

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE D'ALGER
DEPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE

Thèse
de DOCTORAT D'ETAT

Présentée par

MAHFOUDI Chawki
Magister en Construction Mécanique

SPECIALITE

GENIE MECANIQUE

OPTION : CONSTRUCTION MECANIQUE

*Contribution à la Modélisation et à la Commande
des Robots à Pattes, Application aux Hexapodes*

Soutenu le 28/10/ 2006 devant le Jury d'examen :

Président	Mohamed MEHENNI	Prof	E.N.P
Rapporteurs	Said RECHAK	Prof	E.N.P
	Mohamed BOUAZIZ	M.C	E.N.P
Examineurs	Karim DJOUANI	Prof	Université Paris XII
	Mohamed Seghir BOUCHERIT	Prof	E.N.P
	Abdelouaheb ZAATRI	M.C	Université de Constantine
	Belkacem KEBLI	M.C	E.N.P

Résumé : Le présent travail s'intéresse à la conception et la commande en temps réel d'un robot hexapode. Nous présentons en premier lieu une modélisation géométrique directe et inverse, ainsi qu'une étude cinématique du robot. Ensuite nous développons un générateur de trajectoire qui permet à l'hexapode d'effectuer différentes allures de marche. Une méthodologie pour la distribution optimale des forces agissant sur les pattes a été présentée. Le problème de distribution de forces est exprimé sous forme d'un problème de programmation non linéaire sous un système d'équations et d'inéquations explicitant les contraintes physiques. Ce problème non linéaire sous contraintes est transformé en un problème d'optimisation quadratique. Après calcul du modèle dynamique du robot, une implémentation d'une loi de commande par découplage non linéaire est présentée. Enfin des simulations ont été dégagées dans le but de montrer les résultats de l'approche proposée.

Mots clés : robotique, robot marcheur, robot hexapode, modélisation de la patte, générateur de marche, commande de robots.

Abstract: This work concerns real-times hexapod robot force control. Based on an operational trajectory planner, a computed torque control for each leg of hexapod robot is presented. This approach takes into account the real-time force distribution on the robot legs and the dynamic model of the hexapod. First, kinematic and dynamic modeling are presented. Then, a methodology for the optimal force distribution is given. The force distribution problem is formulated in terms of a nonlinear programming problem under equality and inequality constraints. The original nonlinear constrained programming problem is then transformed into a quadratic optimization problem. Therefore, the overall hexapod computed torque control is presented. Simulations are given in order to show the effectiveness of the proposed approach. Finally, some remarks and perspectives are given.

Key words: Robotics, Walking Robot, Hexapod Robot, Leg model, Walking generator, Robots Control.

ملخص : نهتم في هذه العمل بالتصميم و التحكم في الزمن الواقعي لروبوت ذو ستة أرجل. حيث نتطرق بداية إلى دراسة مرجعية حول الروبوتات ذات الأرجل وخاصة السداسية منها حيث نخصها بكيفية نمذجة و التحكم في إحدى أرجلها. ثم نتبعها بإيجاد النموذج الهندسي المباشر و العكسي و بدراسة حركية للروبوت السداسي الأرجل. نقوم بعد ذلك بتوليد المشية التي يتبعها الروبوت أثناء سيره محاكاة لعدة أنواع من الحركات. هذه المقاربة تعتمد على الأفعال الخارجية المؤثرة على الروبوت و كذلك توزيع القوى على الأرجل. المسألة سوف تحل بجملة معادلات و متراجحات التي تمثل العوائق الفزيائية التي يتعرض لها الروبوت أثناء مشيته. بعد حصولنا على النموذج الديناميكي لهذا الروبوت نمر إلي التحكم بالفصل اللاخطي الديناميكي فيها. و في الأخيرة مجموعة من برامج محاكاة بينت فعالية العمل المنجز.

كلمات مفتاحيه : علم الآلية (الروبوتيك)، روبوت ذو أرجل، روبوت سداسي الأرجل، تصميم رجل، مولد السير، التحكم في الروبوتات.

Remerciement

Je remercie « ALLAH » de m'avoir donné le courage ainsi que la force pour pouvoir achever ce modeste travail.

Je remercie Monsieur Said RECHAK, Professeur à l'école polytechnique d'Alger, d'avoir bien voulu m'encadrer et pour toutes les idées et l'aide qu'il ma procurées pendant toute la durées de cette thèse, ainsi que pour son grand encouragement.

J'ai pu apprécier la disponibilité, les conseils ainsi que la gentillesse de mon deuxième directeur de thèse, Monsieur Mohamed BOUAZIZ, Maître de conférences à l'école polytechnique d'Alger. Je le remercie très sincèrement de m'avoir dirigé et accompagné pendant cette période.

Je tiens également à remercier vivement mon directeur de thèse à l'étranger Monsieur Karim DJOUANI, Maître de Conférences, à l'université de paris XII, France, qui ma proposé ce sujet et avec qui j'ai travaillé tout au long de mon stage de ma formation doctorale. Je ne peux lui être que très reconnaissant.

Je tiens aussi à remercier Monsieur Jean PONTNEAU, Professeur et directeur du LIIA, de l'université de paris XII pour m'avoir accueilli au sein du Laboratoire Informatique Industrielle et Automatique de Vitry Sur Seine.

Je remercie le Professeur Mohamed MEHENNI de m'avoir fait l'honneur d'accepter d'être le président de jury.

Je remercie beaucoup, Messieurs : Mohamed Seghir BOUCHERIT, Professeur, Belkacem KEBLI, Maître de conférences, à l'E.N.P, Abdelouaheb ZAATRI, Maître de conférences, à l'université de Constantine, d'avoir bien voulu accepter d'examiner ce travail.

Mes remerciements vont à mes deux amis Ryad et Omar pour toute leur aide et leurs encouragements.

Je ne peux oublier l'ensemble des personnes que j'ai côtoyées pendant mon stage en France qu'ils trouvent ici mes remerciements les plus distingués. Je remercie également tous ceux qui ont contribué à la finalisation, de près ou de loin, de ce travail.

Table des matières

0.1	Introduction	11
1	Généralités	14
1.1	Problématique générale concernant la conception et l'optimisation énergétique d'un robot à patte	14
1.1.1	Classification des robots à pattes	14
1.2	Les robots marcheurs hexapodes	19
1.2.1	L'inspiration biologique	19
1.2.2	La morphologie de la patte de l'insecte	19
1.2.3	Les pattes de robots hexapodes	20
1.2.4	La patte du Biologically Inspired Laboratory (BIL)	21
1.2.5	La patte du robot BOADICEA	21
1.2.6	La patte de SILO4	22
1.2.7	La patte du robot HAMLET	23
1.2.8	La patte de KYBUIF	23
1.2.9	La patte de TITAN-VIII	24
1.2.10	La patte de HEXPLORER	24
1.2.11	La patte de COMET-II	24
1.2.12	Le robot de Delcomyn et Nelson	25
1.2.13	La patte du projet SARAH	25
1.3	Synthèse de l'étude bibliographique	26
2	Modélisation géométrique et cinématique	28
2.1	Introduction	28
2.1.1	Structure ouverte simple	28
2.1.2	Structure arborescente et fermée (chaînes complexes)	30
2.1.3	Définition	30
2.2	Modèle géométrique direct des robots à structure arborescente	32
2.2.1	Application à l'hexapode	32
2.2.2	Résultats du (M.G.D)	36
2.3	Modèle géométrique inverse de l'hexapode (M.G.I)	38
2.3.1	Introduction	38
2.3.2	Calcul du modèle géométrique inverse par la méthode de Paul	40
2.4	Etude cinématique	44
2.4.1	Introduction	44
2.4.2	Le modèle cinématique direct (MCD)	44

2.4.3	Le MCD de la patte	47
2.5	Calcul du modèle cinématique inverse (MCI)	48
2.5.1	Analyse des singularités de la patte	48
2.6	Espace de travail de la plate-forme de l'hexapode	50
2.6.1	Introduction	50
2.6.2	Domaine atteignable d'une patte	51
2.7	Réalisation d'une patte d'un robot marcheur supportée par un banc d'essais	51
2.7.1	Introduction	51
2.7.2	Choix des moteurs électriques	51
2.7.3	La conception proposée	52
2.7.4	La réalisation	52
2.8	Conclusion	53
3	Génération de trajectoire	56
3.1	Introduction	56
3.2	La marche des hexapodes	57
3.2.1	Etude du mouvement de la patte	58
3.3	Procédure de génération de mouvement de l'hexapode	59
3.3.1	Approche de génération du mouvement de la plate-forme	60
3.3.2	Programmes et simulation	66
3.4	Réalisation d'un hexapode expérimentale miniaturisé	68
3.4.1	Description de la structure de l'hexapode	69
3.4.2	Carte électronique	74
3.5	Conclusion	75
4	Distribution optimale des forces sur les pattes de l'hexapode	76
4.1	Introduction	76
4.2	Distribution optimale des forces	77
4.2.1	Formulation du problème	77
4.3	Réduction et solution du Problème	79
4.3.1	Etude de la continuité de la solution du problème	80
4.3.2	Solution optimale du problème	82
4.4	Exemple Numérique	84
4.4.1	Simulation et résultats	85
4.5	Conclusion	85
5	Etude dynamique	89
5.1	Généralités	89
5.1.1	Introduction	89
5.1.2	Etude des différents formalismes existants de la dynamique	89
5.2	Modèle dynamique inverse de l'hexapode	90
5.2.1	Formalisme de Newton-Euler	90
5.2.2	Programmation de la méthode de Newton-Euler	95
5.2.3	Formalisme de Lagrange	96
5.2.4	Application numérique	99

5.3	Conclusion	102
6	Etude de la commande de l'hexapode	104
6.1	Introduction	104
6.2	Commande par découplage non linéaire dans l'espace articulaire	104
6.3	Commande par découplage non linéaire dans l'espace opérationnel	106
6.4	Application à l'hexapode	108
6.4.1	Simulation sur une trajectoire droite	108
6.4.2	Interprétation des résultats pour la trajectoire droite	109
6.4.3	Simulation sur une trajectoire circulaire	112
6.4.4	Interprétation des résultats pour la trajectoire circulaire	113
6.5	Conclusion	114
7	Conclusion générale	115
A	Résultats symboliques du modèle dynamique d'une patte	118
B	Carte électronique de l'hexapode	124

Table des figures

1.1	Le Robot 3D one-leg Hopper, MIT USA	15
1.2	Le Robot Uniroo, MIT USA	15
1.3	Le Robot Johnnie, Garching Allemagne	16
1.4	Le Robot Bart-UH, Hannover Allemagne	16
1.5	Le Robot Titan-VIII, Tokyo Japan	17
1.6	Le Robot Insectronic, Waterloo, Ontario, Canada	17
1.7	Le Robot CollieII, Tokyo, Japan	17
1.8	Le Robot Ralphy, Paris 6	17
1.9	Le Robot Lauron, Munich Allemagne	18
1.10	Le Robot Hamlet, Canterbury New zeland	18
1.11	Le Robo Comete-II, Chiba Japan	18
1.12	Le Robot Karla, Karlsruhe Allemagne	18
1.13	Un cafart	19
1.14	La patte réelle de l'insecte	20
1.15	Les trois ddl de la patte	20
1.16	La conception de la patte de BIL avec son modèle mécanique	22
1.17	Comparaison entre la patte de l'insecte et celle du robot Boadicea	22
1.18	Dessin de conception de la patte de SILO4	23
1.19	La patte du robot HAMLET	24
1.20	Chaîne cinématique de la patte du projet SARAH	25
2.1	Robot à structure ouverte simple	29
2.2	Paramètres géométriques d'une structure ouverte simple	29
2.3	Structure arborescente	31
2.4	Articulation comportant une ramification	31
2.5	Différentes structures existantes de la patte	33
2.6	Vue générale de l'hexapode	34
2.7	Modélisation d'une patte	34
2.8	Localisation de la plate-forme par rapport au repère sol	35
2.9	Configuration de la patte "1" en contact avec le sol	38
2.10	Rotation de la première articulation θ_1	39
2.11	Rotation de la 1ère et 2ème articulations θ_1 et θ_2	39
2.12	Rotation de la 1ère et 3ème articulations θ_1 et θ_3	40
2.13	Suivi d'une trajectoire circulaire horizontale	42
2.14	Suivi d'une trajectoire circulaire verticale	42
2.15	Soulèvement vertical de la plate-forme	43

2.16	Rotation de la plate-forme autour de l'axe longitudinal	43
2.17	Rotation de la plate-forme autour de l'axe vertical	43
2.18	Déplacement de la plate-forme suivant l'axe longitudinal	43
2.19	Définition du MCD	45
2.20	Influence du type de l'articulation sur le repère terminal	45
2.21	Première position singulière	49
2.22	Deuxième position singulière	50
2.23	Troisième position singulière	50
2.24	Espace de travail de la patte avec butées articulaires	51
2.25	Moteur électrique choisi	52
2.26	Dessin d'ensemble de la patte réalisée en solid-works	54
2.27	Dessin d'ensemble du banc d'essais	55
2.28	Vue du robot réalisé	55
3.1	Génération de mouvement dans l'espace opérationnel	57
3.2	Composition du mouvement de l'hexapode pendant un cycle	58
3.3	Trajectoire de la patte sous forme d'une cycloïde	59
3.4	Schéma de la génération de marche d'une patte	60
3.5	Patte porteuse	62
3.6	Patte en phase aérienne	65
3.7	Simulation d'un pas de marche	67
3.8	Evolution des coordonnées art. et Op.	67
3.9	Hexapode en mouvement effectuant plusieurs cycles	68
3.10	Vue en perspective de l'hexapode en mouvement pendant un cycle	68
3.11	Vue de dessus de l'hexapode en mouvement	69
3.12	l'hexapode suit une trajectoire sinusoïdale horizontal	69
3.13	l'hexapode suit une trajectoire sinusoïdale verticale	70
3.14	Coordonnées articulaires des six pattes de l'hexapode	70
3.15	Vitesses articulaires des six pattes de l'hexapode	71
3.16	Accélérations articulaires des six pattes de l'hexapode	71
3.17	Coordonnées opérationnelles des bouts des six pattes de l'hexapode	72
3.18	Vitesses opérationnelles des bouts des six pattes de l'hexapode	72
3.19	Coordonnées, vitesses et accélérations opérationnelles du CG de la plate-forme	73
3.20	Structure de l'hexapode expérimental	73
3.21	Hexapode experimental	75
4.1	Orientation des repères	77
4.2	Pyramide de friction inscrite dans le cône	79
4.3	Vue de dessus de l'hexapode	80
4.4	Mécanisme de base de la patte	84
4.5	Vue de l'hexapode en mouvement	86
4.6	Forces fx_j $j = 1,..6$	86
4.7	Forces fy_j $j = 1,..6$	87
4.8	Forces fz_j $j = 1,..6$	87

4.9	Verification de $fx_j^2 + fy_j^2 \leq \mu^2 fz_j^2 \quad j = 1,..6$	88
5.1	Système isolé de l'hexapode	91
5.2	Etude dynamique d'un élément "i" d'une patte "j"	91
5.3	Equilibre d'un élément "i" d'une patte "j"	93
5.4	Equilibre de la plate-forme	94
5.5	Algorithmes cinématique et dynamique	95
5.6	Modélisation d'un élément d'une patte	97
5.7	Modèle d'une patte	98
5.8	Principe de calcul du modèle dynamique de l'hexapode	100
5.9	Couples articulaires sur les six pattes en Nm	101
5.10	Forces agissantes sur les pieds des six pattes en N	102
6.1	Schéma fonctionnel du contrôle de l'hexapode	106
6.2	Schéma fonctionnel de commande d'une patte dans l'espace articulaire	107
6.3	Schéma de commande du robot dans l'espace opérationnel	108
6.4	Les coordonnées articulaires	109
6.5	Erreurs sur les coordonnées articulaires	109
6.6	Vitesses articulaires	110
6.7	Erreurs sur les vitesses articulaires	110
6.8	Couples articulaires	111
6.9	Réactions du sol	111
6.10	Les coordonnées articulaires	112
6.11	Erreurs sur les coordonnées articulaires	112
6.12	Vitesses articulaires	113
6.13	Erreurs sur les vitesses articulaires	113
6.14	Couples articulaires	114
B.1	Schéma de la carte électronique	125
B.2	Carte électronique	125

Liste des tableaux

1.1	Liaisons entre les différents segments d'une patte	21
2.1	Paramètres géométriques d'une patte "j"	33
2.2	Valeurs des paramètres géométriques et variables articulaires	38
3.1	Définition des paramètres de la génération de mouvement	59
4.1	Paramètres de la Simulation	85
5.1	Paramètres numériques nécessaires pour le calcul du modèle dynamique	101

Index

\mathbf{A}	: matrice de rotation (chapitre 2); matrice d'inertie du robot (chapitre 5).
\mathbf{a}_k	: vecteur unitaire porté par l'axe de l'articulation "k".
a_{cy}	: demi hauteur de la cycloïde.
$\mathbf{A}(\theta)$: matrice d'inertie du robot.
$\hat{\mathbf{A}}(\theta)$: estimation de $\mathbf{A}(\theta)$.
$\mathbf{a}_i = \dot{\omega}_i$: accélération de rotation instantanées du corps C_i .
$\mathbf{A}, \overline{\mathbf{A}}$ et $\widehat{\mathbf{A}}$: matrice coefficient qui s'écrit en fonction des positions des pattes porteuses.
$\hat{\mathbf{a}}, \hat{\omega}$: matrices préproduit.
$b, r, \gamma, d, \theta, \alpha$: paramètres définissant la position de la plate-forme.
\mathbf{B}_j	: matrice antisymétrique formée par $P_{x,j}, P_{y,j}$ et $P_{z,j}$.
C_i	: corps connecté à l'articulation i .
$\mathbf{C}(\theta, \dot{\theta})$: vecteur de dimension $(n \times 1)$ représentant les couples et forces de coriolis et les forces centrifuges.
$\mathbf{C}_{1,j}^0$: moment résultant appliqué par la patte "j" au niveau de l'articulation "1" sur la plate-forme "0".
E_j	: énergie cinétique du corps C_j .
$\mathbf{e}(t)$: erreur du vecteur des coordonnées articulaires.
$\dot{\mathbf{e}}(t)$: erreur du vecteur des vitesses articulaires.
$\ddot{\mathbf{e}}(t)$: erreur du vecteur des accélérations articulaires.
\mathbf{F} et \mathbf{M}	: respectivement le vecteur force et le vecteur moment agissant sur le corps du robot.
\mathbf{f}_j	: vecteur réaction du sol sur la patte "j".
$\mathbf{F}_{1,j}^0$: force appliquée par la patte "j" au niveau de l'articulation "1" sur la plate-forme "0".
\mathbf{G}	: vecteur force agissant sur la patte.
$\mathbf{H}(\theta, \dot{\theta})$: vecteur de dimension $(n \times 1)$ représentant les couples et forces de coriolis, les forces centrifuges ainsi que les forces gravité.
$\hat{\mathbf{H}}(\theta, \dot{\theta})$: estimation de $\mathbf{H}(\theta, \dot{\theta})$.
\mathbf{I}_3	: matrice identité.
${}^0\mathbf{J}_4$: sous matrice jacobienne de translation.
${}^0\mathbf{J}\mathbf{W}_4$: sous matrice jacobienne de rotation.
\mathbf{J}_j	: jacobienne de la patte "j".
\mathbf{J}^T	: matrice jacobienne qui prend en compte la répartition des réactions du sol sur les articulations de la pattes.

- $\mathbf{J}(\mathbf{q})$: matrice Jacobienne de dimension $m \times n$.
 $\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_v$: matrices des gains, diagonales définies positives de dimension $(n \times n)$.
 $k_{xz} = \frac{F_x}{F_z}$: rapport global des forces.
 l_1, l_2 et l_3 : longueurs des éléments d'une patte.
 $\mathbf{L}_{k,n}$: vecteur d'origine O_k et d'extrémité O_n
 m_0 : la masse de la plate-forme.
 n : nombre d'échantillons d'un cycle de marche.
 \mathbf{OP}_j : vecteur position liant le point de contact de la patte "j" et le centre de gravité de la plate-forme.
 $P_{x,j}, P_{y,j}$ et $P_{z,j}$: coordonnées opérationnelles du point de contact par rapport au repère absolu R .
 $\mathbf{PP} = [PP_1, PP_2, PP_3]^T$: vecteur des coordonnées du pied de la patte par rapport au repère R_0 .
 $\mathbf{P} = [P_1, P_2, P_3]^T$: vecteur des coordonnées du pied de la patte par rapport au repère R .
 PP_0 : point de début de la cycloïde, référencié par rapport au repère R .
 PP_n : point final de la cycloïde, référencié par rapport au repère R .
 $P_{01,j}^0$: distance entre l'articulation "1" de la patte "j" et l'origine du repère (x_0, y_0, z_0) exprimée dans ce dernier.
 \mathbf{q}_j : matrice de pondération définie diagonale de la patte "j".
 \mathbf{Q} : vecteur des couples et forces de gravité.
 R : référentiel absolu.
 R_0 : repère de la plate-forme.
 s : index simple qui partitionne l'intervalle n .
 $s_x, n_x, a_x, s_y, n_y, a_y, s_z, n_z$ et a_z : les coordonnées du repère R_4 dans R .
 \mathbf{T} : matrice de passage homogène.
 $\mathbf{U}_{0,j}$: situation désirée pour la patte "j".
 \mathbf{U}_j : énergie potentielle du corps C_j .
 \mathbf{v}_i : vitesse du centre de gravité G_i .
 \mathbf{v}_p : vitesse linéaire d'entraînement appliquée par la plate-forme sur l'articulation "1".
 $\mathbf{W}, \overline{\mathbf{W}}$ et $\widehat{\mathbf{W}}$: vecteur force/moment résultant sur le corps.
 $\mathbf{w}(t)$: vecteur de commande.
 (x_0, y_0, z_0) : repère fixé à la plate-forme.
 $(x_{1,j}, y_{1,j}, z_{1,j})$: repère lié au pied "j".
 X, Y, Z : coordonnées du centre de gravité du robot (origine de R_0) dans le repère R .
 $X_\lambda(i), Y_\lambda(i)$ et $Z_\lambda(i)$: coordonnées de la cycloïde dans le plan de la marche pour chaque patte "j".
 X_{PP}, Y_{PP} et Z_{PP} : coordonnées de la cycloïde dans le repère R pour chaque patte "j".
 $\theta_{1,j}, \theta_{2,j}$, et $\theta_{3,j}$: variables articulaires pour chaque patte "j".
 $\ddot{\theta}$: vecteur des accélérations articulaires.
 $\dot{\theta}$: vecteur des vitesses articulaires.
 θ : vecteur des coordonnées articulaires.
 ω_i : vitesse de rotation instantanée du corps C_i .
 $\gamma_i = \dot{\mathbf{v}}_i$: accélération du point G_i .
 ω_p : vitesse angulaire d'entraînement appliquée par la plate-forme sur l'articulation "1".

$\gamma_{0,0}$: accélération linéaire désirée de la plate-forme exprimée dans le repère (x_0, y_0, z_0) .
$\omega_{0,0}$: accélération angulaire désirée de la plate-forme.
φ^0	: matrice d'inertie de la plate-forme.
Γ	: forces et couples généralisés.
σ_k	: coefficient binaire.
δ	: angle de roulement de la cycloïde.
λ_0	: valeur du déplacement du CG pendant un échantillon de marche.
λ_{00}	: l'enjambée de la cycloïde mesurée dans le plan même de la cycloïde.
τ_{jmax}	: couple articulaire maximum.
$\hat{\tau}_j$: couple articulaire dû au poids et l'inertie de la patte "j".
μ	: coefficient de frottement statique du sol.

0.1 Introduction

Les robots à pattes représentent un sujet à la fois difficile et passionnant. Ils mobilisent de nombreuses équipes de chercheurs à travers le monde et ils font aussi rêver des générations entières par leur aspect anthropomorphe. Ces robots trouvent leurs applications de façon évidente et multiple dans plusieurs domaines: franchissement d'obstacles ou de passages étroits, haute mobilité en milieu encombré ou chaotique, manipulation dans des sites nucléaires, explorations planétaires ou de cratères... Malgré les efforts déployés par les chercheurs, il reste encore beaucoup de travaux à développer pour les voir enfin en application dans le monde industriel.

L'efficacité de ces robots d'intervention et de service repose donc, en premier lieu, sur les capacités de mobilité et de vélocité de leur plate-forme mobile. Les problèmes qui doivent alors être surmontés pour réaliser cette tâche de 'transport' sont tels que l'étude de la plate-forme mobile en elle-même fait l'objet d'une attention toute particulière. C'est la raison pour laquelle les robots mobiles construits à ce jour sont avant tout des plates-formes mobiles dépouillées le plus souvent de tout outil de travail.

Pour évoluer dans un environnement industriel aménagé (usine...) ou dans un environnement naturel préparé (route...), des robots mobiles à roues ou à chenilles peuvent être employés. Mais dans un environnement naturel, terrestre ou marin, les surfaces à parcourir ou à explorer peuvent devenir particulièrement accidentées, encombrées, glissantes ou meubles. L'utilisation de roues ou de chenilles est alors difficilement envisageable.

La capacité 'tout terrain' d'un mammifère terrestre est généralement bien supérieure à celle d'un robot à roues ou à chenilles. Devant cette constatation, une nouvelle génération de robots mobiles a été développée: celle des robots à pattes. A l'exception des bipèdes, la plupart de ces robots maintiennent leur équilibre de façon statiquement stable durant leur déplacement. Dans la littérature, on trouve de nombreux travaux sur les robots marcheurs. Citons par exemples les références [1] [2][3][4] qui traitent les quadrupèdes et celles [5][6] qui traitent les hexapodes. Ces travaux s'orientent beaucoup plus sur l'aspect expérimental.

La modélisation et l'analyse du comportement de ces structures à topologie variable au cours du mouvement nécessite d'enrichir les techniques développées pour les mécanismes en chaînes ouvertes afin de tenir compte des couplages permanents ou temporaires entre les chaînes élémentaires. Ces moyens constituent les éléments d'un système de simulation numérique permettant d'apprécier, notamment sous forme de tracés graphiques, les comportements statique, cinématique et dynamique du système locomoteur en vue d'une aide à sa conception. Pour faciliter le traitement numérique, ces outils de modélisation et d'analyse développés, à savoir torseurs distributeurs de vitesses, d'accélération et d'efforts, permettent ainsi une formulation homogène du problème. Bien que plus particulièrement employés ici pour l'analyse des systèmes locomoteurs, ils sont naturellement extensibles à d'autres types de systèmes mécaniques (systèmes de préhension articulée, robots parallèles..).

Dans notre travail, nous nous sommes intéressés à l'étude des hexapodes pour lesquels nous développons des outils numériques d'analyse de ces mécanismes articulés en chaînes complexes. Une application est réalisée pour un robot hexapode car ce type de robots permet de développer des stratégies de contrôle 'hauts niveaux'. En effet, n'ayant pas de difficulté majeure pour conserver leur équilibre statique, ils sont adaptés aux terrains irréguliers, mous ou glissants.

L'avenir réserve une place très importante à la prise en compte de l'environnement dans lequel évoluent les robots marcheurs et nécessairement à son influence sur la morphologie même de ces derniers.

Bien en deçà de ces perspectives, de nombreux problèmes subsistent et restent encore à résoudre. Des résistances technologiques importantes doivent être vaincues. Elles demeurent pourtant assez classiques et se confinent en particulier dans les domaines :

1. systèmes embarqués dédiés au temps réel, la miniaturisation est un facteur déterminant pour aboutir à une véritable autonomie;
2. des architectures mécaniques, facilement modélisables, utilisant des moyens de simulation simples en vue d'une synthèse itérative;
3. des actionneurs à fort couple massique afin d'augmenter le nombre de degrés de mobilité possible sans nuire aux performances générales du robot.

Dans les réalisations actuelles, les robots hexapodes émulateurs d'insectes (cafard, criquet ou fourmi) sont très loin de la complexité de ces insectes, en terme de nombre de degré de liberté, de vitesse de déplacement, et de dimensions. Les travaux effectués sur les hexapodes visent en finalité la réalisation de robots capables de se déplacer sur des terrains irréguliers.

La structure mécanique d'un robot hexapode est composée essentiellement d'un corps et de six pattes identiques. Chaque patte constitue un sous système principal capable de générer une trajectoire influant sur la marche finale du robot. La locomotion du robot hexapode se fait, dans le cas de la marche normale par l'avance continue de son corps suite aux déplacements tripodes alternés de ses pattes.

La réalisation d'un robot hexapode qui soit complètement opérationnel commence par la modélisation et réalisation d'une patte. Trois étapes fondamentales doivent être suivies pour la réalisation d'une patte d'un robot marcheur hexapode :

- La modélisation consiste à choisir une chaîne cinématique de la patte et à calculer ses modèles géométrique, cinématique et dynamique. Les principaux travaux sur la modélisation des pattes considèrent chacune d'elles comme étant un bras manipulateur à trois degrés de liberté et que le pied de la patte joue le rôle de l'organe terminal du robot en contact avec le sol.

Pour valider les résultats des simulations obtenues lors de l'application des différents types de commande, les chercheurs réalisent des bancs d'essais expérimentaux de pattes.

La structure d'un banc d'essais doit être conçue afin de permettre à la patte d'effectuer correctement sa marche comme si elle était réellement rattachée à un robot marcheur.

Lors de cette étape nous proposons un banc d'essai de la patte et nous mettons en oeuvre les résultats de la modélisation des bras manipulateurs pour calculer les modèles géométrique, cinématique, et dynamique de la patte montée sur ce banc .

- La génération de la marche durant laquelle la patte suit sa trajectoire en deux phases (lever et poser). Lors de cette étape nous proposons un générateur de marche qui établit un calcul géométrique reposant sur les mouvements relatifs entre le centre de gravité du corps du robot et le pied de la patte afin d'obtenir la trajectoire de référence que doit suivre la patte durant son cycle de marche.

- La synthèse des lois de commande appropriées à la patte et à son environnement afin qu'elle puisse suivre la trajectoire prédéfinie.

Vu la non linéarité du modèle dynamique de la patte, sa complexité, la méconnaissance de certains de ses paramètres et l'évolution en temps réel de la patte, nous proposons durant cette étape l'application d'une commande par découplage non linéaire

En résumé, cette thèse est organisée en sept chapitres. Dans le premier chapitre est présentée une analyse bibliographique non exhaustive, des travaux antérieurs dans le domaine des robots marcheurs et plus particulièrement les hexapodes. On cite les chaînes cinématiques des pattes réalisées et les techniques de leurs modélisations et commandes. Une synthèse de cette étude nous permettra de définir une méthodologie selon laquelle nous allons aborder notre sujet.

Le deuxième chapitre introduit les méthodes de calcul du modèle géométrique des bras manipulateurs à structure ouverte simple et arborescente. On applique la méthode de Khalil-Kleininger pour calculer le modèle géométrique direct. On résout ensuite le modèle géométrique inverse de la patte, la solution retenue nous servira à transformer la trajectoire opérationnelle suivie par la patte en trajectoire articulaire correspondante. Une étude cinématique de la patte s'avère essentielle pour le calcul de sa jacobienne, qui servira après pour le calcul des vitesses opérationnelles résultant du mouvement de l'hexapode, les singularités, l'espace de travail atteignable.

Dans le troisième chapitre on propose une approche de génération de mouvement de marche de l'hexapode afin d'obtenir les lois des trajectoires articulaires désirées, leurs vitesses et leurs accélérations.

Afin d'entamer l'étude dynamique on doit résoudre le problème de distribution d'efforts sur les six pattes de l'hexapode, dans ce contexte le chapitre quatre propose une mise en équation globale sous différentes contraintes avec une solution optimisée.

Le cinquième chapitre porte sur l'étude dynamique de la patte permettant de calculer les couples qui doivent être fournis par les actionneurs. Dans un premier temps, nous présentons les deux formalismes du calcul dynamique des bras manipulateurs, puis on les applique aux différentes pattes en concordance avec la plate forme pour la détermination des couples articulaires nécessaires pour le mouvement du robot.

Le sixième chapitre est consacré à la commande par découplage non linéaire de l'hexapode dans l'espace articulaire et opérationnel, afin de poursuivre une trajectoire imposée au robot.

Enfin dans le dernier chapitre nous proposons deux réalisations expérimentales.

- la première consiste en la réalisation d'un prototype d'hexapode au laboratoire LIIA de l'université de Paris XII (France) qui nous a permis de valider l'approche de génération de trajectoire que nous proposons.
- la deuxième c'est une patte avec son banc d'essais réalisée au centre universitaire Larbi Ben M'Hidi D'Oum El Bouaghi (Algérie) dans le cadre de l'encadrement de magisters.

En conclusion, nous procéderons à l'analyse des principaux résultats obtenus afin d'aboutir à des recommandations et perspectives que cette étude pourrait éventuellement susciter.

Chapitre 1

Généralités

1.1 Problématique générale concernant la conception et l'optimisation énergétique d'un robot à patte

Ces dernières années, des recherches importantes ont été menées dans le domaine de la robotique à pattes. Les problèmes de réalisation de telles machines incluent les problèmes de structure mécanique, le comportement dynamique, plus particulièrement pour les machines avec deux ou quatre pattes, ainsi que le contrôle des allures.

Généralement, pour un robot à pattes, deux grandes catégories d'allures sont prises en considération: les allures statiques et les allures dynamiques. Avec une allure statique, il est plus facile de contrôler l'équilibre du robot avec une vitesse de déplacement limitée. Avec une allure dynamique, il est au contraire possible d'atteindre des vitesses de déplacement plus élevées mais le contrôle de l'équilibre s'avère beaucoup plus complexe. De plus, pour l'allure dynamique il n'est pas nécessaire d'avoir un support continu, une large base de sustentation ou des points d'appui rapprochés. Cela permet donc de franchir des zones qui offrent très peu de bonnes conditions de support.

Globalement, les études menées à ce jour sur les robots à pattes abordent deux grandes catégories de problèmes:

- ceux relatifs à la locomotion sur terrain irrégulier avec allure statiquement stable.
- ceux relatifs à la locomotion sur terrain plat avec une allure dynamiquement stable.

Aussi, dans le but d'analyser et d'apporter une solution à ces différents problèmes, plusieurs types de robots à pattes ou hybrides ont été construits. Il est possible de les classer suivant cinq grandes familles.

1.1.1 Classification des robots à pattes

Les performances des robots à pattes (ou hybrides) se caractérisent principalement par leur système de locomotion et par leur propension à pouvoir maintenir un état d'équilibre lors d'allure dynamique. Les principales familles représentatives de comportements dynamiques intéressants déclinent comme suit :

Les monopèdes

Les monopèdes permettent d'étudier les problèmes liés au contrôle d'un système devant garder son équilibre dynamique tout en s'acquittant de celui de la coordination du mouvement de plusieurs pattes [7] [8], [9], figures (1.1) et (1.2). En développant les techniques élaborées sur ces monopèdes, il devient possible de contrôler la stabilité d'autres types de robots tels les bipèdes ou les quadrupèdes.

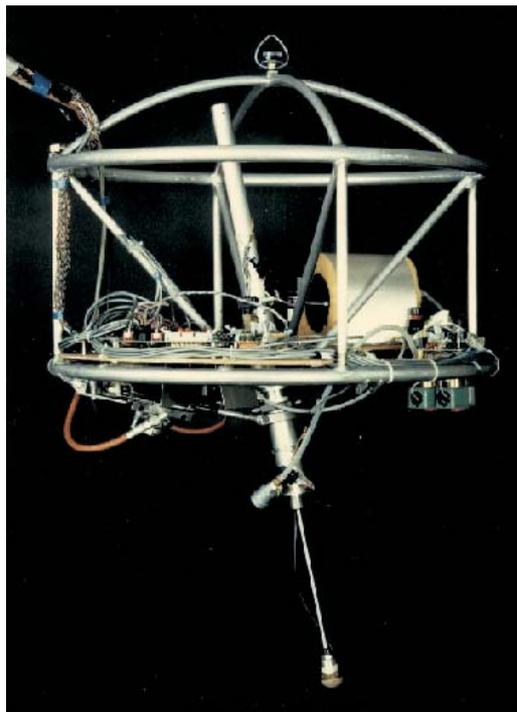


FIG. 1.1 – *Le Robot 3D one-leg Hopper, MIT USA*

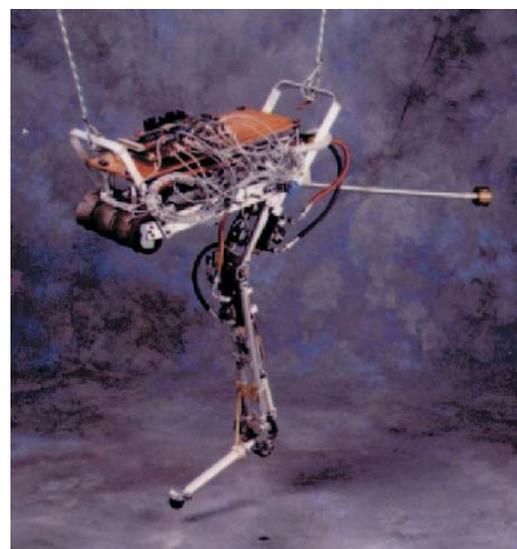


FIG. 1.2 – *Le Robot Uniroo, MIT USA*

Les bipèdes

Les bipèdes permettent, comme les monopèdes, d'étudier les problèmes du maintien de l'équilibre dynamique. Par ailleurs, ils apportent une aide à la compréhension des mécanismes qui régissent la marche humaine. Moins contraintes que celles des monopèdes, leurs allures peuvent être contrôlées de différentes façons. Ce contrôle peut être passif [10]. Dans ce cas, seules la gravité et l'inertie engendrent le mouvement des pattes. Sur d'autres bipèdes, l'allure peut être active, ce qui consiste alors à mettre en oeuvre des techniques de suivi de trajectoires prédéfinies de l'extrémité des pattes [11]. D'autres reposent encore sur le suivi d'une trajectoire bien particulière du tronc [12]. Celle-ci maintient la constance de l'énergie potentielle ou bien encore suivre le mouvement du pendule inverse [13][14] figures (1.3) et (1.4).



FIG. 1.3 – *Le Robot Johnnie, Gar-ching Allemagne*

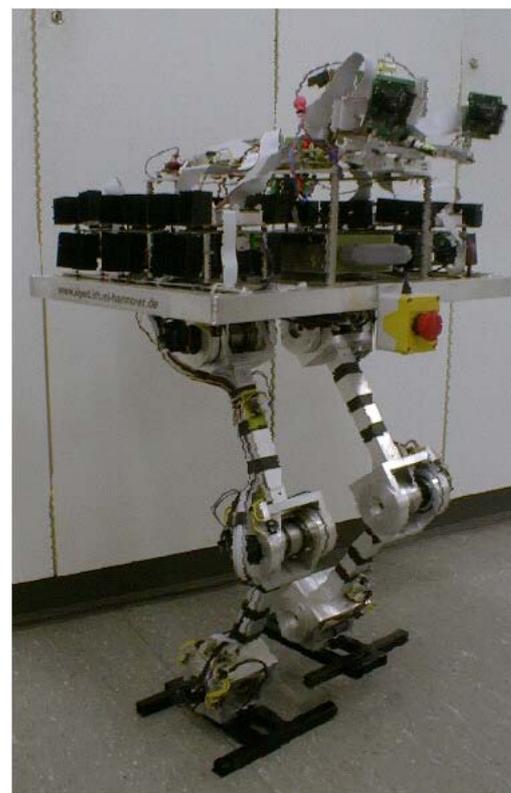


FIG. 1.4 – *Le Robot Bart-UH, Hannover Allemagne*

Les quadrupèdes

Les quadrupèdes, grâce à leur structure à haute mobilité, permettent d'étudier à la fois les problèmes du contrôle de l'équilibre statique sur terrain irrégulier et de l'équilibre dynamique sur terrain plat [2][3][4] figures(1.5), (1.6) et (1.7).

Les robots hybrides

Les robots hybrides (à roues et à pattes) sont intéressants du point de vue de la recherche car leur étude permet d'appréhender plus facilement le délicat problème de la commande dynamique lors d'allure rapide en s'affranchissant en partie du maintien de l'équilibre dynamique sur terrain plat [15], figure(1.8).

Les hexapodes

Les hexapodes, permettent quant à eux de développer des stratégies de contrôle haut niveau. En effet, le maintien de l'équilibre statique ne posant pas de problèmes particuliers [16],[5][6], ces robots sont généralement utilisés pour étudier les problèmes de la locomotion en terrains irréguliers, mous ou glissants, ainsi que les problèmes de planification de trajectoires à partir d'une cartographie de terrains ou d'informations visuelles, figure(1.9), (1.10), (1.11) et (1.12).

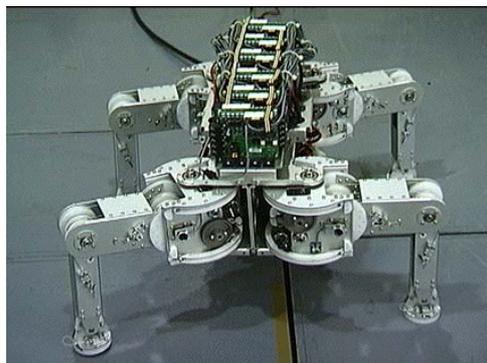


FIG. 1.5 – *Le Robot Titan-VIII, Tokyo Japan*

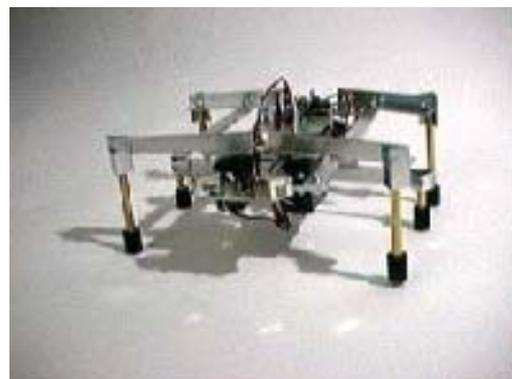


FIG. 1.6 – *Le Robot Insectronic, Waterloo, Ontario, Canada*

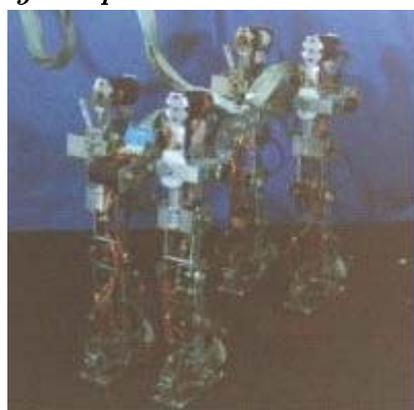


FIG. 1.7 – *Le Robot CollieII, Tokyo, Japan*



FIG. 1.8 – *Le Robot Ralphy, Paris 6*

Récemment, des travaux destinés à concevoir de nouvelles architectures de contrôle basées sur l'emploi des réseaux de neurones sont aussi entrepris.

Chaque système robotisé a sa spécificité et il n'est pas encore possible de réaliser des robots à pattes possédant des performances dynamiques élevées tout en étant autonomes énergétiquement.

Pour résumer, il existe actuellement deux grands axes de réflexion :

- les études théoriques prenant en compte des modèles dynamiques simplifiés ou, bien souvent la contribution des actionneurs est négligée,
- les études expérimentales conduisant à la construction empirique de robots relativement lents avec des allures quasi statiques ou dynamiques à très faibles vitesses, dans un environnement plus ou moins connu, et qui sont en général traitées au cas par cas.

Chaque étude étant particulière et souvent dédiée à une application bien spécifique, la mise au point de lois de commande consiste dans bien des cas à pallier les imperfections du modèle dynamique et à minimiser l'effet d'éventuelles perturbations extérieures. Les hypothèses faites en général pour l'étude des systèmes à pattes sont les suivantes:

- l'environnement est parfaitement ou partiellement connu avec des variations faibles et bornées,

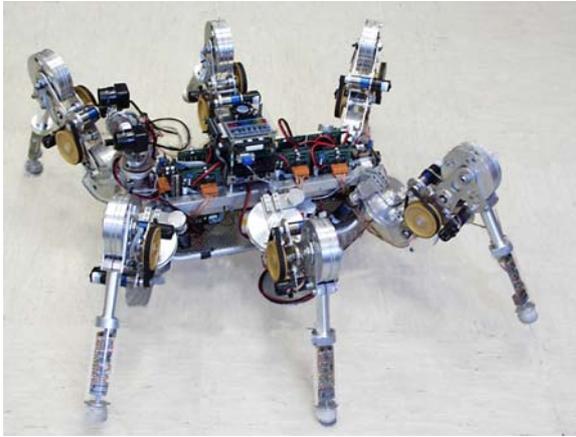


FIG. 1.9 – *Le Robot Lauron, Munich Allemagne*

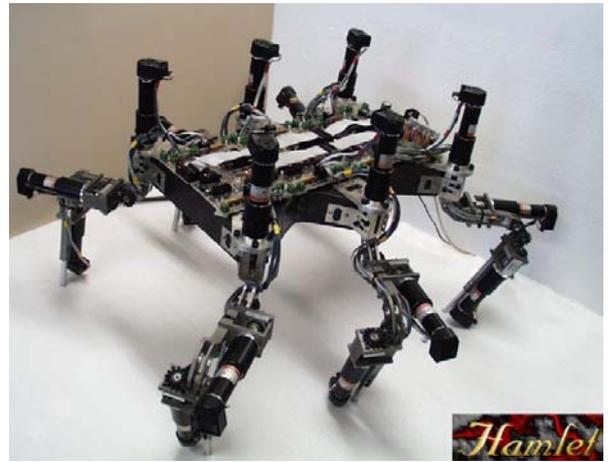


FIG. 1.10 – *Le Robot Hamlet, Canterbury New zeland*



FIG. 1.11 – *Le Robo Comete-II, Chiba Japan*



FIG. 1.12 – *Le Robot Karla, Karlsruhe Allemagne*

- le contact avec le sol n'est pas pris en compte, ou seulement d'une manière simplifiée, en supposant que l'essentiel de la dynamique se situe au niveau du robot,
- le modèle du robot est connu de façon explicite avec précision, et est utilisé d'une manière décomposée et simplifiée en négligeant certains effets dynamiques comme ceux des actionneurs, et des perturbations éventuelles,
- les trajectoires peuvent être générées hors ligne, ce qui suppose un parfait déterminisme sur l'évolution du robot et sur l'environnement.

1.2 Les robots marcheurs hexapodes

1.2.1 L'inspiration biologique

L'homme, dans ses créations, s'est souvent inspiré de la nature, grâce à cette inspiration, il essaye d'imiter des créatures animales et d'implémenter leurs comportements sur des machines artificielles qu'il utilise dans les domaines de l'intervention, du service, de la maintenance et de l'exploration. Ces travaux entrent dans une partie de la robotique intitulée : "robotique inspirée de la biologie" qui s'intéresse à la construction de robots inspirés de la nature; cette branche a connu ces dernières années un grand progrès grâce à la forte collaboration entre roboticiens et biologistes [17]. Dans ce contexte, est venue la première idée de concevoir un robot marcheur hexapode en imitant un insecte tel qu'un criquet, un cafard, figure(1.13) ou une fourmi.



FIG. 1.13 – *Un cafart*

Ces insectes se caractérisent par une extrême agilité et une bonne manoeuvre en terrains accidentés, mais ce sont réellement des systèmes complexes dans la nature, ce qui rend le développement d'un robot inspiré d'un insecte une tâche difficile. A cause de cette complexité, les inspirations biologiques portent des hypothèses simplificatrices [18].

Dans les réalisations actuelles, les robots à pattes de type insectes sont très loin de la complexité des insectes réels, en terme de nombre de degrés de liberté, de vitesse de déplacement et de dimensions. Ces travaux ne s'intéressent alors qu'à la compréhension du fonctionnement de leur système de marche et son implémentation sur des robots mécaniques.

1.2.2 La morphologie de la patte de l'insecte

La morphologie de l'insecte comporte essentiellement un corps composé de trois parties : la tête, le thorax, et l'abdomen. Au thorax, sont articulées six pattes différentes disposées symétriquement par rapport à l'axe de déplacement de l'insecte, figure (1.14) et (1.15). Chaque patte de l'insecte est constituée de cinq segments [19], la hanche (coxa), le trochanter, le fémur, le tibia et d'un ensemble de petits segments formant le tarse, plus les griffes. Les degrés de liberté (ddl) des pattes sont obtenus par des liaisons rotoïdes ou rotules. Leurs mouvements sont assurés par des muscles et des tendons. Chaque patte comporte sept ddl [20], répartis comme suit :

La hanche est attachée au thorax par une liaison rotule (3ddl), le trochanter, le plus petit segment en longueur, est attaché à la hanche par une liaison rotoïde, le fémur, le plus long, est

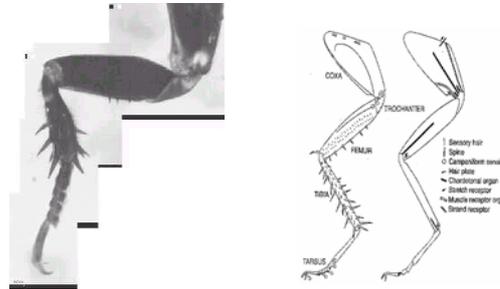


FIG. 1.14 – *La patte réelle de l'insecte*

lié au trochanter par une liaison rotoïde qui lui permet de petites rotations, le tibia est attaché à l'extrémité du fémur par une liaison rotoïde, le tarse est lié au tibia par une liaison rotoïde, la patte se termine par des griffes qui ont la structure de ressort.

