

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la
Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique
Département d'Automatique

Laboratoire de commande des processus



الجامعة الوطنية المتعددة التخصصات
Ecole Nationale Polytechnique



Mémoire de Magister en Automatique
Option : Informatique industrielle et Robotique

Présenté par : ISSAOUNI Salim
Ingénieur d'état en Automatique de l'ENP



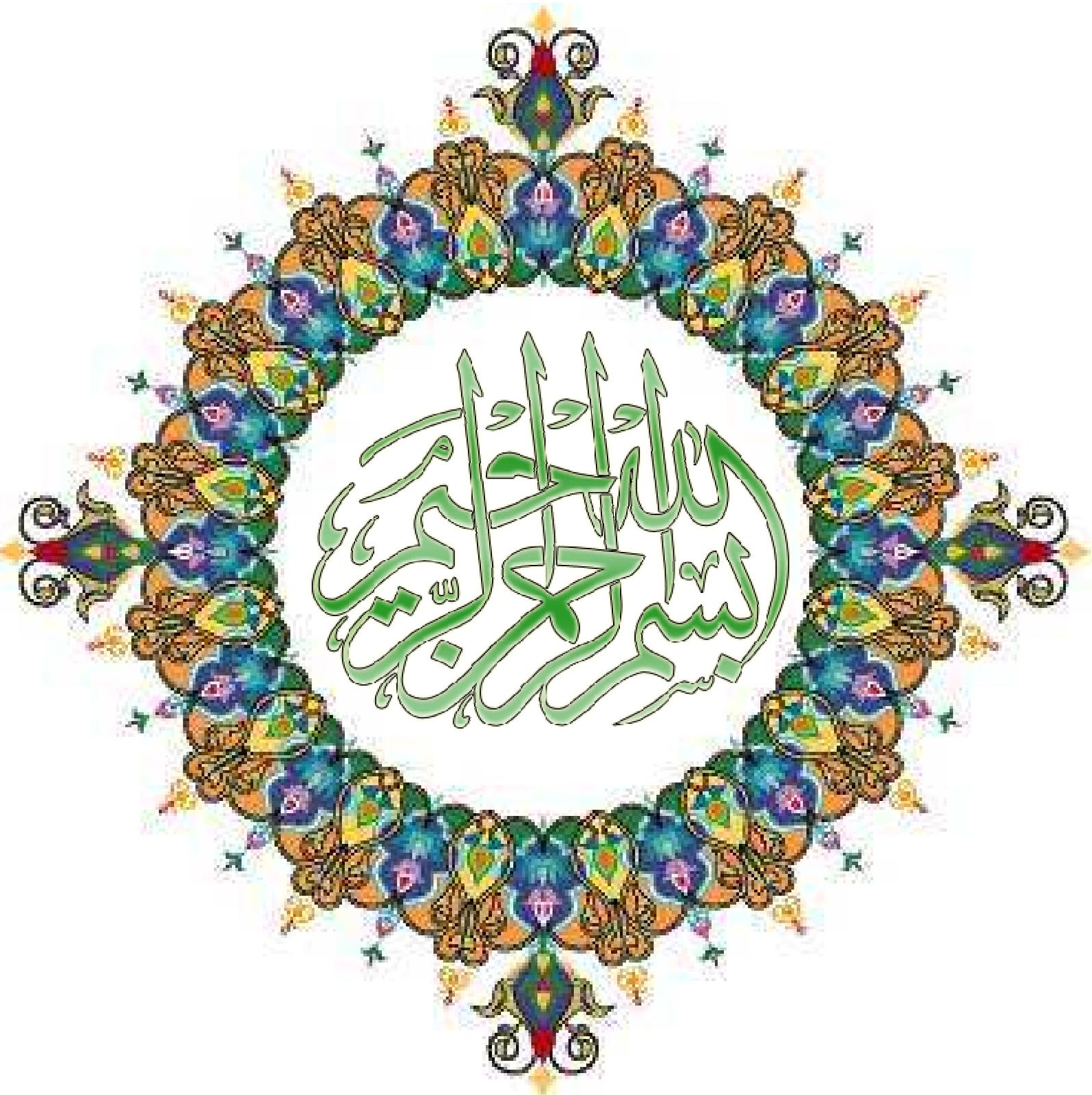
***Commande d'axe sans capteur à base
d'un moteur synchrone à aimants
permanents***

Soutenu publiquement le 11/01/2011, devant le jury suivant :

<i>Président</i>	: M.O. MAHMOUDI	Professeur à l'ENP
<i>Rapporteur</i>	: H. CHEKIREB	Professeur à l'ENP
<i>Examineurs</i>	: M. TADJINE	Professeur à l'ENP
	F. BOUDJEMA	Professeur à l'ENP
<i>Invité</i>	: R. ILLOUL	M.C.B à l'ENP

Laboratoire de commande des processus, ENP
E.N.P.10, Avenue Pasteur Hassen-Badi, EL-HARRACH, ALGER.
ANNEE 2010/2011

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



المخلص: يتزايد استعمال الماكينات التزامنية ذات المغناطيس الدائم في الصناعة باستمرار ، نظرا للكفاءة التي تتميز بها مقارنة ببقية محركات التيار المتردد الأخرى. الهدف من هذا العمل هو تطوير تقنيات التحكم بدون ملتقطات لتتبع مسار موقع وسرعة في الماكينة التزامنية ذات المغناطيس الدائم. هذه التقنية تتضمن التحكم في الماكينة التزامنية ذات المغناطيس الدائم بدون استعمال ملتقط الموقع او السرعة ، والتي تسمح من جهة بمرونة عظيمة عند الاستعمال ، ومن جهة أخرى تقلل من الاكتظاظ وتزيد من كفاءة الماكينة. من خلال استغلال نموذج بارك، وتطبيق تقنية التحكم الخطية بالتعيين المسبق للجدور. هذه التقنية تضمن التتبع لمسار الموقع وسرعة المحرك. ويتم الحصول على موقع وسرعة المحرك عن طريق مراقب . من أجل هذا استخدمنا عدة أنواع من المراقبين: مراقب بالشكل الإنزلاقي ، مراقب تكيفي MRAS و مراقب كالمان الموسع. النتائج المتحصلة عليها من خلال التحكم بدون ملتقطات لتتبع مسار الموقع والسرعة اثبتت إمكانية استعمال مختلف المراقبات للتحكم في الماكينة التزامنية ذات المغناطيس الدائم . وعلاوة على ذلك، المراقب كالمان الموسع هو الأكثر كفاءة.

كلمات مفتاحية : الماكينة التزامنية ذات المغناطيس الدائم ، التحكم بدون ملتقطات، مراقب بالشكل الإنزلاقي ، مراقب تكيفي MRAS ، مراقب كالمان الموسع.

Résumé : Les moteurs synchrones à aimants permanents (MSAP) sont de plus en plus utilisés dans l'industrie grâce à leurs performances supérieures aux autres moteurs à courants alternatifs. Au vu de cet important intérêt, l'objectif de ce travail consiste à développer des commandes sans capteurs pour la poursuite d'une trajectoire de la position et de la vitesse de la machine synchrone à aimants permanents. Cette technique consiste à commander ce moteur sans l'utilisation de capteur de la position et/ou de la vitesse, conférant au moteur une grande souplesse d'utilisation. D'autre part, le moteur sera moins encombrant et sa fiabilité se voit améliorer.

En exploitant le modèle de Park du MSAP, nous avons déterminé les lois de commande pour la position et la vitesse en se basant sur la technique par retour d'état linéarisant avec placement de pôles. Cette commande doit assurer la poursuite de la trajectoire de la position et de la vitesse relative à l'axe du moteur où la position et la vitesse sont obtenues via un observateur. Ce dernier reçoit à son entrée les signaux de tension et de courant du stator. Pour ce besoin, nous avons exploité plusieurs types d'observateur : observateurs par mode glissant, observateurs MRAS et observateur de Kalman étendu.

Les résultats obtenus de la commande sans capteur de la position ou de la vitesse montrent celle-ci peut être implantée pour la MSAP. De plus, pour l'estimation de la vitesse et la position, l'observateur basé sur le filtre de Kalman étendu s'est montré le plus performant.

Mots Clés: Moteur synchrone à aimants permanents, commande sans capteurs, Observateur par mode glissant, Observateur MRAS, Filtre de Kalman étendu.

Abstract: The permanent magnets synchronous machines are more and more used in industry thanks to their performances higher than the other ac machines. Within sight of this significant interest, the aim of this work consists in the development of sensorless tracking control related to the position and the speed of the permanent magnets synchronous machine (PMSM). This technique consists in controlling the motor shaft without sensor of the speed or the position, allowing a great flexibility to the motor. Moreover, the motor will be less cumbersome and its reliability is more improved.

Exploiting oriented field Park model of the PMSM, we have determinate the speed and position control laws by using feedback linearization technical and pole placement. This control must ensure the trajectory tracking of the position and the speed related to the motor shaft where the position and the speed of the motor are obtained via an observer. This later receives at its input the stator voltage and current signals. For this need, we have exploited different observers: slide mode observers, adaptive observers and the extended Kalman Filter.

The obtained results of the sensorless control of position or speed show that this one can be implemented for the PMSM control. Furthermore, the observer based on the extended Kalman filter is the most efficient.

Key Words: Permanent magnet synchronous motor, sensorless control, sliding mode observer, MRAS observer, extended Kalman filter.

DEDICACES

Je dédie ce travail à :

- *A ma grande mère et mon grand-père qui je les respecte beaucoup.*
- *A ma mère et mon père qui m'a donné le sens de la vie.*
- *A mes frères et sœurs.*
- *A toute la famille ISSAOUNI et toute la famille RABIAI.*
- *A tous mes Amis de la cité universitaire BOURAOUI AMAR.*
- *A mes camarades et mes élèves de l'ENP.*
- *A mes enseignants du primaire au secondaire et de l'Ecole Nationale Polytechnique surtout les enseignants du Département d'Automatique.*
- *Et enfin à ma future femme R.Z (inchallah).*

Salim

Remerciements

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements et ma profonde gratitude à toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail par leur amour, sacrifice et compétence.

*Je remercie particulièrement mon promoteur Monsieur **H. CHEKIREB** qui m'a donné les bases de mon travail, l'a orienté et l'a suivi avec attention et patience. Et je n'oublie son encouragement et son soutien moral.*

*Mes remerciements les plus sincères sont adressés à Monsieur **M.O. MAHMOUDI** (Professeur à l'ENP), pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant la présidence du jury de cette thèse.*

*Je remercie les membres du jury **M. TADJINE** (Professeur à l'ENP), **F. BOUDJEMA** (Professeur à l'ENP) et **R. ILLOUL** (M.C.B à l'ENP) qui m'ont fait l'honneur de participer au jugement de ce travail.*

J'exprime ma reconnaissance à tous les enseignants de département d'Automatique.

Je ne saurais oublier d'exprimer ma gratitude à mes amis de RUBA pour leurs encouragements et leur soutien moral.

LISTE DES FIGURES ET TABLEAUX

LES FIGURES :

Fig.1.1 : Référentiel a, b, c et référentiel d-q.....	05
Fig.1.2 : La disposition des aimants permanents sur le rotor.....	06
Fig.1.3 : Référentiel de Park.....	08
Fig.1.4 : Schéma équivalent de la machine synchrone dans le référentiel de Park.....	09
Fig.1.5 : Bloc diagramme de la MSAP dans le référentiel d-q.....	12
Fig.2.1 : Schéma bloc du principe de la poursuite de la vitesse et/ou de la position d'une MSAP.....	15
Fig.2.2 : Régulation PI du courant d'axe d	15
Fig.2.3 : Schéma bloc du principe de poursuite de la vitesse d'une MSAP	18
Fig.2.4 : Schéma bloc du principe de poursuite de la position d'une MSAP	20
Fig.2.5 : Loi polynomiale de degré cinq	22
Fig.2.6 : Les trajectoires désirées.....	23
Fig.2.7 : Régime de poursuite de la position et de la vitesse en absence des perturbations paramétriques.....	25
Fig.3.1 :L'observateur par mode glissant avec une fonction sigmoïde.....	29
Fig.3.2 : Structure de la commande avec l'observateur par mode glissant basé sur la détection de la f.é.m de la MSAP.....	31
Fig.3.3 : Structure de la commande avec observateur par mode glissant basé sur le modèle en (d, q) de la MSAP.....	35
Fig.3.4 : Erreurs de poursuite et d'observation de la position et de la vitesse avec l'observateur par mode glissant basé sur l'estimation de la f.é.m. : cas du régime sans perturbation paramétriques	39
Fig.3.5 : Erreurs de poursuite et d'observation de la position et de la vitesse avec l'observateur par mode glissant basé sur l'estimation de la f.é.m : cas d'une erreur sur la position initiale.....	40
Fig.3.6 : Erreurs de poursuite et d'observation de la position et de la vitesse avec l'observateur par mode glissant basé sur le modèle en (d, q) : cas du régime sans perturbation paramétriques.....	41
Fig.3.7 : Erreurs de poursuite et d'observation de la position et de la vitesse avec l'observateur par mode glissant basé sur le modèle en (d, q) : cas du régime avec erreur sur la position initiale	42
Fig.4.1 : Structure de la commande en poursuite de la vitesse et de la position avec l'observateur MRAS basé sur le modèle du courant	47
Fig.4.2 : Structure de la commande en poursuite de la vitesse et de la position avec l'observateur MRAS basé sur le modèle du flux.....	51
Fig.4.3 : Erreurs de poursuite et d'observation de la position et de la vitesse pour la commande avec l'observateur MRAS basé sur le modèle du courant : Cas du régime sans perturbation paramétriques	55

Fig.4.4 : Régime d'observation de la position et de la vitesse pour la commande avec un observateur MRAS basé sur le modèle du courant : Cas d'une erreur sur la position initiale.....	56
Fig.4.5 : Erreurs de poursuite et d'observation de la position et de la vitesse pour la commande avec l'observateur MRAS basé sur le modèle du flux : Cas du régime sans perturbation paramétrique.....	57
Fig.4.6 : Observation de la position et de la vitesse pour la commande avec l'observateur MRAS basé sur le modèle du flux : Cas d'une erreur sur la position initiale	58
Fig.5.1 : Structure de la commande sans capteur basé sur le filtre de KALMAN étendu.....	66
Fig.5.2 : Erreurs de poursuite et d'observation de la position et de la vitesse avec l'observateur de Kalman étendu : cas du régime sans perturbations paramétriques.....	70
Fig.5.3 : Erreurs d'observation de la position et de la vitesse avec l'observateur de Kalman étendu : Cas d'une erreur sur la position initiale.....	71

LES TABLEAUX :

