
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



Ecole Nationale Polytechnique

Département de Génie Civil



Ecole Doctorale : Ingénierie et Environnement
Option : Construction et Environnement

Laboratoire de Génie Sismique et de Dynamique des Structures
(LGSDS)

Mémoire de Magister

Présenté par :

Ben Ahmed Baizid

Ingénieur d'Etat en Travaux Publics

Thème

**Effet de l'incertitude inhérente à l'amortissement sur
la réponse des structures sous excitations sismiques**

Mémoire soutenu le 09/06/2010 devant le jury composé de :

| | | |
|-----------------------------|------------------------|-----------------------------------|
| <i>Président</i> | : B. TILIOUINE | <i>Professeur, ENP</i> |
| <i>Directeur de mémoire</i> | : M. HAMMOUTENE | <i>Professeur, ENP</i> |
| <i>Examineurs</i> | : S. RECHAK | <i>Professeur, ENP</i> |
| | : B. KEBLI | <i>Maître de conférences, ENP</i> |

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Remerciements

Tout d'abord, je tiens à remercier Allah, le clément et le miséricordieux de m'avoir donné la force et le courage de mener à bien ce modeste travail.

*Je tiens à remercier Monsieur le professeur **Malek Hammoutène**, directeur de ce mémoire, pour m'avoir accueilli, encadré tout au long de ce travail. J'ai beaucoup apprécié son soutien et sa rigueur scientifiques tout au long de la durée de ce travail.*

*Je voudrais exprimer mes vifs remerciements à M. le Professeur **B. TILIOUINE** pour l'honneur qu'il me fait en présidant ce jury, ainsi que pour les orientations et les conseils qu'il a su me prodiguer durant toute la période de recherche.*

*Mes remerciements s'adressent aussi aux Monsieur les Professeurs **S. RECHAK** et **B. KEBLI** pour l'honneur qu'ils ont bien voulu me faire en acceptant d'examiner ce travail.*

Merci aussi à tous les membres de l'équipe du Laboratoire de Génie Sismique et de Dynamique des Structures pour leurs soutiens et leurs aides.

Mes remerciements vont également à tous ceux et celles qui de près ou de loin m'ont apporté aide et encouragement. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude.

Enfin, je remercie chaleureusement ma Mère pour l'attention, le soutien et la confiance qu'elle m'a donnée au cours de ces longues années. Je n'oublierai pas de saluer la mémoire de mon Père. Enfin, un grand merci à toutes ma familles et tous mes amis.

Je voudrais ici exprimer ma reconnaissance envers les personnes qui m'ont aidé et soutenu durant la période de ce mémoire. Je tiens à remercier pour cela les collègues et amis croisés au cours de ces années ; je m'excuse de ne pouvoir les citer tous ici.

يدرس هذا العمل التخماد و تأثير الارتياب في قيمه على الاستجابة الزلزالية القصوى للهياكل ذات الخصائص المرتابة. مع توضيح التغيرات المرتبطة بتحديدته.

استعملنا تقنية المحاكاة الرقمية مونتي كارلو لمحاكاة قيم التخماد. النتائج برهنت بان الارتياب في قيم التخماد ذو تأثير كبير في استجابة الهياكل. استعملنا تسجيلين زلزاليين مع الأخذ بعين الاعتبار مختلف قيم COV الخاصة بالتخماد وأربع دوال احتمالية. قمنا بمناقشة النتائج المحصل عليها مع الأخذ بعين الاعتبار تغير في قيم التخماد والتسجيلات الزلزالية المستعملة.

في الأخير قمنا بصياغة بعض الخلاصات والتطلعات على ضوء النتائج المتحصل عليها.

مفاتيح : تخامد، إرتيابات، الإستجابة الزلزالية، الهياكل ذات الخصائص المرتابة، طريقة مونتي كارلو.

Résumé

Ce travail traite de l'amortissement et de l'effet de ses incertitudes sur la réponse sismique maximale des systèmes à caractéristiques aléatoires. Avec la mise en évidence du traitement de la variabilité inhérente à son estimation.

La technique de simulation de la Méthode de Monte Carlo est utilisée pour simuler les valeurs de l'amortissement. Les résultats ont montré que l'incertitude inhérente à l'amortissement a une influence considérable sur la réponse des systèmes. Deux enregistrements sismiques ont été utilisés en considérant différentes valeurs de COV et quatre fonctions de densité de probabilité. Les résultats obtenus sont discutés en termes de distribution des variations des valeurs de l'amortissement et de l'excitation sismique considérée. Des conclusions et des perspectives sont formulées à la lumière des résultats obtenus.

Mots clés : amortissement, incertitude, réponse sismique, structures à paramètres incertains, méthode de Monte Carlo.

Abstract:

This work treats the damping and the effect of its uncertainties on the maximum seismic response of the systems with random characteristics. With the description of the treatment of variability inherent in its estimate.

The technique of simulation of Monte Carlo method is used to simulate the values of damping. The results show that the uncertainty in damping can have a considerable influence on the response of the systems. Two seismic recordings were used by considering various values of COV and four functions of density of probability. The results obtained are discussed in term of distribution of the variations of the values of damping and the seismic excitation considered. Conclusions and prospects are formulated in the light of the obtained results.

Key words: dumping, uncertainty, seismic response, structures with uncertain parameters, Monte Carlo method.

SOMMAIRE

| | |
|--|----|
| Résumé | i |
| Sommaire | ii |
| Introduction Générale | 1 |
| CHAPITRE 1 - INCERTITUDE ET PROBABILITE | 4 |
| 1.1 Notion de hasard | 4 |
| 1.2 Étapes de la modélisation de l'incertitude | 6 |
| 1.3 L'incertitudes dans le processus de bâtiment | 8 |
| 1.4 Notions fondamentales de la théorie des probabilités..... | 9 |
| I.4.1 Fréquence relative | 9 |
| I.4.2 Probabilité | 9 |
| I.4.3 Quantité statistiques | 10 |
| I.4.3.1 le traitement statistique | 10 |
| I.4.3.2 Tendances centrale | 10 |
| I.4.3.3 Dispersion | 11 |
| I.4.3.4 Le Coefficient de variation | 11 |
| 1.5 Variables aléatoires et distributions | 11 |
| I.5.1 Fonction de distribution de probabilité et Fonction de distribution cumulative:..... | 12 |
| I.5.1.1 Fonction de répartition | 12 |
| I.5.1.2 Densité de probabilité | 13 |
| I.5.1.3 Théorème central limite | 14 |
| I.5.2 Principales distributions continues | 15 |
| I.5.2.1 Distribution Uniforme..... | 15 |
| I.5.2.2 Distribution Normale | 16 |
| I.5.2.3 Distribution Log normal | 17 |
| I.5.2.4 Distribution Gamma | 18 |
| I.6 conclusions | 19 |
| CHAPITRE 2 - LES SPECTRES DE REPONSES | 20 |
| 2.1 Introduction | 20 |
| 2.2 Réponse dans le temps | 22 |
| 2.3 Spectre de réponse..... | 24 |
| 2.4 Spectre de dimensionnement..... | 31 |
| CHAPITRE 3 - L'AMORTISSEMENT DANS LES STRUCTURES | 34 |

| | |
|---|-----------|
| 3.1 Introduction | 34 |
| 3.2 Bref historique..... | 35 |
| 3.2 Discussion sur l'amortissement | 35 |
| 3.4 l'evaluation et traitement de l'incertitude | 41 |
| 3.5 Conclusions | 42 |
| CHAPITRE 4 - LES METHODES DE MONTE CARLO | 43 |
| 4.1 Aperçu historique des méthodes de Monte Carlo | 43 |
| 4.2 Présentation des méthodes de Monte Carlo | 44 |
| 4.2.1 Avantages et inconvénients de la méthode MCS | 46 |
| 4.2.2 Nombre de simulations requis..... | 47 |
| 4.2.3 Génération des nombres aléatoire | 51 |
| 4.2.4 Échantillon d'une variable aléatoire de loi donné..... | 52 |
| 4.2.4.1 Simulation d'une variable aléatoire de loi donné..... | 52 |
| 4.2.4.2 Simulation d'une variable aléatoire de loi quelconque | 53 |
| 4.3 Conclusion..... | 54 |
| CHAPITRE 5 - EFFET DE L'INCERTITUDE INHERENTE A L'AMORTISSEMENT SUR LES SPECTRES DE REPONSE..... | 55 |
| 5.1 Introduction | 55 |
| 5.2 l'evaluation et traitement de l'incertitude inhérente à l'amortissement | 56 |
| 5.3 Effet de l'incertitude inhérente à l'amortissement sur les spectres de réponse | 56 |
| 5.3.1 Applications numériques..... | 58 |
| 5.4 Conclusion..... | 64 |
| CHAPITRE 6 - L'INFLUENCE DES VARIATIONS DES CARACTERISTIQUES STATISTIQUES DE L'AMORTISSEMENT | 65 |
| 6.1 L'influence des variations des caractéristiques statistiques de l'amortissement..... | 65 |
| 6.1.1 Applications numériques pour La loi Log normal | 66 |
| 6.1.2 Applications numériques pour La loi Gamma | 68 |
| 6.2 Conclusions | 71 |
| Conclusions générales | 73 |
| Références bibliographiques | 75 |

Liste de figures

- ✓ Figure 1.1 : Etapes d'étude probabiliste.
- ✓ Figure 1.2 : Histogramme des valeurs simulées avec une loi Normal
- ✓ Figure 1.3 : Histogramme des valeurs simulées avec une loi Log normal
- ✓ Figure 1.4 : Histogramme des valeurs simulées avec une loi Gamma
- ✓ Figure 2.1. : Composante horizontale de l'accélération dans la direction nord-sud enregistrée à El Centro.
- ✓ Figure 2.2 : Réponses de quatre structures à un degré de liberté soumises aux trente premiers secondes de la composante N-S de l'accélérogramme d'EL Centro.
- ✓ Figure 2.3 : Illustration de calcul du spectre de déplacement pour l'accélération d'El Centro
- ✓ Figure 2.6 : Spectres et pseudo-spectres de déplacement, de vitesse et d'accélération de l'accélérogramme d'El Centro pour $\xi = 2\%$.
- ✓ Figure 2.7 : Exemple de spectre en pseudo accélération en fonction de la période (spectre de réponse de la composante N-S enregistrée à Tolmezzo (séisme du Frioul) le 6 mai 1976)
- ✓ Figure 2.8. : Diagramme tripartite représentant les spectres de réponse combinés S_d , S_v - S_a de l'accélérogramme d'El Centro pour $\xi = 0,2,5,10$ et 20%
- ✓ Figure 2.9. : Spectres de dimensionnement moyen d'accélération normalisés à $0,2g$ (tiré de U.S. Momie Energy Commission Report TID-7024, Août 1963)
- ✓ Figure 3.1 : Vibration libre d'un système à amortissement critique
- ✓ Figure 3.2 : Vibration libre d'un système à amortissement sous critique
- ✓ Figure 3.3 : Influence d'amortissement sur la Vibration libre d'un système sous-amorti.
- ✓ Figure 4.1 : Distribution de probabilité de \widehat{P}_s
- ✓ Figure 4.2 : Convergence de l'estimateur de probabilité de succès de MMC en fonction de nombre d'échantillon N pour une loi Log normal.
- ✓ Figure 4.3 : Convergence de l'estimateur de probabilité de succès de MMC en fonction de nombre d'échantillon N pour une loi Gamma.
- ✓ Figure 4.4 : Histogramme de 1 000 tirages d'une loi uniforme répartis en 25 classes
- ✓ Figure 4.5 : Illustration de la transformation inverse

- ✓ Figure 5.1 : Spectre moyen ± 1 écart type en déplacement, pseudo-vitesse et pseudo-accélération .pour :a)simulation de MMC, b) Zermout . pour une loi Log normal, Le spectre correspond au séisme d'El-Centro du 18 mai 1940.

- ✓ Figure 5.2 : Spectre moyen ± 1 écart type en déplacement, pseudo-vitesse et pseudo-accélération. Pour : a) simulation de MMC . b) Zermout pour une loi Log normal. Le spectre correspond au séisme de Parkfield du 27 juin 1966.
- ✓ Figure 5.3 : Spectre moyen ± 1 écart type en déplacement, pseudo-vitesse et pseudo-accélération.pour : a) simulation de MMC, b) Zermout . pour une loi Gamma, Le spectre correspond au séisme d'El-Centro du 18 mai 1940.
- ✓ Figure 5.4 : Spectre moyen ± 1 écart type en déplacement, pseudo-vitesse et pseudo-accélération. Pour : a) simulation de MMC. b) Zermout ,pour une loi Gamma, .Le spectre correspond au séisme de Parkfield du 27 juin 1966.
- ✓ Figure 6.1– Spectre moyen ± 1 écart type en déplacement, pseudo-vitesse et pseudo-accélération pour différentes COV de l'amortissement : a) COV =40 %, b) COV =60 %. b) COV =80 % pour une loi log normale, Le spectre correspond au séisme d'El-Centro du 18 mai 1940.
- ✓ Figure 6.2 – Spectre moyen ± 1 écart type en déplacement, pseudo-vitesse et pseudo-accélération. Pour : a) COV =40 %, b) COV =60 %. b) COV =80 % pour une loi Log normal. Le spectre correspond au séisme de Parkfield du 27 juin 1966.
- ✓ Figure 6.3– Spectre moyen ± 1 écart type en déplacement, pseudo-vitesse et pseudo-accélération pour différentes COV de l'amortissement : a) COV =40 %, b) COV =60 %. b) COV =80 % pour une loi Gamma, Le spectre correspond au séisme d'El-Centro du 18 mai 1940.
- ✓ Figure 6.4– Spectre moyen ± 1 écart type en déplacement, pseudo-vitesse et pseudo-accélération pour différentes COV de l'amortissement : a) COV =40 %, b) COV =60 %. b) COV =80 % pour une loi Gamma, Le spectre correspond au séisme de Parkfield du 27 juin 1966.

Liste de tableaux

- ✓ Tableau 3.1 : Valeurs d'amortissement pour quelques structures
- ✓ Tableau 3.2 : Valeurs de ζ (%) dans les règlements parasismiques algériens RPA
- ✓ Tableau 4.1 : Vitesse de convergence pour diverses règles de quadrature et pour la méthode de Monte Carlo, en dimension s et en utilisant n points. [RUBINO.2007]
- ✓ Tableau 5.1: Valeurs de coefficient de variation de PSA. Le spectre correspond au séisme d'El-Centro du 18 mai 1940
- ✓ Tableau 5.2: Valeurs de coefficient de variation de PSA. Le spectre correspond au séisme de Parkfield du 27 juin 1966
- ✓ Tableau 6.1 : Valeurs de coefficient de variation de PSA. Le spectre correspond au séisme d'El-Centro du 18 mai 1940
- ✓ Tableau 6.2 : Valeurs de coefficient de variation de PSA. Le spectre correspond au séisme de Parkfield du 27 juin 1966
- ✓ Tableau 6.3 : Valeurs de coefficient de variation de PSA. Le spectre correspond au séisme d'El-Centro du 18 mai 1940
- ✓ Tableau 6.4 : Valeurs de coefficient de variation de PSA. Le spectre correspond au séisme de Parkfield du 27 juin 1966

NOTATIONS

- SD = spectre de déplacement relatif
PSD = pseudo spectre de déplacement
SV = spectre de vitesse relatif
PDV = pseudo spectre de vitesse
SA = spectre d'accélération relatif
PSA = pseudo spectre d'accélération
 $\ddot{u}_g(t)$ = Accélération du sol
 $u(t)$ = Réponse temporelle
 n_d = Le nombre d'occurrence de l'événement d
 c = Amortissement
 $f_x(x,t)$ = Fonction de densité de probabilité d'un processus X(t)
 $F_x(x,t)$ = Fonction de probabilité cumulative d'un processus X(t)
 f_r = fréquence relative
 $P(d)$ = La probabilité d'avoir l'événement d
 μ_x = La moyenne d'un ensemble de valeurs mesurées
 σ_x = L'écart type d'un ensemble de valeurs mesurées
 var = La variance d'un ensemble de valeurs mesurées
 Cov = La covariance d'un ensemble de valeurs mesurées
 ω = La pulsation
 ω_D = pseudo pulsation
 ξ = valeurs de pourcentage d'amortissement critique
 g = gravite
 m = masse
 C_c = amortissement critique
 N = Nombre de simulations requises
 P_s = la probabilité de succès
 $G(x)$ = la fonction limite
 I_D = la fonction indicatrice
 \hat{P}_s = l'estimateur de la probabilité de succès P_s

INTRODUCTION GENERALE

Les incertitudes sur le chargement et les caractéristiques structurales peuvent affecter la réponse et la fiabilité des structures. Par conséquent, il est souvent souhaitable de considérer les effets de ces incertitudes dans l'analyse et la conception. À titre d'exemple, pour certaines structures, telles que les parkings de véhicules par exemple, la masse relative à chaque niveau est fonction du temps (jours, saisons) et il est pratiquement impossible de prédire sa valeur exacte lors d'un prochain séisme. En outre, si la structure considérée est fondée sur un sol meuble et que le phénomène d'interaction sol-structure ne peut être ignoré, les caractéristiques de la structure dépendront des caractéristiques dynamiques du sol de fondation qui peuvent être différentes avant, pendant, et après le tremblement de terre.

Ceci exige le développement d'outils mathématiques appropriés pour incorporer de telles incertitudes dans la modélisation des structures, de même que dans l'élaboration de méthodes pour analyser ces modèles mathématiques. Les processus aléatoires, par exemple, sont souvent utilisés en tant qu'outils mathématiques pour modéliser les variations temporelles des chargements incertains, tels que ceux dus aux tremblements de terre ou aux vents. La théorie de vibration aléatoire peut être utilisée pour obtenir une description probabiliste de la réponse, telles que la moyenne et la covariance pour des processus Gaussiens, de même que les statistiques d'ordres supérieurs dans le cas des processus non Gaussiens. Ces descriptions probabilistes peuvent être combinées avec les théories de réponses extrêmes approximatives pour obtenir diverses estimations de fiabilité pour la structure.

Le traitement des incertitudes contenues dans la modélisation des caractéristiques structurales, a suscité un intérêt croissant. Ces incertitudes, qui résultent des nombreuses hypothèses faites lors de modélisation de la géométrie, des conditions aux limites et du comportement des matériaux constitutifs peuvent avoir un effet significatif sur la fiabilité de nombreuses structures [H. Jensen et al 1992; T. Igusa et al 1988 ; C. G. Wall et al 1991 ; Jr. B. F. Spencer et al 1988]. Par conséquent, quand on considère un modèle structural, comme un modèle d'éléments finis, on doit prendre en considération les incertitudes contenues [L. S. Katafygiotis et al 1995 ; H. Jensen et al 1991], dans la rigidité de chaque élément ou sous-structure, dans la masse, dans les coefficients

d'amortissement modaux, dans les constantes de ressort qui modélisent les conditions aux limites, ou dans la rigidité équivalente de sol lors de la prise en considération de l'interaction de sol-structure [Lambros 1996].

L'objectif de la présente étude est l'estimation de l'effet des incertitudes liées à l'amortissement sur la réponse dynamique des structures. Les incertitudes sont traitées en considérant différentes distributions de probabilité dont le choix est fait en tenant compte des considérations physiques des problèmes à étudier.

La technique de Monte Carlo est utilisée pour simuler un grand nombre de valeurs d'amortissement des structures étudiées et les réponses dynamiques de celles-ci sont ensuite analysées de sorte à évaluer les fluctuations de leurs caractéristiques. Ces analyses sont faites en termes de spectre de réponse linéaire.

Dans un premier temps, on estime le nombre de simulations requises pour un intervalle de confiance donné. Les fluctuations de la probabilité de défaillance associée à la fonction d'état limite obtenue sont analysées en fonction de nombre d'échantillons, en terme de moyenne et d'écart type afin de déterminer le nombre de simulations requises et qui est associé à la diminution des amplitudes des fluctuations des estimateurs, c'est-à-dire à une stabilité des fonctions représentatives des estimateurs moyennes et des écarts types.

Dans un deuxième temps, les résultats obtenus ont été utilisées pour étudier l'effet des fonctions de distribution de l'amortissement sur les réponses, en utilisant des bases empiriques, les valeurs limites des fluctuations de l'amortissement et les fonctions de densité de probabilité sont choisis. Le choix des fonctions de densité de probabilité s'est fait sur la base de meilleur ajustement des variations des valeurs empiriques de l'amortissement.

Pour chaque loi de distribution de l'amortissement, on a ensuite étudié l'effet de la variabilité des valeurs de l'amortissement lui-même sur la réponse des structures, et ce pour chacun des deux enregistrements sismiques utilisés pour représenter le chargement dynamique.

Ce travail est divisé en plusieurs chapitres qui forment l'ensemble de travail effectué. Le premier chapitre porte sur la Description des incertitudes. Les notions d'erreurs et d'incertitudes sont discutées. Les divers types et source d'incertitudes sont également présentés. Le deuxième chapitre présente la théorie de la probabilité comme un moyen mathématique efficace pour incorporer les incertitudes dans l'analyse et la conception. Des méthodes graphiques et numériques très utiles pour la récapitulation de la variabilité afin de garantir une meilleure compréhension des données sont présentées. La notion de variable aléatoire est discutée. Le troisième chapitre est réservé pour

donner une description de l'amortissement et les différents types de cette caractéristique importante de la structure. Le traitement de l'incertitude inhérente à l'amortissement est aussi présenté dans ce chapitre, la gamme des valeurs de variation et les lois de probabilités qui ont fourni le meilleur ajustement aux variations d'amortissement sont discutées. Le quatrième chapitre est consacré à la description de la méthode de simulation de Monte Carlo. La Génération des nombres aléatoire et la détermination de Nombre de simulations requises sont présentées aussi dans ce chapitre.

Le chapitre 5 traite de l'effet, sur la réponse des structures des incertitudes inhérente à l'estimation de l'amortissement et ce pour chacun des lois de distribution sélectionnées et pour chacun des deux accélérogrammes considérées dans cette étude. Le chapitre 6 est consacré à l'étude de l'influence des variations des caractéristiques statistiques de l'amortissement sur la réponse structurales. Des résultats et des conclusions importantes ont été déduits dans la conclusion générale. De même, des recommandations ont été faites à l'attention des ingénieurs des bureaux d'étude. Des perspectives de développement futures ont ainsi été présentées.

CHAPITRE I

INCERTITUDE ET PROBABILITE

1.1 Notion de hasard

Le hasard et la chance jouent un rôle central dans la vie de tous les jours et dans une large palette de domaines. La production agricole est une fonction des conditions météorologiques ; le statut économique d'un individu peut être le résultat de son habileté dans le commerce et de son habileté à tisser des bons réseaux sociaux ainsi que de facteurs extérieurs que l'on qualifie généralement de conjoncture économique. Le hasard, comme on l'entend aujourd'hui, a été pendant longtemps une idée abstraite et, pendant des siècles, dans le sens commun largement liée à une explication métaphysique, le destin, ou à une volonté divine.

Historiquement, la première fois que l'humanité a eu à faire avec des nombres aléatoires fut probablement pour des activités divinatoires. Des dés rituels étaient en usage déjà à l'âge du bronze. Le plus ancien dé de forme cubique avec des faces numérotées de 1 à 6 remonte à 2000 ans avant Jésus-Christ et a été trouvé en Égypte. Des dés du VII^e et du VI^e siècle avant Jésus-Christ ont été trouvés en Italie centrale et en Chine.

C'est seulement au cours du XX^e siècle, avec le développement parallèle des sciences statistiques et de la technologie, que les nombres aléatoires ont trouvé une large application. La célèbre phrase d'Einstein « *Dieu ne joue pas aux dés* » est contemporaine à l'élaboration du principe d'incertitude de Heisenberg. Selon l'idée classique de causalité, pour prédire le futur avec un certain degré de précision, il suffisait de connaître le présent avec suffisamment de précision. Dans des instituts de prévision météorologique les quantités d'intérêt sont estimées à partir d'un grand nombre d'états initiaux, et l'évolution du phénomène est artificiellement simulée avec des modèles numériques utilisant des nombres aléatoires. Et bien que les capacités de calcul des ordinateurs des centres de prévision météorologique soient très élevées, les prévisions ne vont, hélas, jamais au-delà de quelques jours.

De telles techniques constituent ce que l'on appelle généralement la méthode de Monte Carlo, et aujourd'hui une vaste littérature sur les applications les plus variées est disponible.

À la base de toute simulation, il y a l'utilisation de nombres aléatoires en grande quantité. De plus, pour qu'une simulation soit fiable il faut que les nombres aléatoires utilisés aient toutes les propriétés que l'on attend. Ainsi, il ne suffit pas de disposer d'une liste finie de 100 ou même d'un million de nombres aléatoires et de l'utiliser en boucle pour des simulations. En bref, la production de nombres aléatoires en grandes quantités n'est pas une simple affaire.

L'histoire de la génération des nombres aléatoires commence avec des machines plus ou moins complexes dont le but était de piocher des boules numérotées d'une urne. Encore aujourd'hui, en dépit d'algorithmes performants et de qualité élevée pour la génération de nombres aléatoires en grandes quantités, de telles machines sont utilisées pour les loteries à numéros et les ordinateurs ne les remplaceront-ils probablement jamais. Il y a une raison philosophique à cela, celle qui est au fond soulevée par Neumann : un algorithme implémenté produira une suite de nombres dont la nature est déterministe, et donc d'une certaine manière prévisible, et la suite aura seulement l'apparence d'être aléatoire [Dodge, Y. 2008].

1.2 Étapes de la modélisation de l'incertitude

Les étapes essentielles pour mesurer l'incertitude sont discutées ailleurs (Haldar et Mahadcvan, 2000) pour des situations où les sources d'incertitude sont non cognitives et l'information nécessaire est disponible. Supposez que l'incertitude dans les précipitations annuelles ou la vitesse de vent maximum annuelle pour une ville particulière a besoin d'être mesurée. Évidemment, l'information peut être produite en rassemblant toutes les données enregistrées disponibles sur la vitesse de précipitations ou de vent. Il a pu y avoir des bases des données pendant les 50, 75, ou 100 dernières années, donnant 50, 75, ou 100 échantillons. L'information statistique nécessaire peut être extraite à partir de ces échantillons après les étapes représentées sur la figure 1.1.

