

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Ecole Nationale Polytechnique



Département de Génie Mécanique
Laboratoire Génie Mécanique et Développement

Mémoire de Magister

Spécialité : Génie Mécanique
Option : Construction Mécanique

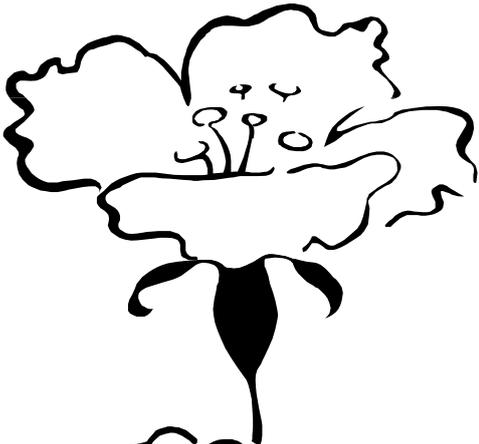
Présenté par
BERMAD Fateh
Ingénieur d'état en Génie Mécanique de l'ENP

Modélisation géométrique de la structure osseuse du bassin humain pour l'analyse biomécanique par éléments finis des déformations induites lors d'une maladie particulière appelée "ostéomalacie"

Soutenu publiquement le 23/12/2014 devant le Jury composé de :

Président	:	Mr A. SMAILI	Professeur, ENP
Directeur de mémoire	:	Mr S. RECHAK	Professeur, ENP
Examineurs	:	Mr M. BOUAZIZ	Professeur, ENP
		Mr B. KEBLI	Professeur, ENP

ENP 2014



Dédicace

*Ce modeste travail est dédié à ceux qui
me donnent de l'espoir, qui m'aiment
et qui m'ont aidé lorsque la vie freinait
mes efforts. Ils m'ont tous entouré, en
personne et par la prière :*

Mes parents, mes frères et sœurs.

Ma femme et mes enfants.

*Plus les innombrables autres qui ont
prié pour moi.*

Fateh Bermad.

Remerciements

Je remercie dieu de m'avoir donné la volonté et le courage afin d'arriver à la finalité de ce modeste travail.

Je tiens à remercier tout particulièrement mon directeur de mémoire Pr. Saïd Rechak, qui a accueilli mon sujet de recherche avec enthousiasme, m'a prodigué aide et conseils et m'a permis de mener ce travail à bonne fin.

Je remercie ici toutes les personnes qui ont su me donner le goût de la biomécanique et m'ont conduit à m'intéresser au domaine de la CAO,...vaste domaine s'il en est ! Parmi celles-ci, Pr. Saïd Rechak, M^{elle} Nadia Amor, Dr Abdelbaki Benmebarek. Comptent tout particulièrement.

Je tiens à remercier particulièrement Pr. Arezki SMAILI d'avoir accepté la présidence du jury, ainsi que les membres de jury Pr. Mohamed BOUAZIZ et Pr. Belkacem KEBLI qui ont accepté de juger ce travail. Leurs remarques et suggestions seront à l'origine de nombreuses améliorations.

Mes remerciements s'adressent également à tout le personnel du centre culturel universitaire de technologie et de médecine d'Alger.

Un grand merci également à mes parents pour avoir supporté mes angoisses, et ma mauvaise humeur au cours de ces années.

Je remercie vivement mes amis du groupe de recherche qui ont partagé avec moi mes moments de joie et de désarroi, spécialement Boufenar Mohamed, Ladjel Kamel, Djabali Omar, Boukhalkhal Ahmed Lamine, Hachi Ibrahim Elkhailil.

Je tiens également à remercier Pr. Abdelmalek Bermad, Pr. Nouredine Dechemi et Mr Ali Amiche pour leurs encouragements et conseils.

J'exprime aussi ma reconnaissance aux personnes qui m'ont fourni des articles et informations et encouragé dans cette préparation de mémoire, spécialement M^{elle} Nadia Amor, Oussama Zebdi, Elhadj Ailam, Mhamed Kadi, Abdelghani Maoui, Ibnssina Louis, les personnels du CCU médecine, et les personnels de la bibliothèque de l'ENP.

Je remercie tous ceux que je ne citerais pas, pour ne risquer d'oublier personne.

J'ai particulièrement apprécié l'accueil que m'ont réservé les chercheurs Pr. Marie Christine Hobatho, Pr. Rajshree Mootanah, Mr Santanu Majumder lorsque je me suis adressé à eux pour m'éclairer sur certains points.

Enfin, merci à tous ceux qui n'ont cessé de me demander ces dernières années : « Alors ta soutenance! C'est pour quand ? ». Je ne leur en veux plus...

Sommaire

INTRODUCTION		2
<hr/>		
CHAPITRE I	BIOMÉCANIQUE ET REVUE DE LA LITTÉRATURE	4
<hr/>		
I.1	Analyse par éléments finis dans le domaine de la biomécanique orthopédique	5
I.1.1	Introduction	5
I.1.2	Analyse de contraintes dans les structures osseuses	5
I.1.3	La rupture des éléments de fixation des structures osseuses	6
I.1.4	Conception de l'articulation artificielle et fixation	8
I.1.5	Autres applications	10
I.2	Biomécanique du bassin humain	11
I.2.1	Introduction	11
I.2.2	Modélisation éléments finis du bassin humain (étude bibliographique)	11
I.3	La maladie "ostéomalacie"	16
I.3.1	Définition	16
I.3.2	Physiopathologie et causes	16
I.3.2.a	Relation entre l'ostéomalacie et la vitamine D	16
I.3.2.b	Relation entre l'ostéomalacie et le phosphore	17
I.3.2.c	Relation entre l'ostéomalacie et le calcium	17
I.3.3	Signes cliniques, radiologiques, biologiques et histologiques	17
I.3.3.1	Signes cliniques	17
I.3.3.2	Signes radiologiques	17
I.3.3.3	Signes biologiques	18
I.3.3.4	Signes histologiques	18
I.4	Situation de la biomécanique du bassin humain sous l'effet de la maladie	18
<hr/>		
CHAPITRE II	ANATOMIE ET ASPECT BIOLOGIQUE ET BIOMÉCANIQUE DE L'OS	20
<hr/>		
II.1	Description anatomique du bassin humain	21
II.1.1	Position anatomique de référence	21
II.1.2	Description du bassin humain	21
II.1.2.1	Constitution de l'os coxal	22
II.1.2.2	La cavité cotyloïde (l'acétabulum)	22
II.1.2.3	Le trou obturateur	23
II.1.3	Les muscles de la région pelvienne	23
II.1.3.1	Les fléchisseurs au niveau de l'articulation de la hanche	23
II.1.3.2	Les extenseurs au niveau de l'articulation de la hanche	24
II.1.3.3	Abducteurs et adducteurs au niveau de l'articulation de la hanche	25
II.1.3.4	Le fascia lata	25
II.1.3.5	la musculature interne de la hanche	26

II.2	Les aspects biologiques et biomécaniques de l'os	26
II.2.1	Introduction	26
II.2.2	La composition du tissu osseux	27
II.2.2.1	Phase organique	28
II.2.2.2	Phase inorganique (minérale)	28
II.2.2.3	Les cellules osseuses	28
II.2.2.3.a	Les ostéoblastes	28
II.2.2.3.b	Les ostéoclastes	28
II.2.2.4	Structure de l'os cortical	29
II.2.2.5	Structure de l'os spongieux	29
II.2.3	Notion et importance du remodelage osseux	30
II.2.4	Propriétés mécaniques de l'os	31

CHAPITRE III	MODÉLISATION GÉOMÉTRIQUE ET SEGMENTATION DES IMAGES TOMOGRAPHIQUES DU BASSIN HUMAIN	34
---------------------	--	----

III.1	Introduction à la modélisation géométrique	35
III.1.1	Introduction	35
III.1.2	Modélisation des courbes	35
III.1.2.1	Introduction	35
III.1.2.2	Les courbes de Bézier et B-spline	36
III.1.2.2.1	Courbe de Bézier	36
III.1.2.2.2	Algorithme de De Casteljau	37
III.1.2.2.3	Élévation du degré d'une courbe de Bézier	38
III.1.2.2.4	Les courbes de Bézier rationnelles	39
III.1.2.2.5	L'algorithme de De Casteljau	39
III.1.2.2.6	Les courbes B-splines non rationnelles	39
III.1.2.2.6	Les courbes B-splines rationnelles (NURBS)	40
III.1.3	Définition pragmatique de courbe	42
III.1.4	Modélisation des surfaces	42
III.1.4.1	Introduction	42
III.1.4.2	Surfaces basées sur une interpolation	42
III.1.4.2.1	Carreaux par produit tensoriel (notions de base)	43
III.1.4.2.2	Carreaux basés sur une interpolation	44
III.1.4.2.2.a	Interpolation de type Lagrange	44
III.1.4.2.2.b	Interpolation de type Hermite	44
III.1.4.2.2.c	Interpolation transfinie (carreaux de Coons)	45
III.1.4.3	Produit tensoriel et polyèdre de contrôle	46
III.1.4.3.1	Polyèdre de contrôle	46
III.1.4.3.2	Produit tensoriel	47
III.1.4.3.3	Quadrangles de Bézier	47
III.1.4.3.4	Élévation du degré	48
III.1.4.3.5	Carreaux B-splines	49
III.1.4.4	Les carreaux triangulaires	49
III.1.4.4	Formes tri-paramétriques	49

III.1.4.4.2 Triangles de Bézier	49
III.1.4.4.3 Elévation du degré	51
III.1.4.5 Autres types de carreaux (carreaux rationnels)	51
III.1.4.5.1 Carreaux quadrangulaires de Bézier rationnels	52
III.1.4.5.2 Carreaux triangulaires de Bézier rationnels	52
III.1.4.5.3 Carreaux quadrangulaires de type NURBS	52
III.1.4.6 Surfaces particulières	52
III.1.4.6.1 Les surfaces de révolution	52
III.1.4.6.2 Les surfaces réglées	53
III.1.4.6.3 Les surfaces d'extrusion ou par balayage	54
III.2 Segmentation des images tomographiques (images scanner)	54
III.2.1 Introduction	54
III.2.2 Segmentation de l'os pelvien	54
III.2.3 Triangulation du masque segmenté	55
III.2.4 Quelques exemples de segmentation d'images tomographiques	56
III.2.5 Optimisation des modèles STL pour des buts d'analyse par éléments finis ...	56
III.3 Modélisation solide du bassin humain par les surfaces NURBS	58
CHAPITRE IV	Modélisation numérique du bassin humain 61
IV.1 Introduction	62
IV.2 Motivation	62
IV.3 Objectif	63
IV.4 Modélisation solide et maillage	63
IV.5 Modélisation éléments finis	65
IV.5.1 Introduction	65
IV.5.2 Les cas de chargement dans l'analyse par éléments finis du bassin humain ...	66
IV.5.3 Les conditions aux limites	69
IV.5.4 Propriétés mécaniques du bassin humain	70
IV.5.5 Résultats pour le bassin avec application de la force articulaire R et sans intervention des muscles	70
IV.5.6 Résultats pour le bassin avec application de la force articulaire R et les chargements musculaires	73
IV.5.7 Interprétation des résultats	75
CONCLUSION GÉNÉRALE	78
ANNEXE A	81
ANNEXE B	84
RÉFÉRENCES bibliographiques	87

Liste des figures

Liste des figures

Fig.1.1	Maillage du fémur humain	6
	(a) maillage 2-D avec éléments triangulaires à 3 noeuds	
	(b) maillage 3-D avec éléments hexaédriques isoparamétriques à 8 noeuds .	
Fig. 1.2	Analyses de contrainte des dispositifs de fixation externe	7
	(a) pour les fractures de l'os	
	(b) un modèle MEF d'une poutre d'une configuration complète de portique, appliqué à un os fracturé, chargé en compression ; la division en 32 éléments poutres et un élément du trou (n° 33) pour simuler la fracture.	
Fig. 1.3	(a) Définition géométrique d'un modèle EF 3-D de la liaison os-broche dans les appareils de fixation externe.....	7
	(b) Le modèle éléments finis axisymétrique de l'endroit de liaison os-broche.....	7
Fig. 1.4	Vue schématique, en coupe, de la pose d'une prothèse de hanche (type Charnley)	8
Fig. 1.5	Maillage pour les analyses 3-D pour évaluer la performance mécanique des différents types des composants de la pose d'une prothèse fémorale de hanche.....	9
Fig. 1.6	L'analyse par la MEF du composant fémoral d'une pose de surface de la hanche.....	9
Fig. 1.7	Un modèle élément finis 3-D de 768 éléments hexaédriques isoparamétriques (linéaires) à 8 noeuds (1053 noeuds au total) pour étudier la fixation du plateau tibial lors de la pose de prothèse du genou.....	10
Fig. 1.8	Simulation éléments finis du chargement de l'étude expérimentale (vue frontale et latérale).....	11
Fig. 1.9	Maillage éléments finis du bassin humain.....	12
	a. antérieur b. latérale c. postérieur d. médiane.	
Fig. 1.10	Distribution des contraintes de von Mises dans la coque corticale du modèle réaliste et du modèle homogène.....	12
Fig. 1.11	Identification des régions d'attachements musculaires utilisés dans le modèle.....	13
Fig. 1.12	Vues latérales de la distribution de contraintes de von Mises dans la coque corticale pour les huit phases de chargement de la marche.....	14
Fig. 1.13	Vues latérales de la distribution de contraintes de von Mises dans l'os trabéculaire pour les huit phases de chargement de la marche.....	14
Fig. 1.14	Modèle tridimensionnel du bassin humain avec 88948 éléments et 16430 noeuds.....	15
Fig. 1.15	Distribution de contraintes de Von Mises dans la coque corticale	16
	pour : a. chargement maximal b. chargement minimal.	
Fig. 1.16	Distribution de contraintes de von Mises dans l'os trabéculaire	16
	pour : a. chargement maximal b. chargement minimal.	
Fig. 1.17	Pseudo-fractures multiples (flèches) de Looser-Milkman.....	17
Fig. 1.18	(a) facteur de risque dans le cas de la contraction iliopsoas	19
	(b) fracture du col (rayon X)	19
Fig. 2.1	position anatomique de référence.....	21
Fig. 2.2	Bassin constitué de 3 os	22

Fig. 2.3	Constitution de l'os coxal.....	22
Fig. 2.4	Vue de l'acétabulum dans l'os iliaque.....	23
Fig. 2.5	Musculature du membre inférieur.....	24
Fig. 2.6	Adducteurs de la cuisse.....	25
Fig. 2.7	Musculature externe de la hanche.....	25
Fig. 2.8	Musculature interne de la hanche.....	26
Fig. 2.9	Structure du tissu osseux.....	27
Fig. 2.10	Tracé de l'os cortical et trabéculaire, montrant quelques-unes de leurs caractéristiques... ..	29
Fig. 2.11	Les phases du remodelage osseux.....	31
Fig. 2.12	Structure hiérarchique de l'os.....	32
Fig. 3.1	Algorithme récursif pour la courbe de Bézier non rationnelle.....	38
Fig. 3.2	Courbe B-spline non rationnelle avec son polygone de contrôle.....	40
Fig. 3.3.a	Courbe B-splines rationnelles quadratiques obtenues par application de différentes valeurs de w_1 et w_2	41
Fig.3.3.b	Courbe B-splines rationnelles cubiques.....	41
Fig. 3.4	(a)Réseaux de contrôle d'un produit tensoriel d'une surface B-spline	49
	(b) produit tensoriel d'une surface B-spline de degré (2,3).....	49
Fig. 3.5	Réseau de contrôle d'une surface de révolution et une surface de révolution B-spline rationnelle.....	53
Fig. 3.6	Surface réglée entre un arc circulaire et une courbe cubique rationnelle.....	53
Fig. 3.7	Surface par extrusion.....	54
Fig. 3.8	Image tomographique du demi bassin gauche.....	55
Fig. 3.9	géométrie du bassin humain sous le format STL, et une région agrandie du bassin triangulé (avant traitement dans Magics).....	55
Fig. 3.10	Segmentation du bassin humain montrant l'objet en 3D formé par des polylines.....	56
Fig. 3.11	Segmentation des images tomographiques; a. genou, b. crâne c. mandibule.....	56
Fig. 3.12	Bassin humain reconstruit avant le remaillage.....	57
Fig. 3.13	Bassin humain lors de la première étape du remaillage.....	57
Fig. 3.14	Bassin humain lors de la deuxième étape du remaillage.....	57
Fig. 3.15	Bassin humain lors de la troisième étape du remaillage.....	58
Fig. 3.16	Nuage de points décrivant le bassin humain.....	59
Fig. 3.17	Construction de la surface du bassin à partir d'un nuage de points.....	59
Fig. 3.18	Construction des surfaces NURBS du bassin humain.....	60
Fig. 4.1	Schéma récapitulatif de la modélisation géométrique jusqu'au maillage.....	64
Fig. 4.2	Maillage tétraédrique du bassin humain dans Patran.....	64
Fig. 4.3	Maillage surfacique quadrilatéral du bassin humain à partir d'une surface NURBS.....	65
Fig. 4.4	Maillage hexaédrique dans Mentat 2014.....	66
Fig. 4.5	Identification des régions d'attachements musculaires utilisés dans le modèle	66
Fig. 4.6	Les cycles de la marche.....	66
Fig. 4.7	Les phases d'un cycle de la marche.....	67
Fig. 4.8	Structure anatomique du bassin humain	69
Fig. 4.9	Les différentes vues du modèle numérique de la structure osseuse du bassin humain avec les conditions aux limites en déplacement.....	69
Fig. 4.10	Les éléments fixés de la symphyse pubienne.....	70

Fig. 4.11	Les éléments fixés de la région de contact avec l'os sacral	70
Fig. 4.12	Conditions aux limites pour le bassin sans l'intervention des chargements musculaires.	70
Fig. 4.13	Distribution des contraintes de Von Mises du bassin pour R=426N (1 ^{ère} phase de marche)	71
Fig. 4.14	Distribution des contraintes de Von Mises du bassin pour R=2158N.....	71
Fig. 4.15	Distribution des contraintes de Von Mises du bassin pour R=1876 N	71
Fig. 4.16	Distribution des contraintes de Von Mises du bassin pour R=1651N	72
Fig. 4.17	Distribution des contraintes de Von Mises du bassin pour R=1180N	72
	musculaires.	
Fig. 4.18	Distribution des contraintes de Von Mises du bassin pour R=187N	72
Fig. 4.19	Distribution des contraintes de Von Mises du bassin pour R= 87N	73
Fig. 4.20	Distribution des contraintes de Von Mises du bassin pour R= 379N	73
Fig. 4.21	Les différentes conditions aux limites avec prise en compte des chargements.....	75
	musculaires	
Fig. 4.22	Contraintes de Von Mises pour le cas d'une flexion de 18° avec prise en compte des	75
	chargements musculaires.	

NOMENCLATURE

Nomenclature

Notations

E : Module d'Young du matériau

$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}}{dt}$: Vitesse de déformation en s^{-1}

ρ : Densité apparente en g/cm^3

$\rho_{Cendres}$: Densité des cendres en g/cm^3

$\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in [0,1]$: Paramètres des courbes, des surfaces et des carreaux triangulaires

$\mathbf{B}_{i,n}(\mathbf{u})$: Fonctions de Bernstein pour les courbes

$\mathbf{G}_{i,n}(\mathbf{u})$: Fonctions de Bernstein rationnelles

$\mathbf{N}_{i,K}(\mathbf{u})$: Fonctions Spline de degré $K-1$ et d'ordre K .

w_i : Les poids des points de contrôle

$w_{i,j}$: Les poids du réseau de contrôle

$\boldsymbol{\gamma}(\mathbf{u})$: La paramétrisation d'une courbe

Γ : La courbe paramétrée

$\mathbf{S}(\mathbf{u}, \mathbf{v})$, $\mathbf{S}(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w})$: La paramétrisation d'une surface

\mathbf{P}_i : Les points de contrôle

$\mathbf{P}_{i,j}$: Le réseau de points de contrôle

Abréviations

CAO : Conception Assistée par Ordinateur

FAO : Fabrication Assistée par Ordinateur

STL : STereoLithography (Stéréolithographie)

NURBS : Non-Uniform Rational Basis Splines (B-splines rationnelles non uniformes)

MEF : Méthode des Eléments Finis

AEF : Analyse par Eléments Finis

1,25(OH)₂D₃ : 1,25-dihydroxyvitamine D, (la forme hormonale active de la vitamine D)

DXA : Dual Energy X-ray Absorptiometry (absorptiométrie de rayons X à double énergie)

QCT : Quantitative Computed Tomography

IRM : Imagerie par Résonance Magnétique

DICOM : Digital Imaging and Communications in Medicine (norme standard pour la gestion informatique des données issues de l'imagerie médicale).

DXF : Drawing eXchange Format (format de fichier servant à échanger des fichiers DAO ou CAO entre systèmes CAO).

IGES : Initial Graphics Exchange Specification (format d'exportation de données graphiques)

INTRODUCTION

INTRODUCTION

Les êtres humains ont toujours été curieux quant à la façon dont leur corps fonctionne. Les médecins ont travaillé difficilement pour traiter plusieurs maladies et restaurer la santé de l'être humain. Aujourd'hui même, de nouvelles techniques sont développées et utilisées pour mieux étudier le corps humain. Ces nouvelles techniques se sont développées en raison de la complexité du corps humain et de la nécessité de l'étudier entièrement. Les médecins avec leur connaissance étendue dans le domaine de la médecine, les chercheurs dans le domaine de la médecine, croient toujours qu'ils ont beaucoup de chemins à faire au sujet du corps humain et de ses fonctions.

L'ingénierie a toujours été une partie très importante de la médecine. Les instruments et les machines utilisées pour le diagnostic sont fabriqués précisément en utilisant plusieurs techniques et principes de l'ingénierie.

La modélisation des systèmes biomécaniques est complexe, elle est liée aux propriétés géométriques des structures anatomiques et aux lois de comportement des différents tissus biologiques. L'enjeu des recherches envers la modélisation biomécanique est de parvenir à représenter les caractéristiques essentielles de l'être humain avec le plus de réalisme possible.

L'intérêt de la modélisation réside dans la possibilité d'extraire du modèle des informations permettant de prédire, voire reproduire, les phénomènes qui se produisent en situations réelles. Les techniques de visualisation et de simulation informatiques offrent des avancées majeures dans ce sens.

Actuellement la simulation du corps humain à but médical fait face à deux défis : la capacité de simuler les structures complexes et leurs interactions et la capacité de représenter la réalité de manière suffisamment précise.

En s'orientant vers le domaine de la biomécanique, les scientifiques ont introduits dans les applications de chirurgie assistée par ordinateur, les déformations réelles des structures osseuses des vivants. L'objectif est une meilleure compréhension du comportement mécanique des tissus du vivant, via l'élaboration des modèles. A terme, ces modèles visent à prédire les déformations des tissus et à intégrer ces prédictions dans les procédures robotisées de guidage du geste chirurgical. Deux étapes sont nécessaires à l'élaboration d'un modèle biomécanique : la reconstruction de la géométrie de la structure et la prise en compte de la mécanique de cette structure.

La structure osseuse du bassin est considérée comme l'une des structures les plus complexes du corps humain qui mérite, plus qu'aucune autre, d'être modélisé. Une étude, de la modélisation et la simulation du bassin humain, sera ainsi présentée dans ce travail. Cela comprend l'analyse anatomique et biomécanique squelettique et musculaire du bassin, ainsi que la méthode des éléments finis employée pour la simulation.

L'analyse par éléments finis présente de nombreuses applications dans les domaines orthopédiques. On peut citer l'analyse du comportement mécanique des os avec et sans prothèse, du remodelage osseux, et la compréhension du processus de rupture.

Pour la modélisation géométrique, la plupart des chercheurs utilisent des données issues des techniques d'imagerie (rayons X, scanner, imagerie par résonance magnétique "IRM") afin de restituer la conformité géométrique des différentes structures anatomiques.

Sur la base de ces analyses, un modèle tridimensionnel du bassin humain est développé, en utilisant les données tomographiques d'un laboratoire d'anatomie humaine "Laboratoire d'anatomie humaine et embryologie, Faculté de médecine, Université de Bruxelles" [2], et est utilisé pour la prédiction des contraintes et des déformations.

Dans notre étude, nous utilisons pour le pré-processing, la résolution et le post-processing des logiciels largement utilisés par les chercheurs biomécaniciens à savoir : Patran2014 et Marc Mentat2014 [3]. Si ces outils nous permettent de réaliser les simulations,

ils se heurtent au problème de la génération du maillage volumique de la structure, ainsi qu'au temps de calcul considérable.

Une étape délicate et importante pour la précision du modèle, concerne la définition du maillage volumique.

Dans le contexte de notre étude, l'objectif fixé se rapporte à la reconstruction tridimensionnelle de la structure osseuse d'un bassin humain suivie de l'analyse tridimensionnelle par éléments finis de ce bassin dans le but de prévoir les déformations induites lors d'une maladie particulière appelée 'OSTEOMALACIE'. Ainsi, nous allons présenter notre travail en s'appuyant sur quatre chapitres structurés de la manière suivante :

Dans un premier chapitre, nous décrivons l'utilité de la méthode des éléments finis dans le domaine de la biomécanique orthopédique où nous présenterons quelques applications qui ont été abordées dans la littérature ainsi que la biomécanique du bassin humain et donc les études présentées antérieurement et enfin nous décrivons la maladie 'ostéomalacie' avec ses signes cliniques et radiologiques et même la situation de la biomécanique du bassin sous l'effet de la maladie.

Dans le deuxième chapitre, nous présenterons une description anatomique du bassin humain en vue de connaître tous ses éléments constitutifs du point de vue anatomique, ainsi que l'aspect biologique et biomécanique de l'os dans lequel on s'appuie sur la définition de l'os trabéculaire et l'os cortical qui sont des éléments importants pour la modélisation par éléments finis.

Dans le troisième chapitre, nous allons présenter une introduction à la modélisation géométrique traitant les principales courbes et surfaces utilisées en CAO et qui sont vraiment utiles pour la familiarisation avec les logiciels du domaine CAO et éléments finis. Après cela nous présenterons la segmentation des images tomographiques du bassin humain, ainsi que d'autres images comme le genou, le crâne, la mandibule, etc... y compris la génération de la géométrie du bassin sous le format STL et les corrections qu'il faut faire pour aboutir à un maillage régulier, ainsi que la reconstruction tridimensionnelle surfacique (surfaces NURBS) basée sur la génération des polylines et les nuages de points.

La modélisation numérique du bassin humain fera l'objet du quatrième chapitre, qui explique en détail les étapes suivies ; de la reconstruction tridimensionnelle du bassin humain jusqu'à l'analyse du transfert de chargement à travers la structure osseuse du bassin humain par éléments finis ainsi que l'interprétation des résultats.

Et enfin une conclusion générale et des perspectives de travail ultérieur clôtureront ce manuscrit.

CHAPITRE 1

BIOMÉCANIQUE ET REVUE DE LA LITTÉRATURE

CHAPITRE I

BIOMECHANIQUE ET REVUE DE LA LITTÉRATURE

I.1 Analyse par éléments finis dans le domaine de la biomécanique orthopédique

I.1.1 Introduction

La méthode des éléments finis (MEF), une technique de calcul avancé de l'analyse des contraintes dans les structures, développée en science mécanique de l'ingénieur, était introduite en biomécanique orthopédique en 1972 pour calculer les contraintes dans les structures osseuses humaines [1]. Après cela, cette méthode était largement utilisée pour l'analyse de contact os-prothèse, la rupture des appareils de fixation et divers types de tissus autre que l'os. La méthode est maintenant bien établie comme un outil de recherche de base et d'analyse de conception en biomécanique orthopédique ; des publications ont été largement traitées.

Cependant, les structures biologiques et les problèmes cliniques concernés sont complexes. La progression scientifique dans ce domaine exige une compréhension saine de la mécanique de l'ingénieur d'un côté, et une appréciation profonde de la réalité complexe de l'autre côté.

Les outils mathématiques disponibles pour l'analyse des contraintes en mécanique classique ne sont pas convenables pour des structures osseuses possédant des propriétés irrégulières.

Donc, la MEF puissante devient le choix logique pour ce type de problèmes en raison de sa capacité unique de déterminer les contraintes dans les structures possédant une forme, un chargement et un comportement mécanique complexes.

Peu de chercheurs se sont spécialisés en son utilisation, ou plus précisément, en ses capacités et limitations. La complexité des structures biologiques était souvent sous-estimée. En particulier, un peu était connu sur l'articulation et le chargement musculaire, et les propriétés rhéologiques de l'os ainsi que les tissus conjonctifs.

Dans ce qui suit, quelques applications de la MEF dans la biomécanique orthopédique seront discutées.

I.1.2. Analyse de contraintes dans les structures osseuses :

Les analyses par la MEF sont basées sur les théories de la mécanique des milieux continus [1]. Les matériaux continus impliqués dans les analyses des structures osseuses sont l'os cortical (os compact), et l'os trabéculaire (os spongieux) [1,5,35].

En chargement quasistatique (et probablement le chargement *in vivo*) l'os cortical et l'os trabéculaire, bien qu'anisotropes et hétérogènes se comportent comme élastiques linéaires par approximation [1]. Leurs propriétés élastiques dépendent de quelques facteurs comme l'âge, le sexe et le contenu minéral ; donc, une différence entre les sujets est évidente [14].

Il doit être indiqué que l'os est un tissu biologique. Sa structure représente en chaque moment un équilibre entre les processus continus de la résorption et la formation osseuse, lequel peut être affecté par des stimuli extérieurs de nature chimique, mécanique ou électrique [14,19].

Le fémur était l'os le plus fréquemment analysé suite à ses développements historiques et ses participations communes dans les traitements orthopédiques, comme l'implantation d'une prothèse dans l'articulation de la hanche. Les premières recherches qui ont été adoptées par la MEF pour l'analyse des contraintes dans le fémur reviennent à Brekelmans et *al.* et Rybicki et *al.* (Cf. Fig. 1.1.a) [1]. Dans la plupart des efforts, leurs analyses n'étaient pas dirigées vers un problème spécifique, mais visent à démontrer la possibilité de la MEF [1]. Les deux appliquent des éléments bidimensionnels (2D) en contrainte plane à épaisseur uniforme, bien que Rybicki et *al.*, analysent la partie proximale

de l'os seulement, tenant compte de l'épaisseur non uniforme et en variant les modules d'élasticité des éléments.

Après, les modèles tridimensionnels du fémur utilisés, étaient ceux de Scholten et Olofson suivis par Vliiappan et *al.*; Harris et *al.*; Rohlmann et *al.* [1]. Quelques modèles sont sophistiqués (c.f. Fig.1.1.b), comprenant l'os trabéculaire et cortical en 3D. Toutes ces recherches étaient, en fait, une orientation de la méthode, concentrant sur l'application de la MEF.

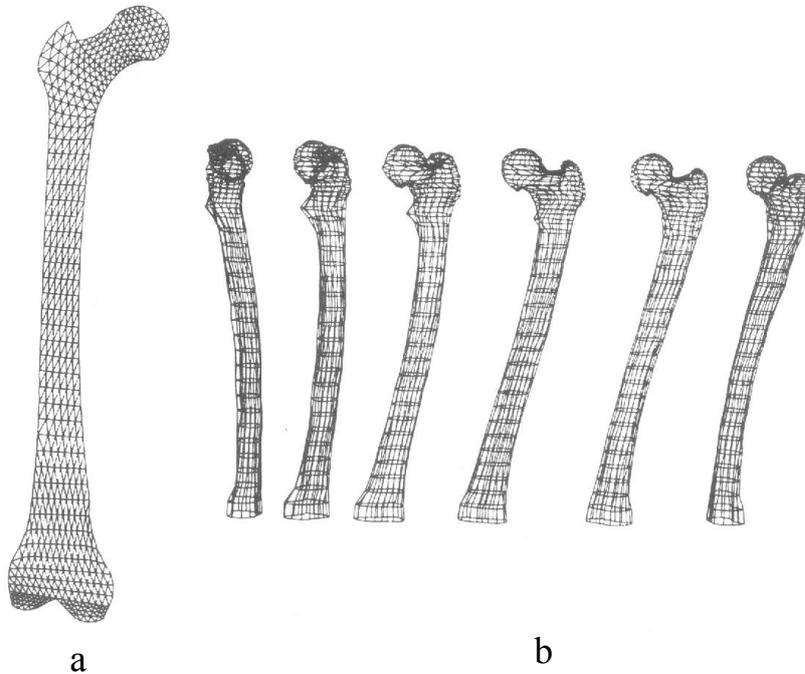


Fig.1.1 Maillage du fémur humain ; (a) Maillage 2-D avec éléments triangulaires à 3 noeuds (b) Maillage 3-D avec éléments hexaédriques isoparamétriques à 8 noeuds [1].

Un nombre d'analyses de contraintes par la MEF des structures osseuses ont été conçues pour les problèmes de rupture, telle que les éléments de fixation.

I.1.3 La rupture des éléments de fixation des structures osseuses :

L'intérêt dans l'orthopédie concernant les mécanismes de rupture de l'os a été plutôt académique. Des efforts dans la pratique étaient condensés largement sur comment les fixer pour fournir les bonnes conditions pour guérir la rupture de l'os [1]. En conséquence, les effets de la fatigue osseuse des différentes conditions pathologiques, comme les tumeurs, l'ostéoporose, le chargement de fatigue et les causes chirurgicalement induites, peuvent être aussi mieux comprises. De plus, il y a eu des suggestions que le phénomène du remodelage osseux et la résorption osseuse, pouvant être commencé par des microfissures, lesquelles seraient d'une grande importance dans la conception de l'implant et de la fixation [1]. Evidemment, la recherche dans les mécanismes de l'endommagement de l'os devient plus importante, puisqu'elle gouverne largement les problèmes orthopédiques. Simplement, la MEF peut servir comme un outil logique pour la prédiction des régions les plus sollicitées [1]. La mécanique de la rupture appliquée à l'os n'a pas été étudiée que récemment avec la MEF, bien que des progressions considérables dans ce domaine fussent rapportées pour d'autres matériaux en mécanique de l'ingénieur.

Les dispositifs de fixation de la rupture (internes et externes) sont appliqués de plus en plus dans le domaine de l'orthopédie et la chirurgie générale. Leurs caractéristiques mécaniques sont importantes dues aux conditions de la résistance et l'influence de leur rigidité de fixation dans le processus de la réadaptation de la rupture.

Comme exemple de fixation externe, l'analyse par éléments finis en utilisant des éléments poutres en 3-D, revient à Chao et An (Cf. Fig. 1.2) [1].

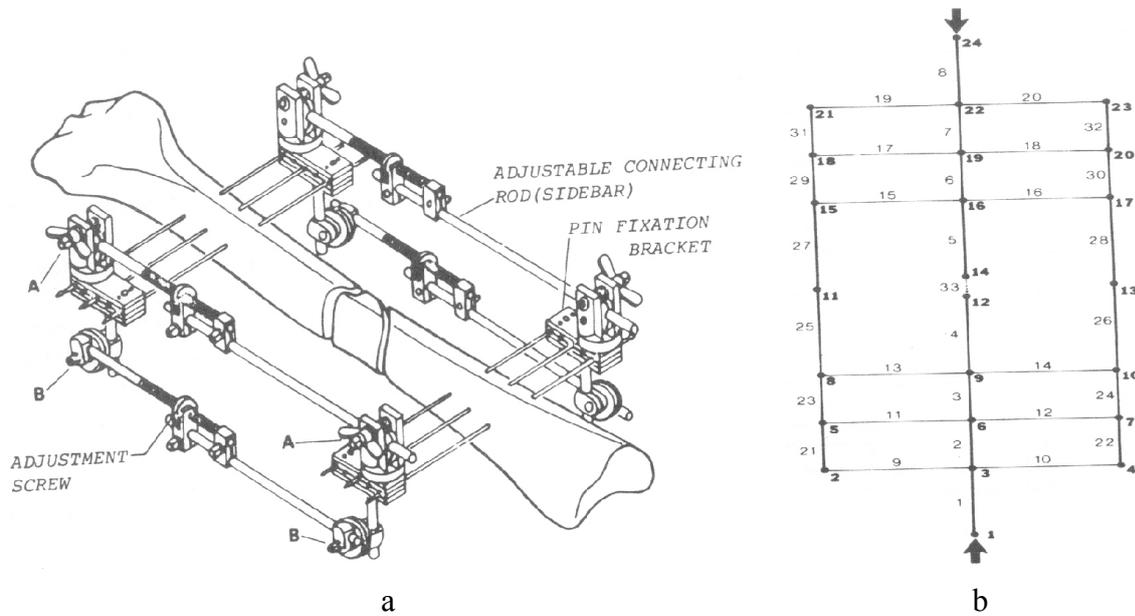


Fig. 1.2. Analyse de contrainte des dispositifs de fixation externe (a) pour les fractures de l'os ; (b) un modèle MEF d'une poutre d'une configuration complète de portique, appliqué à un os fracturé, chargé en compression ; la division en 32 éléments poutres et un élément du trou (n° 33) pour simuler la fracture [1].

Les endroits dans lequel les broches de ces structures sont connectées à l'os sont souvent fortement fatigués, rendant l'os apte à une nécrose due à la pression. Les contraintes dans ces endroits étaient évaluées à des modèles locaux en 3-D (Chao et Malluege) et les éléments axisymétriques (Crippen *et al.*), comme illustré dans la Fig. 1.3 [1].

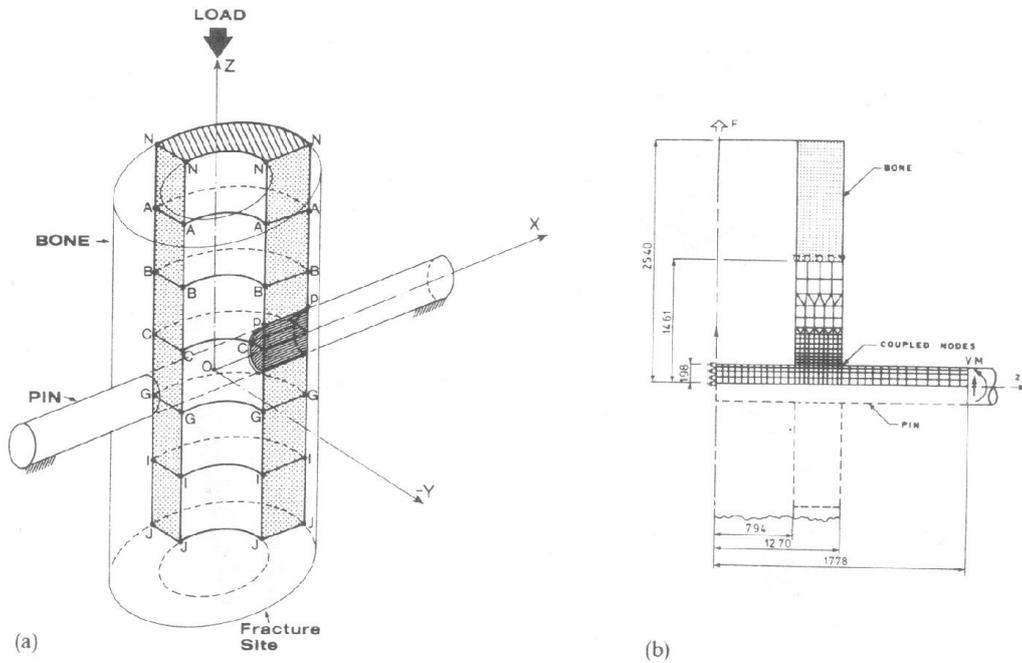


Fig. 1.3. (a) Définition géométrique d'un modèle EF 3-D de la liaison os-broche dans les appareils de fixation externe. (b) Le modèle éléments finis axisymétrique de la liaison os-broche [1].