Tab.1.1 : Paramètres de la machine MSAP	13
Tab.2.1 : Les erreurs maximales de poursuite de la vitesse et de la position.....	26
Tab.3.1 : Les erreurs maximales de poursuite et d'observation de la vitesse et de la position avec l'observateur par mode glissant basé sur l'estimation de la f.é.m.....	36
Tab.3.2 : Les erreurs maximales de poursuite et d'observation de la vitesse et de la position avec l'observateur par mode glissant basé sur le modèle en (d, q)	37
Tab.4.1 : Les erreurs maximales de poursuite et d'observation de la vitesse et de la position avec l'observateur MRAS basé sur le modèle du courant	52
Tab.4.2 : Erreurs maximales de poursuite et d'observation de la vitesse et de la position avec l'observateur MRAS basé sur le modèle du flux	53
Tab.5.1 : Erreurs maximales de poursuite et d'observation de la vitesse et de la position avec le filtre de Kalman étendu	68

NOMENCLATURE

MSAP :	Machine (moteur) synchrone à aimants permanents.
MRAS:	<i>Model Reference Adaptive System</i>
(d, q) :	Axes longitudinal et transversal (transformation de Park).
FMM :	Force magnétomotrice (V).
FEM :	Force électromotrice (V).
v_{abc} :	Tensions de phases statoriques (V).
i_{abc} :	Courants de phases statoriques (A).
Φ_{abc}^s :	Flux totaux produits par les courants statoriques (WB).
Φ_{abc}^r :	Les flux rotorique vus par les enroulements du stator (WB).
R_s :	Résistance d'une phase statorique (Ω).
L_s :	L'inductance propre d'une phase statorique (H).
M_{ss} :	Inductance mutuelle entre deux enroulements statoriques (H).
L_{fs} :	Inductance de fuite (H).
L_m :	Inductance de magnétisation (H).
L_d :	Inductance dans l'axe Longitudinal (H).
L_q :	Inductance dans l'axe transversal (H).
i_d :	Composante longitudinale des courants statoriques (A).
i_q :	Composante transversale des courants statoriques (A).
u_d :	Composante longitudinale des tensions statoriques (V).
u_q :	Composante transversale des tensions statoriques (V).
u_α et u_β :	Tensions réelle et imaginaire selon l'axe du système biphasé (V).
i_{dref} :	Référence de la composante longitudinale des courants statoriques (A).
θ_r :	Angle rotorique électrique (rd).
ω_r :	Pulsation électrique (rd/s).
Ω_r :	La vitesse angulaire du rotor (rd/s).
w_{ref} :	Référence de vitesse (rd/s).
$P(\theta)$:	Matrice de transformation de Park.
$[R]$:	Matrice des résistances statoriques (Ω).
Φ_f :	Flux crée par les aimants au rotor (WB).
p :	Nombre de paires de pôles.
B :	Coefficient d'amortissement ($N.m/rd/s$).
J :	Moment d'inertie du rotor ($kg.m^2$).
C_r :	Couple de charge ($N.m$).
C_{em} :	Couple électromagnétique ($N.m$).
C_r :	Couple nominale ($N.m$).
T_e :	Période d'échantillonnage

SOMMAIRE

Introduction générale.....	01
----------------------------	----

CHAPITRE 1

MODELISATION DE LA MACHINE SYNCHRONE A AIMANT PERMANANT

1.1. Introduction.....	04
1.2. Modélisation de la machine MSAP.....	05
1.2.1. Description de la machine étudiée.....	05
1.2.2. Hypothèses simplificatrices.....	06
1.2.3. Mise en équations de la machine	07
1.2.4. Transformation de Park	08
1.2.5. Modèle de la machine MSAP dans le référentiel de park	09
1.3. Paramètres de la machine.....	12
1.4. Conclusion	13

CHAPITRE 2

LA COMMANDE AVEC CAPTEUR DE LA MACHINE SYNCHRONE A AIMANTS PERMANENTS

2.1. Introduction.....	14
2.2. synthèse de la commande par la technique du retour d'état linearisant et placement de pôles.....	14
2.2.1. Synthèse de régulateur PI de courant i_d	15
2.2.2. Synthèse de la loi de commande en poursuite d'une trajectoire de la vitesse.....	16
2.2.3. Synthèse de la loi de commande en poursuite d'une trajectoire de la position	18
2.3. Génération de mouvement	20
2.3.1. Génération de mouvement entre deux points dans l'espace articulaire	20
2.3.2. Génération de la trajectoire désirée	22
2.4. Résultats de la simulation	23
2.5. Conclusion.....	24

CHAPITRE 3
LA COMMANDE SANS CAPTEUR MECANIQUE BASE SUR LES OBSERVATEURS
PAR MODE GLISSANT

3.1. Introduction.....	26
3.2. Principe des observateurs.....	26
3.3. L'observateur par mode glissant	27
3.4. L'observateur par mode glissant base sur l'estimation de la f.é.m	27
3.5. L'observateur par mode glissant base sur le modèle en (d,q)	31
3.6. Résultats de la simulation	35
3.7. Conclusion.....	38

CHAPITRE 4
LA COMMANDE SANS CAPTEUR MECANIQUE BASE SUR LES
OBSERVATEURS MRAS

4.1. Introduction	43
4.2. Principe de la méthode MRAS.....	43
4.3. Observateur MRAS basé sur le modèle du courant	44
4.3.1. Détermination du mécanisme d'adaptation	46
4.4. Observateur MRAS basé sur le modèle du flux.....	48
4.4.1. Synthèse de la loi d'adaptation	50
4.5. Résultats de la simulation	52
4.6. Conclusion	54

CHAPITRE 5
LA COMMANDE SANS CAPTEUR MECANIQUE BASE SUR
LE FILTRE DE KALMAN ETENDU

5.1. Introduction.....	59
5.2. L'observation à base de filtre de Kalman.....	59
5.2.1. Le filtre de KALMAN	59
5.2.2. Algorithme du filtre de KALMAN	60
5.2.3. Algorithme du filtre de KALMAN étendu.....	64
5.2.4. Modèle de l'observateur de Kalman étendu de la MSAP	65
5.3. Résultats de la simulation	67
5.4. Conclusion.....	68

Comparaison et conclusion générale.....	72
Annexes	76
Références Bibliographiques.....	82



INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

Les machines synchrones à aimants permanents sont de plus en plus utilisées dans l'industrie grâce à leurs performances supérieures aux autres moteurs à courants alternatifs. Les moteurs synchrones à aimants permanents ont trouvé de larges applications dues à leur densité de puissance élevée, haute efficacité, facilité de la commande, rapport élevé du couple à l'inertie et leur fiabilité élevée.

La commande vectorielle des MSAP nécessite une information précise sur la position du rotor. Cette information qui assure l'autopilotage de la machine provient habituellement d'un capteur mécanique (de la position et/ou de la vitesse) placé sur l'arbre de la machine. Les inconvénients rencontrés lors de l'utilisation de ce capteur mécanique sont multiples. Cette utilisation augmente le volume et le coût global du système. De plus, elle nécessite un bout d'arbre disponible, ce qui est particulièrement difficile pour des machines de petite taille.

Tenant compte de toutes ces limites que présentent le fonctionnement de la machine avec capteur mécanique, plusieurs travaux ont été consacrés au fonctionnement de la machine sans capteur mécanique. Cette thèse porte sur la commande d'axe sans capteur à base d'un moteur synchrone à aimants permanents et son objectif est d'étudier les performances de quelque stratégie de la commande sans capteur mécanique des machines synchrones à aimants permanents (**MSAP**) sans pièces polaires.

Plusieurs méthodes ont déjà été développées pour la commande sans capteur mécanique qui peuvent réduire le coût du système. Cette solution nécessite l'utilisation de méthodes sophistiquées pour préserver des hautes performances dynamiques. Les recherches consistent alors à proposer des solutions efficaces pour estimer la position et/ou la vitesse du rotor en association avec des méthodes assurant la commande de la machine. Ainsi, il est plutôt nécessaire de développer des observateurs qui évaluent en temps réel la position et la vitesse des rotors afin d'éliminer cet équipement pour renforcer la fiabilité du système et pour réduire le coût. Ces dernières années, de nombreuses recherches ont été consacrées au développement

des observateurs et les plus importants sont du type : observateurs par mode glissant, observateurs MRAS, Filtre de Kalman étendu, ... etc.

Dans la commande sans capteur mécanique l'estimation de la position initiale sans capteur est donc très difficile. Pour les entraînements en robotique, il est important de savoir si le moteur peut démarrer à partir de toute position initiale inconnue où non, ce qui influence le choix d'une stratégie par rapport à une autre.

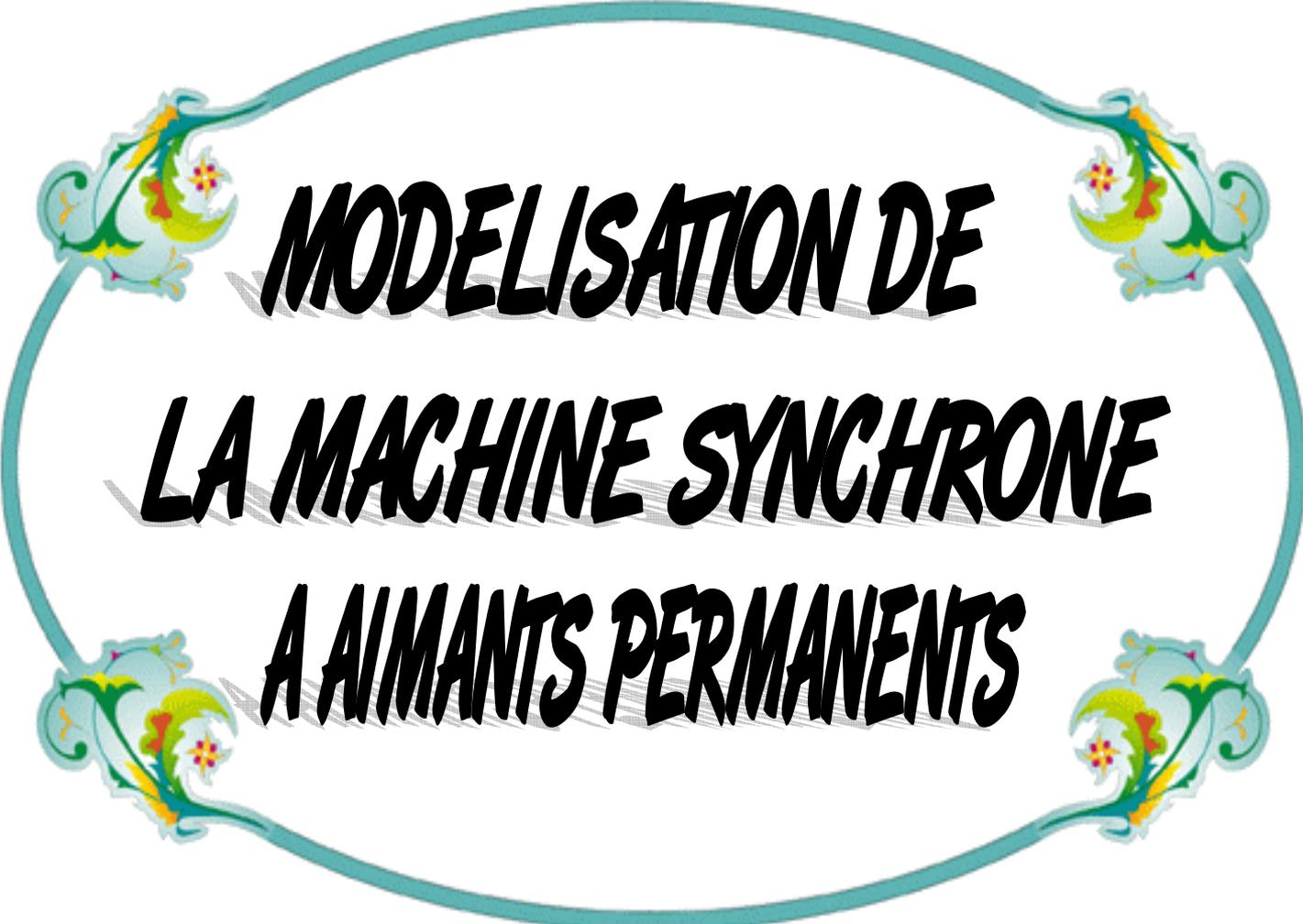
Le travail effectué dans cette thèse est présentée dans les cinq chapitres suivants :

- Le premier chapitre est consacré à la modélisation de la machine synchrone à aimants permanents où sont présentés le modèle dans le repère synchrone (d, q) et dans le repère fixe du stator (α, β) .
- Le deuxième chapitre traite de la commande en poursuite d'une trajectoire de la position et de la vitesse avec capteur mécanique en cherchant des performances dynamiques élevées.
- Le troisième chapitre concerne les observateurs par mode glissant. On commence par ce qui est fondé sur l'estimation de la force électromotrice (f.é.m). Cependant, cette méthode est inefficace en basse vitesse car la f.é.m est alors trop faible et les incertitudes sur le modèle deviennent relativement importantes. Par la suite on s'intéresse à l'observateur par mode glissant basé sur le modèle en (d, q) .
- Le quatrième chapitre traite de la commande sans capteur mécanique à base des observateurs MRAS (*Model Reference Adaptive System*) où on utilise le modèle référentiel (la machine MSAP) et le modèle ajustable (l'observateur). Dans ce cadre, on propose deux observateurs MRAS, l'un est basé sur le modèle des courants statorique et l'autre est basé sur le modèle du flux.
- Le cinquième chapitre propose une structure de commande sans capteur mécanique associé à un filtre de Kalman étendu pour estimer la position du rotor. Il considère les effets des erreurs du système et les bruits sur la mesure des courants. L'observateur est établi dans le repère orienté sur le vecteur du flux rotorique, donc l'observateur peut s'appliquer au moteur avec pièces polaires. Les courants filtrés par le filtre de Kalman sont utilisés

comme retour à la place des courants mesurés pour éliminer les effets du bruit. La vitesse et la position observées sont utilisées à la place des mesures.

Le mémoire se termine par une comparaison et une conclusion générale, ensuite des annexes qui fournissent quelques démonstrations.

Chapitre 01



**MODELISATION DE
LA MACHINE SYNCHRONNE
A AIMANTS PERMANENTS**

CHAPITRE 1

MODELISATION DE LA MACHINE SYNCHRONE A AIMANTS PERMANENTS

1.1. INTRODUCTION

L'étude du comportement d'un moteur électrique est une tâche difficile et qui nécessite, avant tout, une bonne connaissance de son modèle dynamique. Historiquement, les servomoteurs utilisant des moteurs à courant continu ont assuré le fonctionnement de la plupart d'équipements industriels (robots et machines outils).

Cependant, leur principal défaut reste le collecteur mécanique que l'on tolère mal dans certaines applications. Pour cette raison, on s'est orienté vers l'utilisation de moteur électrique à courant alternatif afin d'écarter cet inconvénient et de profiter de leurs avantages tels que, la flexibilité de variation de vitesse et la stabilité de fonctionnement. Parmi les moteurs électriques à courant alternatif utilisés dans les entraînements, la machine synchrone à aimants permanents (**MSAP**) est un bon candidat de par les nombreux avantages présentés tel que : l'absence des pertes au rotor, une grande capacité de surcharge, une vitesse stable et constante à une fréquence donnée et surtout à un couple massique élevé comparativement à celui du moteur asynchrone et du moteur synchrone classique. Ce dernier avantage lui confère une supériorité sur les autres types de moteurs.