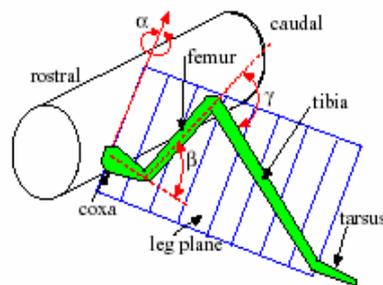


FIG. 1.15 – *Les trois ddl de la patte*

Le tableau (1.1), résume cette répartition.

La locomotion de ces insectes se fait, dans le cas de la marche normale par l'avance continue du corps de l'insecte suite au déplacements de ses pattes trois par trois, marche dite tripode alternée.

1.2.3 Les pattes de robots hexapodes

Les robots marcheurs ont été étudiés dès l'origine même de la robotique, on trouve une littérature dense et de qualité sur la modélisation et la commande de leurs pattes ainsi que de nombreuses réalisations faites au sein des laboratoires qui travaillent sur ce domaine de re-

liaison entre	Type de liaison	Nombre de ddl
Corps-Hanche	Rotule	3
Hanche-trochanter	Rotoïde	1
Trochanter-fémur	Rotoïde	1
Fémur-Tibia	Rotoïde	1
Tibia-Tarse	Rotoïde	1

TAB. 1.1 – *Liaisons entre les différents segments d'une patte*

cherche.

Afin de définir des repères pour notre travail, nous allons à travers la présente étude essayer d'analyser quelques références bibliographiques portant sur les pattes de ces robots, en précisant pour chaque robot : la conception de ses pattes, les actionneurs utilisés, le mode de sa marche et le type de sa commande.

Parmi les pattes qui ont été réalisées dans les laboratoires qui travaillent sur les robots marcheurs, on cite :

1.2.4 La patte du Biologically Inspired Laboratory (BIL)

BIL est un Laboratoire très avancé dans le champs de la biorobotique, installé à Case Western Reserve University (CWRU), dans lequel le groupe de recherche essaye de comprendre la vraie conception et le meilleur type de commande existant chez les insectes pour pouvoir les implémenter sur des robots mécaniques afin de bénéficier de leurs caractéristiques exceptionnelles de marche et de locomotion : la rapidité de déplacement et le franchissement d'obstacles. [19] A partir d'un insecte hexapode réel, dont les données anatomiques exactes sont fournies par un laboratoire biologique spécialisé (Ritzmann Lab. au Département de biologie au CWRU), ils ont réalisé une patte d'un robot marcheur en utilisant des actionneurs pneumatiques qui simulent les muscles et tendons composant le système de locomotion chez les insectes. Ces actionneurs présentent un grand rapport puissance/poids. La conception de la patte ainsi que son modèle mécanique sont représentés sur la, figure (1.16).

1.2.5 La patte du robot BOADICEA

Le groupe de recherche réalise un robot hexapode nommé Boadicea [21] inspiré de l'insecte *Blaberus Discoidalis*. Chaque patte de ce robot est matérialisée par un petit mécanisme moins encombrant et compact ayant un espace de travail large, figure (1.17). L'entraînement de la patte est assuré par des actionneurs pneumatiques ayant les avantages suivants par rapport aux moteurs électriques: grande force, petite vitesse et un grand rapport couple/poids. Le type de commande utilisé est la commande Force/Position.

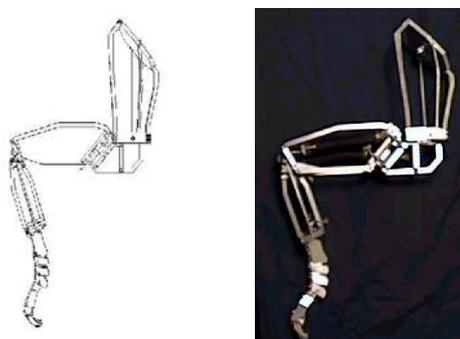


FIG. 1.16 – *La conception de la patte de BIL avec son modèle mécanique*

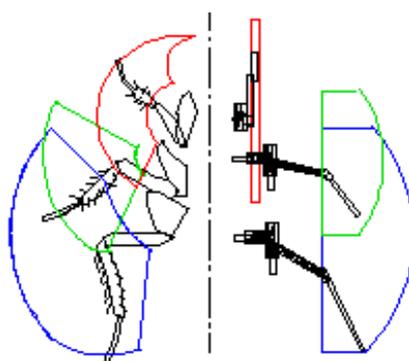
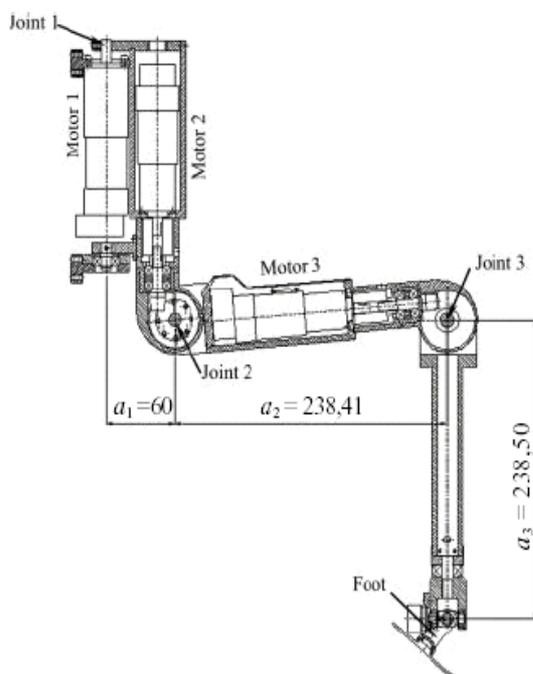


FIG. 1.17 – *Comparaison entre la patte de l'insecte et celle du robot Boadicea*

1.2.6 La patte de SILO4

E. Garcia [22] propose l'étude dynamique de la patte d'un robot marcheur quadrupède nommé SILO4 pour déterminer les valeurs des couples actionneurs électriques agissant sur ce système afin de le commander à suivre une trajectoire désirée. La structure mécanique réalisée est composée de trois moteurs électriques avec réducteurs planétaires incorporés. Le deuxième et le troisième moteur transmettent leurs mouvements de rotation à leurs segments grâce à des réductions formées de pignons coniques, figure (1.18)

La chaîne cinématique proposée pour la patte comporte 3 ddl, le pied de la patte joue le rôle de l'organe terminal du robot, le calcul des différents modèles a été effectué en utilisant la représentation de Denavit-Hartenberg. La commande de chaque articulation est faite dans l'espace articulaire, d'une façon indépendante à l'aide d'un contrôleur PID.

FIG. 1.18 – *Dessin de conception de la patte de SILO4*

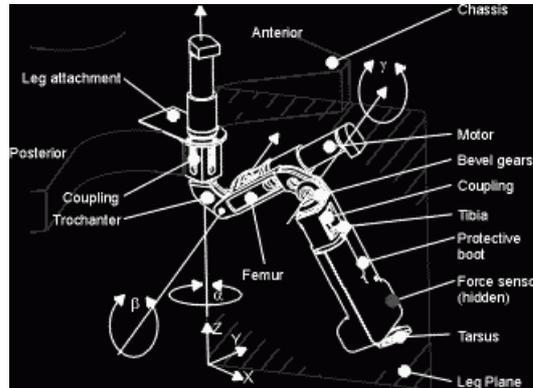
1.2.7 La patte du robot HAMLET

Fielding et al [23], ont réalisé un robot hexapode nommé Hamlet pour tester l'efficacité et l'adaptabilité de la commande hybride Force/Position de ce robot en lui assurant une marche stable dans un terrain irrégulier [23]. Chaque patte de ce robot est actionnée par des moteurs électriques de type Maxon Motor 10W DC avec réducteurs planétaires incorporés (1/246) produisant ainsi un couple de 4.5Nm dans chaque direction. Des accouplements élastiques et des joints d'Oldham sont utilisés pour transmettre les différentes rotations, figure(1.19). Le mode de marche utilisé est le tripode alterné.

1.2.8 La patte de KYBUIF

Dans sa thèse Olsen [24] a développé un algorithme de marche tripode alterné et a conçu une carte de commande pour faire marcher un robot hexapode. La chaîne cinématique de chaque patte comporte trois articulations rotoïdes, actionnées par des servomoteurs.

La patte est commandée par envoi de signaux électriques adéquats à des instants liés à l'algorithme de la marche sans prendre en compte son étude dynamique.

FIG. 1.19 – *La patte du robot HAMLET*

1.2.9 La patte de TITAN-VIII

Dans ce travail, Uchida et al réalisent un simulateur de marche d'un robot quadrupède TITAN-VIII de Tokyo Institute of Technology, à l'aide d'un logiciel de simulation dynamique des systèmes mécaniques et une commande hybride Force/Position pour contrôler le mouvement du robot. La commande décentralisée de chaque articulation est assurée par un correcteur PD implémenté sous forme de bloc Simulink sous Matlab.

1.2.10 La patte de HEXPLORER

Dans ce travail les auteurs Collins et al. [25] proposent la commande d'un robot hexapode nommé HEXPLORER à l'aide du microcontrôleur TMS320LF2407. La forme du corps du robot est circulaire, chaque patte comporte trois liaisons rotoïdes dont les 2 dernières sont obtenues par deux systèmes vis-écrou entraînés par des moteurs électriques avec réducteurs incorporés. Cette solution d'entraînement de la présente patte imite directement le mode d'actionnement développé chez l'insecte qui utilise ses muscles et tendons pour mouvoir ses pattes.

La commande des mouvements de marche de chaque patte de cet hexapode est réalisée par retour d'état grâce à trois contrôleurs proportionnels dérivés (PD). Cette boucle envoie les consignes de vitesses aux moteurs et calcule la nouvelle position que le bout de la patte doit atteindre.

1.2.11 La patte de COMET-II

Nonami et Huang [26] dans leur article évoquent le problème posé par le nombre inimaginable (100000) de mines antipersonnelles et proposent l'utilisation d'un robot hexapode détecteur de mines nommé COMET-II, doté de deux bras manipulateurs. Chaque patte de ce robot est conçue avec trois degrés de liberté. Ils proposent une commande neuronale hybride Force/Position selon que la patte soit posée ou levée. Pour prouver la robustesse de ce type de contrôleur, une comparaison a été faite entre trois modes de contrôle (Position, Force/Position et Neuronal-Force/Position) en prenant une trajectoire de référence que la patte doit suivre.

Dans la première partie de sa thèse sur la locomotion à pattes, Ridderström [27] fait une synthèse des différents modes de commande des robots à pattes :

la commande en position : il mentionne que la commande en position ou en position/vitesse de chaque patte du robot peut être réalisée par un contrôleur de type PID.

la commande en impédance : ne permet pas de contrôler seulement la position mais aussi la dynamique de la patte.

La commande neuronale : utilisée pour le contrôle hybride (Force/Position) d'un robot hexapode dont chaque patte comportant trois degrés de liberté.

1.2.12 Le robot de Delcomyn et Nelson

En imitant la morphologie d'un insecte le *Periplaneta americana*, Delcomyn et Nelson [28] ont conçu un robot hexapode où chaque patte comporte trois degrés de liberté, les actionneurs utilisés sont pneumatiques à air comprimé, les mouvements de marche de chaque patte sont mesurés par digitalisation des images vidéo captées directement d'un cycle (poser et lever) de marche de l'insecte réel. Ayant obtenu la trajectoire parcourue par chaque articulation, ils l'utilisent comme trajectoire de référence dans la boucle de commande réalisée par correcteur PID.

1.2.13 La patte du projet SARAH

Enfin pour valider les résultats des simulations obtenus par application des différents types de commande, les chercheurs réalisent des bancs d'essais expérimentaux de pattes. La structure d'un banc d'essais doit être conçue afin de permettre à la patte d'effectuer correctement ses deux mouvements de marche en deux phases (poser et lever), parmi les bancs d'essais les plus proches à notre future conception, nous citons celui du projet SARAH [29] (Système Adaptatif Robotisé Autonome Hexapode de l'ENSTA de Paris (1996)) où l'équipe de recherche a réalisé une patte d'un robot hexapode avec son banc d'essais, figure(1.20):



FIG. 1.20 – *Chaîne cinématique de la patte du projet SARAH*

Cette patte comporte trois articulations rotoïdes, le premier ddl de la patte est réalisé par un renvoi d'angle (vis sans fin et couronne), les 2 autres sont assurées par deux systèmes vis et écrou actionnés par des moteurs électriques. Ce banc d'essais comporte deux ddl : une liaison prismatique le long de l'axe pour permettre à la patte de changer sa hauteur, et une deuxième articulation prismatique lui assurant le déplacement le long de l'axe.

1.3 Synthèse de l'étude bibliographique

Notre étude bibliographique portant sur les robots marcheurs hexapodes et plus spécifiquement sur les aspects modélisation et commande de leurs pattes. La synthèse et l'analyse des travaux précédents visent en finalité la réalisation de la commande de la marche du robot tout en espérant atteindre les meilleurs critères de locomotion observés chez les insectes. Cette étude bibliographique nous a permis de noter la méthodologie selon laquelle ces travaux étaient menés et les idées essentielles communes qu'ils comportent :

1. L'utilisation des robots marcheurs et l'idée de leur conception :
l'importance majeure de l'utilisation de la locomotion à pattes qui est sans doute une solution efficace à l'intervention dans les milieux hostiles. Cette idée vient de l'inspiration biologique en imitant des insectes tels que le cafard, le criquet ou la fourmi, car ces insectes présentent de bonnes caractéristiques de déplacements rapides, d'agilité et d'évitement d'obstacles.
2. Pour simplifier la modélisation de la patte de l'hexapode, la majorité des travaux de recherche considèrent deux hypothèses:
la première suppose que les six pattes sont identiques, d'où l'étude d'une seule patte suffira. La deuxième réduit le nombre de degrés de liberté de la patte à 3 ddl.

Les diverses chaînes cinématiques des pattes étudiées diffèrent par la position relative de la première articulation par rapport à la deuxième. De façon générale chaque patte est considérée comme étant un bras manipulateur à trois ddl et que son pied joue le rôle de l'organe terminal du robot. On remarque que la méthode de paramétrage la plus souvent adoptée est celle de Dénavit-Hartenberg.

3. Le mode de déplacement: la plupart des travaux considèrent que les robots hexapodes marchent en mode tripode alterné et que chaque patte se déplace en deux phases (lever et poser), la génération du mouvement de marche de la patte peut être obtenue de deux approches différentes: l'une est expérimentale et consiste à enregistrer par vidéoscopie la marche de l'insecte réel et la reproduire par digitalisation sur des hexapodes, l'autre consiste à établir tout un calcul géométrique pour commander la patte à suivre une trajectoire désirée durant son cycle de marche.
4. Les différents types de la commande de la patte: la commande de la patte peut être effectuée par différents types de contrôleurs:
une commande en position par trois contrôleurs PID ;
une commande par découplage non linéaire;
une commande hybride Force/Position.

Il est à noter que les non linéarités du modèle dynamique de la patte, sa complexité et l'absence des valeurs de certains de ses paramètres ont poussé certains chercheurs à l'utilisation de la commande par réseaux de neurones artificiels (RNA). Cette nouvelle technique de commande des systèmes non linéaires leurs a permis de trouver des solutions bien appropriées.

Notons également que cette commande fonctionne par apprentissage à partir d'une base de données (représentative, contenant les paramètres Entrées/Sorties de la commande) ensuite généralisation de cet apprentissage (à l'aide de l'algorithme de la rétro propagation de l'erreur) afin d'obtenir une représentation assez proche de la dynamique du robot marcheur.

5. L'utilisation de l'outil informatique : les logiciels nécessaires à la conception de la patte (ADAMS, Solidworks), sa modélisation (Maple), la génération de sa marche et le type de sa commande (Matlab);
6. La réalisation de la partie mécanique: Selon sa chaîne cinématique choisie, les différentes pièces composant la patte (segments et organes de transmission) du robot sont conçues en minimisant son poids. L'actionnement des articulations des pattes peut être obtenu par des actionneurs: pneumatiques, électriques avec réducteurs incorporés couplés à l'axe de l'articulation ou éloignés en utilisant divers éléments de transmission.

Les capteurs montés sur la patte peuvent être:

des capteurs de position : des codeurs incrémentaux attachés à chaque articulation pour mesurer les valeurs des angles de rotation parcourus par chaque segment.

des capteurs de force: la mesure est effectuée par des capteurs piézoélectriques attachés au pied de la patte pour mesurer la valeur de l'effort de contact avec le sol.

Quelques travaux réalisent des bancs d'essai pour la validation expérimentale des approches de modélisation et de commande d'une seule patte avant de passer au robot marcheur entier.

Suite à la méthodologie d'étude mentionnée ci-dessus, nous abordons dans le chapitre qui suit la modélisation géométrique directe et inverse ainsi que l'étude cinématique de l'hexapode.

Chapitre 2

Modélisation géométrique et cinématique

2.1 Introduction

La conception et la commande des robots nécessitent le calcul des modèles mathématiques. La modélisation géométrique des robots existe depuis le début des années 1970 avec un développement spécialement important dans les années 80. Il existe donc de nombreux outils et formalismes mis au point dans le cadre de la modélisation des robots. Il faut toutefois noter que la grande majorité des ouvrages sur la robotique ne prennent en compte que l'étude de la modélisation des robots sériels, car ce sont les plus utilisés et les mieux maîtrisés dans le monde industriel. Dans ce chapitre on décrit d'abord les constituants d'un robot, les matrices de transformations homogènes et les méthodes de calcul du modèle géométrique direct des robots à structure ouverte simple et arborescente. Ensuite nous présentons la modélisation géométrique du robot hexapode ainsi qu'une application numérique argumentée par des figures illustratives des mouvements du robot.

2.1.1 Structure ouverte simple

Une structure ouverte simple est composée de $n + 1$ corps notés C_0, C_1, \dots, C_n et de n articulations. Le corps C_0 désigne la base du robot et le corps C_n porte l'organe terminal. L'articulation j connecte le corps C_j au corps C_{j-1} [30], figure (2.1) .

Convention de Denavit-Hartenberg

- les corps sont parfaitement rigides. Ils sont connectés par des articulations considérées comme idéales (pas de jeu mécanique, pas d'élasticité), soit rotoïdes, soit prismatiques.
- le repère R_j lié au corps C_j .
- la variable de l'articulation j est notée θ_j .

Chaque corps C_j possède alors un référentiel fixe R_j dont l'origine O_j est défini de sorte que:

- l'axe Z_j est porté par l'axe de l'articulation j
- l'axe X_j est porté par la perpendiculaire commune aux axes Z_j et Z_{j+1}

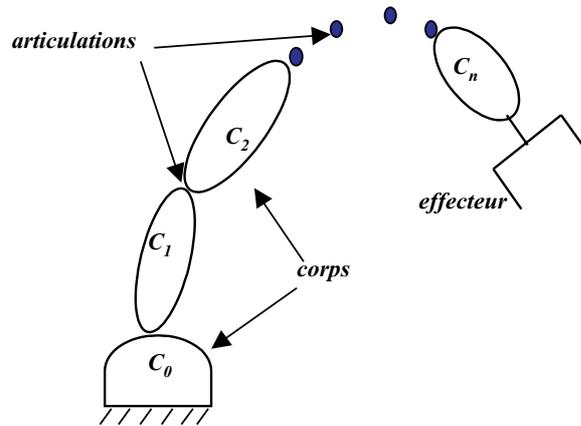


FIG. 2.1 – Robot à structure ouverte simple

Le passage du repère R_{j-1} au repère R_j s'exprime en fonction des quatre paramètres géométriques suivants, figure (2.2):

- α_j : angle entre les axes Z_{j-1} et Z_j correspondant à une rotation autour de X_{j-1}
- d_j : distance entre les axes Z_{j-1} et Z_j le long de X_{j-1}
- θ_j : angle entre les axes X_{j-1} et X_j correspondant à une rotation autour de Z_j
- r_j : distance entre les axes X_{j-1} et X_j le long de Z_{j-1}

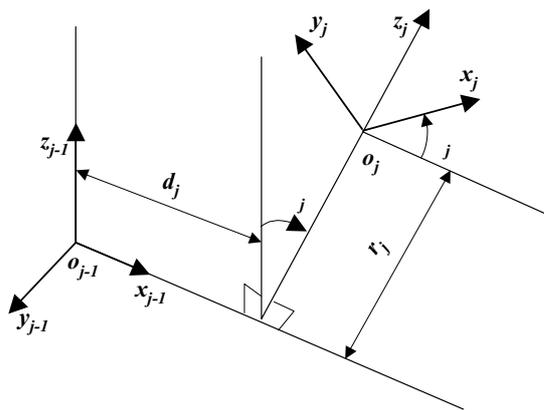


FIG. 2.2 – Paramètres géométriques d'une structure ouverte simple

La variable articulaire q_j associée a la j^{eme} articulation est soit θ_j soit r_j selon que l'articulation est de type rotoïde ou prismatique. Ce qui se traduit par la relation :

$$q_j = \bar{\sigma}\theta_j + \sigma r_j \quad (2.1)$$

avec :

$$\begin{cases} \theta_j = 0, \text{ si l'articulation } j \text{ est rotoïde} \\ \theta_j = 1, \text{ si l'articulation } j \text{ est prismatique} \\ \bar{\sigma}_j = 1 - \sigma_j \end{cases}$$

La matrice de transformation définissant le repère R_j dans le repère R_{j-1} est donnée par:

$${}^{j-1}\mathbf{T}_j = Rot(X, \alpha_j) trans(X, d_j) Rot(Z, \theta_j) trans(Z, r_j) \quad (2.2)$$

$${}^{j-1}\mathbf{T}_j = \begin{pmatrix} C\theta_j & -S\theta_j & 0 & d_j \\ C\alpha_j S\theta_j & C\alpha_j C\theta_j & -S\alpha_j & -r_j S\alpha_j \\ S\alpha_j S\theta_j & S\alpha_j C\theta_j & C\alpha_j & r_j C\alpha_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}^{j-1}\mathbf{A}_j & {}^{j-1}\mathbf{P}_j \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

${}^{j-1}\mathbf{A}_j = Rot(X, \alpha_j) Rot(Z, \theta_j)$ est la matrice rotation (3×3)

${}^{j-1}\mathbf{P}_j$: représente le vecteur position.

La matrice de transformation définissant R_{j-1} dans le repère R_j est donné par:

$${}^j\mathbf{T}_{j-1} = \begin{pmatrix} & & -d_j C\theta_j \\ & {}^{j-1}\mathbf{A}_j^T & d_j S\theta_j \\ & & -r_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

où : ${}^{j-1}\mathbf{A}_j^T$ est la matrice transposée de ${}^{j-1}\mathbf{A}_j$

$C* : \cos(*)$; $S* : \sin(*)$

2.1.2 Structure arborescente et fermée (chaînes complexes)

2.1.3 Définition

Une structure arborescente fermée se distingue par l'existence d'un ou plusieurs corps pouvant porter plus d'une liaison avec la partie en aval de la chaîne, ce qui génère l'apparition de plusieurs organes terminaux. Une boucle est caractérisée par le retour de la structure vers la base C_0 ; Une chaîne peut avoir plusieurs boucles.

Par convention, les corps et les articulations sont numérotés de la manière suivante, figure (2.3):

- la base constitue le corps C_0
- Les numéros des corps et des articulations sont croissants sur chaque branche en partant de la base vers un organe terminal;
- Le corps C_j est articulé par l'articulation j , autrement dit, l'articulation j connecte le corps C_j au corps $C_{a(j)}$. Le corps $C_{a(j)}$ est le corps antécédent du corps C_j lorsque l'on parcourt la chaîne de la base.

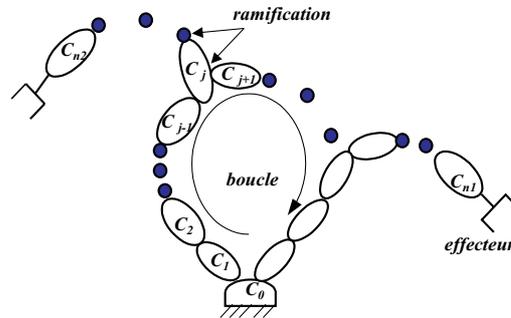


FIG. 2.3 – *Structure arborescente*

Paramètres géométriques

Pour déterminer les paramètres géométriques nécessaires à la détermination des transformations entre les différents repères liés aux corps, on place les repères de la manière suivante, figure(2.4):

- R_i est fixé par rapport au corps C_i
- Z_i est porté par l'axe de l'articulation "i"
- X_i est porté par la perpendiculaire commune à Z_i et à l'axe Z de l'un des corps en aval porté par le corps "i"

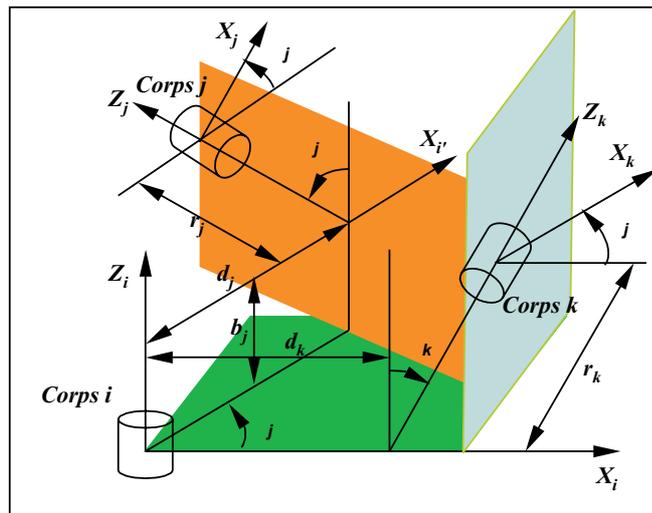


FIG. 2.4 – *Articulation comportant une ramification*

Comme la figure(2.4) le montre, deux cas se présentent:

1^{er} cas: Si X_i est la perpendiculaire commune à Z_i et Z_j alors le passage de R_i à R_j s'écrit comme

dans le cas des chaînes simples, à l'aide des quatre paramètres géométriques (α_j, d_j, θ_j et r_j).

${}^i T_j = Rot(X, \alpha_j) trans(X, d_j) Rot(Z, \theta_j) trans(Z, r_j)$ c'est le cas du corps "k" par rapport au corps "i".

2^{eme} cas: Si X_i est la perpendiculaire commune à Z_i et à un autre axe Z_k , on construit la perpendiculaire commune $X_{i'}$ aux axes Z_i et Z_j , le passage de R_i (défini par X_i et Z_i s'effectue à l'aide des quatre paramètres usuels (α_j, d_j, θ_j et r_j)). Pour le passage de R_i à $R_{i'}$ deux paramètres supplémentaires doivent être introduits:

γ_j : angle entre X_i et $X_{i'}$ autour de Z_i ;

b_j : distance entre X_i et $X_{i'}$ le long de Z_i .

Ces six paramètres permettent de construire la matrice de transformation suivante:

$${}^i T_j = Rot(Z, \gamma_j) trans(Z, b_j) Rot(X, \alpha_j) trans(X, d_j) Rot(Z, \theta_j) trans(Z, r_j) \quad (2.5)$$

$${}^{j-1} T_j = \begin{pmatrix} C\gamma_j C\theta_j - S\gamma_j C\alpha_j S\theta_j & -C\gamma_j S\theta_j - S\gamma_j C\alpha_j C\theta_j & S\gamma_j C\alpha_j & d_j C\gamma_j + r_j S\gamma_j S\alpha_j \\ S\gamma_j C\theta_j + C\gamma_j C\alpha_j S\theta_j & -S\gamma_j S\theta_j + C\gamma_j C\alpha_j C\theta_j & -C\gamma_j S\alpha_j & d_j S\gamma_j - r_j C\gamma_j S\alpha_j \\ S\gamma_j S\theta_j & S\gamma_j C\theta_j & C\alpha_j & r_j C\alpha_j + b_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

La transformation inverse ${}^j T_i$ s'écrit :

$${}^j T_i = \begin{pmatrix} & & -b_j S\alpha_j S\theta_j - d_j C\theta_j \\ & {}^{j-1} A_j^T & -b_j S\alpha_j C\theta_j + d_j S\theta_j \\ & & -b_j S\alpha_j - r_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Remarque: La relation (2.5) représente la forme générale de la matrice homogène de transformation. Si b_j et γ_j sont nuls cela correspond au cas des chaînes ouvertes simples.

2.2 Modèle géométrique direct des robots à structure arborescente

Dans le cas d'une chaîne arborescente, il y a autant de chaînes que de corps terminaux. la matrice de passage pour une branche de l'arborescence portant le corps terminal "k" est la composition des matrices de transformations exprimant le repère R_k de ce corps dans le repère de base R_0 .

$${}^0 T_k = {}^0 T_1 {}^1 T_2 \dots {}^{a(k)} T_{a(k)} {}^{a(k)} T_k \quad (2.8)$$

2.2.1 Application à l'hexapode

Structures existantes

D'après [1] la structure minimale isostatique pour un robot marcheur est de trois liaisons par patte. Quelques exemples de solutions admissibles pour l'hexapode sont données par les figures(2.5). La troisième conception est une structure biologiquement inspirée des insectes à 6 ou 8 pattes. Pour notre hexapode on va adopter cette dernière configuration avec un léger

changement, comme le montre la figure(2.6) et (2.7); la deuxième articulation est posée dans le prolongement de l'axe z_1 , cela va permettre de diminuer la charge sur l'actionneur de la 1^{ère} articulation, figure (2.5) .

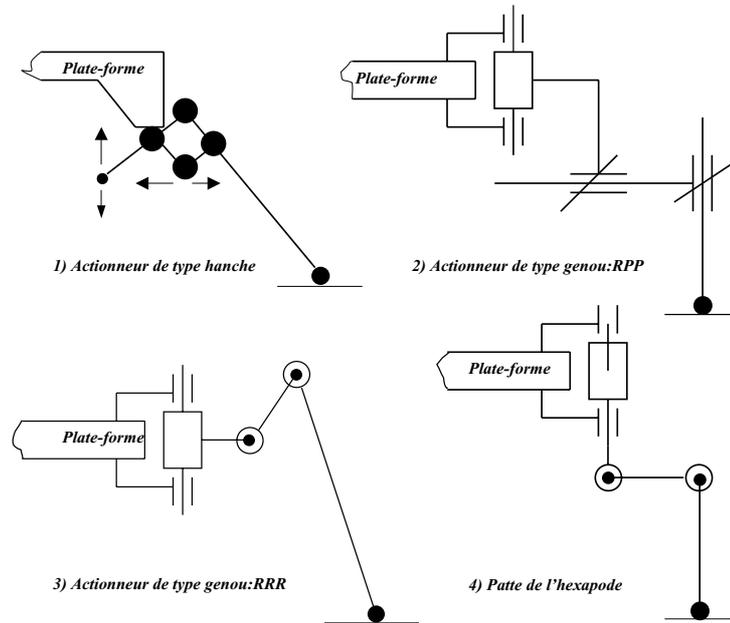


FIG. 2.5 – Différentes structures existantes de la patte

Modèle géométrique direct de l'hexapode (M.G.D)

Les pattes sont notées par, $j=1, \dots, 6$ (indice de la patte); l_1 , l_2 et l_3 , sont les longueurs des éléments d'une patte.

Le tableau (2.1), décrit la méthode avec laquelle on peut écrire les matrices homogènes de passage d'un repère à l'autre.

repère	α	d	θ	r	b	γ	σ	$\bar{\sigma}$	antecedant
plate-forme	α	d	θ	r	h	β	-	-	sol
liaison "1"	0	l_j	$\theta_{1,j}$	0	0	ϕ_j	0	1	plate-forme
liaison "2"	$-\pi/2$	0	$\theta_{2,j}$	0	$-l_1$	0	0	1	liaison "1"
liaison "3"	0	l_2	$\theta_{3,j}$	0	0	0	0	1	liaison "2"
pt de contact "4"	0	l_3	$\theta_{4,j} = 0$	0	0	0	-	-	liaison "3"

TAB. 2.1 – Paramètres géométriques d'une patte "j"

La première ligne du tableau(2.1) permet de localiser la plate-forme par rapport au repère absolu (repère sol), la figure(2.8) décrit cette liaison fictive. On peut calculer la matrice de

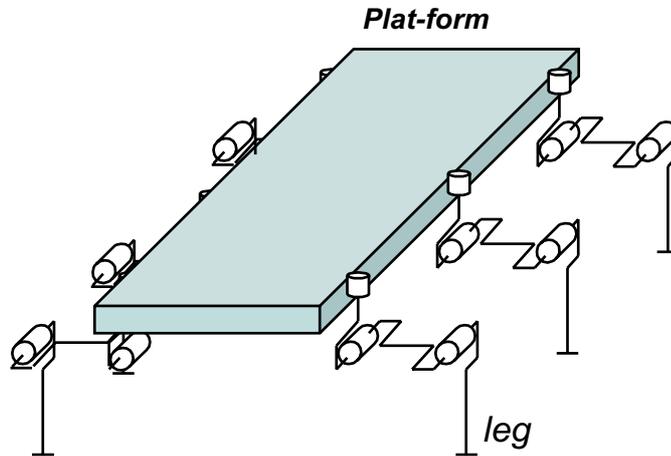


FIG. 2.6 – Vue générale de l'hexapode

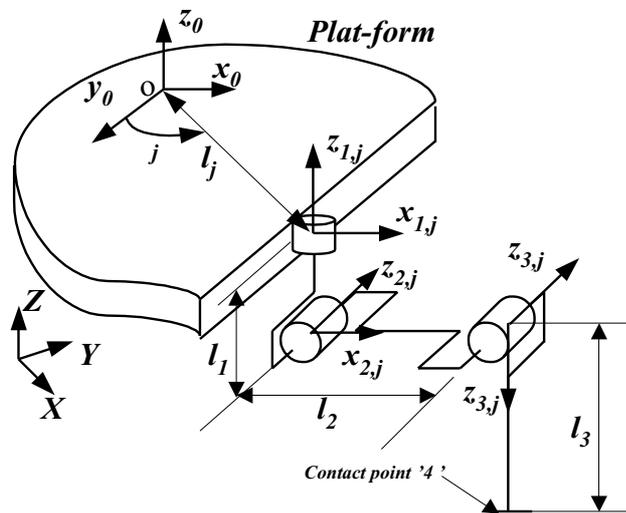


FIG. 2.7 – Modélisation d'une patte

passage ${}^R T_0$ en utilisant la relation (2.6).

$${}^R T_0 = \begin{pmatrix} C\beta C\theta_0 - S\beta C\alpha S\theta_0 & -C\beta S\theta_0 - S\beta C\alpha C\theta_0 & S\beta S\alpha & dC\beta + rS\beta S\alpha \\ S\beta C\theta_0 + C\beta C\alpha S\theta_0 & -S\beta S\theta_0 + C\beta C\alpha C\theta_0 & -C\beta S\alpha & dS\beta - rC\beta S\alpha \\ S\beta S\theta_0 & S\alpha C\theta_0 & C\alpha & rC\alpha + h \\ 0 & 3\phi & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

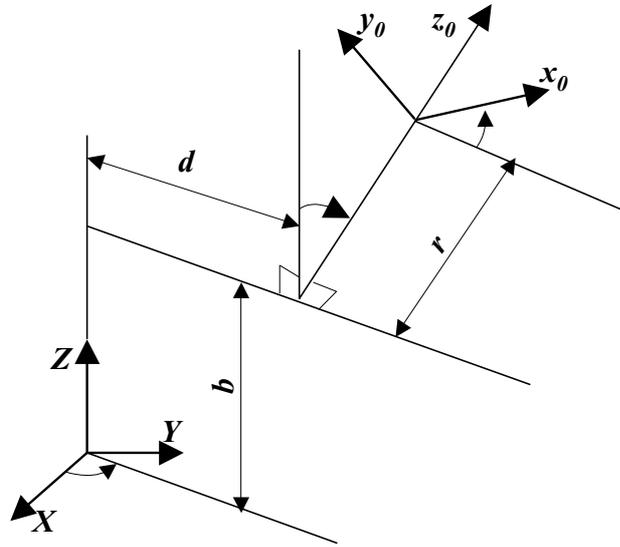


FIG. 2.8 – Localisation de la plate-forme par rapport au repère sol

Par la même équation (2.6), on peut calculer le reste des matrices de passage.

$${}^0\mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} C(\phi_j + \theta_{j,1}) & -S(\phi_j + \theta_{j,1}) & 0 & l_j C \phi_j \\ S(\phi_j + \theta_{j,1}) & C(\phi_j + \theta_{j,1}) & 0 & l_j S \phi_j \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1\mathbf{T}_2 = \begin{bmatrix} C\theta_{j,2} & -S\theta_{j,2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S\theta_{j,2} & -C\theta_{j,2} & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2\mathbf{T}_3 = \begin{bmatrix} C\theta_{j,3} & -S\theta_{j,3} & 0 & l_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ S\theta_{j,3} & C\theta_{j,3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^3\mathbf{T}_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

En définitive chaque point de contact entre les pattes et le sol dans le référentiel absolu "R" sera donné pour chaque patte "j" par la matrice :

$${}^R\mathbf{T}_4 = {}^R\mathbf{T}_0 {}^0\mathbf{T}_1 {}^1\mathbf{T}_2 {}^2\mathbf{T}_3 {}^3\mathbf{T}_4 \quad (2.9)$$

Remarques:

- Les coordonnées du point de contact "4" avec le sol sont données par la quatrième colonne de la matrice ${}^R \mathbf{T}_4$.
- L'orientation du repère "4" par rapport au repère "R" sera donnée par la sous matrice \mathbf{A} constituée des trois premières lignes et les trois premières colonnes de ${}^R \mathbf{T}_4$.

Soit $\mathbf{U}_{0,j}$ la situation désirée pour la patte "j", elle indique exactement la position du point de contact "4" de la patte "j" ainsi que son orientation par rapport au repère absolu.

$$\mathbf{U}_{0,j} = \begin{pmatrix} s_x & n_x & a_x & P_{x,j} \\ s_y & n_y & a_y & P_{y,j} \\ s_z & n_z & a_z & P_{z,j} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = {}^R \mathbf{T}_4 \quad (2.10)$$

- ${}^R \mathbf{T}_0$ est connue car elle représente la position désirée de la plate-forme.
- $P_{x,j}$, $P_{y,j}$ et $P_{z,j}$ sont les coordonnées opérationnels du point de contact par rapport au repère absolu.
- Soit \mathbf{A} , la matrice de rotation formée par les cosinus directeurs, donnant l'orientation du point "4" par rapport au repère absolu.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} s_x & n_x & a_x \\ s_y & n_y & a_y \\ s_z & n_z & a_z \end{pmatrix}$$

2.2.2 Résultats du (M.G.D)

$$\begin{aligned} s_{x,j} = & (((C(\beta)C(\theta) - S(\beta)C(\alpha)S(\theta))C(\phi_j + \theta_1) + (-C(\beta)S(\theta) - S(\beta)C(\alpha)C(\theta))S(\phi_j + \\ & \theta_1)C(\theta_2) - S(\beta)S(\alpha)S(\theta_2))C(\theta_3) + (-((C(\beta)C(\theta) - S(\beta)C(\alpha)S(\theta))(C(\phi_j)C(\theta_1) - S(\phi_j)S(\theta_1)) + \\ & (-C(\beta)S(\theta) - S(\beta)C(\alpha)C(\theta))S(\phi_j + \theta_1))S(\theta_2) - S(\beta)S(\alpha)C(\theta_2))S(\theta_3))C(\theta_4) + (-(((C(\beta)C(\theta) - \\ & S(\beta)C(\alpha)S(\theta))C(\phi_j + \theta_1) + (-C(\beta)S(\theta) - S(\beta)C(\alpha)C(\theta))(S(\phi_j)C(\theta_1) + C(\phi_j)S(\theta_1)))C(\theta_2) - \\ & S(\beta)S(\alpha)S(\theta_2))S(\theta_3) + (-((C(\beta)C(\theta) - S(\beta)C(\alpha)S(\theta))C(\phi_j + \theta_1) + (-C(\beta)S(\theta) - \\ & S(\beta)C(\alpha)C(\theta))(S(\phi_j)C(\theta_1) + C(\phi_j)S(\theta_1)))S(\theta_2) - S(\beta)S(\alpha)C(\theta_2))C(\theta_3))S(\theta_4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s_{y,j} = & (((S(\beta)C(\theta) + C(\beta)C(\alpha)S(\theta))C(\phi_j + \theta_1) + (-S(\beta)S(\theta) + C(\beta)C(\alpha)C(\theta))S(\phi_j + \\ & \theta_1))C(\theta_2) + C(\beta)S(\alpha)S(\theta_2))C(\theta_3) + (-((S(\beta)C(\theta) + C(\beta)C(\alpha)S(\theta))C(\phi_j + \theta_1) + \\ & (-S(\beta)S(\theta) + C(\beta)C(\alpha)C(\theta))S(\phi_j + \theta_1))S(\theta_2) + C(\beta)S(\alpha)C(\theta_2))S(\theta_3))C(\theta_4) + \\ & (-(((S(\beta)C(\theta) + C(\beta)C(\alpha)S(\theta))C(\phi_j + \theta_1) + (-S(\beta)S(\theta) + C(\beta)C(\alpha)C(\theta))S(\phi_j + \\ & \theta_1))C(\theta_2) + C(\beta)S(\alpha)S(\theta_2))S(\theta_3) + (-((S(\beta)C(\theta) + C(\beta)C(\alpha)S(\theta))C(\phi_j + \theta_1) + (-S(\beta)S(\theta) + \\ & C(\beta)C(\alpha)C(\theta))S(\phi_j + \theta_1))S(\theta_2) + C(\beta)S(\alpha)C(\theta_2))C(\theta_3))S(\theta_4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s_{z,j} = & (((S(\alpha)S(\theta)C(\phi_j + \theta_1) + S(\alpha)C(\theta)S(\phi_j + \theta_1))C(\theta_2) - C(\alpha)S(\theta_2))C(\theta_3) + (-S(\alpha)S(\theta)C(\phi_j + \\ & \theta_1) + S(\alpha)C(\theta)S(\phi_j + \theta_1))S(\theta_2) - C(\alpha)C(\theta_2))S(\theta_3))C(\theta_4) + (-((S(\alpha)S(\theta)C(\phi_j + \theta_1) + \\ & S(\alpha)C(\theta)S(\phi_j + \theta_1))C(\theta_2) - C(\alpha)S(\theta_2))S(\theta_3) + (-S(\alpha)S(\theta)C(\phi_j + \theta_1) + S(\alpha)C(\theta)S(\phi_j + \\ & \theta_1))S(\theta_2) - C(\alpha)C(\theta_2))C(\theta_3))S(\theta_4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_{x,j} = & -((((C(\beta)C(\theta) - S(\beta)C(\alpha)S(\theta))C(\phi_j + \theta_1) + (-C(\beta)S(\theta) - S(\beta)C(\alpha)C(\theta))S(\phi_j + \\ & \theta_1))C(\theta_2) - S(\beta)S(\alpha)S(\theta_2))C(\theta_3) + (-((C(\beta)C(\theta) - S(\beta)C(\alpha)S(\theta))C(\phi_j + \theta_1) + (-C(\beta)S(\theta) - \\ & S(\beta)C(\alpha)C(\theta))S(\phi_j + \theta_1))S(\theta_2) - S(\beta)S(\alpha)C(\theta_2))S(\theta_3))S(\theta_4) + (-(((C(\beta)C(\theta) - \\ & S(\beta)C(\alpha)S(\theta))(C(\phi_j)C(\theta_1) - S(\phi_j)S(\theta_1)) + (-C(\beta)S(\theta) - S(\beta)C(\alpha)C(\theta))S(\phi_j + \theta_1))C(\theta_2) - \\ & S(\beta)S(\alpha)S(\theta_2))S(\theta_3) + (-((C(\beta)C(\theta) - S(\beta)C(\alpha)S(\theta))(C(\phi_j)C(\theta_1) - S(\phi_j)S(\theta_1)) + (-C(\beta)S(\theta) - \\ & S(\beta)C(\alpha)C(\theta))S(\phi_j + \theta_1))S(\theta_2) - S(\beta)S(\alpha)C(\theta_2))C(\theta_3))C(\theta_4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_{y,j} = & -((((S(\beta)C(\theta) + C(\beta)C(\alpha)S(\theta))C(\phi_j + \theta_1) + (-S(\beta)S(\theta) + C(\beta)C(\alpha)C(\theta))S(\phi_j)C(\theta_1) + \\ & C(\phi_j)S(\theta_1))C(\theta_2) + C(\beta)S(\alpha)S(\theta_2))C(\theta_3) + (-((S(\beta)C(\theta) + C(\beta)C(\alpha)S(\theta))C(\phi_j + \\ & \theta_1) + (-S(\beta)S(\theta) + C(\beta)C(\alpha)C(\theta))S(\phi_j + \theta_1))S(\theta_2) + C(\beta)S(\alpha)C(\theta_2))S(\theta_3))S(\theta_4) + \\ & (-(((S(\beta)C(\theta) + C(\beta)C(\alpha)S(\theta))C(\phi_j + \theta_1) + (-S(\beta)S(\theta) + C(\beta)C(\alpha)C(\theta))S(\phi_j + \\ & \theta_1))C(\theta_2) + C(\beta)S(\alpha)S(\theta_2))S(\theta_3) + (-((S(\beta)C(\theta) + C(\beta)C(\alpha)S(\theta))C(\phi_j + \theta_1) + (-S(\beta)S(\theta) + \\ & C(\beta)C(\alpha)C(\theta))S(\phi_j + \theta_1))S(\theta_2) + C(\beta)S(\alpha)C(\theta_2))C(\theta_3))C(\theta_4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_{z,j} = & -(((S(\alpha)S(\theta)C(\phi_j + \theta_1) + S(\alpha)C(\theta)S(\phi_j + \theta_1))C(\theta_2) - C(\alpha)S(\theta_2))C(\theta_3) + \\ & (-S(\alpha)S(\theta)C(\phi_j + \theta_1) + S(\alpha)C(\theta)S(\phi_j + \theta_1))S(\theta_2) - C(\alpha)C(\theta_2))S(\theta_3))S(\theta_4) + (-((S(\alpha)S(\theta)C(\phi_j + \\ & \theta_1) + S(\alpha)C(\theta)S(\phi_j + \theta_1))C(\theta_2) - C(\alpha)S(\theta_2))S(\theta_3) + (-S(\alpha)S(\theta)C(\phi_j + \theta_1) + S(\alpha)C(\theta)S(\phi_j + \\ & \theta_1))S(\theta_2) - C(\alpha)C(\theta_2))C(\theta_3))C(\theta_4) \end{aligned}$$

$$\mathbf{a}_{x,j} = (C(\beta)C(\theta) - S(\beta)C(\alpha)S(\theta)) - C(\phi_j + \theta_1) + (-C(\beta)S(\theta) - S(\beta)C(\alpha)C(\theta))C(\phi_j + \theta_1)$$

$$\mathbf{a}_{y,j} = (S(\beta)C(\theta) + C(\beta)C(\alpha)S(\theta)) - C(\phi_j + \theta_1) + (-S(\beta)S(\theta) + C(\beta)C(\alpha)C(\theta))C(\phi_j + \theta_1)$$

$$\mathbf{a}_{z,j} = S(\alpha)S(\theta) - C(\phi_j + \theta_1) + S(\alpha)C(\theta)C(\phi_j + \theta_1)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{x,j} = & (((((C(\beta)C(\theta) - S(\beta)C(\alpha)S(\theta))C(\phi_j + \theta_1) + (-C(\beta)S(\theta) - S(\beta)C(\alpha)C(\theta))S(\phi_j + \\ & \theta_1))C(\theta_2) - S(\beta)S(\alpha)S(\theta_2))C(\theta_3) + (-((C(\beta)C(\theta) - S(\beta)C(\alpha)S(\theta))C(\phi_j + \theta_1) + (-C(\beta)S(\theta) - \\ & S(\beta)C(\alpha)C(\theta))S(\phi_j + \theta_1))S(\theta_2) - S(\beta)S(\alpha)C(\theta_2))S(\theta_3))l_3 + (((C(\beta)C(\theta) - S(\beta)C(\alpha)S(\theta))C(\phi_j + \\ & \theta_1) + (-C(\beta)S(\theta) - S(\beta)C(\alpha)C(\theta))S(\phi_j + \theta_1))C(\theta_2) - S(\beta)S(\alpha)S(\theta_2))l_2 - S(\beta)S(\alpha)l_1 + \\ & (C(\beta)C(\theta) - S(\beta)C(\alpha)S(\theta))l_j C(\phi_j) + (-C(\beta)S(\theta) - S(\beta)C(\alpha)C(\theta))l_j S(\phi_j) + dC(\beta) + rS(\beta)S(\alpha) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{y,j} = & (((((S(\beta)C(\theta) + C(\beta)C(\alpha)S(\theta))C(\phi_j + \theta_1) + (-S(\beta)S(\theta) + C(\beta)C(\alpha)C(\theta))S(\phi_j + \\ & \theta_1))C(\theta_2) + C(\beta)S(\alpha)S(\theta_2))C(\theta_3) + (-((S(\beta)C(\theta) + C(\beta)C(\alpha)S(\theta))C(\phi_j + \theta_1) + (-S(\beta)S(\theta) + \\ & C(\beta)C(\alpha)C(\theta))S(\phi_j + \theta_1))S(\theta_2) + C(\beta)S(\alpha)C(\theta_2))S(\theta_3))l_3 + (((S(\beta)C(\theta) + C(\beta)C(\alpha)S(\theta))C(\phi_j + \\ & \theta_1) + (-S(\beta)S(\theta) + C(\beta)C(\alpha)C(\theta))S(\phi_j + \theta_1))C(\theta_2) + C(\beta)S(\alpha)S(\theta_2))l_2 + C(\beta)S(\alpha)l_1 + \\ & (S(\beta)C(\theta) + C(\beta)C(\alpha)S(\theta))l_j C(\phi_j) + (-S(\beta)S(\theta) + C(\beta)C(\alpha)C(\theta))l_j S(\phi_j) + dS(\beta) - rC(\beta)S(\alpha) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{z,j} = & (((S(\alpha)S(\theta)C(\phi_j + \theta_1) + S(\alpha)C(\theta)S(\phi_j + \theta_1))C(\theta_2) - C(\alpha)S(\theta_2))C(\theta_3) + (-S(\alpha)S(\theta)C(\phi_j + \\ & \theta_1) + S(\alpha)C(\theta)S(\phi_j + \theta_1))S(\theta_2) - C(\alpha)C(\theta_2))S(\theta_3))l_3 + ((S(\alpha)S(\theta)C(\phi_j + \theta_1) + S(\alpha)C(\theta)S(\phi_j + \\ & \theta_1))C(\theta_2) - C(\alpha)S(\theta_2))l_2 - C(\alpha)l_1 + S(\alpha)S(\theta)l_j C(\phi_j) + S(\alpha)C(\theta)l_j S(\phi_j) + rC(\alpha) + h \end{aligned}$$

Quelques configurations géométriques de la patte à partir du (M.G.D)

Afin de valider notre modèle, on va attribuer aux paramètres géométriques du mécanisme et aux angles $\theta_{1,j}, \theta_{2,j}$ et $\theta_{3,j}$ de la patte "j" les valeurs numériques données par le tableau (2.2). Le schéma de la figure(2.9) nous donne la configuration de la patte en contact avec le sol

repère	α	d (cm)	θ	r	b (cm)	γ	σ
plate-forme	$\alpha = 0$	d=40	$\theta = 0$	r=0	h=35	$\beta = -\pi$	-
liaison "1"	0	$l_j = 25$	$\theta_{1,j} = 0$	0	0	$\phi_j = \pi/2$	0
liaison "2"	$-\pi/2$	0	$\theta_{2,j} = 0$	0	$-l_1 = 5$	0	0
liaison "3"	0	$l_2 = 20$	$\theta_{3,j} = \pi/2$	0	0	0	0
pt de contact "4"	0	$l_3 = 30$	$\theta_{4,j} = 0$	0	0	0	-

TAB. 2.2 – Valeurs des paramètres géométriques et variables articulaires

Dans ce cas, les coordonnées opérationnelles du pied de la patte valent: $P_{x,j} = -40 \text{ cm}$, $P_{y,j} = -45$ et $P_{z,j} = 0$.

