



République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
**Ecole Nationale Supérieure Polytechnique**  
Département de Génie Electrique  
Laboratoire de Recherche en Electrotechnique  
<http://lre.enp.edu.dz>



## Mémoire de Magister en Electrotechnique

Option : Machines Electriques

Présenté par :

**Mr. LADGHEM CHIKOUCHE Brahim**

Ingénieur en Electrotechnique

Thème

---

---

# Calcul des performances de la machine synchrone à aimants permanents

---

---

Soutenu le 04/07/2009 devant le jury composé de :

|                        |                  |                                     |
|------------------------|------------------|-------------------------------------|
| Président :            | Mr. S. MEKHTOUB  | Maitre de conférences à ENSP        |
| Directeur de thèse :   | Mr. R. IBTIOUEN  | Professeur à ENSP                   |
| Codirecteur de thèse : | Mr. K. BOUGHRARA | Docteur, Schneider-Electric Algérie |
| Examineurs :           | Mr. O. TOUHAMI   | Professeur à ENSP                   |
|                        | Mr. R. TAHMI     | Maitre de conférences à ENSP        |
|                        | Mr. L. HADJOUT   | Maitre de conférences à USTHB       |

2009

# Avant propos

---

*Ce travail a été effectué au laboratoire d'électrotechnique de l'Ecole Nationale Supérieure Polytechnique d'Alger. Je tiens à témoigner ma plus vive reconnaissance aux nombreuses personnes qui m'ont aidé pendant ces années, soit par leur collaboration, soit par leur amitié ou leur soutien. Je voudrais, par ces quelques lignes, leur adresser ma plus sincère reconnaissance.*

*Tout d'abord, je voudrais témoigner ma gratitude envers le **Pr. IBTIOUEN Rachid** & **Dr. BOUGHARARA Kamel** qui m'ont chaleureusement accepté. Leurs conseils, leurs appuis et leurs enthousiasmes m'ont permis de mener à bien la présente étude.*

*Mes remerciements vont aussi aux membres du **jury** qui ont été disposés à consacrer du temps à la lecture et à la critique de ce travail.*

*Je tiens à remercier très vivement Monsieur **S. MEKHTOUB**, maître de conférence à l'Ecole Nationale supérieure Polytechnique d'Alger, pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury et pour ses remarques judicieuses.*

*Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à Monsieur **O.TOUHAMI** Professeur à l'Ecole Nationale Supérieure Polytechnique d'Alger, Monsieur **R. TAÏMI**, maître de conférences à l'Ecole Nationale supérieure Polytechnique d'Alger et Monsieur **L. HADJOUT** maître de conférences à USTHB pour l'honneur qu'ils m'ont fait, en acceptant d'examiner ce travail et pour leurs remarques pertinentes.*

*Un grand merci aussi à tous ceux qui ont été à mes côtés et qui m'ont aidé ou encouragé. Vous êtes tellement nombreux que vous citer tous serait un trop grand défi. Sachez toutefois que vous êtes tous dans mes pensées.*

*Enfin, je tiens à exprimer ma reconnaissance à ma famille pour son soutien et ses encouragements durant toutes ces années, et plus particulièrement à mes parents pour m'avoir donné la chance de faire des études universitaires correspondant à mes souhaits.*

# Sommaire

---

## Introduction générale

### Chapitre I

#### Généralités sur les machines synchrones à aimants permanents

|  |    |
|--|----|
| I.1. Introduction.....   | 3  |
| I.2. La trajectoire technologique des moteurs à aimants permanents ..... | 4  |
| I.3. Etat de l'art de la machine synchrone à aimants permanents .....    | 5  |
| I.3.1. Principaux matériaux utilisés dans les machines électriques ..... | 5  |
| I.3.1.1. Aimants permanents .....  | 6  |
| I.3.1.2. Matériaux magnétiques.....                                      | 10 |
| I.3.2. Différentes machines à aimants permanents.....                    | 13 |
| I.3.2.1. Machines synchrones à flux radial.....                          | 13 |
| I.3.2.2. Machines synchrones à flux axial.....                           | 13 |
| I.3.2.3. Machines synchrones à flux transverse .....                     | 14 |
| I.3.3. Structures des machines à aimants à flux radial .....             | 14 |
| I.3.3.1. Les configurations rotoriques .....                             | 14 |
| I.3.3.2. Structure statorique.....                                       | 17 |
| I.3.4. Alimentation et Commande .....                                    | 18 |
| I.3.4.1. Différents types d'alimentation .....                           | 18 |
| I.4. Avantages et inconvénients des MSAP.....                            | 20 |
| I.6. Conclusion .....  | 22 |

### Chapitre II

#### Modélisation électromagnétique de la MSAP sans encoches

|  |    |
|--|----|
| II.1. Introduction .....   | 23 |
| II.2. Modélisation électromagnétique des machines étudiées ..... | 23 |
| II.2.1. Equations de Maxwell.....                                | 24 |
| II.2.1.a. Formulation en potentiel scalaire magnétique .....     | 25 |
| II.2.1.b. Formulation en potentiel vecteur magnétique .....      | 26 |
| II.3. Hypothèses adoptées .....                                  | 27 |
| II.4. Modélisation des sources .....                             | 28 |

|  |    |
|--|----|
| II.4.1. Modèles des aimants .....  | 28 |
| II.4.2. Modèles des courants sources .....   | 30 |
| II.4.2.a. Alimentation sinusoïdale.....  | 30 |
| II.4.2.b. Alimentation non sinusoïdale .....   | 32 |
| II.5. Détermination des potentiels vecteurs .....  | 33 |
| II.5.1. Potentiel créé par les aimants.....  | 33 |
| II.5.2. Potentiel créé par les courants statoriques.....   | 35 |
| II.5.2.a. Alimentation sinusoïdale.....  | 35 |
| II.5.2.b. Alimentation en créneaux.....  | 36 |
| II.6. Expressions de la FEM et du couple électromagnétique .....                                   | 37 |
| II.6.1. Expression de la force électromotrice.....   | 37 |
| II.6.2. Expression du couple d'interaction .....   | 37 |
| II.7. Dimensionnement géométrique et analyse des performances électromagnétique de la machine..... | 39 |
| II.7.1. Paramètres de la machine.....  | 39 |
| II.7.2. Distribution des inductions dues aux aimants.....  | 39 |
| II.7.3. Analyses de la force électromotrice et du couple électromagnétique .....                   | 41 |
| II.7.4. Influence de l'épaisseur et de l'ouverture des aimants.....                                | 43 |
| II.7.5. Distribution des inductions dues aux courants .....  | 45 |
| II.7.6. Influence de la réaction magnétique d'induit.....  | 46 |
| II.7.7. Influence du raccourcissement de bobinage .....  | 48 |
| II.8. Validation par la méthode des éléments finis .....   | 51 |
| II.8.1. Présentation de l'outil de calcul .....  | 51 |
| II.8.2. Représentation des inductions dues aux aimants.....  | 55 |
| II.8.3. Représentation des inductions dues aux courants .....                                      | 56 |
| II.8.4. Calcul la force électromotrice.....  | 56 |
| II.9. Conclusion.....  | 59 |

### **Chapitre III**

#### **Modélisation électromagnétique de la MSAP en présence des encoches**

|   |    |
|---|----|
| III.1. Introduction.....  | 60 |
| III.2. Application de la méthode de transformation conforme sur l'ouverture d'encoche ... | 60 |
| III.2.1. Transformation du plan S au plan Z.....  | 62 |
| III.2.2. Transformation du plan Z au plan W.....  | 62 |

|   |    |
|---|----|
| III.2.3. Transformation du plan T au plan W .....   | 67 |
| III.2.4. Transformation du plan T au plan K.....  | 69 |
| III.2.5. Calcul du champ dans le plan S .....   | 69 |
| III.3. Distribution du champ magnétique dans la surface encochée.....   | 73 |
| III.4. Calculs de la force électromotrice et du couple électromagnétique .....  | 79 |
| III.4.1. Influence des paramètres géométriques de la machine sur le taux d'ondulation du couple électromagnétique .....           | 83 |
| III.4.1. Influence de la saturation .....   | 85 |
| III.5. Calcul du couple de détente.....   | 87 |
| III.5.1. Calcul le couple de détente basé sur la méthode de sommation des forces latérales le long des côtés de l' entrefer ..... | 87 |
| III.5.2. Influence de l'ouverture des aimants .....   | 92 |
| III.5.3. Influence du nombre et de l'ouverture des encoches .....   | 93 |
| III.5.4. Influence de la saturation .....   | 94 |
| III.6. Conclusion .....   | 95 |

## **Conclusion générale**

## **Annexe**

# Figures

---

|   |    |
|---|----|
| Figure (I.01). Illustration d'une courbe B-H des aimants.....   | 6  |
| Figure (I.02). Développement de l'énergie spécifique des aimants au cours du 20ème siècle [VAC].....  | 7  |
| Figure (I.03). Aimants en fonction de leurs propriétés [BAV].....   | 9  |
| Figure (I.04). Classification des principaux types de matériaux magnétiques doux.....   | 10 |
| Figure (I.05). Induction de saturation des alliages Fe-Si sous un champ de 10000A/m.....  | 11 |
| Figure (I.06). Pertes massiques des alliages Fe-Si sous une fréquence de 50 Hz (à 1.5T).....  | 12 |
| Figure (I.07). Différentes configurations mécaniques des machines électriques.....  | 14 |
| Figure (I.08). Structure du rotor avec pièces polaires [RCF00] .....  | 16 |
| Figure (I.09). Structure du rotor sans pièces polaires [RCF00].....   | 17 |
| Figure (I.10). Principe de commande par des courants rectangulaires [MLM99] .....   | 20 |
| Figure (II.01). Différentes structures de l'inducteur de la machine synchrone à aimants permanents montés en surface.....                                   | 24 |
| Figure (II.02). Présentation du domaine d'étude.....  | 27 |
| Figure (II.03). Modèles des aimants .....   | 28 |
| Figure (II.04). Modélisation des encoches statoriques.....  | 30 |
| Figure (II.05). Représentation spatiale de l'aimantation .....  | 40 |
| Figure (II.06). Représentation spatiale des inductions radiale et tangentielle dues aux aimants au niveau de l'entrefer $(R2 + R1)/2$ .....                 | 40 |
| Figure (II.07).. Formes d'ondes de la force électromotrice par phase.....   | 41 |
| Figure (II.08). Spectres harmoniques de la force électromotrice.....  | 42 |
| Figure (II.09). Couple d'interaction pour différents sens d'aimantations .....  | 42 |
| Figure (II.10). Influence de l'ouverture et de l'épaisseur des aimants sur le couple moyen.....   | 43 |
| Figure (II.11). Influence de l'ouverture et de l'épaisseur des aimants sur le taux d'ondulation du couple.....  | 44 |
| Figure (II.12). Représentation spatiale des inductions radiale et tangentielle dues aux courants statoriques au niveau de l'entrefer $(R2 + R1)/2$ .....    | 45 |
| Figure (II.13). Représentation spatiale des induction radiale et tangentielle dues aux courants statoriques au niveau de l'entrefer $(R2 + R1)/2$ .....     | 46 |
| Figure (II.14). Représentation de l'induction radiale résultante au centre de l'aimant où les courants sont contrôlés (aimantation radiale).....            | 47 |
| Figure (II.15). Représentation de l'induction radiale résultante au centre de l'aimant en cas de perte de contrôle des courants (aimantation radiale) ..... | 47 |
| Figure (II.16). Représentation des différents types de bobinage sélectionnés .....  | 48 |
| Figure (II.17). Représentation spatiale des harmoniques montrant l'influence du raccourcissement sur le coefficient de bobinage $k_{bn}$ .....              | 49 |
| Figure (II.18). Influence du raccourcissement du bobinage sur la forme d'onde de la force électromotrice.....   | 49 |

|  |    |
|--|----|
| Figure (II.19). Spectres harmoniques de la force électromotrice.....   | 50 |
| Figure (II.20). Influence du raccourcissement du bobinage sur le couple d'interaction pour différents sens d'aimantations.....   | 50 |
| Figure (II.21). Représentations de la géométrie et du maillage de la machine étudiée.....  | 52 |
| Figure (II.22). Illustration du maillage dans la zone aimant+entrefer .....  | 53 |
| Figure (II.23). Illustration des lignes de champs dues aux aimants (fonctionnement à vide) .....   | 53 |
| Figure (II.24). Illustrations de la densité de l'induction et des lignes de champs (aimantation radiale) .....   | 54 |
| Figure (II.25). Illustrations de la densité de l'induction et des lignes de champs (aimantation sinusoïdale) .....   | 54 |
| Figure (II.26). Représentations spatiales des inductions radiale et tangentielle dûes aux aimants au niveau de l'entrefer $(R2 + R1)/2$ .....                              | 55 |
| Figure (II.27). Représentations spatiales des inductions radiale et tangentielle dûe aux aimants au niveau de l'entrefer $(R2 + R1)/2$ .....                               | 55 |
| Figure (II.28). Représentations spatiales des l'induction radiale et tangentielle due aux courants au niveau de l'entrefer $(R2 + R1)/2$ (deux phases alimentées).....     | 56 |
| Figure (II.29). Représentation du contour d'intégration.....   | 56 |
| Figure (II.30). Représentation de l'invariance géométrique .....   | 57 |
| Figure (II.31). Forme d'onde de la force électromotrice par phase.....   | 58 |
| Figure (II.32). Couple d'interaction pour différents sens d'aimantations .....   | 59 |
| Figure (III.01). Représentation de l'ouverture de l'encoche dans le plan S .....   | 61 |
| Figure (III.02). Les principales étapes de la transformation conforme .....  | 61 |
| Figure (III.03). Représentation de l'ouverture de l'encoche dans le plan Z .....   | 63 |
| Figure (III.04). Représentation de l'ouverture de l'encoche dans le plan Z et des valeurs de $w$ dans chaque coin .....  | 64 |
| Figure (III.05). Représentation de l'ouverture de l'encoche dans le plan W .....   | 64 |
| Figure (III.06). Représentation de l'ouverture de l'encoche dans le plan T .....   | 68 |
| Figure (III.07). Représentation de l'ouverture de l'encoche dans le plan K.....  | 70 |
| Figure (III.08). Représentations des permeances réelle et imaginaire au niveau de l'entrefer $(R2 + R1)/2$ .....   | 73 |
| Figure (III.09). Représentations spatiales des inductions radiale et tangentielle dues aux aimants au niveau de l'entrefer $(R2 + R1)/2$ , (Aimantation radiale) .....     | 74 |
| Figure (III.10). Représentations spatiales des inductions radiale et tangentielle dues aux aimants au niveau de l'entrefer $(R2 + R1)/2$ , (Aimantation parallèle) .....   | 75 |
| Figure (III.11). Représentations spatiales des inductions radiale et tangentielle dues aux aimants au niveau de l'entrefer $(R2 + R1)/2$ , (Aimantation sinusoïdale) ..... | 75 |
| Figure (III.12). Représentations spatiales des inductions radiale et tangentielle dues aux aimants au niveau de l'entrefer $(R2 + R1)/2$ , (Aimantation mixte).....        | 75 |
| Figure (III.13). Représentations spatiales des inductions radiale due aux courants au niveau de l'entrefer $(R2 + R1)/2$ .....   | 76 |
| Figure (III.14). Représentations spatiales des inductions tangentielle due aux courants au niveau de l'entrefer $(R2 + R1)/2$ .....  | 76 |

|  |    |
|--|----|
| Figure (III.15). Illustration du maillage dans la zone aimant+entrefer+encoches.....   | 77 |
| Figure (III.16). Illustration des lignes de champs dues aux aimants (fonctionnement à vide)<br>.....   | 77 |
| Figure (III.17). Illustration de la densité d'induction et des lignes de champs au niveau de la zone aimant+entrefer+encoches (Aimantation radiale) .....                | 78 |
| Figure (III.18). Illustration de la densité d'induction et des lignes de champs au niveau de la zone aimant+entrefer+encoches (Aimantation sinusoïdale) .....            | 78 |
| Figure (III.19). Forme d'onde de la force électromotrice par phase .....   | 81 |
| Figure (III.20). Spectre harmonique de la force électromotrice (calcul analytique).....  | 81 |
| Figure (III.21). Couple d'interaction pour différents sens d'aimantations.....   | 82 |
| Figure (III.22). Représentation des influences de l'ouverture des encoches et de l'épaisseur des aimants sur le taux d'ondulations du couple électromagnétique.....      | 83 |
| Figure (III.23). Représentation des influences de l'ouverture des encoches et des aimants sur le taux d'ondulations du couple électromagnétique.....                     | 84 |
| Figure (III.24). Caractéristiques de magnétisation des tôles.....  | 85 |
| Figure (III.25). Représentations spatiales des inductions radiale et tangentielle dues aux aimants au niveau de l'entrefer $(R2 + R1)/2$ , (Aimantation radiale) .....   | 85 |
| Figure (III.26). Représentations spatiales des inductions radiale et tangentielle dues aux aimants au niveau de l'entrefer $(R2 + R1)/2$ , (Aimantation parallèle) ..... | 86 |
| Figure (III.27). Représentations spatiales des inductions radiale et tangentielle due aux aimants au niveau de l'entrefer $(R2 + R1)/2$ , (Aimantation sinusoïdale)..... | 86 |
| Figure (III.28). Représentations spatiales des inductions radiale et tangentielle dues aux aimants au niveau de l'entrefer $(R2 + R1)/2$ , (Aimantation radiale) .....   | 86 |
| Figure (III.29). Rprésentation de la relation entre les vecteurs $tm, B, n$ .....  | 87 |
| Figure (III.30). Représentation les efforts agissant sur les cotés intérieurs de l'encoche ....  | 88 |
| Figure (III.31). Représentations du couple de détente ainsi que de son spectre harmonique ( $\epsilon/a = 5.10 - 7$ ) (Aimantation radiale).....                         | 90 |
| Figure (III.32). Représentations du couple de détente ainsi que de son spectre harmonique ( $\epsilon/a = 5.10 - 7$ )(Aimantation parallèle).....                        | 91 |
| Figure (III.33). Représentations du couple de détente ainsi que de son spectre harmonique ( $\epsilon/a = 5.10 - 3$ ) (Aimantation sinusoïdale).....                     | 91 |
| Figure (III.34). Représentations du couple de détente ainsi que de son spectre harmonique ( $\epsilon/a = 5.10 - 3$ ) (Aimantation mixte) .....                          | 91 |
| Figure (III.35). Représentations des inductions radiale et tangentielle au niveau du rayon d'alésage (Aimantation radiale) .....   | 92 |
| Figure (III.36). Influence de l'ouverture des aimants sur l'amplitude du couple de détente pour différents sens d'aimantations (calcul analytique).....                  | 92 |
| Figure (III.37). Influence de l'ouverture des encoches sur l'amplitude du couple de détente pour différents sens d'aimantations.....                                     | 93 |
| Figure (III.38). Influence du nombre d'encoches sur l'amplitude du couple de détente pour différents sens d'aimantations.....  | 94 |
| Figure (III.39). Représentation de l'influence de la saturation sur le couple de détente pour différents sens d'aimantations.....  | 95 |

Figure (AI.01). Représentation spatiale de l'aimantation ( $Nb = 9$ ) ..... 104  
Figure (AI.02). Représentation spatiale de l'aimantation ( $Nb = 15$ ) ..... 104

## Tableaux

---

Tableau (II.01). Caractéristiques de base de la machine étudiée ..... 39  
Tableau (II.02). Calcul du champ démagnétisant pour différents sens d'aimantation..... 48

# Notations

---

|                |  |
|----------------|--|
| MSAP           | : Machine synchrone à aimants permanents                           |
| FEMM           | : Finite Element Method Magnetics                                  |
| $\vec{E}$      | : Vecteur champ électrique   |
| $\vec{D}$      | : Vecteur déplacement électrique                                   |
| $\vec{H}$      | : Vecteur champ magnétique   |
| $\vec{B}$      | : Vecteur induction magnétique                                     |
| $\vec{B}_r$    | : Induction rémanente en présence des aimants                      |
| $\vec{J}$      | : Densité volumique globale de courant                             |
| $\vec{J}_s$    | : Densité volumique de courant provenant des sources de la machine |
| $\vec{\Psi}$   | : Potentiel scalaire magnétique                                    |
| $\vec{A}$      | : Potentiel vecteur magnétique                                     |
| $\vec{n}$      | : Normale sortante   |
| $\mu$          | : Perméabilité magnétique  |
| $\mu_0$        | : Perméabilité de l'air (vide) [ $4\pi \cdot 10^{-7}$ ]            |
| $\rho$         | : Densité volumique de charges électriques                         |
| $\varepsilon$  | : Permittivité électrique  |
| $\sigma$       | : Conductivité électrique  |
| $\theta$       | : Position du rotor  |
| $\theta_s$     | : Position du stator   |
| $\theta_o$     | : Position initiale entre le rotor et le stator                    |
| $H_{cB}$       | : Champ démagnétisant  |
| $B_r$          | : Induction radiale  |
| $B_\theta$     | : Induction tangentielle   |
| $B_m$          | : Induction maximale   |
| $M_r$          | : Aimantation radiale  |
| $M_\theta$     | : Aimantation tangentielle   |
| $M_{rn}$       | : Amplitudes des harmoniques de la composante $M_r$                |
| $M_{\theta n}$ | : Amplitudes des harmoniques de la composante $M_\theta$           |
| $A_{er}$       | : Potentiel vecteur magnétique au niveau de l'entrefer             |
| $A_{ar}$       | : Potentiel vecteur magnétique au niveau des aimants               |
| $n$            | : Nombre d'harmoniques   |
| $I_m$          | : Amplitude du courant   |
| $I_n$          | : Courant nominal  |
| $I_{abc}$      | : Courants triphasés   |
| $J_{abc}$      | : Densité des courants triphasés                                   |
| $k_{bn}$       | : Coefficient de bobinage  |
| $k_{fn}$       | : Coefficient de filtrage  |

|               |   |
|---------------|---|
| $k_{dn}$      | : Coefficient de distribution   |
| $k_{rn}$      | : Coefficient de raccourcissement   |
| $k_{in}$      | : Coefficient d'inclinaison (facteur de biais)  |
| $q$           | : Nombre d'encoches par pôle et par phase   |
| $y$           | : Pas d'enroulement   |
| $\alpha_p$    | : Nombre de branches parallèles   |
| $\tau_d$      | : Pas dentaire  |
| $\beta_r$     | : Facteur de raccourcissement   |
| $\gamma$      | : Angle de décalage horizontal de l'axe d'une encoche par rapport à l'axe de la machine |
| $\xi$         | : Ouverture de l'encoche  |
| $\beta$       | : Rapport arc polaire / pas polaire   |
| $\alpha$      | : Ecart angulaire entre un aimant radial et un aimant azimutal                          |
| $\omega$      | : Pulsation électrique  |
| $\Omega$      | : Vitesse mécanique du rotor  |
| $\Phi$        | : Flux total par phase  |
| $C$           | : Densité des conducteurs de la phase considérée  |
| $\Gamma$      | : Couple d'interaction  |
| $e(t)$        | : Force électromotrice (FEM) à vide   |
| $[P]$         | : Matrice de permutation  |
| $N_\lambda$   | : Ordre maximal des harmoniques   |
| $g'$          | : Epaisseur de l'entrefer (Transformation conforme)                                     |
| $b'_0$        | : Epaisseur de l'encoche (Transformation conforme)                                      |
| $B_s$         | : Induction calculée dans le cas où le stator est encoché                               |
| $B_k$         | : Induction calculée dans le cas où le stator est lisse                                 |
| $B_{sr}$      | : Induction calculée dans le cas où le stator est encoché (radiale)                     |
| $B_{s\theta}$ | : Induction calculée dans le cas où le stator est encoché (tangentielle)                |
| $\lambda$     | : Perméance relative complexe   |
| $\lambda_a$   | : Perméance (partie réelle)   |
| $\lambda_b$   | : Perméance (partie imaginaire)   |
| $\vec{t}_m$   | : Vecteur contrainte magnétique   |
| $F_{encoche}$ | : Force par encoche   |
| $T_{encoche}$ | : Couple par encoche  |
| $T_c$         | : Couple de détente total   |
| $\mu_r$       | : Perméabilité des aimants  |
| $p$           | : Nombre de paires de pôles   |
| $L_u$         | : Longueur active   |
| $N$           | : Nombres de conducteurs dans une encoche   |
| $N_e$         | : Nombre d'encoches   |
| $R_m$         | : Rayon interne du fer rotorique  |
| $R_0$         | : Rayon externe du fer rotorique  |
| $R_2$         | : Rayon d'alésage   |

- $R_3$  : Rayon externe de la machine  
 $H_e$  : Hauteur des encoches  
 $e_a$  : Epaisseur des aimants  
 $e$  : Epaisseur de l'entrefer  
 $fr$  : Fréquence  
S-Z-W-T-K : Les plans de la transformation conforme

# Introduction générale

---

**L**es principes physiques de conversion électromécanique de l'énergie dans le champ électromagnétique, et les concepts de machines opérationnelles qui en découlent, sont établis depuis plus d'un siècle. Pourtant, depuis l'avènement du collecteur électromécanique bientôt supplanté par le commutateur électronique, le domaine des machines et actionneurs électromécaniques a connu au cours des dernières décennies un progrès technologique régulier, ouvrant la voie à l'ère du « tout électrique ». Sous la poussée de domaines d'applications tels que l'aéronautique, l'espace ou le secteur de l'armement, cette course technologique semble vivre aujourd'hui une accélération significative visant d'une part, à la recherche de nouvelles fonctionnalités (actionneurs électromécaniques, électromécanismes à haute intégration fonctionnelle...) et d'autre part à l'augmentation des performances (rendement de conversion, effort, puissance massique, couple volumique...).

Parmi les principaux concepts de conversion électromécaniques de l'énergie, l'interaction électromagnétique a sans nul doute joué un rôle majeur depuis l'ère industrielle. Depuis près de cent cinquante ans, concepteurs et industriels n'ont cessé de définir, de diversifier et de développer des structures de machines magnétiques tournantes ou linéaires dont l'exploitation reste incontournable au quotidien (production, transport) comme dans les domaines d'avant-garde (médical, militaire, spatial). Cependant, face aux divers procédés d'interaction magnétique exploitables et eu égard aux contraintes sévères auxquelles les machines sont de plus en plus confrontées, il est clair que l'axe des progrès à venir se tourne vers l'utilisation de matériaux magnétiques composites permettant de repenser les structures conventionnelles dont les déclinaisons tendent à s'essouffler. Ces matériaux qui offrent l'avantage d'allier contraintes technologiques et économiques ouvrent non seulement un grand champ d'investigation en matière de définition de structure (structure 3D), mais sont potentiellement en mesure de pallier à plus de problèmes au sein de structures classiques (réduction et dissipation des pertes).

Les machines électriques qui semblent présenter actuellement les meilleures performances sont les machines synchrones à aimants permanents. Les moteurs à aimants permanents ont une puissance massique et une densité de couple beaucoup plus importantes que les moteurs classiques. Ces caractéristiques sont très importantes pour des applications demandant des variations de vitesse, car il est possible d'obtenir celles-ci plus facilement, sans pertes énergétiques importantes. Pour cette raison, les moteurs à aimants permanents constituent une voie de recherche technique privilégiée pour la motorisation des voitures électriques.

Un autre avantage de l'utilisation des moteurs à aimants permanents dans la motorisation électrique est la plus grande facilité de contrôle électronique de ces moteurs. La commutation électronique des moteurs à aimants permanents facilite leur intégration dans l'électronique de contrôle de la voiture et assure une plus grande souplesse de réponse à la commande. Le couple élevé et la rapidité de réponse sont les caractéristiques de service les plus importantes dans la compétition avec les moteurs thermiques des voitures. Des moteurs à aimants permanents ont été développés pour le marché des voitures de golf. Plusieurs constructeurs de voitures électriques se sont engagés dans des programmes de recherche concernant les moteurs à aimants permanents.

L'objectif de notre mémoire est d'étudier les performances de la machine synchrone à aimants permanents montés sur la surface rotorique pour différents types d'aimantation classiques.

Dans le premier chapitre, on s'intéresse à l'étude générale des machines synchrones à aimants permanents conçues avec différents types des matériaux disponibles. On énumère les structures les plus connues ainsi que leurs différents types d'alimentations. L'innovation de ces machines est examinée en mettant en relief les principaux obstacles à surmonter.

La modélisation du type de machine étudiée est entamée, dans le deuxième chapitre de notre étude, en faisant appel aux équations de Maxwell qui gouvernent tous les phénomènes électromagnétiques. Les hypothèses, concordantes avec l'objectif visé, sont adoptées afin de simplifier nos calculs. Ainsi, le stator de la machine est supposé lisse. Les performances sont déterminées analytiquement et aussi numériquement en utilisant un code de calcul basé sur les éléments finis et appelé FEMM [MEE04].

Le troisième et dernier chapitre de notre mémoire ne diffère pas particulièrement du précédent. La machine, au niveau de ce chapitre est étudiée en adoptant globalement les mêmes hypothèses qu'au deuxième chapitre, mais en considérant la géométrie réelle. La modélisation est effectuée en utilisant une transformation dite « transformation conforme ». Cette dernière nous permet de calculer le couple dû à l'interaction entre les dentures statoriques et les aimants. Ce couple est désigné en général par le terme de « couple de détente ».

# Chapitre I

## Généralités sur les machines synchrones à aimants permanents

---

### I.1. Introduction

**V**u l'importance de la technologie des moteurs dans l'évolution de la consommation d'énergie, cette technologie soulève diverses questions de recherche. D'abord, quelles sont les améliorations possibles et probables dans la technologie des moteurs électriques ? La technologie des moteurs a, depuis longtemps, été considérée comme une technologie mûre uniquement susceptible d'innovations incrémentales sur les principaux types de designs de moteurs. Cependant, plusieurs nouvelles directions d'innovation sont en train d'émerger dans la technologie des moteurs. Certains auteurs indiquent le développement et la diffusion des variateurs électroniques de vitesse comme la principale voie pour l'innovation dans la technologie des moteurs. D'autres estiment que le développement de nouveaux designs de moteurs électriques, notamment avec l'utilisation de nouveaux types de matériaux magnétiques, peut aboutir à des innovations importantes dans les systèmes de motorisation.

L'apparition sur le marché d'aimants de bonnes qualités et de faibles coûts ainsi que les progrès réalisés dans le domaine de l'électronique ont permis le développement des moteurs synchrones à aimants permanents. Ces matériaux ont rendu possible la construction de moteurs visant les applications où les moteurs classiques n'étaient pas disponibles. La technologie des aimants permanents a été l'objet d'une série d'innovations majeures dans les 30 dernières années. Un moteur à aimants d'aujourd'hui peut avoir un couple impulsional de cinq ou six fois plus élevé qu'un moteur classique de même poids. La motorisation dans les très faibles puissances est désormais pratiquement faite exclusivement par des moteurs à aimants permanents.

Au niveau de ce chapitre, on aborde différents types de structures et de configurations des machines synchrones à aimants permanents, leurs principaux matériaux sans oublier les différentes alimentations. Les méthodes analytiques et

numériques sont traitées à la fin de ce chapitre afin de mettre en relief leurs principaux avantages et inconvénients.

## **I.2. La trajectoire technologique des moteurs à aimants permanents**

Dès les années trente, les constructeurs de moteurs ont commencé à faire des expériences avec la construction des moteurs à aimants permanents. Depuis le développement des aimants AlNiCo, quelques moteurs et générateurs à aimants permanents ont été construits pour des applications spéciales. Cependant, la diffusion des aimants permanents dans la construction des moteurs fractionnaires a débuté avec le développement des aimants Ferrites (BaSr) dans les années cinquante. A partir du développement de ce type d'aimant, l'utilisation des aimants permanents dans la construction des moteurs fractionnaires s'est généralisée, d'une part à cause de leur qualité électromagnétique et, d'autre part, du fait de leur prix relativement bon marché.

L'évolution de la technologie des moteurs à aimants permanents fractionnaires a suivi le rythme d'innovation de la technologie des aimants permanents. Le développement des aimants terres rares a ouvert la possibilité de construire des micromoteurs (jusqu'à 0.03 W) optimisés du point de vue de l'efficacité énergétique. L'utilisation de ce nouveau type de matériaux a permis d'augmenter l'efficacité maximum des micromoteurs de 45% à 70% au milieu des années quatre-vingt. Entre 1988 et 1990, l'utilisation des aimants NdFeB dans la construction des moteurs a presque doublé. Leurs ventes sur le marché mondial de la construction des moteurs est passée de 410 à 745 tonnes. Une grande partie de ces aimants (70%) a été employée dans la construction de micromoteurs [GUE91]. De ce fait, il y a une forte tendance à la diffusion des aimants terres rares dans le domaine des micromoteurs [ALM99].

En ce qui concerne les moteurs intégraux, la diffusion des aimants permanents est encore timide, étant donné la concurrence avec les moteurs classiques. Des moteurs à aimants permanents intégraux disponibles sur le marché aujourd'hui sont réservés à des niches de marché, telles que les servomécanismes pour l'automatisation industrielle. La construction des moteurs intégraux avec des aimants permanents est au début de son cycle de vie et, la variété de designs de moteurs à aimants permanents est encore très grande. Par conséquent, il existe une incertitude importante concernant la sélection des meilleurs designs. Les constructeurs et les laboratoires de recherche sont en train d'expérimenter plusieurs types de moteurs à aimants permanents [LIP97, VAG97].

Les recherches dans le domaine des moteurs à aimants permanents visent surtout le développement de nouvelles machines aux performances techniques supérieures à celles des moteurs à induction. Cet objectif technique est vraisemblablement atteint si on prend en compte l'abondante littérature sur le développement de ces nouveaux moteurs [LIP97, VAG97]. L'efficacité énergétique meilleure pour les prototypes de moteurs à aimants

permanents disponibles a déjà sensiblement devancé celle des moteurs à induction. Les moteurs à aimants permanents ont aussi un potentiel technique beaucoup plus important en termes de puissance massique et de couple volumique. Ces attributs sont très importants pour les applications demandant des variations de vitesse.

Aujourd'hui, les principales opérations de recherche dans le domaine des moteurs à aimants permanents intégraux sont axées sur l'extension des niches de marchés. Aux Etats-Unis, l'EPRI<sup>1</sup> soutient plusieurs programmes de recherches qui visent le développement de moteurs pour des applications dans de nouvelles niches de marché, telles que la motorisation mobile (bicyclettes, scooters, voiture électrique, fauteuil roulant, et voiture de golf), les alternateurs pour véhicules, les pompes et compresseurs spéciaux, entre autres. Ces programmes cherchent à créer une dynamique d'apprentissage technologique qui éventuellement pourrait aboutir au développement d'options technologiques capables de remplacer les technologies classiques [ALM99].

### **I.3. Etat de l'art de la machine synchrone à aimants permanents**

Dans cette optique, l'étude est orientée dans un premier temps vers les différents matériaux utilisables dans la conception des machines électriques, puis vers les aspects structurels des différentes familles de la machine synchrone à aimants permanents, sans oublier les différents types d'alimentation et de commande.

#### **I.3.1. Principaux matériaux utilisés dans les machines électriques**

En Electrotechnique et surtout dans le domaine des machines électriques, les matériaux magnétiques sont généralement séparés en deux classes : les matériaux doux et les matériaux durs (aimants permanents). Les matériaux magnétiques doux peuvent être aimantés à l'aide de champs magnétiques faibles. Ils sont utilisés dans les machines électriques pour canaliser et concentrer le flux magnétique. Les matériaux magnétiques durs conservent leur état d'aimantation initial même lors de l'application d'un champ magnétique relativement élevé. Ils sont utilisés comme source de champ magnétique dans les machines électriques. La coercivité est le champ magnétique externe inverse qu'il faut appliquer pour rendre nulle l'aimantation d'un matériau qui a été porté à saturation. La limite généralement fixée entre les matériaux doux et les matériaux durs est une coercivité de 10 kA/m [JIL91]. Les matériaux doux utilisés dans les machines électriques ont une coercivité beaucoup plus faible que cette limite, de l'ordre de quelques dizaines à quelques centaines d'ampères par mètre, et les matériaux magnétiques durs constituant les aimants

---

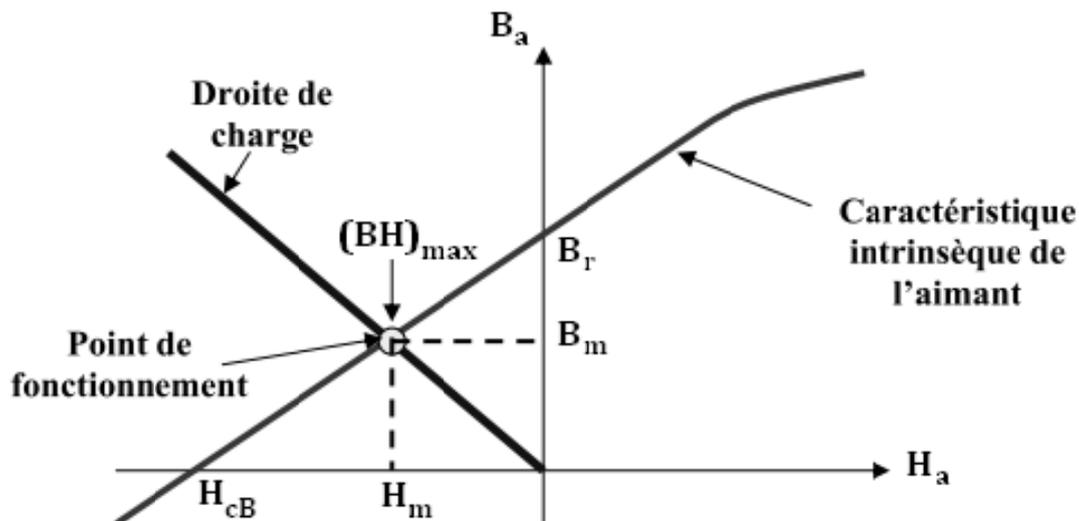
<sup>1</sup> L'EPRI subventionne des recherches pour développer le moteur appelé "Written-Pole TM", dans lequel un rotor de type Cage d'Ecureuil (moteur à induction) est utilisé pour le démarrage et le changement de régime de rotation. Cependant, une partie du rotor de ce moteur est construite avec des aimants permanents pour tourner en régime continu. On essaie ainsi de combiner les bonnes caractéristiques du moteur à induction avec le moteur à aimants permanents [BEN97]

permanents modernes ont une coercivité beaucoup plus grande, de l'ordre de plusieurs centaines de milliers d'ampères par mètre.

### I.3.1.1. Aimants permanents

Les aimants permanents sont principalement caractérisés par leurs cycles d'hystérésis et plus particulièrement par la courbe de désaimantation du deuxième quadrant du plan B-H (**Figure (I.01)**). Cette courbe est caractérisée par :

- L'induction rémanente  $B_r$ .
- Le champ coercitif  $H_{cB}$ , qui est le champ démagnétisant annulant l'induction ; plus sa valeur est élevée, plus l'aimant est stable.
- Le produit d'énergie volumique  $(BH)_{max}$ .
- Les valeurs  $B_m$  et  $H_m$  au point de fonctionnement optimal correspondant à  $(BH)_{max}$ .
- L'aimantation  $H_{cJ}$ , champ coercitif qui annule l'aimantation intrinsèque du matériau.



**Figure (I.01). Illustration d'une courbe B-H des aimants**

Depuis un siècle, l'utilisation de nouveaux types d'aimants et l'amélioration de leurs performances, notamment en terme de densité volumique d'énergie (**Figure (I.02)**), ont permis de trouver de nouvelles applications.

Le choix de la nature des aimants d'une machine à aimants a une influence non négligeable sur son couple massique. Les caractéristiques des principaux types d'aimants utilisés dans les machines électriques sont données ci-après.

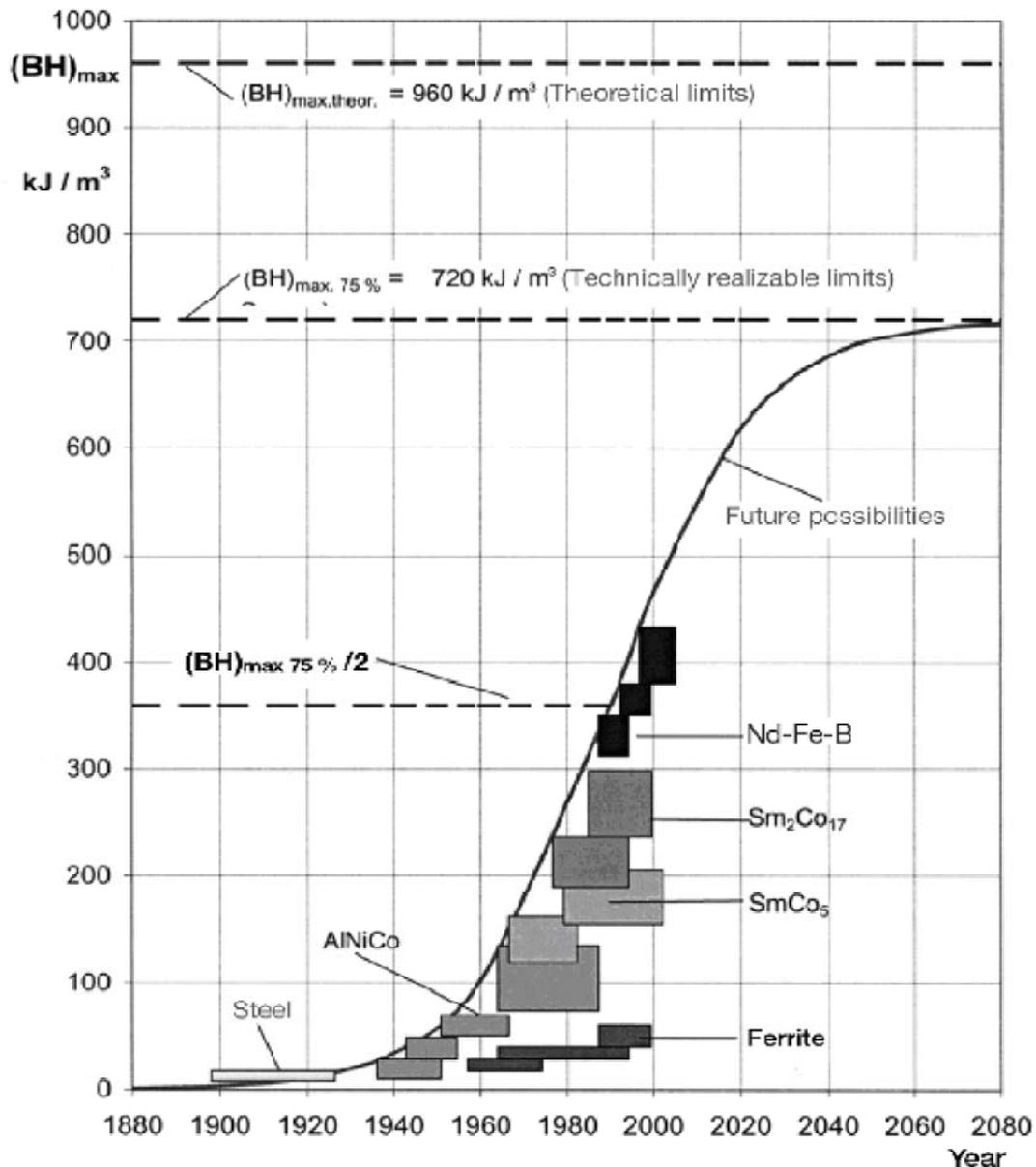


Figure (I.02). Développement de l'énergie spécifique des aimants au cours du 20<sup>ème</sup> siècle [VAC]

### I.3.1.1.a. Aimants permanents frittés

Les aimants **AlNiCo** sont obtenus à partir d'alliages à base de Fer, de Cobalt, de Nickel et d'Aluminium. Un traitement thermique de démixtion conduit à la formation de particules magnétiques de Fe-Co dans une matrice essentiellement non magnétique de Al-Ni. L'aimantation rémanente est forte, de l'ordre de 1,5 T. L'anisotropie magnétique provient de la forme allongée des particules de Fe-Co. Le champ coercitif est modeste (>0,2 T). Ces matériaux sont utilisés dans les instruments de mesure où leur grande stabilité thermique constitue un paramètre essentiel, ainsi que comme capteurs [LAT06, BOU07].

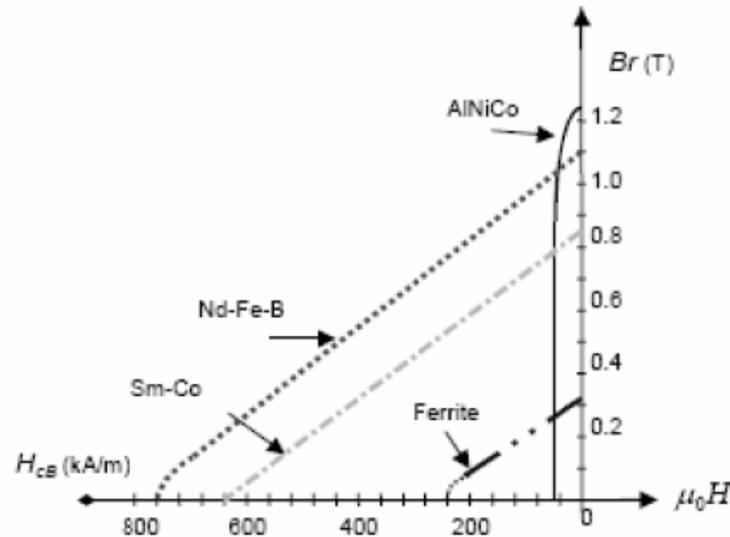
**Ferrites de baryum ou strontium :** Les aimants ferrites sont fabriqués à partir de matériaux de très faibles coûts [LER06]. La calcination d'oxyde de fer et de carbonate de Strontium (ou de Baryum) conduit à la formation d'un composé hexaferriite sous forme de scories. Ces dernières sont réduites en poudre puis frittées. L'aimantation rémanente de ces matériaux est modeste ( $>0,4T$ ). L'anisotropie, d'origine magnétocristalline, résulte de la symétrie hexagonale des composés de base. C'est l'opération de frittage qui conduit à la formation d'une microstructure fortement hétérogène et par là au développement de la coercitivité ( $> 0.3- 0.5 T$ ). Ces aimants sont utilisés dans une grande variété de petits moteurs, en particulier dans l'industrie automobile ainsi que pour la fabrication de haut-parleurs basses fréquences [LAT06].