I.1.4 Conception de l'articulation artificielle et fixation

La conception de l'articulation artificielle et la fixation est probablement l'application la plus populaire de la MEF dans la biomécanique orthopédique. Il a été estimé que d'énormes implantations de prothèse articulaires s'achèvent annuellement. Les avancements sont orientés vers le prolongement de la vie fonctionnelle de ces implants en réduisant les incidents mécaniques [1]. Dans ces efforts, l'optimisation mécanique joue un rôle clé. Les mécanismes des incidents mécaniques comprennent la déformation plastique et rupture des composants plastiques et métalliques, l'endommagement du ciment acrylique (polyméthacrylate, matière pour fixer la prothèse à l'os), descellement aux frontières entre les différents matériaux (interfaces).

À part les problèmes liés à l'hypothèse de l'os comme matériau continu, des difficultés particulières dans les techniques de modélisation sont impliquées dû à la nature composite du système. Dans les systèmes de prothèses articulaires, il existe souvent de grandes différences dimensionnelles parmi les composites. Les couches de ciment peuvent être plutôt minces comparées à celles des prothèses et l'os, par ce moyen exigent des éléments de petite taille (du point de vue de l'aspect de forme) et une augmentation des degrés de liberté pour le système complet [1].

Le plus commun des analyses par EF étudié dans ce domaine concerne le composant fémoral de la pose de prothèses de hanche qui, en général consiste en une tête sphérique connectée à une tige droite ou courbée à l'intérieur du canal médullaire du fémur proximal, utilisant le ciment acrylique comme matière de remplissage (Cf. fig. 1.4).

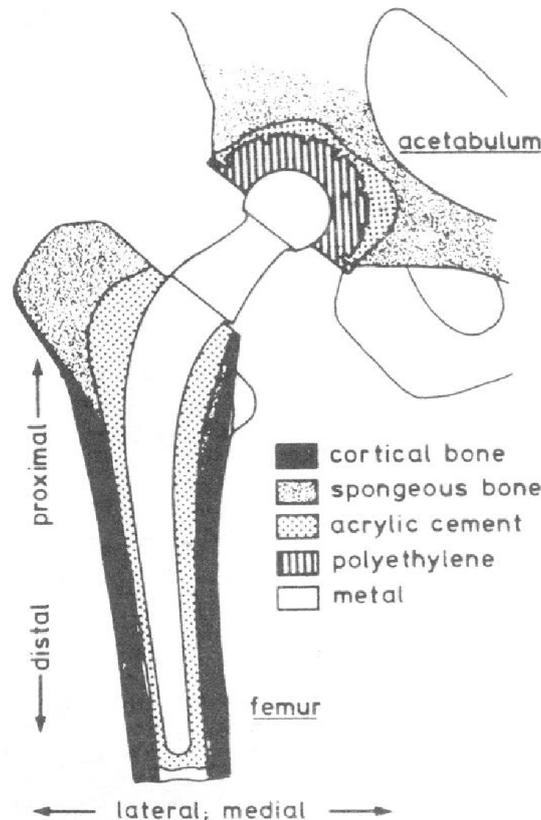


Fig. 1.4. Vue schématique, en coupe, de la pose d'une prothèse de hanche (type Charnley) [1]

L'application de la MEF sur les modèles anatomiques 3D, avec différents degrés de raffinement (Cf. Fig. 1.5) a été étudiée par plusieurs chercheurs tel Roehrlé *et al.*, Scholten *et al.*, Valliappan *et al.*, Hampton *et al.*, Crowninshield *et al.*, et plusieurs autres [1]. La comparaison des résultats obtenus est une tâche difficile, en raison de la grande différence dans la densité du maillage, la géométrie, les propriétés des matériaux et le chargement [1].

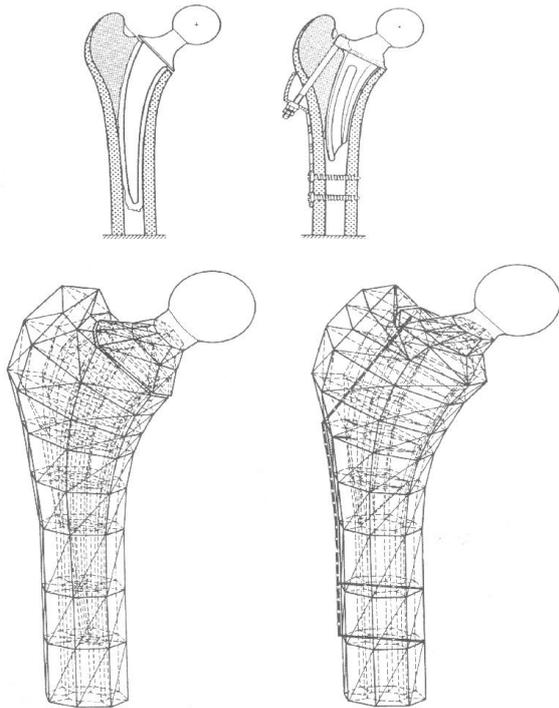


Fig. 1.5. Maillage pour les analyses 3-D afin d'évaluer la performance mécanique des différents types des composants de la pose d'une prothèse fémorale de hanche. Un maillage en éléments tétraédriques quadratiques; les éléments poutres sont aussi utilisés, comme le montre le modèle à droite [1].

Dans la majorité de ces analyses par la MEF, l'élasticité linéaire, l'isotropie et l'homogénéité de l'os cortical et trabéculaire ont été supposés, alors que les interfaces ont été modélisées comme liés rigidement.

Une nouvelle méthode de pose d'implants articulaires de la hanche, connue comme le "resurfaçage" de la prothèse, contenant une tasse métallique placée sur la tête fémorale pour remplacer sa surface articulaire. La MEF était utilisée pour évaluer cette procédure dans un modèle 2-D par Shybut *et al.* et dans un modèle axisymétrique par Huiskes et Heck [1]. Le modèle axisymétrique (Cf. Fig. 1.6) représente mieux l'intégrité structurelle 3-D de la tasse métallique.

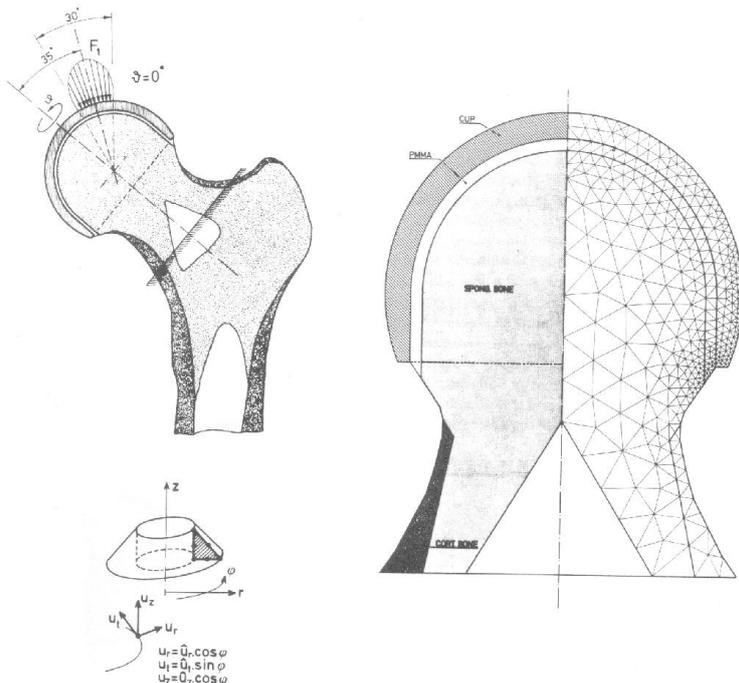


Fig. 1.6. L'analyse par la MEF du composant fémoral lors d'une pose de surface de la hanche. La structure (la région du col-tête) est supposée axisymétrique, mais le chargement 3-D est pris en compte [1].

Les analyses par la MEF dans la conception et la fixation de l'articulation du genou deviennent plus fréquentes vers la fin des années soixante-dix.

Un modèle éléments finis du composant tibial était étudié par Chao *et al.*, plus tard suivi par Bartel *et al.* et par Lewis *et al.* [1]. A cette époque, le dernier modèle (Cf. Fig. 1.7) qui est assez précis du point de vue anatomique, inclue la prise en compte des propriétés hétérogènes de l'os trabéculaire.

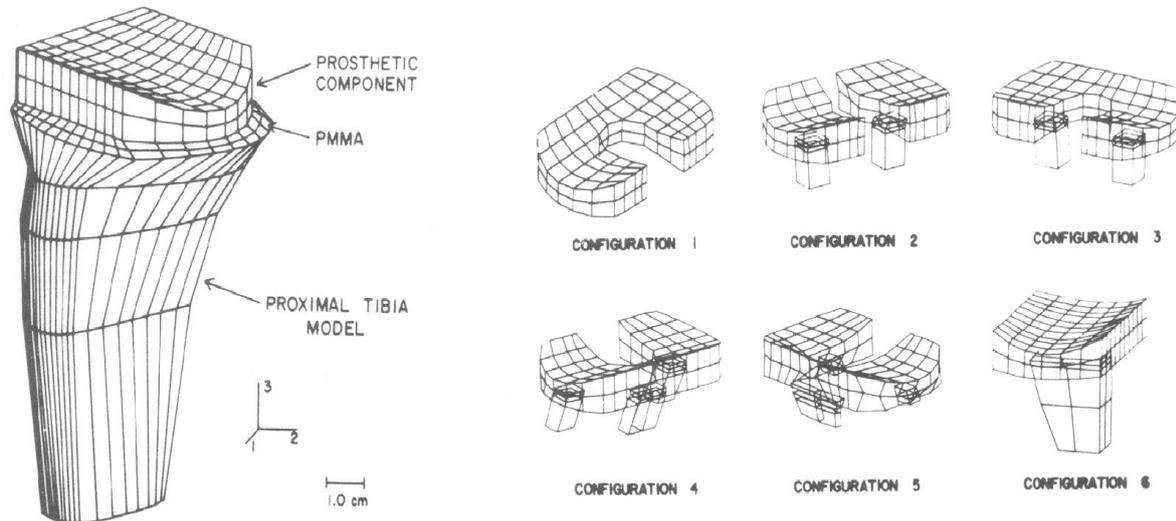


Fig. 1.7. Un modèle élément finis 3-D de 768 éléments hexaédriques isoparamétriques (linéaires) à 8 nœuds (1053 nœuds au total) pour étudier la fixation du plateau tibial lors de la pose de prothèse du genou. Diverses conceptions prothétiques, comme le montre la figure, étaient étudiées [1].

I.1.5 Autres applications

La modélisation par éléments finis des tissus mous dans le système musculosquelettique a été limitée au cartilage articulaire et les disques intervertébraux de la colonne vertébrale. Le cartilage articulaire est un tissu conjonctif important avec ses fonctions mécaniques connues de lubrification et le support du chargement. En raison de sa structure composite complexe, une analyse mécanique précise a été difficile à poursuivre [1].

Les analyses par la MEF des tissus mous sont assez ordinaires dans les domaines apparentés, comme par exemple la biomécanique cardiovasculaire. Partout où le système musculosquelettique est concerné, la MEF a été utilisée dans une certaine mesure dans les domaines de la biomécanique des accidents pour la modélisation de la colonne vertébrale, le crâne et les côtes de la cage thoracique. Dans la biomécanique orthopédique, un autre domaine de l'application de la MEF comme un outil numérique universel pour résoudre les équations du domaine différentiel se trouve dans le transfert de chaleur et de masse. Un exemple de la génération non stationnaire de chaleur et la conduction qui se produisent à l'intérieur et autour du ciment acrylique durant sa période de guérison pendant la mise en place de l'implant. L'os près du ciment augmente en température et peut être nécrosé. Les analyses de conduction non stationnaire de chaleur pour évaluer le risque de la nécrose osseuse et pour étudier les mesures préventives ont été effectuées par rapport à la fixation de la tige intra-médullaire, la fixation du composant acétabulaire dans la pose de prothèse de la hanche [1].

I.2 Biomécanique du bassin humain

I.2.1. Introduction

La structure osseuse du bassin est l'une des éléments les plus importants du système de la locomotion humaine, elle est considérée comme un élément d'appui important.

Une structure osseuse du bassin mûre est une intégration osseuse de trois parties distinctes : l'os iliaque, l'os ischiatique, et l'os pubique. L'union de ces trois parties forme l'acétabulum, la cavité de l'articulation de la hanche à travers laquelle il y a une interaction du bassin avec la tête fémorale. La tâche principale de l'os pelvien dans cette interaction est de supporter le poids de la partie supérieure du corps et de le transférer aux extrémités inférieures. De cette manière, le bassin doit résister aux forces qui sont multiples de ce poids [9]. En raison de la limite des conditions aux limites anatomiques, la structure osseuse du bassin est déduite en une structure très compétente, laquelle est bien capable de supporter ces grandes forces. Consistant surtout de l'os trabéculaire de faible densité, et qui est totalement couverte par une couche mince de l'os cortical. De cette façon, elle ressemble au soi-disant "STRUCTURE SANDWICH", utilisée en ingénierie pour combiner la forte résistance et le faible poids [8, 9, 10]. Cependant, en plus du comportement 'SANDWICH', peu est connu en ce qui concerne la mécanique de base de la structure osseuse du bassin.

Il est très difficile ou sinon impossible de mesurer la contrainte ou la déformation *in vivo* puisque la sécurité des malades devrait être prise en compte. Les techniques de jauges de déformation et analyses par éléments finis, sont les deux méthodes les plus fréquemment utilisées pour étudier la mécanique de la structure osseuse du bassin. Jusqu'à maintenant, malgré les études expérimentales et éléments finis, le mécanisme du transfert de chargement de l'os pelvien sous des conditions physiologiques normales n'est pas encore bien compris [8,9].

I.2.2 Modélisation éléments finis du bassin humain (Etude bibliographique)

Cette recherche bibliographique sera faite dans le but de répertorier les modèles existants du bassin humain, afin de s'en inspirer pour créer un modèle amélioré.

I.2.2.1 M. Dalstra, R. Huiskes, L. Van Erning (1995) "Development and Validation of a Three-Dimensional Finite Element Model of the Pelvic Bone,"

L'auteur a réalisé un travail expérimental et une modélisation éléments finis en vue de tester une prothèse et dont le but est de développer et valider un modèle éléments finis tridimensionnel réaliste (Cf. Fig. 1.8).

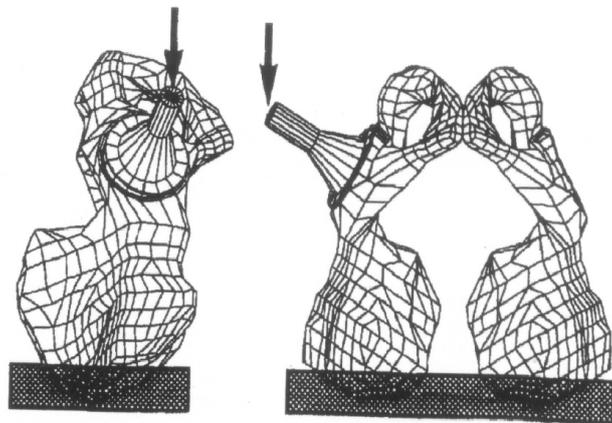


Fig. 1.8. Simulation éléments finis du chargement de l'étude expérimentale (vue frontale et latérale) [8].

Il a pris comme structure le demi-bassin gauche d'un sujet âgé de 87 ans.

En analogie avec d'autres études du bassin 3-D, l'auteur a utilisé des éléments membranaires à quatre nœuds qui étaient choisies pour représenter la couche corticale, et des éléments hexaédriques (briques) à huit nœuds pour représenter la couche trabéculaire.

Plusieurs vues de maillage sont montrées dans la figure 1.9.

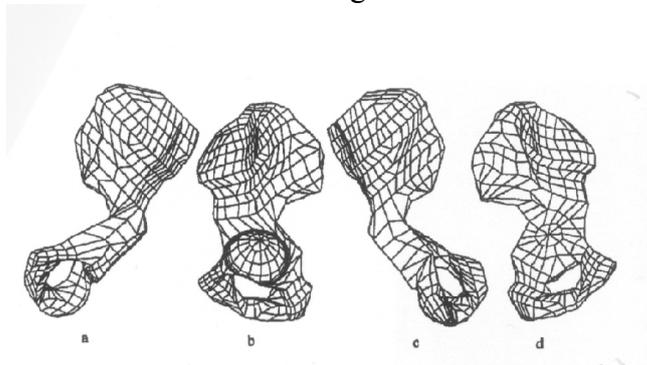


Fig. 1.9. Maillage éléments finis du bassin humain. a. antérieur b. latérale c. postérieur d. médiane [8]

Ce maillage final consiste en 2602 éléments avec un total de 1862 nœuds.

Dans son étude par éléments finis, l'auteur a utilisé deux analyses par éléments finis. Le premier modèle possède des propriétés du matériau s'affectant des résultats des mesures tomographiques (CT). Il a montré que l'os trabéculaire du bassin peut être supposé comme isotrope et que son coefficient de poisson est près de 0.2. Et concernant l'os cortical il s'est basé sur les valeurs courantes rapportées dans la littérature, le module de Young et le coefficient de poisson étaient supposés être 17 GPa et 0.3, respectivement.

Pour le deuxième modèle EF, le même maillage était utilisé, mais dans ce cas les propriétés du matériau étaient supposées être homogènes. Le module de Young et le coefficient de poisson pour l'os trabéculaire et cortical étaient pris pour être 70 MPa et 0.2, et 17GPa et 0.3, respectivement. Conformément à d'autres modèles du bassin 3-D, l'épaisseur corticale de 1 mm était utilisée.

Les deux modèles "réel et homogène" ont été appuyés en gardant les nœuds de la crête iliaque supérieurs fixés, qui correspondent aux conditions aux limites de l'installation expérimentale. Le chargement véritable était appliqué par une charge de 600 N en un point dirigé verticalement en arrière du bras de levier (Cf. Fig. 1.8).

Les résultats sont donnés sous forme de contraintes de von Mises et plus spécifiquement dans la partie corticale comme le montre la figure 1.10.

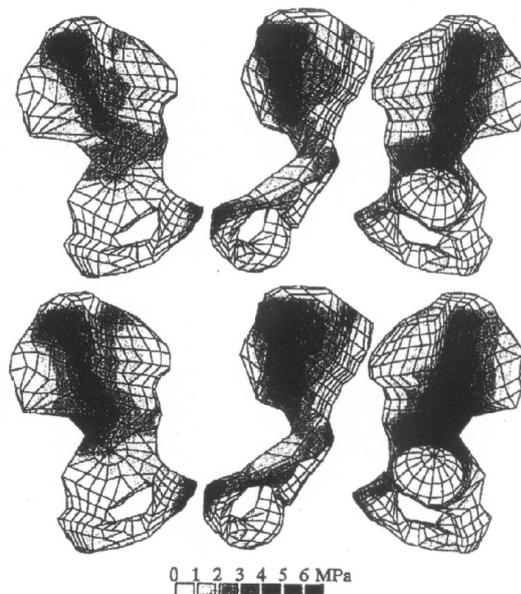


Fig. 1.10. Distribution des contraintes de von Mises dans la coque corticale du modèle réaliste (en haut) et du modèle homogène (en bas) [8].

I.2.2.2 M. Dalstra and R. Huiskes (1995), "Load Transfer Across the Pelvic Bone,"

L'auteur a réalisé une modélisation par éléments finis pour une structure osseuse du bassin humain et dont le but cette fois-ci est d'analyser le transfert du chargement et la distribution des contraintes à travers la structure osseuse du bassin humain sous des conditions de chargement physiologiques (Cf. Fig. 1.11).

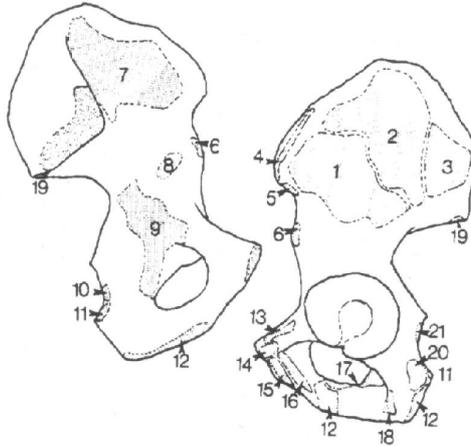


Fig. 1.11. Identification des régions d'attachements musculaires utilisés dans le modèle [9].

Le but de l'auteur était d'évaluer la mécanique de base de la structure osseuse du bassin, en utilisant un modèle tridimensionnel éléments finis pour la validation des études expérimentales effectuées par Dalstra *et al.* [8]. En introduisant, une nouvelle information sur l'articulation de la hanche et les chargements musculaires, c'était son intention de prescrire le chargement externe avec plus de réalisme possible.

Pour un demi-bassin la subdivision en un ensemble d'éléments spécifiques était comme suit : 365 éléments briques isoparamétriques à 8 nœuds étaient utilisés pour représenter l'os trabéculaire et 632 éléments membranaires à 4 nœuds étaient utilisés pour représenter la partie corticale mince. La partie sphérique de la tête fémorale, agissant sur le bassin, était aussi modélisée pour assurer une introduction réaliste de la force articulaire de la hanche dans l'acétabulum.

Le module d'élasticité et le coefficient de poisson pour les éléments membranaires possédant une épaisseur moyenne de 1.5 mm étaient supposés pour être 17 GPa et 0.3 respectivement. Le module d'élasticité affecté à l'os trabéculaire du bassin varie de 1 à 132 Mpa. De même, le coefficient de poisson $\nu = 0.2$ est une bonne approximation pour l'os trabéculaire du bassin.

Les conditions de chargement pour le modèle étaient basées sur huit phases de la marche humaine. La force articulaire de la hanche et les 21 muscles attachés à la structure osseuse du bassin ont été pris en compte en huit phases caractéristiques d'un cycle normal de la marche. Dans son cas particulier, le poids du corps de 650 N était supposé.

Les différentes contraintes de Von Mises dans les différents matériaux ont été calculées.

Premièrement, toutes les forces musculaires ont été négligées, laissant la force articulaire de la hanche comme le seul chargement externe. Deuxièmement, le poids du corps supposé était augmenté de 650 à 800 N (résultant à une grande force articulaire de la hanche), où les forces musculaires étaient gardées à leur niveau original.

Les résultats sont donnés sous forme de contraintes de Von Mises et plus spécifiquement dans la partie corticale.

Dans cette partie corticale, les grandes contraintes sont trouvées dans la région d'attachement du muscle (grand fessier) (Cf. Fig. 1.12).

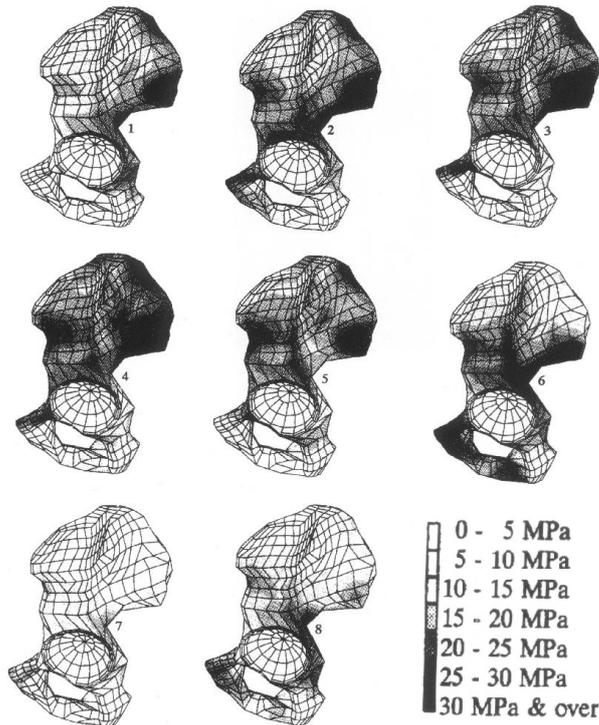


Fig. 1.12. Vues latérales de la distribution de contraintes de von Mises dans la coque corticale pour les huit phases de chargement de la marche [9].

Alors que dans cette partie trabéculaire, les grandes contraintes sont trouvées dans la région centrale mince de l'aile iliaque et dans l'acétabulum (Cf. Fig. 1.13).

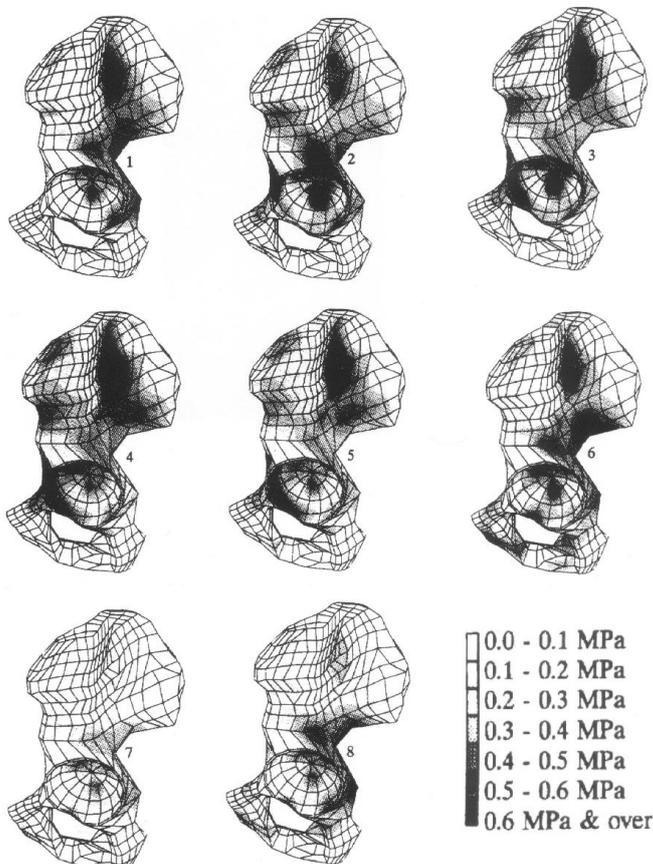


Fig.1.13. Vues latérales de la distribution de contraintes de von Mises dans l'os trabéculaire pour les huit phases de chargement de la marche [9].

I.2.2.3 S. Majumder, A. Roychowdhury, S. Pal “Variations Of Stress in Pelvic Bone During Normal Walking, Considering All Active Muscles”,

L’auteur a réalisé une modélisation par éléments finis pour une structure osseuse du bassin humain et dont le but est d’analyser la variation de contraintes durant la marche et en considérant tous les chargements musculaires physiologiques (Cf. Fig. 1.14).

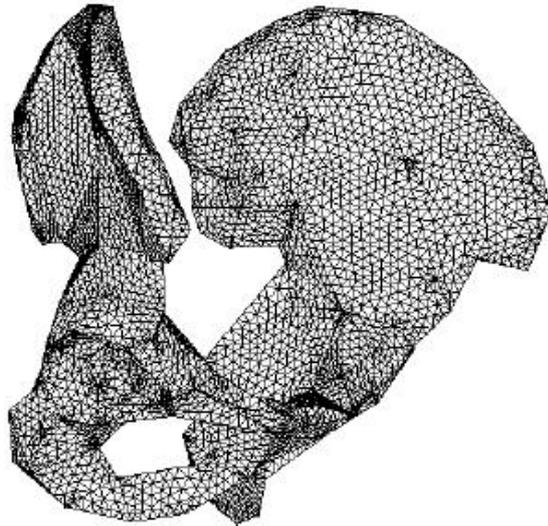


Fig.1.14. Modèle tridimensionnel du bassin humain avec 88948 éléments et 16430 nœuds [10]

Il cherchait surtout la distribution des contraintes dans des régions spécifiques, qui sont la région acétabulaire et les articulations sacro-iliaques.

Le maillage éléments finis était construit avec des éléments solides tétraédriques pour l’os trabéculaire. De l’autre côté, des éléments coques comme éléments solides étaient utilisés pour mailler l’os cortical.

Au cours du maillage avec les éléments coques, l’épaisseur uniforme de 1mm de l’os cortical était supposée partout dans le modèle.

Pour une raison de simplicité, les modules de Young pour l’os trabéculaire (70 MPa) et l’os cortical (17 GPa) ont été considérés constantes [10], les coefficients de poisson ont été pris pour 0.2 et 0.3 respectivement.

Les nœuds de l’articulation sacro-iliaque ont été fixés pour simuler les conditions aux limites réalistes.

Pour son modèle, la force de réaction de l’articulation de la hanche résultante, maximale et minimale, a été appliquée sur la région, acétabulaire droite seulement. Et les 22 muscles ont été incorporés dans le modèle comme chargements aux points d’attache musculaires.

Le modèle éléments finis tridimensionnel consistait en 71674 tétraèdres à quatre nœuds et 17264 éléments coques à quatre nœuds. Donc un total de 88948 éléments est connecté à travers 16429 nœuds.

Ses résultats sont donnés sous forme de contraintes de von Mises. En premier, la distribution de contraintes pour l’os cortical pour un chargement maximal et minimal, durant la marche, est présentée dans figure (1.15). Il a trouvé que les contours de contraintes révèlent que les contraintes maximales de von Mises varient de 21 à 38 MPa pour les deux cas.

Pour l’os trabéculaire, la distribution de contraintes de von Mises est aussi présentée dans la figure (1.16). Les zones possédant une contrainte maximale étaient principalement dans l’acétabulum. Les contraintes maximales de von Mises étaient entre 0.3 et 1.7 MPa pour les deux cas.

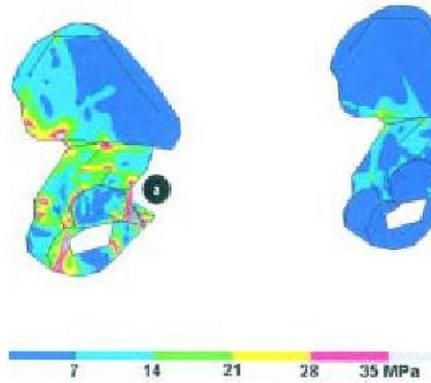


Fig. 1.15. Distribution de contraintes de von Mises dans la coque corticale [10] pour :
a. chargement maximal **b.** chargement minimal

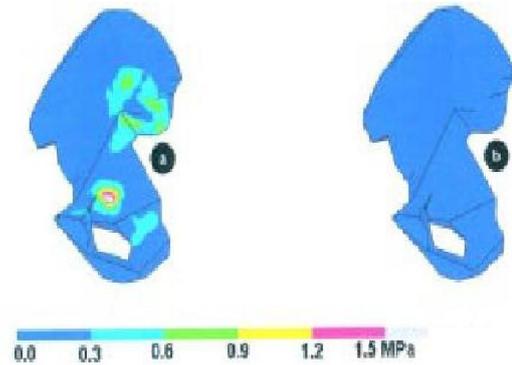


Fig. 1.16. Distribution de contraintes de von Mises dans l'os trabéculaire [10] pour :
a. chargement maximal **b.** chargement minimal

I.3 La maladie "Ostéomalacie"

I.3.1 Définition

L'ostéomalacie est une maladie généralisée du métabolisme osseux, caractérisée par une minéralisation diminuée, conduisant à une accumulation de matrice non minéralisée, ou ostéoïde, dans le squelette, avec le remaniement permanent de l'os. Cet ostéoïde non minéralisé est mécaniquement moins résistant que l'os adéquatement minéralisé [34,37,38].

La conséquence possible est que même, sous des contraintes mécaniques normales, l'os peut fléchir [34].

Pour que l'ostéoïde soit correctement minéralisé, l'os a besoin d'un apport suffisant de sels minéraux (calcium et phosphore surtout), d'une quantité suffisante de métabolites de la vitamine D en circulation, d'une activité biologique adéquate de la phosphatase alcaline, d'un pH normal à l'endroit de la minéralisation et d'une fonction normale des ostéoblastes [38].

I.3.2 Physiopathologie et causes :

La formation osseuse normale débute par l'apposition, par des ostéoblastes, d'une matrice collagène, appelée tissu ostéoïde, qui, après un temps de maturation, commence à se minéraliser en une zone appelée « front de calcification », située à la jonction entre l'os anciennement calcifié et la matrice non minéralisée [34,38].

I.3.2.a Relation entre l'ostéomalacie et la vitamine D :

Un des métabolites actifs de la vitamine D est la $1,25(\text{OH})_2\text{D}_3$, qui joue un rôle déterminant dans le processus de calcification. Elle est la plus active des formes de la vitamine D sur l'absorption intestinale du calcium, augmentant ainsi le produit ionique calcium-phosphore, et favorisant donc le dépôt de phosphate de calcium dans les tissus osseux. Toute altération exogène ou endogène du métabolisme de la vitamine D, notamment une carence de synthèse ou d'apport, peut donc entraîner une ostéomalacie [34].

La vitamine D est stockée essentiellement dans le tissu adipeux et le muscle. Dans le muscle, la vitamine D augmente la concentration de calcium, ce qui améliore la force contractile [34, 38].

I.3.2.b relation entre l'ostéomalacie et le phosphore :

Le phosphore joue un rôle essentiel dans la minéralisation. La présence d'une concentration suffisante de phosphore aux sites de minéralisation est indispensable, et une hypophosphorémie peut également être, à elle seule, responsable d'une ostéomalacie [37].

I.3.2.c relation entre l'ostéomalacie et le calcium :

Une carence d'apport en calcium peut être responsable d'une hyperparathyroïdie secondaire, mais n'entraîne jamais à elle seule d'ostéomalacie [37].

I.3.3 Signes cliniques, radiologiques, biologiques et histologiques :

Le diagnostic d'une ostéomalacie nécessite une analyse clinique, radiologique, biologique et histologique.

I.3.3.1 Signes cliniques :

Le syndrome dominant de l'ostéomalacie est essentiellement des douleurs non spécifiques et assez diffuses, souvent localisées au rachis, aux côtes, aux omoplates, au bassin soumis à de fortes contraintes [34,38]. Elles ont des caractères mécaniques, s'accompagnant parfois d'une démarche dandinante (démarche rigide à petits pas), et très fréquemment d'une myopathie proximale (affectant environ la moitié des sujets ostéomalaciques) avec myalgies et faiblesse musculaire gênant la montée des escaliers et le lever à partir de la position assise ; les patients décrivent leur douleur comme sourde, accentuée par toute activité de charge. Dans les formes très sévères, on peut observer un thorax en cloche, un sternum en carène, une marche en canard, une forte perte de taille [34,38].

I.3.3.2 Signes radiologiques :

Elle est caractérisée par une hypertransparence osseuse d'aspect flou, cotonneux, donnant l'impression d'un cliché de mauvaise qualité. La lésion radiologique caractéristique de l'ostéomalacie est la pseudo-fracture, appelée fissure ou strie de Looser-Milkman (Cf. Fig. 1.17) qui ne se voit que chez un petit pourcentage (5-10%) des patients ayant un déficit en vitamine D, elles sont souvent bilatérales et symétriques, perpendiculaires à la corticale. La structure minérale est raréfiée avec une diminution de l'épaisseur des corticales. Les sièges préférentiels de ces fissures sont le bassin (branches ischio-iliopubiennes), tiers supérieur du fémur, les côtes et les omoplates. Parmi les déformations induites, on décrit la déformation du bassin en "cœur de carte à jouer" par protrusion acétabulaire, la déformation des hanches en coxa vara, la déformation thoracique due aux fissures costales, et l'augmentation de la cyphose dorsale secondaire aux tassements vertébraux [34].



Fig. 1.17 Pseudo-fractures multiples (flèches) de Looser-Milkman [34].

I.3.3 Les signes biologiques :

Au cours des ostéomalacies carencielles, le bilan phosphocalcique de base (calcémie, phosphorémie, calciurie des 24 heures, phosphatases alcalines, créatinémie) permet d'évoquer le diagnostic et d'éliminer les autres ostéopathies associées à une hypertransparence osseuse. Le profil biologique typique associe une hypocalcémie, une hypophosphatémie, une élévation des phosphatases alcalines et une hypocalciurie. Le taux de la 25 (OH) D est effondré et le taux de la parathormone élevé, traduisant une hyperparathyroïdie secondaire à l'hypocalcémie [34,37].

I.3.4 Les signes histologiques :

Si les signes cliniques, radiologiques et biochimiques suffisent généralement à reconnaître une ostéomalacie, il est cependant parfois nécessaire d'avoir recours à l'examen d'une biopsie osseuse pour confirmer le diagnostic. On utilise la biopsie osseuse transiliaque après double marquage à la tétracycline, qui permet de mesurer la vitesse de minéralisation. L'ostéomalacie sera affirmée devant l'association d'une diminution majeure de la vitesse de minéralisation et une augmentation du volume du tissu ostéoïde, et surtout de l'épaisseur des bordures ostéoïdes. Le rapport épaisseur des bordures ostéoïdes sur la vitesse de minéralisation représente le "délai de minéralisation", qui est très augmenté dans l'ostéomalacie [34,37].

I.4 Situation de la biomécanique du bassin humain sous l'effet de la maladie

L'importance et le grand coût pour traiter les fractures de l'os ont encouragé le développement de méthodes convenables pour estimer la prévention et le risque de rupture. Les méthodes impliquent généralement les techniques radiographiques pour mesurer la densité minérale de l'os, tel que l'absorptiométrie de rayons X à double énergie (DXA) ou la tomographie quantitative (QCT) [42]. La méthodologie a été quelque peu réussie, mais elle est encore limitée par une estimation plus précise du chargement de fracture et l'identification de sujets avec un haut risque de rupture. Pour en résoudre quelques-uns de ces limitations, l'analyse par éléments finis (AEF) a été largement utilisée pour prédire et prévenir l'événement de ruptures de l'os [42]. L'analyse par éléments finis aide à identifier les mécanismes de ruptures les plus probables, les régions où la rupture initialement parue et les forces et les orientations exigées pour les produire.

Beaucoup de chercheurs ont examiné les modèles de fracture de la hanche qui sont dues à deux contractions possibles : muscle psoas iliaque et le moyen fessier, pour obtenir le facteur de risque qui est défini par le rapport entre la contrainte équivalente de Cowin et la contrainte ultime considérée [42].

Dans le cas de la contraction du psoas iliaque, un grand facteur de risque est obtenu dans la région du col (Cf. Fig.1.18).

Les résultats obtenus indiquent qu'une probabilité de fracture du col se produit puisque le facteur de risque est au-dessus de la valeur limite 1 dans cette région.

Ils ont aussi étudié les modèles de fractures de hanche dues aux contractions du muscle moyen fessier et ont été capables de prévoir les différentes fractures sous-trochantériques et inter-trochantériques [42].

