

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
Département de Génie Civil
Laboratoire de Génie Sismique et Dynamique des Structures

THESE DE DOCTORAT D'ETAT
Option : Structures

Présentée par

ZENDAGUI DJAWAD

Chargé de cours au Département de Génie Civil Université Aboubekr Belkaid-Tlemcen-
Ingénieur d'Etat en Travaux Publics, Ecole Nationale des Travaux Publics d'Alger, Juin 1992
Magister en Génie Civil, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, Juillet 1996

Pour obtenir le titre de
DOCTEUR D'ETAT
en GENIE CIVIL

Sur le sujet

**ELABORATION D'UN MODELE ANALYTIQUE D'ANALYSE DE LA
VARIABILITE SPATIALE DU SIGNAL SISMIQUE**

Soutenue publiquement le mardi 04 Juillet 2006 devant le Jury composé de :

Président	B. TILIOUINE	Professeur, ENP
Directeur de thèse	M. K. BERRAH	Professeur, ENP
Examineurs	H. AFRA	Directeur de recherche, CNERIB
	N. LAOUAMI	Directeur de recherche, CGS
	M. HAMMOUTENE	Maître de Conférences, ENP
Invités	M. BELAZOUGUI	Directeur du CGS
	M. HADID	Maître de Conférences, ENTP

To my loving wife
To my son

ملخص

الإشارة الزلزالية تتميز بتغير كبير مكاني و زمني سطحيًا و في العمق. هدف هذا الإنجاز يتمثل في تطور طريقة جديدة تمكن من الحصول على الميزات الإحصائية للإشارة في العمق بالنسبة للإشارات الموضوعية أو المحسوبة على السطح. هذه الطريقة، المسماة الطريقة الكاملة للتقليص الاتفاقي (طبك.ت.إ.)، تساهم في حل المشكل العكسي بالنسبة للانسجام. للتمكن من تحقيق هذه الطريقة، نمط تطبيقي وصفي للإشارة الزلزالية قد تم إنجازه. النتائج المحصل عليها بينت على وجه الخصوص بأن الانسجام في العمق أكبر من المتحصل عليها في السطح و أن الدببات المنسجمة العمودية تعطي انسجام أكبر. و أخيرا لزوم استعمال الانسجام في العمق لدراسة الهياكل قد تم تبيينه.

Résumé

Le signal sismique se caractérise par une très grande variabilité spatio-temporelle en surface mais aussi en profondeur. L'objectif de ce travail est de développer une nouvelle approche permettant l'obtention des propriétés statistiques du signal en profondeur en fonction de celles établies ou calculées en surface. Cette approche, dénommée *Approche Complète de Déamplification Stochastique* (ACDS), contribue à la résolution du problème inverse en terme de fonctions de cohérence. Afin de mettre en œuvre cette approche, un modèle physique de description du signal sismique a été développé. Les résultats obtenus ont révélé en particulier que la cohérence en profondeur est plus forte que celle trouvée en surface et que l'input cohérent vertical induit une forte cohérence. Enfin, la pertinence de l'utilisation de la fonction de cohérence en profondeur pour la conception des structures a été établie.

Abstract

The seismic motion depicts high variability both in time and space at the free surface but also at depth. The aim of this work is to establish a new approach for the extraction of the spatial-temporal characteristics of earthquake motions at depth from those established or calculated on the surface. This approach, called *Complete Stochastic Deamplification Approach (CSDA)*, aims to solve the reverse problem in term of coherency functions. To use this approach, a physical model that describes the seismic motion has been developed. The results obtained show that coherency at depth is greater than at free surface and that focused input leads to higher coherency. Finally, the relevance to use coherency function at depth to design structure is established.

Mots clés : Variabilité spatiale, Ondes sismiques, Approche Complète de Déamplification Stochastique, Spectre de réponse modifié, Sol stratifié, Sol en demi-espace

Remerciements

Comme le veut la tradition, je vais tenter de satisfaire au difficile exercice de la page des remerciements, peut être la tâche la plus ardue de ces années de thèse. La difficulté tient dans le fait de n'oublier personne. C'est pourquoi, je remercie par avance ceux dont le nom n'apparaît pas dans cette page et qui m'ont aidé d'une manière ou d'une autre.

Je voudrais remercier mon directeur de thèse, Mr M.K. Berrah Professeur à l'ENP, qui m'a transmis sa passion de la recherche et la motivation nécessaire pour mener à bien ce travail. Merci donc pour votre soutien sans faille, votre disponibilité, votre exigence et tout l'intérêt que vous avez accordé au présent travail de recherche. Merci encore pour m'avoir toujours indiqué la meilleure voie à suivre.

Je remercie Mr B. Tiliouine, Professeur à l'ENP, pour l'honneur qu'il me fait en présidant ce jury. Son expérience dans le domaine du génie civil en général et du génie parasismique en particulier m'a été d'un apport certain dans ma formation. Qu'il trouve ici l'expression de ma gratitude la plus profonde.

Je suis également reconnaissant envers mes examinateurs Mrs H. Afra Directeur de recherche au CNERIB, N. Laouami Directeur de recherche au CGS et M. Hammoutene Maître de Conférences à l'ENP pour avoir bien voulu participer au jury. J'éprouve un profond respect pour leurs travaux et leurs parcours, ainsi que pour leurs qualités humaines. Le regard critique, juste et avisé qu'ils ont porté sur mes travaux ne peut que m'encourager à être encore plus perspicace et engagé dans mes recherches.

Je remercie les membres invités de mon jury Mrs M. Belazougui, Directeur du CGS et M. Hadid, Maître de Conférence à l'ENTP.

Ce travail de recherche a été mené en partie au sein du Département de Génie Civil de l'Université Aboubekr Belkaid Tlemcen. Aussi, je tiens à remercier l'ensemble des enseignants pour m'avoir toujours encouragé dans l'accomplissement de mes travaux. Je pense à Mrs A. Bekkouche, F. Ghomari, M. Djafour, Z. Benyelles, A. Djedid, A. Megnounif, M.A. Allal et N. Aboubekr. Je tiens à exprimer mes vifs remerciements à mes amis et collègues, Mrs S.M. Aissa Mamoune et Y. Houmadi pour m'avoir soutenu durant la préparation de cette thèse.

Je ne pourrais clôturer ces remerciements sans me retourner vers ma famille, ma femme, mes parents et beaux parents, mes frères et sœurs qui m'ont toujours soutenu. Cette thèse est un peu la leur.

Tables des matières

Table des matières	i
Liste des Figures	iii
Liste des symboles	iv
Liste des équations	ix
Listes des tableaux	xii
Partie -I- : Problématique, état de l'art	
Chapitre 1 : Introduction générale	
1.1 Introduction	1
1.2 Organisation de la thèse	2
Chapitre 2 : Variabilité spatio-temporelle du signal sismique : Eléments de base et Etat de l'art	
2.1 Introduction	4
2.2 Mouvements différentiels : causes et méthodes d'analyse	4
2.3 Etat de l'art en matière d'analyse de la variabilité spatio-temporelle du signal sismique	8
2.4 Aspects réglementaires de prise en compte de la Variabilité Spatiale du signal sismique	15
2.5 Effets de la variabilité spatio-temporelle sur les structures	15
2.6 Récapitulatif	16
2.7 Examen critique des modèles et approches présentés	17
2.8 Description des travaux à effectuer : Portée et pertinence	18
2.9 Conclusion	20
Partie -II-: Développement de l'approche complète de déamplification stochastique et étude paramétrique	
Chapitre 3 : Développement de l'approche complète de déamplification stochastique	
3.1 Introduction	21
3.2 Mise en place de l'Approche Complète de Déamplification Stochastique (CSDA) du signal sismique	22
3.3 Mise au point du modèle physique de description du signal sismique	33
3.4 Mise en place de la matrice de fonctions de transfert $\hat{\mathbf{T}}(k, y, \omega)$	39
3.5 Mise en place de la matrice d'inter - densité spectrale en surface $\mathbf{S}(k, 0, \omega)$	67
3.6 Mise en place de la matrice de FCOHs $\rho(\lambda, y, \omega)$	85
3.7 Conclusion	102
Chapitre 4 : Analyse de la variabilité spatiale du signal sismique par l'approche complète de déamplification stochastique (CSDA)	
4.1 Introduction	103
4.2 Description des paramètres ayant une influence sur la variation des FCOH's	103
4.3 Effet du Mode d'incidence (<i>MO</i>)	109
4.4 Effet du Type d'incidence (<i>TI</i>)	112
4.5 Effet de la profondeur (<i>PR</i>)	114

4.6	Effet du type de sol (<i>TS</i>)	115
4.7	Synthèse des résultats	120
4.8	Autres études paramétriques	121
4.9	Conclusion	132

Partie -III-: Identification de la variabilité spatiale par la CSDA sur certains réseaux et aspects engineering de l'application de la CSDA

Chapitre 5 : Analyse critique et comparative entre la CSDA et les modèles de cohérence existants

5.1	Introduction	135
5.2	Relevé des réseaux et des modèles de cohérence	136
5.3	Cas du réseau Chiba installé au niveau du site CHIBA (Japon)	138
5.4	Cas du réseau Euroseistest installé au niveau du site THESSALONIKI (Grèce)	148
5.5	Cas du réseau Kinokawa installé au niveau du site WAKAYAMA (Japon)	156
5.6	Conclusion	165

Chapitre 6 : Analyse de la variabilité spatiale du signal sismique en profondeur par la CSDA : Quels impacts pour l'ingénieur ?

6.1	Introduction	167
6.2	Position du problème	168
6.3	Simulation du mouvement sismique	169
6.4	Génération du spectre de réponse en utilisant les signaux simulés par SIMQKE-II et définition de la notion d'erreur <i>caractérisée</i>	175
6.5	Cas du sol en demi-espace	178
6.6	Cas du sol stratifié	187
6.7	Analyse critique	195
6.8	Conclusion	196

Chapitre 7 : Conclusion générale

7.1	Eléments de synthèse	197
7.2	Recommandations pour travaux futurs	199

Partie -IV-: Références et annexes

Références

Annexes

Annexe A : Inventaire des réseaux en Downhole

Annexe B : Calcul de la double transformée de Fourier

Annexe C : Classification de Seed et al. (1991)

Annexe D : Classification des sites à partir des essais selon le RPA 99 Version 2003

Annexe E : Rappel sur le calcul probabiliste

LISTE DES FIGURES

N° de la Figure	Page
2.2.1	5
2.2.2	7
2.2.3	7
2.2.4	8
3.2.1	23
3.3.1	33
3.3.2	34
3.3.3	34
3.3.4	35
3.3.5	35
3.3.6	36
3.4.1	40
3.4.2	42
3.4.3	50
3.4.4	50
3.4.5	55
3.4.6	56
4.2.1	104
4.2.2	104
4.2.3	107
4.3.1	110
4.3.2	111
4.3.3	111
4.3.4	112
4.3.5	112
4.4.1	113
4.5.1	114
4.5.2	115
4.5.3	115
4.5.4	115
4.6.1	116
4.6.2	117
4.6.3	117
4.6.4	118
4.6.5	118
4.6.6	119
4.6.7	119
4.6.8	120
4.8.1	122
4.8.2	122

N° de la Figure	Page
4.8.3	123
4.8.4	124
4.8.5	125
4.8.5	125
4.8.6	125
4.8.7	126
4.8.8	126
4.8.9	126
4.8.10	127
4.8.11	127
4.8.12	127
4.8.13	128
4.8.14	128
4.8.15	129
4.8.16	129
4.8.17	129
4.8.18	130
4.8.19	130
4.8.20	130
4.8.21	131
4.8.22	131
4.8.23	132
4.8.24	132
5.3.1	139
5.3.2	140
5.3.3	143
5.3.4	144
5.3.5	146
5.3.6	146
5.4.1	149
5.4.2	149
5.4.3	150
5.4.4	151
5.4.5	152
5.4.6	153
5.4.7	154
5.5.1	156
5.5.2	158
5.5.3	158
5.5.4	160

N° de la Figure	Page
5.5.5	160
5.5.6	161
5.5.7	162
5.5.8	163
5.5.9	163
6.2.1	168
6.3.1	172
6.3.2	173
6.3.3	173
6.3.4	174
6.3.5	174
6.4.1	176
6.4.2	176
6.5.1	179
6.5.2	179
6.5.3	180
6.5.4	180
6.5.5	181
6.5.6	181
6.5.7a	182
6.5.7b	182
6.5.8	183
6.5.9	184
6.5.10	184
6.5.11	185
6.5.12	185
6.5.13a	186
6.5.13b	186
6.6.1	188
6.6.2	188
6.6.3	189
6.6.4	189
6.6.5	190
6.6.6	190
6.6.7a	191
6.6.7b	191
6.6.8	192
6.6.9	192
6.6.10	193
6.6.11	193
6.6.12	194
6.6.13a	194
6.6.13b	195

LISTE DES SYMBOLES

<i>Symbole</i>	<i>Légende</i>
M_w	Magnitude Richter
l et m	Noms de stations
λ	Distance de séparations entre les stations l et m
$\rho(f, \lambda)$	Fonction de cohérence des mouvements enregistrés sur les stations l et m
$S_{lm}(f)$ (notée aussi $S(f, \lambda)$)	Fonction d'inter-densité spectrale des mouvements enregistrés sur les stations l et m
$S_l(f)$	Fonction de densité spectral (DSP) du mouvement sismique au niveau de la station l
$\phi(f, \lambda)$	Déphasage de la fonction de cohérence
$ \rho(f, \lambda) $	Module de la fonction de cohérence (Lagged coherency function). Dans la présente thèse, cette fonction est par abréviation dite fonction de cohérence
f	Fréquence
$i = \sqrt{-1}$	Nombre complexe
$\tan^{-1}[\bullet]$	Inverse de la tangente.
A, α, k, f_0, b	Paramètres du modèle d'Harichandran et al. (1986)
$\tanh(\bullet)$	Tangente hyperbolique
α et β	Paramètres du modèle de Hindy et Novak (1980)
$\alpha = \eta/V_s$ (noté aussi γ/V_s)	Paramètre du modèle de Luco-Wong (1986)
V_s	Vitesse de propagation des ondes de cisaillement
$\mathbf{x} = (x, y, z)$	Système de coordonnées d'un point
x	Composante horizontale
y	Composante verticale
z	Composante horizontale
$\{\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)\} = \{\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \quad \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t)\}^T$	Vecteur de déplacement et de contrainte en un point de coordonnées

$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \begin{cases} u(x, y, z, t) = u(\mathbf{x}, t) \equiv u \\ v(x, y, z, t) = v(\mathbf{x}, t) \equiv v \\ w(x, y, z, t) = w(\mathbf{x}, t) \equiv w \end{cases}$	Vecteur déplacement
$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) = \begin{bmatrix} \sigma_{xx}(\mathbf{x}, t) & \sigma_{xy}(\mathbf{x}, t) & \sigma_{xz}(\mathbf{x}, t) \\ \sigma_{yx}(\mathbf{x}, t) & \sigma_{yy}(\mathbf{x}, t) & \sigma_{yz}(\mathbf{x}, t) \\ \sigma_{zx}(\mathbf{x}, t) & \sigma_{zy}(\mathbf{x}, t) & \sigma_{zz}(\mathbf{x}, t) \end{bmatrix}$	Tenseur de contraintes
u, v, w	Mouvements suivant les axes x, y, z respectivement
Exposant T	Transposée d'un vecteur ou d'une matrice
$\mathbf{C}(\mathbf{x}', \mathbf{x}'', t', t'')$ (notée aussi $\mathbf{C}(x', y', z', x'', y'', z'', t', t'')$)	Matrice de fonction d'inter-corrélation du mouvement entre deux points A et B de coordonnées $\mathbf{x}' = (x', y', z')$ et $\mathbf{x}'' = (x'', y'', z'')$ respectivement
$\mathbf{u}(\mathbf{x}', t')$ et $\mathbf{u}(\mathbf{x}'', t'')$	Vecteurs déplacement aux points A et B de coordonnées $\mathbf{x}' = (x', y', z')$ et $\mathbf{x}'' = (x'', y'', z'')$ respectivement
$E[\cdot]$	Opérateur d'espérance mathématique
$\mathbf{C}(\mathbf{x}'_0, \mathbf{x}''_0, t', t'')$	Matrice de fonction d'inter-corrélation du mouvement entre deux points A' et B' de coordonnées $\mathbf{x}' = (x', 0, z')$ et $\mathbf{x}'' = (x'', 0, z'')$ respectivement
$\mathbf{r} = \{x \quad z\}^T$ et $\{y\}$	Groupes de coordonnées
$\mathbf{k} = \{k_x \quad k_z\}^T$	Vecteur des nombres d'ondes du signal suivant ses deux composantes horizontales
$\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{k}, y, \omega)$	Transformée de Fourier de $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \equiv \mathbf{u}(\mathbf{r}, y, t)$
$\mathbf{F}_{\alpha\beta}(\gamma)$	Transformée de Fourier de la variable γ par rapport aux variables α et β . Par définition $\mathbf{F}_{rt} = \mathbf{F}_{k\omega}^{-1}$ c'est à dire $\mathbf{F}_{rt} \mathbf{F}_{k\omega} = \mathbf{1}$
$\tilde{\mathbf{T}}(\mathbf{k}, y, \omega)$	Matrice de fonctions de transfert telle qu'établie par la méthode d'Haskell-Thomson. Cette matrice s'écrit : $\tilde{\mathbf{T}}(\mathbf{k}, y, \omega) = \begin{bmatrix} \tilde{T}_{uu}(\mathbf{k}, y, \omega) & \tilde{T}_{uv}(\mathbf{k}, y, \omega) & \tilde{T}_{uw}(\mathbf{k}, y, \omega) \\ \tilde{T}_{vu}(\mathbf{k}, y, \omega) & \tilde{T}_{vv}(\mathbf{k}, y, \omega) & \tilde{T}_{vw}(\mathbf{k}, y, \omega) \\ \tilde{T}_{wu}(\mathbf{k}, y, \omega) & \tilde{T}_{wv}(\mathbf{k}, y, \omega) & \tilde{T}_{ww}(\mathbf{k}, y, \omega) \end{bmatrix}$
$\hat{\mathbf{T}} = \hat{\mathbf{T}}(\mathbf{k}, y, \omega)$	Matrice de fonction de transfert telle que choisie dans la présente. Cette matrice est définie par $\hat{\mathbf{T}}(\mathbf{k}, y, \omega) = \begin{bmatrix} \hat{T}_{uu}(\mathbf{k}, y, \omega) & 0 & 0 \\ 0 & \hat{T}_{vv}(\mathbf{k}, y, \omega) & 0 \\ 0 & 0 & \hat{T}_{ww}(\mathbf{k}, y, \omega) \end{bmatrix}$

$\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{r}'' - \mathbf{r}' = \begin{cases} \lambda_x = x'' - x' \\ \lambda_y = y'' - y' \\ \lambda_z = z'' - z' \end{cases}$	Distance de séparation entre deux points quelconque A et B de coordonnées $\mathbf{x}' = (x', y', z')$ et $\mathbf{x}'' = (x'', y'', z'')$ respectivement
$\mathbf{S}(\mathbf{k}, 0, \omega)$	Matrice de fonctions d'inter-densité spectrale en surface entre les deux points A' et B'
$\mathbf{S}(\boldsymbol{\lambda}, y, \omega)$	Matrice de fonctions d'inter-densité spectrale entre les deux points A et B
$\boldsymbol{\lambda} = \begin{cases} \lambda_x = x'' - x' = \lambda \\ \lambda_y = 0 \\ \lambda_z = z'' - z' = 0 \end{cases}$	Distance de séparation entre deux points quelconque A et B de coordonnées $\mathbf{x}' = (x', y, z')$ et $\mathbf{x}'' = (x'', y, z'')$ respectivement
$\mathbf{k} = \{k_x = k \quad k_z = 0\}^T$	Vecteur des nombres d'ondes du signal en considérant que le signal se propage dans le plan (x, y)
$\mathbf{S}(k, 0, \omega)$	Matrice de fonctions d'inter-densité spectrale en surface entre les deux points A' et B' en considérant que le signal se propage dans le plan (x, y)
$\mathbf{S}(\boldsymbol{\lambda}, y, \omega)$	Matrice de fonctions d'inter-densité spectrale en surface entre les deux points A et B de coordonnées $\mathbf{x}' = (x', y, z')$ et $\mathbf{x}'' = (x'', y, z'')$ respectivement en considérant que le signal se propage dans le plan (x, y)
$S_{uu}(\boldsymbol{\lambda}, y, \omega)$, $S_{vv}(\boldsymbol{\lambda}, y, \omega)$ et $S_{ww}(\boldsymbol{\lambda}, y, \omega)$	Eléments de $\mathbf{S}(\boldsymbol{\lambda}, y, \omega)$ suivant les directions x, y, z respectivement
$S_{nm}(k, 0, \omega)$ $(n, m) = (u, v, w)$.	Eléments de la matrice $\mathbf{S}(k, 0, \omega)$
$\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\lambda}, y, \omega)$	Matrice de fonctions de cohérence définie par $\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\lambda}, y, \omega) = \begin{bmatrix} \rho_{uu}(\boldsymbol{\lambda}, y, \omega) & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{vv}(\boldsymbol{\lambda}, y, \omega) & 0 \\ 0 & 0 & \rho_{ww}(\boldsymbol{\lambda}, y, \omega) \end{bmatrix}$
$\rho_{uu}(\boldsymbol{\lambda}, y, \omega)$	Fonction de cohérence suivant la direction x
$\rho_{vv}(\boldsymbol{\lambda}, y, \omega)$	Fonction de cohérence suivant la direction y
$\rho_{ww}(\boldsymbol{\lambda}, y, \omega)$	Fonction de cohérence suivant la direction z
Le sol en demi-espace est identifié par les propriétés suivantes :	
λ et μ	Constantes de Lamé

C_S et C_P	Vitesses de propagation des ondes S et P
G	Module de cisaillement
$\kappa = C_P/C_S$	Rapport des vitesses
Le sol stratifié est composé de $(N-1)$ couches reposant sur un demi-espace dit aussi substratum (notée couche (N)). Chaque couche (j) est identifiée par les propriétés suivantes	
$\mu^{(j)}, \lambda^{(j)}$	Constantes de Lamé de la couche (j)
$C_S^{(j)}, C_P^{(j)}$	Vitesses de propagation des ondes S et P dans la couche (j)
$G^{(j)}$	Module de cisaillement de la couche (j)
$\kappa^{(j)} = C_P^{(j)}/C_S^{(j)}$	Rapport des vitesses de la couche (j)
$h^{(j)}$	L'épaisseur de la couche (j) . Valable uniquement pour $j = 1, \dots, (N-1)$
$\mathbf{d} = \{d_x \quad d_y \quad d_z\}^T$	Vecteur unitaire décrivant la direction du mouvement
\mathbf{m}	Vecteur unitaire décrivant la direction de propagation, et est égale à $\mathbf{m} = \mathbf{p} = \{p_x \quad p_y \quad p_z\}^T$ pour le cas de la propagation d'ondes P et $\mathbf{m} = \mathbf{s} = \{s_x \quad s_y \quad s_z\}^T$ pour le cas de la propagation d'ondes S (SH et SV)
A	Amplitude de l'onde
θ_P	Angle de propagation de l'onde P (incidente et/ou réfléchie) au niveau d'un demi-espace
θ_S	Angle de propagation de l'onde SH ou SV (incidente et/ou réfléchie) au niveau d'un demi-espace
$\theta_P^{(j)}$	Angle de propagation de l'onde P (incidente et/ou réfléchie) dans la couche (j) au niveau d'un sol stratifié
$\theta_S^{(j)}$	Angle de propagation de l'onde SH ou SV (incidente et/ou réfléchie) dans la couche (j) au niveau d'un sol stratifié
$S(\omega)$	DSP d'une onde quelconque
$g(\theta)$	Fonction amplitude des ondes incidentes P, SV, SH se propageant suivant un angle θ
$[M^{(j)}]$	Matrice de transfert dans la couche (j) du mouvement pour le cas de la propagation d'ondes P-SV ou SH dans un sol stratifié

$\rho(\lambda, y, \omega) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_{\text{SH}}(\lambda, y, \omega) \end{bmatrix}$	Matrice de fonctions de cohérence induite par le schéma d'incidence d'ondes SH
$\rho(\lambda, y, \omega) = \begin{bmatrix} \rho_{\text{SH}}(\lambda, y, \omega) & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{\text{SV}}(\lambda, y, \omega) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	Matrice de fonctions de cohérence induite par le schéma d'incidence d'ondes P-SV
\bar{C}_S	Vitesse moyenne des ondes de cisaillement
θ_{CR}	Angle critique d'incidence des ondes SV
$R(\lambda, y, \omega)$	Rapport entre les fonctions de cohérence horizontale et verticale
Δf	Incrément fréquentiel
$u_g(t)$	Champ simulé par la méthode de Shinozuka. L'indice g indique que le champ simulé est au niveau du sol (<i>ground</i>)
$S_g(\omega_k)$	DSP du signal $u_g(t)$
Φ_k	Variable aléatoire uniformément distribuée sur $[0, 2\pi]$
$SP_A(T)$	Spectre de réponse en profondeur avec fonction de cohérence en surface (indice A pour A pproché)
$SP_E(T)$	Spectre de réponse en profondeur avec fonction de cohérence en profondeur (indice E pour E xact)
$Erreur(T)\%$	Erreur <i>caractérisée</i>
T	Période de la structure dénommée aussi période
θ_P	Angle de propagation de l'onde P (incidente et/ou réfléchie) au niveau d'un demi-espace
θ_S	Angle de propagation de l'onde SH ou SV (incidente et/ou réfléchie) au niveau d'un demi-espace
$\theta_P^{(j)}$	Angle de propagation de l'onde P (incidente et/ou réfléchie) dans la couche (j) au niveau d'un sol stratifié
$\theta_S^{(j)}$	Angle de propagation de l'onde SH ou SV (incidente et/ou réfléchie) dans la couche (j) au niveau d'un sol stratifié

LISTE DES EQUATIONS

Equation N°	Page
2.3.1.1	9
2.3.1.2	9
2.3.1.3	9
2.3.2.1	9
2.3.2.2	10
2.3.2.3	10
2.3.2.3	10
2.3.2.4	10
2.3.2.5	10
2.3.2.6	10
2.3.2.7	10
2.3.2.8	11
2.3.2.9	11
2.3.3.1	12
2.3.3.2	12
2.3.3.3	13
3.2.1.1	22
3.2.1.2	22
3.2.1.3	23
3.2.1.4	23
3.2.1.5	23
3.2.1.6	23
3.2.2.1	24
3.2.2.2a	24
3.2.2.2b	24
3.2.2.3a	25
3.2.2.3b	25
3.2.2.4a	25
3.2.2.4b	26
3.2.2.5	26
3.2.2.6a	26
3.2.2.6b	26
3.2.2.7	26
3.2.2.8	26
3.2.2.9	26
3.2.2.10	27
3.2.2.11	27
3.2.2.12	27
3.2.2.13	27
3.2.2.14	27
3.2.2.15	28
3.2.2.16	28
3.2.2.17	28
3.2.2.18	28
3.2.2.19	28
3.2.2.20	28
3.2.2.21	28
3.2.2.22	28
3.2.2.23	28

Equation N°	Page
3.2.2.24	28
3.2.2.25	28
3.2.2.26	29
3.2.2.27	29
3.2.2.28	29
3.2.2.29	29
3.2.2.30	30
3.2.2.31	30
3.2.2.32	30
3.2.2.33	30
3.2.2.34a	30
3.2.2.34b	31
3.2.2.35	31
3.2.2.36	31
3.2.2.37	31
3.2.3.1	32
3.2.3.2	32
3.3.3.1	36
3.3.3.2	37
3.3.3.3a	37
3.3.3.3b	37
3.3.3.4a	37
3.3.3.4b	37
3.3.3.5	37
3.3.3.6	38
3.3.3.7	38
3.3.3.8a	38
3.3.3.8b	38
3.3.3.8c	38
3.3.3.8d	38
3.3.3.8e	38
3.3.3.8f	38
3.3.3.9	38
3.3.3.10a	38
3.3.3.10b	38
3.3.3.11	38
3.3.3.12a	39
3.3.3.12b	39
3.3.3.12c	39
3.3.3.12d	39
3.4.1.1	39
3.4.1.2	39
3.4.1.3	39
3.4.1.4	39
3.4.1.5	39
3.4.1.6	40
3.4.2.1a	41
3.4.2.1b	41
3.4.2.2a	41

Equation N°	Page
3.4.2.2b	41
3.4.2.3	41
3.4.3.1	43
3.4.3.2	43
3.4.3.3	43
3.4.3.4	43
3.4.3.5	43
3.4.3.6a	43
3.4.3.6b	43
3.4.3.7	44
3.4.3.8	44
3.4.3.9	44
3.4.3.10a	44
3.4.3.10b	44
3.4.3.11a	44
3.4.3.11b	44
3.4.3.11c	44
3.4.3.12a	44
3.4.3.12b	44
3.4.3.13a	45
3.4.3.13b	45
3.4.3.13c	45
3.4.3.13d	45
3.4.3.13e	45
3.4.3.13f	45
3.4.3.14a	45
3.4.3.14b	45
3.4.3.15a	46
3.4.3.15b	46
3.4.3.16a	46
3.4.3.16b	46
3.4.3.17a	46
3.4.3.17b	46
3.4.3.18	46
3.4.3.19a	46
3.4.3.19b	47
3.4.3.20a	47
3.4.3.20b	47
3.4.3.20c	47
3.4.3.21	47
3.4.4.1	48
3.4.4.2	48
3.4.4.3	49
3.4.4.4a	49
3.4.4.4b	49
3.4.4.5	49
3.4.4.6	49
3.4.4.7	49
3.4.4.8	49

Equation N°	Page
3.4.4.9	50
3.4.4.10	50
3.4.4.11	51
3.4.4.12	51
3.4.4.13a	51
3.4.4.13b	51
3.4.4.14	51
3.4.4.15a	51
3.4.4.15b	51
3.4.4.16	51
3.4.4.17	51
3.4.4.18	52
3.4.4.19	52
3.4.4.21	52
3.4.4.22	52
3.4.4.23	53
3.4.4.24	53
3.4.4.25a	53
3.4.4.25b	53
3.4.4.25c	53
3.4.4.25d	53
3.4.4.26	54
3.4.4.27	54
3.4.5.1a	57
3.4.5.1b	57
3.4.5.1c	57
3.4.5.1d	57
3.4.5.1e	57
3.4.5.2a	57
3.4.5.2b	57
3.4.5.2c	58
3.4.5.2d	58
3.4.5.2e	58
3.4.5.2f	58
3.4.5.2g	59
3.4.5.2h	59
3.4.5.2i	59
3.4.5.2j	59
3.4.5.3a	59
3.4.5.3b	60
3.4.5.3c	60
3.4.5.3d	60
3.4.5.4a	60
3.4.5.4b	61
3.4.5.5	61
3.4.5.6a	61
3.4.5.6b	61
3.4.5.7a	61
3.4.5.7b	61

Equation N°	Page
3.4.5.7c	61
3.4.5.7d	61
3.4.5.7e	61
3.4.5.7f	62
3.4.5.7g	62
3.4.5.7h	62
3.4.5.7i	62
3.4.5.7j	62
3.4.5.7k	62
3.4.5.7l	62
3.4.5.7m	62
3.4.5.7n	62
3.4.5.7o	62
3.4.5.7p	62
3.4.5.8a	62
3.4.5.8b	62
3.4.5.9a	63
3.4.5.9b	63
3.4.5.10a	63
3.4.5.10b	63
3.4.5.10c	63
3.4.5.11a	63
3.4.5.11b	63
3.4.5.11c	64
3.4.5.12	64
3.4.5.13	64
3.4.5.14	65
3.4.5.15	65
3.4.5.16a	65
3.4.5.16b	65
3.4.5.17	65
3.4.5.18	65
3.4.5.19a	65
3.4.5.19b	65
3.4.5.19c	65
3.4.5.19d	65
3.4.5.20	66
3.5.1.1a	67
3.5.1.1b	67
3.5.1.2a	67
3.5.1.2b	67
3.5.1.3a	68
3.5.1.3b	68
3.5.1.3c	68
3.5.1.4a	68
3.5.1.4b	68
3.5.2.1a	69
3.5.2.1b	69
3.5.2.2a	69
3.5.2.2b	69
3.5.2.3	69

Equation N°	Page
3.5.2.4	70
3.5.2.5	70
3.5.2.6	70
3.5.2.7	70
3.5.2.8	70
3.5.2.9	70
3.5.2.10	70
3.5.2.11	70
3.5.3.1	71
3.5.3.2	71
3.5.4.1	72
3.5.4.2a	72
3.5.4.2b	72
3.5.4.2c	72
3.5.4.3a	72
3.5.4.3b	72
3.5.4.5a	72
3.5.4.5b	73
3.5.4.6a	73
3.5.4.6b	73
3.5.4.7a	73
3.5.4.7b	73
3.5.4.7c	73
3.5.4.7d	73
3.5.4.8a	73
3.5.4.8b	73
3.5.4.9	74
3.5.4.10a	74
3.5.4.10b	74
3.5.4.11	74
3.5.4.12a	74
3.5.4.12b	74
3.5.4.13a	75
3.5.4.13b	75
3.5.4.14a	75
3.5.4.14b	75
3.5.4.15a	75
3.5.4.15b	75
3.5.4.16	75
3.5.4.17a	75
3.5.4.17b	76
3.5.4.17c	76
3.5.4.18a	76
3.5.4.18b	76
3.5.4.18c	76
3.5.4.18d	76
3.5.4.19a	76
3.5.4.19b	76
3.5.4.20a	76
3.5.4.20b	76
3.5.4.21a	77

Equation N°	Page
3.5.4.21b	77
3.5.4.22c	77
3.5.4.22d	77
3.5.4.23a	77
3.5.4.23b	77
3.5.4.24	77
3.5.4.250a	77
3.5.4.25b	77
3.5.4.26	77
3.5.4.27a	78
3.5.4.27b	78
3.5.4.28a	78
3.5.4.28b	78
3.5.4.29a	78
3.5.4.29b	78
3.5.4.30a	78
3.5.4.30b	78
3.5.4.31a	79
3.5.4.31b	79
3.5.4.32a	79
3.5.4.32b	79
3.5.4.32c	79
3.5.4.32d	79
3.5.4.33a	80
3.5.4.33b	80
3.5.4.34c	80
3.5.4.34d	80
3.5.4.35a	80
3.5.4.36b	80
3.5.4.36c	80
3.5.4.36d	80
3.5.5.1	81
3.5.5.2	81
3.5.5.3a	81
3.5.5.3b	81
3.5.5.3c	82
3.5.5.4a	82
3.5.5.4b	82
3.5.5.4c	82
3.5.5.4d	82
3.5.5.5a	82
3.5.5.5b	82
3.5.5.6	82
3.5.5.7a	83
3.5.5.7b	83
3.5.5.8a	83
3.5.5.8b	83
3.5.5.9a	83
3.5.5.9b	83
3.5.5.10	83
3.5.5.11a	83

Equation N°	Page
3.5.5.11b	83
3.5.5.12	83
3.5.5.13a	84
3.5.5.13b	84
3.5.5.14a	84
3.5.5.14b	84
3.5.5.15a	84
3.5.5.15b	84
3.5.5.16a	84
3.5.5.16b	84
3.5.5.17a	85
3.5.5.17b	85
3.5.5.18a	85
3.5.5.18b	85
3.6.1.1	85
3.6.1.2a	86
3.6.1.2b	86
3.6.1.2c	86
3.6.2.1	86
3.6.2.2	86
3.6.2.3	87
3.6.2.4	87
3.6.2.5	87
3.6.3.1	87
3.6.3.2	87
3.6.3.3	87
3.6.3.4	88
3.6.3.5	88
3.6.4.1a	88
3.6.4.1b	88
3.6.4.2a	89
3.6.4.2b	89
3.6.4.3a	89
3.6.4.3b	89
3.6.4.4a	89
3.6.4.4b	89
3.6.4.5a	89
3.6.4.5b	89
3.6.4.6a	90
3.6.4.6b	90
3.6.4.7a	90
3.6.4.7b	90
3.6.4.8a	90
3.6.4.8a	90
3.6.4.9a	91
3.6.4.9b	91
3.6.4.10a	91
3.6.4.10b	91
3.6.4.11a	91
3.6.4.11b	91
3.6.4.12a	91

Equation N°	Page
3.6.4.12b	91
3.6.4.13a	92
3.6.4.13b	92
3.6.4.14a	92
3.6.4.14b	92
3.6.4.15a	92
3.6.4.15b	92
3.6.4.16a	93
3.6.4.16b	93
3.6.4.17a	93
3.6.4.17b	93
3.6.4.18a	93
3.6.4.18b	93
3.6.4.19a	94
3.6.4.19b	94
3.6.4.20a	94
3.6.4.20b	94
3.6.5.1a	94

Equation N°	Page
3.6.5.1b	95
3.6.5.2a	95
3.6.5.2b	95
3.6.5.3	95
3.6.5.4	95
3.6.5.5	95
3.6.5.6	95
3.6.5.7	96
3.6.5.8	96
3.6.5.9a	96
3.6.5.9b	96
3.6.5.10a	96
3.6.5.10b	96
3.6.5.11	97
3.6.5.12	97
3.6.5.13	97
3.6.5.14	97
3.6.5.15	97

Equation N°	Page
3.6.5.16	97
3.6.5.18a	98
3.6.5.18b	98
3.6.5.19	98
3.6.5.20	98
3.6.6.1	99
3.6.6.2	99
3.6.6.3	99
3.6.6.4	99
3.6.6.5	99
3.6.6.6	100
3.6.6.7	100
3.6.6.7	100
3.6.7.1	100
3.6.7.2	101
3.6.7.3	101
3.6.7.4	101
3.6.7.5	101

3.6.7.6	101
4.2.2.1	105
4.2.2.2	105
4.2.2.3	105
4.2.2.4	105
4.2.3.1	108
4.8.1.1	121
5.2.2.1	137
5.2.2.2	137
5.2.2.3	137
5.2.2.4	138
5.3.3.1	142
5.4.3.1	152
6.3.1.1	170
6.3.3.1	171
6.3.3.2	171
6.3.5.1	175
6.4.1.1	175
6.4.2.1	178

LISTE DES TABLEAUX

<i>N° du tableau</i>	<i>Légende</i>	<i>Page</i>
Tableau 3.1	Valeurs de \mathbf{m}_θ et de \mathbf{d}_θ (Achenbach, 1973)	37
Tableau 4.1	Classification des sols selon le RPA 99	107
Tableau 4.2	Caractéristiques mécaniques du sol stratifié	108
Tableau 5.1	Caractéristiques mécaniques et géométriques du site CHIBA	139
Tableau 5.2	Caractéristiques mécaniques et géométriques du sol sous les stations RTRE et RGRE	151

Partie –I-

Problématique, Etat de l'art

Chapitre 1 : Introduction générale

1.1	Introduction	1
1.2	Organisation de la thèse	2

Chapitre 2 : Variabilité spatio-temporelle du signal sismique : Eléments de base et Etat de l'art

2.1	Introduction	4
2.2	Mouvements différentiels : causes et méthodes d'analyse	4
2.3	Etat de l'art en matière d'analyse de la variabilité spatio-temporelle du signal sismique	8
2.4	Aspects réglementaires de prise en compte de la Variabilité Spatiale du signal sismique	15
2.5	Effets de la variabilité spatio-temporelle sur les structures	15
2.6	Récapitulatif	16
2.7	Examen critique des modèles et approches présentés	17
2.8	Description des travaux à effectuer : Portée et pertinence	18
2.9	Conclusion	20

Chapitre I

Introduction générale

1.1 Introduction

L'analyse et le dimensionnement des structures requièrent des informations aussi précises que possibles sur la nature et l'intensité des charges auxquelles elles sont soumises. Le chargement sismique, de par sa nature et l'énergie qu'il véhicule, représente sans nul doute le chargement le plus important auquel une structure est soumise durant sa durée de vie. La prise en compte de ce chargement est une nécessité absolue afin d'assurer, d'une part, un meilleur dimensionnement des structures, et d'autre part de répondre à des critères de sécurité de plus en plus exigeants. En fait, ces critères de sécurité conjugués aux nouveaux enjeux architecturaux interpellent avec force le concepteur et impliquent une constante investigation sur l'évaluation des caractéristiques du signal sismique et ce essentiellement pour la conception d'ouvrages importants et névralgiques. Ainsi, la notion de sécurité représente un aspect fondamental dans le cadre de l'analyse sismique car elle est intimement liée à l'importance de l'ouvrage étudié. Par conséquent, les techniques d'étude et d'analyse sismique d'ouvrages stratégiques telles que les centrales nucléaires, ponts à grandes portées ou tunnels doivent se baser sur une description du signal sismique aussi proche de la réalité que possible.

De récentes observations ont montré qu'une des caractéristiques les plus importantes du signal sismique est sa variabilité spatio-temporelle. Cette variabilité est le résultat d'un processus complexe de propagation d'ondes à travers un massif de sol à caractéristiques fortement hétérogènes. Par conséquent, l'analyse sismique des structures étendues et/ou enterrées doit prendre en charge cette variabilité car son effet se traduit par des forces différentielles potentiellement destructrices et ce en plus des forces inertielles.

Afin d'étudier cette variabilité un certain nombre de réseaux d'accélérographes ont été déployés durant les deux dernières décennies. Le traitement statistique des données fournies par ces réseaux a permis l'élaboration de modèles de cohérence ou de corrélation. Bien que ces modèles aient permis de caractériser le phénomène étudié, il reste que leur champ d'application se limite à des cas de figures bien spécifiques. En effet, dans l'état actuel des connaissances, il est à relever que ces modèles ne sont établis qu'en surface car les réseaux ayant servi à leur mise en place ne sont pas déployés en profondeur. Par conséquent, le dimensionnement de structures

enterrées vis à vis de la variabilité spatiale n'est mené que par le biais de modèles en surface. Est-il exact d'utiliser un modèle développé en surface pour analyser le comportement dynamique d'une structure enterrée ? De plus, le recours systématique à de tels modèles, établis dans des conditions particulières, ne peut être justifié. En effet, un modèle établi pour un site et un événement donnés peut-il être utilisé en l'état dans d'autres conditions ? Par ailleurs, les recherches actuellement menées se sont concentrées uniquement autour de la description de la variabilité spatiale du signal sismique relative à sa composante horizontale. Serait-il convenable d'appliquer ce type de modèle pour caractériser la variabilité spatiale relative à la composante verticale du signal ? Ces questionnements sont là pour nous rappeler que face à la complexité du phénomène étudié, une approche basée uniquement sur le traitement statistique des données n'a pas entièrement élucidé des zones d'ombre encore nombreuses. En effet, les récents événements sismiques (Northridge 1994, Kobe 1995, Taiwan 1999) ont montré que certains ouvrages, pourtant étudiés vis à vis de la variabilité spatiale, ont subi des dégâts assez importants.

Par conséquent, il y a nécessité de compléter l'approche dite "purement statistique" ou expérimentale par une autre approche que l'on désignera sous le terme "théorique" ou analytique qui sera là pour apporter des éléments de réponse aux questionnements suscités. La logique dans laquelle doit s'inscrire cette approche doit s'inspirer d'un principe fondamental : modéliser aussi fidèlement que possible le signal sismique en évitant de le décrire par des fonctions mathématiques ne pouvant pas reproduire ses caractéristiques. Par ailleurs, à notre sens, cette modélisation ne saurait être applicable si le caractère déterministe lui est assigné. En effet, la nature aléatoire du chargement sismique impose le caractère stochastique de l'approche.

Le présent travail s'inscrit dans cette logique et a pour objectif essentiel le développement d'une Approche Complète de Déamplification Stochastique (*Complete Stochastic Deamplification Approach*, CSDA) du signal sismique. Cette approche aura pour but d'explorer les caractéristiques de la variabilité spatiale dans des domaines où l'approche expérimentale n'a, à ce jour, pas pu répondre. Dans ce cadre, on se penchera sur la description en profondeur mais aussi en surface des fonctions de cohérence tant pour la composante horizontale que verticale. La connaissance de ces fonctions permet de mieux dimensionner les structures enterrées et/ou étendues telles que les tunnels ou les fondations profondes de ponts à grandes portées.

1.2 Organisation de la thèse

A la lumière de la problématique posée, la présente thèse est organisée en quatre parties chacune composée de deux ou trois chapitres.

La première partie, composée des chapitres 1 et 2, a pour but de mettre en évidence la problématique abordée (Chapitre 1) et de dresser l'état de l'art en matière d'analyse de la variabilité spatio-temporelle du signal sismique (chapitre 2). Il y est fait état des différentes contributions en matière de modélisation du phénomène étudié mais aussi de ses effets sur les structures étendues. Une description détaillée des travaux à effectuer dans la présente recherche y est également présentée.

La deuxième partie, composée des chapitres 3 et 4, est consacrée au développement de la CSDA (Chapitre 3) et à une étude paramétrique (Chapitre 4). On présente les éléments clés de la CSDA devant servir à la mise en place des fonctions de cohérence. On procède ensuite à la mise en place de ces fonctions en tous points du massif du sol et ce en mettant au point un modèle physique qui considère que le champ sismique est la superposition d'ondes planes se propageant suivant plusieurs directions à travers un sol en demi espace ou un sol stratifié. Par le biais de cette approche, les propriétés statistiques du champ sismique sont déterminées en tout point du massif de sol et ce en fonction d'un certain nombre de paramètres tels que le type d'incidence, le mode d'incidence, le type de sol et la profondeur (Chapitre 3). Ces paramètres ont une influence certaine sur la variation des propriétés statistiques du champ sismique et font l'objet d'une analyse paramétrique (Chapitre 4).

La troisième partie, composée des chapitres 5, 6 et 7, a pour but d'effectuer une analyse critique et comparative entre la CSDA et les modèles de cohérence existants (Chapitre 5), de mettre en évidence l'importance de la prise en compte de l'analyse de la variabilité spatiale du signal sismique en profondeur par la CSDA pour le dimensionnement des structures enterrées (Chapitre 6) et enfin de dresser une conclusion générale des travaux menés (chapitre 7)

Enfin la quatrième partie est consacrée à la présentation des références bibliographiques et des annexes.

Chapitre 2

Variabilité spatio-temporelle du signal sismique : Eléments de base, Etat de l'art et Revue Critique

2.1 Introduction

L'évènement sismique est un phénomène complexe, fortement destructeur devant être impérativement pris en compte dans le cadre de l'analyse et du dimensionnement de structures. Le comportement et la sécurité de ces structures en cas de chargement sismique peuvent être améliorés par une meilleure compréhension et représentation de ce chargement. Un aspect important du signal sismique relatif aux structures étendues et/ou enterrées est sa variabilité spatio-temporelle. Par conséquent, durant un séisme, une structure n'est pas soumise uniquement aux forces inertielles mais aussi à des forces additionnelles causées par cette variabilité laquelle doit être prise en charge dans le cadre d'une stratégie globale d'analyse parasismique.

Ce phénomène est une conséquence directe de la complexité de la nature de la propagation d'ondes sismiques à travers un sol fortement hétérogène. Les signaux obtenus sur des stations d'enregistrement proches sont souvent, qualitativement et quantitativement, différents. Toutefois, il convient de noter que les méthodes de calcul, actuellement en vigueur, considèrent souvent que les appuis de structures sont excités par un chargement identique ou, au mieux, par des chargements identiques mais décalés dans le temps (le champ sismique est considéré comme étant parfaitement cohérent). Ces hypothèses simplificatrices ne sont en fait valables que pour les structures à appuis "ponctuels", ayant des points d'attache très proches. Ainsi, il devient impératif de prendre en charge ce phénomène dans l'analyse sismique des structures étendues et/ou enterrées et ce par une analyse et une modélisation rigoureuse du mouvement de sol.

Le présent chapitre est consacré à une analyse critique des diverses contributions apportées durant les dernières décennies. Ainsi, l'état de l'art en matière d'analyse de la variabilité spatio-temporelle du signal sismique est présenté. A partir de cette étude, nous présenterons les principaux points d'investigation et de contribution du présent travail de recherche.

2.2 Mouvements différentiels : causes et méthodes d'analyse

La nature hétérogène des caractéristiques géométriques et mécaniques du massif de sol implique une grande variabilité du signal sismique. En effet, un examen détaillé de la Fig. 2.2.1

montre que le signal sismique enregistré en surface est le résultat d'une propagation complexe d'ondes sismiques à travers un sol fortement hétérogène.

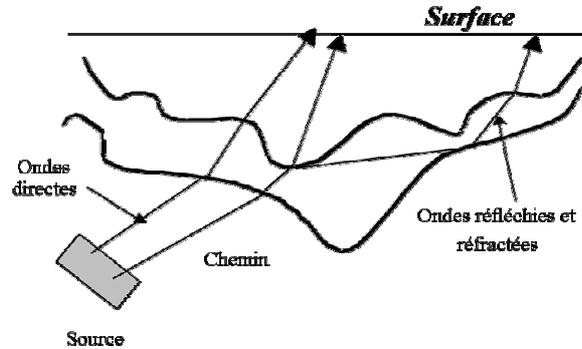


Figure 2.2.1 Schéma de propagation d'ondes

En fait, le signal sismique est soumis aux effets de réfractions, réflexions et diffractions du fait de la présence de couches de sols de caractéristiques différentes. De plus, l'effet de source influe sur les caractéristiques du signal sismique du fait que par exemple les sources sismiques étendues ou ponctuelles ne génèrent pas des mouvements identiques. Par conséquent, les signaux sismiques sont en amplitude et fréquence complètement différents et ce même sur des distances très petites (Clouteau, 1990). Il a été reconnu que quatre effets distincts sont à l'origine de la variabilité spatiale du signal sismique, il s'agit (Der Kiureghian 1996):

- De la perte de cohérence des ondes sismiques due à la diffraction des ondes, définie comme étant *l'effet de l'incobérence*.
- Du décalage temporel dans l'arrivée du même signal sismique, dénommé *l'effet du passage d'ondes* (O'Rourke et al., 1982)
- Du changement des caractéristiques du profil de sol et l'effet qu'il a sur les caractéristiques du signal, dénommé *l'effet de site*.
- De la diminution graduelle de l'amplitude du signal avec la distance, définie par *l'effet de l'atténuation*.

Le dernier effet est par opposition aux trois premiers sans incidence sur les structures car son impact ne prend effet que sur des grandes distances. L'analyse de la variabilité spatio-temporelle a fait l'objet d'intenses études durant les deux dernières décennies. Ces investigations ont été menées afin, d'une part, de modéliser ce phénomène et d'autres part d'identifier les effets qu'il peut avoir sur les structures et ce par :

1. La mesure des signaux sismiques sur des distances très petites identiques à celles séparant par exemple des appuis de ponts,

2. L'analyse et la quantification des différences observées,
3. La mise au point de modèles de variabilité facilement incorporables dans l'analyse dynamique des structures en terme de paramètres à utiliser,
4. Le calcul de la réponse des structures en prenant en compte cette variabilité et la comparaison des résultats obtenus avec les méthodes qui négligent cette variabilité,
5. L'établissement d'une classification des effets de cette variabilité sur différentes classes et types de structures.

L'examen de ces points met en évidence la nécessité de mise en place de denses réseaux d'accélérographes car en fait, on ne peut modéliser et mesurer la variabilité que si des données sismiques obtenues en des points très rapprochés sont disponibles. En fait, bien avant le déploiement du premier réseau d'accélérographes, la variabilité spatiale du signal sismique était essentiellement attribuée à un simple décalage temporel entre deux appuis. Cette hypothèse a été complétée grâce aux traitements des données sismiques obtenues suite au séisme d'Imperial Valley de 1979 sur le réseau différentiel d'El-Centro, composé de sept stations disposées linéairement avec des distances maximale et minimale de 312.6 m et 7.6 m (Zerva 2000). Afin de mieux comprendre cette variabilité, des critères de sélection du site devant recevoir de tels réseaux ont été définis comme suit:

1. Occurrence de séismes majeurs ($M_w \geq 6.5$, où M_w est la magnitude de moment) sur une période de 10 ans et d'au moins un séisme de forte magnitude ($M_w \geq 8$).
2. Obtention de signaux sismiques pour des sources et conditions géotectoniques variées.
3. Nécessité d'enregistrement du mouvement sismique dans les trois directions.
4. Densification du réseau en rapprochant les appareils d'enregistrement.
5. Proximité du réseau des centres urbains et industriels.

Dans ce contexte il a été décidé, au début des années quatre vingt, de déployer le dense réseau d'accélérographes SMART1¹ sur le site Lotung (nord-est Taiwan). La Fig. 2.2.2 donne une vue en plan de ce réseau. Le réseau d'origine est constitué de 37 séismographes disposés suivant une distribution circulaire : I (Inner), M (Middle) et O (Outer), i.e. 12 stations à enregistrement bi-dimensionnel sur les cercles I, M et O et au milieu est disposé un séismographe dénommé C00 (Bolt et al., 1982). Cette distribution permet d'étudier la variabilité sur des distances allant de 100m

¹ (Strong Motion ARray, Taiwan 1). Voir le site web <http://www.earth.sinica.edu.tw/~smdmc/>

à 4000 m ce qui constitue l'essentiel des valeurs de distances séparant des appuis de structures couramment utilisées. Une extension de ce réseau a été récemment effectuée afin d'étudier la variabilité sur de faibles distance (LSST). Le réseau LSST est destiné à l'étude de la variabilité spatiale sur de petites distances (Abrahamson 1991, Laouami et al. 2001).

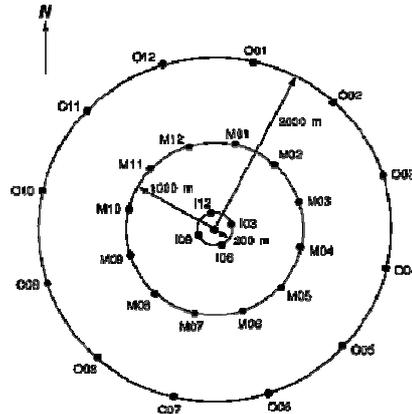


Figure 2.2.2 Réseau d'accélérographes SMART1

Depuis, plusieurs réseaux ont été déployés (Annexe A) dans des régions qui répondent aux critères cités précédemment. En Europe, un réseau a été installé au niveau du site expérimental Euroseistest sur la vallée de Volvi (Thessaloniki, Grèce) en 1994 (Fig. 2.2.3). Ce réseau, initialement prévu pour étudier l'effet de site, a été renforcé pour analyser et mesurer la variabilité spatiale du signal sismique (Riepl, 1997). Ce réseau se caractérise par les propriétés suivantes (a) l'inter-distance ou distance de séparation entre les stations varie de 8 m à 5488m, alors que l'inter-distance maximale pour le réseau SMART1 est de 4000m (b) l'instrumentation de la vallée dans les directions perpendiculaire (Axe AA) et parallèle (Axe BB) du sens de l'écoulement (Fig. 2.2.3b).

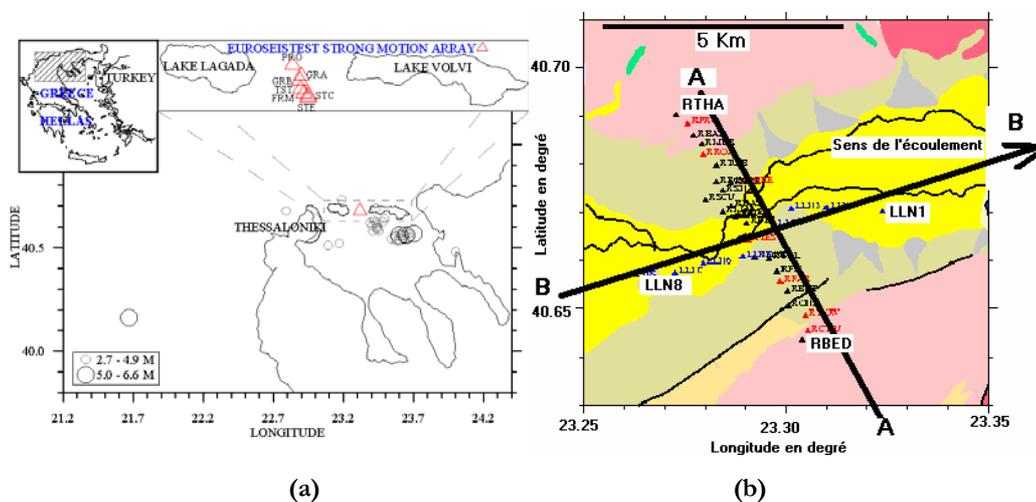


Figure 2.2.3 Réseau mouvement fort du site Euroseistest

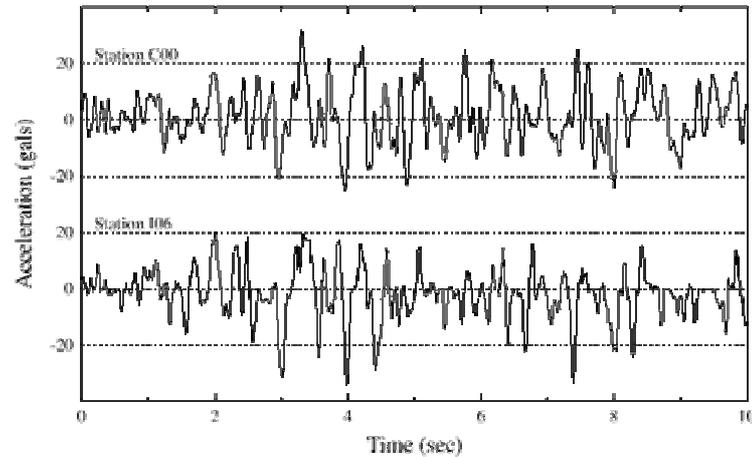


Figure 2.2.4 Accélérogrammes enregistrés sur des stations distantes de 200 m C00 et I06

Les données recueillies, au début des années 80, sur le réseau SMART1 ont permis de mettre en évidence la grande variabilité du signal sismique, même si les points d'enregistrement sont très rapprochés (Fig.2.2.4). Plusieurs travaux de recherche ont été ensuite menés pour modéliser la variabilité spatio-temporelle du signal sismique. Ils peuvent être classés en deux directions d'investigation, il s'agit de l'approche expérimentale et de l'approche théorique. En fait, cette dernière peut être divisée en deux parties à savoir l'approche théorique, semi-analytique et mathématique. Le paragraphe suivant va nous permettre de dresser l'état de l'art en matière d'analyse de la variabilité spatio-temporelle du signal sismique, des aspects réglementaires et de l'effet de la variabilité spatio-temporelle sur les structures étendues.

2.3 Etat de l'art en matière d'analyse de la variabilité spatio-temporelle du signal sismique

2.3.1 Généralités

Les multiples aspects liés à la variabilité du signal sismique ne sont pas, à ce jour, entièrement connus (Bard, 2001). Cependant les travaux accomplis durant les deux dernières décennies ont permis de décrire les caractéristiques du signal sismique soumis à ce phénomène. En fait, le consensus existe uniquement autour de l'outil à utiliser pour modéliser ce phénomène, il s'agit de la fonction de cohérence $\rho(f, \lambda)$ définie par le rapport entre la fonction d'inter-densité spectrale du mouvement sismique $S_{lm}(f)$, notée aussi $S(f, \lambda)$, entre deux points l et m (distants de λ) et la racine carrée du produit des fonctions de densité spectrale (DSP) du mouvement sismique au

niveau des points l et m c'est-à-dire $S_l(f)$ et $S_m(f)$. Ainsi, la mesure de ce phénomène s'effectue dans le domaine fréquentiel :

$$\rho(f, \lambda) = \rho_{lm}(f) = \frac{S_{lm}(f)}{\sqrt{S_l(f)S_m(f)}} \quad (2.3.1.1)$$

L'Eq. 2.3.1.1 peut s'écrire comme suit

$$\rho(f, \lambda) = |\rho(f, \lambda)| e^{i\phi(f, \lambda)} \quad (2.3.1.2)$$

$$\phi(f, \lambda) = \tan^{-1}[\text{Im}[\rho(f, \lambda)]/\text{Re}[\rho(f, \lambda)]] \quad (2.3.1.3)$$

où $|\rho(f, \lambda)|$ est le module de la fonction de cohérence nommé par abréviation dans la présente thèse fonction de cohérence. $i = \sqrt{-1}$, f est la fréquence et $\tan^{-1}[\bullet]$ est l'inverse de la tangente. $\text{Im}[\rho(f, \lambda)]$ et $\text{Re}[\rho(f, \lambda)]$ représentent les parties imaginaire et réelle de $\rho(f, \lambda)$ respectivement.

La fonction de cohérence permet de mesurer le caractère dispersif du signal entre deux points séparés d'une distance λ . Ainsi, si les signaux sismiques enregistrés aux stations l et m sont identiques alors la fonction de cohérence est égale à 1. Par contre, un champ sismique incohérent induit une valeur de cette fonction proche de zéro. Une des premières études dédiées à la variabilité spatiale du signal sismique est celle conduite par Newmark (1969) portant sur l'effet de torsion, résultant de la variabilité spatiale de l'action sismique, sur des bâtiments. Depuis, plusieurs études ont été menées, il est tout à fait possible de subdiviser les contributions dans le cadre de deux champs d'investigation distincts : un champ expérimental et un champ théorique.

2.3.2 Modèles basés sur l'approche expérimentale

a) Descriptif des modèles

Cet axe de recherche s'est développé après la mise en place du réseau SMART1 lequel a été soumis à plusieurs événements sismiques identifiés dans ce qui suit par le terme *Event i*. Les données obtenues au début des années quatre vingt ont permis en premier lieu d'analyser et de comprendre le phénomène étudié. Les premières études ont porté essentiellement sur un traitement purement statistique des données obtenues. Ainsi, les principales contributions, sous forme de propositions de fonctions de cohérence peuvent être résumées comme suit:

- Loh (1985)

$$|\rho(f, \lambda)| = \exp[-a(f)\lambda] \quad (2.3.2.1)$$

où $a(f)$ est déterminé à partir de l'Event 5.

- Harichandran et al. (1986)

$$|\rho(f, \lambda)| = A \exp\left[-\frac{2\lambda}{\alpha\theta(f)}(1-A+\alpha A)\right] + (1-A) \exp\left[-\frac{2\lambda}{\theta(f)}(1-A+\alpha A)\right] \quad (2.3.2.2)$$

$$\text{avec } \theta(f) = k\left[1 + (f/f_0)^b\right]^{1/2}$$

Ce modèle, élaboré grâce au traitement des données des événements *Event 20 et 24* recueillis sur le réseau SMART1, requiert la détermination de cinq paramètres, A, α, k, f_0, b .

- Loh et al. (1988)

$$\rho(f, \lambda) = \exp[-a(f\lambda)/V] \exp(iff\lambda/V) \quad (2.3.2.3)$$

où a et $C_s^{(a)} = C_s/\sin\theta$ (Vitesse apparente des ondes de cisaillement) sont déterminés à partir de l'Event 39 et 40. Où θ est l'angle d'incidence de l'onde de cisaillement suivant l'axe vertical et C_s est la vitesse de propagation des ondes de cisaillement.

- Hao (1989), Hao et al. (1989)

$$|\rho(f, \lambda)| = \exp(-\beta_L \lambda_L) \exp(-\beta_T \lambda_T) \exp\left[-(\alpha_L \sqrt{\lambda_L} + \alpha_T \sqrt{\lambda_T})f\right] \quad (2.3.2.3)$$

où λ_L et λ_T sont des distances de séparation projetées suivant respectivement les axes parallèle et perpendiculaire par rapport à la direction de propagation. C'est un modèle à 4 paramètres $\alpha_L, \alpha_T, \beta_L$ et β_T .

- Loh et al. (1990a)

$$|\rho(f, \lambda)| = \exp[-\alpha|\lambda|] \quad (2.3.2.4)$$

$$|\rho(f, \lambda)| = \exp[-(\alpha + bf^2)\lambda] \quad (2.3.2.5)$$

$$|\rho(f, \lambda)| = \exp[-(\alpha + bf)\lambda]^c \quad (2.3.2.6)$$

où les différents paramètres dépendent des données recueillies sur le réseau SMART1

- Abrahamson (1985, 1992, 1993)

$$1/\tanh(|\rho(f, \lambda)|) = (2.54 - 0.0012\lambda) \left(\exp(-0.115 - 0.00084\lambda) f + f^{-0.878}/3 \right) + 0.35 \quad (2.3.2.7)$$

où $\tanh(\bullet)$ est la tangente hyperbolique

Ce modèle a été développé par le biais du traitement statistique des données du réseau LSST. De ce fait, ce modèle n'est valable que pour de faibles distances (inférieures à 100 m).

- Wang (1992)

Ce modèle a été développé par le biais du traitement statistique des données des événements sismiques *Event 39-43-45* du réseau SMART1 .

$$\rho(f, \lambda) = \exp[-(a + bf^2)\lambda] \exp\left(-\frac{i2\pi f\lambda}{C_s^{(a)}}\right) \quad (2.3.2.8)$$

avec $a = a_1 + a_2 \exp(-a_3\lambda)$ et $b = b_1 + b_2 \exp(-b_3\lambda)$

- Qu et al. (1996)

$$|\rho(f, \lambda)| = \exp[-a(f)\lambda^{b(f)}] \quad (2.3.2.9)$$

avec $a(f) = a_1 f + a_2$, $b(f) = b_1 f + b_2$

Ce modèle a été également développé sur la base d'un traitement statistique des données du réseau SMART1. Il a été utilisé pour estimer l'effet des conditions géologiques sur la réponse d'un pont suspendu (Wang et al., 1999)

b) Eléments de synthèse

Ces études ont montré que la fonction de cohérence présentait une décroissance exponentielle par rapport à la distance et la fréquence. Toutefois, il reste que l'application de ces modèles est limitée au site ainsi qu'aux événements sismiques pour lesquels les paramètres du modèle ont été estimés (Bard, 2001). De plus, ces modèles présentent l'inconvénient de ne mesurer la variabilité qu'en surface et uniquement pour la composante horizontale car la majorité des réseaux ne sont déployés qu'en surface.

Sur la base de ces résultats on note que le mode de variation de la fonction de cohérence par rapport à l'inter-distance et la fréquence est relativement bien connu. Cependant, on relève qu'une estimation quantitative de cette même variation est loin d'être connue car il n'y a pas un consensus autour d'un des modèles cités précédemment (Bard 2001, Zerva 2000-2001).

2.3.3 Modèles basés sur l'approche théorique

a) Descriptif des modèles

L'analyse de la variabilité spatio-temporelle du champ sismique par des approches théoriques est venue pour répondre à un souci majeur lié à une modélisation aussi générale que possible du

signal sismique. En effet, il s'agit de mettre en place des modèles qui vont permettre de quantifier et d'estimer cette variabilité. Il est tout à fait clair que cette approche ne saurait remplacer, du moins dans un premier temps, les traitements et méthodes décrites dans le paragraphe précédent. Toutefois, vu l'étendue de son application, elle va sûrement permettre de surpasser les limites et restrictions rencontrées. Nous avons mentionné plus haut que l'approche théorique pouvait être subdivisée en deux parties: l'approche semi-analytique et l'approche mathématique. La principale différence entre ces deux parties réside dans la démarche à suivre pour modéliser le signal sismique. En effet, pour la classe dite "mathématique", la modélisation du signal s'effectue en considérant que l'histoire temporelle du signal sismique est représentée par des fonctions mathématiques alors que l'approche semi-analytique considère que ce signal ne peut être modélisé par de simples fonctions mathématiques et donc doit se baser sur la théorie de propagation d'ondes sismiques.

Plusieurs modèles stochastiques d'analyse de la variabilité ont été développés durant les deux dernières décennies. Il s'agit essentiellement des contributions suivantes :

- Novak et Hindy (1979), Hindy et Novak (1980) ont analysé la réponse d'une conduite en pipeline vis à vis d'un mouvement de sol partiellement corrélé i.e. caractérisé par une variabilité spatiale modélisée par une fonction de cohérence exponentiellement décroissante avec la fréquence et la distance de séparation. La fonction de cohérence ainsi développée s'écrit :

$$|\rho(f, \lambda)| = \exp[-(\alpha f \lambda)^\beta] \quad (2.3.3.1)$$

où α et β sont des constantes pouvant être déterminées pour un site donné.

- Hoshiya et al. (1983) ont développé une approche analytique basée sur la modélisation du mouvement de sol par un champ aléatoire en y associant une fonction d'inter-densité spectrale. Cependant, la fonction d'inter-densité spectrale employée, s'appuyait plus sur des considérations mathématiques que physiques.
- Kausel et Pais (1984, 1987) ont étudié la variabilité spatio-temporelle du signal sismique en supposant que le signal sismique est la superposition d'ondes de cisaillement se propageant à travers un sol homogène. Les propriétés statistiques du signal sismique sont calculées en tout point du massif de sol.
- Luco et Wong (1986) ont développé une fonction de cohérence en se basant sur la propagation d'ondes de cisaillement à travers un milieu aléatoire :

$$|\rho(f, \lambda)| = \exp\left[-(\eta f \lambda / C_s)^2\right] \quad (2.3.3.2)$$

Le taux de décroissance de cette fonction par rapport à f et λ est identique. En fait, le modèle de Luco-Wong peut être considéré comme étant un cas particulier du modèle de Hindy et Novak (1979, 1980) avec $\alpha = \eta / C_s$ et $\beta = 2$. Les modèles de Hindy-Novak (1980), de Loh (1985) et de Luco-Wong (1986) décrivent une famille de modèles d'analyse de la variabilité spatio-temporelle du signal sismique. Ils peuvent être décrits par la fonction de cohérence suivante

$$|\rho(f, \lambda)| = \exp\left[-\alpha (f \lambda)^\mu\right] \quad (2.3.3.3)$$

Il est à noter que le modèle de Luco-Wong reste le plus utilisé dans les codes de calcul car en fait c'est un modèle à un seul paramètre. Toutefois, certaines études comparatives ont montré que les fonctions de cohérence obtenues par le biais de ce modèle et par le traitement statistique ne sont toujours pas identiques. Dans certains cas de figure, et notamment lorsque la distance de séparation augmente, le modèle de Luco-Wong donne des fonctions de cohérence qui décroissent très rapidement par rapport à ce que prévoit un traitement statistique de données.

- Zerva et al. (1986) ont mis en place une approche stochastique prenant en compte les effets de source et de site sur le signal sismique. Cette approche a été ensuite utilisée pour estimer la réponse de pipeline. Toutefois, certains auteurs (Abrahamson et al., 1991) ont trouvé que l'effet de source a peut être un effet négligeable.
- Der Kiureghian (1996) a développé un modèle de cohérence qui décrit la fonction de cohérence comme étant le produit de fonctions de cohérence dues à l'effet de site, d'incohérence, du passage d'ondes et de l'atténuation. Le modèle développé est différent des modèles existants par le fait que la fonction de cohérence mise en place est définie par le produit d'une fonction cosinus par une fonction exponentielle alors que les modèles classiques supposent que cette fonction est définie uniquement par une fonction exponentielle. Toutefois, ce modèle ne peut être incorporé dans les méthodes de calcul dynamique du fait de la complexité des expressions mathématiques trouvées.
- Iguchi et al. (1996) ont développé une méthode analytique pour estimer le contenu ondulatoire du signal sismique et ce en inversant la problématique posée par Kausel et Pais (1984, 1987). Ils considèrent que la fonction d'inter-densité spectrale de puissance au niveau de la surface est déterminée par le modèle de Luco et Wong (1986) tout en prenant en compte l'effet du passage d'onde. Les résultats obtenus ont mis en évidence une faible

cohérence lorsque le signal sismique est le résultat de la propagation d'ondes se propageant suivant plusieurs directions.

- Zerva et al. (1997) ont estimé l'effet de l'aléa des caractéristiques des couches de sol sur la variabilité spatiale du champ sismique en surface en supposant que le signal sismique est connu au niveau de l'interface substratum-couche. Cette étude a montré que la variabilité spatiale du signal au niveau de la surface libre variait en fonction de celle définie au niveau du substratum. En fait, la contribution du site est concentrée uniquement aux alentours de la fréquence prédominante du sol. De plus, il est montré que si le mouvement est cohérent au niveau du substratum alors la fonction de cohérence obtenue en surface ne décroît pas en fonction de la fréquence mais décroît au voisinage de la période fondamentale du sol puis augmente. Enfin, il a été trouvé que la fonction de cohérence ne décroît pas avec le même taux suivant la fréquence et la distance de séparation. Ce résultat, observé aussi par Spudich (1994) et Riepl (1997), ne peut être obtenu par exemple avec le modèle de Luco-Wong.
- Laouami et al. (2001) ont mis en place une procédure analytique pour estimer la fonction de cohérence pour des distances de séparation comprises entre 10 m et 100 m. Cette procédure considère le mouvement comme étant la combinaison de l'effet du passage d'onde (composante cohérente) et d'un facteur aléatoire à moyenne nulle (composante incohérente). La fonction de cohérence déduite à partir de ce modèle est identique à celle établie par Abrahamson et al. (1985, 1992, 1993).

b) Éléments de synthèse

Ces approches ont été développées soit en considérant des concepts mathématiques soit en utilisant des fenêtrages limitatifs du signal sismique pour modéliser la fonction d'inter-densité spectrale. Il reste cependant que l'étendue de l'application de ce type d'approche est plus importante que celle permise par les approches expérimentales. En effet, le modèle le plus utilisé actuellement par les ingénieurs est celui de Luco-Wong (1986) facilement incorporable dans les codes de calcul car il ne requiert la connaissance que d'un seul paramètre. Cependant, la fonction de cohérence obtenue par le biais de ce modèle décroît très rapidement par rapport à la distance et la fréquence et de ce fait n'est valable que pour des conditions particulières. Enfin les modèles décrits ne modélisent la variabilité spatiale ni en profondeur ni pour la composante verticale du signal.

2.4 Aspects réglementaires de prise en compte de la Variabilité Spatiale du signal sismique

La prise en charge du phénomène étudié est assez récente et remonte au début des années quatre vingt avec le déploiement de denses réseaux d'accélérographes. Par conséquent, les premières dispositions réglementaires prenant en charge cette variabilité l'ont été au début des années quatre vingt dix. En Europe, l'Eurocode 8 a défini certaines dispositions pour lesquelles la prise en charge de ce phénomène devient nécessaire. Ainsi, la variabilité spatiale du signal sismique doit être prise en compte lorsque :

- La longueur du pont est supérieure à 200m avec des variations géologiques ou aussi des modifications topographiques
- La longueur du pont est supérieure à 600 m même s'il n'y'a pas de variations géologiques ni de modifications topographiques

Ces dispositions sont en conformité avec les récentes études basées soit sur une approche expérimentale soit théorique et qui stipulent que pour un

- pont à faible portée, l'effet de site est prépondérant
- pont à grande portée, les effets du passage d'onde et d'incohérence sont prépondérants.

2.5 Effets de la variabilité spatio-temporelle sur les structures

Dans ce qui suit, un examen critique des différentes études menées pour examiner les effets de la variabilité spatio-temporelle du signal sismique sur les structures est présenté.

- Abdel-Ghaffar et al. (1982,1983) ont étudié l'effet de la variabilité spatiale du signal sur un pont suspendu. L'étude a porté sur les réponses verticale, latérale et torsionnelle en considérant des chargements variables. Les résultats obtenus ont montré une nette différence dans les réponses maximales entre les chargements variables et uniformes.
- Harichandran et al. (1996a) ont étudié la réponse latérale d'un pont suspendu soumis à un chargement variable. Cette étude a montré que le chargement variable surestime certaines réponses et en sous-estime d'autres. Ainsi, le modèle de variabilité incluant l'effet du passage d'ondes et excluant l'effet d'incohérence donne des résultats acceptables pour les ponts à faible portée mais sous-estime clairement les moments et efforts de cisaillement pour les ponts à grande portée.
- Harichandran et al. (1996b) ont étudié l'effet de la variabilité sur un barrage en terre (Santa Felicia Earth Dam) situé au Sud de la Californie. L'analyse a été menée en considérant un

schéma en éléments finis (3D) avec des excitations identiques (dites MODIN) et variables. Pour ce dernier cas, deux modèles ont été considérés :

- Modèle avec effet du passage d'onde uniquement dit MODEP
- Modèle général (tous les effets sont pris en compte) dit MOGEN

Les résultats obtenus ont montré une nette similitude de variation par le biais des modèles MODIN et MODEP. Ces résultats sont nettement différents du modèle MOGEN pour lequel les forces de cisaillements à la base ou à mi-hauteur du barrage sont nettement supérieures à celles obtenues par les deux autres modèles. Les auteurs ont identifié une forte corrélation entre les dégâts recensés sur des barrages et la variabilité spatiale du signal.

- Asayama et al. (1996) ont étudié l'effet de la variabilité sur un bâtiment. L'exploitation des données sismiques récupérées sur des sismographes installés sur le bâtiment suite aux séismes de Far Offshore Tokaido earthquake (12 Oct. 1993) et Kashimanada earthquake (18 Sept. 1993) a permis de mettre en évidence l'effet de la variabilité spatiale.
- Wang et al. (1999) ont montré que l'effet du passage d'onde est plus important que l'effet d'incohérence et recommandent de négliger ce dernier effet. De plus, ils démontrent que l'effet de site a un effet prépondérant et ne peut être négligé.

2.6 Récapitulatif

Ce paragraphe est consacré à un état récapitulatif des différentes méthodes d'analyse de la variabilité spatio-temporelle, de ses effets sur des structures ainsi que les méthodes de simulation du champ sismique et donc d'établissement de fonction de cohérence.

- Analyse et modélisation du mouvement sismique et développement des modèles de cohérence expérimentale et théorique (Berrah et al. 1998-1999-2004, Boissieres et al. 1995, Chiu et al 1995, Der Kiureghian 1996, Harada 1984-1992, Harichandran 1991, Harichandran et al. 1986, Laouami et al. 2001, Loh et al. 1988, Nakamura 1996, Riepl 1997, Riepl et al. 1997, Schneider et al. 1992, Sommerville 1988, Sommerville et al. 1998, Spudich 1994, Yamazaki et al. 1992, Zendagui et al. 1999-2000-2002, Zerva et al. 1991).
- Calcul de la réponse des structures par le biais du spectre de réponse modifié (Berrah et al. 1992-1993, Der Kiureghian et al. 1992, Zembaty et al. 1994-1996).
- Comportement des barrages (Haroun et al. 1987, Lin et al. 1996, Novak et al. 1987-1993, Zhang et al. 1991).

- Comportement des bâtiments (Asayama et al. 1996, Hahn et al. 1994, Hao et al. 1995, Hao 1997).
- Comportement des fondations en prenant en compte l'interaction sol structure (Harichandran 1987, Luco et al. 1986-1987, Veletsos et al. 1989).
- Comportement des ponts (Abdel-Ghaflar et al. 1982-1983, Castellani et al. 1986, Dumanoglu et al. 2003, Hao 1993-1994, Kahan et al. 1996, Kim et al. 2001, Loh et al. 1990b, Nazmy et al. 1992, Saxena et al. 2000, Wilson et al. 1985).
- Réponse d'éléments poutre (Datta et al. 1990, Harichandran et al. 1988, Harichandran et al. 1990, Zerva et al. 1988, Zerva 1990).
- Simulation du signal induit par la variabilité spatio-temporelle (Abrahamson 1992-1993, Fenton 1990, Katafygiotis et al. 1999, Ramadan et al. 1993-1994, Shinozuka et al. 1972-1988, Vanmarcke et al. 1993, Wittig et al. 1975, Zerva 1992).
- Techniques d'analyse des réponses de structures (Debchaudhury et al. 1988, Hadid et al. 2001, Heredia-Zavoni et al. 1994, Kanda 2000, Lee et al. 1983, Nakamura et al. 1993, Petrov 2000, Yamamura et al. 1990).

2.7 Examen critique des modèles et approches présentés

L'ensemble des travaux présentés reflète d'une part, l'importance accordée par les chercheurs à l'étude de la variabilité spatiale et temporelle du signal sismique et d'autre part la multiplicité des approches et modèles développés. En effet, un examen détaillé de l'ensemble des travaux montre que le consensus existe uniquement autour de deux points : l'utilisation de la fonction de cohérence comme outil de description de ce phénomène et l'identification d'une décroissance, parfois exponentielle, par rapport à la fréquence et la distance de séparation de cette fonction. Hormis ces deux points, des zones d'ombre encore nombreuses n'ont pas été entièrement élucidées. Il s'agit du taux de variation de cette fonction par rapport à la fréquence et la distance de séparation (Riepl 1997), de la description de la variabilité spatiale du signal sismique non seulement en surface mais aussi en profondeur pour ses composantes horizontale et verticale.

Ainsi, une récente étude (Santa-Cruz et al., 2000) a montré que, pour le réseau Chiba (Japon), les fonctions de cohérences obtenues par le biais des modèles de Hindy et Novak (1980), de Harichandran et al. (1986), de Abrahamson (1985, 1992, 1993) et de Luco-Wong (1986) ne sont identiques que pour les faibles valeurs de la distance de séparation. Il est à rappeler que les auteurs (Santa-Cruz et al., 2000) ont tout d'abord collecté les données recueillies sur ce réseau et puis par

ajustement ont déterminé les paramètres de chaque modèle. De plus, ces données ont été utilisées pour calculer la fonction de cohérence en utilisant l'Eq. 2.3.1.1 sans passer par les 04 modèles suscités et l'ont nommé modèle *ensablado*. Pour les faibles fréquences ($0.2\text{Hz} \leq f \leq 0.8\text{Hz}$), une nette similitude entre les fonctions de cohérence du modèle dit *ensablado* d'une part et de Harichandran et de Hindy et Novak d'autre part a été observée, alors que la fonction de cohérence déduite par le modèle de Luco-Wong a été trouvée "rigide" car son taux de décroissance suivant la distance et la fréquence est très fort. Cette étude relance encore une fois le débat sur la nécessité de mieux comprendre la variation du taux de décroissance suivant la fréquence et la distance de séparation.

Par ailleurs, une autre étude a porté sur la détermination des fonctions de cohérence des composantes horizontale et verticale grâce aux données fournies par le réseau Kinokawa (Japon) sur une bande de fréquence large $0\text{Hz} \leq f \leq 30\text{Hz}$ (Hanamura et al., 1996). Il est à noter que pour la composante verticale, les auteurs de cette étude ont utilisé l'Eq. 2.3.1.1 pour déduire la fonction de cohérence. Cette étude a montré que la fonction de cohérence de la composante verticale est légèrement plus forte que celle relative à la composante horizontale. Par contre le résultat contraire a été trouvé par les travaux de Armbekian (1995), Chiu H.-C et al. (1995) menés en utilisant les données des réseaux SMART1 et SMART2 (extension du réseau SMART1). Ces travaux ont montré que la fonction de cohérence de la composante verticale présente des valeurs plus faibles que celle relative à la composante horizontale.

Il devient donc impératif de se pencher réellement sur le développement d'un modèle analytique qui en fait se situe entre l'approche purement mathématique telle qu'initiée par exemple par Hoshiya et al. (1983) ou par Der Kiureghian (1996) et l'approche purement empirique basée sur le traitement statistique des données. C'est dans ce cadre qu'une méthodologie a été récemment développée par Zendagui et al. (1999). Le présent travail de recherche s'inscrit dans ce cadre et a pour but de contribuer à la modélisation de la variabilité spatio-temporelle tant en profondeur qu'en surface du mouvement sismique.

2.8 Description des travaux à effectuer : Portée et pertinence

La présente revue bibliographique relative à l'état de l'art en matière d'analyse de la variabilité spatiale du signal sismique et de ses effets sur les structures nous a permis de procéder à une analyse critique des diverses contributions établies lors des deux dernières décennies. Ainsi, la phénoménologie et l'état de l'art en matière d'analyse de la variabilité de l'excitation sismique sont présentés. Les restrictions et limites constatées dans ces contributions nous ont permis de définir

les bases d'une nouvelle méthode pour étudier la variabilité tant en surface qu'en profondeur. On s'est assigné comme objectif de déterminer les propriétés statistiques du signal en tous points du massif de sol. En particulier, notre objectif réside dans la détermination de ces propriétés en profondeur en fonction de celles connues ou enregistrées en surface. Cette méthode dénommée CSDA (*Complete Stochastic Deamplification Approach*) *Approche Complète de Déamplification Stochastique* considère que les propriétés du signal en profondeur sont fonction des propriétés statistiques en surface et de la matrice de fonctions de transfert qui permet de déduire le mouvement en profondeur en fonction du mouvement en surface. Le souci de modéliser la variabilité spatiale en profondeur réside dans le fait que le signal sismique présente une variabilité tout autant en surface qu'en profondeur alors que la plupart des modèles développés permettent uniquement d'étudier la variabilité en surface en raison du déploiement des réseaux en surface uniquement. Cette restriction reste à lever car les récents séismes de Kobe (Japan, 1995) et Northridge (USA, 1994) (NSF 1996, EERI 1999, Fenves et al., 1998) ont montré que la variabilité du signal sismique en profondeur peut avoir des conséquences désastreuses sur les structures enterrées et étendues lorsqu'elles sont dimensionnées avec des fonctions de cohérence établies en surface.

Le développement de la CSDA passe tout d'abord par l'outil de description du mouvement sismique qui peut se faire de trois manières :

- L'histoire temporelle.
- La densité spectrale de puissance (DSP) ou la fonction d'inter-densité spectrale de puissance.
- Le spectre de réponse.

Il est à noter que l'ensemble des modèles se réfère généralement au 2^{ème} outil de description du signal sismique lequel reste par ailleurs peu utilisé par les ingénieurs dans le cadre des calculs de génie parasismique. En revanche, cet outil est peu onéreux du fait de sa simplicité car il permet une modélisation aussi large que possible du signal sismique. De plus, il est possible de déterminer le spectre de réponse, outil largement utilisé par les ingénieurs, à partir de la DSP (Der Kiureghian, 1980-1981). Il est aussi possible de déterminer le spectre de réponse modifié en tenant compte de la variabilité spatiale, par le biais de la fonction de cohérence, et du spectre réglementaire (Berrah et al., 1992-1993, Der Kiureghian et al. 1992). Par conséquent, dans le présent travail de recherche la description de la variabilité spatiale s'effectuera par le biais de la fonction d'inter-densité spectrale de puissance

Il est à noter que le choix de la fonction d'inter-densité spectrale de puissance en surface influe grandement sur les résultats obtenus et de ce fait une meilleure représentation de cette fonction ne

saurait se baser uniquement sur des considérations purement mathématiques mais elle devrait en fait prendre en charge l'aspect physique de propagation d'ondes. De ce fait, cette méthode est considérée comme étant semi-analytique car le signal sismique n'est pas approché par de simples fonctions mathématiques.

2.9 Conclusion

Le présent chapitre, qui clôture la première partie de cette thèse, a été consacré à une revue détaillée de l'état de l'art des diverses contributions en matière d'analyse de la variabilité spatio-temporelle du signal sismique. Les limites constatées dans ces contributions nous ont permis de définir les bases d'une nouvelle méthode pour étudier la variabilité tant en surface qu'en profondeur. Le chapitre suivant est consacré au développement de la CSDA.

Partie –II-

Mise en place de l'approche complète de déamplification stochastique et étude paramétrique

Chapitre 3 : Développement de l'approche complète de déamplification stochastique

3.1	Introduction	21
3.2	Mise en place de l'Approche Complète de Déamplification Stochastique (CSDA) du signal sismique	22
3.3	Mise au point du modèle physique de description du signal sismique	33
3.4	Mise en place de la matrice de fonctions de transfert $\hat{\mathbf{T}}(k, y, \omega)$	39
3.5	Mise en place de la matrice d'inter - densité spectrale en surface $\mathbf{S}(k, 0, \omega)$	67
3.6	Mise en place de la matrice de FCOHs $\boldsymbol{\rho}(\lambda, y, \omega)$	85
3.7	Conclusion	102

Chapitre 4 : Analyse de la variabilité spatiale du signal sismique par l'approche complète de déamplification stochastique (CSDA)

4.1	Introduction	103
4.2	Description des paramètres ayant une influence sur la variation des FCOH's	103
4.3	Effet du Mode d'incidence (<i>MO</i>)	109
4.4	Effet du Type d'incidence (<i>TI</i>)	112
4.5	Effet de la profondeur (<i>PR</i>)	114
4.6	Effet du type de sol (<i>TS</i>)	115
4.7	Synthèse des résultats	120
4.8	Autres études paramétriques	121
4.9	Conclusion	132

Chapitre 3

Développement de l'approche complète de déamplification stochastique

3.1 Introduction

L'analyse des structures soumises à un chargement sismique est menée actuellement et le plus souvent en supposant que les appuis de ces structures sont excités par des chargements identiques. Cette hypothèse présente le double avantage d'être valable pour les structures non étendues et de permettre une approche plus simple de l'analyse dynamique de ces structures. Cependant, de récentes études ont montré que le signal présente une variabilité sur des distances comparables à celles séparant des appuis de pont par exemple. L'effet de cette variabilité se traduit par des forces additionnelles qui causent des désordres importants lors d'évènements sismiques. Dans ce cadre, il s'est avéré nécessaire de prendre en charge ce phénomène dans une stratégie globale d'analyse parasismique.

La revue bibliographique présentée dans le Chapitre 2 nous a permis de constater que les méthodes d'analyse de la variabilité spatiale actuellement en vigueur présentent plusieurs limitations devant être dépassées. Ainsi, il est clair que la nécessité de recourir à des approches autres qu'expérimentales est justifiée par des exigences de sécurité de plus en plus élevées et par le fait que les approches expérimentales n'ont pu explorer les caractéristiques de la variabilité spatiale du signal sismique dans certaines conditions. Aussi, une nouvelle approche de caractérisation de la variabilité spatiale est développée dans le présent travail de recherche. La stratégie adoptée dans l'établissement de cette approche s'appuie sur un certain nombre de principes tels que la capacité de l'approche à modéliser la variabilité spatiale en profondeur et à pouvoir distinguer la variabilité spatiale du signal relative à sa composante horizontale de celle relative à sa composante verticale. Cette approche dénommée *Approche Complète de Déamplification Stochastique (Complete Stochastic Deamplification Approach)* (Zendagui et al., 1999) permet principalement de définir les propriétés du signal sismique, en terme de fonctions de cohérence (FCOHs), en profondeur en fonction de celles établies en surface. Cette contribution est originale dans la mesure où dans l'état actuel des connaissances, les modèles de cohérence n'ont été établis qu'en surface. Cette approche peut être appliquée pour n'importe quelle configuration de sol et ne requiert la connaissance que de deux entités: la matrice de fonctions de transfert qui relie les mouvements en surface aux mouvements en profondeur et la matrice de fonctions d'inter-densité spectrale en surface qui modélise la variabilité spatiale en surface.

Quelle stratégie doit-on adopter pour déterminer les matrices de fonctions de transfert et d'inter-densité spectrale du mouvement ? En fait, il faut inscrire cette stratégie dans les objectifs assignés au présent travail de recherche lesquels sont essentiellement liés au fait que l'approche doit être semi-analytique. Pour ce faire, un modèle physique de description du mouvement sismique est mis en place. Ce modèle considère que le mouvement sismique est le résultat de la superposition d'ondes planes (P-SV-SH) se propageant à travers un sol en demi-espace ou un sol stratifié horizontalement. Cette stratégie présente plusieurs avantages. En effet, elle permet de modéliser le signal sismique en évitant de le décrire par de simples fonctions mathématiques (Der Kiureghian, 1996) mais plutôt par la combinaison de mouvements induits par la propagation de plusieurs ondes planes. De plus, grâce à cette stratégie, il est possible d'utiliser la méthode d'Haskell-Thomson (Haskell 1953, Thomson 1950) de détermination de la matrice de fonctions de transfert, développée pour le cas de la propagation d'ondes P-SV-SH dans un sol stratifié et qu'il faudra modifier pour les raisons qui seront présentées dans le présent chapitre.

Ce chapitre est subdivisé en cinq grands paragraphes. Le premier est consacré au développement de la CSDA qui va nous permettre en particulier d'établir une relation entre d'une part la matrice de FCOHs et d'autre part les matrices de fonctions de transfert et fonctions d'inter-densité spectrale en surface. Le deuxième paragraphe concerne la mise en place du modèle physique de description du signal sismique lequel va servir dans le troisième paragraphe à l'établissement de la matrice de fonctions de transfert mais également à l'établissement de la matrice de fonctions d'inter-densité spectrale en surface dans le quatrième paragraphe. Le cinquième paragraphe clôture le présent chapitre par l'introduction des matrices de fonctions de transfert et d'inter-densité spectrale dans la relation établie grâce à la CSDA pour obtenir une forme explicite de la matrice de FCOHs.

3.2 Mise en place de l'Approche Complète de Déamplification Stochastique (CSDA) du signal sismique

3.2.1 Position du problème

L'état de déplacements et de contraintes $\{\mathbf{U}(\mathbf{x}, t)\} = \{\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \quad \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t)\}^T$ induit par le chargement sismique en un point quelconque C, de coordonnées $\mathbf{x} = (x, y, z)$, du massif de sol (Fig. 3.2.1), au temps t est défini par :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \{u(x, y, z, t) = u(\mathbf{x}, t) \equiv u \quad v(x, y, z, t) = v(\mathbf{x}, t) \equiv v \quad w(x, y, z, t) = w(\mathbf{x}, t) \equiv w\}^T \quad (3.2.1.1)$$

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) = \sigma_{ij}(\mathbf{x}, t) \quad (i, j) = (x, y, z) \quad (3.2.1.2)$$

où u, v, w sont les mouvements suivant les axes x, y, z respectivement.

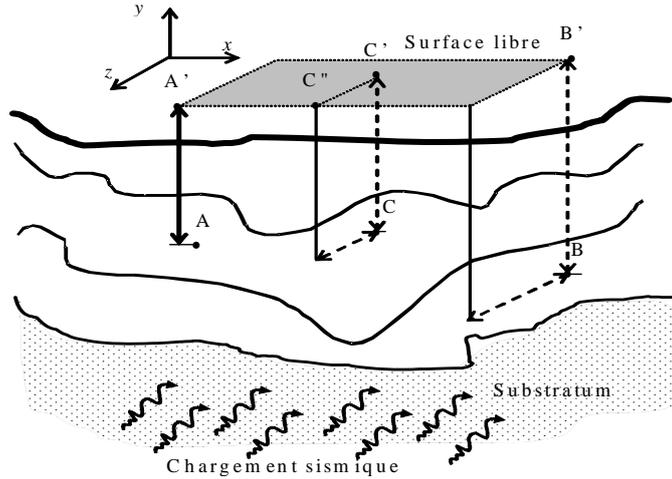


Figure 3.2.1 Configuration générale du sol

Le vecteur $\{\mathbf{U}(\mathbf{x}, t)\}$, composé de 12 éléments (03 déplacements et 09 contraintes), s'écrit :

$$\{\mathbf{U}(\mathbf{x}, t)\} = \{u \quad v \quad w \quad \sigma_{xx} \quad \sigma_{xy} \quad \sigma_{xz} \quad \sigma_{yx} \quad \sigma_{yy} \quad \sigma_{yz} \quad \sigma_{zx} \quad \sigma_{zy} \quad \sigma_{zz}\}^T \quad (3.2.1.3)$$

L'exposant T représente la transposée du vecteur. Afin de mesurer la variabilité spatiale du signal sismique, deux fonctions ont été utilisées : la fonction de cohérence (FCOH) et la fonction d'inter-corrélation. La seule différence entre ces fonctions réside dans le choix du domaine de description du signal sismique c'est-à-dire soit le domaine fréquentiel pour le premier outil soit le domaine temporel pour le deuxième.

Notons que la plupart des modèles sont exprimés en terme de FCOH laquelle, rappelons le, a été mise en place en surface uniquement et pour la composante horizontale seulement. Quel est le *point* qui différencie ces modèles ? Considérons à titre d'exemple le point C'' de coordonnées $\mathbf{x}_{C''} = (x, 0, z')$ et le point A' de coordonnées $\mathbf{x}_{A'} = (x', 0, z')$ (Fig. 3.2.1). Les signaux, suivant la direction x , aux points A' et C'' sont notés respectivement $u(x, 0, z', t)$ et $u(x', 0, z', t')$. La variabilité spatiale de ces signaux est mesurée par la FCOH définie par:

$$\rho(f, \lambda) = \frac{S(f, \lambda)}{\sqrt{S_{A'}(f)S_{C''}(f)}} = |\rho(f, \lambda)|e^{i\phi(f, \lambda)} \quad (3.2.1.4)$$

avec

$$\phi(f, \lambda) = \tan^{-1}[\text{Im}[\rho(f, \lambda)]/\text{Re}[\rho(f, \lambda)]] \quad (3.2.1.5)$$

et $S(f, \lambda)$ est la fonction d'inter-densité spectrale définie par :

$$S(f, \lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} \{E[u(x, 0, z', t)u(x + \lambda, 0, z', t + \tau)]e^{-if\tau}\} d\tau \quad (3.2.1.6)$$

$S_{A'}(f)$ et $S_{C''}(f)$ sont les densités spectrales de puissances des signaux aux points A' et C'' respectivement, $i = \sqrt{-1}$, f est la fréquence, $\lambda = x' - x$, $\tau = t' - t$ et $\tan^{-1}[\bullet]$ est l'inverse de la tangente. $\text{Im}[\rho(f, \lambda)]$ et $\text{Re}[\rho(f, \lambda)]$ représentent les parties imaginaire et réelle de $\rho(f, \lambda)$ respectivement $E[\cdot]$ définit l'opérateur d'espérance mathématique. $|\rho(f, \lambda)|$ est le module de la fonction de cohérence par abréviation dans la présente thèse FCOH.

Le *point* qui différencie les modèles réside dans la variation de $|\rho(f, \lambda)|$ suivant f et λ . En fait pour l'ensemble des modèles $|\rho(f, \lambda)|$ décroît suivant f et λ mais avec des taux différents d'un modèle à un autre. L'examen des Eqs. 3.2.1.1 à 3.2.1.6 montre que les modèles existant ne permettent pas de mesurer la variabilité du signal suivant sa composante verticale ni encore de mesurer la variabilité pour deux points situés en profondeur. C'est donc l'objectif global de la CSDA.

La CSDA est mise en place pour le cas général d'un sol de configuration quelconque soumis à un chargement sismique (Fig. 3.2.1). On suppose que les propriétés mécaniques et géométriques de ce sol sont connues. La Section 3.2.2a a pour but de mesurer la variabilité du signal suivant ses trois composantes pour deux points quelconques A et B. Le développement dans cette Section sera mené en considérant d'une part que le sol présente une configuration quelconque et d'autre part que les points A et B ne sont pas situés à la même profondeur. Dans la Section suivante, i.e. 3.2.2b, une approche spécifique avec hypothèses simplificatrices sera introduite.

3.2.2 Eléments de base de la CSDA

a) *Approche globale*

La mesure de la variabilité spatiale des mouvements horizontale et vertical, entre deux points quelconques A et B de coordonnées respectives $\mathbf{x}' = (x', y', z')$ et $\mathbf{x}'' = (x'', y'', z'')$ (Fig. 3.2.1), s'effectue dans le domaine spatio-temporel par le biais de la matrice de fonctions d'inter-corrélation définie par :

$$\mathbf{C}(\mathbf{x}', \mathbf{x}'', t', t'') \equiv \mathbf{C}(x', y', z', x'', y'', z'', t', t'') = E[\mathbf{u}(\mathbf{x}', t') \mathbf{u}^T(\mathbf{x}'', t'')] = E \left[\begin{array}{c} u(\mathbf{x}', t') \\ v(\mathbf{x}', t') \\ w(\mathbf{x}', t') \end{array} \left\{ \begin{array}{ccc} u(\mathbf{x}'', t'') & v(\mathbf{x}'', t'') & w(\mathbf{x}'', t'') \end{array} \right\} \right] \quad (3.2.2.1)$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{x}', \mathbf{x}'', t', t'') = \begin{bmatrix} C_{uu}(\mathbf{x}', \mathbf{x}'', t', t'') & C_{uv}(\mathbf{x}', \mathbf{x}'', t', t'') & C_{uw}(\mathbf{x}', \mathbf{x}'', t', t'') \\ C_{vu}(\mathbf{x}', \mathbf{x}'', t', t'') & C_{vv}(\mathbf{x}', \mathbf{x}'', t', t'') & C_{vw}(\mathbf{x}', \mathbf{x}'', t', t'') \\ C_{wu}(\mathbf{x}', \mathbf{x}'', t', t'') & C_{wv}(\mathbf{x}', \mathbf{x}'', t', t'') & C_{ww}(\mathbf{x}', \mathbf{x}'', t', t'') \end{bmatrix} \quad (3.2.2.2a)$$

$$C_{mn}(\mathbf{x}', \mathbf{x}'', t', t'') = E[m(\mathbf{x}', t') n(\mathbf{x}'', t'')] \text{ avec } (m, n) = (u, v, w) \quad (3.2.2.2b)$$

où $\mathbf{u}(\mathbf{x}', t')$ et $\mathbf{u}(\mathbf{x}'', t'')$ sont les vecteurs déplacement au point A et au point B (Eq. 3.2.1.1) respectivement. La variabilité spatiale du signal sismique entre ces deux points A et B, dite aussi propriétés statistiques du signal entre les points A et B, est mesurée par la matrice $\mathbf{C}(\mathbf{x}', \mathbf{x}'', t', t'')$. Il est à noter que ces propriétés sont dites en profondeur si $y' \neq 0$ et/ou $y'' \neq 0$. Elles sont dites en surface si $y' = y'' = 0$ c'est-à-dire si les deux points d'observation sont en surface.