Les **terres rares** telles que les Samarium-Cobalt et les Néodyme-Fer-Bore sont beaucoup plus performants en termes de densité volumique d'énergie que les autres types d'aimants. Les Samarium-Cobalt autorisent une température de fonctionnement élevée (jusqu'à  $350^{\circ}C$ ), mais ils sont très coûteux en raison notamment de la présence du Cobalt dans leur composition [LER06]. De plus, le Cobalt est interdit dans certains domaines (automobile notamment) pour des raisons de normes environnementales. Les Néodyme-Fer-Bore (NdFeB) ont des performances supérieures aux Samarium Cobalt et sont beaucoup moins coûteux mais leur tenue en température est moins bonne (jusqu'à  $160^{\circ}C$ ) [LAT06].

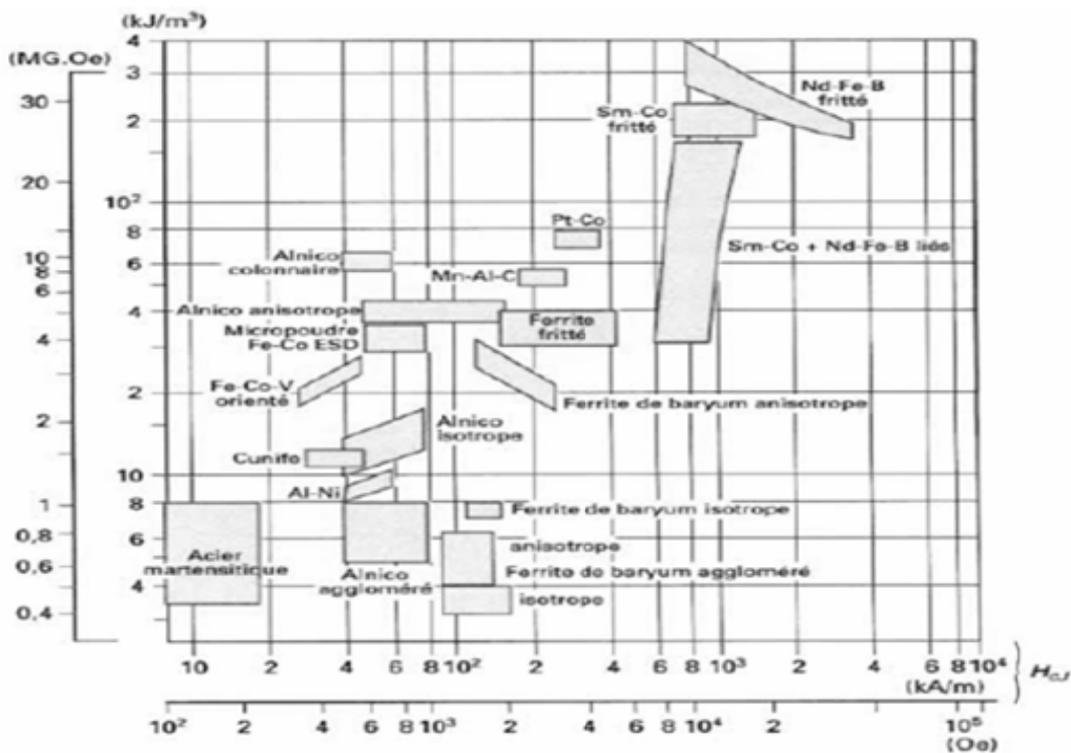
#### **I.3.1.1.b. Aimants liés**

Actuellement, les aimants frittés souffrent d'une forte sensibilité à la température et de caractéristiques mécaniques déficientes pour certains types d'applications (problème de collage et de résistance aux sollicitations mécaniques). Dans ce contexte, les aimants liés présentent des atouts en partie dus à leur facilité d'utilisation et de manipulation. Ces aimants liés obtenus par mélange homogène de poudres d'aimants et de matériaux polymères [BOU07], se distinguent par trois procédés de fabrication donnant lieu à des matériaux injectés, compressés ou calandrés. Pour ces deux dernières catégories, le produit final isotrope ou anisotrope peut avoir des formes complexes grâce à un usinage direct moyennant quelques précautions (arrosage pour limiter l'échauffement, protection contre la corrosion des surfaces usinées). Quant aux aimants composites réalisés par injection, l'avantage essentiel réside dans la diversité des formes possibles telles que des anneaux à faible épaisseur de paroi, des disques plats, des profilages ou encore des perçages transversaux. De façon générale, les courbes d'aimantation, comparées à celles des aimants frittés, sont détériorées par l'ajout de composants élastomères. La polarisation magnétique obtenue, étant dans ce cas, naturellement affaiblie par l'effet de « dilution » des particules actives au sein du polymère. Mais cette relative faiblesse est compensée par de meilleures caractéristiques mécaniques, par une sensibilité à la température moindre (température maximale en moyenne supérieure de 20%), et surtout par une manipulation plus facile car le matériau est beaucoup moins friable. Les propriétés mécaniques dépendent fortement du liant et du taux de remplissage en aimants, aucune donnée générique mécanique n'est

accessible. Toutefois on peut se baser sur des résistances à la traction supérieures à 100 Mpa, ce qui confère à ce type de composant une bonne stabilité mécanique [ALH05].



a) Caractéristique des aimants à 20°C



b) Energie volumique

Figure (I.03). Aimants en fonction de leurs propriétés [BAV]

### I.3.1.1.c. Causes de désaimantation irréversible et vieillissement [MUL05]

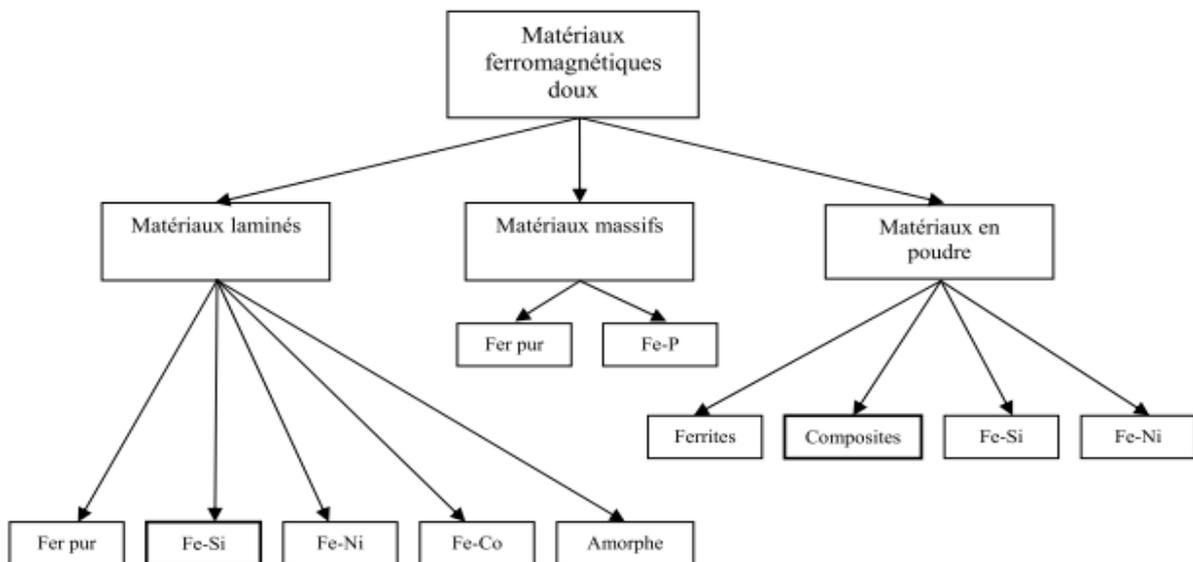
- Température excessive, en général, bien avant la température de Curie, on observe des pertes d'aimantation partielles mais non réversibles : on définit ainsi une température limite d'utilisation (variable entre 80°C et 350°C selon les nuances).

- Champ désaimantant excessif : dépassement de  $H_{CB}$ . La charge magnétique produit un effet désaimantant, de même un champ opposé produit par une FMM tend à désaimanter l'aimant (réaction d'induit dans une machine électrique). La combinaison des deux ne doit pas conduire, dans les pires conditions, à une désaimantation irréversible.

### I.3.1.2. Matériaux magnétiques

Il existe deux principaux types de matériaux magnétiques permettant de limiter les courants de Foucault dans les applications où l'induction est variable: les matériaux faits de tôles isolées et les matériaux faits de poudre de fer dont les particules sont isolées. Les premiers sont les plus répandus dans les applications à basse fréquence qui représentent la plus grande partie du marché en termes de tonnage et les seconds, aux fréquences élevées, sont les plus utilisés. Pour les applications en aimantation variable de faible amplitude autour d'une aimantation continue élevée, comme dans les filtres des étages continus et dans les culasses de rotor à aimants, les matériaux massifs peuvent être utilisés (généralement des aciers faiblement alliés). Les principales caractéristiques électromagnétiques d'un matériau destiné à la réalisation de machines électriques sont la perméabilité maximale, l'induction à saturation, la coercivité et la résistivité [COU98].

Les matériaux magnétiques usuels peuvent être classés en fonction de leur structure et de leurs constituants :

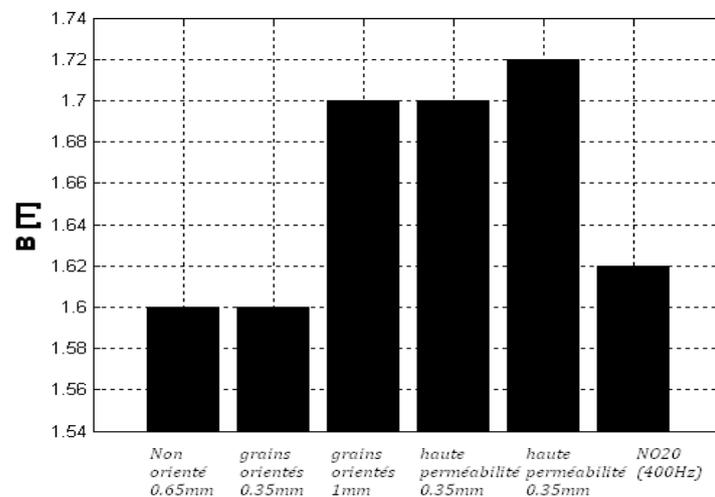


**Figure (I.04). Classification des principaux types de matériaux magnétiques doux [CYR07]**

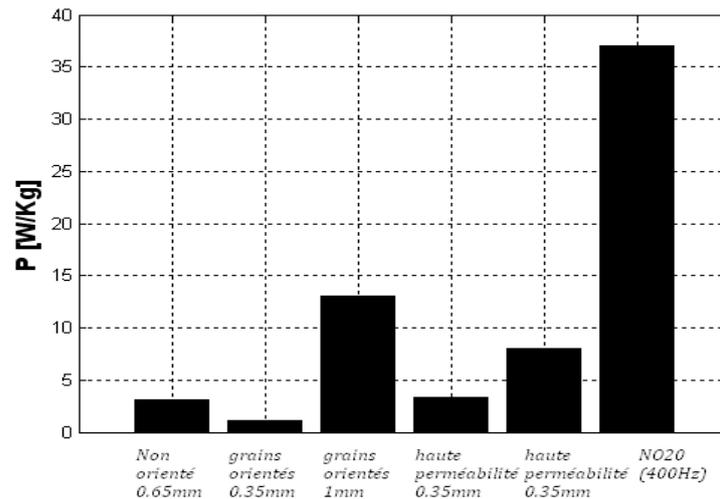
Trois familles d'alliages ont percé le marché des matériaux laminés : les alliages Fer-Silicium, les alliages Fer-Cobalt et les alliages Fer-Nickel.

Le **Fer-Silicium** est sans nul doute l'alliage le plus répandu dans le domaine de la conversion de l'énergie. L'ajout de Silicium à taux inférieur dans tous les cas à 3% apporte outre des performances magnétiques accrues (polarisation, température de curie), une rigidité juste nécessaire n'affectant pas la facilité d'usinage et la manutention des tôles. De par ses volumes de production et son ancienneté, l'alliage Fer-Silicium a bénéficié des plus forts développements en recherche et processus de fabrication [ARC, BAV], la définition de deux catégories distinctes qui se partagent sans trop de concurrence les marchés : les tôles à grains non orientés et les tôles à grains orientés [ALH05]. Prédominantes sur le marché, les tôles à grains non orientés offrent un panel très large de produits à épaisseur et à niveau de saturation variables. Guidés par la nécessité de limiter les pertes au sein de la structure de conversion, les pertes massiques constituent toujours un critère sélectif prépondérant. De ce fait, les constructeurs ont effectué des efforts considérables pour proposer, entre autres, des tôles à très faible épaisseur et faibles pertes massiques. Cependant si les pertes massiques restent acceptables à faible fréquence, elles deviennent prohibitives lorsque la fréquence augmente [LER06]. Certains industriels comme Arcelor proposent récemment de tôles spécifiquement destinées à des fréquences plus élevées (400Hz) rencontrées, notamment, en aéronautique, combinant saturation élevée et faibles pertes massiques. Le prix de ces tôles de faible épaisseur (0.2 mm) est naturellement en adéquation avec l'augmentation des performances [GIR01]. D'un point de vue assemblage, les tôles à faibles épaisseurs compliquent l'empilage.

De production inférieure à celle des tôles à grains non orientés, les tôles à grains orientés privilégient la direction de laminage comme direction de facile aimantation, ce qui a priori les destinent à des structures de conversion dans lesquelles le tube de flux garde une direction fixe (transformateurs). Ceci étant, ses niveaux de saturation élevés (2T) les rendent aussi attractives pour certaines machines tournantes. De manière générale, les **figures (I.05) et (I.06)** montrent le niveau de saturation et les pertes totales massiques des alliages Fe-Si existant dans le marché [ALH05].



**Figure (I.05). Induction de saturation des alliages Fe-Si sous un champ de 10000A/m [ALH05]**



**Figure (I.06). Pertes massiques des alliages Fe-Si sous une fréquence de 50 Hz (à 1.5T) [ALH05]**

D'un point de vue électromagnétique, les alliages **Fer-Cobalt** offrent les caractéristiques les plus attractives. Pour un taux de Cobalt variant de 25 à 30%, cet alliage présente le plus haut niveau de saturation (2 à 2.3T) pour une perméabilité comprise entre 1000 et 8000 H/m [GEO]. Bien que ses pertes soient supérieures à celles des alliages Fer-Silicium, sa résistance à la chaleur en fait le produit phare pour des applications à contraintes ambiantes sévères, application qui, en raison du prix de ces tôles ne relèvent pas cependant de la grande série. Elles se cantonnent donc, dans le domaine des machines tournantes, à des applications aéronautiques, ferroviaires ou militaires [COU]. Ces alliages trouvent aussi leur application dans des dispositifs nécessitant essentiellement une absence de magnétostriction et une grande perméabilité (composants magnétiques pour alimentation à découpage, capteurs, transformateurs spéciaux pour l'aéronautique, têtes magnétiques, blindage des câbles, etc.) [LAT06].

Sans commune mesure avec les alliages Fer-Silicium, les alliages **Fer-Nickel** sont conçus sur des taux de charge en Nickel variant de 36% à 80% [ALH06]. On distingue trois groupes bien définis ayant chacun des caractéristiques et des domaines d'application bien spécifiques. Leur structure cubique à faces centrées ne présentent pas de transformation de phase à l'état solide ce qui leur confère une grande facilité de laminage à froid et de traitements thermiques qui permettent de développer leurs propriétés magnétiques au mieux [COU96].

Dans le contexte des machines tournantes fonctionnant à haute vitesse, les tôles Fer-Nickel dont les performances globales paraissent attrayantes restent en retrait car les caractéristiques haute perméabilité et faibles pertes sont inconciliables pour un même taux de Nickel. Leur prix les oriente vers des applications spécialisées où souvent on met en œuvre non seulement leurs propriétés magnétiques remarquables, mais également des propriétés complémentaires (faible dilatation, facilité de mise en forme etc.) [COU94]. Dans de nombreux cas, on préfère utiliser les alliages fer-nickel à 48% Ni dont les constantes électromagnétiques sont mieux adaptées. On les emploie essentiellement sous deux

formes suivant l'application. On utilise ainsi ces alliages à l'état massif (barres, fils, tôles épaisses) dans les systèmes où une faible puissance de commande impose un alliage à bas champ coercitif (relais travaillant au décollage, écouteurs téléphoniques, etc.) [LAT06].

Un autre matériau dit **composite magnétique doux** ou SMC en Anglais (Soft Magnetic Compound) a fait son apparition dans les machines électriques. Destiné à des applications de hautes fréquences, ce matériau est constitué de particules de poudre de fer enrobées de fines couches isolantes [COU]. Ces propriétés électromagnétiques et mécaniques dépendent du type de poudre et du processus de fabrication. D'un point de vue économique, les processus de fabrication de ce type de composite compte moins d'étapes que celles nécessaires pour les matériaux laminés. Le développement des SMC s'oriente parallèlement vers une diminution des pertes massiques. Par ailleurs, la bonne conductivité thermique allée à un transfert de chaleur tridimensionnel laisse suggérer que même si les pertes sont significatives à faible fréquence, elles sont néanmoins mieux réparties et mieux dissipées. Soulignons toutefois, la relative faiblesse des SMC au niveau de l'induction de saturation et de l'élasticité (aspect mécanique), comparée aux alliages. A des fréquences en dessous de quelques centaines de Hertz (en dessous de 400 Hz), les pertes dans ce type de matériau sont très importantes comparées à celles des matériaux classiques, mais la tendance s'inverse lorsque les fréquences dépassent le kiloHertz, la pente de la caractéristique des pertes massique dans le SMC étant légèrement inférieure à celles des matériaux laminés [LAT06].

## **I.3.2. Différentes machines à aimants permanents**

### **I.3.2.1. Machines synchrones à flux radial**

Plusieurs MSAP à flux radial ont été proposées dans la littérature. La plupart sont à rotor intérieur mais certaines ont un rotor extérieur. Ce type de machine permet d'avoir de bonnes performances sur une grande plage de variation de la vitesse de rotation [LAM00].

### **I.3.2.2. Machines synchrones à flux axial**

Ces machines ont fait l'objet de plusieurs études dans le cadre d'une application éolienne à attaque directe [HAN01, ROV01]. Pour une machine axialement courte, le volume d'entrefer et donc le couple produit est plus important pour une machine à flux axial que pour une machine à flux radial. Pour les applications basses vitesses, la structure de la machine axiale reste compacte alors que la machine radiale tend vers une structure creuse [HAN01]. Ceci conduit à un meilleur couple volumique pour la machine à flux axial [LAT06]. Un autre avantage de cette topologie est la possibilité d'assembler plusieurs machines sur un même axe afin d'accroître le couple. L'inconvénient de cette structure est que les forces d'attraction axiales, entre le rotor et le stator, peuvent contraindre à des renforcements mécaniques de la structure avec des conséquences sur le poids et le prix.

### I.3.2.3. Machines synchrones à flux transverse

La machine à flux transverse est une technologie nouvelle et intéressante [HAN01]. Il existe de nombreuses topologies mais la plus pertinente utilise des aimants permanents avec concentration de flux [HAR98]. Ses principaux atouts sont : un très grand couple massique et la possibilité d'avoir un grand nombre de pôles (avantageux pour l'entraînement direct). Cependant, ces avantages sont contrebalancés par une grande complexité de conception et une réactance synchrone importante qui dégrade le facteur de puissance. La commande de cette machine pose quelques difficultés à cause de la forme d'induction non sinusoïdale dans l'entrefer et aux fortes saturations locales [HAN01]. Cette technologie semble bien adaptée à la vitesse variable à entraînement direct mais elle a surtout été étudiée en moteur.

### I.3.3. Structures des machines à aimants à flux radial

Les structures des machines à aimants permanents sont très variées et plusieurs classifications sont possibles suivant les critères retenus. Outre les différentes configurations mécaniques possibles (Machines à rotor extérieur [MAH94], machines à rotor intérieur [KAH94], on s'attachera à distinguer les structures par les différences qui en résultent sur les propriétés électromagnétiques en commutation électronique. On peut alors distinguer particulièrement les : machines sans pièces polaires, machines avec pièces polaires et machines avec pièces polaires et concentration de flux [AST03].

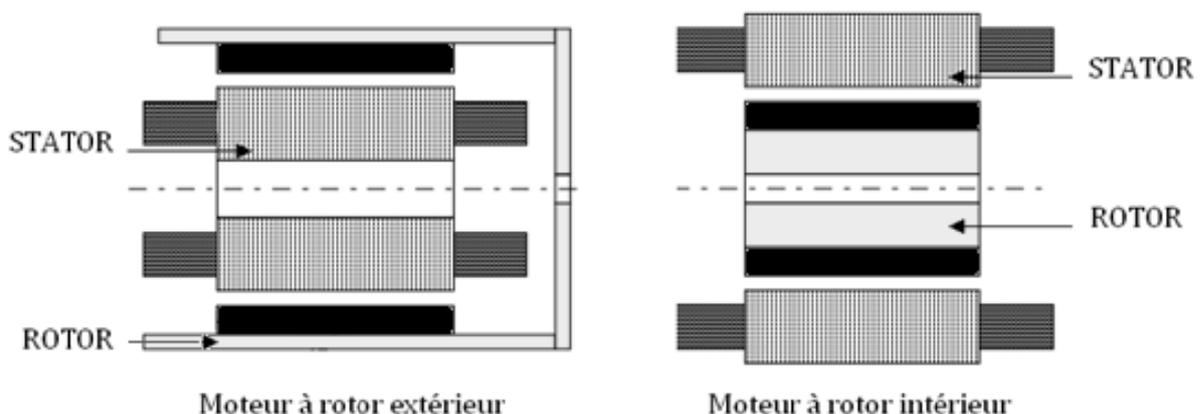


Figure (I.07). Différentes configurations mécaniques des machines électriques

#### I.3.3.1. Les configurations rotoriques

Il existe deux familles structurelles [RCF00, MAC05] : Les structures à rotor intérieur et les structures à rotor extérieur.

La structure à rotor intérieur est la plus utilisée compte tenu des difficultés de réalisation que posent celle à rotor extérieur (problème de la sortie des fils de phases du stator, montage en port-à-faux et problème thermique). Cependant, une structure à rotor extérieur peut favoriser une meilleure intégration de l'actionneur au système dans certaines applications [TOU06]. Ainsi, pour la ventilation par exemple, les pales du ventilateur peuvent être montées directement sur le rotor. Le maintien des aimants est facilité par la force centrifuge et un simple collage peut être suffisant pour assurer leur fixation mécanique, alors que pour une machine à rotor intérieur, le maintien des aimants doit être assuré par collage et frettage. Une structure à rotor extérieur permet aussi de réduire le diamètre extérieur puisque généralement la hauteur des aimants est moins importante que la profondeur des encoches. Elle permet donc d'obtenir un gain sur l'encombrement. Sur le plan thermique, la dissipation des pertes du stator est en contrepartie plus difficile, en raison de l'entrefer qui empêche une conduction thermique jusqu'à la surface d'échange avec l'air ambiant. Mais, une surface extérieure tournante peut favoriser aussi les échanges convectifs avec l'air ambiant. Il est donc difficile de classer ces deux structures sans quantifier leur échauffement respectif [CRO92]. Chacune de ces deux familles se subdivise en deux sous-groupes :

- Les structures sans pièces polaires (SPP), très simples de configuration, ces types de structures constituent la majorité des modèles présents sur le marché.
- Les structures avec pièces polaires (APP), les divergences de configurations sont en général dictées d'une part, par la volonté d'augmenter le niveau d'induction dans l'entrefer et d'autre part, par la nécessité de définir une anisotropie magnétique très marquée au rotor qui confère à la machine des aptitudes spécifiques à l'augmentation de la plage de vitesse.

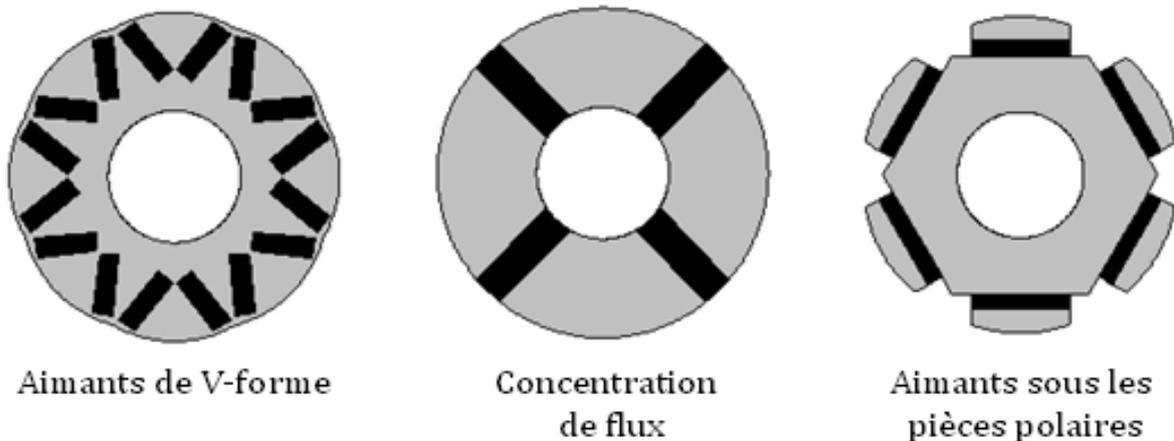
On a donc des structures pour lesquelles l'induction dans l'entrefer, aux fuites près, est égale au niveau d'induction dans l'aimant (SPP) jusqu'aux structures pour lesquelles l'induction dans l'entrefer est amenée à une valeur très différente de celle existant dans l'aimant (APP).

#### I.3.3.1.a. Machines avec pièces polaires

Les machines de ce type comportent un rotor où les aimants sont associés avec des pièces polaires, soit pour élever l'induction dans l'entrefer à une valeur supérieure à l'induction rémanente des aimants par effet de concentration du flux, soit pour bénéficier d'un effet de saillance (couple de réluctance additif). La présence de pièces polaires rend le rotor fortement anisotrope, et la saillance est inversée ( $L_q > L_d$ ) [TOU06]. Les structures les plus typiques sont présentées sur la **Figure (I.08)**. Les rotors dits à « concentration de flux » comportent des aimants à aimantation tangentielle encastrés entre deux pièces polaires et dont la hauteur est supérieure à la largeur. On dit aussi d'un point de vue magnétique, que les pôles à aimantation permanente sont connectés en parallèle. Ce type de rotor, plus rigide mécaniquement que des structures sans pièces polaires, est capable de générer un flux dans l'entrefer plus élevé par rapport aux autres structures de rotor avec pièces polaires, ce qui entraîne un ratio couple sur unité de courant plus important; mais la

machine est propice à des ondulations de couple [LER06]. Pour cette raison, cette configuration ne convient pas dans les domaines où l'on exige des ondulations de couple minimales. Il existe également des structures de rotor à concentration de flux, pour lesquelles les aimants ne sont pas disposés radialement (aimants en forme de V).

Les rotors dits à « aimants enterrés » sont surmontés de pièces polaires. Ces aimants peuvent être de forme parallélépipédique à aimantation parallèle ou en forme de tuile à aimantation radiale. On dit aussi d'un point de vue magnétique, que les pôles à aimantation permanente sont connectés en série. Dans le cas de cette configuration, on augmente le champ dans l'entrefer et on réduit le champ dans le rotor [TOU06].



**Figure (I.08). Structure du rotor avec des pièces polaires [RCF00]**

Quelle que soit la structure considérée, les pièces polaires peuvent être le siège de courants induits et on peut donc être amené à les feuilletter pour réduire les pertes [LAB92, VIN94]. Soulignons que dans les machines avec pièces polaires, le profil des pièces polaires joue directement sur l'effet de saillance et sur le couple de réductance résultant qui peut être additif ou soustractif par rapport au couple d'interaction principal entre le champ rotor et le champ stator.

### I.3.3.1.b. Machines sans pièces polaires

Les machines de ce type (**Figure (I.09)**) comportent un rotor dont les aimants sont disposés directement contre le noyau magnétique rotorique et sont maintenus par collage et fretage si besoin est. On dit également, que les pôles sont connectés en série. L'épaisseur de la frette s'ajoute à l'entrefer mécanique de sorte que la hauteur des aimants doit être suffisamment importante pour maintenir un niveau d'induction suffisant dans l'entrefer [LER06].

Mécaniquement, la configuration de rotors sans pièces polaires est plus fragile par rapport aux structures à aimants encastrés. Actuellement, les solutions proposées pour renforcer l'ensemble du noyau magnétique utilisent une frette amagnétique et non conductrice afin d'éviter la circulation de courants induits, ce qui constitue un bouclier très

efficace contre les forces centrifuges que subissent les aimants et permet d'augmenter la vitesse nominale de la machine [TOU06]. Les frettes peuvent servir aussi d'enroulement amortisseur lors du démarrage et augmentent la stabilité de fonctionnement. On peut envisager des frettes type rubans amorphes flexibles à base de fibre de carbone ou de fibre de verre. Cette solution est judicieuse car la haute perméabilité du ruban permet une valeur d'induction dans l'entrefer plus élevée tout en offrant une résistance mécanique importante [MA03]. Le ruban permet en effet, de précontraindre les aimants et d'assurer une meilleure tenue.

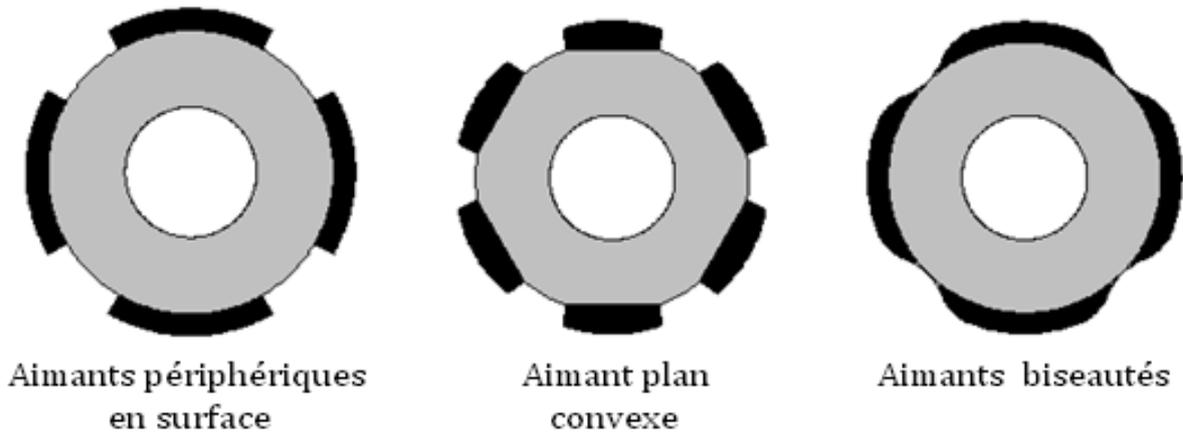


Figure (I.09). Structures du rotor sans pièces polaires [RCF00]

### I.3.3.2. Structure statorique

La structure statorique des moteurs synchrones à aimants permanents généralement ne diffère pas de celle des autres moteurs synchrone et asynchrone classiques. A ce jour, les concepteurs cherchent de retrouver une bonne configuration du bobinage et des encoches les mieux adaptées afin d'atténuer les ondulations et les harmoniques du couple. Le nombre d'encoches statoriques est un paramètre important. En effet, ce choix obéit à des contraintes géométriques, électromagnétiques et mécaniques [LAT06] :

- Un grand nombre d'encoches statoriques complique la fabrication et la mise en place du bobinage statorique, entraînant l'augmentation du coût de la machine.
- Pour un système d'enroulements et un nombre de pôles quelconque, le choix approprié du nombre d'encoches statoriques permet d'adopter un pas d'enroulement qui offrirait la possibilité de réduire certains harmoniques de bobinage.
- Pour un nombre de pôles quelconque, le choix approprié du nombre d'encoches statoriques permet de pousser les pulsations du couple de détente vers de hautes fréquences.

Pour un nombre d'encoches fixe, on peut agir sur les harmoniques de bobinage (les harmoniques d'espace) en adoptant le bobinage le plus adéquat. Naturellement, les bobinages les plus souvent adoptés sont ceux à deux couches et à pas raccourci, ils permettent, grâce au degré de liberté qu'ils apportent, de supprimer un harmonique d'espace particulier en adoptant un pas adéquat ou de réduire sensiblement le taux de plusieurs harmoniques.

### **I.3.4. Alimentation et Commande**

La définition de l'alimentation d'un actionneur dépend naturellement des caractéristiques de l'actionneur. Ainsi une association convertisseur/machine optimisée ne peut résulter que d'un couplage très étroit entre les formes d'ondes des tensions ou courants délivrés par le convertisseur et les formes d'ondes intrinsèques de l'actionneur. Cette ligne directrice permet au final d'aboutir à un bon compromis entre les pertes du convertisseur, les pertes de l'actionneur et les vibrations d'ordre mécanique [MAK05]. Concernant plus particulièrement la MSAP, la condition de synchronisme impose avant tout un convertisseur statique asservi en fréquence à la vitesse de rotation de la machine. Ceci étant, on distinguera dans la gamme très variée des configurations d'alimentation envisageables, l'alimentation en tension pour lesquelles les stratégies de pilotage diffèrent.

#### **I.3.4.1. Différents types d'alimentation**

La machine synchrone peut être alimentée en tension ou en courant. La source doit être réversible pour un fonctionnement dans les quatre quadrants (moteur/générateur dans les deux sens de rotation). Les convertisseurs alternatif/continu de l'électronique de puissance, sont utilisés dans des domaines d'applications variés, dont le plus connu est sans doute celui de la variation de vitesse des machines à courants alternatifs. La forte évolution de cette fonction s'est appuyée sur le développement des composants à semi-conducteurs entièrement commandables, puissants, robustes et rapides [AMA01].

##### **I.3.4.1.a. Onduleur de tension**

Le récent développement de l'électronique de puissance a rendu les machines synchrones très compétitives par rapport aux moteurs asynchrones dans les applications à vitesse variable. Les onduleurs ont permis d'améliorer leur fonctionnement en leur permettant de fonctionner comme des moteurs à courant continu sans avoir les problèmes engendrés par les collecteurs. Ils permettent d'effectuer l'autopilotage des moteurs synchrones. Ce dernier consiste à asservir la fréquence de l'alimentation avec la vitesse du rotor assurant un parfait synchronisme entre le champ statorique et le champ rotorique. Ce synchronisme permet de faire démarrer le moteur même à partir du repos [KAD00]. La seule contrainte liée à l'autopilotage est la nécessité d'utiliser un capteur de position (un résolveur ou un encodeur) [LER06].

Les onduleurs peuvent être commandés en utilisant plusieurs techniques parmi lesquelles on cite: la commande par hystérésis et la technique de Modulation par Largeur d'Impulsion (MLI). Malgré les nombreuses références consacrées à la commande par hystérésis, la technique MLI reste la plus utilisée et la plus conseillée. En effet, elle a fait objet de recherches intensives depuis maintenant plusieurs années [KAD00].

La modulation de largeur d'impulsions consiste à appliquer aux interrupteurs des créneaux de commande de largeur variable avec une périodicité constante. Cette modulation MLI présente l'intérêt de limiter l'étalement du spectre fréquentiel vers le bas et de faire varier la valeur du fondamental de la tension de sortie. Or, la MLI est influente sur les pertes fer. D'après plusieurs auteurs, les pertes fer augmentent en alimentations MLI; cela est dû majoritairement à la difficulté de l'induction à pénétrer dans l'épaisseur du matériau, provoquée par les variations rapides de flux qu'impose un onduleur MLI. Enfin, d'après [CES96], les pertes en MLI se situeraient entre les pertes en trapézoïdal et les pertes en sinusoïdal.

#### **I.3.4.1.b. Alimentation par courants sinusoïdaux**

Le principe consiste à commander les interrupteurs de l'onduleur, de façon à reproduire aux bornes de la machine l'image des courants de référence, générés à partir d'un capteur de position. Les paramètres d'autopilotage sont l'amplitude des courants statoriques et le déphasage entre ces mêmes courants et les forces électromotrices de la machine. Pour générer des courants de référence de forme sinusoïdale, il faut disposer d'un codeur de position du rotor à haute résolution. Pour mettre en œuvre le système de régulation des courants, plusieurs solutions sont envisageables :

- Contrôle par hystérésis : La mise en œuvre de cette stratégie est relativement simple, néanmoins il faut que la fréquence de commutation des interrupteurs reste compatible avec l'onduleur. Il faut faire un compromis entre la fourchette de courant et la fréquence à cause des inductances faibles.
- Contrôle par MLI : Avec ce système, l'ondulation est fixe et les commutations de l'onduleur sont mieux contrôlées. Le principal inconvénient de ce mode de contrôle concerne la difficulté de la mise au point des régulateurs et la médiocrité de leur performance aux vitesses élevées, qui peut entraîner une chute du couple.

#### **I.3.4.1.c. Alimentation par courants de forme rectangulaire**

La **Figure (I.10)** donne le principe de base de ce type d'alimentation. Les courants ont la forme de créneaux de  $120^\circ$  de largeur.

Il y a toujours deux phases alimentées simultanément en série par un courant constant, et tous les  $60^\circ$  le courant est commuté d'une phase à l'autre. Le couple résultant apparaît alors comme la juxtaposition des courbes de couple statique et est propice aux ondulations de couple et aux vibrations nuisibles.

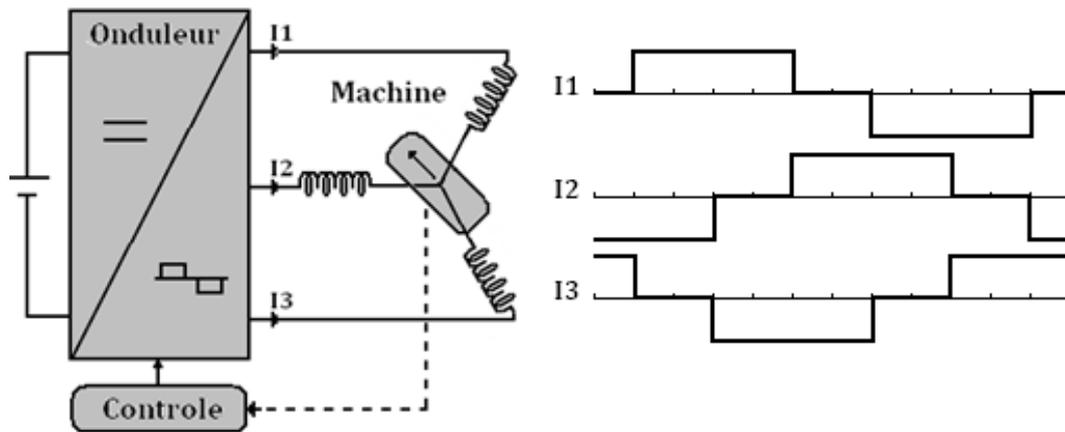


Figure (I.10). Principe de commande par courants rectangulaire [HAD94, OUA97]

#### I.4. Avantages et inconvénients des MSAP

La MSAP présente les avantages importants suivants :

- Fortes caractéristiques dynamiques (accélération, couple de démarrage).
- Une vitesse de rotation élevée.
- Intégration facile dans les applications d'entraînement et d'asservissement.
- Absence de collecteur et de balais, ce qui simplifie totalement sa maintenance, et augmente donc sa fiabilité. De plus, le fait que seul son stator soit bobiné, localise les échauffements par effet Joule dans sa partie fixe.
- Facteur de puissance, rendement et puissance massique élevés.
- Plus fiable.
- Refroidissement plus facile.

De plus, ils présentent les inconvénients suivants :

- La commutation doit être faite électroniquement (Électronique plus complexe).
- La masse et le volume des aimants (compte tenu de leur prix élevé).
- Dans le cas d'un dysfonctionnement de l'électronique, le moteur ne peut pas tourner tout seul.

Dans le chapitre suivant, on aborde la modélisation électromagnétique de la machine synchrone à aimants permanents sous des hypothèses simplificatrices concordantes. Un calcul analytique est effectué suivi d'un calcul numérique basé sur la méthode des éléments finis (code FEMM) pour valider nos résultats. Une présentation de quelques différences entre ces deux méthodes de calcul est effectuée [MAK06] :

Les méthodes analytiques présentent les avantages suivants :

- Elles ont été largement développées en génie électrique avant l'apparition des ordinateurs présentant une puissance de calcul suffisante pour utiliser les modèles numériques en un temps raisonnable. Elles sont par conséquent, disponibles et couvrent une large gamme de systèmes électromagnétiques.
- Comparés aux modèles numériques, Elles sont rapides et permettent d'explorer au maximum l'espace des solutions. Ce qui présente un grand intérêt lors de l'utilisation des procédures itératives pour le dimensionnement.
- Elles permettent une grande variation de tous les paramètres du modèle dans les limites de validité des équations; cela permet par exemple de dimensionner des gammes de moteurs de puissances différentes sans avoir à modifier le modèle.
- Leurs équations contiennent des liens explicites entre tous les paramètres et les phénomènes physiques considérés. Cela aide le concepteur à mieux interpréter, à travers son modèle, le comportement de l'actionneur, notamment les interactions entre les différents paramètres. En effet, la modélisation de certains phénomènes couplés (magnétiques, thermique ...) est assez aisée avec un modèle analytique se limitant aux grandeurs globales ou moyennes.
- Elles permettent de calculer rigoureusement les expressions symboliques de tous les paramètres fonctionnels en fonction des paramètres dimensionnels ainsi que toutes les dérivées partielles de la fonction objective. Cela s'avère particulièrement utile lorsque le modèle est lié à un algorithme du gradient. En outre, cela permet de connaître facilement la sensibilité d'un paramètre fonctionnel à une variation d'un paramètre descriptif.

En revanche, elles présentent les inconvénients suivants :

- Si elles sont bien adaptées à l'évaluation des performances moyennes en manipulant des grandeurs globales, elles ne permettent généralement pas de modéliser des phénomènes locaux comme la saturation d'une zone du circuit magnétique d'un actionneur électrique ou le point chaud dans un système thermodynamique. Ainsi ces modèles ne sont pas très fins et manquent généralement de précision dans l'évaluation des phénomènes locaux.
- Par soucis de facilité de mise en œuvre, de fortes hypothèses sont généralement considérées lors du développement de ces modèles.
- Elles ne sont pas génériques; c'est à dire que pour chaque nouvelle structure un modèle correspondant doit être développé.

Avantage des méthodes numériques :

- Elles sont précises, car elles tiennent compte des phénomènes locaux et ce d'autant plus que le maillage de la structure est fin.
- Elles se présentent généralement sous forme de logiciels génériques qui nécessitent une description de la géométrie de la structure et une description des caractéristiques des matériaux utilisés.

Cependant, ils présentent les inconvénients suivants :

- Comparés aux modèles analytiques, leur temps de réponse est lent du fait qu'elles traitent des matrices relativement grandes obtenue par l'assemblage de matrices élémentaires relatives aux mailles (les dimensions de la matrice globale sont liées au nombre de nœuds dans la structure).
- Elles nécessitent un point de départ; une structure dimensionnée de l'actionneur doit être définie au préalable.
- Elles ne permettent pas une mise en œuvre facile d'une modélisation couplée des différents phénomènes physiques. En effet, suivant le type de couplage, un modèle numérique couplé repose sur des calculs itératifs (simultanés ou successifs) des grandeurs couplées. Avec les moyens de calcul actuels, c'est une démarche coûteuse en temps de calcul.

## **I.6. Conclusion**

Ce chapitre a été consacré à la présentation des différentes machines synchrones à aimants permanents, à leurs constructions et à leurs différentes alimentations. Dans un premier temps, on a cité les différents matériaux qui les composent, le choix de ces derniers dépend généralement de l'application choisie qui exige parfois des performances bien précises. Le choix d'un aimant permanent de type NdFeB pour les machines à aimants et d'une tôle à base de Fer-Silicium permet de préserver les performances sans pour autant sacrifier le coût de réalisation de la machine. Le choix de l'alimentation a sans doute une importance primordiale, car celle-ci s'introduit sur les performances de la machine notamment le couple. Enfin, grâce à la méthode analytique qui semble toujours plus délicate par rapport à celle numérique qui exige un temps lourd de calcul, reste toujours limitée sous plusieurs hypothèses pour des structures et des géométries simples.

# Chapitre II

## Modélisation électromagnétique de la MSAP sans encoches

---

### II.1. Introduction

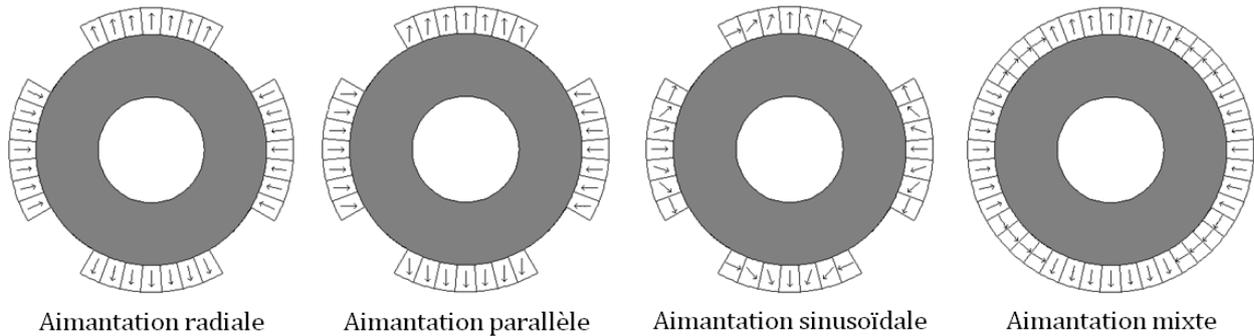
L'étude bibliographique présentée dans le chapitre précédent, montre que parmi les machines synchrones à aimants permanents les plus employées ce sont celles à aimants montés sur la surface rotorique. Dans ce chapitre, on présente une modélisation théorique des phénomènes électromagnétiques à partir des équations de Maxwell de ce dernier type de machine en se basant sur le calcul du champ pour différents sens d'aimantations. La connaissance du champ magnétique créé par des sources que ce soient les courants ou les aimants est indispensable pour le calcul de l'induction, du couple, de la force électromotrice... ; il s'agit de calculer le potentiel vecteur dans les différentes zones actives de la machine. Dans un premier temps, on adopte quelques hypothèses afin de simplifier notre calcul analytique. La résolution des équations est basée sur la méthode de séparation de variables. Enfin, on valide nos résultats avec ceux issus du code basé sur la méthode des éléments finis.

