

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique

Département Génie mécanique

Laboratoire de Génie Mécanique et développement

Mémoire de master en Génie Mécanique

Option Mécanique des Solides

**Étude et mesure de la vitesse du projectile
d'un canon à air en utilisant un pendule balistique**

Réalisé par : CHENINE Mossaab

Sous la direction de :

Y. BELKACEMI MC-B, ENP, Alger

B. GUERGUEB MA-A, ENP, Alger

Présenté et soutenu publiquement le : 27/09/2017

Composition de Jury :

Président : S. RECHAK

Professeur, ENP, Alger

Promoteur : Y. BELKACEMI

MC-B, ENP, Alger

Promoteur : B. GUERGUEB

MA-A, ENP, Alger

Examineur : H. BELHANECHÉ

Dr MA-A, ENP, Alger

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique

Département Génie mécanique

Laboratoire de Génie Mécanique et développement

Mémoire de master en Génie Mécanique

Option Mécanique des Solides

**Étude et mesure de la vitesse du projectile
d'un canon à air en utilisant un pendule balistique**

Réalisé par : CHENINE Mossaab

Sous la direction de :

Y. BELKACEMI MC-B, ENP, Alger

B. GUERGUEB MA-A, ENP, Alger

Présenté et soutenu publiquement le : 27/09/2017

Composition de Jury :

Président : S. RECHAK

Professeur, ENP, Alger

Promoteur : Y. BELKACEMI

MC-B, ENP, Alger

Promoteur : B. GUERGUEB

MA-A, ENP, Alger

Examineur : H. BELHANECHÉ

Dr MA-A, ENP, Alger

Remerciements :

Je remercie en premier lieu ALLAH le tout puissant de m'avoir donné la santé, le pouvoir et la volonté d'accomplir ce modeste travail.

Mes remerciements vont à Dr. Y. BELKACEMI et Mr. B. QUERQUEB d'avoir accepté de m'encadrer, de leur précieux conseils, de leur disponibilité, engagement et leur rigueur scientifique et surtout pour leur patience.

Mes vifs remerciements vont au Professeur S. RECHAK qui m'a fait l'honneur de présider le jury, je tiens à le remercier également pour sa pédagogie, son sérieux et sa sincérité envers les étudiants pendant ces trois années de spécialisation.

Je tiens aussi, à remercier mon enseignant Dr. H. BELHANECHHE de me faire l'honneur de lire et évaluer ce travail.

J'adresse mes sincères remerciements à monsieur A. ZAHANA, chef de l'entreprise USI-PRECIS, pour son énorme aide dans la réalisation de la partie électronique.

Merci à tous les enseignants qui ont contribué à ma formation tout au long de mes études.

Je remercie enfin tous mes proches, chacun à leur manière, de près ou de loin.

ملخص :

يهدف هذا العمل لصنع جهاز يمكننا من قياس سرعة قذيفة أطلقت بواسطة بندقية الهواء التي صممت خلال مشروع التخرج وبالتالي فهذا الجهاز سيسمح بدراسة مسار القذيفة. يسمى هذا الجهاز بالبندول الباليستية يستخدم الجهاز كل من مبدأ انحفاظ كمية الحركة وانحفاظ الطاقة الميكانيكية لتحديد سرعة القذيفة. النتائج التجريبية لقياس السرعة المتحصل عليها قورنت بالنتائج النظرية.

الكلمات المفتاحية : سرعة، قذيفة، بندقية الهواء، مسار القذيفة، بندول الباليستية، كمية الحركة، الطاقة الميكانيكية.

Abstract:

This work aims to design a device that will allow us to measure the speed of a projectile launched by an air gun that we manufactured as part of our engineering project, thus allowing us to study the projectile trajectory. This device is called ballistic pendulum and the idea behind it is to use both the principle of conservation of momentum and the conservation of mechanical energy to determine the speed of the projectile. The experimental results of the speeds obtained were compared with those obtained theoretically.

Keywords: speed, projectile, air gun, trajectory, ballistic pendulum, momentum, mechanical energy.

Résumé :

Ce travail vise à réaliser un dispositif permettant de mesurer la vitesse d'un projectile lancé par un canon à air comprimé, Conçu et réalisé dans le cadre de notre projet de fin d'étude, ainsi que l'étude de la trajectoire du projectile. Ce dispositif s'appelle le pendule balistique et il utilise à la fois le principe de conservation de quantité de mouvement et la conservation de l'énergie mécanique pour déterminer la vitesse du projectile. Les résultats expérimentaux des vitesses obtenus sont comparés à ceux obtenus théoriquement.

Mots-clés : vitesse, projectile, canon à air, trajectoire, pendule balistique, quantité de mouvement, énergie mécanique.

TABLE DES MATIERES

Liste des tableaux	
Liste des figures	
Liste des abréviations et symboles	
Introduction générale.....	8
CHAPITRE 1 : Balistique extérieure	9
1.1. Introduction	10
1.2. La balistique extérieure.....	10
1.2.1. Détermination des équations de trajectoire de projectile.....	10
1.2.2. Détermination du coefficient de frottement.....	15
1.3. Conclusion.....	16
Chapitre 2 : Capteur de vitesse et mesure de vitesse.....	17
2.1. Introduction.....	18
2.2. Description de banc d'essai.....	18
2.3. Le chronographe de tir.....	19
2.3.1. Le principe de fonctionnement de chronographe de tir.....	19
2.3.2. Réalisation de chronographe de tir.....	19
2.3.2.1 Circuit illuminateur.....	18
2.3.2.2. Circuit récepteur.....	20
2.3.3. Utilisation de chronographe de tir.....	21
2.3.4. Discussion de résultats.....	22
2.4. Le pendule balistique.....	23
2.4.1. Le principe de pendule balistique.....	23
2.5. Calcul de la vitesse de projectile à la sortie de canon.....	25
2.5.1. La vitesse théorique.....	25
2.5.2. Mesure expérimental de vitesse.....	26
2.6. Conclusion.....	28
Conclusion générale	29
Références bibliographiques	30