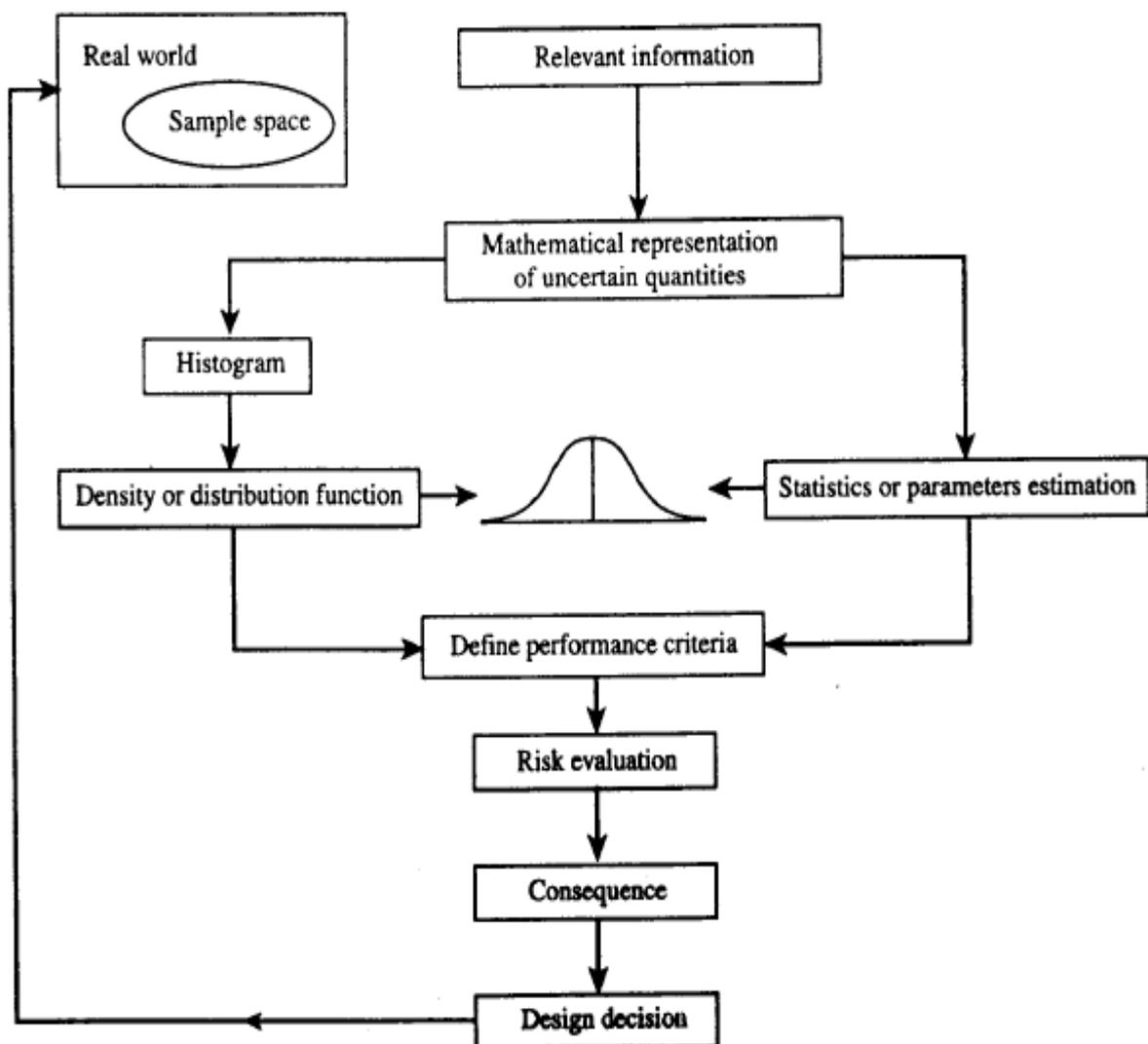


Figure 1.1 : Etapes d'étude probabiliste. [Haldar 2000]

L'information rassemblée constitue l'espace témoin. Les caractéristiques d'aspect aléatoire peuvent être décrites graphiquement sous forme d'histogramme ou de diagramme de fréquence. Pour une représentation plus générale d'aspect aléatoire, le diagramme de fréquence peut être rapproché par une fonction théorique connue de densité de probabilité, telle que la fonction de densité normale. Pour décrire la fonction de densité de probabilité uniquement, certains paramètres de la distribution doivent être estimés. L'évaluation de ces paramètres, appelée les statistiques, et elles constituent un composant important de l'analyse d'incertitude. L'aspect aléatoire dans chacun des paramètres de charge et de résistance peut être mesuré en utilisant ces statistiques. Puis, le risque impliqué dans la conception des structures peut être estimé pour un critère spécifique d'exécution.

Il est indésirable et peu économique, si non impossible, de concevoir une structure à risque-libre. Dans la plupart des cas d'importance pratique, le risque peut être réduit au minimum mais ne peut pas être éliminé complètement. Les centrales nucléaires sont relativement plus sûres que les bâtiments et les ponts ordinaires avec un coût élevé correspondant, mais elles ne sont pas absolument sûres. Faisant une structure plus fiable, implique plus d'argent dans la plupart des cas. Pour une structure donnée, les risques correspondants pour différentes solutions de rechange de conception peuvent être estimés. L'information sur le risque et les conséquences correspondantes de l'échec, y compris le coût de remplacement de la structure, peut être combinée en utilisant un cadre d'analyse de décision pour obtenir la meilleure alternative. Le concept de probabilité fournit un cadre unifié pour l'analyse quantitative de l'incertitude et de l'évaluation du risque comme la formulation de la compensation étudiée pour la prise de décision, la planification et la conception considérant les aspects du problème.

Un grand nombre de données sont importantes pour mettre en application exactement le concept de construction à risque. Il est toujours préférable d'estimer l'incertitude en utilisant à nombre proportionné d'observations fiables. Cependant, dans beaucoup de problèmes de technologie, il y a très peu de données disponibles, parfois seulement un ou deux observations. Le concept de probabilité peut encore être employé dans ce cas en combinant l'expérience, le jugement, et les données d'observation. Dans presque tous les cas, le concept de construction à risque peut être employé avec succès indépendamment du nombre de données disponibles [Haldar 2000].

1.3 Incertitudes dans le processus de construction

Le processus de construction inclut la planification, la conception, la construction, et la démolition. Tous les composants du processus impliquent de diverses incertitudes. Ces incertitudes peuvent être mises dans deux catégories principales en ce qui concerne des causes: naturelles et humaines.

Incertitude à cause naturelle : résultat d'incertitude de l'imprévisibilité des charges telles que le vent, le tremblement de terre, la neige, la glace, la pression de l'eau. Une autre source d'incertitude attribuable aux causes naturelle est le comportement mécanique des matières employées pour construire le bâtiment. Par exemple, les propriétés matérielles du béton peuvent changer d'un échantillon à un autre et également dans le même échantillon.

Incertitude à cause humaine : incluent des exceptions prévus et imprévus à une conception optimale. Les exemples de ces incertitudes pendant la phase de conception incluent des approximations, des erreurs de calcul, des problèmes de transmission, des omissions, le manque de la connaissance. De même, pendant la phase de construction, les incertitudes surgissent en raison de l'utilisation des matériaux insatisfaisants, des méthodes de construction, des connexions mauvaises, ou des changements sans analyse. Pendant leur utilisation, la structure peut être soumise à la surcharge, à l'entretien insatisfaisant, à l'abus, ou même à un acte de sabotage.

En raison de ces incertitudes, les charges et les résistances (c.-à-d., portances des éléments structuraux) sont des variables aléatoires. Il est commode de considérer un paramètre aléatoire (charge ou résistance) en fonction de trois facteurs:

Facteur de variation physique : Ce facteur représente la variation de la charge et de la résistance qui est inhérente à la quantité étant considérée. Les exemples incluent une variation naturelle de pression de vent, de tremblement de terre, et de propriétés matérielles.

Facteur de variation statistique : Ce facteur représente l'incertitude résultant d'estimer des paramètres basés sur un nombre d'échantillon limité. Dans la plupart des situations, la variation naturelle (facteur de variation physique) est inconnue et elle est quantifiée en examinant un nombre d'échantillon limité. Par conséquent, plus le nombre d'échantillon est grand, plus l'incertitude décrite par le facteur de variation statistique est petite.

Facteur de variation de modèle : ce facteur représente l'incertitude due aux hypothèses simplificatrices, des conditions aux limites inconnues, et des effets inconnus d'autres variables. Il peut considérer comme rapport de la force réelle (résultat d'essai) et de la force prévue en utilisant le modèle. [Nowak. A. S 2000]

1.4 Notions fondamentales de la théorie des probabilités

La théorie de probabilité propose un cadre mathématique pour présenter quantitativement l'incertain. Elle prolonge le concept du facteur de sécurité pour incorporer explicitement l'incertitude dans les paramètres qui seront plus significatifs qu'une analyse déterministe, parce que l'ingénieur doit fournir une mesure de l'incertitude pour les paramètres utilisés.

I.4.1 Fréquence relative

Dans un échantillon de taille n , extrait au hasard d'une population statistique définit la fréquence relative f_r , cette dernière est obtenu en divisant le nombre d'occurrence dans un intervalle par le nombre total de points dans une série de mesures.

I.4.2 Probabilité

La probabilité d'un événement est un nombre réel compris entre 0 et 1. Plus ce nombre est grand, plus le risque (ou la chance, selon le point de vue) que l'événement se produise est grand. Si on considère que la probabilité qu'un lancer de pièce donne pile est égale à $1/2$, cela signifie que, si on lance un très grand nombre de fois cette pièce, la fréquence des piles va tendre vers $1/2$, sans préjuger de la régularité de leur répartition.

Contrairement à ce que l'on pourrait penser de prime abord l'étude scientifique des probabilités est relativement récente dans l'histoire des mathématiques. D'autres domaines tels que la géométrie, l'arithmétique, l'algèbre ou l'astronomie faisaient l'objet d'étude mathématique durant l'Antiquité mais on ne trouve pas de trace de textes mathématiques sur les probabilités. L'étude des probabilités a connu de nombreux développements au cours des trois derniers siècles en partie grâce à l'étude de l'aspect aléatoire et en partie imprévisible de certains phénomènes, en particulier les jeux de hasard. Ceux-ci ont conduit les mathématiciens à développer une théorie qui a ensuite eu des implications dans des domaines aussi variés que la météorologie, la finance ou la chimie.

La probabilité est définit comme la limite d'une fréquence relative. Si on extrait au hasard un élément d d'une population. La probabilité $P(d)$ d'avoir l'événement d est

$$P(d) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n_d}{n} \right) \quad (1.1)$$

Où, n_d est le nombre d'occurrence de l'événement d , et n est le nombre d'épreuves.

Cette définition semble raisonnable, puisque la probabilité est employée pour décrire la fréquence relative pour un nombre infini d'observations. Cette théorie est fondée sur l'observation.

La probabilité doit satisfaire les axiomes suivants :

- La probabilité de l'événement d a une valeur comprise entre 1 et 0.
- La somme des probabilités respectives de chaque événement mutuellement exclusif et collectivement exhaustif d'un ensemble donne est 1.
- La probabilité de deux événements indépendants d_1 et d_2 égale au produit de leurs différentes probabilités.

I.4.3 Quantités statistiques

I.4.3.1 Le traitement statistique

Bien que les comportements aléatoires soient a priori sujets à des variations imprévisibles, on est cependant capable de donner des renseignements sur ce type de phénomènes. L'idée majeure est que ces renseignements vont être donnés par la répétition de l'expérience. On peut étudier la fréquence d'apparition de chaque résultat, la valeur moyenne de ces résultats et les oscillations autour de cette valeur moyenne. Tout le traitement de ces données est le traitement statistique.

L'expérience montre que, quand on observe un grand nombre de phénomènes aléatoires, on y décèle généralement des lois régissant les résultats, tout à fait déterminées, stables. Par exemple, quelle que soit la pièce non truquée avec laquelle on joue à pile ou face, quel que soit l'endroit où l'on joue, si on lance 1 000 fois la pièce, on aura environ 50 % de piles, 50 % de faces. De même, si l'on étudie la répartition des tailles d'un groupe d'individus, quel que soit l'échantillon pris dans ce groupe, on aura toujours une courbe des répartitions de même type. Cette stabilité, confirmée par l'expérience, légitime l'utilisation d'une modélisation mathématique. Ainsi la théorie des probabilités va essayer de modéliser tous ces types de situations aléatoires. Cette notion de modèle abstrait commun à des expériences variées a mis beaucoup de temps à émerger [Sylvie].

I.4.3.2 Tendances centrale

La mesure de la tendance centrale d'une série de mesure, est généralement donnée par la valeur moyenne μ_x d'un ensemble de valeurs mesurées par x_i de n série de mesures pour la variable aléatoire x est obtenu en additionnant les valeurs et en divisant par n :

$$\mu_x = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad (1.2)$$

Où x_i est la $i^{\text{ème}}$ valeur, et n est le nombre total de points dans la série de mesures.

I.4.3.3 Dispersion

La dispersion dans un échantillon est le rang de l'échantillon, qui est la valeur maximale moins la valeur minimale dans la série de mesures.

La variance $\text{var}[x]$ d'une variable aléatoire X est la valeur moyenne de la différence carrée entre la variable aléatoire et sa valeur moyenne.

$$\text{Var}[x] = \sigma_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu_x)^2 \quad (1.2)$$

L'écart type exprime la dispersion d'une variable aléatoire autour de sa valeur moyenne en mêmes unités que la variable aléatoire elle-même. L'écart type est pris comme racine carrée de la variance.

I.4.3.3 Le Coefficient de variation : pour fournir une expression sans dimensions commode de l'incertitude inhérente à une variable aléatoire. Le coefficient de variation Cov est calculé par la division de l'écart type sur la valeur moyenne qui est généralement exprimée en pourcentage

$$\text{Cov} = \frac{\sigma_x}{\mu_x} \times 100 \% \quad (1.3)$$

1.5 Variables aléatoires et distributions

Les notions fondamentales pour les analyses probabilistes sont les variables aléatoires. En termes mathématiques, une variable aléatoire est une fonction définie sur un espace donné pour représenter une quantité qui varie et qui impose une probabilité pour chaque événement possible dans cet espace. En pratique, une variable aléatoire est une variable pour laquelle la valeur précise est incertaine. Mais une certaine probabilité peut être convoquée à n'importe quelle valeur spécifique « pour des variables aléatoires discrètes-ou dans n'importe quelle marge des valeurs » pour des variables aléatoires continues –

Les variables aléatoires discrètes peuvent seulement supposer des valeurs spécifiques, elles peuvent prendre un nombre fini ou comptable infini de valeurs. Les modèles généralement utilisés pour les variables discrètes incluent les distributions binomiales et celle de poisson.

Les variables aléatoires continues peuvent supposer une gamme continue des valeurs au-dessus d'un domaine. Elles peuvent prendre toutes les valeurs dans un intervalle continu donné-- borné ou non borné-- et des valeurs de probabilité doivent être associées à une certaine gamme dans le domaine. Les modèles généralement utilisés pour des variables aléatoires continues incluent les

distributions normales log normales, et uniformes ; cependant, il y a une certaine distribution, telle que la distribution beta (USACE, 1999).

1.5.1 Fonction de distribution de probabilité et Fonction de distribution cumulative

1.5.1.1 Fonction de répartition :

Une variable aléatoire continue a une affinité de valeurs (ensemble dit non dénombrable). Il est donc impossible de dresser un tableau où toutes les valeurs d'une telle variable aléatoire sont énumérées. De plus, comme nous allons le voir ultérieurement, chaque valeur particulière de la variable aléatoire continue n'a pas de probabilité différente de zéro. Cependant les différents domaines des valeurs possibles d'une variable aléatoire ne sont pas équirepartition des probabilités, bien qu'il faille entendre ceci d'une manière quelque peu différente du cas de variable discrète.

Pour caractériser quantitativement cette répartition, il est commode d'utiliser non pas la probabilité de l'événement $X=x$, mais la probabilité de l'événement $X < x$ où x est une certaine valeur courante. La probabilité de cet événement dépend évidemment de x , elle en est une certaine fonction. Cette fonction est appelée de répartition de la variable aléatoire X . Il est d'usage de la désigner par $F(x)$: $F(x) = P(X < x)$.

La fonction de répartition est la caractéristique la plus universelle d'une variable aléatoire. Elle existe pour toutes les variables aléatoires, tant discrètes que continue. La fonction de répartition caractérise complètement une variable aléatoire de point de vue probabiliste.

Mentionnons quelques propriétés générales de la fonction de répartition.

- La fonction de répartition $F(x)$ est non décroissante de son argument, donc pour $x_1 > x_2$ on a $F(x_1) \geq F(x_2)$.
- Lorsque l'argument $x \rightarrow -\infty$, la fonction de répartition est égale à zéro $F(-\infty) = 0$.
- Lorsque l'argument $x \rightarrow +\infty$, la fonction de répartition est égale à 1 $F(+\infty) = 1$.

I.5.1.2 Densité de probabilité :

La fonction $f(x)$ « dérivée de la fonction de répartition » caractérise la densité de la répartition des valeurs de la variable aléatoire en un point donnée. Cette fonction est appelée densité de répartition de probabilité ou plus brièvement densité de probabilité de la variable aléatoire X .

La densité de probabilité tout comme la fonction de répartition est une des formes de la loi de répartition. Au contraire de la fonction de répartition, cette forme n'est pas universelle, car elle n'a pas de sens que pour des variables aléatoires continues.

Du point de vue géométrique la probabilité pour que la variable aléatoire X se trouve dans l'intervalle (α, β) est égale à l'aire comprise entre la courbe de densité et l'axe des abscisses et limitée par les ordonnées correspondant aux extrémités de l'intervalle (α, β) .

$$P(\alpha < X < \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx \quad (1.4)$$

La relation entre les deux fonctions, la fonction de densités de probabilité et la fonction de répartition est représenté dans l'équation (1.5)

$$f(x) = \dot{F}(x) \quad (1.5)$$

La formule (1.5) exprime une densité de probabilité à l'aide d'une fonction de répartition .soit maintenant le problème inverse, c'est-à-dire qu'il a y a lieu de trouver une fonction de répartition en fonction d'une densité. Par définition on a :

$$F(x) = P(X < x) = P(-\infty < X < x) \quad (1.6)$$

Alors en vertu de la formule (1.4) :

$$F(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx. \quad (1.7)$$

Du point de vue géométrique, $F(x)$ n'est rien d'autre que l'aire comprise entre la courbe de densité de probabilité et l'axe des abscisse et se trouvant à gauche du point x .

Enonçons les propriétés essentielles de la densité de probabilité :

- La densité de probabilité est une fonction non négative ; $f(x) \geq 0$.

Cette propriété est déroule immédiatement du fait que la fonction de répartition $F(x)$ est une fonction non décroissante.

- L'intégrale prise de $-\infty$ à $+\infty$ de la densité de probabilité est égale à 1

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \quad (1.8)$$

I.5.1.3 Théorème central limite

Les lois de répartitions limites sont objet d'un autre groupe de théorème, appelé théorème central limite, parfois considéré comme forme quantitative de la loi des grands nombres.

Toutes les formes du théorème central limite établissent les conditions pour lesquelles une loi normale peut apparaître. Comme ces conditions sont assez souvent réalisées dans la pratique, la loi normale se trouve être la plus répandue des lois de répartition, surtout dans les phénomènes aléatoires de la nature. Elle apparaît chaque fois que la grandeur aléatoire observée peut être présentée comme la somme d'un nombre suffisamment grand de composantes élémentaires indépendantes « ou faiblement liées », dont chacune influe peu sur la somme.

La loi normale prédomine dans plusieurs théories, par exemple de théorie de mesure, c'est en se basant sur la théorie de mesure que Laplace et Gauss ont formulé la loi normale.

En effet, dans la majorité des cas les erreurs apparaissant lors de la mesure de telle ou telle grandeur physique obéissent à la loi normale ; la raison en est que ces erreurs sont généralement la somme d'un grand nombre d'erreurs élémentaires indépendantes dues à des causes différentes. Longtemps la loi normale était considérée comme loi unique et universelle des erreurs. Ce n'est pas vrai, car l'expérience montre que dans certains processus de mesure et de fabrication on rencontre des lois de répartition différant de la loi normale, néanmoins celle-ci reste la plus répandue et la plus importante pour les applications pratiques des lois de mesures.

Le théorème de la limite centrale (appelé plus correctement théorème central limite, sans e à central puisque c'est le théorème qui est central) est un résultat sur la convergence en probabilités d'une suite de variables aléatoires. Intuitivement, ce résultat affirme que toute somme de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées tend vers une variable aléatoire gaussienne. Il admet plusieurs généralisations qui donnent la convergence de cette somme sous des hypothèses beaucoup plus faibles.

Ces généralisations ne nécessitent pas des lois identiques mais font appel à des conditions qui assurent qu'aucune des variables n'exerce une influence significativement plus importante que les autres. Telles sont la condition de Lindeberg et la condition de Lyapounov. D'autres généralisations autorisent même une dépendance « faible ». De plus, une généralisation due à

Gnedenko et Kolmogorov stipule que la somme d'un certain nombre de variables aléatoires avec une queue de distribution décroissante selon $1 / |x|^\alpha + 1$ avec $0 < \alpha < 2$ (ayant donc une variance infinie) tend vers une loi de Lévy tronquée symétrique et stable quand le nombre de variables augmente.

Ainsi, ce théorème et ses généralisations offrent une explication à l'omniprésence de la loi normale dans la nature : de nombreux phénomènes sont dus à l'addition d'un grand nombre de petites perturbations aléatoires.

I.5.2 Principales distributions continues :

I.5.2.1 Distribution uniforme

Une variable aléatoire continue X suit la distribution uniforme si et seulement si sa fonction de densité de probabilité PDF est donnée par

$$f(x) = \frac{1}{b-a}, \text{ avec } a < x < b \quad (1.9)$$

Où, a et b sont les paramètres de la distribution. La fonction de distribution cumulative CDF d'une variable aléatoire uniforme est

$$F(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & \text{pour } a < x < b \\ 1 & x \geq b \end{cases} \quad (1.10)$$

Pour $a = 0$ et $b = 1$, cette distribution est nommée distribution uniforme standard.

I.5.2.2 Distribution Normale

Une variable aléatoire X suit la distribution normale ou gaussienne si sa fonction de densité de probabilité est donnée par :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x} \right)^2 \right], \quad -\infty \leq x \leq +\infty \quad (1.11)$$

Où, μ_x et $\sigma_x > 0$ sont les paramètres de la distribution normale notée $N(\mu_x, \sigma_x)$ de la variable aléatoire normale. La distribution normale avec $\mu_x = 0$ et $\sigma_x = 1$ s'appelle la distribution standard normale.

La fonction de distribution cumulative CDF d'une variable aléatoire normale est notée $F(x)$, donnée par

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt, \quad -\infty < x < +\infty \quad (1.12)$$

Si X suit une loi de distribution normale avec une moyenne μ_x et un écart type σ_x , alors $Z = (X - \mu_x) / \sigma_x$ suit une distribution normale standard.