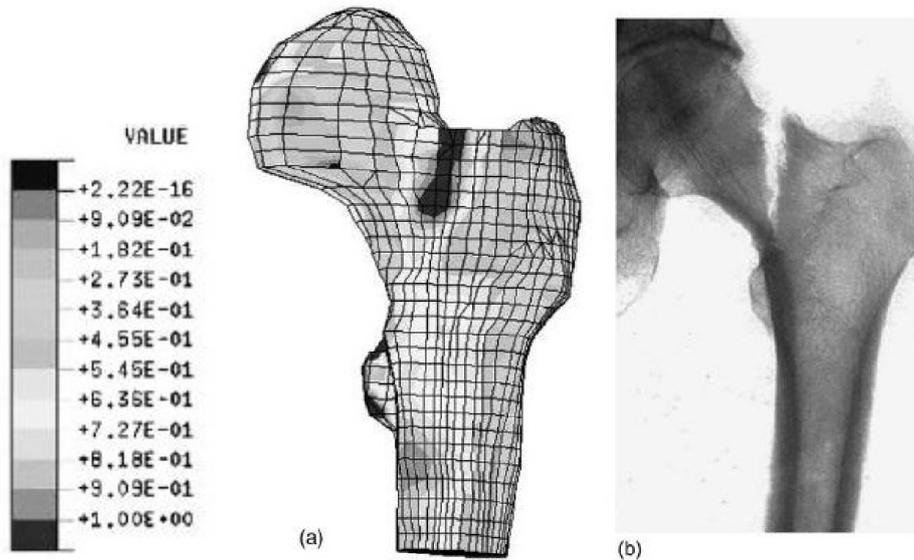


Fig. 1.18. (a) Facteur de risque dans le cas de la contraction du muscle psoas iliaque [42]
(b) Fracture du col (rayon X) [42]

Donc, le but ici est de situer le bassin sous l'effet de l'ostéomalacie et qui est caractérisée par une rupture au niveau des régions ischio-pubiennes et même de la tête fémorale. Pour cela, il faut avoir les données tomographiques de l'os malade pour lire les informations de la densité et pour en calculer les caractéristiques mécaniques convenables et réelles, afin de mieux prédire les régions pouvant s'exposer à la rupture et cela en appliquant les critères de rupture de l'os.

Il reste aussi un axe important et récent, c'est la modélisation du bassin humain au cours de la guérison de la maladie, et qui n'est pas encore avancé jusqu'à maintenant.

CHAPITRE 2

ANATOMIE ET ASPECT biologique ET BIOMÉCANIQUE de l'os

CHAPITRE II

ANATOMIE ET ASPECT BIOLOGIQUE ET BIOMECHANIQUE DE L'OS

II.1 Description anatomique du bassin humain

Afin d'aborder l'étude du comportement mécanique du bassin humain, nous allons tout d'abord, de façon succincte, décrire l'anatomie du bassin en faisant référence aux fonctions biomécaniques des différents composants.

II.1.1 Position anatomique de référence (Cf. Fig. 2.1) :

La position des différentes structures joue un rôle important en biomécanique. Pour cela, nous allons préciser les dénominations qui sont importantes pour l'orientation au niveau du corps humain :

1. Un *plan frontal* qui divise le sujet en une partie antérieure et une partie postérieure,
2. Un *plan sagittal* qui divise le sujet en une partie droite et une partie gauche (le plan médian sépare le sujet en deux moitiés égales),
3. Un *plan transversal* qui divise le sujet en une partie supérieure et une partie inférieure,
4. L'*axe vertical* est situé à l'intersection du plan frontal et du plan sagittal,
5. L'*axe sagittal* à l'intersection du plan sagittal et du plan transversal,
6. Et l'*axe transversal* à l'intersection du plan frontal et du plan transversal.

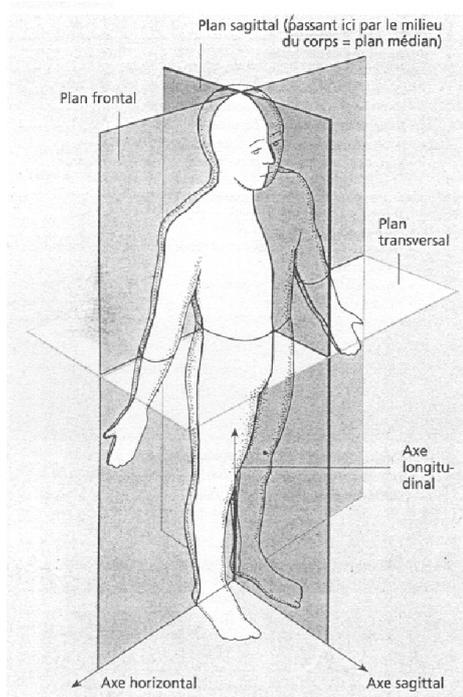


Fig. 2.1: Position anatomique de référence [13]

II.1.2 Description du bassin humain

La structure osseuse du bassin ou l'os iliaque est un os plat, pair et approximativement symétrique [13,39]. Il forme avec celui du côté opposé et le sacrum la ceinture pelvienne qui unit le membre inférieur au tronc. Elle présente une structure en *anneau* et se compose de 3 os : le sacrum postérieurement et les deux os iliaques (ou os coxal) latéralement et en avant [39] (Cf. Fig. 2.2).

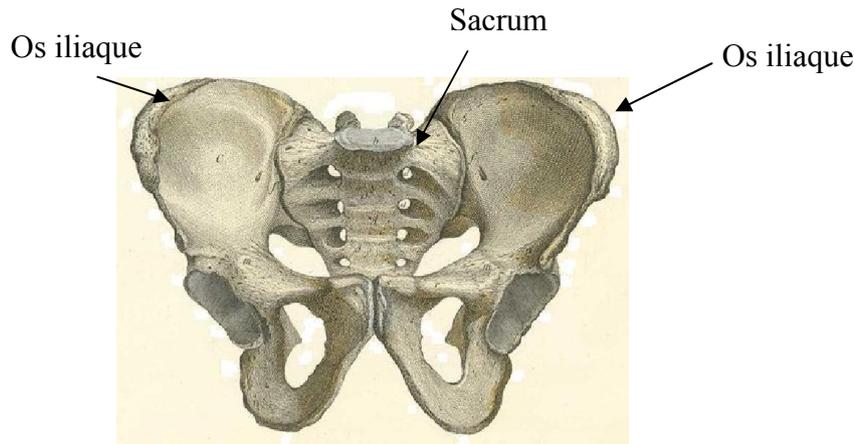


Fig. 2.2 : Bassin constitué de 3 os.

Le sacrum forme la paroi postérieure du bassin osseux. Il siège entre les deux os iliaques, dont les contreforts vont vers l'avant en formant un arc, et se soudent à ce niveau par l'intermédiaire d'une liaison cartilagineuse, la *symphyse pubienne* [13]. Les deux articulations sacro-iliaques, entre le sacrum et l'os iliaque, sont formées par un solide appareillage ligamentaire qui les rend presque immobiles.

II.2.1.1 Constitution de l'os coxal

L'os coxal est formé de trois parties différentes : le pubis, l'ischion, et l'ilion qui se réunissent au niveau de la cavité cotyloïde formant le cartilage en Y pendant l'enfance et l'adolescence et qui est visible sur les radios du bassin (Cf. Fig. 2.3). Ces trois parties se soudent entre elles en fin de croissance (disparition du cartilage en Y).

- L'ilion forme la partie supérieure de l'os ;
- L'ischion sa partie postéro-inférieure.
- Le pubis sa partie antéro-inférieure.

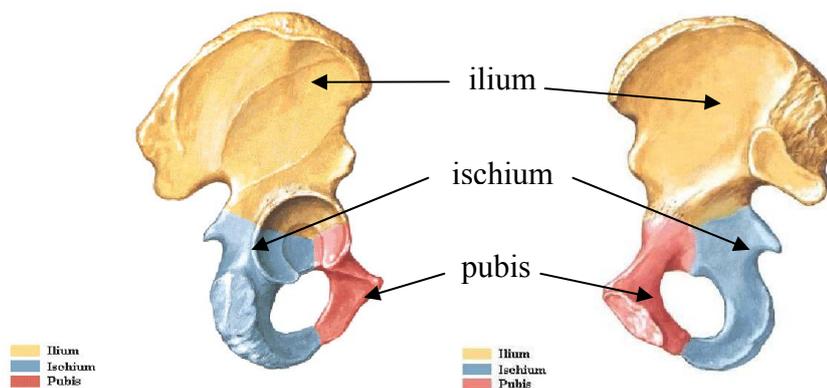


Fig. 2.3. Constitution de l'os coxal

II.1.2.2 La cavité cotyloïde (l'acétabulum) :

Elle est en dessus du trou obturateur, près du bord antérieur de l'os, loin du bord postérieur. C'est une cavité creusée dans l'épaisseur de l'os ; hémisphérique, mais de diamètre vertical un peu plus grand que l'horizontal (Cf. Fig. 2.3, Fig. 2.4).

Elle présente 2 régions distinctes :

- Une région périphérique, articulaire : en forme de croissant à concavité inférieure, recouverte de cartilage.

- Une région centrale (l'arrière fond) : grossièrement quadrilatère, non articulaire ; sur son pourtour s'insère quelques fibres du ligament rond et sa synoviale.

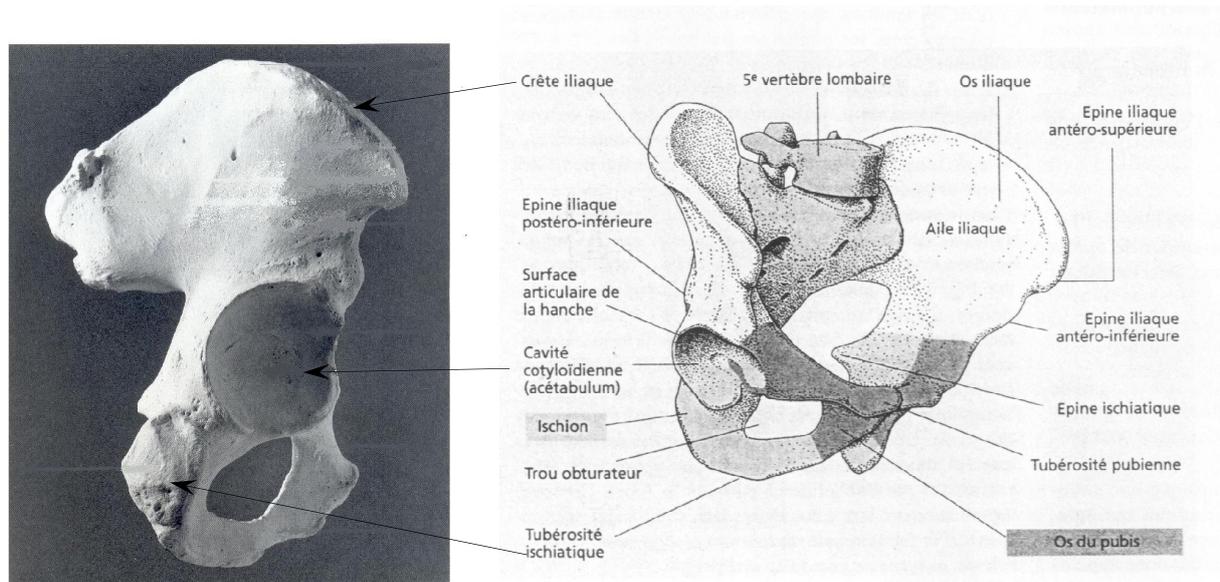


Fig. 2.4 Vue de l'acétabulum dans l'os iliaque [13]

II.1.2.3 Le trou obturateur

Le trou obturateur est limité par (Cf. Fig. 2.4):

- En avant et en dedans, le pubis,
- En arrière et en dehors, l'ischion,
- En bas, la branche ischio-pubienne.

Le trou obturateur est ovalaire chez l'homme alors que chez la femme est triangulaire [13].

II.1.3 Les muscles de la région pelvienne

La plupart des muscles de la région pelvienne tirent sur la cuisse et permettent les mouvements au niveau de l'articulation de la hanche, la plus grosse articulation chez l'homme.

Dans l'axe sagittal : flexion de la jambe en avant contre le tronc (antéversion), extension de la jambe en arrière en s'éloignant du tronc (rétroversion).

Dans l'axe horizontal : écartement de la jambe sur le côté (abduction), rapprochement de la jambe (adduction).

Dans l'axe longitudinal : rotation de la jambe vers l'intérieur (rotation interne) et rotation de la jambe vers l'extérieur (rotation externe).

II.1.3.1 Les fléchisseurs au niveau de l'articulation de la hanche

Le principal muscle fléchisseur de la hanche est le *muscle psoas iliaque*. Il est formé de deux parties, le *muscle iliaque* et le *muscle psoas* qui forment ensemble une unité fonctionnelle. Le m. psoas iliaque s'insère sur les corps des vertèbres lombaires (m. psoas) ainsi que sur la face interne de la crête iliaque (m. iliaque) et se dirige en bas vers le fémur.

Comme tous les muscles fléchisseurs, il passe *en avant* de l'articulation de la hanche. Il fléchit la jambe sur le tronc.

Un autre muscle fléchisseur important est le *muscle droit antérieur* (Cf. Fig. 2.5).

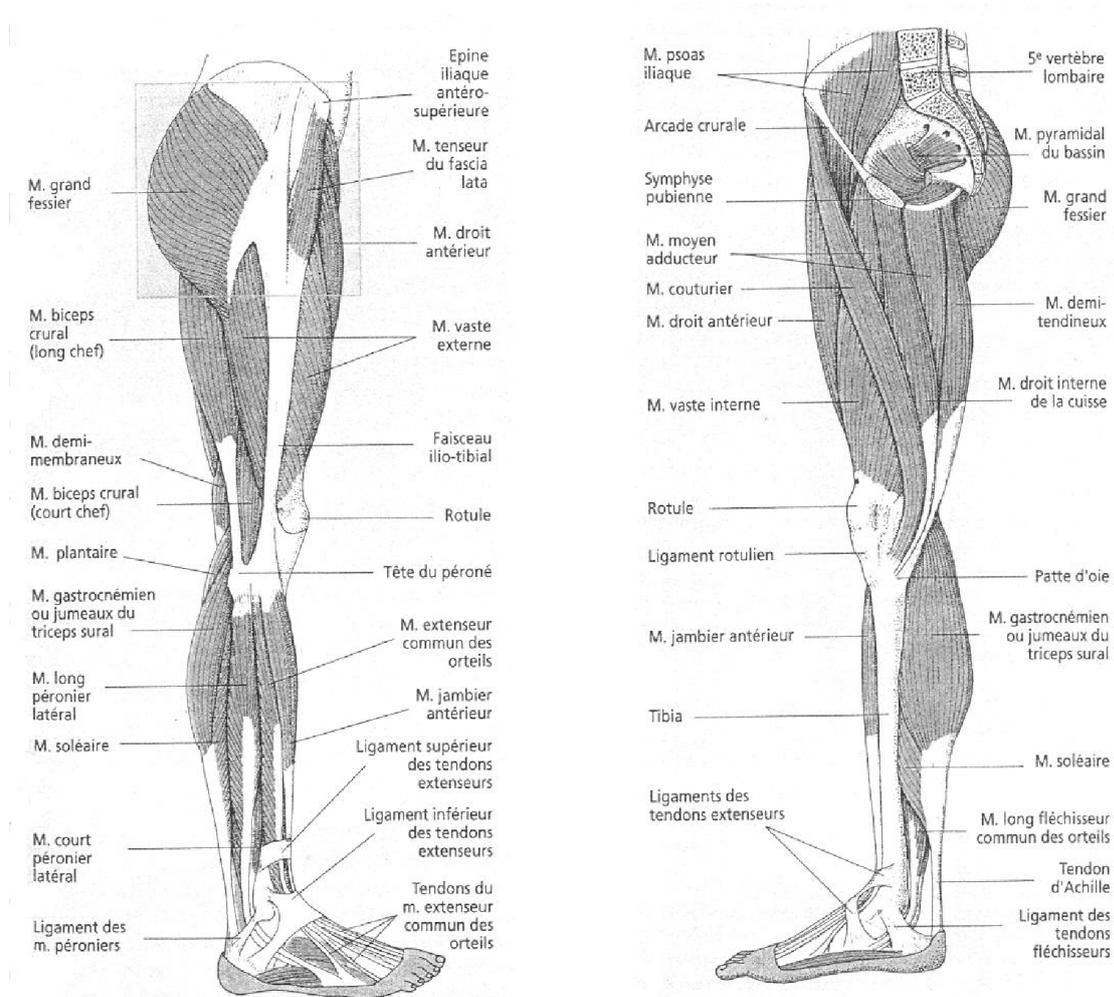


Fig. 2.5 : Musculature du membre inférieur (A gauche, vue de la face externe, et à droite, vue de la face interne) [13].

Le muscle droit antérieur est une partie du *m. quadriceps crural*. Ses partenaires, les trois autres chefs (*m. vaste interne*, *m. vaste externe* et *m. crural*) s'insèrent sur le fémur et se dirigent vers la jambe, ils n'entraînent que l'extension du genou. L'ensemble des quatre muscles s'insère par un large tendon unique sur la partie haute de la face antérieure du tibia. Le *muscle couturier*, qui participe aussi à la flexion de la hanche, s'insère sur l'épine iliaque antéro-supérieure puis descend en biais vers la face interne de la partie supérieure du tibia. Ce dernier est le muscle le plus long chez l'homme [13].

II.1.3.2 Les extenseurs au niveau de l'articulation de la hanche

Les muscles extenseurs s'étendent du bassin, en arrière de l'articulation de la hanche, jusqu'au fémur. Le plus important extenseur est le *muscle grand fessier*, un muscle puissant, qui participe au maintien de la partie supérieure du corps et empêche que le tronc ne bascule en avant lors de la position debout. Il prend son origine par une large insertion au niveau de l'os iliaque et se dirige vers la face postérieure du fémur.

Trois autres muscles assistent le *m. grand fessier* dans sa fonction d'extension :

- le *m. biceps crural*
- le *m. demi-tendineux*
- le *m. demi-membraneux*

Ces trois muscles passent derrière les articulations de la hanche et du genou, se dirigent vers la jambe et sont non seulement des extenseurs de la hanche mais également des fléchisseurs du genou [13].

II.1.3.3 Abducteurs et adducteurs au niveau de l'articulation de la hanche

Les abducteurs au niveau de l'articulation de la hanche sont le *m. moyen fessier* et *petit fessier*, à moitié recouverts par le *m. grand fessier*, qui s'étendent de la face postérieure de l'aile iliaque jusqu'au grand trochanter du fémur. Ils possèdent également une importante fonction statique : ils empêchent un basculement du bassin, pendant la marche, sur le côté où la jambe est soulevée pour commencer le pas suivant. Ils tirent le bassin légèrement vers le bas par une contraction du côté de la jambe de soutien. Le soulèvement simultané de l'autre côté permet de cette manière d'effectuer le pas suivant. Les *m. moyen* et *petit fessier* facilitent également la rotation interne et externe du membre inférieur au niveau de l'articulation de la hanche.

Six muscles (adducteurs, Cf. Fig. 2.6) rapprochent la jambe après qu'elle ait été écartée.

Ils s'étendent de l'ischion et du pubis vers la face interne du fémur où ils s'insèrent sur une crête osseuse rugueuse. Cette dernière s'étend le long de toute la diaphyse fémorale et est appelée ligne âpre. Appartiennent au groupe des adducteurs :

- Le *m. moyen adducteur*,
- Le *m. petit adducteur*,
- Le *m. grand adducteur*,
- Le *m. obturateur externe*,
- Le *m. droit interne de la cuisse*,
- Le *m. pectiné*

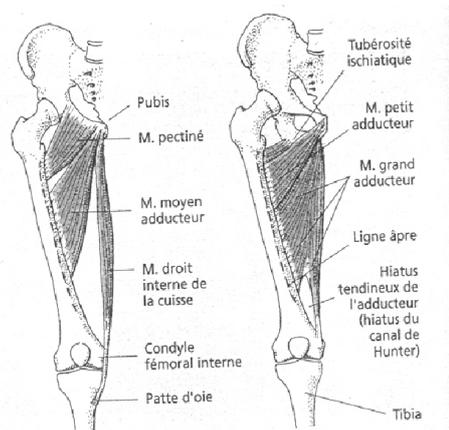


Fig. 2.6 Adducteurs de la cuisse. A gauche la couche superficielle, à droite la couche profonde. Le *m. obturateur externe* se trouve sous le *m. court adducteur* et, de ce fait, n'est pas visible [13].

II.1.3.4 Le fascia lata

Tous les muscles qui passent le long du bord externe de la cuisse (musculature externe de l'articulation de la hanche, Cf. Fig. 2.7) sont réunis dans une enveloppe solide de tissu conjonctif, le *fascia lata*.

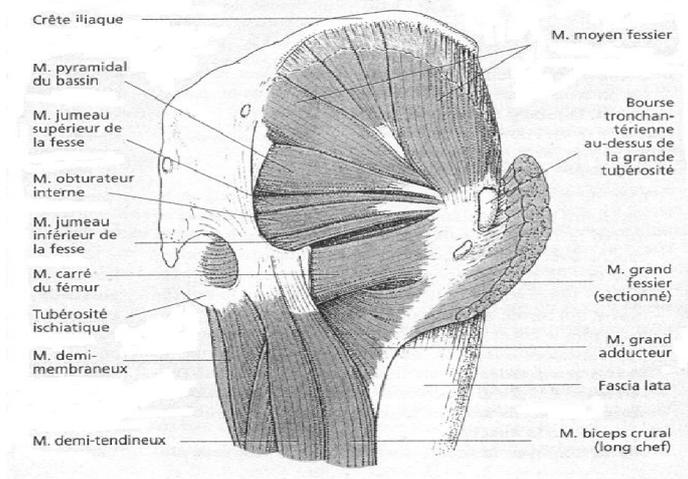


Fig. 2.7 Musculature externe de la hanche [13]

II.1.3.5 La musculature interne de la hanche :

Les fléchisseurs de la hanche. Le *muscle psoas iliaque* est divisé en deux parties : le *muscle iliaque* et le *muscle psoas*. Ils se réunissent et se dirigent vers le fémur en passant sous l'arcade crurale. Le *muscle petit psoas*, efflanqué, également visible, irradie dans le fascia du muscle pectiné a également une fonction d'adducteur en plus de celle fléchisseur de la hanche (Cf. Fig. 2.8).

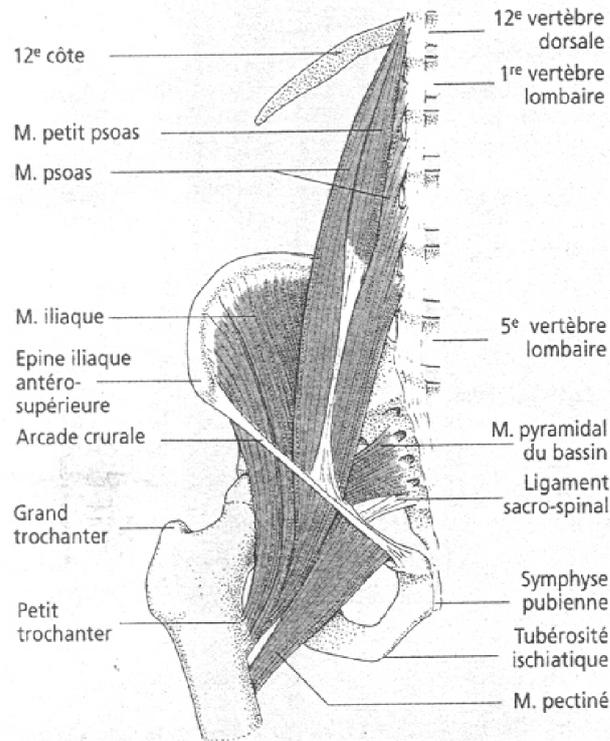


Fig. 2.8 *Musculature interne de la hanche [13]*

II.2 Les aspects biologiques et biomécaniques de l'os

II.2.1 Introduction

Les os du squelette remplissent différentes fonctions dans le corps humain. Ils donnent la résistance et la rigidité au corps et supportent les chargements externes et internes, ces derniers sont exercés par les muscles [35]. Du point de vue statique, les os assurent le soutien du corps et la protection de certains viscères ou autres. Du point de vue dynamique, ils représentent les éléments bras de levier de transmission des forces musculaires au cours du mouvement. Ils forment avec les muscles et les ligaments le système de la locomotion du corps. Finalement, ils servent de réservoir pour les minéraux comme le calcium, que l'organisme peut mobiliser par résorption, selon ses besoins [18, 19]. D'une façon succincte, le squelette consiste en le tissu osseux, qui est l'un des tissus les plus résistants et les plus rigides du corps.

L'os lui-même est un matériau composite très complexe. Ses propriétés mécaniques sont anisotropes, hétérogènes et viscoélastiques, et peuvent fortement varier entre les différents os squelettiques et entre les différents individus [35]. En outre, sa structure et sa composition changent durant toute la vie, donc sa résistance et sa rigidité dépendent de l'âge [35]. L'os est une matière vivante très complexe, totalement différente de tout tissu de l'ingénierie classique.

A l'échelle macroscopique, le tissu osseux se présente sous deux aspects bien distincts: l'os cortical et l'os trabéculaire. L'os cortical (ou l'os compact) est présent à la surface externe de l'os, tandis que l'os trabéculaire (ou l'os spongieux) est situé à l'intérieur [13, 14, 35]. Dans le cas des os longs, l'os trabéculaire est seulement présent aux articulations dans la région épiphysaire, alors que pour les os courts et plats il est rencontré dans tout le volume intérieur [13].

Comme la montre la figure 2.9, il y a une grande différence en densité et porosité entre l'os cortical et l'os trabéculaire. Ce dernier est très poreux, une structure à nid d'abeille, consistant en des plaques interconnectées et des barres (appelées trabécules) du tissu osseux. Les espaces inter-trabéculaires sont remplis de la moelle qui contient des vaisseaux sanguins, des nerfs et différents types de cellules [13, 14].

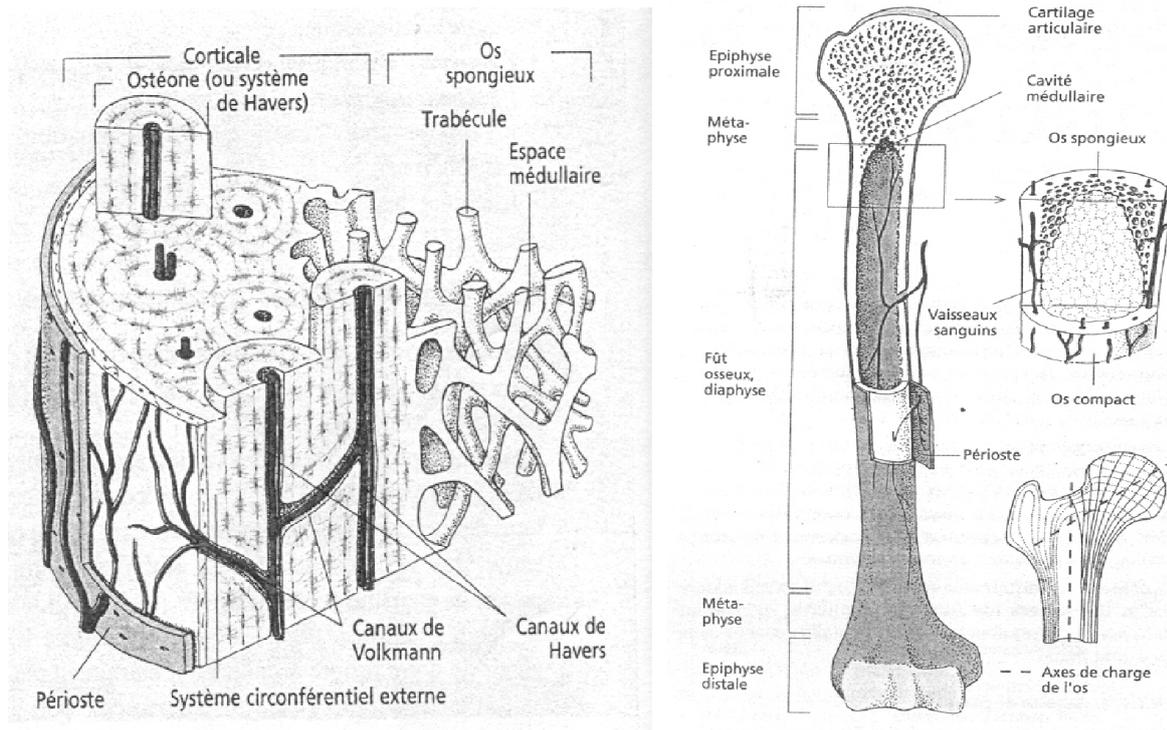


Fig. 2.9. Structure du tissu osseux [13]

Les surfaces interne et externe de l'os cortical sont couvertes par l'endoste et le périoste respectivement. Le périoste consiste en une couche du tissu fibreux externe et une couche intérieure qui contiennent une grande quantité de cellules et les vaisseaux sanguins. L'endoste est beaucoup plus mince et consiste principalement en une seule couche cellulaire [13].

II.2.2 La composition du tissu osseux

Le tissu osseux est caractérisé par sa dureté, due à la minéralisation de la matrice organique extracellulaire. Il a trois fonctions essentielles : mécanique, permettant le soutien de l'organisme et sa locomotion ; protectrice, pour les organes vitaux et la moelle osseuse ; métabolique, constituant le principal réservoir d'ions calcium et phosphates de l'organisme [18].

Le tissu osseux est constitué de cellules osseuses et d'une matrice extracellulaire de soutien, faites de fibres de collagène et d'une substance fondamentale riche en glycosaminoglycanes ; cette matrice a la particularité d'être calcifiée [18, 19]. Les cellules osseuses sont les ostéoclastes, responsables de la résorption osseuse, et les ostéoblastes, chargés de la formation osseuse [13, 18, 19].

II.2.2.1 Phase organique :

La protéine la plus importante de la phase organique de l'os est le collagène. Plus d'une douzaine de types de collagène ont été identifiés jusqu'à maintenant, lesquels sont présents en fait dans chaque tissu, comme l'os, cartilage, tendons, ligaments, peau et vaisseaux sanguins. Le type du collagène prédominant dans l'os est le type I, qui est aussi trouvé dans les tendons, les ligaments et la peau [13, 33].

Donc la matrice extracellulaire de l'os est composée de microfibrilles de collagène I, de protéoglycannes, d'ostéopontine (reliant l'hydroxyapatite aux cellules osseuses), d'ostéonectine (intervenant dans la minéralisation par son affinité pour le collagène I et le calcium), d'ostéocalcine (marqueur des ostéoblastes matures, intervenant dans la minéralisation) [13, 18, 19].

Le collagène donne une flexibilité à l'os et la résistance à la traction. Il contient aussi des sites de la nucléation pour la minéralisation de l'os [13, 33].

II.2.2.2 Phase inorganique (minérale) :

Le minéral de l'os consiste presque tout à fait en des cristaux d'hydroxyapatite, $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6(\text{OH})_2$, qui est en forme de baguette ou de plaque et mesure approximativement $5 \times 5 \times 40$ nm. Le minéral fournit l'os sa rigidité et sa résistance à la compression, mais aussi rend le tissu osseux imperméable [35]. L'os, qui contient 98 % du calcium de l'organisme, représente un réservoir de calcium et joue un rôle primordial dans le métabolisme phosphocalcique [33].

II.2.2.3 Les cellules osseuses:

En fonction de leur localisation par rapport à la matrice calcifiée on distingue d'une part les ostéocytes, qui sont inclus dans la matrice osseuse des travées et des ostéons corticaux, et d'autre part les ostéoblastes et ostéoclastes à la surface de l'enveloppe endostale [18].

II.2.2.3.a Ostéoblastes

Au niveau de la surface endostale, l'ostéoblaste est la cellule responsable de la synthèse et de l'apposition de la matrice osseuse, puis sa minéralisation, c'est-à-dire du processus de formation osseuse [18]. Elle est responsable de la synthèse des composants organiques de la matrice osseuse : collagène type I, les glycoprotéines et un peu de protéoglycannes. Elle réside sur les surfaces externes de l'os et possède un bord aplati vers la couche de la matrice non minéralisée –appelée ostéoïde – qui a été juste formée. L'apposition de l'ostéoïde constitue la première phase de la nouvelle formation de l'os, qui est suivie par la minéralisation de la matrice organique. Une recherche récente suggère que ces ostéoblastes sont aussi impliqués dans la phase de minéralisation [18].

Les ostéoblastes actifs, qui enveloppent la couche ostéoïde, peuvent complètement être entouré par l'ostéoïde nouvellement formé. Lorsque cela se passe, la cellule se différencie en un ostéocyte [18].

II.2.2.3.b Ostéoclastes

L'ostéoclaste est la cellule osseuse chargée de la résorption. Contrairement à l'ostéoblaste, elle dérive d'un précurseur hématopoïétique [18].

II.2.2.4 structure de l'os cortical

L'os compact (ou cortical), dur et dense, constitue la coque externe des os et comprend des ostéons (unité histo-physiologique constituée par un canalicule vasculaire et les lamelles osseuses concentriques qui l'entourent) et des lamelles arciformes s'interposant entre les ostéons [14, 33, 35, 40].

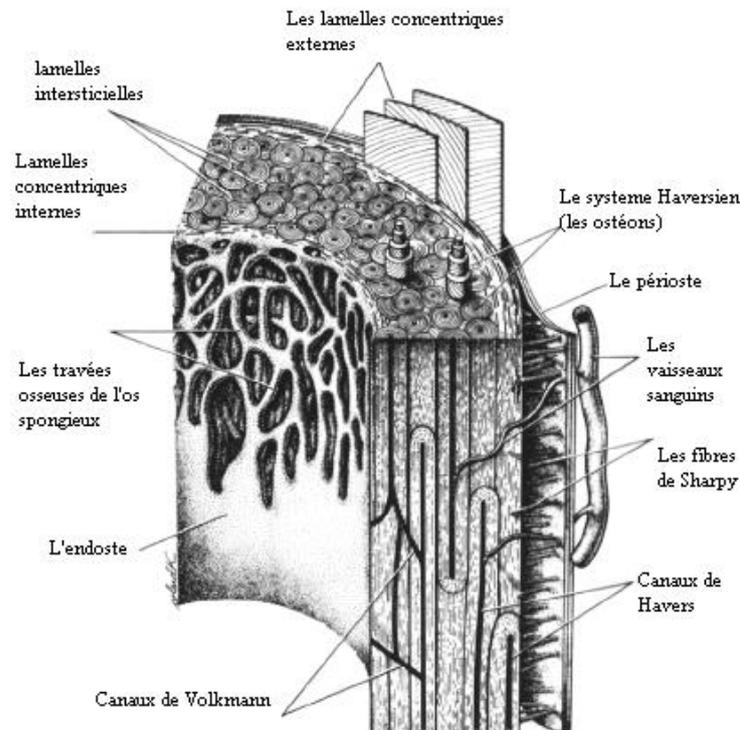


Fig. 2.10 Tracé de l'os cortical et trabéculaire, montrant quelques-unes de leurs caractéristiques [35]

L'os cortical est formé par une association dense d'unités structurales élémentaires cylindriques appelées ostéons [18, 33, 35,40].

L'ostéon est composé de lamelles concentriques au canal de Havers. Les vaisseaux sanguins irriguant l'os passent par les canaux de Havers. Les ostéons, de structure cylindrique, sont reliés entre eux par des lamelles interstitielles formées par les restes d'ostéons antérieurs, l'ensemble donnant une structure compacte, hétérogène, anisotrope et viscoélastique [40] (Cf. Fig. 2.9, Fig. 2.10).

II.2.2.5 Structure de l'os spongieux

L'os spongieux ou trabéculaire, situé comme nous l'a déjà discuté, dans les épiphyses des os longs, dans les os courts et les os plats, joue un rôle d'amortisseur grâce à la moelle emprisonnée dans les alvéoles [40]. Il est fragile et constitué d'unités structurales élémentaires (USE) figurant des arches ou des plaques, sortes d'ostéons déroulés à texture lamellaire qui s'accolent les uns aux autres au niveau des lignes cimentantes pour former une travée (ou trabécule osseuse). Celles-ci, épaisses de 0.1 à 0.5 mm et de directions variées (espace entre les travées variant entre 0.5 et 1 mm), délimitent de petites cavités et forment une structure alvéolaire. Les parois de celles-ci sont continues pour un sujet jeune, mais se dégradent avec l'âge, se perforent et se réduisent à une structure filaire [40].

Les trabécules osseuses résistantes aux contraintes de flexion, de traction, de compression et de cisaillement s'appuient sur l'os compact auquel elles transmettent les forces [40].

Finalement l'os est un matériau composite, c'est-à-dire présentant une composition à l'échelle macroscopique d'au moins deux composés non miscibles de nature, de forme, de structures différentes dont les qualités individuelles se combinent et se complètent en donnant naissance à un matériau hétérogène [40].

II.2.3 Notion et importance du remodelage osseux

La structure osseuse d'un individu croît et évolue depuis sa naissance jusqu'à sa taille adulte. Cette phase est appelée 'modelage osseux' [14]. La loi de cette évolution est essentiellement adaptative. Les structures de base sont constituées par les travées osseuses. Celles-ci s'orientent selon les directions des contraintes principales existant localement au sein de l'os [14].

Une fois l'individu atteint sa taille adulte, il n'y a plus croissance de l'os, ce qui n'implique pas pour autant que la structure osseuse reste figée. Les travées osseuses vont disparaître et se reconstruire ; cette phase est appelée 'remodelage osseux'; en tant que structure adaptée, l'architecture osseuse est continuellement régénérée par apposition et résorption locale de l'os. Ces processus de formation et résorption d'os sont couplés et synchronisés par l'intermédiaire de paquets d'ostéoblastes et d'ostéoclastes couramment appelés unités de remodelage [13]. Pour un sujet en bonne santé, l'ensemble des taux de résorption et de formation reste constant, permettant la conservation de la masse osseuse, mais le processus de remaniement n'est pas uniforme. Chaque année, un homme adulte renouvelle 25 % de son os trabéculaire et 4 % de son os cortical [40].

Ce phénomène physiologique du remodelage osseux peut être schématisé de la façon suivante [40] : les ostéoblastes apposent de l'os aux endroits réclamant plus de renfort, pendant que les ostéoclastes assurent la résorption là où l'os devient inutile dans ses fonctions mécaniques. La destruction ostéoclastique et la reconstruction ostéoblastique s'enchaînent dans le temps et l'espace à l'échelle microscopique [40].

Le remodelage osseux est soumis à deux boucles de régulation [40] :

- Un processus de régulation hormonale ayant pour but de maintenir la concentration de calcium dans le sang. Elle a pour fonction de choisir à quel moment, et, s'il est nécessaire de démarrer le remodelage.
- Le second processus dépend des efforts mécaniques agissant sur le squelette. Il vise à préserver les propriétés mécaniques de l'os afin qu'il puisse remplir sa fonction de soutien des tissus mous, et pour cela, choisit l'endroit du remaniement.

