

T H E S E
D E
MAGISTER EN ELECTROTECHNIQUE
OPTION : MACHINE

Présentée par

Mme Judit FERRAS (Née PAL)

S U J E T

**INFLUENCE DES PROPRIETES
ELECTROGEOLOGIQUES DU SOL SUR
LE POINT D'IMPACT
DE LA DECHARGE DE Foudre**

Soutenue Publiquement le 22 - 12 - 1987

JURY

M. A. BEROUAL	} Président
M. A. BOUBAKEUR	
M. M. BENDAOU	} Directeur de Thèse
Meme S. DJEMA	
M. A. OUABDESSELAM	
M. N. DERRAR	} Examineurs
	} Invité

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

T H E S E

DE

MAGISTER EN ELECTROTECHNIQUE

option: machine

Présentée par

M^{me} Judit FERRAS (née PAL)

SUJET

INFLUENCE DES PROPRIETES
ELECTROGEOLOGIQUES DU SOL SUR
LE POINT D'IMPACT
DE LA DECHARGE DE Foudre

Soutenue publiquement le 22.12.1987.

JURY

M. A. BERQUAL	Président
M. A. BOUBAKEUR	Directeur de Thèse
M. M. BENDAQUD	} Examineurs
M ^{me} S. DJEMA	
M. A. QUABDESSELAM	
M. N. DERRAR	Invité

Nous tenons à exprimer la reconnaissance la plus vive à M. T. Horvath, professeur à l'Institut de Fort Courant de l'Université Technique à Budapest, pour les recommandations précieuses qu'il a bien voulu faire.

Nous remercions chaleureusement M. A. Boubakeur, professeur à l'E.N.P. d'Alger, qui a eu la bienveillance de nous encourager et de nous conseiller lors de l'élaboration des travaux de recherches.

Nous voudrions exprimer nos vifs remerciements à M^{lle} F. Aitahmed, M. H. Sari et M. H. Benmasoud informatiens au Centre de calcul de l'E.N.P. d'Alger, pour leurs conseils concernant l'utilisation de l'ordinateur VAX et du plotter BENSON.

INTRODUCTION

L'Homme a été depuis toujours impressionné par le phénomène de décharge de foudre et lui a donné plusieurs interprétations différentes. Ce n'est qu'à partir du début du vingtième siècle, avec l'évolution technique, que la connaissance sur le phénomène de la décharge atmosphérique a commencé à être de plus en plus approfondie.

Les principales études avaient pour objet l'explication du phénomène physique de la décharge électrique dans le but d'atteindre une meilleure protection contre la foudre.

Plusieurs travaux ont eu pour objet l'étude de la fréquence de foudroiement d'un lieu donné de la terre /1 à 10/. Il a été constaté que la nature du sol pourrait avoir une grande influence sur leur foudroiement /11 à 14/. Cependant très peu d'études ont été effectuées dans ce domaine /13 à 15/.

Le but de notre travail est d'examiner l'influence des propriétés électrogéologiques du sol sur l'impact par la décharge de foudre. Pour cela, nous considérons qu'un sol hétérogène est le plus approprié pour une telle étude. En effet sous un nuage orageux, la terre est généralement constituée de plusieurs parties ayant des propriétés électriques différentes.

Pour effectuer ce travail, nous avons d'abord étudié le phénomène de la décharge de foudre, ainsi que les propriétés électriques du sol. Afin de simuler les phénomènes naturels, nous avons par la suite établi deux modèles, le premier mathématique et le second pratique.

Le modèle mathématique nous a permis d'étudier numériquement la variation de l'intensité du champ électrique à la surface d'un sol hétérogène, en fonction de l'évolution de la décharge de foudre. A l'aide du modèle pratique, nous avons pu étudier la répartition statistique des points d'impact des décharges sur un tel sol.

Pour les deux modèles le sol hétérogène était constitué de deux composantes de conductivités différentes. Le traceur de foudre a été simulé par un conducteur vertical. Nous n'avons pris en considération que le traceur négatif descendant qui représente le cas le plus fréquent de décharge de foudre sur un sol plat /9,16,17/.

Dans notre étude les principaux paramètres qui étaient variables sont les suivants:

- 1.- le rapport des conductivités des composantes du sol hétérogène,
- 2.- la distance entre l'interface des deux composantes du sol et l'axe de la décharge descendante de foudre,
- 3.- la distance entre la pointe de la décharge descendante et la surface du sol.

Dans une dernière étape nous avons étudié à l'aide du modèle mathématique la variation de l'intensité du champ électrique pour deux composantes du sol ayant les mêmes conductivités que celles utilisées dans le modèle pratique; ceci dans le but de déterminer une éventuelle corrélation entre les points où la fréquence de foudroiement est la plus élevée (modèle pratique) et ceux où l'intensité du champ devient la plus élevée dans le temps pour une longueur de décharge donnée (modèle mathématique).

Table des matières.

Chapitre 1. Le phénomène de la décharge de foudre	
1.1. Nuages orageux	1
1.2. Décharge de foudre: évolution et propagation	2
1.3. Influence de la terre sur la propagation de la prédécharge de foudre	4
Chapitre 2. Les propriétés électrogéologiques du sol	
2.1. Composition, permittivité, conductivité	5
2.2. Equation de continuité - constante de temps	6
2.3. La constante de temps et les temps caractéristiques de la prédécharge de foudre	7
Chapitre 3. Modèle mathématique	
3.1. Considération des phénomènes naturels	8
3.2. Le choix du domaine à étudier	11
3.3. Résolution de l'équation de Poisson à l'aide de la méthode des éléments finis	11
3.4. Résolution numérique	19
3.5. Résolution du système dans les cas particuliers.....	26
Chapitre 4. Modèle expérimental	
4.1. Présentation du modèle	33
4.2. Essais	33
4.3. Application des résultats expérimentaux	40
Chapitre 5. Utilisation des caractéristiques du modèle expérimental pour le modèle mathématique	
5.1. Application	45
5.2. Comparaison des deux modèles	46
5.3. Cas étudiés - résultats obtenus	48
6. Conclusion	51
Bibliographie	52
Annexes	
Annexe A: Variation du champ électrique sur la surface du sol hétérogène lors de l'évolution de la prédécharge de foudre	56
Annexe B: Résultats obtenus à partir des essais effectués sur le modèle expérimental	67
Annexe C: Résolution de l'équation (41)	71

Chapitre 1.

Le phénomène de la décharge de foudre

1.1. Nuages orageux.

1.1.1. Formation des nuages.

La formation des nuages orageux est due à l'instabilité de l'atmosphère /18/. Ces nuages se développent quand l'air chaud et humide près de la surface de la terre s'élève et remplace l'air dense se trouvant au dessus.

L'apparition de ces nuages dépend aussi de la structure géographique de la terre. Elle est plus fréquente aux endroits et aux temps pour lesquels un grand volume d'air intervient dans une forte convection verticale.

1.1.2. Structure des nuages orageux.

Généralement, les nuages orageux sont formés d'un ensemble de plusieurs cellules de nuage. Un tel système s'étend horizontalement sur une surface ayant un diamètre de 4 km au minimum et une épaisseur à peu près égale à 15 km.

La plupart des nuages orageux chargés électriquement contiennent des charges positives dans leur partie supérieure et une grande quantité de charges négatives dans leur partie inférieure. C'est pourquoi le plus souvent ils sont représentés par un dipôle électrique. Cependant la distribution réelle des charges dans les nuages orageux est beaucoup plus complexe. Les résultats des observations mettent en évidence l'existence de domaine contenant une faible quantité de charges positives dans leur région inférieure.

Un modèle du nuage orageux (figure 1.) contenant ces trois centres de charges a été présenté par plusieurs auteurs /6,13,18,19/. Cependant les grandeurs de ces charges varient selon l'auteur. Une valeur moyenne /13/ de la grandeur de ces concentrations de charges est mentionnée à la figure 1.

1.1.3. Champ électrique.

La Terre a une charge négative d'environ de $5 \cdot 10^5$ C /18/, qui engendre un champ électrique orienté vers sa surface. Par beau temps, l'intensité du champ électrique est de l'ordre de 0,13 kV/m sur la surface du sol.

En présence d'un nuage orageux, l'orientation du champ électrique est inversée au dessous du nuage. L'intensité du champ électrique sur la surface du sol peut atteindre une valeur de 1,5 à 2 kV/m à partir de laquelle les phénomènes d'ionisation apparaissent au dessus des objets sur la terre ayant un faible rayon de courbure /20/.

1.2. Décharge de foudre: évolution et propagation.

Le phénomène des décharges électriques a été étudié par différents chercheurs en observant:

- 1, les décharges naturelles non enclenchées /1 à 10,13,16,17,21,22/
- 2, les décharges naturelles enclenchées /23/ et
- 3, les longues décharges aux laboratoires /24 à 28/.

Les décharges atmosphériques peuvent avoir lieu, soit à l'intérieur du nuage entre deux centres de charges de polarités opposées, soit entre le nuage et la terre.

D'après leur déroulement, les décharges vers la terre, peuvent être séparées en deux parties qui évoluent et se propagent de manières différentes. La première est la prédécharge, appelée "traceur", qui établit la liaison entre le nuage et le sol. La deuxième est la décharge principale qui neutralise les charges du nuage ou une partie d'entre elles, en suivant le chemin tracé par la prédécharge.

Ces décharges peuvent être classées en quatre types principaux /9/, selon la polarité du nuage déchargé, laquelle est identique à la polarité du traceur et selon le sens -descendant ou ascendant- de la propagation de la prédécharge (figure 2.). Chacun de ces types principaux peut être subdivisé en deux selon que la prédécharge soit suivie par une décharge principale ou non. C'est la prédécharge négative descendante, type 1.b. de la figure 2., qui apparaît le plus fréquemment /9,16,17/.

La prédécharge descendante peut avoir lieu lorsque le champ électrique est suffisamment intense à la base du nuage pour enclencher une décharge électrique vers la terre. Cette décharge se propage par les sauts qui s'effectuent en un temps d'environ 10^{-6} s et dont la longueur varie de 10 m à 200 m /17,22/. Chaque saut est orienté vers la zone où ce champ électrique est le plus intense devant la tête du traceur /21/. Comme dans cette étape d'évolution de la décharge le champ électrique est surtout déterminé par les charges d'espace flottant dans l'atmosphère, le sens de la propagation des sauts est arbitraire. Ainsi, la prédécharge se propage en zig-zag. Entre deux sauts successifs il y a une pause d'environ 10^{-8} s à 10^{-4} s. La vitesse moyenne de la prédécharge peut être obtenue en divisant la longueur du chemin total parcouru par la durée de parcours. Les résultats obtenus en photographiant les prédécharges donnent une vitesse moyenne d'environ 10 à 130 cm/ μ s /17/.

Le plus souvent, avant que la prédécharge descendante n'établisse une liaison entre le nuage et la terre, il y a une décharge ascendante, appelée décharge de connection, qui démarre vers la prédécharge descendante à partir du point à terre où l'intensité du champ électrique atteint la valeur critique. Le point dans l'espace où se trouve la tête du traceur à cet instant est appelé "point critique", et la distance entre ce point et la terre est appelée "distance d'amorçage". Ainsi le dernier saut du traceur est exécuté à partir du point critique et il parcourt la distance d'amorçage /29,30/.

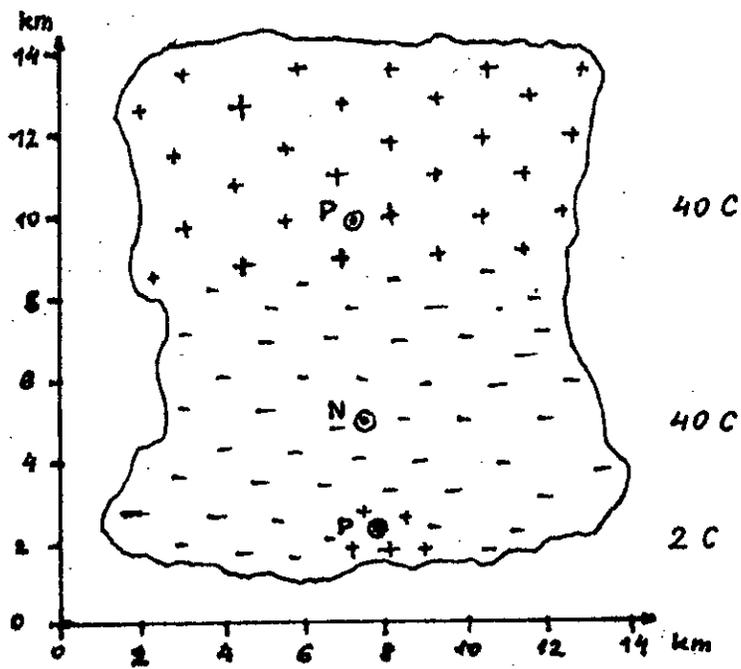
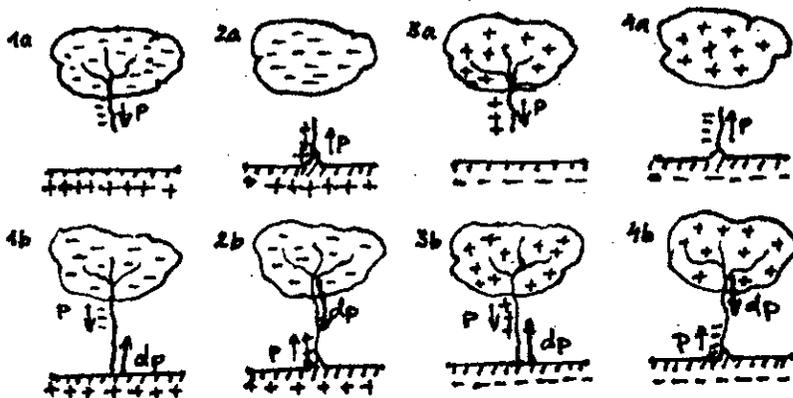


figure 1. Schéma d'un nuage orageux.



p - prédécharge
 dp - décharge principale

figure 2. Classification des coups de foudre /9/.

Dès que cette liaison a lieu, le canal ionisé est établi et les charges de polarité opposée neutralisent les charges de la prédécharge. Ceci caractérise la décharge principale, qui se propage continuellement à une vitesse de l'ordre de 100 m/μs /13/. Une fois les charges du traceur neutralisées par la décharge principale, l'air sur le chemin de la décharge reste ionisé et pourrait constituer le canal d'autres décharges successives. La prédécharge de ces décharges successives se propage continuellement à une vitesse de l'ordre de 1 m/μs /17/.

1.3. Influence de la terre sur la propagation de la prédécharge de foudre.

Avant le commencement de la prédécharge descendante, l'intensité du champ électrique sur la surface du sol est relativement faible. Avec la propagation du traceur ce champ devient de plus en plus intense.

Comme on a vu dans le paragraphe précédent, la prédécharge de foudre se propage par sauts "instantanés" avec un temps d'attente entre deux sauts successifs. Avant que les prédécharges n'atteignent le point critique, la terre n'a pratiquement aucune influence sur leurs propagation /29,30/.

C'est lorsque le traceur arrive au point critique que le champ électrique sur la surface de la terre est suffisamment intense pour engendrer une ou plusieurs décharges de connexion. Celles-ci permettront la réalisation du saut final qui constitue la phase de connexion entre ces décharges ascendantes et le traceur juste avant la décharge principale. C'est pourquoi le point critique est appelé aussi "point d'orientation" et la distance critique "distance d'orientation".

L'intensité du champ électrique à la surface de la terre est déterminée par la quantité de charges contenues dans la prédécharge et par la hauteur des objets à la terre.

Cette quantité de charges a été obtenue par les chercheurs dans les stations d'observation de foudre en faisant l'intégrale du courant des coups de foudre enregistré. Dans le cas du coup de foudre composé de décharges successives, c'est la charge neutralisée par la première impulsion du courant qui est la charge contenue dans le traceur. C'est sa grandeur qui influe sur l'intensité du champ électrique au sol. Les résultats obtenus mettent en évidence que la distribution des charges contenues dans le traceur suit une loi normale logarithmique. La valeur moyenne de ces charges pour le traceur négatif descendant est de 5,2 C /30/.

La valeur critique du champ électrique pour engendrer l'apparition d'une décharge de connexion ascendante, diminue avec l'augmentation de la hauteur des objets à la terre. Elle est la plus grande pour le cas du sol plat. Ceci résulte que la distance d'amorçage augmente avec la hauteur de ces objets /29,30/.

Ainsi le point d'impact de la décharge de foudre serait le point au sol où une décharge de connexion peut démarrer. Dans le cas de plusieurs décharges de connexion, l'impact est le point d'origine de la décharge ascendante pour laquelle le champ électrique est le plus intense.

Chapitre 2.

Les propriétés électrogéologiques du sol

2.1. Composition, permittivité, conductivité.

La composition du sol peut varier d'un cas très simple à un cas très complexe. Dans le premier cas, le sol est constitué d'un seul matériau et dans le deuxième cas, de plusieurs matériaux. Du point de vue électromagnétique, chacun de ces matériaux est caractérisé par sa conductivité, par sa permittivité et par sa perméabilité /31/.

Il est rare que les différentes composantes du sol soient réparties uniformément dans un volume donné. Le plus souvent la structure du sol est stratifiée et présente une anisotropie. Les couches peuvent avoir différents pendages. Les caractéristiques électromagnétiques d'un sol donné peuvent avoir des valeurs différentes selon le sens de la mesure.

La perméabilité relative μ_r des minéraux ne varie pas dans une large gamme. Sa valeur maximale est celle du magnétite: $\mu_r=5$ /31/.

La valeur de la constante diélectrique des minéraux varie de l'unité à la centaine. Elle est liée à la polarisation électrique des matériaux, qui de sa part varie avec la fréquence du champ électrique appliqué pour sa mesure. Cette variation est due à la présence des différents types de polarisation dans les matériaux en question /32,33/. Ces types de polarisation peuvent être électroniques, ioniques ou moléculaires.

La mobilité des porteurs de charge est la plus élevée pour la polarisation électronique et elle est la plus faible pour la polarisation moléculaire. Comme la polarisation est le moment du dipôle électrique par unité de volume, c'est la polarisation moléculaire qui engendre le moment du dipôle électrique de plus grande valeur par unité de volume. Ainsi la constante diélectrique diminue avec l'augmentation de la fréquence du champ électrique appliqué.

Parmi les matériaux les plus fréquents l'eau présente aussi une polarisation moléculaire. Sa présence dans les minéraux augmente leur constante diélectrique, qui dépendrait alors de la quantité d'eau contenue par unité de volume dans le minéral en question. Par exemple, pour les échantillons de sable compact, la constante diélectrique varie de 2,9 pour leur état sec à 105 pour leur état humide /31/.

La résistivité de certains minéraux et roches varie dans une gamme très large de l'argent natif $1,6 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ au soufre pur $10^{16} \Omega \cdot m$.

Du point de vue de la conductivité, les roches et les minéraux peuvent être classés en trois groupes:

1. les conducteurs - minéraux ayant une résistivité de 10^{-8} à $1 \Omega \cdot m$,
2. les semi-conducteurs - minéraux et roches ayant une résistivité de 1 à $10^7 \Omega \cdot m$,
3. les isolants - minéraux et roches de résistivité supérieure à $10^7 \Omega \cdot m$.

Pour une roche donnée, la résistivité dépend de son âge, de sa porosité, de la quantité et de la salinité de l'eau contenue dans la roche. Une faible augmentation de la quantité d'eau imbibée diminue considérablement la résistivité du matériau en question /31,34/.

2.2. Equation de continuité - constante de temps.

Sous l'effet du champ électrique appliqué à un matériau, les porteurs de charge électrique se déplacent. Il y a un écoulement des masses des porteurs de charge. La conservation des masses se traduit dans ce cas par la conservation des charges, qui est exprimée mathématiquement par l'équation de continuité /34/. La forme différentielle de cette équation, qui peut être obtenue à partir des équations de Maxwell est la suivante:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{\epsilon \tau} * \rho = 0 \quad (1)$$

où le rapport $\epsilon/\tau = TC$ représente une constante de temps.

En résolvant cette équation, on obtient pour la densité de charge:

$$\rho = \rho_0 * \exp(-(t-t_0) * \tau/\epsilon)$$

Ainsi en injectant à l'instant t_0 une densité de charge ρ_0 à une substance de propriété électrique ϵ et τ , la densité de charge dans la substance serait ρ pour un temps $(t-t_0)$. On remarque que cette constante de temps augmente avec la permittivité ϵ . Ceci est dû au fait que le temps de relaxation varie avec le type de polarisation en présence dans le matériau en question. Ce temps est le plus élevé pour le type de polarisation moléculaire qui entraîne une grande constante diélectrique.

La constante de temps diminue avec l'augmentation de la conductivité. La conduction dans les matériaux liquides et solides est le résultat du déplacement des porteurs de charge qui sont surtout des ions. Bien que cela soit rare, il y a aussi quelques cristaux où la conduction est le résultat de l'écoulement des électrons. Les diélectriques liquides et solides, où la conduction par les électrons n'est pas négligeable, sont plus proches des semi-conducteurs que des isolants.

Le mouvement de ces porteurs de charge engendre une densité du courant dans le matériau dans le sol.

$$\vec{J} = \tau * \vec{E} + \partial \vec{D} / \partial t$$

Comme le courant de déplacement n'est pas pris en considération dans notre travail, cette densité de courant peut être exprimée à l'aide de la loi différentielle d'Ohm pour les diélectriques liquides et solides.

$$\vec{J} = \tau * \vec{E} \quad (2)$$

Cette loi est valable jusqu'à une certaine intensité de champ électrique, dont la valeur est proche de la rigidité diélectrique du matériau en question. La conductivité est aussi indépendante de la

fréquence de variation du champ électrique appliqué jusqu'aux fréquences pour lesquelles la variation du champ est si rapide que les ions deviennent pratiquement immobiles.

2.3. La constante de temps et les temps caractéristiques de la prédécharge de foudre.

Nous avons vu dans le paragraphe précédent que la constante de temps de l'équation de continuité est déterminée par la valeur de la conductivité et de la permittivité du matériau dans lequel les charges se déplacent. En introduisant les valeurs extrêmes dans l'expression de la constante de temps, on obtient ses grandeurs minimale et maximale possibles:

$$TC_{\min.} = 1,4 \cdot 10^{-17} \text{ s}$$

$$TC_{\max.} = 9,3 \cdot 10^6 \text{ s}$$

La valeur minimale caractérise les conducteurs et la valeur maximale caractérise les isolants. Pour les minéraux et roches semi-conducteurs, la constante de temps varie de $8,954 \cdot 10^{-12}$ s à $9,3 \cdot 10^{-3}$ s.

En comparant ces valeurs aux temps caractéristiques de la propagation de la prédécharge de foudre, on trouve que le déplacement des charges, dans les matériaux ayant une constante de temps plus petite ou égale au temps nécessaire à un saut de la prédécharge (10^{-6} s), doit s'effectuer au moment du saut. Tandis que pour les matériaux ayant une grande constante de temps, les charges se déplacent très lentement par rapport à l'évolution de la prédécharge. Elles restent ainsi relativement figées dans le sol.

Lors de nos études nous nous sommes limité aux matériaux ayant des constantes de temps relativement grandes par rapport aux temps caractéristiques de la propagation de la prédécharge de foudre. Pour ces matériaux la mobilité des charges est relativement faible, ainsi leur courant de déplacement ($\partial D/\partial t$) pourrait être négligé.

Le modèle mathématique a été établi pour étudier l'influence de l'hétérogénéité du sol sur l'impact par la décharge de foudre. Les phénomènes naturels liés à ce problème ont été étudiés dans les deux chapitres précédents. Dans ce chapitre nous traduirons ces phénomènes en langage mathématique et nous donnerons la méthode numérique de résolution qui nous permettra de constater l'influence de l'hétérogénéité du sol sur l'impact.

3.1. Considération des phénomènes naturels.

Il y a deux phénomènes naturels séparés dans l'espace, qui se passent en même temps, lorsque une décharge atmosphérique a lieu. L'un de ces phénomènes est l'évolution de la prédécharge dans l'air, et l'autre est le déplacement des porteurs de charge dans le sol.

3.1.1. Prédécharge de foudre.

On a vu dans le premier chapitre, qu'il y a plusieurs types de décharge de foudre, qui sont classés selon la polarité du nuage déchargé par la foudre et selon le sens de la propagation du traceur.

Dans le cas des prédécharges ascendantes, le point d'impact au sol est déterminé. Il est confondu avec le point d'initiation de la prédécharge.