La matrice $\mathbf{C}(\mathbf{x}', \mathbf{x}'', t', t'')$ (notée aussi $\mathbf{C}(x', y', z', x'', y'', z'', t', t'')$) permet de mesurer la variabilité du signal sismique dans le domaine spatio-temporel. Rappelons ici que notre objectif réside dans la détermination des propriétés statistiques du signal en profondeur. Du moment que ces propriétés statistiques sont généralement disponibles en surface il serait donc intéressant de trouver une relation qui permet de relier les propriétés statistiques du signal en profondeur aux propriétés statistiques en surface. Ainsi, on cherche par exemple, à trouver une relation qui permet de calculer la matrice $\mathbf{C}(x', y', z', x'', y'', z'', t', t'')$ en fonction de la matrice $\mathbf{C}(\mathbf{x}'_0, \mathbf{x}''_0, t', t'') \equiv \mathbf{C}(x', 0, z', x'', 0, z'', t', t'')$. En d'autres termes on cherche à mesurer la variabilité des mouvements aux points A et B, situés en profondeur, en fonction de celle aux points A' et B', situés en surface.

Le vecteur déplacement $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ est écrit suivant deux groupes de coordonnées: $\mathbf{r} = \{x \ z\}^T$ et $\{y\}$. Par ailleurs, soit $\mathbf{k} = \{k_x \ k_z\}^T$ le vecteur des nombres d'ondes du signal suivant ses deux composantes horizontales. De ce fait, on peut exprimer $\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{k}, y, \omega)$, transformée de Fourier de $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \equiv \mathbf{u}(\mathbf{r}, y, t)$, par :

$$\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{k}, y, \omega) = \iiint \mathbf{u}(\mathbf{r}, y, t) e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} dt dx dz = F_{\mathbf{r}} \langle \mathbf{u} \rangle \quad (3.2.2.3a)$$

La transformée de Fourier inverse est définie par :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \equiv \mathbf{u}(\mathbf{r}, y, t) = \frac{1}{8\pi^3} \iiint \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{k}, y, \omega) e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} d\omega dk_x dk_z \equiv F_{\mathbf{k}\omega}^{-1} \langle \tilde{\mathbf{u}} \rangle \quad (3.2.2.3b)$$

L'opérateur $F_{\alpha\beta} \langle \gamma \rangle$ traduit la transformée de Fourier de la variable γ par rapport aux variables α et β . Par définition $F_{\mathbf{r}} \langle \bullet \rangle = F_{\mathbf{k}\omega}^{-1} \langle \bullet \rangle$ c'est à dire $F_{\mathbf{r}} \langle \bullet \rangle F_{\mathbf{k}\omega} \langle \bullet \rangle = 1$.

On suppose que les vecteurs déplacements en surface et en profondeur (par exemple aux points C' de coordonnées $\mathbf{x} = (x, 0, z)$ et C de coordonnées $\mathbf{x} = (x, y, z)$, Fig. 3.2.1), dans le domaine spatio-temporelle peuvent être reliés via une matrice de fonctions de transfert déterministes $\mathbf{T} = \mathbf{T}(\mathbf{r}, y, t)$ et ce en supposant un comportement linéaire:

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, y, t) = \mathbf{T}(\mathbf{r}, y, t) * \mathbf{u}(\mathbf{r}, 0, t) \quad (3.2.2.4a)$$

Le symbole $*$ traduit le produit de convolution entre la matrice $\mathbf{T}(\mathbf{r}, y, t)$ et le vecteur $\mathbf{u}(\mathbf{r}, 0, t)$ (Voir Annexe E). Il est possible d'écrire cette relation dans le domaine des fréquences nombre d'ondes par :

$$\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{k}, y, \omega) = \mathbf{F}_r \langle \mathbf{T}(\mathbf{r}, y, t) * \mathbf{u}(\mathbf{r}, 0, t) \rangle = \tilde{\mathbf{T}}(\mathbf{k}, y, \omega) \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{k}, 0, \omega) \quad (3.2.2.4b)$$

$$\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{k}, y, \omega) = \tilde{\mathbf{T}}(\mathbf{k}, y, \omega) \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{k}, 0, \omega) = \begin{bmatrix} \tilde{T}_{uu}(\mathbf{k}, y, \omega) & \tilde{T}_{uv}(\mathbf{k}, y, \omega) & \tilde{T}_{uw}(\mathbf{k}, y, \omega) \\ \tilde{T}_{vu}(\mathbf{k}, y, \omega) & \tilde{T}_{vv}(\mathbf{k}, y, \omega) & \tilde{T}_{vw}(\mathbf{k}, y, \omega) \\ \tilde{T}_{wu}(\mathbf{k}, y, \omega) & \tilde{T}_{wv}(\mathbf{k}, y, \omega) & \tilde{T}_{ww}(\mathbf{k}, y, \omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{u}(\mathbf{k}, 0, \omega) \\ \tilde{v}(\mathbf{k}, 0, \omega) \\ \tilde{w}(\mathbf{k}, 0, \omega) \end{Bmatrix} \quad (3.2.2.5)$$

$\tilde{\mathbf{T}} = \tilde{\mathbf{T}}(\mathbf{k}, y, \omega)$ est la TF de $\mathbf{T}(\mathbf{r}, y, t)$ suivant \mathbf{r}, t . Il est important de mentionner qu'à ce stade, nous n'avons pas indiqué la méthode de détermination de la matrice $\tilde{\mathbf{T}} = \tilde{\mathbf{T}}(\mathbf{k}, y, \omega)$. A titre indicatif, il est à mentionner que la matrice de transfert donnée par la méthode d'Haskell-Thomson (Haskell 1953, Thomson 1950) présente une forme similaire à celle relevée dans l'Eq. 3.2.2.5. Cette équation est réécrite sous une forme condensée :

$$\tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{T}} \tilde{\mathbf{u}}_0 \quad (3.2.2.6a)$$

De même dans le domaine spatio-temporelle, l'Eq. 3.2.2.4a est écrite comme suit :

$$\mathbf{u} = \mathbf{T} * \mathbf{u}_0 \quad (3.2.2.6b)$$

La combinaison des Eqs. 3.2.2.3 à 3.2.2.6, nous permet d'écrire l'Eq. 3.2.2.1 comme suit :

$$\mathbf{C}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'', y', y'', t', t'') = E \left[(\mathbf{T}' * \mathbf{u}'_0) (\mathbf{T}'' * \mathbf{u}''_0)^T \right] \quad (3.2.2.7)$$

où $\mathbf{C}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'', y', y'', t', t'') \equiv \mathbf{C}(\mathbf{x}', \mathbf{x}'', t', t'')$. Rappelons ici que le but est d'exprimer les propriétés statistiques du signal en profondeur en fonction de celles établies ou enregistrées en surface. De ce fait, l'opérateur $E[.]$ est introduit à l'intérieur du terme entre crochet du second membre de l'Eq. 3.2.2.7 et ce afin de faire ressortir la matrice de fonctions d'inter-corrélation en surface. Ainsi l'Eq. 3.2.2.7 va s'écrire :

$$\mathbf{C}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'', y', y'', t', t'') = \mathbf{T}' * E \left[\mathbf{u}'_0 \mathbf{u}''_0{}^T \right] \mathbf{T}''^T \quad (3.2.2.8)$$

L'introduction de l'opérateur $E[.]$ dans le second membre de l'Eq. 3.2.2.7 ne va pas concerner les matrices de transfert \mathbf{T}' et \mathbf{T}'' car on a supposé que les propriétés du sol sont connues. L'Eq. 3.2.2.8 s'écrit donc :

$$\mathbf{C}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'', y', y'', t', t'') = \mathbf{T}' * \mathbf{C}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'', 0, 0, t', t'') * \mathbf{T}''^T \quad (3.2.2.9)$$

Par le biais de l'Eq. 3.2.2.9, il est possible de connaître les propriétés statistiques du champ sismique en profondeur exprimées par $\mathbf{C}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'', y', y'', t', t'') \equiv \mathbf{C}(x', y', z', x'', y'', z'', t', t'')$ en fonction de celles établies en surface exprimées par $\mathbf{C}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'', 0, 0, t', t'') \equiv \mathbf{C}(x', 0, z', x'', 0, z'', t', t'')$ et des matrices de fonctions de transfert exprimées par \mathbf{T}' et \mathbf{T}'' . L'examen de l'Eq. 3.2.2.9 montre clairement que la détermination de $\mathbf{C}(x', y', z', x'', y'', z'', t', t'')$ nécessite un double produit de convolution ce qui conforte notre souci d'exprimer cette relation dans le domaine des fréquence-nombre d'ondes et non pas dans le domaine temporel. D'un point de vue purement mathématique, l'Eq. 3.2.2.9 est le fondement de la CSDA.

b) Approche spécifique avec hypothèses simplificatrices

A ce stade, quatre hypothèses simplificatrices sont introduites. Afin de mieux apprécier leurs influences, elles seront introduites graduellement.

Hypothèse 1: On suppose que le champ de déplacement est stationnaire et spatialement homogène sur les plans horizontaux. A cet effet, la matrice de fonctions d'inter-corrélation ne dépend pas des positions des points d'observations mais de leurs distances de séparation définies par le vecteur :

$$\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{r}'' - \mathbf{r}' = \{\lambda_x = x'' - x' \quad \lambda_z = z'' - z'\}^T \quad (3.2.2.10)$$

De même, cette matrice ne dépend pas des temps t', t'' mais du décalage temporel $\tau = t'' - t'$. Par conséquent ; l'Eq. 3.2.2.9 s'écrit :

$$\mathbf{C} \equiv \mathbf{C}(\boldsymbol{\lambda}, y', y'', \tau) = \mathbf{T}' * \mathbf{C}(\boldsymbol{\lambda}, 0, 0, \tau) * \mathbf{T}''^T \quad (3.2.2.11)$$

La matrice de fonction d'inter-densité spectrale en surface $\mathbf{S}(\mathbf{k}, 0, 0, \omega)$ est la transformée tridimensionnelle de Fourier de $\mathbf{C}(\boldsymbol{\lambda}, 0, 0, \tau)$. Elle est définie par :

$$\mathbf{S}_0 = \mathbf{S}(\mathbf{k}, 0, 0, \omega) = F_{\lambda\tau}^{-1} \langle \mathbf{C}_0 \rangle = \iiint \mathbf{C}(\boldsymbol{\lambda}, 0, 0, \tau) e^{-i(\omega\tau - \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\lambda})} d\tau d\lambda_x d\lambda_z \quad (3.2.2.12)$$

De ce fait, il est possible d'exprimer $\mathbf{C} \equiv \mathbf{C}(\boldsymbol{\lambda}, y', y'', \tau)$ en fonction de sa transformée de Fourier tridimensionnelle inverse $\mathbf{S} = \mathbf{S}(\mathbf{k}, y', y'', \omega)$ dite aussi matrice de fonctions d'inter-densité spectrale. L'Eq. 3.2.2.11 s'écrit comme suit :

$$\mathbf{C}(\boldsymbol{\lambda}, y', y'', \tau) = F_{\mathbf{k}\omega}^{-1} \langle \mathbf{S} \rangle = \frac{1}{8\pi^3} \iiint \tilde{\mathbf{T}}' \mathbf{S}(\mathbf{k}, 0, 0, \omega) \tilde{\mathbf{T}}''^T d\omega d\mathbf{k} \quad (3.2.2.13)$$

Aussi, $\mathbf{S} = \mathbf{S}(\mathbf{k}, y', y'', \omega)$ s'écrit :

$$\mathbf{S}(\mathbf{k}, y', y'', \omega) = \tilde{\mathbf{T}}' \mathbf{S}(\mathbf{k}, 0, 0, \omega) \tilde{\mathbf{T}}''^T \quad (3.2.2.14)$$

Hypothèse 2: On suppose que le signal sismique se propage dans le plan (x, y) , c'est-à-dire en considérant un schéma de propagation bi dimensionnel $\lambda = \{\lambda_x = x'' - x' = \lambda \quad \lambda_z = z'' - z' = 0\}^T$. Par conséquent, l'Eq. 3.2.2.11 s'écrit maintenant :

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}(\lambda, y', y'', \tau) = \mathbf{T}' * \mathbf{C}(\lambda, 0, 0, \tau) * \mathbf{T}''^T \quad (3.2.2.15)$$

De même les Eqs. 3.2.2.12 et 3.2.2.14 s'écrivent en posant $(k = k_x)$:

$$\mathbf{S}_0 = \mathbf{S}(k, 0, 0, \omega) = F_{\lambda\tau} \langle \mathbf{C}_0 \rangle = \iint \mathbf{C}(\lambda, 0, 0, \tau) e^{-i(\omega\tau - k\lambda)} d\tau d\lambda \quad (3.2.2.16)$$

$$\mathbf{S}(k, y', y'', \omega) = \tilde{\mathbf{T}}' \mathbf{S}(k, 0, 0, \omega) \tilde{\mathbf{T}}''^T \quad (3.2.2.17)$$

Hypothèse 3 : On suppose que les points d'observation, c'est-à-dire A et B sont situés à la même profondeur. Cette hypothèse trouve son origine dans le fait que les structures enterrées telles que les tunnels présentent des points d'attache situés généralement à la même profondeur. Toutefois, il est possible grâce à la CSDA de décrire la variabilité spatiale en profondeur pour deux points situés à des profondeurs différentes. Il suffit pour cela de revenir vers l'Eq. 3.2.2.15. L'Hypothèse 3 nous permet d'écrire les Eqs. 3.2.2.15-17 comme suit :

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}(\lambda, y, \tau) = \mathbf{T}' * \mathbf{C}(\lambda, 0, \tau) * \mathbf{T}''^T \quad (3.2.2.18)$$

$$\mathbf{S}_0 = \mathbf{S}(k, 0, \omega) = F_{\lambda\tau} \langle \mathbf{C}_0 \rangle = \iint \mathbf{C}(\lambda, 0, \tau) e^{-i(\omega\tau - k\lambda)} d\tau d\lambda \quad (3.2.2.19)$$

$$\mathbf{S}(k, y, \omega) = \tilde{\mathbf{T}}' \mathbf{S}(k, 0, \omega) \tilde{\mathbf{T}}''^T \quad (3.2.2.20)$$

Hypothèse 4 : On suppose que le profil de sol est soit stratifié horizontalement ou en demi-espace, de ce fait \mathbf{T}' et \mathbf{T}'' sont identiques et égales à \mathbf{T} car nous avons supposé auparavant que les deux points A et B sont situés à la même profondeur y . Par conséquent, les Eqs. 3.2.2.18-20 s'écrivent comme suit :

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}(\lambda, y, \tau) = \mathbf{T} * \mathbf{C}(\lambda, 0, \tau) * \mathbf{T}^T \quad (3.2.2.21)$$

$$\mathbf{S}_0 = \mathbf{S}(k, 0, \omega) = F_{\lambda\tau} \langle \mathbf{C}_0 \rangle = \iint \mathbf{C}(\lambda, 0, \tau) e^{-i(\omega\tau - k\lambda)} d\tau d\lambda \quad (3.2.2.22)$$

$$\mathbf{S}(k, y, \omega) = \tilde{\mathbf{T}} \mathbf{S}(k, 0, \omega) \tilde{\mathbf{T}}^T \quad (3.2.2.23)$$

Une transformée inverse partielle, c'est-à-dire suivant $(k = k_x)$ uniquement, de $\mathbf{S}(k, y, \omega)$ permet de déduire la matrice de fonction d'inter-densité spectrale du mouvement

$$\mathbf{S}(\lambda, y, \omega) = F_k^{-1} \langle \mathbf{S}(k, y, \omega) \rangle \quad (3.2.2.24)$$

Soit :

$$\mathbf{S}(\lambda, y, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\mathbf{T}}(k, y, \omega) \mathbf{S}(k, 0, \omega) \tilde{\mathbf{T}}^T(k, y, \omega) e^{-ik\lambda} dk \quad (3.2.2.25)$$

La connaissance des matrices $\mathbf{S}(k,0,\omega)$ et $\tilde{\mathbf{T}}$ permet le calcul de la matrice de fonctions d'inter-densité spectrale $\mathbf{S}(\lambda, y, \omega)$ par le biais de l'Eq. 3.2.2.25. Ayant déterminé $\mathbf{S}(\lambda, y, \omega)$, il est possible de calculer la matrice de FCOHs définie par:

$$\boldsymbol{\rho}(\lambda, y, \omega) = \begin{bmatrix} \rho_{uu}(\lambda, y, \omega) & \rho_{uv}(\lambda, y, \omega) & \rho_{uw}(\lambda, y, \omega) \\ \rho_{vu}(\lambda, y, \omega) & \rho_{vv}(\lambda, y, \omega) & \rho_{vw}(\lambda, y, \omega) \\ \rho_{wu}(\lambda, y, \omega) & \rho_{wv}(\lambda, y, \omega) & \rho_{ww}(\lambda, y, \omega) \end{bmatrix} \quad (3.2.2.26)$$

Où les fonctions $\rho_{mn}(\lambda, y, \omega)$ avec $(m,n) = (u, v, w)$ sont obtenues comme suit

$$\rho_{mn}(\lambda, y, \omega) = \frac{S_{mn}(\lambda, y, \omega)}{S_{mn}(0, y, \omega)} \text{ avec } (m,n) = (u, v, w) \quad (3.2.2.27)$$

Quelle est la signification de ces fonctions $\rho_{mn}(\lambda, y, \omega)$ avec $(m,n) = (u, v, w)$? A titre d'exemple :

$\rho_{uu}(\lambda, y, \omega)$ est la FCOH des signaux, suivant l'axe x , obtenus en deux points A et B situés à la même profondeur et distants de λ .

$\rho_{uv}(\lambda, y, \omega)$ est la FCOH des signaux suivant l'axe x pour le point A et l'axe y pour le point B. Les deux points A et B sont situés à la même profondeur et distants de λ

La différence entre $\rho_{uu}(\lambda, y, \omega)$ et $\rho_{uv}(\lambda, y, \omega)$ réside dans le fait que la première fonction mesure la variabilité suivant la même direction, i.e. x alors que la deuxième mesure la variabilité suivant l'axe x (horizontal) et l'axe y (vertical). Dans le présent travail, nous nous sommes pas intéressés aux fonctions $\rho_{mn}(\lambda, y, \omega)(m,n) = (u, v, w)$ et $m \neq n$ car en fait elles n'ont que peu d'intérêt dans l'analyse dynamique sachant pertinemment qu'il existe forcément une variabilité entre les composantes horizontale et verticale d'un signal. Toutefois, grâce à la CSDA il est possible de les calculer. La matrice de FCOHs va être notée comme suit :

$$\boldsymbol{\rho}(\lambda, y, \omega) = \begin{bmatrix} \rho_{uu}(\lambda, y, \omega) & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{vv}(\lambda, y, \omega) & 0 \\ 0 & 0 & \rho_{ww}(\lambda, y, \omega) \end{bmatrix} \quad (3.2.2.28)$$

Il est bien entendu que les fonctions $\rho_{mn}(\lambda, y, \omega)(m,n) = (u, v, w)$ et $m \neq n$ ne sont pas nulles mais leurs expressions ne sont pas reportées sur l'Eq. 3.2.2.28. Sous une forme plus explicite, l'Eq. 3.2.2.25 s'écrit comme suit :

$$\mathbf{S}(\lambda, y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \begin{bmatrix} \tilde{T}_{uu}(k, y, \omega) & \tilde{T}_{uv}(k, y, \omega) & \tilde{T}_{uw}(k, y, \omega) \\ \tilde{T}_{vu}(k, y, \omega) & \tilde{T}_{vv}(k, y, \omega) & \tilde{T}_{vw}(k, y, \omega) \\ \tilde{T}_{wu}(k, y, \omega) & \tilde{T}_{wv}(k, y, \omega) & \tilde{T}_{ww}(k, y, \omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{uu}(k,0,\omega) & S_{vu}(k,0,\omega) & S_{wu}(k,0,\omega) \\ S_{uv}(k,0,\omega) & S_{vv}(k,0,\omega) & S_{vw}(k,0,\omega) \\ S_{uw}(k,0,\omega) & S_{vw}(k,0,\omega) & S_{ww}(k,0,\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{T}_{uu}(k, y, \omega) & \tilde{T}_{vu}(k, y, \omega) & \tilde{T}_{wu}(k, y, \omega) \\ \tilde{T}_{uv}(k, y, \omega) & \tilde{T}_{vv}(k, y, \omega) & \tilde{T}_{vw}(k, y, \omega) \\ \tilde{T}_{uw}(k, y, \omega) & \tilde{T}_{wv}(k, y, \omega) & \tilde{T}_{ww}(k, y, \omega) \end{bmatrix} \right\} e^{-ik\lambda} dk \quad (3.2.2.29)$$

et

$$\mathbf{S}(\lambda, y, \omega) = \begin{bmatrix} S_{uu}(\lambda, y, \omega) & S_{uv}(\lambda, y, \omega) & S_{uw}(\lambda, y, \omega) \\ S_{vu}(\lambda, y, \omega) & S_{vv}(\lambda, y, \omega) & S_{vw}(\lambda, y, \omega) \\ S_{wu}(\lambda, y, \omega) & S_{wv}(\lambda, y, \omega) & S_{ww}(\lambda, y, \omega) \end{bmatrix} \quad (3.2.2.30)$$

Les éléments de la matrice $\mathbf{S}(\lambda, y, \omega)$ qui vont servir pour la calcul de $\boldsymbol{\rho}(\lambda, y, \omega)$ (Eq. 3.2.2.27) sont calculés à partir des Eqs. 3.2.2.29-30 comme suit :

$$S_{op}(\lambda, y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=u,v,w} \left[\sum_{m=u,v,w} (\tilde{T}_{om}(k, y, \omega) S_{mn}(k, 0, \omega)) \right] \tilde{T}_{pn}(k, y, \omega) e^{-ik\lambda} dk \quad \text{avec } (o, p) = (u, v, w) \quad (3.2.2.31)$$

Rappelons ici que ce qui est recherché c'est uniquement les expressions $\rho_{mm}(\lambda, y, \omega)$ avec $m = (u, v, w)$ et donc on cherche à calculer $S_{mm}(\lambda, y, \omega)$ avec $m = (u, v, w)$ (Voir Eq. 3.2.2.27) Donc :

$$S_{pp}(\lambda, y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=u,v,w} \left[\sum_{m=u,v,w} (\tilde{T}_{pm}(k, y, \omega) S_{mn}(k, 0, \omega)) \right] \tilde{T}_{pn}(k, y, \omega) e^{-ik\lambda} dk \quad \text{avec } p = (u, v, w) \quad (3.2.2.32)$$

L'examen de l'Eq. 3.2.2.32 montre que le calcul des éléments $S_{pp}(\lambda, y, \omega)$ avec $p = (u, v, w)$ est soumis à deux problèmes.

En effet, considérons un élément de cette matrice, par exemple $S_{uu}(\lambda, y, \omega)$. D'après l'Eq. 3.2.2.32 le calcul de cet élément nécessite la connaissance de tous les éléments de la matrice $\mathbf{S}(k, 0, \omega)$, c'est à dire les éléments $S_{mn}(k, 0, \omega)$ avec $(m, n) = (u, v, w)$ et par conséquent, d'après l'Eq. 3.2.2.22, cela revient à déterminer tous les éléments de la matrice $\mathbf{C}(\lambda, 0, \tau)$, c'est-à-dire les éléments $C_{mn}(\lambda, 0, \tau)$ avec $(m, n) = (u, v, w)$. Or d'après les Eqs. 3.2.2.1 $\mathbf{C}(\lambda, 0, \tau)$ s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} \mathbf{C}(\lambda, 0, \tau) &\equiv \mathbf{C}(x', 0, z, x'', 0, z, t', t'') = \mathbf{C}(x', 0, z, x'+\lambda, 0, z, t', t' + \tau) \\ &= \begin{bmatrix} C_{uu}(\lambda, 0, \tau) & C_{uv}(\lambda, 0, \tau) & C_{uw}(\lambda, 0, \tau) \\ C_{vu}(\lambda, 0, \tau) & C_{vv}(\lambda, 0, \tau) & C_{vw}(\lambda, 0, \tau) \\ C_{wu}(\lambda, 0, \tau) & C_{wv}(\lambda, 0, \tau) & C_{ww}(\lambda, 0, \tau) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.2.2.33)$$

$$C_{mn}(\lambda, 0, \tau) \equiv C_{mn}(x', 0, z, x'', 0, z, t', t'') = E[m(x', 0, z, t')n(x'', 0, z, t'')] \quad \text{avec } (m, n) = (u, v, w) \quad (3.2.2.34a)$$

$$\text{Avec } \tau = t'' - t', \quad \lambda_x = x'' - x' = \lambda$$

Les éléments de cette matrice sont subdivisés en deux parties : les éléments diagonaux $C_{mm}(\lambda, 0, \tau)$ avec $m = (u, v, w)$ et non diagonaux $C_{mn}(\lambda, 0, \tau)$ avec $(m, n) = (u, v, w)$ et $m \neq n$.

Du point de vue purement physique l'évaluation des éléments non diagonaux n'est pas pratique car il s'agit d'évaluer des fonctions d'inter-corrélation suivant deux composantes distinctes du signal sismique. Afin d'illustrer cette situation considérons par exemple la fonction $C_{uv}(\lambda, 0, \tau)$. Cette fonction s'écrit en vertu de l'Eq. 3.2.2.33 :

$$C_{uv}(\lambda, 0, \tau) \equiv C_{uv}(x', 0, z, x'', 0, z, t', t'') = E[u(x', 0, z, t')v(x'', 0, z, t'')] \quad (3.2.2.34b)$$

Donc le premier problème dans le calcul des éléments $S_{pp}(\lambda, y, \omega)$ avec $p=(u, v, w)$ est illustré à travers le cas de la fonction $S_{uu}(\lambda, y, \omega)$. Il a été montré que le calcul de cette fonction nécessite la mesure de la variabilité du signal en surface suivant l'axe x pour un point et suivant l'axe y pour le deuxième point.

Le deuxième problème réside dans la détermination de la matrice de fonctions de transfert. On remarque que par exemple, la détermination du mouvement en profondeur suivant l'axe x $\tilde{u}(k, y, \omega)$, en utilisant la matrice de transfert (Eq. 3.2.2.5) nécessite la connaissance de $\tilde{u}(k, 0, \omega)$, $\tilde{v}(k, 0, \omega)$ et $\tilde{w}(k, 0, \omega)$:

$$\tilde{u}(k, y, \omega) = \tilde{T}_{uu}(k, y, \omega)\tilde{u}(k, 0, \omega) + \tilde{T}_{uv}(k, y, \omega)\tilde{v}(k, 0, \omega) + \tilde{T}_{uw}(k, y, \omega)\tilde{w}(k, 0, \omega) \quad (3.2.2.35)$$

Face à ces deux problèmes nous nous sommes proposés dans le présent travail de recourir à la forme suivante de la matrice de transfert :

$$\tilde{\mathbf{u}}(k, y, \omega) = \begin{Bmatrix} \tilde{u}(k, y, \omega) \\ \tilde{v}(k, y, \omega) \\ \tilde{w}(k, y, \omega) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{T}_{uu}(k, y, \omega) & 0 & 0 \\ 0 & \hat{T}_{vv}(k, y, \omega) & 0 \\ 0 & 0 & \hat{T}_{ww}(k, y, \omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{u}(k, 0, \omega) \\ \tilde{v}(k, 0, \omega) \\ \tilde{w}(k, 0, \omega) \end{Bmatrix} \quad (3.2.2.36)$$

$$\tilde{\mathbf{u}}(k, y, \omega) = \hat{\mathbf{T}}(k, y, \omega)\tilde{\mathbf{u}}(k, 0, \omega)$$

Le choix de cette forme sous entend que le recours à la méthode d'Haskell-Thomson par exemple doit être pris avec précaution et que cette méthode doit être modifiée.

Par conséquent, l'Eq. 3.2.2.25 s'écrit comme suit :

$$S_{pp}(\lambda, y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} (\hat{T}_{pp}(k, y, \omega))^2 S_{pp}(k, 0, \omega) e^{-ik\lambda} dk \quad p = (u, v, w) \quad (3.2.2.37)$$

Les fonctions $S_{uu}(\lambda, y, \omega)$, $S_{vv}(\lambda, y, \omega)$ et $S_{ww}(\lambda, y, \omega)$ sont les fonctions d'inter-densité spectrale suivant les axes x, y, z respectivement. Les fonctions $\rho_{uu}(\lambda, y, \omega)$, $\rho_{vv}(\lambda, y, \omega)$ et $\rho_{ww}(\lambda, y, \omega)$ sont les éléments de la matrice de FCOH suivant les axes x, y et z respectivement des mouvements enregistrés en deux points distants de $\lambda = x'' - x' = \lambda_x$ (dite aussi inter distance ou distance de séparation) et situés à la profondeur y . Rappelons ici que ces fonctions

sont complexes et que nous nous intéressons uniquement à leurs modules c'est-à-dire $|\rho_{pp}(\lambda, y, \omega)|$ avec $p = (u, v, w)$

3.2.3 Mise en place de la matrice de FCOHs par le biais de la CSDA

En définitive, l'Eq. 3.2.2.37 constitue la réponse à la question relative à la détermination de la matrice de fonctions d'inter-densité spectrale en profondeur $\mathbf{S}(\lambda, y, \omega)$ en fonction de celle établie ou enregistrée en surface $\mathbf{S}(k, 0, \omega)$. La CSDA en tant que méthodologie générale d'analyse de la variabilité spatio-temporelle du signal sismique, pour le cas d'un sol en demi-espace ou un sol stratifié reposant sur un demi-espace soumis à un mouvement qui se propage dans le plan (x, y) , est exprimée par l'Eq. 3.2.2.37. La matrice de FCOHs s'écrit:

$$\boldsymbol{\rho}(\lambda, y, \omega) = \begin{bmatrix} \frac{S_{uu}(\lambda, y, \omega)}{S_{uu}(0, y, \omega)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{S_{vv}(\lambda, y, \omega)}{S_{vv}(0, y, \omega)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{S_{ww}(\lambda, y, \omega)}{S_{ww}(0, y, \omega)} \end{bmatrix} \quad (3.2.3.1)$$

ou sous une autre forme

$$\boldsymbol{\rho}(\lambda, y, \omega) = \begin{bmatrix} \rho_{uu}(\lambda, y, \omega) & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{vv}(\lambda, y, \omega) & 0 \\ 0 & 0 & \rho_{ww}(\lambda, y, \omega) \end{bmatrix} \quad (3.2.3.2)$$

Cette matrice représente un cas général d'évaluation de FCOHs. Elle permet d'analyser la variabilité spatio-temporelle du signal entre deux points séparés par une distance horizontale λ et situés à la même profondeur y . L'introduction de cette matrice représente en soi une nouvelle approche et cela pour au moins deux raisons distinctes.

La première est liée au fait que la plupart des modèles précédemment établis ne sont valables qu'en surface alors que la méthodologie développée (Eqs. 3.2.3.1-3.2.3.2) permet de quantifier cette variabilité en surface comme en profondeur c'est-à-dire qu'il est possible de déterminer $\boldsymbol{\rho}(\lambda, y, \omega)$ comme il est possible de déterminer $\boldsymbol{\rho}(\lambda, 0, \omega)$. En effet, les modèles existants permettent de modéliser la variabilité en surface uniquement par l'établissement de FCOH sous la forme suivante $\rho_{uu}(\lambda, y=0, \omega) = \rho_{uu}(\lambda, 0, \omega) \equiv \rho(f, \lambda)$ alors que par le biais de la CSDA il est possible de déterminer la FCOH en profondeur $\rho_{uu}(\lambda, y, \omega)$.

La deuxième raison trouve son origine dans le fait que les modèles de FCOHs existants ne sont valables que pour la composante horizontale du signal alors que la méthodologie proposée permet de calculer les FCOHs pour les composantes horizontale et verticale. En effet, dans l'état

actuel des connaissances les modèles de cohérence n'ont pas été développés pour la composante verticale alors que par le biais de la CSDA la FCOH du mouvement vertical $\rho_{vv}(\lambda, y, \omega)$ peut être facilement calculée.

Les hypothèses de base de cette approche sont une connaissance des matrices de fonctions d'inter-densité spectrale en surface $\mathbf{S}(k, 0, \omega)$ et de fonctions de transfert $\hat{\mathbf{T}}(k, y, \omega)$ lesquelles peuvent être déduites à partir d'un traitement statistique des données de densés réseaux. Cependant, en se basant sur une telle méthodologie le résultat obtenu ne sera valable que pour le site étudié et ne peut fournir qu'un élément de cette matrice c'est à dire celui relatif à la composante horizontale. Par conséquent, on risque de retomber dans les restrictions des approches expérimentales. Ainsi, on se propose d'estimer ces matrices à partir d'un modèle physique basé sur la propagation d'ondes planes. Ce modèle physique, décrit par la propagation d'ondes P-SV-SH dans un sol en demi-espace ou dans un sol stratifié horizontalement reposant sur un demi-espace, va nous permettre de calculer $\hat{\mathbf{T}}(k, y, \omega)$ dans le paragraphe 3.4 et $\mathbf{S}(k, 0, \omega)$ dans le paragraphe 3.5.

3.3 Mise au point du modèle physique de description du signal sismique

3.3.1 Eléments de base du modèle physique

Les hypothèses du modèle physique de description du signal sismique doivent être conformes à celles ayant servi à la mise en place de l'Eq. 3.2.2.37. En plus de ces hypothèses, on va considérer que le signal sismique est le résultat de l'incidence d'ondes planes P-SV-SH (Berrah et al. 1998-1999, Zendagui et al. 2000-2002). Cette dernière hypothèse associée aux hypothèses de la Section 3.2.2b constituent les hypothèses de la méthode d'Haskell-Thomson.

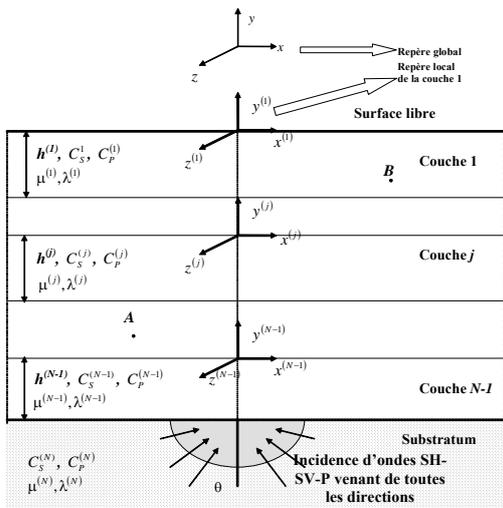


Figure 3.3.1 Incidence d'ondes planes à travers un sol stratifié reposant sur un demi-espace (Substratum) noté Couche N

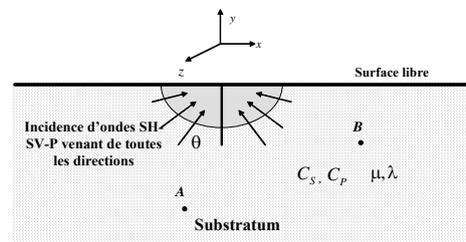


Figure 3.3.2 Incidence d'ondes planes à travers un sol en demi-espace (dit aussi substratum)

Ainsi on suppose, qu'au niveau du demi-espace (appelé aussi substratum) supportant le sol stratifié (Fig. 3.3.1) ou bien au niveau du demi-espace (appelé aussi substratum) (Fig. 3.3.2), il y a trois types d'incidence (notée par abréviation *TI*) (a) Incidence d'ondes P et d'ondes SH (b) Incidence d'ondes SV et d'ondes SH (c) Incidence d'ondes P, d'ondes SV et d'ondes SH. Les amplitudes et angles de propagation des ondes incidentes sont supposés connus. Les propriétés géométriques et mécaniques des sols (sol stratifié ou sol en demi espace) sont connues. Le sol en demi-espace (ou substratum) est identifié par ses propriétés mécaniques : (1) Les constantes de Lamé λ et μ , (2) Les vitesses de propagation des ondes S et P C_S et C_P respectivement, (3) Le module de cisaillement G et (4) le rapport des vitesses $\kappa = C_P/C_S$. Le sol stratifié, composé de $(N-1)$ couches, repose sur un substratum. Chaque couche est identifiée par ses propriétés mécaniques et géométriques: (1) les constantes de Lamé $\mu^{(j)}, \lambda^{(j)}$, (2) Les vitesses de propagation des ondes S et P à travers la couche (j) $C_S^{(j)}, C_P^{(j)}$, (3) le module de cisaillement $G^{(j)}$, (4) le rapport des vitesses par couche $\kappa^{(j)} = C_P^{(j)}/C_S^{(j)}$ et (5) l'épaisseur de la couche (j) $h^{(j)}$. Chaque couche (j) est repérée suivant un système de coordonnées locales $(x^{(j)}, y^{(j)}, z^{(j)})$. Le coefficient d'amortissement n'a pas été considéré mais son incorporation peut être effectuée. Les ondes incidentes peuvent avoir une seule direction de propagation comme ils peuvent en avoir plusieurs. Le paragraphe suivant est consacré à l'introduction de la notion d'input multiple.

3.3.2 Définition de la notion d'input multiple

Afin d'illustrer la notion d'input multiple (appelée mode d'incidence, par abréviation *MO*), considérons le cas de l'incidence d'ondes SH au niveau d'un substratum. Il va de soi que le développement qui va suivre est tout autant valable pour le cas de l'incidence d'ondes P-SV-SH dans un sol stratifié ou en demi espace.

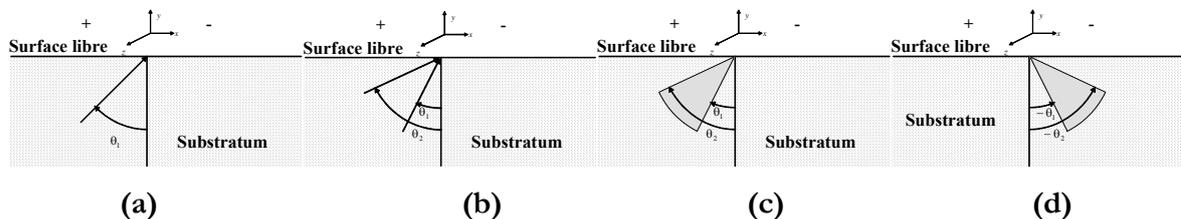


Figure 3.3.3 (a) Onde SH incidente avec un seul angle d'incidence θ_1 (b) Deux ondes SH ayant des angles d'incidence θ_1 et θ_2 (c) Ondes SH incidentes ayant des angles d'incidence compris entre θ_1 et θ_2 (d) Ondes SH incidentes ayant des angles d'incidence compris entre $-\theta_1$ et $-\theta_2$

Au niveau du substratum, plusieurs cas de figures peuvent se présenter; soit l'incidence d'une seule onde SH (input monodirectionnel) c'est-à-dire suivant une seule direction (Fig. 3.3.3a), soit l'incidence de deux ondes ayant des directions θ_1 et θ_2 (Fig. 3.3.3b) soit l'incidence de plusieurs

ondes SH dont les angles d'incidence sont compris entre θ_1 et θ_2 (input multidirectionnel) (Fig. 3.3.3c-d) c'est-à-dire suivant plusieurs directions. Notons que les signes + et - (Figs 3.3.3) indique une incidence dans le quadrant gauche et droit respectivement. Il est à noter que deux valeurs quelconques de θ_1 et θ_2 donnent un MO particulier. Par conséquent, il est possible d'avoir une infinité de cas de MO. A titre d'exemple l'input incohérent est décrit par les Fig. 3.3.4a-b.

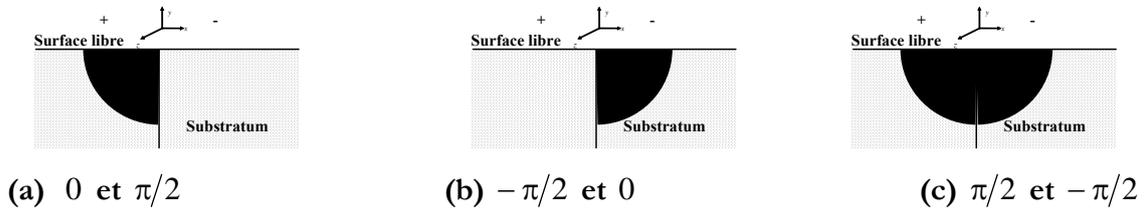
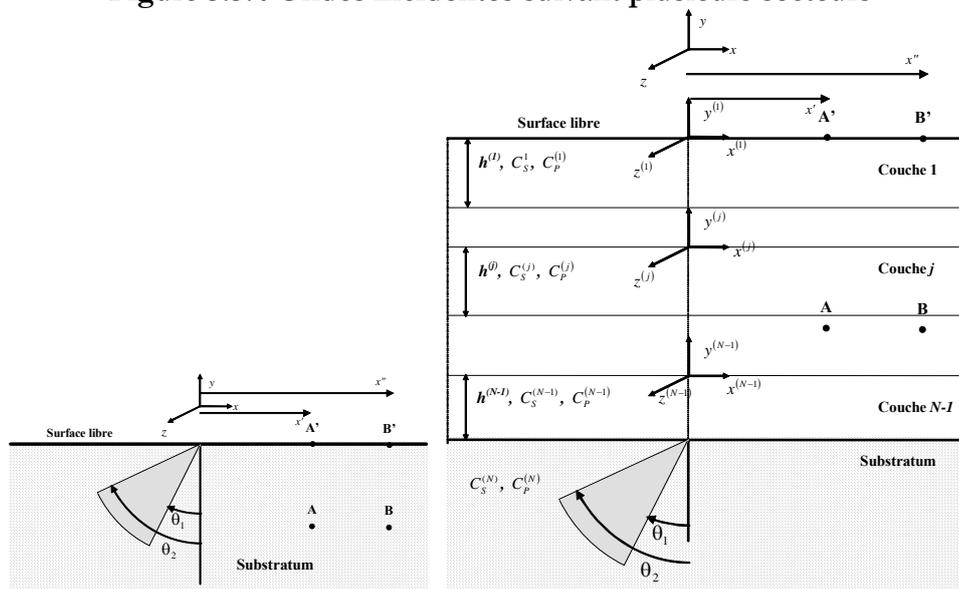


Figure 3.3.4 Ondes incidentes suivant plusieurs secteurs



(a) Sol en demi-espace (b) Sol stratifié reposant sur un demi-espace

Figure 3.3.5 Ondes incidentes ayant des directions comprises entre θ_1 et θ_2

La détermination du MO est souvent au centre des débats. Certains auteurs (Iguchi et al 1996, Kausel et al. 1987) estiment qu'il est possible d'avoir un input de type multidirectionnel (Figs. 3.3.3c-d, Figs. 3.3.4) alors que d'autres (Zerva 2000, Spudich 1994) estiment que les ondes sismiques qui émanent de la source sismique (faille) ne présentent qu'une seule direction (Fig. 3.3.3a). Néanmoins, il est tout à fait clair que les ondes sismiques en se propageant de la source vers le demi-espace ou le sol stratifié vont subir des changements dans leurs directions du fait de la présence de plusieurs discontinuités dans le massif de sol. Par conséquent des MO de type incohérent (Fig. 3.3.4a-b) peuvent aussi exister. D'une manière générale et afin de ne pas se limiter uniquement au cas de l'incidence monodirectionnelle (Fig. 3.3.3a), on va supposer que les ondes incidentes P-SV-SH se propagent suivant plusieurs directions soit dans un sol en demi-espace (Fig. 3.3.5a) soit dans un demi-espace supportant un sol stratifié (Fig. 3.3.5b). Ayant défini le TI et le MO, on se propose dans ce qui suit de déterminer l'état de déplacement et de

contraintes engendrés par ces ondes car les matrices $\mathbf{S}(k,0,\omega)$ et $\hat{\mathbf{T}}(k,y,\omega)$ à mettre en place dépendent justement de cet état.

3.3.3 Définition de l'état de déplacements et de contraintes induit par la propagation d'ondes P-SV-SH

Un principe de base dans la théorie de propagation d'ondes stipule que toute onde incidente induit une ou plusieurs ondes réfléchies et/ou réfractées (Achenbach, 1973). La définition de l'état de déplacements et de contraintes induit par la propagation d'ondes P-SV-SH doit obligatoirement prendre en compte le cas de l'onde incidente (Onde se propageant vers le haut) (Fig. 3.3.6a), le cas de l'onde réfléchi (Onde se propageant vers le bas) (Fig. 3.3.6b) et le cas de l'onde réfractée c'est-à-dire se propageant dans une couche supérieure (Fig. 3.3.6c). Par ailleurs, une onde SH incidente ne se réfléchit et ne réfracte qu'en une onde SH alors qu'une onde P ou SV incidente ne se réfléchit et ne se réfracte qu'en deux ondes P et SV.

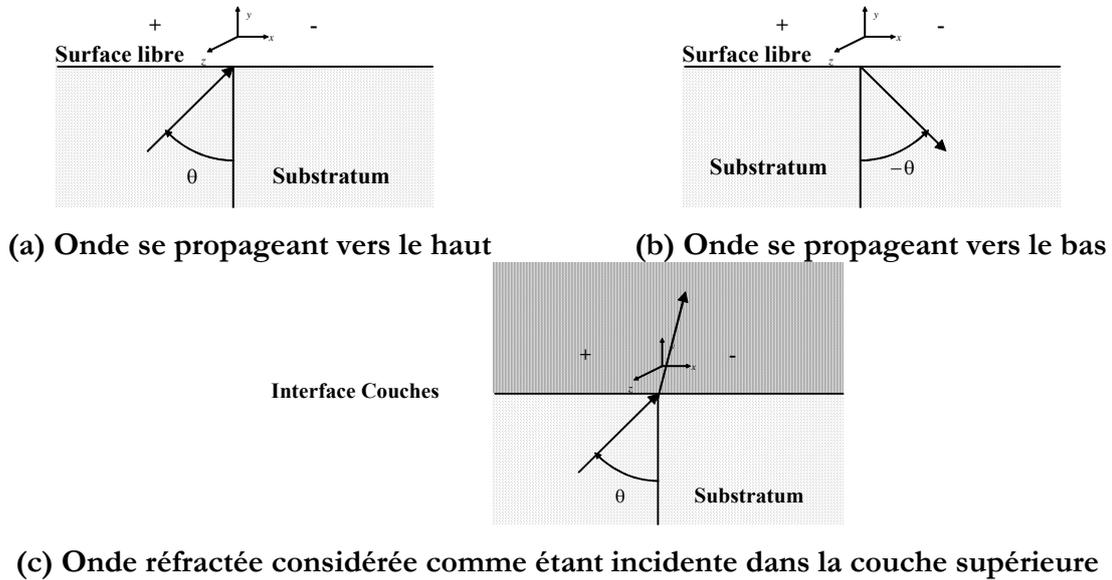


Figure 3.3.6 Ondes incidente et réfléchi

Le mouvement, en un point du massif de sol de coordonnées $\mathbf{x} = (x, y, z)$, induit par une onde de volume (P, SV ou SH) ayant un angle d'incidence θ (notée θ_p pour l'onde P, θ_{SH} pour l'onde SH et θ_{SV} pour l'onde SV), est représenté par une onde plane :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, \theta, t) \equiv \mathbf{u}(x, y, z, \theta, t) = A_\theta \mathbf{d}_\theta f(t - \mathbf{m}_\theta \cdot \mathbf{x}) = A_\theta \mathbf{d}_\theta f(t - m_{x_0} x - m_{y_0} y - m_{z_0} z) \quad (3.3.3.1)$$

Où $\mathbf{d}_\theta = \{d_{x_0} \quad d_{y_0} \quad d_{z_0}\}^T$ est un vecteur décrivant la direction du mouvement. $\mathbf{m}_\theta = \{m_{x_0} \quad m_{y_0} \quad m_{z_0}\}^T$ (noté \mathbf{p}_θ pour le cas d'incidence d'ondes P et \mathbf{s}_θ pour le cas d'incidence d'ondes SH et SV) est un vecteur décrivant la direction de propagation. Les deux vecteurs dépendent de θ . $f(\bullet)$ représente le déplacement induit par cette onde et A_θ son amplitude. Il faut noter que l'hypothèse de propagation de l'onde dans le plan (x, y) se traduit par

$m_{z_0} = s_{z_0} = p_{z_0} = 0$. Aussi, les mouvement en deux points de coordonnées respectifs $\mathbf{x}_i = (x, y, z_i)$ et $\mathbf{x}_j = (x, y, z_j)$ sont identiques et ce quelque soit i, j :

$$\forall i, j \quad \{u(x, y, z_i, \theta, t) \quad v(x, y, z_i, \theta, t) \quad w(x, y, z_i, \theta, t)\}^T = \{u(x, y, z_j, \theta, t) \quad v(x, y, z_j, \theta, t) \quad w(x, y, z_j, \theta, t)\}^T \quad (3.3.3.2)$$

Ainsi l'Eq. 3.3.3.1 s'écrit comme suit :

$$\mathbf{u}(x, y, \theta, t) = A_0 \mathbf{d}_0 f(t - m_{x_0} x - m_{y_0} y) \quad (3.3.3.3a)$$

$$\mathbf{u}(x, y, \theta, t) = \begin{cases} u(x, y, \theta, t) = A_0 d_{x_0} f(t - m_{x_0} x - m_{y_0} y) \\ v(x, y, \theta, t) = A_0 d_{y_0} f(t - m_{x_0} x - m_{y_0} y) \\ w(x, y, \theta, t) = A_0 d_{z_0} f(t - m_{x_0} x - m_{y_0} y) \end{cases} \quad (3.3.3.3b)$$

Tableau 3.1 : Valeurs de \mathbf{m}_0 et de \mathbf{d}_0 (Achenbach, 1973)

Type d'onde		Onde P		Onde SV		Onde SH	
Incidente/ Réfléchie		Incidente	Réfléchie	Incidente	Réfléchie	Incidente	Réfléchie
\mathbf{d}_0	d_{x_0}	$\sin \theta_P$	$\sin \theta_P$	$-\cos \theta_{SV}$	$\cos \theta_{SV}$	0	0
	d_{y_0}	$\cos \theta_P$	$-\cos \theta_P$	$\sin \theta_{SV}$	$\sin \theta_{SV}$	0	0
	d_{z_0}	0	0	0	0	1	1
\mathbf{m}_0	m_{x_0}	$\frac{\sin \theta_P}{C_P}$	$\frac{\sin \theta_P}{C_P}$	$\frac{\sin \theta_{SV}}{C_S}$	$\frac{\sin \theta_{SV}}{C_S}$	$\frac{\sin \theta_{SH}}{C_S}$	$\frac{\sin \theta_{SH}}{C_S}$
	m_{y_0}	$\frac{\cos \theta_P}{C_P}$	$\frac{\cos \theta_P}{C_P}$	$\frac{\cos \theta_{SV}}{C_S}$	$\frac{\cos \theta_{SV}}{C_S}$	$\frac{\cos \theta_{SH}}{C_S}$	$\frac{\cos \theta_{SH}}{C_S}$

Les mouvements induis par une onde réfléchie s'écrivent comme suit :

$$\mathbf{u}(x, y, \theta, t) = A_0 \mathbf{d}_0 f(t - m_{x_0} x + m_{y_0} y) \quad (3.3.3.4a)$$

$$\mathbf{u}(x, y, \theta, t) = \begin{cases} u(x, y, \theta, t) = A_0 d_{x_0} f(t - m_{x_0} x + m_{y_0} y) \\ v(x, y, \theta, t) = A_0 d_{y_0} f(t - m_{x_0} x + m_{y_0} y) \\ w(x, y, \theta, t) = A_0 d_{z_0} f(t - m_{x_0} x + m_{y_0} y) \end{cases} \quad (3.3.3.4b)$$

L'examen des Eqs. 3.3.3.4a-b montre que le champ de déplacement induit par une onde réfléchie ou incidente s'écrit comme suit :

$$\mathbf{u}(x, y, \theta, t) = A_0 \mathbf{d}_0 f(t - m_{x_0} x \pm m_{y_0} y) \quad (3.3.3.5)$$

Le Tableau 3.1 donne les valeurs de \mathbf{m}_0 et de \mathbf{d}_0 pour les différentes configurations. L'Eq. 3.3.3.5 est suffisante pour le calcul des matrices $\mathbf{S}(k, 0, \omega)$ et $\hat{\mathbf{T}}(k, y, \omega)$ et ce pour le cas d'un sol en demi-espace, toutefois, elle ne le sera pas pour le cas du sol stratifié. En effet, pour ce dernier cas, la forme mathématique $f(t - m_{x_0} x \pm m_{y_0} y)$ est si générale qu'elle ne peut être utilisée pour le

calcul des contraintes. Aussi, pour le cas du sol stratifié, nous allons supposer que les ondes sont non seulement planes mais aussi harmoniques. Le mouvement, induit par ces ondes, s'écrit :

$$\mathbf{u}(x, y, \theta, t) = A_0 \mathbf{d}_0 \exp(iC\xi(t - m_{x_0}x \pm m_{y_0}y)) \quad (3.3.3.6)$$

où ξ ($\xi = \xi_P$ pour l'onde P) et ($\xi = \xi_S$ pour l'onde SH ou SV) représente le nombre d'ondes et C est la vitesse de propagation de l'onde (C_S pour les ondes SH et SV et C_P pour l'onde P). A ce champ de déplacement, on associe le tenseur des contraintes obtenues par la loi de Hooke :

$$\boldsymbol{\sigma}(x, y, \theta, t) = \begin{bmatrix} \sigma_{xx}(x, y, \theta, t) & \sigma_{xy}(x, y, \theta, t) & \sigma_{xz}(x, y, \theta, t) \\ \sigma_{yx}(x, y, \theta, t) & \sigma_{yy}(x, y, \theta, t) & \sigma_{yz}(x, y, \theta, t) \\ \sigma_{zx}(x, y, \theta, t) & \sigma_{zy}(x, y, \theta, t) & \sigma_{zz}(x, y, \theta, t) \end{bmatrix} \quad (3.3.3.7)$$

Où

$$\sigma_{xx}(x, y, \theta, t) \equiv \sigma_{xx} = [\lambda(-d_{x_0}m_{x_0} \pm d_{y_0}m_{y_0}) - 2\mu d_{x_0}m_{x_0}] \xi CA_0 \exp(iC\xi(t - m_{x_0}x \pm m_{y_0}y)) \quad (3.3.3.8a)$$

$$\sigma_{yy}(x, y, \theta, t) \equiv \sigma_{yy} = [\lambda(-d_{x_0}m_{x_0} \pm d_{y_0}m_{y_0}) \pm 2\mu d_{y_0}m_{y_0}] \xi CA_0 \exp(iC\xi(t - m_{x_0}x \pm m_{y_0}y)) \quad (3.3.3.8b)$$

$$\sigma_{zz}(x, y, \theta, t) \equiv \sigma_{zz} = [\lambda(-d_{x_0}m_{x_0} \pm d_{y_0}m_{y_0})] \xi CA_0 \exp(iC\xi(t - m_{x_0}x \pm m_{y_0}y)) \quad (3.3.3.8c)$$

$$\sigma_{xy}(x, y, \theta, t) \equiv \sigma_{xy} = [\mu(-d_{y_0}m_{x_0} \pm d_{x_0}m_{y_0})] \xi CA_0 \exp(iC\xi(t - m_{x_0}x \pm m_{y_0}y)) \quad (3.3.3.8d)$$

$$\sigma_{xz}(x, y, \theta, t) \equiv \sigma_{xz} = [\mu(-d_{z_0}m_{x_0})] \xi CA_0 \exp(iC\xi(t - m_{x_0}x \pm m_{y_0}y)) \quad (3.3.3.8e)$$

$$\sigma_{yz}(x, y, \theta, t) \equiv \sigma_{yz} = [\mu(\pm d_{z_0}m_{y_0})] \xi CA_0 \exp(iC\xi(t - m_{x_0}x \pm m_{y_0}y)) \quad (3.3.3.8f)$$

Par ailleurs, il est possible de remarquer, en utilisant les données du Tableau 3.1 :

- qu'une onde SH (incidente ou réfléchie) donne le tenseur de contraintes suivant:

$$\boldsymbol{\sigma}(x, y, \theta, t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \sigma_{xz}(x, y, \theta, t) \\ 0 & 0 & \sigma_{yz}(x, y, \theta, t) \\ \sigma_{zx}(x, y, \theta, t) & \sigma_{zy}(x, y, \theta, t) & 0 \end{bmatrix} \quad (3.3.3.9)$$

Où

$$\sigma_{xz}(x, y, \theta, t) \equiv \sigma_{xz} = -i\mu\xi C_S A_0 s_{x_0} \exp(iC_S \xi(t - s_{x_0}x \pm s_{y_0}y)) \quad (3.3.3.10a)$$

$$\sigma_{yz}(x, y, \theta, t) \equiv \sigma_{yz} = \pm i\mu\xi C_S A_0 s_{y_0} \exp(iC_S \xi(t - s_{x_0}x \pm s_{y_0}y)) \quad (3.3.3.10b)$$

- qu'une onde P ou SV (incidente ou réfléchie) donne le tenseur de contraintes suivant:

$$\boldsymbol{\sigma}(x, y, \theta, t) = \begin{bmatrix} \sigma_{xx}(x, y, \theta, t) & \sigma_{xy}(x, y, \theta, t) & 0 \\ \sigma_{yx}(x, y, \theta, t) & \sigma_{yy}(x, y, \theta, t) & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz}(x, y, \theta, t) \end{bmatrix} \quad (3.3.3.11)$$

Où

$$\sigma_{xx}(x, y, \theta, t) \equiv \sigma_{xx} = [\lambda(-d_{x_0} m_{x_0} \pm d_{y_0} m_{y_0}) - 2\mu d_{x_0} m_{x_0}] j_{\xi} CA_0 \exp(iC\xi(t - m_{x_0} x \pm m_{y_0} y)) \quad (3.3.3.12a)$$

$$\sigma_{yy}(x, y, \theta, t) \equiv \sigma_{yy} = [\lambda(-d_{x_0} m_{x_0} \pm d_{y_0} m_{y_0}) \pm 2\mu d_{y_0} m_{y_0}] j_{\xi} CA_0 \exp(iC\xi(t - m_{x_0} x \pm m_{y_0} y)) \quad (3.3.3.12b)$$

$$\sigma_{zz}(x, y, \theta, t) \equiv \sigma_{zz} = [\lambda(-d_{x_0} m_{x_0} \pm d_{y_0} m_{y_0})] j_{\xi} CA_0 \exp(iC\xi(t - m_{x_0} x \pm m_{y_0} y)) \quad (3.3.3.12c)$$

$$\sigma_{xy}(x, y, \theta, t) \equiv \sigma_{xy} = [\mu(-d_{y_0} m_{x_0} \pm d_{x_0} m_{y_0})] j_{\xi} CA_0 \exp(iC\xi(t - m_{x_0} x \pm m_{y_0} y)) \quad (3.3.3.12d)$$

3.4 Mise en place de la matrice de fonctions de transfert $\hat{\mathbf{T}}(k, y, \omega)$

3.4.1 Considérations générales

L'examen des Eqs. 3.3.3.5-3.3.3.6 et du Tableau 3.1 montre que

- L'onde SH (incidente ou réfléchie) induit un mouvement $\mathbf{u}(x, y, \theta_{SH}, t)$ suivant la direction z uniquement, c'est-à-dire $\mathbf{u}(x, y, \theta_{SH}, t) = \{0 \ 0 \ w(x, y, \theta_{SH}, t)\}^T$. Il va de soi que M ondes SH, qui sont incidentes avec des angles d'incidence compris entre θ_1 et θ_2 , vont aussi générer un mouvement suivant la direction z uniquement, c'est-à-dire $\mathbf{u}(x, y, t)_{SH} = \{0 \ 0 \ w(x, y, t)\}^T$. Par conséquent

$$\tilde{\mathbf{u}}(k, y, \omega)_{SH} = \{0 \ 0 \ \tilde{w}(k, y, \omega)\}^T \quad (3.4.1.1)$$

$$\tilde{\mathbf{u}}(k, 0, \omega)_{SH} = \{0 \ 0 \ \tilde{w}(k, 0, \omega)\}^T \quad (3.4.1.2)$$

- Les ondes P ou SV (incidentes ou réfléchies) induisent un mouvement $\mathbf{u}(x, y, \theta_{P \text{ ou } SV}, t)$ suivant les directions x, y uniquement c'est-à-dire $\mathbf{u}(x, y, \theta_{P \text{ ou } SV}, t) = \{u(x, y, \theta_{P \text{ ou } SV}, t) \ v(x, y, \theta_{P \text{ ou } SV}, t) \ 0\}^T$. De même M ondes P ou SV, qui sont incidentes avec des angles d'incidence compris entre θ_1 et θ_2 , vont générer un mouvement $\mathbf{u}(x, y, t)_{P \text{ ou } SV}$ suivant les directions x, y uniquement c'est-à-dire $\mathbf{u}(x, y, t)_{P \text{ ou } SV} = \{u(x, y, t) \ v(x, y, t) \ 0\}^T$. Par conséquent,

$$\tilde{\mathbf{u}}(k, y, \omega)_{P \text{ ou } SV} = \{\tilde{u}(k, y, \omega) \ \tilde{v}(k, y, \omega) \ 0\}^T \quad (3.4.1.3)$$

$$\tilde{\mathbf{u}}(k, 0, \omega)_{P \text{ ou } SV} = \{\tilde{u}(k, 0, \omega) \ \tilde{v}(k, 0, \omega) \ 0\}^T \quad (3.4.1.4)$$

L'examen des Eqs. 3.4.1.2, 3.4.1.3 et 3.4.1.4 montre que :

La matrice de transfert pour le cas de l'incidence d'ondes SH s'écrit :

$$\tilde{\mathbf{u}}(k, y, \omega)_{SH} = \begin{Bmatrix} \tilde{u}(k, y, \omega) \\ \tilde{v}(k, y, \omega) \\ \tilde{w}(k, y, \omega) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{T}_{ww}(k, y, \omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{u}(k, 0, \omega) \\ \tilde{v}(k, 0, \omega) \\ \tilde{w}(k, 0, \omega) \end{Bmatrix} \quad (3.4.1.5)$$

La matrice de transfert pour le cas de l'incidence d'ondes P ou SV s'écrit :

$$\tilde{\mathbf{u}}(k, y, \omega)_{P \text{ ou } SV} = \begin{Bmatrix} \tilde{u}(k, y, \omega) \\ \tilde{v}(k, y, \omega) \\ \tilde{w}(k, y, \omega) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{T}_{uu}(k, y, \omega) & \tilde{T}_{uv}(k, y, \omega) & 0 \\ \tilde{T}_{vu}(k, y, \omega) & \tilde{T}_{vv}(k, y, \omega) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{u}(k, 0, \omega) \\ \tilde{v}(k, 0, \omega) \\ \tilde{w}(k, 0, \omega) \end{Bmatrix} \quad (3.4.1.6)$$

L'examen de l'Eq. 3.4.1.5 montre que la forme de la matrice de fonctions de transfert, établie pour le cas de l'incidence d'ondes SH, est similaire à celle de l'Eq. 3.2.2.36. Par contre, cette forme pour le cas d'ondes P ou SV (Eq. 3.4.1.6) n'est pas similaire à celle de l'Eq. 3.2.2.36, elle est en fait similaire à celle de l'Eq. 3.2.2.5. Aussi les modifications à la méthode d'Haskell-Thomson ne seront apportées que pour le cas de la propagation d'ondes P et SV.

Globalement, $\hat{T}_{uu}(k, y, \omega)$, $\hat{T}_{vv}(k, y, \omega)$ sont calculés à partir du système d'incidence d'ondes P et/ou SV alors que $\hat{T}_{ww}(k, y, \omega)$ sera calculé à partir du système d'incidence d'ondes SH. Il est important de noter que la forme de la matrice de fonctions de transfert recherchée est celle de l'Eq. 3.2.2.36 et non celle de l'Eq.3.2.2.5.

3.4.2 Détermination de $\hat{T}_{ww}(k, y, \omega)$ pour le cas d'un sol en demi-espace

En tous points du massif de sol (Fig. 3.4.1a), on suppose que M ondes planes SH sont incidentes avec des angles d'incidence θ_{SH_m} , $m = 1, 2, \dots, M$ (compris entre θ_1 et θ_2 , Fig. 3.4.1b) et des amplitudes A_m connus. Considérons une onde SH parmi ces M ondes. Le mouvement $\mathbf{u}(\mathbf{x}, \theta_{SH_m}, t)$ (noté $\mathbf{u}(\mathbf{x}, \theta_m, t)$) induit par cette onde est le résultat de la superposition des mouvements de l'onde incidente SH et de l'onde réfléchie SH générée par l'onde incidente. Ces deux ondes présentent la même amplitude A_m mais aussi le même angle θ_m par rapport à la verticale. Ces résultats découlent du fait que la contrainte au niveau de la surface libre est nulle.

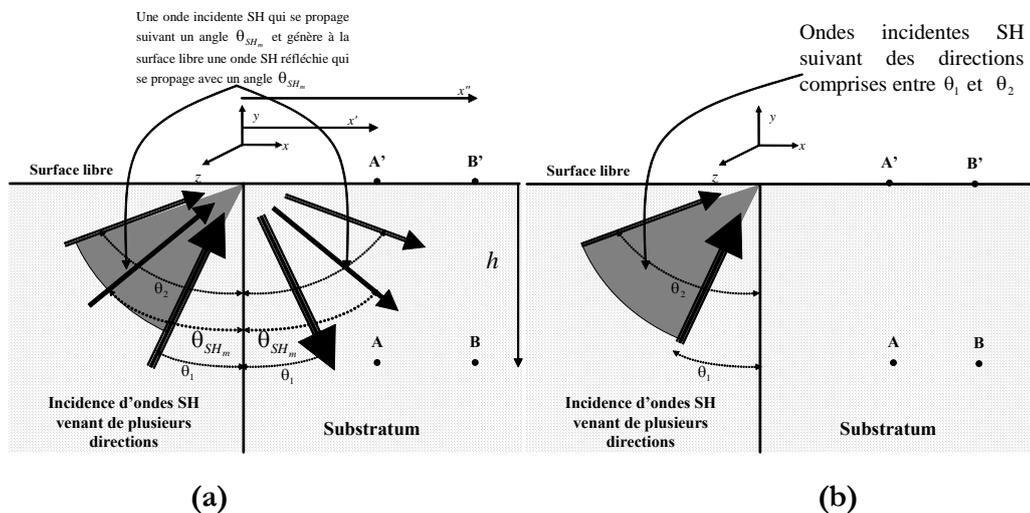


Figure 3.4.1 Ondes SH incidentes et réfléchies à travers un sol en demi-espace

Par conséquent le mouvement induit par le système d'incidence d'une onde plane SH est :

$$w(x, y, \theta_m, t) = A_m b(t - s_{x_m} x - s_{y_m} y) + A_m b(t - s_{x_m} x + s_{y_m} y) \quad (3.4.2.1a)$$

$s_{x_m} = \frac{\sin \theta_m}{C_S}$, $s_{y_m} = \frac{\cos \theta_m}{C_S}$ (Pour des besoins d'écriture, il a été adopté s_{x_m} au lieu de $s_{x_{\theta_m}}$ et de s_{y_m} au lieu de $s_{y_{\theta_m}}$)

où $b(\bullet)$ est égale au terme $f(\bullet)$ de l'Eq. 3.3.3.5, $b(t - s_{x_m} x - s_{y_m} y)$ représente le mouvement induit par l'onde SH incidente, $b(t - s_{x_m} x + s_{y_m} y)$ représente le mouvement induit par l'onde SH réfléchi. Le mouvement induit par le système d'incidence de M ondes planes SH est donc :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \left\{ u(x, y, t) = 0 \quad v(x, y, t) = 0 \quad w(x, y, t) = \sum_{m=1}^{m=M} w(x, y, \theta_m, t) \right\}^T \quad (3.4.2.1b)$$

Le mouvement peut être exprimé dans le domaine des fréquence-nombre d'ondes et ce en appliquant une double transformée de Fourier sur $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$.

$$\tilde{\mathbf{u}}(k, y, \omega) = \left\{ \tilde{u}(k, y, \omega) = 0 \quad \tilde{v}(k, y, \omega) = 0 \quad \tilde{w}(k, y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(x, y, t) e^{-i(\omega t - kx)} dt dx \right\}^T \quad (3.4.2.2a)$$

Le mouvement en profondeur est obtenu en fonction du mouvement en surface (Annexe B) :

$$\tilde{w}(k, y, \omega) = \cos \left(\sqrt{\left[\left(\frac{\omega}{C_S} \right)^2 - k^2 \right]} y \right) \tilde{w}(k, 0, \omega) = \hat{T}_{ww}(k, y, \omega) \tilde{w}(k, 0, \omega) \quad (3.4.2.2b)$$

Par conséquent :

$$\hat{T}_{ww}(k, y, \omega) = \cos(\Lambda y) \quad (3.4.2.3)$$

Avec $\omega \sin \theta_1 / C_S \leq k \leq \omega \sin \theta_2 / C_S$, $k = \omega \sin \theta / C_S$, $y = -h$, $\Omega = i \sqrt{\left(\frac{\omega}{C_S} \right)^2 - k^2}$ et

$\Lambda = i\Omega$.

3.4.3 Détermination de $\hat{T}_{ww}(k, y, \omega)$ pour le cas d'un substratum supportant un sol stratifié

La fonction de transfert $\hat{T}_{ww}(k, y, \omega)$ pour le cas d'un substratum supportant un sol stratifié est déterminée en considérant que le mouvement sismique résulte de l'incidence d'ondes SH à travers le substratum (Figs. 3.4.2). Cette fonction donne le rapport des mouvements en un point en profondeur (par exemple le point A qui se situe à l'interface couches (j) et $(j+1)$) et A' projection de A sur la surface libre. Il est bien entendu que cette fonction peut être déterminée

même si A est situé au sein de la couche (j). Pour déterminer $\hat{T}_{ww}(k, y, \omega)$, il faut établir une relation entre l'état de déplacement et de contrainte en haut et en bas d'une couche (j), d'égaliser cet état à l'interface couche (j) couche (j-1) et par une simple relation de récurrence déterminer une relation entre l'état de déplacement et de contraintes en bas de la couche (j) et en surface.

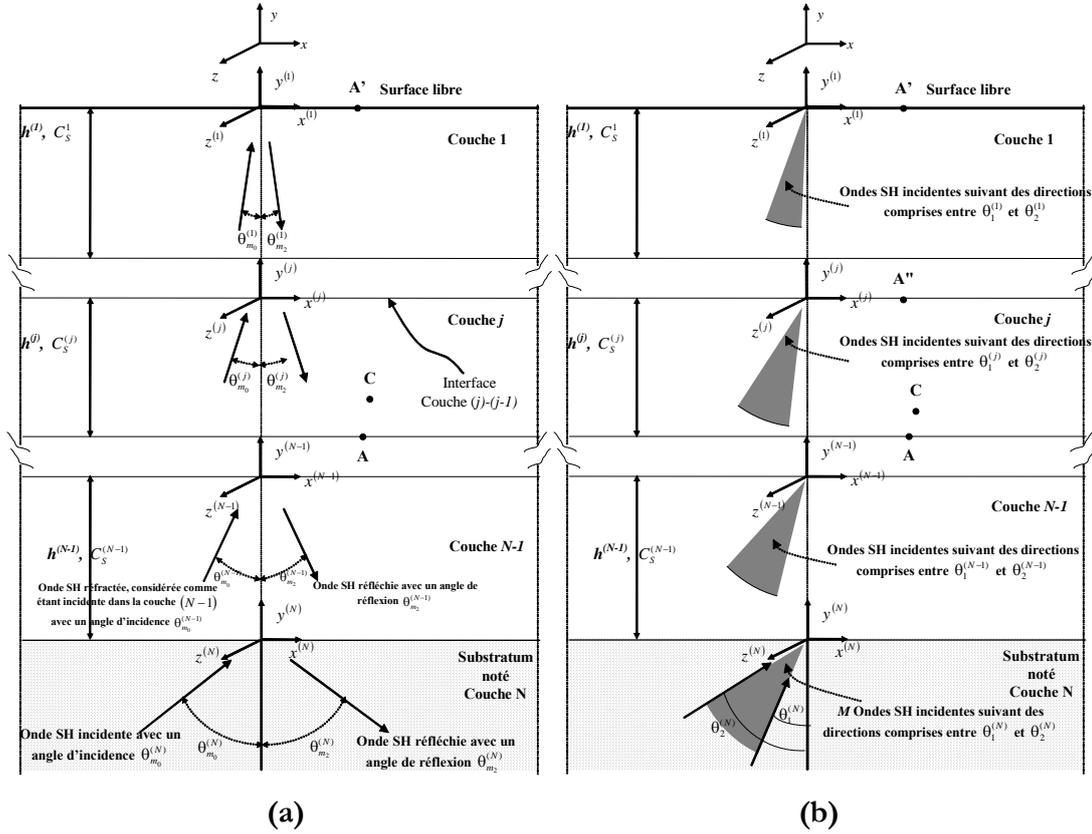


Figure 3.4.2 Ondes SH incidentes dans un substratum et leurs systèmes de propagation à travers un sol stratifié horizontalement

On suppose que M ondes SH sont incidentes dans le substratum, supportant $(N-1)$ couches, avec des angles d'incidence $\theta_{m_0}^{(N)}$, $m=1,2,\dots,M$ (compris entre $\theta_1^{(N)}$ et $\theta_2^{(N)}$), des nombres d'ondes $\xi_{m_0}^{(N)}$ et des amplitudes $A_{m_0}^{(N)}$ connus (Fig. 3.4.2b). Considérons une onde SH parmi ces M ondes (Fig. 3.4.2a). A l'interface Substratum-Couche $(N-1)$, cette onde se réfléchit en une onde SH définie par un angle de réflexion $\theta_{m_2}^{(N)}$, un nombre d'ondes $\xi_{m_2}^{(N)}$ et une amplitude $A_{m_2}^{(N)}$ et se réfracte en une onde SH, qui se propage dans la couche $(N-1)$, définie par un angle de réflexion $\theta_{m_0}^{(N-1)}$, un nombre d'ondes $\xi_{m_0}^{(N-1)}$ et une amplitude $A_{m_0}^{(N-1)}$. Cette onde réfractée, considérée comme étant incidente dans la couche $(N-1)$, se réfléchit et se réfracte jusqu'à ce qu'elle atteigne la surface. Le mouvement en un point C (Fig. 3.4.2a) dans la couche

(j) est donc la superposition (a) d'une onde incidente SH ayant une amplitude $A_{m_0}^{(j)}$, un angle d'incidence $\theta_{m_0}^{(j)}$ et un nombre d'ondes $\xi_{m_0}^{(j)}$ et (b) d'une onde réfléchie SH ayant une amplitude $A_{m_2}^{(j)}$, un angle de réflexion $\theta_{m_2}^{(j)}$ et un nombre d'ondes $\xi_{m_2}^{(j)}$. Par conséquent, ce mouvement s'écrit (Eq. 3.3.3.6) :

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(\mathbf{x}^{(j)}, \theta_{m_0}^{(j)}, t) &= \mathbf{u}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta_{m_0}^{(j)}, t) = \\ &= \left\{ u^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta_{m_0}^{(j)}, t) = 0 \quad v^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta_{m_0}^{(j)}, t) = 0 \quad w^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta_{m_0}^{(j)}, t) \right\}^T \end{aligned} \quad (3.4.3.1)$$

avec

$$w^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta_{m_0}^{(j)}, t) = A_{m_0}^{(j)} e^{iC_S^{(j)}\xi_{m_0}^{(j)}\left(t - \frac{\sin\theta_{m_0}^{(j)}}{C_S^{(j)}}x^{(j)} - \frac{\cos\theta_{m_0}^{(j)}}{C_S^{(j)}}y^{(j)}\right)} + A_{m_2}^{(j)} e^{iC_S^{(j)}\xi_{m_2}^{(j)}\left(t - \frac{\sin\theta_{m_2}^{(j)}}{C_S^{(j)}}x^{(j)} + \frac{\cos\theta_{m_2}^{(j)}}{C_S^{(j)}}y^{(j)}\right)} \quad (3.4.3.2)$$

Une onde SH incidente ou réfléchie va générer deux contraintes σ_{xz} (Eq. 3.3.3.10a) et σ_{yz} (Eq. 3.3.3.10b). Il est à noter que σ_{xz} n'est pas nécessaire dans le calcul de $T_{wv}(k, y, \omega)$ (Wolf 1985, Achenbach 1973). L'état de contrainte au point C s'écrit donc (Eq. 3.3.3.10b) :

$$\begin{aligned} \sigma_{yz}^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta_{m_0}^{(j)}, t) &= -i\mu^{(j)}\xi_{m_0}^{(j)}C_S^{(j)}A_{m_0}^{(j)}\frac{\cos\theta_{m_0}^{(j)}}{C_S^{(j)}}e^{iC_S^{(j)}\xi_{m_0}^{(j)}\left(t - \frac{\sin\theta_{m_0}^{(j)}}{C_S^{(j)}}x^{(j)} - \frac{\cos\theta_{m_0}^{(j)}}{C_S^{(j)}}y^{(j)}\right)} + \\ &+ i\mu^{(j)}\xi_{m_2}^{(j)}C_S^{(j)}A_{m_2}^{(j)}\frac{\cos\theta_{m_2}^{(j)}}{C_S^{(j)}}e^{iC_S^{(j)}\xi_{m_2}^{(j)}\left(t - \frac{\sin\theta_{m_2}^{(j)}}{C_S^{(j)}}x^{(j)} + \frac{\cos\theta_{m_2}^{(j)}}{C_S^{(j)}}y^{(j)}\right)} \end{aligned} \quad (3.4.3.3)$$

En particulier à la surface libre, c'est-à-dire dans la partie supérieure du sol stratifié, l'Eq. 3.4.3.3 s'écrit :

$$\sigma_{yz}^{(1)}(x^{(1)}, y^{(1)} = 0, \theta_{m_0}^{(1)}, t) = -i\mu^{(1)}\xi_{m_0}^{(1)}C_S^{(1)}A_{m_0}^{(1)}\frac{\cos\theta_{m_0}^{(1)}}{C_S^{(1)}}e^{iC_S^{(1)}\xi_{m_0}^{(1)}\left(t - \frac{\sin\theta_{m_0}^{(1)}}{C_S^{(1)}}x^{(1)}\right)} + i\mu^{(1)}\xi_{m_2}^{(1)}C_S^{(1)}A_{m_2}^{(1)}\frac{\cos\theta_{m_2}^{(1)}}{C_S^{(1)}}e^{iC_S^{(1)}\xi_{m_2}^{(1)}\left(t - \frac{\sin\theta_{m_2}^{(1)}}{C_S^{(1)}}x^{(1)}\right)} \quad (3.4.3.4)$$

Or

$$\sigma_{yz}^{(1)}(x^{(1)}, y^{(1)} = 0, \theta_{m_0}^{(1)}, t) = 0 \quad \forall x^{(1)} \quad \text{et} \quad \forall t \quad (3.4.3.5)$$

Par conséquent :

$$C_S^{(1)}\xi_{m_0}^{(1)} = C_S^{(1)}\xi_{m_2}^{(1)} \quad (3.4.3.6a)$$

$$C_S^{(1)}\xi_{m_0}^{(1)}\frac{\sin\theta_{m_0}^{(1)}}{C_S^{(1)}} = C_S^{(1)}\xi_{m_2}^{(1)}\frac{\sin\theta_{m_2}^{(1)}}{C_S^{(1)}} \quad (3.4.3.6b)$$

Les Eqs. 3.4.3.6a,b nous donnent donc $\xi_{m_0}^{(1)} = \xi_{m_2}^{(1)} \equiv \xi_m^{(1)}$, $\theta_{m_0}^{(1)} = \theta_{m_2}^{(1)} \equiv \theta_m^{(1)}$ et $A_{m_0}^{(1)} = A_{m_2}^{(1)} \equiv A_m^{(1)}$.

À l'interface couches (2) et (1), on suppose qu'il y a continuité de déplacements et de

contraintes. Les déplacements dans la partie inférieure de la couche (1) et supérieure de la couche (2) s'écrivent respectivement :

$$w^{(1)}(x^{(1)}, y^{(1)} = -h^{(1)}, \theta_m^{(1)}, t) = A_m^{(1)} \left(e^{iC_S^{(j)\xi_m^{(1)}} \left(\frac{\cos \theta_m^{(1)}}{C_S^{(j)}} h^{(1)} \right)} + e^{iC_S^{(1)\xi_m^{(1)}} \left(\frac{\cos \theta_m^{(1)}}{C_S^{(1)}} h^{(1)} \right)} \right) e^{iC_S^{(1)\xi_m^{(1)}} \left(t - \frac{\sin \theta_m^{(1)}}{C_S^{(1)}} x^{(1)} \right)} \quad (3.4.3.7)$$

$$w^{(2)}(x^{(2)}, y^{(2)} = 0, \theta_{m_0}^{(2)}, t) = A_{m_0}^{(2)} e^{iC_S^{(2)\xi_{m_0}^{(2)}} \left(t - \frac{\sin \theta_{m_0}^{(2)}}{C_S^{(2)}} x^{(2)} \right)} + A_{m_2}^{(2)} e^{iC_S^{(2)\xi_{m_2}^{(2)}} \left(t - \frac{\sin \theta_{m_2}^{(2)}}{C_S^{(2)}} x^{(2)} \right)} \quad (3.4.3.8)$$

Or

$$w^{(1)}(x^{(1)}, y^{(1)} = -h^{(1)}, \theta_m^{(1)}, t) = w^{(2)}(x^{(2)}, y^{(2)} = 0, \theta_{m_0}^{(2)}, t) \quad \forall (x^{(1)} = x^{(2)}) \quad \text{et} \quad \forall t \quad (3.4.3.9)$$

Par conséquent

$$C_S^{(2)\xi_{m_0}^{(2)}} = C_S^{(2)\xi_{m_2}^{(2)}} = C_S^{(1)\xi_m^{(1)}} \quad (3.4.3.10a)$$

$$C_S^{(2)\xi_{m_0}^{(2)}} \sin \theta_{m_0}^{(2)} / C_S^{(2)} = C_S^{(2)\xi_{m_2}^{(2)}} \sin \theta_{m_2}^{(2)} / C_S^{(2)} = C_S^{(1)\xi_m^{(1)}} \sin \theta_m^{(1)} / C_S^{(1)} \quad (3.4.3.10b)$$

Les Eqs. 3.4.3.10a,b nous donnent donc $\xi_{m_0}^{(2)} = \xi_{m_2}^{(2)} \equiv \xi_m^{(2)}$, $\xi_m^{(2)} = \frac{C_S^{(1)}}{C_S^{(2)}} \xi_m^{(1)}$, $\theta_{m_0}^{(2)} = \theta_{m_2}^{(2)} \equiv \theta_m^{(2)}$,

$$\theta_m^{(1)} = \arcsin \left(\sin \theta_m^{(2)} C_S^{(1)} / C_S^{(2)} \right)$$

En appliquant le principe de continuité de déplacements et de contrainte aux interfaces couche couches (j) et (j-1), on peut facilement montrer que :

$$\langle \forall j, j = 1, \dots, N \rangle \quad \theta_{m_0}^{(j)} = \theta_{m_2}^{(j)} \equiv \theta_m^{(j)} \quad (3.4.3.11a)$$

$$\langle \forall j, j = 1, \dots, N \rangle \quad \xi_{m_0}^{(j)} = \xi_{m_2}^{(j)} \equiv \xi_m^{(j)} \quad (3.4.3.11b)$$

$$\langle \forall j, j = 1, \dots, (N-1) \rangle \quad \sin \theta_m^{(j)} = \sin \theta_m^{(j+1)} C_S^{(j)} / C_S^{(j+1)} \quad (3.4.3.11c)$$

L'Eq. 3.4.3.11c est connue comme étant la loi de Snell. L'état de déplacement et de contrainte en un point C (Figs. 3.4.2) dans la couche (j) induit par l'incidence d'une onde SH dans le substratum ayant un angle d'incidence $\theta_m^{(N)}$, un nombre d'ondes $\xi_{m_0}^{(N)} \equiv \xi_m^{(N)}$ et une amplitude $A_{m_0}^{(N)}$ s'écrit donc :

$$w^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta_m^{(j)}, t) = \left(A_{m_0}^{(j)} e^{-iC_S^{(j)\xi_m^{(j)}} \frac{\cos \theta_m^{(j)}}{C_S^{(j)}} y^{(j)}} + A_{m_2}^{(j)} e^{iC_S^{(j)\xi_m^{(j)}} \frac{\cos \theta_m^{(j)}}{C_S^{(j)}} y^{(j)}} \right) e^{iC_S^{(j)\xi_m^{(j)}} \left(t - \frac{\sin \theta_m^{(j)}}{C_S^{(j)}} x^{(j)} \right)} \quad (3.4.3.12a)$$

$$\sigma_{yz}^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta_m^{(j)}, t) = -i\mu^{(j)\xi_m^{(j)}} C_S^{(j)} \frac{\cos \theta_m^{(j)}}{C_S^{(j)}} \left(A_{m_0}^{(j)} e^{-iC_S^{(j)\xi_m^{(j)}} \frac{\cos \theta_m^{(j)}}{C_S^{(j)}} y^{(j)}} - A_{m_2}^{(j)} e^{iC_S^{(j)\xi_m^{(j)}} \frac{\cos \theta_m^{(j)}}{C_S^{(j)}} y^{(j)}} \right) e^{iC_S^{(j)\xi_m^{(j)}} \left(t - \frac{\sin \theta_m^{(j)}}{C_S^{(j)}} x^{(j)} \right)} \quad (3.4.3.12b)$$

Les M ondes incidentes SH dans le substratum avec des angles d'incidence $\theta_m^{(N)}$ compris entre $\theta_1^{(N)}$ et $\theta_2^{(N)}$ connus, vont générer au point C l'état de déplacement et de contrainte suivant :

$$w^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, t) = \sum_{m=1}^M w^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta_m^{(j)}, t) \quad (3.4.3.13a)$$

$$\sigma_{yz}^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, t) = \sum_{m=1}^M \sigma_{yz}^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta_m^{(j)}, t) \quad (3.4.3.13b)$$

Procédant à un changement de variable

$$w^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, t) = \int_{\theta_1^{(j)}}^{\theta_2^{(j)}} w^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta^{(j)}, t) d\theta^{(j)} \quad (3.4.3.13c)$$

$$\sigma_{yz}^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, t) = \int_{\theta_1^{(j)}}^{\theta_2^{(j)}} \sigma_{yz}^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta^{(j)}, t) d\theta^{(j)} \quad (3.4.3.13d)$$

Avec

$$w^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta^{(j)}, t) = \left(A_0^{(j)} e^{-iC_s^{(j)} \xi_0^{(j)} \frac{\cos \theta^{(j)}}{C_s^{(j)}} y^{(j)}} + A_2^{(j)} e^{iC_s^{(j)} \xi_0^{(j)} \frac{\cos \theta^{(j)}}{C_s^{(j)}} y^{(j)}} \right) e^{iC_s^{(j)} \xi_0^{(j)} \left(t - \frac{\sin \theta^{(j)}}{C_s^{(j)}} x^{(j)} \right)} \quad (3.4.3.13e)$$

$$\sigma_{yz}^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta^{(j)}, t) = -i\mu^{(j)} \xi_0^{(j)} C_s^{(j)} \frac{\cos \theta^{(j)}}{C_s^{(j)}} \left(A_0^{(j)} e^{-iC_s^{(j)} \xi_0^{(j)} \frac{\cos \theta^{(j)}}{C_s^{(j)}} y^{(j)}} - A_2^{(j)} e^{iC_s^{(j)} \xi_0^{(j)} \frac{\cos \theta^{(j)}}{C_s^{(j)}} y^{(j)}} \right) e^{iC_s^{(j)} \xi_0^{(j)} \left(t - \frac{\sin \theta^{(j)}}{C_s^{(j)}} x^{(j)} \right)} \quad (3.4.3.13f)$$

Où $\theta^{(j)}$ est l'angle d'incidence d'une onde SH dans la couche (j) caractérisé par $\theta_1^{(j)} \leq \theta^{(j)} \leq \theta_2^{(j)}$ et $\sin \theta_d^{(j)} = \sin \theta_d^{(N)} C_s^{(j)} / C_s^{(N)}$ avec $d = (1, 2)$

En appliquant une double transformée de Fourier sur $w^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, t)$ et $\sigma_{yz}^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, t)$ suivant $x^{(j)} \equiv x$ et t alors il est possible d'obtenir l'expression suivante :

$$\tilde{w}^{(j)}(k, y^{(j)}, \omega) = \left(A_0^{(j)} e^{-\Omega^{(j)} y^{(j)}} + A_2^{(j)} e^{\Omega^{(j)} y^{(j)}} \right) \equiv \tilde{w}^{(j)} \quad (3.4.3.14a)$$

$$\tilde{\sigma}_{yz}^{(j)}(k, y^{(j)}, \omega) = -\mu^{(j)} \Omega^{(j)} \left(A_0^{(j)} e^{-\Omega^{(j)} y^{(j)}} - A_2^{(j)} e^{\Omega^{(j)} y^{(j)}} \right) \equiv \tilde{\sigma}^{(j)} \quad (3.4.3.14b)$$

Avec $-\omega \sin \theta_1^{(j)} / C_s^{(j)} \leq k \leq \omega \sin \theta_2^{(j)} / C_s^{(j)}$ et $\Omega^{(j)} = i\sqrt{(\omega / C_s^{(j)})^2 - k^2}$

L'état de déplacement et de contrainte au niveau de la partie supérieure de la couche (j) , c'est-à-dire au point A", noté $\{\tilde{w}_1^{(j)} \quad \tilde{\sigma}_1^{(j)}\}^T$ est déterminé à partir des Eqs. 3.4.3.14a,b en posant $y^{(j)} = 0$:

$$\tilde{w}_1^{(j)}(k, y^{(j)} = 0, \omega) \equiv \tilde{w}_1^{(j)} = (A_0^{(j)} + A_2^{(j)}) \quad (3.4.3.15a)$$

$$\tilde{\sigma}_{yz}^{(j)}(k, y^{(j)} = 0, \omega) \equiv \tilde{\sigma}_1^{(j)} = -\mu^{(j)}\Omega^{(j)}(A_0^{(j)} - A_2^{(j)}) \quad (3.4.3.15b)$$

L'indice 1 est introduit pour caractériser le mouvement en haut de la couche (j) . Le champ $\{\tilde{w}_1^{(j)} \quad \tilde{\sigma}_1^{(j)}\}^T$ est réécrit sous la forme suivante

$$\begin{Bmatrix} \tilde{w}_1^{(j)} \\ \tilde{\sigma}_1^{(j)} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -\mu^{(j)}\Omega^{(j)} & \mu^{(j)}\Omega^{(j)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_0^{(j)} \\ A_2^{(j)} \end{Bmatrix} \quad (3.4.3.16a)$$

Inversement:

$$\begin{Bmatrix} A_0^{(j)} \\ A_2^{(j)} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -(\mu^{(j)}\Omega^{(j)})^{-1} \\ 1 & (\mu^{(j)}\Omega^{(j)})^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{w}_1^{(j)} \\ \tilde{\sigma}_1^{(j)} \end{Bmatrix} \quad (3.4.3.16b)$$

De même, l'état de déplacement et de contrainte au niveau de la partie inférieure de la couche (j) , c'est-à-dire au point A noté $\{\tilde{w}_2^{(j)} \quad \tilde{\sigma}_2^{(j)}\}^T$ est déterminé à partir des Eqs. 3.4.3.14a,b en posant $y^{(j)} = -h^{(j)} \equiv h$:

$$\tilde{w}_2^{(j)}(k, y^{(j)} = -h^{(j)}, \omega) \equiv \tilde{w}_2^{(j)} = (A_0^{(j)}e^{\Omega^{(j)}h^{(j)}} + A_2^{(j)}e^{-\Omega^{(j)}h^{(j)}}) \quad (3.4.3.17a)$$

$$\tilde{\sigma}_{yz}^{(j)}(k, y^{(j)} = -h^{(j)}, \omega) \equiv \tilde{\sigma}_2^{(j)} = -\mu^{(j)}\Omega^{(j)}(A_0^{(j)}e^{\Omega^{(j)}h^{(j)}} - A_2^{(j)}e^{-\Omega^{(j)}h^{(j)}}) \quad (3.4.3.17b)$$

L'indice 2 est introduit pour caractériser le mouvement en bas de la couche (j) . Le champ $\{\tilde{w}_2^{(j)} \quad \tilde{\sigma}_2^{(j)}\}^T$ est réécrit sous la forme suivante

$$\begin{Bmatrix} \tilde{w}_2^{(j)} \\ \tilde{\sigma}_2^{(j)} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{\Omega^{(j)}h^{(j)}} & e^{-\Omega^{(j)}h^{(j)}} \\ -\mu^{(j)}\Omega^{(j)}e^{\Omega^{(j)}h^{(j)}} & \mu^{(j)}\Omega^{(j)}e^{-\Omega^{(j)}h^{(j)}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_0^{(j)} \\ A_2^{(j)} \end{Bmatrix} \quad (3.4.3.18)$$

Il est possible de relier les états de déplacement et de contrainte au niveau de la partie supérieure $\{\tilde{w}_1^{(j)} \quad \tilde{\sigma}_1^{(j)}\}^T$ et inférieure $\{\tilde{w}_2^{(j)} \quad \tilde{\sigma}_2^{(j)}\}^T$ de la couche (j) et ce en associant les Eqs. 3.4.3.16b et 3.4.3.18:

$$\begin{Bmatrix} \tilde{w}_2^{(j)} \\ \tilde{\sigma}_2^{(j)} \end{Bmatrix} = [\mathbf{M}^{(j)}] \begin{Bmatrix} \tilde{w}_1^{(j)} \\ \tilde{\sigma}_1^{(j)} \end{Bmatrix} \quad (3.4.3.19a)$$

avec

$$[\mathbf{M}^{(j)}] = \begin{bmatrix} \cos(\Lambda^{(j)}h) & -\frac{\sin(\Lambda^{(j)}h)}{\mu^{(j)}\Lambda^{(j)}} \\ \mu^{(j)}\Lambda^{(j)}\sin(\Lambda^{(j)}h) & \cos(\Lambda^{(j)}h) \end{bmatrix} \quad (3.4.3.19b)$$

Avec $\Omega^{(j)} = i\sqrt{\left(\frac{\omega}{C_s^{(j)}}\right)^2 - k^2}$ et $\Lambda^{(j)} = -i\Omega^{(j)}$. La détermination d'une relation entre les états

de déplacement et de contrainte au niveau de la surface libre $\{\tilde{w}_1^{(1)} \quad \tilde{\sigma}_1^{(1)}\}^T$, c'est-à-dire au point A' et au niveau de la partie inférieure la couche (j) $\{\tilde{w}_2^{(j)} \quad \tilde{\sigma}_2^{(j)}\}^T$, c'est-à-dire au point A s'effectue en se basant sur les étapes suivantes (1) Calculer pour chaque couche (j) la matrice de transfert $[\mathbf{M}^{(j)}]$ (Eq. 3.4.3.19b), (2) Etablir les égalités de déplacements et de contraintes au niveau de chaque interface entre deux couches (j) et $(j-1)$ et (3) Annuler les contraintes au niveau de la surface libre. Ainsi la relation suivante est obtenue :

$$\begin{Bmatrix} \tilde{w}_2^{(j)} \\ \tilde{\sigma}_2^{(j)} \end{Bmatrix} = [\mathbf{M}]_{(j)} \begin{Bmatrix} \tilde{w}_1^{(1)} \\ \tilde{\sigma}_1^{(1)} = 0 \end{Bmatrix} \quad (3.4.3.20a)$$

avec

$$[\mathbf{M}]_{(j)} = [\mathbf{M}^{(j)}] \bullet [\mathbf{M}^{(j-1)}] \bullet \dots \bullet [\mathbf{M}^{(1)}] \quad (3.4.3.20b)$$

Le symbole \bullet exprime le produit matriciel. $[\mathbf{M}]_{(j)}$ est une matrice 2X2, d'éléments $m_{ef}(k, y^{(j)} = -h^{(j)}, \omega)$ avec $(e, f = 1, 2)$.

A partir de l'Eq. 3.4.3.20a on obtient :

$$\tilde{w}_2^{(j)} = m_{11}(k, y^{(j)} = -h^{(j)}, \omega) \tilde{w}_1^{(1)} \quad (3.4.3.20c)$$

Par conséquent la fonction de transfert $\hat{T}_{ww}(k, y, \omega)$, des mouvements aux points A et A', pour le cas du sol stratifié s'écrit :

$$\hat{T}_{ww}(k, y^{(j)} = -h^{(j)}, \omega) = m_{11}(k, y^{(j)} = -h^{(j)}, \omega) \quad (3.4.3.21)$$

Avec $-\omega \sin \theta_1^{(j)} / C_s^{(j)} \leq k \leq \omega \sin \theta_2^{(j)} / C_s^{(j)}$ et $k = \omega \sin \theta^{(j)} / C_s^{(j)}$

3.4.4 Détermination de $\hat{T}_{uu}(k, y, \omega)$ et $\hat{T}_{vv}(k, y, \omega)$ pour le cas d'un sol en demi-espace

a) Considérations générales

Les fonctions de transfert $\hat{T}_{uu}(k, y, \omega)$ et $\hat{T}_{vv}(k, y, \omega)$, éléments de la matrice de fonctions de transfert, sont déterminées grâce au système d'incidence d'ondes P et/ou SV. Ces fonctions seront déterminées pour le cas de l'incidence d'ondes P puis celle des ondes SV. Enfin elles

seront déterminées pour le cas de l'incidence simultanée d'ondes P et SV. Elles seront notées $\hat{T}_{uu}^P(k, y, \omega)$ et $\hat{T}_{vv}^P(k, y, \omega)$ pour le cas de l'incidence d'ondes P et $\hat{T}_{uu}^{SV}(k, y, \omega)$ et $\hat{T}_{vv}^{SV}(k, y, \omega)$ pour le cas de l'incidence d'ondes SV et enfin $\hat{T}_{uu}^{PSV}(k, y, \omega)$ et $\hat{T}_{vv}^{PSV}(k, y, \omega)$ pour le cas de l'incidence simultanées d'ondes P et SV.

b) Cas de l'incidence d'ondes P dans un demi-espace

En tous points du massif de sol (Fig. 3.4.3a), on suppose que M ondes planes P sont incidentes avec des angles d'incidence θ_{P_m} (compris entre θ_1 et θ_2 Fig. 3.4.3b) et des amplitudes A_{m_0} connus. Considérons une onde P parmi ces M ondes (Fig. 3.4.3c). Cette onde va générer, en vertu des conditions aux limites de contraintes nulles à la surface libre (a) une onde réfléchie P qui se propage suivant un angle θ_{P_m} par rapport à l'axe y avec une amplitude A_{m_1} et (b) une onde réfléchie SV qui se propage suivant un angle $\theta_{SV_m} \equiv \theta_{S_m}$ par rapport à l'axe y avec une amplitude A_{m_2} . L'angle θ_{S_m} est obtenu grâce à la loi de Snell, i.e. $\sin \theta_{S_m} = \kappa^{-1} \sin \theta_{P_m}$ avec $\kappa = C_P / C_S$. Les amplitudes A_{m_1} et A_{m_2} des ondes réfléchies sont déterminées en fonction de θ_{P_m} et θ_{S_m} par (Achenbach, 1973):

$$A_{m_1} = \frac{\sin 2\theta_{P_m} \sin 2\theta_{S_m} - \kappa^2 \cos^2 2\theta_{S_m}}{\sin 2\theta_{P_m} \sin 2\theta_{S_m} + \kappa^2 \cos^2 2\theta_{S_m}} A_{m_0} \quad (3.4.4.1)$$

$$A_{m_2} = \frac{2\kappa \sin 2\theta_{P_m} \cos 2\theta_{S_m}}{\sin 2\theta_{P_m} \sin 2\theta_{S_m} + \kappa^2 \cos^2 2\theta_{S_m}} A_{m_0} \quad (3.4.4.2)$$

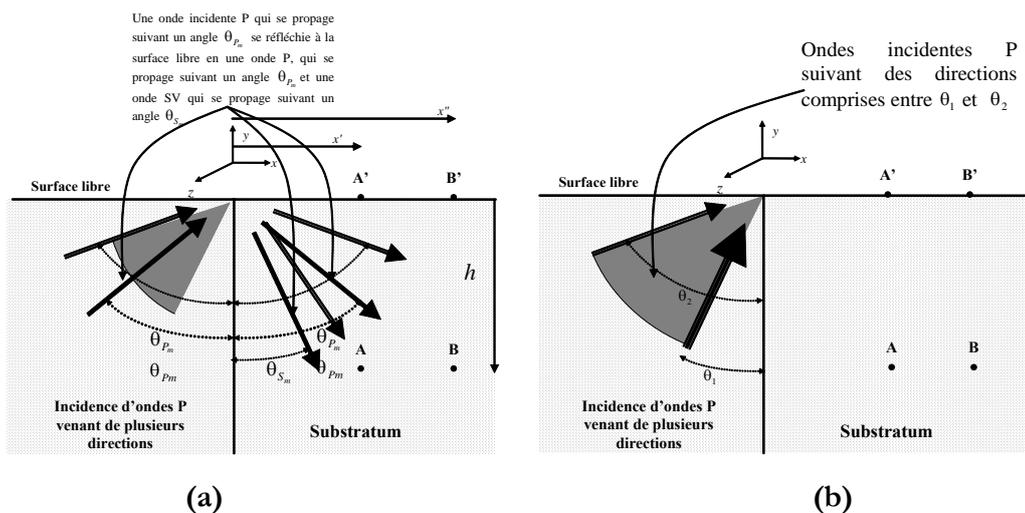


Figure 3.4.3 Ondes P incidentes et réflexion d'ondes P et SV à travers un sol en demi-espace

En tous point du point du massif de sol, le mouvement $\mathbf{u}(\mathbf{x}, \theta_{P_m}, t)$, induit par ce système d'incidence d'une onde P, s'exprime par (Achenbach 1973):

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, \theta_{P_m}, t) = \mathbf{u}(x, y, \theta_{P_m}, t) = \left\{ u(x, y, \theta_{P_m}, t) \quad v(x, y, \theta_{P_m}, t) \quad w(x, y, \theta_{P_m}, t) = 0 \right\}^T \quad (3.4.4.3)$$

avec

$$u(x, y, \theta_{P_m}, t) = \left[A_{m_0} a(t - p_{x_m} x - p_{y_m} y) + A_{m_1} a(t - p_{x_m} x + p_{y_m} y) \right] \sin \theta_{P_m} + A_{m_2} a(t - s_{x_m} x + s_{y_m} y) \cos \theta_{S_m} \quad (3.4.4.4a)$$

$$v(x, y, \theta_{P_m}, t) = \left[A_{m_0} a(t - p_{x_m} x - p_{y_m} y) - A_{m_1} a(t - p_{x_m} x + p_{y_m} y) \right] \cos \theta_{P_m} + A_{m_2} a(t - s_{x_m} x + s_{y_m} y) \sin \theta_{S_m} \quad (3.4.4.4b)$$

avec $p_{x_m} = \sin \theta_{P_m} / C_P = s_{x_m}$, $p_{y_m} = \cos \theta_{P_m} / C_P$ et $s_{y_m} = \cos \theta_{S_m} / C_S = \sqrt{\kappa^2 - \sin^2 \theta_{P_m}} / C_P$

où $a(\bullet)$ est égale au terme $f(\bullet)$ de l'Eq. 3.3.3.5, $a(t - p_{x_m} x - p_{y_m} y)$ représente le mouvement induit par l'onde P incidente, $a(t - p_{x_m} x + p_{y_m} y)$ représente le mouvement induit par l'onde P réfléchi et $a(t - s_{x_m} x + s_{y_m} y)$ représente le mouvement induit par l'onde SV réfléchi.

