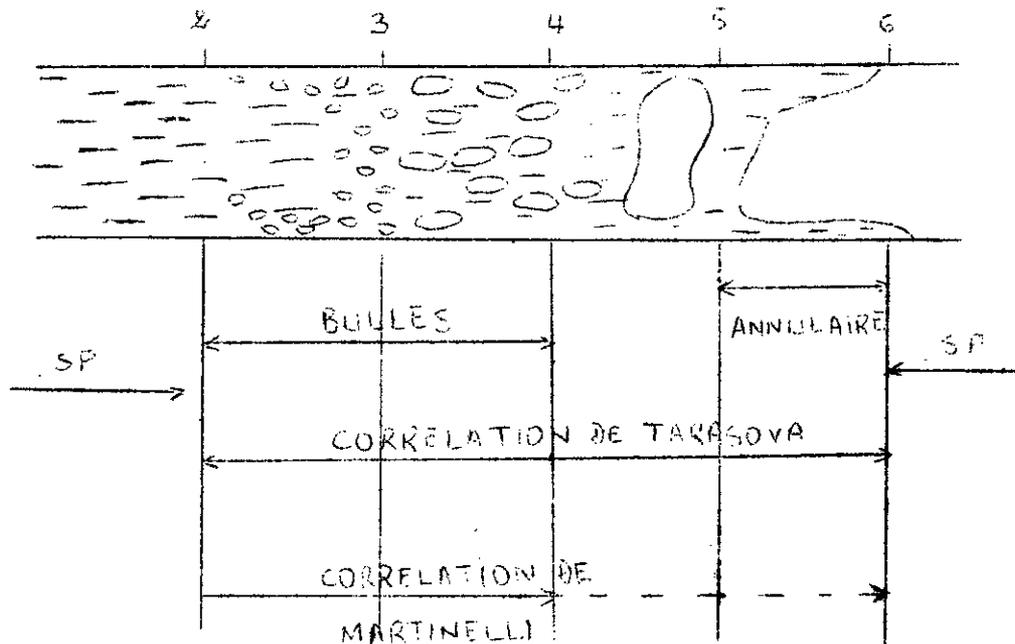
en ce qui concerne l'écoulement par film annulaire, on peut citer la corrélation de Dengler et Addoms.

$$\frac{h_{DP}}{h_o} = 3,5 (x_{tt})^{-0,5}$$

$$x_{tt} = \left(\frac{\mu_L}{\mu_g}\right)^{0,1} \cdot \left(\frac{1-X}{X}\right)^{0,9} \cdot \left(\frac{\rho_g}{\rho_L}\right)^{0,6}$$

h_{DP} = h en double phase.

h_0 = h en simple phase.



Crise d'ébullition

Pour les zones 2 - 3, un phénomène important peut apparaître si le flux de chaleur ϕ à la paroi devient important, le taux de production de bulles augmente et une couche de vapeur se forme; empêchant l'eau de mouiller la paroi : c'est la Caléfaction : Le phénomène de caléfaction (D.N.B : dépouture four nucleate boiling) peut entraîner le BURN-OUT (destruction de la gaine pour un réacteur).

- Pour les zones 4, les bulles se rassemblent en gros bouchons, si un bouchon ne va pas trop vite, on peut arriver à la vaporisation du film liquide qui l'isole de la paroi, on a alors une tache sèche pourront entrainer le BURN-OUT.

- Zone 5 : les bouchons se rassemblent en un noyau gazeux, un film liquide tapisse les parois, des goutellettes sont emportées dans le noyau, l'épaisseur du film décroît au fur et à mesure que la qualité de vapeur augmente jusqu'à rupture du film c'est le phénomène d'assèchement ou " dry-out " qui peut entrainer le burnt-out.

Ces phénomènes c'est-à-dire la caléfaction et l'assèchement du film liquide nous oblige à connaître le titre critique.

On a en effet :

$$\phi_{cr} \cdot L \chi = GS \left[\Delta H_e + \tau_{cr} (H_v - H_{sat}) \right]$$

L = longueur du canal

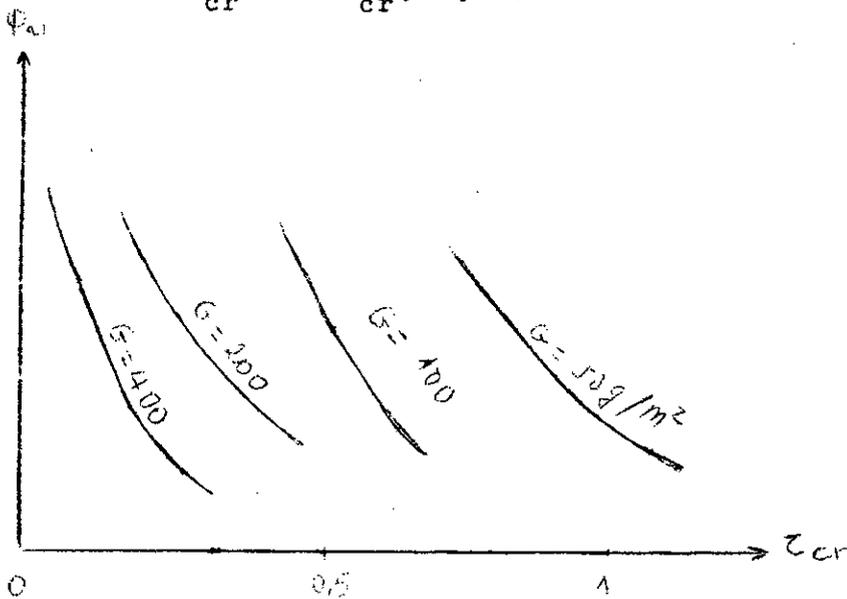
χ = périmètre chauffant

ΔH_e = sans saturation du liquide $\Delta H_e = H_{sat} - H_e$

H_v = enthalpie de la vapeur saturante

H_{sat} = " du fluide à saturation

$$\phi_{cr} = f(\tau_{cr}, G, P)$$



Ces résultats ont donné lieu à un grand nombre de corrélations empiriques.

* conditions locales (caléfaction)

$$\phi_u = f(\tau_u, P, D_H, G)$$

* conditions globales en hydrauliques (assèchement)

$$\tau_u = f(L_S, P, G, D_H)$$

où L_S = longueur emprise entre la section où commence l'ébullition et celle-ci se produit la crise.

Plusieurs séries de corrélations ont été données.

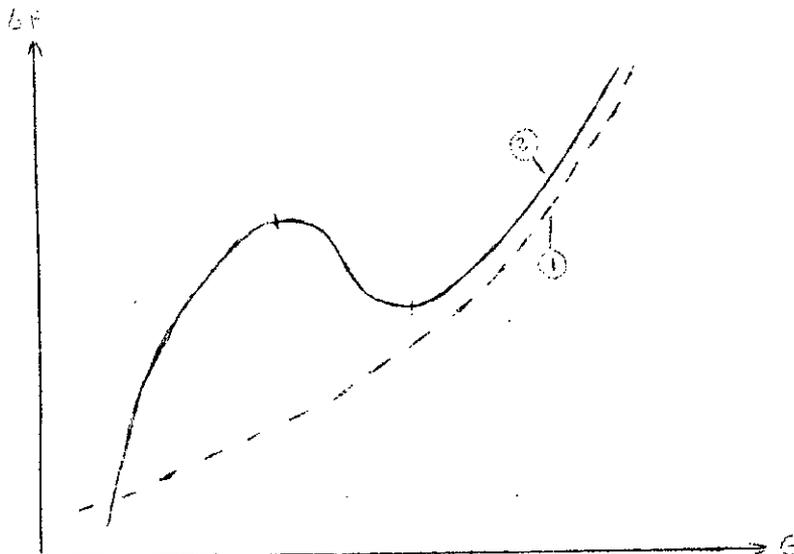
- Condition locale : TONG (WESTINGHOUSE)
- " globales CISE (laboratoires milanais).

Ces corrélations sont en général données pour des canaux circulaires avec ϕ uniforme.

Caractéristique d'un canal en double phase.

La caractéristique d'un canal en double phase est la représentation graphique de ϕ et H étant imposés (constants).

de la perte de pression en fonction de G . en régime permanent.



Si nous avons un fort débit, l'ébullition n'a pas lieu la courbe $\Delta P(G)$ est parabolique (1); à partir d'une certaine valeur de $G(g/m)$, l'ébullition commence, les frottements s'accroissent ainsi que ΔP_{acc} . Si G devient petit tout le canal est rempli en double phase; la caractéristique répond une forme parabolique (2).

Débit critique en double phase.

(1) On considère une simple phase.

Ecoulement en SP.

| | | |
|------------|---|--|
| Hypothèses | { | fluide compressible Ecoulement monodimensionnel $W = 0$, transfert nul. |
|------------|---|--|

On écrit les équations

(1) continuité $\dot{m} = \rho A U$ (1)

(2) quantité de mouvement : $d(PA) + \frac{\dot{m}}{g_e} dU = dF$ (2)

F = frottement

A = Section

P = Pression.

Ecoulement isentropique $A = cte \implies \frac{dU}{dP} + \frac{g_e}{\rho u} = 0$ (3)

$\frac{1}{\dot{m}} \frac{d\dot{m}}{dP} = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dP} + \frac{1}{U} \frac{dU}{dP}$ (4)

quand l'écoulement est critique nous avons $\frac{d\dot{m}}{dp} = 0$ et \dot{m}_{max}

donc :

$\frac{1}{U} \frac{dU}{dP} = - \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dP}$

$$\text{ou } \frac{dU}{dP} = - \frac{\dot{m}_{\max}}{\rho^2 A} \frac{d\rho}{dP} \quad (5)$$

en combinant les équations (1), (3), (5)

$$\text{On trouve : } \left(\frac{\dot{m}_{\max}}{A} \right)^2 = - g_e \rho^2 \frac{dP}{d\rho} \implies G_{\max}^2 = - g_e \frac{dP}{dv} \quad (6)$$

G : vitesse massique

v : volume spécifique

g_e : facteur correctif : $g_e = 4,17 \cdot 10^8 \text{ Lbn,ft/L}_g \cdot \text{hv}^2$

l'équation (6) est semblable à l'équation donnant la vitesse de son d'un écoulement isentropique.

Écoulement en DP.

Soit l'équation de quantité de mouvement

$$d(PA_f) + \frac{1}{g_e} d(\dot{m}_f u_f^2) = 0$$

Ecrivons les équations du fluide et de la vapeur.

$$(1) d(PA_f) + \frac{1}{g_e} d(\rho_f A_f u_f^2) = 0$$

$$(2) d(PA_g) + \frac{1}{g_e} d(\rho_g A_g u_g^2) = 0$$

On additionne (1) + (2)

$$dP = - \frac{1}{g_e A} d \left[(\rho_f A_f u_f^2) + (\rho_g A_g u_g^2) \right]$$

$$A_f + A_g = A$$

En utilisant les relations : $\frac{A_g}{A} = \alpha$ et $\frac{A_f}{A} = 1 - \alpha$

A_g, A_f = aires gaz, aires fluides.

A = Aire totale.

Nous avons :

$$dP = - \frac{G^2}{g_e} d \left[\frac{(1-X)^2}{\rho_f(1-\alpha)} + \frac{X^2}{\rho_g \alpha} \right]$$

v'

$$\text{Donc : } dP = - \frac{G^2}{g_e} dv' \implies G^2 = - g_e \frac{dP}{dv'}$$

C'est une équation semblable à celle de l'écoulement en simple phase.

MOODY a réalisé un système d'abaques permettant de prévoir le débit critique d'un mélange biphasique en fonction des conditions génératrices de l'écoulement.

ETUDE THERMIQUE DES ECHANGEURS

I. Coefficient de transfert global U

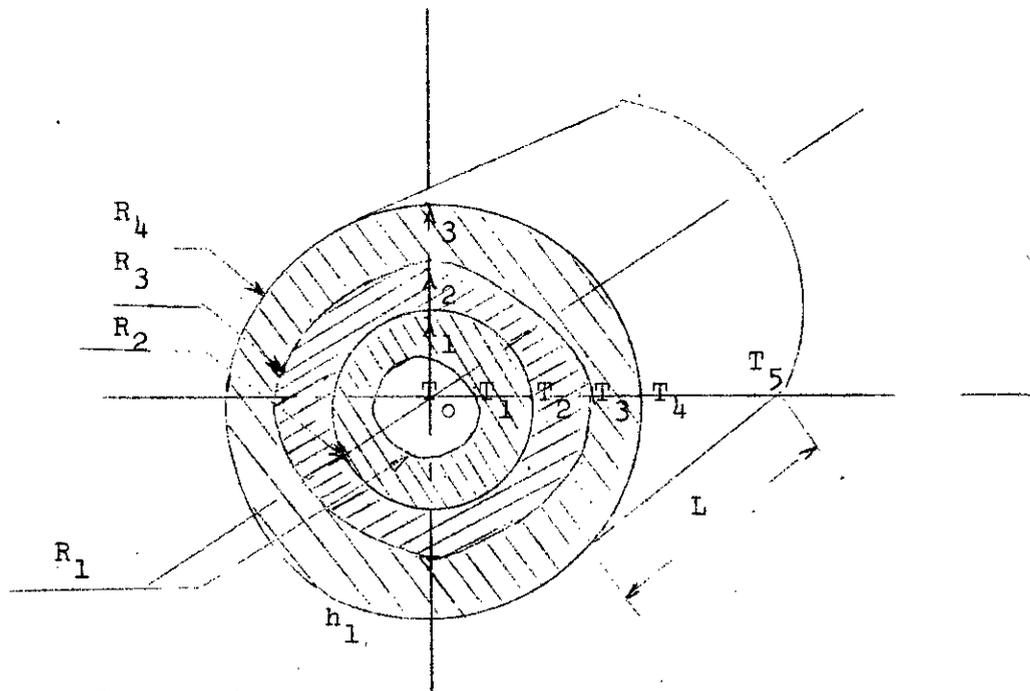
1) Position du problème :

L'étude de la conduction et de la convection a montré par quels mécanismes la chaleur était transmise d'un corps à un autre.

Chaque fois que l'on a affaire à l'un de ces mécanismes, on voit apparaître une résistance qui s'oppose à la transmission de chaleur.

Comme dans les exemples industriels ces mécanismes sont intimement liés, on devra s'attendre à ce que les résistances thermiques dues à chacun de ces mécanismes voient leur rôle s'ajouter pour donner une valeur globale de la résistance totale.

2. Cas d'une conduite calorifugée véhiculant un fluide chaud



- Convection fluide chaud-paroi interne du tube.

$$Q = h_o (T_o - T_1) (2\pi R_1 L) \quad T_o - T_1 = \frac{Q}{2\pi R_1 L h_o}$$

- Conduction dans le tube :

$$Q = \frac{2\pi L (T_1 - T_2)}{\text{Log} (R_2/R_1)} \quad T_1 - T_2 = Q \frac{\text{Log} (R_2/R_1)}{\lambda_1 2\pi L}$$

- Conduction dans la 1° isolation :

$$Q = \lambda_2 \frac{2\pi L (T_2 - T_3)}{\text{Log} (R_3/R_2)} \quad T_2 - T_3 = Q \frac{\text{Log} (R_3/R_2)}{\lambda_2 2\pi L}$$

- Conduction dans la 2° isolation :

$$Q = \lambda_3 \frac{2\pi L (T_3 - T_4)}{\text{Log} (R_4/R_3)} \quad T_4 - T_3 = Q \frac{\text{Log} (R_4/R_3)}{\lambda_3 2\pi L}$$

- Convection entre la 2° isolation et l'air :

$$Q = h_1 2\pi R_4 L (T_4 - T_5) \quad T_4 - T_5 = \frac{\phi}{h 2\pi R_4 L}$$

En régime permanent, le taux de transmission de la chaleur reste inchangé d'une isolation à une autre.

En faisant intervenir le coefficient de transfert global

$$Q = U 2\pi R_4 L (T_0 - T_5) \quad T_0 - T_5 = \frac{\phi}{2\pi R_4 L U}$$

$$\text{mais } T_0 - T_5 = (T_0 - T_1) + (T_1 - T_2) + (T_2 - T_3) + (T_3 - T_4) + (T_4 - T_5)$$

donc :

$$\frac{Q}{2\pi R_4 L U} = \frac{Q}{2\pi R_1 L h_0} + \frac{Q \text{Log} (R_2/R_1)}{2\pi L \lambda_1} + \frac{Q \text{Log} (R_3/R_2)}{2\pi L \lambda_2} + \frac{Q \text{Log} (R_4/R_3)}{2\pi L \lambda_3} +$$

$$\frac{Q}{2\pi R_4 L h_1}$$

donc :

$$\frac{1}{U} = \frac{R_4}{R_1 h_0} + \frac{R_4 \text{Log} (R_2/R_1)}{\lambda_1} + \frac{R_4 \text{Log} (R_3/R_2)}{\lambda_2} + \frac{R_4 \text{Log} (R_4/R_3)}{\lambda_3} + \frac{1}{h_1}$$

$$U = \left(\frac{D_4}{D_1 h_o} + \frac{1,15 D_4 \log(D_2/D_1)}{\lambda_1} + \frac{1,15 D_4 \log(D_3/D_2)}{\lambda_2} + \frac{1,15 D_4 \log(D_4/D_3)}{\lambda_3} + \frac{1}{h_1} \right)^{-1}$$

3. Coefficient de transfert global U dans le cas d'un tube d'échangeur.

a./ Coefficient de transfert propre U_p et sale U_s

Dans ce calcul on tient compte des résistances dues à l'encrassement des tubes au cours de leur utilisation, ces résistances qui correspondent au transfert par conductibilité à travers les dépôts sont loin d'être négligeable.

Pour un élément de tube de longueur dL , le flux de chaleur correspondant à dQ s'écoulera en rencontrant 5 résistances, qui sont :

- $R_o = 1/h_o$ Résistance dans le fluide à l'extérieur du tube
- R_{s_o} Résistance due au film d'encrassement déposé à l'extérieur du tube
- R_t Résistance due à la paroi métallique du tube (elle est souvent négligeable)
- R_{s_i} Résistance due au film d'encrassement déposé à l'intérieur du tube
- $R_i = 1/h_i$ Résistance dans le fluide, à l'intérieur du tube

Pour calculer un coefficient de transfert global, on doit apporter toutes ces résistances à la même surface.

$$q = \frac{\pi (T_j - T_a)}{\frac{R_o}{D_o} + \frac{R_{s_o}}{D_o} + \frac{R_{s_i}}{D_i} + \frac{R_i}{D_i}} = U_{s_o} \pi D_o (T_j - T_a)$$

d'où $\boxed{\frac{1}{U_{s_o}} = \frac{1}{h_o} + R_{s_o} + R_{s_{i_o}} + \frac{1}{h_{i_o}}}$ avec $\left\{ \begin{array}{l} R_{s_{i_o}} = \frac{D_o}{D_i} R_{s_i} \\ \frac{1}{h_{i_o}} = \frac{1}{h_i} \times \frac{D_o}{D_i} \end{array} \right.$

U_{so} est le coefficient de transfert sale relatif à la surface extérieure du tube.

Lorsque le tube est propre ($R_{so} = R_{s_{io}} = 0$), on a un coefficient de transfert propre :

$$\frac{1}{U_{po}} = \frac{1}{h_o} + \frac{1}{h_{io}} = \frac{h_o + h_{io}}{h_o h_{io}}$$

b./ Résistance à l'encrassement :

Au bout d'un certain temps d'utilisation, il se produit des dépôts à l'intérieur et à l'extérieur du tube. Le coefficient de transfert global U_{so} diminue au cours du temps, ainsi que la quantité de chaleur échangée par unité de surface. Il est donc indispensable de calculer la surface de l'appareil pour qu'avec la valeur minimale du coefficient de transfert quand le tube est sale, l'échange de chaleur soit encore satisfaisant.

La résistance globale d'encrassement est :

$$R_s = R_{so} + R_{si} \frac{D_o}{D_i}$$

d'où : $\frac{1}{U_{so}} = \frac{1}{U_{po}} + R_s \implies$

$$R_s = \frac{U_{po} - U_{so}}{U_{po} U_{so}}$$

Dans l'étude des échangeurs industriels, on se donne une valeur U_{so} qui permet de calculer la surface d'échange A_{so} correspondante. A partir des caractéristiques des fluides et des écoulements, on calcule U_{po} . On vérifie ensuite que la résistance d'encrassement R_s correspond bien aux valeurs standards données par les tables de la T.E.M.A (Tubular exchanger Manufacturers Association). Les valeurs de R_s fournies par les tables de la T.E.M.A correspondent à un encrassement normal au bout d'un certain temps de fonctionnement : période entre deux arrêts de nettoyage. Si la valeur calculée est supérieure à la valeur fournie

par les tables, on a alors affaire à un appareil qui fonctionnera très bien dans les conditions normales d'utilisation et de nettoyage : le coefficient de transfert global sale sera toujours au-dessus de la valeur que l'on a fixée pour l'estimation de l'appareil.

II. Etude des échangeurs :

1) Introduction

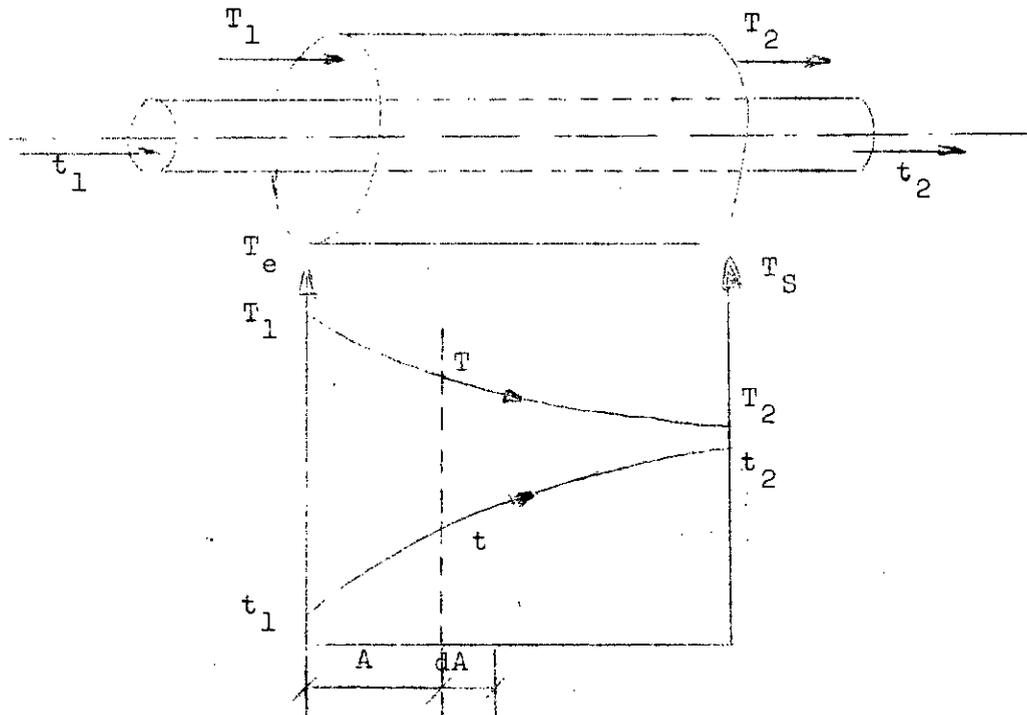
Le but de tout calcul d'échangeur est d'obtenir la récupération d'une certaine quantité de chaleur dans des conditions économiques optimales. Cet optimum économique est atteint en faisant un compromis entre les frais d'investissement et les frais opératoires. La quantité transférée de chaleur, perte de charge domine tout le problème. Les résistances thermiques au transfert, matérialisées par des films sont d'autant plus faibles que les vitesses de circulation des fluides sont élevées : des nombres de Reynolds élevés, entraînent une réduction de la surface d'échange à prévoir. En contre-partie une élévation importante des nombres de Reynolds, provoque une augmentation des pertes de charge : on est alors conduit à utiliser des pompes à pression de refoulement supérieures, donc exigeant plus d'énergie, de sorte que ce que l'on a gagné sur la surface d'échange de l'appareil, est contre-balançé par l'accroissement des frais opératoires.

Donc tout calcul d'appareil d'échange contient toujours deux études parallèles au transfert de chaleur et perte de charge.

2. Etude d'un échange thermique à courant antiparallèles :

Exemple : d'un échangeur double tube :

| Indice | Entrée 1. | Sortie 2. |
|------------------------------|--------------|--------------|
| Température du fluide | Chaud T | Froid t |
| Débit massique du fluide | Chaud M | Froid m |
| Chaleur spécifique du fluide | Chaud C | Froid c |



Hypothèses de calcul : Le coefficient de transfert global U est constant le long du tube.

