

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la recherche scientifique

Ecole Nationale Polytechnique  
Département de Génie Civil  
Unité de Recherche en Ingénierie et Environnement

**URIE**

# Thèse de Doctorat en Sciences

Option : Matériaux

Présentée par

**Kaddour MOUATTAH**

Ingénieur d'état en Génie Civil de l'Ecole Nationale Polytechnique  
Magister en Matériaux de l'Ecole Nationale Polytechnique

**Intitulée**

## **Comportement mécanique des matériaux et structures en élastoplasticité cyclique**

Soutenue publiquement le 08 / 04 / 2014 devant le jury composé de :

<b>KETTAB</b>	<b>Ratiba</b>	<b>Prof. ENP</b>	<b>Présidente</b>
<b>BALI</b>	<b>Abderrahim</b>	<b>Prof. ENP</b>	<b>Directeur de thèse</b>
<b>HANNACHI</b>	<b>Naceur Eddine</b>	<b>Prof. UMMTO</b>	<b>Examineur</b>
<b>BOUHICHA</b>	<b>Mohamed</b>	<b>Prof. DGRSDT</b>	<b>Examineur</b>
<b>KENAI</b>	<b>Said</b>	<b>Prof. U. Blida</b>	<b>Examineur</b>
<b>ALLAOUI</b>	<b>Omar</b>	<b>MCA U. Laghouat</b>	<b>Examineur</b>

ENP 2014



## Remerciements

De prime abord, je tiens à remercier mon directeur de thèse le Professeur Bali A. de l'ENP d'avoir eu l'amabilité et la patience de diriger cette thèse et de m'avoir témoigné une confiance infaillible tout au long de mon parcours du magister jusqu'au doctorat.

Qu'il trouve, ici, mon sentiment de gratitude et de reconnaissance le plus sincère.

Mes remerciements vont également, bien entendu, au Pr. Taleb L. pour m'avoir accueilli au sein de son laboratoire (LMR : Laboratoire de Mécanique de Rouen) et de m'avoir guidé et prodigué ses conseils quant au déroulement de la thèse.

Je remercie vivement Mme la<sup>\*</sup> Pr. Kettab R. de l'ENP qui a accepté, volontiers, de me faire l'honneur de présider ce jury de soutenance.

A Messieurs : le Pr. Hannachi N. de l'Université de Tizi-OUzou, le Pr. Bouhicha M. de la DGRSDT et le Pr. Kennai S. de l'Université de Blida ainsi qu'à M. Allaoui O. MCA à l'Université de Laghouat, à qui incombe la lourde tâche d'examiner cette thèse, j'adresse mes remerciements les plus profonds pour la disponibilité qu'ils ont manifestée.

Je ne saurais remercier tous les membres de ma famille ainsi que mes collègues qui ont été constamment à mes côtés pour mener à terme ce travail en dépit des difficultés.

---

<sup>\*</sup>En principe ça se dit !

<b>Introduction générale</b>	<b>01</b>
<b>Chapitre I Synthèse bibliographique</b>	<b>04</b>
I-1 Introduction	04
I-2 La théorie de la plasticité indépendante du temps	05
I-2-1 La limite d'élasticité	10
I-2-2 L'écroutissement	11
I-2-3 L'effet Bauschinger	13
I-3 Recuit	14
I-4 Effet Portevin-Le Chatelier	15
I-5 L'effet de la température	16
I-6 Effet de la vitesse de déformation	16
I-7 Modélisation du comportement uniaxial	17
I-8 Plasticité tridimensionnelle	20
I-8-1 Surface de charge	20
I-8-2 Détermination expérimentale de la surface de charge	23
I-8-3 L'écroutissement	25
I-9 Modélisation incrémentale	25
I-9-1 Concepts de base	25
I-10 Rochet uniaxial	29
I-10-1 Essais cycliques à contraintes imposées	29
I-10-2 Essais à déformations imposées	30
I-10-3 Effet de la vitesse de déformation	33
I-10-4 Effet de la température	33
I-10-5 Effet de l'histoire de chargement	34
I-11 Le rochet multiaxial	34
I-11-1 Surécrouissage dû aux chargements non-proportionnels	34
I-11-2 Effet de la forme du trajet de chargement	37
I-11-3 Influence de l'amplitude de la déformation imposée et de son histoire	37
I-12 Le rochet structural	38
I-12-1 Les tubes de l'INSA	38
I-12-2 Structure 'VINIL'	40
I-12-3 Structure 'trois barres'	40
I-12-4 Structure 'bitube'	41

I-12-5 structure 'en Y'	42
I-12-6 Tuyauterie droite	43
I-13 Conclusion	44
<b>Chapitre II Méthodes de calcul en plasticité cyclique</b>	
II-1 Méthodes simplifiées de prévision de l'état limite	45
II-1-1 Méthodes basées sur l'analyse élastique	46
II-1-1-1 Théorèmes d'analyse limite	46
II-1-1-1-1 Théorèmes standard	46
II-1-1-1-2 Théorème de la borne inférieure	46
II-1-1-1-3 Théorème de la borne supérieure	47
II-1-1-2 Théorèmes d'adaptation	47
II-1-1-2-1 Théorème quasi-statique	48
II-1-1-2-2 Théorème cinématique	49
II-1-1-2-3 Extension de Ponter	50
II-1-2 Méthodes simplifiées	50
II-1-2-1 Règle des 3 Sm	50
II-1-2-2 Méthode de ZAC	50
II-1-2-3 Le diagramme d'interaction de Ponter	52
II-1-2-4 Diagramme de Bree	52
II-1-2-5 Règle d'efficacité	53
II-1-3 Méthodes simplifiées basées sur une analyse élastoplastique	55
II-1-3-1 Méthode de Gatt	56
II-1-3-2 La méthode japonaise	57
II-1-3-3 Méthode de Taleb	58

# Tables des matières

---

II-1-4 Remarques générales sur les méthodes simplifiées	60
<b>II-2 Approche numérique incrémentale</b>	<b>61</b>
II-2-1 Introduction	61
II-2-2 démarche phénoménologique	61
II-2-3 Ecrouissage isotrope	62
II-2-4 Ecrouissage cinématique	62
a- Modèle de Prager	62
b- Le modèle d'Armstrong-Frederick	63
c- modèle de Burllet et Cailletaud	65
d- Modèle de Chaboche	65
e- Modèle d'Ohno-Wang	65
f- Modèle de MacDowell	68
g- Modèle de Dunji et al	68
h- Modèle de Jiang-Sehitoglu	68
i- Modèle de Voyiadjis-Basuro	69
j- Le modèle de Taheri	69
k- Modèle de Bari et Hassan	70
II-2-5 Démarche micro-macro	71
<b>Chapitre III Structures, matériaux et procédures</b>	
III-1 Description de la structure bitube	74
III-2 Histoire de chargement	75
III-3 Présentation des essais uniaxiaux	78
II-3-1 Introduction	78
III-3-2 Essai cyclique sous contraintes imposées	80
III-3-2-1 Matériaux, éprouvette et dispositif d'essai	80

III-3-2-2 Description des essais réalisés	85
<b>Chapitre IV</b>	<b>Résultats et discussions</b>
IV-1 Maillage du bitube	88
IV-2 Modèles utilisés	88
IV-3 Identification des paramètres des matériaux	95
IV-3-1 Modèle de l'écrouissage isotrope	92
IV-3-2 Modèle cinématique linéaire de Prager	93
IV-3-3 Modèle élastoplastique de Chaboche	94
IV-3-4 Modèle de Taheri	94
IV-3-5 Modèle de Chaboche élastoviscoplastique	94
IV-4 Analyse numérique et résultats	98
IV-4-1 Sensibilité des calculs vis-à-vis du choix de l'élément fini	100
IV-4-2 Résultats pour les cycles ultérieurs	103
IV-5 Résultats des essais uniaxiaux	109
IV-5-1 Analyse des sources responsables de l'évolution cyclique de la déformation	111
IV-5-1-1 Contribution du phénomène de fluage	111
IV-5-1-2 Contribution du mode de pilotage	112
IV-5-1-3 Contribution du phénomène d'endommagement	113
IV-5-2 Analyse de l'évolution cyclique des écrouissages isotrope et cinématique	117
IV-5-3 Discussions des résultats des autres essais	118
IV-5-3-1 Acier SS 304L	118
IV-5-3-2 L'acier XC18	121
IV-5-3-3 Alliages AU4G2024 et CuZn27	122

**Conclusion générale et perspectives**

**123**

**Références bibliographiques**

يهدف هذا العمل إلى دراسة المرونة و اللدونة الدورية في المواد و المنشآت. سوف نقوم ببحث ببيوغرافي حول هذه المسألة من حيث الجانب التطبيقي و الجانب العددي.

تسعى الدراسة، إذن، إلى فحص مدى قدرة و كفاءة مجموعة من النماذج في تمثيل ظاهرة التشوه اللدن التدريجي في منشأة تدعى "الأنبوب المزدوج". تسمى هذه الظاهرة، عادة، "التأثير التراكمي في المنشآت" في مقابل "التأثير التراكمي على مستوى المادة". أثبتنا أن النماذج المدروسة تبالغ في تقدير إجابة المنشأة و لكن نموذج طاهري هو الأفضل في هذا التقدير. من جانب آخر، تم وضع "التأثير التراكمي" وحيد الاتجاه على المحك و ذلك من خلال دراسة تصرفات بعض المواد المعدنية إزاء إجهاد متناوب شد-ضغط. و قد تم إثبات أن هناك تأثيرات أخرى يجب أن تؤخذ في الحسبان من أجل إدراك أفضل لظاهرة التشوه التدريجي و هي: طريقة تطبيق الجهود إلى جانب التضرر و التشوه المستمر في الزمن. و عليه فإنه في سبيل تمثيل أكمل ينبغي تبني نماذج تأخذ بعين الاعتبار اللزوجة.

**الكلمات المفتاحية:** اللدونة الدورية، التأثير التراكمي، تصلب حركي، طريقة تطبيق الجهود، التشوه المستمر في الزمن، التضرر.

## Résumé

Ce travail s'intéresse à l'étude de l'élastoplasticité cyclique des matériaux et des structures. Il s'agit tout d'abord d'une étude bibliographique regroupant les aspects expérimentaux entrant en jeu dans les problèmes cycliques qui couvrent un large éventail de domaines et les aspects numériques traitant de ces problèmes.

Le travail consiste en l'examen de l'aptitude de certains modèles élastoplastiques et élastoviscoplastiques à simuler correctement le phénomène de l'accumulation de la déformation plastique dans une structure appelée « bitube » soumise à un chargement thermomécanique. Ce phénomène est, communément, appelé « rochet structural » par opposition au « rochet matériel » ayant lieu à l'échelle du matériau. Les modèles étudiés surestiment, tous, la réponse de la structure mais le modèle de Taheri semble le mieux à approcher cette réponse. Le second volet de l'étude met en question la notion de rochet uniaxial par l'examen de la réponse d'un certain nombre de matériaux métalliques vis-à-vis d'un cyclage à contrainte imposée en traction-compression. Il est montré clairement que d'autres effets doivent être pris en compte pour mieux comprendre l'origine de la déformation progressive à savoir : le fluage, le mode de pilotage et l'endommagement. Une simulation à l'aide de modèles élastoviscoplastiques est, alors, envisagée pour mettre à l'épreuve les modèles existants.

**Mots-clés :** Plasticité cyclique, rochet, écrouissage cinématique, mode de pilotage, fluage, endommagement.

## Abstract

This work is concerned with the study of cyclic elastoplasticity of structures and materials. It aims, firstly, to achieve a bibliographical study on the experimental and numerical aspects related to the cyclic problems. One examines, in this work, the capability of certain elastoplastic models to well predicting the phenomenon of the accumulation of plastic deformation which takes place in a structure called « bitube » submitted to a cyclic thermomechanical loading. This phenomenon is, usually, called « structural ratchet » in opposition to « material ratchet ». The examined models overestimate the response of the structure but Taheri model seems to be the best in simulating it. On the other hand, this study questioned the notion of « uniaxial ratchet » by examining the behavior of some metallic materials submitted to a cyclic loading under stress control (uniaxial tension-compression). It is, clearly, proved, that other effects such as creep, control mode and damage must be taken into account to better understanding the sources of the accumulation of plastic deformation. Hence, elastoviscoplastic models should be used to improve the simulation.

**Keywords :** Cyclic plasticity, ratchet, kinematic hardening, control mode, creep, damage.

# Introduction générale

# Introduction générale

---

Les structures industrielles (centrales électriques et nucléaires), les pièces mécaniques automobiles (culasses par exemple), les chemins de fer ou même les chaussées subissent pendant leurs durées de vie des actions d'origine mécaniques, thermiques ou combinées qui sont loin d'être simples.

Ainsi, à côté des efforts de service auxquels ils sont soumis (monotones ou cycliques), il peut y avoir, le plus souvent, des cas de figure où il y a superposition d'efforts très importants (qui pourraient être momentanés ou accidentels) avec les efforts déjà prévus ce qui rendrait la tâche du concepteur et du constructeur très ardue.

Il est très difficile, voire impossible parfois, de prédire de manière précise l'histoire de chargement durant le service de la pièce ou de la structure et, par conséquent, sa réponse asymptotique ou finale. Et c'est pour cette raison qu'on " imagine " des histoires de chargement afin de mieux modéliser le comportement de la structure. Cette modélisation représentée par une loi de comportement (ou équations constitutives dans l'appellation anglo-saxonne) est, donc, largement tributaire de cette histoire du fait qu'une étape importante, identification des paramètres du modèle, en dépend fortement.

Parmi la panoplie d'histoires, le chargement cyclique répété, uniaxial et multiaxial : proportionnel ou non-proportionnel, joue un rôle primordial dans la mécanique des structures.

Des efforts énormes ont été déployés par les scientifiques et les chercheurs de plusieurs disciplines et domaines incluant le génie civil, le génie mécanique, la métallurgie...etc. pour appréhender les phénomènes en relation avec ce type de chargement. Une structure ou une pièce soumise à ce chargement va être confrontée à la fatigue qui pourrait conduire, à plus ou moins long terme, à leur ruine.

Le phénomène de fatigue est divisé en deux types :

- La fatigue oligocyclique (ou fatigue à faible nombre de cycles  $N_c \leq 10^4$ , Low Cycle Fatigue : LCF) ,
- La fatigue à grand nombre de cycles (High Cycle Fatigue : HCF).

# Introduction générale

---

La différence entre fatigue oligocyclique et fatigue à grand nombre de cycles est l'existence d'une déformation plastique macroscopique dans le premier cas et une déformation élastique dans le second cas (bien que des glissements plastiques aient lieu dans des positions préférables mais ceci n'altère pas le caractère macroscopique de la déformation qui reste élastique).

La fatigue oligocyclique conduit à une ruine par accumulation des déformations plastiques cycle par cycle alors que la ruine occasionnée par la fatigue à très grand nombre de cycles peut arriver même avec des déformations élastiques.

L'étude du rochet matériel ou structural revêt, alors, un caractère très important et l'on peut distinguer entre :

- Rochet matériel étudié à l'échelle du matériau, i.e. à l'échelle du volume élémentaire représentatif (VER),
- Rochet structural à l'échelle de la structure,
- Rochet thermique ou le chargement est purement d'origine thermique.

Cette étude comporte deux volets :

- Etude du comportement d'une structure soumise à une combinaison de charges mécaniques et thermiques,
- Etude du comportement des aciers et alliages soumis à un chargement uniaxial de traction-compression alternée.

De ce fait, la thèse est structurée de la manière suivante :

**Un premier chapitre** dédié à une synthèse bibliographique sur les travaux qui ont pour objet les phénomènes liés à la plasticité cyclique avec une introduction des phénomènes liés à la plasticité du point de vue constatations expérimentales et aspects théoriques.

## Introduction générale

---

**Un second chapitre** traite des méthodes utilisées dans le calcul des structures et matériaux en plasticité cyclique: méthodes basées sur l'analyse limite, méthodes simplifiées et méthodes incrémentales avec des remarques et des critiques.

**Un troisième chapitre** ou l'on expose la structure étudiée à savoir le bitube ainsi que les matériaux métalliques testés dans le cadre de la mise en question du rochet structural. La procédure d'essai sera également évoquée.

**Un quatrième chapitre** sera consacré aux résultats expérimentaux et aux discussions qui en découlent. La capacité de certains modèles incrémentaux de prévoir la réponse de la structure bitube et le comportement uniaxial de certains aciers et alliages seront examinés à la lumière des nouveaux travaux sur le rochet uniaxial.

**Une conclusion générale** sera dégagée en définitive portant sur les résultats de la présente étude et sur les études et les perspectives ultérieures.

# Chapitre I

## Synthèse bibliographique

## I-1 Introduction

Une structure industrielle ou un élément de matériau soumis à un chargement cyclique quelconque peut avoir l'un des comportements asymptotiques suivants (fig.I-1) :

- 1- Ruine incrémentale (ou rochet, déformation inélastique progressive) : La déformation plastique évolue incrémentalement d'un cycle à l'autre ce qui provoquera, au bout d'un certain nombre de cycles, une ruine de la structure ou le matériau (fig.I-1-a).
- 2- Accommodation plastique : i.e son comportement se stabilise avec une déformation plastique constante n'évoluant pas dans le temps (l'apparition d'une boucle stabilisée). Bien que l'incrément de la déformation plastique soit nul, la structure ou le matériau rompra en raison de la fatigue subie au cours du cyclage. C'est ce qu'on appelle fatigue oligocyclique (Low Cycle Fatigue) (fig.I-1-b).
- 3- Adaptation élastique au bout d'un certain nombre de cycles : i.e la structure ou le matériau ayant subi une déformation plastique pendant les premiers cycles se voit son comportement se stabiliser élastiquement. C'est le cas favorable (fig.I-1-c).

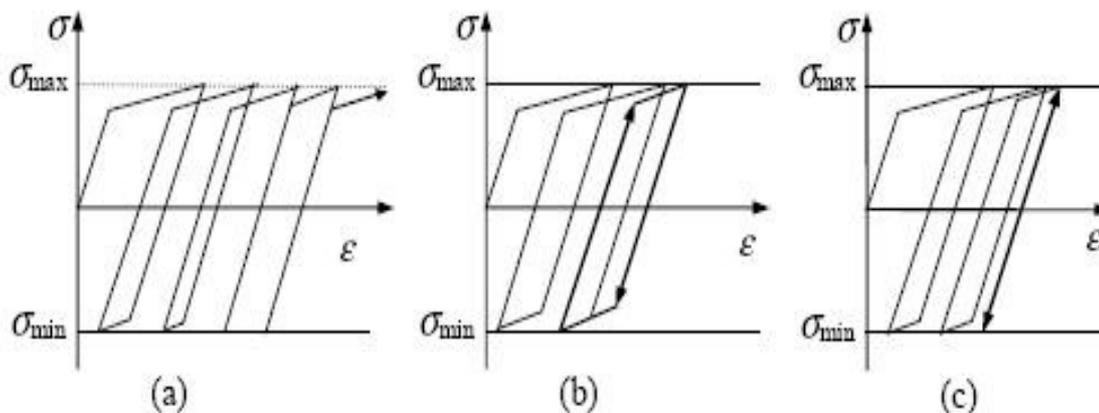


Fig.I-1 Différentes réponses du matériau en plasticité cyclique avec contrainte moyenne non nulle

Le type de chargement que de telles structures ou matériaux peuvent rencontrer est soit une combinaison de charge primaire mécanique et thermique secondaire, un chargement purement mécanique ou purement thermique. Plusieurs domaines sont concernés par l'étude du comportement cyclique. A titre d'exemples :

- Les infrastructures de transport : voies ferrées et chaussées routières soumises à chargements cycliques à long terme [Abdelkrim, 2004],
- Les sols [Hamadouche, 2002]
- Les structures nucléaires soumises à un chargement mécanique constant et un chargement thermique cyclique ainsi que les rails des chemins de fer et l'industrie automobile.

## Chapitre I : Synthèse bibliographique

---

- Les composants électroniques où les joints de soudure peuvent subir un rochet thermique [Sasaki et Oguchi, 2011].

Les études consacrées à la réponse des matériaux métalliques vis-à-vis de ces histoires de chargements sont très denses et visent à décrire la réponse du matériau ou de la structure tant sur le plan qualitatif (type de réponse : adaptation, accommodation ou rochet définies ci haut) que sur le plan quantitatif (détermination de la déformation maximale et la contrainte maximale) et peuvent être classées en trois Catégories :

- 1- Recherche des lois de comportement évoluées qui prennent en compte tous les aspects expérimentaux disponibles relatifs aux comportements de ces matériaux. Les deux approches les plus utilisées sont : l'approche phénoménologique et l'approche cristallographique.
- 2- Utilisation des théorèmes d'analyse limite.
- 3- Utilisation des méthodes simplifiées.

Il est à noter que malgré les bases de données expérimentales très importantes disponibles, l'appréhension totale des phénomènes liés à la plasticité cyclique est encore loin d'être atteinte. La modélisation des rochets multiaxial et structural et la plasticité induite par transformation de phase sont parmi les domaines qui méritent d'être explorés plus profondément.

A noter, également, que bien que les essais sur matériaux ont reçu une plus ou moins bonne modélisation (sauf dans le cas uniaxial où il reste encore à travailler là-dessus) les essais sur structures, par contre, n'ont pas été, à ce jour, convenablement modélisés. Ceci est dû, bien entendu, à la nature hétérogène du champ de contrainte induit dans la structure qui est différente de celle, homogène, existante dans une éprouvette. Notre but, alors, est de collecter les différents modèles de prévision du rochet et de les confronter aux résultats d'essais sur structures en opérant des simulations à l'aide des codes EF disponibles.

Il est nécessaire d'introduire certaines notions de la théorie de plasticité touchant, à la fois, à l'aspect expérimental et l'aspect développement de lois de comportement avant d'aborder les phénomènes entrant en jeu en plasticité cyclique.

### **I-2 La théorie de la plasticité indépendante du temps**

La théorie de plasticité est la première théorie qui traite des transformations irréversibles. Etant donné que l'élasticité est la propriété des milieux continus qui, après suppression des sollicitations qui lui sont appliquées, reviennent à leur état initial, libre de contrainte, par le même chemin de chargement, la propriété de plasticité indique la persistance de déformation, dite permanente, après suppression des sollicitations extérieures.

## Chapitre I : Synthèse bibliographique

---

Macroscopiquement parlant, le comportement élastique correspond à des petits déplacements réversibles des atomes constituant le réseau cristallin autour de leur position d'équilibre.

D'un point de vue purement physique, les tests ont montré que l'origine la déformation plastique dépend de la nature du matériau. Ainsi, pour les géomatériaux, tels les bétons, c'est la nucléation et l'initiation des microfissures à l'interface agrégats-mortier ou dans le mortier lui-même qui provoquent ces déformations irréversibles. Pour les matériaux métalliques, elle est due, principalement, aux glissements relatifs des plans cristallographiques suite aux contraintes de cisaillement le long de ces plans (fig.I-2). Ce glissement s'opère selon les plans les plus denses. La déformation plastique est d'autant plus importante que le matériau possède un nombre élevé de plans de glissement potentiels.

L'écoulement plastique dans les métaux et alliages peut être expliqué en termes de nucléation et mouvement de dislocations. Ces dernières sont considérées comme les agents responsables de l'écoulement stationnaire. Mais plus la valeur de la déformation augmente plus il est difficile à la déformation plastique d'évoluer : Ce mécanisme est appelé dislocation. Il est clairement expliqué sur la figure I-3 pour une propagation de dislocation de coin [Andrew Rusinko et Konstantin Rusinko, 2011].

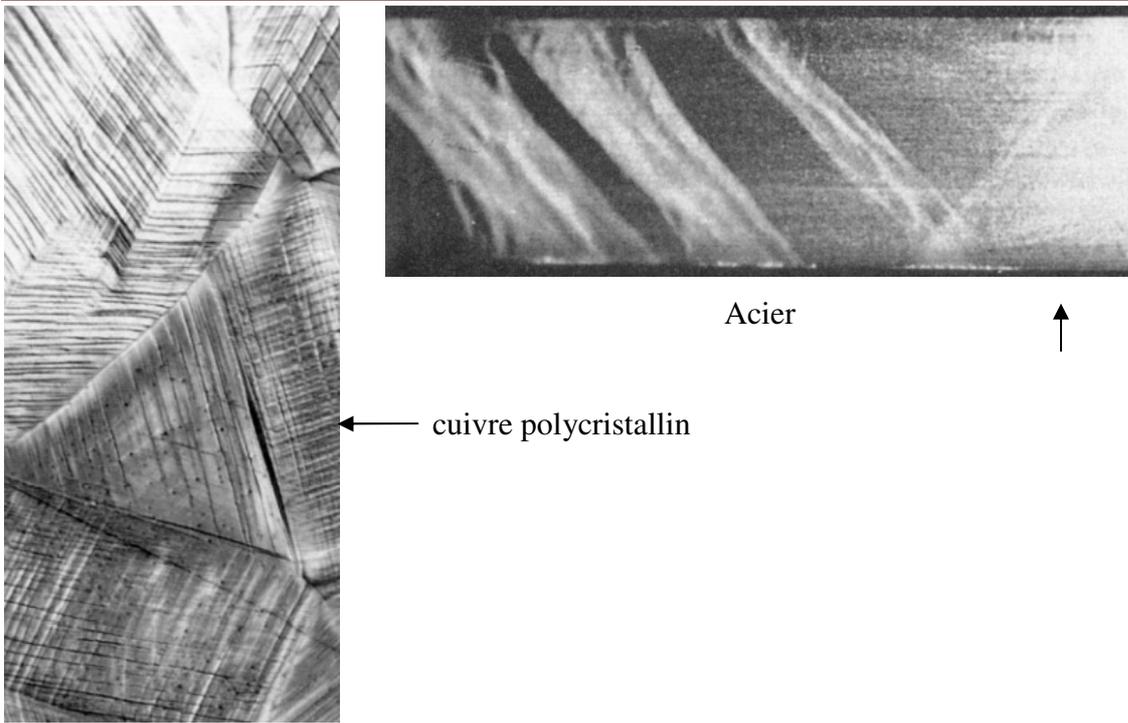


Fig.I-2 Lignes de glissement à la surface d'une éprouvette [ Gramme]

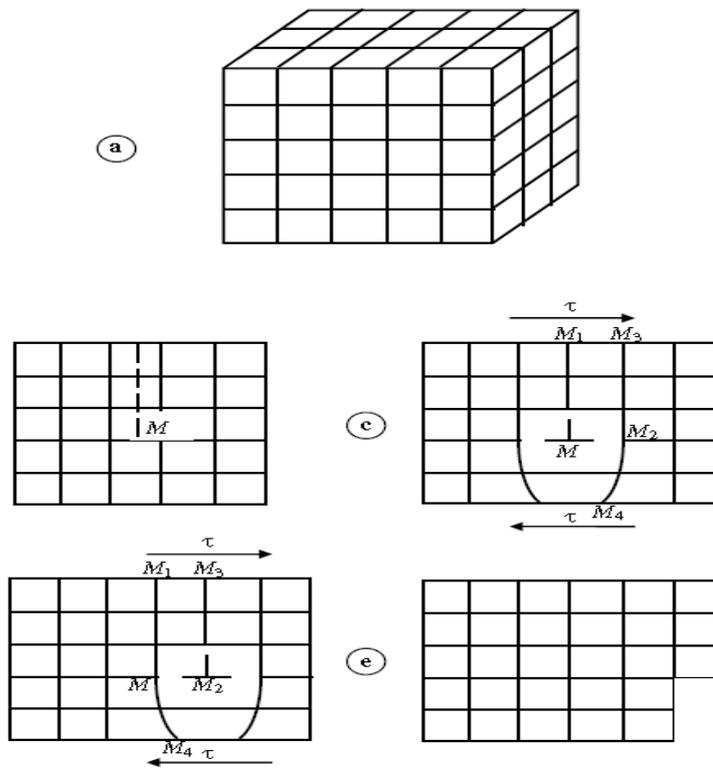


Fig.I-3 Propagation d'une dislocation de coin

## Chapitre I : Synthèse bibliographique

Historiquement, la théorie de plasticité a été développée suite aux travaux de Tresca (1864) sur des expériences d'extrusion et de poinçonnement qui l'ont conduit à établir qu'un métal se déforme plastiquement quand la contrainte de cisaillement maximum atteint une valeur critique d'où son critère. Mais, en réalité, un premier critère a été proposé par Coulomb (1773) pour les sols et qui a été utilisé par Poncelet et Rankine dans le calcul des murs de soutènement et la pression latérale des sols. Puis les travaux se sont succédés, plus particulièrement pour les métaux, et les mécanismes à l'échelle microscopique ont été assez bien appréhendés [Hill, 1958].

Expérimentalement, il est constaté que, pratiquement, aucune variation de volume ne résulte de la déformation plastique des métaux. Il est, par conséquent, admis qu'elle représente une pure distorsion et, de ce fait, seul le déviateur des contraintes est pris en compte dans l'élaboration de la théorie. Le comportement en traction est identique à celui en compression. L'effet de la contrainte hydrostatique est négligeable sur la plasticité des matériaux. Chose qui n'est pas valable pour les géomatériaux où la contrainte hydrostatique joue un rôle important et pour des métaux où cette approximation classique est mise à défaut [Allen et Wilson, 2004].

Dans ce qui suit, certains traits essentiels de la plasticité sont mis en lumière à partir de l'essai de traction uniaxial monotone (fig.I-4).

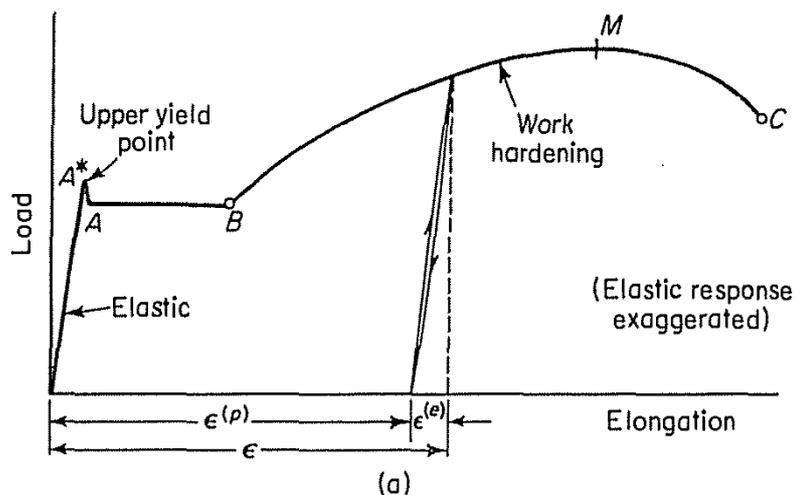


Fig.I-4 Essai de traction monotone typique [Fung, 1965]

- Jusqu'au point A, le comportement est purement élastique linéaire réversible. Le point A représente la limite de proportionnalité (confondue avec la limite d'élasticité dans cette figure)  $\sigma_Y$ . OA représente, donc, le domaine élastique.

## Chapitre I : Synthèse bibliographique

---

- A partir de **A** et jusqu'au point **B**, l'éprouvette se comporte plastiquement (écoulement plastique).
- A partir de **B**, l'éprouvette se durcit (écrouissage positif) jusqu'au point **M** puis commence à s'adoucir (écrouissage négatif) marquant ainsi la résistance ultime à la traction  $\sigma_u$ .

En fait, l'isotropie plastique, i.e., la similitude de comportement en traction et en compression n'est visible que si les courbes contrainte-déformation en traction et en compression sont exprimées en termes vrais et non en termes nominaux ce qui est le cas pour un matériau recuit.

La contrainte vraie est celle obtenue en divisant la force sur la section actuelle alors que la contrainte nominale (ou de Boussinesq) est celle obtenue en divisant la force par la section initiale de l'éprouvette.

La déformation vraie ou naturelle est donnée par :

$$\varepsilon_l = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right)$$

Où  $l$  et  $l_0$  sont, respectivement, les longueurs finale et initiale de l'éprouvette.

La déformation conventionnelle est donnée par :

$$\varepsilon_e = \frac{\Delta l}{l_0}$$

$\Delta l$  étant la variation de dimension.

Il s'ensuit que  $\varepsilon_l = \ln(1 + \varepsilon_e)$  en traction et  $\varepsilon_l = -\ln(1 - \varepsilon_e)$  en compression. Ce qui fait que la déformation totale  $\varepsilon$  devient inférieure à  $\varepsilon_l$  en traction et supérieure à  $\varepsilon_l$  en compression lorsque la déformation continue dans l'intervalle plastique comme le montre la figure I-5 Cette distinction est, bien entendu, inexistante, en HPP (**H**ypothèse des **P**etites **P**erturbations) où les différentes mesures de contrainte et de déformation sont confondues.

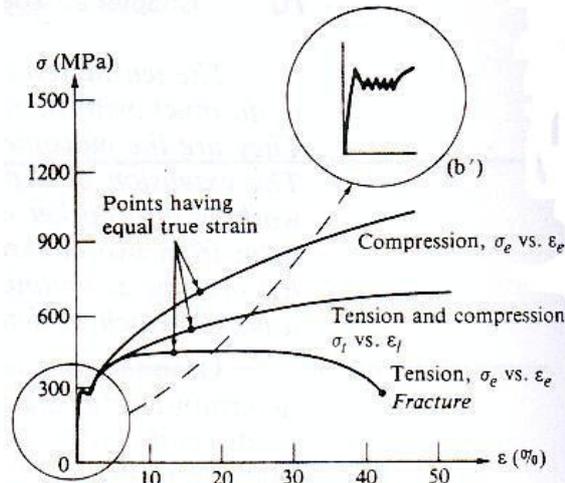


Fig.I-5 Courbe contrainte-déformation pour un métal ductile (LCS) : traction et compression

[Lubliner, 2008]

### I-2-1 La limite d'élasticité

La détermination de la limite d'élasticité de manière précise n'est pas chose aisée. A l'inverse des matériaux ductiles, il n'est pas toujours facile de distinguer une limite de proportionnalité claire pour les matériaux écrouissables. Il existe, alors, plusieurs définitions de cette limite comme le montre la figure I-6. Dans la pratique Il est, alors, fait appel à une définition conventionnelle de cette limite en choisissant la valeur de la contrainte susceptible d'induire une certaine valeur conventionnelle ou « offset » de la déformation permanente de déformation en traçant une droite à partir de cette valeur ayant pour pente le module d'Young  $E$ . Les valeurs utilisées sont 0.1% (petite offset) ,0.2% (offset modérée) et 0.5% (grande offset). Or la valeur 0.2% est le plus souvent utilisée et il est indispensable, dans ce cas, de spécifier l'offset utilisé (comme par exemple  $\sigma_{y(0.2)}$ ) (fig.I-7). Une valeur moins importante est prise, parfois, dans des problèmes de modélisation structurales, 0.1% par exemple [Lemaitre, 2001]. Certaines valeurs beaucoup moins élevées sont prises dans la détermination de la surface de charge comme 10 $\mu$  ou même 5 $\mu$ .

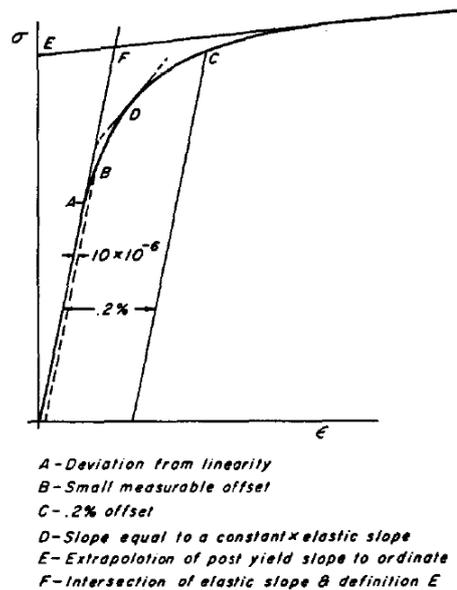


Fig.I-6 Différentes définitions de la limite d'élasticité [Michno et Findley, 1976]

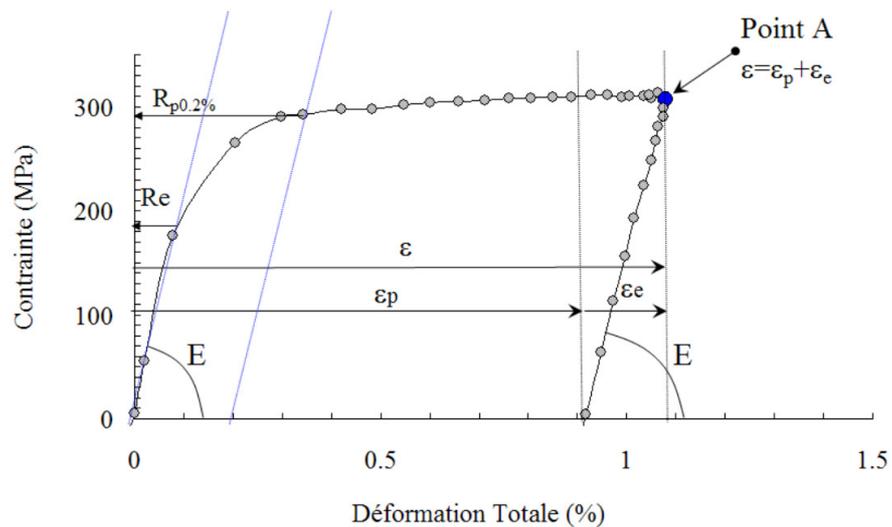


Fig.I-7 La limite d'élasticité conventionnelle

## I-2-2 L'écroutissage

Un autre phénomène à décèler est l'écroutissage. Il s'agit de l'évolution du domaine élastique pendant la variation de la déformation plastique. Ainsi, en opérant un déchargement à partir d'un point au-dessus de la limite d'élasticité (point **D**), et en rechargeant encore une fois, il est constaté que la limite d'élasticité a changé et devenue plus élevée (situé au point **D**) (fig. I-8) L'étendue du domaine élastique est devenue *d*.

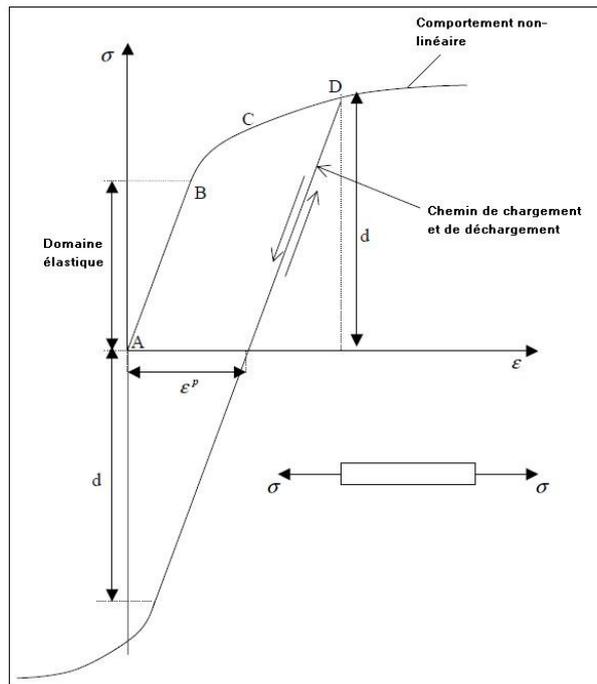


Fig.I-8 Ecoulement pendant le cycle chargement-déchargement

Il convient de noter que le chemin de déchargement est parallèle à celui de chargement. C'est ce qui est appelé : déchargement élastique. La figure I-9 montre bien cette propriété expérimentale.

Cette évolution du domaine élastique s'effectue parfois par une expansion (dilatation) appelée écoulement isotrope (fig. I-10-a).. Elle est, parfois, une pure translation dans l'espace des contraintes appelée écoulement cinématique (fig. I-10-b).

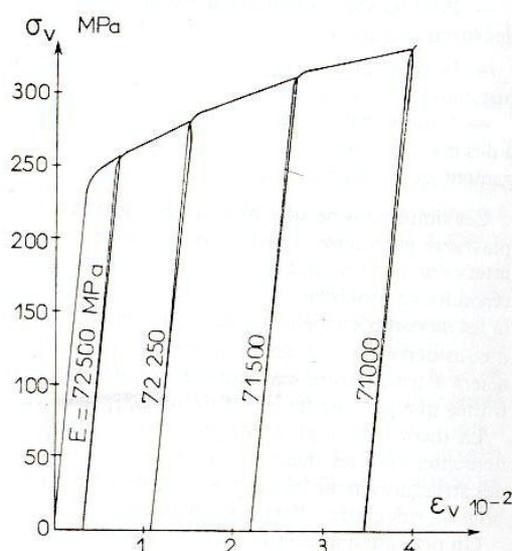


Fig. I-9 Evolution de la limite d'élasticité par déchargement et chargement successifs d'un alliage [Lemaitre & Chaboche, 1985]

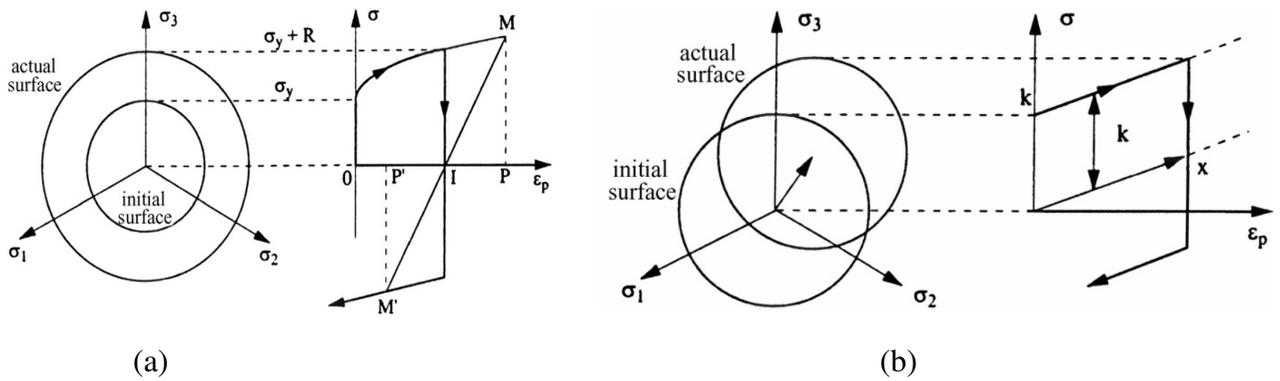


Fig.I-10 Schéma des deux types d'écrouissage a) isotrope b) cinématique[Lemaitre & Chaboche, 1985]

### I-2-3 L'effet Bauschinger

C'est un effet où la limite d'élasticité en traction est plus importante que celle en compression pour une éprouvette déjà soumise, au préalable, à un chargement et déchargement à l'état vierge.

Il est observé chaque fois qu'il y a une inversion de la direction de chargement comme lors d'une compression suivie d'une traction (fig. I-11).

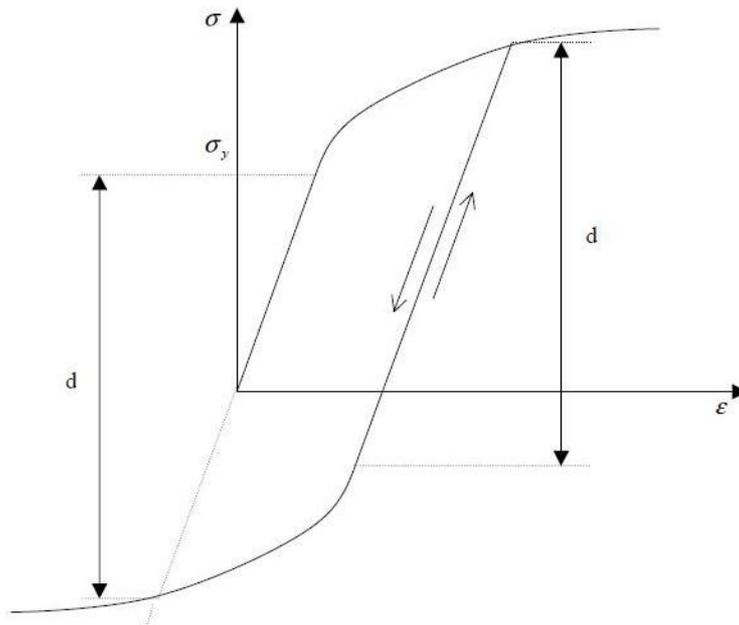


Fig.I-11 Effet Bauschinger

Mais, parfois, le terme 'effet Bauschinger' désigne la diminution de limite d'élasticité suite à un cycle chargement-déchargement même si le chargement est dans la même direction que le chargement initial. Ceci est appelé l'effet Bauschinger généralisé (Fig. I-12).

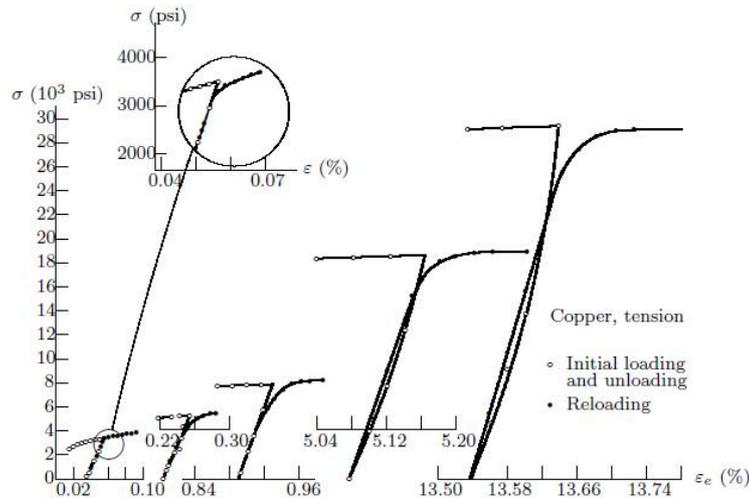


Fig. I-12 L'effet Bauschinger généralisé [Lubliner, 2008]

L'origine de cet effet est à rechercher dans Les contraintes internes liées aux incompatibilités de déformation résultant de la répartition hétérogène des dislocations dans les monocristaux. [A. Alhamany et al. 1992]. Ceci est mis en évidence si la courbe force-déplacement d'une structure treillis à trois barres de caractéristiques mécaniques et géométriques identiques est tracée [Chen, 1994]

La déformation plastique provoque, également, la perte d'isotropie initiale dont il était question auparavant (fig. I-13).