Pour les prédécharges descendantes, l'impact serait le point à la terre

- où l'intensité du champ électrique est la plus élevée au moment du saut final, ou

- d'où une décharge de connexion ascendante a pu se développer lors de l'évolution de la prédécharge. Sur un sol plat, ce sont les roches, les arbres qui, comme pointes, facilitent le développement d'une telle décharge.

Dans les deux cas, c'est l'intensité du champ électrique à la surface du sol qui détermine l'impact probable /29,30,35/. Ainsi la détermination de l'impact sur une surface hétérogène, se traduit par la détermination de l'intensité du champ électrique au sol lors de l'avancement du traceur descendant.

Cet intensité dépend de la charge contenue dans le traceur et de la distance qui sépare la tête de ce traceur de la surface du sol. Sa valeur critique est de 5 kV/cm pour le traceur descendant négatif et de 3 kV/cm pour le traceur descendant positif /29/. Ainsi, pour une quantité de charge contenue dans le traceur donnée la distance critique est plus faible dans le cas de la décharge descendante négative.

Pour calculer l'intensité de champ électrique sur une surface hétérogène, on représente le système nuage orageux - sol par un condensateur à électrodes planes. La prédécharge descendante peut être représentée par une tige verticale ayant le potentiel du nuage. Ce potentiel est déterminé par la charge de la cellule du nuage liée au traceur. Les sauts du traceur peuvent être considérés comme des

Chapitre 3.

Modèle mathématique

échelons, parce que le temps d'un saut est relativement court par rapport au temps d'attente entre deux sauts.

Une configuration de ce système, pour une position donnée de la prédécharge, détermine une répartition du potentiel entre les électrodes qui de sa part détermine l'intensité du champ électrique. Dans notre travail nous nous intéressons surtout à la variation de l'intensité du champ à la surface du sol. Pour cela nous devons déterminer d'abord la variation de l'intensité du champ dans le sol, étant donné que la densité de charge dans le sol varie. En considérant chaque position du traceur comme un état statique, nous pouvons utiliser les équations de Maxwell pour exprimer la liaison entre le potentiel, l'intensité du champ électrique et la densité de charge :

$$\vec{E} = - \text{grad}(v) \quad (3)$$

$$\text{div}(\epsilon * \vec{E}) = \rho \quad (4)$$

Pour la permittivité diélectrique supposée constante, ces deux équations peuvent être exprimées par une seule, c'est l'équation de Poisson:

$$\text{div}(\text{grad}(v)) = - \rho / \epsilon \quad (5)$$

3.1.2. Déplacement des charges dans le sol.

Les charges contenues dans le sol et leur répartition influent aussi sur l'intensité du champ électrique du système nuage - prédécharge - sol.

Comme on l'a vu dans le chapitre précédent, les porteurs de charge se déplacent dans le sol sous l'effet du champ électrique dû à la présence des nuages orageux et à celle de la prédécharge. Leur déplacement engendre une densité de courant dans le sol. Cette densité dépend de l'intensité du champ électrique et de la conductivité du matériau qui est le siège de la conduction (2). Avec le déplacement des porteurs de charge, la densité de charge varie dans le sol. Cette variation est exprimée par l'équation suivante, selon laquelle la divergence de la densité du courant donne la variation de la densité de charge dans le temps:

$$\text{div}(\vec{J}) = - \partial \rho / \partial t \quad (6)$$

En tenant compte de l'équation (6), nous pouvons déterminer la variation de l'intensité du champ avec la variation de la densité de charge.

3.1.3. Description mathématique des phénomènes naturels.

Les équations (5) et (6) constituent la base de la description mathématique des phénomènes naturels qui se passent dans l'atmosphère entre le nuage et la terre et dans le sol pendant la propagation de la prédécharge de foudre. Ces équations doivent être résolues pour le

potentiel v et pour la densité de charge q . La liaison entre les différents facteurs physiques du système nuage - prédécharge - sol est représentée par le schéma-bloc de la figure 3. Comme la durée des sauts de la prédécharge est relativement courte par rapport au temps d'attente entre deux sauts successifs, chaque position du traceur peut présenter un état statique. Ceci résulte que dans le calcul de la variation de la densité de charge au sol, le courant de déplacement n'est pas pris en considération.

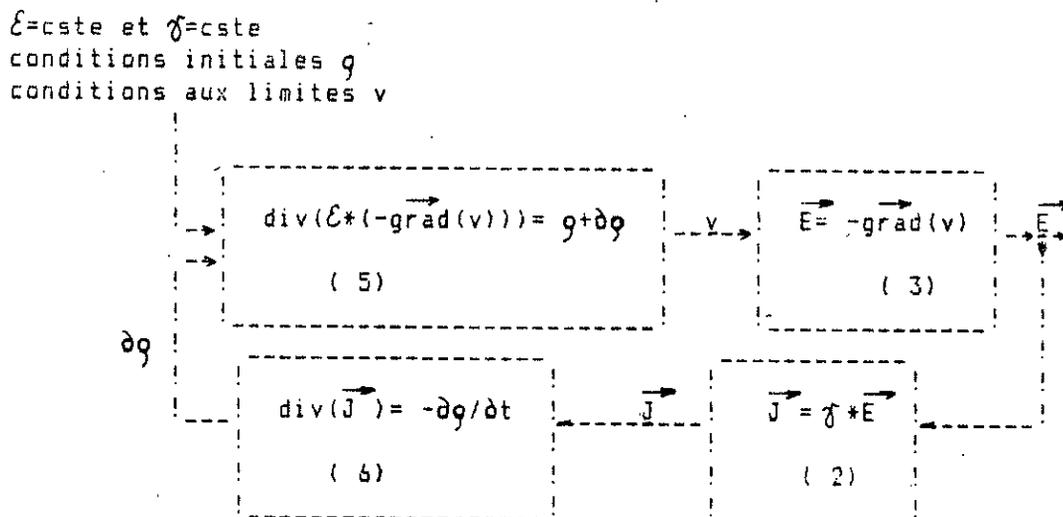


figure 3. Schéma-bloc des relations entre le potentiel, le champ électrique, la densité du courant et la variation de la densité des charges dans le sol.

On peut voir à la figure 3., que pour une position donnée de la prédécharge (conditions aux limites v) et pour une répartition initiale des charges dans le sol (conditions initiales q) nous pouvons déterminer le potentiel v à l'aide de l'équation (5). En connaissant v , le champ électrique est déterminé par (3). Ce champ exerce une force électrique sur les porteurs de charge qui engendre une densité du courant \vec{J} (2), dont la divergence nous donne la variation de la densité de charge δq (6).

Pendant le temps d'attente entre deux sauts du traceur, l'intensité du champ électrique varie avec la variation de la densité de charge selon le schéma-bloc de la figure 3. La répartition des charges ainsi obtenue avant le saut suivant donne la densité de charge initiale pour la nouvelle position de la prédécharge.

3.2. Le choix du domaine à étudier.

Le domaine à étudier est représenté par le système nuages orageux - prédécharge - sol.

Pour simplifier le problème à résoudre nous avons fait les suppositions suivantes:

- la prédécharge de foudre se propage verticalement et son potentiel est identique à celui du nuage,
- le niveau de référence du potentiel est au fond du sol,
- le sol hétérogène se compose de deux matériaux différents et leur interface est une surface cylindrique dont l'axe est confondu avec celui du traceur.

Le domaine est choisi de telle façon qu'il ait une forme cylindrique dont l'axe est la prédécharge de foudre. Il est limité en haut par le plan des nuages ayant le potentiel V_{nuage} et en bas par le plan de référence ayant le potentiel zéro.

Le rayon de ce domaine est choisi deux fois plus grand que sa hauteur pour que le champ électrique à son périmètre puisse être considéré comme pratiquement uniforme.

Comme la symétrie cylindrique est imposée au domaine en question, la détermination de l'intensité du champ électrique à la surface du sol hétérogène se fait en bidimensionnel.

Les conditions aux limites de ce domaine bidimensionnel, indiquées sur la figure 4., sont les suivantes:

1. - au niveau des nuages le potentiel est de V_{nuage} ,
2. - au fond du sol le potentiel est de $V_0 = 0$,
3. - à l'axe du domaine le champ électrique n'a pas de composante horizontale: $-\text{grad}(V)_{\text{normal}} = 0$ et le potentiel du traceur est identique à celui des nuages V_{nuage} ,
4. - au périmètre du cylindre le champ électrique n'a pas de composante horizontale: $-\text{grad}(V)_{\text{normal}} = 0$.

Donc aux limites du domaine à étudier, les conditions sont données soit par le potentiel imposé constant, soit par sa dérivée imposée constante.

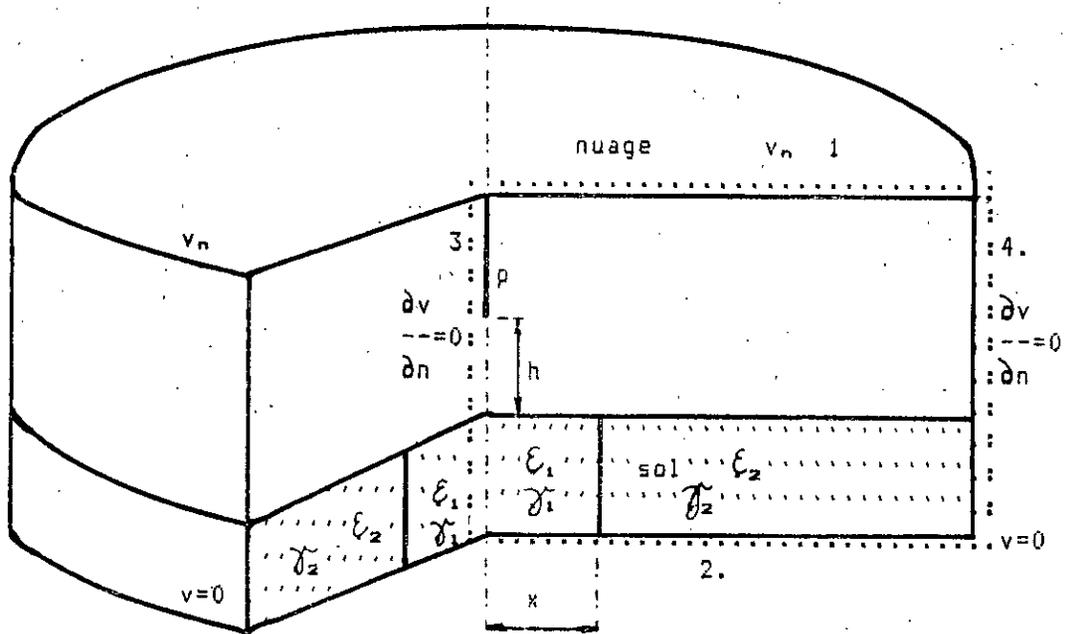
Ces conditions doivent être remplies par l'ensemble des champs électriques, celui dû à la prédécharge et celui dû aux charges dans le sol. Comme la symétrie cylindrique est imposée à la structure du domaine y compris le sol hétérogène, ces conditions aux limites seront tout le temps remplies aux cours des calculs. Ainsi le problème exprimé par l'équation (5) est un problème de valeurs limites.

La configuration imposée au domaine permet de considérer le problème comme bidimensionnel. Ce fait nous suggère de le résoudre dans le système des coordonnées cylindriques.

3.3. Résolution de l'équation de Poisson à l'aide de la méthode des éléments finis.

3.3.1. La méthode des éléments finis, MEF.

La MEF est une résolution numérique d'un problème de valeurs



- p - prédécharge
- h - hauteur de la prédécharge
- γ_1 et γ_2 - conductivités des composantes du sol hétérogène
- ϵ_1 et ϵ_2 - permittivités des composantes du sol hétérogène
- x - distance entre l'interface et l'axe de la prédécharge

figure 4. Structure du domaine à étudier

limites. Elle consiste à appliquer un maillage convenable sur le domaine à examiner et de superposer localement les fonctions élémentaires appelées "fonctions de formes". Ce processus permet la transformation des équations différentielles en un système d'équations algébriques /36 à 40/.

C'est une méthode matricielle qui donne la solution approximative de la fonction cherchée dans les noeuds du réseau /36,38,39/.

Le principe de cette méthode consiste à minimiser une certaine fonctionnelle au lieu de résoudre directement les équations descriptives du phénomène physique du système en question. La fonctionnelle dont la minimisation donne la solution de l'équation de Poisson (5) est la suivante:

$$w = \int_D (\mathcal{E} * (\vec{\text{grad}}(v)) * (\vec{\text{grad}}(v)) / 2 - \rho * v) dD \quad (7)$$

- D est le domaine à examiner,
- dD est un élément inclû en D,
- \mathcal{E} et ρ sont des fonctions arbitraires,
- v est la fonction inconnue.

La fonctionnelle w est en corrélation avec l'énergie en différents points du système et la solution de w minimise cet énergie. Cette minimisation donne la fonction cherchée du potentiel v. L'équation d'Euler de la fonctionnelle w est l'équation de Poisson (5). Ainsi:

- si la fonction v est la solution de l'équation (5), elle minimise la fonctionnelle w de l'équation (7).
- d'autre part, v qui minimise la fonctionnelle w de l'équation (7) est aussi la solution de l'équation (5).

Le principe de la MEF est que la minimisation de la fonctionnelle w peut être achevée à l'aide des fonctions élémentaires superposées à chaque élément.

L'équation de Poisson dans le système de coordonnées cylindriques pour les problèmes ayant la symétrie cylindrique a la forme suivante:

$$\frac{\partial}{\partial r} (\mathcal{E} * r * \frac{\partial v}{\partial r}) + \frac{\partial}{\partial z} (\mathcal{E} * r * \frac{\partial v}{\partial z}) + r * \rho = 0 \quad (8)$$

qui est l'équation différentielle à résoudre.

Dans ce cas, en utilisant la MEF, la fonctionnelle w qui doit être minimisée est:

$$w = \iint_D \left\{ \frac{1}{2} * \left[\mathcal{E} * r * \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \mathcal{E} * r * \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] - \rho * r * v \right\} dr * dz \quad (9)$$

3.3.2. Résolution numérique.

La résolution numérique adoptée concerne les problèmes bidimensionnels. Elle est basée sur les principes de la méthode variationnelle dont l'application pratique nécessite de discrétiser le domaine en question. En général on le découpe en éléments finis en tenant compte de la non linéarité et de la non homogénéité du système. Ce découpage peut être assez arbitraire en utilisant des formes simples pour lesquelles la variation du potentiel d'un point à un autre du maillage se fait selon une fonction élémentaire. La permittivité ne doit pas être continue, mais constante par région du domaine. Chaque élément ne peut appartenir qu'à un seul matériau.

Comme les inconnues étant les potentiels aux noeuds, c'est selon eux que la minimisation de la fonctionnelle w de l'équation (9) doit être faite.

La condition nécessaire et suffisante pour que w soit stationnaire est que pour toute la variation δv arbitraire de la variable v , la variation correspondante δw de w soit nulle. Cette condition doit être remplie pour chaque noeud du domaine D :

$$\frac{\partial w}{\partial v_i} = 0 \quad \text{pour } i=1, \dots, NT \quad (10)$$

- v_i est le potentiel du noeud i , et
- NT est le nombre total des noeuds.

Pour chaque élément, l'inconnu v est déterminé à l'aide des fonctions élémentaires N_i et des paramètres nodaux v_i selon l'équation suivante en utilisant les designations de la figure 5.:

$$v = [N_i, N_j, N_k, N_l] * \begin{Bmatrix} v_i \\ v_j \\ v_k \\ v_l \end{Bmatrix} \quad (11)$$

où les noeuds d'indices i, j, k, l appartiennent à l'élément "é" de la figure 5.

La minimisation de la fonctionnelle w pour chaque noeud du domaine nous donne le système d'équations suivantes :

$$\frac{\partial w}{\partial \{v\}} = \{0\} \quad (12)$$

En développant l'équation (12) noeud à noeud et en remplaçant w par son expression donnée par la formule (9), on peut écrire l'équation suivante pour chaque noeud de l'élément "é" :

$$E_r^* = E_{r1} \quad \text{et} \quad E_z^* = E_{z1}$$

Les composantes de la densité de courant pour chaque élément "é" sont déterminées de la manière suivante :

$$J_r^* = \gamma^* \cdot E_r^* \tag{29}$$

$$J_z^* = \gamma^* \cdot E_z^*$$

3.4.6. Détermination de la variation de la densité de charge

Pour chaque élément du sol la variation de la densité de charge a été déterminée à l'aide de la forme intégrale de l'équation (6) :

$$-\frac{dQ}{dt} = \oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} \tag{30}$$

Si la charge contenue dans le volume V^* d'un élément "é" est égale à Q^* , en supposant que cette charge est répartie uniformément dans le volume, la densité de charge dans ce volume est égale à :

$$\rho^* = Q^* / V^* \tag{31}$$

et sa variation en un temps dt est égale à :

$$-\frac{d\rho}{dt} = (\oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S}) / V^* \tag{32}$$

La variation de la charge contenue dans n'importe quel élément est déterminée par les densités de courant des éléments voisins à celui-ci, avec lesquels l'élément en question possède les surfaces communes. Ces éléments voisins de l'élément "é" de la figure 9., sont désignés par les lettres a, b, c et d, et leurs surfaces communes sont S_3, S_1, S_4 et S_2 . La variation dans le temps de la charge Q^* dans le volume V^* sera alors égale à :

$$-\frac{dQ^*}{dt} = - \int_{S_1} J_{z,b} dS_1 + \int_{S_2} J_{z,d} dS_2 - \int_{S_3} J_{r,c} dS_3 + \int_{S_4} J_{r,e} dS_4$$

avec $dS_1 = dS_2 = 2 \cdot r \cdot JT \cdot dr$, $dS_3 = 2 \cdot JT \cdot r_1 \cdot dz$ et $dS_4 = 2 \cdot JT \cdot r_2 \cdot dz$.

Comme les composantes du courant sont constantes pour chaque élément, la variation de charge est égale à :

obtient le nouveau résidu R_i' :

$$R_i' = R_i - \Delta V_i$$

la nouvelle valeur du potentiel du noeud i^{***} sera :

$$V_i' = V_i - \Delta V_i$$

Les valeurs des résidus des autres équations du système qui sont liées au noeud i^{***} , sont aussi changées. Si les noeuds i et k appartiennent aux mêmes éléments, le résidu de l'équation k^{***} sera égal à :

$$R_k' = R_k - H_{ki} \Delta V_i / H_{kk}$$

Pendant la résolution du système d'équation la valeur maximale des résidus est observée. Dès qu'elle atteint la valeur désirée le calcul s'arrête et les valeurs obtenues des éléments du vecteur V donnent les potentiels aux noeuds.

3.4.4. Détermination du champ électrique dans le sol et en son voisinage.

En utilisant la forme approximative de l'équation (3) nous pouvons déterminer les composantes r (tangentielle) et z (normale) du champ électrique dans le système de coordonnées cylindriques, pour chaque noeud du domaine. Avec les désignations de la figure 6. et étant donné que les dimensions des éléments du maillage dans le domaine concerné sont relativement petites, ces deux composantes du champ électrique au noeud i^{***} sont égales à :

$$\begin{aligned} E_{r_i} &= -(V_k - V_i) / (r_k - r_i) \\ E_{z_i} &= -(V_j - V_i) / (z_j - z_i) \end{aligned} \quad (28)$$

Ainsi en connaissant les potentiels des noeuds nous pouvons déterminer pour chaque noeud les composantes du champ électrique.

3.4.5. Détermination de la densité de courant au sol.

La densité de courant a été déterminée en appliquant l'équation (2) pour chaque élément du domaine appartenant au sol. A l'intérieur d'un élément "é" la conductivité du sol a été imposée constante :

$$\gamma^* = \text{cst.} \quad \text{pour chaque "é" sol.}$$

Les composantes du champ aux noeuds peuvent être considérées constantes dans chaque élément. Ceci est dû à la manière de la détermination de ces composantes. Leurs valeurs, avec les désignations des figures 5. et 6., sont identiques à celles du noeud inférieur gauche pour chaque élément :

Chaque élément du vecteur $\{F\}$ correspond à un noeud. Sa valeur se compose de la somme des valeurs des éléments conformes des vecteurs élémentaires $\{f\}$ de l'équation (19). Les valeurs des éléments du vecteur $\{f\}$ sont déterminées à l'aide de l'équation (21). Pour le domaine ayant NT noeuds le vecteur $\{F\}$ possède NT éléments.

3.4.2.3. Introduction des conditions aux limites.

Avec les notations de la figure 7., les valeurs du potentiel des 16 premiers et derniers noeuds du domaine sont données par les conditions aux limites. Ainsi le nombre des éléments utiles de la matrice $[H]$ diminue, et sa dimension devient égale à $(NT-32)*NT$ au lieu de $NT*NT$. La structure du système d'équations obtenues avec l'introduction des conditions aux limites est présentée à la figure 8.a. En décomposant la matrice $[H]$ en trois sous-matrices, nous obtiendrons la structure de la figure 8.b.

En résolvant l'équation matricielle correspondant à cette dernière figure, nous obtenons le système d'équations algébriques linéaires à résoudre. Un rang de ce système d'équations (25), qui est donné à la figure 8.c., peut être écrit sous la forme suivante :

$$\sum_{j=1}^{NH} H_{j,i} * V_j + F_i = 0 \quad \text{pour le rang } i = 1, \dots, NH \quad (26)$$

3.4.3. Résolution du système d'équations algébriques linéaires obtenu par l'application de la MEF.

Pour résoudre le système d'équations (26), nous avons utilisé une méthode itérative appelée méthode de relaxation /36/.

Cette méthode consiste à résoudre le système d'équations rang par rang, successivement, en utilisant les valeurs initiales des inconnues et les valeurs reçues des équations précédentes. On cherche à minimiser le résidu de chaque équation du système. Pour cela nous avons transformé l'expression (26) comme suit:

$$R_i = V_i + (F_i + \sum_{j=1}^{i-1} H_{j,i} * V_j + \sum_{j=i+1}^{NH} H_{j,i} * V_j) / H_{i,i} \quad \text{pour } i=1, \dots, NH \quad (27)$$

- où - R_i est le résidu de l'équation $i^{\text{ème}}$,
 - V_j^0 correspond aux valeurs nouvellement calculées,
 - V_j correspond aux valeurs initiales des inconnues.

En résolvant ce système d'équations, nous avons modifié de ΔV la valeur de l'inconnue, dont le résidu a été le plus grand. Si c'était R_i qui avait la valeur maximale, en diminuant sa valeur de ΔV_i on...

	16	NH	16	$V_a=0$
NH	H_a	H_b	H_c	$\{V_b\} + \{F\} = \{0\}$

où - NH=NT-32

16 $V_c=1$

a. $[H_a, H_b, H_c] * \begin{Bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{Bmatrix} + \{F\} = \{0\}$

H_a	$\{V_a\}$	H_b	$\{V_b\}$	H_c	$\{V_c\}$	$\{F\} = \{0\}$
-------	-----------	-------	-----------	-------	-----------	-----------------

$V_b=V$

b. $[H_a] * \{0\} + [H_b] * \{V\} + [H_c] * \{1\} + \{F\} = \{0\}$

H^*	$\{V\}$	$\{F^*\}$	$= \{0\}$
-------	---------	-----------	-----------

où - $[H^*] = [H_b]$ et $\{F^*\} = \{F\} + [H_c] * \{1\}$

c. $[H^*] * \{V\} + \{F^*\} = \{0\}$ (25)

figure 8. Système d'équations algébriques linéaires à résoudre après l'introduction des conditions aux limites (25).

Nous obtenons la densité de charge initiale au sol en divisant la charge totale Q_{sol} contenue dans le sol par le volume V_{sol} du domaine :

$$\rho = Q_{sol} / V_{sol}$$

ce qui veut dire que la répartition initiale des charges dans le sol est supposée uniforme.

La quantité de cette charge est identique, et de polarité opposée à celle du nuage du domaine Q_{nuage} :

$$Q_{sol} = -Q_{nuage}$$

3.4.2. Application de la MEF pour résoudre l'équation de Poisson

3.4.2.1. Maillage du domaine.

Pour obtenir le système d'équations algébriques à résoudre il faut d'abord discrétiser le domaine en question. Cette discrétisation (le maillage), se déroule d'une façon assez arbitraire. Nous avons choisi toutefois des éléments de forme rectangulaire pour nous permettre de faciliter les calculs nécessaires à la résolution du problème.

Les dimensions des éléments du domaine varient. Ceci est dû au fait que le domaine a été choisi de telle manière que les conditions aux limites, celle de Dirichlet et de Neumann à ses frontières soient remplies. La partie qui nous intéresse est petite par rapport au domaine complet. Ainsi la densité des éléments est plus grande entre l'interface et la prédécharge qu'ailleurs, et par conséquent leurs dimensions sont plus petites. Le maillage ainsi choisi est présenté à la figure 7.