Les pertes thermiques à travers la paroi extérieure sont négligeables.

a/ Calcul des températures :

Bilan thermique : La quantité de chaleur cédée par le fluide chaud est entièrement récupérée par le fluide froid.

$$Q = MC (T_1 - T_2) = mc (t_2 - t_1)$$

quantité de chaleur transférée à travers l'élément de surface dA

$$dQ = U dA (T - t) = - MC dT = mc dt$$

$$\text{soit } \frac{U dA}{mc} = \frac{dt}{T - t} \quad (1)$$

quantité de chaleur transférée à travers la surface A

$$MC (T_1 - T) = mc (t - t_1) \implies T - t = T_1 + \frac{mc}{MC} t_1 - t \left(\frac{mc}{MC} + 1 \right)$$

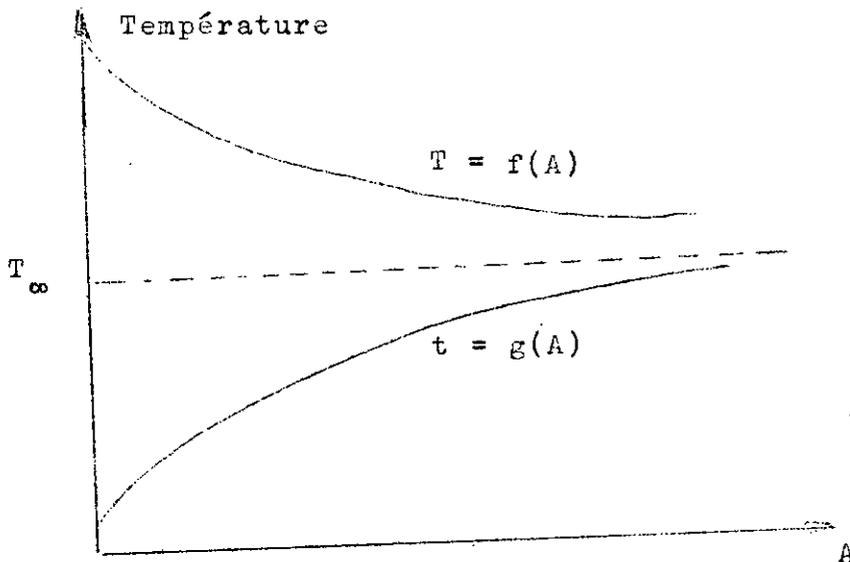
En remplaçant dans (1) l'expression de $T - t$ qu'on vient d'établir et en intégrant pour t variant de t_1 à t , on obtient :

$$\frac{UA}{mc} = \frac{MC}{mc + MC} \operatorname{Log} \frac{T_1 - t_1}{T_1 + \frac{mc}{MC} t_1 - \left(\frac{mc}{MC} + 1\right) t}$$

Soit :

$$t = \frac{MC T_1 + mc t_1}{mc + MC} - \frac{MC (T_1 - t_1)}{mc + MC} e^{-UA \left(\frac{1}{mc} + \frac{1}{MC}\right)}$$

$$T = \frac{MC T_1 + mc t_1}{mc + MC} + \frac{mc (T_1 - t_1)}{mc + MC} e^{-UA \left(\frac{1}{mc} + \frac{1}{MC}\right)}$$

Représentation graphique:

Pour A tendant vers l'infini (A_{∞}), il y a égalisation des températures, c'est la température de mélange des 2 fluides

$$t_{\infty} = T_{\infty} = \frac{MC T_1 + mc t_1}{mc + MC} = T_m = t_m$$

quantité de chaleur maximum échangée :

$$Q_{\max} = MC (T_1 - T_m) = mc (t_m - t_1) \text{ soit } \frac{T_1 - T_m}{t_m - t_1} = \frac{mc}{MC}$$

b/ Chaleur échangée en fonction de la surface :

On a :

$$dQ = U \, dA \, (T - t) = U \, (T_1 - t_1) \, e^{-UA(\frac{1}{MC} + \frac{1}{mc})} \, dA$$

En intégrant pour A variant de zéro à A, on obtient :

$$Q = \frac{MC \, mc}{mc + MC} \, (T_1 - t_1) \left[1 - e^{-UA(\frac{1}{mc} + \frac{1}{MC})} \right]$$

La quantité de chaleur maximum échangée correspond à A_{∞} , avec

$$Q_{\max} = \frac{MC \, mc \, (T_1 - t_1)}{mc + MC}$$

c/ Différence de température logarithmique moyenne : (D.T.L.M.)

On veut exprimer Q sous la forme $Q = UA \Delta t_m$ ou Δt_m représente une différence de température moyenne entre $T_1 - t_1 = \Delta t_e$ et $T_2 - t_2 = \Delta t_s$. Une telle expression permet d'exprimer Q en fonction uniquement des températures extrémales.

$$Q = MC \, (T_1 - T_2) = mc \, (t_2 - t_1) = UA \Delta t_m.$$

$$UA \Delta t_m = \frac{T_1 - T_2}{1/MC} = \frac{t_2 - t_1}{1/mc} = \frac{(T_1 - t_1) - (T_2 - t_2)}{1/MC + 1/mc} \quad (2)$$

$$\text{or } T_2 - t_2 = (T_1 - t_1) \, e^{-UA(\frac{1}{MC} + \frac{1}{mc})} \implies \frac{1}{MC} + \frac{1}{mc} = \frac{1}{UA} \text{Log} \frac{T_1 - t_1}{T_2 - t_2}$$

En remplaçant $\frac{1}{MC} + \frac{1}{mc}$ par l'expression trouvée dans (2) et en identifiant, on trouve :

$$\text{D.T.M.L.} = \Delta t_m = \frac{(T_1 - t_1) - (T_2 - t_2)}{\text{Log} \frac{T_1 - t_1}{T_2 - t_2}} = \frac{\Delta t_e - \Delta t_s}{\text{Log} \frac{\Delta t_e}{\Delta t_s}}$$

d/ Nombre d'unités de transfert et efficacité d'un échangeur travaillant en co-courant

Le nombre d'unités de transfert (N.U.T) a été introduit dans le calcul des échangeurs, afin de bénéficier des avantages que procure l'utilisation de certains nombres sans dimensions dans les équations de transfert.

| Fluide chaud | Fluide froid |
|--|--|
| $NUT = \frac{UA}{MC} = \frac{T_1 - T_2}{\Delta t_m}$ | $nut = \frac{UA}{mc} = \frac{t_2 - t_1}{\Delta t_m}$ |
| $R = \frac{MC}{mc} = \frac{t_2 - t_1}{T_1 - T_2}$ | $r = \frac{mc}{MC} = \frac{T_1 - T_2}{t_2 - t_1}$ |

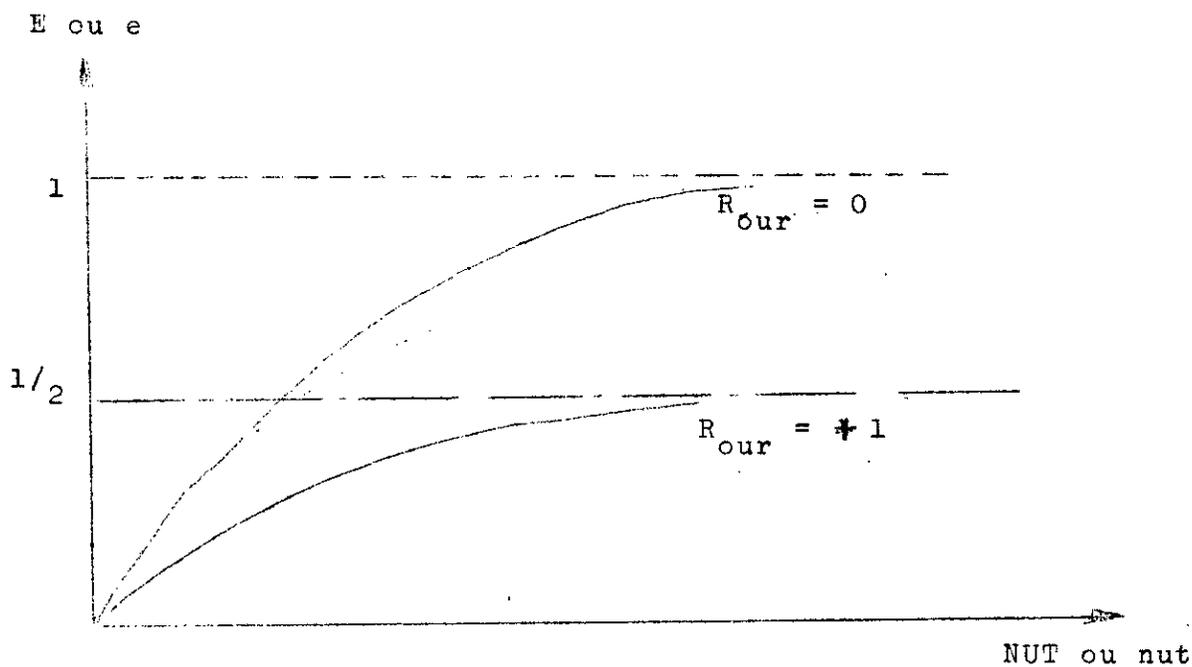
Efficacité d'un échangeur :

$$E = \frac{\text{chaleur échangée}}{\text{maximum de chaleur échangeable à contre-courant}} = \frac{Q}{Q_{\max}}$$

Q_{\max} est donc la quantité de chaleur maximale que les fluides pourraient échanger dans un appareil à contre courant pur, de surface infinie. Il est donc nécessaire de distinguer deux cas ; selon les valeurs respectives des capacités calorifiques MC et mc. Le fluide ayant la plus faible capacité calorifique sort à une température égale à la température d'entrée de l'autre fluide. Cette distinction sera constamment nécessaire pour la résolution graphique des problèmes d'échange de chaleur par les nombres d'unités de transfert; afin de reconnaître les valeurs des rapports $\frac{mc}{MC}$ et $\frac{MC}{mc}$, l'abaque que nous allons utiliser, n'est établie que pour les rapports inférieurs à l'unité. En considérant ces 2 cas, on peut établir le tableau suivant :

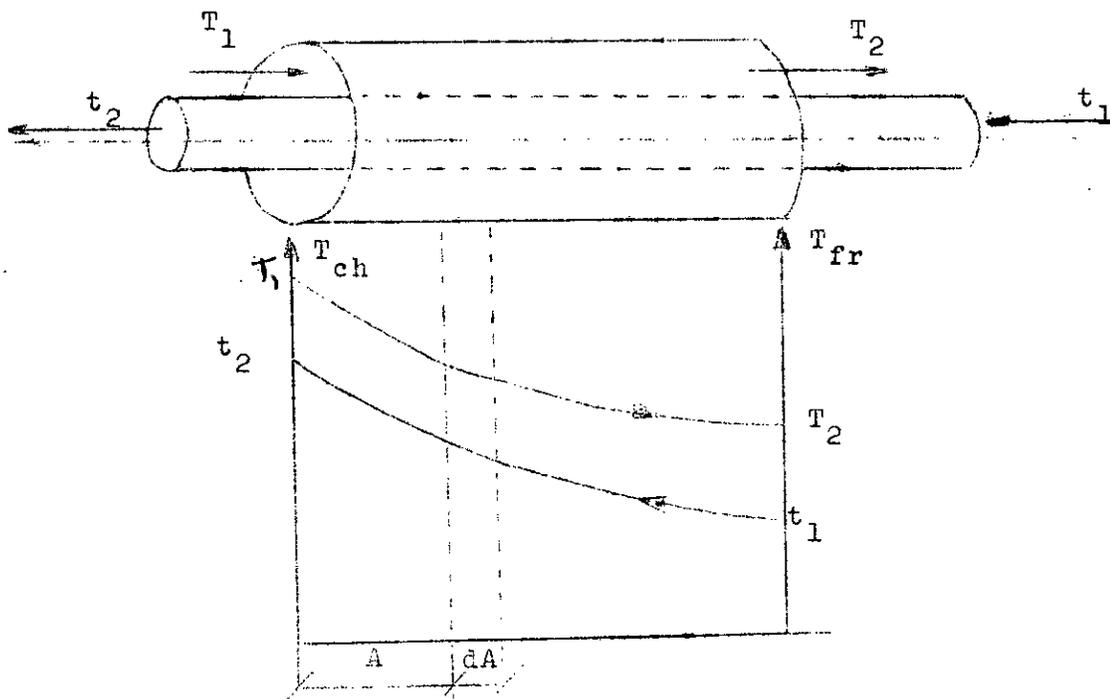
| | $0 < R < 1$ $r > 1$ | $R > 1$ $0 < r < 1$ |
|---|---|---|
| Maximum de chaleur échangeable à contre-courant | $Q_{\max} = MC(T_1 - t_1)$ | $Q_{\max} = mc(T_1 - t_1)$ |
| Chaleur échangée par la surface A. | $Q = \frac{MC(T_1 - t_1)}{1 + R} \left[1 - e^{-NUT_{\text{coe}}(R+1)} \right]$ | $Q = \frac{mc(T_1 - t_1)}{1 + r} \left[1 - e^{-nut_{\text{coe}}(1+r)} \right]$ |
| Efficacité | $E = \frac{1 - e^{-(1+R)NUT_{\text{coe}}}}{1 + R}$ | $e = \frac{1 - e^{-(1+r)nut_{\text{coe}}}}{1 + r}$ |

Représentation graphique :



3. Etude d'un échange thermique à courants méthodiques

Exemple : d'un échangeur à double tube :



Les hypothèses de calcul sont identiques à celles développées pour l'échange thermique à co-courant

a/ Calcul des températures :

$$\text{Bilan thermique : } Q = MC (T_1 - T_2) = mc (t_2 - t_1)$$

Quantité de chaleur transférée à travers l'élément de surface dA

$$dQ = U(T - t) dA = - MC dT = - mc dt$$

$$MC (T_1 - T) = mc (t_2 - t)$$

En combinant ces 2 relations et en intégrant par la suite, avec t variant t_2 à t , on trouve :

$$-\frac{UA}{mc} \left(\frac{mc}{MC} - 1 \right) = \text{Log} \frac{T_1 - \frac{mc}{MC} t_2 + t \left(\frac{mc}{MC} - 1 \right)}{T_1 - t_2}$$

Et on obtient :

$$t = \frac{mc t_2 - MC T_1}{mc - MC} + \frac{MC(T_1 - t_2)}{mc - MC} e^{-UA\left(\frac{1}{MC} - \frac{1}{mc}\right)} \quad (3)$$

$$T = \frac{mc t_2 - MC T_1}{mc - MC} + \frac{MC(T_1 - t_2)}{mc - MC} e^{-UA\left(\frac{1}{MC} - \frac{1}{mc}\right)} \quad (4)$$

Dans le cas où $mc = MC$, on ne peut pas se servir des relations générales aussi est-on obligé de revenir à l'expression des relations sous forme différentielle de bilan thermique s'écrit :

$$T_1 - T = t_2 \implies T - t = T_1 - t_2$$

$$\text{donc : } U dA = - \frac{mc dt}{T_1 - t_2} \implies UA = - \frac{mc}{T_1 - t_2} t + k$$

$$\text{pour } A = 0, \text{ on a : } t = t_2 \implies k = \frac{mc t_2}{T_1 - t_2}$$

$$\text{donc : } UA = \frac{mc (t_2 - t)}{T_1 - t_2}$$

et on trouve :

$$t = t_2 - \frac{UA(T_1 - t_2)}{mc}$$

$$T = T_1 - \frac{UA(T_1 - t_2)}{mc}$$

b/ Chaleur échangée en fonction de la surface :

On suppose que les températures extrémales t_2 et T_1 ne varient pas

$$dQ = U(T - t)dA = U(T_1 - t_2) e^{-UA\left(\frac{1}{MC} - \frac{1}{mc}\right)} dA$$

En intégrant pour A variant de zéro à A, on trouve :

$$Q = \frac{mc \cdot MC}{mc - MC} (T_1 - t_2) \left[1 - e^{-UA \left(\frac{1}{MC} - \frac{1}{mc} \right)} \right]$$

pour $mc = MC$, on a :

$$Q = UA(T_1 - t_2)$$

c/ Différence de température logarithmique moyenne D.T.L.M.

Soient Δt_{ch} : la différence des températures à l'extrémité de l'échangeur où les températures sont les plus chaudes

$$\Delta t_{ch} = T_1 - t_2$$

Δt_{tr} : la différence des températures à l'extrémité de l'échangeur où les températures sont les plus froides $\Delta t_{tr} = T_2 - t_1$.

En procédant de la même façon pour les échanges thermiques à co-courant, on a :

$$D.T.L.M = \Delta t_m = \frac{(T_1 - t_2) \cdot (T_2 - t_1)}{\text{Log} \frac{T_1 - t_2}{T_2 - t_1}} = \frac{\Delta t_{ch} - \Delta t_{tr}}{\text{Log} \frac{\Delta t_{ch}}{\Delta t_{tr}}}$$

d/ Variation des températures de sortie des fluides en fonction de la surface A :

On va déterminer les variations des températures de sortie t_2 et T_2 en fonction de A. Les températures d'entrée t_1 et T_1 étant supposées constantes.

t_2 en fonction de A :

Par élimination de T_2 dans les relations (3) et (4), on aboutit à l'expression suivante de t_2

$$t_2 = \frac{(mc - MC) t_1 + MC T_1 (1 - e^{-UA(\frac{1}{MC} - \frac{1}{mc})})}{mc - MC e^{-UA(\frac{1}{MC} - \frac{1}{mc})}}$$

On remarque que t_2 est une fonction homographique de la variable $e^{-UA(\frac{1}{MC} - \frac{1}{mc})}$.

Le tableau suivant indique les variations de t_2 en fonction de A et suivant les différentes valeurs de $R = \frac{MC}{mc}$.

| Variation de t_2 en fonction de A | | | |
|--|-------------------------|-----------------|-----------------|
| | $0 < R < 1$ | $R = 1$ | $R > 1$ |
| Asymptote pour A $\longrightarrow \infty$ | $t_2 = RT_1 + (1-R)t_1$ | $t_2 = t_1$ | $t_2 = T_1$ |
| Chaleur maximum échangée. | $MC(T_1 - t_1)$ | $MC(T_1 - t_1)$ | $mc(T_1 - t_1)$ |

Pour $A = 0$, on a $t_2 = t_1$

T_2 en fonction de A

En remplaçant t_2 par son expression trouvée précédemment dans

$$T_2 = t_1 + (T_1 - t_2) e^{-UA(\frac{1}{MC} - \frac{1}{mc})}$$

on trouve :

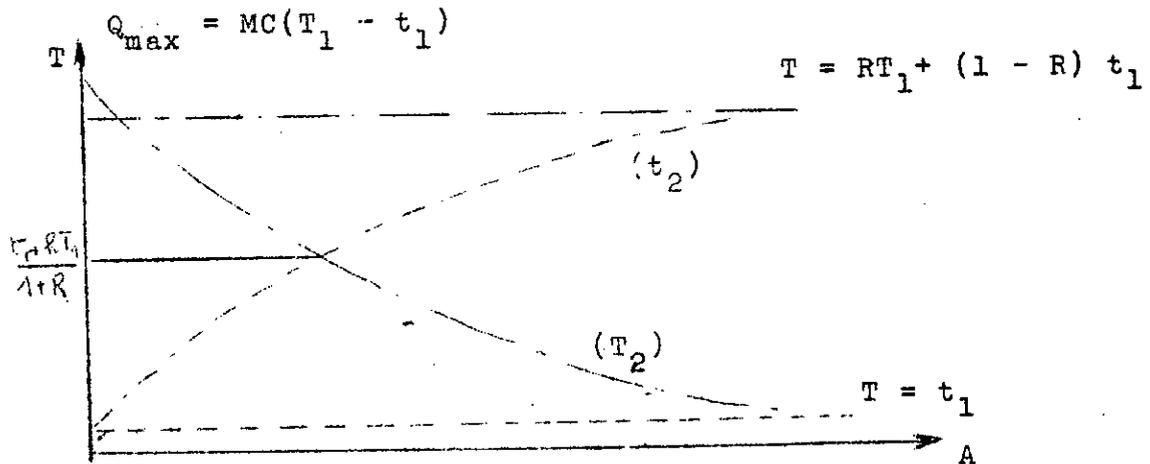
$$T_2 = \frac{mc t_1 (1 - e^{-UA(\frac{1}{MC} - \frac{1}{mc})}) + (mc - MC)T_1 e^{-UA(\frac{1}{MC} - \frac{1}{mc})}}{mc - MC e^{-UA(\frac{1}{MC} - \frac{1}{mc})}}$$

| Variation de T_2 en fonction de A | | | |
|--|-----------------|-----------------|------------------------------------|
| | $0 < R < 1$ | $R = 1$ | $R > 1$ |
| Asymptote pour $A \longrightarrow \infty$ | $T_2 = t_1$ | $T_2 = t_1$ | $T_2 = \frac{T_1(R - 1) + t_1}{R}$ |
| Chaleur maximum échangée. | $MC(T_1 - t_1)$ | $MC(T_1 - t_1)$ | $mc(T_1 - t_1)$ |

Pour $A = 0$, on a $T_2 = T_1$

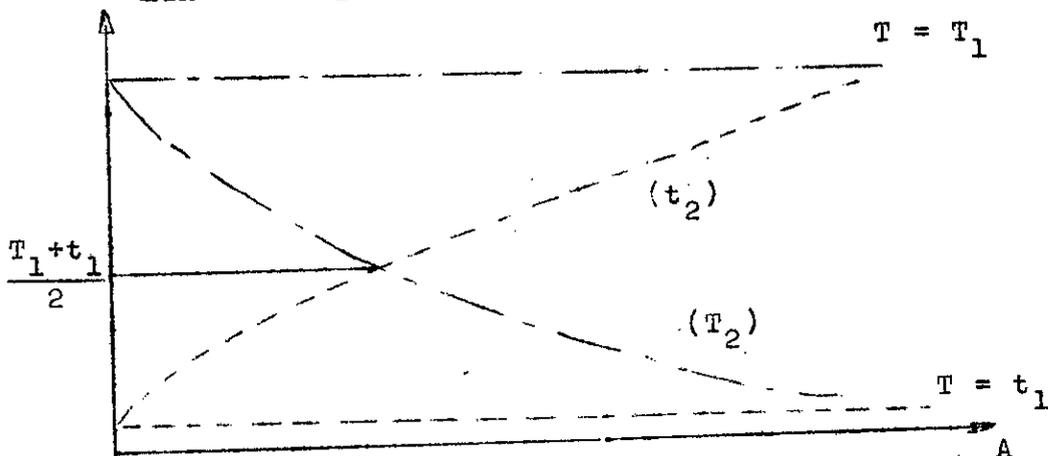
Représentation graphique :

$0 < R < 1$



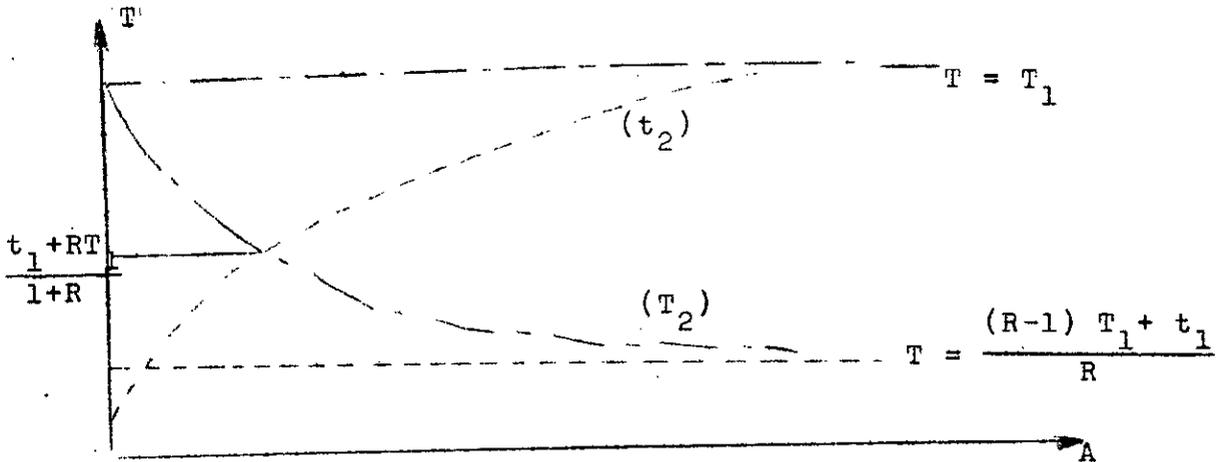
$R = 1$

$Q_{\max} = MC(T_1 - t_1)$



$$R > 1$$

$$Q_{\max} = mc(T_1 - t_1)$$



e/ Nombre d'unités de transfert et efficacité des appareils à contre-courant

Le nombre d'unités de transfert des appareils à contre-courant est noté NUT_{cc} .