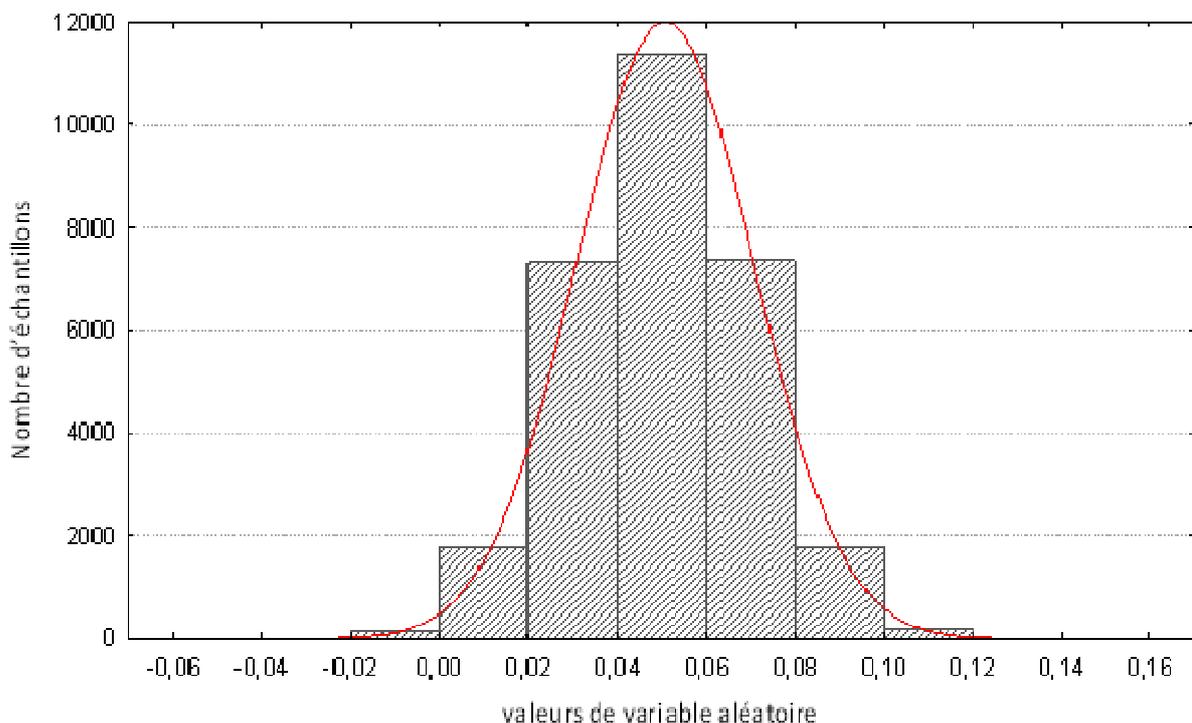


Figure 1.2 : histogramme des valeurs simulées avec une loi normale

I.5.2.3 Distribution Log normal

La distribution log normale est souvent utilisée parce qu'elle est commode pour modéliser la quantité qui varie et s'étend sur plusieurs ordres de grandeurs. La fonction de densité de probabilité d'une variable aléatoire log normale est donnée par

$$f(x) = \frac{1}{\zeta_x \pi \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\log(x) - \lambda_x}{\zeta_x} \right)^2 \right], \quad 0 < x < +\infty \quad (1.13)$$

Où λ_x et ζ_x sont les paramètres de la distribution log normale tel que

$$\zeta_x = \ln \left[1 + \left(\frac{\sigma_x}{\mu_x} \right)^2 \right] \quad (1.14)$$

$$\lambda_x = E[\ln x] = \ln \mu_x - \frac{1}{2} \zeta_x^2 \quad (1.15)$$

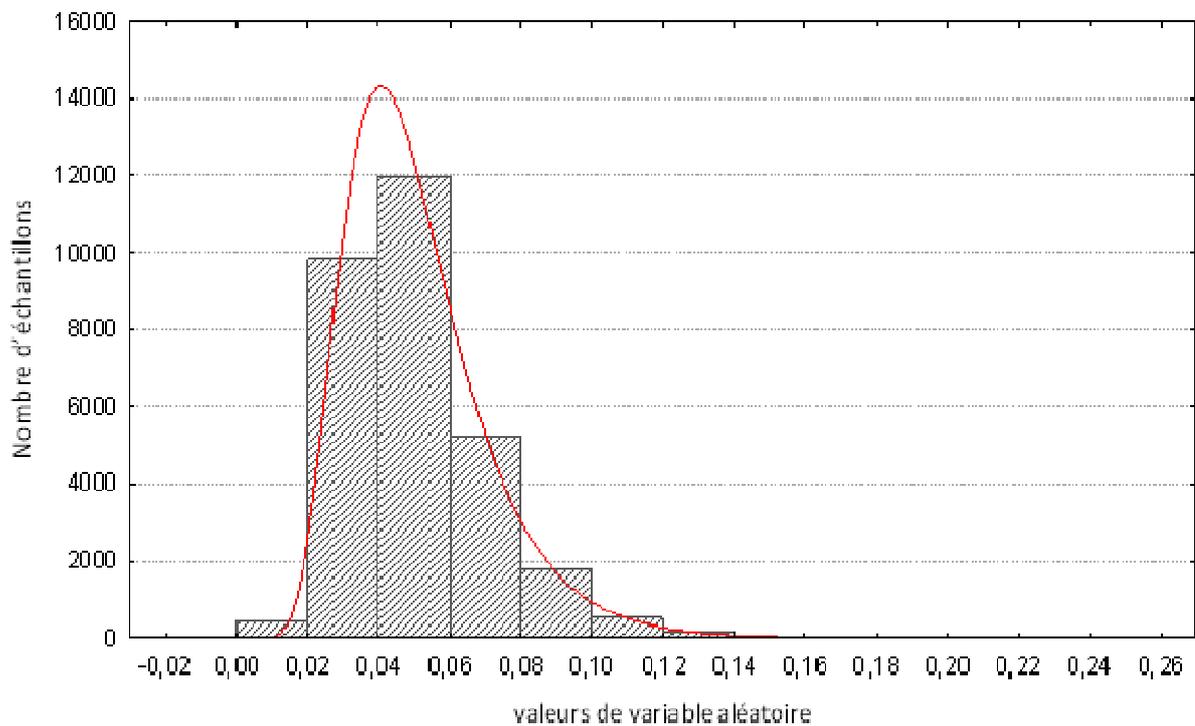


Figure 1.3 : histogramme des valeurs simulées avec une loi log normale

I.5.2.4 Distribution Gamma

La distribution gamma est définît par

X Gamma (α , β); $\alpha > 0$; $\beta > 0$

$$p(x) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x} \quad (1.16)$$

La distribution exponentielle est un cas spécial de la distribution Gamma avec $\alpha=1$.

La distribution chi-square est un cas spéciale de la distribution Gamma avec $\alpha= v/2$ and $\beta =1/2$.

La moyenne et l'écart type sont données par :

Moyenne = α/ β .

Ecart type= α/ β^2 .

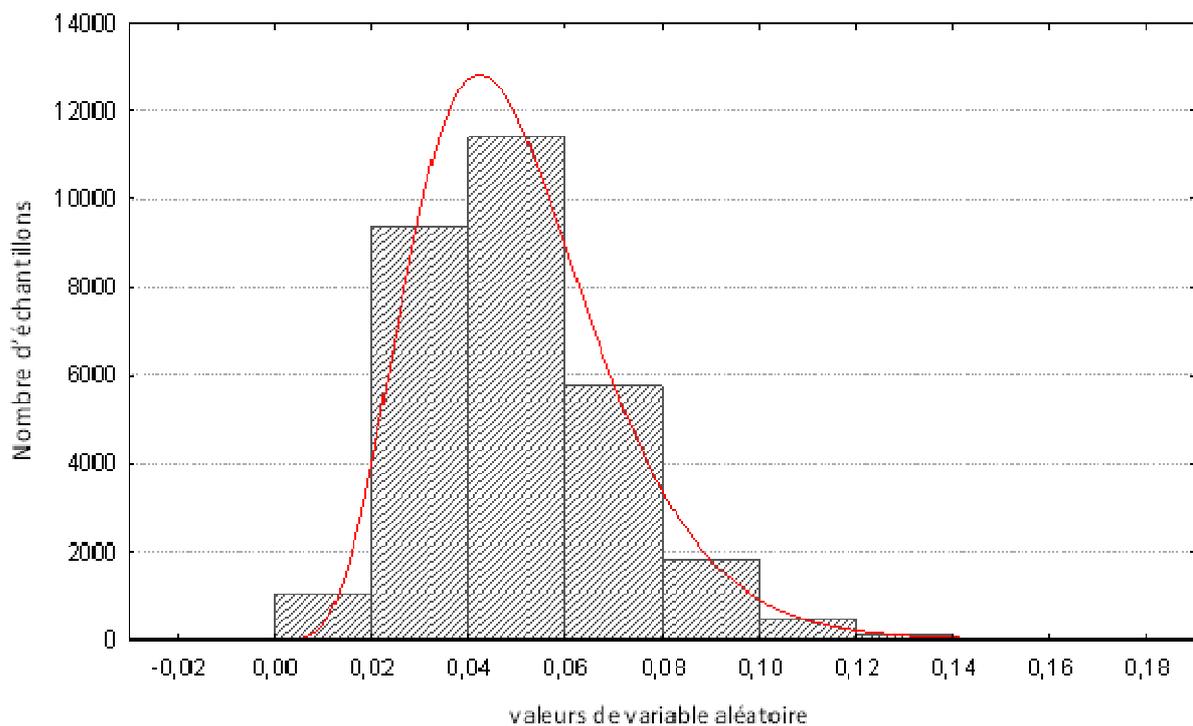


Figure 1.4 : histogramme des valeurs simulées avec une loi Gamma

1.6 Conclusion

La présence de l'incertitude ne peut pas être évitée dans chaque phase d'analyse et de conception dans le domaine de l'ingénierie, néanmoins il n'est pas simple de répondre aux exigences de conception en présence de l'incertitude. Les méthodes probabilistes nous permettent de caractériser l'incertitude associée à chaque paramètre mesuré, ainsi que pour proportionner l'influence de leur variabilité en utilisant un modèle théorique de variable aléatoire.

La présentation quantitative de l'incertitude des paramètres dans un cadre mathématique proposé par la théorie des probabilités est une phase importante dans l'analyse de fiabilité où les incertitudes sur les paramètres sont prises en compte dans un cadre mathématique plus cohérent.

CHAPITRE II

LES SPECTRES DE REPONSE

2.1 Introduction

L'application la plus répandue de la dynamique des structures en génie civil est dans l'étude de la réponse des structures aux tremblements de terre. La raison principale est que les tremblements de terre génèrent des forces d'inertie importantes pour la grande majorité des bâtiments et des structures de génie civil, à l'exception des structures très flexibles telles que les très grands ponts suspendus, les pylônes très élancés et les gratte-ciel de très grande hauteur pour lesquels le vent devient le mode d'excitation dynamique dominant [BORGES 1968]. Ce qui nous concerne c'est qu'un tremblement de terre donne naissance à un mouvement de translation du sol dans trois directions qui se transmet aux structures par leur fondation. Si la fondation est monolithique, on a un mouvement synchrone de la fondation. Si les fondations sont multiples, comme dans le cas d'un grand pont par exemple, les mouvements seront décalés d'une durée égale au temps de propagation du front d'ondes. L'instrument le plus simple pour mesurer l'intensité du mouvement du sol est l'accélérographe, qui permet d'enregistrer l'accélération du sol dans le temps dans trois directions orthogonales, deux horizontales et une verticale. Ces enregistrements portent le nom d'accélérogrammes. L'accélérographe a longtemps été un appareil analogique constitué d'un accéléromètre du type force balancée enregistrant le signal sur film photographique. L'accéléromètre moderne, encore du type force balancée, est digital avec une fréquence de résonance $f= 50$ Hz et un taux d'amortissement $\zeta= 70$ %. Il a longtemps été difficile d'enregistrer les fortes accélérations en champ proche à cause de la trop grande sensibilité des instruments. Les premiers accélérogrammes en champ proche utilisables ont été obtenus lors du tremblement de terre de l'Impérial Valley du 18 mai 1940 en Californie. Ces accélérogrammes sont très utilisés en recherche.

L'historique de l'accélération horizontale dans la direction nord-sud du tremblement de terre de l'Impérial Valley enregistré à la sous-station d'irrigation du district d'Impérial Valley, à El Centre, est présenté à la figure 2.1 et servira de mouvement du sol type dans cet ouvrage. En général, les accélérations sont digitalisées à des pas de temps constants de 1/100s à 1/50s. Les historiques de la vitesse et du déplacement montrés à la figure 2.1 ont été obtenus par intégration numérique.

Nous étudierons dans ce chapitre la réponse des systèmes élémentaires linéaires élastiques aux tremblements de terre. Le caractère distinctif des tremblements de terre est qu'il n'y a pas de forces appliquées directement aux structures comme pour les autres types de chargements dynamiques mais plutôt des mouvements imposés aux appuis. Or, on sait que l'effet de ces mouvements était similaire à l'application d'une force effective au niveau de la masse. Nous introduirons le concept de *spectre de réponse* (en anglais *response spectrum*) et de *spectre de dimensionnement* (en anglais *design spectrum*) qui est généralement utilisé pour calculer la réponse maximum des systèmes élémentaires aux tremblements de terre. Nous verrons que rarement une structure peut résister, sans dommage, à un tremblement de terre. D'où l'importance d'étudier la réponse des systèmes élémentaires non linéaires à des tremblements de terre. [Paultre. 2005]

2.2 Réponse dans le temps

La réponse à un tremblement de terre d'un bâtiment d'un étage, assimilable à un système élémentaire, peut être obtenue à partir de l'intégrale de Duhamel ou de toute autre méthode d'intégration numérique. Notant que la force effective due à un tremblement de terre est donnée par le produit de masse m , par l'accélération du sol, $\ddot{u}_g(t)$ c'est-à-dire $p_{\text{eff}}(t) = -m \ddot{u}_g(t)$, d'après l'intégrale de Duhamel, on obtient

$$u(t) = -\frac{1}{\omega_D} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin(\omega_D(t-\tau)) d\tau \quad (2.1)$$

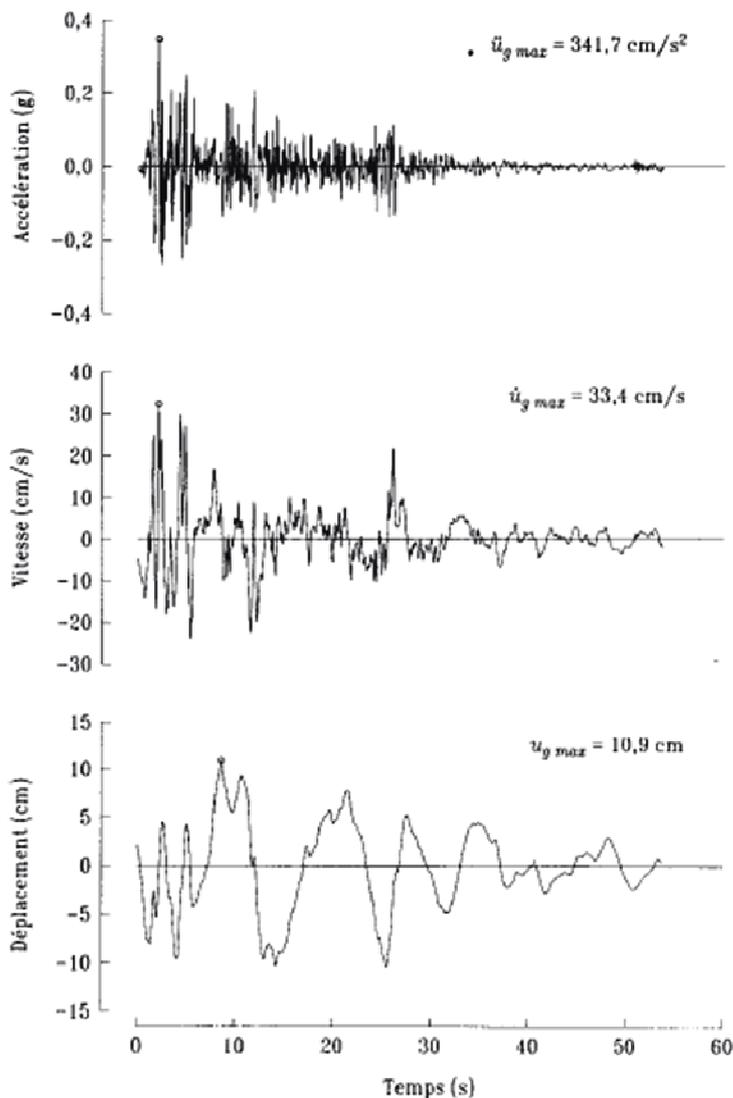


Figure 2.1 : Composante horizontale de l'accélération dans la direction nord-sud enregistrée à El Centro, en Californie durant le tremblement de terre de l'Imperial Valley du 18 mai 1940, ci-après référée comme accélérogramme d'El Centro. Les déplacements et les vitesses ont été calculés par intégration numérique. Catalogue du EERC. California Institute of Technology (Caltech), Californie [Paultre. 2005].

L'historique de la vitesse relative est obtenu par dérivation de (2.1)

$$\dot{u}(t) = - \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \cos\omega_D(t-\tau) d\tau + \frac{\xi\omega}{\omega_D} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin\omega_D(t-\tau) d\tau \quad (2.2)$$

Pour trouver l'expression de l'accélération totale, écrivons l'équation de mouvement d'un système élémentaire à un mouvement de base

$$m \ddot{u}^t(t) + c \dot{u}(t) + k u(t) = 0 \quad (2.3)$$

Où $\ddot{u}^t(t)$ est l'accélération totale de la masse m . cette équation peut se mettre sous la forme suivante :

$$\ddot{u}^t(t) = -2\xi\omega \dot{u}(t) - \omega^2 u(t) \quad (2.4)$$

L'historique de l'accélération totale s'obtient en substituant les équations (2.1) et (2.2) dans l'équation (2.4). Nous avons

$$\begin{aligned} \ddot{u}^t(t) = & \frac{\omega(1-2\xi^2)}{\sqrt{1-\xi^2}} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin\omega_D(t-\tau) d\tau \\ & + 2\xi\omega \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \cos\omega_D(t-\tau) d\tau \end{aligned} \quad (2.5)$$

La figure 2.2 représente la réponse $u(t)$ de quatre systèmes élémentaires différents à la composante nord-sud du tremblement de terre d'El Centro 1940. Les masses et les rigidités des systèmes élémentaires sont telles que leur périodes de vibration T valent 0.5s, 1.0s, 2.0s et 3.0s tout en possédant le même taux d'amortissement $\xi = 0.02$, on constate que le déplacement maximum ne se produit pas nécessairement au moment de l'accélération maximum et que le déplacement maximum est différent pour chaque système et, qu'apparemment, il croît avec une augmentation de la période naturelle de vibration de système. Nous verrons qu'il n'en est pas toujours de même.

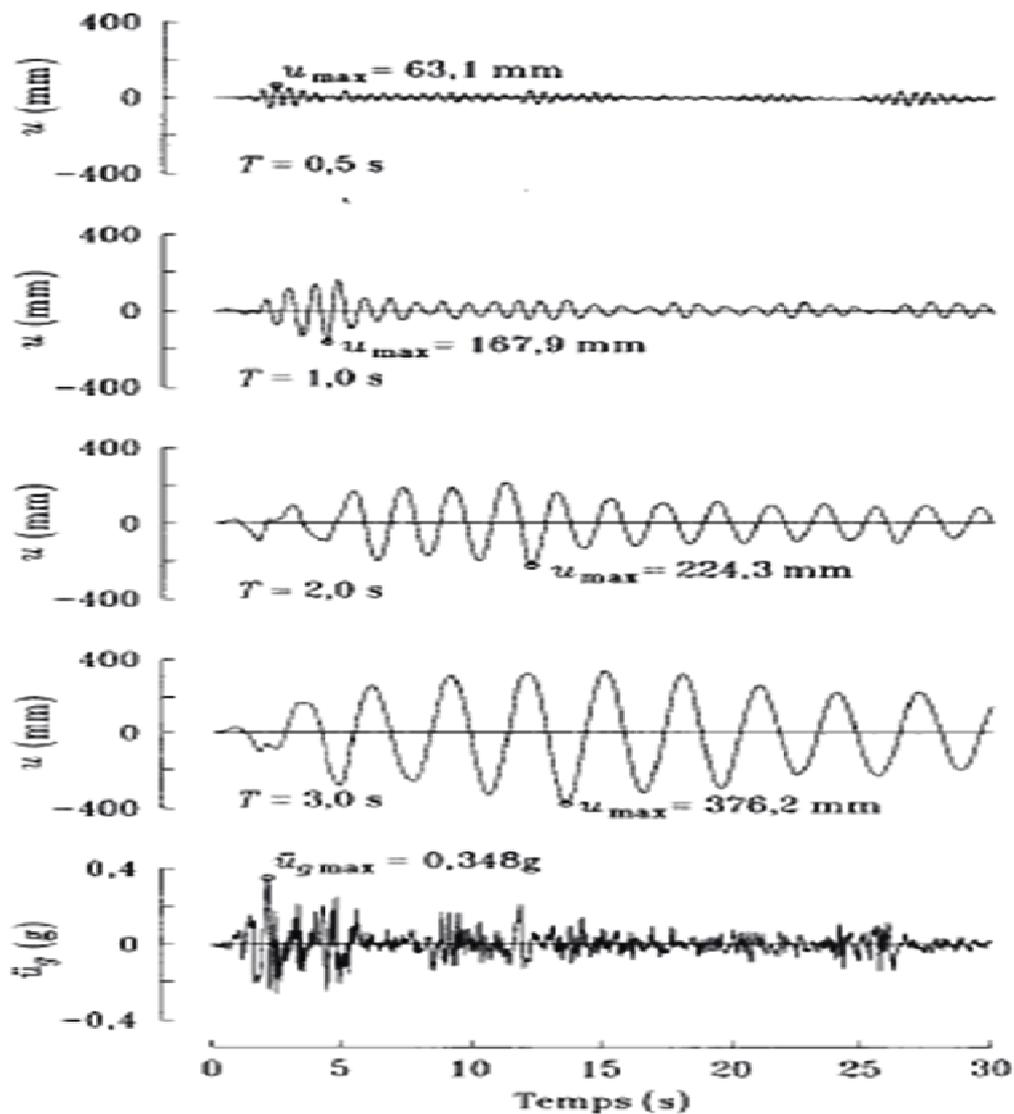


Figure 2.2 : Réponses de quatre structures à un degré de liberté soumises aux trente premières secondes de la composante N-S de l'accélérogramme d'EL Centro. [Paultre. 2005]

2.3 Spectre de réponse

Le concept de spectre de réponse a été utilisé pour la première fois par M.A. Biot [BIOT.1933] pour caractériser l'effet des tremblements de terre sur les structures. G.W. Housner [Housner G 1941] a popularisé son utilisation en génie parasismique. L'importance de ce concept vient du fait que, lors d'un dimensionnement, on ne s'intéresse surtout qu'à la valeur maximum de la réponse d'une structure à un tremblement de terre. On a pour un paramètre de réponse quelconque r :

$$r_{max} = \max_t(|r(t)|) \quad (2.6)$$

Où l'indice max désigne la valeur maximum de la réponse dans le temps. La courbe la valeur maximum d'un paramètre de réponse quelconque (déplacement, vitesse, accélération) en fonction

de la période (ou fréquentielle) d'un système élémentaire est appelée un spectre de réponse. Définissons les spectres de réponses suivants :

$$\text{Spectre de déplacement relatif} \quad SD(\omega_D, \xi) = \max_t |u(t, \omega_D, \xi)| \quad (2.7)$$

$$\text{Spectre de vitesse relative} \quad SV(\omega_D, \xi) = \max_t |\dot{u}(t, \omega_D, \xi)| \quad (2.8)$$

$$\text{Spectre d'accélération absolue} \quad SA(\omega_D, \xi) = \max_t |\ddot{u}(t, \omega_D, \xi)| \quad (2.9)$$

Pour un tremblement de terre donné, les spectres de réponse sont donc des fonctions de la fréquence et de l'amortissement. On les représente sous forme de graphes pour des taux d'amortissement ξ donnés sur une large bande de fréquences. Pour une fréquence naturelle et un taux d'amortissement donnés, la valeur du déplacement relatif maximum est obtenue de l'équation (2.1) pour nous donner

$$SD(\omega, \xi) = \max_t \left| -\frac{1}{\omega_D} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin \omega_D(t-\tau) d\tau \right| = \max_t |D(t)| \quad (2.10)$$

Dans laquelle $D(t)$ est l'historique du déplacement relatif de la masse donné par l'équation 2.1

$$D(t) = -\frac{1}{\omega_D} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin \omega_D(t-\tau) d\tau \quad (2.11)$$

De même, pour une fréquence et un taux d'amortissement donnés, la vitesse relative maximum est obtenue en calculant le maximum absolu de la vitesse donnée par l'équation (2.2)

$$SV(\omega_D, \xi) = \max_t \left| -\int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \cos \omega_D(t-\tau) d\tau + \frac{\xi\omega}{\omega_D} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin \omega_D(t-\tau) d\tau \right| \quad (2.12)$$

Et l'accélération absolue maximum est obtenue de l'équation (2.5)

$$SA(\omega_D, \xi) = \max_t \left| \frac{\omega(1-2\xi^2)}{\sqrt{1-\xi^2}} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin \omega_D(t-\tau) d\tau + 2\xi\omega \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \cos \omega_D(t-\tau) d\tau \right| \quad (2.13)$$

On détermine les spectres de réponse en évaluant numériquement les intégrales des équations (2.10) à (2.13) pour un tremblement de terre et une valeur d'amortissement donnés et un grand

nombre de fréquences (périodes) naturelles. Le processus d'évaluation du spectre de déplacement est illustré à la figure 2.3.

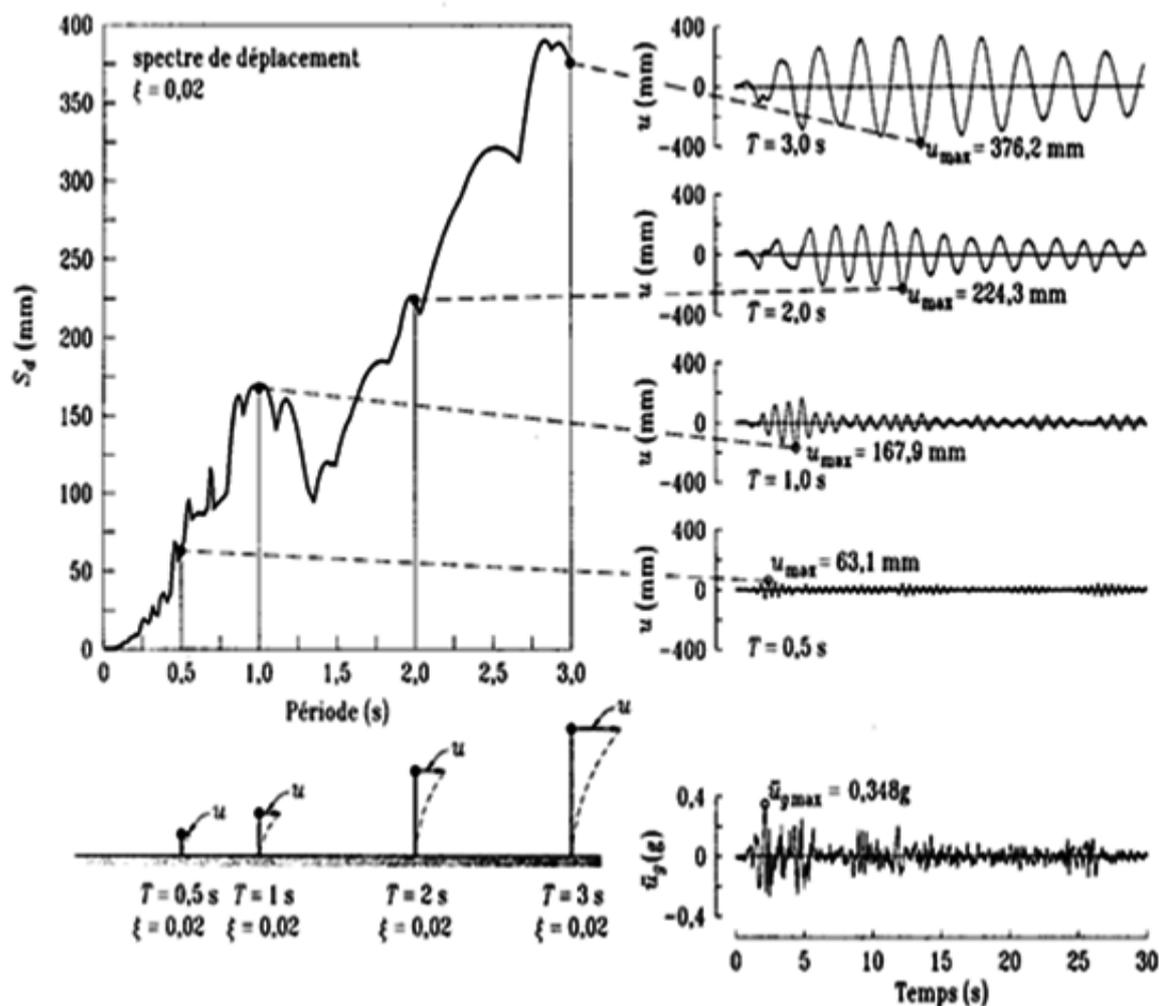


Figure 2.3 : illustration de calcul du spectre de déplacement pour l'accélération d'El Centro

[Paultre. 2005]

Une simplification considérable peut être obtenue en notant que $\omega \approx \omega_D$ pour les faibles valeurs d'amortissement rencontrées en pratique, c'est-à-dire pour $\xi < 0.20$, et en supposant que les termes en ξ et ξ^2 sont petits. On obtient :

$$SV(\omega, \xi) = \max_t \left| \int_0^t -\ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \cos \omega(t-\tau) d\tau \right| \quad (2.14)$$

Cette expression peut encore être simplifiée en remplaçant le terme en cosinus de l'équation (2.14) par un terme en sinus « qui a la même valeur maximum bien qu'à un temps différent » afin d'obtenir la relation finale suivante

$$PSV(\omega, \xi) = \max_t \left| \int_0^t -\ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin \omega(t-\tau) d\tau \right| = \max_t |V(t)| \quad (2.15)$$

Où PSV est utilisé pour désigner le pseudo-spectre de vitesse et le distinguer du spectre exact de vitesse dénommé SV et $V(t)$ est l'historique de la pseudo-vitesse relative

$$V(t) = - \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin \omega(t-\tau) d\tau \quad (2.16)$$

On obtient de manière similaire le pseudo-spectre d'accélération

$$PSA(\omega, \xi) = \max_t \left| \int_0^t -\ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \omega \sin \omega(t-\tau) d\tau \right| = \max_t |A(t)| \quad (2.17)$$

Où l'historique de la pseudo-accélération absolue est défini par la relation suivante

$$A(t) = - \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \omega \sin \omega(t-\tau) d\tau = - \omega V(t) = - \omega^2 D(t) \quad (2.18)$$

En comparant les équations (2.10), (2.17) et (2.15) et en posant $PSD = SD$, on constate que

$$PSD = \omega PSD \quad (2.19)$$

$$PSA = \omega^2 PSD = \omega PSV \quad (2.20)$$

Tenant compte des relations (2.19) et (2.20), on peut calculer les pseudo-spectres de réponse par intégration numérique de l'intégrale de Duhamel dans (2.10). En général, cependant, on utilise une méthode directe d'intégration numérique des équations du mouvement pour calculer le déplacement maximum des différents systèmes élémentaires pour la détermination des spectres de réponse. On recommande d'utiliser la méthode d'intégration des fonctions linéaires par morceau. Dans ce cas, l'intégration peut être considérée comme exacte puisque l'historique de l'accélération est défini à intervalle de temps régulier et qu'une interpolation linéaire est utilisée entre les points.