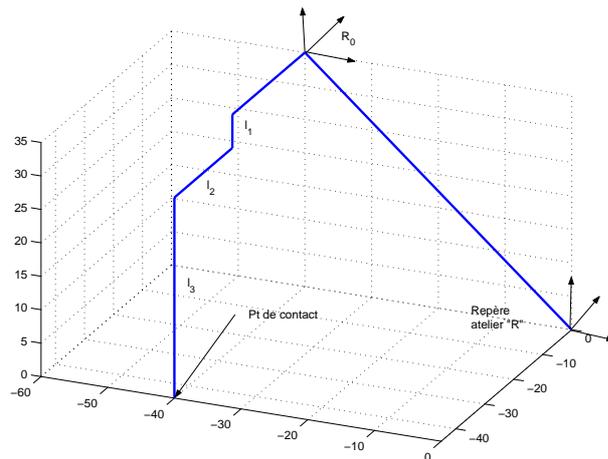


FIG. 2.9 – Configuration de la patte "1" en contact avec le sol

Si on fait varier successivement le triplet θ_1, θ_2 et θ_3 , on obtient les configurations suivantes de la patte "1" de l'hexapode, figure (2.10), (2.11) et (2.12).

Ces résultats nous donnent une idée sur les différents mouvements que la patte peut effectuer et sur le domaine atteignable par le pied de la patte lors de l'exécution des trois rotations.

2.3 Modèle géométrique inverse de l'hexapode (M.G.I)

2.3.1 Introduction

Le modèle géométrique direct d'un robot permet de calculer les coordonnées opérationnelles, donnant la situation de l'organe terminal en fonction des coordonnées articulaires. Le problème

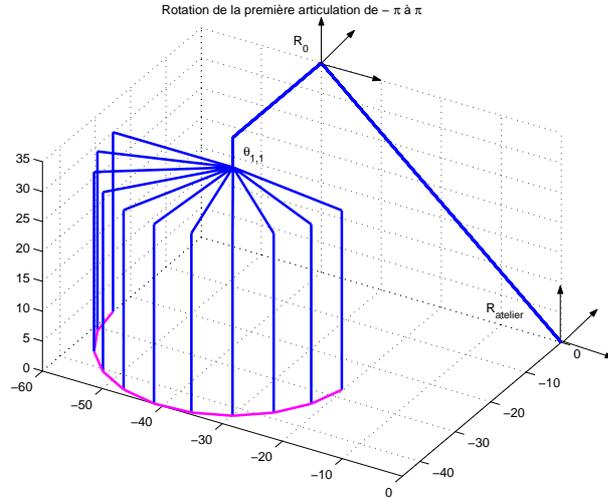


FIG. 2.10 – *Rotation de la première articulation θ_1*

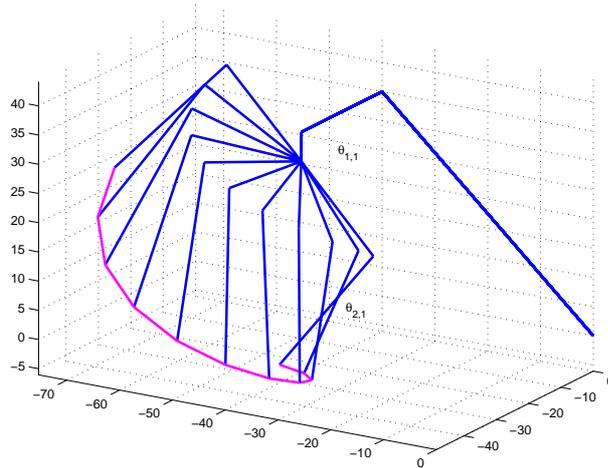
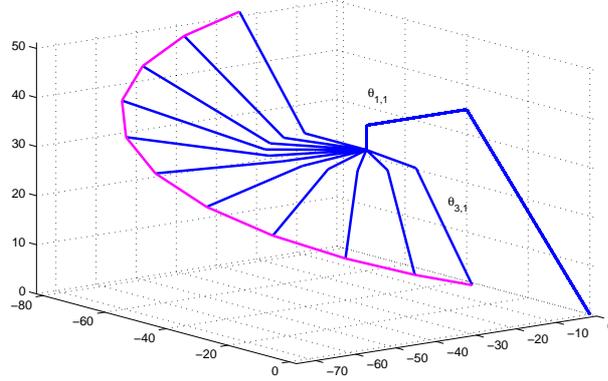


FIG. 2.11 – *Rotation de la 1ère et 2ème articulations θ_1 et θ_2*

inverse consiste à calculer les coordonnées articulaires correspondant à une situation donnée de l'organe terminal, pour notre cas la plate-forme. Lorsqu'elle existe la forme explicite qui donne toutes les solutions possibles constitue ce que l'on appelle le modèle géométrique inverse (MGI). La méthode utilisée est celle de Paul [31] qui traite séparément chaque cas particulier et convient pour la plupart des robots. Lorsqu'il n'est pas possible de trouver une forme explicite du modèle géométrique inverse, on peut calculer une solution particulière par des procédures numériques. La solution obtenue est locale en ce sens qu'elle dépend des conditions initiales.


 FIG. 2.12 – *Rotation de la 1ère et 3ème articulations θ_1 et θ_3*

2.3.2 Calcul du modèle géométrique inverse par la méthode de Paul

La méthode est valable pour chaque patte individuellement.

Soit pour une patte "j" quelconque la matrice de transformation homogène donnée par le MGD.

$${}^R \mathbf{T}_4 = {}^R \mathbf{T}_0 \mathbf{T}_1^1 \mathbf{T}_2^2 \mathbf{T}_3^3 \mathbf{T}_4$$

On cherche à résoudre le système d'équations suivant:

$$\mathbf{U}_{0,j} = {}^R \mathbf{T}_0^0 \mathbf{T}_1^1(\theta_{1,j})^1 \mathbf{T}_2^2(\theta_{2,j})^2 \mathbf{T}_3^3(\theta_{3,j})^3 \mathbf{T}_4 \quad (2.11)$$

- ${}^R \mathbf{T}_0$ est connue car elle représente la position désirée de la plate-forme.
- $\theta_{1,j}$, $\theta_{2,j}$ et $\theta_{3,j}$ sont les coordonnées articulaires de la patte "j".

Pour trouver les solutions de l'équation (2.11), [31] a proposé une méthode qui consiste à pré multiplier successivement les deux membres de l'équation (2.11) par les matrices ${}^{i-1} \mathbf{T}_i^{-1}$ pour notre cas "i" varie de 1 à 2. Ces opérations permettent d'isoler et d'identifier les variables articulaires l'une après l'autre. Donc pour le calcul de $\theta_{1,j}$, on procède ainsi:

$${}^1 \mathbf{T}_0(\theta_{1,j}) \mathbf{U}_{0,j} = {}^R \mathbf{T}_0^1 \mathbf{T}_2^2(\theta_{2,j})^2 \mathbf{T}_3^3(\theta_{3,j})^3 \mathbf{T}_4 \quad (2.12)$$

Le terme de droite est fonction de $\theta_{2,j}$ et $\theta_{3,j}$ alors que le terme de gauche n'est fonction que des éléments de $\mathbf{U}_{0,j}$ et de la variable $\theta_{1,j}$. L'identification terme à terme des deux membres de l'équation (2.12) nous ramène à un système d'une ou de deux équations.

De même, la succession des multiplications permet le calcul de $\theta_{2,j}$ et $\theta_{3,j}$

$${}^2 \mathbf{T}_1(\theta_{2,j})^1 \mathbf{T}_0(\theta_{1,j}) \mathbf{U}_{0,j} = {}^R \mathbf{T}_0^2 \mathbf{T}_3^3(\theta_{3,j})^3 \mathbf{T}_4 \quad (2.13)$$

L'équation (2.13) permet le calcul simultané de $\theta_{2,j}$ et $\theta_{3,j}$.

Résultats après identification

1.

$$\theta_{1,j} = \arctan(S1, C1), \text{ et } \theta'_{1,j} = \theta_{1,j} + \pi \quad (2.14)$$

Donc on a deux solutions possibles sur cette articulation, avec :

$$\begin{cases} S1 = S\phi X_0 - C\phi Y_0 \\ C1 = S\phi Y_0 - C\phi X_0 - l_j \\ X_0 = (e - f)P_{x,j} + (e + f)P_{y,j} + gP_{z,j} - gh - dS\theta \\ Y_0 = (-e - f)P_{x,j} + (-e + f)P_{y,j} + gP_{z,j} - gh + dS\theta \\ e = C\beta C\theta \\ f = S\beta C\alpha S\theta \\ g = S\alpha S\theta \end{cases}$$

2.

$$\theta_{2,j} = \arctan(S2, C2) \quad (2.15)$$

avec :

$$\begin{cases} S2 = \frac{XZ + \epsilon Y\sqrt{X^2 + Y^2 - Z^2}}{X^2 + Y^2} \\ C2 = \frac{XZ - \epsilon Y\sqrt{X^2 + Y^2 - Z^2}}{X^2 + Y^2} \\ \begin{cases} X = 2Z_2 X_1 \\ Y = -2Z_2 Y_1 \\ Z = W^2 - X_1^2 - Y_1^2 - Z_1^2 \end{cases} \\ \begin{cases} Z_2 = l_2 \\ W = -l_3 \\ X_1 = S\beta S\alpha P_{x,j} - C\beta S\alpha P_{y,j} + C\alpha P_{z,j} - hC\alpha - r + l_1 \\ Y_1 = C(\phi + \theta_{j,1})(X_0) + S(\phi + \theta_{j,1})(Y_0 - lC\theta_{j,1}) \end{cases} \end{cases}$$

$\epsilon = \pm 1$, on obtient 2 solutions possibles de $\theta_{2,j}$

3.

$$\theta_{3,j} = \arctan(S3, C3) \quad (2.16)$$

avec :

$$\begin{cases} S3 = \frac{X_1 C2 + Y_1 S2}{W} \\ C3 = \frac{X_1 S2 - Y_1 C2 + Z_2}{W} \end{cases}$$

La solution pour $\theta_{3,j}$ est unique.

En résumé, il existe quatre configurations possibles pour chaque patte, mais une seule répond à la bonne posture pour la marche, les autres sont soit hors espace de travail ou donnant une position qui ne permet pas le bon fonctionnement du robot.

La solution retenue pour les coordonnées articulaires sera celle-ci:

$$\begin{cases} - \text{la deuxième solution en } \theta_{1,j} : \theta_{1,j} = \arctan(S1, C1) + \pi \\ - \text{la première solution en } \theta_{2,j} : \epsilon = 1, \theta_{2,j} = \arctan(S2, C2) \\ - \text{l'unique solution en } \theta_{3,j} : \theta_{3,j} = \arctan(S1, C1) \end{cases}$$

Application numérique à une patte de l'hexapode

En réalité, le MGI doit fournir une solution quant le pied de la patte suit une courbe quelconque, nous prenons ici à titre d'exemple :

- le suivi d'un cercle dans un plan horizontal, figure (2.13) ;
- et le suivi d'un cercle dans un plan vertical, figure (2.14) .

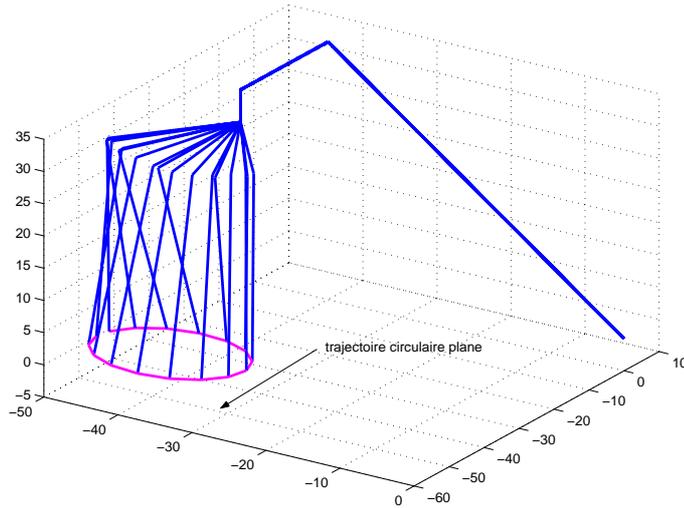


FIG. 2.13 – *Suivi d'une trajectoire circulaire horizontale*

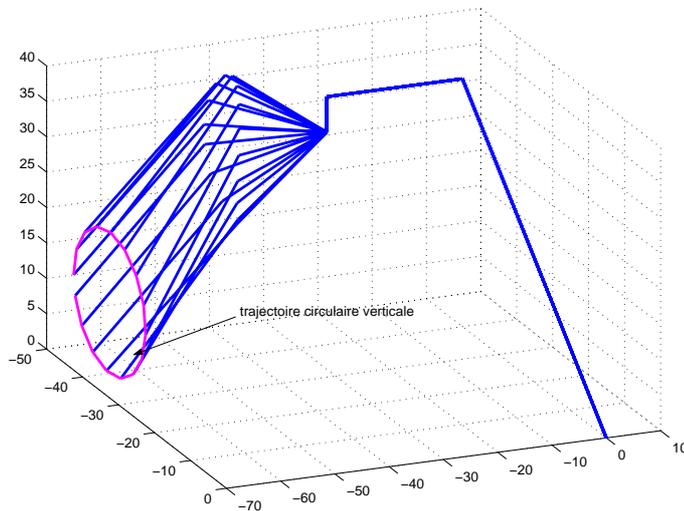


FIG. 2.14 – *Suivi d'une trajectoire circulaire verticale*

Application à l'hexapode

Pour pouvoir visualiser la dépendance existante entre les trois angles $\theta_{1,j}$, $\theta_{2,j}$ et $\theta_{3,j}$ de toutes les pattes $j=1, \dots, 6$ et leur travail collectif pendant le calcul du MGI afin de ramener la plate-

forme à la position désirée, on a fait varier les paramètres α , d , θ , figures(2.15),(2.16),(2.17) et (2.18) pour simuler quelques mouvements simples de l'hexapode.

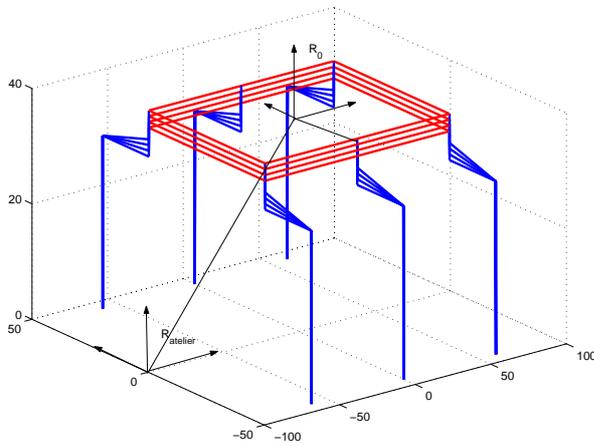


FIG. 2.15 – *Soulèvement vertical de la plate-forme*

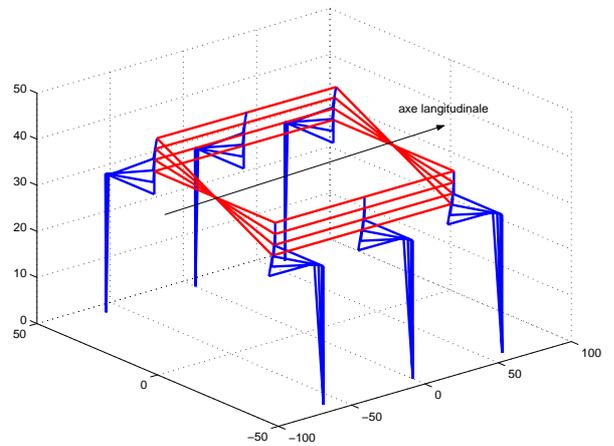


FIG. 2.16 – *Rotation de la plate-forme autour de l'axe longitudinale*

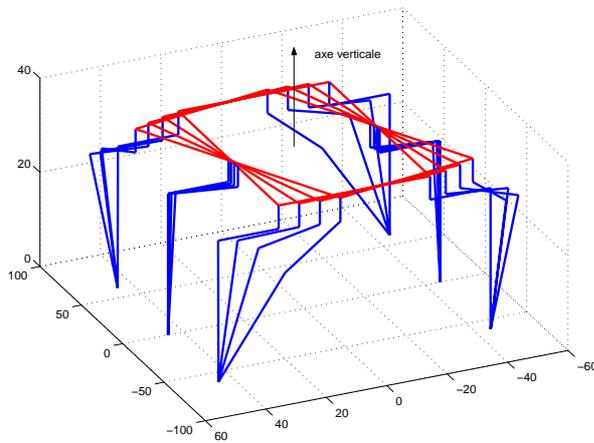


FIG. 2.17 – *Rotation de la plate-forme autour de l'axe verticale*

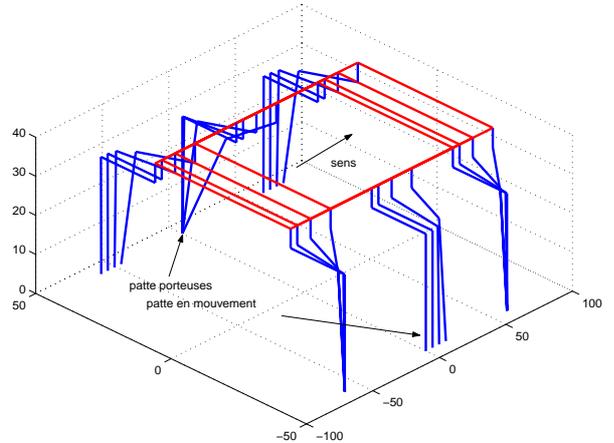


FIG. 2.18 – *Déplacement de la plate-forme suivant l'axe longitudinale*

2.4 Etude cinématique

2.4.1 Introduction

Le modèle cinématique est, littéralement, un modèle des vitesses. Il exprime les relations entre les vitesses articulaires de chaque liaison et les vitesses cartésiennes d'un corps de la chaîne cinématique, généralement l'organe terminal.

Ce modèle est donc un modèle par accroissements infinitésimaux : chaque variation élémentaire de la valeur d'une articulation implique une variation de position de l'organe terminal, et inversement. Lorsque ces variations infinitésimales sont exprimées par rapport au temps, on peut les considérer comme des vitesses.

Le modèle cinématique permet donc non seulement de compléter éventuellement le modèle géométrique en tenant compte des vitesses, mais aussi de remplacer le modèle géométrique: en agissant par accroissements successifs, on peut se déplacer d'un point donné à un autre.

2.4.2 Le modèle cinématique direct (MCD)

Le MCD d'un robot, figure (2.19) décrit les vitesses des coordonnées opérationnelles en fonction des vitesses articulaires, il est noté :

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (2.17)$$

où $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ désigne la matrice Jacobienne de dimension $m \times n$ du mécanisme qui est fonction de la variable articulaire \mathbf{q} . Cette matrice est à la base du calcul du modèle cinématique, elle facilite aussi le calcul des singularités et la dimension de l'espace opérationnel accessible du robot.

Calcul de la matrice Jacobienne de base

Si on écarte les méthodes de calcul symbolique permettant de dériver les équations du modèle géométrique direct, on peut utiliser une méthode très répandue pour le calcul cinématique, qui permet d'obtenir la matrice jacobienne par un calcul direct fondé, d'une part, sur la relation entre les vecteurs des vitesses de translation et de rotation \mathbf{V}_n et ω_n du repère \mathbf{R}_n et les vitesses articulaires $\dot{\mathbf{q}}$, qui est donnée par :

$$\underline{\mathbf{V}}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_n \\ \omega_n \end{bmatrix} = \mathbf{J}_n \dot{\mathbf{q}}, \quad (2.18)$$

et d'autre part sur l'influence que produit chaque articulation d'ordre k de la chaîne sur le repère terminal \mathbf{R}_n . L'influence de la k^{ieme} articulation de vitesse $\dot{\mathbf{q}}_k$ est qu'elle induit sur le repèrterminal \mathbf{R}_n les vitesses $\mathbf{V}_{k,n}$, $\omega_{k,n}$ figure(2.20):

– dans le cas d'une articulation prismatique $\sigma_k = 1$:

$$\begin{cases} \mathbf{V}_{k,n} = \mathbf{a}_k \dot{\mathbf{q}}_k \\ \omega_{k,n} = 0 \end{cases} \quad (2.19)$$

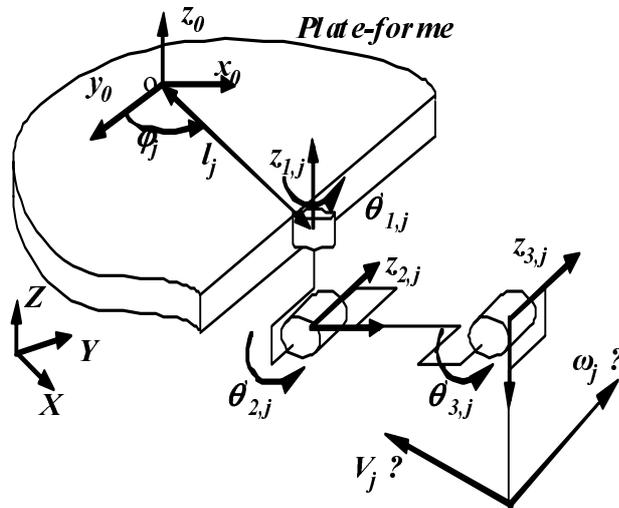


FIG. 2.19 – Définition du MCD

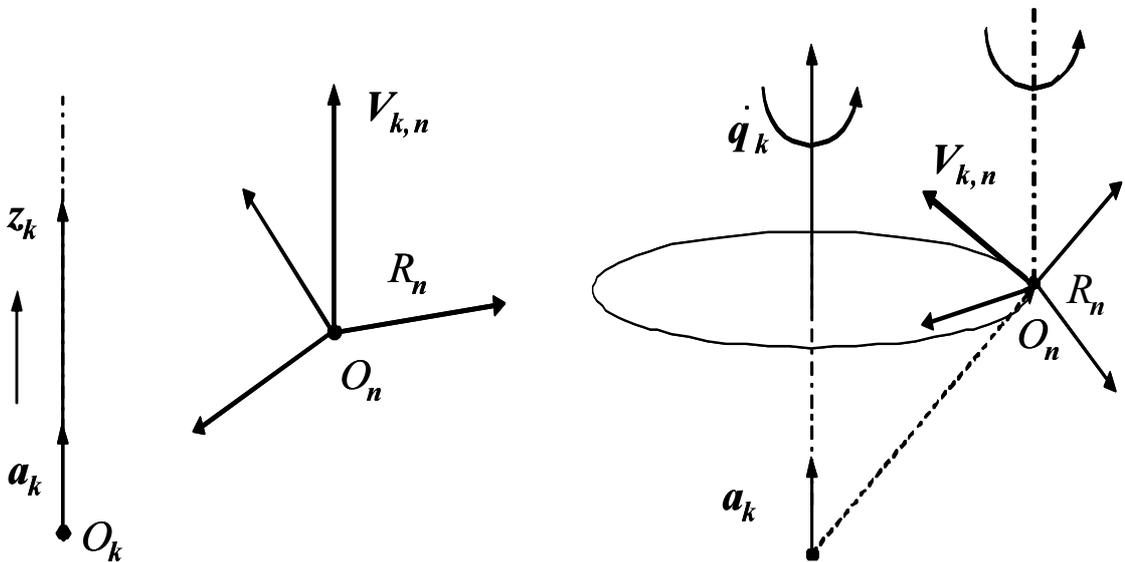


FIG. 2.20 – Influence du type de l'articulation sur le repère terminal

où:

\mathbf{a}_k : est le vecteur unitaire porté par l'axe \mathbf{a}_k de l'articulation k ;

– dans le cas d’une articulation rotoïde $\sigma_k = 0$:

$$\begin{cases} \mathbf{V}_{k,n} = \mathbf{a}_k \dot{q}_k \times \mathbf{L}_{k,n} = (\mathbf{a}_k \times \mathbf{L}_{k,n}) \dot{q}_k \\ \omega_{k,n} = \mathbf{a}_k \dot{q}_k \end{cases} \quad (2.20)$$

où :

$\mathbf{L}_{k,n}$: désigne le vecteur d’origine O_k et d’extrémité O_n

En introduisant le coefficient binaire σ_k , les vecteurs $\mathbf{V}_{k,n}$ et $\omega_{k,n}$ s’écrivent :

$$\begin{cases} \mathbf{V}_{k,n} = [\sigma_k \mathbf{a}_k + \bar{\sigma}_k (\mathbf{a}_k \times \mathbf{L}_{k,n})] \dot{q}_k \\ \omega_{k,n} = \bar{\sigma}_k \mathbf{a}_k \dot{q}_k \end{cases} \quad (2.21)$$

En appliquant le théorème de composition des vitesses, on peut sommer toutes les contributions élémentaires de chaque articulation afin d’obtenir les vecteurs finaux des vitesses de translation et de rotation \mathbf{V}_n et ω_n du repère terminal par l’expression :

$$\begin{cases} \mathbf{V}_n = \sum_{k=1}^n \mathbf{V}_{k,n} = \sum_{k=1}^n [\sigma_k \mathbf{a}_k + \bar{\sigma}_k (\mathbf{a}_k \times \mathbf{L}_{k,n})] \dot{q}_k \\ \omega_n = \sum_{k=1}^n \omega_{k,n} = \sum_{k=1}^n \bar{\sigma}_k \mathbf{a}_k \dot{q}_k \end{cases} \quad (2.22)$$

Par identification avec la relation (2.18), la matrice Jacobienne exprimée dans le repère \mathbf{R}_n , notée \mathbf{J}_n , s’écrit :

$$\mathbf{J}_n = \begin{bmatrix} \sigma_1 \mathbf{a}_1 + \bar{\sigma}_1 (\mathbf{a}_1 \times \mathbf{L}_{1,n}) & \dots & \sigma_n \mathbf{a}_n + \bar{\sigma}_n (\mathbf{a}_n \times \mathbf{L}_{n,n}) \\ \sigma_1 \mathbf{a}_1 & \dots & \sigma_n \mathbf{a}_n \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Calcul de la matrice ${}^i \mathbf{J}_n$

La matrice jacobienne peut être exprimée aussi bien dans le repère de base \mathbf{R}_0 que dans le repère de l’organe terminal \mathbf{R}_n . Elle peut aussi être projetée dans un repère \mathbf{R}_i intermédiaire. La matrice jacobienne notée ${}^i \mathbf{J}_n$ s’écrit :

$${}^i \mathbf{J}_n = \begin{bmatrix} \sigma_1 {}^i \mathbf{a}_1 + \bar{\sigma}_1 ({}^i \mathbf{a}_1 \times {}^i \mathbf{L}_{1,n}) & \dots & \sigma_n {}^i \mathbf{a}_n + \bar{\sigma}_n ({}^i \mathbf{a}_n \times {}^i \mathbf{L}_{n,n}) \\ \sigma_1 {}^i \mathbf{a}_1 & \dots & \sigma_n {}^i \mathbf{a}_n \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

En remarquant que : ${}^i \mathbf{a}_k \times {}^i \mathbf{L}_{k,n} = {}^i \mathbf{A}_k {}^k \hat{\mathbf{a}}_k {}^k \mathbf{L}_{k,n}$

avec :

– ${}^i \mathbf{A}_k$: matrice d’orientation de dimension (3×3) du repère \mathbf{R}_k dans le repère \mathbf{R}_i ,

– ${}^k \mathbf{a}_k = [0 \ 0 \ 1]^T$ et ${}^k \mathbf{L}_{k,n} = {}^k \mathbf{P}_k = [{}^k P_{nx} \ {}^k P_{ny} \ {}^k P_{nz}]$

On calcule alors la k^{ieme} colonne de la matrice Jacobienne, notée ${}^i \mathbf{J}_{n,k}$, projetée dans le repère \mathbf{R}_i par la formule :

$${}^i \mathbf{J}_{n,k} = \begin{bmatrix} \sigma_1 {}^i \mathbf{a}_k + \bar{\sigma}_1 (-{}^k P_{ny} {}^i \mathbf{s}_k + {}^k P_{nx} {}^i \mathbf{n}_k) \\ \bar{\sigma}_1 {}^i \mathbf{a}_k \end{bmatrix} \quad i = 0, \dots, n ; k = 1, \dots, n \quad (2.25)$$

où :

– ${}^i \mathbf{s}_k, {}^i \mathbf{n}_k$ et ${}^i \mathbf{a}_k$: sont respectivement les vecteurs colonne de la matrice ${}^i \mathbf{A}_k$,

- ${}^k P_{nx}$ et ${}^k P_{ny}$: sont respectivement la 1^{ere} et 2^{ieme} composantes du vecteur ${}^k \mathbf{P}_n$ qui représente la quatrième colonne de ${}^k \mathbf{T}_n$ calculée précédemment par le modèle géométrique direct.

2.4.3 Le MCD de la patte

Le calcul de la matrice jacobienne notée ${}^0 \mathbf{J}_4$ de dimensions (6×5) , projetée dans le repère \mathbf{R}_0 qui exprime le bout de la patte par rapport au centre de gravité de la plate-forme est effectué en premier lieu pour tout le mécanisme comportant les cinq articulations $\phi_j, \theta_{1,j}, \theta_{2,j}, \theta_{3,j}$, et $\theta_{4,j}$, soit :

$${}^0 \dot{\mathbf{X}}_4 = \begin{bmatrix} {}^0 V_{4,x} \\ {}^0 V_{4,y} \\ {}^0 V_{4,z} \\ {}^0 \omega_{4,x} \\ {}^0 \omega_{4,y} \\ {}^0 \omega_{4,z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^0 J_{4(1,1)} & {}^0 J_{4(1,2)} & {}^0 J_{4(1,3)} & {}^0 J_{4(1,4)} & {}^0 J_{4(1,5)} \\ {}^0 J_{4(2,1)} & {}^0 J_{4(2,2)} & {}^0 J_{4(2,3)} & {}^0 J_{4(2,4)} & {}^0 J_{4(2,5)} \\ {}^0 J_{4(3,1)} & {}^0 J_{4(3,2)} & {}^0 J_{4(3,3)} & {}^0 J_{4(3,4)} & {}^0 J_{4(3,5)} \\ {}^0 J_{4(4,1)} & {}^0 J_{4(4,2)} & {}^0 J_{4(4,3)} & {}^0 J_{4(4,4)} & {}^0 J_{4(4,5)} \\ {}^0 J_{4(5,1)} & {}^0 J_{4(5,2)} & {}^0 J_{4(5,3)} & {}^0 J_{4(5,4)} & {}^0 J_{4(5,5)} \\ {}^0 J_{4(6,1)} & {}^0 J_{4(6,2)} & {}^0 J_{4(6,3)} & {}^0 J_{4(6,4)} & {}^0 J_{4(6,5)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_j \\ \dot{\theta}_{1,j} \\ \dot{\theta}_{2,j} \\ \dot{\theta}_{3,j} \\ \dot{\theta}_{4,j} \end{bmatrix}. \quad (2.26)$$

Comme les articulations ϕ_j et $\theta_{4,j}$ sont passives alors :

$${}^0 \dot{\mathbf{X}}_4 = \begin{bmatrix} {}^0 V_{4,x} \\ {}^0 V_{4,y} \\ {}^0 V_{4,z} \\ {}^0 \omega_{4,x} \\ {}^0 \omega_{4,y} \\ {}^0 \omega_{4,z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^0 J_{4(1,2)} & {}^0 J_{4(1,3)} & {}^0 J_{4(1,4)} \\ {}^0 J_{4(2,2)} & {}^0 J_{4(2,3)} & {}^0 J_{4(2,4)} \\ {}^0 J_{4(3,2)} & {}^0 J_{4(3,3)} & {}^0 J_{4(3,4)} \\ {}^0 J_{4(4,2)} & {}^0 J_{4(4,3)} & {}^0 J_{4(4,4)} \\ {}^0 J_{4(5,2)} & {}^0 J_{4(5,3)} & {}^0 J_{4(5,4)} \\ {}^0 J_{4(6,2)} & {}^0 J_{4(6,3)} & {}^0 J_{4(6,4)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{1,j} \\ \dot{\theta}_{2,j} \\ \dot{\theta}_{3,j} \end{bmatrix}. \quad (2.27)$$

En séparant cette Jacobienne en deux sous matrices notées ${}^0 \mathbf{J}\mathbf{V}_4$ et ${}^0 \mathbf{J}\mathbf{W}_4$ telles que :
 - la sous matrice ${}^0 \mathbf{J}\mathbf{V}_4$ de haut, est une matrice carrée de dimensions (3×3) , nous permet de calculer le vecteur vitesse de translation ${}^0 \mathbf{V}_4$ du pied de la patte dans le repère \mathbf{R}_0 :

$${}^0 \dot{\mathbf{X}}_4 = \begin{bmatrix} {}^0 V_{4,x} \\ {}^0 V_{4,y} \\ {}^0 V_{4,z} \end{bmatrix} = [{}^0 \mathbf{J}\mathbf{V}_4] \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{1,j} \\ \dot{\theta}_{2,j} \\ \dot{\theta}_{3,j} \end{bmatrix}. \quad (2.28)$$

Le calcul de la Jacobienne sous Maple selon la formule(2.28) nous donne pour les six pattes de (j=1,...,6):

$${}^0 \mathbf{J}\mathbf{V}_4 = \begin{bmatrix} 0 & -l_3 S(\theta_{2,j} + \theta_{3,j}) - l_2 S(\theta_{2,j}) & l_3 S(\theta_{2,j} + \theta_{3,j}) \\ -l_3 C(\theta_{2,j} + \theta_{3,j}) + l_2 C(\theta_{2,j}) & 0 & 0 \\ 0 & -l_3 C(\theta_{2,j} + \theta_{3,j}) - l_2 C(\theta_{2,j}) & l_3 C(\theta_{2,j} + \theta_{3,j}) \end{bmatrix}. \quad (2.29)$$

Donc, la vitesse linéaire du pied de la patte "j" est donnée par :

$${}^0\dot{\mathbf{X}}_4 = \begin{bmatrix} 0 & -l_3 S(\theta_{2,j} + \theta_{3,j}) - l_2 S(\theta_{2,j}) & l_3 S(\theta_{2,j} + \theta_{3,j}) \\ -l_3 C(\theta_{2,j} + \theta_{3,j}) + l_2 C(\theta_{2,j}) & 0 & 0 \\ 0 & -l_3 C(\theta_{2,j} + \theta_{3,j}) - l_2 C(\theta_{2,j}) & l_3 C(\theta_{2,j} + \theta_{3,j}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{1,j} \\ \dot{\theta}_{2,j} \\ \dot{\theta}_{3,j} \end{bmatrix}. \quad (2.30)$$

- La sous matrice ${}^0\mathbf{J}\mathbf{W}_4$ de bas, est une matrice carrée de dimensions (3×3) , nous permet de calculer le vecteur vitesse de rotation ${}^0\omega_4$ du pied de la patte dans le repère \mathbf{R}_0 :

$${}^0\omega_4 = \begin{bmatrix} {}^0\omega_{4,x} \\ {}^0\omega_{4,y} \\ {}^0\omega_{4,z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -S23 & 0 & 0 \\ -C23 & 0 & 0 \\ 0 & l & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{1,j} \\ \dot{\theta}_{2,j} \\ \dot{\theta}_{3,j} \end{bmatrix}. \quad (2.31)$$

Comme les efforts d'interactions entre le pied de la patte et le sol sont uniquement des forces de contact, la matrice \mathbf{J} se réduit à ${}^0\mathbf{J}\mathbf{V}_4$ et devient carrée d'ordre 3.

2.5 Calcul du modèle cinématique inverse (MCI)

Le MCI d'un robot permet de calculer à partir d'une configuration \mathbf{q} donnée les vitesses articulaires $\dot{\mathbf{q}}$ qui assurent au repère terminal une vitesse opérationnelle $\dot{\mathbf{X}}$ imposée, il est calculé par :

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})^{-1} \dot{\mathbf{X}} \quad (2.32)$$

Le calcul du modèle cinématique inverse revient à l'inversion de la matrice jacobienne du robot. Dans le cas régulier où la matrice Jacobienne est carré d'ordre n et son déterminant est non nul, son inversion est simple.

Dans notre cas \mathbf{J} est carrée d'ordre 3, son inverse \mathbf{J}^{-1} est donnée par:

$${}^0\mathbf{J}\mathbf{V}_4^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{l_3 C(\theta_{2,j} + \theta_{3,j}) + l_2 C\theta_{2,j}} & 0 \\ \frac{C(\theta_{2,j} + \theta_{3,j})}{l_2 S\theta_{3,j}} & 0 & -\frac{C(\theta_{2,j} + \theta_{3,j})}{l_2 S\theta_{3,j}} \\ -\frac{l_3 C(\theta_{2,j} + \theta_{3,j}) + C\theta_{2,j} l_2}{l_2 l_3 S\theta_{3,j}} & 0 & \frac{l_3 S(\theta_{2,j} + \theta_{3,j}) + \theta_{2,j} l_2}{l_2 l_3 S\theta_{3,j}} \end{bmatrix}. \quad (2.33)$$

2.5.1 Analyse des singularités de la patte

Les configurations singulières peuvent être déterminées par une analyse du rang de la matrice \mathbf{J}^{-1} . En général, pour une chaîne cinématique complexe, deux types de singularités [1][32] peuvent être distingués:

1. *Singularité du premier type*

Cette singularité se produit lorsque :

$$\det(\mathbf{J}) = 0 \quad \implies \quad \det(\mathbf{J}^{-1}) \longrightarrow \infty \quad (2.34)$$

Elle correspond à une limite du domaine atteignable. Si le noyau de \mathbf{J} est non vide, l'équation (2.34) implique qu'il existe un ensemble de $\dot{\mathbf{q}}_i$ non tous nuls pour lequel $\dot{\mathbf{X}}$ est nul.

2. Singularité du second type

Ce type de singularité se produit quand nous avons :

$$\det(\mathbf{J}^{-1}) = 0 \quad \implies \quad \det(\mathbf{J}) \longrightarrow \infty \quad (2.35)$$

Ceci correspond à un mouvement incommandable de la plate-forme lorsque toutes les liaisons actives sont bloquées ($\dot{\mathbf{q}}_i = 0$).

Application à la patte

1. Les Positions singulières du premier type apparaissent quand :

$$\det({}^0\mathbf{J}\mathbf{V}_4) = -(l_3 (C\theta_{2,j} + C\theta_{3,j}) + l_2 C\theta_{2,j})(l_2 l_3 S\theta_{3,j}) = 0 \quad (2.36)$$

Ceci nous donne les deux équations suivantes:

$$l_2 l_3 S\theta_{3,j} = 0 \quad ; \quad l_3 (C\theta_{2,j} + C\theta_{3,j}) + l_2 C\theta_{2,j} = 0$$

$\implies \theta_{3,j} = \pm\pi$; segment l_3 replié sur le segment l_2 , figure (2.21) ;

$\implies \theta_{3,j} = 0$; segment l_3 tendu, figure (2.22) ;

$\implies \theta_{2,j} = -0.125$; $\theta_{3,j} = 2.418$, figure (2.23) .

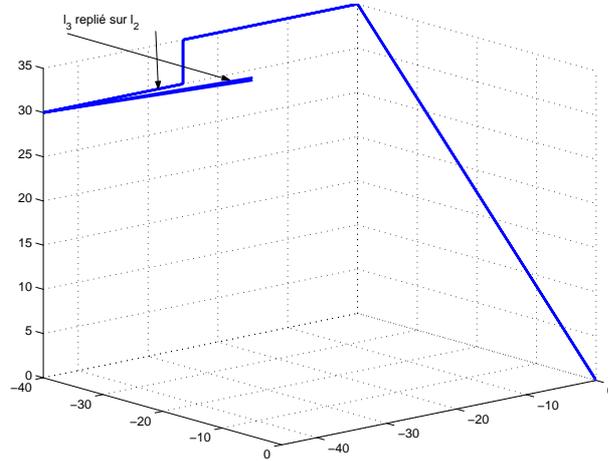


FIG. 2.21 – Première position singulière

2. Les positions Singulières du second type apparaissent quand :

$$\det({}^0\mathbf{J}\mathbf{V}_4^{-1}) = 0 \quad (2.37)$$

$$\det({}^0\mathbf{J}\mathbf{V}_4^{-1}) = -\frac{1}{(-l_3 C(\theta_{2,j} + \theta_{3,j}) - C(\theta_{2,j})l_2) l_2 l_3 S(\theta_{3,j})} \quad (2.38)$$

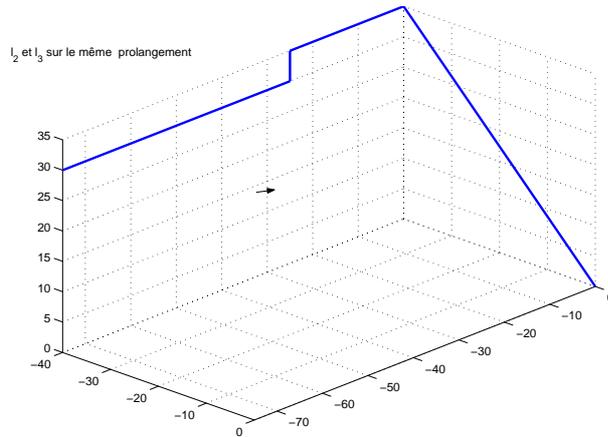


FIG. 2.22 – *Deuxième position singulière*

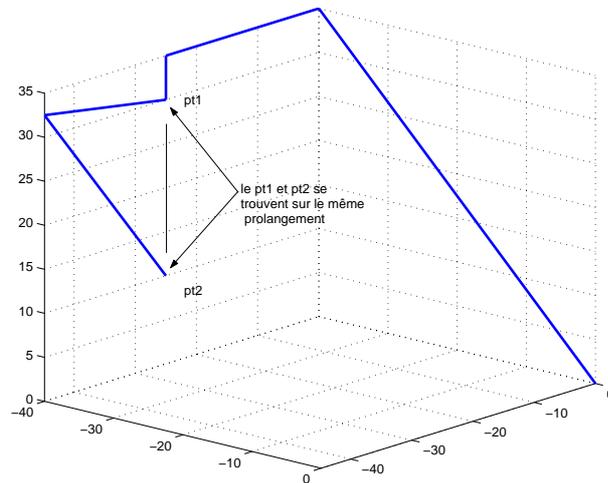


FIG. 2.23 – *Troisième position singulière*

2.6 Espace de travail de la plate-forme de l'hexapode

2.6.1 Introduction

Nous nous proposons de déterminer l'espace de travail primaire \mathbf{W}^p de la plate-forme. \mathbf{W}^p est défini par analogie avec un manipulateur, comme le lieu des positions atteignables par un point de la plate-forme en faisant abstraction de son orientation. La détermination de \mathbf{W}^p est effectuée en calculant le lieu des positions extrêmes (minimales et maximales) en considérant la plate-forme comme organe terminal d'un manipulateur formé de la seule patte (j). Les espaces \mathbf{W}_i^p peuvent être calculés en déterminant le lieu des positions extrêmes à l'aide d'un théorème énoncé par B. Roth et al. [33].

Théorème : La distance entre un point P de la plate-forme et le point de contact patte-sol est extrême si et seulement si l'axe $\hat{\Delta}$ mesurant cette distance, coupe tous les axes principaux des liaisons rotoïdes.

2.6.2 Domaine atteignable d'une patte

L'espace de travail de la patte est l'ensemble des positions et/ou orientations accessibles par l'organe terminal (le pied) de la patte. La dimension de cet espace correspond au rang maximum que peut prendre la matrice Jacobienne dans toutes les configurations possibles. Pour la patte on a rang de ${}^2\mathbf{J}_5 = 3$, donc c'est un mécanisme non redondant puisqu'il possède trois degrés de liberté. La géométrie de cet espace dépend de la morphologie de la patte, ses frontières sont entièrement définies par les singularités et les butées articulaires.

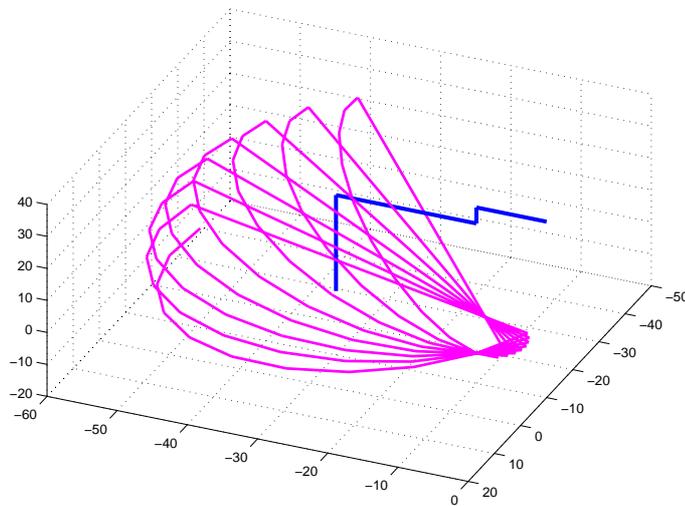


FIG. 2.24 – *Espace de travail de la patte avec butées articulaires*

2.7 Réalisation d'une patte d'un robot marcheur supportée par un banc d'essais

2.7.1 Introduction

Cette réalisation, entre dans le cadre de notre projet de recherche agréé par le ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique. En se basant sur la chaîne cinématique choisie pour la patte du robot hexapode, on propose une solution pour sa conception mécanique et sa réalisation. La solution doit prendre en considération le dimensionnement des différentes pièces selon l'encombrement des moteurs choisis, leur disponibilité, ainsi que les machines outils, la matière première et l'outillage existants.

2.7.2 Choix des moteurs électriques

La recherche sur le marché des moteurs électriques à courant continu de faible dimensions, de faible vitesse de sortie et qui peuvent entraîner une telle structure nous a conduit au choix

de trois moteurs électriques identiques à courant continu, la figure (2.25) nous montre le moteur utilisé :

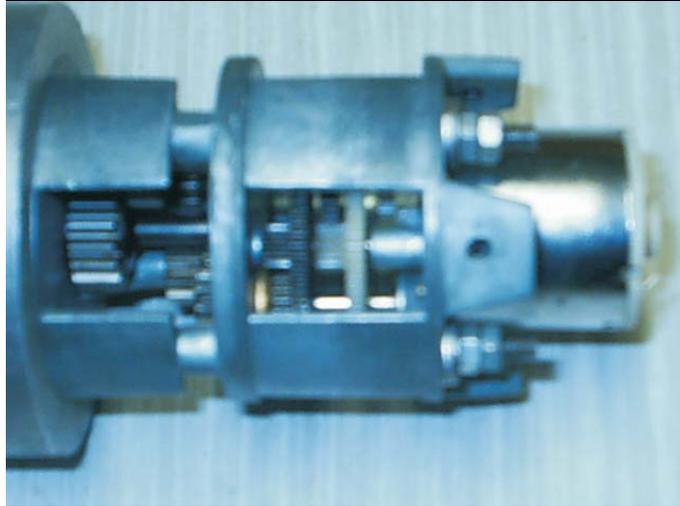


FIG. 2.25 – *Moteur électrique choisi*

2.7.3 La conception proposée

La conception que nous proposons est divisée en deux sous ensembles :

Le premier concerne la conception de la patte proprement dite, cette solution est basée sur les critères suivants :

- équilibrage statique de la conception de la patte.
- rigidité de l'accouplement entre chaque axe et le moteur électrique qui l'entraîne.
- le bon guidage en rotation de chaque axe.
- la minimisation du poids total de la patte (alliage d'aluminium). les trois segments composant la patte sont des tiges.
- le contact patte sol doit être de type rotule.