Le remodelage se déroule de façon cyclique en quatre phases [18, 40] (Cf. Fig. 2.11) :

- *Phase d'activation* : le long de la surface osseuse inactive recouverte de cellules bordantes, ou ostéoblastes quiescents, surviennent les précurseurs mononuclés des ostéoclastes.
- *Phase de résorption* : l'os ancien est résorbé par les ostéoclastes.
- *Phase d'inversion* : les ostéoclastes sont remplacés par des cellules mononuclées.
- *Phase de reconstruction (ostéoformation)* : les ostéoblastes colonisent la lacune et la combrent en apposant une nouvelle matrice osseuse. Durant cette dernière phase, certains ostéoblastes restent enfermés dans la matrice nouvellement formée et deviennent alors des ostéocytes.

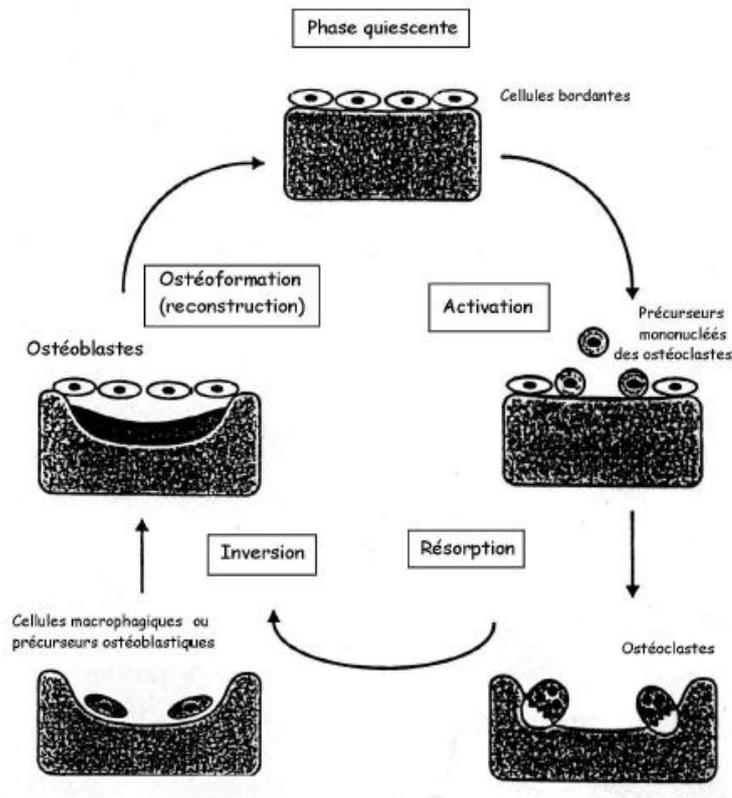


Fig. 2.11 Les phases du remodelage osseux[40]

L'os s'adaptant de lui-même aux conditions de chargement auxquelles il est soumis, hypothèse proposée par Wolff il y a plus d'un siècle, doit donc contenir des capteurs internes capables de mesurer cette charge et de traduire les signaux pour activer le remaniement osseux. De nombreuses hypothèses ont été faites sur le fait que ce serait les cellules ostéocytes qui agiraient comme des cellules mécano-sensibles [40].

En effet, d'après Cowin S.C. et al. [40], elles capteraient les signaux mécaniques et seraient régulateurs de la masse osseuse (MO) en agissant sur les cellules actrices du remodelage (ostéoclastes, ostéoblastes). Ces hypothèses sont dues au fait que les ostéocytes se révèlent être les candidates appropriées pour ce rôle de par leur architecture et leur position favorable dans la matrice extracellulaire osseuse [40].

II.2.4 Propriétés mécaniques de l'os

Comme il a été mentionné dans l'introduction de cette partie, les propriétés mécaniques de l'os cortical et surtout l'os trabéculaire, peuvent varier fortement entre les différents individus et entre les différentes parties du squelette. Aussi, dans le même os des différences locales se produiront, dues à l'hétérogénéité de l'os [33].

Pour comprendre les propriétés mécaniques du tissu osseux, il est important de comprendre les propriétés mécaniques de chacun de ces constituants, et la relation structurelle entre eux à plusieurs niveaux de l'organisation structurelle hiérarchique [33]. Ces niveaux et structures sont (1) la macrostructure : l'os cortical et l'os trabéculaire ; (2) la microstructure (de 10 à 500 μm) : les systèmes Haversiens, les ostéons, trabécules simples ; (3) la sous-microstructure (1-10 μm) : lamelles ; (4) la nanostructure (de quelques centaines de nanomètres à 1 μm) : les fibres de collagène et minéraux incorporés ; et (5) la sous nanostructure (au-dessous de quelques centaines de nanomètres) : structure moléculaire des

éléments constitutifs, tel que les protéines organiques non collagéniques, collagéniques et minérales. Cette organisation hiérarchique de la structure osseuse a une disposition et une orientation irrégulières, rendant l'os hétérogène et anisotrope (Cf. Fig. 2.12) [33].

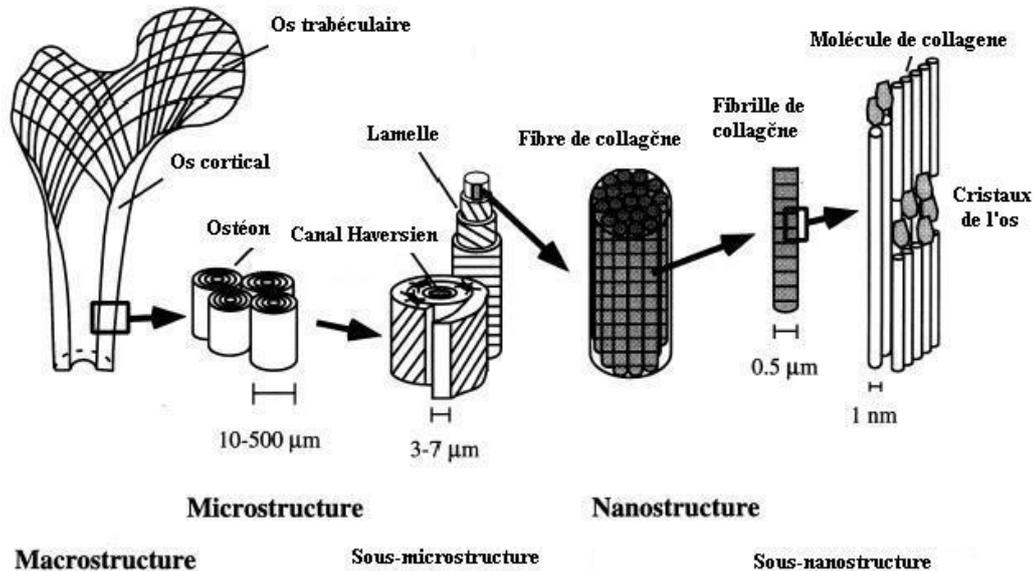


Fig. 2.12 Structure hiérarchique de l'os [33]

La plupart des modélisations proposées dans la littérature considèrent l'os pelvien comme un matériau isotrope.

En revanche, la répartition des propriétés mécaniques est homogène ou hétérogène. Dans le premier cas, une valeur de module d'Young unique est attribuée à l'os cortical (17 GPa) ainsi qu'à l'os spongieux (70 MPa) [8,9,10]. Dans le second cas, l'attribution hétérogène des modules d'Young est généralement basée sur l'exploitation des niveaux de gris des coupes scanner, mais les méthodes sont très variables d'une étude à une autre [5,6,7,15,16,17,33,35,40]. En effet, l'obtention directe des propriétés mécaniques à partir des niveaux de gris est peu documentée, notamment pour l'os cortical, donc différents intermédiaires (densité apparente, densité de cendres) et différentes relations sont considérées. Si certaines études s'appuient alors sur les données proposées par la littérature, d'autres appliquent les relations obtenues par leur propre équipe dans des études complémentaires sur échantillons osseux, spongieux ou cortical (C.f. Tableau 2.1).

Enfin, le coefficient de Poisson est généralement fixé à 0,3 ou 0,4 pour l'os cortical et 0,2 pour l'os trabéculaire.

Tableau 2.1 : Choix du module d'élasticité de l'os spongieux et l'os cortical

Type osseux Références	Os spongieux	Os cortical	Observations
J.C. Rice [16] et V.O. Hans [35]	$E = 820\rho^2 + 70$	$E = 21190\rho - 23500$	$\rho = 1,12 \text{ g/cm}^3$ E en MPa.
J.H Keyak [17]	$E = 33900\rho_{cendres}^{2,20}$	$E = 10200\rho_{cendres}^{2,01}$	$\left\{ \begin{array}{l} \rho_{cendres} = 0,27 \text{ g/cm}^3 \text{ (a)} \\ \rho_{cendres} = 0,60 \text{ g/cm}^3 \text{ (b)} \end{array} \right.$ E en MPa.
D.R Carter [15]	$E = 3790\dot{\epsilon}^{0,06}\rho^3$	$E = 3790\dot{\epsilon}^{0,06}\rho^3$	$\rho : \text{g/cm}^3$ E en MPa
D.R Carter [15] et J.C. Rice [16]	$E = 900\rho^2 + 60$	$E = 2875\rho^3$	$\rho : \text{g/cm}^3$ E en MPa

Avec :

ρ : Densité apparente

$\rho_{cendres}$: Densité de cendres

(a) Valeur maximale retenue pour l'os spongieux.

(b) Valeur minimale retenue pour l'os cortical.

$\dot{\epsilon}$: Vitesse de déformation en s^{-1}

CHAPITRE 3

Modélisation géométrique et segmentation des images tomographiques du bassin humain

Chapitre III : Modélisation géométrique et segmentation des images tomographiques du bassin humain

III.1 Introduction à la modélisation géométrique :

III.1.1 Introduction :

La modélisation géométrique était introduite pour la première fois vers la fin des années 1970 avec le développement rapide des technologies de CAO, FAO et infographie. Elle réfère à une collection de méthodes utilisées pour définir la forme et les caractéristiques géométriques d'un objet.

On utilise les méthodes de la modélisation géométrique pour construire une description mathématique précise de la forme d'un objet réel ou pour simuler certains processus. La construction elle-même est une opération assistée par ordinateur, avec un modèle stocké et analysé par ce dernier. Donc, l'utilisation d'un ordinateur est capitale pour tout processus de modélisation géométrique [4].

On distingue trois aspects de la modélisation géométrique :

Représentation : le modèle physique de l'objet est donné permettant de l'analyser ; on décrit l'approximation mathématique pour la première fois.

Conception : on doit créer un nouveau modèle pour satisfaire quelques objectifs opérationnels. Nous manipulons les variables définissant notre modèle jusqu'à l'obtention de l'objectif.

Reconstruction : généralement, on a besoin de visualiser le modèle pour pouvoir l'interpréter.

L'importance de la modélisation géométrique augmente dans beaucoup de domaines, notamment dans le domaine de la CAO, FAO, biomécanique, robotique, animation, simulation, intelligence artificielle, etc. ...

L'analyse, dans le domaine de biomécanique, est un autre domaine subissant un changement rapide avec les modélisateurs avancés du solide. Ces derniers permettent une construction rapide des modèles éléments finis. Ils permettent aussi, une analyse automatique statique et dynamique des structures dans le domaine de la mécanique, soumises à diverses conditions de chargements. On peut afficher les effets de ces chargements avec de nouveaux moyens graphiques.

L'architecture de tout système de modélisation géométrique possède les trois composants majeurs suivants : le logiciel de la modélisation géométrique, un ordinateur (du gros ordinateur au micro-ordinateur), un dispositif d'interface utilisateur (généralement graphique), une base de données pour le stockage du modèle, un générateur d'affichage pour la création des sorties graphiques, et généralement une collection de programmes d'application.

La modélisation géométrique repose sur : la géométrie paramétrique, la modélisation des courbes, des surfaces, du solide, et les applications [4].

III.1.2 Modélisation des courbes :

III.1.2.1 Introduction :

On peut définir une courbe de diverses manières. Il existe en effet des définitions paramétriques, implicites et explicites. Une courbe paramétrique est donnée par une fonction γ basée sur un paramètre u . Les courbes implicites de R^2 sont décrites par une relation de la forme $f(x, y) = 0$, où x et y notent les coordonnées [4]. Les courbes explicites de R^2 sont

définies par un couple de la forme $(x, y = f(x))$. Dans R^3 , les courbes non paramétrées sont définies comme l'intersection de deux surfaces [4].

Au début, nous présentons quelques idées sur les méthodes d'interpolation et de lissage utilisables pour modéliser des courbes paramétrées. Dans ce qui suit, on décrit les modèles basés sur un polygone de contrôle qui forment le noyau de la plupart des systèmes de définition de courbes.

Les courbes sont définies à partir d'un ensemble de points et de différents types de fonctions. Etant donnée une suite de *points de contrôle*, P_0, P_1, \dots, P_n , de R^2 ou R^3 , on rencontre deux catégories de définitions de courbes. En premier lieu, on peut construire une définition globale, ce qui signifie qu'une seule fonction est utilisée pour décrire la courbe entre P_0 et P_n , quelle que soit la valeur de n . En second lieu, la courbe de P_0 à P_n est définie au moyen de plusieurs segments dont les raccords vérifient certaines propriétés de régularité (en particulier au niveau de la continuité).

Dans le premier cas, la courbe passe par P_0 , par P_n et passe également par tous les P_i , pour $i = 1, n-1$, ce qui définit la méthode d'*interpolation*. La courbe peut ne pas passer par ces points, ce qui est le cas d'une méthode d'*extrapolation* (ou de *lissage*). Parmi les méthodes d'interpolation, on trouve d'abord les interpolations de type Lagrange utilisant comme données les points de contrôle puis les méthodes de type Hermite dans lesquelles des dérivées (les tangentes aux points de contrôle) sont également impliquées. Ces méthodes sont essentiellement basées sur des fonctions polynomiales bien que d'autres types de fonctions puissent être utilisées (des fonctions trigonométriques par exemple).

Nous nous intéressons à d'autres types de définitions comme la méthode bien connue de Bézier qui s'appuie sur les polynômes de Bernstein de degré n ou les méthodes de Bézier rationnelles qui utilisent des polynômes rationnels également de degré n .

Dans cette classe de méthodes, on peut d'abord prendre des définitions par Bézier de bas degré (ou des fonctions similaires) ou introduire des méthodes basées sur les fonctions *splines* qui conduisent à introduire les fonctions B-splines et, plus généralement, les méthodes basées sur des NURBS.

Dans la suite, u désigne le paramètre, $\gamma(u)$ est l'expression paramétrique d'une courbe paramétrée notée Γ . Le cas échéant on fera la confusion entre $\gamma(u)$ (qui, pour une valeur de u donnée, est un point) et Γ (la courbe en entier).

III.1.2.2 Courbes de Bézier et B-spline :

III.1.2.2.1 Courbe de Bézier :

Les courbes de Bézier étaient découvertes simultanément par **Paul De Casteljaou** à la maison Citroën, et **Pierre E. Bézier** à Renault autour des années 50 et 60 [11]. Elles sont définies en utilisant un ensemble de points de contrôle. La courbe de Bézier de degré n est définie par :

$$\gamma(u) = \sum_{i=0}^n B_{i,n}(u) P_i \quad (3.1)$$

où $\gamma(u)$ sont les points sur la courbe calculées par les valeurs de u dans l'intervalle $[0,1]$, P_i sont appelées les points de Bézier ou les points de contrôle ; et elles forment ce qu'on appelle le polygone de Bézier [21] et $B_{i,n}(u)$ sont les fonctions de Bernstein ou les fonctions de base de degré n données par :

$$B_{i,n}(u) = \binom{n}{i} u^i (1-u)^{n-i} ; \quad i = 0, \dots, n \quad (3.2)$$

Avec :

$$\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!} \quad \text{et } u \in [0,1]. \quad (3.3)$$

Ces fonctions de base ont les propriétés utiles suivantes [11] :

- La positivité : $B_{i,n}(u) \geq 0 \forall i, n$ et $0 \leq u \leq 1$.
- La partition unité : $\sum_{i=0}^n B_{i,n}(u) = 1$ pour tous $0 \leq u \leq 1$.
- $B_{0,n}(0) = B_{n,n}(1) = 1$. Cela assure l'interpolation du point extrême, qui est expliqué ci-dessous.
- $B_{i,n}(u)$ a exactement un maximum sur l'intervalle $[0,1]$, qui est en $u = i/n$.
- La symétrie : $\forall n$, l'ensemble des polynômes $B_{i,n}(u)$ sont symétriques par rapport à $u = 1/2$.
- La récursivité : cela mènera à des algorithmes simples pour calculer les valeurs des polynômes de Bernstein en des valeurs fixes de u .

Nous pouvons maintenant lister les propriétés produites par les courbes de Bézier convenables particulièrement pour la conception géométrique [11,21].

- Le degré de la courbe de Bézier défini par $(n+1)$ points de contrôle est égale à n . Dans chaque coefficient, l'exposant de u est $i + (n-i) = n$. Par conséquent le degré de la courbe est n .
- Le polygone formé par les points de contrôle, P_0, P_1, \dots, P_n , appelé *polygone de contrôle*, mènera à une bonne approximation de la courbe.
- $P_0 = \gamma(0)$ et $P_n = \gamma(1)$. La courbe passe à travers le premier et le dernier point de contrôle. Ceci est l'interpolation du point extrême fournie par les fonctions de base.
- Les directions des tangentes de la courbe aux points extrêmes sont parallèles à $P_1 - P_0$ et $P_n - P_{n-1}$.
- La courbe est tout à fait contenue dans le polygone de contrôle. Celle-ci est la propriété de l'enveloppe convexe.
- aucune ligne droite ne croise une courbe plusieurs fois qu'elle croise la courbe du polygone de contrôle (pour une courbe de Bézier tridimensionnelle il n'y a pas de plan qui croise la courbe plusieurs fois que celui du polygone de contrôle). Celle-ci est la propriété de diminution de la variation.
- Les courbes de Bézier sont fermées sous des transformations linéaires telles que les rotations, les translations. Pour appliquer une telle application à la courbe, nous pouvons simplement l'appliquer aux points de contrôle. Ces transformations linéaires sont connues comme des transformations affines.

III.1.2.2.2 Algorithme de De Casteljaou :

Suivant la construction de la courbe de Bézier, la tâche importante est de trouver le point $\gamma(u)$ sur la courbe pour un u particulier. L'algorithme de De Casteljaou pour l'évaluation d'un point $\gamma(u)$ sur une courbe de Bézier de degré n et un polygone de contrôle P_i où $i = 1, n$ est donné par (Cf. Fig. 3.1) [22] :

$$D_i^r(u) = (1-u)D_i^{r-1}(u) + u.D_{i+1}^{r-1}(u); \quad \begin{cases} r = 0, \dots, n \\ i = 0, \dots, n-r \end{cases} \quad (3.4)$$

avec $D_i^0(u) = D_i$. Et alors :

$$D(u) = D_0^n(u) \tag{3.5}$$

La construction de $D(u)$, pour un u fixe, fonctionne avec une proportion fixe : pour tout u , le point intermédiaire $D_i^r(u)$ subdivise la ligne droite $D_i^{r-1}(u), D_{i+1}^{r-1}(u)$ avec la proportion $u/(1-u)$. Celle-ci est une conséquence importante que la construction (3.4) est invariante sous les transformations affines.

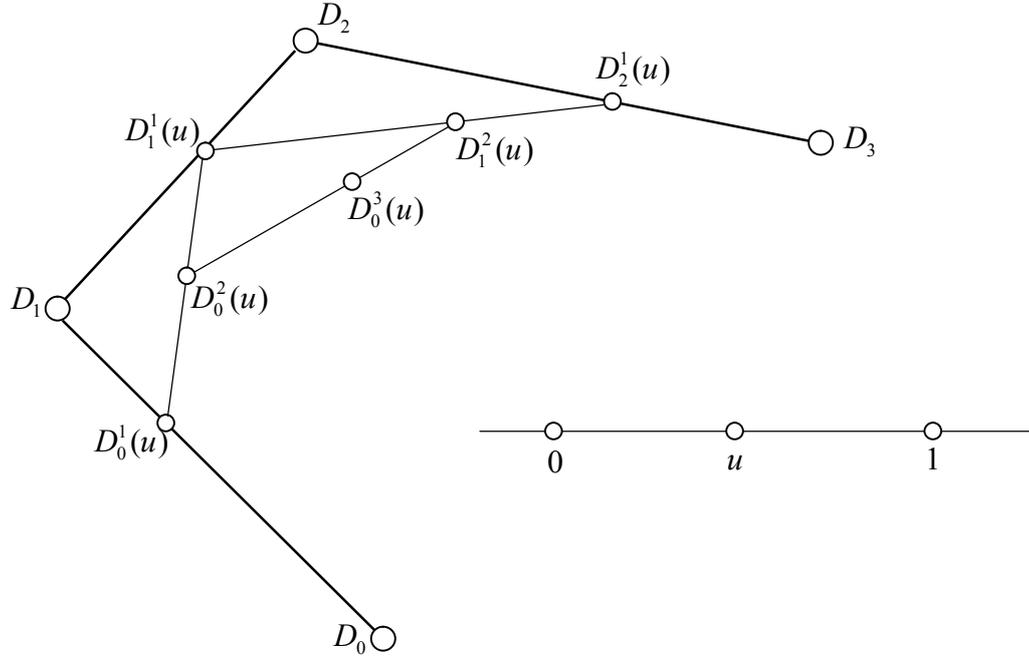


Fig. 3.1 Algorithme récursif pour la courbe de Bézier non rationnelle [22].

III.1.2.2.3 Elévation du degré d'une courbe de Bézier :

L'élévation du degré d'une courbe de Bézier est une technique très utile dans de nombreuses applications (par exemple, quand on cherche à imposer un certain niveau de continuité sur les courbes (ou surfaces) composites [22].

Etant donné une courbe de Bézier de degré n correspondante à $(n+1)$ points de contrôle P_i , élever son degré conduit à définir la même courbe comme une courbe de degré $(n+1)$ basée sur $(n+2)$ points de contrôle, notés Q_i . La question est alors de trouver ces points.

Soit $\gamma(u) = \sum_{i=0}^n B_{i,n}(u)P_i$ la courbe donnée.

On souhaite écrire cette même courbe comme :

$$\gamma(u) = \sum_{i=0}^{n+1} B_{i,n+1}(u)Q_i \tag{3.6}$$

La solution consiste alors à poser [22]:

$$Q_0 = P_0 \text{ et } Q_{n+1} = P_n \tag{3.7}$$

avec :

$$Q_i = \frac{iP_{i-1} + (n+1-i)P_i}{n+1}, \quad i = 1, \dots, n. \tag{3.8}$$

III.1.2.2.4 Les courbes de Bézier rationnelles :

Une courbe de Bézier rationnelle $\gamma(u)$ est définie par [21, 22, 23] :

$$\gamma(u) = \frac{\sum_{i=0}^n w_i P_i B_{i,n}(u)}{\sum_{i=0}^n w_i B_{i,n}(u)}, \quad w_i > 0 \quad (3.9)$$

où les w_i sont appelées les poids des points de contrôle P_i . La restriction $w_i > 0$ assure que $\gamma(u)$ n'aura pas de singularités $\forall u \in [0,1]$.

Si $w_i = 1$ nous obtenons le cas de la courbe non rationnelle de Bézier donnée par (3.1).

Nous pouvons écrire $\gamma(u)$ sous la forme :

$$\gamma(u) = \sum_{i=0}^n P_i G_{i,n}(u) \quad (3.10)$$

avec
$$G_{i,n}(u) = \frac{w_i B_{i,n}(u)}{\sum_{i=0}^n w_i B_{i,n}(u)} \quad (3.11)$$

et $G_{i,n}(u)$ constitue les fonctions de Bernstein rationnelles.

Ces fonctions $G_{i,n}(u)$ ont aussi les propriétés suivantes [21, 22, 23] :

- La positivité : les polynômes $G_{i,n}(u) \geq 0, \forall u \in [0,1], \forall i \in [0, n]$.
- Partition unité : $\sum_{i=0}^n G_{i,n}(u) = 1, \forall u \in [0,1]$.
- Symétrie : $G_{i,n}(u) = G_{n,n-i}(u), \forall u \in [0,1]$.
- Extremum : $G_{i,n}(u)$ atteint son maximum à $u = i/n$. $\max_{u \in [0,1]} G_{i,n}(u) = G_{i,n}(i/n)$

III.1.2.2.5 Algorithme de De Casteljaou :

L'algorithme de De Casteljaou pour une courbe de Bézier rationnelle est donné par [21,22] :

$$\begin{aligned} w_i^r(u) &= (1-u)w_i^{r-1}(u) + u.w_{i+1}^{r-1}(u) \\ D_i^r(u) &= (1-u) \frac{D_i^{r-1}(u)}{w_i^r(u)} D_i^{r-1}(u) + u \cdot \frac{w_{i+1}^{r-1}(u)}{w_i^r(u)} D_{i+1}^{r-1}(u) \end{aligned} \quad (3.12)$$

où $r = 0, \dots, n$ et $i = 0, \dots, n-r$

Avec $D_i^0(u) = D_i$. Le résultat est alors donné par :

$$D(u) = D_0^n(u) \quad (3.13)$$

III.1.2.2.6 Les courbes B-splines non rationnelles :

Les courbes B-splines correspondent aux courbes Splines de De Boor [21].

Pour une suite de nœuds de $m+2u_j$ du style $u_i, u_{i+1}, \dots, u_{i+m+1}$, la spline de base $N_{i,m}$ liée à ces nœuds est construite par une formule de récurrence dépendant d'un indice k . C'est-à-dire, pour $k=0$ par [21,29] :

$$\begin{cases} N_{i,0}(u) = 1 & \text{si } u_{i-1} \leq u \leq u_i \quad \text{et} \\ N_{i,0}(u) = 0 & \text{sinon,} \end{cases} \quad (3.14)$$

et, pour $k=1,2,\dots,m$, comme :

$$N_{i,k}(u) = \frac{u - u_{i-1}}{u_{i-1+k} - u_{i-1}} N_{i,k-1}(u) + \frac{u_{i+k} - u}{u_{i+k} - u_i} N_{i+1,k-1}(u), \quad (3.15)$$

qui signifie que la fonction composite $N_{i,k}(u)$ n'est non nulle que si $u \in [u_{i-1}, u_{i+k}]$.

Les polynômes de base ont un support local minimum. De plus, ils sont linéairement indépendants. De ce fait, ils forment une base.

Dans la récurrence ci-dessus, si, par exemple, $u_{i-1+k} - u_{i-1} = 0$ (i.e., si des nœuds multiples sont utilisés), le terme en $N_{i,k-1}(u)$ ne contribue pas puisque $N_{i,k-1}(u) = 0$.

Une courbe B-spline cubique est montrée dans la figure (Fig. 3.2).

Remarque 1 :

Pour un choix approprié des u_i , la relation ci-dessus se résume à la relation ($B_{i,n}(u) = uB_{i-1,n-1}(u) + (1-u)B_{i,n-1}(u)$), ce qui veut dire, dans ce cas particulier, les $N_{i,k}(u)$ ne sont autres que les polynômes de Bernstein. En fait, on doit fixer $u_i = 0$ pour $i = 0, 1, \dots, k$ et $u_{k+1} = \dots = u_{2k+1} = 1$.

Avec ces ingrédients (en négligeant la remarque précédente) et étant donnée $(n+1)$ points de contrôle ($n \geq m$), une courbe composite formée de $(n-m+1)$ courbes polynomiales de degré m est définie par l'expression :

$$\gamma(u) = \sum_{j=i+1-m}^{i+1} N_{j,m}(u) P_j \quad (3.16)$$

Remarque 2 :

Comme la condition initiale de la définition par récurrence est vraie pour $N_{j,m}(u) = 0$ quand $j \notin [i+1-m, i+1]$, on a aussi :

$$\gamma(u) = \sum_{j=0}^m N_{j,m}(u) P_j \quad (3.17)$$

où l'on reconnaît l'équation générale d'un modèle basé sur un polygone de contrôle.

Selon ce qui précède, la courbe ne passe pas par les points de contrôle si les nœuds sont tous distincts. Prendre des nœuds multiples permet de trouver une courbe passant seulement par certains points de contrôle.

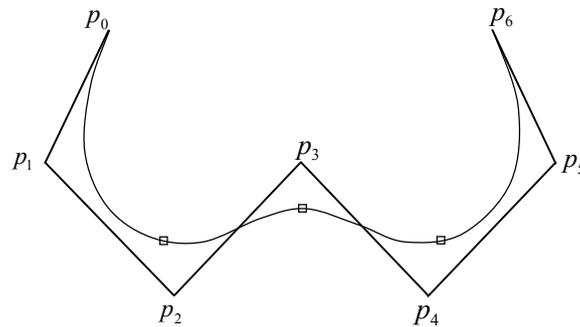


Fig. 3.2. Courbe B-spline non rationnelle avec son polygone de contrôle.

III.1.2.2.6 Courbe B-spline rationnelle (NURBS) :

De même, des B-splines rationnelles peuvent être construites en utilisant localement des courbes splines rationnelles (Cf. Fig. 3.3.a, Fig. 3.3.b). Cette définition implique une suite de poids ω_i et s'écrit comme [22, 23] :

$$\gamma(u) = \frac{\sum_{i=0}^n \omega_i N_{i,m}(u) P_i}{\sum_{i=0}^n \omega_i N_{j,n}(u)} \tag{3.18}$$

Notons que NURBS signifie *Non Uniform Rational B-Splines* en anglais, la non-uniformité concernant ici les u_i . Au lieu d'une distribution uniforme, une telle distribution permet une très grande souplesse et est également utilisable dans les autres formes de représentation de courbe.

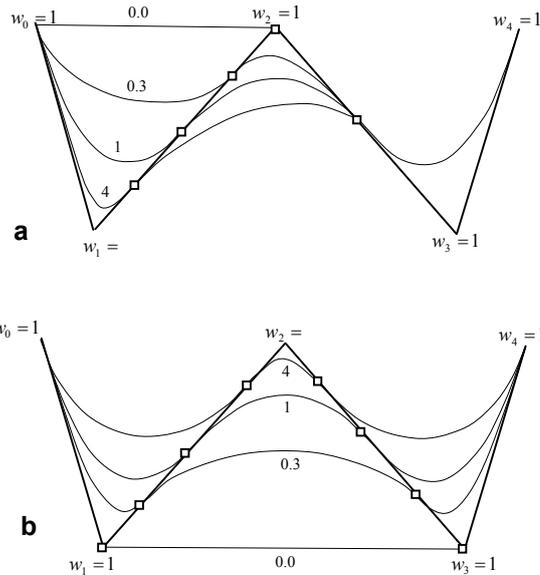


Fig. 3.3.a Courbes B-splines rationnelles quadratiques obtenues par application de différentes valeurs de : (a) w_1 , (b) w_2

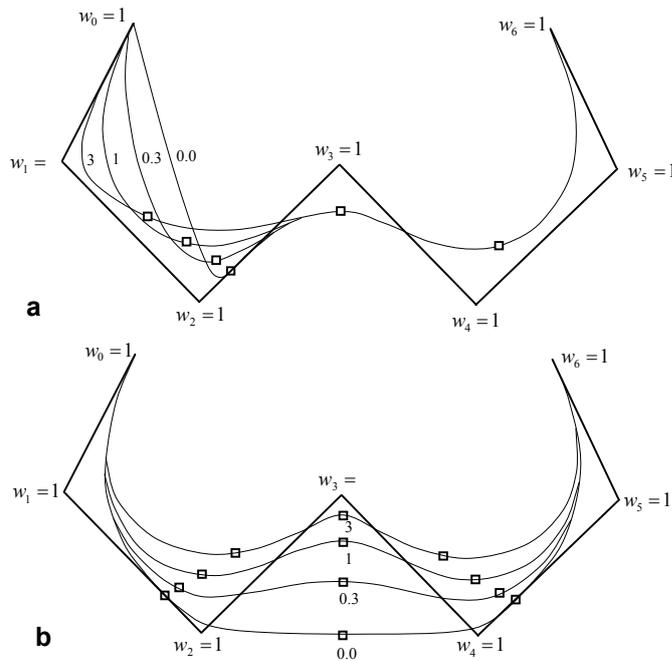


Fig. 3.3.b Courbes B-splines rationnelles cubiques

III.1.3 Définition "pragmatique" de courbe :

Les courbes nous intéressent essentiellement du point de vue du maillage. Il s'agit en effet, étant donné une courbe, généralement frontière d'un domaine (dans le plan ou dans l'espace) de mailler cette courbe. Le but est ensuite de s'appuyer sur cette discrétisation pour construire un maillage du domaine (plan, surfacique ou volumique) dont cette courbe est un bord.

III.1.4 Modélisation des surfaces :

III.1.4.1 Introduction

L'objet ici est de présenter les principales méthodes de définition des surfaces. En effet, une surface peut être définie et représentée de diverses manières. Parmi celles-ci, on trouve en particulier des représentations de type *paramétrique*, de type *implicite* ou encore de type *explicite*.

Étant donné u et v deux paramètres variant dans un certain intervalle, une surface paramétrée est définie par la donnée d'une fonction S dont les valeurs $S(u,v)$ décrivent cette surface. Les surfaces implicites sont décrites par une relation de type $f(x,y,z)=0$, tandis que les surfaces explicites sont données sous la forme $z = f(x,y)$ [29, 30].

On aborde les méthodes de représentation de surfaces les plus utilisées en pratique (notamment dans les modélisateurs géométriques et les systèmes de C.A.O.). On notera d'ailleurs qu'il s'agit, le plus souvent, de surfaces paramétrées. La plupart des méthodes servant à la définition de ces surfaces sont des extensions (ou dérivent) des méthodes employées pour définir les courbes.

En premier lieu, on introduit les notions de base relatives aux définitions de surfaces, ces idées générales se retrouvant dans les différentes méthodes utilisées pour construire les surfaces. Le but visé ici est de donner des informations intuitives permettant ensuite d'aborder, le délicat problème du maillage des surfaces. Dans les logiciels de prétraitement tel que **Marc Mentat** et **Patran**, les définitions de courbes et de surfaces étant fortement liées.

Les surfaces pouvant être décrites au moyen d'un produit tensoriel sont tout d'abord brièvement abordées, puis à celles qui sont obtenues par le biais de schémas d'interpolation s'appuyant sur un ensemble de points données (les carreaux de Coons, par exemple). Puis, on s'intéresse aux carreaux de type produit tensoriel construits à partir de polyèdres de contrôle. Les surfaces basées sur des carreaux triangulaires seront aussi abordées. Dans la suite, on rappelle brièvement le cas des carreaux rationnels avant d'aborder le cas des carreaux n'appartenant à aucune des formes précédemment décrites. On évoque le cas des carreaux de topologie arbitraire ou ceux dont le contrôle est différent de la méthode classique.

Ensuite, nous passons aux surfaces particulières, on regarde notamment le cas des surfaces *de révolution*, des surfaces *réglées* et des surfaces obtenues par *balayage*.

Les paramètres utilisés pour les définitions de surface sont notés par u et v (et également w , dans le cas des carreaux triangulaires). Toutefois, selon les cas, on notera également u (ou v) le paramètre relatif à une courbe lorsque celle-ci est vue comme un composant d'une surface paramétrée par u et v .

III.1.4.2 Surfaces basées sur une interpolation :

On décrit ici les surfaces de forme arbitraire se prêtant toutefois à une définition par produit tensoriel ou par interpolation. Le moyen le plus simple pour définir une telle surface est d'étendre à ces cas les méthodes vues dans le cadre de la définition des courbes [21]. Cette approche conduit naturellement à utiliser des carreaux de forme quadrangulaire qui peuvent être vus comme le produit tensoriel de deux définitions de courbes. Selon la façon dont ces courbes sont définies, on obtient différentes sortes de surfaces [21]. Pour donner une idée

d'une telle méthode basée sur un produit tensoriel, on considère un cas particulièrement simple, une *interpolation bilinéaire* [29, 30].

III.1.4.2.1 Carreaux par produit tensoriel (notions de base) :

On considère un espace paramétré de R^2 dont les paramètres u et v varient chacun dans $[0,1]$. Etant donnés quatre points de R^3 , $P_{i,j}$ pour $i = 0,1$ et $j = 0,1$ où $P_{i,j}$ correspond à $u = i$ et $v = j$, on peut construire quatre lignes [21] :

$$\text{Pour } v = 0, \gamma(u) = (1-u)P_{0,0} + uP_{1,0} = \sum_{i=0}^1 B_i^1(u)P_{i,0}, \quad (3.19)$$

$$\text{Pour } v = 1, \gamma(u) = (1-u)P_{0,1} + uP_{1,1} = \sum_{i=0}^1 B_i^1(u)P_{i,1}, \quad (3.20)$$

$$\text{Pour } u = 0, \gamma(v) = (1-v)P_{0,0} + vP_{0,1} = \sum_{j=0}^1 B_j^1(v)P_{0,j}, \quad (3.21)$$

$$\text{Pour } u = 1, \gamma(v) = (1-v)P_{1,0} + vP_{1,1} = \sum_{j=0}^1 B_j^1(v)P_{1,j}, \quad (3.22)$$

Pour lesquelles on a $B_0^1(u) = 1-u$, $B_1^1(u) = u$ et des expressions analogues pour $B_j^1(v)$ et dans lesquelles la notation de B_j^1 correspond au degré de la fonction. En combinant ces courbes, on peut construire une surface $S(u,v)$ via la relation [21]:

$$S(u,v) = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 B_i^1(u)B_j^1(v)P_{i,j}, \quad (3.23)$$

qui est, de fait, le produit tensoriel associé aux définitions des courbes définies ci-dessus. Sous forme matricielle, une telle courbe Γ peut s'écrire, pour chacune de ces composantes, comme [21,29,30]:

$$\gamma(u) = [u] [\mathcal{M}] [\mathcal{P}] \quad (3.24)$$

$$\text{ou } \gamma(u) = [\mathcal{B}(u)] [\mathcal{P}] \quad (3.25)$$

expression dans laquelle le terme $[u] = [1-u, u]$ représente la fonction de base de la représentation,

$$[\mathcal{M}] = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

est la matrice des coefficients de la fonction de cette base (pour chaque courbe) et $[\mathcal{P}] = [P_{0,0}, P_{1,0}]^t$ est la ligne des points de contrôle (pour la première courbe) et où, enfin,

$$[\mathcal{B}(u)] = [u] [\mathcal{M}]. \quad (3.27)$$

de même, la surface de l'équation (3.23) peut s'écrire sous la forme matricielle :

$$S(u,v) = [u] [\mathcal{M}] [\mathcal{P}]^t [\mathcal{M}]^t [\mathcal{V}] \quad (3.28)$$

ou encore :

$$S(u,v) = [\mathcal{B}(u)] [\mathcal{P}]^t [\mathcal{B}(v)] \quad (3.29)$$

où, maintenant, on a :

$$[\mathcal{P}] = \begin{bmatrix} P_{0,0} & P_{0,1} \\ P_{1,0} & P_{1,1} \end{bmatrix}$$

et $[\mathcal{B}(u)]$ est la forme matricielle de la définition de courbe vue ci-dessus. Par conséquent, toute définition de surface par produit tensoriel peut être exprimée sous une forme matricielle basée sur l'expression matricielle des courbes correspondantes.