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1 Vitesses de projectile théorique pour les différentes valeurs de pression.....	26
Tableau 2.2 La hauteur h pour les différentes valeurs de pression.....	26
Tableau 2.3 Vitesse mesure de projectile pour les différentes valeurs de pression.....	27
Tableau 2.4 l'erreur de la formule théorique pour les différentes valeurs de pression.....	27

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1. Photo réel montrant l'origine de repère choisie.....	13
Figure 1.2. Coefficients de traînée pour quelques formes géométriques de mobile [1].....	15
Figure 2.1. Le dispositif réalisé en projet de fin d'étude.....	18
Figure 2.2. Circuit illuminateur.....	19
Figure 2.3. Circuit récepteur.....	20
Figure 2.4. Le chronographe de tir réalisé.....	20
Figure 2.5. Le logo de logiciel Audacity.....	21
Figure 2.6. Le signal enregistré pour un tir (cas idéal).....	21
Figure 2.7. Le résultat de zoom.....	22
Figure 2.8. Le signal enregistré pour un tir effectué dans le laboratoire de génie mécanique....	22
Figure 2.9. La première étape dans l'expérience de pendule balistique.....	23
Figure 2.10. La deuxième étape dans l'expérience de pendule balistique.....	23
Figure 2.11. La troisième étape dans l'expérience de pendule balistique.....	24
Figure 2.12. Photo réelle de pendule réalisé.....	26
Figure 2.13. L'évolution de vitesse théorique et mesuré en fonction de pression de réservoir...	27

LISTE D'ABREVIATIONS ET SYMBOLES

a	Accélération
C_x	Coefficient de traînée
d	L'entraxe de chronographe de tir
F	force
g	Gravitation
h	Hauteur maximale
k	Coefficient de frottement
L	La longueur de tube
M	Masse
m	Masse de projectile
n_{air}	Viscosité dynamique d'air
\bar{P}	Pression moyenne
P	Pression
p	Quantité de mouvement
R	Force de réaction d'air
S	Surface frontale de projectile
T	Température
t	temps
u	Vitesse de projectile
V	Vitesse
v	Vitesse

Introduction Générale

En science des matériaux, les canons à gaz sont employés pour déterminer les caractéristiques mécaniques des matériaux sous choc.

Pour ce faire, le canon va mettre en vitesse un projectile qui va impacter un échantillon pour tester sa résistance au choc.

Cette étude relève de la balistique extérieure, pour laquelle la vitesse à la sortie de tube de lancement est un paramètre déterminant.

Une définition formelle a longtemps manqué à la notion de vitesse, car les mathématiciens s'interdisaient de faire le quotient de deux grandeurs non homogènes. Diviser une distance par un temps leur paraissait donc aussi faux que pourrait actuellement paraître la somme de ces deux valeurs. C'est ainsi que pour savoir si un corps allait plus vite qu'un autre, Galilée (1564-1642) comparait le rapport des distances parcourues par ces corps avec le rapport des temps correspondant [1].

Actuellement et dans la physique, la vitesse est définie comme une grandeur qui mesure le rapport d'une évolution au temps. En particulier, en cinématique, la vitesse est une grandeur qui mesure pour un mouvement, le rapport de la distance parcourue au temps écoulé et l'unité internationale de la vitesse cinématique est le mètre par seconde [2].

Le but de notre projet de master est d'apporter un complément des tests liés au banc d'essai réalisé dans le cadre de notre projet de fin d'étude intitulé « Dispositif d'endommagement par canon à air : Instrumentation et simulation numérique » en travaillant avec un chronographe de tir qui permet de déterminer la vitesse de projectile à la sortie de tube de lancement et un autre dispositif basé sur le pendule balistique.

Chapitre 1

Balistique extérieure

1.1. Introduction

En physique, la trajectoire d'un projectile est le chemin que ce projectile empruntera après avoir été lancé. La branche de science qui a pour objet l'étude de trajectoire de projectile est la balistique, dans notre cas on s'intéresse à la balistique extérieure.

Lorsque l'on étudie la trajectoire d'un projectile en négligeant toutes les forces à l'exception de l'action de la gravité, on parle de trajectoire balistique. La résolution des équations de trajectoire balistique d'un projectile est très aisée, mais cette modélisation est très éloignée de la réalité. Pour s'en rapprocher, il faut prendre en compte les forces de frottements de l'air [1].

1.2. La balistique extérieure

Les frottements de l'air peuvent être modélisés de plusieurs manières. Généralement, on classe en deux catégories les forces de frottements de l'air : frottements linéaires et frottements quadratiques.

Dans le cas d'une vitesse faible, la force de frottement est proportionnelle à la vitesse : on parle de frottement linéaire. Dans le cas d'une vitesse importante supérieure à 10 m/s, la force de frottement est proportionnelle au carré de la vitesse : on parle de frottement quadratique [1].

Du fait qu'on considère une relation de proportionnalité entre la vitesse et les frottements de l'air, on verra apparaître un coefficient de proportionnalité k , que l'on peut appeler coefficient de frottement de l'air, qui s'exprime en $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$, et qui est fonction du projectile.

1.2.1. Détermination des équations de trajectoire de projectile

Si on applique la deuxième loi de Newton sur notre système, celle-ci nous dit que la somme de forces extérieures qui s'appliquent sur le projectile est égale à la dérivée de sa quantité de mouvement. On a donc :

$$\sum_i \vec{F}_i = \frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \vec{a} = \vec{P} + \vec{R} = m\vec{g} + \vec{R} \quad (1.1)$$

Où \vec{R} est le vecteur représentant la force de réaction de l'air qui s'applique sur le projectile défini par :

$$\vec{R} = k\vec{v}^2 \quad (1.2)$$

On a donc :

$$m \vec{a} = m \vec{g} + \vec{R} \quad (1.3)$$

D'où :

$$\vec{a} = \vec{g} + \frac{\vec{R}}{m} = \vec{g} + \frac{k \vec{v}^2}{m} \quad (1.4)$$

Or par définition :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (1.5)$$

Donc

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = -\frac{k}{m} v_x^2 \\ \frac{dv_y}{dt} = -g - \frac{k}{m} v_y^2 \end{cases} \quad (1.6)$$

Puis :

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{v_x^2} = -\frac{k}{m} dt \\ -dt = \frac{m dv_y}{gm + kv_y^2} \end{cases} \quad (1.7)$$

