

UNIVERSITE D'ALGER

1/75

lea

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

# PROJET DE FIN D'ETUDES

*Département*  
*Electronique*

**CALCULS THERMODYNAMIQUES  
ET PARAMETRIQUES**  
sur turbomoteur à gaz de combustion



RESPONSABLE :

**M. GILBERT MATTON**

Professeur

Etudié par :

**BENAOUDA Z.**

**DJEGHIDEL H.**

**DJOUADI H.**

— Promotion 1975 —



UNIVERSITE D'ALGER

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

---

# PROJET DE FIN D'ETUDES

CALCULS THERMODYNAMIQUES  
ET PARAMETRIQUES

sur turbomoteur à gaz de combustion

RESPONSABLE :

**M. GILBERT MATTON**

Professeur

Etudié par :

**BENAOUDA Z.**

**DJEGHIDEL H.**

**DJOUADI H.**

— Promotion 1975 —

IIOUT TENONS A EXPRIMER A MONSIEUR M A T T O N TOUTE  
NOTRE GRATITUDE POUR L'AIDE ET LES CONSEILS QU'IL NOUS A PRODIGUES  
PENDANT CETTE ETUDE.

IIIE CEUX QUI ONT CONTRIBUE A NOTRE FORMATION ET A LA  
REALISATION DE CETTE ETUDE TR OUVENT ICI L'EXPRESSION DE NOTRE SINCERE  
RECONNAISSANCE.

NOTATIONS EMPLOYEES

- R : taux de compression du compresseur.  
L : coefficient d'augmentation globale de température.  
B : coefficient d'augmentation de température dans le compresseur.  
 $N_t$  : Efficacité de la turbine.  
 $N_c$  : Efficacité du compresseur.  
 $N_{th}$  : rendement thermique du cycle.  
 $N_r$  : rendement du récupérateur.  
 $N_b$  : rendement du combustion.  
 $C_s$  : consommation spécifique du combustible.  
 $C_p$  : chaleur spécifique.  
 $C_p$  : chaleur spécifique moyenne.  
 $\gamma$  : coefficient adiabatique.  
k : coefficient polytropique.  
 $T_i$  : température au point i (statique)  
C : vitesse absolue.  
W : vitesse relative.  
 $V_m$  : vitesse périphérique au rayon moyen.  
 $N_{pt}$  : rendement polytropique de la turbine.  
 $N_{pc}$  : rendement polytropique du compresseur.  
 $W_t$  : travail spécifique de la turbine.  
 $W_c$  : travail spécifique du compresseur.  
 $W_u$  : travail utile.  
 $\xi$  : degré de réaction.  
N : vitesse de rotation en tr/mn.  
 $\dot{m}_a$  : débit-masse d'air.  
 $\dot{m}_f$  : débit-masse de combustible.  
H : enthalpie.  
S : entropie.  
 $\rho$  : masse volumique.  
v : volume massique.  
 $T_{ti}$  : température totale au point i  
 $P_i$  : pression statique au point i.  
 $P_{ti}$  : pression totale au point i

# TABLE DES MATIERES

## CHAPITRE I

	<u>Pages</u>
1- INTRODUCTION .....	2
1.1- Historique .....	2
1.2- Performances actuelles des turbines à gaz .....	2
1.3- Orientation future .....	3

## CHAPITRE II

### CALCULS THERMODYNAMIQUES ET DIMENSIONNEMENT GEOMETRIQUE DU TURBOMOTEUR SIMPLE

- Principaux éléments du turbomoteur simple .....	4
A/ Etude du compresseur axial .....	5
2- Caractéristiques du compresseur .....	5
2.1- Ecoulement de l'air dans le diffuseur d'entrée .....	5
2.2- Détermination de variation d'enthalpie réelle .....	5
2.3- Calcul du taux de compression par étage et températures totales avant chaque étage .....	7
2.4- <b>Calcul</b> des pressions totales après chaque étage .....	12
2.5- Calcul des masses volumiques devant les différents étages .....	16
2.6- Dimensionnement géométrique du rotor .....	24
2.7- Calcul de la hauteur des aubes	
B/ 2.8- Chambre de combustion .....	34
2.81- Dimensionnement géométrique de la chambre de combustion .....	35
2.82- Détermination des sections théoriques dans chaque zone .....	37
2.83- Détermination des sections des trous dans les différentes zones .....	37
2.84- Calcul de la vitesse d'écoulement des gaz .....	39

2.85-	Détermination du diamètre moyen de la turbine .....	41
2.9-	Paramètres d'entrée dans la turbine .....	41
2.91-	Calculs thermodynamiques et dimensionnement géométrique de la turbine .....	42
2.92-	Détermination de la variation d'enthalpie par étage .....	42
2.93-	Détermination du coefficient polytropique K .....	42
2.94-	Calcul du taux de détente global .....	43
2.95-	Calcul du taux de détente global statique .....	48
2.96-	Dimensionnement géométrique du rotor .....	49

CHAPITRE III

TURBOMOTEUR DOUBLE CORPS

A/3-	Dimensionnement géométrique du compresseur HP .....	53
3.1-	Calcul de la charge totale du compresseur HP .....	54
3.2-	Choix de la charge par étage .....	55
3.3-	Calcul du taux de compression et de température totale après chaque étage .....	56
3.4-	Calcul des pressions totales à la sortie de chaque étage .....	60
3.5-	Calcul de la masse volumique à l'entrée des aubes directions .....	63
3.6-	Dimensionnement du compresseur HP .....	72
B/	Etude géométrique de la chambre de combustion du double corps .....	83
3.7-	Etude d'une chambre tubulaire .....	85
3.8-	Dimensionnement géométrique de la chambre .....	89
3.81-	Choix de la chambre de combustion .....	90
3.82-	Diamètre du tube de flamme .....	90
3.83-	Répartition de l'air .....	90
C/ 3.9-	Calculs thermodynamiques .....	95
3.91-	Expression du travail de la turbine .....	95
3.10-	Dimensionnement de la turbine haute-pression .....	97

D/ 3- Dimensionnement géométrique de la turbine du corps BP ..... 104

    3.11- Calculs thermodynamiques ..... 104

    3.12- Dimensionnement géométrique de la turbine BP

E/ Dimensionnement géométrique de la turbine libre ..... 115

    3.13- Calculs thermodynamiques ..... 115

    3.14- Turbine de puissance

    3.15- Diffuseur de sortie

CHAPITRE IV ET V

ETUDE PARAMETRIQUE

- Etude des cycles des turbines à gaz industrielles ..... 126

4.1- Description ..... 126

    4.11- Etude des transformations ..... 127

    4.12- Bilan thermique du cycle théorique ..... 128

    4.13- Consommation spécifique ..... 129

4.2- Cycle réel de la turbine à gaz ..... 129

    4.21- Travail compresseur ..... 130

    4.22- Combustion ..... 130

    4.23- Détente dans la turbine ..... 131

4.3- Cycle de turbine à gaz à récupération ..... 133

    4.31- Rendement du cycle à récupération ..... 133

5- Etude paramétrique ..... 135

    5.1- Cycle sans récupération ..... 135

        5.11- Variation du rendement en fonction de  $T_2, T_4$  ..... 135

        5.12- Variation du rendement en fonction de B ..... 137

        5.13- Variation du rendement en fonction des efficacités ..... 138

    5.2- Cycle avec récupération

    5.3- Etude de la consommation spécifique ..... 142

    5.4- Cycle théorique ..... 144

    5.5- Turbine à combustion à cycle complexe ..... 147

11 - HISTORIQUE :

Si les premières réalisations de De Laval en 1883 et de Parsons en 1884 fonctionnèrent correctement dès le début et ne précéderent que d'une quinzaine d'années l'essor industriel de la turbine à vapeur, il n'en fut pas de même pour la turbine à gaz.

La première réalisation en turbine à gaz de Armengaud et Lemole en 1902 fut un échec, la turbine arrivant tout juste à entraîner le compresseur. Les causes essentielles de cet échec étaient l'insuffisance des efficacités du compresseur et de la turbine, d'une part, et une température très faible à l'entrée de la turbine, d'autre part.

Les seules applications industrielles furent celles de Rateau en 1916 et de Brown-Boveri en 1930. A partir de cette dernière date d'énormes perfectionnements ont été portés à la turbine à gaz qui devient un concurrent sérieux de la turbine à vapeur pour les petites puissances. En effet, elle présente un ensemble de qualités qui la rendent particulièrement bien adaptée aux centrales de pointes par sa rapidité de démarrage et, surtout, par sa simplicité relative d'implantation, elle est devenue le générateur d'énergie électrique de qualité des régions désertiques productrices de gaz naturel.

En aéronautique, le turbo-réacteur s'étend aux appareils de l'aviation civile, les turbo-propulseur et le turbo-moteur à turbine libre supplantent le moteur à pistons sur les appareils légers et les hélicoptères.

12 - PERFORMANCES ACTUELLES DES TURBINES A GAZ :

La turbine à gaz qui tend à se substituer à la turbine à vapeur est actuellement sur les plate-formes d'essais de nombreux centres de recherche. On a réussi, avec les turbines à gaz, à entraîner des machines réceptrices de grande puissance mécanique. En effet, la gamme de puissances atteinte est répartie comme suit :

Cycle ouvert :

de 3 à 60 M W

La construction est à un ou deux arbres, avec ou sans récupérateur.

Cycle fermé :

On a pu atteindre - 30 M W avec l'air comme fluide moteur.

- 1000 MW avec l'hélium ou le gaz carbonique (CO<sub>2</sub>)  
comme fluides moteurs.

Le dernier type de gaz moteur convient aux réacteurs à haute température refroidie.

### 13 - ORIENTATION FUTURE :

La turbine à gaz affirmera son succès en aviation mais son développement dans certains domaines tels que ceux de la propulsion navale et de la traction ferroviaire et automobile restera pénible. L'accroissement de la production mondiale de gaz naturel, associée à un progrès des machines, peut toutefois modifier progressivement la situation de la turbine à gaz dans les domaines où l'accès lui est encore difficile.

# CHAPITRE II

CALCULS THERMODYNAMIQUES

ET

DIMENSIONNEMENT GEOMETRIQUE

DU TURBOMOTEUR SIMPLE

## PRINCIPAUX ELEMENTS DU TURBOMOTEUR SIMPLE

Sous sa forme la plus simple le turbomoteur simple à gaz de combustion comprend trois éléments que nous allons étudier d'ailleurs successivement l'un après l'autre :

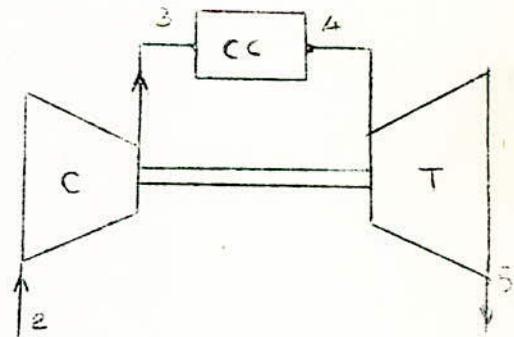
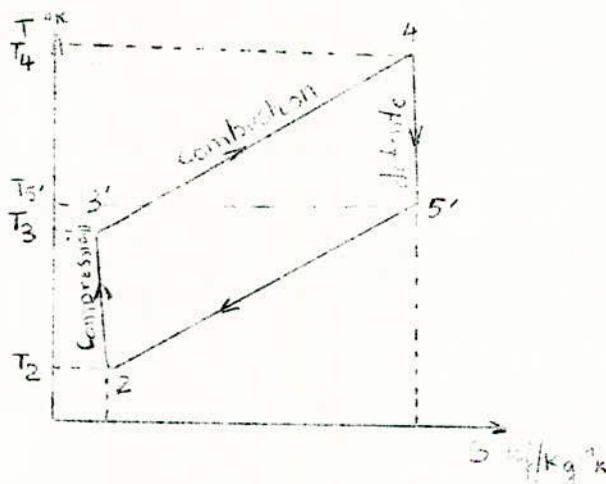
- 1°) - Compresseur
- 2°) - Chambre de combustion
- 3°) - La turbine à gaz

Le compresseur d'air le plus souvent du type axial la compression 2 -- 3' dans la machine parfaite est donc isentropique. Une partie de l'air comprimé (de l'ordre de 30 %) est utilisé pour la combustion du combustible, le reste permet de refroidir les parois de la chambre de combustion et mélangé aux gaz chauds.

La chambre de combustion : la combustion se fait à pression constantes; il s'agit donc d'une transformation isobare 3 - 4 et le fluide reçoit de la chaleur du milieu extérieur.

La turbine, toujours du type à réaction, à un ou plusieurs étages qui assure la détente des produits de combustion adiabatiquement du point 4 à 5'.

Le turbomoteur simple fonctionne suivant le cycle de joule qui est formé de deux isentropiques et de deux isobares.



cc = chambre de combustion  
C = compresseur  
T = Turbine

## A/ ETUDE DU COMPRESSEUR AXIAL

### 2 Données : Caracteristiques du compresseur

- débit d'air :  $\dot{m}_a = 30 \text{ kgs/s}$
- taux de compression :  $r = 5$
- température d'admission d'air  $T_a = 288 \text{ }^\circ\text{K}$
- pression d'admission :  $P_a = 1,013 \text{ bar}$
- nombre de tour/mn :  $N = 10.000 \text{ tr/mn}$

#### 2.1 Ecoulement de l'air dans le diffuseur d'entrée

La présence du diffuseur est nécessaire qui a pour but d'amener l'air extérieur immobile à la vitesse  $c_a = 120 \text{ m/s}$ .

#### 2.1.1 Détermination de la température statique à la sortie du diffuseur :

Il y a conservation des températures

d'arrêt entre (1) et (2);  $T_{t2} = T_{t1}$

L'équation d'énergie entre (1) et (2) donne :

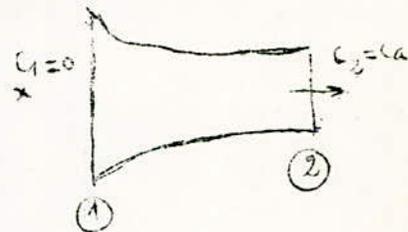
$$H_2 - H_1 - \frac{1}{2} c_1^2 + \frac{1}{2} c_2^2 = 0$$

$$H_2 + \frac{1}{2} c_2^2 = H_1 + \frac{1}{2} c_1^2$$

$$c_p T_2 + \frac{1}{2} c_2^2 = c_p T_1 \Rightarrow T_{t1} = T_{t2} = T_2 + \frac{1}{2} c_a^2$$

$$T_2 = T_{t2} - \frac{1}{2} c_a^2$$

$$= 288 - \frac{1}{2} \times (120)^2 = 288 - 7,2 = 280,8 \text{ }^\circ\text{K}$$



$$\begin{cases} c_p = 1000 \text{ J/kg }^\circ\text{K} \\ c_a = 120 \text{ m/s} \\ T_{t1} = T_1 + \frac{1}{2} \frac{c_1^2}{c_p} = 288 \text{ }^\circ\text{K} \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_1 = T_a = 288 \text{ }^\circ\text{K} \\ T_2 = 280,8 \text{ }^\circ\text{K} \end{cases}$$

#### 2.2 Détermination de variation d'enthalpie réelle

##### 2.2.1 Calcul de l'indice polytropic : k

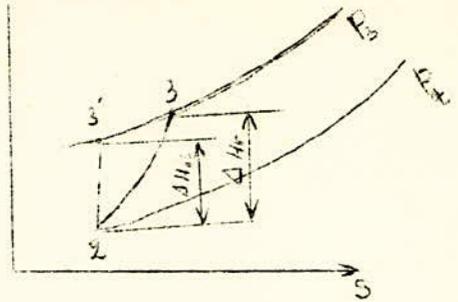
Le travail isentropique est donnée par :

$$\Delta H_{is} = H_{t3'} - H_{t2} = c_p (T_{t3'} - T_{t2})$$

$$\text{avec } \frac{T_{t3'}}{T_{t2}} = \left( \frac{P_{t3'}}{P_{t2}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

d'où :

$$\begin{aligned} \Delta H_{is} &= c_p (T_{t3'} - T_{t2}) \\ &= c_p T_{t2} \left[ \frac{T_{t3'}}{T_{t2}} - 1 \right] \\ &= c_p T_{t2} \left[ \left( \frac{P_{t3'}}{P_{t2}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] \end{aligned}$$



d'autre part l'efficacité adiabatique (Rendement adiabatique) du compresseur est donné par :

$$\eta_{cad} = \frac{\Delta H_{is}}{\Delta H_r} \Rightarrow \Delta H_r = \frac{\Delta H_{is}}{\eta_{cad}} = \frac{c_p T_{t2}}{\eta_{cad}} \left[ \left( \frac{P_{t3'}}{P_{t2}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]$$

et par définition l'efficacité adiabatique est :

$$\eta_{cad} = \frac{\left( \frac{P_{t3'}}{P_{t2}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\left( \frac{P_{t3'}}{P_{t2}} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1}$$

En remplaçant cette dernière expression dans la relation de  $\Delta H_r$  on trouve :

$$\begin{aligned} \Delta H_r &= c_p T_{t2} \frac{\left[ \left( \frac{P_{t3'}}{P_{t2}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]}{\left[ \left( \frac{P_{t3'}}{P_{t2}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]} \\ &= c_p T_{t2} \left[ \left( \frac{P_{t3'}}{P_{t2}} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] \end{aligned}$$

d'où  $\Delta H_r = c_p T_{t2} \left[ \left( \frac{P_{t3'}}{P_{t2}} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$  (1)  $\eta_{cad} = 0,85$  on se fixe

D'après les courbes donnant la relation entre les efficacités adiabatiques et polytropiques pour une compression avec  $\gamma = 1,4$

ont trouvé :  $k = 1,48$  ce qui donne  $\eta_{pg} = \eta_{cad \text{ etage}} = 0,88$

$$\begin{aligned} \Delta H_r &= c_p T_{t2} \left[ \left( \frac{P_{t3'}}{P_{t2}} \right)^{\frac{0,48}{1,48}} - 1 \right] \\ &= 10^3 \cdot 288 \left[ 1,684 - 1 \right] = 198 \cdot 10^3 \text{ j/kg} \end{aligned}$$

$$\Delta H_r = 198 \cdot 10^3 \text{ j/kg}$$

## 222 Choix d'augmentation d'enthalpie réelle par étage

Pour des vitesses périphériques  $U = 250 \text{ m/s}$ , on arrive à des  $\Delta H_r$  par étage de l'ordre de 20.000 à 30.000 J/kg pour l'air avec les machines subsoniques

donc on se fixe

$$U = 250 \text{ m/s}$$

et on choisit

$$\Delta H_r \text{ étage} = 22 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$$

Soit :

$$\Delta T_{re} = \frac{\Delta H_r}{c_p} = 22^\circ \text{K}$$

## 223 Verification du coefficient manométrique :

L'expérience montre que le rapport  $\Delta H_{re}$  doit vérifier l'inégalité

$$0,25 < \frac{\Delta H_r}{U^2} < 0,45 \quad \rightarrow \Delta H_r \text{ par étage}$$

pour notre cas :

$$P = \frac{\Delta H_{re}}{U^2} = \frac{22 \cdot 10^3}{250^2} = \frac{22 \cdot 10^3}{62.5 \cdot 10^3} = 0,352$$

$$P = 0,352$$

valeur acceptable l'inégalité est donc vérifiée

## 224 Détermination du nombre d'étage :

$\Delta H_{re}$  étant identique pour tous les étages par conséquent le nombre d'étages est :

$$m = \frac{\Delta H_r}{\Delta H_{re}} = \frac{198 \cdot 10^3}{22 \cdot 10^3} = 9$$

on prend donc

$$m = 9$$

## 23 Calcul du taux de compression par étage et températures totales avant chaque étage :

designons par  $r_{ij}$  le taux de compression par étage :

$$r_{ij} = 1 + \frac{\Delta H_{re}}{c_p T_{ti}} \frac{k}{k-1}$$

i: d'entrée étage  
j: sa sortie  
k: indice polytropique

$$T_a = T_i = 288^\circ \text{K}$$

$$S_a = 1,225 \text{ Kg/m}^3$$

$$P_{ta} = P_a = 1,013 \text{ BAR}$$

1er étage :

$$r_{12} = \left[ 1 + \frac{\Delta H_{re}}{c_p T_{t1}} \right]^{\frac{1,49}{0,48}}$$
$$= \left[ 1 + \frac{22 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 288} \right]^{3,0833} = \left[ 1,0764 \right]^{3,0833} = 1,2548$$

$$r_{12} = 1,2548$$

2 e étage :

Calcul  $T_{t2}$

$$T_{t2} = \Delta T_{re} + T_{t1}$$
$$= 22 + 288 = 310 \text{ } ^\circ\text{k}$$

$$T_{t2} = 310 \text{ } ^\circ\text{k}$$

$$r_{23} = \left[ 1 + \frac{22 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 310} \right]^{3,0833} = \left[ 1,0710 \right]^{3,0833} = 1,2354$$

$$r_{23} = 1,2354$$

3er etage :

Calcul de  $T_{t3}$

$$T_{t3} = \Delta T_{re} = T_{t2}$$
$$= 22 + 310 = 332 \text{ } ^\circ\text{k}$$

$$T_{t3} = 332 \text{ } ^\circ\text{k}$$

$$r_{34} = \left[ 1 + \frac{\Delta H_{re}}{c_p T_{t3}} \right]^{3,0833} = \left[ 1 + \frac{22 \cdot 10^3}{332 \cdot 10^3} \right]^{3,0833} = \left[ 1,0664 \right]^{3,0833} = 1,2188$$

$$r_{34} = 1,2188$$

4er etage

Calcul de  $T_{t4}$

$$T_{t4} = \Delta T_{re} + T_{t3}$$

$$= 22 + 332 = 354^{\circ\text{k}}$$

$$T_{t4} = 354^{\circ\text{k}}$$

$$r_{45} = \left[ 1 + \frac{22 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 354} \right]^{3,0833} = \left[ 1,0622 \right]^{3,0893} = 1,2043$$

$$r_{45} = 1,2043$$

5er etage

Calcul de  $T_{t5}$

$$T_{t5} = \Delta T_{re} + T_{t4} \\ = 22 + 354 = 376$$

$$T_{t5} = 376^{\circ\text{k}}$$

$$r_{56} = \left[ 1 + \frac{22 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 376} \right]^{3,0133} = \left[ 1,0585 \right]^{3,0833} = 1,1916$$

$$r_{56} = 1,1916$$

6er etage :

Calcul de  $T_{t6}$

$$T_{t6} = 22 + 376 = 398^{\circ\text{k}}$$

$$T_{t6} = 398^{\circ\text{k}}$$

$$r_{67} = \left[ 1 + \frac{22 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 398} \right]^{3,0833} = \left[ 1,0554 \right]^{3,0833} = 1,1804$$

$$r_{67} = 1,1804$$

7 er etage :

Calcul de  $T_{t7}$

$$T_{t7} = \Delta T_{re} + T_{t6} \\ = 22 + 398 = 420^{\circ\text{k}}$$

$$T_{t7} = 420^{\circ\text{k}}$$

$$r_{78} = \left[ 1 + \frac{22 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 420} \right]^{3,0833} = \left[ 1,0524 \right]^{3,0833} = 1,1705$$

$$r_{78} = 1,1705$$

8er etage :

Calcul de  $T_{t8}$

$$T_{t8} = 22 + 420 = 442^{\circ}\text{k}$$

$$T_{t8} = 442^{\circ}\text{k}$$

$$r_{89} = \left[ 1 + \frac{22 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 442} \right]^{3,0833} = \left[ 1,0500 \right]^{3,0833} = 1,1597$$

$$r_{89} = 1,1597$$

9er etage :

Calcul de  $T_{t9}$

$$T_{t9} = 22 + 442 = 464^{\circ}\text{k}$$

$$T_{t9} = 464^{\circ}\text{k}$$

$$r_{9,10} = \left[ 1 + \frac{22 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 464} \right]^{3,0833} = \left[ 1,0474 \right]^{3,0833} = 1,1535$$

$$r_{9,10} = 1,1535$$

on constate que le taux de compression par étage ~~diminue~~ et la température  $r$  passe de 1.2548 à 1.1535

Calcul de la temperature de sortie du dernier etage

$$T_{t10} = \Delta T_{re} + T_{t9}$$

$$= 22 + 464 = 486^{\circ}\text{k}$$

$$T_{t10} = 486^{\circ}\text{k}$$

$$t_{10} = 213^{\circ}\text{C}$$

Verification du taux de compression global

$$r_g = \prod_{i=1}^g r_i =$$

$$= r_{12} \times r_{23} \times r_{34} \times r_{45} \times r_{56} \times r_{67} \times r_{78} \times r_{89} \times r_{910}$$

$$= 1,2548 \times 1,23354 \times 1,2188 \times 1,2043 \times 1,1916 \times 1,1804 \times 1,1705 \times 1,1597 \times 1,1535$$

$$r_g = 5.01$$

nous retrouvons bien le taux de compression total fixé au début

Calcul des pressions totales après chaque étage :

à l'entrée du compresseur on a :

$$P_{ta} = p_a = 1.013 \text{ bar}$$

A l'entrée des aubes directrices la pression totale est la même qu'à l'entrée du compresseur car il n'y a aucun travail ( pas de rotor ) ; on suppose bien entendu qu'il n'y a aucune perte dans le diffuseur :

$$P_{to} = P_{ta} = p_a = 1.013 \text{ bar}$$

de même la pression à l'entrée du 1er étage

$$\text{est } P_{t1} = P_{to} = P_{ta} = 1.013 \text{ bar}$$

Calcul de pression à la sortie du 1er étage

$$\frac{P_{t2}}{P_{t1}} = r_{12} \Rightarrow P_{t2} = r_{12} \times P_{t1} = 1.2548 \times 1.013 = 1.2711$$

$$P_{t2} = 1.2711 \text{ bar}$$

à la sortie du 2er étage :

$$\frac{P_{t3}}{P_{t2}} = r_{23} \Rightarrow P_{t3} = r_{23} \times P_{t2} = 1.2354 \times 1.2711 = 1.570 \text{ bar}$$

$$P_{t3} = 1.570 \text{ bar}$$

Sortie du 3er étage :

$$\frac{P_{t4}}{P_{t3}} = r_{34} \Rightarrow P_{t4} = r_{34} \times P_{t3} = 1.2188 \times 1.570 = 1.939 \text{ bar}$$

$$P_{t4} = 1.9139 \text{ bar}$$

Sortie du 4er etage :

$$\frac{P_{t5}}{P_{t4}} = r_{45} \Rightarrow P_{t5} = r_{45} \times P_{t4} = 1.2043 \times 1.9139 = 2.3049 \text{ bar}$$

$$P_{t5} = 2.3049 \text{ bar}$$

Sortie du 5er etage :

$$\frac{P_{t6}}{P_{t5}} = r_{56} \Rightarrow P_{t6} = r_{56} \times P_{t5} = 1.1916 \times 2.3049 = 2.7465 \text{ bar}$$

$$P_{t6} = 2.7465 \text{ bar}$$

Sortie du 6er etage :

$$\frac{P_{t7}}{P_{t6}} = r_{67} \Rightarrow P_{t7} = r_{67} \times P_{t6} = 1.1804 \times 2.7465 = 3.2420$$

$$P_{t7} = 3.2420 \text{ bar}$$

Sortie du 7er etage :

$$\frac{P_{t8}}{P_{t7}} = r_{78} \Rightarrow P_{t8} = r_{78} \times P_{t7} = 1.1705 \times 3.2420 = 3.7940 \text{ bar}$$

$$P_{t8} = 3.7940 \text{ bar}$$

Sortie du 8er etage :

$$\frac{P_{t9}}{P_{t8}} = r_{89} \Rightarrow P_{t9} = r_{89} \times P_{t8} = 1.1535 \times 3.7940 = 4.4008 \text{ bar}$$

$$P_{t9} = 4.4008 \text{ bar}$$

Sortie du 9er etage :

$$\frac{P_{t10}}{P_{t9}} = r_{9.10} \Rightarrow P_{t10} = r_{9.10} \times P_{t9} = 1.1535 \times 4.4008 = 5.0763 \text{ bar}$$

$$P_{t10} = 5,8763 \text{ bar}$$

2.4.1 Calcul de la masse volumique à l'entrée des autres directrices

on considère que la vitesse axiale ( $C_a = 120 \text{ m/s}$ ) est constante tout au long du compresseur.

Calcul de la température statique  $T_0$

$$T_0 = T_{t0} - \frac{1}{2} \frac{C_a^2}{C_p}$$

$$= 288 - \frac{1}{2} \frac{120^2}{10} = 280,8^\circ \text{K}$$

$$T_0 = 280,8^\circ \text{K}$$

valeur déjà calculée précédemment pour le diffuseur

- Calcul de la pression statique  $P_0$

on sait que pour un écoulement d'un fluide compressible on a la relation :

$$\frac{P_{t0}}{P_0} = \left[ 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

avec  $M_0 = \frac{C_a}{\sqrt{\gamma r T_0}} = \frac{120}{\sqrt{1,4 \times 287 \times 280,8}} = 0,3572$

$$M_0 = 0,3572$$

d'où :  $\frac{P_{t0}}{P_0} = \left[ 1 + \frac{0,4 \times (0,3572)^2}{2} \right]^{3,5} = 1,0920$

$$\frac{P_{t0}}{P_0} = 1,0920 \Rightarrow P_0 = \frac{P_{t0}}{1,0920} = \frac{1,013}{1,0920} = 0,9276$$

$$P_0 = 0,9276 \text{ bar}$$

la masse volumique  $\rho_0$  est donnée par :

$$\rho_0 = \frac{P_0}{r T_0} = \frac{0,9276 \times 10^5}{287 \times 280,8} = 1,151 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_0 = 1,151 \text{ kg/m}^3$$

Calcul de la masse volumique à l'entrée du 1er étage détermination de la température statique à l'entrée du 1er étage

$$T_0 = T_{t1} \frac{1}{1 - \frac{C_{1m}^2}{2 C_p}} \quad C_{1m} \text{ \u00e9tait la vitesse du rayon moyen}$$

Calcul de la vitesse absolue  $C_{1m}$  au rayon moyen, determination du diametre moyen

$$u = \frac{\pi N D_m}{60} \Rightarrow D_m = \frac{60 u}{\pi N} = \frac{60 \times 250}{3.14 \times 10^4}$$

$$D_m = 0.477 \text{ m}$$

Calcul de  $\Delta C_u$   
nous avons la relation:

$$U \Delta C_u = \Delta H_{re} \Rightarrow \Delta C_u = \frac{\Delta H_{re}}{U} = \frac{22 \cdot 10^3}{250} = 88$$

$$\Delta C_u = 88 \text{ m/s}$$

Construction du triangle de vitesses

nous connaissons:  $U = 250 \text{ m/s}$        $\epsilon = \frac{1}{2}$   
 $\Delta C_u = 88 \text{ m/s}$

Avec ces donn\u00e9es nous pouvons tracer facilement ce triangle  
nous trouvons donc d'apr\u00e8s cette construction

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \beta_2 = 56^\circ \\ \alpha_2 &= \beta_1 = 36^\circ \\ C_1 &= W_2 = 145 \text{ m/s} \\ C_2 &= W_1 = 208 \text{ m/s} \\ W_m &= 173 \text{ m/s} \\ \beta_m &= 44^\circ \end{aligned}$$

Reprenons l\u00e9quation pr\u00e9c\u00e9dente :

$$\begin{aligned} T_1 &= T_{t1} - \frac{1}{2} \frac{C_1^2}{C_p} \\ &= 288 - \frac{1}{2} \frac{(145)^2}{10^3} \\ &= 288 - \frac{1}{2} \frac{21.025 \cdot 10^3}{10^3} \\ &= 288 - 10.5125 \end{aligned}$$

$$T_1 = 277.488 \text{ }^\circ\text{K}$$

2.4 Calcul de la pression statique  $P_1$

$$\frac{P_{t1}}{P_1} = \left[ 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\text{avec } M_1 = \frac{C_1}{\sqrt{\gamma r T_1}} = \frac{145}{\sqrt{1.4 \times 2.87 \times 2.7748 \times 10^4}}$$

$$= \frac{145}{10^2 \sqrt{11.12}} = \frac{145}{10^2 \times 3.338}$$

$$M_1 = 0.435$$

Connaissant  $M_1 = 0.435$  la table nous donne :

$$\frac{P_{t1}}{P_1} = 0.882 \Rightarrow P_1 = 0.882 \times P_{t1}$$

$$= 0.882 \times 1.013 = 0.892 \text{ bar}$$

$$P_1 = 0.892 \text{ bar}$$

Calcul de la masse volumique :

$$\rho_1 = \frac{P_1}{r T_1} = \frac{0.892 \times 10^5}{287 \times 277.48} = \frac{0.892 \times 10^5}{2.87 \times 2.7748 \times 10^4}$$

$$\rho_1 = 1.12 \text{ kg / m}^3$$

2.5 Calcul des masses volumique devant les différents étages

nous calculons d'abord les pressions et les températures statiques.  
 nous supposons également que le fluide sort à la vitesse axiale  
 $C_a = 120 \text{ m/s}$ , pour cela il va falloir déterminer la température  
 et les pressions statiques de l'étage car le dernier étage ne sera pas calculé  
 de la même manière que les autres.

nous avons donc :

$$T_{10} = T_{t10} - \frac{1}{2} \frac{C_a^2}{C_p}$$

$$= 486 - \frac{1}{2} \frac{120^2}{10^3}$$

$$= 486 - 7.2 = 478.8 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$T_{10} = 478.8 \text{ } ^\circ\text{K}$$

13

Détermination de la pression statique  $P_{10}$

$$\frac{P_{t10}}{P_{10}} = \left\{ 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{10}^2 \right\}^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

avec  $M_{10} = \frac{ca}{\sqrt{\gamma r T_{10}}} = \frac{120}{\sqrt{1,4 \times 2,87 \times 4,788 \times 10^4}}$

$$= \frac{120}{10^2 \times 4,38} = 0,274$$

$M_{10} = 0,274$
------------------

Pour la valeur de ce nombre de Mach, la table donne

$$\frac{P_{10}}{P_{t10}} = 0,949 \Rightarrow P_{10} = 0,949 \times P_{t10}$$
$$= 0,949 \times 5,0763 = 4,817$$

$P_{10} = 4,817 \text{ b}$
----------------------------

Détermination de la masse volumique  $\rho_{10}$

$$\rho_{10} = \frac{P_{10}}{r T_{10}} = \frac{4,812 \times 10^6}{287 \times 476,8} = \frac{48,12}{2,87 \times 4,788} = 3,52$$

$\rho_{10} = 3,52 \text{ Kg/m}^3$
-----------------------------------

Taux de compression statique global

$$r_s = \frac{P_{10}}{P_1} = \frac{4,817}{0,892} = 5,40$$

$r_s = 5,40$
--------------

Calcul de la charge statique réelle totale :

$$H_{sr} = c_p T_1 \left\{ r_s \right\}^{\frac{k-1}{k-1}}$$
$$= 10^3 \times 277,48 \left\{ (5,4) - 1 \right\} =$$

$$= 10^3 \cdot 277,48 \left( 1,727 - 1 \right) = 201,73 \cdot 10^3$$

$$\boxed{H_{sr} = 201,73 \cdot 10^3 \text{ j/kg}}$$

Charge statique par étage :

$$H_{sr e} = \frac{H_{sr}}{Z} = \frac{201,73}{9} = 22,4 \text{ kj/kg}$$

$$\boxed{H_{sr e} = 22,4 \text{ kj/kg}}$$

Taux de compression statique par étage est donné par :

$$\begin{aligned} r_{s,12} &= 1 + \frac{H_{sr e}}{C_{pT_1}} \cdot 3,0833 \\ &= 1 + \frac{22,4 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 277,48} \cdot 3,0833 \\ &= 1,0836 \cdot 3,0833 = 1,2704 \end{aligned}$$

$$\boxed{r_{s12} = 1,2704}$$

$$\begin{aligned} \frac{P_2}{P_1} &= r_{s12} \Rightarrow P_2 = r_{s12} \times P_1 \\ &= 1,2704 \times 0,892 = 1,1332 \end{aligned}$$

$$\boxed{P_2 = 1,1332 \text{ Bar}}$$

- Calcul de  $T_2$

$$\begin{aligned} T_2 &= T_1 + \frac{DH_{sr e}}{c_p} \\ &= 277,48 + 22,4 = 299,88 \text{ }^\circ\text{K} \end{aligned}$$

$$\boxed{T_2 = 299,88 \text{ }^\circ\text{K}}$$

- Calcul de  $\xi_2$

$$\xi_2 = \frac{P_2}{r \cdot T_2} = \frac{1,1332 \times 10}{287 \times 299,88} = 1,316$$

$$\rho_2 = 1,316 \text{ kg/m}^3$$

- Calcul de  $\Gamma_{s23}$

$$\Gamma_{s23} = 1 + \frac{H_{sre}}{C_p T_2} \quad 3,0833$$

$$= 1 + \frac{22,4 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 299,88} \quad 3,0833 = 1,2487$$

$$\Gamma_{s23} = 1,2487$$

- Calcul de  $P_3$

$$\frac{P_3}{P_2} = \Gamma_{s23} \Rightarrow P_3 = P_2 \times \Gamma_{s23}$$

$$= 1,1332 \times 1,2487 = 1,4150 \text{ bar.}$$

$$P_3 = 1,4150 \text{ bar}$$

- Calcul de  $T_3$

$$T_3 = T_2 + D T_{re}$$

$$= 299,88 + 22,4 = 322,28$$

$$T_3 = 322,28 \text{ } ^\circ\text{K}$$

- Calcul de  $\rho_3$

$$\rho_3 = \frac{P_3}{T_3} = \frac{1,415 \times 10}{287 \times 322,28} = 1,5298$$

$$\rho_3 = 1,5298 \text{ Kg/m}^3$$

- Calcul de  $\Gamma_{s34}$ ,  $P_4$ ,  $T_4$ ,  $\rho_4$

$$\Gamma_{s34} = 1 + \frac{H_{sre}}{C_p T_3} \quad 3,0833$$

$$= \frac{1}{1} + \frac{22,4 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 322,28} \cdot 3,0833 = 1,2302$$

$$\boxed{\{r_s\}_{34} = 1,2302}$$

- Calcul de P<sub>4</sub>

$$\frac{P_4}{P_3} = r_{s34} \Rightarrow P_4 = r_{s34} \times P_3$$

$$\Rightarrow 1,2302 \times 1,4150 = 1,7407$$

$$\boxed{P_4 = 1,7407 \text{ bar}}$$

- Calcul de ρ<sub>4</sub>

$$\rho_4 = \frac{P_4}{r T_4} = \frac{1,7407 \times 10}{287 \times 344,68} = 1,7596$$

$$\boxed{\rho_4 = 1,7596 \text{ kg/m}^3}$$

- Calcul de (r<sub>s</sub>)<sub>45</sub>, P<sub>5</sub>, T<sub>5</sub>, ρ<sub>5</sub>

$$(r_s)_{45} = \frac{1}{1} + \frac{H_{src}}{C_p T_4} \cdot 3,0833$$

$$= \frac{1}{1} + \frac{22,4 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 344,68} \cdot 3,0833 = 1,2143$$

$$\boxed{(r_s)_{45} = 1,2143}$$

- Calcul de P<sub>5</sub>

$$\frac{P_5}{P_4} = (r_s)_{45} \Rightarrow P_5 = r_{s45} \times P_4$$

$$= 1,2143 \times 1,7407 = 2,11366 \text{ bar}$$

$$\boxed{P_5 = 2,11366 \text{ bars}}$$

- Calcul de  $T_5$

$$T_5 = T_4 + DT$$
$$= 344,68 + 22,4 = 367,08 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$T_5 = 367,08 \text{ } ^\circ\text{K}$$

- Calcul de  $\rho_5$

$$\rho_5 = \frac{P_5}{rT_5} = \frac{2,11366 \times 10}{287 \times 367,08} = 2,086 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_5 = 2,006 \text{ kg/m}^3$$

- Calcul de  $(r_s)_{56}$ ,  $P_6$ ,  $T_6$ ,  $\rho_6$  ?

$$\text{-Calcul de } (r_s)_{56} = 1 + \frac{H_{sre}}{C_p T_5} \quad 3,0833$$
$$= 1 + \frac{22,4 \times 10^3}{10^3 \times 367,08} \quad 3,0833$$
$$= 1,200$$

$$(r_s)_{56} = 1,200$$

-Calcul de  $P_6$

$$P_6 = (r_s)_{56} \times P_5$$
$$= 1,200 \times 2,11366 = 2,536 \text{ bars}$$

$$P_6 = 2,536 \text{ bars}$$

- Calcul de  $T_6$

$$T_6 = T_5 + DT$$
$$= 367,08 + 22,4 = 389,48$$

$$T_6 = 389,48 \text{ } ^\circ\text{K}$$

- Calcul de  $\rho_6$

$$\rho_6 = \frac{P_6}{rT_6} = \frac{2,536 \times 10^5}{287 \times 389,48} = 2,260 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_6 = 2,260 \text{ kg/m}^3$$

- Calcul de  $(r_s)_{67}$ ,  $P_7$ ,  $T_7$ ,  $\rho_7$  :

- Calcul de  $r_s$

$$\begin{aligned} (r_s)_{67} &= \frac{1 + \frac{H_{sre}}{CP T_6}}{1 + \frac{22,4 \times 10^3}{10^3 \times 389,48}} \quad 3,0833 \\ &= \frac{1 + \frac{22,4 \times 10^3}{10^3 \times 389,48}}{1 + \frac{22,4 \times 10^3}{10^3 \times 389,48}} \quad 3,0833 \\ &= 1,1882 \end{aligned}$$

$$(r_s)_{67} = 1,1882$$

- Calcul de  $P_7$

$$\begin{aligned} P_7 &= (r_s)_{67} \times P_6 \\ &= 1,1882 \times 2,536 = 3,0132 \end{aligned}$$

$$P_7 = 3,0132 \text{ bars}$$

- Calcul de  $T_7$

$$\begin{aligned} T_7 &= T_6 + DT \\ &= 389,48 + 22,4 = 411,88 \end{aligned}$$

$$T_7 = 411,88 \text{ }^\circ\text{K}$$

- Calcul de  $\rho_7$

$$\rho_7 = \frac{P_7}{rT_7} = \frac{3,0132 \times 10^5}{287 \times 411,88} = 2,6490$$

$$\rho_7 = 2,6490 \text{ kg/m}^3$$

79  
- Calcul de  $(r_s)_{78}$ ,  $P_8$ ,  $T_8$ ,  $\rho_8$

$$\begin{aligned}(r_s)_{78} &= \frac{1 + \frac{\text{Here}}{CP T_7}}{1 + \frac{22,4 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 441,88}} \cdot 3,0833 \\ &= \frac{1 + \frac{22,4 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 441,88}}{1 + \frac{22,4 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 441,88}} \cdot 3,0833 \\ &= 1,1773\end{aligned}$$

$$\boxed{(r_s)_{78} = 1,1773}$$

- Calcul de  $P_8$

$$\begin{aligned}P_8 &= (r_s)_{78} \times P_7 \\ &= 1,1773 \times 3,0132 = 3,5476\end{aligned}$$

$$\boxed{P_8 = 3,5476 \text{ bars}}$$

- Calcul de  $T_8$

$$\begin{aligned}T_8 &= T_7 + DT \\ &= 411,88 + 22,4 + 434,28\end{aligned}$$

$$\boxed{T_8 = 434,28 \text{ }^\circ\text{K}}$$

- Calcul de  $\rho_8$

$$\rho_8 = \frac{P_8}{r T_8} = \frac{3,5476 \times 10^5}{287 \times 434,28} = 2,8463$$

$$\boxed{\rho_8 = 2,8463 \text{ kg/m}^3}$$

- Calcul de  $(r_s)_{89}$ ,  $P_9$ ,  $T_9$ ,  $\rho_9$

-Détermination de  $(r_s)_{89}$ :

$$(r_s)_{89} = \frac{1 + \frac{22,4 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 434,28}}{1 + \frac{22,4 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 434,28}} \cdot 3,0833 = 1,1677$$

$$\boxed{(r_s)_{89} = 1,1677}$$

- Détermination de  $P_9$

$$P_9 = (r_s)_{89} \times P_8 \\ = 1,1677 \times 3,5476 = 4,1426 \text{ bars}$$

$$P_9 = 4,1426 \text{ bars}$$

- Détermination de  $T_9$

$$T_9 = T_8 + DT \\ = 434,28 + 22,4 = 456,68$$

$$T_9 = 456,68 \text{ }^\circ\text{K}$$

- Détermination de  $\rho_9$

$$\rho_9 = \frac{P_9}{r T_9} = \frac{4,1426 \cdot 10^5}{287 \times 456,68} = 3,1606$$

$$\rho_9 = 3,1606 \text{ kg/m}^3$$

## 2.6 DIMENSIONNEMENT DU ROTOR

### 2.61 DETERMINATION DES DIAMETRES INTERIEURS ET EXTERIEURS POUR CHAQUE ROUE :

Pour cela nous avons les équations suivantes :

$$m = \sum_i S_i \quad Ca$$

$$\text{avec } S_i = \frac{\pi (D^2 - d_i^2)}{4} = \frac{m}{Ca \rho_i}$$

d'autre part nous avons le diamètre moyen en fonction des diamètres extérieur  $D$  et intérieur  $d$

$$D_m = \frac{D_e + d_i}{2}$$

en combinant ces trois équations on trouve : le diamètre intérieur

$$d_i = D_m - \frac{m}{Ca \rho_i D_m}$$

et le diamètre extérieur :

$$D = D_m + \frac{\dot{m}}{\beta_i \pi D_m C_a}$$

dans les expressions des diamètres ( D et d ), on a la quantité  $\left( \frac{\dot{m}}{C_a \pi D_m} \right)$  qui est constante.