En général, la matrice d'une surface définie par un produit tensoriel est de la forme [21,29] :

$$S(u,v) = [\mathcal{B}^n(u)][\mathcal{P}]^t[\mathcal{B}^m(v)]$$

où les deux termes $[\mathcal{B}]$ impliqués peuvent être différents. Dans un tel cas, par exemple, quand le réseau de points de contrôle comprend $(n+1)$ points dans une direction (la direction u) et $(m+1)$ points dans l'autre direction, ce sont n et m qui donnent le degré de la représentation.

III.1.4.2.2 Carreaux basés sur une interpolation :

Le produit tensoriel le plus simple que l'on peut envisager est celui correspondant à la définition d'une méthode d'interpolation portant sur des courbes. On trouve ici deux types de méthodes, les méthodes de type Lagrange et celle de type Hermite.

III.1.4.2.2.a Interpolation de type Lagrange :

Etant donné un vecteur de $(n+1)(m+1)$ points $P_{i,j}$, le problème consiste à trouver les coefficients des matrices $[\mathcal{B}]$ tel que la surface [4,21]:

$$S(u,v) = [\mathcal{B}^n(u)][\mathcal{P}]^t[\mathcal{B}^m(v)] \quad (3.30)$$

passé par les $P_{i,j}$. Autrement dit, si $u = u_i$ et $v = v_j$ sont les paramètres du point $P_{i,j}$, on veut avoir :

$$P_{i,j} = [\mathcal{B}^n(u_i)][\mathcal{P}]^t[\mathcal{B}^m(v_j)] \quad \forall i, j. \quad (3.31)$$

La solution consiste à prendre comme $[\mathcal{B}]$ les interpolés de Lagrange. Par exemple, si $n = m = 2$ et si on se donne 9 points de contrôle, l'équation ci-dessus avec $[\mathcal{B}^n(u)] = [u]$ $[\mathcal{M}]$ où :

$$[u] = [u^2, u, 1] \quad \text{et}$$

$$[\mathcal{M}] = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 2 \\ -3 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

et des expressions similaires pour $[\mathcal{B}^m(v)]$ définit un produit tensoriel de type Lagrange qui correspond à une surface passant par les 9 points donnés [4,21].

III.1.4.2.2.b Interpolation de type Hermite :

Une interpolation de type Hermite implique les positions et certaines des dérivées des points de contrôle. Le produit tensoriel utilisé dans ce cas pour définir la surface conduit à la même discussion que précédemment. En particulier, une équation comme pour les courbes caractérise la surface via une matrice de coefficients basée sur les courbes bases du produit tensoriel [21].

Par exemple, les carreaux bi-cubiques d'Hermite sont une instance d'une telle méthode. Un tel carreau est défini comme :

$$S(u,v) = [\mathcal{B}^3(u)][\mathcal{P}]^t[\mathcal{B}^3(v)] \quad (3.32)$$

avec $[\mathcal{P}]$ la matrice de contrôle qui contient les points de contrôle et leurs dérivées. Cette matrice s'exprime comme :

$$[\mathcal{P}] = \begin{bmatrix} P_{0,0} & P_{v,0,0} & P_{v,0,1} & P_{0,1} \\ P_{u,0,0} & P_{uv,0,0} & P_{uv,0,1} & P_{u,0,1} \\ P_{u,1,0} & P_{uv,1,0} & P_{uv,1,1} & P_{u,1,1} \\ P_{1,0} & P_{v,1,0} & P_{v,1,1} & P_{1,1} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

où par exemple,

$$P_{u,i,j} = \frac{\partial P_{i,j}}{\partial u} \quad \text{et} \quad P_{uv,i,j} = \frac{\partial^2 P_{i,j}}{\partial u \partial v}. \quad (3.34)$$

Dans cette matrice de contrôle, les données relatives à un point de contrôle sont groupées au sein d'une sous-matrice de dimension 2×2 . Alors, la matrice de coefficients $[\mathcal{B}^3(u)]$ (tout comme $[\mathcal{B}^3(v)]$ qui a la même forme) est donnée par la relation :

$$[\mathcal{B}^3(u)] = \begin{bmatrix} u^3 & u^2 & u & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & -2 \\ -3 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Remarque :

La matrice des coefficients ci-dessus n'est autre que la matrice cubique de Hermite où cette fois les points de contrôle sont pris comme la colonne $[P_0, \dot{P}_0, \dot{P}_1, P_1]^t$ au lieu de $[P_0, P_1, \dot{P}_0, \dot{P}_1]^t$ comme précédemment. La notation actuelle est motivée par la forme que la matrice des $[\mathcal{P}]$ doit avoir de manière à assurer que l'écriture sous forme de produit tensoriel du cas des courbes se retrouve dans le cas des surfaces. Par ailleurs, l'interprétation des points de contrôle et de leurs dérivées dans $[\mathcal{P}]$ est ainsi plus intuitive [21].

III.1.4.2.2.c L'interpolation transfinie (carreaux de Coons) :

Les carreaux de Coons sont basés sur l'interpolation transfinie. Introduite comme support d'une méthode de construction de maillage adaptée au traitement de certaines géométries particulières, l'interpolation transfinie est maintenant vue comme une méthode apte à définir une surface. La forme de l'équation décrivant cette surface est écrite sous la forme [21] :

$$S(u, v) = (1-v)\phi(u, 0) + u\phi(1, v) + v\phi(u, 1) + (1-u)\phi(0, v) - ((1-u)(1-v)P_{0,0} + u(1-v)P_{1,0} + uvP_{1,1} + (1-u)vP_{0,1}) \quad (3.35)$$

ce que l'on peut également exprimer par :

$$S(u, v) = [1-u, u] \begin{bmatrix} \phi(0, v) \\ \phi(1, v) \end{bmatrix} + (\phi(u, 0), \phi(u, 1)) \begin{bmatrix} 1-v \\ v \end{bmatrix} - [1-u, u] \begin{bmatrix} \phi(0, 0) & \phi(0, 1) \\ \phi(1, 0) & \phi(1, 1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1-v \\ v \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

La première partie de cette expression correspond à une surface réglée en u , la seconde partie correspond à une surface réglée en v et la troisième partie est un terme de correction permettant de retrouver des propriétés désirées [21].

On passe donc à une définition radicalement différente des définitions précédentes. Les carreaux considérés sont en effet définis via leurs frontières, celles-ci pouvant être décrites par un ensemble de quatre côtés topologiques. En pratique, les données sont les frontières du carreau, *i.e.*, les ϕ . Autrement dit, d'un point de vue discret, les points de contrôle sont situés sur les quatre courbes formant le bord du carreau. Les fonctions $(1-u)$ et u sont les *fonctions de forme* de l'interpolation [21].

Il est facile de vérifier que l'identité des coins est satisfaite et que la surface passe par les quatre courbes de son bord. Ainsi, par exemple, on a :

$$S(u,0) = \phi(u,0), \quad S(u,1) = \phi(u,1) \quad \text{et} \quad S(0,v) = \phi(0,v) \quad \text{et} \quad \text{aussi} \quad S(1,v) = \phi(1,v).$$

Changer les fonctions de forme permet de généraliser le carreau de Coons. Si $f_1(u)$ et $f_2(u)$ tout comme $g_1(v)$ et $g_2(v)$ sont deux parties de fonctions de forme, alors,

$$S(u,v) = [f_1(u), f_2(u)] \begin{pmatrix} \phi(0,v) \\ \phi(1,v) \end{pmatrix} + (\phi(u,0), \phi(u,1)) \begin{bmatrix} g_1(v) \\ g_2(v) \end{bmatrix} - [f_1(u), f_2(u)] \begin{pmatrix} \phi(0,0) & \phi(0,1) \\ \phi(1,0) & \phi(1,1) \end{pmatrix} \begin{bmatrix} g_1(v) \\ g_2(v) \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Est la forme généralisée du carreau de Coons. Notons que les fonctions de forme doivent obéir à certaines propriétés. En pratique, les fonctions de forme f_i et g_i ont une somme de 1 et la continuité doit être assurée au coins, $f_1(0) = g_1(0) = 0$ avec $f_1(1) = g_1(1) = 1$. [21]

Un exemple de fonctions de forme résultant en une puissante définition de surface consiste en des polynômes cubiques d'Hermite. Dans ce cas, la surface est définie par [21] :

$$S(u,v) = \begin{bmatrix} H_0^3(u) & H_1^3(u) & H_2^3(u) & H_3^3(u) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \phi(0,v) \\ \phi_u(0,v) \\ \phi_u(1,v) \\ \phi(1,v) \end{pmatrix} + (\phi(u,0) \quad \phi_v(u,0) \quad \phi_v(u,1) \quad \phi(u,1)) \cdot \begin{bmatrix} H_0^3(v) \\ H_1^3(v) \\ H_2^3(v) \\ H_3^3(v) \end{bmatrix} \\ - \begin{bmatrix} H^3(u) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \phi(0,0) & \phi_v(0,0) & \phi_v(0,1) & \phi(0,1) \\ \phi_u(0,0) & \phi_{uv}(0,0) & \phi_{uv}(1,0) & \phi_u(1,0) \\ \phi_u(1,0) & \phi_{uv}(1,0) & \phi_{uv}(1,1) & \phi_u(1,1) \\ \phi(1,0) & \phi_v(1,0) & \phi_v(1,1) & \phi(1,1) \end{pmatrix} \begin{bmatrix} H^3(v) \end{bmatrix}^t \quad (3.38)$$

avec H_i^3 les polynômes cubiques d'Hermite et H^3 la ligne correspondante.

En pratique, compte tenu de la nature des données, l'utilisation de cette définition requiert une certaine technique. Dans le cas où seules les courbes ϕ sont données, les quantités impliquant les dérivées doivent être approchées. Dans le cas où les ϕ et les dérivées directionnelles sont données, les dérivées en uv doivent être évaluées. Diverses solutions peuvent alors être choisies correspondant à autant de contrôles différents de la surface ainsi définie [21].

III.1.4.3 Produit tensoriel et polyèdre de contrôle :

Ici, on regarde les types de carreaux les plus utilisés dans les codes de C.A.O. Ils permettent de définir des surfaces de formes (géométries) quelconques.

III.1.4.3.1 Polyèdre de contrôle :

Soit $P_{i,j}$ un réseau quadrilatéral de points. Par analogie avec le cas des courbes basées sur un polygone de contrôle, on peut introduire, pour une surface Σ , la définition suivante :

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n \Phi_{i,j}(u, v) P_{i,j} \quad (3.39)$$

Le choix des fonctions de base $\Phi_{i,j}$ est laissé à l'utilisateur. Cependant, certaines caractéristiques sont habituellement imposées de façon à relier la surface à son polyèdre de contrôle (les $P_{i,j}$) [29,30].

III.1.4.3.2 Produit tensoriel :

La première hypothèse est que la surface s'écrit sous la forme d'un produit tensoriel [29]. Afin d'assurer cette propriété, la contribution de u et de celle de v doivent être séparées dans la définition de $\Phi_{i,j}(u, v)$. Ainsi, on a :

$$\Phi_{i,j}(u, v) = \phi_i(u) \psi_j(v) \quad (3.40)$$

Le principal intérêt d'une telle définition pour $\Phi_{i,j}$ est que l'équation (3.40) devient :

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^m \phi_i(u) \underbrace{\left(\sum_{j=0}^n \psi_j(v) P_{i,j} \right)}_{S_i(v) = \gamma_i(v)} = \sum_{i=0}^m \phi_i(u) S_i(v) \quad (3.41)$$

de la sorte, un point courant de la surface est défini par le produit tensoriel de deux courbes basées sur une définition par un polygone de contrôle. Les points $S_i(v)$ peuvent être obtenus comme points courants de la courbe $\gamma_i(v)$ liée au polygone de contrôle $(P_{i,j}(v))_{j \in [0,m]}$ et, ces points étant calculés, tout point $S(u, v)$ est calculé comme le point courant d'une nouvelle courbe liée au polygone de contrôle $(S_i(v))_{i \in [0,n]}$ [29,30].

III.1.4.3.3 Quadrangles de Bézier :

Les carreaux quadrilatéraux de Bézier sont construits en prenant pour ϕ_i et pour ψ_j les polynômes de Bernstein [29]. Par conséquent on a :

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m B_{i,n}(u) B_{j,m}(v) P_{i,j}, \quad (3.42)$$

avec $B_{i,n}(u)$ (resp. $B_{j,m}(v)$) le polynôme de Bernstein classique (Eq. 3.2).

Notons que m peut être différent de n . Le degré du carreau n'est pas nécessairement le même dans les deux directions u et v .

A l'opposé, la donnée d'un réseau de points de contrôle $P_{i,j}$ dont la structure est une grille quadrangulaire (on a $(n+1)(m+1)$ points de contrôle) permet de définir une surface via l'équation (3.42).

Les propriétés vues à propos des courbes de Bézier (et des polynômes de Bernstein) sont également vraies dans le cas des carreaux quadrilatéraux discutés ici.

De la même manière, l'algorithme de De Casteljau s'étend au cas surfaces quand $n = m$ (si $n \neq m$, l'algorithme de De Casteljau est plus technique). L'algorithme pour les courbes :

$$D_i^r(u) = (1-u)D_i^{r-1}(u) + uD_{i+1}^{r-1}(u) \quad (3.43)$$

est ici remplacé par [21] :

$$D_{i,j}^{r,r}(u, v) = \begin{bmatrix} 1-u & u \end{bmatrix} \begin{pmatrix} D_{i,j}^{r-1,r-1}(u, v) & D_{i,j+1}^{r-1,r-1}(u, v) \\ D_{i+1,j}^{r-1,r-1}(u, v) & D_{i+1,j+1}^{r-1,r-1}(u, v) \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 1-v \\ v \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

pour $r=1, \dots, n$ et i, j dans $[0, n-r]$. Cet algorithme est initialisé par $D_{i,j}^{0,0} = P_{i,j}$ qui, pour des raisons de consistance, est noté par $D_{i,j}^{0,0}(u, v)$ bien que, à l'évidence, u et v n'apparaissent pas dans D à l'étape initiale. La surface s'écrit alors de façon équivalente comme :

$$S(u, v) = D_{0,0}^{n,n}(u, v) \quad (3.45)$$

comme déjà indiqué, un carreau de Bézier peut se formuler sous forme matricielle. En fait, on retrouve la relation [21]:

$$S(u, v) = [B^n(u)][P]^t [B^m(v)] \quad \text{ou} \quad [u] [M] [P]^t [M]^t [V], \quad (3.46)$$

avec :

$$[u] = [u^n, u^{n-1}, \dots, u^2, u, 1], \quad (3.47)$$

$$[M] = [M_{i,j}] \quad \text{et} \quad M_{i,j} = (-1)^{n-i-j} C_n^i C_{n-i}^j \quad (3.48)$$

et des expressions similaires pour $[V]$ et pour $[M]$. par exemple, pour $n=3$, on retrouve la matrice :

$$[M] = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

III.1.4.3.4 Elévation du degré :

Comme pour les courbes, élever le degré d'un carreau de Bézier est une opération utile dans divers buts. En pratique, la technique d'élévation du degré d'une courbe peut être suivie en l'appliquant dans la direction u et, ceci fait, dans la direction v . Alors, en suivant cette approche, on fixe en premier j et m et on cherche à obtenir un carreau de degré $(n+1, m)$ (en partant du carreau de degré (n, m)) [21,29]. La surface :

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m B_{i,n}(u) B_{j,m}(v) P_{i,j} \quad (3.49)$$

et vue comme :

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^n \left(\sum_{j=0}^m B_{i,n}(u) P_{i,j} \right) B_{j,m}(v) \quad (3.50)$$

et, en posant :

$$Q_{i,j}^* = \frac{iP_{i-1,j} + (n+1-i)P_{i,j}}{n+1} \quad (3.51)$$

on obtient,

$$S(u, v) = \sum_{j=0}^m \sum_{i=0}^{n+1} B_{i,n+1}(u) B_{j,m}(v) Q_{i,j}^*, \quad (3.52)$$

en appliquant la même chose pour m , on obtient le résultat cherché, i.e. :

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^{n+1} \sum_{j=0}^{m+1} B_{i,n+1}(u) B_{j,m+1}(v) Q_{i,j} \quad (3.53)$$

où, maintenant, on introduit les points :

$$Q_{i,j} = \frac{jQ_{i,j-1}^* + (m+1-j)Q_{i,j}^*}{m+1} \quad (3.54)$$

alors en fonction des $P_{i,j}$, on a, pour ces points :

$$Q_{i,j} = \frac{1}{n+1} \frac{1}{m+1} [i, n+1-i] \begin{pmatrix} P_{i-1,j-1} & P_{i,j-1} \\ P_{i-1,j} & P_{i,j} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} j \\ m+1-j \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

III.1.4.3.5 Carreaux B-splines :

Ces carreaux suivent une forme similaire à celle vue dans la relation (3.42) où l'on remplace les polynômes par les fonctions B-splines. Par suite, la surface est définie par (Cf. Fig. 3.4) [21,29] :

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,n}(u) N_{j,m}(v) P_{i,j} \quad (3.56)$$

Notons qu'il existe également des carreaux B-splines rationnels.

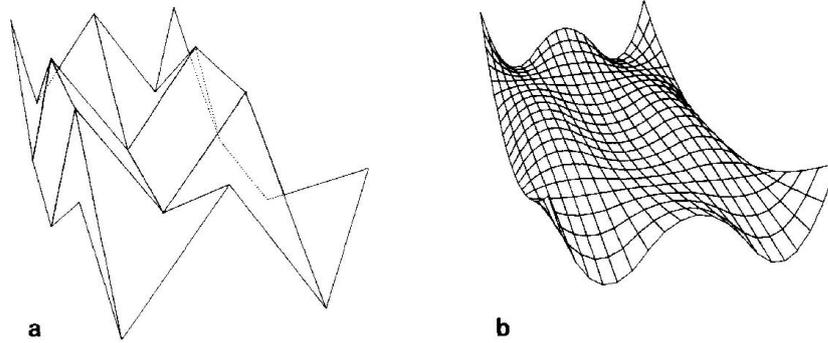


Fig. 3.4 (a) réseaux de contrôle d'un produit tensoriel d'une surface B-Spline
(b) produit tensoriel d'une surface B-Spline de degré (2,3).

III.1.4.4 Carreaux triangulaires :

Comme nous l'avons déjà indiqué, il existe également des carreaux triangulaires.

III.1.4.4.1 Formes tri-paramétriques :

Les carreaux triangulaires sont le plus souvent définis par une expression à trois paramètres u, v, w : $S(u, v, w)$. Les valeurs (u, v, w) sont les coordonnées barycentriques. Par suite, on a la relation [21] :

$$u + v + w = 1 \quad (u, v, w) \in R_+^3. \quad (3.57)$$

Alors, le triangle tout entier est décrit par le point P correspondant aux coordonnées barycentriques [21,29] :

$$P = uP_0 + vP_1 + wP_2 \quad (3.58)$$

de ce point de vue, la fonction S peut être interprétée comme une fonction de déformation qui, appliquée à un triangle plan pré-défini (P_0, P_1, P_2) , donne un triangle courbe.

III.1.4.4.2 Triangles de Bézier :

Les carreaux de Bézier jouent un rôle important dans la définition des surfaces. En pratique, on utilise essentiellement deux types de carreaux de Bézier, les triangles et les quadrangles de Bézier. Bien que les premiers ont été introduits et développés avant les seconds, nous avons choisi d'étudier les carreaux quadrangulaires en premier, dans la mesure où ils résultent d'un produit tensoriel. Nous allons maintenant aborder l'analyse des triangles de Bézier.

Pour un ensemble de points de contrôle donné formant, du point de vue topologique, un réseau triangulaire, on peut définir une surface triangulaire par la relation [21,29,31] :

$$S(u, v, w) = \sum_{i+j+k=n} B_{i,j,k}^n(u, v, w) P_{i,j,k} \quad , \quad (3.59)$$

$$\text{où} \quad B_{i,j,k}^n(u, v, w) = \frac{n!}{i!j!k!} u^i v^j w^k \quad (3.60)$$

et où u, v, w sont les coordonnées barycentriques. Afin de voir le sens des indices impliqués dans la relation, on donne le schéma synthétique, pour $n = 3$, qui montre l'arrangement des points de contrôle :

$$\begin{array}{c} (0,3,0) \\ (0,2,1) \quad (1,2,0) \\ (0,1,2) \quad (1,1,1) \quad (2,1,0) \\ (0,0,3) \quad (1,0,2) \quad (2,0,1) \quad (3,0,0) \end{array}$$

par ailleurs, en suivant la même structure d'indices, les polynômes de Bernstein, pour $n = 3$ sont :

$$\begin{array}{c} v^3 \\ 3v^2w \quad 3uv^2 \\ 3vw^2 \quad 6uvw \quad 3u^2v \\ w^3 \quad 3uw^2 \quad 3u^2w \quad u^3 \end{array}$$

Les polynômes de Bernstein d'un triangle de Bézier sont liés par la relation de récurrence [31] :

$$B_{i,j,k}^n(u, v, w) = uB_{i-1,j,k}^{n-1}(u, v, w) + vB_{i,j-1,k}^{n-1}(u, v, w) + wB_{i,j,k-1}^{n-1}(u, v, w) \quad (3.61)$$

et un algorithme de De Casteljau basé sur cette récurrence peut être explicité. En premier lieu, on définit :

$$D_{i,j,k}^0 = P_{i,j,k} \quad , \quad (3.62)$$

puis, pour $r \in [1, n]$ avec $i + j + k = n - r$, la récurrence s'écrit [31] :

$$D_{i,j,k}^r(u, v, w) = uD_{i+1,j,k}^{r-1}(u, v, w) + vD_{i,j+1,k}^{r-1}(u, v, w) + wD_{i,j,k+1}^{r-1}(u, v, w) \quad , \quad (3.63)$$

et on a :

$$S(u, v, w) = D_{0,0,0}^n(u, v, w) \quad (3.64)$$

La surface passe par les trois coins, sa frontière est formée par les trois courbes de Bézier correspondant à $u = 0, v = 0$ et, enfin, à $w = 0$. Une autre propriété intéressante est liée aux tangentes. Les plans tangents aux coins sont basés sur les trois triangles ayant un tel point comme sommet. Par exemple, le plan tangent au coin $P_{n,0,0}$, est le plan du triangle $(P_{n,0,0}, P_{n-1,1,0}, P_{n-1,0,1})$. Cela provient du fait que deux dérivées sont automatiquement connues aux coins. Par exemple, au coin $P_{n,0,0}$, ces deux dérivées sont les vecteurs

$$\overrightarrow{P_{n,0,0}P_{n-1,1,0}}, \overrightarrow{P_{n,0,0}P_{n-1,0,1}} \quad .$$

Si on regarde les dérivées, il est facile de trouver les dérivées partielles des polynômes de Bernstein indiqués ci-dessus. On a [21,31] :

$$\frac{\partial}{\partial u} B_{i,j,k}^n(u, v, w) = nB_{i,j,k}^{n-1}(u, v, w) \quad (3.65)$$

et des expressions similaires pour les autres dérivées partielles. Cependant, pour un triangle de Bézier, les dérivées qui nous intéressent ne sont pas les dérivées partielles mais certaines *dérivées directionnelles*. Par suite, étant donné deux points A et B (de coordonnées barycentriques u_A, v_A, w_A et u_B, v_B, w_B), on considère le vecteur $AB = \overrightarrow{AB}$ de composantes

$u_{AB} = u_B - u_A$, etc. (dont la somme est nulle). Ce vecteur permet d'écrire les dérivées directionnelles en un point donné. On a en effet [21,31] :

$$\frac{d}{d_{AB}} S(u, v, w) = u_{AB} \frac{\partial}{\partial u} S(u, v, w) + v_{AB} \frac{\partial}{\partial v} S(u, v, w) + w_{AB} \frac{\partial}{\partial w} S(u, v, w), \quad (3.66)$$

ou, au moyen des polynômes de Bernstein :

$$n \sum_{i+j+k=n-1} B_{i,j,k}^{n-1}(u, v, w) (u_{AB} P_{i+1,j,k} + v_{AB} P_{i,j+1,k} + w_{AB} P_{i,j,k+1}). \quad (3.67)$$

on peut alors exprimer le plan tangent en tout point (et pas seulement aux coins) du triangle en fonction de la définition ci-dessus ou, encore, au moyen de l'algorithme de De Casteljau. Pour ce faire, l'équation précédente est décomposée en trois parties [21]:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d_{AB}} S(u, v, w) = n \left(u_{AB} \sum_{i+j+k=n-1} B_{i,j,k}^{n-1}(u, v, w) P_{i+1,j,k} + \right. \\ \left. v_{AB} \sum_{i+j+k=n-1} B_{i,j,k}^{n-1}(u, v, w) P_{i,j+1,k} + \right. \\ \left. w_{AB} \sum_{i+j+k=n-1} B_{i,j,k}^{n-1}(u, v, w) P_{i,j,k+1} \right) \end{aligned} \quad (3.68)$$

$$\text{alors, on a : } \frac{d}{d_{AB}} S(u, v, w) = n(u_{AB} D_{1,0,0}^{n-1} + v_{AB} D_{0,1,0}^{n-1} + w_{AB} D_{0,0,1}^{n-1}) \quad (3.69)$$

et en conclusion, le plan tangent est le plan passant par les points $D_{1,0,0}^{n-1}$, $D_{0,1,0}^{n-1}$ et $D_{0,0,1}^{n-1}$ issus de l'algorithme de De Casteljau [21].

III.1.4.4.3 Elévation du degré :

Comme les triangles de Bézier ne résultent pas d'un produit tensoriel, élever le degré pour ce type de carreaux ne se fait pas comme dans le cas des carreaux quadrangulaires. Par suite, on veut donc écrire la surface :

$$S(u, v, w) = \sum_{i+j+k=n} B_{i,j,k}^n(u, v, w) P_{i,j,k}, \quad (3.70)$$

sous la forme [21, 31]:

$$S(u, v, w) = \sum_{i+j+k=n+1} B_{i,j,k}^{n+1}(u, v, w) Q_{i,j,k}, \quad (3.71)$$

et le problème est de trouver les $Q_{i,j,k}$. La solution est de fixer [21,31]:

$$Q_{i,j,k} = \frac{1}{n+1} (iP_{i-1,j,k} + jP_{i,j-1,k} + kP_{i,j,k-1}) \quad (3.72)$$

III.1.4.5 Autres types de carreaux (Carreaux rationnels) :

On regarde maintenant d'autres types de carreaux, les carreaux de Bézier rationnels (quadrangulaires et triangulaires) et .

La même approche que celle utilisée lors de la définition des courbes rationnelles peut être adoptée dans le cas des surfaces. Par suite, la construction de modèles rationnels revient à ajouter une coordonnée homogène à chaque point du polyèdre de contrôle. On peut de la sorte obtenir facilement des quadrangles ou des triangles de Bézier rationnels, des carreaux de type

NURBS, etc. On va décrire brièvement le cas des carreaux de Bézier rationnels ainsi que les carreaux de type NURBS, afin de donner un exemple de tels carreaux.

III.1.4.5.1 Carreaux quadrangulaires de Bézier rationnels :

Pour un carreau quadrangulaire, on a [23] :

$$S(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m \omega_{i,j} B_{i,n}(u) B_{j,m}(v) P_{i,j}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m \omega_{i,j} B_{i,n}(u) B_{j,m}(v)} \quad (3.73)$$

III.1.4.5.2 Carreaux triangulaires de Bézier rationnels :

Pour un carreau triangulaire, on trouve [21]:

$$S(u, v) = \frac{\sum_{i+j+k=n} \omega_{i,j,k} B_{i,j,k}^n(u, v, w) P_{i,j,k}}{\sum_{i+j+k=n} \omega_{i,j,k} B_{i,j,k}^n(u, v, w)} \quad (3.74)$$

III.1.4.5.3 Carreaux quadrangulaires de type NURBS :

Une surface NURBS est définie par [24,27,28]:

$$S(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m \omega_{i,j} N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) P_{i,j}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m \omega_{i,j} N_{i,p}(u) N_{j,q}(v)} \quad (3.75)$$

Remarque :

Remarquons que les carreaux rationnels ne sont pas basés sur un produit tensoriel.

III.1.4.6 Surfaces particulières :

De nombreuses surfaces utilisées dans l'industrie ont une nature géométrique particulière. Cette caractéristique est étroitement liée au fait que ces surfaces doivent être réellement construites. De ce fait, les surfaces doivent respecter certaines contraintes liées à leur fabrication, par exemple présenter un niveau de détail compatible avec la précision de l'outil employé.

III.1.4.6.1 Surfaces de révolution :

Certaines surfaces peuvent être définies par la révolution d'une entité bidimensionnelle (un point, une ligne, une courbe plane, un polygone ouvert ou fermé) autour d'un axe. La position de la ligne (de la courbe) par rapport à l'axe de révolution et la nature de cet axe permettent de construire des surfaces variées telles que les cylindres, des cônes (tronqués), des disques, des hyperboloïdes à une nappe, des cônes avec des trous cylindriques, des sphères, des ellipsoïdes, des tores, etc.... (Cf. Fig. 3.5) [24].

L'entité qui "tourne" est une fonction d'un paramètre et la rotation est déterminée par un autre paramètre, l'angle de rotation. Par suite, une *surface de révolution* est une fonction biparamétrée car tout point de cette surface est spécifié par ces deux paramètres [24].

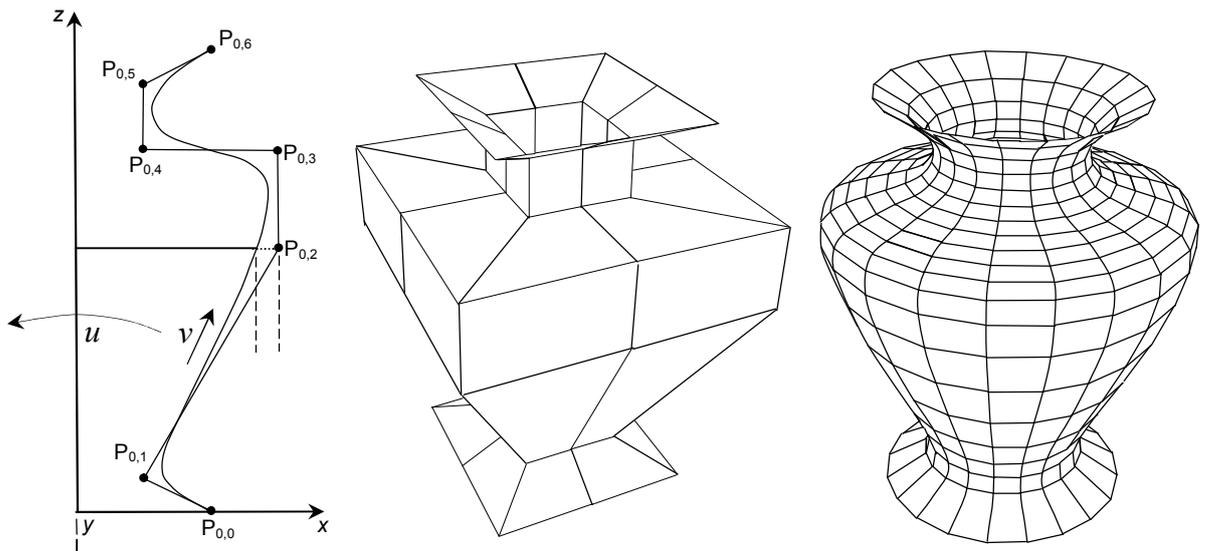


Fig. 3.5 Réseau de contrôle d'une surface de révolution (au milieu) et une surface de révolution B-spline rationnelle (à droite)

III.1.4.6.2 Surfaces réglées :

Etant donné un point $P(u)$ fonction d'un paramètre u et un vecteur $\vec{V}(u)$ tel que $\vec{V}(u) \neq 0, \forall u$, la relation :

$$S(u, v) = P(u) + v\vec{V}(u) \tag{3.19}$$

définit, v variant, une *surface réglée*.

A partir de deux courbes Γ_1 et Γ_2 de paramétrisations respectives notées $\gamma_1(u)$ et $\gamma_2(u)$, une surface peut être construite grâce à une définition du type :

$$S(u, v) = (1 - v)\gamma_1(u) + v\gamma_2(u) \tag{3.20}$$

cette surface est également une *surface réglée*. En pratique, elle correspond à la définition générale ci-dessus dans laquelle on pose :

$$P(u) = \gamma_1(u) \tag{3.21}$$

Et
$$\vec{V}(u) = \gamma_2(u) - \gamma_1(u). \tag{3.22}$$

Sur la figure ci-dessous (i.e. Fig. 3.6) qui illustre une surface réglée. On y voit en particulier les deux courbes $\gamma_1(u)$ et $\gamma_2(u)$ ainsi que le réseau les liant, i.e., pour v donné, le point $S(u, v)$ de la surface ainsi engendrée.

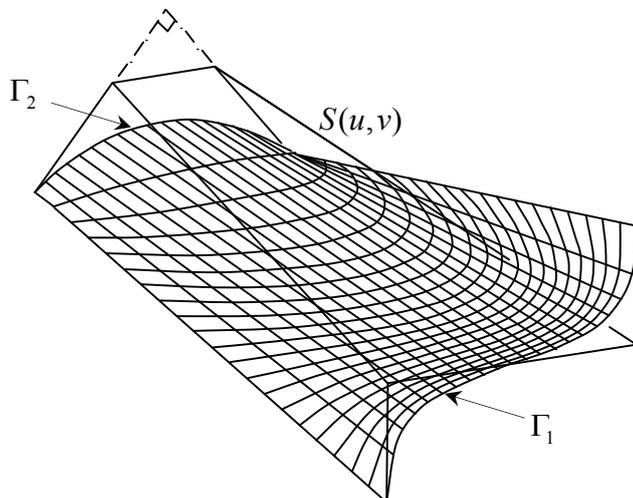


Fig. 3.6 Surface réglée entre un arc circulaire et une courbe cubique rationnelle.

III.1.4.6.3 Surfaces d'extrusion ou par balayage :

En considérant, comme ci-dessus, un chemin et une entité bidimensionnelle, on peut définir une surface en déplaçant cette entité le long de ce chemin (droite, courbe). On définit de la sorte une *surface par extrusion* ou par *balayage* (Cf. Fig. 3.7) [24].

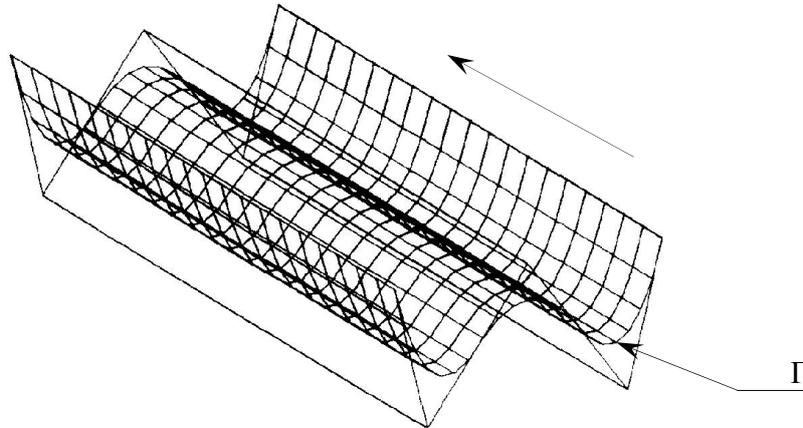


Fig. 3.7. Surface par extrusion

III.2 Segmentation des images tomographiques (images scanner) :

III.2.1 Introduction :

L'objectif principal est de convertir les images à base de pixel à un maillage triangulaire avec une perte de qualité aussi petite que possible, concernant la géométrie du bassin. Cependant, le logiciel Mimics sera utilisé ; qui est un outil interactif pour la visualisation et segmentation des images tomographiques [20]. Les différentes étapes de la création du maillage triangulaire entourant le volume seront discutées. Plusieurs paramètres de qualité comme la réduction de la matrice, lissage et la réduction triangulaire ont été testé et seront discutés.

III.2.2 Segmentation de l'os pelvien :

La segmentation est une fonction automatisée de traitement d'images pour extraire ou générer les frontières de l'objet [20].

Un bassin humain de 260 coupes scanners est traité pour faire la segmentation et la reconstruction de la géométrie 3D avec un logiciel d'imagerie médicale de la maison Matérialise appelé Mimics (version 8.1).

Pour définir la géométrie du bassin humain, le tissu osseux est segmenté par seuillage du niveau de gris 'Thresholding'. L'utilisateur doit spécifier les valeurs seuils inférieur et supérieur. Tous les pixels, qui ont une valeur du niveau de gris entre les deux seuils, sont traités comme tissu osseux. Ces pixels sont rassemblés dans un masque. Dans la figure 3.8, une des images tomographiques du bassin est montrée. Dans celle-ci, l'existence d'une 'zone de transition' entre le tissu mou et la surface de l'os cortical périoste est visible. En raison du faible contraste entre les couches, il est difficile de trouver un seuillage optimal qui distingue entre les deux matériaux. Cependant, dans quelques régions, il était nécessaire de faire la correction manuelle de la segmentation, avec le risque d'introduire des erreurs. Mais d'autre part pour s'assurer qu'un volume fermé surviendrait. Un volume fermé est l'une des conditions les plus importantes, qui doit être complété. Ultérieurement, une attention sera prêtée sur ce problème.

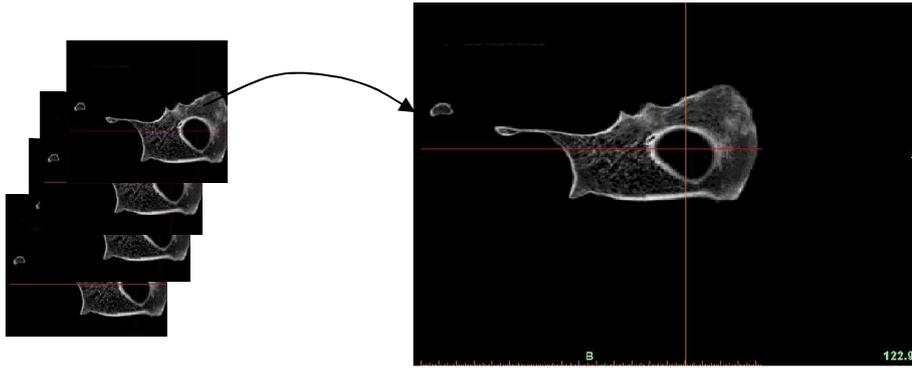


Fig. 3.8 Image tomographique du demi bassin gauche.

Pour la structure du bassin qui a été segmentée, la valeur seuil inférieure était de -783. Evidemment, cette valeur inférieure ne peut pas être adéquate pour les données tomographiques de tout bassin. La valeur seuil supérieure était mise comme celle trouvée par défaut, égale à la valeur maximale du niveau de gris dans les images : 2063.