3.4.2.2. Détermination des éléments du système d'équations à résoudre.

Pour obtenir les éléments de la matrice $[H]$ et du vecteur $\{F\}$ de l'expression (22), nous avons appliqué la fonction élémentaire (24) aux éléments du domaine.

Chaque élément de la matrice $[H]$ correspond à deux noeuds du domaine. Il n'est différent de zéro que si les deux noeuds en question appartiennent au même élément du domaine. Un élément de la matrice $[H]$ est égale à la somme des éléments conformes des matrices élémentaires $[h]$ de l'équation (19) correspondant à ces deux noeuds. Les éléments de la matrice $[h]$ sont déterminées à l'aide de l'équation (20). Dans le cas du domaine composé de NT noeuds, la dimension de la matrice $[H]$ est égale à $NT \times NT$. Un noeud quelconque ne peut appartenir qu'à quatre éléments au maximum. Il ne peut être lié qu'à huit autres noeuds au maximum. Ainsi dans un rang de la matrice $[H]$ il ne peut y avoir que neuf éléments de valeur différente de zéro. La matrice $[H]$ est une matrice symétrique et comporte peu d'éléments différents de zéro.

En recapitulant, l'application de la MEF se déroule par l'exécution successive des étapes suivantes :

1. Remplacer l'équation différentielle (8) par le problème variationnel équivalent (équations (9),(10)).
2. Discrétiser le domaine en question en éléments finis - (maillage).
3. Exprimer la fonction cherchée v par une fonction élémentaire (équations (11),(24)).
4. Déterminer les éléments de la matrice $[H]$ et le vecteur $\{F\}$ (équations (20),(21)).
5. Introduire les conditions aux limites pour v et les conditions initiales pour q .
6. Résoudre le système d'équations algébriques (équation (22)).

Comme l'indique le schéma-bloc de la figure 3., après chaque modification de la densité de charge au sol, l'équation de Poisson doit être résolue de nouveau pour obtenir le potentiel conforme à cette nouvelle répartition de charge.

3.4. Résolution numérique.

Pour résoudre le problème mathématique décrivant les phénomènes physiques, nous allons suivre, dans les paragraphes suivants, le chemin indiqué par le schéma-bloc de la figure 3.

3.4.1. Conditions initiales de la densité de charge au sol, conditions aux limites du domaine en question.

Les conditions au limites du domaine ont été données dans le paragraphe 3.2. Le potentiel du nuage est déterminé à partir de charge du nuage Q_{nuage} et la capacité du système nuage - terre $C_{\text{système}}$, qui est un système plan - plan. La capacité d'un tel système est égale à:

$$C_{\text{système}} = \epsilon * R^2 * JT / d$$

où R et d sont respectivement le rayon et la hauteur du domaine cylindrique. Comme leur rapport R/d a été choisi égal à 2 et la permittivité relative du système égale à 1, la valeur de cette capacité est de :

$$C_{\text{système}} = 0,1113 * d \quad (\text{nF})$$

où d donnée en m.

Ainsi le potentiel du nuage est égal à:

$$V_{\text{nuage}} = Q_{\text{nuage}} / C_{\text{système}}$$

Ce potentiel est aussi celui de la prédécharge.

et un élément du vecteur $\{f\}^e$, qui exprime pour l'élément la liaison du noeud en question avec la densité de charge de l'élément :

$$f_i^e = - \int\int\int_e q \cdot r \cdot N_i \cdot dr \cdot dz \quad (21)$$

Après l'assemblage de tous les éléments, la minimisation de la fonctionnelle w serait obtenue en résolvant le système des équations donné sous la forme matricielle suivante :

$$[H] \cdot \{V\} + \{F\} = \{0\} \quad (22)$$

ce qui donne pour le i^{eme} noeud du maillage :

$$\sum_{e \in L} \frac{\partial w^e}{\partial v_i} = 0 \quad (23)$$

où L est l'ensemble des éléments ayant comme sommet le i^{eme} noeud.

L'équation (23) nous donne le i^{eme} rang du système d'équations (22).

La forme simple des éléments du domaine D est rectangulaire. Cette forme a été choisie, avec la position des éléments dans le système de coordonnées cylindriques, dans le but d'avoir un calcul simple des composantes de la densité de courant au sol. Ces composantes J_r et J_z pour chaque élément sont perpendiculaires aux surfaces limites correspondantes comme indiqué sur la figure 6.

La fonction élémentaire du potentiel pour chaque élément a été choisie de la famille d'équations de Lagrange. Cette fonction, en utilisant les notations de la figure 6., a la forme suivante :

$$N_{ij} = L_j(z) \cdot L_i(r) \quad (24)$$

où

$$L_i(r) = \frac{\prod (r - r_n)}{\prod (r_i - r_n)} \quad \text{avec } n=1,2 \text{ et } n \neq i$$

et

$$L_j(z) = \frac{\prod (z - z_m)}{\prod (z_j - z_m)} \quad \text{avec } m=1,2 \text{ et } m \neq j$$

La résolution du système d'équation linéaire (22) est faite après injection des conditions aux limites.

$$\frac{\partial w^*}{\partial v_i} = \iint_e \left[\xi^{*r} * \left(\frac{\partial v}{\partial r} * \frac{\partial}{\partial v_i} \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\partial v}{\partial z} * \frac{\partial}{\partial v_i} \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right) \right) - \eta^{*r} * \frac{\partial v}{\partial v_i} \right] dr * dz \quad (13)$$

Comme les paramètres nodaux v_1, \dots, v_4 sont constants aux noeuds $i, \dots, 4$, les membres de l'équation (13), en utilisant l'expression (9), ont les formes suivantes :

$$\frac{\partial v}{\partial r} = \left[\frac{\partial N_1}{\partial r}, \frac{\partial N_2}{\partial r}, \frac{\partial N_3}{\partial r}, \frac{\partial N_4}{\partial r} \right] * \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{Bmatrix} \quad (14)$$

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \left[\frac{\partial N_1}{\partial z}, \frac{\partial N_2}{\partial z}, \frac{\partial N_3}{\partial z}, \frac{\partial N_4}{\partial z} \right] * \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{Bmatrix} \quad (15)$$

$$\frac{\partial}{\partial v_i} \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right) = \frac{\partial N_i}{\partial r} \quad (16)$$

$$\frac{\partial}{\partial v_i} \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right) = \frac{\partial N_i}{\partial z} \quad (17)$$

$$\frac{\partial v}{\partial v_i} = N_i \quad (18)$$

pour l'élément "é" on obtient :

$$\frac{\partial w^*}{\partial \{v\}^*} = [h]^* * \{v\}^* + \{f\}^* \quad (19)$$

où un élément de la matrice $[h]^*$, qui exprime la liaison entre deux sommets de l'élément, est égal à :

$$h^*_{i,j} = \iint_e \xi^{*r} * \left(\frac{\partial N_i}{\partial r} * \frac{\partial N_j}{\partial r} + \frac{\partial N_i}{\partial z} * \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) dr * dz \quad (20)$$

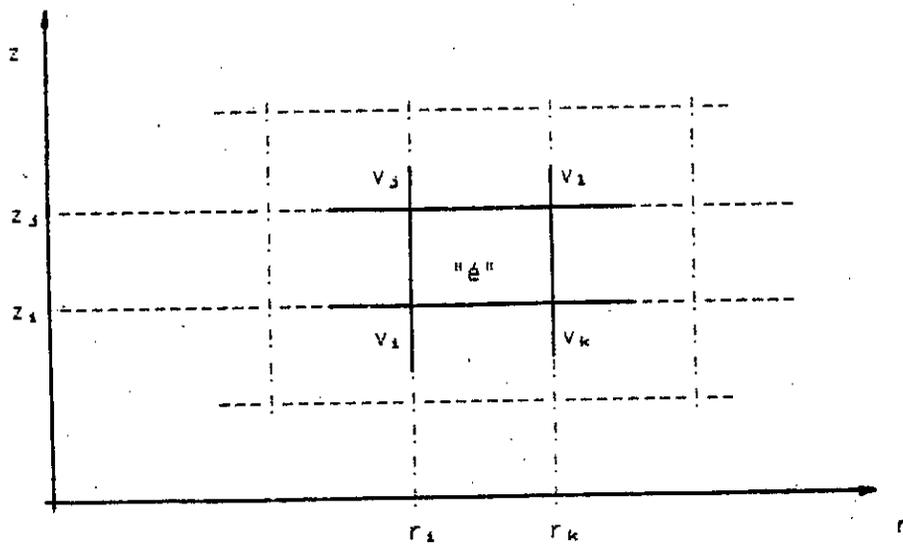


figure 5. Notations de l'élément "é" du domaine dans le système de coordonnées cylindriques.
 Les positions des noeuds sont déterminées par leurs coordonnées r et z : $v_i(r_i, z_i)$

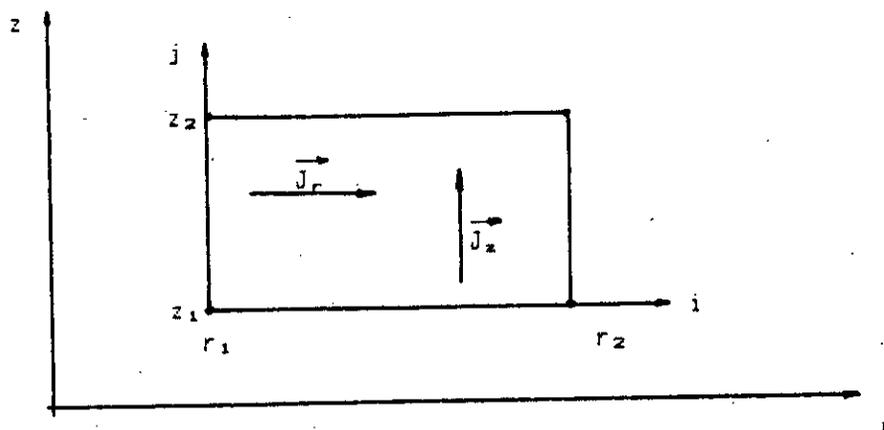


figure 6. Notations concernant un élément.
 Les noeuds sont déterminés par les indices i et j qui varient de 1 à 2.
 \vec{J}_r et \vec{J}_z sont les composantes de la densité de courant dans l'élément en question.

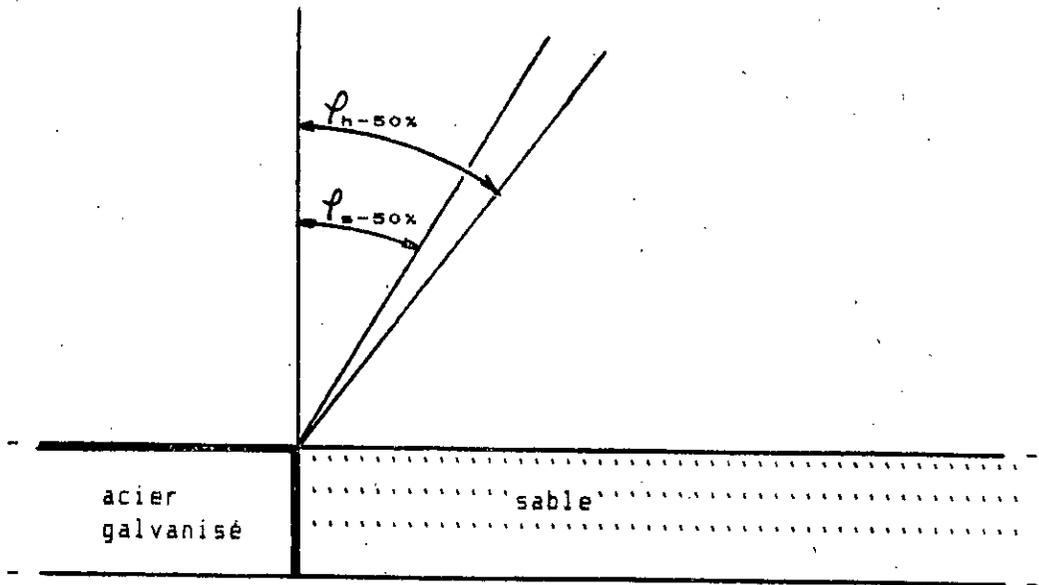


figure 18. Surfaces limites de zone d'attraction de l'interface du sol hétérogène. $\varphi_{s-50\%}$ correspond à une probabilité de décharge à l'interface plus grande ou égale à 50%.

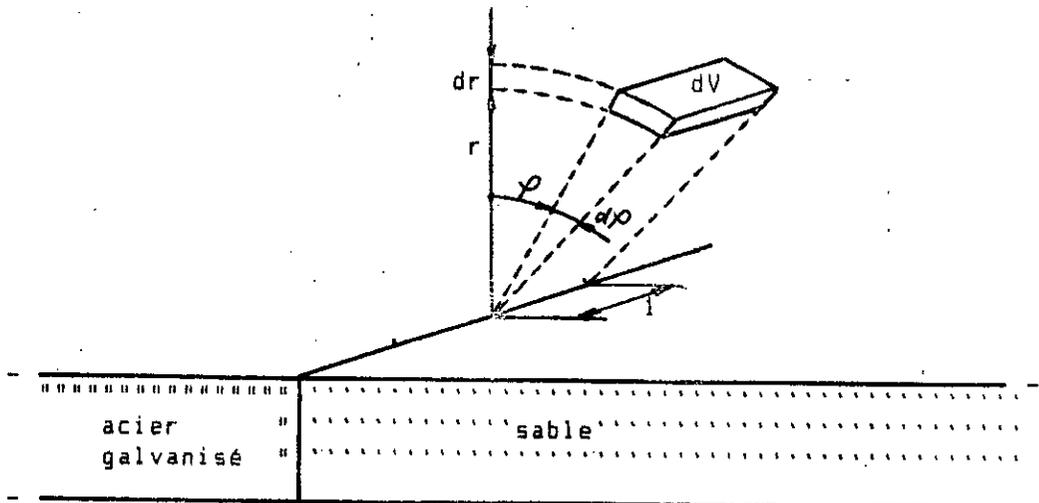


figure 19. Element volumique dV pour déterminer la distribution de décharge à l'interface du sol hétérogène.

$I_m = 30 \text{ kA}$

$r_m = 25 \text{ m}$

$k = 1,658$ et $p = 1,85$

La fonction de distribution des distances d'amorçage est donnée par la dérivée de l'expression (33) :

$$\frac{dw_d}{dr} = \frac{k \cdot p}{\sqrt{2 \cdot J \cdot T}} \cdot \frac{1}{r} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot k^2 \cdot p^2 \cdot \left(\ln\left(\frac{r}{r_m}\right)\right)^2\right) \quad (35)$$

4.3.2. L'espace d'attraction.

L'impact d'une décharge de foudre dont le point critique se trouve dans la zone d'attraction d'un objet donné, pourrait être l'objet en question. Cet espace pour les interfaces étudiées à l'aide du modèle expérimental est limitée par deux plans pour les points critiques qui se trouvent au dessus du sable.

Le premier plan est celui où se trouve l'interface et le deuxième plan auquel appartient la pointe de la tige et la ligne de l'interface en contact avec l'air.

Le rapport x/h est la tangente de l'angle déterminé par ces deux plans. Etant donné qu'en fonction de x/h la probabilité des décharges à l'interface suit la loi normale, elle la suivrait aussi en fonction de l'angle φ égale à $\arctg(x/h)$. Ainsi l'espace d'attraction est limité par plusieurs surfaces ayant des probabilités différentes.

Nous avons représenté sur la figure 18. les espaces d'attraction de l'interface du sable sec et du sable humide correspondants aux plans de probabilité 50%. Les angles $\varphi_{50\%}$ de ces plans sont égaux à :

$\varphi_{50\%} = 0,323$ radians pour le sable humide et

$\varphi_{50\%} = 0,427$ radians pour le sable sec.

4.3.3. Fréquence de décharge à l'interface.

En prenant l'élément volumique désigné par dV de la figure 19., la probabilité P_{critique} que le point critique se trouve dans cet élément dépend des facteurs suivants :

- du volume dV ,
- de la valeur de la densité de foudre/an : B qui caractérise le foudroiement de l'endroit en question et
- de la distribution dw_d/dr de distances d'amorçage.

La probabilité P_{critique} peut être obtenue par la multiplication de ces trois facteurs.

$$P_{\text{critique}} = dV \cdot B \cdot (dw_d/dr)$$

$$(x/h)_{\text{sox, humide}} = 0,335 \quad \text{et} \quad \bar{b}_{\text{humide}} = 0,18$$

$$(x/h)_{\text{sox, sec}} = 0,455 \quad \text{et} \quad \bar{b}_{\text{sec}} = 0,265$$

Ces résultats nous suggèrent que l'influence de l'interface sur l'attraction des décharges de foudre augmente avec l'augmentation du degré d'hétérogénéité du sol. Cette attraction des décharges dépend aussi de la probabilité avec laquelle le point critique de la décharge de foudre se trouverait dans l'espace d'attraction de l'interface.

4.3. Application des résultats expérimentaux.

Comme application, nous examinerons le foudroiement des interfaces étudiées se trouvant dans un lieu donné. Pour cela nous déterminerons d'abord la répartition de distances d'amorçage aux régions en question puis l'espace d'attraction des interfaces /30,42/.

4.3.1. Distance d'amorçage.

Comme nous avons vu dans le premier chapitre, la distance d'amorçage, dans le cas du sol plat, dépend de la charge contenue dans le traceur et ainsi du courant de cette décharge. La fréquence de la valeur de crête de ce courant suit une distribution log-normale. La fonction de répartition w_d est donnée par l'équation mathématique suivante :

$$w_d = F_d(k \ln(I/I_m)) \quad (33)$$

- où - F_d est l'intégrale d'erreur de Gauss,
- k est une constante caractérisant l'écart type de la distribution,
- I est la valeur de crête du courant de la décharge de foudre,
- I_m est sa valeur moyenne.

La liaison entre la distance d'amorçage et la valeur de crête du courant de foudre est donnée par l'expression suivante :

$$(I/I_m) = (r/r_m)^p \quad (34)$$

- où - r est la distance d'amorçage pour le courant de crête I ,
- r_m est la distance d'amorçage moyenne pour le courant de crête I_m dont la probabilité est de 50%,
- p est un coefficient empirique.

Dans le cas de la prédécharge négative descendante on a /1,30/:

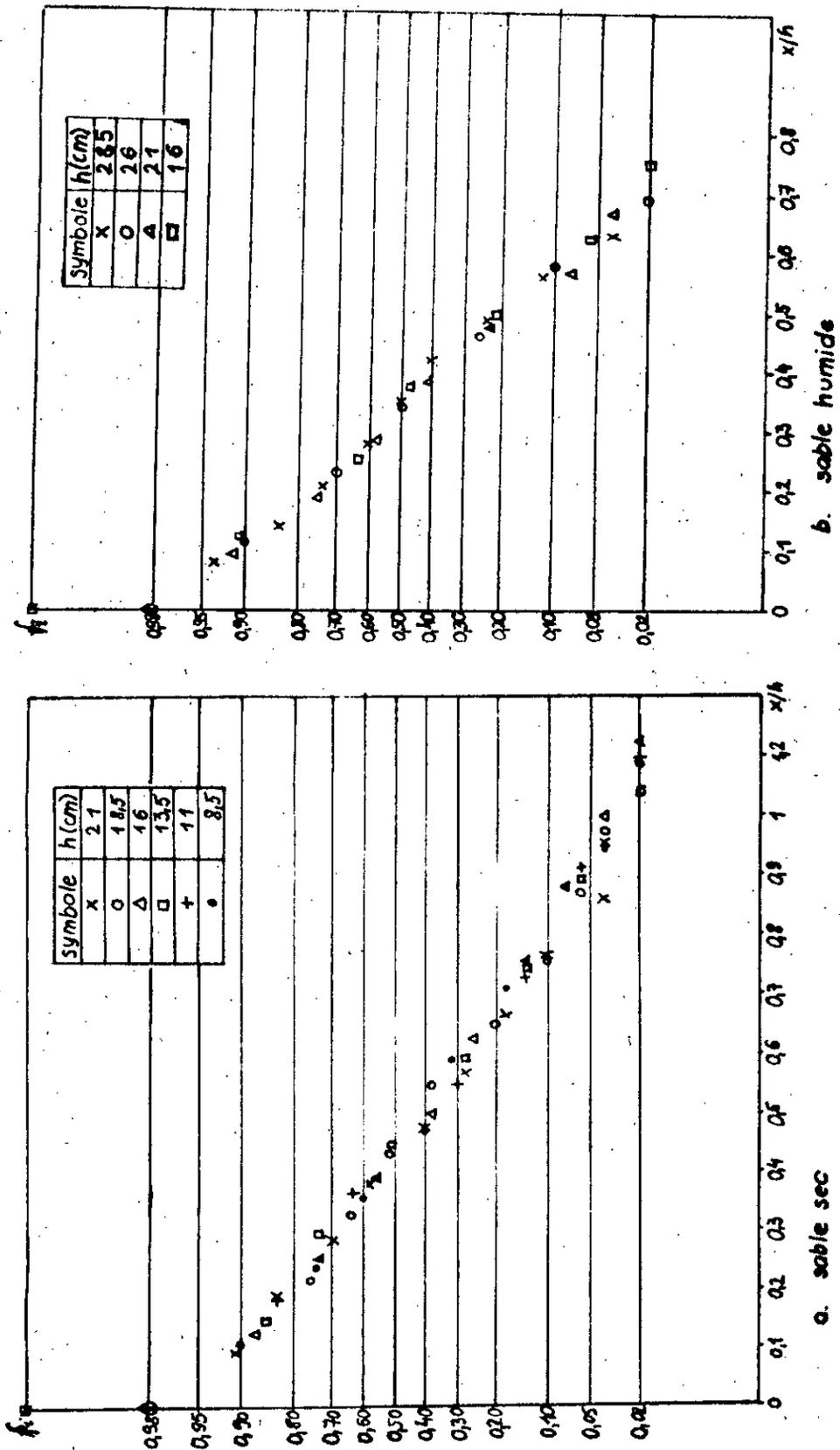
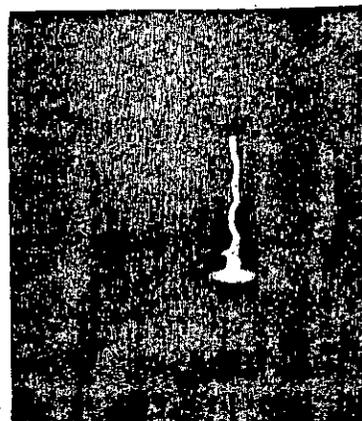
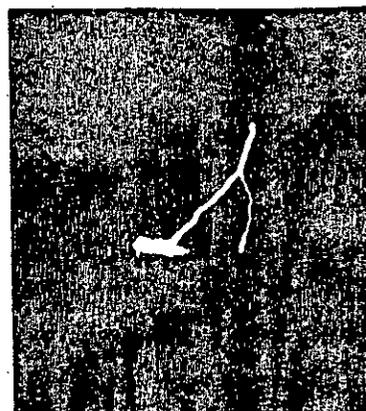


figure 17. Répartition des décharges de foudre négative à l'interface du sol hétérogène.



a. décharge directe à l'interface ou au sable.



b. décharge au sable puis glissante vers l'interface

c. décharge au sable et à l'interface à la fois

figure 16. Types des décharges de foudre négative dans un intervalle d'air tige-plan hétérogène.

était de l'ordre de $\pm 8\%$ pour le sable sec et $\pm 1\%$ pour le sable humide.

A partir de cette conductance nous avons déterminé une conductivité égale à :

$$\sigma = 6 * e * 4 / (JT * d^2)$$

où e: épaisseur de la couche de sable,
d: diamètre de l'électrode de mesure.

4.2.2.2. Forme de décharge sur un sol hétérogène.

Pendant nos essais nous avons observé trois types de décharges disruptives:

1. décharge directe au sable ou à l'interface,
2. décharge directe au sable puis glissante vers l'interface,
3. décharge à l'interface et au sable à la fois.

Les photographies de ces types de décharges sont présentées sur la figure 16.

Nous avons pu aussi observer que le nombre de décharges qui vont vers l'interface diminue lorsque la distance x augmente. Cette diminution est obtenue pour des valeurs de x plus faibles dans le cas du sable humide.

En comparant ces observations à celles obtenues dans le cas du sol homogène, nous avons pu déduire que la présence de l'interface des composantes de conductivités différentes a modifié considérablement la répartition des impacts sur la surface du sol.