### II.2. Modélisation électromagnétique des machines étudiées

Les machines synchrones à aimants permanents (MSAP) considérées dans notre étude sont des machines à aimants permanents montés sur la surface du rotor. Elles comportent un stator et un rotor de constitution symétrique. Les enroulements du stator, à pas diamétral à une couche, sont connectés en étoile. La roue polaire dont le nombre de pôles est égal à celui du stator, est excitée par des aimants permanents. Ces aimants sont supposés rigides et de perméabilité voisine à celle de l'air :

- Stator : Généralement, le stator des machines synchrones à aimants est de conception analogue à celui des machines synchrones ou asynchrone classiques, il est constitué d'un empilement de tôles dans lequel est disposé un bobinage souvent triphasé connecté en étoile.

- Rotor : Il est constitué d'aimants permanents débouchant sur l'entrefer et fixés à l'aide de frettes amagnétiques afin d'éviter les courts-circuits magnétiques. L'aimantation dans ce type d'aimants peut être, radiale [AZO02, ZAR04, HAD06], parallèle [ZAR04, HAD06], sinusoïdale (tournante) [IBT95, HAD06] ou mixte [HAD94].



**Figure (II.01). Différentes structures de l'inducteur de la machine synchrone à aimants permanents montés en surface**

### II.2.1. Equations de Maxwell

La modélisation interne des machines électriques s'effectue à partir des équations de Maxwell. Elles définissent les propriétés macroscopiques locales des grandeurs vectorielles suivantes :  $\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B}$  qui représentent respectivement le vecteur champ et déplacement électrique ainsi que le champ et l'induction magnétique [DUR69, ST074, SAD01, WIN02]

Ces résultats s'écrivent sous la forme suivante :

- Groupe I : Equations de couplage :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.01})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{j} \quad (\text{II.02})$$

- Groupe II : Equations de conservation :

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{II.03})$$

$$\text{div} \vec{D} = \rho \quad (\text{II.04})$$

- Groupe III : loi des milieux :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{B}_r \quad (\text{II.05})$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (\text{II.06})$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} + \vec{J}_s + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II.07})$$

Avec  $\vec{J}, \vec{J}_s, \rho, \mu, \vec{B}_r, \varepsilon, \sigma$  qui sont respectivement la densité volumique globale de courant, la densité volumique de courant provenant des sources de la machine (à savoir les aimants et les courants des phases statoriques), la densité volumique de charges électriques, la perméabilité magnétique, l'induction rémanente en présence des aimants, la permittivité électrique et la conductivité électrique.

Dans la gamme des fréquences de fonctionnement des dispositifs électrotechniques classiques, notamment les moteurs électriques, la fréquence, généralement, ne dépasse pas les quelques milliers de Hz, sans prendre en considération le courant de déplacement. De même, en statique, ces équations se simplifient car les grandeurs sont indépendantes du temps, donc notre problème sera exclusivement «magnétostatique». Les principales équations de Maxwell seront :

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J}$$

$$\text{div } \vec{B} = 0$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{B}_r$$

### II.2.1.a. Formulation en potentiel scalaire magnétique ( $\Psi$ )

Cette formulation sera adaptée, lorsque l'excitation est engendrée par des aimants ou par un champ extérieur appliqué à une partie du domaine. A partir de ces conditions, l'Equation (II.02) devient :

$$\text{rot } \vec{H} = 0 \quad (\text{II.08})$$

Cette dernière entraîne l'existence d'un potentiel scalaire magnétique  $\Psi$  tel que :

$$\vec{H} = -\overrightarrow{\text{grad}} \Psi \quad (\text{II.09})$$

La combinaison entre les équations (II.03), (II.05), (II.08) conduit à :

$$\text{div}(\mu \overrightarrow{\text{grad}} \Psi) = \text{div } \vec{B}_r \quad (\text{II.10})$$

Cette formulation est très utilisée pour des calculs de champs en trois dimensions afin de déterminer les effets d'extrémités et les inductances de fuite des têtes de bobines dans les machines électriques [OUA97].

### II.2.1.b. Formulation en potentiel vecteur magnétique ( $\vec{A}$ )

La formulation en potentiel vecteur magnétique s'applique à des systèmes contenant des sources d'alimentation variable dans le temps, qui engendrent des courants induits suite à la variation des champs magnétiques [LON90]. D'après la loi de conservation du flux magnétique, définie par l'Equation (II.03), l'induction magnétique  $\vec{B}$  dérive d'un potentiel vecteur  $\vec{A}$  tel que :

$$\vec{B} = \overrightarrow{rot} \vec{A} \quad (\text{II.11})$$

En imposant, pour son unicité, la jauge de Coulomb :

$$div \vec{A} = 0 \quad (\text{II.12})$$

Cette jauge assure non seulement l'unicité de la solution mais conditionne aussi la stabilité et la convergence des méthodes numériques de résolution [KEC02].

En tenant compte des équations (II.02), (II.05) et (II.11), on peut écrire :

$$rot \left( \frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot} \vec{A} \right) = \vec{J} + \overrightarrow{rot} \left( \frac{1}{\mu} \vec{B}_r \right) \quad (\text{II.13})$$

L'Equation (II.13) est une modélisation des phénomènes couplés magnéto-électrique en tout point d'un domaine d'étude. La résolution de cette équation aux dérivées partielles conduit à une solution de  $\vec{A}$  en tout point du plan. Étant donné que les machines électriques sont des dispositifs à structures symétriques et où les champs électromagnétiques varient périodiquement dans le temps, la résolution peut se limiter à un domaine réduit appelé « domaine d'étude » (Figure (II.2)). Des conditions aux limites et de périodicité seront donc associées à l'Equation (II.13) pour avoir une solution représentative du comportement des grandeurs électromagnétiques en tout point du plan considéré.

Les conditions aux limites associées sur les frontières du domaine sont de deux types [DUR69, ALH05, MAK06, HAD06] :

- La condition de conservation de la composante normale de l'induction magnétique se traduit par :

$$\vec{n}_1 \cdot \vec{B}_1 = \vec{n}_2 \cdot \vec{B}_2 \quad (\text{II.14})$$

- La condition de discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique est donnée par :

$$\vec{n}_1 \wedge \vec{H}_1 - \vec{n}_2 \wedge \vec{H}_2 = \vec{J}_s \quad (\text{II.15})$$

Dans le cas des systèmes de géométries complexes où la circulation des champs suit les trois directions de l'espace, la modélisation tridimensionnelle (3D) est incontournable. Néanmoins, une telle modélisation (par exemple par la méthode des éléments finis) conduit à des systèmes algébriques de grande taille dont la résolution peut s'avérer coûteuse en temps de calcul à cause des techniques numériques employées. En exploitant

les particularités des dispositions des matériaux dans les systèmes, on peut revenir à des modèles bidimensionnels (2D) qui représentent correctement les phénomènes pour des coûts de calcul raisonnables.

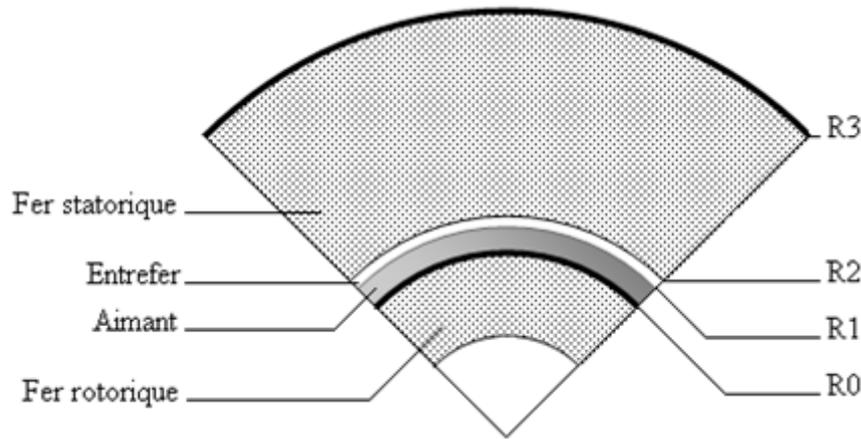


Figure (II.02). Présentation du domaine d'étude

### II.3. Hypothèses adoptées

- On suppose que la longueur de la machine est importante, de sorte que l'on peut considérer que le champ magnétique est situé dans le plan perpendiculaire à l'axe de rotation de la machine, ce qui ramène l'étude du champ électromagnétique à un problème bidimensionnel (2D). Dans ces conditions, la densité du courant imposée dans l'inducteur et l'induit est dirigée parallèlement à cet axe. Alors, on peut choisir alors un potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  n'ayant qu'une seule composante suivant la direction axiale. Le potentiel vecteur magnétique vérifie implicitement la jauge de Coulomb, d'où l'induction dans le plan  $(r, \theta)$  qui s'écrit ainsi :

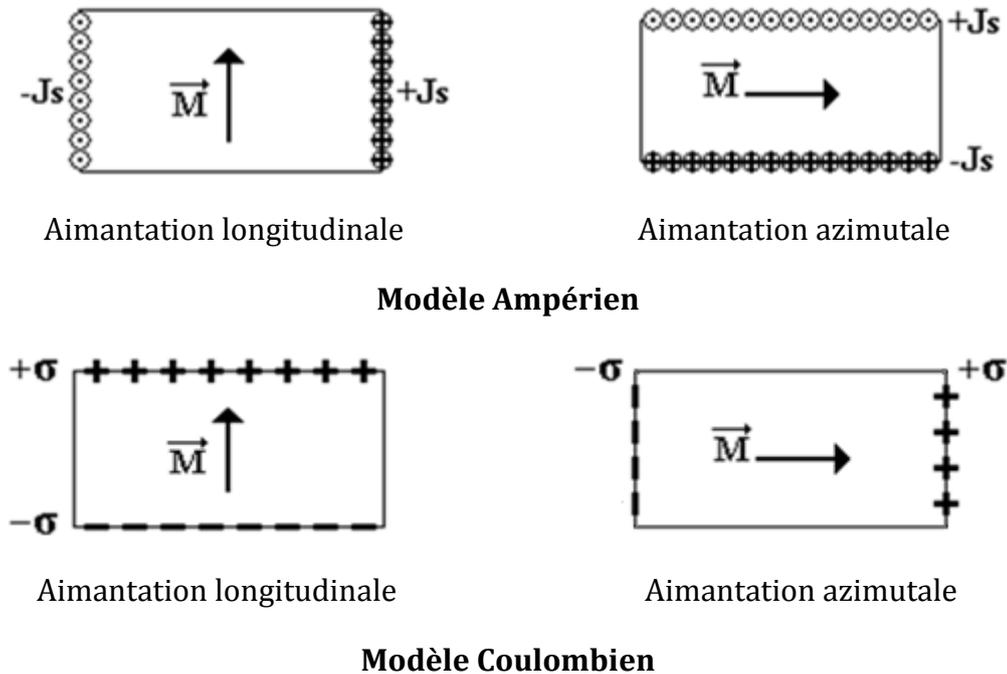
$$\vec{A} = \begin{cases} 0 \\ 0 \\ A \end{cases}, \quad \vec{j} = \begin{cases} 0 \\ 0 \\ J \end{cases}, \quad \vec{B} = \overrightarrow{rot}(\vec{A}) = \begin{cases} \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta} \\ -\frac{\partial A}{\partial r} \\ 0 \end{cases} \quad (\text{II.16})$$

- La perméabilité du fer rotorique et statorique est supposée très grande  $\mu_{fer} \rightarrow \infty$ , on suppose aussi que l'hystérésis est négligeable.
- Les courants de Foucault dans le fer et dans l'enroulement de la machine sont négligés par suite du feuilletage des culasses et d'un enroulement subdivisé en plusieurs conducteurs.
- La caractéristique de désaimantation de l'aimant est supposée linéaire, ce qui est le cas des aimants modernes utilisés dans les machines électriques [BRI87, HAR93].

## II.4. Modélisation des sources

### II.4.1. Modèles des aimants

Dans le calcul des machines électriques, les aimants sont souvent remplacés soit par des densités superficielles de courant équivalentes (modèle Ampérien) [BOO85, SEB86, BER89], soit par des densités superficielles de charges magnétiques (modèle Coulombien) [YOU92, HAR93], le plus important ici est que cette représentation n'est pas obligatoire [NOG90, KAW95].



**Figure (II.03). Modèles des aimants**

Dans le repère lié au rotor et en tenant compte des symétries et des périodicités de l'inducteur, l'aimantation en fonction de  $\theta$  peut être représentée sous forme de séries de Fourier comme suit :

$$M_r = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} M_{rn} \cos(np\theta) \quad (\text{II.17})$$

$$M_\theta = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} M_{\theta n} \sin(np\theta) \quad (\text{II.18})$$

Où  $p$  : représente le nombre de paires de pôles,  $M_{rn}$  et  $M_{\theta n}$  sont respectivement les amplitudes des harmoniques de rang  $n$  des composantes  $M_r$  et  $M_\theta$ .

Les expressions de la composante radiale et tangentielle de l'aimantation par rapport à l'axe de symétrie du pôle choisi dans un référentiel lié au rotor sont données comme suit:

- **Aimantation radiale :**

$$\begin{cases} M_{rn} = \frac{4B_r}{\pi n} \sin\left(\frac{1}{2}n\beta\pi\right) \\ M_{\theta n} = 0 \end{cases} \quad (\text{II.19})$$

- **Aimantation parallèle :**

$$M_{rn} = -M_{\theta n} = \frac{2pB_r}{\pi} \left( \frac{1}{np+1} \sin\left(\frac{(np+1)\beta\pi}{2p}\right) + \frac{1}{np-1} \sin\left(\frac{(np-1)\beta\pi}{2p}\right) \right) \quad (\text{II.20})$$

$$\text{si } np = 1: \begin{cases} M_{rn} = \frac{B_r}{\pi} (\sin(\beta\pi) + \beta\pi) \\ M_{\theta n} = \frac{B_r}{\pi} (\sin(\beta\pi) - \beta\pi) \end{cases} \quad (\text{II.21})$$

- **Aimantation sinusoïdale :**

$$M_{rn} = -\frac{M_{\theta n}}{n\beta} = -\frac{4B_r \beta \cos\left(\frac{n\beta\pi}{2}\right)}{\pi (n\beta)^2 - 1} \quad (\text{II.22})$$

si  $n\beta = 1$ :

$$M_{rn} = -M_{\theta n} = \frac{B_r}{n} \quad (\text{II.23})$$

- **Aimantation mixte :**

$$\begin{cases} M_{rn} = \frac{4B_r}{\pi n} \sin\left(\frac{1}{2}n\beta\pi\right) \\ M_{\theta n} = -\frac{4B_r}{\pi n} \cos\left(\frac{((1-\alpha)\beta + \alpha)n\pi}{2}\right) \end{cases} \quad (\text{II.24})$$

$\beta$  : Représente le rapport arc polaire / pas polaire.

$$\alpha = [0 \ 1] \quad (\text{II.25})$$

$\alpha$  : Représente l'écart angulaire entre un aimant radial et un aimant azimutal [%].

## II.4.2. Modèles des courants sources

Le stator de la machine considérée, est composé de trois enroulements triphasés à pas diamétral à une couche décalée entre eux de  $2\pi/(3p)$  connectés en étoile. Il comporte six encoches par pôle et par phase. Chaque encoche est composée de  $N$  conducteurs traversés par un courant de valeur efficace  $I$ . nous admettons que la densité volumique des courants dans chaque encoche est ramenée à une densité surfacique au droit de l'isthme d'encoche. L'alimentation est assurée par un onduleur de tension contrôlé en courants qui délivre des courants triphasés équilibrés de forme sinusoïdale ou rectangulaire.

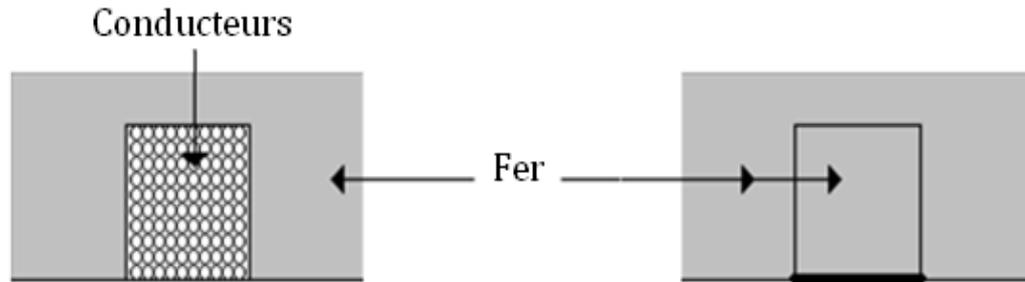


Figure (II.04). Modélisation des encoches statoriques

Cette distribution de densité superficielle de courant équivalente est répartie tout le long du stator lisse. Cette considération reste valable tant que l'on ne s'intéresse pas au couple de détente et qu'on ne tient pas compte de l'effet de saturation du fer.

L'origine des angles au niveau du stator est choisie confondue avec l'axe de symétrie de la phase (a) du bobinage statorique et tous les points sont repérés par l'angle  $\theta_s$ . La relation entre les coordonnées statorique  $\theta_s$  et rotoriques  $\theta$  s'écrit:

$$\theta_s = \theta + \theta_o + \Omega t \quad (\text{II.26})$$

Où  $\theta_o$  représente le décalage initial du rotor par rapport au stator et  $\Omega$  la vitesse de rotation mécanique du rotor.

### II.4.2.a. Alimentation sinusoïdale

Les expressions des courants triphasés sinusoïdaux sont données comme suit :

$$\begin{cases} I_a(t) = I_m \cos(\omega t) \\ I_b(t) = I_m \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ I_c(t) = I_m \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \end{cases} \quad (\text{II.27})$$

Où  $I_m$  représente l'amplitude du courant et  $\omega$  la pulsation électrique.

Les densités superficielles équivalentes, définies dans le repère statorique au niveau du rayon d'alésage  $R_2$ , s'écrivent sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} J_a(t, \theta_s) = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} J_n \cos(np\theta_s + n\omega t) \\ J_b(t, \theta_s) = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} J_n \cos\left(np\theta_s + n\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)\right) \\ J_c(t, \theta_s) = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} J_n \cos\left(np\theta_s + n\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)\right) \end{array} \right. \quad (\text{II.28})$$

$$\text{Où } J_n = \frac{4pNI_m}{\pi R_2} k_{bn} \quad (\text{II.29})$$

$N$  représente le nombre de spires dans une encoche et  $k_{bn}$  le coefficient de bobinage de l'enroulement statorique, exprimé par [LAP03, LIP04, LAT06] :

$$k_{bn} = k_{fn} k_{dn} k_{rn} k_{in} \quad (\text{II.30})$$

Pour un bobinage ayant un nombre d'encoches par pôle et par phase entier ( $q$ ) (bobinage régulier), les différents coefficients sont exprimés comme suit:

$$k_{fn} \text{ coefficient de filtrage} = \frac{\sin(np\xi/2)}{np\xi/2} \quad (\text{II.31})$$

Avec  $\xi$  qui représente l'ouverture de l'encoche.

$$k_{dn} \text{ coefficient de distribution} = \frac{\sin(npq\tau_d/2)}{q \cdot \sin(n\tau_d/2)} \quad (\text{II.32})$$

$\tau_d$  est le pas dentaire.

$$k_{rn} \text{ coefficient de raccourcissement} = \sin\left(\frac{n\beta_r\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \quad (\text{II.33})$$

$\beta_r$  est le facteur de raccourcissement.

$$k_{in} \text{ coefficient d'inclinaison} = \frac{\sin(n\gamma)}{n\gamma} \quad (\text{II.34})$$

$\gamma$  est l'angle de décalage horizontal de l'axe d'une encoche par rapport à l'axe de la machine.

La densité résultante équivalente au système de courants triphasés s'écrit alors:

$$J_s(\theta_s, t) = \frac{3}{2} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} J_n \cos(np\theta_s + v\omega t) \quad (\text{II.35})$$

$$\text{Avec : } v \begin{cases} -1 & \text{si } n = 6m + 1 \\ +1 & \text{si } n = 6m - 1 \end{cases} \quad (\text{II.36})$$

L'Equation (II.36) montre que seuls les harmoniques de rang  $6m \pm 1$  existent.

### II.4.2.b. Alimentation non sinusoïdale

Les expressions des courants sont données comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} I_a(t) = \sum_{k=1,3,5} I_k \cos(k\omega t) \\ I_b(t) = \sum_{k=1,3,5} I_k \cos\left(k\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)\right) \\ I_c(t) = \sum_{k=1,3,5} I_k \cos\left(k\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)\right) \end{array} \right. \quad (\text{II.37})$$

$I_k$  est l'amplitude de l'harmonique de temps d'ordre  $k$  :

$$I_k = \frac{4I_m}{k\pi} \sin\left(\frac{k\pi}{3}\right) \quad (\text{II.38})$$

Les densités superficielles équivalentes s'écrivent:

$$\left\{ \begin{array}{l} J_a(t, \theta_s) = \sum_{n,k} J_{n,k} \sin(k\omega t) \cos(np\theta_s) \\ J_b(t, \theta_s) = \sum_{n,k} J_{n,k} \sin\left(k\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)\right) \cos\left(n\left(p\theta_s - \frac{2\pi}{3}\right)\right) \\ J_c(t, \theta_s) = \sum_{n,k} J_{n,k} \sin\left(k\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)\right) \cos\left(n\left(p\theta_s - \frac{4\pi}{3}\right)\right) \end{array} \right. \quad (\text{II.39})$$

$$J_{n,k} = \frac{4pNI_k}{\pi R_2} k_{bn} \quad (\text{II.40})$$

La densité résultante s'écrit ainsi :

$$J_s(\theta_s, t) = \frac{3}{2} \sum_{n,k} J_{n,k} \cos(np\theta_s + v_1 k\omega t) \quad (\text{II.41})$$

$$\text{Avec : } v_1 \begin{cases} +1 & \text{si } n = 6m - k \\ -1 & \text{si } n = 6m + k \end{cases} \quad (\text{II.42})$$

## II.5. Détermination des potentiels vecteurs

La détermination des potentiels vecteurs magnétiques dans les différentes parties actives de la machine est effectuée à partir de la résolution analytique de l'Equation (II.13) basée sur la méthode de séparation des variables [SAD01]. La linéarité du modèle permet de déterminer séparément les contributions des aimants et des courants [IBT93]. Dans le système de coordonnées cylindriques, l'Equation (II.13) s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2} = -\mu_0 J + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial M_r}{\partial \theta} - M_\theta \right) \quad (\text{II.43})$$

Que ce soit dans la zone de l'entrefer ou dans celle des aimants, le potentiel vecteur s'écrit sous forme de séries de Fourier comme suit :

$$A(r, \theta) = \sum_{n=1.3.5}^{\infty} a(r) \sin(np\theta) \quad (\text{II.44})$$

### II.5.1. Potentiel créé par les aimants

- Dans la zone de l'entrefer mécanique :

$$\frac{\partial^2 A_{er}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{er}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_{er}}{\partial \theta^2} = 0 \quad (\text{II.45})$$

Par conséquent :

$$A_{er} = \sum_{n=1.3.5}^{\infty} (e_{1n} \cdot r^{np} + e_{2n} \cdot r^{-np}) \sin(np\theta) \quad (\text{II.46})$$

- Dans la zone des aimants :

$$\frac{\partial^2 A_{ar}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{ar}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_{ar}}{\partial \theta^2} = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial M_r}{\partial \theta} - M_\theta \right) \quad (\text{II.47})$$

Par conséquent :

$$A_{ar} = \sum_{n=1.3.5}^{\infty} (a_{1n} \cdot r^{np} + a_{2n} \cdot r^{-np} + \psi_n \cdot r) \sin(np\theta) \quad (\text{II.48})$$

Où  $\psi_m$  représente le terme de la solution particulière de l'Equation (II.45), qui s'exprime ainsi :

$$\psi_n = \begin{cases} \frac{np \cdot M_{rn} + M_{\theta n}}{(np)^2 - 1}, & \text{si } np \neq 1 \\ -\frac{1}{2} \left( \ln(r) - \frac{1}{2} \right) (M_{rn} + M_{\theta n}), & \text{si } np = 1 \end{cases} \quad (\text{II.49})$$

Les constantes  $e_{1m}, e_{2m}, a_{1m}, a_{2m}$  qui sont liées à chaque harmonique d'espace de rang  $n$ , sont calculées en sachant que le potentiel vecteur ainsi que sa dérivée normale sont continues en différents niveaux :

$$\text{Au niveau de } R_2: \quad \frac{\partial A_{er}}{\partial r} = 0 \quad (\text{II.50})$$

$$\text{Au niveau de } R_0: \quad \frac{\partial A_{ar}}{\partial r} + M_{\theta} = 0 \quad (\text{II.51})$$

$$\text{Au niveau de } R_1: \quad \begin{cases} A_{er} = A_{ar} \\ \frac{\partial A_{er}}{\partial r} = \frac{\partial A_{ar}}{\partial r} + M_{\theta} \end{cases} \quad (\text{II.52})$$

Ce qui conduit aux expressions suivantes :

si  $np \neq 1$  :

$$e_{2n} = \frac{1}{2} \frac{R_2^{2np}}{np(R_0^{2np} - R_2^{2np})} \left( (-2R_0^{np+1} + R_0^{2np} R_1^{-np+1} + R_1^{np+1})(M_{\theta n} + \psi_n) + (R_0^{2np} R_1^{-np+1} - R_1^{np+1})np\psi_n \right) \quad (\text{II.53})$$

$$a_{2n} = \frac{1}{2} \frac{1}{np(R_0^{2np} - R_2^{2np})} \left( R_0^{2np} R_1^{np+1} (M_{\theta n} + (1 - np)\psi_n) - 2R_0^{np+1} R_2^{2np} (M_{\theta n} + \psi_n) + R_0^{2np} R_2^{2np} R_1^{-np+1} (M_{\theta n} + (1 + np)\psi_n) \right) \quad (\text{II.54})$$

$$e_{1n} = e_{2n} R_2^{-2np} \quad (\text{II.55})$$

$$a_{1n} = \frac{a_{2n} np R_0^{-np} - (M_{\theta n} + \psi_n) R_0}{np R_0^{np}} \quad (\text{II.56})$$

si  $np = 1$  :

$$e_{2n} = \frac{1}{4} \frac{R_2^2}{R_0^2 - R_2^2} \left( (R_1^2 - R_0^2)(M_{rn} - M_{\theta n}) - 2R_0^2(M_{\theta n} + M_{rn})(\ln(R_1) - \ln(R_0)) \right) \quad (\text{II.57})$$

$$a_{2n} = \frac{1}{4} \frac{R_0^2}{-R_0^2 + R_2^2} \left( (R_1^2 - R_2^2)(M_{rn} - M_{\theta n}) + 2R_2^2(M_{rn} + M_{\theta n})(\ln(R_1) - \ln(R_0)) \right) \quad (\text{II.58})$$

$$e_{1n} = e_{2n} R_2^{-2} \quad (\text{II.59})$$

$$a_{1n} = \frac{a_{2n}}{R_0^2} + \frac{M_{rn} - 3M_{\theta n} + 2 \ln(R_0) (M_{rn} + M_{\theta n})}{4} \quad (\text{II.60})$$

## II.5.2. Potentiel créé par les courants statoriques

Comme pour le même principe précédent, le potentiel vecteur s'écrit sous forme de séries de Fourier dans les différentes zones actives comme suit :

$$A(r, \theta) = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} a(r) \cos(np\theta + (np\Omega + \eta\omega)t + np\theta_0) \quad (\text{II.61})$$

Pour une alimentation en créneaux ( $\eta = v$ ), et pour une alimentation sinusoïdale ( $\eta = v_1$ ).

### II.5.2.a. Alimentation sinusoïdale

- Dans la zone l'entrefer mécanique :

$$\frac{\partial^2 A_{er}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{er}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_{er}}{\partial \theta^2} = 0 \quad (\text{II.62})$$

Par conséquent :

$$A_{er} = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} (e_{c1n} \cdot r^{np} + e_{c2n} \cdot r^{-np}) \cos(np\theta + (np\Omega + v\omega)t + np\theta_0) \quad (\text{II.63})$$

- Dans la zone des aimants :

$$\frac{\partial^2 A_{ar}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{ar}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_{ar}}{\partial \theta^2} = 0 \quad (\text{II.64})$$

Par conséquent :

$$A_{ar} = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} (a_{c1n} \cdot r^{np} + a_{c2n} \cdot r^{-np}) \cos(np\theta + (np\Omega + v\omega)t + np\theta_0) \quad (\text{II.65})$$

### II.5.2.b. Alimentation en créneaux

- dans l'entrefer mécanique :

$$A_{er} = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} (e_{c1n} \cdot r^{np} + e_{c2n} \cdot r^{-np}) \cos(np\theta + (np\Omega + v_1\omega k)t + np\theta_0) \quad (\text{II.66})$$

- Au niveau des aimants:

$$A_{ar} = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} (a_{c1n} \cdot r^{np} + a_{c2n} \cdot r^{-np}) \cos(np\theta + (np\Omega + v_1\omega k)t + np\theta_0) \quad (\text{II.67})$$

Les constantes  $e_{c1n}, e_{c2n}, a_{c1n}, a_{c2n}$  doivent être calculées, en sachant que le potentiel vecteur ainsi que sa dérivée normale sont continues en différents niveaux :

$$\text{Au niveau de } R_2: \quad \frac{\partial A_{er}}{\partial r} = \mu_o J \quad (\text{II.68})$$

$$\text{Au niveau de } R_0: \quad \frac{\partial A_{ar}}{\partial r} = 0 \quad (\text{II.69})$$

$$\text{Au niveau de } R_1: \quad \begin{cases} A_{er} = A_{ar} \\ \frac{\partial A_{er}}{\partial r} = \frac{\partial A_{ar}}{\partial r} \end{cases} \quad (\text{II.70})$$

Ce qui conduit aux expressions suivantes :

$$e_{c2n} = -a_{c2n} = -\frac{\mu_o R_0^{np} R_2 J_e}{np(-R_0^{-np} R_2^{np} + R_0^{np} R_2^{-np})} \quad (\text{II.71})$$

$$e_{c1n} = \frac{e_{c2n} np R_2^{-np} - \mu_o R_2 J_e}{np R_2^{np}} \quad (\text{II.72})$$

$$a_{c1n} = a_{c2n} R_2^{-2np} \quad (\text{II.73})$$

$J_e = J_n$  : Quand la machine est alimentée par des courants sinusoïdaux.

$J_e = \sum_{k=1,3,5} J_{n,k}$  : Quand la machine est alimentée par des courants non sinusoïdaux.

## II.6. Expressions de la FEM et du couple électromagnétique

### II.6.1. Expression de la force électromotrice

La force électromotrice est calculée à partir de la variation de flux traversant une bobine en utilisant la loi de Faraday. Lorsque le rotor tourne d'un pas polaire, c'est-à-dire de  $\pi/p$ , un aimant Sud prend la place d'un aimant Nord et le flux  $\varphi$  dans la bobine s'inverse, le flux produit par les aimants s'exprime comme suit :

$$\Phi(t) = 2pL_u R_2 \int_{-\pi/2p}^{\pi/2p} A(R_2, \theta_s) \cdot C(\theta_s) d\theta_s \quad (\text{II.74})$$

Les fonctions A et C désignent respectivement le potentiel vecteur créé par les aimants et la densité des conducteurs de la phase considérée. L'expression du potentiel vecteur A est déduite à partir de la relation (II.46), ainsi, celle de C est donnée comme suit [NOG90, OUA97]:

$$C(\theta_s) = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} C_n \cos(np\theta_s) \quad (\text{II.75})$$

Avec :

$$C_n = \frac{4pNk_{bn}}{\pi} \quad (\text{II.76})$$

Le flux par phase est traduit par :

$$\Phi(t) = \pi L_u \sum_{n=1,3,5}^{\infty} C_n (e_{1n} \cdot R_2^{np} + e_{2n} \cdot R_2^{-np}) \sin(np\theta_o + n\omega t) \quad (\text{II.77})$$

La force électromotrice à vide est calculée par dérivation du flux des aimants à travers les enroulements du stator :

$$E(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = -\pi L_u n\omega \sum_{n=1,3,5}^{\infty} C_n (e_{1n} \cdot R_2^{np} + e_{2n} \cdot R_2^{-np}) \cos(np\theta_o + n\omega t) \quad (\text{II.78})$$

### II.6.2. Expression du couple d'interaction

On appelle "couple d'interaction électromagnétique" le terme du couple dû à l'interaction des courants statoriques et des aimants rotoriques. Le couple d'interaction développé par le type de machines étudiée peut être calculé par différentes méthodes à savoir :

- Tenseur des contraintes de Maxwell.
- A partir de la puissance instantanée.

- Loi de Laplace.

En régime statique, on utilise la méthode des moments des forces de Laplace s'exerçant sur la densité de courants placée au niveau du rayon d'alésage. Ce couple est exprimé par la relation suivante :

$$\Gamma(\theta) = 2pL_u R_2^2 \int_{-\pi/2p}^{\pi/2p} J_s B_\theta d\theta \quad (\text{II.79})$$

- Pour une alimentation par des courants sinusoïdaux, l'expression du couple est :

$$\Gamma(\theta) = \frac{3}{2} \pi p R_2 L_u \sum_{n=1,3,5}^{\infty} n J_n (e_{1n} \cdot R_2^{np} + e_{2n} \cdot R_2^{-np}) \cos(np\theta_o + (n + v)\omega t) \quad (\text{II.80})$$

$$\text{Avec } = \begin{cases} -1 & n = 6m + 1 \\ +1 & n = 6m - 1 \end{cases} \quad (\text{II.81})$$

- Pour une alimentation par des courants non sinusoïdaux, l'expression du couple s'écrit :

$$\Gamma(\theta) = \frac{3}{2} \pi p R_2 L_u \sum_{n=1,3,5}^{\infty} n J_n (e_{1n} \cdot R_2^{np} + e_{2n} \cdot R_2^{-np}) \cos(np\theta_o + (n + v_1 k)\omega t) \quad (\text{II.82})$$

$$\text{Avec } v_1 = \begin{cases} -1 & \text{si } n - k = 6m \\ +1 & \text{si } n + k = 6m \end{cases} \quad (\text{II.83})$$

Le couple instantané est calculé en fonction de la puissance électromagnétique, or celle-ci s'exprime tout simplement par la somme de toutes les phases du produit de la force électromotrice et par le courant de chaque phase. A vitesse de rotation constante **[HUA01, WAN03, MAK06]** :

$$\Gamma(t) = \frac{p}{\Omega} \sum_{m=1}^3 E_m(t) \cdot i_m(t) \quad (\text{II.84})$$

Où :

$E_m(t)$ ,  $i_m(t)$ ,  $\Omega$  : sont respectivement la force électromotrice de la phase m, le courant de la phase m et la vitesse mécanique du rotor en rad/s.

## II.7. Dimensionnement géométrique et analyse des performances électromagnétique de la machine

### II.7.1. Paramètres de la machine

Les principales caractéristiques de la machine étudiée, sont indiquées sur le Tableau (II.01) suivant :

| Dénomination                               | Désignation | Valeur [unité] |
|--|-------------|----------------|
| Aimants de types $N_d F_e B$ d'aimantation | $B_r$       | 1.18 T         |
| Perméabilité des aimants                   | $\mu_r$     | 1              |
| Nombres de conducteurs dans une encoche    | $N$         | 40             |
| Intensité du courant de phase              | $I_n$       | 6 A            |
| Nombre d'encoches                          | $N_e$       | 24             |
| Ouverture de l'encoche                     | $\xi$       | $(1/3) \tau_d$ |
| Nombre de paires de pôles                  | $p$         | 2              |
| Rayon interne du fer rotorique             | $R_m$       | 11.00 mm       |
| Rayon externe du fer rotorique             | $R_0$       | 23.97 mm       |
| Rayon d'alésage                            | $R_2$       | 28.10 mm       |
| Rayon externe de la machine                | $R_3$       | 46.20 mm       |
| Hauteur des encoches                       | $H_e$       | 10.80 mm       |
| Longueur active                            | $L_u$       | 50.82 mm       |
| Epaisseur des aimants                      | $e_a$       | 03.58 mm       |
| Epaisseur de l'entrefer                    | $e$         | 00.55 mm       |
| Fréquence                                  | $f_r$       | 50 Hz          |

**Tableau (II.01) : Caractéristiques de base de la machine étudiée**

Comme le montre le Tableau (II.01), on distingue plusieurs types d'entrées du modèle analytique :

- Les entrées liées aux matériaux (induction rémanente, perméabilité).
- Les entrées imposées par le concepteur (le nombre de paires de pôles, l'ouverture relative des aimants au pas polaire, l'ouverture relative des encoches au pas dentaire...).
- Les entrées de types données du cahier des charges se traduisent dans le modèle par des contraintes à tolérance zéro.

### II.7.2. Distribution des inductions dues aux aimants

Les inductions créées par les aimants sont les résultantes des inductions créées séparément par la composante radiale d'une part, et par la composante tangentielle d'autre part.

A partir des expressions du calcul du champ déterminées auparavant sous des contraintes thermiques et mécaniques fixées, la **Figure (II.06)** montre les distributions des

inductions radiale et tangentielle créées par les aimants seuls au niveau du milieu de l'entrefer.

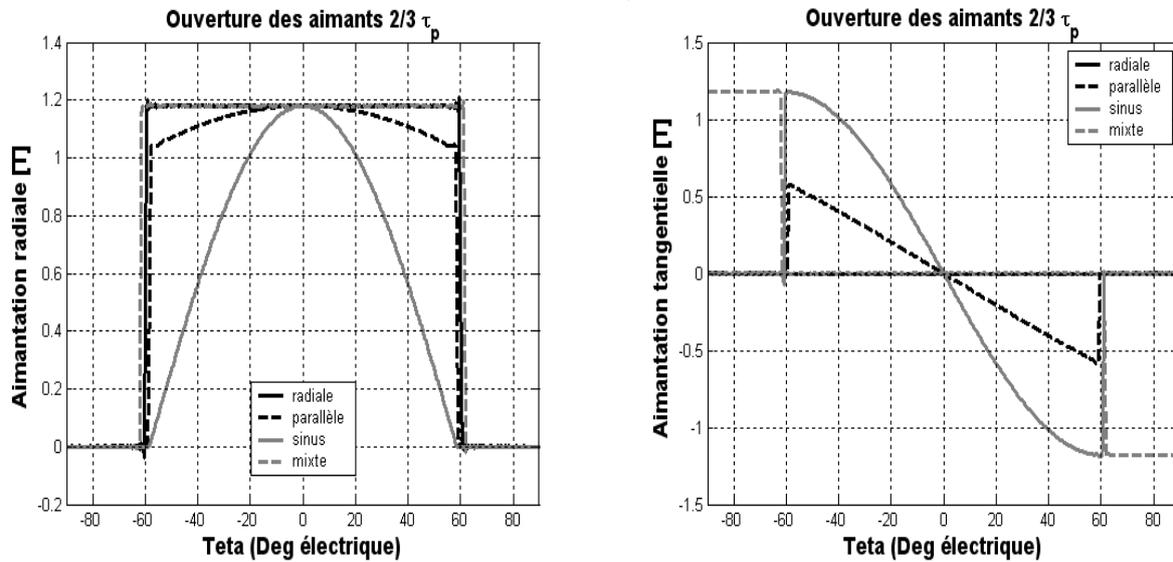


Figure (II.05). Représentation spatiale de l'aimantation

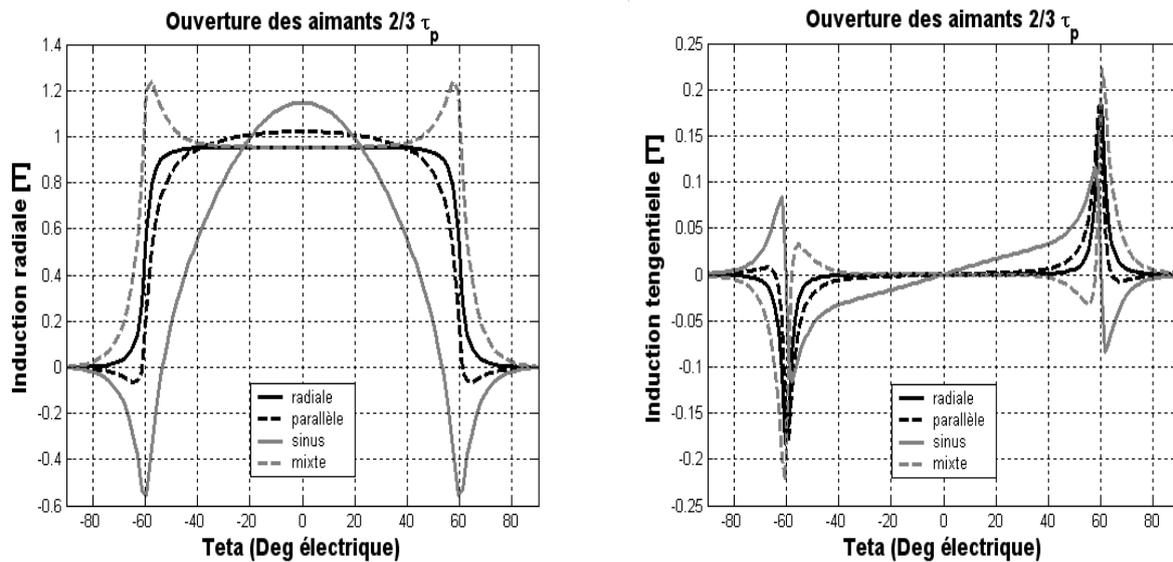


Figure (II.06). Représentations spatiales des inductions radiale et tangentielle dues aux aimants  $p$  au niveau de l'entrefer  $(R_1+R_2)/2$

D'après les **Figures (II.05, II.06)**, on constate que la forme de l'aimantation a une influence remarquable sur celle de l'induction. Les inductions radiales obtenues sont presque toutes de forme trapézoïdale ; elles présentent une portion nulle à cause des aimants qui ne sont pas jointifs entre eux. Quand l'aimantation prend une forme sinusoïdale, l'induction radiale varie entre des valeurs positives et négatives excepté quand les aimants seront jointifs ou en présence des pièces polaires (cas des aimants insérés). L'induction radiale due aux aimantations mixtes présente des pics au niveau des flancs. Ces derniers résultent de

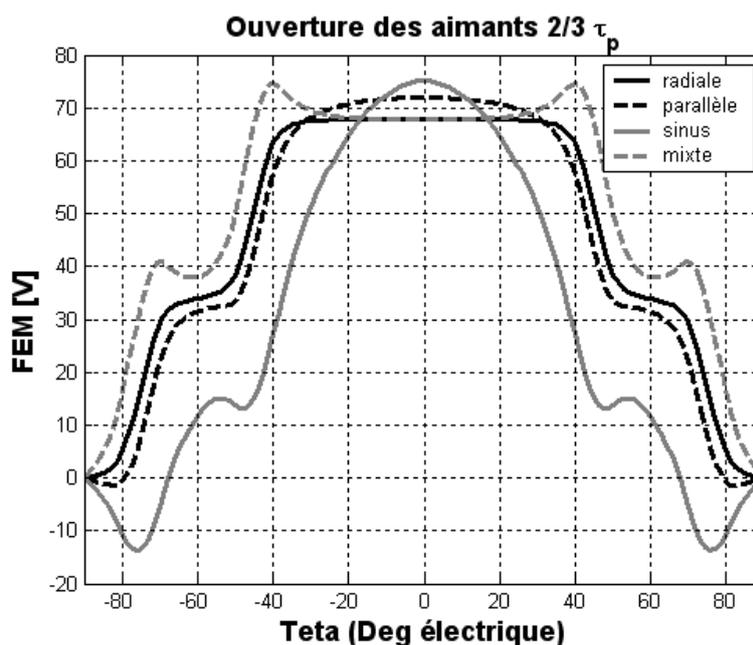
l'induction due aux aimantations azimutales. On note que la valeur maximale de l'induction tangentielle ne dépasse pas la moitié de celle radiale quel que soit le sens ou l'ouverture de l'aimantation ainsi que le niveau de l'entrefer.

### II.7.3. Analyses de la force électromotrice et du couple électromagnétique

L'objectif principal est de fournir le couple moyen désiré tout en minimisant le taux des harmoniques du couple, notamment ceux de bas rang. Comme les aimants sont disposés sur la surface rotorique, l'influence du terme de couple lié à la saillance rotorique est négligeable. Dans ces conditions, le couple comporte essentiellement deux termes : l'un lié à l'interaction des courants statoriques et des aimants rotoriques appelé (couple d'interaction), l'autre dû à l'interaction de la denture statorique avec les aimants rotoriques habituellement appelé (couple de détente), évidemment, ce dernier prend une valeur nulle quand le stator est lisse.

La machine à aimants permanents étant à alimentation sinusoïdale ou en créneaux, pour réduire les harmoniques du couple d'interaction, la forme de sa force électromotrice doit être la même que celle de l'alimentation. Pour ce faire, il est nécessaire d'identifier les paramètres géométriques pouvant réduire le contenu harmonique de la force électromotrice. La forme de la force électromotrice dépend d'une part de la structure des aimants rotoriques et d'autre part du type de bobinage statorique adopté.