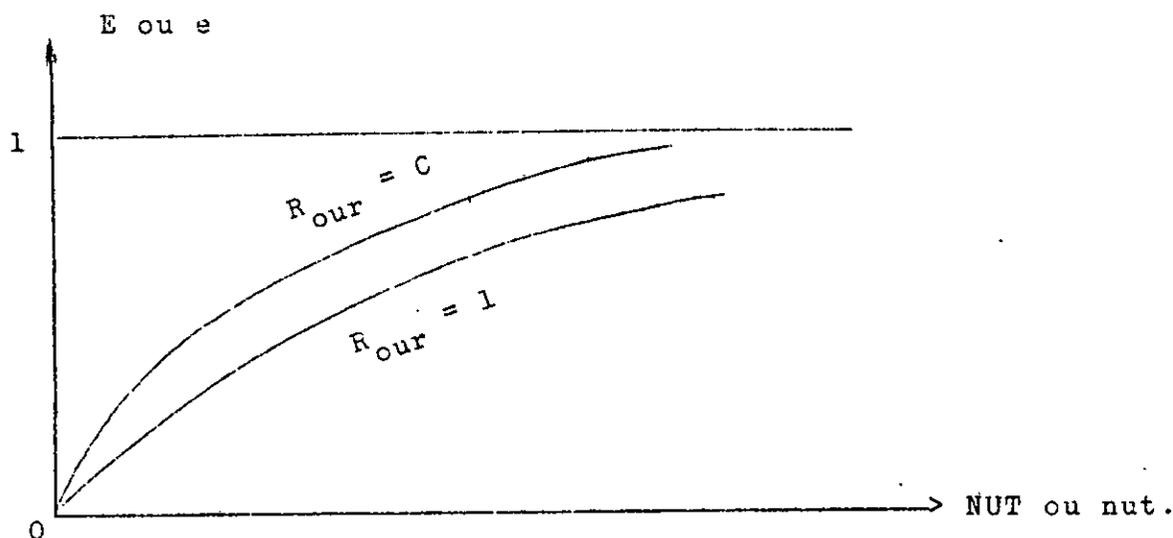
On a :

$$NUT_{cc} = \frac{UA}{MC} = \frac{T_1 - T_2}{\Delta t_m} \quad \text{et} \quad nut = \frac{UA}{mc} = \frac{t_1 - t_2}{\Delta t_m}$$

$$R = \frac{1}{r} = \frac{MC}{mc}$$

Suivant les valeurs de R, on a trois cas à considérer.

| Valeurs de R | $0 < R < 1$ $r > 1$ | $R = r = 1$ | $R > 1$ $0 < r < 1$ |
|--------------|---|-------------------------------------|---|
| Efficacité | $E = \frac{e^{NUT_{cc}(R-1)} - 1}{R e^{NUT_{cc}(R-1)} - 1}$ | $E = \frac{NUT_{cc}}{1 + NUT_{cc}}$ | $e = \frac{e^{nut_{cc}(r-1)} - 1}{r e^{nut_{cc}(r-1)} - 1}$ |
| NUT | $NUT_{cc} = \frac{1}{1-R} \text{Log} \frac{1-E}{1-E}$ | $NUT_{cc} = \frac{E}{1-E}$ | $nut_{cc} = \frac{1}{1-r} \text{Log} \frac{1-er}{1-e}$ |

Représentation graphique :

4 - Comparaison des 2 modes de circulation : co-courant et contre-courant :

On suppose que le coefficient de transfert global U est le même pour les 2 appareils.

On va chercher quel est l'appareil qui devra avoir la plus grande surface d'échange, pour assurer aux deux appareils une même efficacité.

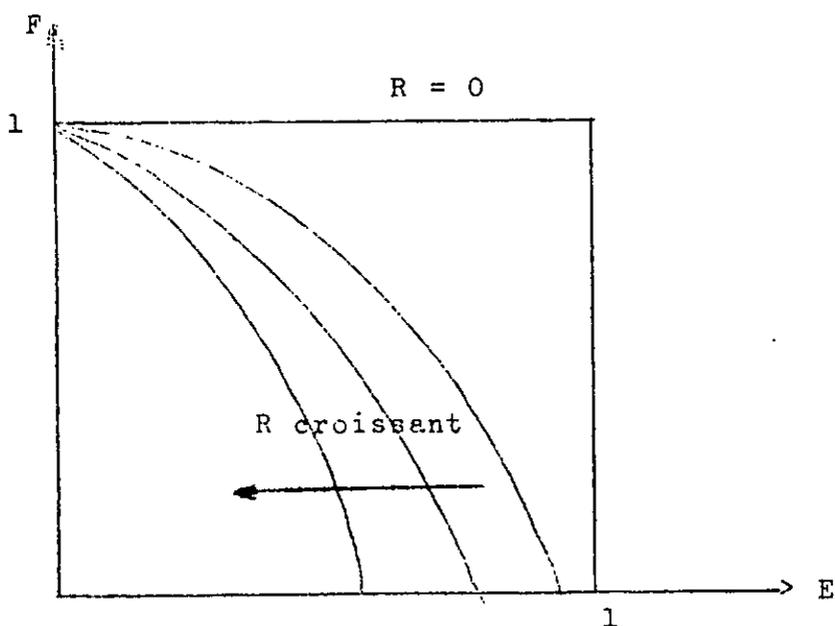
Pour $0 < R < 1$

$$\text{Posons : } F = \frac{A_{cc}}{A_{coe}} = \frac{NUT_{cc}}{NUT_{coe}} = \frac{1+R}{1-R} \times \left(\text{Log} \frac{1-ER}{1-E} \right) / \left(\text{Log} \frac{1}{1-(R+1)E} \right)$$

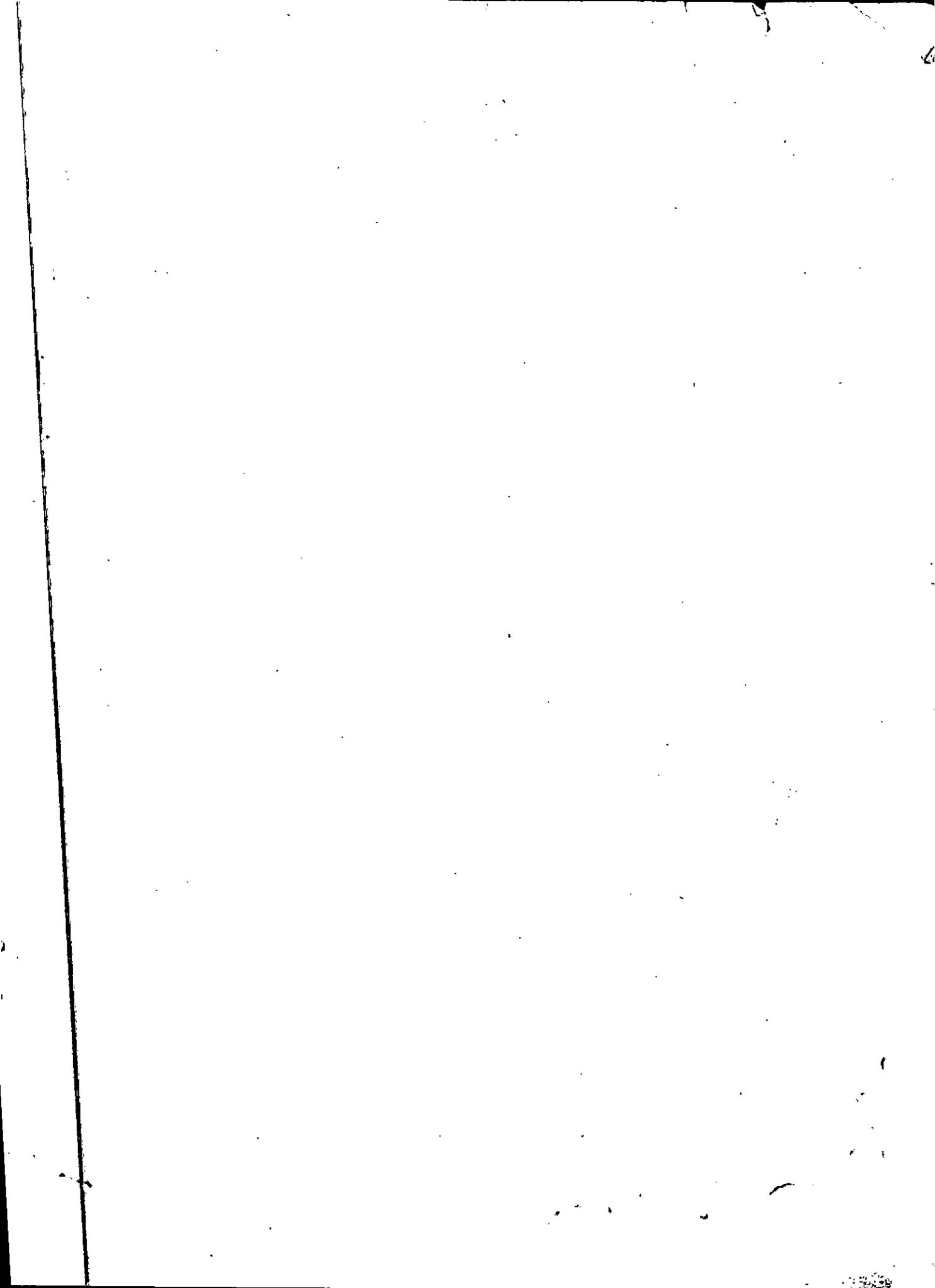
Pour $0 < r < 1$

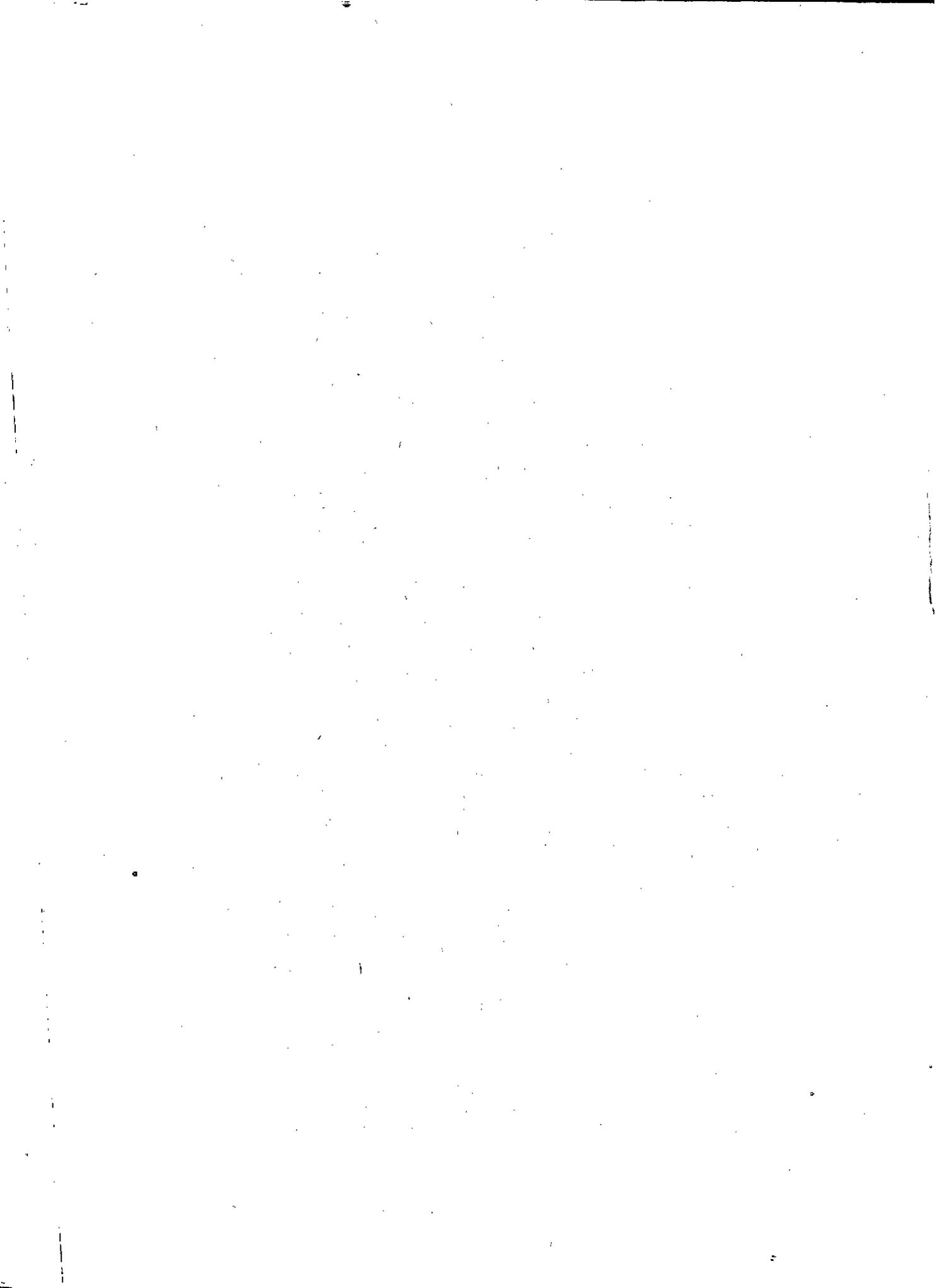
$$F = \frac{A_{cc}}{A_{coe}} = \frac{NUT_{cc}}{NUT_{coe}} = \frac{1+r}{1-r} \times \frac{\text{Log} \frac{1-er}{1-e}}{\text{Log} \frac{1}{1-(r+1)e}}$$

La fonction F a dans les 2 cas la même forme, il n'y aura donc qu'une seule représentation graphique.



Pour une même surface, c'est l'échangeur à contre-courant qui fonctionnera avec la meilleure efficacité.





1/78

UNIVERSITE D'ALGER

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة لوطنية للعلوم الهندسية
 — المكتبة —
 DEPARTEMENT DE MECANIQUE
 ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
 BIBLIOTHÈQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

ETUDE COMPARATIVE
 D'ECHANGEURS DE CHALEUR

2^{ème} PARTIE : CALCULS

PROPOSE PAR
 M. ZAOUI (C.S.T.N.)
 SUIVI PAR
 M. CHABANE SARI

EXAMINATEURS
 MESSIEURS
 - BOUHAEF
 - ZAOUI
 - KACIMI
 - CHABANE SARI
 - HASSAN SALEM
 - COSTARELLA

ETUDIE PAR
 MESSIEURS
 Z. AIDOUN
 O. NOUNI
 N. TAOUG

JUIN 1978

UNIVERSITE D'ALGER
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT DE MECANIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

ETUDE COMPARATIVE
D'ECHANGEURS DE CHALEUR

2^{ème} PARTIE : CALCULS

PROPOSE PAR
M. ZAOUI (C.S.T.N.)
SUIVI PAR
M. CHABANE SARI

EXAMINATEURS
MESSIEURS
- BOUHADEF
- ZAOUI
- KACIMI
- CHABANE SARI
- HASSAN SALEM
- COSTARELLA

ETUDIE PAR
MESSIEURS
Z. AIDOUN
O. NOUNI
N. TAUG

JUIN 1978

C

Etude du Modèle

Réduit.

ETUDE THERMIQUE DE LA CUVEI - CALCUL DES ECHANGES DE CHALEUR

Caractéristiques géométriques :

$$L = 1 \text{ m}$$

$$L' = 0,5 \text{ m}$$

$$D_i : \text{diamètre de la cuve}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} D_i = 0,5 \text{ m} \\ D_e = 0,54 \text{ m} \end{array} \right.$$

Soit :

 T_e = température de l'eau dans la cuve

 T_{p1} = température de la face interne de la cuve

 T_{p2} = température de la face externe de la cuve

 T_{p3} = température de la face interne du calorifuge

 T_a = température ambiante.
II - Echange de chaleur eau - cuve

L'échange de chaleur s'effectue par convection entre l'eau et la face interne de la cuve.

En régime permanent, l'équation s'écrit :

$$Q_1 = h_1 \cdot S \cdot (T_e - T_{p1}) \quad (1)$$

ou

 h_1 = Coefficient de convection cuve-eau

 S = Surface d'échange.

Nous allons calculer h_1

On a : $N_u = f(G_2, P_2) = \hat{a}(Gr, Pr)^n$

 G_r : Nombre de graschof

 Pr = " " PRANDTL

$$Gr = \frac{L^3 \rho^2 g \beta \Delta T}{\mu^2}$$

$Pr = \frac{C_p \mu}{\lambda}$ est donné par les Tables.

avec L = Longueur d'échange m

ρ = masse volumique kg/m^3

g = Accélération m/s^2

β = Coefficient de dilatation volumique $A/^\circ k$

μ = viscosité dynamique $\frac{N \cdot sec}{m^2}$

$$\Delta T = T_e - T_{p_1}$$

$$N_u = h_1 \frac{L}{\lambda} = a \left[\frac{L^3 \rho^2 g \beta \Delta T}{\mu^2} \cdot Pr \right]^n$$

$$D'où \quad h_1 = \frac{\lambda}{L} a \left[\frac{L^3 \rho^2 g \beta \Delta T}{\mu^2} \cdot Pr \right]^n$$

On écrit h_1 sous la forme :

$$h_1 = \frac{\lambda}{L} a \left[\frac{L^3 \rho^2 g \beta}{\mu^2} \cdot Pr \right] \cdot \Delta T^n$$

L'équation (1) devient :

$$Q_1 = h_1 S \Delta T = \frac{\lambda}{L} a \left[\frac{L^3 \rho^2 g \beta}{\mu^2} \cdot Pr \right] \cdot \Delta T^{n+1} \quad (2)$$

Calculons maintenant h_1

On remarque que les constantes varient faiblement avec la température, d'après les tables et diagrammes thermodynamiques.

pour la pression de saturation (RAZNJEVIC), nous avons :

$$\rho = 862,8 \text{ kg/m}^3$$

$$\beta = 13,5 \cdot 10^{-4} \text{ 1/}^\circ\text{k}$$

$$\mu = 139,254 \cdot 10^{-6} \frac{\text{N.S}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Pr} = 0,95$$

$$g = 9,81$$

$$\lambda = 0,665 \text{ w/m } ^\circ\text{k.}$$

On trouve :

$$G^2 = \left(\frac{L^3 g \beta \rho^2}{\mu^2} \Delta T \right) = 5084,025 \cdot 10^8 \Delta T$$

$$(G_2 \cdot \text{Pr}) = 0,95 \cdot 5,084 \cdot 10^{11} \Delta T = 4,88 \cdot 10^{11} \Delta T$$

Calcul de a et n.

Jackob propose la relation suivante pour $G_2 > 10^7$ ce qui est le cas ici : Nous avons :

$$\frac{a}{1/3} = 0,129, \quad \frac{n}{1/3} = 1/3$$

$$\text{Donc } N_u = 0,129 (G_2 \cdot \text{Pr})^{1/3}$$

$$h_1 = \frac{\lambda}{L} 0,129 (4,88 \cdot 10^{11})^{1/3} \cdot \Delta T^{1/3}$$

$$h_1 = 617,43 \Delta T^{1/3}$$

L'équation (2) devient alors :

$$\begin{aligned} \frac{q_1}{t} &= h_1 S \Delta T = 617,43 \cdot S \Delta T^{4/3} \\ &= 617,43 S (T_e - T_{p1})^{4/3} \end{aligned}$$

II - Chaleur émise par conduction à travers la paroi

Le transfert de chaleur s'effectue de la face interne à la face externe par conduction :

Nous avons la formule : $Q_2 = - \lambda A \frac{dT}{d_2}$

Puisque la cuve est une paroi cylindrique.

$A = \text{surface d'échange} = 2\pi r.L$ ou $r = \text{rayon}$

$\lambda = 52,33 \text{ w/m } ^\circ\text{k}$ pour le matériau constituant la cuve.

Donc :

$$Q_2 = - \lambda A \frac{dT}{d_2} = - \lambda 2\pi L r \frac{dT}{d_2}$$

d'où

$$\frac{d_2}{r} = - \lambda 2\pi L \frac{dT}{Q}$$

$$\text{On intègre : } \int_{R_1}^{R_2} \frac{d_2}{r} = - \frac{2\lambda\pi L}{Q} \int_{T_{P_1}}^{T_{P_2}} dT.$$

$$= \text{Log } r \Big|_{R_1}^{R_2} = \frac{2\pi\lambda L}{Q} \left[T_{P_1} - T_{P_2} \right]$$

$$\text{Alors : } Q_2 = \frac{2\pi\lambda L}{\log\left(\frac{R_1}{R_2}\right)} \cdot (T_{P_1} - T_{P_2}). \quad (3)$$

avec $R_1 = 0,25 \text{ m}$

$R_2 = 0,27 \text{ m}$

III - Chaleur émise à travers le calorifuge

Pour le calorifuge, on utilise la laine de verre qui résiste jusqu'à 300°C ; à 200°C $\lambda_{\text{LAINE}} = 0,080 \text{ w/m}^2 \text{ } ^\circ\text{k}$.

Puisque le transfert s'effectue par conduction à travers la laine; (on suppose le contact laine-paroi externe de la cuve parfait) un raisonnement analogue à II nous permet de déduire Q_3

Alors :

$$Q_3 = \frac{2\pi L \lambda \beta}{\log \left(\frac{R_2}{R_3} \right)} (T_{P_3} - T_{P_2}) \quad (4)$$

IV - Echange de chaleur calorifuge - milieu extérieur

La face du calorifuge est au contact avec l'air, l'échange de chaleur s'effectue par convection et rayonnement.

- Les pertes par rayonnement sont négligées.

- Les pertes par convection sont :

$$Q_4 = h_4 S_{ex} (T_{P_3} - T_a)$$

h_4 = coefficient de transfert calorifuge-air.

(1) Calcul de h_4

$$\text{Nous avons : } Nu = a(G_2 \cdot Pr)^n$$

Caractéristiques de l'air :

$$Pr = 0,71$$

$$\rho = 1,164 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu = 18,240 \cdot 10^{-6} \text{ N.S/m}^2$$

$$\beta = 3,4 \cdot 10^{-3} \text{ 1/}^\circ\text{k.}$$

$$\lambda = 0,0251 \text{ w/m } ^\circ\text{k.}$$

$$G_2 = \frac{L^3 \rho^2 g \beta \Delta T}{\mu^2} = \frac{1 \times (1,164)^2 \times 9,81 \times 3,4 \cdot 10^{-3}}{(1,824)^2 \cdot 10^{-10}} (T_{P_3} - T_a)$$

$$G_2 = 13,63 \cdot 10^7 \Delta T$$

$$\text{Alors : } (G_2 \cdot Pr) = 13,67 \cdot 10^7 \Delta T \cdot 0,71 = 9,677 \cdot 10^7 \Delta T$$

$$G_2 > 10^7 \implies a = 0,129$$

$$n = 1/3$$

Nous avons alors :

$$N_u = \frac{h_4 L}{\lambda} = 0,129 \cdot (9,677 \cdot 10^7)^{1/3} \cdot \Delta T^{1/3}$$

$$h_4 = \frac{\lambda}{L} \cdot 0,129 \cdot (9,677 \cdot 10^7)^{1/3} \cdot (T_{P_3} - T_a)^{1/3}$$

$$h_4 = 1,48 (T_{P_3} - T_a)^{1/3}$$

alors :

$$Q_4 = h_4 S_{ex} (T_{P_3} - T_a) = 1,48 \times S_{ex} \cdot (T_{P_3} - T_a)^{4/3}$$

V - EVALUATION DES TEMPERATURES :

En régime permanent, nous avons

$$Q_1 = Q_2 = Q_4 \text{ et } T_e > T_{P_1} > T_{P_2} > t_a$$

$$Q_1 = 617,43 \cdot S \cdot (T_e - T_{P_1})$$

$$Q_2 = \frac{2\pi \lambda_2 L}{\log\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \cdot (T_{P_1} - T_{P_2})$$

$$Q_3 = \frac{2\pi \lambda_B L}{\log\left(\frac{R_2}{R_3}\right)} \cdot (T_{P_2} - T_{P_3})$$

$$Q_4 = 1,40 S_{ex} (T_{P_3} - T_a)^{4/3}$$

On suppose que le calorifuge n'existe pas, ce qui nous donne

$$Q_1 = 617,43 \cdot S_{int} (T_e - T_{P_1})^{4/3}$$

$$Q_2 = \frac{2\pi \lambda_2 L}{\log\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \cdot (T_{P_1} - T_{P_2})$$

$$Q_4 = 1,48 S_{ex} (T_{P_2} - T_a)^{4/3} \quad \text{avec } T_a = 20^\circ\text{C}$$

$$T_e = 200^\circ\text{C}$$

De ces équations, nous tirons :

$$\frac{2\pi \lambda_2 L}{\log\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} (T_{P_1} - T_{P_2}) = 1,48 S_{ex} (T_{P_2} - T_a)^{4/3}$$

d'où

$$T_{P_1} = T_{P_2} + 1,48 S_{ex} \frac{\log\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}{2\pi \lambda_2 L} (T_{P_2} - T_a)^{4/3}$$

Puisque

$$Q_1 = 617,43 S_{int} (T_e - T_{P_1})^{4/3}$$

On suppose T_{P_1} par sa valeur, ce qui nous donne :

$$Q_1 = 617,43 S_{int} \left[T_e - T_{P_2} - 1,48 S_{ex} \frac{\log\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}{2\pi \lambda_2 L} (T_{P_2} - T_a)^{4/3} \right]^{4/3}$$

$$S_{ex} = 1,696 \text{ m}^2$$

$$S_{int} = 1,57 \text{ m}^2$$

$$\lambda_2 = 52,33 \text{ w/m}^\circ\text{k}$$

Nous avons :

$$\frac{617,43}{1,48 S_{ex}} \left[T_e - T_{P_2} - 1,48 S_{ex} \frac{\log\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}{2\pi \lambda_2 L} (T_{P_2} - T_a)^{4/3} \right]^{4/3}$$

$$= (T_{P_2} - T_a)^{4/3}$$

En remplaçant :

$$91,47 \left[T_e - T_{P_2} - 5,508 \cdot 10^{-4} \left[T_{P_2} - T_a \right]^{4/3} \right] = T_{P_2} - T_a$$

On procède par approche pour déterminer T_{P_2}

On trouve que $T_{P_2} = 197,5^\circ\text{C}$.