Le mouvement induit par le système d'incidence de M ondes P s'écrit comme suit :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \left\{ u(x, y, t) = \sum_{m=1}^{m=M} u(x, y, \theta_{P_m}, t) \quad v(x, y, t) = \sum_{m=1}^{m=M} v(x, y, \theta_{P_m}, t) \quad w(x, y, t) = 0 \right\}^T \quad (3.4.4.5)$$

En appliquant une double transformée de Fourier sur le vecteur $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$, on obtient le vecteur $\tilde{\mathbf{u}}(k, y, \omega)$. Ce vecteur est obtenu en suivant la même technique que celle utilisée pour le cas de l'incidence d'ondes SH (Annexe B). De ce fait :

$$\tilde{\mathbf{u}}(k, y, \omega) = \left\{ \tilde{u}(k, y, \omega) \quad \tilde{v}(k, y, \omega) \quad \tilde{w}(k, y, \omega) = 0 \right\}^T \quad (3.4.4.6)$$

avec

$$\tilde{u}(k, y, \omega) = 2\pi \tilde{a}(\omega) \left[\left(A_{\theta_0} e^{-i \sqrt{\left(\frac{\omega}{C_P}\right)^2 - k^2} y} + A_{\theta_1} e^{i \sqrt{\left(\frac{\omega}{C_P}\right)^2 - k^2} y} \right) \frac{k C_P}{\omega} + A_{\theta_2} \sqrt{1 - \left(\frac{k C_S}{\omega}\right)^2} e^{i \sqrt{\left(\frac{\omega}{C_S}\right)^2 - k^2} y} \right] \quad (3.4.4.7)$$

$$\tilde{v}(k, y, \omega) = 2\pi \tilde{a}(\omega) \left[\left(A_{\theta_0} e^{-i \sqrt{\left(\frac{\omega}{C_P}\right)^2 - k^2} y} - A_{\theta_1} e^{i \sqrt{\left(\frac{\omega}{C_P}\right)^2 - k^2} y} \right) \sqrt{1 - \left(\frac{k C_P}{\omega}\right)^2} + A_{\theta_2} C_S \frac{k}{\omega} e^{i \sqrt{\left(\frac{\omega}{C_S}\right)^2 - k^2} y} \right] \quad (3.4.4.8)$$

Où

$\omega \sin \theta_1 / C_P \leq k \leq \omega \sin \theta_2 / C_P$, $k \equiv k_p = \omega \sin \theta_p / C_P$, $\tilde{a}(\omega)$ est la transformée de Fourier du signal $a(t)$. Pour une valeur particulière de k (notée k_p), l'angle $\theta_p \equiv \theta_{P_m}$ est obtenu par $\sin \theta_p = k_p C_P / \omega$. Par conséquent, les amplitudes $A_{\theta_1} \equiv A_{m_1}$ et $A_{\theta_2} \equiv A_{m_2}$ peuvent être

déterminées par le biais des Eqs. 3.4.4.1-3.4.4.2 moyennant la connaissance de $A_{0_0} \equiv A_{m_0}$ qui est supposé connue. Ainsi, les fonctions de transfert $\hat{T}_{uu}(k, y, \omega)$ et $\hat{T}_{vv}(k, y, \omega)$ des mouvements aux points A et A' pour le cas d'incidence d'ondes P dans un demi-espace s'écrivent :

$$\hat{T}_{uu}(k, y, \omega) = \frac{\tilde{u}(k, y, \omega)}{\tilde{u}(k, 0, \omega)} = \frac{(A_{0_0} e^{-\Delta y} + A_{0_1} e^{\Delta y})\varphi + A_{0_2} \sqrt{1-\gamma^2} e^{\Omega y}}{(A_{0_0} + A_{0_1})\varphi + A_{0_2} \sqrt{1-\varphi^2}} \quad (3.4.4.9)$$

$$\equiv \hat{T}_{uu}^P(k, y, \omega)$$

$$\hat{T}_{vv}(k, y, \omega) = \frac{\tilde{v}(k, y, \omega)}{\tilde{v}(k, 0, \omega)} = \frac{(A_{0_0} e^{-\Delta y} - A_{0_1} e^{\Delta y})\sqrt{1-\varphi^2} + A_{0_2} \gamma e^{\Omega y}}{(A_{0_0} - A_{0_1})\sqrt{1-\varphi^2} + A_{0_2} \gamma} \quad (3.4.4.10)$$

$$\equiv \hat{T}_{vv}^P(k, y, \omega)$$

et $y = -h$, $\varphi = \frac{kC_P}{\omega} \equiv \varphi_P$, $\gamma = \frac{kC_S}{\omega} \equiv \gamma_P$, $\Omega = i\sqrt{\left(\frac{\omega}{C_S}\right)^2 - k^2} \equiv \Omega_P$, $\Delta = i\sqrt{\left(\frac{\omega}{C_P}\right)^2 - k^2} \equiv \Delta_P$

c) Cas de l'incidence d'ondes SV dans un demi-espace

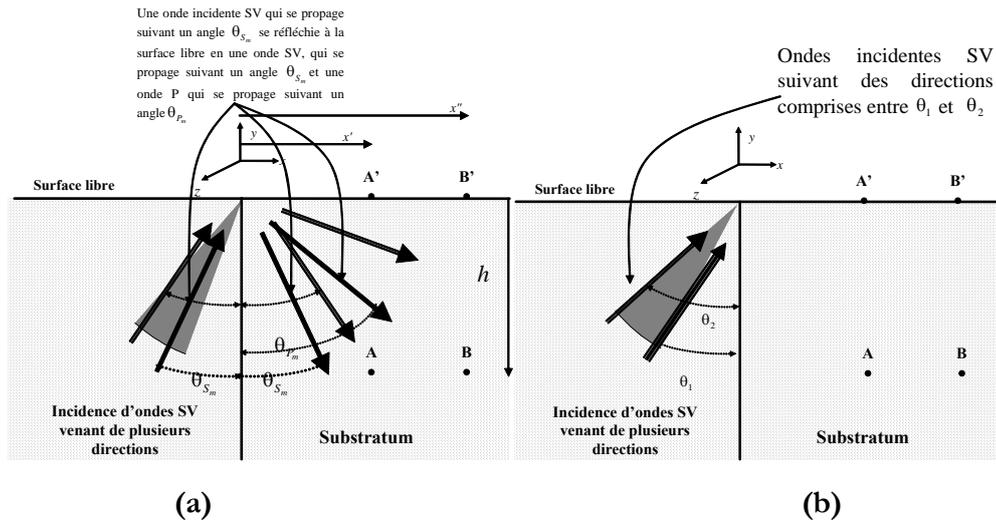


Figure 3.4.4 Ondes SV incidente et réflexion d'ondes P et SV

En tous points du massif de sol (Fig. 3.4.4a), on suppose que M ondes planes SV sont incidentes avec des angles d'incidence $\theta_{sv_m} \equiv \theta_{s_m}$ (compris entre θ_1 et θ_2 Fig. 3.4.4b) et des amplitudes A_{m_0} connues. Considérons une onde SV parmi ces M ondes. Cette onde va générer, en vertu des conditions aux limites de contraintes nulles à la surface libre (a) une onde réfléchiée P qui se propage suivant un angle θ_p par rapport à l'axe y avec une amplitude A_{m_1} et (b) une onde réfléchiée SV qui se propage suivant un angle $\theta_{sv_m} \equiv \theta_{s_m}$ par rapport à l'axe y avec une amplitude A_{m_2} (Achenbach, 1973). L'angle θ_p est obtenu grâce à la loi de Snell, i.e.

$\sin \theta_{P_m} = \kappa \sin \theta_{S_m}$ avec $\kappa = C_P / C_S$. Les amplitudes A_{m_1} et A_{m_2} des ondes réfléchies sont déterminées en fonction de θ_{P_m} et θ_{S_m} par (Achenbach, 1973):

$$A_{m_1} = -\frac{\kappa \sin 4\theta_{S_m}}{\sin 2\theta_{S_m} \sin 2\theta_{P_m} + \kappa^2 \cos^2 2\theta_{S_m}} A_{m_0} \quad (3.4.4.11)$$

$$A_{m_2} = \frac{\sin 2\theta_{S_m} \sin 2\theta_{P_m} - \kappa^2 \cos^2 2\theta_{S_m}}{\sin 2\theta_{S_m} \sin 2\theta_{P_m} + \kappa^2 \cos^2 2\theta_{S_m}} A_{m_0} \quad (3.4.4.12)$$

Il est à noter que ce système de réflexions n'existe que si et seulement si :

$$-\theta_{CR} \leq \theta_{S_m} \leq \theta_{CR} \quad (3.4.4.13a)$$

avec

$$\theta_{CR} = a \sin(C_S / C_P) \quad (3.4.4.13b)$$

En tous points du point du massif de sol, le mouvement $\mathbf{u}(\mathbf{x}, \theta_{S_m}, t)$, induit par ce système d'incidence d'une onde SV, s'exprime par :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, \theta_{S_m}, t) = \mathbf{u}(x, y, \theta_{S_m}, t) = \{u(x, y, \theta_{S_m}, t) \quad v(x, y, \theta_{S_m}, t) \quad w(x, y, \theta_{S_m}, t) = 0\}^T \quad (3.4.4.14)$$

avec

$$u(x, y, \theta_{S_m}, t) = [-A_{m_0} a(t - s_{x_m} x - s_{y_m} y) + A_{m_2} a(t - s_{x_m} x + s_{y_m} y)] \cos \theta_{S_m} + A_{m_1} a(t - p_{x_m} x + p_{y_m} y) \sin \theta_{P_m} \quad (3.4.4.15a)$$

$$v(x, y, \theta_{S_m}, t) = [A_{m_0} a(t - s_{x_m} x - s_{y_m} y) + A_{m_2} a(t - s_{x_m} x + s_{y_m} y)] \sin \theta_{S_m} - A_{m_1} a(t - p_{x_m} x + p_{y_m} y) \cos \theta_{P_m} \quad (3.4.4.15b)$$

où $a(\bullet)$ est égale au terme $f(\bullet)$ de l'Eq. 3.3.3.5, $a(t - s_{x_m} x - s_{y_m} y)$ représente le mouvement induit par l'onde P incidente, $a(t - p_{x_m} x + p_{y_m} y)$ représente le mouvement induit par l'onde P réfléchi et $a(t - s_{x_m} x + s_{y_m} y)$ représente le mouvement induit par l'onde SV réfléchi.

Le mouvement induit par le système d'incidence de M ondes SV s'écrit comme suit :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \left\{ u(x, y, t) = \sum_{m=1}^{m=M} u(x, y, \theta_{S_m}, t) \quad v(x, y, t) = \sum_{m=1}^{m=M} v(x, y, \theta_{S_m}, t) \quad w(x, y, t) = 0 \right\}^T \quad (3.4.4.16)$$

En appliquant une double transformée de Fourier sur le vecteur $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$, on obtient le vecteur $\tilde{\mathbf{u}}(k, y, \omega)$. Ce vecteur est obtenu en suivant la même technique utilisée pour le cas de l'incidence d'ondes SH (Annexe B). De ce fait

$$\tilde{\mathbf{u}}(k, y, \omega) = \{\tilde{u}(k, y, \omega) \quad \tilde{v}(k, y, \omega) \quad \tilde{w}(k, y, \omega) = 0\}^T \quad (3.4.4.17)$$

avec

$$\tilde{u}(k, y, \omega) = 2\pi\tilde{a}(\omega) \left[\left(-A_{\theta_0} e^{-i\sqrt{\left(\frac{\omega}{C_S}\right)^2 - k^2} y} + A_{\theta_2} e^{i\sqrt{\left(\frac{\omega}{C_S}\right)^2 - k^2} y} \right) \sqrt{1 - \left(\frac{kC_S}{\omega}\right)^2} + A_{\theta_1} \frac{kC_P}{\omega} e^{i\sqrt{\left(\frac{\omega}{C_P}\right)^2 - k^2} y} \right] \quad (3.4.4.18)$$

$$\tilde{v}(k, y, \omega) = 2\pi\tilde{a}(\omega) \left[\left(A_{\theta_0} e^{-i\sqrt{\left(\frac{\omega}{C_S}\right)^2 - k^2} y} + A_{\theta_2} e^{i\sqrt{\left(\frac{\omega}{C_S}\right)^2 - k^2} y} \right) \frac{kC_S}{\omega} - A_{\theta_1} \sqrt{1 - \left(\frac{kC_P}{\omega}\right)^2} e^{i\sqrt{\left(\frac{\omega}{C_P}\right)^2 - k^2} y} \right] \quad (3.4.4.19)$$

Où

$-\omega \sin \theta_{CR}/C_S \leq k \leq \omega \sin \theta_{CR}/C_S$, $k \equiv k_S = \omega \sin \theta_S/C_S$, $\tilde{a}(\omega)$ est la transformée de Fourier du signal $a(t)$. Pour une valeur particulière de k (notée k_S), l'angle $\theta_S \equiv \theta_{S_m}$ est obtenu par $\sin \theta_S = k_S C_S / \omega$. Par conséquent, les amplitudes $A_{\theta_1} \equiv A_{m_1}$ et $A_{\theta_2} \equiv A_{m_2}$ peuvent être déterminées par le biais des Eqs. 3.4.4.11-3.4.4.12 moyennant la connaissance de $A_{\theta_0} \equiv A_{m_0}$ qui est supposé connue.

Ainsi, les fonctions de transfert $\hat{T}_{uu}(k, y, \omega)$ et $\hat{T}_{vv}(k, y, \omega)$ des mouvements aux points A et A' pour le cas d'incidence d'ondes SV dans un demi-espace s'écrivent :

$$\hat{T}_{uu}(k, y, \omega) = \frac{\tilde{u}(k, y, \omega)}{\tilde{u}(k, 0, \omega)} = \frac{(-A_{\theta_0} e^{-\Omega y} + A_{\theta_2} e^{\Omega y}) \sqrt{1 - \gamma^2} + A_{\theta_1} \varphi e^{\Delta y}}{(-A_{\theta_0} + A_{\theta_2}) \sqrt{1 - \gamma^2} + A_{\theta_1} \varphi} \quad (3.4.4.21)$$

$$\equiv \hat{T}_{uu}^{SV}(k, y, \omega)$$

$$\hat{T}_{vv}(k, y, \omega) = \frac{\tilde{v}(k, y, \omega)}{\tilde{v}(k, 0, \omega)} = \frac{(A_{\theta_0} e^{-\Omega y} + A_{\theta_2} e^{\Omega y}) \gamma - A_{\theta_1} \sqrt{1 - \varphi^2} e^{\Delta y}}{(A_{\theta_0} + A_{\theta_2}) \gamma - A_{\theta_1} \sqrt{1 - \varphi^2}} \quad (3.4.4.22)$$

$$\equiv \hat{T}_{vv}^{SV}(k, y, \omega)$$

$$\text{et } y = -h, \quad \varphi = \frac{kC_P}{\omega} \equiv \varphi_S, \quad \gamma = \frac{kC_S}{\omega} \equiv \gamma_S, \quad \Omega = i\sqrt{\left(\frac{\omega}{C_S}\right)^2 - k^2} \equiv \Omega_S, \quad \Delta = i\sqrt{\left(\frac{\omega}{C_P}\right)^2 - k^2} \equiv \Delta_S$$

d) Cas de l'incidence simultanée d'ondes P et SV dans un demi-espace

En tous points du massif de sol, on suppose que M ondes planes P et N ondes planes SV sont incidentes avec des angles d'incidence notés respectivement θ_{P_m} (compris entre $(\theta_P)_1$ et $(\theta_P)_2$) et θ_{S_n} (compris entre $(\theta_S)_1$ et $(\theta_S)_2$) et des amplitudes notées respectivement $A_{m_0}^P$ et $A_{n_0}^{SV}$ connues. Les fonctions de transfert $\hat{T}_{uu}(k, y, \omega)$ et $\hat{T}_{vv}(k, y, \omega)$ sont déduites des cas d'incidence séparée d'ondes P et d'ondes SV. Il est important de noter que le nombre d'ondes

horizontal k pour le cas de l'incidence d'ondes P est égal $k \equiv k_p = \omega \sin \theta_p / C_p$ alors que pour le cas de l'incidence d'ondes SV il est égal à $k \equiv k_s = \omega \sin \theta_s / C_p$. Par conséquent les déplacements seront notés $\tilde{u}(k_p, k_s, y, \omega)$ et $\tilde{v}(k_p, k_s, y, \omega)$ au lieu de $\tilde{u}(k, y, \omega)$ et $\tilde{v}(k, y, \omega)$. Ces déplacements peuvent être obtenus en sommant les déplacements obtenus pour les cas d'incidence séparée d'ondes P et SV (Eqs. 3.4.4.7, 3.4.4.8, 3.4.4.18 et 3.4.4.19)

Les mouvements induits par ces M ondes P et N ondes SV incidentes dans le domaine des fréquences nombre d'ondes s'écrivent donc, en remplaçant m par θ :

$$\tilde{u}(k_p, k_s, y, \omega) = \left\{ \begin{aligned} & \left[\left(A_{\theta_0}^P e^{-\Delta_p y} + A_{\theta_1}^P e^{\Delta_p y} \right) \varphi_p + A_{\theta_2}^P \sqrt{1 - \gamma_p^2} e^{\Omega_p y} \right] + \\ & \left[\left(-A_{\theta_0}^{SV} e^{-\Omega_s y} + A_{\theta_2}^{SV} e^{\Omega_s y} \right) \sqrt{1 - \gamma_s^2} + A_{\theta_1}^{SV} \varphi_s e^{\Delta_s y} \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.4.4.23)$$

$$\tilde{v}(k_p, k_s, y, \omega) = \left\{ \begin{aligned} & \left[\left(A_{\theta_0}^P e^{-\Delta_p y} - A_{\theta_1}^P e^{\Delta_p y} \right) \sqrt{1 - \varphi_p^2} + A_{\theta_2}^P \gamma_p e^{\Omega_p y} \right] + \\ & \left[\left(A_{\theta_0}^{SV} e^{-\Omega_s y} + A_{\theta_2}^{SV} e^{\Omega_s y} \right) \gamma_s - A_{\theta_1}^{SV} \sqrt{1 - \varphi_s^2} e^{\Delta_s y} \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.4.4.24)$$

$$\text{et } y = -h, \quad k_p = \omega \sin \theta_p / C_p, \quad (\theta_p)_1 \leq \theta_p \leq (\theta_p)_2, \quad \varphi_p = \frac{k_p C_p}{\omega}, \quad \gamma_p = \frac{k_p C_s}{\omega},$$

$$\Omega_p = i \sqrt{\left(\frac{\omega}{C_s} \right)^2 - k_p^2}, \quad \Delta_p = i \sqrt{\left(\frac{\omega}{C_p} \right)^2 - k_p^2}, \quad k_s = \omega \sin \theta_s / C_p, \quad (\theta_s)_1 \leq \theta_s \leq (\theta_s)_2 \quad \text{et}$$

$$-\theta_{CR} \leq \theta_s \leq \theta_{CR} \quad \text{avec} \quad \theta_{CR} = a \sin(C_s / C_p) \quad \varphi_s = \frac{k_s C_p}{\omega}, \quad \gamma_s = \frac{k_s C_s}{\omega}, \quad \Omega_s = i \sqrt{\left(\frac{\omega}{C_s} \right)^2 - k_s^2},$$

$$\Delta_s = i \sqrt{\left(\frac{\omega}{C_p} \right)^2 - k_s^2}$$

Les amplitudes des deux ondes réfléchies P $A_{\theta_1}^P$ et $A_{\theta_2}^{SV}$ et des deux ondes réfléchies SV $A_{\theta_0}^P$ et $A_{\theta_2}^{SV}$ sont définies par :

$$\upsilon_{\theta_p} = \frac{\sin 2\theta_p \sin 2\theta_s^P - \kappa^2 \cos^2 2\theta_s^P}{\sin 2\theta_p \sin 2\theta_s^P + \kappa^2 \cos^2 2\theta_s^P} = \frac{A_{\theta_1}^P}{A_{\theta_0}^P} \quad (3.4.4.25a)$$

$$\varsigma_{\theta_p} = \frac{2\kappa \sin 2\theta_p \cos 2\theta_s^P}{\sin 2\theta_p \sin 2\theta_s^P + \kappa^2 \cos^2 2\theta_s^P} = \frac{A_{\theta_2}^P}{A_{\theta_0}^P} \quad (3.4.4.25b)$$

$$\nu_{\theta_s} = -\frac{\kappa \sin 4\theta_s}{\sin 2\theta_s \sin 2\theta_p^{SV} + \kappa^2 \cos^2 2\theta_s} = \frac{A_{\theta_1}^{SV}}{A_{\theta_0}^{SV}} \quad (3.4.4.25c)$$

$$\eta_{\theta_s} = \frac{\sin 2\theta_s \sin 2\theta_p^{SV} - \kappa^2 \cos^2 2\theta_s}{\sin 2\theta_s \sin 2\theta_p^{SV} + \kappa^2 \cos^2 2\theta_s} = \frac{A_{\theta_2}^{SV}}{A_{\theta_0}^{SV}} \quad (3.4.4.25d)$$

θ_p est l'angle d'incidence de l'onde P incidente

θ_s^P , angle de réflexion de l'onde SV réfléchi suite à l'incidence de l'onde P suivant un angle θ_p , est égal à $\theta_s^P = \text{Arc sin}(\kappa^{-1} \sin \theta_p)$

θ_s est l'angle d'incidence de l'onde SV incidente

θ_p^{SV} , angle de réflexion de l'onde P réfléchi suite à l'incidence de l'onde SV suivant un angle θ_s est égal à $\sin \theta_p^{SV} = \text{Arc sin}(\kappa \sin \theta_s)$

Ayant défini tous les paramètres des Eqs. 3.4.4.23 et 3.4.4.24, il est possible de déduire les fonctions de transfert $\hat{T}_{uu}(k, y, \omega)$ et $\hat{T}_{vv}(k, y, \omega)$, notées respectivement $\hat{T}_{uu}^{PSV}(k, y, \omega)$ et $\hat{T}_{vv}^{PSV}(k, y, \omega)$, des mouvements aux points A et A' pour le cas d'incidence simultanée d'ondes P et SV dans un demi-espace à partir des Eqs. 3.4.4.23 et 3.4.4.24 :

$$\begin{aligned} \hat{T}_{uu}(k_p, k_s, y, \omega) &= \frac{\left\{ \left(A_{\theta_0}^P e^{-\Delta_p y} + A_{\theta_1}^P e^{\Delta_p y} \right) \varphi_P + A_{\theta_2}^P \sqrt{1 - \gamma_P^2} e^{\Omega_P y} \right\} + \left\{ \left(-A_{\theta_0}^{SV} e^{-\Omega_S y} + A_{\theta_2}^{SV} e^{\Omega_S y} \right) \sqrt{1 - \gamma_S^2} + A_{\theta_1}^{SV} \varphi_S e^{\Delta_S y} \right\}}{\left\{ \left(A_{\theta_0}^P + A_{\theta_1}^P \right) \varphi_P + A_{\theta_2}^P \sqrt{1 - \gamma_P^2} \right\} + \left\{ \left(-A_{\theta_0}^{SV} + A_{\theta_2}^{SV} \right) \sqrt{1 - \gamma_S^2} + A_{\theta_1}^{SV} \varphi_S \right\}} \\ &\equiv \hat{T}_{uu}^{PSV}(k_p, k_s, y, \omega) \end{aligned} \quad (3.4.4.26)$$

$$\begin{aligned} \hat{T}_{vv}(k_p, k_s, y, \omega) &= \frac{\left\{ \left(A_{\theta_0}^P e^{-\Delta_p y} - A_{\theta_1}^P e^{\Delta_p y} \right) \sqrt{1 - \varphi_P^2} + A_{\theta_2}^P \gamma_P e^{\Omega_P y} \right\} + \left\{ \left(A_{\theta_0}^{SV} e^{-\Omega_S y} + A_{\theta_2}^{SV} e^{\Omega_S y} \right) \gamma_S - A_{\theta_1}^{SV} \sqrt{1 - \varphi_S^2} e^{\Delta_S y} \right\}}{\left\{ \left(A_{\theta_0}^P - A_{\theta_1}^P \right) \sqrt{1 - \varphi_P^2} + A_{\theta_2}^P \gamma_P \right\} + \left\{ \left(A_{\theta_0}^{SV} + A_{\theta_2}^{SV} \right) \gamma_S - A_{\theta_1}^{SV} \sqrt{1 - \varphi_S^2} \right\}} \\ &\equiv \hat{T}_{vv}^{PSV}(k_p, k_s, y, \omega) \end{aligned} \quad (3.4.4.27)$$

Notons que les fonctions de transfert calculées sont notées $\hat{T}_{uu}^{PSV}(k_p, k_s, y, \omega)$ et $\hat{T}_{vv}^{PSV}(k_p, k_s, y, \omega)$ au lieu de $\hat{T}_{uu}^{PSV}(k, y, \omega)$ et $\hat{T}_{vv}^{PSV}(k, y, \omega)$ car nous avons supposé que les ondes incidentes P et SV n'ont pas forcément des directions de propagation identiques (Il suffit de remarquer que par exemple $(\theta_p)_1$ n'est pas nécessairement égal à $(\theta_s)_1$) et par conséquent ces ondes ne présentent pas le même nombre d'ondes horizontal k .

3.4.5 Détermination de $\hat{T}_{uu}(k, y, \omega)$ et $\hat{T}_{vv}(k, y, \omega)$ pour le cas d'un substratum supportant un sol stratifié

a) Considérations générales

Cette partie est consacrée à la détermination des fonctions de transfert $\hat{T}_{uu}(k, y, \omega)$ et $\hat{T}_{vv}(k, y, \omega)$ pour le cas de la propagation d'ondes P-SV à travers un sol stratifié reposant sur un sol en demi-espace (substratum) en utilisant la méthode d'Haskell-Thomson qui sera modifiée afin d'obtenir la forme de l'Eq. 3.2.2.36. La complexité de l'établissement de ces fonctions de transfert est essentiellement liée aux multiples systèmes de réflexion et de réfraction que l'onde subit durant son trajet du substratum vers la surface libre.

Ces fonctions seront notées $\hat{T}_{uu}^P(k, y, \omega)$ et $\hat{T}_{vv}^P(k, y, \omega)$ pour le cas de l'incidence d'ondes P et $\hat{T}_{uu}^{SV}(k, y, \omega)$ et $\hat{T}_{vv}^{SV}(k, y, \omega)$ pour le cas de l'incidence d'ondes SV et enfin $\hat{T}_{uu}^{PSV}(k, y, \omega)$ et $\hat{T}_{vv}^{PSV}(k, y, \omega)$ pour le cas de l'incidence simultanées d'ondes P et SV.

Une description détaillée sera établie en premier lieu pour le cas de l'incidence d'ondes P au niveau du substratum. La démarche étant la même pour le cas de l'incidence des ondes SV au niveau du substratum et le cas de l'incidence simultanée d'ondes P et SV au niveau du substratum, seuls les résultats seront présentés.

b) Cas de l'incidence d'ondes P dans un substratum supportant un sol stratifié:

On suppose que M ondes P sont incidentes dans le substratum, supportant $(N-1)$ couches, avec des directions de propagation suivant des angles $\theta_{m_1}^{(N)}$, $m=1,2,\dots,M$, des nombres d'ondes $\xi_{m_1}^{(N)}$ et des amplitudes $A_{m_1}^{(N)}$ connus (Fig. 3.4.5a).

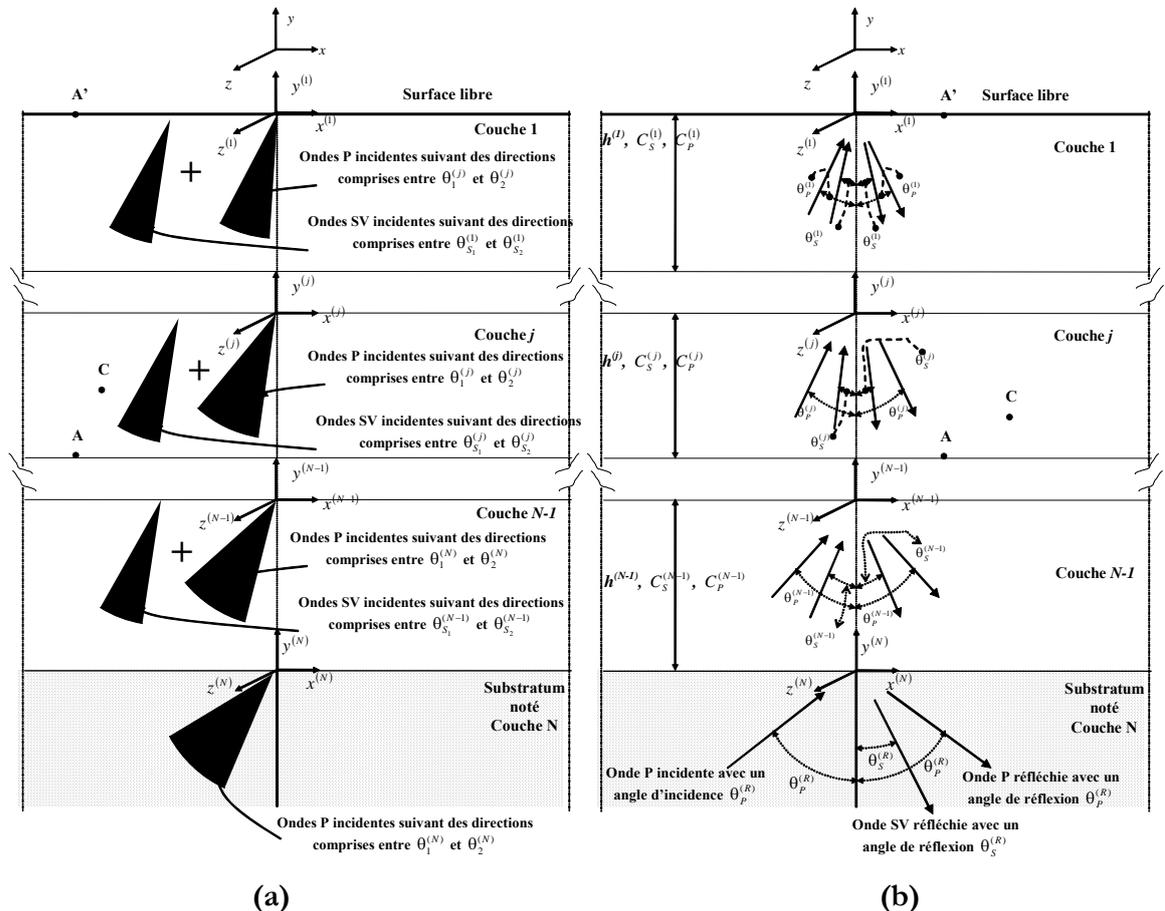


Figure 3.4.5 Ondes P incidentes dans un substratum et leurs systèmes de propagation à travers un sol stratifié horizontalement

Considérons une onde P parmi ces M ondes (Fig. 3.4.5b). A l'interface substratum-Couche $(N-1)$, il y a en vertu des conditions aux limites (continuité des déplacements) génération de deux ondes réfléchies : une onde SV (caractérisée par une direction $\theta_{m_3}^{(N)}$, un

nombre d'ondes $\xi_{m_3}^{(N)}$ et une amplitude $A_{m_3}^{(N)}$ et une onde P (caractérisée par une direction $\theta_{m_4}^{(N)}$ un nombre d'ondes $\xi_{m_4}^{(N)}$ et une amplitude $A_{m_4}^{(N)}$) mais également de deux ondes réfractées (notée $P^{(N-1)}$ et $SV^{(N-1)}$). Ces deux dernières se propagent au niveau de la couche $(N-1)$ et génèrent à l'interface des couches $(N-1)$ et $(N-2)$, quatre ondes réfléchies : deux ondes SV (notées $SV^{1,(N-1)}$, $SV^{2,(N-1)}$) et deux ondes P (notées $P^{1,(N-1)}$, $P^{2,(N-1)}$) et quatre ondes réfractées : deux ondes SV (notées $SV^{1,(N-2)}$, $SV^{2,(N-2)}$) deux ondes P (notées $P^{1,(N-2)}$, $P^{2,(N-2)}$). En vertu des conditions aux limites à l'interface $(N-1)$ et $(N-2)$, il s'avère qu'en fait les deux ondes réfléchies SV $SV^{1,(N-1)}$ et $SV^{2,(N-1)}$ présentent la même direction de propagation mais des amplitudes différentes. Egalement, les deux ondes P $P^{1,(N-1)}$ et $P^{2,(N-1)}$ présentent la même direction de propagation mais des amplitudes différentes. La même remarque est adoptée pour les deux ondes réfractées SV $SV^{1,(N-2)}$ et $SV^{2,(N-2)}$ et les deux ondes réfractées P $P^{1,(N-2)}$ et $P^{2,(N-2)}$. Une généralisation de cette procédure nous permet de mettre en évidence l'existence au niveau de chaque couche (j) de quatre ondes : deux ondes incidentes (P et SV) et deux ondes réfléchies (P et SV).

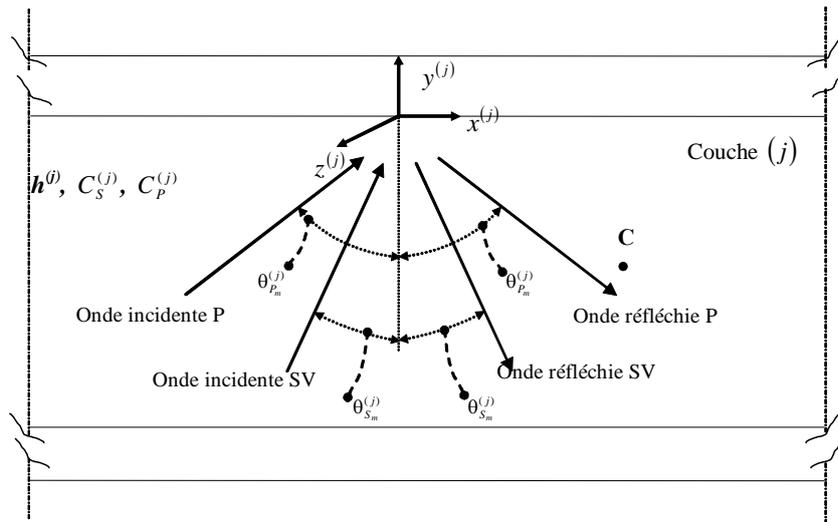


Figure 3.4.6 Ondes P-SV dans une couche (j)

Le mouvement en un point quelconque de la couche (j) (Fig. 3.4.6), (exemple point C, voir aussi Figs. 3.4.5), est la superposition (a) d'une onde incidente P ayant une direction $\theta_{m_1}^{(j)}$, un nombre d'ondes $\xi_{m_1}^{(j)}$ et une amplitude $A_{m_1}^{(j)}$, (b) d'une onde incidente SV ayant une direction $\theta_{m_2}^{(j)}$, un nombre d'ondes $\xi_{m_2}^{(j)}$ une amplitude $A_{m_2}^{(j)}$, (c) d'une onde réfléchie SV ayant une direction $\theta_{m_3}^{(j)}$, un nombre d'ondes $\xi_{m_3}^{(j)}$ et une amplitude $A_{m_3}^{(j)}$ et (d) d'une onde réfléchie P ayant une direction $\theta_{m_4}^{(j)}$, un nombre d'ondes $\xi_{m_4}^{(j)}$ et une amplitude $A_{m_4}^{(j)}$.

L'état des déplacements est ainsi exprimé respectivement par (Eq. 3.3.3.6):

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}^{(j)}, \theta_{m_1}^{(j)}, t) = \mathbf{u}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta_{m_1}^{(j)}, t) = \left\{ \begin{array}{l} u^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta_{m_1}^{(j)}, t) \\ v^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta_{m_1}^{(j)}, t) \\ w^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta_{m_1}^{(j)}, t) = 0 \end{array} \right\} \equiv \left\{ \begin{array}{l} u_m^{(j)} \\ v_m^{(j)} \\ w_m^{(j)} = 0 \end{array} \right\} \quad (3.4.5.1a)$$

L'état des contraintes s'exprime par le biais de l'Eq. 3.3.3.14

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}^{(j)}, \theta_{m_1}^{(j)}, t) = \boldsymbol{\sigma}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta_{m_1}^{(j)}, t) = \left[\begin{array}{ccc} \sigma_{xx}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta_{m_1}^{(j)}, t) & \sigma_{xy}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta_{m_1}^{(j)}, t) & 0 \\ \sigma_{yx}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta_{m_1}^{(j)}, t) & \sigma_{yy}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta_{m_1}^{(j)}, t) & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta_{m_1}^{(j)}, t) \end{array} \right] \quad (3.4.5.1b)$$

Parmi les cinq contraintes décrites par l'Eq. 3.4.5.1b seules les contraintes $\sigma_{xy}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta_{m_1}^{(j)}, t) \equiv \tau_m^{(j)}$ et $\sigma_{yy}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta_{m_1}^{(j)}, t) \equiv \sigma_m^{(j)}$ sont utilisées dans l'établissement de $\hat{T}_{uu}^P(k, y, \omega)$ et $\hat{T}_{vv}^P(k, y, \omega)$. De plus en vertu d'une part des conditions de continuités de contraintes et de déplacements et d'autre part de conditions de contraintes nulles à la surface libre, les relations suivantes peuvent être facilement déduites (Achenbach, 1973):

$$\xi_{m_4}^{(j)} = \xi_{m_1}^{(j)} = k_{P_m}^{(j)} \equiv k_P^{(j)}, \quad \xi_{m_2}^{(j)} = \xi_{m_3}^{(j)} = k_{S_m}^{(j)} \equiv k_S^{(j)}, \quad k_S^{(j)} = k_P^{(j)} \kappa^{(j)} \quad (3.4.5.1c)$$

$$\theta_{m_4}^{(j)} = \theta_{m_1}^{(j)} \equiv \theta_{P_m}^{(j)}, \quad \theta_{m_2}^{(j)} = \theta_{m_3}^{(j)} \equiv \theta_{S_m}^{(j)}, \quad \sin \theta_{m_3}^{(j)} = \frac{C_S^{(j)}}{C_P^{(j)}} \sin \theta_{m_1}^{(j)} \quad (3.4.5.1d)$$

$$\langle \forall j, j = 1, \dots, (N-1) \rangle \quad \theta_{m_1}^{(j)} = \arcsin \left(\sin \theta_{m_1}^{(j+1)} \frac{C_P^{(j)}}{C_P^{(j+1)}} \right) \quad (3.4.5.1e)$$

$$u_m^{(j)} = \left[\begin{array}{l} A_{m_1}^{(j)} \sin \theta_{P_m}^{(j)} e^{\left(-iC_P^{(j)} k_P^{(j)} \frac{\cos \theta_{P_m}^{(j)}}{C_P^{(j)}} y^{(j)} \right)} - A_{m_2}^{(j)} \sqrt{1 - \left(\frac{\sin \theta_{P_m}^{(j)}}{\kappa^{(j)}} \right)^2} e^{\left(-iC_P^{(j)} k_P^{(j)} \sqrt{\left(\frac{1}{C_S^{(j)}} \right)^2 - \left(\frac{\sin \theta_{P_m}^{(j)}}{C_P^{(j)}} \right)^2} y^{(j)} \right)} + \\ + A_{m_3}^{(j)} \sqrt{1 - \left(\frac{\sin \theta_{P_m}^{(j)}}{\kappa^{(j)}} \right)^2} e^{\left(iC_P^{(j)} k_P^{(j)} \sqrt{\left(\frac{1}{C_S^{(j)}} \right)^2 - \left(\frac{\sin \theta_{P_m}^{(j)}}{C_P^{(j)}} \right)^2} y^{(j)} \right)} + A_{m_4}^{(j)} \sin \theta_{P_m}^{(j)} e^{\left(iC_P^{(j)} k_P^{(j)} \frac{\cos \theta_{P_m}^{(j)}}{C_P^{(j)}} y^{(j)} \right)} \end{array} \right] e^{iC_P^{(j)} k_P^{(j)} \left(t - \frac{\sin \theta_{P_m}^{(j)}}{C_P^{(j)}} x^{(j)} \right)} \quad (3.4.5.2a)$$

$$v_m^{(j)} = \left[\begin{array}{l} A_{m_1}^{(j)} \cos \theta_{P_m}^{(j)} e^{\left(-iC_P^{(j)} k_P^{(j)} \frac{\cos \theta_{P_m}^{(j)}}{C_P^{(j)}} y^{(j)} \right)} + A_{m_2}^{(j)} \frac{\sin \theta_{P_m}^{(j)}}{\kappa^{(j)}} e^{\left(-iC_P^{(j)} k_P^{(j)} \sqrt{\left(\frac{1}{C_S^{(j)}} \right)^2 - \left(\frac{\sin \theta_{P_m}^{(j)}}{C_P^{(j)}} \right)^2} y^{(j)} \right)} + \\ + A_{m_3}^{(j)} \frac{\sin \theta_{P_m}^{(j)}}{\kappa^{(j)}} e^{\left(iC_P^{(j)} k_P^{(j)} \sqrt{\left(\frac{1}{C_S^{(j)}} \right)^2 - \left(\frac{\sin \theta_{P_m}^{(j)}}{C_P^{(j)}} \right)^2} y^{(j)} \right)} - A_{m_4}^{(j)} \cos \theta_{P_m}^{(j)} e^{\left(iC_P^{(j)} k_P^{(j)} \frac{\cos \theta_{P_m}^{(j)}}{C_P^{(j)}} y^{(j)} \right)} \end{array} \right] e^{iC_P^{(j)} k_P^{(j)} \left(t - \frac{\sin \theta_{P_m}^{(j)}}{C_P^{(j)}} x^{(j)} \right)} \quad (3.4.5.2b)$$

$$\tau_m^{(j)} = ik_P^{(j)} C_P^{(j)} \mu^{(j)} \frac{1}{C_P^{(j)}} \left[\begin{array}{l} -A_{m_1}^{(j)} \sin 2\theta_{P_m}^{(j)} e^{\left(-iC_P^{(j)} k_P^{(j)} \frac{\cos \theta_{P_m}^{(j)}}{C_P^{(j)}} y^{(j)} \right)} + \\ + A_{m_2}^{(j)} \kappa^{(j)} \left(1 - 2 \left(\frac{\sin \theta_{P_m}^{(j)}}{\kappa^{(j)}} \right)^2 \right) e^{\left(-iC_P^{(j)} k_P^{(j)} \sqrt{\left(\frac{1}{C_S^{(j)}} \right)^2 - \left(\frac{\sin \theta_{P_m}^{(j)}}{C_P^{(j)}} \right)^2} y^{(j)} \right)} + \\ + A_{m_3}^{(j)} \kappa^{(j)} \left(1 - 2 \left(\frac{\sin \theta_{P_m}^{(j)}}{\kappa^{(j)}} \right)^2 \right) e^{\left(iC_P^{(j)} k_P^{(j)} \sqrt{\left(\frac{1}{C_S^{(j)}} \right)^2 - \left(\frac{\sin \theta_{P_m}^{(j)}}{C_P^{(j)}} \right)^2} y^{(j)} \right)} + \\ + A_{m_4}^{(j)} \sin 2\theta_{P_m}^{(j)} e^{\left(iC_P^{(j)} k_P^{(j)} \frac{\cos \theta_{P_m}^{(j)}}{C_P^{(j)}} y^{(j)} \right)} \end{array} \right] e^{iC_P^{(j)} k_P^{(j)} \left(t - \frac{\sin \theta_{P_m}^{(j)}}{C_P^{(j)}} x^{(j)} \right)} \quad (3.4.5.2c)$$

$$\sigma_m^{(j)} = ik_P^{(j)} C_P^{(j)} \frac{1}{C_P^{(j)}} \left[\begin{array}{l} -A_{m_1}^{(j)} (\lambda^{(j)} + 2\mu^{(j)} \cos^2 \theta_{P_m}^{(j)}) e^{\left(-iC_P^{(j)} k_P^{(j)} \frac{\cos \theta_{P_m}^{(j)}}{C_P^{(j)}} y^{(j)} \right)} - \\ - 2A_{m_2}^{(j)} \mu^{(j)} \sin \theta_{P_m}^{(j)} \sqrt{1 - \left(\frac{\sin \theta_{P_m}^{(j)}}{\kappa^{(j)}} \right)^2} e^{\left(-iC_P^{(j)} k_P^{(j)} \sqrt{\left(\frac{1}{C_S^{(j)}} \right)^2 - \left(\frac{\sin \theta_{P_m}^{(j)}}{C_P^{(j)}} \right)^2} y^{(j)} \right)} + \\ + 2A_{m_3}^{(j)} \mu^{(j)} \sin \theta_{P_m}^{(j)} \sqrt{1 - \left(\frac{\sin \theta_{P_m}^{(j)}}{\kappa^{(j)}} \right)^2} e^{\left(iC_P^{(j)} k_P^{(j)} \sqrt{\left(\frac{1}{C_S^{(j)}} \right)^2 - \left(\frac{\sin \theta_{P_m}^{(j)}}{C_P^{(j)}} \right)^2} y^{(j)} \right)} - \\ - A_{m_4}^{(j)} (\lambda^{(j)} + 2\mu^{(j)} \cos^2 \theta_{P_m}^{(j)}) e^{\left(iC_P^{(j)} k_P^{(j)} \frac{\cos \theta_{P_m}^{(j)}}{C_P^{(j)}} y^{(j)} \right)} \end{array} \right] e^{iC_P^{(j)} k_P^{(j)} \left(t - \frac{\sin \theta_{P_m}^{(j)}}{C_P^{(j)}} x^{(j)} \right)} \quad (3.4.5.2d)$$

Les M ondes incidentes P vont générer, au point C qui appartient à la couche (j) , l'état de déplacements et de contraintes suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} u^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, t) \\ u^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, t) \\ \sigma_{xy}^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, t) \\ \sigma_{yy}^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, t) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \sum_{m=1}^M u^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta_{m_1}^{(j)}, t) \\ \sum_{m=1}^M v^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta_{m_1}^{(j)}, t) \\ \sum_{m=1}^M \sigma_{xy}^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta_{m_1}^{(j)}, t) \\ \sum_{m=1}^M \sigma_{yy}^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta_{m_1}^{(j)}, t) \end{array} \right\} \equiv \left\{ \begin{array}{l} u^{(j)} \\ v^{(j)} \\ \tau^{(j)} \\ \sigma^{(j)} \end{array} \right\} \quad (3.4.5.2e)$$

Procédant à un changement de variable, i.e. de l'opérateur somme à l'opérateur intégral :

$$\Gamma = \Gamma(x^{(j)}, y^{(j)}, t) = \int_{\theta_1^{(j)}}^{\theta_2^{(j)}} \Gamma(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta^{(j)}, t) d\theta^{(j)} \quad \text{avec } \Gamma = u^{(j)}, v^{(j)}, \tau^{(j)}, \sigma^{(j)} \quad (3.4.5.2f)$$

avec

$$u^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta^{(j)}, t) = \left[\begin{array}{l} A_1^{(j)} \sin \theta^{(j)} e^{(-ik_p^{(j)} \cos \theta^{(j)}) y^{(j)}} - A_2^{(j)} \sqrt{1 - \left(\frac{\sin \theta^{(j)}}{\kappa^{(j)}} \right)^2} e^{(-ik_p^{(j)} \sqrt{(\kappa^{(j)})^2 - (\sin \theta^{(j)})^2} y^{(j)})} \\ + A_3^{(j)} \sqrt{1 - \left(\frac{\sin \theta^{(j)}}{\kappa^{(j)}} \right)^2} e^{(ik_p^{(j)} \sqrt{(\kappa^{(j)})^2 - (\sin \theta^{(j)})^2} y^{(j)})} + A_4^{(j)} \sin \theta^{(j)} e^{(ik_p^{(j)} \cos \theta^{(j)}) y^{(j)}} \end{array} \right] e^{iC_p^{(j)} k_p^{(j)} \left(t - \frac{\sin \theta^{(j)}}{C_p^{(j)}} x^{(j)} \right)} \quad (3.4.5.2g)$$

$$v^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta^{(j)}, t) = \left[\begin{array}{l} A_1^{(j)} \cos \theta^{(j)} e^{(-ik_p^{(j)} \cos \theta^{(j)}) y^{(j)}} + A_2^{(j)} \frac{\sin \theta^{(j)}}{\kappa^{(j)}} e^{(-ik_p^{(j)} \sqrt{(\kappa^{(j)})^2 - (\sin \theta^{(j)})^2} y^{(j)})} \\ + A_3^{(j)} \frac{\sin \theta^{(j)}}{\kappa^{(j)}} e^{(ik_p^{(j)} \sqrt{(\kappa^{(j)})^2 - (\sin \theta^{(j)})^2} y^{(j)})} - A_4^{(j)} \cos \theta^{(j)} e^{(ik_p^{(j)} \cos \theta^{(j)}) y^{(j)}} \end{array} \right] e^{iC_p^{(j)} k_p^{(j)} \left(t - \frac{\sin \theta^{(j)}}{C_p^{(j)}} x^{(j)} \right)} \quad (3.4.5.2h)$$

$$\tau^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta^{(j)}, t) = ik_p^{(j)} \mu^{(j)} \left[\begin{array}{l} -A_1^{(j)} \sin 2\theta^{(j)} e^{(-ik_p^{(j)} \cos \theta^{(j)}) y^{(j)}} + \\ + A_2^{(j)} \kappa^{(j)} \left(1 - 2 \left(\frac{\sin \theta^{(j)}}{\kappa^{(j)}} \right)^2 \right) e^{(-ik_p^{(j)} \sqrt{(\kappa^{(j)})^2 - (\sin \theta^{(j)})^2} y^{(j)})} \\ + A_3^{(j)} \kappa^{(j)} \left(1 - 2 \left(\frac{\sin \theta^{(j)}}{\kappa^{(j)}} \right)^2 \right) e^{(ik_p^{(j)} \sqrt{(\kappa^{(j)})^2 - (\sin \theta^{(j)})^2} y^{(j)})} \\ + A_4^{(j)} \sin 2\theta^{(j)} e^{(ik_p^{(j)} \cos \theta^{(j)}) y^{(j)}} \end{array} \right] e^{iC_p^{(j)} k_p^{(j)} \left(t - \frac{\sin \theta^{(j)}}{C_p^{(j)}} x^{(j)} \right)} \quad (3.4.5.2i)$$

$$\sigma^{(j)}(x^{(j)}, y^{(j)}, \theta^{(j)}, t) = ik_p^{(j)} \left[\begin{array}{l} -A_1^{(j)} (\lambda^{(j)} + 2\mu^{(j)} \cos^2 \theta^{(j)}) e^{(-ik_p^{(j)} \cos \theta^{(j)}) y^{(j)}} - \\ - 2A_2^{(j)} \mu^{(j)} \sin \theta^{(j)} \sqrt{1 - \left(\frac{\sin \theta^{(j)}}{\kappa^{(j)}} \right)^2} e^{(-ik_p^{(j)} \sqrt{(\kappa^{(j)})^2 - (\sin \theta^{(j)})^2} y^{(j)})} \\ + 2A_3^{(j)} \mu^{(j)} \sin \theta^{(j)} \sqrt{1 - \left(\frac{\sin \theta^{(j)}}{\kappa^{(j)}} \right)^2} e^{(ik_p^{(j)} \sqrt{(\kappa^{(j)})^2 - (\sin \theta^{(j)})^2} y^{(j)})} \\ - A_4^{(j)} (\lambda^{(j)} + 2\mu^{(j)} \cos^2 \theta^{(j)}) e^{(ik_p^{(j)} \cos \theta^{(j)}) y^{(j)}} \end{array} \right] e^{iC_p^{(j)} k_p^{(j)} \left(t - \frac{\sin \theta^{(j)}}{C_p^{(j)}} x^{(j)} \right)} \quad (3.4.5.2j)$$

Avec $\theta^{(j)} \equiv \theta_p^{(j)}$ angle d'incidence de l'onde P dans la couche (j)

En appliquant une double transformée de Fourier sur $\Gamma = \Gamma(x^{(j)}, y^{(j)}, t)$ avec $\Gamma = u^{(j)}, v^{(j)}, \tau^{(j)}, \sigma^{(j)}$ suivant $x^{(j)} \equiv x$ et t alors il est possible d'obtenir les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} \tilde{u}^{(j)}(k, y^{(j)}, \omega) &= \left[A_1^{(j)} \varphi^{(j)} e^{-\Delta^{(j)} y^{(j)}} - A_2^{(j)} \sqrt{1 - (\gamma^{(j)})^2} e^{-\Omega^{(j)} y^{(j)}} + A_3^{(j)} \sqrt{1 - (\gamma^{(j)})^2} e^{\Omega^{(j)} y^{(j)}} + A_4^{(j)} \varphi^{(j)} e^{\Delta^{(j)} y^{(j)}} \right] \\ &\equiv \tilde{u}^{(j)} \end{aligned} \quad (3.4.5.3a)$$

$$\begin{aligned}\tilde{v}^{(j)}(k, y^{(j)}, \omega) &= \left[A_1^{(j)} \sqrt{1 - (\varphi^{(j)})^2} e^{-\Delta^{(j)} y^{(j)}} + A_2^{(j)} \gamma^{(j)} e^{-\Omega^{(j)} y^{(j)}} + A_3^{(j)} \gamma^{(j)} e^{\Omega^{(j)} y^{(j)}} - A_4^{(j)} \sqrt{1 - (\varphi^{(j)})^2} e^{\Delta^{(j)} y^{(j)}} \right] \\ &\equiv \tilde{v}^{(j)}\end{aligned}\quad (3.4.5.3b)$$

$$\begin{aligned}\tilde{\tau}^{(j)}(k, y^{(j)}, \omega) &= i \frac{\omega}{C_P^{(j)}} \mu^{(j)} \left[-2A_1^{(j)} \varphi^{(j)} \sqrt{1 - (\varphi^{(j)})^2} e^{-\Delta^{(j)} y^{(j)}} + A_2^{(j)} \kappa^{(j)} (1 - 2(\gamma^{(j)})^2) e^{-\Omega^{(j)} y^{(j)}} + \right. \\ &\quad \left. + A_3^{(j)} \kappa^{(j)} (1 - 2(\gamma^{(j)})^2) e^{\Omega^{(j)} y^{(j)}} + 2A_4^{(j)} \varphi^{(j)} \sqrt{1 - (\varphi^{(j)})^2} e^{\Delta^{(j)} y^{(j)}} \right] \\ &\equiv \tilde{\tau}^{(j)}\end{aligned}\quad (3.4.5.3c)$$

$$\begin{aligned}\tilde{\sigma}^{(j)}(k, y^{(j)}, \omega) &= i \frac{\omega}{C_P^{(j)}} \left[-A_1^{(j)} (\lambda^{(j)} + 2(1 - (\varphi^{(j)})^2) \mu^{(j)}) e^{-\Delta^{(j)} y^{(j)}} - 2A_2^{(j)} \mu^{(j)} \varphi^{(j)} \sqrt{1 - (\gamma^{(j)})^2} e^{-\Omega^{(j)} y^{(j)}} + \right. \\ &\quad \left. + 2A_3^{(j)} \mu^{(j)} \varphi^{(j)} \sqrt{1 - (\gamma^{(j)})^2} e^{\Omega^{(j)} y^{(j)}} - A_4^{(j)} (\lambda^{(j)} + 2(1 - (\varphi^{(j)})^2) \mu^{(j)}) e^{\Delta^{(j)} y^{(j)}} \right] \\ &\equiv \tilde{\sigma}^{(j)}\end{aligned}\quad (3.4.5.3d)$$

Avec $-\omega \sin \theta_1^{(j)} / C_P^{(j)} \leq k \leq \omega \sin \theta_2^{(j)} / C_P^{(j)}$, $k = \omega \sin \theta_p^{(j)} / C_P^{(j)} = \omega \sin \theta_s^{(j)} / C_s^{(j)}$

$$\text{et } \Omega^{(j)} = i \sqrt{\left(\frac{\omega}{C_s^{(j)}} \right)^2 - k^2}, \quad \Delta^{(j)} = i \sqrt{\left(\frac{\omega}{C_P^{(j)}} \right)^2 - k^2}, \quad \varphi^{(j)} = \frac{k C_P^{(j)}}{\omega} \quad \text{et} \quad \gamma^{(j)} = \frac{k C_s^{(j)}}{\omega}$$

Rappelons ici que notre objectif réside dans la détermination des fonctions $\hat{T}_{uu}^P(k, y, \omega)$ et $\hat{T}_{vv}^P(k, y, \omega)$ pour deux points, l'un situé en surface (Point A' Fig. 3.4.5b) et l'autre en profondeur (Point A Fig. 3.4.5b). L'état de déplacements et de contraintes au niveau de la couche (j) $\{\tilde{\mathbf{U}}^{(j)}\} = \{\tilde{\mathbf{u}}^{(j)} \quad \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{(j)}\}^T$ s'écrit donc $\{\tilde{\mathbf{U}}^{(j)}\} = \{\tilde{\mathbf{u}}^{(j)} \quad \tilde{v}^{(j)} \quad \tilde{\sigma}^{(j)} \quad \tilde{\tau}^{(j)}\}^T$. L'état de déplacements et de contraintes au niveau de la partie supérieure de la couche (j) noté $\{\tilde{\mathbf{U}}_1^{(j)}\} = \{\tilde{\mathbf{u}}_1^{(j)} \quad \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{(j)}\}^T$ est déterminé à partir des Eqs. 3.4.5.3 en posant $y^{(j)} = 0$. De même l'état de déplacements et de contraintes au niveau de la partie inférieure de la couche (j) noté $\{\tilde{\mathbf{U}}_2^{(j)}\} = \{\tilde{\mathbf{u}}_2^{(j)} \quad \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_2^{(j)}\}^T$ est écrit en posant $y^{(j)} = -h^{(j)}$. L'indice 1 est introduit pour identifier l'état de déplacements et de contraintes au niveau de la partie supérieure de la couche (j) . L'indice 2 est introduit pour identifier l'état de déplacements et de contraintes au niveau de la partie inférieure de la couche (j) . Par conséquent l'écriture des deux champs peut se ramener à la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{c} \tilde{\mathbf{u}}_1^{(j)} \\ \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{(j)} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \tilde{\mathbf{u}}^{(j)} \\ \tilde{v}^{(j)} \\ \tilde{\tau}^{(j)} \\ \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{(j)} \end{array} \right\}^{(1)} = [\mathbf{N}^{(j)}]^{(1)} \left\{ \begin{array}{c} A_1^{(j)} \\ A_2^{(j)} \\ A_3^{(j)} \\ A_4^{(j)} \end{array} \right\} \quad (3.4.5.4a)$$

$$\begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{u}}_2^{(j)} \\ \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_2^{(j)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{u}}^{(j)} \\ \tilde{\mathbf{v}}^{(j)} \\ \tilde{\boldsymbol{\tau}}^{(j)} \\ \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{(j)} \end{Bmatrix}^{(2)} = [\mathbf{N}^{(j)}]^{(2)} \begin{Bmatrix} A_1^{(j)} \\ A_2^{(j)} \\ A_3^{(j)} \\ A_4^{(j)} \end{Bmatrix} \quad (3.4.5.4b)$$

où $[\mathbf{N}^{(j)}]^{(1)}$ et $[\mathbf{N}^{(j)}]^{(2)}$ sont des matrices 4X4 obtenues à partir des Eqs. 3.4.5.3 en posant respectivement $y^{(j)}=0$ et $y^{(j)}=-h^{(j)}$. Le vecteur amplitude se calcule à partir de l'Eq. 3.4.5.4a en inversant la matrice $[\mathbf{N}^{(j)}]^{(1)}$, ainsi :

$$\begin{Bmatrix} A_1^{(j)} \\ A_2^{(j)} \\ A_3^{(j)} \\ A_4^{(j)} \end{Bmatrix} = \left\{ [\mathbf{N}^{(j)}]^{(1)} \right\}^{-1} \begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{u}}_1^{(j)} \\ \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{(j)} \end{Bmatrix} \quad (3.4.5.5)$$

où l'exposant $^{-1}$ représente l'opérateur inverse d'une matrice. L'association des Eqs. 3.4.5.4b et 3.4.5.5 nous permet de déterminer la matrice de transfert au niveau de la couche (j) qui permet de relier les états de déplacements et de contraintes en haut et en bas de la couche (j) :

$$\begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{u}}_2^{(j)} \\ \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_2^{(j)} \end{Bmatrix} = [\mathbf{M}^{(j)}] \begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{u}}_1^{(j)} \\ \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{(j)} \end{Bmatrix} \quad (3.4.5.6a)$$

avec

$$[\mathbf{M}^{(j)}] = [\mathbf{N}^{(j)}]^{(2)} \left\{ [\mathbf{N}^{(j)}]^{(1)} \right\}^{-1} \quad (3.4.5.6b)$$

$[\mathbf{M}^{(j)}]$ est la matrice de transfert au niveau de la couche (j) . Ses éléments sont $m_{op}^{(j)}(k, y^{(j)} = -h^{(j)} \equiv -h, \omega)$, notés $m_{op}^{(j)}$, avec $(o, p) = (1, 2, 3, 4)$:

$$m_{11}^{(j)} = 2(\gamma^{(j)})^2 \cos(\Pi^{(j)}h^{(j)}) + (1 - 2(\gamma^{(j)})^2) \cos(\Lambda^{(j)}h^{(j)}) \quad (3.4.5.7a)$$

$$m_{12}^{(j)} = i \left[(2(\gamma^{(j)})^2 - 1) \frac{\varphi^{(j)}}{\sqrt{1 - (\varphi^{(j)})^2}} \cos(\Pi^{(j)}h^{(j)}) + 2\gamma^{(j)} \sqrt{1 - (\gamma^{(j)})^2} \cos(\Lambda^{(j)}h^{(j)}) \right] \quad (3.4.5.7b)$$

$$m_{13}^{(j)} = \frac{(\gamma^{(j)})^2}{\Pi^{(j)}\mu^{(j)}} \sin(\Pi^{(j)}h^{(j)}) + \frac{\omega \sqrt{1 - (\gamma^{(j)})^2}}{C_s^{(j)}\mu^{(j)}} \sin(\Lambda^{(j)}h^{(j)}) \quad (3.4.5.7c)$$

$$m_{14}^{(j)} = i \frac{k}{\mu^{(j)}} [\cos(\Pi^{(j)}h^{(j)}) - \cos(\Lambda^{(j)}h^{(j)})] \quad (3.4.5.7d)$$

$$m_{21}^{(j)} = i \left[-2 \frac{\sqrt{1 - (\varphi^{(j)})^2} \gamma^{(j)}}{\kappa^{(j)}} \sin(\Pi^{(j)}h^{(j)}) + \frac{1 - 2(\gamma^{(j)})^2}{\sqrt{1 - (\gamma^{(j)})^2}} \gamma^{(j)} \sin(\Lambda^{(j)}h^{(j)}) \right] \quad (3.4.5.7e)$$

$$m_{22}^{(j)} = \left(1 - 2(\gamma^{(j)})^2\right) \cos(\Pi^{(j)} h^{(j)}) + 2(\gamma^{(j)})^2 \cos(\Lambda^{(j)} h^{(j)}) \quad (3.4.5.7f)$$

$$m_{23}^{(j)} = m_{14}^{(j)} \quad (3.4.5.7g)$$

$$m_{24}^{(j)} = \frac{\Delta^{(j)}}{(\kappa^{(j)})^2 \mu^{(j)}} \sin(\Pi^{(j)} h^{(j)}) + \frac{(\gamma^{(j)})^2}{\Lambda^{(j)} \mu^{(j)}} \sin(\Lambda^{(j)} h^{(j)}) \quad (3.4.5.7h)$$

$$m_{31}^{(j)} = -4\Pi^{(j)} (\gamma^{(j)})^2 \mu^{(j)} \sin(\Pi^{(j)} h^{(j)}) - \frac{(1 - 2(\gamma^{(j)})^2)^2}{\sqrt{1 - (\gamma^{(j)})^2}} \frac{\omega \mu^{(j)}}{C_s^{(j)}} \sin(\Lambda^{(j)} h^{(j)}) \quad (3.4.5.7i)$$

$$m_{32}^{(j)} = 2i\mu^{(j)} k \left[1 - 2(\gamma^{(j)})^2\right] \left[-\cos(\Pi^{(j)} h^{(j)}) + \cos(\Lambda^{(j)} h^{(j)})\right] \quad (3.4.5.7j)$$

$$m_{33}^{(j)} = m_{11}^{(j)} \quad (3.4.5.7k)$$

$$m_{34}^{(j)} = m_{21}^{(j)} \quad (3.4.5.7l)$$

$$m_{41}^{(j)} = m_{32}^{(j)} \quad (3.4.5.7m)$$

$$m_{42}^{(j)} = \mu^{(j)} \kappa^{(j)} \frac{\omega}{C_s^{(j)}} \frac{(1 - 2(\gamma^{(j)})^2)^2}{\sqrt{1 - (\gamma^{(j)})^2}} \sin(\Pi^{(j)} h^{(j)}) - 4k\mu^{(j)} \gamma^{(j)} \sqrt{1 - (\gamma^{(j)})^2} \sin(\Lambda^{(j)} h^{(j)}) \quad (3.4.5.7n)$$

$$m_{43}^{(j)} = m_{12}^{(j)} \quad (3.4.5.7o)$$

$$m_{44}^{(j)} = m_{22}^{(j)} \quad (3.4.5.7p)$$

Avec $\Pi^{(j)} = -i\Delta^{(j)}$ et $\Lambda^{(j)} = -i\Omega^{(j)}$

La détermination d'une relation entre les états de déplacements et de contraintes au niveau de la surface libre $\{\tilde{\mathbf{U}}_1^{(j)}\} = \{\tilde{\mathbf{u}}_1^{(j)} \quad \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{(j)}\}^T$ et au niveau de la partie inférieure la couche (j) $\{\tilde{\mathbf{U}}_2^{(j)}\} = \{\tilde{\mathbf{u}}_2^{(j)} \quad \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_2^{(j)}\}^T$ s'effectue en se basant sur les étapes suivantes (1) Calculer pour chaque couche (j) la matrice de transfert $[\mathbf{M}^{(j)}]$ (Eq. 3.4.5.7), (2) Etablir les égalités de déplacements et de contraintes au niveau de chaque interface entre deux couches (j) et $(j-1)$ et (3) Annuler les contraintes au niveau de la surface libre. Ainsi :

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{u}_2^{(j)} \\ \boldsymbol{\sigma}_2^{(j)} \end{Bmatrix} = [\mathbf{M}]_{(j)} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_1^{(1)} \\ \boldsymbol{\sigma}_1^{(1)} = \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (3.4.5.8a)$$

avec

$$[\mathbf{M}]_{(j)} = [\mathbf{M}^{(j)}] \bullet [\mathbf{M}^{(j-1)}] \bullet \dots \bullet [\mathbf{M}^{(1)}] \quad (3.4.5.8b)$$

La matrice $[\mathbf{M}]_{(j)}$ est une matrice 4X4 d'éléments m_{ef} avec $(e, f) = (1, 2, 3, 4)$. Il est à noter que l'indice (j) varie de (1) à (N) . Ainsi on peut, par exemple, exprimer l'état de déplacements et

de contraintes au niveau d'un point situé à l'interface substratum-Couche $N-1$ en fonction de l'état de déplacements et de contraintes de celui situé en surface, en posant $j=N$ dans les Eqs. 3.4.5.8a-b. A la surface libre les contraintes s'annulent ($\sigma_1^{(1)} = \mathbf{0}$). Ainsi, à partir de l'Eq. 3.4.5.8a, on a :

$$\begin{Bmatrix} \tilde{u}^{(j)} \\ \tilde{v}^{(j)} \end{Bmatrix}^{(2)} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{u}^{(1)} \\ \tilde{v}^{(1)} \end{Bmatrix}^{(1)} \quad (3.4.5.9a)$$

L'Eq. 3.4.5.9a peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{Bmatrix} \tilde{u}^{(j)}(k, y^{(j)}, \omega) \\ \tilde{v}^{(j)}(k, y^{(j)}, \omega) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11}(k, y^{(j)}, \omega) & m_{12}(k, y^{(j)}, \omega) \\ m_{21}(k, y^{(j)}, \omega) & m_{22}(k, y^{(j)}, \omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{u}^{(j)}(k, y^{(1)} = 0, \omega) \\ \tilde{v}^{(j)}(k, y^{(1)} = 0, \omega) \end{Bmatrix} \quad (3.4.5.9b)$$

avec $y^{(j)} = -h^{(j)}$

L'Eq. 3.4.5.9b exprime la relation qui existe entre les mouvements en profondeur et en surface. En fait, l'Eq. 3.4.5.9b est un cas particulier de l'Eq. 3.4.1.6 et donc de l'Eq. 3.2.2.5. Toutefois, cette relation ne peut être utilisée, car la forme choisie (Eq. 3.2.2.36) est différente de celle de l'Eq. 3.2.2.5. Ainsi, on se doit de procéder à une modification de la méthode d'Haskell-Thomson. Pour ce faire procédons à un réarrangement de l'Eq. 3.4.5.9a :

$$\begin{Bmatrix} \tilde{u}^{(j)}(k, y^{(j)}, \omega) \\ \tilde{v}^{(j)}(k, y^{(j)}, \omega) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{T}_{uu}(k, y^{(j)}, \omega) & 0 \\ 0 & \hat{T}_{vv}(k, y^{(j)}, \omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{u}^{(j)}(k, y^{(1)} = 0, \omega) \\ \tilde{v}^{(j)}(k, y^{(1)} = 0, \omega) \end{Bmatrix} \quad (3.4.5.10a)$$

Ainsi :

$$\begin{bmatrix} \hat{T}_{uu}(k, y^{(j)}, \omega) & 0 \\ 0 & \hat{T}_{vv}(k, y^{(j)}, \omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} + m_{12}/F & 0 \\ 0 & m_{21}F + m_{22} \end{bmatrix} \quad (3.4.5.10b)$$

et

$$F = \tilde{u}^{(1)}(k, y^{(1)} = 0, \omega) / \tilde{v}^{(1)}(k, y^{(1)} = 0, \omega) \quad (3.4.5.10c)$$

où $\tilde{u}^{(1)}(k, y^{(1)} = 0, \omega)$ et $\tilde{v}^{(1)}(k, y^{(1)} = 0, \omega)$ sont évalués par les Eqs. 3.4.5.3a et 3.4.5.3b respectivement. Les rapports de mouvements $\hat{T}_{uu}(k, y^{(j)}, \omega)$ et $\hat{T}_{vv}(k, y^{(j)}, \omega)$ dépendent des valeurs de m_{ef} ($e, f = 1, 2$) qui sont connues (Eq. 3.4.5.9a) mais aussi de F qui reste à déterminer. Cette fonction dépend des déplacements en surface $\tilde{u}^{(1)}(k, y^{(1)} = 0, \omega)$ et $\tilde{v}^{(1)}(k, y^{(1)} = 0, \omega)$ qui sont estimés en utilisant les Eqs. 3.4.5.3a,b avec $y^{(1)} = 0$:

$$\tilde{u}^{(1)}(k, y^{(1)} = 0, \omega) = \left[A_1^{(1)} \varphi^{(1)} - A_2^{(1)} \sqrt{1 - (\gamma^{(1)})^2} + A_3^{(1)} \sqrt{1 - (\gamma^{(1)})^2} + A_4^{(1)} \varphi^{(1)} \right] \quad (3.4.5.11a)$$

$$\tilde{v}^{(1)}(k, y^{(1)} = 0, \omega) = \left[A_1^{(1)} \sqrt{1 - (\varphi^{(1)})^2} + A_2^{(1)} \gamma^{(1)} + A_3^{(1)} \gamma^{(1)} - A_4^{(1)} \sqrt{1 - (\varphi^{(1)})^2} \right] \quad (3.4.5.11b)$$

$$\varphi^{(i)} = \frac{kC_P^{(i)}}{\omega} = \sin \theta_p^{(i)} \quad \text{et} \quad \gamma^{(j)} = \frac{kC_S^{(j)}}{\omega} = \sin \theta_s^{(j)}$$

L'examen des Eqs. 3.4.5.10c et 3.4.5.11a,b montre que la fonction F peut être estimée si les amplitudes $A_1^{(i)}$, $A_2^{(i)}$, $A_3^{(i)}$ et $A_4^{(i)}$ et le nombre d'ondes k sont connus. Or il a été supposé que l'angle $\theta_p^{(N)}$ et l'amplitude $A_1^{(N)}$ de l'onde incidente P au niveau du substratum sont connus. De plus, en vertu de la loi de Snell :

$$\langle \forall j, j = 1, \dots, (N-1) \rangle \quad \sin \theta_p^{(j)} / C_p^{(j)} = \sin \theta_p^{(j+1)} / C_p^{(j+1)} = \sin \theta_s^{(j)} / C_s^{(j)} = \sin \theta_s^{(j+1)} / C_s^{(j+1)} \quad (3.4.5.11c)$$

Donc la connaissance de $\theta_p^{(N)}$ permet de déduire, par le biais de l'Eq. 3.4.5.11c, $\theta_p^{(i)}$ et donc permet d'avoir le nombre d'ondes k . La problématique réside maintenant dans la détermination des amplitudes $A_1^{(i)}$, $A_2^{(i)}$, $A_3^{(i)}$ et $A_4^{(i)}$ pour estimer la fonction F . Pour ce faire nous avons développé la méthode suivante.

Soit $\{\tilde{\mathbf{U}}_1^{(N)}\}$ l'état de déplacements et de contraintes dans la partie supérieure de la couche (N) c'est-à-dire à l'interface Substratum-Couche $(N-1)$. $\{\tilde{\mathbf{U}}_1^{(N)}\}$ est déterminé par le biais de la matrice $[\mathbf{N}^{(N)}]^{(1)}$ et des amplitudes de l'onde P incidente et des deux ondes réfléchies P et SV. Rappelons ici que dans le présent cas, on a supposé qu'uniquement l'onde P est incidente au niveau du substratum, aussi l'amplitude $A_2^{(N)} = 0$. Par conséquent $\{\tilde{\mathbf{U}}_1^{(N)}\}$ s'écrit comme suit :

$$\{\tilde{\mathbf{U}}_1^{(N)}\} = [\mathbf{N}^{(N)}]^{(1)} \left\{ \begin{array}{l} A_1^{(N)} \\ A_2^{(N)} = 0 \\ A_3^{(N)} \\ A_4^{(N)} \end{array} \right\} \quad (3.4.5.12)$$

Les éléments n_{ef} ($e, f = 1..4$) de la matrice $[\mathbf{N}^{(N)}]^{(1)}$ sont déterminés à partir des Eqs 3.4.5.3. L'hypothèse d'incidence d'ondes P uniquement se traduit par : $n_{e2} = 0$ avec ($e = 1..4$). Par conséquent, il est possible d'introduire la matrice $[\mathbf{P}]$ d'ordre 4X3, dont les éléments p_{ef} sont définis par : $p_{e1} = n_{e1}$ avec ($e = 1..4$) et $p_{ef} = n_{e(f+1)}$ avec ($e = 1..4, f = 2,3$). Ainsi l'Eq. 3.4.5.12 peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\{\mathbf{U}_1^{(N)}\} = [\mathbf{P}] \left\{ \begin{array}{l} A_1^{(N)} \\ A_3^{(N)} \\ A_4^{(N)} \end{array} \right\} \quad (3.4.5.13)$$

Par ailleurs, d'après les Eqs. 3.4.5.8a-b on a :

$$[\mathbf{M}]_{(N)} \{\tilde{\mathbf{U}}_1^{(i)}\} = \{\tilde{\mathbf{U}}_1^{(N)}\} \quad (3.4.5.14)$$

qui peut s'écrire comme suit :

$$[\mathbf{M}]_{(N)} \left\{ [\mathbf{N}^{(i)}]^{(i)} \right\} \left\{ A_1^{(i)} \quad A_2^{(i)} \quad A_3^{(i)} \quad A_4^{(i)} \right\}^T = [\mathbf{P}] \left\{ A_1^{(N)} \quad A_1^{(N)} \quad A_1^{(N)} \right\}^T \quad (3.4.5.15)$$

soit

$$\left\{ A_1^{(i)} \quad A_2^{(i)} \quad A_3^{(i)} \quad A_4^{(i)} \right\}^T = [\mathbf{R}] \left\{ A_1^{(N)} \quad A_3^{(N)} \quad A_4^{(N)} \right\}^T \quad (3.4.5.16a)$$

où

$$[\mathbf{R}] = \left\{ [\mathbf{M}]_{(N)} \left\{ [\mathbf{N}^{(i)}]^{(i)} \right\} \right\}^{-1} [\mathbf{P}] \quad (3.4.5.16b)$$

Les éléments de la matrice $[\mathbf{R}]$ d'ordre 4×3 sont r_{ef} avec ($e = 1..4$) et ($f = 1,3,4$). Par conséquent, d'après l'Eq. 3.4.5.16a on a (04) équations et (06) inconnues (amplitudes, $A_1^{(i)}$, $A_2^{(i)}$, $A_3^{(i)}$, $A_4^{(i)}$, $A_3^{(N)}$, et $A_4^{(N)}$) car en fait l'amplitude de l'onde P incidente dans le substratum $A_1^{(N)}$ est supposée connue. Afin de résoudre le problème posé, on utilise deux autres relations qui traduisent l'état nulle des contraintes au niveau de la surface, soit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\mathbf{u}}_1^{(i)} \\ \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{(i)} = 0 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \tilde{\mathbf{u}}^{(i)} \\ \tilde{\mathbf{v}}^{(i)} \\ \tilde{\boldsymbol{\tau}}^{(i)} = 0 \\ \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{(i)} = 0 \end{array} \right\}^{(i)} = [\mathbf{N}^{(i)}]^{(i)} \left\{ \begin{array}{l} A_1^{(i)} \\ A_2^{(i)} \\ A_3^{(i)} \\ A_4^{(i)} \end{array} \right\} \quad (3.4.5.17)$$

Ainsi, l'état nulle des contraintes au niveau de la surface se traduit par la relation suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} A_3^{(i)} \\ A_4^{(i)} \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{cc} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} A_1^{(i)} \\ A_2^{(i)} \end{array} \right\} \quad (3.4.5.18)$$

$$\alpha_{11} = \frac{2\kappa^{(i)} \sin 2\theta_p^{(i)} \cos 2\theta_s^{(i)}}{\sin 2\theta_p^{(i)} \sin 2\theta_s^{(i)} + (\kappa^{(i)})^2 \cos^2 2\theta_s^{(i)}} \quad (3.4.5.19a)$$

$$\alpha_{12} = \frac{\sin 2\theta_p^{(i)} \sin 2\theta_s^{(i)} - (\kappa^{(i)})^2 \cos^2 2\theta_s^{(i)}}{\sin 2\theta_p^{(i)} \sin 2\theta_s^{(i)} + (\kappa^{(i)})^2 \cos^2 2\theta_s^{(i)}} \quad (3.4.5.19b)$$

$$\alpha_{21} = \frac{\sin 2\theta_p^{(i)} \sin 2\theta_s^{(i)} - (\kappa^{(i)})^2 \cos^2 2\theta_s^{(i)}}{\sin 2\theta_p^{(i)} \sin 2\theta_s^{(i)} + (\kappa^{(i)})^2 \cos^2 2\theta_s^{(i)}} \quad (3.4.5.19c)$$

$$\alpha_{22} = -\frac{\kappa^{(i)} \sin 4\theta_s^{(i)}}{\sin 2\theta_p^{(i)} \sin 2\theta_s^{(i)} + (\kappa^{(i)})^2 \cos^2 2\theta_s^{(i)}} \quad (3.4.5.19d)$$

En combinant les Eqs. 3.4.5.16-3.4.5.18-3.4.5.19 on peut déterminer les six amplitudes et en particulier les amplitudes $A_1^{(i)}$, $A_2^{(i)}$, $A_3^{(N)}$, $A_4^{(N)}$, en fonction de $A_1^{(N)}$ soit

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -r_{12} & -r_{13} \\ 0 & 1 & -r_{22} & -r_{23} \\ \alpha_{11} & \alpha_{12} & -r_{32} & -r_{33} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & -r_{42} & -r_{43} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1^{(1)} \\ A_2^{(1)} \\ A_3^{(N)} \\ A_4^{(N)} \end{Bmatrix} = A_1^{(N)} \begin{Bmatrix} r_{11} \\ r_{21} \\ r_{31} \\ r_{41} \end{Bmatrix} \quad (3.4.5.20)$$

où r_{ef} avec ($e = 1..4$) et ($f = 1,3,4$) ($i = 1..4$) sont les éléments de la matrice $[\mathbf{R}]$.

Il est donc tout à fait possible de déterminer les (06) amplitudes par le biais des Eqs. 3.4.5.18 et 3.4.5.20. Par conséquent, la fonction F (Eq. 3.4.5.10c) est maintenant facilement estimée.

Les fonctions $\hat{T}_{uu}(k, y^{(j)}, \omega) \equiv \hat{T}_{uu}^P(k, y^{(j)}, \omega)$ et $\hat{T}_{vv}(k, y^{(j)}, \omega) \equiv \hat{T}_{vv}^P(k, y^{(j)}, \omega)$ pour le cas de l'incidence d'ondes P dans un substratum sont donc déterminées par le biais de l'Eq. 3.4.5.10a.

c) Cas de l'incidence d'ondes SV dans un substratum supportant un sol stratifié:

Nous avons considéré dans les développements de la Section précédente qu'au niveau du substratum, seule les ondes P sont incidentes. En fait, il est tout à fait possible de procéder à une extension des résultats obtenus pour le cas d'incidence d'ondes SV. L'Eq. 3.4.5.12 est réécrite en considérant $A_1^{(N)} = 0$ et $A_2^{(N)} \neq 0$. Par conséquent, il est possible d'introduire la matrice $[\mathbf{P}]$ d'ordre 4X3, dont les éléments p_{ef} vont être définis comme suit $p_{ef} = n_{e(f+1)}$ avec ($e = 1..4$) et ($f = 1,2,3$). Hormis cette modification, la démarche développée pour le cas de l'incidence des ondes P est maintenue. En effet, une onde SV génère aussi des ondes P et SV dans toutes les couches et de ce fait la matrice de transfert $[\mathbf{M}]_{(j)}$ est égale aussi à l'Eq. 3.4.5.8a. Les fonctions $\hat{T}_{uu}(k, y^{(j)}, \omega) \equiv \hat{T}_{uu}^{SV}(k, y^{(j)}, \omega)$ et $\hat{T}_{vv}(k, y^{(j)}, \omega) \equiv \hat{T}_{vv}^{SV}(k, y^{(j)}, \omega)$ pour le cas de l'incidence d'ondes SV dans un substratum sont donc déterminées par le biais de l'Eq. 3.4.5.10a.

d) Cas de l'incidence simultanée d'ondes P et SV dans un substratum supportant un sol stratifié:

En utilisant la même technique développée pour le cas du sol en demi-espace (Section 3.4.4.4a) les fonctions de transfert $\hat{T}_{uu}^{PSV}(k_p, k_s, y, \omega) \equiv \hat{T}_{uu}^{PSV}(k, y, \omega)$ et $\hat{T}_{vv}^{PSV}(k_p, k_s, y, \omega) \equiv \hat{T}_{vv}^{PSV}(k, y, \omega)$ sont évaluées pour le cas de l'incidence simultanée d'ondes P et d'ondes SV.

3.4.6 Matrice de fonctions de transfert : Résultats et Synthèse

Le paragraphe 3.4 a été consacré au développement de la matrice de fonctions de transfert $\hat{\mathbf{T}}(k, y, \omega)$ telle que définie par l'Eq. 3.2.2.36. Cette matrice a été développée en considérant trois hypothèses :

(a) Le mouvement sismique est le résultat de la propagation d'ondes sismiques stationnaires P-SV-SH (Berrah et al. 1998-1999, Zendagui et al. 2000-2002)

(b) Le sol est considéré comme étant stratifié horizontal ou bien un demi-espace.

(c) Le mouvement se propage dans le plan (x, y)

Par type de sol (sol stratifié ou en demi-espace), les fonctions $\hat{T}_{mn}(k, y, \omega)$; $m = (u, v, w)$, éléments de la matrice de fonctions de transfert (Eq. 3.2.2.36) ont été déterminées. La méthode d'Haskell-Thomson a été utilisée mais modifiée pour le cas du système d'incidence d'ondes P-SV dans un sol stratifié reposant sur un demi-espace.

Le paragraphe suivant va nous permettre de déterminer la matrice de fonctions d'inter-densité spectrale en surface $\mathbf{S}(k, 0, \omega)$ et ce en se basant sur le modèle physique ayant été utilisé pour le calcul des éléments de la matrice $\hat{\mathbf{T}}(k, y, \omega)$

3.5 Mise en place de la matrice d'inter - densité spectrale en surface $\mathbf{S}(k, 0, \omega)$

3.5.1 Considérations générales

Le paragraphe 3.4 nous a permis de calculer $\hat{\mathbf{T}}(k, y, \omega)$ par le biais d'un modèle physique de description du signal sismique mis en place dans le paragraphe 3.3. Ce modèle physique est par conséquent adopté pour le calcul de $S_{mn}(k, 0, \omega)$ avec $(m, n) = (u, v, w)$, éléments de la matrice $\mathbf{S}(k, 0, \omega)$. Les éléments $S_{mn}(k, 0, \omega)$ avec $(m, n) = (u, v, w)$ sont calculés à partir de l'Eq. 3.2.2.17b :

$$\mathbf{S}(k, 0, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{C}(\lambda, 0, \tau) e^{-i(\omega\tau - k\lambda)} d\lambda d\tau \quad (3.5.1.1a)$$

Soit

$$S_{mn}(k, 0, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C_{mn}(\lambda, 0, \tau) e^{-i(\omega\tau - k\lambda)} d\lambda d\tau \quad \text{avec } (m, n) = (u, v, w) \quad (3.5.1.1b)$$

où

$$\mathbf{C}(\lambda, 0, \tau) \equiv \mathbf{C}(x', 0, z, x'', 0, z, t', t'') = E[\mathbf{u}(x', 0, z, t') \mathbf{u}(x'', 0, z, t'')] \quad (3.5.1.2a)$$

Soit :

$$C_{mn}(\lambda, 0, \tau) \equiv C_{mn}(x', 0, z, x'', 0, z, t', t'') = E[m(x', 0, z, t') n(x'', 0, z, t'')] \quad \text{avec } (m, n) = (u, v, w) \quad (3.5.1.2b)$$

Avec

$\lambda = x'' - x'$ et $\tau = t'' - t'$, $\mathbf{u}(x', 0, z, t') \equiv \mathbf{u}(x', 0, t') = \{u(x', 0, t') \quad v(x', 0, t') \quad w(x', 0, t')\}^T$ est le vecteur déplacement au point A' (Figs. 3.3.5a,b) et $\mathbf{u}(x'', 0, z, t'') \equiv \mathbf{u}(x'', 0, t'') = \{u(x'', 0, t'') \quad v(x'', 0, t'') \quad w(x'', 0, t'')\}^T$ est le vecteur déplacement au point B' (Figs. 3.3.5a,b).

En fait on ne cherche à déterminer que les éléments $S_{mm}(k,0,\omega)$ avec $m = (u, v, w)$ car la forme de $\hat{\mathbf{T}}(k, y, \omega)$ adoptée (Eq. 3.2.2.36) dans la présente thèse ne nécessite pas le calcul de tous les éléments de $\mathbf{S}(k,0,\omega)$ (Eq. 3.2.2.22), par conséquent l'Eq. 3.5.1.1b est réduite à :

$$S_{mm}(k,0,\omega) = \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} C_{mm}(\lambda,0,\tau) e^{-i(\omega\tau - k\lambda)} d\lambda d\tau \quad \text{avec } m = (u, v, w) \quad (3.5.1.3a)$$

Comment calculer ces éléments ? Tout d'abord, il faut déterminer les éléments $C_{mm}(\lambda,0,\tau)$ avec $m = (u, v, w)$ puis calculer les éléments $S_{mm}(\lambda,0,\omega)$ avec $m = (u, v, w)$ définis par :

$$S_{mm}(\lambda,0,\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} C_{mm}(\lambda,0,\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad \text{avec } m = (u, v, w) \quad (3.5.1.3b)$$

Une fois tous les éléments de l'Eq. 3.5.1.3b connus, ils seront utilisés pour déterminer les éléments $S_{mm}(k,0,\omega)$ avec $m = (u, v, w)$ par :

$$S_{mm}(k,0,\omega) = \int S_{mm}(\lambda,0,\omega) e^{ik\lambda} d\lambda \quad \text{avec } m = (u, v, w) \quad (3.5.1.3c)$$

Par ailleurs, il a été montré que le mouvement induit par l'incidence d'ondes SH est caractérisé par :

$$\mathbf{u}(x, y, t) = \{u(x, y, t) = 0 \quad v(x, y, t) = 0 \quad w(x, y, t)\}^T \quad (3.5.1.4a)$$

Alors que celui induit par l'incidence d'ondes P et/ou SV est caractérisé par :

$$\mathbf{u}(x, y, t) = \{u(x, y, t) \quad v(x, y, t) \quad w(x, y, t) = 0\}^T \quad (3.5.1.4b)$$

L'examen des Eqs. 3.5.1.2b et 3.5.1.4 montre que $S_{uu}(k,0,\omega)$ et $S_{vv}(k,0,\omega)$ sont calculées à partir du système d'incidence d'ondes P et/ou SV alors que $S_{ww}(k,0,\omega)$ est calculée à partir du système d'incidence d'ondes SH.

3.5.2 Détermination de $S_{ww}(k,0,\omega)$ pour le cas d'un sol en demi-espace

La fonction $S_{ww}(k,0,\omega)$ pour le cas d'un sol en demi-espace est déterminée en supposant que le mouvement sismique est le résultat du schéma d'incidence de M ondes incidentes SH se propageant dans le plan (x, y) avec des angles d'incidence θ_{SH_m} compris entre θ_1 et θ_2 (Fig. 3.4.1a). Considérons une onde incidente SH ayant un angle de propagation $\theta_{SH_m} \equiv \theta_m$, cette onde génère une onde réfléchie se propageant suivant un angle θ_m . En tous points du sol, le mouvement induit par ces deux ondes s'exprime en vertu de l'Eq. 3.4.2.1a par:

$$w(x, y, \theta_m, t) = A_m b(t - s_{x_m} x - s_{y_m} y) + A_m b(t - s_{x_m} x + s_{y_m} y) \quad (3.5.2.1a)$$

avec $s_{x_m} = \sin \theta_m / C_S$, $s_{y_m} = \cos \theta_m / C_S$

Par conséquent, si M ondes SH sont incidentes alors elles vont générer :

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^M w(x, y, \theta_m, t) = \sum_{m=1}^M [A_m b(t - s_{x_m} x - s_{y_m} y) + A_m b(t - s_{x_m} x + s_{y_m} y)] \quad (3.5.2.1b)$$

La fonction d'inter-corrélation, pour deux points A' et B' de coordonnées $(x', 0, z)$ et $(x'', 0, z)$, $C_{ww}(\lambda, 0, \tau)$ est définie par l'Eq. 3.5.1.2b :

$$C_{ww}(\lambda, 0, \tau) = E[w(x', 0, t') w(x'', 0, t'')] \quad (3.5.2.2a)$$

Avec $\lambda = x'' - x'$ et $\tau = t'' - t'$

L'association des Eqs. 3.5.2.1b et 3.5.2.2a donne :

$$\begin{aligned} C_{ww}(\lambda, 0, \tau) &= E \left[\left(\sum_{j=1}^M [A_j b_j(t' - s_{x_j} x') + A_j b_j(t' - s_{x_j} x')] \right) \left(\sum_{l=1}^M [A_l b_l(t'' - s_{x_l} x'') + A_l b_l(t'' - s_{x_l} x'')] \right) \right] \\ &= E \left[\left(\sum_{j=1}^M 2A_j b_j(t' - s_{x_j} x') \right) \left(\sum_{l=1}^M 2A_l \right) \right] \\ &= \sum_{j=1}^M \sum_{l=1}^M 4A_j A_l E[b_j(t' - s_{x_j} x') b_l(t'' - s_{x_l} x'')] \end{aligned} \quad (3.5.2.2b)$$

Avec $\lambda = x'' - x'$ et $\tau = t'' - t'$

Le degré de corrélation entre deux ondes ayant des directions de propagation différentes θ_j et θ_l peut être parfait, nul ou partiel. Nous avons considéré que ce degré de corrélation était nul c'est-à-dire que $E[b_j(t' - s_{x_j} x') b_l(t'' - s_{x_l} x'')] = 0$ si $j \neq l$. En fait cette hypothèse, bien que théorique, est justifiée par le fait que des ondes sismiques, émanant de la source, se propageant suivant des directions différentes sont le résultat de phénomènes de réflexions, de réfractions et par conséquent ont perdu toutes corrélations entre elles. Par conséquent l'Eq. 3.5.2.2b s'écrit :

$$C_{ww}(\lambda, 0, \tau) = E \left[\sum_{m=1}^M [(2A_m)^2 b_m(t' - s_{x_m} x') b_m(t'' - s_{x_m} x'')] \right] \quad (3.5.2.3)$$

Cette fonction décrit la corrélation entre deux points situés en surface distants de $\lambda = x'' - x'$ avec un décalage temporel égal à $\tau = t'' - t'$. Chaque onde caractérisée par l'indice m est définie par sa fonction d'auto-corrélation $R_m(\tau)$ ou par sa fonction de densité spectrale de puissance (DSP) $S_m(\omega)$. De plus, on suppose que les ondes présentent la même amplitude $A_m \equiv A$. Par conséquent, l'Eq. 3.5.2.3 s'écrit comme suit :

$$C_{ww}(\lambda, 0, \tau) = (2A)^2 \sum_{m=1}^M R_m(\tau - s_{x_m} \lambda) \quad (3.5.2.4)$$

Où $R_m(\tau - s_{x_m} \lambda) = b_m(t' - s_{x_m} x') b_m((t' + \tau) - s_{x_m} (x'' + \lambda))$. La fonction d'inter-densité spectrale est obtenue en appliquant une transformée de Fourier sur $C_{ww}(\lambda, 0, \tau)$ (Eq. 3.5.1.3b), ainsi :

$$S_{ww}(\lambda, 0, \omega) = (2A)^2 \sum_{m=1}^M S_m(\omega) e^{-i\omega s_{x_m} \lambda} \quad (3.5.2.5)$$

Considérons que les DSP des ondes sismiques exhibent des formes similaires alors :

$$S_m(\omega) = g^2(\theta_m) S(\omega) \quad (3.5.2.6)$$

L'Eq. 3.5.2.5 s'écrit donc :

$$S_{ww}(\lambda, 0, \omega) = (2A)^2 S(\omega) \sum_{m=1}^M g^2(\theta_m) e^{-i\omega s_{x_m} \lambda} \quad (3.5.2.7)$$

où $g(\theta_m)$ est la fonction amplitude de la densité spectrale du mouvement induit par une onde SH caractérisée par un angle d'incidence θ_m . A ce stade d'analyse, il serait intéressant de changer de notation afin de prendre en charge explicitement l'angle d'inclinaison des ondes ($\theta \equiv \theta_m$). A cet effet, l'opérateur somme est remplacé par l'opérateur intégral. Si les ondes SH incidentes se propagent suivant des angles compris entre θ_1 et θ_2 (Fig. 3.4.1a) alors $g(\theta_m) \equiv g(\theta)$ s'écrit :

$$\begin{cases} g(\theta) \neq 0 & \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2 \\ g(\theta) = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.5.2.8)$$

De ce fait, l'Eq. 3.5.2.7 s'écrit :

$$S_{ww}(\lambda, 0, \omega) = (2A)^2 S(\omega) \int_{\theta_1}^{\theta_2} g^2(\theta) e^{-i\omega s_{x_0} \lambda} d\theta \quad (3.5.2.9)$$

où $s_{x_0} = \sin \theta / C_s$

Or

$$S_{ww}(k, 0, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{ww}(\lambda, 0, \omega) e^{ik\lambda} d\lambda \quad (3.5.2.10)$$

Donc :

$$S_{ww}(k, 0, \omega) = (2A)^2 S(\omega) C_s g^2\left(\text{Arc sin}\left(\frac{kC_s}{\omega}\right)\right) / \omega \sqrt{1 - \left(\frac{kC_s}{\omega}\right)^2} \quad (3.5.2.11)$$

Avec $k = \omega \sin \theta / C_s$ et $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$

3.5.3 Détermination de $S_{ww}(k,0,\omega)$ pour le cas d'un substratum supportant un sol stratifié

La fonction $S_{ww}(k,0,\omega)$ pour le cas d'un sol stratifié reposant sur un substratum est déterminée par le biais du système d'incidence d'ondes SH à travers ce sol. Supposons qu'au niveau du substratum, M ondes SH se propagent suivant plusieurs angles d'incidence $\theta_m^{(N)}$ ($m=1,\dots,M$) (compris entre θ_1 et θ_2) avec des amplitudes $A_m^{(N)}$, ($m=1,\dots,M$) connues. Considérons une onde SH parmi ces M ondes ayant une direction de propagation $\theta_m^{(N)}$ et une amplitude $A_m^{(N)}$. Le schéma de réflexion et de réfraction tel que défini dans la Section 3.4.2 nous a permis de déduire qu'à la surface libre, cette onde SH se transforme en une onde SH de direction $\theta_m^{(1)}$, $\theta_m^{(1)} = \text{Arc sin}[\sin \theta_m^{(N)} C_s^{(1)} / C_s^{(N)}]$ et d'amplitude $A_m^{(1)}$.

La méthodologie de détermination de $S_{ww}(k,0,\omega)$ pour le cas du sol stratifié est dans sa démarche identique à celle ayant été utilisée pour le cas du sol en demi-espace (Section 3.5.2b) avec toutefois une différence sur l'amplitude et la direction des ondes. En effet, on considère que les M ondes SH incidentes au niveau du substratum ont les mêmes amplitudes $A_m^{(N)} = A^{(N)} \quad \forall m$. Par conséquent, à la surface libre, ces ondes présentent la même amplitude $A_m^{(1)} = A^{(1)} \quad \forall m$.