4.2.2.3. Répartition des décharges.

Pour chaque configuration du système nous avons déterminé la fréquence f_i d'impact à l'interface. Ce calcul a été effectué à l'aide de l'expression suivante :

$$f_i = n/50$$

où n est le nombre de décharges ayant atteint l'interface.

Les résultats des essais se trouvent dans les tableaux de mesures de l'annexe B2. Dans ces tableaux nous avons aussi mentionné la conductance mesurée du sable et la valeur de crête de la tension de choc appliquée.

En portant les fréquences f_i en fonction de x/h sur une échelle Gausso-arithmétique, pour le sable sec et le sable humide, nous avons obtenu des droites (figure 17.). Ces résultats nous suggèrent que la distribution des impacts à l'interface en fonction de x/h suit la loi normale. La pente de la droite de regression est plus grande pour le sable humide que pour le sable sec.

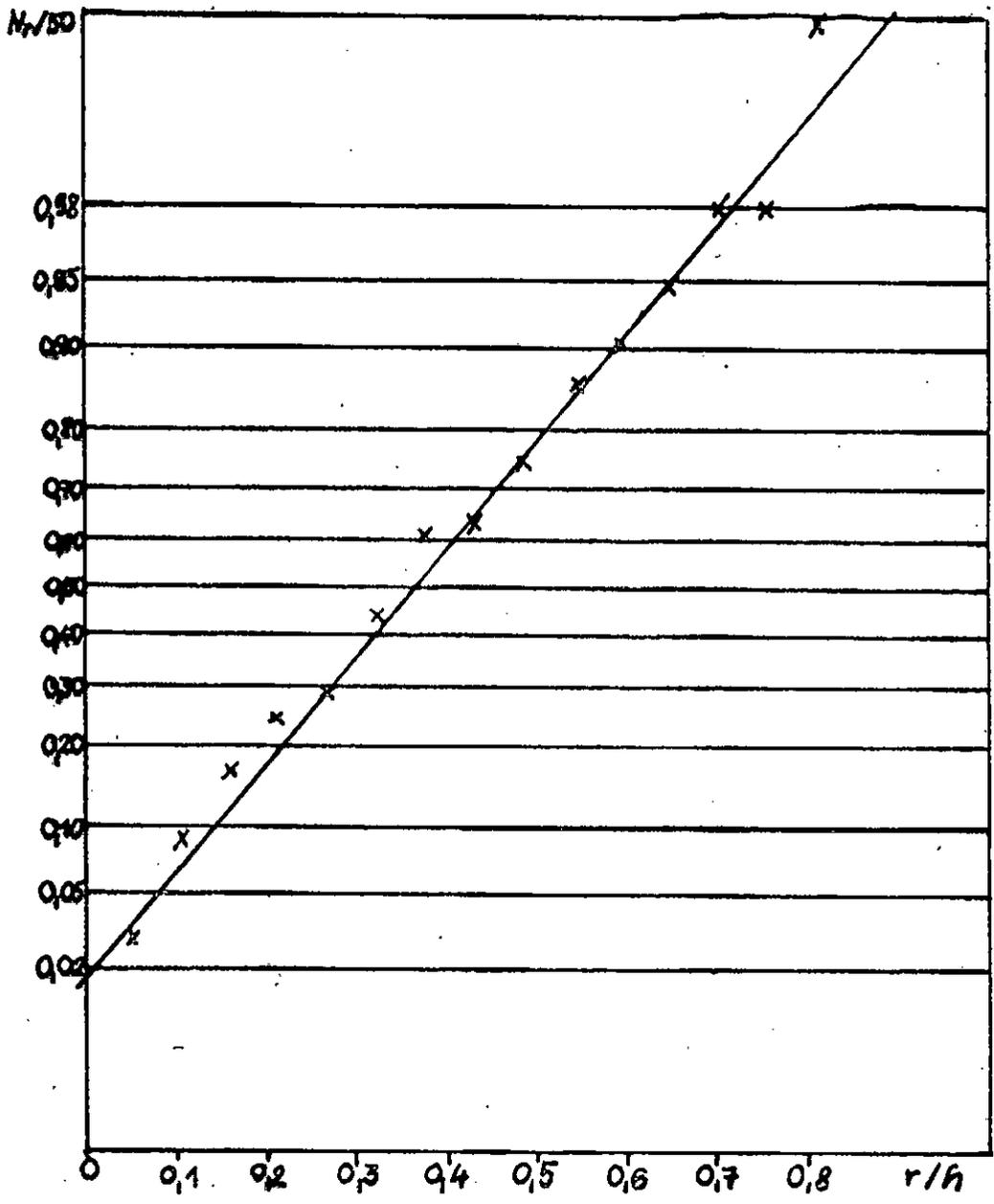


figure 15. Répartition des décharges de foudre négative sur la surface d'un sol homogène.

la tension maximale de sortie du générateur de choc du laboratoire et par la résistivité du sable.

Pour déterminer l'impact probable de la décharge de foudre au sol hétérogène, nous avons appliqué 50 impulsions successives entraînant la décharge disruptive pour chaque position donnée de la tige. Nous avons noté le lieu d'impact de ces décharges, qui nous a permis de déterminer leur distribution sur un tel sol.

Cette distribution a été comparée à celle des décharges de foudre de même type sur un sol homogène. Ainsi nous présenterons d'abord la répartition des décharges sur un sol homogène avant d'aborder le cas du sol hétérogène.

4.2.1. Répartition des décharges sur un sol homogène.

Pour connaître cette répartition nous avons introduit une feuille du papier calque dans le sable à une profondeur de 2 cm, et nous avons appliqué 50 impulsions successives au modèle dont la configuration est présentée à la figure 13.

Nous avons obtenu comme résultat 65 points de perforation de la feuille de papier. Si N_r représente le nombre des perforations contenues dans un cercle centré sur l'axe de la tige ayant un rayon r , la fréquence des décharges sera égale à $N_r/65$ (Annexe B1.). En représentant cette fréquence en fonction du rapport r/h sur une échelle Gausso-arithmétique (figure 15.) nous obtenons une droite de régression correspondant à une valeur moyenne $(r/h)_{\text{moy}}$ égale à 0,34 et un écart type de 0,173. La régression linéaire nous permet de conclure que la distribution des décharges négatives de foudre suit une loi normale autour de l'axe de la tige.

4.2.2. Répartition des décharges sur un sol hétérogène.

4.2.2.1. Modèle d'essais.

Comme il a été mentionné plus haut, nous avons étudié deux types de sols hétérogènes, de degré d'hétérogénéité différent. Etant donné que l'acier galvanisé, une des deux composantes du sol, a été constamment utilisé, le degré d'hétérogénéité du sol a été déterminé par la conductance du sable. Cette dernière a été mesurée à l'aide du circuit présenté à la figure 14. pour différentes positions de l'électrode recouvrant toute la surface du sable. Cette mesure a été faite avant chaque série d'essais correspondant à 50 chocs de foudre négative appliqués au système d'électrodes. La valeur G de cette conductance a été calculée à l'aide de la loi d'Ohm:

$$G=I/U$$

Etant donné que nos essais ont été effectués durant une longue période, la conductance du sable à l'état sec ou humide variait aussi en fonction des conditions atmosphériques du laboratoire. Cette variation

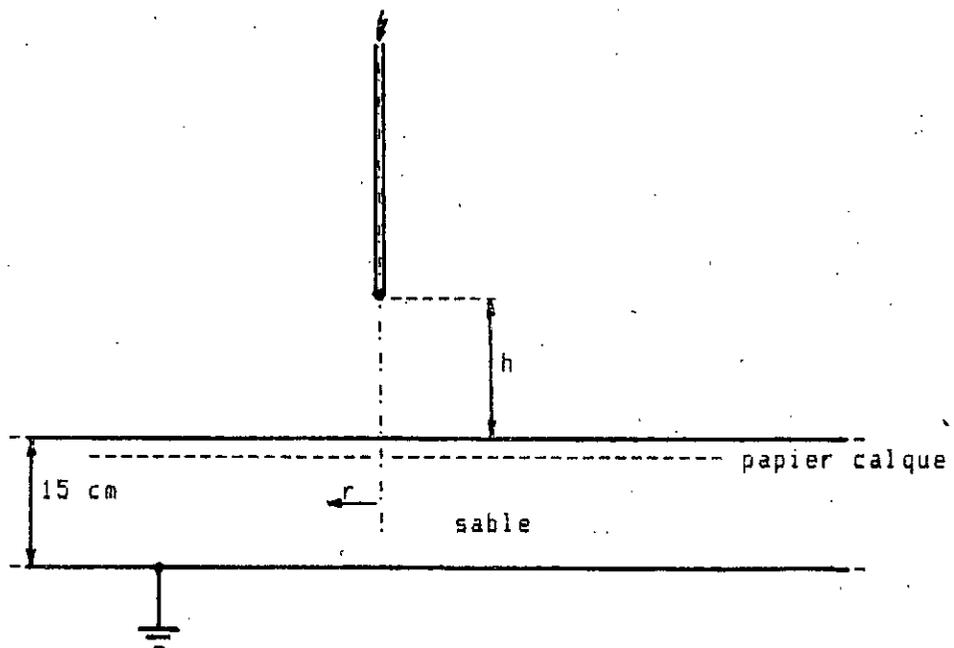


figure 13. Configuration de l'intervalle d'air tige-plan homogène du modèle expérimental.

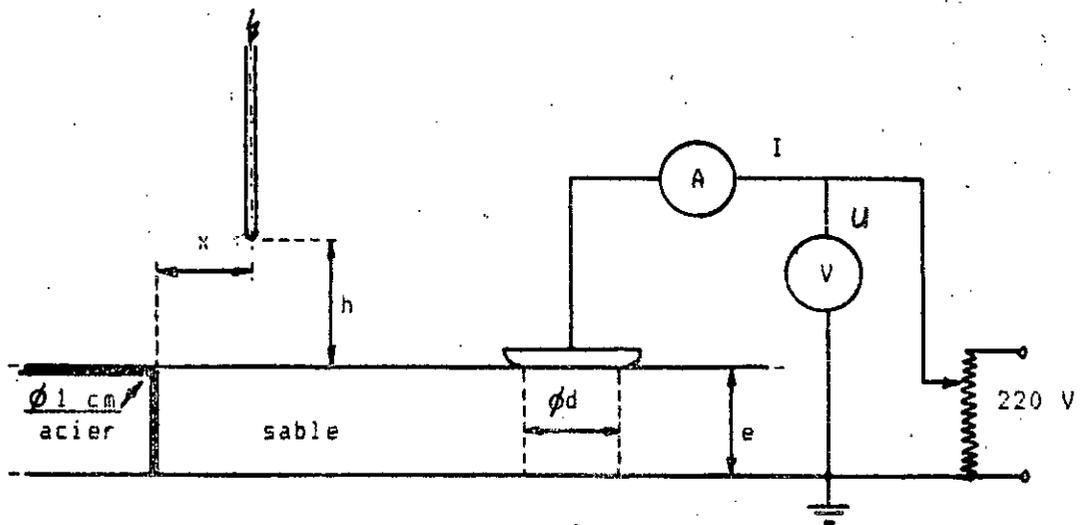


figure 14. Configuration de l'intervalle d'air tige-plan hétérogène du modèle expérimental.

Ce modèle a été choisi dans le but d'étudier l'influence du sol hétérogène sur l'impact par la décharge de foudre. Cette décharge est simulée dans les laboratoires par les impulsions de forme 1,2/50 μ s /41/. L'influence de l'hétérogénéité apparaît le plus clairement dans le cas du sol plat, où l'impact n'est pas influencé par les aspérités.

L'étude de cette influence à l'aide du modèle expérimental se traduit par la détermination de l'impact probable de la décharge de foudre sur un sol hétérogène.

Nous avons vu dans le chapitre I., qu'avant d'atteindre le point critique, la prédécharge de foudre (traceur) évolue indépendamment de la structure du sol. Ceci permet de la simuler par une tige verticale dont la pointe correspondrait au point critique.

La hauteur de ce point dépend, pour le sol plat, de la charge contenue dans le traceur. C'est à partir de ce point que le saut final s'effectue. Ceci nous a obligé à appliquer des impulsions ayant une valeur de crête suffisamment grande (U_{100x}) pour engendrer une décharge disruptive au sol.

4.1. Présentation du modèle.

Le modèle expérimental, représentant le phénomène du saut final de la décharge de foudre au sol hétérogène, est composé d'une caisse en bois dont les dimensions sont de 1 m * 1,5 m * 0,15 m, et d'une tige métallique de diamètre de 6 mm, dont l'extrémité a été une hémisphère de même diamètre.

Cette caisse a été remplie de deux matériaux différents ayant une interface bien déterminée, qui ont permis de simuler le sol hétérogène plat, comme indiqué sur la figure 14. Les deux matériaux étaient l'acier galvanisé et le sable sec ou humide. L'hétérogénéité du sol sera caractérisée par le rapport des conductivités des deux milieux. Ce rapport définit le degré d'hétérogénéité du sol. Au dessous de ce sol hétérogène il y avait une plaque métallique mise à la terre.

La position de la tige est définie par la hauteur h et la distance x (figure 14.). La valeur de crête de l'impulsion appliquée dépendait de cette position.

4.2. Essais.

Les essais ont été effectués dans le laboratoire de H.T. de l'E.N.P. d'Alger. Nous avons utilisé un générateur de choc de tension nominale égale à 600 kV et ayant une énergie de 4 kJ.

Afin de simuler la décharge de foudre descendante négative, nous avons appliqué des impulsions de polarité négative. Comme l'épaisseur du sable a été fixée (15 cm), la hauteur de la tige a été limitée par

Chapitre 4.

Modèle expérimental

variation de la plus faible des constantes de temps (TC_2) qui donne une plus grande modification de l'intensité du champ - la courbe 3. passe bien au dessous des courbes 1. et 2. (figure 11.)

En examinant l'intensité du champ à l'interface en fonction du temps, pour les trois cas étudiés (tableau II.), nous avons pu remarquer, qu'elle varie selon une fonction exponentielle ayant des discontinuités à l'instant de chaque saut de la prédécharge. Nous avons présenté ces variations à la figure 12., où les instants des sauts sont indiqués par les flèches.

Ces résultats (figures 11. et 12.) nous font constater que l'intensité du champ électrique à l'interface, pour les cas examinés, est influencée avant tout par l'ensemble des conductivités des composantes du sol hétérogène.

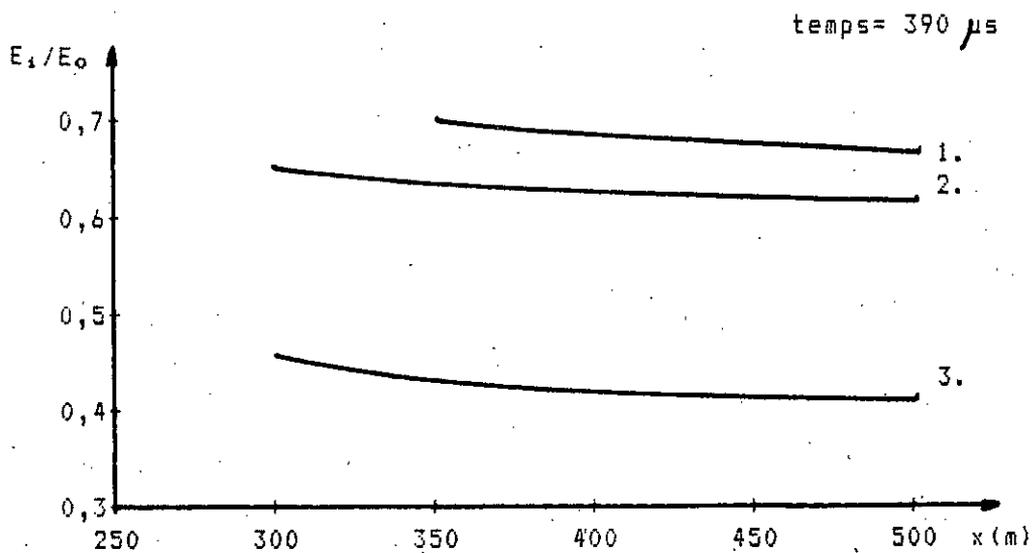


figure 11. Intensité du champ électrique à l'interface en fonction de la position x de l'interface, en un temps égal à 390 μ s après le commencement du phénomène. $E_0=5$ kV/cm. Nous avons utilisé les désignations du tableau I.

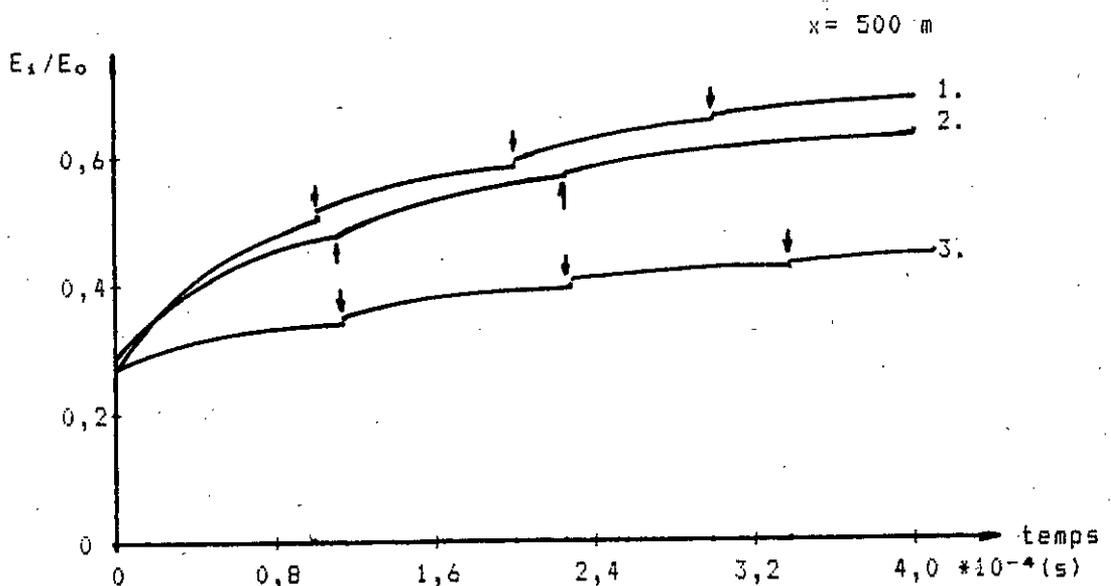


figure 12. Variation de l'intensité du champ électrique à l'interface dans le temps pour $x = 500$ m. $E_0 = 5$ kV/cm. Les flèches indiquent les instants des sauts.

Sur chaque figure nous avons pu remarquer, que la valeur relative de l'intensité du champ électrique n'avait pas atteint la valeur d'unité. Ceci signifie que le champ à la surface n'a pas été suffisamment intense pour qu'une décharge de connexion ascendante apparaisse.

Ceci peut être dû aux faits suivants:

- le calcul a été arrêté à la hauteur de 150 m de la prédécharge,
- la permittivité relative des matériaux du sol a été choisie égale à la valeur de l'unité.

Ce choix a pour conséquences d'une part, la diminution de l'intensité du champ électrique dans l'air et son augmentation dans le sol par rapport à n'importe quel autre choix, et d'autre part une augmentation de la vitesse des porteurs de charges dans le sol.

Sur chaque figure de l'annexe A nous pouvons suivre la variation de l'intensité du champ électrique à la surface avec l'évolution de la prédécharge descendante. Nous avons pu remarquer que :

- l'intensité du champ électrique à la surface augmente pendant le temps d'attente entre deux sauts successifs. Cette augmentation dépend de la valeur de la conductivité des composantes du sol.
- au niveau de l'interface, le champ électrique possède une forte composante tangentielle.
- pour n'importe quel ensemble examiné, le champ électrique est plus intense au niveau de l'interface qu'au dessous de la pointe du traceur, et ce pour les hauteurs h étudiées supérieures à 150 m.

Nous représentons sur la figure 11. l'intensité du champ électrique à l'interface en fonction de x , pour le temps de $3,9 \cdot 10^{-4}$ s après le commencement du phénomène, pour les cas étudiés. A partir de cette figure, nous pouvons constater une légère augmentation de l'intensité du champ électrique à l'interface lorsque x diminue. Ceci est valable dans les trois cas examinés.

Tableau III. Comparaison les constantes de temps des composantes du sol à la durée du phénomène étudié $T_{durée}$

N° de cas	$TC_1 (\mu s)$	$T_{durée} (\mu s)$	$TC_2 (\mu s)$
1.	$8,85 \cdot 10^{+3}$	>	8,85
2.	$8,85 \cdot 10^{+4}$	>> 390	8,85
3.	$8,85 \cdot 10^{+4}$	>>	88,5

En comparant les valeurs de constantes de temps à la durée du phénomène étudié (tableau III.) et en tenant compte du fait que la mobilité des charges dans les matériaux est liée aux constantes de temps, nous pouvons faire les constatations suivantes:

- C'est le cas N°1 pour lequel la mobilité des charges dans le sol est la plus élevée. Ceci entraîne un champ plus intense à l'interface - la courbe 1. passe au dessus des courbes 2. et 3. (figure 11.)

- Les constantes de temps des deux composantes du sol hétérogène déterminent la variation de l'intensité du champ à l'interface. C'est la

$$V_{\text{charge}} = 90 \text{ MV}$$

Pendant les temps d'attente, les charges au sol se déplacent sous l'effet du champ électrique. La variation de la densité de charge due à ce déplacement est calculée par le programme numérique après chaque temps ΔT .

3.5.2. Résultats obtenus.

Les résultats obtenus nous ont permis d'avoir la variation de l'intensité du champ à la surface du sol durant l'évolution de la prédécharge.

D'après la méthode de calcul utilisée, l'intensité du champ électrique et sa variation sont donnés par les vecteurs du champ aux points discrets de la surface du sol. Ils ont été exprimés en valeur relative par rapport à la valeur critique E_0 correspondant à l'apparition des décharges de connexion ascendantes. Pour la prédécharge descendante négative E_0 est de l'ordre de 5 kV/cm [29].

Les structures qui ont été étudiées sont mentionnées dans le tableau II. avec les numéros des figures donnant les résultats. Chacune de ces figures correspond à une structure donnée. La variation du champ est donnée sur ces figures en trois valeurs discrètes du temps pour une hauteur de la prédécharge donnée. Sur ces figures sont aussi indiqués :

- les données caractérisantes de la structure en question,
- le lieu de l'interface indiqué par une étoile.

Ces figures sont données dans l'annexe A.

Tableau II. Cas examinés avec le numéro de la figure correspondante.

Structure du sol hétérogène			N° de la figure
conductivités (S/m)		position de l'interface	
δ_1	δ_2	x (m)	Annexe A
10^{-9}	10^{-6}	500	A1.
		400	A2.
		350	A3.
10^{-12}	10^{-6}	500	A4.
		400	A5.
		300	A6.
10^{-12}	10^{-7}	500	A7.
		400	A8.
		350	A9.
		300	A10.

Ce choix est nécessaire pour que le phénomène de la propagation de la prédécharge puisse être considérée comme la superposition d'états statiques. Chaque état statique représente une position du traceur et une configuration donnée du système.

Nous avons examiné trois ensembles de conductivités, qui sont notés dans le tableau I. où nous utilisons les désignations de la figure 4. Pour déterminer l'intensité de champ électrique à la surface du sol lors de l'évolution de la prédécharge, la hauteur h variait de 400 m ou 300 m à 150 m pour chaque configuration.

Tableau I. Conductivités et constantes de temps des composantes du sol étudiées.