Il est souvent appelé moteur à courant continu sans balais car lorsqu'il est autopiloté, ses caractéristiques coïncident avec celles d'un moteur à courant continu à excitation shunt. En effet, les travaux consacrés à la commande de la MSAP autopilotée, ont conclu qu'il y a une similitude entre ses caractéristiques et celles du moteur à courant continu et que le transfert des lois de commande se fait aisément.

Dans ce chapitre, la modélisation du moteur synchrone à aimants permanents est présentée. On présente le modèle triphasé ainsi que le modèle obtenu à l'aide de la décomposition selon deux axes (transformation de Park).

1.2. MODELISATION DE LA MSAP

La machine synchrone à aimants permanents est un système complexe si tous les phénomènes interviennent dans son fonctionnement sont pris en compte.

Cependant, nous n'allons pas tenir compte de tous ces phénomènes, car, d'une part, leur formulation mathématique est difficile, d'autre part, leur incidence sur le comportement de la machine est considérée comme négligeable, dans certaines conditions. Ceci nous permet d'obtenir des équations simples, qui traduisent la base fondamentale du fonctionnement de la machine.

1.2.1. Description de la machine étudiée

Le moteur synchrone à aimants permanents (**MSAP**) comporte au stator un enroulement triphasé représenté par les trois axes (a, b, c) déphasés, l'un par rapport à l'autre, de 120° électrique (**Fig.1.1**) et au rotor des aimants permanents assurant son excitation.

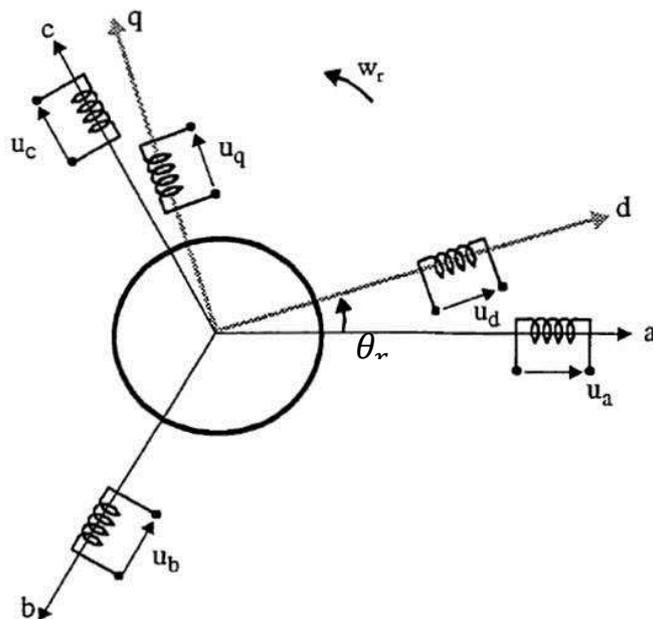


Fig.1.1 : Référentiel a, b, c et référentiel d-q.

Selon la disposition des aimants on rencontre :

- Le cas où les aimants sont calés sur le noyau magnétique rotorique (**Fig.1.2.a**), dans ce cas, la machine se caractérise par un faible taux de saillance ($\frac{L_d}{L_q} \approx 1$)

- Le cas où les pôles ferromagnétiques sont intercalés entre les aimants (**Fig.1.2.b**), le taux de saillance ici est supérieur à l'unité ($\frac{L_d}{L_q} > 1$)

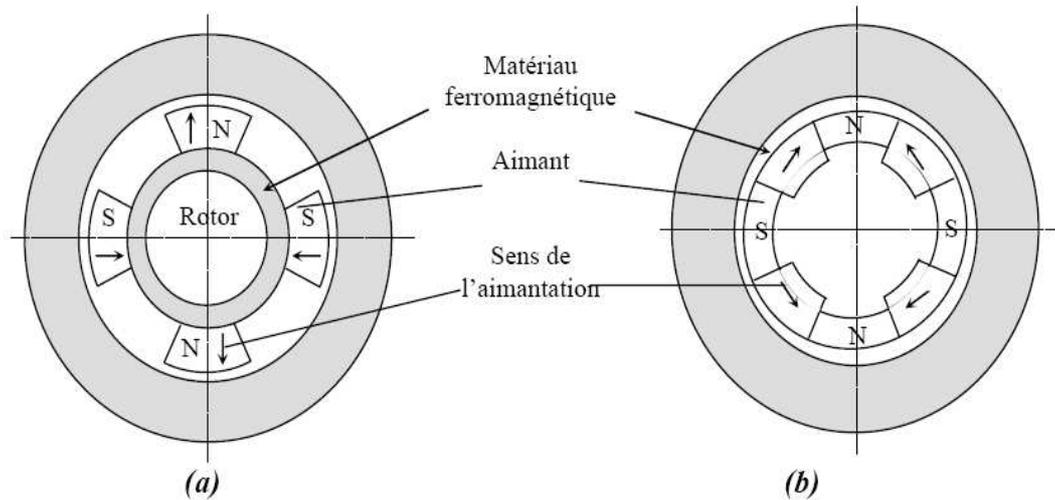


Fig.1.2 : La disposition des aimants permanents sur le rotor

(a) machine à aimants montés en surface

(b) machine à aimants enterrés

L'emploi des aimants permanents, permet d'obtenir des performances électrotechniques intéressantes, tel qu'un rendement élevé (à cause de l'absence des pertes Joules au niveau de l'inducteur), ainsi que des performances dynamiques et statiques très élevées en particulier dans les systèmes embarqués en raison de son rapport puissance/masse élevé.

1.2.2. Hypothèses simplificatrices

Le modèle mathématique de la machine synchrone à aimants permanents (**MSAP**) est similaire à celui de la machine synchrone classique [1]. On adopte les hypothèses simplificatrices usuelles données dans la majorité des références : le moteur possède une armature symétrique non saturée ce qui permet d'exprimer les flux comme fonctions linéaires des courants et une distribution sinusoïdale de la force magnétomotrice(FMM) créée par les enroulements au stator.

1.2.3. Mise en équations de la machine

Le modèle triphasé s'exprime par :

$$v_{abc} = [R][i_{abc}] + \frac{d}{dt} [\Phi_{abc}^s] \quad (1.1)$$

Avec :

$$[v_{abc}] = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix}, [i_{abc}] = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}, [\Phi_{abc}^s] = \begin{bmatrix} \Phi_a^s \\ \Phi_b^s \\ \Phi_c^s \end{bmatrix}, [R] = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix}$$

Où v_{abc} , i_{abc} et Φ_{abc}^s représentent respectivement les tensions des phases statoriques, les courants des phases statoriques et les flux totaux produits par les courants statoriques. R_s désigne la résistance d'une phase statorique.

Les flux totaux Φ_{abc}^s sont exprimés par :

$$\Phi_{abc}^s = [L][i_{abc}] + [\Phi_{abc}^r] \quad (1.2)$$

$$\text{Où : } [L] = \begin{bmatrix} L_s & M_s & M_s \\ M_s & L_s & M_s \\ M_s & M_s & L_s \end{bmatrix} ; \quad [\Phi_{abc}^r] = \begin{bmatrix} \Phi_f \sin(\omega_r t) \\ \Phi_f \sin(\omega_r t - \frac{2\pi}{3}) \\ \Phi_f \sin(\omega_r t + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

Avec L_s et M_s représentant l'inductance propre et l'inductance mutuelle entre les enroulements statoriques, la self-inductance est la somme de deux inductances ($L_s = L_{fs} + \frac{3}{2}L_m$), l'inductance de fuite L_{fs} et l'inductance de magnétisation. Les flux $\Phi_j^r, j = a, b, c$, sont les flux rotoriques vus par les enroulements du stator. Ils sont la cause des tensions induites dans les phases statoriques.

La substitution de (1.2) dans (1.1) donne :

$$[v_{abc}] = [R][i_{abc}] + [L] \frac{d}{dt} [i_{abc}] + [e_{abc}] \quad (1.3)$$

Où le vecteur $[e_{abc}]$ représente les FEMs produites dans les phases statoriques :

$$[e_{abc}] = \frac{d}{dt} [\Phi_{abc}^r]$$

Le couple électromagnétique est exprimé par :

$$C_{em} = \frac{1}{\Omega_r} ([e_{abc}]^T [i_{abc}]) \quad (1.4)$$

Ω_r : définit la vitesse de rotation du rotor en (rad/sec).

On remarque que le système (1.3) conduit à des équations fortement non-linéaires et couplées. Pour simplifier ce système, on utilise la transformation dite de Park [1] qui appliquée aux variables réelles (tensions, courants et flux), permet d'obtenir des variables fictives appelées les composantes (d, q) ou les équations de Park. Du point de vue physique, cette transformation est interprétée comme étant une substitution des enroulements immobiles (a, b, c) par des enroulements (d, q) tournant avec le rotor. Cette transformation rend les équations dynamiques des moteurs à courant alternatif plus simples ce qui facilite leur étude et leur analyse.

1.2.4. Transformation de PARK

Cette transformation permet le passage du système réel triphasé (a, b, c) à un autre système d'axes (d, q, o) formant le référentiel de Park, lié au rotor et repéré par l'angle θ_r par rapport au stator. (Fig.1.3) [2], [3] :

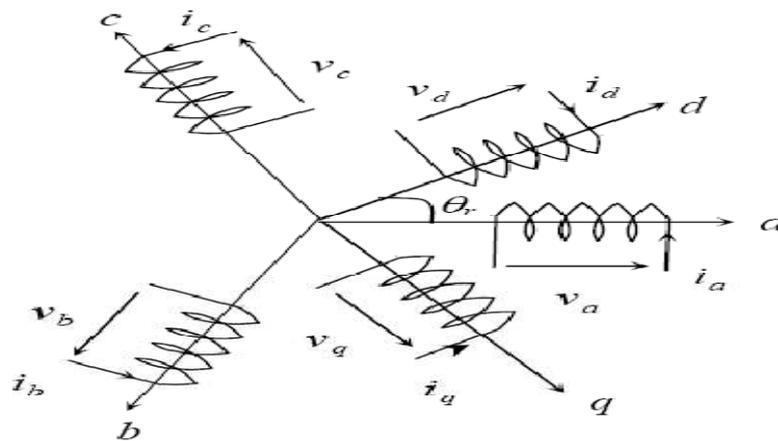


Fig.1.3 : Référentiel de Park

La composante d'indice o est portée par un axe orthogonal au plan (d, q) . Lorsque le neutre est isolé, ce qui est notre cas, cette composante homopolaire est nulle [2].

La transformation de Park est définie comme suit [1] :

$$[X_{dqo}] = [P(\theta_r)][X_{abc}] \quad (1.5)$$

Où X peut-être un courant, une tension ou un flux et θ_r représente la position du repère (d, q) (dans notre cas l'axe du rotor). Les termes X_d, X_q représentent la composante longitudinale et transversale des variables statoriques (tensions, courants, flux).

La matrice de transformation $P(\theta_r)$ est donnée par :

$$P(\theta_r) = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin(\theta_r) & -\sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

Dont la matrice inverse a pour forme :

$$[P(\theta)]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & -\sin(\theta_r) & 1 \\ \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

Tel que la position θ_r est définie par :

$$\theta_r = \int_0^t \omega_r(\tau) d\tau + \theta_0, \quad \theta_0 = 0 \quad (1.8)$$

1.2.5. Modèle de la machine MSAP dans le référentiel de Park

La transformation de Park ramène les équations statoriques (1.3) dans un référentiel lié au rotor. Nous obtenons un schéma équivalent représenté à la figure (1.4) [3] :

La machine équivalente de la figure (1.4) est identique à une machine à courant continu ayant l'enroulement f comme inducteur et ayant deux induits en quadrature, l'induit d étant dans l'axe de l'inducteur f et l'induit q en quadrature avec f .

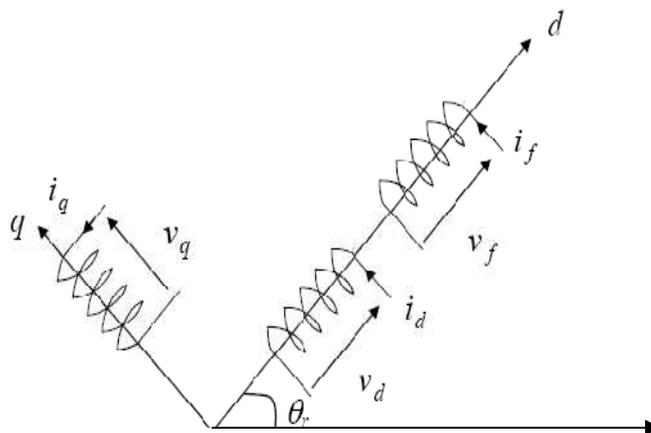


Fig.1.4 : Schéma équivalent de la machine synchrone dans le référentiel de Park

Les enroulements du stator sont supposés formant un système triphasé et sont connectés en étoile d'où : $\mathbf{i}_a + \mathbf{i}_b + \mathbf{i}_c = \mathbf{0}$. Ainsi, la composante homopolaire désignée par la troisième ligne de la matrice (1.6) est nulle [1].

En appliquant la transformation (1.5) au système (1.1), on aura [1] :

$$[u_{dq}] = [P(\theta_r)][v_{abc}] = [P(\theta_r)][R][i_{abc}] + [P(\theta_r)] \frac{d}{dt} [\phi_{abc}^s] \quad (1.9)$$

Ensuite, en se basant sur (1.9) et (1.5), on obtient :

$$[u_{dq}] = [P(\theta_r)][R][P(\theta_r)]^{-1} [i_{dq}] + \sigma \quad (1.10)$$

Avec :

$$\sigma = [P(\theta_r)][P(\theta_r)]^{-1} \frac{d}{dt} [\phi_{dq}^s] + [P(\theta_r)] \left(\frac{d}{dt} [P(\theta_r)]^{-1} \right) [\phi_{dq}^s]$$

Du moment que $[R]$ est diagonale, alors :

$$[P(\theta_r)][R][P(\theta_r)]^{-1} = [R] \quad (1.11)$$

En utilisant :

$$[P(\theta_r)] \left(\frac{d}{dt} [P(\theta_r)]^{-1} \right) = \frac{d\theta_r}{dt} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

Et à l'aide de (1.10), on peut déduire les équations de Park sous une forme vectorielle comme suit :

$$[u_{dq}] = [R][i_{dq}] + \frac{d}{dt} [\phi_{dq}^s] + p\Omega_r [\phi_{dq}^s] \quad (1.13)$$

Où :

$$[u_{dq}] = \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix}, [R] = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix}, [i_{dq}] = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}, \\ [\phi_{dq}^s] = \begin{bmatrix} \phi_d^s \\ \phi_q^s \end{bmatrix}, [\phi_{dq}^s] = \begin{bmatrix} -\phi_q^s \\ \phi_d^s \end{bmatrix}$$

Et la transformation (1.6) appliquée à (1.2) donne :

$$\begin{bmatrix} \phi_d^s \\ \phi_q^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_f \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

Où ϕ_f et p désignent respectivement le flux créé par les aimants au rotor et le nombre de paires de pôles.