Ainsi, à la surface libre, le schéma d'incidence se limite à des ondes SH de directions $\theta_m^{(1)}$, ($m=1,\dots,M$) et d'amplitudes $A_m^{(1)} = A^{(1)} \quad \forall m$ ($m=1,\dots,M$). Par conséquent la fonction d'intensité spectrale du mouvement à la surface d'un sol stratifié est égale à :

$$S_{ww}(k,0,\omega) = (2A^{(1)})^2 S(\omega) C_s^{(1)} g^2 \left(\text{Arc sin} \left(\frac{k C_s^{(1)}}{\omega} \right) \right) / \omega \sqrt{1 - \left(\frac{k C_s^{(1)}}{\omega} \right)^2} \quad (3.5.3.1)$$

Avec $k = \omega \sin \theta^{(1)} / C_s^{(1)}$ et $\theta^{(1)}$ est l'angle d'incidence d'une onde SH au niveau de la surface libre et :

$$\begin{cases} g(\theta^{(1)}) \neq 0 & \theta_1^{(1)} \leq \theta^{(1)} \leq \theta_2^{(1)} \\ g(\theta^{(1)}) = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.5.3.2)$$

3.5.4 Détermination de $S_{uu}(k,0,\omega)$ et $S_{vv}(k,0,\omega)$ pour le cas d'un sol en demi-espace

a) Considérations générales

Les fonctions $S_{uu}(k,0,\omega)$ et $S_{vv}(k,0,\omega)$ pour le cas d'un sol en demi-espace sont déterminées par le biais du système d'incidence d'ondes P et/ou SV dans un sol en demi-espace. Ces

fonctions seront déterminées pour le cas de l'incidence d'ondes P puis celle des ondes SV. Enfin elles seront déterminées pour le cas de l'incidence simultanée d'ondes P et SV. Elles seront notées $S_{uu}^P(k,0,\omega)$ et $S_{vv}^P(k,0,\omega)$ pour le cas de l'incidence d'ondes P et $S_{uu}^{SV}(k,0,\omega)$ et $S_{vv}^{SV}(k,0,\omega)$ pour le cas de l'incidence d'ondes SV et enfin $S_{uu}^{PSV}(k,0,\omega)$ et $S_{vv}^{PSV}(k,0,\omega)$ pour le cas de l'incidence simultanée d'ondes P et SV.

b) *Cas de l'incidence d'ondes P dans un demi-espace*

En tous points du massif de sol (Fig. 3.4.3), on suppose que M ondes P, ayant des angles d'incidence θ_{P_m} (compris entre θ_1 et θ_2) et des amplitudes $A_{m_0} = A_0 \quad \forall m \quad m=1.2...M$ connues, sont incidentes. Le mouvement induit par ces M ondes P en un point de coordonnées (x, y, z) s'exprime en vertu de l'Eq. 3.4.4.3 par :

$$\mathbf{u}(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \mathbf{u}(x, y, \theta_{P_m}, t) = \left\{ \begin{array}{l} u(x, y, t) = \sum_{m=1}^M u(x, y, \theta_{P_m}, t) \\ v(x, y, t) = \sum_{m=1}^M v(x, y, \theta_{P_m}, t) \\ w(x, y, t) = \sum_{m=1}^M w(x, y, \theta_{P_m}, t) = 0 \end{array} \right\} \quad (3.5.4.1)$$

Avec

$$u(x, y, \theta_{P_m}, t) = [A_{m_0} a(t - p_{x_m} x - p_{y_m} y) + A_{m_1} a(t - p_{x_m} x + p_{y_m} y)] \sin \theta_{P_m} + A_{m_2} a(t - s_{x_m} x + s_{y_m} y) \cos \theta_{S_m} \quad (3.5.4.2a)$$

$$v(x, y, \theta_{P_m}, t) = [A_{m_0} a(t - p_{x_m} x - p_{y_m} y) - A_{m_1} a(t - p_{x_m} x + p_{y_m} y)] \cos \theta_{P_m} + A_{m_2} a(t - s_{x_m} x + s_{y_m} y) \sin \theta_{S_m} \quad (3.5.4.2b)$$

$$w(x, y, \theta_{P_m}, t) = 0 \quad (3.5.4.2c)$$

et

$$\frac{A_{m_1}}{A_{m_0}} = \frac{\sin 2\theta_{P_m} \sin 2\theta_{S_m} - \kappa^2 \cos^2 2\theta_{S_m}}{\sin 2\theta_{P_m} \sin 2\theta_{S_m} + \kappa^2 \cos^2 2\theta_{S_m}} = \nu_m \quad (3.5.4.3a)$$

$$\frac{A_{m_2}}{A_{m_0}} = \frac{2\kappa \sin 2\theta_{P_m} \cos 2\theta_{S_m}}{\sin 2\theta_{P_m} \sin 2\theta_{S_m} + \kappa^2 \cos^2 2\theta_{S_m}} = \zeta_m \quad (3.5.4.3b)$$

avec $p_{x_m} = \sin \theta_{P_m} / C_P = s_{x_m}$, $p_{y_m} = \cos \theta_{P_m} / C_P$, $s_{y_m} = \cos \theta_{S_m} / C_S$, $\sin \theta_{S_m} = \kappa^{-1} \sin \theta_{P_m}$, $\kappa = C_P / C_S$. Les fonctions d'inter-corrélation $C_{uu}(\lambda, 0, \tau)$ et $C_{vv}(\lambda, 0, \tau)$, pour deux points A' et B' de coordonnées $(x', 0, z)$ et $(x'', 0, z)$ (Fig. 3.5.4), sont définies par l'Eq. 3.5.1.2b :

$$C_{uu}(\lambda, 0, \tau) = E[u(x', 0, t') u(x'', 0, t'')] \quad (3.5.4.5a)$$

$$C_{vv}(\lambda, 0, \tau) = E[v(x', 0, t')v(x'', 0, t'')] \quad (3.5.4.5b)$$

Avec $\lambda = x'' - x'$ et $\tau = t'' - t'$

La combinaison des Eqs. 3.5.4.1, 3.5.4.2a,b et 3.5.4.5a,b donne :

$$C_{uu}(\lambda, 0, \tau) = E \left[\begin{array}{l} \sum_{j=1}^M \{ [A_{j_0} a(t - p_{x_j} x) + A_{j_1} a(t - p_{x_j} x)] \sin \theta_{P_j} + A_{j_2} a(t - s_{x_j} x) \cos \theta_{S_j} \} \\ X \sum_{l=1}^M \{ [A_{l_0} a(t - p_{x_l} x) + A_{l_1} a(t - p_{x_l} x)] \sin \theta_{P_l} + A_{l_2} a(t - s_{x_l} x) \cos \theta_{S_l} \} \end{array} \right] \quad (3.5.4.6a)$$

$$C_{vv}(\lambda, 0, \tau) = E \left[\begin{array}{l} \sum_{j=1}^M \{ [A_{j_0} a(t - p_{x_j} x) - A_{j_1} a(t - p_{x_j} x)] \cos \theta_{P_j} + A_{j_2} a(t - s_{x_j} x) \sin \theta_{S_j} \} \\ X \sum_{l=1}^M \{ [A_{l_0} a(t - p_{x_l} x) - A_{l_1} a(t - p_{x_l} x)] \cos \theta_{P_l} + A_{l_2} a(t - s_{x_l} x) \sin \theta_{S_l} \} \end{array} \right] \quad (3.5.4.6b)$$

En considérant qu'une onde P ayant une direction θ_{P_j} est non corrélée avec une autre onde P incidente de direction θ_{P_l} alors :

$$C_{uu}(\lambda, 0, \tau) = C_P^2 \sum_{m=1}^M (A_{m_0})^2 \left\{ \left[p_{x_m} \left(1 + \frac{A_{m_1}}{A_{m_0}} \right) + \frac{A_{m_2}}{A_{m_0}} \frac{s_{y_m}}{\kappa} \right]^2 R_m(\tau - p_{x_m} \lambda) \right\} \quad (3.5.4.7a)$$

$$C_{vv}(\lambda, 0, \tau) = C_P^2 \sum_{m=1}^M (A_{m_0})^2 \left\{ \left[p_{y_m} \left(1 - \frac{A_{m_1}}{A_{m_0}} \right) + \frac{A_{m_2}}{A_{m_0}} \frac{s_{x_m}}{\kappa} \right]^2 R_m(\tau - p_{x_m} \lambda) \right\} \quad (3.5.4.7b)$$

De plus, en supposant que les amplitudes des ondes incidentes sont identiques, c'est-à-dire $A_{m_0} = A_0 \quad \forall m \quad m = 1.2...M$ alors :

$$C_{uu}(\lambda, 0, \tau) = (C_P A_0)^2 \sum_{m=1}^M \left\{ \left[p_{x_m} (1 + \vartheta_m) + \varsigma_m \frac{s_{y_m}}{\kappa} \right]^2 R_m(\tau - p_{x_m} \lambda) \right\} \quad (3.5.4.7c)$$

$$C_{vv}(\lambda, 0, \tau) = (C_P A_0)^2 \sum_{m=1}^M \left\{ \left[p_{y_m} (1 - \vartheta_m) + \varsigma_m \frac{s_{x_m}}{\kappa} \right]^2 R_m(\tau - p_{x_m} \lambda) \right\} \quad (3.5.4.7d)$$

Par conséquent, on obtient les expressions suivantes, et ce en utilisant l'Eq. 3.5.1.3b :

$$S_{uu}(\lambda, 0, \omega) = (C_P A_0)^2 \sum_{m=1}^M \left\{ \left[p_{x_m} (1 + \vartheta_m) + \varsigma_m \frac{s_{y_m}}{\kappa} \right]^2 S_m(\omega) e^{-i\omega p_{x_m} \lambda} \right\} \quad (3.5.4.8a)$$

$$S_{vv}(\lambda, 0, \omega) = (C_P A_0)^2 \sum_{m=1}^M \left\{ \left[p_{y_m} (1 - \vartheta_m) + \varsigma_m \frac{s_{x_m}}{\kappa} \right]^2 S_m(\omega) e^{-i\omega p_{x_m} \lambda} \right\} \quad (3.5.4.8b)$$

Considérons que les DSP des ondes sismiques exhibent des formes similaires alors :

$$S_m(\omega) = g^2(\theta_m) S(\omega) \quad (3.5.4.9)$$

Avec $\theta_m \equiv \theta_{p_m}$

Les Eqs. 3.5.4.8a,b s'écrivent donc :

$$S_{uu}(\lambda, 0, \omega) = (C_p A_0)^2 S(\omega) \sum_{m=1}^M \left\{ \left[p_{x_m} (1 + \vartheta_m) + \zeta_m \frac{s_{y_m}}{\kappa} \right]^2 g^2(\theta_m) e^{-i\omega p_{x_m} \lambda} \right\} \quad (3.5.4.10a)$$

$$S_{vv}(\lambda, 0, \omega) = (C_p A_0)^2 S(\omega) \sum_{m=1}^M \left\{ \left[p_{y_m} (1 - \vartheta_m) + \zeta_m \frac{s_{x_m}}{\kappa} \right]^2 g^2(\theta_m) e^{-i\omega p_{y_m} \lambda} \right\} \quad (3.5.4.10b)$$

où $g(\theta_m)$ est la fonction amplitude de la densité spectrale du mouvement induit par une onde P caractérisée par une amplitude $A_0 \equiv A$ et un angle d'incidence $\theta_m \equiv \theta_{p_m}$. En supposant que les ondes P incidentes se propagent suivant des angles compris entre θ_1 et θ_2 (Fig. 3.4.3b) alors la fonction amplitude est définie par :

$$\begin{cases} g(\theta) \neq 0 & \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2 \\ g(\theta) = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.5.4.11)$$

De ce fait, les Eqs. 3.5.4.10a,b s'écrivent respectivement (Changement d'opérateur somme à l'opérateur intégral) :

$$\begin{aligned} S_{uu}(\lambda, 0, \omega) &= (C_p A)^2 S(\omega) \int_{\theta_1}^{\theta_2} g^2(\theta) \left\{ p_{x_\theta} (1 + \vartheta_\theta) + \zeta_\theta \frac{s_{y_\theta}}{\kappa} \right\}^2 e^{-i\omega p_{x_\theta} \lambda} d\theta \\ &= (C_p A)^2 S(\omega) \int_{\theta_1}^{\theta_2} g^2(\theta) e^{-i\omega p_{x_\theta} \lambda} \{E(\theta)\}^2 d\theta \end{aligned} \quad (3.5.4.12a)$$

$$\begin{aligned} S_{vv}(\lambda, 0, \omega) &= (C_p A)^2 S(\omega) \int_{\theta_1}^{\theta_2} g^2(\theta) \left\{ p_{y_\theta} (1 - \vartheta_\theta) + \zeta_\theta \frac{s_{x_\theta}}{\kappa} \right\}^2 e^{-i\omega p_{y_\theta} \lambda} d\theta \\ &= (C_p A)^2 S(\omega) \int_{\theta_1}^{\theta_2} g^2(\theta) \{F(\theta)\}^2 e^{-i\omega p_{y_\theta} \lambda} d\theta \end{aligned} \quad (3.5.4.12b)$$

où $p_{x_\theta} = \sin \theta / C_p = s_{x_\theta}$, $p_{y_\theta} = \cos \theta / C_p$, $\sin \theta_s = \kappa^{-1} \sin \theta$, $s_{y_\theta} = \cos \theta_s / C_s$, $\sin \theta_s = \kappa^{-1} \sin \theta$, $\kappa = C_p / C_s$, ϑ_θ et ζ_θ sont des formes continues des formes discrètes des Eqs. 3.5.4.3a,b. Par ailleurs :

$$S_{uu}(k, 0, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{uu}(\lambda, 0, \omega) e^{ik\lambda} d\lambda \quad (3.5.4.13a)$$

$$S_{vv}(k, 0, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{vv}(\lambda, 0, \omega) e^{ik\lambda} d\lambda \quad (3.5.4.13b)$$

Par conséquent :

$$\begin{aligned} S_{uu}(k, 0, \omega) &= A^2 S(\omega) \frac{C_P^3}{\omega} g^2 \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_P}{\omega} \right) \right) E \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_P}{\omega} \right) \right) / \sqrt{1 - \left(\frac{kC_P}{\omega} \right)^2} \\ &= S_{uu}^P(k, 0, \omega) \end{aligned} \quad (3.5.4.14a)$$

$$\begin{aligned} S_{vv}(k, 0, \omega) &= A^2 S(\omega) \frac{C_P^3}{\omega} g^2 \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_P}{\omega} \right) \right) F \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_P}{\omega} \right) \right) / \sqrt{1 - \left(\frac{kC_P}{\omega} \right)^2} \\ &= S_{vv}^P(k, 0, \omega) \end{aligned} \quad (3.5.4.14b)$$

où

$$E \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_P}{\omega} \right) \right) = \left[(1 + \vartheta_\theta) p_{x_0} + \zeta_\theta \frac{s_{y_0}}{\kappa} \right]^2 \quad (3.5.4.15a)$$

$$F \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_P}{\omega} \right) \right) = \left[(1 - \vartheta_\theta) p_{y_0} + \zeta_\theta \frac{p_{x_0}}{\kappa} \right]^2 \quad (3.5.4.15b)$$

Où $k \equiv k_p = \omega \sin \theta_p / C_P$ et $\theta_1 \leq \theta_p \leq \theta_2$

c) Cas de l'incidence d'ondes SV dans un demi-espace

En tous points du massif de sol (Fig. 3.4.4), on suppose que M ondes SV, ayant des angles d'incidence θ_{s_m} (compris entre θ_1 et θ_2) et des amplitudes $A_{m_0} = A_0 \quad \forall m \quad m=1.2...M$ connues, sont incidentes. Le mouvement induit par ces M ondes SV en un point de coordonnées (x, y, z) s'exprime en vertu de l'Eq. 3.4.4.14 par :

$$\mathbf{u}(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \mathbf{u}(x, y, \theta_{s_m}, t) = \left\{ \begin{array}{l} u(x, y, t) = \sum_{m=1}^M u(x, y, \theta_{s_m}, t) \\ v(x, y, t) = \sum_{m=1}^M v(x, y, \theta_{s_m}, t) \\ w(x, y, t) = \sum_{m=1}^M w(x, y, \theta_{s_m}, t) = 0 \end{array} \right\} \quad (3.5.4.16)$$

avec

$$\begin{aligned} u(x, y, \theta_{s_m}, t) &= \left[-A_{m_0} a(t - s_{x_m} x - s_{y_m} y) + A_{m_2} a(t - s_{x_m} x + s_{y_m} y) \right] \cos \theta_{s_m} + \\ &\quad + A_{m_1} a(t - p_{x_m} x + p_{y_m} y) \sin \theta_{s_m} \end{aligned} \quad (3.5.4.17a)$$

$$v(x, y, \theta_{S_m}, t) = [A_{m_0} a(t - s_{x_m} x - s_{y_m} y) + A_{m_2} a(t - s_{x_m} x + s_{y_m} y)] \sin \theta_{S_m} - A_{m_1} a(t - p_{x_m} x + p_{y_m} y) \cos \theta_{P_m} \quad (3.5.4.17b)$$

$$w(x, y, \theta_{S_m}, t) = 0 \quad (3.5.4.17c)$$

et

$$\frac{A_{m_1}}{A_{m_0}} = - \frac{\kappa \sin 4\theta_{S_m}}{\sin 2\theta_{S_m} \sin 2\theta_{P_m} + \kappa^2 \cos^2 2\theta_{S_m}} = v_m \quad (3.5.4.18a)$$

$$\frac{A_{m_2}}{A_{m_0}} = \frac{\sin 2\theta_{S_m} \sin 2\theta_{P_m} - \kappa^2 \cos^2 2\theta_{S_m}}{\sin 2\theta_{S_m} \sin 2\theta_{P_m} + \kappa^2 \cos^2 2\theta_{S_m}} = \eta_m \quad (3.5.4.18b)$$

$$\text{Avec } s_{x_m} = \sin \theta_{S_m} / C_S = p_{x_m}, \quad s_{y_m} = \cos \theta_{S_m} / C_S, \quad p_{y_m} = \cos \theta_{P_m} / C_P \quad \sin \theta_{P_m} = \kappa \sin \theta_{S_m},$$

$\kappa = C_P / C_S$. Il est à noter que ce système de réflexions n'existe que si et seulement si :

$$-\theta_{CR} \leq \theta_{S_m} \leq \theta_{CR} \quad (3.5.4.18c)$$

avec

$$\theta_{CR} = a \sin(C_S / C_P) \quad (3.5.4.18d)$$

Les fonctions d'inter-corrélation, pour deux points A' et B' de coordonnées $(x', 0, z)$ et $(x'', 0, z)$ (Fig. 3.5.7), $C_{uu}(\lambda, 0, \tau)$ et $C_{vv}(\lambda, 0, \tau)$ sont définies par l'Eq. 3.5.1.2b :

$$C_{uu}(\lambda, 0, \tau) = E[u(x', 0, t') u(x'', 0, t'')] \quad (3.5.4.19a)$$

$$C_{vv}(\lambda, 0, \tau) = E[v(x', 0, t') v(x'', 0, t'')] \quad (3.5.4.19b)$$

Avec $\lambda = x'' - x'$ et $\tau = t'' - t'$

La combinaison des Eqs. 3.5.4.16, 3.5.4.17a,b et 3.5.4.19a,b donne :

$$C_{uu}(\lambda, 0, \tau) = E \left[\sum_{j=1}^M \left\{ [-A_{j_0} a(t - s_{x_j} x) + A_{j_2} a(t - s_{x_j} x)] \cos \theta_{S_j} + A_{j_1} a(t - p_{x_j} x) \sin \theta_{P_j} \right\} \right. \\ \left. X \sum_{l=1}^M \left\{ [-A_{l_0} a(t - s_{x_l} x) + A_{l_2} a(t - s_{x_l} x)] \cos \theta_{S_l} + A_{l_1} a(t - p_{x_l} x) \sin \theta_{P_l} \right\} \right] \quad (3.5.4.20a)$$

$$C_{vv}(\lambda, 0, \tau) = E \left[\sum_{j=1}^M \left\{ [A_{j_0} a(t - s_{x_j} x) + A_{j_2} a(t - s_{x_j} x)] \sin \theta_{S_j} - A_{j_1} a(t - p_{x_j} x) \cos \theta_{P_j} \right\} \right. \\ \left. X \sum_{l=1}^M \left\{ [A_{l_0} a(t - s_{x_l} x) + A_{l_2} a(t - s_{x_l} x)] \sin \theta_{S_l} - A_{l_1} a(t - p_{x_l} x) \cos \theta_{P_l} \right\} \right] \quad (3.5.4.20b)$$

En considérant qu'une onde SV ayant une direction θ_{S_j} est non corrélée avec une autre onde SV incidente de direction θ_{S_l} alors :

$$C_{uu}(\lambda, 0, \tau) = C_S^2 \sum_{m=1}^M (A_{m_0})^2 \left\{ \left[s_{y_m} \left(-1 + \frac{A_{m_2}}{A_{m_0}} \right) + \frac{A_{m_1}}{A_{m_0}} \kappa p_{x_m} \right]^2 R_m(\tau - s_{x_m} \lambda) \right\} \quad (3.5.4.21a)$$

$$C_{vv}(\lambda, 0, \tau) = C_S^2 \sum_{m=1}^M (A_{m_0})^2 \left\{ \left[s_{x_m} \left(1 + \frac{A_{m_2}}{A_{m_0}} \right) - \frac{A_{m_1}}{A_{m_0}} \kappa p_{y_m} \right]^2 R_m(\tau - s_{x_m} \lambda) \right\} \quad (3.5.4.21b)$$

De plus, en supposant que les amplitudes des ondes incidentes sont identiques, c'est-à-dire $A_{m_0} = A_0 \quad \forall m \quad m = 1.2...M$ alors :

$$C_{uu}(\lambda, 0, \tau) = (C_S A_0)^2 \sum_{m=1}^M \left\{ \left[s_{y_m} (-1 + \eta_m) + v_m \kappa p_{x_m} \right]^2 R_m(\tau - s_{x_m} \lambda) \right\} \quad (3.5.4.22c)$$

$$C_{vv}(\lambda, 0, \tau) = (C_S A_0)^2 \sum_{m=1}^M \left\{ \left[s_{x_m} (1 + \eta_m) - v_m \kappa p_{y_m} \right]^2 R_m(\tau - s_{x_m} \lambda) \right\} \quad (3.5.4.22d)$$

Par conséquent, on obtient les expressions suivantes, et ce en utilisant l'Eq. 3.5.1.3b :

$$S_{uu}(\lambda, 0, \omega) = (C_S A_0)^2 \sum_{m=1}^M \left\{ \left[s_{y_m} (-1 + \eta_m) + v_m \kappa p_{x_m} \right]^2 S_m(\omega) e^{-i\omega s_{x_m} \lambda} \right\} \quad (3.5.4.23a)$$

$$S_{vv}(\lambda, 0, \omega) = (C_S A_0)^2 \sum_{m=1}^M \left\{ \left[s_{x_m} (1 + \eta_m) - v_m \kappa p_{y_m} \right]^2 S_m(\omega) e^{-i\omega s_{x_m} \lambda} \right\} \quad (3.5.4.23b)$$

Considérons que les DSP des ondes sismiques exhibent des formes similaires alors :

$$S_m(\omega) = g^2(\theta_m) S(\omega) \quad (3.5.4.24)$$

Avec $\theta_m \equiv \theta_{s_m}$. Les Eqs. 3.5.4.23a,b s'écrivent donc :

$$S_{uu}(\lambda, 0, \omega) = (C_S A_0)^2 S(\omega) \sum_{m=1}^M \left\{ \left[s_{y_m} (-1 + \eta_m) + v_m \kappa p_{x_m} \right]^2 g^2(\theta_m) e^{-i\omega s_{x_m} \lambda} \right\} \quad (3.5.4.25a)$$

$$S_{vv}(\lambda, 0, \omega) = (C_S A_0)^2 S(\omega) \sum_{m=1}^M \left\{ \left[s_{x_m} (1 + \eta_m) - v_m \kappa p_{y_m} \right]^2 g^2(\theta_m) e^{-i\omega s_{x_m} \lambda} \right\} \quad (3.5.4.25b)$$

où $g(\theta_m)$ est la fonction amplitude de la densité spectrale du mouvement induit par une onde SV caractérisée par une amplitude $A_0 \equiv A$ et un angle d'incidence $\theta_m \equiv \theta_{p_m}$. En supposant que les ondes SV incidentes se propagent suivant des angles compris entre θ_1 et θ_2 (Fig. 3.4.4b) alors la fonction amplitude est définie par :

$$\begin{cases} g(\theta) \neq 0 & \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2 \\ g(\theta) = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.5.4.26)$$

Il est à rappeler que θ_1 et θ_2 doivent respecter l'Eq. 3.5.4.18c. Ainsi, les Eqs. 3.5.4.25a,b s'écrivent respectivement :

$$\begin{aligned} S_{uu}(\lambda, 0, \omega) &= (C_S A)^2 S(\omega) \int_{\theta_1}^{\theta_2} g^2(\theta) \left\{ s_{y_\theta} (-1 + \eta_\theta) + v_\theta \kappa p_{x_\theta} \right\}^2 e^{-i\omega s_{x_\theta} \lambda} d\theta \\ &= (C_S A)^2 S(\omega) \int_{\theta_1}^{\theta_2} g^2(\theta) e^{-i\omega s_{x_\theta} \lambda} \{K(\theta)\}^2 d\theta \end{aligned} \quad (3.5.4.27a)$$

$$\begin{aligned} S_{vv}(\lambda, 0, \omega) &= (C_S A)^2 S(\omega) \int_{\theta_1}^{\theta_2} g^2(\theta) \left\{ s_{x_\theta} (1 + \eta_\theta) - v_\theta \kappa p_{y_\theta} \right\}^2 e^{-i\omega s_{x_\theta} \lambda} d\theta \\ &= (C_S A)^2 S(\omega) \int_{\theta_1}^{\theta_2} g^2(\theta) e^{-i\omega s_{x_\theta} \lambda} \{L(\theta)\}^2 d\theta \end{aligned} \quad (3.5.4.27b)$$

où $s_{x_\theta} = \sin \theta / C_S = p_{x_\theta}$, $s_{y_\theta} = \cos \theta / C_S$, $\sin \theta_P = \kappa \sin \theta$, $p_{y_\theta} = \cos \theta_P / C_P$, $\kappa = C_P / C_S$, v_θ et η_θ sont des formes continues des formes discrètes des Eqs. 3.5.4.18a,b.

Par ailleurs

$$S_{uu}(k, 0, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{uu}(\lambda, 0, \omega) e^{ik\lambda} d\lambda \quad (3.5.4.28a)$$

$$S_{vv}(k, 0, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{vv}(\lambda, 0, \omega) e^{ik\lambda} d\lambda \quad (3.5.4.28b)$$

Par conséquent :

$$\begin{aligned} S_{uu}(k, 0, \omega) &= A^2 S(\omega) \frac{C_S^3}{\omega} g^2 \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_S}{\omega} \right) \right) K \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_S}{\omega} \right) \right) / \sqrt{1 - \left(\frac{kC_S}{\omega} \right)^2} \\ &= S_{uu}^{SV}(k, 0, \omega) \end{aligned} \quad (3.5.4.29a)$$

$$\begin{aligned} S_{vv}(k, 0, \omega) &= A^2 S(\omega) \frac{C_S^3}{\omega} g^2 \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_S}{\omega} \right) \right) L \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_S}{\omega} \right) \right) / \sqrt{1 - \left(\frac{kC_S}{\omega} \right)^2} \\ &= S_{vv}^{SV}(k, 0, \omega) \end{aligned} \quad (3.5.4.29b)$$

où

$$K \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_S}{\omega} \right) \right) = \left[(-1 + \eta_\theta) s_{y_\theta} + v_\theta \kappa p_{x_\theta} \right]^2 \quad (3.5.4.30a)$$

$$L \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_S}{\omega} \right) \right) = \left[(1 + \eta_\theta) s_{x_\theta} - v_\theta \kappa p_{y_\theta} \right]^2 \quad (3.5.4.30b)$$

Où $k \equiv k_s = \omega \sin \theta_s / C_s$ et $\theta_1 \leq \theta_s \leq \theta_2$

d) Cas de l'incidence simultanée d'ondes P et SV dans un demi-espace

Les fonctions $S_{uu}(k,0,\omega)$ et $S_{vv}(k,0,\omega)$, notée $S_{uu}^{PSV}(k,0,\omega)$ et $S_{vv}^{PSV}(k,0,\omega)$ respectivement, pour le cas d'un sol en demi-espace soumis à l'incidence simultanée d'ondes P et SV sont obtenues en combinant simplement les résultats obtenus pour les incidences séparés d'ondes P et SV, c'est-à-dire en utilisant les résultats des Sections 3.5.4b 3.5.4c (Eqs. 3.5.4.14a,b et Eqs. 3.5.4.29a,b). En tous points du massif de sol on suppose que M ondes P et N ondes SV sont incidentes. Les M ondes P incidentes ont des directions θ_{p_m} (compris entre $(\theta_p)_1$ et $(\theta_p)_2$) et des amplitudes $A_{m_0}^P = A_0^P \quad \forall m \quad m=1.2...M$ connues. Les N ondes SV incidentes ont des directions θ_{s_n} (compris entre $(\theta_s)_1$ et $(\theta_s)_2$) et des amplitudes $A_{n_0}^{SV} = A_0^{SV} \quad \forall n \quad n=1.2...N$ connues, sont incidentes. En utilisant les Eqs. 3.5.4.14a,b et Eqs. 3.5.4.29a,b les résultats suivants sont obtenus :

$$S_{uu}^{PSV}(k_p, k_s, 0, \omega) = \left[\begin{array}{l} A_p^2 S(\omega) \frac{C_p^3}{\omega} g^2 \left(\text{Arc sin} \left(\frac{k_p C_p}{\omega} \right) \right) E \left(\text{Arc sin} \left(\frac{k_p C_p}{\omega} \right) \right) / \sqrt{1 - \left(\frac{k_p C_p}{\omega} \right)^2} + \\ A_s^2 S(\omega) \frac{C_s^3}{\omega} g^2 \left(\text{Arc sin} \left(\frac{k_s C_s}{\omega} \right) \right) K \left(\text{Arc sin} \left(\frac{k_s C_s}{\omega} \right) \right) / \sqrt{1 - \left(\frac{k_s C_s}{\omega} \right)^2} \end{array} \right] \quad (3.5.4.31a)$$

$$S_{vv}^{PSV}(k_p, k_s, 0, \omega) = \left[\begin{array}{l} A_p^2 S(\omega) \frac{C_p^3}{\omega} g^2 \left(\text{Arc sin} \left(\frac{k_p C_p}{\omega} \right) \right) F \left(\text{Arc sin} \left(\frac{k_p C_p}{\omega} \right) \right) / \sqrt{1 - \left(\frac{k_p C_p}{\omega} \right)^2} + \\ A_s^2 S(\omega) \frac{C_s^3}{\omega} g^2 \left(\text{Arc sin} \left(\frac{k_s C_s}{\omega} \right) \right) L \left(\text{Arc sin} \left(\frac{k_s C_s}{\omega} \right) \right) / \sqrt{1 - \left(\frac{k_s C_s}{\omega} \right)^2} \end{array} \right] \quad (3.5.4.31b)$$

Où $A_p \equiv A_0^P$ et $A_s \equiv A_0^{SV}$ et :

$$E \left(\text{Arc sin} \left(\frac{k_p C_p}{\omega} \right) \right) = \left[\left(1 + \vartheta_{\theta_p} \right) p_{x_{\theta_p}}^P + \varsigma_{\theta_p} \frac{s_{y_{\theta_p}}^P}{\kappa} \right]^2 \quad (3.5.4.32a)$$

$$F \left(\text{Arc sin} \left(\frac{k_p C_p}{\omega} \right) \right) = \left[\left(1 - \vartheta_{\theta_p} \right) p_{y_{\theta_p}}^P + \varsigma_{\theta_p} \frac{p_{x_{\theta_p}}^P}{\kappa} \right]^2 \quad (3.5.4.32b)$$

$$K \left(\text{Arc sin} \left(\frac{k_s C_s}{\omega} \right) \right) = \left[\left(-1 + \eta_{\theta_s} \right) s_{y_{\theta_s}}^S + \nu_{\theta_s} \kappa p_{x_{\theta_s}}^S \right]^2 \quad (3.5.4.32c)$$

$$L \left(\text{Arc sin} \left(\frac{k_s C_s}{\omega} \right) \right) = \left[\left(1 + \eta_{\theta_s} \right) s_{x_{\theta_s}}^S - \nu_{\theta_s} \kappa p_{y_{\theta_s}}^S \right]^2 \quad (3.5.4.32d)$$

où $p_{x_0}^P = \sin \theta_P / C_P = s_{x_0}^P$, $p_{y_0}^P = \cos \theta_P / C_P$, $s_{y_0}^P = \cos \theta_S^P / C_S$, $\sin \theta_S^P = \kappa^{-1} \sin \theta_P$,
 $s_{x_0}^{SV} = \sin \theta_S / C_S = p_{x_0}^{SV}$, $s_{y_0}^{SV} = \cos \theta_S / C_S$, $\sin \theta_P^{SV} = \kappa \sin \theta_{SV}$, $p_{y_0}^P = \cos \theta_P^P / C_P$, $\kappa = C_P / C_S$,
 $k_P = \omega \sin \theta_P / C_P$, $k_S = \omega \sin \theta_S / C_S$, ν_{θ_P} , ζ_{θ_P} , ν_{θ_S} et η_{θ_S} sont déterminées par :

$$\nu_{\theta_P} = \frac{\sin 2\theta_P \sin 2\theta_S^P - \kappa^2 \cos^2 2\theta_S^P}{\sin 2\theta_P \sin 2\theta_S^P + \kappa^2 \cos^2 2\theta_S^P} \quad (3.5.4.33a)$$

$$\zeta_{\theta_P} = \frac{2\kappa \sin 2\theta_P \cos 2\theta_S^P}{\sin 2\theta_P \sin 2\theta_S^P + \kappa^2 \cos^2 2\theta_S^P} \quad (3.5.4.33b)$$

$$\nu_{\theta_S} = -\frac{\kappa \sin 4\theta_S}{\sin 2\theta_S \sin 2\theta_P^{SV} + \kappa^2 \cos^2 2\theta_S} \quad (3.5.4.34c)$$

$$\eta_{\theta_S} = \frac{\sin 2\theta_S \sin 2\theta_P^{SV} - \kappa^2 \cos^2 2\theta_S}{\sin 2\theta_S \sin 2\theta_P^{SV} + \kappa^2 \cos^2 2\theta_S} \quad (3.5.4.34d)$$

θ_P est l'angle d'incidence de l'onde P incidente, θ_S^P est l'angle de réflexion de l'onde SV réfléchi suite à l'incidence de l'onde P suivant un angle θ_P

θ_S est l'angle d'incidence de l'onde SV incidente, θ_P^{SV} est l'angle de réflexion de l'onde P réfléchi suite à l'incidence de l'onde SV suivant un angle θ_S .

Les angles θ_P et θ_S présentent des valeurs qui ont pour limites :

$$(\theta_P)_1 \leq \theta_P \leq (\theta_P)_2 \quad (3.5.4.35a)$$

$$(\theta_S)_1 \leq \theta_S \leq (\theta_S)_2 \quad (3.5.4.36b)$$

$$-\theta_{CR} \leq \theta_S \leq \theta_{CR} \quad (3.5.4.36c)$$

Avec :

$$\theta_{CR} = a \sin(C_S / C_P) \quad (3.5.4.36d)$$

3.5.5 Détermination de $S_{uu}(k,0,\omega)$ et $S_{vv}(k,0,\omega)$ pour le cas d'un substratum supportant un sol stratifié

a) Considérations générales

Les fonctions $S_{uu}(k,0,\omega)$ et $S_{vv}(k,0,\omega)$ pour le cas d'un substratum supportant un sol stratifié sont déterminées par le biais du système d'incidence d'ondes P et/ou SV à travers ce sol. Ces fonctions seront déterminées pour le cas de l'incidence d'ondes P puis celle des ondes SV. Enfin elles seront déterminées pour le cas de l'incidence simultanée d'ondes P et SV. Elles seront notées $S_{uu}^P(k,0,\omega)$ et $S_{vv}^P(k,0,\omega)$ pour le cas de l'incidence d'ondes P et $S_{uu}^{SV}(k,0,\omega)$ et

$S_{vv}^{SV}(k,0,\omega)$ pour le cas de l'incidence d'ondes SV et enfin $S_{uu}^{PSV}(k,0,\omega)$ et $S_{vv}^{PSV}(k,0,\omega)$ pour le cas de l'incidence simultanée d'ondes P et SV.

b) Cas de l'incidence d'ondes P dans un substratum supportant un sol stratifié

On suppose que M ondes P sont incidentes dans le substratum, supportant $(N-1)$ couches, avec des angles d'incidence $\theta_{m_1}^{(N)}$ $m=1,2,\dots,M$ (compris entre $\theta_1^{(N)}$ et $\theta_2^{(N)}$) et des amplitudes $A_{m_1}^{(N)}$ connus. Parmi ces M ondes, considérons une onde P ayant un angle d'incidence $\theta_{m_1}^{(N)}$ (noté $\theta_{p_m}^{(N)}$) et une amplitude $A_{m_1}^{(N)}$. Cette onde va se propager à travers le sol stratifié et va générer à la surface libre deux ondes incidentes P et SV ayant des amplitudes et angles d'incidence notés respectivement $(A_{m_0}^P, \theta_{m_0}^P)$, $(A_{m_0}^{SV}, \theta_{m_0}^{SV})$. A la surface libre, ces deux ondes vont se réfléchir chacune en deux ondes : P et SV. Par conséquent, à la surface libre le mouvement est composé du (a) mouvement induit par l'onde incidente P ayant une amplitude et un angle d'incidence égaux respectivement à $(A_{m_0}^P, \theta_{m_0}^P)$, (b) mouvement induit par l'onde incidente SV ayant une amplitude et un angle d'incidence égaux respectivement à $(A_{m_0}^{SV}, \theta_{m_0}^{SV})$, (c) mouvement induit par l'onde réfléchie P, générée par l'incidence de l'onde P, ayant une amplitude et un angle d'incidence égaux respectivement à $(A_{m_1}^P, \theta_{m_1}^P)$, (d) mouvement induit par l'onde réfléchie SV, générée par l'incidence de l'onde P, ayant une amplitude et un angle d'incidence égaux respectivement à $(A_{m_2}^P, \theta_{m_2}^P)$, (e) mouvement induit par l'onde réfléchie P, générée par l'incidence de l'onde SV, ayant une amplitude et un angle d'incidence égaux respectivement à $(A_{m_1}^{SV}, \theta_{m_1}^{SV})$ et (f) mouvement induit par l'onde réfléchie SV, générée par l'incidence de l'onde SV, ayant une amplitude et un angle d'incidence égaux respectivement à $(A_{m_2}^{SV}, \theta_{m_2}^{SV})$.

En vertu de la loi de Snell, les angles des ondes incidentes sont déduits comme suit :

$$\theta_{m_0}^P = \text{Arc sin} \left(\frac{C_P^{(1)} \sin \theta_{p_m}^{(N)}}{C_P^{(N)}} \right) \equiv \theta_{p_m}^{(1)} \quad (3.5.5.1)$$

$$\theta_{m_0}^{SV} = \text{Arc sin} \left(\frac{C_S^{(1)} \sin \theta_{p_m}^{(N)}}{C_P^{(N)}} \right) \equiv \theta_{s_m}^{(1)} \quad (3.5.5.2)$$

De plus les angles de réflexion des deux ondes P et des deux ondes SV peuvent être connus en vertu des conditions de contraintes nulles à la surface libre :

$$\theta_{m_1}^P = \theta_{m_1}^{SV} = \theta_{m_0}^P = \theta_{p_m}^{(1)} \quad (3.5.5.3a)$$

$$\theta_{m_2}^P = \theta_{m_2}^{SV} = \theta_{m_0}^{SV} = \theta_{s_m}^{(1)} \quad (3.5.5.3b)$$

$$\theta_{S_m}^{(1)} = \text{Arc sin} \left(\frac{C_S^{(1)} \sin \theta_{P_m}^{(1)}}{C_P^{(1)}} \right) \quad (3.5.5.3c)$$

Les amplitudes des 4 ondes réfléchies s'écrivent :

$$\frac{A_{m_1}^P}{A_{m_0}^P} = \frac{\sin 2\theta_{P_m}^{(1)} \sin 2\theta_{S_m}^{(1)} - (\kappa^{(1)})^2 \cos^2 2\theta_{S_m}^{(1)}}{\sin 2\theta_{P_m}^{(1)} \sin 2\theta_{S_m}^{(1)} + (\kappa^{(1)})^2 \cos^2 2\theta_{S_m}^{(1)}} = \upsilon_m \quad (3.5.5.4a)$$

$$\frac{A_{m_2}^P}{A_{m_0}^P} = \frac{2\kappa^{(1)} \sin 2\theta_{P_m}^{(1)} \cos 2\theta_{S_m}^{(1)}}{\sin 2\theta_{P_m}^{(1)} \sin 2\theta_{S_m}^{(1)} + (\kappa^{(1)})^2 \cos^2 2\theta_{S_m}^{(1)}} = \varsigma_m \quad (3.5.5.4b)$$

$$\frac{A_{m_1}^{SV}}{A_{m_0}^{SV}} = -\frac{\kappa^{(1)} \sin 4\theta_{S_m}^{(1)}}{\sin 2\theta_{P_m}^{(1)} \sin 2\theta_{S_m}^{(1)} + (\kappa^{(1)})^2 \cos^2 2\theta_{S_m}^{(1)}} = \nu_m \quad (3.5.5.4c)$$

$$\frac{A_{m_2}^{SV}}{A_{m_0}^{SV}} = \frac{\sin 2\theta_{P_m}^{(1)} \sin 2\theta_{S_m}^{(1)} - (\kappa^{(1)})^2 \cos^2 2\theta_{S_m}^{(1)}}{\sin 2\theta_{P_m}^{(1)} \sin 2\theta_{S_m}^{(1)} + (\kappa^{(1)})^2 \cos^2 2\theta_{S_m}^{(1)}} = \eta_m \quad (3.5.5.4d)$$

Le mouvement, suivant l'axe x et y , s'écrit donc comme suit :

$$u(x, 0, \theta_{P_m}, t) = \left\{ \begin{array}{l} A_{m_0}^P \left[(1 + \upsilon_m) \sin \theta_{P_m}^{(1)} + \varsigma_m \cos \theta_{S_m}^{(1)} \right] + \\ A_{m_0}^{SV} \left[(-1 + \eta_m) \cos \theta_{S_m}^{(1)} + \nu_m \sin \theta_{P_m}^{(1)} \right] \end{array} \right\} a \left(t - x \sin \theta_{P_m}^{(1)} / C_P^{(1)} \right) \quad (3.5.5.5a)$$

$$= F_m a \left(t - x \sin \theta_{P_m}^{(1)} / C_P^{(1)} \right) = F_m a \left(t - p_{x_m} \right)$$

$$v(x, 0, \theta_{P_m}, t) = \left\{ \begin{array}{l} A_{m_0}^P \left[(1 - \upsilon_m) \cos \theta_{P_m}^{(1)} + \varsigma_m \sin \theta_{S_m}^{(1)} \right] + \\ A_{m_0}^{SV} \left[(1 + \eta_m) \sin \theta_{S_m}^{(1)} - \nu_m \cos \theta_{P_m}^{(1)} \right] \end{array} \right\} a \left(t - x \sin \theta_{P_m}^{(1)} / C_P^{(1)} \right) \quad (3.5.5.5b)$$

$$= G_m a \left(t - x \sin \theta_{P_m}^{(1)} / C_P^{(1)} \right) = G_m a \left(t - p_{x_m} \right)$$

Les amplitudes $A_{m_0}^P$ et $A_{m_0}^{SV}$ sont déterminés en fonction de l'amplitude $A_{m_1}^{(N)}$ par le biais de l'Eq. 3.4.5.20 avec $A_{m_0}^P \equiv A_1^{(1)}$ et $A_{m_0}^{SV} \equiv A_2^{(1)}$. Les M ondes incidentes P vont générer un mouvement à la surface libre, défini par :

$$\mathbf{u}(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \mathbf{u}(x, y, \theta_{P_m}, t) = \left\{ \begin{array}{l} u(x, y, t) = \sum_{m=1}^M u(x, y, \theta_{P_m}, t) \\ v(x, y, t) = \sum_{m=1}^M v(x, y, \theta_{P_m}, t) \\ w(x, y, t) = \sum_{m=1}^M w(x, y, \theta_{P_m}, t) = 0 \end{array} \right\} \quad (3.5.5.6)$$

Où les fonctions $u(x, y, \theta_{P_m}, t)$ et $v(x, y, \theta_{P_m}, t)$ sont définies dans les Eqs. 3.5.5.5. Les fonctions d'inter-corrélation $C_{uu}(\lambda, 0, \tau)$ et $C_{vv}(\lambda, 0, \tau)$, pour deux points A' et B' de coordonnées $(x', 0, z)$ et $(x'', 0, z)$ situés à la surface libre du sol stratifié, sont définies par l'Eq. 3.5.1.2b :

$$C_{uu}(\lambda, 0, \tau) = E[u(x', 0, t')u(x'', 0, t'')] \quad (3.5.5.7a)$$

$$C_{vv}(\lambda, 0, \tau) = E[v(x', 0, t')v(x'', 0, t'')] \quad (3.5.5.7b)$$

Avec $\lambda = x'' - x'$ et $\tau = t'' - t'$

La combinaison des Eqs. 3.5.5.5a,b-3.5.5.6 et 3.5.5.7a,b donne :

$$C_{uu}(\lambda, 0, \tau) = \sum_{m=1}^M (F_m)^2 R_m(\tau - p_{xm}\lambda) \quad (3.5.5.8a)$$

$$C_{vv}(\lambda, 0, \tau) = \sum_{m=1}^M (G_m)^2 R_m(\tau - p_{xm}\lambda) \quad (3.5.5.8b)$$

Par conséquent, on obtient les expressions suivantes et ce en utilisant l'Eq. 3.5.1.3b :

$$S_{uu}(\lambda, 0, \omega) = \sum_{m=1}^M F_m^2 S_m(\omega) e^{-i\omega p_{xm}\lambda} \quad (3.5.5.9a)$$

$$S_{vv}(\lambda, 0, \omega) = \sum_{m=1}^M G_m^2 S_m(\omega) e^{-i\omega p_{xm}\lambda} \quad (3.5.5.9b)$$

Considérons que les DSP des ondes sismiques exhibent des formes similaires alors :

$$S_m(\omega) = g^2(\theta_m^{(1)}) S(\omega) \quad (3.5.5.10)$$

Avec $\theta_m^{(1)} \equiv \theta_p^{(1)}$. Les Eqs. 3.5.5.9a,b s'écrivent donc :

$$S_{uu}(\lambda, 0, \omega) = S(\omega) \sum_{m=1}^M F_m^2 g^2(\theta_m^{(1)}) e^{-i\omega p_{xm}\lambda} \quad (3.5.5.11a)$$

$$S_{vv}(\lambda, 0, \omega) = S(\omega) \sum_{m=1}^M G_m^2 g^2(\theta_m^{(1)}) e^{-i\omega p_{xm}\lambda} \quad (3.5.5.11b)$$

où $g(\theta_m^{(1)})$ est la fonction amplitude de la densité spectrale du mouvement induit l'onde P incidente au niveau de la surface libre. A ce stade d'analyse, il serait intéressant de changer de notation afin de prendre en charge explicitement l'angle d'inclinaison des ondes $\theta_m^{(1)} \equiv \theta^{(1)}$. A cet effet, l'opérateur somme est remplacé par l'opérateur intégral. Si les ondes P incidentes se propagent suivant des angles compris entre $\theta_1^{(1)}$ et $\theta_2^{(1)}$ au niveau de la surface libre et que les ondes SV incidentes se propagent donc suivant des angles compris entre $\sin \theta_1^{(1)}/\kappa^{(1)}$ et $\sin \theta_2^{(1)}/\kappa^{(1)}$ au niveau de la surface libre alors la fonction amplitude est définie par :

$$\begin{cases} g(\theta^{(1)}) \neq 0 & \theta_1^{(1)} \leq \theta^{(1)} \leq \theta_2^{(1)} \\ g(\theta^{(1)}) = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.5.5.12)$$

De ce fait, les Eqs. 3.5.5.11a,b s'écrivent respectivement :

$$S_{uu}(\lambda, 0, \omega) = S(\omega) \int_{\theta_1^{(1)}}^{\theta_2^{(1)}} g^2(\theta^{(1)}) \{F(\theta^{(1)})\}^2 e^{-i\omega \frac{\sin \theta^{(1)}}{C_P^{(1)}} \lambda} d\theta^{(1)} \quad (3.5.5.13a)$$

$$S_{vv}(\lambda, 0, \omega) = S(\omega) \int_{\theta_1^{(1)}}^{\theta_2^{(1)}} g^2(\theta^{(1)}) \{G(\theta^{(1)})\}^2 e^{-i\omega \frac{\sin \theta^{(1)}}{C_P^{(1)}} \lambda} d\theta^{(1)} \quad (3.5.5.13b)$$

$F(\theta^{(1)}) \equiv F_m$ et $G(\theta^{(1)}) \equiv G_m$ (Eqs. 3.5.5.5a,b), sont définies par :

$$F(\theta^{(1)}) = A_{\theta_0}^P \left[(1 + \nu_\theta) \sin \theta^{(1)} + \zeta_\theta \sqrt{1 - \left(\frac{\sin \theta^{(1)}}{\kappa^{(1)}} \right)^2} \right] + A_{\theta_0}^{SV} \left[(-1 + \eta_\theta) \sqrt{1 - \left(\frac{\sin \theta^{(1)}}{\kappa^{(1)}} \right)^2} + \nu_\theta \sin \theta^{(1)} \right] \quad (3.5.5.14a)$$

$$G(\theta^{(1)}) = A_{\theta_0}^P \left[(1 - \nu_\theta) \cos \theta^{(1)} + \zeta_\theta \frac{\sin \theta^{(1)}}{\kappa^{(1)}} \right] + A_{\theta_0}^{SV} \left[(1 + \eta_\theta) \frac{\sin \theta^{(1)}}{\kappa^{(1)}} - \nu_\theta \cos \theta^{(1)} \right] \quad (3.5.5.14b)$$

\mathfrak{D}_θ , ζ_θ , η_θ et ν_θ sont des formes continues des formes discrètes \mathfrak{D}_m , ζ_m , η_m et ν_m (Eqs. 3.5.5.4a,b,c,d). Par ailleurs :

$$S_{uu}(k, 0, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{uu}(\lambda, 0, \omega) e^{ik\lambda} d\lambda \quad (3.5.5.15a)$$

$$S_{vv}(k, 0, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{vv}(\lambda, 0, \omega) e^{ik\lambda} d\lambda \quad (3.5.5.15b)$$

L'injection des Eqs. 3.5.5.13a,b dans les Eqs. 3.5.5.15a,b donne

$$S_{uu}(k, 0, \omega) = S(\omega) \frac{C_P^{(1)}}{\omega} \left\{ F \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_P^{(1)}}{\omega} \right) \right) g \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_P^{(1)}}{\omega} \right) \right) \right\}^2 / \sqrt{1 - \left(\frac{kC_P^{(1)}}{\omega} \right)^2} \quad (3.5.5.16a)$$

$$= S_{uu}^P(k, 0, \omega)$$

$$S_{vv}(k, 0, \omega) = S(\omega) \frac{C_P^{(1)}}{\omega} \left\{ G \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_P^{(1)}}{\omega} \right) \right) g \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_P^{(1)}}{\omega} \right) \right) \right\}^2 / \sqrt{1 - \left(\frac{kC_P^{(1)}}{\omega} \right)^2} \quad (3.5.5.16b)$$

$$= S_{vv}^P(k, 0, \omega)$$

Où $(k = k_p = \omega \sin \theta^{(1)} / C_P^{(1)})$, $F \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_P^{(1)}}{\omega} \right) \right) \equiv F(\theta^{(1)})$ et $G \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_P^{(1)}}{\omega} \right) \right) \equiv G(\theta^{(1)})$

c) Cas de l'incidence d'ondes SV dans un substratum supportant un sol stratifié

On suppose que M ondes SV sont incidentes dans le substratum, supportant $(N-1)$ couches, avec des angles d'incidence $\theta_{m_2}^{(N)}$ $m=1,2,\dots,M$ (compris entre $\theta_1^{(1)}$ et $\theta_2^{(1)}$) et des amplitudes $A_{m_2}^{(N)}$ connus. Considérons une onde parmi ces M ondes SV incidentes. Cette onde

génère au niveau de la surface libre, après de multiples réflexions et réfractions à travers le sol stratifié, une onde incidente P et une onde incidente SV dont les amplitudes et angles de propagation peuvent être facilement obtenus. Ces deux ondes incidentes vont générer chacune à leur tour une onde P réfléchiée et une onde SV réfléchiée. Or il a été montré qu'une onde P incidente au niveau du substratum va générer aussi deux ondes incidentes (P et SV) mais aussi deux ondes réfléchiées P et deux ondes réfléchiées SV (Section 3.5.5.b). Par conséquent, en utilisant la même technique mise en place pour le cas de l'incidence d'ondes P dans un substratum supportant un sol stratifié, il est possible de démontrer que

$$S_{uu}(k,0,\omega) = S(\omega) \frac{C_s^{(1)}}{\omega} \left\{ F \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_s^{(1)}}{\omega} \right) \right) g \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_s^{(1)}}{\omega} \right) \right) \right\}^2 / \sqrt{1 - \left(\frac{kC_s^{(1)}}{\omega} \right)^2} \quad (3.5.5.17a)$$

$$= S_{uu}^{SV}(k,0,\omega)$$

$$S_{vv}(k,0,\omega) = S(\omega) \frac{C_s^{(1)}}{\omega} \left\{ G \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_s^{(1)}}{\omega} \right) \right) g \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_s^{(1)}}{\omega} \right) \right) \right\}^2 / \sqrt{1 - \left(\frac{kC_s^{(1)}}{\omega} \right)^2} \quad (3.5.5.17b)$$

$$= S_{vv}^{SV}(k,0,\omega)$$

Où $(k = k_s = \omega \sin \theta^{(1)} / C_s^{(1)})$, $F \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_s^{(1)}}{\omega} \right) \right) \equiv F(\theta^{(1)})$ et $G \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_s^{(1)}}{\omega} \right) \right) \equiv G(\theta^{(1)})$

d) Cas de l'incidence simultanée d'ondes P et SV dans un substratum supportant un sol stratifié

On suppose maintenant que des ondes P et SV sont incidentes au niveau du substratum et que ce système d'incidence se traduit par le fait que M ondes P et N ondes SV sont incidentes. La détermination des fonctions $S_{uu}^{PSV}(k,0,\omega)$ et $S_{vv}^{PSV}(k,0,\omega)$ s'effectue en combinant les résultats obtenus pour les cas séparés d'incidence d'ondes P et SV. Or ces deux cas ont été traités dans les Sections 3.5.5b et 3.5.5c. Aussi les $S_{uu}^{PSV}(k,0,\omega)$ et $S_{vv}^{PSV}(k,0,\omega)$ sont obtenus comme suit :

$$S_{uu}^{PSV}(k_p, k_s, 0, \omega) = S_{uu}^P(k_p, 0, \omega) + S_{uu}^{SV}(k_s, 0, \omega) \quad (3.5.5.18a)$$

$$S_{vv}^{PSV}(k_p, k_s, 0, \omega) = S_{vv}^P(k_p, 0, \omega) + S_{vv}^{SV}(k_s, 0, \omega) \quad (3.5.5.18b)$$

3.6 Mise en place de la matrice de FCOHs $\rho(\lambda, y, \omega)$

3.6.1 Considérations générales

Les éléments de cette matrice $\rho_{mm}(\lambda, y, \omega)$ avec $m = (u, v, w)$ s'écrivent :

$$\rho_{mm}(\lambda, y, \omega) = \frac{S_{mm}(\lambda, y, \omega)}{S_{mm}(0, y, \omega)} \quad \text{avec } m = (u, v, w) \quad (3.6.1.1)$$

Avec :

$$S_{uu}(\lambda, y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\hat{T}_{uu}(k, y, \omega) \right)^2 S_{uu}(k, 0, \omega) e^{-ik\lambda} dk \quad (3.6.1.2a)$$

$$S_{vv}(\lambda, y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\hat{T}_{vv}(k, y, \omega) \right)^2 S_{vv}(k, 0, \omega) e^{-ik\lambda} dk \quad (3.6.1.2b)$$

$$S_{ww}(\lambda, y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\hat{T}_{ww}(k, y, \omega) \right)^2 S_{ww}(k, 0, \omega) e^{-ik\lambda} dk \quad (3.6.1.2c)$$

L'examen des Eqs. 3.6.1.1 et 3.6.1.2 montre que le calcul de:

$S_{ww}(\lambda, y, \omega)$ nécessite donc la connaissance de $\hat{T}_{ww}(k, y, \omega)$ et $S_{ww}(k, 0, \omega)$ lesquelles ne peuvent être calculés que par le biais du système d'incidence d'ondes SH. De ce fait $S_{ww}(\lambda, y, \omega)$ et $\rho_{ww}(\lambda, y, \omega)$ sont déduits à partir du système d'incidence d'ondes SH

$S_{uu}(\lambda, y, \omega)$ nécessite donc la connaissance de $\hat{T}_{uu}(k, y, \omega)$ et $S_{uu}(k, 0, \omega)$ lesquelles ne peuvent être calculés que par le biais du système d'incidence d'ondes P et/ou SV. De ce fait $S_{uu}(\lambda, y, \omega)$ et $\rho_{uu}(\lambda, y, \omega)$ sont déduits à partir du système d'incidence d'ondes P et/ou SV.

$S_{vv}(\lambda, y, \omega)$ nécessite donc la connaissance de $\hat{T}_{vv}(k, y, \omega)$ et $S_{vv}(k, 0, \omega)$ lesquelles ne peuvent être calculés que par le biais du système d'incidence d'ondes P et/ou SV. De ce fait $S_{vv}(\lambda, y, \omega)$ et $\rho_{vv}(\lambda, y, \omega)$ sont déduits à partir du système d'incidence d'ondes P et/ou SV.

Par ailleurs, si les ondes SH se propagent dans le plan (z, y) et non dans le plan (x, y) , elles génèrent donc un mouvement dans la direction x uniquement. Par conséquent, la fonction $\rho_{uu}(\lambda, y, \omega)$ n'est pas nulle alors $\rho_{vv}(\lambda, y, \omega)$ et $\rho_{ww}(\lambda, y, \omega)$ sont nulles. De plus on suppose que les ondes P et SV se propagent dans le plan (x, y) alors les seules FCOHs non nulles sont $\rho_{uu}(\lambda, y, \omega)$ et $\rho_{vv}(\lambda, y, \omega)$. Ainsi, en considérant ce système d'incidence, c'est-à-dire incidence d'ondes SH dans le plan (z, y) et d'ondes P et SV dans le plan (x, y) , alors la FCOH relative à la composante horizontale $\rho_{uu}(\lambda, y, \omega)$ est obtenue en superposant les cas d'incidence d'ondes SH, P et/ou SV. Cette FCOH sera déduite en conséquence dans la dernière Section de ce paragraphe.

3.6.2 Détermination de $\rho_{ww}(\lambda, y, \omega)$ pour le cas d'un sol en demi-espace

Les fonctions $\hat{T}_{ww}(k, y, \omega)$ et $S_{ww}(k, 0, \omega)$ s'écrivent comme suit (Eq. 3.4.2.3 et Eq. 3.5.2.11) :

$$\hat{T}_{ww}(k, y, \omega) = \cos \left(\sqrt{\left(\frac{\omega}{C_s} \right)^2 - k^2} y \right) \quad (3.6.2.1)$$

$$S_{ww}(k, 0, \omega) = (2A)^2 S(\omega) C_s g^2 \left(\text{Arc sin} \left(\frac{k C_s}{\omega} \right) \right) / \omega \sqrt{1 - \left(\frac{k C_s}{\omega} \right)^2} \quad (3.6.2.2)$$

Avec $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$, $k = \omega \sin \theta / C_s$, θ est l'angle d'incidence des ondes SH et A leur amplitude. Les Eqs. 3.6.2.1 et 3.6.2.2 sont introduites dans l'Eq. 3.6.1.2c :

$$S_{ww}(\lambda, y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} (2A)^2 S(\omega) \left\{ \cos \left(\frac{\omega}{C_s} \sqrt{1 - \left(\frac{kC_s}{\omega} \right)^2} y \right) \right\}^2 \frac{C_s g^2 \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_s}{\omega} \right) \right)}{\omega \sqrt{1 - \left(\frac{kC_s}{\omega} \right)^2}} e^{-ik\lambda} dk \quad (3.6.2.3)$$

La variable d'intégration k , dans l'Eq. 3.6.2.3 est remplacée par $k = \omega \sin \theta / C_s$. De plus en considérant la condition sur la fonction $g \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_s}{\omega} \right) \right) \equiv g(\theta)$ (Eq. 3.5.2.8) on obtient:

$$S_{ww}(\lambda, y, \omega) = (2A)^2 S(\omega) \int_{\theta_1}^{\theta_2} g^2(\theta) e^{-i\omega \frac{\sin \theta}{C_s} \lambda} \left\{ \cos \left(\omega \frac{\cos \theta}{C_s} y \right) \right\}^2 d\theta \quad (3.6.2.4)$$

θ_1 et θ_2 décrivent les limites d'incidence des ondes SH (Eq. 3.5.2.8), c'est-à-dire que les ondes SH incidentes présentent des angles d'incidence compris entre θ_1 et θ_2 . Par conséquent :

$$\rho_{ww}(\lambda, y, \omega) = \frac{\int_{\theta_1}^{\theta_2} g^2(\theta) e^{-i\omega \frac{\sin \theta}{C_s} \lambda} \left\{ \cos \left(\omega \frac{\cos \theta}{C_s} y \right) \right\}^2 d\theta}{\int_{\theta_1}^{\theta_2} g^2(\theta) \left\{ \cos \left(\omega \frac{\cos \theta}{C_s} y \right) \right\}^2 d\theta} \quad (3.6.2.5)$$

3.6.3 Détermination de $\rho_{ww}(\lambda, y, \omega)$ pour le cas d'un substratum supportant un sol stratifié

Les fonctions $\hat{T}_{ww}(k, y, \omega)$ et $S_{ww}(k, 0, \omega)$ s'écrivent comme suit (Eq. 3.4.3.21 et Eq. 3.5.3.1)

$$\hat{T}_{ww}(k, y^{(j)} = -h^{(j)}, \omega) = m_{11}(k, y^{(j)} = -h^{(j)}, \omega) \equiv m_{11}(k, y, \omega) \quad (3.6.3.1)$$

$$S_{ww}(k, 0, \omega) = (2A^{(1)})^2 S(\omega) C_s^{(1)} g^2 \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_s^{(1)}}{\omega} \right) \right) / \omega \sqrt{1 - \left(\frac{kC_s^{(1)}}{\omega} \right)^2} \quad (3.6.3.2)$$

Avec $-\omega \sin \theta_1^{(j)} / C_s^{(j)} \leq k \leq \omega \sin \theta_2^{(j)} / C_s^{(j)}$ et $k = \omega \sin \theta^{(j)} / C_s^{(j)}$. En particulier pour $j = 1$, on a $-\omega \sin \theta_1^{(1)} / C_s^{(1)} \leq k \leq \omega \sin \theta_2^{(1)} / C_s^{(1)}$ et $k = \omega \sin \theta^{(1)} / C_s^{(1)}$. Les expressions 3.6.3.1 et 3.6.3.2 sont introduites dans l'Eq. 3.6.1.2c

$$S_{ww}(\lambda, y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} (2A^{(1)})^2 S(\omega) m_{11}(k, y, \omega) \frac{C_s^{(1)} g^2 \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_s^{(1)}}{\omega} \right) \right)}{\omega \sqrt{1 - \left(\frac{kC_s^{(1)}}{\omega} \right)^2}} e^{-ik\lambda} dk \quad (3.6.3.3)$$

La variable d'intégration k , dans l'Eq. 3.6.3.3 est remplacée par $k = \omega \sin \theta^{(1)} / C_s^{(1)}$. De plus en considérant la condition sur la fonction $g\left(\text{Arc sin}\left(\frac{kC_s^{(1)}}{\omega}\right)\right) \equiv g(\theta^{(1)})$ (Eq. 3.5.3.2) on obtient:

$$S_{ww}(\lambda, y, \omega) = (2A^{(1)})^2 S(\omega) \int_{\theta_1^{(1)}}^{\theta_2^{(1)}} g^2(\theta^{(1)}) m_{11}\left(\left(\omega \sin \theta^{(1)} / C_s^{(1)}\right), y, \omega\right) e^{-i\omega \frac{\sin \theta^{(1)}}{C_s} \lambda} d\theta^{(1)} \quad (3.6.3.4)$$

Par conséquent $\rho_{ww}(\lambda, y, \omega)$ s'écrit comme suit :

$$\rho_{ww}(\lambda, y, \omega) = \frac{\int_{\theta_1^{(1)}}^{\theta_2^{(1)}} g^2(\theta^{(1)}) m_{11}\left(\left(\omega \sin \theta^{(1)} / C_s^{(1)}\right), y, \omega\right) e^{-i\omega \frac{\sin \theta^{(1)}}{C_s} \lambda} d\theta^{(1)}}{\int_{\theta_1^{(1)}}^{\theta_2^{(1)}} g^2(\theta^{(1)}) m_{11}\left(\left(\omega \sin \theta^{(1)} / C_s^{(1)}\right), y, \omega\right) d\theta^{(1)}} \quad (3.6.3.5)$$

$\theta_1^{(1)}$ et $\theta_2^{(1)}$ sont les limites des angles d'incidence des ondes SH au niveau de la surface libre.

3.6.4 Détermination de $\rho_{uu}(\lambda, y, \omega)$ et $\rho_{vv}(\lambda, y, \omega)$ pour le cas d'un sol en demi-espace

a) Considérations générales

Les FCOHs $\rho_{uu}(\lambda, y, \omega)$ et $\rho_{vv}(\lambda, y, \omega)$ pour le cas d'un sol en demi-espace sont déterminées par le biais du système d'incidence d'ondes P et/ou SV dans un sol en demi-espace. Ces fonctions seront déterminées pour le cas de l'incidence d'ondes P puis celle des ondes SV. Enfin elles seront déterminées pour le cas de l'incidence simultanée d'ondes P et SV. Elles seront notées $\rho_{uu}^P(k, 0, \omega)$ et $\rho_{vv}^P(k, 0, \omega)$ pour le cas de l'incidence d'ondes P et $\rho_{uu}^{SV}(k, 0, \omega)$ et $\rho_{vv}^{SV}(k, 0, \omega)$ pour le cas de l'incidence d'ondes SV et enfin $\rho_{uu}^{PSV}(k, 0, \omega)$ et $\rho_{vv}^{PSV}(k, 0, \omega)$ pour le cas de l'incidence simultanée d'ondes P et SV.

b) Cas de l'incidence d'ondes P dans un demi-espace

$\hat{T}_{uu}(k, y, \omega)$ et $\hat{T}_{vv}(k, y, \omega)$ s'écrivent comme suit (Eqs. 3.4.4.9-3.4.4.10)

$$\hat{T}_{uu}(k, y, \omega) \equiv \hat{T}_{uu}^P(k, y, \omega) = \frac{(A_{\theta_0} e^{-\Delta y} + A_{\theta_1} e^{\Delta y}) \varphi + A_{\theta_2} \sqrt{1 - \gamma^2} e^{\Omega y}}{(A_{\theta_0} + A_{\theta_1}) \varphi + A_{\theta_2} \sqrt{1 - \varphi^2}} \quad (3.6.4.1a)$$

$$\hat{T}_{vv}(k, y, \omega) \equiv \hat{T}_{vv}^P(k, y, \omega) = \frac{(A_{\theta_0} e^{-\Delta y} - A_{\theta_1} e^{\Delta y}) \sqrt{1 - \varphi^2} + A_{\theta_2} \gamma e^{\Omega y}}{(A_{\theta_0} - A_{\theta_1}) \sqrt{1 - \varphi^2} + A_{\theta_2} \gamma} \quad (3.6.4.1b)$$

Avec $y = -h$, $k \equiv k_P = \omega \sin \theta_P / C_P$, $\theta_1 \leq \theta_P \leq \theta_2$, $\varphi = \frac{kC_P}{\omega} \equiv \varphi_P$, $\gamma = \frac{kC_S}{\omega} \equiv \gamma_P$

$$\Omega = i\sqrt{\left(\frac{\omega}{C_S}\right)^2 - k^2} \equiv \Omega_P, \quad \Delta = i\sqrt{\left(\frac{\omega}{C_P}\right)^2 - k^2} \equiv \Delta_P, \text{ et :}$$

$$\frac{A_{\theta_1}}{A_{\theta_0}} = \frac{\sin 2\theta_P \sin 2\theta_S - \kappa^2 \cos^2 2\theta_S}{\sin 2\theta_P \sin 2\theta_S + \kappa^2 \cos^2 2\theta_S} = \nu_\theta \quad (3.6.4.2a)$$

$$\frac{A_{\theta_2}}{A_{\theta_0}} = \frac{2\kappa \sin 2\theta_P \cos 2\theta_S}{\sin 2\theta_P \sin 2\theta_S + \kappa^2 \cos^2 2\theta_S} = \zeta_\theta \quad (3.6.4.2b)$$

Les Eqs. 3.6.4.1a,b peuvent s'écrire comme suit

$$\hat{T}_{uu}(k, y, \omega) \equiv \hat{T}_{uu}^P(k, y, \omega) = \frac{(e^{-\Delta y} + \nu_\theta e^{\Delta y})\varphi + \zeta_\theta \sqrt{1-\gamma^2} e^{\Omega y}}{(1 + \nu_\theta)\varphi + \zeta_\theta \sqrt{1-\varphi^2}} \quad (3.6.4.3a)$$

$$\hat{T}_{vv}(k, y, \omega) \equiv \hat{T}_{vv}^P(k, y, \omega) = \frac{(e^{-\Delta y} - \nu_\theta e^{\Delta y})\sqrt{1-\varphi^2} + \zeta_\theta \gamma e^{\Omega y}}{(1 - \nu_\theta)\sqrt{1-\varphi^2} + \zeta_\theta \gamma} \quad (3.6.4.3b)$$

Pour une valeur particulière de k (notée k_P) et une valeur particulière de ω , il est possible d'obtenir toutes les variables des Eqs. 3.6.4.3a,b. Par ailleurs les fonctions d'inter-densité spectrale en surface s'écrivent comme suit (Eqs. 3.5.4.14a,b) :

$$S_{uu}(k, 0, \omega) = A^2 S(\omega) \frac{C_P^3}{\omega} g^2 \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_P}{\omega} \right) \right) E \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_P}{\omega} \right) \right) / \sqrt{1 - \left(\frac{kC_P}{\omega} \right)^2} = S_{uu}^P(k, 0, \omega) \quad (3.6.4.4a)$$

$$S_{vv}(k, 0, \omega) = A^2 S(\omega) \frac{C_P^3}{\omega} g^2 \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_P}{\omega} \right) \right) F \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_P}{\omega} \right) \right) / \sqrt{1 - \left(\frac{kC_P}{\omega} \right)^2} = S_{vv}^P(k, 0, \omega) \quad (3.6.4.4b)$$

où

$$E \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_P}{\omega} \right) \right) = \left[(1 + \vartheta_\theta) p_{x_\theta} + \zeta_\theta \frac{s_{y_\theta}}{\kappa} \right]^2 \quad (3.6.4.5a)$$

$$F \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_P}{\omega} \right) \right) = \left[(1 - \vartheta_\theta) p_{y_\theta} + \zeta_\theta \frac{s_{x_\theta}}{\kappa} \right]^2 \quad (3.6.4.5b)$$

où $\theta \equiv \theta_P$, $p_{x_\theta} = \sin \theta / C_P = s_{x_\theta}$, $p_{y_\theta} = \cos \theta / C_P$, $\sin \theta_S = \kappa^{-1} \sin \theta$, $s_{y_\theta} = \cos \theta_S / C_S$, $\sin \theta_S = \kappa^{-1} \sin \theta$, $\kappa = C_P / C_S$ et $A \equiv A_{\theta_0}$ est l'amplitude des ondes P incidentes.

Les expressions 3.6.4.3 et 3.6.4.4 sont introduites dans les Eqs. 3.6.1.2a,b :

$$S_{uu}(\lambda, y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} C_p^3 A^2 S(\omega) \left[\frac{(e^{-\Delta y} + \nu_\theta e^{\Delta y})\varphi + \zeta_\theta \sqrt{1-\gamma^2} e^{\Omega y}}{(1 + \nu_\theta)\varphi + \zeta_\theta \sqrt{1-\varphi^2}} \right]^2 \frac{E\left(\text{Arc sin}\left(\frac{kC_p}{\omega}\right)\right) g^2\left(\text{Arc sin}\left(\frac{kC_p}{\omega}\right)\right)}{\omega \sqrt{1 - \left(\frac{kC_p}{\omega}\right)^2}} e^{-ik\lambda} dk \quad (3.6.4.6a)$$

$$S_{vv}(\lambda, y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} C_p^3 A^2 S(\omega) \left[\frac{(e^{-\Delta y} - \nu_\theta e^{\Delta y})\sqrt{1-\varphi^2} + \zeta_\theta \gamma e^{\Omega y}}{(1 - \nu_\theta)\sqrt{1-\varphi^2} + \zeta_\theta \gamma} \right]^2 \frac{F\left(\text{Arc sin}\left(\frac{kC_p}{\omega}\right)\right) g^2\left(\text{Arc sin}\left(\frac{kC_p}{\omega}\right)\right)}{\omega \sqrt{1 - \left(\frac{kC_p}{\omega}\right)^2}} e^{-ik\lambda} dk \quad (3.6.4.6b)$$

La variable d'intégration k , dans les Eqs. 3.6.4.6a,b est remplacée par $k \equiv k_p = \omega \sin \theta / C_p$.

De plus en considérant la condition sur la fonction $g\left(\text{Arc sin}\left(\frac{kC_p}{\omega}\right)\right) \equiv g(\theta)$ (Eq. 3.5.4.11) on

obtient:

$$S_{uu}(\lambda, y, \omega) \equiv S_{uu}^P(\lambda, y, \omega) = A^2 S(\omega) \int_{\theta_1}^{\theta_2} g^2(\theta) E(\theta, y) e^{-i\omega \frac{\sin \theta}{C_p} \lambda} d\theta \quad (3.6.4.7a)$$

$$S_{vv}(\lambda, y, \omega) \equiv S_{vv}^P(\lambda, y, \omega) = A^2 S(\omega) \int_{\theta_1}^{\theta_2} g^2(\theta) F(\theta, y) e^{-i\omega \frac{\sin \theta}{C_p} \lambda} d\theta \quad (3.6.4.7b)$$

Avec

$$E(\theta, y) = \left\{ \begin{array}{l} \sin^2 \theta \left[1 + \nu_\theta^2 + 2\nu_\theta \cos\left(2\omega \frac{\cos \theta}{C_p} y\right) \right] + (\zeta_\theta \cos \theta_s)^2 + \\ 2\zeta_\theta \sin \theta \cos \theta_s \left[\cos\left(\omega \left(\frac{\cos \theta_s}{C_s} + \frac{\cos \theta}{C_p}\right) y\right) + \nu_\theta \cos\left(\omega \left(\frac{\cos \theta_s}{C_s} - \frac{\cos \theta}{C_p}\right) y\right) \right] \end{array} \right\} \quad (3.6.4.8a)$$

$$F(\theta, y) = \left\{ \begin{array}{l} \cos^2 \theta \left[1 + \nu_\theta^2 - 2\nu_\theta \cos\left(2\omega \frac{\cos \theta}{C_p} y\right) \right] + (\zeta_\theta \sin \theta_s)^2 + \\ 2\zeta_\theta \sin \theta_s \cos \theta \left[\cos\left(\omega \left(\frac{\cos \theta_s}{C_s} + \frac{\cos \theta}{C_p}\right) y\right) - \nu_\theta \cos\left(\omega \left(\frac{\cos \theta_s}{C_s} - \frac{\cos \theta}{C_p}\right) y\right) \right] \end{array} \right\} \quad (3.6.4.8a)$$

Par conséquent les FCOHs $\rho_{uu}(\lambda, y, \omega)$ et $\rho_{vv}(\lambda, y, \omega)$ s'écrivent comme suit :

$$\rho_{uu}(\lambda, y, \omega) \equiv \rho_{uu}^P(\lambda, y, \omega) = \frac{\int_{\theta_1}^{\theta_2} g^2(\theta) E(\theta, y) e^{-i\omega \frac{\sin \theta}{C_P} \lambda} d\theta}{\int_{\theta_1}^{\theta_2} g^2(\theta) E(\theta, y) d\theta} \quad (3.6.4.9a)$$

$$\rho_{vv}(\lambda, y, \omega) \equiv \rho_{vv}^P(\lambda, y, \omega) = \frac{\int_{\theta_1}^{\theta_2} g^2(\theta) F(\theta, y) e^{-i\omega \frac{\sin \theta}{C_P} \lambda} d\theta}{\int_{\theta_1}^{\theta_2} g^2(\theta) E(\theta, y) d\theta} \quad (3.6.4.9b)$$

c) Cas de l'incidence d'ondes SV dans un demi-espace

Les fonctions de transfert $\hat{T}_{uu}(k, y, \omega)$ et $\hat{T}_{vv}(k, y, \omega)$ s'écrivent comme suit (Eqs. 3.4.4.21-3.4.4.22) :

$$\hat{T}_{uu}(k, y, \omega) \equiv \hat{T}_{uu}^{SV}(k, y, \omega) = \frac{(-A_{\theta_0} e^{-\Omega y} + A_{\theta_2} e^{\Omega y}) \sqrt{1-\gamma^2} + A_{\theta_1} \varphi e^{\Delta y}}{(-A_{\theta_0} + A_{\theta_2}) \sqrt{1-\gamma^2} + A_{\theta_1} \varphi} \quad (3.6.4.10a)$$

$$\hat{T}_{vv}(k, y, \omega) \equiv \hat{T}_{vv}^{SV}(k, y, \omega) = \frac{(A_{\theta_0} e^{-\Omega y} + A_{\theta_2} e^{\Omega y}) \gamma - A_{\theta_1} \sqrt{1-\varphi^2} e^{\Delta y}}{(A_{\theta_0} + A_{\theta_2}) \gamma - A_{\theta_1} \sqrt{1-\varphi^2}} \quad (3.6.4.10b)$$

et $y = -h$, $k \equiv k_s = \omega \sin \theta_s / C_P$, $\theta_1 \leq \theta_s \leq \theta_2$, $-\theta_{CR} \leq \theta_s \leq \theta_{CR}$, $\varphi = \frac{k C_P}{\omega} \equiv \varphi_s$,

$$\gamma = \frac{k C_s}{\omega} \equiv \gamma_s, \quad \Omega = i \sqrt{\left(\frac{\omega}{C_s}\right)^2 - k^2} \equiv \Omega_s, \quad \Delta = i \sqrt{\left(\frac{\omega}{C_P}\right)^2 - k^2} \equiv \Delta_s$$

et :

$$\frac{A_{\theta_1}}{A_{\theta_0}} = -\frac{\kappa \sin 4\theta}{\sin 2\theta \sin 2\theta_p + \kappa^2 \cos^2 2\theta} = v_\theta \quad (3.6.4.11a)$$

$$\frac{A_{\theta_2}}{A_{\theta_0}} = \frac{\sin 2\theta \sin 2\theta_p - \kappa^2 \cos^2 2\theta}{\sin 2\theta \sin 2\theta_p + \kappa^2 \cos^2 2\theta} = \eta_\theta \quad (3.6.4.11b)$$

Les Eqs. 3.6.4.10a,b peuvent s'écrire comme suit

$$\hat{T}_{uu}(k, y, \omega) \equiv \hat{T}_{uu}^{SV}(k, y, \omega) = \frac{(-e^{-\Omega y} + \eta_\theta e^{\Omega y}) \sqrt{1-\gamma^2} + v_\theta \varphi e^{\Delta y}}{(-1 + \eta_\theta) \sqrt{1-\gamma^2} + v_\theta \varphi} \quad (3.6.4.12a)$$

$$\hat{T}_{vv}(k, y, \omega) \equiv \hat{T}_{vv}^{SV}(k, y, \omega) = \frac{(e^{-\Omega y} + \eta_\theta e^{\Omega y}) \gamma - v_\theta \sqrt{1-\varphi^2} e^{\Delta y}}{(1 + \eta_\theta) \gamma - v_\theta \sqrt{1-\varphi^2}} \quad (3.6.4.12b)$$

Pour une valeur particulière de k (notée k_s) et une valeur particulière de ω , il est possible d'obtenir toutes les variables des Eqs. 3.6.4.12a,b.

Par ailleurs les fonctions d'inter-densité spectrale en surface s'écrivent comme suit (Eqs. 3.5.4.14a,b) :

$$S_{uu}(k,0,\omega) = A^2 S(\omega) \frac{C_s^3}{\omega} g^2 \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_s}{\omega} \right) \right) K \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_s}{\omega} \right) \right) / \sqrt{1 - \left(\frac{kC_s}{\omega} \right)^2} = S_{uu}^{SV}(k,0,\omega) \quad (3.6.4.13a)$$

$$S_{vv}(k,0,\omega) = A^2 S(\omega) \frac{C_s^3}{\omega} g^2 \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_s}{\omega} \right) \right) L \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_s}{\omega} \right) \right) / \sqrt{1 - \left(\frac{kC_s}{\omega} \right)^2} = S_{vv}^{SV}(k,0,\omega) \quad (3.6.4.13b)$$

Où

$$K \left[\text{Arc sin} \left(\frac{kC_s}{\omega} \right) \right] = \left[(-1 + \eta_\theta) s_{y_\theta} + v_\theta \kappa p_{x_\theta} \right]^2 \quad (3.6.4.14a)$$

$$L \left[\text{Arc sin} \left(\frac{kC_s}{\omega} \right) \right] = \left[(1 + \eta_\theta) s_{x_\theta} - v_\theta \kappa p_{y_\theta} \right]^2 \quad (3.6.4.14b)$$

où $\theta \equiv \theta_s$, $s_{x_\theta} = \sin \theta / C_s = p_{x_\theta}$, $s_{y_\theta} = \cos \theta / C_s$, $\sin \theta_p = \kappa \sin \theta$, $p_{y_\theta} = \cos \theta_p / C_p$, $\kappa = C_p / C_s$, et A est l'amplitude des ondes SV incidentes.

Les expressions 3.6.4.12 et 3.6.4.13 sont introduites dans les Eqs. 3.6.1.2a,b :

$$S_{uu}(\lambda, y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} C_s^3 A^2 S(\omega) \left[\frac{(-e^{-\Omega y} + \eta_\theta e^{\Omega y}) \sqrt{1 - \gamma^2} + v_\theta \varphi e^{\Delta y}}{(-1 + \eta_\theta) \sqrt{1 - \gamma^2} + v_\theta \varphi} \right]^2 \frac{K \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_s}{\omega} \right) \right) g^2 \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_s}{\omega} \right) \right)}{\omega \sqrt{1 - \left(\frac{kC_s}{\omega} \right)^2}} e^{-ik\lambda} dk \quad (3.6.4.15a)$$

$$S_{vv}(\lambda, y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} C_s^3 A^2 S(\omega) \left[\frac{(e^{-\Omega y} + \eta_\theta e^{\Omega y}) \gamma - v_\theta \sqrt{1 - \varphi^2} e^{\Delta y}}{(1 + \eta_\theta) \gamma - v_\theta \sqrt{1 - \varphi^2}} \right]^2 \frac{L \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_s}{\omega} \right) \right) g^2 \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_s}{\omega} \right) \right)}{\omega \sqrt{1 - \left(\frac{kC_s}{\omega} \right)^2}} e^{-ik\lambda} dk \quad (3.6.4.15b)$$

La variable d'intégration k , dans les Eqs. 3.6.4.15a,b est remplacée par $k \equiv k_s = \omega \sin \theta / C_p$.

De plus en considérant la condition sur la fonction $g \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_s}{\omega} \right) \right) \equiv g(\theta)$ (Eq. 3.5.4.26) complétée par la condition sur les limites de l'angle d'incidence des ondes SV (Eq. 3.5.4.18c) on obtient:

$$S_{uu}(\lambda, y, \omega) \equiv S_{uu}^{SV}(\lambda, y, \omega) = A^2 S(\omega) \int_{\theta_1}^{\theta_2} g^2(\theta) K(\theta, y) e^{-i\omega \frac{\sin \theta}{C_s} \lambda} d\theta \quad (3.6.4.16a)$$

$$S_{vv}(\lambda, y, \omega) \equiv S_{vv}^{SV}(\lambda, y, \omega) = A^2 S(\omega) \int_{\theta_1}^{\theta_2} g^2(\theta) L(\theta, y) e^{-i\omega \frac{\sin \theta}{C_s} \lambda} d\theta \quad (3.6.4.16b)$$

Avec

$$K(\theta, y) = \left\{ \begin{array}{l} \cos^2 \theta \left[1 + \eta_0^2 - 2\eta_0 \cos \left(2\omega \frac{\cos \theta}{C_s} y \right) \right] + (v_\theta \sin \theta_p)^2 - \\ 2v_\theta \sin \theta_p \cos \theta \left[\cos \left(\omega \left(\frac{\cos \theta}{C_s} + \frac{\cos \theta_p}{C_p} \right) y \right) - \eta_0 \cos \left(\omega \left(\frac{\cos \theta}{C_s} - \frac{\cos \theta_p}{C_p} \right) y \right) \right] \end{array} \right\} \quad (3.6.4.17a)$$

$$L(\theta, y) = \left\{ \begin{array}{l} \sin^2 \theta \left[1 + \eta_0^2 + 2\eta_0 \cos \left(2\omega \frac{\cos \theta}{C_s} y \right) \right] + (v_\theta \cos \theta_p)^2 - \\ 2v_\theta \sin \theta \cos \theta_p \left[\cos \left(\omega \left(\frac{\cos \theta}{C_s} + \frac{\cos \theta_p}{C_p} \right) y \right) + \eta_0 \cos \left(\omega \left(\frac{\cos \theta}{C_s} - \frac{\cos \theta_p}{C_p} \right) y \right) \right] \end{array} \right\} \quad (3.6.4.17b)$$

Par conséquent les FCOHs $\rho_{uu}(\lambda, y, \omega)$ et $\rho_{vv}(\lambda, y, \omega)$ s'écrivent comme suit :

$$\rho_{uu}(\lambda, y, \omega) \equiv \rho_{uu}^{SV}(\lambda, y, \omega) = \frac{\int_{\theta_1}^{\theta_2} g^2(\theta) K(\theta, y) e^{-i\omega \frac{\sin \theta}{C_s} \lambda} d\theta}{\int_{\theta_1}^{\theta_2} g^2(\theta) K(\theta, y) d\theta} \quad (3.6.4.18a)$$

$$\rho_{vv}(\lambda, y, \omega) \equiv \rho_{vv}^{SV}(\lambda, y, \omega) = \frac{\int_{\theta_1}^{\theta_2} g^2(\theta) L(\theta, y) e^{-i\omega \frac{\sin \theta}{C_s} \lambda} d\theta}{\int_{\theta_1}^{\theta_2} g^2(\theta) L(\theta, y) d\theta} \quad (3.6.4.18b)$$

d) Cas de l'incidence simultanée d'ondes P et SV dans un demi-espace

Les FCOHs $\rho_{uu}(\lambda, y, \omega)$ et $\rho_{vv}(\lambda, y, \omega)$ peuvent être obtenues en utilisant les fonctions de transfert (Eqs. 3.4.4.26 et 3.4.4.27) et d'inter-densité spectrale en surface (Eqs. 3.5.4.31a,b) mises en place dans les Sections 3.4.4 et 3.5.4 respectivement. Cependant, il existe une méthode plus simple pour obtenir ces fonctions. En effet, l'incidence simultanée d'ondes P et SV dans un demi-espace est considérée comme étant le résultat de : (a) l'incidence d'ondes P et (b) l'incidence

d'ondes SV. Cette stratégie va nous permettre d'utiliser directement les résultats obtenus dans les Sections 3.6.4b et 3.6.4c. Par conséquent ces fonctions s'écrivent comme suit :

$$\rho_{uu}(\lambda, y, \omega) = \frac{S_{uu}^P(\lambda, y, \omega) + S_{uu}^{SV}(\lambda, y, \omega)}{S_{uu}^P(0, y, \omega) + S_{uu}^{SV}(0, y, \omega)} \quad (3.6.4.19a)$$

$$\rho_{vv}(\lambda, y, \omega) = \frac{S_{vv}^P(\lambda, y, \omega) + S_{vv}^{SV}(\lambda, y, \omega)}{S_{vv}^P(0, y, \omega) + S_{vv}^{SV}(0, y, \omega)} \quad (3.6.4.19b)$$

où

$S_{uu}^P(\lambda, y, \omega)$ et $S_{vv}^P(\lambda, y, \omega)$ sont déduits des Eqs. 3.6.4.7a et 3.6.4.7b respectivement.

$S_{uu}^{SV}(\lambda, y, \omega)$ et $S_{vv}^{SV}(\lambda, y, \omega)$ sont déduits des Eqs. 3.6.4.16a et 3.6.4.16b respectivement.

L'examen des Eqs. 3.6.4.9a,b et 3.6.4.18a,b montre que l'intégration s'effectue sur θ ($\theta \equiv \theta_P$ pour le cas de l'incidence d'ondes P et $\theta \equiv \theta_{SV}$ pour le cas de l'incidence d'ondes SV)

$$\rho_{uu}(\lambda, y, \omega) \equiv \rho_{uu}^{PSV}(\lambda, y, \omega) = \frac{\int_{(\theta_P)_1}^{(\theta_P)_2} g^2(\theta_P) E(\theta_P, y) e^{-i\omega \frac{\sin \theta_P \lambda}{C_P}} d\theta_P + \int_{(\theta_S)_1}^{(\theta_S)_2} g^2(\theta_S) K(\theta_S, y) e^{-i\omega \frac{\sin \theta_S \lambda}{C_S}} d\theta_S}{\int_{(\theta_P)_1}^{(\theta_P)_2} g^2(\theta_P) E(\theta_P, y) d\theta_P + \int_{(\theta_S)_1}^{(\theta_S)_2} g^2(\theta_S) K(\theta_S, y) d\theta_S} \quad (3.6.4.20a)$$

$$\rho_{vv}(\lambda, y, \omega) \equiv \rho_{vv}^{PSV}(\lambda, y, \omega) = \frac{\int_{(\theta_P)_1}^{(\theta_P)_2} g^2(\theta_P) F(\theta_P, y) e^{-i\omega \frac{\sin \theta_P \lambda}{C_P}} d\theta_P + \int_{(\theta_S)_1}^{(\theta_S)_2} g^2(\theta_S) L(\theta_S, y) e^{-i\omega \frac{\sin \theta_S \lambda}{C_S}} d\theta_S}{\int_{(\theta_P)_1}^{(\theta_P)_2} g^2(\theta_P) F(\theta_P, y) d\theta_P + \int_{(\theta_S)_1}^{(\theta_S)_2} g^2(\theta_S) L(\theta_S, y) d\theta_S} \quad (3.6.4.20b)$$

$(\theta_P)_1$ et $(\theta_P)_2$ décrivent les limites d'incidence des ondes P, c'est-à-dire que les ondes P incidentes présentent des angles compris entre $(\theta_P)_1$ et $(\theta_P)_2$ (Voir Eq. 3.5.4.11 et Fig. 3.4.3).

$(\theta_S)_1$ et $(\theta_S)_2$ décrivent les limites d'incidence des ondes SV, c'est-à-dire que les ondes SV incidentes présentent des angles compris entre $(\theta_S)_1$ et $(\theta_S)_2$ (Voir Eq. 3.5.4.26 et Fig. 3.4.4).

3.6.5 Détermination de $\rho_{uu}(\lambda, y, \omega)$ et $\rho_{vv}(\lambda, y, \omega)$ pour le cas d'un substratum supportant un sol stratifié

a) Cas de l'incidence d'ondes P dans un substratum supportant un sol stratifié

L'Eq. 3.4.5.10b donne les fonctions de transfert pour le cas de l'incidence d'ondes P dans un sol stratifié :

$$\hat{T}_{uu}(k, y^{(j)}, \omega) \equiv \hat{T}_{uu}(k, y, \omega) = m_{11} + m_{12}/F \quad (3.6.5.1a)$$

$$\hat{T}_{vv}(k, y^{(j)}, \omega) \equiv \hat{T}_{vv}(k, y, \omega) = m_{21}F + m_{22} \quad (3.6.5.1b)$$

Par ailleurs, les fonctions d'inter densité spectrale pour le cas de l'incidence d'ondes P dans un substratum sont données par les Eqs. 3.5.5.16a,b.

$$\begin{aligned} S_{uu}(k, 0, \omega) &= S(\omega) \frac{C_P^{(1)}}{\omega} \left\{ F \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_P^{(1)}}{\omega} \right) \right) g \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_P^{(1)}}{\omega} \right) \right) \right\}^2 / \sqrt{1 - \left(\frac{kC_P^{(1)}}{\omega} \right)^2} \\ &= S_{uu}^P(k, 0, \omega) \end{aligned} \quad (3.6.5.2a)$$

$$\begin{aligned} S_{vv}(k, 0, \omega) &= S(\omega) \frac{C_P^{(1)}}{\omega} \left\{ G \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_P^{(1)}}{\omega} \right) \right) g \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_P^{(1)}}{\omega} \right) \right) \right\}^2 / \sqrt{1 - \left(\frac{kC_P^{(1)}}{\omega} \right)^2} \\ &= S_{vv}^P(k, 0, \omega) \end{aligned} \quad (3.6.5.2b)$$

Les expressions 3.6.5.1a,b et 3.6.5.2.a,b sont introduites dans les Eqs. 3.6.1.2a,b.

$$S_{uu}(\lambda, y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S(\omega) C_P^{(1)} \left\{ F \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_P^{(1)}}{\omega} \right) \right) g \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_P^{(1)}}{\omega} \right) \right) \right\}^2 \hat{T}_{uu}(k, y, \omega)}{\omega \sqrt{1 - \left(\frac{kC_P^{(1)}}{\omega} \right)^2}} e^{-ik\lambda} dk \quad (3.6.5.3)$$

$$S_{vv}(\lambda, y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S(\omega) C_P^{(1)} \left\{ G \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_P^{(1)}}{\omega} \right) \right) g \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_P^{(1)}}{\omega} \right) \right) \right\}^2 \hat{T}_{vv}(k, y, \omega)}{\omega \sqrt{1 - \left(\frac{kC_P^{(1)}}{\omega} \right)^2}} e^{-ik\lambda} dk \quad (3.6.5.4)$$

$\theta_1^{(j)} \leq \theta^{(j)} \leq \theta_2^{(j)}$ et $k = \omega \sin \theta^{(j)} / C_P^{(j)}$. En particulier pour $j=1$, on a $\theta_1^{(1)} \leq \theta^{(1)} \leq \theta_2^{(1)}$ et $k = \omega \sin \theta^{(1)} / C_P^{(1)}$. En procédant à un changement de variable de k à $\theta^{(j)}$, les Eqs. 3.6.5.3 et 3.6.5.4 s'écrivent respectivement :

$$S_{uu}(\lambda, y, \omega) \equiv S_{uu}^P(\lambda, y, \omega) = S(\omega) \int_{\theta_1^{(1)}}^{\theta_2^{(1)}} \left\{ F(\theta^{(1)}) g(\theta^{(1)}) \right\}^2 (m_{11} + m_{12}/F) e^{-i \frac{\omega \sin \theta^{(1)}}{C_P^{(1)}} \lambda} d\theta^{(1)} \quad (3.6.5.5)$$

$$S_{vv}(\lambda, y, \omega) \equiv S_{vv}^P(\lambda, y, \omega) = S(\omega) \int_{\theta_1^{(1)}}^{\theta_2^{(1)}} \left\{ G(\theta^{(1)}) g(\theta^{(1)}) \right\}^2 (m_{21}F + m_{22}) e^{-i \frac{\omega \sin \theta^{(1)}}{C_P^{(1)}} \lambda} d\theta^{(1)} \quad (3.6.5.6)$$

Par conséquent les FCOHs $\rho_{uu}(\lambda, y, \omega)$ et $\rho_{vv}(\lambda, y, \omega)$ s'écrivent comme suit :

$$\rho_{uu}(\lambda, y, \omega) = \rho_{uu}^P(\lambda, y, \omega) = \frac{\int_{\theta_1^{(1)}}^{\theta_2^{(1)}} \{F(\theta^{(1)})g(\theta^{(1)})\}^2 (m_{11} + m_{12}/F) e^{-i\frac{\omega \sin \theta^{(1)}}{C_p^{(1)}} \lambda} d\theta^{(1)}}{\int_{\theta_1^{(1)}}^{\theta_2^{(1)}} \{F(\theta^{(1)})g(\theta^{(1)})\}^2 (m_{11} + m_{12}/F) d\theta^{(1)}} \quad (3.6.5.7)$$

$$\rho_{vv}(\lambda, y, \omega) = \rho_{vv}^P(\lambda, y, \omega) = \frac{\int_{\theta_1^{(1)}}^{\theta_2^{(1)}} \{G(\theta^{(1)})g(\theta^{(1)})\}^2 (m_{21}F + m_{22}) e^{-i\frac{\omega \sin \theta^{(1)}}{C_p^{(1)}} \lambda} d\theta^{(1)}}{\int_{\theta_1^{(1)}}^{\theta_2^{(1)}} \{G(\theta^{(1)})g(\theta^{(1)})\}^2 (m_{21}F + m_{22}) d\theta^{(1)}} \quad (3.6.5.8)$$

b) Cas de l'incidence d'ondes SV dans un substratum supportant un sol stratifié

L'Eq. 3.4.5.10b donne les fonctions de transfert pour le cas de l'incidence d'ondes P dans un sol stratifié :

$$\hat{T}_{uu}(k, y^{(j)}, \omega) \equiv \hat{T}_{uu}(k, y, \omega) = m_{11} + m_{12}/F \quad (3.6.5.9a)$$

$$\hat{T}_{vv}(k, y^{(j)}, \omega) \equiv \hat{T}_{vv}(k, y, \omega) = m_{21}F + m_{22} \quad (3.6.5.9b)$$

Par ailleurs, les fonctions d'inter densité spectrale pour le cas de l'incidence d'ondes SV dans un substratum sont données par les Eqs. 3.5.5.17a,b.

$$S_{uu}(k, 0, \omega) = S(\omega) \frac{C_s^{(1)}}{\omega} \left\{ F \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_s^{(1)}}{\omega} \right) \right) g \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_s^{(1)}}{\omega} \right) \right) \right\}^2 / \sqrt{1 - \left(\frac{kC_s^{(1)}}{\omega} \right)^2} \quad (3.6.5.10a)$$

$$= S_{uu}^{SV}(k, 0, \omega)$$

$$S_{vv}(k, 0, \omega) = S(\omega) \frac{C_s^{(1)}}{\omega} \left\{ G \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_s^{(1)}}{\omega} \right) \right) g \left(\text{Arc sin} \left(\frac{kC_s^{(1)}}{\omega} \right) \right) \right\}^2 / \sqrt{1 - \left(\frac{kC_s^{(1)}}{\omega} \right)^2} \quad (3.6.5.10b)$$

$$= S_{vv}^{SV}(k, 0, \omega)$$

Où $(k = k_s = \omega \sin \theta^{(1)} / C_s^{(1)})$,

Les expressions 3.6.5.9a,b et 3.6.5.10a,b sont introduites dans les Eqs. 3.6.1.2a,b.

$$S_{uu}(\lambda, y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S(\omega) C_S^{(1)} \left\{ F \left(\text{Arc sin} \left(\frac{k C_S^{(1)}}{\omega} \right) \right) g \left(\text{Arc sin} \left(\frac{k C_S^{(1)}}{\omega} \right) \right) \right\}^2 \hat{T}_{uu}(k, y, \omega)}{\omega \sqrt{1 - \left(\frac{k C_S^{(1)}}{\omega} \right)^2}} e^{-ik\lambda} dk \quad (3.6.5.11)$$

$$S_{vv}(\lambda, y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S(\omega) C_S^{(1)} \left\{ G \left(\text{Arc sin} \left(\frac{k C_S^{(1)}}{\omega} \right) \right) g \left(\text{Arc sin} \left(\frac{k C_S^{(1)}}{\omega} \right) \right) \right\}^2 \hat{T}_{vv}(k, y, \omega)}{\omega \sqrt{1 - \left(\frac{k C_S^{(1)}}{\omega} \right)^2}} e^{-ik\lambda} dk \quad (3.6.5.12)$$

$\theta_1^{(j)} \leq \theta^{(j)} \leq \theta_2^{(j)}$ et $k = \omega \sin \theta^{(j)} / C_S^{(j)}$. En particulier pour $j=1$, on a $\theta_1^{(1)} \leq \theta^{(1)} \leq \theta_2^{(1)}$ et $k = \omega \sin \theta^{(1)} / C_S^{(1)}$. En procédant à un changement de variable de k à $\theta^{(j)}$, les Eqs. 3.6.5.11 et 3.6.5.12 s'écrivent respectivement :

$$S_{uu}(\lambda, y, \omega) \equiv S_{uu}^{SV}(\lambda, y, \omega) = S(\omega) \int_{\theta_1^{(1)}}^{\theta_2^{(1)}} \left\{ F(\theta^{(1)}) g(\theta^{(1)}) \right\}^2 (m_{11} + m_{12}/F) e^{-i \frac{\omega \sin \theta^{(1)}}{C_S^{(1)}} \lambda} d\theta^{(1)} \quad (3.6.5.13)$$

$$S_{vv}(\lambda, y, \omega) \equiv S_{vv}^{SV}(\lambda, y, \omega) = S(\omega) \int_{\theta_1^{(1)}}^{\theta_2^{(1)}} \left\{ G(\theta^{(1)}) g(\theta^{(1)}) \right\}^2 (m_{21}F + m_{22}) e^{-i \frac{\omega \sin \theta^{(1)}}{C_S^{(1)}} \lambda} d\theta^{(1)} \quad (3.6.5.14)$$

Par conséquent les FCOHs $\rho_{uu}(\lambda, y, \omega)$ et $\rho_{vv}(\lambda, y, \omega)$ s'écrivent comme suit :

$$\rho_{uu}(\lambda, y, \omega) = \rho_{uu}^{SV}(\lambda, y, \omega) = \frac{\int_{\theta_1^{(1)}}^{\theta_2^{(1)}} \left\{ F(\theta^{(1)}) g(\theta^{(1)}) \right\}^2 (m_{11} + m_{12}/F) e^{-i \frac{\omega \sin \theta^{(1)}}{C_S^{(1)}} \lambda} d\theta^{(1)}}{\int_{\theta_1^{(1)}}^{\theta_2^{(1)}} \left\{ F(\theta^{(1)}) g(\theta^{(1)}) \right\}^2 (m_{11} + m_{12}/F) d\theta^{(1)}} \quad (3.6.5.15)$$

$$\rho_{vv}(\lambda, y, \omega) = \rho_{vv}^{SV}(\lambda, y, \omega) = \frac{\int_{\theta_1^{(1)}}^{\theta_2^{(1)}} \left\{ G(\theta^{(1)}) g(\theta^{(1)}) \right\}^2 (m_{21}F + m_{22}) e^{-i \frac{\omega \sin \theta^{(1)}}{C_S^{(1)}} \lambda} d\theta^{(1)}}{\int_{\theta_1^{(1)}}^{\theta_2^{(1)}} \left\{ G(\theta^{(1)}) g(\theta^{(1)}) \right\}^2 (m_{21}F + m_{22}) d\theta^{(1)}} \quad (3.6.5.16)$$

c) Cas de l'incidence simultanée d'ondes P et SV dans un substratum supportant un sol stratifié

En remarquant que l'incidence simultanée d'ondes P et SV dans un demi-espace est considérée comme étant le résultat de : (a) l'incidence d'ondes P et (b) l'incidence d'ondes SV, alors il est possible de déduire les FCOHs $\rho_{uu}(\lambda, y, \omega)$ et $\rho_{vv}(\lambda, y, \omega)$ pour le cas de l'incidence simultanée d'ondes P et SV en utilisant directement les résultats obtenus dans les Sections 3.6.5b et 3.6.5c. Par conséquent ces fonctions s'écrivent comme suit :

$$\rho_{uu}(\lambda, y, \omega) = \frac{S_{uu}^P(\lambda, y, \omega) + S_{uu}^{SV}(\lambda, y, \omega)}{S_{uu}^P(0, y, \omega) + S_{uu}^{SV}(0, y, \omega)} \quad (3.6.5.18a)$$

$$\rho_{vv}(\lambda, y, \omega) = \frac{S_{vv}^P(\lambda, y, \omega) + S_{vv}^{SV}(\lambda, y, \omega)}{S_{vv}^P(0, y, \omega) + S_{vv}^{SV}(0, y, \omega)} \quad (3.6.5.18b)$$

où

$S_{uu}^P(\lambda, y, \omega)$ et $S_{vv}^P(\lambda, y, \omega)$ sont déduits des Eqs. 3.6.5.5 et 3.6.5.6 respectivement.