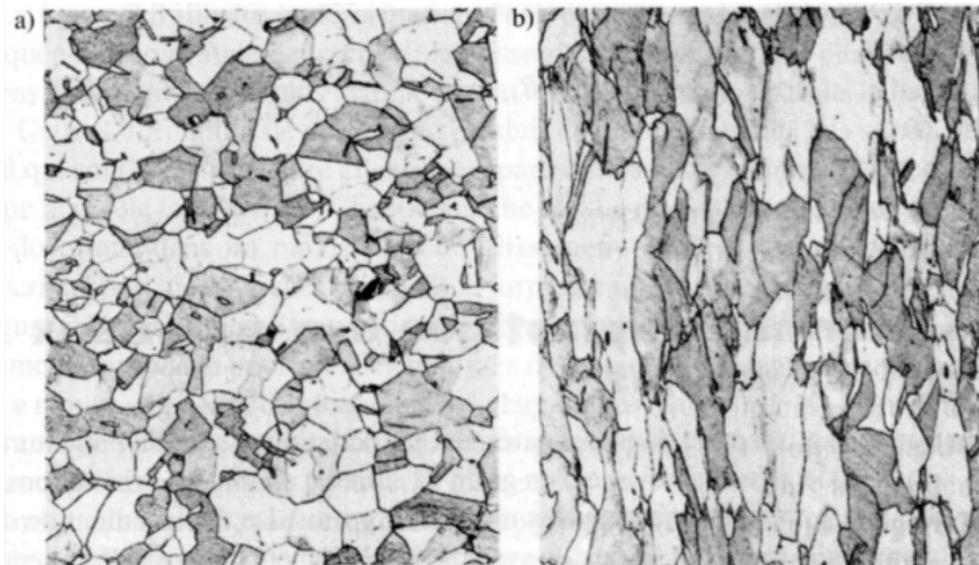


Fig.I-13 Modification de la structure des grains : perte d'isotropie

### I-3 Recuit

Ces phénomènes : écrouissage, Effet Bauschinger et perte d'isotropie sont les résultats d'un " travail à froid " (cold working ), i.e., déformation plastique réalisée au-dessous de  $l_a$

*température de recristallisation* du métal égale à 35% à 40% de la température absolue de fusion. Ces effets peuvent être supprimés par un procédé appelé « recuit » correspondant à un cycle de chauffage du métal jusqu'à une température élevée (supérieure à la température de fusion), maintien à cette température pour une plus ou moins grande période puis refroidissement.

### **I-4 Effet Portevin-Le Chatelier**

L'effet poitevin-Le chatelier (PLC) se produit dans des matériaux industriels vitaux tels que les alliages d'acier et d'aluminium. La déformation localisée associée à l'effet PLC cause des problèmes esthétiques et structuraux. Les carrosseries de voitures, les fuselages d'avion etc. peuvent développer des marques rugueuses sur leurs surfaces pendant le procédé de formage. L'effet PLC affecte la plupart des propriétés du matériau. Il augmente la contrainte d'écoulement, la résistance ultime en traction et la vitesse d'écrouissage. Il diminue la ductilité des matériaux avec une diminution correspondante de l'élongation, de la section droite effective de la longueur utile, le coefficient de sensibilité envers la vitesse de déformation et la dureté de rupture. Les alliages sollicités deviennent vulnérables. Ces effets négatifs, accompagnés de conditions environnementales défavorables, provoquent des ruines catastrophiques. D'un point de vue microscopique, cette instabilité est observée quand les atomes de solutés diffusants (par exemple le carbone C dans l'acier) ont suffisamment de mobilité pour migrer jusqu'au cœur des dislocations (interactions dynamiques entre solités et dislocations). Ces atomes entravent alors le mouvement de dislocation et une force (et donc une contrainte) plus grande est nécessaire pour que la dislocation puisse se déplacer puisqu'un nuage d'atomes l'accompagne. Au bout d'un certain temps, la dislocation se dégage de son nuage d'atomes (appelé nuage de Cottrell) et la contrainte nécessaire au déplacement de la dislocation diminue. Lorsqu'une dislocation « libre » se déplace à l'intérieur du cristal elle perturbe les dislocations épinglées et provoque par effet d'avalanche la libération d'autres dislocations. L'effet pouvant se répéter plusieurs fois, les matériaux qui subissent l'effet Portevin-Le Chatelier (PLC) possèdent alors une courbe contrainte-déformation non monotone avec un aspect ondulé caractéristique (dents de scie) (fig. I-14) [Yilmaz, 2011].

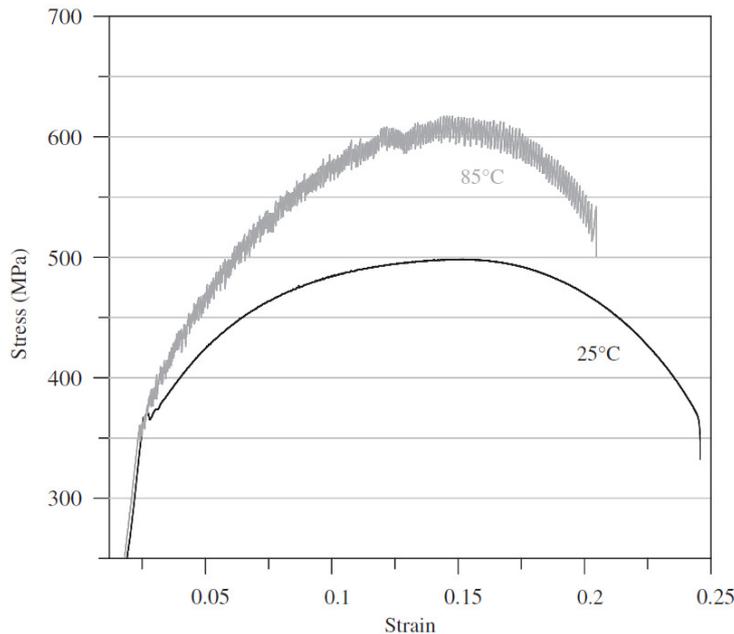


Fig. I-14 Ecoulement régulier et en dents de scie pour un acier LC à 25 et 85° C pour

$$\dot{\epsilon} = 1.6 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1} \text{ [Yilmaz, 2011]}$$

### I-5 L'effet de la température

Il est clair, au vu de ce qui précède, que la température joue un rôle primordial dans le comportement des métaux. C'est ainsi que certains phénomènes qui sont thermiquement activés vont être passés en revue. Le fluage et la relaxation en sont parmi les plus importants. La figure I-15 montre la sensibilité de la réponse du cuivre recuit vis-à-vis de la température ( $\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ ). Le matériau devient de plus en plus doux avec l'augmentation de la température.

### I-6 Effet de la vitesse de déformation

Si les essais sont réalisés à des intervalles de temps normaux en température ambiante, les propriétés mécaniques de l'acier et d'autres matériaux réfractaires sont indépendantes de la vitesse de déformation. Toutefois, cette vitesse joue un rôle important dans les essais sur les matériaux malléables et dans les essais prolongés sur les aciers, cuivre et autres métaux (fig. I-16). Cet effet est d'autant plus activé avec une température élevée. Ceci illustre le fait que la déformation plastique des métaux durs, dans les conditions normales, n'est pas reliée au mouvement thermique des atomes.

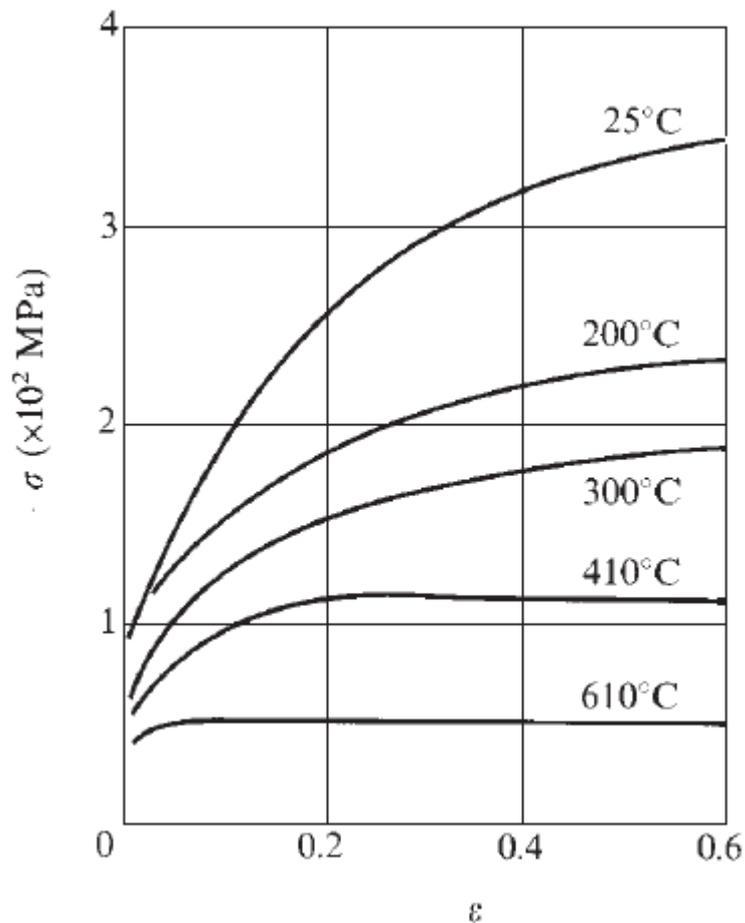


Fig. I-15 Courbe de contrainte-déformation en traction à différentes températures

[Chakrabarty, 2006]

### I-7 Modélisation du comportement uniaxial

Afin d'étudier la réponse des structures, il est nécessaire de modéliser leur comportement et ce en l'idéalisant, i.e., en avançant certaines hypothèses simplificatrices sur le comportement réel négligeant certains aspects non nécessaires à l'usage auquel la structure en question est vouée. C'est ainsi que le même matériau constituant la structure étudiée pourrait être considéré comme étant élastique, élastique parfaitement plastique, élastoplastique écrouissable ou élastoviscolplastique selon la situation et le degré de raffinement escompté.

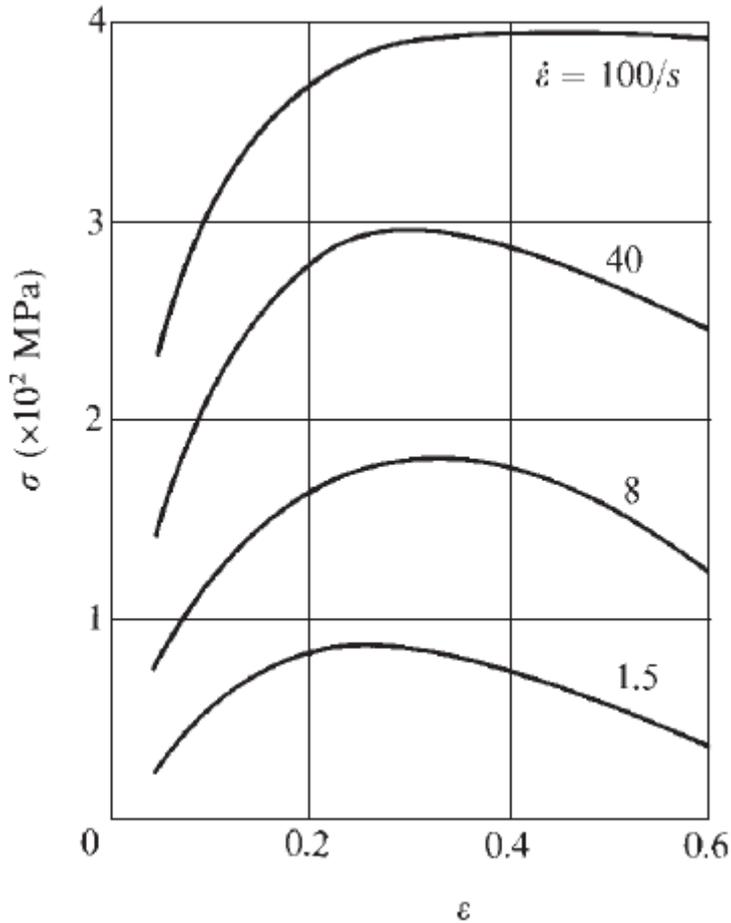


Fig. I-16 Effet de la vitesse de déformation : Acier EN25 à  $1000^\circ\text{C}$  [Chakrabarty, 2006]

**a. Modèle élastique parfaitement plastique (fig. I-17-a)**

$$\begin{aligned} \epsilon &= \frac{\sigma}{E} && \text{pour } \sigma < \sigma_Y \\ \epsilon &= \frac{\sigma_Y}{E} + \lambda && \text{pour } \sigma = \sigma_Y \end{aligned} \tag{I-1}$$

Où  $E$  est le module d'Young,  $\lambda$  est un scalaire positif.

Ce modèle est utilisé pour l'acier structural à l'état limite.

**b. Modèle avec écrouissage linéaire (fig. I-17-b)**

$$\begin{aligned} \epsilon &= \frac{\sigma}{E} && \text{pour } \sigma \leq \sigma_Y \\ \epsilon &= \frac{\sigma_Y}{E} + \frac{1}{E_T} (\sigma - \sigma_Y) && \text{pour } \sigma > \sigma_Y \end{aligned} \tag{I-2}$$

Où  $E_T$  est le module tangent.

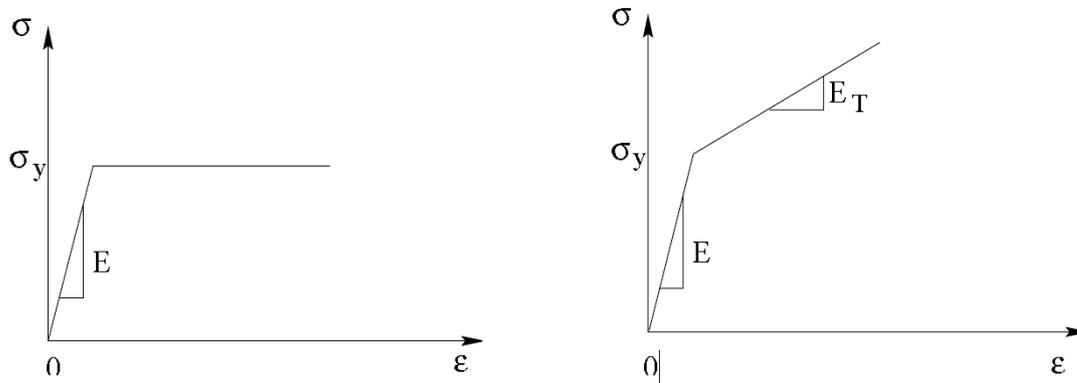


Fig.I-17 Modèles élastoplastiques a) parfait b) avec écrouissage linéaire

**c. Modèle avec écrouissage exponentiel (fig. I-18)**

$$\begin{aligned}
 \sigma &= E \varepsilon && \text{pour } \sigma \leq \sigma_Y \\
 \sigma &= K \varepsilon^n && \text{pour } \sigma > \sigma_Y
 \end{aligned}
 \tag{I-3}$$

où  $K$  est un coefficient de résistance et  $n$  est un exposant décrivant l'intensité de l'écrouissage compris entre 0 et 0.5.

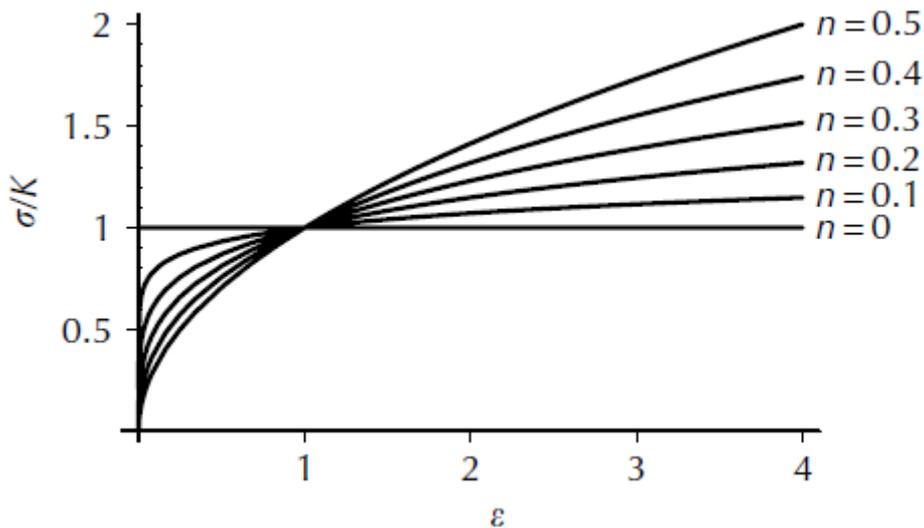


Fig. I-18 Modèle avec écrouissage exponentiel

**d. Le modèle de Ramberg-Osgood (fig. I-19)**

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + a \left( \frac{\sigma}{b} \right)^n
 \tag{I-4}$$

Où  $a, b$  et  $n$  sont des paramètres du matériau.

Il est exprimé, également, sous la forme :

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_Y} = \frac{\sigma}{\sigma_Y} + \alpha \left( \frac{\sigma}{\sigma_Y} \right)^m \quad (\text{I-5})$$

Où  $\alpha = \frac{E (\sigma_Y)^{m-1}}{K^m}$  et  $m = \frac{1}{n}$

La fig. I-19 montre cette relation pour  $\alpha = 3/7$ .

Ce modèle est tiré en reliant la déformation à la densité de dislocation au niveau macroscopique [Lemaitre & Chaboche, 1985].

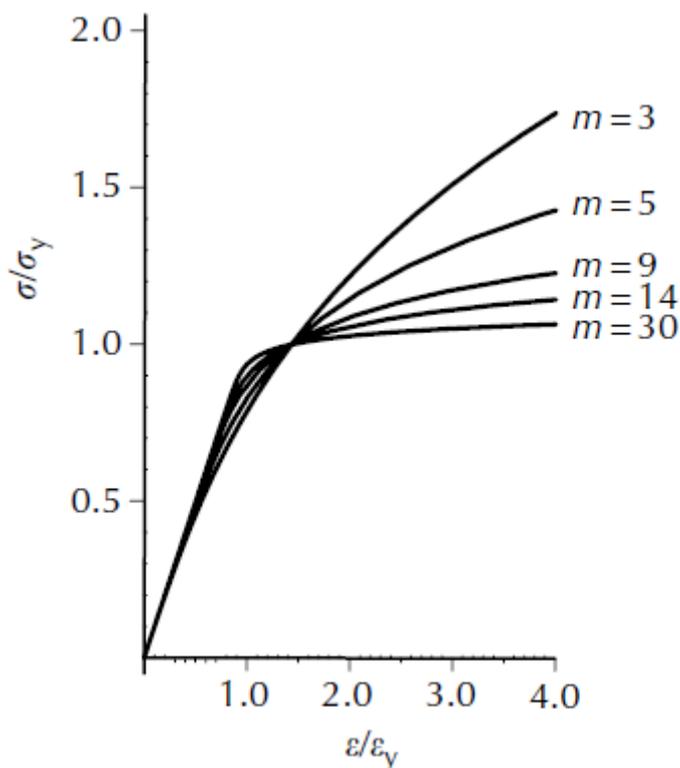


Fig I-19 Modèle de Ramberg-Osgood

### I-8 Plasticité tridimensionnelle

Après avoir passé en revue les notions de plasticité unidimensionnelle, le passage à la plasticité tridimensionnelle est effectué dans ce qui suit. Il s'agirait d'introduire une généralisation desdites notions, à savoir, la limite d'élasticité où l'on parlerait de surface de charge (ou critère de rupture) et la notion d'écrouissage.

#### I-8-1 Surface de charge

Il prend la forme suivante pour les matériaux non frictionnels isotropes indépendants de la pression hydrostatique comme les métaux, contrairement aux géomatériaux :

$$f(J_1, J_2) = 0 \quad (\text{I-6})$$

Où  $J_1$  et  $J_2$  sont les deux invariants du déviateur de contrainte  $\boldsymbol{\sigma}'$  donnés par :

$$J_2 = \frac{1}{2} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}'^2) = \frac{1}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} \quad (\text{I-7})$$

$$J_3 = \frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}'^3) = \frac{1}{3} \sigma'_{ij} \sigma'_{jk} \sigma'_{ki}$$

Plusieurs critères ont été proposés se basant sur la contrainte de cisaillement.

### - Critère de Tresca

Le plus ancien en date est le critère de Tresca (1864) ou critère de la cission maximale qui stipule que la limite est atteinte si la contrainte de cisaillement maximum atteint une valeur critique  $k$ . Il s'écrit pour un matériau parfaitement plastique :

$$\tau_{\max} = \text{Max} \left( \frac{1}{2} |\sigma_1 - \sigma_2|, \frac{1}{2} |\sigma_2 - \sigma_3|, \frac{1}{2} |\sigma_3 - \sigma_1| \right) = k \quad (\text{I-8})$$

Où  $k$  est déterminé à partir d'un essai uniaxial. Il est représenté, dans l'espace des contraintes principales, par un prisme hexagonal régulier d'axe (1,1,1) (fig.I-20)

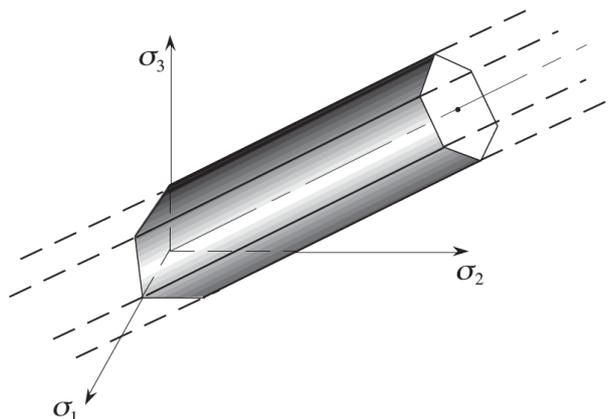


Fig.I-20 Le critère de Tresca dans l'espace des contraintes principales

A noter que l'écriture polynomiale du critère est incorrecte car  $f(\boldsymbol{\sigma}) = 0$  comporte des points singuliers.

### - Critère de Von-Mises (1913) (cission octaédrique):

Il s'agit d'utiliser la contrainte octaédrique ou l'énergie de déformation en distorsion au lieu de la contrainte de cisaillement :

$$\tau_{oct} = \sqrt{\frac{2}{3} J_2} = \frac{2}{3} k \quad (\text{I-9})$$

Où  $k$  est une constante du matériau et représente la contrainte limite dans un essai de cisaillement pur.

$$f(J_2) = J_2 - k^2 = 0 \quad (\text{I-10})$$

## Chapitre I : Synthèse bibliographique

D'où sous forme polynomiale (en fonction des contraintes principales) :

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 6k^2 \quad (\text{I-11})$$

Dans un essai uniaxial, la limite d'élasticité est atteinte lorsque  $\sigma_1 = \sigma_0$  ( $\sigma_2$  et  $\sigma_3$  étant nulles) ce qui implique que :

$$k = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \quad (\text{I-12})$$

Ce critère est représenté dans l'espace des contraintes principales par un cylindre circulaire droit de rayon  $k\sqrt{2}$  et d'axe (1,1,1) (fig.I-21):

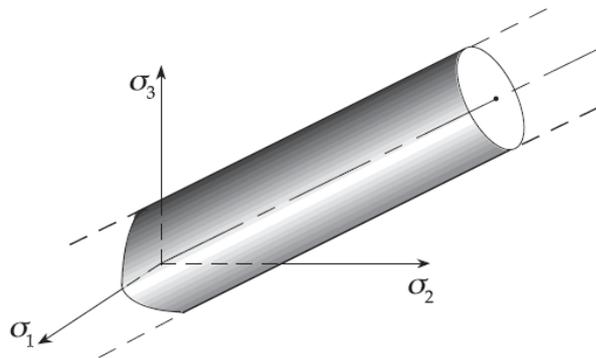


Fig. I-21 Le critère de Von-Mises dans l'espace des contraintes principales

La représentation des deux critères montre bien que le critère de Tresca est nettement plus conservatif que le critère de Von Mises (fig.I-22). Expérimentalement, ce dernier représente mieux le critère de plasticité initial (fig. I-23) [Bui (1970), Wu & Yeh, 1991].

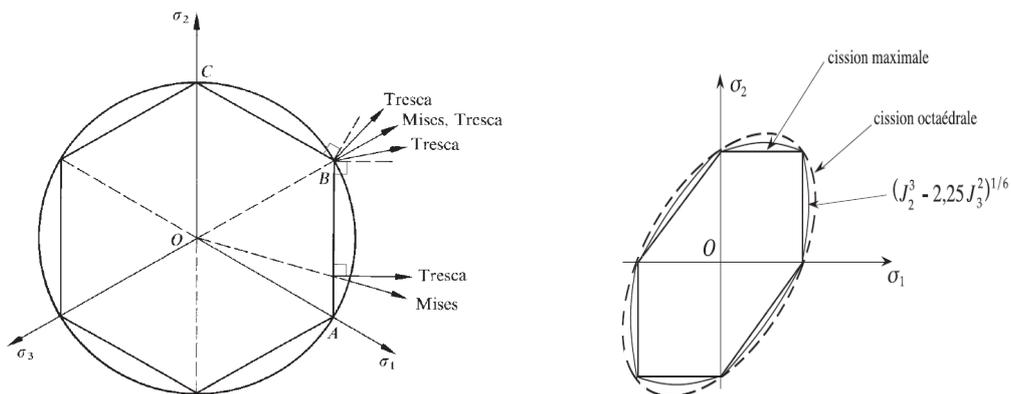


Fig. I-22 Comparaison entre les surfaces de charge initiales de l'acier 304 SS AISI recuit de Von Mises et expérimentale : a) l'éprouvette avec une prédéformation en torsion ; b) l'éprouvette avec une prédéformation combinée [Wu & Yeh, 1991]

## Chapitre I : Synthèse bibliographique

Un autre critère proposé par Drucker (1962) où la cission effective est proportionnelle à  $(J_2^3 - 2.25J_3^2)^{\frac{1}{6}}$  est un cas intermédiaire entre les deux critères comme le montre la figure I-22 :

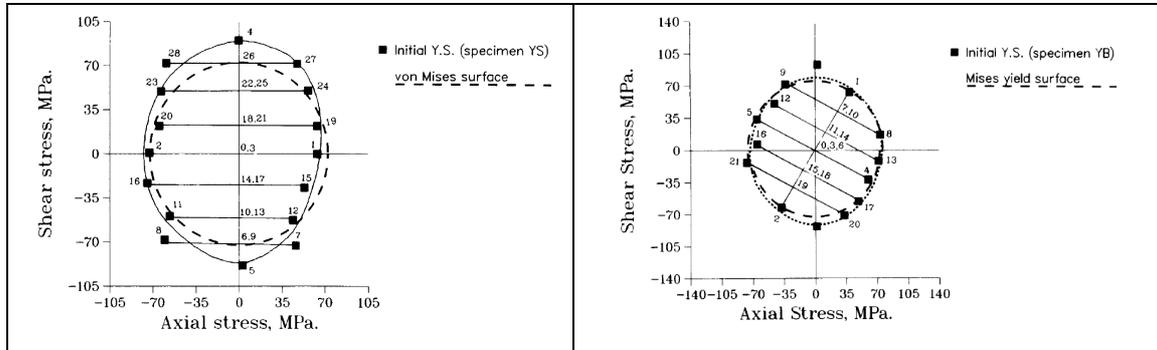


Fig.I-23 Représentation des SDC dans l'espace des contraintes principales

Les expressions précédentes peuvent être modifiées pour prendre en compte l'érouissage :

$$\text{Max} \left( \frac{1}{2} |\sigma_1 - \sigma_2|, \frac{1}{2} |\sigma_2 - \sigma_3|, \frac{1}{2} |\sigma_3 - \sigma_1| \right) = k(\xi) \quad (\text{I-13})$$

Où  $\xi$  représente l'ensemble des paramètres d'érouissage.

### I-8-2 Détermination expérimentale de la surface de charge

La détermination expérimentale du domaine d'élasticité initial en tridimensionnel se fait, en général, en procédant à des essais avec des histoires de chargements radiaux. L'essai le plus utilisé est l'essai de traction-torsion combiné sur un tube mince avec prédéformation soit en traction soit en torsion ou en traction-torsion combinée. Il n'est pas sans intérêt de signaler l'existence d'autres essais sur d'autres pièces bien que l'adoption des tubes minces dans les essais soit largement acceptée. Pour un exposé plus détaillé voir [Michno & Findley, 1976].

Le rapport entre le diamètre extérieur et l'épaisseur doit être prise telle qu'un compromis entre composante radiale négligeable (état de contrainte biaxial) et possibilité de représenter le métal polycristallin soit atteint. Une valeur de ce rapport égale à 0.06 est communément admise [Michno & Findley, 1976].

Plusieurs facteurs affectent la détermination de la surface de charge (ou surface limite), sa variation en taille, en déplacement ou en distorsion. Parmi lesquels figurent [Wu & Yeh, 1991]:

- La définition de la limite d'écoulement : méthode de Lode, méthode de la déformation conventionnelle, méthode de la limite de proportionnalité. Les deux premières exigent un nombre très élevé d'éprouvettes identiques ce qui est techniquement difficile tandis

## Chapitre I : Synthèse bibliographique

que la dernière basée sur une déformation conventionnelle (proof-strain) très petite ( $5\mu$ ) peut se contenter d'une seule éprouvette.

- Le chemin de chargement utilisé pour examiner le seuil d'écoulement : des différences ont été rapportées quant à l'utilisation d'un chemin radial ou non radial comme le montre la figure I-24 [Wu & Yeh, 1991].

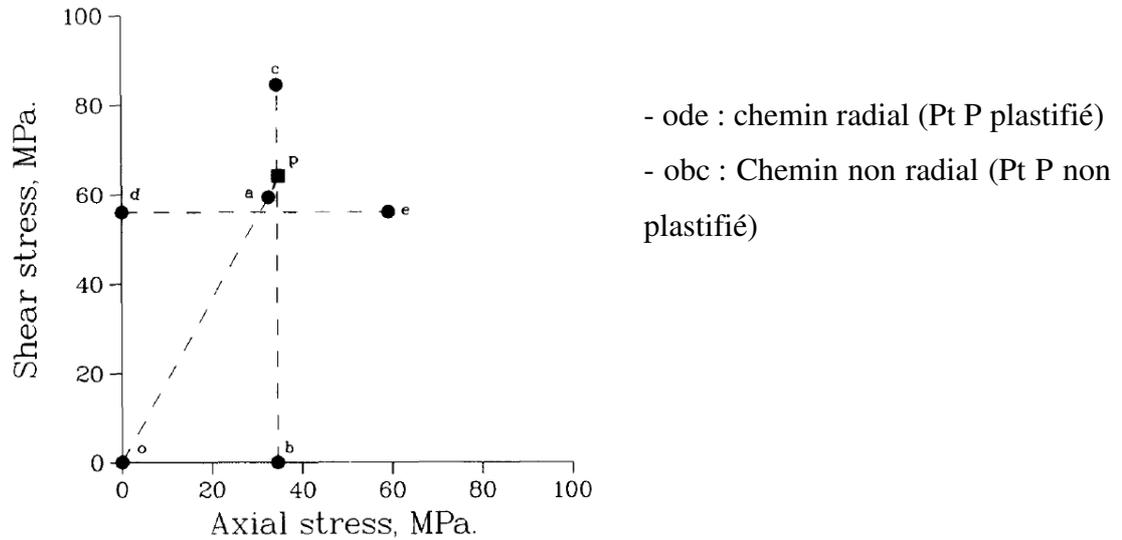


Fig.I-24 Effet du chemin de chargement sur surface de charge expérimental (chemin radial et chemin non-radial) [Wu & Yeh, 1991]

La figure I-25 tirée de Salençon [Salençon, 2002] faisant état des travaux de Bui (1970) où il est clair que la SDC initiale a subi une expansion, une translation et une distorsion dues à un écouillage combiné. Cette distorsion est relatée dans la littérature [Wu & Yeh, 1991] et devrait être, parfois, prise en compte [Vincent, 2004].

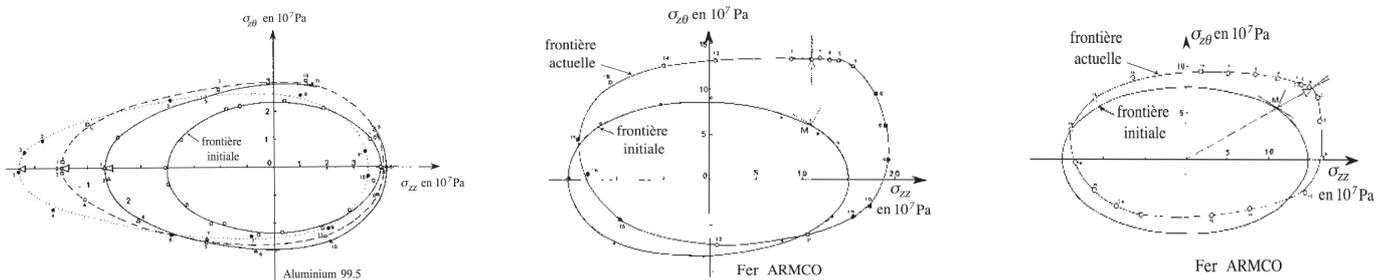


Fig.I-25 Evolution de la surface de charge pour certains matériaux métalliques [Salençon, 2002]

## I-8-3 L'écrouissage

Comme il est déjà mentionné précédemment, la notion d'écrouissage par déformation (strain-hardening ou work-hardening) en tridimensionnelle prend les formes isotropes, cinématique ou combinée (fig.I-26). Des travaux ont montré que la SDC pourrait se transformer par distorsion [Wu et Yeh, 1991, Vincent, 2004, Rokhgireh et Nayebi, 2012].

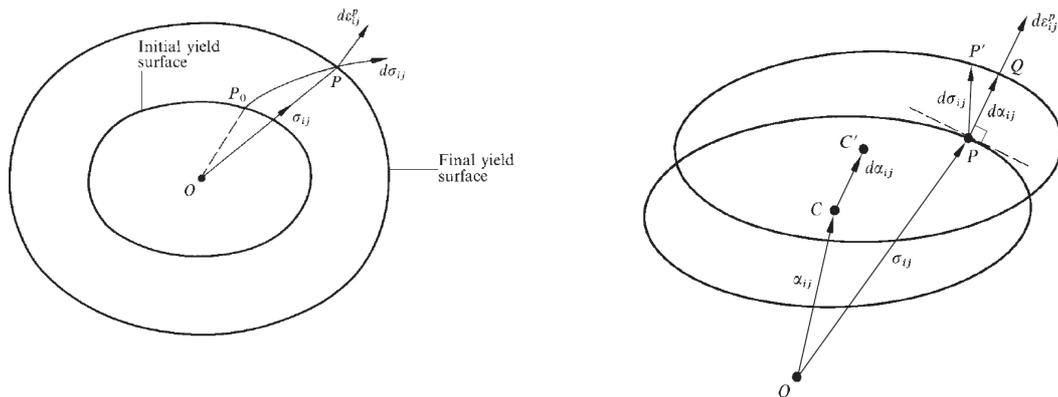


Fig. I-26 Représentation de l'écrouissage dans l'espace des contraintes : a) isotrope b) cinématique

## I-9 Modélisation incrémentale

Les modèles précédents (voir I-7) sont incapables de prendre en compte la dépendance du comportement plastique de l'histoire de chargement. Par conséquent, ces modèles sont limités aux cas de chargements monotones. Pour les problèmes impliquant des déchargements et chargements inverses, les modèles incrémentaux doivent être utilisés.

### I-9-1 Concepts de base

Lors d'un chargement sur un matériau ou sur une structure, plusieurs aspects doivent être mis en lumière :

- 1- Quel type de déformation a eu lieu ? est-ce une déformation élastique ou une déformation anélastique ?
- 2- Dans le second cas, il faut déterminer le signe de la déformation anélastique,
- 3- Eventuellement, dans le cas d'un matériau écrouissable, définir le processus d'évolution du domaine d'élasticité,

## Chapitre I : Synthèse bibliographique

---

- 4- Et à cette fin, enregistrer l'histoire de la déformation plastique origine de cette évolution du domaine d'élasticité,
- 5- De surcroît, pendant la déformation élastoplastique, la condition selon laquelle l'état de contrainte doit rester toujours sur les frontières du domaine d'élasticité doit être imposée.

La théorie de plasticité est fondée sur les concepts suivants :

- 1- Critère de charge,
- 2- Règle d'écoulement,
- 3- Règle d'écrouissage,
- 4- Paramètres d'écrouissage,
- 5- Condition de consistance.

### - Critère de charge

L'état élastique est défini comme étant l'état où l'état de contrainte est situé à l'intérieur du domaine d'élasticité (surface de charge). L'état plastique est celui situé sur les frontières du même domaine.

Si un incrément  $d\sigma$  est imposé sur un état de contrainte plastique  $\sigma$  qui se meut vers l'extérieur du domaine d'élasticité, à cause de  $d\sigma$ , alors il y a chargement (la déformation élastique et plastique changent). Dans le cas contraire, où l'état de contrainte se meut vers l'intérieur du domaine d'élasticité, il y a déchargement et seule la déformation élastique intervient. La distinction est faite à l'aide d'un critère de chargement. A ce titre, il faut définir une fonction  $f$  telle que :

$$\begin{aligned} f < 0 & \quad \text{Etat élastique} \\ f = 0 & \quad \text{Etat plastique} \end{aligned} \tag{I-14}$$

Cette fonction est appelée fonction de charge. La condition  $f = 0$  désigne la limite d'élasticité ou seuil de plasticité.

Le critère de chargement s'exprime sous la forme :

$$\begin{aligned} f = 0 \text{ et } df > 0 & \quad \text{chargement (comportement élastoplastique)} \\ f = 0 \text{ et } df < 0 & \quad \text{déchargement (Etat élastique)} \end{aligned} \tag{I-15}$$

## Chapitre I : Synthèse bibliographique

La surface représentant cette fonction est convexe. Ce qui est vérifié expérimentalement et à l'aide du principe du travail plastique maximal [Hill, 1950].

### - Règle d'écoulement

La déformation plastique a lieu lorsque l'état de contrainte actuel  $\sigma$  avec l'incrément de charge  $d\sigma$  produisent un état  $\sigma + d\sigma$  à l'extérieur du domaine élastique. Les observations expérimentales montrent que le signe de  $d\varepsilon^p$  (l'incrément de déformation plastique) coïncide avec celui de  $d\sigma$ . On introduit un potentiel plastique  $g$  tel que :

$$d\varepsilon^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma} \quad (\text{I-16})$$

avec  $d\lambda$  un scalaire non négatif appelé multiplicateur plastique à déterminer à l'aide de la condition de consistance  $\dot{f} = 0$ .  $d\varepsilon^p$  est, alors, perpendiculaire à la surface du potentiel plastique. Cette relation est dite *règle de normalité* qui découle du postulat de stabilité de Drucker [Chen, 1994].

Si  $f \equiv g$  on parle, alors, de la plasticité associée. Les matériaux ainsi définis sont dits « matériaux standards généralisés ».

### - Règle d'écrouissage

Il s'agit de déterminer la dépendance fonctionnelle de la limite d'élasticité de l'histoire de chargement plastique. On distingue deux types d'écrouissage : isotrope et cinématique comme vu précédemment. Il est, parfois, utile de combiner les deux types pour mieux représenter le comportement réel du matériau (fig.I-27).

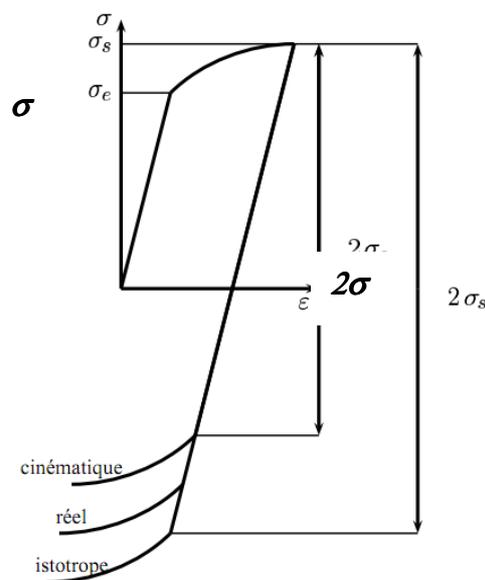


Fig.I-27 Comportement élastoplastique avec écrouissage combiné

## Chapitre I : Synthèse bibliographique

---

En uniaxial, la fonction de charge est écrite sous la forme :

$$f(\sigma, X) = (\sigma - X)^2 - \sigma_0^2 \quad (\text{I-17})$$

pour l'érouissage cinématique.

Où  $X$  est appelée contrainte de retour (backstress en terminologie anglo-saxonne).

$$f(\sigma, k) = \sigma^2 - k^2 \quad (\text{I-18})$$

Pour l'érouissage isotrope.

Où  $k$  désigne l'évolution de la taille du domaine d'élasticité.

Pour un érouissage combiné :

$$f(\sigma, X) = (\sigma - X)^2 - k^2 \quad (\text{I-19})$$

### - Paramètre d'érouissage

Deux hypothèses sont, d'habitude prise. L'une est que le taux d'érouissage est fonction du travail plastique total par unité de volume. La seconde est celle qui le prend fonction de la déformation plastique équivalente. En général, les deux mesures ne donnent pas les mêmes résultats sauf pour un matériaux isotrope et homogène avec le critère de Von Mises. Le paramètre le plus utilisé est la déformation plastique effective (ou cumulée) pour l'érouissage isotrope définie par :

$$\varepsilon_p = \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3} \mathbf{d}\boldsymbol{\varepsilon}^p : \mathbf{d}\boldsymbol{\varepsilon}^p} d\tau \quad (\text{I-20})$$

et une variable cinématique notée  $\boldsymbol{\alpha}$ .

### - La condition de consistance (ou de cohérence)

Pendant la déformation plastique, un état de contrainte reste sur les frontières du domaine d'élasticité ( $f > 0$  impossible). En d'autres termes, le domaine d'élasticité doit changer pour que l'état actuel reste sur les frontières du domaine lorsque le matériau subit une déformation élastoplastique.

Mathématiquement ceci s'exprime par :

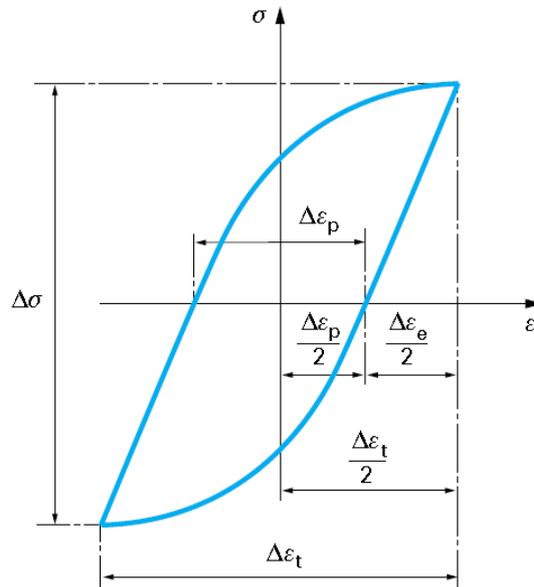
$$\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} d\boldsymbol{\sigma} + \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\kappa}} d\boldsymbol{\kappa} = 0 \quad (\text{I-21})$$

Où  $\boldsymbol{\kappa}$  représente les variables ou paramètres d'érouissage.

L'écriture d'une loi de comportement élastoplastique doit découler de toutes ces considérations. L'enjeu le plus important est la capacité de pouvoir décrire l'évolution de la surface de charge à l'aide des modèles d'érouissage isotrope, cinématique ou combiné avec ou non prise en compte de la distorsion de cette surface. Le chapitre II traitera de ces aspects.

## Chapitre I : Synthèse bibliographique

Après avoir introduit la théorie de la plasticité, nous exposons dans ce qui suit la plasticité cyclique et les phénomènes qui y sont liés. La figure I-28 montre quelques grandeurs utilisées dans le reste du chapitre.



$\Delta\varepsilon_e$  amplitude de déformation élastique  
 $\Delta\varepsilon_p$  amplitude de déformation plastique  
 $\Delta\varepsilon_t$  amplitude de déformation totale  
 $\Delta\sigma$  amplitude de variation de la contrainte

Fig.I-28 Quelques notions utiles

### I-10 Rochet uniaxial

Rappelons, ici, la définition du rochet [Chaboche, 2008]:

« Le rochet correspond à une accumulation progressive de la déformation plastique, cycle par cycle (un incrément de déformation positif  $\delta\varepsilon_p$  sous une contrainte moyenne positive, qui ressemble à l'effet de fluage. Mais qui ne doit pas être confondu avec le fluage étant donné qu'il n'est pas influencé par le temps ».

Les chargements cycliques sont appliqués soit à contraintes imposées soit à déformations imposées. Pour les deux cas, on peut noter les effets suivants :

#### I-10-1 Essais cycliques à contraintes imposées

A contrainte moyenne nulle le matériau ou la structure exhibent soit une adaptation soit une accommodation. Mais à contrainte moyenne non nulle il peut se produire l'une des réponses déjà mentionnées ci-dessus (fig.I-1). Cette réponse est dépend de deux paramètres :

- i- La contrainte moyenne,
- ii- La contrainte maximum imposée.

ainsi que de leurs histoires consécutives (fig.I-29) [Delobelle, 1995]. On peut, également, relever, sur la fig.I-29a, l'évolution de la déformation du rochet en fonction du nombre de cycles.