Par intégration on a :

$$\begin{cases} -\frac{1}{v_x} = -\frac{kt}{m} + c_{1x} \\ \sqrt{\frac{m}{kg}} \tan^{-1} \left(v_y \sqrt{\frac{k}{mg}} \right) = -t + c_{1y} \end{cases} \quad (1.8)$$

Donc :

$$v_x = \frac{1}{\frac{kt}{m} + c_{1x}} \quad (1.9)$$

Donc à $t = 0$ on aura :

$$\vec{v} = \vec{v}_0 \text{ et } \begin{cases} v_{x0} = \frac{-1}{c_{1x}} \\ \sqrt{\frac{m}{k g}} \tan^{-1} \left(v_{y0} \sqrt{\frac{k}{m g}} \right) = c_{1y} \end{cases} \quad (1.10)$$

D'où :

$$c_{1x} = -\frac{1}{v_{x0}} \quad (1.11)$$

$$c_{1y} = \sqrt{\frac{m}{k g}} \tan^{-1} \left(v_{y0} \sqrt{\frac{k}{m g}} \right)$$

Donc :

$$v_x = \frac{1}{\frac{k t}{m} + \frac{1}{v_{x0}}} = \frac{m v_{x0}}{k v_{x0} t + m} = \frac{m}{k} \frac{k v_{x0}}{k v_{x0} t + m} \quad (1.12)$$

On remplace c_{1y} dans l'équation 1.8.b par son expression mentionnée dans l'équation 1.11.b

$$\sqrt{\frac{m}{k g}} \tan^{-1} \left(v_y \sqrt{\frac{k}{m g}} \right) = -t + \sqrt{\frac{m}{k g}} \tan^{-1} \left(v_{y0} \sqrt{\frac{k}{m g}} \right)$$

$$\rightarrow v_y = -\sqrt{\frac{m g}{k}} \tan \left(t \sqrt{\frac{g k}{m}} - \tan^{-1} \left(v_{y0} \sqrt{\frac{k}{m g}} \right) \right) \quad (1.13)$$

On intègre une deuxième fois pour avoir les équations horaires de trajectoire :

$$x(t) = \int v_x dt = \frac{m}{k} \ln(k v_{x0} t + m) + c_{2x} \quad (1.14)$$

$$y(t) = \int v_y dt = \frac{m}{k} \ln \left(\cos \left(t \sqrt{\frac{gk}{m}} - \tan^{-1} \left(v_{y0} \sqrt{\frac{k}{gm}} \right) \right) \right) + c_{2y} \quad (1.15)$$

Les conditions initiales dans notre système sont :



Figure 1.1. Photo montrant l'origine de repère choisie.

$$\begin{cases} x(0) = 0 \\ y(0) = 0 \end{cases} \text{ et } \begin{cases} v_{x0} = v_0 \\ v_{y0} = 0 \end{cases}$$

C'est-à-dire :

$$\begin{aligned} \frac{m}{k} \ln(m) + c_{2x} &= 0 \\ \frac{m}{k} + c_{2y} &= 0 \end{aligned}$$

D'où :

$$\begin{aligned}c_{2x} &= -\frac{m \ln(m)}{k} \\ c_{2y} &= -\frac{m}{k}\end{aligned}\tag{1.16}$$

Donc les équations horaires de trajectoire de projectile sont :

$$x(t) = \frac{m}{k} \ln\left(\frac{kv_0}{m}t + 1\right)\tag{1.17}$$

$$y(t) = \frac{m}{k} \left(\ln\left(\cos\left(t\sqrt{\frac{gk}{m}}\right)\right) - 1\right)\tag{1.18}$$

Pour déterminer l'équation cartésienne du projectile, il faut isoler le temps et l'exprimer en fonction des autres paramètres. C'est-à-dire que nous allons isoler t dans l'expression de $x(t)$ puis nous remplacerons cette expression dans l'équation de $y(t)$.

Donc d'après l'équation de 1.17 :

$$t = \frac{m}{kv_0} \left(e^{\frac{k}{m}x} - 1\right)\tag{1.19}$$

En remplaçant t par cette expression dans l'équation de $y(t)$, on trouve la hauteur en fonction de la distance :

$$y(x) = \frac{m}{k} \left(\ln\left(\cos\left(\frac{1}{v_0}\sqrt{\frac{mg}{k}}\left(e^{\frac{k}{m}x} - 1\right)\right)\right) - 1\right)\tag{1.20}$$

1.2.2. Détermination du coefficient de frottement

Dans le cas de frottement quadratique, le coefficient de frottement se calcule comme suit [1] :

$$k = \frac{1}{2} n_{air} C_x S \quad (1.21)$$

où n_{air} est la viscosité dynamique de l'air, C_x est le coefficient de traînée qui dépend principalement de la forme du projectile et S est la surface frontale de projectile.





Sphere	→		0.47
Demi-sphere	→		0.42
Cone	→		0.50
Cube	→		1.05

Figure 1.2. Coefficients de traînée pour quelques formes géométriques de mobile [1].

Alors pour déterminer le coefficient de frottement, on aura besoin avant de calculer la viscosité dynamique, dont l'expression empirique est comme suit:

$$n_{air} = 1.48 \cdot 10^{-6} \frac{\sqrt{T}}{1 + \frac{119.4}{T}} \quad (1.22)$$

Dans les essais effectués dans les conditions standards (25 °C et 1 bar) les projectiles utilisés sont des billes métalliques de diamètres 10,4 mm, d'où :

$$\begin{aligned} C_x &= 0.47 \\ n_{air} &= 1.48 \cdot 10^{-6} \frac{\sqrt{298}}{1 + \frac{119.4}{298}} = 1.825 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}^{-1} \\ S &= \pi \frac{d^2}{4} = \pi \frac{0.0104^2}{4} = 8.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \end{aligned} \quad (1.23)$$

Donc :

$$k = \frac{1}{2} 1.825 \cdot 10^{-5} 0.47 8.5 \cdot 10^{-5} = 3.64 \cdot 10^{-10} \text{ Kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

1.3. Conclusion

Les équations de trajectoire établies montrent que la vitesse du projectile à la sortie de canon est un facteur crucial dans l'étude de trajectoire du projectile. Pour cela, le chapitre suivant est dédié à la mesure de cette vitesse.