Les spectres de réponse en déplacement, en vitesse et en accélération pour l'accélérogramme d'El Centro sont présentés à la figure 2.4 pour un taux d'amortissement $\xi = 0,02$. On peut constater que la différence entre SA et PSA est négligeable alors que cette différence est notable entre SV et PSV pour les périodes de vibration supérieures à 3s.

Pour un oscillateur élémentaire vibrant sinusoïdalement avec un déplacement maximum PSD , la vitesse maximum et l'accélération maximum sont égales à PSV et PSA respectivement. Pour un tremblement de terre, on peut montrer que $PSV \approx SV$ et $PSA \approx SA$ sur la gamme usuelle des périodes et des amortissements. L'accélération étant, comme on l'a vu, plus précise que la vitesse. Quand $T \rightarrow \infty$, SD tend vers le déplacement maximum du sol, SV tend vers la vitesse maximum et PSA tend vers zéro. Or, $S_v = 2\pi S_d/T$ tend vers zéro quand $T \rightarrow \infty$, Donc, pour les longues périodes, le pseudo-spectre de vitesse PSV peut être considérablement différent du spectre de vitesse SV . Il faut noter, de plus, que pour un amortissement nul, $PSA = SA$ et $PSV \neq SV$ puisque l'expression de PSV contient un terme en sinus alors que l'expression de SV contient un terme en cosinus. Remarquons que l'emploi du terme pseudo « qui veut dire faux » en rapport avec la représentation approximative des spectres peut induire en erreur puisqu'il s'agit ici d'approximation et non de faux concepts.

L'avantage d'utiliser les pseudo-spectres de réponse vient des relations simples données par les équations (2.19) et (2.20). Ces relations entre SD , PSV et PSA permettent de tracer simultanément sur un même graphique les trois spectres de réponse. Les spectres de SD , PSV et PSA pour les accélérogrammes d'El Centro du tremblement de terre de l'Impérial Valley de 1940 sont illustrés à la figure 2.5 pour des taux d'amortissement $\xi = 0, 2, 5, 10$, et 20% de l'amortissement critique. Il faut noter que la représentation sur un seul diagramme à quatre axes logarithmiques n'est possible que pour des quantités qui sont reliées par une puissance de la fréquence comme dans (2.20).

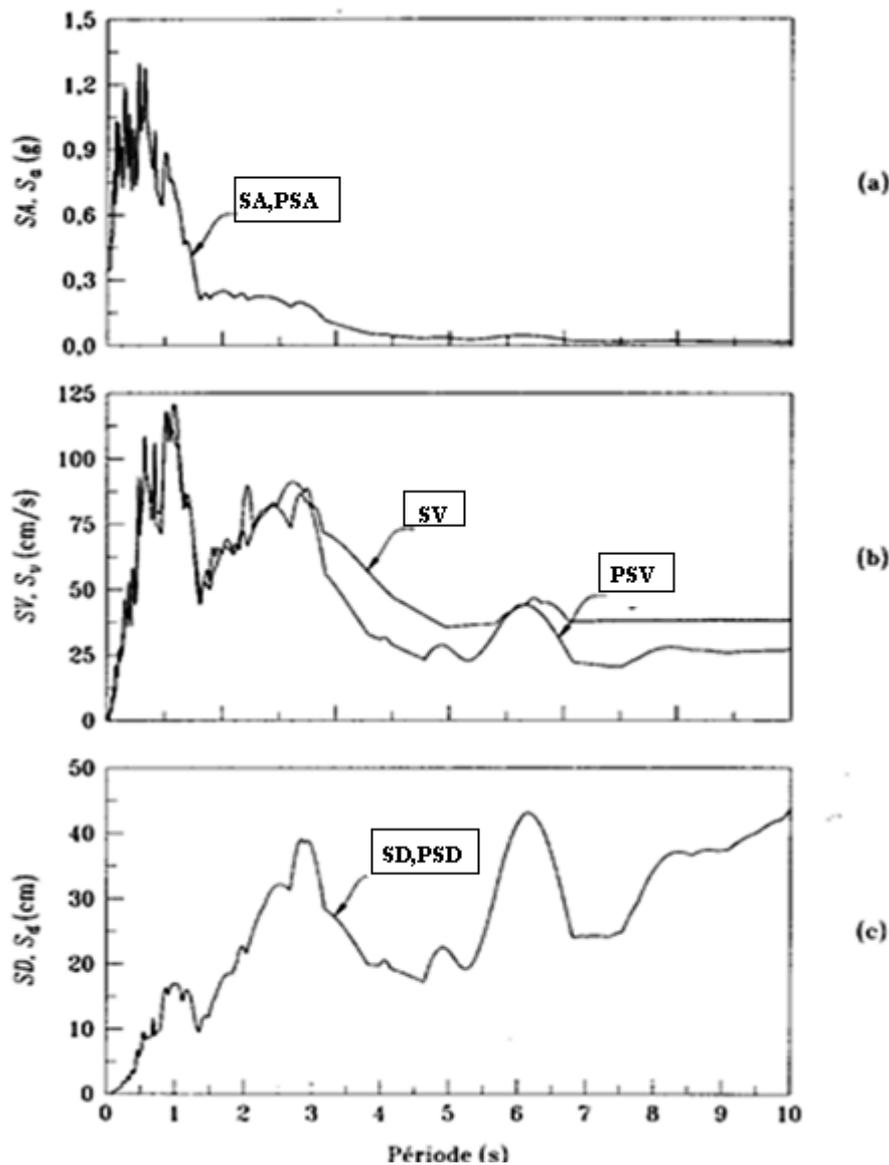


Figure 2.4 : Spectres et pseudo-spectres de déplacement, de vitesse et d'accélération de l'accélérogramme d'El Centro pour $\xi = 2\%$ [Paultre. 2005].

La figure 2.5 montre le spectre de réponse de la composante Nord-Sud de l'enregistrement de Tolmezzo (Italie du nord) lors du séisme du Frioul (6 mai 1976) il s'agit d'une représentation en pseudo-accélération (ordonnée) en fonction de la période (abscisse), avec des échelles linéaires sur les deux axes, pour des amortissements réduits de 0, 2, 5, 10 et 20 %.

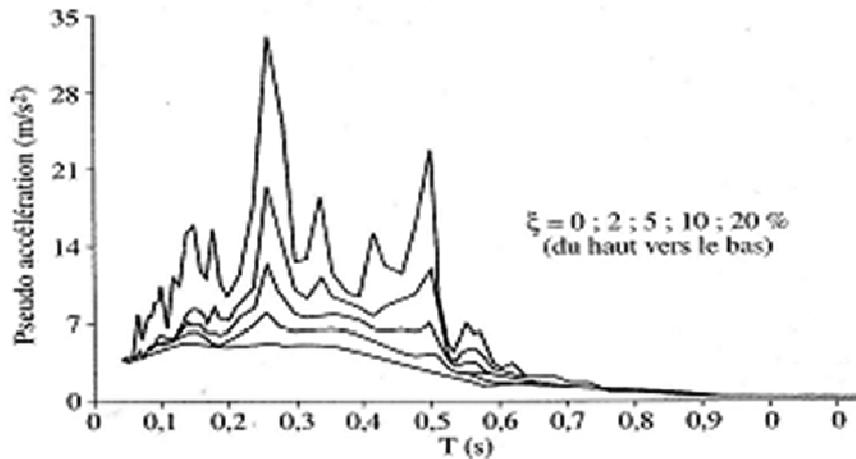


Figure 2.5 Exemple de spectre en pseudo accélération en fonction de la période (spectre de réponse de la composante N-S enregistrée à Tolmezzo (séisme du Frioul) le 6 mai 1976) [Paultre. 2005].

Son allure est typique des spectres d'accélérogrammes réels, c'est-à-dire très irrégulière avec des pics et des vallées très accusés, d'autant plus que l'amortissement est petit. On observe en particulier un grand pic autour de la période 0,25 s (fréquence de 4 Hz).

Cette irrégularité montre que l'action sismique ne peut pas être valablement représenté par un seul accélérogramme de séisme réel (ou par le spectre qui lui est associé) ; dans l'exemple de la figure 2.5, les structures ayant 0,25 s comme période de leur mode fondamental seraient beaucoup plus sollicitées que celles ayant des périodes fondamentales de 0,20 s ou 0,30 s. Compte tenu du caractère aléatoire de la position de ces pics de spectre sur l'axe des périodes d'une part, et des incertitudes de modélisation qui affectent la précision du calcul des périodes propres, d'autre part, il est évident que ces grandes différences dans l'amplitude des réponses, pour ces périodes relativement voisines, n'ont pas de signification pratique pour le dimensionnement ; celui-ci ne peut être effectué qu'à partir de spectres lisses, résultant d'études statistiques.

Un spectre de réponse d'accélérogramme réel constitue une information synthétique extrêmement utile, sur le contenu fréquentiel et l'amplitude du signal ; il comporte en général trois parties :

- une zone à basse fréquence où la réponse de l'oscillateur est contrôlée essentiellement par le déplacement du support, les basses fréquences correspondent à des oscillateurs dont le ressort est extrêmement souple ; la masse reste alors pratiquement immobile par rapport aux axes absolus, puisque l'effort que lui transmet le ressort est quasiment nul, et son déplacement relatif maximal par rapport au support est donc très voisin du déplacement absolu maximal de celui-ci. En passant à la limite (ressort infiniment souple, fréquence nulle ou période infinie), la masse ne bouge pas dans les axes absolus et il y a égalité stricte entre ces déplacements maximaux (relatif pour la

masse, absolu pour le support), indépendamment de l'amortissement. Ou en voie ça dans les graphes précédant (par exemple Figure.10), ou en voie que l'influence de la variation de l'amortissement est diminué pour la zone de basse fréquence

– une zone à haute fréquence, où la réponse de l'oscillateur est contrôlée essentiellement par l'accélération du support. Cette zone va d'une fréquence de l'ordre constitue une approximation de la fréquence de coupure ; au-delà de cette fréquence de coupure, la réponse de l'oscillateur est du type rigide (il se déplace en bloc avec son support) et il y a égalité entre la pseudo-accélération et l'accélération maximale du support, quel que soit l'amortissement. Ou en voie ça dans le même graphe ou en voie que l'influence de la variation de l'amortissement est diminué pour la zone de haute fréquence aussi.

– une zone de fréquences intermédiaires située entre les deux zones précédentes où les réponses en pseudo-accélération et en pseudo-vitesse sont généralement amplifiées par rapport aux valeurs maximales de l'accélération et de la vitesse du support ; cette zone présente des pics et des vallées distribuent de façon apparemment aléatoire ; elle est assez bien vérifiée pour des accélérogrammes réels, pour des amortissements compris entre 1 % et 20 %. On remarque une grande variabilité des réponses, même pour une petite variabilité d'amortissement. [Betbeder 2003].

2.4 Spectre de dimensionnement

Dans les codes parasismiques applicables aux constructions courantes, le terme de spectre de dimensionnement à été, jusqu'à présent réservé à un spectre élastique modifié, destiné à servir de base à un calcul forfaitaire des effets non-linéaires. Dans la pratique des installations industrielles à risque spécial (centrales nucléaires notamment), ce terme désigne un spectre élastique de calcul.

Ces différences de terminologie sont regrettables mais on peut raisonnablement espérer qu'elles disparaîtront dans l'avenir, comme semblent l'indiquer les évolutions récentes de codes tels que l'Eurocode 8. Le spectre de dimensionnement au sens des codes parasismiques est en effet une notion assez bâtarde, procédant plus du coefficient sismique que de la dynamique des structures et incorporant de façon opaque des considérations légitimes mais qui devraient faire l'objet d'un exposé précis des motifs et d'un traitement clair par des moyens appropriés ; il s'agit des limites de ductilité des structures raides et de la prise en compte des effets du second ordre dans les structures souples.

Les spectres de réponse des tremblements de terre historiques constituent une base rationnelle pour le dimensionnement parasismique des structures. Les pics des spectres de réponse de la figure 2.6 sont dus aux résonances locales du mouvement du sol. Ces irrégularités ne sont pas importantes et peuvent être éliminées en

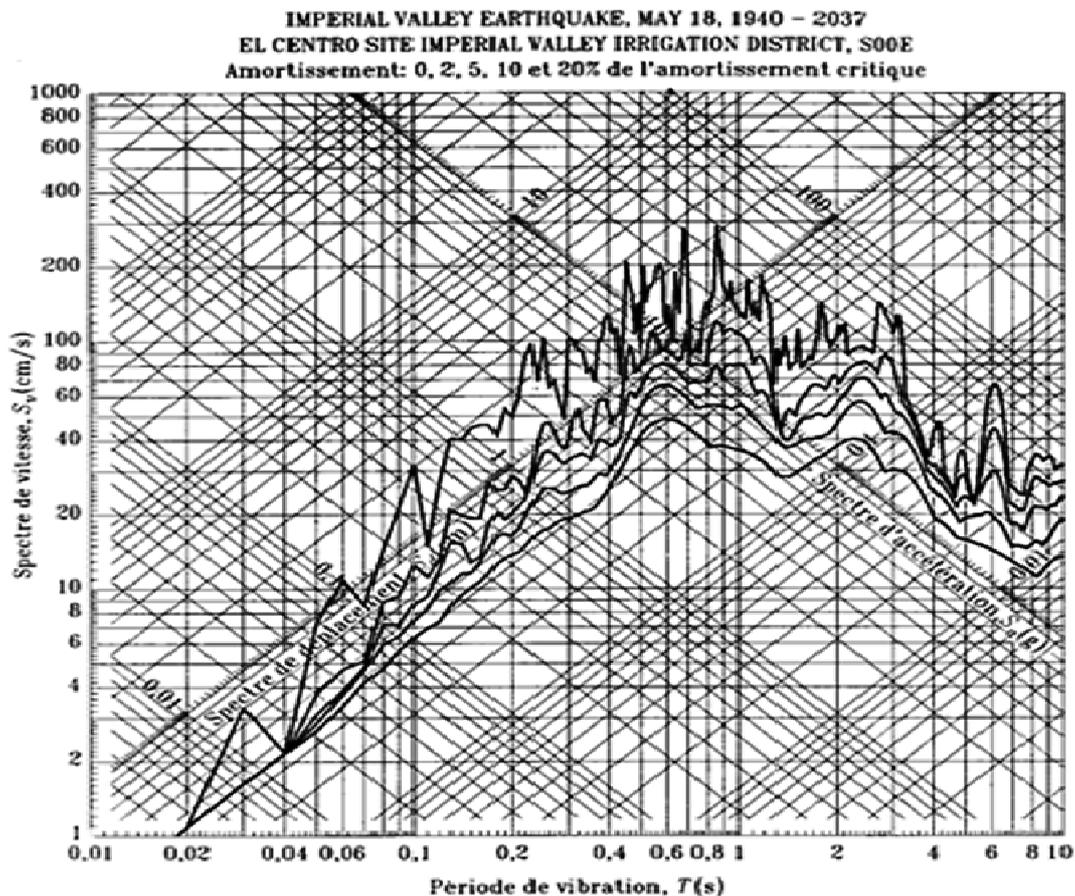


Figure 2.6 : Diagramme tripartite représentant les spectres de réponse combinés *SD-PSV-PSA* de l'accélérogramme d'El Centro pour $\xi = 0,2,5,10$ et 20% [Paultre. 2005].

Prenant la moyenne d'un certain nombre de spectres de réponse provenant de différents tremblements de terre, normalisés à la même intensité. Housner [Housner G.1959] a développé les spectres moyens d'accélération montrés à la figure 2.7 en lissant la moyenne des spectres de réponse des deux composantes horizontales de quatre tremblements de terre enregistrés aux États-Unis d'Amérique (El Centro 1934, El Centro 1940, Olympia 1949 et Tehachapi 1952) après normalisation. Les formes de ces spectres sont globalement cohérentes avec celles obtenues des mouvements enregistrés à des distances assez proches de l'épicentre dans l'Ouest de l'Amérique du Nord. Ces courbes ne peuvent cependant pas être utilisées pour la ville de Mexico, par exemple,

car elles ne tiennent pas compte des particularités locales de cette ville. De plus, ces courbes ont été déduites pour des tremblements de terre forts et ne sont pas appropriées pour des tremblements de terre de faible magnitude. On a suggéré que ces courbes soient utilisées comme spectre de dimensionnement (en anglais *design spectrum*). Notons que ces courbes ont été normalisées à une valeur d'accélération maximum du sol de 0,2g.

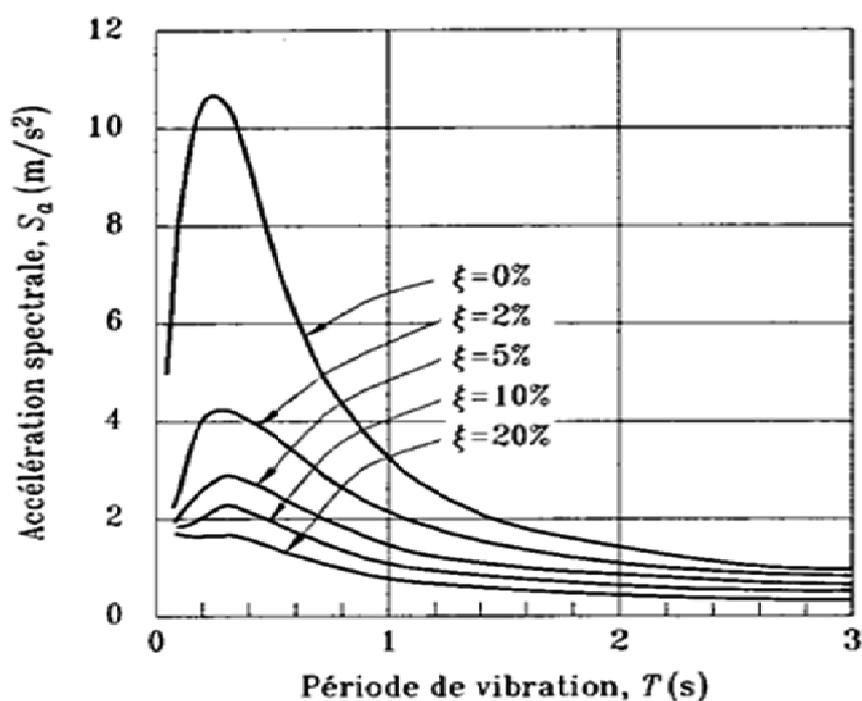


Figure 2.7 : Spectres de dimensionnement moyen d'accélération normalisés à 0,2g (tiré de U.S. Momie Energy Commission Report TID-7024, Août 1963) [Paultre 2005].

CHAPITRE III

L'AMORTISSEMENT DANS LES STRUCTURES

3.1 Introduction

L'évaluation de l'amortissement dans les systèmes structuraux pose un problème très difficile dans la dynamique structurale. L'amortissement ne se relie pas à un phénomène physique unique comme les autres caractéristiques des systèmes structurales « la masse et la rigidité ». L'importance de l'amortissement devient de plus en plus significative quand les bâtiments deviennent plus grands et relativement plus flexibles. Les gratte-ciel modern peuvent osciller excessivement pendant les orages de vent. Le niveau de ces oscillations peut ne pas être assez significatif pour endommager la structure mais peut causer le malaise aux occupants de bâtiment. Les estimations de l'amortissement dans les systèmes structuraux ont une variabilité intrinsèque qui rend l'évaluation des états de limite d'utilité plus incertaine. N'importe quelle information précise au sujet des valeurs d'amortissement, à l'étape de conception, peut certainement alléger une source importante d'incertitude par habitude éprouvée par des concepteurs des structures.

La contribution d'amortissement matériel vient d'une interaction moléculaire complexe dans les matériaux, ainsi l'amortissement dépend de type de matériaux, méthodes de fabrication et de procédés de finissage finals. La complexité de la situation est encore augmentée par la réalité simple que les propriétés matérielles diffèrent souvent d'un échantillon à un autre, ayant probablement comme conséquence de différences significatives dans des déperditions d'énergie parmi les membres distincts d'un système structural.

3.2 Bref historique

Zener (1948) dans son livre, a discuté de la dissipation d'énergie dans les matériaux. Mais la première monographie sur le sujet a été publiée en Russie [Pisarenko, 1955] et la deuxième aux Etats-Unis [Lazan, 1968]. Le premier qui a parlé de l'hystérésis dans les métaux, était Coulomb dans son "Mémoire sur la torsion" en 1784 [Lazan, 1968]. Lazan signalait, dans sa monographie, que seulement 25 articles sur l'amortissement ont été publiés au milieu du dix-neuvième siècle; en 1920 le nombre total était de 70, en 1945 de 500. Le nombre d'articles a dépassé 2500 en 1965, mais pas un seul article n'a utilisé une approche micromécanique des sciences des matériaux. Ceci est dû au fait que la presque totalité des articles sont écrits par des ingénieurs et non par des chercheurs en science des matériaux. L'histoire sur l'amortissement peut être divisée en trois époques: la première de 1784 à 1920 où l'approche utilisée était simplement la philosophie; la deuxième de 1920 à 1940 dans laquelle l'amortissement a été utilisé dans l'industrie pour traiter des problèmes de vibration dans la machinerie, les avions et les structures de grande envergure telles que les ponts et bâtiments; la troisième de 1940 jusqu'à date où les principes de la physique, de la mécanique appliquée et de la science des matériaux ont été utilisés pour décrire et étudier l'influence de l'amortissement sur les systèmes dynamiques.[Boudjelal 1997]

3.3 Discussion sur l'amortissement

Une partie de l'énergie élastique emmagasinée dans les matériaux est dissipée au cours du temps; ce phénomène est dénommé de façon générale **amortissement**.

En fait, l'amortissement peut résulter de différents mécanismes. Il peut s'agir d'un amortisseur physique (par exemple un amortisseur hydraulique) auquel on peut avoir recours dans les problèmes d'isolation vibratoire. La dissipation d'énergie peut également provenir d'effets thermiques liés au chargement répété du matériau, de frottements internes dans le matériau (glissements entre grains dans un assemblage de particules par exemple), de déformations d'origine plastique....

En règle générale, et sauf cas exceptionnel, l'amortissement ne peut être calculé à partir des propriétés physiques du système. Par exemple dans le cas d'un bâtiment soumis à une sollicitation sismique significative, les sources de dissipation d'énergie sont multiples : fissuration du béton, plastification des aciers, glissements relatifs entre la structure porteuse et les éléments secondaires (cloisons, baies vitrées...). Dans la pratique, les phénomènes de dissipation d'énergie sont donc

caractérisés de façon très simplifiée en considérant qu'ils proviennent d'un amortisseur visqueux linéaire.

Un amortisseur visqueux linéaire est caractérisé par une relation linéaire entre la force développée dans l'amortisseur et la vitesse relative des deux extrémités de celui-ci :

$$F = c u \quad (3.1)$$

La constante de proportionnalité c , caractéristique de l'amortisseur, a pour unités une masse par unité de temps. La description des phénomènes de dissipation d'énergie à l'aide d'un amortisseur équivalent est obtenue en écrivant que l'énergie dissipée dans un cycle de vibration du système est égale à l'énergie dissipée dans un amortisseur linéaire pour un cycle de même amplitude de déplacement.