### I-10-2 Essais cycliques à déformations imposées

Dans ce type d'essais, un phénomène de durcissement ou d'adoucissement cyclique à déformation symétrique (fig.I-30) qui est différemment manifeste selon la nature du matériau (fig.I-31). Il est relié à la nature et la stabilité de la sous-structure de dislocation. Pour un matériau initialement doux, la densité de dislocation est faible et, du fait de la déformation plastique cyclique, la densité de dislocation augmente rapidement contribuant ainsi à un durcissement cyclique. Dans le cas inverse d'un matériau initialement dur, la déformation plastique cyclique tend à réarranger les dislocations dans une configuration qui présente une résistance moindre envers les déformations. On dit, souvent, « le mou devient dur et le dur devient mou ».

A déformation non symétrique, une relaxation de la contrainte moyenne pourrait se produire comme le montre la figure I-6.

Le phénomène de durcissement/adoucissement cyclique se traduit selon le cas par une augmentation ou une diminution de l'amplitude de la contrainte cycle après cycle. Pour se rendre compte de tel phénomène, on comparera la courbe réduite de traction-compression alternée (i.e  $\Delta\sigma/2=f(\epsilon/2)$ ) reliant les sommets des cycles stabilisés) avec la courbe de traction monotone. Il y a durcissement si la première se trouve au-dessus de la seconde

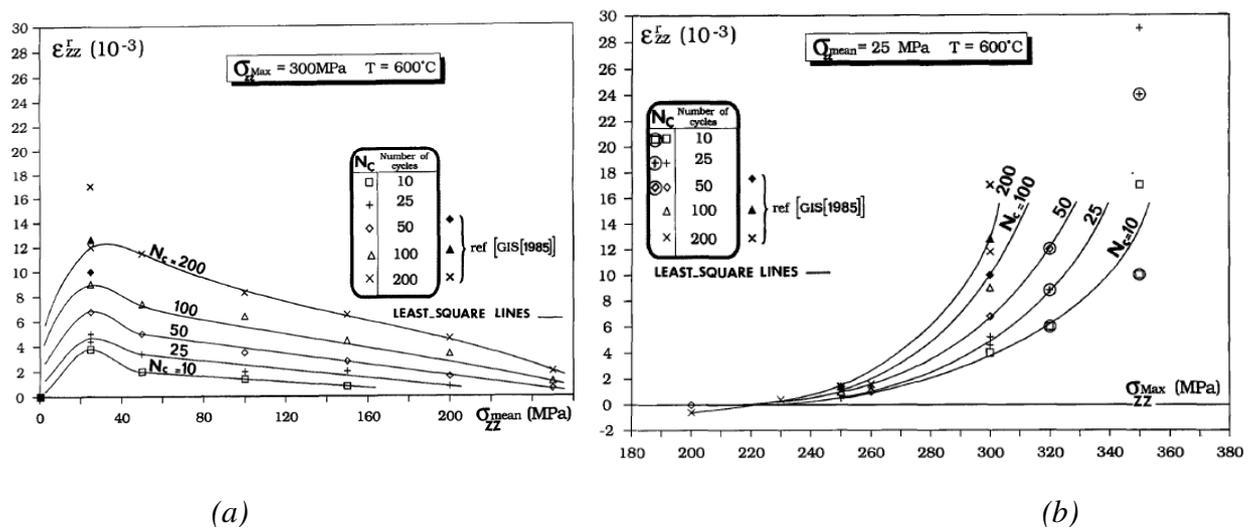


Fig.I-30 Effet de la contrainte moyenne (a) et de la contrainte totale (b) sur le rochet uniaxial de l'acier 316L pour différents cycles [Delobelle et al, 1995]

# Chapitre I : Synthèse bibliographique

et adoucissement dans le cas contraire (fig.I-30). L'effet de ce type d'écrouissage sur le rochet est clairement mis en évidence par les courbes de la fig.I-31 où l'on a représenté l'évolution de la déformation du rochet en fonction du nombre de cycles pour deux types d'aciers : 316L à durcissement cyclique et acier 1020 à adoucissement cyclique. Dans le premier cas, on remarque bien que la vitesse du rochet est très élevée pendant les premiers cycles mais qui tend vers un état asymptotique pour les cycles ultérieurs. Dans le second cas, cette évolution présente une courbe exponentielle.

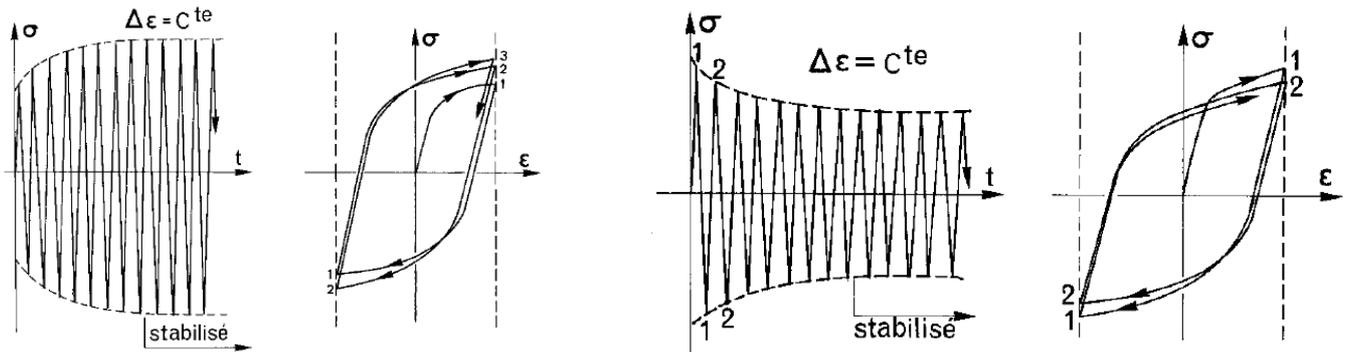


Fig.I-31 Durcissement/adoucissement cyclique

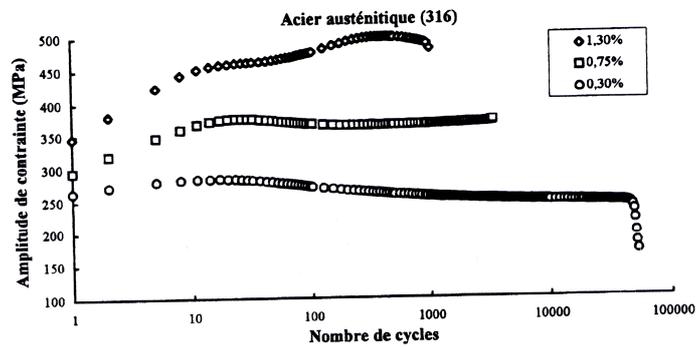


Figure I-8 : Courbes de durcissement/adoucissement cyclique d'un acier inoxydable austénitique 316 à 20°C [Moussavi 1997]

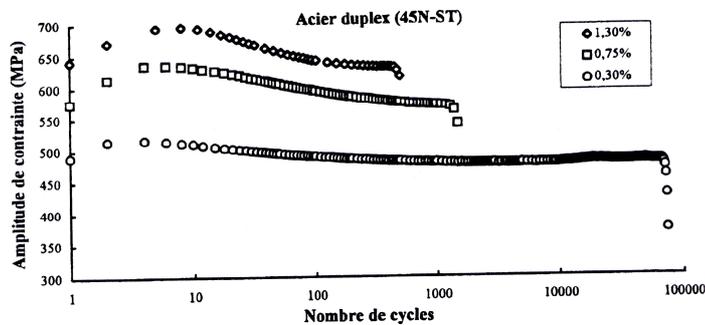


Figure I-9 : Courbes de durcissement/adoucissement cyclique d'un acier inoxydable austéno-ferritique (50%  $\alpha$ -50%  $\gamma$ ) à 20°C [Moussavi 1997]

Fig.I-31 Durcissement/adoucissement cyclique des matériaux.

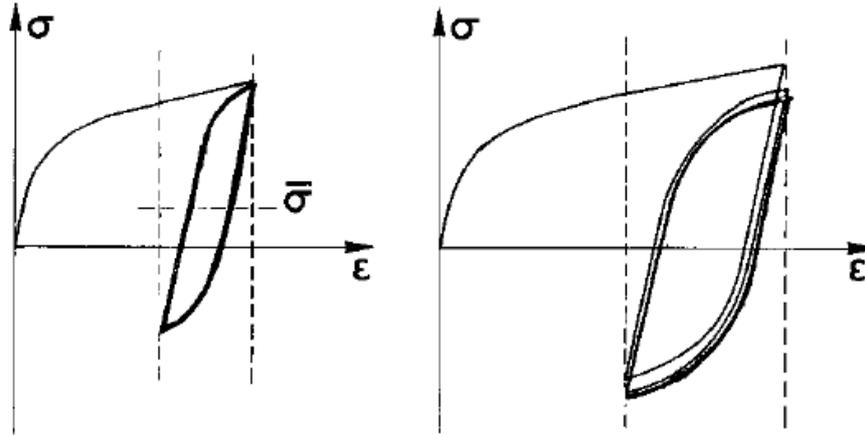


Fig.I-32 Non relaxation/relaxation de la contrainte moyenne à déformation imposée

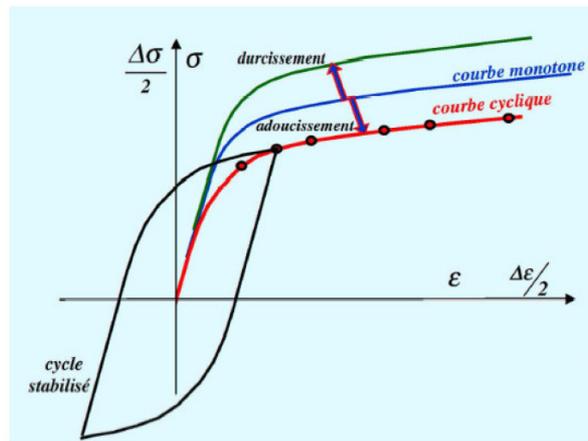


Fig.I-32 Courbe réduite par rapport à la courbe monotone

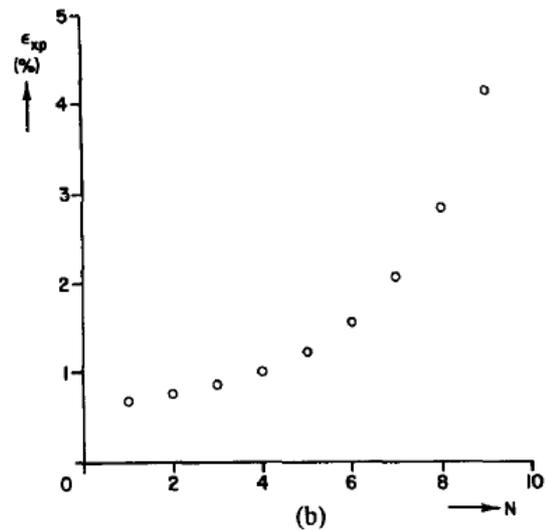
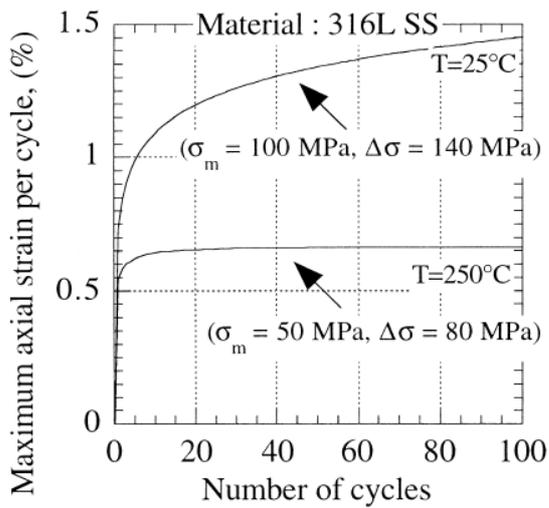


Fig.I-33 Effet du durcissement (316L)[Portier et al ,2002] /adoucissement cyclique (CS1020) [Hassan et Kyriakides,1992] sur le rochet uniaxial

Toutefois, pour certains matériaux (par ex. l'acier U71Mn des rails), cet écrouissage cyclique se stabilise au cours des premiers cycles [Kang *et al* 2002] et peut, par conséquent, être négligé pendant la modélisation.

### I-10-3 Effet de la vitesse de déformation

La vitesse de déformation, pour les matériaux visqueux, influe sur la vitesse du rochet. Ainsi, une vitesse faible excite plus le fluage du matériau en augmentant, de ce fait, sa déformation progressive. L'acier 316L possède une propriété particulière car il présente une viscosité considérable à température ambiante mais qui s'atténue autour de 300° C pour réapparaître aux environs de 600°C (fig.I-35).

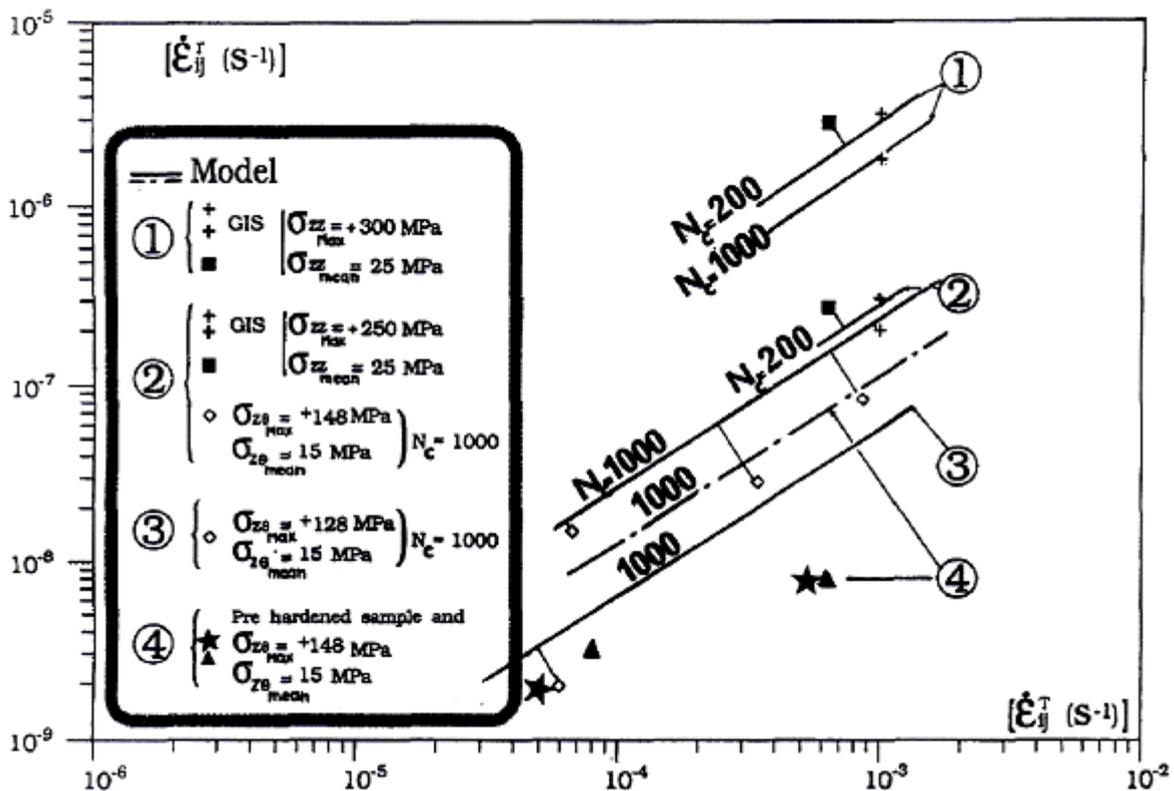


Fig.I-35 Effet de la vitesse de déformation sur la vitesse du rochet pour l'acier 316L à 600°C

[Delobelle et al, 1995]

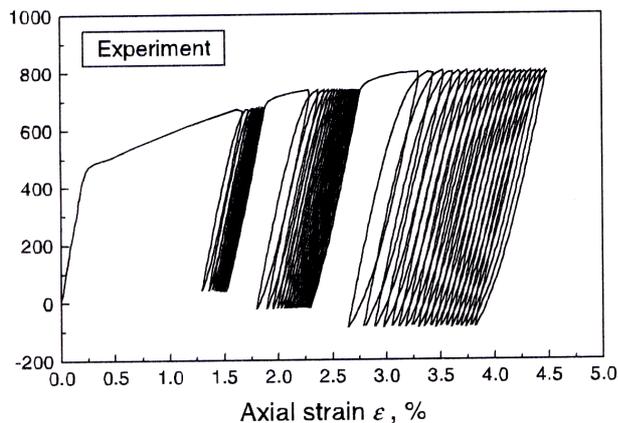
### I-10-4 Effet de la température

Des essais réalisés sur des spécimens de matériaux métalliques à des degrés de températures croissants ont montré que la déformation du rochet augmente avec l'accroissement de la température [Delobelle, 1989]. Toutefois, pour certains types d'aciers, cet effet de viscosité est présent même à des températures ambiantes (exemple l'acier 316L) mais qui s'atténue aux environs de 320° pour reprendre à des températures plus élevées [Pélissier-Tanon et al.,1982].

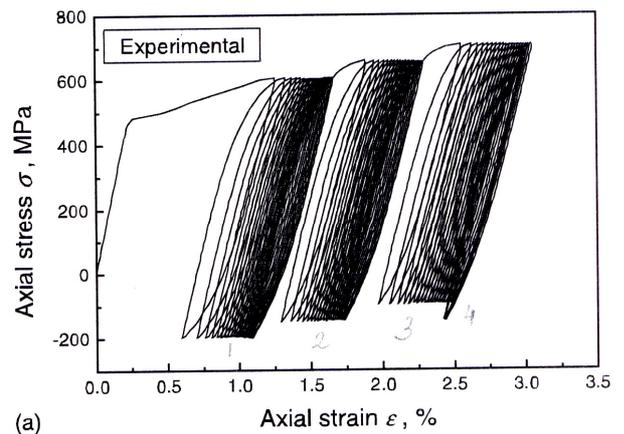
## I-10-5 Effet de l'histoire de chargement

Deux histoires de chargements consécutives (dans le sens croissant) concernant l'amplitude de la contrainte réalisées sur un matériau montrent clairement que le préchargement avec une amplitude de contrainte élevée a pour effet de réduire le rochet pour le cyclage ultérieur avec une amplitude moins importante. Le même phénomène est observé pour une histoire de contrainte moyenne (fig.I-36).

(a)



(b)



D : Histoire de la contrainte moyenne avec une amplitude de contrainte de 441 MPa  
E : Histoire de l'amplitude de contrainte avec une contrainte moyenne de 359 MPa

Fig.I-36 Courbes contrainte-déformation pour un cyclage traction-compression sous différentes histoires de chargement de l'amplitude de la contrainte (a) et de la contrainte moyenne (b) pour l'acier U71Mn des rails [Kang et al., 2002]

## I-11 Le rochet multiaxial

Les phénomènes qui sont cités ci-avant pour le rochet uniaxial sont, également, observés pour le rochet multiaxial. Mais d'autres viennent s'ajouter à ceux-ci comme l'effet de chargement non-proportionnels qui se manifeste par un surécrouissage cyclique et l'effet dû à la forme du trajet de chargement.

### II-11-1 Surécrouissage dû aux chargements non-proportionnels

Pour les aciers inoxydables austénitiques, un chargement non-proportionnel provoque un écrouissage supplémentaire (surécrouissage) pour une même déformation totale imposée. Un acier inoxydable 316L pourrait avoir une réponse stabilisée, sous chargement non-

## Chapitre I : Synthèse bibliographique

proportionnel circulaire, en contrainte supérieure de 1.7 fois que celle obtenue pour un chargement proportionnel et ce pour une déformation imposée de 0.5% (fig.I-37). La durée de vie en fatigue est, drastiquement, réduite par cet écrouissage additionnel. La réduction maximale est de l'ordre de 20 fois en comparaison avec la fatigue due aux chargements proportionnels [Itoh et miyazaki, 2003]. Il est, généralement, supposé que cet effet est dû à l'activation d'un nombre plus élevé de systèmes de glissement par le chargement non-proportionnel complexe. Toutefois, cet effet n'est pas présent pour tous les matériaux et pour toutes les conditions d'essais. Ainsi, l'acier 316L, à la température 20°C, présente une forte sensibilité envers les chargements non-proportionnels (fig.I-37) mais cet effet se voit s'estomper à des températures très élevées, 600°C par exemple, comme le montre la courbe de la fig.I-38 [Delobelle et al, 1995]. Ceci est, probablement, dû au fait que ce matériau, de structure CFC initialement, passe à une structure CC insensible à cet effet [Doquet, 1989].

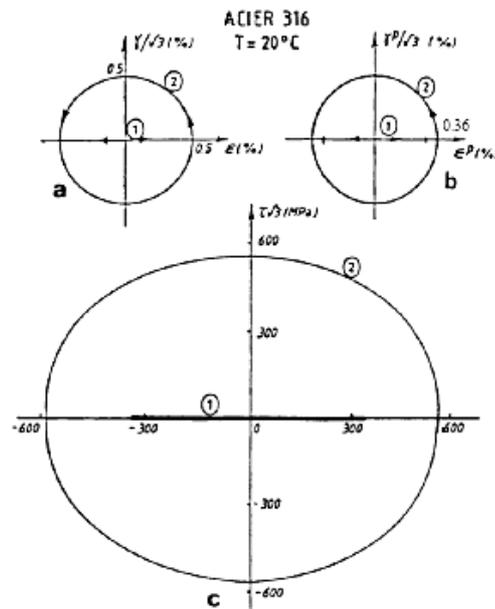


Fig.I-37 réponse stabilisée en contrainte et en déformation plastique pour deux chargements proportionnel et non-proportionnel (acier 316L) [Benallal et al., 1985]

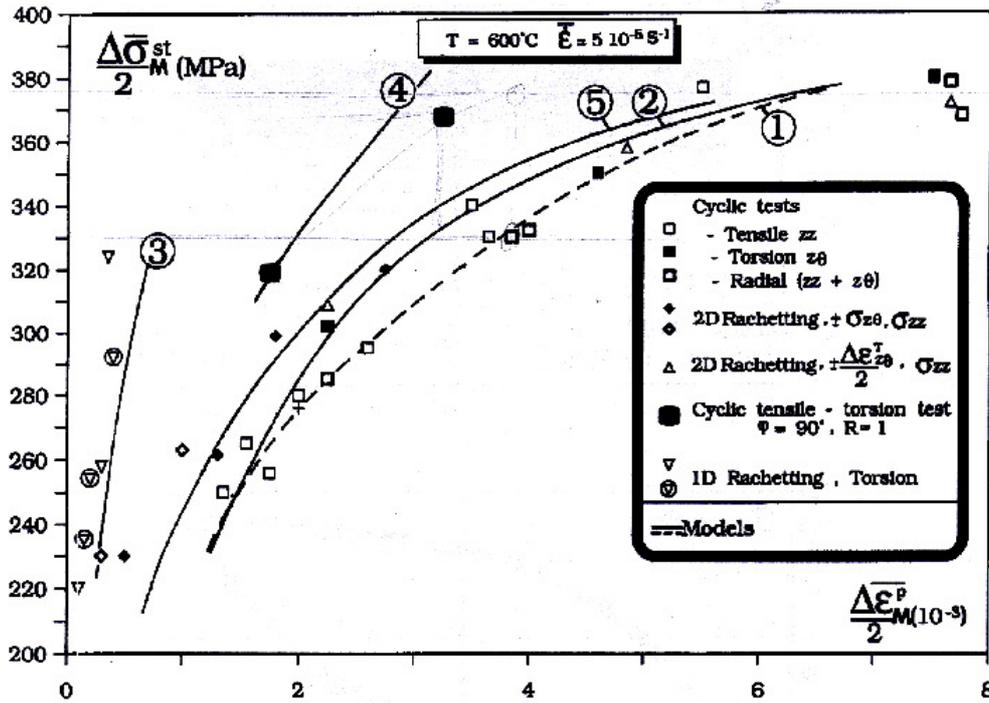


Fig.I-38 Ecrouissage supplémentaire pour un chemin circulaire (acier 316L)

■ pour un chargement circulaire, □ pour un chargement radial [Delobelle et al, 1995]

Le phénomène d'écrouissage supplémentaire est, clairement, visible sur la figure I-39, pour un acier inoxydable duplex et ce pour différents trajets de chargement [Aubin, 2001].

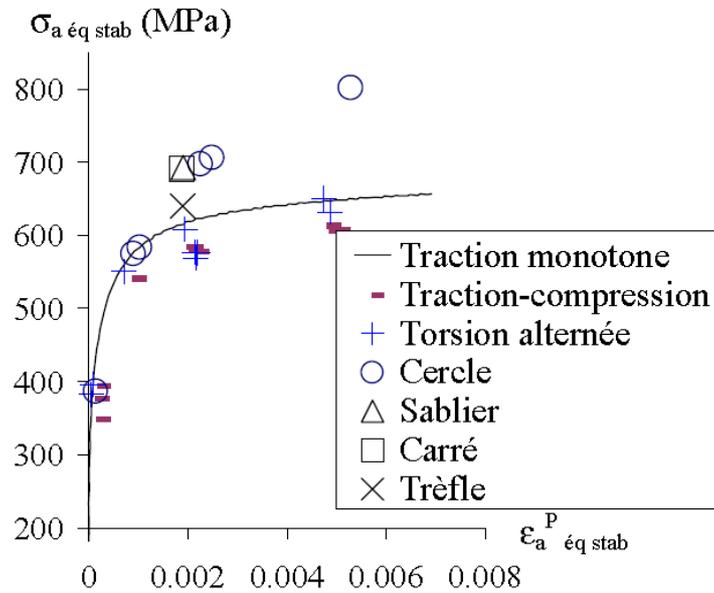


Fig.I-39 Surécrouissage pour différents histoires de chargement (acier inoxydable duplex)

[Aubin, 2001]

### I-11-2 Effet de la forme du trajet de chargement :

Les travaux de Benallal [1989] et de Calloch [1999] ont montré que différents trajets de chargements peuvent engendrer des durcissements supplémentaires différents. Le trajet en sablier semble être le plus à favoriser ce type d'écrouissage (fig.I-40 pour l'acier 316L).

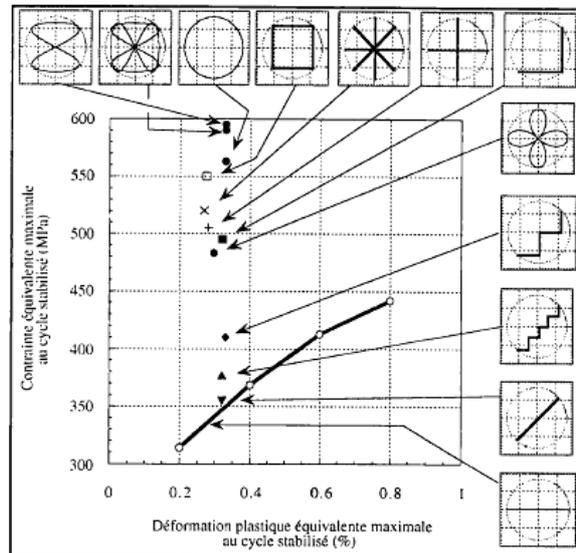


Fig.I-40 Effet du chemin de chargement sur le surécrouissage de l'acier 316L [Benallal, 1989]

### I-11-3 Influence de l'amplitude de la déformation imposée et de son histoire

Pour une amplitude de déformation imposée faible, un matériau a une déformation plastique moins importante que celle obtenue pour une déformation imposée plus élevée. L'histoire de la déformation affecte, également, la réponse du matériau. Ainsi, un matériau soumis à une amplitude de déformation  $\Delta\epsilon_1$  se stabilise à une contrainte totale  $\sigma_1$ . S'il est, ensuite, soumis, à une amplitude  $\Delta\epsilon_2 > \Delta\epsilon_1$  il se durcira sous cet état de déformation jusqu'à se stabiliser. Mais si, enfin, la première histoire est reprise ( $\Delta\epsilon_1$ ), la réponse, en général, sera différente de celle de la première phase. Il y a, donc, une mémorisation de l'histoire de la déformation. Cette mémorisation n'est pas toujours observée. Par exemple, l'acier 316L manifeste bel et bien cette dépendance tandis que l'acier U71Mn ne présente pas cette propriété (fig.I-41). Le niveau de la contrainte influe, également, sur l'écrouissage cyclique.

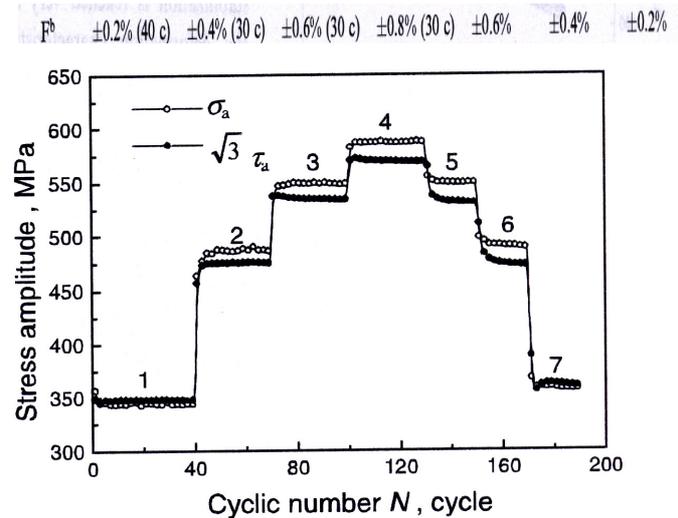
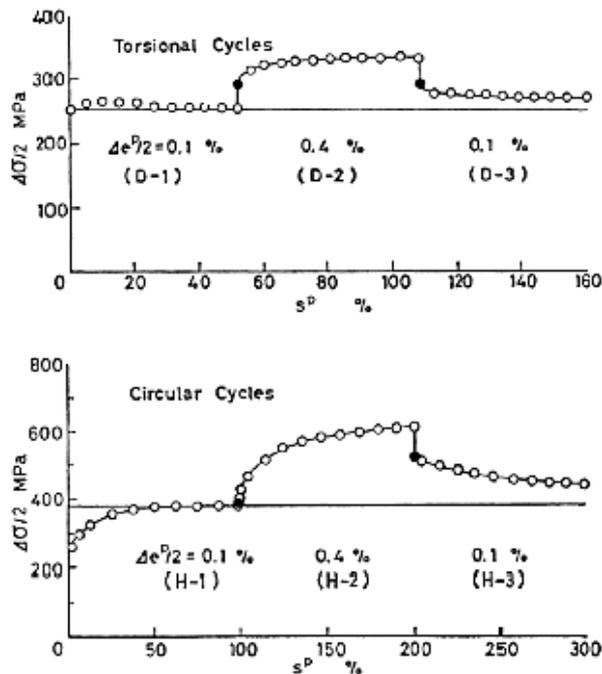


Fig. 9. Relations of responding stress amplitude  $\sigma_a$  and  $\sqrt{3}\tau_a$  vs cyclic number  $N$  for multi-axial circular path under loading history  $F$  with variable equivalent strain amplitudes.

Fig.I-41 Effet de l'amplitude de la déformation imposée et de l'histoire sur la réponse de deux aciers : (a) : acier 316L (mémoire)[Tanaka, 1985], (b) : acier U71Mn (pas de mémoire)[Kang et a, 2002]

## I-12 Le rochet structural

Les essais sur éprouvettes sont utilisés dans l'identification du comportement d'un matériau. Ils sont, de ce fait, plus maniables par l'expérimentateur qui a la possibilité d'imposer un état de contrainte (ou de déformation) uniforme dans la partie utile. Toutefois, ils présentent l'inconvénient de n'être pas représentatifs des cas réels. Les essais sur structures viennent, en principe, combler cette lacune. Ils tentent de reproduire les conditions réelles de service de certains composants dans l'industrie nucléaire par exemple. Or, deux difficultés majeures se présentent à l'expérimentateur : l'une relative à la représentativité de ces structures de cas réels et l'autre découlant de la première réside dans le fait qu'une structure pour qu'elle soit représentative doit inclure un degré de complexité croissant et, par conséquent, le suivi d'essais deviendra difficile à suivre en continu d'où la difficulté de lui attribuer une grande confiance. Un compromis doit, alors, être trouvé. On passe en revue certains essais sur structures disponibles dans la littérature.

### I-12-1 Les tubes de l'INSA [Rakotvelo, 1999]

Il s'agit de tubes minces cylindriques en acier inoxydable 316L de 2 mm d'épaisseur et de 400 mm de diamètre. Les charges appliquées sont une combinaison de charge mécanique de

## Chapitre I : Synthèse bibliographique

traction constante (membrane primaire) et de charge thermique axiale cyclique (membrane secondaire + flexion) (Fig.I-42).

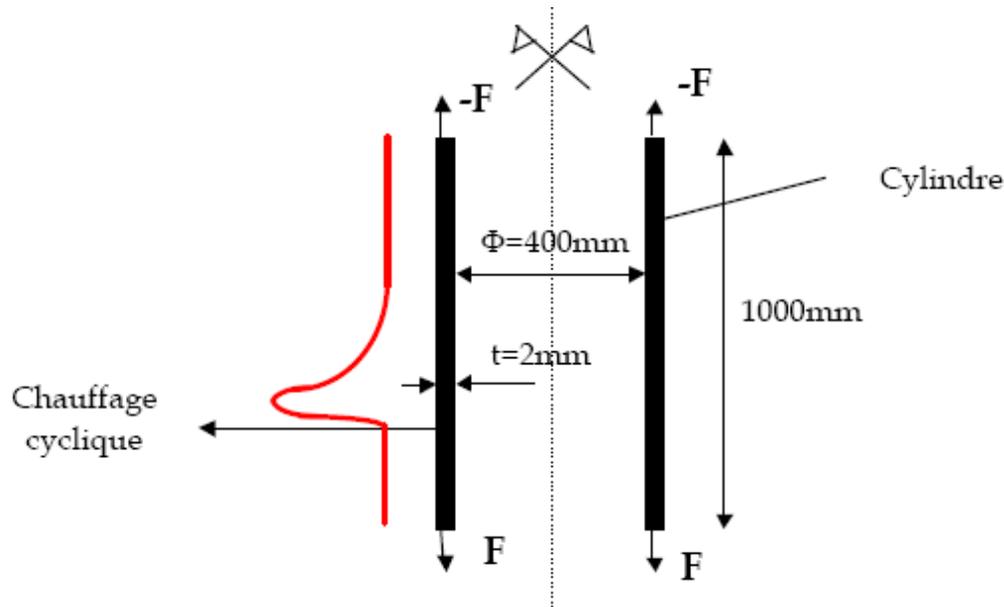


Fig.I-42 Tubes de l'INSA

Le tableau tab.I-1 résume les histoires de chargements appliqués.

Tab.I-1 Chargement appliqué et nombre de cycles

Essais	Nombre de cycles	P (KN)	G °C/cm	$\sigma_t / \sigma_e$	$\sigma_p / \sigma_e$
1	1	0	60	0.38	-
2	4	300	80	0.53	0.38
3	5	450	125	0.86	0.60
4	20	450	250	1.95	0.60
5	10	470	240	1.87	0.69
6	31	470	300	2.32	0.72
7	1	470	300	2.32	0.72

**G** : Gradient thermique ; **P** : Traction ;  **$\sigma_t$**  : Contrainte thermique ;  **$\sigma_p$**  : Contrainte mécanique équivalente ;  **$\sigma_e$**  : Limite élastique

Les résultats tirés de ces essais sont [Rakotovo, 1998] :

- Confirmation de l'inaptitude du modèle EPP à la résolution de ce type de problèmes,
- Le modèle de Chaboche décrit bien le comportement de la structure pendant les premiers cycles mais s'avère très pessimiste quant à la détermination de l'état limite.

### I-12-2 Structure 'VINIL' [Cabrillat et al, 1993a]

C'est un cylindre soumis à un gradient thermique se déplaçant dans le sens axial (Fig.I.43). Il n'y a pas de charge mécanique (primaire). L'objectif est de mettre en évidence le type de rochet thermique non conventionnel en l'absence de charge primaire et l'inapplicabilité de certaines méthodes de calcul simplifiées (méthode d'efficacité, diagramme de Bree). La méthode japonaise s'avère très conservatrice et cette tendance devrait s'accroître du fait qu'elle ne prend pas en compte l'effet de fluage. L'utilisation d'une extension du diagramme d'efficacité en prenant en compte l'effet ressort pour l'estimation de la déformation finale de la structure donne des résultats meilleurs. Une analyse élastoplastique a été effectuée en utilisant trois modèles : isotrope, cinématique linéaire et Chaboche viscoplastique [Cabrillat et al, 1993b]. Seul le modèle de Chaboche peut rendre compte du phénomène du rochet sur cinq cycles mais l'estimation de la déformation finale nécessite le recours à d'autres techniques.

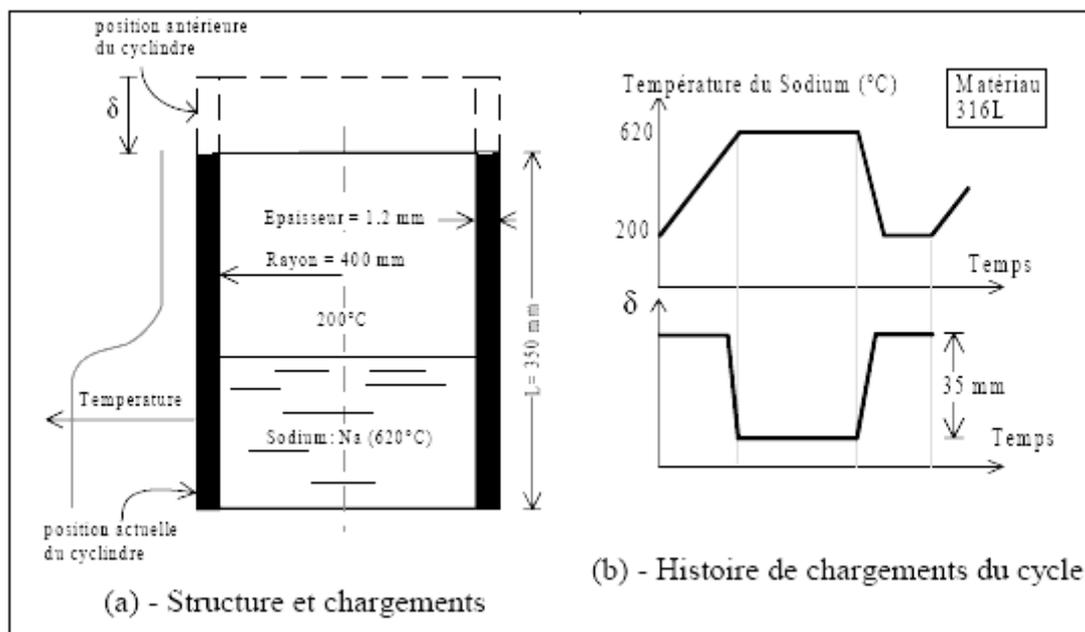


Fig.I-43 Structure VINIL et chargement appliqué

### I-12-3 Structure 'trois barres' [Bahbouhi, 1986, Uga, 1978]

Il s'agit d'une structure composée de trois barres en acier inoxydable AISI 316 disposées comme le montre la figure I-44 et soumises à l'action d'une traction constante ainsi qu'à un déplacement. La barre latérale ou centrale est soumise à un chargement thermique cyclique obtenu par chauffage les autres barres étant maintenues à la température ambiante.

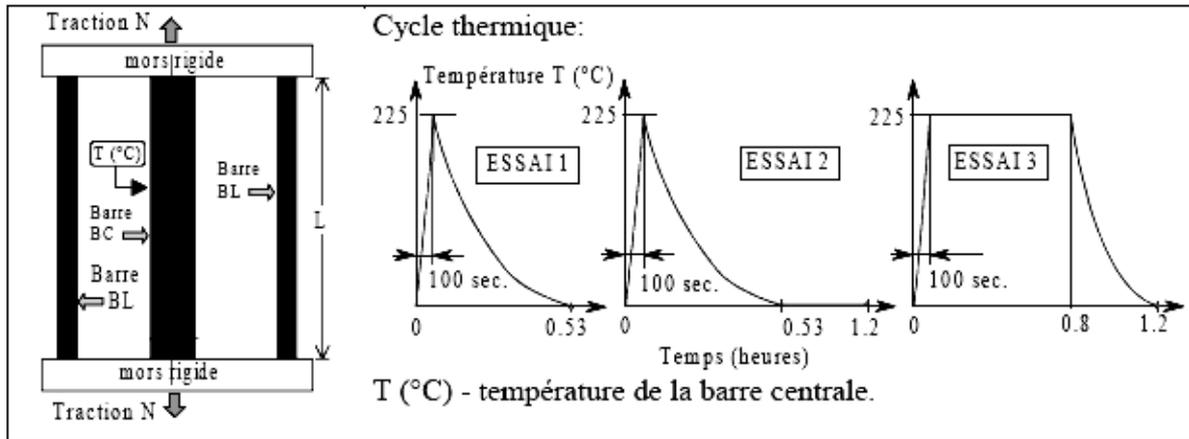


Fig.I-44 Structure 'trois barres' et histoire de chargement

Les résultats obtenus, en particulier l'essai 3, montrent clairement la nécessité de prendre en compte la viscosité du matériau car la déformation progressive finale pour cet essai est plus importante que celles des deux premiers. A noter que cet essai, vu l'élanement des barres, est très sensible au problème de flambage.

#### **I-12-4 Structure 'bitube' [Taleb, 1991] :**

Cette structure, contrairement à la structure 'trois barres', est insensible au problème de flambage. Elle est composée de deux tubes concentriques liés rigidement à leur extrémité (fig.I-45). Différentes nuances d'acier ont été utilisées : 316L, Alliage 800 et 9Cr1Mo Modifié. Le chargement consiste en un chargement mécanique primaire (traction axisymétrique) variable dans le temps pour prendre en compte le cas de surcharges accidentelles ainsi qu'à un chargement thermique secondaire cyclique par chauffage du tube externe en maintenant le tube interne à la température ambiante.

L'objectif de l'essai sur le 'bitube' est d'étudier l'effet d'une surcharge primaire accidentelle et l'effet de ressort en vue d'une quantification expérimentale.

- $i=1$  pour le tube interne et  $i=2$  pour le tube externe,
- $l_1=l_2=l$ , est la longueur de la zone mince (égale pour les 2 tubes),
- $l'_1=l'_2=l'$ , est la longueur de la zone épaisse (égale pour les 2 tubes),
- $\eta=l_1/l'_1=l_2/l'_2=l/l'$ ,
- $S_1=S_2=S$ , est la section transversale de la zone mince (égale pour les 2 tubes),
- $S'_1=S'_2=S'$ , est la section transversale de la zone épaisse (égale pour les 2 tubes),
- $\beta=S_1/S'_1=S_2/S'_2=S/S'$ .
- $\gamma=V_1/V'_1=\eta\beta$

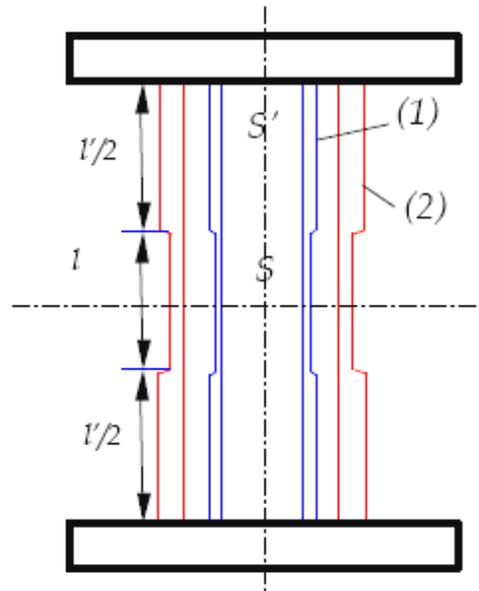


Fig.I-45 Structure bitube

### I-12-5 structure 'en Y' [Lee et al, 2004]

C'est une structure sous forme Y soudée en acier inoxydable 316L conçue pour étudier l'effet de forme ainsi que l'effet de contraintes résiduelles résultant de l'opération de soudage (fig.I-46). La structure est soumise à un gradient thermique axial se déplaçant périodiquement pour reproduire les conditions de service dans lesquelles se trouvent les réacteurs métalliques liquide (LMR : Liquid Metal Reactor).

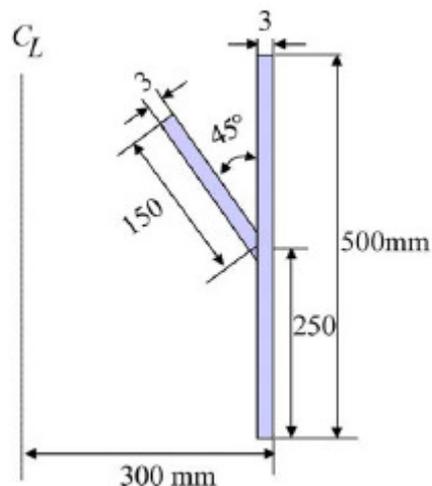


Fig.I-46 Structure en 'Y'

L'objectif est de confronter les résultats expérimentaux à ceux obtenus grâce à une étude utilisant la méthode japonaise. A l'issue de cette étude, la méthode japonaise s'avère légèrement non conservative.