Chapitre 2

Capteur de vitesse et mesure de vitesse

2.1. Introduction

Un dispositif qui sert à la réalisation d'essais balistiques et à l'analyse du comportement des matériaux sous chocs a été réalisé dans le cadre de notre projet de fin d'études.

Le banc d'essai réalisé manquait d'un capteur de vitesse efficace. Vu l'importance de la vitesse des projectiles dans l'étude balistique et l'analyse de comportement des matériaux, on a consacré ce projet de master pour trouver une méthode qui nous permet d'avoir une idée sur l'ordre de grandeur de la vitesse du projectile.

2.2. Description de banc d'essai

Ce dispositif d'essai composé principalement d'un réservoir contenant de l'air sous pression et d'un tube de lancement permettant d'accélérer un projectile à grande vitesse.

Pour ce faire, le réservoir du canon est d'abord rempli avec l'air sous pression avec un compresseur à 2 pistons. Après le remplissage l'air est libéré très rapidement par le biais d'une vanne lorsque la pression souhaitée est atteinte pour propulser le projectile. Le projectile est alors accéléré jusqu'à sa sortie du tube de lancement.

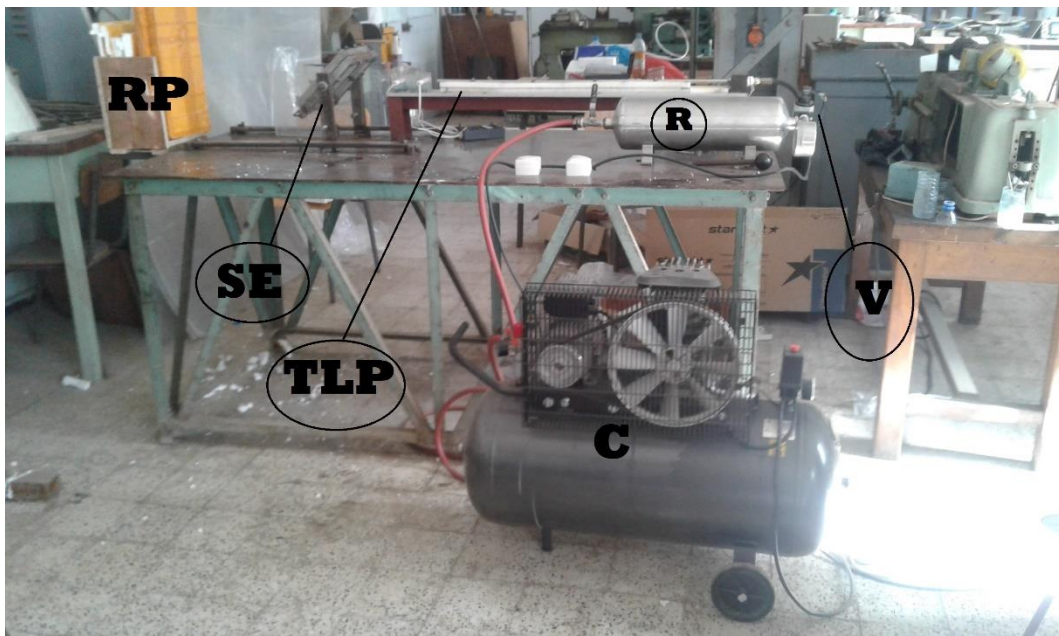


Figure 2.1. Le dispositif réalisé en projet de fin d'étude.

2.3. Le chronographe de tir

Dans une première tentative on a réalisé un appareil communément employé dans la mesure de vitesse des projectiles qui est le chronographe balistique, ou « chronographe de tir » [4].

2.3.1. Le principe de fonctionnement du chronographe de tir

Ce chronographe est constitué d'un tube, percé de deux trous face à face à deux endroits, à travers lequel passent des faisceaux infrarouges.

Ce faisceau est émis par une led infrarouge, calée en face d'un phototransistor. Un composant ferme le circuit en présence de lumière.

Lorsque la bille coupe ce faisceau, elle génère un pic de tension grâce aux phototransistors, qui vont capter l'ombre.

Ce pic de tension va être envoyé vers l'ordinateur, via la carte son, et un logiciel d'enregistrement affiche ce pic sur l'écran. On a deux faisceaux, donc deux pics. Il suffit de mesurer la distance entre les deux faisceaux et le temps séparant les deux pics pour obtenir la vitesse de tir.

2.3.2. Réalisation de chronographe de tir

2.3.2.1 CIRCUIT ILLUMINATEUR

Ce circuit comme son nom l'indique a pour fonction de fournir la source lumineuse infrarouge. Il est relativement simple. Il est composé de deux leds, deux résistances, un interrupteur, et une alimentation (deux piles de 1,5V) [4].

Le circuit se présente ainsi:

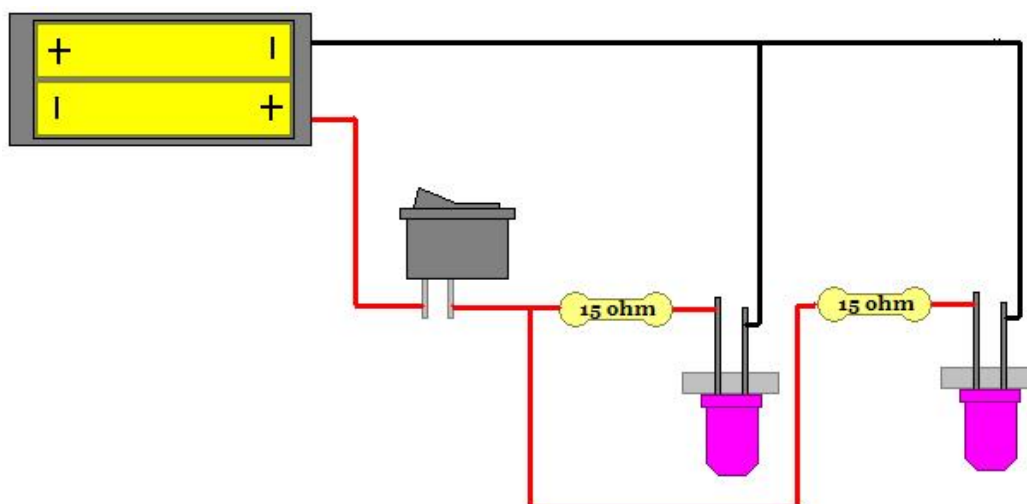


Figure 2.2. Circuit illuminateur.