on la pose égale à :

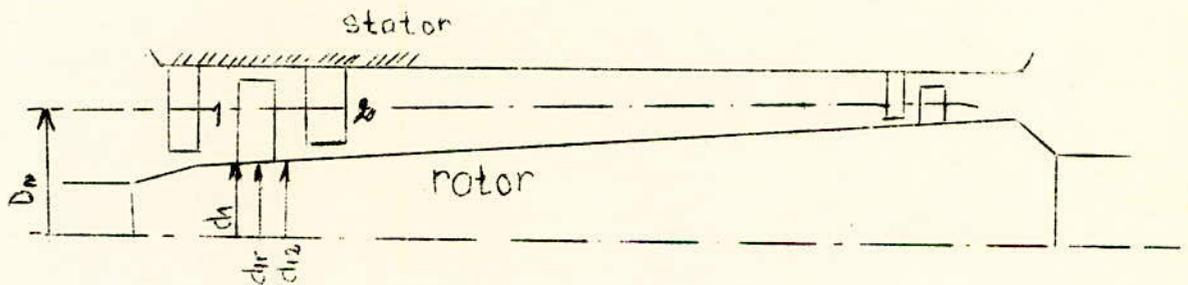
$$\frac{\dot{m}}{C_a \pi D_m} = k \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} \dot{m} &= 30 \text{ kg/s} \\ C_a &= 120 \text{ m/s} \\ C_m &= 0,477 \text{ m} \end{aligned}$$

d'où

$$k = 0,166829$$

nous aurons donc les expressions sous la forme :

$$d = D_m - \frac{k}{\beta_i} \quad \text{et} \quad D = D_m + \frac{k}{\beta_i}$$



- Calcul des différents diamètres :

$$\begin{aligned} d_1 &= D_m - \frac{k}{\beta_1} \\ &= 0,477 - \frac{0,166829}{1,12} = 0,3280 \end{aligned}$$

$$d_1 = 0,3280 \text{ m}$$

$$D_1 = D_m + \frac{k}{\beta_1}$$

$$= 0,477 + \frac{0,166829}{1,12} = 0,62595$$

$$D_1 = 0,62595 \text{ m}$$

$$d_2 = D_m - \frac{k}{\beta_2}$$

$$= 0,477 - \frac{0,166829}{1,316} = 0,3502$$

$$d_2 = 0,3502 \text{ m}$$

$$D_2 = D_m + \frac{k}{\beta_2}$$

$$= 0,477 + \frac{0,166829}{11,316} = 0,60376 \text{ m}$$

$$D_2 = 0,60376 \text{ m}$$

$$d_3 = D_m - \frac{k}{\beta_3}$$

$$= 0,477 - \frac{0,166829}{1,5298} = 0,36794$$

$$d_3 = 0,36794 \text{ m}$$

$$D_3 = D_m + \frac{k}{\beta_3}$$

$$= 0,477 + \frac{0,166829}{1,5298} = 0,5860 \text{ m}$$

$$D_3 = 0,5860 \text{ m}$$

$$d_4 = D_m - \frac{k}{\beta_4}$$

$$= 0,477 - \frac{0,166829}{1,7586} = 0,38218$$

$$d_4 = 0,38218 \text{ m}$$

$$D_4 = D_m + \frac{k}{\beta_4}$$

$$= 0,477 + \frac{0,166829}{1,7596} = 0,57181$$

$$D_4 = 0,57181 \text{ m}$$

$$d_5 = D_m - \frac{0,166829}{\beta_5}$$

$$= 0,477 - \frac{0,166829}{2,006} = 0,39383$$

$$d_5 = 0,39383 \text{ m}$$

$$D_5 = D_m + \frac{k}{\beta_5}$$

$$= 0,477 + \frac{0,166829}{2,006} = 0,55316$$

$$D_5 = 0,55316 \text{ m}$$

$$d_6 = D_m - \frac{k}{\beta_6}$$

$$= 0,477 - \frac{0,166829}{2,260} = 0,40347$$

$$d_6 = 0,40347 \text{ m}$$

$$D_6 = D_m + \frac{k}{\beta_6}$$

$$= 0,477 + \frac{0,166829}{2,260} = 0,55052$$

$$D_6 = 0,55052 \text{ m}$$

$$d_7 = D_m - \frac{k}{\beta_7}$$

$$= 0,477 - \frac{0,166829}{2,6490} = 0,41155$$

$$d_7 = 0,41155 \text{ m}$$

$$D_7 = D_m + \frac{k}{\rho_7}$$

$$= 0,477 + \frac{0,166829}{2,6490} = 0,54244$$

$$D_7 = 0,54244 \text{ m}$$

$$d_8 = D_m - \frac{k}{\rho_8}$$

$$= 0,477 - \frac{0,166829}{2,8463} = 0,41838$$

$$d_8 = 0,41838 \text{ m}$$

$$D_8 = D_m + \frac{k}{\rho_8}$$

$$= 0,477 + \frac{0,166829}{2,8463} = 0,535612$$

$$D_8 = 0,535612 \text{ m}$$

$$d_9 = D_m - \frac{k}{\rho_9}$$

$$= 0,477 - \frac{0,166829}{3,1606} = 0,424216$$

$$d_9 = 0,424216 \text{ m}$$

$$D_9 = D_m + \frac{k}{\rho_9}$$

$$= 0,477 + \frac{0,166829}{3,1606} = 0,5297$$

$$D_9 = 0,5297 \text{ m}$$

Pour le calcul des diamètres intérieurs à la sortie de chaque rotor ( $d_{ij}$ ), on détermine d'abord les masses volumiques moyennes pour chaque étage ( $\rho_{ij}$ ).

- Calcul pour le 1er étage :

$$\rho_{12} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} = \frac{1,12 + 1,316}{2} = 1,218$$

$$\rho_{12} = 1,218 \text{ Kg/m}^3$$

Diamètre intérieur à la sortie du 1er rotor :

$$d_{12} = D_m - \frac{\dot{m}}{S_{12} \pi D_m C_a}$$

$$= 0,477 - \frac{0,166829}{1,218} = 0,3400 \text{ m}$$

$$d_{12} = 0,3400 \text{ m}$$

Diamètre intérieur réel du 1er rotor :

$$d_{1r} = \frac{d_1 + d_{12}}{2} = \frac{0,328 + 0,3400}{2} = 0,334$$

$$d_{1r} = 0,334 \text{ m}$$

- 2ème étage :

$$\rho_{23} = \frac{\rho_2 + \rho_3}{2} = \frac{1,316 + 1,5298}{2} = 1,4229$$

$$\rho_{23} = 1,4229 \text{ kg/m}^3$$

Diamètre intérieur à la sortie du 2ème rotor :

$$d_{23} = D_m - \frac{\dot{m}}{\rho_{23} \pi D_m C_a}$$

$$= 0,477 - \frac{0,166829}{1,4229} = 0,3598$$

$$d_{23} = 0,3598 \text{ m}$$

Diamètre intérieur du 2ème rotor :

$$d_{2r} = \frac{d_2 + d_{23}}{2} = \frac{0,3502 + 0,3598}{2} = 0,3550$$

$$d_{2r} = 0,3550 \text{ m}$$

3ème étage :

$$\rho_{34} = \frac{\rho_3 + \rho_4}{2} = \frac{1,5298 + 1,7596}{2} = 1,6447$$

$$\rho_{34} = 1,6447 \text{ kg/m}^3$$

Diamètre intérieur à la sortie du 3ème rotor :

$$d_{34} = D_m - \frac{0,166892}{\rho_{34}}$$

$$= 0,477 - \frac{0,166892}{1,6447} = 0,37556$$

$$d_{34} = 0,37556 \text{ m}$$

Diamètre intérieur réel du 3ème rotor :

$$d_{3r} = \frac{d_3 + d_{34}}{2} = \frac{0,36794 + 0,37556}{2} = 0,37175$$

$$d_{3r} = 0,37175 \text{ m}$$

4ème étage :

$$\rho_{45} = \frac{\rho_4 + \rho_5}{2} = \frac{1,7596 + 2,006}{2} = 1,8828$$

$$\rho_{45} = 1,8828 \text{ kg/m}^3$$

Diamètre intérieur à la sortie du 4ème rotor :

$$d_{45} = D_m - \frac{0,166892}{\rho_{45}}$$

$$= 0,477 - \frac{0,166892}{1,8828} = 0,38839 \text{ m}$$

$$d_{45} = 0,38839 \text{ m}$$

Diamètre intérieur réel du 4ème Rotor :

$$d_{4r} = \frac{d_4 + d_{45}}{2} = \frac{0,38218 + 0,38839}{2}$$

$$d_{4r} = 0,38528 \text{ m}$$

5ème étage :

$$\rho_{56} = \frac{\rho_5 + \rho_6}{2} = \frac{2,006 + 2,260}{2} = 2,1330$$

$$\rho_{56} = 2,1330 \text{ kg/m}^3$$

Diamètre intérieur à la sortie du 5ème rotor :

$$d_{56} = D_m - \frac{0,166828}{2,1330}$$

$$= 0,477 - \frac{0,166828}{2,1330} = 0,39870$$

$$d_{56} = 0,39870 \text{ m}$$

Diamètre intérieur réel du 5ème rotor

$$d_{5r} = \frac{d_s + d_{56}}{2} = \frac{0,39383 + 0,39870}{2}$$

$$d_{5r} = 0,39626 \text{ m}$$

6ème étage :

$$\rho_{67} = \frac{\rho_6 + \rho_7}{2} = \frac{2,260 + 2,649}{2} = 2,4545$$

$$\rho_{67} = 2,4545 \text{ kg/m}^3$$

Diamètre intérieur à la sortie du 6ème rotor :

$$d_{67} = D_m - \frac{0,166828}{2,4545} = 0,4090$$

$$d_{67} = 0,4090 \text{ m}$$

Diamètre intérieur réel du 6ème rotor :

$$d_{6r} = \frac{d_6 + d_{67}}{2} = \frac{0,40347 + 0,4090}{2}$$

$$d_{6r} = 0,40635 \text{ m}$$

7ème étage :

$$\rho_{78} = \frac{\rho_7 + \rho_8}{2} = \frac{2,649 + 2,8463}{2} = 2,7476$$

$$\rho_{78} = 2,7476 \text{ kg/m}^3$$

Diamètre intérieur à la sortie du 7ème rotor :

$$d_{78} = D_m - \frac{0,166829}{S_{78}}$$

$$= 0,477 - \frac{0,166829}{2,7476} = 0,41628$$

$$d_{78} = 0,41628 \text{ m}$$

Diamètre intérieur réel du 7ème rotor :

$$d_{7r} = \frac{d_7 + d_{78}}{2} = \frac{0,41155 + 0,41628}{2}$$

$$d_{7r} = 0,413915 \text{ m}$$

8ème étage :

$$\rho_{89} = \frac{\rho_8 + \rho_9}{2} = \frac{2,8463 + 3,1606}{2} = 3,0034$$

$$\rho_{89} = 3,0034 \text{ kg/m}^3$$

Diamètre intérieur à la sortie du 8ème rotor :

$$d_{89} = D_m - \frac{0,166828}{S_{89}}$$

$$= 0,477 - \frac{0,166828}{3,0034} = 0,42145$$

$$d_{89} = 0,42145 \text{ m}$$

Diamètre intérieur réel du 8ème rotor :

$$d_{8r} = \frac{d_8 + d_{89}}{2} = \frac{0,41838 + 0,42145}{2}$$

$$d_{8r} = 0,41991 \text{ m}$$

9ème étage :

$$\rho_{9-10} = \frac{\rho_9 + \rho_{10}}{2} = \frac{3,1606 + 3,52}{2} = 3,3403$$

$$\rho_{9,10} = 3,3403 \text{ kg/m}^3$$

Diamètre intérieur à la sortie du 9ème rotor :

$$d_{9,10} = D_m - \frac{0,166829}{\rho_{9,10}}$$
$$= 0,477 - \frac{0,166829}{3,3403} = 0,42836$$

$$d_{9,10} = 0,42836 \text{ m}$$

Diamètre intérieur réel du 9ème rotor :

$$d_{9r} = \frac{d_9 + d_{9,10}}{2} = \frac{0,42421 + 0,42836}{2}$$

$$d_{9r} = 0,426285 \text{ m}$$

## 2.7 CALCUL DE LA HAUTEUR DES AUBES :

1ère étage :

La hauteur des aubes est donnée par la relation suivante :

$$b = D_m - D_{ir}$$

b étant la hauteur de l'aube

$D_m$  : diamètre moyen

$D_{ir}$  = diamètre intérieur réel.

Nous appliquons donc la formule ci-dessus pour tous les étages

$$b_1 = Dm - d_{1r}$$

$$= 0,477 - 0,334 = 0,143 \text{ m}$$

$$b_1 = 0,1430 \text{ m}$$

2ème étage :

$$b_2 = Dm - d_{2r}$$

$$= 0,477 - 0,355 = 0,122$$

$$b_2 = 0,122 \text{ m}$$

3ème étage :

$$b_3 = Dm - d_{3r}$$

$$= 0,477 - 0,37175 = 0,1053$$

$$b_3 = 0,1053 \text{ m}$$

4ème étage :

$$b_4 = Dm - d_{4r}$$

$$= 0,477 - 0,3852 = 0,0918 \text{ m}$$

$$b_4 = 0,0918 \text{ m}$$

5ème étage :

$$b_5 = Dm - d_{5r}$$

$$= 0,477 - 0,3962 = 0,0808$$

$$b_5 = 0,0808 \text{ m}$$

6ème étage :

$$b_6 = Dm - d_{6r}$$

$$= 0,477 - 0,40630 = 0,0707 \text{ m}$$

$$b_6 = 0,0707 \text{ m}$$

7ème étage :

$$b_7 = D_m - d_{7r}$$

$$= 0,477 - 0,4139 = 0,0641$$

$$b_7 = 0,0641 \text{ m}$$

8ème étage :

$$b_8 = D_m - d_{8r}$$

$$= 0,477 - 0,4199 = 0,0571$$

$$b_8 = 0,0571 \text{ m}$$

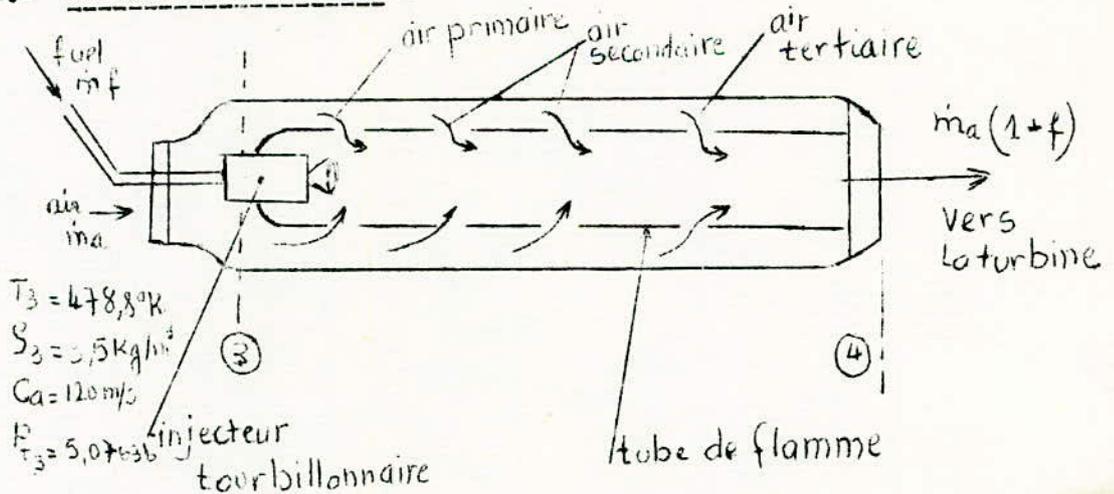
9ème étage :

$$b_9 = D_m - d_{9r}$$

$$= 0,477 - 0,4263 = 0,0507$$

$$b_9 = 0,0507 \text{ m}$$

**B/ 2.8 CHAMBRE DE COMBUSTION :**



- Une chambre se compose essentiellement :

- a) Un injecteur
- b) Un dispositif d'accrochage de la flamme (rosace)
- c) un tube de flamme : percé de trous dosant la répartition de l'air

en "air secondaire" et en "air tertiaire" ou de dilution.

La combustion d'un mélange d'air et d'hydrocarbures

est  $f = \frac{c}{A}$  avec  $0,04 \leq f \leq 0,15$

L'équation permettant de calculer l'enthalpie du mélange air + fuel est donnée par :

$$\dot{m}_a^o H_{ta3} + \dot{m}_f^o h_f = \left( \dot{m}_a^o + \dot{m}_f^o \right) H_{tm3}$$

avec  $\dot{m}_a^o$  = débit d'air

$H_{ta3}$  = enthalpie totale de l'air

$H_{tm3}$  = enthalpie totale du mélange

$\dot{m}_f^o$  = débit fuel

$h_f$  = enthalpie du fuel.

$$f' = \frac{\dot{m}_f^o}{\dot{m}_a^o}$$

Le rapport du mélange idéal est =  $f' = \frac{c'}{A}$

$$\text{réel est } = f = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_a} = \frac{c}{A} = \frac{\text{combustible}}{\text{air}}$$

Calcul du rapport de mélange  $f_s$  :

on sait que le rapport du mélange stochéométrique est :

$$f_s = \frac{1}{15,3} = 0,0654$$

d'autre part nous avons déterminé la richesse  $\varphi = 0,3$  à partir des diagrammes de chambadal.

ce qui nous donne un rapport de mélange :

$$\varphi = \frac{f}{f_s} \Rightarrow f = \varphi \times f_s$$

$$= 0,3 \times 0,0654 = 0,01962$$

$$\boxed{f = 0,01962}$$

## 2.81 DIMENSIONNEMENT GEOMETRIQUE DE LA CHAMBRE DE COMBUSTION :

Nous avons adopté une chambre annulaire et nous avons fait les calculs avec les conditions de sortie du compresseur pression, température, masse volumique, débit massique.

2.812 - DETERMINATION DE LA SOMME DES SECTIONS REELLES :

$$\sum \alpha s = \frac{Q}{m a} = \frac{30}{3,5 \times 100} = 0,0857143 \text{ m}^2$$

$$\boxed{\sum \alpha s = 0,0857143 \text{ m}^2}$$

~~MLT<sup>-3</sup> LT<sup>-1</sup>~~

$\alpha$  étant le coefficient de contraction.

2.813 - DETERMINATION DE LA SECTION REELLE DANS LA ZONE PRIMAIRE :

$$\alpha_1 s_1 = \sum \alpha s \times 13 \%$$

$$= \frac{0,0857143 \times 13}{100} = 0,011143$$

$$\boxed{\alpha_1 s_1 = 0,011143 \text{ m}^2}$$

2.814 - DETERMINATION DE LA SECTION REELLE DANS LA ZONE SECONDAIRE :

$$\alpha_2 s_2 = 15 \% \sum \alpha s$$

$$= \frac{15 \times 0,0857143}{100} = 0,012857$$

$$\boxed{\alpha_2 s_2 = 0,012857 \text{ m}^2}$$

2.815 - DETERMINATION DE LA SECTION REELLE DANS LA ZONE DE DILUTION :

$$\alpha_3 s_3 = 62 \% \sum \alpha s$$

$$= \frac{62 \times 0,0857143}{100} = 0,053143$$

$$\boxed{\alpha_3 s_3 = 0,053143 \text{ m}^2}$$

2.816 - DETERMINATION DE LA SECTION REELLE DANS LA ZONE DE Muft

$$\alpha_4 s_4 = 10 \% \sum \alpha s$$

$$= \frac{10 \times 0,0857143}{100} = 0,00857143$$

$$\boxed{\alpha_4 s_4 = 0,00857143 \text{ m}^2}$$

2.82 - DETERMINATION DES SECTIONS THEORIQUES DANS CHAQUE ZONE :

- Primaire :  $Sr_1 = S_1 \alpha_1 = 0,011143$

$\alpha_1 S_1 =$  Section équivalente de la rosace.  $S_1 = 0,0011143 \text{ m}^2$  car  $\alpha_1 = 1$

on prend comme un nombre d'injecteurs égal à 6, on détermine la section de la rosace :

$$S_{\text{rosace}} = \frac{S_1}{6} = \frac{0,011143}{6} = 1,857166 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$S_{\text{rosace}} = 1,857166 \times 10^{-3} \text{ m}^2$

- Secondaire :

$$Sr_2 = \alpha_2 S_2 = 0,012857$$

$$\text{d'où } S_2 = \frac{Sr_2}{\alpha_2} = \frac{0,012857}{0,66} = 0,01947$$

$S_2 = 0,01947 \text{ m}^2$

- Dilution :

$$Sr_3 = \alpha_3 S_3 = 0,053143$$

$$S_3 = \frac{Sr_3}{\alpha_3} = \frac{0,053143}{0,62} = 0,08561$$

$S_3 = 0,08561 \text{ m}^2$

- Muft :

$$Sr_4 = \alpha_4 S_4 = 0,00857143$$

$$S_4 = \frac{Sr_4}{\alpha_4} = \frac{0,00857143}{0,8} = 0,01072$$

$S_4 = 0,01072 \text{ m}^2$

2.83 - DETERMINATION DES SECTIONS DES TROUS DANS LES DIFFERENTES ZONES :

Zone secondaire :

D'habitude il y a 2 rangées de trous de 15 à 20 mm de diamètre. Pour notre cas nous prenons un diamètre de 18 mm.

d'où la section du trou :

$$S_{t_2} = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3,14 \times (18 \times 10^{-3})^2}{4} = \frac{3,14 \times 324 \times 10^{-6}}{4}$$

$$S_{t_2} = 2,43 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

Nombre de trous :

$n = \frac{\text{Section géométrique totale du secondaire}}{\text{section du trou}}$

$$= \frac{0,01947}{2,43 \cdot 10^{-4}} = \frac{19,47 \cdot 10^{-3}}{2,43 \cdot 10^{-4}} = 80$$

$$n = 80$$

on a donc 2 X 2 rangées de trous de 20 à 30 mm de  $\emptyset$

soit :  $\frac{80}{2 \times 2} = 20$  trous par rangées.

Zone de dilution :

on a 2 à 3 rangées de trous de 20 à 30 mm de  $\emptyset$ , nous prenons pour notre chambre un diamètre de 28 mm, d'où la section du trou :

$$S_{t_3} = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3,14 \times (2,8 \times 10^{-2})^2}{4} = \frac{3,14 \times 7,84 \cdot 10^{-4}}{4}$$

$$S_{t_3} = \frac{24,6276}{4} = 6,1544 \cdot 10^{-4}$$

$$S_{t_3} = 6,1544 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

Nombre de trous :

$$n = \frac{S_3}{S_{t_3}} = \frac{0,08561}{6,1544 \cdot 10^{-4}} =$$

$$n = 138 \text{ trous}$$

donc 2 X 3 rangées de trous

$$\text{soit } \frac{138}{2 \times 3} = 23 \text{ trous par rangée.}$$

on peut récapituler ces calculs dans un tableau :

AIR	sections géométrique $10^3 \text{ m}^2$	$\alpha$	sections réelles $10^3 \text{ m}^2$	rangées de trous	%
PRIMAIRE	11,143	1	11,143	6 Brûleurs	13
SECONDAIRE	19,47	0,66	12,857	2 X 2 Rangées de 18 mm de $\varnothing$	15
DILUTION	85,61	0,62	53,143	2 X 3 rangées de trous de 28 mm de $\varnothing$	62
MUFT	10,72	0,8	8,561		10
SOMME			85,7143		100

#### 2.84 - CALCUL DE LA VITESSE MOYENNE D'ÉCOULEMENT DES GAZ :

d'habitude le nombre de mach pour un écoulement des gaz dans la chambre de combustion est compris entre 0,04 et 0,07.

Pour notre cas, nous prenons  $M = 0,06$

la Vitesse du son sera donc, calculée à partir des paramètres statiques à la sortie du compresseur :

$$a = \sqrt{\gamma R T_3}$$

$$= \sqrt{1,4 \times 287 \times 478,8} \approx 440 \text{ m/s}$$

Ce qui donne une vitesse moyenne d'écoulement :

$$C = M \cdot a$$

$$= 440 \times 0,06 = 26,4$$

$$C = 26,4 \text{ m/s}$$

2.841 - DETERMINATION DE LA SECTION DROITE MAXIMALE :

$$S = \frac{\dot{m} a}{\rho C} = \frac{30}{3,5 \times 26,4} = 0,32467$$

$$S = 0,32467 \text{ m}^2$$

2.842 - CALCUL DU DIAMETRE EXTERIEURE DE LA CHAMBRE :

$$S = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) \quad \text{on fixe le diamètre intérieur} \\ d_i = 400 \text{ mm (tube de flamme)}$$

$$S = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) \Rightarrow$$

$$D^2 = \frac{4S}{\pi} + d^2$$

$$= \frac{4 \times 0,32467}{3,14} + (0,14)^2$$

$$= 0,413592 + 0,16 = 0,573592$$

$$D^2 = 0,573592 \Rightarrow D = \sqrt{0,573592}$$

$$= 0,7573587$$

$$D = 0,75736 \text{ m}$$

2.843 - CALCUL DE LA SECTION DE SORTIE DE LA CHAMBRE :

Dans ce cas on ne fait pas les calculs avec les conditions de sortie du compresseur, mais avec les paramètres des gaz à la sortie de la chambre donnés par les listings pour les conditions :

$$\begin{array}{l} T_4 = 1200 \text{ }^\circ\text{K} \\ P = 5 \text{ at} \\ \varphi = 0,3 \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} \bar{C}_p = 1,24 \cdot 10^3 \text{ J/kg }^\circ\text{K} \\ \gamma = 1,31 \\ \rho = 1,4575 \text{ kg/m}^3 \\ \lambda = \frac{B}{M} = \frac{8,31 \cdot 10^3}{28,4966} = 291,614 \end{array}$$

et la vitesse des gaz à la sortie de la chambre est entre 100 et 150 m/s

on se fixe  $C = 120 \text{ m/s}$  comme vitesse des gaz de sortie de la chambre et comme vitesse à l'entrée de la turbine.

La section de sortie sera donc :

$$S_s = \frac{\dot{m} a}{\rho C} = \frac{30}{1,4575 \times 120} = 0,1715265$$

$$S_s = 0,1715265 \text{ m}^2$$

2.844 - DETERMINATION DU DIAMETRE INTERIEUR A LA SORTIE DE LA CHAMBRE :

$$S_s = \pi \left( \frac{D^2 - d^2}{4} \right) \Rightarrow$$

$$D^2 - d^2 = \frac{4 S_s}{\pi}$$

$$d^2 = D^2 - \frac{4 S_s}{\pi}$$

$$= 0,573592 - \frac{4 \times 0,1715265}{3,14}$$

$$= 0,573592 - 0,218505 = 0,355087$$

$$d = \sqrt{0,355087} = 0,5958917.$$

$$d = 0,5958917 \text{ m}$$

2.85 - DETERMINATION DU DIAMETRE MOYEN DE LA TURBINE :

$$D_m = \frac{\text{Diamètre ext. ch.} + \text{diamètre Intérieur ch.}}{2}$$

$$= \frac{D + d}{2} = \frac{0,7573587 + 0,5958917}{2} = 0,6766252$$

$$D_m = 0,67663 \text{ m}$$

Pour plus de précision voir la chambre de combustion du chapitre suivant :

C/ 2.9 - PARAMETRES D'ENTREE DANS LA TURBINE :

$$\dot{m} a = 30 \text{ kg/s}$$

$$T_{t_4} = 1200 \text{ }^\circ\text{K}$$

$$P_{t4} = 4,87325 \text{ bars}$$

$$C_a = 120 \text{ m/s}$$

## 2.91 - CALCULS THERMODYNAMIQUES ET DIMENSIONNEMENT GEOMETRIQUE DE LA TURBINE

La turbine admet les gaz à haute pression et à haute température; la détente entre 4 et 5 fournit l'énergie sous forme mécanique :  $W_t$  à l'arbre moteur. ~~Qmax~~

on sait que le travail absorbé par le compresseur est inférieur à celui fourni par la turbine.

Puisque les gaz d'échappement sont évacués vers l'atmosphère.

On prend un travail  $W_t$  de turbine égal à celui du compresseur majoré de 4 %.

$$\begin{aligned} W_t &= W_c + 0,04 W_c \\ &= 1,04 W_c \\ &= 1,04 \times 198 = 206 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

$$\boxed{W_t = DH_t = 206 \text{ kJ/kg}}$$

## 2.92 - DETERMINATION DE VARIATION D'ENTHALPIE PAR ETAGE :

D'habitude pour les turbines à B.P., le nombre d'étages est compris entre 1 et 3 .

Pour notre cas, nous prenons  $Z = 2$

Soit un travail par étage :

$$DH_{te} = \frac{DH_t}{2} = \frac{206}{2} = 103 \text{ kJ/kg}$$

$$\boxed{DH_{te} = 103 \text{ kJ/kg}}$$

## 2.93 - DETERMINATION DU COEFFICIENT POLYTROPIQUE $k$ .

on le détermine à partir des courbes donnant la relation entre les efficacités et les  $\gamma$  .

$$\begin{array}{l} \text{Pour } \gamma = 1,31 \quad ) \\ \eta_{pt} = 0,892 \quad ) \\ \eta_{\#} = 0,9 \quad ) \end{array} \text{ on trouve } \boxed{k = 1,27}$$

2.94 - CALCUL DU TAUX DE DETENTE GLOBAL :

$$\zeta = \frac{P_{t5}}{P_{t4}} \left( 1 - \frac{W_t}{\eta_t \cdot c_p \cdot T_{t4}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

avec :  $\eta_t = 0,90$

$T_{t4} = 1200 \text{ }^\circ\text{K}$

$c_p = 1,24 \cdot 10^3 \text{ J/kg }^\circ\text{K}$

$\gamma = 1,31$

$$\zeta = \left( 1 - \frac{206 \cdot 10^3}{0,90 \times 1,24 \times 10^3 \times 1200} \right)^{\frac{1,31}{1,31 - 1}}$$

$$= \left( 1 - \frac{206}{0,90 \times 1,24 \times 1200} \right)^{4,226} = 0,494$$

$$\boxed{\zeta = 0,494}$$

$$\zeta = \frac{P_{t5}}{P_{t4}} = 0,494$$

Or  $P_{t4}$  étant la pression à la sortie de la chambre de combustion qui est égale à la pression de sortie du compresseur diminuée de 4 % représentant les pertes de chagre thermique dans la chambre de combustion.

donc :  $P_{t4} = 0,96 \times P_{t3}$   
 $= 0,96 \times 5,0763 = 4,87325 \text{ bars}$

$$\boxed{P_{t4} = 4,87325 \text{ bars}}$$

d'où

$$P_{t5} = \zeta \times P_{t4}$$

$$= 0,494 \times 4,87325$$

$$\boxed{P_{t5} = 2,4164 \text{ bars}}$$

NOTATIONS :

$T_{t4} = T_{t1} = 1200 \text{ }^\circ\text{K}$  = température à l'entrée de la turbine

$P_{t4} = P_{t1} = 4,87325$  bars pression à l'entrée de la turbine

2,941 - CALCUL DES TAUX DE DÉTENTE PAR ÉTAGE :

1ère étage :

$$\begin{aligned} \zeta_{12} &= \left( 1 - \frac{\Delta H_{tc}}{c_p T_{t1}} \right)^{\frac{k}{k-1}} \\ &= \left( 1 - \frac{103 \cdot 10^3}{1,24 \times 10^3 \cdot 1200} \right)^{\frac{1,27}{1,27-1}} \\ &= (0,9307)^{4,7037} \end{aligned}$$

$$\boxed{\zeta_{12} = 0,71333}$$

-Calcul de la température  $T_{t2}$

$$\begin{aligned} T_{t2} &= T_{t1} - \Delta t_e \\ &= 1200 - \frac{103}{c_p} = 1200 - 83 = 1117 \text{ °K} \end{aligned}$$

$$\boxed{T_{t2} = 1117 \text{ °K}}$$

2ème Etage :

$$\begin{aligned} \zeta_{23} &= \left( 1 - \frac{\Delta H_{te}}{c_p T_{t2}} \right)^{\frac{k}{k-1}} \\ &= \left( 1 - \frac{103}{1,24 \cdot 1117} \right)^{4,7037} \\ &= (0,9256)^{4,7037} \end{aligned}$$

$$\boxed{\zeta_{23} = 0,6951291}$$

Calcul de la température à la sortie de la turbine :

$$\begin{aligned} 6-6 \quad T_{t3} &= T_{t5} = T_{t2} - \Delta T_e \\ &= 1117 - 83 = 1034 \text{ °K} \end{aligned}$$

$$\boxed{T_{t4} = T_{t5} = 1034 \text{ °K}}$$

42

2-942 - CALCUL DES PRESSIONS TOTALES A LA SORTIE DE CHAQUE ETAGE :

1er étage :  $\zeta_{12} = \frac{P_{t2}}{P_{t1}} \Rightarrow P_{t2} = \zeta_{12} \times P_{t1}$   
 $= 0,71333 \times 4,87325$

$$P_{t2} = 3,47623 \text{ b}$$

2ème étage :

$$\zeta_{23} = \frac{P_{t3}}{P_{t2}} \Rightarrow P_{t3} = P_{t5} = \zeta_{23} \times P_{t2}$$

$$= 0,6951291 \times 3,47623$$

$$P_{t3} = 2,4164 \text{ b}$$

2-943 - CALCUL DE LA MASSE VOLUMIQUE A L'ENTREE DES AUBES DIRECTRICES :

Car On considère que la vitesse à la sortie de la chambre de combustion est  $C_a = 120 \text{ m/s}$  et constante le long de la turbine.

Calcul de la température statique :

$$T_1 = T_{t1} = \frac{1}{2} \frac{C_a^2}{C_p}$$

$$= 1200 - \frac{7,2}{1,24} = 1200 - 5,80645 = 1194,193$$

$$T_1 = T_4 = 1194,193 \text{ } ^\circ\text{K}$$

- Calcul de la vitesse  $C_{1m}$  au rayon moyen

- détermination de la vitesse périphérique  $U$

connaissant  $\left\{ \begin{array}{l} \text{un diamètre moyen de la turbine } D_m = 0,67663 \text{ m} \\ \text{nombre de tour/mn} \quad N = 10.0007 \text{ } \frac{1}{\text{mn}} \end{array} \right.$

$$U = \frac{\pi \cdot D_m \cdot N}{60} = \frac{3,14 \times 0,67663 \cdot 10^4}{60} = 354$$

$$U = 354 \text{ m/s}$$

-Détermination de la différence des vitesses :

$$\Delta u = C_{1u} - C_{2u}$$

On sait que cette différence  $\Delta C_u$  est liée à la variation d'enthalpie par étage :

$$U \Delta C_u = \Delta H_{te} \Rightarrow \Delta C_u = \frac{\Delta H_{te}}{U} = \frac{103 \cdot 10^3}{354} = 290,960$$

$$\boxed{\Delta C_u = 291 \text{ m/s}}$$

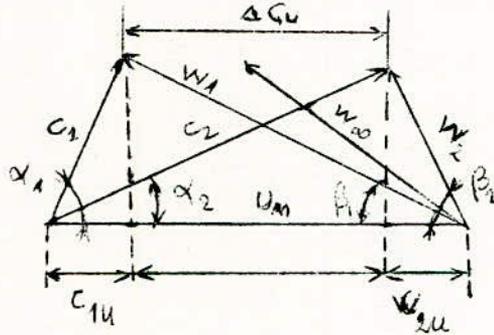
Connaissant :  $U = 354 \text{ m/s}$

$$\Delta C_u = 291 \text{ m/s}$$

$$C_a = 120 \text{ m/s}$$

$$\epsilon = \frac{1}{2}$$

Nous pouvons tracer les triangles des vitesses



$$W_{\infty} = \sqrt{\frac{U_m^2}{2} + C_a^2}$$

$$= \sqrt{177^2 + 120^2} = 213,843 \text{ m/s}$$

$$\boxed{W_{\infty} = 214 \text{ m/s}}$$

Par calcul nous trouvons :

$$C_{1u} = U_m - \left( \frac{U_m}{2} + \frac{D' \cdot v}{2} \right)$$

$$= 354 - \left( \frac{354}{2} + \frac{291}{2} \right)$$

$$= 354 - 322,5 = 31,5 \text{ m/s}$$

$$\boxed{C_{1u} = 31,5 \text{ m/s}}$$

$$d'où C_{1m} = \sqrt{C_a^2 + C_{1u}^2}$$

$$= \sqrt{120^2 + 31,5^2} = 10 \sqrt{144 + 9,9225} \approx 124 \text{ m/s}$$

$$C_{1m} = 124 \text{ m/s}$$

-Calcul de la pression  $P_1$

$$\frac{P_{t1}}{P_1} = \frac{P_{t4}}{P_4} = \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

avec :  $M_1 = \frac{C_{1m}}{\sqrt{\gamma r T_1}}$  et  $\begin{cases} r = 291,614 \\ \gamma = 1,31 \end{cases}$

$$= \frac{124}{\sqrt{1,31 \times 291,614 \times 1194,193}} = \frac{124}{675,425} = 0,1835$$

$$M_1 = 0,183$$

$$d'où : \frac{P_{t1}}{P_1} = \left( 1 + \frac{1,31 - 1}{2} (0,18)^2 \right)^{\frac{1,31}{1,31 - 1}}$$

$$= \left( 1 + \frac{0,31}{2} \times (0,18)^2 \right)^{4,226}$$

$$\frac{P_{t1}}{P_1} = 1,02139$$

$$d'où P_1 = \frac{P_{t1}}{1,02139} = \frac{4,87325}{1,02139} = 4,7711$$

$$P_1 = 4,7711 \text{ bars}$$

$$d'où \rho = \frac{P_1}{r T_1} = \frac{4,7711 \times 10^5}{291,614 \times 1194,193} = 1,3700$$

$$\rho = 1,3700 \text{ kg/m}^3$$

-Calcul des masses volumiques devant les étages

-Détermination de la température statique à la sortie de la turbine :

$$\begin{aligned}
 T_3 = T_5 &= T_{t3} - \frac{1}{2} \frac{Ca^2}{c_p} \\
 &= T_{t3} - \frac{1}{2} \frac{Ca^2}{c_p} = \\
 &= 1034 - \frac{144 \cdot 10^2}{2 \times 1,24 \times 10^3} = 1034 - 5,80645
 \end{aligned}$$

$$\boxed{T_3 = T_5 = 1028,194 \text{ °K}}$$

soit :  $\approx 755,194 \text{ °C}$

-Détermination de la pression statique P<sub>5</sub>

$$\frac{P_{t5}}{P_5} = \frac{P_{t3}}{P_3} = \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_5^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

avec  $M_5 = \frac{Ca}{\sqrt{\gamma r T_5}} = \frac{120}{\sqrt{1,31 \times 291,614 \times 1028,194}} = \frac{120}{626,725}$

$$\boxed{M_5 = M_3 = 0,19147}$$

d'où  $\frac{P_{t3}}{P_3} = \frac{P_{t5}}{P_5} = \left( 1 + \frac{0,31}{2} (0,19147)^2 \right)^{4,226} = (1,005682)^{4,226}$

$$\frac{P_{t3}}{P_3} = 1,02422 \Rightarrow P_3 = P_5 = \frac{P_{t3}}{1,02422} = \frac{2,4168}{1,02422} = 2,3596$$

$$\boxed{P_5 = 2,3596 \text{ bars}}$$

d'où  $\rho_5 = \frac{P_5}{r T_5} = \frac{2,3596 \times 10^5}{291,614 \times 1028,194} = 0,78696$

$$\boxed{\rho_5 = 0,78696 \text{ kg/m}^3}$$

2.95 -Calcul du taux de détente global :

$$\zeta_{sg} = \frac{P_3}{P_1} = \frac{P_5}{P_4} = \frac{2,3596}{4,7711} = 0,49456$$

$$\zeta_{sg} = 0,49456$$

2-951 - CALCUL DE LA PRESSION STATIQUE A LA SORTIE DU 1ER ETAGE :

$$\frac{P_{t2}}{P_2} = \left\{ 1 + \frac{0,31}{2} \times M_2^2 \right\}^{4,226}$$

$$\text{avec } M_2 = \frac{ca}{\sqrt{\gamma r \theta_2}} \quad \text{avec } T_2 = T_{t2} - \frac{1}{2} \frac{ca^2}{c_p}$$

$$= 1117 - 5,806 = 1111,194$$

$$T_2 = 1111,194 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$M_2 = \frac{120}{\sqrt{1,31 \times 291,614 \times 1111,194}} = 0,18418 = \frac{120}{651,5305} = 0,18418$$

$$\text{d'où } \frac{P_{t2}}{P_2} = \left\{ 1 + \frac{0,31 \times (0,18418)^2}{2} \right\}^{4,226} = (1,005258)^{4,226} = 1,02240$$

$$P_2 = \frac{P_{t2}}{1,02240} = \frac{3,47623}{1,02240} = 3,40006$$

$$P_2 = 3,40006 \text{ b}$$

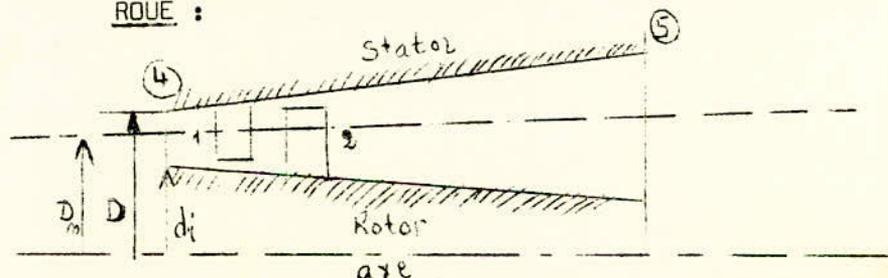
d'où

$$\rho_2 = \frac{P_2}{r T_2} = \frac{3,4006 \times 10^5}{291,614 \times 1111,194} = 1,04928$$

$$\rho_2 = 1,04928 \text{ kg/m}^3$$

2.96 - DIMENSIONNEMENT GEOMETRIQUE DU ROTOR :

2.961 - DETERMINATION DES DIAMETRES INTERIEURS ET EXTERIEUR POUR CHAQUE ROUE :



on utilise la même formule que le compresseur

$$\boxed{d_i = D_m - \frac{\rho}{S_i C_a \pi D_m}} \quad \text{et} \quad \boxed{D = D_m + \frac{\rho}{S_i C_a D_m \pi}}$$

D = Diamètre extérieur

avec :  $d_i$  = diamètre intérieur

$D_m$  = diamètre moyen de la turbine

$S_i$  = masse volumique relative à chaque étage

$C_a$  = vitesse axiale = 120 m/s.