La figure (2.26) nous montre le dessin d'ensemble en coupe de la patte réalisé en solid-works:

Le second sous ensemble concerne le banc d'essais de la patte qui doit la supporter et lui permet d'effectuer son mouvement de marche. le dimensionnement du banc d'essais dépendra directement de celui de la patte pour qu'elle puisse être montée. La figure (2.27) nous montre un dessin d'ensemble du banc d'essai proposé.

2.7.4 La réalisation

A partir des dessins de définition, on a établi le dessin d'ensemble de la patte. A partir de cette idée de conception on a réalisé la structure mécanique de la patte et de son banc d'essais. La figure (2.28) montre la réalisation finale du système. Ce mécanisme pourra être un début, ouvrant des perspectives sur l'implémentation électronique de la commande. Néanmoins

la disponibilité de moteurs spécifiques pour ce genre d'applications pourra nous conduire à une solution de conception meilleure et facilitera mieux la réalisation des cartes de commande.

2.8 Conclusion

On a exposé dans ce chapitre les méthodes de calcul du modèle géométrique direct des robots à structure ouverte simple et arborescente.

Ces méthodes reposant sur l'utilisation des matrices de transformation homogène, leur application exige le respect des règles et conventions de repérage. Ensuite on a calculé le modèle géométrique direct d'une patte "j" à l'aide de la méthode de Khalil-Kleinfinger.

Partant de la connaissance du modèle géométrique direct de la patte, on a abordé la question inverse, c'est à dire, de trouver les valeurs de chaque variable articulaire pour que le pied de la patte atteigne un point désiré dans l'espace opérationnel. La réponse à cette question constitue ce qu'on appelle, le modèle géométrique inverse. On a utilisé la méthode de Paul pour le calcul du MGI; cette méthode intuitive, en ce sens qu'elle laisse à l'utilisateur le choix des équations à résoudre, est applicable à un grand nombre de chaînes cinématiques possédant surtout des paramètres géométriques particuliers: distance nulles ou angles dont les sinus et cosinus sont égaux à 0, 1, -1, En plus, cette méthode analytique donne toutes les solutions possibles du modèle géométrique inverse.

Lors de la résolution du MGD on n'a retenu que la solution qui convient à la marche de la patte liée à la plate forme en éliminant celles qui se situent hors de l'espace de travail et celle qui correspondent à une mauvaise posture de la patte. La vérification de la justesse de la solution retenue est prouvée, d'une part par le fait que le modèle géométrique inverse de la patte a suivi dans le sens inverse le même chemin parcouru par son modèle géométrique direct, et d'autre part, par la convergence de plusieurs configurations au même point désiré.

Ce chapitre se termine par l'établissement du modèle cinématique direct d'un robot en calculant sa matrice jacobienne de base ou celle projetée dans un repère intermédiaire quelconque. La détermination de l'inverse de la jacobienne permet le calcul du modèle cinématique inverse. L'analyse de la matrice Jacobienne de la patte, nous a permis de déterminer ses positions singulières et son espace de travail.

Ce travail servira de base pour la mise en place d'un générateur de trajectoire, capable de faire le suivi d'une trajectoire de marche spacial à l'hexapode, cela sera le but du prochain chapitre.

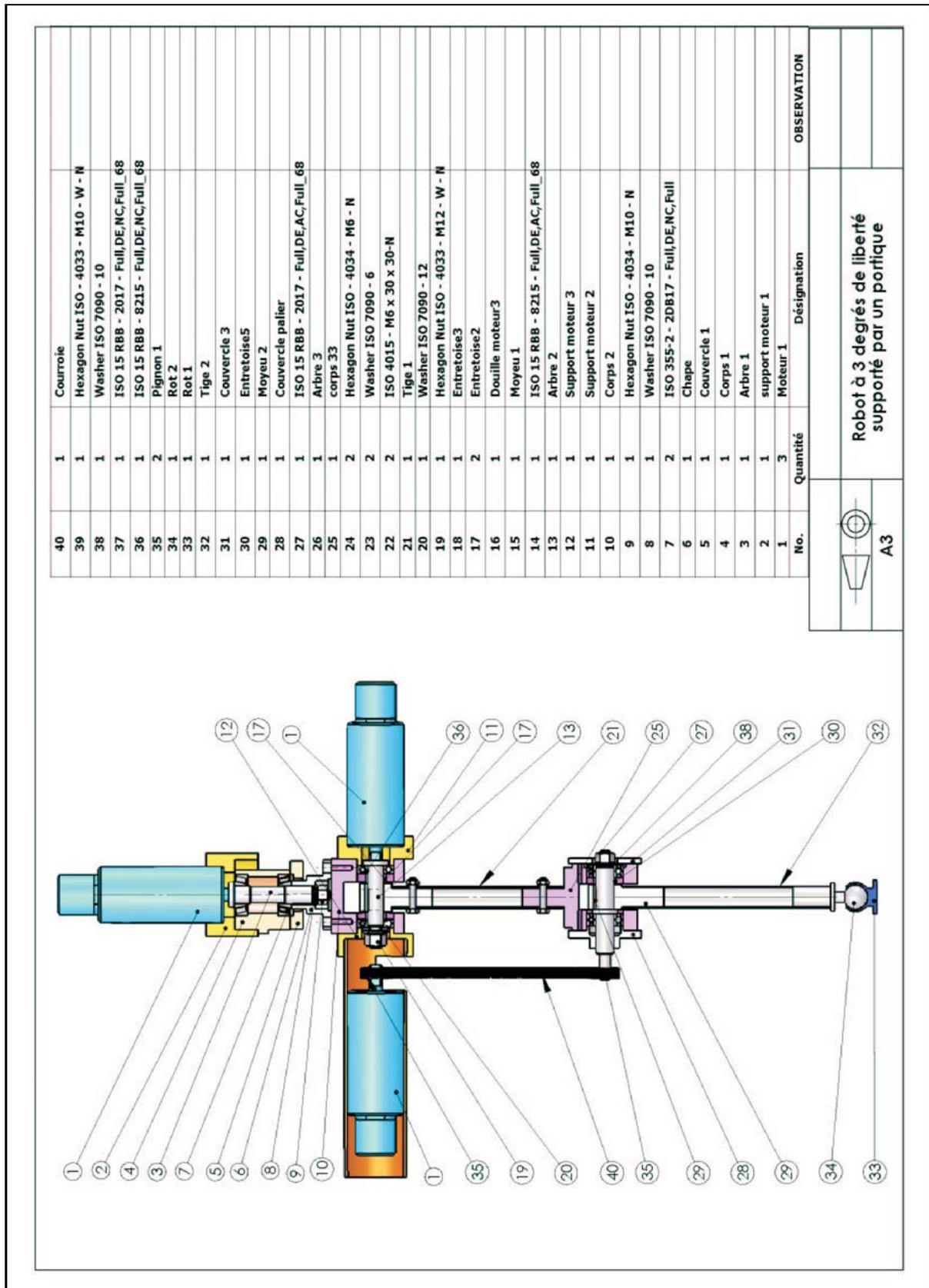


FIG. 2.26 – Dessin d'ensemble de la patte réalisée en solid-works

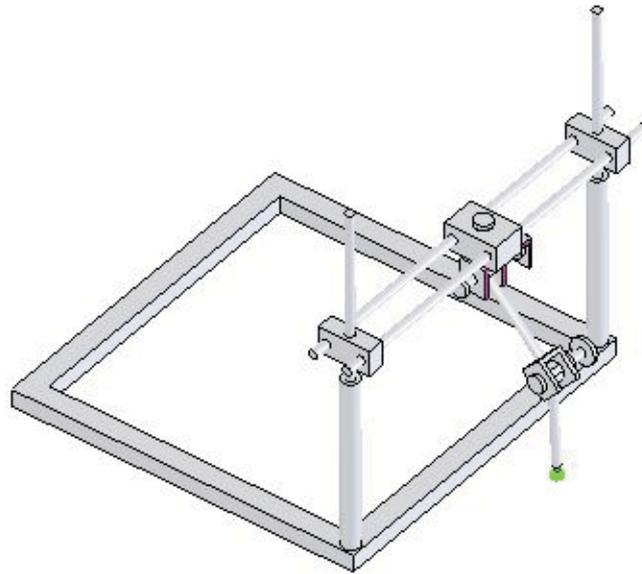


FIG. 2.27 – *Dessin d'ensemble du banc d'essais*

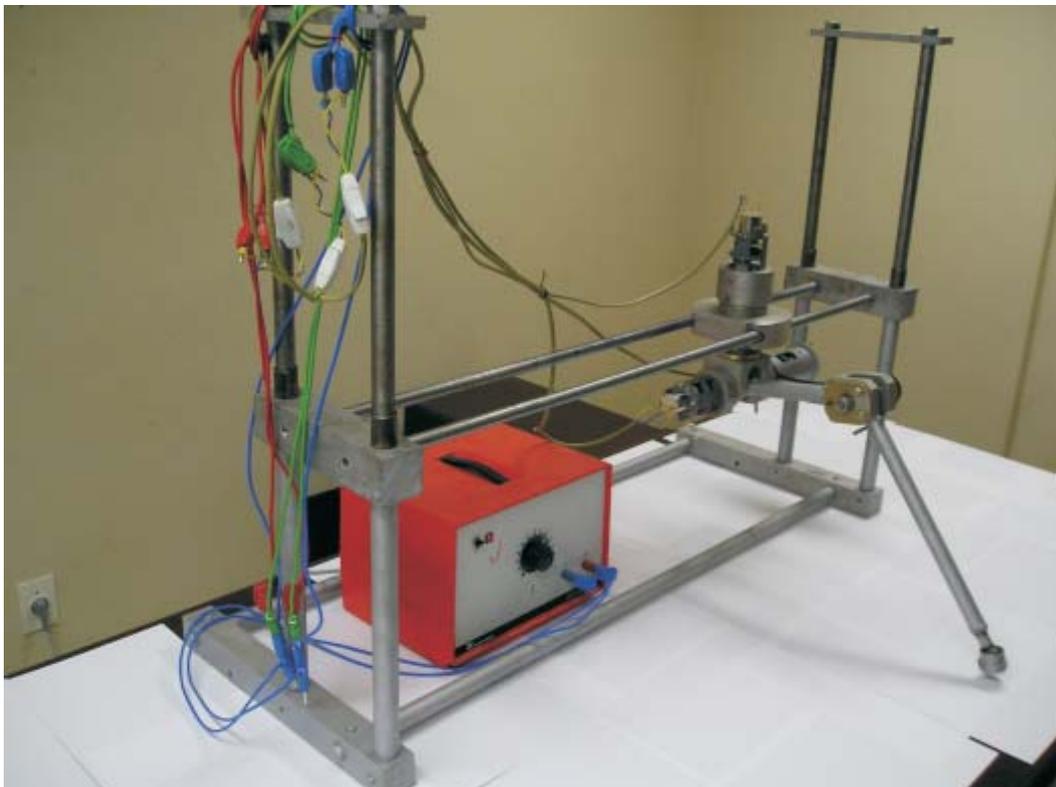


FIG. 2.28 – *Vue du robot réalisé*

Chapitre 3

Génération de trajectoire

3.1 Introduction

Lorsque l'on désire faire marcher un robot à pattes, il faut fournir des ordres de haut niveau pour lui indiquer dans quelle direction et à quelle vitesse il doit se déplacer. On parle alors de consignes orientées tâche. Ces instructions de haut niveau proviennent d'un système de supervision, qui peut être représenté par un module embarqué sur la machine ou par un opérateur qui dirige le robot à distance. Selon le cas, le robot peut donc être autonome ou téléopéré. Une fois que la machine a pris connaissance des ordres qui lui ont été assignés, elle doit générer des consignes d'allure de marche. A cet effet, elle dispose d'un module de locomotion, chargé de sélectionner l'allure à emprunter, de régler les paramètres correspondants et de calculer les consignes à envoyer aux moteurs des pattes.

La génération d'allures de marche peut se faire en boucle ouverte ou en boucle fermée. Cela dépend des capacités sensorielles du robot. Dans une locomotion en boucle ouverte, il est nécessaire de connaître au moins l'état des actionneurs (généralement position et vitesse). Ce sont les capteurs proprioceptifs associés qui donnent ce type d'information. Par contre, au cours d'une locomotion en boucle fermée, la commande peut tenir compte de certaines informations traduisant les interactions du robot avec son environnement.

La stratégie de locomotion définit la nature de l'allure de marche et sa mise en oeuvre. Une allure de marche se caractérise par la succession dans le temps des événements de poser et de lever des pattes. La synchronisation de ces événements diffère suivant l'allure. Pour définir le mode de synchronisation, on définit des déphasages temporels entre les instants de poser des différentes pattes. De plus, il faut déterminer pour chaque patte le ratio de la durée passée au sol sur la durée consacrée à la phase aérienne de remplacement. La définition d'une allure de marche passe donc par le contrôle de ces paramètres. Or, lors de la mise en oeuvre de l'allure, d'autres paramètres sont à prendre en considération. Ceux-ci dépendent de la structure du robot. Ils concernent la répartition spatiale des trajectoires des extrémités des pattes l'une par rapport à l'autre et par rapport au centre de gravité de la plate-forme. La position du centre de gravité par rapport aux trajectoires des pattes joue un rôle déterminant quant à la stabilité de la locomotion.

La définition d'un mouvement de marche de référence est importante pour la conception d'un robot marcheur et pour l'étude des lois de commande, ces lois sont souvent écrites pour le suivi des trajectoires imposées.

Pour une patte d'un robot marcheur la génération d'un mouvement de marche consiste à calculer les consignes de référence en position, vitesse et accélération qui sont fonction du temps et qui assurent le passage du pied de la patte par une trajectoire imposée, définie selon le mode de la marche du robot.

Comme le robot évolue dans l'espace opérationnel, la génération de mouvement de la patte sera décrite dans cet espace, ceci implique l'utilisation du MGI pour transformer chaque point de cette trajectoire en coordonnées articulaires correspondantes.

Le principe de la génération du mouvement dans l'espace opérationnel est schématisée sur la figure (3.1) (les exposants i, f, d désignent respectivement les positions initiale, finale et désirée)

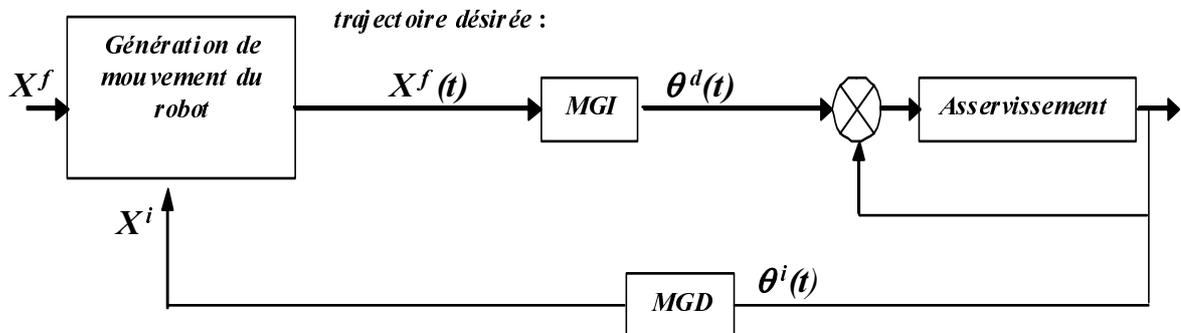


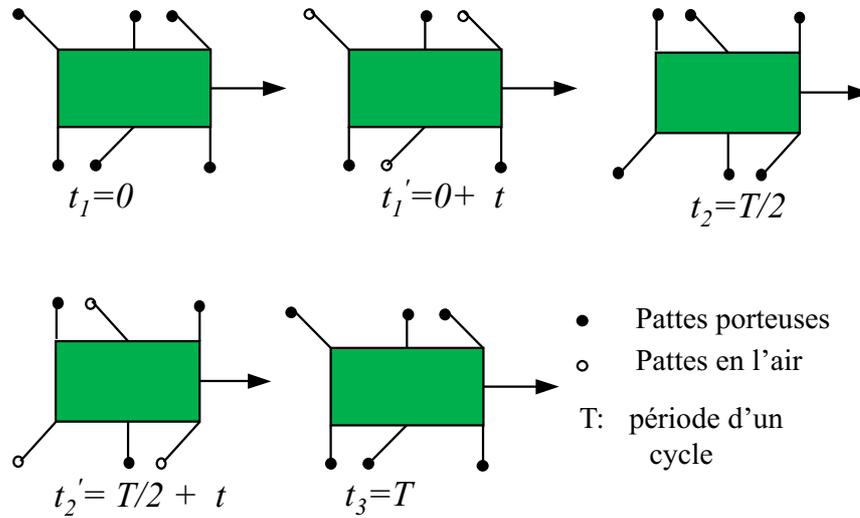
FIG. 3.1 – Génération de mouvement dans l'espace opérationnel

3.2 La marche des hexapodes

Le type de marche observé chez certains insectes est le tripode alterné où l'on constate qu'à chaque instant, les pattes alternent en phase de transfert et de support trois par trois [27] [34]. L'hexapode marche en utilisant trois pattes à la fois, donc un cycle complet se compose de deux phases, figure(3.2):

Dans la première phase, le robot est supporté par les pattes (1,2,3) et la plate-forme se déplace d'une distance λ_0 ; les pattes (4,5,6) se déplacent en l'air selon une trajectoire cycloïdale entre les instants t_1 et t_2 .

Lors de la deuxième phase, le cycle de la phase "1" se répète sauf que ce sont les pattes (4,5,6) qui sont porteuses et les pattes (1,2,3) en l'air. La phase "2" s'effectue entre les instants t_2 et t_3 , figure (3.2).


 FIG. 3.2 – *Composition du mouvement de l'hexapode pendant un cycle*

3.2.1 Etude du mouvement de la patte

Lors de la marche, le mouvement d'un pas de la patte se fait en deux phases :

- Phase de support, où la patte est en contact avec la sol; elle doit supporter et propulser le corps du robot vers l'avant ;
- Phase de transfert, où la patte est levée et se déplace en l'air pour passer d'un pas au suivant.

Trajectoire des pattes levées

Le mouvement d'une patte levée influe de manière instable sur celui de la plate-forme. Le choix d'une trajectoire de patte en l'air doit prendre en compte les caractéristiques souhaitées pour les instants des levers et des posers c'est à dire souplesse des mouvements et minimisation des collisions avec le sol, accomplissement des parcours dans le temps imposé par l'allure exécutée, adaptation aux variations du relief du terrain.

Une trajectoire qui respecte bien ces conditions est celle d'une cycloïde [15]. Une cycloïde correspond à la trajectoire dans un plan d'un point d'une circonférence qui roule sur une droite de ce plan comme le montre la figure(3.3). Une cycloïde ainsi définie représente la trajectoire du pied levé dans le repère absolu. Les équations des coordonnées x et z de cette cycloïde en fonction de l'angle de roulement δ sont:

$$\begin{cases} x = a_{cy}(\delta - \sin(\delta)) \\ z = a(1 - \cos(\delta)) \end{cases} \quad (3.1)$$

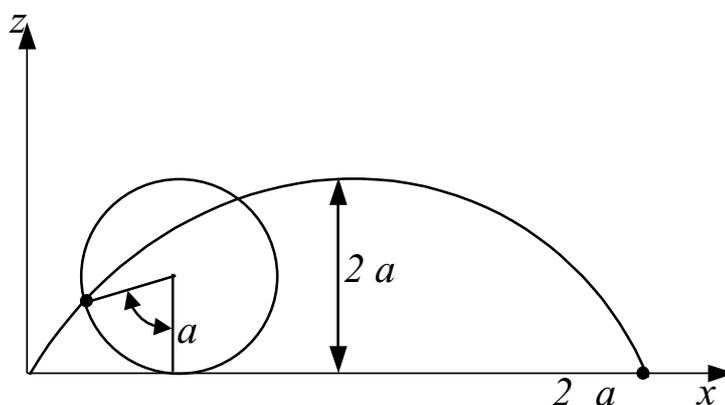


FIG. 3.3 – Trajectoire de la patte sous forme d'une cycloïde

3.3 Procédure de génération de mouvement de l'hexapode

Pour appliquer les transformations de mouvements relatifs entre le centre de gravité du corps du robot et les pieds des pattes, on définit les paramètres suivants, tableau (3.1), figure (3.4)

Paramètres	Désignation
l_1, l_2, l_3, a, b	paramètres géométriques de la patte et la plate-forme
R_0	repère lié au CG, sa situation est calculée par rapport au repère de base \mathbf{R} en utilisant la transformation homogène ${}^R T_0$
λ_0	valeur du déplacement du CG pendant un échantillon de marche
$\mathbf{P} = [P_1 P_2, P_3]^T$	vecteur des coordonnées du pied de la patte par rapport au repère \mathbf{R}
$\mathbf{PP} = [PP_1 PP_2, PP_3]^T$	vecteur des coordonnées du pied de la patte par rapport au repère R_0
PP_0	point de début de la cycloïde, référencié par rapport au repère \mathbf{R}
PP_n	point final de la cycloïde, référencié par rapport au repère \mathbf{R}
λ_{00}	l'enjambée de la cycloïde mesurée dans le plan même de la cycloïde
n	période d'un cycle de marche
s	index simple qui partitionne l'intervalle n

TAB. 3.1 – Définition des paramètres de la génération de mouvement

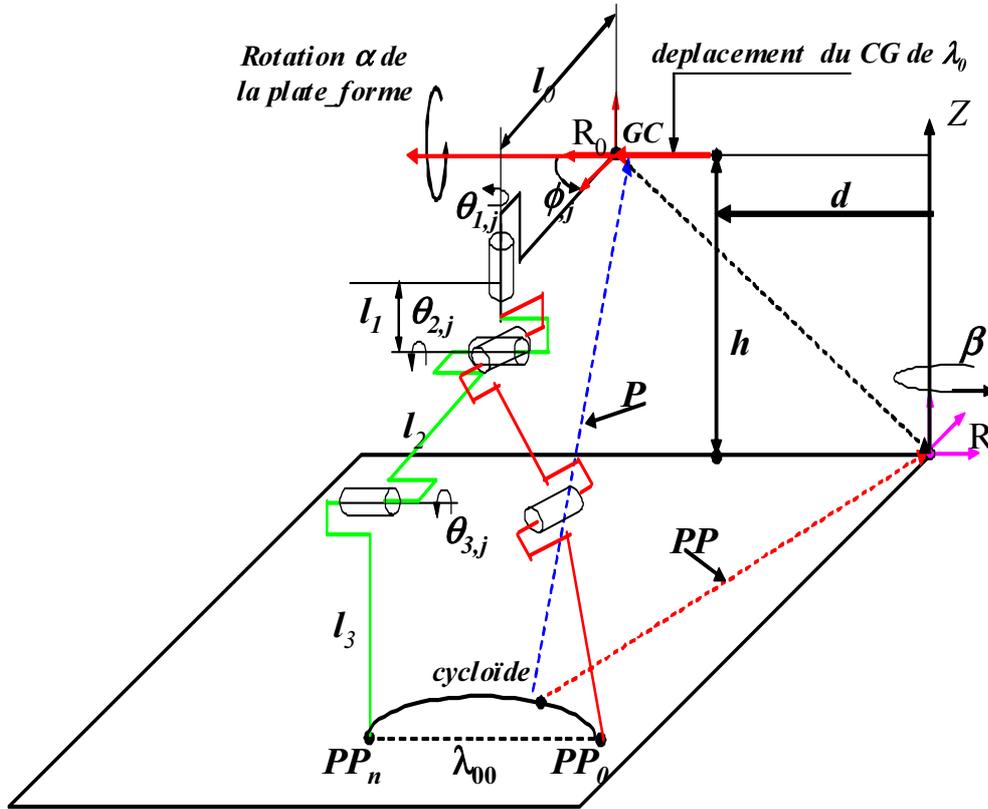


FIG. 3.4 – Schéma de la génération de marche d'une patte

3.3.1 Approche de génération du mouvement de la plate-forme

Pour générer un pas de marche de l'hexapode, on doit assurer la coordination entre le mouvement des pieds des pattes et celui du centre de gravité du corps du robot. On procède comme suit :

Définition des paramètres géométriques

Définir les paramètres géométriques de la patte et de la plate-forme :

l_1 , l_2 et l_3 longueurs des éléments d'une patte.

a , b respectivement demi-largeur et demi-longueur de la plate- forme.

Initialisation de la position des pattes

Initialiser une position des pattes par rapport au centre de gravité de la plate-forme;

$$\begin{cases} \mathbf{PO}_1 = [0, l_2 + a, -h, 1]^T \\ \mathbf{PO}_2 = [-b, -l_2 - a, -h, 1]^T \\ \mathbf{PO}_3 = [b, -l_2 - a, -h, 1]^T \\ \mathbf{PO}_4 = [0, -l_2 - a, -h, 1]^T \\ \mathbf{PO}_5 = [b, l_2 + a, -h, 1]^T \\ \mathbf{PO}_6 = [-b, l_2 + a, -h, 1]^T \end{cases} \quad (3.2)$$

Equation de mouvement du centre de gravité de la plate-forme

On détermine l'équation du mouvement du centre de gravité du robot (origine de \mathbf{R}_0) dans le repère \mathbf{R} par les paramètres suivants: " $X, Y, Z, \beta, h, \theta_0, d$ et α ", c'est en fait la transformation homogène ${}^R\mathbf{T}_0$ qui permet de situer \mathbf{R}_0 par rapport à \mathbf{R} ;

$$\begin{cases} X = f(t), \text{ ou } f(t) : \text{est une fonction du temps.} \\ Y = g(x) : \text{ l'ordonnée du CG peut être fonction du temps et de } X. \\ Z = h, \text{ (la hauteur du CG), elle peut être fixe ou variable en fonction du temps, } X \text{ et } Y. \\ \theta_0 = \arctg(\dot{y}), \text{ La rotation autour de l'axe " } z_0 \text{".} \\ d = \sqrt{x^2 + y^2} \text{ La distance parcourue par le CG.} \\ \beta = \arctg(y/x) \text{ L'angle de rotation global autour de l'axe " } z \text{ du repère de référence.} \\ \alpha, \text{ L'angle de rotation autour de l'axe " } x_0 \text{ de la plate - forme,} \\ \text{peut être fixe ou variable en fonction du temps."} \end{cases} \quad (3.3)$$

Mouvement des pattes porteuses

Entre l'instant t_{i-1} et t_i la plate-forme reçoit un mouvement combiné formé d'une rotation $\theta_{0_i} - \theta_{0_{i-1}}$ autour de l'axe z_0 et une translation du CG égale à λ_0 . En supposant que les pattes porteuses sont (1,2,3) alors les points d'appuis $\mathbf{P}_j = [P_{1,j} P_{2,j}, P_{3,j}]^T$ vont reculer par rapport au CG, figures(3.4) et (3.5).

$$Rot(\theta_{0_i} - \theta_{0_{i-1}}) = \begin{pmatrix} \cos(\theta_{0_i} - \theta_{0_{i-1}}) & -\sin(\theta_{0_i} - \theta_{0_{i-1}}) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_{0_i} - \theta_{0_{i-1}}) & \cos(\theta_{0_i} - \theta_{0_{i-1}}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

$$\lambda_0 = \sqrt{(X_i - X_{i-1})^2 + (Y_i - Y_{i-1})^2}; \quad (3.5)$$

la matrice de translation homogène correspondante sera:

$$Trans(\lambda_0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\lambda_0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

les nouvelles coordonnées des pieds des pattes porteuses (1,2,3) par rapport au CG seront:

$$P_j = Rot(\theta_{0_i} - \theta_{0_{i-1}})Trans(\lambda_0)P0_j, \quad j = (1,2,3) \quad (3.7)$$

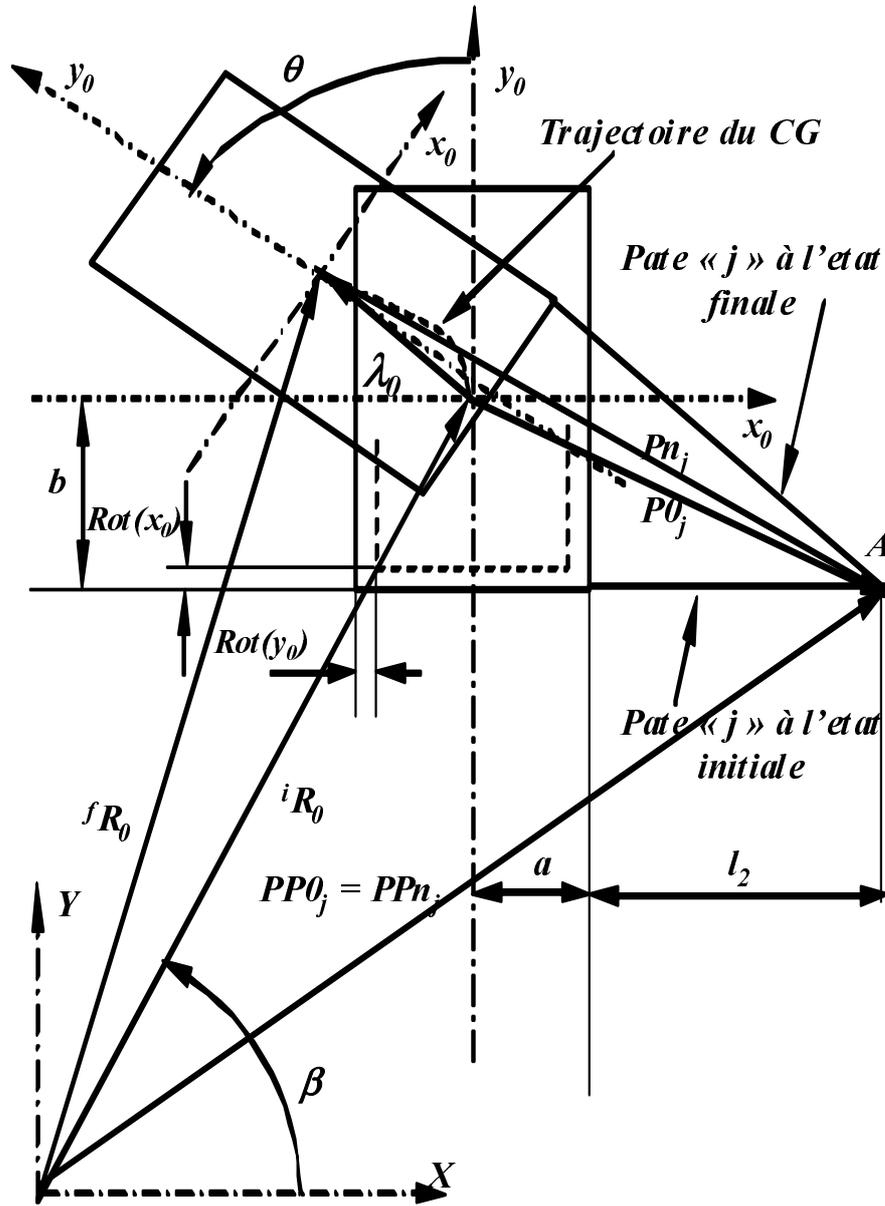


FIG. 3.5 – Patte porteuse

Mouvement des pattes en phase aérienne

Les pattes (4,5,6) sont en phase aérienne. Elles exécutent chacune une cycloïde, ayant les paramètres $(PP_{0,j}, PP_{n,j}, \text{et } \lambda_{00}(j))$ définissant respectivement le point de départ et d'arrivée

de chaque patte. Ces paramètres sont calculés d'avance.

Pour les pattes qui exécutent le mouvement en l'air suivant une cycloïde, on doit faire le calcul des points intermédiaires appartenant à la cycloïde. Ce calcul est fait par rapport au repère \mathbf{R} de la manière suivante, figures (3.4) et(3.6):

– *calcul du point de décollage de la patte*

$$Rot(\beta_0) = \begin{pmatrix} \cos(\beta_0) & -\sin(\beta_0) & 0 & 0 \\ \sin(\beta_0) & \cos(\beta_0) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

$$Rot(\beta_0 - \theta_{0_0}) = \begin{pmatrix} \cos(\beta_0 - \theta_{0_0}) & -\sin(\beta_0 - \theta_{0_0}) & 0 & 0 \\ \sin(\beta_0 - \theta_{0_0}) & \cos(\beta_0 - \theta_{0_0}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

$$Trans(d_0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & d_0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

$$Trans(h_0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & h_0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

les positions initiales des coordonnées des pieds des pattes (4,5,6) par rapport à \mathbf{R} seront:

$$\mathbf{PP0}_j = Rot(\beta_0)Trans(h_0)Trans(d_0)Rot(\beta_0 - \theta_{0_0})\mathbf{P0}_j \quad (3.12)$$

– *calcul du point d'atterrissage de la patte*

Malgré qu'on se trouve au point de départ, on anticipe pour prévoir le point d'atterrissage de la patte afin de définir l'équation de la cycloïde que doit suivre le pied de la patte. Pour cela, on suppose qu'on se trouve au point $n/2$, on obtient alors \mathbf{PPn}_j de la même manière que $\mathbf{PP0}_j$.

$$\mathbf{PPn}_j = Rot(\beta_{n/2})Trans(h_{n/2})Trans(d_{n/2})Rot(\beta_{n/2} - \theta_{0_{n/2}})\mathbf{P0}_j, \quad j = (4,5,6) \quad (3.13)$$

– *calcul des distances $\lambda_{00}(j)$ parcourues par les pieds des pattes (4,5,6)*

$$\begin{cases} \lambda_{00}(4) = \sqrt{(PPn_{4_x} - PP0_{4_x})^2 + (PPn_{4_y} - PP0_{4_y})^2} \\ \lambda_{00}(5) = \sqrt{(PPn_{5_x} - PP0_{5_x})^2 + (PPn_{5_y} - PP0_{5_y})^2} \\ \lambda_{00}(6) = \sqrt{(PPn_{6_x} - PP0_{6_x})^2 + (PPn_{6_y} - PP0_{6_y})^2} \end{cases} \quad (3.14)$$

– *calcul des points i intermédiaires formant la cycloïde*

Pour trouver l'équation de la cycloïde correspondante à notre cas, on introduit les paramètres suivants:

$$\begin{cases} a_{cy} = \frac{\lambda_{00}(j)}{2\pi} \\ \zeta = \frac{1}{2}, \quad t = s - \frac{n}{2}, \quad T = n \\ \delta = \frac{2\pi}{(1-\zeta)T}t = \frac{4\pi}{n}t \end{cases} \quad (3.15)$$

avec:

- a_{cy} : le rayon de la circonférence,
- t : variable temps de la phase de transfert,
- T : la période d'un pas de marche.

Une limitation de ce choix est la hauteur $2a_{cy}$ de la trajectoire qui est liée à la longueur parcourue. Pour obtenir une trajectoire utilisable, nous proposons une cycloïde corrigée en fonction du temps. A l'aide d'un facteur k nous pouvons choisir la hauteur de la trajectoire:

L'équation de la cycloïde dans le plan de la marche pour chaque patte "j" s'écrit:

$$\begin{cases} X_{\lambda}(i) = \frac{\lambda_{00}(j)}{2\pi} \left\{ \frac{4\pi}{n}t - \sin\left(\frac{4\pi}{n}t\right) \right\} \\ Z_{\lambda}(i) = k \frac{\lambda_{00}(j)}{2\pi} \left\{ 1 - \cos\left(\frac{4\pi}{n}t\right) \right\} \\ Y_{\lambda}(i) = 0 \end{cases} \quad (3.16)$$

avec: $K \leq 1$: facteur de correction de la hauteur de la cycloïde.

i varie de 0 à $n/2$.

La vitesse du pied au moment idéal du lever et du poser est nulle. Les évènements des posers et des levers peuvent alors se produire sans collision ou discontinuité graves des mouvements de la patte. Les expressions des composantes \dot{X} et \dot{Z} de la vitesse du pied sont:

$$\begin{cases} \dot{X}_{\lambda}(i) = \frac{2\lambda_{00}(j)}{n} \left\{ 1 - \cos\left(\frac{4\pi}{n}t\right) \right\} \\ \dot{Z}_{\lambda}(i) = k \frac{2\lambda_{00}(j)}{n} \left\{ \sin\frac{4\pi}{n}t \right\} \\ \dot{Y}_{\lambda}(t) = 0 \end{cases} \quad (3.17)$$

Comme tout mouvement doit être référencié au repère de base \mathbf{R} alors l'équation de cette cycloïde dans ce repère sera donnée par:

$$\begin{cases} X_{PP}(i) = (X_{PP_n} - X_{PP_0}) \frac{X_{\lambda}(i)}{\lambda_{00}(j)} + X_{PP_0} \\ Y_{PP}(i) = (Y_{PP_n} - Y_{PP_0}) \frac{Y_{\lambda}(i)}{\lambda_{00}(j)} + Y_{PP_0} \\ Z_{PP}(i) = Z_{\lambda}(i) \end{cases} \quad (3.18)$$

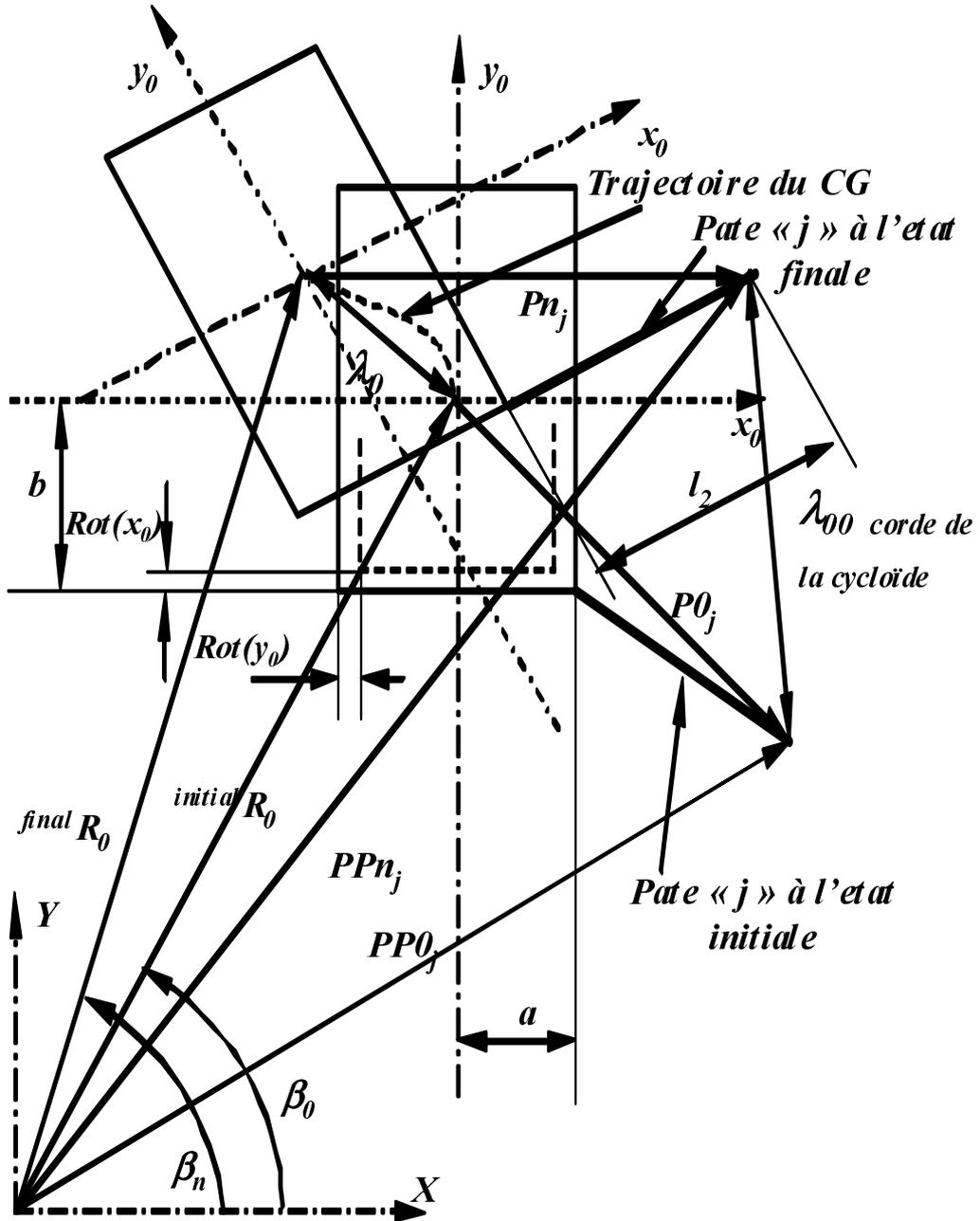


FIG. 3.6 – *Patte en phase aérienne*

Sa vitesse dans R est donnée par:

$$\begin{cases} \dot{X}_{PP}(i) = (X_{PP_n} - X_{PP_0}) \frac{\dot{X}_\lambda(i)}{\lambda_{00}} + X_{PP_0} \\ \dot{Y}_{PP}(i) = (Y_{PP_n} - Y_{PP_0}) \frac{\dot{Y}_\lambda(i)}{\lambda_{00}} + Y_{PP_0} \\ \dot{Z}_{PP}(i) = \dot{Z}_\lambda(i) \\ V_{PP}(t) = \sqrt{\dot{X}_{PP}^2 + \dot{Y}_{PP}^2 + \dot{Z}_{PP}^2} \end{cases} \quad (3.19)$$

Enfin, on doit réécrire tous les vecteurs \mathbf{PP}_j , $j=(4,5,6)$ dans le repère \mathbf{R}_0 :

$$\mathbf{P}_j = \text{Trans}(-h_i)\text{Trans}(-d_i)\text{Rot}(-\beta_i + \theta_{0,i})\text{Rot}(-\beta_i)\mathbf{PP}_j \quad (3.20)$$

Calcul des nouvelles position initiales

A la fin de chaque pas de calcul on doit réinitialiser les nouvelles positions des pieds des pattes par rapport au repère \mathbf{R}_0 , comme suit:

$$\mathbf{PO}_j = \mathbf{P}_j, \quad j = (1, \dots, 6) \quad (3.21)$$

Passage de la phase "une" à la phase "deux" correspondant à $i = n/2$ dans le cycle de marche

On sépare les deux phases d'un pas de marche de telle sorte que la phase de transfert commence quand se termine celle de l'appui. Cette séparation est assurée grâce à la division de l'intervalle n en deux moitiés et on utilise une variable de test s qui est comparée avec la valeur $n/2$. On définit alors le mouvement effectué pendant chaque phase. Quand s dépasse la valeur $n/2$, commence la deuxième phase qui consiste à intervertir les pattes (1,2,3) en phase aérienne alors que (4,5,6) seront porteuses.

Enfin le cycle de marche se termine quand s atteint la valeur de n .

Calcul des coordonnées articulaires

On utilise le MGI pour calculer les coordonnées articulaires $\theta_{1,j}, \theta_{2,j}$ et $\theta_{3,j}$ pour $j=(1, \dots, 6)$ en fonction des coordonnées opérationnelles $\mathbf{PP}(j)$ des pieds des pattes par rapport au repère \mathbf{R} .

Enfin, on dessine à chaque pas de calcul la configuration correspondante de l'hexapode.

3.3.2 Programmes et simulation

Pour la mise en oeuvre de cette procédure, on a écrit en matlab un ensemble de sous-programmes liés par un programme global générant des allures de marche pour l'hexapode. Une représentation graphique de l'hexapode est ainsi possible.

les figures suivantes montrent le mouvement de l'hexapode pendant un cycle.

- La figure(3.8) montre le profil des trois coordonnées articulaires désirées en degré ainsi que les coordonnées désirées du bout de la patte en (Cm) dans l'espace opérationnel. Cette simulation est représentée pour un cycle de marche figure (3.7).
- Figure (3.9) : l'hexapode marche selon une trajectoire rectiligne, sur un plan horizontal.
- Figures (3.10) et (3.11) : représentent le détail du mouvement de l'hexapode pendant un cycle de marche.
- Figure(3.12): l'hexapode marche selon une trajectoire sinusoïdale d'équation " $Y = 100 + 20 * \sin(X/50)$ " exécutant 80 cycles, on ne représente que 1 cycle sur 15.
- Figure(3.13): on impose à la plate-forme de l'hexapode une trajectoire sinusoïdale selon l'axe "z" et d'équation " $Y = 3 * X$ " dans le plan horizontal.

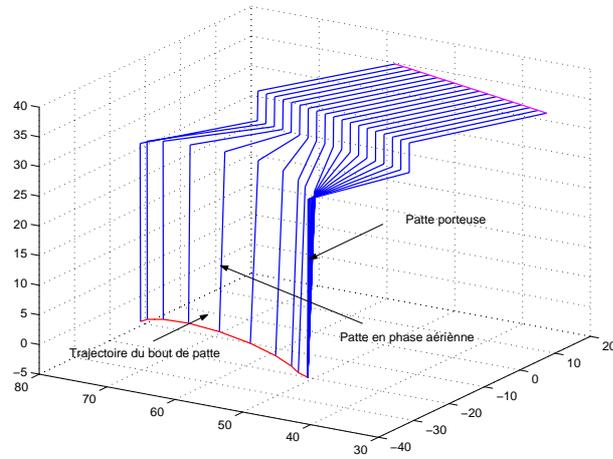


FIG. 3.7 – *Simulation d'un pas de marche*

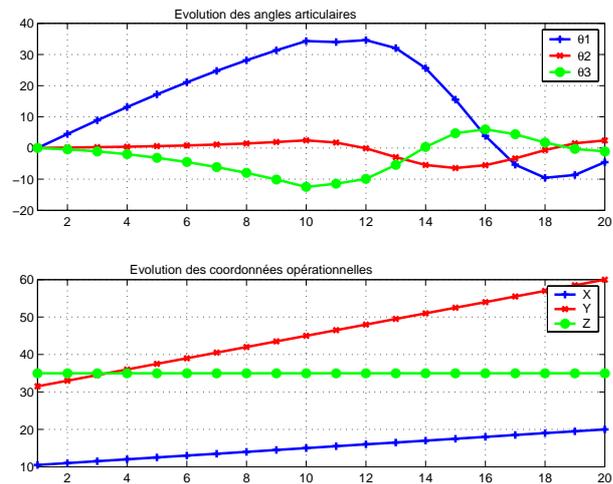


FIG. 3.8 – *Evolution des coordonnées art. et Op.*

- les figures (3.14,15, et 16)): montrent respectivement les coordonnées articulaires, les vitesses articulaires et les accélérations articulaires. L'hexapode marche selon une trajectoire rectiligne d'équation " $Y = 3 * X$ ", sur un plan horizontal pendant deux cycles.
- les figures (3.17,18 et 19): montrent respectivement les coordonnées opérationnelles des bouts des pattes exprimées dans le repère lié à la plate-forme ainsi que leurs vitesses et enfin les coordonnées du centre de gravité de la plate-forme ainsi que les vitesses et accélérations correspondantes, exprimées dans le repère atelier. L'hexapode marche selon une trajectoire rectiligne d'équation " $Y = 3 * X$ ", sur un plan horizontal pendant deux cycles.