2.3.2.2. CIRCUIT RECEPTEUR

Le circuit récepteur est composé des deux phototransistors, d'un interrupteur et d'une prise jack [4].

Le circuit se présente ainsi:

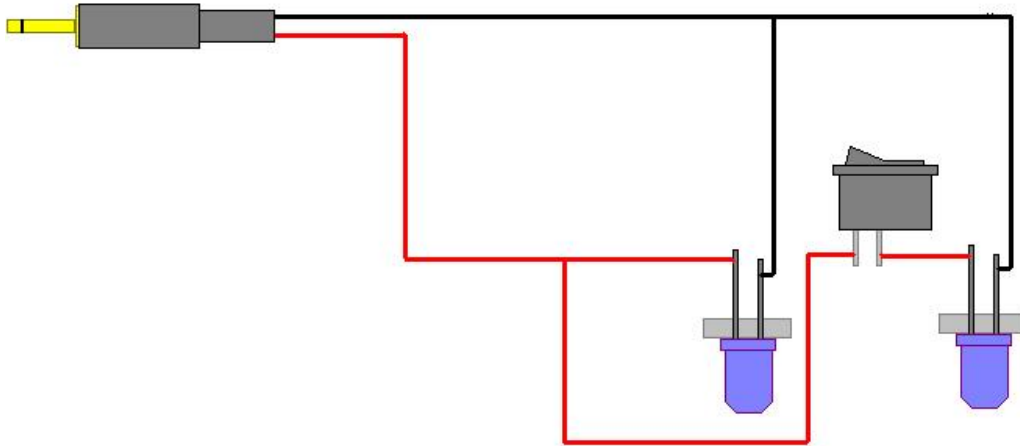


Figure 2.3. Circuit récepteur.

En photo voici le dispositif réalisé :

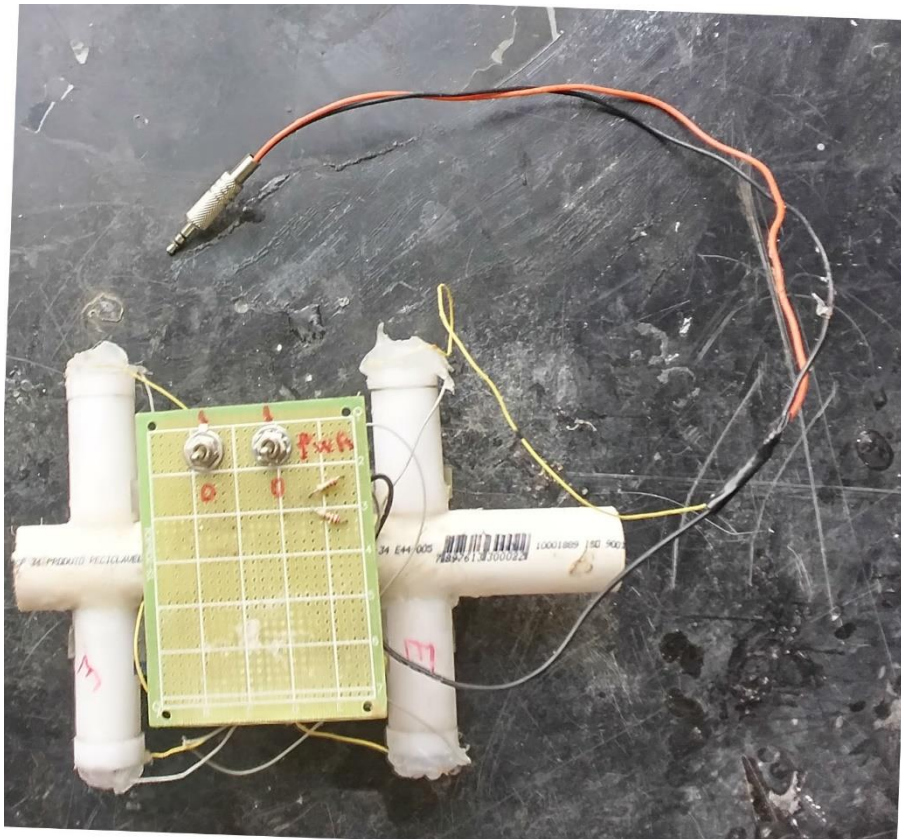


Figure 2.4. Le chronographe de tir réalisé.

2.3.3. Utilisation de chronographe de tir

En premier lieu, il faut choisir un logiciel. Dans notre cas on a opté pour Audacity, qui est un éditeur et enregistreur audio multipiste gratuit et facile à utiliser.



Figure 2.5. Le logo du logiciel Audacity.

Pour le calcul de la vitesse des billes on a suivi les étapes suivantes [4]:

- branchez le chrony sur la prise micro de l'ordinateur,
- lancez Audacity,
- démarrez un enregistrement,
- allumez le circuit illuminateur ,
- placez le chrony au bout de la réplique, essayez de bien l'aligner et tirez,
- désactiver le circuit illuminateur,
- arrêter l'enregistrement.

Sur l'écran nous avons:

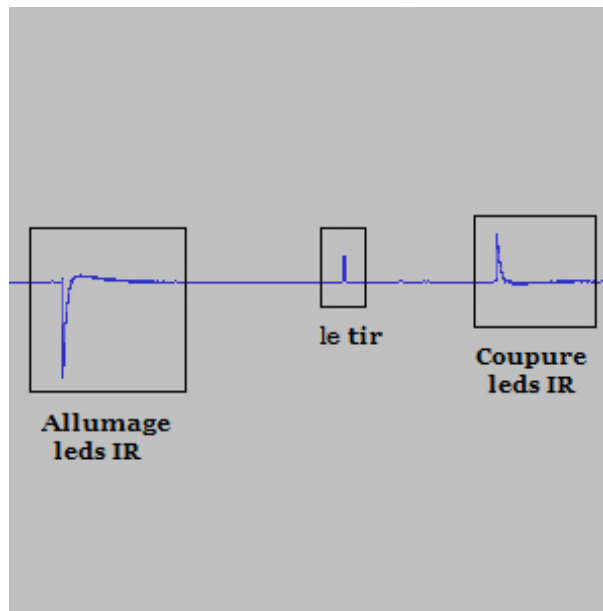


Figure 2.6. Le signal enregistré pour un tir (cas idéal).