$S_{uu}^{SV}(\lambda, y, \omega)$ et $S_{vv}^{SV}(\lambda, y, \omega)$ sont déduits des Eqs. 3.6.5.13 et 3.6.5.14 respectivement.

L'examen des Eqs. 3.6.5.5-3.6.5.6-3.6.5.13-3.6.5.14 montre que l'intégration s'effectue sur $\theta^{(1)}$ ($\theta^{(1)} \equiv \theta_p^{(1)}$ pour le cas de l'incidence d'ondes P et $\theta^{(1)} \equiv \theta_s^{(1)}$ pour le cas de l'incidence d'ondes SV)

$$\rho_{uu}(\lambda, y, \omega) = \frac{\left[\int_{(\theta_p^{(1)})_1}^{(\theta_p^{(1)})_2} \{F(\theta_p^{(1)})g(\theta_p^{(1)})\}^2 (m_{11} + m_{12}/F) e^{-i \frac{\omega \sin \theta_p^{(1)} \lambda}{c_p^{(1)}}} d\theta_p^{(1)} + \int_{(\theta_s^{(1)})_1}^{(\theta_s^{(1)})_2} \{F(\theta_s^{(1)})g(\theta_s^{(1)})\}^2 (m_{11} + m_{12}/F) e^{-i \frac{\omega \sin \theta_s^{(1)} \lambda}{c_s^{(1)}}} d\theta_s^{(1)} \right]}{\left[\int_{(\theta_p^{(1)})_1}^{(\theta_p^{(1)})_2} \{F(\theta_p^{(1)})g(\theta_p^{(1)})\}^2 (m_{11} + m_{12}/F) d\theta_p^{(1)} + \int_{(\theta_s^{(1)})_1}^{(\theta_s^{(1)})_2} \{F(\theta_s^{(1)})g(\theta_s^{(1)})\}^2 (m_{11} + m_{12}/F) d\theta_s^{(1)} \right]} \quad (3.6.5.19)$$

$$\rho_{vv}(\lambda, y, \omega) = \frac{\left[\int_{(\theta_p^{(1)})_1}^{(\theta_p^{(1)})_2} \{G(\theta_p^{(1)})g(\theta_p^{(1)})\}^2 (m_{21}F + m_{12}) e^{-i \frac{\omega \sin \theta_p^{(1)} \lambda}{c_p^{(1)}}} d\theta_p^{(1)} + \int_{(\theta_s^{(1)})_1}^{(\theta_s^{(1)})_2} \{G(\theta_s^{(1)})g(\theta_s^{(1)})\}^2 (m_{21}F + m_{12}) e^{-i \frac{\omega \sin \theta_s^{(1)} \lambda}{c_s^{(1)}}} d\theta_s^{(1)} \right]}{\left[\int_{(\theta_p^{(1)})_1}^{(\theta_p^{(1)})_2} \{G(\theta_p^{(1)})g(\theta_p^{(1)})\}^2 (m_{21}F + m_{12}) d\theta_p^{(1)} + \int_{(\theta_s^{(1)})_1}^{(\theta_s^{(1)})_2} \{G(\theta_s^{(1)})g(\theta_s^{(1)})\}^2 (m_{21}F + m_{12}) d\theta_s^{(1)} \right]} \quad (3.6.5.20)$$

$(\theta_p^{(1)})_1$ et $(\theta_p^{(1)})_2$ décrivent les limites d'incidence des ondes P au niveau de la surface libre, c'est-à-dire que les ondes P incidentes au niveau de la surface libre présentent des angles compris entre $(\theta_p^{(1)})_1$ et $(\theta_p^{(1)})_2$ (Voir Eq. 3.5.5.12). $(\theta_s^{(1)})_1$ et $(\theta_s^{(1)})_2$ décrivent les limites d'incidence des ondes P au niveau de la surface libre, c'est-à-dire que les ondes P incidentes au niveau de la surface libre présentent des angles compris entre $(\theta_s^{(1)})_1$ et $(\theta_s^{(1)})_2$

3.6.6 Détermination de $\rho_{uu}(\lambda, y, \omega)$ en considérant l'incidence d'ondes SH dans le plan (z, y) et d'ondes P et/ou SV dans le plan (x, y) dans un demi-espace :

a) Cas de l'incidence d'ondes SH et P

Les résultats des Sections 3.6.2 et 3.6.4 sont utilisés. Les fonctions d'inter-densité spectrale s'écrivent donc :

- Pour l'incidence d'ondes SH (Voir Eq. 3.6.2.4) :

$$S_{uu}(\lambda, y, \omega) \equiv S_{uu}^{SH}(\lambda, y, \omega) = (2A)^2 S(\omega) \int_{\theta_1}^{\theta_2} g^2(\theta) e^{-i\omega \frac{\sin \theta}{C_S} \lambda} \left\{ \cos \left(\omega \frac{\cos \theta}{C_S} y \right) \right\}^2 d\theta \quad (3.6.6.1)$$

θ_1 et θ_2 décrivent les limites d'incidence des ondes SH (Eq. 3.5.2.8), c'est-à-dire que les ondes SH incidentes présentent des angles d'incidence compris entre θ_1 et θ_2 .

- Pour l'incidence d'ondes P (Voir Eq. 3.6.4.7a) :

$$S_{uu}(\lambda, y, \omega) \equiv S_{uu}^P(\lambda, y, \omega) = A^2 S(\omega) \int_{(\theta_P)_1}^{(\theta_P)_2} g^2(\theta_P) E(\theta_P, y) e^{-i\omega \frac{\sin \theta_P}{C_P} \lambda} d\theta_P \quad (3.6.6.2)$$

$$E(\theta_P, y) = \left\{ \begin{array}{l} \sin^2 \theta_P \left[1 + \nu_0^2 + 2\nu_0 \cos \left(2\omega \frac{\cos \theta_P}{C_P} y \right) \right] + (\zeta_0 \cos \theta_S)^2 + \\ \left[2\zeta_0 \sin \theta_P \cos \theta_S \left[\cos \left(\omega \left(\frac{\cos \theta_S}{C_S} + \frac{\cos \theta_P}{C_P} \right) y \right) + \nu_0 \cos \left(\omega \left(\frac{\cos \theta_S}{C_S} - \frac{\cos \theta_P}{C_P} \right) y \right) \right] \right] \end{array} \right\} \quad (3.6.6.3)$$

$(\theta_P)_1$ et $(\theta_P)_2$ décrivent les limites d'incidence des ondes P, c'est-à-dire que les ondes P incidentes présentent des angles compris entre $(\theta_P)_1$ et $(\theta_P)_2$.

Par conséquent :

$$\rho_{uu}(\lambda, y, \omega) = \frac{S_{uu}^P(\lambda, y, \omega) + S_{uu}^{SH}(\lambda, y, \omega)}{S_{uu}^P(0, y, \omega) + S_{uu}^{SH}(0, y, \omega)} \quad (3.6.6.4)$$

Où $S_{uu}^{SH}(\lambda, y, \omega)$ et $S_{uu}^{SH}(0, y, \omega)$ sont déterminées à partir de l'Eq. 3.6.6.1 et $S_{uu}^P(\lambda, y, \omega)$ et $S_{uu}^P(0, y, \omega)$ sont déterminées à partir de l'Eq. 3.6.6.2

b) Cas de l'incidence d'ondes SH et SV

Pour le cas de l'incidence d'ondes SV la fonction d'inter-densité spectrale s'écrit Eq. 3.6.4.16a :

$$S_{uu}(\lambda, y, \omega) \equiv S_{uu}^{SV}(\lambda, y, \omega) = A^2 S(\omega) \int_{(\theta_S)_1}^{(\theta_S)_2} g^2(\theta_S) K(\theta_S, y) e^{-i\omega \frac{\sin \theta_S}{C_S} \lambda} d\theta_S \quad (3.6.6.5)$$

$$K(\theta_s, y) = \left\{ \begin{array}{l} \cos^2 \theta_s \left[1 + \eta_\theta^2 - 2\eta_\theta \cos \left(2\omega \frac{\cos \theta_s}{C_s} y \right) \right] + (v_\theta \sin \theta_p)^2 - \\ \left. 2v_\theta \sin \theta_p \cos \theta_s \left[\cos \left(\omega \left(\frac{\cos \theta_s}{C_s} + \frac{\cos \theta_p}{C_p} \right) y \right) - \eta_\theta \cos \left(\omega \left(\frac{\cos \theta_s}{C_s} - \frac{\cos \theta_p}{C_p} \right) y \right) \right] \right\} \quad (3.6.6.6)$$

$(\theta_s)_1$ et $(\theta_s)_2$ décrivent les limites d'incidence des ondes SV c'est-à-dire que les ondes SV incidentes présentent des angles compris entre $(\theta_s)_1$ et $(\theta_s)_2$.

Par conséquent :

$$\rho_{uu}(\lambda, y, \omega) = \frac{S_{uu}^{SV}(\lambda, y, \omega) + S_{uu}^{SH}(\lambda, y, \omega)}{S_{uu}^{SV}(0, y, \omega) + S_{uu}^{SH}(0, y, \omega)} \quad (3.6.6.7)$$

Où $S_{uu}^{SH}(\lambda, y, \omega)$ et $S_{uu}^{SH}(0, y, \omega)$ sont déterminées à partir de l'Eq. 3.6.6.1 et $S_{uu}^P(\lambda, y, \omega)$ et $S_{uu}^P(0, y, \omega)$ sont déterminées à partir de l'Eq. 3.6.6.5

c) Cas de l'incidence d'ondes SH, P et SV

La FCOH pour le cas de l'incidence simultanée d'ondes SH, P et SV s'écrit comme suit :

$$\rho_{uu}(\lambda, y, \omega) = \frac{S_{uu}^P(\lambda, y, \omega) + S_{uu}^{SV}(\lambda, y, \omega) + S_{uu}^{SH}(\lambda, y, \omega)}{S_{uu}^P(0, y, \omega) + S_{uu}^{SV}(0, y, \omega) + S_{uu}^{SH}(0, y, \omega)} \quad (3.6.6.7)$$

Où $S_{uu}^{SH}(\lambda, y, \omega)$ et $S_{uu}^{SH}(0, y, \omega)$ sont déterminées à partir de l'Eq. 3.6.6.1, $S_{uu}^P(\lambda, y, \omega)$ et $S_{uu}^P(0, y, \omega)$ sont déterminées à partir de l'Eq. 3.6.6.2 et $S_{uu}^{SV}(\lambda, y, \omega)$ et $S_{uu}^{SV}(0, y, \omega)$ sont déterminées à partir de l'Eq. 3.6.6.5

3.6.7 Détermination de $\rho_{uu}(\lambda, y, \omega)$ en considérant l'incidence d'ondes SH dans le plan (z, y) et d'ondes P et/ou SV dans le plan (x, y) dans un demi-espace supportant un sol stratifié

a) Cas de l'incidence d'ondes SH et P

Les résultats des Sections 3.6.3 et 3.6.5 sont utilisés. Les fonctions d'inter-densité spectrale s'écrivent pour l'incidence d'ondes SH (Voir Eq. 3.6.3.4) :

$$S_{uu}(\lambda, y, \omega) \equiv S_{uu}^{SH}(\lambda, y, \omega) = (2A^{(1)})^2 S(\omega) \int_{\theta_1^{(1)}}^{\theta_2^{(1)}} g^2(\theta^{(1)}) m_{11} \left(\left(\omega \sin \theta^{(1)} / C_s^{(1)} \right), y, \omega \right) e^{-i\omega \frac{\sin \theta^{(1)}}{C_s} \lambda} d\theta^{(1)} \quad (3.6.7.1)$$

$\theta_1^{(1)}$ et $\theta_2^{(1)}$ décrivent les limites d'incidence des ondes SH au niveau de la surface libre du sol stratifié, c'est-à-dire que les ondes SH incidentes présentent des angles d'incidence compris entre $\theta_1^{(1)}$ et $\theta_2^{(1)}$ et pour l'incidence d'ondes P (Voir Eq. 3.6.4.7a) :

$$S_{uu}(\lambda, y, \omega) \equiv S_{uu}^P(\lambda, y, \omega) = S(\omega) \int_{(\theta_P^{(1)})_2}^{(\theta_P^{(1)})_1} \{F(\theta_P^{(1)})g(\theta_P^{(1)})\}^2 (m_{11} + m_{12}/F) e^{-i \frac{\omega \sin \theta_P^{(1)}}{c_P^{(1)}} \lambda} d\theta_P^{(1)} \quad (3.6.7.2)$$

$(\theta_P^{(1)})_1$ et $(\theta_P^{(1)})_2$ décrivent les limites d'incidence des ondes P au niveau de la surface libre du sol stratifié, c'est-à-dire que les ondes P incidentes présentent des angles compris entre $(\theta_P^{(1)})_1$ et $(\theta_P^{(1)})_2$.

Par conséquent :

$$\rho_{uu}(\lambda, y, \omega) = \frac{S_{uu}^P(\lambda, y, \omega) + S_{uu}^{SH}(\lambda, y, \omega)}{S_{uu}^P(0, y, \omega) + S_{uu}^{SH}(0, y, \omega)} \quad (3.6.7.3)$$

Où $S_{uu}^{SH}(\lambda, y, \omega)$ et $S_{uu}^{SH}(0, y, \omega)$ sont déterminées à partir de l'Eq. 3.6.7.1 et $S_{uu}^P(\lambda, y, \omega)$ et $S_{uu}^P(0, y, \omega)$ sont déterminées à partir de l'Eq. 3.6.7.2

b) Cas de l'incidence d'ondes SH et SV

L'incidence d'ondes SV donne la fonction d'inter-densité spectrale suivante (Eq. 3.6.5.13)

$$S_{uu}(\lambda, y, \omega) \equiv S_{uu}^{SV}(\lambda, y, \omega) = S(\omega) \int_{(\theta_{SV}^{(1)})_2}^{(\theta_{SV}^{(1)})_1} \{F(\theta_{SV}^{(1)})g(\theta_{SV}^{(1)})\}^2 (m_{11} + m_{12}/F) e^{-i \frac{\omega \sin \theta_{SV}^{(1)}}{c_S^{(1)}} \lambda} d\theta_{SV}^{(1)} \quad (3.6.7.4)$$

$(\theta_{SV}^{(1)})_1$ et $(\theta_{SV}^{(1)})_2$ décrivent les limites d'incidence des ondes SV au niveau de la surface libre du sol stratifié, c'est-à-dire que les ondes SV incidentes présentent des angles compris entre $(\theta_{SV}^{(1)})_1$ et $(\theta_{SV}^{(1)})_2$. Par conséquent :

$$\rho_{uu}(\lambda, y, \omega) = \frac{S_{uu}^{SV}(\lambda, y, \omega) + S_{uu}^{SH}(\lambda, y, \omega)}{S_{uu}^{SV}(0, y, \omega) + S_{uu}^{SH}(0, y, \omega)} \quad (3.6.7.5)$$

Où $S_{uu}^{SH}(\lambda, y, \omega)$ et $S_{uu}^{SH}(0, y, \omega)$ sont déterminées à partir de l'Eq. 3.6.6.1 et $S_{uu}^{SV}(\lambda, y, \omega)$ et $S_{uu}^{SV}(0, y, \omega)$ sont déterminées à partir de l'Eq. 3.6.6.5

c) Cas de l'incidence d'ondes SH, P et SV

La FCOH pour le cas de l'incidence simultanée d'ondes SH, P et SV s'écrit comme suit :

$$\rho_{uu}(\lambda, y, \omega) = \frac{S_{uu}^P(\lambda, y, \omega) + S_{uu}^{SV}(\lambda, y, \omega) + S_{uu}^{SH}(\lambda, y, \omega)}{S_{uu}^P(0, y, \omega) + S_{uu}^{SV}(0, y, \omega) + S_{uu}^{SH}(0, y, \omega)} \quad (3.6.7.6)$$

Où $S_{uu}^{SH}(\lambda, y, \omega)$ et $S_{uu}^{SH}(0, y, \omega)$ sont déterminées à partir de l'Eq. 3.6.7.1, $S_{uu}^P(\lambda, y, \omega)$ et $S_{uu}^P(0, y, \omega)$ sont déterminées à partir de l'Eq. 3.6.7.2 et $S_{uu}^P(\lambda, y, \omega)$ et $S_{uu}^P(0, y, \omega)$ sont déterminées à partir de l'Eq. 3.6.7.4

3.7 Conclusion

Une nouvelle méthodologie dite *Approche Complète de Déamplification Stochastique (Complete Stochastic Deamplification Approach)* (Zendagui et al. , 1999) d'évaluation des propriétés statistiques du signal sismique en tous points du massif du sol est présentée dans le présent chapitre. Cette méthodologie permet d'évaluer les propriétés statistiques du signal en profondeur en fonction des propriétés statistiques du signal en surface. Cette approche permet de définir la FCOH en profondeur mais aussi de distinguer la FCOH du signal relative à sa composante horizontale de celle relative à sa composante verticale. Les éléments devant être connus pour l'utilisation de cette méthode sont les matrices de fonctions de transfert et de fonctions d'inter-densité spectrale en surface. La stratégie adoptée dans la mise en place de ces deux matrices trouve son fondement dans un souci de surpasser les restrictions des modèles dits expérimentaux et théoriques.

A cet effet, nous avons supposé que le signal sismique est la superposition d'ondes planes P-SV-SH se propageant suivant plusieurs directions dans un sol stratifié ou un demi-espace. Ce modèle physique de description du signal sismique nous a permis de déduire les matrices de fonctions de transfert et de fonctions d'inter-densité spectrale en surface lesquelles nous ont permis de calculer la matrice de FCOHs et ce en utilisant la CSDA. De plus, cette décomposition du signal sismique par type d'onde a été mise en place afin de connaître l'effet de chaque type d'onde sur la cohérence globale ce qui à notre sens est important car la majorité des méthodes déjà établies ne distinguent pas entre la cohérence due par exemple aux ondes P et celle due aux ondes SV. Par ailleurs, cette approche est différente des méthodes déjà établies (voir chapitre 2) par l'aptitude d'analyser la variabilité spatiale tant en profondeur qu'en surface ainsi que l'établissement de la cohérence verticale. Plusieurs questions se posent à ce stade d'étude : comment varient ces FCOHs ? Quels sont les paramètres les plus importants ? Le chapitre suivant est consacré à une analyse paramétrique sur les effets du type d'onde, du type de sol, du *MO* et de la profondeur.

Chapitre 4

Analyse paramétrique de la variabilité spatiale du signal sismique par l'Approche Complète de Déamplification Stochastique

4.1 Introduction

La CSDA, développée dans le Chapitre 3, permet de décrire la variabilité spatiale du signal sismique et ce par la mise en place de la matrice de fonctions de cohérence. Afin d'utiliser cette approche nous avons mis en place un modèle physique de description du signal sismique lequel considère que le signal sismique est le résultat de l'incidence combinée ou non d'ondes P-SV-SH à travers deux types de sol : sol en demi-espace supportant un sol stratifié et un sol en demi-espace. Ainsi la matrice de fonctions de cohérence dépend d'un certain nombre de paramètres tels que le type d'incidence, de leurs contenus ondulatoires (dit aussi mode d'incidence), des propriétés mécaniques et géométriques du massif de sol (type de sol) mais aussi de la profondeur. Le présent chapitre va nous permettre d'aborder la problématique du degré de dépendance de la matrice de fonctions de cohérence vis-à-vis de ces paramètres.

Plusieurs questions se posent sur les effets de ces paramètres sur la variation de la matrice de fonctions de cohérence. Est-il possible d'identifier le ou les type (s) de variation de la matrice de fonctions de cohérence en fonction des paramètres suscités ? Cette étude paramétrique est à juste titre intéressante car, par exemple, l'hypothèse d'incidence d'ondes SV, nous donne une matrice de fonctions de cohérence sûrement différente de celle obtenue pour le cas de l'incidence d'ondes P. La démarche adoptée dans la présente étude paramétrique dans l'identification des effets d'un des quatre paramètres suscités sur la variation de la matrice de fonctions de cohérence consiste à fixer les trois autres paramètres et faire varier ce paramètre. Ainsi on pourra identifier ces effets.

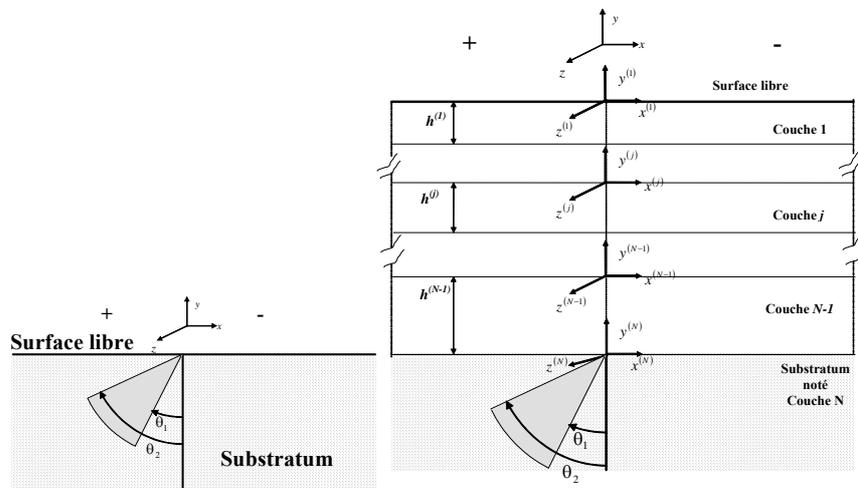
4.2 Description des paramètres ayant une influence sur la variation des FCOH's

4.2.1 Type d'incidence

Le terme "Type d'incidence" est introduit pour identifier si un signal sismique contient des ondes P et/ou SV et/ou SH. Par exemple *TI* : ondes SH veut dire que le signal sismique considéré est composé d'ondes SH uniquement.

4.2.2 Mode d'incidence

L'établissement de la matrice de fonctions de cohérence passe par la description du mode d'incidence (noté MO). En supposant que les ondes se propagent suivant un secteur défini par les angles θ_1 et θ_2 au niveau d'un sol en demi-espace (Fig. 4.2.1a) ou d'un demi-espace supportant un sol stratifié (Fig. 4.2.1b), on peut facilement se rendre compte qu'il y a une infinité de MO . En effet, pour deux valeurs quelconques de θ_1 et θ_2 on obtient un MO particulier. A titre d'exemple la Fig. 4.2.2b représente des ondes incidentes suivant un secteur défini par $\theta_1 = 0$ et $\theta_2 = 90$.



(a) Sol en demi-espace (b) Sol stratifié reposant sur un demi-espace
 Figure 4.2.1 Ondes incidentes ayant des directions comprises entre θ_1 et θ_2

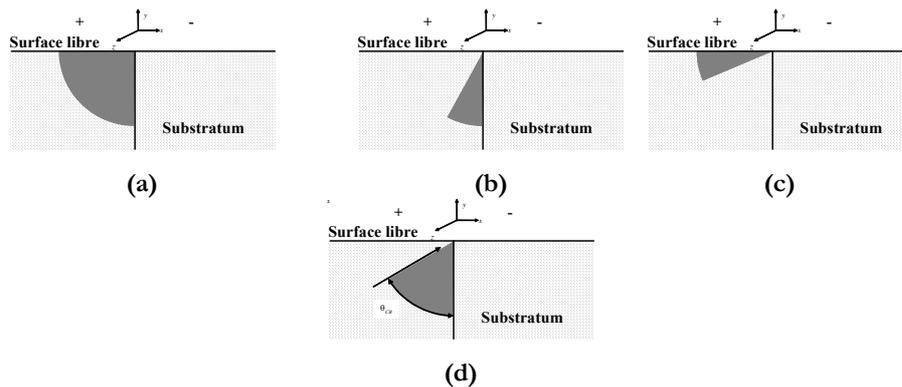


Figure 4.2.2 Ondes incidentes suivant plusieurs secteurs (a) 0 et $\pi/2$ (b) 0 et $\pi/18$ (c) $4\pi/9$ et $\pi/2$ (d) 0 et θ_{CR}

Afin d'illustrer le choix du MO , on va considérer par exemple, le cas de l'incidence d'ondes SH au niveau d'un substratum. Il va de soi que le développement qui va suivre est valable aussi pour le cas de l'incidence d'ondes P-SV-SH dans un demi espace supportant un sol stratifié. Nous avons déjà mentionné que certains auteurs ont émis l'hypothèse d'input monodirectionnel alors que

d'autres ont considéré l'input multidirectionnel. En fait notre choix va s'inscrire à mi chemin entre ces deux hypothèses dans le sens où on va considérer les deux types d'input. A cet effet, trois *MO* peuvent être considérés :

-1- Input incohérent (noté IIC) (Fig. 4.2.2a)

$$g(\theta) = \begin{cases} 1 & 0 \leq \theta \leq 90^\circ \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.2.2.1)$$

-2- Input cohérent vertical (noté ICV) (Fig. 4.2.2b)

$$g(\theta) = \begin{cases} 1 & 0^\circ \leq \theta \leq 10^\circ \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.2.2.2)$$

-3- Input cohérent horizontal (noté ICH) (Fig. 4.2.2c)

$$g(\theta) = \begin{cases} 1 & 80^\circ \leq \theta \leq 90^\circ \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.2.2.3)$$

-4- Input incohérent (noté IIC) (Fig. 4.2.2d) pour le cas de l'incidence d'ondes SV uniquement :

$$g(\theta) = \begin{cases} 1 & 0^\circ \leq \theta \leq \theta_{CR} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.2.2.4)$$

Où $g(\theta)$ est la fonction amplitude des ondes incidentes P, SV, SH (Chapitre 3) et θ est l'angle d'incidence d'une onde P, SV ou SH.

Les Eqs. 4.2.2.2 et 4.2.2.3 sont valables pour le cas de l'incidence combinée ou non d'ondes P, SV et SH. L'Eq. 4.2.2.1 est valable uniquement pour le cas de l'incidence combinée ou non d'ondes P et SH alors que l'Eq. 4.2.2.4 n'est valable que pour le cas de l'incidence d'ondes SV. Ceci est dû au fait que l'angle d'incidence ne peut dépasser un angle critique θ_{CR} (voir Chapitre 3) et que si cette situation se produit alors il y a génération d'ondes de surface. Or ce qui nous intéresse c'est de procéder à la déamplification du mouvement qui est une opération ne pouvant pas être menée en considérant les ondes de surface.

Il est tout à fait clair que les inputs cohérents (Eq. 4.2.2.2-4.2.2.3) ne sont pas, du point de vue mathématique, des inputs monodirectionnels mais le secteur d'incidence des ondes est tellement petit (10°) qu'ils peuvent être assimilés à des inputs monodirectionnels.

4.2.3 Type de sol

a) Généralités

Comment mesurer l'influence du type de sol (TS) sur la variabilité spatio-temporelle du signal sismique ? Cette mesure est subdivisée en deux parties : le type de sol en considérant les propriétés mécaniques (TSM) (variation de V_s) et type de sol en considérant les propriétés géométriques (TSG) i.e. en considérant deux types de propriétés géométriques : sol en demi-espace et sol stratifié.

Nous nous sommes posés un certain nombre de questions relatives aux choix des caractéristiques mécaniques et géométriques des sols à utiliser. Le choix de ces caractéristiques est déterminant dans la compréhension de l'effet de la variabilité spatiale du signal sismique modélisée par la CSDA et doit prendre en charge l'ensemble des cas de figure. Sur quelle base, doit-on choisir les caractéristiques du profil de sol à introduire dans le calcul de la matrice de fonctions de cohérence déduite par le biais de la CSDA ? A notre sens, ce choix doit s'inspirer des diverses classifications établies par les règlements parasismiques. Dans ce cadre notre choix s'est porté sur deux classifications, il s'agit des classifications du RPA 99-Version 2003 (2003) et de Seed et al. (1991). Il est tout à fait clair que ce choix n'est pas limitatif et que la méthodologie présentée dans le Chapitre 3 peut être appliquée pour tout autre cas de figure.

b) Classification de Seed et al. (1991) (Annexe C)

Cette classification est l'une des premières à avoir pris en charge de façon exhaustive les types de sol. Elle se caractérise non seulement par la prise en compte des caractéristiques mécaniques et géométriques des sols mais aussi par l'incorporation du niveau d'excitation sismique. En effet, on notera par exemple que du point de vue mécanique et géométrique les classes C_4 , D_1 et E_2 sont identiques, toutefois le type d'input les différencie. Cette approche dans le mode de classification est intéressante car une même couche de sol présente des comportements différents selon le niveau d'excitation. Un examen détaillé de cette classification montre que l'essentiel des vitesses de propagation varie de 1500 m/s (Classe A_0) à moins de 240 m/s (Classe E_3) (Annexe C)

c) Classification du RPA 99 Version 2003(2003)

Le Tableau 4.1 donne la classification des sites du RPA 99 Version 2003 (RPA 99, p-26). Par ailleurs, outre les valeurs des vitesses d'ondes de cisaillement, les valeurs moyennes d'autres résultats d'essais (pénétromètre statique, SPT, pressiomètre...) peuvent être utilisées pour classer un site (Annexe D).

Tableau 4.1 Classification des sols selon le RPA 99

Catégorie	Description	Commentaire	V_s (m/s)
S ₁	Roche	Roche ou autre formation géologique caractérisée par une vitesse moyenne d'onde de cisaillement (V_s) \geq à 800m/s.	$V_s \geq 800$
S ₂	Ferme	Dépôts de sables et de graviers très denses et/ou d'argile surconsolidée sur 10 à 20 m d'épaisseur avec $V_s \geq 400$ m/s à partir de 10 m de profondeur.	$400 \leq V_s < 800$
S ₃	Meuble	Dépôts épais de sables et graviers moyennement denses ou d'argile moyennement raide avec $V_s \geq 200$ m/s à partir de 10 m de profondeur	$200 \leq V_s < 400$
S ₄	Très meuble	- Dépôts de sables lâches avec ou sans présence de couches d'argile molle avec $V_s < 200$ m/s dans les 20 premiers mètres. - Dépôts d'argile molle à moyennement raide avec $V_s < 200$ m/s dans les 20 premiers mètres	$100 \leq V_s < 200$

d) Choix du type de sol

Du point de vue géométrique, nous allons considérer deux cas distincts :

- *un sol en demi-espace (SOL 1)* (Fig.4.2.3a) : Pour le sol SOL1, trois cas de figures seront traités

1- Sol meuble à très meuble $C_s \equiv V_s = 100m/s$. Ce cas est identifié par la catégorie S₄ du RPA 99 et par la catégorie E₃ de Seed et al. (1991)

2- Sol ferme à meuble $C_s \equiv V_s = 500m/s$. Ce cas est identifié par la catégorie S₂ du RPA 99 et par la catégorie B₂ de Seed et al. (1991)

3- Sol rocheux à ferme $C_s \equiv V_s = 1000m/s$. Ce cas est identifié par la catégorie S₁ du RPA 99 et par la catégorie A₁ de Seed et al. (1991)

- *un sol stratifié (SOL 2)* (Fig.4.2.3b) : Nous avons considéré un sol stratifié horizontalement composé de trois couches reposant sur un sol en demi-espace (Fig. 4.2.3b et Tableau 4.2).

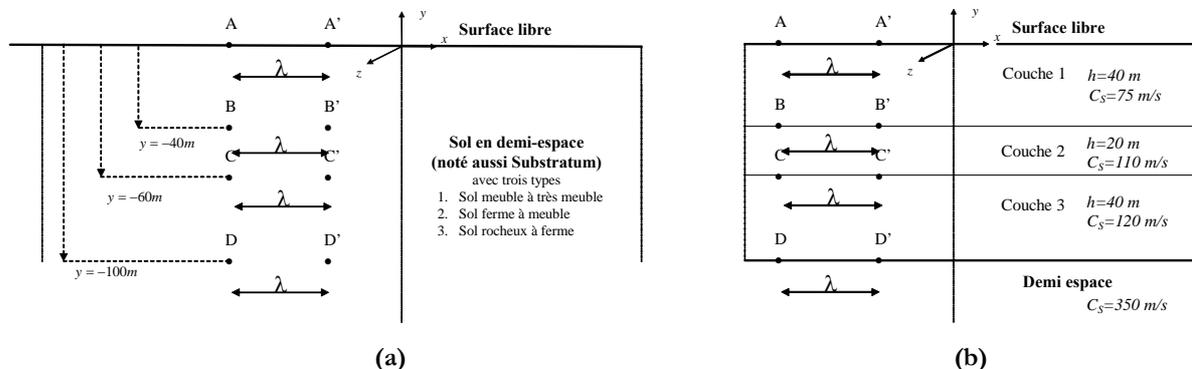


Figure 4.2.3 Propriétés mécaniques et géométriques du (a) sol en demi-espace SOL 1 et du (b) sol stratifié SOL2

Tableau 4.2 Caractéristiques mécaniques du sol stratifié

N° Couche	V_s (m/s)	Épaisseur (m)
Couche 1	75	40
Couche 2	110	20
Couche 3	120	40
Sol en demi-espace (substratum)	350	/

Ce choix, établi sur la base de la classification de Seed et al. (1991), est justifié par le fait que la vitesse moyenne des ondes de cisaillement est égale à $95.37 \approx 100$ m/s. En effet, cette vitesse moyenne est définie par (RPA, 99) :

$$\bar{C}_s = \sum_{j=1}^n h_j / \left(\sum_{i=1}^n (h_j / C_s^{(j)}) \right) \quad (4.2.3.1)$$

où $\bar{C}_s \equiv \bar{V}_s$, $C_s^{(j)} \equiv V_s^{(j)}$, h_j et n sont respectivement la vitesse moyenne des ondes de cisaillement du sol stratifié, la vitesse des ondes de cisaillement dans la couche (j), l'épaisseur de la couche (j) et le nombre de couches qui composent le sol stratifié. En utilisant les données (Fig. 4.2.3b) on obtient $\bar{C}_s = 95.37 \approx 100$ m/s. Ainsi il est possible de comparer les fonctions de cohérence calculées par le biais de la CSDA pour le sol stratifié et le sol en demi-espace (SOL1-Sol meuble à très meuble $V_s=100$ m/s) pour le même mode et type d'incidence.

4.2.4 Profondeur : détermination des points où la matrice de fonctions de cohérence est calculée

Il est à rappeler que l'on ne s'intéresse qu'à la variation du module de la FCOH $\rho_{mm}(\lambda, y, \omega)$ $m = (u, v, w)$, i.e. $|\rho_{mm}(\lambda, y, \omega)|$. Le Chapitre 3 nous a permis de déterminer la matrice de fonction de cohérence $\rho(\lambda, y, \omega)$. Cette matrice dépend de la distance de séparation dite aussi inter-distance λ , de la position y et de ω . Considérons le cas du sol SOL1, $\rho(\lambda, 0, \omega)$, $\rho(\lambda, -40, \omega)$, $\rho(\lambda, -60, \omega)$ et $\rho(\lambda, -100, \omega)$ représentent les matrices fonctions de cohérence des mouvements aux points A et A' (situés en surface), B et B', C et C' et enfin aux points D et D'. La Fig. 4.2.3a schématise les positions des points A, A', B, B', C, C', D et D'.

En ce qui concerne le sol SOL2, $\rho(\lambda, 0, \omega)$, $\rho(\lambda, -40, \omega)$, $\rho(\lambda, -60, \omega)$ et $\rho(\lambda, -100, \omega)$ représentent les matrices fonctions de cohérence des mouvements aux points A et A' (situés en surface), B et B' (situés dans la partie inférieure de la couche (1)), C et C' (situés dans la partie

inférieure de la couche (2)) et enfin aux points D et D' (situés dans la partie supérieure de la couche 3). La Fig. 4.2.3a schématise les positions des points A, A', B, B', C, C', D et D'.

Les profondeurs choisies (40m, 60m et 100m) représentent des moyennes des valeurs adoptées pour les réseaux en Downhole (Annexe A). Par abréviation, $\rho_{uu}(\lambda, 0, \omega)$, $\rho_{vv}(\lambda, 0, \omega)$ et $\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega)$, éléments de la matrice de fonctions de cohérence $\boldsymbol{\rho}(\lambda, 0, \omega)$, seront nommés fonctions de cohérence à la surface libre. De même, $\rho_{uu}(\lambda, y, \omega)$, $\rho_{vv}(\lambda, y, \omega)$ et $\rho_{ww}(\lambda, y, \omega)$, éléments de la matrice de fonctions de cohérence $\boldsymbol{\rho}(\lambda, y, \omega)$, seront nommés fonctions de cohérence en profondeur.

Dans ce qui suit, une étude paramétrique sur les effets du Mode d'Incidence, Type d'Incidence, Profondeur et Type de sol, sur la variation des fonctions $|\rho_{mm}(\lambda, y, \omega)|$ avec $m = (u, v, w)$ est menée. Une schématisation de cette fonction en fonction de la fréquence $f = \omega/2\pi$ est adoptée.

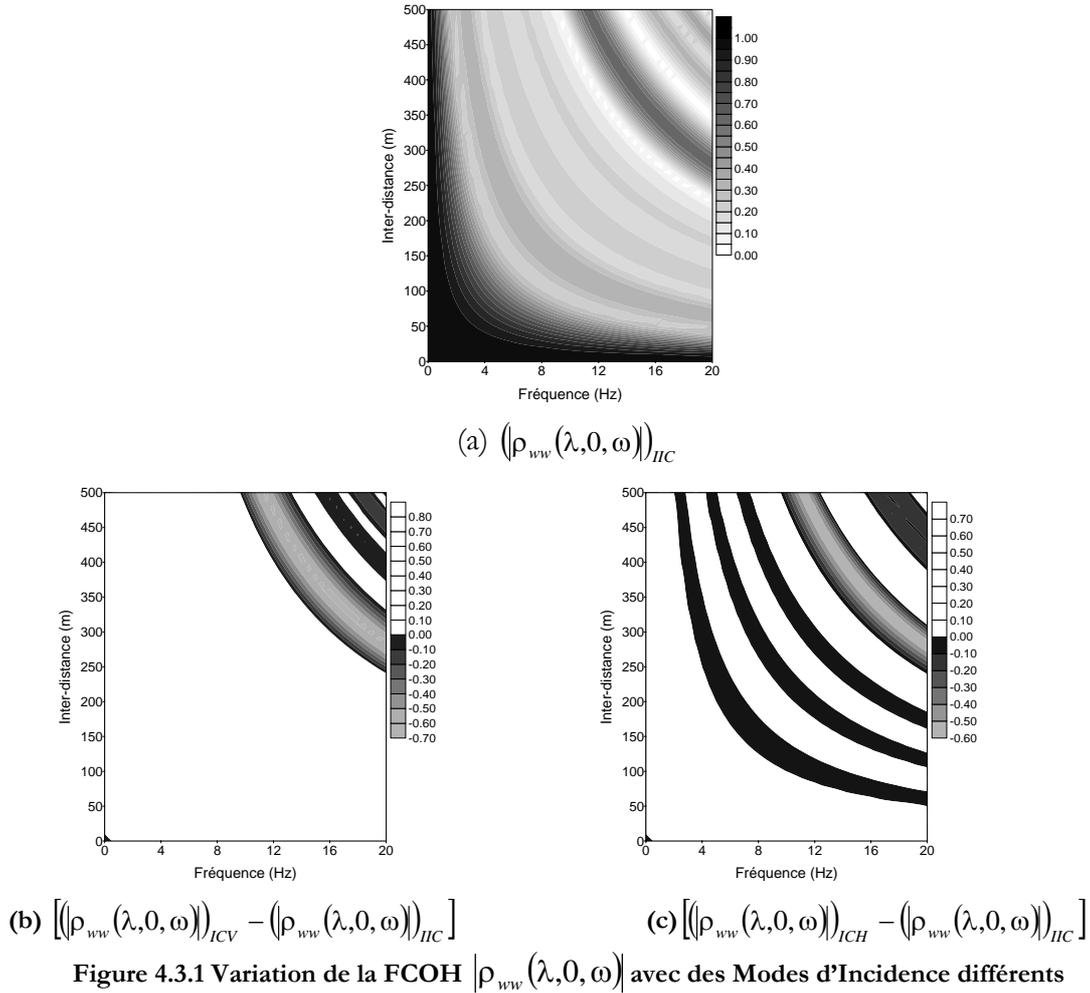
4.3 Effet du Mode d'incidence (MO)

Afin de mesurer le ou les effets du MO on va dans ce qui suit considérer les hypothèses suivantes :

- 1- TI : Ondes SH
- 2- TS : sol en demi-espace avec $V_s = 1000m/s$
- 3- PR : Surface libre c'est-à-dire $y = 0$

Il s'agit donc de la variation de $|\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega)|$ (Voir Eq. 3.6.2.5, Chapitre 3).

Cette fonction est notée $(\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega))_{IC}$ pour IIC, $(\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega))_{ICV}$ pour ICV et $(\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega))_{ICH}$ pour ICH. La Fig. 4.3.1a donne la variation de $(\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega))_{IC}$. Les Figs 4.3.1b et 4.3.1c donnent les variations de $[(\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega))_{ICV} - (\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega))_{IC}]$ et de $[(\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega))_{ICH} - (\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega))_{IC}]$ respectivement. L'examen de ces figures montre que l'input ICV (et à un degré moindre l'input ICH) donne des valeurs de la FCOH supérieures à celles de l'IIC. Pour l'ICH, ce constat n'est pas valable pour de grandes valeurs de f et λ .

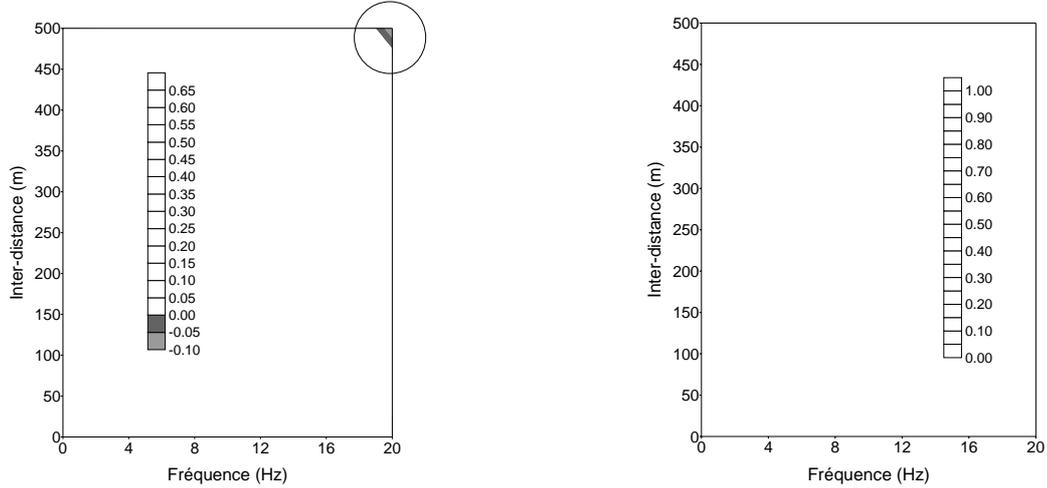


Ce résultat est-il valable pour le cas de l'incidence d'ondes P et /ou SV ? En fait on se doit de le vérifier pour les composantes horizontale et verticale du signal suivant les axes x et y . Rappelons que la FCOH relative à la composante horizontale du signal sismique générée par l'incidence d'ondes P et/ou SV s'écrit $|\rho_{uu}(\lambda, 0, \omega)|$ alors que relative à la composante verticale s'écrit $|\rho_{vv}(\lambda, 0, \omega)|$. Ces deux fonctions ont été mises en place en fonction du Type d'incidence (Eqs. 3.6.4.9a,b pour ondes P, 3.6.4.18a,b pour ondes SV et 3.6.4.20a,b pour ondes P et SV). Aussi, les hypothèses suivantes sont retenues :

- 1- TI : Ondes P et /ou SV
- 2- TS : sol en demi-espace avec $V_s = 1000m/s$
- 3- PR : Surface libre c'est-à-dire $y = 0$

L'examen des figures Figs 4.3.2a et 4.3.2b montre que les inputs ICV ou ICH donnent de plus grandes valeurs de la FCOH. Ce résultat, obtenu pour la composante horizontale du signal

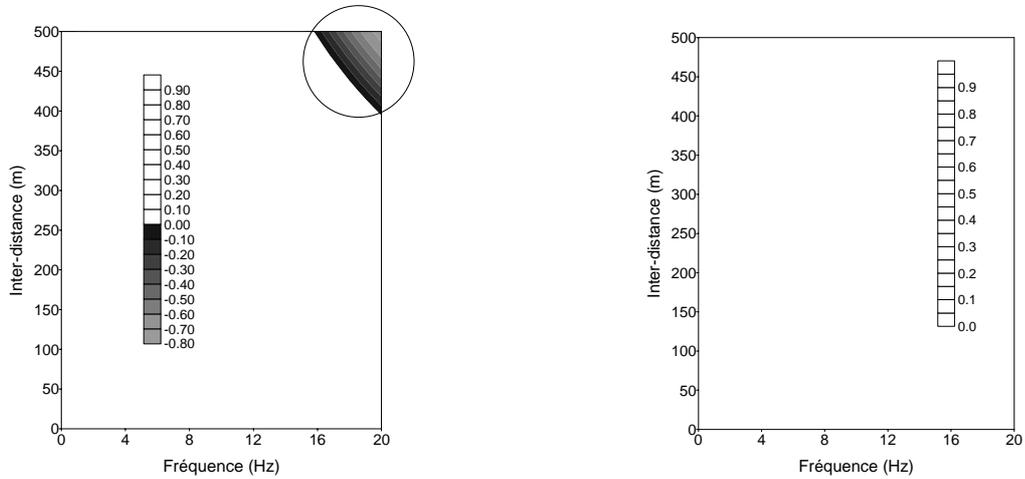
sismique générée par l'incidence d'ondes P, est ensuite observé pour la composante verticale générée par ce signal (Figs 4.3.3a-b). De plus, il a été remarqué qu'en considérant l'incidence d'ondes SV ou bien l'incidence d'ondes P et SV, l'ICV donne aussi des valeurs supérieures à l'input IIC que ce soit pour la composante horizontale ou verticale (Figs. 4.3.4a-b, Figs. 4.3.5a-b).



(a) $[(\rho_{uu}(\lambda, 0, \omega))_{ICV} - (\rho_{uu}(\lambda, 0, \omega))_{IIC}]$

(b) $[(\rho_{uu}(\lambda, 0, \omega))_{ICH} - (\rho_{uu}(\lambda, 0, \omega))_{IIC}]$

Figure 4.3.2 Variation de la FCOH $|\rho_{uu}(\lambda, y, \omega)|$ avec des Modes d'Incidence différents. Cas de l'incidence d'ondes P



(a) $[(\rho_{vv}(\lambda, 0, \omega))_{ICV} - (\rho_{vv}(\lambda, 0, \omega))_{IIC}]$

(b) $[(\rho_{vv}(\lambda, 0, \omega))_{ICH} - (\rho_{vv}(\lambda, 0, \omega))_{IIC}]$

Figure 4.3.3 Variation de la FCOH $|\rho_{vv}(\lambda, y, \omega)|$ avec des Modes d'Incidence différents Cas de l'incidence d'ondes P

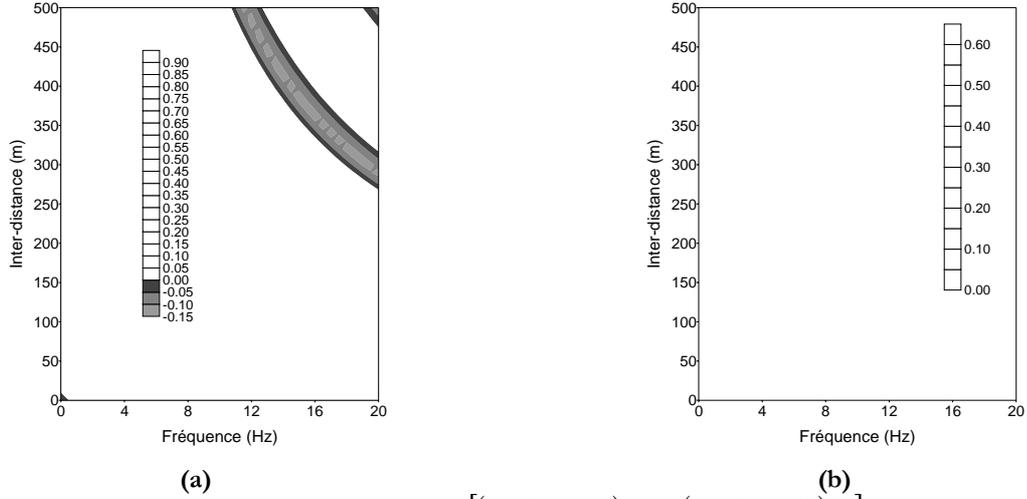


Figure 4.3.4 Variation de (a) $[(\rho_{uu}(\lambda, 0, \omega))_{ICV} - (\rho_{uu}(\lambda, 0, \omega))_{IIC}]$ et (b) $[(\rho_{vv}(\lambda, 0, \omega))_{ICV} - (\rho_{vv}(\lambda, 0, \omega))_{IIC}]$. Cas de l'incidence d'ondes SV

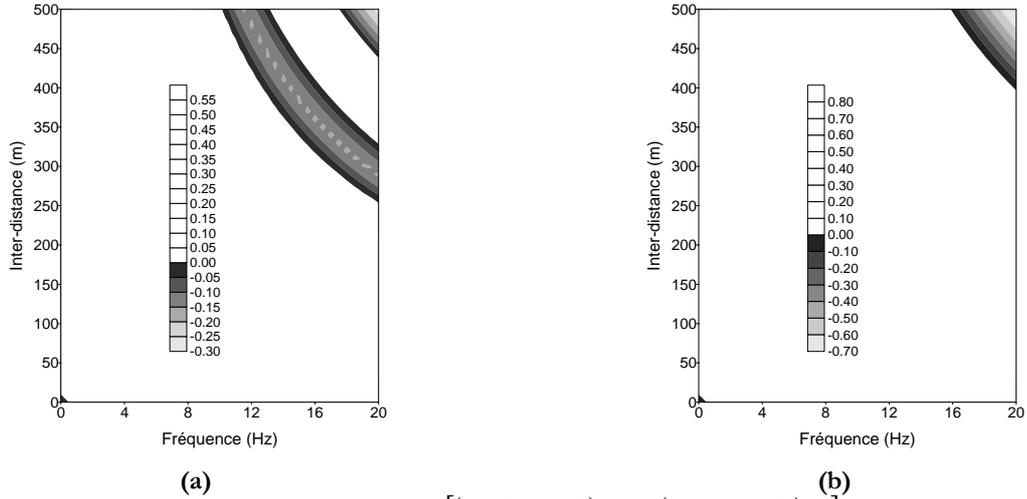


Figure 4.3.5 Variation de (a) $[(\rho_{uu}(\lambda, 0, \omega))_{ICV} - (\rho_{uu}(\lambda, 0, \omega))_{IIC}]$ et (b) $[(\rho_{vv}(\lambda, 0, \omega))_{ICV} - (\rho_{vv}(\lambda, 0, \omega))_{IIC}]$. Cas de l'incidence d'ondes P et SV

L'étude paramétrique sur le Mode d'incidence (*MO*) a montré que plus l'input sismique est de type cohérent plus les valeurs de la FCOH tendent à augmenter. Ce résultat observé pour le cas de l'incidence d'ondes SH est remarquablement observable pour le cas de l'incidence d'ondes P et/ou SV pour lequel les FCOH obtenues pour le cas d'un input cohérent (par exemple, ICV ou ICH) sont largement supérieures à celles d'un input incohérent (c'est-à-dire IIC).

4.4 Effet du Type d'incidence (*TI*)

Considérons trois *TI* : Ondes SH, Ondes P et Ondes SV. Les trois autres paramètres sont fixés comme suit :

- (1) *MO* : IIC,

(2) PR : $y = 0$,

(3) TS : Sol en demi-espace caractérisé par $V_s = 1000m/s$.

Le TI P (ou SV) donne deux FCOH : horizontale $|\rho_{uu}(\lambda, 0, \omega)|$ et verticale $|\rho_{vv}(\lambda, 0, \omega)|$ alors que le TI SH donne une seule FCOH : horizontale $|\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega)|$. Afin d'estimer l'effet du TI, la comparaison des résultats ne sera menée qu'entre $|\rho_{uu}(\lambda, 0, \omega)|$ (déduite donc du TI P et/ou SV) et $|\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega)|$ (déduite donc du TI SH) c'est-à-dire suivant les composantes horizontales du signal.

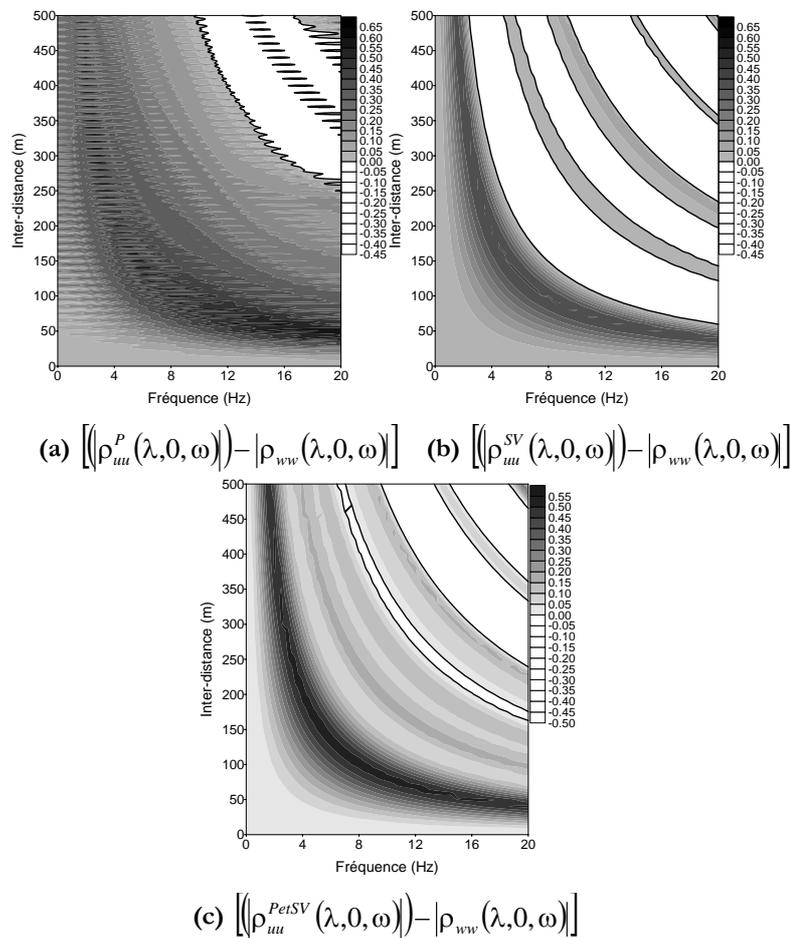


Figure 4.4.1 Variation de la FCOH (composantes horizontales) pour des différents Type d'Incidence

L'examen des Figs 4.4.1a et 4.4.1b montre que les valeurs de $\left[\left| \rho_{uu}^P(\lambda, 0, \omega) \right| - \left| \rho_{ww}(\lambda, 0, \omega) \right| \right]$, $\left[\left| \rho_{uu}^{SV}(\lambda, 0, \omega) \right| - \left| \rho_{ww}(\lambda, 0, \omega) \right| \right]$ et $\left[\left| \rho_{uu}^{PetSV}(\lambda, 0, \omega) \right| - \left| \rho_{ww}(\lambda, 0, \omega) \right| \right]$ sont globalement supérieures à zéro. Cette remarque est valable surtout pour la Fig. 4.4.1a, qui donne la différence entre la FCOH due aux ondes P et la FCOH due aux ondes SH, et à degré moindre la Fig. 4.4.1c qui donne la différence entre la FCOH due aux ondes P et SV et la FCOH due aux ondes SH.

Cette étude paramétrique a permis de déduire un résultat important, les ondes P et/ou SV donnent des valeurs de la FCOH supérieures à celles des ondes SH.

4.5 Effet de la profondeur (*PR*)

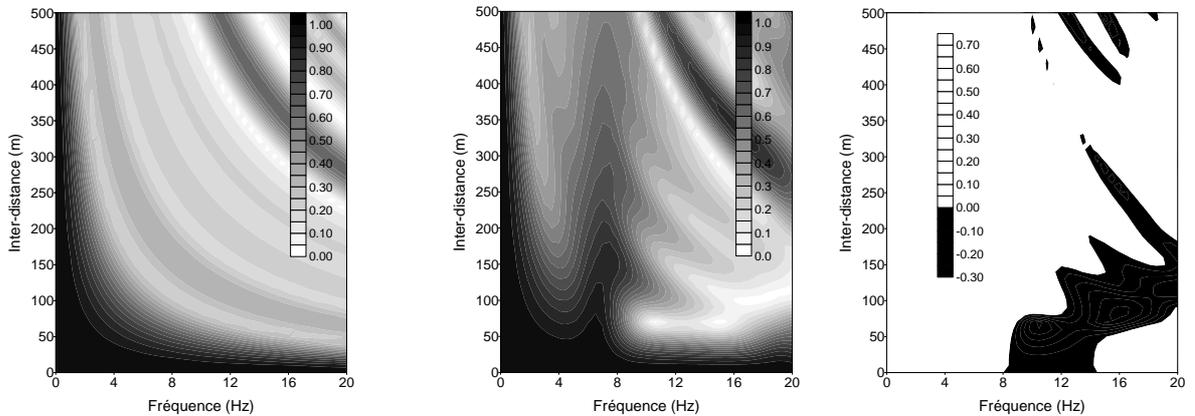
Considérons deux cas de figure : $y = 0$ et $y = -40$. Les autres paramètres sont fixés comme suit :

(1) *TI*: Ondes SH,

(2) *MO*: IIC,

(3) *TS*: Sol en demi-espace caractérisé par $V_s = 1000 \text{ m/s}$. Il s'agit donc de la variation de $|\rho_{ww}(\lambda, y, \omega)|$. La Fig. 4.5.1a donne la variation de $|\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega)|$, la Fig. 4.5.1b donne la variation de $|\rho_{ww}(\lambda, -40, \omega)|$ alors que la Fig. 4.5.1c donne la variation de $|\rho_{ww}(\lambda, -40, \omega)| - |\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega)|$. On remarque clairement que les valeurs de $|\rho_{ww}(\lambda, -40, \omega)| - |\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega)|$ sont globalement supérieures à 0 ce qui montre que la FCOH est plus faible en surface (Fig. 4.5.1a) qu'en profondeur (Fig. 4.5.1b). Ce constat n'est pas totalement observé lorsqu'il s'agit de l'incidence d'ondes P et/ou SV surtout pour le cas de la composante verticale. En effet, l'examen des Figs 4.5.2b, 4.5.3b et 4.5.4b qui donnent les variations de fonctions de cohérence en surface et en profondeur relative à la composante verticale pour les cas d'incidence d'ondes P, SV et PSV révèle que ces fonctions de cohérence en surface présentent parfois des valeurs supérieures à celles relatives aux fonctions de cohérence en profondeur.

Toutefois, il est noté que pour la composante horizontale du signal les FCOH's en profondeur présentent des valeurs globalement supérieures à celles déduites en surface.

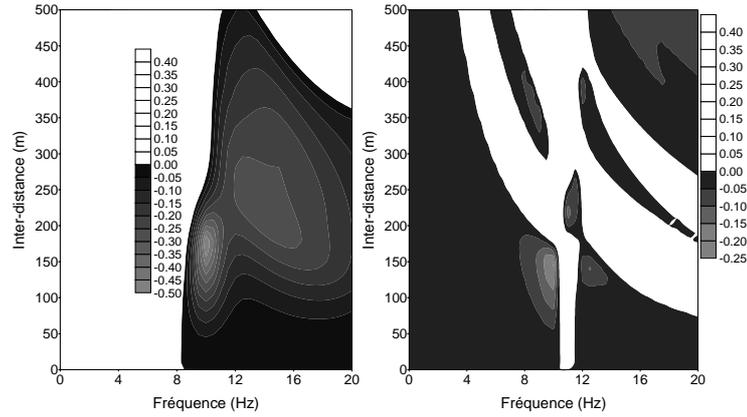


(a) $|\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega)|$

(b) $|\rho_{ww}(\lambda, -40, \omega)|$

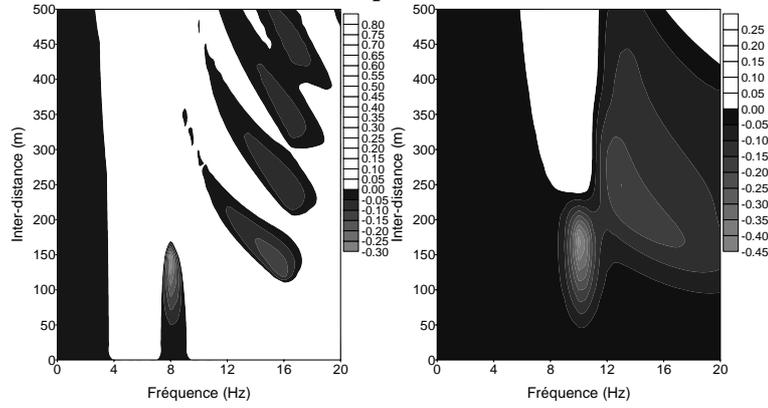
(c) $|\rho_{ww}(\lambda, -40, \omega)| - |\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega)|$

Figure 4.5.1 Variation de la FCOH à des profondeurs différentes. Ondes SH, MO : IIC



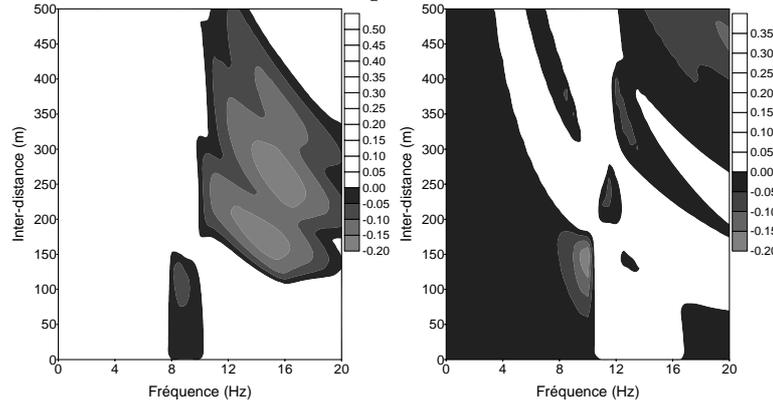
(a) $\left[\left(\rho_{uu}^P(\lambda, -40, \omega) \right) - \left(\rho_{uu}^P(\lambda, 0, \omega) \right) \right]$ (b) $\left[\left(\rho_{vv}^P(\lambda, -40, \omega) \right) - \left(\rho_{vv}^P(\lambda, 0, \omega) \right) \right]$

Figure 4.5.2 Variation de la FCOH à des profondeurs différentes. Ondes P, MO : IIC



(a) $\left[\left(\rho_{uu}^{SV}(\lambda, -40, \omega) \right) - \left(\rho_{uu}^{SV}(\lambda, 0, \omega) \right) \right]$ (b) $\left[\left(\rho_{vv}^{SV}(\lambda, -40, \omega) \right) - \left(\rho_{vv}^{SV}(\lambda, 0, \omega) \right) \right]$

Figure 4.5.3 Variation de la FCOH à des profondeurs différentes. Ondes SV, MO : IIC



(a) $\left[\left(\rho_{uu}^{PetSV}(\lambda, -40, \omega) \right) - \left(\rho_{uu}^{PetSV}(\lambda, 0, \omega) \right) \right]$ (b) $\left[\left(\rho_{vv}^{PetSV}(\lambda, -40, \omega) \right) - \left(\rho_{vv}^{PetSV}(\lambda, 0, \omega) \right) \right]$

Figure 4.5.4 Variation de la FCOH à des profondeurs différentes. Ondes P et SV, MO : IIC

4.6 Effet du type de sol (TS)

Dans cette partie, on s'intéresse aux effets du TS c'est à dire les effets des TSM et TSG.

4.6.1 Effet des propriétés mécaniques

Afin de connaître l'effet des propriétés mécaniques on considère un sol en demi-espace avec trois vitesses de propagation : $V_s = 100m/s$, $V_s = 350m/s$ et $V_s = 1000m/s$.

En ce qui concerne les trois autres paramètres ; ils sont fixés comme suit :

- (1) MO : IIC,
- (2) TI : onde SH
- (3) PR : $y = 0$

Les Figs. 4.6.1 donnent les variations de : $|\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega)|_{V_s=1000m/s} - |\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega)|_{V_s=100m/s}$, de $|\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega)|_{V_s=1000m/s} - |\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega)|_{V_s=350m/s}$ et de $|\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega)|_{V_s=350m/s} - |\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega)|_{V_s=100m/s}$. L'examen des Figs. 4.6.1 montre que plus le sol devient rocheux, c'est-à-dire lorsque V_s augmente, plus les valeurs de la FCOH augmentent sauf pour les grandes valeurs de f et λ .

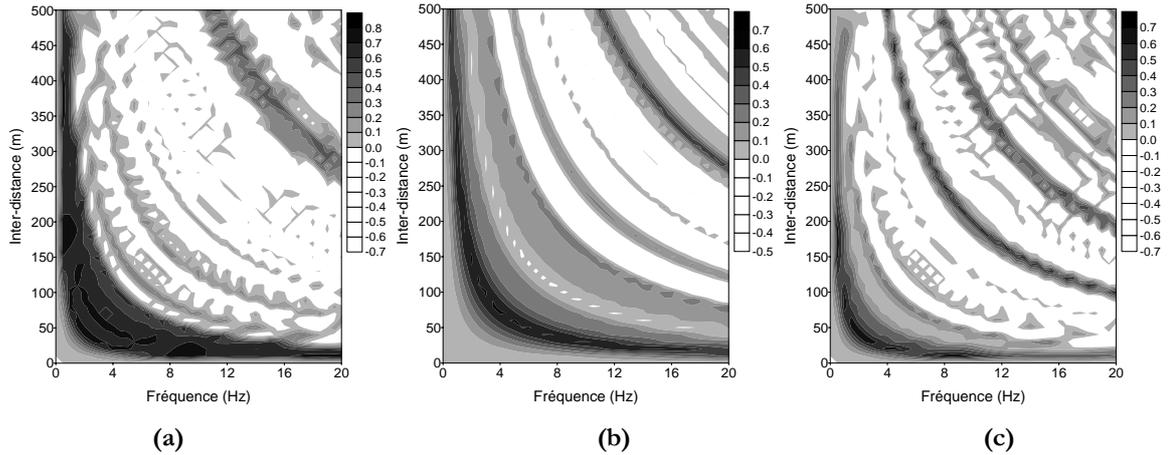


Figure 4.6.1 Variation de

(a) $|\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega)|_{V_s=1000m/s} - |\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega)|_{V_s=100m/s}$

(b) $|\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega)|_{V_s=1000m/s} - |\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega)|_{V_s=350m/s}$

(c) $|\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega)|_{V_s=350m/s} - |\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega)|_{V_s=100m/s}$

Ondes SH, MO : IIC

Est-ce que ce résultat est valable pour le cas de l'incidence des ondes P et/ou SV ? L'examen des Figs 4.6.2 à 4.6.7 montre que le résultat obtenu pour le cas de l'incidence des ondes SH est observé pour le cas de l'incidence des ondes P et/ou SV.

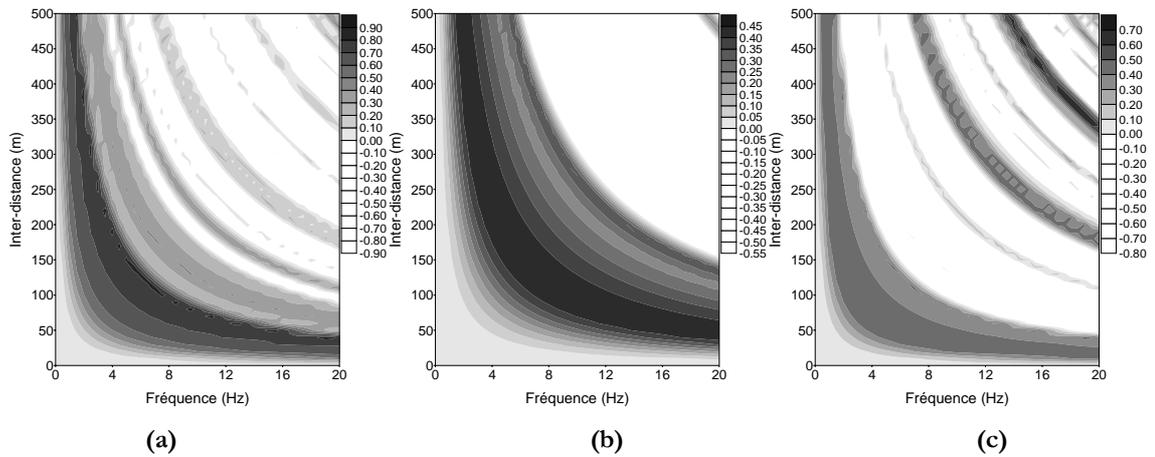


Figure 4.6.2 Variation de

$$(a) \left| \rho_{uu}^P(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=1000m/s} - \left| \rho_{uu}^P(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=100m/s}$$

$$(b) \left| \rho_{uu}^P(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=1000m/s} - \left| \rho_{uu}^P(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=350m/s}$$

$$(c) \left| \rho_{uu}^P(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=350m/s} - \left| \rho_{uu}^P(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=100m/s}$$

Ondes P, MO : IIC

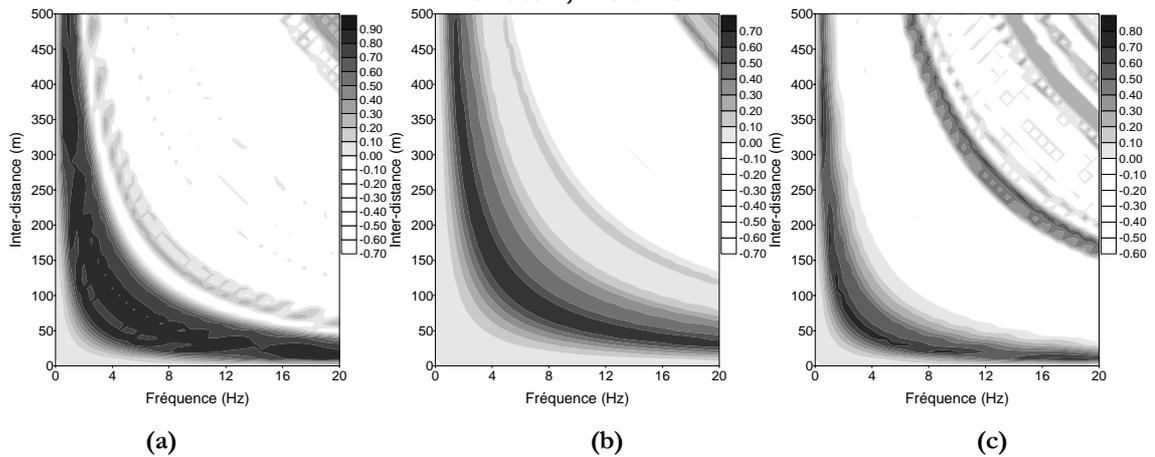


Figure 4.6.3 Variation de

$$(a) \left| \rho_{vv}^P(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=1000m/s} - \left| \rho_{vv}^P(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=100m/s}$$

$$(b) \left| \rho_{vv}^P(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=1000m/s} - \left| \rho_{vv}^P(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=350m/s}$$

$$(c) \left| \rho_{vv}^P(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=350m/s} - \left| \rho_{vv}^P(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=100m/s}$$

Ondes P, MO : IIC

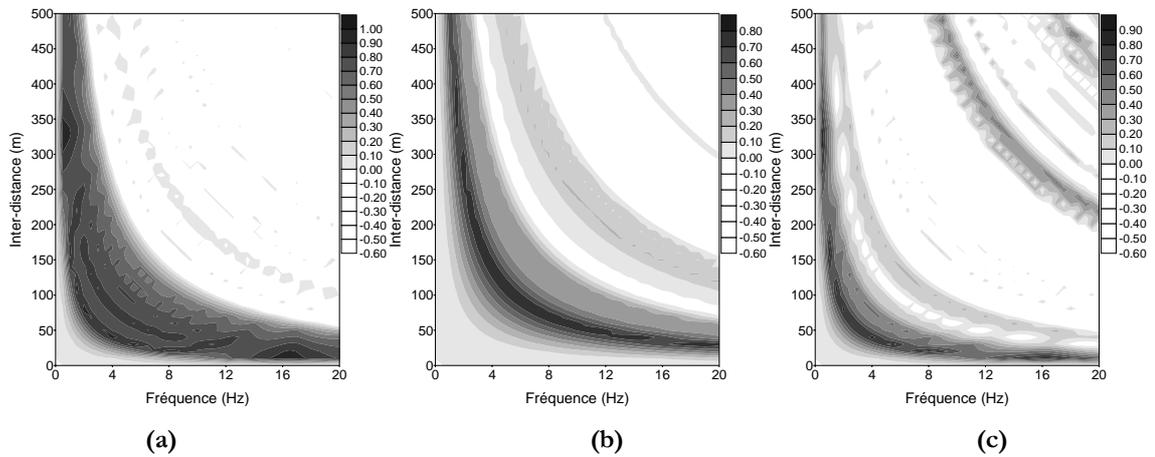


Figure 4.6.4 Variation de

(a) $\left| \rho_{uu}^{SV}(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=1000m/s} - \left| \rho_{uu}^{SV}(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=100m/s}$
 (b) $\left| \rho_{uu}^{SV}(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=1000m/s} - \left| \rho_{uu}^{SV}(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=350m/s}$
 (c) $\left| \rho_{uu}^{SV}(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=350m/s} - \left| \rho_{uu}^{SV}(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=100m/s}$

Ondes SV, MO : IIC

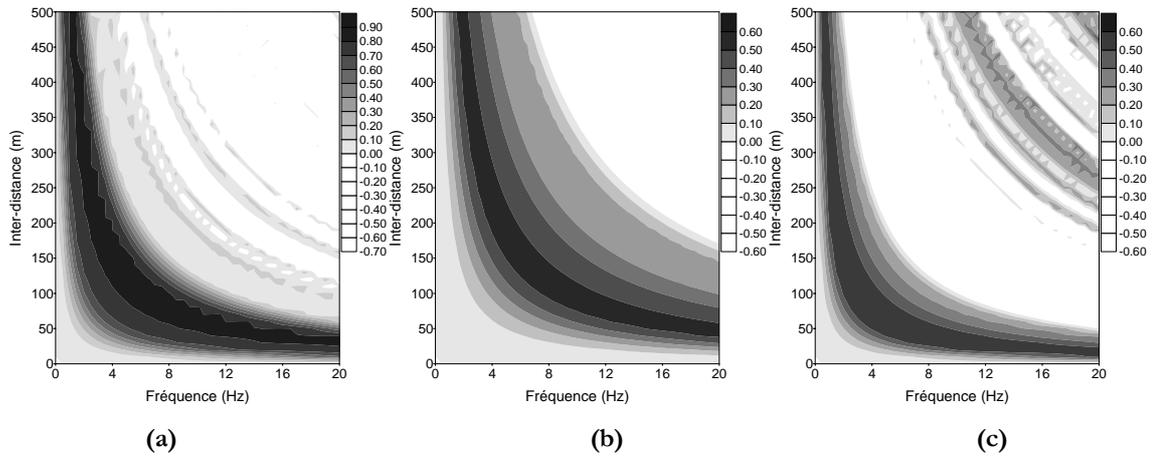


Figure 4.6.5 Variation de

(a) $\left| \rho_{vv}^{SV}(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=1000m/s} - \left| \rho_{vv}^{SV}(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=100m/s}$
 (b) $\left| \rho_{vv}^{SV}(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=1000m/s} - \left| \rho_{vv}^{SV}(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=350m/s}$
 (c) $\left| \rho_{vv}^{SV}(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=350m/s} - \left| \rho_{vv}^{SV}(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=100m/s}$

Ondes SV, MO : IIC

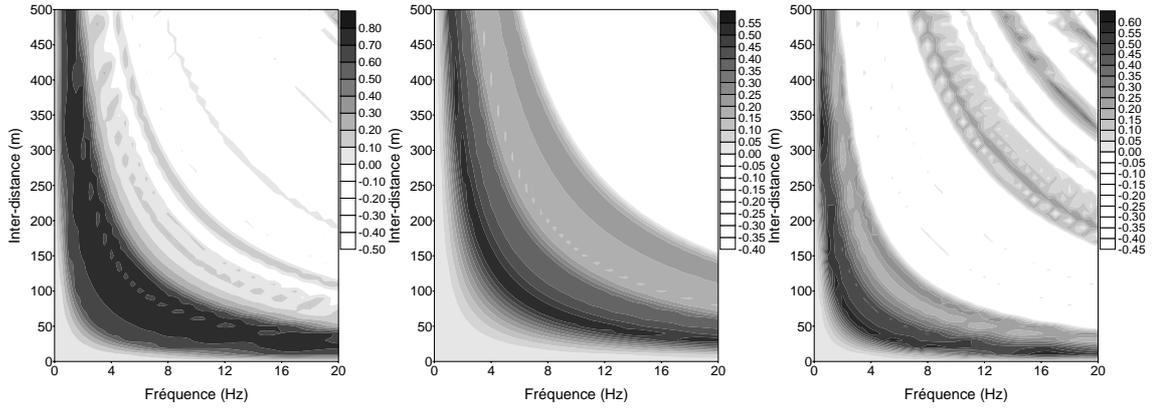


Figure 4.6.6 Variation de :

- (a) $\left| \rho_{uu}^{PetSV}(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=1000m/s} - \left| \rho_{uu}^{PetSV}(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=100m/s}$
- (b) $\left| \rho_{uu}^{PetSV}(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=1000m/s} - \left| \rho_{uu}^{PetSV}(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=350m/s}$
- (c) $\left| \rho_{uu}^{PetSV}(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=350m/s} - \left| \rho_{uu}^{PetSV}(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=100m/s}$

Ondes P et SV, MO : IIC

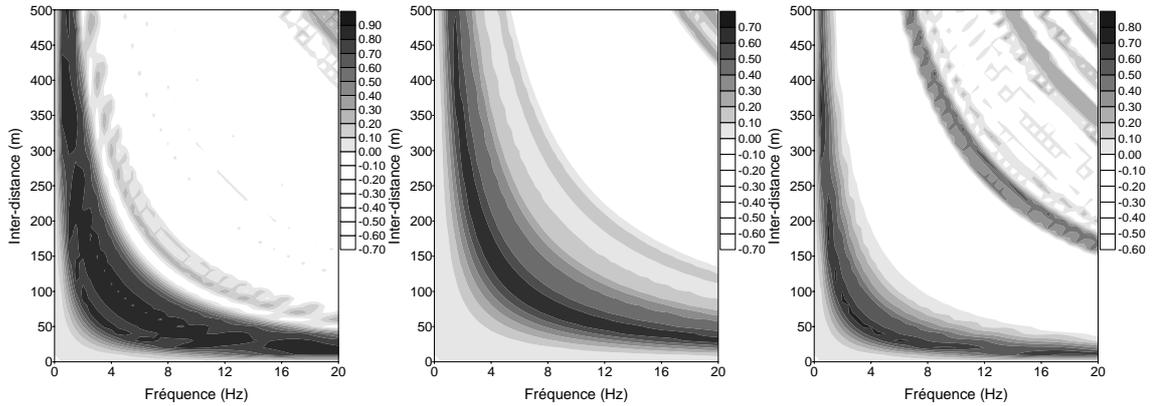


Figure 4.6.7 Variation de :

- (a) $\left| \rho_{vv}^{PetSV}(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=1000m/s} - \left| \rho_{vv}^{PetSV}(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=100m/s}$
- (b) $\left| \rho_{vv}^{PetSV}(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=1000m/s} - \left| \rho_{vv}^{PetSV}(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=350m/s}$
- (c) $\left| \rho_{vv}^{PetSV}(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=350m/s} - \left| \rho_{vv}^{PetSV}(\lambda, 0, \omega) \right|_{V_s=100m/s}$

Ondes P et SV, MO : IIC

4.6.2 Effet des propriétés géométriques

Afin de connaître l'effet des propriétés géométriques on considère deux cas : sol en demi-espace et sol stratifié.

En ce qui concerne les trois autres paramètres ; ils sont fixés comme suit :

- (1) MO : IIC,

(2) *TI* : onde SH

(3) *PR* : $y = 0$.

Il s'agit donc de la variation de $|\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega)|_{Stratifie}$ (pour le sol stratifié) et $|\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega)|_{Demi-espace}$.

Du moment que le sol stratifié choisi (Fig. 4.2.3b et Tableau 4.2) présente une vitesse moyenne des ondes de cisaillement égale à $95.37 \approx 100 \text{ m/s}$ (Eq. 4.2.3.1), l'analyse comparative avec le sol en demi espace s'effectuera en considérant que ce dernier présente une vitesse $V_s = 100 \text{ m/s}$.

La Fig. 4.6.8a donne la variation de la FCOH à la surface du sol stratifié. La Fig. 4.6.8b donne la différence des FCOH en surface pour un sol stratifié et un sol en demi-espace. L'examen de la Fig. 4.6.2b montre que la FCOH pour le sol stratifié ne décroît pas aussi rapidement que celle obtenue pour le sol en demi-espace et ce pour les faibles valeurs de f et /ou λ .

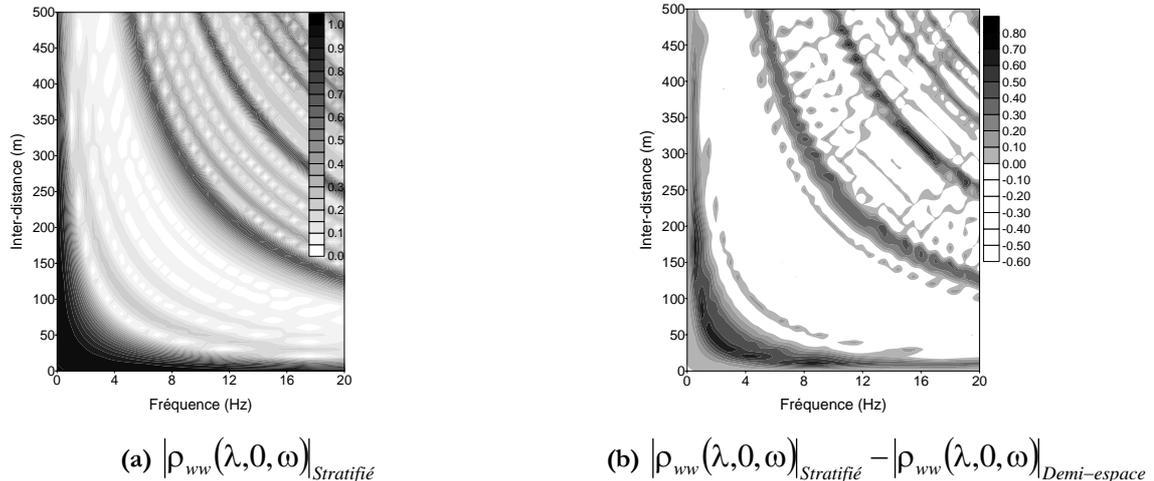


Figure 4.6.8 Variation de la FCOH pour des différents Type de sol -Variation des propriétés géométriques-

4.7 Synthèse des résultats :

L'étude paramétrique sur l'effet des paramètres Mode d'incidence, Type d'incidence, Type de sol (subdivisé en deux parties : Type de Sol en considérant les propriétés mécaniques *TSM* et Type de Sol en considérant les propriétés géométriques *TSG*) et Profondeur sur la variation de la FCOH's a montré que :

-1- Plus l'input sismique est de type cohérent plus les valeurs de la FCOH tendent à augmenter. Ce résultat, observé pour le cas de l'incidence d'ondes SH, est remarquablement observable pour le cas de l'incidence d'ondes P et/ou SV pour lequel les FCOH obtenues pour le cas d'un input cohérent (par exemple, ICV ou ICH) sont largement supérieures à celles d'un input incohérent (c'est-à-dire IIC).

-2- L'incidence d'ondes P et/ou SV uniquement donne des valeurs de la FCOH supérieures à celles des ondes SH.

-3- Globalement la FCOH est plus faible en surface qu'en profondeur (Fig. 4.5.1b). Ce constat n'est pas totalement observé lorsqu'il s'agit de l'incidence d'ondes P et/ou SV surtout pour le cas de la composante verticale. Toutefois, il est noté que pour la composante horizontale du signal les FCOH's en profondeur présentent des valeurs globalement supérieures à celles déduites en surface.

-4- Plus le sol devient rocheux, c'est-à-dire lorsque V_s augmente, plus les valeurs de la FCOH augmentent sauf pour les grandes valeurs de f et λ quelque soit le Type d'incidence.

-5- La FCOH pour le sol stratifié ne décroît pas aussi rapidement que celle obtenue pour le sol en demi-espace et ce pour les faibles valeurs de f et /ou λ .

4.8 Autres études paramétriques

4.8.1 *Etude comparative entre les FCOH's horizontale et verticale*

Dans la littérature, il a été recensé uniquement deux études ayant pour objectif une comparaison entre les valeurs de FCOH's horizontale et verticale. Il s'agit des travaux de Chiu H.-C. et al. (1995) et Hanamura et al. (1996). Rappelons ici que ces FCOH's ont été déterminées uniquement en traitant directement les données recueillies sur le réseau de Kinokawa (Japon) pour $0\text{Hz} \leq f \leq 30\text{Hz}$ en ce qui concerne les travaux d'Hanamura et al. (1996) et sur le réseau SMART1 et SMART2 (extension du réseau SMART1) en ce qui concerne les travaux de Chiu H.-C. et al. (1995). Ces deux travaux ont abouti à des résultats contradictoires dans le sens où Chiu H.-C. et al. (1995) ont trouvé que les valeurs de la FCOH relative à la composante horizontale sont supérieures aux valeurs de la FCOH relative à la composante verticale alors qu'Hanamura et al. (1996) ont trouvé le résultat contraire.

Du moment que la CSDA permet d'avoir ces deux FCOH's nous nous sommes proposés de les calculer et de les comparer. En conséquence, il est introduit le facteur $R(\lambda, y, \omega)$ défini par :

$$R(\lambda, y, \omega) = \frac{\rho_{uu}^{\bullet}(\lambda, y, \omega)}{\rho_{vv}^{\bullet}(\lambda, y, \omega)} \quad (4.8.1.1)$$

où le numérateur représente la fonction de cohérence de la composante horizontale et le dénominateur celui de la composante verticale. Le symbole \bullet est introduit pour respectivement les cas de l'incidence séparé des ondes P et SV et de l'incidence combinée des ondes P et SV.

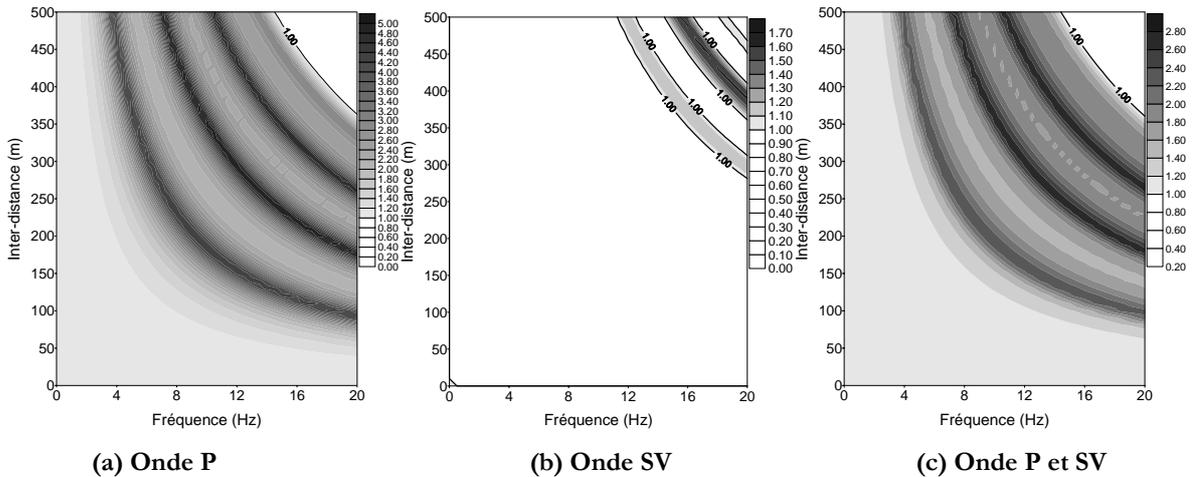


Figure 4.8.1 Variation du facteur $R(\lambda, y, \omega)$ à la surface libre. Ondes P et SV dans un sol en demi-espace $V_s=1000m/s$ MO: IIC.

L'examen des Figs. 4.8.1a-b-c montre que ce rapport est pour la plupart des cas inférieur à 1 et ce uniquement pour le cas d'incidence des ondes SV (Fig. 4.8.1b), mais reste largement supérieur à 1 pour le cas de l'incidence des ondes P (Fig. 4.8.1a) et à un degré moindre pour celui de l'incidence des ondes P et SV (Fig. 4.8.1c). En fait, les valeurs de $R(\lambda, y, \omega)$ atteignent pour le cas de l'incidence des ondes P la valeur de 5 (Fig. 4.8.1a) alors que pour le cas de l'incidence d'ondes P et SV la valeur maximale de $R(\lambda, y, \omega)$ est égale à 2.8 (Fig. 4.8.1b). Pour mieux visualiser cette différence, la Fig. 4.8.2 donne le rapport du facteur $R(\lambda, y, \omega)$ obtenu pour le cas de l'incidence d'ondes P sur le facteur $R(\lambda, y, \omega)$ obtenu pour la cas de l'incidence d'ondes P et SV. L'examen de cette figure montre que ce rapport est dans sa globalité supérieur à 1.

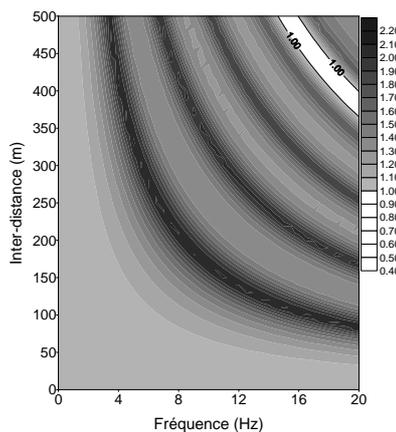


Figure 4.8.2 Variation du rapport du facteur $R(\lambda, y, \omega)$ pour ondes P sur le facteur $R(\lambda, y, \omega)$ pour ondes P et/SV à la surface libre. $V_s=1000m/s$ MO: IIC.

Par ailleurs, supposons que la composante horizontale du signal est composée d'ondes P, SV et SH et la composante verticale du signal est composée d'ondes P et SV. La figure Fig. 4.8.2 donne

le rapport des fonctions de cohérence de ce signal c'est-à-dire $R(\lambda, y, \omega)$. L'examen de cette figure montre que globalement les valeurs de la FCOH de la composante horizontale sont supérieures à celles de la composante verticale.

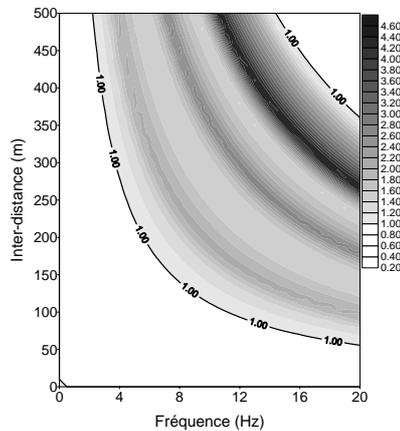


Figure 4.8.3 Variation du facteur $R(\lambda, y, \omega)$ à la surface libre. Composante horizontale (Ondes P, SV et SH) Composante verticale (Ondes P et SV). Sol en demi-espace $V_s=1000m/s$ MO: IIC.

Un résultat très intéressant peut être déduit de cette étude paramétrique. Nous avons pu expliquer une problématique posée par les résultats de (Chiu H.-C. et al. 1995, Hanamura et al. 1996) jusqu'à là apparemment contradictoires. Ce résultat pourra être utilisé lorsqu'on voudra définir le contenu ondulatoire du signal, dans le sens où une cohérence verticale plus forte que la cohérence horizontale implique une forte présence d'ondes incidentes SV que d'ondes incidentes P dans le signal. Ce résultat est très important car certaines structures sont plus vulnérables aux signaux dominés par les ondes P.

4.8.2 *Caractéristiques de la variation de la FCOH en fonction de f et λ*

Une étude paramétrique sur les caractéristiques de la variation de la FCOH en fonction f et λ est présentée dans cette partie. En fait, cette étude est justifiée par le fait que certains auteurs notamment Riepl (1997) ont montré que cette variation n'est pas la même suivant f et λ et ce en se basant sur le traitement statistique des données alors que d'autres auteurs ont identifié le résultat contraire et ce en utilisant le modèle de Luco-Wong (Santa-Cruz et al., 2000). Récemment, il a été montré que si $\lambda \leq 100m$ alors le taux de décroissance de la FCOH est plus rapide suivant λ que suivant f (Bolt, 2004). Par contre il a été trouvé qu'au-delà de 100 m le taux de décroissance suivant f et λ est le même (Bolt, 2004). Rappelons que la FCOH déduite par le modèle de Luco-Wong a été mis en place en considérant le cas de l'incidence d'ondes de cisaillement dans un demi-

espace de caractéristiques aléatoires. De plus les conclusions émises par Bolt et al. (2004) ne sont valables qu'en surface. Les FCOH's étudiées dans ce qui suit sont déduites de la CSDA.

Les Fig. 4.8.4 donnent les variations de la FCOH $|\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega)|$ avec $MO : IIC$ pour le sol en demi-espace (Fig. 4.8.4a) et le sol stratifié (Fig. 4.8.4b). Du moment que l'on s'intéresse à la variation de $|\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega)|$ c'est donc un $TI : Ondes SH$. Ces figures nous montrent que globalement le taux de décroissance de la FCOH est le même suivant f et λ même si $\lambda \geq 100m$. Par contre, le taux de décroissance de la FCOH $|\rho_{ww}(\lambda, y, \omega)|$ (c'est-à-dire en profondeur, voir Fig. 4.2.3) n'est pas le même suivant f et λ que ce soit pour le sol en demi-espace (Figs. 4.8.5) ou le sol stratifié (Figs. 4.8.6).