La réponse des structures soumises aux forces sismiques, variables au cours de temps, dépend en particulier des propriétés d'amortissement des matériaux constitutifs des structures, des assemblages des différents éléments de structure et des liaisons avec le milieu environnant, donc de l'interaction sol-structure. Les phénomènes physiques intervenant dans l'amortissement d'une structure ou du sol sont nombreux : frottement, viscosité et plasticité des matériaux, rayonnement au niveau du sol...

Du point de vue pratique, l'amortissement d'une structure se compose de :

L'amortissement interne ou structural : Il se produit dans les matériaux à l'occasion des déformations qu'ils subissent et représente la principale cause de dissipation d'énergie. Il comporte essentiellement deux termes [Davidovici.1985]:

- L'amortissement visqueux : lié à la viscoélasticité des matériaux et dépendant de la fréquence ; il caractérise la capacité d'absorption d'énergie dans le domaine élastique.
- L'amortissement d'hystérésis : indépendant de la fréquence et ayant son origine dans la non linéarité du comportement des éléments structuraux. Il est bien évident que, tant que la structure reste dans le domaine élastique. Cet amortissement tend vers zéro.

L'amortissement externe : Il correspond à des frottements divers et se résument essentiellement à ceux qui interviennent le long des surfaces de contact entre la structure et les éléments non structuraux, lorsqu'ils existent. La contribution des éléments non structuraux à l'amortissement total est assez importante aux fortes amplitudes d'oscillation. Mais elle peut diminuer ou même s'annuler en cas d'endommagement ou ruine des éléments en cause. On classe

dans cette famille le frottement entre les fondations et le sol, appelé aussi amortissement géométrique, pris en compte dans les modèles de l'interaction sol-structures.

Pour faciliter le calcul, les amortissements externes et les amortissements d'hystérésis sont convertis en un amortissement équivalent de type visqueux donnant lieu globalement à la même dissipation d'énergie. Par la suite l'amortissement totale est exprimé en termes d'amortissement effectif ξ .

Par amortissement équivalent, on entend un amortissement conduisant, pour un niveau de déformation comportent de faibles incursions dans le domaine plastique, à la même dissipation d'énergie par cycle que les amortissements et les frottements réels. Pendant la réponse linéaire des structures, sous l'action sismique, l'absorption de l'énergie est due principalement à l'amortissement. Lorsque la structure subit des incursions dans le domaine plastique. Les effets de l'augmentation réelle sont inclus dans le coefficient de comportement. On ne peut donc, dans ce cas, majorer les valeurs de l'amortissement et sa valeur est considérée conventionnellement comme constante pendant toute la durée du mouvement et quel que soit le mode de vibration. L'amortissement équivalent est pris en compte dans l'établissement du spectre de calcul.

Dans la réalité, les degrés d'amortissement, qui ont été déterminés à partir d'observation et de mesure, présentent une gamme de valeurs assez étendu : mais par prudence, pour l'amortissement équivalent (de type visqueux), on choisit généralement des valeurs d'amortissement inférieurs aux valeurs estimatives médianes ou moyennes.

Pour effectuer la lecture spectrale, il convient donc, pour chaque mode, de déterminer le coefficient d'amortissement ξ .

L'amortissement ξ est le rapport de l'amortissement réel c à l'amortissement critique c_c .

$$\xi = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2m\omega} \quad (3.2)$$

L'amortissement critique est celui qui, dans un système à un degré de liberté, ne présenterait pas d'oscillations en absence d'une force extérieure.

Ce rapport fournit la mesure de l'efficacité de l'amortissement du point de vue de la réduction de la réponse.

On distingue trois situations :

- système à amortissement sur critique $c > c_c$; $\xi > 1$

L'amortissement effectif est supérieur à l'amortissement critique, la masse revient asymptotiquement au repos sans effectuer d'oscillations « amortissement très important ». La réponse est analogue à celle du système à amortissement critique mais le retour à l'équilibre s'effectue d'autant moins rapidement que le pourcentage d'amortissement critique est élevé.

- système à amortissement critique $c = c_c$; $\xi = 1$

Comme dans le cas précédant, le mouvement ne présente pas d'oscillations, cas de l'amortissement critique, met en évidence l'instant où le mouvement perd son caractère vibratoire.

La figure 3.1 représente la vibration du système au cours de temps, celle-ci se reproduit à l'identité au bout d'un intervalle de temps égale à la période propre $T = 2\pi/\omega$ de l'oscillateur et se prolonge indéfiniment avec une amplitude maximale égale à ρ .

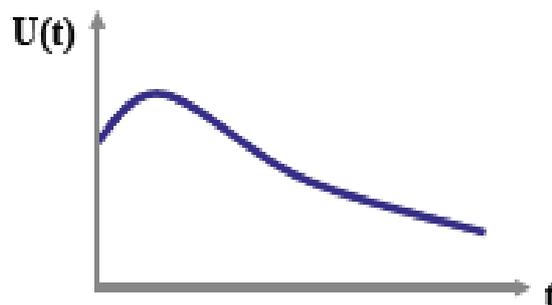


Figure 3.1 vibration libre d'un système à amortissement critique [Pecker 2006]

- système à amortissement sous critique $c < c_c$; $\xi < 1$

L'amortissement effectif est inférieur à l'amortissement critique, la masse effectue une série d'oscillations d'amplitude décroissante tendant asymptotiquement vers zéro « amortissement faible ». c'est le seul cas intéressant pour l'analyse de comportement dynamique des structures, celles-ci ayant toujours un amortissement inférieur à l'amortissement critique.

Bien entendu, plus l'amortissement est important, plus l'amplification de spectre est faible

L'examen de la figure 3.2 montre que la réponse passe par des extrema espacés d'un temps $T = 2\pi/\omega_D$; L'amplitude des extrema, égale $\rho e^{-\xi \omega t}$, décroît en fonction de temps pour tendre

vers 0 au bout d'un temps infini. Le système revient à l'équilibre en oscillant autour de la position neutre correspondant à un déplacement nul.

Ce retour à l'équilibre s'effectue d'autant plus rapidement, et avec moins d'oscillations, que le pourcentage d'amortissement critique ζ est élevé. (Figure 3.3)

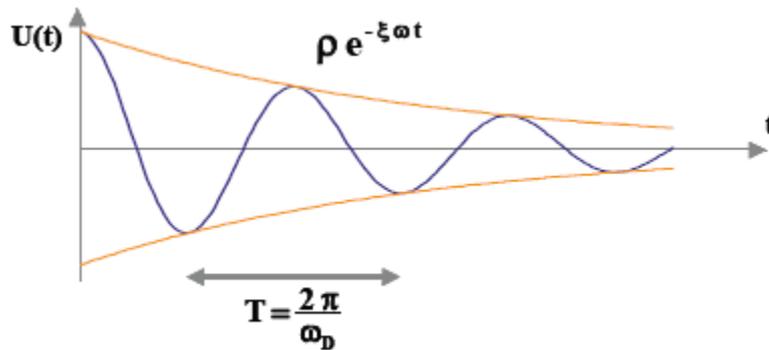


Figure 3.2 Vibration libre d'un système à amortissement sous critique [Pecker 2006]

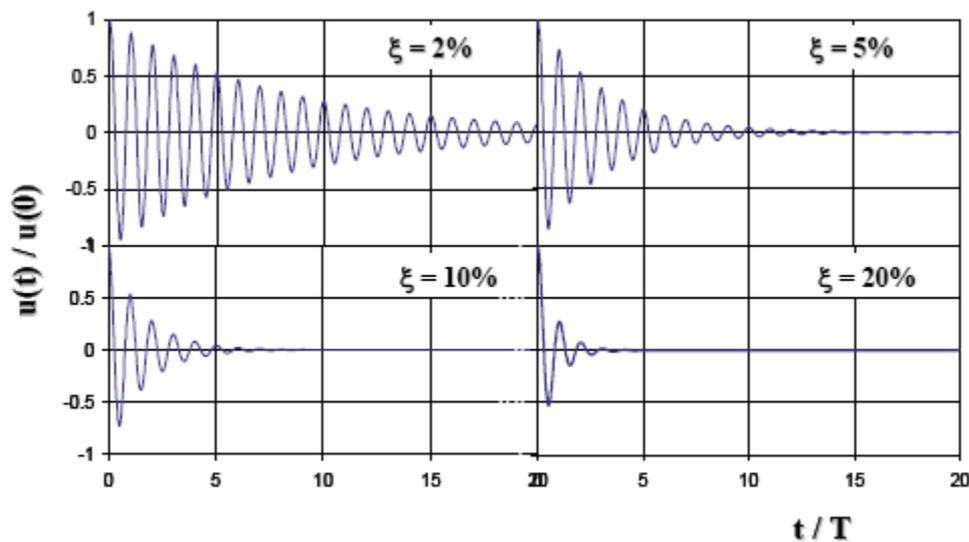


Figure 3.3 influence d'amortissement sur la Vibration libre d'un système sous-amorti [Pecker 2006].

Tout en notant que le cas d'amortissement sous critique est celui pertinent pour la majorité ses systèmes physiques rencontrés dans la pratique. Pour les structures réelles, l'ordre de grandeur de ζ est de 1% pour les constructions en acier et 2% pour les constructions en béton.

Toutefois, dans le contexte sismique, il existe des facteurs additionnels d'amortissement, tels que des fissurations, des déplacements avec frottement dans les assemblages, des frottements entre cloisons et structures. Pour cette raison, on admet une valeur unique de ζ égale à 0,05, soit 5 % de l'amortissement critique pour cette valeur de ζ ,

Le tableau 3.1 donne un sommaire des résultats trouvés dans la littérature appropriée de valeurs du pourcentage d'amortissement critique ζ (%), ces valeurs obtenues après une série d'expériences faites sur divers constructions.

Tableau 3.1 Valeurs d'amortissement pour quelques structures réelles

| structure | le pourcentage d'amortissement critique ζ (%) |
|--|---|
| Gaz de San Diego et électrique CO. [P. C. Jennings] | 1.6 |
| Bâtiment de transport Amérique, San Francisco.[J. G. Bouwkamp] | 0.9 |
| Bâtiment de RC, Skopje. [J. Petrovski] | 1.1 |
| Bâtiment Université de Cantorbéry Physiques/Chimiques. [A. M. Reay.] | 8.5 |
| Bâtiment de neuf étages en charpente. [N. N. Neilsen,] | 0.6 |
| Ralph Parsons; [D. A. Foutch] | 2.5 |
| Tour de centre Oak. [R. M. Stephen] | 1.7 |

Le tableau 3.2 présente des valeurs de pourcentage d'amortissement critique rapporté dans les règlements parasismiques algériens RPA, en fonction du matériau constitutif, du type de structure et de l'importance des remplissages.

Tableau 3.2 : valeurs de ζ (%) dans les règlements parasismiques algériens RPA

| remplissage | portiques | | Voiles ou murs |
|-------------|------------|-------|-----------------------|
| | Béton armé | acier | Béton armé/maçonnerie |
| Léger | 6 | 4 | 10 |
| dense | 7 | 5 | |

3.4 L'évaluation et traitement de l'incertitude inhérente à l'amortissement

La sélection d'une valeur appropriée de l'amortissement est un sujet de la polémique dans la pratique en matière de conception. La situation actuelle présente dans la conception des grands bâtiments est telle qu'il est difficile de prévoir l'amortissement structural plus étroitement que plus ou moins 30% jusqu'à ce que le bâtiment soit accompli. Ceci est essentiellement assuré sur la base de la connaissance glanée des bâtiments existants du matériel semblable et des systèmes structuraux sur lesquels des essais ont été effectués. Bien qu'on le convienne généralement que les valeurs de l'amortissement changent avec l'amplitude de mouvement, leur description fondamentale sont plutôt incertaine et limitée. Sans parler de la nature complexe des mécanismes d'amortissement, les méthodes utilisées pour établir les valeurs de l'amortissement des structures et de l'analyse et l'interprétation des données présentent une incertitude additionnelle. L'évaluation de l'amortissement dans les structures a été entreprise par plusieurs investigateurs. Un prélèvement de telles études peut être trouvé en Jeary et Ellis (1981), Yokoo et Akiyama (1972), Hudson (1977), Hart et Vasudevan (1975), Taoka et autres (1975), Raggett (1975), Celebi et Safak (1992) et Trifunac (1972). L'information fournie par des expériences complètes a été assemblée par Haviland (1976), Jeary et Ellis (1981), Yokoo et Akiyama (1972), Davenport et Hill-Carroll (1986), Jeary (1986), Lagomarsino (1993) et Tamura et autres (1994), entre d'autres.

Haviland (1976) a rapporté un éventail de données pour les niveaux différents des amplitudes de réponse, des classes larges des systèmes structuraux et des tailles de bâtiment. Cette étude a prouvé que les distributions log-normales et gamma ont fourni le meilleur ajustement aux variations d'amortissement. Le coefficient de variation (COV) d'estimation de l'amortissement a changé dans la gamme de 42-87%. Davenport et Carroll (1986) ont réexaminé la base de données et ont noté que le COV s'est étendu de 33% à 78% et a suggéré une valeur de 40%. Basé sur des données mesurées, ESDU (1983), Jeary (1986), Logomarsino (1993) et Tamura et autres (1995) ont établi des expressions pour la variation de constante d'amortissement en fonction du niveau de déplacement structural. Il est important de noter que la plupart de bases de données ont un grand chevauchement d'information puisqu'elles ont beaucoup de bâtiments communs.

3.5 Conclusion

L'amortissement joue un rôle important dans plusieurs applications de vibration. Souvent les forces d'amortissement des systèmes vibratoires ont des faibles valeurs comparativement aux forces élastiques et d'inertie. Cependant, ces forces d'amortissement peuvent avoir une grande influence sur le comportement dynamique des systèmes. La détermination d'un modèle d'amortissement pour les systèmes vibratoires, qui simule le plus fidèlement possible la dissipation d'énergie, est par conséquent d'un grand intérêt pour les ingénieurs responsables de la conception et de l'évaluation des systèmes vibratoires. Si les méthodes numériques ont amené l'ingénieur à faire des calculs très précis des masses et des rigidités des structures même complexes, la modélisation de l'amortissement par contre est restée dans sa phase primaire. Généralement, on fait un simple choix sur les valeurs d'amortissement modal. Pour ramener l'analyse de dissipation d'énergie (amortissement) au même niveau de sophistication que celle des masses et des rigidités, une méthodologie rationnelle et concrète devrait être investiguée.

CHAPITRE IV

LES METHODES DE MONTE CARLO

4.1 Aperçu historique des méthodes de Monte Carlo

Les techniques de Monte Carlo ont été utilisées depuis plusieurs siècles, même si ce n'est qu'après la Seconde Guerre mondiale qu'elles ont acquis un véritable statut de méthode. Ainsi on en retrouve des traces aussi lointaines qu'à l'époque de Babylone et de l'Ancien Testament.

Plus récemment, en 1777, on les retrouve dans l'une des premières applications célèbres, celle du problème de l'aiguille de Buffon, pour donner une valeur approchée de π : on jette plusieurs fois une aiguille de longueur l sur un sol formé de lattes parallèles qui créent des bandes de largeur d avec $l \leq d$. Si p désigne la proportion d'essais ayant touché l'une des droites formant les séparations entre les lattes, alors le nombre π peut être estimé par $2lp/d$. Cet algorithme convergait nettement plus lentement que d'autres existants à l'époque.

Au début du vingtième siècle, les méthodes de Monte Carlo furent utilisées pour étudier l'équation de Boltzmann. On en retrouve également des traces dans les cours de l'école anglaise de statistiques, bien que leur utilisation dans ce cadre était uniquement didactique. En 1908, Student (W.S. Gosset) utilise un échantillonnage expérimental pour estimer un coefficient de corrélation. Dès lors, la fréquence d'utilisation de ces méthodes s'est amplifiée (Courant, Friedrichs et Lewy en 1928, Kolmogorov en 1931 et Polya en 1938). L'utilisation systématique, par Ulam, Metropolis et Von Neumann notamment, est intervenue à Los Alamos, pendant la préparation de la première bombe atomique, où ont collaboré de nombreux mathématiciens et physiciens de renom.

L'appellation « Monte Carlo » est due à Metropolis, inspiré de l'intérêt de Ulam pour le poker, car Monte Carlo est un grand centre de casinos, et a pour origine les liens avec les jeux de hasard. Le travail à Los Alamos consistait à simuler directement les problèmes de dispersion et d'absorption de neutrons pour les matériaux fissibles. Dès les premières applications, des méthodes de réduction de la variance ont été utilisées.

Les recherches étant bien évidemment secrètes à Los Alamos, les premières publications sur le domaine ne sont intervenues qu'à partir de 1949. Ensuite, le développement de ces méthodes a accompagné les développements de l'informatique. En 1945 déjà, J. Von Neumann conjecturait le grand potentiel des ordinateurs pour la simulation stochastique : « L'ordinateur offrira certainement une nouvelle approche à la statistique mathématique : l'approche par expérience ». S'est alors aussi posé le problème de la génération de nombres aléatoires sur ordinateur. À partir des années 1950, les techniques de Monte Carlo ont été utilisées fréquemment et dans de nombreux domaines, et cette évolution a continué depuis. Aujourd'hui, elles occupent une place majeure dans la panoplie des outils disponibles pour calculer. [RUBINO et al 2007]

4.2 Présentation des méthodes de Monte Carlo

La résolution de nombreux problèmes scientifiques nécessite de calculer des sommes, des intégrales, ou encore de résoudre des équations ou des problèmes d'optimisation. Les techniques de calcul direct, encore appelées techniques analytiques, sont très vite dépassées par la complexité des modèles : elles nécessitent souvent des hypothèses trop fortes, de sorte qu'on ne peut pas les appliquer, ou alors, comme dans le cas de calcul de sommes, le nombre d'opérations requises peut être trop important pour être réalisé en un temps raisonnable. On doit alors nécessairement faire appel à des méthodes d'approximation. Cependant, celles-ci requièrent également des hypothèses fortes, bien que moins fortes que pour les méthodes analytiques. De plus, ces méthodes s'avèrent rapidement inefficaces dès que la dimension mathématique du problème augmente. Afin d'illustrer ce phénomène, on peut remarquer dans le tableau 1 les vitesses de convergence des règles de quadrature habituelles pour le calcul d'intégrales multiples (n représente le nombre d'évaluations de la fonction à intégrer). Ce tableau montre qu'en augmentant la dimension s , on atteint vite des valeurs pour lesquelles les quadratures numériques deviennent rapidement inutilisables à cause de leur coût exponentiel en s .

Les méthodes de simulation de Monte Carlo peuvent être vues comme des méthodes d'approximation, même s'il s'agit d'approximations au sens statistique du terme. Comme nous le verrons, ces méthodes sont moins exigeantes en termes d'hypothèses sur le modèle. Il n'y a pas un consensus absolu sur une définition précise de ce qu'est une technique de type Monte Carlo, mais la description la plus habituelle consiste à dire que les méthodes de ce type se caractérisent par l'utilisation du hasard pour résoudre des problèmes centrés sur un calcul. Elles sont en général applicables à des problèmes de type numérique, ou bien à des problèmes de nature elle-même probabiliste. On se sert aussi du hasard pour résoudre d'autres problèmes déterministes (par

exemple, pour trier un vecteur) mais dans ce cas, l'objectif n'est pas ce qu'on associe habituellement au mot calcul et on ne parle pas de Monte Carlo, on utilise plutôt le terme « algorithme probabiliste ».

Tableau 4.1 : Vitesse de convergence pour diverses règles de quadrature et pour la méthode de Monte Carlo, en dimension s et en utilisant N points. [Gerardo et al 2007]

| Méthode | Vitesse |
|-------------------------------|-----------------|
| Règle trapézoïdale | $N^{-2/s}$ |
| Règle de Simpson | $N^{-4/s}$ |
| Règle de Gauss (à m points) | $N^{-(2m-1)/s}$ |
| Monte Carlo | $N^{-1/2}$ |

Une méthode de type Monte Carlo fournira donc une réponse statistique, du type « la valeur cherchée I se trouve très probablement (par exemple, avec probabilité au moins égale à 0,95) dans l'intervalle (dit de confiance) $[I_1, I_2]$ ». La précision est mesurée par la taille $I_2 - I_1$ de l'intervalle de confiance. Si l'on utilise n points échantillonnés de manière indépendante, la méthode converge en $O(N^{-1/2})$, quelle que soit la dimension du problème. Comme illustré dans le tableau 1, les méthodes de Monte Carlo convergent plus rapidement que les techniques numériques dès que la dimension augmente. Dans certains cas, pour des fonctions à plusieurs dizaines de variables, une méthode de Monte Carlo devient le seul outil capable de donner une réponse en un temps raisonnable.

Du point de vue des applications, les méthodes de Monte Carlo sont aujourd'hui indispensables dans des domaines aussi variés et différents que la finance, la mise au point de nouveaux microcomposants électroniques, la sismologie, les télécommunications, en ingénierie ou en physique, mais aussi en biologie, en sciences sociales, etc. Par exemple, en chimie, en physique, ou même en biologie, de nombreux problèmes exigent l'analyse des propriétés dynamiques d'un nombre tellement grand d'objets (particules atomiques, atomes, molécules ou macromolécules), que ceci ne peut se faire que par des techniques de type Monte Carlo.

Ces méthodes peuvent en revanche être gourmandes en temps de calcul si elles ne sont pas correctement utilisées. L'un des enjeux est donc d'obtenir un intervalle de confiance avec la plus grande précision possible pour un temps de simulation donné. De plus, utiliser les méthodes de

Monte Carlo nécessite aussi de mimer le comportement du hasard sur un ordinateur, par nature déterministe, via ce qu'on appelle un générateur de nombres pseudo-aléatoires. Ici aussi, une utilisation inappropriée peut induire des erreurs parfois subtiles.

Ce chapitre traite de ces différents points : les différentes méthodes d'application des méthodes de Monte Carlo, les procédures de base pour obtenir une bonne précision pour un temps de calcul donné, comment utiliser les générateurs de nombres pseudo-aléatoires, ainsi que quelques sujets annexes. Nous avons essayé de sélectionner une liste de références bibliographiques pertinente mais limitée en nombre. Pour certains sujets (par exemple, sur la simulation de modèles markoviens, ou sur l'optimisation combinatoire), nous n'avons pas mis de références car les bonnes sources sur ces thèmes sont vraiment très nombreuses. Sur d'autres sujets (par exemple, sur la génération de nombres pseudo-aléatoires), les références à utiliser ont été incluses dans la bibliographie

4.2.1 Avantages et inconvénients de la méthode Monte Carlo

Les avantages de la méthode de simulation de Monte Carlo sont les suivants :

- Elle permet d'estimer la forme de la distribution de la fonction de base ;
- Elle est facile à mettre en œuvre, en particulier pour des fonctions de base explicites.

L'inconvénient majeur de la méthode MCS est le nombre de simulations nécessaire pour obtenir une estimation correcte de la probabilité de rupture. La précision obtenue est proportionnelle à la racine carrée du nombre d'itérations ; si la probabilité de rupture est très petite un très grand nombre de simulations est alors nécessaire pour obtenir une adéquate précision.

Halder et al (2000), ont mentionné que même si le nombre de cycles augmente, les statistiques de la fonction d'état limite n'ont aucune tendance à la convergence, et ils ont recommandé l'utilisation de la technique de comptage. [Laïd 2007]

Les étapes de cette méthode sont (Halder et al, 2000) :

1. Définir le problème en termes de toutes les variables aléatoires.
2. Quantifier les caractéristiques probabilistes de toutes les variables aléatoires.
3. Générer des valeurs pour ces variables.
4. Evaluer le problème d'une manière déterministe pour chaque série de réalisation de toutes les variables aléatoires;
5. Extraire des informations pour N réalisations.
6. Déterminer l'efficacité et la précision de la méthode.

4.2.2 Nombre de simulations requises

La simulation de Monte Carlo implique l'échantillonnage aléatoirement pour simuler artificiellement un grand nombre d'expériences et d'observer les résultats, par exemple, pour le cas d'analyse de fiabilité des structures, chaque valeur simulée aléatoirement X donne une valeur d'une expérience x . La fonction d'état limite $G(x)$ est évaluée pour conclure si la configuration tirée est dans le domaine de succès ou bien d'échec.

On définit la fonction d'état limite comme :

$$G(x) = \begin{cases} G(x) \leq 0 & \text{pour les SD hors spectre moyen } \pm \text{ écart type} & \text{succès} \\ G(x) > 0 & \text{pour les SD dans spectre moyen } \pm \text{ écart type} & \text{échec} \end{cases}$$

Si on répète l'opération précédente n fois, la probabilité de succès P_s est donnée approximativement par :

$$P_s = \frac{n(G(x) \leq 0)}{N} \quad (3.1)$$

Où $n(G(x) \leq 0)$ est le nombre d'essai ou $G(x) \leq 0$, et N est le nombre total d'essai. Évidemment le nombre N requis est en fonction d'exactitude souhaitée pour P_s .

La fonction indicatrice est définie comme suit :

$$I_D = \begin{cases} 1, & \text{pour } G(x) \leq 0 \\ 0, & \text{pour } G(x) > 0 \end{cases}$$

Une estimation de nombre de simulation requise pour donner un intervalle de confiance de P_s souhaité est nécessaire afin de connaître le nombre minimal de N pour avoir cet intervalle de confiance.

Puisque $G(x)$ est une VA, la fonction indicatrice I_D est aussi une VA, qui prend seulement une des deux valeurs 0 ou 1. Il est issu du théorème de central limite que la distribution de \hat{P}_s donné par la somme des fonctions d'échantillons indépendants approche une distribution normal quand le nombre d'échantillons N tend vers l'infini.

Où \hat{P}_s est l'estimateur de la probabilité de succès P_s .