N° de cas	σ_1 (S/m)	TC_1 *8,85(s)	σ_2 (S/m)	TC_2 *8,85(s)	$dT*10^{-4}$ (s)
1.	10^{-9}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-6}	7,5
2.	10^{-12}	1.	10^{-6}	10^{-6}	7,5
3.	10^{-12}	1.	10^{-7}	10^{-8}	75

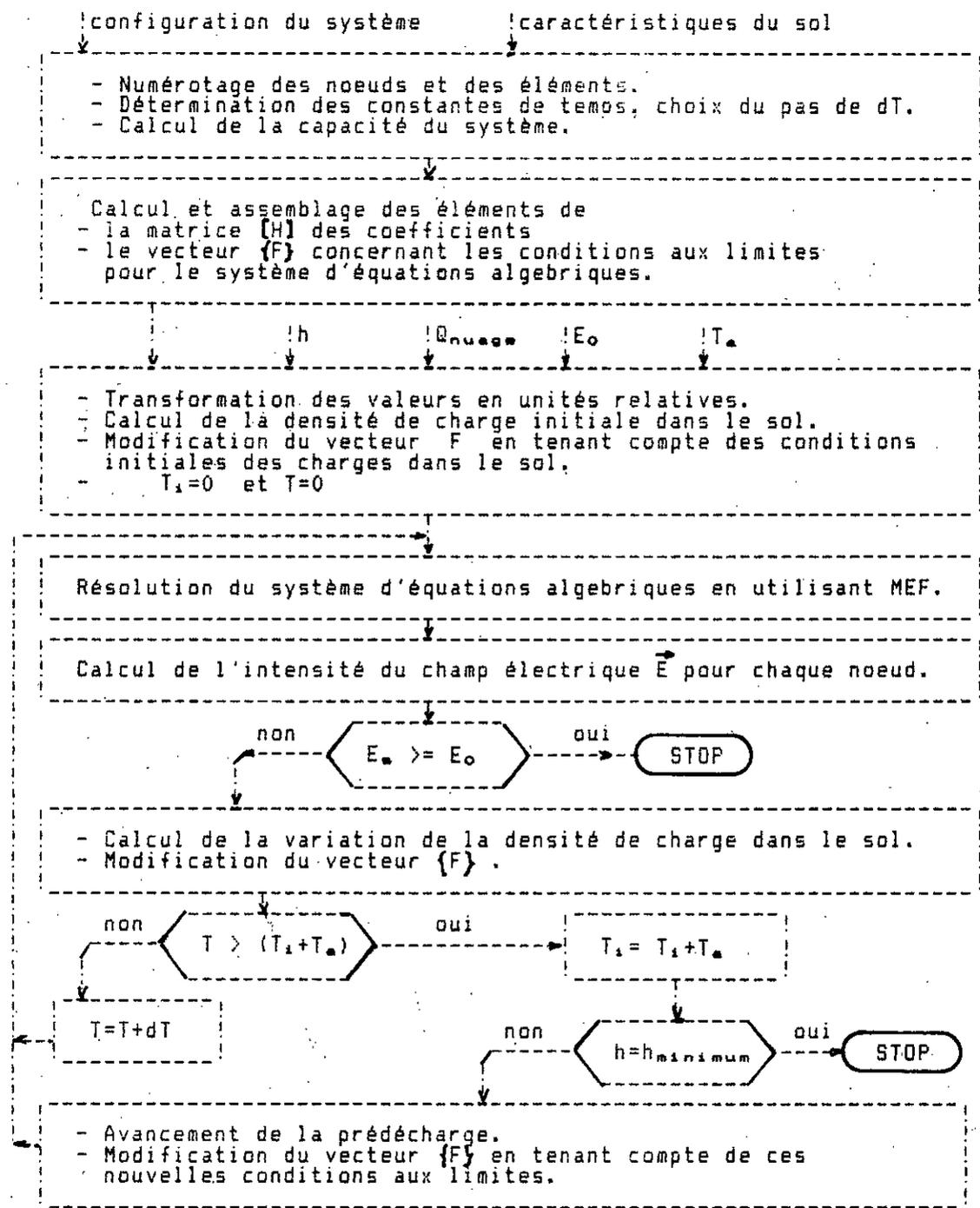
Dans le tableau I. nous avons noté aussi le pas du temps, qui a été choisi par le programme numérique. Ce programme choisit le pas du temps dT , de telle manière qu'il soit plus petit que le minimum des constantes de temps obtenues à partir des valeurs des conductivités et des constantes diélectriques des composantes du sol hétérogène (figure 10.).

Pour chaque ensemble de conductivités indiqué dans le tableau I., nous avons varié la distance de l'interface de 300 m à 500 m.

Donc une structure donnée à étudier est déterminée par l'ensemble des conductivités et par la distance de l'interface, qui est désignée par x sur la figure 4. Le programme numérique calcule la variation de l'intensité du champ électrique à la surface du sol pour une telle structure donnée.

Cette variation, pour chaque structure, est déterminée avec l'avancement de la prédécharge, dont la hauteur varie de 400 m ou 300 m à 150 m pendant le calcul. Le temps d'attente entre deux hauteurs, dont la différence représente un saut de la prédécharge, a été choisi à environ 10^{-4} s /17,22/.

Le programme numérique a pris la repartition des charges initiale au sol uniforme et la charge totale contenue dans le sol identique à celle du nuage, mais de polarité opposée. La charge dans le nuage a été prise de 10 C /29/. A cette charge correspond un potentiel du nuage dans le système étudié (figure 4.) égal à :



où -h est la hauteur de la décharge,
 - Q_{nuage} est la quantité de charge contenue dans le nuage,
 - E_n est l'intensité du champ électrique sur la surface du sol,
 - T_2 est le temps d'attente entre deux sauts successifs de la
 prédécharge,
 - T_1 est le temps initial correspondant à une position de la
 prédécharge.

figure 10. Organigramme du programme numérique.

$$\frac{dq^*}{dt} = (J_{za} - J_{zb}) * S_1 + J_{rc} * S_4 - J_{ra} * S_3$$

Le volume de l'élément "é" est égale à :

$$V^* = \pi * (r_a^2 - r_b^2) * (z_j - z_i)$$

et la variation de la densité de charge en un temps dt dans ce volume est égale à :

$$\frac{dq^*}{dt} = \frac{(J_{za} - J_{zb}) * S_1 + J_{rc} * S_4 - J_{ra} * S_3}{V^*} \quad (32)$$

Pour obtenir la variation du champ électrique dans le domaine qui nous intéresse, cette variation de la densité de charge sera introduite (figure 3.) comme condition initiale dans le nouveau calcul du champ.

L'organigramme du programme numérique qui calcule la variation de l'intensité du champ électrique sur la surface du sol avec l'avancement de la prédécharge est présenté à la figure 10.

3.5. Résolution du système dans les cas particuliers.

Les cas examinés ont été choisis de manière à nous permettre d'observer l'influence de l'hétérogénéité du sol sur l'intensité du champ à sa surface. ainsi, nous déterminerons la variation de cette intensité du champ en fonction de la distance de l'interface (figure 4).

Cette étude sera faite pour différentes longueurs de la prédécharge.

3.5.1. Cas examinés.

L'hétérogénéité du sol est caractérisée par la différence de conductivité des différentes composantes qui le constitue. La largeur de la gamme de variation de ces conductivités est de 10^{24} S/m, tandis que la largeur de la gamme de variation des constantes diélectriques des matériaux est environ de 100 (paragraphe 2.1.).

Ceci nous a amené à choisir comme objet d'étude un sol hétérogène dont la conductivité est variable et dont la permittivité diélectrique est constante.

Les valeurs des conductivités des composantes du sol étudiées ont été limitées par la contrainte de la constante de temps de l'équation de continuité. Cette constante, TC de l'équation (1), a due être pour chaque composante plus grande que le temps nécessaire à un saut de la prédécharge, qui est de 10^{-6} s (paragraphe 2.3.).

Cette condition avec le choix de la constante diélectrique égale à l'unité nous a donné la conductivité maximale, que nous pouvons choisir:

$$\gamma_{max} < 8,85 * 10^{-14} \text{ S/m}$$

40. W. Janischewskyj, G. Gelar: Finite element solution for electric fields of coronating DC transmission lines
IEEE Transaction, Vol. PAS-98, N° 3. May/June 1979. p.1000-1012
41. T. Horvath, L. Pankasz: La détermination de la probabilité des coups proches et des coups de côté avec l'essai de modèle à la tour de télévision à Moscou
R-2.05 14. Conf. Int. Protec. Contre la Foudre 1979.
42. T. Horvath: Eine theoretische Betrachtung des Entstehens der Fangentladung, Periodica Polytechnica
Vol. 15. N°2. El. Eng. 1971. p. 145-153

19. M. Brook and T. Ogawa: The Cloud Discharge
Academic Press 1977. LONDON (R.H. Golde: Lightning 6.)
20. J. Latham and I.M. Stromberg: Point-Discharge
Academic Press 1977. LONDON (R.H. Golde: Lightning 4.)
21. S.B. Griscom: The lightning prestrike theory
Westinghouse Engineer 1963. November p.172
22. T.E. Allibone: Velocities of leader-strokes to Lightning and Spark
Discharge
Journal of the Franklin Institute, Vol 306. N°1. July 1978. p.35-39
23. A. Cimador, R. Fieux, C. Gary: Huit ans expérience sur la foudre à la
station de St Privat d'Allier, CIGRE Sym. 22 Stockholm 1981
24. S. Szpor, A. Gadon: Confirmation en laboratoire de la théorie de
relaxation du leader discontinu de la foudre - II.
Archiwum Electrotechniki TOM XXI Zeszyt 2 1972 p.247-260
25. "Groupes des Renardières": Recherches aux Renardières sur l'amorçage
des grands intervalles d'air
Rapport ELECTRA N° 23 juillet 1972.
26. "Groupes des Renardières": L'amorçage en polarité positive des
grands intervalles d'air aux Renardières
Rapport ELECTRA N° 53 juillet 1977.
27. "Groupes des Renardières": L'amorçage en polarité négative des
grands intervalles d'air aux Renardières. Résultats de 1978.
Rapport ELECTRA N° 74 janvier 1981.
28. L. Delleria, A. Pignini, E. Garbagnati: A Lightning Model Based on the
Similarity Between Lightning Phenomena and Long Laboratory Sparks
R-2.09 16. Conf. Int. Protec. Contre la Foudre 1981.
29. R.H. Golde: The Lightning Discharge
Lightning Protection 3. E Arnold 1973. LONDON
30. Horvath T.: Épületek villámvédelme (hongrois)
Műszaki Könyvkiadó Budapest 1980.
31. W.M. Telford, L.P. Geldart, R.E. Sheriff, D.A. Keys: Prospection Géophysique
Tome 2. ERG edition, Cambridge University Press 1976.
32. Horvath T., Csernatony-Hoffer A: Nagyfeszültségű Technika
(hongrois), Tankönyvkiadó Budapest 1986
33. Simonyi K.: Elméleti Villamosságtan (hongrois)
Tankönyvkiadó Budapest 1973.
34. W. Wasiluk: Influence de l'humidité sur la conductibilité de choc des
sols, R-3.6 15. Conf. Int. Protec. Contre la Foudre 1979.
35. G. Dragan, M. Ungureanu: La détermination de la hauteur d'orientation,
méthode analytique
R-2.11 14. Conf. Int. Protec. Contre la Foudre 1978.
36. D.C. Zienkiewicz: The Finite Element Method in the Engineering
Science, Mc Graw-Hill, London 3rd ed. 1977.
37. P. Silvester: Finite-element solution of 2-dimensional exterior field
problems, Proc. IEE, Vol. 118, N° 12, dec. 1971. p.1743-1747
38. Zombori L., Koltai M.: Elektromágneses terek gépi analízise
Műszaki Könyvkiadó Budapest 1979. (hongrois)
39. S. Djema: Etude numérique des efforts électromagnétiques dans les
machines à réluctance variable polydiscoïde
Thèse de Docteur Ingénieur, 22. juin 1982. Paris VI.

BIBLIOGRAPHIE

1. R.H.Golde: The Frequency of Occurrence and the Distribution of Lightning Flashes to Transmission Lines, Tr. AIEE 64. 1945. p.902-910
2. J.H.Hagenguth, J.G.Anderson: Lightning to the Empire State Building - Part III. Tr. AIEE PAS Vol.71-III 1952. p.641-649
3. S.Szpor, A.Wisniewski, H.Wesolowski, H.Zaremba, Z.Szpor: Topographie et fréquence de la foudre II-Resultats des Tatras Polonais, Acta Geophysica Polonica Vol.XIX, nr 1 1971. p.49-64
4. S.Szpor: Topographie et fréquence de la foudre V-somme des résultats des Tatras, Acta Geophysica Polonica Vol.XX, nr 2 1972. p.143-146
5. S.Szpor: Topographie et fréquence de la foudre Archiwum Elektrotechniki Tom XXII Zeszyt 4 1973. p.735-749
6. C.Gary, A.Cimador, R.Fieux: La foudre: Etude du Phénomène RGE Tome 84. N° 1. Janvier 1975. p.24-62
7. K.Bergér, E.Vogelsanger: New results of lightning observations CIGRE 33-03.1968. Session 10-20 Juin
8. Von K.Berger: Methoden und Resultate der Blitzforschung auf dem Monte San Salvatore bei Lugano in den Jahren 1963-1971 Bull. SEV 63(1972)24, 25. November p.1403-1422
9. K.Berger: The Earth Flash Academic Press 1977. LONDON (R.H.Golde: Lightning 5.)
10. S.A.Prentice: Frequency of Lightning Discharge Academic Press 1977. LONDON (R.H.Golde: Lightning 14.)
11. H.Norinder, J.Salka: The Properties of Artificial Lightning Discharges Against a Geologically Heterogeneous Surface CIGRE 1950, Rapport 313.
12. Z.Krulc: Nouvelles prospections géologiques et géoélectriques du danger d'atteinte par la foudre R-3.10 15. Conf. Int. Protec. Contre la Foudre 1979.
13. G.Le Roy, C.Gary, B.Hutzler, J.Lalot, Ch.Dubanton: Les propriétés diélectriques de l'air et les très haute tension - Deuxième partie: La foudre, Edition Eyrolles. 1984.
14. G.Szunyogh: Solution et explication mathématique de la fulminabilité géologique R-3.5 15. Conf. Int. Protec. Contre la Foudre 1979.
15. C.Leteinturier, B.Djebari, J.Hamelin, J.Fontaine: Electromagnetic field emitted by lightning stroke. Theoretical model taking into account the ground conductivity. Comparison with experimental measurements made at Saint-Privat d'Allier 5*** Symp. Int. EMC Wroclaw Pologne 1980. p.663-671
16. R.B.Anderson, A.J.Eriksson: Lightning Parameters for Engineering Application, CIGRE Study Committee 33 25-29 June 1979
17. R.E.Orville and V.P.Idone: Lightning Leader Characteristics in the TRIP, Journal of Geophysical Research Vol.87. 1982. p.11177-11192
18. C.B.Moore and B.Vonnegut: The Thundercloud Academic Press 1977. LONDON (R.H.Golde: Lightning 3.)

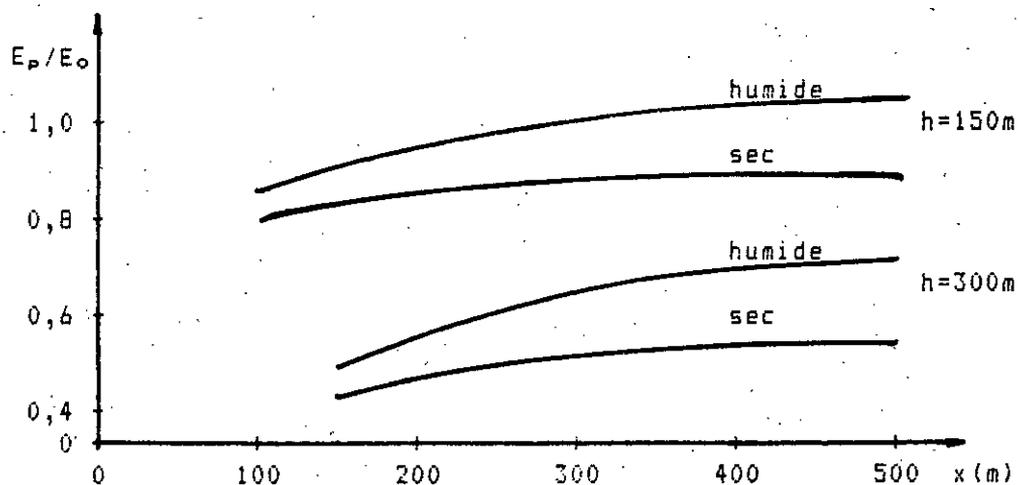


figure 21. Variation de l'intensité du champ électrique E_p dans l'axe de la prédécharge sur la surface du sol hétérogène en fonction de la position x de l'interface.
 $E_0 = 5 \text{ kV/cm}$.

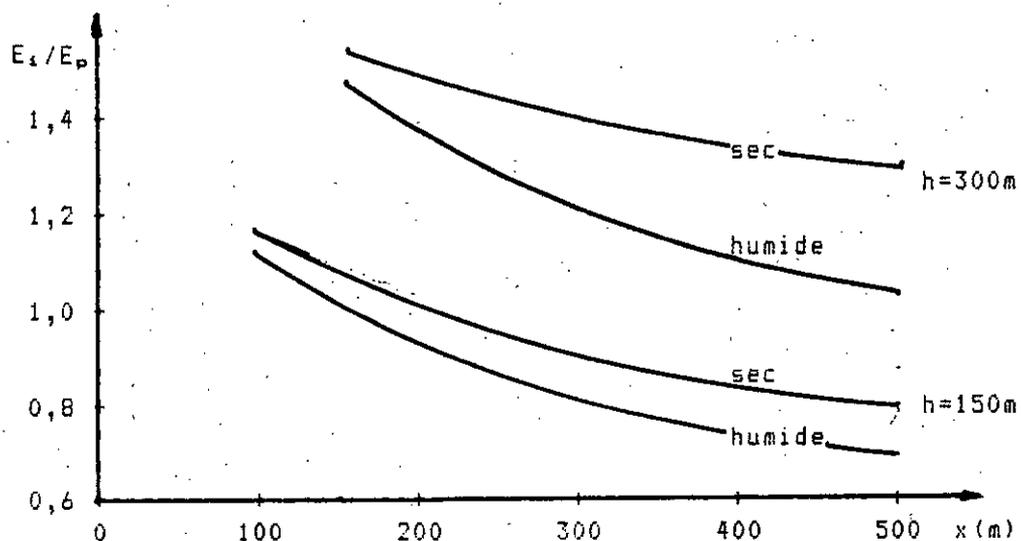


figure 22. Variation du rapport E_1/E_p en fonction de la position x de l'interface.

6. Conclusions.

Nous avons établi deux modèles représentant le phénomène de la prédécharge de foudre. Le premier était un modèle mathématique et le deuxième était un modèle expérimental. A l'aide de ces deux modèles nous avons étudié l'influence de l'hétérogénéité du sol sur l'impact probable par la décharge de foudre.

Le modèle mathématique nous a permis, à l'aide d'un programme numérique, de calculer l'intensité du champ électrique sur la surface du sol hétérogène lors de l'évolution de la prédécharge de foudre. La structure de ce modèle présentait une symétrie cylindrique qui caractérisait le sol hétérogène constitué de deux composantes.

L'intensité du champ électrique à la surface du sol est augmentée au niveau de l'interface de ces deux composantes. Cette augmentation dépend des conductivités des composantes du sol, de la distance h entre la prédécharge et le sol et de la distance x qui sépare l'axe de cette décharge et l'interface.

Pour toutes les configurations étudiées, nous avons obtenu :

- une augmentation en exponentielle de l'intensité du champ à l'interface lorsque la prédécharge évolue (c.à.d. s'approche du sol).
- l'intensité du champ à l'interface diminue lorsque la distance x augmente. Cette diminution est beaucoup plus importante lorsque le degré d'hétérogénéité du sol diminue.

A l'aide du modèle expérimental nous avons effectué une étude statistique concernant la fréquence de décharges de foudre négative à l'interface du sol hétérogène.

A partir de ces essais nous avons reçu une répartition à l'interface de décharges de foudre négative qui suit une loi normale en fonction du rapport x/h . La pente et l'écart type de la droite de regression varient en fonction du degré d'hétérogénéité du sol de telle manière que l'influence de l'interface et ainsi son espace d'attraction augmente avec l'augmentation de ce degré.

Ces essais nous ont permis d'observer les différents types de décharges qui peuvent avoir lieu dans des intervalles d'air tige-plan hétérogène.

En utilisant les caractéristiques électriques des composantes du sol expérimental dans le modèle mathématique nous avons pu trouver une corrélation entre la probabilité d'impact en un point donné du sol et l'intensité du champ électrique en ce point avant le saut final.

Nous avons obtenu une plus grande probabilité de décharge aux points où l'intensité du champ électrique est la plus élevée au moment du saut final.

Tableau III. Caractéristiques des structures examinées sur le modèle mathématique analogue au modèle expérimental.
(Les désignations du tableau sont identiques aux celles de la figure 20.a.)

caractéristiques du sable	h (m)	x (m)	x/h
sable sec $\sigma = 2 \cdot 10^{-4}$ (S/m) $\epsilon_r = 3$	300	500	1,666
		400	1,333
		300	1
		200	0,666
		150	0,5
	150	500	3,333
		400	2,666
		300	2
		150	1
		100	0,666
sable humide $\sigma = 6 \cdot 10^{-3}$ (S/m) $\epsilon_r = 90$	300	500	1,666
		400	1,333
		300	1
		200	0,666
		150	0,5
	150	500	3,333
		400	2,666
		300	2
		150	1
		100	0,666

Pour les deux hauteurs étudiées, le rapport E_1/E_p diminue plus vite dans le cas du sable humide lorsque x augmente. Ceci s'explique aussi par les résultats expérimentaux qui nous ont permis de constater que la probabilité de décharge au sable humide augmente plus vite dans ce cas. Pour une distance x donnée, l'influence de l'interface, caractérisée par le rapport E_1/E_p , est plus grande dans le cas du sable sec.

Les résultats obtenus à l'aide du modèle mathématique nous permettent aussi d'observer que la zone d'attraction de l'interface est plus grande ($E_1/E_p > 1$) lorsque h est plus grande pour toutes les dimensions étudiées de la couche de sable (x), ce qui est en accord avec les résultats expérimentaux.

de plus en plus que la distance x diminue. Ce fait entraînerait une augmentation de l'intensité du champ sur la surface de cette composante.

5.2.2. Conditions aux limites.

Pour le modèle expérimental la prédécharge de foudre était représentée par une tige métallique ayant une longueur égale à 1 m. Les nuages orageux et ainsi leur charge n'étaient pas pris en considération.

Cependant pour le modèle mathématique nous représentons le système nuage orageux - sol par des électrodes plates et nous imposons le potentiel de ces électrodes comme conditions aux limites. Ces conditions engendrent la création d'un champ électrique auquel se superposera le champ créé par la prédécharge.

L'intensité du champ ainsi résultant est plus élevée que celle due seulement à la prédécharge (cas du modèle expérimental).

5.3. Cas étudiés - Résultats obtenus.

Après l'introduction des données discutées dans le paragraphe 5.1., nous avons calculé l'intensité du champ électrique sur la surface du sol hétérogène pour les cas de configurations présentés dans le tableau III.

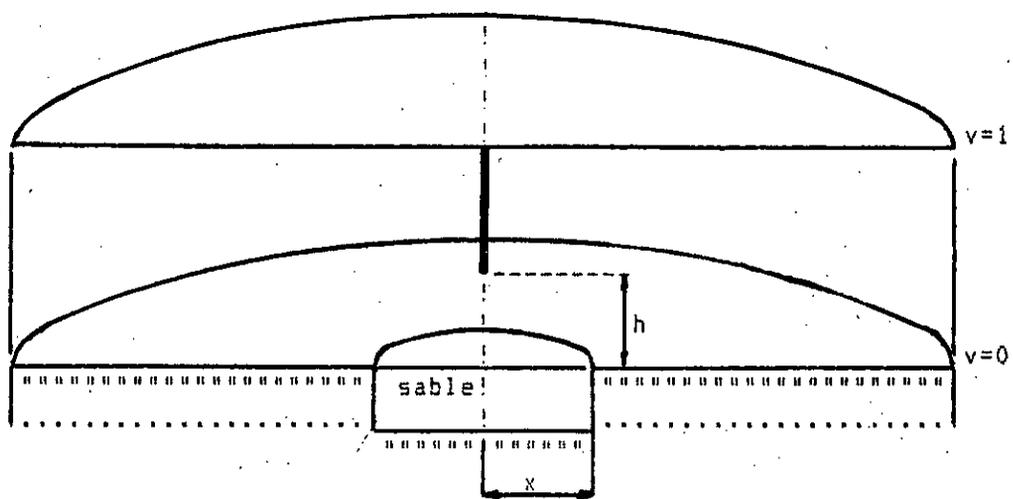
Nous nous sommes intéressé surtout à la détermination du lieu à la surface du sol où l'intensité du champ est la plus intense lorsque un échelon de tension est appliqué durant $1,2 \mu s$. En effet c'est ce lieu là qui correspondrait à l'impact probable de la décharge de foudre. Afin de comparer les résultats expérimentaux aux résultats obtenus à l'aide du modèle mathématique nous avons pris en considération la variation de l'intensité de champ à la surface du sol en deux lieux caractéristiques.

Le premier lieu correspond au point appartenant à l'axe de la prédécharge et le deuxième à l'interface. Les intensités de champ atteintes en ces lieux après $1,2 \mu s$, sont respectivement désignées par E_p et E_i .