### I-12-6 Tuyauterie droite [Rahman et al., 2008]

Cette structure a été conçue par Kyriakides et Shaw. [Kyriakides et Shaw, 1987] et utilisée par Rahman et al. [Rahman et al., 2008]. Elle est constituée d'une tuyauterie soumise à une pression constante avec une flexion alternée aux extrémités (fig.I-47). Les auteurs ont examiné la capacité de sept modèles à prédire le comportement de la structure étudiée vis-à-vis du rochet (déformation circonférentielle) et de la variation du diamètre de la section droite. Ces modèles n'ont pas été capables de prévoir de manière satisfaisante ce comportement. Les modèles utilisés sont : Prager, Besseling, Chaboche, tous trois incorporés sous ANSYS, Chaboche modifié par Bari et Hassan, Ohno-Wang, Ohno-Wang modifié par Chen et Jiang et Abdel-Karim-Ohno. Ces derniers ont été implémentés dans ANSYS. Cette mauvaise prévision est attribuée soit à une incapacité des modèles à prévoir le comportement de la structure ou à une mauvaise identification des paramètres des matériaux faite sur la base d'un ajustement sur des essais sur matériau. Les auteurs ont avancé l'idée selon laquelle pour mieux modéliser le comportement des structures il faut prendre en compte la vitesse de chargement et l'érouissage ou l'adoucissement cyclique puisque la forme de la boucle d'hystérésis en dépend fortement.

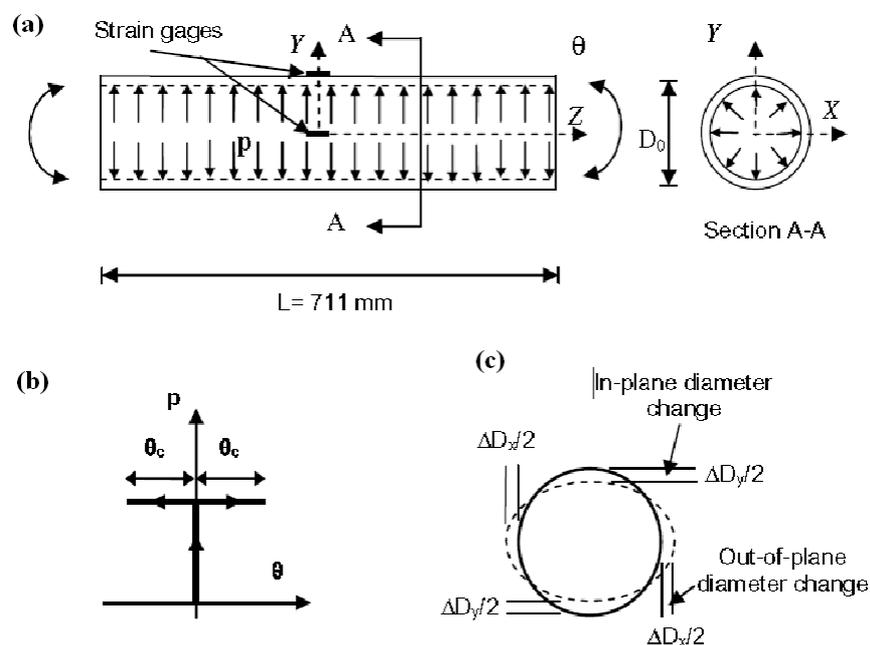


Fig.I-47 (a) La tuyauterie soumise à une pression interne ( $p$ ) et une rotation cyclique ( $\theta$ ). (b) Chemin de chargement. (c) Variation du diamètre de la section droite sous l'effet de la flexion. [Rahman et al., 2008]

### **I-13 Conclusion**

A l'issue de ce passage en revue des différents aspects expérimentaux qui rentrent en jeu lors l'étude de la fatigue oligocyclique et qui met tout en exergue son caractère complexe et imprévisible d'où sa dangerosité, les méthodes de prévision de la réponse matérielle ou structurale vont être exposées dans le chapitre suivant.

Elles sont basées sur la théorie de l'état limite ou sur l'élaboration de lois de comportement incrémentales.

# Chapitre II

## Méthodes de calcul en plasticité cyclique

## Chapitre II : Méthodes de calcul en plasticité cyclique

---

Dans le chapitre précédent, la théorie de plasticité sur le plan expérimental et théorique ainsi que le côté cyclique a été abordée. Ce chapitre est consacré aux méthodes de calcul en plasticité cyclique.

### **II-1 Méthodes simplifiées de prévision de l'état limite**

Ces méthodes sont censées fournir une idée quantitative et qualitative sur l'état limite ou asymptotique. Or, peu de méthodes sont capables de le faire simultanément. Le choix entre les méthodes dépend beaucoup de la nature de la structure. En outre, certaines de ces méthodes sont basées sur une analyse purement élastique alors que d'autres sont, plutôt basées sur une analyse élastoplastique. Une propriété commune à ces méthodes est qu'elles exigent la décomposition des contraintes en contraintes primaires et contraintes secondaires.

Par contrainte primaire on entend toute contrainte normale ou de cisaillement développée par un chargement imposé nécessaire pour satisfaire les équations d'équilibre et les conditions aux limites. La principale caractéristique d'une contrainte primaire est qu'elle n'est pas auto-limitée, i.e. ne peut être récupérée par une déformation plastique localisée et, si elle n'est pas limitée, peut conduire à une déformation plastique excessive de la structure.

Une contrainte secondaire est, par contre, celle qui est développée par un déplacement imposé. La principale caractéristique de cette contrainte est qu'elle est auto-limitée car elle peut être récupérée par une petite déformation plastique localisée qui ne provoque pas une distorsion importante de la structure. La ruine à partir d'une seule application de la contrainte secondaire n'est pas envisageable. Certaines contraintes à déformations contrôlées sont considérées comme primaires comme celles à effet de ressort très élevé.

Comparées au calcul incrémental qui nécessite un travail laborieux sur un grand nombre de cycles, donc plus coûteux, ces méthodes ont l'avantage d'être simples pour le dimensionnement des structures.

### II-1-1 Méthodes basées sur l'analyse élastique

On passera en revue les fondements théoriques des méthodes utilisant l'analyse limite.

#### II-1-1-1 Théorèmes d'analyse limite

##### II-1-1-1-1 Théorèmes standard

Les théorèmes évoqués ci-dessus sont ceux concernant les matériaux standard, i.e ceux obéissant au principe du travail plastique maximal (PTPM) énoncé par Hill [Hill, 1958], ou les postulats de Drucker, avec les deux conséquences qui en découlent, à savoir : normalité et associativité.

Deux hypothèses principales sont avancées :

- 1- Le comportement du matériau est supposé élastique parfaitement plastique (EPP),
- 2- La structure n'est le lieu que des petites déformations ce qui implique que la géométrie de la structure reste inchangée.

Ces théorèmes fournissent les bornes inférieure et supérieure des chargements sous lesquels une structure supposée élastique parfaitement plastique atteint un état critique. Cet état critique est caractérisé par un écoulement plastique libre, i.e,  $\dot{\varepsilon}^p \neq 0$  avec  $\dot{\sigma} = 0$ .

##### II-1-1-1-2 Théorème de la borne inférieure :

Cette présentation est due à Drucker, Greenberger et Prager [Lubliner, 1990].

Soient le chargement  $\vec{f}$  et  $\vec{T}$  ainsi que les champs  $\sigma$ ,  $\vec{v}$  et  $\mathcal{E}$  (resp.) de contrainte, de vitesse et de vitesse de déformation (inconnues) correspondant à l'état de ruine. On suppose qu'on ait, d'une certaine manière, pu déterminer un champ de contrainte  $\sigma^*$  respectant le critère de rupture et qui est en équilibre avec le chargement  $\vec{f}^* = \frac{1}{s}\vec{f}$ ,  $\vec{T}^* = \frac{1}{s}\vec{T}$  où  $s$  est un facteur numérique.

En appliquant le principe des travaux virtuels (PTV) :

$$\int_V \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} dV = \frac{1}{s} \left[ \int_{\partial V} \vec{T} \cdot \vec{v} dS + \int_V \vec{f} \cdot \vec{v} dV \right] = \frac{1}{s} \int_V \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{s} \int_V D_p \left( \dot{\varepsilon} \right) dV \quad (\text{II-1})$$

Le principe du travail plastique maximal stipule que :

$$D_p \left( \dot{\varepsilon} \right) \geq \sigma_{ij}^* \dot{\varepsilon}_{ij} \quad (\text{où } D_p \left( \dot{\varepsilon} \right) \text{ est la dissipation plastique maximale}) \quad (\text{II-2})$$

Ce qui implique que

$$s \geq 1. \quad (\text{II-3})$$

La structure ne peut, donc, tomber en ruine pour ce champ.

### II-1-1-3 Théorème de la borne supérieure

Cette fois-ci, on suppose qu'on ait, d'une certaine manière, pu déterminer un vecteur de  $\vec{v}$  (un mécanisme de ruine) avec la vitesse de déformation correspondante  $\dot{\varepsilon}$  et le chargement correspondant  $\vec{f}^* = c\vec{f}$ ,  $\vec{T}^* = c\vec{T}$  qui satisfait :

$$\int_{\partial V} \vec{T}^* \cdot \vec{v}^* dS + \int_V \vec{f}^* \cdot \vec{v}^* dV = \int_V D_p \left( \dot{\varepsilon}^* \right) dV \quad (\text{II-4})$$

En appliquant le PTV :

$$\int_V D_p \left( \dot{\varepsilon} \right) = c \int_V \sigma_{ij}^* \dot{\varepsilon}_{ij} dV \quad (\text{II-5})$$

où  $\sigma$  est le champ de contrainte correspondant à l'état de ruine.

De même que précédemment, le PTPM implique que :

$$c \geq 1. \quad (\text{II-6})$$

### II-1-1-2 Théorèmes d'adaptation

Les théorèmes précédents concernent la ruine statique étant donné que la vitesse de chargement est nulle et que l'écoulement est libre. D'autres cas de figures peuvent se

## Chapitre II : Méthodes de calcul en plasticité cyclique

présenter où le chargement n'atteindra pas le chargement limite mais, du fait de sa cyclicité, la structure pourra ne plus tenir dans les deux cas suivants :

- 1- Fatigue oligocyclique où la déformation plastique nette reste faible,
- 2- Ruine incrémentale (ou rochet) où il y a accumulation de la déformation plastique.

Il est également envisageable que la structure, après un certain nombre de cycles, ne subit pas d'avantage de déformation plastique et que le cycle chargement-déchargement est élastique ou forme une boucle totalement fermée. Dans ce cas, on parle plutôt d'adaptation ou d'accommodation.

### II-1-1-2-1 Théorème quasi-statique :

On suppose que l'adaptation de la structure a eu déjà lieu sous un chargement variable dans le temps mais de manière très lente de manière à ce que l'inertie soit négligée. La déformation étant indépendante du temps et définissant un champ d'autocontrainte indépendant du temps  $\rho$  tel que le tenseur de contrainte total :

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^e + \boldsymbol{\rho} \quad (\text{II-7})$$

respecte le critère de limite élastique partout :

$$\text{i.e } f(\boldsymbol{\sigma}^e + \boldsymbol{\rho}) \leq 0 \quad (\text{II-8})$$

En fait tout champ d'autocontrainte  $\boldsymbol{\rho}^*$  (pas forcément égal au champ réel) vérifiant :

$$f(\boldsymbol{\sigma}^e + \boldsymbol{\rho}^*) \leq 0 \quad (\text{II-9})$$

est un champ pour lequel l'adaptation de la structure aura lieu dans l'intervalle de chargement considéré.

Cette généralisation est attribuée à Melan(1938).

Par ailleurs, l'extension aux matériaux écrouissables est due à Mandel [1976]. La surface de charge est de la forme :

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\xi}) = F(\boldsymbol{\sigma} - c\boldsymbol{\varepsilon}^p) - k^2(\boldsymbol{\kappa}) \quad (\text{II-10})$$

## Chapitre II : Méthodes de calcul en plasticité cyclique

---

Un tel matériau s'adapte si, en plus de  $\rho^*$ , il existe des variables internes indépendantes du

temps  $\xi^* = (\boldsymbol{\varepsilon}^P, \mathbf{k}^*)$  telle que :

$$f(\boldsymbol{\sigma}^e + \boldsymbol{\rho}^*, \xi^*) \leq 0 \quad (\text{II-11})$$

### II-1-1-2-2 Théorème cinématique

L'adaptation n'a pas eu lieu si on peut trouver un champ de vitesses cinématiquement

admissible  $\vec{v}^*$ , avec  $\vec{v}^* = 0$  sur les frontières  $\partial_v V$ , telle que :

$$\int_{\partial V} \vec{T} \cdot \vec{v}^* dS + \int_V \vec{f} \cdot \vec{v}^* dV > \int_V D_p \left( \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^* \right) dV \quad (\text{II-12})$$

qui sera transformée en appliquant le PTV au second membre de l'intégrale en :

$$\int_V \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} > \int_V D_p \left( \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \right) dV \quad (\text{II-13})$$

Si on suppose maintenant, que l'adaptation a eu lieu avec un champ de contrainte résiduel  $\rho$  indépendant du temps.

PTPM :

$$D_p \left( \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \right) \geq (\sigma_{ij}^e + \rho_{ij}) \dot{\varepsilon}_{ij} \quad (\text{II-14})$$

Soit en intégrant :

$$\int_V D_p \left( \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^* \right) dV \geq \int_V \sigma_{ij}^e \dot{\varepsilon}_{ij}^* dV + \int_V \rho_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^* dV \quad (\text{II-15})$$

La dernière intégrale est nulle du fait que  $\boldsymbol{\rho}$  est un champ autoéquilibré. Les deux inégalités sont contradictoires ce qui implique que l'adaptation ne peut pas avoir eu lieu.

### II-1-1-2-3 Extension de Ponter [1983]

Cette méthode vise à évaluer le domaine d'accommodation étant donné que les méthodes présentées ci-dessus sont restrictives du fait qu'elles assurent une condition d'adaptation ce qui peut être, parfois, non économique.

### II-1-2 Méthodes simplifiées

#### II-1-2-1 Règle des 3 $S_m$

La contrainte fondamentale admissible dans le code ASME est la  $S_m$ , qui est définie comme suit :

$$S_m = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{3} \sigma_u \\ \frac{2}{3} \sigma_y \end{array} \right. \quad (\text{II-16})$$

Où  $\sigma_u$  et  $\sigma_y$  sont, resp., les contraintes ultimes et limite pour une température donnée.

Le facteur 2/3 est remplacé par 0.9 pour les matériaux fortement écrouissables comme les aciers inoxydables austénitiques.

Pour s'assurer que les résultats obtenus à partir d'une analyse élastique sont applicables au rochet élastique, le code limite la valeur maximale de l'amplitude de la contrainte primaire et secondaire cyclique comme suit :

$$\Delta(P + Q) \leq 3S_m \quad (\text{II-17})$$

Où  $P$  : contrainte primaire,

$S$  : contrainte secondaire.

Cette méthode possède, également, sa version élastoplastique [Shah et al., 2003]. Elle ne revêt qu'un caractère qualitatif et ne prévoit pas de fluage.

#### II-1-2-2 Méthode de ZAC :

Elle est due à Zarka et Casier [Zarka et Casier, 1977 ].

Les hypothèses qui précèdent l'application de cette méthode sont les suivantes :

## Chapitre II : Méthodes de calcul en plasticité cyclique

---

- Evolution quasi-statique
- Déformations infinitésimales
- Paramètres matériels indépendants du temps
- Chargement périodique
- Le domaine élastique est défini par le critère de Von Mises :

$$f(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}) \leq \sigma_y \quad (\text{II-18})$$

avec  $\mathbf{X} = c\boldsymbol{\varepsilon}^p$   $\mathbf{X}$  est la variable cinématique définissant l'écrouissage cinématique,

$\boldsymbol{\varepsilon}^p$  : tenseur des déformations plastiques,

$c$  : paramètre du matériau.

En se plaçant dans ce cadre, le théorème de Melan montre que, sous chargement périodique, toute solution d'un problème d'évolution tend vers une solution périodique en termes de contrainte et de déformation correspondant à l'état limite. Si l'amplitude locale de la déformation plastique s'annule en tout point de la structure, il y aura adaptation sinon il y aura accommodation.

La méthode de ZAC est basée sur des variables internes transformées. Elle suppose un écrouissage cinématique linéaire et donne une approximation des valeurs limites de la contrainte et de la déformation. Son avantage principal réside dans sa capacité de donner une estimation de la déformation plastique pour certains calculs élastiques.

Le point-clé de la méthode de ZAC est de définir une variable modifiée :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X} - \boldsymbol{\rho}' \quad (\text{II-19})$$

Où la prime renvoie à la partie déviatorique. Dans l'espace des contraintes déviatoriques, la surface limite est représentée par un cercle de centre  $\boldsymbol{\sigma}'^e$  et de rayon  $\sigma_y$ . Le point clé de la méthode ZAC est la manière de calculer la variable modifiée  $\mathbf{Y}$  à l'état limite en chaque point. La connaissance de cette variable à l'état limite permet de résoudre un problème

## Chapitre II : Méthodes de calcul en plasticité cyclique

---

élastique avec une déformation initiale  $\mathbf{C}^{-1}\mathbf{Y}$  vérifiée par la contrainte résiduelle  $\mathbf{p}$  et, par la suite, déterminer la contrainte et la déformation limites.

### II-1-2-3 Diagramme d'interaction de Ponter

Le diagramme de Ponter permet de délimiter la zone admissible de celle où le rochet est possible d'une structure (coque axisymétrique) soumise à un chargement mécanique constant et un chargement thermique cyclique. C'est un diagramme qui a pour abscisse le rapport entre la contrainte mécanique maximale équivalente et la limite élastique conventionnelle corrigée et pour ordonnée le rapport entre la contrainte thermique équivalente et la limite élastique conventionnelle corrigée, i.e  $c = \max \overline{\sigma}_p / K_1 \sigma_y = f(T = \max \overline{\Delta Q} / K_1 \sigma_y)$ , en procédant à des calculs numériques afin de déterminer les couples  $(c_i, T_i)$ . Le facteur  $K_1$  tient compte de l'érouissage cyclique du matériau. En fait, deux diagrammes d'interaction sont à établir : un pour les cas où les contraintes thermiques sont de flexion pure (mécanisme A) et un autre pour le cas où la contrainte thermique comporte une composante de membrane (mécanisme B). Dans ce dernier cas un facteur de sévérité, donnant le rapport de la composante de membrane à la contrainte thermique totale, est à prendre en compte traduisant ainsi l'importance de celle-ci. Le fluage est pris en compte selon une procédure spéciale.

### II-1-2-4 Diagramme de Bree [ Bree, 1967]

C'est un diagramme obtenu à partir d'une analyse élastoplastique. Moyennant certaines hypothèses, un diagramme, donnant la nature de l'état limite, est établi pour une structure axisymétrique soumise à une pression interne constante et à une contrainte thermique cyclique variable linéairement dans l'épaisseur (fig.II-1). Ainsi en reportant le point représentant le couple  $(CB = \sigma_t / \sigma_y, TB = \sigma_p / \sigma_y)$  l'état limite de la structure est déterminée.  $\sigma_t$ ,  $\sigma_y$  et  $\sigma_p$  étant, resp., la contrainte thermique cyclique, la limite élastique et pression interne. C'est, donc, une méthode qualitative qui ne permet pas de d'estimer les amplitudes des grandeurs à l'état stabilisé. Elle n'est, non plus, valable en cas de fluage significatif.

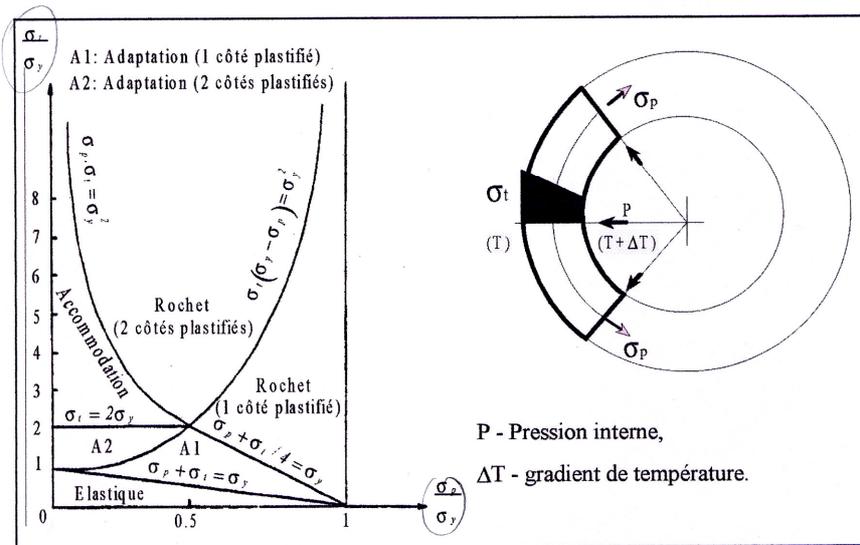


Fig. II-1 Le diagramme de Bree

### II-1-2-5 Règle d'efficacité

Cette règle permet de prévenir le rochet pour une structure soumise à une combinaison de chargement primaire  $P$  et secondaire  $\Delta Q$  en utilisant un diagramme appelé « diagramme d'efficacité » (fig.II-2). Ce diagramme est établi en définissant une contrainte fictive primaire équivalente qui, pour une même durée d'application, permettra de causer la même déformation maximale  $\epsilon_{max}$ . Pour cela on détermine, tout d'abord, le taux de secondarité :

$$SR = \frac{\Delta Q}{P} \quad (\text{II-20})$$

un indice  $\nu$  appelé indice de d'efficacité est, alors, obtenu à partir du diagramme :

$$\nu = \begin{cases} 1 & \text{pour } SR \leq 0.46 \\ 1.093 - 0.926SR^2 / (1 + SR^2) & \text{pour } 0.46 \leq SR < 4 \\ 1/\sqrt{SR} & \text{pour } SR \geq 4 \end{cases} \quad (\text{II-21})$$

La contrainte effective primaire est définie par :

$$P_{eff} = \frac{P}{\nu} \quad (\text{II-22})$$

## Chapitre II : Méthodes de calcul en plasticité cyclique

qui sera, à son tour, comparée à une certaine valeur admissible définie par le code.

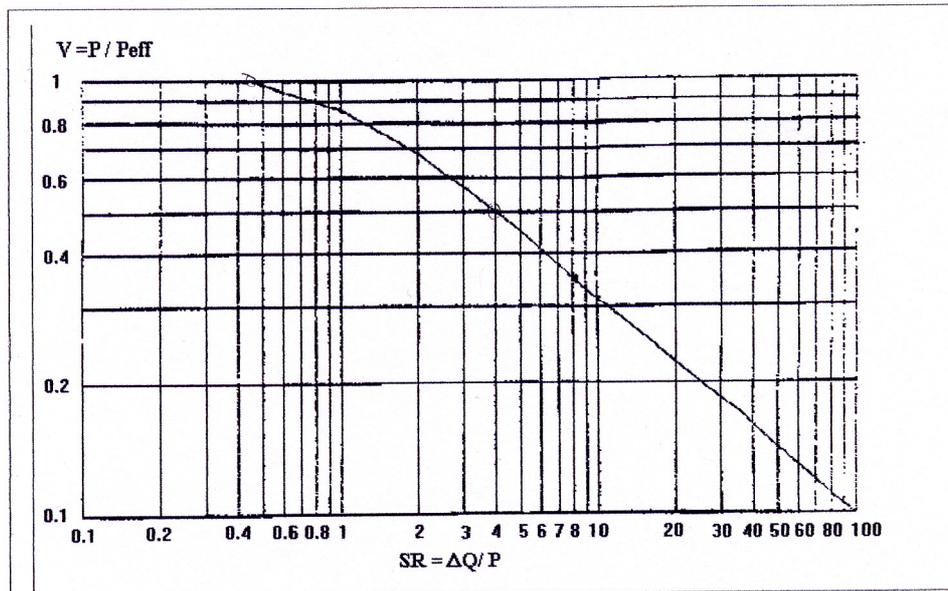


Fig.II-2 Règle d'efficacité

Il faut rappeler que les contraintes sont déterminées à partir d'une analyse élastique. Ce diagramme a été développé sur la base d'un nombre important d'essais sur des structures de géométries et de chargements très divers, incluant même des structures non axisymétriques, ainsi que sur une panoplie de matériaux (aciers feritiques, austénitiques...) et pour des températures variant de la température ambiante jusqu'à 650°C.

La superposition du diagramme de Bree sur le diagramme d'efficacité, après un certain changement de variables, permet de tirer la remarque suivante :

Tous les diagrammes transformés de Bree se trouvent au-dessous du diagramme d'efficacité et sont, également, au-dessous de la borne inférieure utilisée pour justifier la courbe (fig.II-3) [Shah et al., 2003].

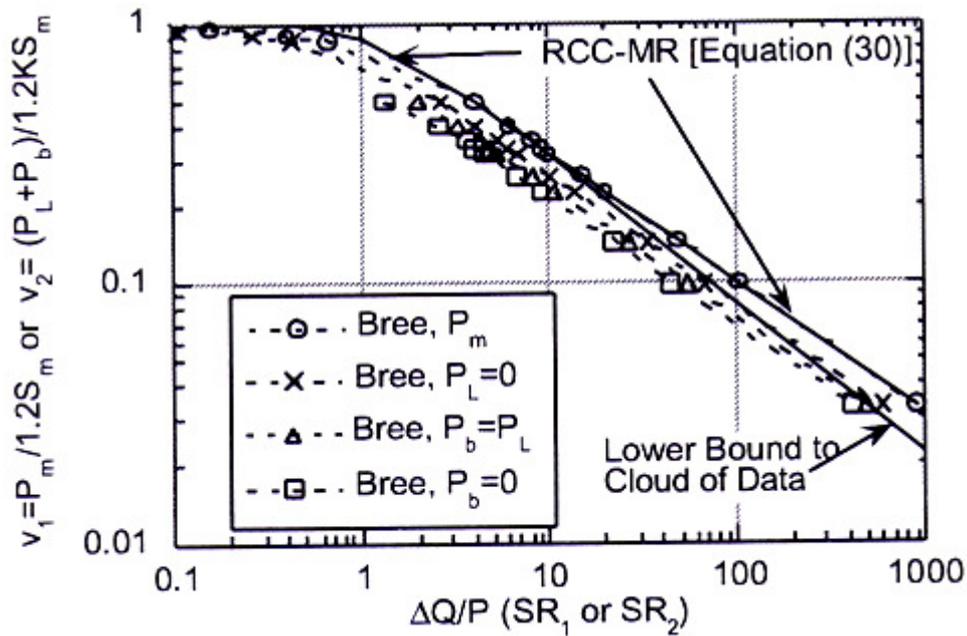


Fig. II-3 comparaison entre le diagramme de Bree et le diagramme d'efficacité [Shah et al., 2003]

### II-1-3 Méthodes simplifiées basées sur une analyse élastoplastique

Les méthodes précédemment décrites, basées sur une analyse élastique, s'avèrent, parfois, incapable de prévoir correctement la réponse limite de la structure. Ceci est imputé à ce qu'elles sont très dépendantes d'une « bonne » décomposition du chargement en partie primaire et partie secondaire ce qui n'est pas, toujours, chose aisée et, particulièrement, dans le cas où un effet de ressort est à prévoir en présence d'une discontinuité géométrique ou dans le cas où les deux types de chargements agissent dans la même direction. Ces méthodes peuvent être exagérément conservatives ce qui rend leur attrait, du point de vue coût et simplicité, caduque. Taleb [1998a] a montré que la non prise de ces deux effets conduit à l'inadaptabilité de la règle d'efficacité appliquée à une structure appelée « bitube ». D'autres inconvénients peuvent être décelés du fait que ces méthodes sont inapplicables dans le cas d'un chargement primaire nul ou deviennent très conservatives dans le cas d'une surcharge primaire instantanée de courte durée.

## Chapitre II : Méthodes de calcul en plasticité cyclique

Trois méthodes visant à apporter une amélioration à la règle d'efficacité vont être exposées. La première consiste en la méthode de Gatt [Gatt, 1993 ], prenant en compte le cas d'une force imposée nulle et la seconde est la méthode de Taleb [Taleb, 1998b] prenant en compte plusieurs cas de figures négligés par les méthodes sus exposées tels le fluage, l'effet de ressort, l'effet d'une surcharge primaire de courte durée ainsi que la méthode japonaise.

### II-1-3-1 Méthode de Gatt [Gatt et Cabrillat, 1993]

Une nouvelle formule pour  $P_{eff}$  est proposée se basant sur une analyse élastoplastique :

$$P_{eff} = P_G \left[ 1 + \left( \frac{\Delta Q}{P_G} \right)^2 \right]^{1/4} \quad (\text{II-23})$$

$P_G$  est la nouvelle contrainte primaire incluant la force imposée et la composante de membrane des contraintes thermiques :

$$P_G = \frac{1}{2} \frac{(\sigma_p + \sigma_1) \delta \varepsilon_{p1}^* + (\sigma_p + \sigma_2) \delta \varepsilon_{p2}^*}{\delta \varepsilon_{p1}^* + \delta \varepsilon_{p2}^*} \quad (\text{II-24})$$

\* renvoie aux grandeurs équivalentes au sens de Von Mises.

$\sigma_p$  : tenseur des contraintes dues aux forces imposées,

$\sigma_1, \sigma_2$  : Tenseurs des contraintes incluant les contraintes dues aux forces

Imposées et les composantes de membrane dues aux déplacements imposés aux instants de plastifications maximales à la charge (indice 1) et à la décharge (indice 2)

D'après la définition même de  $P_G$ , elle ne peut jamais être nulle.

Les différents termes rentrant dans l'expression sont illustrés sur la fig.II-4.

Dans le cas d'une surcharge, une modification à l'expression de  $P_G$  est apportée en vue de prendre en compte l'effet induit par cette surcharge.

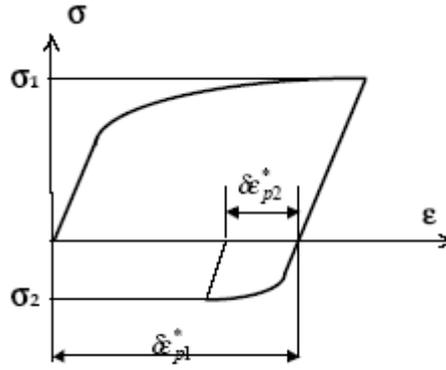


Fig.II-4 Les termes rentrant dans la méthode de Gatt

### II-1-3-2 La méthode japonaise [Igari et al, 1993]

Son domaine d'application initial est spécifique aux cas des viroles soumises à la seule action d'un gradient thermique axial dont la position est variable de manière périodique (forces imposées nulles).

L'incrément de la composante de la composante circonférentielle du tenseur de déformation plastique (variation du diamètre de la virole) au cycle N est donnée par :

$$|\Delta \varepsilon_r| = (\varphi + 1) \gamma_0^{N+1} (|\sigma_{\theta,el}| - \sigma_Y) / E \quad (\text{II-25})$$

Où :

$N$  : N° du cycle,

$\sigma_{\theta,el}$  : Composante de membrane circonférentielle déduite d'une analyse en supposant le matériau purement élastique,

$\varphi, \gamma_0$  : Paramètres dépendant de la géométrie de la virole et de l'amplitude de variation de la position du gradient axial de température données par :

$$\varphi = 1 - 0.5(1 + \cos \beta l + \sin \beta l) e^{-\beta l} \quad (\text{II-26})$$

Avec :

$$\beta = \left[ \frac{3(1-\nu^2)}{r^2 t^2} \right]^{1/4}$$

Où :

$r$ ,  $t$  sont le diamètre et l'épaisseur de la virole,

L'amplitude de variation du niveau libre :

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= -0.077(\beta l)^2 + 0.56\beta l & \text{si } 0 \leq \beta l \leq \pi \\ \gamma_0 &= 1 & \text{si } \beta l \geq \pi \end{aligned} \quad (\text{II-27})$$

Cette méthode surestime de manière excessive le rochet final.

Dans l'expression de  $\Delta \epsilon_r$ , il paraît clairement que le rochet dépend exclusivement de la longueur du niveau libre  $l$ .

Cette méthode a été utilisée, également, aux cas où la charge primaire n'est pas nulle et au cas où l'érouissage cinématique du matériau est pris en compte [Wada et al, 1995]. La formule proposée, en supposant que la distance parcourue est supérieure à la longueur d'affaiblissement (decay factor),  $\beta l = \pi$  (la température parcourant une longue distance) :

$$|\Delta \epsilon_r| = 2(|\sigma_{\theta,el}| - \bar{S}_Y) / E \quad (\text{II-28})$$

Où  $\bar{S}_Y$  est la contrainte limite équivalente du matériau érouissable.

### II-1-3-3 Méthode de Taleb [Taleb, 1998b]

Comme il a été mentionné ci-dessus Taleb [1998a] a montré l'inadaptation de l'analyse élastique, sur laquelle est basée la règle d'efficacité, de prévoir la réponse stabilisée d'une structure en acier inoxydable 316L soumise à un chargement thermomécanique cyclique. Il en ressort, clairement, que cette règle est très conservative. Il y est montré, également, que même si la méthode de Roche pour la définition des contraintes primaires et secondaires apporte une légère amélioration il n'en reste pas moins conservative.

La méthode proposée par Taleb [1998b] utilise une analyse élastoplastique du premier cycle.

Partant de la remarque que l'expression générale de la contrainte effective commune au diagramme de Bree et la règle d'efficacité est donnée par :

$$P_{eff} = \left( \frac{\Delta Q}{\sigma_p} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \sigma_p$$

Elle propose une modification de l'expression de la contrainte maximale qui va jouer le rôle de la contrainte efficace:

$$\sigma_{max} = \left( \frac{E \varepsilon_1^{max}}{P} \right)^{1/2 \ln(1 + \alpha \beta \gamma)} P \quad (II-29)$$

Avec  $\varepsilon_1^{max}$  : déformation maximale déduite d'une analyse EP du premier cycle incluant chargement imposé et déplacement imposé,

$P$  : contrainte primaire donné par :

$$P = \begin{cases} (E \cdot \varepsilon_1^{max} - Q^{max}) & \text{Si } \sigma_p = 0 \\ \sigma_p & \text{Si } \sigma_p = \text{constante} \\ \sigma'_p = k \sigma_p & \text{Si } \sigma_p \text{ n'est pas constante} \end{cases} \quad (II-30)$$

$\alpha, \beta$  et  $\gamma$  : paramètres dépendant des propriétés d'érouissage et du niveau de chargement primaire et définis par : (II-31)

En cas de surcharge la contrainte  $\sigma'_p$  est considérée où  $k$  est un facteur multiplicatif donné par :

$$\alpha = \text{Ln} \left( 1.75 + 2.8 \frac{\sigma_{0.2\%}}{E \cdot \varepsilon_1^{max}} \right); \beta = \text{Ln} \left( 0.25 + 2.3 \frac{\sigma_{0.2\%}}{P} \right); \gamma = \text{Ln} \left( 2.1 + 4.5 \frac{(\sigma_{1\%} - \sigma_{0.2\%})}{\sigma_{0.2\%}} \right) \quad (II-31)$$

$$k = 1 + \frac{(\sigma_p + \Delta\sigma)}{2\sigma_p} \frac{\Delta\sigma_p}{\Delta Q} \quad (II-32)$$

$\Delta P$  : la surcharge ;  $\Delta Q$  : contrainte due au déplacement calculée élastiquement;

Le domaine de validité de cette méthode est le suivant :

⇒ Aciers 304L, 316L, 9Cr1Mo et les alliages 800,

⇒ Cycles identiques.  $T^\circ < 500$  pour 9Cr1Mo et  $T^\circ < 600$  pour les autres ;

## Chapitre II : Méthodes de calcul en plasticité cyclique

---

- ⇒ Structure soumise à une combinaison de chargement constante et un déplacement imposé,
- ⇒  $\sigma_y/6 < P$  (estimé)  $< \sigma_y$ , si P faible méthode très conservative
- ⇒  $\varepsilon_{\max}^1 \geq 2\sigma_y / E$  sinon pas de rochet sévère si le matériau a un module d'érouissage élevé
- ⇒ Force imposée pouvant être nulle,
- ⇒ Matériau à module d'érouissage positif,
- ⇒ Possibilité d'inclure des surcharges primaires instantanées à l'aide du facteur  $k$ ,
- ⇒ Si le matériau présente un adoucissement cyclique il faut utiliser la courbe cyclique réduite,
- ⇒ Prise en compte des effets de temps.

En cas d'absence d'effets de temps et de ressort ainsi qu'une composante de membrane, une expression est proposée basée sur une analyse élastique (bien que Taleb la juge déconseillée) :

$$\sigma_{\max} = \left( 1 + 0.75 \frac{\Delta Q}{\sigma_p} \right) \sigma_p \quad (\text{II-33})$$

La comparaison des résultats obtenus expérimentalement et ceux grâce à cette méthode montre qu'elle est modérément conservative [Taleb, 1998b]. Ce taux de conservatisme peut atteindre 21% pour certains cas de figures. Elle permet de prendre en compte l'effet de surcharge en cas de chargement biaxial [Rakotvelo, 1999] avec un taux de conservatisme ne dépassant pas 9%.

### II-1-4 Remarques générales sur les méthodes simplifiées

- Certaines méthodes supposent d'avance l'adaptation ce qui est, parfois, très restrictif (cas du mécanisme de Bree). De surcroît, il est indispensable de souligner que l'adaptation ne signifie pas forcément déformation limite admissible,
- L'hypothèse d'élastoplasticité parfaite n'est pas réaliste et empêche de puiser dans les réserves d'érouissage de certains matériaux,

L'absence de prise en compte de l'effet de ressort est inhérente à ces méthodes.

### II-2 Approche numérique incrémentale

#### II-2-1 Introduction

L'appréhension des comportements des matériaux et des structures se fait, en général, en suivant l'une des démarches suivantes :

- 1- La démarche phénoménologique consistant à relier de manière fonctionnelle les grandeurs physiques macroscopiques (Contrainte et déformation par ex.) en se basant sur les constatations expérimentales et en mettant à côté les mécanismes microscopiques sous-jacents. Cette démarche peut être le fruit d'une formulation purement thermodynamique ou une formulation se conformant, à posteriori, aux principes de la thermodynamique et, en particulier, l'inégalité fondamentale de Clausius-Duhem. En dépit des inconvénients et limites de cette démarche, elle demeure la plus utilisée étant donné sa simplicité de mise en œuvre, en raison du nombre limité de paramètres mis en jeu, dans les calculs par éléments finis
- 2- La démarche microscopique qui, contrairement, à la précédente, a pour point de départ l'échelle microscopique et tente de passer à l'échelle macroscopique par une formulation d'homogénéisation. Elle est, de ce fait, plus instructive quant aux mécanismes internes de déformation (théorie de la dislocation). Son inconvénient majeur réside dans le nombre très élevé de paramètres mis en jeu (plusieurs centaines). Une démarche intermédiaire [Cailletaud et Desai, 1995], combinant les deux démarches, peut être envisagée qui, tout en limitant le nombre de paramètres, ne perd pas de vue les mécanismes microscopiques sous-jacents et peut, par conséquent, représenter certains phénomènes que les modèles phénoménologiques sont incapables de prendre en compte tels que la sensibilité inverse de la contrainte vis-à-vis de la vitesse de déformation.

#### II-2-2 démarche phénoménologique

Elle est basée sur la règle de décomposition de la déformation totale en partie élastique et partie inélastique (modèle unifié) ou partie élastique et partie plastique et viscoplastique (modèle non couplé) en supposant des échelles de temps différentes correspondant aux différents processus.

Il est à noter que la théorie de plasticité n'est que le passage à la limite de la théorie viscoplastique. Le modèle doit 'reproduire' de manière fiable les différents phénomènes observés expérimentalement qu'on peut énumérer sommairement ci-après :

II- L'écroutissement isotrope qui traduit la dilatation du domaine élastique,

II- L'écroutissement cinématique qui rend compte du déplacement du domaine élastique dans l'espace des contraintes,

III- L'effet Bauschinger qui traduit la diminution de la limite élastique actuelle lors d'une inversion de chargement.

## Chapitre II : Méthodes de calcul en plasticité cyclique

iv- Mémorisation de l'amplitude de la déformation plastique car la valeur asymptotique de la contrainte dans l'érouissage cyclique en dépend mais qui ne peut être décrite par les variables d'érouissage isotrope et cinématique [Chaboche, 1989].

### II-2-3 Erouissage isotrope

Afin de modéliser ce type d'érouissage, on choisit comme variable d'état interne la déformation plastique cumulée  $p$  (ou le travail plastique cumulé  $W_p$ ) associée à la force thermodynamique  $R$  variable scalaire représentant la variation de taille du domaine élastique. Si l'on choisit une évolution linéaire de l'érouissage, alors :

$$R = hp + \sigma_0 \quad (\text{II-34})$$

Si, par contre, une équation non-linéaire est retenue son équation sera donnée par :

$$dR = b(Q - R)dp \quad (\text{II-35})$$

où  $b$  est un paramètre qui règle la cinétique de saturation de  $R$ ,

$Q$  est la variable qui permet de prendre en compte l'effet de mémorisation de la déformation plastique donnée par :

$$Q = Q_0 + (Q_M - Q_0)(1 - e^{-2\mu q}) \quad (\text{II-36})$$

$\mu$  : paramètre réglant la cinétique de saturation de  $Q$ .

$q$  est la variable mémorisant toute ou partie de la dernière demi amplitude de la déformation plastique.

### II-2-4 Erouissage cinématique

L'influence de l'érouissage cinématique sur le rochet est plus importante que celle de l'érouissage isotrope du fait que la déformation progressive continue de se développer au-delà du cycle stabilisé [Hassan & Bari, 2000].

a- **Modèle de Prager** : Le modèle le plus ancien est celui de Prager (1949) qui consiste en une relation linéaire entre la variable cinématique et la déformation plastique :

$$\mathbf{X} = \frac{2}{3} c \boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (\text{II-37})$$

En dépit de sa simplicité, il ne permet pas de rendre compte de l'effet de rochet ni de la relaxation de la contrainte moyenne. En effet, une accommodation immédiate est obtenue dans le cas de traction-compression et une accommodation progressive dans le cas de traction-torsion cyclique (fig.II-5).

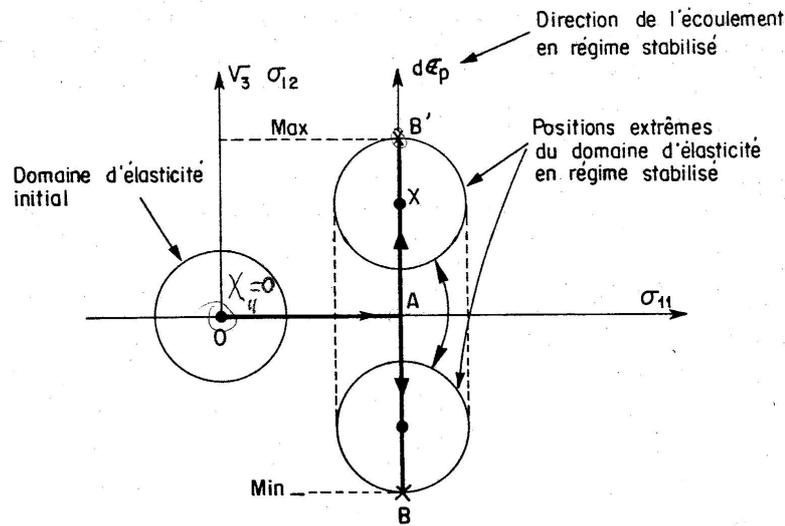
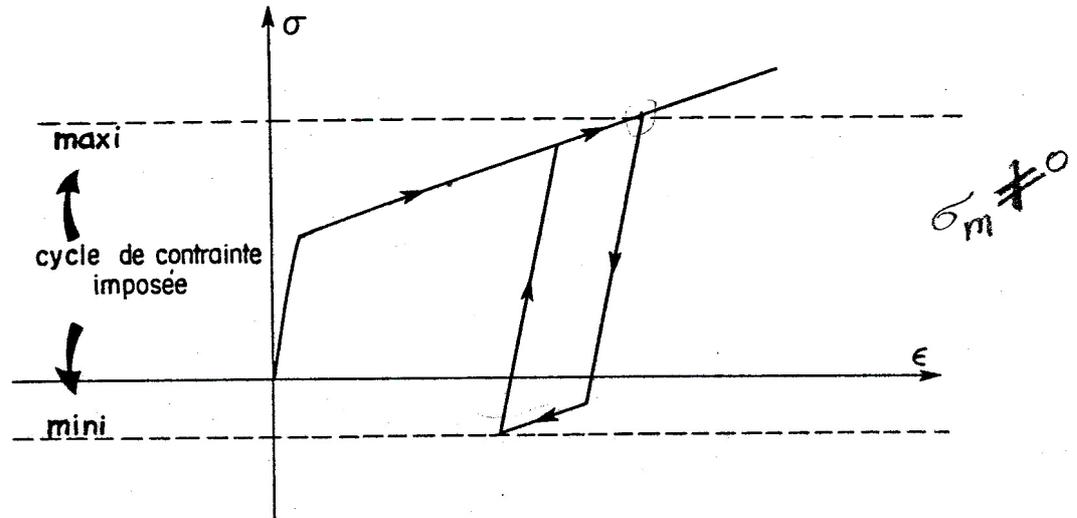


Fig.II-5 Accommodation immédiate en traction-compression et progressive en traction-torsion cyclique du modèle ECL de Prager [Lemaitre et Chaboche, 1985]

- b- **Le modèle d'Armstrong-Frederick** (1966,2007) tente d'apporter une amélioration du modèle de Prager en introduisant un terme non-linéaire appelé restauration ou rappel dynamique (Dynamic Recovery) :

$$d\mathbf{X} = \frac{2}{3}C d\boldsymbol{\varepsilon}^p - \gamma \mathbf{X} dp \quad (\text{II-38})$$

La saturation est atteinte pour une valeur  $C/\gamma$ .