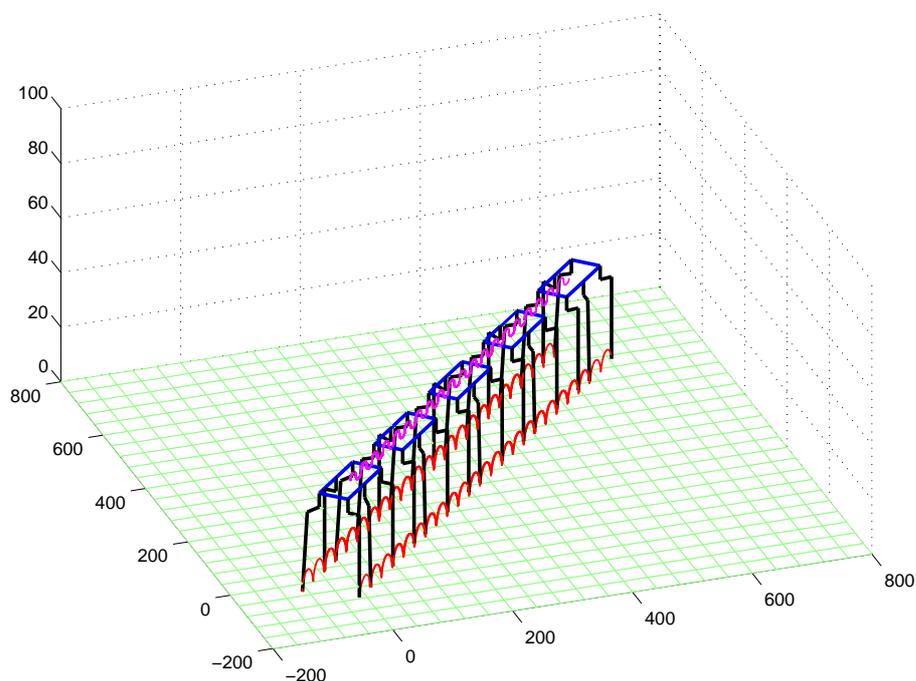


FIG. 3.9 – *Hexapode en mouvement effectuant plusieurs cycles*

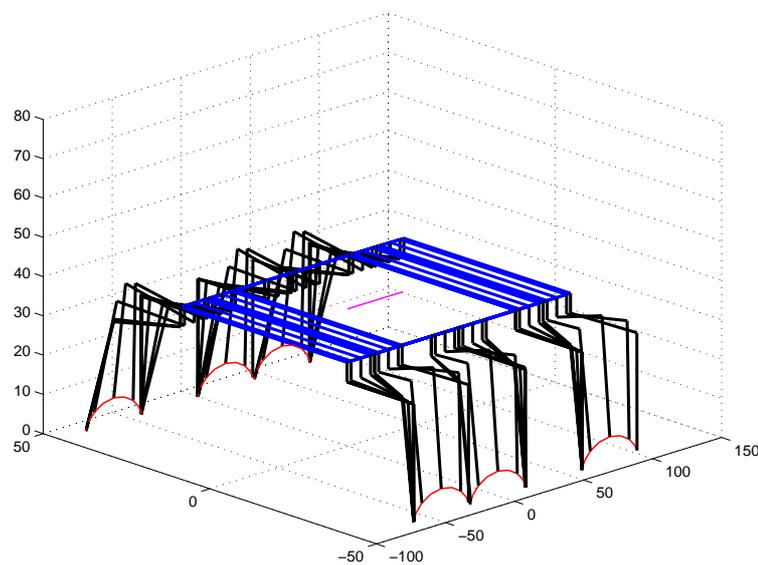


FIG. 3.10 – *Vue en perspective de l'hexapode en mouvement pendant un cycle*

3.4 Réalisation d'un hexapode expérimentale miniaturisé

Le but de cette réalisation qui consiste en la conception d'une carte électronique qui sert d'interface entre l'ordinateur et un hexapode préconçu, est la validation du programme établi pour la génération de trajectoire.

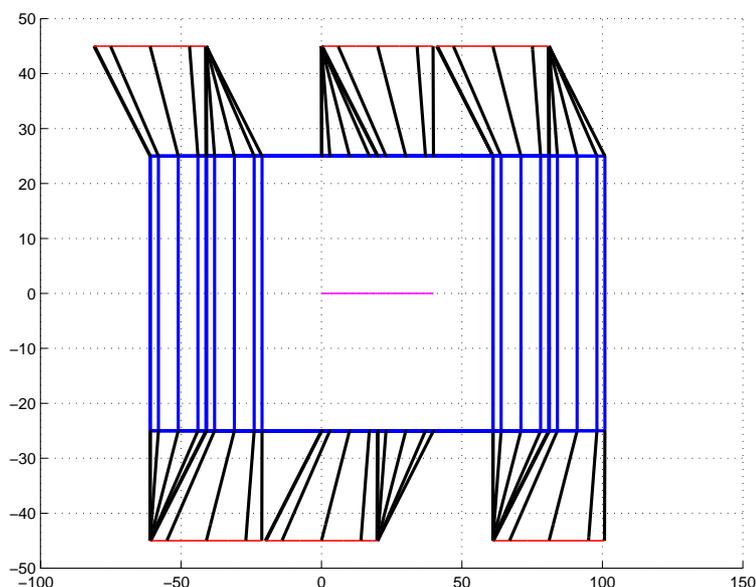


FIG. 3.11 – *Vue de dessus de l'hexapode en mouvement*

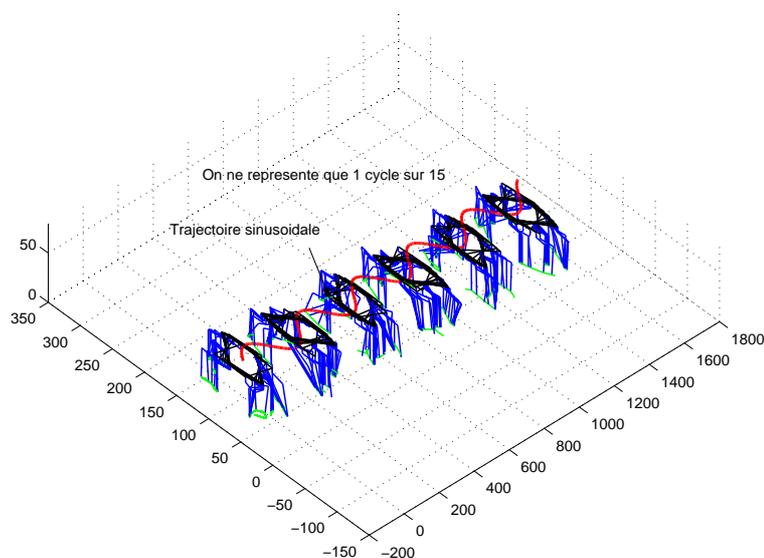


FIG. 3.12 – *l'hexapode suit une trajectoire sinusoïdale horizontale*

3.4.1 Description de la structure de l'hexapode

Le robot hexapode est représenté par la figure (3.20). Il comporte une plate forme sur laquelle viennent s'articuler six pattes et une tête. Cette dernière n'est pas représentée sur ce schéma mais elle ne présente aucun intérêt pour la compréhension du déplacement du robot. Chaque patte comporte trois articulations motorisées; la tête en comprend deux. L'ensemble comporte donc 20 degrés de liberté à commander. Chaque degré de liberté est motorisé par un servomoteur.

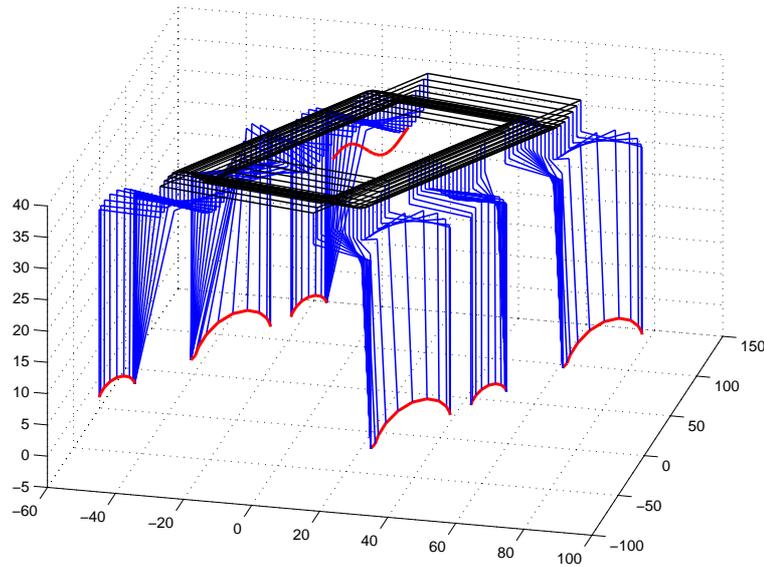


FIG. 3.13 – *l'hexapode suit une trajectoire sinusoïdale verticale*

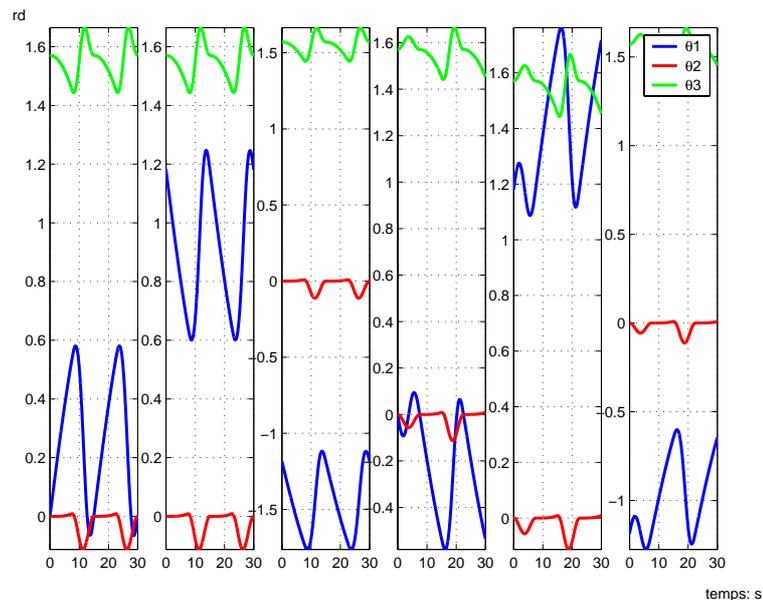


FIG. 3.14 – *Coordonnées articulaires des six pattes de l'hexapode*

La structure du robot est composée de plexiglas rigide et constitue un ingénieux compromis entre légèreté et solidité. Les servomoteurs, présents sur les articulations de la plate-forme, sont fabriqués par Hitec. Les 18 servomoteurs utilisés pour les mouvements des pattes sont identiques et nommés HS-85MG. Les 2 servomoteurs de la tête sont, quant à eux, de la gamme HS-81. Ces 2 types de servomoteur sont identiques dans leur fonctionnement et leur présentation, seule leur puissance diffère.

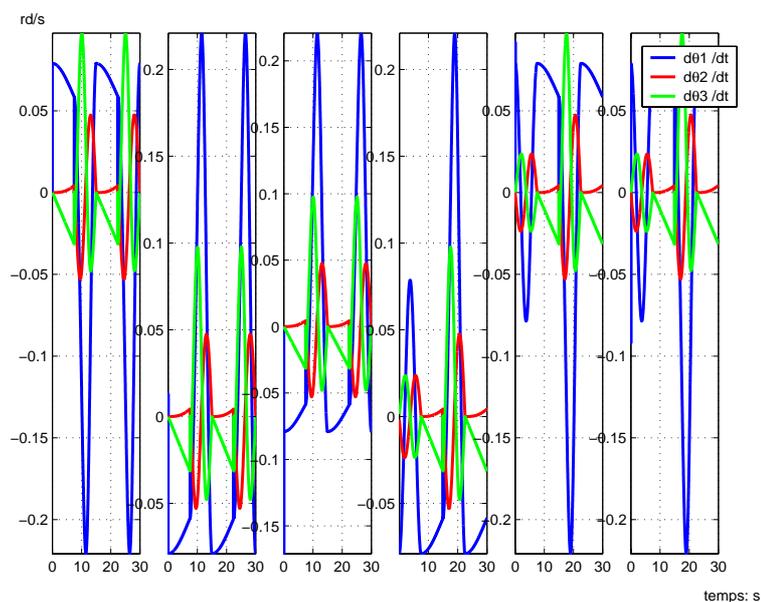


FIG. 3.15 – *Vitesses articulaires des six pattes de l'hexapode*

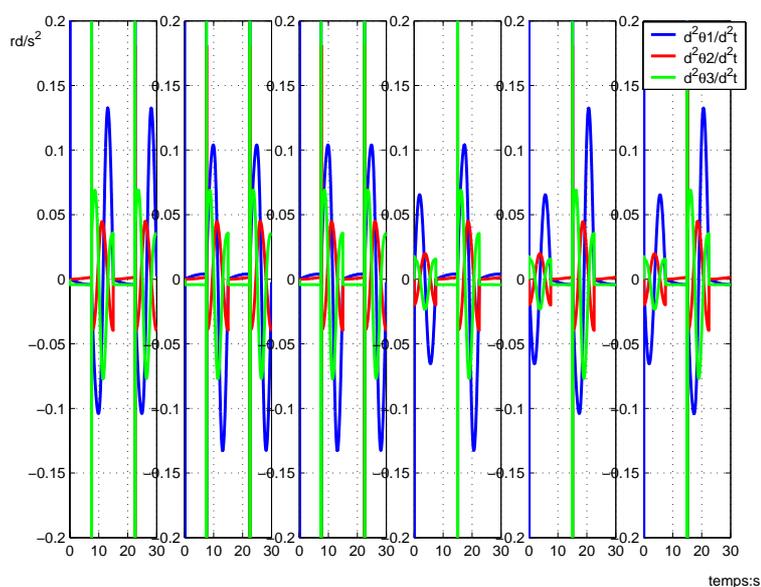


FIG. 3.16 – *Accélérations articulaires des six pattes de l'hexapode*

L'interface de ces servomoteurs est la suivante :

- un fil d'alimentation relié au +5V (rouge)
- un fil d'alimentation relié à la masse (noir)
- un fil de commande (jaune)

Les deux premiers fils servent à alimenter le servomoteur. Le dernier fil sert à fournir l'in-

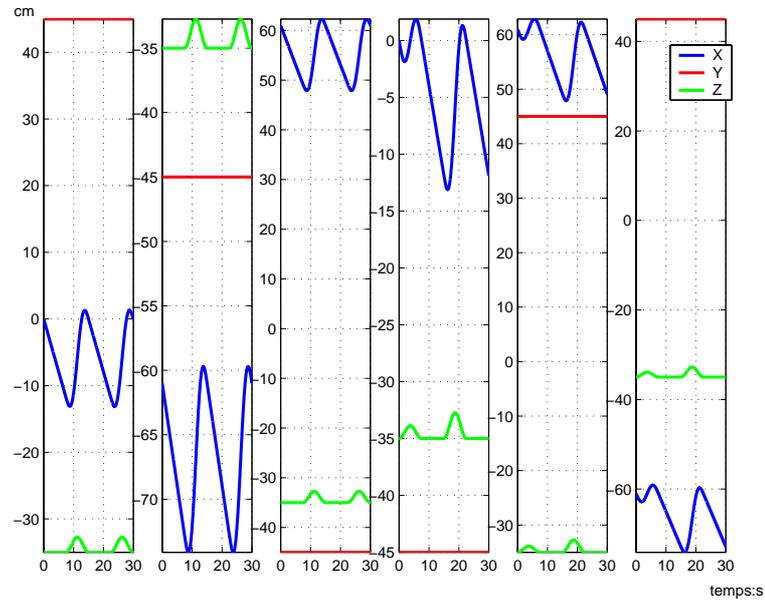


FIG. 3.17 – *Coordonnées opérationnelles des bouts des six pattes de l'hexapode*

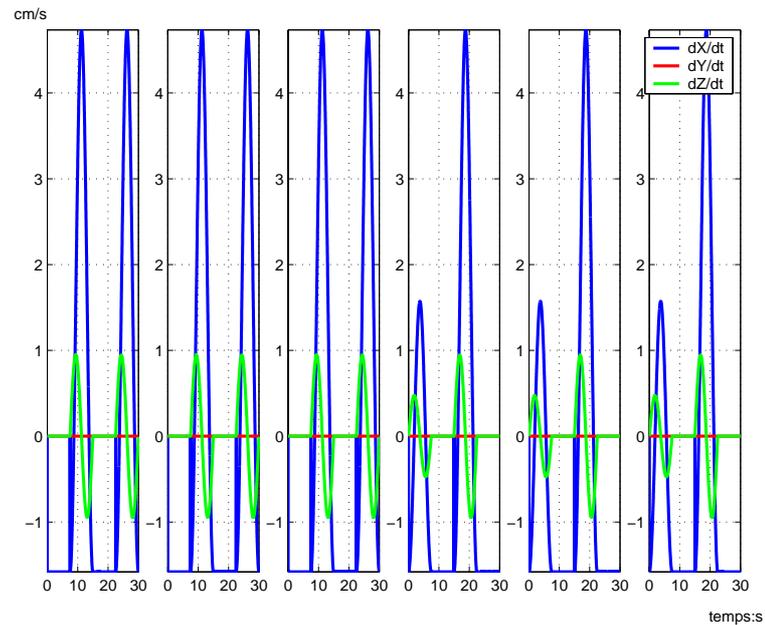


FIG. 3.18 – *Vitesses opérationnelles des bouts des six pattes de l'hexapode*

formation sur sa position.

Chaque servomoteur, comporte les éléments suivants :

- un moteur à courant continu
- un système réducteur de vitesse à roues dentées

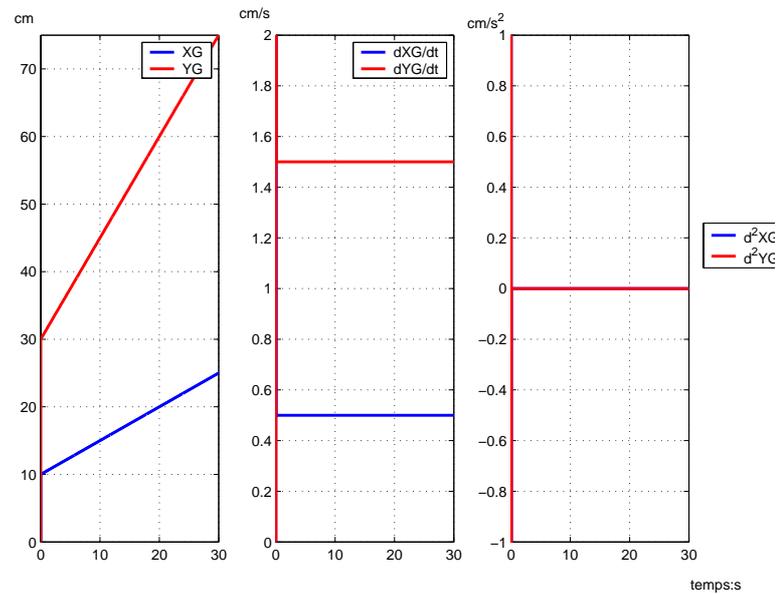


FIG. 3.19 – *Coordonnées, vitesses et accélérations opérationnelles du CG de la plateforme*

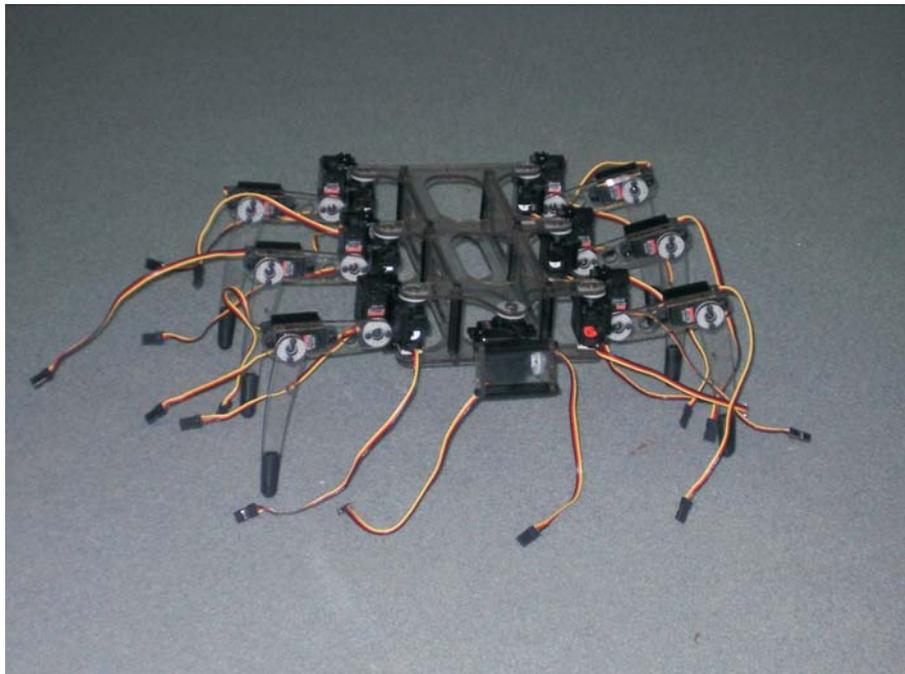


FIG. 3.20 – *Structure de l'hexapode expérimental*

- un potentiomètre
- un circuit électronique

D'après la documentation technique, ces servomoteurs sont commandés par une impulsion de

période 20ms appliquée au troisième fil. Cette période correspond au temps de rafraîchissement nécessaire à la prise en compte de l'impulsion. L'information de la position se trouve dans la durée de cette impulsion, c'est à dire la durée de l'état haut du signal.

Lorsque l'impulsion dure $1500\mu s$, le moteur est dans la position que nous qualifierons de centrale. D'après la documentation, la durée de cette impulsion doit être comprise entre 0.9ms et 2.1 ms.

Une rotation de 40° du servomoteur correspond à une durée de $400\mu s$.

40° dans le sens horaire correspond donc à une durée d'impulsion de :

$$1500\mu s + 400\mu s = 1900\mu s.$$

40° dans le sens anti-horaire correspondra donc à une durée d'impulsion de :

$$1500\mu s - 400\mu s = 1100\mu s.$$

Le potentiomètre est un élément de la boucle d'asservissement. Il est solidaire de l'axe de sortie et tourne donc en même temps que cet axe. La résistance du potentiomètre qui varie en fonction de la position de l'axe, est en rapport avec la durée du signal.

Si le servomoteur reçoit l'ordre de se déplacer en position médiane (1.5ms), le moteur va tourner jusqu'à ce que la résistance entre le curseur du potentiomètre et les deux extrémités soient identiques. S'il reçoit une impulsion de 2.1ms il va tourner jusqu'à ce que la résistance soit maximale.

Le circuit électronique fait la relation entre la durée de l'impulsion reçue et la résistance du potentiomètre.

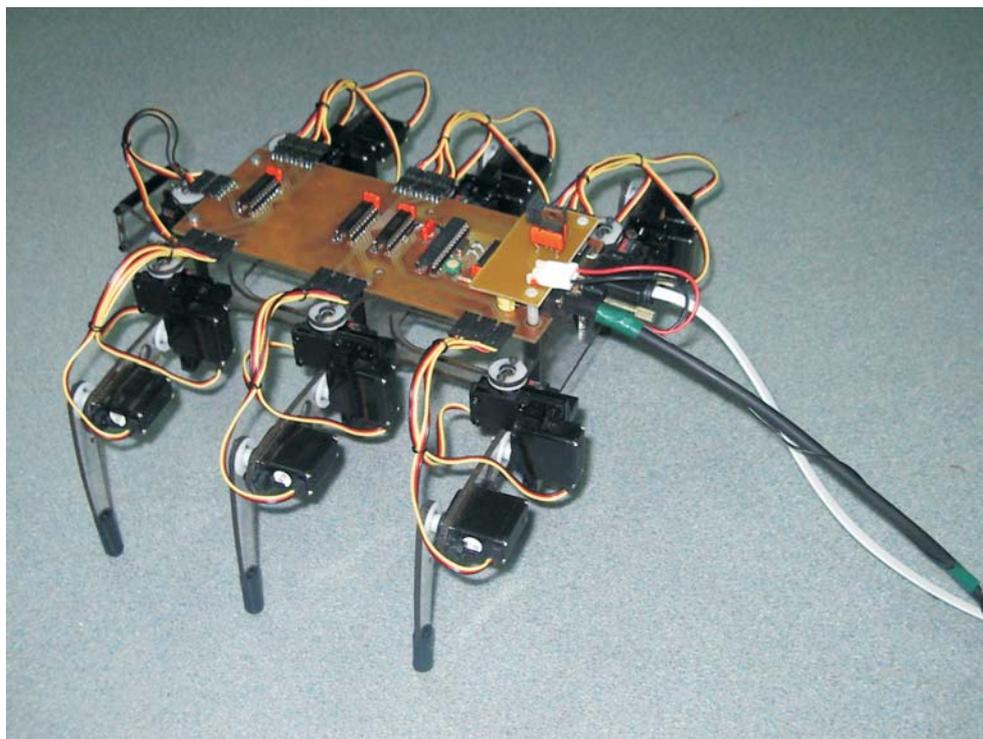
Le réducteur de vitesse à roues dentées sert, comme son nom l'indique, à réduire la vitesse de rotation de l'axe de sortie et à augmenter le couple fourni aux articulations.

Ce type de moteur, qui est surtout utilisé en modélisme, offre les avantages suivants: le fil signal à faible courant peut être raccordé directement à une sortie du PIC, donc aucun circuit d'interface n'est nécessaire. Les commandes d'arrêt, de marche, de sens de rotation et de vitesse du servomoteur s'effectuent sur un seul fil, ce qui offre une économie de broche sur le PIC. Le servomoteur offre grâce à son réducteur intégré un couple important sous un volume réduit.

3.4.2 Carte électronique

La carte électronique est réalisée par deux étudiants de l'université de Paris 12 en stage de fin d'étude au laboratoire LIIA . Une fois la partie recherche des composants terminée, ainsi que leurs fonctions associées définies, l'élaboration du schéma reste simple, avec l'utilisation du logiciel ISIS de PROTEUS. le détail de la carte est présenté dans l'annexe "B".

La finalité du projet s'est avérée satisfaisante. Les fonctionnalités définies par le projet lui-même sont remplies: la communication entre l'ordinateur déporté et la carte de commande de l'hexapode est établie; la trajectoire suivie par le robot correspond aux paramètres sélectionnés dans le programme de génération de trajectoire; l'erreur des impulsions appliquées aux servomoteurs ne dépasse pas deux degrés, correspondant à l'erreur intrinsèque de ce type d'actionneur.

FIG. 3.21 – *Hexapode experimental*

3.5 Conclusion

Le principal objectif de ce chapitre est de mettre en oeuvre un générateur de marche assez général. Le générateur de trajectoire utilise l'allure du tripodes alternés. La plate-forme peut se déplacer suivant une loi horaire quelconque, mais sous la contrainte du domaine atteignable des pattes porteuses. Ainsi le robot simule des marches sur terrain plat suivant des trajectoires ayant un assez grand rayon de courbure. Le générateur de trajectoires ainsi conçu permet de récupérer à tout instant les valeurs des coordonnées, des vitesses et des accélérations articulaires, toute la cinématique du centre de gravité de la plate forme, ainsi que les coordonnées des bouts des pattes avec leurs vitesses et accélérations correspondantes dans le repère atelier. Les données fournies par le générateur de trajectoire seront la base pour le calcul dynamique du robot, à savoir: détermination des valeurs des couples articulaires, équilibre dynamique de la plate-forme, calcul de la distribution optimale d'effort sur les pattes..., ceci sera l'objectif du 4ème et 5ème chapitre.

Chapitre 4

Distribution optimale des forces sur les pattes de l'hexapode

4.1 Introduction

Comme tout véhicule à pattes, le robot Hexapode peut servir sur des terrains rugueux dans l'espace, les champs de mines, les volcans, etc... En effet la stratégie de commande prend en compte la distribution des efforts sur les pattes, cela rend le calcul de cette distribution très important. L'hexapode est un robot redondant. Cette caractéristique vient du fait qu'il a trois articulations par patte, ce qui représente plus d'articulations à contrôler que le nombre de degrés de liberté de la plate-forme. Donc, mathématiquement, il existe moins d'équations d'équilibre que de variables inconnues, alors la solution de ces équations n'est pas unique. En plus, le robot a des contraintes physiques qui ne peuvent être représentées mathématiquement que par des inéquations modélisant le contact patte-sol, à savoir: la réaction verticale du sol ne peut être négative, la patte ne doit pas glisser et le moment développé par le moteur de chaque articulation ne dépasse pas la valeur maximale admise. Evidemment, le calcul de la distribution des forces sur les pattes nécessite, premièrement l'étude du modèle géométrique directe et inverse (voir chapitre 2), deuxièmement une optimisation des forces agissant sur les pattes, considérant les équations d'équilibre et les inéquations des contraintes physiques. Récemment, beaucoup de recherches ont étudiés ce problème et ils ont développés différents algorithmes pour l'optimisation de la solution. On cite ci-dessous les principales méthodes utilisées:

1. La méthode, "Linear-Programming" (LP) [35],[36]
2. La méthode, "Compact-Dual LP" (CDLP) [37],
3. La méthode, "Quadratic Programming" (QP) [38], [39]
4. Méthode analytique [40] [41]

Quelques recherches proposent que l'optimisation de la distribution des forces se résoud comme pour le cas des robots coopératifs multiples en utilisant la méthode CDLP avec la QP [42]. Pour l'hexapode, l'optimisation de la solution tient compte de trois aspects: le premier prévenir le glissement des pattes; le deuxième la discontinuité lors du changement entre les pattes porteuses et celles en l'air conformément à la topologie du robot; et le troisième est de faire varier les

forces doucement à la valeur zéro lorsqu'elles quittent le sol. En se basant sur les méthodes existantes,[43] décrit un nouveau algorithme pour l'optimisation de la distribution des forces sur les pattes d'un robot quadrupède. On va utiliser cette méthode qui consiste à combiner la QP Méthode avec une réduction de la complexité du problème. La présente approche élimine l'inconvénient de la QP Méthode pour son application à notre hexapode.

4.2 Distribution optimale des forces

4.2.1 Formulation du problème

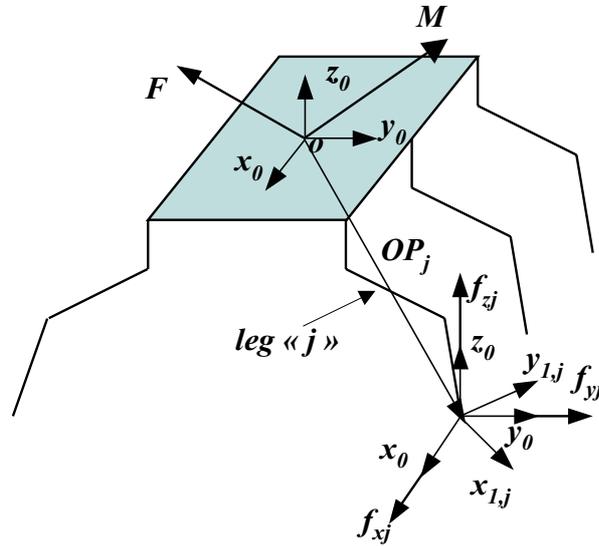


FIG. 4.1 – *Orientation des repères*

Le système de forces agissant sur l'hexapode est montré par la figure(4.1). Pour simplifier la représentation, seules les forces d'une patte sont présentées. Dans le cas général les moments aux points de contact sont négligés. Soit (x_0, y_0, z_0) le repère fixé à la plate-forme, le corps du robot est localisé dans le plan (x_0, y_0) et $(x_{1,j}, y_{1,j}, z_{1,j})$ le repère lié au pied "j" de façon que la patte "j" se trouve dans le plan $(x_{1,j}, z_{1,j})$, l'axe z est normal à la surface porteuse supposée parallèle au plan (x_0, y_0) . $\mathbf{F} = [F_X F_Y F_Z]^T$ et $\mathbf{M} = [M_X M_Y M_Z]^T$ sont respectivement le vecteur force et le vecteur moment agissant sur le corps du robot, résultants de la gravité et des forces extérieures agissant sur le corps. Soit $f_{x,j}, f_{y,j}$, et $f_{z,j}$ les forces qui agissent sur la patte porteuse "j" selon les directions de x_0, y_0 et z_0 respectivement. Le nombre de pattes porteuses n , peut varier entre 3 et 6 pour le robot hexapode. Les équations d'équilibre, forces et moments, du robot s'écrivent ainsi:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \mathbf{f}_j = \mathbf{F} \\ \sum_{j=1}^n \mathbf{OP}_j \wedge \mathbf{f}_j = \mathbf{M} \end{cases} \quad (4.1)$$

avec \mathbf{OP}_j est le vecteur position liant le point de contact de la patte "j" et le centre de gravité de la plate-forme. La forme générale de ce système d'équations s'écrit comme suit :

$$\mathbf{A} \mathbf{G} = \mathbf{W} \quad (4.2)$$

avec :

$$\begin{cases} \mathbf{G} = [f_1^T f_2^T \cdots f_n^T]^T & \in \mathfrak{R}^{3n} \\ \mathbf{f}_j^T = [f_{x,j} f_{y,j} f_{z,j}]^T & \in \mathfrak{R}^3 \\ \mathbf{W} = [\mathbf{F}^T \mathbf{M}^T]^T & \in \mathfrak{R}^6 \end{cases} \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_3 & \cdots & \cdots & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{B}_1 & \cdots & \cdots & \mathbf{B}_n \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{6 \times 3n}$$

$$\mathbf{B}_j \equiv \widehat{\mathbf{OP}}_j \equiv \begin{pmatrix} 0 & -P_{z,j} & P_{y,j} \\ P_{z,j} & 0 & -P_{x,j} \\ -P_{y,j} & P_{x,j} & 0 \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$$

Où \mathbf{I}_3 est la matrice identité et \mathbf{G} est le vecteur force agissant sur la patte, correspondant à trois ($\mathbf{G} \in \mathfrak{R}^9$) ou six ($\mathbf{G} \in \mathfrak{R}^{18}$) pattes porteuses. \mathbf{A} est la matrice coefficient qui s'écrit en fonction des positions des pattes porteuses, et \mathbf{B}_j est la matrice antisymétrique formée par $(P_{x,j}, P_{y,j}, P_{z,j})$, représentant les coordonnées des positions des pattes porteuses "j" dans (x_0, y_0, z_0) . \mathbf{W} est le vecteur force/moment résultant sur le corps. Il est clair que l'équation (4.2) est un système indéterminé et sa solution n'est pas unique. Donc il existe une infinité de solutions vérifiant le système d'équations. De ce fait, les forces sur les pattes doivent vérifier les contraintes physiques suivantes, sinon le système ne sera pas valide.

1. Les pattes porteuses ne doivent pas glisser quand le robot marche sur le sol. Il en résulte la contrainte suivante :

$$\sqrt{f_{x,j}^2 + f_{y,j}^2} \leq \mu f_{z,j} \quad (4.3)$$

Où μ est le coefficient de frottement statique du sol

2. Comme les forces sur les pattes sont générées par les couples articulaires correspondants, Les limites physiques des moments articulaires doivent être pris en compte. Il s'en suit :

$$-\tau_{jmax} \leq \mathbf{J}_j^T \mathbf{f}_j \mathbf{A}_{0j} \begin{pmatrix} f_{x,j} \\ f_{y,j} \\ f_{z,j} \end{pmatrix} \leq \tau_{jmax} \quad (4.4)$$

pour $(j = 1; \dots; n)$, où $\mathbf{J}_j \in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$ est la Jacobienne de la patte "j", $\tau_{jmax} \in \mathfrak{R}^{3 \times 1}$ est le vecteur maximum des couples articulaires de la patte "j", et $\mathbf{A}_{0j} \in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$ est la matrice d'orientation de $(x_{1,j}, y_{1,j}, z_{1,j})$ par rapport (x_0, y_0, z_0) .

3. Afin d'assurer le contact de la patte avec le sol, la composante $f_{z,j}$ doit vérifier :

$$f_{z,j} \geq 0 \quad (4.5)$$

Dans la suite, on utilise une approche pour la réduction du problème, linéarisation et solution pour le cas de l'hexapode. C'est clair que, la résolution du problème non linéaire de la distribution de forces en temps réel est difficile pour l'hexapode avec des contraintes complexes.

4.3 Réduction et solution du Problème

L'équation(4.3) est la formulation du cône de friction, figure(4.2). Afin d'éviter la non linéarité de cette équation, la majorité des recherches remplace le cône de friction par une pyramide qui lui est inscrite [36] [44] [38] . Alors, la non linéarité de la contrainte de frottement est approximativement exprimée par les inéquations linéaires suivantes :

$$\begin{cases} f_{x,j} \leq \mu' f_{z,j} \\ f_{y,j} \leq \mu' f_{z,j} \\ j = 1, \dots, n \end{cases} \quad (4.6)$$

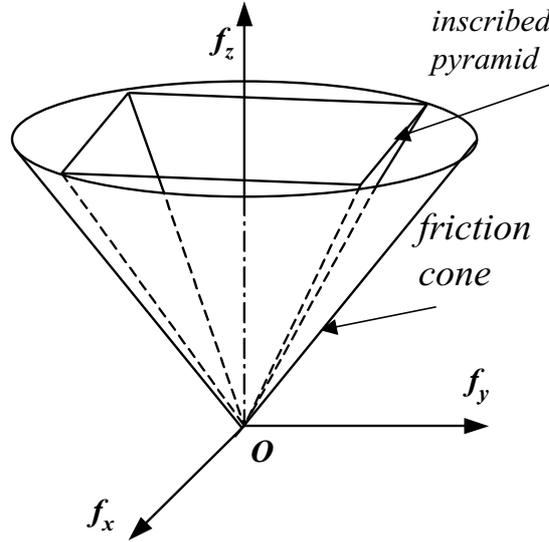


FIG. 4.2 – *Pyramide de friction inscrite dans le cône*

Où $\mu' = \frac{\sqrt{2}\mu}{2}$ pour la pyramide de friction. Alors, le problème initial de contrainte non linéaire se transforme en un problème linéaire en remplaçant l'équation (4.3) par l'équation linéaire (4.6) [36],[37], et [38]. La possibilité de glissement peut être minimisée, en optimisant le rapport entre les composantes tangentielle et normale des forces agissant sur les pattes. Dans [45], l'auteur a montré que pour un robot à pattes multiples, le rapport de forces est minimisé lorsque tous les rapports (pour chaque patte) sont égaux au rapport global. En se basant sur cette idée Liu et Wen [40] ont trouvé une relation qui lie les forces sur les pattes et qui permet la transformation d'une partie du problème de friction du cas non linéaire au linéaire, en définissant le rapport global comme étant le rapport entre la force normale et tangentielle agissant sur la plate-forme du robot. L'avantage de cette méthode est qu'une partie des forces va satisfaire le même rapport global des forces; le reste des composantes doivent satisfaire les inéquations de contraintes, équation (4.6) . Par exemple, si on définit $f_{x,j}$ comme étant les forces du premier type et $f_{y,j}$ ($j = 1, \dots, n$), celles du deuxième type, alors nous obtenons:

$$f_{x,j} = k_{xz} f_{z,j} \quad , (i = 1, \dots, n) \quad (4.7)$$

$$f_{y,j} \leq \mu^* f_{z,j} \quad , (i = 1, \dots, n) \quad (4.8)$$

où $k_{xz} = \frac{F_x}{F_z}$ est le rapport global des forces appliquées sur la plate-forme selon la direction x_0 et z_0 . μ^* est le coefficient de frottement de cette nouvelle contrainte. D'après l'équation (4.3), on a $\mu^* = \sqrt{\mu^2 - k_{xz}^2}$. Finalement, le problème de distribution de forces devient linéaire par le remplacement de l'équation (4.3) par les équations (4.7) et (4.8).

4.3.1 Etude de la continuité de la solution du problème

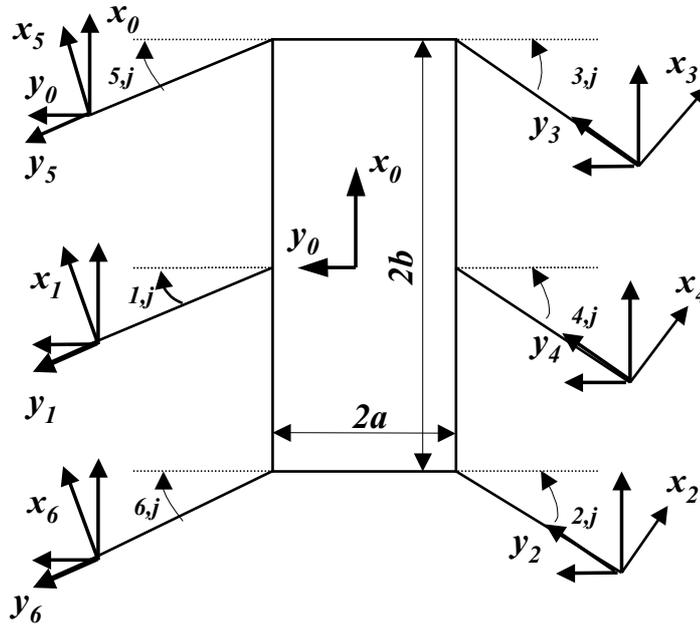


FIG. 4.3 – Vue de dessus de l'hexapode

Lors de la modélisation dynamique de la marche de l'hexapode, on considère que trois pattes le supportent à la fois. La discontinuité de changement des pattes doit donc être prise en compte. Pour cela on doit satisfaire deux conditions : la première est d'assurer un contact progressif avec le sol pour les pattes en l'air; la deuxième, est que les forces de contact avec le sol des pattes porteuses doivent diminuer progressivement jusqu'à la valeur zéro, durant la phase du lever. Les différentes phases du mouvement de l'hexapode sont définies comme suit :

- $[t_1; t_2]$ est la période de temps qui débute à l'instant t_1 où les pattes (4,5,6) (pattes en l'air) sont soulevées, jusqu'à l'instant t_2 où les pattes (4,5,6) sont posées (nouvelles pattes porteuses).
- $[t_2; t_3]$ est la période de temps, de l'instant t_2 où les pattes (4,5,6) sont posées, au temps t_3 où les pattes porteuses (1,2,3) quittent le sol (nouvelles pattes en l'air) .
- $[t_3; t_4]$ est la période de temps qui débute à l'instant t_3 où les pattes (1,2,3) quittent le sol, au temps t_4 où elles seront à nouveau en contact avec le sol.

Dans la période $(t_1; t_2)$ $n = 3$, alors \mathbf{G} et \mathbf{A} deviennent respectivement un vecteur de dimension 9×1 et une matrice de 6×9 . Le système d'équations (4.2) contient 9 variables inconnues avec six équations. En ajoutant les équations (4.7) aux équations (4.2), on obtient un système de 9 équations.

$$\overline{\mathbf{A}} \mathbf{G} = \overline{\mathbf{W}} \quad (4.9)$$

avec :

$$\overline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_3 & & & & & & & & & \\ & \mathbf{B}_1 & & & & & & & & \\ 1 & 0 & -k_{xz} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -k_{xz} & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -k_{xz} & \end{pmatrix} \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \\ \mathbf{f}_3 \end{pmatrix} \quad \overline{\mathbf{W}} = \begin{pmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{M} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

En combinant les différentes lignes de la matrice $\overline{\mathbf{A}}$, Eq(4.9) s'écrit :

$$\widehat{\mathbf{A}} \mathbf{G} = \widehat{\mathbf{W}} \quad (4.10)$$

avec:

$$\widehat{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -k_{xz} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -k_{xz} & 0 & 0 & 0 \\ -P_{y,1} & P_{x,1} & 0 & -P_{y,2} & P_{x,2} & 0 & -P_{y,3} & P_{x,3} & 0 \\ P_{z,1} & 0 & -P_{x,1} & P_{z,2} & 0 & -P_{x,2} & P_{z,3} & 0 & -P_{x,3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -k_{xz} \\ 0 & -P_{z,1} & P_{y,1} & 0 & -P_{z,2} & P_{y,2} & 0 & -P_{z,3} & P_{y,3} \end{pmatrix} \quad \widehat{\mathbf{W}} = \begin{pmatrix} F_X \\ F_Y \\ 0 \\ 0 \\ M_Z \\ M_Y \\ 0 \\ M_X \end{pmatrix}$$

Où $\widehat{\mathbf{A}} \in \mathfrak{R}^{8 \times 9}$ est la matrice résultante de $\overline{\mathbf{A}}$ après combinaison. $\mathbf{G} \in \mathfrak{R}^8$ est le vecteur force appliqué à la patte. $\widehat{\mathbf{W}} \in \mathfrak{R}^8$ est le vecteur résultant de $\overline{\mathbf{W}}$ après combinaison. Le problème de distribution de force est soumis aux inéquations de contraintes exprimées par (4.4), (4.5) (4.8). Pendant la période de temps $(t_2; t_3)$, \mathbf{G} est un vecteur de dimension 18, et \mathbf{A} est une matrice de dimension 6×18 . Pour cause de continuité de la solution, les forces sur les pattes (1,2,3), $\mathbf{f}_j = [f_{x,j} \ f_{y,j} \ f_{z,j}]^T$ doivent varier doucement de $\mathbf{f}_j(t_2)$ jusqu'à $\mathbf{0}$ ($j=1,2,3$). Donc, les forces des pattes f_j ($j = 1,2,3$) dans la période de temps $(t_2; t_3)$ s'expriment comme suit:

$$\mathbf{f}_j = \delta(t) \mathbf{f}_j(t_2) \quad (j = 1,2,3) \quad (4.11)$$

Où $\delta(t)$ est une fonction scalaire continue qui varie de $\delta(t_2) = 1$ à $\delta(t_3) = 0$. Ainsi, le problème initial ayant 18 variables inconnues $[f_1, f_2, \dots, f_6] \in \mathfrak{R}^{1 \times 18}$ sera réduit à 9 inconnues. Comme, \mathbf{f}_j ($j=1,2,3$) sont connues pendant cette période de temps l'équation (4.2) s'écrit comme suit:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{I}_3 & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{B}_4 & \mathbf{B}_5 & \mathbf{B}_6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{f}_4 \\ \mathbf{f}_5 \\ \mathbf{f}_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_X \\ F_Y \\ F_Z \\ M_X \\ M_Y \\ M_Z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{I}_3 & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2 & \mathbf{B}_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \\ \mathbf{f}_3 \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

La forme générale de l'équation (4.12), s'écrit:

$$\widetilde{\mathbf{A}} \mathbf{G} = \widetilde{\mathbf{W}} \quad (4.13)$$

avec :

$$\begin{cases} \widetilde{\mathbf{W}} = \mathbf{W} - \mathbf{A}_i \mathbf{V} \\ \mathbf{V} = [\mathbf{f}_1 \mathbf{f}_2 \mathbf{f}_3]^T \end{cases}$$

Comme dans la première période (t_1, t_2) , en combinant Eq(4.13) avec (4.8) on obtient huit équations indépendantes avec neuf variables inconnues, similairement à Eq(4.10), avec $\widetilde{\mathbf{A}}$ la matrice résultante de $\widetilde{\mathbf{A}}$ après combinaison, et $\widetilde{\mathbf{W}}$ le vecteur résultant de $\widetilde{\mathbf{W}}$ après combinaison.

4.3.2 Solution optimale du problème

La solution des équations dynamiques du robot hexapode n'est pas unique, mais elle peut être choisie d'une façon optimale, en introduisant une fonction objectif. L'approche utilisée ici est de minimiser la somme pondérée des couples articulaires du robot, ce qui se résume par la fonction objectif suivante [39],[42]:

$$f_G = \mathbf{p}^T \mathbf{G} + \frac{\mathbf{G}^T \mathbf{Q} \mathbf{G}}{2} \quad (4.14)$$

avec:

$$\mathbf{p}^T = [\widehat{\tau}_1^T \mathbf{J}_1^T \dots, \widehat{\tau}_n^T \mathbf{J}_n^T] \in \mathfrak{R}^{3n}$$

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \mathbf{J}_1 \mathbf{q}_1 \mathbf{J}_1^T & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \mathbf{J}_n \mathbf{q}_n \mathbf{J}_n^T \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{3n \times 3n}$$

Où $\widehat{\tau}_j$ est le couple articulaire dû au poids et l'inertie de la patte "j", \mathbf{J}_j est la jacobienne de la patte "j", et \mathbf{q}_j est une matrice de pondération définie diagonale de la patte "j". Cette fonction objectif est strictement convexe. Le temps d'obtention de la solution ne dépendent pas des conditions initiales, la méthode "QP" est meilleure que la méthode "LP" en vitesse et qualité de la solution obtenue [39]. Le problème général de la "LQP" pour la distribution des forces sur les pattes du robot hexapode s'écrit ainsi:

$$f_G = \mathbf{p}^T \mathbf{G} + \frac{\mathbf{G}^T \mathbf{Q} \mathbf{G}}{2} \quad (4.15)$$

$$\widetilde{\mathbf{A}} \mathbf{G} = \widetilde{\mathbf{W}} \quad (4.16)$$

$$\mathbf{B} \mathbf{G} \leq \mathbf{C} \quad (4.17)$$

Où $\mathbf{G} \in \mathfrak{R}^9$ désigne le vecteur forces inconnues. On rappelle que l'équation (4.16) représente l'équation(4.10), et l'équation(4.17) est la résultante des inéquations de contrainte par la combinaison de l'équation(4.4), l'équation (4.5) et (4.8), où:

$$\mathbf{B} = [\mathbf{B}_1^T \mathbf{B}_2^T \mathbf{B}_3^T \mathbf{B}_4^T]^T \in \mathfrak{R}^{36 \times 9}$$

$$\mathbf{C} = [\tau_{1max} \tau_{2max} \tau_{3max} -\tau_{1max} -\tau_{2max} -\tau_{3max} \mathbf{0} \mathbf{0} \mathbf{0} \mathbf{0} \mathbf{0}]^T \in \mathfrak{R}^{36}$$

avec:

$$\begin{aligned}
 B_1 &= \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1^T \mathbf{R}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{J}_2^T \mathbf{R}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{J}_3^T \mathbf{R}_3 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{9 \times 9} \\
 B_2 &= \begin{bmatrix} -\mathbf{J}_1^T \mathbf{R}_1 & 0 & 0 \\ 0 & -\mathbf{J}_2^T \mathbf{R}_2 & 0 \\ 0 & 0 & -\mathbf{J}_3^T \mathbf{R}_3 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{9 \times 9} \\
 B_3 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{9 \times 9} \\
 B_4 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & -\mu^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\mu^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\mu^* \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{9 \times 9}
 \end{aligned}$$

Comme on a huit équations linéairement indépendantes, l'équation (4.17) sera transformée de façon à avoir une matrice unitaire dans les 8 premières colonnes $\mathbf{I}_8 \in \mathfrak{R}^{8 \times 8}$ [44], le résultat s'écrit ainsi:

$$[\mathbf{I}_8 \quad \widehat{\mathbf{A}}_r] \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{G}}_b \\ \widehat{\mathbf{G}}_r \end{bmatrix} = \widehat{\mathbf{W}}_r \quad (4.18)$$

Où $\widehat{\mathbf{A}}_r \in \mathfrak{R}^8$ est la nouvelle colonne après remaniement de la matrice $\widehat{\mathbf{A}}$ après transformation. $\widehat{\mathbf{G}}_b \in \mathfrak{R}^8$ est le vecteur partiel de $\widehat{\mathbf{G}}$. $\widehat{\mathbf{G}}_r \in \mathfrak{R}$ c'est l'élément inconnu de $\widehat{\mathbf{G}}$. $\widehat{\mathbf{W}}_r \in \mathfrak{R}^8$ est le vecteur résultant de $\widehat{\mathbf{W}}$ après transformation. L'équation (4.18) sera écrite sous la forme suivante:

$$\mathbf{I}_8 \widehat{\mathbf{G}}_b + \widehat{\mathbf{A}}_r \widehat{\mathbf{G}}_r - \widehat{\mathbf{W}}_r = 0 \quad (4.19)$$

avec

$$\widehat{\mathbf{G}}_b = \widehat{\mathbf{W}}_r - \widehat{\mathbf{A}}_r \widehat{\mathbf{G}}_r. \quad (4.20)$$

Finalement, il en résulte

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{G}}_b \\ \widehat{\mathbf{G}}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{W}}_r \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\widehat{\mathbf{A}}_r \\ 1 \end{bmatrix} \widehat{\mathbf{G}}_r \quad (4.21)$$

soit $\widehat{\mathbf{G}}_0 = [-\widehat{\mathbf{W}}_r^T \quad 0]^T \in \mathfrak{R}^8$ et $\mathbf{N} = [-\widehat{\mathbf{A}}_r^T \quad 1]^T \in \mathfrak{R}^9$, alors l'Eq(4.21) sera

$$\mathbf{G} = \widehat{\mathbf{G}}_0 + \mathbf{N} \widehat{\mathbf{G}}_r. \quad (4.22)$$

Substituant l'Eq(4.22) dans l'Eq (4.15) et (4.17), le "LQP" s'exprime ainsi:

$$\text{minimiser } f(\widehat{\mathbf{G}}_r), \quad (4.23)$$

$$\text{sous la contrainte } \mathbf{B} \mathbf{N} \widehat{\mathbf{G}}_r \leq \mathbf{C} - \mathbf{B} \widehat{\mathbf{G}}_0. \quad (4.24)$$

où

$$\begin{aligned}
 f(\widehat{\mathbf{G}}_r) &= \mathbf{p}^T \widehat{\mathbf{G}}_0 + \frac{1}{2} \widehat{\mathbf{G}}_0^T \mathbf{Q} \widehat{\mathbf{G}}_0 + \mathbf{p}^T \widehat{\mathbf{G}}_0 \\
 &+ \frac{1}{2} \widehat{\mathbf{G}}_0^T \mathbf{Q} \mathbf{N} \widehat{\mathbf{G}}_r + \frac{1}{2} \widehat{\mathbf{G}}_r^T \mathbf{N}^T \mathbf{Q} \widehat{\mathbf{G}}_0 \\
 &+ \frac{1}{2} \widehat{\mathbf{G}}_r^T \mathbf{N}^T \mathbf{Q} \mathbf{N} \widehat{\mathbf{G}}_r
 \end{aligned}$$

comme $\widehat{\mathbf{G}}_r$ est une seule variable qu'on note par x , la distribution optimale des forces sera présentée ainsi:

$$\text{minimiser } a_0 x^2 + a_1 x + a_2 \quad \text{sous la contrainte } x \in [b_1 \ b_2] \quad (4.25)$$

avec

$$\begin{aligned} a_0 &= \mathbf{N}^T \mathbf{Q} \mathbf{N} \\ a_1 &= \mathbf{p}^T \mathbf{N} + \frac{1}{2} \widehat{\mathbf{G}}_0^T \mathbf{Q} \mathbf{N} + \frac{1}{2} \mathbf{p}^T \mathbf{Q} \widehat{\mathbf{G}}_0 \\ a_2 &= \mathbf{p}^T \widehat{\mathbf{G}}_0 + \frac{1}{2} \widehat{\mathbf{G}}_0^T \mathbf{Q} \widehat{\mathbf{G}}_0 \end{aligned}$$

où $[b_1 \ b_2]$ sont les bornes résultant de l'équation(4.24). D'où il est claire que $a_0 \succ 0$ car la matrice \mathbf{Q} est définie positive, alors la solution obtenue est bien optimale.