on pose :  $k = \frac{\rho}{C_a \pi D_m}$  et il revient à chaque fois dans les calculs.

$$\text{nous avons donc : } \begin{cases} D_m = 0,67663 \text{ m} \\ k = 0,117669 \end{cases}$$

1er étage :

- Diamètre intérieur :

$$\begin{aligned} d_1 &= D_m - \frac{k}{\rho_1} \\ &= 0,67663 - \frac{0,117669}{1,3700} = \end{aligned}$$

$$\boxed{d_1 = 0,59074 \text{ m}}$$

- Diamètre extérieur :

$$\begin{aligned} D_1 &= D_m + \frac{k}{\rho_1} \\ &= 0,67663 + \frac{0,117669}{1,3700} = 0,76251978 \end{aligned}$$

$$\boxed{D_1 = 0,76252 \text{ m}}$$

2ème étage :

$$\begin{aligned} d_2 &= D_m - \frac{k}{\rho_2} \\ &= 0,67663 - \frac{0,117669}{1,04928} = 0,564488 \end{aligned}$$

48

$$d_2 = 0,564488 \text{ m}$$

-Diamètre extérieur :

$$D_2 = D_m + \frac{k}{\rho}$$
$$= 0,67663 + \frac{0,117669}{1} = 0,7887726$$

$$D_2 = 0,7887726$$

2.962 - CALCUL DES MASSES VOLUMIQUES MOYENNES POUR CHAQUE ETAGE :

1er étage :

$$\rho_{12} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} = \frac{1,3700 + 1,04928}{2} = 1,20964$$

$$\rho_{12} = 1,20964 \text{ kg/m}^3$$

- Diamètre intérieur à la sortie du 1er rotor :

$$d_{12} = D_m - \frac{k}{\rho_{12}}$$
$$= 0,67663 - \frac{0,117669}{1,20964} = 0,579354$$

$$d_{12} = 0,579354 \text{ m}$$

- Diamètre intérieur réel du 1er rotor:

$$d_{1r} = \frac{d_1 + d_{12}}{2} = \frac{0,59074 + 0,579354}{2} = 0,585047$$

$$d_{1r} = 0,585047$$

2ème étage :

$$\rho_{23} = \frac{\rho_2 + \rho_3}{2} = \frac{1,04928 + 0,78696}{2} = 0,91812$$

$$\rho_{23} = 0,91812 \text{ kg/m}^3$$

-Diamètre intérieur à la sortie du 2ème rotor :

$$d_{23} = D_m - \frac{k}{\rho_{23}}$$

$$= 0,67663 - \frac{0,117669}{0,91812} = 0,548467$$

$$d_{23} = 0,548467 \text{ m}$$

-Diamètre intérieur réel du 2ème rotor :

$$d_{2r} = \frac{d_{22} + d_{23}}{2} = \frac{0,564488 + 0,548467}{2} =$$

$$d_{2r} = 0,5564775 \text{ m}$$

2.962 - CALCUL DE LA HAUTEUR DES AUBES :

Cette hauteur est donnée par :

$$b = D_m - d_{ir} \quad \left\{ \begin{array}{l} D_m = \text{Diamètre moyen} \\ d_{ir} = \text{Diamètre intérieur réel.} \end{array} \right.$$

1er étage :

$$b_1 = D_m - d_{1r}$$

$$= 0,67663 - 0,585047 = 0,091583$$

$$b_1 = 0,091583 \text{ m}$$

2ème étage :

$$b_2 = D_m - d_{2r}$$

$$= 0,67663 - 0,556477 = 0,12015 \text{ m}$$

$$b_2 = 0,12015 \text{ m}$$

-  H A P I T R E    I I I    -  
-----

-  U R B O M O T E U R     O U B L E     O R P S    -  
-o-

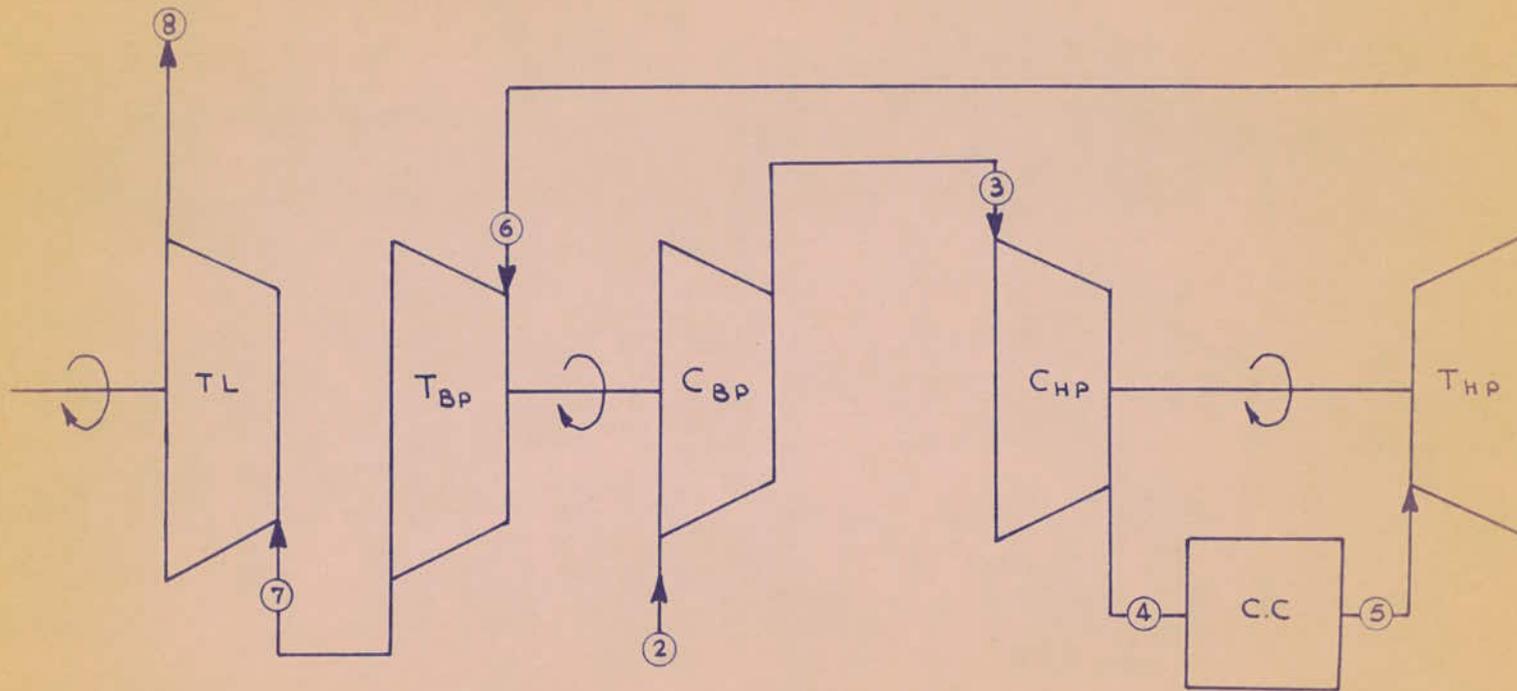
( HAUTE \* ET BASSE PRESSION )

DE

RAPPORT DE COMPRESSION TOTAL 15

-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-  
-o-o-o-o-o-o-o-o-  
-o-o-o-  
-o-

## PL.2 Schéma fonctionnel



C<sub>BP</sub> Compresseur B.P

C<sub>HP</sub> Compresseur H.P

CC chambre de combustion

T<sub>HP</sub> turbine H.P

T<sub>BP</sub> turbine B.P

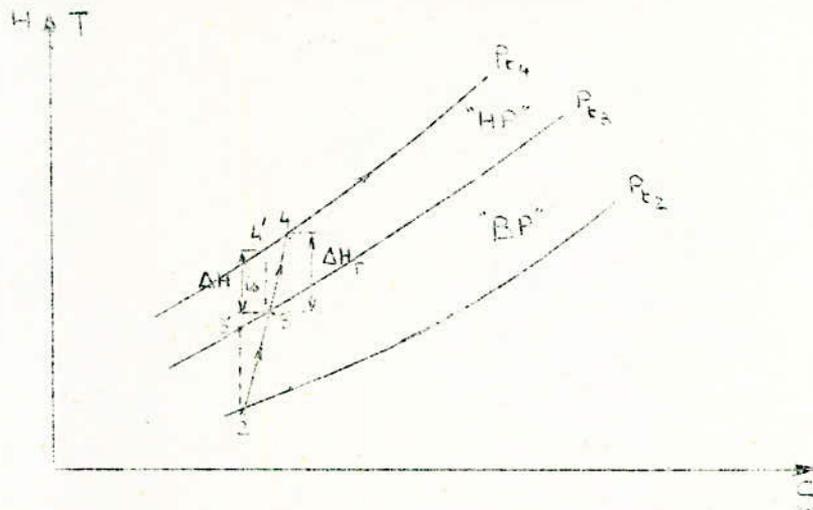
TL turbine libre

A - DIMENSIONNEMENT GEOMETRIQUE DU COMPRESSEUR H.P. :

CARACTERISTIQUES DU  
COMPRESSEUR HAUTE-PRESSION "H.P."  
=====

Pression totale à l'entrée	: $P_{to} = 5 \times 1,013 = 5,065$ bars
Température totale à l'entrée	: $T_{to} = 486$ °K
Débit d'air	: $\dot{m}_a = 30$ kg/s
Rapport de pression totale	: $\frac{P_{t4}}{P_{t3}} = 3 = r^2$
Vitesse de rotation	: $N = 16000$ t/mn
Vitesse periferique au rayon moyen	: $U_m = 250$ m/s
Vitesse axiale	: $C_a = 120$ m/s
Degré de réaction	: $\epsilon = 50$ %
Efficacité adiabatique du compresseur	: $\eta_{ac} = 0,80$

3-1 - Calcul de la charge totale du compresseur H.P. :



On appelle rendement adiabatique du compresseur, le rapport :

$$\eta_{ac} = \frac{DH_{is}}{\Delta H_r} = \frac{c_p (T_{t4'} - T_{t3})}{c_p (T_{t4} - T_{t3})} = \frac{DT_{is}}{DT_r} \quad (1)$$

d'où la charge théorique (isentropique) du compresseur :

$$DH_{is} = C_p (T_{t4'} - T_{t3})$$

$$DH_{is} = C_p \left( \frac{T_{t4'} - 1}{\frac{T_{t3}}{}} \right) = T_{t3}$$

$$\text{avec } \frac{T_{t4'}}{T_{t3}} = \left( \frac{P_{t4'}}{P_{t3}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \neq \left( \frac{P_{t4}}{P_{t3}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

soit :

$$DH_{is} = C_p T_{t3} \left[ \left( \frac{P_{t4}}{P_{t3}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] \quad (2)$$

La charge réelle du compresseur sera déduite des relations (1) et (2)

$$DH_t = \frac{DH_{is}}{\eta_{ac}} = \frac{C_p T_{t3}}{\eta_{ac}} \left[ \left( \frac{P_{t4}}{P_{t3}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] \quad (3)$$

La relation (1) peut s'écrire en faisant intervenir le rendement polytropique :

$$\eta_{ac} = \frac{DT_{is}}{DT_r} = \frac{\left(\frac{P_{t4}}{P_{t3}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{\left(\frac{P_{t4}}{P_{t3}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma} \eta_{poly}}} = \frac{\left(\frac{P_{t4}}{P_{t3}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{\left(\frac{P_{t4}}{P_{t3}}\right)^{\frac{k-1}{k}}} \quad (1)$$

avec  $\eta_{Poly} = \frac{\gamma-1}{\gamma}$   $k$  : Coefficient polytropique.

$$= \frac{\gamma-1}{\frac{k-1}{k}}$$

L'équation (2) devient :

$$DH_r = C_p T_{t3} \left[ \left(\frac{P_{t4}}{P_{t3}}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] \quad (3')$$

Pour  $\eta_{ac} = 0,80$  on en déduit d'après la courbe (PL.3)

$$\eta_{poly} = 0,835 \text{ et } k = 1,53$$

Calcul de la valeur de  $DH_r$  :

$$DH_r = 10^3 \cdot 486 \left[ \left(\frac{0,53}{1,53}\right)^{\frac{1,53-1}{1,53}} - 1 \right] = 22610^3 \text{ J/kg}$$

### 3.2 - Choix de la charge par étage :

Pour des vitesses périphériques "U" de l'ordre de 200 à 300 /s, on arrive à des  $DT_{re}$  de l'ordre de 20 à 30° pour l'air avec les étages des machines subsoniques.

on choisira  $DT_{re} = 22,6^\circ$

d'où  $DH_{re} = 22,6 \times 10^3 \text{ J/kg}$

On prendra un compresseur périodique, les valeurs de  $DH_{re}$

sont constantes .

### 3.21 - Calcul du nombre d'étage :

Pour "n" étages on a alors  $DH_r = n DH_{re}$

soit  $n = \frac{DH_r}{DH_{re}} = \frac{22610^3}{22,610^3} = 10$

$$n = 10 \text{ étages}$$

3.3 - Calcul du taux de compression et de la température totale après chaque étage :

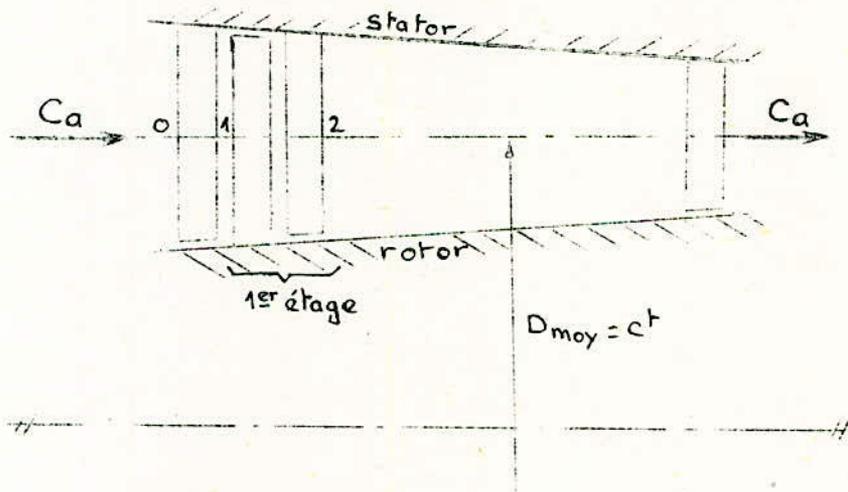
de l'équation (3) on a :

$$r_{ij} = \left[ 1 + \frac{DHr \text{ étage}}{C_p T_{ti}} \right] \frac{k}{k-1} \quad (4)$$

Vérification du coefficient manométrique par étage :

$$\mu = \frac{(DHr)^B}{v^2} = \frac{22,610^3}{250^2} = 0,3616$$

Valeur acceptable car :  $0,25 < \mu < 0,5$



1er étage :

$$r_{12} = \left[ 1 + \frac{DHre}{c_p T_{ti}} \right] \frac{k}{k-1}$$

$$T_{to} = T_{t2} = 486 \text{ AK}$$

$$r_{12} = \left[ 1 + \frac{22,610^3}{10^3 \cdot 486} \right] \frac{1,53}{0,53} = 1,1402$$

$$r_{12} = 1,1402$$

2ème étage :

Calcul de la température à la sortie du 1er étage :

$$DT_{re} = \frac{DHre}{c_p} = T_{t2} - T_{t1}$$

$$T_{t2} = T_{t1} + \frac{DH_{re}}{c_p} = 486 + 22,6 = 508,6 \text{ K}$$

$$T_{t2} = 508,6 \text{ K}$$

$$r_{23} = \left[ 1 + \frac{DH_{re}}{c_p T_{t2}} \right]^{\frac{k}{k-1}} = \left[ 1 + \frac{22,610^3}{10^3 \times 508,6} \right]^{\frac{1,53}{0,53}} = 1,1337$$

$$r_{23} = 1,1337$$

3ème étage :

-Calcul de la température à la sortie du 2ème étage :

$$T_{t3} = T_{t2} + \frac{DH_{re}}{c_p} = 508,6 + 22,6 = 531,2 \text{ K}$$

$$T_{t3} = 531,2 \text{ K}$$

$$r_{34} = \left[ 1 + \frac{DH_{re}}{c_p T_{t3}} \right]^{\frac{k}{k-1}} = \left[ 1 + \frac{22,610^3}{10^3 \times 531,2} \right]^{\frac{1,53}{0,53}} = 1,1278$$

$$r_{34} = 1,1278$$

4ème étage :

-Calcul de la température à la sortie du 3ème étage :

$$T_{t4} = T_{t3} + \frac{DH_{re}}{c_p} = 531,2 + 22,6 = 553,8 \text{ K}$$

$$T_{t4} = 553,8 \text{ K}$$

$$r_{45} = \left[ 1 + \frac{DH_{re}}{c_p T_{t4}} \right]^{\frac{k}{k-1}} = \left[ 1 + \frac{22,610^3}{10^3 \times 553,8} \right]^{\frac{1,53}{0,53}} = 1,1224$$

$$r_{45} = 1,1224$$

5ème étage :

- Calcul de la température à la sortie du 4ème étage :

$$T_{t5} = T_{t4} + \frac{DH_{re}}{cp} = 553,8 + 22,6 = 576,4 \text{ K}$$

$$T_{t5} = 576,4 \text{ K}$$

$$r_{56} = \left[ 1 + \frac{DH_{re}}{cp T_{t5}} \right]^{\frac{k}{k-1}} = \left[ 1 + \frac{22,610^3}{10^3 \cdot 576,4} \right]^{\frac{1,53}{0,53}} = 1,1174$$

$$r_{56} = 1,1174$$

6ème étage :

- Calcul de la température à la sortie du 5ème étage :

$$T_{t6} = T_{t5} + \frac{DH_{re}}{cp} = 576,4 + 22,6 = 599 \text{ K}$$

$$T_{t6} = 599 \text{ K}$$

$$r_{67} = \left[ 1 + \frac{DH_{re}}{cp T_{t6}} \right]^{\frac{k}{k-1}} = \left[ 1 + \frac{22,610^3}{10^3 \cdot 599} \right]^{\frac{1,53}{0,53}} = 1,1128$$

$$r_{67} = 1,1128$$

7ème étage :

- Calcul de la température à la sortie du 6ème étage :

$$T_{t7} = T_{t6} + \frac{DH_{re}}{cp} = 599 + 22,6 = 621,6 \text{ K}$$

$$T_{t7} = 621,6 \text{ K}$$

$$r_{78} = \left[ 1 + \frac{DH_{re}}{cp T_{t7}} \right]^{\frac{k}{k-1}} = \left[ 1 + \frac{22,610^3}{10^3 \times 621,6} \right]^{\frac{1,53}{0,53}} = 1,1086$$

$$r_{78} = 1,1086$$

8ème étage :

- Calcul de la température à la sortie du 7ème étage :

$$T_{t8} = T_{t7} + \frac{DH_{re}}{cp} = 621,61 + 22,6 = 644,2 \text{ K}$$

$$T_{t8} = 644,2 \text{ K}$$

$$r_{89} = \left[ 1 + \frac{DH_{re}}{cp T_{t8}} \right]^{\frac{k}{k-1}} = \left[ 1 + \frac{22,6 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 644,2} \right]^{\frac{1,53}{0,53}} = 1,1047.$$

$$r_{89} = 1,1047$$

9ème étage :

- Calcul de la température à la sortie du 8ème étage :

$$T_{t9} = T_{t8} + \frac{DH_{re}}{cp} = 644,2 + 22,6 = 666,8 \text{ K}$$

$$T_{t9} = 666,8 \text{ K}$$

$$r_{910} = \left[ 1 + \frac{DH_{re}}{cp T_{t9}} \right]^{\frac{k}{k-1}} = \left[ 1 + \frac{22,6 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 666,8} \right]^{\frac{1,53}{0,53}} = 1,1010$$

$$r_{910} = 1,1010$$

10ème étage :

- Calcul de la température à la sortie du 9ème étage :

$$T_{t10} = T_{t9} + \frac{DH_{re}}{cp} = 666,8 + 22,6 = 689,4 \text{ K}$$

$$T_{t10} = 689,4 \text{ K}$$

$$r_{1011} = \left[ 1 + \frac{DH_{re}}{cp T_{t10}} \right]^{\frac{k}{k-1}} = \left[ 1 + \frac{22,6 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 689,4} \right]^{\frac{1,53}{0,53}} = 1,0976$$

$$r_{1011} = 1,0976$$

-Calcul de la température à la sortie du 10ème étage :

$$T_{t11} = T_{t10} + \frac{DH_{re}}{cp} = 689,4 + 22,6 = 712 \text{ K}$$

$$T_{t11} = T_{t10} = 712 \text{ K}$$

Vérification du taux de compression globale du compresseur H.P. :

$$r_2 = \frac{P_{t4}}{P_{t3}} = r_{12} \times r_{23} \times r_{34} \times r_{45} \times r_{56} \times r_{67} \times r_{78} \times r_{89} \\ \times r_{910} \times r_{1011}.$$

$$r_2 = 1,11402 \times 1,1337 \times 1,1278 \times 1,1224 \times 1,1174 \times 1,1128 \times 1,1086 \times \\ 1,1047 \times 1,1010 \times 1,0976$$

$$r_2 = 3,01$$

On vérifie bien la valeur initiale.

### 3.4 - CALCUL DES PRESSIONS TOTALES A LA SORTIE DE CHAQUE ETAGE :

- A l'entrée du compresseur H.P la pression est :

$$P_{t0} = 5,065 \text{ bars.}$$

- La pression à l'entrée du 1er étage est :

$$P_{t1} = P_{t0} = 5,065 \text{ bars}$$

- Pression totale à la sortie du 1er étage :

$$\text{On a : } r_{12} = \frac{P_{t2}}{P_{t1}}$$

$$\text{d'où } P_{t2} = P_{t1} \times r_{12} = 5,065 \times 1,1402 = 5,775 \text{ bars.}$$

$$P_{t2} = 5,775 \text{ bars}$$

- Pression totale à la sortie du 2ème étage :

$$r_{23} = \frac{P_{t3}}{P_{t2}}$$

$$\text{d'où } P_{t3} = P_{t2} \times r_{23} = 5,775 \times 1,1337 = 6,547 \text{ bars}$$

$$P_{t3} = 6,547 \text{ bars}$$

- Calcul de la pression totale à la sortie du 3ème étage :

$$r_{34} = \frac{P_{t4}}{P_{t3}}$$

$$\text{d'où } P_{t4} = P_{t3} \times r_{34} = 6,547 \times 1,1278 = 7,384 \text{ bars.}$$

$$P_{t4} = 7,384 \text{ bars}$$

- Calcul de la pression totale à la sortie du 4ème étage :

$$r_{45} = \frac{P_{t5}}{P_{t4}}$$

$$\text{d'où } P_{t5} = P_{t4} \times r_{45} = 7,384 \times 1,1224 = 8,288 \text{ bars}$$

$$P_{t5} = 8,288 \text{ bars}$$

- Calcul de la pression totale à la sortie du 5ème étage :

$$r_{56} = \frac{P_{t6}}{P_{t5}}$$

$$\text{d'où } P_{t6} = P_{t5} \times r_{56} = 8,288 \times 1,1174 = 9,261 \text{ bars}$$

$$P_{t6} = 9,261 \text{ bars}$$

- Calcul de la pression totale à la sortie du 6ème étage :

$$r_{67} = \frac{P_{t7}}{P_{t6}}$$

$$\text{d'où } P_{t7} = P_{t6} \times r_{67} = 9,261 \times 1,1128 = 10,305 \text{ bars}$$

$$\boxed{P_{t7} = 10,305 \text{ bars}}$$

- Calcul de la pression totale à la sortie du 7ème étage :

$$r_{78} = \frac{P_{t8}}{P_{t7}}$$

$$\text{d'où } P_{t8} = P_{t7} \times r_{78} = 10,305 \times 1,1086 = 11,424 \text{ bars}$$

$$\boxed{P_{t8} = 11,424 \text{ bars}}$$

- Calcul de la pression totale à la sortie du 8ème étage :

$$r_{89} = \frac{P_{t9}}{P_{t8}}$$

$$\text{d'où } P_{t9} = P_{t8} \times r_{89} = 11,424 \text{ bars} \times 1,1047 = 12,620 \text{ bars}$$

$$\boxed{P_{t9} = 12,620 \text{ bars}}$$

- Calcul de la pression totale à la sortie du 9ème étage :

$$r_{910} = \frac{P_{t10}}{P_{t9}}$$

$$\text{d'où } P_{t10} = P_{t9} \times r_{910} = 12,620 \times 1,1010 = 13,895 \text{ bars}$$

$$\boxed{P_{t10} = 13,895 \text{ bars}}$$

- Calcul de la pression totale à la sortie du 10ème étage :

$$r_{1011} = \frac{P_{t11}}{P_{t10}}$$

d'

$$\text{d'où } P_{t11} = P_{t10} \times r_{1011} = 13,895 \times 1,0976 = 15,251 \text{ Bar}$$

$$\boxed{P_{t11} = 15,251 \text{ bars}}$$

35 Calcul de la masse volumique à l'entrée des axes directrices

La vitesse axiale "Ca" est constante tout le long du compresseur.

$$C_a = 120 \text{ m/s} = C^{te}$$

$$T_o = T_{to} - \frac{1}{2} \frac{C_a^2}{C_p} = 486 - \frac{1}{2} \frac{120^2}{1000} = 486 - 7,2 = 478,8 \text{ K}$$

$$\boxed{T_o = 478,8 \text{ K}}$$
 température statique à l'entrée du compresseur.

\* Calcul de la pression statique à l'entrée du compresseur :

Dans le cas d'un fluide compressible on a,

$$\frac{P_o}{P_{to}} = \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_o^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\text{avec } M_o = \frac{C_a}{(\gamma \cdot r \cdot T_o)^{1/2}} = \frac{120}{\sqrt{1,4 \times 287 \times 478,8}} = 0,274.$$

$$\Rightarrow \frac{P_o}{P_{to}} = 0,950.$$

$$\text{d'où } P_o = P_{to} \times 0,950 = 5,065 \times 0,950 = 4,812 \text{ ba}$$

$$\boxed{P_o = 4,812 \text{ ba}}$$

masse volumique à l'entrée du compresseur

$$\rho_o = \frac{P_o}{r T_o} = \frac{4,812 \cdot 10^5}{287 \times 478,8} = 3,50 \text{ kg/m}^3$$

\* Calcul de la masse volumique à l'entrée du 1er étage :

- Température statique à l'entrée du 1er étage :

$$T_1 = T_{t1} - \frac{1}{2} \frac{C_{1m}^2}{c_p}$$

$C_{1m}$  : vitesse absolue au diamètre moyen.

- Calcul de la vitesse absolue au diamètre moyen du 1er étage.

Le diamètre moyen du compresseur sera constant :

$$D_m = \frac{60 \times U_m}{N} = \frac{60 \times 250}{3,14 \times 1610} = 0,2985 \text{ m}$$

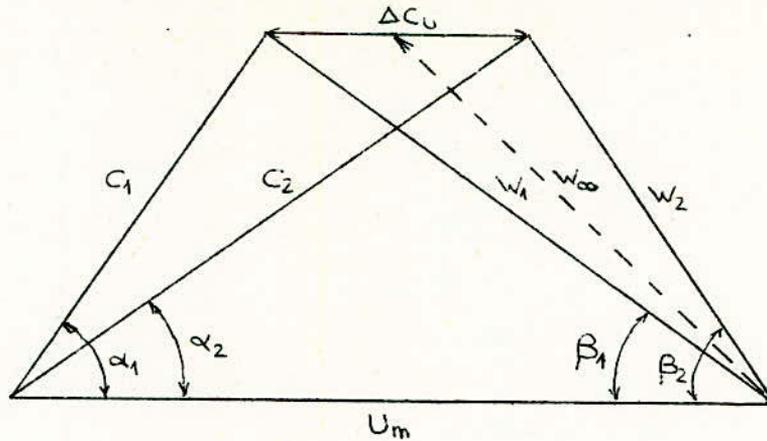
$$\boxed{D_m = 0,2985 \text{ m}}$$

$$\Delta H_{re} = U_m \times \Delta C_u$$

$$\text{d'où } \Delta C_u = \frac{\Delta H_{re}}{U_m} = \frac{22,6 \cdot 10^3}{250} = 90,5 \text{ m/s}$$

$$\boxed{\Delta C_u = C_{1u} - C_{2u} = 90,5 \text{ m/s}}$$

Triangle des vitesses au rayon moyen <sup>avec</sup> un degré de réaction  $\xi = 50\%$



\* Calcul des éléments du triangle des vitesses au rayon moyen :

$$w_{\infty u} = \xi \times U_m = 0,5 \times 250 = 125 \text{ m/s}$$

$$w_{\infty u} = 125 \text{ m/s}$$

$$C_{fa} = C_a = 120 \text{ m/s}$$

$$C_{1u} = \frac{U_m}{2} - \frac{C_u}{2} = \frac{250}{2} - \frac{90,5}{2} = 79,75 \text{ m/s}$$

$$C_{1u} = 79,75 \text{ m/s}$$

$$C_1 = \sqrt{C_a^2 + C_{1u}^2} = \sqrt{120^2 + 79,75^2} = 145 \text{ m/s}$$

$$C_1 = w_2 = 145 \text{ m/s}$$

$$C_{2u} = U_m - C_{14} = 250 - 80 = 170 \text{ m/s}$$

$$C_{2u} = 170 \text{ m/s}$$

$$C_2 = \sqrt{C_a^2 + C_{2u}^2} = \sqrt{120^2 + 170^2} = 208 \text{ m/s}$$

$$C_2 = W_1 = 208 \text{ m/s}$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{C_a}{C_1} = \frac{120}{145} = 0,8276$$

$$\alpha_1 = \beta_2 = 55^\circ 51'$$

$$\sin \beta_1 = \frac{C_a}{W_1} = \frac{120}{208} = 0,5769$$

$$\beta_1 = \alpha_2 = 35^\circ 14'$$

$$\text{d'où } T_1 = 486 - \frac{1}{2} \frac{145^2}{10^3} = 475,5 \text{ K}$$

$$T_1 = 475,5 \text{ K}$$

- Calcul de la pression statique à l'entrée du 1er étage :

$$M_1 = \frac{C_1 m}{\sqrt{\gamma \cdot r \cdot T_1}} = \frac{145}{\sqrt{1,4 \times 287 \times 475,5}} = 0,332$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{P_{t_1}} = 0,927$$

$$\text{d'où } P_1 = P_{t_1} \times 0,927 = 5,065 \times 0,927 = 4,70 \text{ bars}$$

- Masse volumique à l'entrée du 1er étage :

$$\rho_1 = \frac{P_1}{r \cdot T_1} = \frac{4,70 \times 10^5}{287 \times 475,5} = 3,44 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_1 = 3,44 \text{ kg/m}^3$$

- Calcul des masses volumiques devant les différents étages :

-Pour cela, on doit d'abord calculer les températures et pressions statiques :

Le rapport de compression statique global est :

$$r_s = \frac{P_{11}}{P_1}$$

A la sortie du dernier étage le fluide sort à la vitesse axiale  $C_u = 120$  m/s, ainsi qu'à l'entrée du compresseur, pour cette raison le premier et le dernier stator ne sont pas construit avec le même calage que les autres.

$$T_{11} = T_{t11} - \frac{1}{2} \cdot \frac{C_u^2}{c_p}$$

$$T_{11} = 712 - 7,2 = 704,8 \text{ K}$$

$$\boxed{T_{11} = 704,8 \text{ K}}$$

Pour un fluide compressible on a :

$$\frac{P_{t11}}{P_{11}} = \left[ 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{11}^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$M_{11} = \frac{C_u}{\sqrt{\gamma \cdot r \cdot T_{11}}} = \frac{120}{\sqrt{1,4 \times 287 \times 704,8}} = 0,226$$

$$\frac{P_{11}}{P_{t11}} = 0,965$$

$$\text{d'où } P_{11} = 15,251 \times 0,965 = 14,716 \text{ bars}$$

$$\boxed{P_{11} = 14,716 \text{ bars}}$$

Masse volumique à la sortie du 10ème étage :

$$\rho_{11} = \frac{P_{11}}{r T_{11}} = \frac{14,71610^5}{287 \times 704,8} = 7,275 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{11} = 7,275 \text{ kg/m}^3$$

Rapport de compression statique global :

$$r_s = \frac{P_{11}}{P_1} = \frac{14,716}{4,70} = 3,131$$

$$r_s = 3,131$$

- Calcul de la charge statique réelle totale :

$$DH_{sr} = c_p T_0 \left[ r_s^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

$$DH_{sr} = 10^3 \cdot 478,8 \left[ (3,131)^{\frac{0,53}{1,53}} - 1 \right] = 232 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$$

$$DH_{sr} = 232 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$$

Charge statique par étage :

$$(DH_s)_e = \frac{DH_{sr}}{n} = \frac{231 \cdot 10^3}{10} = 23,210^3 \text{ J/kg}$$

$$(DH_s)_e = 23,210^3 \text{ J/kg} = c^{\text{te}}$$

Les taux de compression statique par étage sont données par la relation suivante :

$$(r_s)_{ij} = \left[ 1 + \frac{(DH_s)_e}{c_p T_i} \right]^{\frac{k}{k-1}} \quad (5)$$

Taux de compression statique dans le 1er étage :

$$(r_s)_{12} = \left[ 1 + \frac{(DH_s)_e}{c_p T_1} \right]^{\frac{k}{k-1}} = \left[ 1 + \frac{23,210^3}{10^3 \cdot 475,5} \right]^{\frac{1,53}{0,53}} = 1,1474$$

$$(r_s)_{12} = 1,1474$$

$$(r_s)_{12} = \frac{P_2}{P_1}$$

d'où  $P_2 = (r_s)_{12} \times P_1 = 1,1474 \times 4,7 = 5,39$  bars

$$P_2 = 5,39 \text{ bars}$$

$$T_2 = T_1 + \frac{(DH_s)_c}{c_p} = 475,5 + 23,2 = 498,7 \text{ K}$$

$$T_2 = 498,7 \text{ K}$$

-Calcul de la masse volumique à l'entrée du 2ème étage :

$$\rho_2 = \frac{P_2}{r T_2} = \frac{5,3910^5}{287 \times 498,7} = 3,765 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_2 = 3,765 \text{ kg/m}^3$$

-Calcul de  $(r_s)_{23}$  ;  $P_3$  ;  $T_3$  et  $\rho_3$  :

$$(r_s)_{23} = \left[ 1 + \frac{(DH_s)_c}{c_p T^2} \right]^{\frac{k}{k-1}} = \left[ 1 + \frac{23,2 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 498,7} \right]^{0,53} = 1,1403$$

$$(r_s)_{23} = 1,1403$$

$$P_3 = (r_s)_{23} \times P_2 = 1,1403 \times 5,39 = 6,146 \text{ bars}$$

$$P_3 = 6,146 \text{ bars}$$

$$T_3 = T_2 + \frac{(DH_s)_c}{c_p} = 498,7 \text{ K} + 23,2 = 521,9 \text{ K}$$

$$T_3 = 521,9 \text{ K}$$

$$\rho_3 = \frac{P_3}{r T_3} = \frac{6,146 \cdot 10^5}{287 \times 521,9} = 4,1032 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_3 = 4,1032 \text{ kg/m}^3$$

- Calcul de  $(r_s)_{34}$  ;  $P_4$  ;  $T_4$  et  $\rho_4$  :

$$(r_s)_{34} = \left[ \frac{1 + \frac{(DH_s)_2}{cp T_3}}{\kappa - 1} \right]^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} = \left[ \frac{1 + \frac{23,2 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 521,9}}{0,53} \right]^{\frac{1,53}{0,53}} = 1,1338$$

$$(r_s)_{34} = 1,1338$$

$$P_4 = (r_s)_{34} \times P_3 = 1,1338 \times 6,146 = 6,968 \text{ bars.}$$

$$P_4 = 6,968 \text{ bars}$$

$$T_4 = T_3 + \frac{(DH_s)_2}{cp} = 521,9 + 23,2 = 545,1 \text{ K}$$

$$\rho_4 = \frac{6,968 \cdot 10^5}{287 \times 545,1} = 4,454 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_4 = 4,454 \text{ kg/m}^3$$

- Calcul de  $(r_s)_{45}$  ;  $P_5$  ;  $T_5$  et  $\rho_5$  :

$$(r_s)_{45} = \left[ \frac{1 + \frac{23,2 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 545,1}}{0,53} \right]^{\frac{1,53}{0,53}} = 1,12786$$

$$P_5 = (r_s)_{45} \times P_4 = 1,12786 \times 6,968 = 7,86 \text{ bars}$$

$$T_5 = T_4 + \frac{(DH_s)_2}{cp} = 545,11 + 23,2 = 568,3 \text{ K}$$

$$T_5 = 568,3 \text{ K}$$

$$\rho_5 = \frac{P_5}{r T_5} = \frac{7,86 \cdot 10^5}{287 \cdot 568,3} = 4,82 \text{ bars}$$

$$\rho_5 = 4,82 \text{ bars}$$

- Calcul de  $(r_s)_{56}$  ;  $P_6$  ;  $T_6$  et  $\rho_6$  :

$$(r_s)_{56} = \left[ 1 + \frac{(DH_s)_e}{c_p T_5} \right]^{\frac{k}{k-1}} = \left[ 1 + \frac{23,2 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 568,3} \right]^{\frac{1,53}{0,53}} = 1,1224$$

$$(r_s)_{56} = 1,1224$$

$$P_6 = (r_s)_{56} \times P_5 = 1,1224 \times 7,86 = 8,82 \text{ bars}$$

$$P_6 = 8,82 \text{ bars}$$

$$T_6 = T_5 + \frac{(DH_s)_e}{c_p} = 568,3 + 23,2 = 591,5 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$T_6 = 591,5 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$\rho_6 = \frac{P_6}{r T_6} = \frac{8,82 \cdot 10^5}{287 \times 591,5} = 5,195 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_6 = 5,195 \text{ kg/m}^3$$

- Calcul de  $(r_s)_{67}$  ;  $P_7$  ;  $T_7$  et  $\rho_7$  :

$$(r_s)_{67} = \left[ 1 + \frac{(DH_s)_e}{c_p T_6} \right]^{\frac{k}{k-1}} = \left[ 1 + \frac{23,2 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 591,5} \right]^{\frac{1,53}{0,53}} = 1,1175$$

$$(r_s)_{67} = 1,1175$$

$$P_7 = (r_s)_{67} \times P_6 = 1,1175 \times 8,82 = 9,86 \text{ bars}$$

$$P_7 = 9,86 \text{ bars}$$

$$T_7 = T_6 + \frac{(DH_s)_e}{c_p} = 591,5 + 23,2 = 614,7 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$T_7 = 614,7 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$\rho_7 = \frac{P_7}{r T_7} = \frac{9,86 \cdot 10^5}{287 \cdot 614,7} = 5,59 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_7 = 5,59 \text{ kg/m}^3$$

- Calcul de  $(r_s)_{78}$  ;  $P_8$  ;  $T_8$  et  $\rho_8$  :

$$(r_s)_{78} = \left[ 1 + \frac{(DH_s)_e}{c_p T_7} \right]^{\frac{k}{k-1}} = \left[ 1 + \frac{23,2 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 614,7} \right]^{\frac{1,53}{0,53}} = 1,1129$$

$$(r_s)_{78} = 1,1129$$

$$P_8 = (r_s)_{78} \times P_7 = 1,1129 \times 9,86 = 10,97 \text{ bars}$$

$$P_8 = 10,97 \text{ bars}$$

$$T_8 = T_7 + \frac{(DH_s)_e}{c_p} = 614,7 + 23,2 = 637,9 \text{ AK}$$

$$T_8 = 637,9 \text{ AK}$$

$$\rho_8 = \frac{P_8}{r T_8} = \frac{10,97 \cdot 10^5}{287 \cdot 637,9} = 5,99 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_8 = 5,99 \text{ kg/m}^3$$

- Calcul de  $(r_s)_{89}$  ;  $P_9$  ;  $T_9$  ; et  $\rho_9$  :

$$(r_s)_{89} = \left[ 1 + \frac{(DH_s)_e}{c_p T_8} \right]^{\frac{k}{k-1}} = \left[ 1 + \frac{23,2 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 637,9} \right]^{\frac{1,53}{0,53}} = 1,1086$$

$$(r_s)_{89} = 1,1086$$

$$P_9 = (r_s)_{89} \times P_8 = 1,1086 \times 10,97 = 12,16 \text{ bars}$$

$$P_9 = 12,16 \text{ bars}$$

$$T_9 = T_8 + \frac{(DH_s)_e}{c_p} = 637,9 + 23,2 = 661,1 \text{ AK}$$

$$T_9 = 661,1 \text{ K}$$

$$\rho_9 = \frac{P_9}{r T_9} = \frac{12,16 \cdot 10^5}{287 \cdot 661,1} = 6,41 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_9 = 6,41 \text{ kg/m}^3$$

- Calcul de  $(r_s)_{910}$  ;  $P_{10}$  ;  $T_{10}$  et  $\rho_{10}$  :

$$(r_s)_{910} = \left[ 1 + \frac{(DH_s)_e}{c_p T_9} \right]^{\frac{k}{k-1}} = \left[ 1 + \frac{23,2 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 661,1} \right]^{\frac{1,53}{0,53}} = 1,1047$$

$$(r_s)_{910} = 1,1047$$

$$P_{10} = (r_s)_{910} \times P_9 = 1,1047 \times 12,16 = 13,43 \text{ bars}$$

$$P_{10} = 13,43 \text{ bars}$$

$$T_{10} = T_9 + \frac{(DH_s)_e}{c_p} = 661,1 + 23,2 = 684,3 \text{ K}$$

$$T_{10} = 684,3 \text{ K}$$

$$\rho_{10} = \frac{P_{10}}{r T_{10}} = \frac{13,43 \cdot 10^5}{287 \cdot 684,3} = 6,84 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{10} = 6,84 \text{ kg/m}^3$$

- Le calcul de ces différentes masses volumiques va nous permettre de dimensionner le compresseur; On sait que les sections de passage diminuent dans le rapport des masses volumiques tout en gardant constant la valeur de la vitesse axiale.