Ce modèle prévoit une accommodation dès le premier cycle pour  $\sigma_{\text{moy}} = 0$  et un rochet dans le cas où  $\sigma_{\text{moy}} \neq 0$  et ce quelque soit son amplitude alors que les résultats expérimentaux montrent qu'un rochet n'est prévisible qu'en cas de valeurs significatives de  $\sigma_{\text{moy}}$ . Un autre inconvénient du modèle

## Chapitre II : Méthodes de calcul en plasticité cyclique

est sa tendance à surestimer la déformation progressive en raison d'une ouverture exagérée de la boucle d'hystérésis (non-linéarité prononcée dans l'intervalle des déformations importantes) [Hassan & Bari, 2000] (fig.II-6).

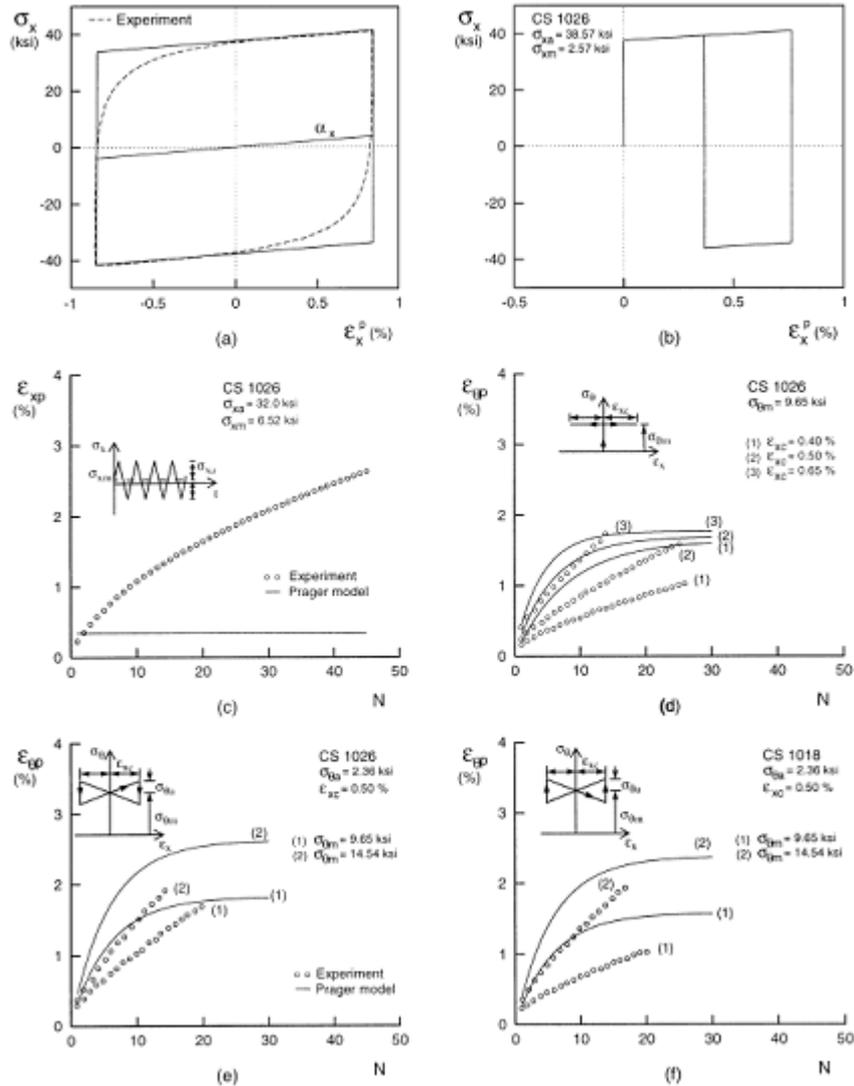


Fig.II-6 Simulation par le modèle d'A-F de différentes histoires de chargement [Hassan & Bari, 2000]

Ce modèle présente, en fait, le point de départ pour toutes les améliorations ultérieures en raison de sa simplicité et son bien-fondé physique (physically sound). Ainsi, en vue de mieux représenter les constatations expérimentales, plusieurs modifications ont été apportées à ce modèle. On en citera quelques unes :

### c- modèle de Burlet et Cailletaud (1987)

$$d\mathbf{X} = \frac{2}{3}cd\boldsymbol{\varepsilon}^p - \gamma(\mathbf{X} : \mathbf{n})d\boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (\text{II-39})$$

Où  $\mathbf{n} = \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}^p}{dp}$  est la direction de l'écoulement.

L'hyperactivité du modèle est, ainsi tapéré, étant donné que son activité n'est déclenchée que dans la direction de l'écoulement.

### d- Modèle de Chaboche (1991)

Ce modèle est la superposition de plusieurs modèles non-linéaires :

$$\mathbf{X} = \sum_1^4 \mathbf{X}_i \quad (\text{II-40})$$

i) terme de rappel modifié avec une fonction puissance :

$$d\mathbf{X}_i = \frac{2}{3}c_i d\boldsymbol{\varepsilon}^p - \frac{\gamma_i^2}{c_i} [J(\mathbf{X}_i)]^{m-1} \mathbf{X}_i dp \quad \text{pour } i=1,2,3 \quad (\text{II-41})$$

ii) Un terme de rappel avec seuil : L'introduction de la non-linéarité à travers un seuil  $X_l$  qui jouera une limite pour l'accommodation :

$$d\mathbf{X}_4 = \frac{2}{3}c_4 d\boldsymbol{\varepsilon}^p - \gamma_4 \left\langle 1 - \frac{X_l}{J(\mathbf{X}_4)} \right\rangle \mathbf{X}_4 dp \quad (\text{II-42})$$

$m=2$  est prise pour obtenir une solution analytique dans le cas de la traction-compression alternée.

Une simulation utilisant ce modèle fournit une bonne représentation d'un certain nombre de constations expérimentales pour l'acier inoxydable 316L [Chaboche, 1991] : module d'écrouissage faible pour la courbe de traction, une forme acceptable des boucles de contrainte-déformation cycliques, la forte non-linéarité de la déformation progressive vis-à-vis de la contrainte moyenne et une déformation plastique accumulée très limitée pour de faibles amplitudes de  $\sigma_{\text{moy}}$ . On peut dire que ce modèle a acquis, au fil des ans, une notoriété très répandue mais un problème surgit lors de la détermination de  $X_l$ . De surcroît, ce modèle, bien qu'il prenne en compte l'effet d'une surcharge momentanée, il a tendance à surestimer l'évolution de l'incrément de déformation induite par cette surcharge [Rakotvelo, 1999].

### e- Modèle d'Ohno-Wang (1993)

Le modèle est basée sur une décomposition de la variable cinématique en plusieurs composantes dont chacune a un état critique pour son terme de rappel dynamique afin qu'il

## Chapitre II : Méthodes de calcul en plasticité cyclique

---

soit entièrement activé. Il tente, ainsi, de dépasser les limites du modèle de Chaboche [Chaboche, 1991] qui surestime le phénomène du rochet. Ils sont, tous les deux, des modifications du modèle d'Armstrong-Frederick.

En fait, le modèle d'Ohno est subdivisé en deux modèles : modèle I et modèle II.

### Modèle I :

Dans ce modèle, le terme de rappel dynamique n'est pas activé tant qu'il est à l'intérieur d'une surface limite  $f_i = 0$ ,

$$\dot{\mathbf{X}}_i = C_i \left[ \frac{2}{3} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - H(f_i) \left\langle \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p : \mathbf{K}_i \right\rangle \frac{\mathbf{X}_i}{r_i} \right] \quad (\text{II-43})$$

où  $\mathbf{X}$  est la variable cinématique,

$\boldsymbol{\varepsilon}^p$  est la déformation plastique,

$H(\cdot)$  est la fonction de Heaviside,

$\mathbf{K}_i$  est la direction de  $\mathbf{X}_i$  ;

$$\mathbf{K}_i = \frac{\mathbf{X}_i}{X_i}$$

$$r_i = \frac{C_i}{\gamma_i} \quad (\text{II-44})$$

$$f_i = \overline{X}_i^2 - r_i^2 = 0$$

### Modèle II :

Le terme de rappel est activé même à l'intérieur de la surface limite,

$$\dot{\mathbf{X}}_i = C_i \left[ \frac{2}{3} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - \left( \frac{\overline{X}_i}{r_i} \right)^{m_i} \left\langle \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p : \mathbf{K}_i \right\rangle \frac{\mathbf{X}_i}{r_i} \right] \quad (\text{II-45})$$

avec  $m_i$  ( $i = 1, 2, \dots, M$ ) des constantes du matériau.

On remarque bien que le modèle I se réduit au modèle I si  $m_i = \infty$ .

En chargement uniaxial, ces deux modèles représentent des courbes bilinéaire (modèle I) et multilinéaire (modèle II).

Ohno [Ohno, 1997] a montré que le modèle I est capable de prévoir l'absence ou le faible taux de rochet (comme c'est le cas de l'acier 316FR [Igari et al, 2002]) en chargement uniaxial tout comme le modèle II avec un ajustement de  $m_i$ . De plus, les prévisions des deux

## Chapitre II : Méthodes de calcul en plasticité cyclique

modèles ne sont pas sensibles au nombre des variables cinématiques ( $M = 4$  ou  $8$ ). Le modèle I présente, également, une meilleure aptitude à prévoir le rochet thermique structural dû à un front de température axial mobile en l'absence de contrainte primaire, appelé rochet thermique induit par le niveau du liquide (Thermal ratchetting induced by liquid level) [Ohno, 1997] même avec une prise en compte du fluage [Igari et al, 2002]. Le modèle I, couplé avec un écrouissage isotrope dépendant de la déformation plastique maximale et non de  $p$ , décrit bien les expériences de rochet sous déformations contrôlées [Ohno et al., 1998 (a)].

### Identification des paramètres

Les paramètres du modèle peuvent être déterminés en utilisant les équations suivantes (fig.II-7) :

$$C_i = \frac{\sigma_{(i)} - \sigma_{(i-1)}}{\varepsilon_{(i)}^p - \varepsilon_{(i-1)}^p} - \frac{\sigma_{(i+1)} - \sigma_{(i)}}{\varepsilon_{(i+1)}^p - \varepsilon_{(i)}^p} \quad (\text{II-46})$$

$$\gamma_i = \frac{1}{\varepsilon_{(i)}^p}$$

où  $\sigma_{(i)}$  et  $\varepsilon_{(i)}^p$  représentent la contrainte et déformation plastique au point  $i$  sur la courbe de traction monotone contrainte-déformation plastique approchée multilinéairement [Ohno, 1997].

Les paramètres  $m_i$  sont déterminés de manière à ce que la simulation soit calée sur l'expérience du rochet.

L'inconvénient de ce modèle est que ces paramètres sont déterminés à partir d'essais uniaxiaux ce qui rend sa capacité de prévoir la réponse du matériau dans les cas multiaxiaux limitée [Chen, Jiao, Sim, 2004]. Par conséquent, un paramètre de multiaxialité s'impose.

Plusieurs travaux sont dirigés dans ce sens. Parmi ces travaux, on peut citer ceux qui travaillent le paramètre  $m_i$  [McDowell, 1995] et [Jiang & Sehitoglu, 1996] et ceux qui penchent vers une modification du terme de rappel dynamique en introduisant des termes de multiaxialité [Abdel Karim & Ohno, 2000] et [Chen-Jiao-Kim, 2004]. L'amélioration de la modélisation de la réponse du matériau s'avère, le plus souvent, très dépendante des histoires de chargement multiaxiales qui sont à la base de l'identification des paramètres du matériau.

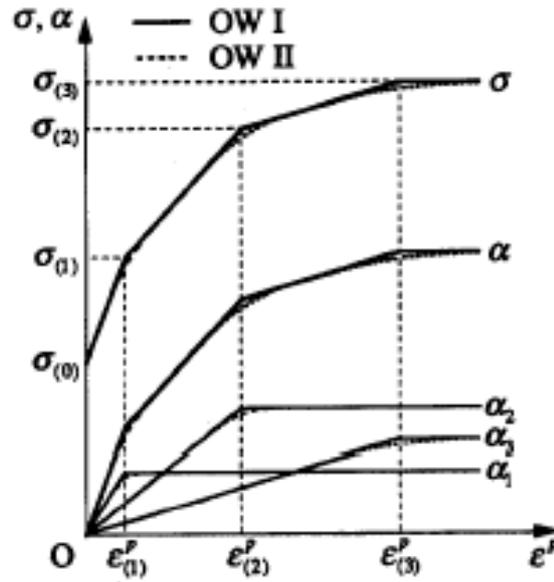


Fig.II-7 Détermination des paramètres du modèle d'Ohno

**f- Modèle de MacDowell (1995)**

Il apporte une amélioration au modèle d'O-W en modifiant l'exposant  $m_i$  qui devient ainsi dépendant de la non-coaxialité de  $d\boldsymbol{\varepsilon}^p$  et  $\mathbf{X}$ .

$$m_i = A_i \langle \mathbf{K}_i : \mathbf{n} \rangle^{B_i}$$

$A_i$  et  $B_i$  sont des paramètres du matériau.

$\mathbf{n}$  est la direction de l'écoulement.

**g- Modèle de Dunji et al [Dunji et al, 2012]**

Le modèle d'O-W-II a été modifié pour prendre en compte le caractère viscoplastique de certains matériaux à température ambiante et l'évolution de  $m$  en fonction de la déformation plastique :

$$dm_i = m_b (m_Q - m_i) dp \quad \text{avec } m_i(0) = m_i^0 \quad (\text{II-47})$$

Où  $m_b$  est associé au taux de saturation de  $m_i$ ,  $m_Q$  est la valeur à saturation. Ce modèle simule bien le rochet uniaxial

**h- Modèle de Jiang-Sehitoglu (1996)**

C'est une autre variante du modèle d'O-W.

$$d\mathbf{X}_i = \frac{2}{3} c_i d\boldsymbol{\varepsilon}^p - \gamma_i \left( \frac{J(\mathbf{X}_i)}{c_i / \gamma_i} \right)^{m_i} \mathbf{X}_i dp \quad (\text{II-48})$$

## Chapitre II : Méthodes de calcul en plasticité cyclique

Avec  $m_i$ , comme pour le modèle de MacDowell, dépendant de la non-coaxialité de  $d\boldsymbol{\varepsilon}^p$  et  $\mathbf{X}$ .

$$m_i = A_{0i} \left\langle 2 - \mathbf{n}' : \frac{\mathbf{X}_i}{J(\mathbf{X}_i)} \right\rangle \quad (\text{II-49})$$

### i- Modèle de Voyiadjis-Basuro (1998)

Il constitue une tentative d'amélioration du modèle de Chaboche (1991) en introduisant un terme de vitesse de contrainte. Ceci est dictée par le fait que les résultats expérimentaux montrent que le mouvement du centre de la surface de charge dans l'espace des contraintes est dirigé entre le gradient à la surface au point de contrainte et la direction de la vitesse de contrainte en ce point.

$$\begin{aligned} d\mathbf{X}_i &= \frac{2}{3}c_i d\boldsymbol{\varepsilon}^p - \gamma_i \mathbf{X}_i dp + \beta_i \frac{\delta}{m} d\boldsymbol{\sigma} \quad \text{pour } i=1,2,3 \\ d\mathbf{X}_4 &= \frac{2}{3}c_4 d\boldsymbol{\varepsilon}^p - \gamma_4 \mathbf{X}_4 \left\langle 1 - \frac{X_i}{J(\mathbf{X}_4)} \right\rangle dp + \beta_4 \frac{\delta}{m} d\boldsymbol{\sigma} \end{aligned} \quad (\text{II-50})$$

$\beta_i$  : paramètre du matériau ;  $\delta$  est la distance séparant le point de contrainte actuelle à la surface de charge dans la direction de  $d\boldsymbol{\sigma}$ .

### j- Le modèle de Taheri (1999)

C'est un modèle proposé par Taheri [Taheri & Lorentz, 1999] qui peut décrire le rochet uniaxial et biaxial. Il est, également, capable de fournir de bons résultats en 2-D et ce même avec une identification en 1-D. Son originalité réside dans le fait qu'il introduit un certain nombre de nouveaux paramètres, à savoir :

- La contrainte de rochet  $S$  comme paramètre du matériau pour laquelle le phénomène de rochet a lieu indépendamment de la contrainte moyenne.
- La contrainte maximale subie au cours de l'histoire de chargement  $\sigma^p$ . Le rochet se produira pour  $\sigma^p = S$ . Pour  $\sigma^p < S$  il y a adaptation ou accommodation.
- La déformation plastique au dernier déchargement  $\boldsymbol{\varepsilon}_n^p$ .

Le modèle est représenté par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} &= K \text{Tr}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{th}) \mathbf{I} + 2\mu(\boldsymbol{\varepsilon}' - \boldsymbol{\varepsilon}^p); & \boldsymbol{\varepsilon}^{th} &= \alpha \Delta T \mathbf{I} \\ R &= D [R^0 + (2/3)^a A (\boldsymbol{\varepsilon}^p - \boldsymbol{\varepsilon}_n^p)_{eq}^a]; & D &= 1 - m e^{-bp(1-\frac{\sigma^p}{S})} \\ \mathbf{X} &= C [S \boldsymbol{\varepsilon}^p - \sigma^p \boldsymbol{\varepsilon}_n^p]; & C &= C_\infty + C_1 e^{-bp(1-\frac{\sigma^p}{S})} \end{aligned} \quad (\text{II-51})$$

## Chapitre II : Méthodes de calcul en plasticité cyclique

---

Avec  $R$  est la fonction d'érouissage isotrope,

$\mathbf{X}$  la variable cinématique définissant l'érouissage cinématique,

$S$  la contrainte de rochet,

$m, b, R^0, a, A, C_I$  et  $C_\infty$ : paramètres du matériau servant à définir les fonctions d'érouissage.

Ce modèle a été utilisé pour prévoir le comportement de la structure COTHAA en utilisant les paramètres identifiés à partir d'essais uniaxiaux. Les résultats obtenus, comparés à ceux obtenus par le modèle de Chaboche, montrent une meilleure capacité de ce modèle à décrire le phénomène de rochet [Frelat et al, 1995].

### k- Modèle de Bari et Hassan (2002)

Il introduit un paramètre  $\delta$ , appelé paramètre de multiaxialité, variant de  $\delta=0$  (modèle de Burlet et Cailletaud) à  $\delta=1$  (modèle de Chaboche).

$$\mathbf{X} = \sum_1^4 \mathbf{X}_i$$

$$d\mathbf{X}_i = \frac{2}{3} c_i d\boldsymbol{\varepsilon}^p - \gamma \left\{ \delta' \mathbf{X}_{i+} + (1 - \delta') (\mathbf{n} : \mathbf{X}) \mathbf{n} \right\} dp \quad \text{pour } i=1,2,3$$

$$d\mathbf{X}_4 = \frac{2}{3} c_4 d\boldsymbol{\varepsilon}^p - \gamma_4 \left\{ \delta' \mathbf{X}_4 + (1 - \delta') (\mathbf{n} : \mathbf{X}) \mathbf{n} \right\} \left\langle 1 - \frac{X_I}{J(\mathbf{X}_4)} \right\rangle dp \quad (\text{II-52})$$

Ce modèle utilise le concept proposé par Delobelle et al. [Delobelle et al., 1995] pour opérer un bon 'dosage' des modèles d'A-F, de Burlet & Cailletaud et de Chaboche. Ul reproduit convenablement certaines histoires de chargement.

Les modèles cités cII-dessus représentent bien les résultats tirés des essais uniaxiaux mais ne reproduisent pas convenablement (exception faite du modèle de Bari & Hassan pour certains essais) les essais multiaxiaux. Ceci este' dû au fait que l'introduction du paramètre  $\delta$ , qui ne figure pas dans les essais uniaxiaux, permet de mieux caler le modèle au cas multiaxial tout en conservant les bienfaits des autres modèles dans le cas uniaxial.

Une remarque générale s'impose à ce stade de l'analyse. Elle consiste à constater que ces modèles n'ont pas la prétention de se prétendre de validité universelle. Ils sont, en fait, dépendants, des conditions de leur identification, à savoir essais uniaxiaux ou multiaxiaux sur des éprouvettes. Il est à noter, également, que ces modèles supposent une surface de charge de forme invariable ce qui n'est, expérimentalement, pas toujours le cas [Vincent et al, 2004]. Le passage aux structures risque bien d'être problématique. L'écart qui existe entre des résultats sur des éprouvettes et ceux pour sur structures est imputé aux différences de mécanismes de déformation progressive prenant lieu dans les deux cas. Dans le cas d'une structure tous les éléments concourent à s'opposer au rochet (d'où l'apparition du rochet pour  $\sigma_{moy}$  élevée dans le

## Chapitre II : Méthodes de calcul en plasticité cyclique

cas d'une structure 'bitube' en acier inoxydable 316L) tandis pour le cas d'une éprouvette seul le durcissement cyclique du matériau s'oppose à la déformation progressive (d'où l'apparition du rochet pour  $\sigma_{moy}$  relativement faibles).

Les modèles viscoplastiques sont, également, proposés en vue de d'inclure les effets de temps et de température. Le modèle de Chaboche, qui est une extension du cas indépendant du temps, est exposé ici.

L'écrouissage isotrope est modélisé comme suit :

$$dR = b(Q - R)dp - \gamma_r |R - Q_r|^{m-1} (R - Q_r) \quad (\text{II-53})$$

$Q_r$  : valeur asymptotique assurant une restauration incomplète.

Dans le cas de mémorisation de déformation, une expression pour  $Q_r$  est proposée (pour les aciers inoxydables) :

$$Q_r = Q - Q_r^* \left[ 1 - \left( \frac{Q_M - Q}{Q_M} \right)^2 \right] \quad (\text{II-54})$$

Ce modèle viscoplastique nécessite la détermination de 23 paramètres.

Les modèles utilisant la théorie d'écoulement multi- ou bi-surface telle que celle de Mroz [Lemaitre et Chaboche,1985] ou celle de Dafalias et Popov [Dafalias et Popov,1976] sont, parfois, plus effectifs et flexibles pour des histoires de chargement complexes [Kyriakides et Corona,2007]. La simulation par Dong et al [Dong et al, 2012] du rochet uniaxial de l'acier CS1026 basée sur un modèle bi-surface développé par Krieg [Krieg,1975] avec une identification des paramètres par des essais à déformation et contrainte imposées prenant en compte les deux intervalles combinés du rochet (initial et stabilisé) semble meilleure que celle réalisée par Hassan et Tasnim [Hassan et Tasnim,2000] comme le montre la figure II-8.

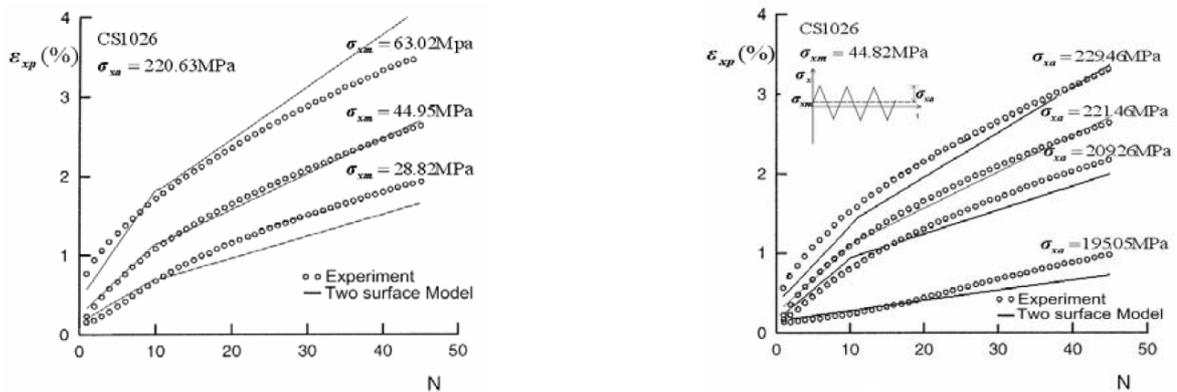


Fig. II-8 Tests et simulation du rochet par un modèle à deux surfaces a) pour différentes valeurs de la contrainte moyenne b) différentes valeurs de l'amplitude de contrainte [Dong et al, 2012]

### II-2-5 Démarche micro-macro

Le principe de fonctionnement de ce type de modèles est illustré sur la fig.II-9. Il consiste, en premier lieu, en une localisation de la contrainte macroscopique pour arriver au système de glissement puis de remonter, par homogénéisation (contribution de chaque plan de glissement), au niveau macroscopique. L'avantage de tels modèles, comme il est déjà souligné, est de combiner la 'maniabilité' des modèles phénoménologiques et le regard plus 'physique' des modèles cristallographiques.

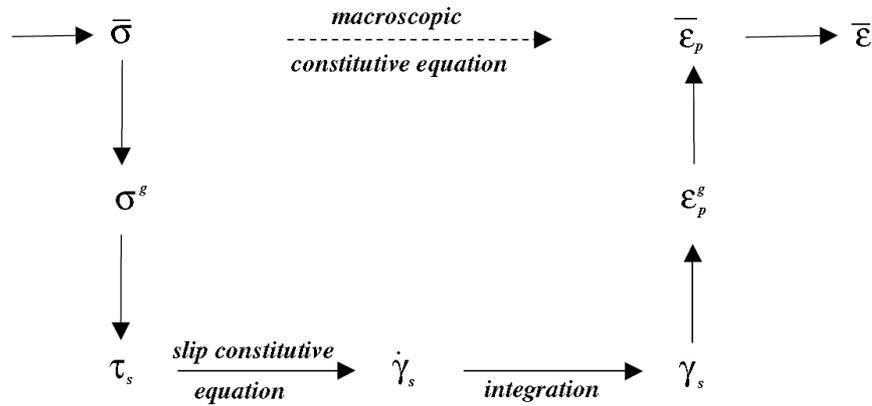


Fig.II-9 Le principe de la modélisation micro-macro[Chaboche,2008]

On donne un aperçu, ici, du modèle de Cailletaud et Sai [Cailletaud et Sai, 1995] qui, en supposant l'associativité dans un cadre thermodynamique, introduit le couplage entre mécanismes divers à travers les variables d'écrouissage en incluant dans l'expression de la partie inélastique de l'énergie libre deux matrices  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{Q}$  autorisant ce couplage isotrope-isotrope ou cinématique-cinématique :

$$\rho\psi_{in} = \frac{1}{3}(\boldsymbol{\alpha}^1 \boldsymbol{\alpha}^2) \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{12} & B_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\alpha}^1 \\ \boldsymbol{\alpha}^2 \end{pmatrix} + \frac{1}{2}(q^1 q^2) \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{12} & Q_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q^1 \\ q^2 \end{pmatrix} \quad (\text{II-55})$$

Ce couplage signifie, physiquement, l'existence de deux mécanismes : vitesses de dislocation faible et élevée, donc, deux échelles de temps différentes ce qui distingue ce modèle de ceux phénoménologiques 'unifiés' où cette différence n'est pas prise en compte.

Deux versions du modèle ont été testées sur des résultats expérimentaux disponibles : 2M1C\_VP et 2M1C\_V, i.e, modèle avec deux mécanismes plastique et viscoplastique et un critère d'élasticité et modèle avec deux mécanismes plastiques et un critère d'élasticité. Les résultats de simulation obtenus montrent qu'un choix judicieux des paramètres  $B_{ij}$  permettent de mettre en évidence certains aspects que les modèles phénoménologiques sont incapables

## Chapitre II : Méthodes de calcul en plasticité cyclique

d'inclure dans l'analyse tels la sensibilité inverse vis-à-vis de la vitesse de déformation que certains aciers austénitiques présentent. L'état asymptotique peut être, également, prévu selon que la matrice B soit régulière (accommodation) ou singulière (rochet continu) (fig.II-10). Ce modèle reste à affiner en prenant plus de déformations inélastiques ce qui compliquerait, évidemment, l'analyse.

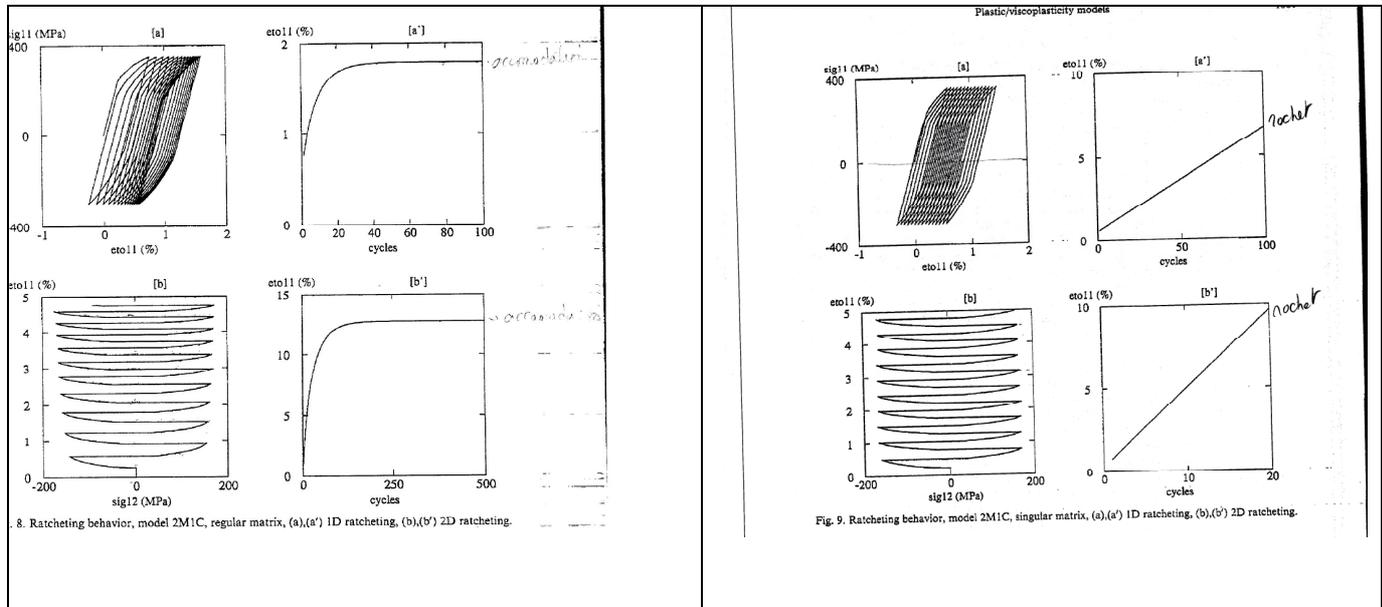


Fig.II-10 Comportement du modèle 2M1C [Cailletaud et Sai, 1995]

- Mise à jour du modèle multimécanisme [Taleb et Cailletaud, 2010]

Taleb et al. (2010), en se basant sur des constatations expérimentales concernant l'acier 304L [Taleb et Hauet, 2009] : dépendance de la réponse du matériau durcissement/adoucissement cyclique non seulement sur l'amplitude de la déformation mais, également, sur le chemin de chargement proportionnel et non-proportionnel, effet croisé...), ont proposé une dernière version du modèle multimécanisme [Sai et Cailletaud, 1995] pour améliorer l'aptitude dudit modèle et particulièrement vis-à-vis de la description de l'écrouissage isotrope. Le nombre de paramètres est « seulement » 17 qui ont été identifiés à l'aide d'essais à déformation contrôlée. Une prévision satisfaisante du taux de rochet sous chargement non-proportionnel est obtenue grâce à cette mise à jour.

# Chapitre III

## Structures, matériaux et procédures

## Chapitre III : Structures, matériaux et procédures

---

Ce chapitre est dédié, dans sa première partie, à la présentation des essais sur la structure bitube faite d'un acier inoxydable 316L. La seconde partie porte sur la présentation des essais qui sont effectués sur un certain nombre de matériaux métalliques (aciers et alliages) pour l'étude de l'origine de l'accumulation de la déformation inélastique et la mise en question de la notion du rochet uniaxial.

Dans la première partie de ce chapitre on s'intéressera à la structure bitube tandis que la seconde partie sera dévolue aux essais uniaxiaux.

### III-1 Description de la structure bitube:

Elle est composée de deux tubes en acier inoxydable 316L concentriques liés rigidement à leurs extrémités [Taleb, 1991] (fig.III-1).

L'acier dont est fait le bitube est un acier inoxydable austénitique\* 316L. Dans les normes françaises, il porte l'appellation Z2CND17-12. Sa composition chimique est donnée dans le tableau III-1.

Tab. III-1 Composition chimique de l'acier 316L (en pourcentage de poids)

Composition	C	Si	Mn	P	S	Cr	Ni	Mo	B	Cu	Co
	0.011	0.42	1.70	0.023	0.006	16.85	11.21	2.14	0.0008	0.099	0.099

Il est écroui après usinage et ses caractéristiques sont résumées dans le tableau III-2 selon Association Française pour les règles de conception et de construction des matériels des Chaudières ÉlectroNucléaires (AFCEN). Certaines caractéristiques mécaniques de l'acier en question sont reportées sur le tableau III-3.

Tab.III-2 Quelques caractéristiques physiques de l'acier inoxydable 316L [AFCEN, 1993]

	T (°C)	$\alpha$ (°C <sup>-1</sup> )	E (MPa)	$\alpha^{acierX} / \alpha^{316}$	$E^{acierX} / E^{316}$
<b>Acier 316L</b>	20°	15.9 10 <sup>-6</sup>	192370	1	1
	500°	18.3 10 <sup>-6</sup>	153000	1	1

Tab.III-3 Quelques caractéristiques mécaniques de l'acier inoxydable 316L [AFCEN,1993]

Courbe	T (°C)	$\sigma_{1\%}$ (MPa)	$\frac{\sigma_{1\%} - \sigma_{0.2\%}}{0.01 - 0.002 - \sigma_{0.2\%} / E}$ (MPa)	$\frac{\sigma_{1\%} - \sigma_{0.2\%}}{\sigma_{0.2\%}}$
Monotone	20°	275	6090	0.145
	500°	144	2975	0.146
Cyclique réduite	20°	290	2700	0.603
	500°	257	25320	0.622

$\sigma_{0.2\%}$  est la limite d'élasticité conventionnelle correspondant à 0.2% de déformation plastique,

$\sigma_{1\%}$  est la contrainte correspondant à 1% de déformation mécanique (élastique + plastique),

$E_t = \frac{\sigma_{1\%} - \sigma_{0.2\%}}{0.01 - 0.002 - \sigma_{0.2\%} / E}$  donne une estimation du module tangent,

$R_{\text{écrouissage}} = \frac{\sigma_{1\%} - \sigma_{0.2\%}}{\sigma_{0.2\%}}$  donne une estimation de la 'réserve' d'écrouissage par rapport à  $\sigma_{0.2\%}$ .

### III-2 Histoire de chargement

Le chargement consiste à appliquer une combinaison de charge mécanique de traction (qui joue le rôle de charge primaire) pendant 10 secondes puis de soumettre les deux tubes concentriques à une histoire de chargement thermique cyclique ( qui joue le rôle de charge secondaire). Le chauffage est effectué par induction. En fait, le tube interne est maintenu à la température ambiante tandis que le

tube externe est soumis à des cycles d'échauffement-refroidissement comme il est indiqué sur la figure III-3.

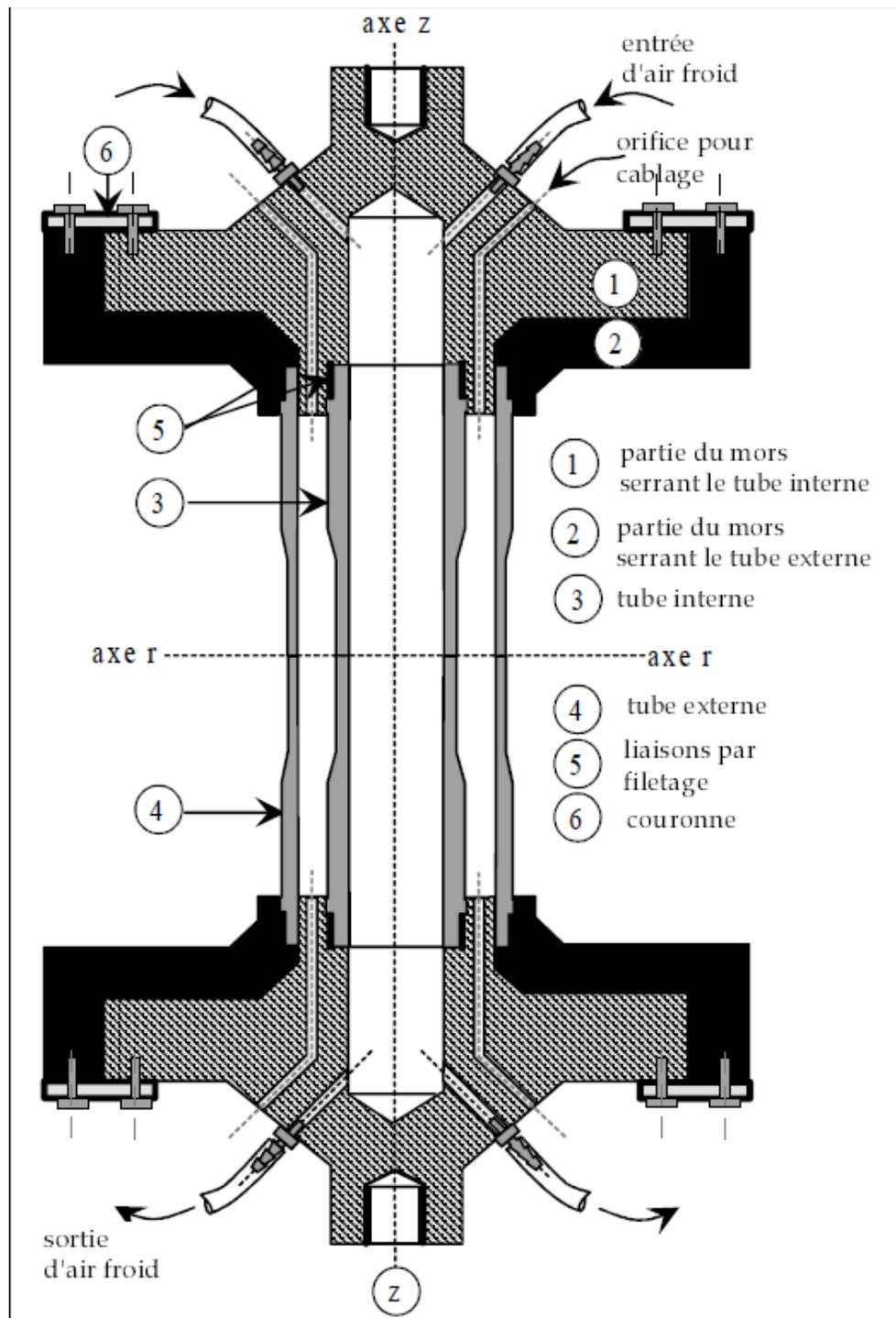


Fig. III-1 Structure bitube : Géométrie et notations

La schématisation de la structure est présentée sur la figure III-2

- $i=1$  pour le tube interne et  $i=2$  pour le tube externe,
- $l_1=l_2=l$ , est la longueur de la zone mince (égale pour les 2 tubes),
- $l'_1=l'_2=l'$ , est la longueur de la zone épaisse (égale pour les 2 tubes),
- $\eta=l_1/l'_1=l_2/l'_2=l/l'$ ,
- $S_1=S_2=S$ , est la section transversale de la zone mince (égale pour les 2 tubes),
- $S'_1=S'_2=S'$ , est la section transversale de la zone épaisse (égale pour les 2 tubes),
- $\beta=S_1/S'_1=S_2/S'_2=S/S'$ .
- $\gamma=V_1/V'_1=\eta\beta$

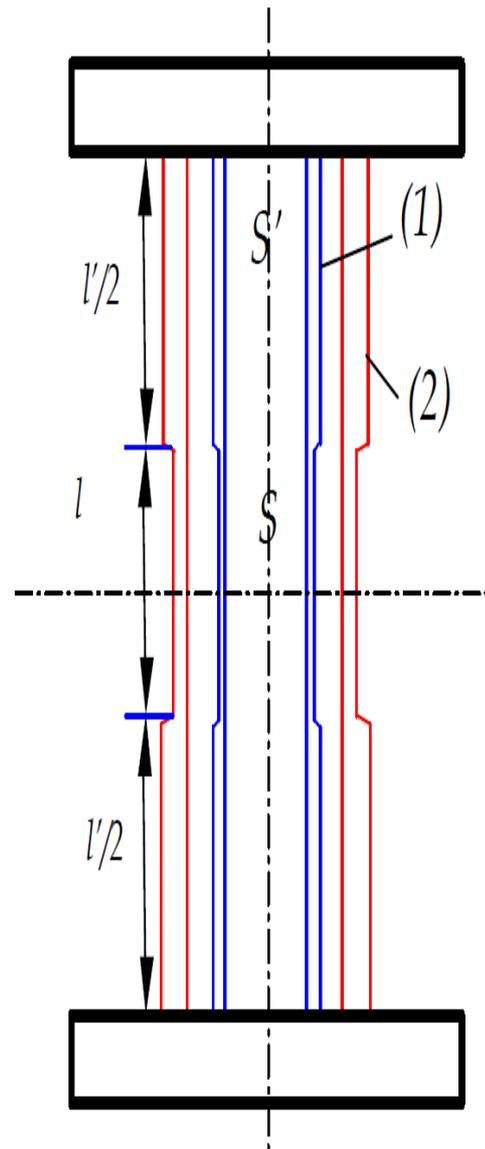


Fig.III-2 Schématisation de la structure bitube

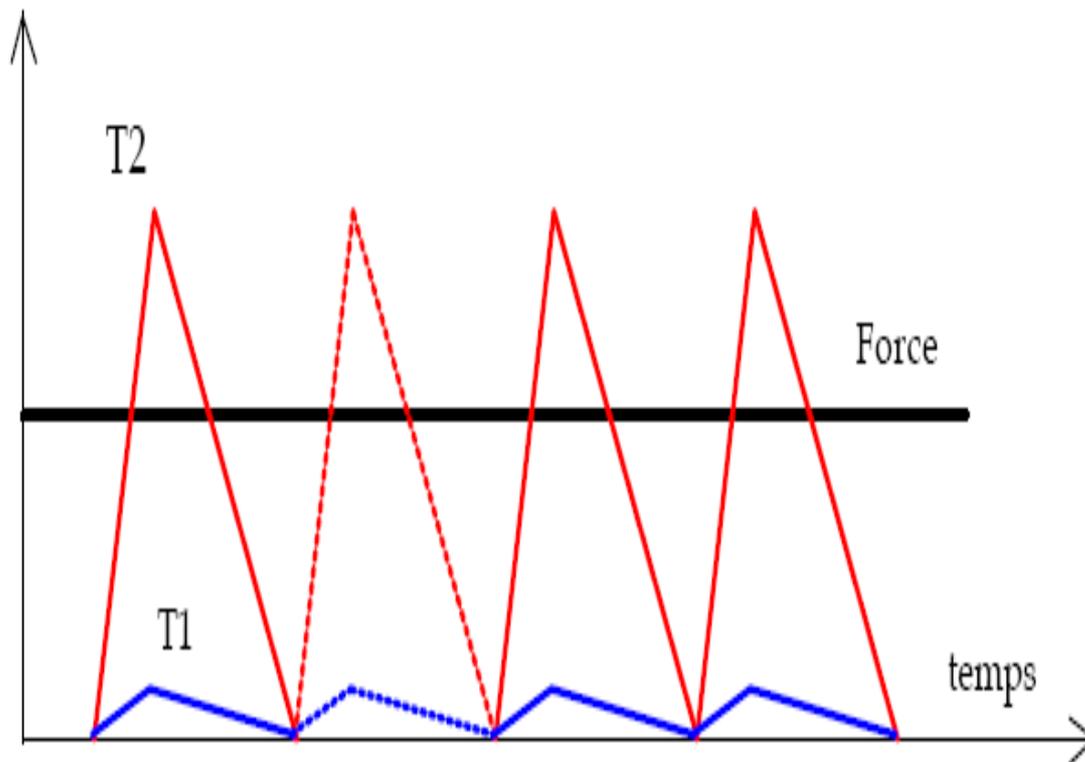


Fig.III-3 Histoire de chargement thermomécanique du bitube

Les mesures de la déformation sont réalisées sur le tube interne et sur la partie épaisse du tube externe. Les températures sont mesurées en continu sur la surface externe des deux tubes à l'aide de thermocouples microsoudés.