Calcul de T_{P_1}

$$\text{Nous avons } T_{P_1} = T_{P_2} + \frac{1,48 S_{\text{ex}}}{2\pi \lambda_2 L} \log \left(\frac{R_2}{R_1} \right) \left[T_{P_2} - T_a \right]$$

$$T_{P_1} = T_{P_2} + 5,508 \cdot 10^{-4} \left[197,5 - 20 \right]^{4/3} =$$

$$= T_{P_1} = 198,06^\circ\text{C}.$$

Alors :

| | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| $T_e = 200^\circ\text{C}$ | $T_{P_1} = 198,06^\circ\text{C}$ |
| $T_{P_2} = 197,5^\circ\text{C}$ | $T_a = 20^\circ\text{C}$ |

Calcul des pertes de chaleur

1°) Perte par convection cuve-eau

$$Q = h_1 S_{\text{int}} (T_e - T_{P_1})$$

$$h_1 = f(N_u) \longrightarrow N_u = a(\text{Gr} \cdot \text{Pr})^n$$

Nota : pour avoir les gradeurs qui interviennent dans le nombre de graschof on considère la température moyenne T_m

$$T_m = \frac{T_e + T_{P_1}}{2} = \frac{198 + 200}{2} = 199^\circ\text{C}.$$

D'après les tables et diagrammes :

$$\rho = 862,8 \text{ kg/m}^3$$

$$\beta = 13,5 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{K}^{-1}$$

$$\mu = 139,25 \cdot 10^{-6} \frac{\text{N.S}}{\text{m}^2}$$

$$g = 9,81$$

$$\text{Pr} = 0,95$$

$$\Delta T = 2^\circ\text{C}$$

$$\text{Alors } (\text{Gr.Pr}) = 9,66 \cdot 10^{11} \implies \text{Gr.Pr} > 10^7 \implies \begin{cases} a = 0,129 \\ n = 1/3 \end{cases}$$

Nous aurons alors :

$$N_u = h_1 \frac{L}{\lambda} = 0,129 (9,66 \cdot 10^{11})^{1/3}$$

$$h_1 = \frac{\lambda}{L} 0,129 (9,66 \cdot 10^{11})^{1/3} = \frac{0,665}{1} 0,129 (9,66 \cdot 10^{11})^{1/3}$$

$$h_1 = 773,49 \text{ w/m}^2\text{ } ^\circ\text{K.}$$

$$\text{Puisque } Q = h_1 \cdot S_{\text{int}} \cdot \Delta T \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} S_{\text{int}} &= 1,57 \text{ m}^2 \\ \Delta T &= 2^\circ\text{C.} \end{aligned}$$

$$Q = 773,49 \times 1,57 \times 2 = \underline{\underline{2428,78 \text{ w.}}}$$

2°) Echange de chaleur : eau-virole inférieure

$$Q = h_1 \cdot S \cdot T$$

$$S = \frac{\pi \Delta^2}{4} = \frac{\pi}{4} (0,5)^2$$

$$Q = 773,49 \times 3,14 \times \frac{0,5^2}{4} \times 2 = 303,59 \text{ w}$$

$$\underline{\underline{Q_v = 303,59 \text{ w}}}$$

3°) Echange thermiques : vapeur - partie supérieure de la cuve.

$$- T_v = 200^\circ\text{C}$$

- L'échange s'effectue par convection.

$$Q = h S \Delta T = H s (T_v - T_{P_1})$$

Détermination de h.

$$N_u = h \frac{L}{\lambda} = a(G_2 \cdot Pr)^r$$

$$G_2 = \frac{L^3 \rho^2 g \beta \Delta T}{\mu^2}$$

Calculons d'abord β

$$\text{nous avons } \beta = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T}$$

On suppose que la vapeur est un gaz parfait.

Donc $P_v = rT$ $v = \frac{m}{\rho}$; r = constante des gaz parfait.

$$P_v = rT \implies P \cdot \frac{m}{\rho} = rT \text{ alors } \rho = \frac{r}{P_m} \cdot T$$

Donc :

$$\frac{d\rho}{dT} = \frac{r}{P_m} \cdot \frac{1}{\rho} \frac{d}{dT} = \frac{r}{P_m} \times \frac{P_m}{r} \cdot \frac{1}{T} = \frac{1}{T}$$

$$\text{Donc } \beta = \frac{1}{T}$$

$$\text{Donc } \beta = \frac{1}{473} = 2,11 \cdot 10^{-3} \frac{1}{^\circ\text{K}}$$

Calcul de Pr

$$Pr = C_p \cdot \frac{\mu}{\lambda}$$

$$\text{avec } \mu = 16,35 \cdot 10^{-6} \frac{\text{N.S}}{\text{m}^2}$$

$$\lambda = 32,8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{K}}$$

$$C_p = 1,94 \text{ kJ/kg } ^\circ\text{K}$$

$$\text{Donc : } Pr = 0,97$$

Calcul de Gr

$$G_r = \frac{L^2 \rho^2 g \beta \Delta T}{\mu^2}$$

$$L = 0,5 \text{ m}$$

$$\rho = 7,86 \text{ kg/m}^3$$

$$g = 9,81$$

$$T = 2^\circ\text{C.}$$

$$G_2 = \frac{L^2 \rho^3 g \beta \Delta T}{2} = 0,2 \cdot 10^{+10}$$

$$(\text{Gr.Pr}) = 0,97 \cdot 0,2 \cdot 10^{10} = 1,94 \cdot 10^9$$

Alors :

$$N_v = h \frac{L}{\lambda} = 0,129 \cdot (1,94 \cdot 10^9)^{1/3}$$

$$h = \frac{\lambda}{L} \cdot 0,129 (1,94 \cdot 10^9)^{1/3} = 9,83 \text{ w/m}^2 \text{ } ^\circ\text{k.}$$

Donc :

$$Q = h \cdot S \Delta T \text{ avec } S = 2\pi \times 0,25 \times 0,5 = 0,79 \text{ m}^2$$

$$\text{Donc : } Q = 9,83 \times 0,79 \times 2 = \underline{\underline{Q = 15,53 \text{ w}}}$$

V- Quantité de chaleur échangée entre vapeur - cuve supérieure.

$$Q = h \cdot S_v \Delta T$$

$$S_v = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3,14 \cdot (0,5)^2}{4} = 0,196 \text{ m}^2$$

$$Q = 9,83 \times 0,196 \times 2 = 3,85 \text{ w.}$$

Alors la quantité totale de chaleur perdue est

$$Q_p = \Sigma Q_i = 2428,78 + 3,85 + 303,59 + 15,53 = \underline{\underline{2751,75 \text{ w}}}$$

Calcul du rendement

$$\eta = \frac{P_{\text{utile}}}{P_{\text{fournie}}}$$

$$P_{\text{fournie}} = 6 \times 3,3 = 19,8 \text{ kw}$$

$$P_{\text{utile}} = P_{\text{fournie}} - Q_t = 19800 - 2751,75 = 17048,25 \text{ w.}$$

$$\text{Alors } \eta = \frac{17048,25}{19800} = \underline{\underline{0,86}}$$

Calcul du débit de vapeur

L'eau est à la température de saturation, pour qu'une certaine quantité q d'eau s'évapore, il faut lui fournir une énergie $E = q.L$

avec L = chaleur latente de vaporisation

$$L = 1939,75 \text{ kJ/kg} : P = 16 \text{ bars} \quad T = 200^\circ\text{C}$$

$$\text{Alors :} \quad q = \frac{P_u}{L} = \frac{17,04825}{1393,75} = 8,79 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s.}$$

$$\underline{\underline{q = 8,79 \text{ g/s.}}}$$

CALORIFUGE (DEFINITION)

Permet de réduire les pertes à la surface d'un conducteur thermique. Considérons un mur de section A séparant deux fluides, le flux de chaleur s'écrit alors :

$$\phi = A \cdot \frac{\theta_{1m} - \theta_{2m}}{\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} + \frac{L}{A}}$$

Si l'on recouvre ce mur d'une épaisseur L_B de matériau de conductibilité λ_B , si on admet que h_2 n'est pas modifié; alors le nouveau flux ϕ' est :

$$\phi' = A \frac{\theta_{1m} - \theta_{2m}}{\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} + \frac{L_A}{\lambda_A} + \frac{L_B}{\lambda_B}} \quad (2)$$

La résistance thermique est accrue, le flux de chaleur diminué, et cela d'autant plus que L_B est plus grande que λ_B est plus faible. Le cas est plus difficile si l'isolant n'est pas plan. Le problème devient alors très complexe. Nous allons traiter l'isolement thermique des tubes cylindriques de sections circulaires

$$\text{Soit : } \theta_{1m} - \theta_{2m} = \frac{\phi}{2\pi L} \left[\frac{1}{a_1 h_1} + \frac{1}{a_2 h_2} + \frac{1}{\lambda_A} \log \frac{a_2}{a_1} \right] \quad (1')$$

a_1 = rayon intérieur

L = longueur du tube.

a_2 = " extérieur

Si le tube est recouvert d'un manchon de rayon intérieur a_2 et rayon extérieur a_3 , avec un coefficient de transmission h_3 l'équation (1') devient :

$$(\theta_{1m} - \theta_{2m}) = \frac{\phi'}{2\pi L} \left[\frac{1}{a_1 h_1} + \frac{1}{a_3 h_3} + \frac{1}{\lambda_A} \log \frac{a_2}{a_1} + \frac{1}{\lambda_B} \log \frac{a_3}{a_2} \right]$$

où λ_B conductibilité thermique du matériau isolant.

La résistance thermique R_T

$$\Delta R_T = \frac{1}{2\pi L} \left[\frac{1}{a_3 h_3} - \frac{1}{a_2 h_2} + \frac{1}{\lambda_B} \log \frac{a_3}{a_2} \right]$$

Nous écrivons ΔR_T sous la forme :

$$\Delta R_T = \frac{1}{2\pi L a_2 h_2} \left[\frac{a_2 h_2}{a_3 h_3} - 1 + \frac{a_2 h_2}{\lambda_B} \log_e \frac{a_3}{a_2} \right] \quad (2)$$

Maintenant nous allons étudier ΔR_T lorsque a_3 varie de a_2 à l'infini; nous posons alors :

$$x = \frac{a_2}{a_3} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{a_2 h_2}{\lambda_B} \quad \text{et} \quad h_3 = h_2$$

L'équation (2) devient :

$$y = Z - 1 - \gamma \log_e x$$

La fonction y passe par un extrémum lorsque

$$\frac{dy}{dx} = 1 - \frac{\gamma}{x} = 0$$

pour $\gamma = x$: deux cas sont à considérer :

(1) Si $\gamma = \frac{a_2 h_2}{\lambda_B} > 1$: y n'a pas d'extrémum et la dérivée est toujours négative lorsque x est compris entre 0 et 1.

$$\text{Car } dx = -\frac{a_2}{a^2} da_3 ; \quad \frac{dy}{da_3} = -\frac{dy}{dx} \cdot \frac{a_2}{a_3^2}$$

Donc : $\frac{dy}{dx}$ est positif pour $a_2 < a_3 < \infty$

L'adjonction d'un isolant accroît donc toujours la résistance thermique lorsque $\gamma > 1$.

(2) Si $\gamma < 1$

$$\frac{dy}{dx} = 0 \quad \text{pour } x = \gamma$$

c'est-à-dire $\frac{a_2}{a_3} = \frac{a_2 h_2}{\lambda_B} \implies a_3 = \frac{\lambda_B}{h_2}$

$$\frac{dy}{dx} > 0 \quad \text{pour } 1 > x > \gamma \quad \text{et} \quad \frac{dy}{dx} < 0 \quad \text{pour } 0 < x < \gamma$$

Cela signifie que $\frac{dy}{da_3} < 0$ pour $1 > \frac{a_2}{a_3} > \frac{a_2 h_2}{\lambda_B}$ et

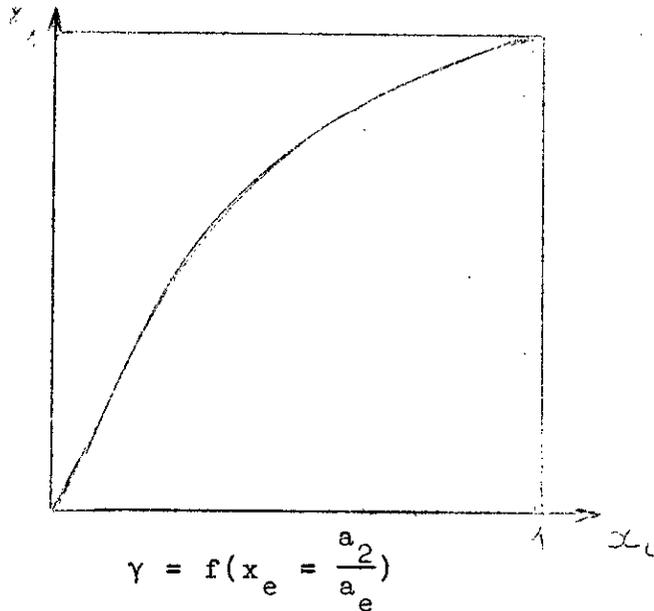
$$\frac{dy}{da_3} > 0 \quad \text{pour} \quad 0 < \frac{a_2}{a_3} < \frac{a_2 h_2}{\lambda_B}$$

Si l'on ajoute une faible épaisseur d'isolant, on diminue x ($1 < x < \gamma$), et l'on diminue la résistance thermique (on accroît les pertes). Les pertes continuent à croître avec l'épaisseur d'isolant jusqu'à $\gamma = x$.

Elles passent alors par un maximum (résistance thermique par un minimum), puis elles diminuent ensuite lorsque l'on continue d'accroître l'épaisseur d'isolant. Lorsque l'épaisseur à atteint une valeur tel que $x - 1 - \gamma \log_e x = 0$, elles reprennent la valeur initiale qu'elles avaient en l'absence d'isolant, puis continuent à diminuer avec x .

$x - 1 - \gamma \log_e x \implies x - 1 = \gamma \log_e x$ admet toujours la racine $x = 0$ pour $\gamma < 1$, elle admet une seconde racine x_e que l'on peut évaluer graphiquement, on trace la courbe

$$Z = - \frac{1 - x}{\log_e x} \quad \text{pour } 0 < x < 1$$



la valeur x_e s'obtient par l'intersection de cette courbe avec la parallèle à l'axe des x d'ordonnée γ ; on évalue le rayon critique

$$a_e = \frac{a_2}{x_e}$$

pour $a_3 < a_e$: les pertes sont donc accrues.

$a_3 = a_e$: les pertes sont les mêmes qu'en l'absence d'un calorifuge.

$a_3 > a_e$: elles sont diminuées.

Détermination de l'épaisseur du calorifuge.

On se fixe une température de la paroi à 25°C : $T_{p_3} = 25^\circ\text{C}$.

On utilise une formule empirique pour une certaine précision.

$$T_{ex} = T_A - \left(90 + \frac{11,1}{D_e \Sigma \frac{1}{2\lambda_n} \log\left(\frac{D_n + 1}{D_n}\right)} \right) +$$

$$\sqrt{\left(90 + \frac{11,1}{D_e \Sigma \frac{1}{2\lambda_n} \log\left(\frac{D_n + 1}{D_n}\right)} \right)^2 + \frac{22,2 (T_i - T_a)}{D_e \Sigma \frac{1}{2\lambda_n} \log\left(\frac{D_n + 1}{D_n}\right)}}$$

mais on préfère une formule simplifiée ce qui donne :

$$Q = \lambda_{ea} \frac{2\pi L (T_{P2} - T_a)}{\log\left(\frac{R_3}{R_2}\right)} \implies \log\left(\frac{R_3}{R_2}\right) = \frac{\lambda_{ea} 2\pi L (T_{P2} - T_a)}{Q}$$

$$\log\left(\frac{R_3}{R_2}\right) = \frac{0,08 \times 2 \times 3,14 \times 1}{2428,76} (197,5 - 25) = 0,035$$

$$\text{Donc } R_3 = R_2 e^{0,035} = 0,2796 \text{ m.}$$

$$R_3 = 27,96 \text{ m.}$$

Cela nous donne une épaisseur $e = 0,96 \text{ m.}$, alors on prend $e = 1 \text{ cm.}$

Essayons de calculer un calorifuge pour la partie supérieure.

Vapeur d'eau saturée

$$T = 200^\circ\text{C.}$$

$$p = 16 \text{ bars.}$$

Calcul de h du calorifuge $Q_3 = h_3 S_{ex} (T_{P2} - T_a)$

$$h_3 = \frac{Q_3}{S_{ex} (T_{P2} - T_a)} = \frac{15,53}{1,68 \cdot 175} = 0,053 \text{ w/m}^\circ\text{C.}$$

$$\text{Calcul de } \gamma \quad \gamma = \frac{a_2 h_3}{\lambda_B} = \frac{0,27 \times 0,053}{0,08} = 0,178$$

$\gamma < 1$, on ne peut employer un calorifuge, sinon on accroit les pertes.

CHAPITRE ICALCUL DE L'ECHANGEUR EN U

L'échangeur de chaleur que nous avons à étudier doit assumer deux rôles importants. Il doit condenser la vapeur d'eau du circuit primaire pour obtenir de l'eau en phase liquide à pression et température de saturation; il doit donc faire office de condenseur.

Il doit assurer la vaporisation de l'eau du circuit secondaire pour avoir à la sortie de la vapeur d'eau avec le meilleur titre possible, il fait donc fonction de rebouilleur.

Les caractéristiques d'entrée et de sortie du fluide circulant dans le circuit primaire, étant connues, on s'est imposé les caractéristiques d'entrée et de sortie du fluide du circuit secondaire; nous avons considéré à cet effet deux cas différents qui sont résumés dans le tableau ci-dessous :

| 1° Cas | Entrée | Sortie |
|-------------|---------|-------------------|
| Température | 120°C | 120°C |
| Pression | 2 bars | 2 bars |
| Phase | liquide | Vapeur (titre 1). |
| 2° Cas | | |
| Température | 20°C | 120°C |
| Pression | 2 b. | 2 b. |
| Phase | liquide | Vapeur (titre 1) |

Dans les 2 cas les écoulements se font à contre courant. L'échangeur étant constitué de 2 tubes concentriques en U, leurs caractéristiques ont été choisies de façon à permettre des pressions de service inférieures à 20 kg/cm².

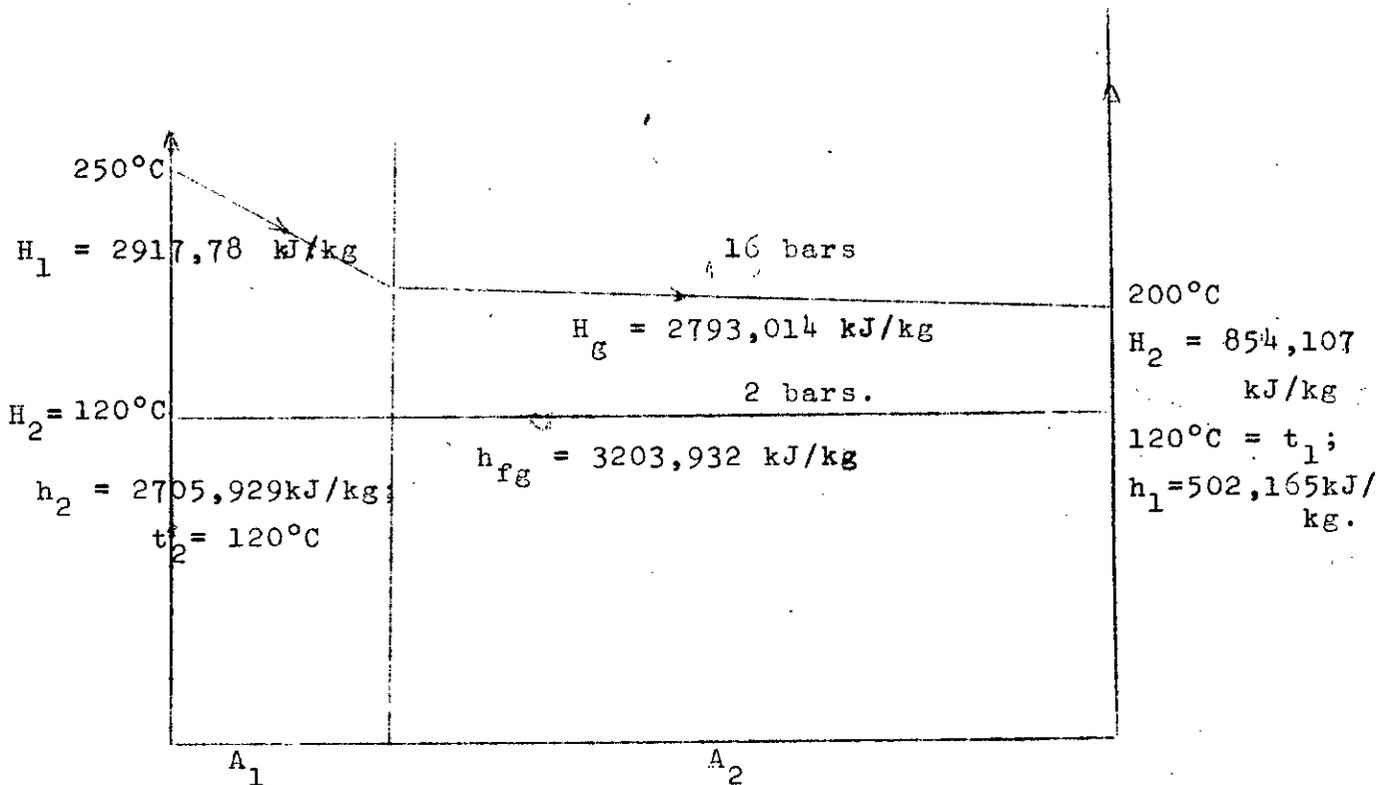
Les caractéristiques des tubes d'échangeurs sont :

| Diamètre extérieur in et mm. | B.W.R | Epaisseur mm. | Diamètre interne mm | Section cm^2 | surface (m^2/m) | | Poids kg/m. |
|------------------------------|-------|---------------|---------------------|-----------------------|-----------------------------------|--------|-------------|
| | | | | | extér. | inter. | |
| Tube intérieur. 1"; 25,4 | 12 | 2,77 | 19,85 | 3,098 | 0,0798 | 0,024 | 1,696 |
| Tube extérieur. | 18 | 1,24 | 29,21 | 6,701 | 0,0997 | 0,0918 | 1,024 |

I - Etude thermique et dimensionnement de l'échangeur

1° Cas :

a/ Diagramme des températures :



On remarque que toute l'énergie de surchauffe ainsi que toute l'énergie de condensation du fluide chaud servent à vaporiser le fluide.

b/ Bilan thermique global :

$$Q = G(H_1 - H_2) = g (h_2 - h_1)$$

$$Q = G(H_1 - H_2) = 9 \cdot 10^{-3} (2917,781 - 854,107) = 18,57 \quad Q = 18,57 \text{ kW.}$$

c/ Calcul du débit secondaire :

$$g = \frac{G(H_1 - H_2)}{h_2 - h_1} \quad g = \frac{18,54}{2204} \approx 8 \cdot 10^{-3} \quad g = 8 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s.}$$

d/ Enthalpie du point 3 :

$$h_3 = h_2 = \frac{G(H_1 - H_2)}{g}$$

$$h_3 = 2705,929 - \frac{9(2917,781 - 2793,014)}{8} = 2665,57;$$

$$h_3 = 2665,57 \text{ kJ/kg.}$$

Pour des commodités de calcul, le dimensionnement de l'échangeur se fait en 2 parties. La première partie consiste à calculer la surface A_1 , où se produit la désurchauffe de la vapeur. Dans ce cas, l'échangeur se comportera comme un bouilleur, où l'énergie de désurchauffe reste à augmenter l'énergie du fluide froid en le vaporisant.

La deuxième partie consiste à calculer la surface A_2 où l'appareil se comporte comme un échangeur sauf que les fluides ne font plus monophasiques.

e/ Calcul de A_1

Différence de température logarithmique moyenne : DTLM

$$\Delta T_1 = \frac{(T_1 - t_2) - (T_2 - t_1)}{\log \frac{T_1 - t_2}{T_2 - t_1}}$$

$$\Delta T_1 = \frac{(250 - 120) - (200 - 120)}{\log \frac{250 - 120}{200 - 120}} = 103^\circ\text{C}.$$

D'après les tables de la T.E.M.A, on estime un coefficient global sale $U_{SO} = 1 \text{ kW/m}^2\text{°C}$ pour une résistance globale d'encrassement $R_s = 4.10^{-4} \text{ h m}^2\text{°C/kcal} = 0,34 \text{ m}^2\text{°C/KW}$.

On aura donc :

$$Q_1 = G(H_1 - H_g) = U_{SO_1} A_1 \Delta T_1$$

$$A_1 = \frac{G(H_1 - H_g)}{U_{SO_1} \cdot \Delta T_1}$$

$$A_1 = \frac{9.10^{-3} (2917,781 - 2793,014)}{1.103} = 11.10^{-3}$$

$$A_1 = 11.10^{-3} \text{ m}^2$$

Calcul de U_{p01} :

Pour calculer le coefficient global propre U_{p0} , on doit calculer h_o , coefficient de transfert par convection à l'extérieur du tube interne;

$$h_{io} = h_i \frac{d_i}{d_o}$$

Coefficient de transfert par convection à l'intérieur du tube interne ainsi que $\frac{C_t}{\lambda_t}$, la résistance thermique due au transfert par conduction à travers la paroi du tube interne.

Calcul de h_o :

Lors de la désurchauffe, l'eau en phase gazeuse passe de 250°C à 200°C , donc toutes les caractéristiques de la vapeur d'eau surchauffée seront déterminées à une température moyenne de 225°C ; on trouve :

- masse volumique: $\rho = 7,3772 \text{ kg/m}^3$
- viscosité dynamique: $\mu = 17,32 \cdot 10^{-6} \text{ Ns/m}^2$
- conductibilité thermique : $\lambda = 0,03527 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- Chaleur spécifique moyenne : $C_{pm} = 1,900 \text{ kJ/kg}^\circ\text{C}$.