En zoomant sur le pic, nous pouvons faire apparaître ce qui suit:

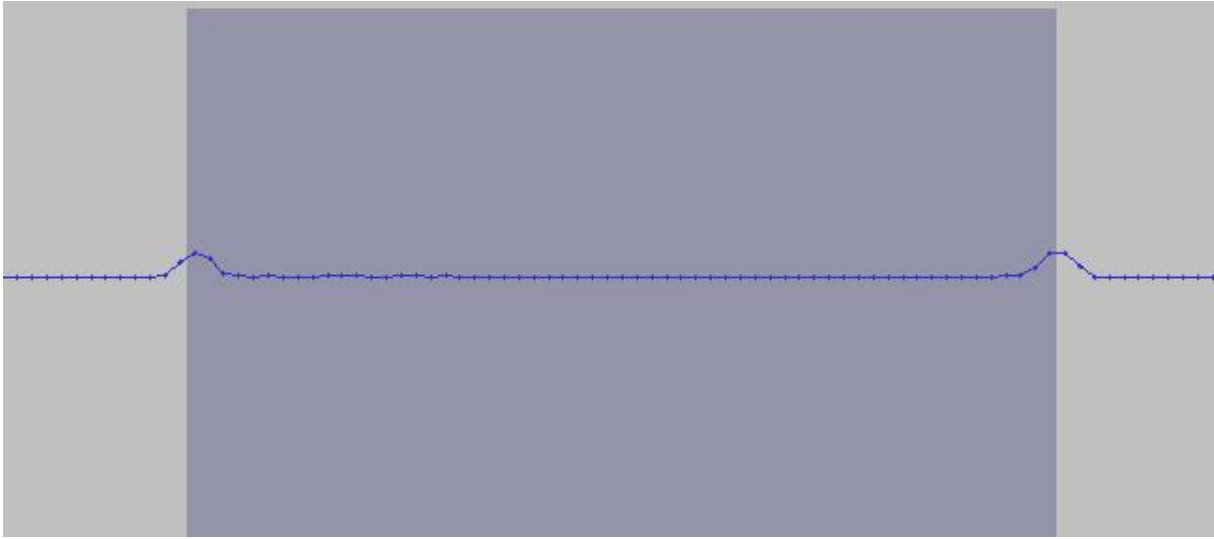


Figure 2.7. Le résultat de zoom.

On a bien deux pics distincts et la durée de ce segment t est obtenue grâce au logiciel Audacity.

Connaissant l'entraxe entre les deux fiscaux et le temps t qui représente le temps nécessaire pour que le projectile traverse cette distance il est facile de déduire la vitesse de projectile.

2.3.4. Discussion de résultats

Due à la pollution sonore nous ne pouvons pas lire les enregistrements et déterminer avec précision le segment t .

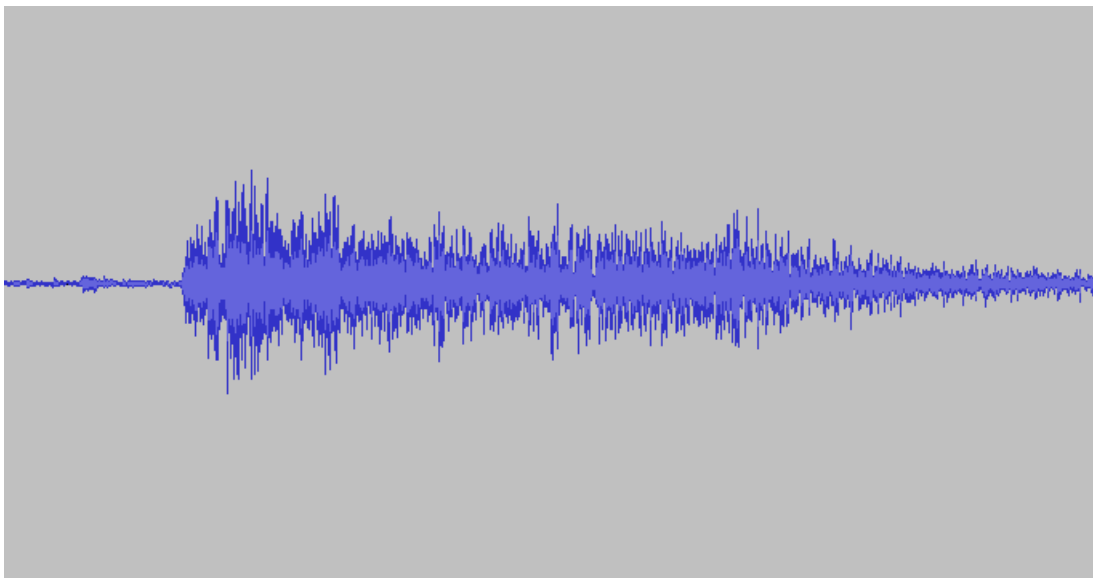


Figure 2.8. Le signal enregistré pour un tir effectué dans le laboratoire de génie mécanique.

2.4. Le pendule balistique

Nous avons décidé d'utiliser un ancien dispositif créé pour la première fois par Benjamin Robins en 1742 [5]. Ce dispositif c'est le pendule balistique.

2.4.1. Le principe de pendule balistique

Le projectile, de masse m , est lancé vers un pendule de masse M initialement immobile. En pénétrant dans le pendule, le projectile fait monter l'ensemble d'une hauteur h . Il est alors possible de déterminer la vitesse initiale du projectile en mesurant la valeur de h . Pour ce faire, nous devons considérer la conservation de la quantité de mouvement lors de la collision ainsi que la conservation de l'énergie mécanique du pendule (et du projectile) après cette collision [5].