En utilisant (1.14), l'équation (1.13) devient :

$$\begin{aligned} [u_{dq}] &= [R][i_{dq}] + [L_{dq}]\left[\frac{di_{dq}}{dt}\right] + p\Omega_r[\phi'_{dq}] \\ &= \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_d}{dt} \\ \frac{di_q}{dt} \end{bmatrix} + p\Omega_r \begin{bmatrix} 0 & -L_q \\ L_d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + p\Omega_r \begin{bmatrix} 0 \\ \phi_f \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.15)$$

L'équation électromécanique est exprimée par :

$$C_{em} - C_r = J \frac{d\Omega_r}{dt} + B\Omega_r \quad (1.16)$$

Avec : B, J et C_r définissent le coefficient d'amortissement, le moment d'inertie du rotor et le couple de charge. Le couple électromagnétique C_{em} est produit par l'interaction entre les pôles formés par les aimants au rotor et les pôles engendrés par les Force magnétomotrice (FMMs) dans l'entrefer générées par les courants statoriques. Il est exprimé par :

$$C_{em} = \frac{3p}{2} [\phi_f i_q + (L_d - L_q) i_d i_q] \quad (1.17)$$

En développant le système d'équations (1.15), la forme finale des équations de la MSAP dans le référentiel (d, q) est alors la suivante :

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = -\frac{R_s}{L_d} i_d + \frac{L_q}{L_d} p\Omega_r i_q + \frac{1}{L_d} u_d \\ \frac{di_q}{dt} = -\frac{R_s}{L_q} i_q - \frac{L_d}{L_q} p\Omega_r i_d - \frac{1}{L_q} p\Omega_r \phi_f + \frac{1}{L_q} u_q \\ \frac{d\Omega_r}{dt} = \frac{3p}{2J} [\phi_f i_q + (L_d - L_q) i_d i_q] - \frac{1}{J} C_r - \frac{B}{J} \Omega_r \end{cases} \quad (1.18)$$

Si on considère une machine avec entrefer constant (sans pièces polaires $L_d = L_q = L_s$), le modèle sera encore plus simple comme l'indique le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = -\frac{R_s}{L_s} i_d + p\Omega_r i_q + \frac{1}{L_s} u_d \\ \frac{di_q}{dt} = -\frac{R_s}{L_s} i_q - p\Omega_r i_d - \frac{1}{L_s} p\Omega_r \phi_f + \frac{1}{L_s} u_q \\ \frac{d\Omega_r}{dt} = \frac{3p}{2J} \phi_f i_q - \frac{1}{J} C_r - \frac{B}{J} \Omega_r \end{cases} \quad (1.19)$$

Et en plus, le couple électromagnétique C_{em} devient :

$$C_{em} = \frac{3p}{2} \phi_f i_q \quad (1.20)$$

A partir du système (1.18), on peut représenter le modèle de la MSAP par un diagramme illustré par la figure (1.5) avec $K = \frac{3p}{2}$.

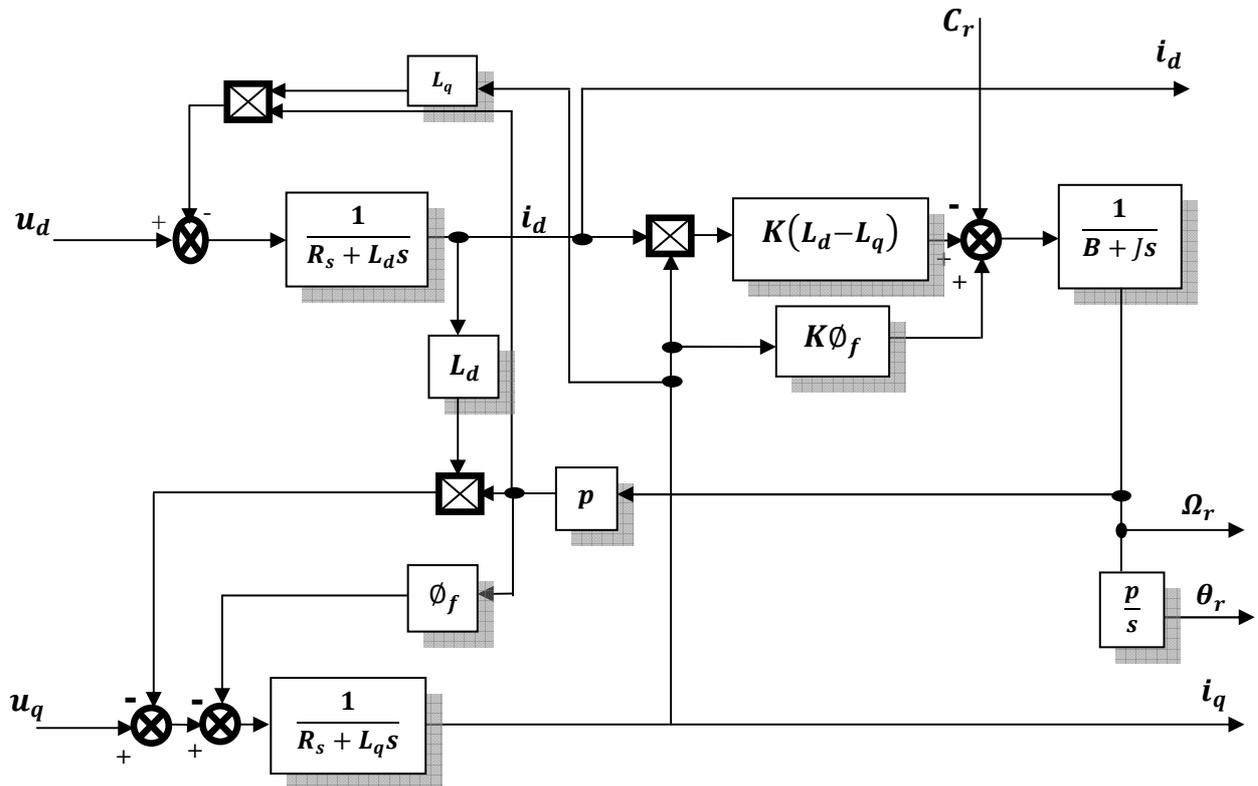


Fig.1.5 : Bloc diagramme de la MSAP dans le référentiel d-q

1.3. PARAMETRES DE LA MSAP

La machine synchrone à aimants permanents utilisée dans notre travail ayant les paramètres suivants :

Paramètre	Valeur
Puissance nominale (P_n)	1.38 KW
Vitesse nominale (V_n)	1500 tr/min
Couple nominal (C_n)	8.8 N.m
Résistance d'une phase statorique (R_s)	0.76 Ω
Inductance cyclique sur l'axe direct ($L_d = L_s$)	1.8 mH
Inductance cyclique sur l'axe transverse ($L_q = L_s$)	1.8 mH
Nombre de paire de pôles (p)	2
Amplitude des flux des aimants permanents (ϕ_f)	0.14 WB
Moment d'inertie (J)	1.1×10^{-3} Kg.m²
Coefficient de frottement visqueux (B)	5×10^{-5} N.m.s/rd
Tension- Fréquence de réseau	220 V/380 V - 50 HZ

Tab.1.1 : Paramètres de la machine MSAP

1.4. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté la modélisation de la machine synchrone à aimants permanents **MSAP**. Le modèle triphasé est rarement utilisé à cause de sa complexité et du fort couplage de ses équations.

La transformation de Park, permet le passage du système réel triphasé (a, b, c) à un autre système d'axes (d, q, o) formant le référentiel de Park, ce qui rend le modèle dynamique de la **MSAP** simple et les non-linéarités sont réduites au nombre de trois. Ce modèle devient encore plus simple si la machine synchrone est à aimant permanent sans pièces polaires.

Chapitre 02



**LACOMMANDE AVEC CAPTEUR
DE LA MACHINE MSAP**

CHAPITRE 2

LA COMMANDE AVEC CAPTEUR DE LA MACHINE SYNCHRONNE A AIMANTS PERMANENTS

2.1. INTRODUCTION

Ce chapitre a pour objet l'analyse et la synthèse des lois de commande de la MASP en appliquant la technique du retour d'état linéarisante et placement de pôles. Cette commande doit assurer la poursuite de la trajectoire de la vitesse et/ou de la position de l'axe de la MSAP.

2.2. SYNTHESE DE LA COMMANDE PAR LA TECHNIQUE DU RETOUR D'ETAT LINEARISANT ET PLACEMENT DE POLES

La commande par la technique par la technique du retour d'état linéarisante et placement de pôles consiste à contrôler la position et la vitesse à travers les deux composantes i_d et i_q du courant statorique en imposant les tensions u_d et u_q qui conviennent.

La stratégie utilisée consiste à maintenir le courant i_d à une valeur nulle et réguler la vitesse et la position via la tension u_q .

Le courant i_d est contrôlé via la tension u_d par un régulateur linéaire du type PI, par contre la position et la vitesse sont contrôlées via la tension u_q à l'aide d'un régulateur non linéaire pour assurer la poursuite de la vitesse et/ou de la position.

La figure (2.1) présente le schéma du principe de poursuite de la vitesse et/ou de la position de la MSAP par la technique du retour d'état linéarisante et placement de pôles.

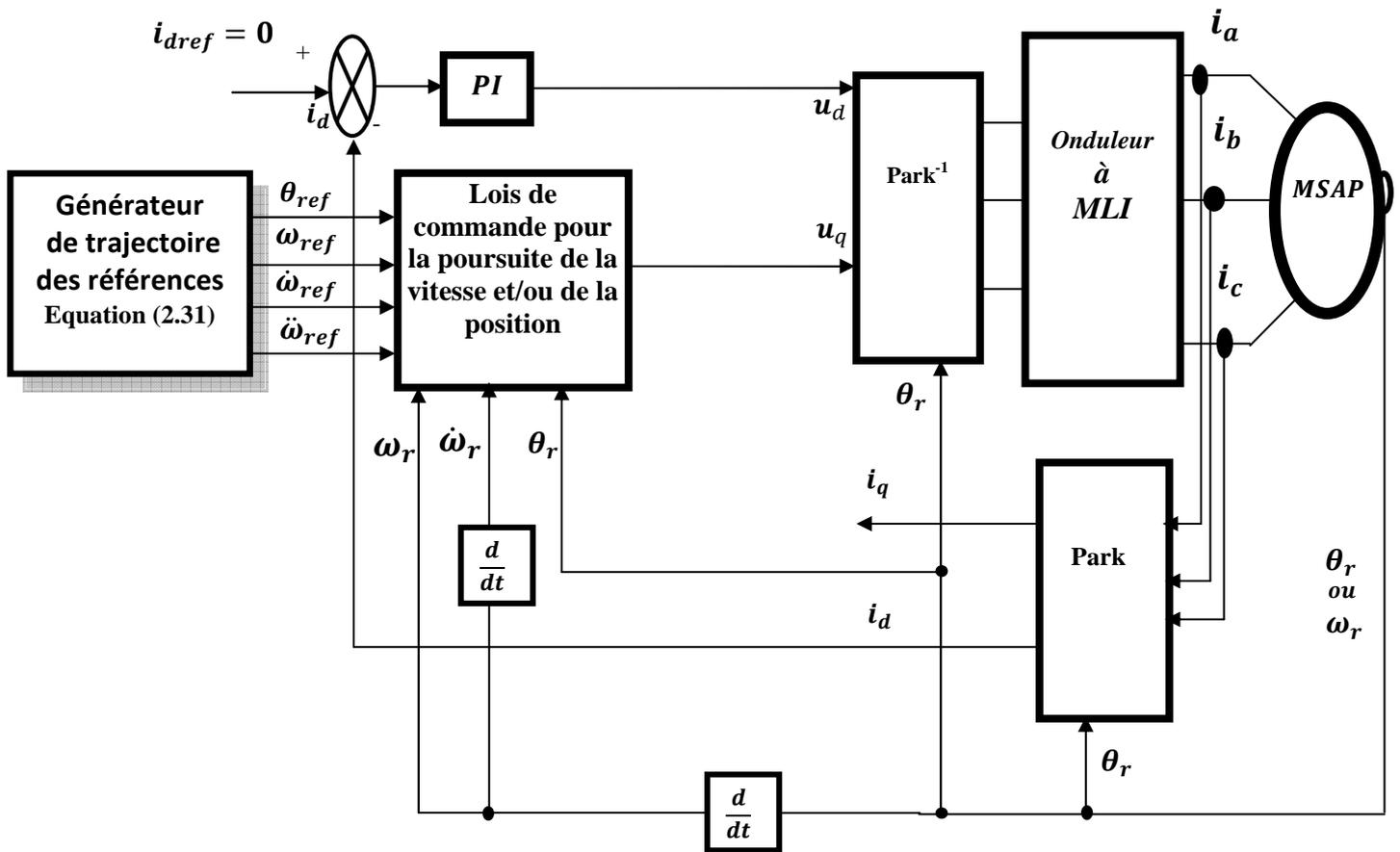


Fig.2.1 : Schéma bloc du principe de la poursuite de la vitesse et/ou de la position d'une MSAP

2.2.1. Synthèse du régulateur PI de courant i_d

Le régulateur de courant i_d peut être calculé séparément. La figure (2.2) montre la régulation du courant i_d en utilisant un régulateur PI [4].

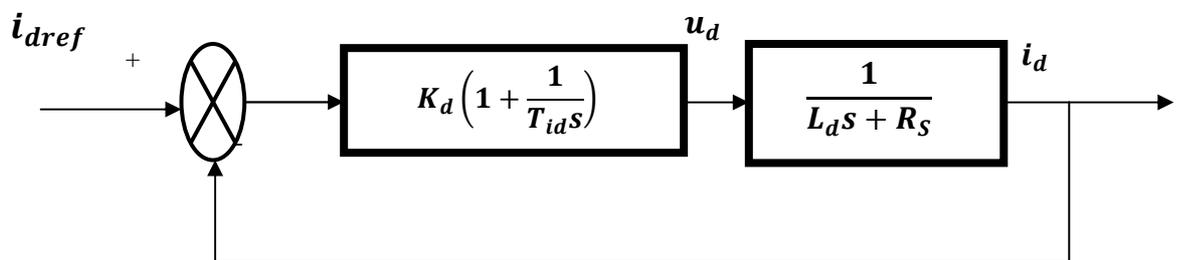


Fig.2.2 : Régulation PI du courant d'axe d

La constante de temps du régulateur est souvent choisie pour compenser la constante de temps électrique. Nous avons alors :

$$T_{id} = \frac{L_d}{R_s} \quad (2.1)$$

Le placement de pôles de la boucle fermée peut être réalisé de façon à compenser le zéro induit par le correcteur et à choisir qu'un seul pôle T_0 qui définit la dynamique de la boucle [5].