Les caractéristiques de la conduite sont :

- Diamètre équivalent :

$$D_e = \frac{D_i^2 - d_o^2}{d_o} = \frac{(29,21)^2 - (25,4)^2}{(25,4)} = 8,19 \quad D_e = 8,19 \cdot 10^{-3} \text{ m.}$$

- Section de passage :

$$S = \frac{\pi}{4} (D_i^2 - d_o^2) = \frac{\pi}{4} (29,21)^2 - 25,4)^2 = 163,3 \text{ mm}^2$$

$$S = 163,33 \text{ cm}^2$$

- Vitesse d'écoulement de la vapeur d'eau surchauffée :

$$V = \frac{G}{\rho S} = \frac{9 \cdot 10^{-3}}{7,3972 \cdot 163,33} = 7,47 \quad V = 7,47 \text{ m/s.}$$

- Nombre de Reynolds :

$$R_e = \frac{\rho V D_e}{\mu} = \frac{7,3772 \times 7,47 \times 8,19}{17,3 \cdot 10^{-6}} = 26086,36 \quad R_e = 26086,36$$

coefficient de frottement : $C_f = 0,079 \cdot (26080,36)^{-0,25} = 6,2 \cdot 10^{-3}$

- Nombre de Prandls.

$$P_r = \frac{\mu C}{\lambda} : P_r = \frac{17,32 \cdot 10^{-6} \times 1,900 \cdot 10^3}{0,03527} = 0,94 \quad P_r = 0,94$$

Nombre de Nusselt :

Le régime d'écoulement étant turbulent, le nombre de Nusselt sera :

$$N_u = 0,023 \cdot R_e^{0,8} \cdot P_r^{0,14}$$

$$N_u = 0,023 \cdot (26086,036)^{0,8} \cdot (0,94)^{0,4} = 76,58$$

$$N_u \approx 76,58$$

Coefficient de transfert par convection h_o :

$$h_o = \frac{N_u \lambda}{D_e} = \frac{76,58 \cdot 3527 \cdot 10^{-5}}{8,19 \cdot 10^{-3}} = 329,8 \quad h_o = 0,33$$

$$= 284 \text{ kcal/hm}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Calcul de $\frac{Ct}{\lambda_t}$:

La résistance thermique due à la conduction à travers la paroi de tube est égale au rapport de l'épaisseur du tube par sa conductibilité on trouve :

$$R_t = \frac{e}{\lambda_t} = \frac{2,77 \cdot 10^{-3}}{12,04} = 2,30 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ } ^\circ\text{C/W.}$$

$$R_t = 2,673 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ } ^\circ\text{C.h/kcal.}$$

Calcul de h_i :

A l'intérieur du tube on a de l'eau en ébullition, le coefficient de transfert par convection h_i sera un coefficient d'échange en double phase. Pour calculer h_i , on utilise la relation de Dengler et Addoms :

$$h_i = 3,5 X_H^{-0,5} h_{iL}$$

X_H étant le paramètre de martinelli et h_{iL} le coefficient d'échange si le débit était supposé tout entier liquide.

Pour calculer X_H on doit évaluer la qualité moyenne dans l'écoulement en double phase. Pour cela on suppose que le tube est uniformément chauffé (c'est-à-dire flux uniforme). Ainsi la variation de la qualité (de 0 à 1) est linéaire. (El Wakil; p.535). Ce qui donne une valeur moyenne de la qualité $X = 0,50$. Ceci car

$$\bar{X} = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{1}{L} x \cdot dx = \frac{1}{2}$$

Les caractéristiques de la conduite sont :

- Diamètre: $d_i = 19,86 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

- Section : $S = 3,098 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

Les caractéristiques des phases liquides et gazeuse à 120°C , sont notées dans le tableau suivant :

| Caractéristiques | Phase liquide | Phase gazeuse |
|--|-------------------------|--|
| Débit g : (kg/s) | $8 \cdot 10^{-3}$ | $8 \cdot 10^{-3}$ |
| Masse volumique ρ : (kg/m ³) | 943,43 | 1,109 |
| Viscosité dynamique μ : (Ns/m ²) | $235,360 \cdot 10^{-6}$ | 13,31 |
| Conductibilité thermique λ (W/m ^{°C}) | 0,685 | 0,02591 |
| Nombre de Prandtl. | 1,43 | |
| Vitesse d'écoulement $V = \frac{g}{\rho g}$ (m/s) | 0,03 | 23,29 |
| Nombre de Reynolds : $R_e = \frac{\rho V d_i}{\mu}$ | 2630 | 38539,16 |
| Coefficient de frottement : | | |
| $f = 0,0028 + 0,250 R_e^{-0,32}$ | $2,282 \cdot 10^{-2}$ | $1,132 \cdot 10^{-2}$ |
| Gradient de Pression $(\frac{dP}{dz}) = \frac{2f}{2} \frac{\rho V^2}{d_i}$ | 120,56 | |
| Paramètre de Martinelli : | | |
| $(\frac{\mu_l}{\mu_g})^{0,1} \cdot (\frac{1-X}{X})^{0,9} \cdot (\frac{\rho_g}{\rho_l})^{1/2} X_{tt}$ | | 0,05 |
| Coefficient de transfert $h_{iL} =$ | | |
| $0,029 \frac{\lambda}{d_i} R_e^{0,8} P_r^{0,4}$ | 49,84 | |
| Coefficient de transfert $h_i =$ | | |
| $3,5(X_{tt})^{0,5} h_{iL} \text{ (KW/m}^2\text{°C)}$ | | $31,3 = 210;$ $12 \text{ kcal/hm}^2\text{°C}$ |

On a donc $h_i = 210,12 \text{ kcal/h.m}^2\text{°C}$.

$$h_{i0} = 210,12 \times \frac{19,86}{25,4} = 164,29 \text{ kcal/hm}^2\text{°C}.$$

Calcul de U_{pol}

$$U_{\text{pol}} = \left(\frac{1}{h_o} + \frac{1}{h_{i0}} + \frac{c_t}{\lambda_t} \right)^{-1}$$

$$U_{\text{pol}} = \left(\frac{1}{284} + \frac{1}{164,29} + 2,67 \cdot 10^{-5} \right)^{-1} = 103,8 \text{ kcal/hm}^2\text{°C}.$$

Résistance d'encrassement : la résistance d'encrassement de la surface A_1 est donnée par la formule :

$$R_S = R_{so} + R_{si} \frac{d_i}{d_o}; \text{ telle que : } R_{so} : \text{ résistance d'encrassement sur la surface extérieure.}$$

$$U_S = \frac{1}{\frac{1}{U_p} + R_S}$$

R_{si} : résistance d'encrassement sur la surface intérieure.

Ces valeurs sont connues par l'expérience.

f/ Calcul de A_2

Pour calculer la surface A_2 , on prend $\Delta T_2 = 80\text{°C}$ (DTLM) car on a $T_1 - t_2 = T_2 - t_1 = 80\text{°C}$ et dans ce cas le D.T.L.M est :

$$\Delta T_2 = \frac{(T_1 - t_2) + (T_2 - t_1)}{2}$$

Les tables de la T.E.M.A donnent $1250 \leq U_{so} \leq 2500$ kcal/hm²°C. Pour une résistance globale d'encrassement $R_s = 4 \cdot 10^{-4} \text{ h m}^2\text{°C/kcal}$.

Ces données sont relatives à de l'eau douce de ville ou de puits, donc on prendra $U_{so2} = 1250 \text{ kcal/hm}^2\text{°C} = 1,45 \text{ KW/m}^2\text{°C}$.

On aura :

$$Q_2 = G(H_g - H_2) = U_{SO_2} A_2 \Delta t_2.$$

$$A_2 = \frac{G(H_g - H_2)}{U_{SO_2} \Delta t_2}$$

$$A_2 = \frac{9.10^{-3}(2793,014 - 854,107)}{1,45.80} = 150.10^{-3} m^2$$

Calcul de U_{po2} :

Pour calcul de U_{po2} on calculera h_o coefficient du film à la condensation de vapeur d'eau à l'extérieur des tubes.

Le coefficient de film à l'ébullition de l'eau à l'intérieur du tube h_{io} ainsi que la résistance de paroi du tube h_t sont les mêmes que précédemment.

On a :

$$U_{po2} = \left(\frac{1}{h_o} + \frac{1}{h_{io}} + R_t \right)^{-1}$$

Calcul de h_o :

Avant de calculer h_o , commençons par déterminer le flux de chaleur traversant la surface A_2

$$\phi_2 = \frac{G(H_g - H_2)}{A_2} = \frac{13,45}{150.10^{-3}} = 116,33 \quad \phi_2 = 116,33 \text{ kw/m}^2 \\ = 11,6 \text{ w/cm}^2$$

Soient t_{p1} et t_{p2} les températures de paroi interne et externe du tube intérieur et soient t_m et T_m les températures des fluides froid et chaud.

On définit ainsi ΔT_{sat} par la corrélation de Jens et Lottes.

$$\Delta T_{sat} = t_{p1} - t_m = 7,9 \phi_2^{0,25} e^{-\frac{1}{67,1}} \phi_{en} \text{ w/cm}^2 \text{ P en bars.}$$

$$\Delta T_{\text{sat}} = 7,9.11,63^{0,25} e^{-\frac{1}{62,1}} = 14,13 \quad \Delta T_{\text{sat}} = 14,13^\circ\text{C}$$

Vu l'épaisseur du tube intérieur ($e = 1,24 \text{ mm}$), on peut l'assimiler à une paroi mince pour calculer $t_{p2} - t_{p1}$

$$t_{p2} - t_{p1} = \frac{\phi_2 e}{\lambda} ; \lambda \approx 12,04 \text{ W/m}^\circ\text{C} = 12,04.10^{-2} \text{ w/cm}^\circ\text{C}.$$

$$t_{p2} - t_{p1} = \frac{11,63.0,124}{12,04.10^{-2}} = 11,98^\circ\text{C} \quad t_{p2} - t_{p1} = 11,98^\circ\text{C}.$$

$$t_{p2} = 11,98^\circ\text{C} + 14,3^\circ\text{C} + 120^\circ\text{C} = 145,11^\circ\text{C}. \quad t_{p2} = 145,11^\circ\text{C}.$$

$$t_f = t_m - 0,75 \Delta t = t_m - 0,75(t_m - t_{p2}).$$

$$t_f = 200 - 0,75 - 0,75(200 - 145,11) = 158,83^\circ\text{C}. \quad t_f = 158,83^\circ\text{C}.$$

Le nombre de Prandtl et la viscosité dynamique du film de condensateur sont déterminés à la température t_f .

$$P_r \approx 1,13 ; \mu_f = 178,43.10^{-6} \text{ Ns/m}^2.$$

Calcul de la vitesse moyenne pondérale.

$$v_m = \left(\frac{v_L^2 + v_L v_G + v_G^2}{3} \right)^{1/2}$$

v_G est la vitesse pondérale de la vapeur à 200°C ($v_G = \rho_G v_G$)

v_L " " " du condensat à 200°C ($v_L = \rho_L v_L$)

Les masses volumiques de la vapeur et du condensat à 200°C sont :

$$V_G = \frac{G}{\rho_G S} = \frac{9.10^{-3}}{7,930.163,33.10^{-6}} = 6,95 \text{ m/s}.$$

$$V_L = \frac{G}{\rho_L S} = \frac{9.10^{-3}}{864,15.16,67.10^{-6}} \quad V_L = 0,065 \text{ m/s}.$$

d'où

$$N_m = \left[\frac{(864,15 \times 0,065)^2 + (864,15 \cdot 0,065 \times 7,930 \times 695) + (7,930 \times 695)^2}{3} \right]^{1/2}$$

$$v_m = 55,29 \text{ kg/m}^2 \text{ s.}$$

Nombre de Reynolds du condensat à la température t_f

$$R_{ef} = \frac{v_m D_e}{\mu_f} \cdot D_e \text{ étant le diamètre équivalent}$$

$$R_{ef} = \frac{55,29 \times 8,19 \cdot 10^{-3}}{166,953 \cdot 10^{-6}} = 2723 \quad R_{ef} = 2723.$$

Calcul du coefficient de frottement :

$$f = 0,0280 + 0,250 R_e^{-0,32} = 2,27 \cdot 10^{-2}$$

Détermination du nombre de Margoulis

$$M = 0,065 \left(\frac{\rho_L}{\rho_G} \cdot \frac{f}{2} \right)^{1/2} (P_r)^{-1/2}$$

$$M = 0,065 \left(\frac{864,15 \cdot 2,27 \cdot 10^{-2}}{7,930 \cdot 2} \right) (1,13)^{-1/2} = 7 \cdot 10^{-2}$$

Calcul du coefficient de transfert h_o

$$h_o = C_f v_m M, \quad \rho = 902,45 \text{ kg/m}^3$$

$$C_f = 4341 \text{ J/kg}^\circ\text{K}$$

$$h_o = 4,341 \times 55,29 \times 7 \cdot 10^{-2} = 16,8 \text{ kw/m}^2 \text{ }^\circ\text{k} = 14452,45 \text{ kcal/hm}^2 \text{ }^\circ\text{k}.$$

$$U_{po2} = \left(\frac{1}{14452,45} + \frac{1}{164,29} + 2,67 \cdot 10^{-5} \right)^{-1} = 161,74 \text{ kcal/hm}^2 \text{ }^\circ\text{k}.$$

Surface de l'échangeur A

$$A = A_1 + A_2$$

$$A = 11.10^{-3} + 150.10^{-3} = 161.10^{-3}$$

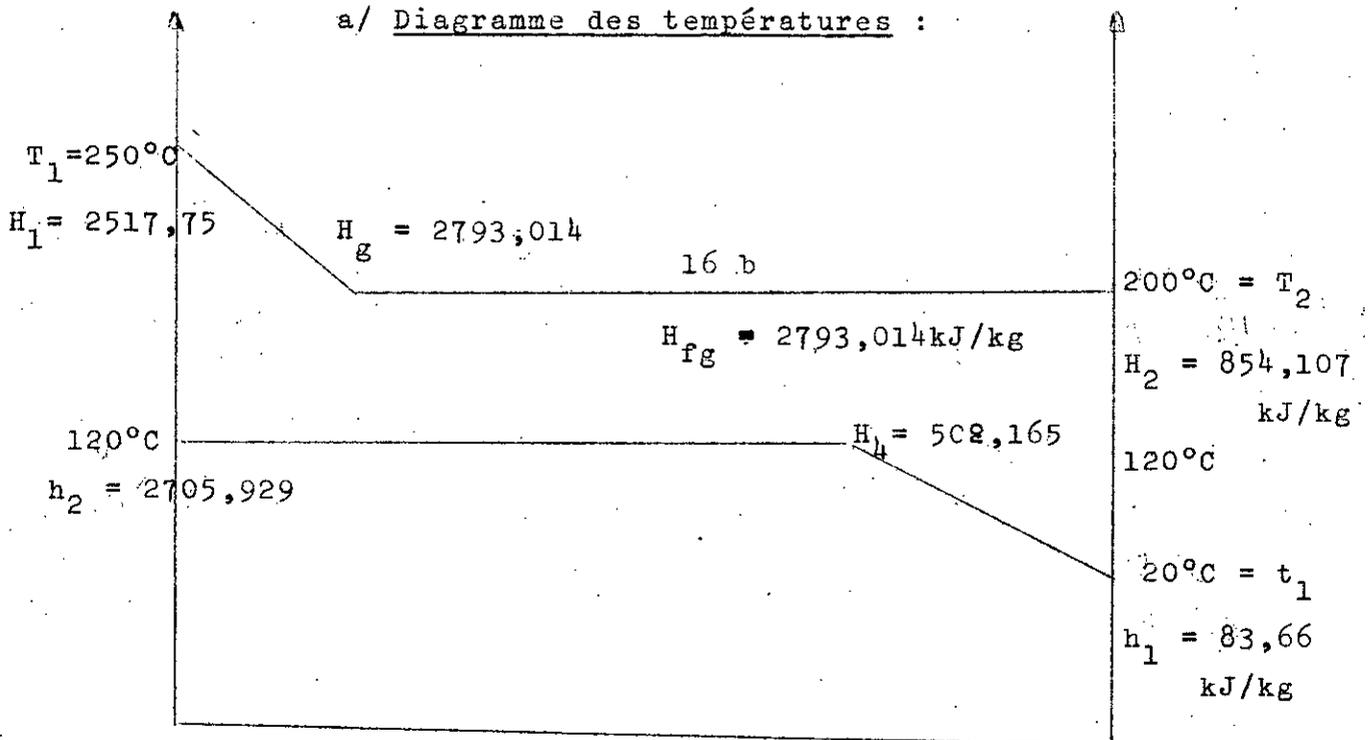
$$A = 161.10^{-3} \text{ m}^2$$

La surface linéaire du tube intérieur étant de $0,789 \text{ m}^2/\text{m}$, la longueur de tube nécessaire sera L:

$$L = \frac{161.10^{-3}}{0,0798} = 2,02 \text{ m.}$$

2° Cas :

a/ Diagramme des températures :



Dans ce cas, on remarque que toute l'énergie de surchauffe ainsi que toute l'énergie de condensation du fluide chaud servent à réchauffer le fluide froid pour l'amener à température de saturation (120°C) et ensuite le vaporiser.

b/ Bilan thermique global :

$$Q = G(H_1 - H_2) - g(h_2 - h_1)$$

$$Q = 9 \cdot 10^{-3} (2917,781 - 854,107) = 18,57 \text{ kw.}$$

c/ Calcul du débit secondaire :

$$g = \frac{Q}{h_2 - h_1} \implies g = \frac{18,54}{2705,929 - 83,660} ; g = 7 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s}$$

$$= 25,795 \text{ kg/h.}$$

d/ Enthalpie du point 3 :

$$h_3 = h_2 - \frac{G}{g} (H_1 - H_g)$$

$$h_3 = 2705,929 - \frac{9(2917,781 - 2793,014)}{7} = 2545,509 \text{ kJ/kg.}$$

e/ Enthalpie au point 4 :

$$H_4 = H_g - \frac{g}{G} (h_3 - h_f)$$

$$H_4 = 2793,014 - \frac{7(2545,509 - 502,165)}{9} = 120,746$$

$$H_4 = 1203,746 \text{ kJ/kg.}$$

Le dimensionnement de l'échangeur se fait en 3 parties :

f/ Calcul de A_1

Comme pour le 1^{er} cas nous avons :

$$DTLM = 103^\circ\text{C.}$$

$$U_{SO1} = 1 \text{ kw/m}^2\text{ }^\circ\text{C} \text{ et } R_s = 0,34 \text{ m}^2\text{ }^\circ\text{C/kw.}$$

$$A_1 = 11 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2.$$

Calcul de U_{pol}

Comme ds le 1^{er} cas nous avons :

$$h_o = 284 \text{ kcal/m}^2\text{ }^\circ\text{C.h.}$$

$$R_t = 2,67 \cdot 10^{-5} (\text{kcal/m}^2\text{ }^\circ\text{C.h})^{-1}$$

Le calcul de h_{i0} se fait de la même manière que ds le 1^{er} cas.

Rappelons que :

$$d_i = 19,86 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$s = 3,098 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

| Caractéristiques | Phase liquide | Phase gazeuse |
|---|---|---|
| Débit $g(\text{kg/s})$ | $7 \cdot 10^{-3}$ | $7 \cdot 10^{-3}$ |
| Masse volumique $\rho(\text{kg/m}^3)$ | 943,43 | 1,109 |
| Viscosité dynamique $\mu(\text{Ns/m}^2)$ | $235,360 \cdot 10^{-6}$ | 13,31 |
| Conductibilité thermique $\lambda(\text{w/m}^\circ\text{C})$ | 0,685 | 0,02591 |
| Nombre de Prandlt P_r | 1,43 | - |
| Vitesse de l'écoulement $V(\text{m/s})$ | $2,4 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$ | 20,35 m/s. |
| Nombre de Reynolds | 1910,59 | 33675 |
| Coefficient de frottement $f = \frac{32}{R_e}$ | $1,68 \cdot 10^{-2}$ | $1,17 \cdot 10^{-2}$ |
| Gradient de pression $\frac{dp}{dz}$ | 0,460 | 270 |
| Paramètre de Martinelli X_{tt} | | 0,05 |
| Coefficient de transfert $h_{iL} = \frac{48}{11} \frac{\lambda}{D}$ | $0,15 \text{ kw/m}^2\text{ }^\circ\text{C}$ | |
| Coefficient de transfert $h_i = 9,5 h_{iL} (0,05)^{-0,5}$ | | $2,59 \text{ kw/m}^2\text{ }^\circ\text{C}$ |

On a : $h_i = 2,59 \text{ kw/m}^2\text{ }^\circ\text{C}$.

$$h_{i0} = \frac{h_i d_i}{d_o} = \frac{2,59 \times 19,86}{25,4} = 2,03$$

$$h_{i0} = 2,03 \text{ kw/m}^2\text{ }^\circ\text{C}$$

$$h_{i0} = 1746,24 \text{ kcal/h.m}^2\text{ }^\circ\text{C}$$

d'où :

$$U_{p01} = \left(\frac{1}{h_o} + R_t + \frac{1}{h_{i0}} \right)^{-1}$$

$$U_{p01} = \left(\frac{1}{247,39} + 2,67 \cdot 10^{-5} + \frac{1}{1746,24} \right)^{-1} = 215,44 \text{ kcal/h.m}^2\text{°C.}$$

g/ Calcul de A_2

Comme dans le 1° cas, nous avons :

$$D.T.L.M = \Delta t_2 = 80^\circ\text{C.}$$

$$U_{so2} = 1,45 \text{ kw/m}^2\text{°C pour } R_s = 0,34 \text{ m}^2\text{°C/kw.}$$

d'où :

$$A_2 = \frac{G(H_g - H_4)}{U_{so2} \cdot \Delta t_2} ;$$

$$A_2 = \frac{9 \cdot 10^{-3} (2793,014 - 1203,746)}{1,45 \cdot 80} = 0,123$$

$$A_2 = 123,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

Le calcul de U_{po2} et R_{s2} donne le même résultat que le 1° cas.

$$U_{po2} = 161,74 \text{ kcal/h.m}^2\text{°C.}$$

h/ Calcul de A_3

Calcul de la D.T.L.M = Δt_3 .

$$\Delta t_3 = \frac{(200 - 120) - (200 - 20)}{\log \frac{200 - 120}{200 - 20}} = 123,32$$

$$\Delta t_3 = 123^\circ\text{C.}$$

Quantité de chaleur échangée par A_3 :

$$Q_3 = G(H_4 - H_2)$$

$$= 9 \cdot 10^{-3} (1209,746 - 854,107) = 3,147 \quad Q = 3,147 \text{ kw.}$$

$$A_3 = \frac{Q_3}{U_{SO_3} \Delta t_3} = \frac{3,147}{123} = 2,6 \cdot 10^{-2}$$

$$A_3 = 2,6 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$$

Calcul de U_{pO_3} :

Calcul de h_{iO}

L'eau du circuit secondaire passe de 20°C à 120°C. Pour le calcul de h_{iO} , toutes les caractéristiques de l'eau seront déterminées à une température moyenne soit 70°C.