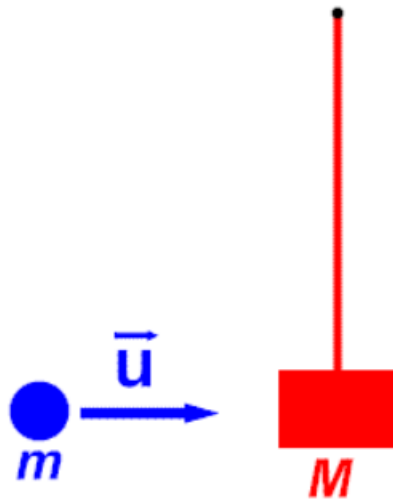


Figure 2.9. La première étape dans l'expérience de pendule balistique.

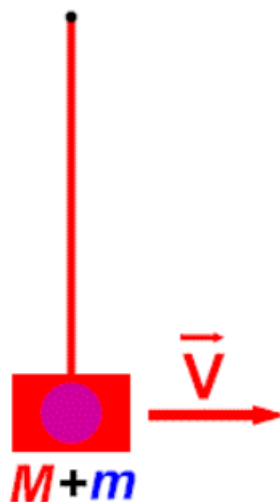


Figure 2.10. La deuxième étape dans l'expérience de pendule balistique.

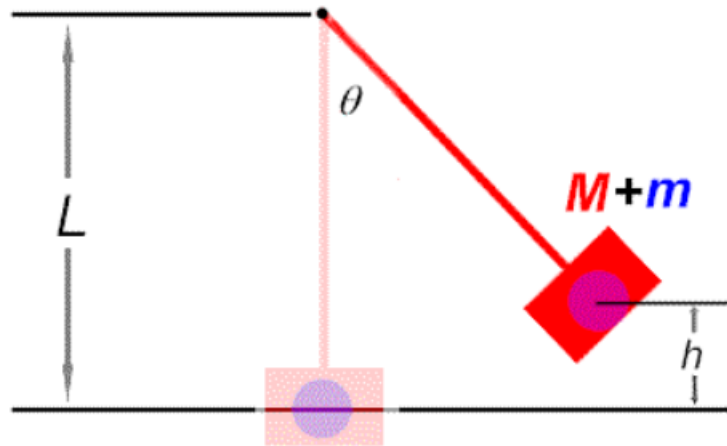


Figure 2.11. La troisième étape dans l'expérience de pendule balistique.

Les figures précédentes mettent en évidence les trois étapes importantes du processus.

1. Le projectile se dirige vers le pendule à une vitesse horizontale de grandeur u .
2. Le projectile a été ralenti par le pendule et l'ensemble possède alors une vitesse horizontale de grandeur V (la durée de la collision est très courte).
3. L'ensemble atteint une hauteur maximale h (en s'immobilisant pendant un bref instant) avant de redescendre.

Les étapes 1 et 2 font intervenir le principe de conservation de la quantité de mouvement. La quantité de mouvement de l'ensemble immédiatement après la collision est égale à la quantité de mouvement initiale du projectile.

$$(m + M) V = m u \quad (2.1)$$

Les étapes 2 et 3 font intervenir le principe de conservation de l'énergie mécanique du pendule. L'énergie cinétique de l'ensemble immédiatement après la collision se transforme en gain d'énergie potentielle gravitationnelle lorsque l'ensemble atteint sa hauteur maximale h . (l'énergie cinétique est nulle à cet instant).

$$\frac{1}{2}(m + M)V^2 = (m + M)gh \quad (2.2)$$

En éliminant V des équations précédentes, on obtient l'expression de la vitesse du projectile u .

$$u = \left(1 + \frac{M}{m}\right)\sqrt{2gh} \quad (2.3)$$

2.5. Calcul de la vitesse du projectile à la sortie de canon

2.5.1. La vitesse théorique

Pour calculer la vitesse de projectile il est nécessaire de supposer les hypothèses suivantes [1] :

- La pression est la même à travers tout le tube de lancement des projectiles.
- Le frottement à l'intérieur de tube de lancement des projectiles est négligeable.

On applique la deuxième loi de dynamique sur le projectile :

$$F_p = m \frac{dv_p}{dt} \quad (2.4)$$

Où F_p est la force de pression appliqué sur la section de projectile.

$$P S = m \frac{dv_p}{dt} \quad (2.5)$$

On sait aussi que : $v_p = \frac{dx}{dt} \rightarrow dt = \frac{dx}{v_p}$

D'où :

$$P S = m v_p \frac{dv_p}{dx} \rightarrow P S dx = m v_p dv_p \quad (2.6)$$

On intègre de part et d'autre du signe égal donnant l'égalité entre l'énergie cinétique de projectile et le travail fourni par pression,

$$\frac{1}{2} m v_p^2 = S \int P dx \quad (2.7)$$

Or on sait que la pression moyenne s'exprime :

$$\bar{P} = \frac{1}{L} \int P dx \quad (2.8)$$

Ce qui nous donne l'expression de la vitesse de projectile :

$$v_p = \left(\frac{2\bar{P}SL}{m} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.9)$$

Telle que :

- \bar{P} la pression moyenne à travers le tube de lancement des projectiles ;
- L la longueur de tube de lancement $L = 0.975$ m ;
- S la section de projectile ($S = \pi r^2$) ;
- m la masse de projectile (0.005 kg).

Tableau 2.1 Vitesses de projectile théorique pour les différentes valeurs de pression.

La pression (bar)	La vitesse de projectile (m/s)
2	78.2
3	95.7
4	115.1
5	128.7
6	140.9
7	152.3

2.5.2. Mesure expérimentale de la vitesse

On enregistre les essais sous vidéo et à l'aide du traitement de l'enregistrement de l'essai, nous avons déterminé les hauteurs maximales h pour les différentes valeurs de pressions. Le tableau ci-dessous résume les résultats obtenus :

Tableau 2.2 La hauteur h pour les différentes valeurs de pression.

La pression (bar)	La hauteur h (m)
2	0.056
3	0.086
4	0.153
5	0.179
6	0.269
7	0.318



Figure 2.12. Photo réelle de pendule réalisé.