### III-3 Présentation des essais uniaxiaux

#### III-3-1 Introduction

En comparant le taux de rochet observé pour la même contrainte primaire (contrainte moyenne en traction constante) avec une contrainte secondaire dans la même direction (traction-compression) ou dans une direction différente (déformation de cisaillement cyclique surimposée), Chaboche et Nouailhas [Chaboche et Nouailhas, 1989] ont conclu que le rochet uniaxial est beaucoup plus important que le rochet multiaxial. Toutefois, cette notion même du rochet uniaxial vient d'être mise en question à travers un certain nombre d'essais uniaxiaux à contrainte contrôlée (en traction-compression) sur cinq matériaux métalliques à savoir :

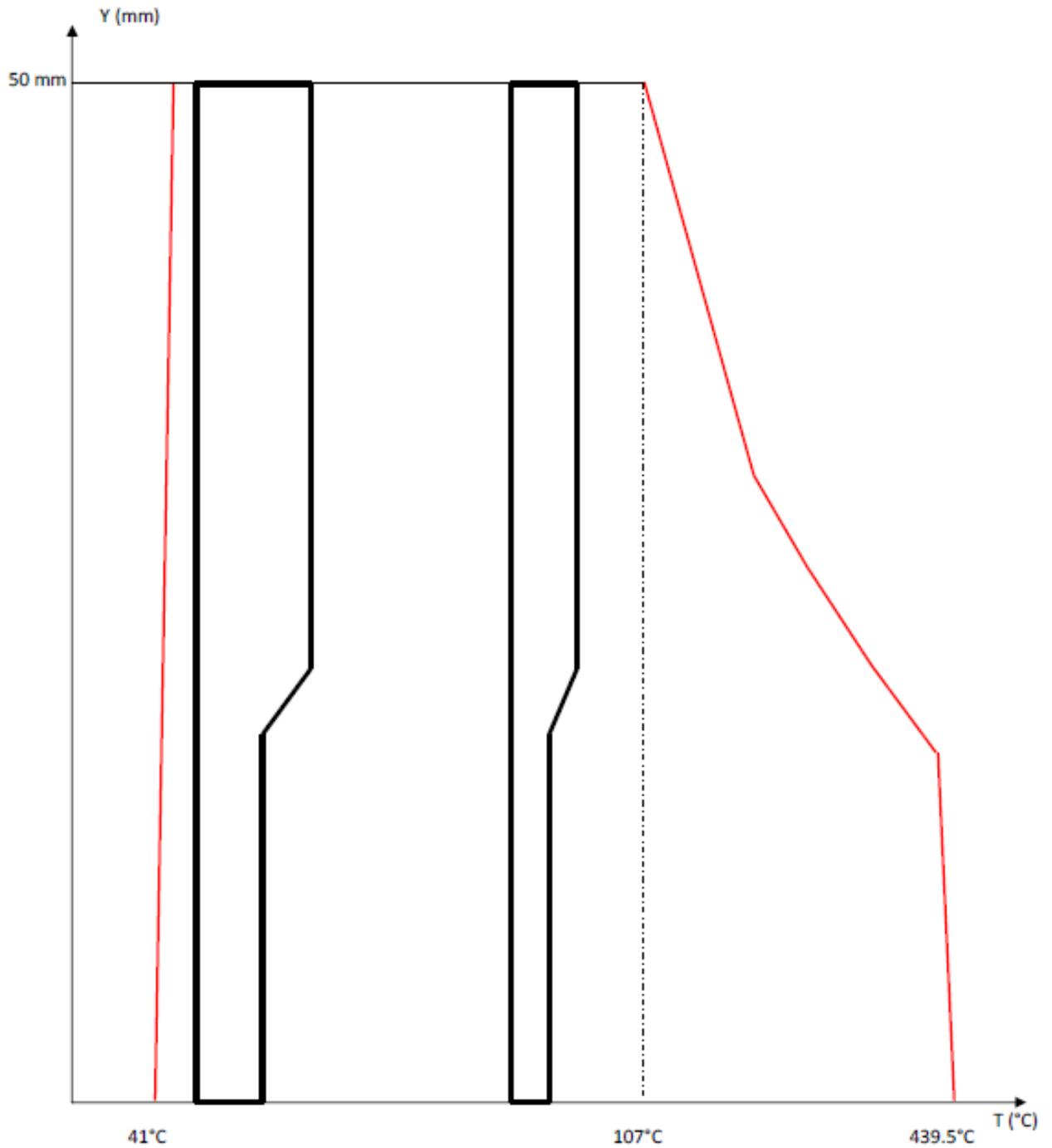


Fig. III-4 Répartition du chargement thermique (Pas d'échelle)

acier austénitique (304L), deux aciers ferritiques différents (35NiCrMo16 et XC18), un alliage d'aluminium (AU4G) et un alliage de cuivre (CuZn27) [Taleb et Cailletaud, 2011, Taleb et al., 2011]. La question qui se pose est la suivante :

Est-ce que la déformation progressive observée lors d'un essai à contrainte contrôlée relève d'un mécanisme nouveau ? ou est-ce qu'elle n'est, au contraire, que l'illustration d'un mécanisme déjà connu, à savoir :

- Le fluage,
- Le mode de pilotage,
- L'endommagement ?

L'objectif de cette partie est l'étude de l'origine de la déformation progressive observée lors d'un essai uniaxial à contrainte imposée de traction-compression. Dans ce qui suit, on développe le travail effectué sur l'acier 35NiCrMo16.

### **III-3-2 Essai cyclique sous contraintes imposées**

#### **II-3-2-1 Matériaux, éprouvette et dispositif d'essai**

Cinq différents matériaux métalliques ont été étudiés, à savoir :

- Un acier austénitique 304L,
- Deux aciers ferritiques : 35NiCrMo16 et XC18,
- Un alliage d'aluminium AU4G2024,
- Un alliage de cuivre CuZn27.

Leurs compositions chimiques moyennes sont données sur le tableau III-4.

Toutes les éprouvettes ont la même géométrie (fig.III-5) : forme tubulaire avec une longueur entre repères de 46mm où une zone centrale de 25mm est utilisée pour l'extensométrie. Dans cette zone, les diamètres internes et externes sont, resp., égaux à 20mm et à 17mm pour avoir des tubes relativement minces. L'éprouvette utilisée dans cet essai est cylindrique. Elle comprend une partie utile, des têtes de fixation et entre les deux des raccords conçus pour minimiser les concentrations des contraintes (fig.III-5).

Tab.III-4 : Composition chimique des métaux étudiés

(a) 304L SS

C	Si	Mn	Ni	Cr	N	S	P	Fe
0.028	0.68	1.54	9.04	18.83	0.085	0.026	0.035	Balance

(b) 35NiCrMo16

C	Si	Mn	P	S	Cr	Ni	Mo	Cu	Fe
0.35	0.29	0.48	0.21	0.011	1.81	3.78	0.27	0.17	Balance

(c) XC18

C	Si	Mn	P	S	Cr	Ni	Mo	Cu	Fe
0.20	0.22	0.57	0.022	0.021	0.11	0.06	0.01	0.18	Balance

(d) AU4G 2024

Cu	Mg	Mn	Si	Fe	Al
3.95	0.67	0.53	0.76	0.90	Balance

(e) CuZn27

Cu	Pb	Sn	Fe	Ni	Al	Mn	Si	Zn
63.0	1.50	1.00	1.25	2.50	1.75	2.25	1.00	Balance

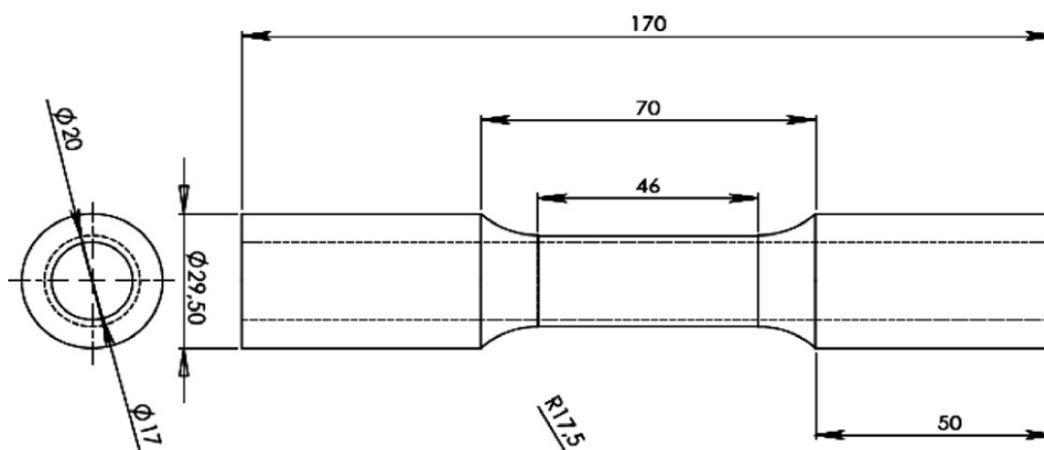


Fig.III-5 Géométrie de l'éprouvette

Les éprouvettes d'acier ont été usinées à partir de barres solides puis soumises à un traitement thermique pour assurer les mêmes états métallurgique et mécaniques initiaux.

Le cycle thermique consiste en un échauffement jusqu'à la température 1050° suivi d'un temps de maintien d'une heure à cette même température. S'ensuit, finalement, un lent refroidissement jusqu'à la température ambiante.

Les éprouvettes d'alliage d'aluminium ont été usinées à partir de barres solides extrudées parallèlement à l'axe d'extrusion. Elles ont, également, subi un traitement thermique consistant en un maintien d'une heure à une température de 500° suivi d'un trempage jusqu'à la température ambiante.

Enfin, les éprouvettes de l'alliage de cuivre ont été obtenues à l'aide d'un processus de coulage réalisé par la compagnie FAVI (Fonderie et Ateliers du Vimeu).

Les essais ont été réalisés sur une machine MTS servo-hydraulique (fig.III-6) qui se caractérise par des possibilités de chargements mécaniques multiaxiaux (traction-compression, torsion) en plus des capacités de chauffage sous vitesse contrôlée. Ses capacités sont  $\pm 250\text{kN}/\pm 75\text{mm}$  en traction-compression et  $\pm 2200\text{ N.m}/\pm 45^\circ$  en torsion. Les mesures des déplacements/rotations sont réalisées à l'aide d'un extensomètre bi-axial constitué de deux tiges en alumine dont les extrémités de forme adéquate sont en contact avec les extrémités de la zone utile de zone utile 25 mm et une capacité de  $\pm 2.5\text{mm}/\pm 5^\circ$  (fig.III-7). Pour les essais à haute température, l'extensomètre est maintenu à une température constante de 25°C correspondant à la température de calibration. Les têtes de l'éprouvette sont maintenues rigidement par des mors.

Le dispositif d'acquisition permet de suivre en continu l'évolution de la température, de la force et de la déformation.

Les champs de contrainte et de déformation sont supposés constants dans la partie de la longueur entre repères.

Leur forme générale dans un système de coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$

(avec z orienté selon l'axe de l'éprouvette) :

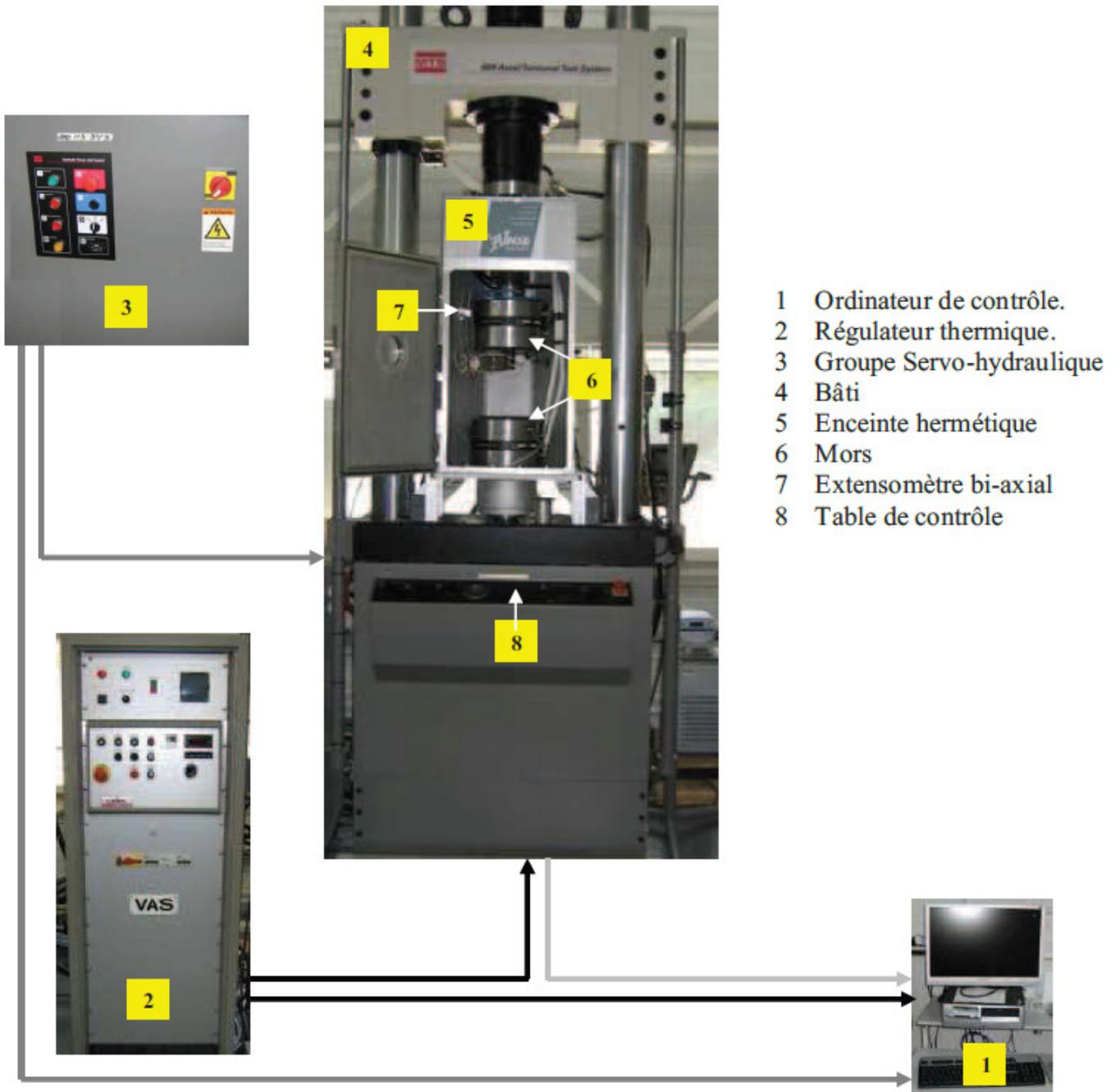
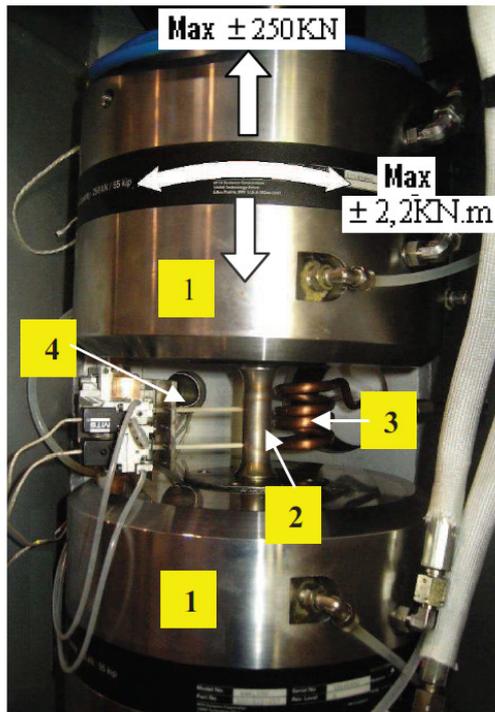
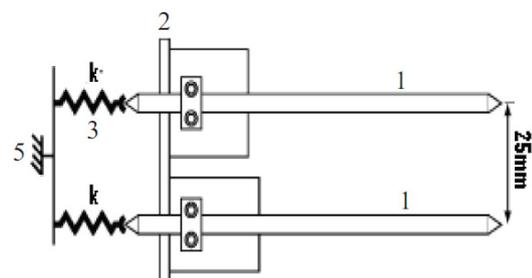
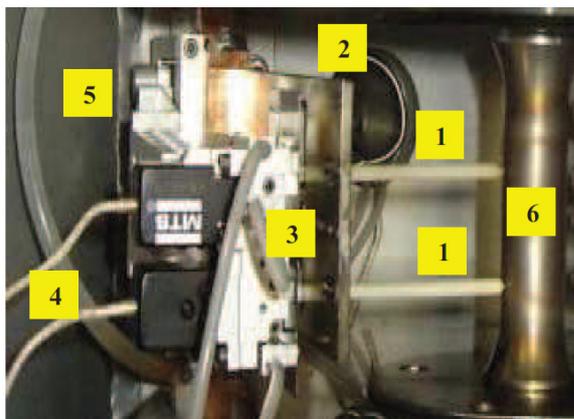


Fig.III-6 Vue générale du dispositif d'essai [Meftah,2007]



- 1 Mors
- 2 Epreuve
- 3 Dispositif d'échauffement par induction
- 4 Extensomètre bi-axial



- 1 Tige en alumine.
- 2 Plaque de fixation
- 3 Ressort de raideur (k)
- 4 Fils de connexion avec l'ordinateur de contrôle
- 5 Support de fixation à la machine
- 6 Epreuve

**Fig. III-7:** Présentation des différentes composantes du dispositif d'essai et de l'extensomètre bi-axial [Meftah(2007)].

$$\begin{bmatrix} \sigma \\ \sigma \\ \sigma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{z\theta} \\ 0 & \sigma_{z\theta} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \epsilon \\ \epsilon \\ \epsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{\theta\theta} & \epsilon_{z\theta} \\ 0 & \epsilon_{z\theta} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}$$

Où  $\sigma_{zz} = \frac{F}{S_0}$  ;  $\sigma_{z\theta} = \frac{M_T r}{I_p}$  ;  $2\epsilon_{z\theta} = \gamma_{z\theta} \approx \frac{R_0 \alpha}{l_0}$  ;  $\epsilon_{zz} = \frac{u_z}{l_0}$

$S_0, l_0, R_0$  et  $I_p$  sont la section droite, la longueur, le rayon externe et le moment polaire de la zone de longueur entre repères initiaux,

$F$  : la force axiale et  $M_T$  le moment de torsion,

$u_z$  : le déplacement axial et  $\alpha$  l'angle mesuré par l'extensomètre.

La déformation vraie est donnée par :

$$\epsilon_{zz}^t = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = Ln(1 + \epsilon_{zz})$$

Si l'on suppose que le volume de la zone entre repères reste constant, on peut, alors, calculer la contrainte vraie comme suit :

$$\sigma_{zz}^t = \sigma_{zz} (1 + \epsilon_{zz})$$

### III-3-2-2 Description des essais réalisés

L'histoire de chargement appliqué est une traction-compression combinée non symétrique à charge imposée. Pour les matériaux qui présentent un comportement, la force maximale du premier cycle est maintenue constante pendant un certain moment afin de minimiser la contribution du fluage à l'accumulation de la déformation inélastique. L'histoire de chargement appliquée est représentée sur la figure III-8 . Tous les essais ont été réalisés à la température ambiante.

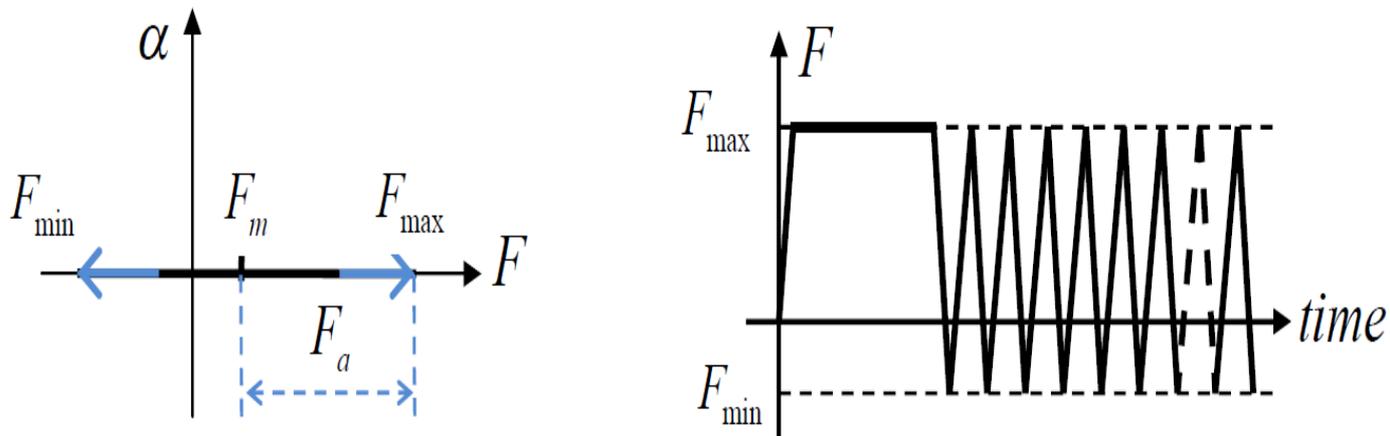


Fig.III-8 Histoire de chargement appliquée : traction-compression cyclique à charge imposée

$F_{min}$  et  $F_{max}$  commençant par un essai de fluage à  $F_{max}$ .

En raison de la présence du phénomène de Lüder dans l'acier XC18, l'essai de traction-compression débute par un préchargement sous déformation imposée pour assurer le passage au-delà du plateau. Toutefois, l'amplitude de la contrainte dans cet essai préliminaire reste inférieure à l'amplitude de contrainte appliquée par la suite à charge imposée.

Le tableau III-5 donne les caractéristiques des essais réalisés.

A titre d'exemple, l'essai sur l'acier 35NiCrMo16 est réalisé à force imposée suivant des cycles traction-compression non symétrique. Les forces maximale (traction) et minimale (compression) sont respectivement égales à 108750 Newtons et 73950 Newtons. Cela conduit à des contraintes nominales de 1250 MPa et 850 MPa respectivement ; d'où, une contrainte moyenne de 200 MPa et une amplitude de 1050 MPa. Pendant cet essai le couple de torsion est maintenu égal à zéro. La figure III-9 donne les résultats de ces consignes.

Tab.III-5 Caractéristiques des essais réalisés

Material	$\sigma_{0.2\%}$ (conv. yield stress, MPa)	Tension-Compression $F_{max} / F_{min}$ (N) $\sigma_{zz} \text{ max} / \sigma_{zz} \text{ min}$ (MPa)	Reference
304L	250	21750 / -13050 250 / -150	304L_50-200*
35NiCrMo16	900	104400 / -69600 1200 / -800	35NiCrMo16_200-1000
		108750 / -73950 1250 / -850	35NiCrMo16_200-1050
		121800 / -87000 1400 / -1000	35NiCrMo16_200-1200
XC18	300	32190 / -23490 370 / -270	XC18_50-320
AU4G	286	26100 / -17400 300 / -200	AU4G_50-250
		30450 / -21750 350 / -250	AU4G_50-300
CuZn27	260	26100 / -17400 300 / -200	CuZn27_50-250
		28710 / -21750 330 / -20010	CuZn27_50-280

\* Essai réalisé dans (Taleb et Cailletaud,2011)

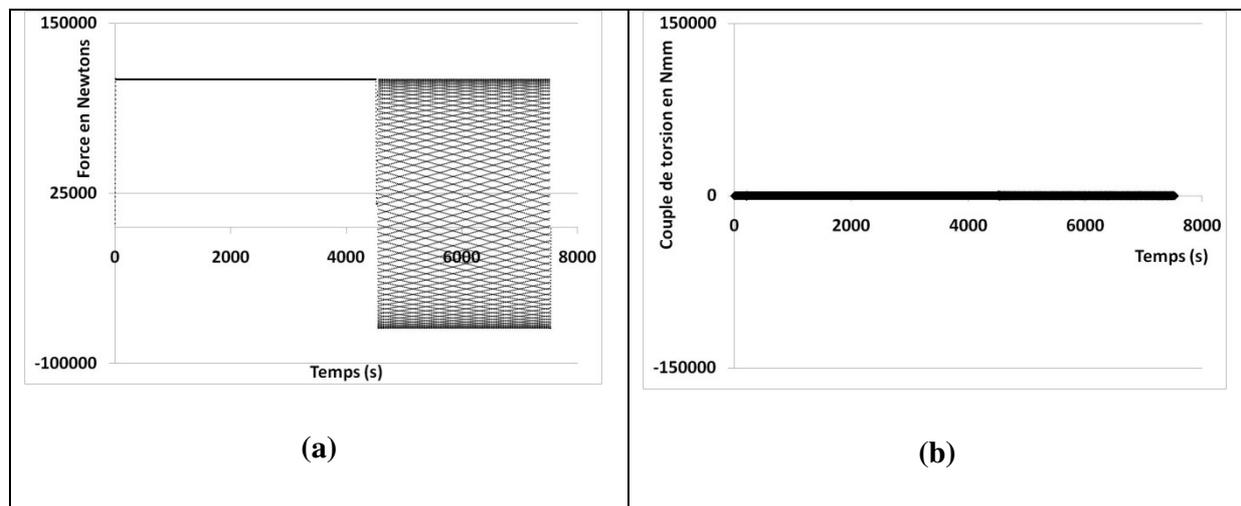


Figure III-9 : Consignes appliquées dans l'essai réalisé : (a) Force en fonction du temps variant entre 108750 Newtons et -73950 Newtons ; (b) Couple de torsion en fonction du temps : maintenu égal à zéro.

# Chapitre IV

## Résultats et discussions

Dans ce chapitre, les résultats de simulation sur la structure bitube en utilisant les différents modèles et les résultats des essais uniaxiaux seront exposés et discutés.

### IV-1 Maillage du bitube

Le bitube est maillé en utilisant deux types d'éléments Q4 et Q8 à deux degrés de liberté afin d'étudier la sensibilité de l'analyse vis-à-vis du type d'élément. La figure IV-1 montre le maillage de la structure avec des éléments Q8.

### IV-2 Modèles utilisés

Les équations des différents modèles utilisés dans cette étude sont résumées du tableau IV-1 au tableau IV- 4.

Tableau IV-1

#### Le modèle de Prager

Décomposition de la déformation :  $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p$

Loi de Hooke :  $\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1+\nu}{E} \boldsymbol{\sigma} - \frac{\nu}{E} Tr(\boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{1}$

Fonction de charge (Von Mises) :

$$f(\boldsymbol{\sigma}, R, \mathbf{X}) = \|\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}\| - R - k = \sqrt{\frac{3}{2} ((\boldsymbol{\sigma}' - \mathbf{X}') : (\boldsymbol{\sigma}' - \mathbf{X}'))} - R - k$$

Avec  $\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3} Tr(\boldsymbol{\sigma}) \mathbf{1}$  Le déviateur du tenseur des contraintes

Règle d'écoulement :  $d\boldsymbol{\varepsilon}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = d\lambda \mathbf{n} ; \mathbf{n} = \frac{3}{2} \frac{\boldsymbol{\sigma}' - \mathbf{X}'}{J_2(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X})}$

Règle d'écrouissage cinématique :  $\mathbf{X} = \frac{2}{3} C \boldsymbol{\varepsilon}^p$

Règle d'écrouissage isotrope :  $R(p) = R_\infty + (R_0 - R_\infty) e^{-bp}$

$R_\infty, R_0, R_\infty, b$  et  $C$  : paramètres du modèle dépendant du matériau et de la température.

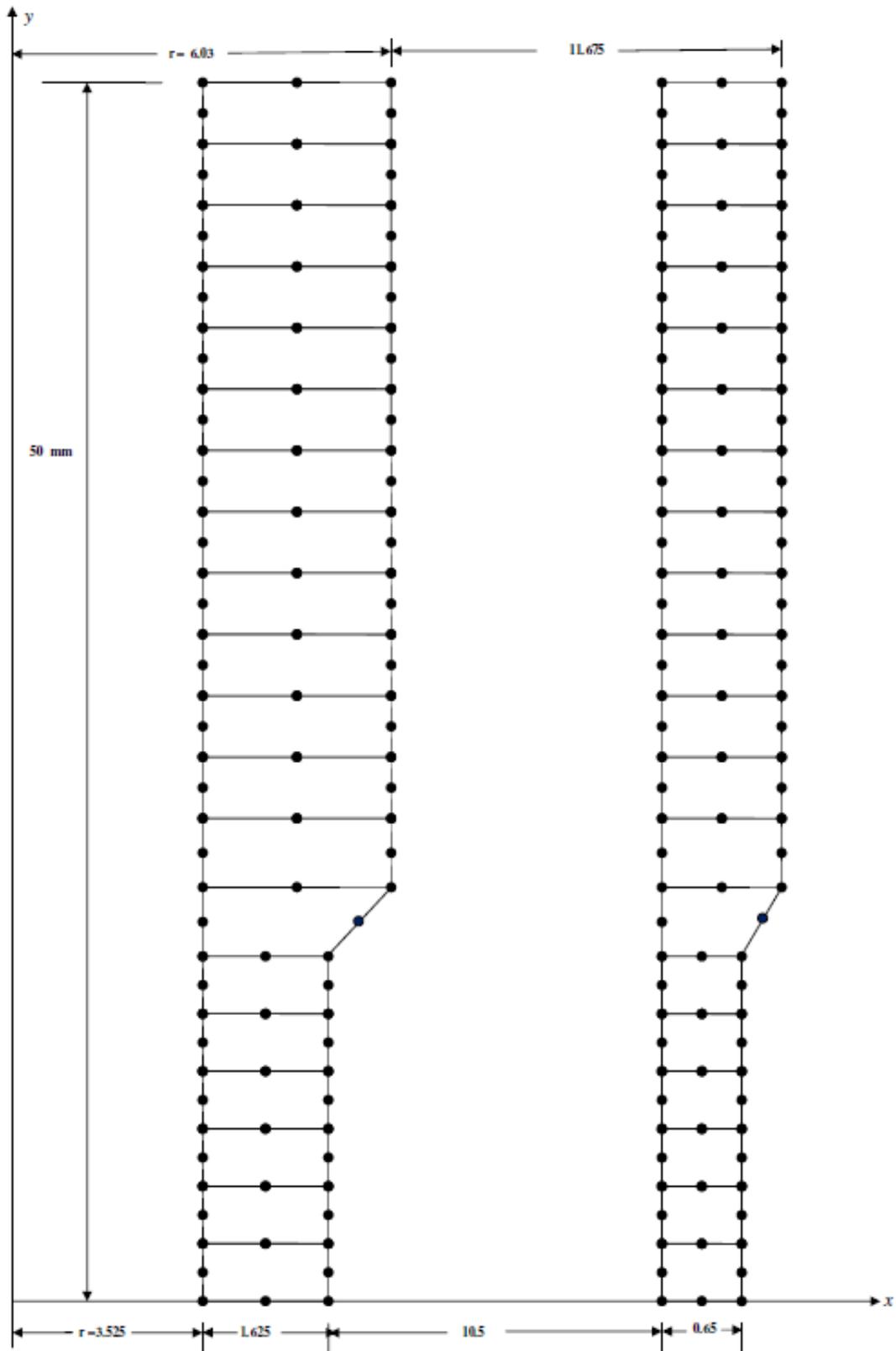


Fig.IV-1 Maillage de la structure bitube (Pas d'échelle)

Tab.IV-2

Le modèle de Chaboche élastoplastique (à deux variables cinématiques implanté dans code Aster)

Décomposition de la déformation :  $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p$

Loi de Hooke :  $\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1+\nu}{E} \boldsymbol{\sigma} - \frac{\nu}{E} Tr(\boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{1}$

Fonction de charge (Von Mises) :

$$f(\boldsymbol{\sigma}, R, \mathbf{X}) = \|\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}\| - R - k = \sqrt{\frac{3}{2} ((\boldsymbol{\sigma}' - \mathbf{X}') : (\boldsymbol{\sigma}' - \mathbf{X}'))} - R - k$$

Avec  $\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3} Tr(\boldsymbol{\sigma}) \mathbf{1}$  Le déviateur du tenseur des contraintes

Règle d'écoulement :  $d\boldsymbol{\varepsilon}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = d\lambda \mathbf{n} ; \mathbf{n} = \frac{3}{2} \frac{\boldsymbol{\sigma}' - \mathbf{X}'}{J_2(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X})}$

Règle d'écrouissage cinématique :  $\mathbf{X} = \sum_1^2 \mathbf{X}_i$

$$\mathbf{X}_i = \frac{2}{3} C_i(p) \mathbf{a}_i$$

Avec  $d\mathbf{a}_i = d\boldsymbol{\varepsilon}^p - \gamma_i(p) \mathbf{a}_i dp$

$$C_i(p) = C_i^\infty (1 + (k-1)e^{-wp})$$

$$\gamma_i = \gamma_i^0 (a_\infty + (1-a_\infty)e^{-bp})$$

Règle d'écrouissage isotrope :  $R(p) = R_\infty + (R_0 - R_\infty)e^{-bp}$

$R_\infty, R_0, b, C_\infty^1, C_\infty^2, k, w, a_\infty, \gamma_2^0$  et  $\gamma_1^0$  paramètres du modèle dépendant du matériau et de la température.

Tab.IV-3

Modèle de Taheri

Décomposition de la déformation :  $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p$

Loi de Hooke :  $\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1+\nu}{E} \boldsymbol{\sigma} - \frac{\nu}{E} Tr(\boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{1}$

Fonction de charge (Von Mises) :

$$f(\boldsymbol{\sigma}, R, \mathbf{X}) = \|\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}\| - R - k = \sqrt{\frac{3}{2} ((\boldsymbol{\sigma}' - \mathbf{X}') : (\boldsymbol{\sigma}' - \mathbf{X}'))} - R - k$$

Avec  $\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3} Tr(\boldsymbol{\sigma}) \mathbf{1}$  Le déviateur du tenseur des contraintes

Règle d'écoulement :  $d\boldsymbol{\varepsilon}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = d\lambda \mathbf{n}$  ;  $\mathbf{n} = \frac{3}{2} \frac{\boldsymbol{\sigma}' - \mathbf{X}'}{J_2(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X})}$

Règle d'écrouissage isotrope :

$$R = D [R^0 + (2/3)^a A (\boldsymbol{\varepsilon}^p - \boldsymbol{\varepsilon}_n^p)^a_{eq}]; \quad D = 1 - m e^{-bp(1 - \frac{\sigma^p}{S})}$$

Règle d'écrouissage cinématique :  $\mathbf{X} = C [S \boldsymbol{\varepsilon}^p - \sigma^p \boldsymbol{\varepsilon}_n^p]$ ;  $C = C_\infty + C_1 e^{-bp(1 - \frac{\sigma^p}{S})}$

$S$  : contrainte de rochet

$m, b, R^0, a, A, C_1$  et  $C_\infty$ : paramètres du modèle dépendant du matériau et de la température.

Tab.IV-4

Modèle de Chaboche élastoviscoplastique (à deux variables cinématiques implanté dans code aster)

Décomposition de la déformation :  $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p$

Loi de Hooke :  $\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1+\nu}{E} \boldsymbol{\sigma} - \frac{\nu}{E} Tr(\boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{1}$

Fonction de charge (Von Mises) :

$$f(\boldsymbol{\sigma}, R, \mathbf{X}) = \|\boldsymbol{\sigma}' - \mathbf{X}'\| - \alpha_R \cdot R - k = \sqrt{\frac{3}{2}((\boldsymbol{\sigma}' - \mathbf{X}') : (\boldsymbol{\sigma}' - \mathbf{X}'))} - \alpha_R \cdot R - k$$

Où  $k$  désigne la limite élastique initiale,  $\alpha_R$  un paramètre modulant l'évolution de la taille du domaine d'élasticité.

Avec  $\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3}Tr(\boldsymbol{\sigma})\mathbf{1}$  Le déviateur du tenseur des contraintes

$$\text{Règle d'écoulement : } d\boldsymbol{\varepsilon}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = d\lambda \mathbf{n} ; \mathbf{n} = \frac{3}{2} \frac{\boldsymbol{\sigma}' - \mathbf{X}'}{J_2(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X})}$$

$$\text{Règle d'écrouissage isotrope : } \dot{R} = b(Q - R)\dot{p} + \gamma_r |Q - R|^{m_r - 1} (Q_r - R)$$

$$Q = Q_0 + (Q_M - Q_0)(1 - e^{-2\mu q}) ; Q_r = Q - Q_r^* \left[ 1 - [(Q_M - Q)/Q_M]^2 \right]$$

$$\text{Règle d'écrouissage cinématique : } dX_i = 2/3 C_i d\varepsilon^p - \gamma_i X_i dp - \gamma_{xi} [J(X)^{m_i - 1} X_i]$$

$b, q, \mu, C_i, \gamma_i, \gamma_{xi}, m_i$  : paramètres du modèle dépendant du matériau et de la température.

### IV-3 Identification des paramètres des matériaux

Une étape cruciale de toute analyse consiste à déterminer les paramètres des modèles utilisés dans l'étude en question.

#### IV-3-1 Modèle de l'écrouissage isotrope

Dans ce modèle, les deux paramètres à identifier sont la limite d'élasticité et le rayon du domaine d'élasticité  $R(p)$  et ce à l'aide d'un essai de traction monotone comme il est montré sur la figure IV-2. Il n'est pas sans intérêt de rappeler que ce modèle ne rend pas compte de l'effet Bauschinger.

$$R(p) = hp + \sigma_Y = \frac{E \bullet E_T}{(E - E_T)} p + \sigma_Y \quad (\text{IV-1})$$

IV-3-2 Modèle cinématique linéaire de Prager

Le paramètre à identifier pour ce modèle est le coefficient  $C$  à l'aide d'un essai de traction uniaxial monotone (fig.IV-3) :

$$C = \frac{2}{3} \frac{E \bullet E_T}{(E - E_T)} \tag{IV-2}$$

Où  $E$  est le module d'Young et  $E_T$  est le module tangent.

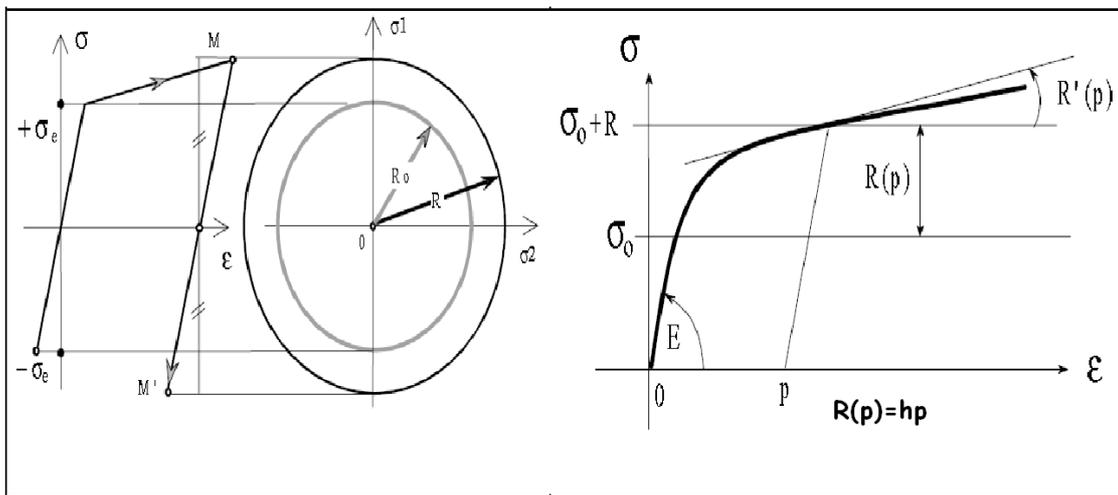


Fig.IV-2 Identification des paramètres du modèle isotrope linéaire

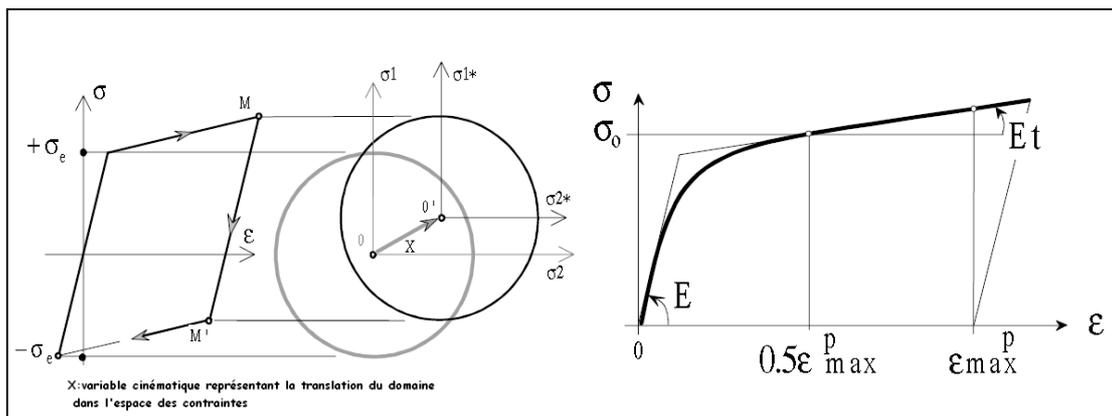


Fig.IV-3 Identification des paramètres du modèle cinématique linéaire

C'est un modèle qui, tout en rendant compte du phénomène de Bauschinger, est incapable de prévoir le rochet en raison de sa réserve d'érouissage illimitée.

### IV-3-3 Modèle élastoplastique de Chaboche

Les paramètres du modèle ont été identifiés à partir des courbes de traction, cyclique réduite, et l'essai de rochet avec une contrainte moyenne croissante [Chaboche, 1991].

### IV-3-4 Modèle de Taheri

Des essais uniaxiaux à déformation et contrainte imposées ont permis de déterminer les paramètres du matériau [Frelat et al, 1995].

### IV-3-5 Modèle de Chaboche élastoviscoplastique :

C'est un modèle complet avec 23 paramètres tenant en compte pratiquement tous les phénomènes liés à la déformation progressive, à savoir : la mémoire d'érouissage, la restauration et la viscosité. Ce modèle complet peut être « dégradé » en annulant l'effet de certains mécanismes. Les paramètres du matériau ont été identifiés comme le montre la figure IV-4 [Riou et al, 1993].

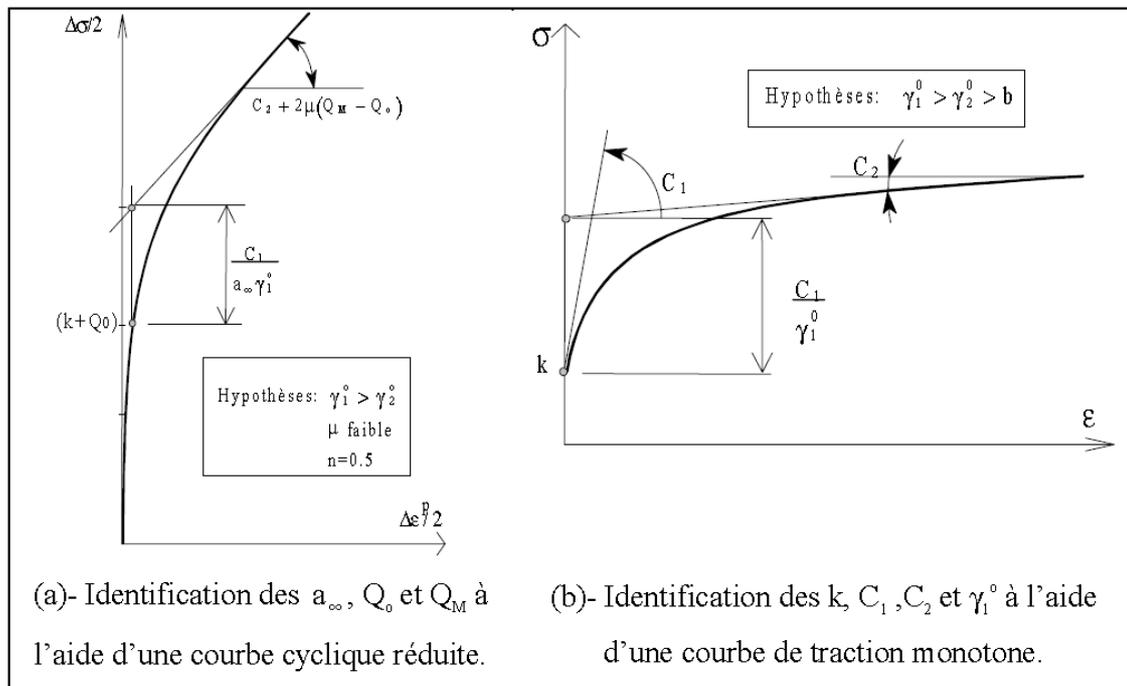


Fig.IV-4 Identification des paramètres du modèle de Chaboche élastoviscoplastique

## Chapitre IV : Résultats et discussions

---

Les différents paramètres ainsi identifiés sont reportés sur les tableaux IV-5 à IV-9 en fonction de la température.

<b>T(°C)</b>	<b><math>\sigma_y</math>(MPa)</b>	<b>E (MPa)</b>	<b><math>E_T</math>(MPa)</b>
20	282.5	192.37E+6	3.750E+6
100	237.5	185.86E+6	2.875E+6
200	195.0	177.72E+6	2.625E+6
300	170.0	169.58E+6	2.250E+6
400	157.5E+6	161.44E+9	2.000E+9
500	150.0E+6	153.30E+9	1.875E+9

Tab.IV-5 Paramètres du modèle isotrope linéaire

<b>T (°C)</b>	<b>C (MPa)</b>
<b>20</b>	2.5497x10 <sup>3</sup>
<b>100</b>	1.9468x10 <sup>3</sup>
<b>200</b>	1.7762 x10 <sup>3</sup>
<b>300</b>	1.5202 x10 <sup>3</sup>
<b>400</b>	1.3501 x10 <sup>3</sup>
<b>500</b>	1.2655 x10 <sup>3</sup>

Tab.IV-6 Paramètre C du modèle cinématique linéaire de Prager

## Chapitre IV : Résultats et discussions

---

	20° C	600° C
$R_0$ (MPa)	200	35
$R_\infty$ (MPa)	200	35
b	20	12
$C_\infty^1$ (MPa)	$97.5 \times 10^3$	$97.5 \times 10^3$
$C_\infty^2$ (MPa)	$2.925 \times 10^3$	$2.925 \times 10^3$
k	1	1
w	0	0
$\gamma_1^0$	1300	1300
$\gamma_2^0$	50	50
$a_\infty$	0.5	0.5

Tab.IV-7 Paramètres du modèle de Chaboche élastoplastique

## Chapitre IV : Résultats et discussions

Variables		Paramètres	Valeurs		
			20 °C	200 °C	400 °C
R	Ecroissage	k (MPa)	165	110	70
		$\alpha_R$	1	1	1
		b	20	12	12
	Mémoire d'écroissage	Qo (MPa)	5	65	95
		Q <sub>M</sub>	390	460	495
		$\mu$	19	19	19
		$\eta$	0.04	0.04	0.04
	Restauration	$\gamma_r$	0	0	0
		Q <sub>r</sub>	200	200	200
		m <sub>r</sub>	2	2	2
X	Ecroissage	C <sub>1</sub>	130000	117000	104000
		$\gamma_1^0$	1300	1300	1300
		C <sub>2</sub>	1950	1950	1950
		$\gamma_2^0$	50	50	50
		a <sub>∞</sub>	0.5	0.5	0.2
	Restauration	$\gamma_{x1}$ (MPa <sup>-m1</sup> /s )	0	0	0
		m <sub>1</sub>	4	4	4
		$\gamma_{x2}$ (MPa <sup>-m2</sup> /s )	0	0	0
		m <sub>2</sub>	4	4	4
Viscosité	Ko (MPa.s <sup>1/m</sup> )	10	10	10	
	$\alpha_t$	0	0	0	
	n	24	24	24	
	$\alpha$	0	0	0	

Tab.IV-8 Paramètres du modèle de Chaboche élastoviscoplastique

	20° C	350° C
R <sup>0</sup> (MPa)	150	112
$\alpha$	0.122	0.303
m	0.264	0.464
A (MPa)	341	858
b	11	9.6
C <sub>1</sub>	6.8	3.6
C <sub>∞</sub>	5.8	2.7
S (MPa)	800	613

Tab.IV-9 Paramètres du modèle de Taheri

### IV-4 Analyse numérique et résultats

Le code\_Aster (Analyse des Structures et Thermomécanique pour des Etudes et des Recherches) est un code de calcul par éléments finis open source développé par EDF (Electricité De France) depuis 1989 rentrant dans la catégorie GNU GPL (GNU General Public License) sous Linux mais des versions sous Windows existent également. Il englobe des fonctionnalités très diverses allant des calculs simples standards en thermomécaniques jusqu'aux analyses non-linéaires, sismiques, milieux poreux, acoustique et fatigue utilisant des méthodes de calcul et des algorithmes actualisés. En génie civil, il peut traiter un vaste spectre de problèmes : séchage, hydratation, fluage, couplage fluage-fissuration, rupture, endommagement, thermomécanique cyclique ...etc. avec une large panoplie de lois de comportement des matériaux dont celles du béton (armé ou précontraint) complexes.