### 3 - 6. DIMENSIONNEMENT DU COMPRESSEUR H.P. :

2.61 - Calcul des diamètres intérieur et extérieur de chaque roue :

On appliquera pour cela l'équation de conservation de matière (ou équation de continuité).

$$\dot{m} = S_i \cdot \rho_i \cdot c_a \quad (6)$$

$$\text{d'où } S_i = \frac{\dot{m}}{\rho_i c_a}$$

$S_i$  : Sont les sections annulaires calculées comme s'il n'y avait pas d'aubes.

$$S_i = \frac{\pi (D_i^2 - d_i^2)}{4} \quad (7)$$

Le diamètre moyen ( $D_m$ ) est constant tout le long du compresseur.

$$D_m = \frac{D_i + d_i}{2} \quad (8)$$

Des équations (6), (7) et (8), on tire les relations suivantes :

$$d_i = D_m - \frac{\dot{m}}{\pi D_m \rho_i c_a} \quad (9)$$

$$D_i = D_m + \frac{\dot{m}}{\pi D_m \rho_i c_a} \quad (10)$$

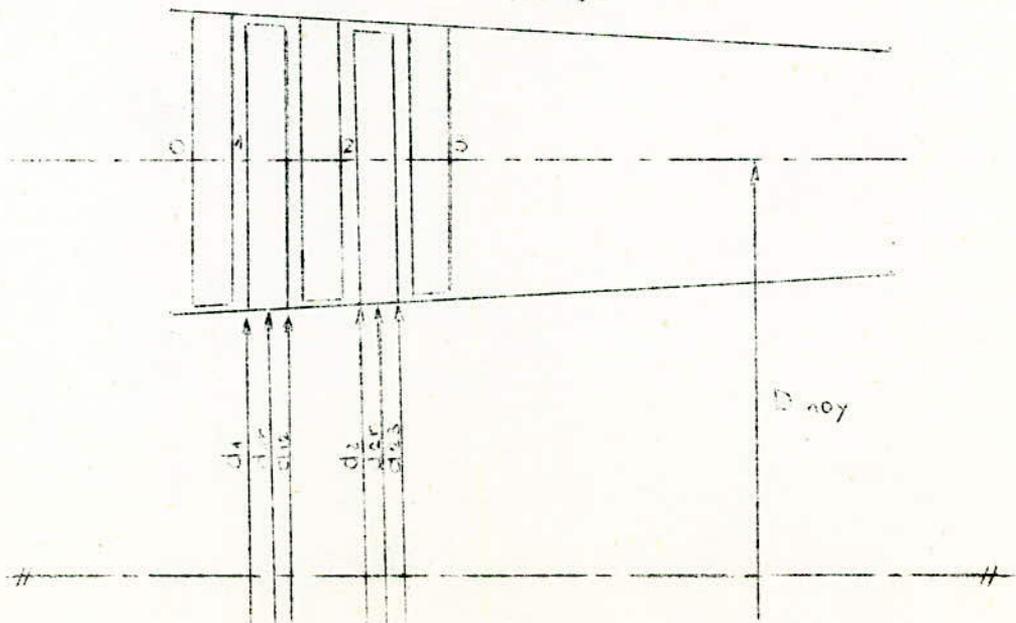
La relation (9) donne les diamètres intérieurs

La relation (10) donne les diamètres extérieurs.

avec  $D_m = 0,2985 \text{ m}$

$\dot{m} = 30 \text{ kg/s}$

$c_a = 120 \text{ m/s}$



1ère roue :

$$d_1 = D_m - \frac{0}{\pi D_m Ca f_1} = 0,2985 - \frac{30}{3,14 \times 0,2985 \times 120 \times 3,44} = 0,2985 - 0,07749$$

$$d_1 = 0,2210 \text{ m}$$

$$D_1 = D_m + \frac{0}{\pi D_m Ca f_1} = 0,2985 + \frac{30}{3,14 \times 0,2985 \times 120 \times 3,44} = 0,2985 + 0,07749$$

$$D_1 = 0,3760 \text{ m}$$

2ème roue :

$$d_2 = D_m - \frac{0}{\pi D_m Ca f_2} = 0,2985 - \frac{0,2666}{3,765} = 0,2985 - 0,07081$$

$$d_2 = 0,2277 \text{ m}$$

$$D_2 = D_m + \frac{0}{\pi D_m Ca f_2} = 0,2985 + 0,07081$$

$$D_2 = 0,3693 \text{ m}$$

3ème roue :

$$d_3 = D_m - \frac{K}{f_3} = 0,2985 - \frac{0,2666}{4,1032} = 0,2985 - 0,06497$$

$$\text{avec } K = \frac{0}{\pi D_m Ca} = 0,2666$$

$$d_3 = 0,2335 \text{ m}$$

$$D_3 = D_m + \frac{K}{f_3} = 0,2985 + 0,06497$$

$$D_3 = 0,3635 \text{ m}$$

4ème roue :

$$d_4 = Dm - \frac{k}{f_4} = 0,2985 - \frac{0,2666}{4,46} = 0,2985 - 0,05985$$

$$d_4 = 0,2386 \text{ m}$$

$$D_4 = Dm + \frac{K}{f_4} = 0,2985 + 0,05977$$

$$D_4 = 0,3584 \text{ m}$$

5ème roue :

$$d_5 = Dm - \frac{K}{f_5} = 0,2985 - \frac{0,2666}{4,82} = 0,2985 - 0,05531$$

$$d_5 = 0,2432 \text{ m}$$

$$D_5 = Dm + \frac{K}{f_5} = 0,2985 + 0,05531$$

$$D_5 = 0,3538 \text{ m}$$

6ème roue

$$d_6 = Dm - \frac{K}{f_6} = 0,2985 - \frac{0,2666}{5,195} = 0,2985 - 0,051317$$

$$d_6 = 0,2472 \text{ m}$$

$$D_6 = Dm + \frac{K}{f_6} = 0,2985 + 0,051317$$

$$D_6 = 0,3498 \text{ m}$$

7ème roue :

$$d_7 = Dm - \frac{K}{f_7} = 0,2985 - \frac{0,2666}{5,59} = 0,2985 - 0,04769$$

$$d_7 = 0,2508 \text{ m}$$

$$D_7 = Dm + \frac{K}{f_7} = 0,2985 + 0,04769$$

$$D_7 = 0,3462 \text{ m}$$

8ème roue :

$$d_8 = Dm - \frac{K}{f_8} = 0,2985 - \frac{0,2666}{5,99} = 0,2985 - 0,044506$$

$$d_8 = 0,2540 \text{ m}$$

$$D_8 = Dm + \frac{K}{f_8} = 0,2985 + 0,044506$$

$$D_8 = 0,3430 \text{ m}$$

9ème roue :

$$d_9 = Dm - \frac{K}{f_9} = 0,2985 - \frac{0,2666}{6,41} = 0,2985 - 0,04159$$

$$d_9 = 0,2569 \text{ m}$$

$$D_9 = Dm + \frac{K}{f_9} = 0,2985 + 0,04159$$

$$D_9 = 0,3401 \text{ m}$$

10ème roue :

$$d_{10} = Dm - \frac{K}{f_{10}} = 0,2985 - \frac{0,2666}{6,84} = 0,2985 - 0,038975$$

$$d_{10} = 0,2595 \text{ m}$$

$$D_{10} = D_m + \frac{K}{f_{10}} = 0,2985 + 0,088975$$

$$D_{10} = 0,3375 \text{ m}$$

3.62 - Calcul des diamètres intérieur et extérieur à la sortie de chaque rotor (d<sub>ij</sub> et D<sub>ij</sub>); G-détermine pour cela d'abord les masses volumiques moyennes pour chaque étage (S<sub>ij</sub>)

1ère étage :

$$S_{12} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} = \frac{3,44 + 3,765}{2} = 3,6025 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{12} = 3,6025 \text{ kg/m}^3$$

$$d_{12} = D_m - \frac{K}{f_{12}} = 0,2985 - \frac{0,2666}{3,6025} = 0,2985 - 0,07400$$

$$d_{12} = 0,2245 \text{ m}$$

$$D_{12} = D_m + \frac{K}{f_{12}} = 0,2985 + 0,07400$$

$$D_{12} = 0,3725 \text{ m}$$

-Calcul des diamètres intérieur et extérieur réels du 1er rotor :

$$d_{1r} = \frac{d_1 + d_{12}}{2} = \frac{0,2210 + 0,2245}{2}$$

$$d_{1r} = 0,22275 \text{ m}$$

$$D_{1r} = \frac{D_1 + D_{12}}{2} = \frac{0,3760 + 0,3725}{2}$$

$$D_{1r} = 0,37425 \text{ m}$$

2ème étage :

$$\rho_{23} = \frac{\rho_2 + \rho_3}{3} = \frac{3,765 + 4,1032}{2} = 3,9341 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{23} = 3,9341 \text{ kg/m}^3$$

$$d_{23} = D_m - \frac{K}{\rho_{23}} = 0,2985 - \frac{0,2666}{3,9341} = 0,2985 - 0,06776$$

$$d_{23} = 0,2307 \text{ m}$$

$$D_{23} = D_m + \frac{K}{\rho_{23}} = 0,2985 + 0,06776$$

$$D_{23} = 0,3663 \text{ m}$$

4ème étage :

$$\rho_{45} = \frac{\rho_4 + \rho_5}{2} = \frac{4,454 + 4,82}{2} = 4,637 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{45} = 4,637 \text{ kg/m}^3$$

$$d_{45} = D_m - \frac{K}{\rho_{45}} = 0,2985 - \frac{0,2666}{4,637} = 0,05749$$

$$d_{45} = 0,2410 \text{ m}$$

$$D_{45} = D_m + \frac{K}{\rho_{45}} = 0,2985 + 0,05749$$

$$D_{45} = 0,3560 \text{ m}$$

- Calcul des diamètres intérieur et extérieur réel du 4ème rotor :

$$d_{4r} = \frac{d_4 + d_{45}}{2} = \frac{0,2386 + 0,2410}{2}$$

$$d_{4r} = 0,2398 \text{ m}$$

$$D_{4r} = \frac{D_4 + D_{45}}{2} = \frac{0,3584 + 0,3560}{2}$$

$$D_{4r} = 0,3572 \text{ m}$$

5ème étage :

$$\rho_{56} = \frac{\rho_5 + \rho_6}{2} = \frac{4,82 + 5,195}{2} = 5,0075 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{56} = 5,0075 \text{ kg/m}^3$$

$$d_{56} = D_m - \frac{K}{\rho_{56}} = 0,2985 - \frac{0,2666}{5,0075} = 0,2985 - 0,05324$$

$$d_{56} = 0,2453 \text{ m}$$

$$D_{56} = D_m + \frac{K}{\rho_{56}} = 0,2985 + 0,05324$$

$$D_{56} = 0,3517 \text{ m}$$

-Calcul des diamètres intérieur et extérieur réel du 5ème rotor :

$$d_{5r} = \frac{d_5 + d_{56}}{2} = \frac{0,2432 + 0,2453}{2}$$

$$d_{5r} = 0,2443 \text{ m}$$

$$D_{5r} = \frac{D_5 + D_{56}}{2} = \frac{0,3538 + 0,3517}{2}$$

$$D_{5r} = 0,3528 \text{ m}$$

6ème étage :

$$\rho_{67} = \frac{\rho_6 + \rho_7}{2} = \frac{5,195 + 5,59}{2} = 5,3925 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{67} = 5,3925 \text{ kg/m}^3$$

$$d_{67} = D_m - \frac{K}{\rho_{67}} = 0,2985 - \frac{0,2666}{5,3925} = 0,049437$$

$$d_{67} = 0,2491 \text{ m}$$

$$D_{67} = D_m + \frac{K}{\rho_{67}} = 0,2985 + 0,049437$$

$$D_{67} = 3,479 \text{ m}$$

-Calcul des diamètres intérieur et extérieur réel du 6ème rotor :

$$d_{6r} = \frac{d6 + d67}{2} = \frac{0,2472 + 0,2491}{2}$$

$$d_{6r} = 0,2482 \text{ m}$$

$$D_{6r} = \frac{D6 + D67}{2} = \frac{0,3498 + 0,3479}{2}$$

$$D_{6r} = 0,3489 \text{ m}$$

7ème étage :

$$\rho_{78} = \frac{\rho_7 + \rho_8}{2} = \frac{5,59 + 5,99}{2} = 5,79 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{78} = 5,79 \text{ kg/m}^3$$

$$d_{78} = D_m - \frac{K}{\rho_{78}} = 0,2985 - \frac{0,2666}{5,79} = 0,2985 - 0,04604$$

$$d_{78} = 0,2525 \text{ m}$$

$$D_{78} = D_m + \frac{k}{\rho_{78}} = 0,2985 + 0,04604$$

$$D_{78} = 0,3445 \text{ m}$$

-Calcul des diamètres intérieur et extérieur réel du 7ème rotor :

$$d_{7r} = \frac{d7 + d78}{2} = \frac{0,2508 + 0,2525}{2}$$

$$d_{7r} = 0,2517 \text{ m}$$

$$D_{7r} = \frac{D7 + D78}{2} = \frac{0,3462 + 0,3445}{2}$$

$$D_{7r} = 0,3454 \text{ m}$$

8ème étage :

$$\rho_{89} = \frac{\rho_8 + \rho_9}{2} = \frac{5,99 + 6,41}{2} = 6,2 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{89} = 6,2 \text{ kg/m}^3$$

$$d_{89} = D_m - \frac{K}{\rho_{89}} = 0,2985 - \frac{0,2666}{6,2} = 0,2985 - 0,0429986$$

$$d_{89} = 0,2555 \text{ m}$$

$$D_{89} = D_m + \frac{K}{\rho_{89}} = 0,2985 + 0,0429986$$

$$D_{89} = 0,3415 \text{ m}$$

-Calcul des diamètres intérieur et extérieur réel du 8ème rotor :

$$d_{8r} = \frac{d_8 + d_{89}}{2} = \frac{0,2540 + 0,2555}{2}$$

$$d_{8r} = 0,2548 \text{ m}$$

$$D_{8r} = \frac{D_8 + D_{89}}{2} = \frac{0,3430 + 0,3415}{2}$$

$$D_{8r} = 0,3422 \text{ m}$$

9ème étage :

$$\rho_{910} = \frac{\rho_9 + \rho_{10}}{2} = \frac{6,41 + 6,84}{2} = 6,625 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{910} = 6,625 \text{ kg/m}^3$$

$$d_{910} = D_m - \frac{K}{\rho_{910}} = 0,2985 - \frac{0,2666}{6,625} = 0,2985 - 0,04024$$

$$d_{910} = 0,2583$$

$$D_{910} = D_m + \frac{K}{\rho_{910}} = 0,2985 + 0,04024$$

$$D_{910} = 0,3387 \text{ m}$$

-Calcul des diamètres intérieur et extérieur réel du 9ème rotor :

$$d_{9r} = \frac{d_9 + d_{910}}{2} = \frac{0,2569 + 0,2583}{2}$$

$$d_{9r} = 0,2576 \text{ m}$$

$$D_{9r} = \frac{D_9 + D_{910}}{2} = \frac{0,3401 + 0,3387}{2}$$

$$D_{9r} = 0,3394 \text{ m}$$

10ème étage :

$$f_{1011} = \frac{f_{10} + f_{11}}{2} = \frac{6,84 + 7,275}{2} = 7,0575 \text{ kg/m}^3$$

$$f_{1011} = 7,0575 \text{ kg/m}^3$$

$$d_{1011} = D_m - \frac{K}{f_{1011}} = 0,2985 - \frac{0,2666}{7,0575} = 0,2985 - 0,037774$$

$$d_{1011} = 0,2607 \text{ m}$$

$$D_{1011} = D_m + \frac{K}{f_{1011}} = 0,2985 + 0,037774$$

$$D_{1011} = 0,3363 \text{ m}$$

-Calcul des diamètres intérieur et extérieur réel du 10ème rotor :

$$d_{10r} = \frac{d_{10} + d_{1011}}{2} = \frac{0,2595 + 0,2607}{2}$$

$$d_{10r} = 0,2601 \text{ m}$$

$$D_{10r} = \frac{D_{10} + D_{1011}}{2} = \frac{0,3375 + 0,3363}{2}$$

$$D_{10r} = 0,3369 \text{ m}$$

3.63 - Calcul de la hauteur des aubes :

1er étage :

$$h_1 = \frac{D_{1r} - d_{1r}}{2} = \frac{0,37425 - 0,22275}{2}$$

$$h_1 = 0,07575 \text{ m}$$

2ème étage :

$$h_2 = \frac{D_{2r} - d_{2r}}{2} = \frac{0,3678 - 0,2292}{2}$$

$$h_2 = 0,0693 \text{ m}$$

3ème étage :

$$h_3 = \frac{D_{3r} - d_{3r}}{2} = \frac{0,3622 - 0,2349}{2}$$

$$h_3 = 0,06365 \text{ m}$$

4ème étage :

$$h_4 = \frac{D_{4r} - d_{4r}}{2} = \frac{0,3572 - 0,2396}{2}$$

$$h_4 = 0,05870 \text{ m}$$

5ème étage :

$$h_5 = \frac{D_{5r} - d_{5r}}{2} = \frac{0,3528 - 0,2443}{2}$$

$$h_5 = 0,05425 \text{ m}$$

6ème étage :

$$h_6 = \frac{D6r - d6r}{2} = \frac{0,3489 - 0,2482}{2}$$

$$h_6 = 0,05035 \text{ m}$$

7ème étage :

$$h_7 = \frac{D7r - d7r}{2} = \frac{0,3454 - 0,2517}{2}$$

$$h_7 = 0,04685 \text{ m}$$

8ème étage :

$$h_8 = \frac{D8r - d8r}{2} = \frac{0,3422 - 0,2548}{2}$$

$$h_8 = 0,04370 \text{ m}$$

9ème étage :

$$h_9 = \frac{D9r - d9r}{2} = \frac{0,3394 - 0,2576}{2}$$

$$h_9 = 0,0409 \text{ m}$$

10ème étage :

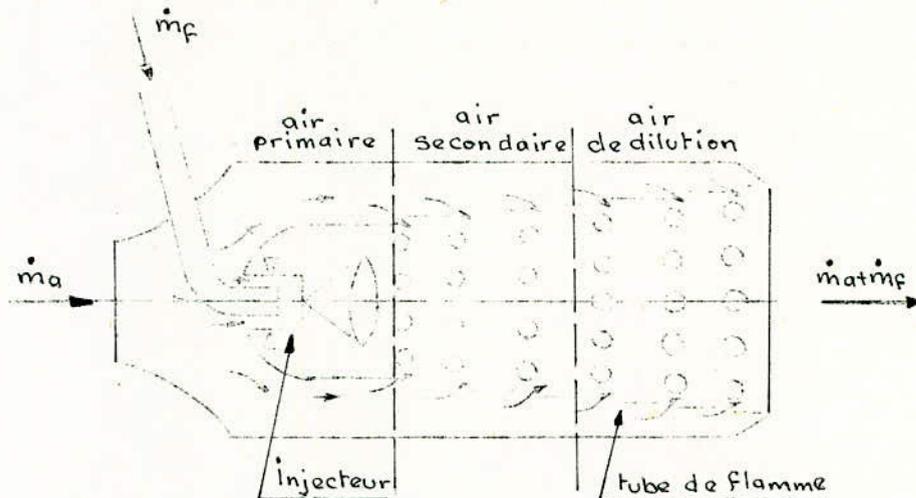
$$h_{10} = \frac{D10r - d10r}{2} = \frac{0,3369 - 0,2601}{2}$$

$$h_{10} = 0,03840 \text{ m}$$

B / ETUDE ET DIMENSIONNEMENT GEOMETRIQUE DE LA CHAMBRE DE COMBUSTION DU  
DOUBLE CORPS

3.7 - Etude d'une chambre tubulaire :

3.71 - SCHEMA :



3.72 - DESCRIPTION :

Une chambre de combustion se compose essentiellement :

- d'un injecteur : le combustible à haute pression par une chambre de tourbillonnement dans l'injecteur. Le jet sous l'action de la force centrifuge prend une forme conique. Le jet éclate en millions de gouttelettes.

- d'un dispositif d'accrochage de la flamme : C'est le corps de tourbillonnement appelé "rosace" qui sert à stabiliser la flamme. L'injecteur est placé en son centre.

- d'un tube de flamme :

Ce tube est percé d'orifices dosant la répartition de l'air en :

- air secondaire.
- air de dilution.

La combustion d'un mélange air-combustible ne peut se faire qu'entre des limites de rapport de mélange :  $f = \frac{c}{A} = \frac{\text{Combustible}}{\text{Air}}$   
finies qui dépendent de plusieurs paramètres :

- de la température d'admission de l'air dans la chambre de combustion.

- de la pression d'admission de l'air.
  - de la nature du combustible.
- et bien d'autre encore...

### 3.73 - PROCESSUS DE LA COMBUSTION :

Une bonne chambre doit permettre la combustion complète du combustible avec le minimum de perte charge.

Le processus de la combustion est le suivant :

- Introduction du gaz naturel : en général mélangé avec l'air primaire.

- Combustion du gaz naturel (G.N.) et mélange avec l'aire secondaire puis avec l'air de dilution.

### 3.74 - IMPORTANCE DU RAPPORT DE MELANGE : $f = \frac{c}{A}$

Le mélange carburé possède une limite d'enflammabilité pauvre et une limite riche en dehors desquelles la combustion est impossible. Ces limites dépendent bien sûr de la nature du combustible, de la température du mélange et de la conjugation du système.

Dans le cas machines thermiques ces limites sont respectivement de l'ordre de  $f = 0,04$  et  $0,15$ . Le rapport stochiométrique des hydrocarbure est de l'ordre de  $f_{st} = 0,866$ .

Dans toute chambre de combustion il doit régner une richesse permettant la combustion. Rappelons que dans le cas de la turbine à gaz le rapport de mélange ( $f$ ) est nettement plus faible que celui du moteur à combustion qui est de l'ordre de  $0,06$  à  $0,10$ . Dans le cas de la turbine à gaz, le rapport de mélange est généralement de l'ordre de  $0,02$ , valeur qui est trop faible pour que la combustion puisse s'effectuer. On est obligé de by-passer une quantité importante d'air (60 à 75 %), cet air dévié de la zone de combustion s'appelle air secondaire. Dans la zone primaire le rapport de mélange est de l'ordre de  $0,08$ .

Pour notre étude, nous utiliserons comme combustible du gaz naturel de HASSI-RIMEL.

Les listings fourni par l'institut Français du Pétrole (I.F.P.) concernant ce gaz naturel, nous donnent les caractéristiques suivantes :

- Pouvoir calorifique inférieur:  $I_p = - |\Delta H_c| = 10707 \text{ kcal/kg}$
- Masse molaire :  $M = 28,6128 \text{ kg/kmol}$ .
- Une richesse  $\phi = \frac{f}{f_{st}} = 0,2$  ceci pour les conditions suivantes :

-Température d'admission de l'air dans la chambre  $T_4 = 705 \text{ } ^\circ\text{K}$   
(ou température statique sortie compresseur H.P.)

- Température des gaz de combustion à la sortie de la chambre  
 $T_5 = 1200 \text{ } ^\circ\text{K}$  (valeur que nous avons fixée en tenant compte des impératifs technologiques qui limite actuellement cette température à  $1400 \text{ } ^\circ\text{K}$  au grand maximum).

-L'air participant à la combustion c'est l'air primaire seul;  
L'air secondaire et l'air de dilution ne servent qu'à refroidir le tube de flamme et à obtenir la température adéquate à l'entrée de la turbine.

Calcul du rapport de mélange ( $F$ ) de notre chambre :

$$\text{On sait que : } 0 = \frac{f}{f_{st}} = 0,2$$

$$\text{avec } : f_{st} = \left( \frac{C}{A} \right)_{st} = 0,066$$

$$\text{d'où } F = \frac{C}{A} = 0,2 \times 0,066 = 0,0132$$

$$\boxed{F = \frac{C}{A} = 0,0132}$$

### 3.7 5 - BILAN THERMIQUE D'UNE CHAMBRE PARFAITE :

On définit par l'indice (4) l'entrée de la chambre de combustion et par (5) la sortie.

On suppose que le foyer est parfait, c'est à dire :

- La transformation est isobare,
- L'écoulement est permanent,
- Les pertes de chaleur sont nulles,
- Les enthalpies sont mesurées à la même température de référence.

Le gaz s'écoulant à travers la chambre n'effectue aucun travail, on applique pour cela le premier principe.

$$Q_{45} - W_{45} = H_{t5} - H_{t4}$$

$$\text{OR } W_{45} = 0$$

$$\text{d'où } Q_{45} = H_{t5} - H_{t4}$$

Soit  $DH_c$  : l'enthalpie de combustion.

En thermodynamique appliquée aux machines il est d'usage d'employer le pouvoir calorifique :  $Q_p = - (DH_c)$ .

Ecrivons donc le bilan énergétique :

$$\dot{m}_a H_{t4} + \dot{m}_f h_f + \dot{m}_c (DH_c) = (\dot{m}_a + \dot{m}_c) H_{t5}$$

$\dot{m}_a$  : débit d'air

$\dot{m}_f$  : débit du combustible idéal

$H_{t4}$  : Enthalpie totale de l'air dans la section 4 à l'entrée de la chambre.

$H_{t5}$  : Enthalpie totale des gaz de combustion dans la section (5) à la sortie de la chambre.

$h$  : enthalpie du combustible

si l'on désigne le rapport de mélange idéal ( $f'$ ) par  $\frac{C'}{A}$

$$f' = \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_a} = \frac{C'}{A}$$

Le bilan thermique de la chambre idéal est :

$$H_{t4} + f' h_f + f' (DH_c) = (1 + f') H_{t5} \quad (11)$$

soit  $f = \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_a} = \frac{C}{A}$  le rapport de mélange réel

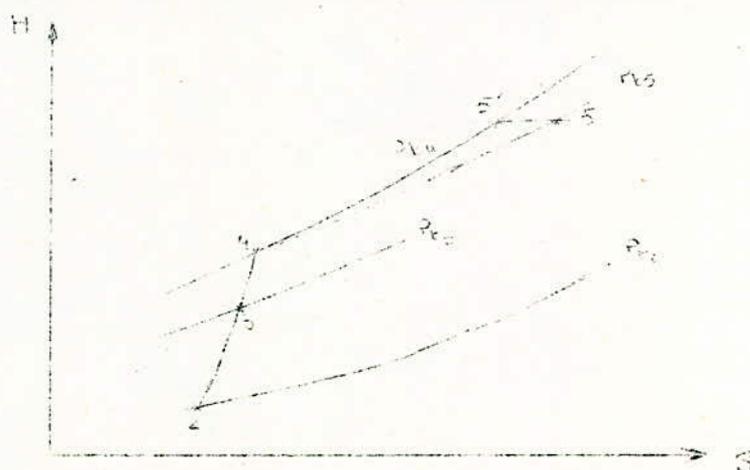
avec  $f > f'$

Le bilan thermique de la chambre réel devient ;

$$H_{t4} + f h_f + f \eta_b (DH_c) = (1 + f) H_{t5} \quad (12)$$

avec  $\eta_b$  = rendement de combustion  $< 1$ .

### 3.76 - REPRESENTATION DE LA TRANSFORMATION SUR LE DIAGRAMME H.S :



-Le chemin idéal : trajet 4 - 5' serait obtenu sans perte de pression et avec la quantité  $\dot{m}_f$  du combustible  $< \dot{m}_f$  pour le même accroissement d'enthalpie.

-Le chemin réel figure sur le diagramme ci-dessus : trajet 4-5.

La transformation idéale s'effectue à la pression totale  $P_{t4}$ , tandis que la transformation réelle, par suite des pertes de pression dans la chambre, se fait à pression ( $P_{t5}$ ) inférieure.

En général cette chute de pression totale est de l'ordre de 5 % de  $P_{t4}$ .

$$\frac{P_{t4} - P_{t5}}{P_{t4}} = \frac{DP_{t45}}{P_{t4}}$$

On prendra nous une chute de pression totale de 4 %

$$\text{Soit } \frac{DP_{t45}}{P_{t4}} = 0,04$$

$$\text{d'où } P_{t5} = P_{t4} - 0,04 P_{t4} = 0,96 P_{t4} = 0,96 \times 15,25 = 14,64 \text{ bars.}$$

$$\boxed{P_{t5} = 14,64 \text{ bars}}$$

### 3-77 - CONCLUSION :

La chambre de combustion est la partie vitale d'une turbomachine à gaz de combustion; C'est le lien de transformation de l'énergie chimique en énergie calorifique.

### 3.8 - DIMENSIONNEMENT GEOMETRIQUE DE LA CHAMBRE :

Dans les chambres modernes, le nombre de Mach moyen d'écoulement des gaz dans la section maximale entre carter se situe entre 0,04 et 0,07.

Nous choisissons la valeur :  $M = 0,06$

Vitesse du son, calculé avec les conditions sortie compresseur H.P :

$$a = \sqrt{\gamma \cdot r \cdot T_4} = (1,4 \times 287 \times 705)^{\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{a = 532 \text{ m/s}}$$

Soit une vitesse moyenne d'écoulement dans la section maximale de :

$$V_{\text{moy}} = M \times a = 532 \times 0,06 = 31,9 \text{ m/s}$$

$$\boxed{V_{\text{moy}} = 31,9 \text{ m/s}}$$

Section maximale de la chambre :

D'après l'équation de continuité, on a :

$$a = \sqrt{\frac{\gamma R T_4}{\gamma + 1}}$$

$$S_{\text{maxi}} = \frac{m \cdot a}{\beta^4 \times V_{\text{moy}}} = \frac{30}{7,275 \times 31,9} = 0,155 \text{ m}^2$$

$$S_{\text{maxi}} = 0,155 \text{ m}^2$$

### 3.81 - CHOIX DE LA CHAMBRE DE COMBUSTION :

On distingue trois (3) types de chambre les plus répandues :

- Les chambres tubulaire : couramment utilisée en aéronautique.
- Les chambres mixtes : La combustion peut commencer dans des chambres séparées et se poursuivre dans une chambre annulaire.
- Les chambres annulaire, les plus utilisées actuellement dans les turbines à gaz industrielles.

Quant à nous, nous adopterons ce dernier type; ce qui vient :

$$S_{\text{maxi}} = \frac{\pi}{4} (D_{\text{maxi}}^2 - d_{\text{maxi}}^2)$$

avec  $D_{\text{maxi}}$  = diamètre ~~maxxi~~ extérieur maximal.

$d_{\text{maxi}}$  = diamètre intérieur maximal, fixé d'après les dimensions du compresseur H.β; soit :

$$d_{\text{maxi}} = 200 \text{ mm}$$

$$\text{d'où } D_{\text{maxi}} = \sqrt{\frac{4s_{\text{maxi}}}{\pi} + d_{\text{maxi}}^2} = \sqrt{\frac{4 \times 0,155}{\pi} + 0,02^2} = 0,487 \text{ m}$$

$$D_{\text{maxi}} = 487 \text{ mm}$$

### 3.82 - DIAMETRE DE TUBE DE FLAMME :

Nous laisserons entre le tube de flamme et le diamètre extérieur et intérieur de la chambre un espace de 10 mm (valeur normalement adoptée dans les chambres); d'où :

$$\text{-Diamètre intérieur : } dt = d_{\text{maxi}} + 20 = 220 \text{ mm}$$

$$\text{-diamètre extérieur : } Dt = D_{\text{maxi}} - 20 = 467 \text{ mm.}$$

### 3.83 - REPARTITION DE L'AIR :

La répartition de l'air pour une chambre de combustion à injection directe est voisine de celle-ci :

- air primaire : 13 %
- air secondaire : 15 %
- air de dilution : 62 %
- air de Muft : 10 %

### 3.831 - DETERMINATION DE L'AIR PRIMAIRE :

Dans les chambres à injection directe, l'injecteur et souvent placé au centre de la "rosace" qui donne un tourbillon qui aide à stabiliser la flamme.

La section géométrique de passage de l'air est :

$$S = \frac{n \cdot h \cdot e}{2}$$

- avec n : nombre de pales
- h : hauteur des pales
- e : l'écartement au sommet.

La section réelle est :  $S_r = S \times \alpha$

$\alpha$  : étant le coefficient de contraction.

Si la "rosace" n'est pas précédé d'un diaphragme :  $\alpha = 1$  ;  
le diaphragme permet de réduire le débit d'air.

### 3.832 - DETERMINATION DE L'AIR SECONDAIRE :

2 rangées de trous, diamètre des trous 15 à 20 mm

- $\alpha = 0,65$  à bords vifs
- $\alpha = 0,71$  à bords fraisés.

La section réelle est  $S_r = S \times \alpha$

Avec S la section géométrique totale des trous d'air secondaire et  $\alpha$  le coefficient correspondant.

### 3.833 - DETERMINATION DE L'AIR DE DILUTION :

2 à 3 rangées de trous, diamètre des trous 20 à 30 mm

$$\alpha = 0,62$$

### 3.834 - Air de refroidissement ou de Muft :

On adopte en général un refroidissement annulaire, une fraction 5 à 10 % du débit d'air total circulant entre l'enveloppe de la chambre et le tube de flamme. En conséquence on ménage une couronne de section convenable entre le tube de flamme et l'enveloppe extérieure.

$$\alpha = 0,80$$

### 3.835 - ORGANISATION PRATIQUE DES CALCULS :

La section global équivalente est déterminée en la calculant pour une vitesse moyenne au droit des orifices égale à 100 m/s.

$$\bar{C} = \frac{\dot{m}_a}{\rho_4 \sum \alpha S} = 100 \text{ m/s}$$

$$d'où \sum \alpha S = \frac{\dot{m}_a}{\rho_a \bar{c}} = \frac{30}{7,275 \times 100} = 0,04 \text{ m}^2$$

$$\boxed{\sum \alpha S = 0,04 \text{ m}^2}$$

AIR	S (m <sup>2</sup> )	$\alpha$	$\alpha S$ (m <sup>2</sup> )		%
PRIMAIRE	0,0052	1	0,0052	6 injecteurs	13
SECONDAIRE	0,009231	0,65	0,006	2 X 2 rangées de 11 trous de $\varnothing$ 16 mm	15
DILUTION	0,04	0,62	0,0248	2 X 3 rangées de 14 trous de $\varnothing$ 26 mm	62
MJFT	0,005	0,80	0,004		10
TOTAL			0,04		100

(\*) Dans le cas d'une chambre annulaire, on place une série d'injecteurs afin de mieux répartir la combustion; ce qui nous a conduit à prendre 6 injecteurs.

Surface géométrique de la "rosace" :

$$S = \frac{n-h-e}{2} = \frac{5}{6} = \frac{5,210^3}{6} = 8,67 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

### 3.836 - VERIFICATION DU NOMBRE DE MACH DANS LES ORIFICES :

$$M = \frac{\bar{c}}{\sqrt{\gamma \cdot T_4}} = \frac{100}{\sqrt{1,4 \times 287 \times 705}} = 0,188$$

D'habitude le nombre de mach dans les orifices du tube de flamme est de 0,17 à 0,25.

### 3.837 - CALCUL DE LA SECTION DE SORTIE DE LA CHAMBRE :

La vitesse de sortie des gaz de combustion est de l'ordre de 100 à 150 m/s qui est égale à la vitesse axiale à l'entrée de la turbine.

Nous fixons cette valeur :  $C_{Ra} = 120 \text{ m/s}$ , valeur que nous garderons constante pour toutes les turbines.

Débit à la sortie de la chambre :

$$\dot{m} = \dot{m}_a + \dot{m}_f \quad \dot{m}_a = 30 \text{ kg/s}$$

Les listings de l'I.F.P, concernant le G.N de HASSI-RAMEL, nous donnent dans les conditions de sortie :

$$T_5 = 1200 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$\bar{Q} = 0,2$$

$$P_5 = 14 \text{ bars}$$

Les caractéristiques suivantes :

$$\rho_5 = 4,08 \text{ kg/m}^3$$

$$c_p = 1,2010^3 \text{ J/kg } ^\circ\text{K}$$

$$\gamma = 1,31$$

$$r = \frac{R}{M} = \frac{8,31 \cdot 10^3}{28,6128} = 290 \text{ J/kg } ^\circ\text{K}$$

$$\text{d'où la section } S_5 = \frac{\dot{m}_a}{\rho_5 C_{5a}} = \frac{30}{4,08 \times 120} = 6,12 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$\boxed{S_5 = 6,12 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2}$$

Nous conserverons le diamètre extérieur de la chambre ( $D_{\text{maxi}}$ ) constant, ceci afin d'avoir un diamètre moyen (qui sera celui des turbines H.P et B.P) plus grand que celui du compresseur H.P.

$$\text{donc : } D_5 = D_{\text{maxi}} = 487 \text{ mm.}$$

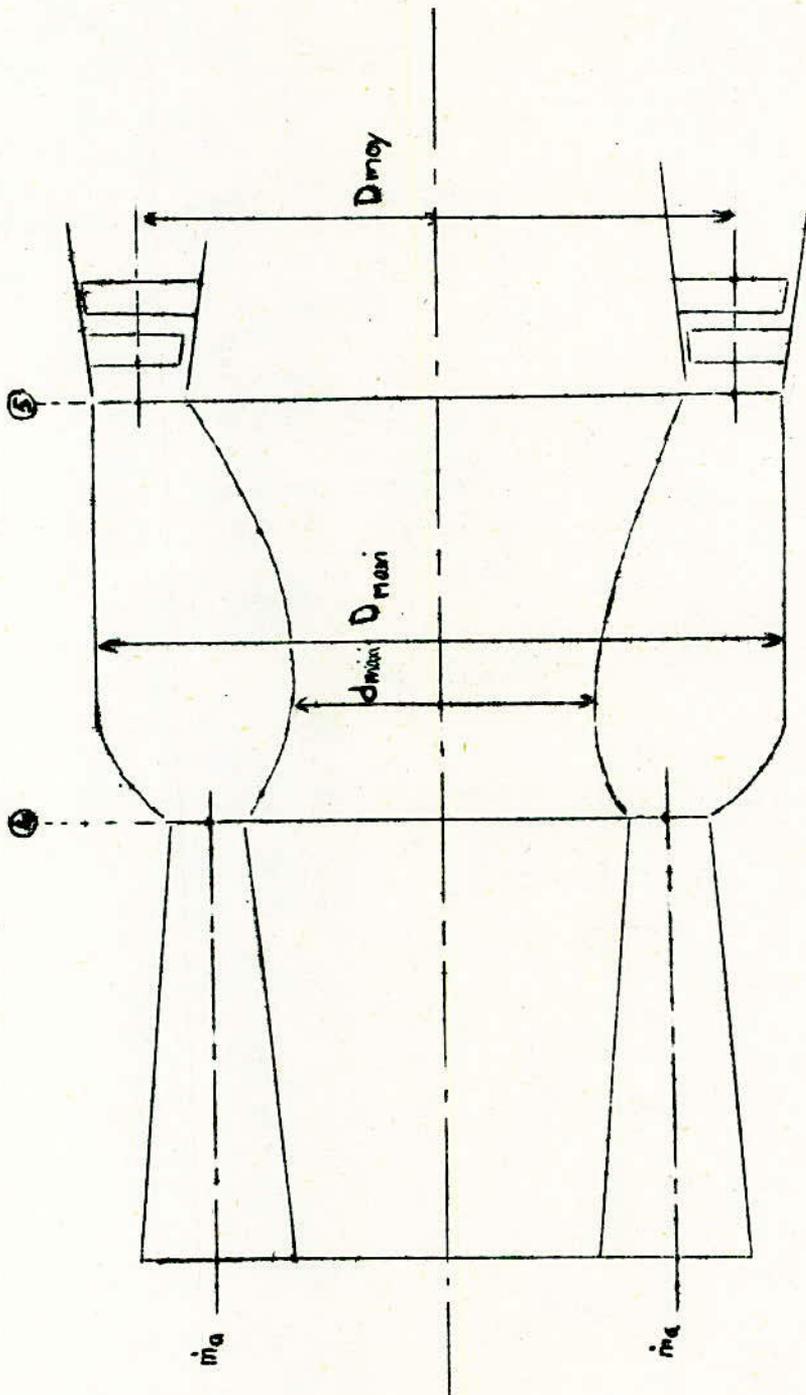
$$\text{d'où : } d_5 = \sqrt{\frac{D^2 - 4 S_5}{\pi}} = 0,399 \text{ m}$$

$$\boxed{d_5 = 399 \text{ mm}}$$

Soit un diamètre moyen de :

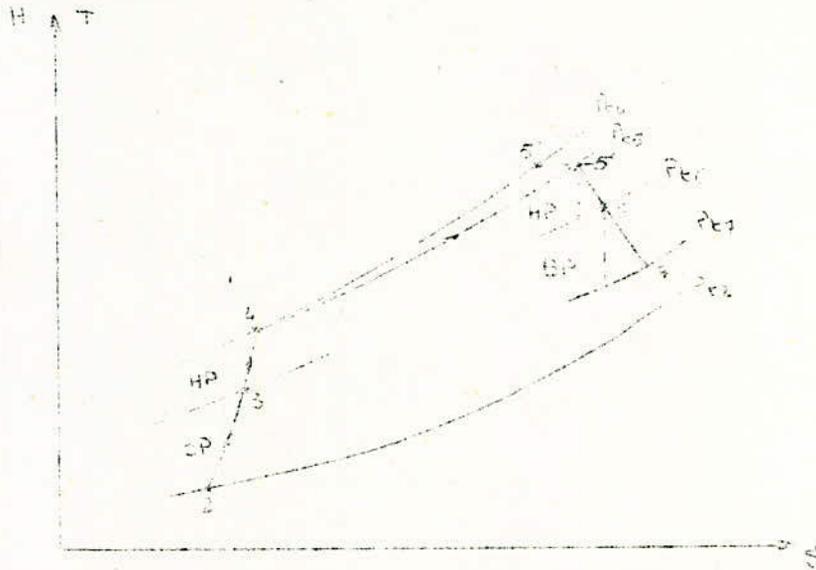
$$D_{\text{moy}} = \frac{D_5 + d_5}{2} = \frac{487 + 399}{2} = 443 \text{ mm}$$

$$\boxed{D_{\text{moy}} = 443 \text{ mm}}$$



C - DIMENSIONNEMENT GEOMETRIQUE DE LA TURBINE  
DU CORPS H.P.

3.9 - Calculs thermodynamiques :



La détente réelle 5-6 fournit de l'énergie sous forme mécanique à l'arbre moteur de la turbine haute pression (H.P) et des gaz à un niveau de pression et de température qui seront inférieur à l'entrée.

Le travail que devra fournir cette turbine servira uniquement à faire le compresseur haute pression (H.P).

Donc le travail de la turbine sera  $\approx$  travail du compresseur :

$$W_t = W_c$$

Le travail spécifique du compresseur haute pression a été calculé précédemment :

$$W_c = 226 \times 10^3 \text{ J/kg}$$

$$\text{d'où } W_t = 226 \times 10^3 \text{ J/kg}$$

3.91 - EXPRESSION DU TRAVAIL DE LA TURBINE :

3.911 - Travail théorique :

$$W_t' = H_{t5} - H_{t6} = C_p (T_{t5} - T_{t6}')$$

3.912 - Travail réel :

On définit un rendement adiabatique de la turbine, par le rapport :

$$\eta_t = \frac{H_{t5} - H_{t6}}{H_{t5} - H_{t6'}} = \frac{\Delta H_t}{\Delta H_{is}}$$

Le travail réel produit par kg de gaz peut s'écrire :

$$W_t = \eta_t \cdot W_{t'} = \eta_t \bar{C}_p (T_{t5} - T_{t6'})$$

Etant donné que  $P_{t6} = P_{t6'}$ , on peut exprimer le travail de la turbine en fonction du rapport de pression et de la température d'admission :

$$W_t = \eta_t \bar{C}_p T_{t5} \left( 1 - \frac{T_{t6'}}{T_{t5}} \right)$$

$$\text{avec } \frac{T_{t6'}}{T_{t5}} = \left( \frac{P_{t6}}{P_{t5}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\text{d'où } W_t = \eta_t \bar{C}_p T_{t5} \left( 1 - \left( \frac{P_{t6}}{P_{t5}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) \quad 13$$

On peut introduire le rendement polytropique  $\eta_{Pt}$ , défini par :

$$\eta_{Pt} = \frac{\gamma-1}{K}$$

Avec  $K$  = Coefficient polytropique.

La relation 13 peut s'écrire, en introduisant le coefficient polytropique :

$$W_t = \bar{C}_p T_{t5} \left( 1 - \left( \frac{P_{t6}}{P_{t5}} \right)^{\frac{\gamma-1}{K}} \right) \quad 14$$

On combinant les relations 13 et 14, on obtient :

$$\eta_t = \frac{1 - \left( \frac{P_{t6}}{P_{t5}} \right)^{\frac{\gamma-1}{K}} \eta_{Pt}}{1 - \left( \frac{P_{t6}}{P_{t5}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \quad 15$$

3.92 - Calcul du rapport des pressions et la température du gaz à la sortie de la turbine H.P.

On prendra comme rendement adiabatique de la turbine :

$$\eta_t = 0,90$$

de la relation 13 , on tire :

$$\frac{P_{t6}}{P_{t5}} = \left[ 1 - \frac{W_t}{\eta_t C_p T_{t5}} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad 16$$

$$\text{donc } \frac{P_{t6}}{P_{t5}} = \left[ 1 - \frac{226 \cdot 10^3}{0,90 \times 1,20 \cdot 10^3 \cdot 1200} \right]^{\frac{1,31}{0,31}} = 0,4450$$

$$\frac{P_{t6}}{P_{t5}} = 0,4450$$

$$\text{d'où } P_{t6} = 0,4450 \times 14,64 = 6,5142 \text{ bars}$$

$$P_{t6} = 6,5142 \text{ bars}$$

-Calcul de la température totale de sortie :

$$T_{t6} = T_{t5} - \frac{W_t}{C_p}$$

$$T_{t6} = 1200 - \frac{226 \cdot 10^3}{1,2 \cdot 10^3} = 1012 \text{ K}$$

$$T_{t6} = 1012 \text{ K}$$

### 3.10 - DIMENSIONNEMENT DE LA TURBINE HAUTE PRESSION (H.P)

Nous utiliserons pour le générateur à gaz double corps uniquement des turbines à réactions, car en général se sont les plus utilisées.