Le pendule réalisé dans le laboratoire de génie mécanique pèse 355 g. La masse du projectile est de 5 g. En appliquant la formule 2.4, nous pouvons déterminer la vitesse du projectile.

Tableau 2.3 Vitesse mesurée d'un projectile pour les différentes valeurs de pression.

La pression (bar)	La vitesse (m/s)
2	75.5
3	93.5
4	124.78
5	134.9
6	165.4
7	179.8

Le figure ci-dessous montre l'évolution de la vitesse théorique et pratique en fonction de la pression à l'intérieur de réservoir.

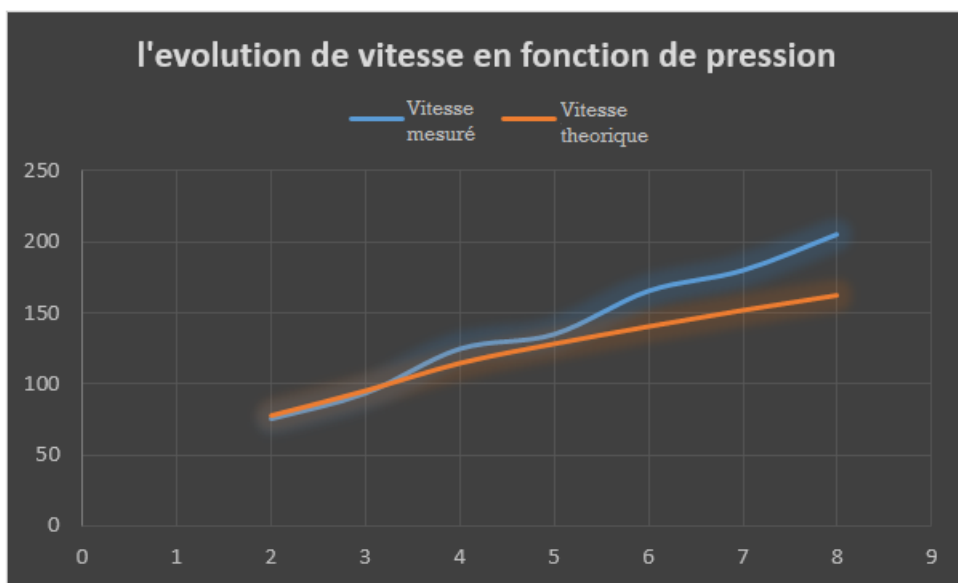


Figure 2.13. Evolution de la vitesse théorique et mesurée en fonction de la pression dans le réservoir.

Le tableau ci-dessous représente l'erreur entre la pratique et la théorie dans le calcul de vitesse.

Tableau 2.4 l'erreur de la formule théorique pour les différentes valeurs de pression.

La pression (bar)	La vitesse expérimentale (m/s)	La vitesse théorique (m/s)	L'erreur (%)
2	75.5	78.2	3.5
3	93.5	95.7	2.3
4	124.78	115.1	7.7
5	134.9	128.7	4.6
6	165.4	140.9	14.8
7	179.8	152.3	15.3

Une expression empirique de la vitesse v (m/s) en fonction de la pression P (bars) peut être donnée grâce à la méthode numérique de système de coordonnées cartésiennes :

$$v(P) = 0.6 P^2 + 15.62 P + 41.83 \quad (2.10)$$

2.6. Conclusion

Les résultats d'essais montrent qu'il y a une corrélation directe entre la pression et la vitesse ainsi qu'une bonne concordance entre la mesure expérimentale et le calcul théorique surtout pour les basses pressions.

Conclusion Générale

Le canon à air sert à mettre en vitesse un projectile qui va impacter un échantillon pour tester sa résistance au choc.

Le canon permet de lancer des projectiles à des vitesses très élevées. Ce travail, dans le cadre du diplôme de master traite la conception et réalisation d'un dispositif de mesure de vitesse efficace.

Le chronographe balistique, ou « chronographe de tir », est à présent l'appareil communément employé afin de mesurer la vitesse d'un projectile.

On choisira bien sur un écart précis entre les deux faisceaux, ici 10cm. C'est la mesure la plus importante dans la réalisation de chronographe de tir. Il faut la faire avec une grande précision.

Le pendule balistique est un dispositif de mesure de la vitesse d'un projectile à partir de l'effet de son impact sur un pendule pesant en supposant le choc parfaitement inélastique. Le projectile se colle au pendule.

L'étude du mouvement du pendule à la suite de l'impact permet, grâce à la loi de conservation de la quantité de mouvement et indépendamment des déformations, de déterminer la percussion mécanique du projectile et sa vitesse.

Le banc d'essai réalisé n'est, certes, pas exempt de tout reproche mais Il constitue un travail de recherche qui ouvre le champ à d'autres travaux qui vont suivre ou chacun d'entre eux apportera son lot d'améliorations jusqu'à aboutir à un dispositif qui réponde aux exigences les plus sévères.

Le dispositif peut actuellement, connaissant seulement la pression du réservoir, obtenir la vitesse du projectile.

Parmi les améliorations qui peuvent être ajoutés à notre banc d'essai dans ce qui concerne le capteur de vitesse c'est l'achat de « chronographe Caldwell ballistic precision » qui est considéré comme le meilleur chronographe de tir existant sur le marché à cause de sa précision et maniabilité.

Références Bibliographiques

[1] A. Robert. "La balistique extérieure, Mémorial des sciences mathématiques, fasc. 65." Gauthier-Villars, Paris (1934).

[2] Vitesse. (2017, juillet 14). Wikipédia. Page consultée le 13 septembre 2017. Disponible sur : <<http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Vitesse&oldid=138939442>>.

[3] J.M. Lezard, C. Le Drean, J. Martineau, S. Roux. « Méthodes expérimentales de détermination du comportement sous choc et en détente du polystyrène et du lithium à l'aide d'un canon à gaz léger ». Revue de Physique Appliquée, 1985.

[4] France airsoft. Fabriquer Un Chrony, [en ligne]. 31 Mars 2009. Consulté le 02 Septembre 2017]. Disponible sur : <http://www.france-airsoft.fr/forum/index.php?showtopic=111787>

[5] Didion, Isidore. Traité de balistique. A. Leneveu, 1848.