Notons que la dynamique de la boucle fermée est choisie égale au double de celle de la boucle ouverte ; le gain est calculé suivant la constante de temps apparente exigé T_0 avec [6] :

$$T_0 = \frac{L_d}{\alpha R_s} \quad (2.2)$$

Le choix de α est guidé par plusieurs tests de sensibilité en simulation. Nous avons alors :

$$K_d = \frac{L_d}{T_0} \quad (2.3)$$

2.2.2. Synthèse de la loi de commande en poursuite d'une trajectoire de la vitesse

En pose $x_1 = i_d$; $x_2 = i_q$; $x_3 = \omega_r = p\Omega_r$, le modèle de la machine synchrone à aimants permanents (1.19) s'écrit sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -ax_1 + x_2x_3 + bu_d \\ \dot{x}_2 = -ax_2 - x_1x_3 - dx_3 + bu_q \\ \dot{x}_3 = k_t x_2 - C_{re} \\ \dot{x}_4 = x_3 \end{cases} \quad (2.4)$$

Avec :

$$x_1 = i_d \quad ; \quad x_2 = i_q \quad ; \quad x_3 = \omega_r \quad ; \quad x_4 = \theta_r$$

$$a = \frac{R_s}{L_s} \quad ; \quad b = \frac{1}{L_s} \quad ; \quad d = \frac{\phi_f}{L_s} \quad , \quad k_t = \frac{3p^2}{2J} \phi_f \quad ; \quad C_{re} = \frac{p}{J} C_{re} - \frac{B}{J} \omega_r$$

Soit $x_{3d}(t)$ la trajectoire désirée de la vitesse x_3 , l'erreur de poursuite et ses dérivées sont définies telles que :

$$e_3 = x_{3d} - x_3 \quad ; \quad \dot{e}_3 = \dot{x}_{3d} - \dot{x}_3 \quad ; \quad \ddot{e}_3 = \ddot{x}_{3d} - \ddot{x}_3 \quad (2.5)$$

De la relation (2.4) et en ignorant le couple C_{re} (car il est inconnu), il vient :

$$\begin{aligned} \ddot{x}_3 &= k_t \dot{x}_2 \\ &= k_t (-ax_2 - x_1x_3 - dx_3) + k_t bu_q \end{aligned} \quad (2.6)$$

On remplace dans (2.5), \ddot{x}_3 par son expression (2.6), il vient :

$$\ddot{e}_3 = \ddot{x}_{3d} - f_3(t) - k_t bu_q \quad (2.7)$$

Avec :

$$f_3(t) = k_t(-ax_2 - x_1x_3 - dx_3) \quad (2.8)$$

On impose à \ddot{e}_3 la dynamique linéaire suivante :

$$\ddot{e}_3 = v_3 \quad \text{avec} \quad v_3 = -k_{d3} \cdot \dot{e}_3 - k_{p3} \cdot e_3 \quad (2.9)$$

Donc :

$$\ddot{e}_3 = -k_{d3} \cdot \dot{e}_3 - k_{p3} \cdot e_3 \quad (2.10)$$

Alors ;

$$\ddot{e}_3 + k_{d3} \cdot \dot{e}_3 + k_{p3} \cdot e_3 = 0$$

Dans le plan (S), il vient :

$$s^2 e_3(s) + k_{d3} \cdot s e_3(s) + k_{p3} \cdot e_3(s) = 0$$

Et son équation caractéristique est :

$$s^2 + k_{d3} \cdot s + k_{p3} = 0 \quad (2.11)$$

Les coefficients de réglage k_{d3} et k_{p3} sont imposés de manière à assurer un régime dynamique critique du deuxième ordre (les racines du polynôme sont à partie réelle négative). Ces coefficients sont calculés par un placement de pôles. Dans cette condition, le terme $e_3(s)$ converge exponentiellement vers zéro ($e_3(s) \rightarrow 0$).

Le calcul de la loi de commande u_q est obtenu de la condition (2.9) et en exploitant la relation (2.7)

$$\ddot{x}_{3d} - f_3(t) - k_t b u_q = v_3$$

Alors

$$u_q = \frac{\ddot{x}_{3d} - f_3(t) - v_3}{k_t b} \quad (2.12)$$

Ou encore

$$\begin{aligned} u_q &= \frac{\ddot{x}_{3d} + k_{d3} \cdot \dot{e}_3 + k_{p3} \cdot e_3 - f_3(t)}{k_t b} \\ &= \frac{\ddot{x}_{3d} + k_{d3} \cdot (\dot{x}_{3d} - \dot{x}_3) + k_{p3} \cdot (x_{3d} - x_3) - f_3(t)}{k_t b} \\ &= \frac{\ddot{\omega}_{rd} + k_{d3} \cdot (\dot{\omega}_{rd} - \dot{\omega}_r) + k_{p3} \cdot (\omega_{rd} - \omega_r) - f_3(t)}{k_t b} \end{aligned} \quad (2.13)$$

Où :

$\ddot{\omega}_{rd}$ étant la dérivé de l'accélération électrique désirée ;

$\dot{\omega}_{rd}$ étant l'accélération électrique désirée.

La figure (2.3) présente le schéma de la structure de commande en poursuite de vitesse de la machine synchrone à aimants permanents.

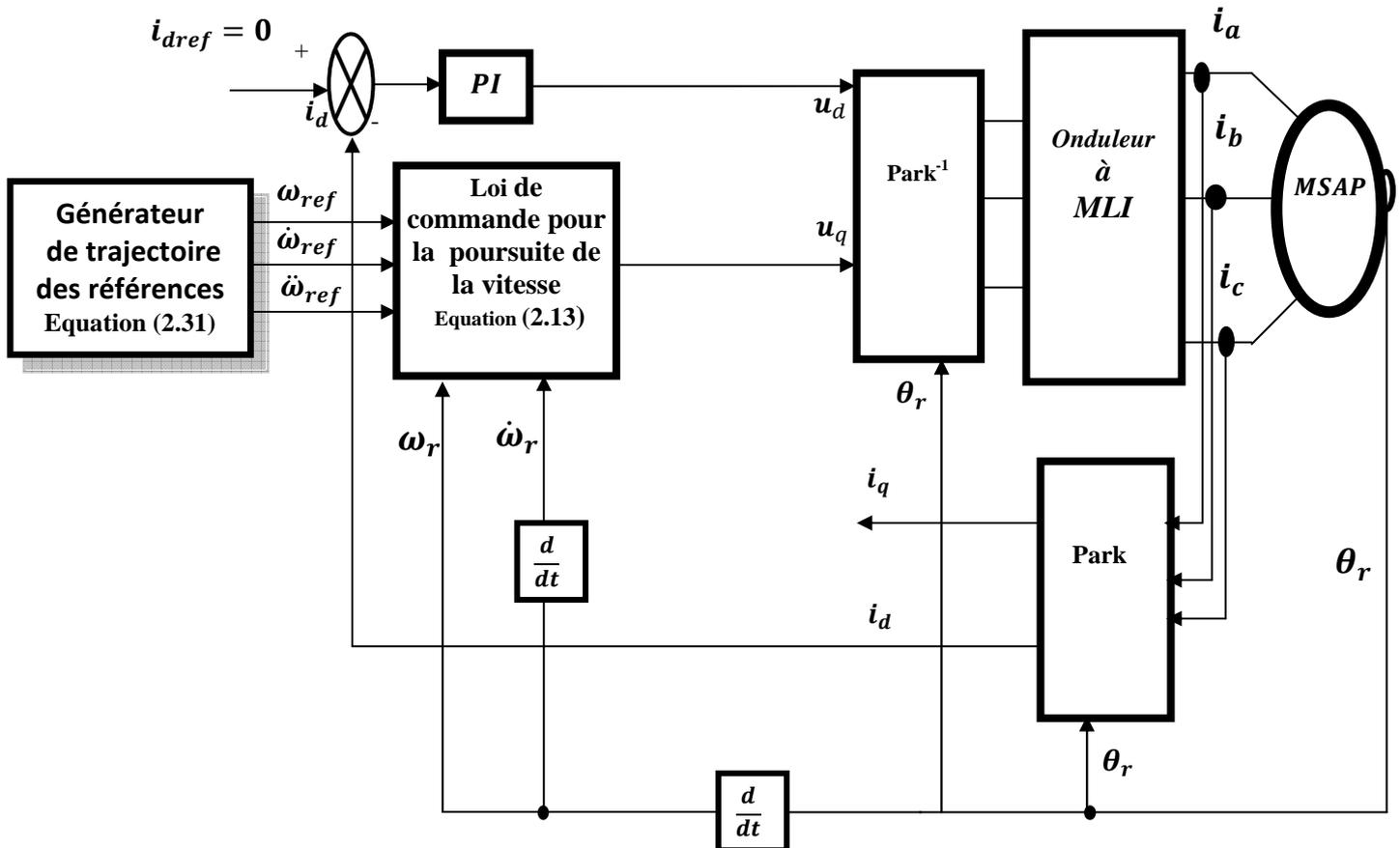


Fig.2.3 : Schéma bloc du principe de poursuite de la vitesse d'une MSAP

2.2.3. Synthèse de la loi de commande en poursuite d'une trajectoire de position

Soit $x_{4d}(t)$ la trajectoire désirée de la position x_4 . On définit l'erreur de poursuite et ses dérivées par :

$$e_4 = x_{4d} - x_4 \quad ; \quad \dot{e}_4 = \dot{x}_{4d} - \dot{x}_4 = x_{3d} - x_3 \quad (2.14)$$

$$\ddot{e}_4 = \dot{x}_{3d} - \dot{x}_3 \quad ; \quad e_4^{(3)} = \ddot{x}_{3d} - \ddot{x}_3 \quad (2.15)$$

Avec :

$$\ddot{x}_3 = f_3(x) + k_t b u_q$$

Donc

$$e_4^{(3)} = \ddot{x}_{3d} - f_3(x) - k_t b v_q \quad (2.16)$$

On impose à $e_4^{(3)}$ la dynamique linéaire suivante :

$$e_4^{(3)} = v_4 \quad \text{avec} \quad v_4 = -k_{a4} \cdot \ddot{e}_4 - k_{d4} \cdot \dot{e}_4 - k_{p4} \cdot e_4 \quad (2.17)$$

$$e_4^{(3)} = -k_{a4} \cdot \ddot{e}_4 - k_{d4} \cdot \dot{e}_4 - k_{p4} \cdot e_4 \quad (2.18)$$

Alors ;

$$e_4^{(3)} + k_{a4} \cdot \ddot{e}_4 + k_{d4} \cdot \dot{e}_4 + k_{p4} \cdot e_4 = 0 \quad (2.19)$$

Dans le plan (S) cela conduit à :

$$s^3 e_4(s) + k_{a4} \cdot s^2 e_4(s) + k_{d4} \cdot s e_4(s) + k_{p4} \cdot e_4(s) = 0 \quad (2.20)$$

D'une équation caractéristique :

$$s^3 + k_{a4} \cdot s^2 + k_{d4} \cdot s + k_{p4} = 0 \quad (2.21)$$

Les coefficients k_{a4} , k_{d4} et k_{p4} sont imposés de manière à rendre le polynôme (2.21) Hurwitz (les racines du polynôme sont à partie réelle négative). Ces coefficients sont calculés par un placement de pôles. Dans ce cas $e_4(s) \rightarrow 0$

On calcule la commande u_q dans la condition (2.17) en exploitant la relation (2.16) :

$$\ddot{x}_{3d} - f_3(t) - k_t b u_q = v_4 \quad (2.22)$$

Alors :

$$u_q = \frac{\ddot{x}_{3d} - f_3(t) - v_4}{k_t b} \quad (2.23)$$

Ou encore :

$$\begin{aligned} u_q &= \frac{\ddot{x}_{3d} + k_{a4} \cdot \ddot{e}_4 + k_{d4} \cdot \dot{e}_4 + k_{p4} \cdot e_4 - f_3(t)}{k_t b} \\ &= \frac{\ddot{\omega}_{rd} + k_{a4} \cdot (\dot{\omega}_{rd} - \dot{\omega}_r) + k_{d4} \cdot (\omega_{rd} - \omega_r) + k_{p4} \cdot (\theta_{rd} - \theta_r) - f_3(t)}{k_t b} \end{aligned} \quad (2.24)$$

La figure (2.4) présente le schéma de la structure de commande en poursuite de la position de la machine synchrone à aimants permanents.

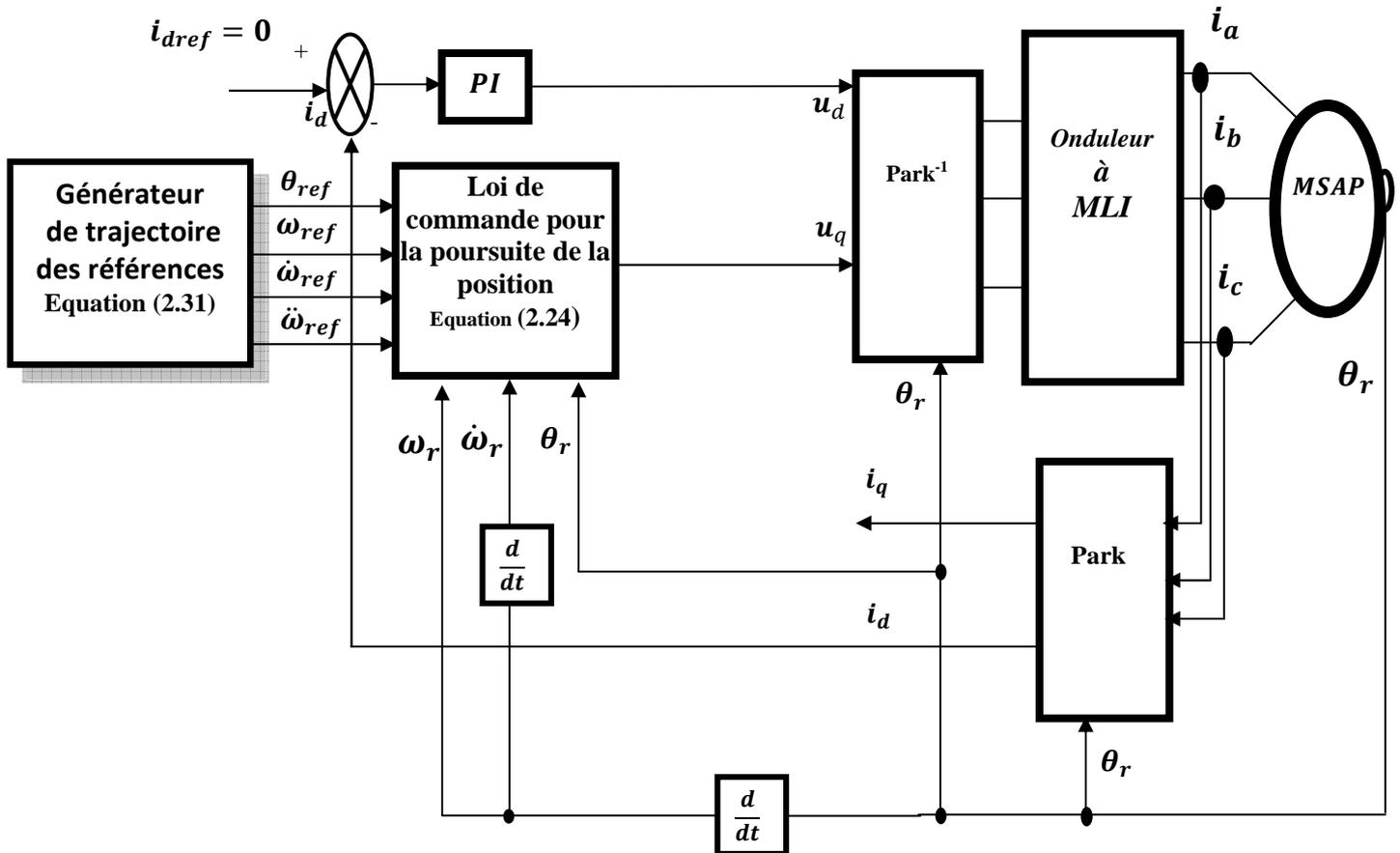


Fig.2.4 : Schéma bloc du principe de poursuite de la position d'une MSAP

2.3. GENERATION DE MOUVEMENT

Le moteur synchrone à aimant permanent est utilisé pour la commande d'axe d'un robot en position, ce qui impose le problème de la génération de mouvement.