4.4 Exemple Numérique

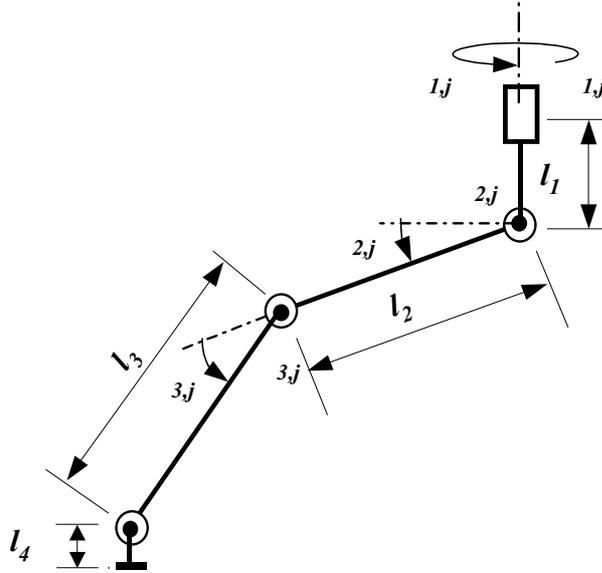


FIG. 4.4 – *Mécanisme de base de la patte*

Les données du mécanisme de base, ainsi que les paramètres de l'hexapode sont montrés dans les figures(4.3) et (4.4), avec $a = 0.25$ [m], $b = 0.61$ [m], $l_1 = 0.05$ [m], $l_2 = 0.20$ [m], $l_3 = 0.30$ [m] et $l_4 \simeq 0$ [m]. Il ya trois articulations actives $\theta_{1,j}$, $\theta_{2,j}$, et $\theta_{3,j}$ dans une patte "j", leurs couples sont notés par $\tau_{1,j}$, $\tau_{2,j}$ et $\tau_{3,j}$, pour ($j=1, \dots, 6$), respectivement. Le poids de la patte est négligé, la jacobienne de la patte s'écrit ainsi:

$$\mathbf{J}_j = \sigma[\mathbf{J}_{j1} \quad \mathbf{J}_{j2} \quad \mathbf{J}_{j3}] \quad (4.26)$$

de ($j=1,\dots,6$), où

$$\mathbf{J}_{j1} = \begin{bmatrix} 0 \\ -l_3 C(\theta_{2,j} + \theta_{3,j}) + l_2 C(\theta_{2,j}) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_{j2} = \begin{bmatrix} -l_3 S(\theta_{2,j} + \theta_{3,j}) - l_2 S(\theta_{2,j}) \\ 0 \\ -l_3 C(\theta_{2,j} + \theta_{3,j}) - l_2 C(\theta_{2,j}) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_{j3} = \begin{bmatrix} l_3 S(\theta_{2,j} + \theta_{3,j}) \\ 0 \\ l_3 C(\theta_{2,j} + \theta_{3,j}) \end{bmatrix}$$

et $\sigma = -1$ pour ($i=1,5,6$) $\sigma = 1$ pour ($i=2,3,4$). De la figure(4.3) la matrice d'orientation du repère $(x_{1,j}, y_{1,j}, z_{1,j})$ par rapport au repère (x_0, y_0, z_0) s'obtient par,

$$\mathbf{A}_{0j} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{1,j} & \sin \theta_{1,j} & 0 \\ -\sin \theta_{1,j} & \cos \theta_{1,j} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.27)$$

4.4.1 Simulation et résultats

La connaissance des données de la trajectoire du robot sont nécessaires pour la technique d'optimisation présentée ci dessus. Ici on suppose que l'hexapode marche selon une trajectoire circulaire de rayon 4 [m] sur un terrain plat. la distance entre le centre du corps du robot et le sol est donnée par une fonction sinusoidale $h = l_3 + l_1 - 2\sin(\pi t)$.

Paramètres	Valeurs	Designations
$T = (t_4 - t_1)$	2s	période de temps pour un cycle
tp	0.2s	intervalle de temps
$t_2 - t_1$	9*tp	période où les pattes (1,2,3) sont porteuses
$t_3 - t_2$	2*tp	période intermédiaire
$t_4 - t_3$	9*tp	période où les pattes (4,5,6) supportent le corps
$\delta(t)$	$\frac{t}{2tp} - \frac{T-2tp}{4tp}$	fonction scalaire linéaire
μ	0.05	coefficient de frottement statique
τ_j	$[40 \ 40 \ 40]^T$	vecteur des moments articulaires maximum

TAB. 4.1 – Paramètres de la Simulation

Les forces et moments agissants sur la plate-forme sont, $F_x = -5$, $F_y = 10$, $F_z = -250$ [N], $M_x = 1$, $M_y = 5$, $M_z = 2$ [Nm]. La fonction objectif pour l'optimisation du problème est prise ici de façon à minimiser les forces internes [39],[42], $\mathbf{p} = \mathbf{0}$ (Le vecteur zero), et $\mathbf{Q} = \mathbf{I}$ (la matrice identité).

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre on a décrit un algorithme efficace pour la résolution du problème d'optimisation de distribution d'efforts sur les pattes de l'hexapode sous plusieurs contraintes physiques.

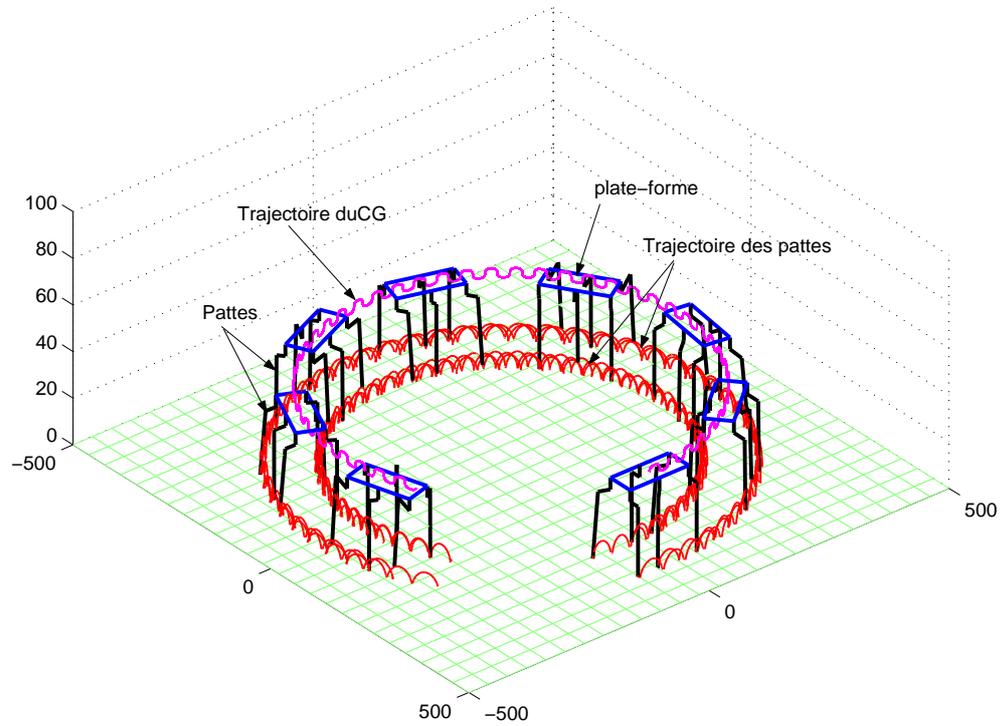


FIG. 4.5 – *Vue de l'hexapode en mouvement*

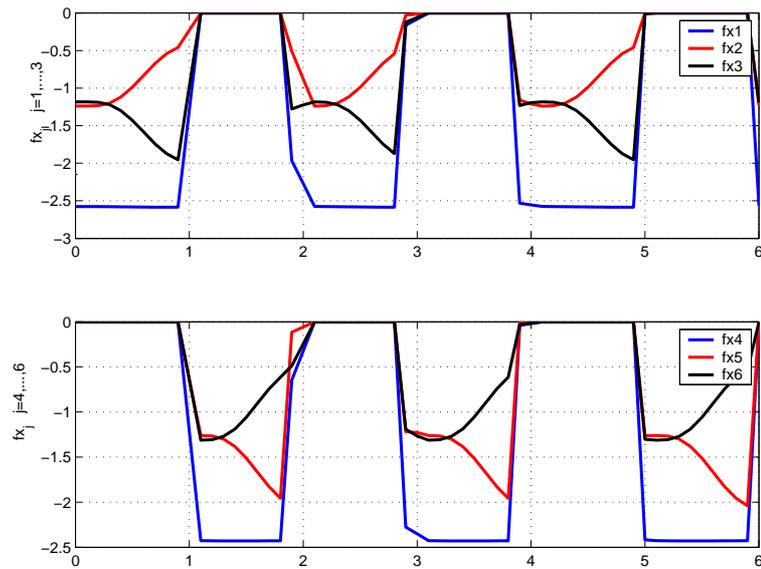


FIG. 4.6 – *Forces fx_j $j = 1,..6$*

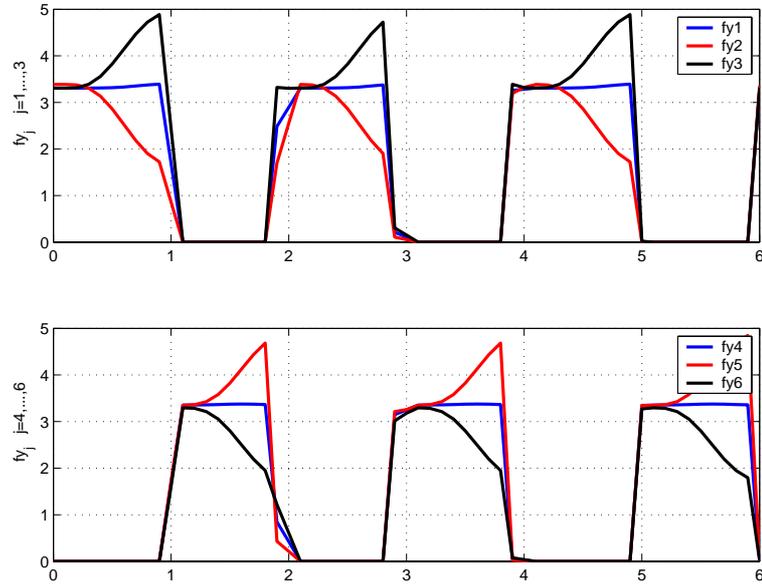


FIG. 4.7 - Forces f_{y_j} $j = 1, \dots, 6$

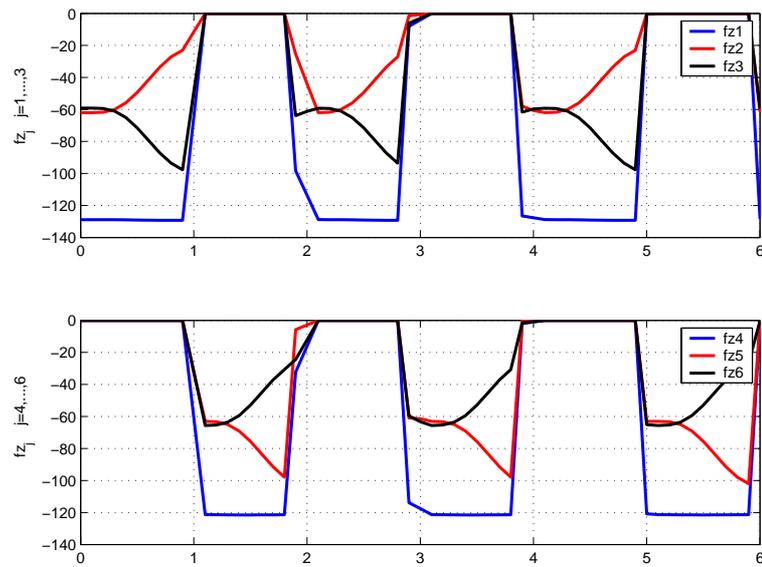


FIG. 4.8 - Forces f_{z_j} $j = 1, \dots, 6$

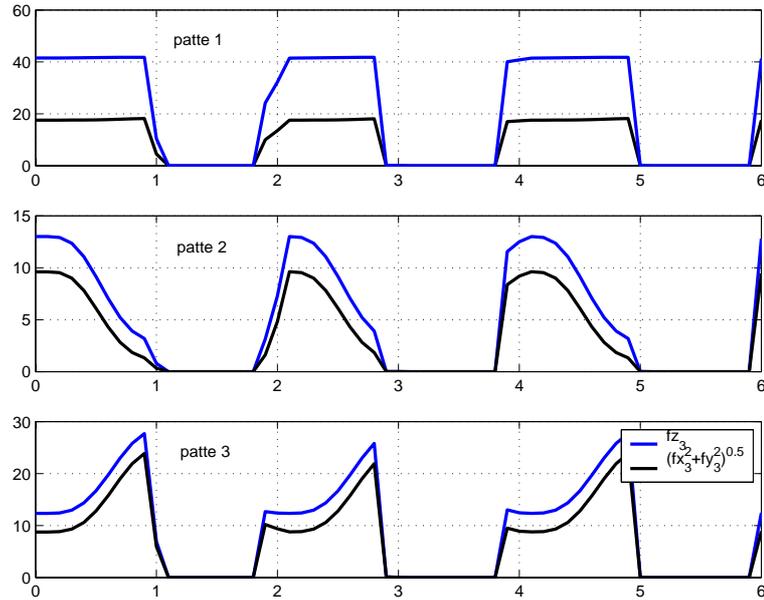


FIG. 4.9 – *Verification de $fx_j^2 + fy_j^2 \leq \mu^2 fz_j^2$ $j = 1, \dots, 6$*

La méthode contient quatre étapes. Premièrement les contraintes de friction qui sont des inéquations non linéaires sont transformées en des équations et inéquations linéaires, satisfaisant la condition de non glissement des pattes porteuses. Deuxièmement, c'est l'étude de la discontinuité pendant la phase de changement des pattes porteuses et celles en l'air. Troisièmement, par combinaison des lignes du système d'équations d'équilibre avec les équations de friction on réduit d'une unité le nombre d'inconnues. Enfin on introduit une fonction objectif quadratique sous des conditions physiques, formulées par des inéquations linéaires. La solution du système est donnée par la minimisation de cette fonction objectif.

Chapitre 5

Etude dynamique

5.1 Généralités

5.1.1 Introduction

La commande d'un robot d'une manière rapide et précise nécessite la prise en compte des contraintes dynamiques. La commande en temps réel peut être obtenue si l'on est capable de calculer en ligne la relation dénommée modèle dynamique inverse. Le calcul du modèle dynamique inverse consiste à écrire les relations entre les efforts généralisés de commande Γ à appliquer aux liaisons et les coordonnées articulaires θ , vitesses $\dot{\theta}$ et accélérations $\ddot{\theta}$ généralisées qu'ils y produisent; c'est à dire à écrire les équations du mouvement du robot sous la forme:

$$\Gamma = f(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}) \quad (5.1)$$

Cette dernière est une forme implicite qui ne sépare pas entre les différentes variables. Il existe aussi la forme explicite particulière, dans laquelle les accélérations généralisées apparaissent séparément des coordonnées et vitesses généralisées:

$$\Gamma = \mathbf{A}(\theta)\ddot{\theta} + \mathbf{C}(\theta, \dot{\theta}) \quad (5.2)$$

5.1.2 Etude des différents formalismes existants de la dynamique

Les formalismes les plus souvent utilisés pour calculer le modèle dynamique d'un robot manipulateur, ou d'un ensemble de corps interconnectés sont:

- Le formalisme de **Newton-Euler**
- le formalisme de **Lagrange**

Naturellement, les modèles obtenus numériquement à l'aide de l'un ou l'autre de ces formalismes sont équivalents [46]

Formalisme de Newton-Euler

Il est basé sur le théorème de la résultante dynamique (théorème de Newton) et sur le théorème du moment cinétique (théorème d'Euler), bien qu'il ne fournisse qu'une expression implicite du M.D.I. Il en résulte que sa mise en oeuvre sur ordinateur soit plus simple en

raison du caractère itératif de ses équations. Toutefois, ce n'est qu'en 1979 que JY.S. Luth, MW Walker et R.PC Paul ont proposé un calcul itératif en sens direct pour les vitesses et les accélérations et en sens inverse pour les efforts. Récemment, divers auteurs ont montré que le nombre d'opérations arithmétiques nécessaires pouvait encore être réduit si le modèle était tout d'abord calculé analytiquement (symboliquement de manière automatique) dans une première phase puis numériquement dans une seconde phase [47] [48].

Formalisme de Lagrange

Ce formalisme utilise la fonction de lagrange du robot (différence entre son énergie cinétique et son énergie potentielle) pour en déduire le M.D.I. Il permet d'obtenir une expression explicite du M.D.I dans laquelle apparaissent clairement les coordonnées, les vitesses et les accélérations articulaires. Les n équations scalaires obtenues, appelées équations de Lagrange, ne font intervenir que les efforts généralisés de commande. L'avantage de ce formalisme réside donc dans l'élimination automatique des efforts d'interaction. Le calcul du modèle dynamique à l'aide de ce formalisme peut se faire par des méthodes tout à fait différentes entre elles. On rencontre dans la littérature beaucoup de méthodes [49], [50], [51], [52]. Depuis 1983 on a montré que cette méthode était également bien adaptée à une démarche itérative et permettait de réduire la redondance des calculs [53] [54] et par la suite la généraliser au cas des robots ayant une structure de chaîne complexe.

5.2 Modèle dynamique inverse de l'hexapode

Nous présentons dans ce qui suit un modèle dynamique capable de prendre en compte la présence de chaînes fermées. La littérature présente plusieurs modèles pour les robots quadrupèdes ainsi que pour les hexapodes [34] et [16]. Cependant, nous avons choisi de développer nous même une méthode pour l'étude du comportement dynamique d'un robot hexapode; la raison principale qui nous a poussé à cette décision est l'inexistence de ce type de simulateurs assez généraux, deuxièmement c'est la possibilité d'intégrer différents paramètres dans la simulation.

5.2.1 Formalisme de Newton-Euler

Application du formalisme

Remarque: pour une patte en contact avec le sol $\mathbf{f}_x, \mathbf{f}_y, \mathbf{f}_z$ ne sont pas nulles; elles s'annulent pour une patte en l'air.

En se référant à [30] et [46], l'algorithme de Newton-Euler s'établit ainsi:

1^{ere} Etape: calcul des vitesses et accélérations

Soit C_i un élément quelconque d'une patte "j", voir figure (5.1) et (5.2), Soit \mathbf{v}_i la vitesse du centre de gravité G_i et ω_i la vitesse de rotation instantanée du corps C_i . Soient $\gamma_i = \dot{\mathbf{v}}_i$ l'accélération du point G_i et $\mathbf{a}_i = \dot{\omega}_i$ l'accélération de rotation instantanées du corps C_i . Etant donné que:

$$\mathbf{P}_{oi} = \mathbf{P}_{o,i-1} + \mathbf{P}_{i-1,i} \quad (5.3)$$

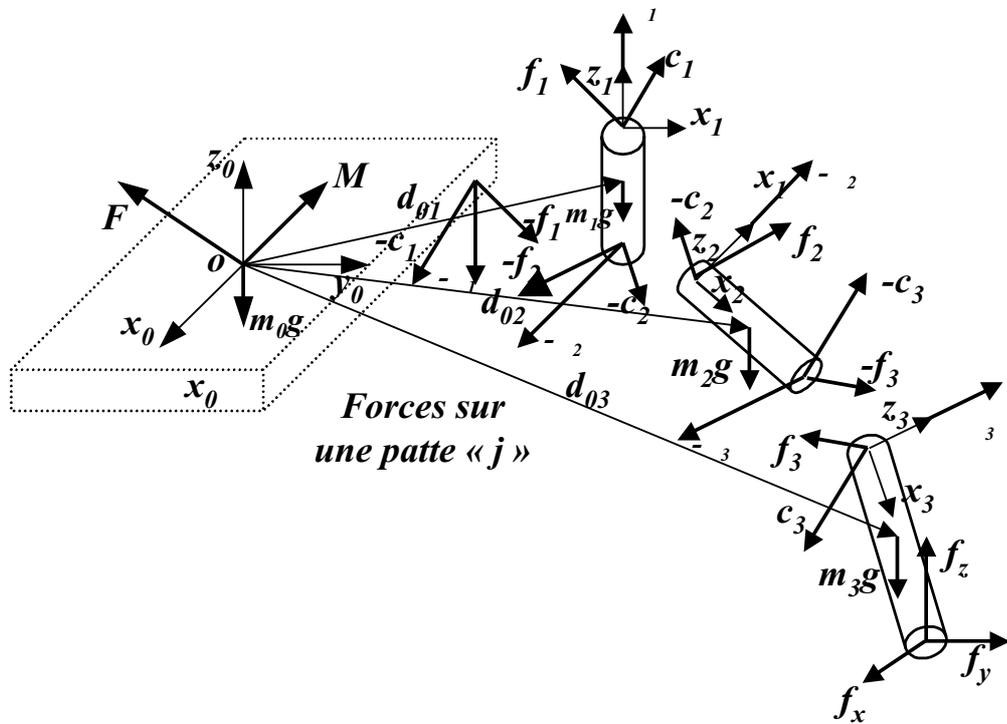


FIG. 5.1 – Système isolé de l'hexapode

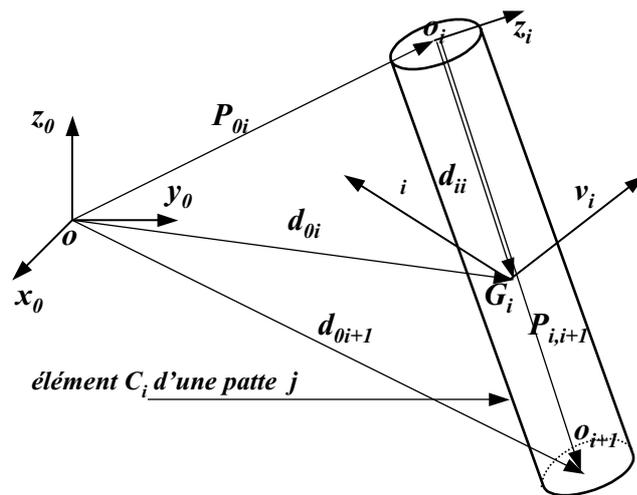


FIG. 5.2 – Etude dynamique d'un élément "i" d'une patte "j"

$$\mathbf{d}_{oi} = \mathbf{P}_{oi} + \mathbf{d}_{i,i} \quad (5.4)$$

On peut écrire, en dérivant :

$$\dot{\mathbf{P}}_{oi} = \dot{\mathbf{P}}_{o,i-1} + \omega_{i-1} \wedge \mathbf{P}_{i-1,i} + \sigma_i \dot{\theta}_i \mathbf{Z}_i \quad (5.5)$$

avec : $\sigma_i = 0$ car on n'a que des articulations rotoïdes.

$$\mathbf{v}_i = \dot{\mathbf{d}}_{oi} = \dot{\mathbf{P}}_{oi} + \omega_{i-1} \wedge \mathbf{d}_{i,i}$$

Soit, en dérivant une seconde fois :

$$\ddot{\mathbf{P}}_{oi} = \ddot{\mathbf{P}}_{o,i-1} + \mathbf{a}_{i-1} \wedge \mathbf{P}_{i-1,i} + \omega_{i-1} \wedge (\omega_{i-1} \wedge \mathbf{P}_{i-1,i}) + \sigma_i (2\dot{\theta}_i \omega_{i-1} \wedge \mathbf{Z}_i + \ddot{\theta}_i \mathbf{Z}_i) \quad (5.6)$$

et

$$\gamma_i = \dot{\mathbf{v}}_i = \ddot{\mathbf{d}}_{oi} = \ddot{\mathbf{P}}_{oi} + \mathbf{a}_{i-1} \wedge \mathbf{d}_{i,i} + \omega_i \wedge (\omega_{i-1} \wedge \mathbf{d}_{i,i}) \quad (5.7)$$

γ_i : représente l'accélération du centre de gravité.

En tenant compte de l'accélération de la pesanteur, on définit alors :

$$\alpha_i = \ddot{\mathbf{P}}_{oi} + g \mathbf{Z}_0 \quad (5.8)$$

Sachant que :

$$\mathbf{a}_i \wedge \star + \omega_i \wedge (\omega_i \wedge \star) = \underline{\mathbf{b}}_i \star \quad (5.9)$$

avec

$$\underline{\mathbf{b}}_i = \underline{\hat{\mathbf{a}}} + \underline{\hat{\omega}} \cdot \underline{\hat{\omega}} \quad (5.10)$$

$$\underline{\hat{\mathbf{a}}} = \begin{pmatrix} 0 & -a_z & a_y \\ a_z & 0 & -a_x \\ -a_y & a_x & 0 \end{pmatrix} ; \quad \underline{\hat{\omega}} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{pmatrix}$$

$\underline{\hat{\mathbf{a}}}, \underline{\hat{\omega}}$: représentent les matrices préproduit. D'une façon plus condensée on peut écrire :

$$\alpha_i = \sigma_i \mathbf{t}_i + r_{i-1} \quad (5.11)$$

avec :

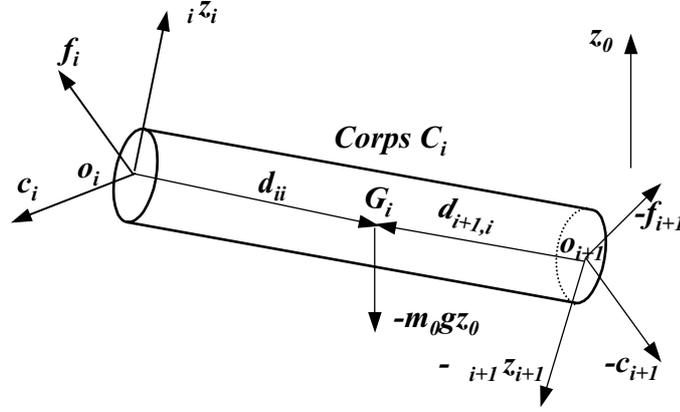
$$\begin{cases} \mathbf{t}_i = 2\dot{\theta}_i \omega_{i-1} \wedge \mathbf{Z}_i + \ddot{\theta}_i \mathbf{Z}_i \\ \mathbf{r}_{i-1} = \alpha_{i-1} + \underline{\mathbf{b}}_{i-1} \mathbf{P}_{i-1,i} \end{cases}$$

remarque: pour notre cas $\sigma_i \mathbf{t}_i = 0$ car $\sigma_i = 0$. De même :

$$\gamma_i + g \mathbf{Z}_0 = \alpha_i + \underline{\mathbf{b}}_i \mathbf{d}_{i,i} \quad (5.12)$$

2^{eme} Etape : Calcul des forces et moments

- Soit \mathbf{c}_i : le couple d'interaction exercé par le corps C_{i-1} sur le corps C_i figure(5.3).
- \mathbf{f}_i : la force d'interaction exercée au point o_i par le corps C_{i-1} sur le corps C_i .
- $\mathbf{F}^i = \mathbf{f}_i + \sigma_i \Gamma^i \mathbf{Z}_i$: la force exercée, au point o_i par le i^{eme} actionneur sur le corps C_i .
- $\mathbf{C}^i = \mathbf{c}_i + \bar{\sigma}_i \Gamma^i \mathbf{Z}_i$: le couple exercé, par le corps C_{i-1} et le i^{eme} actionneur sur le corps C_i .


 FIG. 5.3 – *Equilibre d'un élément "i" d'une patte "j"*

Γ^i représente la valeur du couple fourni par le moteur de l'articulation "i" d'unité [N.m].
L'équilibre du corps C_i est donné par les deux équations suivantes :

$$\mathbf{F}_{res}^i = \mathbf{F}^i - \mathbf{F}^{i+1} - m_i g \mathbf{Z}_0 = m_i \gamma_i \quad (5.13)$$

$$\mathbf{C}_{res}^i = \mathbf{C}^i - \mathbf{C}^{i+1} - \mathbf{d}_{i,i} \wedge \mathbf{F}^i + \mathbf{d}_{i+1,i} \wedge \mathbf{F}^{i+1} \quad (5.14)$$

de même

$$\mathbf{C}_{res}^i = \varphi^i \mathbf{a}_i - \omega_i \wedge (\varphi^i \omega_i) \quad (5.15)$$

avec :

$$\varphi^i = \begin{pmatrix} \int (y^2 + z^2) dm & - \int xy dm & - \int xz dm \\ - \int xy dm & \int (x^2 + z^2) dm & - \int yz dm \\ - \int xz dm & - \int yz dm & \int (x^2 + y^2) dm \end{pmatrix}$$

avec: φ^i : tenseur d'inertie du corps C_i

De l'équation (5.13) on trouve:

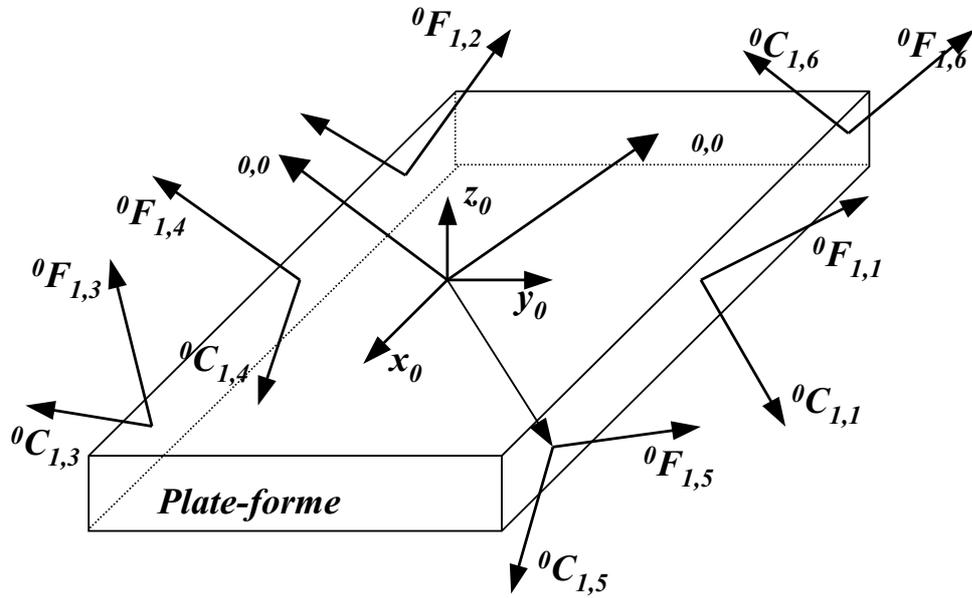
$$\mathbf{F}^i = \mathbf{F}^{i+1} + m_i (\alpha_i + \underline{\mathbf{b}}_i \mathbf{d}_{ii}) \quad (5.16)$$

de (5.14) et (5.15) on obtient:

$$\mathbf{C}^i = \mathbf{C}^{i+1} + \varphi^i \mathbf{a}_i + \omega_i \wedge (\varphi^i \omega_i) + \mathbf{d}_{ii} \wedge (\mathbf{F}^i - \mathbf{F}^{i+1}) + \mathbf{P}_{i,i+1} \wedge \mathbf{F}^{i+1} \quad (5.17)$$

Une fois le calcul terminé pour toutes les pattes, une équation de fermeture de la chaîne est nécessaire pour la plate-forme, figure(5.4). Soit:

- $\gamma_{0,0}$: l'accélération linéaire désirée de la plate-forme exprimée dans le repère (x_0, y_0, z_0) .


 FIG. 5.4 – *Equilibre de la plate-forme*

- $\omega_{0,0}$: l'accélération angulaire désirée de la plate-forme.
- $\mathbf{F}_{1,j}^0$: la force appliqué par la patte "j" au niveau de l'articulation "1" sur la plate-forme "0".
- $\mathbf{C}_{1,j}^0$: le moment résultant appliqué par la patte "j" au niveau de l'articulation "1" sur la plate-forme "0".
- $\mathbf{P}_{01,j}^0$: la distance entre l'articulation "1" de la patte "j" et l'origine du repère (x_0, y_0, z_0) exprimée dans ce dernier.

L'application du principe fondamental de la dynamique, au centre de masse de la plate-forme permet d'obtenir l'équation matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} m_0 \mathbf{I}_3 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \underline{\varphi}^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma_{0,0} \\ \omega_{0,0} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -m_0 \mathbf{g}_0 \\ \omega_{0,0} \wedge (\underline{\varphi}^0 \omega_{0,0}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{M} \end{pmatrix} \quad (5.18)$$

où:

- m_0 : la masse de la plate-forme
- \mathbf{I}_3 : matrice identité 3×3 .
- $\underline{\varphi}^0$: matrice d'inertie de la plate-forme.
- \mathbf{g}_0 : vecteur gravité

F et M sont définies comme suit :

$$\begin{cases} F = \sum_{j=1}^6 F_{1,j}^0 \\ M = \sum_{j=1}^6 (C_{1,j}^0 + F_{01,j}^0 \wedge F_{1,j}^0) \end{cases} \quad (5.19)$$

5.2.2 Programmation de la méthode de Newton-Euler

La méthode de Newton-Euler peut être résumée par un calcul extrinsèque, qui consiste à projeter les quantités qui interviennent dans le calcul alternativement dans les repère R_{i-1} et R_i . Il peut être représenté par les organigrammes suivants, figure(5.5) :

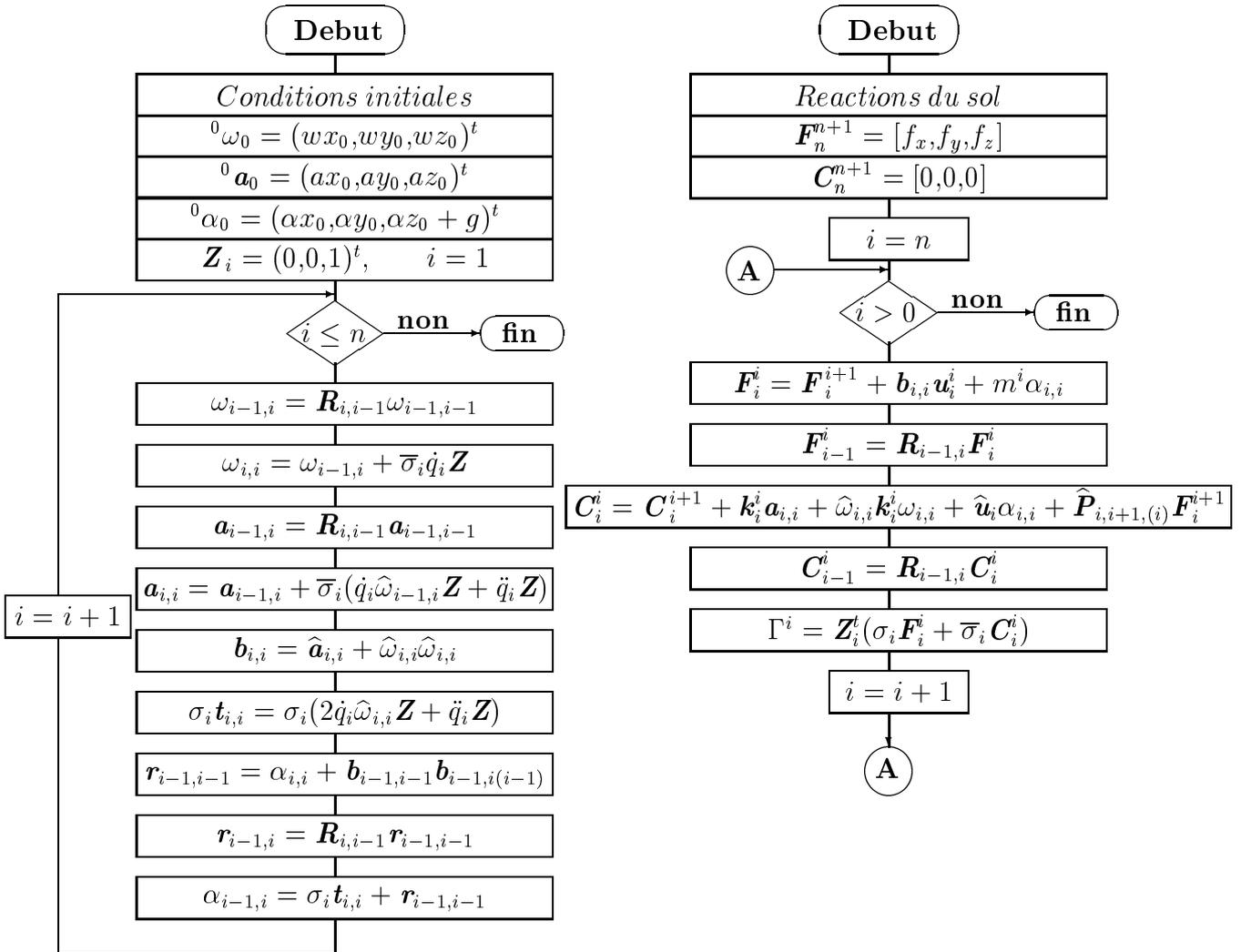


FIG. 5.5 – Algorithmes cinématique et dynamique

Remarque: $\mathbf{R}_{i,i-1}$ représente la matrice de rotation extraite de la matrice de transformation $\mathbf{T}_{i,i-1}$.

5.2.3 Formalisme de Lagrange

Le formalisme de Lagrange décrit les équations du mouvement en terme de travail et d'énergie du système, ce qui se traduit, lorsque l'effet extérieur sur l'organe terminal est nul par :

$$\Gamma_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} \quad i = 1, \dots, n \quad (5.20)$$

avec:

- L : lagrangien du système égal à $E - U$
- E : énergie cinétique totale du système
- U : énergie potentielle totale du système

Forme générale des équations dynamiques

L'énergie cinétique du système est une fonction quadratique des vitesses articulaires

$$E = \frac{1}{2} \dot{\theta}_i^T \mathbf{A} \theta_i \quad (5.21)$$

Où \mathbf{A} est la matrice d'inertie du robot, d'élément générique \mathbf{A}_{ij} . C'est une matrice de dimension $(n \times n)$, symétrique et définie positive. Ses éléments sont fonction des variables articulaires θ_i . L'énergie potentielle étant fonction des variables articulaires θ_i le couple Γ s'écrit à partir des équations (5.20) et (5.21) sous la forme suivante :

$$\Gamma = \mathbf{A}(\theta) \ddot{\theta} + \mathbf{C}(\theta, \dot{\theta}) \dot{\theta} + \mathbf{Q}(\theta) \quad (5.22)$$

- $\mathbf{C}(\theta, \dot{\theta}) \dot{\theta}$: vecteur de dimension $(n \times 1)$ représentant les couples et forces de coriolis et les forces centrifuges, tel que :

$$\mathbf{C} \dot{\theta} = \dot{\mathbf{A}} \dot{\theta} - \frac{\partial E}{\partial \theta}$$

- $\mathbf{Q} = [\mathbf{Q}_1, \dots, \mathbf{Q}_n]$: vecteur des couples et forces de gravité. Les éléments du vecteur \mathbf{Q} se calculent en écrivant que :

$$\mathbf{Q}_i = \frac{\partial U}{\partial \theta_i}$$

Calcul de l'énergie cinétique

L'énergie cinétique totale du système est donnée par la relation :

$$E = \sum_{j=1}^n E_j \quad (5.23)$$

Où \mathbf{E}_j désigne l'énergie cinétique du corps C_j , qui s'exprime par :

$$\mathbf{E}_j = \frac{1}{2} (\omega_j^T \varphi^j \omega_j + m_j \mathbf{V}_{G_j}^T \mathbf{V}_{G_j}) \quad (5.24)$$

ω_j : vitesse instantanée de rotation du corps "j" exprimée dans le repère "j".

\mathbf{V}_{G_j} : vitesse linéaire du centre de gravité du corps "j" exprimée dans le repère "j", figure (5.6).

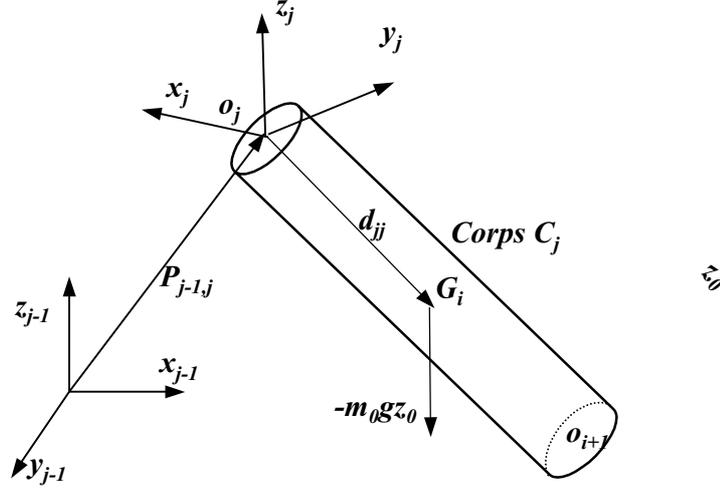


FIG. 5.6 – Modélisation d'un élément d'une patte

$$\mathbf{V}_{G_j} = {}^j \mathbf{V}_j + {}^j \omega_j \mathbf{d}_{jj} \quad (5.25)$$

sachant que:

$$\mathbf{k}_j = \varphi^j - m_j \hat{\mathbf{d}}_{jj} \hat{\mathbf{d}}_{jj} \quad (5.26)$$

l'équation (5.24) devient :

$$\mathbf{E}_j = \frac{1}{2} (\omega_j^T {}^j \mathbf{k}_j {}^j \omega_j + m_j \mathbf{V}_j^T {}^j \mathbf{V}_j + 2m_j {}^j \mathbf{d}_{jj}^T ({}^j \mathbf{V}_j \wedge {}^j \omega_j)) \quad (5.27)$$

avec:

$${}^j \omega_j = {}^j \mathbf{A}_{j-1} {}^{j-1} \omega_{j-1} + \bar{\sigma}_j \dot{\theta}_j^j \mathbf{Z}_j = {}^j \omega_{j-1} + \bar{\sigma}_j \dot{\theta}_j^j \mathbf{Z}_j \quad (5.28)$$

$${}^j \mathbf{V}_j = {}^j \mathbf{A}_{j-1} ({}^{j-1} \mathbf{V}_{j-1} + {}^{j-1} \omega_{j-1} \wedge \mathbf{P}_{j-1,j}) + \sigma_j \dot{\theta}_j^j \mathbf{Z}_j \quad (5.29)$$

Calcul de l'énergie potentielle

$$U = \sum_{j=1}^n U_j = \sum_{j=1}^n -m_j g^T (\mathbf{d}_{oj} + \mathbf{d}_{jj}) \quad (5.30)$$

$$U_j = -m_j g_0^T (\mathbf{d}_{oj} + {}^0 \mathbf{A}_j {}^j \mathbf{d}_{jj}) \quad (5.31)$$

Application à l'hexapode

L'équation générale qui décrit la dynamique de l'hexapode s'écrit sous la forme suivante :

$$\Gamma - \mathbf{J}^T \mathbf{f} = \mathbf{A}(\theta) \ddot{\theta} + \mathbf{C}(\theta, \dot{\theta}) \dot{\theta} + \mathbf{Q}(\theta) \quad (5.32)$$

avec $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{24 \times 24}$, $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{24 \times 1}$, $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{24 \times 1}$ et $(\mathbf{J}^T \mathbf{f}) \in \mathbb{R}^{24 \times 24}$, on a 24 coordonnées articulaires et opérationnelles à savoir:

$$\theta = [\underbrace{X, Y, Z, \alpha_x, \alpha_y, \alpha_z}_{\text{plate-forme}}, \underbrace{\theta_{1,1}, \theta_{2,1}, \theta_{3,1}}_{\text{patte 1}}, \underbrace{\theta_{1,2}, \theta_{2,2}, \theta_{3,2}}_{\text{patte 2}}, \dots, \underbrace{\theta_{1,6}, \theta_{2,6}, \theta_{3,6}}_{\text{patte 6}}]$$

- X, Y, Z: sont les déplacements de la plate-forme selon ses axes.
- $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$: sont les rotations de la plate-forme par rapport à ses axes.
- \mathbf{J}^T : c'est la matrice jacobienne qui prend en compte la répartition des réactions du sol sur les 18 articulations des six pattes.

D'après [34] l'obtention du modèle dynamique global par la méthode de Lagrange, appliquée à un hexapode nécessite plus de "10000" termes à dériver, chose qui rend ce cas quasi-impossible de le faire tourner dans un simulateur en temps réel.

En remarquant que pour gérer une simulation de l'hexapode, on peut extraire trois lignes de l'équation (5.32) correspondant aux équations d'une patte, car ces dernières sont toutes identiques. En plus, la cinématique et la dynamique de la plate-forme étant connues, l'erreur de cette approche consiste dans les trois termes du vecteur \mathbf{C} qui sont différents de ceux du modèle dynamique d'une patte seule. Afin de rattraper l'erreur, on donne à l'extrémité supérieure d'une patte "j" la vitesse et l'accélération d'entraînement produites par le mouvement de la plate-forme, voir figure(5.7).

avec:

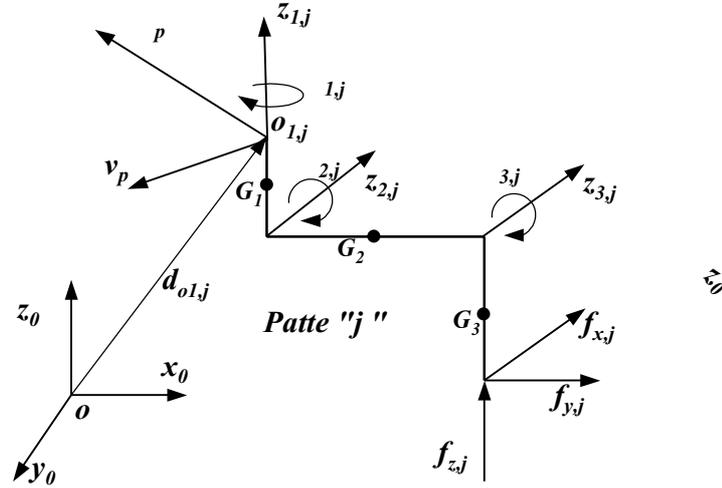


FIG. 5.7 – Modèle d'une patte

ω_p : vitesse angulaire d'entraînement appliquée par la plate-forme sur l'articulation "1".

v_p : vitesse linéaire d'entraînement appliquée par la plate-forme sur l'articulation "1".