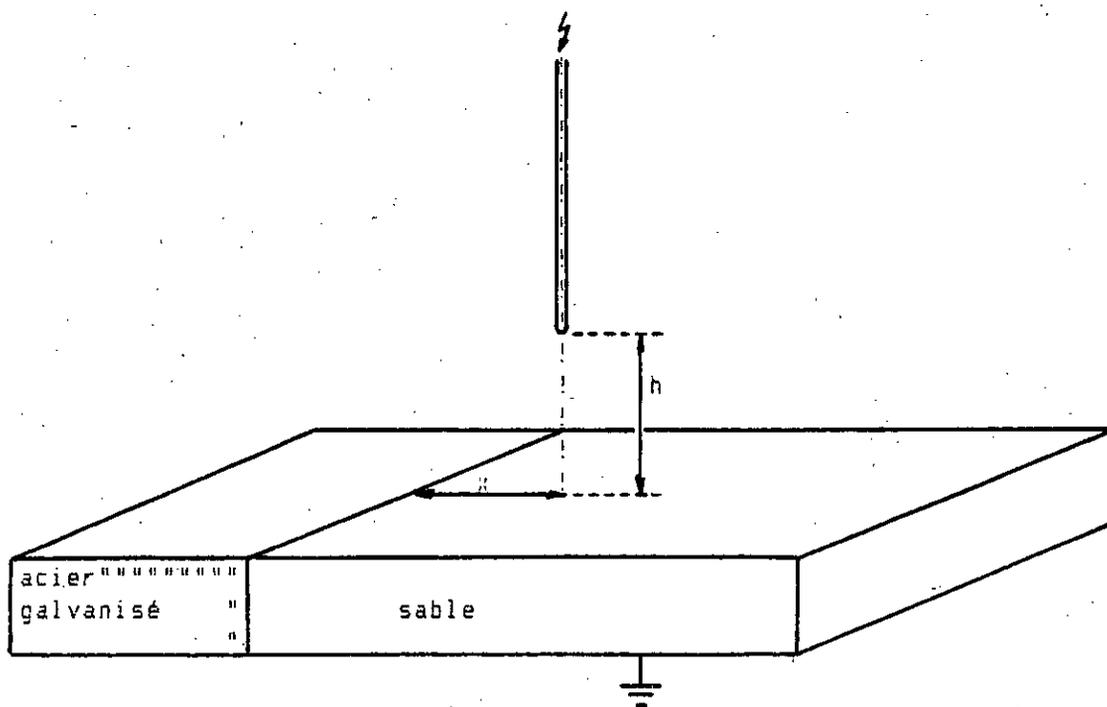
Le champ E_p sous la prédécharge augmente lorsque x augmente (figure 21.). Ceci serait dû à l'augmentation de la quantité de charge contenue dans le sable dont le volume augmente avec x . Dans ce cas, le champ électrique pénètre mieux dans le sable. Pour les deux hauteurs étudiées de 150 m et 300 m, le champ E_p est plus élevé lorsque le sable est humide. Ceci est dû à la facilité de déplacement des porteurs de charge lorsque la conductivité du sable augmente.

Pour examiner l'influence de l'interface nous avons observé la variation du rapport E_i/E_p en fonction de la distance x , pour la hauteur h égale à 150 m et 300 m, pour les cas du sable sec et du sable humide (figure 22.).

Pour toutes les configurations étudiées nous remarquons une diminution du rapport E_i/E_p lorsque x augmente. Ce qui est en concordance avec les résultats expérimentaux. En effet lorsque l'axe de la prédécharge s'éloigne de l'interface, la probabilité de décharge en ce dernier lieu diminue.



a. modèle mathématique.



b. modèle expérimental.

figure 20. Schémas des deux modèles mathématique et expérimental.

égal à zéro pour le modèle mathématique.

La conductivité de l'autre composante du sol hétérogène était déterminée régulièrement au cours des essais (Annexe B2.). Nous utiliserons dans le modèle mathématique les valeurs moyennes des conductivités mesurées:

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{sec}} &= 2 \cdot 10^{-4} \text{ S/m} \\ \sigma_{\text{humide}} &= 6 \cdot 10^{-3} \text{ S/m}.\end{aligned}$$

L'autre caractéristique électrique des matériaux: la constante diélectrique, n'était pas mesurée au cours des essais. Comme pour nos calculs nous avons besoin de la valeur de cette grandeur, nous avons choisi la constante diélectrique du sable sec égale à 3 et celle du sable humide égale à 90 /21/. Grâce à ce choix, les deux matériaux, sable sec et sable humide, étaient caractérisés dans l'équation de continuité (1) du modèle mathématique par des constantes de temps identiques et égale à $1,33 \cdot 10^{-7}$ s.

5.2. Comparaison des deux modèles.

Dans ce paragraphe nous comparerons les deux modèles celui expérimental et celui mathématique obtenu après l'introduction des caractéristiques électriques des composantes du sol hétérogène du modèle expérimental. Pour cela nous examinerons les schémas des deux modèles présentés à la figure 20.

Nous pouvons voir de ces schémas, qu'il y a deux différences importantes entre les deux modèles. La première différence est la structure du sol hétérogène et la deuxième est liée aux conditions aux limites.

5.2.1. Structure du sol hétérogène.

Dans le cas du modèle mathématique la structure du sol est caractérisée par des couches cylindriques concentriques. Ce n'est pas le cas pour le modèle expérimental. Cette différence de structure a deux conséquences:

1. Le volume des composantes du sol hétérogène ne varie pas avec la position de la tige du modèle expérimental. Cependant, pour le modèle mathématique, le volume de ces composantes et ainsi le nombre des porteurs de charge qu'il contient varient avec la position de la prédécharge de foudre. Le volume de la composante du sol située au dessous de la prédécharge diminue avec la diminution de la distance x (figure 20.a.). La diminution du nombre de porteurs de charge dans cette composante entraînerait une plus faible augmentation de l'intensité du champ électrique sur la surface du sol correspondant à cette composante.

2. La composante du sol hétérogène située au dessous de la prédécharge (sable sec ou humide) a seulement une surface ouverte (vers l'air) les autres sont contournées par un écran de potentiel zéro. Cet écran empêcherait le champ électrique d'y pénétrer d'une façon correcte

Le but essentiel de cette étude est de déterminer à l'aide du modèle mathématique la variation de l'intensité du champ électrique à la surface du sol hétérogène pour les configurations du modèle expérimental. Nous voulons surtout examiner l'existence d'une liaison entre cette intensité de champ et la répartition de décharges au sol et en quoi consiste-t-elle.

5.1. Application.

A l'aide du modèle expérimental nous avons étudié la répartition des impacts sur la surface hétérogène. Pour cela, nous avons appliqué les impulsions de durée de $1,2/50$ us, entraînant la décharge disruptive, au système tige - sol hétérogène. La pointe de la tige représentait le point critique d'une décharge de foudre et sa position, par rapport à l'interface (x/h), déterminait une configuration du système.

5.1.1. Forme de l'impulsion appliquée.

Comme les impulsions successives appliquées au système avaient le niveau $U_{100\%}$ de décharges disruptives, la disruption a dû arriver sur leur front ou, à la limite, à leur crête. Ainsi la durée de l'intervalle de temps compris entre l'application d'une impulsion et la disruption du système ne pouvait être que de $1,2$ us au maximum.

Ce fait nous amène à appliquer un échelon au système du modèle mathématique et à déterminer l'intensité de champ électrique sur la surface du sol hétérogène $1,2$ us après l'application de cet échelon.

Dans le cas du modèle expérimental la valeur de crête de ces impulsions variait avec la position de la tige. Dans le cas du modèle mathématique, qui calcule l'intensité du champ électrique sur la surface du sol, c'est le point de la surface où le champ est le plus intense qui serait l'impact probable de la décharge de foudre. Pour connaître ce point nous n'avons pas besoin de varier la charge du nuage, et ainsi le potentiel du nuage, avec la position de la prédécharge. C'est pourquoi nous appliquons au système du modèle mathématique un échelon ayant toujours la même grandeur en introduisant toujours une charge de nuage de même grandeur (10 C).

5.1.2. Sol hétérogène.

Les composantes du sol hétérogène du modèle expérimental étaient l'acier galvanisé et sable sec ou sable humide. Comme l'acier galvanisé est un matériau conducteur de conductivité égale à $6,5 \cdot 10^4$ S/m, sa constante de temps caractérisant le déplacement des porteurs de charge est égale à $1,35 \cdot 10^{-12}$ us. Cette valeur est très faible devant la durée de $1,2$ us de l'échelon appliqué. Ce fait nous amène à fixer le potentiel de la surface de l'acier galvanisé, et ainsi celui de l'interface,

Chapitre 5.

Utilisation des caractéristiques du modèle expérimental
pour le modèle mathématique

et en regroupant les constantes :

$$K = B * \rho_{sox} * \frac{k * p * r_m}{\sqrt{2 * J T}} \quad (\text{foudre/m*an})$$

nous avons obtenu l'équation suivante :

$$v_i = K * \int_0^{\infty} \exp(-k^2 * p^2 * (\ln \lambda)^2 / 2) d\lambda \quad (41)$$

Cette équation peut être résolue analytiquement. Sa résolution, qui se trouve dans l'annexe C, donne le résultat suivant :

$$v_i = B * r_m * \rho_{sox} * \exp(1 / (2 * k^2 * p^2)) / 2 \quad (42)$$

En introduisant les valeurs de r_m , k et p , données au paragraphe 4.3.1., et les valeurs de ρ_{sox} , données pour le sable humide et le sable sec au paragraphe 4.3.2., nous avons reçu la fréquence de l'impact à l'interface par une unité de longueur :

$$v_{i, \text{sable sec}} = B * 5,62 \quad (\text{coups de foudre/m*an})$$

$$v_{i, \text{sable humide}} = B * 4,25 \quad (\text{coups de foudre/m*an})$$

Si nous considérons que la densité de foudre/an (B) caractérise le foudroiement d'un endroit ayant un sol homogène, ces résultats nous permettent de tirer deux conclusions :

1. La répartition des décharges sur la surface d'un sol hétérogène est différente de celle du cas du sol homogène.
2. L'influence de l'interface sur l'impact par la décharge de foudre augmente avec l'augmentation du degré d'hétérogénéité du sol.

En multipliant cette probabilité par la probabilité P_1 de décharge à l'interface et en intégrant le produit pour tout l'espace, nous obtiendrons la répartition dans l'espace des points critiques correspondant aux décharges de foudre à l'interface.

$$v_1 = 3 * \int_V \frac{dw_d}{dr} * P_1 dV \quad (36)$$

Avec les désignations de la figure 19., l'élément volumique dV par unité de longueur est égale à :

$$dV = 1 * r * d\varphi * dr \quad (37)$$

Etant donné que la probabilité P_1 est distribuée normalement en fonction de la tangente de l'angle φ et aussi en fonction de l'angle φ même, cette distribution sera donnée par l'équation suivante:

$$P_1(\varphi) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2 * \pi} * \sigma} * \int_0^{\varphi} \exp\left(-\frac{1}{2} * \frac{(\varphi - \varphi_m)^2}{\sigma^2}\right) d\varphi \quad (38)$$

où σ est l'écart type de la distribution.

En remplaçant l'expression (38) de P_1 à l'équation (36) de v_1 , cette dernière ne peut pas être résolue analytiquement. Pour obtenir un résultat approximatif, nous avons pris comme surface limite de l'espace d'attraction le plan correspondant à la probabilité 50% :

$$P_1(\varphi) = \begin{cases} 1 & \text{pour } \varphi \leq \varphi_{50\%} \\ 0 & \text{pour } \varphi > \varphi_{50\%} \end{cases} \quad (39)$$

En substituant les équations (35), (37) et (39) à l'expression (36), on obtient la forme suivante pour la fréquence de l'impact à l'interface pour l'unité de longueur de l'interface:

$$v_1 = B * \frac{k * p}{\sqrt{2 * \pi}} * \int_0^{\infty} \int_0^{\varphi_{50\%}} \frac{1}{r} * \exp\left(-\frac{1}{2} * k^2 * p^2 * \left(\ln\left(\frac{r}{r_m}\right)\right)^2\right) * r d\varphi dr \quad (40)$$

En remplaçant la variable r par λ :

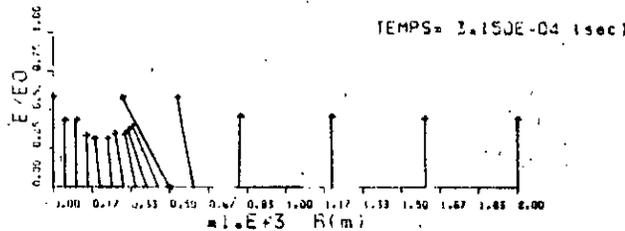
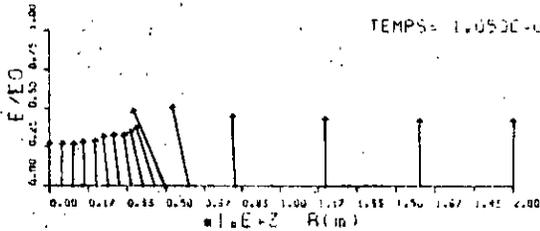
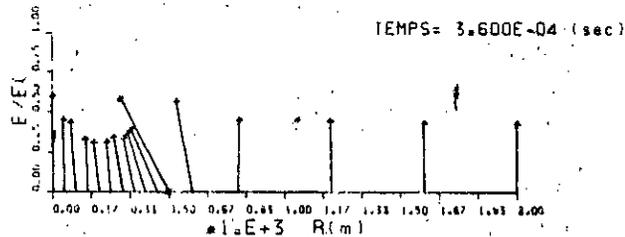
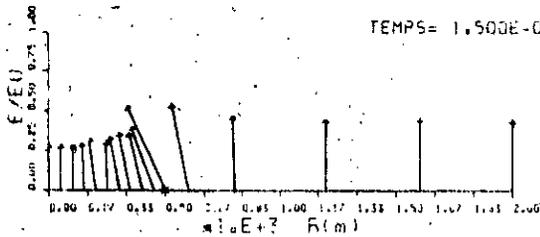
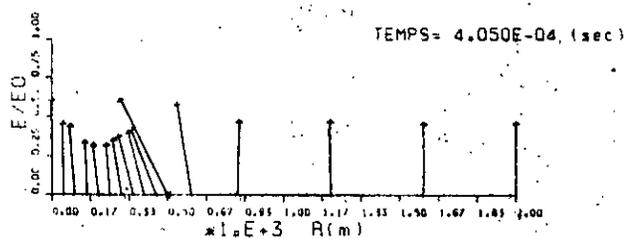
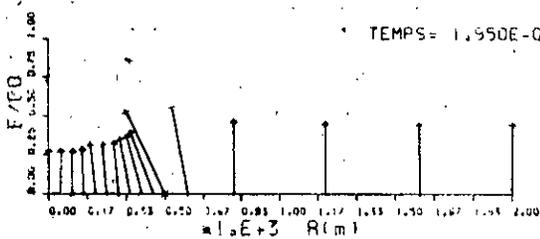
$$\lambda = r / r_m \quad \text{d'où} \quad d\lambda = dr / r_m$$

Annexe A: Variation du champ électrique sur la surface du sol
 hétérogène lors de l'évolution de la prédécharge
 de foudre.

La position de l'interface (x donnée en m) est indiquée par * dans
les figures A1. à A10.

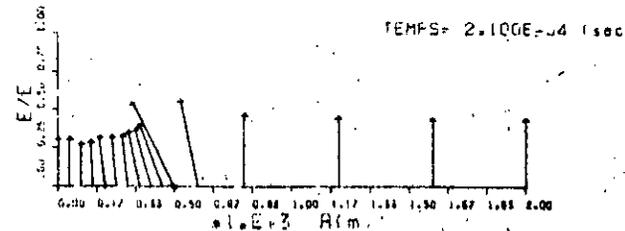
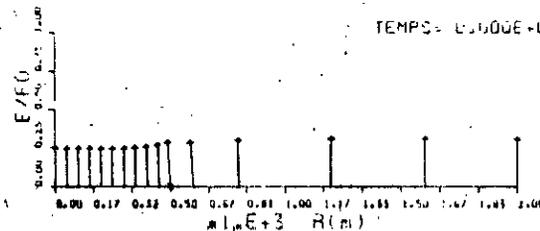
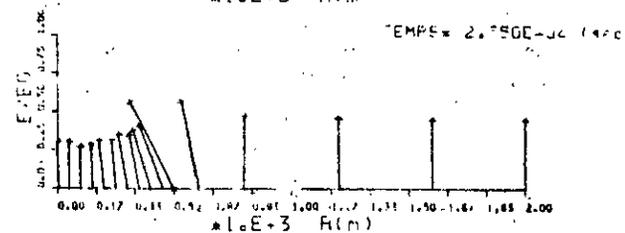
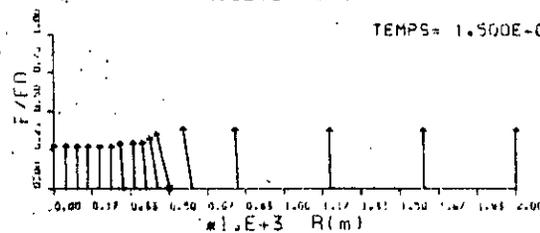
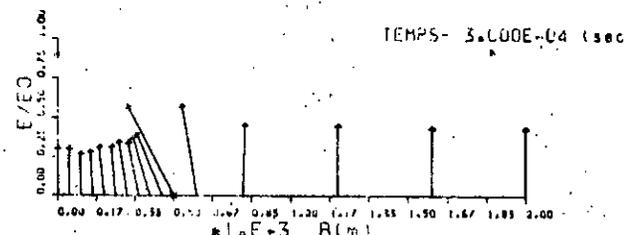
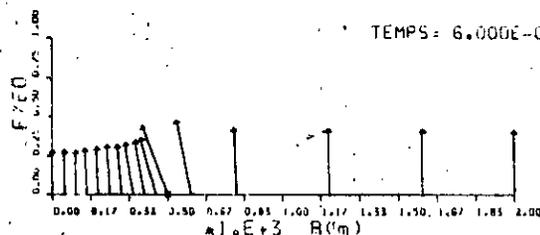
La valeur critique de l'intensité de champ électrique E_0 est égale
à 5 kV/cm.

La charge dans le nuage est égale à 10 C.



HAUTEUR DE DECHARGE: 300.(m) E0=5.0E+05 (V/m)

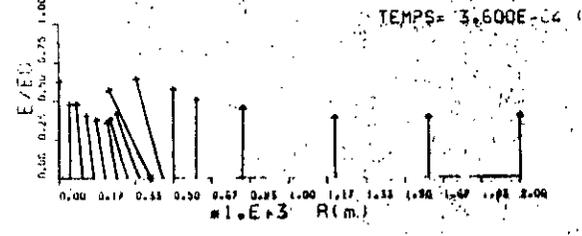
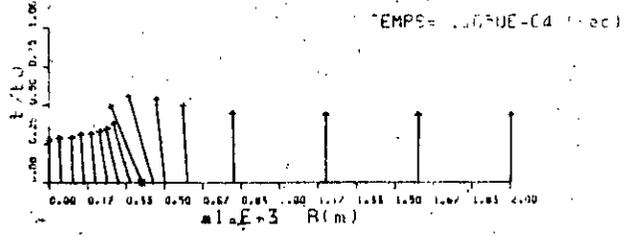
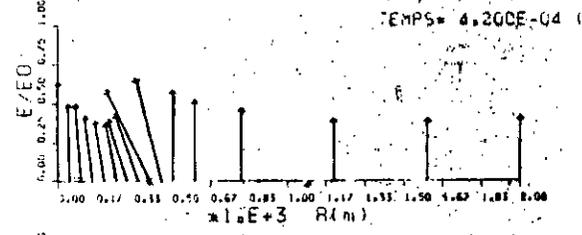
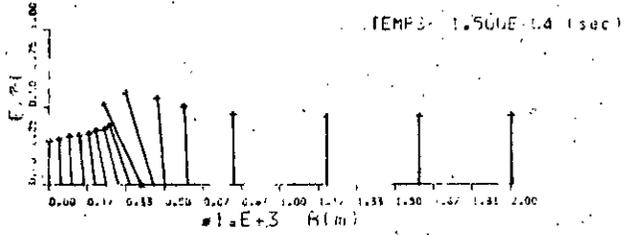
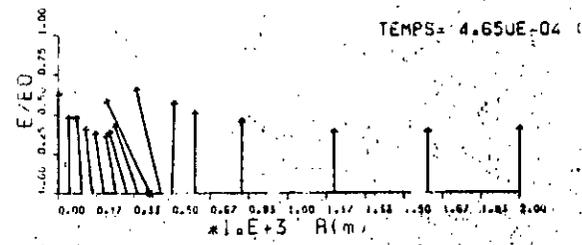
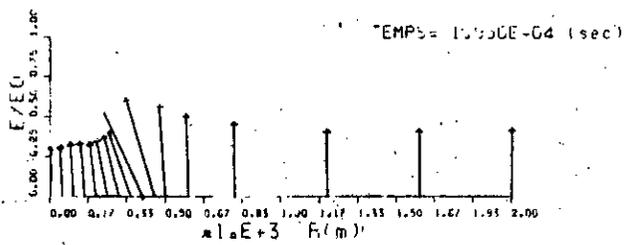
HAUTEUR DE DECHARGE: 150.(m) E0=5.0E+05 (V/m)



HAUTEUR DE DECHARGE: 300.(m) E0=5.0E+05 (V/m)

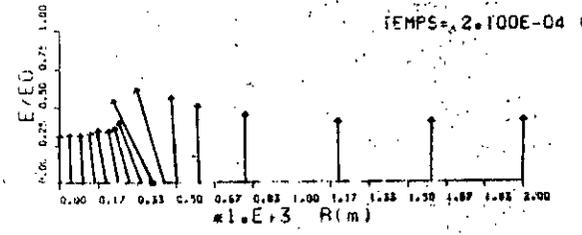
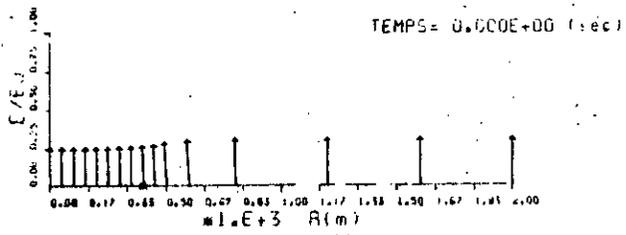
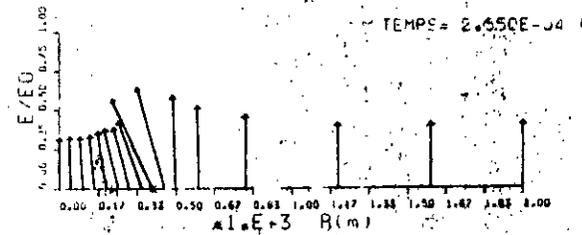
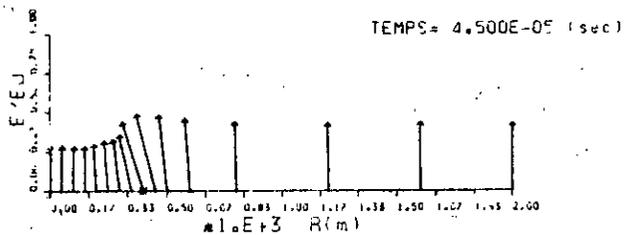
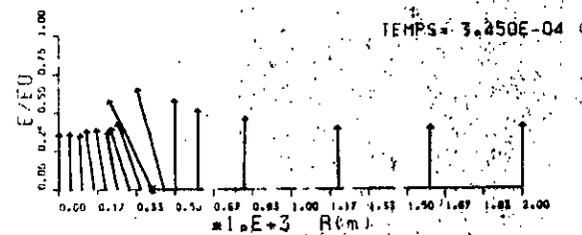
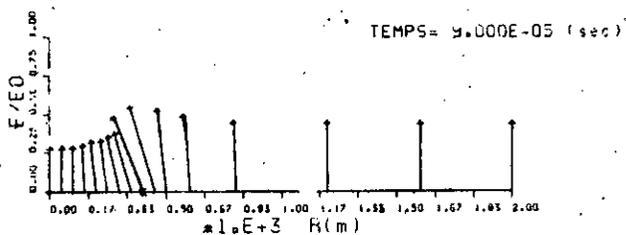
HAUTEUR DE DECHARGE: 200.(m) E0=5.0E+05 (V/m)

figure A1. $x = 500 \text{ m}$ $\sigma_1 = 10^{-9} \text{ S/m}$ $\sigma_2 = 10^{-6} \text{ S/m}$