Les conclusions émises pour le cas de la variation de $|\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega)|$ sont ensuite examinées pour le cas de l'incidence d'ondes P et /ou SV qui donnent les FCOH's horizontale ($|\rho_{uu}(\lambda, 0, \omega)|$) et verticale ($|\rho_{vv}(\lambda, 0, \omega)|$). L'examen des Figs. 4.8.6 à 4.8.14 montre que ce qui a été avancé pour le cas de l'incidence d'ondes SH dans un demi-espace (SOL1) est retrouvé pour le cas de l'incidence combinée ou non d'ondes P et/ou SV dans un demi-espace. (SOL1). Par contre ce qui apparaît nettement comme étant une nouveauté c'est la variation des FCOH's $|\rho_{uu}(\lambda, 0, \omega)|$ et $|\rho_{vv}(\lambda, 0, \omega)|$ pour le sol stratifié (SOL2). En effet, l'examen des Figs 4.8.15 montre clairement que le taux de décroissance des FCOH's $|\rho_{uu}(\lambda, 0, \omega)|$ et $|\rho_{vv}(\lambda, 0, \omega)|$ n'est pas le même suivant f et λ . En profondeur et/ou pour d'autres MO , ces conclusions sont valides (Figs 4.8.16 à 4.8.24)

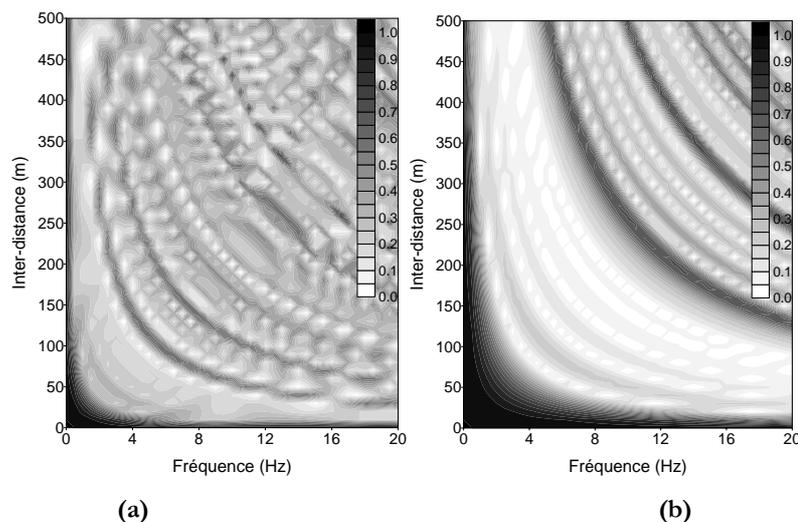
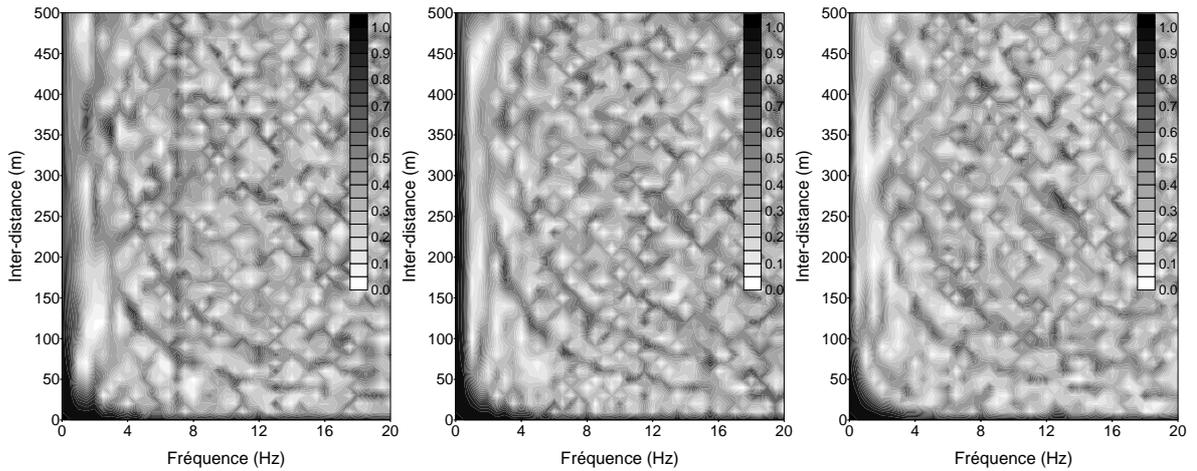


Figure 4.8.4 Variation de la FCOH $|\rho_{ww}(\lambda, 0, \omega)|$, $MO : IIC$ (a) $SOL1$ avec $V_s=100m/s$ (b) $SOL2$

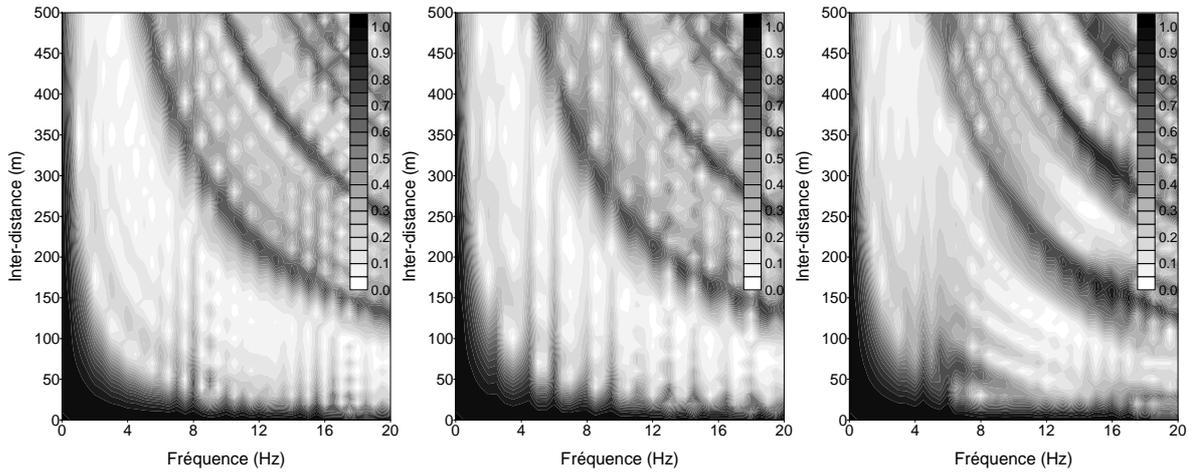


(a) $h = 40$ m

(b) $h = 60$ m

(c) $h = 100$ m

Figure 4.8.5 Variation de la FCOH $|\rho_{ww}(\lambda, y = -h, \omega)|$, MO: IIC, SOL1

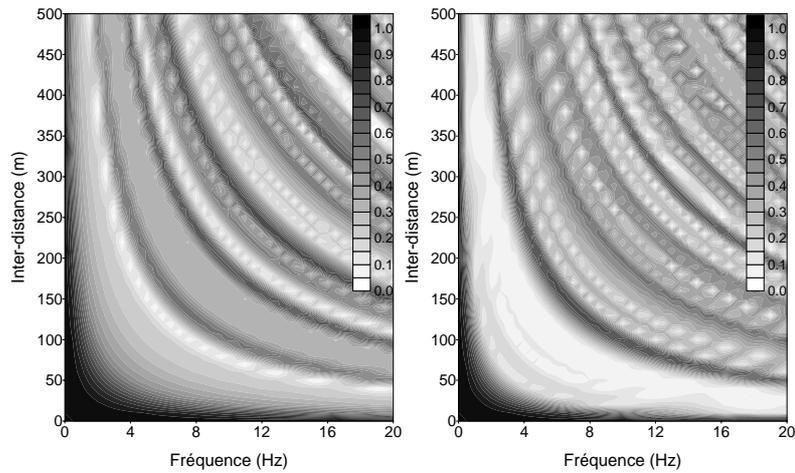


(a) $h = 40$ m

(b) $h = 60$ m

(c) $h = 100$ m

Figure 4.8.5 Variation de la FCOH $|\rho_{ww}(\lambda, y = -h, \omega)|$, MO: IIC, SOL2

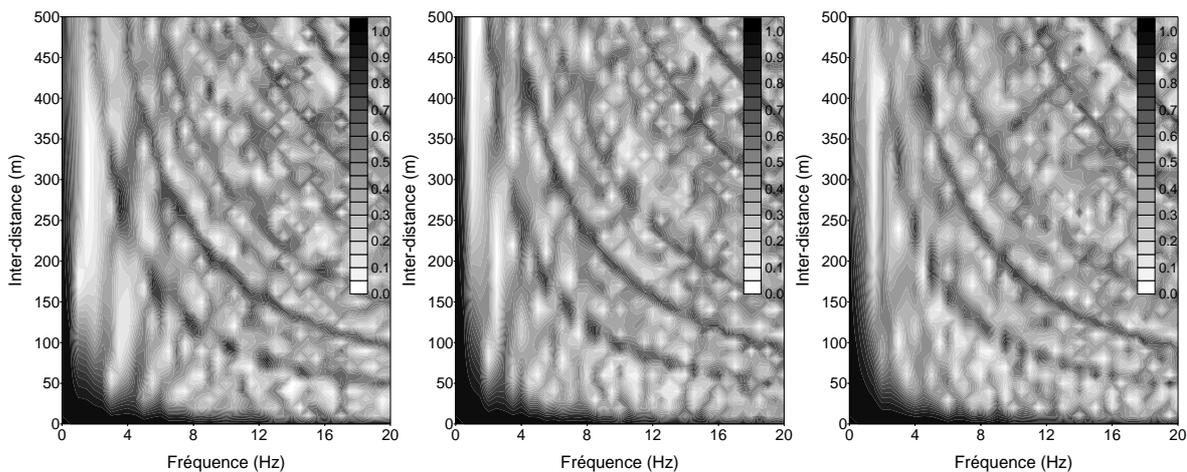


(a)

(b)

Figure 4.8.6 Variation de la FCOH (a) $|\rho_{uu}(\lambda, 0, \omega)|$ (b) $|\rho_{vv}(\lambda, 0, \omega)|$

SOL1 avec $V_s = 100m/s$, MO: IIC, TI: Ondes P

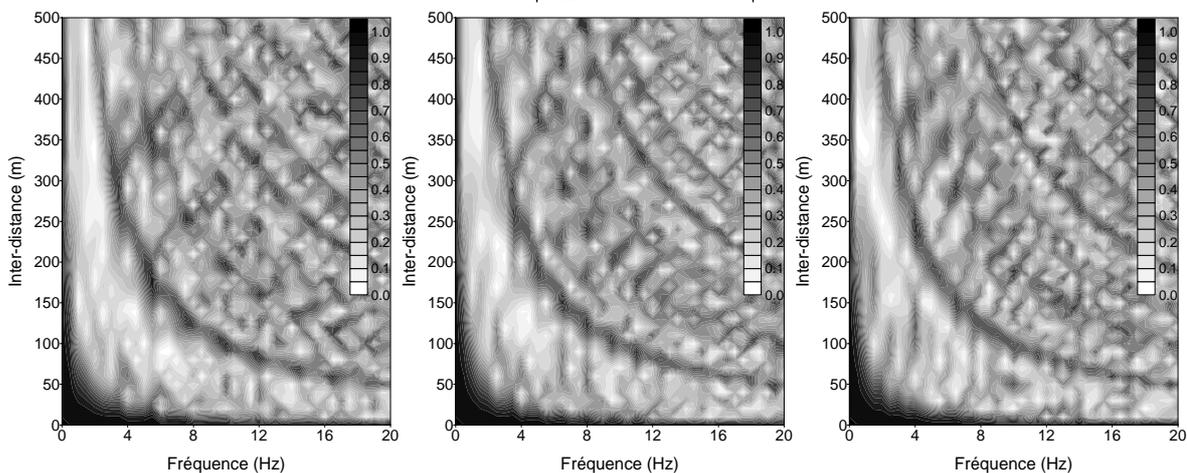


(a) $h = 40$ m

(b) $h = 60$ m

(c) $h = 100$ m

Figure 4.8.7 Variation de la FCOH $|\rho_{uu}(\lambda, y = -h, \omega)|$, MO: IIC, SOL1, TI: Ondes P

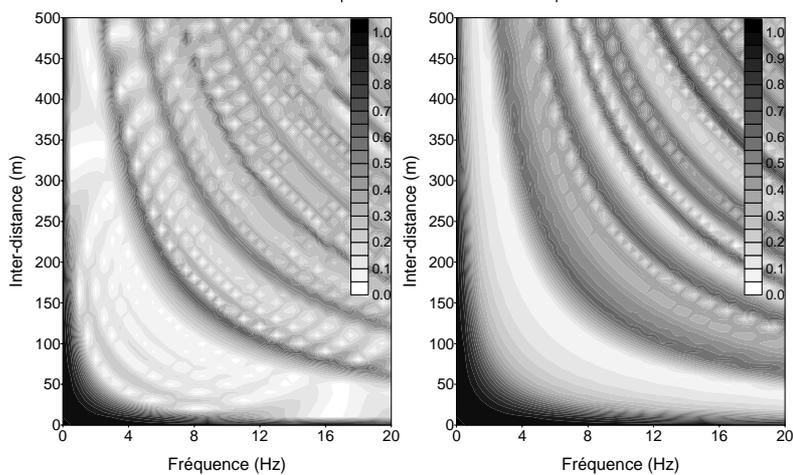


(a) $h = 40$ m

(b) $h = 60$ m

(c) $h = 100$ m

Figure 4.8.8 Variation de la FCOH $|\rho_{vv}(\lambda, y = -h, \omega)|$, MO: IIC, SOL1, TI: Ondes P

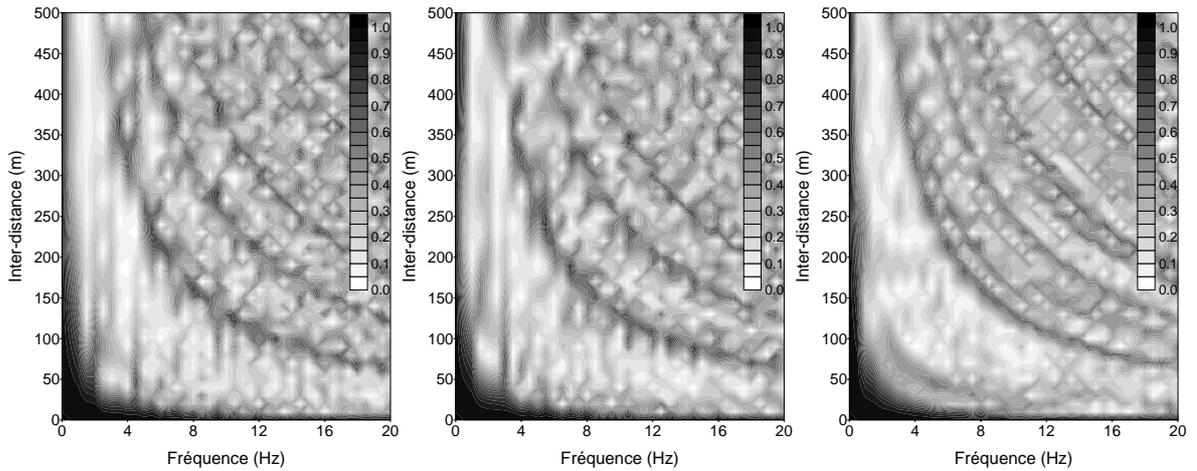


(a)

(b)

Figure 4.8.9 Variation de la FCOH (a) $|\rho_{uu}(\lambda, 0, \omega)|$ (b) $|\rho_{vv}(\lambda, 0, \omega)|$

SOL1 avec $V_s = 100$ m/s, MO: IIC, TI: Ondes SV

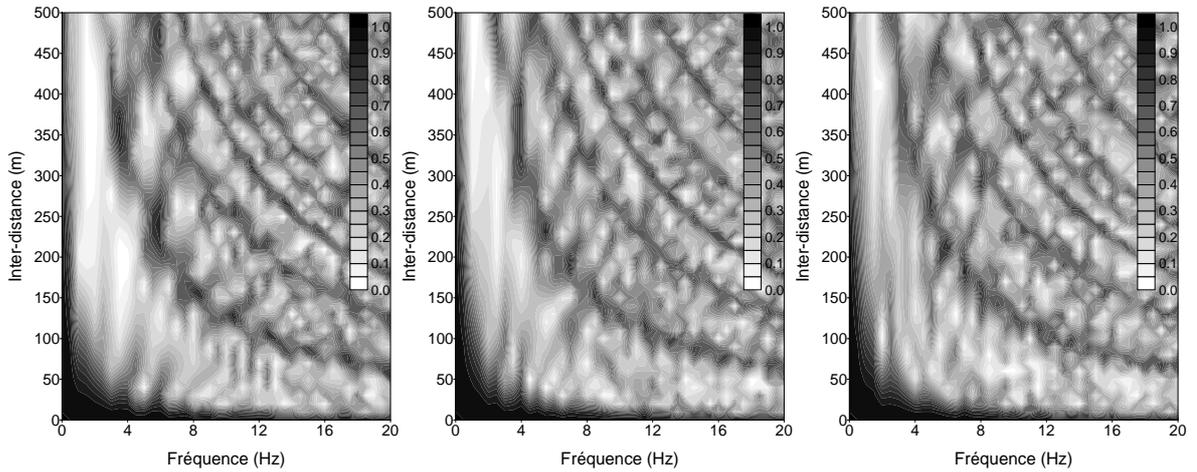


(a) $h = 40$ m

(b) $h = 60$ m

(c) $h = 100$ m

Figure 4.8.10 Variation de la FCOH $|\rho_{uu}(\lambda, y = -h, \omega)|$, MO: IIC, SOL1, TI: Ondes SV

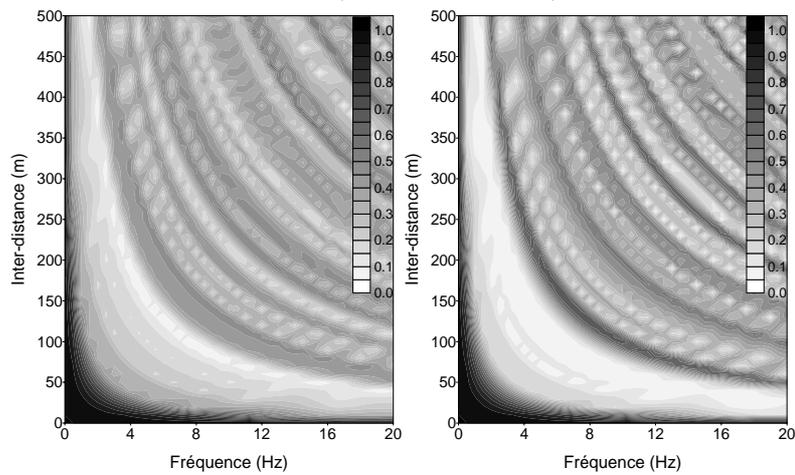


(a) $h = 40$ m

(b) $h = 60$ m

(c) $h = 100$ m

Figure 4.8.11 Variation de la FCOH $|\rho_{vv}(\lambda, y = -h, \omega)|$, MO: IIC, SOL1, TI: Ondes SV



(a)

(b)

Figure 4.8.12 Variation de la FCOH (a) $|\rho_{uu}(\lambda, 0, \omega)|$ (b) $|\rho_{vv}(\lambda, 0, \omega)|$

SOL1 avec $V_S = 100$ m/s, MO: IIC, TI: Ondes P et SV

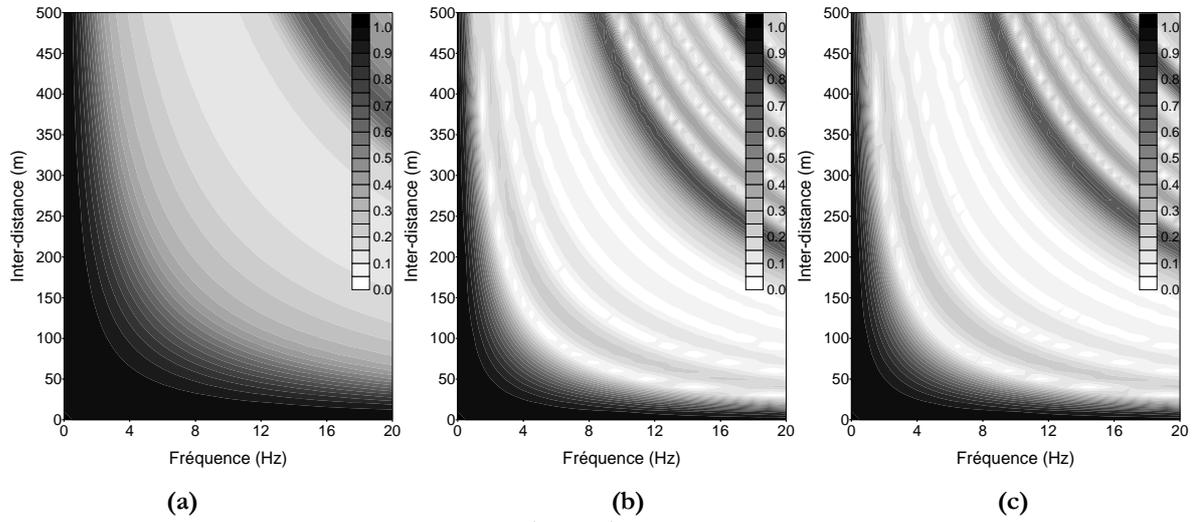


Figure 4.8.13 Variation de la FCOH $|\rho_{uu}(\lambda, 0, \omega)|$ TI: (a) Ondes P (b) Ondes SV (c) Ondes P et SV
SOL1 avec $V_s=100m/s$, *MO:ICV*

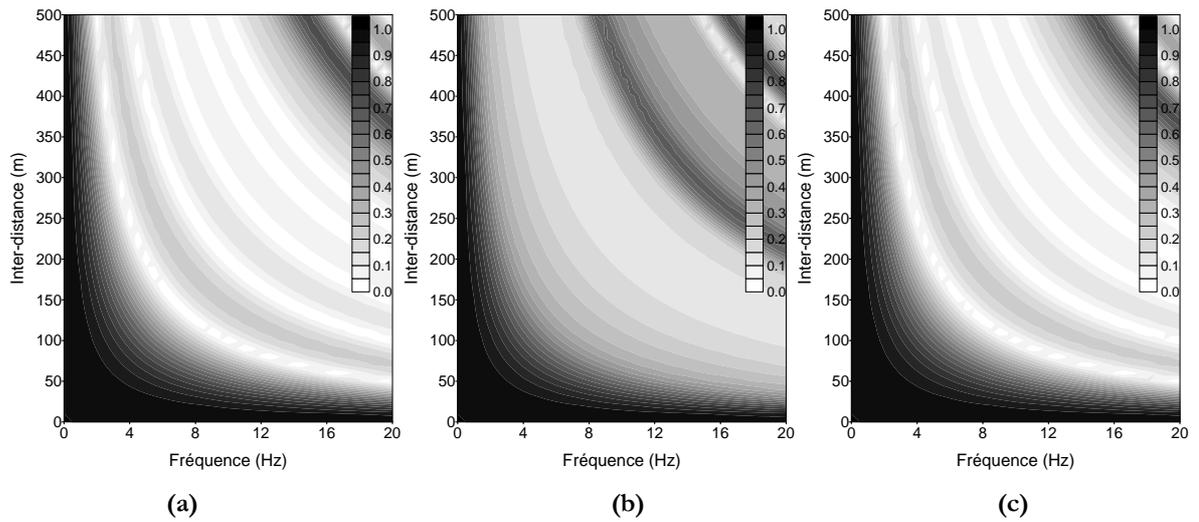


Figure 4.8.14 Variation de la FCOH $|\rho_{vv}(\lambda, 0, \omega)|$ TI: (a) Ondes P (b) Ondes SV (c) Ondes P et SV
SOL1 avec $V_s=100m/s$, *MO:ICV*

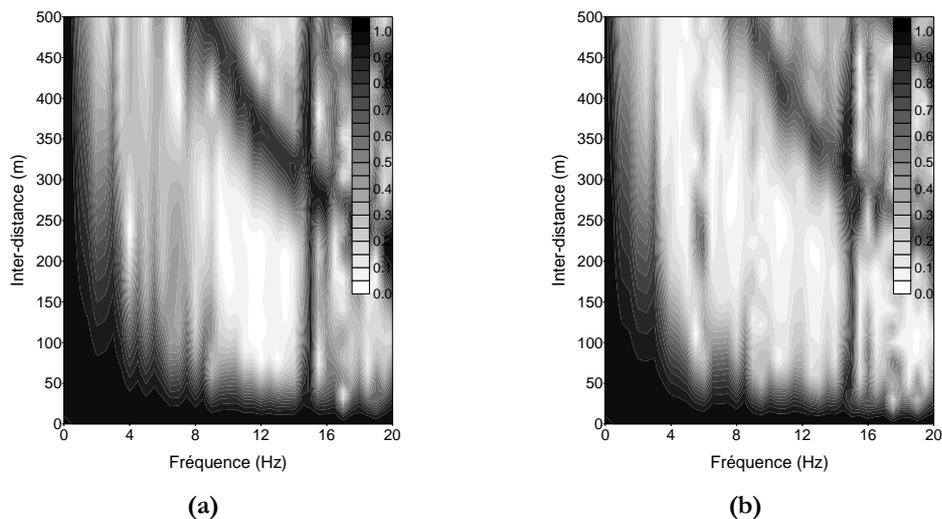


Figure 4.8.15 Variation de la FCOH (a) $|\rho_{uu}(\lambda, 0, \omega)|$ (b) $|\rho_{vv}(\lambda, 0, \omega)|$

SOL2 avec $V_s=100m/s$, *MO*:IIC, *TI*: Ondes P

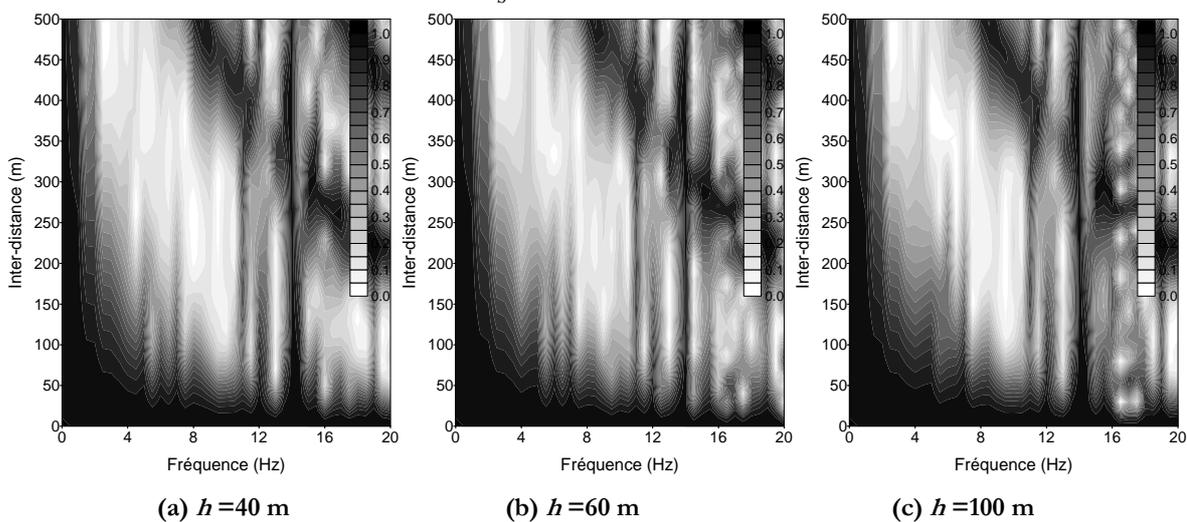


Figure 4.8.16 Variation de la FCOH $|\rho_{uu}(\lambda, y = -h, \omega)|$, *MO*: IIC, *SOL2*, *TI*: Ondes P

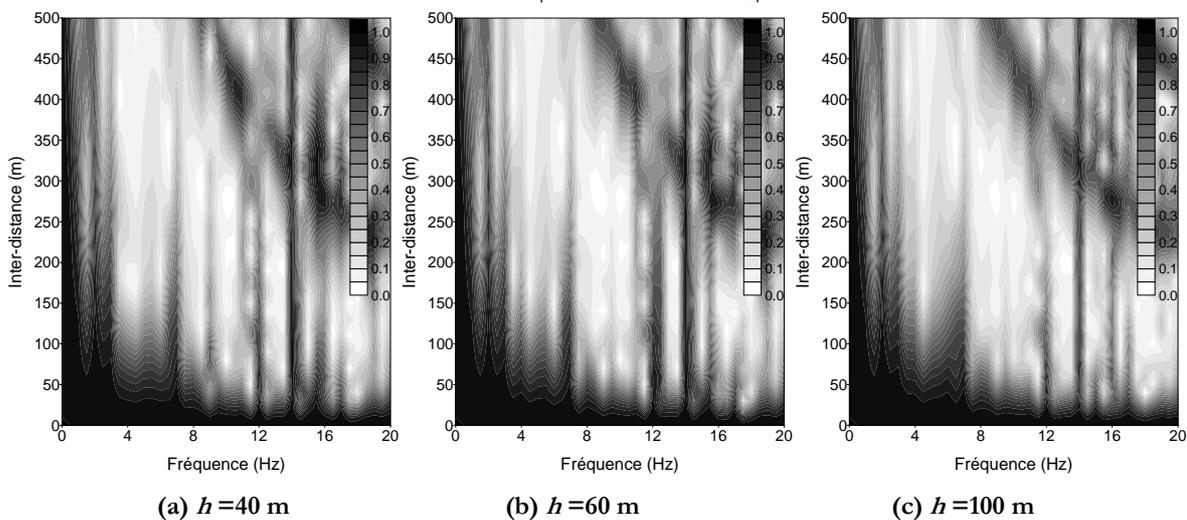


Figure 4.8.17 Variation de la FCOH $|\rho_{vv}(\lambda, y = -h, \omega)|$, *MO*: IIC, *SOL2*, *TI*: Ondes P

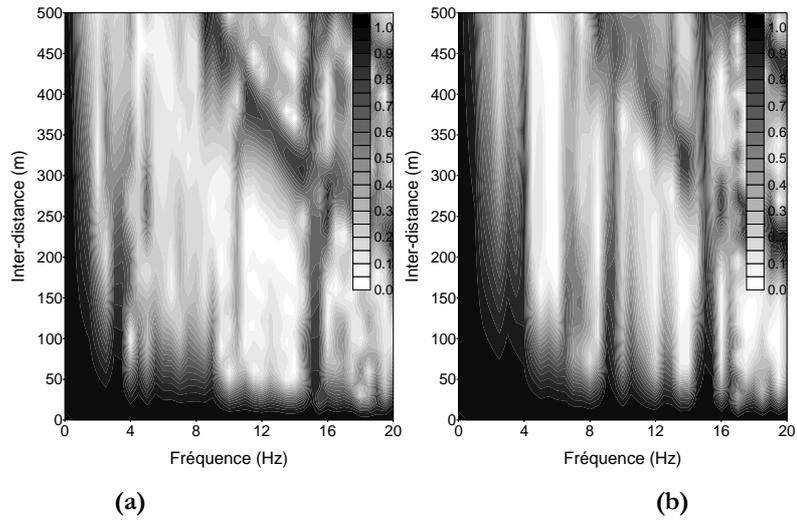


Figure 4.8.18 Variation de la FCOH (a) $|\rho_{uu}(\lambda, 0, \omega)|$ (b) $|\rho_{vv}(\lambda, 0, \omega)|$

SOL2 avec $V_s=100m/s$, *MO*:IIC, *TI*: Ondes SV

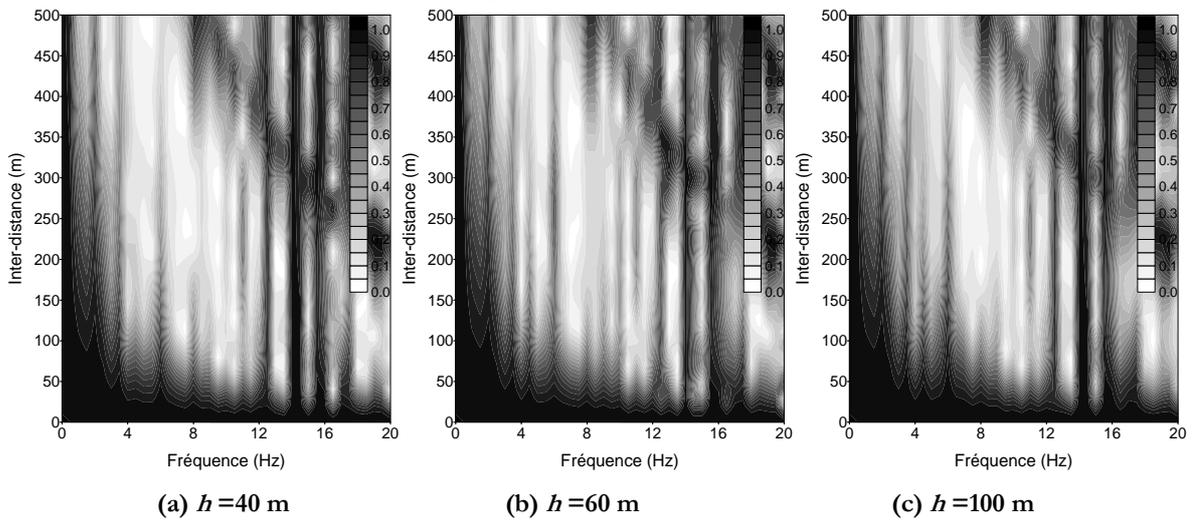


Figure 4.8.19 Variation de la FCOH $|\rho_{uu}(\lambda, y = -h, \omega)|$, *MO*: IIC, *SOL2*, *TI*: Ondes SV

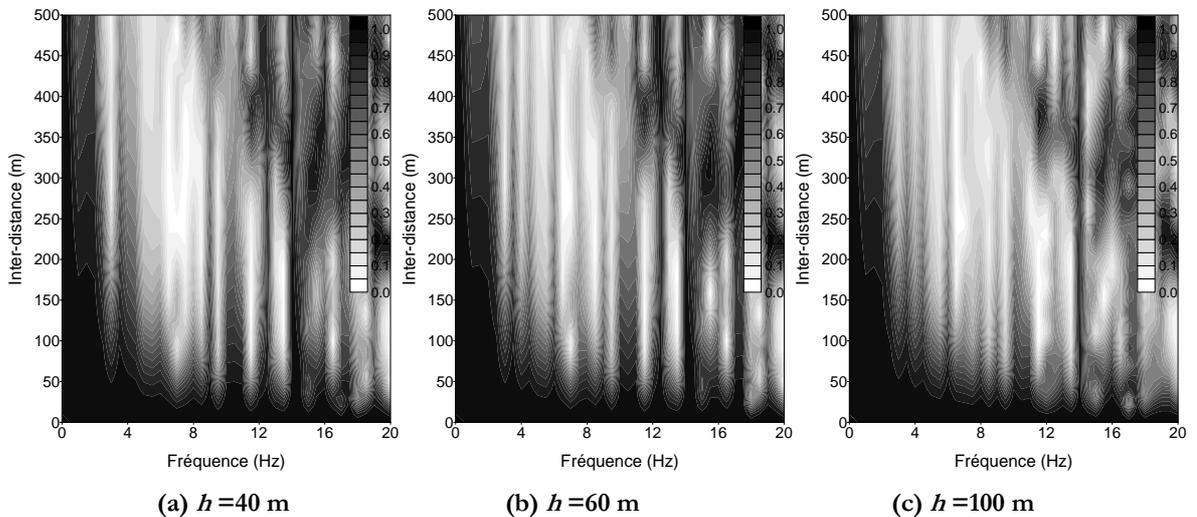


Figure 4.8.20 Variation de la FCOH $|\rho_{vv}(\lambda, y = -h, \omega)|$, *MO*: IIC, *SOL2*, *TI*: Ondes SV

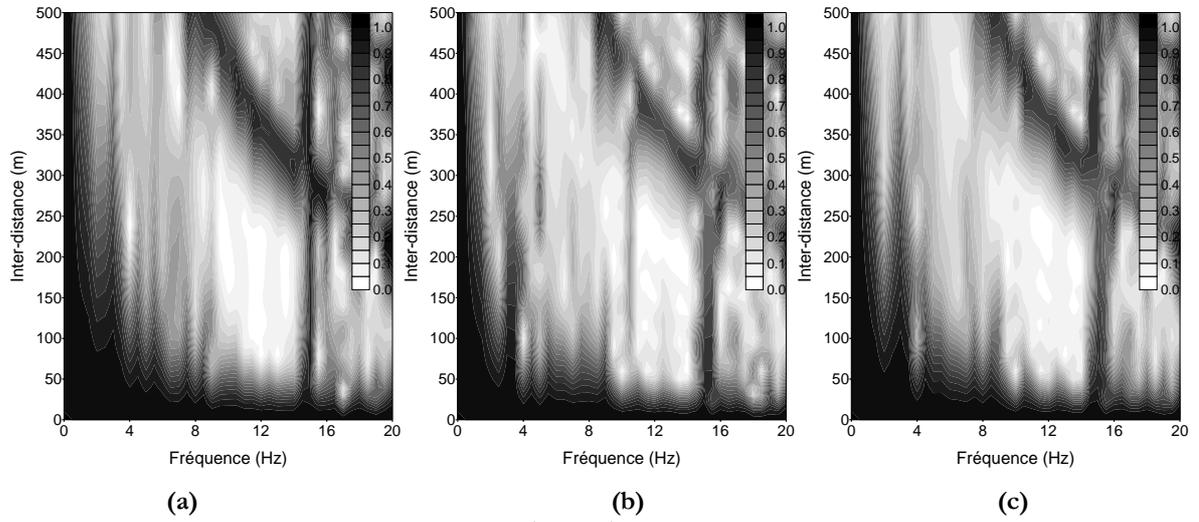


Figure 4.8.21 Variation de la FCOH $|\rho_{uu}(\lambda, 0, \omega)|$ TI: (a) Ondes P (b) Ondes SV (c) Ondes P et SV
SOL2 avec $V_s=100m/s$, *MO*:IIC

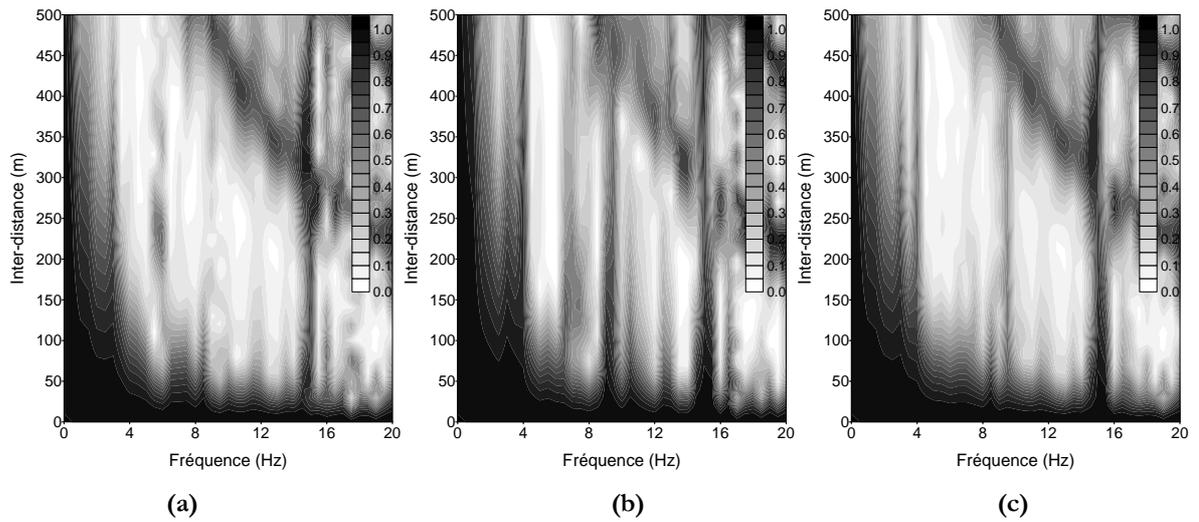


Figure 4.8.22 Variation de la FCOH $|\rho_{vv}(\lambda, 0, \omega)|$ TI: (a) Ondes P (b) Ondes SV (c) Ondes P et SV
SOL2 avec $V_s=100m/s$, *MO*:IIC

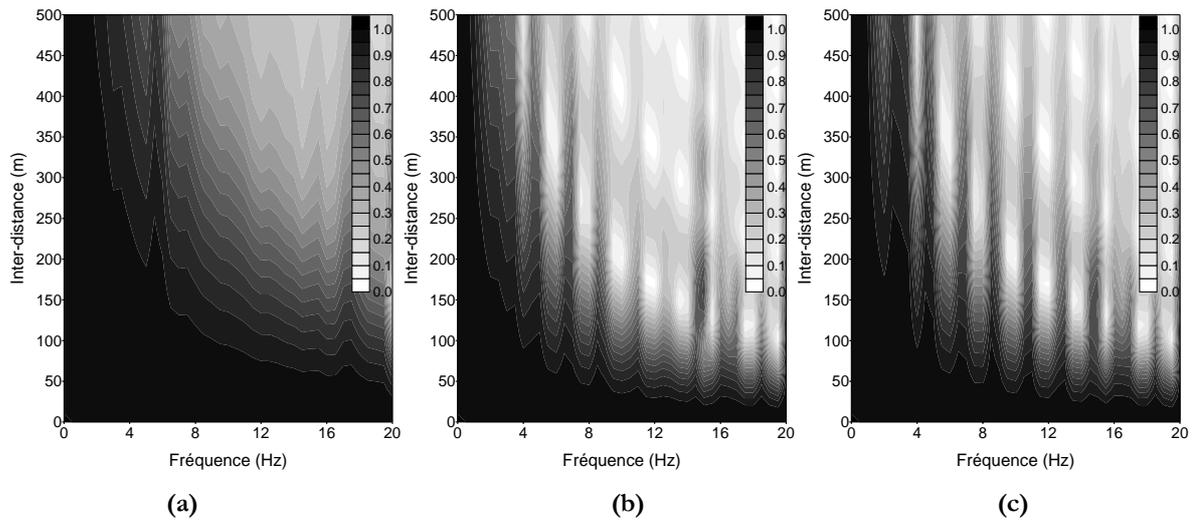


Figure 4.8.23 Variation de la FCOH $|\rho_{uu}(\lambda, 0, \omega)|$ TI: (a) Ondes P (b) Ondes SV (c) Ondes P et SV

SOL2 avec $V_s=100m/s$, MO:ICV

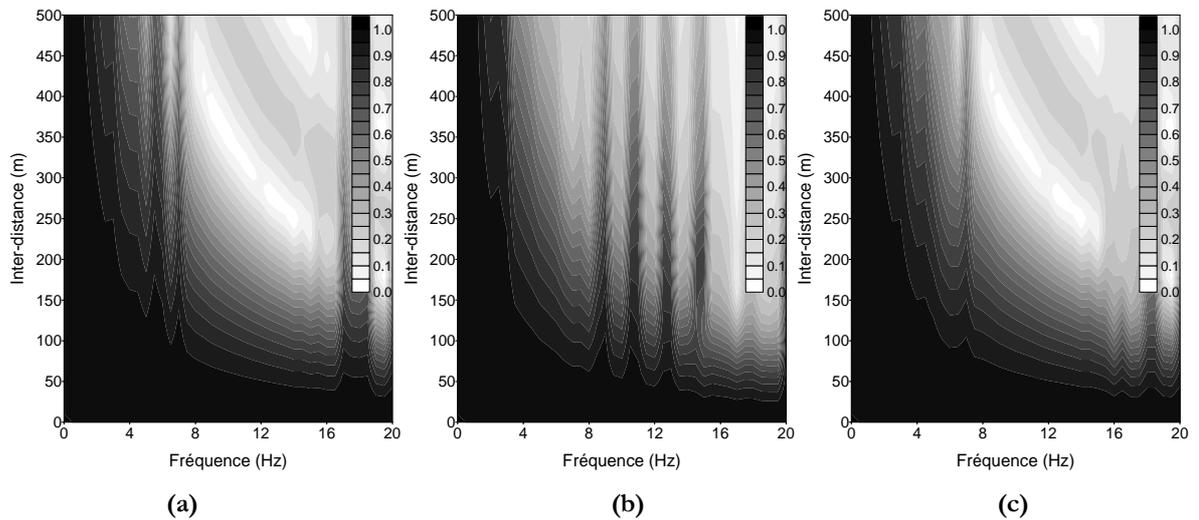


Figure 4.8.24 Variation de la FCOH $|\rho_{vv}(\lambda, 0, \omega)|$ TI: (a) Ondes P (b) Ondes SV (c) Ondes P et SV

SOL2 avec $V_s=100m/s$, MO:ICV

4.9 Conclusion

Le présent chapitre a été consacré à l'analyse de la variabilité spatiale du signal sismique en utilisant la matrice de fonctions de cohérence développées par le biais de la CSDA et ce en supposant que le champ sismique est le résultat de l'incidence simultanée ou non d'ondes P-SV-SH à travers deux types de sol, à savoir le sol en demi-espace (dit *SOL1*) et le sol stratifié reposant sur le demi-espace (dit *SOL2*). L'identification du degré de dépendance de la matrice de fonctions de cohérence vis-à-vis d'un certain nombre des paramètres tels que le Mode d'incidence (*MO*), le Type d'incidence (*TI*), le Type de sol (*TS*) et la profondeur (*PR*) a été ainsi abordée. Cette

identification a été menée en faisant varier un de ces quatre paramètres tout en fixant les trois autres.

L'étude paramétrique menée sur l'effet du *MO* sur la variation des fonctions de cohérence a montré que l'incidence préférentielle (c'est-à-dire les inputs cohérents verticaux et horizontaux) des ondes sismiques, induit une forte cohérence du signal par rapport à l'input incohérent. De plus il a été montré que le choix du type d'ondes à utiliser dans la CSDA est très important lorsque les valeurs des deux variables : fréquence et distance de séparation deviennent importantes. En effet, pour de faibles valeurs de ces deux variables, les fonctions de cohérence obtenues en utilisant des ondes SH, P ou SV sont pratiquement identiques. Toutefois, pour de grandes valeurs de l'une de ces deux variables ou bien les deux en même temps, on a remarqué que la fonction de cohérence obtenue pour le cas de l'incidence d'ondes SH décroît plus rapidement que celles obtenues pour les cas d'incidence combinée ou non d'ondes P et SV.

Par ailleurs, la CSDA permet d'expliquer des résultats empiriques d'apparence contradictoires portant sur la variation des fonctions de cohérence du mouvement pour ces composantes horizontale et verticale. En fait, certains auteurs (Chiu H.-C. et al. 1995, Hanamura et al. 1996) ont émis, sur la base de traitement statistique des données, des conclusions non concordantes quant à la variation et l'importance des valeurs de la fonction de cohérence horizontale par rapport à la fonction de cohérence verticale. Nous avons trouvé que la fonction de cohérence de la composante verticale reste plus faible par rapport à celle obtenue pour la composante horizontale pour le cas de l'incidence des ondes P. Le résultat contraire a été observé lorsque le schéma d'incidence est limité au cas des ondes SV. Ce résultat pourra être utilisé lorsqu'on voudra définir le contenu ondulatoire du signal, dans le sens où une cohérence verticale plus forte que la cohérence horizontale implique une forte présence d'ondes incidentes SV que d'ondes incidentes P dans le signal. Ce résultat est très important car certaines structures sont plus vulnérables aux signaux dominés par les ondes P. Par contre, on ne peut se prononcer sur la validité de ces résultats pour une incidence combinée des ondes P-SV.

D'un autre côté, nous avons trouvé que les taux de décroissance suivant les deux variables : fréquence et inter-distance, de la fonction de cohérence en surface ne sont pas identiques uniquement lorsque les ondes P et/ou SV sont incidentes dans un demi-espace supportant un sol stratifié ce qui explique les dernières observations faites sur des enregistrements sismiques. Il est donc logique de penser que, pour des distances de séparation assez importantes, le recours à la CSDA, pour déterminer la fonction de cohérence dans un sol stratifié, doit être effectué en supposant que le signal sismique est le résultat de l'incidence d'ondes P-SV. Cette démarche dans

la description de la variabilité spatiale du signal sismique par la CSDA fera l'objet d'une étude exhaustive dans le Chapitre 5.

Enfin, nous avons remarqué que les valeurs de fonctions de cohérence déduites en profondeur sont différentes et parfois supérieures à celles obtenues en surface. Or, actuellement les ingénieurs utilisent des fonctions de cohérence développées par le biais de modèles de cohérence, valables en surface uniquement, pour dimensionner des structures enterrées. Par conséquent, il se peut que cette démarche puisse avoir une incidence sur la sécurité des structures ayant des appuis en profondeur. Le Chapitre 6 est consacré à cette problématique.

Partie –III-

Identification de la variabilité spatiale par la CSDA sur certains réseaux et aspects engineering de l'application de la CSDA

Chapitre 5 : Analyse critique et comparative entre la CSDA et les modèles de cohérence existants

5.1	Introduction	135
5.2	Relevé des réseaux et des modèles de cohérence	136
5.3	Cas du réseau Chiba installé au niveau du site CHIBA (Japon)	138
5.4	Cas du réseau Euroseistest installé au niveau du site THESSALONIKI (Grèce)	148
5.5	Cas du réseau Kinokawa installé au niveau du site WAKAYAMA (Japon)	156
5.6	Conclusion	165

Chapitre 6 : Analyse de la variabilité spatiale du signal sismique en profondeur par la CSDA : Quels impacts pour l'ingénieur ?

6.1	Introduction	167
6.2	Position du problème	168
6.3	Simulation du mouvement sismique	169
6.4	Génération du spectre de réponse en utilisant les signaux simulés par SIMQKE-II et définition de la notion d'erreur <i>caractérisée</i>	175
6.5	Cas du sol en demi-espace	178
6.6	Cas du sol stratifié	187
6.7	Analyse critique	195
6.8	Conclusion	196

Chapitre 7 : Conclusion générale

7.1	Eléments de synthèse	197
7.2	Recommandations pour travaux futurs	199

Chapitre 5

Analyse critique et comparative entre la CSDA et les modèles de cohérence existants

5.1 Introduction

La CSDA en tant que méthodologie d'analyse de la variabilité spatiale du signal sismique tant en profondeur qu'en surface est un outil très intéressant. Cette nouvelle approche apporte des éléments de réponse quant à la description de la variabilité spatiale du signal pour ses trois composantes et ce en tous points du massif de sol. Cette approche nécessite la connaissance de la matrice de transfert du mouvement et de la matrice de fonctions d'inter-densité spectrale du mouvement à la surface. Ces matrices ont été mises en place et ce en supposant que le signal sismique est le résultat de l'incidence simultanée ou non d'ondes P-SV-SH à travers deux types de sol. L'étude paramétrique menée dans le Chapitre 4 nous a permis d'identifier les effets de quatre paramètres c'est-à-dire : Mode d'incidence, Type d'incidence, Type de sol et Profondeur sur la variation des éléments de la matrice de fonctions de cohérence.

L'utilisation de la CSDA avec le modèle physique pour un site donné nécessite donc la connaissance de ces quatre paramètres. Le paramètre Profondeur est, par opposé aux autres paramètres, considéré comme étant une donnée à priori. Concrètement comment choisir les valeurs d'un paramètre donné ? La complexité du choix est justifiée par le fait que le calcul d'une fonction de cohérence n'est pas le résultat de la variation d'un seul paramètre mais la combinaison des trois paramètres.

L'objectif du présent chapitre est de formuler des recommandations quant à la pertinence au recours d'hypothèses sur les trois paramètres. Ainsi, on va par exemple définir quelles sont les hypothèses à retenir pour le Mode d'incidence et quels sont les outils de décision qui nous permettent de choisir pour un site donné les hypothèses adéquates.

Pour ce faire on a adopté une approche comparative et critique avec les résultats obtenus pour trois réseaux (Chiba, Euroseistest et Kinokawa) où plusieurs modèles de cohérences existants ont été utilisés. Il est à rappeler que ces modèles décrivent la variabilité spatiale du signal sismique suivant sa composante horizontale et en surface uniquement, par conséquent l'application de la CSDA s'effectuera dans ces conditions uniquement. Toutefois, pour le réseau de Kinokawa, la

fonction de cohérence du mouvement suivant sa composante verticale a été calculée. Par conséquent, l'application de la CSDA sera appliquée pour ce réseau.

5.2 Relevé des réseaux et des modèles de cohérence

5.2.1 Liste des réseaux

De denses réseaux d'accélérographes ont été déployés sur certains sites (Annexe A). Les données recueillies sur ces réseaux ont servi à la mise en place de fonctions de cohérence. Parmi ces réseaux, notre choix s'est porté sur les réseaux suivants :

Site	Nom du réseau	Localisation - Pays
Chiba	Chiba	Japon
Thessaloniki	Euroseistest	Grèce
Wakayama	Kinokawa	Japon

En fait ce choix est dicté par deux raisons :

- Les propriétés mécanique et géométrique du proche sous-sol, éléments indispensables à l'application de la CSDA, sont disponibles.
- Les fonctions de cohérence ont été calculées sur des distances variant de 60 m à 300 m, ce qui représente la plage de distance sur laquelle les effets de la variabilité spatiale peuvent être très importants. Il est à rappeler que ces fonctions de cohérence sont calculées soit par le traitement direct des données, soit en utilisant des modèles ajustés pour le site étudié. A titre d'exemple, la fonction de cohérence pour le site de Chiba a été calculée par quatre modèles et ce en plus du modèle déduit du traitement direct des données (Santa-Cruz et al., 2000).

Du moment que les propriétés mécanique et géométrique du proche sous-sol (Type de sol) sont disponibles au niveau de ces sites, la présente étude ne porte que sur les paramètres Mode et Types d'incidence

5.2.2 Fonctions de cohérence

a) Présentation

Les données obtenues sur ces trois réseaux ont servi au calcul de la fonction de cohérence. Ce calcul a été effectué soit en utilisant des modèles de cohérence (dit MOD1) soit en traitant directement les données (dit MOD2). D'un réseau à un autre, la fonction de cohérence a été

calculée par le biais de MOD1 et/ou MOD2. Ainsi Santa-Cruz et al. (2000) ont utilisé les modèles de Luco et Wong, de Hindy et Novak, d'Harichandran et d'Abrahamson en plus du modèle MOD2.

La fonction de cohérence telle qu'établie par les divers modèles s'écrit $|C(f, \lambda)|$, elle correspond aux fonctions de cohérence $|\rho_{mm}(\lambda, 0, \omega)|$, $m = (u, v, w)$ avec $\omega = 2\pi f$, déduites par la CSDA. Il est clair que les quatre modèles ne décrivent la variabilité qu'en surface, de ce fait l'étude ne se fera que pour $|\rho_{mm}(\lambda, 0, \omega)|$, $m = (u, v, w)$ avec $\omega = 2\pi f$ déduits par la CSDA. Par ailleurs, on rappelle que pour chaque modèle la détermination de son ou ses paramètre(s) se fait au préalable et ce par l'utilisation des enregistrements sismiques.

b) Modèle de Hindy et Novak (1980)

La fonction de cohérence développée s'écrit

$$|C(f, \lambda)| = \exp\left[-(\alpha f \lambda)^\beta\right] \quad (5.2.2.1)$$

où α et β sont des paramètres pouvant être déterminés pour un site donné par le biais du traitement statistique des données recueillies sur ce site. C'est un modèle à **02 paramètres** : α et β .

c) Modèle de Harichandran et al. (1986)

Ce modèle a été développé sur la base du traitement des données du réseau SMART-1

$$|C(f, \lambda)| = A \exp\left[-\frac{2\lambda}{\alpha\theta(f)}(1-A+\alpha A)\right] + (1-A) \exp\left[-\frac{2\lambda}{\theta(f)}(1-A+\alpha A)\right] \quad (5.2.2.2)$$

$$\text{avec } \theta(f) = k\left[1 + \left(f/f_0\right)^b\right]^{1/2}$$

C'est un modèle à **05 paramètres** : A, α, k, f_0, b qui sont déterminés pour un site donné par le biais du traitement statistique des données recueillies sur ce site.

d) Modèle de Luco-Wong (1986)

Ce modèle reste l'un des plus simples à utiliser car il ne requiert la connaissance que d'un seul paramètre. Dans certains codes de calcul tels que ANSYS Ver5.2 (Peter, 1997), ce modèle est utilisé.

$$|C(f, \lambda)| = \exp\left[-(\eta f \lambda / V_s)^2\right] \quad (5.2.2.3)$$

C'est un modèle à **01 paramètre** : η/V_S (noté aussi γ/V_S), où V_S est la vitesse de propagation des ondes de cisaillement. Ce paramètre est déterminé pour un site donné par le biais du traitement statistique des données recueillies sur ce site. Le rapport η/V_S prend des valeurs comprises entre 2.10^{-4} sec/m et 3.10^{-4} sec/m (Luco et al., 1986). Certains auteurs ont trouvé que ce rapport peut facilement atteindre 8.10^{-4} sec/m

e) Modèle de Abrahamson (1991)

$$\frac{1}{\tanh(C(f,\lambda))} = (2.54 - 0.0012\lambda) \left(\exp(-0.115 - 0.00084\lambda) f + \frac{1}{3} f^{-0.878} \right) + 0.35 \quad (5.2.2.4)$$

Ce modèle a été développé par le biais d'une analyse de régression non linéaire sur des données sismiques (15 événements sismiques) obtenues grâce au réseau LSSST. De ce fait, ce modèle n'est valable que pour de faibles distances (inférieures à 100 m). Ce modèle ne requiert pas de paramètres.

f) Considération importante

Sur les quatre modèles retenus, seul le modèle d'Abrahamson ne requiert pas de paramètres. Ainsi, les modèles de Luco-Wong, d'Harichandran et de Hindy et Novak nécessitent 01, 05 et 02 paramètres respectivement. Pratiquement comment s'effectue l'évaluation de ces paramètres ? Sur un site donné, on se doit d'avoir des enregistrements sismiques recueillis sur des stations séparées par des distances de séparation λ connues. Pour chaque modèle, l'ajustement de ces enregistrements est effectué pour déterminer son ou ses paramètre(s). Il faut noter ici que pour la détermination du paramètres du modèle de Luco-Wong, le signal sismique n'est pas tronqué de ses composantes d'ondes P bien que ce modèle ait été établie en considérant que le signal est le résultat de la propagation d'ondes de cisaillement uniquement (Luco et al., 1986).

5.3 Cas du réseau Chiba installé au niveau du site CHIBA (Japon)

5.3.1 Généralités

Le réseau de la station expérimentale installé sur le site de CHIBA est situé à 30 Km à l'est de Tokyo. Le traitement des données recueillies sur ce réseau a permis d'identifier les paramètres de trois modèles de cohérence, i.e. les modèles de Luco-Wong, d'Harichandran et de Hindy et Novak (Santa-Cruz et al., 2000). Le travail mené par Santa-Cruz et al. (2000) présente un intérêt particulier car une étude comparative a été menée sur la variation de la fonction de cohérence déduite par les quatre modèles (Luco-Wong, Harichandran, Hindy et Novak et Abrahamson). De plus, ces

données ont été traitées directement par une analyse régressive pour déduire une fonction de cohérence, dénommée modèle *ensamblado*, sans passer par ces modèles. Ce type de traitement permet d'établir une fonction de cohérence qui reste valable uniquement pour le site et l'évènement étudiés. La fonction de cohérence déduite par le modèle *ensamblado*, peut être considérée comme étant exacte mais par contre elle n'est valable que pour le site et pour l'évènement sismique ayant servi à son établissement. Le terme "exact" est utilisé car la fonction de cohérence déduite par ce modèle a été déterminée en utilisant les enregistrements au niveau du site Chiba sans passer par les modèles sus cités. Dans ce qui suit, une description des conditions géotechniques du sol sur lequel est installé le réseau est présentée.

5.3.2 Conditions géotechniques

Le réseau de CHIBA repose sur un sol stratifié horizontalement composé d'une couche de sol sableux de 7m et reposant sur un sol ferme lequel surmonte un substratum dont la profondeur n'est pas connue (Fig. 5.3.1).

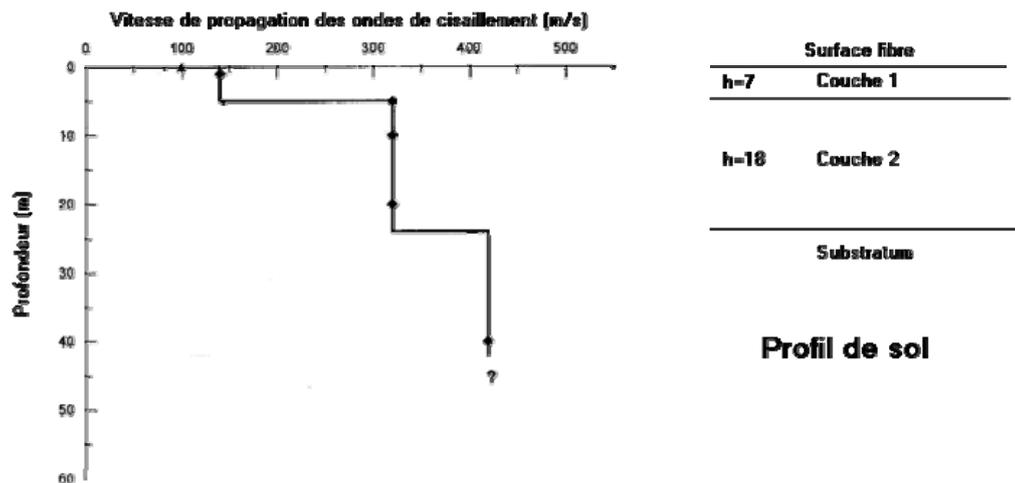


Figure 5.3.1 Propriétés mécaniques et géométriques du site de CHIBA Experiment Station.

Le Tableau 5.1 nous renseigne sur les propriétés du sol sur lequel repose le réseau CHIBA (Yamazaki et al 1992, Santa-Cruz et al. 2000).

Tableau 5.1 Caractéristiques mécaniques et géométriques du site CHIBA

N° de la couche	v_p (m/s)	v_s (m/s)	Epaisseur (m)
1	240	140	7
2	555	320	18
Substratum	745	430	/

5.3.3 Déduction de la fonction de cohérence par le traitement statistique des données (travaux de Santa-Cruz et al., 2000)

Santa-Cruz et al. (2000) ont déterminé les paramètres de chaque modèle. Ainsi pour le :

* modèle de Hindy et Novak (1980) $\alpha = 0.0000861, \beta = 0.81$

* modèle d'Harichandran (1986) $A = 0.178, \alpha = 0.03652, k = 21589.3, f_0 = 0.494, b = 2.534$

* modèle de Luco-Wong (1986) $\eta/V_s = 0.000538$.

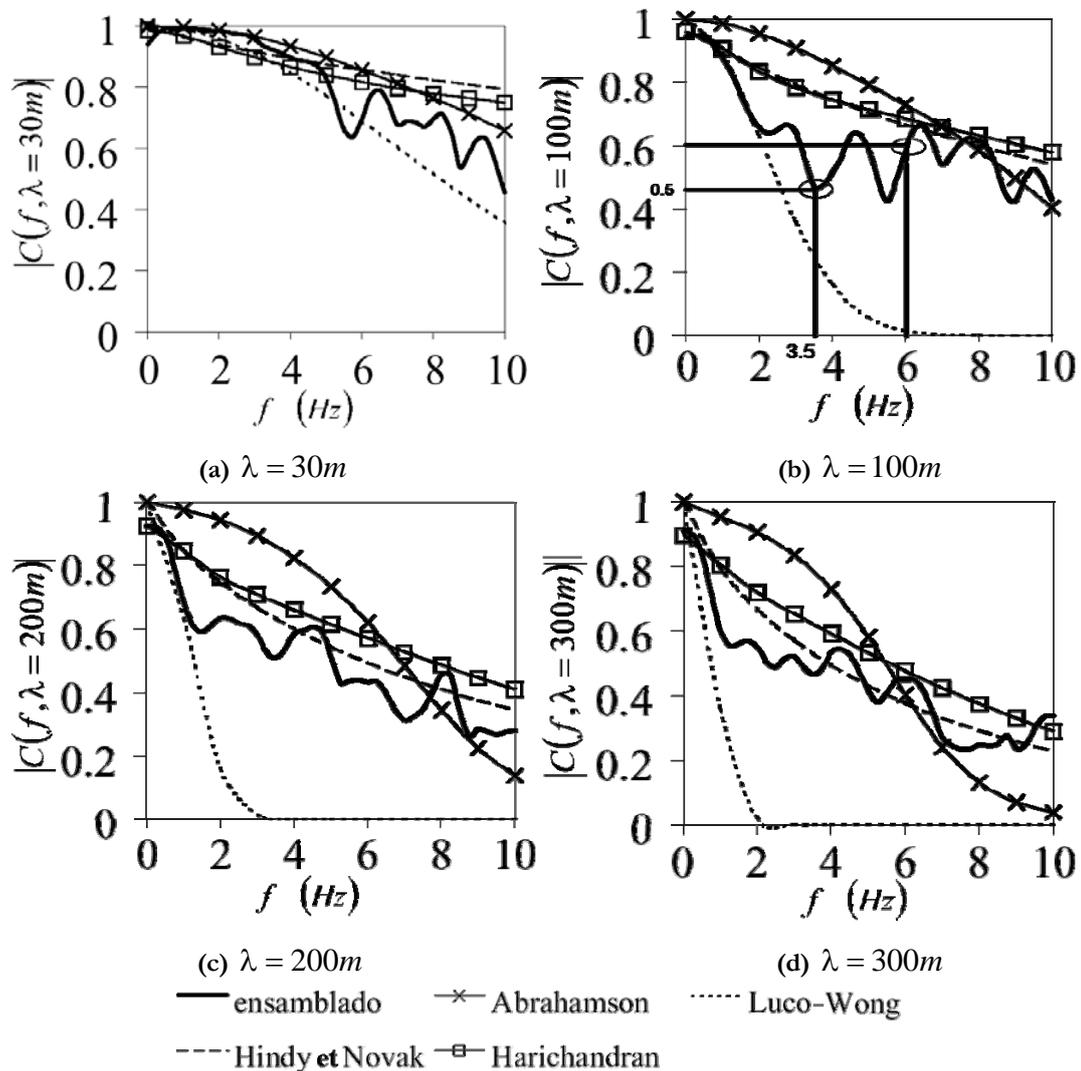


Figure 5.3.2 Fonction de cohérence par modèle (Santa-Cruz et al., 2000)

Les fonctions de cohérence déterminées par les quatre modèles et le modèle *ensablado* ont été estimées pour plusieurs distances de séparation, comprises entre 30m et 300m. Dans cette plage de distances, les modèles de Luco-Wong, d'Harichandran et de Hindy et Novak sont applicables. Notons que les auteurs de cette étude ont aussi utilisé le modèle d'Abrahamson pour estimer la

fonction de cohérence pour des stations séparées de $\lambda = 200m$ et $\lambda = 300m$ bien que ce modèle ne reste applicable que pour des distances de séparation inférieures à $100m$.

L'examen des Figs. 5.3.2 montre que les fonctions de cohérence déduites par les quatre modèles et le modèle *ensamblado* sont très proches uniquement pour $\lambda = 30m$ (Fig. 5.3.2a). Au delà de cette valeur, c'est-à-dire pour $\lambda = 100m$ (Fig. 5.3.2b), $\lambda = 200m$ (Fig. 5.3.2c) et $\lambda = 300m$ (Fig. 5.3.2d), on remarque que les valeurs de la fonction de cohérence déduite par le modèle de Luco-Wong décroissent très rapidement et ce par rapport aux modèles d'Harichandran de Hindy et Novak, d'Abrahamson mais aussi par rapport au modèle *ensamblado*. En effet, nous remarquons clairement que le modèle de Luco-Wong n'est valable que pour les faibles distances de séparation ($\lambda = 30m$) et mais aussi pour les faibles fréquences alors que pour les hautes fréquences et inter-distances ce modèle est caractérisé par une forte décroissance (Figs. 5.3.2b-c-d) par rapport aux autres modèles et notamment le modèle *ensamblado*. Considérons par exemple la fonction de cohérence pour $\lambda = 100m$. On remarque que pour $f = 6Hz$, la fonction déduite par le modèle de Luco-Wong s'annule (Fig. 5.3.2b) alors que pour les autres modèles et en particulier pour le modèle *ensamblado* elle reste voisine de 0.6 (Figs. 5.3.2b). Ce constat est confirmé pour des distances de séparation égale à $200m$ (Fig. 5.3.2c) et $300m$ (Fig. 5.3.2d) où la fonction de cohérence s'annule pour des fréquences égales à $3Hz$ et $2Hz$ respectivement alors que pour ces fréquences la fonction de cohérence est supérieure à 0.6 et 0.5 respectivement.

Quelle est l'implication de ce constat sur l'étude d'une structure étendue sachant que le modèle de Luco-Wong est largement utilisé car il ne requiert qu'un seul paramètre? En fait, considérer que le signal sismique se caractérise par une grande variabilité c'est-à-dire que la fonction de cohérence est nulle alors qu'elle ne l'est pas, va pénaliser la structure car on suppose ainsi qu'elle doit résister à un mouvement totalement incohérent alors qu'une cohérence partielle existe. Par conséquent, l'utilisation du modèle de Luco-Wong pour de grandes valeurs d'inter-distances provoque un surdimensionnement de la structure. Une récente étude menée par Riepl (1997) a mis en évidence une distance limite supérieure d'application du modèle de Luco-Wong égale à $100m$ et ce à travers le traitement de données obtenues sur un autre réseau (Euroseistest). Cette distance dite "*Cross-over distance*" est une limite d'applicabilité du modèle de Luco-Wong. Toutefois, on note à travers l'étude de Santa-Cruz et al. (2000), que le modèle de Luco-Wong reste aussi valable pour des distances supérieures à $30m$ mais à condition que la fréquence soit inférieure à une valeur f_{max} égale par exemple à $2Hz$ lorsque $\lambda = 100m$ (Fig. 5.3.2b). Ainsi, cette notion de "*Cross-over distance*" doit être connectée à la notion de "*Cross-over frequency*".

Par ailleurs, nous remarquons que pour les cinq approches (quatre modèles et modèle *ensamblado*), la fonction de cohérence se caractérise par une décroissance lorsque la distance de séparation λ et/ou la fréquence f augmente. Toutefois, une nette différence existe sur le type de décroissance entre d'une part les quatre modèles et d'autre part le modèle *ensamblado*. En effet, nous remarquons que pour les quatre modèles, la fonction de cohérence se caractérise par :

$$\forall f \quad |C(f, \lambda)| > |C(f + \Delta f, \lambda)| \quad \text{et ce pour } \lambda = 30m, 100m, 200m, 300m \quad (5.3.3.1)$$

où Δf est un incrément fréquentiel.

En d'autres termes, pour les quatre modèles, la fonction de cohérence obtenue pour un couple (f, λ) est toujours supérieure à celle trouvée pour le couple $(f + \Delta f, \lambda)$. Ce résultat n'est pas observé pour le modèle *ensamblado*. Considérons par exemple la fonction de cohérence déduite de ce modèle pour $\lambda = 100m$ (Fig. 5.3.2b). L'examen de cette figure montre que la fonction de cohérence obtenue pour le couple $(f = 3.5Hz, \lambda = 100m)$ est égale à 0.5 alors que celle obtenue pour le couple $(f = 6Hz, \lambda = 100m)$ ne décroît pas mais est égale à 0.6. Certes la décroissance d'ensemble de la fonction de cohérence déduite du modèle *ensamblado* est observée c'est-à-dire que les valeurs de la fonction de cohérence pour les hautes fréquences restent inférieures à celles obtenues pour les petites fréquences mais pour des fréquences moyennes ce résultat n'est pas observé. Ainsi une nette fluctuation des valeurs est observée uniquement par ce modèle.

Qu'en est il de la variation de la fonction de cohérence par le modèle CSDA ?

5.3.4 Dédution de la fonction de cohérence par la CSDA :

A ce stade de l'étude, on s'est proposé d'appliquer la CSDA pour ce site, qui est considéré comme étant stratifié horizontalement (Figs. 5.3.1-5.3.3). Il est à rappeler que les fonctions de cohérence calculées par Santa-Cruz et al. (2000) l'ont été uniquement pour la composante horizontale et seulement en surface. De ce fait, et dans un but de comparaison, l'application de la CSDA se fera uniquement pour la composante horizontale et en surface seulement. La fonction de cohérence utilisée est $|\rho_{ww}(\lambda, y, \omega)|$ pour les ondes SH, $|\rho_{uu}^P(\lambda, y, \omega)|$ pour les ondes P et $|\rho_{uu}^{SV}(\lambda, y, \omega)|$ pour les ondes SV (Chapitre 3) et ce avec $y = 0$.

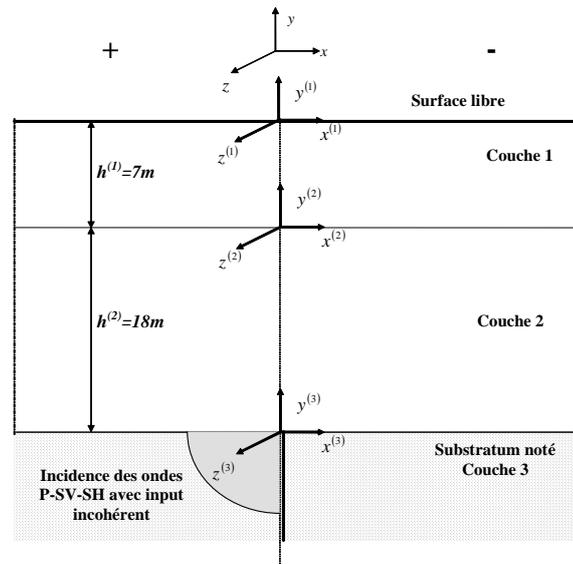


Figure 5.3.3. Incidence simultanée ou non d'ondes incidentes P-SV-SH au niveau du substratum

L'application de la CSDA nécessite maintenant la détermination du type et du mode d'incidence. Ce dernier peut être infini alors que le type d'incidence ne comporte que cinq possibilités SH, SV, P, P-SV et P-SV-SH. Le mode d'incidence choisi est soit de type incohérent ou cohérent. L'étude paramétrique menée dans le Chapitre 4 nous a permis d'affirmer que plus l'input sismique est de type cohérent plus les valeurs de la FCOH tendent à augmenter. Ce résultat observé pour le cas de l'incidence d'ondes SH est remarquablement observable pour le cas de l'incidence d'ondes P et/ou SV pour lequel les FCOH obtenues pour le cas d'un input cohérent (par exemple, ICV ou ICH) sont largement supérieures à celles d'un input incohérent (c'est-à-dire IIC). De plus l'étude paramétrique menée dans le Chapitre 4 a permis de déduire que les ondes P et/ou SV donnent des valeurs de la FCOH supérieures à celles des ondes SH.

La fonction de cohérence, pour des stations distantes de $\lambda = 30m$, déduite par la CSDA avec incidence d'ondes SH (*MO* : Type incohérent) présente des valeurs proches mais légèrement supérieures à celles trouvées par le modèle de Luco-Wong (Fig. 5.3.4b). D'autre part, les résultats de Santa-Cruz et al. ont montré que le modèle *ensamblado* donne une fonction de cohérence proche mais tout de même légèrement supérieure que celle obtenue par le modèle de Luco-Wong (Fig. 5.3.4a). Par conséquent la fonction de cohérence déduite par le modèle CSDA avec incidence d'ondes SH donne des valeurs proches de celles trouvées par le modèle *ensamblado*.

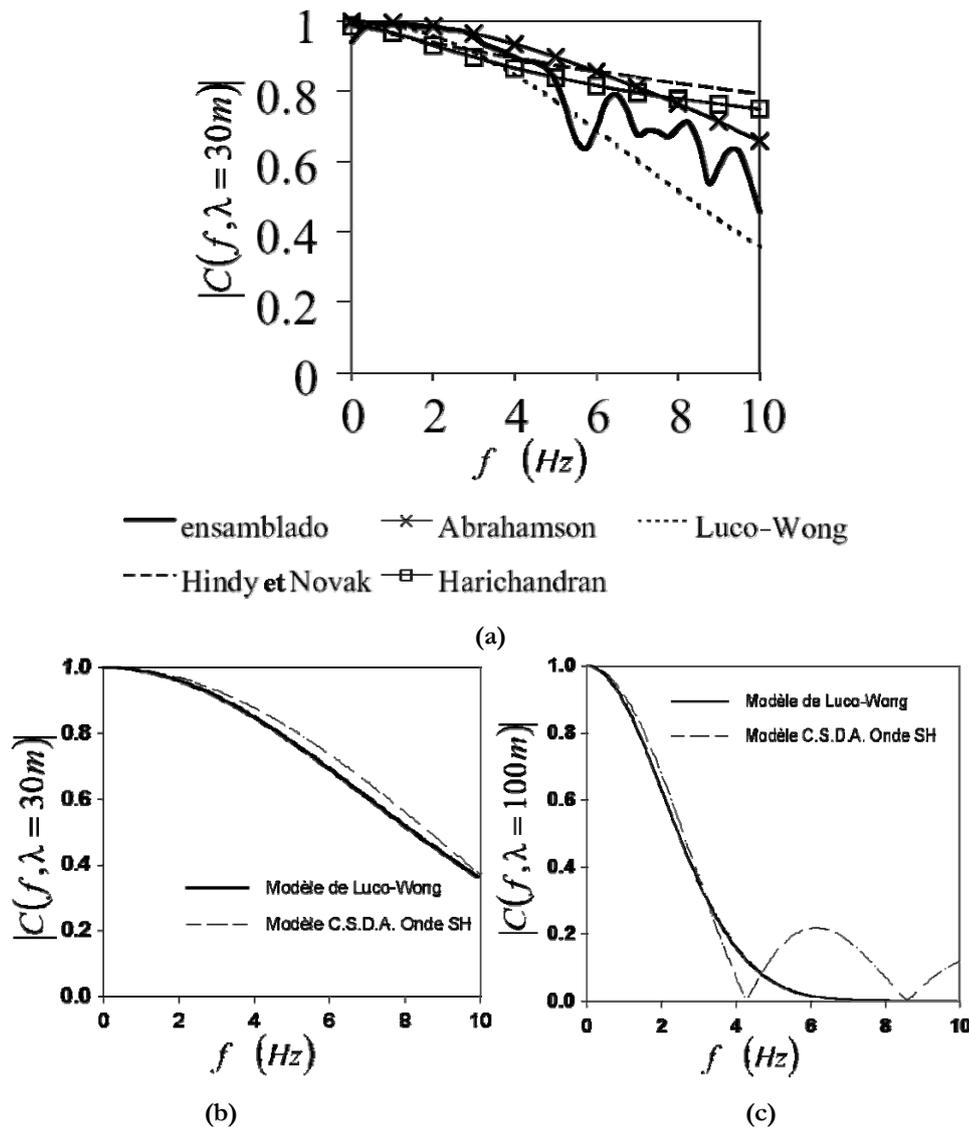


Figure 5.3.4 Fonction de cohérence (a) Résultats de Santa-Cruz et al. (2000) (b) CSDA avec incidence d'ondes SH et Luco-Wong pour $\lambda = 30m$ (c) CSDA avec incidence d'ondes SH et Luco-Wong pour $\lambda = 100m$.

La similitude de variation entre le modèle CSDA avec incidence d'ondes SH et le modèle de Luco-Wong est expliquée par le fait que ce dernier ait été développé en supposant que le signal sismique est le résultat de la propagation d'ondes de cisaillement. Notons que la fonction de cohérence obtenue par la CSDA a été calculée sans paramètre supplémentaire alors que pour le modèle de Luco-Wong on se doit de déterminer, par ajustement des données, le paramètre η/V_S . Par conséquent, il va de soi que l'utilisation de la CSDA avec incidence d'ondes SH est plus pratique que celle du modèle de Luco-Wong. Par ailleurs, l'application de la CSDA avec un type d'incidence SH et un Mode d'incidence cohérent donnera, en vertu des conclusions émises dans le Chapitre 4, des valeurs de la fonction de cohérence supérieures à celle obtenue pour un TI : SH et

un MO : Incohérent. Par conséquent, l'hypothèse d'un MO de type cohérent donnera une fonction de cohérence largement supérieure à celle obtenue par le modèle *ensamblado*.

Qu'en est-il de la variation de la fonction de cohérence par le biais de ces deux modèles pour une inter-distance de 100m ?

L'examen des résultats (Fig. 5.3.4c) montre clairement que les deux approches donnent des valeurs assez proches pour des fréquences inférieures à 4Hz, au-delà de cette fréquence, la fonction de cohérence déduite par le modèle de Luco-Wong s'annule alors que par le modèle CSDA avec ondes SH la fonction de cohérence ne s'annule pas totalement mais reste inférieure à 0.2. Toutefois, nous avons vu que la fonction de cohérence déduite du modèle *ensamblado* ne s'annule pas rapidement (Fig. 5.3.2b). Par conséquent, à ce stade de l'étude, il est possible de dire que le modèle CSDA avec incidence d'ondes SH peut se substituer au modèle de Luco-Wong car d'une part les fonctions de cohérence obtenues par les deux modèles sont très proches et d'autres part car l'utilisation du modèle CSDA avec incidence d'ondes SH ne requiert pas la détermination de paramètres au préalable alors que cette étape est nécessaire pour le modèle de Luco-Wong. Toutefois, il faut noter que la CSDA avec incidence d'ondes SH est, au même titre que le modèle de Luco-Wong, inadaptée pour des distances de séparation élevées. Il est donc probable que l'utilisation d'autres hypothèses sur le type d'ondes incidentes au niveau du substratum autre que le schéma d'incidence d'ondes SH peut amener à de probants résultats pour de grandes distances.

Dans ce qui suit, on va déterminer la fonction de cohérence par la CSDA mais en supposant que le signal au niveau du substratum (Fig. 5.3.3) est la superposition d'ondes incidentes avec quatre schéma d'incidence, c'est à dire la possibilité d'incidence au niveau du substratum (a) d'ondes P, (b) d'ondes SV, (c) d'ondes P-SV et (d) d'ondes P-SV-SH. Il est à noter que la CSDA avec les deux schémas d'incidences combinées P-SV et P-SV-SH est appliquée en considérant que ces ondes présentent le même poids c'est-à-dire que les densités spectrales des ondes P, SV et SH sont identiques. Cette hypothèse a été adoptée car il n'existe pas de méthodes pour estimer les DSP par types d'ondes. Toutefois, la CSDA peut prendre en charge d'autres méthodes de pondération si bien sûr elles sont mises en place.

La détermination de la fonction de cohérence par la CSDA avec les quatre schémas est effectuée pour deux distances de séparation $\lambda = 30m$ et $\lambda = 100m$. L'application de la CSDA avec les quatre schémas d'incidence pour $\lambda = 30m$ peut paraître comme étant une redondance sachant qu'il a été déjà trouvé que pour $\lambda = 30m$, la CSDA avec incidence d'ondes SH donne des résultats très proches à ceux trouvés par le modèle *ensamblado* (Figs. 5.3.4a-b). Toutefois, à travers cette application on cherche à connaître si des schémas d'incidences autres que le cas d'incidence

d'ondes SH peut nous conduire à des résultats similaires au modèle *ensablado*. L'examen des Figs. 5.3.5a-b d'une part et les Figs. 5.3.4a-b d'autre part, montrent que des résultats probants pour de faibles distances ne peuvent être obtenus par le biais de la CSDA, que si et seulement si l'hypothèse d'incidence d'ondes SH au niveau du substratum est retenue. Par conséquent pour les petites distances, il est souhaitable d'utiliser la CSDA avec incidences d'ondes SH au niveau du substratum supportant un sol stratifié.

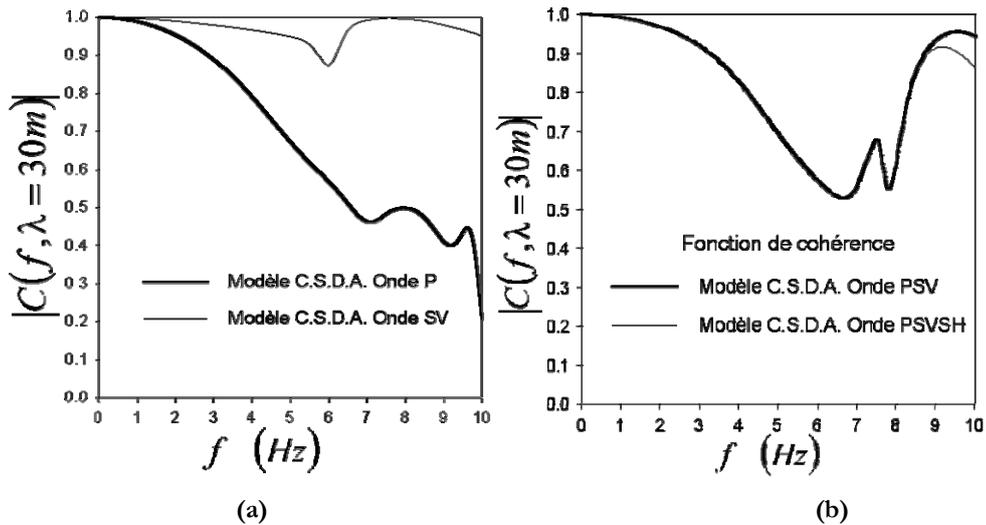


Figure 5.3.5 Fonction de cohérence, modèle CSDA $\lambda = 30m$.

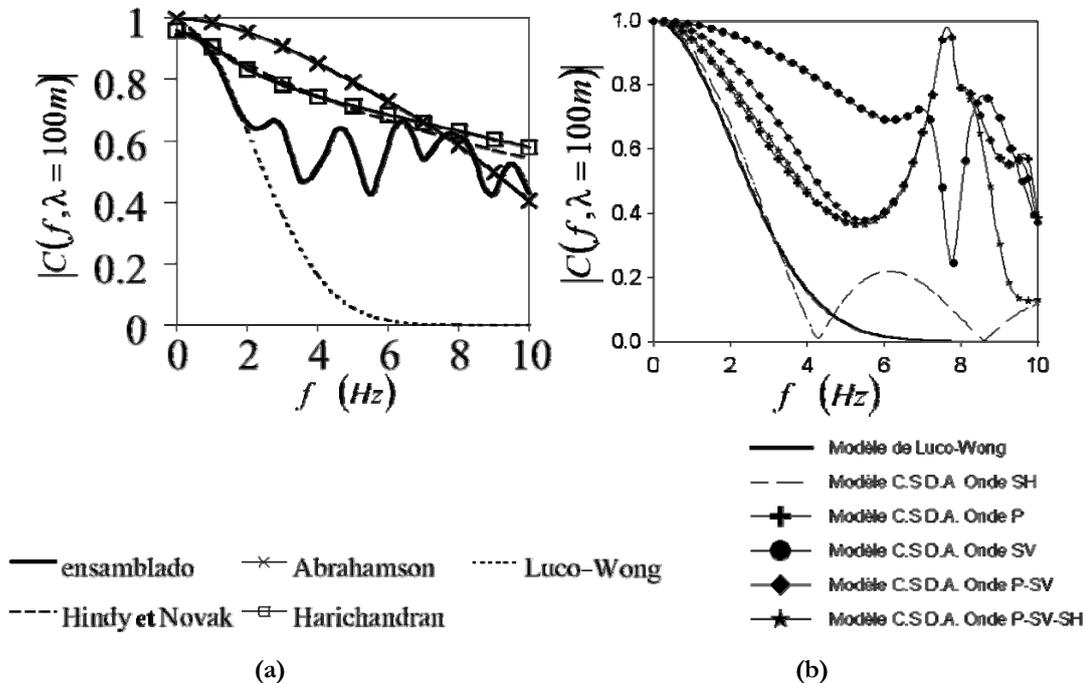


Figure 5.3.6 Fonction de cohérence pour $\lambda = 100m$ obtenus par les (a) modèles d'Harcichandran, de Luco-Wong, de Hindy et Novak, d'Abrahamson et *ensablado* (Santa-Cruz et al., 2000) et par (b) le modèle CSDA avec différentes hypothèses d'incidences d'ondes et le modèle de Luco-Wong.

Les Figs. 5.3.6a et 5.3.6b représentent respectivement les fonctions de cohérence obtenues pour une distance de séparation égale à 100m par les quatre modèles et le modèle *ensamblado* d'une part et par les modèles de Luco-Wong et CSDA avec les quatre schéma d'incidence ainsi que le schéma d'incidence d'ondes SH d'autre part. Notons au passage que pour des besoins de comparaison, la fonction de cohérence obtenue par le modèle de Luco-Wong est reprise sur les deux figures.

Il est tout à fait clair que le modèle de Luco-Wong décroît très rapidement par rapport aux autres modèles au même titre que le modèle CSDA avec incidence d'ondes SH. Par ailleurs, nous remarquons nettement que la variation obtenue en considérant un schéma d'ondes P-SV donne une variation non pas tout à fait identique mais presque comparable à celle obtenue par le modèle *ensamblado*. Certes des différences, parfois non négligeables, existent entre les fonctions obtenues par le modèle *ensamblado* et le modèle CSDA avec incidences d'ondes P-SV mais l'élément clé dans la variation obtenue par le biais de ce dernier modèle réside dans le fait que la fonction de cohérence ne décroît pas aussi rapidement que celle calculée par le biais du modèle de Luco-Wong mais aussi par le fait que la fonction de cohérence à $f = 10\text{Hz}$ est égale à 0.4 pour le modèle CSDA avec incidence d'ondes P-SV et le modèle *ensamblado* (Figs 5.3.6a-b).

5.3.5 *Éléments de synthèse*

Dans cette partie on s'est intéressé à la détermination de la fonction de cohérence par différents modèles et ce au niveau du réseau installé sur le site CHIBA (Japon). Il est à noter que parmi ces modèles, quatre (Modèle de Luco-Wong, d'Harichandran, d'Abrahamson et de Hindy et Novak) ont été utilisés dont les paramètres ont été obtenus par ajustement des données obtenues sur ce réseau (Santa-Cruz et al., 2000). De plus un traitement direct de ces données a permis la mise en place du modèle *ensamblado* (Santa-Cruz et al., 2000). Par ailleurs, le modèle CSDA avec différents schémas d'incidence d'ondes P-SV-SH a été appliqué pour ce site.

Les résultats obtenus par Santa-Cruz et al. (2000) ont montré que pour une distance de séparation λ égale à 30m, le modèle de Luco-Wong donne des résultats proches du modèle exact *ensamblado*. Pour cette même distance de séparation, la CSDA avec schéma d'incidence d'ondes SH donne des résultats proches du modèle de Luco-Wong et donc du modèle *ensamblado*. Le résultat obtenu reste très intéressant dans le sens où l'application de la CSDA avec incidence d'ondes SH ne requiert pas la connaissance de paramètres alors que le modèle de Luco-Wong requiert la connaissance d'un paramètre. Pour des distances supérieures à 30 m (par exemple pour $\lambda = 100\text{m}$), une nette divergence existe entre le modèle de Luco-Wong et modèle *ensamblado* avec

toutefois une similitude de variation entre le modèle *ensamblado* d'une part et les modèles d'Harichandran et de Hindy et Novak d'autre part. Toutefois, ces deux derniers modèles requièrent la connaissance d'au moins 02 paramètres ce qui en pratique rend leur utilisation par les ingénieurs très difficile. Nous avons dans ce cadre comparé les résultats de cette étude et ceux fournis par la CSDA avec différents schémas d'incidence d'ondes P-SV-SH. De ce fait, nous avons procédé à l'application de la CSDA en supposant que le signal au niveau du substratum est la superposition d'ondes incidentes avec quatre schéma d'incidence, c'est à dire la possibilité d'incidence au niveau du substratum (a) d'ondes P, (b) d'ondes SV, (c) d'ondes P-SV et (d) d'ondes P-SV-SH.

Il est à noter que le modèle CSDA avec schéma d'incidence d'ondes P-SV au niveau du substratum donne une fonction de cohérence plus proche avec le modèle *ensamblado* qu'avec les autres schémas d'incidence. De plus, contrairement aux modèles d'Harichandran et de Hindy et Novak qui requièrent la détermination de paramètres au préalable, la CSDA peut être appliquée sans contraintes liées à la détermination au préalable de paramètres.

Qu'en est il de la variation de la matrice de fonctions de cohérence par la CSDA pour le site Euroseistest ? Est-ce que les résultats trouvés jusqu'à maintenant sont aussi valable pour ce site ? Le paragraphe suivant va nous permettre de répondre à ces questions.

5.4 Cas du réseau Euroseistest installé au niveau du site THESSALONIKI (Grèce)

5.4.1 Généralités

Le réseau Euroseistest, financé par "The Commission of the European Communities Directorate General XII for Science, Research & Development", a été installé et mis en place en 1994 dans la vallée de Volvi située près de Thessaloniki (Grèce). Ce réseau est de type bidimensionnel, c'est à dire que les stations de ce réseau sont installées suivant deux directions principales : une direction pratiquement perpendiculaire au sens de l'écoulement (conditions géotechniques différentes) et une direction parallèle au sens de l'écoulement (conditions géotechniques identiques) (Figs. 5.4.1).

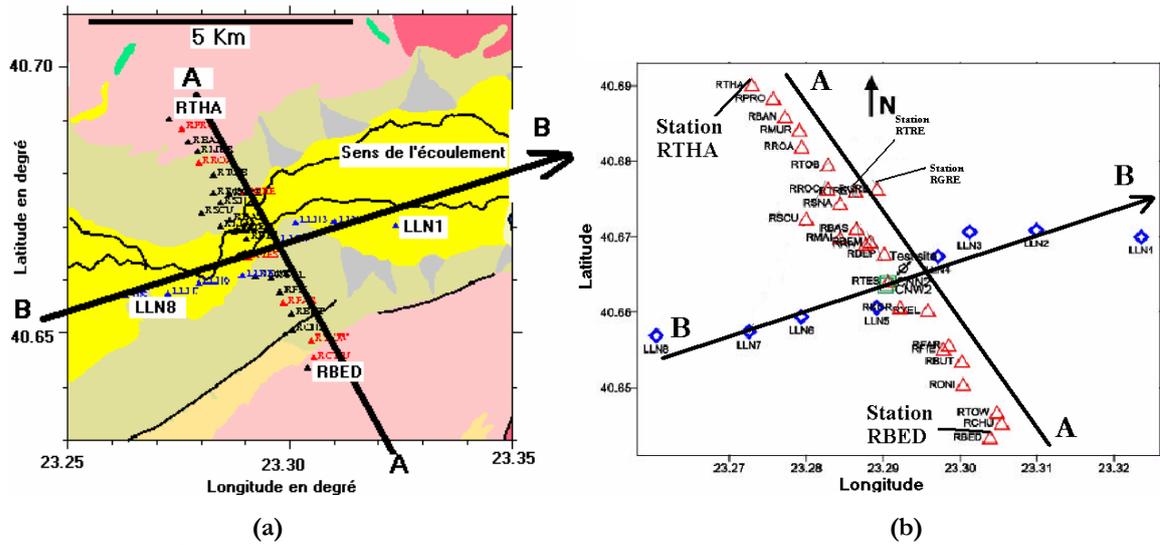


Figure 5.4.1 (a) Carte géologique autour du réseau Euroseistest et (b) Répartition des stations suivant les axes AA et BB

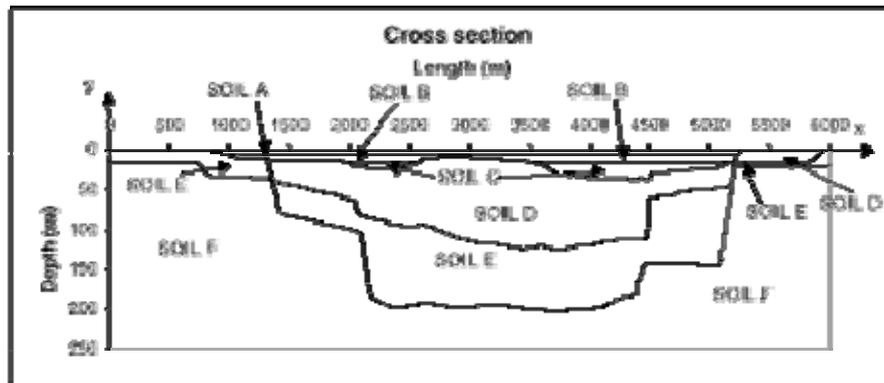


Figure 5.4.2 Coupe (A-A) (voir Fig. 5.4.1) du bassin de Volvi

Plusieurs études, d'estimation de l'effet de site sur le signal sismique et de modélisation de la variabilité spatiale, basées sur le traitement des données sismiques recueillies sur ce réseau ont été menées. Parmi ces études, celle menée par Riepl (1997) a porté entre autres sur l'estimation de fonctions de cohérence à partir de données recueillies sur ce réseau. Certains résultats fort intéressants ont été trouvés. Il s'agit essentiellement de l'identification de taux de décroissance non identique suivant la fréquence et la distance de séparation, et l'identification d'une distance dite '*Cross-over distance*', qui caractérise l'applicabilité du modèle de Luco-Wong. En effet, il a été noté que pour des stations séparées par des distances inférieures à cette distance, la variabilité spatiale du signal sismique peut être modélisée par le modèle de Luco-Wong. Toutefois, au delà de cette valeur, les résultats trouvés ont montré que cette décroissance ne peut être approchée par ce modèle. En fait, au-delà de cette distance la fonction de cohérence ne décroît pas avec le même taux suivant la fréquence et la distance de séparation. Ce résultat a été mis en exergue dans le

Chapitre 4. En effet, nous avons montré que la similitude de variation suivant la fréquence et la distance de séparation dépend essentiellement du contenu ondulatoire mais aussi du profil de sol.

5.4.2 *Conditions géotechniques*

Le réseau Euroseistest se caractérise par une variation uniforme des conditions géotechniques suivant l'axe BB. Les stations LLN1 à la LLN8 sont installées suivant cet axe et reposent sur une argile sableuse (Figs. 5.4.1a-b). Par contre suivant l'axe AA, plusieurs formations se présentent, ce qui donne des conditions géotechniques assez hétérogènes (Figs. 5.4.1a-b). Les stations RTHA à RBED sont installées suivant cet axe. En effet, l'examen des Figs. 5.4.1a, 5.4.2 et 5.4.3 montrent que suivant l'axe A-A (Figs. 5.4.1a-b) le sol se caractérise par une très grande hétérogénéité. Ainsi on note que les stations extrêmes RTHA et RBED reposent sur du Gneiss, formations rocheuses alors que les autres stations reposent sur des formations de caractéristiques fermes à meubles.

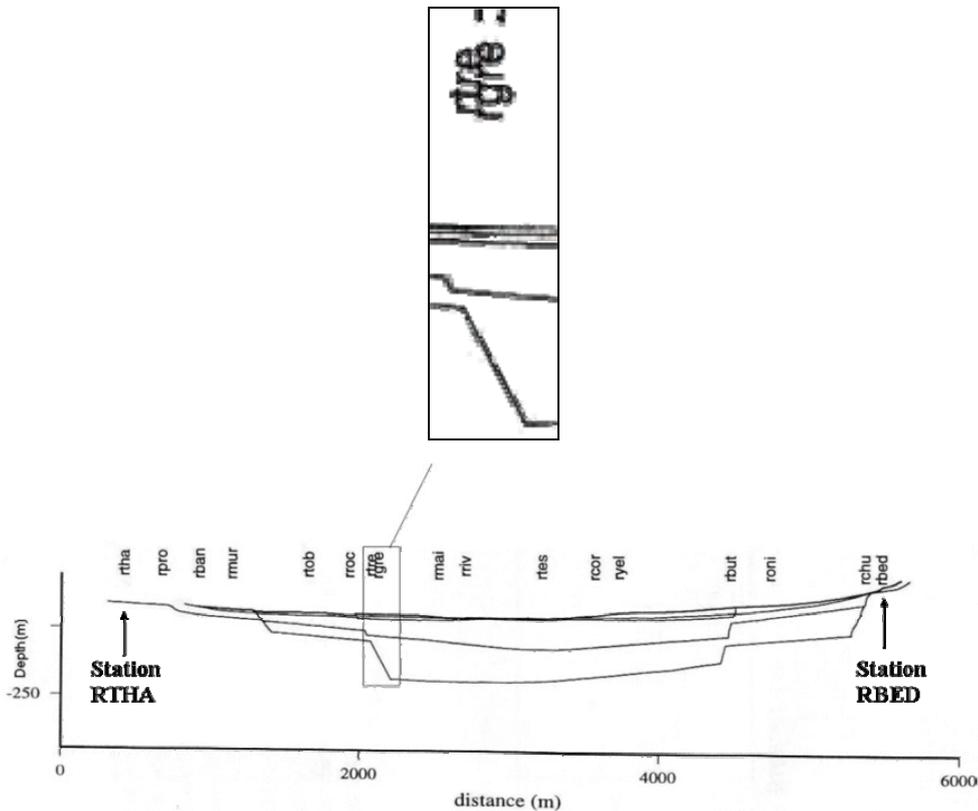


Figure 5.4.3 Coupe géotechnique (Coupe A-A, voir Fig. 5.4.1) et emplacement des stations RTHA, RTRE, RGRE et RBED

Riepl (1997) a calculé la fonction de cohérence du mouvement enregistré au niveau des stations RTRE et RGRE distantes de 243.6m. On va donc appliquer la CSDA pour déterminer la fonction de cohérence en utilisant ces deux stations qui reposent sur un même sol stratifié (Fig. 5.4.3). Le choix de ces deux stations pour l'application de la CSDA repose sur deux aspects, le premier est lié au fait que ces deux stations reposent pratiquement sur le même sol et le deuxième est dicté par le

fait que la fonction de cohérence pour ces deux stations ait été estimée (Riepl 1997). Le Tableau 5.2 nous renseigne sur les caractéristiques du sol sur lequel reposent les stations RTRE et RGRE.

Tableau 5.2 Caractéristiques mécaniques et géométriques du sol sous les stations RTRE et RGRE

N° de la couche	V_p (m/s)	V_s (m/s)	ρ (Kg/m ³)	Epaisseur (m)
1	375	200	1700	4
2	475	250	1800	1
3	1475	300	2000	6
4	1800	425	2200	48
5	2600	700	2600	40
Substratum	4500	2600	2800	/

5.4.3 *Déduction de la fonction de cohérence par le traitement statistique des données (travaux de Riepl., 1997)*

Riepl (1997) a calculé la fonction de cohérence*, relative à la composante horizontale et ce pour les stations RTRE et RGRE, en utilisant la même technique de calcul ayant été utilisée par Santa-Cruz et al. (2000) pour déterminer la fonction de cohérence par le modèle *ensamblado*. (Fig. 5.4.4). Par conséquent, cette fonction peut être considéré comme étant "exact".

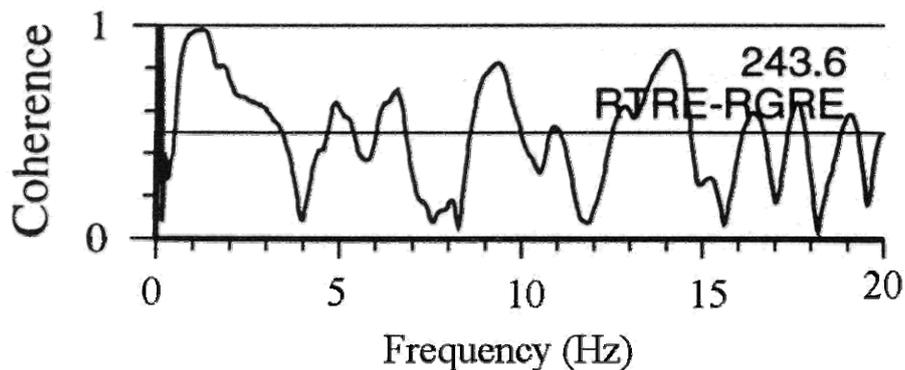


Figure 5.4.4 Fonction de cohérence pour les stations RTRE et RGRE ($\lambda = 243.6m$) (Riepl 1997)

La Fig. 5.4.4 donne la variation de la fonction de cohérence nommée "Coherence" c'est-à-dire $|C(f, \lambda = 243.6m)|$ en fonction de la fréquence. L'examen de la Fig. 5.4.4 montre que cette fonction ne présente pas une décroissance rapide suivant la fréquence. De plus on remarque que cette fonction présente une nette fluctuation de valeurs dans le sens où elle n'obéit pas à la relation suivante :

$$\forall f \quad |C(f, 243.6m)| > |C(f + \Delta f, 243.6m)| \quad (5.4.3.1)$$

* Les formats de la Fig. 5.4.4 d'une part et les figures précédentes (Figs. 5.3.2 et 5.3.4 à 5.3.6) d'autre part ne sont pas identiques car on a préféré garder le format original de schématisation tel que choisi par Riepl (1997). La fonction de cohérence déduite par la CSDA, pour les stations RTRE et RGRE sera présentée selon le format de la Fig. 5.4.4.

où Δf est un incrément fréquentiel.

Il est à noter que ce résultat a été observé pour le modèle *ensamblado* déduit pour le réseau de Chiba mais aussi trouvé par le modèle CSDA avec différentes hypothèses d'incidence des ondes alors que par le biais des autres modèles (Harichandran, Hindy et Novak, Luco-Wong et Abrahamson) ce résultat n'est pas observé.

5.4.4 Dédution de la fonction de cohérence par la CSDA

Dans ce qui suit la fonction de cohérence est estimée par le biais de la CSDA pour différents type et mode d'incidence. Les fonctions de cohérence, à la surface libre, sont estimées pour les deux composantes horizontale et verticale. Toutefois la comparaison avec les résultats de Riepl (1997) se fera uniquement pour la composante horizontale.