Le modèle dynamique s'écrit par les mêmes équations (5.32):

$$\Gamma - \mathbf{J}^T \mathbf{f} = \mathbf{A}(\theta)\ddot{\theta} + \mathbf{C}(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + \mathbf{Q}(\theta)$$

avec $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$, $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ et $(\mathbf{J}^T \mathbf{f}) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$

Une deuxième écriture de l'équation précédente peut être donnée par :

$$\Gamma = \mathbf{A}(\theta)\ddot{\theta} + \mathbf{H}(\theta, \dot{\theta}) \quad (5.33)$$

avec :

$$\mathbf{H}(\theta, \dot{\theta}) = \mathbf{C}(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + \mathbf{Q}(\theta) + \mathbf{J}^T \mathbf{f}$$

Ce passage nous permet d'écrire ::

$$\mathbf{H}(\theta, \dot{\theta}) = \Gamma \quad \text{si } \ddot{\theta} = 0$$

donc, en utilisant le formalisme de Newton-Euler avec les $\ddot{\theta} = 0$, on peut calculer les $\mathbf{H}(\theta, \dot{\theta})$ qui correspondent à la troisième composante des couples, autrement dit les couples articulaires.

Ce passage a en réalité deux fonctions:

- il permet l'extraction du vecteur accélération $\ddot{\theta}$, en effet :

$$\ddot{\theta} = \mathbf{A}^{-1}(\theta)(\Gamma - \mathbf{H}(\theta, \dot{\theta})),$$

- cela va permettre d'éviter le calcul du vecteur $\mathbf{C}(\theta, \dot{\theta})$ qui a un algorithme de calcul très redondant, donné par la formule (5.22 bis).

Il est clair qu'il ne reste que le calcul de la matrice \mathbf{A} . En effet on peut remarquer que d'après l'équation (5.21), L'élément A_{ii} de la matrice \mathbf{A} est égal au coefficient de $\dot{\theta}_i^2/2$ dans l'expression de l'énergie cinétique, tandis que l'élément A_{ij} , si $i \neq j$ est égal au coefficient de $\theta_i \theta_j$.

Résultats obtenus pour une patte

$$\begin{aligned} A_{11} &= Iz_1 + S2^2Ix_2 + C2^2Iy_2 + S23^2Ix_3 + C23^2Iy_3 + m_3C2^2l_2^2 + m_3C23C2l_2l_3 + Ia_1 \\ A_{12} &= A_{13} = 0 \\ A_{22} &= Iz_2 + Iz_3 + m_3S3^2l_2^2 + m_3C3^2l_2^2 + m_3C3l_2l_3 + Ia_2 \\ A_{23} &= Iz_3 + 1/2m_3C3l_2l_3 \\ A_{33} &= Iz_3 + Ia_3 \end{aligned}$$

Remarque: (Ia_1, Ia_2 et Ia_3) sont les inerties des actionneurs. Les résultats sont obtenus avec des matrices d'inertie diagonales.

Le vecteur gravité

$$\begin{aligned} Q_1 &= 0 \\ Q_2 &= 1/2gC2m_2l_2 + gC2m_3l_2 + 1/2gC23m_3l_3 \\ Q_3 &= 1/2gC23m_3l_3 \end{aligned}$$

5.2.4 Application numérique

Le calcul du modèle dynamique décrit par les méthodes de Newton-Euler et Lagrange est représenté par le schéma de la figure (5.8) [55], [56]:

les données nécessaires au calcul du modèle dynamique de la patte sont :

1. Les paramètres géométriques, inertiels ainsi que les efforts sur la plate-forme et les réactions du sol sur les bouts des pattes, tableau (5.1):

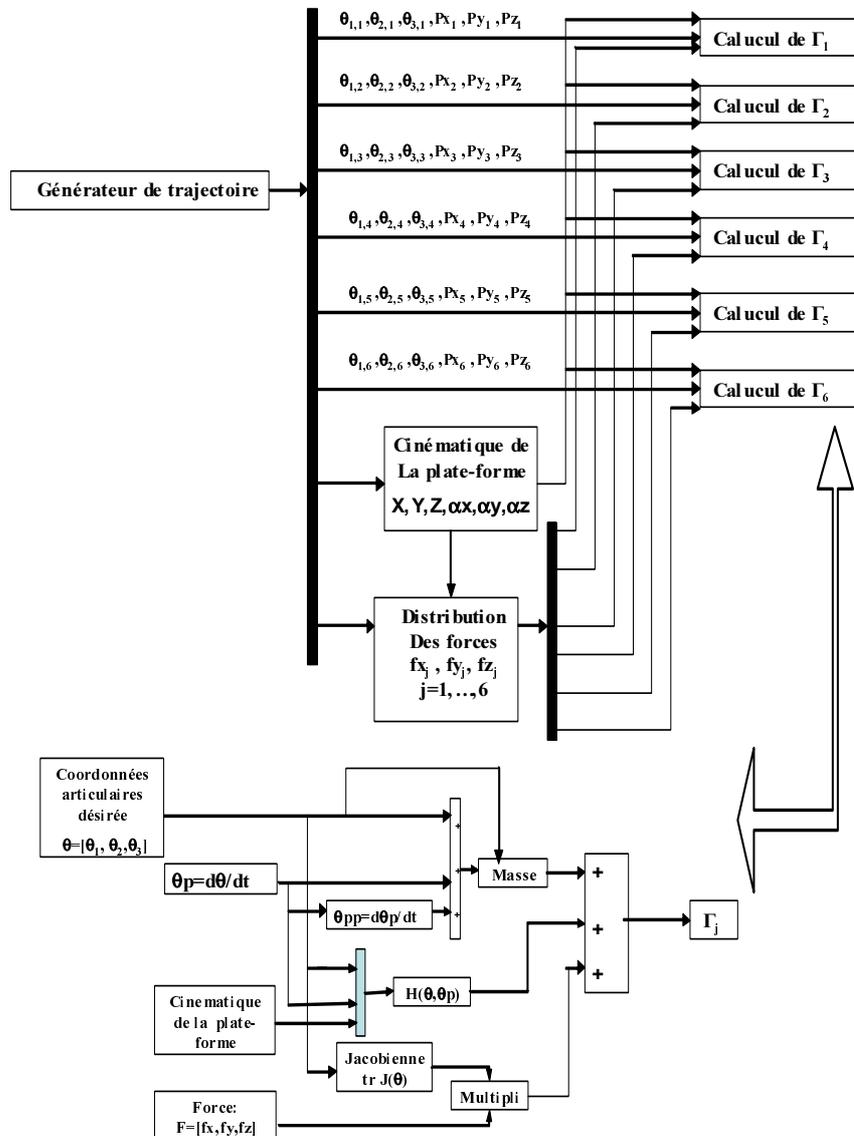


FIG. 5.8 – Principe de calcul du modèle dynamique de l'hexapode

2. Les positions, les vitesses et les accélérations articulaires sont calculées lors de la génération de trajectoire (voir exemple numérique du chapitre 3).

Paramètres	valeurs numériques en cm, Kg et N
Géométriques	$l_1 = 5; l_2 = 20; l_3 = 30; a = 25; b = 61 \text{ cm}; \alpha = 0; r = 0; h = l_1 + l_3$
Inertiels	$m_1 = 0.1; m_2 = 0.07; m_3 = 0.02 \text{ Kg}$ $I_{x_1} = 1.36; I_{y_1} = 0.29; I_{z_1} = 1.6 \text{ kgcm}^4$ $I_{x_2} = 2.1; I_{y_2} = 2.29; I_{z_2} = 0.33 \text{ kgcm}^4$ $I_{x_3} = 0.001; I_{y_3} = 0.05; I_{z_3} = 0.05 \text{ kgcm}^4$
Efforts sur la plate-forme	$F_x = -3; F_y = 5; F_z = 50 \text{ N}; M_z = 100; M_y = 200; M_x = 0 \text{ N.cm}$
Efforts sur les bouts des pattes	calculées en phase du calcul dynamique voir chapitre "4"
nombre de pas dans un cycle	$n = 750$

TAB. 5.1 – Paramètres numériques nécessaires pour le calcul du modèle dynamique

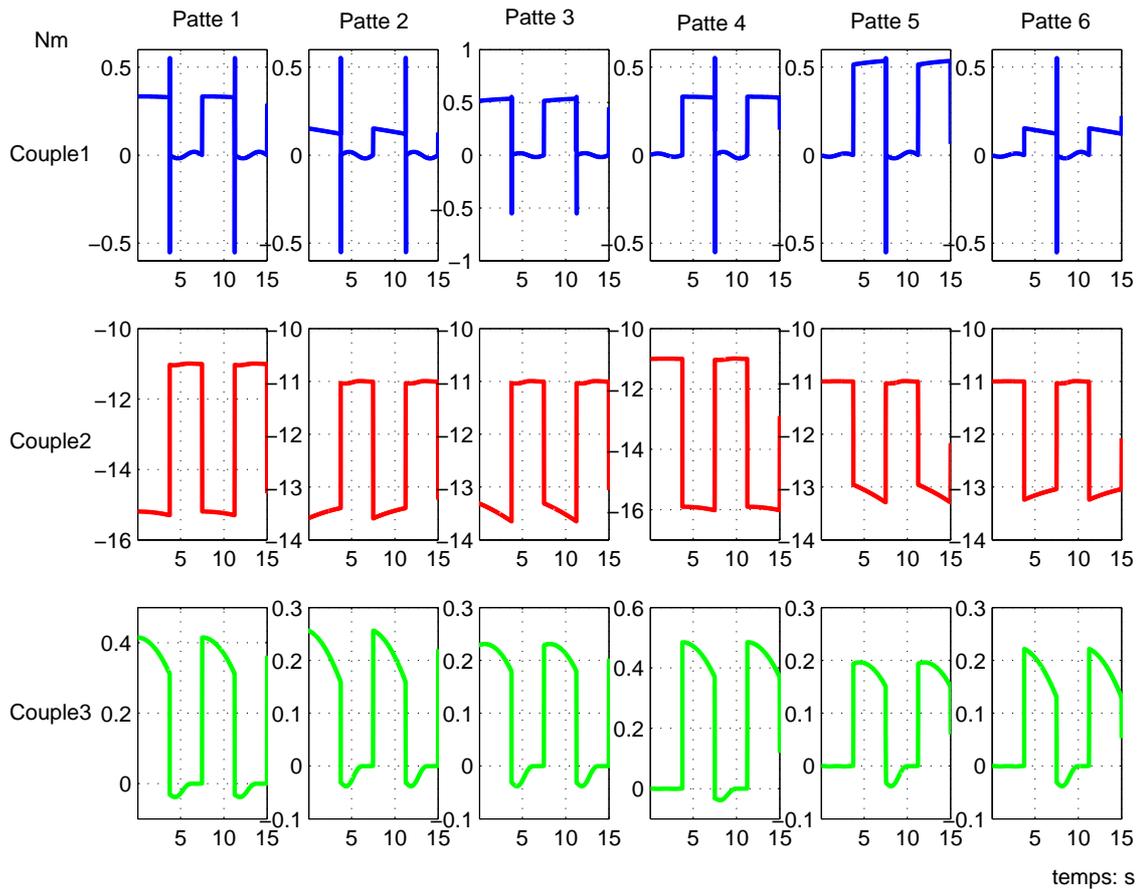
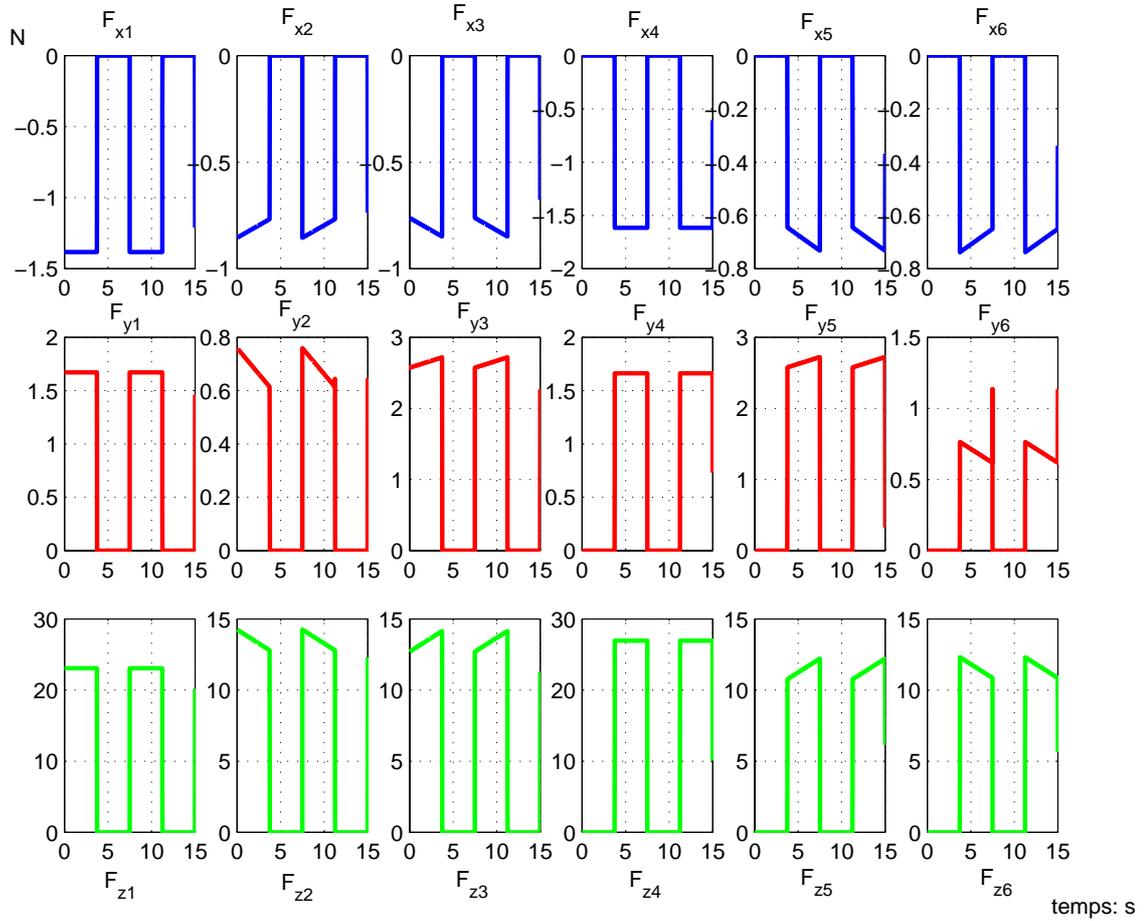


FIG. 5.9 – Couples articulaires sur les six pattes en Nm


 FIG. 5.10 – Forces agissantes sur les pieds des six pattes en N

Interprétation

Ces résultats de simulation montrent que :

1. Les trois couples moteurs restent presque constants pendant la phase de support et changent de valeur pendant la phase d'appui; ceci est dû à l'exécution de la phase de support avec accélération nulle et de celle d'appui avec accélération variable.
2. Le moteur le plus sollicité est le deuxième, vient ensuite le premier et enfin le troisième.
3. L'ordre de classement obtenu pour les trois couples moteurs reste valide en comparaison avec les références [22] [34] où les auteurs ont choisi leurs moteurs selon ce même ordre.

5.3 Conclusion

On a présenté dans ce chapitre les deux formalismes : celui de Lagrange et celui de Newton-Euler, pour le calcul du modèle dynamique du robot marcheur. Le formalisme de Lagrange nous a permis de calculer la matrice d'inertie de chaque patte ; celui de Newton-Euler, les valeurs des trois couples moteurs au niveau des articulations des pattes. Ceci est nécessaire pour le

suivi des trajectoires désirées des bouts des pattes et du centre de gravité de la plate-forme, durant la marche de l'hexapode. Nous aborderons dans le chapitre qui suit la commande du robot pour s'assurer du bon suivi d'une trajectoire imposée.

Chapitre 6

Etude de la commande de l'hexapode

6.1 Introduction

Lorsque l'application exige des évolutions rapides du robot et une grande précision dynamique, il est nécessaire de concevoir un système de commande plus sophistiqué [30], qui prenne en compte toutes ou une partie des forces d'interaction dynamiques. L'utilisation de la commande par découplage non linéaire, constitue une bonne approche en ce sens [57] [58] [59]. Ce type de commande est aussi appelé commande dynamique parce qu'il est fondé sur l'utilisation du modèle dynamique. Théoriquement, il assure le découplage et la linéarisation des équations du modèle, ayant pour effet une réponse uniforme quelle que soit la configuration du robot.

La mise en oeuvre de cette méthode exige le calcul en ligne du modèle dynamique et la connaissance des valeurs numériques des paramètres inertiels et de frottements.

Cette commande consiste à transformer par retour d'état le problème de commande d'un système non linéaire en un problème de commande d'un système linéaire. L'élaboration d'une loi de commande qui linéarise et découple les équations est simplifiée par le fait que le nombre d'actionneurs est égal au nombre de variables articulaires et que le modèle dont on dispose est un modèle inverse qui exprime l'entrée Γ du système en fonction du vecteur d'état $\theta, \dot{\theta}$ et de $\ddot{\theta}$ [60]. Ces propriétés font que les équations du robot définissent un système plat dont les sorties plates sont les variables articulaires θ et $\dot{\theta}$. Dans ce qui suit, on développe cette méthode, tout d'abord dans l'espace articulaire, puis dans l'espace opérationnel [55] [56].

6.2 Commande par découplage non linéaire dans l'espace articulaire

Soit $\hat{\mathbf{A}}(\theta)$ et $\hat{\mathbf{H}}(\theta, \dot{\theta})$ les estimations respectives de $\mathbf{A}(\theta)$ et $\mathbf{H}(\theta, \dot{\theta})$. On suppose que les positions et vitesses articulaires sont mesurables et que les mesures ne sont pas bruitées. Partant de l'équation (6.1), si l'on choisit une commande Γ telle que :

$$\Gamma = \mathbf{A}(\theta)\ddot{\theta} + \hat{\mathbf{H}}(\theta, \dot{\theta}) \quad (6.1)$$

alors:

$$\Gamma = \hat{\mathbf{A}}(\theta)\mathbf{w}(t) + \hat{\mathbf{H}}(\theta, \dot{\theta}) \quad (6.2)$$

Donc, dans le cas idéal où le modèle est supposé parfait, le vecteur de commande s'écrit :

$$\ddot{\theta} = \mathbf{w}(t) \quad (6.3)$$

On se ramène donc à un problème de commande de systèmes linéaires, invariants, découplés et du second ordre. Si le mouvement désiré est complètement spécifié, alors $\mathbf{w}(t)$ est donné par:

$$\mathbf{w}(t) = \ddot{\theta} + \mathbf{k}_v(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + \mathbf{k}_p(\theta_d - \theta) \quad (6.4)$$

Où:

$\ddot{\theta}_d(t)$, $\dot{\theta}_d(t)$ et $\theta_d(t)$ désignent respectivement, l'accélération, la vitesse et la position désirées dans l'espace articulaire ;

\mathbf{k}_p et \mathbf{k}_v sont des matrices diagonales définies positives de dimension $(n \times n)$,

$$\mathbf{k}_v = \text{diag}[k_{vi}], \quad \mathbf{k}_p = \text{diag}[k_{pi}]$$

d'après l'équation (6.3), la réponse du système en boucle fermée sera donc décrite par l'équation linéaire découplée suivante :

$$\ddot{\mathbf{e}} + \mathbf{k}_v \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{k}_p \mathbf{e} = 0 \quad (6.5)$$

Où $\mathbf{e}(t) = \theta_d(t) - \theta(t)$ et $\dot{\mathbf{e}}(t) = \dot{\theta}_d(t) - \dot{\theta}(t)$.

La solution de l'équation de l'erreur $\mathbf{e}(t)$ est globalement exponentiellement stable. Les gains k_{pi} et k_{vi} sont choisis pour imposer à l'erreur de l'axe i la dynamique désirée d'amortissement ξ_i et de pulsation ω_i , quelque soit la configuration du robot :

$$k_{pi} = \omega_i^2 k_{vi} = 2\xi_i \omega_i \quad (6.6)$$

En général, on choisit un amortissement égal à 1 pour avoir une réponse sans dépassement. On spécifie le mouvement de la patte dans l'espace articulaire et on applique sa commande dans cet espace. Les figures (6.1) et (6.2) représentent le schéma bloc de cette loi de commande dans l'espace articulaire :

Le signal de commande aux actionneurs comporte trois parties :

1. La première compense les couples de Coriolis, centrifuge, de gravité et de frottement;
2. La deuxième est une correction de position et de vitesse à gains variables représentée respectivement par $\hat{\mathbf{A}}\mathbf{k}_p$ et $\hat{\mathbf{A}}\mathbf{k}_v$;
3. La troisième constitue une anticipation des forces d'accélération désirées $\hat{\mathbf{A}}\ddot{\theta}_d$.

Lorsqu'il y a des erreurs de modélisation, l'équation de la boucle fermée correspondant à la figure (6.2) est obtenue en utilisant les relations (6.1) et (6.2):

$$\hat{\mathbf{A}}(\ddot{\theta}_d + \mathbf{k}_v \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{k}_p \mathbf{e}) + \hat{\mathbf{H}} = \mathbf{A}\ddot{\theta} + \mathbf{H} \quad (6.7)$$

et on déduit que:

$$\ddot{\mathbf{e}} + \mathbf{k}_v \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{k}_p \mathbf{e} = \hat{\mathbf{A}}^{-1}[(\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}})\ddot{\theta} + \mathbf{H} - \hat{\mathbf{H}}] \quad (6.8)$$

On remarque avec la relation (6.8) que les erreurs de modélisation constituent une excitation pour l'équation de l'erreur. Il en résulte que lorsque ces erreurs sont importantes, il faut augmenter les gains de position et de vitesse, mais ces valeurs sont limitées par la stabilité du système.

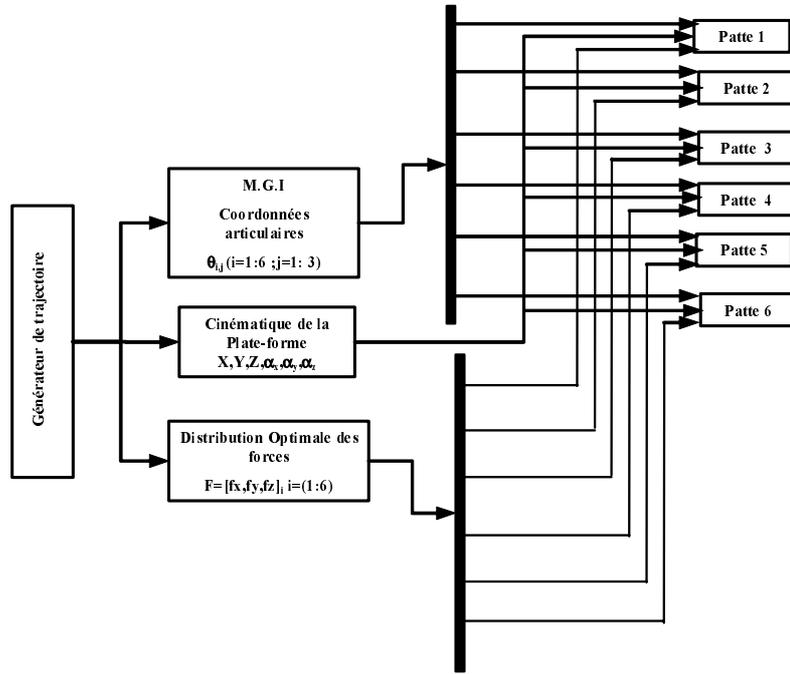


FIG. 6.1 – Schéma fonctionnel du contrôle de l'hexapode

6.3 Commande par découplage non linéaire dans l'espace opérationnel

Les relations entre les variables de l'espace cartésien et celle de l'espace articulaire sont les suivantes:

1. Le modèle géométrique direct:

$$\mathbf{X} = f(\theta) \quad (6.9)$$

Il permet d'obtenir les coordonnées cartésiennes en fonction des coordonnées articulaires.

2. Le modèle géométrique inverse:

$$\theta = g(\mathbf{X}) \quad (6.10)$$

Il permet de calculer les coordonnées articulaires, en fonction des coordonnées cartésiennes.

3. Le modèle cinématique direct:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{J}(\theta)\dot{\theta} \quad (6.11)$$

\mathbf{J} est la matrice jacobienne.

4. Le modèle cinématique inverse:

$$\dot{\theta} = \mathbf{J}(\theta)^{-1}\dot{\mathbf{X}} \quad (6.12)$$

Par dérivation de l'équation (6.11) on obtient:

$$\ddot{\mathbf{X}} = \mathbf{J}(\theta)\ddot{\theta} + \dot{\mathbf{J}}(\theta,\dot{\theta})\dot{\theta} \quad (6.13)$$

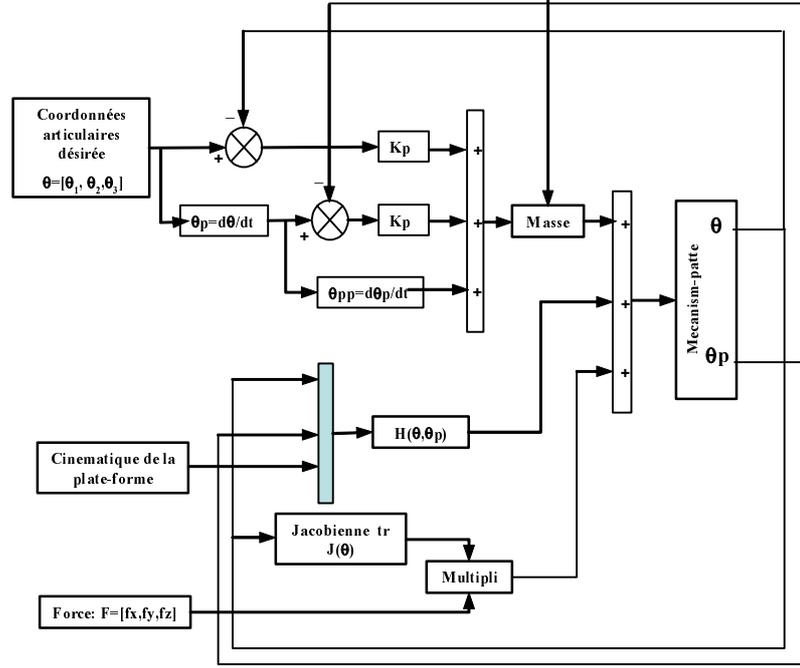


FIG. 6.2 – Schéma fonctionnel de commande d'une patte dans l'espace articulaire

avec:

$$\dot{\mathbf{J}}(\theta, \dot{\theta}) = \frac{d\mathbf{J}(\theta)}{dt}$$

A partir de l'équation (6.13) on écrit:

$$\ddot{\theta} = \mathbf{J}(\theta)^{-1}(\ddot{\mathbf{X}} - \dot{\mathbf{J}}(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}) \quad (6.14)$$

Le comportement dynamique du robot dans l'espace opérationnel est décrit par l'équation suivante, obtenue en substituant à $\ddot{\theta}$ dans l'équation (6.1), son expression donnée par l'équation (6.14).

$$\Gamma = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{J}(\theta)^{-1}(\ddot{\mathbf{X}} - \dot{\mathbf{J}}(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}) + \mathbf{H}(\theta, \dot{\theta}) \quad (6.15)$$

Soit $X_d(t)$ la trajectoire désirée du robot. Soit l'erreur de poursuite de la trajectoire produite par les coordonnées articulaires, [30] [34] .

$$e_X(t) = X_d(t) - X(t) \quad (6.16)$$

Comme pour le cas de la commande dans l'espace articulaire, une loi de commande qui linéarise et découple les équations dans l'espace opérationnel est donnée par:

$$\Gamma = \hat{\mathbf{A}}(\theta)\mathbf{J}(\theta)^{-1}(w(t) - \dot{\mathbf{J}}(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}) + \hat{\mathbf{H}}(\theta, \dot{\theta}) \quad (6.17)$$

avec:

$$w(t) = \ddot{X}_d + k_v(\dot{X}_d - \dot{X}) + k_p(X_d - X) \quad (6.18)$$

En utilisant cette loi de commande, le comportement du robot sera décrit par l'équation:

$$\ddot{e}_X + k_v \dot{e}_X + k_p e_X = 0 \quad (6.19)$$

Le schéma de la commande est représenté par la figures (6.3).

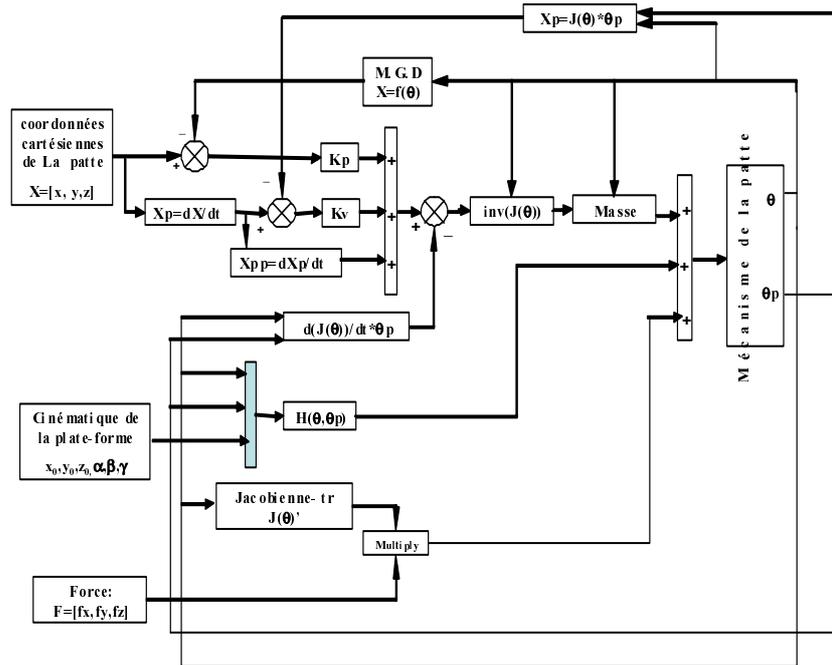


FIG. 6.3 – Schéma de commande du robot dans l'espace opérationnel

6.4 Application à l'hexapode

Dans le but de montrer la validité de l'approche proposée, quelques simulations sont développées sous matlab.

6.4.1 Simulation sur une trajectoire droite

On considère que le robot se déplace selon une trajectoire rectiligne sur un sol plan. L'équation de la droite $Y_i = 3 * X_i$ avec $X_i = X_{i-1} + 0.007$ en $[cm]$, $i = 1, \dots, 1500$ et $z = l_1 + l_3$. Les dimensions du mécanisme de base de la patte sont, $l_1 = 0.05$ [m], $l_2 = 0.20$ [m], $l_3 = 0.30$ [m] et $l_4 \simeq 0$ [m]. Il y'a trois coordonnées articulaires $\theta_{1,j}, \theta_{2,j}, et \theta_{3,j}$ pour une patte "j". Les masses et les inerties des différents éléments de la patte "j" sont respectivement ($m_1 = 0.1, m_2 = 0.07, m_3 = 0.03$ [kg]) et ($I_{x1} = 1.36, I_{y1} = 0.297, I_{z1} = 1.6, I_{x2} = 2.1, I_{y2} = 2.29, I_{z2} = 0.33, I_{x3} = 0.001, I_{y3} = 0.05, I_{z3} = 0.05$ [kg cm^2]).

La simulation est représentée pour deux cycles de marche correspondant à 15 secondes avec un pas de temps égal à 0.01 seconde.

Les résultats de la simulation sont représentés dans les figures (6.4),(6.5),(6.6),(6.7),(6.8) et (6.9).

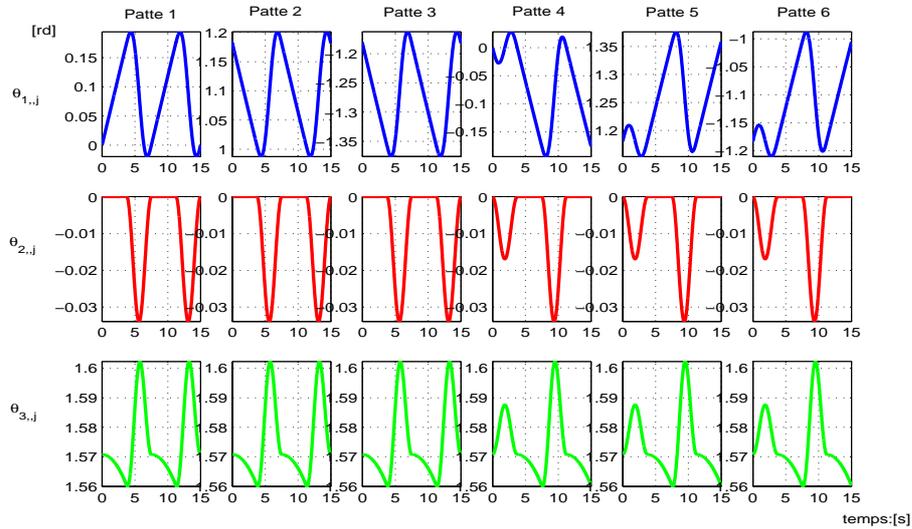


FIG. 6.4 – *Les coordonnées articulaires*

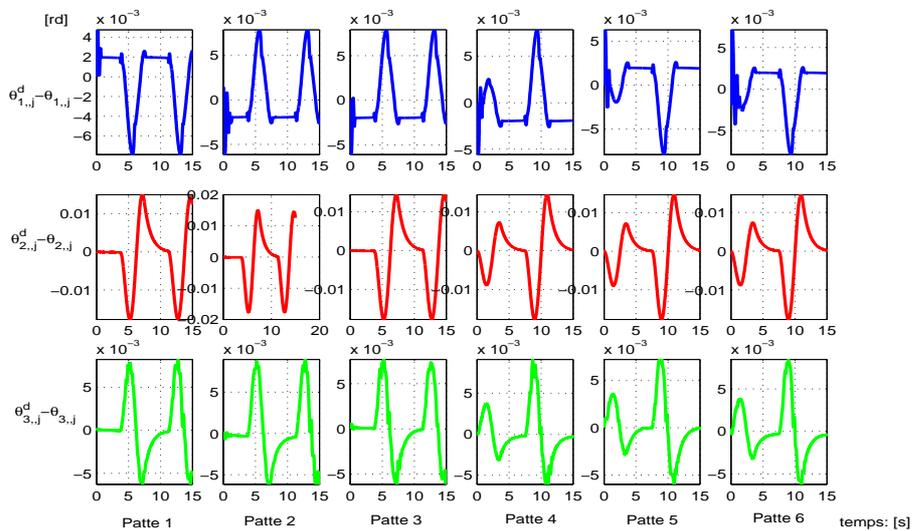


FIG. 6.5 – *Erreurs sur les coordonnées articulaires*

6.4.2 Interprétation des résultats pour la trajectoire droite

La figure (6.4) montre les profils des trois coordonnées articulaires désirées en radian, la figure (6.5) représente l'évolution de l'erreur au niveau des coordonnées articulaires lors du suivi

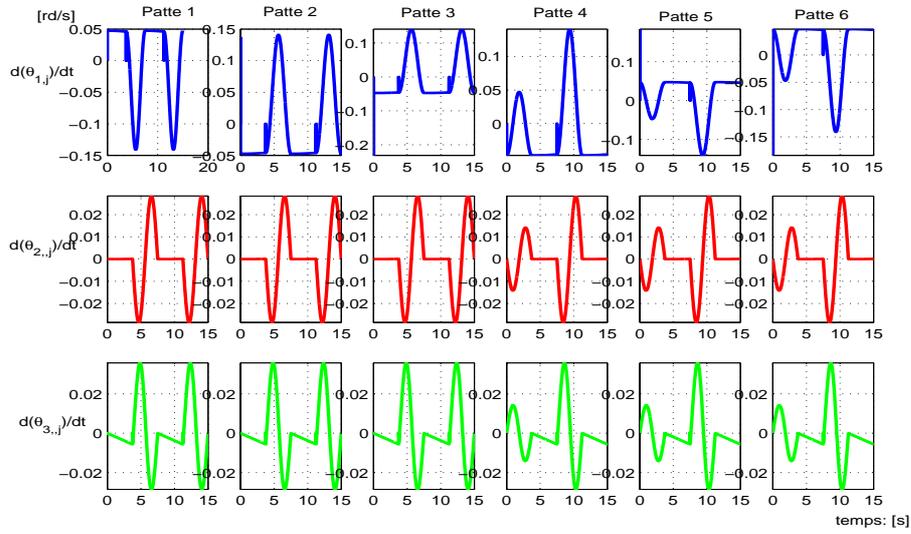


FIG. 6.6 – *Vitesses articulaires*

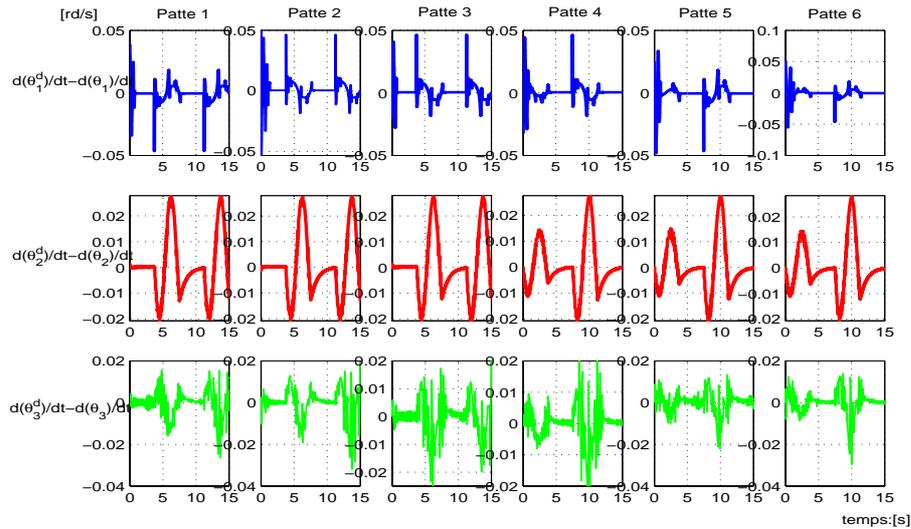


FIG. 6.7 – *Erreurs sur les vitesses articulaires*

de la trajectoire désirée. On remarque la bonne convergence de la loi de commande établie. Cette erreur est très faible, elle est, de l'ordre de $2.10^{-3} rd$, mais elle oscille faiblement pendant la phase aérienne, cela est dû à l'accélération pendant le décollage de la patte et la décélération pendant l'atterrissage.

De même les figures (6.6) et (6.7) représentent respectivement, les vitesses articulaires et les erreurs correspondantes. Cette dernière est très faible lors de la phase de support, mais elle oscille d'une façon importante lors de la phase aérienne représentant globalement le 1/10 de la valeur de la vitesse articulaire, son maximum est atteint pour la deuxième articulation elle est de l'ordre de $2.10^{-2} rd/s$. Malgré cette valeur notable, le système reste stable et converge bien. La figure (6.8) visualise les couples articulaires en (N.m). On remarque qu'il sont constants

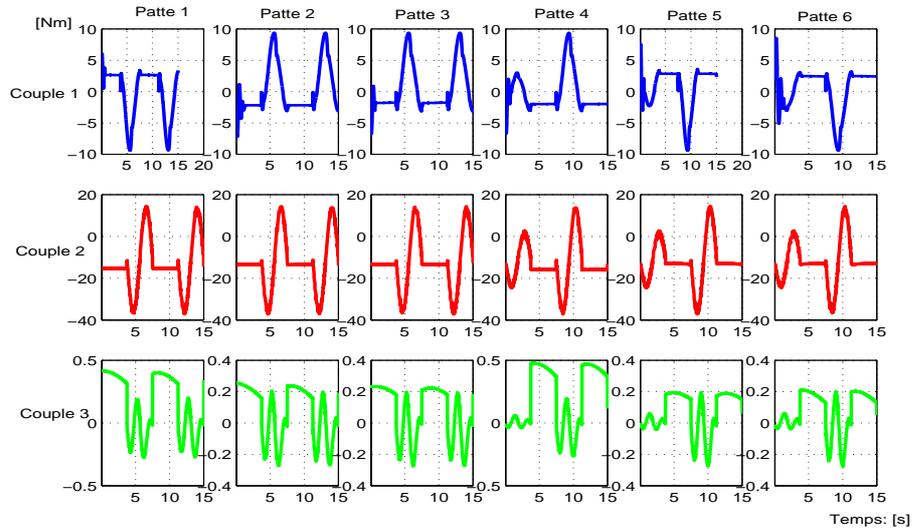


FIG. 6.8 – *Couples articulaires*

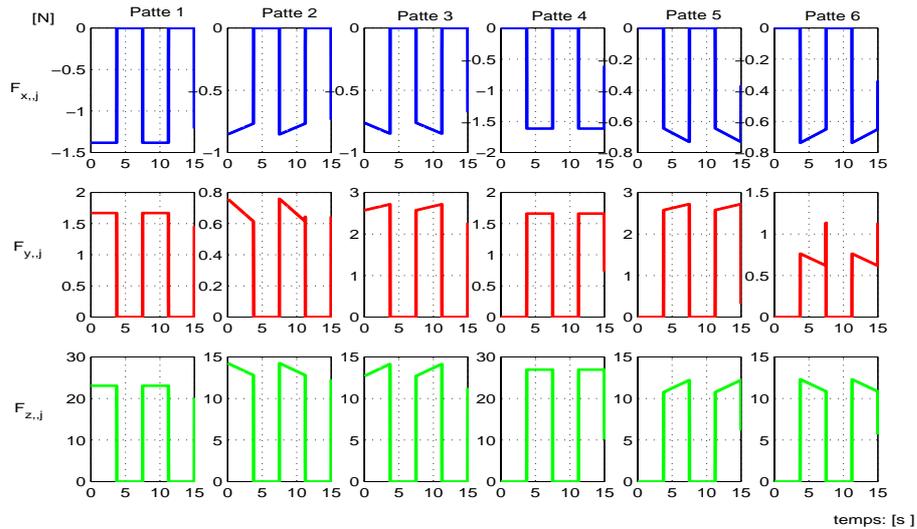


FIG. 6.9 – *Réactions du sol*

pendant la phase de support, mais ils augmentent d'une façon sinusoïdale lors de la phase aérienne. Ceci est dû au profil même de la cycloïde faite par les bouts des patte. On remarque aussi que le couple de la deuxième articulation est le plus grand, il représente 3 fois la valeur de celui de la première articulation. Enfin, vient le couple de la troisième articulation en dernier avec une valeur approximativement 30 fois moins que celle de la deuxième articulation, cela est dû au faible mouvement de la troisième articulation. Ce résultat est confirmé par celui de [34].

Enfin, la figure (6.9) représente les réactions du sol agissant sur les pattes en (N). Le temps nécessaire pour l'obtention des résultats de la simulation de la marche de l'hexapode en ligne droite, sur un ordinateur est plus grand que la valeur inscrite dans le programme. Cela

est dû au nombre d'échantillonnage élevé (1500 échantillons pour deux cycles de marche), mais nécessaire pour la bonne convergence de la commande.

6.4.3 Simulation sur une trajectoire circulaire

On considère que le robot se déplace selon une trajectoire circulaire sur un sol plan. L'équation du cercle $Y_i = \sqrt{R^2 - X_i^2}$ avec $R = 200\text{ cm}$; $X_i = X_{i-1} + 0.01$ en $[cm]$, $i = 1, \dots, 1500$ et $z = l_1 + l_3$. Le reste des paramètres sont similaires à ceux de la première application.

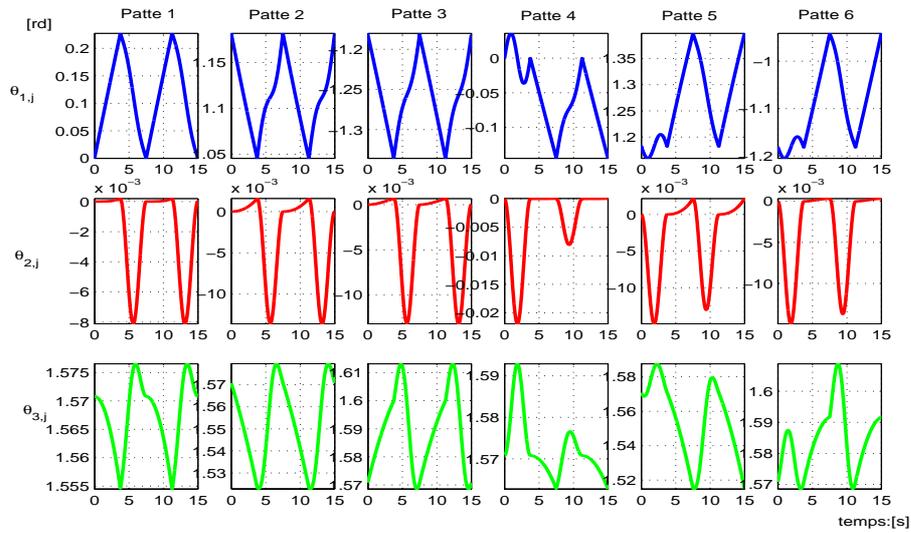


FIG. 6.10 – Les coordonnées articulaires

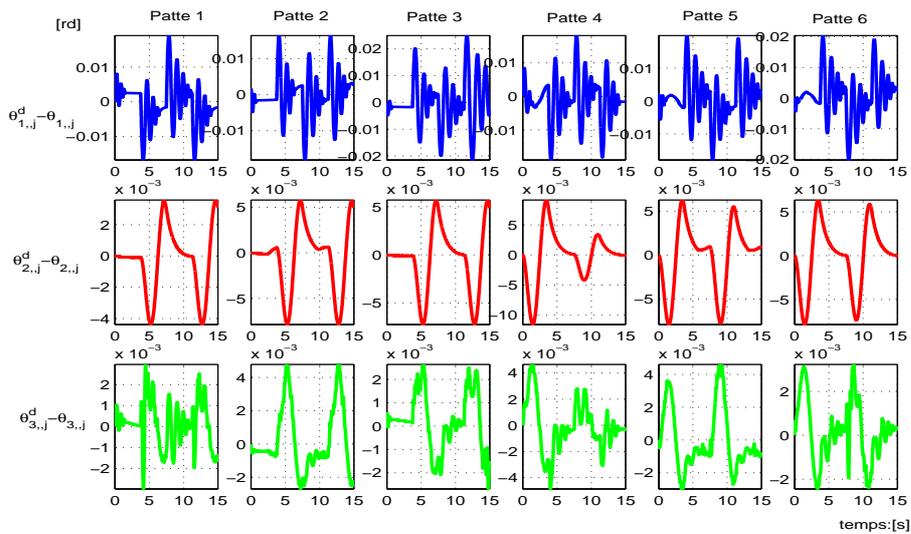
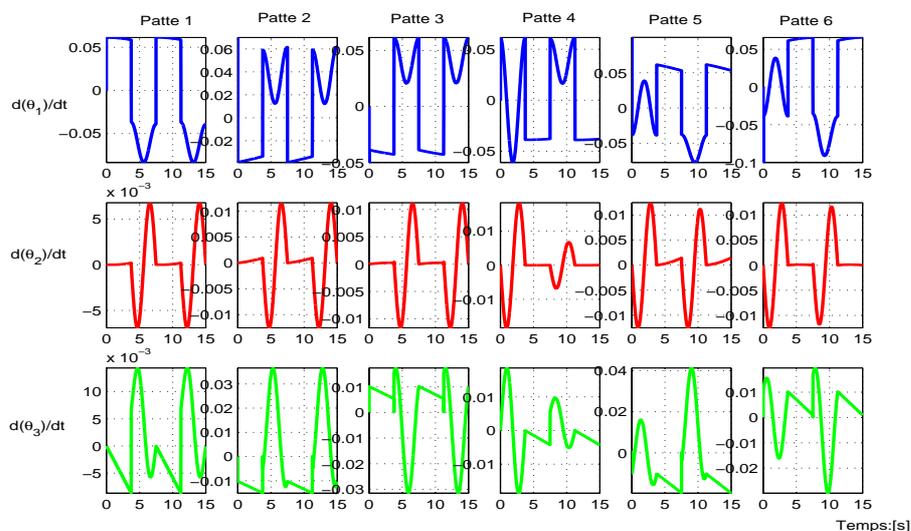
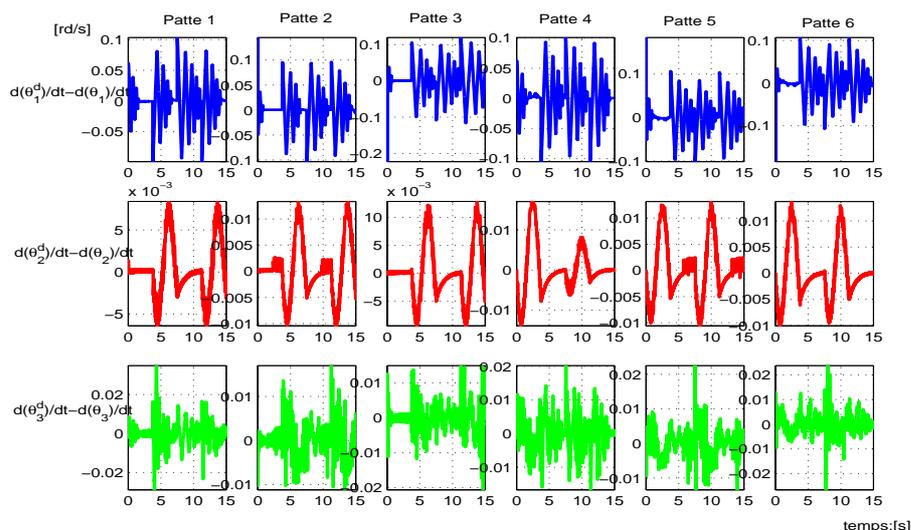


FIG. 6.11 – Erreurs sur les coordonnées articulaires


 FIG. 6.12 – *Vitesses articulaires*

 FIG. 6.13 – *Erreurs sur les vitesses articulaires*

6.4.4 Interprétation des résultats pour la trajectoire circulaire

Globalement, les remarques concernant la trajectoire droite restent valables pour la trajectoire circulaire. Le fait que la trajectoire soit circulaire rend les profils des coordonnées articulaires des pattes, se trouvant sur la circonférence extérieure, différents de ceux des pattes de l'intérieur, figure (6.10).