Le problème de la génération de mouvement consiste à calculer les consignes de référence en position, vitesse et accélération qui sont fonction du temps et qui assurent le passage du robot par une trajectoire désirée, définie par une suite de situation de l'organe terminal ou de configuration articulaire [7]. La génération de mouvement permet de contrôler la géométrie de la trajectoire.

2.3.1. Génération de mouvement entre deux points dans l'espace articulaire

On considère qu'un moteur MSAP entraîne une articulation d'un robot donnée. Soit θ_i et θ_f la coordonnée articulaire correspondant à la configuration initiale et finale.

Le mouvement entre θ_i et θ_f en fonction du temps t est décrit par l'équation suivante :

$$\theta(t) = \theta_i + r(t)D \quad ; \quad 0 \leq t \leq t_f \quad (2.25)$$

Avec : $D = \theta_f - \theta_i$

Les valeurs aux limites de la fonction d'interpolation $r(t)$ sont données par :

$$\begin{cases} r(0) = 0 \\ r(t_f) = 1 \end{cases} \quad (2.26)$$

Pour les robots à grande vitesse ou transportant des charges importantes, il est nécessaire d'assurer la continuité des accélérations afin d'éviter d'exciter la mécanique. On dit alors que le mouvement est de classe C2. Pour des raisons de faisabilité et pour assurer la continuité de mouvement avec démarrage doux, alors le polynôme d'interpolation doit être de degré cinq [6]. Avec les contraintes supplémentaires :

$$\begin{cases} \ddot{\theta}(0) = 0 \\ \ddot{\theta}(t_f) = 0 \end{cases} \quad (2.27)$$

On montre que la fonction de la position peut se mettre sous la forme (2.25) avec :

$$r(t) = 10 \left(\frac{t}{t_f}\right)^3 - 15 \left(\frac{t}{t_f}\right)^4 + 6 \left(\frac{t}{t_f}\right)^5 \quad (2.28)$$

Les évolutions des positions, vitesse et accélération sont présentées à la figure (2.5). Les vitesses et accélération maximales ont pour expression :

$$\begin{cases} k_v = \dot{\theta}_{max} = \frac{15 \cdot |D|}{8 \cdot t_f} \\ k_a = \ddot{\theta}_{max} = \frac{10 \cdot |D|}{\sqrt{3} \cdot t_f^2} \end{cases} \quad (2.29)$$

2.3.1.1. Calcul du temps minimum [6]

Si la durée du mouvement n'est pas spécifiée, ce qui est généralement le cas, et que l'on recherche le temps minimum pour passer de la configuration q_i à la configuration q_f tout en respectant les contraintes de la vitesse et de l'accélération, on calcule le temps minimum.

Le temps minimum pour une articulation doit saturer la vitesse et/ou l'accélération, à partir des expressions de la vitesses et de l'accélération maximales obtenues par l'équation (2.29). Pour polynôme de degré cinq, le temps minimum est donnée par :

$$t_{fmin} = \max \left(\frac{15 \cdot |D|}{8 \cdot k_v}, \sqrt{\frac{10 \cdot |D|}{\sqrt{3} \cdot k_a}} \right) \quad (2.30)$$

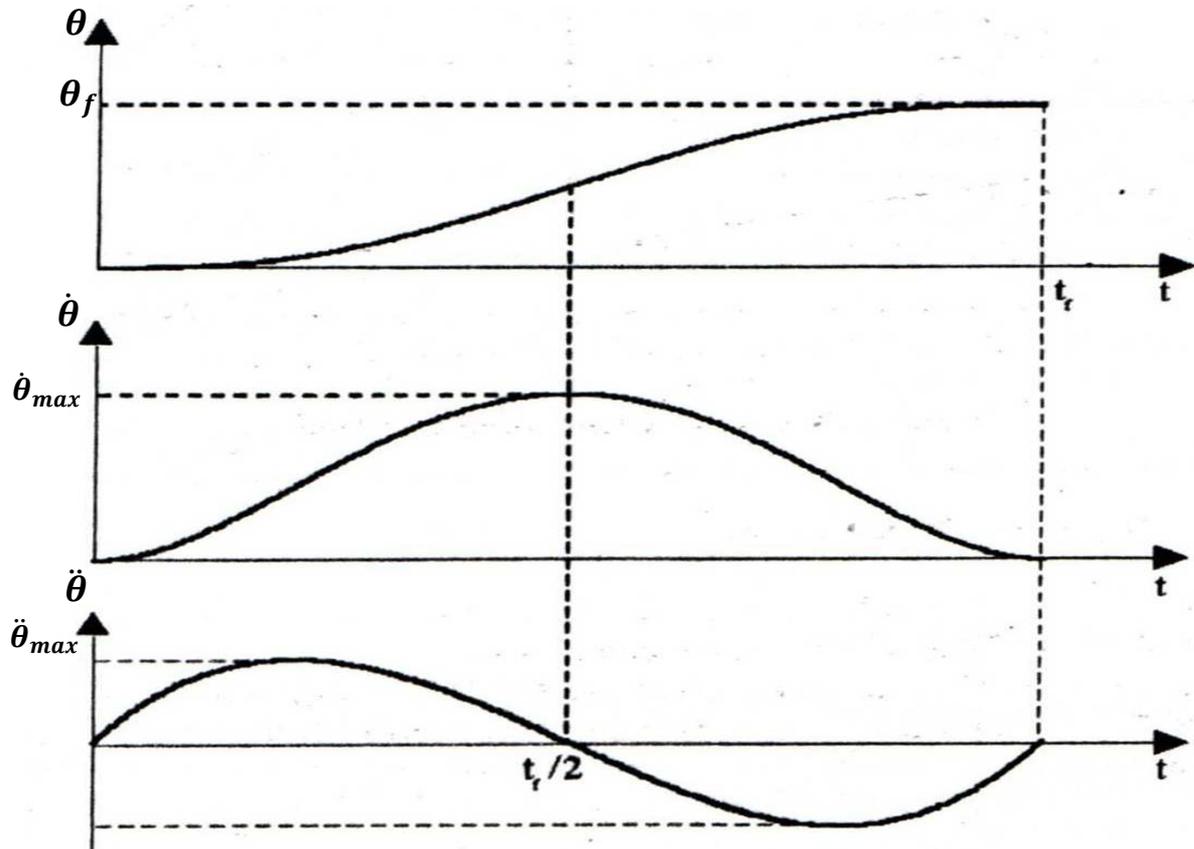


Fig.2.5 : Loi polynomiale de degré cinq

2.3.2. Génération de la trajectoire désirée

La trajectoire désirée en termes de la position, la vitesse et l'accélération est donnée par la figure (2.6). Les lois horaires dans les différents tronçons de la trajectoire sont telles que :

$$\begin{cases} \theta^d(t) = \theta_i + 10.D.\left(\frac{t}{t_f}\right)^3 - 15.D.\left(\frac{t}{t_f}\right)^4 + 6.D.\left(\frac{t}{t_f}\right)^5 \dots & 0 \leq t \leq t_f \\ \dot{\theta}^d(t) = 30.D.\frac{t^2}{t_f^3} - 60.D.\frac{t^3}{t_f^4} + 30.D.\frac{t^4}{t_f^5} \dots \dots \dots & 0 \leq t \leq t_f \\ \ddot{\theta}^d(t) = 60.D.\frac{t}{t_f^3} - 180.D.\frac{t^2}{t_f^4} + 120.D.\frac{t^3}{t_f^5} \dots \dots \dots & 0 \leq t \leq t_f \end{cases} \quad (2.31)$$

Avec :

- θ_i et θ_f désignent la position initiale et finale respectivement.
- θ^d , $\dot{\theta}^d$ et $\ddot{\theta}^d$ désignent la position, la vitesse et l'accélération désirées respectivement
- Les coordonnées concernant la génération de la trajectoire sont fixées telles que :
 $\theta_0 = 0 \text{ [rad]} ; \theta_f = 12\pi \text{ [rad]}$ d'où $D = 12\pi \text{ [rad]}$
- Pour le moteur utilisé, la vitesse maximale k_v et l'accélération maximale k_a sont imposées telle que : $k_v = 270.89 \text{ [rad/s]} ; k_a = 3200 \text{ [rad/s}^2\text{]}$
- Par conséquent le temps t_f vérifiant la relation (2.31) est : $t_f = 0.2608 \text{ s}$.

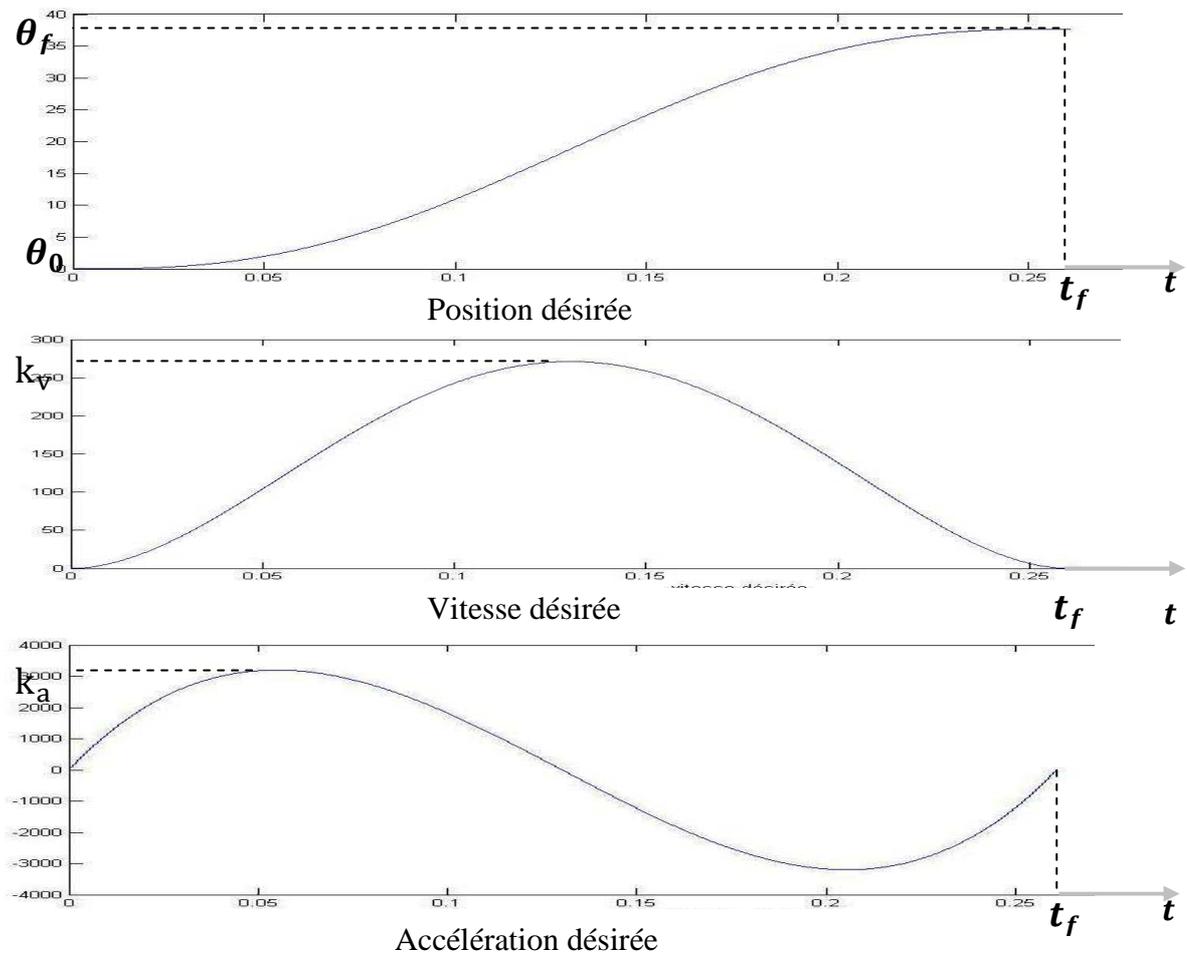


Fig.2.6 : Les trajectoires désirées

2.4.RESULTATS DE LA SIMULATION

Afin de tester les performances de la commande par la technique du retour d'état linéarisante et placement de pôles appliquée à une machine synchrone à aimants permanents, nous avons simulé le fonctionnement de l'ensemble Onduleur-Machine à l'aide du logiciel MATLAB/Simulink.

Dans ce qui suit, nous donnons les conditions générales dans lesquelles les différentes commandes que nous allons développer vont être testées :

- Les commandes sont testées dans le cas d'une machine synchrone caractérisée par les paramètres donnés au chapitre précédent (**Tab.1.1**).
- La simulation est effectuée sur un intervalle de temps de **0.2608s** pour un pas de calcul $T_s = 3\mu s$.

L'application de cette commande dans le cas du régime de poursuite de la vitesse et de la position du rotor de la MSAP est assurée par les données suivantes :

$$K_d = 1485 ; T_{id} = 2.36 \times 10^{-3} ;$$

$$k_{p3} = 1.8 \times 10^5 ; k_{d3} = 1.8 \times 10^5 ;$$

$$k_{p4} = 9 \times 10^4 ; k_{d4} = 3 \times 10^5 ; k_{a4} = 9 \times 10^4 ;$$

$$C_r = 0.8C_n = 7.04 \text{ [Nm]}$$

	Erreur de la vitesse $ \omega_{ref} - \omega_r $	Erreur de la position $ \theta_{ref} - \theta_r $
En absence des perturbations Paramétriques	0.636 rd/s	0.036 rd

Tab.2.1 : Les erreurs maximales de poursuite de la vitesse et de la position

La figure (2.7) donne les réponses de la MSAP en charge ($C_r=0.8C_n$) et en absence de variations paramétriques pour la commande en poursuite de trajectoire (Fig.2.6) de la vitesse de la position.