Une turbine à réaction utilise une chute d'enthalpie  $\Delta H$  qui se répartit entre les aubages fixes (Stators) et les aubages mobiles (rotor). La détente étant divisée entre ces deux séries d'aubages.

Soient  $\Delta H_1$  et  $\Delta H_2$  les chutes isentropiques réalisées respectivement dans les aubages fixes et mobiles. On appelle degré de réaction le rapport :

$$\epsilon = \frac{\Delta H_2}{\Delta H_1 + \Delta H_2}$$

Généralement ce rapport est égal à 0,5 ou voisin de cette valeur.

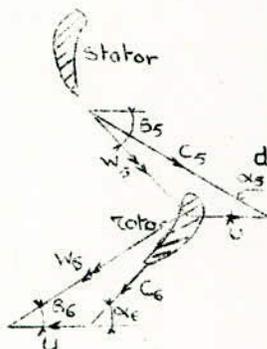
On prendra pour toutes les turbines de ce générateur à g az un degré de réaction.

$$\boxed{\varepsilon = 0,5}$$

Ce qui implique : un triangle de vitesse symétrique c'est à dire :

$$\alpha_5 = \beta_6 \quad ; \quad \alpha_6 = \beta_5$$

$$W_5 = C_6 \quad ; \quad W_6 = C_5$$



d'après les triangles de vitesse, on a :

$$W_t = U (C_{5u} - C_{6u}) = U \Delta C_u$$

$$\boxed{W_t = U \Delta C_u} \quad 17$$

### 3.101 - Calcul de la vitesse périphérique au diamètre moyen :

on a :

$$U_m = \frac{\pi \cdot D_{\text{moy}} \cdot N}{60}$$

Sachant que cette turbine devra faire tourner le compresseur H.P, donc :

$$N = 16000 \text{ tr/mn.}$$

On prend comme diamètre moyen ( $D_{\text{moy}}$ ) de la turbine celui de la chambre de combustion, soit :

$$D_{\text{moy}} = 443 \text{ mm}$$

$$\text{d'où } U_m = \frac{\pi \times 0,443 \times 16000}{60} = 371 \text{ m/s}$$

$$\boxed{U_m = 371 \text{ m/s}}$$

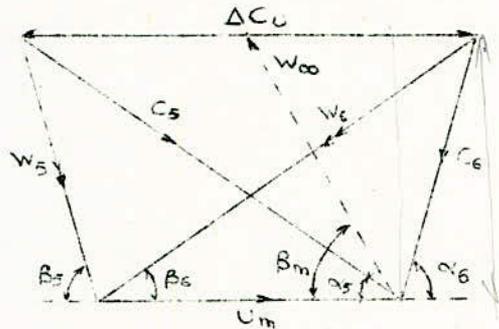
### 3.102 - Calcul de $\Delta C_u$ au diamètre moyen :

D'après la relation 17 , on a :

$$\Delta C_u = \frac{W_t}{U_m} = \frac{226 \cdot 10^3}{371} = 609 \text{ m/s}$$

$$\Delta C_u = 609 \text{ m/s}$$

3.103 - Calcul des éléments du triangle des vitesses au diamètre moyen :



$$W_{\infty} = \epsilon \times U_m = 0,5 \times 371 = 185,5 \text{ m/s}$$

$$W_{\infty} = 185,5 \text{ m/s}$$

$$W_{5u} = \frac{\Delta C_u}{2} - \frac{U_m}{2} = \frac{609}{2} - \frac{371}{2} = 119 \text{ m/s}$$

$$W_{5u} = 119 \text{ m/s}$$

$$W_5 = \sqrt{C_a^2 + W_{5u}^2} = \sqrt{120^2 + 119^2} = 169 \text{ m/s}$$

$$W_5 = C_6 = 169 \text{ m/s}$$

$$C_{5u} = U_{\text{moy}} + W_{5u} = 371 + 119 = 490 \text{ m/s}$$

$$C_{5u} = 490 \text{ m/s}$$

$$C_5 = \sqrt{C_a^2 + C_{5u}^2} = \sqrt{120^2 + 490^2} = 504,5 \text{ m/s}$$

$$C_5 = W_6 = 504,5 \text{ m/s}$$

$$\sin \alpha_5 = \frac{C_a}{C_5} = \frac{120}{504,5} = 0,2379$$

$$\boxed{\alpha_5 = \beta_6 = 13^\circ 46'}$$

$$\sin \beta_5 = \frac{C_a}{W_5} = \frac{120}{169} = 0,71$$

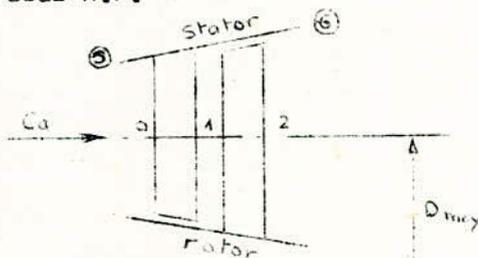
$$\boxed{\beta_5 = \alpha_6 = 45^\circ 14'}$$

$$\beta_m = \frac{\beta_5 + \beta_6}{2} = \frac{45^\circ 14' + 13^\circ 46'}{2} = \frac{59^\circ}{2} = 29^\circ 30'$$

$$\boxed{\beta_m = 29^\circ 30'}$$

3.104 - Calcul de la température, et la pression statique et la masse volumique à l'entrée et à la sortie de la roue :

La turbine du corps haute pression sera constituée d'un étage avec aubes refroidies avec l'air prélevé du compresseur H.P.



3.1041 - Calcul de  $T_1$  ;  $P_1$  et  $\rho_1$  à l'entrée de la roue :

$$T_{t1} = T_{t0} = T_{t5} = 1200 \text{ K}$$

$$\text{d'où } T_1 = T_{t1} - \frac{C_5^2}{2 C_p} = 1200 - \frac{504,5^2}{2 \times 1,2 \times 10^3} = 1094 \text{ K}$$

$$\boxed{T_1 = 1094 \text{ K}}$$

Pour un fluide compressible, on a :

$$\frac{P_{t1}}{P_1} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$M_1 = \frac{C_5}{\sqrt{\gamma \cdot T_1}} = \frac{504,5}{\sqrt{1,31 \times 290 \times 1094}} = 0,7826$$

$$\text{d'où } \frac{P_{t1}}{P_1} = \left( 1 + \frac{0,31}{2} \times 0,7826^2 \right)^{\frac{1,31}{0,31}} = 1,4670$$

$$P_1 = \frac{P_{t1}}{1,4670}$$

$$\text{avec } P_{t1} = P_{t0} = P_{t5} = 14,64 \text{ bars}$$

$$P_1 = \frac{14,64}{1,4670} = 9,9795 \text{ bars}$$

$$\boxed{P_1 = 9,9795 \text{ bars}}$$

-Calcul de  $\rho_1$  :

$$\rho_1 = \frac{P_1}{r T_1} = \frac{9,9795 \cdot 10^5}{290 \times 1094} = 3,146 \text{ kg/m}^3$$

$$\boxed{\rho_1 = 3,146 \text{ kg/m}^3}$$

3.1042 - Calcul de  $T_2$  ;  $P_2$  et  $\rho_2$  à la sortie de la roue :

$$T_{t2} = T_{t6} = 1012 \text{ K}$$

$$\text{d'où } T_2 = T_{t2} = \frac{C_6^2}{2 \cdot C_p} = 1012 - \frac{169^2}{2 \times 1,2 \cdot 10^3} = 1000 \text{ K}$$

$$\boxed{T_2 = T_6 = 1000 \text{ K}}$$

-Calcul de  $P_2$  :

$$\frac{P_{t2}}{P_2} = \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_2^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$M_2 = \frac{C_6}{\sqrt{\gamma r T_2}} = \frac{169}{\sqrt{290 \times 1,31 \times 10^3}} = 0,2742$$

$$P_{t2} = P_{t6} = 6,5142 \text{ bars}$$

$$\frac{P_{t2}}{P_2} = \left( 1 + \frac{0,31}{2} \cdot 0,2742^2 \right)^{\frac{1,31}{0,31}} = 1,0502$$

$$d'où P_2 = \frac{P_{t2}}{1,0502} = \frac{6,5142}{1,0502} = 6,203 \text{ bars}$$

$$P_2 = P_6 = 6,203 \text{ bars}$$

-Calcul de  $\rho_2$  :

$$\rho_2 = \frac{P_2}{r T_2} = \frac{6,203 \cdot 10^5}{290 \cdot 10^3} = 2,139 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_2 = \rho_6 = 2,139 \text{ kg/m}^3$$

3.105 - Calcul des diamètres intérieur et extérieur de la roue :

des équations 9 et 10 , on a :

$$d_1 = D_m - \frac{\dot{m}_a}{\pi D_m C_a \rho_1} = 0,443 - \frac{30}{\pi \cdot 0,443 \cdot 120 \cdot 1,146} = 0,3859 \text{ m}$$

$$d_1 = 0,3859 \text{ m}$$

$$D_1 = D_m + \frac{\dot{m}_a}{\pi D_m C_a \rho_1} = 0,443 + \frac{30}{\pi \cdot 0,443 \cdot 120 \cdot 1,146} = 0,5000 \text{ m}$$

$$D_2 = 0,5 \text{ m}$$

$$d_2 = D_m - \frac{\dot{m}_a}{\pi D_m C_a \rho_2} = 0,443 - \frac{30}{\pi \cdot 0,443 \cdot 120 \cdot 2,139} = 0,3590 \text{ m}$$

$$d_2 = 0,3590 \text{ m}$$

$$D_2 = D_m + \frac{\dot{m}_a}{\pi D_m C_a \rho_2} = 0,443 + 0,0839 = 0,5270 \text{ m}$$

$$D_2 = 0,5270 \text{ m}$$

3.106 - Calcul des diamètres intérieur et extérieur réel de la roue :

$$a_{1r} = \frac{d_2 + d_1}{2} = 0,3725 \text{ m}$$

$$\boxed{d_{1r} = 0,3725 \text{ m}}$$

$$D_{1r} = \frac{D_2 + D_1}{2} = 0,5135 \text{ m}$$

$$\boxed{D_{1r} = 0,5135 \text{ m}}$$

3.107 - Calcul de la hauteur des aubes de la roue :

$$h = \frac{D_{1r} - d_{1r}}{2} = 0,0705 \text{ m}$$

$$\boxed{h = 70,5 \text{ mm}}$$

D - DIMENSIONNEMENT GEOMETRIQUE DE LA  
TURBINE DU CORPS B.P.

3-11 - Calculs thermodynamiques :

Les gaz qui sortent de la turbine du corps haute-pression (H.P) seront détendus dans la turbine B.P ; Les gaz en se détendant dans la turbine fournissent de l'énergie sous forme mécanique à l'arbre moteur qui servira à entrainer le compresseur du corps basse - pression (BP).

Le travail spécifique que doit produire cette turbine est égal à celui nécessaire pour faire tourner le compresseur.

$$W_t = W_c$$

avec  $W_c = 198 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$

$$\boxed{\text{donc } W_t = 198 \cdot 10^3 \text{ J/kg}}$$

3.111 - Calcul du rendement polytropique et du coefficient polytropique ( $\gamma_{pt}; \kappa$ ).

3.1111 - Calcul du rendement polytropique :

On prendra pour cela un rendement adiabatique de la turbine B.P indentique à celui de la turbine du corps H.P.

soit  $\gamma_t = 0,90$

de la relation 15, on tire :

$$\gamma_{pt} = \frac{\log \left[ \gamma_t \left( \frac{P_{t7}}{P_{t6}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} + 1 \right]}{\frac{\kappa-1}{\kappa} \log \frac{P_{t7}}{P_{t6}}}$$

$$\text{avec } \frac{P_{t7}}{P_{t6}} = \left[ 1 - \frac{W_t}{\gamma_t C_p T_{t6}} \right]^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = \left[ 1 - \frac{198 \cdot 10^3}{0,90 \times 1,2 \cdot 10^3 \times 1012} \right]^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 0,4297$$

$$\boxed{\frac{P_{t7}}{P_{t6}} = 0,4297}$$

$$\text{d'où } \gamma_{pt} = \frac{\log \left[ 0,90 \left( (0,4297)^{0,31} - 1 \right) + 1 \right]}{\frac{0,31}{1,31} \log 0,4297} = \frac{-0,0773}{-0,0868} = 0,89$$

$$\eta_{Pt} = 0,89$$

3.1112- Calcul du coefficient polytropique

$$\frac{\kappa - 1}{\kappa}$$

$$\eta_{Pt} = \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

$$d'où \kappa = \frac{1}{1 - \eta_{Pt} \frac{\gamma - 1}{\gamma}} = \frac{1}{1 - 0,89 \times \frac{0,31}{1,31}} = 1,27$$

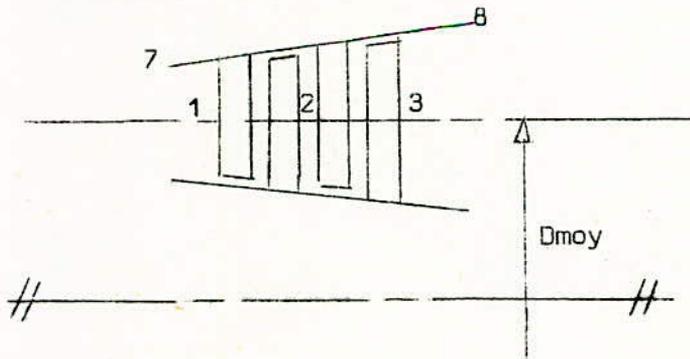
$$\kappa = 1,27$$

3.112- Calcul du rapport de pression et la température totale après chaque étage

Cette turbine du corps basse pression (B.P.) sera constituée de deux (2) étages identiques de charge égale, soit :

$$\Delta H_e = \frac{W_t}{2} = \frac{198 \cdot 10^3}{2} = 99 \cdot 10^3 \text{ J/Kg}$$

$$\Delta H_e = 99 \times 10^3 \text{ J/Kg}$$



3.1121- 1er étage

$$T_{t1} = T_{t6} = 1012 \text{ °K}$$

de la relation 16 on a :

$$r_{ij} = \frac{P_{tj}}{P_{ti}} = \left[ 1 - \frac{\Delta H_e}{C_p T_{ti}} \right]^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \quad 18$$

$$d'où r_{12} = \left[ 1 - \frac{\Delta H_e}{C_p T_{t1}} \right]^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} = \left[ 1 - \frac{99}{1,2 \times 1012} \right]^{\frac{1,27}{0,27}} = 0,6703$$

$$r_{12} = 0,6703$$

- Calcul de la pression totale à la sortie du 1er étage :

$$r_{12} = \frac{P_{t2}}{P_{t1}}$$

$$\text{Avec } P_{t1} = P_{t6} = 6,5142 \text{ bars}$$

$$\text{d'où } P_{t2} = 0,6703 \times 6,5142 = 4,367 \text{ bars}$$

$$P_{t2} = 4,367 \text{ bars}$$

- Calcul de la température totale à la sortie du 1er étage :

$$T_{t2} = T_{t1} - \frac{He}{\bar{C}_p} = 1012 - \frac{99}{1,2} = 929,5 \text{ K}$$

$$T_{t2} = 929,5 \text{ K}$$

3.112 - 2ème étage :

$$r_{23} = \left[ \frac{1 - \frac{\Delta He}{\bar{C}_p T_{t2}}}{1} \right]^{\frac{k}{k-1}} = \left[ \frac{1 - \frac{99}{1,2 \times 929,5}}{1} \right]^{\frac{1,27}{0,27}} = 0,6458$$

$$r_{23} = 0,6458$$

- Calcul de la pression totale à la sortie du 2ème étage :

$$r_{23} = \frac{P_{t3}}{P_{t2}}$$

$$\text{d'où } P_{t3} = r_{23} \times P_{t2} = 0,6458 \times 4,367 = 2,8 \text{ bars}$$

$$P_{t3} = P_{t7} = 2,8 \text{ bars}$$

- Calcul de la température totale à la sortie du 2ème étage :

$$T_{t3} = T_{t2} - \frac{He}{\bar{C}_p} = 929,5 - \frac{99}{1,2} = 847 \text{ K}$$

$$T_{t3} = T_{t7} = 847 \text{ K}$$

3.12 - DIMENSIONNEMENT GEOMETRIQUE DE LA TURBINE B.P. :

Degré de réaction de la turbine :

$$\boxed{\varepsilon = 0,5}$$

3.121 - Calcul de la vitesse périphérique au diamètre moyen :

On sait que la turbine doit tourner à la même vitesse de rotation que le compresseur du corps basse pression (B.P)

Soit  $N = 10000$  tr/mn

$$\text{d'où } U_m = \frac{\pi D_m N}{60} = \frac{\pi \times 0,443 \times 10^4}{60} = 232 \text{ m/s}$$

$$\boxed{U_m = 232 \text{ m/s}}$$

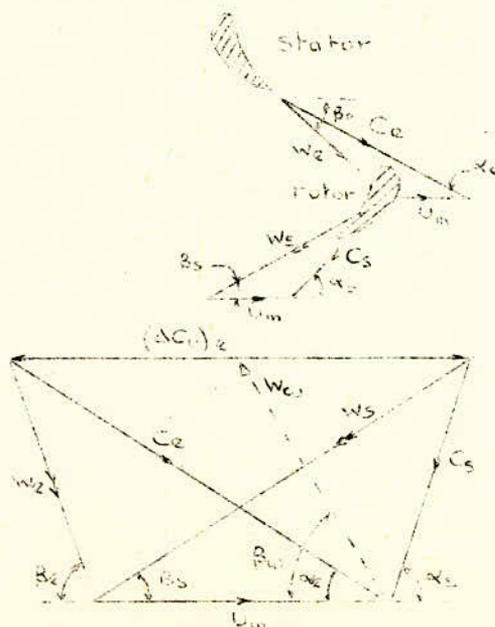
3.122 - Calcul de  $(\Delta C_u)_e$  de l'étage au diamètre moyen :

de la relation 17, on a :

$$(\Delta C_u)_e = \frac{\Delta H_e}{U_m} = \frac{99 \times 10^3}{232} = 427 \text{ m/s}$$

$$\boxed{(\Delta C_u)_e = 427 \text{ m/s}}$$

3.123 - Calcul des éléments du triangle des vitesses au diamètre moyen :



$$W_{\infty u} = \xi \times U_m = 0,5 \times 232 = 116 \text{ m/s}$$

$$W_{\infty u} = 116 \text{ m/s}$$

$$W_{eu} = \frac{(\Delta C_u)_e}{2} - W_{\infty u} = \frac{427}{2} - 116 = 97,5 \text{ m/s}$$

$$W_{eu} = 97,5 \text{ m/s}$$

$$W_e = \sqrt{C_a^2 + W_{eu}^2} = \sqrt{120^2 + 97,5^2} = 155 \text{ m/s}$$

$$W_e = C_s = 155 \text{ m/s}$$

$$C_{eu} = U_m + W_{eu} = 232 + 97,5 = 329,5 \text{ m/s}$$

$$C_{eu} = 239,5 \text{ m/s}$$

$$C_e = \sqrt{C_a^2 + C_{eu}^2} = \sqrt{120^2 + 239,5^2} = 351 \text{ m/s}$$

$$C_e = 351 \text{ m/s} = W_s$$

$$\sin \alpha_e = \frac{C_a}{C_e} = \frac{120}{351} = 0,3419$$

$$\text{d'où } \alpha_e = \beta_s = 20^\circ$$

$$\sin \beta_e = \frac{C_a}{W_e} = \frac{120}{155} = 0,7742$$

$$\text{d'où } \beta_e = \alpha_s = 50,44^\circ$$

$$\beta_{\infty} = \alpha_{\infty} = \frac{\beta_e + \beta_s}{2} = \frac{70,44^\circ}{2} = 35,22^\circ$$

$$\beta_{\infty} = \alpha_{\infty} = 35,22^\circ$$

3.124 - Calcul de la température statique à l'entrée du 1er rotor :

$$T_{e1} = T_{te1} - \frac{1}{2} \frac{C_e^2}{\bar{C}_p}$$

avec  $T_{te1} = T_{t1} = 1012 \text{ K}$

d'où  $T_{e1} = 1012 - \frac{1}{2} \frac{351^2}{1,2 \cdot 10^3} = 961 \text{ K}$

$$\boxed{T_{e1} = 961 \text{ K}}$$

3.125 - Calcul de la pression statique du 1er rotor :

Pour un fluide compressible, on a :

$$\frac{P_{te1}}{P_{e1}} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{e1}^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$M_{e1} = \frac{C_e}{\sqrt{\gamma r T_{e1}}} = \frac{351}{(1,31 \times 290 \times 961)^{1/2}} = 0,5809$$

$$P_{te1} = P_{t1} = 6,5142 \text{ bars}$$

d'où  $\frac{P_{te1}}{P_{e1}} = \left(1 + \frac{0,31}{2} 0,5809^2\right)^{\frac{1,31}{0,31}} = 1,2404$

Soit  $P_{e1} = \frac{P_{te1}}{1,2404} = \frac{6,5142}{1,2404} = 5,2516 \text{ bars}$

$$\boxed{P_{e1} = 5,2516 \text{ bars}}$$

3.126 - Calcul de la masse volumique à l'entrée du 1er rotor :

$$\rho_{e1} = \frac{P_{e1}}{r T_1} = \frac{5,2516 \times 10^5}{290 \times 961} = 1,8844 \text{ kg/m}^3$$

$$\boxed{\rho_{e1} = 1,8844 \text{ kg/m}^3}$$

3.127 - Calcul de  $T_2$ ,  $P_2$  et  $\rho_2$  à la sortie du 1er rotor :

- Température statique :

$$T_2 = T_{t2} - \frac{1}{2} \frac{C^2}{\bar{C}_p} = 929,5 - \frac{1}{2} \frac{155^2}{1,2 \cdot 10^3} = 919,5 \text{ K}$$

$$\boxed{T_2 = 919,5 \text{ K}}$$

- Pression statique :

$$\frac{P_{t2}}{P_2} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_2^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$M_2 = \frac{C_s}{\sqrt{\gamma \cdot T_2}} = \frac{155}{(1,31 \times 290 \times 919,5)^{\frac{1}{2}}} = 0,2623$$

$$\frac{P_{t2}}{P_2} = \left(1 + \frac{0,31}{2} \cdot 0,2623^2\right) \frac{1,31}{0,31} = 1,0458$$

$$\text{d'où } P_2 = \frac{P_{t2}}{1,0458} = \frac{4,367}{1,0458} = 4,1756 \text{ bars}$$

$$P_2 = 4,1756 \text{ bars}$$

-Masse volumique :

$$\rho_2 = \frac{P_2}{\gamma \cdot T_2} = \frac{4,1756 \times 10^5}{290 \times 919,5} = 1,5659 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_2 = 1,5659 \text{ kg/m}^3$$

3.128° - Calcul de  $T_{e2}$  ;  $P_{e2}$  et  $\rho_{e2}$  à l'entrée du 2ème rotor :

- Température statique :

$$T_{e2} = T_{te2} - \frac{1}{2} \frac{C_e^2}{C_p}$$

$$\text{avec } T_{te2} = T_{t2} = 929,5 \text{ K}$$

$$\text{d'où } T_{e2} = 929,5 - \frac{1}{2} \frac{351^2}{1,2 \cdot 10^3} = 878 \text{ K}$$

$$T_{e2} = 878 \text{ K}$$

-Pression statique :

$$\frac{P_{te2}}{P_{e2}} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{e2}^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$M_{e2} = \frac{C_e}{\sqrt{\gamma \cdot T_{e2}}} = \frac{351}{(1,31 \times 290 \times 878)^{\frac{1}{2}}} = 0,6077$$

$$P_{te2} = P_{t2} = 4,367 \text{ bars}$$

$$\frac{P_{te2}}{P_{e2}} = \left(1 + \frac{0,31}{2} \cdot 0,6077^2\right) \frac{1,31}{0,31} = 1,2652$$

$$\text{D'où } P_{e2} = \frac{P_{te2}}{1,2652} = \frac{4,367}{1,2652} = 3,4515 \text{ bars}$$

$$P_{e2} = 3,4515 \text{ bars}$$

-Masse volumique :

$$\rho_{e2} = \frac{P_{e2}}{r T_{e2}} = \frac{3,4515 \times 10^5}{290 \times 878} = 1,3556 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{e2} = 1,3556 \text{ kg/m}^3$$

-3.129° - Calcul de  $T_3$  ;  $P_3$  ; et  $\rho_3$  à la sortie du 2ème rotor

-Température statique :

$$T_3 = T_{t3} - \frac{1}{2} \frac{C_s^2}{C_p} = 847 - \frac{1}{2} \frac{155^2}{1,2 \times 10^3} = 837 \text{ K}$$

$$T_3 = 837 \text{ K}$$

-Pression statique :

$$\frac{P_{t3}}{P_3} = \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_3^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$M_3 = \frac{C_s}{\sqrt{\gamma r T_3}} = \frac{155}{(1,31 \times 290 \times 837)^{\frac{1}{2}}} = 0,2749$$

$$\frac{P_{t3}}{P_3} = \left( 1 + \frac{0,31}{2} 0,2749^2 \right)^{\frac{1,31}{0,31}} = 1,0504$$

$$\text{d'où } P_3 = \frac{P_{t3}}{1,0504} = \frac{2,8}{1,0504} = 2,666 \text{ bars}$$

$$P_3 = 2,666 \text{ bars} = P_7$$

-Masse volumique :

$$\rho_3 = \frac{P_3}{r T_3} = \frac{2,666 \times 10^3}{290 \times 837} = 1,0982 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_3 = \rho_7 = 1,0982 \text{ kg/m}^3$$

3.12.10 - Calcul des diamètres intérieurs et extérieurs des roues :

3.12.101 - 1ère roue :

- Entrée de la roue :

$$d_{e1} = D_m - \frac{\dot{m}_a}{\pi D_m C_a f_{e1}} = 0,443 - \frac{30}{\pi \times 0,443 \times 120 \times 1,8844} = 0,3477 \text{ m}$$

$$\boxed{d_{e1} = 0,3477 \text{ m}}$$

$$D_{e1} = D_m + \frac{\dot{m}_a}{\pi D_m C_a f_{e1}} = 0,5383 \text{ m}$$

$$\boxed{D_{e1} = 0,5383 \text{ m}}$$

-Sortie de la roue :

$$d_2 = D_m - \frac{\dot{m}_a}{\pi D_m C_a f_2} = 0,443 - \frac{30}{\pi \times 0,443 \times 120 \times 1,5659} = 0,3283 \text{ m}$$

$$\boxed{d_2 = 0,3283 \text{ m}}$$

$$D_2 = D_m + \frac{\dot{m}_a}{\pi D_m C_a f_2} = 0,5577 \text{ m}$$

$$\boxed{D_2 = 0,5577 \text{ m}}$$

-Diamètres réels de la roue :

$$d_{1r} = \frac{d_{e1} + d_{e2}}{2} = 0,338 \text{ m}$$

$$\boxed{d_{1r} = 0,338 \text{ m}}$$

$$D_{1r} = \frac{D_{e1} + D_{e2}}{2} = 0,548 \text{ m}$$

$$\boxed{D_{1r} = 0,548 \text{ m}}$$

3.12.102 - 2ème roue :

-Entrée de la roue :

$$d_{e2} = D_m - \frac{\dot{m}_a}{\pi D_m C_a f_{e2}} = 0,443 - \frac{30}{(\pi \times 0,443 \times 120 \times 1,3556)} = 0,3105 \text{ m}$$

$$d_{e2} = 0,3150 \text{ m}$$

$$D_{e2} = D_m + \frac{\dot{m}_a}{\pi D_m C_a \rho_2} = 0,5755 \text{ m}$$

$$D_{e2} = 0,5755 \text{ m}$$

- Sortie de la roue :

$$d_3 = D_m - \frac{\dot{m}_a}{\pi D_m C_a \rho_3} = 0,443 - \frac{30}{\pi \cdot 0,443 \times 120 \times 1,0932} = 0,2794 \text{ m}$$

$$d_g = 0,2794 \text{ m}$$

$$D_3 = D_m + \frac{\dot{m}_a}{\pi D_m C_a \rho_3} = 0,6066 \text{ m}$$

$$D_3 = 0,6066 \text{ m}$$

- Diamètres réels de la roue :

$$d_{2r} = \frac{d_{e2} + d_g}{2} = 0,2949 \text{ m}$$

$$d_{2r} = 0,2949 \text{ m}$$

$$D_{2r} = \frac{D_{e2} + D_3}{2} = 0,5910 \text{ m}$$

$$D_{2r} = 0,5910 \text{ m}$$

3.12.11 - Calcul de la hauteur des aubes :

3.12.111 - 1ère roue :

$$h_1 = \frac{D_{1r} - d_{1r}}{2} = 0,105 \text{ m}$$

$$h_1 = 0,105 \text{ m}$$

3.12.112 - 2ème roue :

$$h_2 = \frac{D_{2r} - d_{2r}}{2} = 0,148 \text{ m}$$

$$h_2 = 0,148 \text{ m}$$

E : DIEMENSIONNEMENT GEOMETRIQUE DE LA TURBINE

DE PUISSANCE (OU LIBRE)

Commentaire :

La turbine de puissance ou turbine libre est composée d'un rotor à 2 étages monté sur un arbre qui transmet la puissance à la machine réceptrice.

Cette turbine de puissance est prévue pour être utilisée au gré de l'utilisateur soit à la vitesse de rotation variable, dans le cas d'une adaptation différente de la machine entraînée. Suivant l'utilisation, un réducteur, dont le rapport de réduction est choisi selon l'application, peut être installé entre l'arbre de la turbine de puissance et celui de la machine réceptrice.

Voir à ce sujet le schéma général du double corps: C'est un "Hispano-Suiza" THS 2000, dont on s'est inspiré pour notre étude.

3.13 - CALCULS THERMODYNAMIQUES :

3.13.1 - Calcul de la charge réelle ou travail spécifique :

de la relation 13, on a :

$$W_t = \eta_t \bar{C}_p T_{t7} \left[ 1 - \left( \frac{P_{t8}}{P_{t7}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]$$

avec  $\eta_t$  = rendement adiabatique de la turbine de puissance que nous prendrons égale à 0,90 d'ailleurs le même que nous ayant adopté pour les turbines précédentes.

$\bar{C}_p$  = nous conserverons la valeur  $1,2 \cdot 10^3$  J/kg K

$\gamma = 1,31$

$T_{t7}$  = Température totale à la sortie de la turbine du corps basse pression égale à 847 K.

$P_{t7}$  = Pression totale à la sortie de la turbine du corps basse pression égale à 2,8 bars.

$P_{t8}$  = Pression totale à la sortie de la turbine de puissance, qu'on prendra, légèrement supérieur à la pression atmosphérique ( $P_{t2}$ ), égale à 1,1 bars.

$$\text{d'où } W_t = 847 \times 0,90 \times 1,2 \cdot 10^3 \left[ 1 - \left( \frac{1,1}{2,8} \right)^{\frac{0,31}{1,31}} \right] = 181 \text{ kJ/Kg.}$$

$$\boxed{W_t = 181 \text{ kJ/kg}}$$

3.13.2 - Puissance thermique nécessaire :

$$P = W_t \times \dot{m}_a = 181 \cdot 10^3 \times 30 = 5,4410^6 \text{ Watts.}$$

$$P = 5,44 \text{ MW}$$

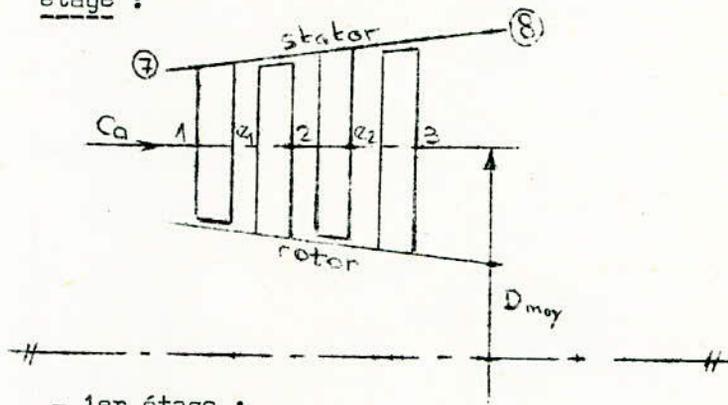
3.13.3 - Charge réelle par étage :

$$H_e = \frac{W_t}{2} = \frac{181}{2} = 90,5 \text{ kJ/kg}$$

$$H_e = 90,5 \text{ kJ/kg}$$

3.13.4 - Calcul du rapport de pression et la température totale après chaque

étage :



3.13.4 - 1er étage :

$$T_{t1} = T_{t7} = 847 \text{ K}$$

$$P_{t1} = P_{t7} = 2,8 \text{ bars.}$$

$$r_{12} = \left[ 1 + \frac{\Delta H_e}{C_p T_{t7}} \right]^{\frac{k}{k-1}} = \left[ 1 + \frac{90,5}{1,2 \times 847} \right]^{\frac{1,27}{0,27}} = 0,6449$$

$$r_{12} = 0,6449$$

-Calcul de la pression totale à la sortie du 1er étage :

$$r_{12} = \frac{P_{t2}}{P_{t1}} = 0,6449$$

$$\text{d'où } P_{t2} = 0,6449 \times 2,8 = 1,8057 \text{ bars}$$

$$P_{t2} = 1,8057 \text{ bars}$$

- Calcul de la température totale à la sortie du 1er étage :

$$T_{t2} = T_{t1} - \frac{\Delta He}{\bar{C}_p} = 847 - \frac{90,5}{1,2} = 772 \text{ K}$$

$$T_{t2} = 772 \text{ K}$$

3.13.4 - 2ème étage :

$$r_{23} = \left[ 1 - \frac{\Delta He}{\bar{C}_p T_{t2}} \right]^{\frac{k}{k-1}} = \left[ 1 - \frac{90,5}{1,2 \times 772} \right]^{\frac{1,27}{0,27}} = 0,6164$$

$$r_{23} = 0,6164$$

- Calcul de la pression totale à la sortie du 2ème étage :

$$r_{23} = \frac{P_{t3}}{P_{t2}}$$

$$\text{d'où } P_{t3} = r_{23} \times P_{t2} = 0,6164 \times 1,8057 = 1,1130 \text{ bars}$$

$$P_{t3} = 1,1130 \text{ bars}$$

- Calcul de la température totale à la sortie du 2ème étage :

$$T_{t3} = T_{t2} - \frac{\Delta He}{\bar{C}_p} = 772 - \frac{90,5}{1,2} = 697 \text{ K}$$

$$T_{t3} = 697 \text{ K}$$

3.14 - DIMENSIONNEMENT GEOMETRIQUE DE LA TURBINE DE PUISSANCE :

Vitesse de rotation :  $N = 7500 \text{ t/mm}$

Vitesse périphérique au diamètre moyen :  $U_m = 250 \text{ m/s}$

Soit un diamètre moyen de :

$$D_m = \frac{60 \times U_m}{\pi \times N} = \frac{60 \times 250}{3,14 \times 7500} = 0,636 \text{ m}$$

$$D_m = 0,636 \text{ m}$$



$$\sin \alpha_e = \frac{C_a}{C_e} = \frac{120}{327} = 0,3651$$

$$\boxed{\alpha_e = \beta_s = 21^\circ 25'}$$

$$\sin \beta_e = \frac{C_a}{W_e} = \frac{120}{132} = 0,9091$$

$$\boxed{\beta_e = \alpha_s = 65^\circ 23'}$$

3.14.3. - Calcul de la température statique à l'entrée du 1er rotor :

$$T_{e1} = T_{te1} - \frac{1}{2} \frac{C_e^2}{C_p}$$

avec  $T_{te1} = T_{t1} = 847 \text{ K}$

$$\text{d'où } T_{e1} = 847 - \frac{1}{2} \frac{327^2}{1,2 \cdot 10^3} = 802 \text{ K}$$

$$\boxed{T_{e1} = 802 \text{ K}}$$

3.14.4. - Calcul de la pression statique à l'entrée du 1er rotor :

Pour un fluide compressible, on a :

$$\frac{P_{te}}{P_{e1}} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{e1}^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$M_{e1} = \frac{C_e}{\sqrt{\gamma r T_{e1}}} = \frac{327}{(1,31 \times 290 \times 802)^{\frac{1}{2}}} = 0,5924$$

$$P_{te1} = P_{t1} = 2,8 \text{ bars}$$

$$\text{d'où } \frac{P_{te}}{P_{e1}} = \left(1 + \frac{0,31}{2} \cdot 0,5924^2\right)^{\frac{1,31}{0,31}} = 1,2509$$

$$\text{Soit } P_{e1} = \frac{P_{te1}}{1,2509} = \frac{2,8}{1,2509} = 2,2384 \text{ bars}$$

$$\boxed{P_{e1} = 2,2384 \text{ bars}}$$

3.14.5. - Calcul de la masse volumique à l'entrée du 1er rotor :

$$\rho_{e1} = \frac{P_{e1}}{r T_{e1}} = \frac{2,2384 \cdot 10^5}{290 \times 802} = 0,9624 \text{ kg/m}^3$$

$$\boxed{\rho_{e1} = 0,9624 \text{ kg/m}^3}$$

3.14.6 - Calcul de  $T_2$ ,  $P_2$  et  $\rho_2$  à la sortie du 1er rotor :

-Température statique :

$$T_2 = T_{t2} - \frac{1}{2} \frac{C_s^2}{C_p} = 772 - \frac{1}{2} \frac{132^2}{1,2 \cdot 10^3} = 765 \text{ K}$$

$$\boxed{T_2 = 765 \text{ K}}$$

- Pression statique :

$$\frac{P_{t2}}{P_2} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_2^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$M_2 = \frac{C_s}{(\gamma \cdot \gamma \cdot T_2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{132}{1,31 \times 290 \times 765^{\frac{1}{2}}} = 0,2448$$

$$P_{t2} = 1,8057 \text{ bars}$$

$$\text{d'où } \frac{P_{t2}}{P_2} = \left(1 + \frac{0,31}{2} \cdot 0,2448^2\right)^{\frac{1,31}{0,31}} = 1,0399$$

$$\text{Soit } P_2 = \frac{P_{t2}}{1,0399} = \frac{1,8057}{1,0399} = 1,7365 \text{ bars}$$

$$\boxed{P_2 = 1,7365 \text{ bars}}$$

-Masse volumique :

$$\rho_2 = \frac{P_2}{\gamma T_2} = \frac{1,7365 \cdot 10^5}{290 \times 765} = 0,7827 \text{ kg/m}^3$$

$$\boxed{\rho_2 = 0,7827 \text{ kg/m}^3}$$

3.14.7 - Calcul de  $T_{e2}$  ;  $P_{e2}$  ; et  $\rho_{e2}$  à l'entrée du 2ème rotor :

-Température statique :

$$T_{e2} = T_{te2} - \frac{1}{2} \frac{C_e^2}{C_p}$$

$$T_{t2} = 772 \text{ K}$$

$$\text{d'où } T_{e2} = 772 - \frac{1}{2} \frac{327^2}{1,2 \cdot 10^3} = 727 \text{ K}$$

$$\boxed{T_{e2} = 727 \text{ K}}$$

-Pression statique :

$$\frac{P_{te2}}{P_{e2}} = \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{e2}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$M_{e2} = \frac{C_e}{(\gamma r T_{e2})^{\frac{1}{2}}} = \frac{327}{1,31 \times 290 \times 727}^{\frac{1}{2}} = 0,6222$$

$$P_{te2} = P_{t2} = 1,8057 \text{ bars}$$

$$\text{d'où } \frac{P_{te2}}{P_{e2}} = \left( 1 + \frac{0,31}{2} 0,6222^2 \right)^{\frac{1,31}{0,31}} = 1,2792$$

$$\text{Soit } P_{e2} = \frac{P_{te2}}{1,2792} = \frac{1,8057}{1,2792} = 1,4115 \text{ bars}$$

$$\boxed{P_{e2} = 1,4115 \text{ bars}}$$

-Masse volumique :

$$\rho_{e2} = \frac{P_{e2}}{r \cdot T_{e2}} = \frac{1,4115 \cdot 10^5}{290 - 727} = 0,6695 \text{ kg/m}^3$$

$$\boxed{\rho_{e2} = 0,6695 \text{ kg/m}^3}$$

3.14.8 - Calcul de  $T_3$  ;  $P_3$  et  $\rho_3$  à la sortie du 2ème étage :

- Température statique :

$$T_3 = T_{t3} - \frac{1}{2} \frac{C_s^2}{C_p} = 697 - \frac{1}{2} \frac{132^2}{12 \cdot 10^3} = 690 \text{ K}$$

$$\boxed{T_3 = 690 \text{ K ou } 417 \text{ }^\circ\text{C}}$$

-Pression statique :

$$\frac{P_{t3}}{P_3} = \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_3^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$M_3 = \frac{C_s}{(\gamma r T_3)^{\frac{1}{2}}} = \frac{132}{(1,31 \times 290 \cdot 690)^{\frac{1}{2}}} = 0,2578$$

$$P_{t3} = 1,1130 \text{ bars}$$

$$\text{d'où } \frac{P_{t3}}{P_3} = \left( 1 + \frac{0,31}{2} 0,2578^2 \right)^{\frac{1,31}{0,31}} = 1,0443$$

$$\text{Soit } P_3 = \frac{P_{t3}}{1,0443} = \frac{1,1130}{1,0443} = 1,0658 \text{ bars}$$

$$P_3 = 1,0658 \text{ bars}$$

-Masse volumique :

$$\rho_3 = \frac{P_3}{r T_3} = \frac{1,0658 \cdot 10^5}{290 \times 690} = 0,5326 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_3 = \rho_8 = 0,5326 \text{ kg/m}^3$$

3.14.9. - Calcul des diamètres intérieurs et extérieurs des roues :

3.14.91 - 1ère roue :

Entrée de la roue :

$$d_{e1} = D_m - \frac{\dot{m}_a}{\pi D_m C_a \rho_{e1}} = 0,636 - \frac{30}{\pi \times 0,636 \times 120 \times 0,9624} = 0,5060 \text{ m}$$

$$d_{e1} = 0,5060 \text{ m}$$

$$D_{e1} = D_m + \frac{\dot{m}_a}{\pi D_m C_a \rho_{e1}} = 0,7660 \text{ m}$$

$$D_{e1} = 0,7660 \text{ m}$$

Sortie de la roue :

$$d_2 = D_m - \frac{\dot{m}_a}{\pi D_m C_a \rho_2} = 0,636 - \frac{30}{\pi \times 0,636 \times 120 \times 0,7827} = 0,4761 \text{ m}$$

$$d_2 = 0,4761 \text{ m}$$

$$D_2 = D_m + \frac{\dot{m}_a}{\pi D_m C_a \rho_2} = 0,7959 \text{ m}$$

$$D_2 = 0,7959 \text{ m}$$

Diamètres réels de la roue :

$$D_{1r} = \frac{d_{e1} + d_2}{2} = 0,4910 \text{ m}$$

$$D_{1r} = 0,4910 \text{ m}$$

$$D_{1r} = \frac{D_{e1} + D_2}{2} = 0,7809 \text{ m}$$

$$D_{1r} = 0,7809 \text{ m}$$

3.14.92 - 2ème roue :

-Entrée de la roue :

$$d_{e2} = D_m - \frac{\dot{m}_a}{\pi D_m C_a f_{e2}} = 0,636 - \frac{30}{\pi \times 0,636 \times 120 \times 0,6695} = 0,4491 \text{ m}$$

$$d_{e2} = 0,4491 \text{ m}$$

$$D_{e2} = D_m + \frac{\dot{m}_a}{\pi D_m C_a f_{e2}} = 0,8229 \text{ m}$$

$$D_{e2} = 0,8229 \text{ m}$$

-Sortie de la roue :

$$d_3 = D_m - \frac{\dot{m}_a}{\pi D_m C_a f_3} = 0,636 - \frac{30}{\pi \times 0,636 \times 120 \times 0,5326} = 0,4011 \text{ m}$$

$$d_3 = 0,4011 \text{ m}$$

$$D_3 = D_m + \frac{\dot{m}_a}{\pi D_m C_a f_3} = 0,8709 \text{ m}$$

$$D_3 = 0,8709 \text{ m}$$

-Diamètres réels de la roue :

$$d_{2r} = \frac{d_{e2} + d_3}{2} = 0,4251 \text{ m}$$

$$d_{2r} = 0,4251 \text{ m}$$

$$D_{2r} = \frac{D_{e2} + D_3}{2} = 0,8469 \text{ m}$$

$$D_{2r} = 0,8469 \text{ m}$$

3.14.100 - Calcul de la hauteur des aubes :

3.14.101 - 1ère roue :

$$h_1 = \frac{D_{1r} - d_{1r}}{2} = 0,1449 \text{ m}$$

$$h_1 \hat{=} 0,1449 \text{ m}$$

3.14.102 - 2ème roue :

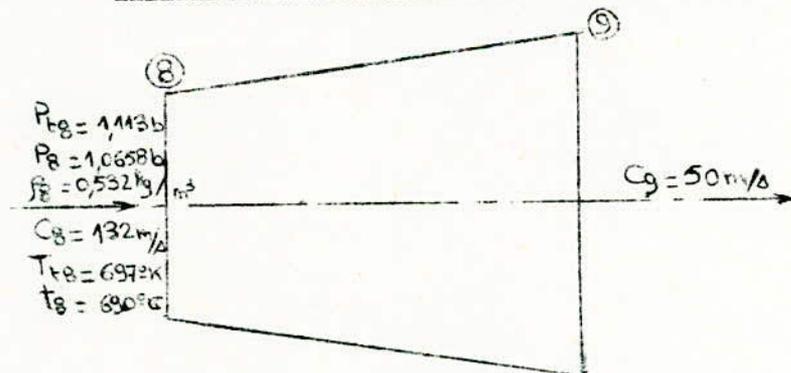
$$h_2 = \frac{D_{2r} - d_{2r}}{2} = 0,2109 \text{ m}$$

$$h_2 = 0,2109 \text{ m}$$

3.15 - DIFFUSEUR DE SORTIE :

La vitesse des gaz à la sortie de la turbine de puissance est assez importante ( $C_8 = 132 \text{ m/s}$ ) afin de diminuer cette vitesse, nous adjoindrons à la suite de cette dernière un diffuseur divergent de manière à ramener cette vitesse à une valeur acceptable et suffisante pour l'évacuation des gaz dans l'atmosphère; Nous fixerons cette valeur égale à  $C_9 = 50 \text{ m/s}$

-Calcul des caractéristiques du gaz à l'échappement :



On suppose que l'écoulement est adiabatique dans le diffuseur.