Ce code possède une flexibilité étant donné qu'il peut être intégré avec Salomé avec possibilité de pré- et post- traitement avec d'autres utilitaires comme Gmsh.

Le déroulement d'un calcul sous code\_Aster s'effectue selon l'organigramme montré sur la figure IV-5.

Un exemple d'un fichier maillage et d'un fichier commandes est donné en annexes A-1 et A-2.

Les fichiers sont compilés à l'aide du fichier make\_étude : les fichiers mail et comm sont en entrée (D) et les autres fichiers de résultats et d'erreurs en sortie (R).

## Chapitre IV : Résultats et discussions

---

```
% $Id: make_etude,v 1.2 2002/12/17 08:23:52 mcourto1 Exp $
% Runs a study
% -----
%   make_etude   : oui
%
% Code_Aster main directory
%   rep_ref      : C:/Code_Aster71/STA7.1/bin
%
% platform
%   plate-forme  : IFDEF
%
% temporary directory (verify you have write access)
%   rep_trav     : D:/tmp/trav
%
% Uncomment this line to follow the execution in interactive mode
%   xterm        : HOME_XTERM/xterm -sb -si -geometry 120x25
%
% -----
% IN : binary, commands and elements catalogues used,
%     parameters added to binary
% -----
%   exec         : C:/Code_Aster71/STA7.1/bin/asterd.exe
%   rep_coco     : C:/Code_Aster71/STA7.1/bin/commande
%   elco         : C:/Code_Aster71/STA7.1/bin/elements
%
% Memory amount is in megaword (a word = a standard integer)
% 8 Mw in this example : 32 Mo or 64 Mo depends on platform
%   para        : -memjeux 8 -rep_outils C:/Code_Aster71/STA7.1/astools
%
% -----
% IN / OUT : data and result files
% -----
%   fort.1      D : C:/TAHERIO40208/TAHERI_Q4/Taheri_20_Q4.comm
%   fort.20     D : C:/TAHERIO40208/TAHERI_Q4/Bi-tube_Q4_200E.mail
%   fort.8      R : C:/TAHERIO40208/TAHERI_Q4/Taheri_20_Q4.resu
%   fort.9      R : C:/TAHERIO40208/TAHERI_Q4/Taheri_20_Q4.erre
%   fort.6      R : C:/TAHERIO40208/TAHERI_Q4/Taheri_20_Q4.mess
%
% D : data
% R : result
% C : compressed by gzip
%
% Add .mgib/.msup /.cast/.unv ... files if necessary
% Add a "base" eventually
%
% Unit numbers :
% comm : 1
% mail : 20
% erre : 9
% mess : 6
% resu : 8
% base|
% cast : 37
% gnu  : 23
% mast : 26
% mgib : 19
% mmed : 21
% msh  : 19
% msup : 19
% ensi :
% ps   : 24
% rmed : 80
% unv  : 30
% libr : 38
```



Fig IV-5. Organigramme décrivant les étapes de calcul sous Code\_Aster

La déformation a été calculée dans la partie centrale du tube interne et la sensibilité de l'analyse vis-à-vis du choix de l'élément a été relevée.

#### **IV-4-1 Sensibilité des calculs vis-à-vis du choix de l'élément fini**

Les figures IV-6 à IV-9 montrent cette sensibilité [Mouattah et Bali, 2011].

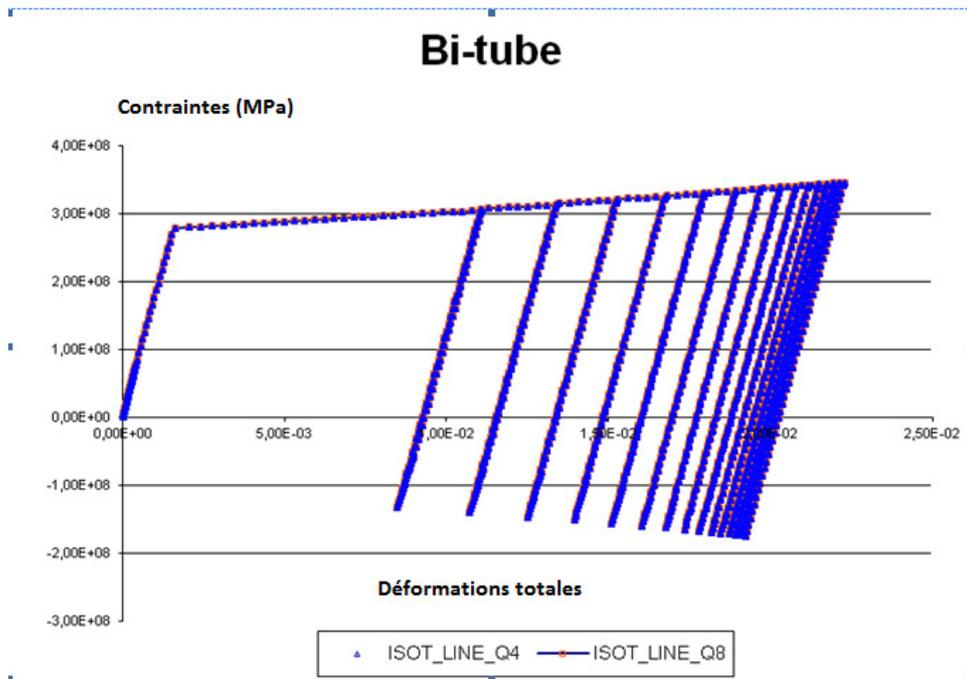


Fig.IV-6 Sensibilité du modèle isotrope linéaire

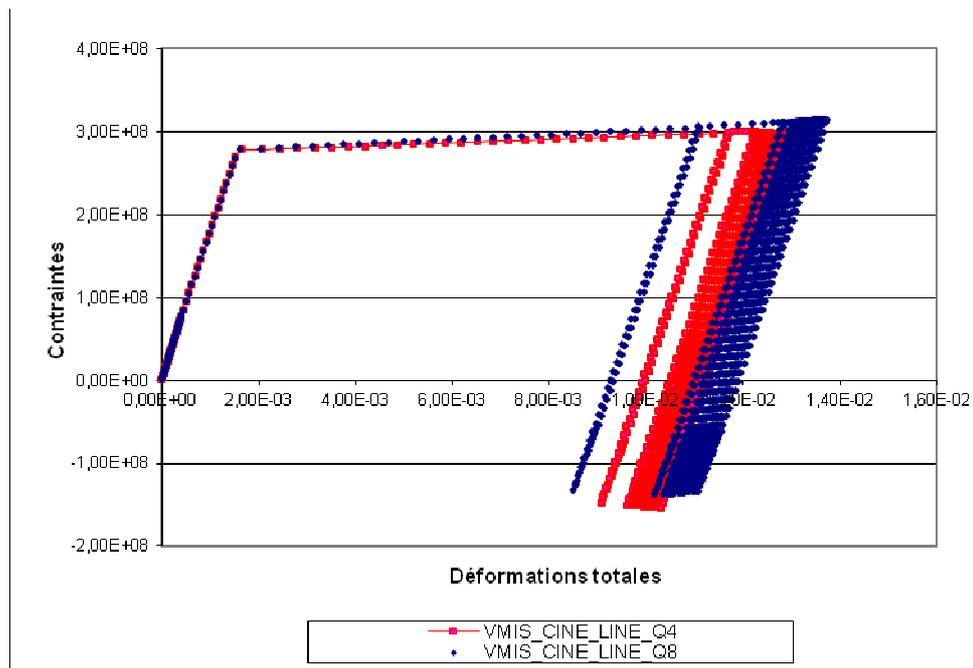


Fig.IV-7 Sensibilité du modèle de Prager

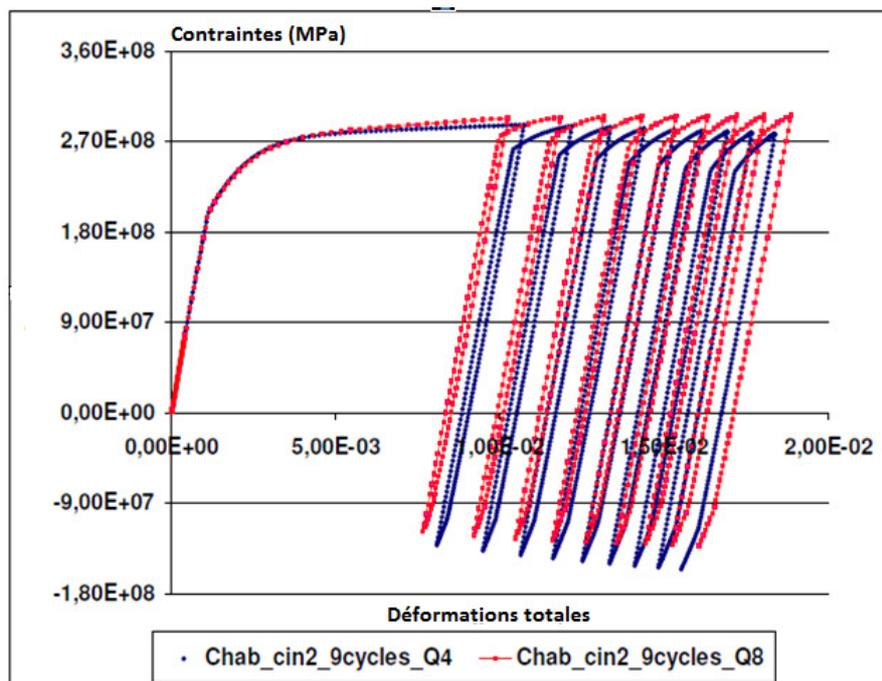


Fig.IV-8 Sensibilité du modèle de Chaboche à deux variables cinématiques

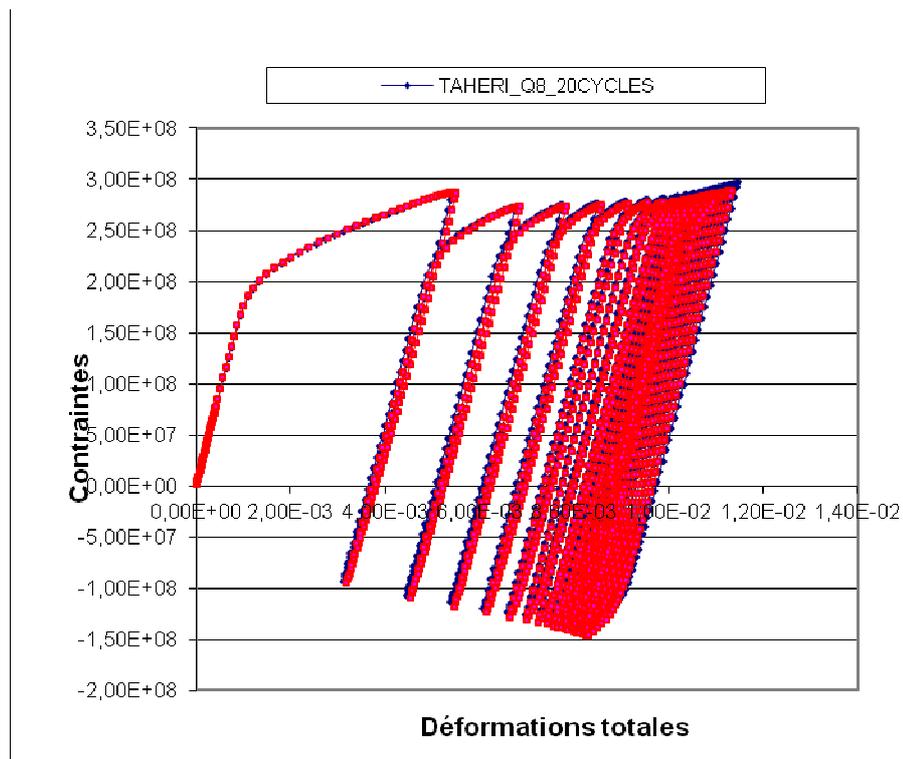


Fig.IV-9 Sensibilité du modèle de Taheri

Le modèle isotrope linéaire et le modèle de Taheri sont insensibles au type de l'élément fini choisi (Q4 ou Q8). Par contre, les autres modèles (Prager et Chaboche) exhibent une nette sensibilité vis-à-vis de l'élément fini. Une nuance est à relever qui consiste à remarquer que les modèles de Prager et de Chaboche avec l'élément Q4 surestiment la réponse de la structure au premier cycle par rapport au calcul effectué avec l'élément Q8 mais que le contraire se produit pour les cycles finals où, cette fois-ci, ce sont les modèles avec l'élément Q8 qui surestiment la réponse de la structure.

### IV-4-2 Résultats pour les cycles ultérieurs

Les figures IV-10 à IV-13 montrent les réponses des modèles utilisés dans cette étude.

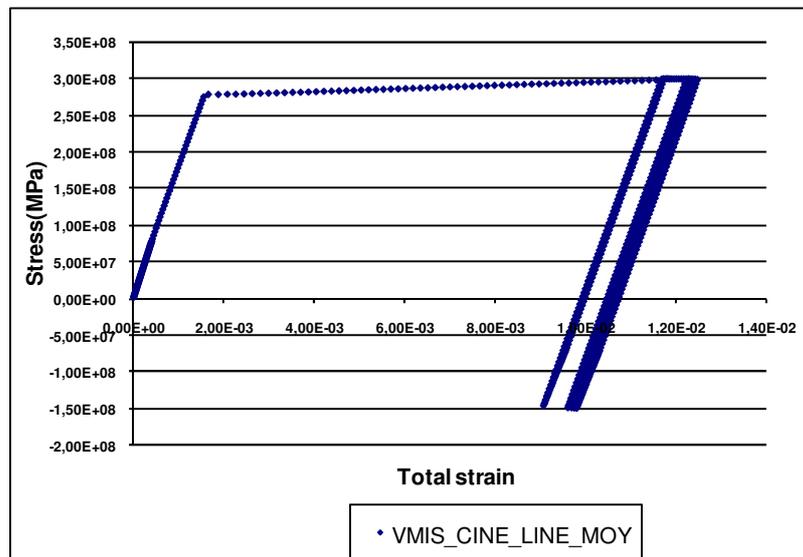


Fig.IV-10 La réponse du modèle à écoulement cinématique linéaire

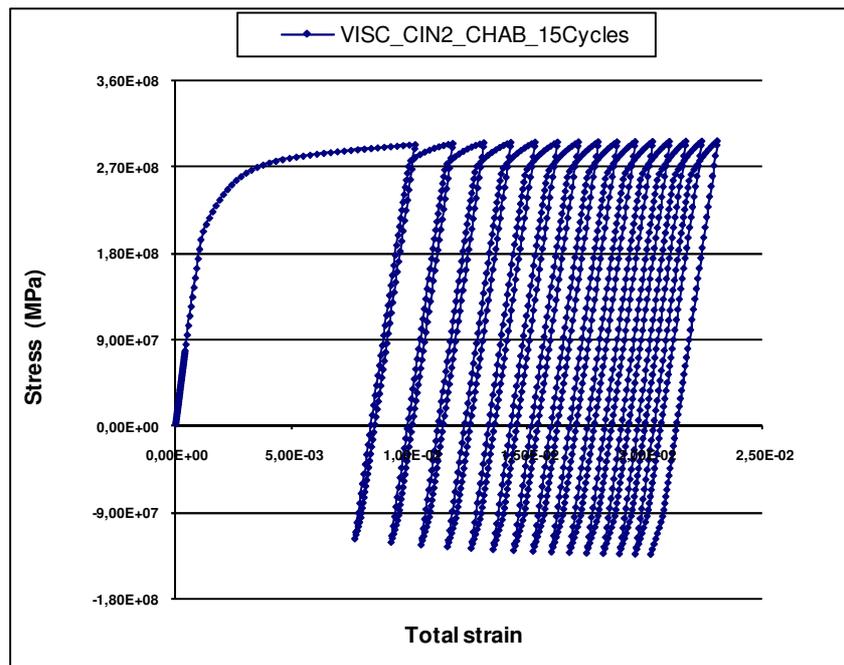


Fig.IV-11 La réponse du modèle de Chaboche élastoplastique

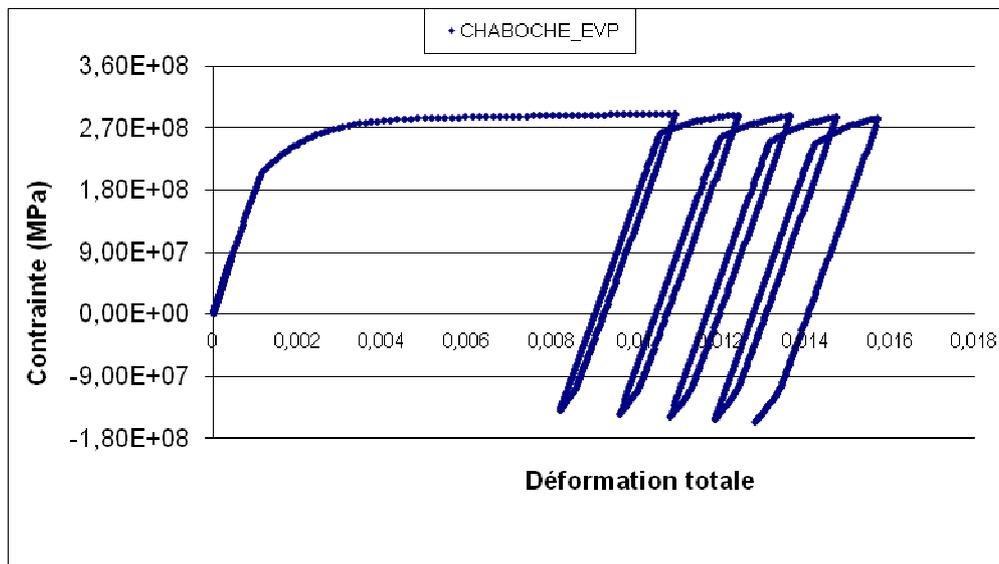


Fig.IV-12 La réponse du modèle de Chaboche élastoviscoplastique

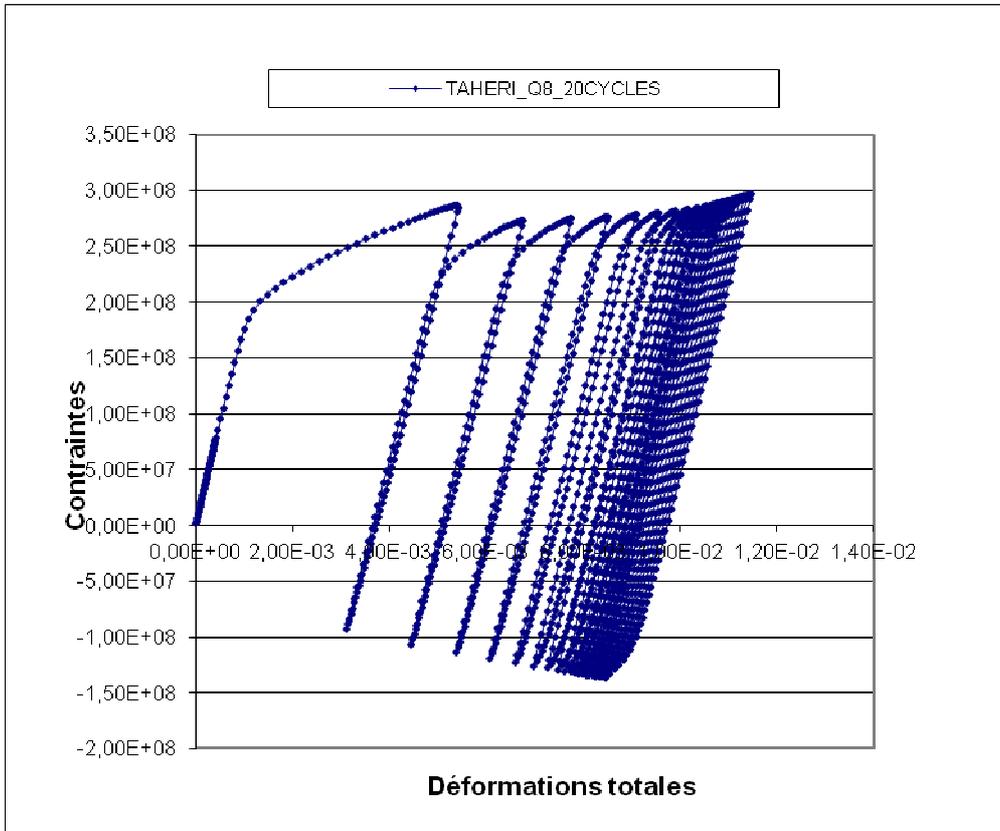


Fig.IV-13 La réponse du modèle de Taheri

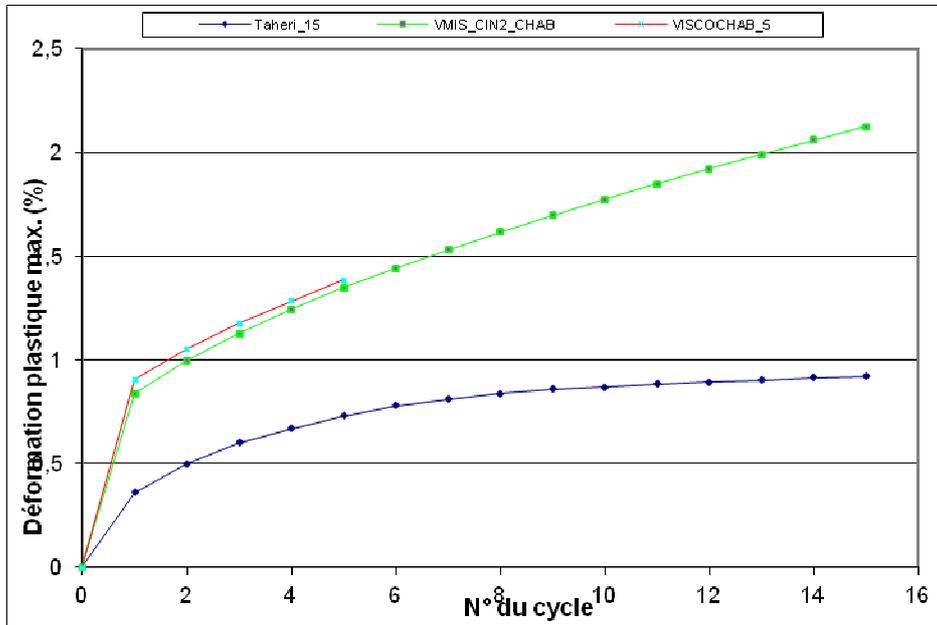


Fig. IV-14 Variation de la déformation plastique maximale en fonction du nombre de cycle.

## Chapitre IV : Résultats et discussions

---

La figure IV-14 montre bien que le modèle de Taheri prévoit une déformation plastique moins importante ( $\sim 0.5\%$ ), dès le début (premier cycle), que les modèles EP et EVP de Chaboche ( $\sim 1\%$ ) bien que ces derniers présentent une allure initiale très similaire à l'allure expérimentale (fig.IV-16). On voit, également, que le modèle de Prager et le modèle de Taheri tendent tous les deux vers un état stable d'accommodation (déformation finale égale à  $1.1\%$ ) tandis que les modèles de Chaboche élastoplastique et élastoviscoplastique prévoient plutôt une évolution continue de cette déformation plastique conduisant au rochet.

Il est, toutefois, impératif de souligner que cet état asymptotique stable en accommodation diffère de par sa valeur et de par le nombre de cycles nécessaires pour l'atteindre.

Tandis que le modèle de Prager, en raison de sa réserve illimitée d'écrouissage, atteint cet état en quelques cycles (paratiquement 3 à 4 cycles), le modèle de Taheri l'atteint en 20 cycles. Expérimentalement, la valeur de la déformation finale est égale à  $0.8\%$  en 545 cycles.

Ce résultat est clairement mise en évidence en observant la figure IV-15 et la figure IV-16 donnant les derniers cycles obtenus par simulation et les derniers cycles expérimentaux. Ce résultat peut être expliqué par l'existence d'un paramètre dans le modèle de Taheri, en l'occurrence la contrainte de rochet  $S$ , au-dessous de laquelle le rochet ne se produit pas. Sa valeur, dépendant de la température, n'est jamais atteinte au cours de l'histoire de chargement.

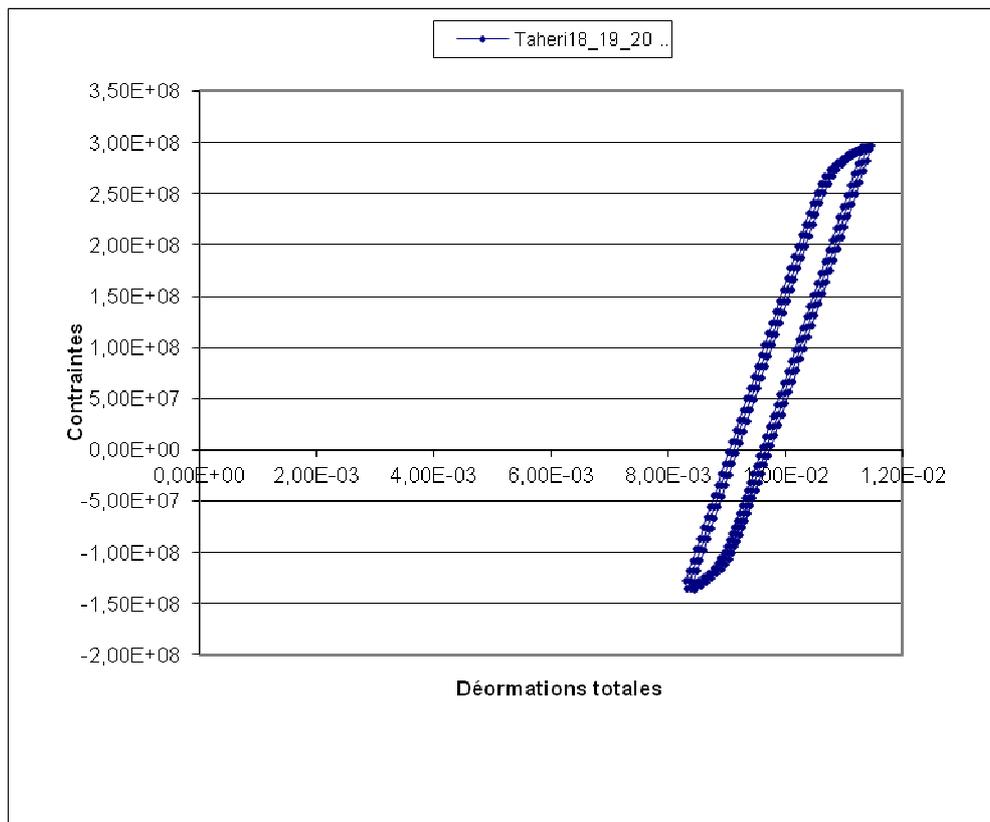


Fig.IV-15 Les cycles finals retenus dans la simulation pour le modèle de Taheri

Tab.IV-10 L'amplitude en contraintes (Test et modèles)

Modèle	Prager	Chaboche	Chaboche EVP	Taheri	Exp.
$\sigma_{\max}$ (MPa)	<b>301</b>	<b>296</b>	<b>286</b>	<b>301</b>	<b>270 (cycle final)</b>

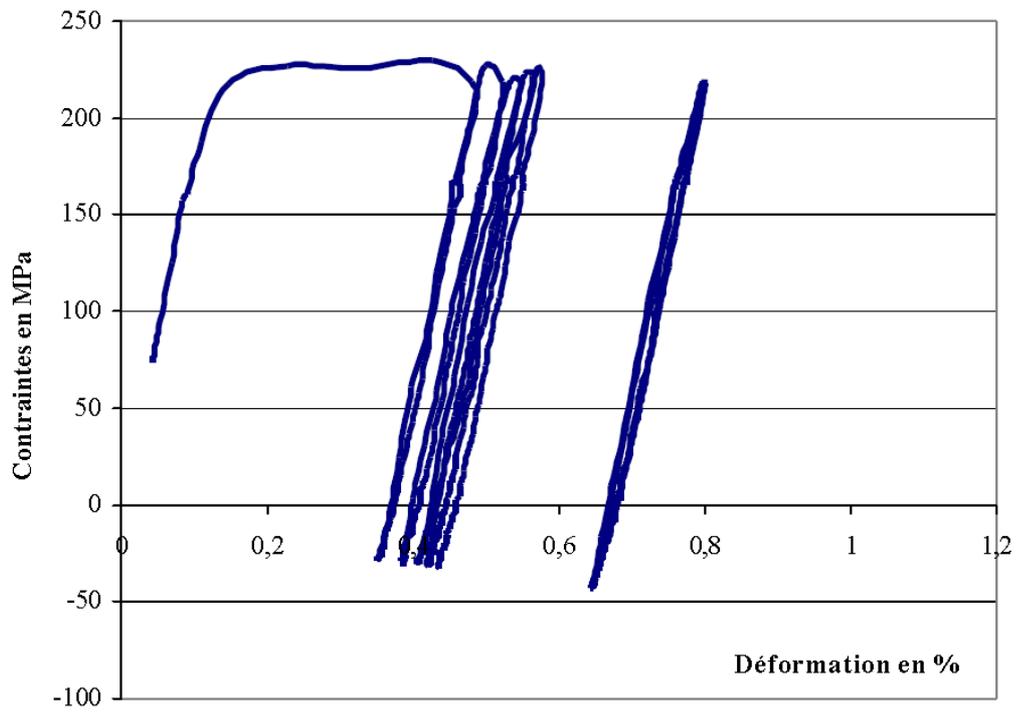


Fig.IV-16 Résultats expérimentaux sur le bitube (5 premiers cycles et le cycle final)

Le tableau IV-10 donne la valeur de la contrainte maximale simulée et expérimentale. On voit bien que cette valeur est différemment exagérée par les différents modèles.

### IV-5 Résultats des essais uniaxiaux

Comme nous l'avons précisé (chap.III), le pilotage dans notre essai est en force. A l'aide de l'extensomètre, on enregistre l'allongement de l'éprouvette au niveau de la zone utile et en même temps l'effort appliqué à l'aide d'un capteur de force. Ces enregistrements nous permettent alors de tracer les courbes force-temps et déplacement-temps donné sur la figure IV-17 (a). Cette dernière courbe nous permet d'accéder aux déformations axiales fonctions du temps IV-17 (b).

A partir de ces deux courbes, on peut tracer la courbe d'évolution contrainte – déformations axiales en quantités nominales (Fig. IV-18).

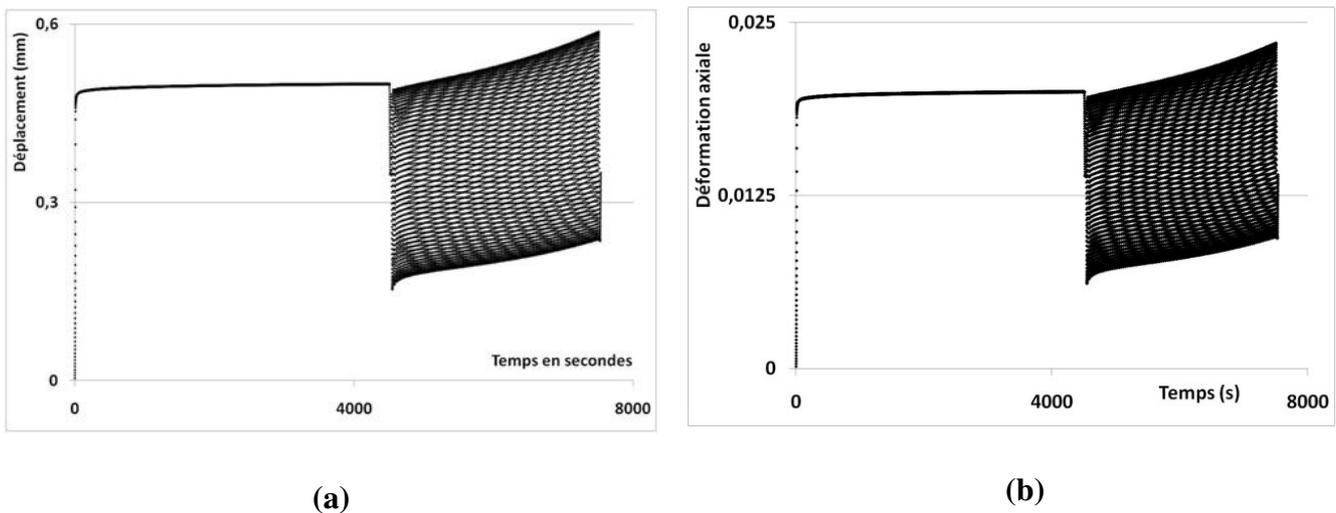


Figure IV-17 : Evolution du déplacement (a) et des déformations axiales (b) en fonction du temps dans l'essai réalisé.

La figure IV-19 met en lumière l'évolution de la déformation pendant les premiers cycles et les derniers cycles.

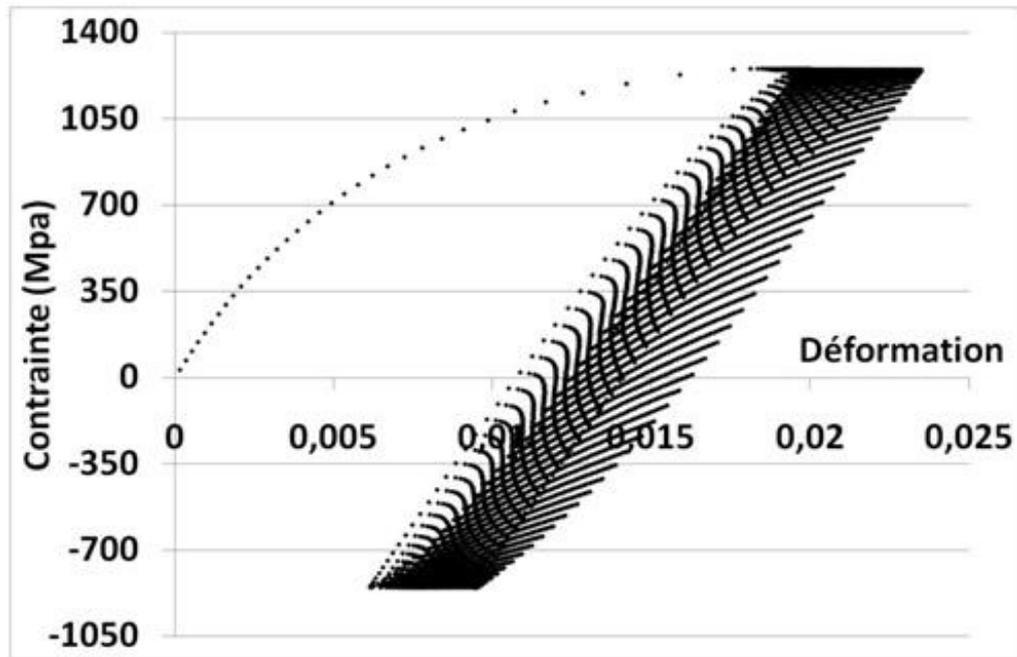


Figure IV-18 : Evolution des contraintes axiales en fonction des déformations axiales en quantités nominales dans l'essai réalisé.

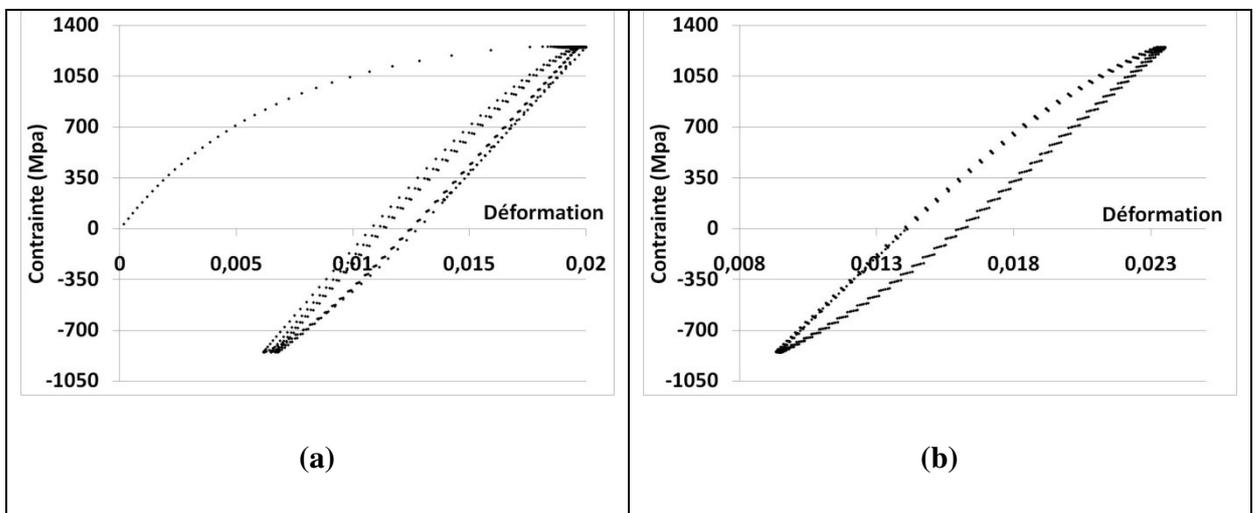


Fig. IV-19 : Zoom sur les premiers cycles (a) et sur les derniers cycles (b) du diagramme contrainte-déformation

La déformation plastique maximale pour chaque cycle est représentée sur la figure IV-20 où l'on peut voir sa croissance. Une stabilisation (état asymptotique) ou continuité de développement est prévue au-delà du 100<sup>ème</sup> cycle.

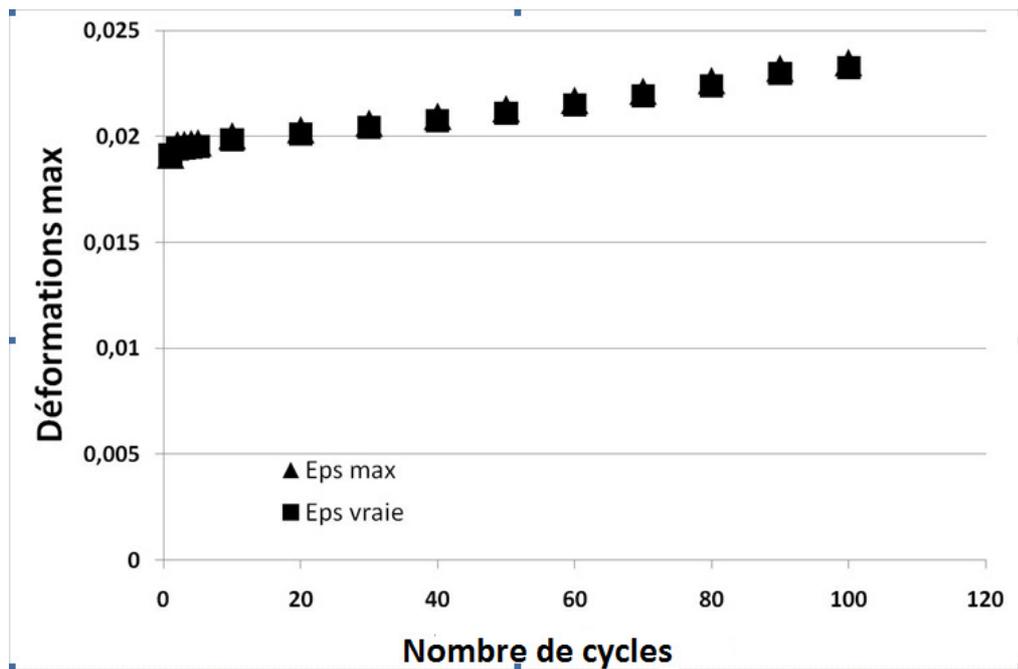


Fig. IV-20: Evolution progressive de la déformation axiale en fonction du nombre de cycles.

### IV-5-1 Analyse des sources responsables de l'évolution cyclique de la déformation

#### IV-5-1-1 Contribution du phénomène de fluage

La figure IV-21 donne les résultats de l'essai au début du premier cycle où la force était maintenue constante pendant 1h15'. La force étant maintenue constante, l'évolution de la déformation nous renseigne sur la présence ou pas du phénomène de fluage.

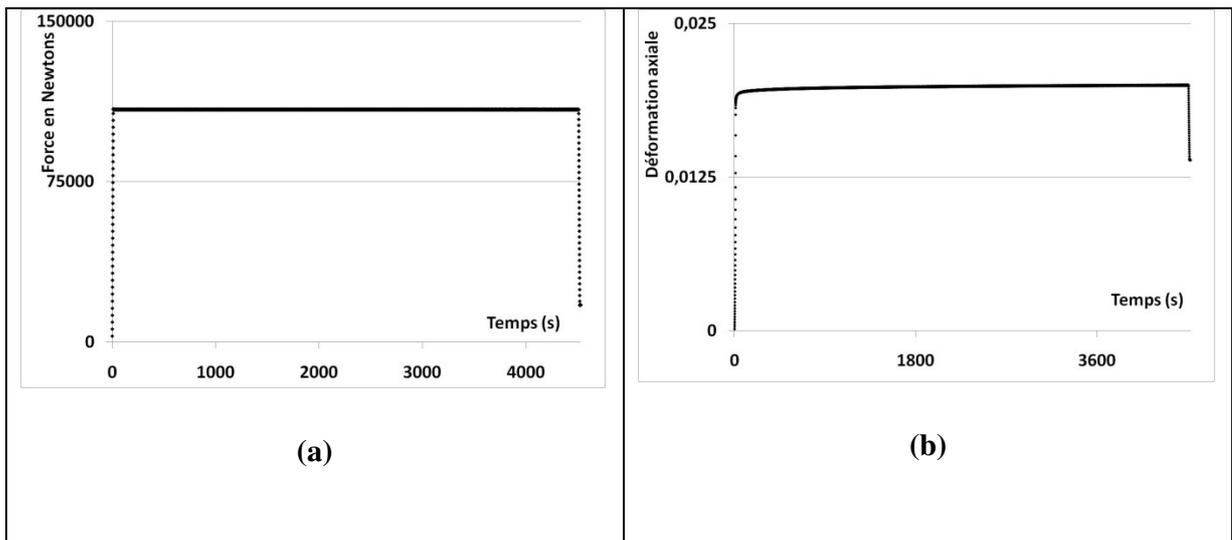


Figure IV-21: (a) Force en fonction du temps (entre 0 et 4530s, essai de fluage) ; (b) déformation axiale en fonction du temps.

Dans la figure IV-21 (a), l'application d'une force constante n'entraîne pas une évolution de la déformation axiale. Autrement dit, la sensibilité du matériau envers le fluage dans le cas de chargement uniaxial alterné est négligeable. Sa contribution pour cet acier dans l'évolution de la déformation progressive est, par conséquent, n'est pas prise en considération.

### IV-5-1-2 Contribution du mode de pilotage

Il s'agit, dans cette partie, d'examiner l'effet du mode de pilotage sur l'évolution de la déformation progressive. Le mode de pilotage en force ou en contrainte peut influencer sur les résultats. La figure IV-22 montre l'évolution de la contrainte de pic en fonction du nombre de cycles et ce pour les deux mesures de contrainte, à savoir, vraie et nominale.