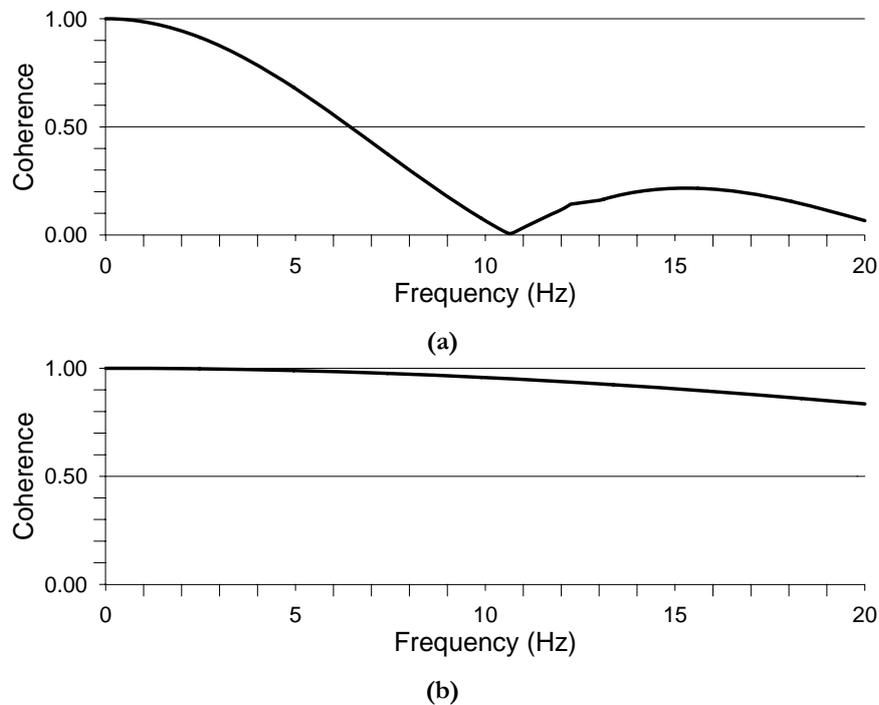


Figure 5.4.5 Fonction de cohérence déduite pour les stations RTRE et RGRE ($\lambda = 243.6m$) par la CSDA avec incidence d'ondes SH (a) Input incohérent (b) input cohérent vertical

Les stations RTRE et RGRE sont séparées par une distance de $\lambda = 243.6m$ donc supérieure à 100m qui est la '*Cross-over distance*'. Riepl (1997) a montré qu'au-delà de cette distance le modèle de Luco-Wong n'est pas applicable. Ce résultat a été confirmé dans le paragraphe 5.3 où on a montré en plus que ce dernier modèle et le modèle CSDA avec incidence d'ondes SH donnent pratiquement la même fonction de cohérence. De ce fait, on s'attend à ce que les valeurs de la fonction de cohérence déduite par la CSDA avec incidence d'ondes SH soit différentes de celles trouvées par Riepl (1997) déduite par le biais du traitement statistique directe des données et ce

pour les stations RTRE et RGRE. L'analyse comparative entre la Fig. 5.4.4 et la Fig. 5.4.5a le montre clairement. De plus on remarque que l'input cohérent vertical donne une fonction de cohérence presque égale à un (Fig. 5.4.5b) et dont les valeurs sont différentes de celles trouvées par Riepl (1997) (Fig. 5.4.4). Au vu de ces constats, on peut affirmer que la CSDA avec incidence d'ondes SH semble inadapté pour des distances de séparation supérieures à 100m et sera donc appliquée uniquement pour les cas d'incidences simultanées ou non d'ondes P-SV.

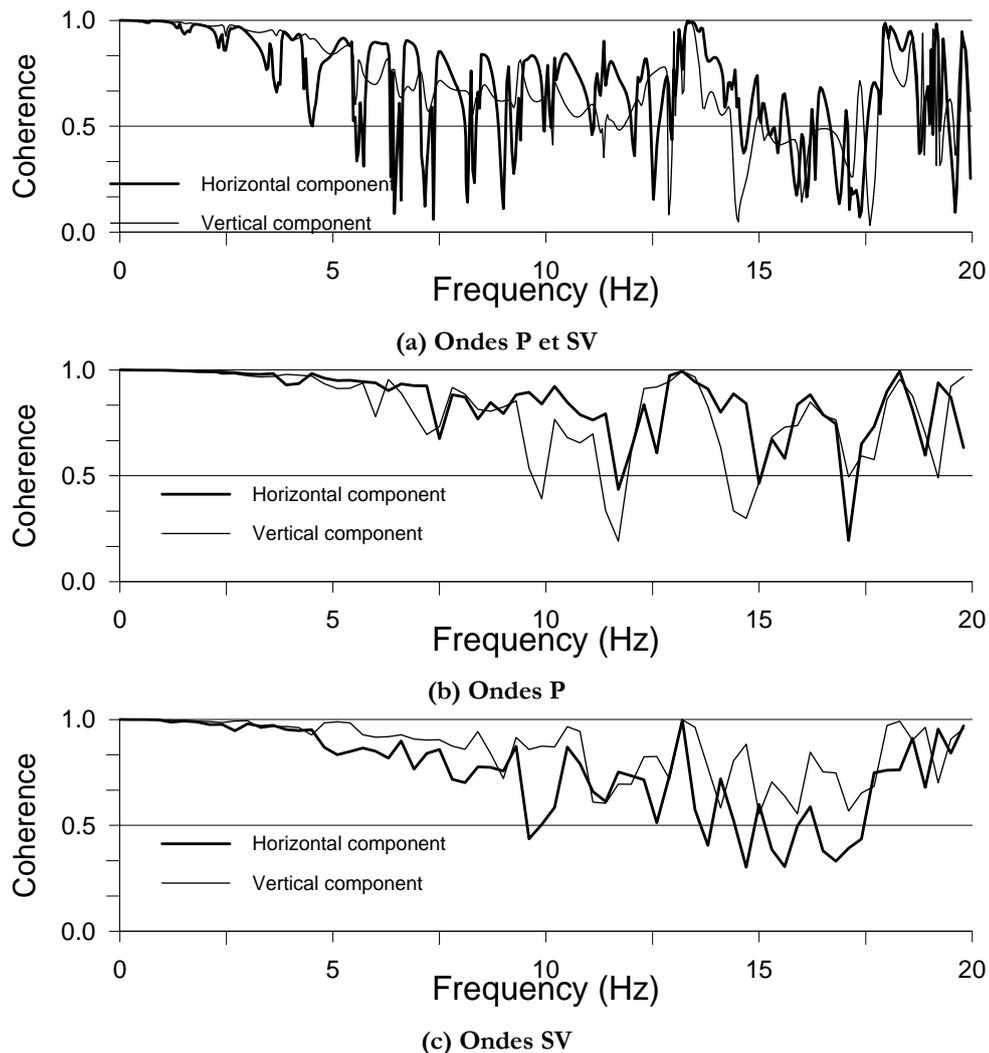


Figure 5.4.6 Fonctions de cohérence horizontale et verticale, input incohérent, CSDA

Le mode d'incidence des ondes sismiques représente un élément clé dans l'application de la CSDA. Il a été trouvé que la fonction de cohérence dépend fortement de ce mode d'incidence (Chapitre 4) dans le sens où par exemple une modélisation du signal en ondes P avec input incohérent (Eq. 4.2.2.1) donne des valeurs de la fonction de cohérence plus faibles que celles trouvées en utilisant le même type de modélisation mais en considérant un input cohérent vertical (Eq. 4.2.2.2). De plus on se doit de savoir si le mode d'incidence input cohérent peut nous amener

à des résultats similaires à ceux trouvés par Riepl (1997). Il s'agit maintenant de vérifier ce constat pour le site dans le sens où pour les différentes modélisations (a) incidence d'ondes P, (b) incidences d'ondes SV, (c) incidence d'ondes P et SV, on va supposer que le mode d'incidence est soit incohérent soit cohérent verticale.

On remarque que les valeurs de la fonction de cohérence obtenues en supposant que le mode d'incidence est de type incohérent, sont généralement plus faibles que celles obtenues pour le mode d'incidence de type cohérent vertical. Ce constat peut être observé en comparant par exemple les Figs. 5.4.6a et 5.4.7a. De plus, l'examen des Figs. 5.4.7 montre que les valeurs de la fonction de cohérence, avec input cohérent, sont très éloignées de celles obtenues par le biais du traitement statistique (Fig. 5.4.4).

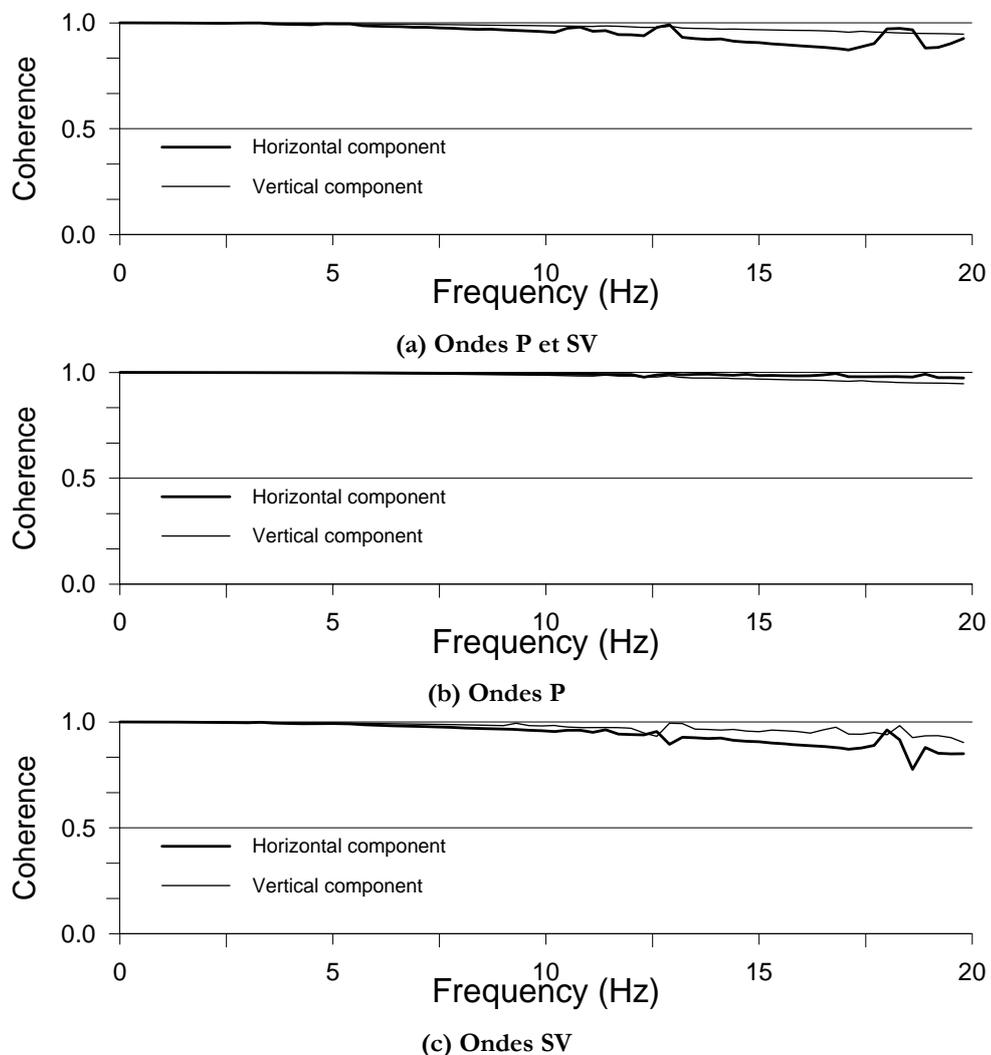


Figure 5.4.7 Fonction de cohérence horizontale et verticale input cohérent vertical, CSDA

Il est donc clair que l'hypothèse d'input incohérent d'ondes P-SV au niveau du substratum reste la plus plausible dans le sens où parmi les Figs 5.4.6-5.4.7, seule la Fig. 5.4.6a reste très proche de la Fig. 5.4.4. Cette similitude de variation entre les Figs. 5.4.6a et 5.4.4 n'est valable que pour les

hautes fréquences alors que pour les faibles fréquences cette remarque n'est pas valable. Ce résultat peut s'expliquer par le fait que le champ sismique retenu, c'est-à-dire incidence d'ondes P-SV, adopté ne prend pas en compte les ondes de surface caractérisées par les faibles fréquences. Toutefois, on rappelle que la majorité des structures étendues, donc susceptibles de subir des effets importants de la variabilité spatiale, présentent généralement des fréquences supérieures à 2 Hz.

Enfin, l'examen des Figs. 5.4.6 et 5.4.7 montre que la fonction de cohérence relative à la composante verticale présente des valeurs supérieures à celles obtenues pour la composante horizontale lorsqu'il y a uniquement incidence d'ondes SV, ce qui une fois encore montre que les résultats apparemment contradictoires de Chiu H.-C. et al. (1995) et Hanamura et al. (1996) peuvent être expliqués par la CSDA. Nous verrons plus loin pour le cas du réseau de Kinokawa que ce constat est valable (Paragraphe 5.5).

5.4.5 *Éléments de synthèse*

Dans cette partie, on a mené une étude comparative entre les fonctions de cohérence obtenues par deux modèles et ce pour des stations distantes de 243.6m du réseau Euroseistest. Le premier modèle utilisé est basé sur le traitement direct des données recueillies sur ce réseau et a été mis en place par (Riepl 1997). Le deuxième modèle utilisé est celui de la CSDA avec différentes hypothèses sur le type et le mode d'incidence. L'objectif de l'étude comparative entre les deux modèles réside dans l'identification du type et mode d'incidence élément du premier modèle qui, utilisés, donnerait une fonction de cohérence proche de celle obtenue par le deuxième modèle.

Les résultats obtenus ont montré que du point de vue variation, la fonction de cohérence déduite par le biais du modèle CSDA avec incidence d'ondes P-SV et input incohérent présente des valeurs proches de celles obtenues par le traitement statistique des données et ce comparativement aux autres type et mode d'incidence. Ce résultat est identique à celui trouvé pour le réseau de Chiba et confirme ainsi que pour un sol stratifié la CSDA avec incidence d'ondes P-SV et input incohérent donne une fonction de cohérence proche de celle du traitement statistique des données et ce pour les grandes distances. Nous avons aussi confirmé le fait que le modèle CSDA avec incidence d'ondes SH n'est pas adapté pour les grandes distances. Par ailleurs, nous avons mené une étude comparative sur la variation des fonctions de cohérence du mouvement pour ses composantes horizontale et verticale, déduites par la CSDA avec différentes hypothèses sur le type et mode d'incidence. Cette étude a montré que la fonction de cohérence relative à la composante verticale présente des valeurs supérieures à celles obtenues pour la composante

horizontale lorsqu'il y a uniquement incidence d'ondes SV, ce qui une fois encore montre que les résultats apparemment contradictoires de Chiu H.-C. et al. (1995) et Hanamura et al. (1996) peuvent être expliqués par la CSDA. Il est à noter que ce résultat n'a pas été confronté à d'autres modèles vu la non disponibilité d'études par le biais du traitement statistique des données, relatives à la composante verticale du signal, recueillies sur ce site.

Pour cette raison nous avons jugé utile de chercher dans la bibliographie des études sur d'autres réseaux qui ont porté sur la déduction des fonctions de cohérence horizontale et verticale. Ainsi, on a trouvé que les travaux de Hanamura et al. (1996) sur le traitement des données sur le réseau de Kinokawa (Japon) remplissent cette condition. Le choix de cette étude ne s'inscrit pas uniquement dans cette logique mais est lié aussi au fait que ce réseau repose sur un sol rocheux et ce contrairement aux réseaux de Chiba et Euroseistest.

5.5 Cas du réseau Kinokawa installé au niveau du site WAKAYAMA (Japon)

5.5.1 Généralités

Le réseau Kinokawa (Fig. 5.5.1a), propriété de la Kansai Electric Power Company, se distingue par la nature rocheuse du sol sur lequel il repose (Fig. 5.5.1b). Ce réseau est installé sur le site de Wakayama (Fig. 5.5.1c).

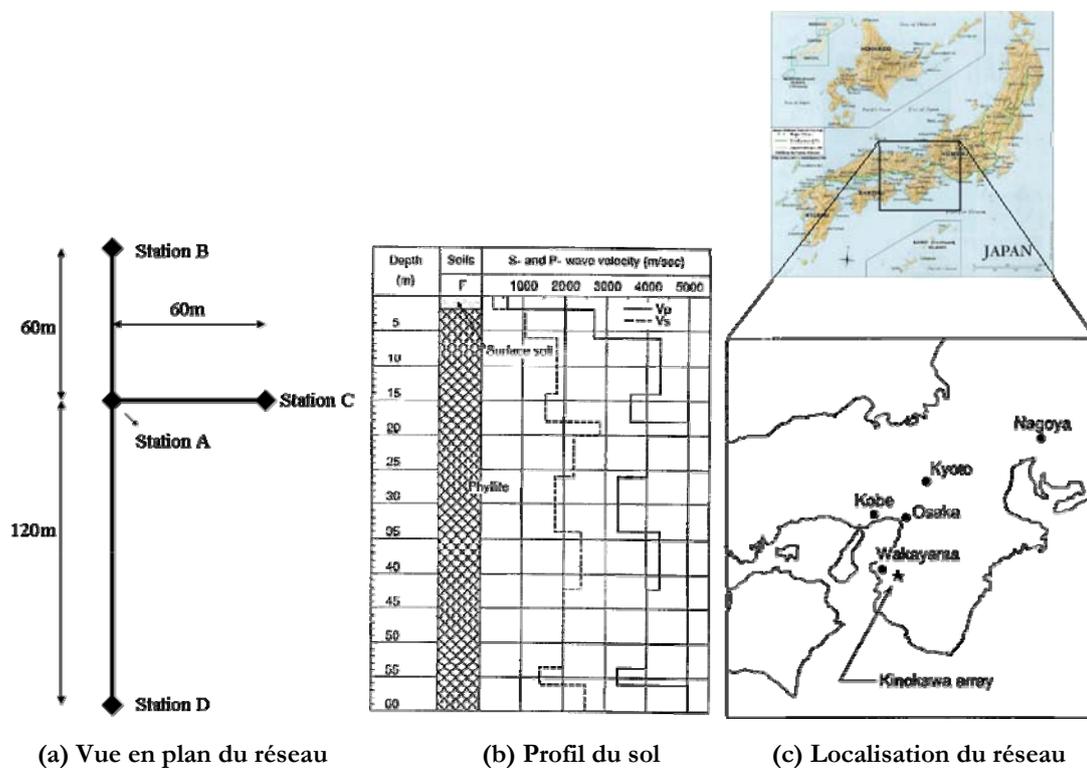


Figure 5.5.1 Réseau Kinokawa

Plusieurs stations (Stations A, B, C et D) peuvent enregistrer le mouvement suivant les trois directions (*NS North South*, *EW East West*: Composantes horizontales et *UD Up Down*: Composante verticale). Les stations sont séparées par des distances peu importantes de 60 à 120 m. Ainsi les stations A et D sont distantes de 120m alors que la distance de séparation entre les stations A et B est de 60m qui est identique à celle séparant les stations A et C.

5.5.2 Conditions géotechniques

Le sol sur lequel repose le réseau est essentiellement rocheux avec des vitesses de propagation des ondes de cisaillement variant de 1050m/s (en surface) à plus de 2000 m/s (en profondeur) (Fig. 5.5.1b). La particularité de ce site réside dans le fait que ce réseau est équipé pour enregistrer le mouvement dans les trois directions. Dans ce qui suit, nous allons tout d'abord présenter les résultats des travaux de Hanamura et al. (1996).

5.5.3 Dédution de la fonction de cohérence par le traitement statistique des données (travaux de Hanamura et al., 1996)

La mise en place du réseau Kinokawa a permis de recueillir des données sur la période Mai 1981-Mars 1993. Une partie de ces données a été utilisée par Hanamura et al. (1996) pour déduire les fonctions de cohérence horizontale (Figs. 5.5.2) et verticale (Fig. par le biais d'un traitement statistique des données identique à celui utilisé par Santa-Cruz et al. (2000) pour déduire le modèle *ensamblado*). En plus du traitement des données, la fonction de cohérence a été calculée par le modèle de Luco-Wong mais uniquement pour la composante horizontale (Figs. 5.5.2). Pour ce faire, Hanamura et al. (1996) ont calculé par ajustement des données le paramètre du modèle de Luco-Wong η/V_s et trouvé que ce paramètre est égal à 0.00019 ($\eta \equiv \gamma = 0.2$ et $V_s = 1050$ m/s) (Figs. 5.5.2a-b).

A notre sens trois points distincts des travaux de Hanamura et al. (1996) méritent d'être mis en exergue. Le premier point réside dans l'analyse des fonctions de cohérence trouvés par le biais du traitement statistique des données, le deuxième point est relatif à la pertinence du recours au modèle de Luco-Wong et le dernier point concerne l'analyse de la variation des fonctions de cohérence horizontale et verticale.

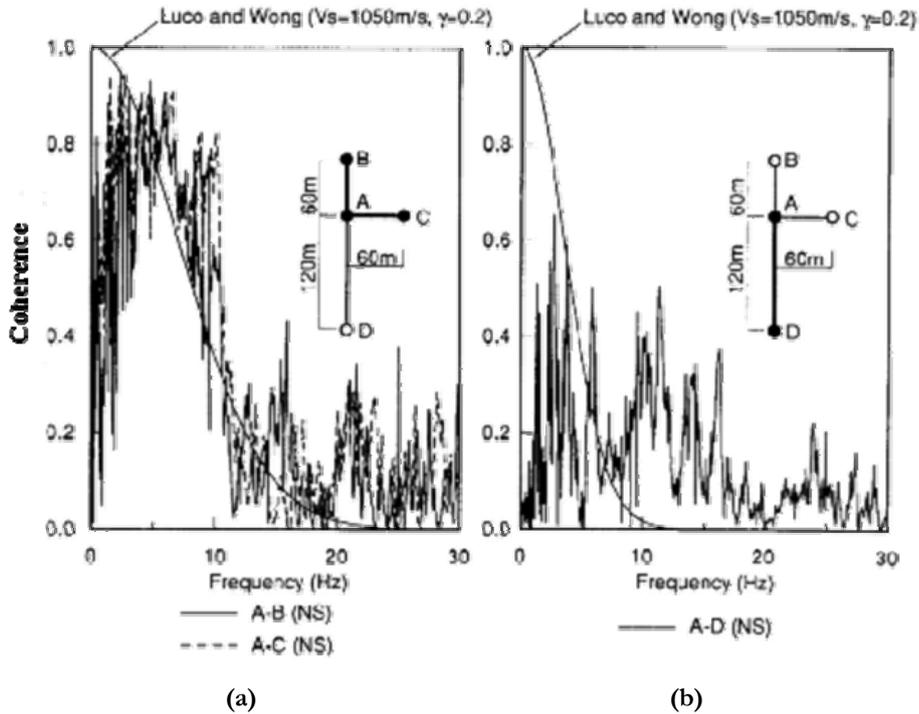


Figure 5.5.2 Fonction de cohérence-composante horizontale

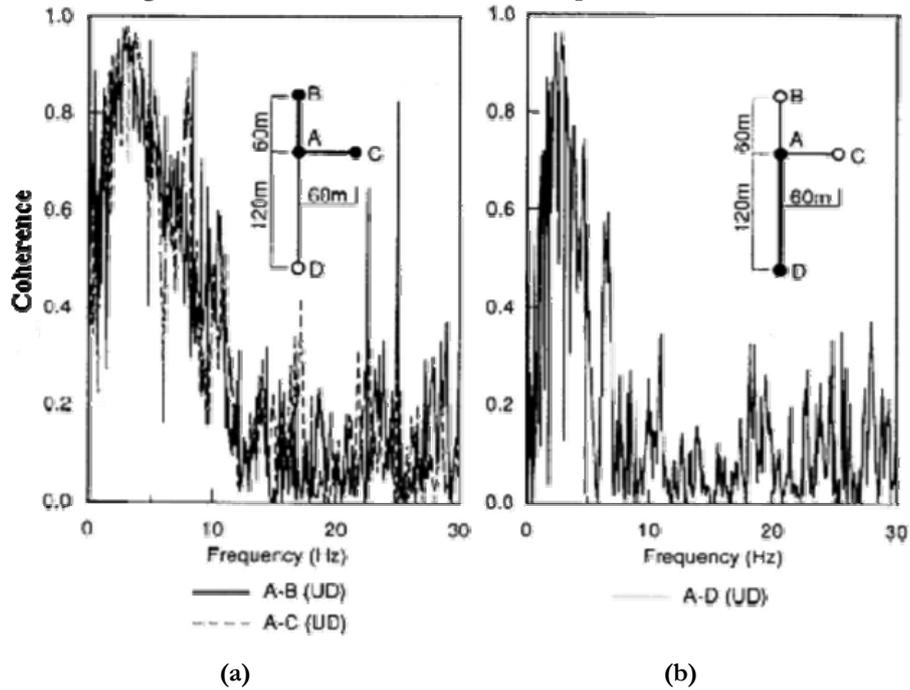


Figure 5.5.3 Fonction de cohérence-composante verticale

L'examen des résultats trouvés par Hanamura et al. (1996) en utilisant le traitement direct des données montre que, pour la composante horizontale (NS), les fonctions de cohérence entre les stations A et B d'une part et les stations A et C d'autre part sont pratiquement identiques (Fig. 5.5.2a). Ce résultat est logique dans le sens où d'une part les stations A, B et C reposent sur le même type de sol et d'autre part la distance de séparation entre les stations A et B est identique à

celle séparant les stations A et C. Par contre la fonction de cohérence entre les stations A et D (Fig. 5.5.2b), distantes de 120m, est différente de celles obtenues pour les stations A et B et pour les stations A et C (Fig. 5.5.2a). Ces remarques sont aussi valables pour la composante verticale (UD) (Figs 5.5.3).

Par ailleurs, on remarque clairement que les auteurs ont utilisé le modèle de Luco-Wong pour modéliser la variabilité spatiale de la composante horizontale du mouvement enregistré sur des stations distantes de 60 m telles que les stations A et B et les stations A et C (Fig. 5.5.2a), mais aussi pour les stations A et D distantes de 120 m (Fig. 5.5.2b). L'examen des Figs 5.5.2a-b montre clairement que la fonction de cohérence déduite par le modèle de Luco-Wong s'approche de celle obtenue par le biais du traitement statistique des données et ce uniquement lorsque la distance de séparation λ est égale à 60m (Stations A et B ou bien Stations A et C) (Fig. 5.5.2a), alors que pour $\lambda = 120m$ (Fig. 5.5.2b) (Stations A et D) ce constat n'est pas observé. Ce résultat confirme une fois de plus que ce modèle ne doit être utilisé que pour des distances de séparation inférieures à 100m. L'application de la CSDA avec différents schémas d'input va nous permettre de confirmer ou infirmer le résultat obtenu dans les paragraphes 5.3 et 5.4 où nous avons montré que pour des distances inférieures à la "*Cross-over distance*" égale à 100m, le modèle CSDA avec input d'ondes SH donne une fonction de cohérence identique à celle obtenue par le modèle de Luco-Wong.

Un des points les plus importants dans l'étude de Hanamura et al. (1996) réside dans l'analyse comparative entre les variations des fonctions de cohérence horizontale et verticale. Un examen détaillé des Figs. 5.5.2 et 5.5.3 montre que les fonctions de cohérence horizontale et verticale pour des stations séparées de 60m présentent des valeurs pratiquement identiques. Ce constat peut être facilement noté en comparant les Figs. 5.5.2a et 5.5.3b pour, par exemple, les stations A et B. Par contre la fonction de cohérence horizontale entre les stations A et D (Fig. 5.5.2b) présente des valeurs inférieures à celles obtenues pour la fonction de cohérence verticale entre les stations A et D (Fig. 5.5.3b). Il apparaît donc qu'il y ait un semblant d'effet de la distance de séparation sur les différences qui existent entre les variations des fonctions de cohérence horizontale et verticale dans le sens où le traitement statistique des données a montré que ces fonctions sont pratiquement identiques pour de faibles distances ($\lambda = 60m$) alors que pour de grandes distances ($\lambda = 120m$) une nette différence existe entre les deux fonctions de cohérence. Jusqu'à maintenant la seule explication sur les différences de variation entre ces deux fonctions a été attribuée à l'incidence simultanée ou non d'ondes P - SV et ce en utilisant la CSDA.

Plusieurs questions se posent sur l'application de la CSDA dans le sens où on se doit de savoir si les résultats trouvés dans les paragraphes 5.3 et 5.4 sont toujours valables. Ainsi on est amené à

vérifier si le modèle CSDA avec incidence d'ondes SH donne une fonction de cohérence identique proche de celles établies par Hanamura et al. (1996). L'étude comparative va donc porter sur deux points : (a) étude comparative entre le modèle CSDA et le modèle de Luco-Wong pour confirmer ou infirmer les résultats obtenus dans les paragraphes 5.3 et 5.4, (b) étude comparative avec CSDA pour les composantes horizontale et verticale pour expliquer les résultats de Hanamura et al. (1996).

5.5.4 Dédution des fonctions de cohérence horizontale et verticale par le biais de la CSDA

La fonction de cohérence est calculée par le biais de la CSDA avec 05 hypothèses sur le type d'incidences à savoir incidence d'ondes SH, P, SV, P-SV, P-SV-SH et ce pour la composante horizontale du mouvement uniquement. Ce calcul sera effectué pour les stations A et B distantes de 60m et les stations A et D distantes de 120m. Les résultats obtenus seront confrontés avec ceux trouvés par le biais du modèle de Luco-Wong (Hanamura et al., 1996).

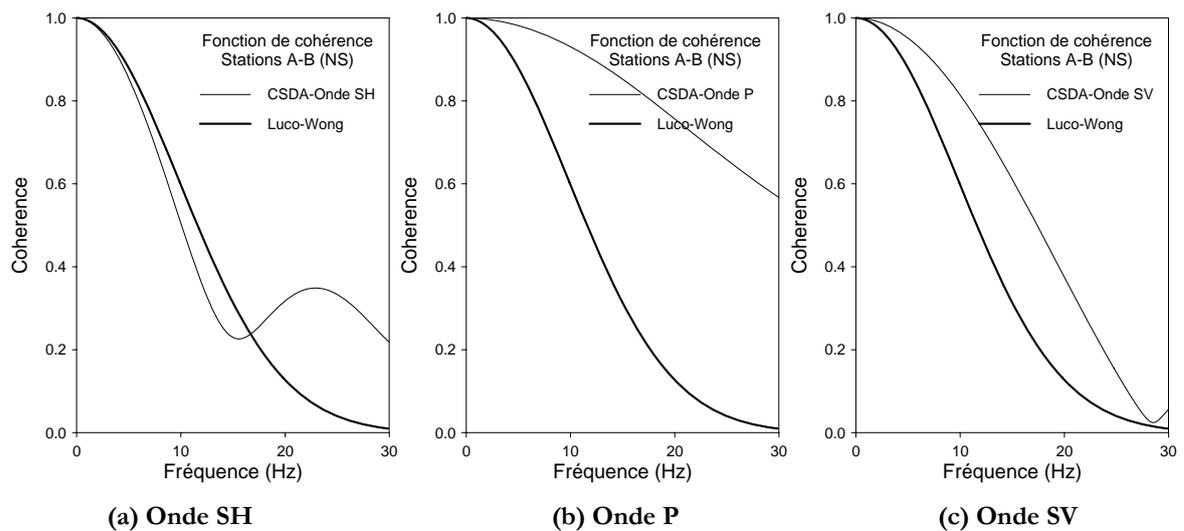


Figure 5.5.4 Fonction de cohérence, $\lambda=60$ m

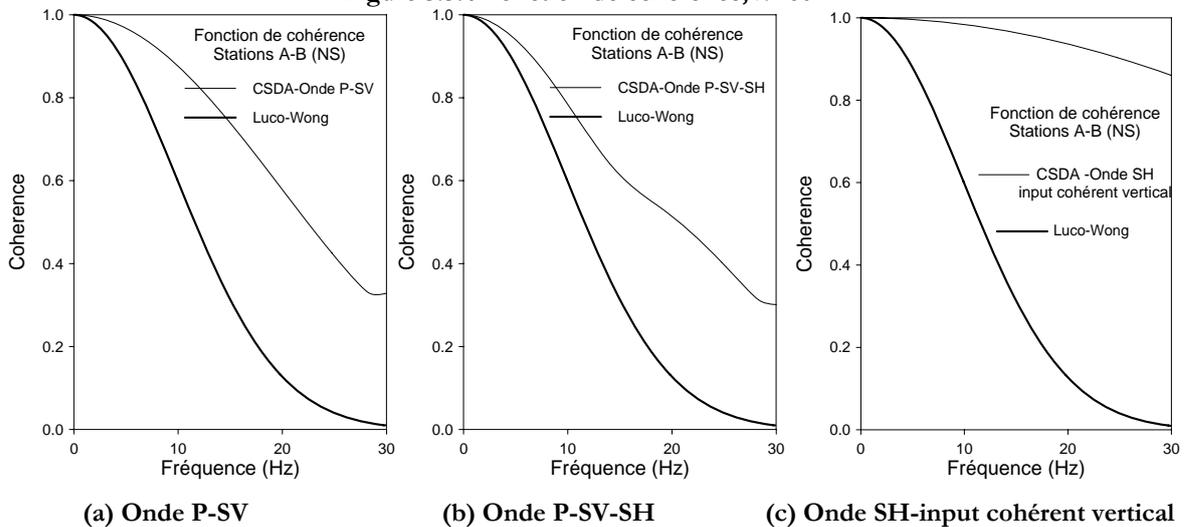


Figure 5.5.5 Fonction de cohérence, $\lambda=60$ m

L'étude comparative entre les résultats trouvés (Figs 5.5.4 et 5.5.5) par le biais de la CSDA et par le modèle de Luco-Wong pour $\lambda = 60m$ montre que le type d'ondes incidentes qui donne des résultats proches du modèle de Luco-Wong est celui où le signal sismique est considéré comme étant le résultat de la propagation d'ondes SH (Fig. 5.5.4a). En effet, en examinant par exemple la Fig. 5.5.4a d'une part et les Figs. 5.5.4b et Figs 5.5.5a-b d'autre part on remarque clairement que les valeurs de la fonction de cohérence déduites par le modèle CSDA avec incidence simultanée ou non d'ondes P, SV et SH restent assez éloignées de celles trouvées par le modèle de Luco-Wong. Toutefois, notons que la fonction de cohérence déduite en considérant que le signal est le résultat de l'incidence d'ondes SV (Fig. 5.5.4c) est à un degré moindre proche du modèle de Luco-Wong.

D'autre part, la fonction de cohérence a été aussi estimée par le biais du modèle de Luco-Wong pour les stations A et D distantes de 120m (Hanamura et al., 1996). Il nous semble que ce modèle sous-estime les valeurs de cette fonction (Fig. 5.5.2b) pour des fréquences supérieures à 10Hz et ce par rapport à la fonction de cohérence déduite par le traitement direct des données (Fig. 5.5.2b). En appliquant la CSDA avec les 05 hypothèses d'input (Figs 5.5.6 et 5.5.7) nous remarquons clairement que le modèle CSDA avec input d'ondes SH (Fig. 5.5.6a) donne des valeurs de la fonction de cohérence proche de celles du modèle de Luco-Wong et par conséquent ne peut donc être utilisé pour décrire la variabilité spatiale du mouvement sur cette plage de distance de séparation. Par contre, les hypothèses d'input d'ondes SV (Fig. 5.5.6c) ou encore d'ondes P et SV (Fig. 5.5.7a) donne des fonctions de cohérence proche de celle obtenue par le biais du traitement statistique des données (Fig. 5.5.2b).

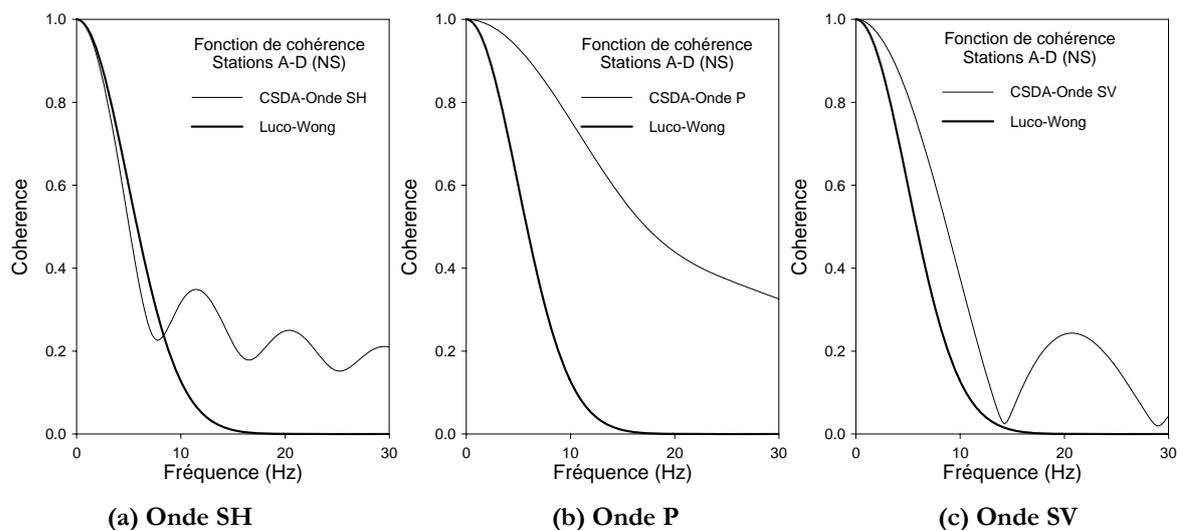
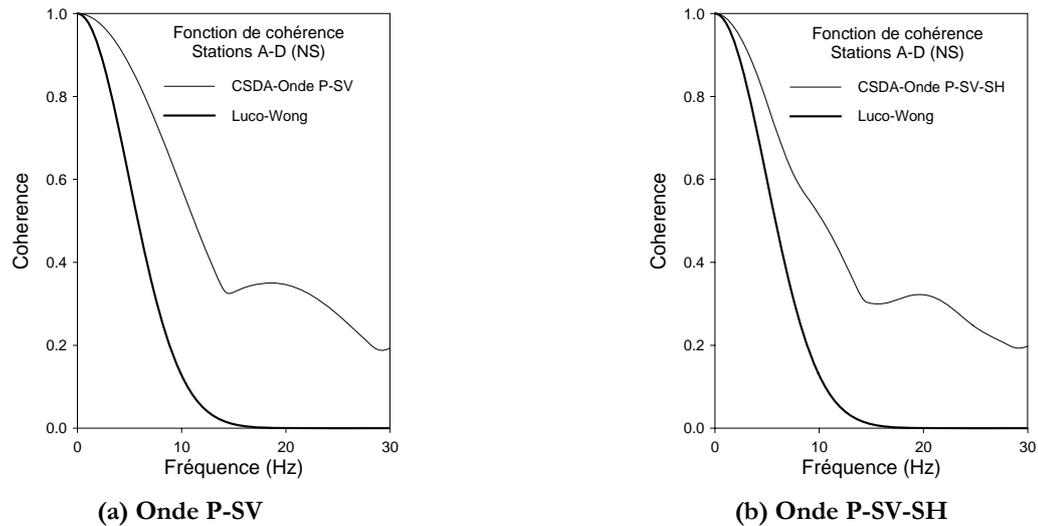


Figure 5.5.6 Fonction de cohérence, $\lambda=120$ m

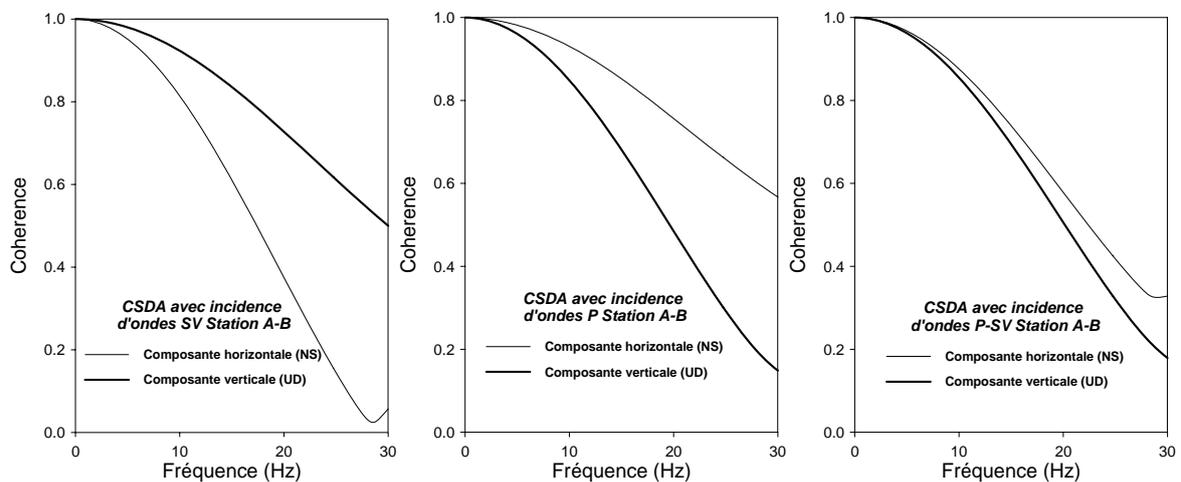
Figure 5.5.7 Fonction de cohérence, $\lambda=120$ m

L'ensemble de ces résultats a été obtenu en considérant un seul mode d'incidence à savoir l'input incohérent. Qu'en est-il de la validité de ces résultats pour l'input cohérent ? L'examen de la Fig. 5.5.5c montre que la fonction de cohérence déduite avec ce mode d'incidence présente des valeurs presque égales à un et donc largement supérieures à celles obtenues par le modèle de Luco-Wong et par conséquent à celles obtenues par le biais du traitement statistique des données.

Ces résultats sont en parfaite conformité avec ceux trouvés plus haut (paragraphe 5.3 et 5.4) et conforte un résultat qui est en soit original. En effet, à ce stade de l'étude, il est possible de confirmer que lorsque la distance de séparation est faible (moins de 100m), alors il est possible d'utiliser l'approche CSDA avec propagation d'ondes SH sans avoir à recourir au modèle de Luco-Wong pour lequel la détermination du paramètre par ajustement est justement tributaire de ces données. Par contre lorsque la distance de séparation est supérieure à 100 m alors l'approche CSDA avec propagation d'ondes SV ou P-SV donne de probants résultats.

La deuxième étude comparative porte sur la variation des fonctions de cohérence du mouvement pour ses deux composantes horizontale et verticale. L'étude de Hanamura et al. (1996) a montré que les fonctions de cohérences suivant les composantes horizontale et verticale du signal sont pratiquement identiques pour une distance de $\lambda = 60m$ (Stations A-B) alors que pour $\lambda = 120m$ (Stations A-D) ce résultat n'est pas observé (Fig. 5.5.2-3). En fait, pour les stations A et D distantes de 120m, il a été trouvé que les valeurs de la fonction de cohérence de la composante verticale (Fig. 5.5.3b) sont supérieures à celles de la composante horizontale (Fig. 5.5.2b). Dans ce qui suit on va déterminer la fonction de cohérence par le biais de la CSDA et ce pour les composantes horizontale et verticale.

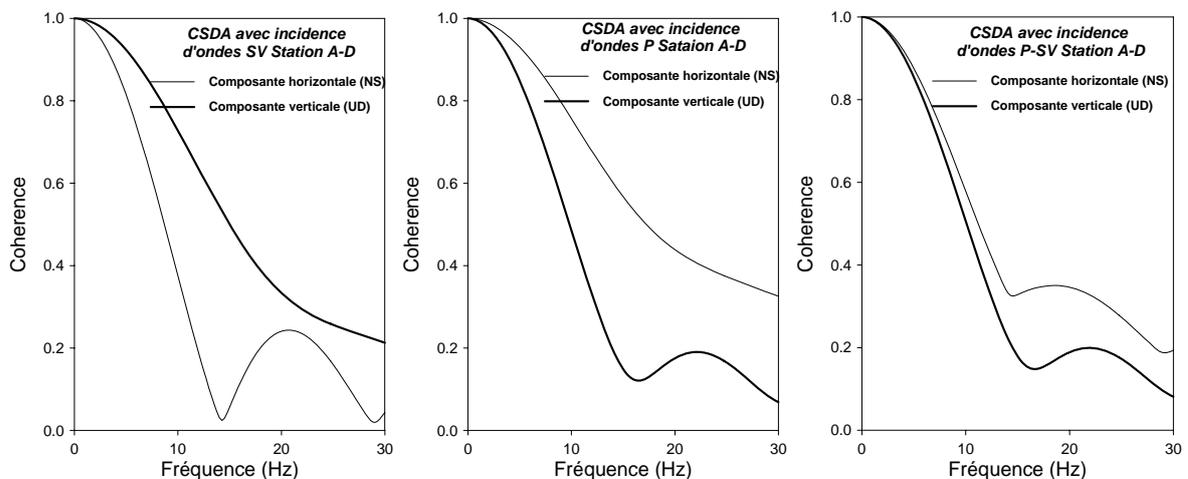
Avant de commenter les résultats obtenus par le biais de la CSDA (Figs. 5.5.8-9), rappelons ici certains résultats très importants. Pour les stations A et B ($\lambda = 60 \text{ m}$), les fonctions de cohérence horizontale et verticale déduites par le traitement statistique des données présentent des valeurs identiques (voir Figs. 5.5.2a et 5.5.3a). Il a été aussi montré que le modèle de Luco-Wong donne une fonction de cohérence proche de celle déduite par le biais du traitement statistique des données (Hanamura et al., 1996). Par ailleurs, nous avons trouvé que la fonction de cohérence déduite par le biais de la CSDA ne donne des valeurs proches de celles déduites par le modèle de Luco-Wong et donc du traitement statistique des données que si et seulement si le signal sismique est considéré comme étant le résultat de l'incidence d'ondes SH et à un degré moindre le résultat de l'incidence d'ondes SV.



(a) onde SV

(b) onde P

(c) ondes P-SV

Figure 5.5.8 Fonction de cohérence- incidence d'ondes P-SV, $\lambda=60 \text{ m}$, input incohérent

(a) onde SV

(b) onde P

(c) ondes P-SV

Figure 5.5.9 Fonction de cohérence- incidence d'ondes P-SV, $\lambda=120 \text{ m}$, input incohérent

Les résultats obtenus par le biais de la CSDA pour les stations A et B ($\lambda = 60\text{ m}$) montre clairement que les valeurs de la fonction de cohérence horizontale ne sont identiques aux valeurs de la fonction de cohérence verticale que si et seulement si le type d'ondes incidentes est P-SV (Fig. 5.5.8c). Or il a été montré que la fonction de cohérence horizontale déduite par la CSDA en considérant ce type d'ondes incidentes c'est-à-dire incidence d'ondes P-SV ne donne pas une fonction de cohérence horizontale proche de Luco-Wong (Fig. 5.5.2a) et donc de celle déduite par le traitement statistique des données (Fig. 5.5.2a). Par conséquent, bien que l'hypothèse d'incidence d'ondes P-SV donne des fonctions de cohérence horizontale et verticale pratiquement identique (Fig. 5.5.8c) elle ne peut être retenue car justement la fonction de cohérence horizontale obtenue en utilisant cette hypothèse présente des valeurs éloignées par rapport aux résultats obtenues par le modèle de Luco-Wong (Fig. 5.5.2a). Par contre avec l'hypothèse d'incidence d'ondes SV (Figs. 5.5.4c ou 5.5.8a), la fonction de cohérence horizontale est proche de celle obtenue par le modèle de Luco-Wong (Fig. 5.5.2a) mais par contre la fonction de cohérence verticale présente des valeurs éloignées des valeurs relatives à la composante horizontale alors que le traitement statistique des données a démontré le contraire.

Pour les stations A et D distantes de 120 m, l'examen des résultats obtenus montre que les valeurs de la fonction de cohérence relative à la composante verticale ne sont supérieures à celles relative à la composante horizontale que si le type d'ondes incidentes est SV (Fig. 5.5.9a). En effet pour les autres types d'incidences : incidence d'ondes P (Fig. 5.5.9b) et d'ondes P-SV (Fig. 5.5.9c), on remarque clairement que les valeurs de la fonction de cohérence horizontale sont toujours supérieures à celles de la fonction de cohérence verticale. Or il a été montré par le biais du traitement statistique des données que la cohérence verticale (Fig. 5.5.3.b) est plus forte que la cohérence horizontale (Fig. 5.5.2a) pour les enregistrements obtenus par Hanamura et al. (1996). De plus nous avons montré par le biais de la CSDA avec incidence d'ondes SV que la fonction de cohérence horizontale présente des valeurs proches de celles obtenus par le traitement statistique des données.

Par conséquent, il est possible d'affirmer que l'effet de distance est prépondérant dans la différence qui existe entre les variations des fonctions de cohérence horizontale et verticale. En effet, pour les stations A et B distantes de 60 m il est fortement recommandé d'adopter le modèle CSDA avec incidence d'ondes SH pour déduire les fonctions de cohérence horizontale et de reprendre ce résultat pour la fonction de cohérence verticale. Par contre pour des distances de séparation supérieures à 100 (stations A et D pour le présent cas), les fonctions de cohérence

horizontale et verticale avec CSDA doivent être estimées en considérant le cas de l'incidence d'ondes SV.

5.5.5 *Éléments de synthèse*

L'application de la CSDA a montré qu'il est possible de prédire la variation de la fonction de cohérence et ce lorsque la distance de séparation est petite. En effet, il a été trouvé que la fonction de cohérence obtenue par le biais de la CSDA (modèle SH) est pratiquement identique à celle trouvée par le modèle de Luco-Wong. A cette similitude de variation, on rajoute un élément-clé, l'emploi de la CSDA ne requiert aucun paramètre alors que le recours au modèle de Luco-Wong requiert un paramètre déterminé à partir des données. Par ailleurs, nous avons mis en évidence grâce à la CSDA qu'il est possible de déduire la fonction de cohérence verticale.

5.6 **Conclusion**

Il est tout à fait clair que toute tentative d'identifier la variation quantitative de la fonction de cohérence serait à notre sens inadaptée par rapport à la nature aléatoire du signal sismique mais aussi en référence aux caractéristiques très hétérogènes des sols dans lequel se propagent les ondes sismiques. Cependant, certains modèles ont été développés et ont pu mettre en évidence certaines caractéristiques de la variabilité spatiale. Il est actuellement admis que cette fonction de cohérence présente une décroissance avec la distance de séparation et la fréquence et ce pour l'ensemble des approches développées. Ce chapitre a été consacré à une étude comparative entre les fonctions de cohérence déduites par la CSDA et celles obtenues par différents modèles sur un ensemble de site où de denses réseaux d'accélérographes ont été déployés.

L'approche que nous avons développée, CSDA, se distingue par certaines caractéristiques relatives à l'aptitude de cette approche d'analyser la variabilité spatiale en surface mais aussi en profondeur et ce pour les composantes horizontales (deux) et verticale (une). En appliquant, cette approche nous avons trouvé des résultats très intéressants. En premier, on a remarqué que la fonction de cohérence calculée par la CSDA avec propagation d'ondes SH est pratiquement identique à celle trouvée par le modèle de Luco-Wong et ce essentiellement pour les faibles distances. Ce résultat pris à part ne traduit qu'une similitude de variation par rapport à un modèle largement utilisé, mais ce résultat prend une importance lorsqu'on sait que le modèle de Luco-Wong requiert la connaissance d'un paramètre déduit à partir des données enregistrées au niveau du site alors que la CSDA avec propagation d'ondes SH n'est pas tributaire des données d'enregistrement sismique du site. De plus, le modèle de Luco-Wong reste valable pour les faibles distances et ce en référence à la "*Cross-over distance*" identifiée par Riepl comme étant une limite

supérieure d'applicabilité du modèle de Luco-Wong et estimée à 100m, domaine dans lequel la CSDA avec onde SH donne des résultats similaires avec le modèle de Luco-Wong. Au-delà de cette distance, le modèle de Luco-Wong n'est plus valable mais par contre l'approche développée CSDA avec la propagation simultanée d'ondes P-SV donne des résultats nettement intéressants. Par ailleurs, il a été constaté que l'hypothèse d'incidence incohérente, c'est à dire directions multiples de propagation d'ondes, donne de bons résultats et ce comparativement aux autres modes d'incidence.

Enfin nous avons confronté les fonctions de cohérence horizontale et verticale déduites par la CSDA et ceux trouvés par Hanamura et al. (1996). Cette étude comparative nous a montré que pour de faibles distances (inférieures à 100m), il est intéressant d'utiliser un schéma d'incidence d'ondes S (SH ou SV) alors que pour des distances supérieures à 100 m le schéma d'incidence d'ondes SV ou encore P-SV donne des résultats proches de ceux trouvés par Hanamura et al. (1996).

Cette étude comparative permet donc de mieux situer la dimension originale de la CSDA quant à la convenance du recours à certains modèles de cohérence. Il reste que jusqu'à maintenant plusieurs questions restent en suspens et ce particulièrement pour la pertinence du développement de fonctions de cohérence en profondeur. En effet, nous avons montré que les fonctions de cohérence en surface et en profondeur ne sont pas identiques (Chapitre4). Toutefois, l'ingénieur n'est pas familier avec cet outil. Afin de mieux comprendre l'importance de la variation de la fonction de cohérence en profondeur, on se propose dans le chapitre suivant d'estimer les propriétés des signaux sismiques en tous points du massif de sol en terme d'outils facilement utilisable par l'ingénieur lequel est souvent confronté à deux problèmes lorsqu'il veut prendre en compte la variabilité spatiale. Quel est l'outil de modélisation de la variabilité spatiale ? Quelle est la procédure qu'il doit utiliser lorsqu'il veut prendre en charge ce phénomène en profondeur sachant qu'il dispose des informations obtenues en surface ? Le chapitre suivant est justement consacré à ces questions.

Chapitre 6

Analyse de la variabilité spatiale du signal sismique en profondeur par la CSDA : Quels impacts pour l'ingénieur ?

6.1 Introduction

L'analyse de la variabilité spatio-temporelle du signal sismique a été menée dans les chapitres précédents par le biais de la C.S.D.A. Les propriétés statistiques du chargement sismique peuvent être connues en tous points du massif du sol. Cette approche présente le double avantage de permettre la modélisation de la variabilité spatiale en surface et en profondeur d'une part, mais aussi d'identifier les caractéristiques de cette variabilité pour les composantes horizontales et verticale d'autre part. Cette approche vient ainsi apporter des éléments de réponse qu'il n'est pas possible d'obtenir par les approches actuellement en vigueur. En effet, l'ensemble des modèles actuellement en vigueur ne permettent d'analyser la variabilité spatiale qu'en surface et uniquement pour la composante horizontale. Par le biais de cette approche, nous avons mis en évidence les effets du type et mode d'incidence mais aussi de la configuration du sol et de la profondeur sur la variation des fonctions de cohérence en tous points du sol.

Il existe actuellement plusieurs techniques pour prendre en compte la variabilité spatiale dans le calcul parasismique des structures. En effet, il y a lieu de noter que certains logiciels tels que ANSYS Ver 5 et plus (Peter, 1997) prennent en charge la variabilité spatiale du signal sismique et ce en utilisant le modèle de Luco-Wong. Ce choix est dicté par le fait que ce modèle ne requiert la connaissance que d'un seul paramètre, alors que pour d'autres il faut au préalable connaître plus d'un paramètre (par exemple le modèle de Hindy et Novak). Le Chapitre 5 nous a permis d'identifier la pertinence du recours à ces modèles et en particulier le modèle de Luco-Wong. Notons au passage que certains auteurs ont développé des techniques de génération de spectre de réponse modifié (Berrah et al., 1992-1993) ou de génération de signaux sismiques compatibles avec un modèle de cohérence (Vanmarcke et al., 1993). Ces techniques se basent sur la technique de simulation de Shinozuka et al. (1972) et peuvent prendre en charge tous types de modèles lesquels il faut le rappeler sont généralement obtenus pour la composante horizontale et en surface uniquement. Par conséquent, la prise en compte de ce phénomène dans le calcul des structures peut être menée mais reste tributaire du modèle à utiliser.

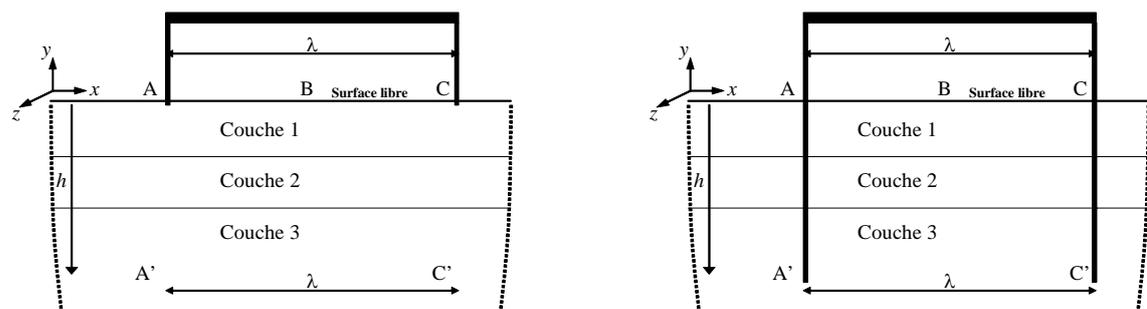
Cette dépendance est à lever car à l'heure actuelle, mis à part la CSDA, il n'existe aucune approche capable de modéliser la variabilité en profondeur. Afin d'illustrer cette dépendance, on note que pour dimensionner vis à vis de la variabilité spatiale une structure ayant des appuis enterrés, la pratique en vigueur est de supposer que la même fonction de cohérence obtenue en surface est reprise en profondeur ou encore que les fonctions de cohérence horizontale et verticale sont identiques. Or, en terme de variation des fonctions de cohérence ces hypothèses ne sont pas valables (Chapitre 4 et 5). La prise en compte de ces hypothèses induit sûrement des erreurs dans l'estimation des efforts subis par la structure. Il est souhaitable sinon nécessaire de le montrer en terme d'outils facilement utilisables par l'ingénieur, tels que l'histoire temporelle du signal sismique ou le spectre de réponse. En utilisant ces outils, plusieurs questions se posent :

Quel est alors le degré d'erreurs commises lorsqu'on utilise des modèles établis en surface pour dimensionner des structures enterrées ? Existe-t-il une corrélation entre l'erreur commise et le type de profil de sol (sol en demi-espace et stratifié) ? En gardant les pratiques en vigueur, est-il possible de prévoir le surplus d'efforts auxquels est soumise la structure ?

L'objectif principal de ce chapitre est de mettre en évidence l'importance de la prise en compte de la variabilité spatiale en profondeur et ce en terme d'outils facilement utilisables par l'ingénieur tels que le spectre de réponse. Il est clair que l'objectif de ce chapitre ne consiste pas uniquement à générer des mouvements sismiques ou bien des spectres de réponse compatibles avec une fonction de cohérence mais de savoir si la généralisation d'une fonction de cohérence obtenue en surface à tout un site, c'est à dire même en profondeur, induit des erreurs et de donner des recommandations facilement incorporables dans les codes de calcul (Berrah et al., 2004).

6.2 Position du problème

Afin de mettre en évidence la problématique posée, considérons d'une part les points A et C (Fig. 6.2.1a) situés en surface et d'autre part les points A' et C' (Fig. 6.2.1b) situés à la même profondeur h dans un sol de configuration quelconque.



(a) Structure ayant des appuis en surface

(b) Structure ayant des appuis en profondeur

Figure 6.2.1 Configuration générale

Ces points sont, par exemple, des points d'attache de deux structures, la première ayant ses fondations au niveau des points A et C et l'autre fondée jusqu'aux points A' et C'. Il est à noter que les distances de séparation AC et A'C' sont identiques et égale à λ . Les modèles actuellement en vigueur, ne permettent d'avoir que la fonction de cohérence du mouvement en surface $|\rho(\lambda, 0, \omega)|$, c'est à dire celle relative aux points A et C. Pour celle relative aux points A' et C', $|\rho(\lambda, -h, \omega)|$, la pratique en vigueur est de la considérer comme étant égale à $|\rho(\lambda, 0, \omega)|$. De plus, même la fonction de cohérence verticale est prise égale à celle obtenue pour la composante horizontale. Cette pratique ou bien démarche est dénommée ci-après *Approche Conventionnelle*.

Afin d'apporter des éléments de réponse aux questions posés antérieurement, on se propose de calculer le spectre de réponse (présenté en terme de pseudo-accélération en g : accélération de la pesanteur) de la structure fondée sur les appuis A' et C' en considérant tout d'abord que la cohérence $|\rho(\lambda, -h, \omega)|$ est égale à $|\rho(\lambda, 0, \omega)|$, c'est à dire en reprenant ce qui est actuellement en vigueur. La même technique de génération du spectre en réponse de la structure fondée sur les appuis A' et C' est utilisée mais en considérant la véritable fonction de cohérence en profondeur. Les deux spectres de réponse seront ensuite comparés pour justement connaître l'erreur actuellement commise. Du moment qu'aucune méthode ne permet d'avoir la cohérence en profondeur, il serait plus exact de n'utiliser que la CSDA pour la génération des deux spectres de réponse, c'est à dire que les fonctions de cohérence seront déduites de la CSDA. La même procédure sera ensuite appliquée pour la composante verticale.

Pour la déduction des spectres de réponse nous nous devons de simuler les signaux sismiques aux points d'attache lesquels peuvent être obtenus par des techniques de simulations. Nous avons, par exemple, utilisé la technique développée par Vanmarcke et al. (1993) laquelle a permis de mettre en place le logiciel SIMQKE-II développé par Vanmarcke et al. (1993). Les étapes d'utilisation de ce logiciel ainsi que les modifications apportées à ce logiciel pour prendre en charge les particularités de la CSDA seront expliquées dans le paragraphe suivant.

6.3 Simulation du mouvement sismique

6.3.1 *Éléments de base*

La simulation du mouvement sismique est généralement menée en supposant que le champ sismique est un processus gaussien à moyenne nulle (Shinozuka et al., 1972). Plusieurs méthodes ont été développées pour simuler le mouvement sismique (Manolis, 2002). Les techniques de génération du mouvement sismique développées s'inspirent en général de la méthodologie mise en

place par Shinozuka et al. (1972, 1987) laquelle permet, par exemple de simuler un champ aléatoire à une seule composante par le biais de l'expression suivante

$$u_g(t) = \sum_{k=1}^n \sqrt{2S_g(\omega_k)\Delta\omega} \sin(\omega_k t + \varphi_k) \quad (6.3.1.1)$$

où $u_g(t)$ est le champ simulé. L'indice g indique que le champ simulé est au niveau du sol (*ground*).

$S_g(\omega_k)$ est la DSP du signal. Pour la CSDA, cette fonction est définie par $S_{**}(0, y, \omega)$, où l'indice $**$ est introduit pour uu , vv et ww .

φ_k est une variable aléatoire uniformément distribuée sur $[0, 2\pi]$.

La problématique dans la simulation des mouvements sismiques reste l'hypothèse de stationnarité du signal. En effet, ce dernier présente des caractéristiques plutôt non stationnaires. A cet effet, il est d'usage de multiplier l'expression (6.3.1.1) par une fonction enveloppe. Toutefois, l'approche mise en place par Vanmarcke et al. (1993) permet de contourner la non stationnarité du mouvement en supposant que le signal est stationnaire sur des intervalles de temps. Dans ce qui suit, on va utiliser cette technique pour simuler les mouvements sismiques.

6.3.2 Simulation du mouvement sismique par l'approche de Vanmarcke (1993)

En se basant sur la méthode de simulation de Shinozuka et en considérant la non stationnarité du mouvement sismique, Vanmarcke et al. (1993) ont développé une technique de simulation conditionnelle ou non conditionnelle laquelle permet d'obtenir des signaux sismiques en tous points du sol et ce à condition d'avoir les propriétés du signal en terme de densité spectrale de puissance et de fonction de cohérence.

Cette technique est à l'origine du développement du logiciel "SIMQKE-II *Conditioned Earthquake Ground Motion Simulator*" (Vanmarcke et al., 1993). Ce logiciel peut donner les signaux sismiques en des points que l'utilisateur doit spécifier. Il est intéressant de noter que la structure de ce logiciel est souple ce qui veut dire que l'implémentation de la CSDA peut se faire moyennant des modifications que nous avons prises en charge. Dans ce qui suit on va présenter ce logiciel et la notion de simulation conditionnelle et non conditionnelle. Enfin les modifications apportées à ce logiciel prendre en charge les particularités de la CSDA sont présentées.

6.3.3 Eléments descriptifs de la méthodologie de Vanmarcke et al. (1993)

Le logiciel SIMQKE-II permet d'effectuer une simulation conditionnelle ou non conditionnelle du mouvement sismique (Vanmarcke et al., 1993). La simulation conditionnelle est assez

intéressante dans le sens où il est possible de simuler par exemple le mouvement sismique au point C (Fig. 6.2.1a) connaissant le mouvement sismique au point A (Fig. 6.2.1a) ainsi que la fonction de cohérence relative aux points A et C et la densité spectrale de puissance (DSP) du signal sismique. Il convient de noter que la simulation conditionnelle est utilisée principalement lorsqu'une étude post-sismique est menée car pour ce genre d'étude on dispose au préalable de signaux sismiques au niveau du site étudié. Par contre la simulation non conditionnelle ne requiert pas la connaissance d'un enregistrement au préalable. Ainsi, la seule différence qui existe entre les deux types de simulation est l'introduction du signal sismique. En effet, il est possible de simuler le mouvement aux points A et C (Fig. 6.2.1a) connaissant uniquement la DSP du signal et la fonction de cohérence relative aux points d'attache considérés, c'est à dire A et C. En général ce qui est introduit comme données est essentiellement réduit à trois informations (a) les coordonnées (x, y, z) des points où la simulation est effectuée (b) la DSP du signal (c) la fonction de cohérence. Si la simulation conditionnelle est menée alors une quatrième information est requise : l'histoire temporelle du signal au niveau d'un point (ou de plusieurs points). Le programme original ne prend en charge que deux types de fonctions de cohérence à savoir :

* La fonction de cohérence exponentielle

$$|C(f, \lambda)| = \exp\left[-\frac{f\lambda}{\delta}\right] \quad (6.3.3.1)$$

Cette forme est un cas spécial de la fonction de cohérence développée par Hindy et Novak (1980) avec $\alpha = 1/\delta$ et $\beta = 1$.

* La fonction de cohérence logarithmique

$$|C(f, \lambda)| = \log\left(\frac{\kappa + \lambda f / \mu}{\nu + \lambda f / \mu}\right) / \log\left(\frac{\kappa}{\nu}\right) \quad (6.3.3.2)$$

où les variables κ, μ, ν sont les variables du site. Contrairement à la forme exponentielle (Eq. 6.3.3.1), la forme logarithmique (Eq. 6.3.3.2) requiert la connaissance de trois paramètres (κ, μ, ν). Les paramètres des deux fonctions de cohérence sont estimés après ajustement des signaux obtenus en surface et uniquement pour la composante horizontale. Si l'utilisateur de ce logiciel doit simuler par exemple le mouvement en profondeur alors il doit utiliser uniquement l'une ou l'autre des deux fonctions (Eq. 6.3.3.1-6.3.3.2), ce qui représente une hypothèse non compatible avec le caractère variable du signal en surface et en profondeur. Par ailleurs, la DSP du signal est introduite par intervalle de temps, c'est à dire que la méthodologie mise en place par Vanmarcke et al. (1993) permet d'introduire par exemple une DSP pour la partie du signal qui représente les

ondes P puis celle qui représente les ondes S. Cette technique est intéressante mais jusqu'à l'heure actuelle, ces DSP relatives à chaque type d'ondes ont été déterminées uniquement à partir d'un signal enregistré au niveau du site, donc elles sont fortement dépendantes du site. Par contre grâce à la CSDA, il est possible d'introduire plus exactement ces DSP dans le sens où on a pu développer ces fonctions (Chapitre 3).

6.3.4 Simulation conditionnelle et non conditionnelle par le logiciel SIMQKE-II

Considérons le cas de la simulation conditionnelle. On suppose que le signal de référence (Fig. 6.3.1), enregistré au point A (Fig. 6.2.1a), est décomposé en 03 zones Z1 [0, 2] secondes, Z2 [2, 10] secondes, Z3 [10, 26] secondes qui représentent les signaux induits par les ondes P, S et de surface respectivement

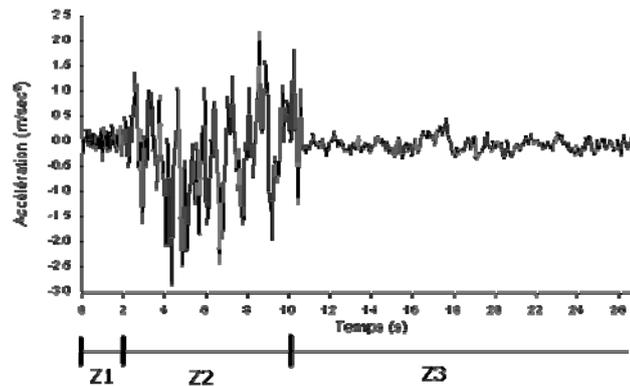
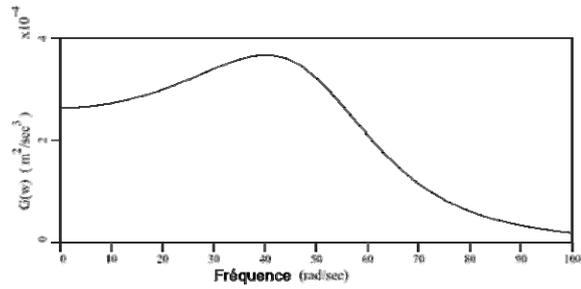
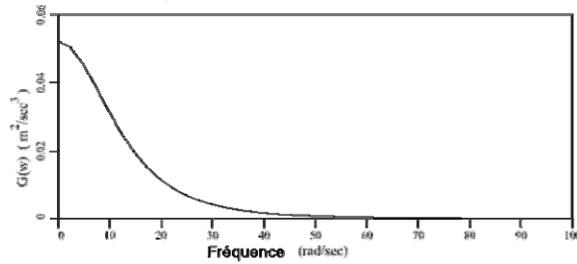


Figure 6.3.1 Décomposition du signal par zones

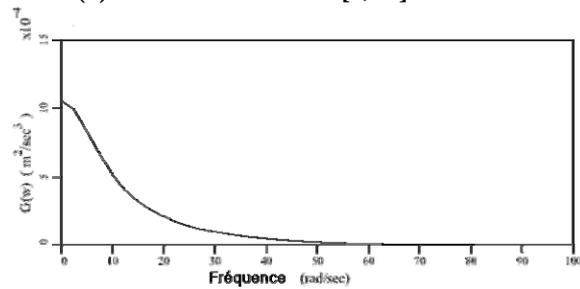
La DSP $G(\omega)$ (équivalente à $S_{ii}(0, y, \omega)$ $i = (u, v, w)$) développée par la CSDA du mouvement sismique est l'une des données à incorporer. Cette fonction est calculée pour chaque zone Z1, Z2 et Z3. A chaque intervalle correspond une DSP, par exemple la Fig. 6.3.2a représente la DSP du signal de la zone Z1 donc celle qui correspond aux ondes P alors que celle relative aux ondes S, c'est à dire Z2, est reprise dans la Fig. 6.3.2b. En fait, cette démarche permet de supposer que le champ sismique est stationnaire sur les intervalles définissant les enregistrements des ondes P, S et de surface. Pour le cas d'une simulation non conditionnelle, l'utilisateur se doit d'introduire la DSP estimée par exemple en utilisant une technique d'inversion du spectre de réponse.



(a) DSP sur l'intervalle [0, 2] secondes



(b) DSP sur l'intervalle [2, 10] secondes



(c) DSP sur l'intervalle [10, 26] secondes

Figure 6.3.2 Variation de la DSP du mouvement sismique par zone

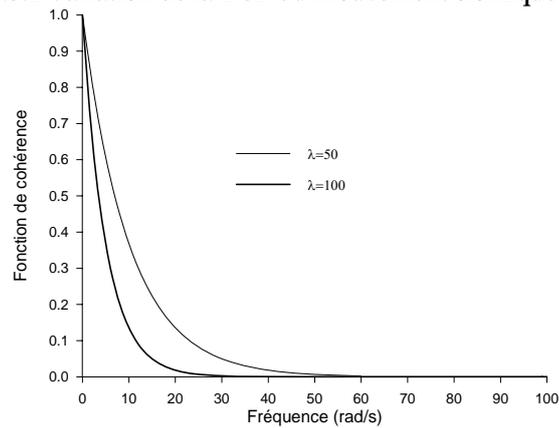


Figure 6.3.3 Variation de la fonction de cohérence

De plus, supposons que le champ sismique est variable et peut être simulé par le biais de la fonction exponentielle définie par l'Eq. 6.3.1.1 avec $\delta = 7000$ (Fig. 6.3.3). Ainsi en considérant que le signal sismique (Fig. 6.3.4a) est enregistré au point A (Fig. 6.2.1a), il est possible de

déterminer la DSP du mouvement au niveau de ce point en utilisant la décomposition telle décrite précédemment (Figs. 6.3.1 et 6.3.2). Par ailleurs, connaissant la variation de la fonction de cohérence (Fig. 6.3.3) il est donc possible de simuler les mouvements sismiques au points B et C distants respectivement de 50 m et 100 m du point A (Figs. 6.3.5a-b).

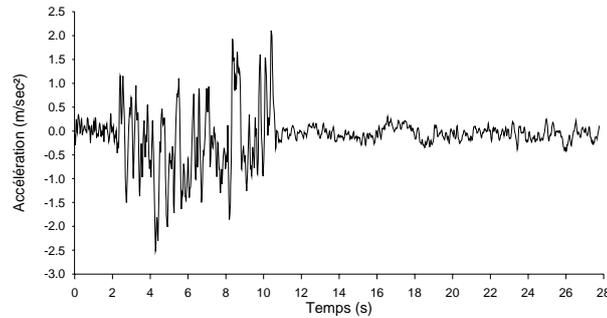
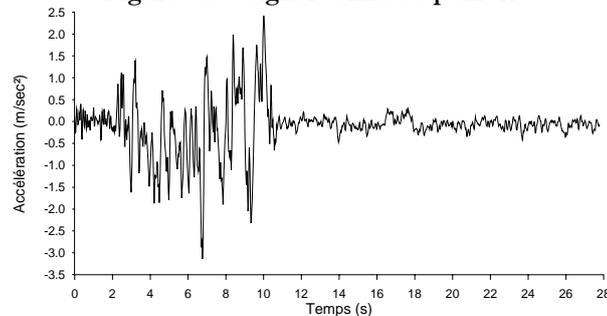
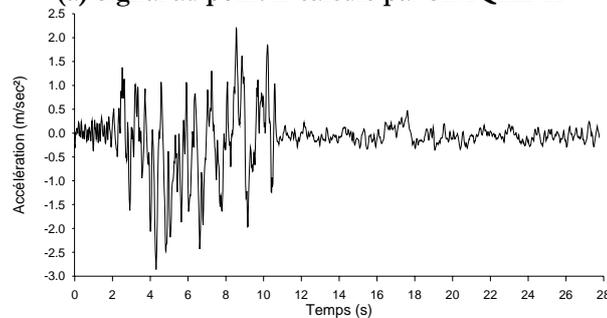


Figure 6.3.4 Signal connu au point A



(a) Signal au point B calculé par SIMQKE-II



(b) Signal au point C calculé par SIMQKE-II

Figure 6.3.5 Histoire temporelle aux points B et C par simulation conditionnelle

6.3.5 Modifications apportées au logiciel SIMQKE-II pour prendre en charge la CSDA

La simulation des mouvements sismiques par le logiciel SIMQKE-II est essentiellement subdivisée en deux axes : simulation conditionnelle et non conditionnelle. Notre choix s'est porté sur la simulation non conditionnelle car le but recherché de savoir si l'utilisation de fonctions de cohérence développées en surface pour dimensionner une structure enterrée va entraîner un surdimensionnement ou sous dimensionnement de cette structure.

L'adaptation de ce logiciel à notre approche CSDA se fait à deux niveaux. La première concerne l'utilisation des fonctions de cohérence $|\rho_{ii}(\lambda, y, \omega)|$ $i = (u, v, w)$ mises en place par le biais de la CSDA (pour les cas du sol en demi-espace et du sol stratifié reposant sur un demi-espace) au lieu des fonctions décrites par les Eqs. 6.3.3.1 et 6.3.3.2. La deuxième modification concerne la mise en compatibilité de la DSP avec le modèle de cohérence introduit par le biais de la CSDA. Ainsi les DSP du mouvement sismique sont introduits d'une façon rigoureuse en respectant les fonctions de cohérences précédemment introduites. Ainsi par exemple, si l'on considère que le signal sismique est le résultat de l'incidence combinée des ondes P et SV dans un demi-espace, alors la fonction de cohérence horizontale utilisée dans le logiciel SIMQKE-II- est $|\rho_{uu}(\lambda, y, \omega)|$, définie par (Eq. 3.6.5.18a)

$$\rho_{uu}(\lambda, y, \omega) = \frac{S_{uu}^P(\lambda, y, \omega) + S_{uu}^{SV}(\lambda, y, \omega)}{S_{uu}^P(0, y, \omega) + S_{uu}^{SV}(0, y, \omega)} \quad (6.3.5.1)$$

et la DSP du signal sismique devant être introduite est $S_{uu}^P(\lambda, y, \omega)$ pour la partie des ondes P et $S_{uu}^{SV}(\lambda, y, \omega)$ pour la partie des ondes S avec $\lambda = 0$.

Il est à noter que la DSP du signal relative aux ondes de surface n'a pas été introduites car les schémas d'incidence que nous avons utilisés sont limités aux ondes SH-SV-P.

6.4 Génération du spectre de réponse en utilisant les signaux simulés par SIMQKE-II et définition de la notion d'erreur *caractérisée*

6.4.1 *Eléments de base*

Après calcul des signaux simulés par le logiciel SIMQKE-II, les spectres de réponses sont évalués. Pour ce faire considérons un portique supportant un plancher infiniment rigide et soumis à un chargement variable ($\ddot{u}_A(t)$ pour l'appui A et $\ddot{u}_C(t)$ pour l'appui C) (Fig. 6.4.1). Le déplacement v (composante dynamique du déplacement du portique) est régi par l'équation de mouvement (Berrah et al., 1992-1993), (Zembaty et al., 1994), (Mylonakis et al., 2001), (Clough et al., 1993)

$$\ddot{v} + 2\xi\omega_n\dot{v} + \omega_n^2v = -\frac{1}{2}(\ddot{u}_A(t) + \ddot{u}_C(t)) \quad (6.4.1.1)$$

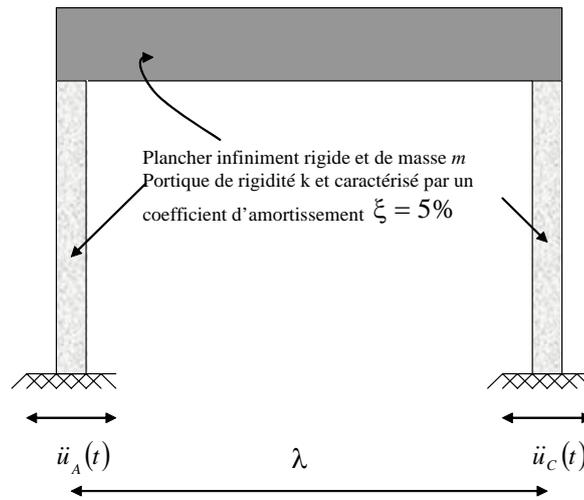


Figure 6.4.1 Un oscillateur simple soumis à un chargement variable

Il est possible donc de déterminer le spectre de réponse moyen et ce en combinant les deux signaux obtenus au niveau des points A et C. A titre d'exemple, on peut déterminer le spectre de réponse moyen de la structure fondée sur les appuis A et C (Fig. 6.2.1a) tout en considérant que les signaux au niveau de ces deux points, $\ddot{u}_A(t)$ et $\ddot{u}_C(t)$, sont obtenus par le logiciel SIMQKE-II. Par ailleurs, afin de mesurer l'effet de la variabilité, il est utile de comparer ce dernier résultat avec le cas du signal identique et ce en supposant que le signal au point A est identique à celui enregistré au point C (Signal identique). On peut par conséquent calculer les spectres de réponses pour les deux cas, i.e. signal identique (Fig. 6.4.2a) et signal variable (Fig. 6.4.2b). On remarque clairement que l'effet de la variabilité spatiale reste assez différencié dans le sens où pour certaines périodes de la structure les valeurs de la pseudo-accelération sont plus importantes pour le cas du signal variable.

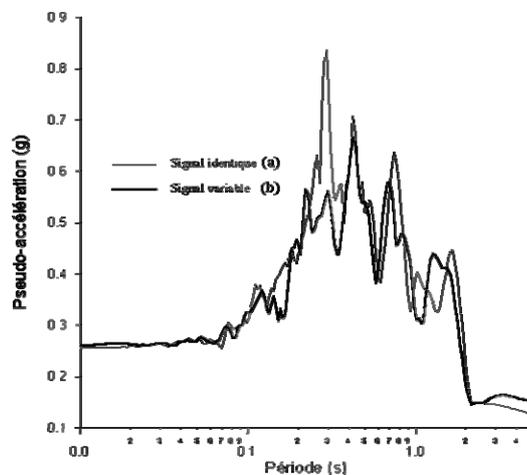


Figure 6.4.2 Spectre de réponse moyen (a) Signal identique aux appuis A et C (b) Signal variable aux appuis A et C

Cette démarche peut être tout autant adoptée pour le cas de la génération du spectre de réponse moyen en profondeur c'est-à-dire en considérant que la structure est fondée jusqu'aux points A' et C' (Fig. 6.2.1b).

Rappelons ici que la problématique posée ne réside pas uniquement dans la simulation de signaux sismique et dans la génération de spectre de réponse moyen, mais de savoir si l'utilisation d'un modèle de cohérence obtenu en surface (par exemple aux points A et C, Fig. 6.2.1a) pour dimensionner une structure fondée en profondeur et ayant par conséquent des appuis d'attache en profondeur (par exemple aux points A' et C' Fig. 6.2.1b) va ou ne va pas induire un surplus d'effort sur cette structure. Pour ce faire et en référence à la problématique posée, nous allons définir la notion d'erreur *caractérisée*.

6.4.2 Définition de l'erreur caractérisée

Les paragraphes précédents nous ont permis de présenter la problématique posée mais aussi les outils, en terme de signaux sismiques et de spectre de réponse, à utiliser pour aborder cette problématique. Il est possible de déterminer le spectre de réponse moyen d'une structure enterrée soumise à un chargement variable en considérant la fonction de cohérence en profondeur et non pas une fonction de cohérence en surface. Cette détermination ne peut être effectuée que par le biais de la CSDA car seule cette approche permet d'avoir des fonctions de cohérence en profondeur. On rappelle, qu'actuellement, la prise en compte de la variabilité spatiale dans le calcul de structures enterrées s'effectue en considérant que la fonction de cohérence en profondeur est identique à la fonction de cohérence en surface (*Approche Conventionnelle*). Est-il exact de maintenir une telle démarche ? En fait, pour y répondre, la méthodologie décrite plus haut peut nous apporter des éléments de réponse. Pour ce faire, il est possible de calculer le spectre de réponse moyen de la structure fondée sur les appuis A' et C' (Fig. 6.2.1b) et ce en supposant que d'une part la fonction de cohérence $|\rho(\lambda, -h, \omega)|$ relative aux points A' et C' est identique à celle relative aux points A et C (Fig. 6.2.1a) $|\rho(\lambda, 0, \omega)|$ (*Approche Conventionnelle*) et d'autre part de considérer que $|\rho(\lambda, -h, \omega)| \neq |\rho(\lambda, 0, \omega)|$. Ces deux spectres de réponse sont notés respectivement :

$SP_A(T)$: Spectre de réponse en profondeur avec fonction de cohérence en surface (indice A pour *Approché*),

$SP_E(T)$: Spectre de réponse en profondeur avec fonction de cohérence en profondeur (indice E pour *E*xact).

L'erreur commise dans la démarche *Approche Conventionnelle*, dite erreur *caractérisée*, est définie par :

$$\text{Erreur}(T)\% = \frac{SP_E(T) - SP_A(T)}{SP_E(T)} \cdot 100 \quad (6.4.2.1)$$

Cette erreur est une fonction de T , période de la structure dénommée ci après période. Contrairement comment peut-on interpréter cette expression ? Une valeur positive de cette erreur, pour une valeur particulière de T , est forcément induite par le fait que $SP_E(T) > SP_A(T)$ car les valeurs de $SP_E(T)$ et $SP_A(T)$ sont toujours positives. Ainsi et dans ce cas la structure enterrée dimensionnée en utilisant l'*Approche Conventionnelle*, est considérée comme étant sous dimensionné. Par contre une valeur négative de cette erreur traduit un surdimensionnement de la structure calculée par le biais de l'*Approche Conventionnelle*

6.4.3 Élément de synthèse

Nous avons, dans cette partie, présenté une méthode de génération des spectres de réponse en considérant que le mouvement est variable ou non au niveau des appuis d'attache. Afin de répondre aux questionnements posés et en utilisant la méthode de génération de ces spectres de réponse nous avons introduit la notion d'erreur *caractérisée*. Il est rappeler que les spectres de réponse sont obtenus en utilisant les signaux sismiques calculés et simulés par le logiciel SIMQKE-II. Dans ce qui suit, on s'intéresse au calcul de cette erreur *caractérisée* en considérant les fonctions de cohérence déduites par la CSDA pour les cas du sol en demi-espace et sol stratifié.

6.5 Cas du sol en demi-espace

6.5.1 Considération générale

Considérons un sol en demi-espace caractérisé par une vitesse $C_s = 100\text{m/s}$ (Fig. 6.5.1a). On se propose par le biais de la simulation *non conditionnelle* de simuler les mouvements sismiques en surface (Station A et C) et en profondeur (A' et C') (Fig. 6.5.1b), de calculer les spectres de réponses en surface et en profondeur et enfin de calculer l'erreur *caractérisée*.

Pour ce faire, on utilise les fonctions de cohérence déduites de la C.S.D.A. en leurs associant les fonctions de densité spectrale de puissance correspondantes. On suppose que le signal sismique est le résultat de la propagation des ondes P, SH et SV. Le signal est considéré comme étant totalement incohérent. La simulation sera effectuée pour les deux composantes horizontale et

verticale. Il serait utile de noter que le spectre de réponse est largement utilisé par les ingénieurs, de ce fait uniquement les résultats en terme de spectre de réponse seront présentés.

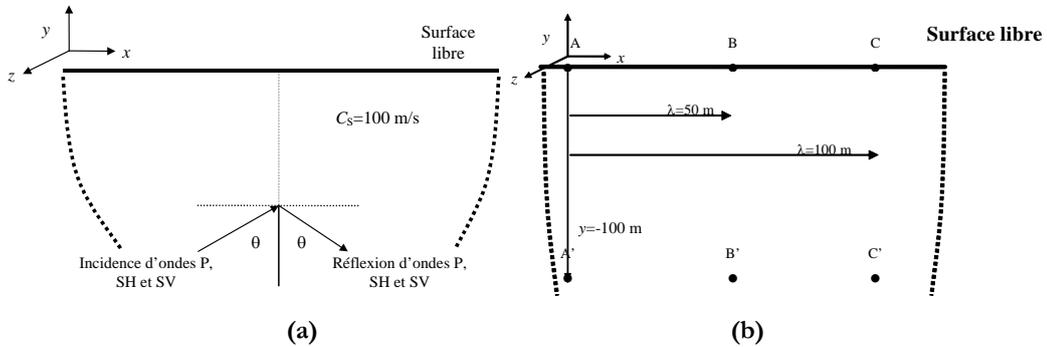


Figure 6.5.1 (a) Sol en demi-espace (b) Position des points A, B, C, A', B' et C'

6.5.2 Composante horizontale

La Fig. 6.5.2 donne la variation des spectres de réponse au point A et C (Fig. 6.5.1b). Notons que les deux spectres de réponse présentent des valeurs différentes.

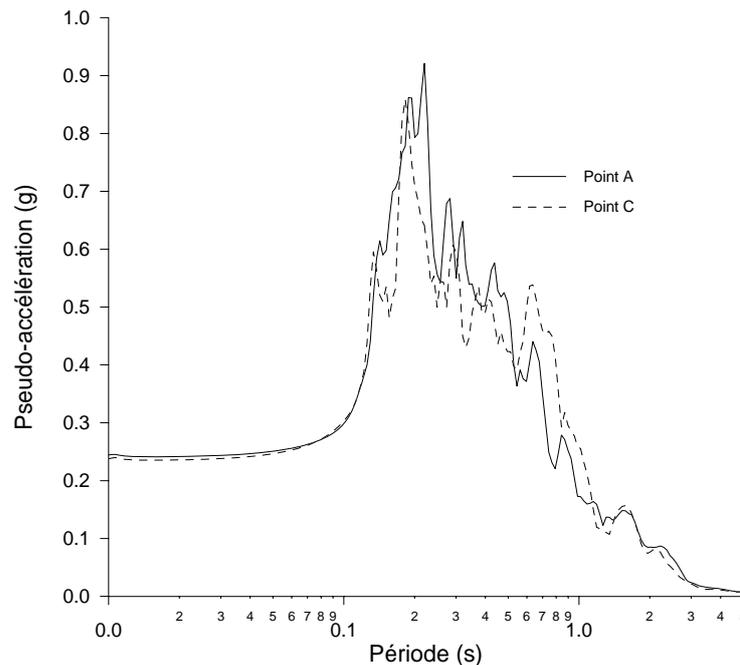


Figure 6.5.2 Spectre de réponse aux points A et C, composante horizontale, sol en demi-espace.

Par ailleurs, on a estimé le spectre de réponse moyen en surface et ce en considérant l'oscillateur simple (Fig. 6.4.1). La Fig. 6.5.3 donne la variation de ce spectre de réponse pour le cas de chargements identique (ou uniforme) et variable. L'examen de cette figure montre que les valeurs du spectre pour le cas du chargement variable sont légèrement plus importantes que celles obtenues pour le cas du chargement identique pour certaines structures. Ce constat est tout autant

valable pour le champ sismique en profondeur c'est à dire pour les stations A' et C' qui sont à une profondeur de 100m (Figs. 6.5.4-6.5.5).

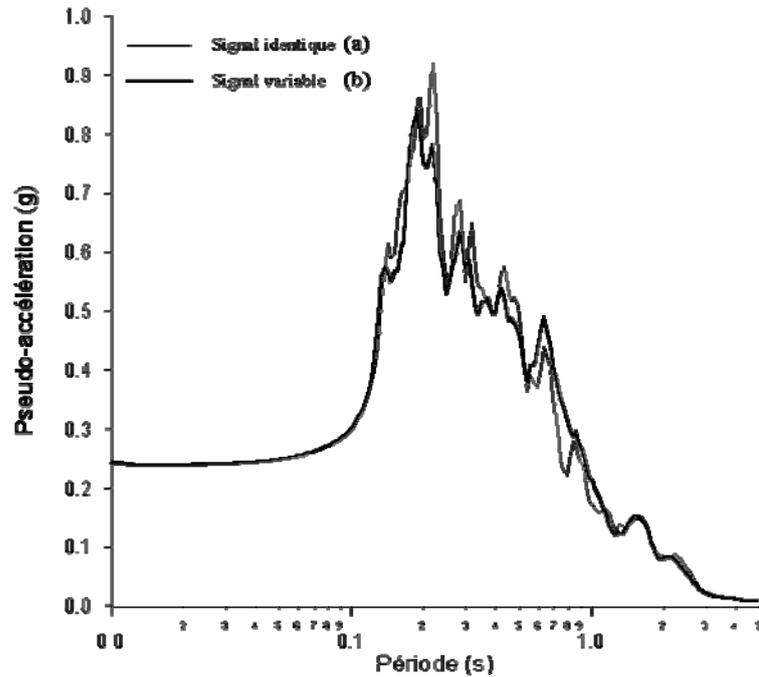


Figure 6.5.3 Spectre de réponse, composante horizontale, sol en demi-espace (a) Signal identique aux appuis A et C (b) Signal variable aux appuis A et C

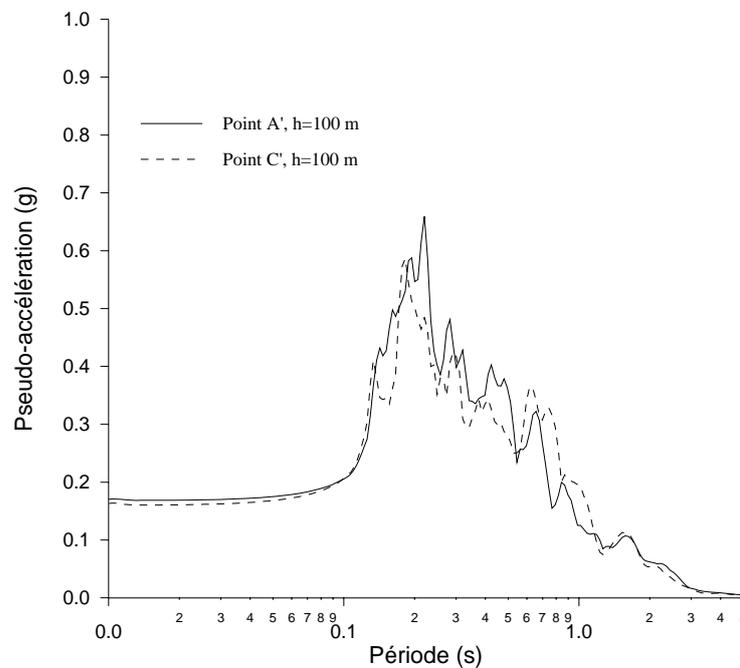


Figure 6.5.4 Spectre de réponse aux points A' et C', composante horizontale, sol en demi-espace

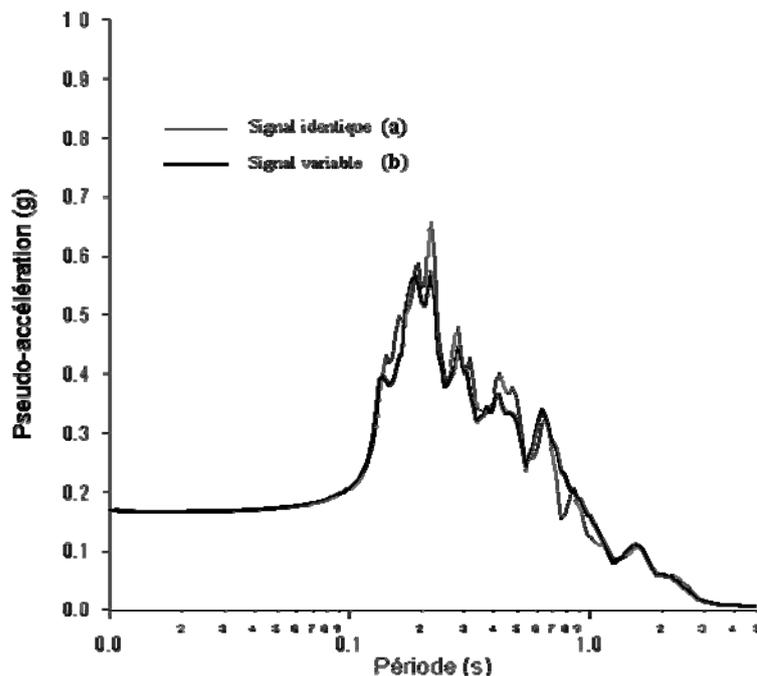


Figure 6.5.5 Spectre de réponse moyen en profondeur, composante horizontale, sol en demi-espace
(a) Signal identique aux appuis A' et C' (b) Signal variable aux appuis A' et C'

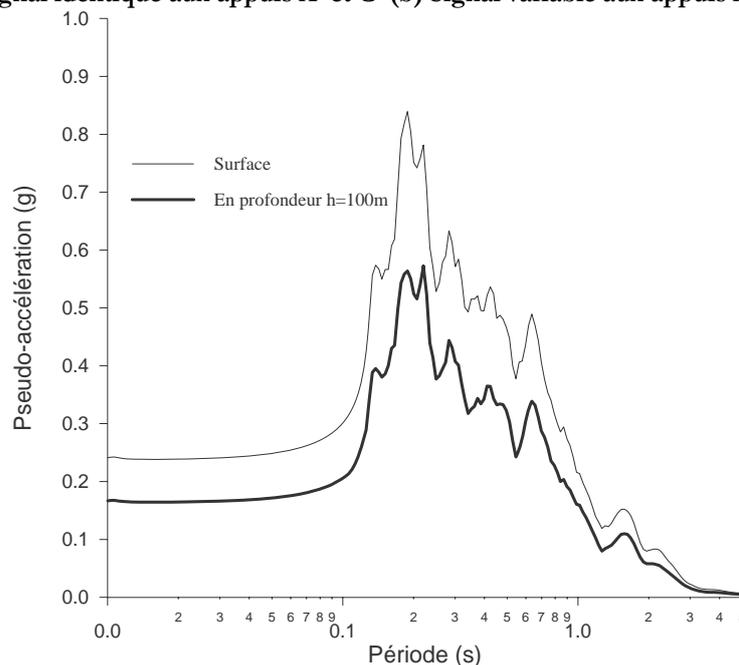


Figure 6.5.6 Spectre modifié en (a) surface et (b) en profondeur $h = 100m$
Composante horizontale, sol en demi-espace.

Il serait également intéressant d'examiner la variation de spectre moyen en surface et en profondeur (c'est-à-dire $SP_E(T)$ car pour son calcul on utilise la fonction de cohérence en profondeur) déduits d'un schéma de signaux variables. La Fig. 6.5.6 montre clairement que le spectre en surface présente des valeurs nettement supérieures à celles en profondeur avec toutefois

une similitude de variation. La Fig. 6.5.7a donne la variation de l'erreur *caractérisée*. L'examen de cette figure montre que le taux d'erreurs peut atteindre 13% et ce en particulier lorsque la structure est flexible ($T > 1.0 s$).

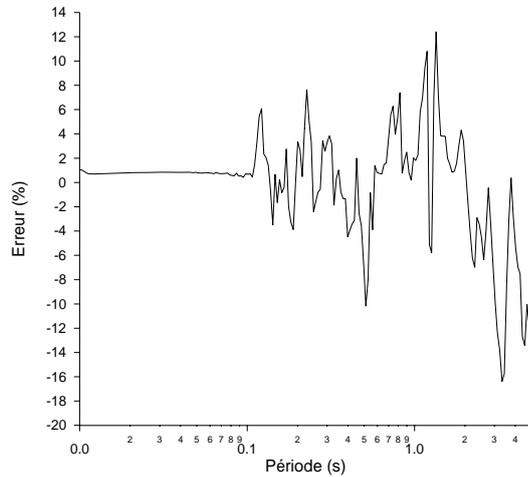


Figure 6.5.7a Erreur *caractérisée*, composante horizontale, sol en demi-espace

Toutefois, si $T > 1.0 s$ alors les valeurs du spectre de réponse sont très petites (Fig. 6.5.5b ou Fig. 6.5.6b). De plus si $T < 0.1 s$ alors les valeurs de l'erreur *caractérisée* sont aussi très petites (Fig. 6.5.7a). De ce fait il serait raisonnable de considérer uniquement la variation de l'erreur *caractérisée* pour $0.1 s < T < 1.0 s$ (Fig. 6.5.7b). Afin de mieux visualiser l'influence de l'erreur *caractérisée* sur le spectre, nous avons introduit aussi dans la Fig. 6.5.7b, le spectre $SP_E(T)$ (Fig. 6.5.5b ou Fig. 6.5.6b).

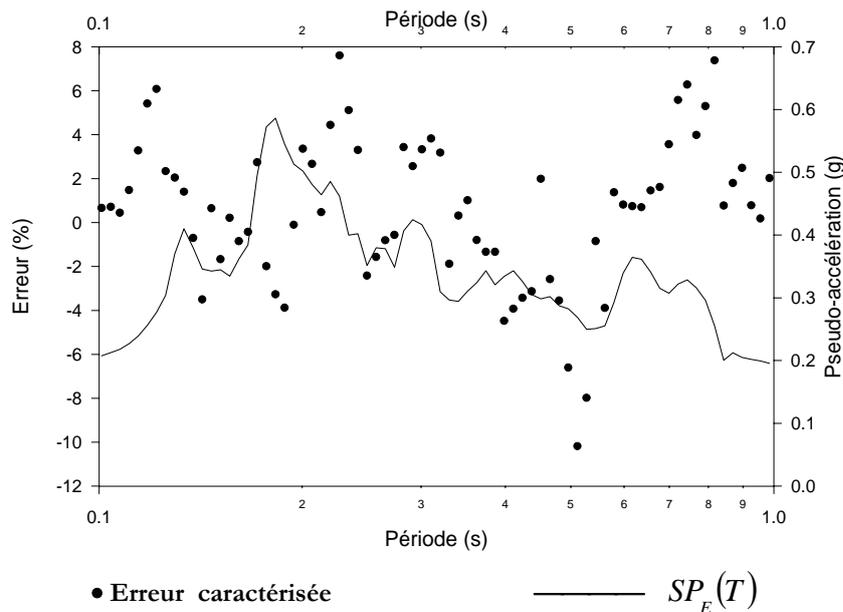


Figure 6.5.7b Variations de l'erreur *caractérisée* et de $SP_E(T)$ sur l'intervalle [0.1-1]s. Composante horizontale, sol en demi-espace

L'examen de la Fig. 6.5.7b montre que le taux d'erreur positif atteint une valeur de 8% pour une période de 0.22s. En d'autres termes, l'utilisation d'une fonction de cohérence déduite en surface pour analyser l'effet de la variabilité spatiale en profondeur peut nous amener à une sous-estimation des efforts de cisaillement à la base de 8%.

6.5.3 Composante verticale

Le schéma de propagation adopté se limite aux ondes P et SV car l'onde SH n'induit pas de mouvement dans la direction verticale.