HAUTEUR DE DECHARGE : 300 (m) EQ = 5.0E+05 (V/m)

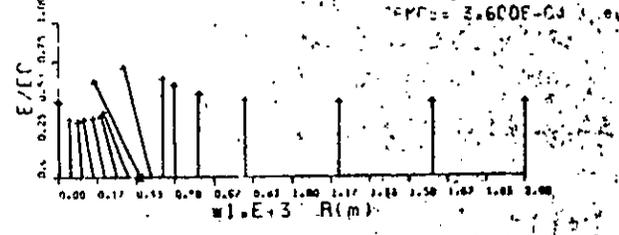
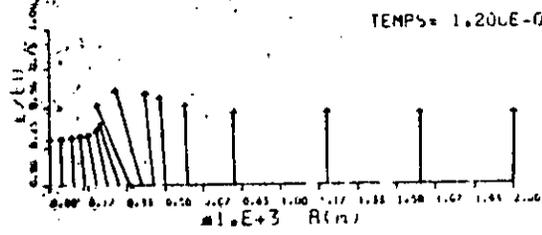
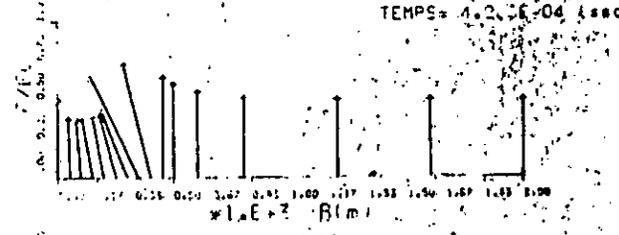
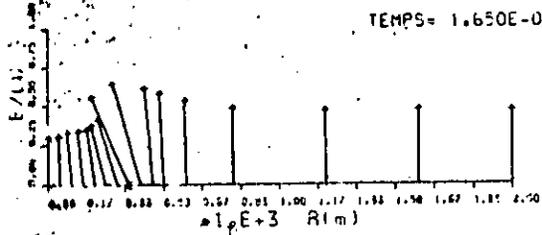
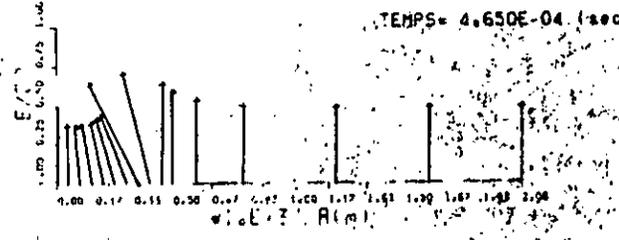
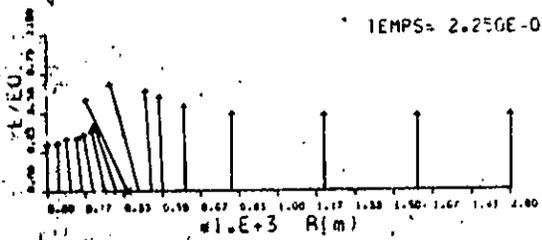
HAUTEUR DE DECHARGE : 150 (m) EQ = 5.0E+05 (V/m)



HAUTEUR DE DECHARGE : 300 (m) EQ = 5.0E+05 (V/m)

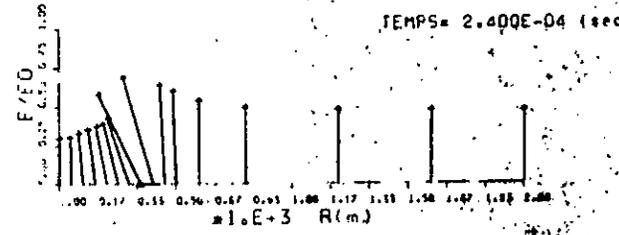
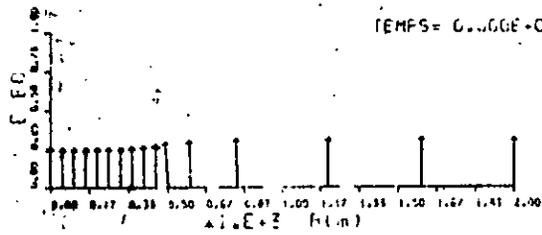
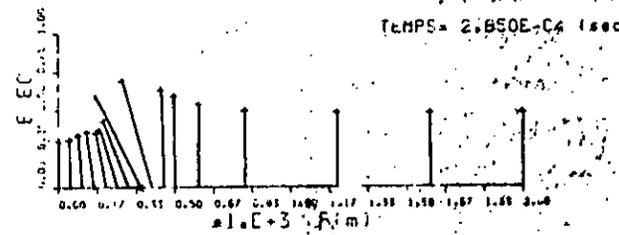
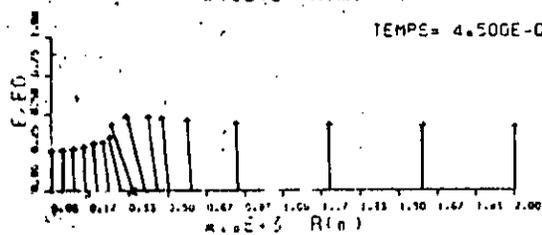
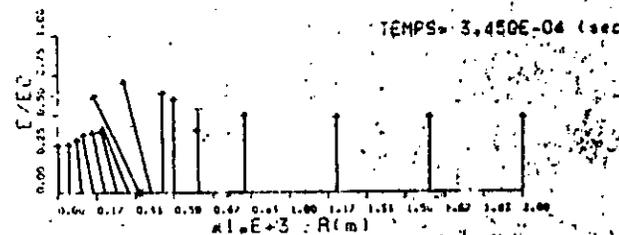
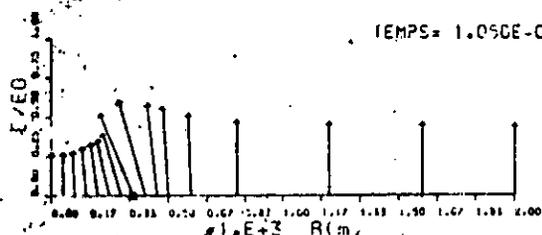
HAUTEUR DE DECHARGE : 200 (m) EQ = 5.0E+05 (V/m)

figure A2. $x = 400$ m $\sigma_1 = 10^{-9}$ S/m $\sigma_2 = 10^{-6}$ S/m



HAUTEUR DE DECHARGE: 300 (m) EO=5.0E+05 (V/m)

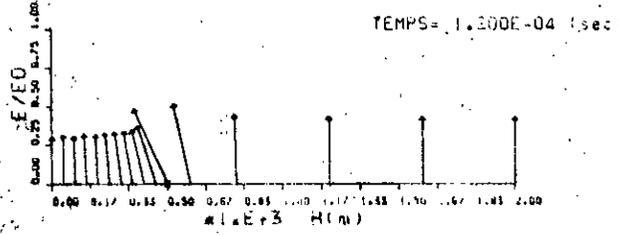
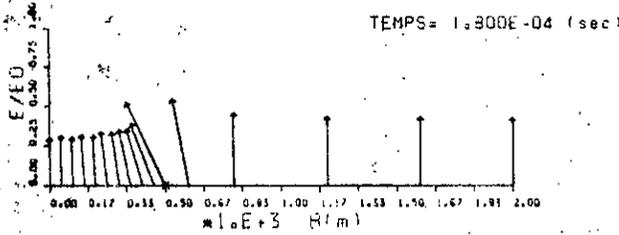
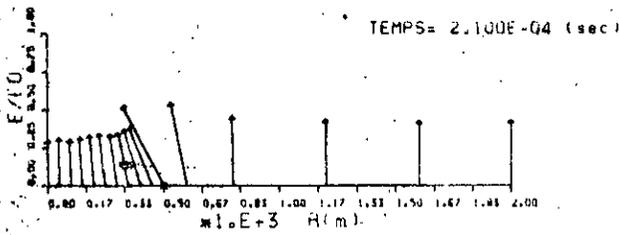
HAUTEUR DE DECHARGE: 300 (m) EO=5.0E+05 (V/m)



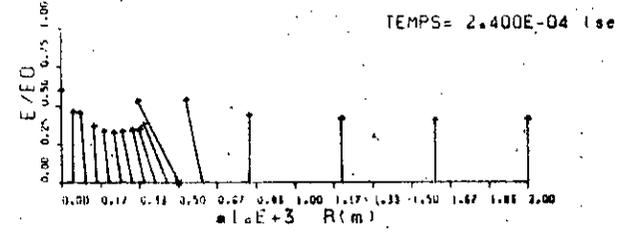
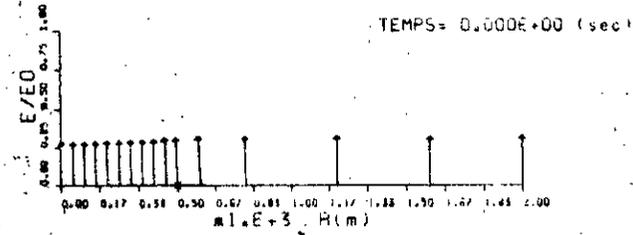
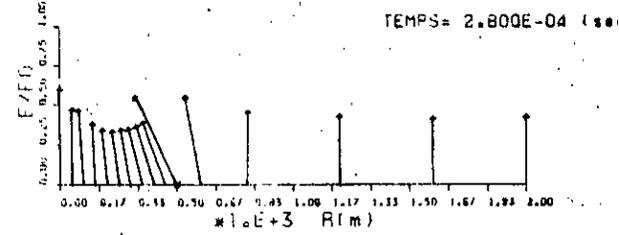
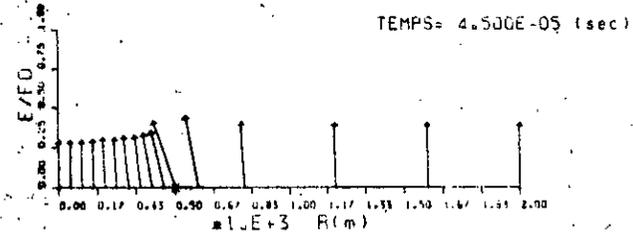
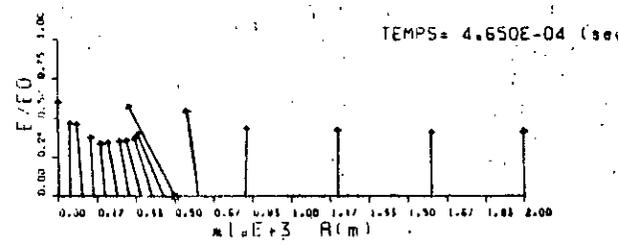
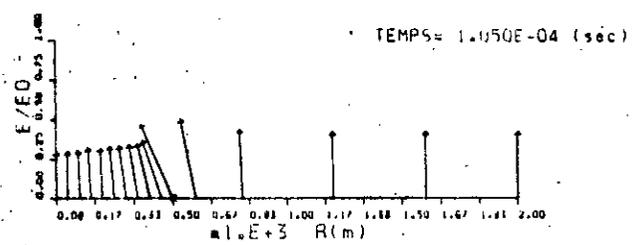
HAUTEUR DE DECHARGE: 400 (m) EO=5.0E+05 (V/m)

HAUTEUR DE DECHARGE: 200 (m) EO=5.0E+05 (V/m)

figure A3. $x = 350$ m $\sigma_1 = 10^{-9}$ S/m $\sigma_2 = 10^{-6}$ S/m



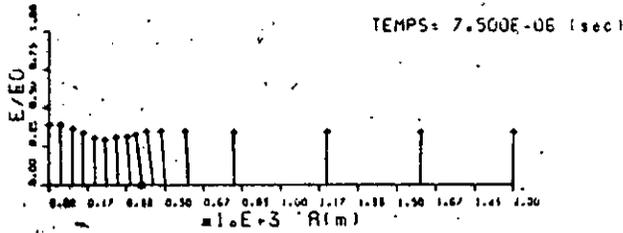
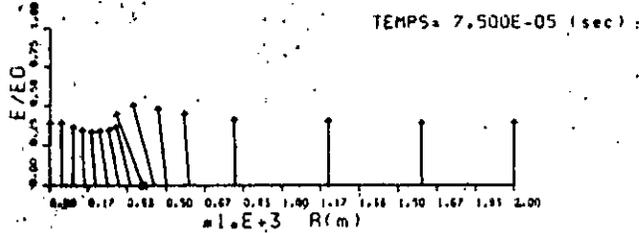
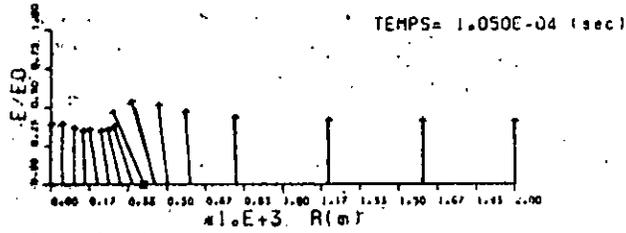
HAUTEUR DE DECHARGE: 200.(m) EO=5.0E+05 (V/m)



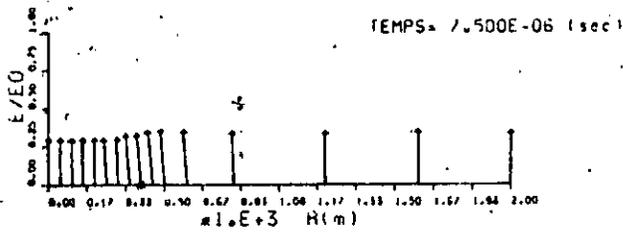
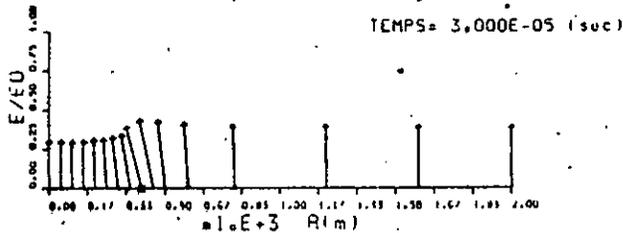
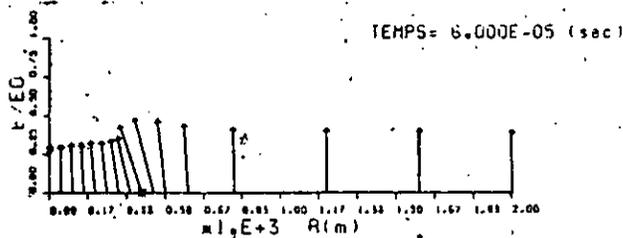
HAUTEUR DE DECHARGE: 300.(m) EO=5.0E+05 (V/m)

HAUTEUR DE DECHARGE: 150.(m) EO=5.0E+05 (V/m)

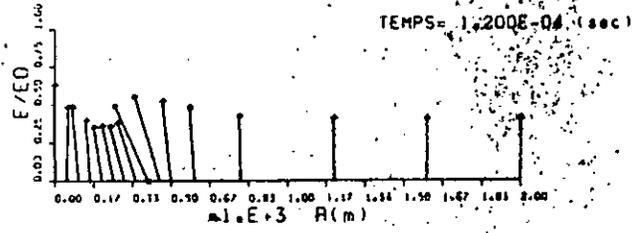
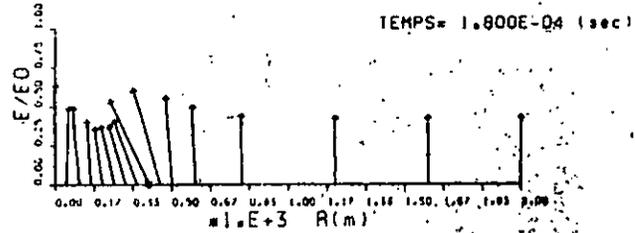
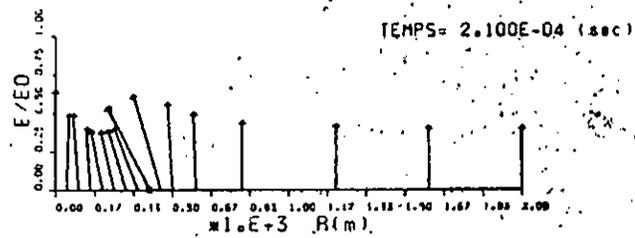
figure A4. $x = 500 \text{ m}$ $\sigma_1 = 10^{-12} \text{ S/m}$ $\sigma_2 = 10^{-6} \text{ S/m}$



HAUTEUR DE DECHARGE: 200.(m) $E_0=5.0E+05$ (V/m)

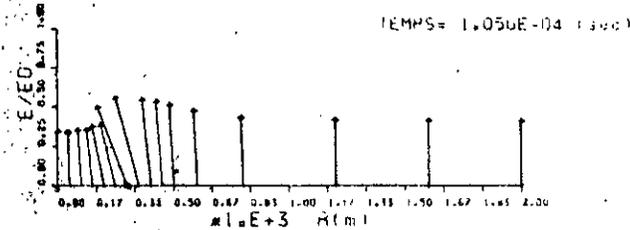
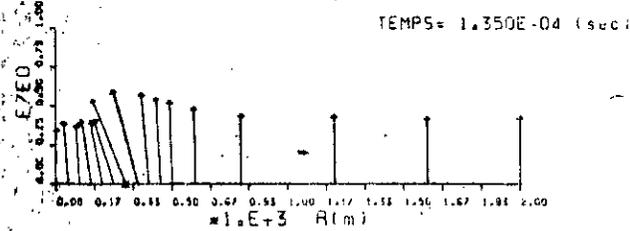
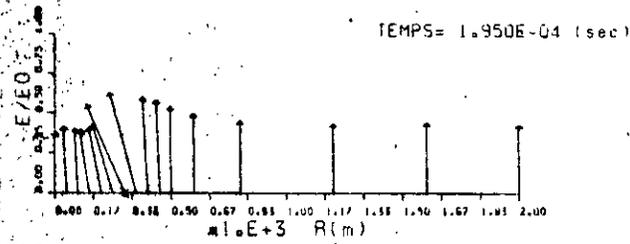


HAUTEUR DE DECHARGE: 300.(m) $E_0=5.0E+05$ (V/m)

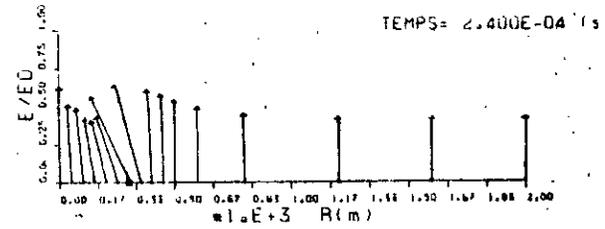
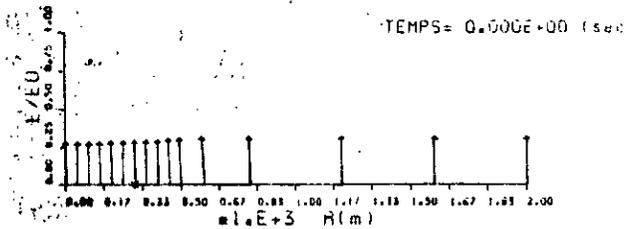
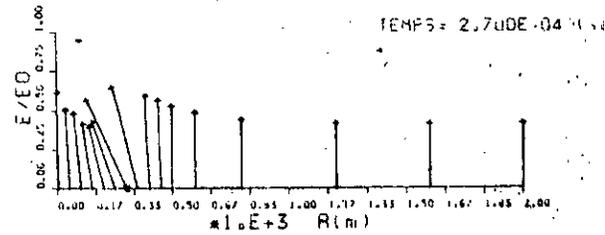
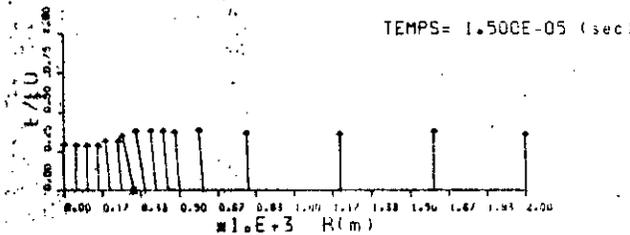
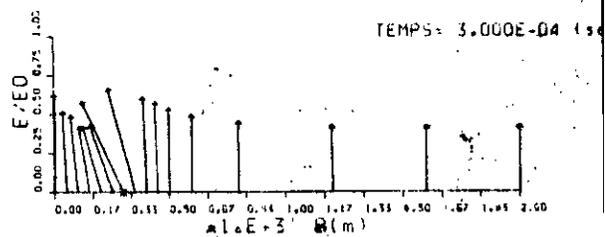
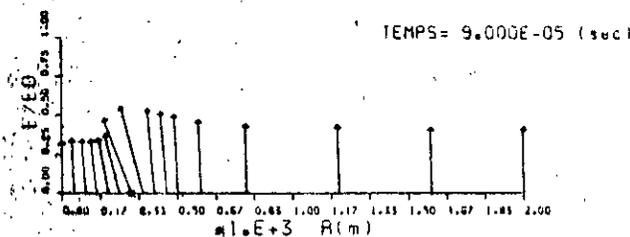


HAUTEUR DE DECHARGE: 150.(m) $E_0=5.0E+05$ (V/m)

figure A5. $x = 400$ m $\sigma_1 = 10^{-12}$ S/m $\sigma_2 = 10^{-6}$ S/m



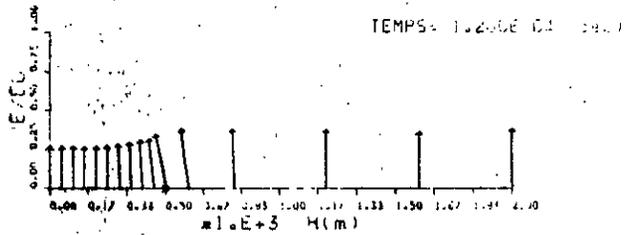
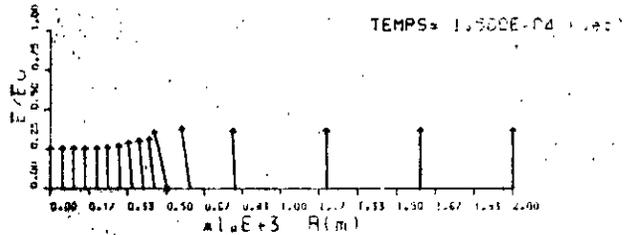
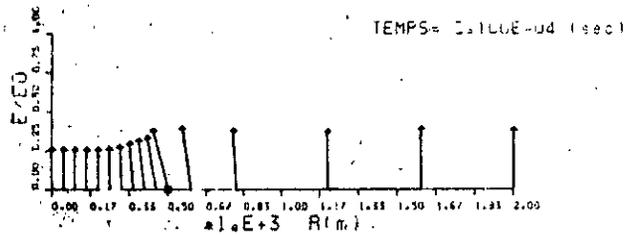
HAUTEUR DE DECHARGE: 200.(m) $E_0=5.0E+05$ (V/m)



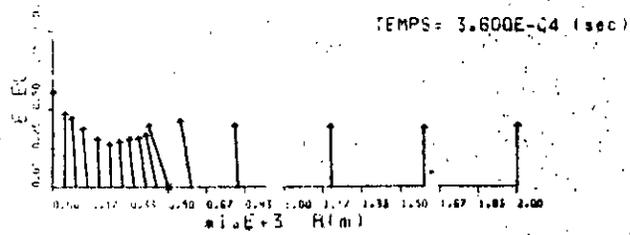
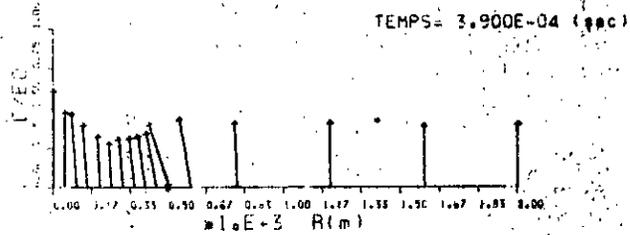
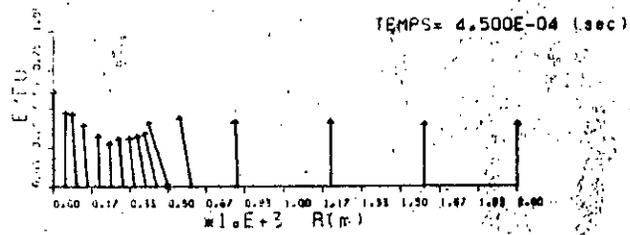
HAUTEUR DE DECHARGE: 300.(m) $E_0=5.0E+05$ (V/m)