Les **Figures (II.07)** et **(II.08)** montrent les différentes formes de la force électromotrice ainsi que le couple électromagnétique au niveau du rayon d'alésage :



**Figure (II.07).** Forme d'onde de la force électromotrice par phase

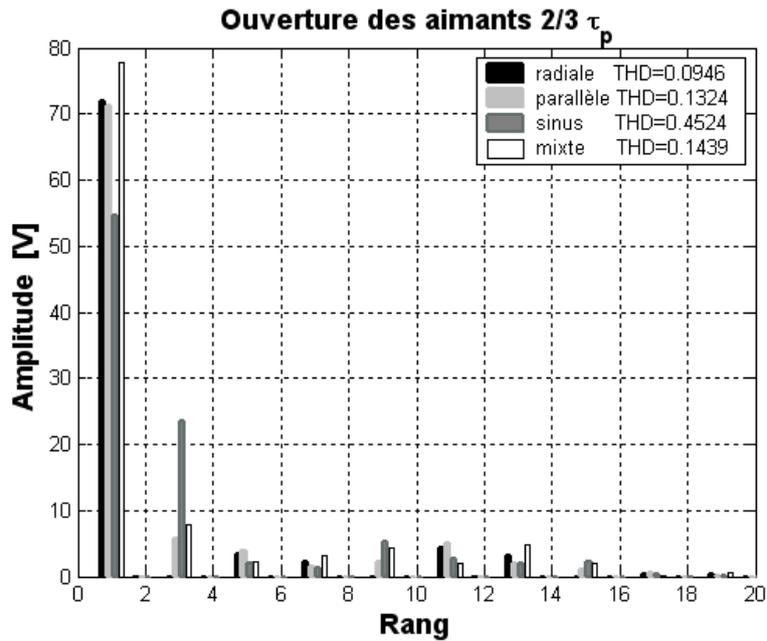


Figure (II.08). Spectres harmoniques des la force électromotrice

D’après la **Figure (II.08)**, les harmoniques de la force électromotrice proviennent de l’interaction d’un bobinage statorique et de l’induction d’entrefer produite par les aimants. L’analyse spectrale de la force électromotrice, pour une ouverture des aimants égale a  $2/3\tau_p$ , montre l’existence des harmoniques indésirables de rang  $6m \mp 1$  ainsi que  $6m \mp 3$ . Ces harmoniques ont commencé à disparaître à partir du quinzième rang. On remarque aussi que les harmoniques les plus importants sont ceux de rang 3, 5 et 7.

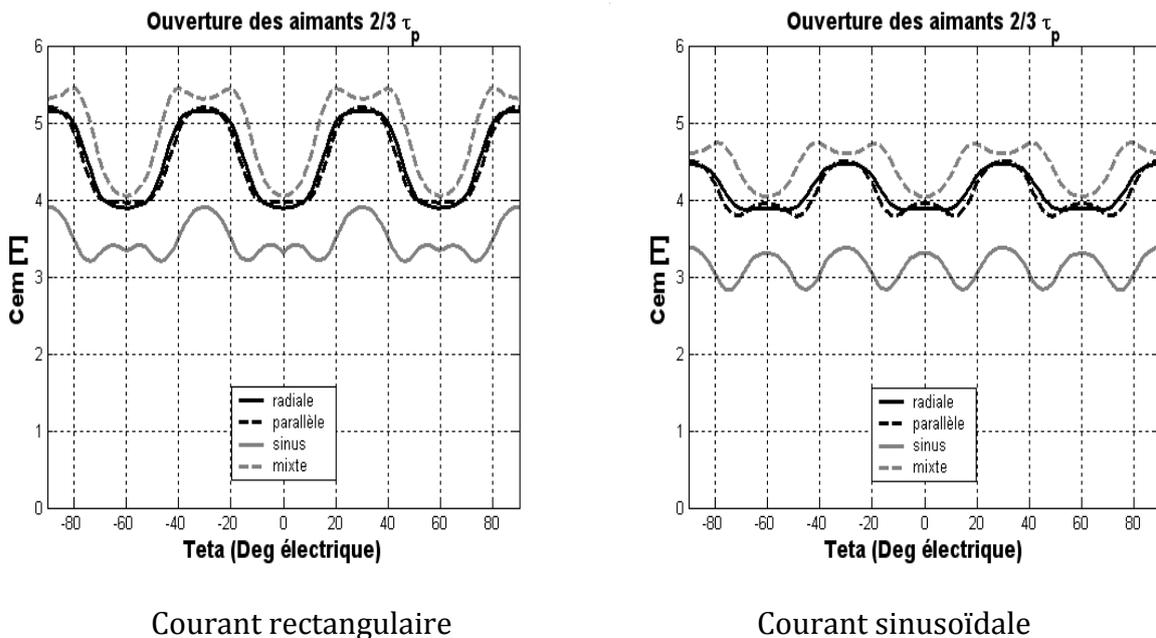
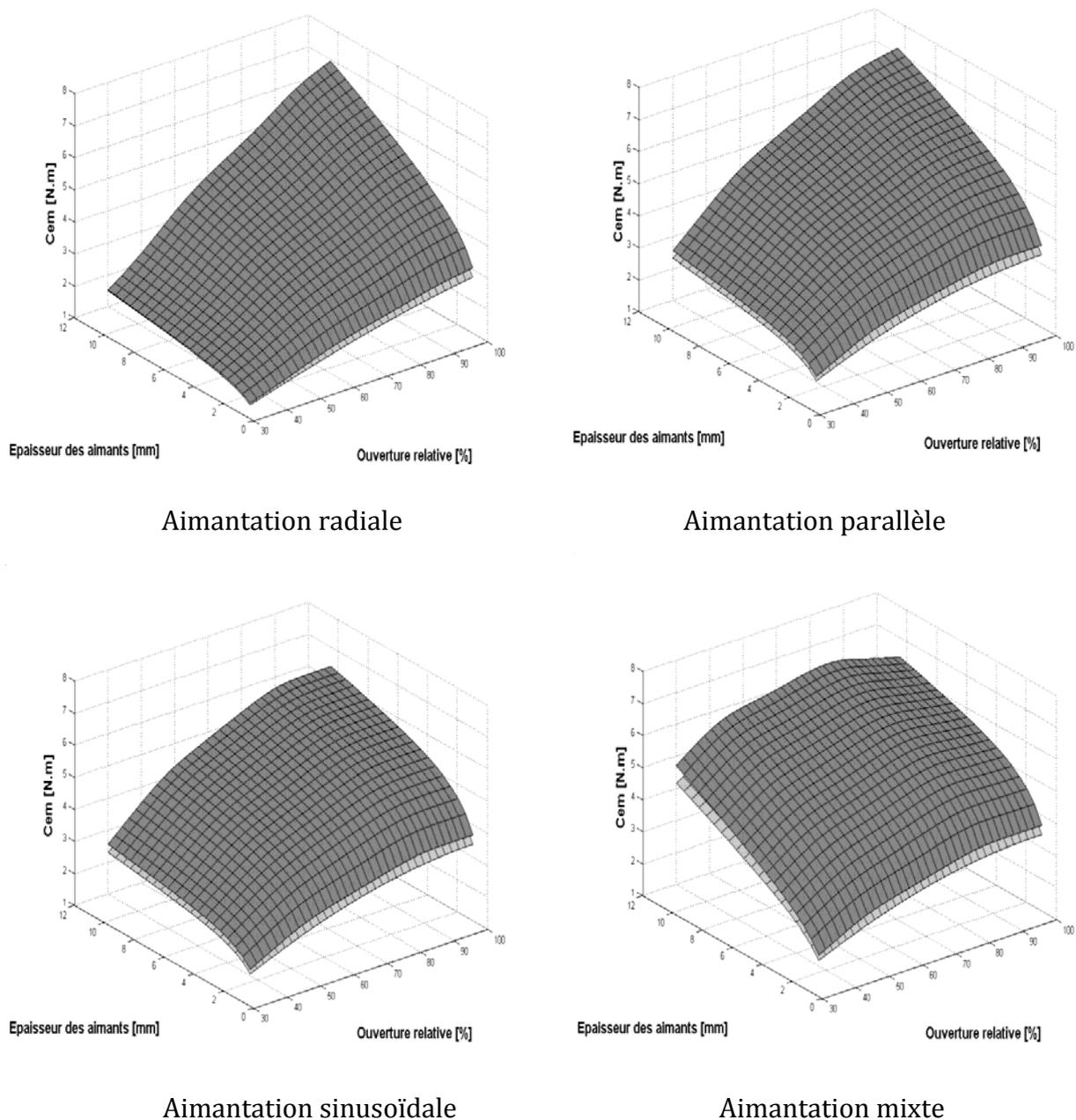


Figure (II.09). Couple d’interaction pour différents sens d’aimantation

Le couple électromagnétique présente une forme fortement pulsative. Généralement, ces ondulations sont dues à la répartition spatiale des conducteurs du stator, de l'aimantation et de l'alimentation. Pratiquement, on peut réduire ou annuler ces ondulations en adaptant la forme de l'alimentation à celle de la force électromotrice. On constate aussi quel que soit le sens d'aimantation radiale, parallèle ou mixte, le couple donne presque les mêmes valeurs. Cela revient certainement à la forme de la force électromotrice obtenue précédemment (**Figure (II.07)**).

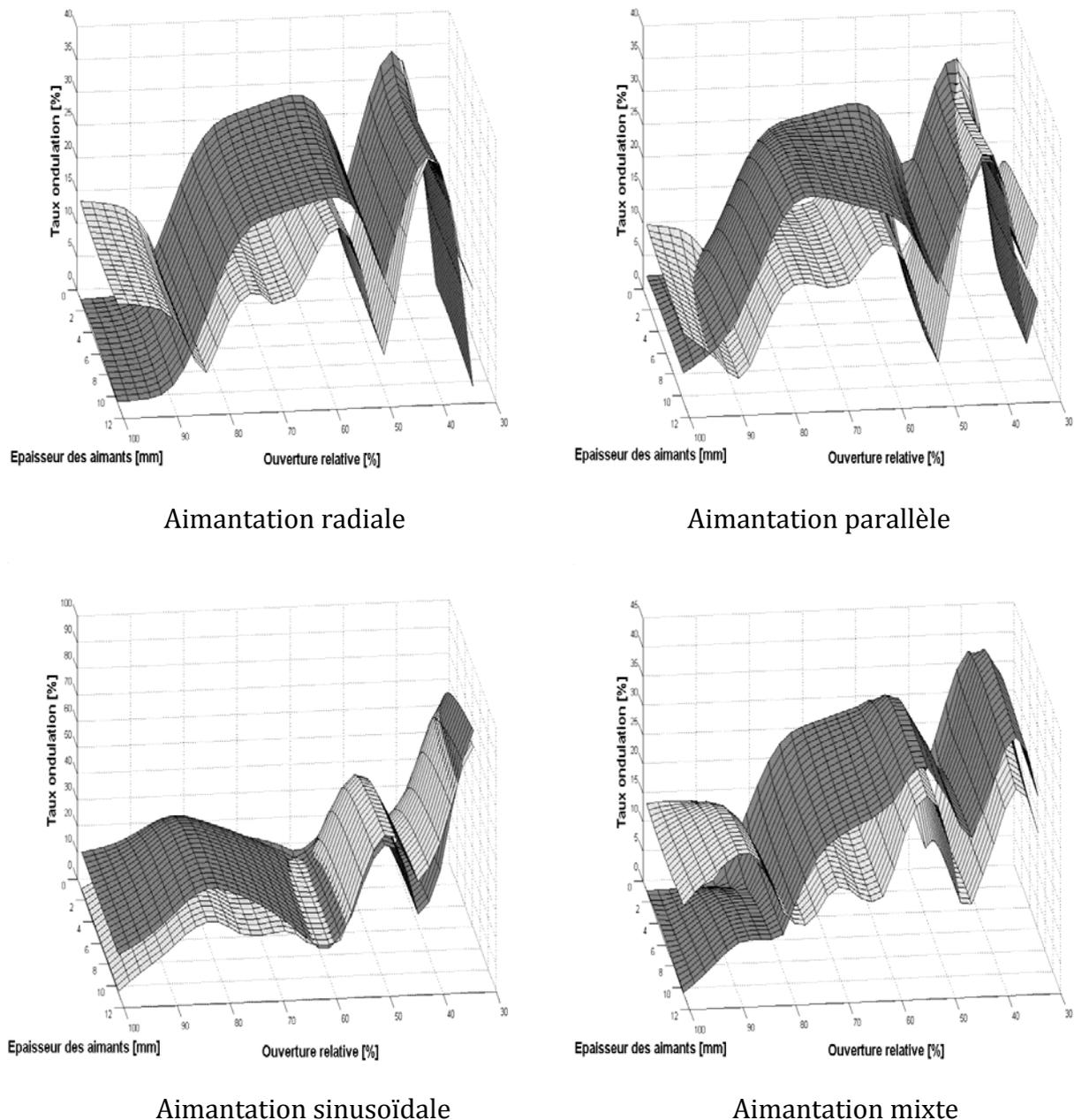
#### II.7.4. Influence de l'épaisseur et de l'ouverture des aimants



**Figure (II.10). Influence de l'ouverture et de l'épaisseur des aimants sur le couple moyen**

- Alimentation rectangulaire : Courbes grises foncées.
- Alimentation sinusoïdale : Courbes grises claires.

La **Figure (II.10)** montre l'influence du volume des aimants en fonction du couple électromagnétique moyen. Quel que soit le type d'alimentation et/ou d'aimantation choisi, l'augmentation du volume des aimants permet de pousser la valeur moyenne de l'induction due aux aimants vers des valeurs importantes, ce qui entraîne une amélioration des valeurs du couple. Cependant, cette remarque sera plus claire quand on adopte une analyse sur le taux d'ondulation du couple.



**Figure (II.11). Influence de l'ouverture et de l'épaisseur des aimants sur le taux d'ondulation du couple**

Il est clair d'après les Figs (II.10 et II.11) que les ondulations du couple électromagnétique prennent des valeurs minimales quand l'ouverture des aimants est supérieure à 80% du pas polaire. On remarque aussi en ce qui concerne toutes les structures que les fluctuations du couple sont proches ou égales à zéro quand les aimants sont jointifs entre eux, de plus, les harmoniques dans ce cas sont réduits. Cela revient évidemment à la forme de la force électromotrice qui est pratiquement adaptée à celle du courant.

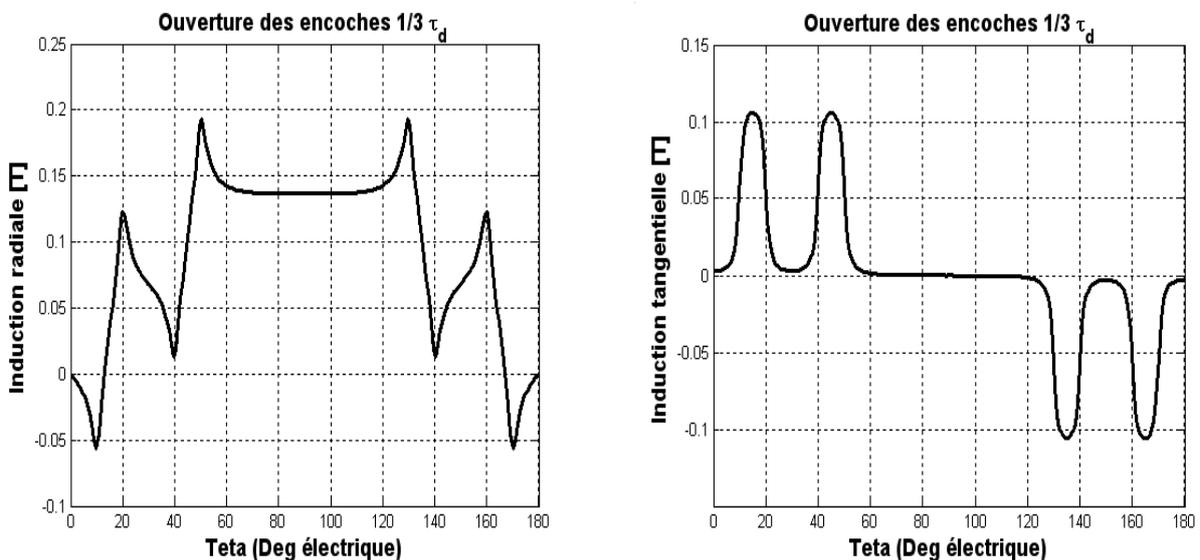
Le couple produit dépend sans doute de la valeur efficace du courant, par conséquent, le couple produit par une alimentation rectangulaire demeure toujours important par rapport à celui produit par une aimantation sinusoïdale (**Figure (II.10)**).

On note que l'expression du taux d'ondulation du couple est exprimée comme suit :

$$\text{Taux d'ondulation} = \frac{\Gamma_{max} - \Gamma_{min}}{\Gamma_{moyen}} 100\% \quad (\text{II.85})$$

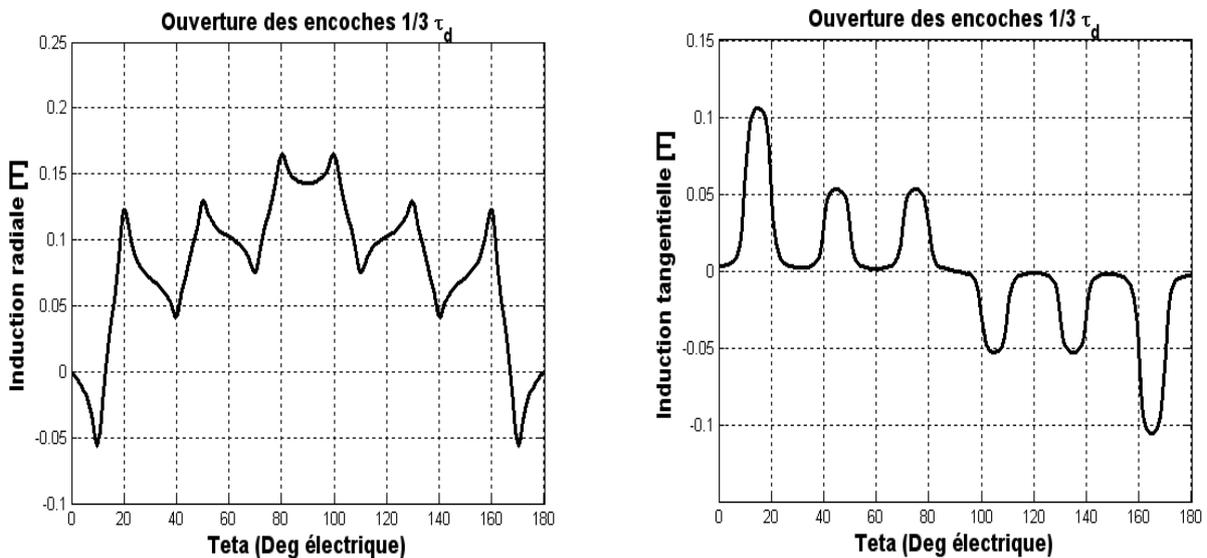
### II.7.5. Distribution des inductions dues aux courants

La **Figure (II.12)** montre les distributions des inductions radiale et tangentielle dues au courant dans le cas où la machine est alimentée par des courants en créneaux, (cas où :  $I_a = -I_b = I_m, I_c = 0$ ) :



**Figure (II.12).** Représentations spatiales des inductions radiale et tangentielle dues aux courants statorique au niveau de l'entrefer  $(R_1+R_2)/2$

La **Figure (II.13)** montre les distributions des inductions radiale et tangentielle dues au courant dans le cas où la machine est alimentée par des courants sinusoïdaux (cas où :  $I_a = I_n, I_b = I_c = -I_n/2$ ) :



**Figure (II.13). Représentations spatiales des inductions radiale et tangentielle dues aux courants statorique au niveau de l'entrefer  $(R_1+R_2)/2$**

En effet, quel que soit le type d'alimentation, l'induction radiale due aux courants ne dépasse pas 22% de celle due aux aimants.

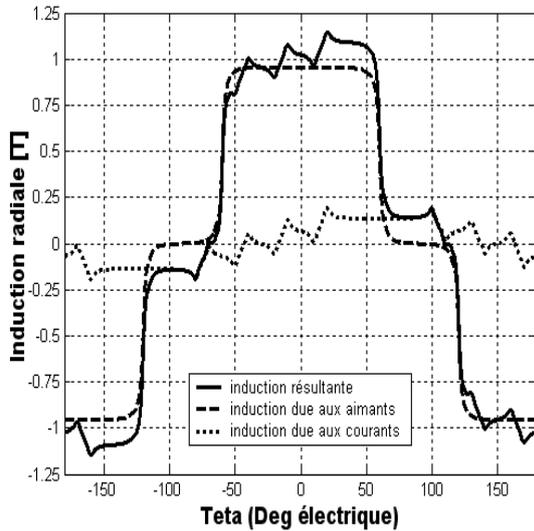
### II.7.6. Influence de la réaction magnétique d'induit

Le dimensionnement de la machine synchrone doit tenir compte d'une possible démagnétisation des aimants pour la valeur maximale de l'amplitude des courants, ce cas concerne spécialement le démarrage du moteur qui demande l'amplitude maximale des courants d'induit pour atteindre le couple de démarrage. Le pire des cas est envisagé pour une éventuelle perte de contrôle de la position du rotor par rapport aux courants.

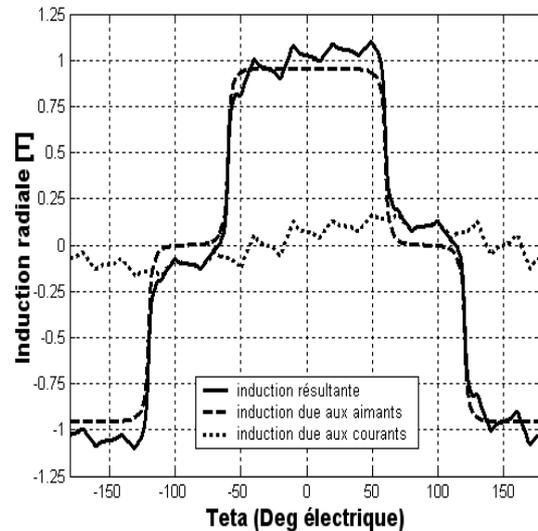
En l'absence de saturation, pour une position contrôlée des aimants par rapport aux courants, l'influence de la réaction d'induit sur le champ du aux aimants est négligeable. En effet, l'induction est diminuée d'un côté de l'aimant et augmentée de l'autre côté mais la valeur moyenne de l'induction radiale résultante d'un pôle d'aimant est identique au cas où l'aimant serait employé seul dans son circuit magnétique sans excitation extérieure. De ce fait, l'influence du champ de réaction d'induit sur l'aimant est fortement atténuée et aucun risque de démagnétisation n'est à craindre [BER00].

En cas de perte de contrôle, lorsque la position relative du rotor par rapport au stator est  $\pi/2p$ , l'aimant est alors situé entre deux pôles consécutifs inversés du stator et les axes du champ d'excitation (aimants) et du champ de réaction d'induit coïncident. Le

centre de l'aimant est alors traversé par les lignes de champ provenant des deux pôles qui s'additionnent (en sens opposé) au champ initial de l'aimant. La valeur efficace de l'induction dans un pôle diminue alors fortement et peut atteindre, dans certains cas, la valeur critique de démagnétisation. Cette dernière dépend aussi du type d'aimant et de ses caractéristiques [BER00].

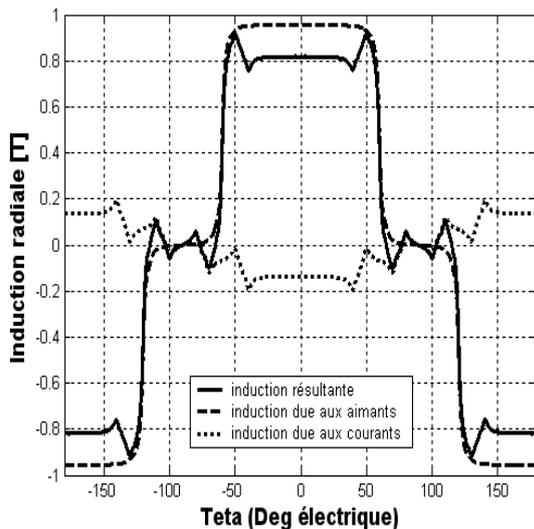


Alimentation rectangulaire

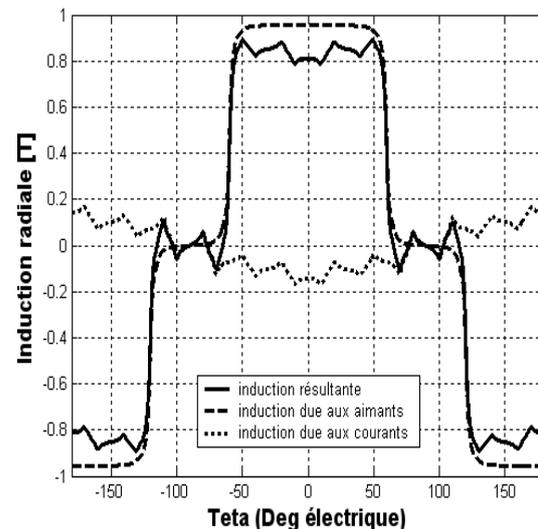


Alimentation sinusoïdale

**Figure (II.14).** Représentation de l'induction radiale résultante au centre de l'aimant où les courants sont contrôlés (Aimantation radiale)



Alimentation rectangulaire



Alimentation sinusoïdale

**Figure (II.15).** Représentation de l'induction radiale résultante au centre de l'aimant en cas de perte de contrôle des courants (Aimantation radiale)

Le champ démagnétisant est égale à :

| Aimantation | $B_r - B_m$ [T] | Amplitude de la réaction d'induit [T] | Le champ démagnétisant total $ H_{CB} $ [Wb/m] |
|-------------|-----------------|---------------------------------------|--|
| Radiale     | 0.223           | 0.193                                 | $3.3104 \cdot 10^5$                            |
| Parallèle   | 0.158           |                                       | $2.7932 \cdot 10^5$                            |
| Sinusoïdale | 0.032           |                                       | $1.7905 \cdot 10^5$                            |
| Mixte       | 1.250           |                                       | $1.1459 \cdot 10^6$                            |

**Tableau (II.02).** Calcul du champ démagnétisant pour différents sens d'aimantation

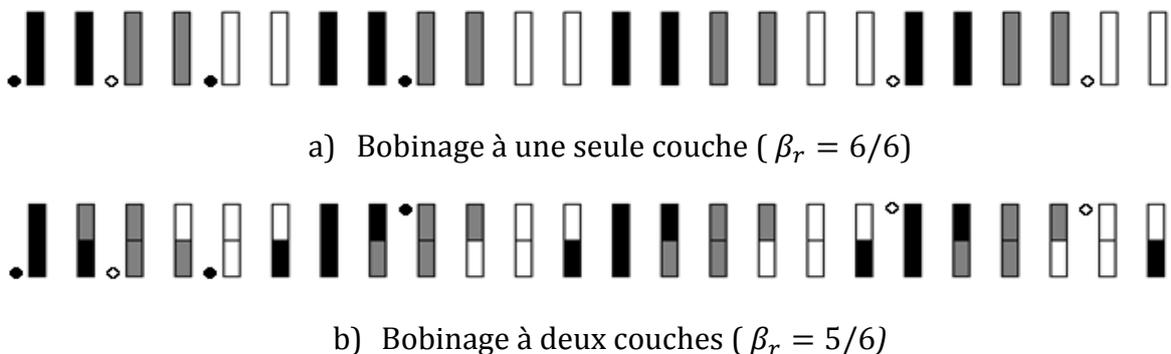
$B_r$  et  $B_m$  sont respectivement l'induction rémanente et la valeur maximale de l'induction au niveau du centre des aimants.

La valeur du champ démagnétisant  $H_{CB}$  doit être suffisamment éloignée de celui de l'aimant afin d'éviter tous risques.

### II.7.7. Influence du raccourcissement de bobinage

Malgré la chute relativement légère de l'harmonique fondamental de la force électromotrice, le raccourcissement du bobinage permet de minimiser les harmoniques nuisibles de bas rang notamment 3, 5 et 7, et cela revient à la forme de la force électromotrice qui se rapproche de la forme sinusoïdale ; ce qui permet de réduire ainsi les ondulations du couple. La **figure (II.20)** montre que les ondulations du couple pour une aimantation radiale passent de 29.12% à 15.63% pour une alimentation rectangulaire, et de 14.4% à 3.72% pour une alimentation sinusoïdale.

L'inconvénient de ce type d'enroulement est la présence de faisceaux appartenant à différentes phases dans la même encoche, ce qui nécessite le renforcement de l'isolation entre eux. En plus de l'avantage de la réduction des harmoniques supérieurs, il présente une économie de cuivre à cause de la diminution de la longueur moyenne des bobines [ABD95].



**Figure (II.16).** Représentation des différents types de bobinage sélectionné

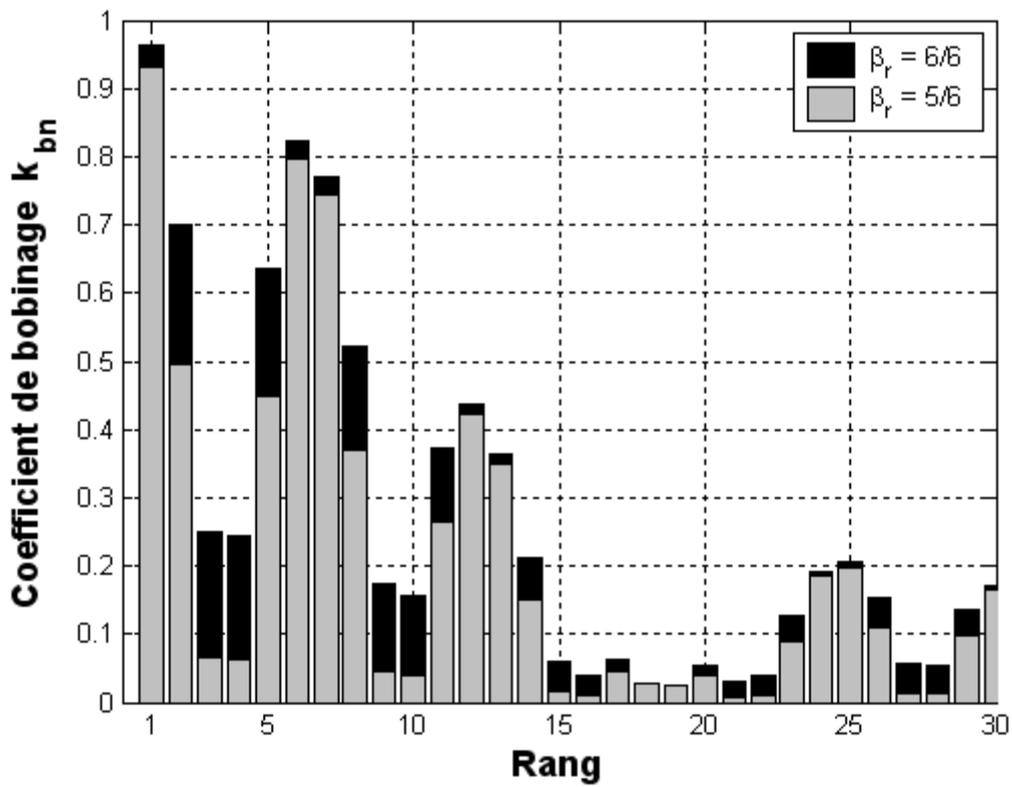


Figure (II.17). Représentation spatiale des harmoniques montrant l'influence du raccourcissement sur le coefficient de bobinage  $k_{bn}$

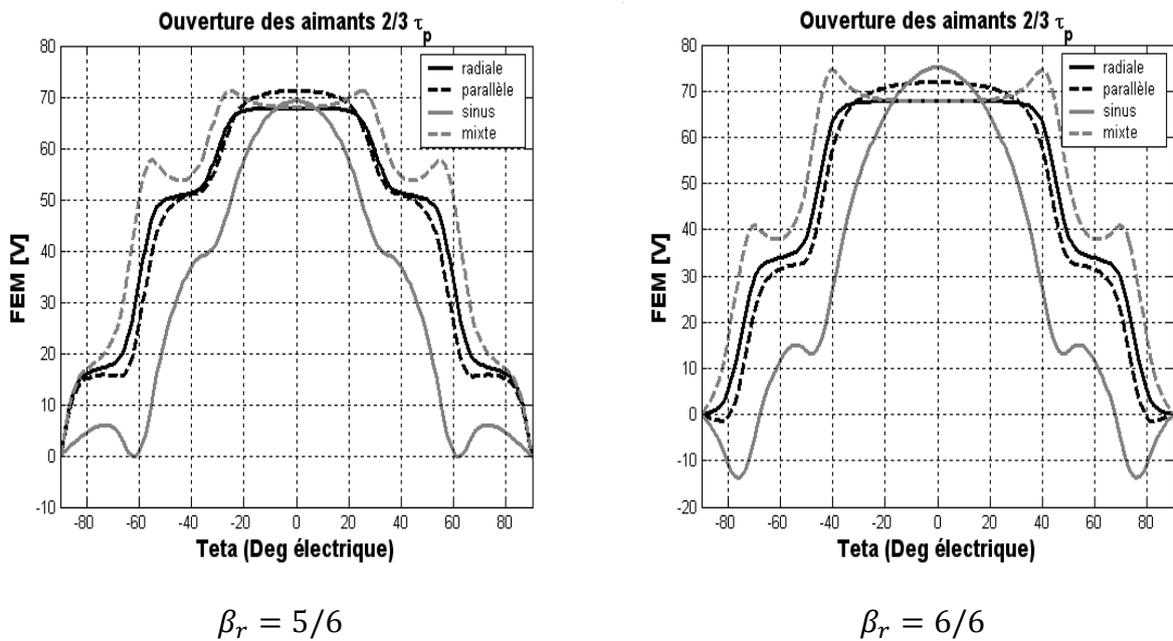
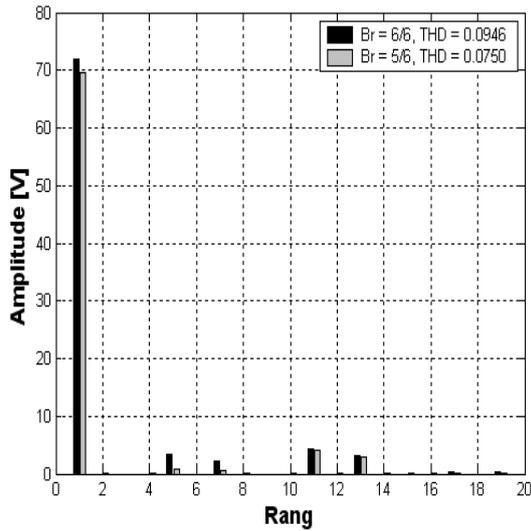
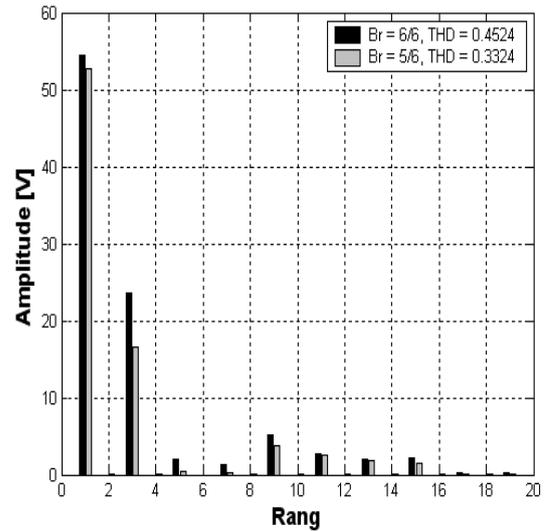


Figure (II.18). Influence du raccourcissement du bobinage sur la forme d'onde de la force électromotrice

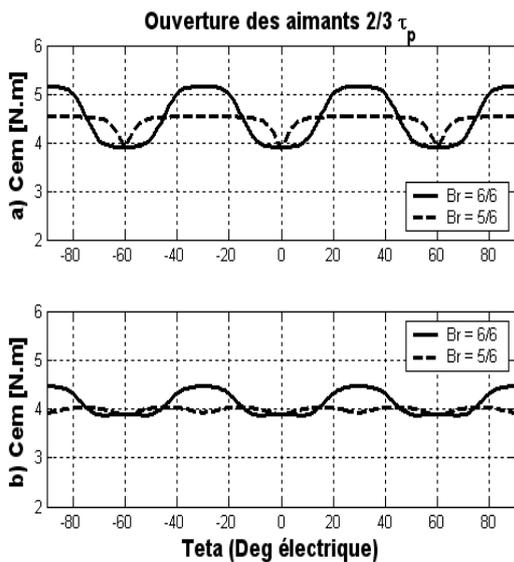


Aimantation radiale

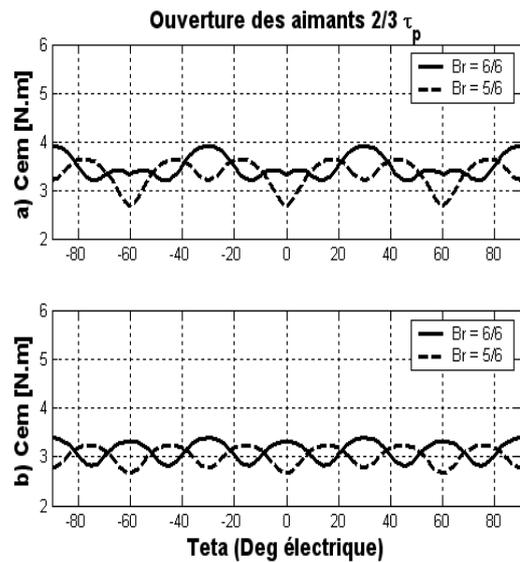


Aimantation sinusoïdale

Figure (II.19). Spectres harmoniques de la force électromotrice



Aimantation radiale



Aimantation sinusoïdale

Figure (II.20). Influence du raccourcissement de bobinage sur le couple d'interaction pour différents sens d'aimantations

- a) Alimentation par des courants rectangulaires.
- b) Alimentation par des courants sinusoïdaux.

## II.8. Validation par la méthode des éléments finis

Avec l'apparition d'ordinateurs assez puissants en terme d'espace mémoire, rapides en terme d'exécution des calculs et économiques (coûts réduits), l'utilisation des méthodes numériques pour la résolution des problèmes de champs électromagnétiques, s'avère un choix réaliste. La méthode des éléments finis est l'une des plus adaptées à la résolution numérique des équations aux dérivées partielles. Elle s'applique à la majorité des problèmes pratiques (linéaires ou non linéaires, stationnaires ou dépendant du temps) définis dans un domaine géométrique quelconque à une, deux ou trois dimensions.

La méthode des éléments finis consiste à subdiviser le volume ou la surface constituant le domaine de résolution en éléments finis interconnectés [DAT84, SIL91]. D'habitude ces éléments sont des triangles ou des quadrilatères pour les problèmes 2D et des tétraèdres ou des hexaèdres pour les problèmes 3D. Ensuite, le vecteur potentiel magnétique sur chaque sommet ou nœud d'un élément est calculé, en supposant que ce même potentiel varie dans l'élément d'une façon prédéfinie (linéaire ou quadratique par exemple). La méthode des éléments finis est basée sur une formulation intégrale, qui remplace l'équation différentielle aux dérivées partielles qui modélise le dispositif et les conditions aux limites requises par le phénomène. Parmi les formulations intégrales utilisées, on cite l'approche projective appelée aussi la méthode des résidus pondérés (qui est la plus utilisée) et la formulation variationnelle qui consiste à construire une fonctionnelle représentant l'état énergétique du système [DAT84]. Quelle que soit la méthode utilisée, le résultat est toujours une discrétisation de l'équation différentielle aux dérivées partielles modélisant initialement le dispositif étudié qui permet, après résolution, d'obtenir une approximation de la solution exacte, dont la précision dépend du nombre d'éléments utilisés pour mailler le domaine de résolution.

### II.8.1. Présentation de l'outil de calcul

FEMM ou « Finite Element Method Magnetics » est un logiciel de calcul numérique s'articulant sur la méthode des éléments finis en deux dimensions, dédié généralement aux électrotechniciens [MEE04]. Comme tous les autres logiciels disponibles actuellement, FEMM est basé sur trois axes essentiels : « Pré-Processeur », « Processeur » et « Post-Processeur » :

- **Pré-Processeur :**

Grâce à cet élément et à travers plusieurs modules, on peut dessiner la géométrie du dispositif à étudier (par exemple MSAP) en introduisant dans chaque région toutes les propriétés à savoir les propriétés magnétiques des matériaux (possibilité d'introduire les courbes de saturation), les courants dans chaque encoche ainsi que le nombre de spires sans oublier les conditions aux limites déterminées. Ainsi, on peut définir le type de problème à résoudre.

- **Le Processeur :**

Cet élément effectue la résolution du problème défini sur chaque élément de maillage en effectuant des itérations jusqu'à atteindre la précision imposée au Pré-Processeur. Du fait que le potentiel vecteur est calculé dans chaque élément, les autres grandeurs seront déduites.

- **Le Post-Processeur :**

Une fois les résultats déterminés par le Processeur, le Post-Processeur nous permet de les visualiser et de récupérer les valeurs des grandeurs désirées sous forme de fichiers numériques. Le programme MATLAB, nous donne la possibilité d'exploiter les fichiers obtenus avec le Post-Processeur et calculer les grandeurs utiles pour l'étude de la machine.

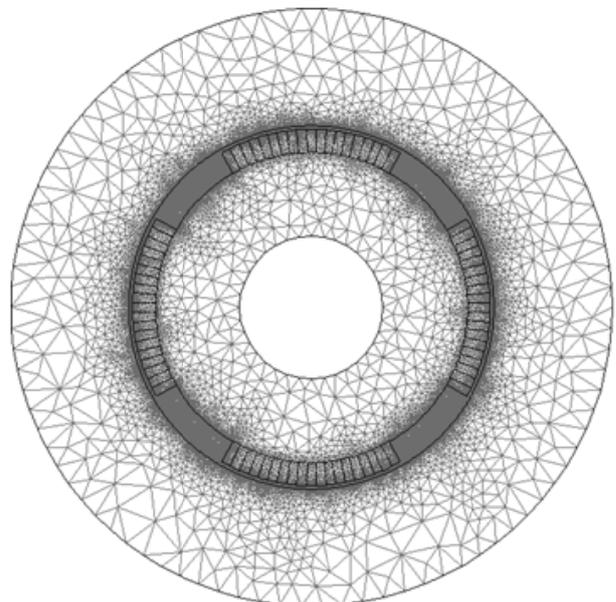
Le pilotage de ce logiciel est effectué par le langage de programmation appelé LUA [LER03] qui est dérivé du langage C++ ou par OctaveFEMM qui combine entre FEMM et MATLAB. A l'aide de ces deux langages, on peut pratiquement dessiner n'importe quelles structures réelles, et les étudier soit en régime statique ou dynamique.

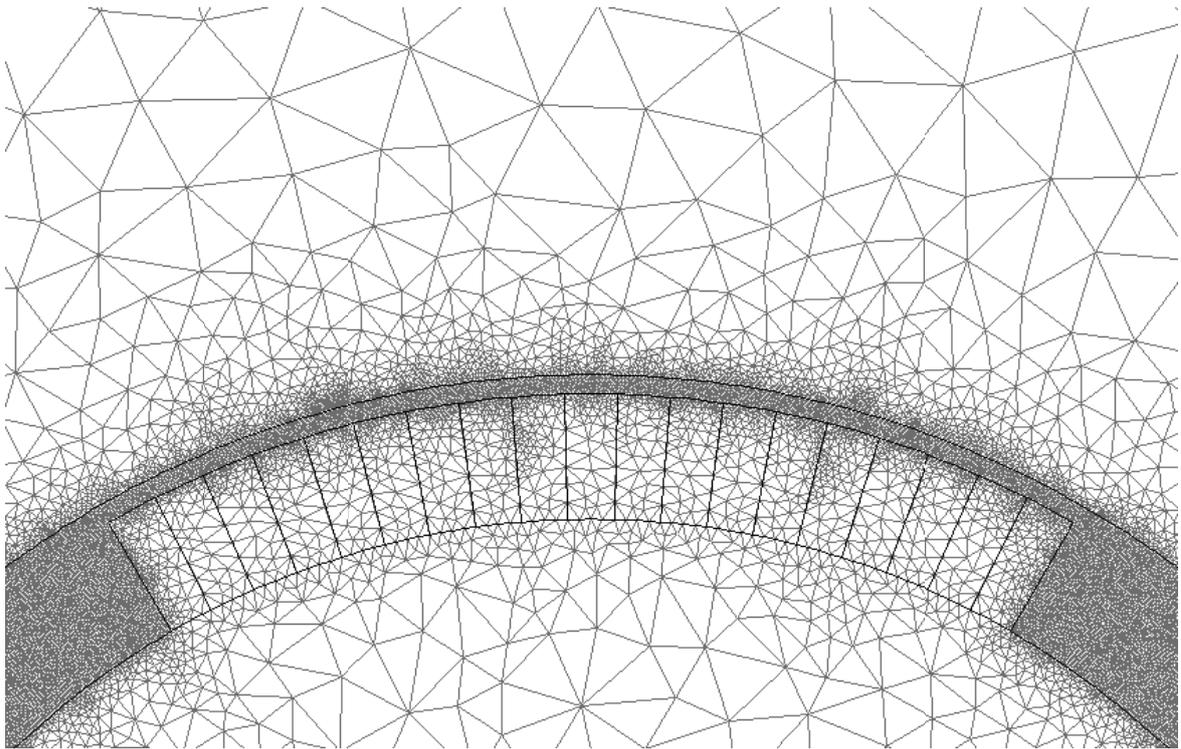
Afin de comparer les résultats obtenus analytiquement, le calcul des différentes grandeurs utiles par FEMM doit être effectué :

- Sous les mêmes conditions et hypothèses que celles adoptées dans le modèle analytique que nous avons développé.
- Le maillage doit être très dense au niveau de la zone à étudier.
- Le calcul des différentes grandeurs doit être effectué loin des frontières séparant deux zones de matériaux différents.
- Le contour d'intégration s'effectue dans le sens horaire afin de trouver des valeurs correctes.