Les relevés fournis au Tableau.2.1 montrent que le régime de poursuite sans perturbation paramétriques est obtenu avec une erreur maximale reportée à sa valeur nominale de 0.24% pour la vitesse et 0.096% pour la position.

Les résultats obtenus montrent que la commande proposée assure une bonne poursuite de la trajectoire de la position et de la vitesse en absence de variations paramétriques.

2.5.CONCLUSION

Dans ce chapitre, on a effectué l'analyse et la synthèse de la commande en poursuite de la vitesse et de la position du MSAP en exploitant la technique par retour d'état linéarisante et placement de pôles.

Nous avons imposé une trajectoire de la position et de la vitesse, à l'axe du moteur similaire à celle exploitée dans la commande dans l'espace articulaire des axes d'un robot.

Nous avons obtenus des résultats satisfaisants en termes de poursuite de la position et de la vitesse. De plus cette commande est robuste par rapport au couple de charge puisque celle-ci est déterminée en considérant que le couple de charge est inconnu.

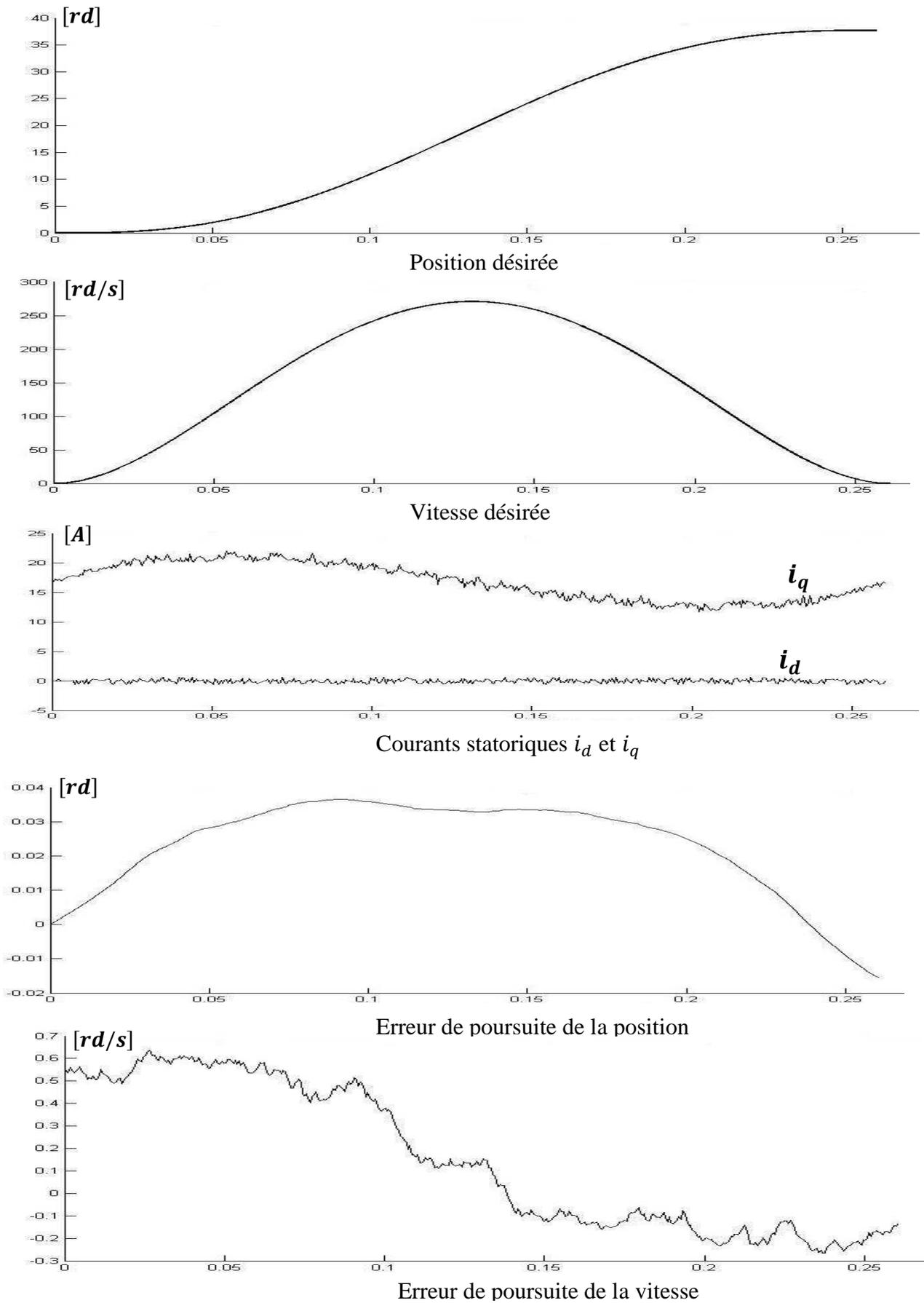
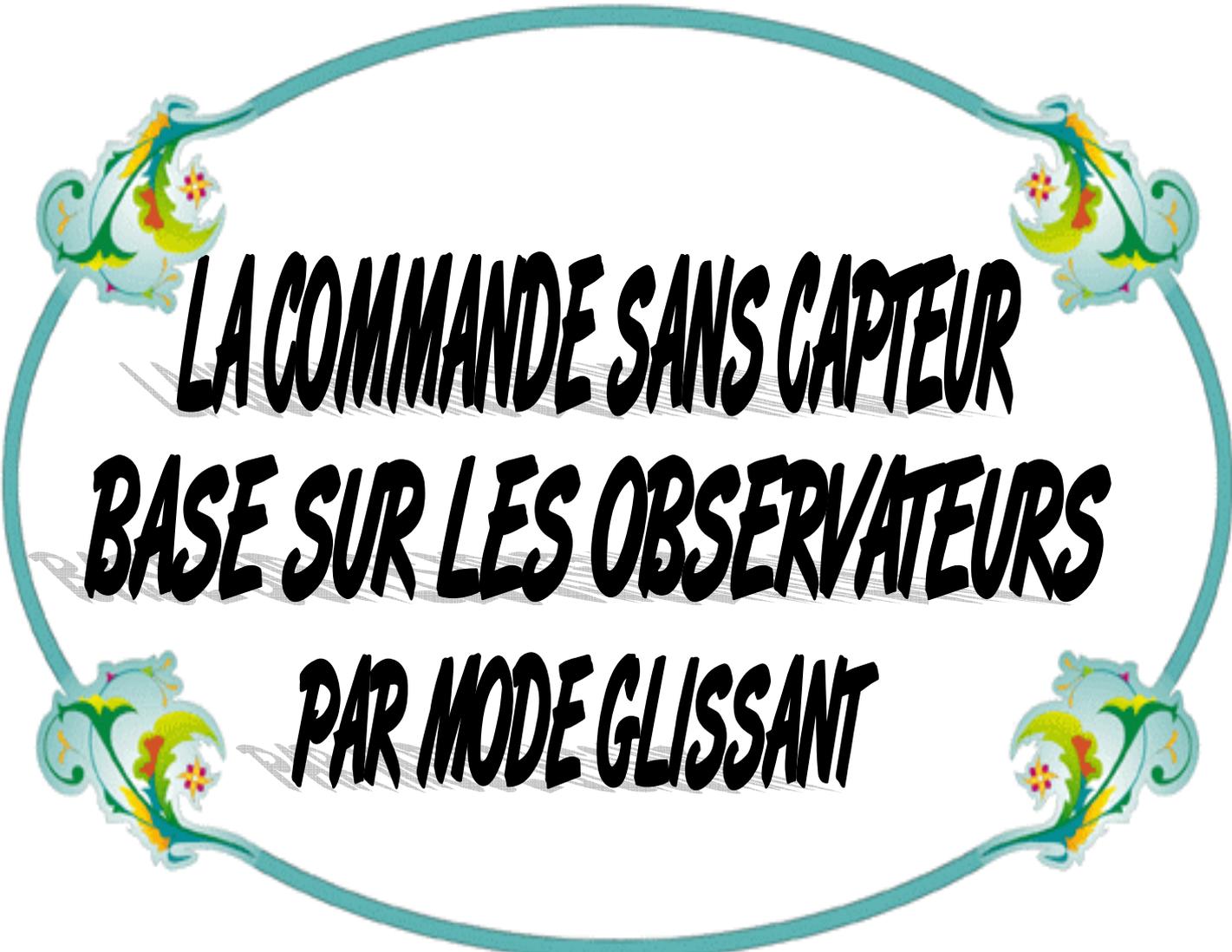


Fig.2.7 : Régime de poursuite de la position et de la vitesse en absence des perturbations paramétriques

Chapitre 03



**LA COMMANDE SANS CAPTEUR
BASE SUR LES OBSERVATEURS
PAR MODE GLISSANT**

CHAPITRE 3

COMMANDE SANS CAPTEUR MECANIQUE AVEC LES OBSERVATEURS PAR MODE GLISSANT

3.1. INTRODUCTION

Dans plusieurs applications dans le domaine de la commande, il est souhaitable d'avoir des estimateurs pour certains variables qui ne sont pas mesurables en raison des contraintes techniques ou économique, par conséquent, le recours à un observateur peut s'avérer indispensable.

L'observateur est un système dynamique auxiliaire qui reconstruit l'état du système, qui a été conçu initialement pour le cas linéaire et il a été étendu récemment au cas non linéaire.

Le principe de base d'un observateur d'état est comparable à celui d'un régulateur servant à stabiliser l'erreur dynamique entre une consigne et une mesure. Dans le cas d'un observateur, le correcteur correspond à la matrice de gain, on cherche alors une matrice de gain adéquate pour annuler l'erreur d'estimation d'état.

La commande sans capteur mécanique est en pleine évolution. Cette évolution a pour but d'éliminer les capteurs avec leurs inconvénients tel que : encombrement, fragilité, coût...etc.

Ce chapitre a pour objet le développement de technique d'observation de la vitesse mécanique de rotation, et de l'angle de rotation afin d'élaborer une commande sans capteur mécanique basée sur l'observateur par mode glissant.

3.2. PRINCIPE DES OBSERVATEURS

La commande des processus industriels nécessite souvent la connaissance du vecteur d'état. Malheureusement, en pratique, seule une partie de ce vecteur est disponible à cause de l'absence de capteurs ou du fait que certaines variables n'ont pas une signification physique évidente. De là, se pose le problème de la reconstruction du vecteur d'état à partir des sorties

et des entrées mesurées sur le système. Sous certaines conditions, il est possible de reconstruire les variables d'état à l'aide d'un système dynamique dit *Observateur*. La possibilité de reconstruire les variables du système à partir de la mesure des entrées et sorties de ce dernier est liée à son *observabilité* [8].

Les premières définitions de l'*observabilité* des systèmes linéaires ont été données par Kalman dans les années soixante. Pour les systèmes non linéaires, différents auteurs se sont penchés sur la question, on peut citer Hermann, Kerner, Williamson, Gautier, Bornard, Diop, Fliess, etc [8].

L'observateur est un développement mathématique qui permet de reconstituer les états d'un système à partir des mesures disponibles [9].

3.3. L'OBSERVATEUR PAR MODE GLISSANT

L'observateur par mode glissant agit de manière à amener la trajectoire des erreurs d'observation vers une surface correspondant à une erreur d'estimation nulle. Sur cette surface, les dynamiques sont stabilisées de manière à annuler l'erreur d'estimation [10].

Il existe deux catégories de méthodes d'estimation de la vitesse et de la position de la machine synchrone à aimant permanent.

Les méthodes de la première catégorie sont généralement basées sur la détection des composantes α - β de la f.é.m. Par la suite, on peut déduire la position et la vitesse angulaire du rotor à partir de l'argument et le module des coordonnées polaires du vecteur f.é.m estimé [11]. Par contre dans la deuxième catégorie, on estime la vitesse et la position par des observateurs à mode glissant basés sur le modèle de la MSAP dans le repère tournant (d, q) lié au rotor.

3.4. OBSERVATEUR PAR MODE GLISSANT BASE SUR L'ESTIMATION DE LA F.E.M

La f.é.m est la seule grandeur électrique capable de fournir des informations instantanées sur les variables mécaniques. C'est la raison pour laquelle un grand nombre de travaux

effectués dans le domaine de la commande vectorielle sans capteur mécanique des MSAP reposent sur l'estimation du vecteur f.é.m pour en déduire les variables mécaniques.

Cela nous donne un critère très fort qui permet de corriger la position et la vitesse du repère arbitraire pour qu'il se synchronise avec le repère tournant (d, q) lié au rotor. Ensuite, la position et la vitesse du rotor se déduisent directement de la position et la vitesse de ce repère.

Le modèle de la MSAP est alors écrit dans un repère fixe (α, β) lié au stator. Le passage du système (d, q) au système (α, β) est assuré par la transformation de Park $T(\theta_r)$ [12]. Il est donnée par :

$$[X_{\alpha\beta}] = [T(\theta_r)][X_{dq}] \quad (3.1)$$

Avec :

$$[T(\theta_r)] = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & -\sin \theta_r \\ \sin \theta_r & \cos \theta_r \end{bmatrix}$$

Les équations de la MSAP dans le repère (α, β) sont données par (voir Annexe 1) :

$$\begin{cases} \frac{di_\alpha}{dt} = -\frac{R_s}{L_s} i_\alpha - \frac{1}{L_s} e_\alpha + \frac{1}{L_s} u_\alpha \\ \frac{di_\beta}{dt} = -\frac{R_s}{L_s} i_\beta - \frac{1}{L_s} e_\beta + \frac{1}{L_s} u_\beta \\ \frac{d\Omega_r}{dt} = \frac{3p}{2J} (i_\beta \cos \theta_r - i_\alpha \sin \theta_r) - \frac{1}{J} C_r - \frac{B}{J} \Omega_r \end{cases} \quad (3.2)$$

Où e_α et e_β sont les forces électromotrices exprimées par :

$$e_\alpha = -\phi_f \omega_r \sin \theta_r \quad ; \quad e_\beta = \phi_f \omega_r \cos \theta_r \quad (3.3)$$

Et ω_r est la vitesse électrique, elle est liée à la vitesse angulaire du rotor Ω_r par :

$$\omega_r = p\Omega_r .$$

Du fait que le couple de charge est inconnu et en considérant que la vitesse électrique ne varie pas entre deux instants d'échantillonnage, on peut alors déduire :

$$\frac{d\omega_r}{dt} = 0 \quad (3.4)$$

Aussi, la dynamique des forces électromotrices prend la forme suivante :

$$\frac{de_\alpha}{dt} = -\omega_r e_\beta \quad (3.5)$$

$$\frac{de_\beta}{dt} = \omega_r e_\alpha \quad (3.6)$$

Un observateur pour la MSAP par mode glissant peut être de la forme [13] :

$$\begin{cases} \frac{d\hat{i}_\alpha}{dt} = -\frac{R_s}{L_s}\hat{i}_\alpha + \frac{1}{L_s}u_\alpha - \frac{1}{L_s}kH(\tilde{i}_\alpha) \\ \frac{d\hat{i}_\beta}{dt} = -\frac{R_s}{L_s}\hat{i}_\beta + \frac{1}{L_s}u_\beta - \frac{1}{L_s}kH(\tilde{i}_\beta) \end{cases} \quad (3.7)$$