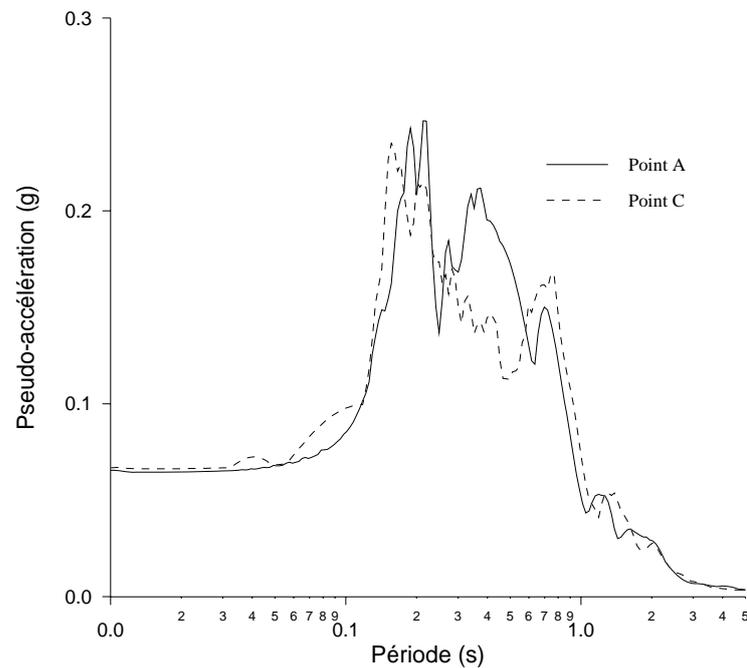


Figure 6.5.8 Spectre de réponse aux points A et C, composante verticale, sol en demi-espace.

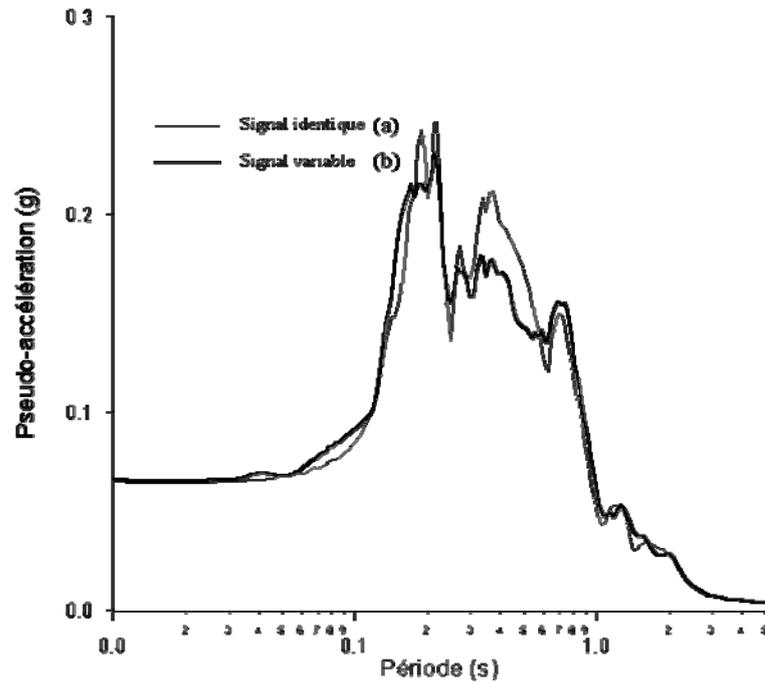


Figure 6.5.9 Spectre de réponse, composante verticale, sol en demi-espace
 (a) Signal identique aux appuis A et C (b) Signal variable aux appuis A et C

Les Figs 6.5.8-6.5.9 donnent respectivement la variation du spectre de réponse aux points A et C et la variation du spectre de réponse modifié c'est à dire lorsqu'on considère que le champ sismique est variable par rapport au cas de signal identique. L'examen de cette figure montre que l'hypothèse de chargement variable peut nous amener à une sous-estimation des efforts induits par rapport au cas du chargement identique.

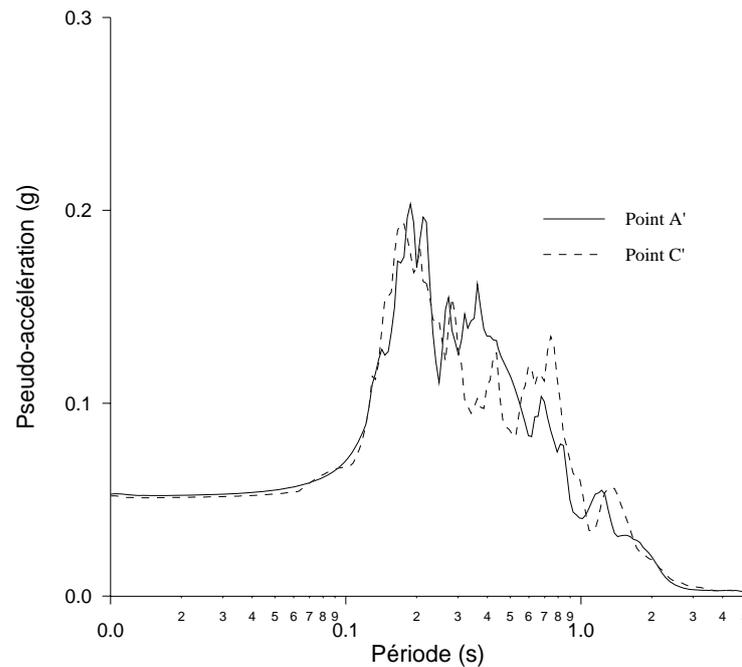


Figure 6.5.10 Spectre de réponse aux points A' et C', composante verticale, sol en demi-espace

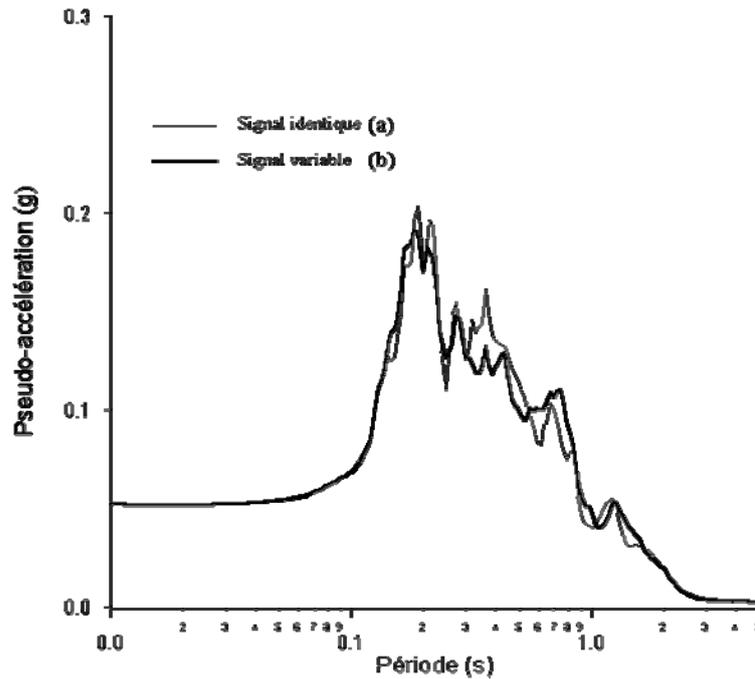


Figure 6.5.11 Spectre de réponse moyen en profondeur, composante verticale, sol en demi-espace (a) Signal identique aux appuis A' et C' (b) Signal variable aux appuis A' et C'

Les mêmes remarques sont reconduites pour le cas des stations en profondeur A' et C' avec toutefois une nette diminution des valeurs du spectre par rapport à celles trouvées en surface (Figs. 6.5.10 et 6.5.11). Notons qu'en général les valeurs du spectre pour la composante verticale sont inférieures à celles obtenues pour la composante horizontale. En effet, ce résultat peut être observé en considérant par exemple les Figs 6.5.2 et 6.5.8. Par ailleurs, on note que les valeurs du spectre en surface sont nettement supérieures à celles obtenues en profondeur (Fig. 6.5.12).

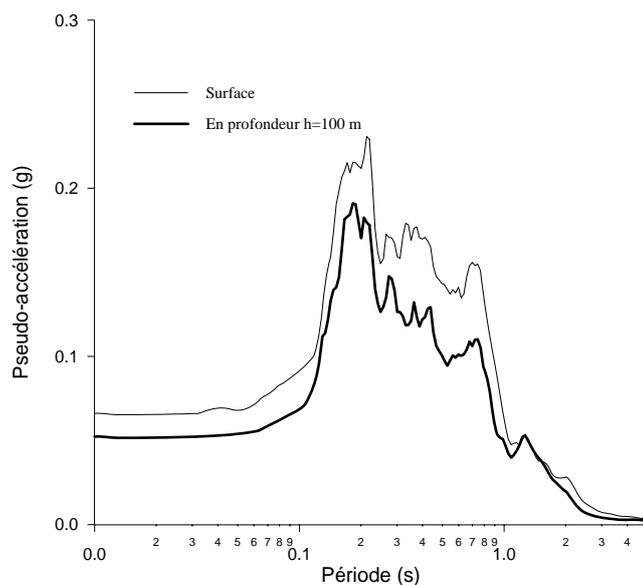


Figure 6.5.12 Spectre modifié en (a) surface et (b) en profondeur $h = 100m$ Composante verticale, sol en demi-espace.

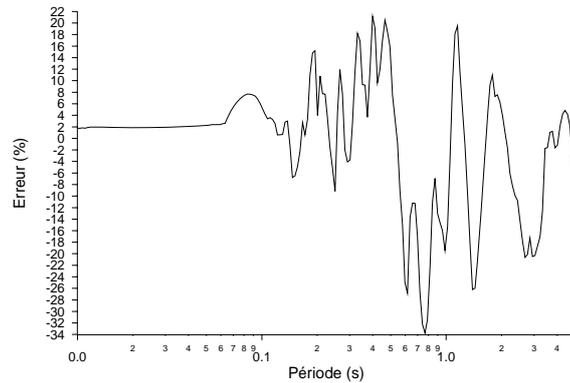


Figure 6.5.13a Erreur *caractérisée*, composante verticale, sol en demi-espace.

L'erreur positive atteint presque 22% (Fig. 6.5.13a). Cependant, pour les mêmes raisons avancées pour le cas de la composante horizontale, il serait exact de ne considérer l'erreur que sur la plage des périodes variant de [0.1-1]s (Fig. 6.5.13b). Sur cette plage, on remarque que l'erreur *caractérisée* atteint presque 15% pour une période de structure de 0.2 s. Notons que ce taux dépasse de loin celui obtenu pour la composante horizontale.

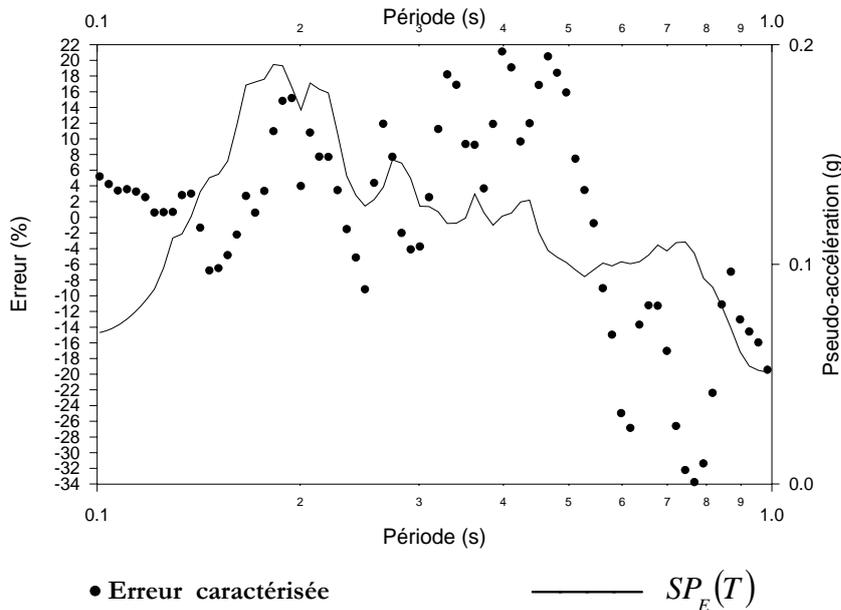


Figure 6.5.13b Variations de l'erreur *caractérisée* et de $SP_E(T)$ sur l'intervalle [0.1-1]s. Composante verticale, sol en demi-espace

6.5.4 Synthèse des résultats

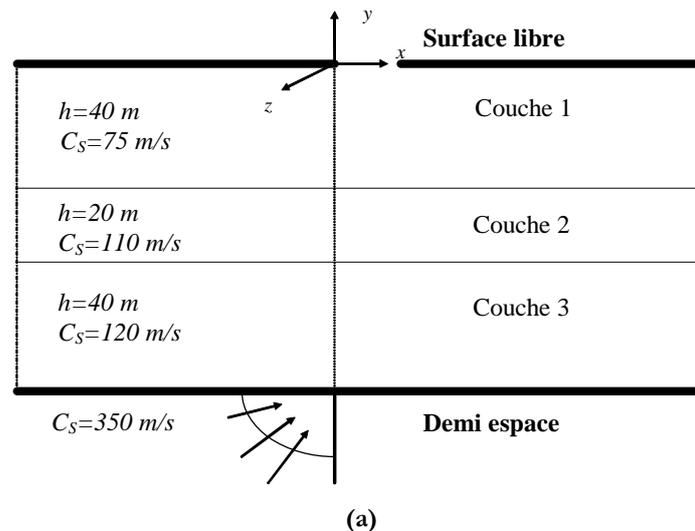
Une simulation de signaux sismiques ainsi que la génération de spectres de réponse ont été effectuées dans cette partie pour le cas du sol en demi-espace et ce en considérant que les propriétés statistiques du signal sont déduites par le biais de la C.S.D.A. Les résultats obtenus, pour les deux composantes horizontale et verticale, ont montré que l'effet de la variabilité spatiale

est assez varié mais doit être pris en compte car l'hypothèse de chargement identique induit pour certaines structures des sous-estimations des efforts. Par ailleurs, nous avons mis en évidence une nette différence entre l'approche développée C.S.D.A et l'*Approche Conventionnelle* qui ne permet pas d'avoir des fonctions de cohérence en profondeur. Ainsi nous avons montré que le taux d'erreur positive est de 8% pour la composante horizontale et presque 15% pour la composante verticale et ce lorsqu'une *Approche Conventionnelle* est utilisée pour prendre en compte la variabilité en profondeur. Ce résultat nous interpelle avec force dans la mesure où l'analyse dynamique de structures enterrées vis à vis de la variabilité spatiale doit être menée en considérant la fonction de cohérence en profondeur. Ce résultat permet de mettre en place une nouvelle approche dans la modélisation du signal par le biais de la CSDA dans le sens où il est possible maintenant de prévoir le surplus d'efforts subis par les structures enterrées et étendues lorsqu'une *Approche Conventionnelle* est utilisée. Dans ce qui suit la même procédure est reprise pour le cas du sol stratifié. Afin de comparer les résultats obtenus pour le cas du sol en demi-espace avec ceux du sol stratifié, les mêmes types d'input seront utilisés.

6.6 Cas du sol stratifié

6.6.1 Considération générale

Considérons un sol stratifié horizontalement (Fig. 6.6.1a). Les positions des points où la simulation est effectuée sont illustrées dans la Fig. 6.6.1b.



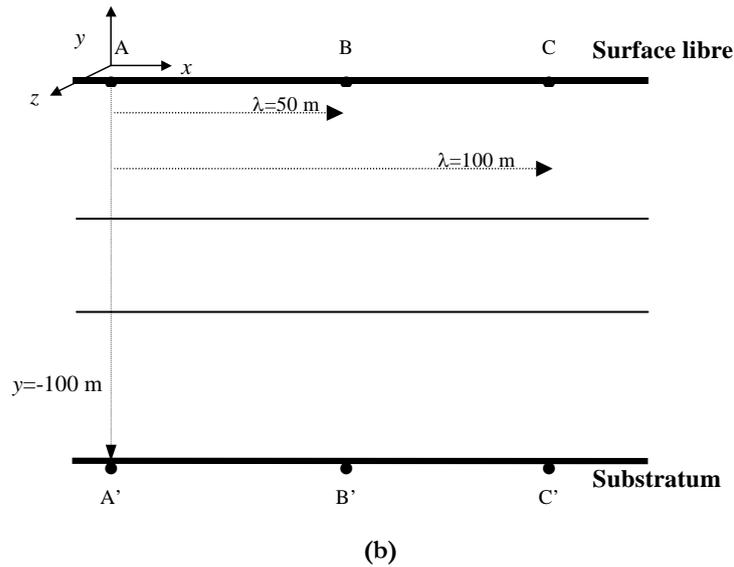


Figure 6.6.1 (a) Sol stratifié (b) Position des points A, B, C, A', B' et C'

6.6.2 Composante horizontale

On s'intéresse à la génération de spectres de réponse relatifs à la composante horizontale. Les conclusions émises pour le cas du sol en demi-espace sont reprises pour le cas du sol stratifié avec toutefois une nette différence en ce qui concerne l'amplification.

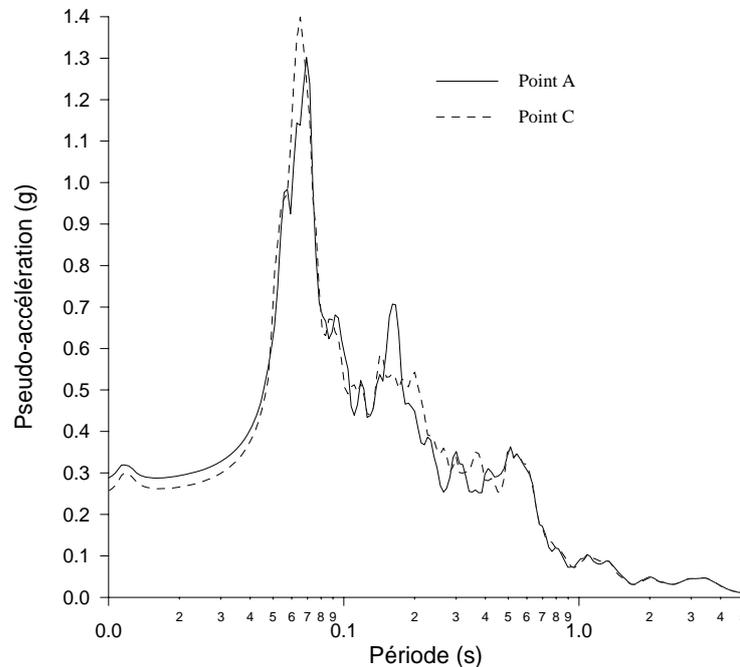


Figure 6.6.2 Spectre de réponse aux points A et C, composante horizontale, sol stratifié.

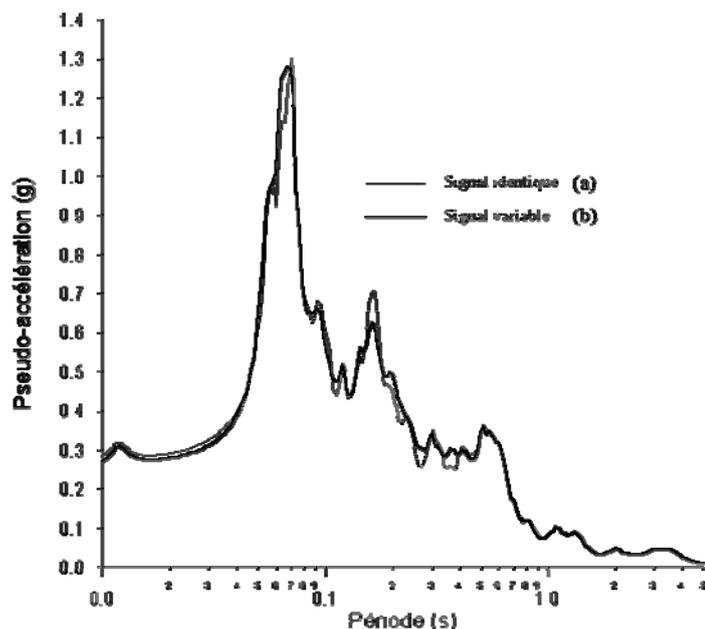


Figure 6.6.3 Spectre de réponse, composante horizontale, sol stratifié.
 (a) Signal identique aux appuis A et C (b) Signal variable aux appuis A et C

En effet, on remarque que le taux d'amplification atteint pratiquement une valeur de 2.3 pour le cas du sol stratifié (Fig. 6.6.6) alors que ce taux n'atteint même pas la valeur de 1.5 pour le cas du sol en demi-espace (Fig. 6.5.6). Ce taux d'amplification traduit le rapport entre la valeur maximale de la pseudo-accélération en surface et la valeur maximale de la pseudo-accélération en profondeur. Cette différence met en évidence l'effet amplificateur du sol stratifié par rapport au sol en demi-espace.

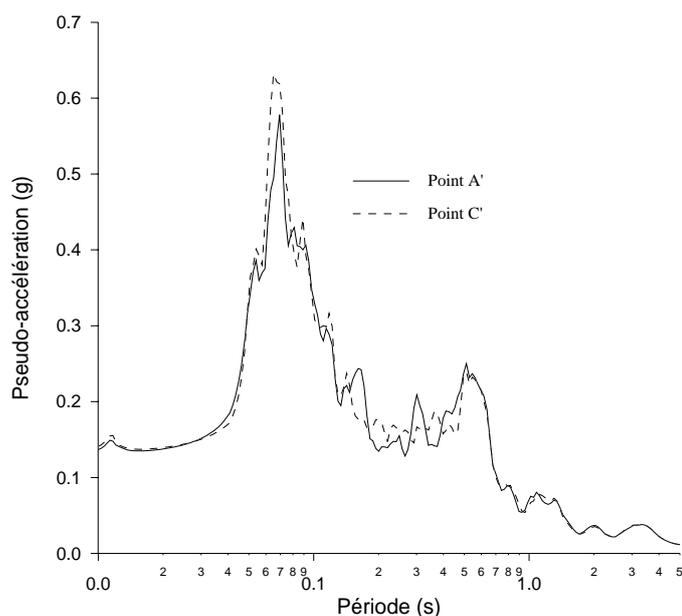


Figure 6.6.4 Spectre de réponse aux points A' et C', composante horizontale, sol stratifié.

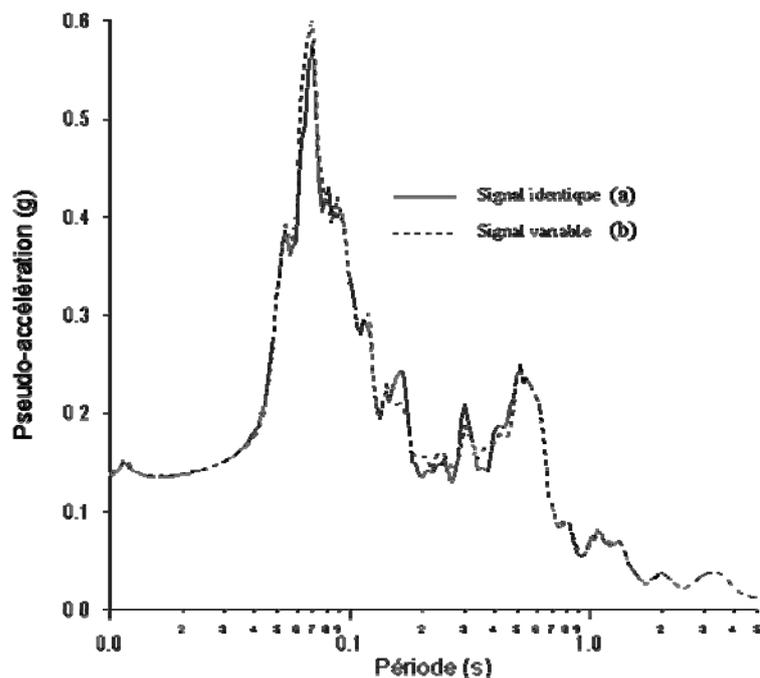


Figure 6.6.5 Spectre de réponse en profondeur, composante horizontale, sol stratifié.
 (a) Signal identique aux appuis A' et C' (b) Signal variable aux appuis A' et C'

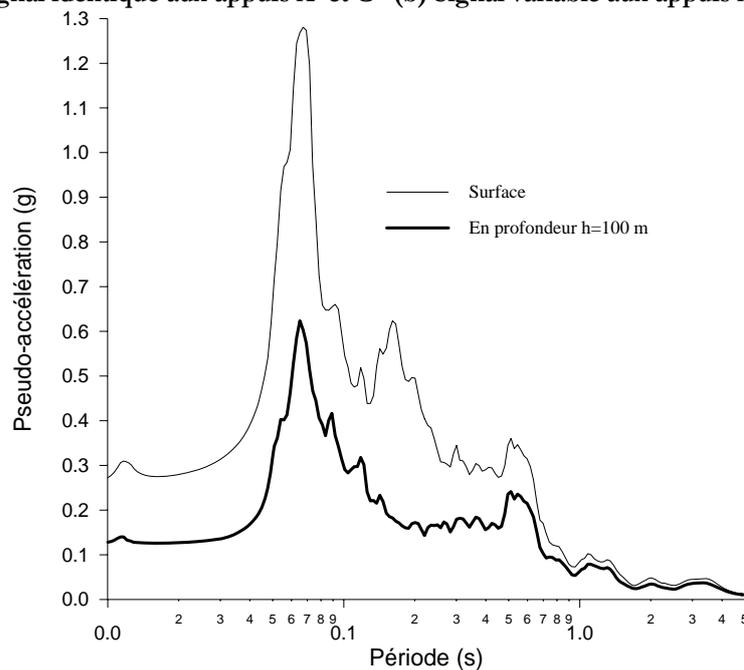


Figure 6.6.6 Spectre modifié en (a) surface et (b) en profondeur $h = 100m$
 Composante horizontale, sol stratifié.

Par ailleurs nous remarquons que l'erreur *caractérisée* est assez importante pour le sol stratifié et atteint presque 14% pour une période de structure égale à 0.06s (Fig. 6.6.7a). Notons que ce taux atteint la valeur de 8% pour le cas du sol en demi-espace. Il est à relever que pour la Fig. 6.6.7b, nous avons schématisé l'erreur *caractérisée* sur l'intervalle $0.01 s < T < 1.0 s$ et ce contrairement au

cas du sol en demi espace où nous avons choisi l'intervalle $0.1 s < T < 1.0 s$, car sur l'intervalle $0.01 s < T < 0.1 s$ les valeurs de l'erreur caractérisée (Fig. 6.6.7a) et du spectre de réponse sont très importantes (Fig. 6.6.5b ou Fig. 6.6.6b).

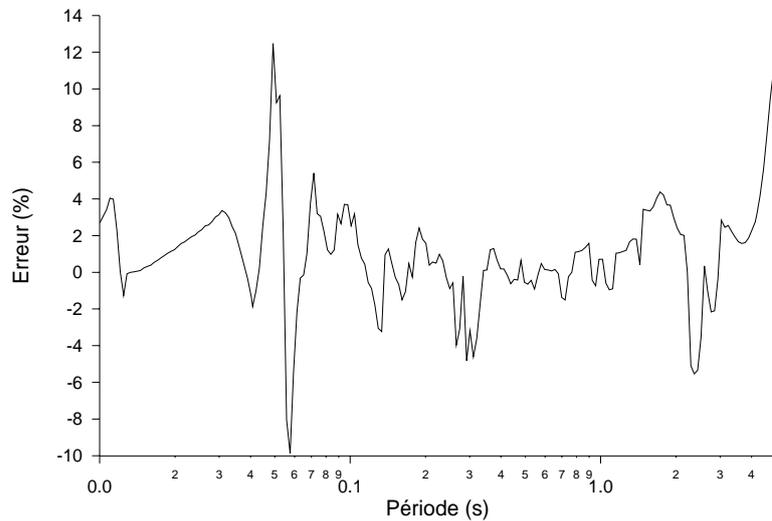


Figure 6.6.7a Erreur caractérisée, composante horizontale, sol stratifié.

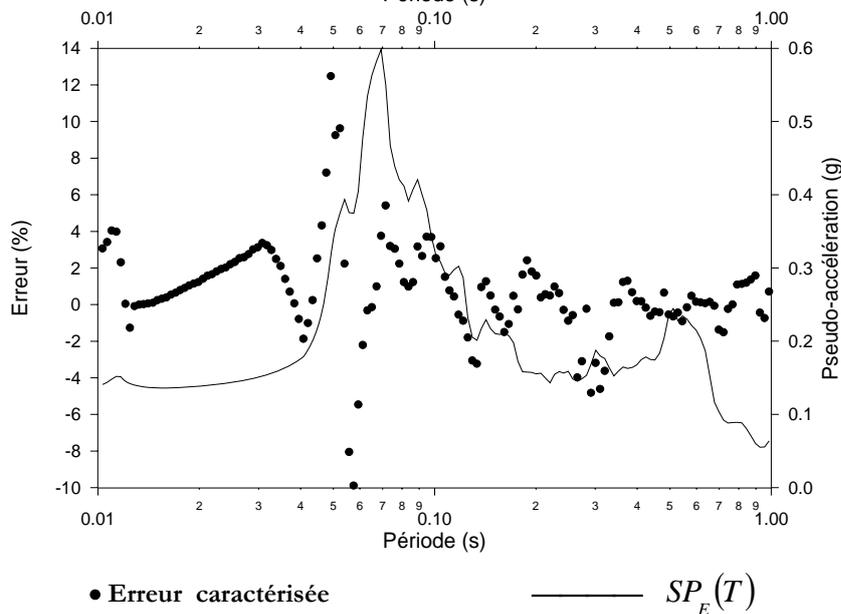


Figure 6.6.7b Variations de l'erreur caractérisée et de $SP_E(T)$ sur l'intervalle [0.01-1]s. Composante horizontale, sol stratifié.

6.6.3 Composante verticale

Les mêmes remarques, notées pour la composante horizontale, sont reprises pour le cas de la composante verticale avec toutefois un taux d'erreur caractérisée plus important. En effet, l'examen de la Fig. 6.6.13b montre que cette erreur, atteignant presque 20%, est supérieure à celle obtenue pour la composante horizontale Fig. 6.6.7b.

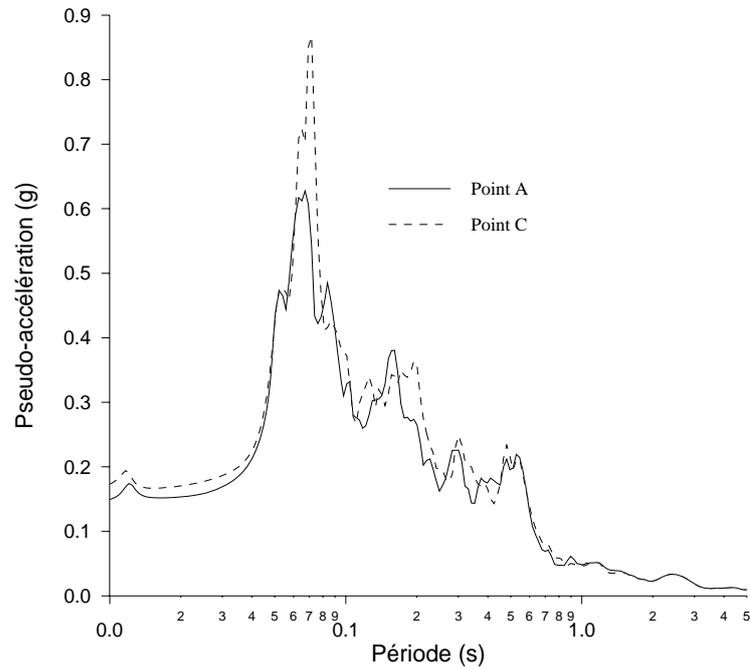


Figure 6.6.8 Spectre de réponse aux points A et C, composante verticale, sol stratifié.

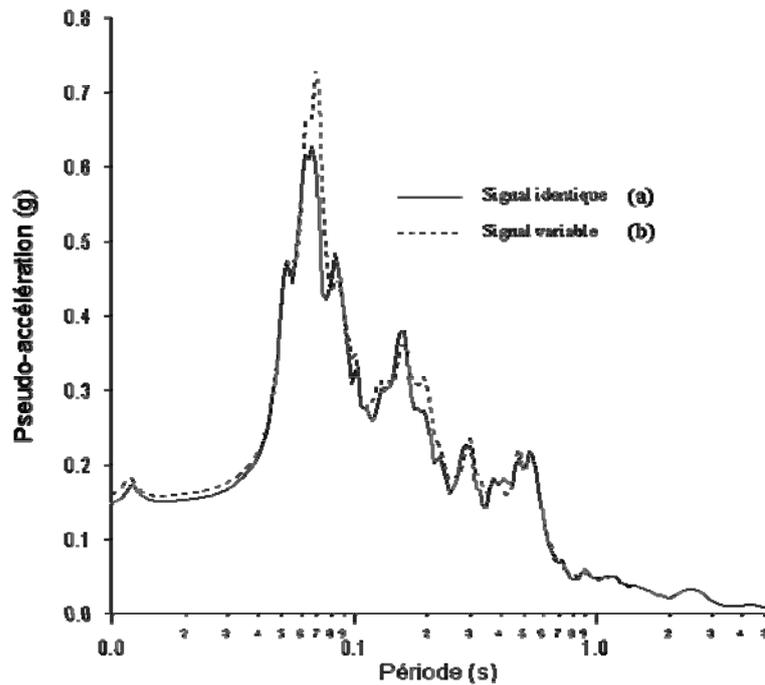


Figure 6.6.9 Spectre de réponse, composante verticale, sol stratifié
 (a) Signal identique aux appuis A et C (b) Signal variable aux appuis A et C

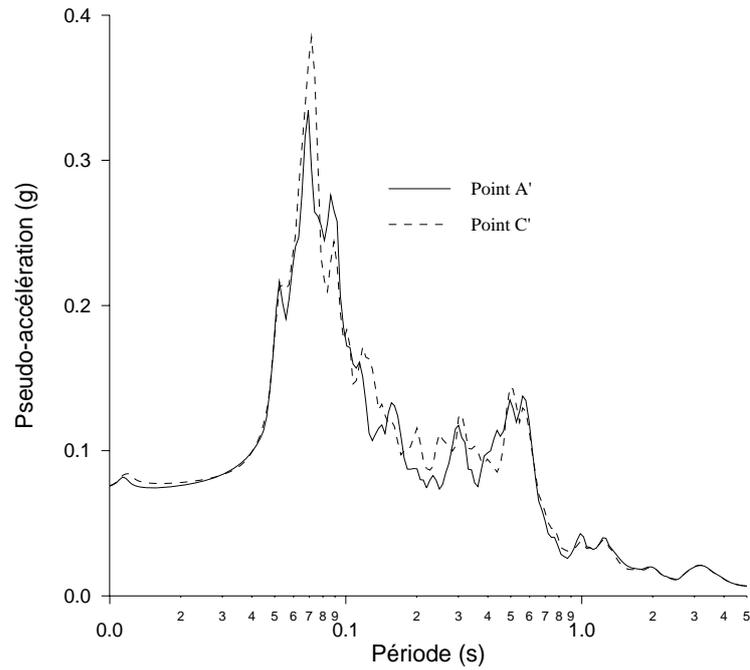


Figure 6.6.10 Spectre de réponse aux points A' et C', composante verticale, sol stratifié.

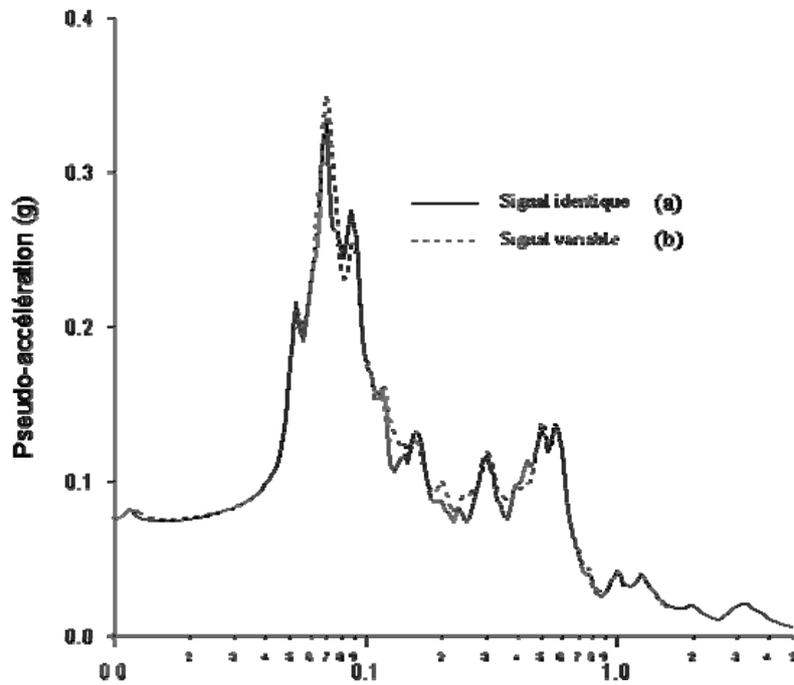


Figure 6.6.11 Spectre de réponse en profondeur, composante verticale, sol stratifié.
 (a) Signal identique aux appuis A' et C' (b) Signal variable aux appuis A' et C'

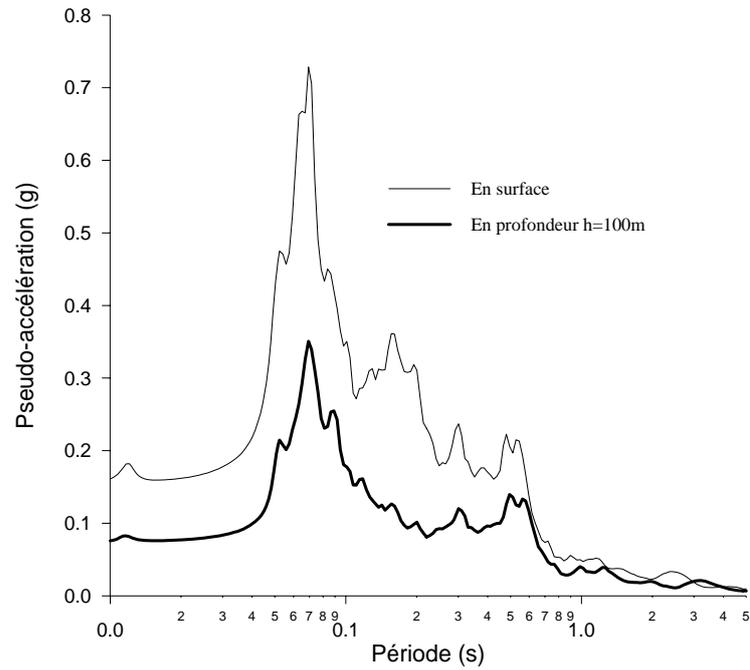


Figure 6.6.12 Spectre modifié en (a) surface et (b) en profondeur $h = 100m$
Composante verticale, sol stratifié.

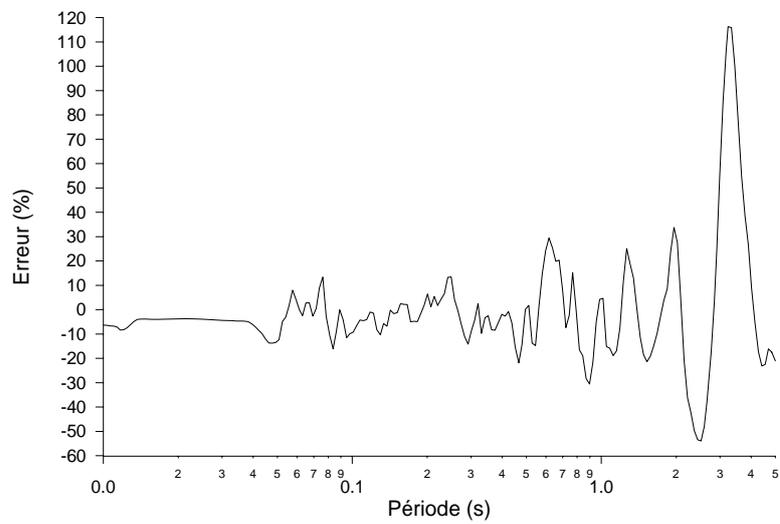


Figure 6.6.13a Erreur caractérisée, composante verticale, sol stratifié

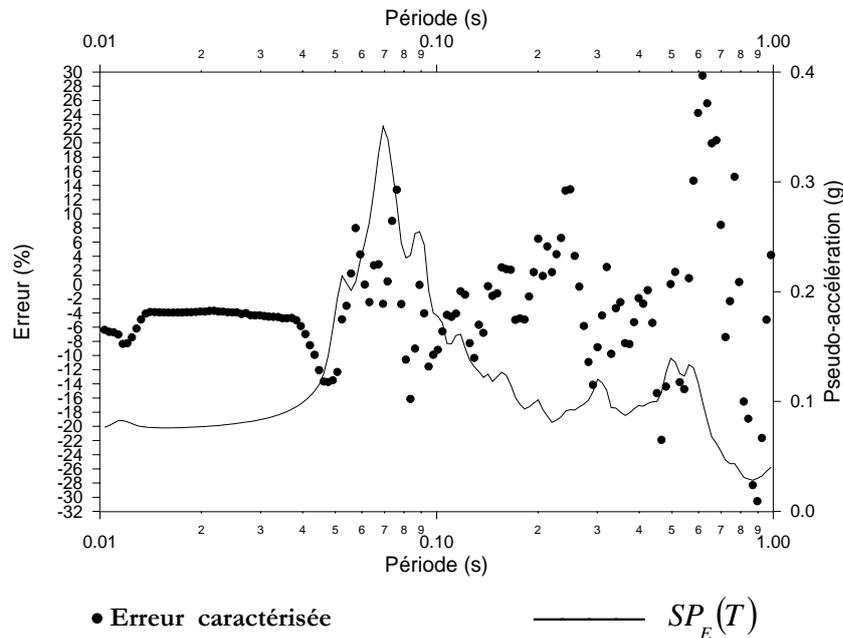


Figure 6.6.13b Variations de l'erreur caractérisée et de $SP_E(T)$ sur l'intervalle [0.01-1]s. Composante verticale, sol stratifié.

6.6.4 Synthèse des résultats

La modélisation du signal sismique par le biais de la C.S.D.A. pour le cas du sol stratifié a d'une part confirmé les résultats trouvés pour le cas du sol en demi-espace mais a d'autre part mis en évidence une nette augmentation du taux d'erreur caractérisée. En effet, il a été noté que l'utilisation de fonction de cohérence calculée en surface pour décrire l'effet de la variabilité spatiale du signal sismique en profondeur peut nous amener à des sous-estimations des effets de cette variabilité de 20% pour le cas du sol stratifié. Par conséquent, l'utilisation de l'Approche Conventionnelle est beaucoup plus pénalisante pour la structure fondée sur un sol stratifié

6.7 Analyse critique

Cette analyse est à juste titre révélatrice car les résultats obtenus ont montré que le recours à des fonction de cohérence disponibles en surface afin d'estimer les effets de la variabilité en profondeur peut conduire à des sous-estimations des efforts de 20% pour le cas du sol stratifié et de 15% pour le sol en demi-espace. Ces résultats mettent en évidence la nécessité d'identifier les propriétés statistiques du signal en profondeur afin de les incorporer dans une analyse parasismique. Le taux d'erreur caractérisée révèle par ailleurs que cette investigation est plus importante à mener pour le cas du sol stratifié. A travers cette nouvelle approche dans la modélisation du signal sismique nous avons donné des éléments de réponse quant la validité de

L'*Approche Conventionnelle* dans l'analyse de la variabilité spatiale en profondeur. Au vu des résultats obtenus, on peut conclure que ce taux d'erreurs peut être utilisé comme coefficient multiplicateur de résultats trouvés par l'*Approche Conventionnelle*. En effet, il est possible de le considérer pour corriger le spectre de réponse trouvé par cette approche. Enfin, il est à noter que l'utilisation la cohérence horizontale pour déduire le comportement de la structure vis à vis d'un chargement verticale n'est pas exact car le taux d'erreurs n'est pas identique.

6.8 Conclusion

Le présent chapitre nous a permis d'identifier les propriétés du signal sismique par des outils facilement utilisables par l'ingénieur. Nous avons procédé à la génération de spectre de réponse en combinant la CSDA avec une technique de simulation laquelle a été modifiée pour prendre en charge les particularités de notre approche. Les résultats obtenus ont révélé plusieurs aspects quant à l'opportunité d'utiliser l'*Approche Conventionnelle* pour modéliser la variabilité en profondeur mais aussi pour la composante verticale. Nous avons tout d'abord montré que la variabilité spatiale induit des effets disparates sur le spectre de réponse dans le sens où d'une part elle amplifie les valeurs du spectre sur certaines plages de périodes et les diminue sur d'autres. De plus, nous avons estimé l'erreur commise lorsqu'une fonction de cohérence calculée en surface par des diverses méthodes est utilisée pour estimer les effets de la variabilité en profondeur. Cette erreur reste assez petite pour le cas du sol en demi-espace (15%) mais atteint presque 20% pour le cas du sol stratifié. Par référence à ces résultats, on peut conclure qu'il est possible de prévoir un surplus d'efforts auxquels est soumise la structure calculée par une *Approche Conventionnelle*.

Chapitre 7

Conclusion générale

7.1 Eléments de synthèse

L'événement sismique est l'un des chargements les plus importants auquel une structure est soumise durant sa durée de vie. Sa prise en compte s'avère donc nécessaire et constitue une étape importante dans toute élaboration de stratégie parasismique. La définition et la quantification du mouvement sismique représentent une des tâches les plus ardues auxquelles l'ingénieur est confronté lors d'une conception parasismique. En effet, un certain nombre de paramètres ont une influence certaine sur la variation du signal sismique et induisent une grande variabilité spatiale de l'excitation et ce même sur des points d'observation peu séparés. Il convient de noter l'importance capitale de la prise en compte de cette variabilité dans le dimensionnement de structures étendues. Une multitude d'approches de modélisation de cette variabilité a été proposée soit sur la base de traitement statistique de données soit à partir de modèles théoriques sans que le consensus n'existe autour d'un seul modèle. De plus la plupart de ces modèles ne permettent d'analyser la variabilité qu'en surface et uniquement pour la composante horizontale car ils ont été développés grâce aux données recueillies sur des réseaux déployés en surface.

Le présent travail de recherche s'inscrit dans le cadre de l'analyse de la variabilité spatiale du signal sismique en surface et en profondeur mais également pour les composantes horizontale et verticale et apporte de nouveaux éléments de réponse quant à la modélisation de cette variabilité. En effet, une méthodologie dénommée Approche Complète de Déamplification Stochastique (*Complete Stochastic Deamplification Approach*) (CSDA) a été développée. Cette approche est une alternative intéressante aux méthodes antérieurement proposées car elle permet de décrire la variabilité spatiale du signal pour les trois composantes ainsi qu'en profondeur. La CSDA requiert la connaissance de deux outils : les matrices de fonctions de transfert et de fonctions d'intensité spectrale en surface. Afin de déterminer les deux matrices un modèle physique de modélisation du signal sismique a été mis en place. En effet, nous avons supposé que le signal sismique est la superposition d'ondes de volume se propageant à travers un sol en demi-espace et un sol stratifié reposant sur un demi-espace (également nommé substratum). En utilisant ce modèle physique, nous avons déterminé en premier lieu la matrice de fonctions de transfert et ce

modifiant la méthode d'Haskell-Thomson afin de prendre en charge les spécificités de la CSDA. Ensuite la matrice de fonctions d'inter-densité spectrale en surface a été mise en place.

Une étude paramétrique sur la variation des fonctions de cohérence horizontale et verticale a été menée et a porté sur l'effet de quatre paramètres : le type d'incidence, le mode d'incidence, le type de sol et enfin la profondeur. Cette étude paramétrique a été menée en fixant par exemple trois paramètres et en faisant varier le quatrième paramètre.

Les résultats obtenus montrent que la fonction de cohérence présente des valeurs plus importantes pour le mouvement plan (Ondes P-SV) qu'anti-plan (Ondes SH). Nous avons aussi remarqué que le taux de décroissance de cette fonction est plus fort pour le cas de l'incidence incohérente, ce qui constitue en soit un outil d'identification des angles de directions du signal. Nous avons remarqué que la fonction de cohérence en surface déduite pour le cas du sol en demi-espace décroît plus rapidement que celle trouvée pour le cas du sol stratifié. Ce résultat peut être utilisé pour identifier le proche sous-sol sans avoir à recourir aux méthodes coûteuses d'identification telles que la réfraction sismique.

Par ailleurs, l'approche développée permet d'expliquer deux résultats jusque là contradictoires et relatifs à l'importance des fonctions de cohérence des composantes horizontale et verticale. Nous avons ainsi pu montrer que les deux résultats pouvaient s'expliquer par le choix du type d'ondes incidentes et trouver que la fonction de cohérence relative à la composante verticale présente des valeurs importantes comparativement à la composante horizontale et ce uniquement pour le cas de l'incidence d'ondes SV. Une autre problématique a été soulevée et consiste à étudier les taux de variation de la fonction de cohérence suivant la fréquence et l'inter-distance. En fait, nous avons noté que certains auteurs estimaient que ces deux taux étaient identiques alors que d'autres ont identifié le résultat contraire. Nous avons en fait démontré que les deux taux de décroissance étaient identiques uniquement pour les petites distances mais aussi lorsque le champ sismique est constitué d'ondes SH (Sol demi-espace ou stratifié) et P-SV (sol en demi-espace) et ce pour des points d'observation situés à surface libre. Toutefois, il a été noté que l'incidence d'ondes P-SV dans un sol stratifié provoque une nette différence des deux taux de décroissance expliquant par la les observations faites par certains auteurs.

En plus de cette étude paramétrique nous avons mené une étude comparative entre les fonctions de cohérence déduites par d'une part la CSDA et par les différents modèles appliqués sur certains sites où de denses réseaux d'accélérographes ont été déployés. Les résultats obtenus ont montré que pour les petites distances et fréquence le modèle de Luco-Wong et la CSDA avec incidence d'ondes SH et input incohérent reste les plus recommandé. Ce résultat pris à part ne

traduit qu'une similitude de variation par rapport à un modèle largement utilisé (i.e. modèle de Luco-Wong), mais ce résultat prend une importance lorsqu'on sait que le modèle de Luco-Wong requiert la connaissance d'un paramètre déduit à partir des données enregistrées au niveau du site alors que la CSDA avec incidence d'ondes SH n'est pas tributaire des données d'enregistrement sismique du site. Toutefois, pour les grandes valeurs de la fréquence et de la distance le modèle de Luco-Wong donne une décroissance assez rapide de la fonction de cohérence et ne peut permettre une modélisation fiable. Dans cette plage de fréquence et d'inter-distance, les autres modèles, tels que le modèle d'Harichandran, donnent des fonctions de cohérence ne présentant pas une décroissance aussi rapide mais restent assez éloigné des fonctions de cohérence basées sur le traitement statistique. Toutefois, nous avons trouvé que la CSDA avec incidence combinée d'ondes P-SV donne de probants résultats. Enfin, nous avons mis en évidence la nécessité de dissocier les fonctions de cohérence relatives aux composantes horizontale et verticale. En effet, nous avons montré que ces deux fonctions ne présentent pas la même variation alors que les méthodes conventionnelles considèrent que ces deux fonctions sont identiques.

Par ailleurs, on a montré que les fonctions de cohérence en surface et en profondeur ne sont pas identiques et ce pour un mode d'incidence, un type d'incidence et un type de sol fixés. Toutefois, l'ingénieur dans sa démarche de dimensionnement de structures étendues et enterrées considère que la fonction de cohérence en profondeur est identique à celle en surface. Par conséquent, il se peut que cette hypothèse induise un sous ou sur dimensionnement de cette structure enterrée. Principalement, comment peut on estimer ce taux de sur ou sous dimensionnement ? Afin de répondre à cette question nous avons introduit la notion d'erreur *caractérisée* qui décrit l'erreur commise lorsqu'une fonction de cohérence en surface est utilisée à la place d'une fonction de cohérence en profondeur. Cette notion a été introduite en terme de spectre de réponse car l'ingénieur est beaucoup plus familier avec cet outil qu'avec par exemple la fonction de cohérence. Cette approche nous a permis de montrer qu'un modèle de cohérence développé en surface et utilisé pour analyser le comportement d'une structure enterrée induit une sous estimation des efforts subis par cette structure de 20%. Toutefois, on a remarqué que ce taux peut diminuer lorsque le sol est en demi-espace. Par conséquent, une investigation des caractéristiques de la variabilité spatiale en profondeur reste beaucoup plus prépondérante lorsqu'il s'agit d'un sol stratifié.

7.2 Recommandations pour travaux futurs

Les résultats obtenus par *l'Approche Complète de déamplification Stochastique* sont porteurs et peuvent être améliorés par certaines recommandations pour des travaux futurs. Les plus en vue

restent l'extension de l'application de cette approche vers les ondes de surface, l'identification de l'effet de site par la prise en charge de sol de caractéristiques différentes. Sommairement les recommandations suivantes sont à prendre en considération :

- Application de la C.S.D.A. pour le cas de la déconvolution tri-dimensionnelle du signal sismique,
- Prendre en charge l'effet de site par l'identification de fonction de transfert non identique,
- Introduire les ondes de surface et ce uniquement pour modéliser la variabilité spatiale en surface,
- Introduire la fonction d'inter densité spectrale en surface tirée des enregistrements sur site.

Par ailleurs, du moment que l'effet, sur une structure, de la variabilité spatiale en profondeur sur les structures est, par référence aux résultats trouvés, prépondérante lorsque cette structure repose sur un sol stratifié, il serait opportun de s'investir dans l'instrumentation en profondeur uniquement pour les sols stratifiés.

Partie –IV-

Références et Annexes

Références

Annexes

Annexe A : Inventaire des réseaux en Downhole

Annexe B : Calcul de la double transformée de Fourier

Annexe C : Classification de Seed et al. (1991)

Annexe D : Classification des sites à partir des essais selon le RPA 99 Version 2003

Annexe E : Rappel sur le calcul probabiliste

1. Abdel-Ghaffar, A. M., Rubin, L. I. (1982). "Suspension bridge response to multiple-support excitations." *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 108(EM2), 419–435.
2. Abdel-Ghaffar, A. M., Rubin, L. I. (1983). "Lateral earthquake response of suspension bridges." *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 109(3), 664–675.
3. Abrahamson, N. A. (1992). "Generation of spatially incoherent strong motion time histories." *Proceedings, 10th World Conference on Earthquake Engineering*, Vol. 10, Barcelona, Spain, 845–850.
4. Abrahamson, N. A. (1993). "Spatial variation of multiple support inputs." *Proceedings, 1st U. S. Seminar on Seismic Evaluation and Retrofit of Steel Bridges*, Department of Civil Engineering and California Department of Transportation, Univ. of California at Berkeley, California.
5. Abrahamson, N. A., Schneider, J.F., Stepp, J.C., (1991). "Empirical spatial coherency functions for applications to soil-structure interaction analyses." *Earthquake Spectra*, Vol. 7, 1–27.
6. Abrahamson, N.A., (1985). "Estimation of seismic wave coherency and rupture velocity using the SMART-1 strong motion array recordings." *UCD/EERC, Report 85/02*, Univ. of California, Berkeley, California.
7. Achenbach, J.D., (1973). "Wave propagation in elastic solids." North-Holland, Amsterdam.
8. Amirbekian, R.V., (1995). "Effects of Seismic Wave Scattering in Strong Motion Seismology." *PhD thesis dissertation*, Univ. of California at Berkeley, California
9. Asayama, S., Suto F., (1996). "Influence of spatially variant ground motion on response of a building with long configuration variability of ground motion." *Proceedings 11th World Conference on Earthquake Engineering*, Elsevier, Amsterdam, Paper No. 1601.
10. Bard, P.Y., (2001). "Ground motion variability and interpretation of sparse strong motion records." *XVI ICSMGE*, Istanbul, Turkey, 113-116.
11. Berrah, M. K., Kausel, E., (1993). "A modal combination rule for spatially varying seismic motions." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 22(9), 791–800.
12. Berrah, M.K. Kausel, E., (1992). "Response spectrum analysis of structures subjected to spatially varying motions." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 21(6), 461-470.
13. Berrah, M.K., Zendagui, D., (1998). "Stochastic deamplification of SH wave motion in a layered media." *Proceedings of the XI European Conference on Earthquake Engineering*, Paris, France, Actes sur CD-ROM
14. Berrah, M.K., Zendagui, D., (1999). "The wave content effect on the spatial variability of seismic motion." *Actes du 5^{ème} Colloque français de génie parasismique*, France, pp 60-67.
15. Berrah, M.K., Zendagui, D., (2004). "New concepts in assessing the effects of the seismic spatial variability on embedded structure." *Proceedings of the 13th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver BC, Canada, Actes sur DVD. Paper N° 3078.
16. Boissieres, H.-P., Vanmarcke, E. H., (1995). "Estimation of lags for a seismograph array: wave propagation and composite correlation." *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 14(1), 5-22.
17. Bolt, B., Somerville, P., Abrahamson, N., Zerva, A. (2004). "Effects of earthquake-induced transient ground surface deformations on At-grade improvements." *Consortium of Universities for Research in Earthquake Engineering, CUREE Publication No. EDA-04*.
18. Bolt, B.A., Loh, C.H., Penzien, Tsai, Y.B., Yeh, Y.T., (1982). "Preliminary report on the SMART-1 strong motion array in Taiwan" *Earthquake Engineering Research Center, Report N° UCB/EERC-82/13*, UCB, California.
19. Castellani, A., Felloti, P., (1986). "Lateral vibration of suspension bridges." *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 112(9), 2169–2173.
20. Chiu, H.-C., Amirbekian, R. V., Bolt, B. A. (1995). "Transferability of strong ground motion coherency between the SMART1 and SMART2 arrays." *Bulletin of the Seismological Society of America*, 85(1), 342. Short Notes.
21. Clough, R. W., Penzien, J. (1993). "Dynamics of structures." 2nd Ed., McGraw-Hill, New York.
22. Clouteau, D., (1990). "Propagation d'ondes dans les milieux hétérogènes. Application à la tenue d'ouvrages sous séismes." *Thèse de Doctorat*, Ecole Centrale de Paris.
23. Datta, T. K., Mashaly, E. A., (1990). "Transverse response of offshore pipelines to random ground motion." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 19(2), 217–228.

24. DebChaudhury, A., Gazis, G. D., (1988). "Response of MDOF systems to multiple support seismic excitation." *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 114(4), 583–603.
25. Der Kiureghian, A., (1980). "Structural response to stationary excitation." *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 106(6), 1195–1213.
26. Der Kiureghian, A., (1981). "A response spectrum method for random vibration analysis of MDF systems." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 9(5), 419-435.
27. Der Kiureghian, A., (1996). "A coherency model for spatially varying ground motion." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 25(1), 99–111.
28. Der Kiureghian, A., Neuenhofer, A., (1992). "Response spectrum method for multi-support seismic excitations." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 21(8), 713–740.
29. Ding, H-P., Liu Q-F., Jin X., Yuan Y-F (2004). "A coherency function model of ground motion at base rock corresponding to strike-slip fault." *Acta Seismologica Sinica* 17 (01), 64-69.
30. Dumanoglu, A.A., Soyluk, K. (2003). "A stochastic analysis of long span structures subjected to spatially varying ground motions including the site-response effect." *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 25(9-12), 805-811.
31. EERI (1999). "Research needs emerging from recent earthquakes." *Recommendations from a Workshop organized by the Earthquake Engineering Research Institute for the National Science Foundation*, San Francisco.
32. Ewing, W.M., Jardetzky, W.S., Press, F., (1957). "Elastic waves in layered media." McGraw-Hill, New York.
33. Fenton, G.A., (1990). "Simulation and analysis of random field." *Ph.D. thesis dissertation*, Princeton University.
34. Fenves G.L., Michael, E., (1998). "Behavior And Failure Analysis Of A Multiple-Frame Highway Bridge In The 1994 Northridge Earthquake." *Report PEER 98/08*, University of California Berkeley, California.
35. Hadid M., Berrah, M.K. (2001). "Structural response for stochastic kinematic interaction." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 30(1), 97-114.
36. Hahn, G. D., Liu, X. (1994). "Torsional response of unsymmetric buildings to incoherent ground motions." *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 120(4), 1158–1181.
37. Hanamura, M., Suhara, J., Takada, T., Ogo, H., Ichihashi, I., (1996). "Influence of spatial variation of earthquake ground on response of secondary systems," *Proceedings 11th World Conferenoe on Earthquake Engineering*, Elsevier, Amsterdam, Paper No. 1296
38. Hao, H., (1989). "Effects of spatial variation of ground motions on large multiply-supported structures." *Report No. UCB/EERC 89/06*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, California.
39. Hao, H., (1993). "Arch responses to correlated multiple excitations." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 22(5), 389–404.
40. Hao, H., (1994). "Ground-motion spatial variation effects on circular arch responses." *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 120(11), 2326.
41. Hao, H., (1997). "Torsional response of building structures to spatial random ground excitations." *Engineering Structures*, 19(2), 105–112.
42. Hao, H., Duan, X. N., (1995). "Seismic response of asymmetric structures to multiple ground motions." *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 121(11), 1557–1564.
43. Hao, H., Oliviera, C. S., Penzien, J., (1989). "Multiple-station ground motion processing and simulation based on SMART-1 array data." *Nuclear Engineering and Design*, 111, 293–310.
44. Harada, T., (1984). "Probabilistic modeling of spatial variation of strong earthquake ground displacements." *Proceedings of the 8th World Conference on Earthquake Engineering, San Francisco, U.S.A*, Vol.2, 605-612.
45. Harada, T., (1992). "Stochastic wave model of seismic ground motion," *Proceedings of the 10th. World Conference on Earthquake Engineering*, Madrid, 811-816.
46. Harichandran, R. S., (1987). "Stochastic analysis of rigid foundation filtering." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 15(7), 889–899.
47. Harichandran, R. S., (1991). "Estimating the spatial variation of earthquake ground motion from dense array recordings." *Structural Safety*, 10, 213–233.

48. Harichandran, R. S., Chen, M.-T., (1996b). "Reliability of an earth dam excited by spatially varying earthquake ground motion." *Proceedings, 11th World Conference on Earthquake Engineering*, Elsevier, Amsterdam, Paper No. 1287.
49. Harichandran, R. S., Hawwari, A., Sweidan, B., (1996a). "Response of long-span bridges to spatially varying ground motion." *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 122(5), 476–484.
50. Harichandran, R. S., Vanmarcke, E. H., (1986). "Stochastic variation of earthquake ground motion in space and time." *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 112(2), 154–174.
51. Harichandran, R. S., Wang, W., (1988). "Response of simple beam to spatially varying earthquake excitation." *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 114(9), 1526–1541.
52. Haroun, M. A., Abdel-Hafiz, E. A., (1987). "Seismic response analysis of earth dams under differential ground motion." *Bulletin of the Seismological Society of America*, 77(5), 1514–1529.
53. Haskell, N.A., (1953). "The dispersion of surface waves on multilayered media," *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol 43, pp.17-34.
54. Heredia-Zavoni, E., Vanmarcke, E. H., (1994). "Seismic random-vibration analysis of multisupport-structural systems." *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 120(5), 1107–1128.
55. Hindy, A., Novak, M., (1980). "Pipeline response to random ground motion." *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 106(EM2), 339–360.
56. Hoshiya, M., Ishii, K., (1983). "Evaluation of kinematic interaction of soil-foundation systems by a stochastic model," *Soil. Dyn. and Earthquake Engrg.*, Vol 2(3), pp.128-134.
57. Iguchi, M., Hanamura, M., (1996). "Estimation of incident seismic waves based on spatial variation of surface ground motions." *Proceedings of the 11th World Conference on Earthquake Engineering*, Elsevier, Amsterdam, Paper N°. 1230.
58. Kahan, M., Gibert, R.J., Bard, P.Y., (1996). "Influence of seismic waves spatial variability on bridges: a sensitivity analysis." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 25(8), 795-814.
59. Kanda, K., (2000). "Seismic responses of structures subjected to incident incoherent waves considering a layered media with irregular interfaces." *Proceedings 12th World Conference on Earthquake Engineering*, Elsevier, Amsterdam, Paper No. 0649.
60. Katafygiotis, L.S., Zerva, A. Malyarenko, A.A., (1999). "Simulation of Homogeneous and Partially Isotropic Random Fields." *Journal of Engineering Mechanics* Vol. 125 10, 1180-1189.
61. Kausel, E., Pais, A., (1984). "Deconvolution of stochastic SH-wave motions in soil deposits." *M.I.T. Dept. of Civ. Engrg. Res. Report R84-09*.
62. Kausel, E., Pais, A., (1987). "Stochastic deconvolution of earthquake motions." *Journal of the Eng. Mech. Division, ASCE*, Vol.113, No.2, 266-277.
63. Kausel, E., Peek, R., (1982). "Dynamic loads in the interior of a layered stratum: an explicit solution." *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol 72, No.5, 1459-1481.
64. Kausel, E., Roesset, J.M., (1981). "Stiffness matrices for layered soils." *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol 71, No.6, 1743-1761.
65. Kim, S.-H., Feng, Maria Q., (2001). "Fragility Analysis of Concrete Bridges Under Spatially Varying Ground Motion." *8th International Conference on Structural Safety and Reliability, ICOSSAR 2001*
66. Laouami, N., Labbe, P., (2001). "Analytical approach for evaluation of the seismic ground motion coherency function." *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 21(8), 727-733.
67. Lee, M.-C., Penzien, J., (1983). "Stochastic Analysis of Structures and Piping Systems Subjected to Stationary Multiple Support Excitations." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 11(1), 91-110.
68. Lin, G., J., Zhou, J., Wang, J., (1996). "Seismic response of arch dams to wave scattering and spatial variation of ground motions." *Proceeding of 11th World Conference on Earthquake Engineering*, Elsevier, Amsterdam, Paper No.1704.
69. Loh, C.-H., (1985). "Analysis of the spatial variation of seismic waves and ground movements from SMART-1 array data." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 13(5), 561–581.
70. Loh, C.-H., Lee, S. Z., (1990b). "Aseismic displacement analysis of multi-supported bridge to multiple excitations." *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 9(1), 25–33.
71. Loh, C.H., Lin, S.G., (1990a). "Directionality and simulation in spatial variation of seismic waves." *Engineering Structures*, Vol. 12, 134-143.

72. Loh, C.-H., Yeh, Y.-T., (1988). "Spatial variation and stochastic modeling of seismic differential ground movement." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 16(4), 583–596.
73. Luco, J. E., Mita, A., (1987). "Response of circular foundation to spatially varying random ground motion." *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 113(1), 1–15.
74. Luco, J. E., Wong, H. L., (1986). "Response of a rigid foundation to a spatially random ground motion." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 14(6), 891–908.
75. Manolis, G. D., (2002). "Stochastic soil dynamics." *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 22(1), 3-15.
76. Mylonakis, G., Papastamatiou, D., Psycharis, J., Mahmoud, K., (2001). "Simplified modeling of bridge response on soft soil to nonuniform seismic excitation." *Journal of Bridge Engineering, ASCE*, 6(6), 587–597.
77. Nakamura, H., (1996). "Depth-dependent spatial variation of ground motion based on seismic array records." *Proceedings of the 11th World Conference on Earthquake Engineering*, Ruiz, S., ed., Elsevier, Amsterdam, Paper No. 731.
78. Nakamura, Y., Der Kiureghian, A., Liu, D., (1993). "Multiple-support response spectrum analysis of the Golden Gate Bridge". *Report No. UCB/EERC 93/05*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, California.
79. Nazmy, A. S., Abdel-Ghaffar, A. M., (1992). "Effects of ground motion spatial variability on the response of cable-stayed bridges." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 21(1), 1–20.
80. Newmark, N.M., (1969). "Torsion in symmetric buildings." *Proc. 4th World Conference on Earthquake Engineering*, Santiago, Chili, A3-19-A3-32.
81. Novak, M., Hindy, A., (1979). "Seismic response of buried pipelines." *3rd Canadian Conference on Earthquake Engineering*, 1, pp. 177-203.
82. Novak, M., Ramadan, O., (1993). "Soil structure interaction in large structures subjected to incoherent ground motions." P. Gülkan & R. W. Clough (eds), *Developments in Dynamic Soil-Structure Interaction*. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 147-165.
83. Novak, M., Suen, E., (1987). "Dam-foundation interaction under spatially correlated random ground motion." *3rd International Conference on Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 25–39.
84. NSF National Science Foundation, (1996). "North America-Japan Workshop on the Geotechnical Aspects of the Kobe, Loma Prieta and Northridge Earthquakes."
85. O'Rourke, M. J., Bloom, M. C., Dobry, R., (1982). "Apparent Propagation Velocity of Body Waves." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 10(2), 283-294.
86. Peter, K., (1997). "ANSYS : Theory Reference Release 5.4 " Eighth edition. SAP IP, Inc.
87. Petrov, A. A., (2000). " Seismic behavior of extended structures." *Proceedings 12th World Conference on Earthquake Engineering*, Elsevier, Auckland, Paper No. 0065.
88. Qu, T.J., Wang, J.J., Wang, Q.X., (1996). "A practical model for the power spectrum of spatially variant ground motion." *Acta Seismologica Sinica*, 9(1), 69-79.
89. Ramadan, O., Novak, M., (1993). "Simulation of spatially incoherent random ground motion." *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 119(5), 997–1016.
90. Ramadan, O., Novak, M., (1994). "Simulation of multidimensional, anisotropic ground motions." *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 120(8), 1773–1785.
91. Riepl, J., (1997). "Effets de site: Evaluation expérimentale et modélisations multidimensionnelles: Application au site test Euroseistest (Grèce)". *Thèse de Doctorat, Université J. Fourier-Grenoble*, France.
92. Riepl, J., Oliveira, C.S., Bard, P.-Y., (1997). "Spatial coherence of seismic wave fields across an alluvial valley (weak motion)." *Journal of Seismology* 1, 3, 253-268
93. Rodríguez-Marek, A., Jonathan Bray, D., Abrahamson, N., (1999). "Characterization of Site Response General Site Categories." *Report PEER 99/03*, University of California Berkeley, California.
94. RPA CGS (1999)., "Règles parasismiques algériennes RPA 99 / Version 2003.", DTR B-C-2-48 *CGS Centre algérien de recherche appliquée en génie parasismique*.
95. Santa-Cruz, S., Heredia-Zavoni, E., Harichandran, R.S., (2000). "Low-frequency behavior of coherency for strong ground motions in Mexico City and Japan." *Proceeding of the 12th World Conference on Earthquake Engineering*, Elsevier, Amsterdam, Paper No. 0076.

96. Saxena, V., Deodatis, G., Shinozuka, M., (2000). "Effect of spatial variation of earthquake ground motion on the nonlinear dynamic response of highway bridges." *Proceeding of the 12th World Conference on Earthquake Engineering*, Elsevier, Auckland, Paper No. 2227.
97. Schneider, J. F., J. C. Stepp, and N. A. Abrahamson (1992). "The spatial variation of earthquake ground motion and effects of local site conditions, *Proc. 10th. World Conference on Earthquake Engineering*, Madrid, 967-972.
98. Seed, R.B., Dickenson, S.E., Mok, C.M., (1991). "Seismic Response Analysis of Soft and Deep Cohesive Sites: A Brief Summary of Recent Findings." *Proceedings of the First Annual Seismic Response Workshop, CALTRANS, Sacramento, California*.
99. Shinozuka, M., Deodatis, G., Harada, T., (1987). "Digital Simulation of Seismic Ground Motion." Technical Report. NCEER-87-0017.
100. Shinozuka, M., Jan, C.-M., (1972). "Digital simulation of random processes and its applications." *Journal of Sound and Vibration*, 25(1), 111–128.
101. Sigaki, T., (2000). "Estimation of earthquake motion incident angle at rock site." *Proceedings 12th World Conference on Earthquake Engineering*, Elsevier, Auckland, Paper No. 0956.
102. Sommerville, P.G., (1988). "The influence of site conditions on the spatial incoherence of ground motions." *Int. Workshop on Spat. Var. of Earthq Ground Motion*, New Jersey, 1-21.
103. Sommerville, P.G., McLaren, G.P., Saikia, C.K., Helmberger, D.V., (1998). "Site specific estimation of spatial incoherence of strong motion.", J.L. von Thun (Ed.), *Earthquake Engineering and Soil Dynamics II, Recent Advances in Ground Motion Evaluation, Geotechnical Special Publication N°20, ASCE*, New York.
104. Spudich, P., (1994). "Recent seismological insights into the spatial variation of earthquake ground motions." *Proceedings of ATC-35 Seminar on New developments in earthquake ground motion estimation and implications for engineering design practice*, ATC 35-1, 13-1—13-31.
105. Stewart, J.P., Seed, R.B., Fenves, G.L., (1998). "Empirical Evaluation of Inertial Soil-Structure Interaction Effects" *Report PEER 98/08, University of California Berkeley*, California.
106. Thomson, W.T., (1950). "Transmission of elastic waves through a stratified solid medium." *Jour. Appl. Phys.*, 21(1), 89-93.
107. Vanmarcke, E., (1983). "Random fields analysis and synthesis." *MIT Press, Cambridge*, Massachusetts.
108. Vanmarcke, E., Heredia-Zavoni, E., Fenton, G. A., (1993). "Conditional simulation of spatially correlated earthquake ground motion." *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 119(11), 2333–2352.
109. Veletsos, A. S., Prasad, A. M., (1989). "Seismic interaction of structures and soils: Stochastic approach." *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 115(4), 935–956.
110. Wang, J., (1992). "Stochastic models of ground motions and response spectrum method for structures subjected to multiple seismic inputs." *Doctoral thesis, Engineering Mechanics Reserach Institute, State Seismic Bureau*. Harbin China.
111. Wang, J., Hu, S., Wei, X., (1999). "Effects of engineering geological condition on response of suspension bridges." *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 18(4), 297-304.
112. Wilson, J. C., Jennings, P. C., (1985). "Spatial variation of ground motion determined from accelerograms recorded on a highway bridge." *Bulletin of the Seismological Society of America*, 75(6), 1515–1533.
113. Wittig, L. E., Sinha, A. K., (1975). "Simulation of multicorrelated random processes using the FFT algorithm." *Journal of the Acoustical Society of America*, 58(3), 630–634.
114. Wolf, J.P., (1985). "Dynamic soil-structure interaction." *Prentice-Hall, Englewood Cliffs*, New Jersey.
115. Wolf, J.P., (1988). "Soil-structure interaction analysis in time domain." *Prentice-Hall, Englewood Cliffs*, New Jersey.
116. Yamamura, N., Tanaka, H., (1990). "Response analysis of flexible MDF systems for multiple-support seismic excitations." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 19(3), 345–357.
117. Yamazaki, F., Türker, T., (1992) "Spatial variation study on earthquake ground motion observed by the Chiba array." *Proceedings of the 10th World Conference on Earthquake Engineering*, Barcelona, Spain, Vol. 10, 845–850.
118. Zembaty, Z., (1996). "Spatial seismic coefficients, some sensitivity results." *Journal of Engineering Mechanics, ASCE* 122: 379-382.
119. Zembaty, Z., Krenk, S., (1994). "Spatial seismic excitations and response spectra." *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 119(12), 2449–2460.

120. Zendagui, D., Berrah, M.K., (2000). "A model of correlation based on stochastic deamplification of SH waves." *Advances in Civil Engineering, IV. International Congress, Eastern Mediterranean University, Gazimagusa, North Cyprus.*
121. Zendagui, D., Berrah, M.K., (2002). "Spatial variation of seismic motion induced by propagation of body waves." *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 22(9-12), 805-811.
122. Zendagui, D., Berrah, M.K., Kausel, E., (1999). "Stochastic deamplification of spatially varying seismic motions." *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 18(6), 409-422.
123. Zerva, A., (1990). "Response of Multi-Span Beams to Spatially Incoherent Seismic Ground Motions." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 19(6), 819-832.
124. Zerva, A., (1992). "Seismic Ground Motion Simulations from a Class of Spatial Variability Models." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 21(4), 351-361.
125. Zerva, A., (2000). "Spatial Variability of Seismic Motions Recorded Over Extended Ground Surface Areas", Chapter in the edited book on "*Wave Motion Problems in Earthquake Engineering*", *Advances in Earthquake Engineering* with CMP of Southampton as publishers, Eduardo Kausel and George D. Manolis, eds.
126. Zerva, A., Ang, A. H-S., Wen, Y.K., (1986). "Development of Differential Response Spectra for Lifeline Seismic Analysis." *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 1, pp. 208-218.
127. Zerva, A., Ang, A. H-S., Wen, Y.K., (1988). "Lifeline Response to Spatially Variable Ground Motions." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 16(3), 361-379.
128. Zerva, A., Beck, J.L., (2001). "Updating spatially variable seismic ground motion models." *8th International conference on structural safety and reliability, ICOSSAR 2001*. Newport Beach, California, USA.
129. Zerva, A., Harada, T., (1997). "Effect of Surface Layer Stochasticity on Seismic Ground Motion Coherence and Strain Estimates." *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 16, 445-457.
130. Zerva, A., Shinozuka, M., (1991). "Stochastic differential ground motion." *Structural Safety*, 10(1-3), 129-143.
131. Zhang, L., Chopra, A. K., (1991). "Computation of spatially varying ground motion and foundation-rock impedance matrices for seismic analysis of arch dams." *Report No. UCB/EERC 91/06*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, California.

Annexe A

Inventaire des réseaux

N°	Localisation	Condition de Site	Profondeur des installations
1.	Anza, Southern CA	Shallow Soil, Hard Rock	0,150,300m
2.	Ashigara Valley Sw of Tokyo	Alluvium	0,30,97.6m
3.	Baldwin Hills Los Angeles, Ca	Alluvium	0,420,1500m
4.	Borrego Valley Southern CA	Alluvium over rock	0,9,19,139,238m + Surface array & nearby rock outcrop
5.	Cajon Pass Southern CA	Soft Rock	0,300,1500,2500,2900m
6.	<i>Chiba Japan</i>	<i>Soil & Loam</i>	<i>1,5,10,20,40m</i>
7.	Chikura South of Tokyo	Mudstone, Siltstone	0,732m
8.	Dahan Taiwan	Gravel & Sand	0,50,100,200m
9.	DWR Sacramento Delta 4 arrays	Peat, alluvium	0,4,10,120m
10.	Etchujima Tokyo	Silty Sand	0,40,100m
11.	<i>Euroseistest Macedonia, Greece</i>	<i>Alluvium</i>	<i>0,17,72m 2D array</i>
12.	Garner Valley Southern CA	20m Soil	0,6,15,22,50,220,500m + Surface array & nearby rock outcrop
13.	Garni, Armenia	Rock	
14.	Griffith Park, Southern CA	Fractured Rock	0,100m
15.	Hollister, CA	Alluvium over rock	0,10,20,50,110,192m + nearby rock outcrop
16.	Hwalien Taiwan	Coarse Gravel	
17.	Iwaki Ne of Tokyo	Sandstone	0,20,70,130,200,330m
18.	Jensen Filtration Plant, Los Angeles, CA	Alluvium	0,90m at Two Sites, Admin and Generator buildings
19.	Joaquim North Parkfield, CA	Rock	0,198m
20.	K-Site East of Tokyo	Alluvium	1,4,10,17,25,36,50,158,502m
21.	KBU Kobe University	rock	0, 70m

Annexe B

Calcul de la double transformée de Fourier

Soit $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$, le mouvement en un point de coordonnées (x, y, z) , enregistré au temps t induit par le système d'incidence et de réflexion de M ondes SH caractérisées chacune par une direction de propagation θ_m et des amplitudes A_m . Ce mouvement s'écrit comme suit :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \left\{ \begin{array}{l} u(x, y, t) = 0 \\ v(x, y, t) = 0 \\ w(x, y, t) = \sum_{m=1}^{m=M} w(x, y, \theta_m, t) \end{array} \right\} \quad (\text{B-1})$$

avec $w(x, y, \theta_m, t) = A_m b(t - s_{x_m} x - s_{y_m} y) + A_m b(t - s_{x_m} x + s_{y_m} y)$ et $s_{x_m} = \sin \theta_m / C_S$, $s_{y_m} = \cos \theta_m / C_S$.

On cherche à déterminer la double transformée de Fourier (TF) de $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ c'est à dire $\tilde{\mathbf{u}}(k, y, \omega)$. En fait on cherche à déterminer

$$\tilde{\mathbf{u}}(k, y, \omega) = \left\{ \begin{array}{l} \tilde{u}(k, y, \omega) = 0 \\ \tilde{v}(k, y, \omega) = 0 \\ \tilde{w}(k, y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(x, y, t) e^{-i(\omega t - kx)} dt dx \end{array} \right\} \quad (\text{B-2})$$

A cet effet, un changement de notation est opéré. Aussi, l'opérateur somme est remplacé par l'opérateur intégral dans l'Eq. B-1.

$$w(x, y, t) = \int_{\theta_1}^{\theta_2} w(x, y, \theta, t) d\theta \quad (\text{B-3})^a$$

avec

$$w(x, y, \theta, t) = A_\theta b(t - s_{x_\theta} x - s_{y_\theta} y) + A_\theta b(t - s_{x_\theta} x + s_{y_\theta} y), \quad s_{x_\theta} = \sin \theta / C_S \quad \text{et} \quad s_{y_\theta} = \cos \theta / C_S$$

Appliquons une première TF sur $w(x, y, t)$ par rapport à t , ainsi :

$$w(x, y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} w(x, y, t) e^{-i\omega t} dt \quad (\text{B-4})$$

^a Dans ce qui suit, les fonctions $u(x, y, t)$ et $v(x, y, t)$ ne seront pas considérées car elles sont nulles.

$$w(x, y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{\theta_1}^{\theta_2} [A_\theta b(t - s_{x_0} x - s_{y_0} y) + A_\theta b(t - s_{x_0} x + s_{y_0} y)] d\theta \right\} e^{-i\omega t} dt \quad (\text{B-4})$$

Le réarrangement de cette fonction nous amène à :

$$w(x, y, \omega) = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left\{ \left[A_\theta e^{-i\omega(s_{x_0} x + s_{y_0} y)} \left[\int_{-\infty}^{\infty} b(t - s_{x_0} x - s_{y_0} y) e^{-i\omega(t - s_{x_0} x - s_{y_0} y)} d(t - s_{x_0} x - s_{y_0} y) \right] \right] + \left[A_\theta e^{-i\omega(s_{x_0} x - s_{y_0} y)} \left[\int_{-\infty}^{\infty} b(t - s_{x_0} x + s_{y_0} y) e^{-i\omega(t - s_{x_0} x + s_{y_0} y)} d(t - s_{x_0} x + s_{y_0} y) \right] \right] \right\} d\theta \quad (\text{B-5})$$

Ainsi :

$$w(x, y, \omega) = \int_{\theta_1}^{\theta_2} [A_\theta b_\theta(\omega) (e^{-i\omega(s_{x_0} x + s_{y_0} y)} + e^{-i\omega(s_{x_0} x - s_{y_0} y)})] d\theta \quad (\text{B-6})$$

$$w(x, y, \omega) = \int_{\theta_1}^{\theta_2} A_\theta b_\theta(\omega) e^{-i\omega s_{x_0} x} (e^{-i\omega s_{y_0} y} + e^{i\omega s_{y_0} y}) d\theta = \int_{\theta_1}^{\theta_2} 2A_\theta b_\theta(\omega) e^{-i\omega s_{x_0} x} \cos(\omega s_{y_0} y) d\theta \quad (\text{B-7})$$

Où $b(\theta, \omega)$ est la transformée de Fourier de $b(t - s_{x_0} x - s_{y_0} y)$ et de $b(t - s_{x_0} x + s_{y_0} y)$.

Appliquons maintenant une deuxième TF sur $w(x, y, \omega)$ suivant la distance x :

$$\tilde{w}(k, y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} w(x, y, \omega) e^{ikx} dx \quad (\text{B-8})$$

Ainsi :

$$\tilde{w}(k, y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{\theta_1}^{\theta_2} 2A_\theta b_\theta(\omega) e^{-i\omega s_{x_0} x} \cos(\omega s_{y_0} y) d\theta \right] e^{ikx} dx \quad (\text{B-9})$$

Le réarrangement de cette fonction nous amène à :

$$\tilde{w}(k, y, \omega) = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left[2A_\theta \cos(\omega s_{y_0} y) b_\theta(\omega) \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(k - \omega s_{x_0})x} dx \right] d\theta \quad (\text{B-10})$$

or

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{iax} dx = 2\pi\delta(a) \quad (\text{B-11})$$

Donc

$$\tilde{w}(k, y, \omega) = \int_{\theta_1}^{\theta_2} [2A_\theta \cos(\omega s_{y_0} y) b_\theta(\omega)] 2\pi\delta(k - \omega s_{x_0}) d\theta \quad (\text{B-12})$$

Par conséquent :

$$\tilde{w}(k, y, \omega) = [2A_0 \cos(\omega s_{y_0} y) b_0(\omega)] 2\pi \quad (\text{B-13})$$

avec $k = \omega s_{x_0} = \omega \sin \theta / C_s$. Il va de soi que $-\omega/C_s \leq k \leq \omega/C_s$. A_0 est l'amplitude de l'onde ayant une direction d'incidence θ déterminé pour un nombre d'ondes k .

En particulier :

$$\tilde{w}(k, y, \omega) = [4\pi A_0 b_0(\omega)] \cos(\omega s_{y_0} y) \quad (\text{B-14a})$$

$$\tilde{w}(k, 0, \omega) = [4\pi A_0 b_0(\omega)] \quad (\text{B-14b})$$

Il est possible donc d'exprimer le mouvement en profondeur par :

$$\tilde{w}(k, y, \omega) = \cos(\omega s_y y) \tilde{w}(k, 0, \omega) \quad (\text{B-15})$$

$$\tilde{w}(k, y, \omega) = \cos \left(\sqrt{\left[\left(\frac{\omega}{C_s} \right)^2 - k^2 \right]} y \right) \tilde{w}(k, 0, \omega) \quad (\text{B-16})$$

Ainsi

$$\tilde{\mathbf{u}}(k, y, \omega) = \left\{ \begin{array}{l} \tilde{u}(k, y, \omega) = 0 \\ \tilde{v}(k, y, \omega) = 0 \\ \tilde{w}(k, y, \omega) = \cos \left(\sqrt{\left[\left(\frac{\omega}{C_s} \right)^2 - k^2 \right]} y \right) \end{array} \right\} \quad (\text{B-17})$$

et $-\omega/C_s \leq k \leq \omega/C_s$

Annexe C

Classification de Seed et al. (1991)[‡]

Site Class	Site Condition	General Description	Site Characteristics ^{1,2}
(A) ₀	A ₀	Very Hard Rock.	V_s (avg.) $> 5,000$ ft/sec in top 50 ft.
A	A ₁	Competent rock with little or no soil and/or weathered rock veneer.	$2,500$ ft/sec $\leq V_s$ (rock) $\leq 5,000$ ft/sec, and $H_{soft} = \text{weathered rock} < 40$ ft with $V_s > 800$ ft/sec (in all but the top few feet).
AB	AB ₁	Soft, fractured and/or weathered rock.	For both AB ₁ and AB ₂ : 40 ft $\leq H_{soft} = \text{weathered rock} \leq 150$ ft, and $V_s \geq 800$ ft/sec (in all but the top few feet).
	AB ₂	Stiff, very shallow soil over rock and/or weathered rock.	
B	B ₁	Deep, primarily cohesionless ³ soils, ($H_{soft} \leq 300$ ft.)	No "Soft Clay" (See Note 5), and $H_{soft} = \text{cohesive soil} < 0.2 H_{soft} = \text{non-cohesive soil}$.
	B ₂	Medium depth, stiff cohesive soils and/or mix of cohesionless with stiff cohesive soils; no "Soft Clay."	$H_{soft} \leq 200$ ft., and V_s (cohesive soils) > 500 ft/sec. (See Note 5).
C	C ₁	Medium depth, stiff cohesive soils and/or mix of cohesionless with stiff cohesive soils; thin layer(s) of "Soft Clay."	Same as B ₂ above, except $0 < H_{soft, clay} \leq 10$ ft. (See Note 5)
	C ₂	Deep, stiff cohesive soils and/or mix of cohesionless with stiff cohesive soils; no "Soft Clay."	$H_{soft} > 200$ ft., and V_s (cohesive soils) > 500 ft/sec.
	C ₃	Very deep, primarily cohesionless soils.	Same as B ₁ above, except $H_{soft} > 300$ ft.
	C ₄	Soft, cohesive soil at small to moderate levels of shaking.	10 ft. $\leq H_{soft, clay} \leq 100$ ft., and $A_{max, rock} \leq 0.25$ g
D	D ₁	Soft, cohesive soil at medium to strong levels of shaking.	10 ft. $\leq H_{soft, clay} \leq 100$ ft., and 0.25 g $\leq A_{max, rock} \leq 0.45$ g, or [0.25 g $\leq A_{max, rock} \leq 0.45$ g and $M \leq 7.25$]
(E) ⁴	E ₁	Very deep, soft cohesive soil.	$H_{soft, clay} \geq 100$ ft. (See Note 5)
	E ₂	Soft, cohesive soil and very strong shaking	$H_{soft, clay} \geq 10$ ft., and either: $A_{max, rock} \geq 0.55$ g, or $A_{max, rock} \geq 0.45$ g and $M > 7.25$
	E ₃	Very high plasticity clays	$H_{clay} > 30$ ft with $PI > 75\%$ and $V_s < 800$ ft/sec.
(F) ⁵	F ₁	Highly organic and/or peaty soils.	$H > 20$ ft. of peat and/or highly organic soils
	F ₂	Sites likely to suffer ground failure due either to significant soil liquefaction or other potential modes of ground instability.	Liquefaction and/or other types of ground failure analysis required.

[‡] Pour les notes voir la page suivante

1. H = total (vertical) depth of soils of the type or types referred to.
2. V_s = seismic shear wave velocity (ft/sec) at small shear strains (shear strain = $10^{-4}\%$).
3. If surface soils are cohesionless, V_s may be less than 800 ft/sec in top 10 feet.
4. "Cohesionless soils" = soils with less than 30% "fines" by dry weight;
 "Cohesive soils" = soils with more than 30% "fines" by dry weight, and $15\% \leq PI$ (fines) $\leq 90\%$.
 Soils with more than 30% fines, and PI (fines) $< 15\%$ are considered "silty" soils herein, and these should be (conservatively) treated as "cohesive" soils for site classification purposes in this Table.
 (Evaluation of approximate V_s for these "silty" soils should be based either on penetration resistance or direct field V_s measurement; see Note 8 below).
5. "Soft Clay" is defined herein as cohesive soil with: (a) Fines content $\geq 30\%$, (b) PI (fines) $\geq 20\%$, and (c) $V_s \leq 500$ ft/sec.
6. Site-specific geotechnical investigations and dynamic site response analysis are strongly recommended for these conditions. Variability of response characteristics within this class (E) of sites tends to be more highly variable than for classes A, through D, and the vary approximate response projections herein should be applied conservatively in the absence of (strongly recommended) site-specific studies.
7. Site-specific geotechnical investigations and dynamic site response analysis are required for these conditions. Potentially significant ground failure must be mitigated, and/or it must be demonstrated that the proposed structure/facility can be engineered to satisfactorily withstand such ground failure.
8. The following approaches are recommended for evaluation of V_s :
 - (a) For all site conditions, direct (in-situ) measurement of V_s is recommended.
 - (b) In lieu of direct measurement, the following empirical approaches can be used:
 - (i) For sandy cohesionless soils: either SPT-based or CPT-based empirical correlations may be used.
 - (ii) For clayey soils: empirical correlations based on undrained shear strength and/or some combination of one or more of the following can be used (void ratio, water content, plasticity index, etc.) Such correlations tend to be somewhat approximate, and should be interpreted accordingly.
 - (iii) Silty soils of low plasticity ($PI \leq 15\%$) should be treated as "largely cohesionless" soils here; SPT-based or CPT-based empirical correlations may be used (ideally with some "fines" correction relative to "clean sand" correlations.) Silty soils of medium to high plasticity should be treated more like "clayey" soils as in (ii) above.
 - (iv) "Other" soil types (e.g. gravelly soils, rockfill, peaty and organic soils, etc.) require considerable judgement, and must be evaluated on an individual basis; no simplified "guidance" can appropriately be offered herein.

Annexe D

Classification des sites à partir des essais selon le RPA 99 Version 2003

Classification selon les essais

Catégorie	Description	q_c (MPa)	N	p_l (MPa)	E_p (MPa)	q_u (MPa)	V_s (m/s)
		(c)	(d)	(e)	(e)	(f)	(g)
S ₁	Rocheux (a)	-	-	>5	>100	>10	≥800
S ₂	Ferme	>15	>50	>2	>20	>0.4	400 ≤ V _s < 800
S ₃	Meuble	1.5 ~ 15	10 ~ 50	1 ~ 2	5 ~ 20	0.1 ~ 0.4	200 ≤ V _s < 400
S ₄	Très Meuble ou Présence de 3m au moins d'argile molle (b)	<1.5	<10	<1	<5	< 0.1	100 ≤ V _s < 200

(a) : La valeur de la vitesse de l'onde de cisaillement du rocher doit être mesurée sur site ou estimée dans le cas d'un rocher peu altéré. Les roches tendres ou très altérées peuvent être classées en catégorie S₂ dans le cas où V_s n'est pas mesurée. Le site ne peut être classé dans la catégorie S₁ s'il existe plus de 3 m de sols entre la surface du rocher et le niveau bas des fondations superficielles

(b) : L'argile molle est définie par un indice de plasticité I_p > 20, une teneur en eau naturelle W_n ≥ 40%, une résistance non drainée C_u < 25 kPa et une vitesse d'onde de cisaillement V_s < 150 m/s.

(c) : - Pénétromètre statique

$$\bar{q}_c = \frac{\sum_i^n h_i}{\sum_i^n \left(\frac{h_i}{q_{ci}} \right)}$$

h_i épaisseur de la couche (i)
q_{ci} résistance de pointe moyenne à travers la couche (i)

(d) : Essai SPT :

$$\bar{N} = \frac{h_s}{\sum_i^n \left(\frac{h_i}{N_i} \right)}$$

N_i < 100, nombre de coups moyens non corrigé, enregistré à travers la couche (i) d'épaisseur h_i.

h_s, épaisseur totale des couches de sols granulaires (sables et/ou graviers).

(e) : - Pressiomètre :

$$\overline{P_l} = \frac{\sum_i^n h_i}{\sum_i^n \left(\frac{h_i}{P_{li}} \right)}$$

P_{li} Pression limite moyenne
à travers la couche (i)
d'épaisseur h_i

$$\overline{E_p} = \frac{\sum_i^n h_i}{\sum_i^n \left(\frac{h_i}{E_{pi}} \right)}$$

E_{pi} Module pressiométrique moyen
à travers la couche n(i),
d'épaisseur h_i

(f) : Résistance en compression simple :

$$\overline{q_u} = \frac{h_c}{\sum_i^n \left(\frac{h_i}{q_{ui}} \right)}$$

h_c épaisseur totale des
couches de sols cohérents,
argile et/ou marne.
q_{ui} résistance en compression
simple à travers la couche
(i) d'épaisseur h_i

(g) : - Vitesse des ondes de cisaillement :

$$\overline{V_s} = \frac{\sum_i^n h_i}{\sum_i^n \left(\frac{h_i}{V_{si}} \right)}$$

V_{si} Vitesse d'onde de cisaillement
à travers la couche (i)
d'épaisseur h_i

Annexe E

Rappel sur le calcul probabiliste

Considérons un processus stochastique $u(t)$ caractérisé par une fonction de densité de probabilité (FDP) $p(u, t)$. La *moyenne* et la *variance* sont déterminées par :

$$\mu(t) = \bar{u} = E[u(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} u p(u, t) du \quad (\text{E-1})$$

$$\sigma_u^2(t) = E\left[(u(t) - \bar{u}(t))^2\right] = \int_{-\infty}^{+\infty} (u - \bar{u})^2 p(u, t) du \quad (\text{E-2})$$

La fonction d'inter-corrélation de deux processus aléatoires u et w caractérisés par leur FDP conjointe (notée FDPC) $p_{uw}(u_1, t_1, w_2, t_2)$, avec $u_1 = u(t_1)$, $w_2 = w(t_2)$ est :

$$C_{uw}(t_1, t_2) = E[u(t_1)w(t_2)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u_1 w_2 p_{uw}(u_1, t_1; w_2, t_2) du_1 dw_2 \quad (\text{E-3})$$

Si les deux variables aléatoires sont indépendantes alors :

$$p_{uw}(u_1, t_1; w_2, t_2) = p_u(u_1, t_1) p_w(w_2, t_2) \quad (\text{E-4})$$

La fonction d'auto-corrélation est définie par

$$R(t_1, t_2) = E[u(t_1)u(t_2)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u_1 u_2 p_{uu}(u_1, t_1; u_2, t_2) du_1 du_2 \quad (\text{E-5})$$

La fonction covariance est définie par :

$$E[(u - \bar{u})(w - \bar{w})] = \int_{-\infty}^{+\infty} (u_1 - \bar{u})(w_2 - \bar{w}) p_{uw}(u_1, t_1; w_2, t_2) du_1 dw_2 \quad (\text{E-6})$$

Et la fonction de corrélation est définie par :

$$\rho(t_1, t_2) = \frac{E[(u_1 - \bar{u})(w_2 - \bar{w})]}{\sqrt{E[(u_1 - \bar{u})^2]E[(w_2 - \bar{w})^2]}} = \frac{\sigma_{uw}}{\sigma_u \sigma_w} \quad (\text{E-7})$$

Dans le cas de *processus stationnaire*, la FDP ne dépend pas du temps, ce qui implique que la moyenne et la variance sont constantes, aussi :

$$\mu = \bar{u} = E[u(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} u p(u) du \quad (\text{E-8})$$

$$\sigma_u^2 = E\left[(u(t) - \mu)^2\right] = E[u^2] - \bar{u}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (u - \bar{u})^2 p(u) du \quad (\text{E-9})$$

D'autre part, les fonctions d'inter-corrélation et d'auto-corrélation ne dépendent que de la différence temporelle $\tau = t_2 - t_1$:

$$C_{uw}(\tau) = E[u(t)w(t + \tau)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u_1 w_2 p_{uw}(u_1, t; w_2, t + \tau) du_1 dw_2 \quad (\text{E-10})$$

$$R_u(\tau) = E[u(t)u(t+\tau)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u_1 u_2 p_{uu}(u_1, t; u_2, t+\tau) du_1 du_2 \quad (\text{E-11})$$

La Transformée de Fourier (TF) de la fonction d'inter-corrélation est la fonction d'inter-densité spectral

$$S_{uw} = S_{uw}(\omega) = F_\tau \langle C_{uw} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} C_{uw}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (\text{E-12})$$

alors que la TF de la fonction d'auto-corrélation est la fonction de densité spectral de puissance

$$S_u = S_u(\omega) = F_\tau \langle R_u \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} R_u(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (\text{E-13})$$

Finalement, dans le cas où une variable aléatoire y , caractérisée par une FDP $p_y(y)$, dépend d'une autre variable aléatoire u , i.e. $y = f(u)$, alors on peut facilement déterminer la distribution de u par le fait que

$$p_y dy = p_u du \quad (\text{E-14})$$

Un champ aléatoire est une variable aléatoire qui dépend aussi des coordonnées spatiales, par exemple $u(x, t)$, caractérisée par une FDP $p(u, x, t)$. La fonction d'inter-corrélation de deux champ aléatoire *stationnaire* $u_1 = u(t_1, x_1)$ et $w_2 = w(t_2, x_2)$ est

$$C_{uw}(\tau, x_1, x_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u_1 w_2 p_{uw}(u_1, x_1, t; w_2, x_2, t+\tau) du_1 dw_2 \quad (\text{E-15})$$

De plus si les deux champs sont *spatialement homogènes*, alors la fonction d'inter-corrélation ne dépend que de la distance de séparation $\xi = x_2 - x_1$ entre deux points et non sur leurs positions, aussi :

$$C_{uw}(\tau, \xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u_1 w_2 p_2(u_1, x, t; w_2, x+\xi, t+\tau) du_1 dw_2 \quad (\text{E-16})$$

Supposons qu'un nouveau champ aléatoire est défini par une transformation *déterministe* via une fonction connue T

$$U_1 = U(x_1, t_1) = T * u = T * t = \iint T(x', t') u(x_1 - x', t_1 - t') dx' dt' \quad (\text{E-17})$$

Le symbole $*$ traduit le produit de convolution

La FDPC p_{UU} de la nouvelle variable aléatoire est reliée à p_{uu} par (Voir Eq. E-14) :

$$p_{UU}(U_1, x_1, t_1; U_2, x_2, t_2) dU_1 dU_2 = p_{uu}(u_1, x_1, t_1; u_2, x_2, t_2) du_1 du_2 \quad (\text{E-18})$$

Par conséquent :

$$C_{UU}(x_1, t_1; x_2, t_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} U_1 U_2 p_U(U_1, x_1, t_1; U_2, x_2, t_2) dU_1 dU_2 \quad (\text{E-19})$$

En vertu de l'Eq. E-18 on a donc :

$$C_{UU}(x_1, t_1; x_2, t_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} U_1 U_2 p_u(u_1, x_1, t_1; u_2, x_2, t_2) du_1 du_2 \quad (\text{E-20})$$

Introduisons l'Eq. E-17 dans l'Eq. E-20, on a donc :

$$C_{UU}(x_1, t_1; x_2, t_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (T_1 * u_1)(T_2 * u_2) p_u(u_1, x_1, t_1; u_2, x_2, t_2) du_1 du_2 \quad (\text{E-21})$$

Soit :

$$C_{UU}(x_1, t_1; x_2, t_2) = T_1 * \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u_1 u_2 p_u(u_1, x_1, t_1; u_2, x_2, t_2) du_1 du_2 \right\} * T_2 \quad (\text{E-22})$$

Par conséquent :

$$C_{UU}(x_1, t_1; x_2, t_2) = T_1 * C_{uu} * T_2 \quad (\text{E-22})$$

Une TF sur l'Eq. E-22 donne donc :

$$S_U = F_\tau \langle T_1 * C_{uu} * T_2 \rangle = \tilde{T} F_\tau \langle C_{uu} \rangle \tilde{T} = \tilde{T} S_{uu} \tilde{T} \quad (\text{E-23})$$