La moyenne $E(\hat{P}_s)$ de la distribution de \hat{P}_s est donnée par :

$$E(\hat{P}_s) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{N} E [I(G \text{ vérifiée})] \quad (3.2)$$

Et la variance de l'estimateur de probabilité de succès est :

$$\sigma^2 = \left(\frac{1}{N-1} \left\{ \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N I^2[G \text{ vérifiée}] \right\} - \left\{ \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N I[G \text{ vérifiée}] \right\}^2 \right) \tag{3.3}$$

En se basant sur que le théorème de central limite est appliqué, l'intervalle de confiance peut être donné par :

$$P(-k\sigma < \widehat{P}_s - P_s < +k\sigma) = c \tag{3.4}$$

Donc pour un intervalle de confiance C=95%, k=1.96 :

$$P_s - 1.96\sigma < \widehat{P}_s < P_s + 1.96\sigma = c \tag{3.5}$$

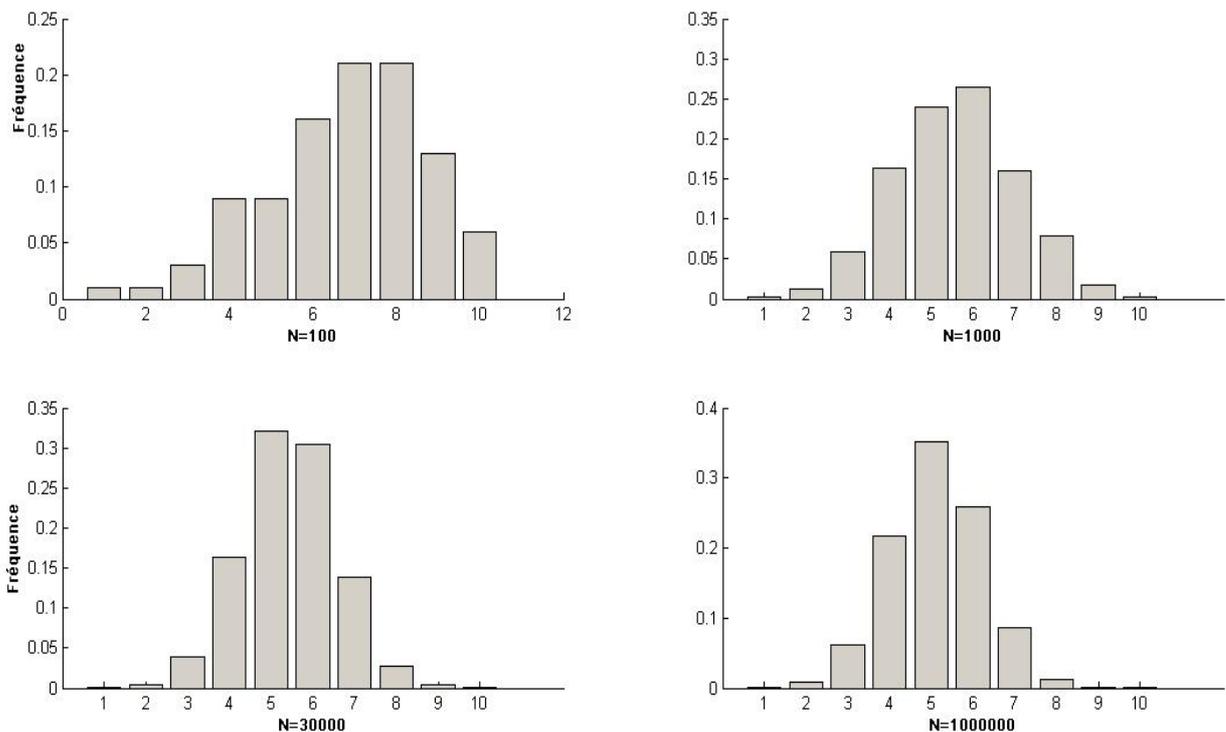


Figure 4.1 : Distribution de probabilité de \widehat{P}_s

Broding et al(1964), suggère que le nombre de simulation nécessaire est plus de 3000 simulations, d'autres ont suggéré que le nombre de simulations est de l'ordre de 10 000-20 000 pour approximativement un intervalle de confiance de 95 %. Les règles ci-dessus souvent utiliser, n'indiquent pas l'analyste beaucoup au sujet de l'exactitude dans n'importe quelle analyse particulière de Monte Carlo, un outil utile à cette fin est de tracer les valeurs de l'estimateur de P_s et de l'estimateur sur leur écart type (Figure 4.2, Figure 4.3).

Le nombre de simulations requises est étudié, on a utilisé les 2 lois de probabilités, gamma et log normale pour générer des échantillons de l'expérience qui représentent les valeurs de l'amortissement, et faire les calculs nécessaires.

La fonction limite $G(x)$ est choisie de telle façon, que les valeurs des réponses spectrales sont dans l'intervalle $\mu_x \pm \sigma_x$.

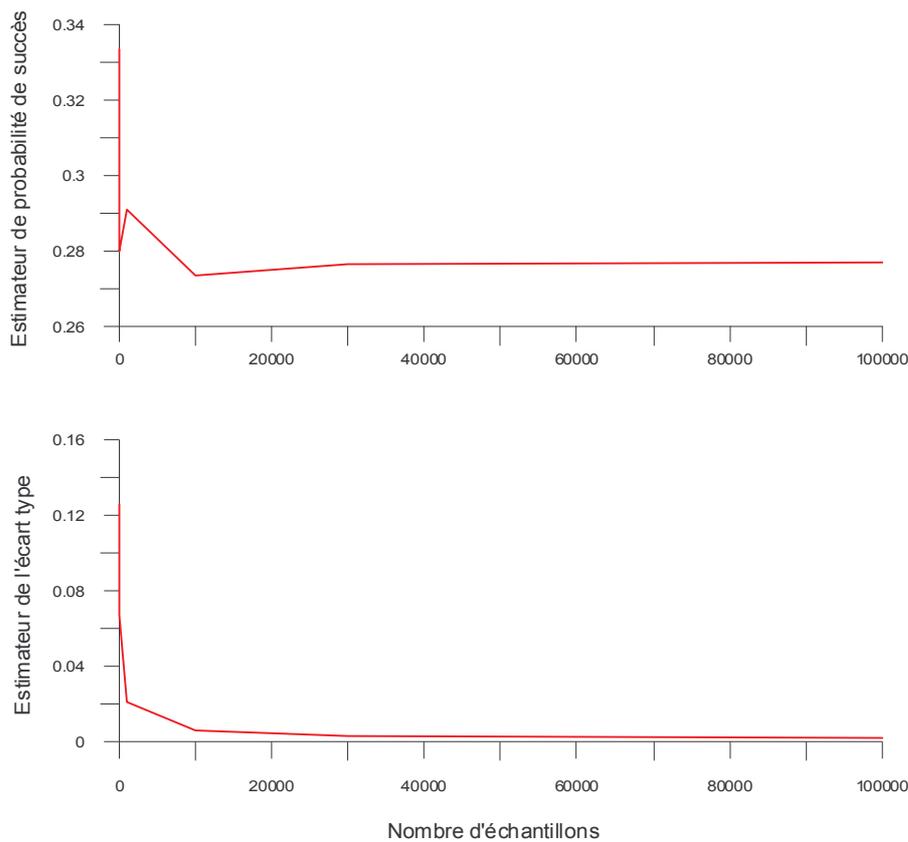


Figure 4.2 convergence de l'estimateur de probabilité de succès en fonction de nombre d'échantillon N pour une loi log normale.

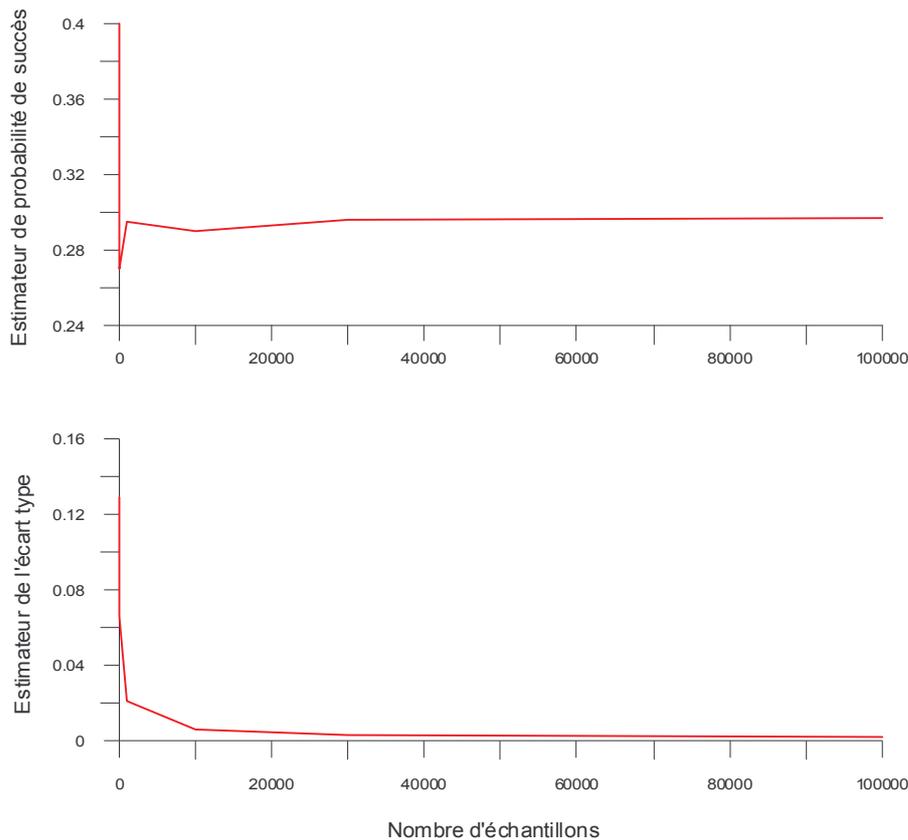


Figure 4.3 convergence de l'estimateur de probabilité de succès en fonction de nombre d'échantillon N pour une loi Gamma.

Typiquement de telles graphes, montrent que ces mesures sont réduits à mesure que le nombre d'échantillons est augmenté et qu'un degré de stabilité est atteint à un nombre suffisamment élevé d'échantillons. Le taux de convergence et leur stabilité dépendent de la qualité du générateur de nombre aléatoire étant employé. [E. Melchers 1999]

D'après ces graphes, faites pour les deux lois de probabilité, on a choisis un nombre d'échantillons $N=30\ 000$, qui vérifie les conditions cités ci-dessus, pour les prochaines applications numériques, La stabilité des graphes est apparu a partir approximativement de $N=20\ 000$, en contrepartie, on ne peut pas prendre le nombre maximal de N, à cause de temps de calcul qui devient important, par conséquence, le calcul devient couteux.

4.2.3 Génération des nombres aléatoires

À la base de toute simulation, il y a l'utilisation de nombres aléatoires en grande quantité. De plus, pour qu'une simulation soit fiable il faut que les nombres aléatoires utilisés aient toutes les propriétés que l'on attend. Ainsi, il ne suffit pas de disposer d'une liste finie de 100 ou même d'un million de nombres aléatoires et de l'utiliser en boucle pour des simulations. En bref, la production de nombres aléatoires en grandes quantités n'est pas une simple affaire.

L'exigence d'utiliser des nombres aléatoires dans la science s'est manifestée au début du siècle passé. En 1927, une liste de 41 600 nombres aléatoires pour usage scientifique, produite par Leonard Tippett, a été publiée par Cambridge University Press. Ensuite, La fondation RAND, en 1955, publia *A Million Random Digits with 100,000 Normal Deviates*, sur la base d'une simulation par ordinateur avec un algorithme qui aujourd'hui est considéré comme dépassé. Déjà à l'époque, certains soulevaient de sérieux doutes sur la possibilité de produire des nombres vraiment aléatoires de façon automatique. Neumann, en 1951, remarquait justement que par leur propre nature il ne peut pas exister une méthode algébrique capable de produire des nombres aléatoires. Cela montre bien que la production automatique de nombres aléatoires a été un sujet controversé.

Des suites décimales de nombres normaux spéciaux comme π vus comme suite aléatoire de chiffres décimaux ont aussi été proposées (Dodge, 1996). En effet, Borel en 1909 démontra qu'un nombre réel pris au hasard sur l'intervalle $[0, 1]$ est normal avec probabilité 1, c'est-à-dire que toutes les différentes séquences finies de chiffres (sous une base fixée) apparaissent selon une distribution de fréquences uniforme, en faisant d'un nombre normal un bon candidat pour fournir ainsi une suite de nombres aléatoires.

L'histoire de la génération des nombres aléatoires commence avec des machines plus ou moins complexes dont le but était de piocher des boules numérotées d'une urne. Encore aujourd'hui, en dépit d'algorithmes performants et de qualité élevée pour la génération de nombres aléatoires en grandes quantités, de telles machines sont utilisées pour les loteries à numéros et les ordinateurs ne les remplaceront-ils probablement jamais. Il y a une raison philosophique à cela, celle qui est au fond soulevée par Neumann : un algorithme implémenté produira une suite de nombres dont la nature est déterministe, et donc d'une certaine manière prévisible, et la suite aura seulement l'apparence d'être aléatoire.

4.2.4 Échantillon d'une variable aléatoire de loi donnée

4.2.4.1 Simulation d'une variable de loi uniforme

Une suite u_i de nombres pseudo-aléatoires uniformes est un échantillon uniformément distribué sur un intervalle, en général $[0, 1]$. Le processus est initié par une semence u_0 . Chaque semence engendre une suite déterministe, d'où l'expression de nombres *pseudo*-aléatoires, mais le choix de la semence peut être confié à un aléa : par exemple à partir des secondes de l'horloge du calculateur.

La plupart des logiciels de calcul et même certaines calculettes possèdent une fonction de génération sous les noms RANDOM, RND, RAN, ALÉATOIRE...

De part sa construction mathématique, un générateur possède certaines propriétés :

- **périodicité** : le codage numérique est effectué sur un nombre fini de bits et trouver la période p tel que : $u_i + p = u_i$ est possible. Il est bien sûr nécessaire de disposer d'un générateur dont la période est largement supérieure à la taille de l'échantillon. La période du générateur « *Mersenne Twister* » de Matsumoto et Nishimura est $2^{19\ 937} - 1$. [Lemaire 2008].

- **indépendance des réalisations**: $\text{Prob} \{U_i = a \mid u_{i-1} = b\} = \text{Prob} \{U_i = a\}$ pour tout $a, b \in [0, 1[$.

- **uniformité** : le générateur ne doit pas remplir l'intervalle par strates successives.

Il importe de contrôler la qualité du générateur par :

- le calcul des estimateurs non biaisés des échantillons (moyenne, écart-type) et leur comparaison avec les valeurs attendues,
- des tests d'adéquation χ^2 ou Kolmogorov-Smirnov sur l'échantillon total et sur des sous-échantillons pour détecter un manque éventuel d'uniformité,
- des tests de succession pour vérifier l'indépendance entre les réalisations successives,
- des tests de tendance pour détecter l'évolution à la hausse ou à la baisse de sous-échantillons successifs,
- des tests de cavité pour rechercher l'éventuelle absence d'une valeur dans un intervalle donné.

Ces précautions étant prises, il faut également se rappeler qu'il s'agit d'une génération statistique nécessitant un nombre de tirages N suffisant. La statistique montre que la convergence est en \sqrt{N} .

La figure 4.4 représente un histogramme type résulte simulation d'une variable de loi uniforme.

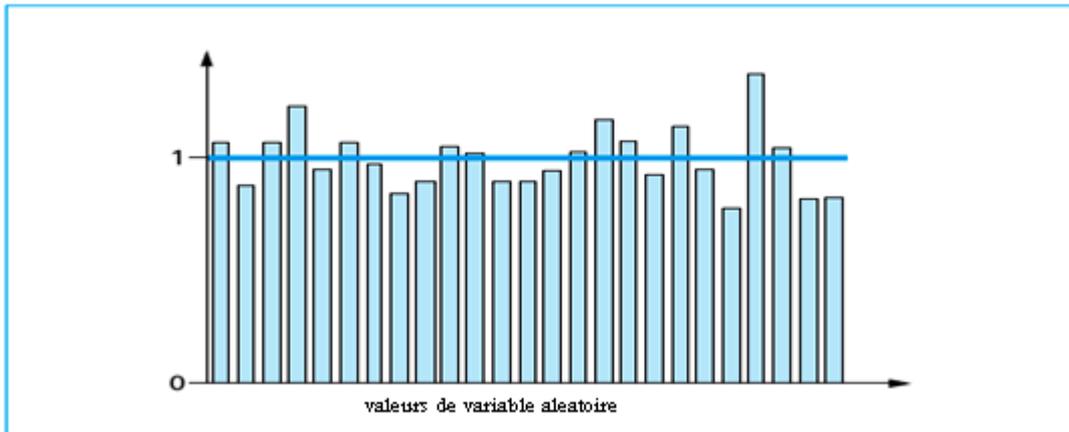


Figure 4.4 – Histogramme de 1 000 tirages d'une loi uniforme répartis en 25 classes [Lemaire2008]

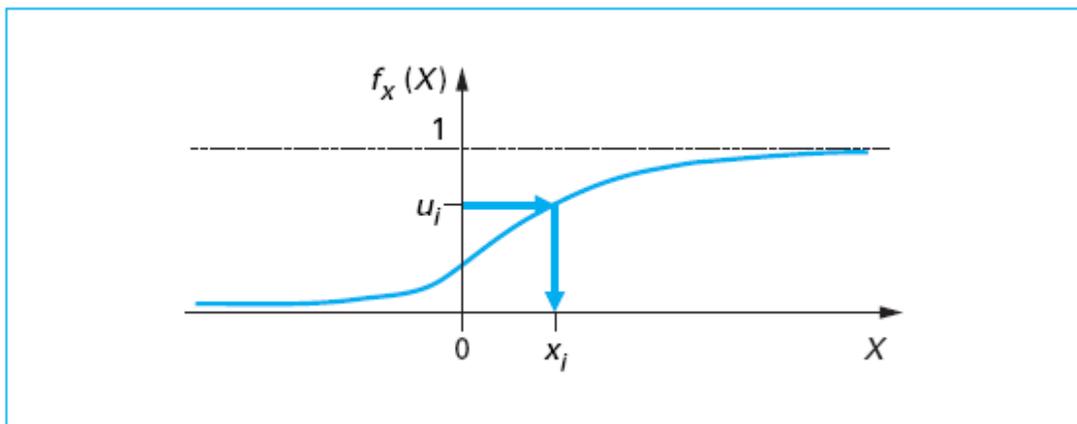


Figure 4.5 – Illustration de la transformation inverse [Lemaire 2008]

4.2.4.2 Simulation d'une variable de loi quelconque

- Loi uniforme sur $[a, b [$

Il suffit d'effectuer la transformation :

$$U_i \in [0,1[\rightarrow X_i = a + (b - a)U_i \in [a, b[$$

- Cas général

La méthode de la transformation inverse donne une solution générale. U étant $(0,1)$, la variable $X = F_X^{-1}(U)$ possède une fonction de répartition $F_X(X)$. En effet, puisque F_X est strictement croissante :

$$\text{Prob}(X \ll x) = \text{Prob}(F_X^{-1}(U) \ll x) = \text{Prob}(U \ll F_X(X)) = F_X(X)$$

Il suffit donc de donner un nombre U_i et de déduire la variable correspondante X_i par :

$X_i = F_X^{-1}(U_i)$ (figure 4.5). Ce calcul requiert l'inversion de la fonction de probabilité de la variable X ce qui est parfois délicat, en particulier pour la loi de Gauss.

4.3 Conclusion

La méthode de simulation de Monte-Carlo est simple à mettre en œuvre à l'aide des nombreux logiciels qui possèdent des fonctions de génération de nombres aléatoires de lois quelconques.

Si le calcul des tendances centrales d'une distribution par une analyse de sensibilité ne nécessite qu'un petit nombre de réalisations, en revanche la recherche de valeurs faibles de probabilité est extrêmement coûteuse : $10 N^{+2}$ à $10 N^{+3}$ réalisations pour $P_f \approx 10^{-N}$.

CHAPITRE V

EFFET DES INCERTITUDES INHERENTES A L'AMORTISSEMENT SUR LES SPECTRES DE REPOSES

5.1 Introduction

Dans le but d'estimer de manière plus fiable la réponse sismique d'une construction, il est indispensable de prendre en considération l'effet des incertitudes des paramètres dynamiques sur la réponse structurale. Ces incertitudes, causées essentiellement par la variation des propriétés des matériaux et les approximations dans l'estimation des paramètres des modèles mathématiques de structure, peuvent introduire une variation significative de la réponse structurale. Pour certaines structures, telles que les parkings de véhicules par exemple, la masse relative à chaque niveau est fonction du temps (jours, saisons) et il est pratiquement impossible de prédire sa valeur exacte lors d'un prochain séisme. En outre, si la structure considérée est fondée sur un sol meuble et que le phénomène d'interaction sol-structure ne peut être ignoré, les caractéristiques de la structure dépendront des caractéristiques dynamiques du sol de fondation qui peuvent être différentes avant, pendant, et après le tremblement de terre.

L'incertitude liée à l'amortissement dans les systèmes structuraux est identifiée et discutée. Une technique de simulation en utilisant la Méthode de Monte Carlo est utilisée pour examiner les effets de la variabilité d'amortissement sur la réponse dynamique des systèmes structuraux. Les résultats ont démontrés que l'incertitude inhérente à l'amortissement influe effectivement sur la réponse des systèmes. Les effets sont plus prononcés pour une variabilité plus élevée des valeurs d'amortissement.

L'objectif de cette étude est d'étudier l'influence de l'incertitude inhérente à l'amortissement sur la réponse dynamique des systèmes structuraux, on quantifie la réponse des structures sous forme de spectre de réponse.

5.2 Evaluation et traitement de l'incertitude inhérente à l'amortissement

La sélection d'une valeur appropriée de l'amortissement est un sujet de la polémique dans la pratique en matière de conception. L'évaluation de l'amortissement dans des structures complètes a été entreprise par plusieurs investigateurs. Un prélèvement de telles études peut être trouvé en Jeary et Ellis (1981), Yokoo et Akiyama (1972), Hudson (1977), Hart et Vasudevan (1975), Taoka et autres (1975), Raggett (1975), Celebi et Safak (1992) et Trifunac (1972). L'information fournie par des expériences complètes a été assemblée par Haviland (1976), Jeary et Ellis (1981), Yokoo et Akiyama (1972), Davenport et Hill-Carroll (1986), Jeary (1986), Logomarsino (1993) et Tamura et autres (1994), entre d'autres. Haviland (1976) a rapporté un éventail de données pour les différents niveaux des amplitudes de réponse, des classes larges des systèmes structuraux et des tailles de bâtiment. Cette étude a prouvé que les distributions Log normal et Gamma ont fourni le meilleur ajustement aux variations d'amortissement. Le coefficient de variation (COV) d'amortissement basé sur ces résultats a changé dans la gamme de 42-87%. Davenport et Carroll (1986) ont réexaminé la base de données et ont noté que le COV s'est étendu de 33% à 78% et a suggéré une valeur de 40%. Basé sur des données mesurées, ESDU (1983), Jeary (1986), Logomarsino (1993) et Tamura et autres (1995) ont établi des expressions pour la variation de constante d'amortissement en fonction du niveau de déplacement structural. Il est important de noter que la plupart de ces bases de données ont un grand chevauchement d'information puisqu'elles ont beaucoup de bâtiments communs [A. Kareem 1996].

5.3 Effet de l'incertitude inhérente à l'amortissement sur les spectres de réponse

Après une brève discussion de l'évaluation des valeurs d'amortissement, une description probabiliste de la réponse de système en termes de statistiques de la variabilité de l'amortissement est présentée en utilisant une simulation avec la méthode de Monte Carlo. Pour atteindre ce but, on doit générer des échantillons distribuent suivant les lois de probabilité qu'ont fourni le meilleur ajustement aux variations d'amortissement et calculer la réponse des structures « sous forme de spectre de réponse » pour chaque échantillon et analyser ces résultats, en calculant les paramètres statistiques des réponses spectrales et en discutant sur leur distributions.

N'importe quelle simulation qui se fonde sur des nombres aléatoires exige qu'il y ait une certaine manière de produire des nombres aléatoires. La plupart des programmes disponibles (Fortran, Matlab,...) peuvent produire des nombres aléatoires pour des distributions couramment utilisées. Dans notre travail on a utilisé le logiciel Matlab pour générer ces distributions et faire le calcul nécessaire.

Dans un premier temps, et on se basant sur des considérations physiques du problème, nous avons testés quatre lois de densité de probabilité, la loi Uniforme, la loi Normal, la loi Log normal et la loi Gamma. Les deux lois, Uniforme et Normal, sont ensuite exclues de notre travail à cause de considération physique, à cause d'apparence des valeurs négatives pour ces deux lois, la chose qui n'est pas satisfaisante pour le phénomène de l'amortissement et qui amplifie les réponses et atteindre des valeurs très grands. Donc, on a constaté que la physique du problème n'était restituée que par deux lois de probabilité seulement. Ces deux lois ont été retenues pour la suite de notre travail.

La simulation de Monte Carlo nécessite d'utiliser la loi de probabilité qui fourni le meilleur ajustement aux variations de variable aléatoire. L'étude fait par Haviland (1976) a prouvé que les distributions Log normal et Gamma ont fourni le meilleur ajustement aux variations d'amortissement.

Nous présentons dans ce qui suit, les principaux résultats d'une simulation numérique de l'effet des incertitudes inhérentes aux valeurs d'amortissement critique sur la réponse sismique maximale des systèmes à caractéristiques aléatoires. A cet effet, l'excitation est définie sous forme d'une accélérogramme, et deux enregistrements accélérométriques sont utilisés pour quantifier cette influence. Le séisme d'El-Centro du 8 mai 1940 et de Parkfield du 27 juin 1966. Une valeur fixe du pourcentage d'amortissement critique $\xi = 5\%$ a été considérée pour l'ensemble des spectres.

Bien que l'évaluation de Cov d'amortissement basé sur les données disponibles s'est étendu aussi de bas à 33 % aussi à haut que 78 %, ils ont suggéré une valeur de 40 %. La distribution Log normal et La distribution Gamma se sont avérées convenables pour décrire la variabilité dans l'amortissement.

5.3.1 Applications numériques.

Les résultats de la simulation numérique sont présentés, avec une description de l'amortissement en utilisant la distribution Log normal et la distribution Gamma qui se sont avérées convenables pour décrire la variabilité dans l'amortissement. Pour les deux séismes, Le séisme d'El-Centro du 8 mai 1940 et de Parkfield du 27 juin 1966.