Les caractéristiques de la conduite d'écoulement sont toujours :

$$\begin{aligned} d_i &= 19,86 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ d_c &= 25,4 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ s &= 3,098 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \end{aligned}$$

| Caractéristiques de l'eau et de son écoulement à 70°C. | |
|--|---------------------------------|
| Débit g(kg/s) | $7 \cdot 10^{-3}$ |
| Masse volumique ρ (kg/m ³) | 978 |
| Chaleur spécifique ρ (J/kg°C) | 4195 |
| Conductibilité thermique λ (w/m°C) | 0,660 |
| Viscosité dynamique μ (Ns/m ²) | 4,062 |
| Nombre de Prandtl P_r | 2,58 |
| Vitesse d'écoulement (m/s) | $2,4 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$ |
| Nombre de Reynolds | 1148 |
| Coefficient de frottement : $f = \frac{32}{R_e}$ | $2,903 \cdot 10^{-2}$ |
| Gradient de pression : $f \frac{\rho V^2}{d_i}$ | 0,82 |

Calcul de h_0

- Flux de chaleur $\phi_3 = \frac{Q_3}{A_3} = \frac{3,147}{26 \cdot 10^{-3}} = 121 \text{ kw/m}^2$

- Chute de température dans la paroi du tube :

$$\Delta T = \frac{\phi_e}{\lambda} = \frac{12,1 \cdot 0,277}{0,1204} = 28$$

- Chute de température: vapeur en condensation - paroi extérieure :

Elle est donnée par la relation de GRIGULL, valable pour les tubes verticaux.

$$H \Delta \theta = 2680 \cdot \frac{r_n^{5/3} \cdot g^{4/3}}{\lambda \rho^{2/3}}, \text{ relation dans laquelle les grandeurs du}$$

2° membre doivent être exprimées en unités du système technique. (kgf,m,s).

$$H \cdot \Delta \theta = 2680 \cdot \frac{1939,75 (1,36 \cdot 10^{-4})^{5/3} \left(\frac{1}{6,65 \cdot 10^{-4}}\right)^{4/3}}{(864,7)^{2/3}} = 31,46 \cdot \text{C.m. avec}$$

$$H = 0,33 \text{ m.}$$

$$\Delta \theta = \frac{31,46}{0,33} = 95,33^\circ \text{C.}$$

Calcul de T_f :

$$T_f = T_m - 0,75(T_m - T_{p2})$$

$$T_f = 200 - 0,75(95,33^\circ \text{C}) = 128,5^\circ \text{C.}$$

Les caractéristiques du condensat à cette température sont :

$$\lambda_f \approx 0,683 \text{ w/m}^\circ \text{K}$$

$$C_f \approx 4,260 \text{ kJ/kg}^\circ \text{K}$$

$$\mu_f \approx 205 \cdot 10^{-6} \text{ Ns/m}^2$$

$$\rho_L \approx 920 \text{ kg/m}^3$$

Le débit pondéral moyen le même que précédemment

$$v_m = 55,29 \text{ kg/m}^2 \text{ s.} \quad \text{et}$$

$$\rho_v = 7,930 \text{ kg/m}^3$$

Calcul du nombre de Reynolds.

$$R_e = \frac{v_m D_e}{\mu_f} = \frac{55,29 \times 8,19 \cdot 10^{-3}}{205 \cdot 10^{-6}} = 2208,9$$

Coefficient de frottement :

$$f = 0,250 \times (2863,32)^{-0,32} + 0,0028 = 2,4 \cdot 10^{-2}$$

Calcul de h_o :

$$h_o = 0,065 C_f v_m \left[\frac{\rho_L}{\rho_v} f \right]^{1/2} \left[\frac{\mu_f c_f}{\lambda_f} \right]^{1/2}$$

$$h_o = 0,065 \times 4,260 \times 55,29 \times \frac{920 \times 2,4 \cdot 10^{-2}}{7,930}^{1/2} \frac{205 \cdot 10^{-6} \times 4 \times 260}{0,683}^{-1/2}$$

$$h_o = 22,63 \text{ kw/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C.}$$

$$h_o = 19460 \text{ kcal/h.m}^2 \text{ } ^\circ\text{C.}$$

Calcul de U_{po3} :

$$U_{po3} = \left(\frac{1}{h_o} + R_t + \frac{1}{h_{io}} \right)^{-1}$$

$$U_{po3} = \left(\frac{1}{19460} + 2,67 \cdot 10^{-5} + \frac{1}{676,73} \right)^{-1} = 642,8 \text{ kcal/h.m}^2 \text{ } ^\circ\text{C.}$$

Surface totale et l'échangeur :

$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

$$A = 11 \cdot 10^{-3} + 123,3 \cdot 10^{-3} + 26 \cdot 10^{-3} = 160 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

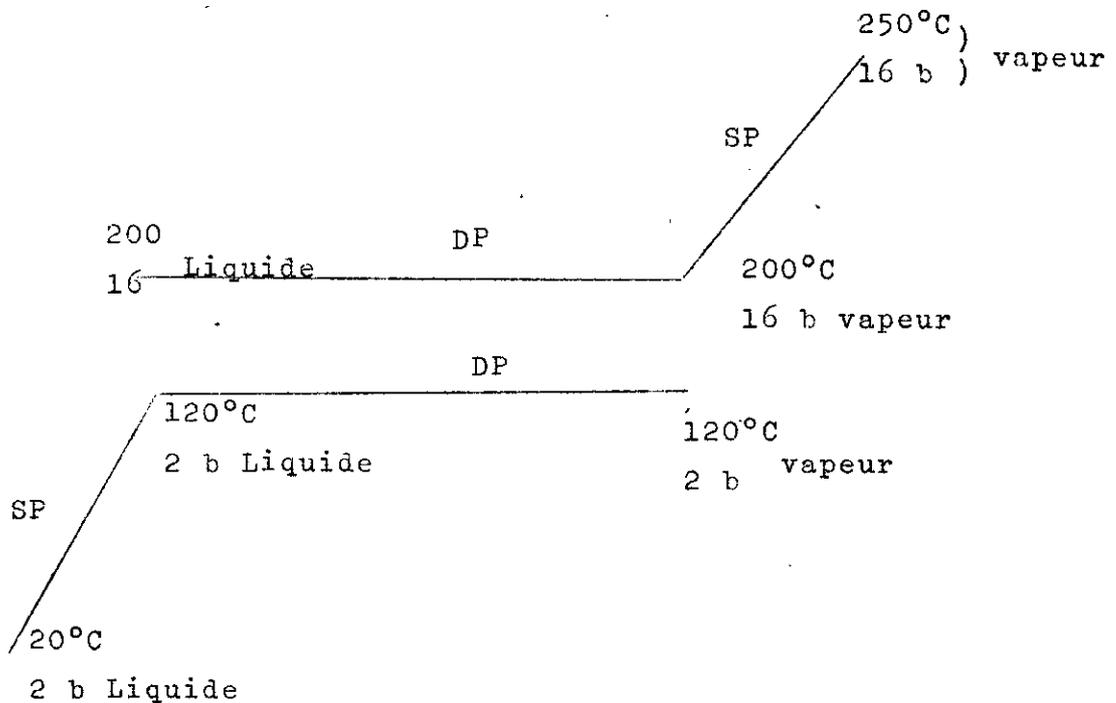
La surface linéaire externe du tube, intérieur étant de $0,079\text{m}^2/\text{m}$.
la longueur totale de l'échangeur est : L telle que :

$$L = \frac{160 \cdot 10^{-3}}{0,0798} = 2,005 \text{ m.}$$

PERTES DE CHARGES

On calcul les pertes de charges dans le 2° cas, car c'est celui qu'on peut réaliser

Schéma



==> Calcul des pertes de charges linéaires

A Tube intérieur

1) Chauffage (S.P) L = 0,325 m.

$$= (\Delta P_{SP})_f = \frac{f \cdot \rho \mu}{D_i}$$

$$L_{11} = 0,325 \text{ m.}$$

$$f = 2,903 \cdot 10^{-2}$$

$$\rho = 978$$

$$\mu = 2,4 \cdot 10^{-2}$$

$$D_i = 19,86 \cdot 10^{-2}$$

$$\implies (\Delta P_{SP})_f = 0,27 \implies \text{négligeable.}$$

b/ Les pertes de charges par accélération sont négligeables.

$$(\Delta P_{SP})_{\text{accé.}} \approx 0$$

c) Pertes par gravité

$$(\Delta P_{SP})_g = \rho g h \implies$$

$$\rho = 978$$

$$g = 9,81$$

$$h = 0,325$$

$$(\Delta P_{SP})_g = 3118,2 \text{ Pascal.}$$

Donc :

$$(\Delta P_{SP})_T = (\Delta P_{SP})_f + (\Delta P_{SP})_{\text{Acc.}} + (\Delta P_{SP})_g.$$

$$(\Delta P_{SP})_{T_0} = 3118,2 \text{ Pascal.}$$

Voyons maintenant la double phase

La vaporisation s'effectue sur une longueur

$$(z - z_e) = (2,05 - 0,325) = 1,725 \text{ m.}$$

A) Calcul de $(\Delta P_{DP})_f$, on applique la relation de Martinelli:

$$(\Delta P_{DP})_f = \left(\frac{dP}{dz}\right)_{SP,L} \cdot L_{12} \cdot \phi_1^2(x)$$

avec

$$L_{12} = 1,725 \text{ m.}$$

$$\phi_1^2(x) = 290 \text{ (courbe)}$$

$$\frac{dP}{dz} = f \cdot \frac{\rho \mu^2}{D_i}$$

$$\left(\frac{dP}{dz}\right)_{SP,L} = 0,46$$

$$f = 168 \cdot 10^{-2}$$

$$\mu = 2,4 \cdot 10^{-2} \text{ m/s.}$$

$$\rho = 943,43 \text{ kg/m}^3$$

$$D_i = 19,86 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{Donc : } (\Delta P_{DP})_f = 0,83 \times 1,725 \times 290 = 230,12 \text{ Pascal}$$

b) Calcul de $(\Delta P_{DP})_{acc.}$

$$(\Delta P_{DP})_{acc.} = \frac{G^2}{\rho_L} - R_1 \text{ : Relation de MARTINELLI - NELSON.}$$

$$(\Delta P_{DP})_{acc.} = G^2 \left[\frac{(1-x)^2}{(1-\alpha)L} + \frac{x^2}{\alpha \rho_v} - \frac{1}{\rho_L} \right]$$

$$= \frac{G^2}{\rho_L} \cdot R_1(x).$$

$$\implies G = \mu \cdot f = 978 \times 2,4 \cdot 10^{-2} = 23,47 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s.}}$$

$$(\Delta P_{DP})_{acc.} = \frac{(23,47)^2 \times 840}{978} = 473,12 \text{ Pascal.}$$

Les pertes par gravitation sont négligeables.

$$(\Delta P_{DP})_g = \text{négligeables.}$$

$$\text{Alors : } (\Delta P_{DP})_T = (\Delta P_{DP})_f + (\Delta P_{DP})_{acc.} = 703,24 \text{ Pas.}$$

\implies Tube extérieur

$$(A) \text{ De surchauffe : } L_{12} = 0,14 \text{ m.}$$

On applique la formule :

$$(\Delta P_{SP})_T = \rho \mu^2 \left[\frac{f \cdot L_{12}}{D_e} + \frac{\Delta \theta}{\theta} - \frac{\Delta P}{P} \right] - \rho g L_{12}$$

$$(\Delta P_{SP})_T = 7,3772 \cdot (6,85)^2 \left[\frac{5,8 \cdot 10^{-3} \times 0,14}{3,81 \cdot 10^{-3}} + \frac{50}{498} - \frac{0,5}{16} \right] - 7,37 \cdot 9,81 \times 0,14.$$

$$(\Delta P_{SP})_T = 87,57 \text{ Pas.}$$

b) Calcul de $(P_{DP})_f$ à la condensation

On applique la formule $(\Delta P_{DP})_f = \frac{f \cdot \rho_f}{D_i} \int_{H_0}^H v^2 \gamma(z) dz.$

Or : $\frac{V_f(z)}{V_0} = \frac{1 - x(z)}{1 - \alpha(z)}$

Nous allons déterminer $\alpha(z)$ en fonction de $x(z)$.

Une courbe sur " EL-WAKIL " nous donne α en fonction de X et ψ ,

ψ une constante = $\gamma x \frac{\rho_L}{\rho_V}$

$$\alpha = \frac{1}{1 + \left(\frac{1-x}{x}\right)\psi}$$

| | | | | | | | |
|-------------------------|--------|--------|------|--------|--------|--------|---|
| $\frac{\rho_L}{\rho_g}$ | 1600 | 99,1 | 38,3 | 15,33 | 6,65 | 2,48 | 1 |
| ψ | 0,0041 | 0,0250 | 0,05 | 0,1020 | 0,2020 | 0,4651 | 1 |
| γ | 6,45 | 2,48 | 1,92 | 1,57 | 1,35 | 1,15 | 1 |

On trouve que $\psi = 2,52 \cdot 10^{-2}$ après extrapolation.

Donc $\alpha(z) = \frac{x(z)}{1 - \frac{x(z)}{x(z) + (1-x(z))\psi}}$

$$\frac{V_f(z)}{V_0} = \frac{1 - x(z)}{1 - \frac{x(z)}{x(z) + (1-x(z))\psi}} = \frac{[(1-x(z))] [x(z) + (1-x(z))\psi]}{(1-x(z))\psi}$$

$$\frac{V_f(z)}{V_0} = \frac{(1-\psi)x(z) + \psi}{\psi}$$

$x(z)$ est une fonction décroissante, elle exprime la qualité x en fonction de la longueur g .

$$X(z) = A \cdot g + b = A \cdot z + 1$$

$$\frac{V_f(z)}{V_o} = \frac{(1 - \psi)(A \cdot z + 1) + \psi}{\psi}$$

$$\text{Or : } (P_{DP})_f = \frac{f \cdot f \cdot V_o^2}{D_e} \cdot \int_0^{1,88} \frac{[(1 - \psi)(Az + 1) + \psi]^2}{\psi^2} dz$$

Calculons l'intégrale.

$$\frac{[(1 - \psi)(A \cdot z + 1) + \psi]^2}{\psi^2} = \frac{(1 - \psi)^2 (A \cdot z + 1)^2 + 2(1 - \psi)(Az + 1)\psi + \psi^2}{\psi^2}$$

$$= \frac{(1 - \psi)^2 [A^2 z^2 + 2Az + 1] + 2\psi(1 - \psi)(Az + 1) + \psi^2}{\psi^2}$$

$$= \frac{1 - \psi^2}{\psi^2} \left[A^2 \cdot \frac{z^3}{3} \Big|_0^{1,88} + \frac{2A}{2} z^2 \Big|_0^{1,88} + z \Big|_0^{1,88} \right] + \frac{2(1 - \psi)}{\psi} \left[\frac{A}{2} z^2 \Big|_0^{1,88} + z \Big|_0^{1,88} \right] + z \Big|_0^{1,88}$$

Calcul de la fonction $Az + 1$.

$$X(z) = A \cdot z + 1$$

$$X = 0 = z = 0 \implies b = 1$$

$$z = 1,88 \implies X = 0 \implies 0 = A \cdot 1,88 + 1 \implies A = -\frac{1}{1,88}$$

Donc :

$$X = -\frac{1}{1,88} z + 1$$

Donc l'intégrale est :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1-\psi}{\psi} \right)^2 \left[\left(\frac{1,8}{1,88} \right)^2 \cdot \left(\frac{1,88}{3} \right)^3 - \frac{1}{1,88} \cdot (1,88)^2 + 1,88 \right] \\ & + \frac{2(1-\psi)}{\psi} \left[- \frac{1}{2 \cdot 1,88} \cdot (1,88)^2 + 1,88 \right] + 1,88 \\ = & \left(\frac{1-\psi}{\psi} \right)^2 \frac{1,88}{3} - 1,88 + 1,88 + \frac{2(1-\psi)}{\psi} + \frac{1,88}{2} + 1,88 \\ & \int_0^{1,88} v_{f(z)}^2 dz = 1012,31. \end{aligned}$$

Donc :

$$(\Delta P_{DP})_f = 1012,31 \cdot \frac{f \cdot \rho_f \cdot v_o^2}{D_e}$$

avec

$$f = 2,11 \cdot 10^{-2}$$

$$v_o = v_i \frac{\rho_i}{\rho_f} = 6,91$$

$$v_o = 0,054 \text{ m/s}$$

$$v_o \approx 0,054 \text{ m/s.}$$

$$\rho_f = 864,15$$

$$\approx 0,06 \text{ m/s.}$$

$$D_e = 3,83 \cdot 10^{-3} \text{ m.}$$

$$\begin{aligned} \implies (\Delta P_{DP})_f &= 1012,31 \times 13,88 = 14050,86 \\ &= 0,12 \text{ bars} \approx 0,14 \end{aligned}$$

$$\text{Les pertes par gravité sont : } (\Delta P_{DP})_g = \left[(1 - \alpha) L + \alpha \rho_v \right] \cdot g \cdot L_{12}$$

Pour calculer $(P_{DP})_g$ on prend une valeur moyenne de $X = 0,5$

$$X = 0,5 \implies \alpha = 0,97 \implies (\Delta P_{DP})_g = 612 \text{ Pascals.}$$

| Conduite extérieure. | DESURCHAUFFE L = 0,14 | | CONDENSATION | | |
|-------------------------|---------------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|---------------------------|-------------------------------|
| | $(\Delta P_{SP})_T$ | | $(\Delta P_{DP})_f$ | $(\Delta P_{DP})_g$ | $(\Delta P_{DP})_{acc}$ |
| | $8,6 \cdot 10^{-4}$ Pas. négligibles. | | 0,14 bar. | $6,12 \cdot 10^{-3}$ bar. | négligée |
| Conduite intérieure. | CHAUFFAGE L = 0,325 | | VAPORISATION | | |
| | $(\Delta P_{SP})_f$ | $(\Delta P_{SP})_g$ | $(\Delta P_{DP})_f$ | $(\Delta P_{DP})_g$ | $(\Delta P_{DP})_{acc}$ |
| | $0,27 \cdot 10^{-5}$ négligeable. | $3,078 \cdot 10^{-2}$ bars. | $2,27 \cdot 10^{-3}$ bars. | négligibles | $4,67 \cdot 10^{-3}$ bars. |

PERTES DE CHARGES DANS LES COUDES

On utilise le graphe ci-après qui nous donne les pertes de charges de coudes, en fonction de la longueur de la tuyauterie.

* Conduite interne

$$\phi_{int} = 19,86 \quad 1 \text{ fect} = 30,48 \text{ cm.}$$

$$L = 5 \times 30,48 \text{ cm} = 1,53 \text{ m.}$$

* Conduite externe

$$\phi_{ext} = D_e = D_i - d_o = 3,83 \cdot 10^{-3}$$

$$D_e = 3,83 \cdot 10^{-3} \longrightarrow L = 30,48 \times 3 = 0,92 \text{ m.}$$

Pertes de charges

* tube intérieur : 1 coude L = 1,53 m.

$$(\Delta P_{Sing}) = 0,98 \times 290 \times 1,53 = 434,83 \text{ bars} = 4,50 \cdot 10^{-3} \text{ bars.}$$

* tube extérieur : 1 coude $L = 0,92$ m.

$$(\Delta P_{\text{Sing}}) = \left[\left(\frac{1-\psi}{\psi} \right)^2 \left(\frac{0,92}{3} \right) - \left(\frac{1-\psi}{3} \right) (0,92) + 0,92 \right] 13,88$$

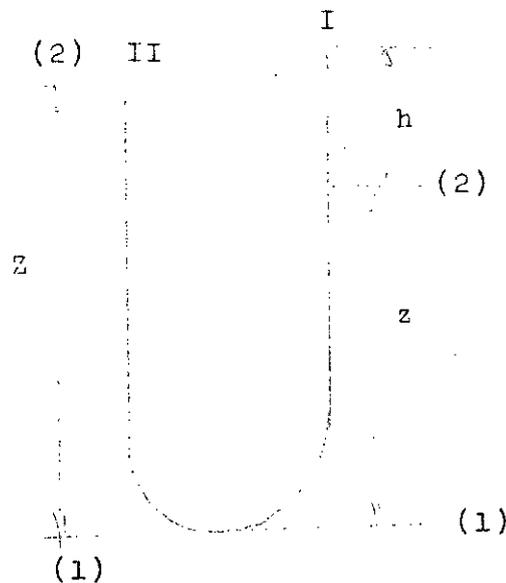
$$(\Delta P_{\text{Sing}}) = 0,06 \text{ bars.}$$

Les pertes totales sont :

$$(\Delta P_{\text{totale}})_{\text{intérieures}} = 3,078 \cdot 10^{-2} + 2,27 \cdot 10^{-3} + 4,67 \cdot 10^{-3} + 4,30 \cdot 10^{-3} = 0,042 \text{ bars.}$$

$$(\Delta P_{\text{totale}})_{\text{extérieures}} = 0,17 + 6,12 \cdot 10^{-3} + 0,06 = 0,236 \text{ bars.}$$

Déminellation à respecter pour le tube en U



Pour que l'écoulement se passe normalement, on doit avoir :

Branche I

$$P_I = \int_1^2 dp + p$$

$$p = \rho_v gh.$$

$$dp = g d(\rho(z) \quad z) \implies \int_1^2 dp = g \rho(z) \cdot z \Big|_1^2$$

$$P_I = g \int_1^2 d(\rho(z) \cdot z) + \rho_v g h.$$

Cette intégrale est calculée sur z .

Branche II.

$$P_{II} = \int_1^2 dp \text{ sur } Z$$

$$P_{II} = \int_1^2 d(\rho(z) \cdot z)$$

Détermination de $\rho(z)$

$$\text{On a : } \rho = (1 - \alpha)\rho_\ell + \alpha \rho_v$$

$$\alpha = \frac{1}{1 + \frac{1-x}{x} \psi}$$

$$\text{avec } x = \frac{1}{1,88} z + 1$$

$$\psi = 2,52 \cdot 10^{-2}$$

Ceci donne :

$$\begin{aligned} & \rho_v h + z \left[\left(1 - \frac{-\frac{1}{1,88} z + 1}{-\frac{1}{1,88} z + 1 + \frac{1}{1,88} \cdot 2,52 \cdot 10^{-2}} \right) \cdot 943,43 + \right. \\ & \left. - \frac{\frac{1}{1,88} z + 1}{-\frac{1}{1,88} z + 1 + \frac{1}{1,88} \cdot 2,52 \cdot 10^{-2}} \cdot 7,3772 \right] \\ & \geq z \left[\left(1 - \frac{-\frac{1}{1,88} z + 1}{-\frac{1}{1,88} z + \frac{1}{1,88} \cdot 2,82 \cdot 10^{-2}} \right) 943,43 + \right. \\ & \left. + \frac{-\frac{1}{1,88} z + 1}{-\frac{1}{1,88} z + 1 + \frac{1}{1,88} \cdot z \cdot 2,52 \cdot 10^{-2}} \cdot 7,3772 \right] \end{aligned}$$

$$\rho_v h = 0,89.$$

Dans cette équation si on prend z de façon que les deux branches soient égales c'est-à-dire : $h = 0,12$ m; $z = 0,88$ m; $Z = 1$ m. Le 1^o terme de l'inéquation ci-dessus est sensiblement égale au 2^o terme $\approx 25,52$

Pour être sûr que l'écoulement se fasse on prend une dénivellation de $0,06$ m c'est-à-dire :

$$h = 0,12$$
 m; $z = 0,94$ m; $Z = 0,94$ m.

Le terme I donne : 29,05

Le terme II donne : 28,18

l'inégalité est donc bien vérifiée.

Ceci est fait pour le circuit primaire. Dans le circuit secondaire l'effet de la dénivellation est rattrapée par une pompe à la manière des pertes de charge.

$$\text{Sa valeur est } \Delta P = \rho_l gh \approx 0,06 \times 10 \times 980 = 588 \text{ Pa} \\ \approx 0,01 \text{ bar.}$$

Echangeur helicoidal ou SerpentinI Information relative au régime d'écoulement dans le serpentin :

A l'intérieur du serpentin, le régime laminaire peut se produire pour des nombres de Reynolds beaucoup plus élevés que dans les tuyaux droits. Le tableau suivant établi par Drew (Mac Adams) donne quelques valeurs expérimentales du nombre de Reynolds critique pour l'écoulement dans les tuyaux en forme de serpentin:

| Rapport du diamètre de la canalisation sur le diamètre du serpentin | Rec | |
|---|--|---|
| | D'après White (Méthode de frottement). | D'après Taylor (méthode des bandes colorées). |
| 1/15,15 | 7590 | - |
| 1/18,7 | - | 7100 |
| 1/31,9 | - | 6350 |
| 1/50 | 6020 | - |
| 1/2050 | 2270 | - |

II Informations relatives au transfert de chaleur :1/ Transfert de chaleur dans un serpentin :

Par la suite de la formation du courant secondaire dans le serpentin (car la pression qui s'exerce dans une section transversale d'écoulement n'est pas constante), la transmission de chaleur dans un serpentin tubulaire s'améliore et s'écrit suivant JESCHKE (GREGORIG)

$$h_{iS} = h_{id} \left(1 + 3,54 \frac{d_i}{De} \right)$$

h_{is} : Coefficient de transmission de chaleur du serpentín

h_{id} : Coefficient de transmission de chaleur du tube droit

d_i : diamètre intérieure du tube

D_e : diamètre d'enroulement du serpentín .

2/ Transfert de chaleur à l'extérieur d'un tube

Hilpert a étudié expérimentalement ce transfert en 1933 pour un tube isolé perpendiculaire à l'écoulement.

Il représente ses résultats par une équation de la forme .

$$N_u = a R_e^n$$

avec les valeurs suivantes pour le coefficient a et l'exposant n .

| R_e | R_e | n | a |
|--------|---------|-------|-------|
| d_e | a | | |
| 1 | 4 | 0,330 | 0,891 |
| 4 | 40 | 0,385 | 0,821 |
| 40 | 4000 | 0,466 | 0,615 |
| 4000 | 40 000 | 0,618 | 0,174 |
| 40 000 | 250 000 | 0,805 | 0,024 |

Remarques :

- l'équation établi par Hilpert n'est valable que pour l'air et les gaz diatomiques.

- Pour cette équation le nombre de Reynolds se définit à partir de la vitesse du fluide V_o , loin de l'obstacle, et du diamètre extérieur d_o du tube :

3/ Transfert de chaleur à l'extérieur de plusieurs tubes :

On définit dans ce cas, 2 vitesses massiques

$-G_{cT}$: vitesse massique transversale

$-G_{cL}$: vitesse massique longitudinale

et la vitesse massique moyenne

$$G_c = (G_{cT} G_{cL})^{1/2}$$

a- Méthode de Donohue :

Pour le calcul du nombre de Nusselt, Bowman propose la formule suivante

$$N_u = \frac{h_o d_o}{\lambda} = 0,22 \left(\frac{d_o G_c}{\mu} \right)^{0,6} \left(\frac{C \mu}{\lambda} \right)^{1/3} \phi$$

$\phi = \left(\frac{\mu}{\mu_t} \right)^{0,14}$ est un facteur de correction

d_o = diamètre extérieur des tubes .

b/ Méthode de Kern :

Kern tient compte de la géométrie du faisceau et définit un diamètre équivalent, fonction de la disposition des tubes.

Kern propose la formule suivante qui n'est valable qu'en régime turbulent ($R_e > 2100$)

$$\frac{h_o D_e}{\lambda} = 0,36 \left(\frac{D_e G_{cT}}{\mu} \right)^{0,55} \left(\frac{C}{\lambda} \right)^{1,3} \phi$$

4/ Coefficient de film à la condensation :

Le coefficient de film à la condensation d'un tube horizontal est :

$$h_c = 0,725 \left[\frac{\lambda^3 \rho^2 g l}{\mu d_o \Delta\phi} \right]^{1/4}$$

Pour des tubes horizontaux, ce coefficient de film se trouve particulièrement réduit du fait que le condensat du tube supérieur tombe sur les tubes situés en dessous de sorte que l'épaisseur de film sur les tubes inférieurs est plus grande que celle calculer par l'équation théorique du tube isolé et en conséquence, le coefficient de film est mains bons - Nusselt a fait l'étude analytique du recyclage de condensat d'un tube sur les tubes inférieurs et propose l'équation suivante, donnant le coefficient de transfert moyen relatif à N_t tubes horizontaux disposés les uns au-dessus des autres

$$h_c = 0,725 \left[\frac{\lambda^3 \rho^2 g l}{N_t \mu d_o \Delta\phi} \right]^{1/4}$$

g : est le facteur d'équivalence masse-force.

l : est la chaleur de vaporisation

Mac. Adams, présente une abaque donnant h_c dans son livre (page 379, deuxième édition).