L'Equation de Bernoulli nous donne :

$$H_{t9} = H_9 + \frac{1}{2} C_9^2$$

$$\bar{C}_p T_{t9} = \bar{C}_p T_9 + \frac{1}{2} C_9^2$$

$$\text{d'où } T_9 = T_{t9} - \frac{1}{2} \frac{C_9^2}{\bar{C}_p}$$

$$\text{avec } T_{t9} = T_{t8} = 697 \text{ K}$$

$$\text{Soit } T_9 = 697 - \frac{1}{2} \frac{90^2}{1,2 \cdot 10^3} = 696 \text{ K}$$

$$\boxed{T_9 = 696 \text{ K}}$$

$$\text{ou } \boxed{t_9 = 423 \text{ }^\circ\text{C}}$$

- Calcul de pression statique à la sortie du diffuseur :

Pour un fluide compressible, on a :

$$\frac{P_{t9}}{P_9} = \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_9^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$M_9 = \frac{C_9}{\sqrt{\gamma \cdot T_9}} = \frac{50}{(1,31 \times 290 \times 696)^{\frac{1}{2}}} = 0,097$$

$$P_{t9} = P_{t8} = 1,113 \text{ bars.}$$

$$\text{d'où } \frac{P_{t9}}{P_9} = \left( 1 + \frac{0,31}{2} \cdot 0,097^2 \right)^{\frac{1,31}{0,31}} = 1,006$$

$$\text{Soit } P_9 = \frac{P_{t9}}{1,006} = \frac{1,113}{1,006} = 1,10 \text{ bars}$$

$$\boxed{P_9 = 1,10 \text{ bars}}$$

- Calcul de la masse volumique à la sortie du diffuseur :

$$\rho_9 = \frac{P_9}{r \cdot T_9} = \frac{1,10 \cdot 10^5}{290 \times 696} = 0,5450 \text{ kg/m}^3$$

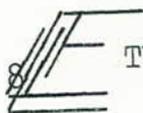
$$\boxed{\rho_9 = 0,5450 \text{ kg/m}^3}$$

CONCLUSION :

"Les gaz d'échappement du turbomoteur à double corps disposent encore d'une chaleur qui peut être utilisée dans une chaudière à vapeur, soit directement et la puissance de l'installation à vapeur est alors faible, soit pour l'alimentation d'un foyer recevant par ailleurs du combustible et la turbine à gaz et alors un auxiliaire de l'installation à vapeur, jouant le rôle d'un rechauffeur d'air" .



HAPITRES IV ET V



TUDE



ARAMETRIQUE

41 - Description :

Les turbines à gaz industrielles se composent essentiellement

- a) d'un compresseur du type centrifuge pour les petites installations ou du type axial pour les grosses installations.
- b) d'une chambre de combustion
- c) d'une turbine à réaction
- d) d'une machine receptrice (alternateur)
- e) d'un démarreur ou moteur de lancement

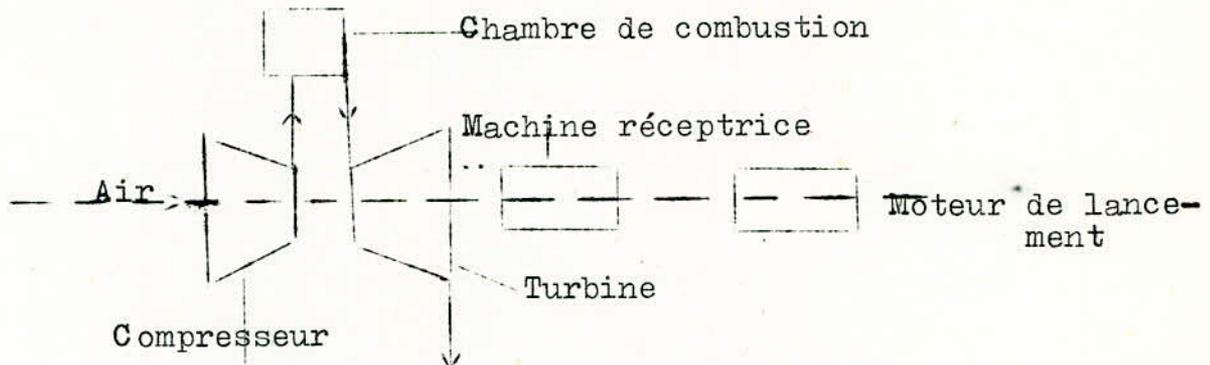


Schéma de principe d'un turbo-moteur

Remarque :

L'ensemble turbo-moteur dont nous avons déterminé le dimensionnement est formé :

- d'un compresseur double-corps : le premier a un taux de compression de 5 le second 3  
L'ensemble forme un compresseur axial au taux de compression global de  $5 \times 3 = 15$
- de trois turbines : les 2 premières sont accouplées avec les corps précédents du compresseur séparément  
La troisième est libre et est dite turbine de puissance. C'est cette dernière qui fournit l'énergie mécanique à la machine receptrice. Les 2 premières servent à faire tourner le compresseur. Les accouplements sont réalisés grâce à l'utilisation d'arbres creux.

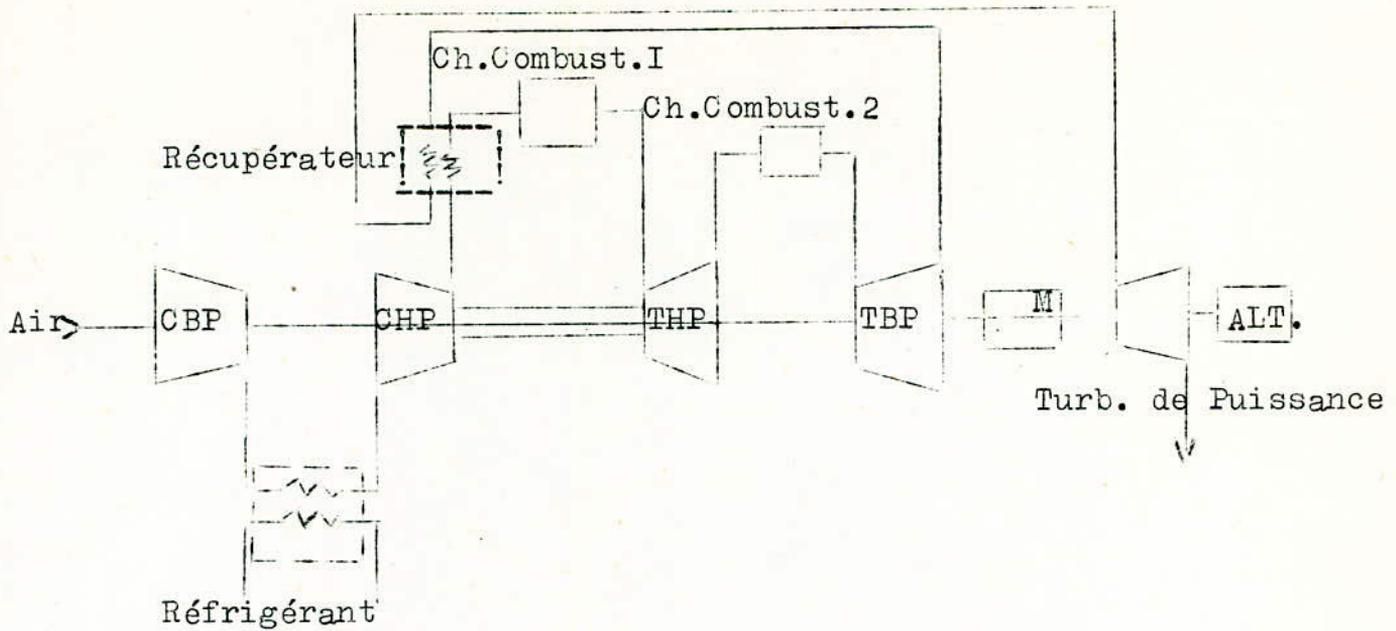


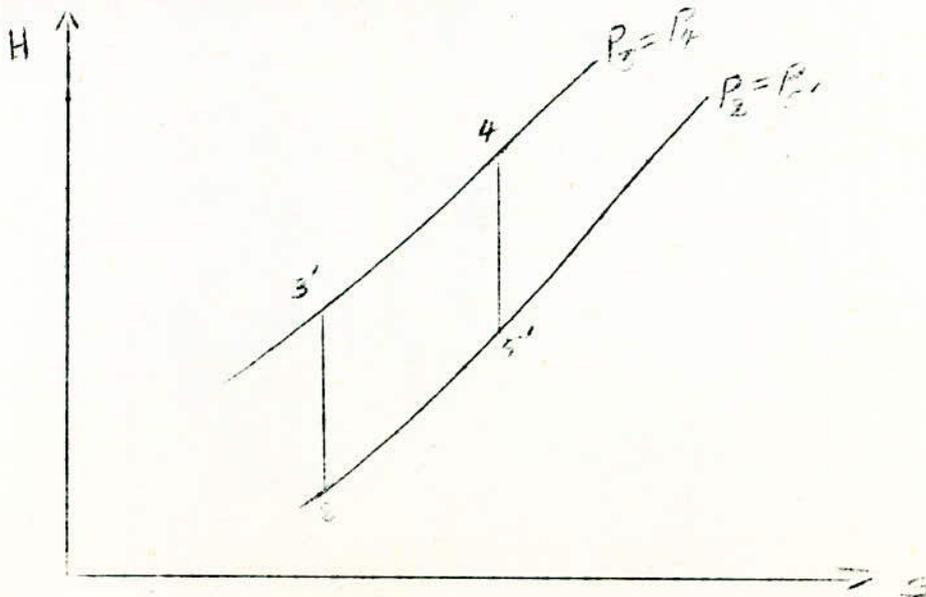
Schéma de principe d'une installation  
complexe de turbo-moteur

41- Cycle théorique de la turbine à gaz

On ne peut parler, en toute rigueur, d'un cycle car le fluide qui est, ici, de l'air, en recevant du carburant (G N), a changé de nature. D'autre part, après détente dans la turbine les gaz de combustion, au lieu de suivre le même ordre de transformations qu'ils viennent de subir, sont évacués dans l'atmosphère.

Du point de vue thermodynamique, on peut considérer les gaz comme étant de l'air, la fraction de combustible ajoutée à l'air étant négligeable ( $\frac{1}{60}$  environ)

411- Etude des transformations



Dans ce qui suit, nous allons étudier les transformations du cycle théorique d'un turbo-moteur simple.

L'air est d'abord comprimé de la pression atmosphérique  $P_2$  à la pression  $P_{3'}$  (pression à la sortie du compresseur) : c'est la transformation 2-3'. La compression est supposée à entropie constante, car la chaleur de frottement dans ce cas théorique, est considérée comme nulle.

L'air est ensuite chauffé, à pression constante, dans la chambre de combustion. C'est la transformation 3'-4.

À la sortie de la chambre de combustion, l'air est détendu isentropiquement (transformation 4-5') dans la turbine. En sortant de la turbine, il est évacué à l'air libre.

#### 412- Bilan thermique du cycle théorique.

Nous allons évaluer les quantités d'énergie mises en jeu dans le cycle.

Chaleur reçue par kg d'air du milieu extérieur.

$$Q_{3',4} = c_p (T_4 - T_{3'}) \text{ J/Kg}$$

La chaleur massique  $c_p$  varie, en réalité, avec la température mais cette variation étant faible, on considère  $c_p$  constante.

Chaleur fournie pendant le refroidissement du gaz.

$$Q_{5',2} = c_p (T_2 - T_{5'}) \text{ J/Kg} \quad \text{or } W + Q = 0 \text{ donc } W = -Q$$

(D'après le premier principe de la Thermodynamique.)

$W$  est l'énergie théorique disponible fournie sous forme de travail mécanique à la machine réceptrice.

On définit le rendement théorique du cycle :

$$\eta_{th} = \frac{\text{Energie théorique disponible}}{\text{Energie théorique dépensée}}$$

$$\eta_{th} = \frac{W}{Q_{3',4}} = \frac{Q_{3',4} + Q_{5',2}}{Q_{3',4}} = 1 + \frac{Q_{5',2}}{Q_{3',4}}$$

Comme  $Q_{5',2}$  et  $Q_{3',4}$  sont de signes contraires :  $\eta_{th} = 1 - \left| \frac{Q_{5',2}}{Q_{3',4}} \right|$

En faisant intervenir les températures :

$$\eta_{th} = \frac{T_4 - T_{3'} + T_2 - T_{5'}}{T_4 - T_{3'}} = \frac{\frac{T_4}{T_2} - \frac{T_{3'}}{T_2} + 1 - \frac{T_{5'}}{T_2}}{\frac{T_4}{T_2} - \frac{T_{3'}}{T_2}}$$

Posons  $\gamma = \frac{T_{3'}}{T_2} = \left( \frac{P_{3'}}{P_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$  = coefficient d'augmentation de température dans le compresseur.

et soit  $\alpha = \frac{T_4}{T_2}$  = coefficient global d'augmentation de température.

Comme  $\frac{P_4}{P_5} = \frac{P_{3'}}{P_2}$  donc  $\frac{T_4}{T_{5'}} = \frac{T_{3'}}{T_2} = \beta$  et  $\frac{T_{5'}}{T_2} = \frac{\alpha}{\beta}$

Il vient alors  $\eta_{th} = \frac{\alpha - \beta + 1 - \frac{\alpha}{\beta}}{\alpha - \beta}$

Le rendement du cycle théorique est donc

$$\eta_{th} = \frac{\beta - 1}{\beta}$$

#### 413- Consommation spécifique :

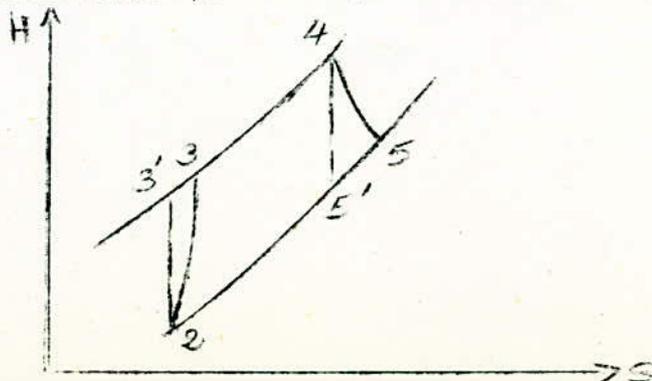
Limitons nous, ici, à donner la formule permettant le calcul de la consommation spécifique  $C_s$  exprimée en kg de combustible par Kwh

$$\text{On a } C_s = \frac{3600}{\eta_{th} I_p \cdot 4,18} \text{ Kg/kwh}$$

$I_p$  est le pouvoir calorifique inférieur du combustible

#### 42- Cycle réel de la turbine à gaz :

Dans une turbine à gaz réelle, la compression et la détente se font toujours adiabatiquement mais avec frottement. Il se crée donc une chaleur de frottement qui fait augmenter l'entropie du système considéré. Nous supposons toujours que la combustion se fait à pression constante. En réalité, il y a une petite variation de pression, mais qui peut être considéré comme négligeable sans que les calculs soient faussés.



421- Travail du compresseur :

Le travail su compresseur est donné par :

$$W_c = H_3 - H_2 = C_p (T_{3+} - T_2)$$

Le travail théorique absorbé par le compresseur est :

$$W_c' = H_{3'} - H_2 = C_p (T_{3'} - T_2)$$

On définit l'efficacité du compresseur par :

$$\eta_c = \frac{H_{3'} - H_2}{H_3 - H_2}$$

On en déduit le travail réel du compresseur en fonction de  $\eta_c$  par :

$$W_c \approx \frac{DHc'}{\eta_c} = \frac{C_p (T_{3'} - T_2)}{\eta_c} = \frac{C_p \cdot T_2 \left[ \frac{T_{3'}}{T_2} - 1 \right]}{\eta_c} = \frac{C_p T_2 [\beta - 1]}{\eta_c}$$

$$W_c = \frac{1}{\eta_c} C_p \cdot T_2 [\beta - 1]$$

422 - Combustion :

La combustion s'effectue suivant la transformation 3-4 le long de l'isobare  $P_3$ . On pratique, il y a une perte de pression de l'ordre de 5% de la pression initiale.

La quantité de chaleur correspondant à cette transformation est :

$$Q_{34} = \bar{C}_p (T_4 - T_3)$$

$\bar{C}_p$  est la chaleur massique correspondant au gaz chaud. Elle vaut  $\bar{C}_p = 1,130 \text{ J/Kg}^\circ\text{k}$

Le bilan énergétique dans le cas idéal, donne :

$$\dot{m}_a H_3 + \dot{m}_f' I_p = (\dot{m}_a + \dot{m}_f') H_4$$

avec  $\dot{m}_a$  = débit masse d'air

$\dot{m}_f'$  = débit masse idéal du combustible.

En faisant intervenir le rendement de combustion

$$\eta_b = \frac{\dot{m}_f' / \dot{m}_a}{\dot{m}_f / \dot{m}_a} = \frac{\text{Rapport de mélange idéal}}{\text{Rapport de mélange réel.}}$$

Considération faite de ce qui a été dit plus haut, on trouve :

$$H_3 + f \eta_b I_p = H_4 \quad \text{avec } f = \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_a}$$

Le rapport de mélange  $f$  peut être calculé par

$$f = \frac{I}{\frac{\eta_b \cdot I_p}{\bar{c}_p (T_4 - T_3)} - I}$$

On en déduit la consommation spécifique de combustible :

$$\dot{m}_f = f \dot{m}_a$$

En fonction du rendement  $\eta_{th}$ , pour obtenir de la machine motrice 1 k w h, soit 3600 kJ, il faut dépenser sous forme de combustible de pouvoir calorifique  $I_p$  (kcal/kg) :

$$C_s = \frac{3600}{\eta_{th} I_p \cdot 4,18} \quad \text{Kg/KWh}$$

#### 423- Détente dans la turbine :

Calculons le travail fourni par la turbine :

On définit l'efficacité de la turbine par  $\frac{H_4 - H_5}{H_4 - H_5'} = \eta_t$

$$\text{donc } W_t = H_4 - H_5 = \eta_t (H_4 - H_5') = \bar{c}_p \eta_t (T_4 - T_5')$$

$$W_t = \bar{c}_p \eta_t T_4 \left( 1 - \frac{T_5'}{T_4} \right) = \bar{c}_p \eta_t T_4 \left( 1 - \left[ \frac{P_5}{P_4} \right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma'}} \right)$$

$$W_t = \bar{c}_p \eta_t T_4 \left( 1 - \left[ \frac{P_5}{P_4} \right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma'}} \right)$$

Le travail fourni par la turbine est donc proportionnel à la température d'entrée des gaz dans la turbine.

424 - Calcul du rendement.

Le rendement du cycle réel est  $\eta_{th} = \frac{W_u}{Q_e}$ ,  $W_u$  étant le travail utile  $W_u = W_t - W_c$ , et  $Q_e = Q_{34}$

\* Calcul de  $Q_{34}$

$$Q_{34} = \bar{C}_p (T_4 - T_3)$$

$$T_3 - T_2 = \frac{T_{3'} - T_2}{\eta_c} \quad \text{donc : } T_3 = T_2 + \frac{T_{3'} - T_2}{\eta_c}$$

$$\text{d'où } Q_{34} = \bar{C}_p (T_4 - T_2 - \frac{T_{3'} - T_2}{\eta_c})$$

$$Q_{34} = \bar{C}_p T_2 (\alpha - 1 - \frac{\beta - 1}{\eta_c})$$

Calcul de  $W_u$  :

$$W_u = W_t - W_c = \bar{C}_p \alpha \eta_c T_2 (1 - \frac{1}{\beta'}) - \frac{1}{\eta_c} \bar{C}_p T_2 (\beta - 1)$$

Il vient alors :

$$\eta_{th} = \frac{\beta - 1}{\beta} \eta_b \frac{\alpha \frac{\beta' - 1}{\beta'} \frac{\beta}{\beta - 1} \eta_c - \frac{\beta}{\eta_c}}{\alpha - 1 - \frac{\beta - 1}{\eta_c}}$$

$\eta_b$  étant le rendement de combustion.

En faisant l'approximation  $\alpha = \beta'$ , on obtient :

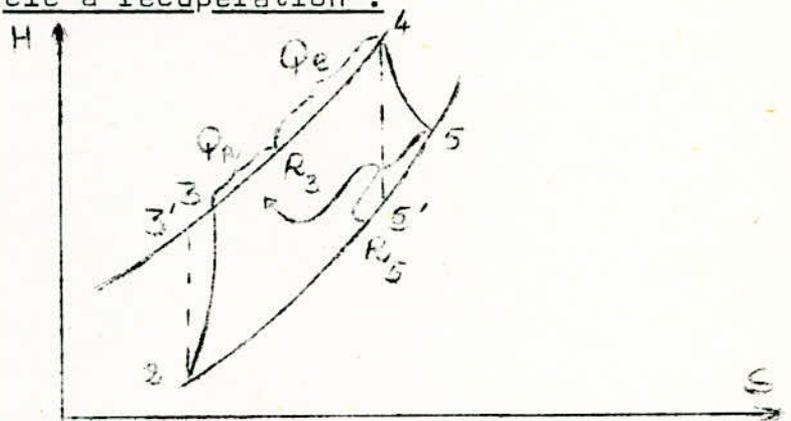
$$\eta_{th} = (1 - \frac{1}{\beta}) \frac{\eta_b \eta_c \alpha - \beta}{\eta_c (\alpha - 1) + 1 - \beta}$$

43 - Cycle de turbine à gaz à récupération :

Le récupérateur, appelé en américain "régénérateur", est un échangeur de chaleur qui utilise la chaleur des gaz d'échappement pour chauffer l'air comprimé avant son introduction dans la chambre de combustion. On verra, plus loin, que la récupération est un moyen d'amélioration du cycle simplifié d'une turbine à gaz.

431 - Rendement du cycle à récupération :

cycle à récupération.



A sa partie du compresseur, l'air est chauffé dans le récupérateur du point 3 au point  $R_3$  par les gaz d'échappement qui abandonnent la quantité de chaleur  $Q_5 - R_5$

On définit l'efficacité du récupérateur par :

$$\eta_R = \frac{H_{R3} - H_3}{H_5 - H_3}, \text{ déduit du fait que les gaz d'échappement ne peuvent pas abandonner une enthalpie supérieure à } H_5 - H_3$$

Chaleur fournie par la chambre de combustion :

Chaleur fournie par la chambre de combustion :

$$Q_{R3-4} = \bar{c}_p (T_4 - T_{R3}) \cdot \frac{1}{\eta_b} = Q_e$$

De la définition de  $\eta_R$ , il vient :

$$T_{R3} = (1 - \eta_R) T_3 + \eta_R \cdot T_5$$

On en déduit :  $Q_e = \frac{\bar{c}_p T_2}{\eta_b} \left( \alpha - (1 - \eta_R) \frac{1}{\eta_c} (\beta - 1 + \eta_c) - \eta_R \alpha \left[ 1 - \eta_t \left( 1 - \frac{1}{\beta} \right) \right] \right)$

Le travail utile  $W_u$  est, bien sur, le même que celui du cycle sans récupération.

D'où le rendement :

$$\eta_{\text{th}} = \frac{\eta_{\text{cb}} \left[ \alpha \eta_{\text{ct}} \frac{\beta-1}{\beta'} - \frac{\beta-1}{\eta_{\text{cc}}} \right]}{\alpha - (1-\eta_{\text{ct}}) \frac{1}{\eta_{\text{cc}}} (\beta-1 + \eta_{\text{cc}}) - \eta_{\text{cc}} \alpha \left[ 1 - \eta_{\text{ct}} \frac{\beta-1}{\beta'} \right]}$$

Nous essayerons de voir, à la fin de notre étude, les améliorations obtenues dans le cas d'une compression étagée et d'une double combustion.

## 5 - Etude paramétrique

Les prochains chapitres de cette étude seront consacrés à l'étude paramétrique de la turbine à gaz. En effet, nous étudierons les variations du rendement thermique du cycle simple et du cycle complexe en fonction des divers paramètres mis en jeu, en particulier les rapports  $\alpha\beta$  et les efficacités des compresseur, turbine, échangeur...

On essaiera, en conséquence, de dégager des applications pratiques, en vue d'une utilisation plus efficace et rationnelle des ensembles turbo-compresseur à combustion.

Tout d'abord, nous orientons notre étude suivant deux lignes maîtresses :

- Cycle sans récupération.
- Cycle avec récupération.

Nous ferons des comparaisons avec le cycle théorique idéal de Carnot.

### 51-Cycle sans récupération.

#### 511-Variation du rendement en fonction de $T_2$ et $T_4$ :

L'étude précédente du cycle réel a montré que

$$\eta_{th} = \frac{\beta-1}{\beta} \eta_c \cdot \frac{\alpha \eta_c^{\frac{\beta-1}{\beta}} \cdot \frac{\beta}{\beta-1}}{\alpha-1 - \frac{\beta-1}{\eta_c}}$$

Le paramètre  $\alpha = \frac{T_4}{T_2}$  figurant au numérateur et au dénominateur de la formule précédente, ne nous permet pas de nous prononcer, à première vue, sur les variations du rendement en fonction de  $T_4$  et  $T_2$ .

Pour cela, fixons tous les autres paramètres, à l'exception de  $r = \frac{P_3}{P_2}$  (qui variera de 1 à 16) et calculons les valeurs de  $\eta_{th}$  correspondant à  $T_4 = 950^\circ\text{k}, 1013^\circ\text{k}, 1100^\circ\text{k}, 1200^\circ\text{k}, 1300^\circ\text{k}, 1400^\circ\text{k}$  et  $1500^\circ\text{k}$ ,  $T_2$  restant : égale à  $288^\circ\text{k}$

La planche 6 montre que le rendement augmente avec  $T_4$  quand  $T_2$  reste constant. Par conséquent, le rendement augmente avec  $\alpha$ . Comme  $\alpha = \frac{T_4}{T_2}$ , on peut ajouter en disant que le rendement augmente quand  $T_4$  croît et  $T_2$  diminue. Le maximum du rendement correspond, en outre, aux faibles valeurs de  $r$ , pour les faibles valeurs de  $\alpha$  et aux valeurs élevées de  $r$  pour les grandes valeurs de  $\alpha$ . Par conséquent, quand on a la possibilité d'obtenir une température élevée à l'entrée de la turbine, on pourra utiliser des taux de compression élevés. Pour une température  $T_4 = 1200^\circ\text{K}$ , température généralement utilisée dans les turbines à gaz actuelles, ( $955^\circ\text{C}$  dans les turbines ALSTHOM) le rendement Max se situe à  $r=9$  et vaut 21,5% pour  $\eta_e = \eta_c = 85\%$  et  $\eta_s = 100\%$ .

Dans notre étude, nous avons considéré des températures  $T_4$  allant jusqu'à  $1500^\circ\text{K}$  bien que ces températures soient très élevées pour les turbines à gaz industrielles actuelles. Par contre, les turbines de réacteurs peuvent supporter des températures dépassant  $1500^\circ\text{K}$ .

Dans les chambres de combustion à faible excès d'air, la combustion porterait les gaz à une température très élevée, de l'ordre de  $1600$  à  $1800^\circ\text{C}$ , absolument incompatible avec la conservation de l'alliage de la turbine. Afin de maintenir la température des gaz inférieure à celle que peut prendre le métal sans qu'on doive craindre les effets de son écoulement ou de son fluage sous l'action prolongée des forces qui le sollicitent, on utilise un grand excès d'air. Dans ces conditions les gaz comburés obtenus, présentent les mêmes propriétés que l'air.

Dans le cas d'utilisation de très hautes températures, on pourrait employer des aubes très bien refroidies.

#### Remarque:

Dans la planche 6 nous avons tracé les variations du rendement en fonction de  $\alpha$  et  $\beta$  en maintenant constantes les efficacités  $\eta_c$  et  $\eta_e$ . En réalité, ces efficacités varient en fonction de  $\alpha$  et  $\beta$ , mais, étant donné l'intervalle assez restreint dans lequel seront situées finalement les valeurs de  $r$  qu'il faudra considérer en pratique, nous négligerons les variations en question.

512 - Variation du rendement en fonction de  $\beta = \frac{T_3}{T_2}$

Nous avons 
$$\eta_{th} = \frac{\eta_t \bar{c}_p T_4 \left[1 - \frac{1}{\beta}\right] - \frac{1}{\eta_c} c_p T_2 [\beta - 1]}{\bar{c}_p [T_4 - T_3]}$$

Si  $\beta \approx \beta'$   $W_u$  est nul pour :  $\beta = 1$  ou  $\beta = \eta_t \eta_c \alpha = \beta_0$ .

La valeur de  $\beta$  rendant maximum  $W_u$  est telle que :

$$\frac{dW_u}{d\beta} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{d^2 W_u}{d\beta^2} < 0$$

En partant de l'expression précédente de  $W_u$ , il vient :

$$\eta_t T_4 \frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\eta_c} T_2 = 0 \quad \text{d'où} \quad \beta = \sqrt{\eta_t \eta_c \alpha} = \sqrt{\beta_0}$$

L'expression sous le radical étant la valeur annulant  $W_u$ .

$\eta_{th}$  s'annule pour les mêmes valeurs annulant  $W_u$ , soit  $\beta = \beta_0$   
 et  $\beta = 1$ , il est maximum pour  $\frac{d\eta_{th}}{d\beta} = 0$  et  $\frac{d^2 \eta_{th}}{d\beta^2} < 0$

Avec les approximations faites ci-dessus :

$$W_u = c_p T_2 \frac{1}{\eta_c} \frac{(\beta_0 - \beta)(\beta - 1)}{\beta}$$

La quantité de chaleur  $Q_{34}$  étant  $Q_{34} = c_p \left[ T_2 [\alpha - 1] - \frac{T_2}{\eta_c} (\beta - 1) \right]$

Sous sa nouvelle forme, le rendement est :

$$\eta_{th} = \frac{(\beta_0 - \beta)(\beta - 1)}{\beta \eta_c (\alpha - 1) - \beta(\beta - 1)}$$

La condition  $\frac{d\eta_{th}}{d\beta} = 0$  se traduit par :

$$\eta_{th_{max}} = \frac{\eta_t \eta_c \alpha - 2\beta_M + 1}{\eta_c (\alpha - 1) - 2\beta_M + 1}$$

$\beta_M$  étant la plus petite des 2 racines de l'équation

$$\beta^2 [\beta_0 - \eta_c (\alpha - 1)] - 2\beta \cdot \beta_0 + \eta_c \beta_0 (\alpha - 1) + \beta_0 = 0$$

513 - VARIATIONS DU RENDEMENT EN FONCTION DES EFFICACITES :

5131 - Variation en fonction de  $\eta_b$

La formule donnant le rendement montre  $\eta_{th}$  est directement proportionnel à  $\eta_b$ . Il croît donc avec  $\eta_b$  : les planches 6' et 6 confirment ce résultat. Pour les chambres de combustion usuelles,  $\eta_b$  est compris entre 0,90 et 0,98

5132 - VARIATION DU RENDEMENT EN FONCTION DE  $\eta_c$  et  $\pi$  :

Le rendement est sensible à la variation de l'efficacité du compresseur  $\eta_c$ . En effet, pour un même rapport de compression  $\pi = 9$ , le rendement passe de 20,4 % à 22,4 % quand  $\eta_c$  passe de 85 % à 90 %, tout étant égal par ailleurs. La planche 7 montre l'allure parabolique des courbes qui vont en s'écartant de plus en plus quand  $\pi$  croît. Par conséquent, l'influence de  $\eta_c$  sur le rendement est plus accentuée pour les grandes valeurs de  $\pi$  que pour les petites valeurs de  $\pi$ .

Pour  $\eta_t = \eta_c = 0,85$ ,  $\alpha = 4,1666$ ,  $\eta_b = 95\%$  le maximum du rendement est réalisé pour  $\pi = 9$ .

5133 - VARIATION DU RENDEMENT EN FONCTION DE  $\eta_c$  POUR UN RAPPORT DE COMPRESSION DONNE :

$$\text{On a trouvé : } \eta_{th} = \frac{\beta - 1}{\beta} \cdot \eta_b \frac{\alpha \frac{\beta' - 1}{\beta'} \frac{\beta}{\beta - 1} \eta_t - \frac{\beta}{\eta_c}}{\alpha - 1 - \frac{\beta - 1}{\eta_c}}$$

Si on se fixe  $\pi = \beta^{\frac{\alpha}{\delta - 1}}$ ,  $\eta_b$ ,  $\eta_t$ ,  $\alpha$ ... et que l'on fasse varier seulement  $\eta_c$ , la formule donnant  $\eta_{th}$ , sous forme paramétrique, devient :

$$\eta_{th} = A \frac{B - \frac{C}{\eta_c}}{D - \frac{E}{\eta_c}} = A \frac{B\eta_c - C}{D\eta_c - E}$$

La courbe donnant le rendement en fonction de  $\eta_c$  est donc une branche hyperbolique. Sur un petit intervalle de variation on peut assimiler cette branche à une portion de droite. En effet,

$\eta_c$  est compris dans l'intervalle 0,84.....0,87 pour le compresseur axial à étages multiples. La planche 8 confirme ce résultat et montre, en outre, que le rendement croît avec  $\eta_c$  pour l'intervalle de variation considéré de ce dernier.

Du point de vue pratique, il faut pousser  $\eta_c$  à la valeur la plus élevée possible.

5134.- VARIATION DU RENDEMENT EN FONCTION DE  $\eta_t$  POUR UN RAPPORT DE COMPRESSION DONNE :

La formule du rendement montre que ce dernier est proportionnel à  $\eta_t$ . La planche 9 confirme ce résultat. En effet, nous avons obtenu des droites. Par conséquent, en pratique, il faut essayer d'avoir les valeurs les plus élevées de  $\eta_t$ .

5135.- COMPARAISON DES VARIATIONS DE  $\eta_{th}$  EN FONCTION DE  $\eta_t$  POUR UN RAPPORT DE COMPRESSION DONNE :

Sur la planche 8 nous avons tracé, sur le même repère les courbes  $\eta_{th} = \eta_{th}(\eta_c)\eta_t = c_1$  et  $\eta_{th} = \eta_{th}(\eta_t)\eta_c = c_2$ . Les échelles sur l'axe des abscisses sont les mêmes (pour

Le point d'intersection A des 2 courbes qui correspondent à  $\eta_t = 0,90$  et  $\eta_c = 0,90$  est un point qui remplit les mêmes conditions sur les deux courbes :  $\eta_{th} = 25,5\%$ ,  $\eta = 8, \alpha = 4,166$ ,

$\eta_b = 95\%$ . Nous allons le considérer comme un point de départ et étudier, à partir de ce point, les variations de l'écart entre  $\eta_{th}$  à  $\eta_c$  constant et  $\eta_{th}$  à  $\eta_t$  constant.

Maintenons  $\eta_t = 0,90$  et faisons croître  $\eta_c$ , nous parcourons la courbe en trait continu.

Maintenons  $\eta_c = 0,90$  et faisons croître  $\eta_t$ , nous parcourons la courbe en pointillés.

La comparaison des pentes des courbes, assimilables à des droites, montre que la droite en pointillés a la plus grande pente. Par conséquent, la variation de  $\eta_{th}$  en fonction de  $\eta_t$  à  $\eta_c$  constant est plus rapide que la variation de  $\eta_{th}$  en fonction de  $\eta_c$  à  $\eta_t$  constant.

En d'autres termes, nous dirons que le rendement thermique est plus sensible à la variable de  $\eta_t$  qu'à celle de  $\eta_c$ .

52 - CYCLE AVEC RECUPERATION :

521 - IN TERPRETATION DES COURBES :

La température des gaz d'échappement étant relativement élevée, les gaz quittent la turbine avec une enthalpie encore utilisable et dont l'abandon constitue la perte par échappement. Pour ceci, on utilise un échangeur pour chauffer les gaz avant leur admission dans la chambre de combustion. Cet échangeur permet de récupérer une partie de l'enthalpie des gaz d'échappement.

L'étude de la formule du rendement thermique du cycle avec récupération par les diagrammes, montre que le rendement augmente considérablement avec l'efficacité du récupérateur. La planche 10 confirme ceci et montre, en plus que, que le rendement maximum est réalisé pour les petites valeurs de  $\eta = \frac{P_3}{P_2}$ . Les valeurs de  $\eta$  correspondant aux rendements maximum sont d'autant plus petites que l'efficacité du récupérateur est plus grande.

Etudions le cas limite où  $\eta_r = 1$

En faisant  $\eta_r = 1$  dans la formule

$$\eta_{th} = \eta_b \frac{\alpha \eta_t \frac{\beta-1}{\beta'} - \frac{\beta-1}{\eta_c}}{\alpha (1-\eta_r) \frac{1}{\eta_c} (\beta-1+\eta_c) - \eta_r \alpha [1-\eta_t \frac{\beta-1}{\beta}]}$$

et avec l'approximation  $\gamma = \gamma'$ , il vient :

$$\eta_{th} = \eta_b \left[ 1 - \frac{\beta}{\alpha \eta_c \eta_t} \right]$$

si  $\eta_b = 100\%$ , le rendement du cycle avec récupération idéale s'écrit sous la forme :

pour  $\alpha, \eta_c, \eta_t$  fixés, la courbe représentative de  $\eta_{th}$  en fonction de  $\beta$  est une droite; en fonction de  $\eta$ , c'est une courbe représentée en traits mixtes sur la planche 10 pour  $\eta_t = \eta_c = 0,85, \eta_b = 100\%$ . Sous la forme précédente, le rendement est d'autant plus grand que  $\eta$  est petit. Le maximum est réalisé pour  $\eta = 0$  et vaut l'unité. C'est un cas qui correspond à une installation sans compresseur ( $\eta = 0$ ). Donc, pour une installation avec récupération idéale, le rendement est d'autant plus intéressant que le rapport de compression est plus petit.

Pour  $\eta_t = \eta_c = 0,85$ ,  $\alpha = 4,1666$ ,  $\eta = 1, \eta_b = 100\%$  on trouve :

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{(0,85)^2 \cdot 4,1666} = 66\%$$

C'est un cas idéal, mais qui montre comment l'utilisation d'un échangeur peut être efficace. On ne passerait pas sans remarquer à tel point serait compétitive une telle turbine dont le compresseur aurait un nombre d'étages très réduit. Mais, hélas ! l'installation d'un accessoire intermédiaire qu'est l'échangeur, vient rehausser le prix de revient de l'installation. En effet, si on exprimait que la chaleur reçue par les gaz froids est égale à la quantité de chaleur donnée par les gaz chauds, on verrait que l'efficacité de l'échangeur dépend de la surface d'échange de chaleur  $S$  :

$$M_{cp} (T_5 - T_{R5}) = M_{cp} (T_{R3} - T_3) = K S \Delta T$$

Dans cette expression, on a admis des masses égales des fluides circulant à contre courant dans l'échangeur.  $K$  est le coefficient de transmission de chaleur de l'appareil.

On voit donc que les performances de l'échangeur sont basées sur l'étendue de sa surface et sur le coefficient dépendant de la matière constituant l'échangeur.

La planche 10 montre que toutes les courbes en un point. Soit  $\eta_0$  la valeur de  $\eta$  correspondant à ce point. Au-delà de  $\eta_0$  l'utilisation d'un échangeur ne revêt aucun intérêt pratique.

En effet, pour  $\eta$  supérieur à  $\eta_0$ , le maximum de rendement avec récupération est inférieur à l'optimum réalisé avec un cycle simple, sans récupération : l'utilisation d'un échangeur serait sans intérêt.

Pour  $\eta_t = \eta_c = 0,85$   $\alpha = 4,1666$   $\eta_b = 100\%$   $\eta_0$  vaut 16

Donc au-delà de 16 on n'a aucun intérêt à utiliser un récupérateur.

REMARQUE :

Pour  $\eta = 16$ , calculons  $\eta_{th} = 1 \frac{(\eta)^{\frac{\delta-1}{\delta}}}{\eta_t \eta_c \alpha}$  considération faite que  $\delta = \delta'$

On trouve 26%

On trouve 20% quand on fait distinction entre  $\delta$  et  $\delta'$ .

La différence qui existe entre ces deux rendements est due à celle qui existe entre  $\delta$  et  $\delta'$ .

En conclusion à ce qui vient d'être dit, il y a avantage à pousser les valeurs de  $\eta_R$  le plus haut possible, pour que les maximum du rendement correspondent à de faibles valeurs de  $\eta = \frac{P_3}{P_2}$

Pour  $\eta_R = 0,80$   $\alpha = 4,1666$   $\eta_t = \eta_c = 0,85$   $\eta = 4$   $\eta_{th} = 34\%$

Mais, comme on l'a vu plus haut, on est limité par les grandes dimensions du récupérateur lorsqu'on veut réaliser une valeur quelque peu élevée de  $\eta_o$ .

522 - Calcul du rapport de compression limite  $\eta_o$  :

Pour déterminer  $\eta_o$ , exprimons que le rendement, comme on l'a vu sur les courbes, est le même, avec ou sans récupération, donc quelque soit la valeur de  $\eta_R$ .

$$\frac{\eta_b \left[ \alpha \eta_t \frac{\beta'-1}{\beta'} - \frac{\beta-1}{\eta_c} \right]}{\alpha - (1-\eta_R) \left[ \frac{1}{\eta_c} (\beta-1+\eta_c) - \eta_R \alpha \left[ 1 - \eta_t \frac{\beta'-1}{\beta'} \right] \right]} = \frac{\frac{\beta-1}{\beta} \eta_b \left[ \alpha \frac{\beta'-1}{\beta'} \eta_t - \frac{\beta}{\eta_c} \right]}{\alpha - 1 - \frac{\beta-1}{\eta_c}}$$

Puisque le travail utile  $W_u$  est le même dans les deux cas, la relation exige l'égalité des quantités de chaleur :

$$\alpha - (1-\eta_R) \left[ \frac{1}{\eta_c} (\beta-1+\eta_c) \right] - \eta_R \alpha \left[ 1 - \eta_t \frac{\beta'-1}{\beta'} \right] = \alpha - 1 - \frac{\beta-1}{\eta_c}$$

en faisant  $\beta = \beta'$ , il vient, tout calcul fait :

$$\beta^2 + [\eta_c (1 - \alpha \eta_t - \alpha) - 1] \beta + \alpha \eta_t \eta_c = 0$$

C'est une équation du second degré en  $\beta$  qui nous permet de calculer  $\eta_o$  par la relation  $\eta_o = \left[ \frac{\beta}{\beta-1} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$

$\beta_o$  étant la plus petite racine de l'équation précédente.