Lorsqu'on calcule le modèle 3D du masque, la description géométrique des trous internes consistera en plusieurs triangles inutiles. Donc, une fois que le bassin soit corrigé et les trous dans la surface externe sont fermés dans les trois sections planes (XY, XZ, et YZ), les trous internes restants peuvent être rempli en utilisant l'outil de remplissage de vide 'cavity fill'. Les trous internes, qui ne sont pas remplis dans Mimics, seront supprimés dans Magics.

III.2.3 Triangulation du masque segmenté :

La prochaine étape est la création d'un modèle 3D de l'os segmenté. Le logiciel Mimics est utilisé pour définir les régions à traiter et d'afficher le résultat de la segmentation.

Le format de sortie choisi dans l'approche examinée à base triangulaire est le STL (stéréolithographie). L'interface STL génère un maillage triangulaire autour du volume sélectionné.

Le nombre de triangles détermine la qualité de la reconstruction : plus le nombre de triangles est élevé, meilleure est la qualité. L'inconvénient est que le nombre élevé de triangles exige plus de mémoire pendant le processus. Ceci devrait être considéré dans le cas de la génération d'un fichier STL.

Le fichier STL consiste en 45648 éléments triangulaires et 22948 points, pour une surface de 46580.78 mm^2 et un volume de 248415.76 mm^3 .

La génération du modèle du bassin humain au format STL dans Mimics aboutira à celle montrée dans la figure 3.9.

La génération des polylines du bassin humain peut être faite dans MIMICS, et après interpolation par le module MedCAD, on aboutit à une forme 3D des polylines interpolées (Fig.3.10). Ceci est très important surtout pour générer la géométrie solide tridimensionnelle.

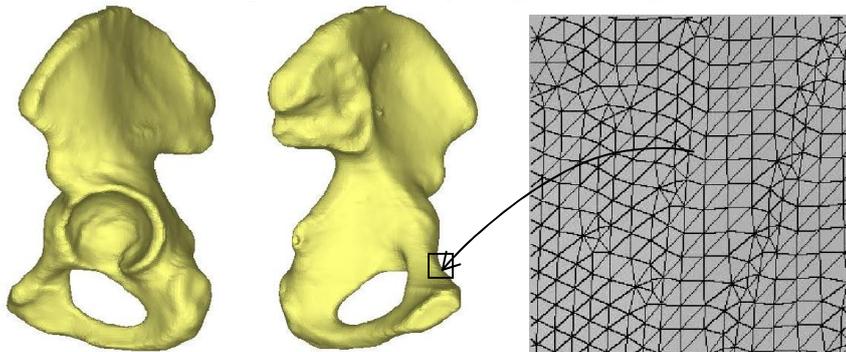


Fig. 3.9 Géométrie du bassin humain sous le format STL, et une région agrandie du bassin triangulé (avant traitement dans Magics).

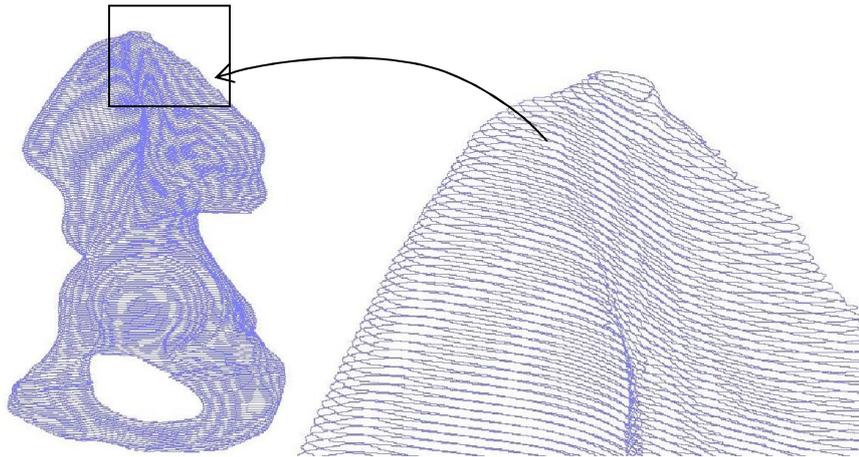


Fig. 3.10 Segmentation du bassin humain montrant l'objet en 3D formé par des polylines.

III.2.4 Quelques exemples de segmentation d'images tomographiques (Cf. Fig. 3.11) :

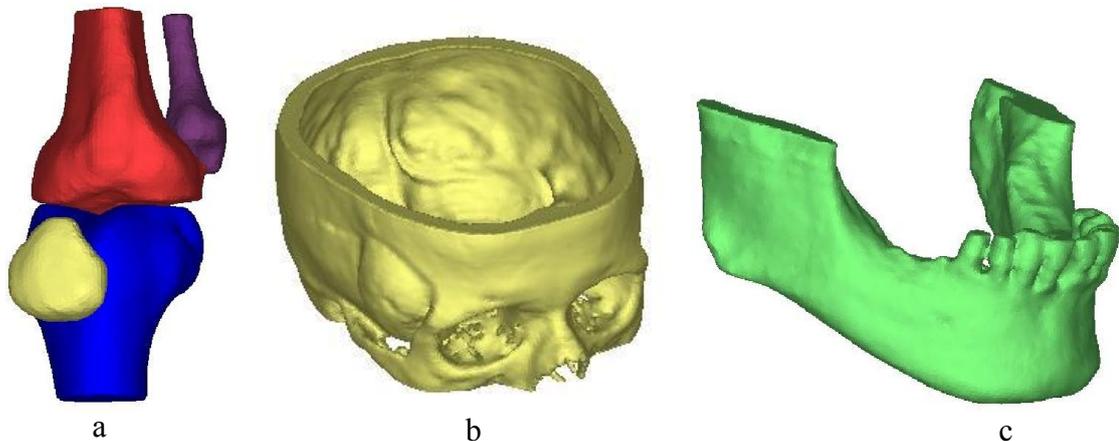


Fig. 3.11 Segmentation des images tomographiques; a. genou, b. crâne c. mandibule

III.2.5 Optimisation des modèles STL pour des buts d'analyse par éléments finis :

Le module "remesh" de Magics permet de transformer rapidement et facilement des triangles déformés en des triangles plus ou moins équilatéraux. Plus ils ont une géométrie régulière, meilleure sera l'analyse par éléments finis. A part l'option de remaillage automatique, il existe différentes techniques disponibles pour améliorer la qualité des triangles manuellement.

Dans le module "remesh", nous pouvons remailler manuellement ou automatiquement notre objet.

Notre but est de remailler la structure 3D du bassin humain au format STL, qui nous permettra d'avoir une structure plus régulière, et par conséquent de faire un maillage tétraédrique et hexaédrique plus facilement.

Avant le remaillage, il est impossible de faire un maillage tétraédrique ou hexaédrique, à cause de la géométrie qui n'est pas totalement fermée. Et même, si on y arrive à le faire, les résultats seront évidemment médiocres à cause de la mauvaise qualité des triangles existants.

Afin de clarifier cette complexité, nous conduisons une application de la géométrie du bassin humain précédemment reconstruite à partir du logiciel Mimics (Fig. 3.9). Nous montrons dans les figures 3.12 à 3.15 les différentes étapes du remaillage effectuées dans Magics pour l'obtention d'un maillage optimisé.

1. Etape de l'importation du bassin humain dans Magics avant le remaillage

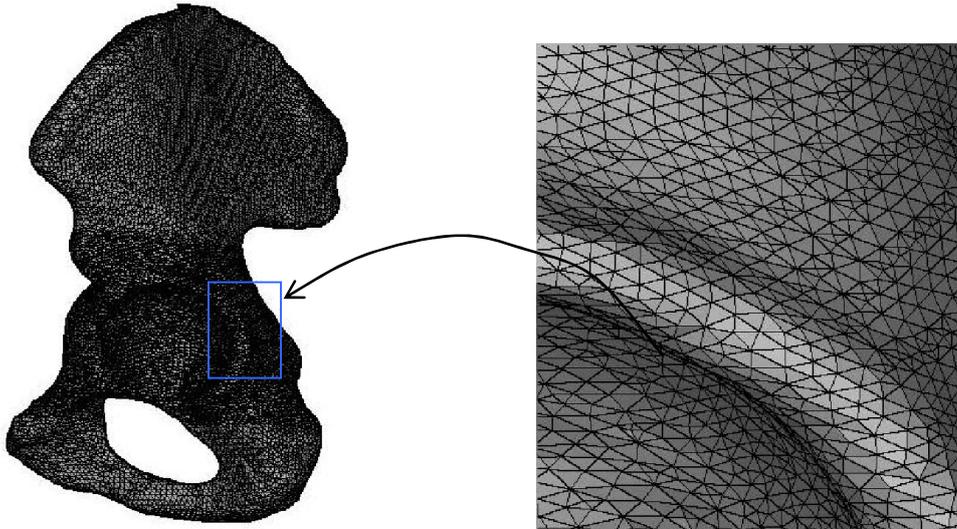


Fig. 3.12 Bassin humain reconstruit avant le remaillage.

2. Première étape de remaillage (réduction triangulaire)

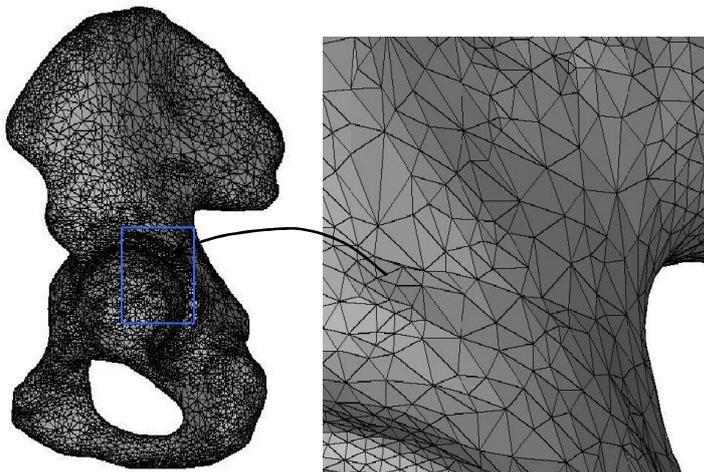


Fig. 3.13 Bassin humain lors de la première étape du remaillage

A partir de Tools-> Global Remeshing->Triangle reduction->Normal. Et en utilisant les paramètres suivants pour la réduction triangulaire :

Erreur géométrique (tolérance) : 0.05

Elle indique la déviation maximale en mm permise entre la surface originale et la surface obtenue.

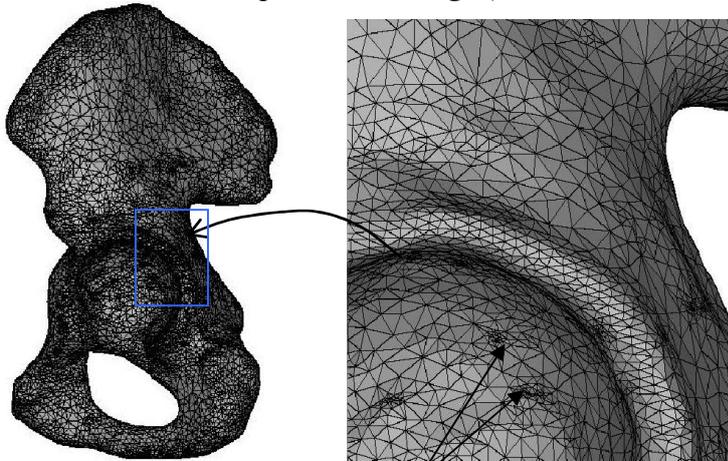
Itérations :5

Définit combien de fois le programme devrait faire le calcul.

Angle : 30 degrés.

Lorsque deux triangles ont une valeur angulaire supérieure à celle donnée à " angle", ils ne peuvent pas être réduits, le bord entre eux ne peut pas être éliminé.

3. Deuxième étape de remaillage (méthode basée sur la division)



Accumulations triangulaires sous forme d'étoiles d'araignée

A partir de Tools->Global remeshing-> Auto Remesh Part->Split-based Method, et utilisant les paramètres suivants :

La qualité de seuillage "threshold" : 0.3

Nous pouvons définir une valeur seuil de qualité optimale. Durant le remaillage, nous essayons de construire tous les triangles qui ont une qualité supérieure à la valeur seuil.

L'erreur géométrique : 0.05

"Longueur minimale du bord" = 0.01

Ce paramètre limite la longueur minimale des bords des triangles créés durant le remaillage à 0.01 mm.

"Longueur maximale du bord"=8.

Ceci permet de limiter la longueur des bords des triangles générés lors du remaillage à 8 mm.

"Préserver le maillage initial" : on.

Par cette opération, on procède à la correction des triangles qui sont loin d'être équilatérales.

Fig. 3.14 Bassin humain lors de la deuxième étape du remaillage

4. Troisième étape de remaillage (réduction triangulaire avec préservation de la qualité)

A ce stade de remaillage, le maillage est encore loin d'être uniforme. Il est observé sur Fig. 3.14, des taches sombres sur l'objet (bassin humain) montrant des accumulations triangulaires sous forme d'étoiles d'araignée.

Pour y remédier à ce phénomène, on procède par les opérations suivantes :

A partir de "Tools" -> Global Remeshing -> Triangle Reduction -> Quality preserving et en utilisant les paramètres suivants pour la réduction triangulaire :

"Qualité de seuillage" : 0.3

"L'erreur géométrique" : 0.05

"Longueur maximale du bord" : 8

Nous procédons à changer l'erreur géométrique de : 0.1, 0.15, 0.2, 0.25 en préservant les autres. Nous devrions avoir une meilleure qualité d'histogramme dans Magics (0% d'erreur).

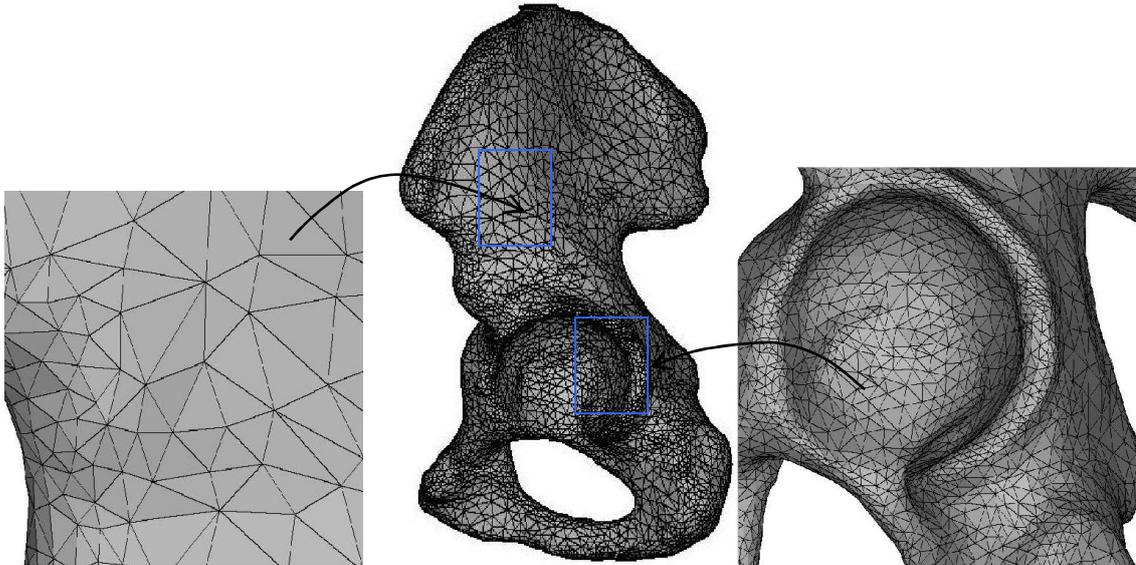


Fig. 3.15 Bassin humain lors de la troisième étape du remaillage

III.3 Modélisation solide du bassin humain par les surfaces NURBS :

Le corps humain est un objet tridimensionnel (3D), et par conséquent chacun de ces constituants est encore en forme 3D, d'où il devient vital pour comprendre cette nature des os. Les méthodes communes pour obtenir l'information sur la structure osseuse humaine sont à travers l'imagerie par résonance magnétique (IRM) et les données tomographiques. Dans ces cas-là, un modèle solide 3D est très utile pour mieux décrire les structures osseuses.

Les chercheurs du domaine de la médecine montrent le grand intérêt dans le développement du modèle solide. Ils se sont beaucoup intéressés aux modèles solides développés. La chirurgie virtuelle assistée par ordinateur et le taillage des composants prothétiques sont deux telles utilisations.

La reconstruction assistée par ordinateur des parties du corps et la procédure chirurgicale sont les seules options que possède le médecin, pour visualiser l'intérieur du corps humain. La chirurgie implique le risque possible au malade. La chirurgie virtuelle assistée par ordinateur utilise des modèles solides 3D de l'anatomie humaine pour créer un environnement virtuel où les chirurgiens peuvent pratiquer plusieurs techniques sans faire du mal au malade, et ce qui l'a rendue très populaire.

Les chirurgiens et les chercheurs dans le domaine de la médecine utilisent aussi des modèles 3D pour tailler les composants prothétiques. Durant la phase de la planification préopératoire de la pose d'une prothèse, un modèle 3D de la hanche peut être utilisé pour spécifier la taille, la localisation, l'orientation de la pose d'une articulation artificielle.

Un autre avantage considérable d'avoir des modèles solides des structures osseuses est qu'elles peuvent être importés dans divers logiciels commercialisés d'analyse par éléments finis.

Mimics est utilisé pour le but de collection des données ; la collection des données signifie l'extraction des coordonnées X,Y et Z des points, qui décrivent la frontière du bassin humain. Il a une option, qui permet d'exporter ces données sous forme d'un nuage de points obtenues à partir de 260 coupes scanners enregistrés sous le format DICOM.

Le nuage de points décrivant le bassin humain, une fois exporté, est importé de nouveau dans le logiciel Geomagics 8.0 (Cf. Fig. 3.16).

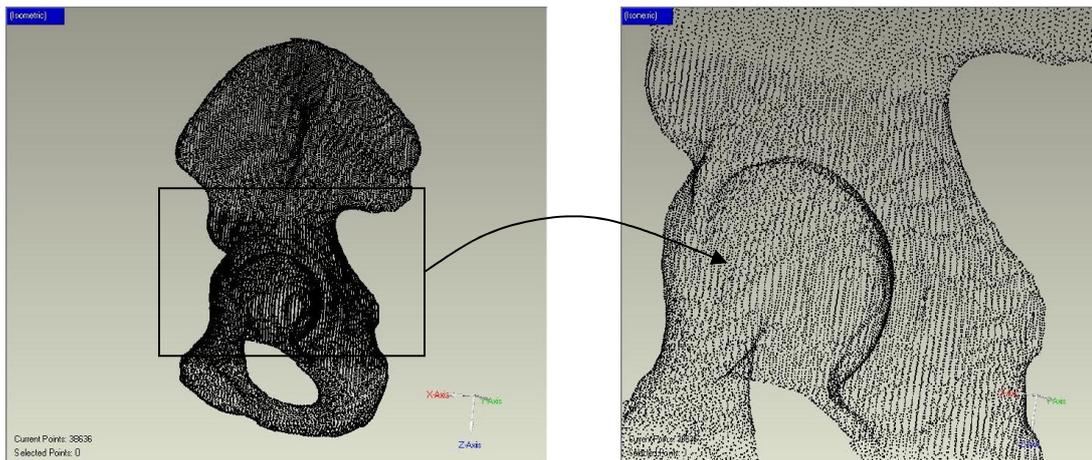


Fig. 3.16 Nuage de points décrivant le bassin humain

Ce nuage de points peut être traité par quelques opérations permettant d'éliminer les points qualifiés comme inutiles, ce qui permettra d'obtenir la surface décrite dans la figure 3.17.

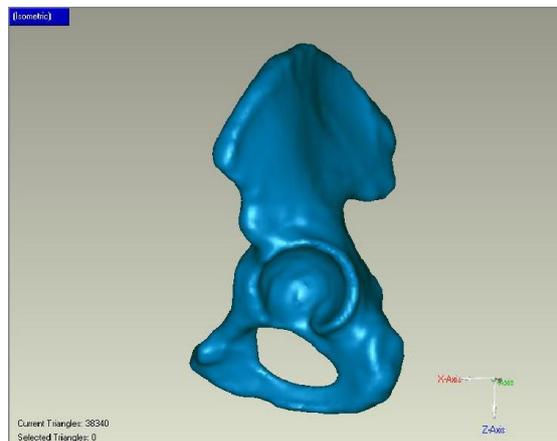


Fig. 3.17 Construction de la surface du bassin à partir d'un nuage de points

Pour obtenir un modèle amélioré final en utilisant la reconstruction 3D par les surfaces NURBS, un certain nombre d'étapes sont à accomplir. Et après un travail important par des outils spécifiques au logiciel on aboutira au modèle décrit dans la figure 3.18 (a,b,c,d).

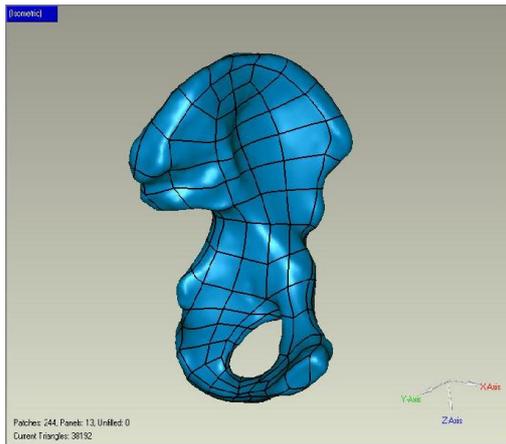


Fig.3.18(a)

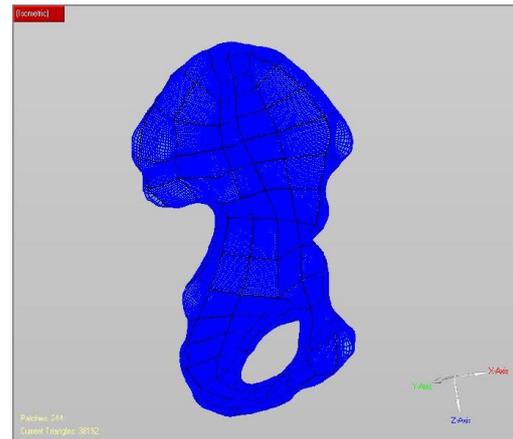


Fig.3.18(b)

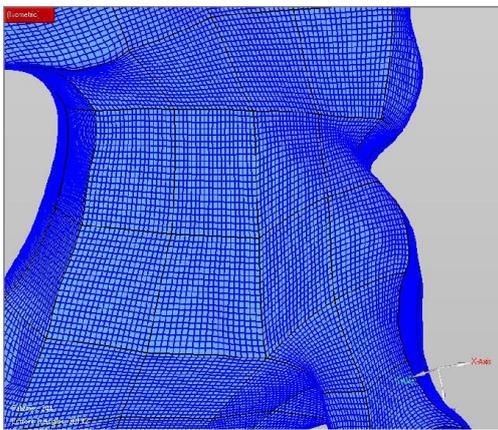


Fig.3.18(c)

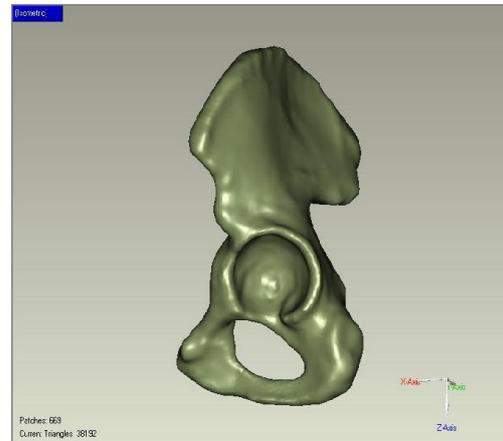


Fig.3.18(d)

Fig. 3.18 Construction des surfaces NURBS du bassin humain

Le modèle solide créé ici est ensuite enregistré au format IGES qui le rend plus facile à importer dans un logiciel d'analyse par éléments finis tel que MARC Mentat.

CHAPITRE 4

Modélisation NUMÉRIQUE du BASSIN HUMAIN

Chapitre IV Modélisation numérique du bassin humain

IV.1 Introduction :

En Algérie, l'ostéomalacie a connue ces dernières années une augmentation en nombre surtout à Médea, Kassr-Elboukhari, Eldjelfa, Eloued. Un modèle élément finis est à développer. Les propriétés du matériau isotropes seront prises en compte, en se basant sur les données de la littérature.

Une fois le modèle éléments finis est validé, il est utilisé pour prévoir la sensibilité des contraintes maximales comme fonction de l'endroit du chargement.

Nous allons vérifier est-ce que les résultats montrent une grande sensibilité à l'endroit du chargement. Cela implique que la connaissance des contraintes résultantes dues à un chargement particulier est essentielle pour connaître le risque de la déformation du bassin ainsi que le risque des fissures au niveau du pubis, ...etc.

IV.2 Motivation :

Depuis 1970, l'analyse par éléments finis était une méthode acceptée pour l'analyse des structures osseuses humaines [1]. Elle est devenue une partie intégrale de la déduction du comportement mécanique des structures osseuses in vivo et in vitro.

La méthode des éléments finis présente plusieurs avantages par rapport aux autres techniques conçues pour l'analyse des structures. Le premier, est qu'elle détermine les contraintes dans les structures pour des formes, chargement et comportement mécanique complexes. Le deuxième avantage est qu'elle permet l'analyse de la prédiction du risque de rupture pour divers cas de chargements, donc réduit plusieurs études expérimentales coûteuses. Les analyses expérimentales étudiées sont limitées et elles ne sont pas capables de déterminer les contraintes internes et la distribution de la déformation in vivo.

Actuellement, elle n'existe aucune méthode efficace permettant d'avoir des informations sur la déformation et les contraintes internes comme la méthode des éléments finis.

Pour entreprendre notre étude, une création d'un modèle éléments finis est exigée. Il existe souvent une relation entre le modèle éléments finis et le modèle CAO. Pour une géométrie complexe, les modèles CAO sont spécifiquement créés à partir des données tomographiques. Cependant les modèles complets de CAO ne sont pas exigés pour créer le modèle éléments finis. Le modèle CAO peut être utilisé pour la génération automatique du maillage dans le pré-processeur éléments finis. En outre, le modèle CAO peut être exporté (enregistré) au format IGES (Initial Graphics Exchange Specification) ; un format universel de l'environnement CAO, au format STL, au format DXF, etc. Toutes les données comme les surfaces, les courbes, et les points peuvent être aussi importés à un autre programme CAO ou un code d'analyse par éléments finis.

Le succès des résultats prédits dépend directement de la qualité des hypothèses. Il existe plusieurs facteurs qui doivent être considérés par le chercheur durant la création du modèle tel que :

- La géométrie
- Le maillage
- Les propriétés du matériau
- Les conditions aux limites

La précision des résultats dépend beaucoup de ces hypothèses de modélisation.

IV.3 Objectif :

Cette étude comprend le processus complet de la prévision de la contrainte dans les trois régions constituant le bassin (le pubis, l'ischion, l'ilion) en utilisant l'analyse par la méthode des éléments finis.

Des stratégies dans la modélisation CAO, modélisation par éléments finis et affectation des propriétés du matériau vont être étudiées pour produire un modèle éléments finis convenable. Puisque la géométrie du bassin montre une petite variation d'un modèle à un autre, des modèles éléments finis existants vont être utilisés pour valider notre modèle.

Donc les objectifs spécifiques de ce chapitre sont :

- Etablir une méthodologie efficace pour la création d'un modèle EF de la structure osseuse du bassin.
- Comparer les résultats des contraintes prédites avec ceux qui sont trouvés dans la littérature.

IV.4 Modélisation solide et maillage :

Le but de cela est de prendre une approche intuitive pour créer la géométrie solide, et ensuite le maillage EF à partir du modèle CAO. La procédure fait la conversion du nuage des points obtenue à partir de la segmentation des images tomographiques, en utilisant un des plus populaires programmes commercialisés de CAO, Geomagic Studio 8.0. Puisque la plupart des logiciels commercialisés de maillage peuvent importer l'information IGES, le modèle CAO était enregistré en ce format. Une fois les identités de la surface sont créées, les maillages tels que Patran 2014, peuvent utiliser le format IGES pour créer le maillage EF.

Il n'existe pas un logiciel pour la création du modèle complet élément finis à partir des données tomographiques ou d'autres types de données. Au contraire, il existe plusieurs programmes commercialisés qui sont désignés pour le prototypage rapide, modélisation médicale.

Au début, la structure osseuse du bassin sera exigée pour la collection des données géométriques. Le but de cette étude était de modéliser la géométrie tel que plusieurs programmes différents, les pré-processeurs EF et les systèmes CAO, peuvent utiliser l'information de définition de la surface.

Pour notre étude, nous avons suivi une méthode pour la reconstruction tridimensionnelle du bassin, de la segmentation des images tomographiques jusqu'au maillage.

La procédure du maillage éléments finis est faite après la reconstruction. C'est-à-dire en faisant la segmentation des images scanners du bassin humain, on fera l'exportation de la géométrie au format STL. Ce dernier est importé de nouveau dans le logiciel Magics où nous avons fait une optimisation de la qualité par le logiciel Magics afin d'éliminer les trous internes et corriger les erreurs entraînées par le logiciel Mimics. Après cela, la géométrie corrigée sera importée de nouveau dans Mimics dans le but d'exporter le nuage de points décrivant le bassin humain. Ce nuage peut être importé dans Geomagic pour générer les surfaces NURBS. Et enfin le bassin en surfaces NURBS peut être exporté au format IGES pour faire facilement le maillage surfacique triangulaire et quadrilatérales ainsi qu'un maillage tétraédrique et hexaédrique dans Patran 2014 et Marc Mentat 2014 respectivement.

Les différentes étapes suivies peuvent être récapitulées dans la figure 4.1.

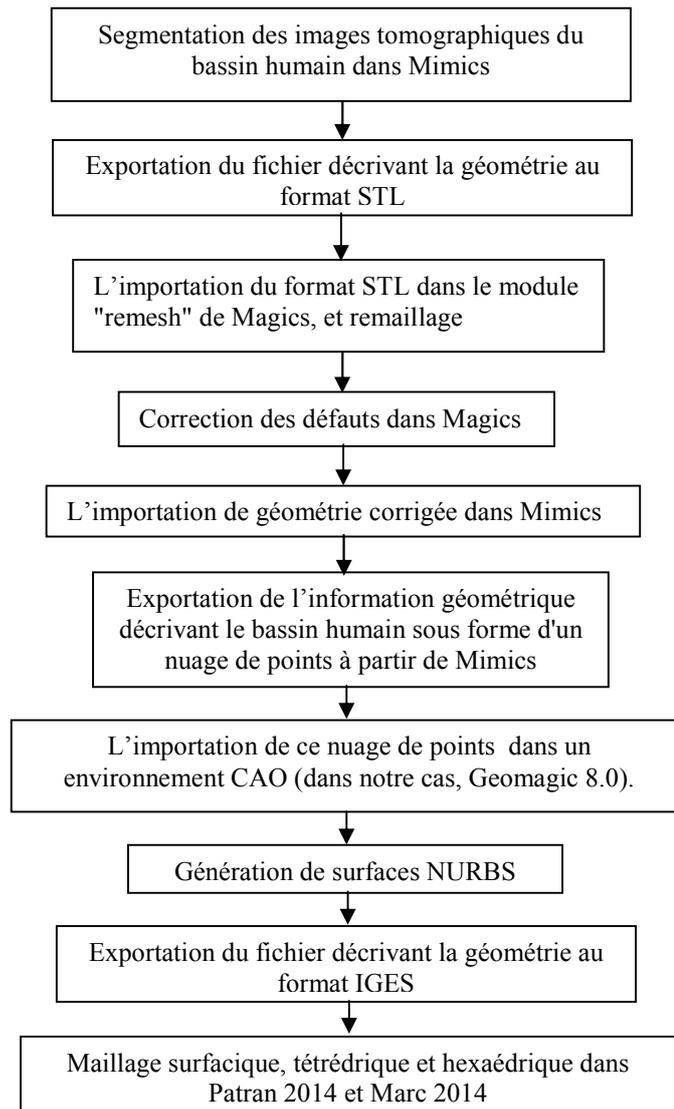


Fig. 4.1. Schéma récapitulatif de la modélisation géométrique jusqu'au maillage

Dans un premier cas, nous pouvons avoir un résultat du maillage tétraédrique (Cf. Fig. 4.2) à partir d'un fichier STL optimisé et qui peut être décrit comme suit :

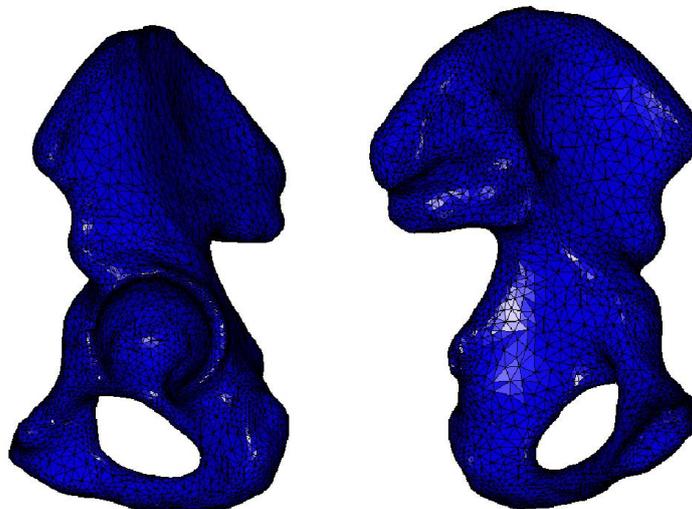


Fig. 4.2. Maillage tétraédrique du bassin humain dans Patran 2014

Pour le deuxième cas, le fichier IGES obtenu en faisant une reconstruction du bassin humain par les surfaces NURBS les plus précises, est utilisé pour faire facilement le maillage surfacique quadrilatéral dans Patran 2014 ainsi qu'un maillage hexaédrique dans Marc Mentat 2014.

Le résultat du maillage surfacique quadrilatéral avec des éléments linéaires à quatre (04) noeuds à partir d'une surface du bassin humain décrite par les NURBS peut être décrit comme suit (Cf. Fig. 4.3):

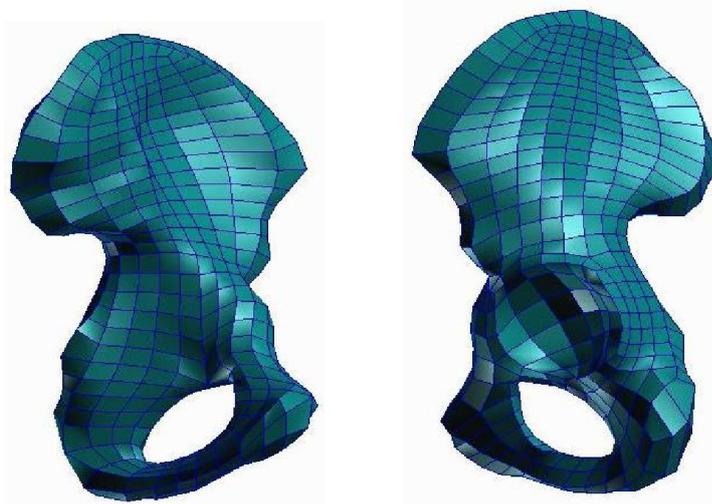


Fig. 4.3. Maillage surfacique quadrilatéral à quatre nœuds du bassin humain à partir d'une surface NURBS.

Selon beaucoup de chercheurs, PATRAN et MARC ont prouvé d'une façon inestimable leurs rôles dans la création d'une organisation du maillage pour les modèles biomédicaux [49].

IV.5 Modélisation éléments finis :

IV.5.1 Introduction :

Les données IGES, qui sont un format universel pour la traduction de la géométrie CAO, étaient importés à Patran 2014 qui était le pré-processeur éléments finis utilisé dans le processus de maillage automatique. Après la création de maillage surfacique à partir des identités IGES, il sera importé de nouveau dans Marc 2014, qui était utilisé pour faire le maillage hexaédrique et pour résoudre numériquement le problème.

Donc, une procédure était développée pour créer des éléments hexaédriques à 8 nœuds qui ont prouvé qu'ils sont les plus précis [50]. Les éléments hexaédriques sont plus populaires puisqu'ils sont typiquement plus précis que les éléments tétraédriques dans la prédiction de contraintes [50].

En plus, les éléments hexaédriques possèdent typiquement un rapport de forme inférieur à celui des éléments tétraédriques. Pour accomplir cela, le programme de Mentat 2014 sera utilisé pour la suite du maillage de la géométrie du bassin.

L'importation du fichier maillé dans Mentat 2014, nous donne ce qui est montré dans la figure 4.4 (1338 éléments hexaédriques à huit (08) nœuds et 4670 nœuds).

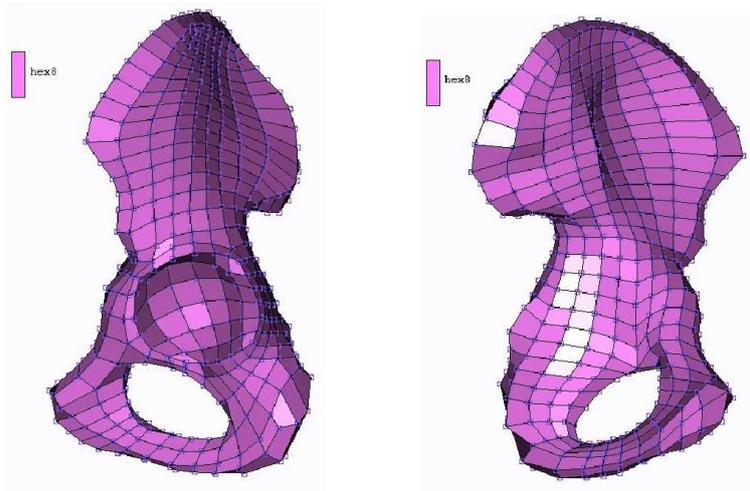


Fig. 4.4. Maillage hexaédrique dans Mentat 2014.

Les régions d’attachements musculaires sur le bassin concernant les 21 muscles inclus dans notre modèle sont montrées dans la figure 4.5 [9].

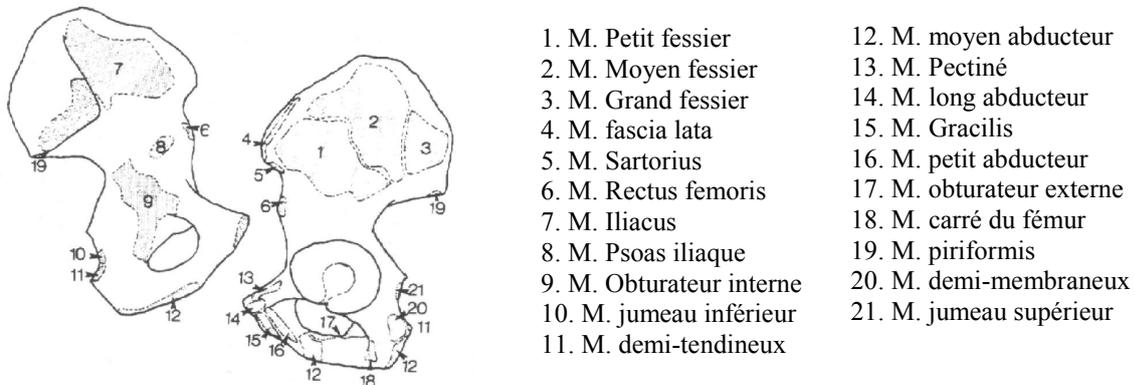


Fig. 4.5. Identification des régions d’attachements musculaires utilisés dans le modèle.