L'évolution de l'erreur des coordonnées articulaires lors du suivi de la trajectoire désirée, reste faible de l'ordre de $2 \cdot 10^{-3}$ rd mais avec des oscillations plus fortes que ceux de la trajectoire rectiligne, figure (6.10). Cela est dû à la spécificité de la trajectoire circulaire.

Les figures (6.12) et (6.13) représentent respectivement les vitesses articulaires et les erreurs correspondantes. On remarque la bonne convergence du système à travers ces deux courbes,

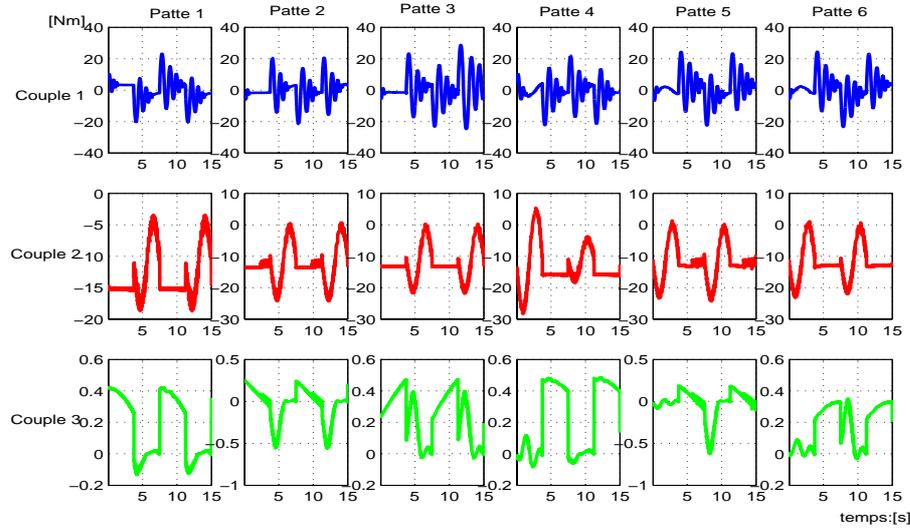


FIG. 6.14 – *Couples articulaires*

malgré la forte oscillation au niveau des graphes des erreurs sur les vitesses articulaires. La figure (6.14) montre les couples articulaires. Les mêmes commentaires faits pour la trajectoire rectiligne restent valables pour le cas de la trajectoire circulaire avec une oscillation des couples articulaires un peu plus forte.

6.5 Conclusion

La bonne convergence de la commande par découplage non linéaire nécessite le calcul en ligne du modèle dynamique avec la connaissance parfaite des paramètres géométriques et dynamiques de la patte. Malheureusement, certains d'entre eux sont connus avec une certaine incertitude (inerties et masses), d'autres inconnus et variables dans le temps tels les coefficients de frottements. Ces incertitudes influent sur les valeurs du calcul dynamique ce qui se répercute à son tour sur le temps de convergence qui devient plus long. Le deuxième facteur influençant le temps de calcul c'est la complexité des termes non linéaires du modèle dynamique qui sont fonction des positions et vitesses mesurées à chaque instant. La mise en oeuvre de cette commande pour l'hexapode prend donc un temps supérieur au temps réel en simulation sur ordinateur. Pour cela on propose l'optimisation du calcul par le regroupement des paramètres inertiels du robot dans la formulation du modèle dynamique.

Chapitre 7

Conclusion générale

Les travaux présentés portent sur la modélisation, la simulation et la commande dynamique des robots hexapodes. Il s'agit d'un sujet d'actualité qui mobilise de nombreuses équipes de recherche à travers le monde et dont les retombées couvrent un large champs d'applications industrielles (nucléaire, spatial, assistance aux personnes).

Les robots à pattes (Hexapodes, bipèdes, ...) présentent des architectures à topologies variables au cours de leurs mouvements, ce qui nécessite d'enrichir les techniques développées pour les systèmes polyarticulés en chaînes ouvertes afin de prendre en compte les couplages permanents ou temporaires entre les chaînes élémentaires. D'où la nécessité de disposer d'outils numériques d'analyse des systèmes articulés à chaînes complexes et d'outils génériques d'analyse paramétrée.

Pour ces raisons, nous avons développé, dans le cadre de ce travail, un ensemble d'outils numériques d'aide à la conception de structures mécaniques complexes, plus particulièrement adaptés aux structures de locomotion articulée. Ces outils sont suffisamment souples pour être appliqués à la modélisation, la simulation et l'aide à la conception de plusieurs classes de robots à architectures complexes (robots à pattes, robots parallèles, ...). L'application de validation qu'il présente concerne les robots hexapodes des points de vues théorique et expérimental.

La thèse présentée comporte quatre parties, à savoir:

- la modélisation géométrique et cinématique,
- le calcul temps réel de la distribution des efforts de contact
- la modélisation dynamique dans les espaces articulaire et opérationnel,
- la commande dans les espaces articulaire et opérationnel.

Ces travaux ont été validés en simulation sous Maple et Matlab/Simulink ainsi que sur une plateforme expérimentale développée au sein du laboratoire LIIA de l'université Paris 12 et dont on a assuré le suivi et la mise en oeuvre.

Après un état de l'art sur les robots à pattes, on a présenté une étude détaillée de la modélisation géométrique et cinématique du robot hexapode. Dans cette partie, on a calculé le modèle géométrique direct d'une patte à l'aide de la méthode de Khalil-Kleinfinger.

Partant de la connaissance du modèle géométrique direct de la patte, on a abordé la question inverse, c'est à dire, de trouver les valeurs de chaque variable articulaire pour que le pied de la patte atteigne un point désiré dans l'espace opérationnel. On a utilisé la méthode de Paul

pour le calcul du MGI, cette méthode analytique donne toutes les solutions possibles du modèle géométrique inverse.

Lors de la résolution du MGI on n'a retenu que la solution qui convient à la marche de la patte liée à la plate-forme en éliminant celles qui se situent hors de l'espace de travail et celle qui correspondent à une mauvaise posture de la patte. La vérification de la justesse de la solution retenue est prouvée par plusieurs simulations.

On a procédé ensuite à l'établissement du modèle cinématique direct de l'hexapode en calculant sa matrice jacobienne de base ou celle projetée dans un repère quelconque, ainsi que la détermination de son inverse qui permet le calcul du modèle cinématique inverse. L'analyse de la matrice jacobienne de la patte, nous a permis de déterminer ses positions singulières et son espace de travail.

Nous avons traité aussi le problème de la planification de trajectoires dans l'espace opérationnel; le principal objectif de ce chapitre est de mettre en oeuvre un algorithme de marche assez général pour l'hexapode.

Les pattes travaillent en tripodes alternés. La plate forme peut se déplacer suivant une lois horaire quelconque, mais sous la contrainte du domaine atteignable des pattes porteuses. Ainsi le robot simule des marches sur terrain plat suivant des trajectoires ayant un assez grand rayon de courbure. Le générateur de trajectoire ainsi conçu permet de récupérer à tout instant les valeurs des coordonnées, des vitesses et des accélérations articulaires, toute la cinématique du centre de gravité de la plate forme ainsi que les coordonnées des bouts des pattes avec leurs vitesses et accélérations correspondantes dans le repère atelier.

Les données fournies par le générateur de trajectoire seront la base pour le calcul dynamique du robot, à savoir, détermination des valeurs des couples articulaires, étude de l'équilibre dynamique de la plate-forme.

Dans la troisième partie, on a traité le problème du calcul en temps réel de la distribution des efforts sur les pattes du robot. Cet aspect est important pour garantir la stabilité de la marche du robot. On a posé le problème en termes d'optimisation non linéaire sous contraintes. Pour garantir la faisabilité de la solution en temps réel, on a procédé à une réduction de la complexité du problème initial, par analyse de la marche du robot et en ramenant le problème non linéaire initial à un problème d'optimisation quadratique. Les simulations présentées valident l'approche qu'on a utilisée.

Ensuite nous avons abordé le problème de la modélisation dynamique du robot hexapode en considérant les deux formalismes, celui de Newton-Euler et celui de Lagrange. Le développement qu'on a adopté est rigoureux et détaillé, il permet d'aboutir à des formes récursives ou compactes du modèle dynamique.

Le formalisme de Lagrange nous a servi pour calculer la valeur de la matrice d'inertie de chaque patte; celui de Newton-Euler nous a permis de calculer les valeurs des trois couples moteurs, au niveau des articulations de chaque patte, nécessaires pour le suivi des trajectoires désirées des bouts des pattes et du centre de gravité de la plate-forme durant la marche de l'hexapode. Des simulations valident les approches proposées.

Ensuite, on a étudié le problème de la commande dynamique du robot à pattes. L'approche

proposée est basée sur un module de génération de trajectoires dans l'espace opérationnel, un module de calcul de la distribution optimale des efforts de contact sur les pattes et un module de commande par découplage non linéaire pour chaque patte. Cette approche de commande générique a été validée sous Matlab/Simulink, comme l'attestent les simulations fournies ainsi qu'en expérimentation sur une maquette d'un robot hexapode au sein du laboratoire LIIA.

Nous pouvons dire que nous avons présenté dans la présente thèse, un travail de recherche intéressant tant sur le plan théorique que pratique. Ses résultats ont fait l'objet de plusieurs communications nationales et internationales. L'approche proposée présente une originalité intéressante, en ce sens qu'elles traitent le problème de la commande dynamique d'un robot polyarticulé complexe en prenant en compte les contraintes temps réel.

Les principales perspectives ouvertes par ce travail sont:

- l'établissement des critères permettant de générer automatiquement des phases transitoires lors d'une modification éventuelle de l'environnement. En effet, dans l'étude que nous avons présentée, nous considérons que nous avons une connaissance parfaite de l'environnement extérieur et les allures des marches sont définies à l'avance.
- la détermination d'autres méthodes de contrôle de la stabilité de la plate-forme. A ce sujet, l'utilisation de la logique floue est une approche à envisager. En effet, la nature même des corrections qu'elle autorise fait qu'il devient tout à fait possible d'élaborer des règles comportementales qui peuvent s'exprimer en termes de poussée plus ou moins forte des pattes au sol.
- la mise au point des différentes tâches à réaliser par un superviseur incorporé à l'hexapode.
- la locomotion sur terrains accidentés. Dans ce cas, il est nécessaire d'adapter des allures quasi-statiques périodiques ou libres et il serait très utile de disposer des jauges de contraintes aux bouts des pattes.

Annexe A

Résultats symboliques du modèle dynamique d'une patte

1. Les efforts sur les points de contact

$$F_{j_5,4} := [fx_{j_5,4}, fy_{j_5,4}, fz_{j_5,4}]$$

$$C_{j_5,4} := [0, 0, 0]$$

2. Les moments d'inerties

$$k_{1,1} = \begin{bmatrix} Ix_1 & 0 & 0 \\ 0 & Iy_1 & 0 \\ 0 & 0 & Iz_1 \end{bmatrix} \quad k_{2,2} = \begin{bmatrix} Ix_2 & 0 & 0 \\ 0 & Iy_2 & 0 \\ 0 & 0 & Iz_2 \end{bmatrix} \quad k_{3,3} = \begin{bmatrix} Ix_3 & 0 & 0 \\ 0 & Iy_3 & 0 \\ 0 & 0 & Iz_3 \end{bmatrix}$$

3. Les conditions initiales (vitesse angulaire, accélération angulaire, accélération linéaire)

$$w_{j_0,0} = [wx_0, wy_0, wz_0] \quad a_{j_0,0} := [ax_0, ay_0, az_0] \quad \alpha_{j_0,0} = [fx_0, fy_0, fz_0 + g]$$

4. Les vitesses angulaires

$$w_{j_0,1} = [wx_0, wy_0, wz_0]$$

$$w_{j_1,1} = [w_{j_0,1x}, w_{j_0,1y}, w_{j_0,1z}]$$

$$w_{j_2,2} = [w_{j_1,2x}, w_{j_1,2y}, w_{j_1,2z} + \theta_{p_j,2}]$$

$$w_{j_2,3} = [\cos(\theta_{j,3}) w_{j_2,2x} - \sin(\theta_{j,3}) w_{12,2z}, -\sin(\theta_{j,3}) w_{j_2,2x} - \cos(\theta_{j,3}) w_{12,2z}, w_{12,2y}]$$

$$w_{j_3,3} = [w_{j_2,3x}, w_{j_2,3y}, w_{j_2,3z} + \theta_{p_j,3}]$$

$$w_{j_3,4} = [\cos(\theta_{j,4}) w_{j_3,3x} + \sin(\theta_{j,4}) w_{13,3y}, -\sin(\theta_{j,4}) w_{j_3,3x} + \cos(\theta_{j,4}) w_{13,3y}, w_{13,3z}]$$

$$w_{j4,4} = [w_{j3,4x}, w_{j3,4y}, w_{j3,4z} + \theta_{pj,4}]$$

5. Les accélérations angulaires

$$a_{j0,1} = [ax0, ay0, az0]$$

$$a_{j0,1} = [ax_{j0,1}, ay_{j0,1}, az_{j0,1}]$$

$$a_{j1,1} = [ax_{j0,1} + \theta_{pj,1} wy_{j0,1}, ay_{j0,1} - \theta_{pj,1} wx_{j0,1}, az_{j0,1} + \theta_{ppj,1}]$$

$$a_{j1,2} = \left[(\cos(\phi_j) \cos(\theta_{j,2}) - \sin(\phi_j) \sin(\theta_{j,2})) ax_{j1,1} \right. \\ \left. + (\sin(\phi_j) \cos(\theta_{j,2}) + \cos(\phi_j) \sin(\theta_{j,2})) ay_{j1,1}, \right. \\ \left. (-\cos(\phi_j) \sin(\theta_{j,2}) - \sin(\phi_j) \cos(\theta_{j,2})) ax_{j1,1} \right. \\ \left. + (\cos(\phi_j) \cos(\theta_{j,2}) - \sin(\phi_j) \sin(\theta_{j,2})) ay_{j1,1}, az_{j1,1} \right]$$

$$a_{j2,2} = [ax_{j1,2} + \theta_{pj,2} wy_{j1,2}, ay_{j1,2} - \theta_{pj,2} wx_{j1,2}, az_{j1,2} + \theta_{ppj,2}]$$

$$a_{j2,3} = [\cos(\theta_{j,3}) ax_{j2,2} - \sin(\theta_{j,3}) az_{j2,2}, -\sin(\theta_{j,3}) ax_{j2,2} - \cos(\theta_{j,3}) az_{j2,2}, ay_{j2,2}]$$

$$a_{j3,3} = [ax_{j2,3} + \theta_{pj,3} wy_{j2,3}, ay_{j2,3} - \theta_{pj,3} wx_{j2,3}, az_{j2,3} + \theta_{ppj,3}]$$

$$a_{j3,3} = [ax_{j3,3}, ay_{j3,3}, az_{j3,3}]$$

$$a_{j3,4} := [\cos(\theta_{j,4}) ax_{j3,3} + \sin(\theta_{j,4}) ay_{j3,3}, -\sin(\theta_{j,4}) ax_{j3,3} + \cos(\theta_{j,4}) ay_{j3,3}, az_{j3,3}]$$

$$a_{j4,4} = [ax_{j3,4} + \theta_{pj,4} wy_{j3,4}, ay_{j3,4} - \theta_{pj,4} wx_{j3,4}, az_{j3,4} + \theta_{ppj,4}]$$

6. Opérateurs tensoriels $b_i = a * w * w$

$$ac_{1,1} = \begin{bmatrix} 0 & -az_{j1,1} & ay_{j1,1} \\ az_{j1,1} & 0 & -ax_{j1,1} \\ -ay_{j1,1} & ax_{j1,1} & 0 \end{bmatrix}$$

$$wcc_{1,1} = \begin{bmatrix} -wz_{j1,1}^2 - wy_{j1,1}^2 & wy_{j1,1} wx_{j1,1} & wz_{j1,1} wx_{j1,1} \\ wy_{j1,1} wx_{j1,1} & -wz_{j1,1}^2 - wx_{j1,1}^2 & wz_{j1,1} wy_{j1,1} \\ wz_{j1,1} wx_{j1,1} & wz_{j1,1} wy_{j1,1} & -wy_{j1,1}^2 - wx_{j1,1}^2 \end{bmatrix}$$

$$b_1 = \begin{bmatrix} -wz_{j1,1}^2 - wy_{j1,1}^2 & -az_{j1,1} + wy_{j1,1} wx_{j1,1} & ay_{j1,1} + wz_{j1,1} wx_{j1,1} \\ az_{j1,1} + wy_{j1,1} wx_{j1,1} & -wz_{j1,1}^2 - wx_{j1,1}^2 & -ax_{j1,1} + wz_{j1,1} wy_{j1,1} \\ -ay_{j1,1} + wz_{j1,1} wx_{j1,1} & ax_{j1,1} + wz_{j1,1} wy_{j1,1} & -wy_{j1,1}^2 - wx_{j1,1}^2 \end{bmatrix}$$

$$b_1 = \begin{bmatrix} b_{1x,x} & b_{1x,y} & b_{1x,z} \\ b_{1y,x} & b_{1y,y} & b_{1y,z} \\ b_{1z,x} & b_{1z,y} & b_{1z,z} \end{bmatrix}$$

Remarque : par la même méthode, on calcule les autres b_i , $i=2, \dots, 4$.

7. Les accélérations linéaires au niveau des centres de gravité

$$\alpha_{j1,1} = [fx0, fy0, fz0 + g]$$

$$\alpha_{j1,1} = [\alpha_{x(j)1,1}, \alpha_{y(j)1,1}, \alpha_{z(j)1,1z}]$$

$$\begin{aligned} \alpha_{j2,2} = & \left[(\cos(\phi_j) \cos(\theta_{j,2}) - \sin(\phi_j) \sin(\theta_{j,2})) (\alpha_{x(j)1,1} + b_{1x,x} l_j \cos(\phi_j) + b_{1x,y} l_j \sin(\phi_j)) \right. \\ & + (\sin(\phi_j) \cos(\theta_{j,2}) + \cos(\phi_j) \sin(\theta_{j,2})) (\alpha_{y(j)1,1} + b_{1y,x} l_j \cos(\phi_j) + b_{1y,y} l_j \sin(\phi_j)), \\ & (-\cos(\phi_j) \sin(\theta_{j,2}) - \sin(\phi_j) \cos(\theta_{j,2})) (\alpha_{x(j)1,1} + b_{1x,x} l_j \cos(\phi_j) + b_{1x,y} l_j \sin(\phi_j)) \\ & + (\cos(\phi_j) \cos(\theta_{j,2}) - \sin(\phi_j) \sin(\theta_{j,2})) (\alpha_{y(j)1,1} + b_{1y,x} l_j \cos(\phi_j) + b_{1y,y} l_j \sin(\phi_j)), \\ & \left. \alpha_{z(j)1,1z} + b_{1z,x} l_j \cos(\phi_j) + b_{1z,y} l_j \sin(\phi_j) \right] \end{aligned}$$

$$\alpha_{j2,2} = [\alpha_{x(j)2,2}, \alpha_{y(j)2,2}, \alpha_{z(j)2,2z}]$$

$$\begin{aligned} \alpha_{j3,3} = & \left[\cos(\theta_{j,3}) (\alpha_{x(j)2,2} - b_{2x,z} l_1) - \sin(\theta_{j,3}) (\alpha_{z(j)2,2z} - b_{2z,z} l_1), \right. \\ & \left. -\sin(\theta_{j,3}) (\alpha_{x(j)2,2} - b_{2x,z} l_1) - \cos(\theta_{j,3}) (\alpha_{z(j)2,2z} - b_{2z,z} l_1), \alpha_{y(j)2,2} - b_{2y,z} l_1 \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_{j4,4} = & \left[\cos(\theta_{j,4}) (\alpha_{x(j)3,3} + b_{3x,x} l_2) + \sin(\theta_{j,4}) (\alpha_{y(j)3,3} + b_{3y,x} l_2), \right. \\ & \left. -\sin(\theta_{j,4}) (\alpha_{x(j)3,3} + b_{3x,x} l_2) + \cos(\theta_{j,4}) (\alpha_{y(j)3,3} + b_{3y,x} l_2), \alpha_{z(j)3,3z} + b_{3z,x} l_2 \right] \end{aligned}$$

$$\alpha_{j4,4} = [\alpha_{x(j)4,4}, \alpha_{y(j)4,4}, \alpha_{z(j)4,4z}]$$

8. Les efforts sur les articulations

$$\begin{aligned} F_{j4,4} = & \left[Rx_{j5,4} + \frac{1}{2} b_{4x,x} m_4 l_3 + m_4 \alpha_{x(j)4,4}, Ry_{j5,4} + \frac{1}{2} b_{4y,x} m_4 l_3 + m_4 \alpha_{y(j)4,4}, \right. \\ & \left. Rz_{j5,4} + \frac{1}{2} b_{4z,x} m_4 l_3 + m_4 \alpha_{z(j)4,4z} \right] \end{aligned}$$

$$F_{j4,4} = [F_{x(j)4,4}, F_{y(j)4,4}, F_{z(j)4,4z}]$$

$$F_{j4,3} = [\cos(\theta_{j,4}) F_{x(j)4,4} - \sin(\theta_{j,4}) F_{y(j)4,4}, \sin(\theta_{j,4}) F_{x(j)4,4} + \cos(\theta_{j,4}) F_{y(j)4,4}, F_{z(j)4,4z}]$$

$$F_{j3,3} = \left[\begin{aligned} &\cos(\theta_{j,4}) F_{x(j)4,4} - \sin(\theta_{j,4}) F_{y(j)4,4} + \frac{1}{2} b_{3x,x} m_3 l_2 + m_3 \alpha_{x(j)3,3}, \\ &\sin(\theta_{j,4}) F_{x(j)4,4} + \cos(\theta_{j,4}) F_{y(j)4,4} + \frac{1}{2} b_{3y,x} m_3 l_2 + m_3 \alpha_{y(j)3,3}, \\ &F_{z(j)4,4} + \frac{1}{2} b_{3z,x} m_3 l_2 + m_3 \alpha_{z(j)3,3} \end{aligned} \right]$$

$$F_{j3,3} = [F_{x(j)3,3}, F_{y(j)3,3}, F_{z(j)3,3}]$$

$$F_{j3,2} := [\cos(\theta_{j,3}) F_{x(j)3,3} - \sin(\theta_{j,3}) F_{y(j)3,3}, F_{z(j)3,3}, -\sin(\theta_{j,3}) F_{x(j)3,3} - \cos(\theta_{j,3}) F_{y(j)3,3}]$$

$$F_{j2,2} = \left[\begin{aligned} &\cos(\theta_{j,3}) F_{x(j)3,3} - \sin(\theta_{j,3}) F_{y(j)3,3} - \frac{1}{2} b_{2x,z} m_2 l_1 + m_2 \alpha_{x(j)2,2}, \\ &F_{z(j)3,3} - \frac{1}{2} b_{2y,z} m_2 l_1 + m_2 \alpha_{y(j)2,2}, \\ &-\sin(\theta_{j,3}) F_{x(j)3,3} - \cos(\theta_{j,3}) F_{y(j)3,3} - \frac{1}{2} b_{2z,z} m_2 l_1 + m_2 \alpha_{z(j)2,2} \end{aligned} \right]$$

$$F_{j2,2} := [F_{x(j)2,2}, F_{y(j)2,2}, F_{z(j)2,2}]$$

$$F_{j2,1} = \left[\begin{aligned} &(\cos(\phi_j) \cos(\theta_{j,2}) - \sin(\phi_j) \sin(\theta_{j,2})) F_{x(j)2,2} \\ &+ (-\cos(\phi_j) \sin(\theta_{j,2}) - \sin(\phi_j) \cos(\theta_{j,2})) F_{y(j)2,2}, \\ &(\sin(\phi_j) \cos(\theta_{j,2}) + \cos(\phi_j) \sin(\theta_{j,2})) F_{x(j)2,2} \\ &+ (\cos(\phi_j) \cos(\theta_{j,2}) - \sin(\phi_j) \sin(\theta_{j,2})) F_{y(j)2,2}, F_{z(j)2,2} \end{aligned} \right]$$

$$F_{j1,1} = \left[\begin{aligned} &(\cos(\phi_j) \cos(\theta_{j,2}) - \sin(\phi_j) \sin(\theta_{j,2})) F_{x(j)2,2} \\ &+ (-\cos(\phi_j) \sin(\theta_{j,2}) - \sin(\phi_j) \cos(\theta_{j,2})) F_{y(j)2,2} + m_1 \alpha_{x(j)1,1}, \\ &(\sin(\phi_j) \cos(\theta_{j,2}) + \cos(\phi_j) \sin(\theta_{j,2})) F_{x(j)2,2} \\ &+ (\cos(\phi_j) \cos(\theta_{j,2}) - \sin(\phi_j) \sin(\theta_{j,2})) F_{y(j)2,2} + m_1 \alpha_{y(j)1,1}, F_{z(j)2,2} + m_1 \alpha_{z(j)1,1} \end{aligned} \right]$$

$$F_{j1,1} = [F_{x(j)1,1}, F_{y(j)1,1}, F_{z(j)1,1}]$$

$$F_{j1,0} = [F_{x(j)1,1}, F_{y(j)1,1}, F_{z(j)1,1}]$$

$$\begin{aligned}
p_{j5,4} &= [l_3, 0, 0] \\
p_{j4,3} &= [l_2, 0, 0] \\
p_{j3,2} &= [0, 0, -l_1] \\
p_{j2,1} &= [l_j \cos(\phi_j), l_j \sin(\phi_j), 0] \\
p_{j1,0} &= [0, 0, 0]
\end{aligned}$$

9. Les moments au niveau des articulations

$$\begin{aligned}
C_{j4,4} &= \left[0, -\frac{1}{2} m_4 l_3 \alpha_{z(j)4,4z} - l_3 Rz_{j5,4}, \frac{1}{2} m_4 l_3 \alpha_{y(j)4,4} + l_3 Ry_{j5,4} \right] \\
C_{j4,4} &= [C_{x(j)4,4}, C_{y(j)4,4}, C_{z(j)4,4}]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{j3,3} &= \left[\begin{aligned}
&\cos(\theta_{j,4}) C_{x(j)4,4} - \sin(\theta_{j,4}) C_{y(j)4,4} - wz_{j3,3} Iy_3 wy_{j3,3} + wy_{j3,3} Iz_3 wz_{j3,3} + Ix_3 ax_{j3,3}, \\
&\sin(\theta_{j,4}) C_{x(j)4,4} + \cos(\theta_{j,4}) C_{y(j)4,4} + wz_{j3,3} Ix_3 wx_{j3,3} - wx_{j3,3} Iz_3 wz_{j3,3} \\
&- \frac{1}{2} m_3 l_2 \alpha_{z(j)3,3z} - l_2 F_{z(j)4,4} + Iy_3 ay_{j3,3}, C_{z(j)4,4} - wy_{j3,3} Ix_3 wx_{j3,3} \\
&+ wx_{j3,3} Iy_3 wy_{j3,3} + \frac{1}{2} m_3 l_2 \alpha_{y(j)3,3} + l_2 (\sin(\theta_{j,4}) F_{x(j)4,4} + \cos(\theta_{j,4}) F_{y(j)4,4}) \\
&+ Iz_3 az_{j3,3} \end{aligned} \right]
\end{aligned}$$

$$C_{j3,3} = [C_{x(j)3,3}, C_{y(j)3,3}, C_{z(j)3,3}]$$

$$\begin{aligned}
C_{j2,2} &= \left[\begin{aligned}
&\cos(\theta_{j,3}) C_{x(j)3,3} - \sin(\theta_{j,3}) C_{y(j)3,3} - wz_{j2,2} Iy_2 wy_{j2,2} + wy_{j2,2} Iz_2 wz_{j2,2} \\
&+ \frac{1}{2} m_2 l_1 \alpha_{y(j)2,2} + l_1 F_{z(j)3,3} + Ix_2 ax_{j2,2}, C_{z(j)3,3} + wz_{j2,2} Ix_2 wx_{j2,2} \\
&- wx_{j2,2} Iz_2 wz_{j2,2} - \frac{1}{2} m_2 l_1 \alpha_{x(j)2,2} - l_1 (\cos(\theta_{j,3}) F_{x(j)3,3} - \sin(\theta_{j,3}) F_{y(j)3,3}) \\
&+ Iy_2 ay_{j2,2}, -\sin(\theta_{j,3}) C_{x(j)3,3} - \cos(\theta_{j,3}) C_{y(j)3,3} - wy_{j2,2} Ix_2 wx_{j2,2} \\
&+ wx_{j2,2} Iy_2 wy_{j2,2} + Iz_2 az_{j2,2} \end{aligned} \right]
\end{aligned}$$

$$C_{j2,2} = [C_{x(j)2,2}, C_{y(j)2,2}, C_{z(j)2,2}]$$

$$\begin{aligned}
C_{j1,1} := & \left[\%1 C_{x(j)2,2} + (-\%2 - \%3) C_{y(j)2,2} - wz_{j1,1} Iy_1 wy_{j1,1} + wy_{j1,1} Iz_1 wz_{j1,1} \right. \\
& + l_j \sin(\phi_j) F_{z(j)2,2} + Ix_1 ax_{j1,1}, (\%3 + \%2) C_{x(j)2,2} + \%1 C_{y(j)2,2} + wz_{j1,1} Ix_1 wx_{j1,1} \\
& - wx_{j1,1} Iz_1 wz_{j1,1} - l_j \cos(\phi_j) F_{z(j)2,2} + Iy_1 ay_{j1,1}, C_{z(j)2,2} - wy_{j1,1} Ix_1 wx_{j1,1} \\
& + wx_{j1,1} Iy_1 wy_{j1,1} - l_j \sin(\phi_j) (\%1 F_{x(j)2,2} + (-\%2 - \%3) F_{y(j)2,2}) \\
& \left. + l_j \cos(\phi_j) ((\%3 + \%2) F_{x(j)2,2} + \%1 F_{y(j)2,2}) + Iz_1 az_{j1,1} \right] \\
\%1 := & \cos(\phi_j) \cos(\theta_{j,2}) - \sin(\phi_j) \sin(\theta_{j,2}) \\
\%2 := & \cos(\phi_j) \sin(\theta_{j,2}) \\
\%3 := & \sin(\phi_j) \cos(\theta_{j,2})
\end{aligned}$$

$$C_{j1,1} = [C_{x(j)1,1}, C_{y(j)1,1}, C_{z(j)1,1}]$$

$$C_{j1,0} = [C_{x(j)1,1}, C_{y(j)1,1}, C_{z(j)1,1}]$$

Annexe B

Carte électronique de l'hexapode

La carte se compose des parties présentées ci-dessous :

1. d'abord la partie dialogue avec :

- le connecteur DB9
- le MAX232

2. la partie PIC18 f258 avec :

- le PIC 18f258
- le montage du mode reset
- le montage à quartz

3. la partie alimentation avec :

- le connecteur JACK
- le régulateur 7805

4. et enfin la partie distribution avec :

- les 3 latches 74HCT573
- le décodeur/démultiplexeur 3 vers 8, 74HCT237

L'assemblage logique de tous ces composants permet de réaliser le schéma de la carte figure (B.1) et (B.2).

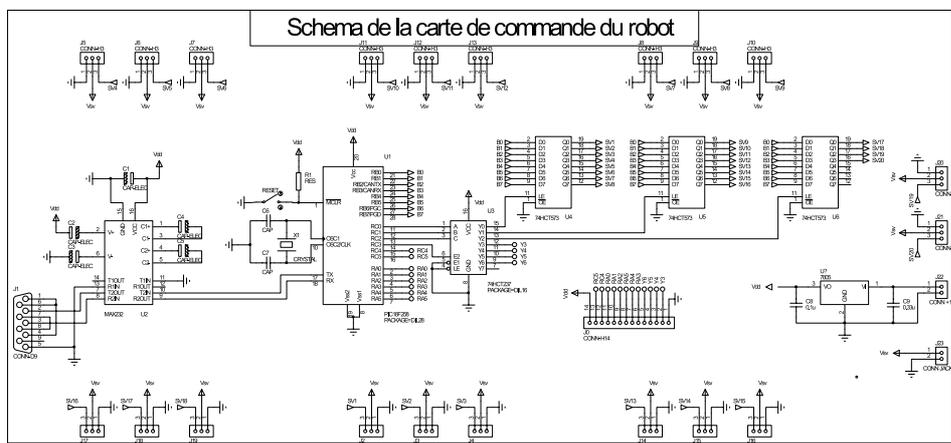


FIG. B.1 – Schéma de la carte électronique

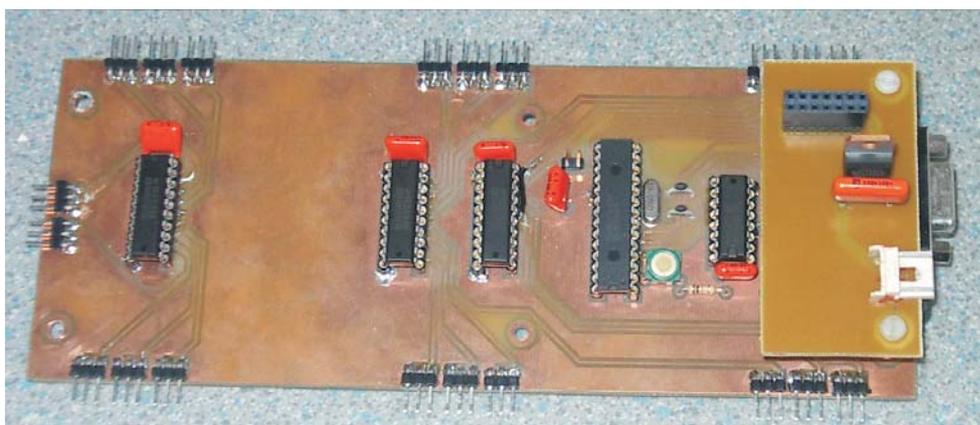


FIG. B.2 – Carte électronique

Bibliographie

- [1] F. Ouezdou. Outils d'aide à la conception de robots à locomotion articulée, thèse de doctorat. 1980.
- [2] H. Adachi et al. Development of a quadruped walking machine and its adaptive crawl gait. *Japan-USA Symp on Flexible Automation, Apacific RIM Conf., ISCIE, Kyoto, Japan*, pages 91–94, 1990.
- [3] S. Hirose O. Kunieda. Generalized standard foot trajectory for a quadruped walking vehicle. *Int.J. of Robotics Research*, pages Vol.10,N01,3–11, 1991.
- [4] L. WU J. Pan. Study of slope climbing gait of a walking robot. *Int. Conf. on Advanced mecatronics, ICAM93, Tokyo, Japan*, pages 605–609, 1993.
- [5] V. Hugel. Contribution à la commande de hexapode et robot quadrupèdes, thèse de doctorat. 1999.
- [6] A. Iles. Contribution à la conception et à la commande d'un robot redondant, thèse de doctorat. 1999.
- [7] M.H.Raibert H.B. Brown. Experiments in balance with a 3d one-legged hopping machine. *Int.J. of Robotics Research*, pages Vol,3,75–92, 1984.
- [8] D.E. Koditschek M. Buhler. Analysis of a simplified hopping robot. *Int.J. of Robotics Research*, pages Vol,10,587–605, 1991.
- [9] A.F. Vakakis J.W. Burdick. An interesting strange attractor in the dynamics of a hopping robot. *Int.J. of Robotics Research*, pages Vol,10,N6,606–618, 1991.
- [10] T. Mc Geer. Passive dynamic walking. *Int.J. of Robotics Research*, pages Vol,9,N02,62–82, 1990.
- [11] S. Kawadji K. Sawada. Generation of walking pattern with quick motion for biped locomotion robot. *Int. Conf. on Advanced mecatronics, ICAM93, Tokyo, Japan*, pages 599–604, 1993.
- [12] A. Takanichi J. Yamaguchi. Development of a biped walking robot compensating for three-axis moment by trunk motion. *IEEE, Int. Conf on Intelligent Robots and Systems, IROS93, Yokohama, Japan*, pages 561–566, 1993.
- [13] S. Kajita K. Tani. Study of dynamic biped locomotion on rugged terrain. *IEEE, Int. Conf on Robotics and Automation, Sacramento, California*, pages 1405–1415, 1991.
- [14] S. Kajita T. Yamaura. Dynamic walking control of a biped robot along a potential energy conserving orbit. *IEEE Trans on Robotics and automation*, pages Vol8,N4,431–438, 1992.
- [15] C. Villard. Etude du comportement dynamique d'un robot quadrupèdes, thèse de doctorat. 1993.

-
- [16] M. J. Randall. *Stable adaptive neural control of systems with closed kinematic chains applied to biologically-inspired walking robots*. PhD thesis, Université de Paris VI, 1999.
- [17] B. WEBB. What does robotics offer animal behaviour. *ANIMAL BEHAVIOUR*, pages 60,545–558, 2000.
- [18] N. CHAILLET A. BONVILAIN. Etude et réalisation d'un microrobot de type insecte. *Laboratoire d'Automatique de Besançon*, France, 1999.
- [19] et al. Roger D. Quinn. Insect designs for improved robot mobility. *Proc. 4th Int. Conf. On Climbing and Walking Robots*, pages 69–76, <http://www.biorobot.cwru.edu>, Berns and Dillmann eds., Prof. Eng. Pub, 2001.
- [20] R. D. Quinn S. Laksanachoen and Roy E. Ritzmann. Modeling of insect's legs by inverse kinematics analysis. *Proc. of the 2nd International Symposium on Adaptive Motion of Animals and Machines*, Kyoto, 2003.
- [21] Robot Boadicea disponible sur le site: [www.ai.mit.edu/projects/boadicea/leg design/](http://www.ai.mit.edu/projects/boadicea/leg%20design/).
- [22] Garcia E. Galvez J.A. et al. A mathematical model for real-time control of the silo4 leg. *3rd International Conference on Climbing and Walking Robots and the Support Technologies for Mobile Machines, Professional Engineering Publisher, U.K.*, pages 447–459, 2000.
- [23] M. R. Fielding R. Dunlop and C. J. Damaren. Hamlet : Force/position controlled hexapod walker. *Design and Systems. IEEE CCA*, page 2001, Mexico City.
- [24] L. E. Olsen. Construction of kybulf, a mechanical ant. *Thèse de magistère département de l'ingéniéring et de la cybernétique, Norvège*, 2000.
- [25] C. Collins D.Orr. Intelligent motion using the tms 320lf2407 applied to a six-legged walking robot. *Département of Systems Design Engineering University of Waterloo, Ontario, Canada*, 2000.
- [26] K. Huang Q.J. et al Nonami. Humanitarian mine detection six-legged walking robot. *Proc. of the third Int. Conf. on Climbing and Walking Robots*, pages 861–868, 2000.
- [27] C. Ridderström. Legged locomotion : Balance, control and tools-from equation to action. *Thèse de Doctorat, Institut Royal de la Technologie, Stockholm, Suède*, 2003.
- [28] F. Delcomyn M.E. Nelson. Architectures for a biomimetic hexapod robot. *Robotics and Autonomous Systems*, 2000.
- [29] Projet SARAH disponible sur le site : <http://www.ensta.fr>.
- [30] W. Khalil and E.Dombre. *Modélisation identification et commande des robots*. Hermes sciences, paris, 1999.
- [31] R.C Paul. Robots manipulators, mathematics, programing and control. *MIT press*, 1981.
- [32] G. Gosselin J. Angeles. *Kinematics of parallel manipulators*. McGill University, Monreal, Québec, Canada, Sep 1988.
- [33] B. Roth. Kinematic geometry of manipulators. 1986.
- [34] F.Pfeiffer J. Eltze H.J.Weidemann. Six-legged technical walking considering biological principles. *Robotics and Autonomous Systems*, pages 223–232, 1995.
- [35] D. E. Orin and S. Y. Oh. Control of force distribution in robotic mechanisms containing closed kinematic chains. " *Trans. of the ASME, J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 102:134–141, 1981.

-
- [36] C. A. Klein and S. Kittivatcharapong. Optimal force distribution for the legs of a walking machine with friction cone constraints. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, 6:73–85, 1990.
- [37] F. T. Cheng and D. E. Orin. Efficient formulation of the force distribution equations for simple closed-chain. *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, 21:25–32, 1991.
- [38] M. A. Nahon and J. Angeles. Optimization of dynamic forces in mechanical hands. *Trans. of the ASME, J. of Mechanical Design*, 113:167–173, 1999.
- [39] M. A. Nahon and J. Angeles. Real-time force optimization in parallel kinematic chains under inequality constraints.
- [40] H. Liu and B. Wen. Force distribution for the legs of quadruped robot. *of Robotique Systemes*, 14:1–8, 1997.
- [41] V. Kumar and K. J. Waldron. forces distribution in walking vehicles. *Trans. of the ASME, J. of Mechanical Design*, 112:90–99, 1990.
- [42] W. Kwon and B. C. Wen. A new optimal force distribution scheme of multiple cooperating robots using dual method. *J. of Intelligent and Robotic Systems*, 21:301–326, 1998.
- [43] X. Chen and K. Watanabe. Optimal force distribution for the legs of quadruped robot. *Machine intelligence and robotique control*, 1:87–94, 1999.
- [44] F. T. Cheng and D. E. Orin. Efficient algorithm for optimal force distribution—the compact-dual lp method. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, 6:178–187, 1990.
- [45] J. F. Gardner. Force distribution in walking machines over rough terrain. *Trans. of the ASME, J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 113:754–758, 1991.
- [46] J. Boissonat and B. Faverjon. *Technique de la robotique, Architectures et commandes*. Hermes sciences, paris, 1988.
- [47] W. Khalil and J. F. Kleinfinger. Une modelisation performante pour la commande dynamique des robots. *RAIRO-APII*, 19, No6, 1985.
- [48] M. Renaud. Iterative analytique computation of the dynamic model of a robot manipulator. *Rapport de recherche LAAS. No. 86014, Toulouse, France*, 1986.
- [49] J. Uicker. Dynamic behaviour of spatial linkages. *Trans. No. 68, Mech, 5*, pages 1–15, 1968.
- [50] R. A. Lewis. Autonomous manipulation on a robot: summary of manipulator software function, nasa tech. *Memo, 33-679, JPL. Pasadena, EUA*, 1974.
- [51] S. Megahed. New lagrangian formulation of manipulator dynamics forces distribution in walking vehicles. *11 th ISIR, Tokyo, Japon*, 1981.
- [52] J. Hollerbach. An iterative lagrangian formulation of manipulator dynamics. *AIM Memo, N.533, MIT. Boston, EUA*, 1980.
- [53] M. Renaud. An efficient iterative analytical procedure for obtaining a robot manipulator dynamic model. *1 st Int. Symp. of robotics Research, Bretton-Woods, EUA, Aout-Sept.*, 1983.
- [54] M. Giordano. Méthode d’obtention d’un modèle dynamique de robots en chaîne complexe. *RIRO-APII*, 21, 1987.
- [55] C. Mahfoudi K. Djouani M. Bouaziz and S. Rechak. General method for dynamic modeling and control of an hexapod robot including optimal force distribution. *WSEAS, Transaction on Signal Processing*, pages P323–330, Issue 2, Vol.2, ISSN 1790–5022, february 2006.

-
- [56] C. Mahfoudi K. Djouani M. Bouaziz and S. Rechak. Dynamic modeling and control in operational space of an hexapod robot. *5th WSEAS International Conference on Signal Processing, Robotics and Automation (ISPRA '06)*, Universidad de Elcala, Madrid, Spain, 15-17, february 2006.
- [57] O. Khatib. Commande dynamique dans l'espace opérationnel des robots manipulateurs en présence d'obstacles, thèse de doctorat. 1980.
- [58] J.Y.S. Luh M.W. Walker. Resolved accélération controle of mecanical manipulator. *IEEE Trans on Automatic Control*, pages Vol.8, AC-25, 468-474, juin, 1980.
- [59] A.K. Bejezy et al. Non linear feedback control of puma 560 robot arm by computer. *IEEE, Int. Conf on Decision and control, Fort Lauderdale*, pages 1680-1688, Dec, 1991.
- [60] M. Fliess J. Lévine et al. Flatness and defect of nonlinear systems: introductory theory and exemples. *Int.J. of Control*, pages Vol.10, 1327-1361, 1995.
- [61] F. T. Cheng and D. E. Orin. Optimal force distribution in multiple chain robotic systems. *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, 21:13-24, 1991.
- [62] Y. D. Shin and M. J. Chung. Optimal force distribution by weak point force minimization in cooperating multiple robots. *Proc. of the IEEE/RSJ Int. Workshop on Intelligent Robots and Systems, Osaka, Japan*, pages 767-772, 1991.
- [63] Y. R. Hu and A. A. Goldenberg. Dynamic control of multiple coordinated redundant robots. *IEEE Trans. on System, Man, and Cybernetics*, 22:568-574, 1992.
- [64] S. Mukherjee and K. J. Waldron. An exact optimization of interaction forces in three-fingered manipulation. *Trans. of the ASME, J. of Mechanical Design*, 114:48-54, 1992.
- [65] L. T. Wang and M. J. Kuo. Dynamic load-carrying capacity and inverse dynamics of multiple cooperating robotic manipulators. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, 10:71-77, 1994.
- [66] J.F. Gardner K. Srinivasane. A solution for the force distribution probleme in redundantly actuated closed kinematic chain. *Trans. of the ASME, J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 112:523-526, 1990.
- [67] A. Fijany K. Djouani G. Fried and J. Pontnau. New factorization technics and fast serial and parallel algorithms for operational space control of robot manipulators", proceedings of ifac, 5th symposium on robot control.
- [68] S. Abe S. Hyon and T. Emura. Development of a biologically-inspired biped robot kenkenii.
- [69] P. Sardain B. Espiau. The anthropomorphic biped robot bip 2000. *International Conference on Robotics and Automation*, 2000.
- [70] M. H. Raibert. Legged robot that balances. *Cambridge, MA: MIT Press*, page <http://www.ai.mit.edu/projects/leglab>, 1986.
- [71] L. MARTINS. Une approche de supervision de marche pour robots quadrupèdes intégrant commande et décision. *Thèse de Doctorat de l'Université Paul Sabatier de Toulouse*, 1998.
- [72] J.K. Hodkins J. Koechling. Adjusting steplength for rough terrain locomotion. *IEEE Trans on Robotics and automation*, pages Vol,7,N11,289-298, 1991.
- [73] C. Mahfoudi S. Rechak and M. Bouaziz. Dynamic modeling and control of an hexapod robot in operational space. *Conférence Internationale de mécanique Avancée CIMA04, Université de Boumerdes*, 30 nov - 1-2 Decembre 2004.

-
- [74] C. Mahfoudi S. Rechak A. Aisaoui K. Djouani and M.Bouaziz. Réalisation et étude de la commande d'une patte d'un robot marcheur. *5 ème Journées de Mécanique JM'05, Ecole Militaire Polytechnique, Bordj El Bahri, Alger*, 28-29, mars 2006.
- [75] C. Mahfoudi K. Djouani and A. Khadraoui. Réalisation et étude de la dynamique d'un robot monopode. *Premier Congrès International Conception et Modelisation des Systemes Mecanique, CMSM'2005, Hammamet, Tunisie*, 23-25, mars 2005.
- [76] C. Mahfoudi K. Djouani M.Bouaziz and S. Rechak. Leg trajectory planing and control of an hexapod robot. *The Second International Conference on Electrical Systems ICES'06, University Oum El Bouaghi, Algeria*, 08-10, May 2006.
- [77] C. Mahfoudi K. Djouani S. Rechak and M.Bouaziz. Optimal force distribution for the legs of an hexapod robot. *IEEE Conference on Control Application CCA 2003, June 23-25, Istambul*, pages 651–670, Vol 1, ISSN:1085–1992,ISBN: 0–7803–7729–X, 2003.
- [78]
- [79] C. Mahfoudi A. Aissaoui M.Bouaziz S. Rechak et K. Djouani. Conception et réalisation d'une patte d'un robot marcheur. *1ere Journées Nationles de l'Ingénierie Mécanique JNIM06, June 13-14, Université de Constantine*, 2006.