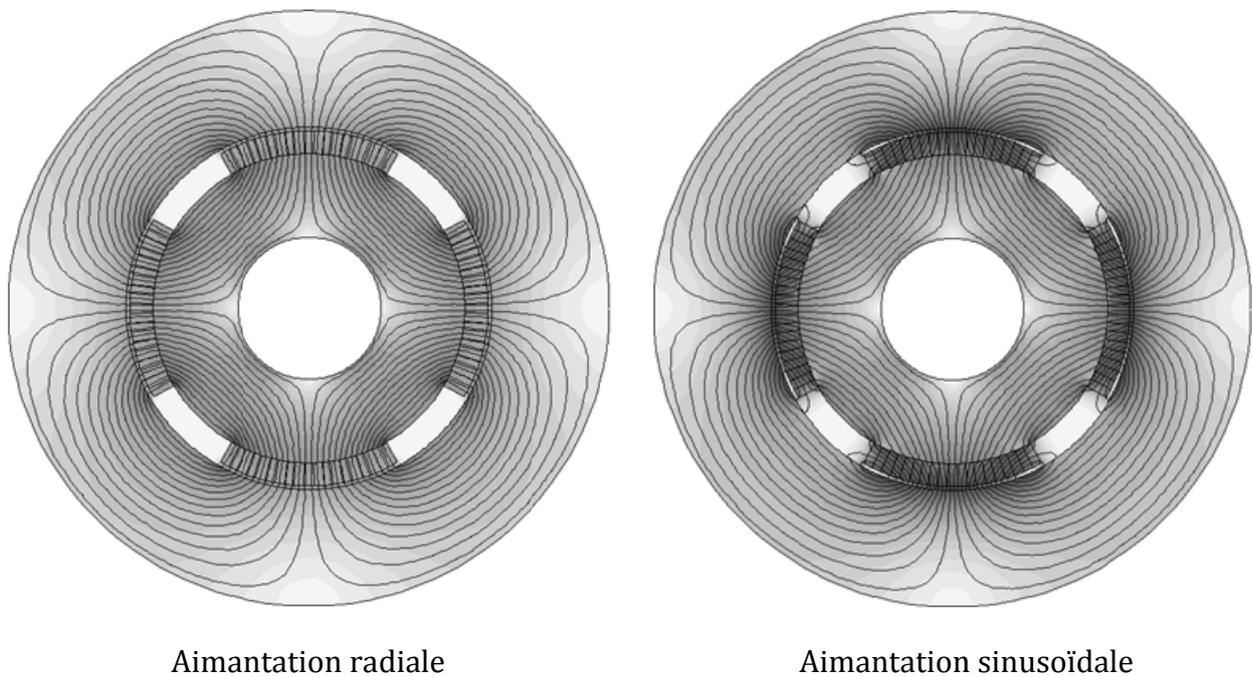
La **Figure (II.21)** montre que l'inducteur se compose d'un ensemble de blocs aimantés. Donc nos résultats ne sont corrects que lorsque le nombre de blocs aimantés est supérieur à 13 [Annexe I]. Cette opération reste bonne tant sur le plan technique qu'économique.

**Figure (II.21). Représentation de la géométrie et du maillage de la machine étudiée**

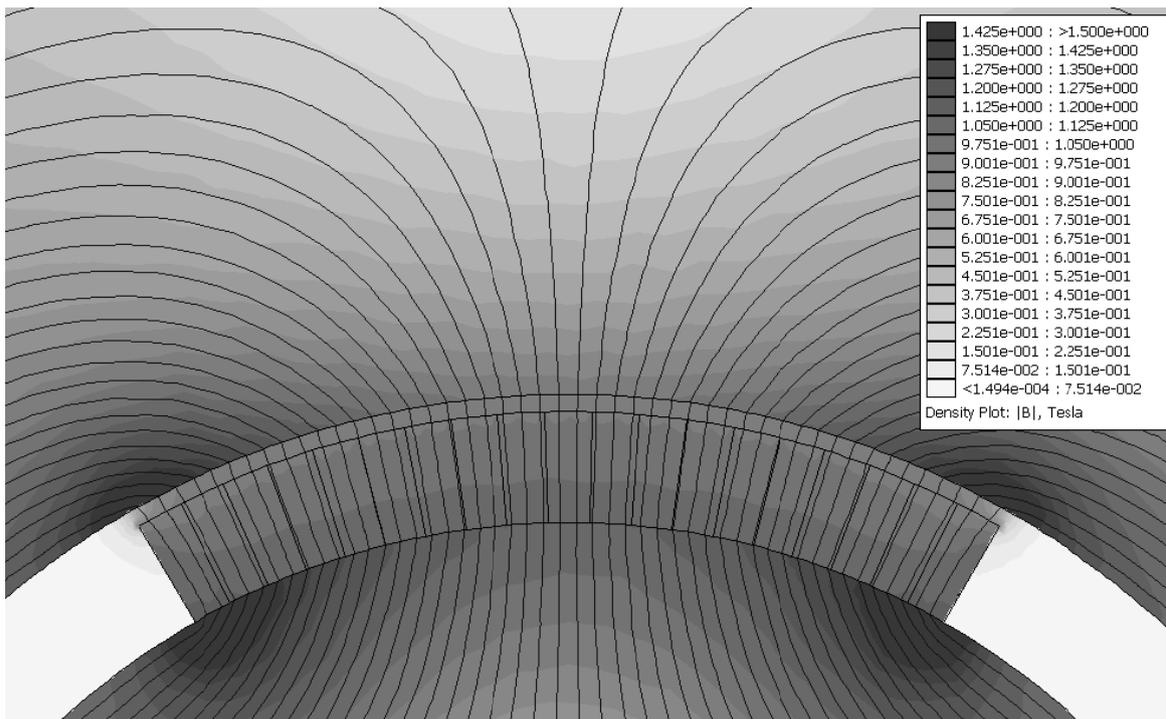




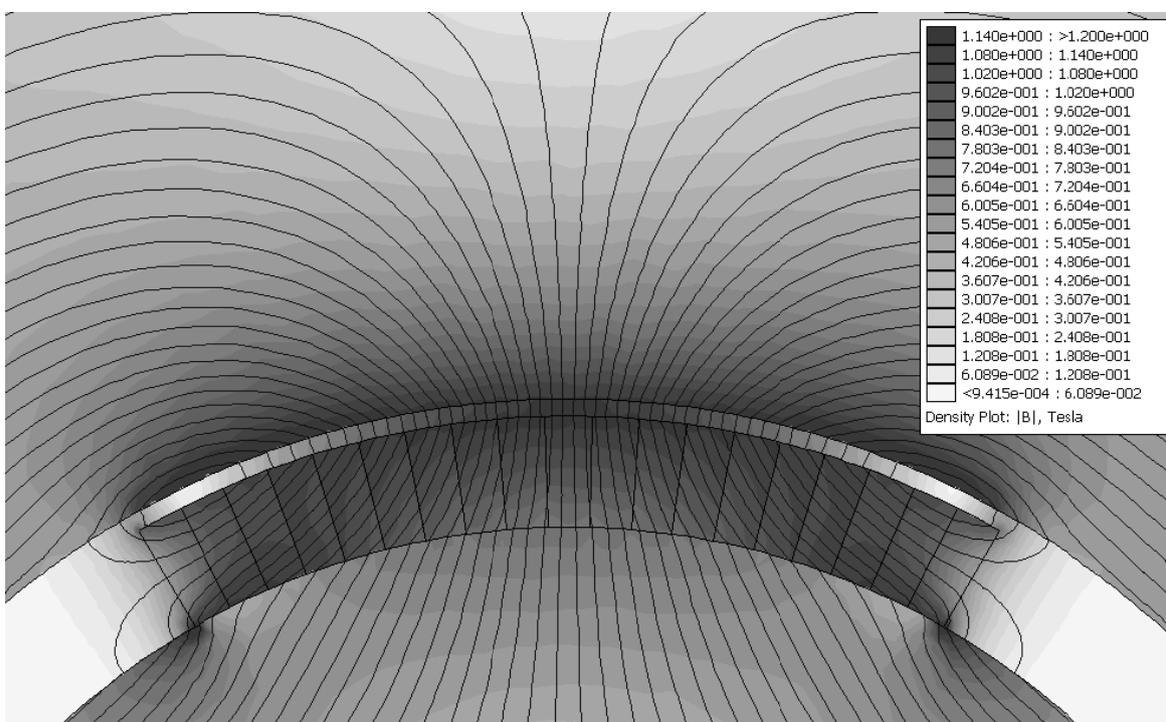
**Figure (II.22). Illustration du maillage dans la zone aimant+entrefer**



**Figure (II.23). Illustration des lignes de champs dues aux aimants (fonctionnement à vide)**



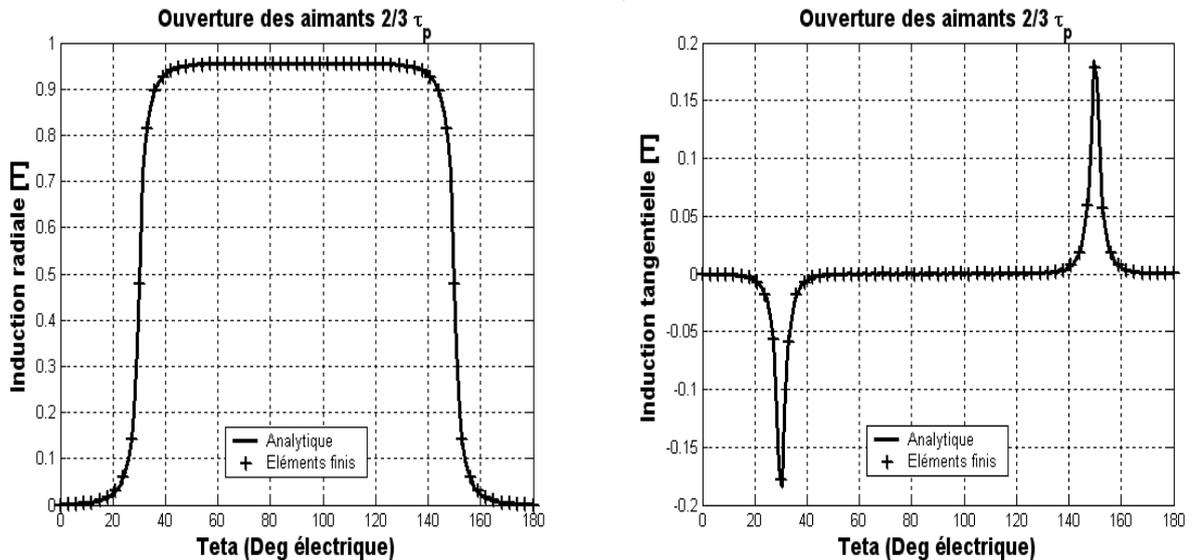
**Figure (II.24). Illustration de la densité de l'induction et des lignes de champs (Aimantation radiale)**



**Figure (II.25). Illustration de la densité de l'induction et des lignes de champs (Aimantation sinusoïdale)**

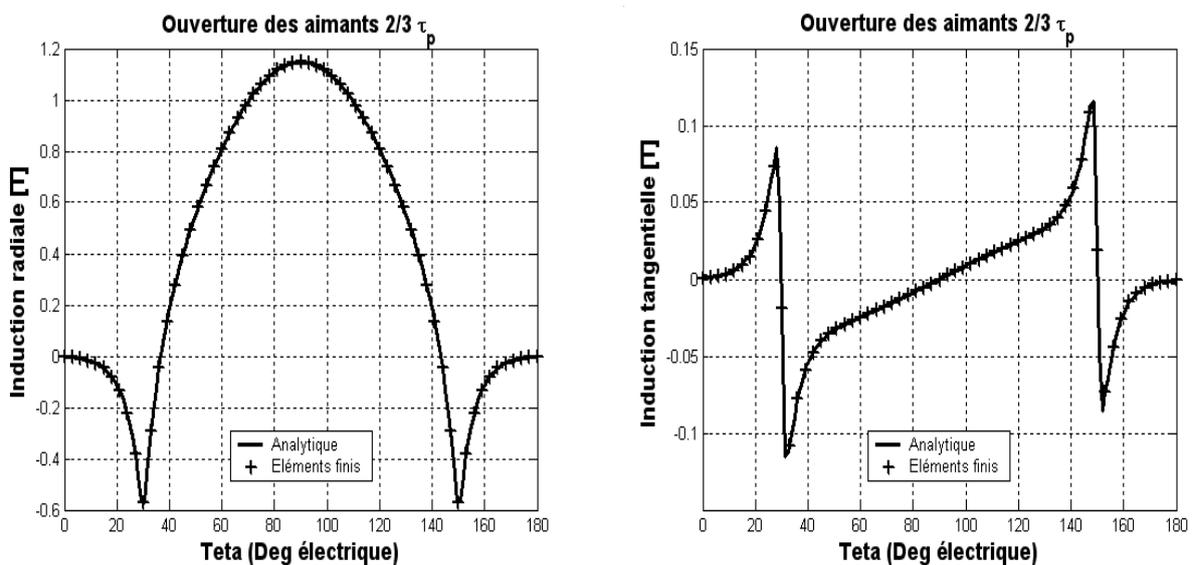
On remarque d'après les **Figures (II.24, II.25)** que les lignes de champs sont principalement concentrées au centre des aimants et suivent le sens de l'aimantation adoptée.

## II.8.2. Représentation des inductions dues aux aimants



Aimantation radiale

**Figure (II.26).** Représentations spatiales des induction radiale et tangentielle dûe aux aimants au niveau de l'entrefer  $(R_1+R_2)/2$



Aimantation sinusoïdale

**Figure (II.27).** Représentations spatiales des inductions radiale et tangentielle dûes aux aimants au niveau de l'entrefer  $(R_1+R_2)/2$

### II.8.3. Représentation des inductions dues aux courants

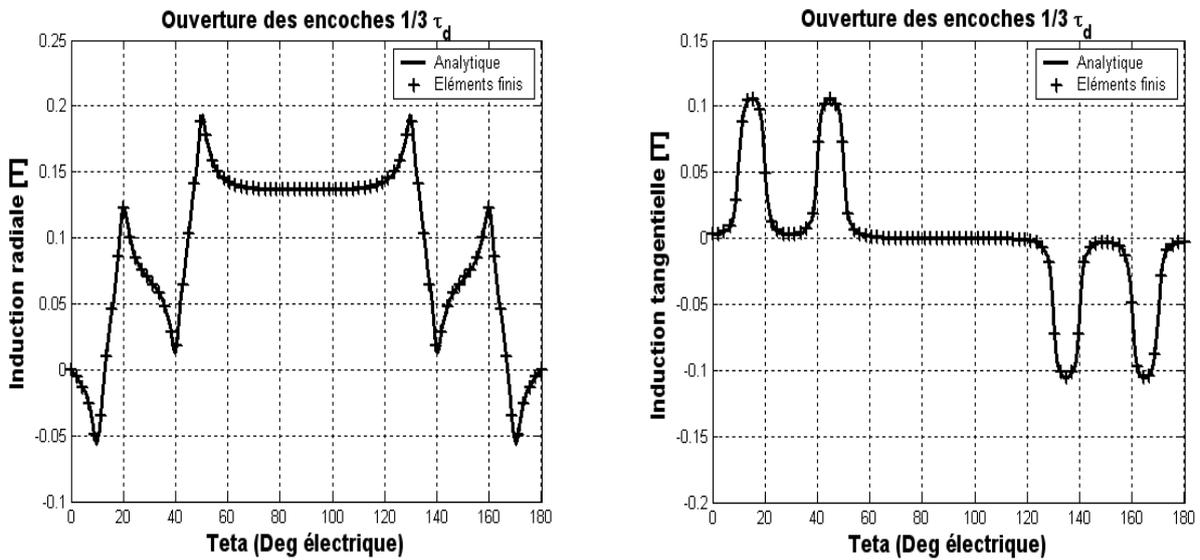


Figure (II.28). Représentations spatiales des inductions radiale et tangentielle dues aux courants au niveau de l'entrefer  $(R_1+R_2)/2$  (deux phases alimentées)

### II.8.4. Calcul la force électromotrice

Le calcul de la force électromotrice à partir de la méthode des éléments finis passe par les étapes suivantes :

- Pour un problème en 2D, le flux à travers une spire d'une bobine logée dans les encoches 1 et 1' est calculé comme suit :

$$\varphi = L_u(A_1 - A_{1'}) \quad (\text{II.86})$$

$A_1$  et  $A_{1'}$  sont respectivement les valeurs du potentiel dans les encoches 1 et 1'.

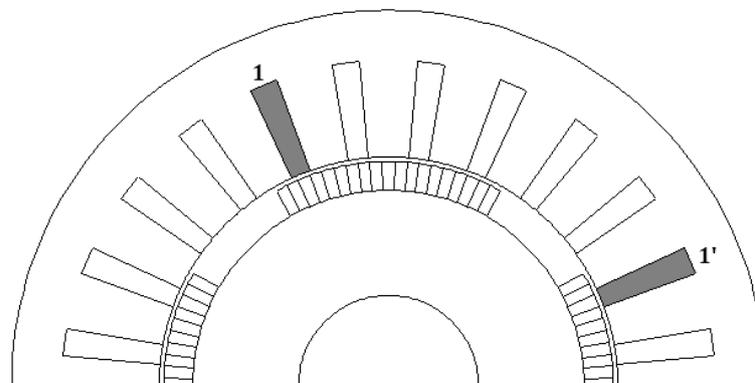


Figure (II.29). Représentation du contour d'intégration

- D'après la méthode de l'invariance géométrique, le flux dû aux aimants au niveau de l'encoche ( $n$ ) après rotation d'un pas dentaire peut être déterminé à partir du flux dû aux aimants au niveau de l'encoche ( $n - 1$ ) avant rotation ( $\varphi_{n,j} = \varphi_{(n-1),j}$ ). En effet, on peut calculer les valeurs du flux total en rassemblant tous les flux partiels calculés pour  $np$  positions sur un pas dentaire seulement avec une bonne précision [YOU92, BER00].

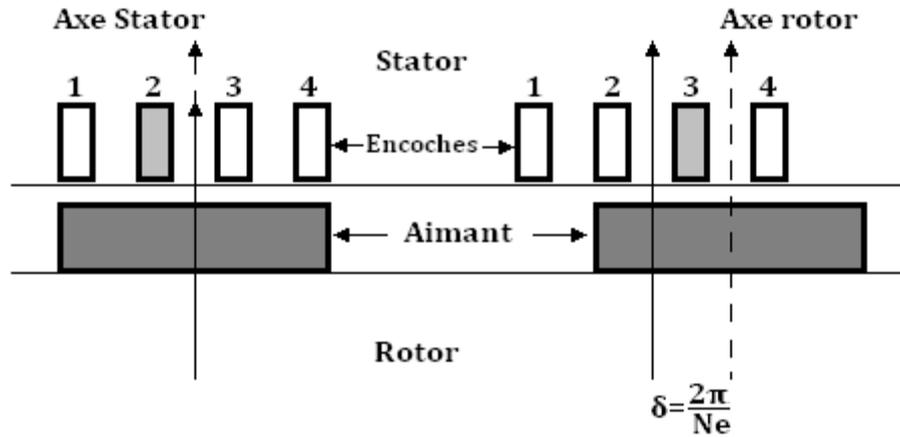


Figure (II.30). Représentation de l'invariance géométrique

- Construire une matrice des flux de dimensions  $[N_e \cdot np]$  où  $N_e$  représente le nombre d'encoches et  $np$  le nombre de positions :

$$[\varphi]_{mes} = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \dots & \varphi_{1np} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{N_e 1} & \dots & \varphi_{N_e np} \end{bmatrix} \quad (II.87)$$

Tant que le flux est une fonction périodique, alors, il suffit de le calculer dans chaque encoche sur un pas polaire seulement. La matrice précédente devient :

$$[\varphi]_1 = [\varphi]_{mes} = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \dots & \varphi_{1np} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \varphi_{y1} & \dots & \varphi_{ynp} \\ -\varphi_{11} & \dots & -\varphi_{1np} \\ \vdots & \dots & \vdots \end{bmatrix} \quad (II.88)$$

$$y = N_e / 2p$$

$$[\varphi]_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} \cdot [\varphi]_{mes} = \begin{bmatrix} -\varphi_{y1} & \dots & -\varphi_{ynp} \\ \varphi_{11} & \dots & \varphi_{1np} \\ \varphi_{12} & \dots & \varphi_{2np} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -\varphi_{y-1 1} & \dots & -\varphi_{y-1 np} \end{bmatrix} \quad (II.89)$$

On admettant que :

$$[P] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.90})$$

$[P]$  : est dite matrice de permutation.

Donc, à l'aide de la matrice de permutation, on peut déterminer facilement le flux total sur une rotation complète :

$$[\varphi]_{total} = N[[\varphi]_{mes} \quad [P][\varphi]_{mes} \quad [P]^2[\varphi]_{mes} \quad \dots \quad [P]^{Ne-1}[\varphi]_{mes}] \quad (\text{II.91})$$

Où  $N$  représente le nombre de conducteurs dans une encoche.

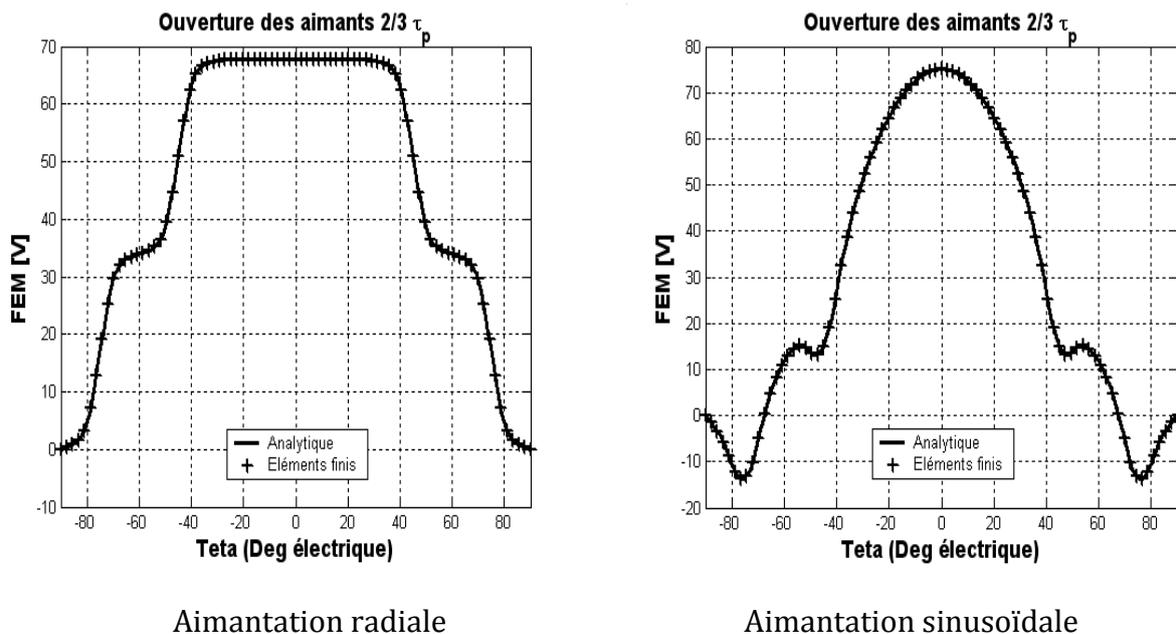
Une fois les flux d'encoches déterminés, nous calculons les flux par phase, en repérant les encoches « aller » et « retour » correspondantes et nous effectuons la somme algébrique :

$$[\Phi_a] = [\varphi_{aller}] - [\varphi_{retour}] \quad (\text{II.92})$$

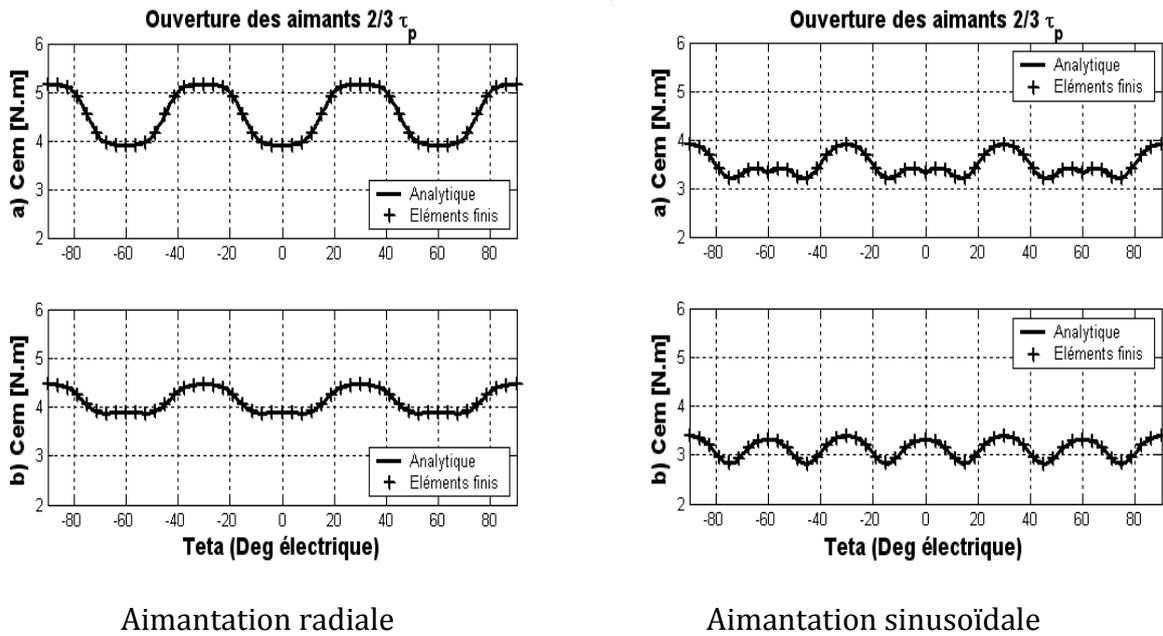
La force électromotrice par phase est calculée à partir de la relation suivante :

$$E(\theta) = -\frac{d\Phi(\theta)}{d\theta} \quad (\text{II.93})$$

Le couple électromagnétique est calculé à partir de la puissance électromagnétique transmise à travers l'entrefer comme indiqué sur l'expression (II.84).



**Figure (II.31). Formes d'ondes de la force électromotrice par phase**



**Figure (II.32). Couple d'interaction pour différents sens d'aimantations**

a) Courant en créneaux . b) Courant sinusoïdale.

## II.9. Conclusion

Grâce à la modélisation analytique du champ élaboré dans ce chapitre, qui nous a offert non seulement une souplesse et une simplicité de programmation, mais aussi une possibilité d'une grande variation de tous les paramètres du modèle, on a pu sous quelques hypothèses déterminer le potentiel vecteur dû d'une part aux aimants et d'autre part aux courants en tous points de la zone active de la machine étudiée, ce qui nous a donné de la possibilité de calculer et de déduire toutes les autres grandeurs utiles.

Au niveau des aimants et du fait de l'importance de l'entrefer magnétique, nous pouvons conclure qu'il n'y a aucun risque de démagnétisation pour un courant nominal pour le cas des structures étudiées.

Les ondulations du couple développé par cette machine sont fortement influencées d'une part par la structure géométrique de la machine elle-même, et d'autre part par la source d'alimentation. Ces ondulations peuvent être minimisées en adaptant la forme d'onde du flux à celle des courants.

Les résultats obtenus analytiquement dans ce chapitre sont comparés à ceux obtenus numériquement par la méthode des éléments finis. La concordance est acceptable comme on pu effectuer aussi une représentation globale des lignes de champs sur toutes les zones de la machine étudiée.

# Chapitre III

## Modélisation électromagnétique de la MSAP en présence des encoches

---

### III.1. Introduction

Les opérations de recherche sur les matériaux à aimants permanents ont très souvent concerné l'étude et la modélisation du comportement des machines à aimants permanents. Ainsi, la frontière entre les opérations de recherche « étude des matériaux magnétiques » et « étude du comportement des machines à aimants permanents » n'est pas très claire dans les rapports scientifiques disponibles. Les principales opérations de recherche dans le domaine des machines à aimants permanents ont concerné la modélisation du comportement de celles-ci afin d'appréhender des phénomènes physiques et leur inclusion dans les logiciels de simulation.

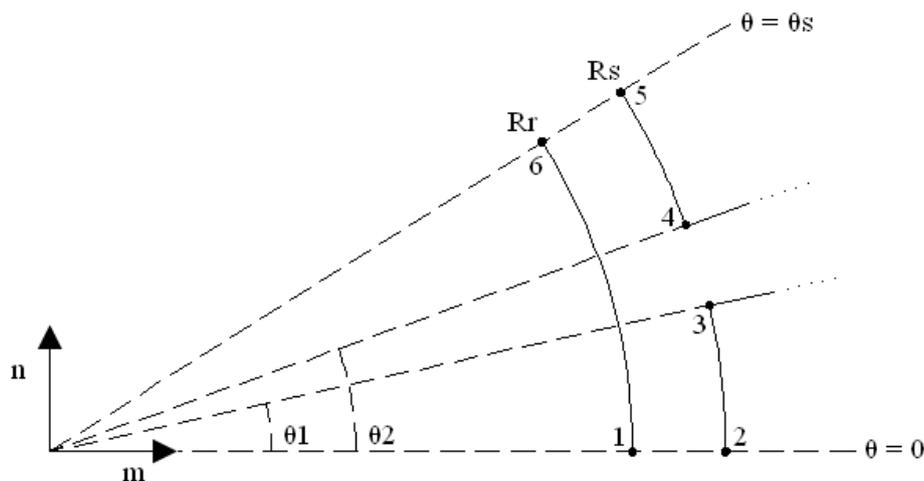
La connaissance de la distribution de champ au niveau de l'entrefer d'un moteur synchrone à aimants permanents est d'une grande importance pour la prévision des formes d'onde de la force électromotrice ainsi que du couple. Bien que des calculs, plus ou moins précis, de champ dans des machines électriques puissent être effectués en utilisant la méthode des éléments finis, ils demeurent toujours plus longs et ne fournissent pas des solutions commodes. Des solutions alternatives analytiques de champ basées sur la méthode de transformation conforme sont exprimées dans ce chapitre sous forme de séries de Fourier afin de prévoir les performances du moteur avec sa structure géométrique réelle.

### III.2. Application de la méthode de transformation conforme sur l'ouverture d'encoche

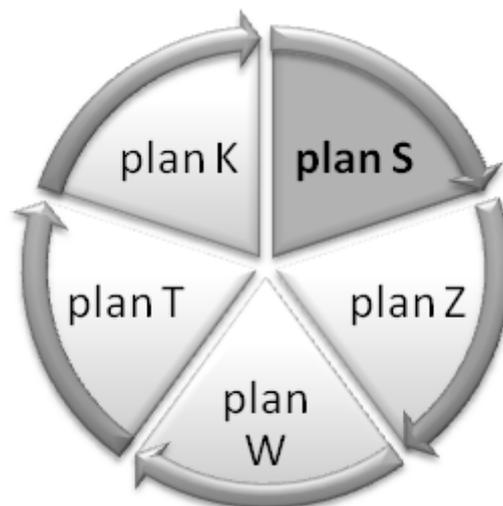
La transformation conforme est la représentation d'une surface limitée liée à un plan d'une autre variable complexe. La distribution du champ entre les frontières d'une forme complexe, comme la structure d'ouverture des encoches, est généralement

difficile à calculer, il devient donc approprié de trouver une transformation permettant de modifier un plan complexe en un autre dont lequel les formes des frontières deviennent plus simples et pour lesquelles la distribution du champ est régulière et connue [ZAR04, ZAR08, BOU08, BLC08, BLC09].

Le principe de base de cette méthode est expliquée dans le cas où l'encoche est infiniment profonde comme le montre la **Figure (III.01)**. L'idée est de transformer la forme géométrique de cette Figure en une forme sans encoche dont laquelle la solution peut être déterminée en utilisant les méthodes décrites dans le chapitre précédent.



**Figure (III.01).** Représentation de l'ouverture de l'encoche dans le plan S



**Figure (III.02).** Principales étapes de la transformation conforme

L'idée principale de cette solution est de tracer de nouveau les géométries de la machine dans le plan complexe où la forme réelle de l'encoche existe. A partir de cette

transformation, on suppose que la profondeur de l'encoche est infiniment profonde. En outre, la profondeur de la pénétration du champ dans l'ouverture de l'encoche est habituellement petite. Ainsi, la profondeur de l'encoche qui tend vers l'infini aura un effet négligeable sur les résultats et en même temps cette transformation sera considérablement simplifiée.

Quatre transformations conformes sont exigées pour modifier la zone de l'entrefer encoché réelle dans un espace vide (sans encoches) où la solution du champ est connue auparavant (**Figure (II.06)**). Le plan S contient la géométrie originale de la machine, par contre, le plan K ne contient aucune encoche (stator lisse). Les plans Z, W et T sont utilisés pour des transformations intermédiaires [**ZAR04, ZAR08, BOU08, BLC08, BLC09**].

### III.2.1. Transformation du plan S au plan Z

La géométrie de l'encoche dans le plan S, de forme circulaire originale, doit être transformée en modèle linéaire dans le plan Z. Ceci peut être réalisé en utilisant la transformation conforme logarithmique qui change les coordonnées cylindriques en coordonnées cartésiennes [**RAB96, FAI99**]. Le principe de base est de couper puis d'ouvrir axialement la circonférence du moteur. Ce qui est acceptable dans le cas d'un petit entrefer relatif à la dimension de l'ouverture de l'encoche et d'une petite courbure de la surface du stator et de celle du rotor [**ZAR04, ZAR06**]. La transformation isogone logarithmique entre les plans S et Z est donnée par :

$$z = \ln(s) \quad (\text{III.01})$$

Où :

$$s = m + jn = re^{j\theta} \quad (\text{III.02})$$

$$z = x + jy \quad (\text{III.03})$$

Le lien entre les coordonnées des plans S et Z :

$$x = \ln(r), \quad y = \theta \quad (\text{III.04})$$

### III.2.2. Transformation du plan Z au plan W

La prochaine étape, dont le but est de déterminer la distribution du champ dans l'entrefer encoché, est de transformer la surface liée à la structure géométrique du champ défini dans le plan Z dans la moitié supérieure du plan W. Cette transformation est connue comme celle de Schwarz-Christoffel [**GIB58**]. Après cette opération, les côtés du polygone dans le plan Z, deviennent un axe réel du plan W. La configuration de l'encoche dans le plan Z avec des valeurs de  $\omega$ , aux points faisant les coins, est montrée dans **Figure (III.04)**.

Il y a plusieurs manières d'ouvrir cette configuration dans la moitié supérieure du plan  $W$ . Puisqu'il sera avantageux d'avoir le flux résultant dans le demi-cercle du plan  $W$ , il est préférable aussi de faire l'origine du plan  $W$  où la partie imaginaire de  $z$  est à l'infini négatif. Alors, sur la surface gauche où  $z = +j\infty$ ,  $w = -\infty$  et sur la surface droite  $w = +\infty$ . Il y a trois coins supplémentaires indiqués comme A, B et C où les valeurs de  $w$  doivent être fixes. On suppose que les parois de l'encoche fusionnent dans le point faisant le coin C au point où la partie réelle de  $z$  est à l'infini [ZAR04, ZAR06, ZAR08, BLC09].

Seulement deux de ces trois coins peuvent avoir des valeurs arbitraires de sorte qu'une valeur de  $w$  soit laissée indéfinie pour être déterminée plus tard en termes de rapport  $(b'_0/g')$  ; ce dernier on le définira par  $(a)$ .

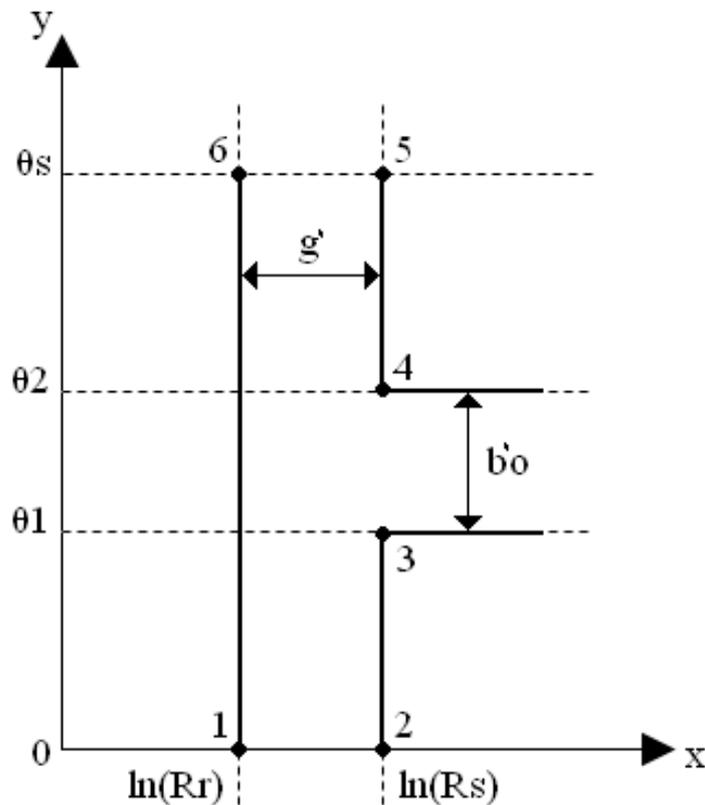
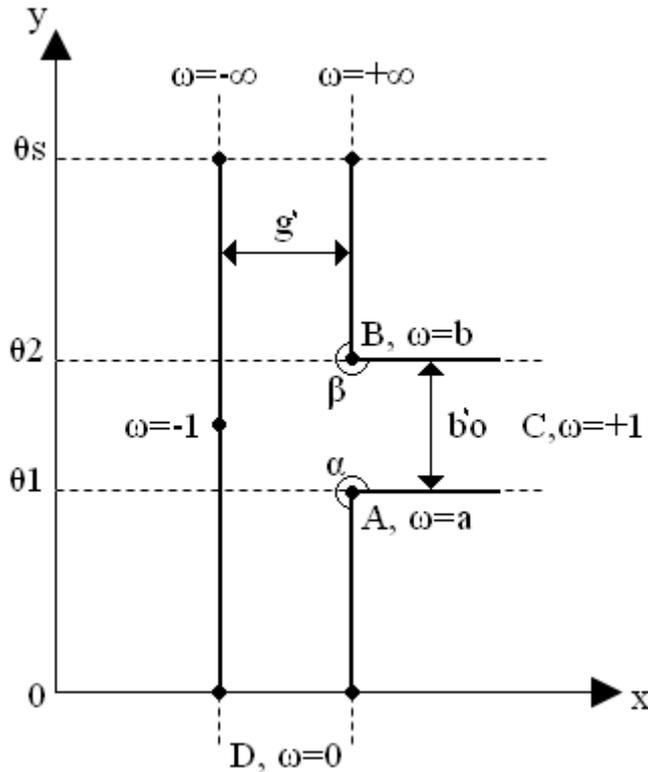


Figure (III.03). Représentation de l'ouverture de l'encoche dans le plan Z

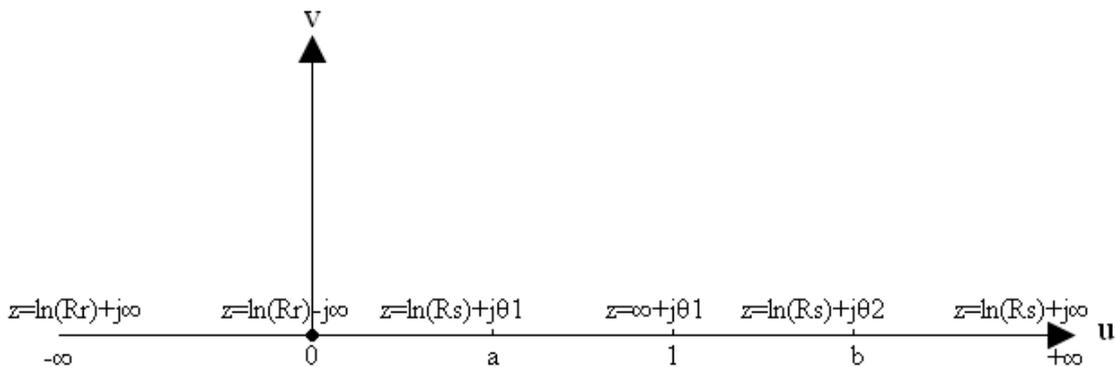
La valeur de  $\omega$  en chacun des coins A, B et C doit être positive parce que ces points se trouvent entre  $\omega = 0$  et  $\omega = \infty$ . Le choix des valeurs suivantes peut être fait : au point A soit  $\omega = a$  ; au point C,  $\omega = 1$  et au point B,  $\omega = b$ . Les valeurs  $a$  et  $b$  ne seront pas indépendantes parce qu'il y a un seul rapport défini dans le plan Z [ZAR04]. Le plan  $W$  est montré dans Figure (III.05).

Puisque l'ouverture du polygone sera faite dans le coin où  $\ln(z) = \infty$ , c.-à-d.  $\omega = \infty$ , ce dernier ne prendra aucune partie dans la transformation. Les angles, aux coins A et B,

seront  $\alpha = \beta = 3\pi/2$ . Les angles, aux coins C et D, sont nuls. Puisqu'il y a quatre coins à être ouverts, la transformation de Schwarz-Christoffel aura la forme suivante :



**Figure (III.04).** Représentation de l'ouverture de l'encoche dans le plan Z, et les valeurs de  $\omega$  dans chaque coin



**Figure (III.05).** Représentation de l'ouverture de l'encoche dans le plan W

$$\frac{dz}{d\omega} = A(\omega - a)^{\frac{\alpha}{\pi}-1}(\omega - b)^{\frac{\beta}{\pi}-1}(\omega - c)^{\frac{\gamma}{\pi}-1}(\omega - d)^{\frac{\delta}{\pi}-1} \tag{III.05}$$

Après la substitution des valeurs de  $\omega$  et des angles aux coins dans l'Equation (III.05), la transformation du plan Z dans la moitié supérieure du plan W devient :

$$\frac{dz}{d\omega} = A \frac{(\omega - a)^{\frac{1}{2}}(\omega - b)^{\frac{1}{2}}}{(\omega - 1)\omega} \quad (\text{III.06})$$

Les constantes  $A$ ,  $a$  et  $b$  peuvent, maintenant, être déterminées avant l'intégration de l'Equation (III.06). La valeur de  $A$  peut être trouvée en utilisant la méthode d'intégration tout le long d'un grand demi-cercle dans le plan  $W$ . Dans le plan  $Z$ , la distance entre les surfaces où la partie imaginaire de  $z$  tend vers l'infinie devient une valeur constante  $g'$ . La valeur de l'intégration à travers l'entrefer est  $-g'$  en tous les points après que  $\omega = b$ . Dans le plan  $W$ , le chemin d'intégration est tout le long d'un grand demi-cercle de rayon  $R$  d'une valeur arbitraire. En coordonnées polaires les points, sur le demi-cercle, sont les suivants :

$$\omega = Re^{j\theta}, \quad \text{donc} \quad d\omega = jRe^{j\theta} d\theta \quad (\text{III.07})$$

En les substituant dans l'Equation (III.06), on aura :

$$\int dz = \int_0^\pi \frac{A(Re^{j\theta} - a)^{\frac{1}{2}}(Re^{j\theta} - b)^{\frac{1}{2}}}{Re^{j\theta}(Re^{j\theta} - 1)} jRe^{j\theta} d\theta \quad (\text{III.08})$$

Lorsque  $R \rightarrow \infty$  :

$$\int dz = \int_0^\pi \frac{A(Re^{j\theta} Re^{j\theta})^{\frac{1}{2}}}{Re^{j\theta} Re^{j\theta}} jRe^{j\theta} d\theta = \int_0^\pi jA d\theta = j\pi A \quad (\text{III.09})$$

Dans le plan  $Z$  :  $\int dz = -g'$  donc :

$$A = j \frac{g'}{\pi} \quad (\text{III.10})$$

Une intégration similaire peut être effectuée dans la zone où la partie imaginaire de  $z$  tend vers l'infini négatif, c.à.d. où  $\omega = 0$ , mais cette fois avec un rayon  $r$  arbitrairement petit [ZAR04]. La valeur de l'intégrale dans le plan  $Z$  à travers l'entrefer est toujours  $-g'$  :

$$\omega = re^{j\theta}, \quad \text{donc} \quad d\omega = jre^{j\theta} d\theta \quad (\text{III.11})$$

$$\int dz = \int_0^\pi \frac{A(re^{j\theta} - a)^{\frac{1}{2}}(re^{j\theta} - b)^{\frac{1}{2}}}{re^{j\theta}(re^{j\theta} - 1)} jre^{j\theta} d\theta \quad (\text{III.12})$$

Pour des valeurs de  $r$  tendant vers zéro :

$$\int dz = \int_0^\pi - \frac{A(ab)^{\frac{1}{2}}}{re^{j\theta}(-1)} jre^{j\theta} d\theta = \int_0^\pi jA(ab)^{\frac{1}{2}} d\theta = j \cdot j \frac{g'}{\pi} (ab)^{\frac{1}{2}} \pi = -g'(ab)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{III.13})$$

Puisque  $\int dz = -g'$ , donc on a :

$$(ab)^{\frac{1}{2}} = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{a} \quad (\text{III.14})$$

En remplaçant l'Equation (III.10) dans l'Equation (III.06) on obtient :

$$dz = j \frac{g'(\omega - a)^{\frac{1}{2}}(\omega - b)^{\frac{1}{2}}}{\omega(\omega - 1)\omega} d\omega \quad (\text{III.15})$$

D'où

$$z = j \frac{g'}{\omega} \int \frac{(\omega - a)^{\frac{1}{2}}(\omega - b)^{\frac{1}{2}}}{(\omega - 1)\omega} d\omega \quad (\text{III.16})$$

Un petit changement est nécessaire pour simplifier cette dernière équation :

$$p^2 = \frac{\omega - b}{\omega - a} \quad (\text{III.17})$$

Alors :

$$\omega = \frac{ap^2 - b}{p^2 - 1} \quad (\text{III.18})$$

Ainsi, l'Equation (III.16) devient :

$$z = j \frac{2g'}{\pi} \int \frac{(b - a)^2 p^2}{a(1 - a)(p^2 - 1)(p^2 - b^2)(p^2 + b)} dp \quad (\text{III.19})$$

On remplace  $a$  par  $1/b$ , on aboutit à :

$$z = j \frac{2g'}{\pi} \int \left( \frac{1}{(1 - p^2)} - \frac{b}{(b^2 - p^2)} - \frac{b - 1}{(p^2 + b)} \right) dp \quad (\text{III.20})$$

L'utilisation des Tableaux **[BEY81]** permet de déterminer la solution suivante :

$$z = j \frac{g'}{\pi} \left[ \ln \left| \frac{1 + p}{1 - p} \right| - \ln \left| \frac{b + p}{b - p} \right| - \frac{2(b - 1)}{\sqrt{b}} \arctan \frac{p}{\sqrt{b}} \right] + C_1 \quad (\text{III.21})$$

La constante d'intégration selon l'Equation (III.21) peut être déterminée en prenant la valeur de  $z$  dans l'un des coins calculés selon l'Equation (III.21) qui est elle-même égale à la valeur de  $z$  (**Figure (III.04)**). Lorsque  $p = 0$   $z$  devient :

$$z = j \frac{g'}{\pi} \left[ \ln|1| - \ln|1| - \frac{2(b-1)}{\sqrt{b}} \arctan 0 \right] + C_1 = C_1 \quad (\text{III.22})$$

D'après l'Equation (III.17), lorsque  $p$  devient nul,  $\omega = b$ . De la **Figure (III.04)** :

$$C_1 = \ln(R_s) + j\theta_2 \quad (\text{III.23})$$

Lorsque  $\omega \rightarrow a$ ,  $p \rightarrow \infty$  :

$$z = \lim_{p \rightarrow \infty} \left\{ j \frac{g'}{\pi} \left[ \ln \left| \frac{1+p}{1-p} \right| - \ln \left| \frac{b+p}{b-p} \right| - \frac{2(b-1)}{\sqrt{b}} \arctan \frac{p}{\sqrt{b}} \right] + \ln(R_s) + j\theta_2 \right\} \quad (\text{III.24})$$

$$z = j \frac{g'}{\pi} \left[ \ln(-1) - \ln(-1) - \frac{2(b-1)}{\sqrt{b}} \arctan \infty \right] + \ln(R_s) + j\theta_2 \quad (\text{III.25})$$

$$z = -j \frac{g'}{\pi} \frac{2(b-1)\pi}{\sqrt{b}} + \ln(R_s) + j\theta_2 = -jg' \frac{(b-1)}{\sqrt{b}} + \ln(R_s) + j\theta_2 \quad (\text{III.26})$$

D'après la **Figure (III.04)**, au point A où  $z = \ln(R_s)$ ,  $\omega = a$  d'où :

$$-jg' \frac{b-1}{\sqrt{b}} + \ln(R_s) + j\theta_2 = \ln(R_s) + j\theta_1 \quad (\text{III.27})$$

$$jg' \frac{b-1}{\sqrt{b}} = -(\theta_2 - \theta_1) = -b'_0 \quad (\text{III.28})$$

Donc :

$$b = \left[ \frac{b'_0}{2g'} + \sqrt{\left( \frac{b'_0}{2g'} \right)^2 + 1} \right]^2 \quad (\text{III.29})$$

### III.2.3. Transformation du plan T au plan W

Afin de déterminer la distribution du champ dans la région de l'entrefer, on fait une autre transformation dans le plan T (**Figure (III.06)**). L'ouverture de l'encoche dans ce plan représente deux surfaces dont la distance tend vers l'infini dans toutes les directions. Notons que les points caractéristiques comptés 1 et 2 n'ont pas les mêmes coordonnées angulaires  $\theta = 0$  (**Figure (III.03)**) [ZAR04, ZAR04, BOU08, BLC08]. Idem pour les points 5 et 6, lesquels n'ont pas, également, les mêmes coordonnées angulaires  $\theta = \theta_s$ . Cette différence sera explorée avec plus de détails au cours de ce chapitre.