IV.5.2 Les cas de chargement dans l’analyse par éléments finis du bassin humain:

Dans notre étude, les conditions de chargement de notre modèle sont basées sur les données de la marche qui est un mode de déplacement durant lequel le sujet a toujours un pied d’appui ou un contact avec le sol. Il en découle donc une alternance de phases de simple support (un pied au sol) et de balancement (pour l’autre pied) et de double support (deux pieds au sol) [51]. On appelle cette alternance le cycle de marche (Cf. Fig. 4.6).

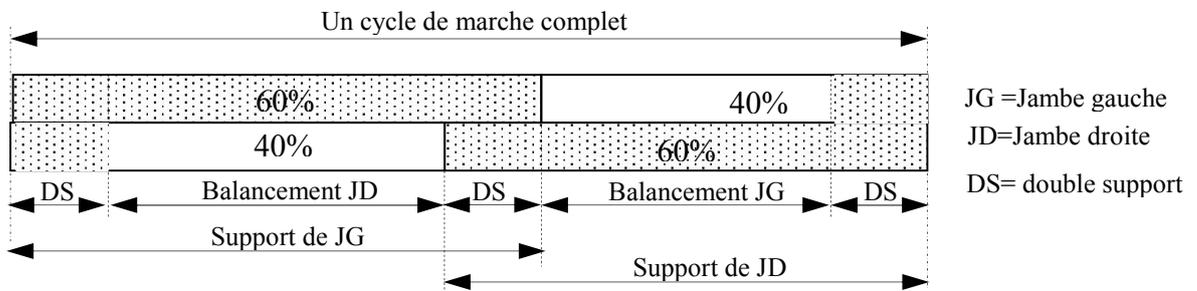


Fig.4.6. Cycle de marche

La décomposition plus fine des phases de support, de balancement et de double support du cycle de la marche dans le plan sagittal peut être illustrée dans la figure 4.7.

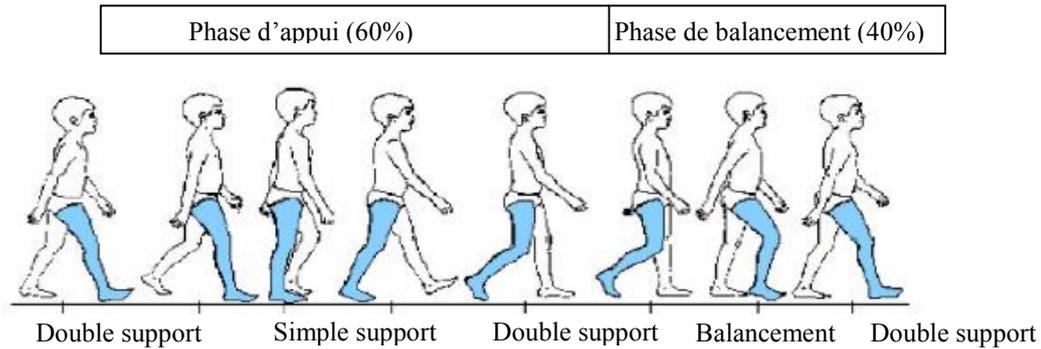


Fig. 4.7. Phases d'un cycle de marche [51]

Les chargements typiques sont appliqués aux modèles éléments finis comme des vecteurs forces ou pressions.

Les chercheurs utilisent généralement des cas de chargements relativement simples pour faire les hypothèses concernant les contributions musculaires.

Pour étudier l'état de contrainte dans le modèle éléments finis du bassin, plusieurs conditions de chargements ont été identifiées comme chargement anatomique représentatif :

- ✓ Position statique monopode et bipodale.
- ✓ Chargement de la marche.

Pour notre étude, nous allons utiliser le cas de chargement de la marche développé par John Paul et Bergmann [9].

Les conditions de chargement pour le modèle étaient basées sur les données de la marche. La force articulaire de la hanche et les 21 muscles attachés à la structure osseuse du bassin, seront pris en compte en huit phases caractéristiques d'un cycle de la marche normal (Tableau 4.1).

Tableau 4.1 : Description des cas de chargement par rapport à leur événement avec le cycle de la marche et l'angle de flexion/extension entre le bassin et le fémur [9].

Les cas	Description	Pourcentage du cycle de la marche	Angle de flexion
1	double support, commencement de la phase de support de la jambe gauche.	2	22° (fl.)
2	commencement de la phase de support de la jambe gauche unilatérale.	13	18°(fl.)
3	la phase de support de la jambe gauche unilatérale à demi-pas.	35	4°(ext.)
4	La fin de la phase de support de la jambe gauche unilatérale.	48	12°(ext)
5	La phase du double support, fin de support de la jambe gauche.	52	14°(ext)
6	Commencement de la phase balancement de la jambe gauche.	63	2°(fl.)
7	la phase de balancement de la jambe gauche à demi-pas.	85	31°(fl.)
8	La fin de la phase de balancement de la jambe gauche	98	21°(fl.)

Les valeurs des forces musculaires durant les huit (08) phases considérées du cycle de la marche sont aussi données dans le tableau 4.2.

Tableau 4.2. Valeurs (en Newton) de la force articulaire de la hanche et les chargements musculaires pour les huit phases de la marche.

	La phase du chargement durant la marche							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Force articulaire de la hanche	426	2158	1876	1651	1180	187	87	379
M. Grand fessier	842	930	167	377	456	491	114	482
M. Moyen fessier	1018	1053	1474	1509	1412	982	105	421
M. Petit fessier	228	140	263	228	175	123	114	219
Fasciae Latae	0	132	88	158	149	88	70	96
Iliacus	0	0	0	228	307	272	0	0
M. Psoas iliaque	149	0	316	175	88	175	105	140
Gracilis	0	0	0	0	88	158	70	140
Sartorius	0	88	0	0	35	158	88	88
M. demi-membraneux	579	368	333	368	421	298	61	421
M. demi-tendineux	0	140	105	246	316	368	105	0
M. Biceps crural (long chef)	298	202	88	70	123	114	79	377
M. long abducteur	0	88	0	0	88	158	70	140
M. moyen abducteur	0	0	0	0	132	263	0	0
M. petit abducteur	0	114	0	0	0	202	0	114
M. obturateur externe	0	0	0	0	123	167	132	123
M. obturateur interne	167	123	0	61	61	149	123	0
M. Pectiné	0	0	175	96	0	149	0	0
Piriformis	202	275	0	0	0	0	123	228
M. carré du fémur	61	96	0	0	88	184	0	0
M. jumeau supérieur de la fesse	140	88	123	79	0	0	158	202
M. jumeau inférieur de la fesse	0	0	0	0	0	140	79	149
Rectus femoris	0	123	0	0	0	175	105	96

En se référant aux travaux antérieurs, le modèle prend en compte 21 muscles influençant à travers la structure osseuse du bassin. Le chargement est incliné à la surface de la structure osseuse du bassin sous un angle déterminé par les cosinus directeurs de la ligne d'action des tensions musculaires [Cf. Annexes A et B]. Les conditions aux limites et les chargements sont implémentées manuellement. Actuellement, se sont les étapes consommant plus de temps de la préparation du modèle numérique de la structure osseuse du bassin humain.

IV.5.3 Les conditions aux limites :

Avant la description des conditions aux limites, nous allons de nouveau faire une description anatomique du bassin humain.

Comme il a été décrit antérieurement, la structure osseuse du bassin humain se compose de deux os iliaques (os coxal) qui sont soudés avec le sacrum dans l'articulation sacro-iliaque [13, 30] (Cf. Fig. 4.8).

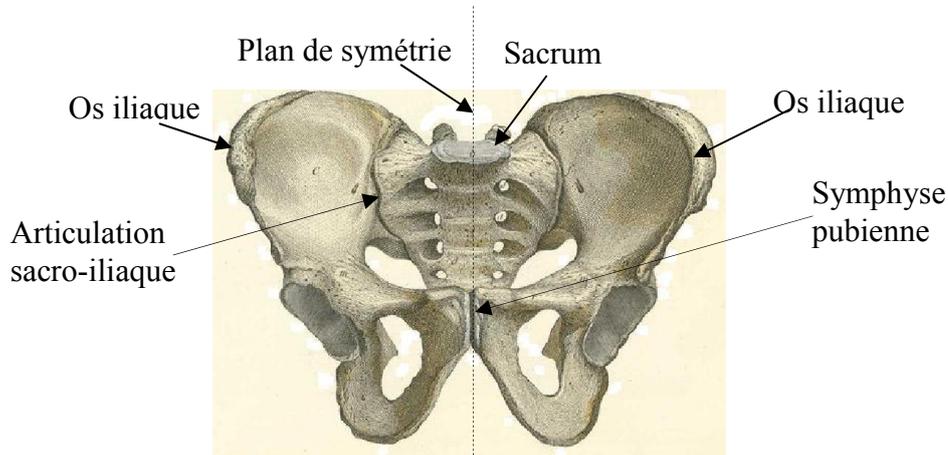


Fig. 4.8 Structure anatomique du bassin humain

En raison de la symétrie, on a pris seulement la partie gauche, c'est-à-dire l'os iliaque gauche pour l'analyse par éléments finis.

Ici, les nœuds de la région de contact du bassin avec l'os sacral seront fixés. Et même dans la symphyse pubienne, les nœuds dans cette région, dans le plan symétrique, sont encastrés (Cf. Fig. 4.9).

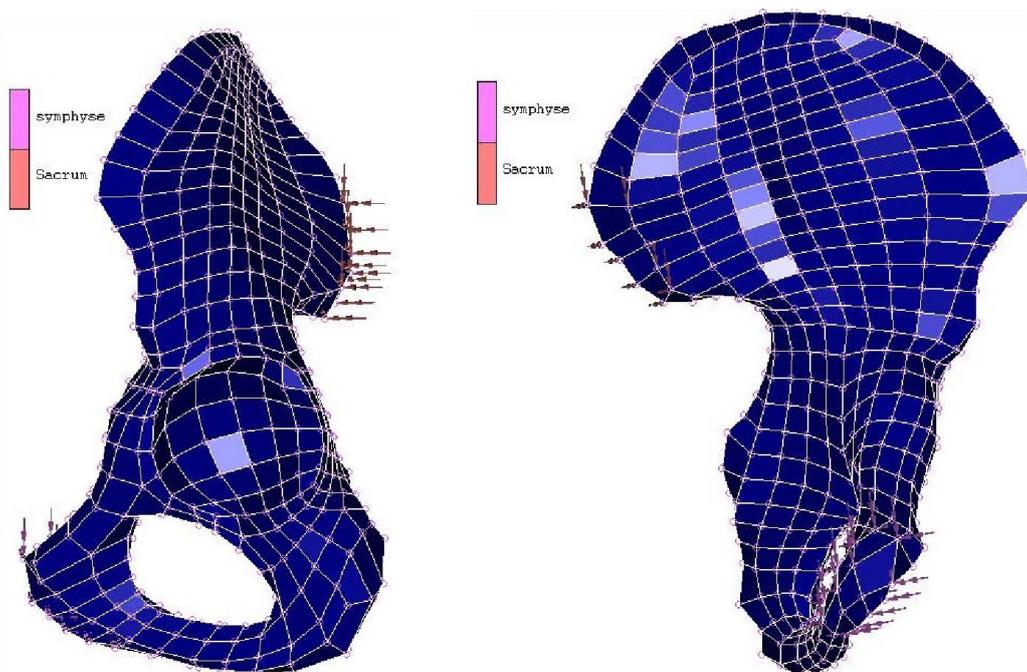


Fig. 4.9 Les différentes vues du modèle numérique de la structure osseuse du bassin humain avec les conditions aux limites en déplacement.

Le détail des conditions aux limites en déplacement peut être illustré dans les figures (Fig. 4.10, Fig. 4.11).

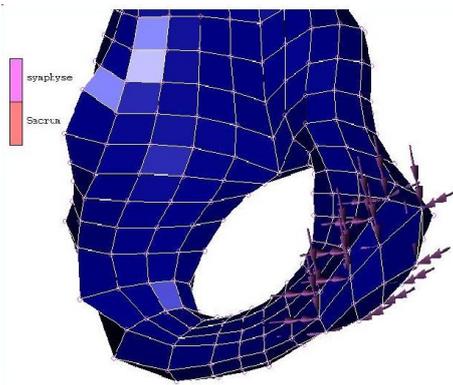


Fig. 4.10 Les éléments fixés de la symphyse pubienne.

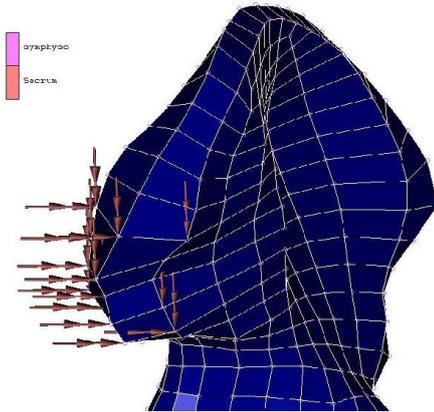


Fig. 4.11 Les éléments fixés de la région de contact avec l'os sacral.

IV.5.4 Propriétés mécaniques du bassin humain :

En se basant sur les données des études antérieures [8,9,10], le module d'élasticité et le coefficient de poisson pour l'os pelvien étaient supposés pour être 17 GPa et 0.3 respectivement. L'examen des propriétés mécaniques de l'os trabéculaire du bassin a montré qu'il n'est pas hautement anisotrope [8]. Cependant, l'hypothèse de l'isotropie de ces constituants paraît justifiée. Nous avons procédé à en premier lieu à utiliser le modèle homogène.

Donc, les propriétés mécaniques de la structure osseuse du bassin humain peuvent être résumées dans le tableau ci-après :

	Propriétés Mécaniques
Module d'élasticité, E	17 GPa
Coefficient de poisson, ν	0.3

Les résultats numériques sont obtenus en appliquant les conditions aux limites et en utilisant plusieurs cas de chargements.

IV.5.5 Résultats pour le bassin avec application de la force articulaire R et sans prise en compte des chargements musculaires:

Le modèle est donné comme le montre ci-dessous la figure 4.12.

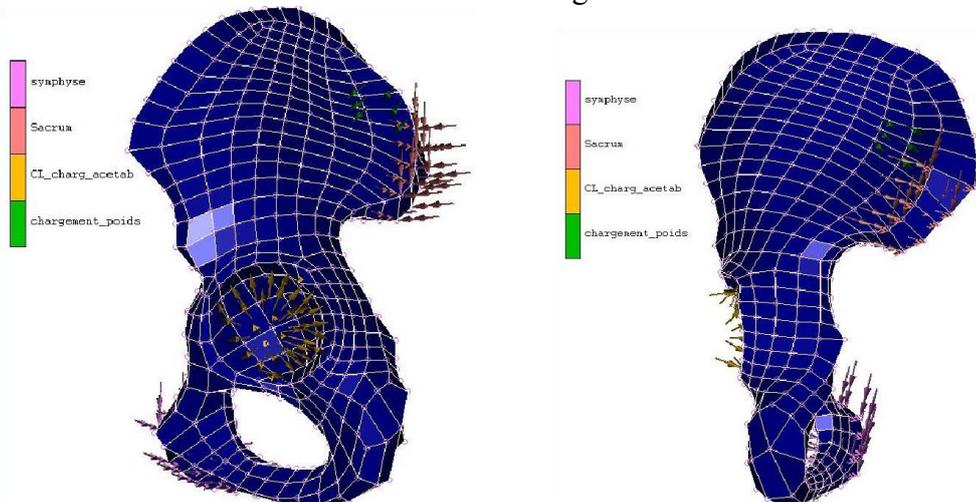


Fig. 4.12 Conditions aux limites pour le bassin sans l'intervention des chargements musculaires.

Les résultats trouvés pour les huit phases de la marche sont :

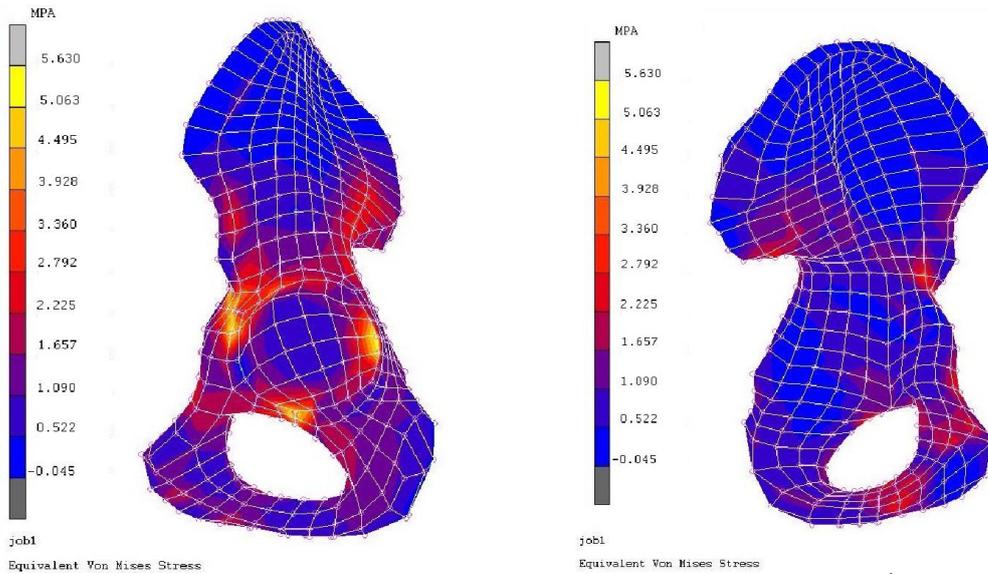


Fig. 4.13. Distribution des contraintes de Von Mises du bassin pour R=426N (1^{ère} phase de marche)

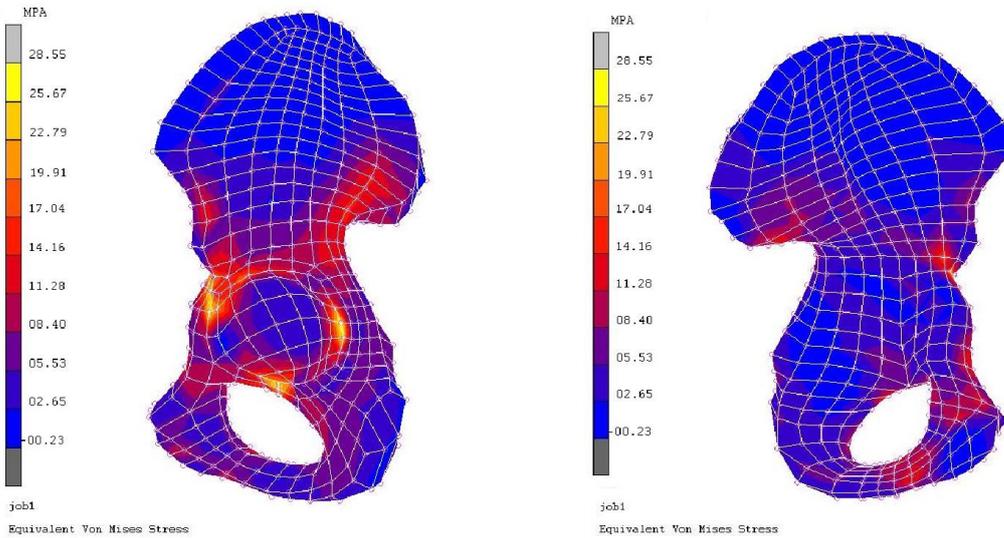


Fig. 4.14. Distribution des contraintes de Von Mises du bassin pour R=2158N (2^{ème} phase de marche)

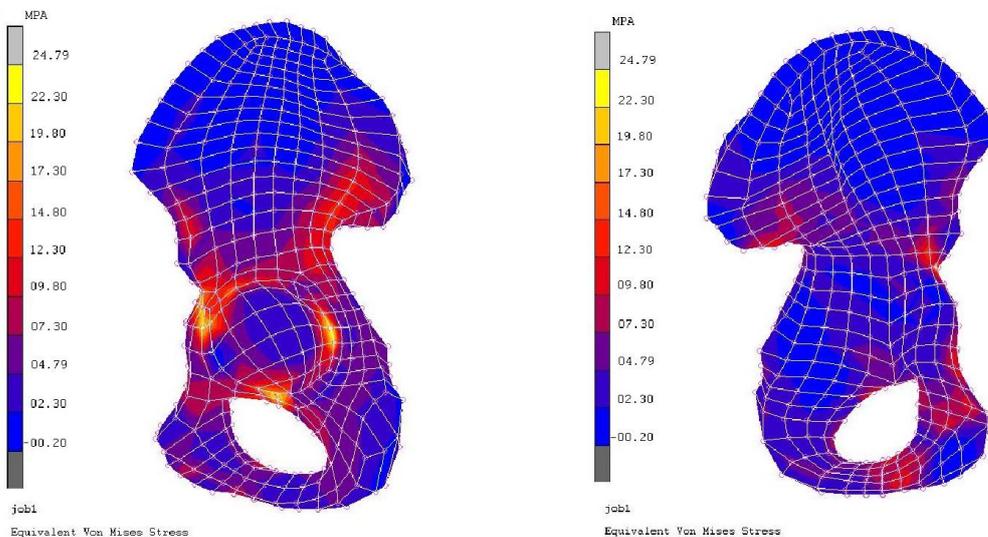


Fig. 4.15. Distribution des contraintes de Von Mises du bassin pour R=1876 N (3^{ème} phase de marche)

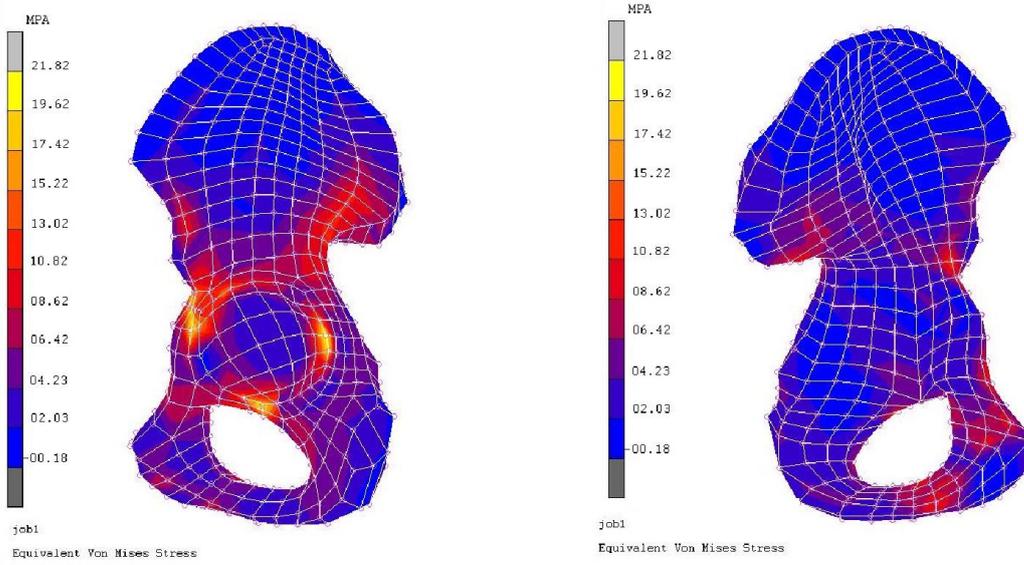


Fig. 4.16. Distribution des contraintes de Von Mises du bassin pour R=1651N (4^{ème} phase de marche)

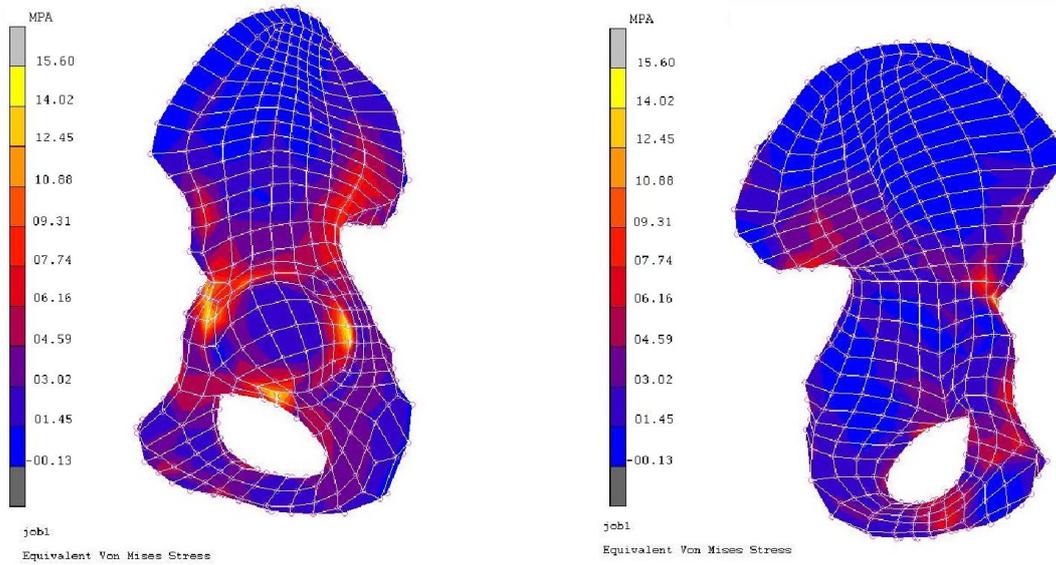


Fig. 4.17. Distribution des contraintes de Von Mises du bassin pour R=1180N (5^{ème} phase de marche)

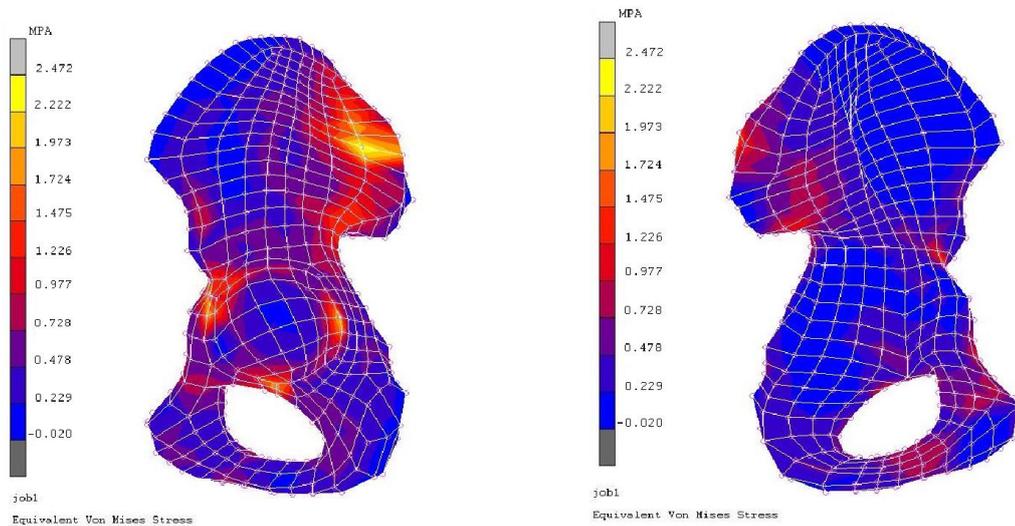


Fig. 4.18. Distribution des contraintes de Von Mises du bassin pour R=187N (6^{ème} phase de marche)

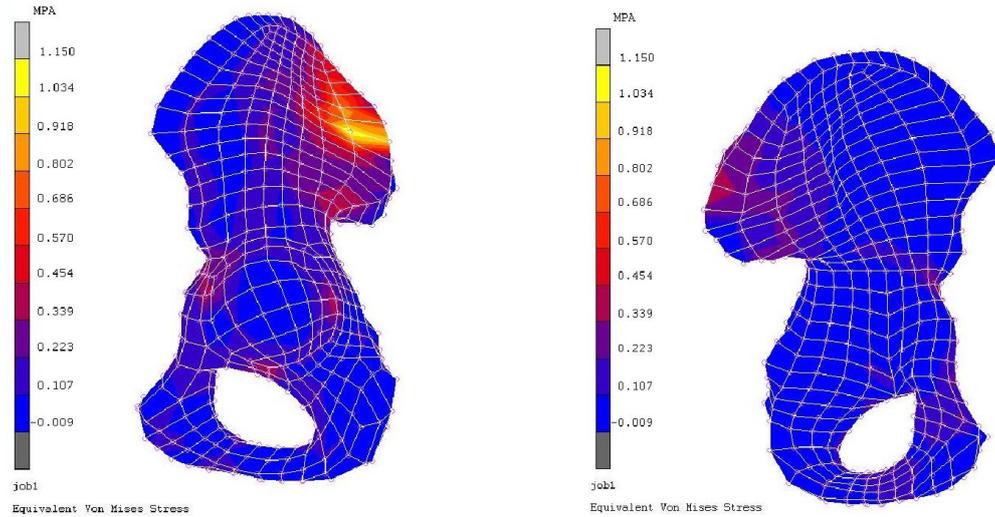


Fig. 4.19. Distribution des contraintes de Von Mises du bassin pour R=87N (7^{ème} phase de marche)

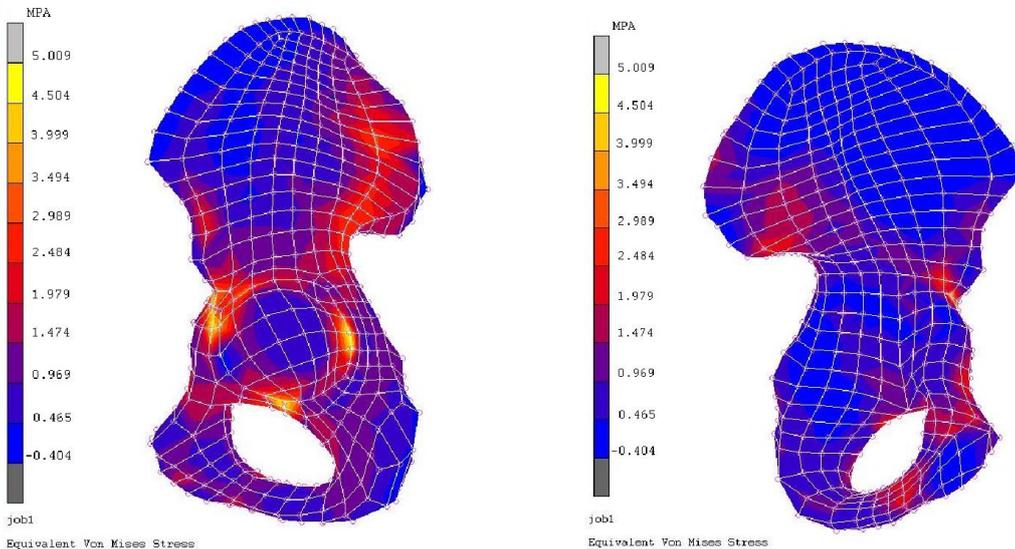


Fig. 4.20. Distribution des contraintes de Von Mises du bassin pour R=379N (8^{ème} phase de marche)

IV.5.6 Résultats pour le bassin avec application de la force articulaire R et les chargements musculaires :

La connaissance du comportement mécanique à travers la structure osseuse du bassin, la détermination de la distribution de contraintes autour de l'articulation de la hanche était un aspect important pour les chirurgiens et les concepteurs d'implants. Une exigence de base pour l'analyse de contrainte, à l'aide des modèles éléments finis, est que les forces et ses composantes (f_x, f_y, f_z) agissantes sur le bassin durant la locomotion soient connues.

Différentes études ont étudié les muscles du bassin et les forces de contact acétabulaire. La force nette exercée par les divers muscles du bassin était calculée par Bergmann, Brand *et al.*, Crowninshield *et al.*, Crowninshield et Brand, Ghista *et al.*, Glitsch et Pedersen *et al.* [9, 43, 44, 45, 48].

Les chercheurs précédents ont présenté seulement la valeur de la force musculaire nette durant la marche. Cependant, pour le logiciel éléments finis, soit les composantes de la force musculaire (f_x, f_y, f_z) soit les trois angles de la ligne d'action du muscle sont exigés comme données introduites.

Ces forces musculaires varient pendant la marche et agissent le long de la ligne d'action des muscles, liant les points d'origine et d'insertion (si l'enveloppe des muscles autour des articulations n'est pas considérée). Une fois que le fémur tourne autour du centre de la hanche durant la marche, ces lignes d'action sont aussi variables. Donc, lorsqu'on fait l'analyse par éléments finis sur le fémur ou le bassin avec le chargement musculosqueletique durant la marche, nous avons besoin de connaître les lignes d'actions variables. Les composantes de la force musculaire (f_x, f_y, f_z) peuvent être ensuite calculé à partir de la valeur nette de la force musculaire pour chaque muscle [52].

Les composantes (f_x, f_y, f_z) pour le cas d'une flexion de 18° issue de [43, 52] peuvent être résumés dans le tableau suivant :

Tableau 4.3. Les valeurs des forces (f_x, f_y, f_z) pendant la marche (flexion à 18°) [52]

La deuxième phase du chargement durant la marche (i.e. 18° de flexion)				
	$f(N)$	$f_x(N)$	$f_y(N)$	$f_z(N)$
M. Grand fessier	930	468.88	-744.95	300.16
M. Moyen fessier	1053	-77.55	-971.79	188.39
M. Petit fessier	228	10.72	-120.07	40.03
Fasciae Latae	90	18.29	-86.13	-18.65
Iliacus	0	0	0	0
M. Psoas iliaque	0	0	0	0
Gracilis	0	0	0	0
Sartorius	40	5.08	-37.25	-13.66
M. demi-membraneux	410	137.1	-371.78	-105.29
M. demi-tendineux	100	37.22	-89.12	-25.92
M. Biceps crural (long chef)	180	67.91	-166.16	-13.34
M. long abducteur	30	4.14	-28.31	9.03
M. moyen abducteur	0	0	0	0
M. petit abducteur	80	11.46	-57.88	54.03
M. obturateur externe	0	0	0	0
M. obturateur interne	110	29.22	-5.25	85.33
M. Pectiné	0	0	0	0
Piriformis	220	122.01	-100.36	153.1
M. carré du fémur	20	7.62	-2.89	18.26
M. jumeau supérieur de la fesse	40	22.99	-8.58	31.59
M. jumeau inférieur de la fesse	0	0	0	0
Rectus femoris	30	7.98	-28.08	-6.91

L'application de tous les chargements musculaires donnés dans le tableau 4.3 nous donne une illustration dans Mentat 2014 comme celle décrite dans la figure 4.21.

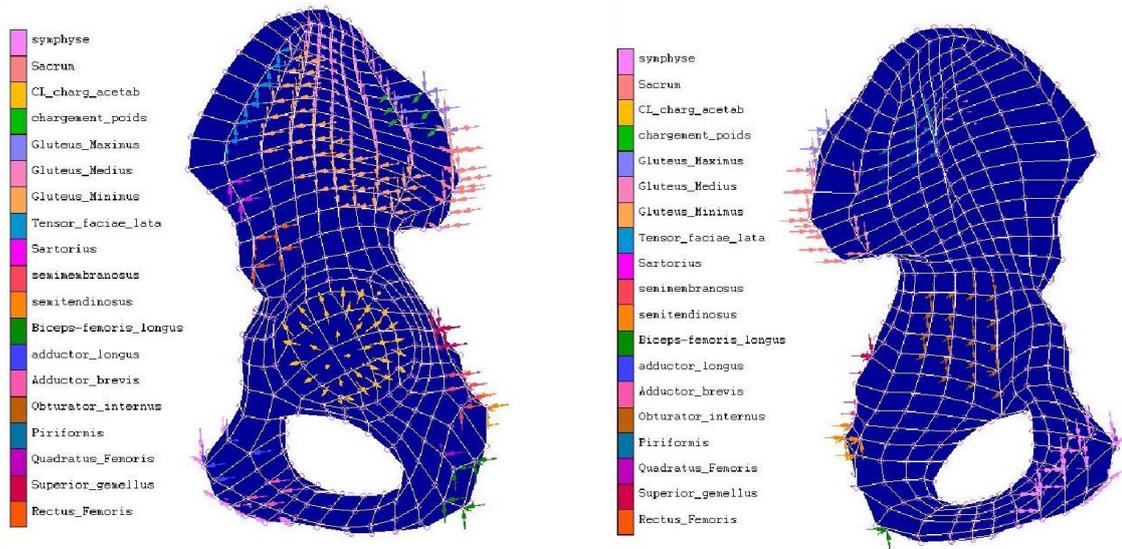


Fig. 4.21. Les différentes conditions aux limites avec prise en compte des chargements musculaires.

Les résultats obtenus pour la contrainte de Von mises sont données dans la figure 4.22.

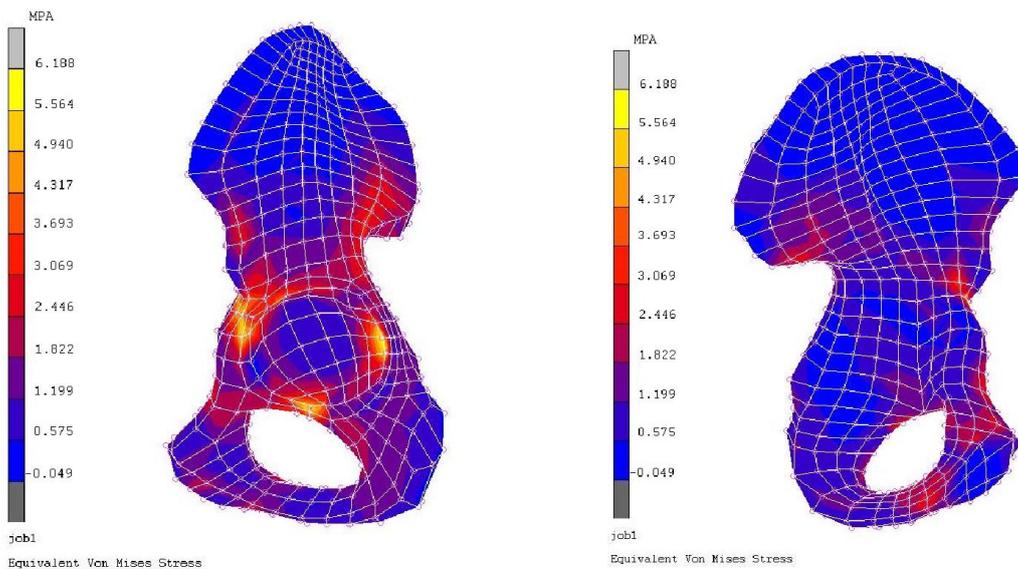


Fig. 4.22. Contraintes de Von Mises pour le cas d'une flexion de 18° avec prise en compte des chargements musculaires.