Les figures (5.1, 5.2, 5.3 et 5.4) montrent, à titre illustratif, les valeurs de réponse spectrales, obtenus pour les réponses en déplacement, pseudo-vitesse et pseudo-accélération d'un oscillateur à paramètres dynamiques incertains, en représentant les valeurs moyennes \pm un écart type des réponses spectrales correspondantes en vue de prendre en considération les incertitudes sur les propriétés dynamiques. On constate que l'incertitude sur l'amortissement critique varie sensiblement pour les spectres *SD*, *PSV* et *PSA*. On remarque aussi que l'écart type est caractérisé par d'importantes fluctuations pour les spectres d'accélérogrammes réels, il varie de manière assez uniforme. On peut observer, à partir des résultats des figures (5.1, 5.2, 5.3 et 5.4), notamment pour les spectres en pseudo-vitesse, que même de petites incertitudes dans les propriétés structurales peuvent avoir une influence considérable sur les amplitudes spectrales.

Les figures (5.1a, 5.2a, 5.3a et 5.4a) représentent les résultats obtenus en faisant la simulation de Monte Carlo, avec une distribution Log normal des valeurs de l'amortissement avec un coefficient de variation 40 %. Les figures (5.1b, 5.2b, 5.3b et 5.4b) représentent les résultats obtenus par Zermout et Tiliouine [ZERMOUT 2007], en utilisant une méthode analytique. La variance de l'amplitude moyenne quadratique due aux incertitudes sur les propriétés dynamiques peut être évaluée de manière approximative, en développant le carré de l'amplitude de la fonction de transfert en une série de Taylor au voisinage des valeurs moyennes $\bar{\xi}_j$, et en ne retenant que les termes du premier ordre.

On remarque que les deux graphes obtenu par les deux méthodes ont la même tendance, pour les trois graphes, en déplacement, pseudo-vitesse et pseudo-accélération, avec un peu de différence qui réside dans l'envergure entre le spectre moyen et Spectre moyen \pm 1 écart type.

Un spectre de réponse d'accélérogrammes réel constitue une information synthétique extrêmement utile, sur le contenu fréquentiel et l'amplitude du signal ; il comporte en général trois parties :

- une zone à basse fréquence où la réponse de l'oscillateur est contrôlée essentiellement par le déplacement du support, les basses fréquences correspondent à des oscillateurs dont le ressort est extrêmement souple ; la masse reste alors pratiquement immobile par rapport aux axes absolus, puisque l'effort que lui transmet le ressort est quasiment nul, et son déplacement relatif maximal

par rapport au support est donc très voisin du déplacement absolu maximal de celui-ci. En passant à la limite (ressort infiniment souple, fréquence nulle ou période infinie), la masse ne bouge pas dans les axes absolus et il y a égalité stricte entre ces déplacements maximaux (relatif pour la masse, absolu pour le support), indépendamment de l'amortissement. Cette indépendance est remarquée dans les graphes précédant (les Figures 5.1, 5.2, 5.3 et 5.4), où on voit que l'influence de la variation de l'amortissement est diminuée pour la zone de basse fréquence

– une zone à haute fréquence, où la réponse de l'oscillateur est contrôlée essentiellement par l'accélération du support. Cette zone va d'une fréquence de l'ordre constitue une approximation de la fréquence de coupure ; au-delà de cette fréquence de coupure, la réponse de l'oscillateur est du type rigide (il se déplace en bloc avec son support) et il y a égalité entre la pseudo-accélération et l'accélération maximale du support, quel que soit l'amortissement, La chose qui est remarqué dans ces graphes, où il apparaît clairement que l'influence de la variation de l'amortissement est diminuée pour la zone de haute fréquence aussi.

– une zone de fréquences intermédiaires située entre les deux zones précédentes où les réponses en pseudo-accélération et en pseudo-vitesse sont généralement amplifiées par rapport aux valeurs maximales de l'accélération et de la vitesse du support, pour des amortissements compris entre 1 % et 20 %. On remarque une grande variabilité des réponses, même pour une petite variabilité d'amortissement [Betbeder-matibet 2003].

Applications pour une loi Log normal

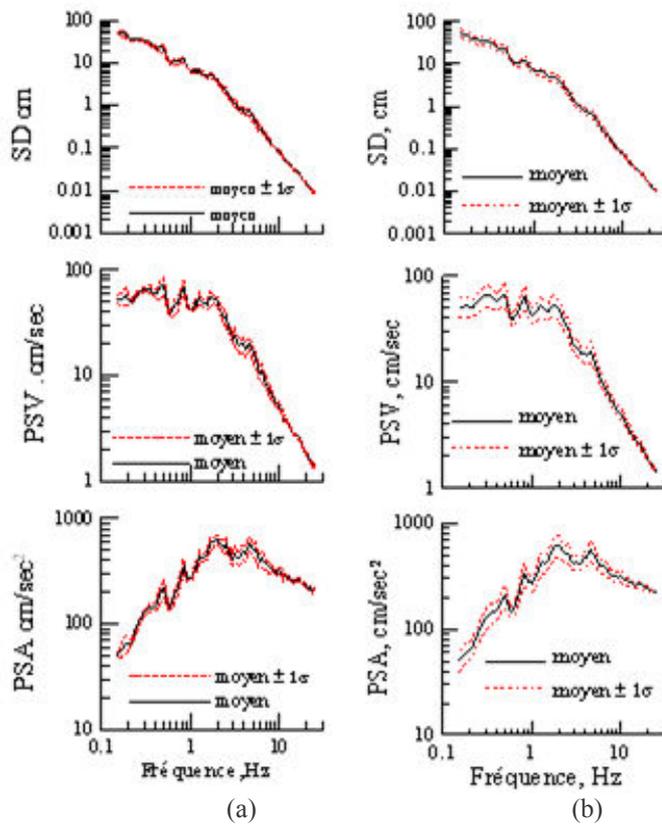


Figure 5.1 – Spectre moyen ± 1 écart type en déplacement, pseudo-vitesse et pseudo-accelération pour : a) simulation de MMC, b) méthode analytique. pour une loi Log normal, Le spectre correspond au séisme d'El-Centro.

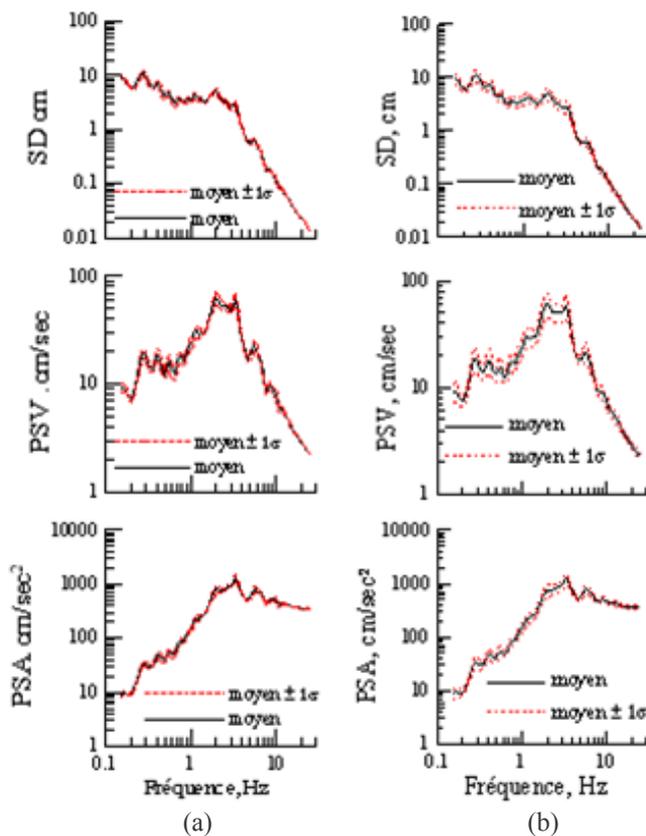


Figure 5.2 – Spectre moyen ± 1 écart type en déplacement, pseudo-vitesse et pseudo-accelération. Pour : a) simulation de MMC, b) méthode analytique. pour une loi Log normal. Le spectre correspond au séisme de Parkfield.

Applications pour une loi Gamma

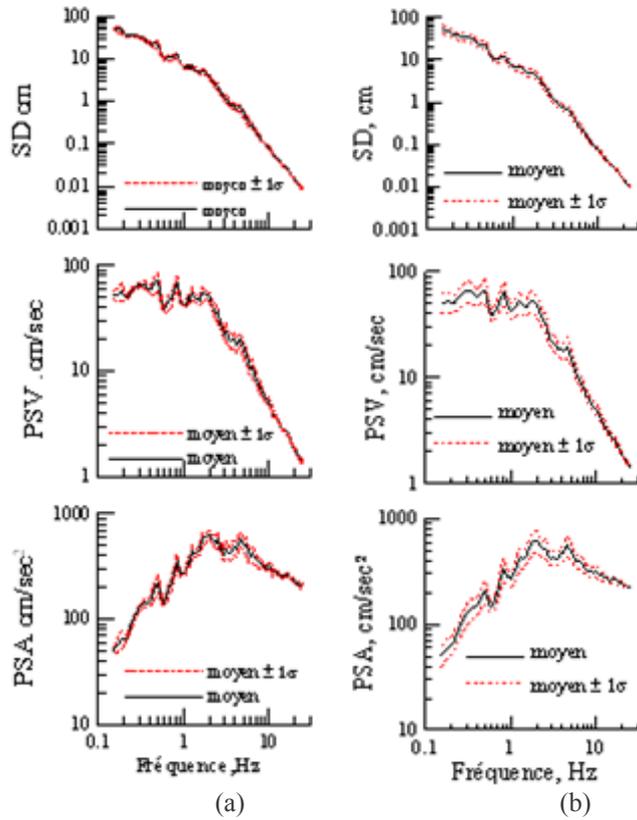


Figure 5.3 – Spectre moyen ± 1 écart type en déplacement, pseudo-vitesse et pseudo-accelération pour : a) simulation de MMC, b) méthode analytique. pour une loi Gamma, Le spectre correspond au séisme d'El-Centro du 18 mai 1940.

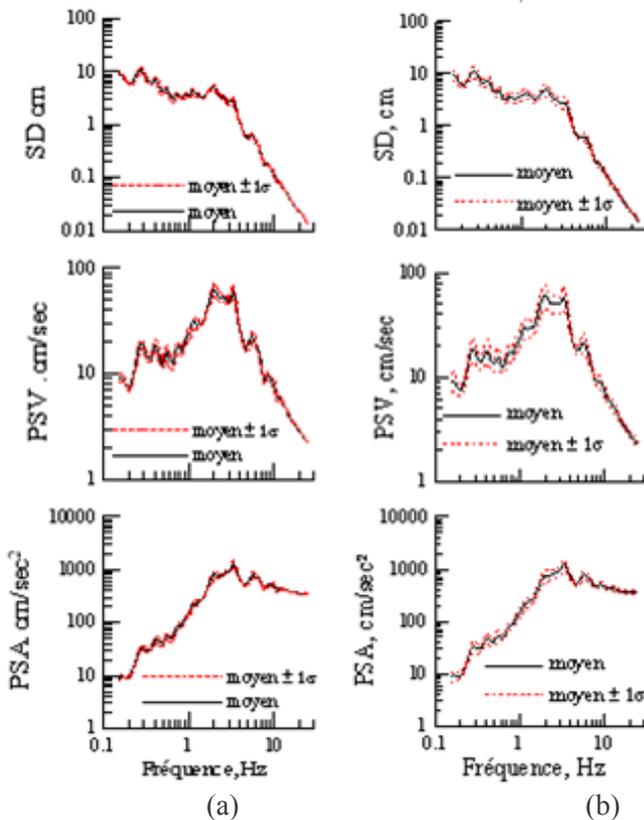


Figure 5.4 – Spectre moyen ± 1 écart type en déplacement, pseudo-vitesse et pseudo-accelération. Pour : a) simulation de MMC, b) méthode analytique, pour une loi Gamma. Le spectre correspond au séisme de Parkfield du 27 juin 1966.

La comparaison entre les résultats obtenus pour les deux lois de distributions avec la simulation de Monte Carlo, est faite dans les tableaux ci-dessous. Pour différents fréquences de spectre, les statistiques de PSA (moyenne et écart type) sont obtenues à partir de simulation numérique, pour chaque fréquence on peut calculer une valeur de coefficient de variation qui varie sensiblement en fonction de fréquence, ce qui permet de faire une étude statistique de ces coefficients de variation pour avoir une vue large de leurs variations en fonction de fréquence, en calculant le coefficient de variation de la distribution de coefficient de variation de PSA, et la plage de variation de ce coefficient, pour une valeur de coefficient de variation de l'amortissement $Cov = 40\%$. Il a été constaté que les fluctuations induites de la réponse dynamique des structures en utilisant la loi Gamma sont relativement plus importantes que celles obtenues avec la loi Log normal.

Les tableaux (1,2) représentent les valeurs des paramètres statistiques qui concernent le coefficient de variation de PSA pour la valeur de Cov de l'amortissement $Cov = 40\%$. Pour les deux accélérogrammes, l'accélérogramme de séisme d'El-Centro du 18 mai 1940, et celle de séisme de Parkfield du 27 juin 1966. Donc, on trouve la plage de variation, la moyenne et l'écart type de la distribution des valeurs de coefficient de variation Cov de PSA, chaque une de ces valeurs de Cov est obtenue après une étude statistique des distributions de PSA pour chaque fréquence considérée.

Les conclusions qu'on souhaite de tirer de cette étude statistique est la quantification de l'effet des incertitudes inhérentes aux valeurs de l'amortissement sur la réponse structurale, on a montré que cet effet est considérable et ne peut pas être négligé. Par exemple, une variation des valeurs d'amortissement avec un $Cov = 40\%$ conduit à une variation des réponses de plus que $Cov = 20\%$, qui est une valeur très importante. On remarque aussi que les valeurs de Cov de réponse obtenues pour la loi Gamma est plus importantes que celles obtenues pour une loi Log normal.

La dépendance entre la variation des caractéristiques statistiques de l'amortissement et la variation de la fréquence est aussi remarquée, où on a obtenu une plage de variation des Cov de l'amortissement de l'ordre de 0.13% à 21.5% en fonction de la fréquence, donc il y a une grande différence entre les deux valeurs ce qui implique la grande relation entre la variation de l'amortissement et de la fréquence.

Tableau 5.1: valeurs de coefficient de variation de PSA. *Le spectre correspond au séisme d'El-Centro du 18 mai 1940*

| | Log normal | Gamma |
|---------------------|---------------|----------------|
| Moyenne de COV | 9.68% | 10.69% |
| Ecart type de COV | 5.14% | 5.61% |
| Plage de COV de PSA | 1.2% - 19.66% | 0.13% - 21.56% |

Tableau 5.2: valeurs de coefficient de variation de PSA. *Le spectre correspond au séisme de Parkfield du 27 juin 1966*

| | Log normal | Gamma |
|---------------------|----------------|----------------|
| Moyenne de COV | 7.70% | 8.33% |
| Ecart type de COV | 4.16% | 4.49% |
| Plage de COV de PSA | 0.13% - 15.39% | 0.15% - 16.53% |

5.4 Conclusions

Pour l'estimation probabiliste de la réponse sismique, la technique de simulation de Monte Carlo a été utilisée. Néanmoins, pour la génération des valeurs de l'amortissement, il a été nécessaire de déterminer le nombre optimal d'échantillons sur la base d'une procédure de calcul basée sur la stabilité des fluctuations des paramètres statistiques de l'estimateur de la probabilité de défaillance retenue et ceci pour chacune des deux lois de probabilité.

Une fois les paramètres de simulations sont retenus, il a été procédé à l'étude de l'effet de fonction de densité de probabilité de l'amortissement sur la réponse sismique. Il a été constaté que les fluctuations induites de la réponse dynamique des structures en utilisant la loi Gamma sont relativement plus importants que celles obtenus avec la loi Log normal.

En concluant cette partie de travail, les conclusions suivantes peuvent être tirées :

- Les valeurs spectrales varient sensiblement avec l'amortissement de l'oscillateur, notamment dans le domaine des basses fréquences. Cette variation est d'autant plus sensible que la valeur de l'amortissement est plus faible.

- De façon générale, les résultats numériques obtenus montrent que même de petites incertitudes dans les caractéristiques dynamiques peuvent avoir une incidence significative sur les amplitudes spectrales. En général, pour une incertitude sur l'amortissement, l'influence décroît avec une augmentation de la fréquence.

- On remarque que la variation de l'amortissement peut engendrer des grandes variations sur la réponse des structures, où on observe des grands valeurs de coefficients de variations de réponse de réponse peut atteindre 21 % pour un coefficient de variation de l'amortissement $Cov = 40\%$.

- La simulation en utilisant la méthode de Monte Carlo fournit une méthode simple et pratique pour l'évaluation de la variabilité des amplitudes de la réponse spectrale induite par de petites incertitudes sur les paramètres dynamiques.

- L'influence de variation de l'amortissement dépend de fréquence propre de structure, où on a observé pour la même variation de l'amortissement une différence de variation de réponse pour chaque fréquence.

CHAPITRE VI

L'INFLUENCE DES VARIATIONS DES CARACTERISTIQUES STATISTIQUES DE L'AMORTISSEMENT

6.1 L'influence des variations des caractéristiques statistiques de l'amortissement

Haviland (1976) a rapporté un éventail de données pour les différents niveaux des amplitudes de réponse, des classes larges des systèmes structuraux et des tailles de bâtiment. Cette étude a prouvé que les distributions Log normal et Gamma ont fourni le meilleur ajustement aux variations d'amortissement. Le coefficient de variation (Cov) d'amortissement basé sur ces résultats a changé dans la gamme de 42-87%.

Dans cette section, l'influence des variations des caractéristiques statistiques de l'amortissement sur les statistiques du spectre de réponse doit être étudiée. Dans ce but, le coefficient de variation Cov soit varié de 0.4 à 0.8, et prend les valeurs 0.4, 0.6 et 0.8.

Nous présentons dans ce qui suit, les principaux résultats d'une simulation numérique avec une description de l'amortissement en utilisant les deux lois de probabilité, La loi Log normal et La loi Gamma, pour différentes valeurs de coefficient de variation Cov (0.4, 0.6 et 0.8), pour les deux séismes. Le séisme d'El-Centro du 8 mai 1940 et de Parkfield du 27 juin 1966.

Dans les tableaux suivants, on résume les résultats numériques de la simulation de Monte Carlo pour estimer l'effet de variation des caractéristiques statistiques de l'amortissement sur les statistique de la réponse spectrale, pour voir comment une variation de coefficient de variation de l'amortissement peut influencer la réponse des systèmes, donc l'importance de avoir une bonne connaissance, lors de faire une étude ou d'établir des règlements, les valeurs les plus approprié de l'amortissement ou de prendre en compte les incertitudes inhérentes aux paramètres structuraux.

pour différents fréquences de spectre, les statistiques de PSA (moyenne et écart type) sont obtenue à partir de simulation numérique, donc pour chaque fréquence on peut calculer une valeur de coefficient de variation qui varie sensiblement en fonction de fréquence, donc on peut faire une étude statistique de ces coefficient de variation pour avoir une vue large de leurs variation en fonction de fréquence, en calculant le coefficient de variation de la distribution de coefficient de

variation de PSA, et la plage de variation de ce coefficient, pour chaque valeur des trois valeurs de coefficient de variation de l'amortissement .

6.1.1 Applications numériques pour La loi Log normal

Nous présentons dans ce qui suit, les principaux résultats d'une simulation numérique avec une description de l'amortissement en utilisant La distribution Log normal qui s'est avérée pour décrire convenablement la variabilité dans l'amortissement.

Les tableaux (3,4) représentent les valeurs des paramètres statistiques qui concernent le coefficient de variation de PSA pour différentes valeurs de Cov de l'amortissement (40%,60% et 80%). Pour les deux accélérogrammes, accélérogrammes de séisme d'El-Centro du 18 mai 1940, et celle de séisme de Parkfield du 27 juin 1966

Tableau .3: valeurs de coefficient de variation de PSA. Le spectre correspond au séisme d'El-Centro du 18 mai 1940

| Cov de l'amortissement | 40 % | 60 % | 80 % |
|------------------------|---------------|---------------|---------------|
| Moyenne de Cov | 9.68% | 14.05% | 17.76% |
| Ecart type de Cov | 5.14% | 6.65% | 7.75% |
| Plage de Cov de PSA | 1.2% - 19.66% | 0.2% - 27.07% | 2.6% - 32.19% |

Tableau .4: valeurs de coefficient de variation de PSA. Le spectre correspond au séisme de Parkfield du 27 juin 1966

| Cov de l'amortissement | 40 % | 60 % | 80 % |
|------------------------|----------------|----------------|----------------|
| Moyenne de Cov | 7.70% | 10.98% | 13.54% |
| Ecart type de Cov | 4.16% | 5.70% | 6.85% |
| Plage de Cov de PSA | 0.13% - 15.39% | 0.18% - 20.63% | 0.21% - 26.70% |

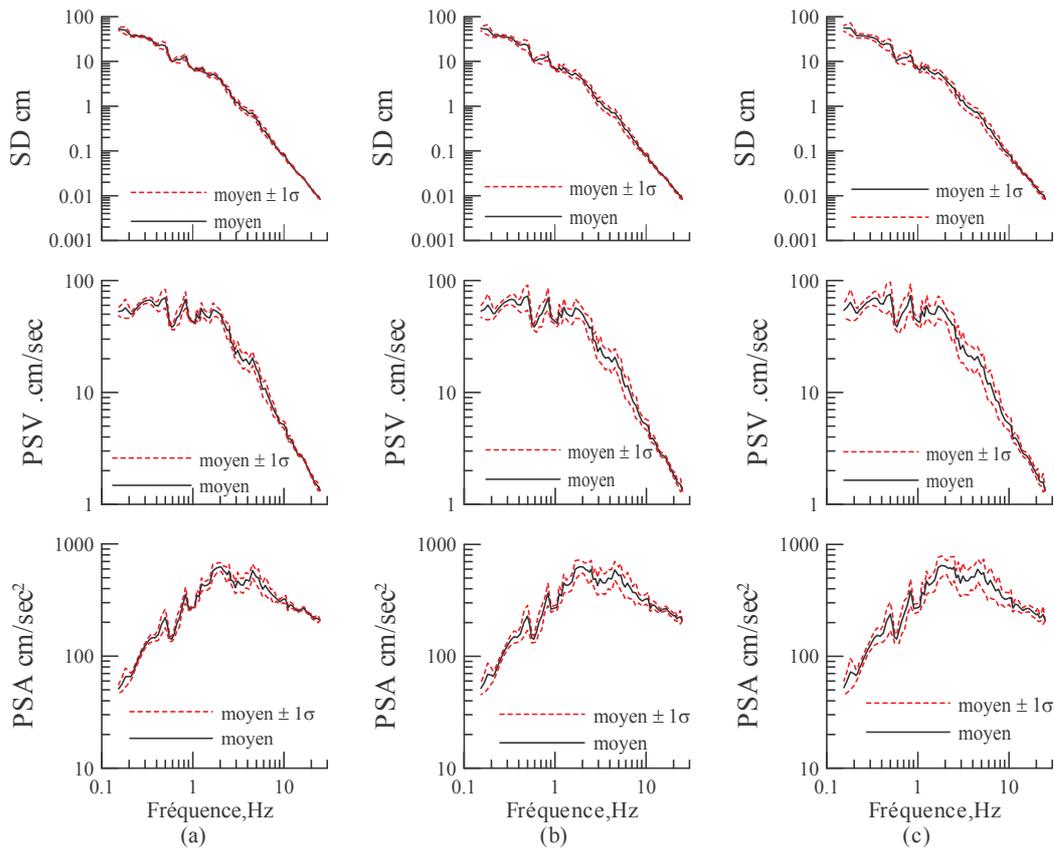


Figure 6.1– Spectre moyen ± 1 écart type en déplacement, pseudo-vitesse et pseudo-accelération pour différentes COV de l'amortissement : a) COV =40 %, b) COV =60 %, c) COV =80 % pour une loi log normal, Le spectre correspond au séisme d'El-Centro du 18 mai 1940.

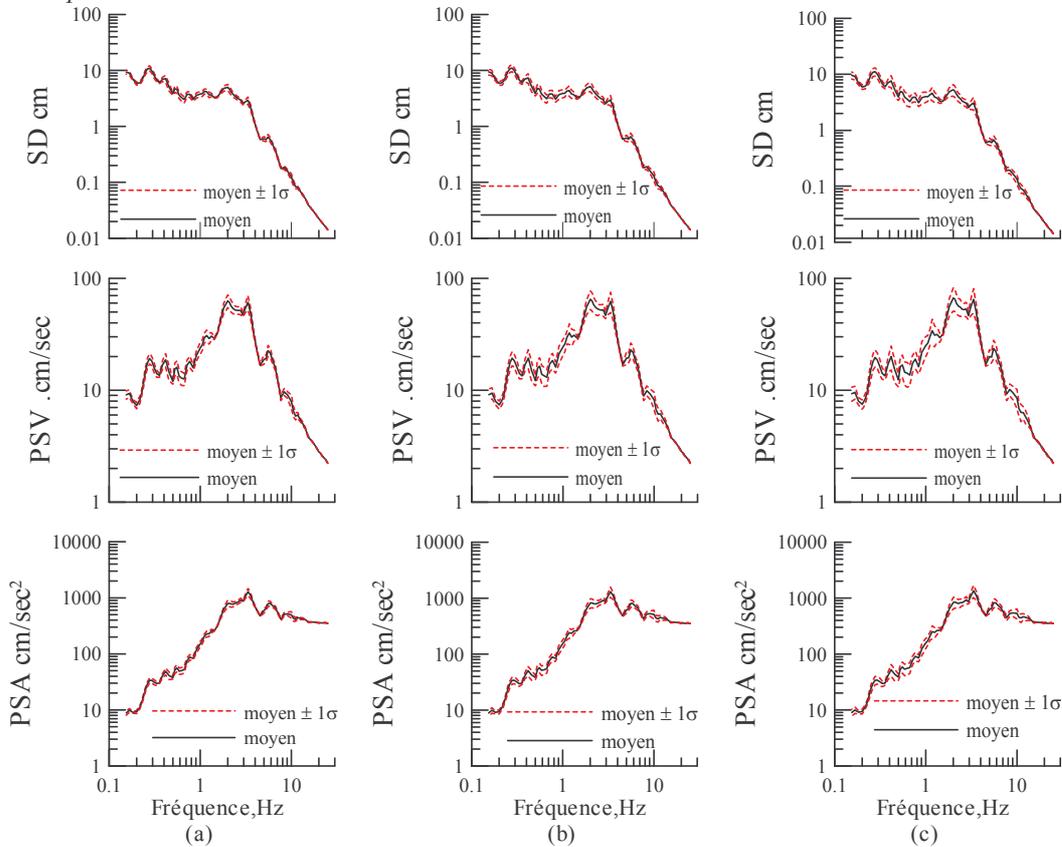


Figure 6.2– Spectre moyen ± 1 écart type en déplacement, pseudo-vitesse et pseudo-accelération pour différentes COV de l'amortissement : a) COV =40 %, b) COV =60 %, c) COV =80 % pour une loi log normal. Le spectre correspond au séisme de Parkfield du 27 juin 1966.