HAUTEUR DE DECHARGE: 150.(m) $E_0=5.0E+05$ (V/m)

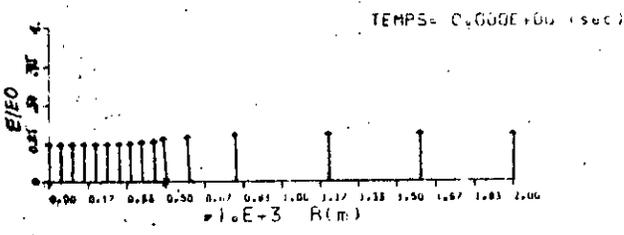
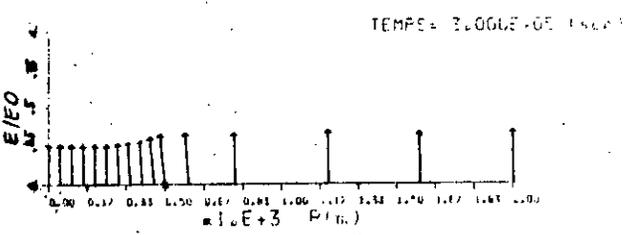
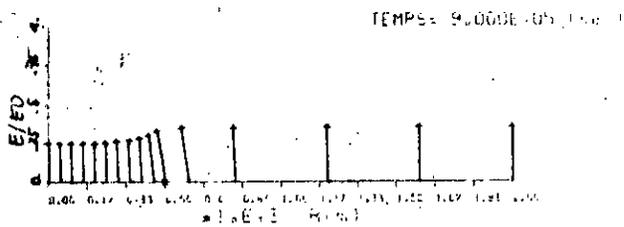
figure A6. $x = 300$ m $\gamma_1 = 10^{-12}$ S/m $\gamma_2 = 10^{-6}$ S/m



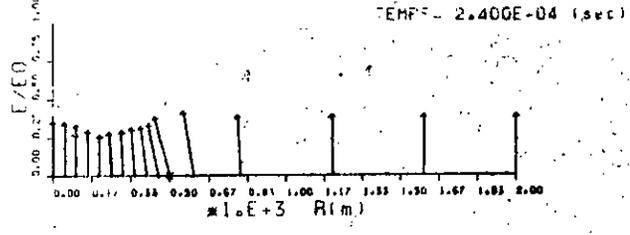
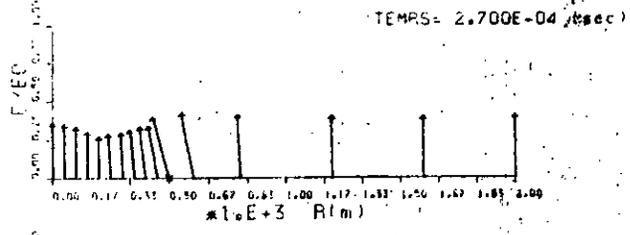
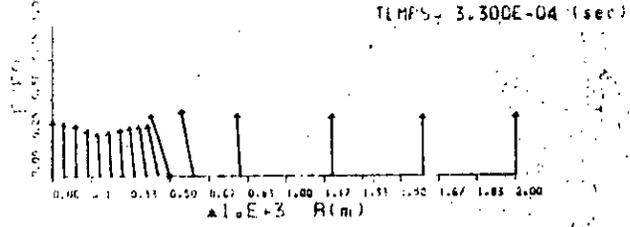
HAUTEUR DE DECHARGE: 300.(m) $E_0 = 5.0E+05$ (V/m)



HAUTEUR DE DECHARGE: 150.(m) $E_0 = 5.0E+05$ (V/m)

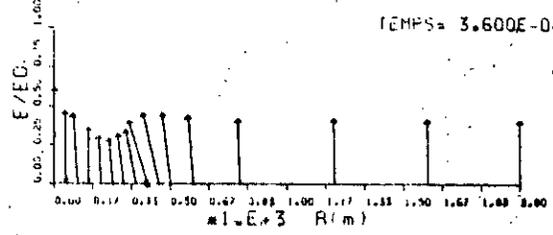
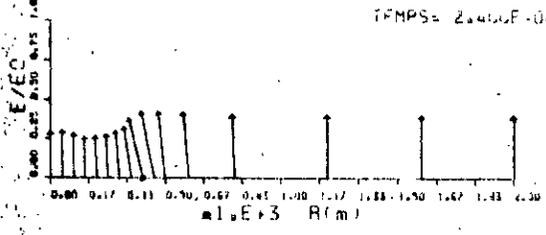
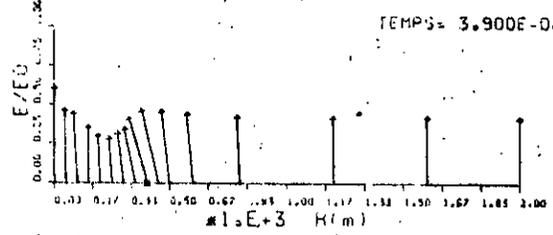
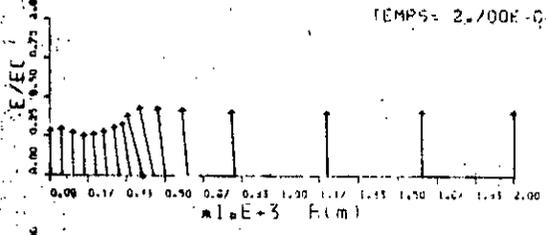
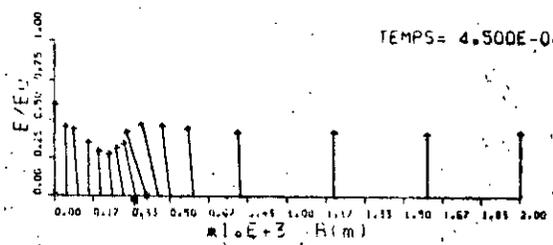
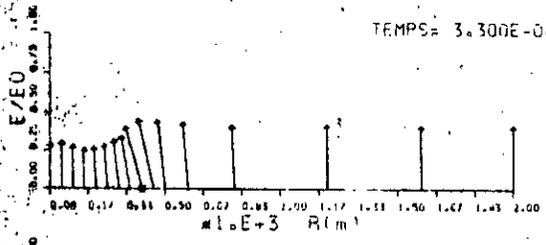


HAUTEUR DE DECHARGE: 400.(m) $E_0 = 5.0E+05$ (V/m)



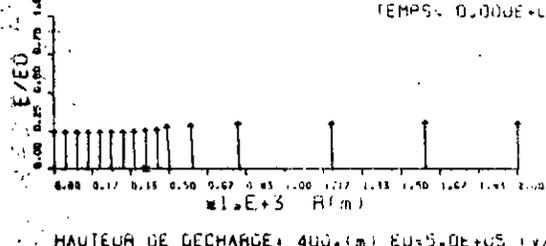
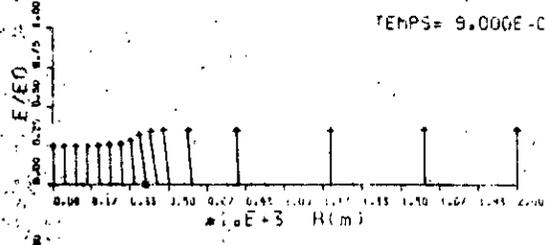
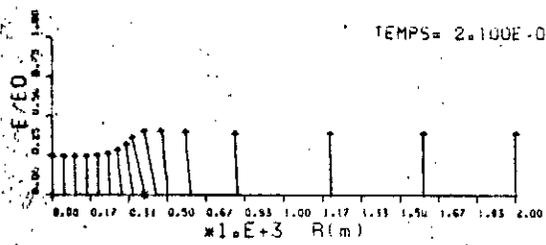
HAUTEUR DE DECHARGE: 200.(m) $E_0 = 5.0E+05$ (V/m)

figure A7. $x = 500$ m $\sigma_1 = 10^{-12}$ S/m $\sigma_2 = 10^{-7}$ S/m



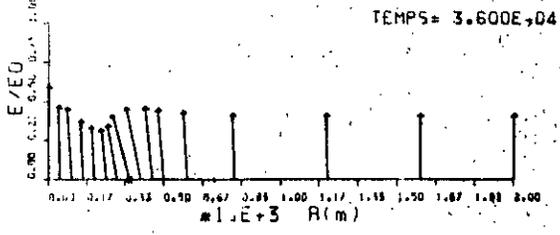
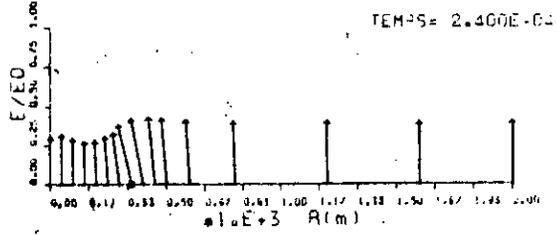
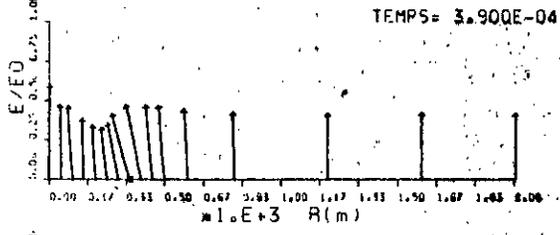
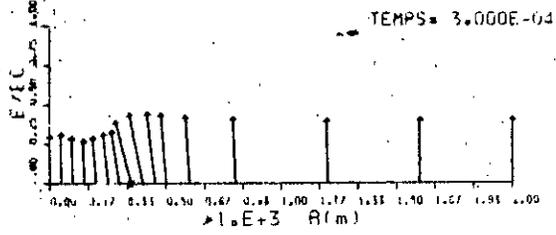
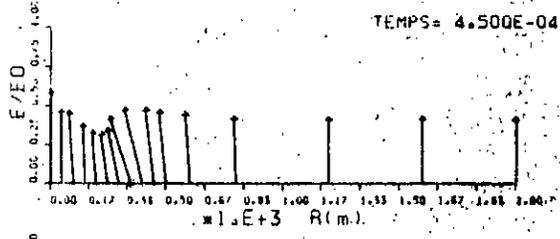
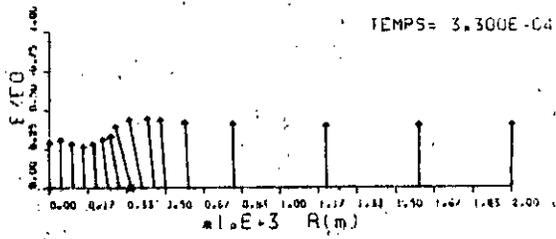
HAUTEUR DE DECHARGE: 300. (m) $EO = 5.0E+05$ (V/m)

HAUTEUR DE DECHARGE: 150. (m) $EO = 5.0E+05$ (V/m)



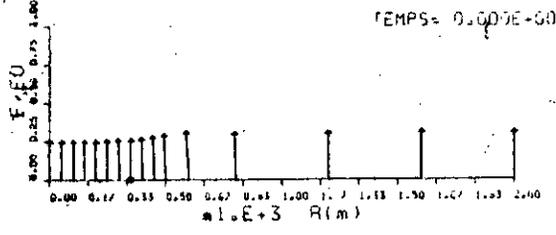
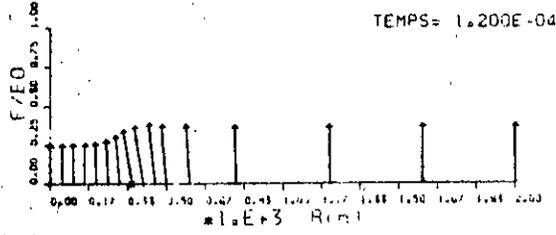
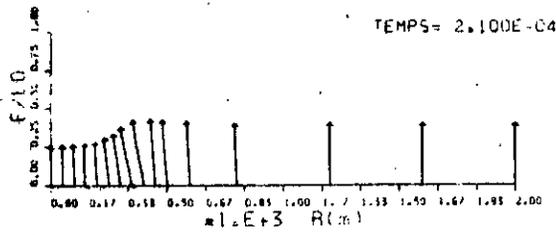
HAUTEUR DE DECHARGE: 300. (m) $EO = 5.0E+05$ (V/m)

figure AB. $x = 400$ m $\tau_1 = 10^{-12}$ S/m $\tau_2 = 10^{-7}$ S/m



HAUTEUR DE DECHARGE: 300.(m) EO=5.0E+05 (V/m)

HAUTEUR DE DECHARGE: 150.(m) EO=5.0E+05 (V/m)



HAUTEUR DE DECHARGE: 400.(m) EO=5.0E+05 (V/m)

figure A9. $x = 350$ m $\sigma_1 = 10^{-12}$ S/m $\sigma_2 = 10^{-7}$ S/m

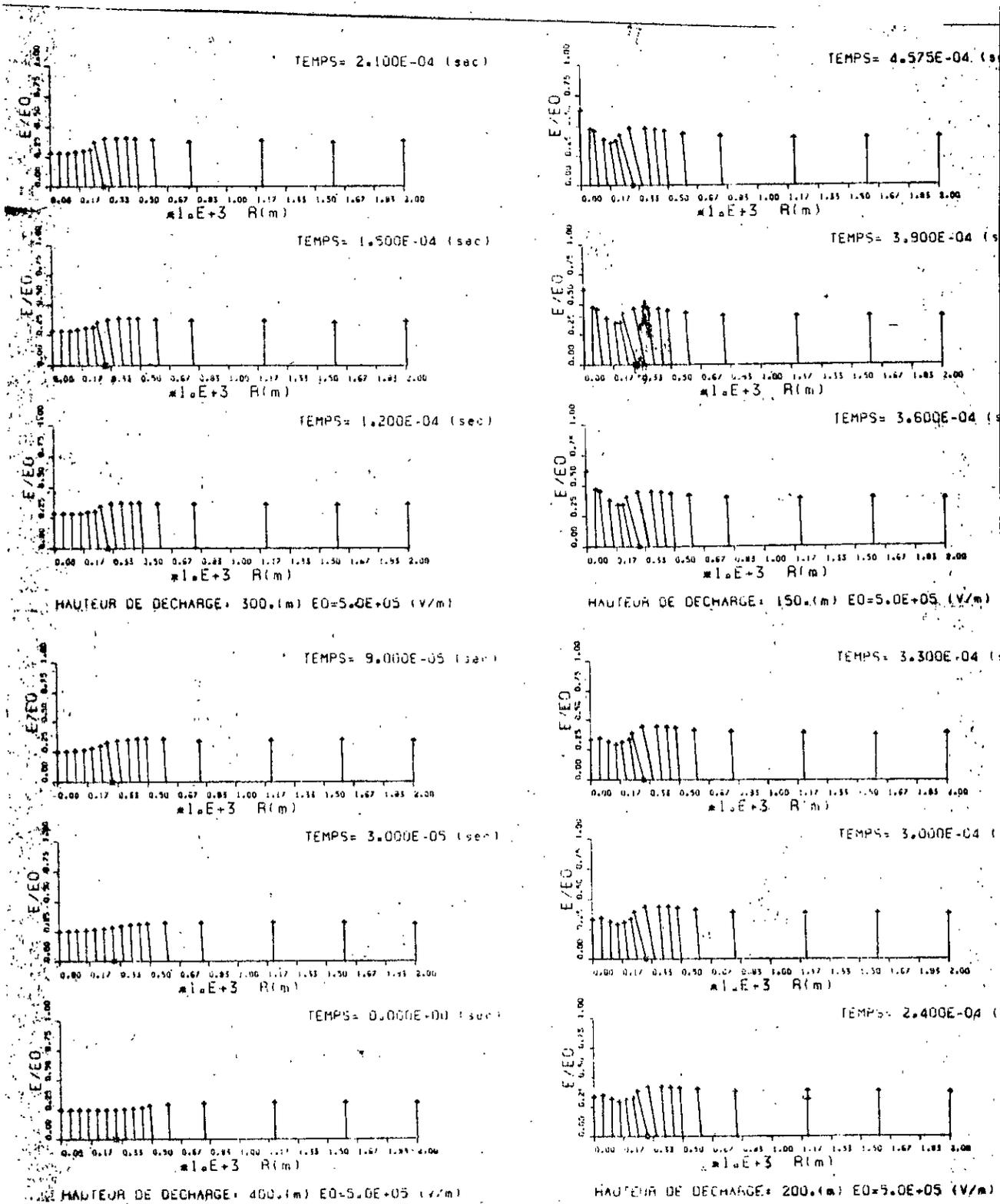


figure A10. $x = 300$ m $\gamma_1 = 10^{-12}$ S/m. $\gamma_2 = 10^{-7}$ S/m.

Annexe B : Résultats obtenus à partir des essais effectués sur le modèle expérimental.

B1. Répartition des impacts sur une surface homogène au dessous de la pointe négative.

Hauteur de la pointe est égale à 18,5 cm.

Conductance de la couche de sable posée sur l'électrode plate mise à la terre est égale à 54 μ S.

Valeur de crête des impulsions, de durée de 1,2/50 μ s, appliquée a été égale à 425 kV.

Nombre de choc successifs ayant le niveau $U_{100\%}$ de décharges disruptives est égal à 50. L'application de ces 50 chocs a eu pour conséquence 65 points de perforation, dont chacun a été considéré comme point d'impact.

r/h	N _r nombre de perforation dans le cercle de rayon r	N _r /65
0,05405	2	0,0307
0,1081	6	0,092
0,1621	11	0,169
0,2162	16	0,246
0,2703	19	0,291
0,3243	29	0,445
0,3784	40	0,615
0,4324	42	0,646
0,4865	49	0,753
0,5405	57	0,867
0,5946	59	0,907
0,6486	62	0,950
0,7027	64	0,981
0,7567	64	0,981
0,8108	65	1,000

$$(r/h)_{50\%} = 0,3402$$

$$\bar{r} = 0,1727$$

B2. Sol hétérogène composé de l'acier galvanisé et de sable.

Nous utilisons les désignations suivantes:

n - nombre des décharges atteignant l'interface,

h - hauteur de la tige,

f = n/50

G - conductance du sable,

U_{app.} - la crête maximale des impulsions appliquées ayant le niveau U_{100%} de décharges disruptives.

B2.a. Sable sec.

h = 21 cm

x cm	x/h	interface		G μS
		n	f	
0	0	49	0,98	60,68
2	0,0952	46	0,92	"
4	0,1905	42	0,84	"
6	0,286	35	0,70	49,35
8	0,381	29	0,58	"
10	0,476	20	0,40	"
12	0,5714	14	0,28	"
14	0,666	9	0,18	52,02
16	0,762	5	0,10	"
18	0,857	2	0,04	"
20	0,9524	2	0,04	"

U_{app.} = 466 kV

h = 18,5 cm

x cm	x/h	interface		G μS
		n	f	
0	0	49	0,98	54,68
2	0,1081	45	0,9	"
4	0,2162	38	0,76	53,34
6	0,3243	32	0,64	"
8	0,4324	26	0,52	"
10	0,5405	19	0,38	"
12	0,6486	10	0,20	54,68
14	0,7568	5	0,10	"
16	0,8684	3	0,06	"
18	0,973	2	0,04	52,02
20	1,081	1	0,02	"

U_{app.} = 425 kV

h = 16 cm

x cm	x/h	interface		G μS
		n	f	
0	0	49	0,98	52,02
2	0,125	44	0,88	"
4	0,25	37	0,74	46,67
6	0,375	28	0,56	"
8	0,5	19	0,38	"
10	0,625	13	0,26	48,01
12	0,75	7	0,14	"
14	0,875	4	0,08	54,68
16	1,0	2	0,04	"
18	1,125	1	0,02	"

U_{app.} = 384 kV

h = 13,5 cm

x cm	x/h	interface		G μS
		n	f	
0	0	50	1,00	49,34
2	0,148	45	0,90	"
4	0,296	38	0,76	"
6	0,444	26	0,52	54,68
8	0,593	14	0,28	"
10	0,741	6	0,12	48,01
12	0,888	3	0,06	"
14	1,037	1	0,02	"

U_{app.} = 350 kV

B2.b. Sable humide.

h = 28,5 cm

x cm	x/h	interface		G mS
		n	f	
0	0	49	0,98	1,52
2	0,0702	47	0,94	"
4	0,1435	42	0,84	"
6	0,2105	37	0,74	"
8	0,2807	30	0,60	1,50
10	0,3508	25	0,50	"
12	0,421	20	0,40	"
14	0,4912	12	0,24	1,52
16	0,561	6	0,12	"
18	0,6316	2	0,04	"

U_{app.} = 446 kV

h = 21 cm

x cm	x/h	interface		G mS
		n	f	
0	0	48	0,96	1,52
2	0,0952	46	0,92	"
4	0,1905	38	0,76	"
6	0,286	29	0,58	1,50
8	0,381	21	0,42	"
10	0,476	12	0,24	"
12	0,571	4	0,08	"
14	0,667	2	0,04	"

U_{app.} = 384 kV

h = 26 cm

x cm	x/h	interface		G mS
		n	f	
0	0	49	0,98	1,48
3	0,1154	45	0,90	"
6	0,2308	35	0,70	"
9	0,346	25	0,50	1,52
12	0,4615	14	0,28	"
15	0,577	5	0,10	"
18	0,692	1	0,02	"

U_{app.} = 425 kV

h = 16 cm

x cm	x/h	interface		G mS
		n	f	
0	0	50	1,00	1,50
2	0,125	46	0,92	"
4	0,25	32	0,64	1,52
6	0,375	24	0,48	"
8	0,5	11	0,22	"
10	0,625	3	0,06	1,48
12	0,75	1	0,02	"

U_{app.} = 343 kV

Annexe C : Résolution de l'équation (41)

L'équation à résoudre est la suivante:

$$v = C \int_0^{\infty} \exp(-k^2 * p^2 * (\ln(\lambda))^2 / 2) d\lambda \quad (C1)$$

où - $C = (B * \gamma_{sox} * k * p * r_m) / \sqrt{2 * J_T}$
 - $\lambda = r / r_m$ et $d\lambda = dr / r_m$

Introduisons une nouvelle variable désignée par "t". Cette variable est déterminée par l'équation suivante:

$$t = \frac{k * p}{\sqrt{2}} * \ln(\lambda) - \frac{1}{\sqrt{2} * k * p} \quad (C2)$$

en mettant cette variable à la puissance 2, nous avons obtenu l'expression suivante:

$$t^2 = \frac{k^2 * p^2}{2} * (\ln(\lambda))^2 - \ln(\lambda) + \frac{1}{2 * k^2 * p^2}$$

la fonction exponentielle de cette expression est égale à :

$$\exp(-t^2) = \exp\left(\frac{k^2 * p^2}{2} * (\ln(\lambda))^2\right) * \exp(\ln(\lambda)) * \exp\left(\frac{-1}{2 * k^2 * p^2}\right)$$

comme

$$\exp(\ln(\lambda)) = \lambda$$

et en désignant par K la constante suivante:

$$K = \exp(-1 / (2 * k^2 * p^2))$$

ainsi

$$\exp(-t^2) = \lambda * K * \exp(-k^2 * p^2 * (\ln(\lambda))^2 / 2)$$

où l'expression exponentielle du côté droit est identique à la fonction intégrante de l'équation (C1) :

$$\exp(-k^2 * p^2 * (\ln(\lambda))^2 / 2) = \frac{\exp(-t^2)}{\lambda * K} \quad (C3)$$

La dérivé de l'équation (C2) selon λ est égale à l'expression suivante:

$$\frac{dt}{d\lambda} = \frac{k * p}{\sqrt{2}} * \frac{1}{\lambda}$$

d'où

$$d\lambda = \frac{\lambda * \sqrt{2}}{k * p} * dt \quad (C4)$$

En remplaçant les équations (C3) et (C4) à l'équation (C1) nous avons obtenu l'expression suivante pour la variable "v":

$$v = C * \int_0^{\infty} \frac{\exp(-t^2)}{K} * \frac{\lambda * \sqrt{2}}{k * p} dt$$

qui, en regroupant les constantes devient :

$$v = A * \int_0^{\infty} \exp(-t^2) dt \quad (C5)$$

$$\text{où } A = \frac{C * \sqrt{2}}{K * k * p} = \frac{B * \varphi_{sox} * r_m}{\sqrt{t}} * \exp(1 / (2 * k^2 * p^2))$$

La solution analytique de l'intégrale de l'équation (C5) existe :

$$\int_0^{\infty} \exp(-t^2) dt = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

Ainsi la variable "v" de l'équation (C1) est égale à :

$$v = \frac{B * \varphi_{sox} * r_m}{2} * \exp(1 / (2 * k^2 * p^2))$$