D'après l'Equation de Schwartz-Christoffel, le passage du plan T au plan W est donné comme suit :

$$\frac{dt}{d\omega} = A_1(\omega - a_1)^{\frac{\alpha_1}{\pi}-1} \quad (\text{III.30})$$

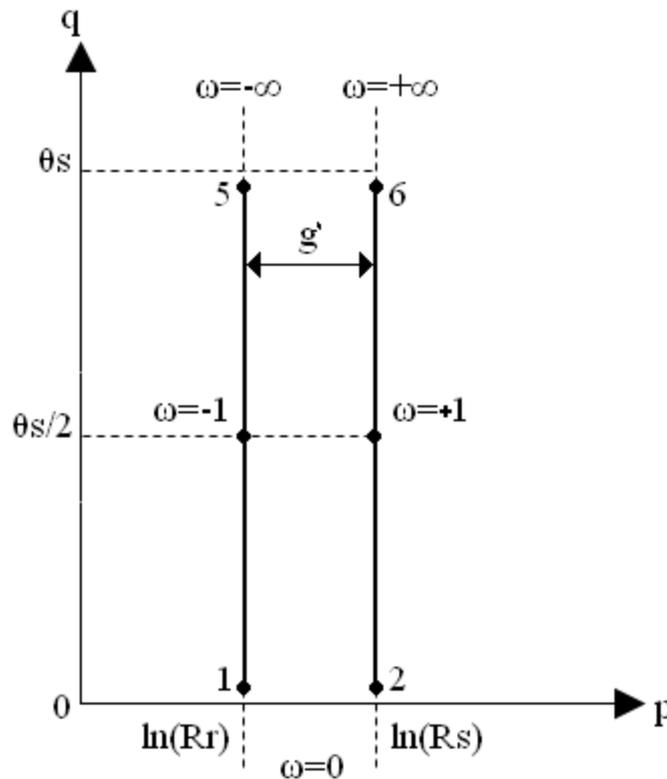
Si le polygone est ouvert au coin où  $\omega = a_1 = 0$ , l'Equation (III.30) devient :

$$dt = \frac{A_1}{\omega} d\omega \quad (\text{III.31})$$

Après intégration, on obtient :

$$t = A_1 \ln(\omega) + B_1 \quad (\text{III.32})$$

Les constantes  $A_1$  et  $B_1$  peuvent être déterminées aux points marqués sur la **Figure (III.06)** où  $\omega = -1$  et  $\omega = 1$ . d'après l'Equation (III.32) :



**Figure (III.06).** Représentation de l'ouverture de l'encoche dans le plan T

$$\ln(R_r) + j\frac{\theta_s}{2} = A_1 \ln(-1) + B_1 = j\pi A_1 + B_1 \quad (\text{III.33})$$

$$\ln(R_s) + j\frac{\theta_s}{2} = A_1 \ln(1) + B_1 = B_1 \quad (\text{III.34})$$

A partir des Equations (III.33) et (III.34), on obtient :

$$A_1 = \frac{1}{j\pi} \ln\left(\frac{R_r}{R_s}\right) = j \frac{g'}{\pi} \quad (\text{III.35})$$

$$B_1 = \ln(R_s) + j \frac{\theta_s}{2} \quad (\text{III.36})$$

Il est évident que la valeur  $A_1$  dépend de la distance  $g'$  entre les deux surfaces dans le plan T. La transformation (III.32) devient alors :

$$t = j \frac{g'}{\pi} \ln(\omega) + \ln(R_s) + j \frac{\theta_s}{2} \quad (\text{III.37})$$

### III.2.4. Transformation du plan T au plan K

La dernière transformation change les deux surfaces parallèles (**Figure (III.06)**) en une forme circulaire. Pour accomplir cela, une transformation exponentielle est utilisée selon la forme suivante :

$$k = e^t \quad (\text{III.38})$$

La forme qui résulte de l'Equation (III.38) est montrée par la **Figure (III.07)**. La prochaine étape est de transformer la solution du champ dans le plan K au plan S où les encoches existent.

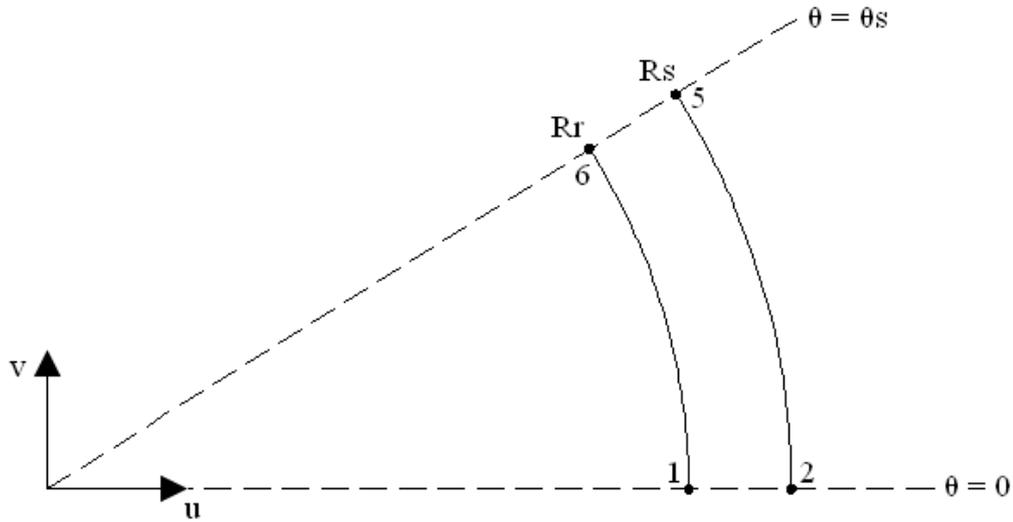
### III.2.5. Calcul du champ dans le plan S

D'après la théorie des nombres complexes, on sait que n'importe quelle fonction de variable complexe  $s = m + jn$  dans le plan S satisfait l'Equation de Laplace [**GIB58**]. Cette fonction est dite : fonctions conjuguées. Soit  $k = u(m, n) + j.v(m, n)$  une fonction quelconque de  $s = m + jn$ , donc les fonctions  $u$  et  $v$  vont satisfaire l'Equation de Laplace :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial m^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial n^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 v}{\partial m^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial n^2} = 0 \quad (\text{III.39})$$

De plus, ces fonctions vont satisfaire aussi les conditions de Cauchy-Riemann :

$$\frac{\partial u}{\partial m} = \frac{\partial v}{\partial n} \quad \frac{\partial v}{\partial m} = -\frac{\partial u}{\partial n} \quad (\text{III.40})$$



**Figure (III.07). Représentation de l'ouverture de l'encoche dans le plan K**

Si  $\varphi(m, n)$  est la fonction du potentiel scalaire dans le plan S et si  $\psi(u, v)$  est la transformation de celle-ci dans le plan T, on peut écrire [HAZ97] :

$$\varphi(m, n) = \psi[u(m, n), v(m, n)] \quad (\text{III.41})$$

L'intensité du champ dans le plan S est égale au gradient négatif du potentiel magnétique scalaire c'est-à-dire :

$$H_s = H_m + jH_n = -\frac{\partial \varphi}{\partial m} - j \frac{\partial \varphi}{\partial n} \quad (\text{III.42})$$

Dans le plan K :

$$H_k = H_u + jH_v = -\frac{\partial \psi}{\partial u} - j \frac{\partial \psi}{\partial v} \quad (\text{III.43})$$

D'après la condition (III.41), on aboutit à :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial m} = \frac{\partial \psi}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial m} + \frac{\partial \psi}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial m} \quad (\text{III.44})$$

Et à :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = \frac{\partial \psi}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial n} + \frac{\partial \psi}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial n} \quad (\text{III.45})$$

En combinant les Equations (III.42), (III.43), (III.44) et (III.45), on obtient :

$$H_s = H_u \frac{\partial u}{\partial m} + H_v \frac{\partial v}{\partial m} + j \left( H_u \frac{\partial u}{\partial n} + H_v \frac{\partial v}{\partial n} \right) \quad (\text{III.46})$$

En appliquant les conditions de Cauchy-Riemann, l'Equation (III.46) devient :

$$H_s = (H_u + jH_v) \left( \frac{\partial u}{\partial m} - j \frac{\partial v}{\partial m} \right) = H_k \left( \frac{\partial u}{\partial m} - j \frac{\partial v}{\partial m} \right) \quad (\text{III.47})$$

Puisque  $k = u(m; n) + jv(m; n) = k(s)$ , alors :

$$\frac{\partial k}{\partial m} = \frac{\partial u}{\partial m} + j \frac{\partial v}{\partial m} = \frac{\partial k}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial m} = \frac{\partial k}{\partial s} \quad (\text{III.48})$$

D'où le conjugué de  $\frac{\partial k}{\partial s}$  qui est :

$$\left( \frac{\partial k}{\partial s} \right)^* = \left( \frac{\partial u}{\partial m} + j \frac{\partial v}{\partial m} \right)^* = \frac{\partial u}{\partial m} - j \frac{\partial v}{\partial m} \quad (\text{III.49})$$

Si l'Equation (III.49) est intégrée dans l'Equation (III.47), alors celle qui transforme la solution du champ du plan  $k$  au plan  $S$  s'écrit comme suit :

$$H_s = H_k \left( \frac{\partial k}{\partial s} \right)^* \quad (\text{III.50})$$

$$B_s = B_k \left( \frac{\partial k}{\partial s} \right)^* \quad (\text{III.51})$$

La dérivée partielle  $\frac{\partial k}{\partial s}$  s'exprime par :

$$\frac{\partial k}{\partial s} = \frac{\partial k}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial s} = \frac{\partial k}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial \omega} \frac{\partial \omega}{\partial s} = \frac{\partial k}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial \omega} \frac{\partial \omega}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial s} \quad (\text{III.52})$$

Les dérivées partielles dans l'Equation (III.52) sont définies par des transformations conformes entre les plans complexes correspondants :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial k}{\partial t} = e^t = e^{\ln k} = k \\ \frac{\partial t}{\partial \omega} = j \frac{g' 1}{\pi \omega} \\ \frac{\partial \omega}{\partial z} = -j \frac{\pi}{g'} \frac{(\omega - 1)\omega}{(\omega - a)^{\frac{1}{2}}(\omega - b)^{\frac{1}{2}}} \\ \frac{\partial z}{\partial s} = \frac{1}{s} \end{array} \right. \quad (\text{III.53})$$

La substitution des Equations (III.52) et (III.53) dans l'Equation (III.51) donne :

$$B_s = B_k \left[ k^j \frac{g'}{\pi \omega} (-j) \frac{\pi}{g'} \frac{(\omega - 1)\omega}{(\omega - a)^{\frac{1}{2}}(\omega - b)^{\frac{1}{2}}} \frac{1}{s} \right]^* \quad (\text{III.54})$$

$$= B_k \left[ \frac{k}{s} \frac{(\omega - 1)}{(\omega - a)^{\frac{1}{2}}(\omega - b)^{\frac{1}{2}}} \right]^* \quad (\text{III.55})$$

La partie de l'Equation (III.55) qui est multipliée par  $B_k$  peut être définie comme la perméance relative complexe de l'entrefer  $\lambda$ . L'équation (III.55) devient alors :

$$B_s = B_k \lambda^* \quad (\text{III.56})$$

$B_k$  est l'induction calculée dans le cas où le stator est lisse:

$$\lambda = \left[ \frac{k}{s} \frac{(\omega - 1)}{(\omega - a)^{\frac{1}{2}}(\omega - b)^{\frac{1}{2}}} \right] \quad (\text{III.57})$$

Puisque  $k$  est une fonction de  $t$  qui est à son tour fonction de  $\omega$ , et  $s$  la coordonnée connue dans la géométrie actuelle qui est aussi fonction de  $\omega$ , donc, la perméance complexe est indirectement une fonction non linéaire de  $\omega$ . Le problème majeur est que  $\omega$  soit lié à  $z$  par une Equation (III.21) non linéaire. Pour évaluer l'induction en un certain point géométrique dans l'entrefer encoché dans le plan  $S$ , alors, la valeur de  $z$  qui correspond à ce point dans le plan  $Z$  peut être calculée simplement en sachant que  $z = \ln(s)$ .

Toutefois, la valeur de  $\omega$  qui correspond à la valeur de  $z$  ne peut être calculée explicitement à partir de l'Equation (III.21) (fonction non linéaire de  $\omega$ ). Pour cette raison, une technique itérative est exigée pour résoudre ce genre d'équations non linéaires et déterminer la valeur de  $\omega$ . L'algorithme de l'optimisation des moindres carrés non linéaires construit dans MATLAB (fonction `lsqnonlin`) a été utilisé pour résoudre ce problème. La norme résiduelle minimisée est définie comme suit :

$$\|F\| = [Re(z - z(\omega))]^2 + [Im(z - z(\omega))]^2 \quad (\text{III.58})$$

Où  $z$  est la valeur actuelle, et  $z(\omega)$  est la valeur calculée à partir de l'Equation (III.21).

Puisque  $\lambda$  est un nombre complexe, donc, on peut l'écrire sous la forme suivante :

$$\lambda = \lambda_a + j\lambda_b \quad (\text{III.59})$$

On peut écrire aussi l'Expression (III.59) sous forme de séries de Fourier, comme suit :

$$\lambda_a(r, \theta) = \lambda_0(r) + \sum_{n=1}^{N_\lambda} \lambda_{an}(r, \theta) \cos(nN_e \theta) \quad (\text{III.60})$$

$$\lambda_b(r, \theta) = \sum_{n=1}^{N_\lambda} \lambda_{bn}(r, \theta) \sin(nN_e \theta) \quad (\text{III.61})$$

$N_\lambda$  est l'ordre maximal des harmoniques.

### III.3. Distribution du champ magnétique dans la surface encochée

La distribution du champ dans la zone de l'entrefer encochée peut maintenant être calculée en multipliant la perméance relative complexe de l'entrefer par l'induction calculée dans le chapitre précédent (**Figures (II.06 et III.08)**) :

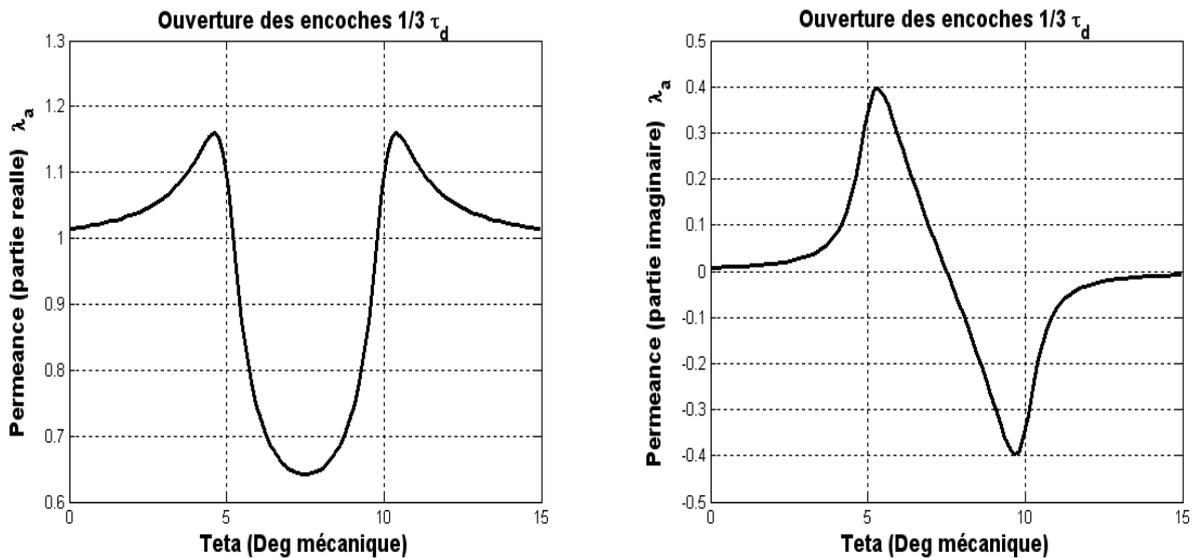
$$B_{Sr} = \text{Re}(B_k \lambda^*) = \text{Re}[(B_r + jB_\theta)(\lambda_a - j\lambda_b)] = B_r \lambda_a + B_\theta \lambda_b \quad (\text{III.62})$$

$$B_{S\theta} = \text{Im}(B_k \lambda^*) = \text{Im}[(B_r + jB_\theta)(\lambda_a - j\lambda_b)] = B_\theta \lambda_a - B_r \lambda_b \quad (\text{III.63})$$

$B_r$  et  $B_\theta$  sont respectivement les inductions radiale et tangentielle dans le cas où le stator est lisse.

$B_{Sr}$  et  $B_{S\theta}$  sont respectivement les inductions radiale et tangentielle dans le cas où le stator est encoché.

On constate que la perméance  $\lambda$  est une fonction de  $\lambda_a$  et  $\lambda_b$  contrairement aux autres résultats issus de la méthode classique [KIM91, ZHU93, AZO02, BOG03, WAN03] où on suppose que les valeurs de la perméance  $\lambda$  sont toujours de valeurs réelles. Cette méthode ne permet pas de calculer l'induction tangentielle dans le cas où le stator est encoché.

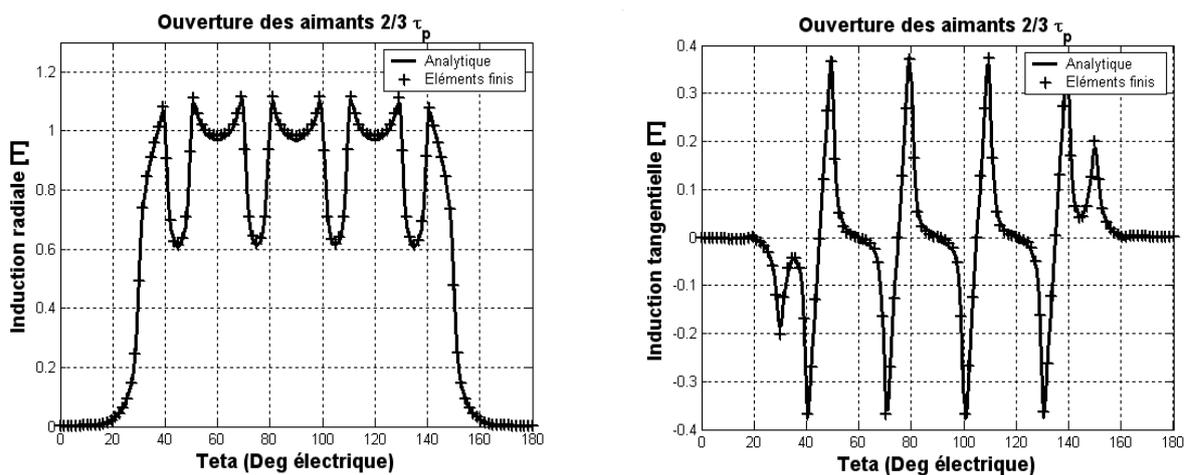


**Figure (III.08). Représentation des perméance réelle et imaginaire au niveau de l'entrefer  $(R_1+R_2)/2$**

En toute rigueur, l'entrefer pour les machines à encoches n'est jamais complètement constant. La présence des encoches modifie localement l'épaisseur de l'entrefer. La réluctance, au niveau de l'entrefer dans les machines électriques, dépend généralement de la structure géométrique du stator et du rotor. La présence des encoches permet d'augmenter la réluctance magnétique ce qui engendre une diminution de la valeur moyenne de la perméance ( $\lambda_a$ ). La minimisation de la réluctance sera effectuée en insérant des cales magnétiques au dessous de chaque encoche. La perméabilité des cales est choisie de telle sorte qu'elle ne soit pas trop grande (ordre de dizaines de fois la perméabilité de l'air) sinon les lignes de champ ne traversent pas les encoches et par conséquent, il y aura une diminution du flux.

Les **Figures (III.09, III.10, III.11, III.12)** représentent les différentes formes des inductions radiale et tangentielle  $B_{sr}, B_{s\theta}$  en considérant que les enroulements du stator ne sont pas alimentés (fonctionnement à vide). Les résultats des inductions obtenues sont fortement influencés par la présence des encoches. Ils sont totalement différents à ceux obtenus au chapitre précédent (chapitre II). Le pire des cas, est qu'on remarque que la valeur moyenne de l'induction radiale, sur un pas polaire, est réduite et par conséquent entraîne une diminution du couple électromagnétique. En outre, on remarque une augmentation au niveau de l'induction tangentielle, ce qui produit la naissance des contraintes magnétiques.

Malgré qu'on ait supposé que la profondeur des encoches tend vers l'infini, on a toutefois obtenu une bonne concordance entre les résultats analytiques et les résultats numériques.



**Figure (III.09). Représentations spatiales des inductions radiale et tangentielle dues aux aimants au niveau de l'entrefer  $(R_1+R_2)/2$ , (Aimantation radiale)**

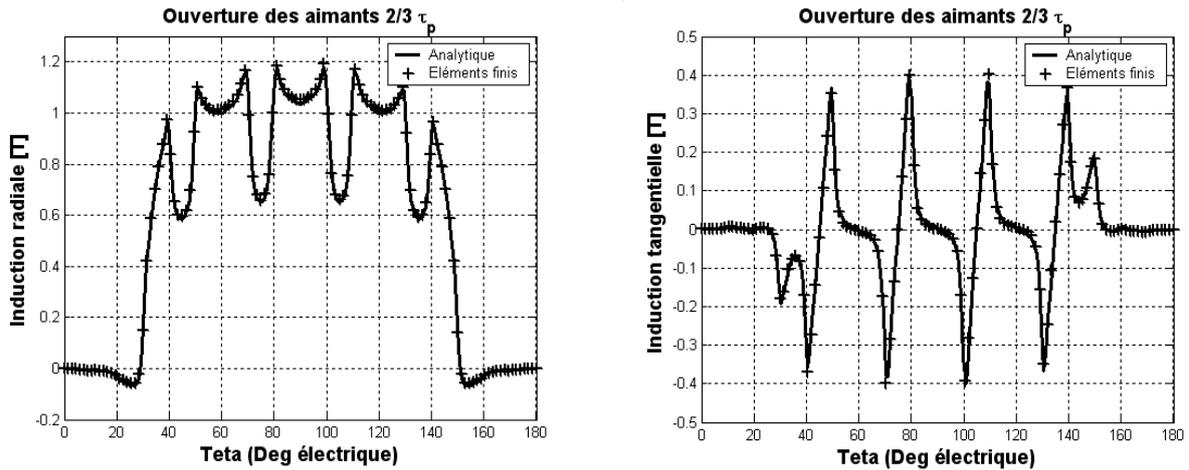
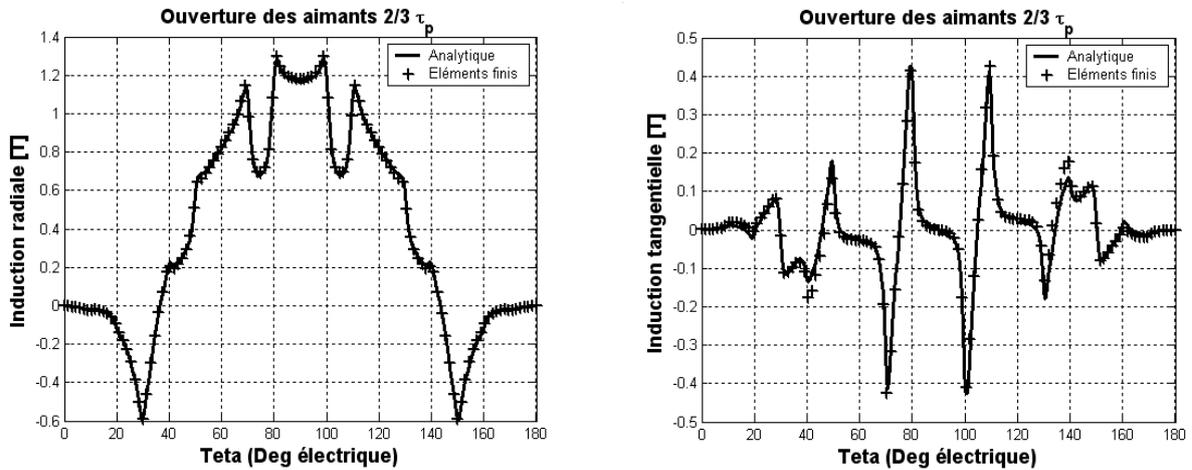
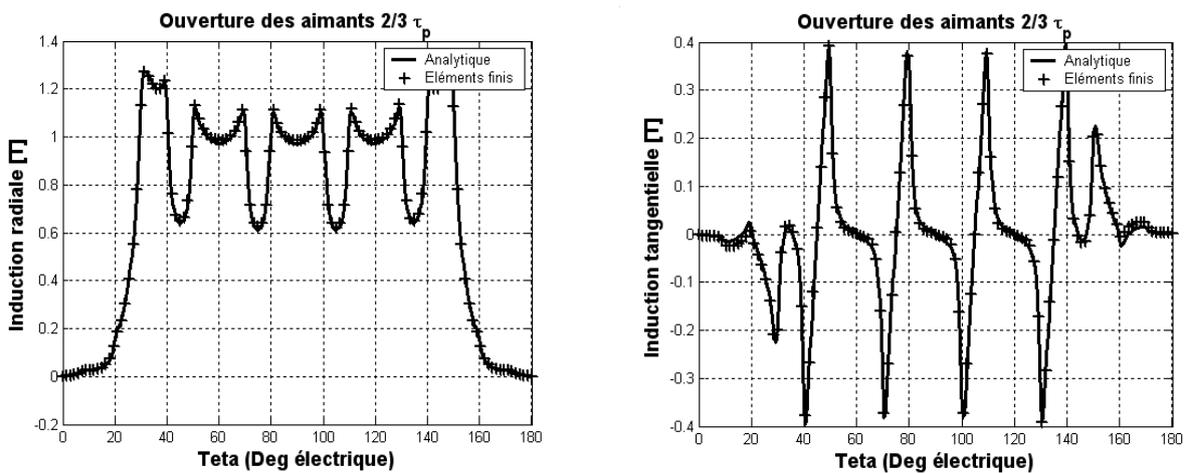


Figure (III.10). Représentations spatiales des inductions radiale et tangentielle dues aux aimants au niveau de l'entrefer  $(R_1+R_2)/2$ , (Aimantation parallèle)

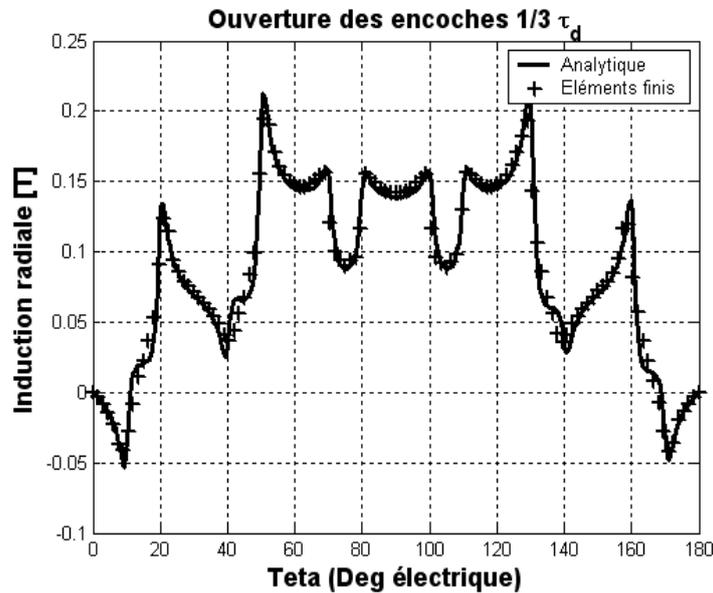


Figures (III.11). Représentations spatiales des inductions radiale et tangentielle dues aux aimants au niveau de l'entrefer  $(R_1+R_2)/2$ , (Aimantation sinusoïdale)

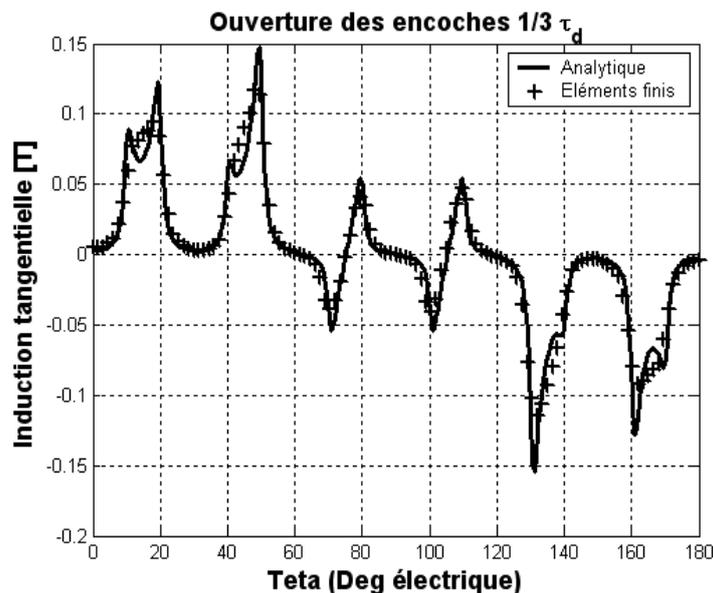


Figures (III.12). Représentations spatiales des inductions radiale et tangentielle dues aux aimants au niveau de l'entrefer  $(R_1+R_2)/2$ , (Aimantation mixte)

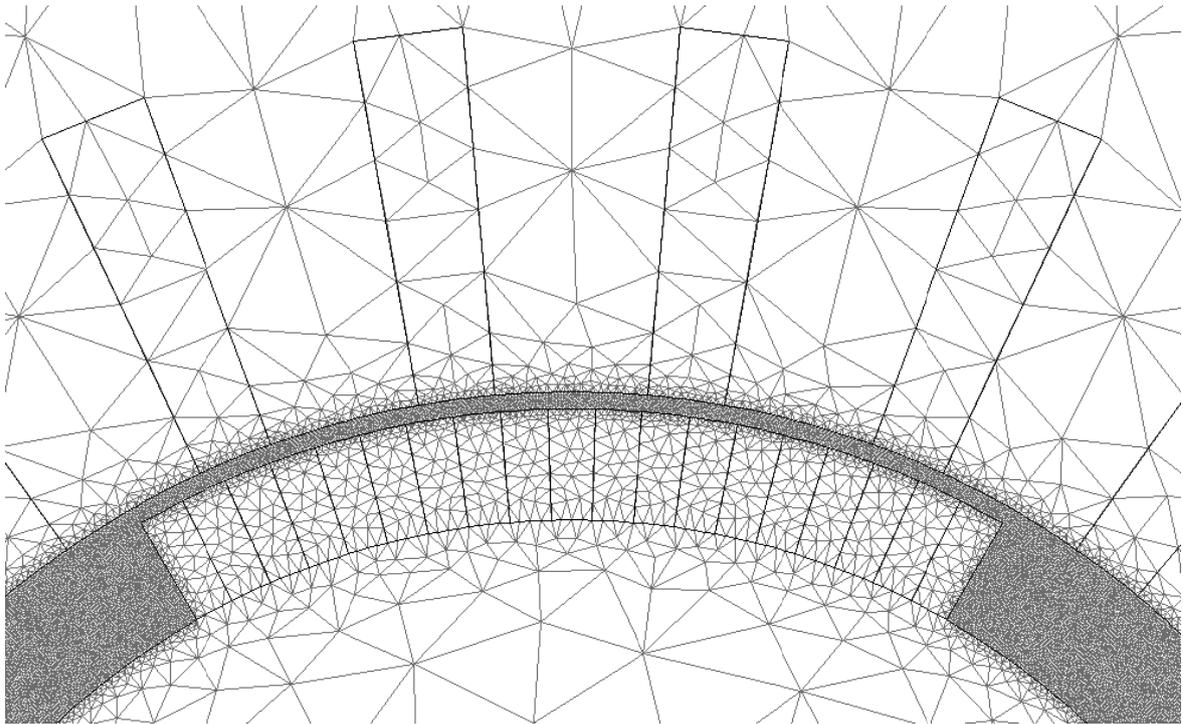
Le calcul de l'induction due aux courants ne diffère pas de celui de l'induction due aux aimants en respectant les mêmes Equations (III.62 et III.63), mais cette fois  $B_r$  et  $B_\theta$  sont respectivement les inductions radiale et tangentielle dues aux courants calculées au chapitre précédent.



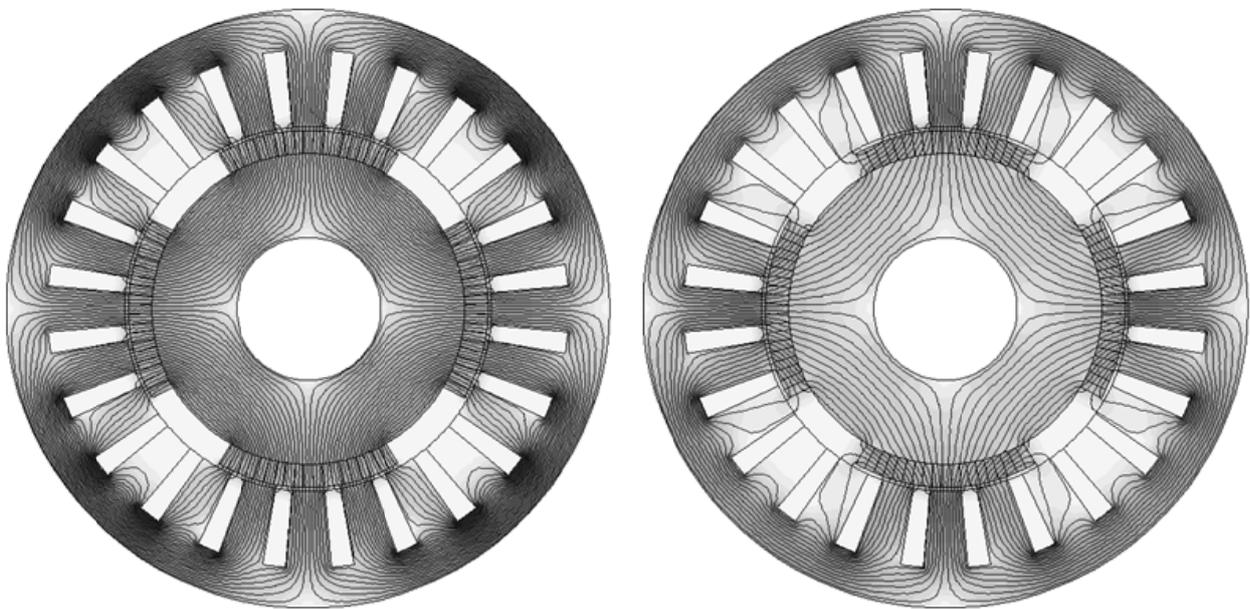
Figures (III.13). Représentation spatiale de l'induction radiale due aux courants au niveau de l'entrefer  $(R_1+R_2)/2$



Figures (III.14). Représentations spatiales des inductions tangentielle dues aux courants au niveau de l'entrefer  $(R_1+R_2)/2$



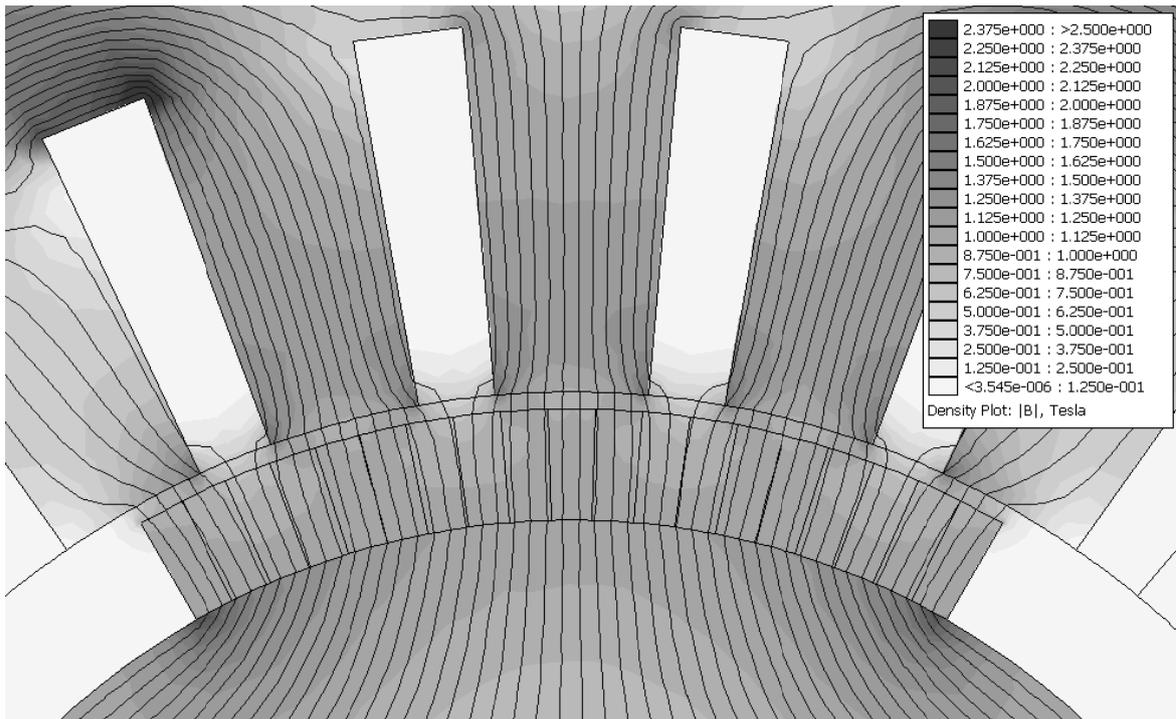
**Figure (III.15). Illustration du maillage dans la zone aimant+entrefer+encoches**



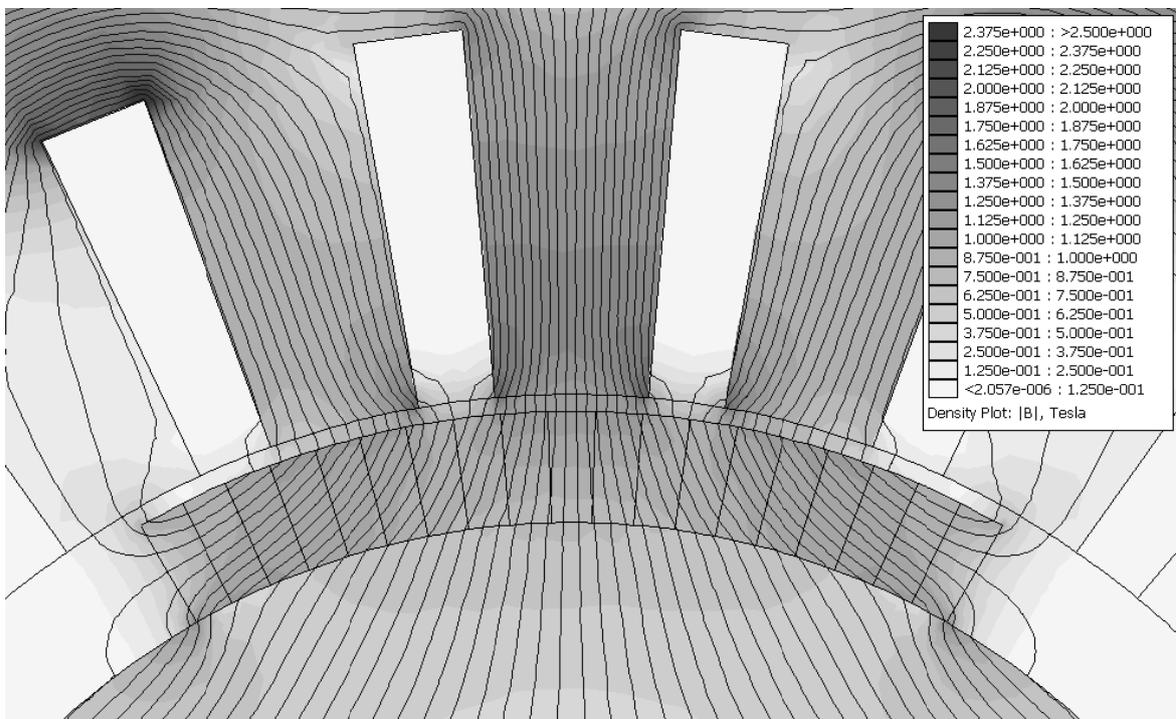
Aimantation radiale

Aimantation sinusoïdale

**Figures (III.16). Illustration des lignes de champs dues aux aimants (fonctionnement à vide)**



**Figure (III.17). Illustration de la densité de l'induction et des lignes de champs au niveau de la zone aimant+entrefer+encoches (Aimantation radiale)**



**Figure (III.18). Illustration de la densité de l'induction et des lignes de champs au niveau de la zone aimant+entrefer+encoches (Aimantation sinusoïdale)**

### III.4. Calculs de la force électromotrice et du couple électromagnétique

La force électromotrice peut être calculée à partir de la dérivée négative du flux comme suit :

$$E_c(t) = -N \frac{d\varphi_c(t)}{dt} \quad (\text{III.66})$$

Avec :

$$\varphi_c(t) = L_u R \int_{-\frac{\gamma_c}{2}}^{\frac{\gamma_c}{2}} B_{sr}(R, \theta, t) d\theta \quad (\text{III.67})$$

$$\gamma_c = y \frac{2\pi}{N_e}$$

y est le pas d'enroulement, et aussi le nombre d'encoches par section [ABS95]

Sachant que :

$$B_{sr}(r, \theta, t) = B_r(r, \theta, t)\lambda_a(r, \theta) + B_\theta(r, \theta, t)\lambda_b(r, \theta) \quad (\text{III.68})$$

$$B_{sr}(r, \theta, t) = \sum_{n=1,3,5\dots} B_{rn} \cos(np(\theta - \omega_r t)) \left[ \lambda_0 + \sum_{m=1}^{N_\lambda} \lambda_{an} \cos(mN_e(\theta - \theta_{\lambda_0})) \right] \quad (\text{III.69})$$

$$+ \sum_{n=1,3,5\dots} B_{\theta n} \sin(np(\theta - \omega_r t)) \sum_{m=1}^{N_\lambda} \lambda_{bn} \sin(mN_e(\theta - \theta_{\lambda_0}))$$

Où  $\theta_{\lambda_0}$  prend 0 ou  $\pi/N_e$ . Cette valeur dépend de la référence initiale de la perméance.

$$\varphi_c(t) = L_u R \sum_{n=1,3,5\dots} \cos(n(p\omega_r t - \alpha_0)) \left( \frac{2}{np} \lambda_0 B_{rn} \sin\left(np \frac{\gamma_c}{2}\right) \right. \quad (\text{III.70})$$

$$+ \sum_{m=1}^{N_\lambda} (B_{rn}\lambda_{an} - B_{\theta n}\lambda_{bn}) \frac{1}{np + mN_e} \sin\left((np + mN_e) \frac{\gamma_c}{2}\right) A_m$$

$$\left. + \sum_{m=1}^{N_\lambda} (B_{rn}\lambda_{an} + B_{\theta n}\lambda_{bn}) \frac{1}{np - mN_e} \sin\left((np - mN_e) \frac{\gamma_c}{2}\right) A_m \right)$$

$\alpha_0$  prend respectivement les valeurs 0 pour la phase A,  $2\pi/3$  pour la phase B et  $4\pi/3$  pour la phase C.

$$A_m \begin{cases} 1 & \text{si } \theta_{\lambda_0} = 0 \\ \cos(m\pi) & \text{si } \theta_{\lambda_0} = \pi/N_e \end{cases}$$

Dans le cas où  $np = mN_e$ , on remplace l'expression  $\frac{1}{np-mN_e} \sin\left((np-mN_e)\frac{\gamma_c}{2}\right)$  par  $\frac{\gamma_c}{2}$

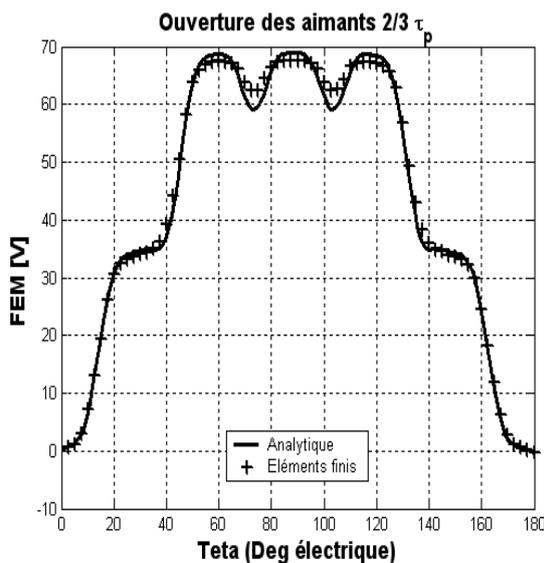
Donc, l'expression finale de la force électromotrice par phase s'écrit comme suit :

$$E_{phase}(t) = -N_s k_{bn} \frac{d\varphi_c(t)}{dt} \quad (III.71)$$

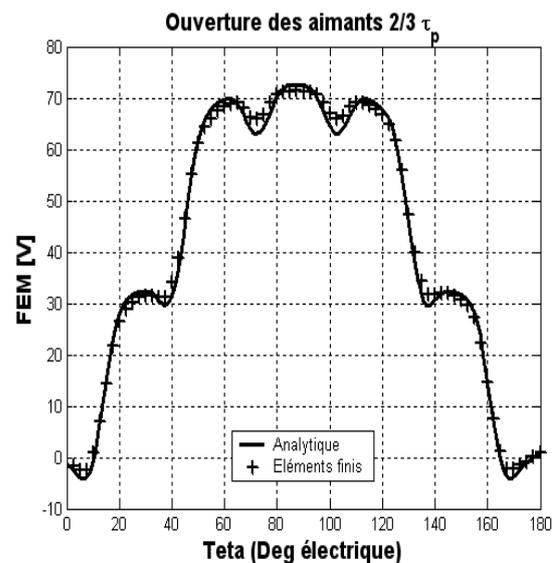
$$E_{phase}(t) = -N_s \omega_r L_u R \sum_{n=1,3,5\dots} k_{bn} \sin(n(p\omega_r t - \alpha_0)) \left( 2\lambda_0 B_{rn} \sin\left(np\frac{\gamma_c}{2}\right) + \sum_{m=1}^{N_\lambda} (B_{rn}\lambda_{an} - B_{\theta n}\lambda_{bn}) \frac{np}{np+mN_e} \sin\left((np+mN_e)\frac{\gamma_c}{2}\right) A_m + \sum_{m=1}^{N_\lambda} (B_{rn}\lambda_{an} + B_{\theta n}\lambda_{bn}) \frac{np}{np-mN_e} \sin\left((np-mN_e)\frac{\gamma_c}{2}\right) A_m \right) \quad (III.72)$$

$$\text{Avec : } N_s \begin{cases} N \frac{N_e}{6\alpha_p} \text{ (bobinage à une seule couche)} \\ N \frac{N_e}{3\alpha_p} \text{ (bobinage à deux couches)} \end{cases}$$

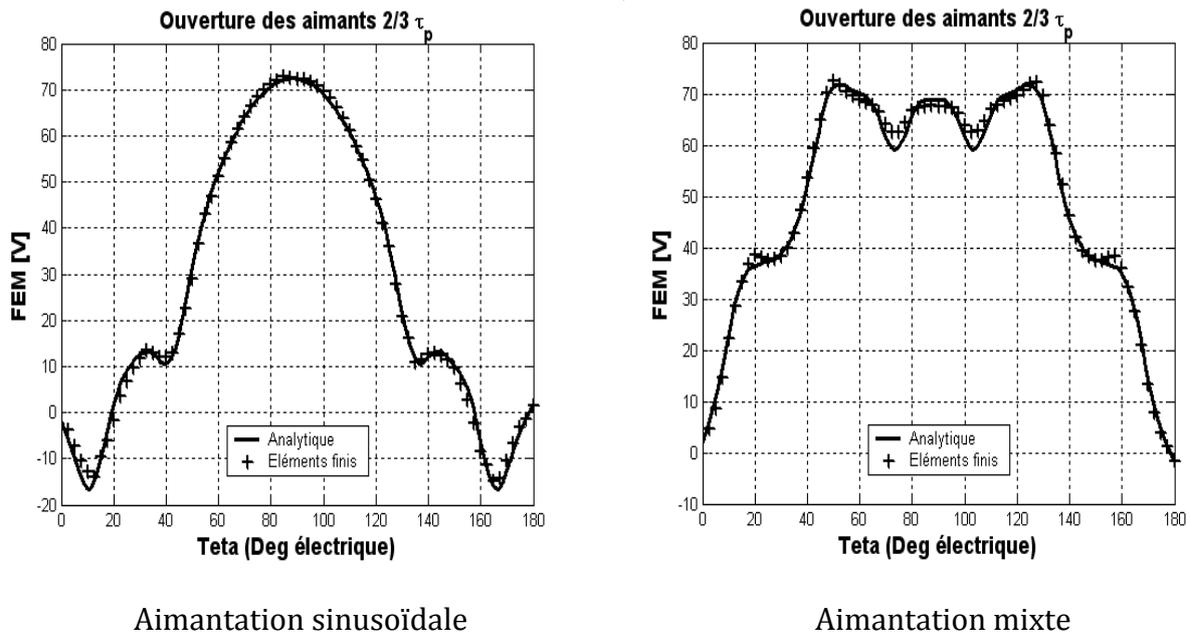
$\alpha_p$ : Représente le nombre de branches parallèles dont le but est de diminuer les chutes de tension dans les phases. La valeur de  $\alpha_p$  varie entre  $[0 \ 2p]$  [ABS95]



Aimantation radiale



Aimantation parallèle



Figures (III.19). Formes d'ondes de la force électromotrice par phase

Parmi les forces électromotrices obtenues (Figure (III.19)), celle qui dépend de l'aimantation sinusoïdale ne présente aucune ondulation au niveau de l'amplitude quelle que soit l'ouverture des aimants et/ou des encoches. La seule différence par rapport à celle obtenue au chapitre précédent (stator lisse) concerne la valeur efficace qui est à son tour légèrement infectée. On voit aussi qu'il y a une légère différence entre les résultats des calculs analytique et numérique. Cette différence dépend de la précision du maillage.