6.1.2 Applications numériques pour La loi Gamma

Nous présentons dans ce qui suit, les principaux résultats d'une simulation numérique avec une description de l'amortissement en utilisant La distribution Gamma qui s'est avérée pour décrire convenablement la variabilité dans l'amortissement.

Les tableaux (5,6) représentent les valeurs des paramètres statistiques qui concernent le coefficient de variation de PSA pour différentes valeurs de COV de l'amortissement (40%, 60% et 80%). Pour les deux accélérogrammes, accélérogrammes de séisme d'El-Centro du 18 mai 1940, et celle de séisme de Parkfield du 27 juin 1966

Tableau .5: valeurs de coefficient de variation de PSA. Le spectre correspond au séisme d'El-Centro du 18 mai 1940

| COV de l'amortissement | 40 % | 60 % | 80 % |
|------------------------|----------------|----------------|----------------|
| Moyenne de COV | 10.69% | 17.09% | 24.02% |
| Ecart type de COV | 5.61% | 7.91% | 10.45% |
| Plage de COV de PSA | 0.13% - 21.56% | 0.22% - 32.02% | 0.31% - 46.31% |

Tableau .6: valeurs de coefficient de variation de PSA. Le spectre correspond au séisme de Parkfield du 27 juin 1966

| COV de l'amortissement | 40 % | 60 % | 80 % |
|------------------------|----------------|----------------|----------------|
| Moyenne de COV | 8.33% | 12.75% | 16.85% |
| Ecart type de COV | 4.49% | 6.66% | 8.54% |
| Plage de COV de PSA | 0.15% - 16.53% | 0.21% - 27.20% | 0.27% - 37.85% |

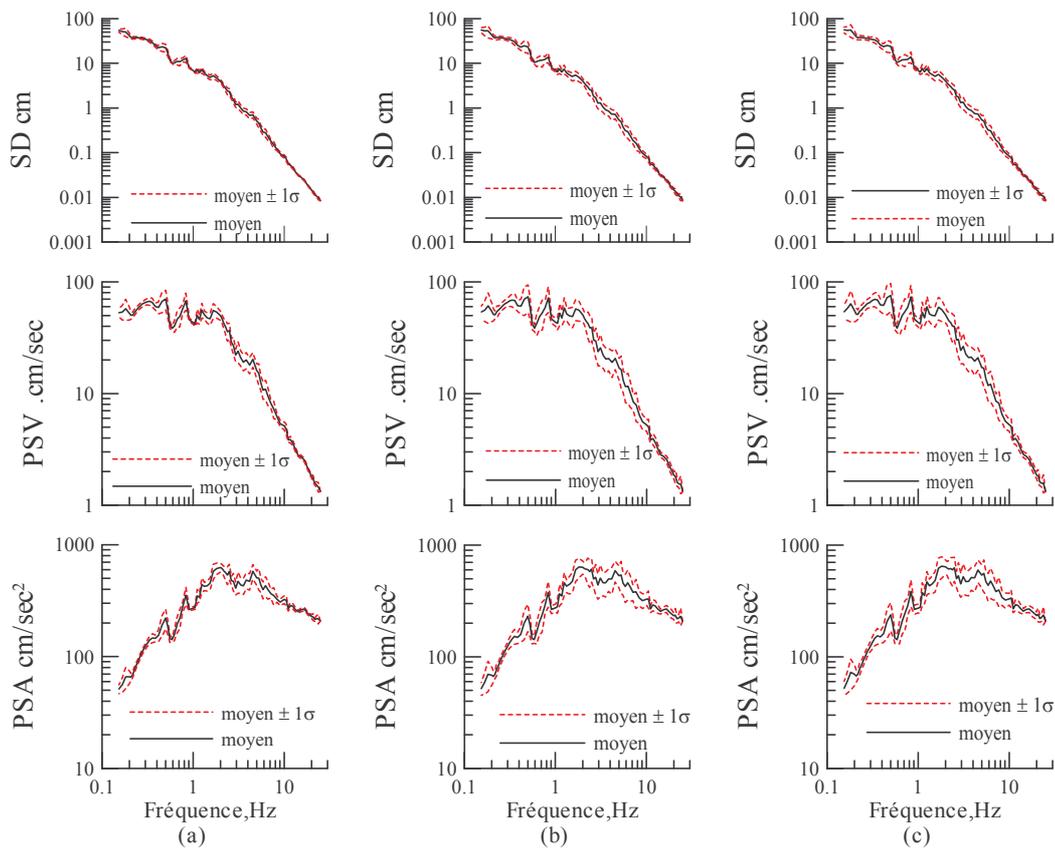


Figure 6.3– Spectre moyen ± 1 écart type en déplacement, pseudo-vitesse et pseudo-accelération pour différentes COV de l'amortissement :a) COV =40 %, b) COV =60 %. b) COV =80 % pour une loi Gamma, Le spectre correspond au séisme d'El-Centro du 18 mai 1940.

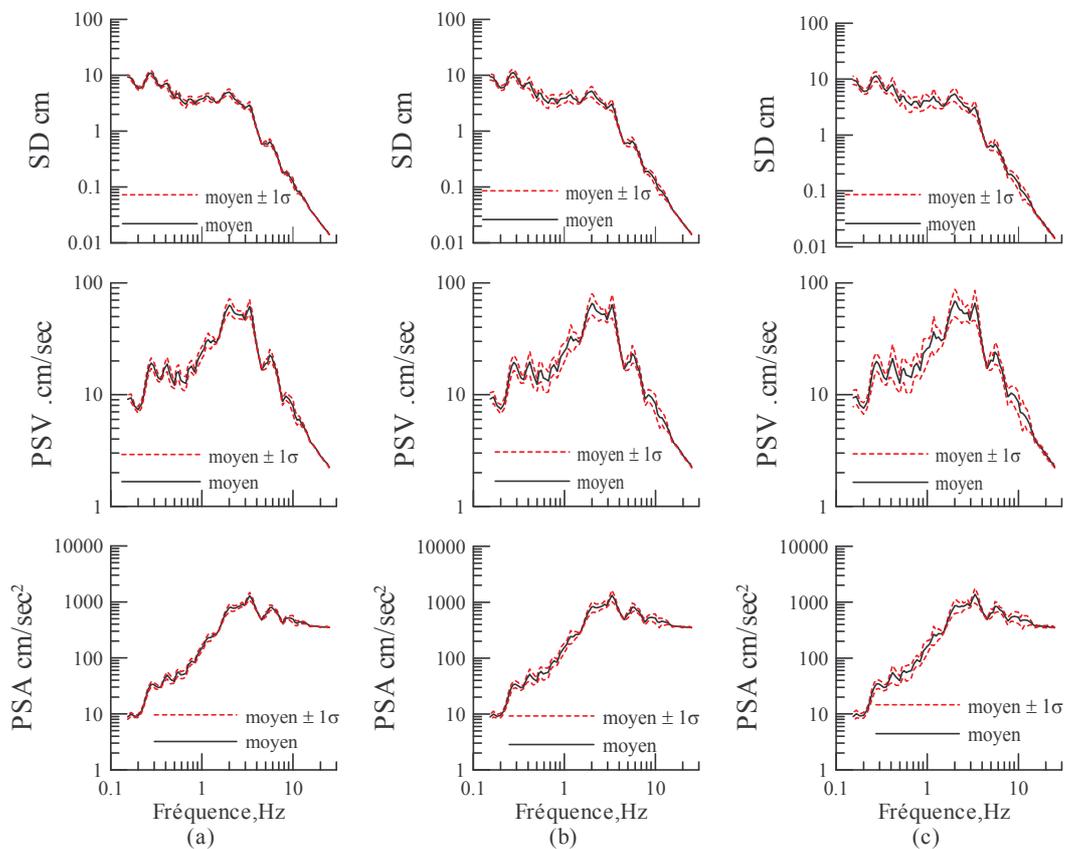


Figure 6.4– Spectre moyen ± 1 écart type en déplacement, pseudo-vitesse et pseudo-accelération pour différentes COV de l'amortissement :a) COV =40 %, b) COV =60 %. b) COV =80 % pour une loi Gamma, Le spectre correspond au séisme de Parkfield du 27 juin 1966.

Les figures (6.1, 6.2, 6.3 et 6.4) montrent, à titre illustratif, les valeurs de réponse spectrale, pour les deux lois de probabilité log normal et Gamma qui sont utilisées pour modéliser les caractéristiques probabilistes de l'amortissement, obtenue pour les réponses en déplacement, pseudo-vitesse et pseudo-accélération d'un oscillateur à paramètres dynamiques incertains. On constate que l'incertitude sur l'amortissement critique varie sensiblement pour les spectres *SD*, *PSV* et *PSA*. On peut observer, à partir des résultats des figures (6.1, 6.2, 6.3 et 6.4), notamment pour les spectres en pseudo-vitesse, que même de petites incertitudes dans les propriétés structurales peuvent avoir une influence considérable sur les amplitudes spectrales. En général, pour une incertitude sur l'amortissement, l'influence décroît avec une augmentation de la fréquence.

L'effet des incertitudes inhérentes aux valeurs de l'amortissement sur la réponse structurale est bien analysé, cet effet qui a apparu très important. Par exemple, une variation des valeurs d'amortissement avec $COV = 40\%$ conduit à une variation des réponses spectrales plus grandes que $COV = 45\%$ pour une loi Gamma et $COV = 32\%$ pour une loi Log normal.

Cette étude a montré l'importance de la prise en considération des incertitudes sur les caractéristiques structurels dans la conception et le design des structures, on a constaté que les fluctuations des réponses peuvent atteindre des valeurs de coefficient de variation dans l'ordre de 46 % peuvent engendrer des désordres certains dans la non prise en compte de ces fluctuations peut conduire à la conception des structures non fiable pour un niveau d'excitation donnée.

Les tableaux (3, 4,5 et 6) représentent les valeurs des paramètres statistiques qui concernent le coefficient de variation de PSA pour différentes valeurs de COV de l'amortissement (40%,60% et 80%). Pour les deux accélérogrammes, accélérogrammes de séisme d'El-Centro du 18 mai 1940, et celle de séisme de Parkfield du 27 juin 1966.

Tous les graphes (6, 8, 9 et 10) présentés précédemment ont la caractéristique de se décomposer en trois parties :

- une zone à basse fréquence où la réponse de l'oscillateur est contrôlée essentiellement par le déplacement du support, indépendamment de l'amortissement. Cette indépendance est remarquée dans ces graphes, on voit que l'influence de la variation de l'amortissement est diminuée pour la zone de basse fréquence

- une zone à haute fréquence, il apparaît clairement que l'influence de la variation de l'amortissement est diminuée pour la zone de haute fréquence aussi.

- une zone de fréquences intermédiaires située entre les deux zones précédentes où les réponses en pseudo-accélération et en pseudo-vitesse sont généralement amplifiées par rapport aux valeurs

maximales de l'accélération et de la vitesse du support ; cette zone présente des pics et des vallées distribuées de façon apparemment aléatoire ; elle est assez bien vérifiée pour des accélérogrammes réels, pour des amortissements compris entre 1 % et 20 %. On remarque une grande variabilité des réponses, même pour une petite variabilité d'amortissement [Betbeder-matibet 2003].

6.2 Conclusions

Pour l'estimation probabiliste de la réponse sismique, la technique de simulation de Monte Carlo a été utilisée, Néanmoins, pour la génération des valeurs de l'amortissement, il a été nécessaire de déterminer le nombre optimal d'échantillons sur la base d'une procédure de calcul basé sur la stabilité des fluctuations des paramètres statistiques de l'estimateur de la probabilité de défaillance retenue et ceci pour chacune des deux lois de probabilité.

On a étudié l'influence des fluctuations des valeurs de l'amortissement sur celle de la réponse sismique. On remarque que plus les fluctuations de l'amortissement augmente, plus celle de la réponse augmente et ceci quelque soit la fonction de densité de probabilité et l'action sismique considérés.

Cette étude a montré l'importance de la prise en considération des incertitudes sur les caractéristiques structurales dans la conception et le design des structures, il a été montré que les fluctuations de la réponse peuvent atteindre des valeurs de coefficient de variation dans l'ordre de 0.3 % à 46 %. Ces fluctuations peuvent engendrés des désordres certains dans la non prise en compte de ces fluctuations peut conduire à la conception des structures non fiable pour un niveau d'excitation donnée.

–Les valeurs spectrales varient sensiblement avec l'amortissement de l'oscillateur, notamment dans le domaine des basses fréquences. Cette variation est d'autant plus sensible que la valeur de l'amortissement est plus faible.

–De façon générale, les résultats numériques obtenus montrent que même de petites incertitudes dans les caractéristiques dynamiques peuvent avoir une incidence significative sur les amplitudes spectrales. En général, pour une incertitude sur l'amortissement, l'influence décroît avec une augmentation de la fréquence.

–On remarque que la variation de l'amortissement peut engendrer des grandes variations sur la réponse des structures, où on observe des grands valeurs de coefficients de variations de réponse de réponse peut atteindre 46 % pour une loi Gamma et 32 % pour une loi Gamma.

–La simulation en utilisant la méthode de Monte Carlo fournit une méthode simple et pratique

pour l'évaluation de la variabilité des amplitudes de la réponse spectrale induite par de petites incertitudes sur les paramètres dynamiques.

–L'influence de variation de l'amortissement dépend de fréquence propre de structure, ou on a observé pour la même variation de l'amortissement une différence de variation de réponse pour chaque fréquence.

CONCLUSION GENERALE

Dans le cadre de ce mémoire de magister, nous avons été amenés à étudier l'effet des incertitudes inhérentes à l'amortissement sur la réponse dynamique des structures.

En se basant sur des considérations physiques du problème, nous avons testé quatre lois de densité de probabilité et les résultats ont montré que la physique du problème n'était restituée que par deux lois de distribution de probabilité seulement, qui sont la loi Gamma et la loi Log normal. Ces deux lois ont été retenues pour la suite de notre travail.

Pour l'estimation probabiliste de la réponse sismique, la technique de simulation de Monte Carlo a été utilisée. Néanmoins, pour la génération des valeurs de l'amortissement, il a été nécessaire de déterminer le nombre optimal d'échantillons sur la base d'une procédure de calcul basé sur la stabilité des fluctuations des paramètres statistiques de l'estimateur de la probabilité de défaillance retenue et ceci pour chacune des deux lois de probabilité.

Une fois les paramètres de simulations retenus, il a été procédé à l'étude de l'effet des fonctions de densité de probabilité de l'amortissement sur la réponse structurale. Il a été constaté que les fluctuations de la réponse dynamique des structures en utilisant la loi Gamma sont relativement plus importantes que celles obtenus avec la Loi log normal. Pour les deux lois de probabilités sélectionnées, la convergence de la Méthode de Monte Carlo a été obtenue pour un nombre minimum N d'échantillons égal à 30000.

L'effet des fluctuations des valeurs de l'amortissement sur celles de la réponse sismique montre que plus les fluctuations de l'amortissement augmentent, plus celles de la réponse augmente et ceci quelque soit la fonction de densité de probabilité et l'action sismique considérées.

Les spectres de réponse obtenus constituent une information synthétique extrêmement utile, ils comportent en général trois parties :

Une zone à basse fréquence où la réponse de l'oscillateur est contrôlée essentiellement par le déplacement du support. En passant à la limite (ressort infiniment souple), la masse ne bouge pas dans les axes absolus et il y a égalité stricte entre ces déplacements maximaux (relatif pour la

masse, absolu pour le support), indépendamment de l'amortissement.

Une zone en hautes fréquences, où la réponse de l'oscillateur est contrôlée essentiellement par l'accélération du support, dans laquelle on remarque que l'influence de la variation de l'amortissement est moindre.

Une zone de fréquences intermédiaires située entre les deux zones précédentes, dans laquelle, les valeurs de la réponse spectrale présente des extrema distribués de façon apparemment aléatoire. Ces extrema sont obtenus quelque soit la valeur de l'amortissement choisie dans l'intervalle 1 % à 20 %. On remarque une grande sensibilité des valeurs de la réponse spectrale aux fluctuations de l'amortissement ; en effet, des petites variations de l'amortissement engendrent de relativement importantes variations de la réponse.

Cette étude a montré l'importance de la prise en considération des incertitudes sur les caractéristiques structurales dans la conception et le design des structures, il a été montré que les valeurs de coefficient de variation des fluctuations de la réponse sont de l'ordre de 0.3 % à 46 %. Cette variabilité très importante de la réponse structurale n'exclue pas l'occurrence de niveaux de sollicitation très important rendant la structure très vulnérable si celle – ci a été dimensionnée pour des seuils moyens de réponse.

Cette étude peut être étendue en vue de prendre en considération les effets des incertitudes systématiques induites en général par l'ingénieur dans les valeurs adoptées pour les paramètres dynamiques (masse, rigidité, fréquence propre de vibration), et à l'intégration des aspects fiabilistes dans la conception des structures vis-à-vis des tremblements de terre.

L'étude peut être aussi étendue à l'étude de l'influence de variations de l'amortissement sur la réponse dynamique de structure en considérant les aspects relatifs aux différents règlements parasismiques en vigueur de part le monde.

Références bibliographiques

- **A. Kareem** (1996), Damping in structures: its evaluation and treatment of uncertainty, journal of wind engineering and industrial aerodynamics.
- **A. M. Ready** and **B. Shepherd** (1971), ‘Dynamic characteristics of three adjacent reinforced concrete buildings’, Proc. inst. civil eng. 50, 25-47 .
- **A. P. Jeary** (1986), Damping in tall buildings, a mechanism and a predictor, Earthquake Engineering and Structural Dynamics , VOL. 14,733-750 .
- **Betbeder-matibet Jacques** (2003), phénomène sismiques, Génie parasismique, hermès science publication, volume 1, 259-273.
- **Betbeder-matibet Jacques** (2003), Risques et aléas sismiques, hermès science publication, volume 2, 259-273.
- **BIOT** (1933), Theory of elastic system under transient loading with an application to earthquake proof buildings, Proceedings, national academy of sciences.vol.19, p.262-268.
- **BOLT B.A** (1989),The Nature of Earthquake Ground Motion, Chapitre 1,p,1-45,The Seismic Desing Handbook ,Second Edition,Kluwer Academic Publishes,Norwell,MA.
- **BORGES J.F** (1968), Dynamics loads in Particular Wind and Earthquake Loads, VIII Congress of the International Association for Bridge and Structural Engineering, New York, NY, p 1-14.
- **Boudjelal Tahar Mohamed** (1997), modélisation de l’amortissement par une approche thermodynamique et son application à l’analyse dynamique de l’interaction pont-véhicule, Thèse Présentée à la Faculté des études supérieures de l’université Laval pour l’obtention du grade de Philosophiae Doctor (Ph.D.).
- **C. G. Wall** and **C. G. Bucher** (1991), ‘Exceedance rate including system uncertainties’, in G. 1. Schueller (ed.), Structural dynamics: Recen Advances, Springer, New York, pp. 285-300.
- **D. A. Foutch** (1978), ‘The vibrational characteristics of a twelve-storey steel frame building’, Earthquake eng. struct. dyn. 6,265-294.
- **Davidovici V** (1985), ED, Génie Parasismique, Presses de l’Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, France.

- **DJEFFAL Houcine** (2008), fiabilité en géotechnique application à l'analyse de la stabilité des pentes, mémoire de magister, ENP
- **Dodge Y** (1996), A natural random number generator, *International Statistical Review*, 64: 329-44.
- **Dodge Y et Melfi G** (2008), *Premiers pas en simulation*, Springer-Verlag France.
- **DWONGHE, W, DE BATIST, R, DELAEY, L.** (1976). "Factors Affecting the Internal Friction Peak due to Thermoelastic Martensitic Transformation", *Scripta Metallurgica*, Vol- 10, pp- 1 125- 1 128.
- **E. Melchers Robert** (1999), *Structural reliability analysis and prediction*, John Wiley & Sons, 66-72.
- **ENTWSLE, K. N.**, (1964). "Damping Capacity of Metals", *The Physical Examination of Metal*, Chapter 10, Chalmers and Quarell, editors, Edward Arnold Ltd, London.
- **H. Jensen and W. D. Iwan**, 'Response of systems with uncertain parameters to stochastic excitation', *J. eng. mech. ASCE* 1181012-1025 (1992).
- **H. Jensen and W. D. Iwan** (1991), 'Response variability in structural dynamics', *Earthquake eng. struct. dyn.* 20, 949-959.
- **Haldar Achintya, Sankaran Mahadevan** (2000), *Reliability assessment using stochastic finite element analysis*, John Wiley & Sons, Inc,
- **Housner G** (1941), Calculating the response of an oscillator to arbitrary motion, *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol.31, n° 2; p.143-149.
- **J. G. Bouwkamp and R. M. Stephen** (1973), 'Ambient and forced vibration studies of a multi-storey pyramid-shaped building', *Proc. 5th world conf. earthquake eng. Rome*.
- **J. Petrovski, D. Jurukovski and T. Paskalov**, 'Dynamic properties of a fourteen storey RC frame building from full scale forced.
- **JENSEN, J- W., SCHWANEKE, A. E., WALSH, D. F.** (1961). "Fatigue Properties of Manganese Copper Alloys", *LIS. Department of the Interior Bureau of Mines*.
- **Jr. B. F. Spencer and I. Elishakoff** (1988), 'Reliability of uncertain linear and nonlinear systems', *J. eng. mech. ASCE* 114, 135-149.
- **L. S. Katafygiotis and J. L. Beck** (1995), 'A very efficient moment calculation method for uncertain linear dynamic systems', *Probabilistic eng. mech.* 10, 117-128.
- **Laïd ROUASKI** (2007), *Mémoire de magister, fiabilité en géotechnique : Applications aux fondations superficielles et profondes*.
- **Lambros S. Katafygiotis and Costas Papadimitriou** (1996), *Dynamics Response Variability of Structures with Uncertain Properties*, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, VOL. 25, 115-193.

- **LAZAN, B. J.** (19M). "Damping Studies in Materials Science and Materials Engineering", ASTM STP 378, pp. 1-20.
- **LAZAN, BJ.** 1968. Damping of materials and members in structural mechanics. Pergamon Press, New York, U.S.A.
- **LEMAIRE Maurice** (2008), Approche probabiliste du dimensionnement, modélisation de l'incertain et méthode de Monte Carlo, technique de l'ingénieur, BM 5 003.
- **N. N. Neilsen** (1966), 'Vibration tests of a nine-storey steel frame building', J. eng. mech. diu. A X E 92, No. EMI, 81-110.
- **NASHIF, A. D., JONES, D. Ci-, NENDERSON, J. P.** (1985). "Vibration Damping", ISBN 0-471-86772-1. pp. 65-66.
- **NEWICK, A- S** (1953). "Internal Friction in Metals", Progress in Metal Physics, VOL 4, Interscience Publishers, Inc.. New York. pp. 1-70.
- **Nowak. A. S, Collins. K. R.** (2000), Reliability of Structures, McGraw-Hill Higher Education .
- **P. C. Jennings, R. B. Mattiesen and J. B. Hoerner**, 'Forced vibration of a tall steel-frame building', Earthquake eng. struct. dyn. 1, 107-132 (1972).
- **Paultre Patrick** (2005), Dynamique des structures, application aux ouvrages de génie civil, Bermes science,
- **Pecker Alain**, Dynamique des structures et des ouvrages, Edition 2006.
- **Pisarenko, G.S.**, 1960. Dissipation of energy in mechanical vibration (in Russian), Izdvo Acad. Nauk, Kiev, Ukranian SSR 1955, translated in WADD TR-582, AFSC, Wright Patterson AFB,OH.
- **R. M. Stephen, J. P. Hollings, J. G. Bouwkamp and D. Jurukowski**, 'Dynamic properties of an eleven-storey masonry building', Report no. 75- 20, Earthquake Engineering Research Center, 1975.
- **Règles Parasismiques Algériennes RPA99**, (1999).Centre National de Recherches Appliquées en Génie Parasismique, D.T.R.-B.C.-2.48, Alger.
- **RUBINO Gerardo et TUFFIN Bruno** (2007), Simulations et méthodes de Monte Carlo, technique de l'ingénieur, AF600.1-3.
- **Sylvie MÉLÉARD**, Probabilités, technique de l'ingénieur, AF165, p.2.
- **T. Igusa and A. Der Kiureghian** (1988), 'Response of uncertain systems to stochastic excitation', J. eng. mech. ASCE 114, 812-832 .
- **Tiliouine, B. et S. Zermout** (2003). Sur les spectres de réponse des systèmes à paramètres incertains. Proc. Colloque international, Risque vulnérabilité et fiabilité dans la construction : Vers une réduction des désastres, Alger.

- **William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, Brian P. Flannery**, NUMERICAL RECIPES (2007), Third Edition, Cambridge University Press.
- **ZENER, C.** (1948), "Elasticity and Anelasticity of Metals", University of Chicago, Press Chicago, U.S.A.
- **ZERMOUT Sid Ahmed.** (2007), Investigation de la réponse stochastique des structures sous excitations sismiques, thèse de magister ENP.