IV.5.7 Interprétation des résultats :

Dans l'introduction des forces externes appliquées au bassin, deux modèles de la littérature ont été considérées à savoir : le modèle de Bergman [9] donne la force articulaire de la hanche et le modèle de Crownshield et Brand [44] donne la force musculaire. Bien que nous avons considéré uniquement les effets de la marche, nous pensons que celle-ci est la plus fréquente et la plus énergique des activités fatigantes pour l'articulation de la hanche. A cet effet, nous avons pris en compte les différentes phases du cycle de la marche et nous croyons par ce fait avoir ouvert une gamme physiologique des situations de chargement. Le cas d'un soulèvement à partir d'une chaise n'a pas été considéré pour cause d'indisponibilité de données dans la littérature consultée.

Dans notre modèle, les grandes contraintes maximales se trouvent au niveau de l'acétabulum. Lorsqu'on remarque les contraintes calculées dans le reste de la structure osseuse du bassin, nous signalons de grandes contraintes dans la région ischio-pubienne, au-dessous du bord inférieur de l'acétabulum. La région des grandes contraintes à la partie supérieure de l'ilium se produit surtout dans la région sacro-iliaque.

Les distributions de contraintes indiquent que durant la marche, les grands gradients de contraintes se produisent dans l'os pubique, dans l'acétabulum et dans la partie postérieure de l'os iliaque.

La force articulaire de la hanche est la force la plus importante pour le transfert de chargement à travers la structure osseuse du bassin. Celle-ci est bloquée par les forces musculaires agissant sur les os iliaque et ischiatique, et c'est à cause de cette action du muscle que la structure osseuse du bassin est soulagée de la contrainte dans les cas du chargement complet comparée au cas où seulement la force articulaire de la hanche est prise en compte (Fig. 4.13 jusqu'au 4.20). Donc, les forces musculaires aident à garder les changements dans la distribution de contraintes à un minimum.

Les résultats de la présente étude, indiquent cependant que les chargements sont principalement transférés de l'acétabulum à travers la coque corticale à l'articulation sacro-iliaque et la symphyse pubienne.

Les fortes contraintes à la partie supérieure de la paroi acétabulaire expliquent leur importance dans le mécanisme de transfert de chargement naturel dans l'articulation de la hanche.

Lorsque les chargements externes incluent seulement la force articulaire de la hanche, de très grandes contraintes sont trouvés dans l'os pubique. Donc, les forces musculaires ont un effet stabilisant sur le transfert de chargement du bassin et en grande partie compensées par les changements de la valeur de la force articulaire de la hanche. A cet effet, les distributions de la contrainte dans la structure osseuse du bassin ne seront pas soumises aux grandes variations durant le cycle de la marche.

CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES

Conclusion générale

Dans le présent travail on a introduit une méthodologie de modélisation biomécanique du bassin humain au sein de notre laboratoire de recherche (Laboratoire de génie mécanique et développement, ENP). Nous avons insisté sur la stratégie visant à respecter les règles de modélisation biomécanique tout en assurant la possibilité d'une adaptation automatique des modèles vers les différentes géométries des patients.

La démarche que nous avons adoptée au cours de cette recherche a permis d'élaborer un modèle tridimensionnel de la structure osseuse du bassin humain, Cette partie a nécessité un important travail de modélisation géométrique, ce qui nous permet une ouverture importante vers des axes de recherches futures.

Donc, le travail le plus élaboré est certainement la modélisation géométrique du bassin humain réalisée par segmentation des images tomographiques (idem. Images scanners). Ce modèle représente un bassin humain comportant une représentation anatomique d'un individu sous format STL (stéréolithographie), et sous forme d'un habillage de surfaces NURBS. On a ainsi prouvé d'une façon inestimable qu'elles sont les plus précises.

La simulation numérique des problèmes d'orthopédie se heurte à de nombreuses difficultés, ce qui peut expliquer le retard apporté à la prise en compte de tels problèmes. Parmi ces difficultés, c'est que l'os est une matière vivante composée de structure complexe anisotrope avec comportement pas encore maîtrisé par les études expérimentales. Il n'existe pas des méthodes permettant d'avoir un module de Young dans les différentes zones osseuses, ce qui conduit à considérer l'os, en première approximation, comme un matériau élastique homogène et isotrope.

La précision des modèles éléments finis est, en principe, une tâche importante à établir. La question ici, est comment choisir d'une façon optimale les types d'éléments ainsi que les mailles pouvant approcher la solution exacte de la structure osseuse du bassin humain, sous les conditions simplificatrices introduites. Le facteur le plus important est la densité du maillage de l'élément, en relation au type d'élément choisi. La densité du maillage peut être établie subjectivement pour chaque modèle par les tests de convergence (en répétant les calculs pour une augmentation du raffinement du maillage et en vérifiant la convergence des résultats de contrainte). Ces tests, spécifiquement pour les structures 3-D, peuvent être très chers du point de vue consommation du temps de calcul. Peu de travaux de recherche dans ce domaine ont été rapportés dans la littérature. Les indications spécifiques à juger sont la densité du maillage, particulièrement dans les parties où il y a de grands gradients de contrainte.

La signification des prédictions de contraintes dans les problèmes de biomécanique orthopédique est souvent mise en corrélation avec les phénomènes biologiques et cliniques. Ces relations doivent être étudiées pour une évaluation correcte de la signification des résultats de la méthode des éléments finis. Cela implique que les responsabilités du chercheur dans le domaine de la biomécanique ne finissent pas en délivrant les résultats de la contrainte, et exigent une participation active dans les efforts de la recherche sur une plus grande échelle, y compris des méthodes et des techniques qui n'appartiennent pas au domaine de l'ingénierie. Plusieurs études ont combinés avec succès l'analyse par la méthode des éléments finis à des observations cliniques et expérimentales du comportement biologique de l'os.

L'analyse par éléments finis est utilisée en collaborations directes avec les efforts cliniques pour développer de nouvelles conceptions et techniques de fixation de la fracture pour lequel les résultats 'tôt ou tard' atteignent la plus grande communauté orthopédique sous une forme ou une autre.

En effet, la méthode des éléments finis est un outil numérique, son implication dans le domaine de la biomécanique peut mener à des informations importantes au profit des malades. Il est cependant signalé que cet outil doit être correctement utilisé.

Perspectives

En considérant l'analyse future de la MEF dans le domaine de la biomécanique orthopédique on doit apprécier que cette méthode ne soit pas seulement un outil universel pour l'analyse de contrainte, mais représente une approche complètement meilleure pour l'analyse des structures et des systèmes.

La construction d'un modèle de haute précision du bassin humain exige beaucoup d'efforts, mais les bénéfices peuvent être immenses. La capacité de l'analyse par éléments finis dans le domaine de biomécanique est extrêmement vaste. Par exemple, la présence de microfissures dans la structure osseuse du bassin peut être étudiée pour bien comprendre leurs rôles dans les fractures de l'os pelvien.

Bien que l'analyse par éléments finis fût mise en pratique depuis 1970, il existe encore plusieurs hypothèses qui entravent l'analyse par éléments finis. Par exemple, les hypothèses pour les propriétés du matériau sont probablement l'aspect le plus discutable. La plupart des chercheurs approuvent que les structures osseuses soient anisotropes. Cependant, pour rendre le problème docile, la simplification des propriétés du matériau est nécessaire.

D'une certaine manière, on peut dire que la méthode des éléments finis appliquée dans le domaine de la biomécanique orthopédique, ou le calcul dans un sens plus général, a créé un environnement passionnant avec les applications potentielles dans celui-ci. Cependant, un progrès futur se produira seulement au coût d'efforts considérables, qui nécessitera une compréhension saine de la mécanique appliquée et les pièges numériques d'un côté, et la reconnaissance réaliste des complexités biologiques et cliniques de l'autre côté.

L'étude des caractéristiques du tissu trabéculaire devrait mettre en relation les informations apportées par les techniques de microradiographie et/ou de tomographie à très haute résolution (2 μm) (visualisation et compréhension de l'apparition des microfissures dans la structure osseuse), et ses propriétés mécaniques, indispensables à la compréhension et à la simulation du comportement sous charge de l'os spongieux sain ou pathologique. Le but à long terme étant de pouvoir prédire le plus précisément possible, en fonction de chaque sujet, les risques fracturaires sans avoir recours aux essais mécaniques et sans l'utilisation, dans la mesure du possible, de techniques invasives traumatisantes (biopsies).

Finalement, pour faire une étude complète de l'analyse de contrainte, il est indispensable d'inclure plusieurs modèles pour rendre l'étude plus significative, puisque le comportement de l'os dépend de l'âge, la race et le sexe.

Donc, on peut dire que l'originalité de ce présent travail repose sur :

- La bonne cohérence entre l'interprétation de ces résultats numériques et les observations cliniques de la maladie "ostéomalacie".
- Prise en compte de la modélisation des fractures pathologiques.
- Prise en compte de la modélisation de la guérison.

ANNEXES

Annexe A :**Orientation du fémur et la ligne d'action de l'un des muscles du complexe bassin-fémur.**

Pour trouver les lignes d'action variables et les composantes des forces musculaires (X,Y,Z) avec les directions, un algorithme est développé et présenté ici avec un organigramme détaillé. Nous considérons les variations d'angles d'adduction/abduction, flexion/extension durant la marche. Ce programme de calcul, est capable de calculer les composantes de la force musculaire (X,Y,Z) comme sortie, si la valeur nette de la force musculaire, les orientations de l'articulation de la hanche durant la marche et les coordonnées des points d'insertion et des points d'origine musculaires sont fournies comme données introduites.

Notations

m : nombre total des muscles

$zyang$: l'angle d'adduction/abduction

$xyang$: l'angle de flexion/extension

f : la valeur du vecteur force musculaire

f_x, f_y, f_z : les composants X, Y, Z de la valeur de la force musculaire

0 : le centre exact de la hanche

1 : l'intersection entre l'axe longitudinal du fémur et l'axe du col fémoral

2 : les épicondyles du fémur

3 : le point d'origine musculaire sur le bassin

4 : le point d'insertion musculaire initiale sur le fémur

(1',2',4') et (1'',2'',4'') : nouveaux emplacements des points (1, 2, 4) et (1',2',4') après

l'adduction/abduction et la flexion/extension respectivement.

(x_0, y_0, z_0),
 (x_1, y_1, z_1), (x_1, ny_1, nz_1),
 (nx_1, nny_1, nz_1),
 (x_2, y_2, z_2), (x_2, ny_2, nz_2),
 (nx_2, nny_2, nz_2),
 (x_3, y_3, z_3), (x_4, y_4, z_4),
 (x_4, ny_4, nz_4), (nx_4, nny_4, nz_4)

: Coordonnées des points 0, 1, 1', 1'', 2, 2', 2'', 3, 4, 4', 4'' respectivement.

10 : l'axe du col fémoral

21 : l'axe longitudinal du fémur

$L_{10z}, L_{20z}, L_{40z}$: la longueur projetée des lignes 10, 20, 40 sur le plan Z-Y respectivement

$a_{10}, a_{21}, a_{20}, a_{40}$: angle projeté sur le plan Z-Y entre l'axe Y et les lignes 10, 21, 20, 40 respectivement.

aa_{21} , aa_{10} , aa_{20} , aa_{40} : changement d'angles a_{21} , a_{10} , a_{20} , a_{40} après adduction/abduction respectivement.

L_{10x} , L_{20x} , L_{40x} : longueur projetée des lignes $1'0$, $2'0$, $4'0$ sur le plan X - Y respectivement.

b_{10} , b_{21} , b_{20} , b_{40} : les angles projetés sur le plan X - Y entre l'axe Y et les lignes $1'0, 2'1', 2'0, 4'0$ respectivement.

bb_{21} , bb_{10} , bb_{20} , bb_{40} : changement des angles b_{21} , b_{10} , b_{20} , b_{40} après flexion/extension respectivement.

k_1 , k_2 , k_3 : les marqueurs directionnelles (+ ou -) le long des axes X , Y , Z qui doivent être multipliés avec nx_4 , ny_4 , nz_4 respectivement.

dx_{43} , dy_{43} , dz_{43} : la distance entre le point 4" et 3 le long des axes X , Y , Z respectivement.

d_{43} : la longueur de la ligne $4"3$.

Description de la technique

Les coordonnées des points d'origine sur le bassin (le système de coordonnées est montré dans la fig. a.1) et les points d'insertion sur le fémur pour les muscles ont été déterminées par Dostal and Andrews [43]. Ce sont les données pour la position debout sur les deux jambes. Cependant, la position relative du fémur change par rapport au bassin dû à l'adduction/abduction et flexion/extension [9, 48], durant les différentes phases de la marche. Donc, les coordonnées des points d'insertion musculaire sur le fémur (Fig. a.1) changent aussi par rapport au système de coordonnées du bassin (l'axe $+X$ indique la direction de la marche, l'axe $+Y$ pointe vers la direction ascendante, et l'axe $-Z$ pointe du centre de la hanche droite au centre de la hanche gauche). Pour déterminer les directions de la force, les muscles ont été supposés agissant le long d'une ligne droite de leurs points d'origine du bassin aux points d'insertion du fémur (Fig. a.1). Les nouvelles coordonnées pour la totalité des muscles après chaque phase de la marche devraient être calculées pour obtenir une nouvelle direction de la force musculaire. Cela était structuré suivant un organigramme [52]. Le centre de la hanche droit était pris comme fixe ou un point de référence pour calculer les nouvelles coordonnées des points d'insertions musculaires après chacune des phases de la marche. Tous les points d'insertion musculaires sur le fémur subissent la même rotation du fémur. Nous avons considérés une phase (15%) du cycle de la marche et supposé l'angle de flexion comme 18° , et l'angle d'adduction de 15° .

Les angles a_{40} , a_{21} , a_{10} , dans la position debout, peuvent être calculés dans le plan YZ [Fig. a.1(a)]. Après l'adduction par 15° , l'axe longitudinal du fémur 21 ferait 15° avec l'axe vertical (Y) en sa nouvelle position $2'1'$. Donc, après l'adduction, le changement dans l'angle (aa_{21}) pourrait être calculé par rapport à l'angle a_{21} . une fois que le fémur tourne

autour du centre de la hanche 0, la ligne 40 et la ligne 10 vont subir le même changement (angle $aa21$). Les angles finals $aa40$, $aa10$ des lignes 40, 10 seront calculés respectivement en considérant l'angle $aa21$. La nouvelle position ($1',2',4'$) des points 1, 2 et 4 après l'adduction peut être calculée (nz, ny) dans le plan ZY.

Similairement, les angles formés par les lignes $4'0$, $2'1'$, $1'0$ avec l'axe Y pourront être calculés dans le plan XY (Fig. a.1.b). Après la flexion par 18° , l'axe longitudinal du fémur $2'1'$ ferait 18° avec l'axe Y dans sa position finale $2''1''$. L'angle par lequel la ligne $2'1'$ a dû tourner après flexion, pourrait être calculée et la ligne $4'0$ a dû tourner par cet angle ($bb21$). La nouvelle position ($4''$) de ($4'$) après flexion sera calculée (nx, nny) dans le plan XY. Donc, la nouvelle position ($4''$) du point d'insertion musculaire sur le fémur, après l'adduction/abduction, flexion/extension, durant n'importe quelle phase de la marche pourrait être calculée.

La ligne ($4''3$) [Fig. a.1(b)] représente la direction du nouveau vecteur force musculaire dans l'espace tridimensionnel. Comme la valeur du vecteur force musculaire (f) sera connue, les composantes propres pourraient être calculées pour ce muscle. Les directions (l'axe + ou -) de ces composantes doivent être soigneusement affectés, en considérant la position relative (nx, nny, nz) du point $4''$ par rapport au point 3. Donc, les composantes f_x, f_y, f_z pour tous les divers muscles peuvent être calculés.

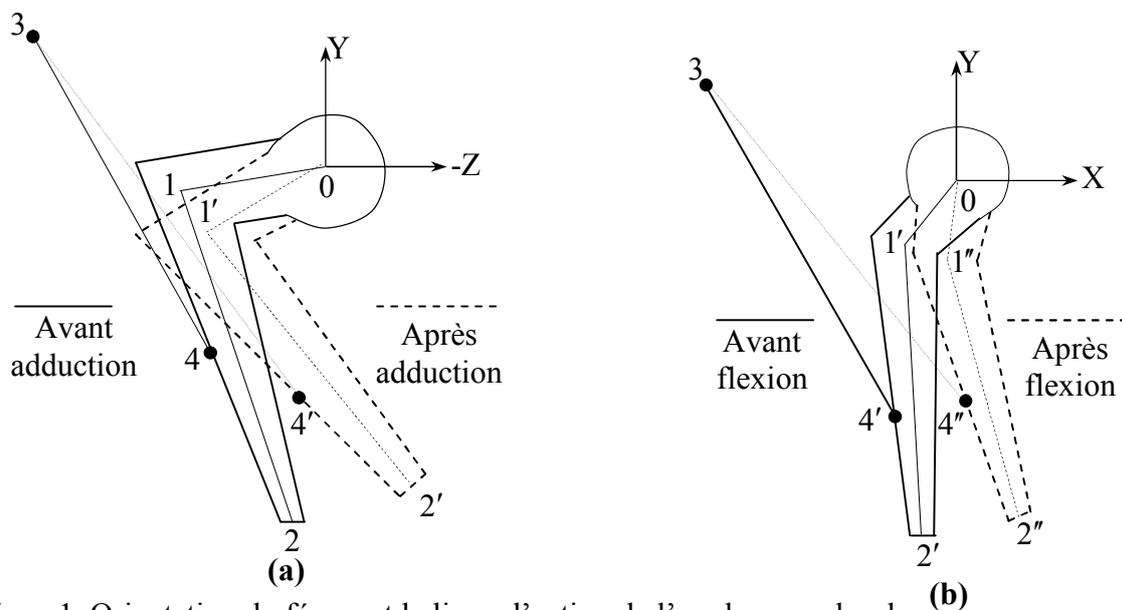
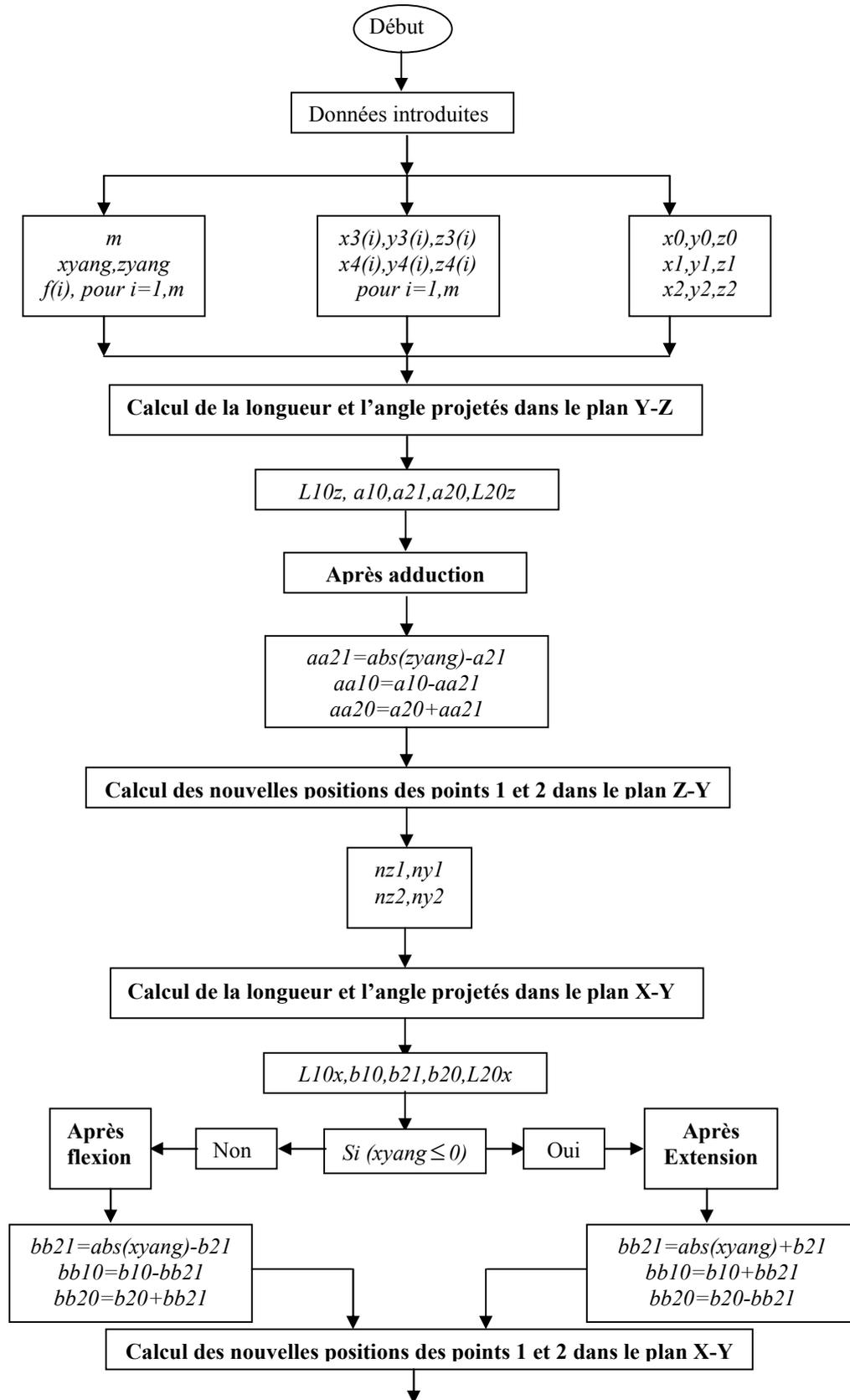
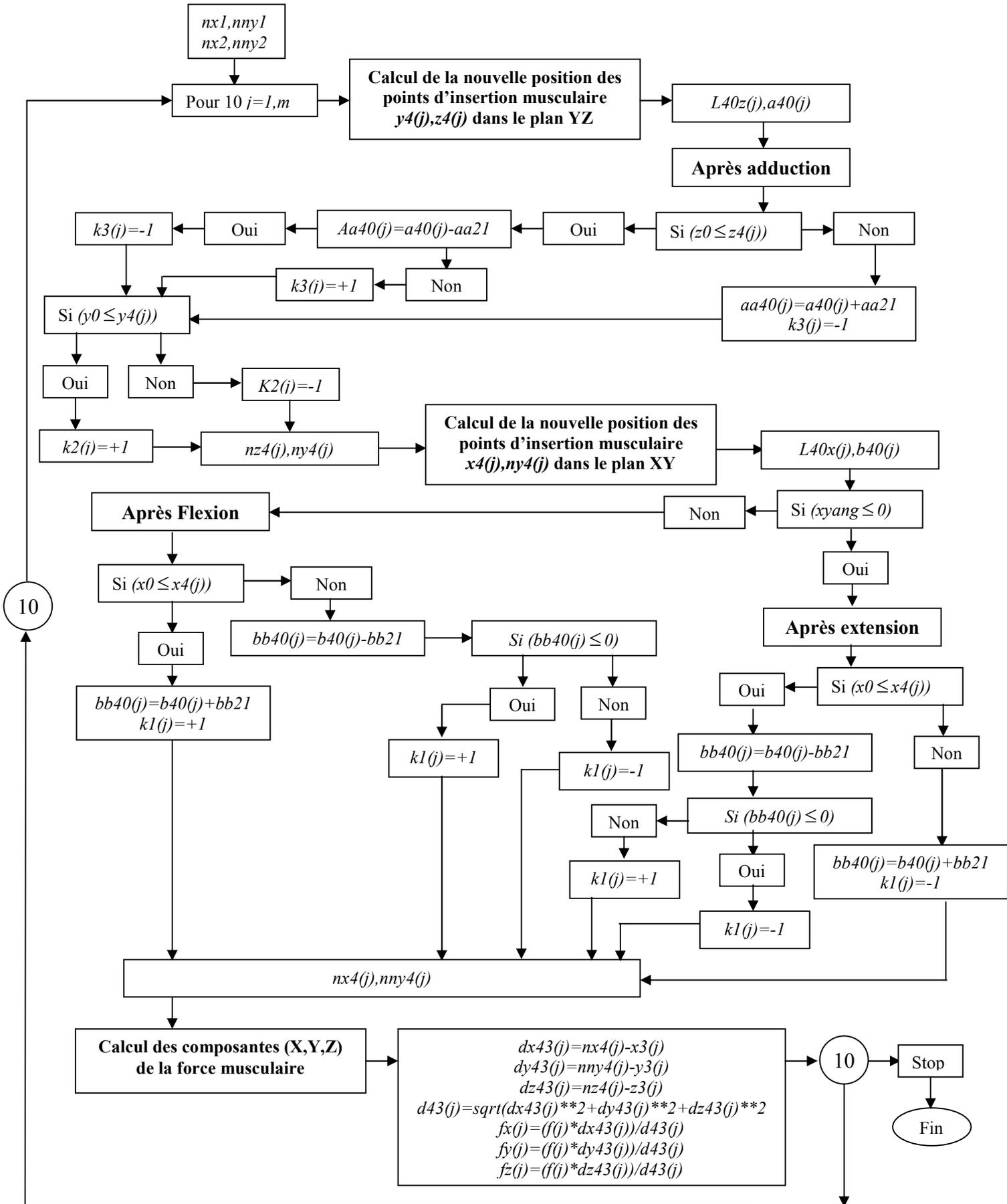


Fig. a.1. Orientation du fémur et la ligne d'action de l'un des muscles du complexe bassin-fémur.

Annexe B :

Organigramme de l'algorithme de calcul des trois composantes des forces musculaires.
Orientation du fémur et la ligne d'action de l'un des muscles du





RÉFÉRENCES bibliographiques

Références bibliographiques

- [1] R. Huiskes and E. Y. S. Chao “A survey of finite element analysis in orthopedic biomechanics: the first decade,” *Journal of biomechanics* vol. 16, N°. 6, pp. 385-409, 1983.
- [2] <http://www.ulb.ac.be>; (21 Septembre 2014)
- [3] <http://www.mssoftware.com>; (31 Août 2014)
- [4] Michael E. Mortenson “Geometric Modeling,” John Wiley & Sons, 1985.
- [5] J. H. Keyak, J. M. Meagher, H. B. Skinner and C. D. Mote, Jr “Automated three-dimensional finite element modeling of bone: a new method,” *Journal of biomedical engineering*, vol. 12, pp. 389-397, September 1990.
- [6] J. H. Keyak, M.G. Fourkas, J. M. Meagher and H. B. Skinner “Validation of an automated method of three-dimensional finite element modeling of bone,” *Journal of biomedical engineering*, vol. 15, pp. 505-509, November 1993.
- [7] J. H. Keyak, and H. B. Skinner “Three-dimensional finite element modeling of bone effects of element size,” *Journal of biomedical engineering*, vol. 14, pp. 483-489 November 1992.
- [8] M. Dalstra, R. Huiskes, L. Van Erning “Development and Validation of a Three-Dimensional Finite Element Model of the Pelvic Bone,” *Journal of biomechanical engineering*, vol. 117, pp. 272-278, August 1995.
- [9] M. Dalstra and R. Huiskes, “Load Transfer Across the Pelvic Bone,” *Journal of biomechanics*, vol. 28, N° 6, pp. 715-724, 1995
- [10] S. Majumder, A. Roychowdhury, S. Pal “Variations Of Stress in Pelvic Bone During Normal Walking, Considering All Active Muscles”, *Trends Biomater. Artif. Organs.* vol. 17(2), pp. 48-53, 2004.
- [11] Gilbert Demengel et Jean-Pierre Pouget, “Modèles de Bézier, des B-splines et des NURBS,” Ellipses, 1998.
- [12] R. P. Ficat, C. Ficat, “Pathologie mécanique de la hanche, Biomécanique clinique et physiopathologie,” Masson, Paris, 1987.
- [13] Arne Schäffler, Sabine Schmidt, “ANAT PHYSIO BIO, ”, Maloine, 1999.
- [14] R. Bruce Martin, David B. Burr, Neil A. Sharkey, “Skeletal Tissue Mechanics, ”, Springer, 1998.
- [15] D.R Carter and W.C Hayes “The compressive behavior of bone as a two-phase porous structure, ” *Journal of Bone and Joint Surgery Am.* Vol. 59, N°7, pp. 954-962, 1977.

- [16] J.C Rice, S.C Cowin and J.A Bowman “ On the dependence of the elasticity and strength of cancellous bone on apparent density,” *Journal of biomechanics*. Vol. 21, N°2, pp. 155-168, 1988.
- [17] J.H Keyak, S.A Rossi, K.A Jones and H.B Skinner Prediction of femoral fracture load using automated finite element modeling. *J Biomech*. Vol. 31, N°2, pp.125-133, 1998.
- [18] Ph. Orcel et M.-C. de Vernejoul “ Histologie de l’os normal,” *Encyclopédie Médico-Chirurgicale (Paris)* 14-002-A-10, 2001.
- [19] C. Chenu et P.-D. Delmas “Physiologie de l’os,” *Encyclopédie Médico-Chirurgicale (Paris)* 14-002-B-10, 2001.
- [20] *Mimics, Reference Guide: Materialise software*, 2001.
- [21] G. Farin, “ Courbes et surfaces pour la CGAO, ” *Masson, Paris*, 1992.
- [22] G. Farin, “Algorithms for rational Bézier curves,” *Computer Aided Design*, vol. 15, pp. 73-77, 1983.
- [23] L. Piegl, “Representation of rational Bézier curves and surfaces by recursive algorithms, ” *Computer Aided Design*, vol. 18 number 7 September, pp. 361-366, 1986.
- [24] Leslie Piegl and Wayne Tiller, “Curve and surface constructions using rational B-splines,” *Computer Aided Design*, vol. 19 number 9 November, pp. 485-498, 1987.
- [25] Cinzia Zannoni, Raffaella Mantovani, Marco Viceconti “Material properties assignment to finite element models of bone structures: a new method, ” *Medical Engineering & Physics*, vol. 20, pp 735-740, 1998.
- [26] T. Pressel, M. Lengsfeld “ Functions of hip joint muscles, ” *Medical Engineering & Physics*, vol. 20, pp 50-56, 1998.
- [27] Les Piegl “ On NURBS: A Survey, ” *IEEE Computer Graphics & Applications*, vol. 11, N°1, pp. 55-71, 1991.
- [28] H. B. Jung and K. Kim “A New Parametrisation Method for NURBS Surface Interpolation, ” *The international Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 16, pp. 784-790, 2000.
- [29] Wolfgang Bohm, “A survey of curve and surface methods in CAGD,” *Computer Aided Geometric Design*, vol. 1, pp. 1-60, 1984.
- [30] R. E. Barnhill, “Surfaces in computer aided geometric design: A survey with new results” *Computer Aided Geometric Design*, vol. 2, pp. 1-17, 1985.
- [31] Yong-Qing Li, Ying-Lin Ke, Wei-Shi Li, Qun-Sheng Peng, Jian-Rong Tan “Termination criterion for subdivision of triangular Bézier patch” *Computers & Graphics*, vol 26, pp. 67-74, 2002.
- [32] J. Hoschek “Intrinsic parametrization for approximation” *Computer Aided Geometric Design*, vol 5, pp. 27-31, 1988.

- [33] Jae-Young Rho, Liisa Kuhn-Spearing, Peter Zioupos “Mechanical properties and the hierarchical structure of bone” *Medical Engineering & Physics*, vol. 20, pp. 92-102, 1998.
- [34] Kuntz Daniel, *Les maladies métaboliques osseuses de l’adulte*, Flammarion, Paris, 1996.
- [35] Hans VAN OOSTERWYCK, “Study of biomechanical determinants of bone adaptation around functionally loaded oral implants, ” Thèse Phd, Mai 2000.
- [36] Mats Stenström, Birger Olander, Daisy Lehto-Axtelius, Jan Erik Madsen, Lars Nordstletten, Gudrun Alm Carlsson “Bone mineral density and bone structure parameters as predictors of bone strength: an analysis using computerized microtomography and gastrectomy-induced osteopenia in the rat, ”, *Journal of biomechanics*, vol. 33, pp. 289-297, 2000.
- [37] http://www.medicalforum.ch/archive_f/2003/2003-32.html; (07 Septembre 2006)
- [38] J.L. Sebert, M.E. Cohen-Solal, P. Fardellone, R. Bellony, Soyi Liu, “Ostéomalacies,” *Encyclopédie Médico-Chirurgicale (Paris) 14024-B-10*, 1990.
- [39] Brizon. J, Castaing. J., ‘Feuillelet d’anatomie’, N°2, ostéologie du membre inférieur, Maloine, 1953.
- [40] Hélène Follet, ‘Caractérisation biomécanique et modélisation 3D par imagerie X et IRM haute résolution de l’os spongieux humain : évaluation du risque fracturaire’, Thèse doctorat, Institut national des sciences appliquées de Lyon, Décembre 2002.
- [41] W. Sun, B. Starly, J. Nam, A. Darling, “ Bio-CAD modeling and its applications in computer-aided tissue engineering”, *Computer Aided Design*, Vol 37, pp. 1097-1114, 2005.
- [42] M. Doblare, J.M. Garc_ía, M.J. G omez, “Modeling bone tissue fracture and healing: A review”, *Engineering Fracture Mechanics* 71, pp. 1809–1840, 2004.
- [43] William F. Dostal, James G. Andrews, “ A three-dimensional biomechanical model of hip musculature”, *Journal of biomechanics*, vol. 14, N°11, pp. 803-812, 1981.
- [44] Roy D. Crowninshield, Richard A. Brand, “A physiologically based criterion of muscle force prediction in locomotion”, *Journal of biomechanics*, vol. 14, N°11, pp. 793-801, 1981.
- [45] G. Bergmann, F. Graichen, A. Rohlmann, “Hip joint loading during walking and running, measured in two patients”, *Journal of biomechanics*, Vol. 26, N°8, pp. 969-990, 1993.
- [46] Nobuhiro Kaku, Hiroshi Tsumura, Hirofumi Taira, Tomoyuki Sawatari, Takehiro Torisu “Biomechanical study of load transfer of the pubic ramus due to pelvic inclination after hip joint surgery using three-dimensional finite element model”, *J. Orthop Sci* (2004) 9:264-269.
- [47] Shlomo A. Marom, Martin J. Linden, “Computer aided stress analysis of long bones utilizing computed tomography”, *Journal of biomechanics*, Vol. 23, N°5, pp. 399-404, 1990.

- [48] Douglas R. Pedersen, Richard A. Brand, Dwight T. Davy, "Pelvic muscle and acetabular contact forces during gait", *Journal of biomechanics*, Vol. 30, N°9, pp. 959-965, 1997.
- [49] Mark S. Thompson, "The design of novel hip resurfacing prosthesis", Thèse Phd, Interdisciplinary Research Centre in Biomedical Materials, University of London, 2001.
- [50] A.O. Cifuentes, A.Kalbag, "A performance study of tetrahedral and hexahedral elements in 3-D finite element structural analysis", *Finite element in analysis and design* 12, pp. 313-318, 1992.
- [51] Brice Fernandez, 'Analyse de la marche humaine par ondelettes', rapport de recherche, INRIA, 2005.
- [52] Santanu Majumder. Amit Roychowdhury, "An algorithm to calculate the components of all muscle forces during each phases of the gait cycle, for the pelvic-femur complex", *Journal of mechanics in medicine and biology*, vol. 5, N°4, pp.539-548, December 2005.

الملخص:

الهدف من هذه الدراسة هو تحليل التشوه الناتج عن مرض يسمى "الرخوذة" (لين العظام)، وذلك باستعمال مختلف التقنيات، و التي هي تشكيل ثلاثي الأبعاد للحوض والحساب بواسطة طريقة العناصر المنتهية.

قمنا في بادئ الأمر باستعمال مختلف النماذج العددية التي تسمح لنا بالربط السهل مع برامج CAO. بعد ذلك قمنا بإنشاء التشكيل الهندسي ثلاثي الأبعاد للحوض بواسطة مساحات NURBS المتميزة بأكثر دقة.

التجزئة من النوع ثلاثية الأبعاد ذات الأربع عقد شكلت على المساحة الخارجية للحوض التي تسمح لنا بمباشرة التجزئة من نوع سداسي السطوح ذو ثمان عقد من خلال التجزئة السطحية والذي ادخل في برنامج Marc Mentat من اجل الحساب بواسطة طريقة العناصر المنتهية للنموذج الهندسي ثلاثي الأبعاد المتحصل عليه؛ وذلك لاكتشاف الظواهر التي تحدث أثناء انتقال الحمولة عبر الحوض. بني هذا الحساب اعتمادا على النموذج المخصص لحوض جسم الإنسان، على افتراض أنه موحد الخواص والأخذ بعين الاعتبار السلوك المرن. يجب الإشارة إلى العمل الهام الذي يتركز على الأخذ بعين الاعتبار الشروط الحدية وشروط التحميل الأكثر واقعية. كشفت لنا النتائج المتنبئة للحساب بأنها منطقية مقارنة بالأبحاث التي أنشأت في السابق.

الكلمات المفتاح:

البيوميكانيك، مرض الرخوذة، طريقة العناصر المنتهية، التشكيل ثلاثي الأبعاد، صور الرسم الطبقي (السكانير)، CAO.

Résumé

L'objectif de cette étude est l'analyse de la déformation du bassin humain lors d'une maladie appelée "ostéomalacie", par l'utilisation de différents outils numériques, à savoir : la reconstruction géométrique tridimensionnelle et la simulation par la méthode des éléments finis.

On a en premier mis en application les différents modèles numériques permettant une interface facile avec les logiciels CAO. On a ensuite, procédé à la reconstruction géométrique 3D du bassin à l'aide des surfaces NURBS et ce d'une façon précise.

Des éléments quadrilatéraux 3D sont générés pour entreprendre un maillage hexaédrique à partir du maillage surfacique et qui ont été importés dans le logiciel Marc Mentat pour une analyse par éléments finis du modèle géométrique 3D obtenu et ce pour découvrir les phénomènes qui se produisent durant le transfert de chargement à travers la structure osseuse du bassin. Cette simulation est basée sur un modèle personnalisé du bassin humain supposé isotrope avec un comportement élastique. Une tâche laborieuse consiste à la prise en compte des conditions aux limites et de chargements les plus réalistes possible.

Les résultats obtenus sont encourageants comparés aux travaux de la littérature.

Mots clés: biomécanique, ostéomalacie, éléments finis, reconstruction tridimensionnelle, images tomographiques, CAO.

Abstract :

The purpose of this study is the analysis of the deformation of the human pelvis in case of a disease called 'OSTEOMALACIA', by the use of different numeric tools which are: three-dimensional reconstruction of the pelvis and the finite element analysis.

First, we use different numerical tools allowing us an easy interface with CAD software. Then, we are proceed to 3D geometric reconstruction of the human pelvis with NURBS surfaces in a precise manner.

3D quadrilateral elements are generated to undertake a hexahedral meshing from surface meshing and that has been imported in Marc Mentat software for finite element analysis of the 3D geometric model obtained, to discover phenomena that occur during the load transfer through the pelvic bone. This simulation has been based on a personalized model of the human pelvis supposed isotropic with an elastic behaviour. A laborious task consist to take into account the most realistic loadings and boundary conditions. The obtained results are hopeful compared to previously works.

Keywords: Biomechanics, osteomalacia, finite element, three-dimensional reconstruction, computed tomography, CAD.