53 - ETUDE DE LA CONSOMMATION SPECIFIQUE  $C_s$  (kg/kwh)

531 - Cycle sans récupération :

5311 - Variation de  $C_s$  en fonction de la température d'entrée à la turbine  $T_4$  et du taux de compression  $\eta = \frac{P_3}{P_2}$  :

Pour étudier ces variations, consultons la PL 11. A partir des études précédentes des variations de  $\eta_{th}$  en fonction de  $\eta$  et  $T_4$  nous avons tracé les courbes donnant  $C_s = \frac{3600}{\eta_{th} I_p \cdot 4,18}$

Nous savons que pour  $\eta = 1$ , le travail utile  $W_u$  est nul et que le rendement thermique est donc aussi nul. La formule précédente donnant  $C_s$  montre donc que la consommation est infiniment grande. Ce cas n'est donc pas intéressant pour la pratique.

Par contre, les valeurs les plus intéressantes, du point de vue

pratique, se situent aux valeurs moyennes de ( $\eta = 4,5,6,7$ ) pour les faibles températures ( $T_4 = 950 \text{ K}, 1013 \text{ K}$ ). En effet, la consommation spécifique est minimale dans l'intervalle ( $\eta = 4, \eta = 8$ ) pour les faibles valeurs de  $T_4$ . Toujours pour ces faibles températures, en dehors de l'intervalle ( $\eta = 4, \eta = 8$ ), la consommation croît très vite en fonction de  $\eta$ . En conséquence, nous pouvons dire que pour les faibles valeurs de  $T_4$ , le choix des valeurs de  $\eta$  qui peuvent être utilisées bénéfiquement en pratique est très réduit et ceci d'autant plus que  $T_4$  est faible.

Pour les valeurs élevées de  $T_4$ , le palier de consommation minimale est plus étendu et, par conséquent, le choix de  $\eta$  est plus varié. Par exemple, pour  $T_4 = 1200 \text{ K}$ , on peut prendre  $\eta$  dans l'intervalle ( $\eta = 5, \eta = 15$ ),  $C_s$  ne dépasserait pas  $0,44 \text{ kg/kwh}$ .

Si tout est égal, par ailleurs,  $C_s$  diminue, quand  $T_4$  augmente.

#### 5312 - VARIATION DE $C_s$ EN FONCTION DE $\eta$ ET $\eta_c$ (PL - 12)

Il y a une analogie très remarquable avec ce que nous venons de voir plus haut. En effet, pour les faibles valeurs de  $\eta_c$ , l'intervalle de choix de  $\eta$  correspondant au minimum de  $C_s$  est réduit. Inversement, pour les valeurs élevées de  $\eta_c$ , le palier correspondant à la consommation minimale est plus étendu.

En pratique, si l'on s'assure une efficacité élevée du compresseur on peut opter pour de grandes valeurs du taux de compression, tout en consommant moins.

$C_s$  diminue quand  $\eta_c$  augmente, tout étant égal, par ailleurs.

#### 5313. VARIATION DE $C_s$ EN FONCTION DE $\eta_c$ et $\eta_t$ POUR $\eta, \alpha, \eta_b$ DONNES:

En suivant une seule des courbes de PL - 13, on voit que la consommation spécifique  $C_s$  diminue quand  $\eta_c$  augmente.

En comparant les courbes entre elles, on déduit que  $C_s$  diminue encore davantage si  $\eta_t$  augmente.

Donc, pour avoir une consommation minimale, on a intérêt à augmenter à la fois  $\eta_c$  et  $\eta_t$ .

#### 5314 - VARIATION DE $C_s$ EN FONCTION DE $\eta_t$ et $\eta_c$ PL 14

L'interprétation est la même que celle de la PL 13.

La consommation diminue quand, séparément ou simultanément,

$\eta_t$  et  $\eta_c$  augmentent.

532 - CYCLE AVEC RECUPERATION :

5321 - VARIATION DE  $C_s$  EN FONCTION DE  $\eta$  et  $\eta_R$  : PL 15

Pour  $\eta = 1$ , quelque soit  $\eta_R$ , la consommation est infiniment grande.

Pour  $\eta = \eta_0$  (calculé précédemment), la consommation est la même qu'il s'agisse d'un cycle avec récupération ou sans récupération:

Les minimum de  $C_s$  sont réalisés pour les faibles valeurs de  $\eta$  quand il s'agit d'un échangeur à grand rendement.

Pour  $\eta$  supérieur à  $\eta_0$ , la consommation devient plus grande que celle d'un cycle sans récupération. Il n'est donc pas intéressant de prendre  $\eta > \eta_0$ , en pratique.

En comparant les courbes entre elles, on voit que  $C_s$  diminue quand  $\eta_R$  augmente.

54 - CYCLE THEORIQUE :

Dans ce qui suit nous allons comparer les différentes courbes déjà vues avec les courbes théoriques qui découlent des travaux de Carnot.

On sait que le rendement d'un système évoluant entre deux sources de chaleurs, l'une à la température  $T_1$ , l'autre à la température  $T_2$

telles que  $T_2 > T_1$ , est donné par  $\eta_{th} = \frac{T_2 - T_1}{T_2}$

Pour le cycle du turbo-moteur le rendement de Carnot est défini par :

$$\eta_{th} = \frac{T_3' - T_2}{T_3'} = \frac{\frac{T_3'}{T_2} - 1}{\frac{T_3'}{T_2}} = \frac{\beta - 1}{\beta}$$

Sauf dans le cas de la récupération parfaite  $\eta_R = 1$ , où on remarque un rapprochement considérable du rendement thermique  $\eta_{th}$  du rendement de Carnot, ce dernier reste un idéal inaccessible.

Sous la forme  $\eta_{th} = \frac{(\eta)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{(\eta)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$ , on voit que la

courbe représentant le rendement théorique en fonction de  $\eta$  est une hyperbole.

Quand  $\eta$  tend vers l'infini  $\eta_{th}$  <sup>avant 1.</sup>

$\eta_{th}$  est nul pour  $\eta = 1$ .

REMARQUE :

Pour la représentation de  $\frac{\beta-1}{\beta}$  et de  $\eta_{th}$  réel en fonction de  $\eta = \frac{P_3}{P_2}$  sur un même graphe, nous avons tracé la courbe

$$\eta'_{th} = \frac{1}{2} \frac{\beta-1}{\beta} = \frac{1}{2} \eta_{th} \text{ pour avoir toute la courbe sur la}$$

feuille étant donné que les valeurs de  $\frac{\beta-1}{\beta}$  sont relativement très élevées par rapport à celles de  $\eta_{th}$  réel.

Pour avoir les vrais valeurs de  $\frac{\beta-1}{\beta}$ , il faut multiplier les lectures sur la courbe par 2.

De même que pour  $\eta_{th}$ , nous avons tracé les courbes donnant  $C_s$  en fonction de  $\eta$ . On a obtenu la consommation théorique, le plus faible que l'on puisse atteindre. C'est un cas idéal.

#### 541 - COMPARAISON DES CARACTERISTIQUES DES CYCLES REEL ET THEORIQUE :

En comparant les courbes des rendements réels et théoriques d'une part, et les courbes de consommations spécifiques réelles et théoriques d'autre part, on remarque que le cas théorique peut être considéré comme une limite dans chaque cas de variation d'un paramètre quelconque.

#### 5411 - Cas de la variation du rendement réel avec la température d'entrée dans la turbine :

L'analyse des planches 6 - 6', montre que le rendement de Carnot pourrait être atteint avec une température  $T_4$  extrêmement grande. Comme on sait que la température que peut atteindre un métal ou alliage est limitée (950 °c pour les turbines actuelles), on ne peut donc pas pousser très loin la température  $T_4$ .

#### 5412 - CAS de la variation du rendement réel avec les efficacités :

L'augmentation de n'importe quelle efficacité ( $\eta_e, \eta_c, \eta_b, \eta_r$ ) entraîne une augmentation de  $\eta_{th}$ , ce qui rapproche  $\eta_{th}$  réel de  $\eta_{th}$  de Carnot (pour les valeurs moyennes de  $\eta = \frac{P_3}{P_2}$ ).

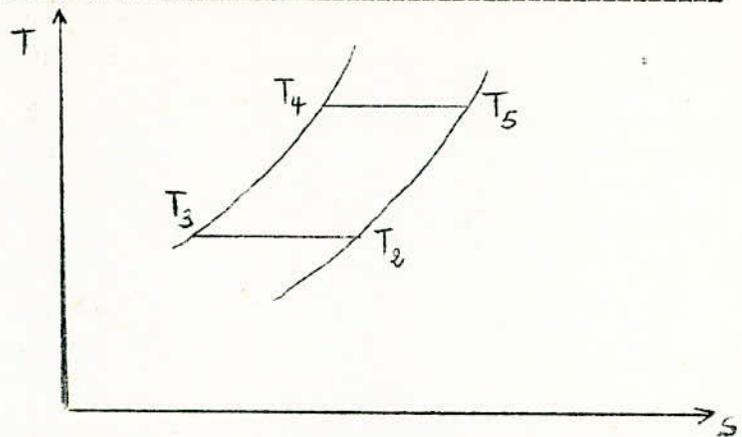
Il faut donc pousser au plus haut les valeurs de ces efficacités et toutes à la fois pour qu'il y ait une sorte de résonance.

L'augmentation d'une efficacité quelconque ne nuit à celle d'aucune autre d'entre elles. Il faut donc que toutes les efficacités soient assez poussées pour remarquer une amélioration du rendement qui est une fonction croissante.

**5413 - Cas de la variation de la consommation spécifique :**

De même que pour le rendement, l'augmentation de la température  $T_4$  et les efficacités entraîne une diminution de la consommation. On peut considérer que la courbe théorique est la limite que l'on pourrait atteindre avec une optimisation de tous les paramètres.





On suppose qu'on a installé une infinité de réfrigérants à la sortie de chaque compresseur élémentaire. Dans ce cas on peut supposer que la compression est isotherme.

Faisons de même pour la combustion en plaçant des chambres de combustion à l'entrée de chaque élément de turbine. Au cas limite, on peut considérer que la détente est isotherme.

Le travail de compression est :

$$\Delta H = \Delta Q + \Delta W = C_p \Delta T = 0 \quad \text{car} \quad \Delta T = 0$$

$$\text{donc} \quad \Delta W = - \Delta Q = - \int_2^{3'} p dv$$

Comme  $p v = \eta T = \text{Cte.}$ , il vient en dérivant :  $p dv + v dp = 0$

$$W = \int_2^{3'} p dv = \int_2^{3'} v dp = \int_2^3 \frac{T_2}{p} dp = \eta T_2 \text{Log} \frac{P_3}{P_2}$$

en faisant intervenir  $\eta_c$  :

$$W_c = \frac{1}{\eta_c} \eta T_2 \text{Log} \frac{P_3}{P_2} \quad \text{comme} \quad \eta = c_p \frac{\gamma - 1}{\gamma}, \text{ il vient}$$

$$W_c = \frac{c_p T_2}{\eta_c} = \text{Log} \beta$$

Le calcul du travail de détente donne :

$$W_t = c_p \alpha T_2 \cdot \eta_t \cdot \text{Log} \beta$$

$$\text{d'où le travail utile : } W_v = W_t - W_c = c_p T_2 \text{Log} \beta \left[ \alpha \eta_t - \frac{1}{\eta_c} \right]$$

Chaleur d'échauffement :

$$Q_e = cp (T_4 - T_3) + Q_{45}$$

$$= cp (T_4 - T_3) + cp \cdot \alpha \cdot T_2 \text{ Log } \beta$$

$$Q_e = cp (T_4 - T_2) + cp \cdot \alpha \cdot T_2 \text{ Log } \beta$$

$$= cp T_2 (\alpha - 1) + cp \alpha T_2 \text{ Log } \beta$$

$$= cp T_2 (\alpha - 1 + \alpha \text{ Log } \beta)$$

doù le rendement

$$\eta_{th} = \frac{\text{Log } \beta \left[ \alpha \eta_t - \frac{1}{\eta_c} \right]}{\alpha - 1 + \alpha \text{ Log } \beta}$$

552 - Cycle réel à compression et détente étagées :

La compression et la détente ne peuvent être isothermes.

Supposons que notre installation de turbine à gaz comporte un compresseur à deux corps entre lesquels se trouve un réfrigérant, de même qu'une turbine à deux corps intercalant une chambre de combustion.

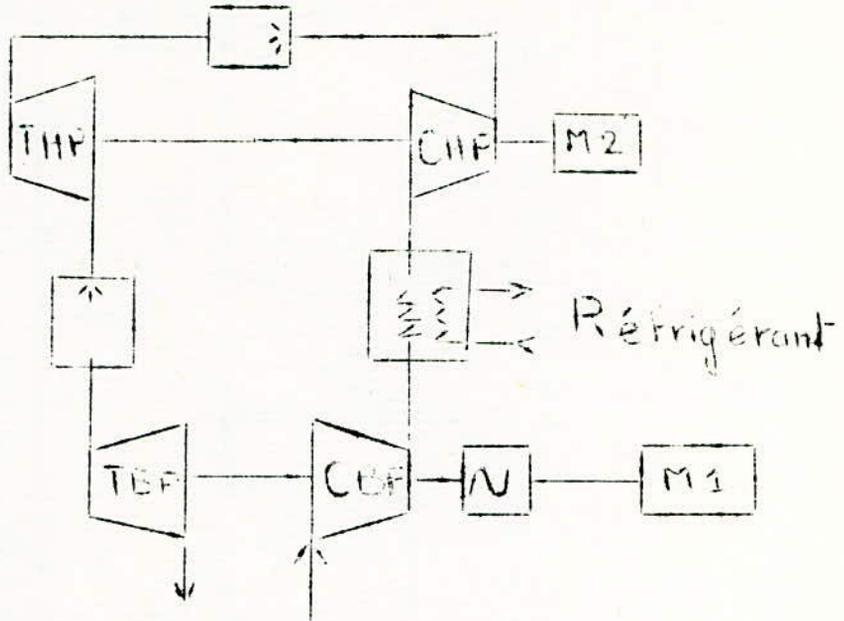
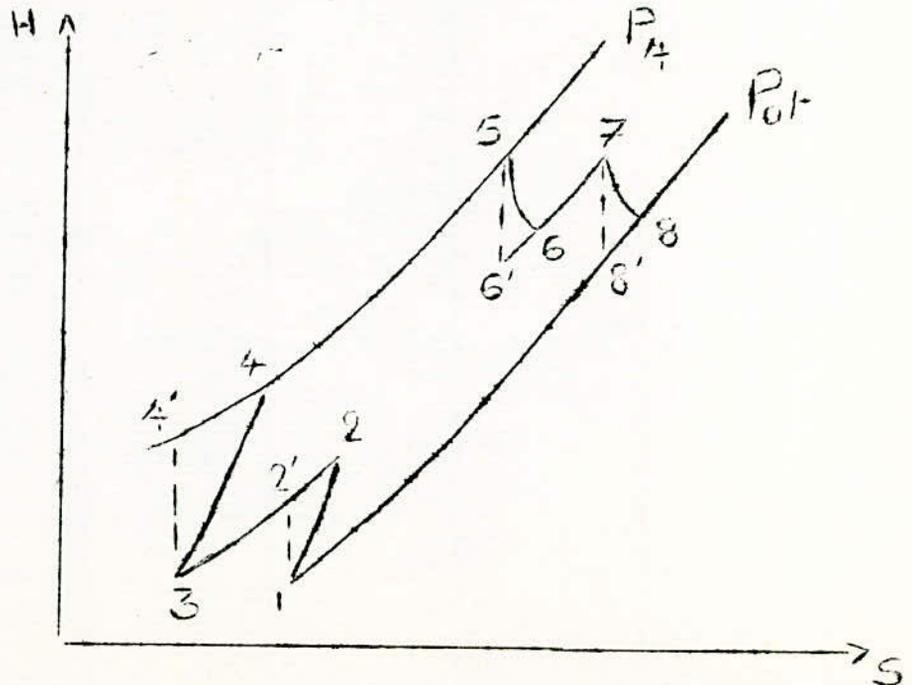


Schéma d'une installation à 2 lignes d'arbres

5521 - Calcul du rendement du cycle réel :

On suit le gaz dans ses transformations successives du point 1 au point 8 du schéma ci-dessus, il vient le diagramme :



Sur la ligne d'arbre HP, on ne récupère aucun travail mécanique car il n'y a aucune machine réceptrice. Le travail du compresseur HP sert tout juste à faire tourner la turbine HP.

On peut donc écrire :  $W_{c34} + W_{t56} = 0$  Le travail du cycle est donc :  $W_{cycle} = W_{t78} + W_{c12}$  d'où la formule du rendement :

$$\eta = \frac{|W_{t78} + W_{c12}|}{Q_{45} + Q_{67}} \quad \text{ou} \quad \eta = \frac{|\bar{C}_p (T_8 - T_7) + C_p (T_2 - T_1)|}{\bar{C}_p (T_5 - T_4) + \bar{C}_p (T_7 - T_6)}$$

- Nous supposons que :  $T_5 = T_7$  et  $T_1 = T_3$  (Réfrigération parfaite).
- On se propose aussi de donner  $T_1 = T_3$ ,  $T_5 = T_7$ ,  $P_8 = P_{at}$ , les coefficients d'augmentation de température dans les deux compresseurs

$$\beta_{1c} = \left[ \frac{P_2}{P_1} \right]^{\frac{\delta-1}{\gamma}} \quad \text{et} \quad \beta_{2c} = \left[ \frac{P_4}{P_2} \right]^{\frac{\delta-1}{\gamma}} \quad \text{on connaît donc} \quad \beta_c = \beta_{1c} \beta_{2c} = \left[ \frac{P_4}{P_1} \right]^{\frac{\delta-1}{\gamma}}$$

- On connaît aussi  $\eta_{1c}$  et  $\eta_{2c}$  de même que  $\eta_{1t}$  et  $\eta_{2t}$
- D'autre part, on suppose que  $C_p = \bar{C}_p$

\* Calcul de  $T_4$  :

$$\text{On a : } \frac{T_3 - T_4}{T_3 - T_4} = \eta_{2c} \quad \text{ce qui donne : } T_4 = T_3 + \frac{T_4 - T_3}{\eta_{2c}}$$

$$\text{soit : } T_4 = T_1 \left[ 1 + \frac{\beta_{2c} - 1}{\eta_{2c}} \right]$$

\* Calcul de  $T_6$  :

L'équation  $W_{t56} + W_{c34} = 0$  donne :

$$C_p (T_4 - T_3) = C_p (T_4 - T_1) = \bar{C}_p (T_5 - T_6) \quad \text{d'où} \quad T_6 = T_5 + T_1 - T_4$$

En remplaçant  $T_4$  par sa valeur déjà trouvée :

$$T_6 = T_5 + T_1 - T_1 \left[ 1 + \frac{\beta_{2c} - 1}{\eta_{2c}} \right] = T_5 - T_1 \frac{\beta_{2c} - 1}{\eta_{2c}}$$

\* Calcul de  $P_6$  et  $T_6'$

La détente isentropique dans la turbine donne :

$$\frac{T_6'}{T_5} = \left[ \frac{P_6}{P_5} \right]^{\frac{\delta-1}{\gamma}}, \quad \text{Ce qui donne : } P_6 = P_5 \left[ \frac{T_6'}{T_5} \right]^{\frac{\gamma}{\delta-1}}$$

On a aussi :  $\frac{T_5 - T_6}{T_5 - T_6'} = \eta_{1t}$ , ce qui donne  $T_6' = T_5 + \frac{T_6 - T_5}{\eta_{1t}}$

En remplaçant  $T_6$  par sa valeur :

$$T_6' = T_5 + \left[ T_5 - T_1 \frac{\beta_{2c} - 1}{\eta_{2c}} \right] \frac{1}{\eta_{1t}} - \frac{T_5}{\eta_{1t}}$$

$$T_6' = T_5 - T_1 \frac{\beta_{2c} - 1}{\eta_{2c} \cdot \eta_{1t}}$$

d'où

$$P_6 = P_5 \left[ 1 - \frac{T_1}{T_5} \frac{\beta_{2c} - 1}{\eta_{2c} \cdot \eta_{1t}} \right]^{\frac{\delta}{\delta-1}} = P_7$$

\* Calcul de  $T_8$  :

$$\frac{T_7 - T_8}{T_7 - T_8'} = \eta_{2t} \quad T_7 - T_8' = \frac{T_7 - T_8}{\eta_{2t}}$$

$$\text{Ou } T_8' = T_7 - \frac{T_7 - T_8}{\eta_{2t}} = T_7 \left[ \frac{P_8}{P_7} \right]^{\frac{\delta-1}{\delta}}$$

$$\text{Donc : } T_7 - \frac{T_7 - T_8}{\eta_{2t}} = T_7 \left[ \frac{P_8}{P_7} \right]^{\frac{\delta-1}{\delta}}$$

$$\text{Ce qui donne : } T_8 = \eta_{2t} T_7 \left[ \frac{1}{\eta_{2t}} + \left[ \frac{P_8}{P_7} \right]^{\frac{\delta-1}{\delta}} - 1 \right]$$

$$\text{Soit } T_8 = \eta_{2t} \cdot T_5 \left[ \frac{1}{\eta_{2t}} + \frac{\left( \frac{P_8}{P_5} \right)^{\frac{\delta-1}{\delta}}}{\left( \frac{P_5}{P_7} \right)^{\frac{\delta-1}{\delta}} \left[ 1 - \frac{T_1}{T_5} \cdot \frac{\beta_{2c} - 1}{\eta_{2c} \cdot \eta_{1t}} \right]} - 1 \right]$$

$$\text{Ou encore } T_8 = \eta_{2t} \cdot T_5 \left[ \frac{1}{\eta_{2t}} + \left[ \frac{P_8}{P_5} \right]^{\frac{\delta-1}{\delta}} \cdot \frac{T_5 \cdot \eta_{2c} \cdot \eta_{1t}}{T_5 \cdot \eta_{2c} \cdot \eta_{1t} - T_1 (\beta_{2c} - 1)} - 1 \right]$$

$$\text{Ou } T_8 = T_5 \left[ 1 + \frac{T_5}{\beta_c} \cdot \frac{\eta_{2c} \cdot \eta_{2t} \cdot \eta_{1t}}{T_5 \cdot \eta_{2c} \cdot \eta_{1t} - T_1 (\beta_{2c} - 1)} - \eta_{2t} \right]$$

\* Calcul de  $T_2$  :

$$\text{On a } \frac{T_1 - T_2'}{T_1 - T_2} = \eta_{1C} \quad \text{ce qui donne } T_2' = T_1 + (T_2 - T_1) \eta_{1C}$$

$$\text{Or } T_2' = T_1 \beta_{1C}$$

$$\text{Donc } T_2 = T_1 \left[ 1 + \frac{\beta_{1C} - 1}{\eta_{1C}} \right]$$

D'où la formule générale du rendement :

$$\eta_{th} = \frac{T_5 \left[ 1 + \frac{T_5}{\beta^C} \cdot \frac{\eta_{2C} \cdot \eta_{2t} \cdot \eta_{1t}}{T_5 \eta_{2C} \eta_{1t} - T_1 [\beta_{2C} - 1]} - \eta_{2t} \right] - T_5 + T_1 \cdot \frac{\beta_{1C} - 1}{\eta_{1C}}}{T_5 - T_1 \left[ 1 + \frac{\beta_{2C} - 1}{\eta_{2C}} \right] + T_1 \frac{\beta_{2C} - 1}{\eta_{2C}}}$$

$$\eta_{th} = \frac{\alpha \frac{1}{\beta^C} \cdot \frac{\eta_{2C} \cdot \eta_{2t} \cdot \eta_{1t}}{\alpha \eta_{2C} \cdot \eta_{1t} - \beta_{2C} + 1} - \eta_{2t} + \frac{1}{\alpha} \frac{\beta_{1C} - 1}{\eta_{1C}}}{1 - \frac{1}{\alpha} \left[ 1 + \frac{\beta_{2C} - 1}{\eta_{2C}} + \alpha \frac{\beta_{2C} - 1}{\eta_{2C}} \right]}$$

Si  $\beta_{1C} = \beta_{2C}$

$$\text{alors } \eta_{th} = \frac{1}{\alpha - 1} \left[ \frac{\alpha^2 \eta_{2t} \cdot \eta_{2C} \cdot \eta_{1t}}{\beta_C (\alpha \eta_{1t} \cdot \eta_{2C} - \sqrt{\beta_C} + 1)} - \alpha \eta_{2t} + \frac{\sqrt{\beta_C} + 1}{\eta_{1C}} \right]$$

Pour une turbine à gaz réalisée en moyen d'un compresseur et d'une turbine à hautes efficacités, l'intérêt de l'échangeur est moindre. Si l'on parvenait à réaliser des valeurs très favorables de  $\eta_c$  et  $\eta_t$ , on pourrait, compte tenu des inconvénients d'encombrement, de poids et d'entretien de l'échangeur, donner la préférence à la machine sans échangeur ( $\eta_R = 0$ ) mais à rapport de compression  $\eta = \frac{P_3}{P_2}$  relativement élevé et correspondant au rapport des températures rendant  $\eta_{th}$  maximum, encore que la valeur plus grande de  $\eta$ , rende plus difficile pour le compresseur le maintien de la valeur favorable de  $\eta_c$ .

Certes, la récupération des calories d'échappement est le facteur le plus important de l'amélioration du rendement du cycle. En effet, pour

$$\begin{aligned} \eta = 8 \quad , \quad \alpha = 4,1666 \quad \eta_{th} = 0,29 \quad \text{avec} \quad \eta_R = 0,80 \\ \eta = 8 \quad , \quad \alpha = 4,1666 \quad \eta_{th} = 0,21 \quad \text{avec} \quad \eta_R = 0 \end{aligned}$$

L'augmentation de rendement accusée dans le cas d'une installation avec récupération est compatible avec une diminution du rapport de compression du compresseur, ce qui est un facteur important à la fois pour le rendement et pour le prix de revient du compresseur.

Comme, on l'a vu le rendement varie avec le taux d'augmentation globale de température  $\alpha$ , donc avec  $T_2$ .

En effet, l'interprétation de la planche 6' montre que pour :  $T_4 = 1200 \text{ } \mu\text{K}$  (927 °C),  $\eta = 9$ ,  $\eta_t = \eta_c = 0,85$ ,  $\eta_b = 100 \%$ , le rendement passe de 21,5 % à 18,5 % quand la température d'entrée dans le compresseur  $T_2$  passe de 15 °C à 41°C. C'est le cas de l'Algérie qui importe des turbines à gaz dont les caractéristiques sont calculées à 15 °C (288  $\mu\text{K}$ ) et qui vient les implanter au sud Algérien où la température est de l'ordre de 40 °C sinon plus. Donc un réfrigérant placé à l'entrée du compresseur serait bénéfique sous réserve d'étudier son influence sur le rendement.

D'une manière générale le rendement thermique dépend : beaucoup du perfectionnement du compresseur et de la turbine donc de  $\eta_c$  et  $\eta_t$ .

Le rendement varie également dans le même sens que la température des gaz à l'entrée de la turbine. Aujourd'hui, l'emploi combiné de matériaux résistant à la chaleur et d'artifices de refroidissement permet d'utiliser en régime continu des températures des gaz pouvant atteindre 13000  $\mu\text{K}$  dans les turbines à gaz industrielles.

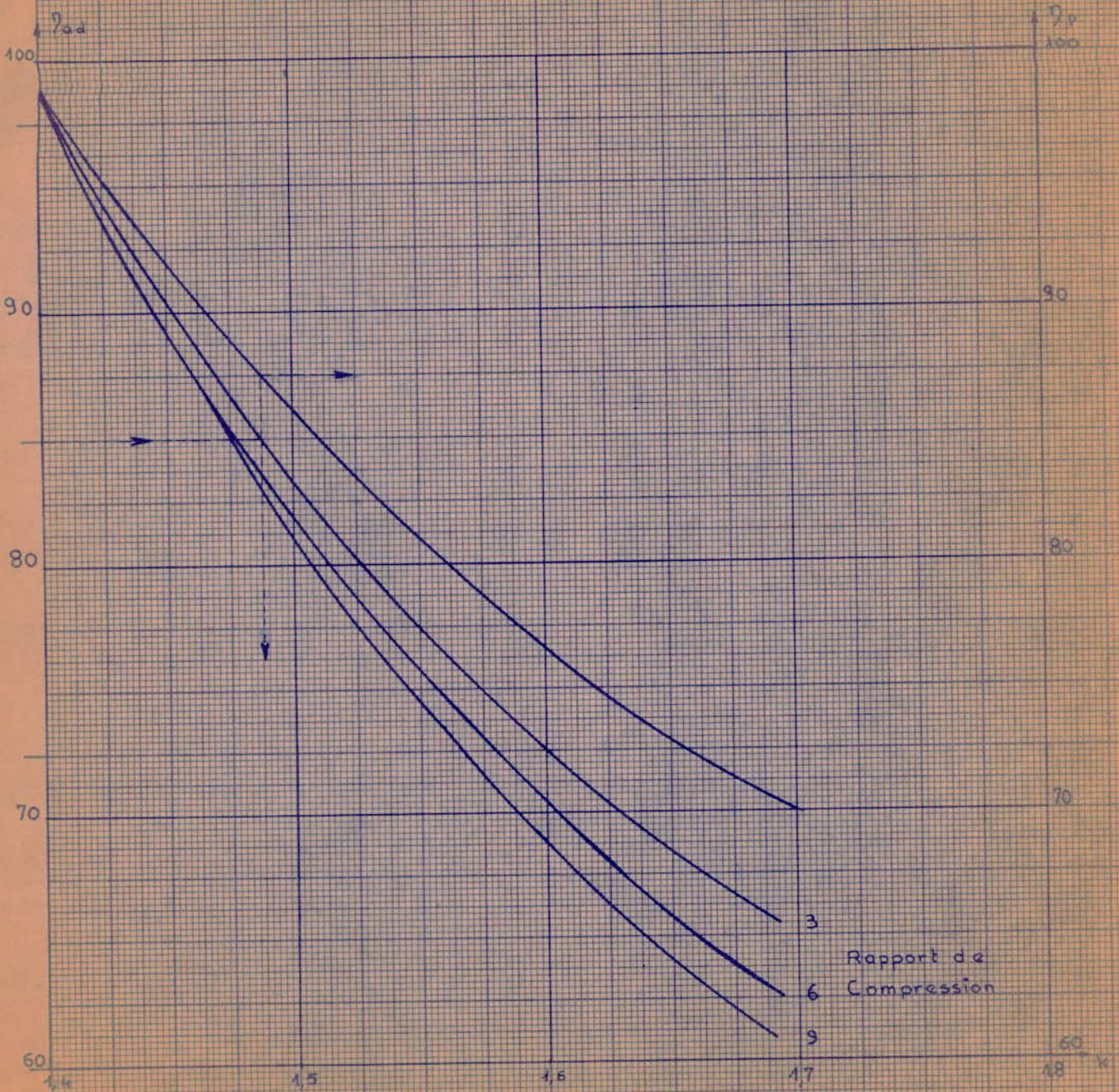
Pour optimisation du rendement, en pratique, il faut consulter les planches en fin de chapitre. En effet, considération faite de tout ce qui vient d'être dit, à savoir que le rendement augmente avec les efficacités des différents organes ainsi qu'avec la température à l'entrée de la turbine, il faut encore tenir compte de la valeur du taux de compression du compresseur.

Une combinaison judicieuse des choix de l'emploi de matériaux résistant aux hautes températures, de machines à perfectionnement élevé, de valeurs de taux de compression optimisant le rendement, aurait les conséquences les plus avantageuses sur l'essor de la turbine à gaz industrielle.

**B** I B L I O G R A P H I E

- Turbines à gaz - L. VIVIER
- Cours de Monsieur MATTON
- Thermodynamique technique - A. HOUBERECHTS
- Machines transformatrices d'énergie - MASSON
- Turbines Hispano - Suiza - THS-2000

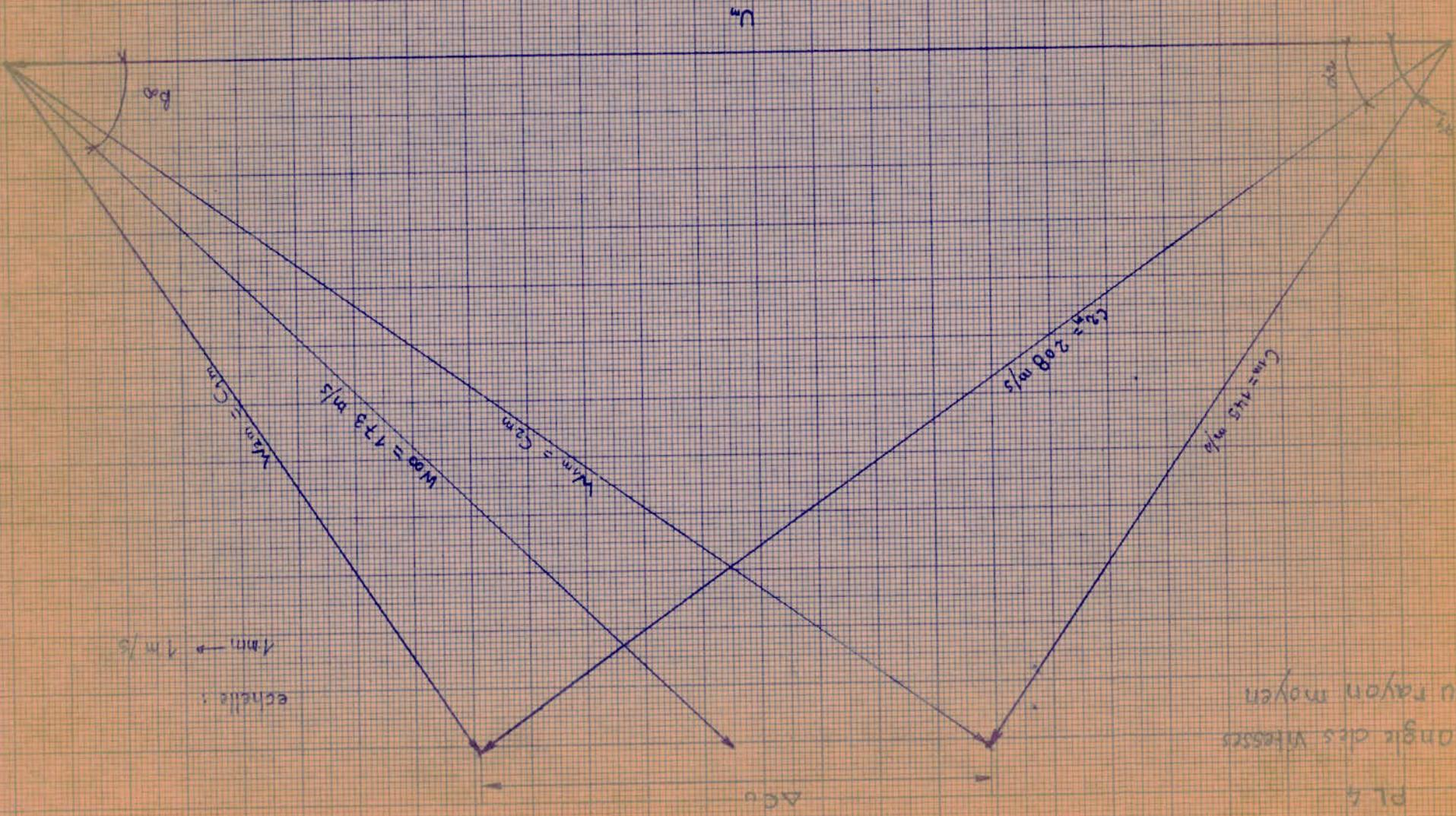
$$\eta_{ad} = \frac{\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma_0}} - 1}$$



PL 3 Relation entre les efficacités adiabatiques et polytropiques pour une Compression ( $\gamma = 1.4$ )

Triangle des vitesses  
ou rayon moyen

Pl 4



$U$

$\beta_0$

$\alpha_0$

$C_n = 208 \text{ m/s}$

$C_a = 145 \text{ m/s}$

$W_m = 62 \text{ m/s}$

$W_s = 173 \text{ m/s}$

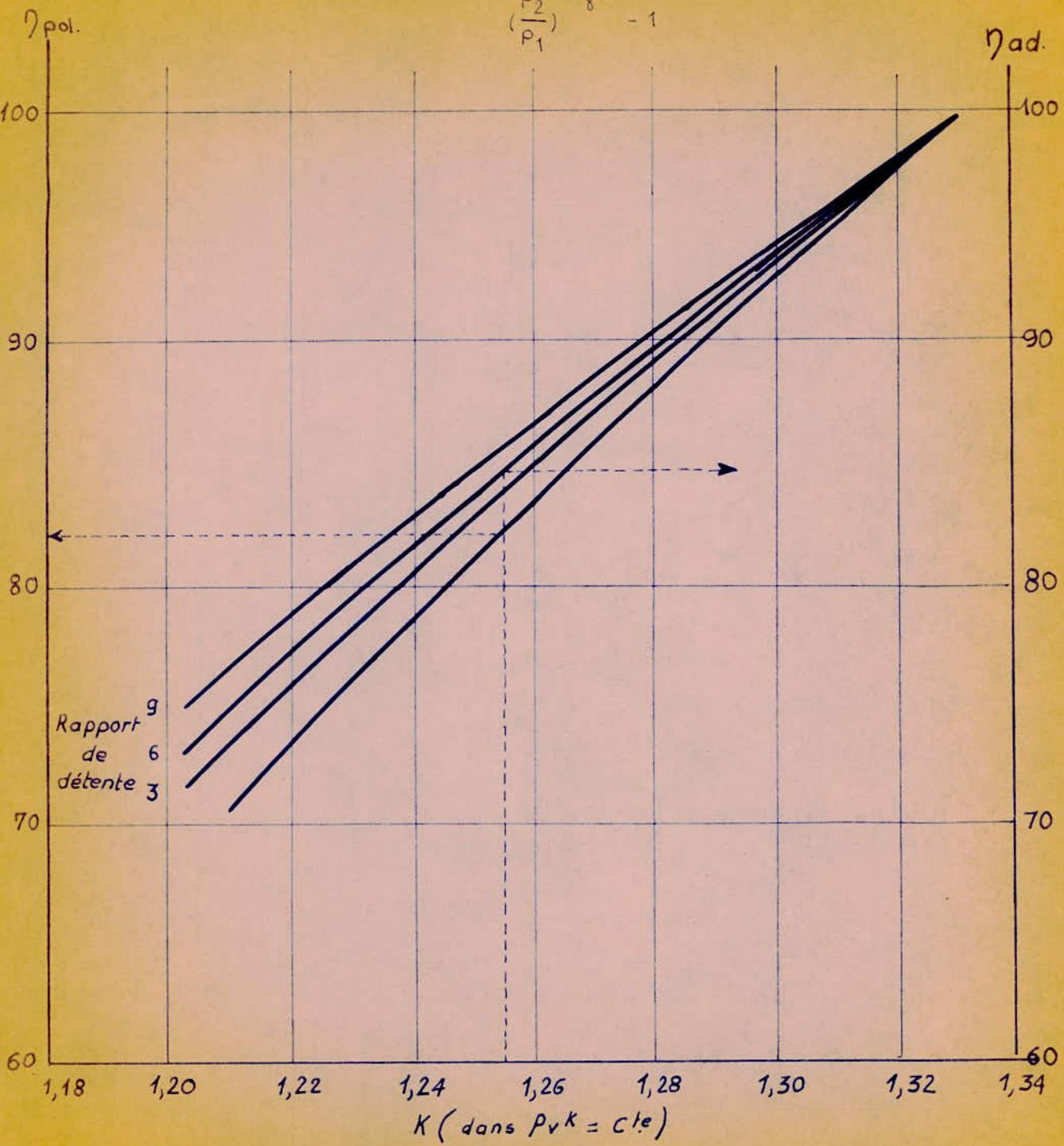
$W_n = 62 \text{ m/s}$

$1 \text{ cm} \rightarrow 1 \text{ m/s}$

$\text{échelle}$

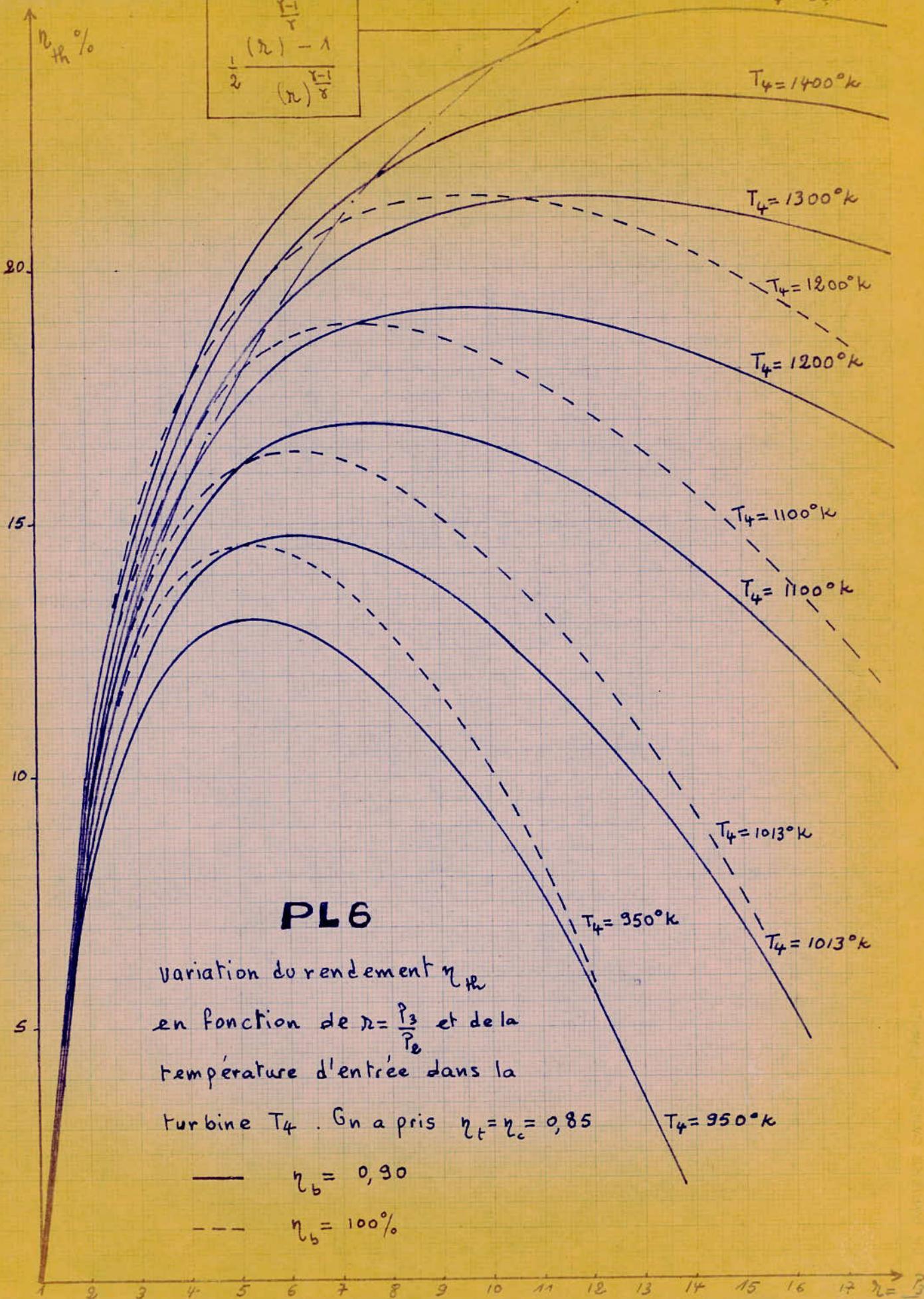
$\Delta C_n$

$$\eta_{adiab} = \frac{\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \cdot \eta_{poly} - 1}{\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}$$