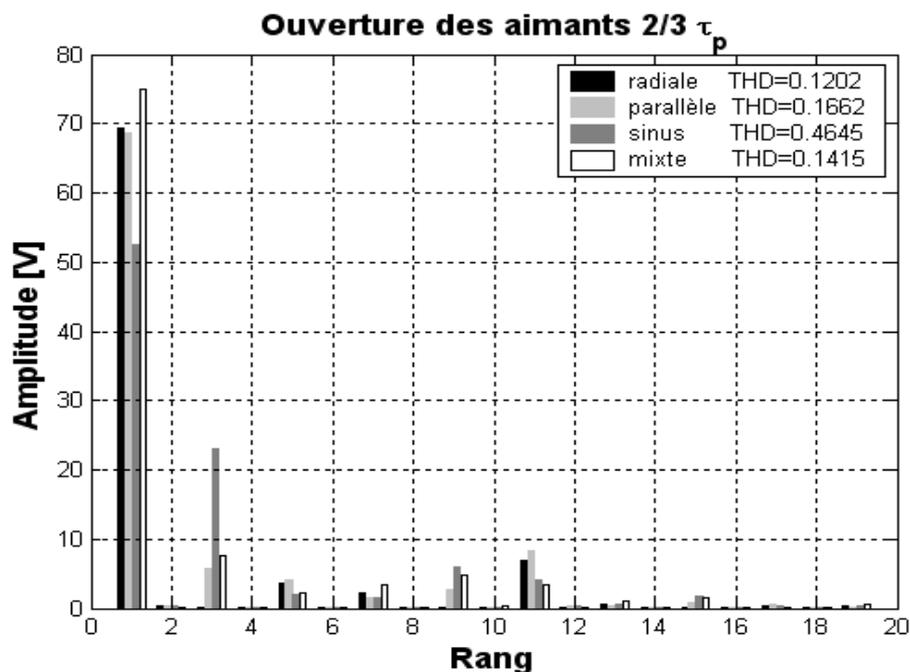
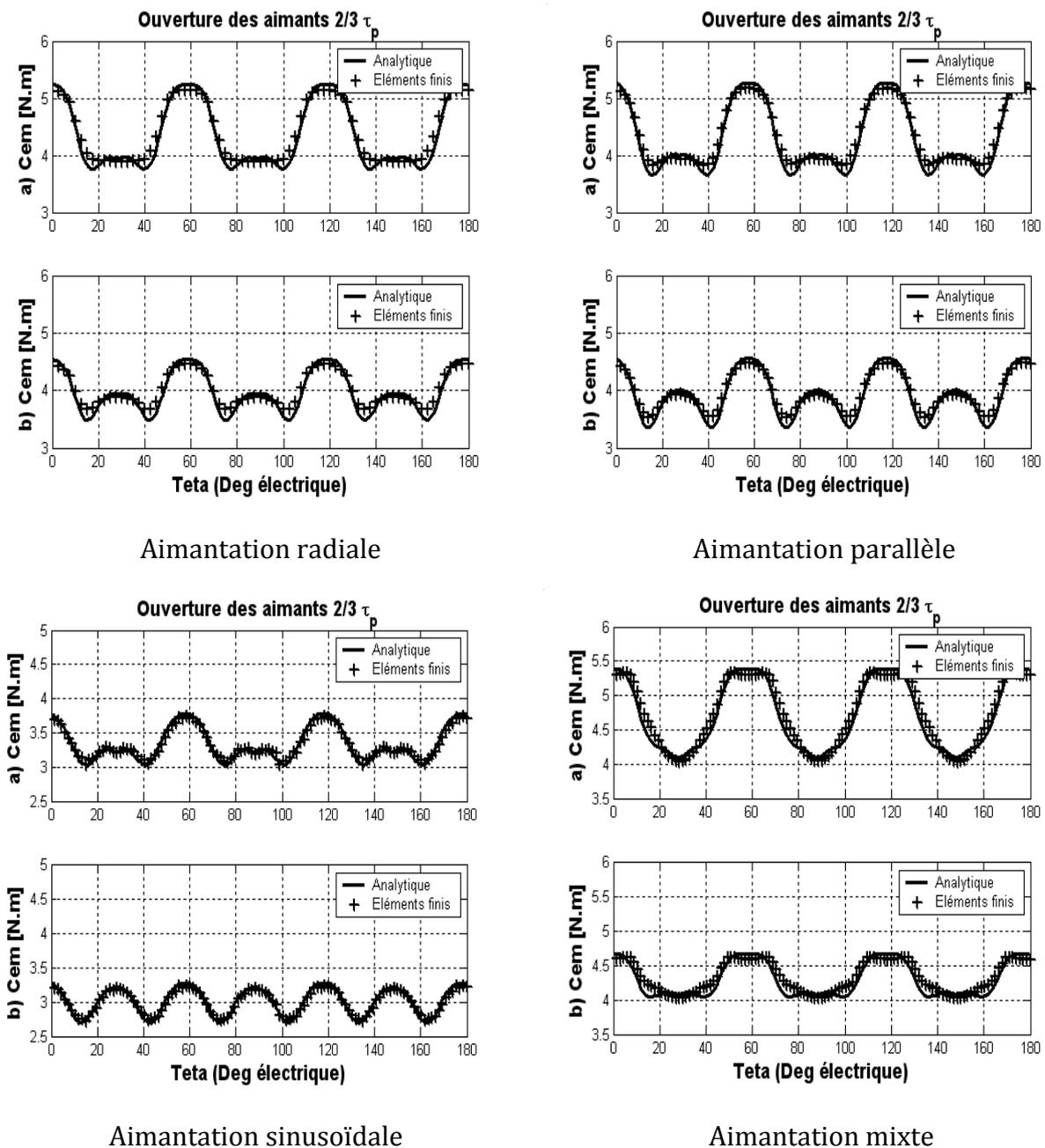


Figure (III.20). Spectres harmoniques de la force électromotrice (calcul analytique)

Le spectre de la force électromotrice (ouverture des aimants  $2/3\tau_p$ ) montre l'existence des harmoniques impaires de rang  $6m \mp 1$  et  $6m \mp 3$  quel que soit le sens de l'aimantation ; c'est la même remarque que celle relevée au chapitre précédent.

Le couple électromagnétique est calculé à partir de la puissance électromagnétique transmise à travers l'entrefer (Expression (II.84)) du chapitre précédent.

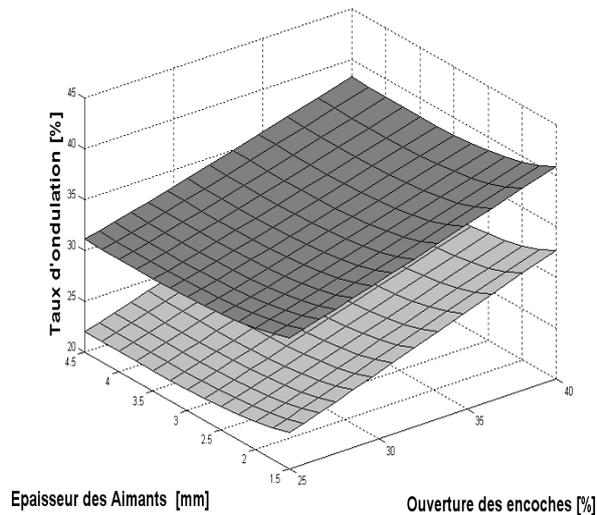


**Figures (III.21). Couple d'interaction pour différents sens d'aimantation**

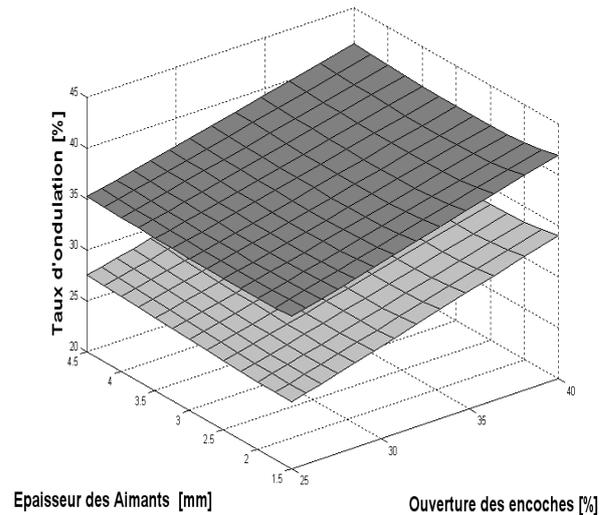
a) : Alimentation rectangulaire. b) : Alimentation sinusoïdale

### III.4.1. Influence des paramètres géométriques de la machine sur le taux d'ondulation du couple électromagnétique

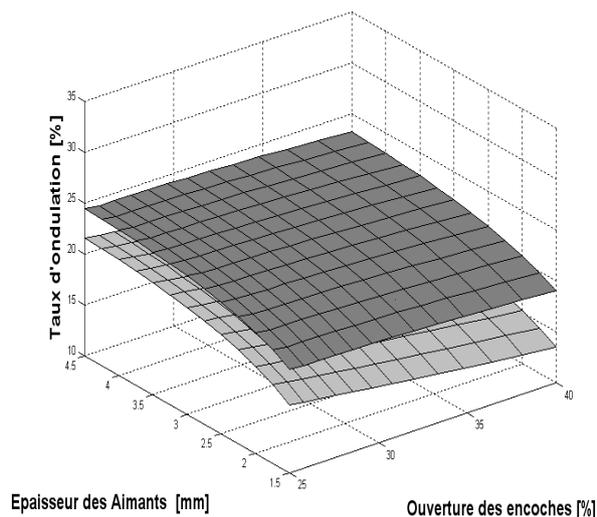
L'influence de l'ouverture des encoches sur le couple moyen demeure modeste quelle que soit la structure des aimants ou du mode d'alimentation. Par contre, pour le taux d'ondulation, cette influence semble plus significative.



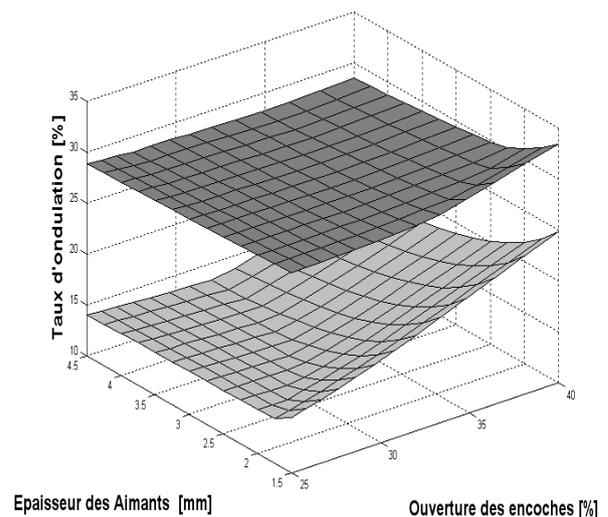
Aimantation radiale



Aimantation parallèle

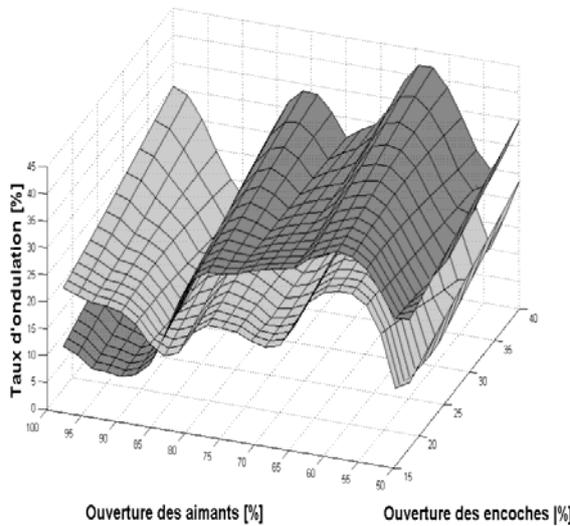


Aimantation sinusoïdale

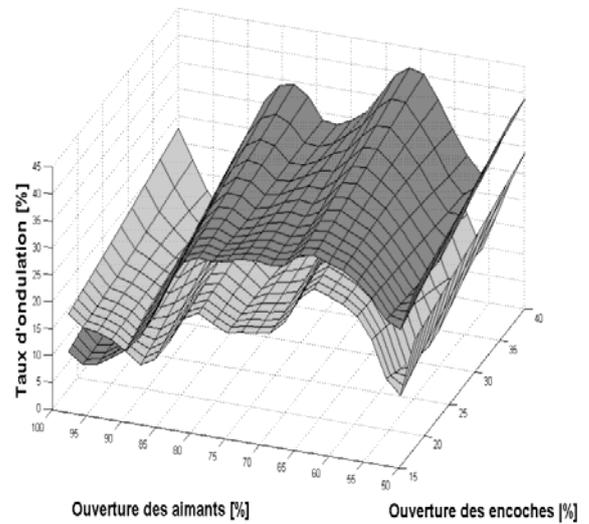


Aimantation mixte

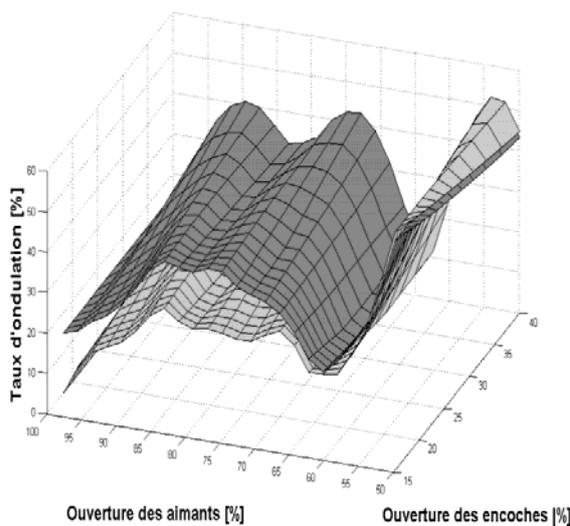
**Figure (III.22). Représentation de l'influence de l'ouverture des encoches et de l'épaisseur des aimants sur le taux d'ondulation du couple électromagnétique**



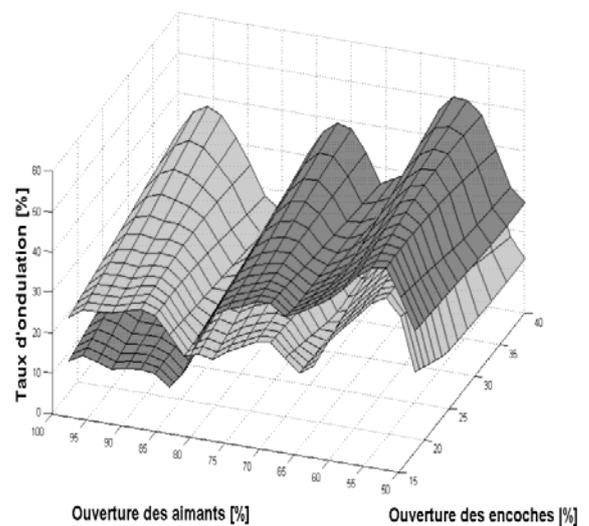
Aimantation radiale



Aimantation parallèle



Aimantation sinusoïdale



Aimantation mixte

**Figure (III.23). Représentation de l'influence des ouvertures des encoches et des aimants sur le taux d'ondulation du couple électromagnétique**

- Alimentation rectangulaire : Courbes grises foncées.
- Alimentation sinusoïdale : Courbes grises claires.

D'après les deux **Figures (III.22 et III.23)**, la minimisation des ondulations du couple électromagnétique doit être effectuée avec une ouverture des encoches réduite et un mode d'alimentation qui doit être adapté à l'ouverture des aimants.

### III.4.1. Influence de la saturation

La prise en considération de la saturation des tôles magnétiques des machines électriques n'est pas un choix physique. C'est une contrainte qui dépend d'un matériau à l'autre. Les résultats obtenus auparavant restent valables uniquement en régime linéaire. La **Figure (III.24)** représente la caractéristique magnétique des tôles du stator et du rotor ; ce qui implique que la perméabilité n'est pas constante. Les résultats obtenus pour les inductions montrent qu'il y a une légère différence entre les deux régimes.

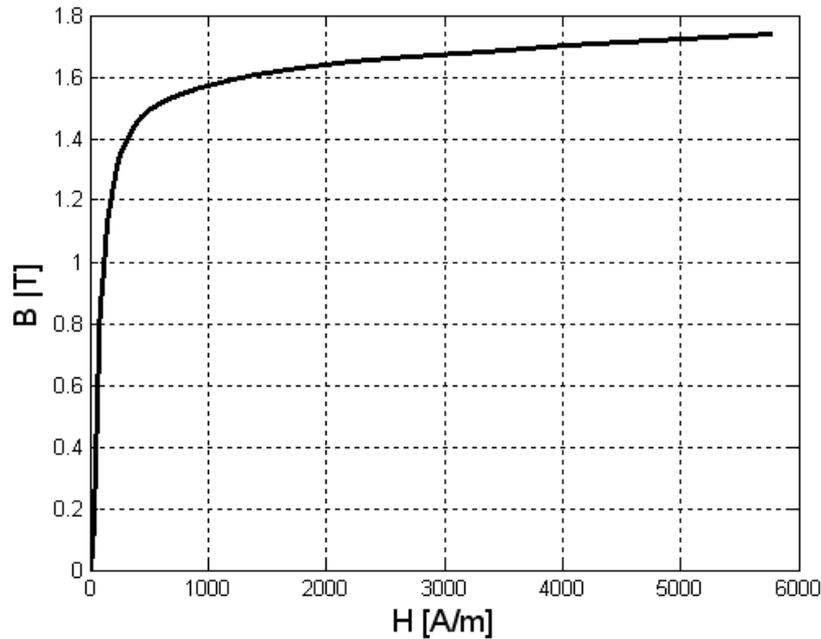
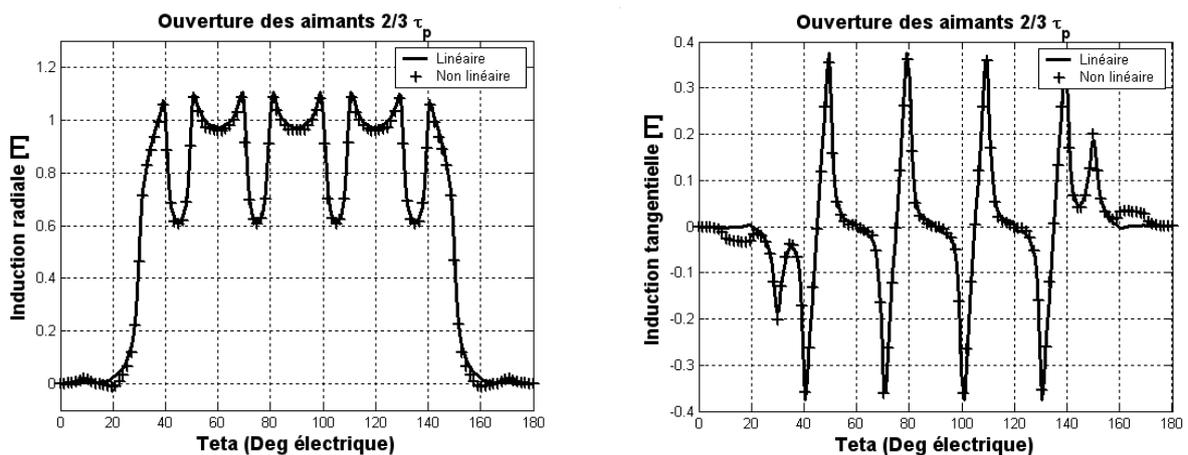
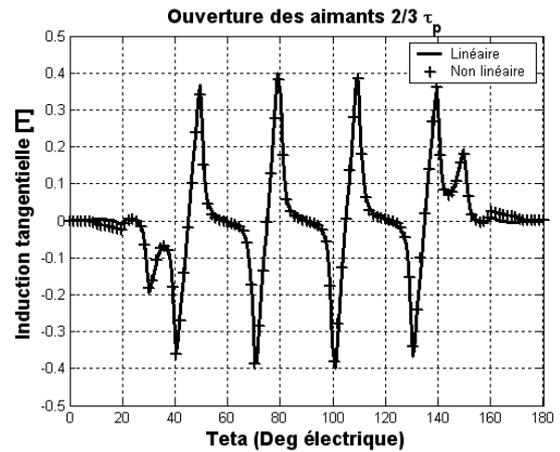
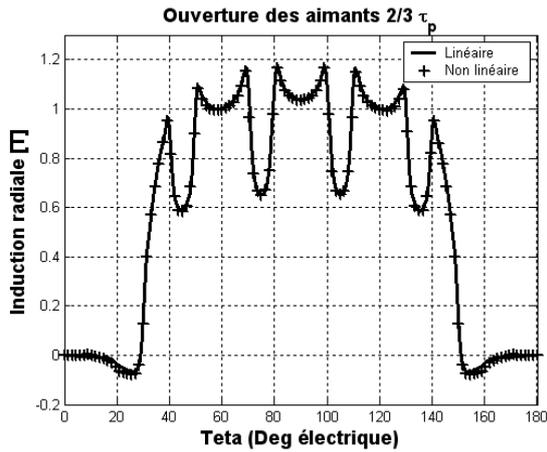


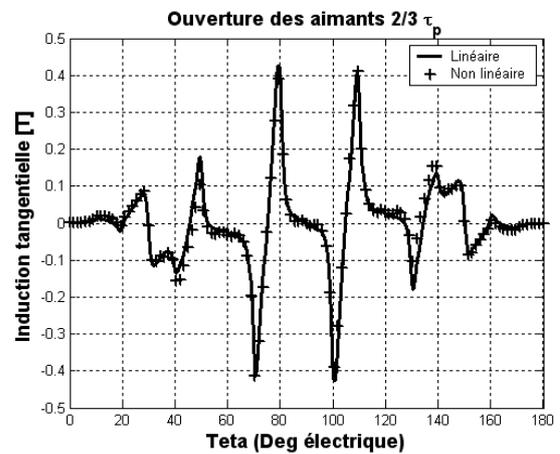
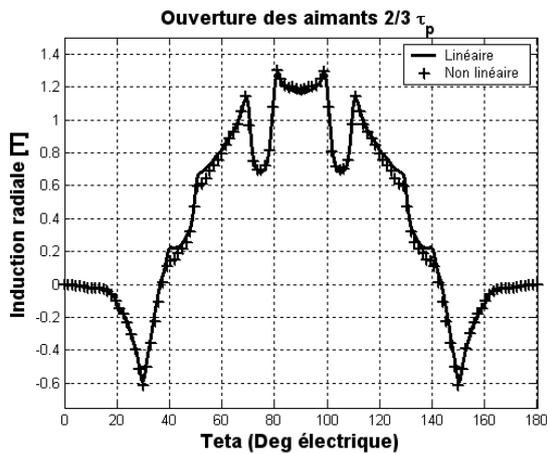
Figure (III.24). Caractéristique de magnétisation des tôles



Figures (III.25). Représentations spatiales des inductions radiale et tangentielle dues aux aimants au niveau de l'entrefer  $(R_1+R_2)/2$ , (Aimantation radiale)



Figures (III.26). Représentations spatiales des inductions radiale et tangentielle dues aux aimants au niveau de l'entrefer  $(R_1+R_2)/2$ , (Aimantation parallèle)



Figures (III.27). Représentations spatiales des inductions radiale et tangentielle dues aux aimants au niveau de l'entrefer  $(R_1+R_2)/2$ , (Aimantation sinusoïdale)

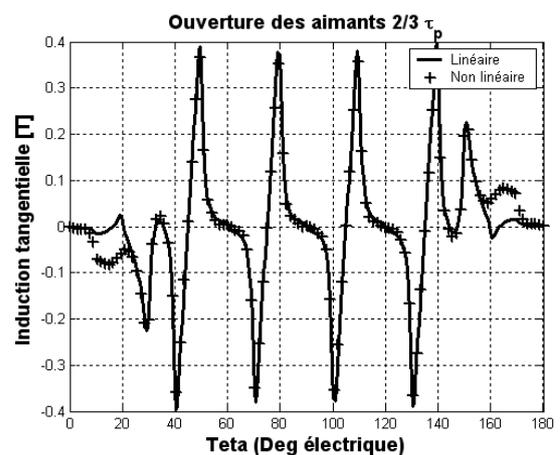
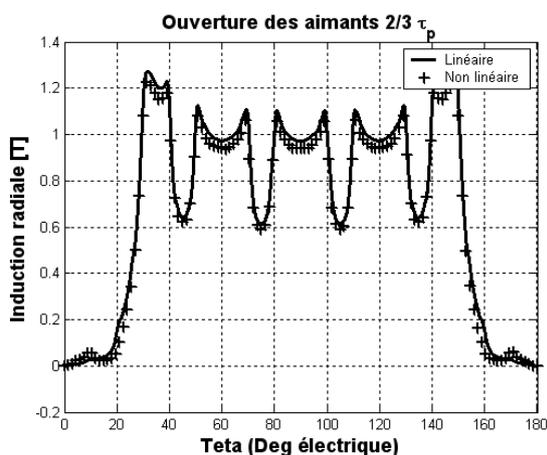


Figure (III.28). Représentations spatiales des inductions radiale et tangentielle dues aux aimants au niveau de l'entrefer  $(R_1+R_2)/2$ , (Aimantation radiale)

### III.5. Calcul du couple de détente

Le couple de détente est un couple pulsatoire dû à l'interaction de la denture statorique avec les aimants rotoriques. En d'autres termes, c'est un couple dû à la variation de l'énergie magnétique au sein du moteur lorsque le rotor tourne a vide [GIE02, BIA02, GIE04, LAT06]. C'est un couple qui provoque la naissance du bruit dans le fonctionnement d'un tel moteur.

On va s'intéresser dans cette partie au calcul par la méthode de sommation des forces latérales le long des deux cotés de l'encoche (loi de Laplace) [ZHU92]. Cette méthode donne des résultats plus satisfaisants [MEE04, ZAR04, ZAR06, BLC08, BLC09] par rapport à celle basée sur le Tenseur des contraintes de Maxwell [ZAR02, ZAR08].

#### III.5.1. Calcul le couple de détente basé sur la méthode de sommation des forces latérales le long des côtés de l'entrefer

Selon la théorie du « Tenseur des Contraintes de Maxwell », le couple peut être calculé en intégrant le vecteur contrainte magnétique tout le long des deux côtés de l'encoche. Il est donné comme suit [HAZ97] :

$$\vec{t}_m = \left( \vec{n} \cdot \frac{\vec{B}}{\mu_0} \right) \vec{B} - \vec{n} \cdot \frac{1}{2} \frac{|\vec{B}|^2}{\mu_0} \quad (\text{III.73})$$

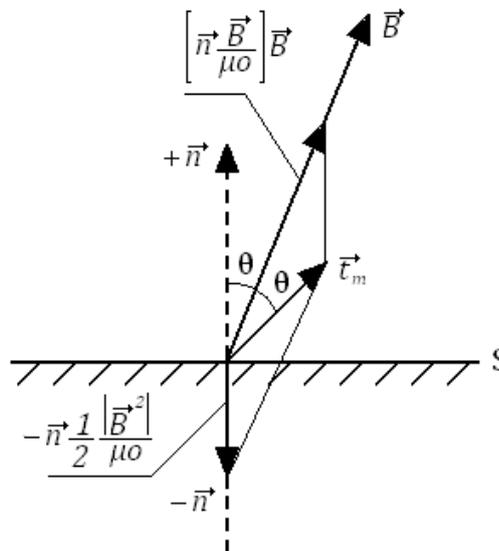


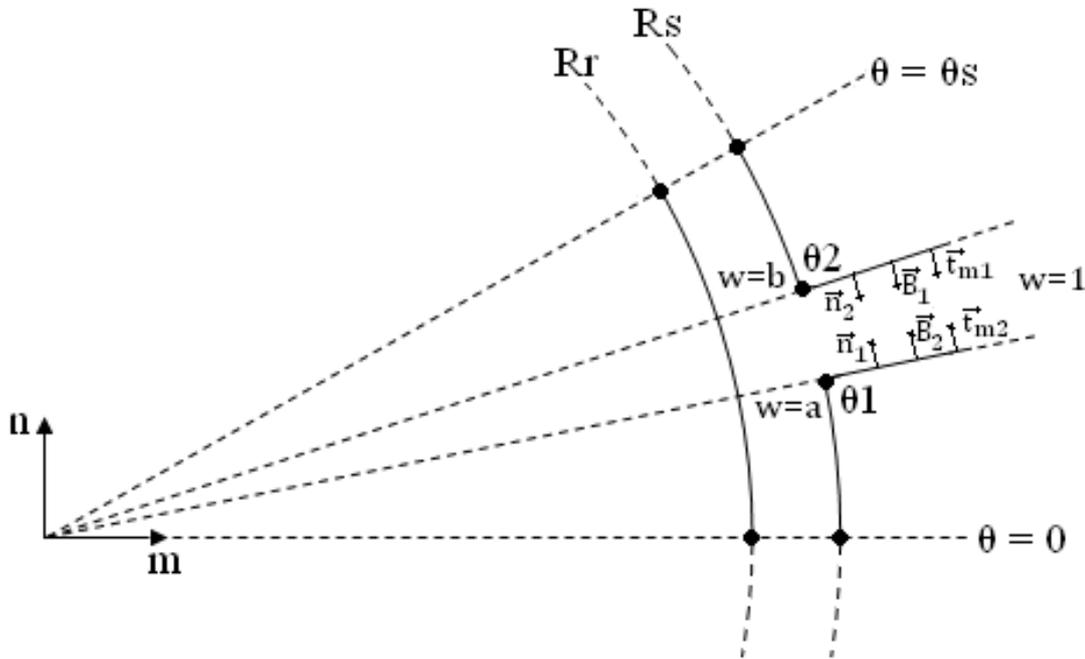
Figure (III.29). Rprésentation la relation entre les vecteurs  $\vec{t}_m, \vec{n}, \vec{B}$

Où  $\vec{n}$  et  $\vec{B}$  sont respectivement la normale sortante de la surface (S) et le vecteur induction. Le vecteur  $\vec{t}_m$  est constitué par deux composantes ; l'une suivant la direction de  $\vec{B}$ , l'autre est perpendiculaire de la surface S. Dans le cas où on a une grande surface perméable,

l'induction sera perpendiculaire, par conséquent, la force sera également perpendiculaire à la surface et le vecteur de contrainte magnétique devient [ZAR04, ZAR04, ZAR08] :

$$\vec{t}_m = \vec{n} \cdot \frac{1}{2} \frac{|B|^2}{\mu_0} \quad (\text{III.74})$$

Dans le cas d'une ouverture simple de l'encoche, le vecteur induction ainsi que les forces latérales agissant sur les deux côtés intérieurs de l'encoche seront perpendiculaires, comme le montre la **Figure (III.30)** :



**Figure (III.30). Représentation des efforts agissant sur les côtés intérieurs de l'encoche**

Les forces latérales dans l'encoche agissent dans la direction tangentielle en produisant un couple dit « couple de détente ». La contrainte magnétique par encoche peut maintenant s'écrire ainsi :

$$\vec{t}_{encoche} = |\vec{t}_{m1}| - |\vec{t}_{m2}| = \frac{1}{2\mu_0} (|B_1|^2 - |B_2|^2) \quad (\text{III.75})$$

Toutes les forces latérales par encoche sont égales à l'intégrale de la surface de la contrainte magnétique sur les deux côtés. L'intégration peut être effectuée dans le plan S suivant la direction radiale tout le long du côté de l'encoche de la surface du stator ( $r = R_s$ ) jusqu'à la profondeur à laquelle l'induction devient négligeable. Cette opération sera plus efficace quand on change la variable de l'intégration :

$$F_{encoche} = \frac{L_u}{2\mu_0} \lim_{r \rightarrow \infty} \left[ \int_{R_s e^{j\theta_1}}^{r e^{j\theta_1}} |B_s|^2 ds - \int_{R_s e^{j\theta_2}}^{r e^{j\theta_2}} |B_s|^2 ds \right] \quad (\text{III.76})$$

Prenant en considération l'expression suivante:

$$|B_s| = |B_k| \left| \frac{\partial k}{\partial s} \right| \quad (\text{III.77})$$

Et :

$$ds = \left| \frac{\partial s}{\partial \omega} \right| d\omega \quad (\text{III.78})$$

La force par encoche est égale à :

$$F_{encoche} = \frac{L_u}{2\mu_0} \left[ \int_a^1 |B_k|^2 \left| \frac{\partial k}{\partial s} \right|^2 \left| \frac{\partial s}{\partial \omega} \right| d\omega - \int_b^1 |B_k|^2 \left| \frac{\partial k}{\partial s} \right|^2 \left| \frac{\partial s}{\partial \omega} \right| d\omega \right] \quad (\text{III.79})$$

On écrit que :

$$\frac{\partial s}{\partial \omega} = \frac{\partial s}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial \omega} \quad (\text{III.80})$$

La force par encoche devient alors :

$$F_{encoche} = \frac{L_u}{2\mu_0} \left[ \int_a^1 |B_k|^2 \left| \frac{\partial k}{\partial s} \right| \left| \frac{\partial k}{\partial \omega} \right| d\omega - \int_b^1 |B_k|^2 \left| \frac{\partial k}{\partial s} \right| \left| \frac{\partial k}{\partial \omega} \right| d\omega \right] \quad (\text{III.81})$$

Le couple total par encoche est égal à l'intégrale du produit de la force et du rayon (on considère que le rayon est égal à  $|s|$ ).

Le couple par encoche est égale à :

$$T_{encoche} = \frac{L_u}{2\mu_0} \left[ \int_a^1 |B_k|^2 \left| \frac{\partial k}{\partial s} \right| \left| \frac{\partial k}{\partial \omega} \right| |s| d\omega - \int_b^1 |B_k|^2 \left| \frac{\partial k}{\partial s} \right| \left| \frac{\partial k}{\partial \omega} \right| |s| d\omega \right] \quad (\text{III.82})$$

Les dérivées partielles sont les suivantes :

$$\left| \frac{\partial k}{\partial s} \right| = \left| \frac{\partial k}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial \omega} \frac{\partial \omega}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial s} \right| = \left| \frac{k}{s} - \frac{(\omega - 1)}{(\omega - a)^{0.5} (\omega - b)^{0.5}} \right| \quad (\text{III.83})$$

$$\left| \frac{\partial k}{\partial \omega} \right| = \left| \frac{\partial k}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial \omega} \right| = \left| \frac{g'k}{\pi\omega} \right| \quad (\text{III.84})$$

Donc, la couple par encoche sera :

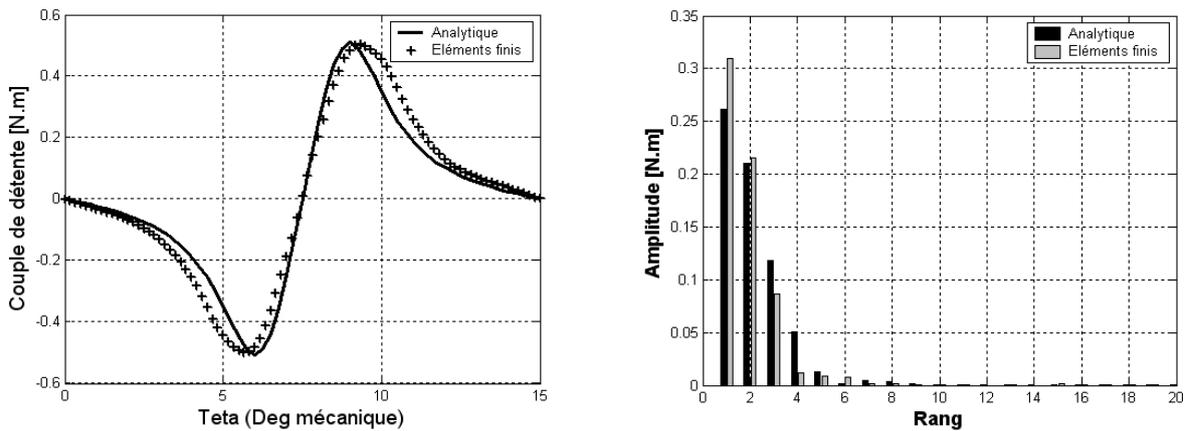
$$T_{\text{encoche}} = \frac{L_u}{2\mu_0} \left[ \int_a^1 |B_k|^2 \left| \frac{g'}{\pi} k^2 \frac{(\omega - 1)}{(\omega - a)^{0.5}(\omega - b)^{0.5}} \right| d\omega - \int_b^1 |B_k|^2 \left| \frac{g'}{\pi} k^2 \frac{(\omega - 1)}{(\omega - a)^{0.5}(\omega - b)^{0.5}} \right| d\omega \right] \quad (\text{III.85})$$

Le couple de détente total est égal à la somme des couples partiels calculés au niveau de chaque encoche :

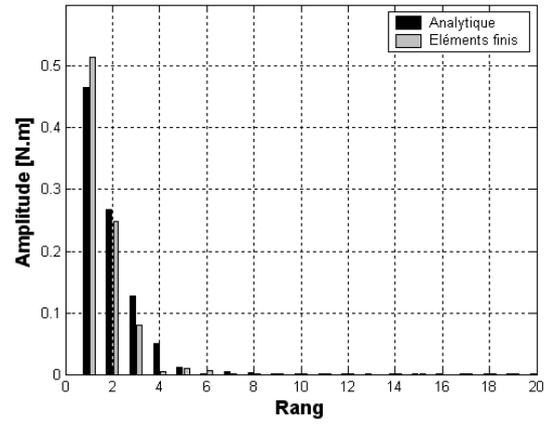
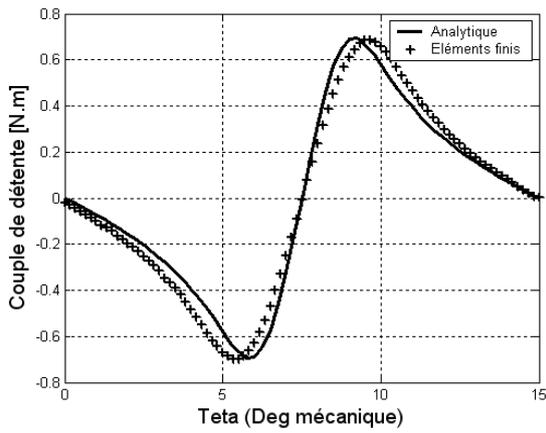
$$T_c = \sum_{k=1}^{N_e} T_{\text{encoche}} \quad (\text{III.86})$$

Pour le calcul numérique, l'intégration de l'Equation (III.85) doit être effectuée entre  $(a + \varepsilon)$  et  $(b - \varepsilon)$  ; où  $\varepsilon$  est un nombre très petit par rapport à  $a$  et  $b$ . Cette condition est nécessaire afin d'éviter les problèmes de zéro pour le dénominateur de cette dernière équation.

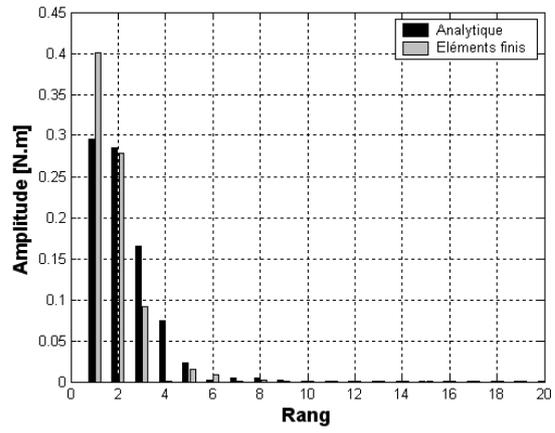
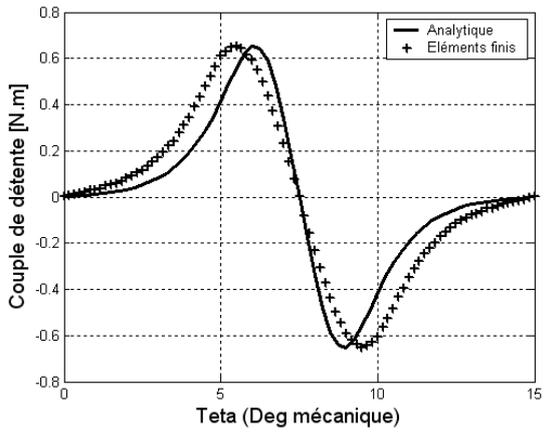
Les **Figures (III.31, III.32, III.33, III.34)** montrent que le couple de détente est fortement influencé par le sens d'aimantation. Sa période dépend visiblement du nombre d'encoches par pôle. Les harmoniques obtenus dépendent sensiblement d'une part de la position initiale des aimants par rapport aux dents statorique, et d'autre part de la structure des aimants et de l'ouverture des encoches.