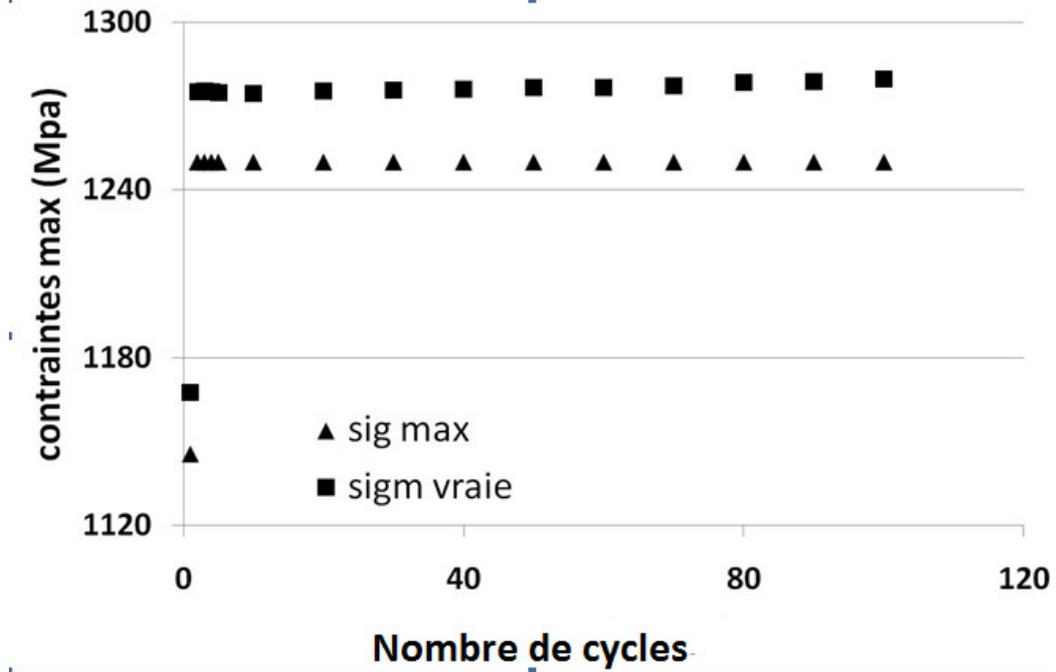


Figure IV-22: comparaison entre l'évolution des contraintes nominale et vraie en fonction du nombre de cycles.

Il est clair, d'après la figure IV-22, que le mode de pilotage a un effet sur l'évolution de la déformation progressive du fait que la contrainte vraie a tendance à augmenter avec le nombre de cycle alors que la contrainte nominale est constante.

#### IV-5-1-3 Contribution du phénomène d'endommagement

L'endommagement (isotrope) est, ici, basé sur le principe d'équivalence [Lemaitre, 1985,1996 (course on damage mechanics)] (fig.IV-23) qui stipule que tout comportement à la déformation, unidimensionnel ou tridimensionnel, d'un matériau endommagé est traduit par les lois de comportement du matériau vierge dans lesquelles on remplace la contrainte usuelle  $\sigma$  par la contrainte effective donnée par :

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1-D}$$

Dans un matériau ductile, cet endommagement est mis en évidence par l'évolution d'un certain nombre de caractéristiques physiques et mécaniques telles que la dureté, la densité ou le module d'Young.

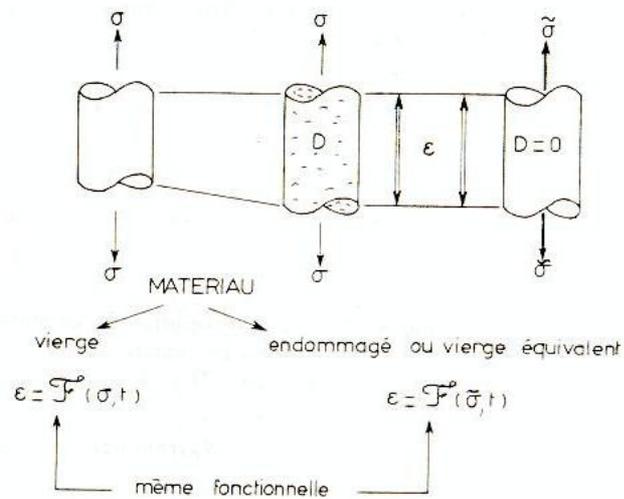


Fig.IV-23 Principe d'équivalence en endommagement [Lemaitre et Chaboche, 1985]

Le paramètre d'endommagement  $D$  est calculé par :

$$D = 1 - \frac{\tilde{E}}{E}$$

Où  $\tilde{E}$  est le module d'Young mesuré du matériau endommagé.

$D$  est compris entre 0 (matériau vierge ou sain) et 1 (matériau complètement endommagé). Mais pour les matériaux ductiles, la rupture produit pour  $D_c < 1$ .

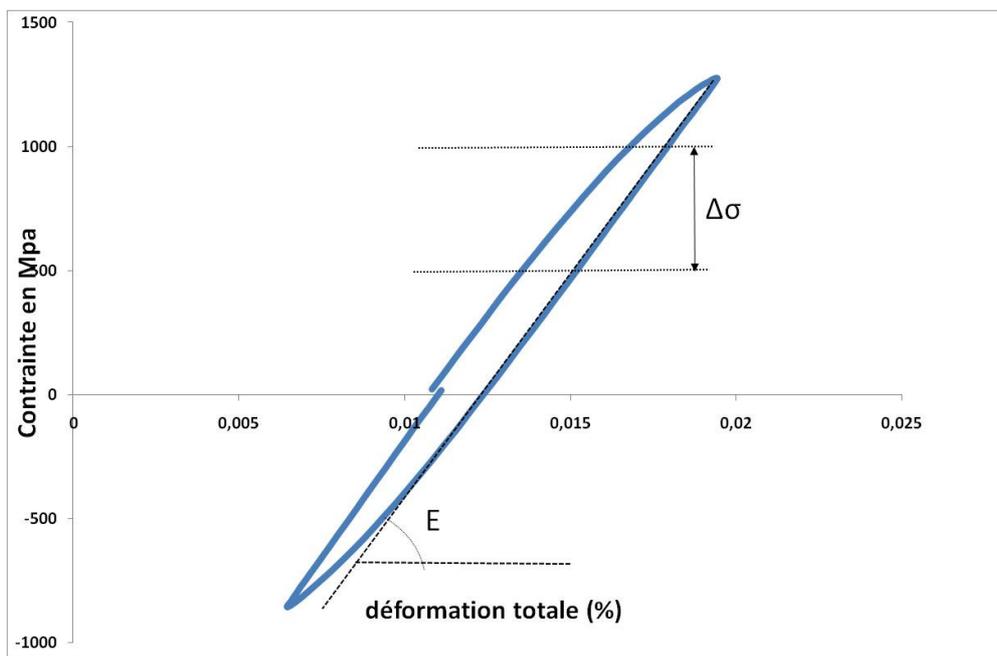


Fig.IV-24 Mesure du module d'Young pour un cycle

L'examen de la variation du module d'Young en fonction du nombre de cycles (la figure IV-24 montre la méthode de mesure du module d'Young pour un cycle) est pris, ici, comme critère d'endommagement. Cette est une simplification car il est utile de souligner, que cette variation ne représente pas, à tous les coups, un indicateur permanent d'endommagement du fait qu'il est prouvé que le module d'Young, pour certains matériaux, peut varier en chargement et déchargement [Lems,1963, Morestin et Boivin,1996]. Abdel-Karim [Abdel-Karim, 2011] a pu démontrer qu'en prenant en compte la variation du module d'Young en chargement et en déchargement en "tempérant" la surprédiction du rochet observé lors de l'utilisation du modèle d'Ohno-Wang.

La figure IV-25 donne les résultats de l'essai concernant la variation du module d'Young en fonction du nombre des cycles.

Il n'est pas aisé de mesurer le module pour les cycles consécutifs pour plusieurs raisons dont les plus importantes sont :

- Le caractère local de l'endommagement

## Chapitre IV : Résultats et discussions

- La difficulté de définir une droite élastique dans la courbe de chargement-déchargement

Pour calculer le module d'Young pour chaque cycle il faut tout d'abord choisir un segment linéaire dans la courbe (contrainte-déformation), pour rester toujours en élasticité (fig.IV-24).

Dans ce travail, le segment qui vient juste après le pic de la contrainte a été choisi en raison du grand étendu du domaine d'élasticité. A titre d'exemple, pour le premier cycle le module est calculé comme suit :

$$E = \frac{1020 - 512.5}{0.0183 - 0.0155} = 181.3 \text{ GPa.}$$

### Module d'Young (MPa)

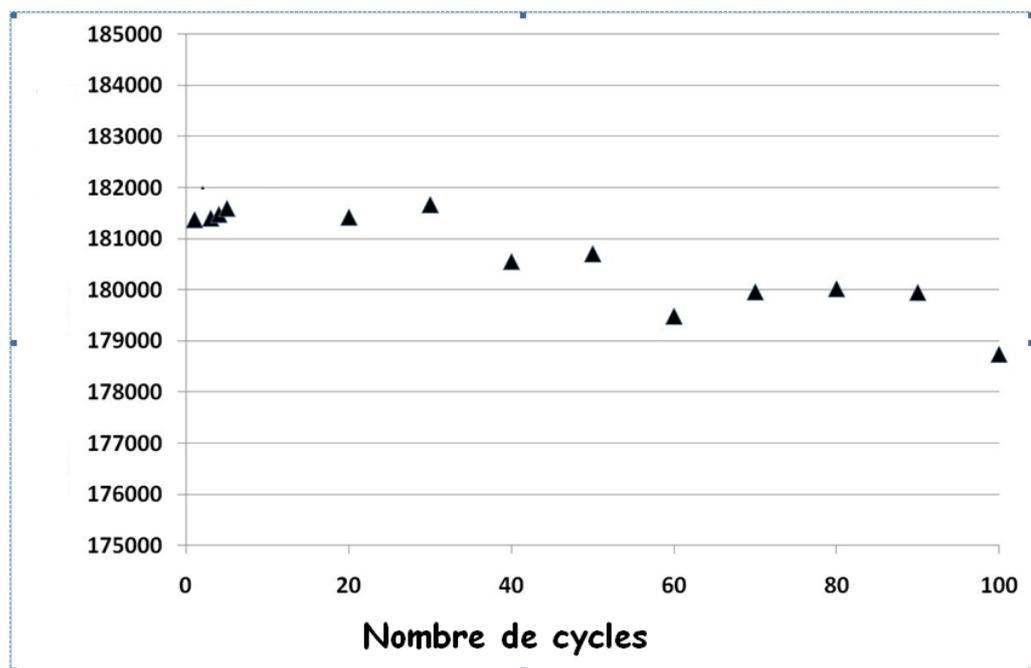


Fig.IV-25: évolution du module d'Young en fonction du nombre de cycles

En analysant la figure IV-25 on peut voir la tendance de l'ensemble des points même si elle n'est pas uniforme, on peut donc conclure qu'il ya endommagement et que ce phénomène contribue à l'évolution cyclique de la déformation.

### IV-5-2 Analyse de l'évolution cyclique des écrouissages isotrope et cinématique :

La figure IV-25 présente la manière à suivre pour estimer les variables d'écrouissage X et R.

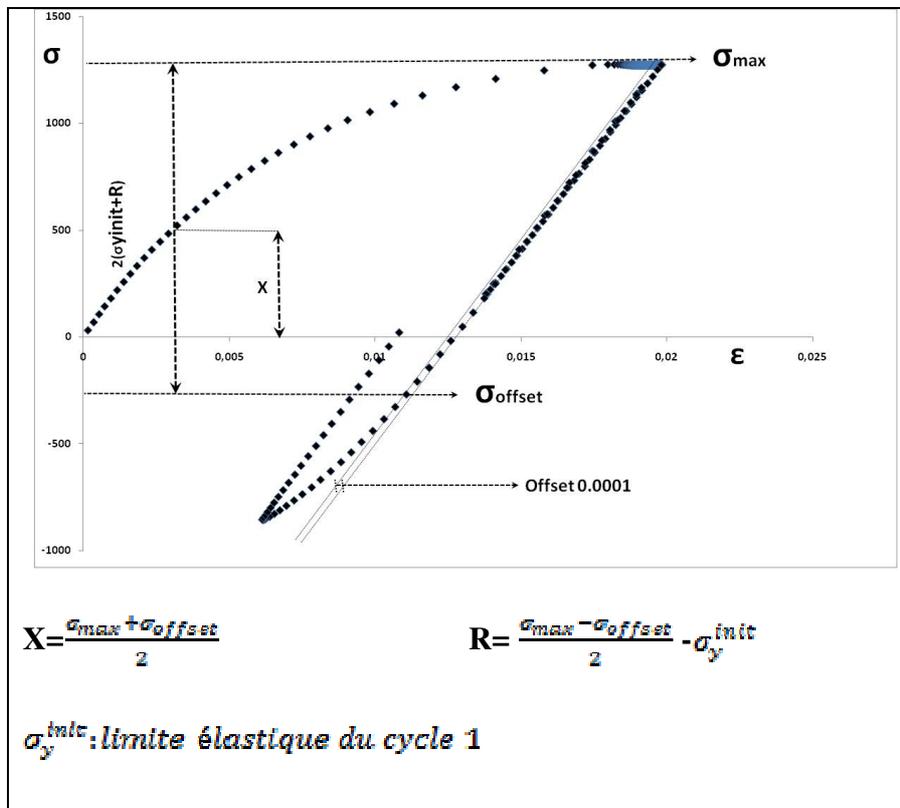


Fig.IV-26: Estimation de X et R

La taille du domaine élastique est une fonction de la variable d'écrouissage isotrope R, la position de son centre est repérée par la variable d'écrouissage cinématique X. La variable R est reliée à la densité des dislocations alors que X traduit les incompatibilités de déformations plastiques au sein du matériau. En général, dans le cas d'un écrouissage isotrope superposé à un écrouissage

cinématique, la modification du domaine élastique se fait par dilatation (R) et translation (X).

Les variables d'érouissage isotrope R et cinématique X sont calculées par application des formules de la figure 26 à chaque boucle représentant l'évolution de la contrainte  $\sigma$  en fonction de la déformation plastique  $\epsilon^p$ . La limite d'élasticité initiale du matériau est  $\sigma_y^{init} = 800.885 \text{ MPa}$  environ. La détermination du domaine élastique étant difficile à faire avec précision sur chaque boucle nous avons adopté un offset  $\epsilon_p^{offset} = 0.001\%$ .

La figure IV-27 montre les évolutions des érouissages X et R en fonction du nombre de cycles.

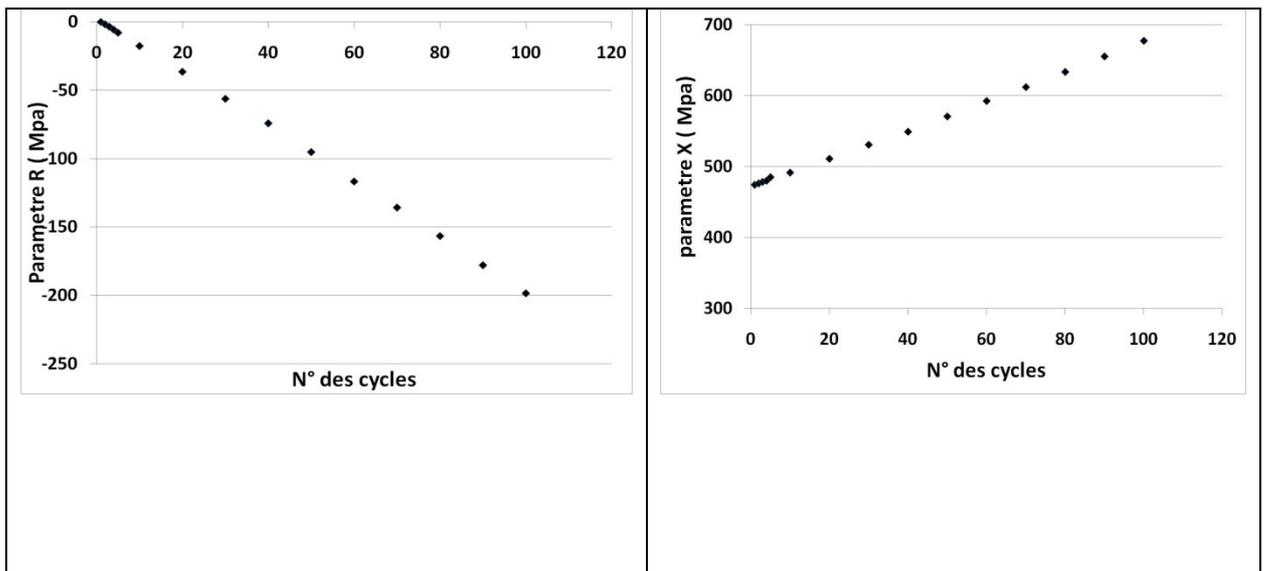


Fig.IV-27 Evolutions des paramètres d'érouissage en fonction du nombre de cycles :

(a) isotrope R, (b) cinématique X

On y observe que l'érouissage cinématique X est croissant (de 474.15 à 677.08MPa). La composante isotrope R de l'érouissage évolue linéairement (de 0MPa et -198.343MPa. Ces valeurs négatives de R traduisent l'adoucissement cyclique du matériau qui est, en principe, prévu à cause de la très grande dureté du matériau.

Dans ce qui suit, les résultats des autres essais sont présentés et commentés.

### IV-5-3 Discussions des résultats des autres essais

#### IV-5-3-1 Acier SS 304L

Les résultats montrent bien que le comportement de l'acier SS 304L qui, pour la même histoire de chargement que celle de l'acier 35NiCrMo16 présente une sensibilité élevée vis-à-vis du fluage à température ambiante. Il en résulte que le fluage est, en grande partie, responsable du phénomène de la déformation progressive (fig.IV-28) [Taleb et al, 2011, Taleb et Cailletaud, 2011].

Le phénomène du rochet semble avoir, ainsi, un effet non significatif. Il est, de ce fait, plus adéquat d'utiliser des modèles dépendants du temps pour mieux appréhender le comportement d'un tel acier qui est très sensible à la vitesse de chargement même à la température ambiante [Yoshida, 1990] dans le cas de la traction (fig.IV-29) et dans le cas du rochet [Kang at al, 2006] (fig.IV-30).

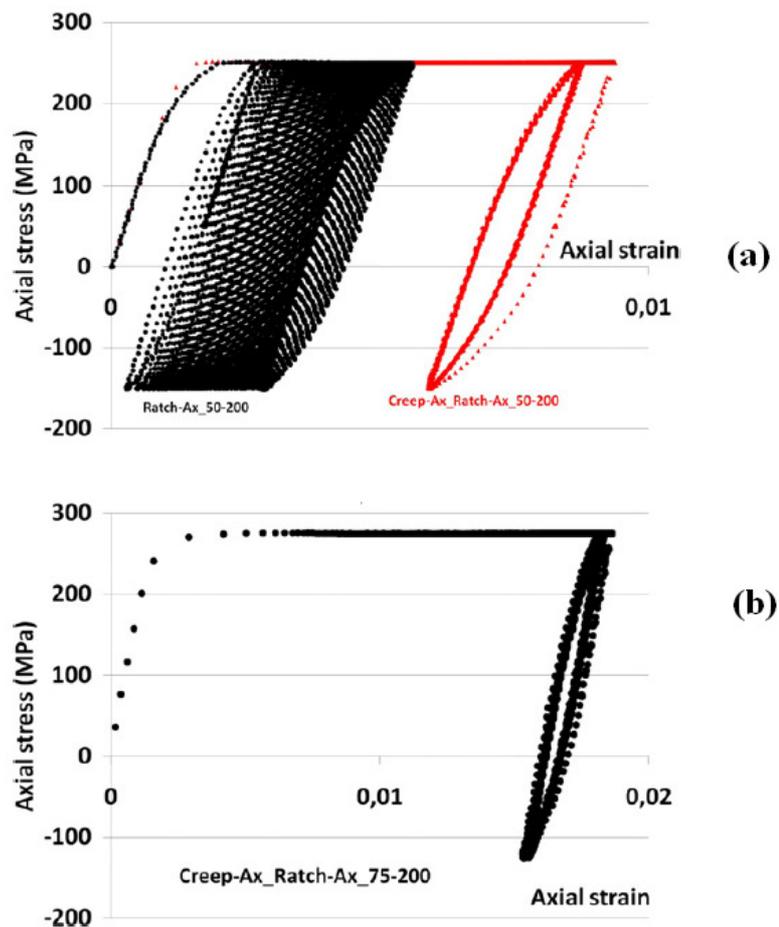


Fig.IV-28 Courbe contrainte-déformation axiale (a) pour un essai fluage suivi de rochet axial et l'essai de rochet axial (b) fluage suivi de rochet axial avec contrainte et amplitude de contrainte différentes [Taleb et Cailletaud,2011]

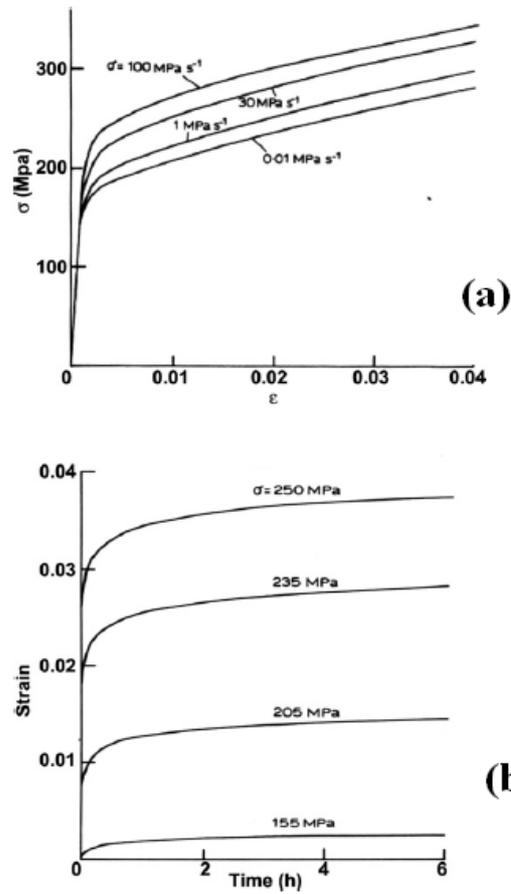


Fig.IV-29 Comportement de SS304L à la température ambiante (a) effet de la vitesse de chargement (b) essais de fluage sous traction [Yoshida, 1990]

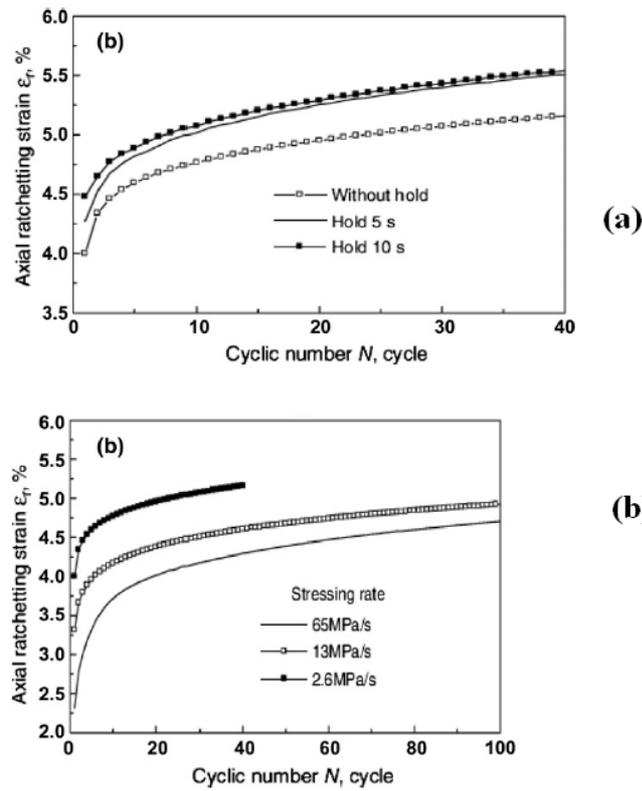


Fig.IV-30 Comportement de SS304L à la température ambiante (a) effet du temps de maintien de la contrainte max. sur le rochet (b) effet de la vitesse de chargement sur le rochet [Kang at al, 2006]

#### IV-5-3-2 L'acier XC18 (ferritique)

Etant donné que XC18 est un acier ferritique, la contribution du fluage à l'accumulation de la déformation inélastique au cours ces cycles est négligeable comme le montre la figure IV-31.

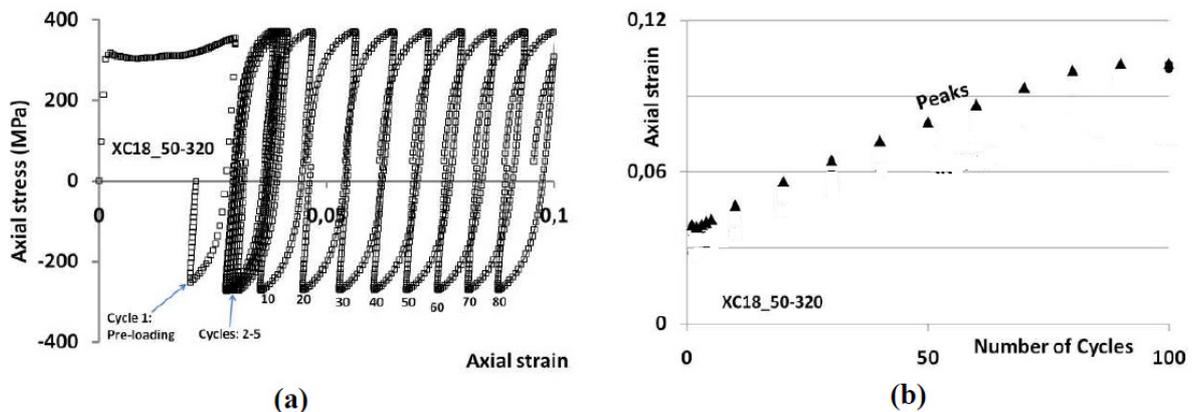


Fig.IV-31 Courbe contrainte-Déformation axiale max. pour l'acier XC18

### **IV-5-3-3 Alliages AU4G2024 et CuZn27**

Les mêmes constatations sont relevées pour les alliages d'aluminium AU4G2024 et du cuivre CuZn27 [Taleb et al., 2011].

En fait, en l'absence du fluage, le comportement en traction-compression alternée de l'acier austénitique SS 304L, les alliages de l'aluminium et du cuivre ne présente aucune accumulation significative de déformation inélastique au cours des cycles de chargement.

Ces résultats montrent que le phénomène de rochet n'est pas vraiment présent dans ces matériaux sous chargement uniaxial à la température ambiante contrairement aux aciers ferritiques (35NiCrMo16 et XC18).

**Conclusion générale**  
**&**  
**Perspectives**

## Conclusion générale et perspectives

---

L'étude menée portait sur le comportement mécanique des matériaux et structures en élastoplasticité cyclique.

Le problème de la fatigue oligocyclique revêt un caractère très important pour deux raisons principales :

- Tout d'abord, elle est imprévisible à cause de la complexité des histoires de chargement à lesquelles la structure est soumise,
- Ceci conduirait, en général, à la ruine de la structure avec des durées de vie très en-deçà de la limite de la fatigue. Ce qui pourrait être catastrophique, en particulier, s'il s'agirait de structures très sensibles comme les structures de chemin de fer ou les structures nucléaires.

Et, par conséquent, ceci a suscité un volume considérable de travaux qui ont porté sur la création d'une base expérimentale très riches et des efforts en vue d'une bonne modélisation du comportement tant à l'échelle du matériau qu'à l'échelle de la structure.

On a réalisé un travail bibliographique pour mettre en lumière les différents modèles existants dans la littérature et qu'on peut les subdiviser en deux catégories :

- Des modèles qui relèvent d'une approche phénoménologique ne prenant pas en compte les aspects microscopiques,
- Des modèles Micro-Macro qui sont, à l'inverse, bien ancrés physiquement.

Il est à noter que les modèles phénoménologiques peuvent, à leur tour, être divisés en des modèles ayant pour point de départ le modèle d'Armstrong-Fredericks (ou Fredericks-Armstrong) et des modèles basés sur la notion de multisurfaces.

L'avantage de la première catégorie réside dans le fait qu'elle ne fait intervenir qu'un nombre restreint de paramètres ce qui faciliterait, en théorie, la tâche d'identification mais qui n'ont pas, forcément, une signification physique. La seconde catégorie, de sa part, possède un bien fondé physique apparent vu le cheminement micro-macro mais, malheureusement, nécessite la détermination d'un nombre très importants de paramètres (plusieurs dizaines).

Dans cette étude, on a examiné la capacité d'un certain nombre de modèles à prévoir correctement la réponse d'une structure appelée « bitube » et ce en procédant à une analyse par éléments finis à l'aide du logiciel Code\_Aster développé par Electricité De France (EDF).

## Conclusion générale et perspectives

---

Les modèles explorés sont :

- Le modèle isotrope non linéaire,
- Le modèle cinématique linéaire (Prager)
- Le modèle de Chaboche à deux variables cinématiques,
- Le modèle de Chaboche viscoplastique à deux variables cinématiques,
- Le modèle de Taheri.

Il en ressort que la validité d'un tel ou tel modèle est fortement tributaire des types d'essais (incluant les histoires de chargement) nécessaires pour l'identification de ses paramètres. C'est, ainsi, qu'un modèle, dont les paramètres sont déterminés à partir d'essais uniaxiaux, confronté aux données expérimentales mutiaxiales, fournit des résultats différemment pauvres selon que ces données proviennent de chargement proportionnel ou non proportionnel.

Le modèle qui approche le mieux la réponse du « bitube » est le modèle de Taheri. Ceci est dû, probablement, au fait que ses paramètres ont été identifiés à l'aide de données sur une structure.

L'effet de la viscosité n'a pas été perceptible pour cette structure faite d'un acier inoxydable 316L. Les résultats obtenus pour le modèle de Chaboche plastique et viscoplastique ne sont pas très différents.

En outre, une étude a été lancée pour examiner la réponse d'une structure « VINIL » soumise uniquement à un chargement thermique cyclique afin d'appréhender la notion de rochet thermique mais, malheureusement, les résultats de simulation se sont avérés très éloignés de la réalité en comparaison d'autres études faites avec des modèles simples. Cette non-conformité est attribuée, vraisemblablement, à une déficience du logiciel.

A ce titre, il faut relever l'immense effort à consentir pour améliorer l'aptitude des modèles à mieux simuler le comportement des matériaux et des structures vis-à-vis du phénomène de la déformation progressive et à surmonter les difficultés d'ordre numériques.

Le second volet de cette étude s'attelait sur l'exploration de l'origine de l'accumulation de la déformation plastique dans des essais uniaxiaux à contrainte imposée.

La question a été posée quant à l'attribution de ce phénomène au rochet uniaxial. Les principaux résultats sont :

## Conclusion générale et perspectives

---

- Pour l'acier 304L, il a été clairement démontré que le fluage en est le principal responsable et que, par conséquent, l'utilisation d'un modèle élastoplastique dépendant du temps (tenant en compte la viscosité) s'avère nécessaire pour bien prévoir la réponse asymptotique,
- Pour l'acier 35NiCrMo16, le fluage ne semble pas avoir un rôle prépondérant. L'accumulation de la déformation plastique cycle par cycle est due, plutôt, à l'effet du mode de pilotage et à l'endommagement. Mais, il reste à y déterminer la contribution de chacun. Un modèle élastoplastique couplé avec l'endommagement serait plus adéquat pour la représentation de la réponse du matériau,
- Pour l'acier ferritique XC18, son comportement est semblable à celui de l'acier 35NiCrMo16,
- Les alliages de cuivre et d'aluminium ont exhibé un comportement où l'accumulation de la déformation inélastique au cours des cycles est peu significative. Le phénomène du rochet à la température ambiante n'est, par conséquent, pas présent.

Les perspectives de ce travail peuvent être résumées en ce qui suit :

- Continuer à explorer les performances des modèles envers le rochet structural par l'étude de structures plus riches en informations telles que la structure « VINIL » soumise à une histoire de chargement purement thermique (rochet thermique),
- Réaliser des simulations par des modèles élastoviscoplastiques pour des histoires 1-d à contrainte contrôlée,
- Examiner de nouveaux modèles pour une éventuelle amélioration.

REFEFRENCES  
BIBLIOGRAPHIQUES

## Références bibliographiques

---

- Abdel-Karim, M., 2011**, Effect of elastic modulus variation during plastic deformation on uniaxial and multiaxial ratchetting simulations, *European Journal of Mechanics A/Solids* 30, pp.11-21
- Abdelkrim M., 2004**, Analyse par le calcul des structures du comportement cyclique à long terme des infrastructures des transports, thèse de doctorat, ENPC
- AFCEN, 1985**, Règles de conception et de construction des matériels mécaniques des îlots nucléaires RNR (RCC-MR). Association Française pour les règles de Conception et de Construction des matériels des chaudières Electro-Nucléaires, Tome 1, Vol: B (RB3200, 68 p.), Z (A31S, 87 p.).
- Alhamany, A., Chicois, J., Fougères, R., Hamel, A.,1992**, Effet Bauschinger lors de la plasticité cyclique de l'aluminium pur monocristallin , *J. Phys. III* 2, 8, pp.1491-1508
- Allen, P.A., C.D.Wilson, 2004**,Development of a Pressure-Dependent Constitutive Model with Combined Multilinear Kinematic and Isotropic Hardening, 2004 ABAQUS Users ' Conference, Boston, MA
- Aubin, V., Quagebeur, Ph., Dugallaix, S.**, comportement cyclique d'un acier inoxydable duplex sous chargement multiaxial, XVème Congrès Français de Mécanique, Nancy 3-7,2001
- Bari, S., Hassan, T., 2000**, Anatomy of coupled constitutive models for ratchetting simulation, *Int. J. Plasticity* 16, pp.381-409
- Benallal, A., Lemaitre, J., Marquis, D., Rousset, M., 1985**, Nonproportional loading in plasticity and viscoplasticity : experimentation and modeling, *Proceeding of the international Conf. On non-linear Mechanics*, Shanghai
- Benallal , A. , Berstad , T., Børvik , T., Hopperstad , O.S., Koutiri , I., Nogueira de Codes, R., 2008**, An experimental and numerical investigation of the behaviour of AA5083 aluminium alloy in presence of the Portevin–Le Chatelier effect, *Int. J. Plasticity*, 24, pp. 1916–1945
- Bree, J., 1967**, Elastic-plastic behaviour of thin tubes subjected to internal pressure and Intermittent high-heat fluxes with application to fast-nuclear-reactor fuel elements, *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, vol.2, No 3, pp. 226-238
- Burlet, H., Cailletaud, G., 1987**, Modeling of cyclic plasticity in finite element codes, *Proc. Of Constitutive laws for engineering materials: Theory and Applications*, pp.1157-1164
- Cabrillat, M. T., Gatt, J. M., Schoulgaine, P., Skiara, A., 1993**, Evaluation of thermal ratchetting on axisymmetric thin shells at the free level of sodium: experimental and elastic analysis. *Proc. of SMIRT 12 Conference Paper E05/3*, Stuttgart, Germany

## Références bibliographiques

---

- Cailletaud, G., Sai, K., 1995**, Study of plastic viscoplastic models with various inelastic mechanisms, *Int. J. Plasticity* 11, pp. 991-1005
- Chaboche, J.L., 1986**, Time-independent constitutive theories for cyclic plasticity, *Int. J. Plasticity* 2, pp.149-188
- Chaboche, J.L., 1989**, Constitutive equations for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity, *Int. J. Plasticity* 5, pp.247-302
- Chaboche, J.L., Nouailhas, D., 1989**, Constitutive Modeling of Ratchetting Effects—Part I: Experimental Facts and Properties of the Classical Models, *J. Eng. Mater. Technol.* Vol. III, Issue 4, pp.384-392
- Chaboche, J.L., 1991**, On some modifications of kinematic hardening to improve the description of ratchetting effects, *Int. J. Plasticity* 7, pp. 661-678
- Chaboche, J.L., Nouailhas, D., Pacou, D., Paulmier, P., 1991**, Modelling of cyclic response and ratchetting effects on Inconel-718 alloy, *Eur. J. mech., A/Solids* 10, pp.101-121
- Chakrabarty, J., 2006**, *Theory of plasticity*, Elsevier Butterworth-Heinemann, 3<sup>rd</sup> ed.
- Chen, W.F., 1994**, *Constitutive equations for engineering materials: Plasticity modeling*, Vol.2, Elsevier
- Dafalias, Y.F. and Popov, E.P., 1975**, A model of nonlinearly hardening materials for complex loading, *Acta Mech.* 21, pp.173–192.
- Dunji, Y., Gang, C., Weiwei, Y., Duomin, L., Xu, C., 2012**, Visco-plastic constitutive modeling on Ohno–Wang kinematic hardening rule for uniaxial ratcheting behavior of Z2CND18.12N steel, *Int. J. Plasticity*, Volume 28, Issue 1, pp. 88–101
- Frederick, C. O., Armstrong, P. J., 2007**, A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect, *Materials at High Temperatures* Volume 24, Number 1, April 2007 , pp.1-26
- Frelat, J., Taheri, S., Geyer, Ph., Gendrot, S.J., Proix, J.M., 1995**, Three Dimensional Elasto-Plastic Constitutive Law for the Description of Ratchetting of 316 Stainless Steel, Proc. of SMIRT 13 Conference Paper L05/1, Porto Alegre, Brasil
- Fung, W.C., 1965**, *Foundations of solid mechanics*, Prentice Hall
- Gatt, J.M, Cabrillat, M.T., 1993**, A Simplified Method For Shakedown Analysis, Proc. of SMIRT 12, Conference Paper E04/3, Stuttgart, Germany
- Hamadouche, M.A, 2002**, Kinematic shakedown by the Norton–Hoff–Friaa regularising method and augmented Lagrangian, *C. R. Mecanique* 330, pp.305–311

## Références bibliographiques

---

- Hill, R., 1950**, Mathematical theory of plasticity, Oxford University Press, NY (reprinted in Oxford Classics Series (1998))
- Jiang, Y., Sehitoglu, H., 1996**, Modelling of cyclic ratchetting plasticity, part I: development of constitutive relations, ASME J. Engng. Mat. and Techn. 63, 720.
- Kang, G., Gao, Q., Cal, L., Sun, Y., Yang, X., 2002**, Experimental study of non-proportional multiaxial strain cyclic characteristics and ratchetting of U71Mn rail steel, J. Mater. Sci. Technol., Vol. 18 N°1
- Kang, G., Kan, Q., Zhang, J., Sun, Y., 2006**, Time-dependent ratchetting experiments of SS304 stainless steel, Int. J. Plasticity 22, pp.858–894
- Kim, D.K., Dargush, G.F., Shin, S.W., Hu, J.W., 2012**, A two surface plasticity model for the simulation of uniaxial ratchetting response, Journal of Mechanical Science and Technology 26 (1), pp.145-152
- Krieg, R. D., 1975**, A practical two surface plasticity theory, Journal of Applied Mechanics, ASME, 42, pp.641-646.
- Kyriakides, S., Corona, E., 2007**, Mechanics of Offshore Pipelines Vol. I Buckling and Collapse, Elsevier, UK
- Lee, H., Kim, J., Lee, J., 2004**, Evaluation of progressive inelastic deformation induced by a moving axial temperature front for a welded structure, International Journal of Pressure Vessels and Piping 81, pp. 433–441
- Lemaitre, J., Chaboche, J.L., 1994**, Mécanique des matériaux solides, Bordas, Paris
- Lemaitre, J., 2001** (Ed.), Handbook of Materials, Academic Press,
- Lubliner J., 2008**, Plasticity Theory, Dover Publications
- McDowell, D.L., 1995**, Stress state dependence of cyclic ratchetting behavior of two rail steels, Int. J. Plasticity 11, pp.397-421
- Meftah, S., 2007**, Modélisation de la plasticité due à une transformation martensitique dans les aciers, Thèse de doctorat présentée à l'INSA de Rouen
- Michno Jr., M.J., Findley, W., 1976**, An historical perspective of yield surface investigations for metals. Int. J. Non Linear Mech. 11, pp.59-82
- Mouattah, K., Bali, A., 2011**, Prediction of structural ratchetting by various models, Materials At High Temperatures 28(1), pp. 21–27
- Mróz, Z., 1967**, On the description of anisotropic hardening, J. Mech. Phys. Solids, Vol.15

## Références bibliographiques

---

**Ohno, N., Wang, J. -D., 1993**, Kinematic hardening rules with critical state of dynamic recovery, part I: Formulation and basic features for ratchetting behavior, *Int. J. Plasticity* 9, pp.375-390

**Pellissier-Tanon, A., Bernard, J. L., Amzallag, C., Rabbe, P., 1982**, Evaluation of the Resistance of Type 316 Stainless Steel Against Progressive Deformation, Low-Cycle Fatigue and Life Prediction, ASTM STP 770, C. Amzallag, B. N. Leis, and P. Rabbe, Eds., American Society for Testing and Materials, pp. 69-80.

**Portier, L., Calloch, S., Marquis, D., Geyer, Ph. ,2000**, Ratchetting under tension-torsion loadings: experiments and modelling, *Int. J. Plasticity*, 16, pp.303-335

**Prager, W. ,1956**, A new method of analysing stresses and strains in work hardening plastic solids, *ASME J. Appl. Mech.* 23, pp.493-496

**Rahman, S. M., Hassan, Corona, E., 2008**, Evaluation of cyclic plasticity models in ratcheting simulation of straight pipes under cyclic bending and steady internal pressure, *Int. J. Plasticity*, 24, Issue 10, pp. 1756-1791

**Rakotovelon, M.,1999**, On the validation of the methods related to cyclic behavior of metallic structures, *Int. J. Plasticity* 15, pp.457-478

**Riou, B., Faure, O., Turbat, A., Waeckel, N., Autrusson, B., 1993**, Calculation with Chaboche elastic-viscoplastic model : status and future developments, *Proc. of SMIRT 12 Conference Paper E05/1*, Stuttgart, Germany

**Rokhgireh, H. , Nayebi, A., 2012**, Cyclic uniaxial and multiaxial loading with yield surface distortion consideration on prediction of ratcheting, *Mechanics of Materials*, 47,pp. 61-74

**Rusinko,A., Rusinko,K., 2011**, *Plasticity and creep of metals*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg

**Salençon, J., 2002**, *De l'élastoplasticité au calcul à la rupture*, Editions de l'Ecole Polytechnique, Paris

**Sasaki, K., Ohguchi, K., 2011**, Uniaxial Ratchetting Behavior of Solder Alloys and Its Simulation by an Elasto-Plastic-Creep Constitutive Model, *J. Electronic Mat.*, Vol. 40, Number 12, pp.2403-2414

**Shah, V. N. Majumdar, S., Natesan, K., 2003**, Review and Assessment of Codes and Procedures for HTGR Components, Argonne National Laboratory, NUREG/CR-6816 ANL-02/36

**Taheri, S., Lorenz, E., 1999**, An elastic-plastic constitutive law for the description of uniaxial and multiaxial ratchetting, *Int. J. Plasticity* 15, pp.1159-1180

## Références bibliographiques

---

- Taleb, L., 1991**, Structures métalliques sous un chargement thermomécanique cyclique, Doctorate thesis at INSA de Lyon, Civil Engineering, structures, 273p.
- Taleb, L., Cousin, M., Jullien, J.F., 1998a**, Metallic Structures Subjected to Cyclic Loadings-I. Inadequacy of the Elastic Analysis for the Steady State Assessment, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, **75**, 173.
- Taleb, L., 1998b**, Metallic Structures Subjected to Cyclic Loadings-II. A New Approach to Assess the Steady State, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, **75**, 181.
- Taleb, L., Cailletaud, G., Hassan, T., 2005**, On the Capabilities of a Multi-Mechanisms and a Modified Chaboche Models in Predicting Ratcheting Responses. 11th International Symposium on Plasticity and Its Current Applications : Kauai Beach, Hawaii, USA, January 4-8.
- Taleb, L., Cailletaud, G., Blaj, L., 2006**, Numerical simulation of complex ratcheting tests with a multimechanism model type, *Int. J. Plasticity* **22**, pp.724-753
- Taleb, L., Cailletaud, G., 2011**, Cyclic accumulation of the inelastic strain in the 304L SS under stress control at room temperature: ratcheting or creep ?. *Int. J. Plasticity*, **27** , pp.1936–1958
- Taleb, H., 2011**, Aperçu sur le comportement cyclique des métaux, mémoire d'ingénieur en Génie Civil sous la dir. de Mouattah K., Université de Laghouat
- Taleb, L., Taleb, H., Mouattah, K., 2011**, Analysis of the cyclic accumulation of the inelastic strain for different classes of metals subjected to 1D stress control, Congrès Algérien de Mécanique, Guelma, 14-17 Novembre
- Itoh, T., miyazaki, T., 2003**, a damage model for estimating low cycle fatigue Lives under nonproportional multiaxial loading, in *Biaxial-Multiaxial Fatigue and Fracture* Andrea Carpinteri, Manuel de Freitas and Andrea Spagnoli (Eds.) ,Elsevier Science Ltd. and ESIS
- Vincent, L., Calloch, S., Marquis, D., 2004**, A general cyclic plasticity model taking into account yield surface distortion for multiaxial ratchetting, *Int. J. Plasticity* **20**, pp.1817–1850
- Voyiadjis, G. Z., Basuroychowdhury, I. N.,** A plasticity model for multiaxial cyclic loading and ratchetting, *Acta Mechanica*, 1998, Volume 126, Numbers 1-4, pp.19-35
- Wolff, M., Taleb, L., 2008**, Consistency for two multi-mechanism models in isothermal plasticity, *Int. J. Plasticity* **24**, pp. 2059-2083
- Wu, H.C., Yeh, W.C., 1991**, On the experimental determination of yield surfaces and some results of annealed 304 stainless steel. *Int. J. Plast.* **7** (8), pp.803-826
- Yilmaz, A., 2011**, The Portevin–Le Chatelier effect: a review of experimental findings

## Références bibliographiques

---

Sci. Technol. Adv. Mater. 12

**Yoshida, F., 1990**, Uniaxial and biaxial creep-ratcheting behavior of SUS304 stainless steel at room temperature. Int. J. Pres. Ves. Piping 44, pp.207–223

**Zarka, J. ; casier, J., 1977**, Cyclic loading on an elastic plastic structure. Practical rules, Mechanics today, Vol.6, Ed. : Nemat-Nasser, S., Pergamon Press

**Page web :**

Gramme :<http://www.gramme.be/unite9/edm/Microsoft%20PowerPoint%20-%20ch6%20Dislocations%20et%20plasticite%20E9.pdf>