RELATION ENTRE LESEFFICACITÉS  
ADIABATIQUES ET POLYTRORIQUES POUR  
UNE DÉTENTE ( $\gamma = 1,33$ )  
PL 5

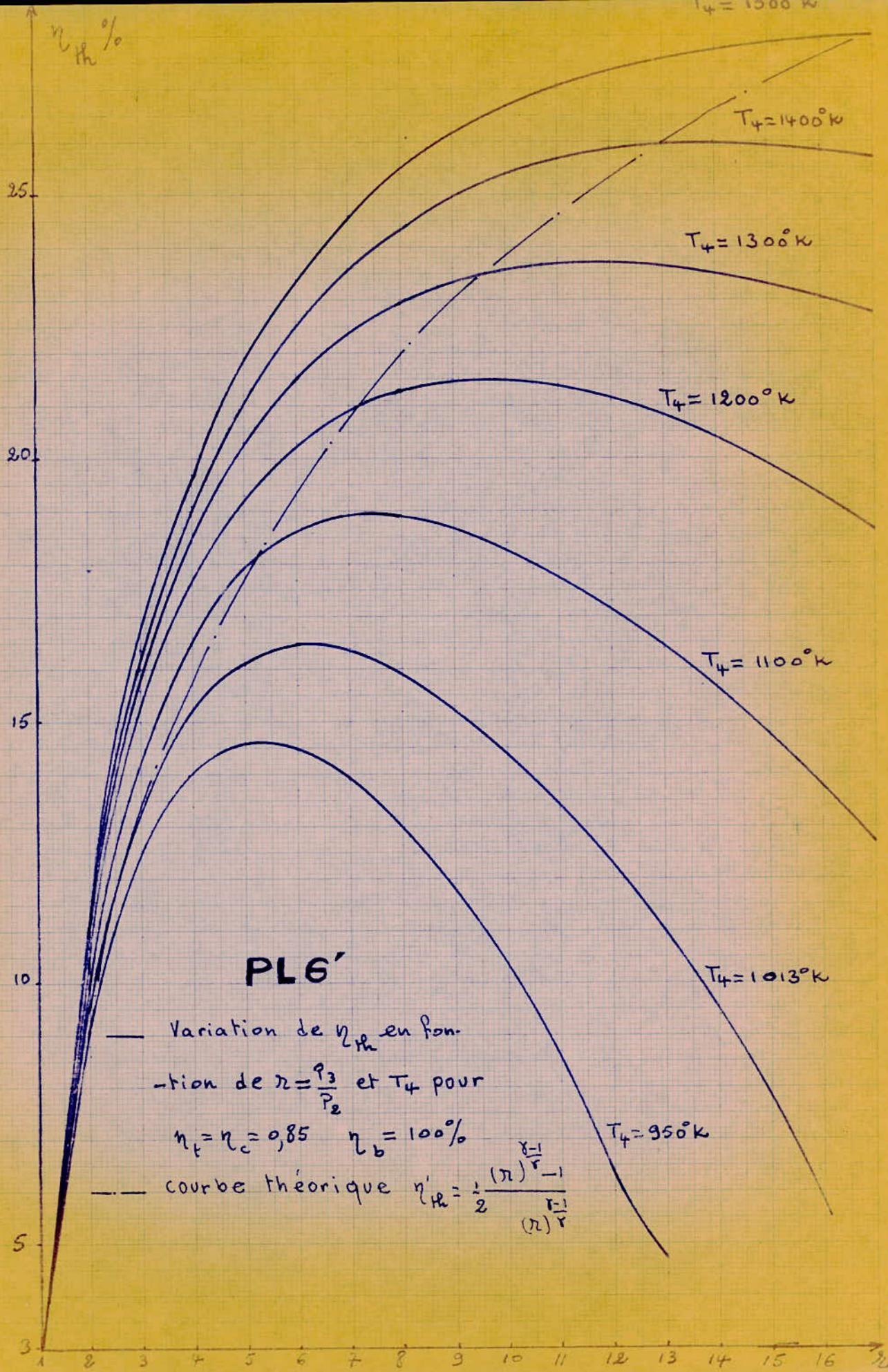
$$\frac{\frac{\gamma-1}{\gamma}}{\frac{1}{2} \frac{(\gamma)-1}{(\gamma)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}}$$

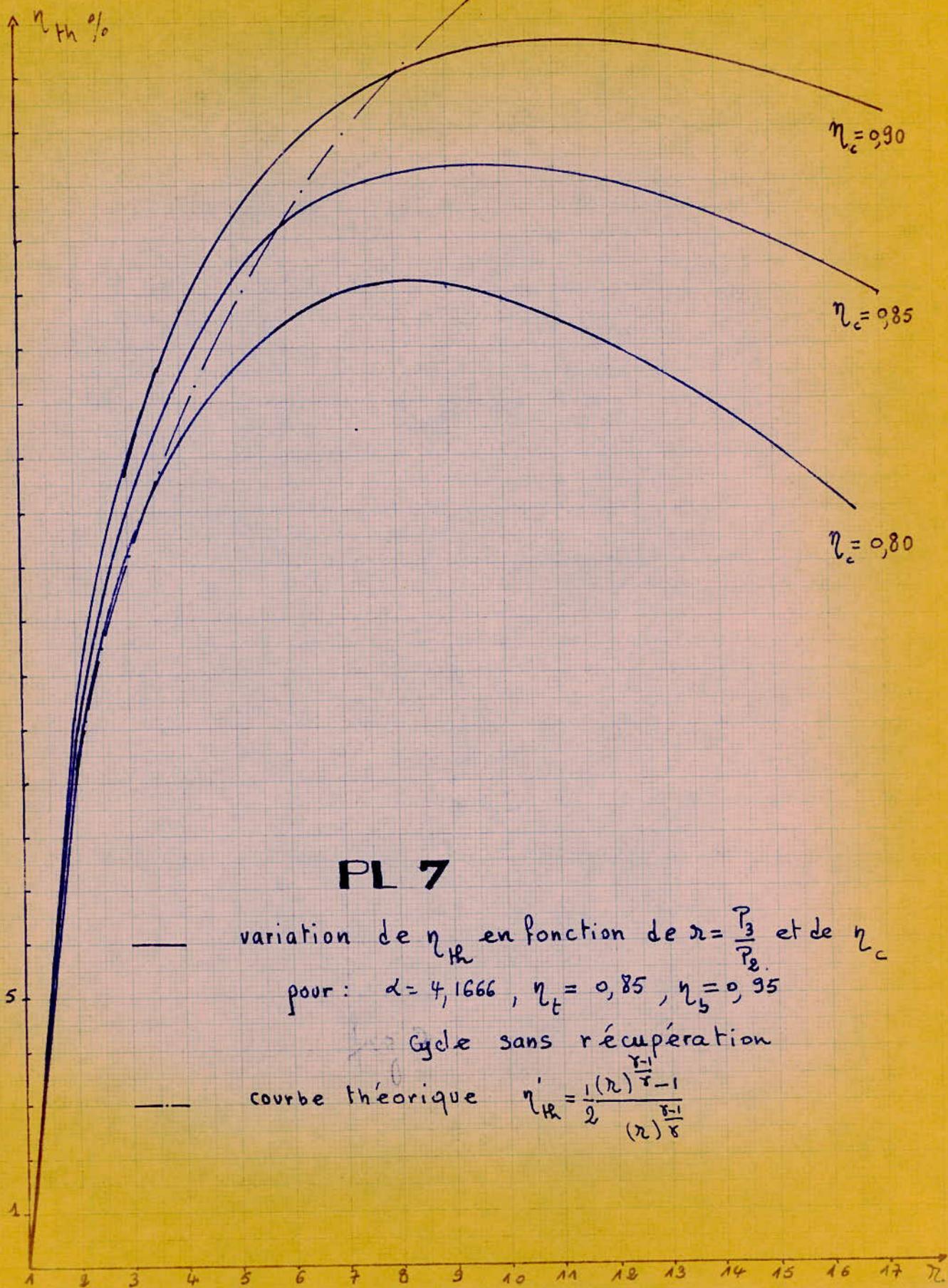


### PL6

Variation du rendement  $\eta_{th}$   
 en fonction de  $\pi = \frac{P_3}{P_2}$  et de la  
 température d'entrée dans la  
 turbine  $T_4$ . On a pris  $\eta_t = \eta_c = 0,85$

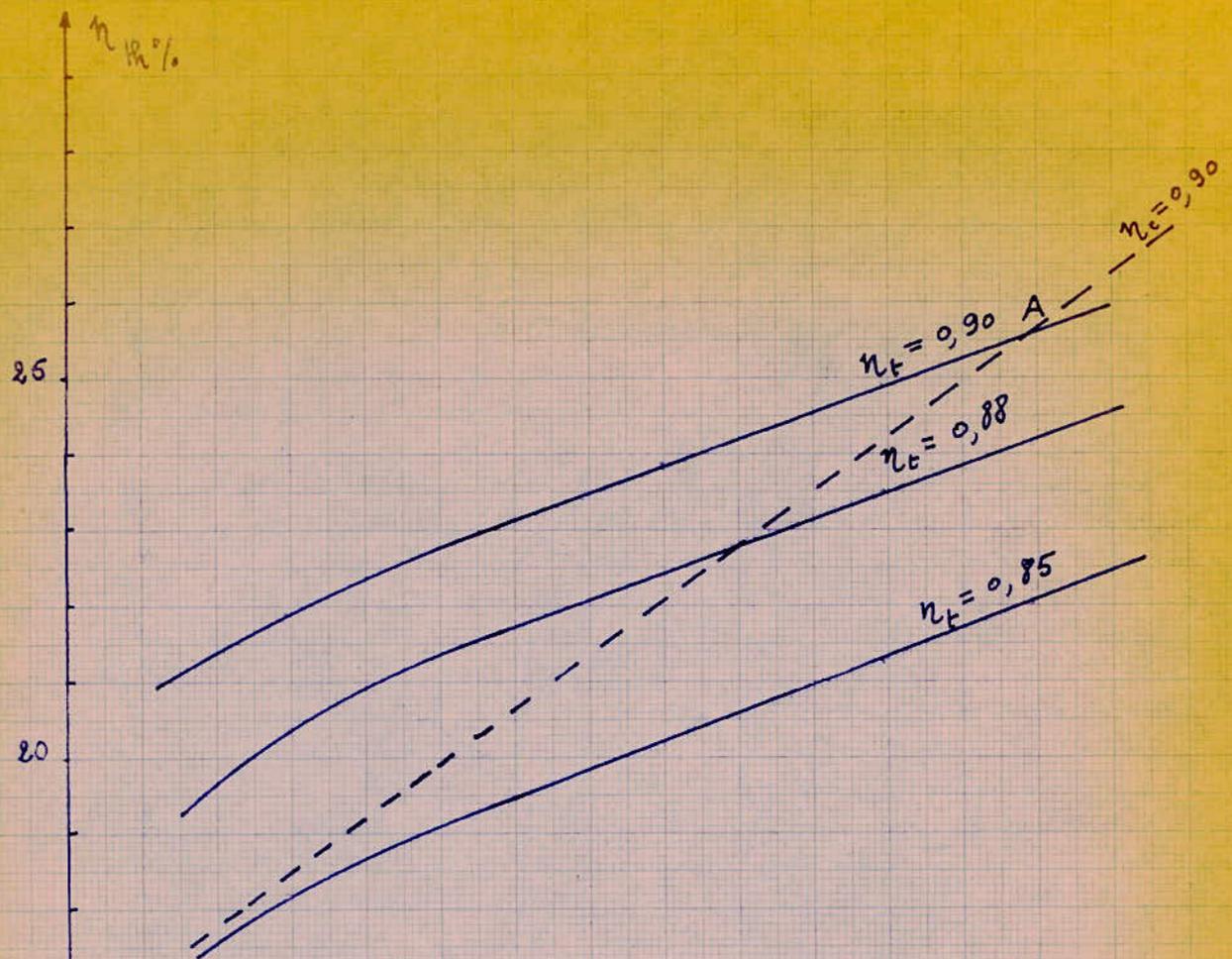
- $\eta_b = 0,90$
- - -  $\eta_b = 100\%$





### PL 7

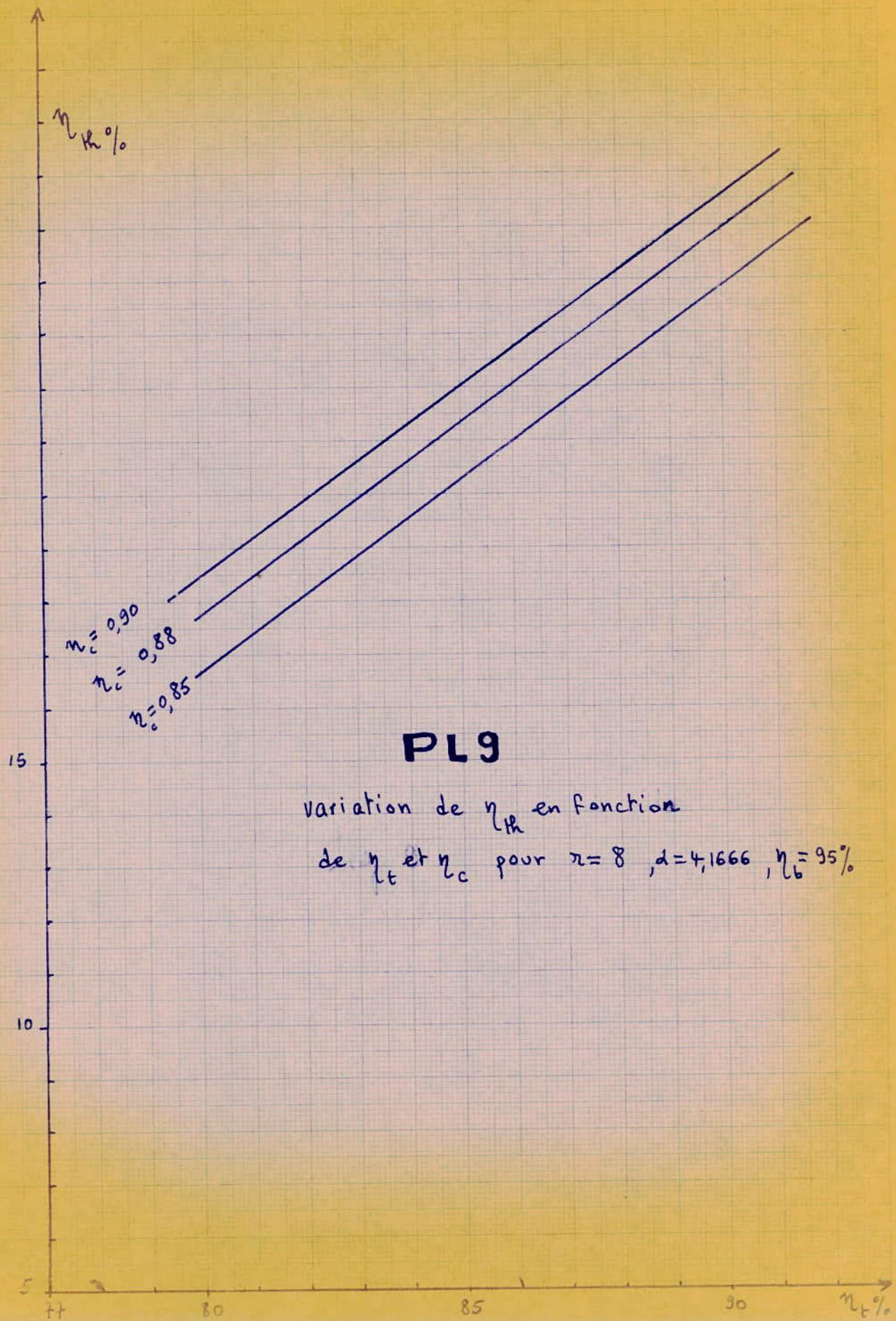
— variation de  $\eta_{Hh}$  en fonction de  $\pi = \frac{P_3}{P_2}$  et de  $\eta_c$   
 pour:  $\alpha = 4,1666$ ,  $\eta_t = 0,85$ ,  $\eta_b = 0,95$   
 Cycle sans récupération  
 — courbe théorique  $\eta'_{Hh} = \frac{1}{2} \frac{(\pi)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{(\pi)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$



## PL8

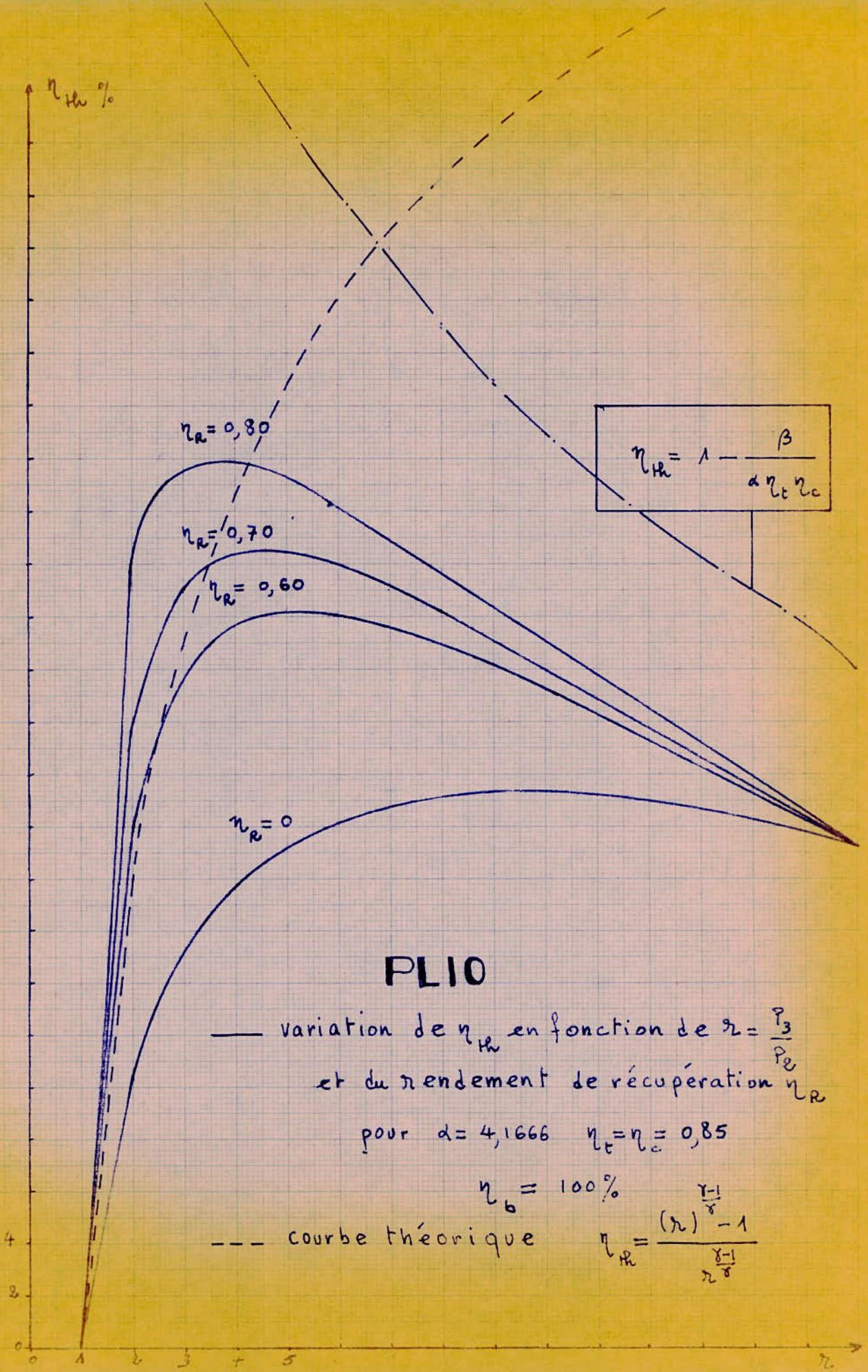
— variation de  $\eta_R$  en fonction  
 de  $\eta_c$  pour  $n=8$ ,  $d=4,1666$   
 $\eta_b = 95\%$  pour différentes  
 valeurs de  $\eta_t$

--- variation de  $\eta_R$  en fonction de  $\eta_t$  pour  
 $\eta_c = 0,90$ , tout étant égal par ailleurs



**PL9**

variation de  $\eta_{th}$  en fonction  
 de  $\eta_t$  et  $\eta_c$  pour  $r=8$ ,  $d=4,1666$ ,  $\eta_b=95\%$



$\eta_{H} \%$

$\eta_R = 0,80$

$\eta_R = 0,70$

$\eta_R = 0,60$

$\eta_R = 0$

$$\eta_{H} = 1 - \frac{\beta}{\alpha \eta_t \eta_c}$$

### PL10

— variation de  $\eta_H$  en fonction de  $\pi = \frac{P_3}{P_2}$   
 et du rendement de récupération  $\eta_R$   
 pour  $\alpha = 4,1666$   $\eta_t = \eta_c = 0,85$

$\eta_b = 100\%$

--- courbe théorique

$$\eta_H = \frac{(\pi)^{\frac{\gamma-1}{\delta}} - 1}{\pi^{\frac{\gamma-1}{\delta}}}$$

4

2

0

1

2

3

4

5

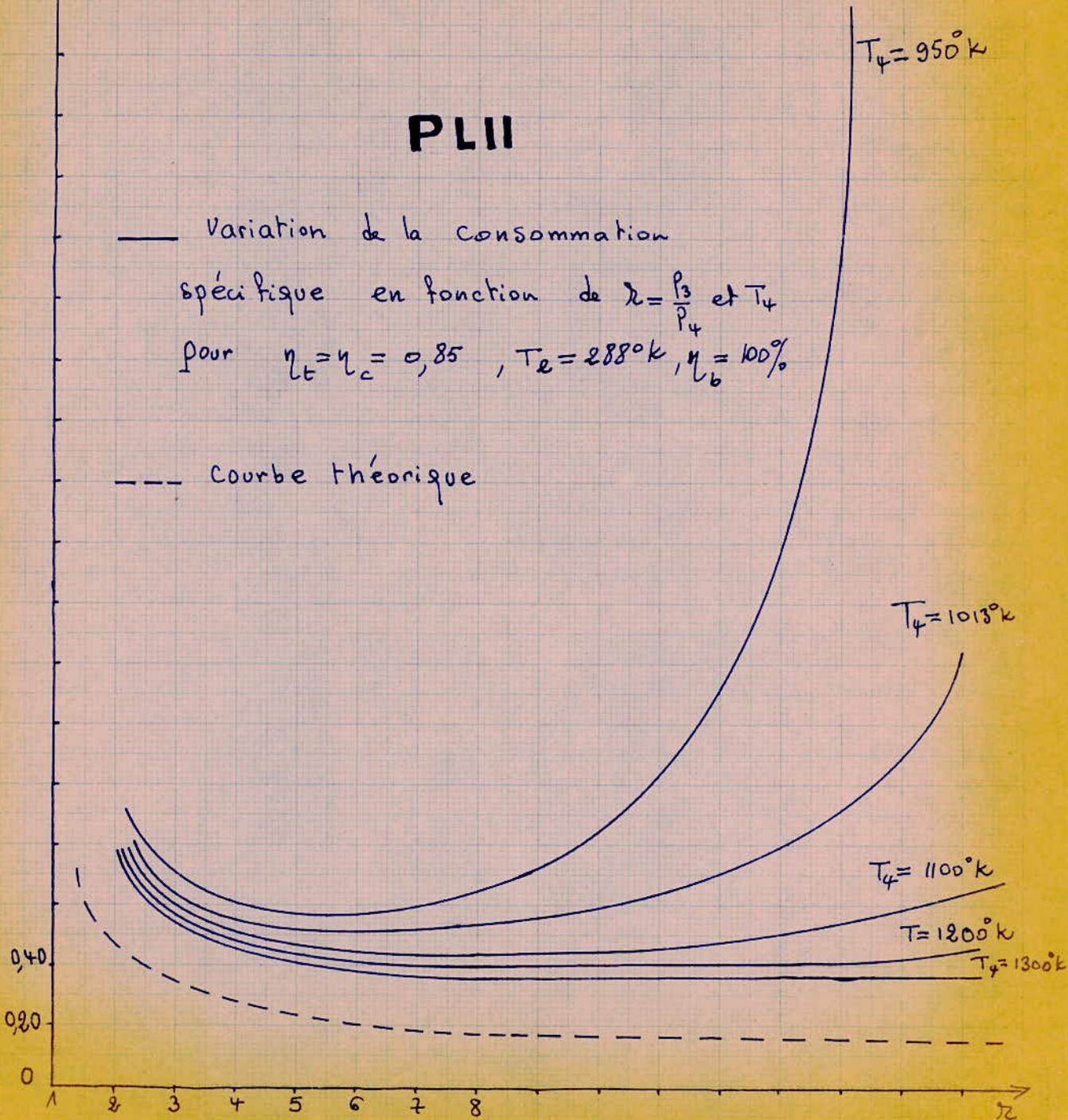
$\pi$

$c_s$  kg/kWh

# PLII

— Variation de la consommation  
spécifique en fonction de  $\lambda = \frac{P_3}{P_4}$  et  $T_4$   
pour  $\eta_t = \eta_c = 0,85$ ,  $T_2 = 288^\circ\text{K}$ ,  $\eta_b = 100\%$

- - - Courbe théorique

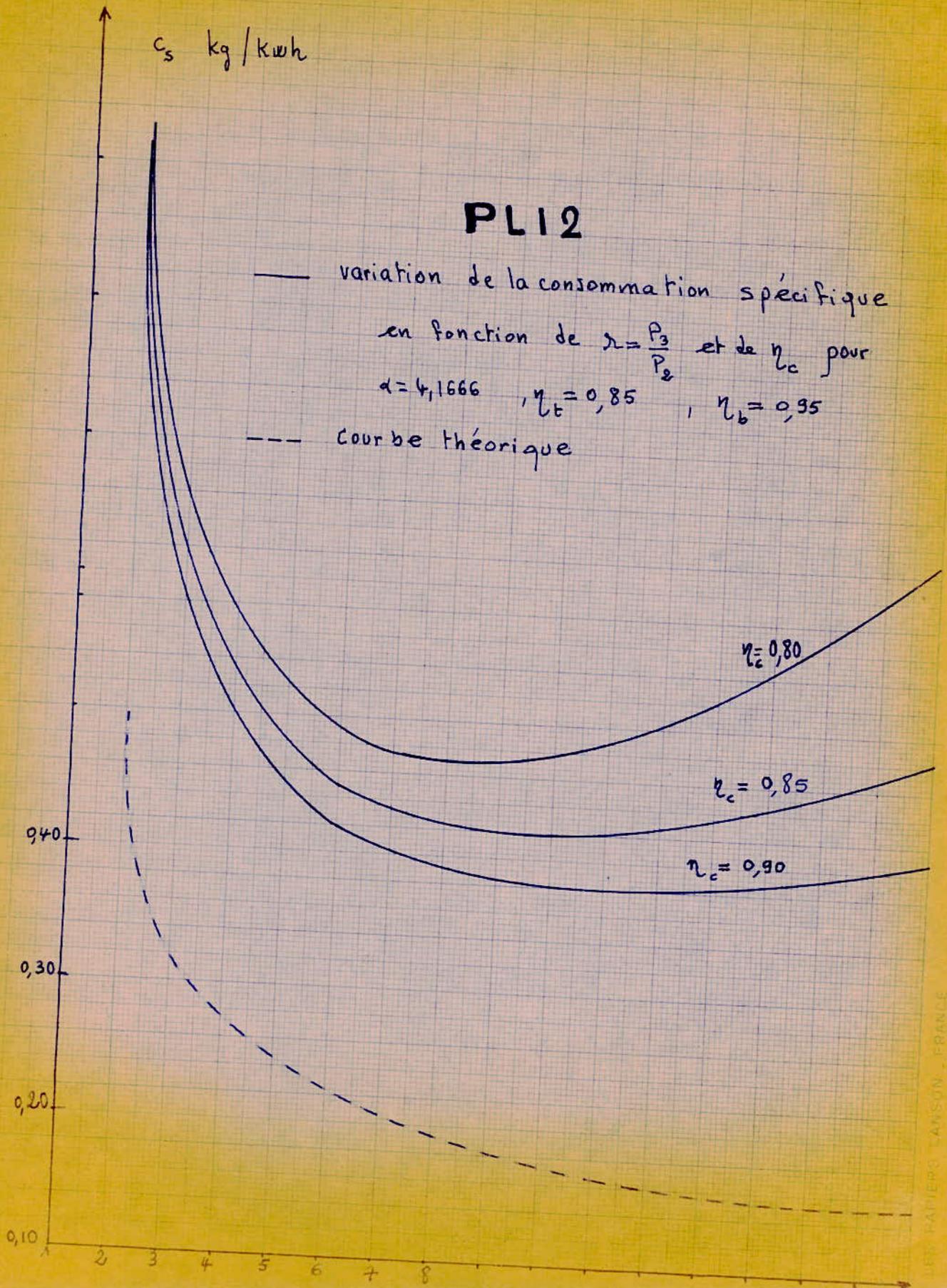


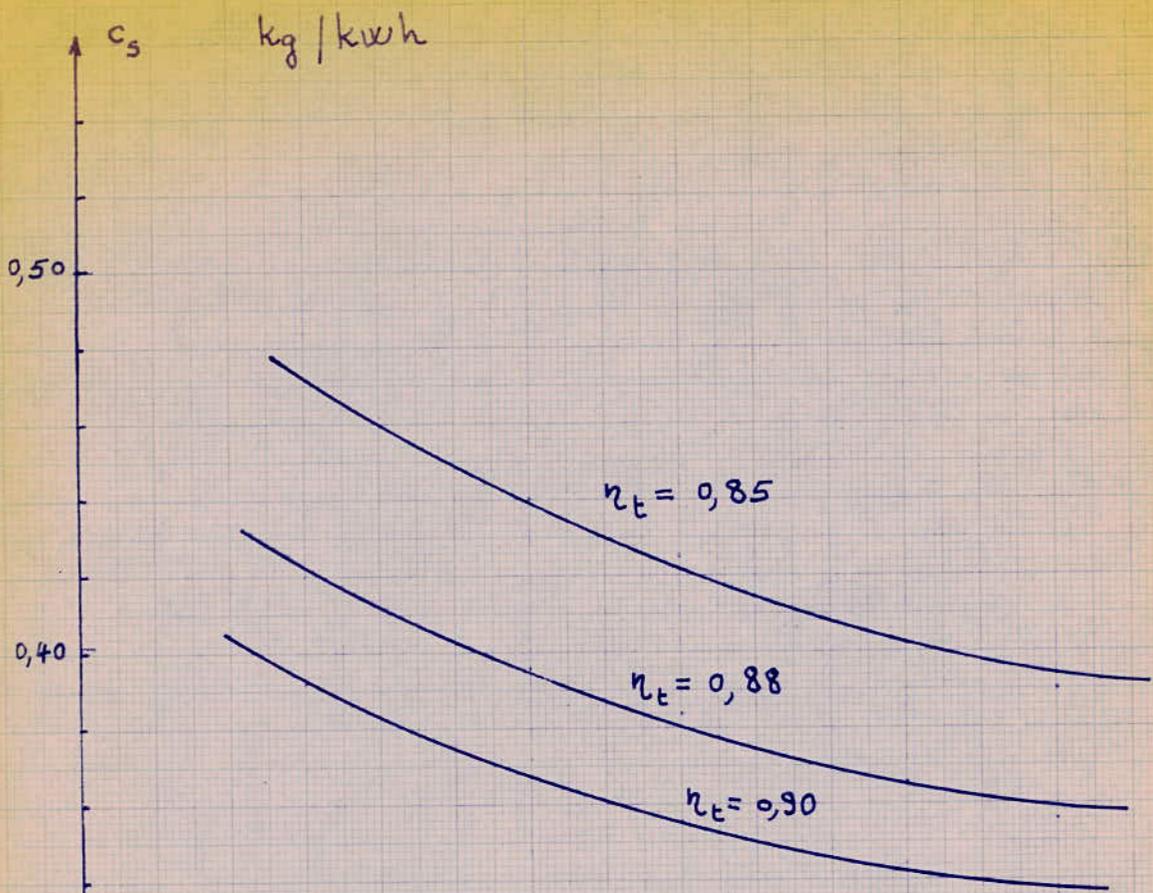
$c_s$  kg/kwh

# PL12

— variation de la consommation spécifique  
en fonction de  $\lambda = \frac{P_3}{P_2}$  et de  $\eta_c$  pour  
 $\alpha = 4,1666$  ,  $\eta_t = 0,85$  ,  $\eta_b = 0,95$

- - - courbe théorique

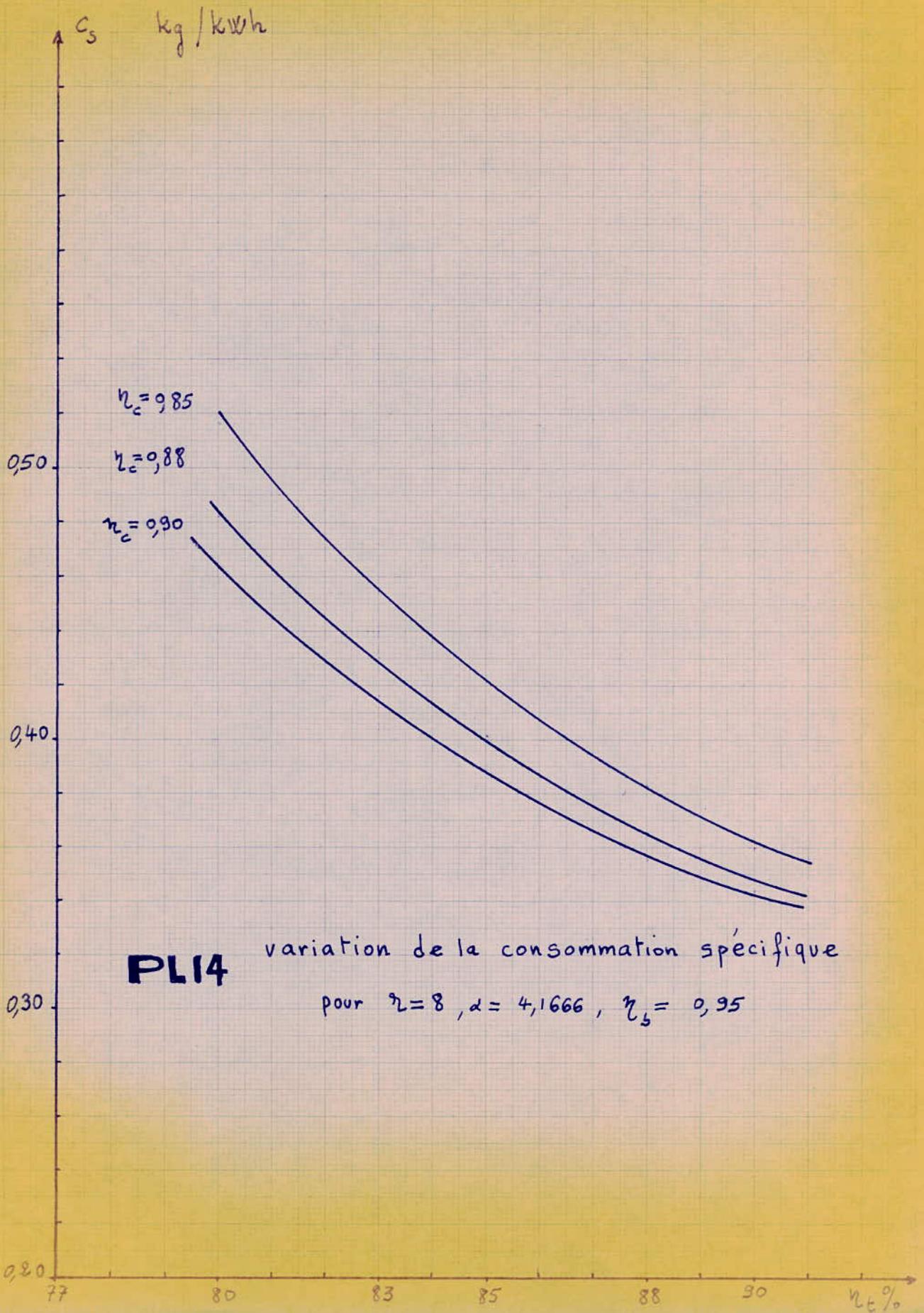




**PL13**

variation de la consommation spécifique  
 pour  $\eta = 8$ ,  $\alpha = 4,1666$ ,  $\eta_b = 0,95$

LE PAPIER CONSISTO 547128



$C_s$  kg/kwh

# PL15

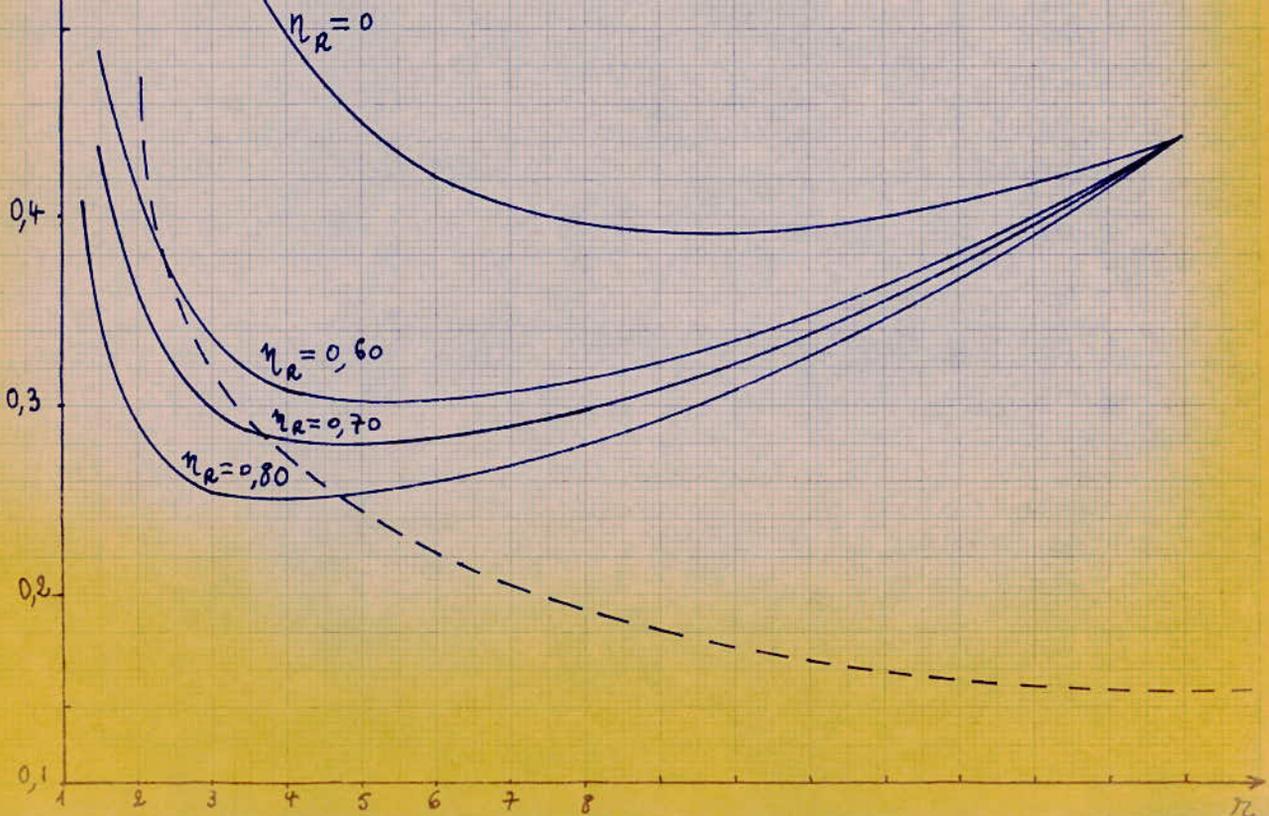
— cycle avec récupération

variation de la consommation spécifique en

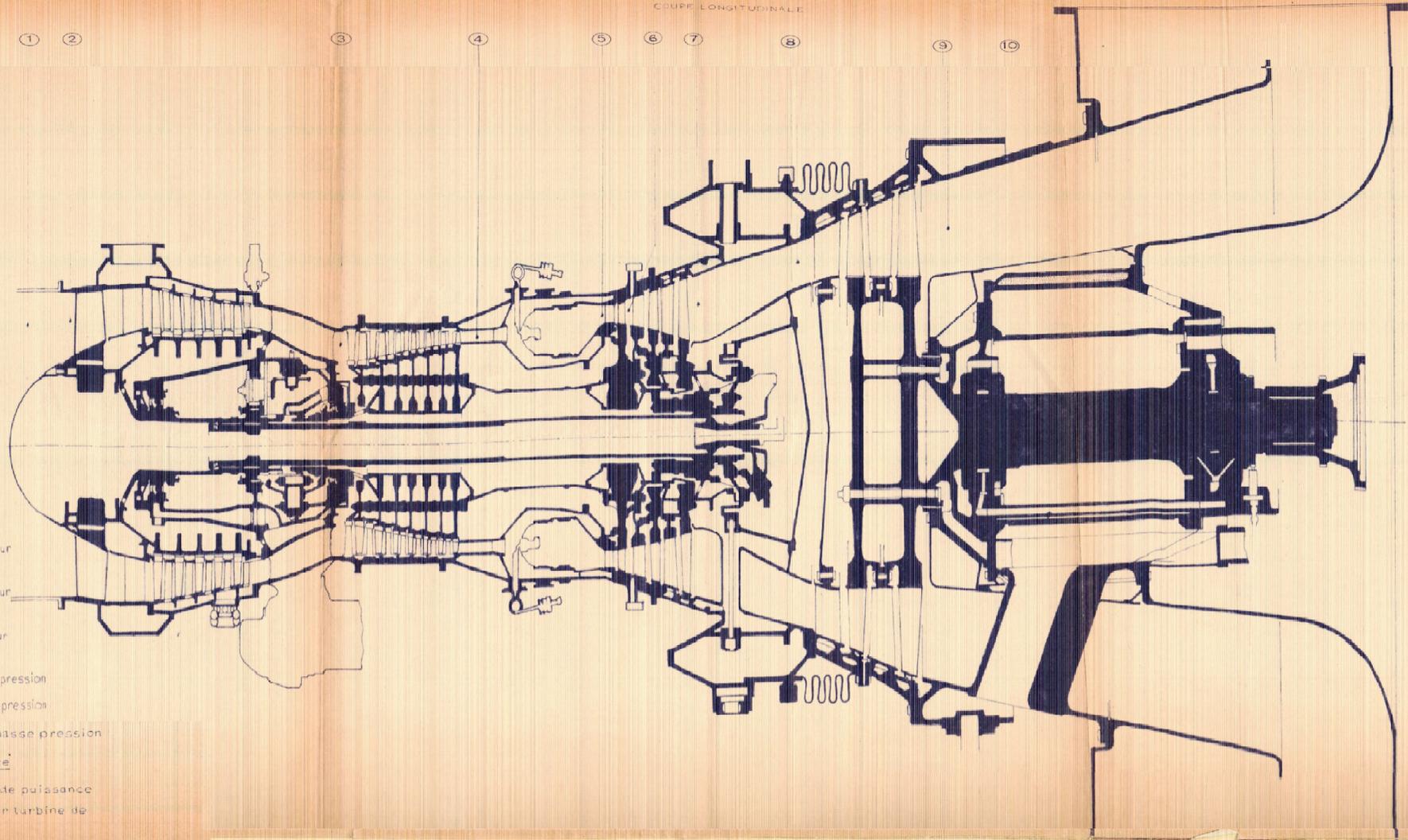
fonction de  $r = \frac{P_3}{P_2}$  et  $\eta_R$  pour  $\alpha = 4,1666$

$$\eta_T = \eta_C = 0,85 \quad \eta_0 = 100\%$$

--- courbe théorique



① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩



PL 1

Generateur de gaz

- 1 Entrée de la manche
- 2 Entrée du compresseur basse pression
- 3 Entrée du compresseur haute pression
- 4 Sortie du compresseur haute pression
- 5 Entrée turbine haute pression
- 6 Entrée turbine basse pression
- 7 Sortie turbine basse pression

Turbine de puissance

- 8 Entrée turbine de puissance
- 9 Entrée diffuseur turbine de puissance
- 10 Sortie fond d'échappement turbine de puissance