CALCUL DE L'ECHANGEUR HELICOIDAL

I Description de l'échangeur :

Le serpentin est constitué par un tuyau ayant les caractéristiques suivantes :

| | | |
|---------------------|---|----------------------------------|
| Diamètre extérieur | : | $d_o = 3/4'' = 19,05 \text{ mm}$ |
| B. W. G | : | 16 |
| Epaisseur | : | $C = 1,65 \text{ mm.}$ |
| Diamètre intérieure | : | $d_i = 15,75 \text{ mm.}$ |

| | | |
|------------------------|---|---|
| Séction | : | $s = 1,948 \text{ cm}^2$ |
| Surface Extérieure | : | $S_e = 0,0598 \text{ m}^2/\text{m}$ |
| Surface Intérieure | : | $S_i = 0,0495 \text{ m}^2/\text{m}$ |
| Poids | : | $p = 0,774 \text{ kg/m.}$ |
| Pas des spires | : | $p = 1'' = 25,4 \text{ mm}$ |
| Diamètre d'enroulement | : | $d_e = 288 \text{ mm} \left(\frac{d_o}{d_e} \approx \frac{1}{15,15} \right)$ |
| Longueur d'une spire | : | $\ell = 0,965 \text{ m.}$ |

Le serpentin est enfermé entre 2 tubes concentriques normalisées leurs caractéristiques sont :

Tube Intérieure :

| | | |
|------------------|---|-----|
| Diamètre normale | : | 10" |
| Schedule | : | 10 |

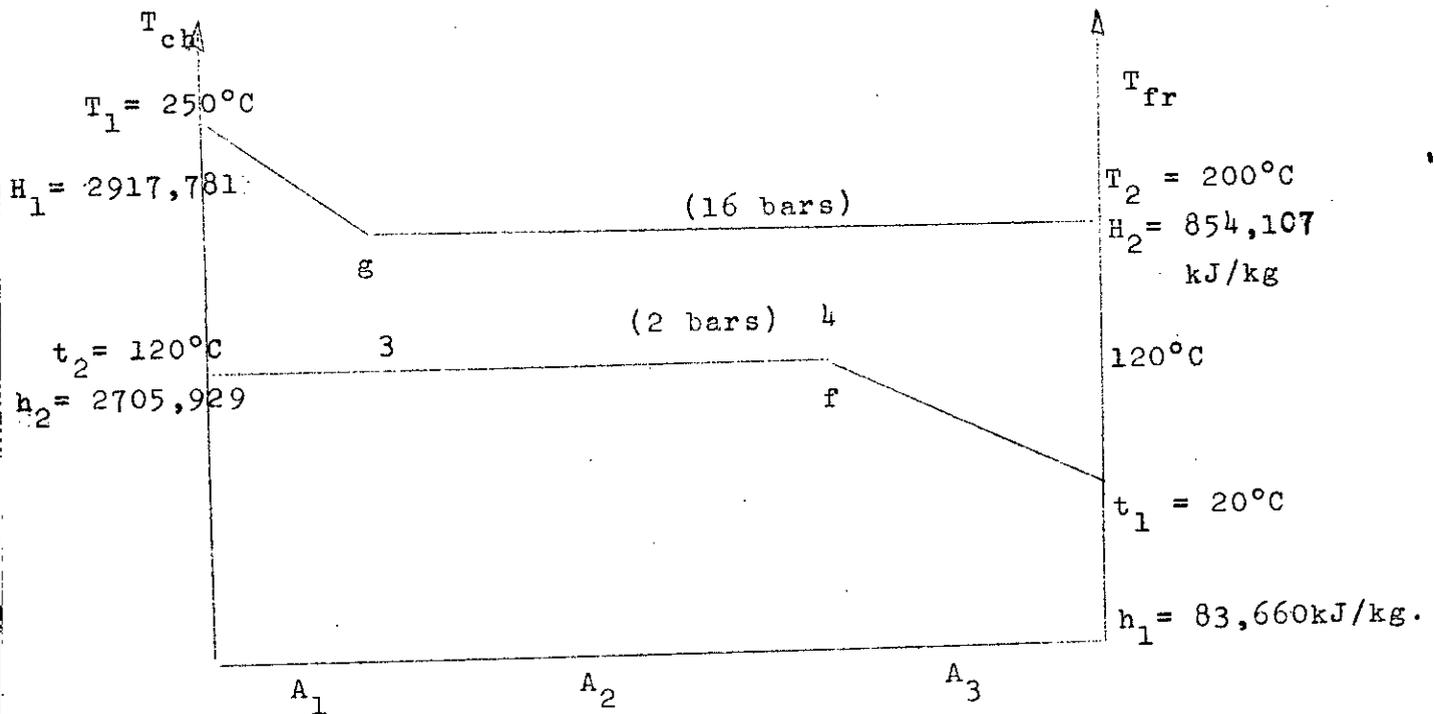
* Tube extétieure :

| | | |
|------------------|---|-----|
| Diamètre normale | : | 14" |
| Schédule | : | 10 |

Les spires du serpentin ont un inclivaison de 4° par rapport à l'horizontale

II Etude thermique et dimensionnement de l'échangeur :

Les paramètres thermodynamiques des fluides chaud et froid sont les mêmes que ceux de l'échangeur en V - Pour l'échangeur helicoïdal on se bornera à étudié que le 2^{ème} cas qui à notre avis est plus général que le 1^{er} cas.

1/ Diagramme des températures :

$$h_g = 2793,014 \text{ kJ/kg} :$$

$$h_3 = 2545,509 \text{ kJ/kg}$$

$$h_4 = 1203,745 \text{ kJ/kg}$$

$$h_f = 502,185 \text{ kJ/kg}$$

Bilan thermique global $Q=18,45 \text{ kW}$

Débit du secondaire $g = 710^{-3} \text{ kg/s} = 25,795 \text{ kg/h.}$

2/ Calcul de A1 :

L'échangeur hélicoïdal est un échangeur où l'écoulement des fluides est à contre courant à l'entrée et la sortie.

Mais à l'intérieur de l'échangeur, l'écoulement est croisé : De ce fait, le calcul de la D.T.L.M est affecté par facteur correctif F (Souvent déterminé par des abaques).

Dans notre cas, pour le calcul de la D.T.L.M. de chaque surface, la température d'un des fluides est constante donc le calcul de la D.T.L.M se fera comme pour le contre courant pur, donc, les D.T.L.M calculées pour l'échangeur en se conservent!

A/ Calcul de -

Calcul de h_{10}

a/ Calcul de U_{po} :

- Calcul de h_{io} :

h_{io} est le coefficient de transfert du fluide en ébullition à l'intérieur du serpentin rapporté à la surface extérieure : Pour cela, on calculera h_{io} pour un tube droit, et par la formule de JESCHKE on calculera celui du serpentin.

Il est à noter que le nombre de Reynolds critique de ce serpentin est $Rec = 7590$.

La section de passage du tube du serpentin est $s = 19,48 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ et le diamètre intérieur $d_i = 15,75 \cdot 10^{-3} \text{ m}$.

Les caractéristiques des phases liquides et gazeuse ainsi que celles de leur écoulement, sont notées dans le tableau suivant .

| CARACTERISTIQUES | PHASE LIQUIDE | PHASE GAZEUSE |
|--|---|--|
| Débit (g (kg/s)) | $7 \cdot 10^{-3}$ | $7 \cdot 10^{-3}$ |
| Masse volumique ρ (kg/m ³) | 943,43 | 1,109 |
| Viscosité dynamique μ (Ns/m ²) | $235,36 \cdot 10^{-6}$ | $13,31 \cdot 10^{-6}$ |
| Conductibilité thermique λ (W/m °C) | 0,685 | 0,0259 |
| Nombre de Prandtl | 1,43 | - |
| Vitesse d'écoulement V(m/s) | 0,04 | 32,402 |
| Nombre de Reynolds Re | 2405 | 4252 1 |
| Nature de l'écoulement | laminaire | turbulent |
| Coefficient de frottement | $f = 64/Re$ 0,026 | $f = 0,079 Re$ 0,006 |
| Coefficient de transfert phase liquide $h_i = \frac{48 \lambda}{11 d_i}$ | $h_i = 190 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ | - |
| Coefficient de Martinelli (X=0,5) $X_{tt} = \left(\frac{\mu g}{\mu g}\right)^{0,1} \left(\frac{1-X}{X}\right)^{0,9} \left(\frac{\rho g}{\rho l}\right)^{0,5}$ | $X_{tt} = 0,046$ | |
| Coefficient de transfert en double phase $h_i = 3,5 X_{tt}^{-0,5} h_i$ | | $h_i = 3100 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ |
| Coefficient de transfert h_{io} $h_{io} = \frac{h_i d_i}{d_o}$ | | $h_{io} = 2563 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ |
| Coefficient de transfert h_{ios} du Serpentin. $h_{ios} = h_{io} \left(1 + 3,54 \frac{d_i}{D_o}\right)$ | | $h_{ios} = 3060 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ |

Calcul de R_t :

$R_t = \frac{C_t}{t}$ est la résistance thermique due à la conduction à travers la paroi du tube du serpentin :

$$R_t = \frac{1,65 \cdot 10^{-3}}{12,04} = 1,37 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ } ^\circ\text{C/W} = 0,137 \text{ m}^2 \text{ } ^\circ\text{C/kW}$$

$$\underline{R_t = 0,137 \text{ m}^2 \text{ } ^\circ\text{C /kW}}$$

- Calcul de h_o :

h_o est le coefficient de transfert due à la désurchauffe de la vapeur -
Connaissant les caractéristiques de la vapeur à 225°C , 16 bars (Elbeis ont été établies pour l'échangeur en U). on calcule le nombre de Reynolds.

$$R_e = \frac{G d_o}{S \mu}$$

S: est la section de l'écoulement libre avant l'obstacle

$$S = \frac{\pi}{4} (D_{ei}^2 - D_{io}^2) = \frac{\pi}{4} (342,9^2 - 273^2) \cdot 10^{-6} = 0,034 \text{ m}^2$$

$$\text{d'où } R_e = \frac{910^{-3} \times 19,0510^{-3}}{17,32 \cdot 10^{-6} \times 0,034} = 291,15 \quad \underline{R_e \approx 291}$$

En utilisant l'équation Hilpert avec $n=0,466$ et $a = 0,615$ on calcule le nombre de Nusselt.

$$N_u = a R_e^n$$

$$\text{d'où } N_u = \frac{h_o d_o}{\lambda} = 0,615 R_e^{0,466}$$

$$h_o = 0,615 \frac{R_e^{0,466}}{d_o}$$

$$h_o = \frac{0,615 \times 0,03527 \times 291,15^{0,466}}{19,05 \cdot 10^{-3}} = 16,02$$

$$\underline{h_o = 16 \cdot 10^{-3} \text{ kW/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

Calcul U_{po} :

$$U_{po} = \left(\frac{1}{h_o} + \frac{1}{h_{io}} + R_t \right)^{-1}$$

$$U_{po} = \left(\frac{1}{16 \cdot 10^{-3}} + 0,137 + \frac{1}{3,06} \right)^{-1} = 16,10^{-3}$$

$$\underline{U_{po} = 16,10^{-3} \text{ kW/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

B/ Calcul de U_{so} :

En estimant la résistance d'encrassement à

$$R_s = 4,10^{-4} \text{ h m}^2 \text{ } ^\circ\text{C} / \text{kcal} = 0,34 \text{ m}^2 \text{ } ^\circ\text{C} / \text{kW}$$

On trouve $U_{so} = \left(\frac{1}{U_{po}} + R_s \right)^{-1}$

$$U_{so} = \left(\frac{1}{16 \cdot 10^{-3}} + 0,34 \right)^{-1} = 15 \cdot 10^{-3}$$

$$\underline{U_{so} = 16,10^{-3} \text{ kW/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

c/ Calcul A₁ :

$$Q_1 = G (H_1 - H_g) = U_{sc} A_1 \Delta t_1 \text{ avec } \Delta t_1 = 103 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$A_1 = \frac{G (H_1 - H_g)}{U_{sc} \Delta t_1}$$

$$A_1 = \frac{910^{-3} (2917,781 - 2793,014)}{16 \cdot 10^{-3} \times 103} = 0,681 \text{ m}^2$$

$$\underline{A_1 = 0,681 \text{ m}^2}$$

$$L_1 = \frac{A_1}{S_e} = \frac{0,681}{0,0598} = 11,394$$

$$\underline{L_1 = 11,394 \text{ m}}$$

3/ Calcul de A₂a. Calcul de U_{po 2} :

h_{io} et R_t étant les mêmes que précédemment, on ne calculera que h_o par l'intermédiaire de l'abaque donnée par Mac Adams. Soit N_t le nombre de tube travaillant à la condensation Supposons $N_t = 3$.

Le tube de chaleur 2 sera $\phi_2 = \frac{Q_2}{N_t \times L_p \times S_e}$

$$\phi = \frac{910^{-3} (2793,014 - 1203,746)}{3 \times 0,965 \times 0,0598} = 82,6 \text{ kW/m}^2 \approx 8,26 \text{ W/cm}^2$$

$$\text{et } \Delta t_t = T_m - T_p$$

avec

$$T_m = 200 \text{ }^\circ\text{C}$$

T_p = la température de paroi

T_p sera donnée par la formule

$$T_p = t_m + \Delta t_{\text{sat}} + \Delta t_{\text{tube}}$$

$$t_m = 120 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_{\text{sat}} = 7,9 \phi^{0,25} e^{-\frac{P}{62,1}}$$

$$\Delta t_{\text{tube}} = \frac{\phi_{\text{et}}}{\lambda_t}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{- On trouve } \Delta t_{\text{sat}} = 12,97 \text{ }^\circ\text{C} \\ \Delta t_{\text{tube}} = 11,32 \text{ }^\circ\text{C} \end{array} \right\} \Rightarrow T_p = 144 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\text{d'où } \Delta t = 200 - 144 = 56 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\text{d'où } N_t D' \Delta t = 3 \times 56 \times 19,05 \cdot 10^{-3} = 3,20 \text{ on prend } 3.$$

En se rapportant à l'abaque on trouve

$$h_o = 25 \text{ 000 kcal/h m}^2 \text{ }^\circ\text{C} = 29,063 \text{ kW/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\text{d'où } U_{po2} = \left(\frac{1}{29,063} + 0,137 + \frac{1}{3,06} \right)^{-1} = 2,007 \quad U_{po2} = 2,007 \text{ kW/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$$

b/ Calcul de U_{SO_2} :

Si $R_s = 0,34 \text{ m}^2\text{°C/kw}$, on aura :

$$U_{SO_2} = \left(0,34 + \frac{1}{2,007}\right)^{-1} = 1,193 \quad U_{SO_2} = 1,193 \text{ kw/m}^2\text{°C}$$

c/ Calcul de A_2 :

$$A_2 = \frac{Q_2}{\Delta t_2 \times U_{SO_2}} = \frac{G(H_g - H_4)}{\Delta t_2 \times U_{SO_2}} \quad \text{avec } \Delta t_2 = 80\text{°C}.$$

$$\text{d'où : } A_2 = \frac{9 \cdot 10^{-3} (2793,014 - 1203,746)}{1,193 \times 80} = 0,150$$

$$\underline{A_2 = 0,150 \text{ m}^2}$$

$$L_2 = \frac{A_2}{S_C} = \frac{0,150}{0,0598} = 2,506$$

$$\underline{L_2 = 2,506 \text{ m}}$$

4/ Calcul de A_3 :

a/ Calcul de U_{pO_3} :

Pour le calcul de U_{pO_3} , il faudra calculer h_{iO} correspondant à l'échauffement de l'eau de 20°C à 120°C.

L'eau s'échauffe de 20°C à 120°C, connaissant les caractéristiques de l'eau à la température moyenne de 70°C, on détermine le nombre de Reynolds

$$R_e = \frac{g d_i}{s \mu} = \frac{7 \cdot 10^{-3} \times 15,75 \cdot 10^{-3}}{19,48 \cdot 10^{-4} \times 4,062 \cdot 10^{-4}} = 139,33$$

$$\underline{R_e = 139}$$

Le régime d'écoulement de l'eau est laminaire d'où :

$$N_u = \frac{h_i d_i}{\lambda} = \frac{48}{11}$$

$$\text{d'où : } h_i = \frac{48 \lambda}{11 d_i}$$

$$h_{io} = \frac{h_i d_i}{d_o} = \frac{48 \lambda}{11 d_o} \implies h_{io} = \frac{48 \times 0,66}{11 \times 19,05 \cdot 10^{-3}} = 151,18$$

$$h_{ios} = h_{io} \left(1 + \frac{3,54 \times 16,75}{288}\right) = 180,45$$

$$\underline{h_{io} = 180 \cdot 10^{-3} \text{ kw/m}^2 \cdot \text{°C}}$$

$$\text{d'où } U_{p03} = \left(\frac{1}{180 \cdot 10^{-3}} + 0,137 + \frac{1}{29,063}\right)^{-1} = 0,175.$$

$$\underline{U_{p03} = 175 \cdot 10^{-3} \text{ kw/m}^2 \cdot \text{°C}}$$

b/ Calcul de U_{S03} :

$$\text{Si } R_s = 0,34 \text{ m}^2 \cdot \text{°C/kw}$$

$$U_{S03} = \left(\frac{1}{175 \cdot 10^{-3}} + 0,34\right)^{-1} = 165$$

$$\underline{U_{S03} = 165 \cdot 10^{-3} \text{ kw/m}^2 \cdot \text{°C}}$$

c/ Calcul de A_3 :

$$A_3 = \frac{Q_3}{\Delta t_3 U_{S03}} = \frac{G(H_4 - H_2)}{\Delta t_3 U_{S03}} \quad \text{avec } \Delta t_3 = 123 \cdot \text{°C}.$$

$$A_3 = \frac{910^{-3} (1203,745 - 854,107)}{123 \times 165 \cdot 10^{-3}} = 0,155$$

$$\underline{A_3 = 155 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2}$$

$$L_3 = \frac{A_3}{S_c} = \frac{0,155}{0,0598} = 2,593$$

$$\underline{L_3 = 2,593 \text{ m}}$$

5/ Surface globale d'échange :

$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

$$A = 155 \cdot 10^{-3} + 150 \cdot 10^{-3} + 681 \cdot 10^{-3} = 986 \cdot 10^{-3}$$

$$\underline{A = 986 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2}$$

6/ Longueur du tube du serpentin :

$$L = \frac{A}{S_c} = \frac{986 \cdot 10^{-3}}{0,0598} = 16,488$$

$$\underline{L = 16,488}$$

7/ Nombre de spires du serpentin :

$$N_s = \frac{L}{10} = 17,086$$

$$\underline{N_s = 17 \text{ spires}}$$

Pertes de charges relatives à l'échangeur hélicoïdalI - Perte de charge à l'extérieur de tubes :

Soit ΔP_T , la perte de charge relative à l'écoulement perpendiculaire au faisceau de tubes.

En utilisant la vitesse massique transversale G_T définie par Donohue en transfert de chaleur, le régime de l'écoulement transversal sera caractérisé par le nombre de Reynolds

$$R_{eT} = \frac{d_o G_T}{\mu}$$

(Dans notre cas et pour le serpentín, l'écoulement étant tout entier transversal).

Le coefficient de friction f_T est exprimé en fonction du régime par l'une des deux équations suivantes, où p désigne le pas des tubes

- Régime laminaire $f_T = \frac{30 d_o}{(p \cdot d_o) R_{eT}}$

- Régime turbulent $f_T = 1,50 \left(\frac{d_o}{(p \cdot d_o) R_{eT}} \right)^{0,2}$

Le courant transversal rencontre N rangées horizontales de tubes .

La perte de charge est alors donnée par l'équation de Fanning modifiée :

$$\Delta P_T = \frac{N f_T G_T^2}{\rho}$$

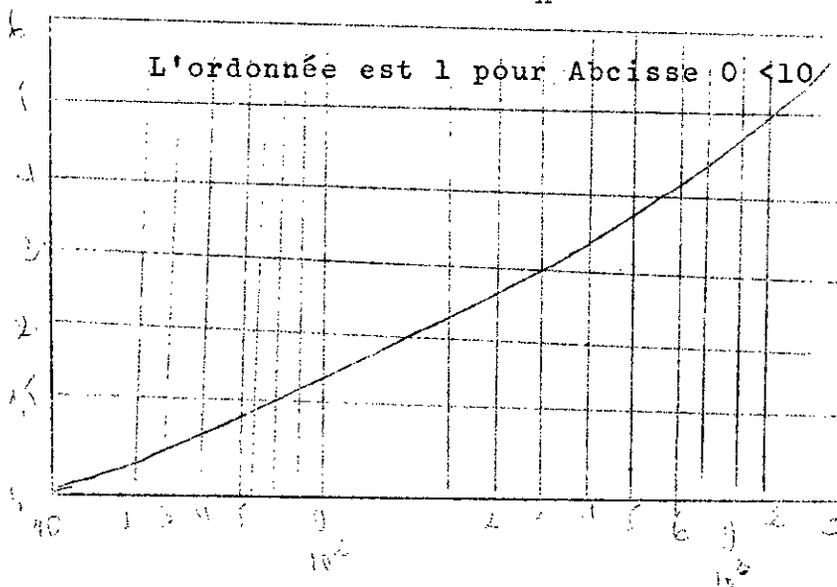
II - Coefficient de frottement à l'intérieur du serpentin :

Afin d'évaluer le frottement de fluides se déplaçant en mouvement laminaire à travers un serpentin, Drew a établi un abaque (que présente Mc Adams dans son livre) qui donne le rapport du coefficient d'une canalisation gauche par le coefficient de frottement d'une canalisation droite en fonction de :

$$R_e \sqrt{\frac{D}{D_H}}$$

D : diamètre intérieur de la conduite.

D_H : diamètre hydraulique.



Remarque : Si le coefficient de frottement $(\frac{dV}{\mu}) \sqrt{\frac{D}{D_n}}$

à l'intérieur du serpentin est inférieur à 0,009 l'écoulement est turbulent, on visqueux.

III - Calcul des pertes de charge

1. A l'intérieur du serpentin :

a/ Perte de charge pour l'écoulement en double phase : (ébullition)

La perte de charge pour l'écoulement en double phase est donnée par la formule :

$$(\Delta P)_{DP} = \left(\frac{dP}{dz}\right)_{SP} z \phi_o^2$$

ϕ_o^2 est un coefficient qu'on détermine en fonction de la qualité et la pression. ϕ_o^2 a été déterminé pour l'étude des pertes de charge pour l'échangeur en U, on a :

$$\phi_o^2 = 290$$

z : est la longueur d'ébullition

$\left(\frac{dP}{dz}\right)_{SP}$: est le gradient de pression en simple phase liquide

il est donné par la formule $\left(\frac{dP}{dz}\right)_{SP} = \frac{f \rho V^2}{2 d_i}$

Connaissant le coefficient de frottement f_d pour un tuyau droit ($f_d = \frac{64}{Re}$, le régime d'écoulement étant laminaire), on calcule le coefficient de frottement f de la simple phase liquide à l'intérieur du serpentin, en utilisant l'abaque de Drew.

On trouve $f = 5,5 f_d$ pour $f_d = 0,026$.

$$f = 5,5 \times 0,026 = 0,143$$

On a alors :

$$\left(\frac{dP}{dz}\right)_{SP} = \frac{2 \times 0,143 \times 943,43 \times 0,04^2}{2 \cdot 15,75 \cdot 10^{-3}} = \frac{27,41}{4} = 6,85$$

La longueur d'ébullition étant : $z = 13,9$ m, on trouve :

$$(\Delta P)_{DP} = \frac{27,41}{4} \times 13,9 \times 290 = \frac{1,105 \cdot 10^5}{4} \text{ Pa.}$$

$$= 0,28 \cdot 10^5 \text{ Pa.} \quad (\Delta P)_{DP} = \underline{\underline{\frac{0,28 \text{ bar}}{4}}}$$

b/ Perte de charge pour l'écoulement en simple phase liquide :
(Rechauffe).

La perte de charge correspondant à l'écoulement en simple phase liquide à l'intérieur du serpentin est donnée par la formule de Fanning.

$$(\Delta P)_{SP} = f \frac{G^2 L}{\rho d_i}$$

G : est la vitesse masse $G = \rho v$

d_i : est le diamètre intérieur de la conduite.

$$(\Delta P)_{SP} = f \frac{\rho v^2 L}{d_i}$$

L : la longueur de la conduite

($L = 2,593$ m).

f : le coefficient de frottement déterminé précédemment ($f = 0,143$).

d'où :

$$(\Delta P)_{SP} = \frac{0,143 \times 943,43 \times 0,04^2 \times 2,593}{15,75 \cdot 10^{-3}} = 35,54 \text{ Pa.}$$

$$\underline{\underline{(\Delta P)_{SP} = 35 \cdot 10^{-5} \text{ bar}}}$$

Remarque : Les spires du serpentin étant considérées presque comme horizontale, les pertes de charges par gravité et accélération sont négligées.

c/ Perte de charge totale :

$$\Delta P = (\Delta P)_{DP} + (\Delta P)_{SP} \quad \Delta P = \frac{110489,71}{4} + 35,54 = \frac{110525,25}{4} \text{ Pa.}$$

$$\underline{\underline{\Delta P \approx 0,28 \text{ bar.}}}$$

2/ A l'extérieur du serpentina/ Perte de charge pour l'écoulement en simple phase gazeuse (desurchauffe)

Le nombre de Reynolds caractérisant l'écoulement étant de $R_e = 291$, l'abaque donnée par Esber I. Shahéen donne le coefficient de frottement pour un écoulement transversal à un tube isolé, en fonction de R_e .