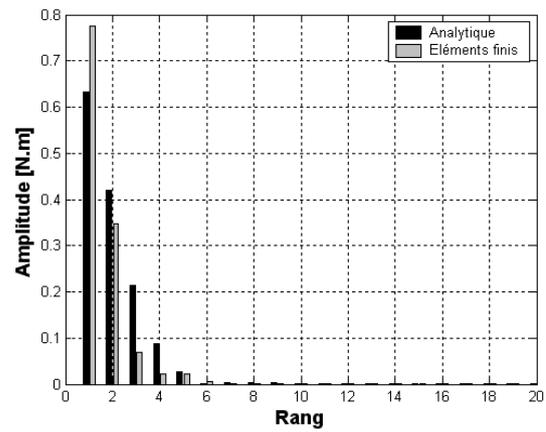
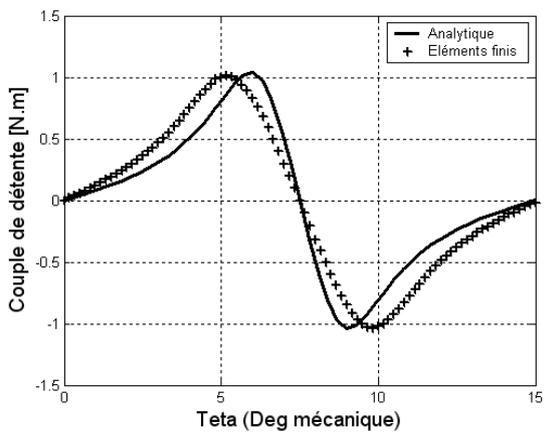
**Figures (III.31). Représentation du couple de détente ainsi que de son spectre harmonique ( $\varepsilon/a=5 \cdot 10^{-7}$ ) (Aimantation radiale)**



Figures (III.32). Représentation du couple de détente ainsi que de son spectre harmonique ( $\epsilon/a=5.10^{-7}$ ) (Aimantation parallèle)



Figures (III.33). Représentation du couple de détente ainsi que de son spectre harmonique ( $\epsilon/a=5.10^{-3}$ ) (Aimantation sinusoïdale)



Figures (III.34). Représentation du couple de détente ainsi que de son spectre harmonique ( $\epsilon/a=5.10^{-3}$ ) (Aimantation mixte)

Les résultats obtenus par la méthode analytique diffèrent de ceux obtenus à partir des éléments finis. Autrement dit, l'induction due aux aimants au niveau du rayon d'alésage, calculée analytiquement n'est pas complètement confondue avec celle calculée à partir des éléments finis. La perméance au niveau de ce rayon possède des pics de valeurs très importantes notamment lorsque la précision du calcul est plus fine. En effet, l'induction crée des efforts différents au niveau des encoches.

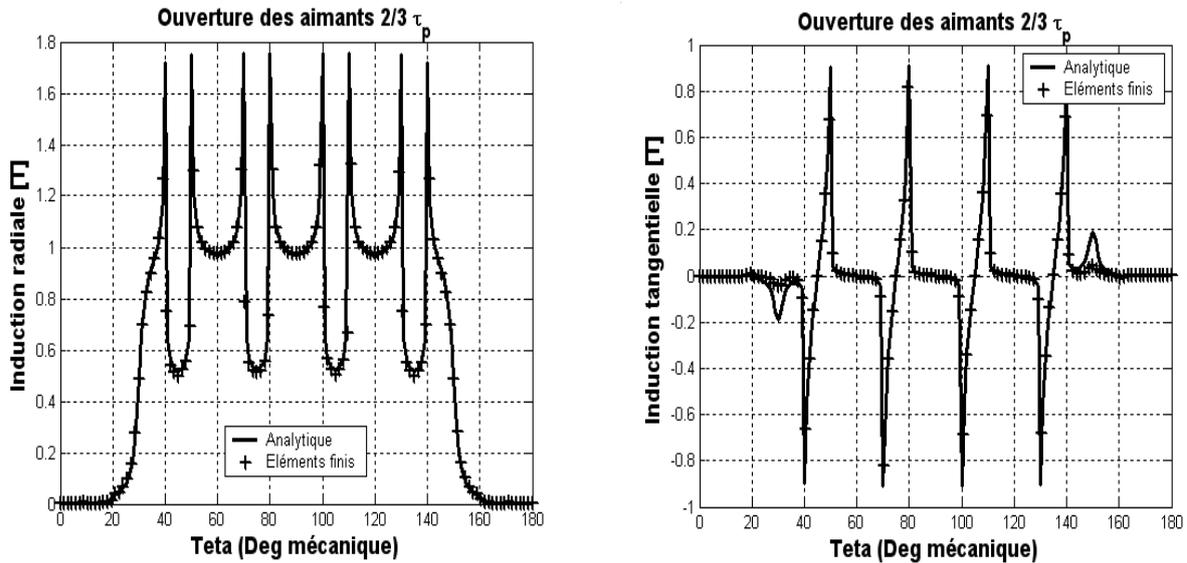


Figure (III.35). Représentation des inductions radiale et tangentielle au niveau du rayon d'alésage (Aimantation radiale)

### III.5.2. Influence de l'ouverture des aimants

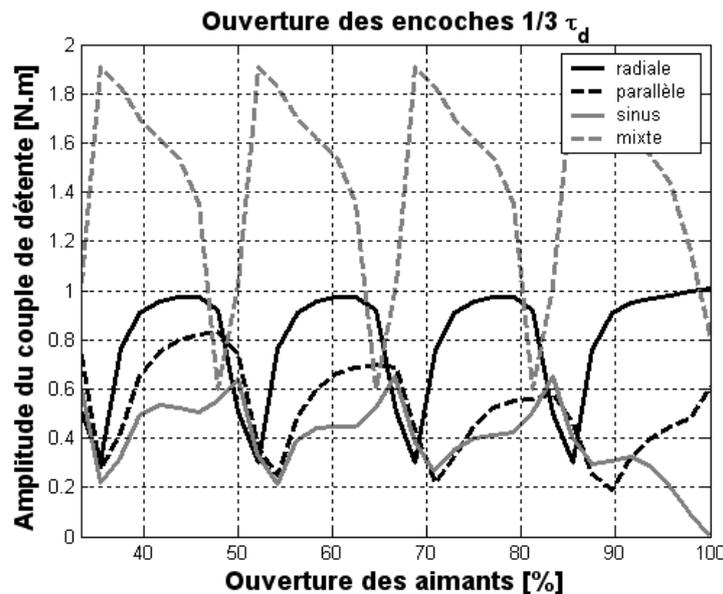


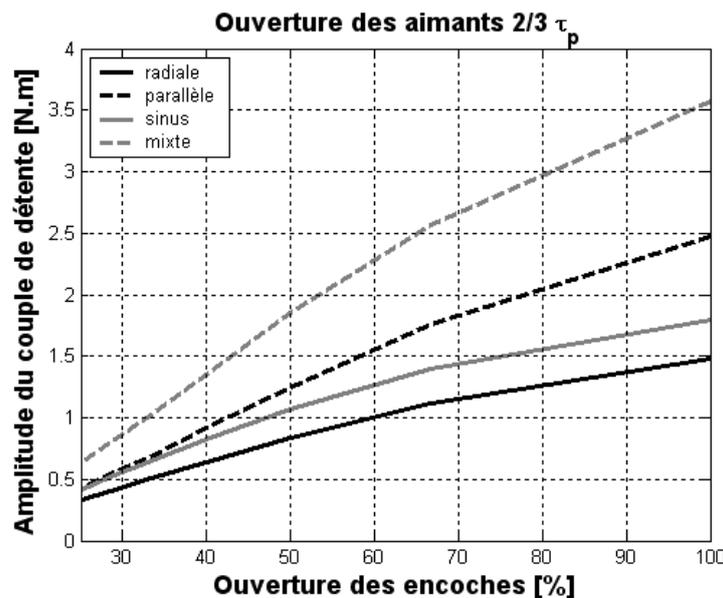
Figure (III.36). Influence de l'ouverture des aimants sur l'amplitude du couple de détente pour différents sens d'aimantations (calcul analytique)

On a vu précédemment que l'ouverture des aimants joue un rôle important en ce qui concerne la minimisation des ondulations du couple électromagnétique. Elle présente aussi une influence primordiale sur la minimisation de l'amplitude du couple de détente. La **Figure (III.36)** montre que l'amplitude du couple dépend d'une part de l'ouverture des aimants, et d'autre part du sens d'aimantation. On remarque que la structure d'aimant à aimantation mixte provoque des amplitudes assez fortes. Par contre, la structure la plus intéressante est celle d'une aimantation sinusoïdale avec aimants jointifs entre eux. Le calcul doit respecter le rapport  $(\epsilon/a)$ , déterminé précédemment, pour différents sens d'aimantation.

### III.5.3. Influence du nombre et de l'ouverture des encoches

Malgré son influence modeste sur le couple électromagnétique, l'élargissement de l'ouverture des encoches provoque une augmentation de l'amplitude du couple de détente. En outre, l'augmentation du nombre d'encoches permet de minimiser l'amplitude de ce couple notamment quand  $q$  (nombre d'encoches par pôle et par phase) prend des valeurs fractionnaires [HAD06].

En revanche, cette opération reste conditionnée d'une part par la réalisation du bobinage, et d'autre part, par le niveau de saturation des dents qui doit prendre en compte les contraintes mécaniques. Toutefois, on peut atténuer l'effet de la denture en introduisant des cales magnétiques dans les isthmes d'encoches [LAT06].



**Figure (III.37). Influence de l'ouverture des encoches sur l'amplitude du couple de détente pour différents sens d'aimantation**

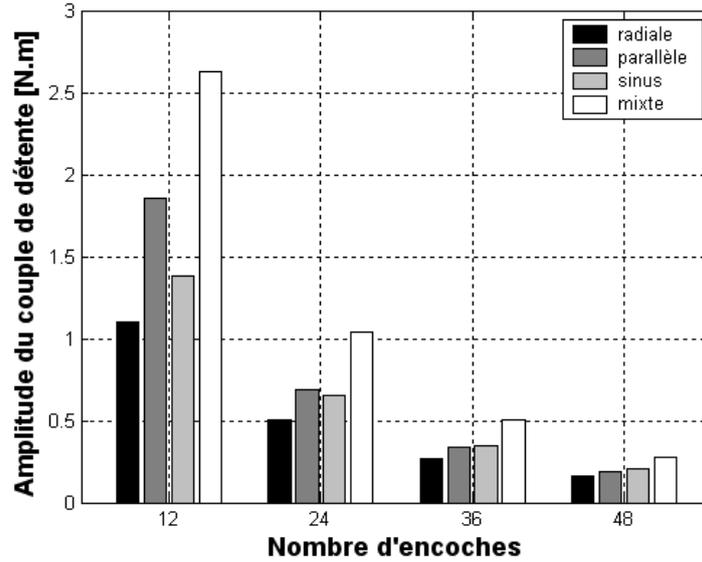
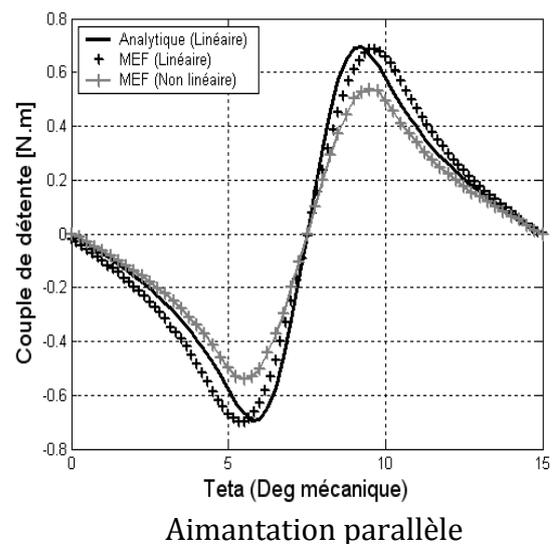
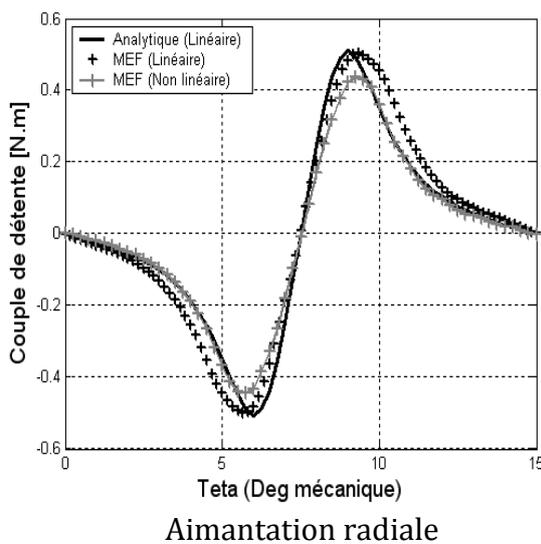
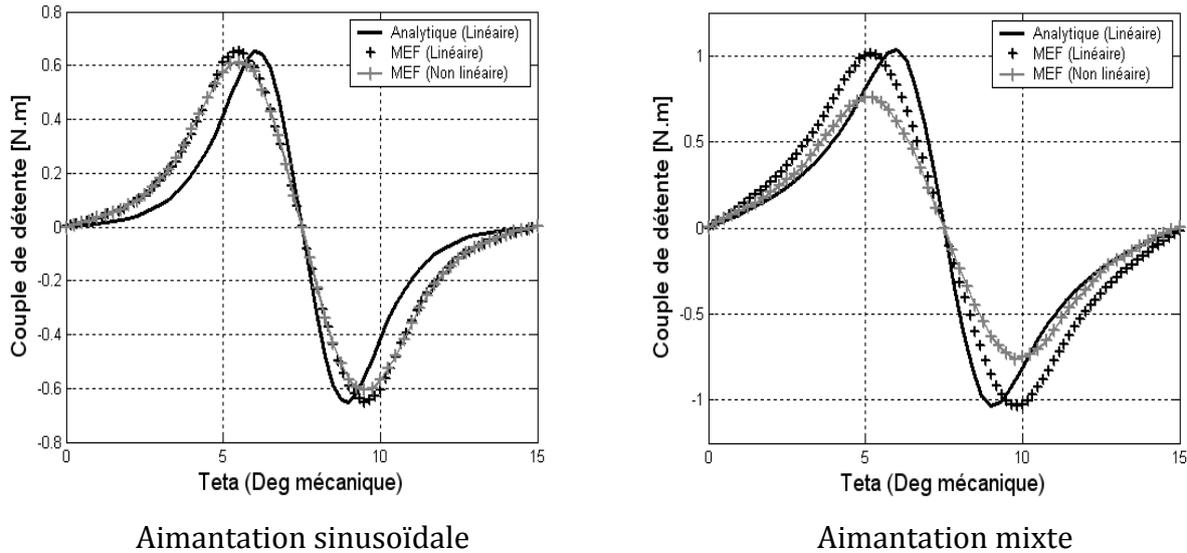


Figure (III.38). Influence du nombre d'encoches sur l'amplitude du couple de détente pour différents sens d'aimantation

### III.5.4. Influence de la saturation

Malgré la minimisation du couple de détente pour différents sens d'aimantation (sauf pour l'aimantation sinusoïdale), la saturation des tôles entraîne des pertes fer supplémentaires. On note aussi qu'on peut agir sur le rapport  $(\epsilon/a)$  afin de garder la même amplitude. Ce procédé donne un meilleur aboutissement pour les aimantations radiale et parallèle.





**Figures (III.39). Représentation de l'influence de la saturation sur le couple de détente pour différents sens d'aimantation**

### III.6. Conclusion

Le calcul des performances des machines synchrones à aimants permanents en présence des géométries réelles a été dans les années passées effectué exclusivement avec des méthodes numériques et plus particulièrement avec la méthode des éléments finis. La méthode de transformation conforme présentée dans ce chapitre nous a permis de calculer les grandeurs utiles de la machine étudiée en présence des encoches.

Le choix est que l'ouverture des encoches doit être petite afin de minimiser d'une part les ondulations du couple électromagnétique, et d'autre part, par éliminer le couple de détente (minimisation de la réluctance au niveau de l'entrefer). Ce dernier couple dépend aussi de la structure des aimants.

Pour le couple de détente, il suffit d'exploiter le rapport  $(\epsilon/a)$  afin de déduire ce dernier couple en fonction des autres paramètres. Les résultats obtenus par la méthode numérique restent acceptables.

# Conclusion générale

---

Les travaux présentés dans ce mémoire sont consacrés à l'étude de la machine synchrone à aimants permanents montés sur la surface rotorique.

Les matériaux magnétiques sont l'élément indispensable au couplage électromagnétique. Ils sont généralement séparés en deux classes : les matériaux doux et les matériaux durs (aimants permanents). Les matériaux magnétiques doux peuvent être aimantés à l'aide de champs magnétiques faibles ; ils sont utilisés dans les machines électriques pour canaliser et concentrer le flux magnétique. Les matériaux magnétiques durs conservent leur état d'aimantation initial même lors de l'application d'un champ magnétique relativement élevé ; ils sont utilisés comme sources de champ magnétique dans les machines électriques.

Le choix des machines à aimants permanents réside dans la forte maîtrise de la technologie et de son coût par les industriels. Il ressort clairement de cette analyse, que la recherche d'une solution optimale repose sur la prise en compte conjointe de critères liés à la structure de la machine, aux matériaux constitutifs et aux stratégies d'alimentation et de commande.

La présentation de la modélisation électromagnétique bidimensionnelle a été traitée dans le second chapitre de notre mémoire en se basant sur les équations de Maxwell sous certaines hypothèses afin d'aboutir à un calcul simple et efficace. L'étude des performances de la machine a nécessité, dans notre cas, la résolution des équations de diffusion du champ magnétique en adoptant une formulation en potentiel vecteur dans la zone active pour différentes sources d'alimentation.

La réduction des ondulations du couple, qui est l'objectif principal de notre étude, peut être effectuée en agissant d'une part sur le choix de la structure des aimants, et d'autre part sur le choix du mode d'alimentation. L'action sur l'ouverture des aimants par rapport au pas polaire reste au voisinage de cinq-sixième pour des sens d'aimantation radiale, parallèle et mixte. Par contre les ondulations deviennent négligeables quand les aimants sont jointifs entre eux pour une aimantation sinusoïdale.

L'impact de la géométrie réelle a été pris en considération dans le dernier chapitre de notre mémoire grâce à la méthode de transformation conforme dont le but est de calculer la perméance complexe au niveau de l'entrefer. Cette méthode présente un avantage en termes de coût du temps de calcul. Celle-ci est plus rapide par rapport à la méthode des éléments finis.

Cette méthode de transformation conforme nous a également permis non seulement de déterminer le couple de détente, mais aussi de l'évaluer en fonction des autres paramètres notamment des ouvertures des encoches et des aimants.

Comme une perspective, nous envisageons de :

- Prendre en considération le nombre de blocs aimantés afin d'analyser leurs influences sur le couple.
- D'effectuer une étude tridimensionnelle dans le but d'analyser l'influence de l'inclinaison des aimants et des encoches sur le couple de détente.

# Bibliographie

---

- ABD95** : R. ABDESSEMED. V. ABDESSEMED : « Les enroulements des machines électriques ». Université de Batna, iPress 1995.
- ALH05** : Y. ALHASSOUN : « Etude et mise en œuvre de machines à aimantation induite fonctionnant à haute vitesse ». Thèse de doctorat. Ecole nationale supérieure de Toulouse ENSEEIHT (France), Mai 2005.
- ALM99** : E. L. F. ALMEIDA : « une analyse évolutionniste du changement dans la technologie des moteurs électriques ». Thèse de doctorat en économie appliquée. université pierre mendès France de Grenoble. 1999.
- AMA01** : Y. AMARA : « Contribution à la Conception et à la Commande des Machines Synchrones à Double Excitation Application au Véhicule Hybride », Thèse de Doctorat de l'Université Paris XI, France, Décembre 2001.
- ARC** : <http://www.Arcelor.fr>.
- AST03** : S. ASTIER : « Des machines à aimants permanents aux systèmes énergétiques autonomes. Systémique, électricité et développement durable », Habilitation à diriger des recherches à l'Institut National Polytechnique de Toulouse 2003.
- AZ002** : B. AZOUI : « Conception and realization of a three-phase brushless dc motor (BLDCM) for solar application ». Doctorate Thesis. University of Batna 2002.
- BAV** : A. BAVAY, J. VERDUN : « Alliages Fer-Silicium », Technique de l'ingénieur, D2110, pp 1-41.
- BEN97** : BENERJEE, B. ET MACCLER, P : « Barriers Towards Successful Technology Transfer and Commercialization of Energy Efficient Advanced Motor and Drives ». In: Almeida, A. et al. (eds). Energy Efficiency Improvements in Electric Motors and Drives, Springer, Berlin, pp. 321-336.
- BER89** : C. BERENGER : « Contribution à l'étude d'une machine synchrone autopiloté à aimants permanents à enroulements dans l'entrefer ». Thèse de doctorat. INPLorraine, Décembre 1989.
- BER00** : A. DE BERNARDINIS : « Etude et optimisation d'un ensemble alternateur à aimants/redresseur commandé, Application à un véhicule hybride », Thèse de doctorat. INP-Lorraine- Nancy (France), Décembre 2000.
- BEY81** : W. H. BEYER : « CRC Standard Mathematical Tables. Boca Raton », Florida: CRC Press, Inc, 1981.
- BIA02** : N. BIANCHI AND S. BOLOGNANI : « Design techniques for reducing the cogging torque in surface mounted PM motors ». IEEE Trans. Ind. Applicat. vol. 36, pp. 1259-1265, Sept./Oct. 2002.
- BLC08** : K. Boughrara, B. Ladghem Chikouche, R. Ibtouen, D. Zarko, O. Touhami : « Analytical Investigation of Slotted Air-gap Surface Mounted PMSM with Magnet Bars Magnetized in Shifting Direction ». International Review of Electrical Engineering (IREE) Vol. 3, N. 4. July-August 2008, pp 738-748.
- BLC09** : K. Boughrara, B. Ladghem Chikouche, R. Ibtouen, D. Zarko and O. Touhami : « Analytical Model of Slotted Air-Gap Surface Mounted Permanent-Magnet Synchronous Motor With Magnet Bars Magnetized in the Shifting Direction ». IEEE Trans on Magnetics. Vol. 45, No. 2, February 2009, pp 747-758.
- BOG03** : A. BOGDAN PROCA, A. KEYHANI, A. EL-ANTABLY, W. LU, and M. DAI : « Analytical model for permanent magnet motors with surface mounted magnets ». IEEE Trans on energy conversion. Vol. 18, No. 3, September 2003, pp 386-391.
- BO085** : N. BOOLES : « Prediction of no-load flux density distribution in permanent magnet

- machines ». *IEEE Trans on Ind applicat.* Vol. IA-21, No 4, May/ June 1985, pp 633-643.
- BOU07** : M. BOUHRİK : « Impact des nouveaux matériaux (NdFeB et SmCo) sur les moteurs (BLDCM) destinés aux véhicules électriques ». Mémoire de magister, Université de Batna, Mars 2007
- BOU08** : K. BOUGHRARA : « Modélisation analytique et numérique des performances électromagnétiques des moteurs synchrones à aimants permanents ». Thèse de Doctorat d'Etat, ENP, Décembre 2008.
- BRI87** : P. BRISSONNEAU : « Les aimants à base de terre-rare : très performants », mais coûteux. *RGE*, No3, 1987, pp 21-28.
- CES96** : C. CESTER : « Etude des pertes magnétiques supplémentaires dans les machines asynchrones alimentées par onduleur à MLI ». PhD thèses, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1996.
- COU** : G. COUDERCHON : « Alliages Fer-Nickel et Fer-Cobalt », *Technique de l'ingénieur*, D2130, pp 1-24.
- COU94** : G. COUDERCHON : « Alliages fer et fer cobalt. Propriétés magnétiques. *Traité Génie électrique* ». D2 130, 1994.
- COU96** : G. COUDERCHON et J.L. PORTESIL : « les Alliages de fer et de nickel, ch. 1. Quelques propriétés des alliages FeNi riche en nickel », Lavoisier Tec et Doc., 1996.
- COU98** : G. COUDERCHON : « Alliages magnétiques doux » vol. M350: *Techniques de l'ingénieur*, 1998.
- CRO92** : CROS : « Définition d'un actionneur à aimants permanents et électronique intégrée pour l'automobile ». PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 1992.
- CYR07** : C. CYR : « Modélisation et caractérisation des matériaux magnétiques composites doux utilisés dans les machines électriques » Thèse de doctorat en cotutelle. Université Laval, Québec. Juillet 2007
- DAT84** : G. DATT ET G. TOUZOT : « Une Présentation de la Méthode des Eléments Finis », Maloine S.A. Editeur Paris, Deuxième édition 1984.
- DUR69** : E.DURAND : "Magnétostatique". Editions MASSON, 1969.
- EPR94** : EPRI (1994): « Permanent magnet materials: an assessment of the state of the art ». Palo Alto, 115 p. (Project 2426-32, TR-104162, Final Report).
- FAI99** : J. FAIZ AND H. JAFARI: « Two-Dimensional Magnetic Field Analysis of Internal-Rotor Permanent Magnet Motors ». *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 35, pp. 4232-4237, September 1999.
- GUE91** : GUERAUD, ALAIN ET AL. (1991) : « Evolution des performances et nouvelles applications des machines à aimants permanents ». *Revue Générale de l'Electricité*, n° 4, pp. 71-75.
- GEO** : GEORGES COUDERCHON: « alliages magnétiques doux », *technique de l'ingénieur*, (M350-16), (M350-25), (M350-21).
- GIR01** : GIROUD / magnétisme : « applications des matériaux magnétiques durs ou doux: domaines, processus d'aimantation, conséquences pratiques », MPA 2001.
- GIB58** : W. J. GIBBS: « Conformal Transformations in Electrical Engineering ». 37 Essex Street W.C.2: Chapman & Hall LTD, 1958.
- GIE02** : J. F. GIERAS AND M. E. MARLER: « Analytical prediction of torque ripple in permanent magnet brushless motors ». In *Proc. Int. Conf. Electric Machines (ICEM'02)*, Brugge, Belgium, 2002, pp 33-34.
- GIE04** : F. GIERAS: « Analytical Approach to Cogging Torque Calculation of PM Brushless Motors ». *IEEE Trans on industry applications*, Vol. 40, No. 5, pp 815-819, September/October 2004.
- HAD94** : L. HADJOUT : « Analyse des performances électromagnétiques d'une machine autopilotée à aimants à rotor lisse ». Thèse de Magister. ENP Alger, Juin 1994.
- HAD06** : L. HADJOUT : « Dimensionnement de machines synchrones à aimants montés sur

- la surface rotorique. » Thèse de doctorat. ENP Alger, Décembre 2006.
- HAN01** : L. H. HANSEN, L. HELLE, F. BLAABJERG, E. RITCHIE, S. MUNK-NIELSEN, H. BINDNER, P. SRENSSEN and B. BAK-JENSEN : « Conceptual survey of Generators and Power Electronics for Wind Turbines », Risø National Laboratory, Roskilde, Denmark, December 2001.
- HAR98** : M.R. HARRIS, G.H. PAJOMAN, M. ABU SHARKH, B.C. MECROW: « Comparison of Flux-Concentrated and Surface-Magnet Configurations of the VRPM (Transverse-Flux) Machine », International Conference on Electrical Machines, 1998, pp. 1119-1122.
- HAR93** : S. HARMIM : « Etude analytique de machines synchrones à aimants permanents ». Thèse de doctorat. INPGrenoble, Décembre 1993.
- HAZ97** : Z. HAZNADAR and Z. STIH: « Elektromagnetizam », Vol. I. Zagreb: Skolska knjiga, 1997.
- HUA01** : S. HUANG, M. AYDIN, AND T. A. LIPO: « Torque Quality Assessment and Sizing Optimization for Surface Mounted Permanent Magnet Machines ». Thirty-Sixth IAS Annual Meeting, vol. 3, pp. 1603-1610, 2001.
- IBT93** : R. IBTIOUEN : « Contribution au dimensionnement électromagnétique d'une machine synchrone autopiloté à aimants insérés ». Thèse de doctorat d'Etat. ENP Alger, Avril 1993.
- IBT95** : R. IBTIOUEN, L. HADJOUT, R. KECHROUD, B. LAPORTE: « Torque Analysis of Permanent Magnet synchronous Motors », International Symposium on Electric Power Engineering; Stockholm, Sweden, June 18-22, 1995, Proceeding: Electrical Machines And drives pp. 334-339.
- JIL91** : D. C. JILES: « Introduction to Magnetism and Magnetic Materials ». Chapman & Hall, 1991.
- KAD00** : A. KADDOURI : « Etude d'une commande non-linéaire adaptative d'une machine synchrone à aimants permanents ». Thèse de doctorat, Université de Laval, Québec 2000.
- KAH94** : H. KAHLEN, L. A. PEREIRA: « The influence of the current waveforms on motor performance – examples for an external rotor motor ». EPE Symposium Electronic drive design and applications, 1994, pp. 367-371
- KAW95** : Y. KAWASE, T. YAMAGUCHI ET Y. HAYASHI: « Analysis of cogging torque of impermanent magnet motor by 3D finite element method ». IEEE Trans. On magnetic, Vol 31, No 3, May 1995, pp. 2044-2047.
- KEC02** : R. KACHROUD : « Contribution à la modélisation des machines électriques par la méthode les éléments finis associés aux multiplicateurs de Lagrange ». Thèse de doctorat d'état en génie électrique. ENP Alger, Avril 2002.
- KIM91** : K. H. KIM. D. J. SIM AND J. S. WON: « Analysis of Skew Effects on Cogging Torque and BEMF for BLDCM ». 0-7803-0453-5/91\$1.00© 1991IEEE
- LAB92** : M. LABRAGA : « Contribution à la conception d'actionneurs à aimants permanents et commutation électronique fonctionnant à basse vitesse », Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Toulouse 1992.
- LAM00** : P. LAMPOLA : « Direct Driven, low speed Permanent Magnet Generator for Wind Power Applications », Acta Polytechnica Scndinaviica, Electrica Engineering Series, No 101, Espoo, 2000, Published by the Finnish Academies of Technology.
- LAP03** : B. LAPORTE : « Enroulement des machines à courant alternatif », Cours de 3ème année, ENSEM – INPL (France), non publié, 2003.
- LAT06** : R. LATEB : « Modélisation des machines asynchrones et synchrones à aimants avec prise ne compte des harmoniques d'espace et de temps : Application à la propulsion marine par POD ». Thèse de doctorat. Institut National polytechnique de Lorraine (France), Octobre 2006.
- LER03** : R. IERUSALIMSKY, L.H. DE FIGUEIREDO, W. CELES: « LUA Programming language 5.0 ». Reference Manual April 2003. Site internet <http://www.lua.org>
- LER06** : M. LEROY : « Etude et mise au point de moto-ventilateurs à hautes performances

- pour l'aéronautique ». Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Toulouse, Novembre 2006.
- LIP97** : LIPO, T. A.: « Advanced Motor Technologies: Converter Fed Machines ». In: Almeida, A. et al. (eds). Energy Efficiency Improvements in Electric Motors and Drives. Springer, Berlin, pp. 205- 222. 1997.
- LIP04** : T. A. LIPO: « Introduction to AC machine design ». Wisconsin power electronics research center university of Wisconsin. 2004.
- LIV96** : LIVINGSTON, J. (1996): « Magnets on the rise ». Technology Review, May-June, pp. 32-40.
- LON90** : W-A LONG: « Contribution à la Modélisation des Systèmes Electromagnétique à l'aide du Couplage des équations des circuits magnétiques et électrique », Thèse de Doctorat de L'université Paris 6, 1990.
- MA03** : A.J. MOSES F. ALNAEMI: « Improvement of permanent magnet machines performances by including magnetic shells into the rotor geometry ». In Journal of Magnetism and Magnetic Material, pages 254–255, 2003.
- MAC05** : M. MACHMOUM, L. MOREAU, M. ZAIM, G. BARAKAT, N. TAKORABET, C. CHILLET, D. MATT, S. TAIBI, A. TOUNZI, C. ESPANET, A. MIRAOU, H. S. ZIRE: « Comparaison de structures électromagnétiques pour des applications à faible vitesse et fort couple », RS série RIGE- 08/2005, maitrise de l'énergie électrique, pp. 259 -286.
- MAH94** : L.M.C. MHANGO, R. PERRYMAN: « Finite element modeling of permanent magnet Brushless Dc Irecm machine EPE Symposium Electronic drive design and applications »,1994 , pp. 79-83.
- MAK06** : Z. MAKNI: « Contribution au développement d'un outil d'analyse multiphasique pour la conception et l'optimisation d'actionneurs électromagnétiques ». Thèse de doctorat. Université Paris-sud, faculté des sciences d'Orsay (France), Décembre 2006.
- MEE04** : D. MEEKER: « Finite Element Method Magnetic » [dmeeker@ieee.org](mailto:dmeeker@ieee.org), <http://www.foster-miller.com>, 2004
- MUL05** : B. MULTON: « Application des aimants aux machines électriques ». Notes de cours. Ecole Normale Supérieure de Cachan, antenne de Bretagne 2005.
- NOG90** : B. NOGAREDE. M. LAJOIE MAZENC, B. DAVAT: « Modélisation analytique de machines à aimants sans encoches ». Revue de phys. Appl, 25 1990 pp. 707-720.
- OUA97** : Y. OUAZIR: « Calcul des performances d'une machine synchrone à aimants permanent à entrefer lisse ». Thèse de magister en électrotechnique. ENP Alger 1997.
- RAB96** : R. RABINOVICI: « Magnetic Field Analysis of Permanent Magnet Motors ». IEEE Transactions on Magnetics, vol. 32, pp. 265.269, January 1996.
- RCF00** : K. REICHERT, W. CAI, AND D. FULTON: « Design of permanents magnet motors with low torque ripples ». In Proc. Conf. ICEM 2000, 2000.
- ROV01** : T. ROVIO, H. VIHRIÄLÄ, L. SÖDERLUND, J. KRIIKKA, AND M. HYPPÖNEN: « A Permanent-Magnet Generator for Wind Power Applications », EWEC 2001, Copenhagen, 1-7 July 2001.
- ST074** : R. L. STOL: « The analysis of eddy currents ». Clarendon press- Oxford 1974.
- SAD01** : M. N. Sadiku: « Numerical Techniques in Electromagnetics ». 2nd Edition. CRC Press LLC, 2001.
- SEB86** : T. SEBASTIAN, G. R. SLEMON: « Modeling of permanent magnet synchronous motors ». IEEE Trans on magnetic, Vol MAG-22, No 5, Sep 1986, pp 1741-1743.
- SIL91** : P. P. SILVESTER AND R. L. FERRARI: « Finite Elements Method for Electrical Engineers », Cambridge University Press, 2nd Edition, 1990, Reprinted 1991.
- TOU06** : B. Tounsi : «Etude comparative de groupes électrogènes embarqués à large gamme de vitesse variable associant machines à aimants permanents et conversion statique ». Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Toulouse, Janvier 2006.

- VAC** : [http:// www.vacuumschmelze.de](http://www.vacuumschmelze.de)
- VAG97** : VAGATI, A: « Advanced Motor Technologies: « Synchronous Motors and Drives ». In: Almeida, A. et al. (eds). Energy Efficiency Improvements in Electric Motors and Drives. Springer, Berlin, pp. 223-248.
- VIN94** : J.M. VINASSA: « Contribution à la conception d'un actionneur à aimants permanents et commutation électronique destiné à l'assistance électrique de direction pour automobile », Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Toulouse 1994.
- WAN03** : X. WANG, QI. LI, S. SHUHONG AND QU. LI: « Analytical calculation of air-gap magnetic field distribution and instantaneous characteristics of brushless dc motors ». IEEE Trans on energy conversion. Vol. 18, No. 3, pp 424-432, September 2003.
- WIN02** : J. F. GIERAS, M. WING: «Permanent magnet motor technology ». second edition. New York. 2002
- YOU92** : A. Youmssi : « contribution aux calculs des machines synchrones à aimants permanents ». Thèse de doctorat. INP Lorraine (France), Mai 1992.
- ZHU92** : Z. Q. ZHU AND D. HOWE: « Analytical prediction of the cogging torque in radial field permanent magnet brushless motors ». IEEE Trans. Magn., vol. 28, pp. 1371-1374, Mar. 1992.
- ZHU93** : Z. Q. ZHU AND D. HOWE: « Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet dc motors, Part III: Effect stator slotting ». IEEE Trans on magnetic. Val. 29, No. 1, pp. 143-151, January 1993.
- ZHU02** : Z. Q. ZHU, DAVID HOWE AND C. C. CHAN: « Improved analytical model for predicting the magnetic field distribution in brushless permanent-magnet machines », IEEE transactions on magnetic, Vol. 38, No. 1, pp. 229-238, January 2002.
- ZAR04** : D. ZARKO: « A systematic approach to optimized design of permanent magnet motors with reduced torque pulsation ». Doctorate Thesis. University of Wisconsin-Madison 2004.
- ZAR06** : D. ZARKO, D. BAN AND T. A. LIPO: « Analytical solution for cogging torque in surface permanent-magnet motors using conformal mapping ». Journal of latex class files, Vol. 1, No. 1, pp. 1-13, May 2006.
- ZAR08** : D. ZARKO, D. BAN AND T. A. LIPO: « Analytical Solution for Cogging Torque in Surface Permanent-Magnet Motors Using Conformal Mapping ». IEEE Trans on magnetics, Vol. 44, No. 1, pp. 52-65, January 2008.

# Annexe

## Expressions des aimantations en fonction du nombre de blocs aimantés

Dans un référentiel lié au rotor, les expressions des composantes radiale et tangentielle de l'aimantation par rapport à l'axe de symétrie du pôle choisi sont données comme suit:

On admet que :

$$\delta = \frac{n\beta\pi}{2N_b} \quad n = 1,3,5 \dots \quad (\text{AI.01})$$

Où :

$\beta, N_b$  sont respectivement le rapport arc polaire/pas polaire et le nombre de blocs aimantés sur un pas polaire (nombre impair).

- **Aimantation parallèle**

$$M_{rn} = \frac{4B_r}{\pi n} \left( \sum_{i=1}^{(N_b-1)/2} \cos\left(\frac{i\beta\pi}{pN_b}\right) \left( \sin((2i+1)\delta) - \sin((2i-1)\delta) \right) + \sin(\delta) \right) \quad (\text{AI.02})$$

$$M_{\theta n} = \frac{4B_r}{\pi n} \sum_{i=1}^{(N_b-1)/2} \sin\left(\frac{i\beta\pi}{pN_b}\right) \left( \cos((2i+1)\delta) - \cos((2i-1)\delta) \right) \quad (\text{AI.03})$$

- **Aimantation sinusoïdale**

$$M_{rn} = \frac{4B_r}{\pi n} \left( \sum_{i=1}^{(N_b-1)/2} \cos\left(\frac{i\pi}{N_b-1}\right) \left( \sin((2i+1)\delta) - \sin((2i-1)\delta) \right) + \sin(\delta) \right) \quad (\text{AI.04})$$

$$M_{\theta n} = \frac{4B_r}{\pi n} \left( \sum_{i=1}^{(N_b-1)/2} \sin\left(\frac{i\pi}{N_b-1}\right) \left( \cos((2i+1)\delta) - \cos((2i-1)\delta) \right) \right) \quad (\text{AI.05})$$

$B_r, p$  sont respectivement l'amplitude de l'aimantation et le nombre de paires de pôles.

$$M_r = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} M_{rn} \cos(np\theta) \quad (\text{A1.06})$$

$$M_\theta = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} M_{\theta n} \sin(np\theta) \quad (\text{A1.07})$$

L'influence du nombre de blocs aimantés sur les aimantations radiale ou mixte n'a pas une grande importance ; il est préférable d'utiliser les expressions (II.19, II.24) afin d'éviter le coût en temps de calcul.

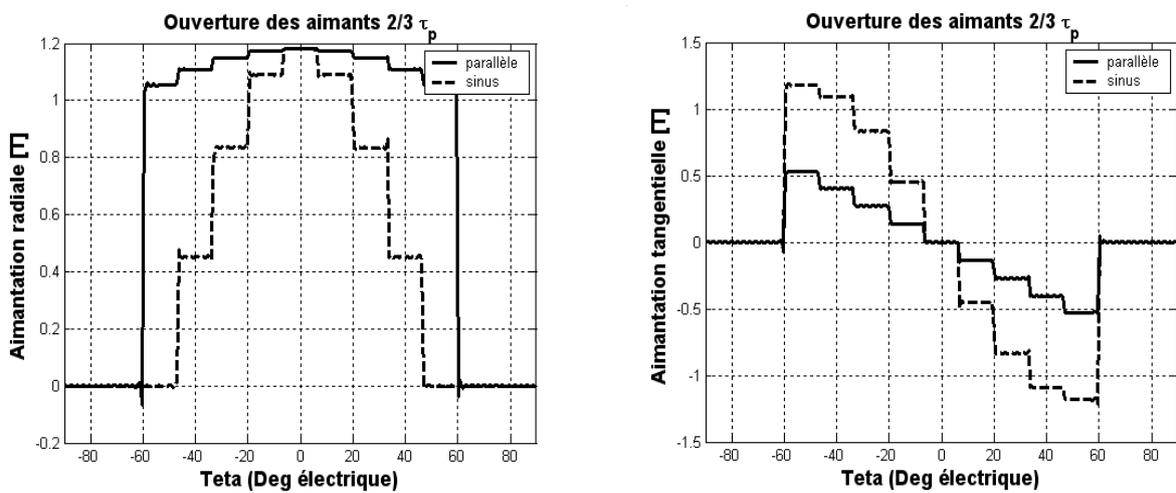


Figure (A1.01). Représentation spatiale de l'aimantation ( $N_b=9$ )

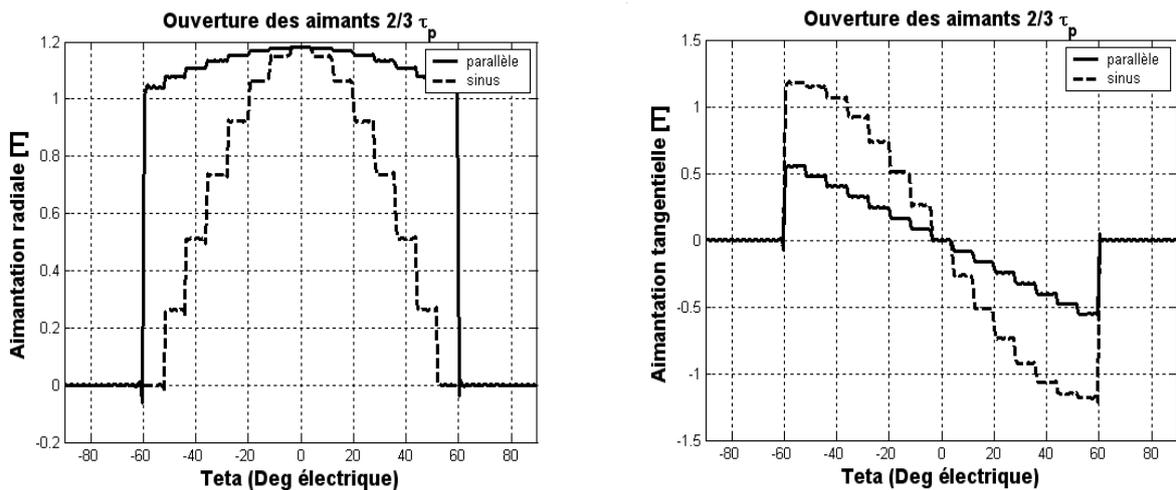


Figure (A1.02). Représentation spatiale de l'aimantation ( $N_b=15$ )

**Résumé** - Le modèle analytique qui est présenté, fait appel à la théorie du champ bidimensionnelle en coordonnées polaires pour déterminer la distribution de l'induction, la force électromotrice, le couple électromagnétique et le couple de détente dans l'entrefer encoché des moteurs synchrone à aimants permanents où les barres d'aimant débouchent sur la surface rotorique. L'effet des encoches est présenté en modulant la distribution du champ magnétique dans le stator par la perméance relative. La validité du modèle développé est vérifiée en comparant les résultats obtenus à ceux issus d'un calcul par éléments finis.

**Mots clés** : Champ magnétique, méthode conforme, perméance d'entrefer, aimants permanents, moteur synchrone, éléments finis.

**Abstract** - An analytical model is presented, which uses two-dimensional field theory in polar coordinates to determine the flux density distribution, cogging torque, back EMF and electromagnetic torque in the slotted air gap of permanent magnet motors with surface mounted magnet bars which are magnetized in shifting direction. The effect of stator slots is introduced by modulating the magnetic field distribution in the slotless stator by the complex relative air gap permeance. The accuracy of the developed model is verified by comparing its results with numerical finite elements code.

**Keywords** : Magnetic field, conformal mapping, air-gap permeance, permanent magnet synchronous motor, finite elements.

**ملخص النموذج التحليلي** الذي تم تقديمه, استعملنا فيه نظرية الحقل ثنائي الأبعاد في الإحداثيات القطبية من أجل تعيين توزيع التحريض المغناطيسي, القوة المحركة, الزوج الكهرومغناطيسي و الزوج المنبسط في الفراغ بين الجزء الثابت والمتحرك ذات الفرض في المحركات التزامنية ذات المغناطيس الدائم المتواجد على سطح الدوار. تأثير الفرض في الثابت تم إدراجه باستغلال النفاذية النسبية. صحة النموذج المدروس تم مراجعتها باستعمال الطريقة العددية المسندة على العناصر المتناهية.

**كلمات مفاتيح** : الحقل المغناطيسي, الطريقة المثيلة, النفاذية, المغناطيس الدائم, المحركات التزامنية, العناصر المتناهية.