On trouve : $f/2 = 0,7 \implies f = 1,4$

Le nombre de tube travaillant à la desurchauffe est de $N = 12$.

La perte de charge sera alors :

$$(\Delta P)_{SP} = \frac{N f G^2}{\rho} \quad G ; \text{ est la vitesse massique } \quad G = \rho V$$

$$(\Delta P)_{SP} = \frac{12 \times 1,43 \times (9 \cdot 10^{-3})^2}{(0,034)^4 \times 7,3772} = 0,162 \quad (\Delta P)_{SP} = 0,162 \cdot 10^{-5} \text{ bar}$$

b/ Perte de charge pour l'écoulement en double phase (condensation)

- Nombre de Reynolds :

$$R_{eT} = \frac{910^{-3} \times 19,0510^{-3}}{0,034 \times 129,2 \cdot 10^{-6}} = 36,23$$

- Le régime étant laminaire :

$$f_T = \frac{30 \times 19,05}{(25,4 - 19,05) \times 36,23} = 2,48$$

Le nombre de tube travaillant à la condensation est $N = 5$
la perte de charge sera :

$$(\Delta P)_{DP} = \frac{5 \times 2,48 \times (9 \cdot 10^{-3})^2}{(0,034)^2 \times 864,7} = 110^{-3} \text{ Bar.}$$

b/ Perte de charge totale

$$\Delta P = (\Delta P)_{DP} + (\Delta P)_{SP} = 0,162 \cdot 10^{-5} \text{ bar.}$$

On remarque que les pertes de charge à l'extérieur du serpentin sont très petites varient négligeables.

CHOIX DE L'ECHANGEUR

Choisir un échangeur par rapport à un autre, revient à faire une analyse des **principaux** paramètres qui sont :

- A) Les pertes de pression, le Coefficient de transfert de chaleur dont dépend la surface d'échange : si ou à un bon Coefficient, la surface est réduite et inversement .
- B) La construction, (matière utilisée au inoxydable, difficulté de réalisation, prix de revient).

Pour la partie (A) les pertes de pression augmentent dans le temps le coefficient de transfert de chaleur J diminue. Puisque nous avons les **même** fluides et les mêmes conditions " d'entrée et de sortie " dans les échangeurs. Nous allons considérer uniquement les coefficients d'échange et les pertes de pression calculés.

Pour la partie (B) nous allons raisonner en ce qui concerne le prix de revient, en surface d'échange donc en longueur de tuyauterie; (Les devis A_1 et A_2 sont calculés en fonction de la longueur de tuyauterie ; puisque les coûts de main-d'oeuvre et de réalisations ne rentrent pas en ligne de compte).

D'après le tableau ci-après, nous déduisons que l'échangeur en double tube est le plus convenable.

| | Echangeur en double tube. | Echangeur spirale |
|---------------------------------|------------------------------|---------------------------------|
| Coefficient de transfert global | 6/6 kcal/h m ² °C | 105 kcal/h m ² °C |
| Pertes de charge | 0,278 bars | 0,283 bars |
| Surfaces d'échange | 0,168 m ² | 0,986 m ² |
| Devis de réalisation | A ₁ | A ₂ > A ₁ |

CONCLUSION :

Cette étude a été particulièrement difficile vu les problèmes d'ordre théorique auxquels nous avons été confrontés les phénomènes physiques (ébullition, condensation) rencontrés sont mal connus, on ne s'est intéressé à ces phénomènes que pendant ces dernières décennies (cela étant dû à l'événement des réacteurs nucléaires et au développement de l'industrie pétrochimique). Dans son livre " transmission de chaleur ", René Gibert écrit; "étude de l'ébullition s'avère extrêmement compliquée et il n'est pas possible dans l'état actuel de nos connaissances d'en donner une théorie même approximative. L'analyse que l'on peut faire du mécanisme de l'ébullition est très grossière et très incomplète, et tout ce que l'on peut en tirer ce sont les indications sur les variables sans dimensions que l'on peut tenter d'utiliser dans des formules empiriques " GREGORIG écrit dans son livre "Echangeurs de chaleur " "l'étude de la transmission de chaleur d'une vapeur qui se condense à un gaz n'a jamais été traitée .

On connaît par contre les travaux de SCHULTE. VIETING et GROSSMAN relatifs à la cession de chaleur d'une vapeur qui se condense à un liquide . Mais il est impossible de tirer des recherches de ces auteurs des lois générales de transmission de chaleur " .

Dans son livre " Heat transmission", Mc Adams regroupe toutes les formules empiriques établies par les différents chercheurs en précisant les conditions d'expériences.

Ainsi pour cette étude, nous avons dû sélectionner les formules qui se rapprochent le plus de la réalité et qui sont en concordance avec les résultats expérimentaux. Elle est par conséquent plus qualitative que quantitative.

Pour pouvoir évaluer les résultats nous avons été amenés à faire des approximations qui ne sont pas toujours proches de la réalité mais qui ne sont pas moins les plus adaptées à notre étude, ainsi il se pourrait par exemple qu'on n'ait pas de la vapeur saturée à la sortie mais plutôt un écoulement en brouillard car on a supposé que l'échange de chaleur entre les fluides se fait intégralement, ce qui n'est bien sûr pas tout à fait vrai.

(conséquence de ce qu'on ignore l'évolution de la condensation)
sans toutefois être très optimiste cette étude devrait néanmoins donner
des résultats qui seront dans le domaine de l'acceptable.

Bien évidemment, seule la réalisation du modèle réduit peut permettre
d'évaluer correctement les différents phénomènes abordés et de leur donner
leur aspect réel.

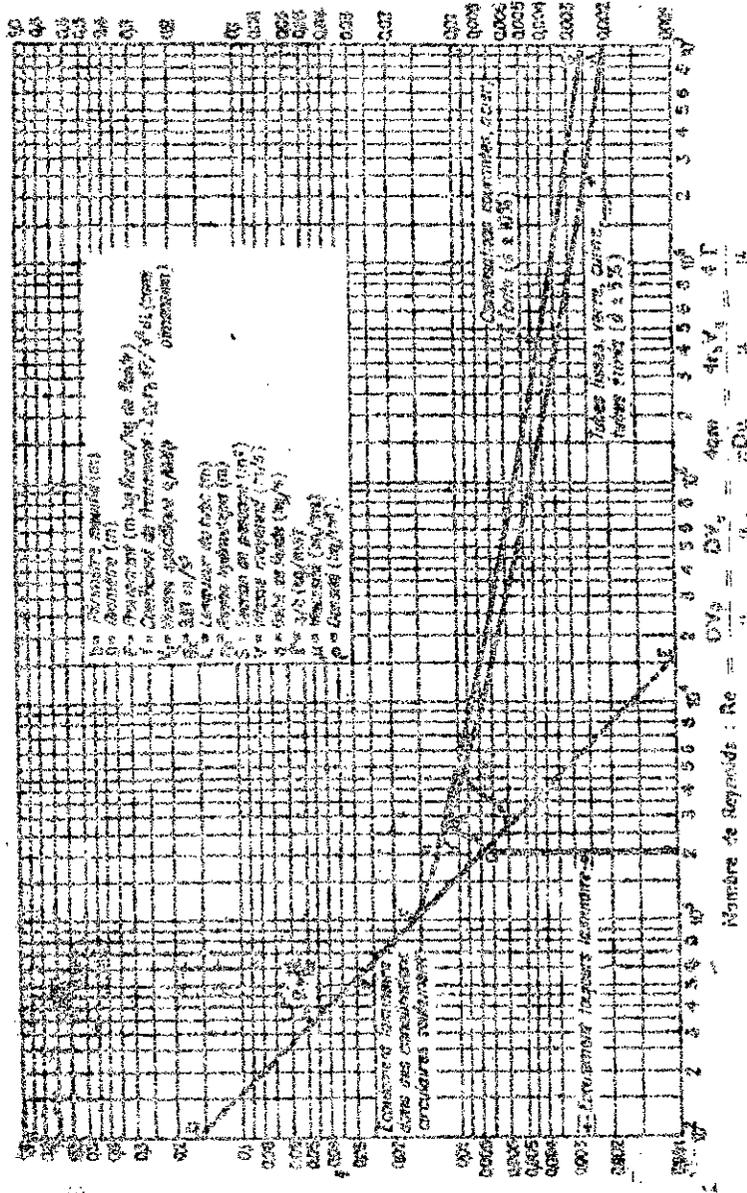
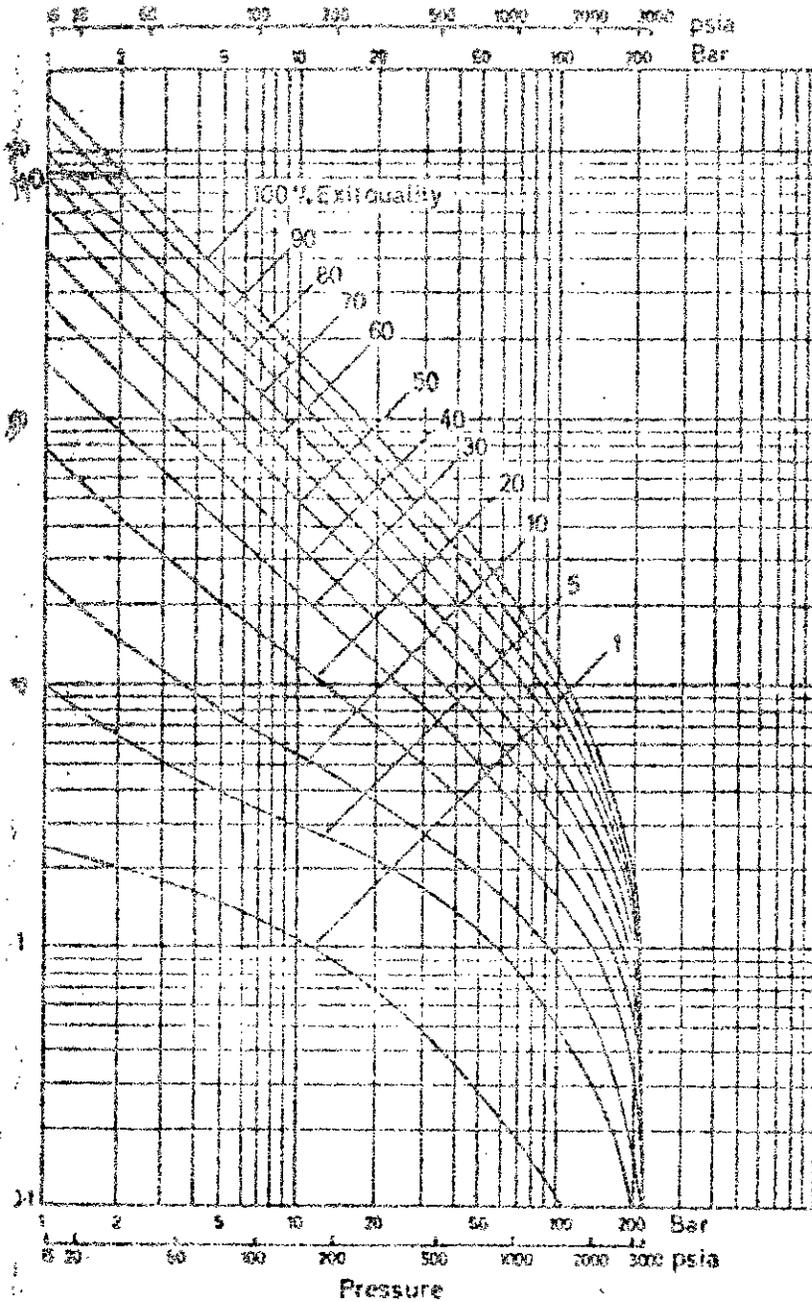


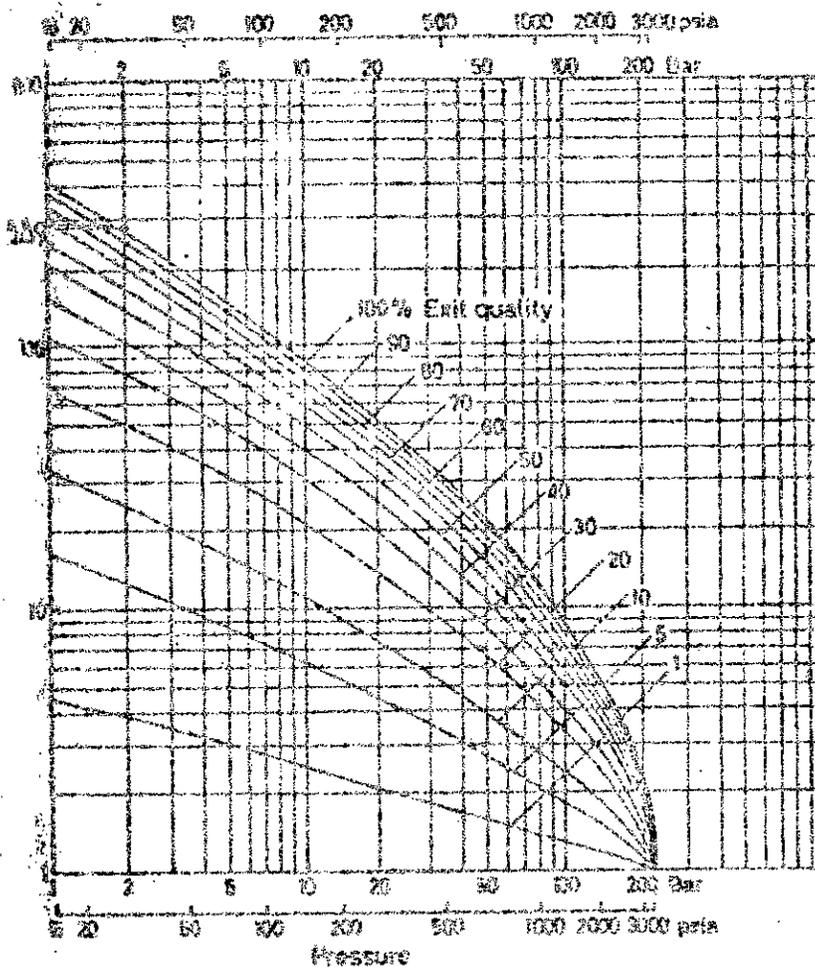
Fig. 6-11. — Coefficients de frottement pour l'écoulement isotherme de fluides obéissant à la loi de Poiseuille dans des canalisations ayant deux états de surface différents. On prendra $f = 0,025$ pour un écoulement turbulent et un très grand nombre des dimensions moyennes des aspérités au diamètre de la canalisation.

Table 6 - Acceleration Formulas

R₂



Multiplier r_2 as a Function of Pressure for Various Exit Qualities Steam-Water (Martinielli-Nelson)



α as a Function of Quality and Absolute Pressure Steam-Water
(Martelli-Nelson)

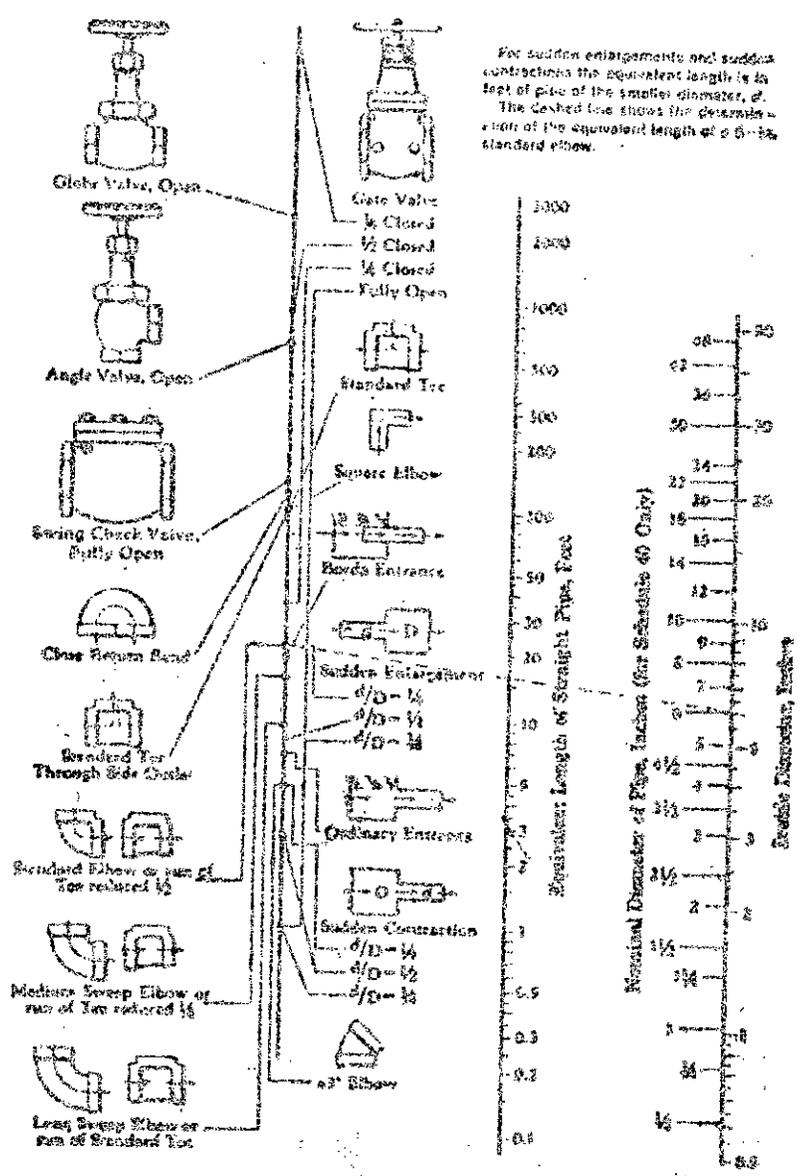


Figure 18-25. RESISTANCE DES VALVES ET DES RACCORDS
(Par autorisation de Crane Company)

I. Généralités sur les réacteurs nucléaires..

I.1. Principe d'un réacteur

I.2. Classification des réacteurs

I.3. Schémas synoptiques de réacteurs nucléaires

I.4. Différentes filières de réacteurs nucléaires.

II. Physique des réacteurs

II.1. Intéraction entre particules.

- Dispersion élastique
- Dispersion inélastique
- Réaction d'absorption : capture; fission.

II.1.A. Définition de la fission

II.1.B. Matériaux fissiles

II.1.C. Exemple de fission

II.1.D. Energie de fission

II.1.E. Produits de fission

II.1.F. Section efficace - section efficace de fission

II.1.G. Fission en chaîne

II.2. Modération

II.3. Bilan neutronique . Eléments de la théorie de diffusion

II.3.A. Introduction

II.3.B. Equation de conservation des neutrons

II.3.C. Théorie du transport

II.3.D. Détermination des fuites

II.3.E. Perte par absorption.

TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONDUCTION :

- I Conduction par une couche solide infiniment mince :
- II Equation générale de la conduction :
- III Application : Répartition des températures dans les éléments combustibles :
 - 1 Eléments en plaque
 - 2 Eléments en barreaux
 - a/ barreau plein
 - b/ barreau creux
 - c/ Cas d'une gaine de combustible
- IV Intégrale de conductivité :
- V Résistance de contact :

CONVECTION FORCEE POUR UN FLUIDE MONOPHASIQUE

Introduction : Mécanisme de la convection :

- I Les régimes d'écoulement :
 - 1 Etude de l'écoulement laminaire
 - a/ Distribution des vitesses dans un tube cylindrique :
 - 2 Etude de l'écoulement turbulent :
 - a/ Contrainte tangentielle de turbulence :
 - b/ Théorie de la longueur du mélange de Prandtl :
 - c/ Distribution radiale de la contrainte :
 - d/ Distribution des vitesses moyennes dans un tube lisse en régime turbulent :
 - e/ Modèle de Prandtl :
 - f/ Modèle de Von Karman :

g/ Calcul de l'épaisseur de la couche limite laminaire :

h/ Calcul de la vitesse débitante : U_q

i/ Modèle de frottement en régime turbulent :

j/ Modèle de frottement en régime turbulent dans les tuyaux rugueux :

3. Canaux à sections non circulaire :

II Définition du coefficient de transfert de chaleur en convection forcée :

1. Mécanisme de la convection forcée :

2. Coefficient de convection en régime laminaire dans un tube :

a/ Calcul de la température moyenne :

3. Coefficient de convection en régime turbulent :

4. Signification et interprétation des nombres sans dimensions :

a/ Nombre de Nusselt :

b/ Nombre de Prandtl :

c/ Nombre de Margoullis :

ECOULEMENTS -

- Equations fondamentales d'écoulement en fluide compressible .

I. Conservation de la masse (continuité).

II. Equation dynamique

III. Conservation de l'énergie.

- Ecoulement en double phase .

✱ Etude physique de l'ébullition

✱ Ebullition

✱ Evolution de l'ébullition.

✱ Calcul d'un écoulement en D.P.

✱ Relations entre X et α

✱ Courbes caractéristiques

✱ Equations fondamentales

✱ Transfert de chaleur en D.P.

✱ Crise d'ébullition

✱ Caractéristique d'un canal en D.P.

✱ Débit critique en D.P.

Etude Thermique d'un canal de réacteur nucléaire

I. Distribution de puissance dans un coeur de reacteur uniformément chargé :

et non perturbé en régime permanent :

1 Elément en plaques :

2 Cas d'un barreau cylindrique :

a/ Puissance totale du canal:

b/ Puissance linéique moyenne :

c/ Facteur d'aplatissement axiale :

II. Evolution de la température du fluide caloporteur :

III. Evolution de la température dans la gaine :

IV. Evolution de la température au coeur de l'uranium :

V. Perte de charge aux bornes du canal de réacteur :

VI. Puissance de pompage aux bornes du canal de réacteur :

Etude thermique d'un échangeur de chaleur :

I Coefficient de transfert global U

1 Position du problème :

2 Cas d'une conduite calorifugée véhiculant un fluide chaud

3. Coefficient de transfert global U dans le cas d'un tube d'échangeur (nul)

a/ Coefficient de transfert de chaleur global propose U_p et sale U_s .

b/ Résistance l'encrassement :

II Etude des échangeurs :

1 Introduction :

2 Etude d'un échange thermique à courants antiméthodiques :

- a/ Calcul des températures :
 - b/ Chaleur échangée en fonction des surfaces :
 - c/ Différence de température logarithmique moyenne : DTLM
 - d/ Nombre d'unités de transfert et efficacité d'un échangeur :
- 3/ - Etude d'un échange thermique à courant méthodique =

- a/ Calcul des températures :
- b/ Chaleur échangée on fonction de la surface :
- c/ Différence de température logarithmique moyenne DTLM :
- d/ Varation des températures de sortie des fluides en ft de la surface :

t_2 en ft de A

T_2 en ft de A

Représentation graphique :

- e/ Nombre d'unité de transfert et efficacité des appareils à contre courant :

- 4/ Comparaison des 2 modes de circulation : co-courant et contre courant:

1 - Etude thermique de la cuve

2 - Calcul des échangeurs : - échangeur à contre-courant (double-tube)

- échangeur en Spirale.

3 - Choix de l'échangeur.

D. Conclusion .

BIBLIOGRAPHIE

| AUTEURS | TITRE | MAISON D'EDITION | ANNE |
|-------------------------|---|--|---------------|
| B. BENYUCEF | La fission nucléaire | Thèse de fin d'études E.N.P. | 1975 |
| S. BOUZAR, S. MAKHLOUFI | Etude d'un réacteur à eau bouillante | Thèse de fin d'études E.N.I.T.A. | 1977 |
| R.D. DEVANS | Le noyau atomique | D.U.N.O.D. | 1961 |
| ESBER I. Shahee | Technologie d'engineering du G.N.L (fasicule 16) Transfert de chaleur et échangeur de chaleur. | Institute of Gas Technology | 1974 |
| R. GIBERT | Génie chimique (Tome II) | Eyrolles Paris | 1963 |
| S. Glasstone, A.SESONKE | Nuclear Reactor Engineering | VAN NOSTRAND REINHOLD COMPANY | 1967 |
| E. LODED | Téoria de Reactores y elementos de Ingeniera nuclear | | 1958 |
| R. GREGORIG | Echangeurs de chaleur | Librairie polytechnique Beranger | 1965 |
| T. Kasher; M. GAUZIT | Physique et calcul des réacteurs nucléaires | D.U.N.O.D | 1957 |
| J. LACHNITT | La mécanique des fluides | que sais-je ? n°1054 | 1963 |
| Mc WAMS | Transmission de chaleur | D.U.N.O.D. | 1965 |
| H.E.RASE, M.H. BARRAW | Project Engineering of process plants | John Wiley and sons | 1957 |
| B. JAMIN | Résolution graphique des problèmes de transfert thermique | Revue de l'Institut français du pétrole. | XXIII Setp 68 |

| | | | |
|---------------|---|------------------------------------|------|
| II. RAZNJEVIC | Tables et diagrammes thermodynamiques | Eyrolles | 1970 |
| J.C. ROUSSEAU | Cours de thermohydraulique appliquée aux réacteurs | C.S.T.N. | 1974 |
| A. SOIRIAUX | Eléments de physique nucléaire et subnucléaire | I.N.S.T.N. | 1976 |
| P. WIITHIER | Raffinage et génie chimique | Technip | 1965 |
| LEMASSON | Eléments de construction à l'usage de l'Ingénieur Tome IX | DUNOD | 1970 |
| EL-WAKIL | Nuclear heat transport | International text book company | 1971 |