Où H est une fonction sigmoïde définie par :

$$\begin{bmatrix} H(\tilde{i}_\alpha) \\ H(\tilde{i}_\beta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{2}{1+\exp(-\mu_1 \tilde{i}_\alpha)} \right) - 1 \\ \left(\frac{2}{1+\exp(-\mu_2 \tilde{i}_\beta)} \right) - 1 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

De plus, μ_1 et μ_2 sont des constantes positives qui influencent la pente de la fonction sigmoïde ; \tilde{i}_α et \tilde{i}_β sont les erreurs d'estimation entre les courants estimés ($\hat{i}_\alpha, \hat{i}_\beta$) et les courants réels (i_α, i_β) suivant l'axe α et β :

$$\tilde{i}_\alpha = \hat{i}_\alpha - i_\alpha \quad \tilde{i}_\beta = \hat{i}_\beta - i_\beta$$

L'observateur par mode glissant avec une fonction sigmoïde peut être schématisé par la figure (3.2) :

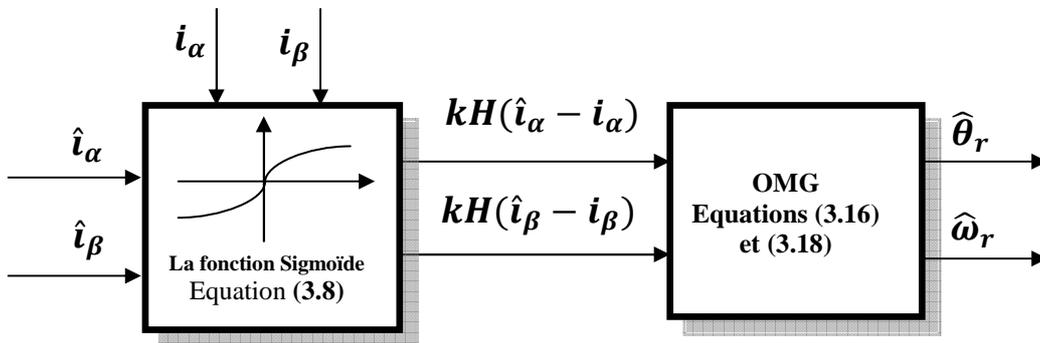


Fig.3.1 : L'observateur par mode glissant avec une fonction sigmoïde.

La surface de glissement est définie par [13] :

$$S_n = [S_\alpha \ S_\beta]^T \quad \text{avec } S_\alpha = \tilde{i}_\alpha \quad \text{et} \quad S_\beta = \tilde{i}_\beta \quad (3.9)$$

Lorsque la trajectoire de l'erreur d'estimation atteint la surface de glissement et se maintient sur celle-ci alors $S_n = \mathbf{0}$, le courant estimé converge vers le courant réel : $\hat{i}_\alpha = i_\alpha$ et $\hat{i}_\beta = i_\beta$.

Le mode glissant existe dans la condition où $\dot{S}_n S_n < 0$. Ceci signifie que $S_n \rightarrow 0$ lorsque $t \rightarrow \infty$ [13].

Soit :

$$V = \frac{1}{2} S_n^T S_n = \frac{1}{2} (S_\alpha^2 + S_\beta^2) \quad (3.10)$$

Donc : $V \geq 0$

A partir des équations (3.2) et (3.7) on a :

$$\begin{cases} \dot{S}_\alpha = \frac{d\tilde{i}_\alpha}{dt} = \frac{d\tilde{i}_\alpha}{dt} - \frac{di_\alpha}{dt} = -\frac{R_s}{L_s} \tilde{i}_\alpha + \frac{1}{L_s} e_\alpha - \frac{1}{L_s} kH(\tilde{i}_\alpha) \\ \dot{S}_\beta = \frac{d\tilde{i}_\beta}{dt} = \frac{d\tilde{i}_\beta}{dt} - \frac{di_\beta}{dt} = -\frac{R_s}{L_s} \tilde{i}_\beta + \frac{1}{L_s} e_\beta - \frac{1}{L_s} kH(\tilde{i}_\beta) \end{cases} \quad (3.11)$$

Le calcul de \dot{V} en tenant compte de (3.10) et (3.11) donne :

$$\dot{V} = S_n^T \dot{S}_n = -\frac{R_s}{L_s} (\tilde{i}_\alpha^2 + \tilde{i}_\beta^2) + \frac{1}{L_s} (e_\alpha \tilde{i}_\alpha - k\tilde{i}_\alpha H(\tilde{i}_\alpha)) + \frac{1}{L_s} (e_\beta \tilde{i}_\beta - k\tilde{i}_\beta H(\tilde{i}_\beta)) \quad (3.12)$$

Pour forcer la condition $\dot{V} < 0$, il suffit de prendre le gain k tel que :

$$k \geq \max(|e_\alpha|, |e_\beta|) \quad (3.13)$$

Une fois que le mode glissant est installé par le choix convenable de k , la surface de glissement vérifie [13] :

$$[\dot{S}_\alpha \quad \dot{S}_\beta]^T = [S_\alpha \quad S_\beta]^T = [0 \quad 0]^T \quad (3.14)$$

Donc :

$$\begin{cases} kH(\tilde{i}_\alpha) = \hat{e}_\alpha \\ kH(\tilde{i}_\beta) = \hat{e}_\beta \end{cases} \quad (3.15)$$

Les forces électromotrices de l'équation (3.15) peuvent être exploitées pour calculer la vitesse du rotor.

Sur la base la relation (3.3), la position électrique estimée $\hat{\theta}_r$ pourra être calculée à partir de la force électromotrice estimée :

$$\hat{\theta}_r = \text{ATAN2}(-\hat{e}_\alpha, \hat{e}_\beta) \quad (3.16)$$

La vitesse mécanique estimée $\hat{\omega}_r$ est calculée par :

$$\hat{e}_\alpha = -\phi_f \hat{\omega}_r \sin \hat{\theta}_r, \quad \hat{e}_\beta = \phi_f \hat{\omega}_r \cos \hat{\theta}_r$$

Donc :

$$\hat{e}_\alpha^2 + \hat{e}_\beta^2 = \phi_f^2 \omega_r^2 \quad (3.17)$$

Alors :

$$\hat{\omega}_r = \frac{1}{\phi_f} \sqrt{\hat{e}_\alpha^2 + \hat{e}_\beta^2} \quad (3.18)$$

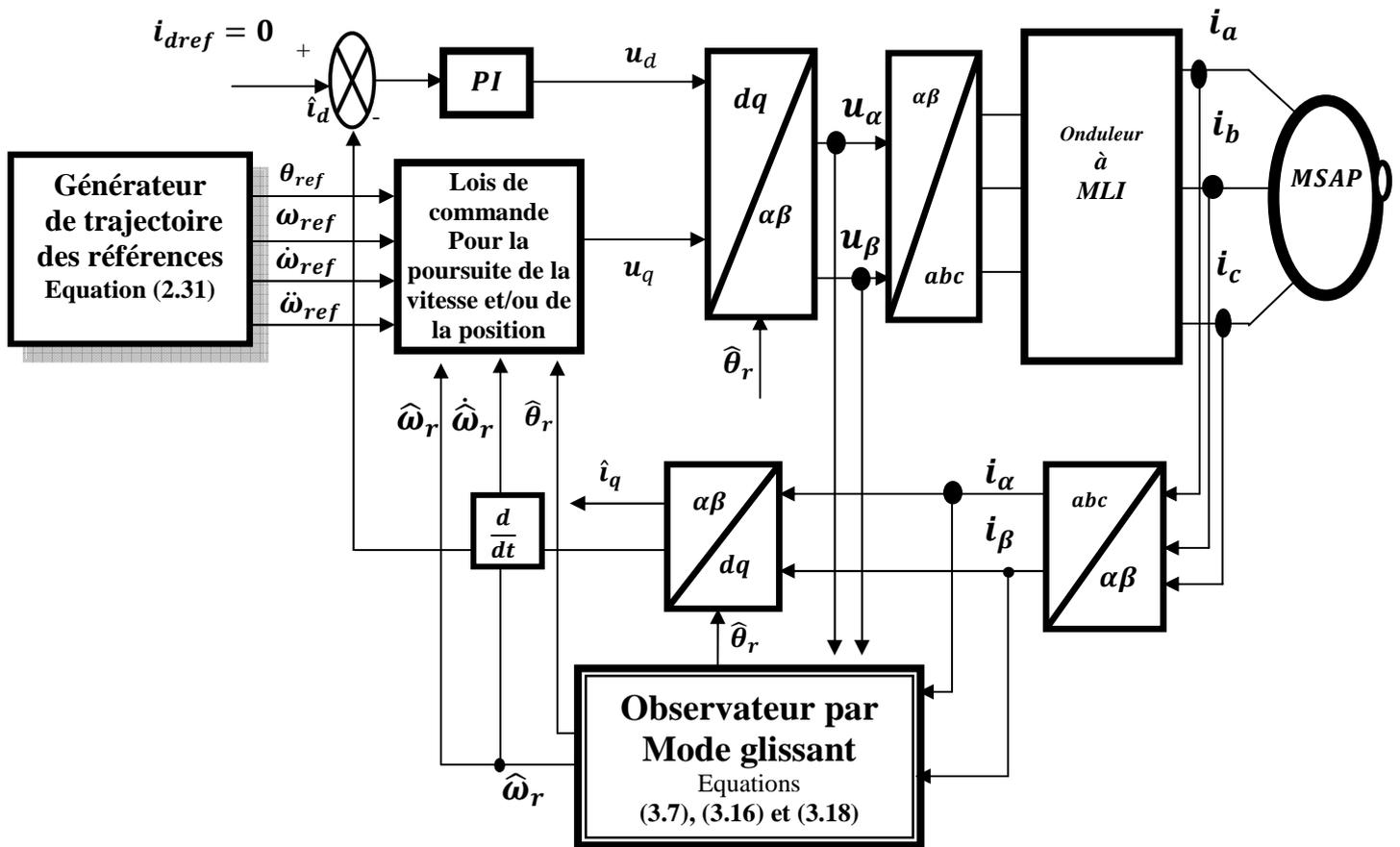


Fig.3.2 : Structure de la commande avec l'observateur par mode glissant basé sur la détection de la f.e.m de la MSAP

La figure (3.2) présente le schéma de la structure de la commande avec observateur par mode glissant basé sur l'estimation de la f.é.m de la MSAP. Le courant i_d à une référence nulle.

En premier lieu, les deux courants statoriques i_α , i_β sont mesurés. La transformation de Concordia est ensuite appliquée à ces courants pour obtenir les courants dans un repère fixe (α, β) . Ensuite, ces courants sont utilisés par l'observateur (équation 3.7) pour estimer à la fois la vitesse mécanique (relation 3.18) et la position électrique (3.16).

3.5. L'OBSERVATEUR PAR MODE GLISSANT BASE SUR LE MODELE EN (d, q)

Les équations du modèle (d, q) de la machine synchrone à aimants permanents peuvent s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -ax_1 + x_2x_3 + bu_d \\ \dot{x}_2 = -ax_2 - x_1x_3 - dx_3 + bu_q \\ \dot{x}_3 = k_t x_2 - C_{re} \end{cases} \quad (3.19)$$

Avec

$$\begin{aligned} x_1 = i_d \quad ; \quad x_2 = i_q \quad ; \quad x_3 = \omega_r = p\Omega_r \\ a = \frac{R_s}{L_s} \quad ; \quad b = \frac{1}{L_s} \quad ; \quad d = \frac{\phi_f}{L_s} \quad , \quad k_t = \frac{3p^2}{2} \phi_f \quad ; \quad C_{re} = \frac{p}{J} C_{re} - \frac{B}{J} \omega_r \end{aligned}$$

On considère la dynamique des composantes (d,q) du courant statorique :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a & \omega_r \\ -\omega_r & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ d \end{bmatrix} \omega_r + b \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

On propose l'observateur par mode de glissement des composantes (d, q) du courant au stator :

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a & \hat{\omega}_r \\ -\hat{\omega}_r & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ d \end{bmatrix} \hat{\omega}_r + b \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 \cdot \text{sign}(\tilde{x}_1) \\ L_2 \cdot \text{sign}(\tilde{x}_2) \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Où \tilde{x}_1 et \tilde{x}_2 sont les erreurs d'observation définies par :

$$\tilde{x}_1 = x_1 - \hat{x}_1 \quad ; \quad \tilde{x}_2 = x_2 - \hat{x}_2 \quad (3.22)$$

On pose :

$$\begin{aligned} A = \begin{bmatrix} -a & \omega_r \\ -\omega_r & -a \end{bmatrix} \quad ; \quad \hat{A} = \begin{bmatrix} -a & \hat{\omega}_r \\ -\hat{\omega}_r & -a \end{bmatrix} \quad ; \quad \tilde{A} = A - \hat{A} = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{\omega}_r \\ -\tilde{\omega}_r & 0 \end{bmatrix} \\ x_{12} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad ; \quad \hat{x}_{12} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} \quad ; \quad \tilde{x}_{12} = x_{12} - \hat{x}_{12} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

En considérant que la vitesse ne varie pas entre deux instants d'échantillonnage, donc ω_r est une constante.

On a:

$$\dot{\tilde{x}}_{12} = \dot{x}_{12} - \dot{\hat{x}}_{12} = Ax_{12} - \hat{A}\hat{x}_{12} - D - L_{12} \cdot \text{sign}(\tilde{x}_{12}) \quad (3.23)$$

Avec :

$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ d \end{bmatrix} \tilde{\omega}_r \quad ; \quad L_{12} = \begin{bmatrix} L_1 & 0 \\ 0 & L_1 \end{bmatrix}$$

Alors ;

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_{12} &= \hat{A}x_{12} + \tilde{A}x_{12} - \hat{A}\hat{x}_{12} - D - L_{12} \cdot \text{sign}(\tilde{x}_{12}) \\ &= \hat{A}\tilde{x}_{12} + \tilde{A}x_{12} - D - L_{12} \cdot \text{sign}(\tilde{x}_{12}) \end{aligned} \quad (3.24)$$

On propose la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = \frac{1}{2} \tilde{x}_{12}^T \tilde{x}_{12}$$

On a :

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= \tilde{x}_{12}^T \dot{\tilde{x}}_{12} \\
 \dot{V} &= \tilde{x}_{12}^T \hat{A} \tilde{x}_{12} + \tilde{x}_{12}^T \tilde{A} x_{12} - \tilde{x}_{12}^T D - \tilde{x}_{12}^T L_{12} \cdot \text{sign}(\tilde{x}_{12}) \\
 &= \tilde{x}_{12}^T \hat{A} \tilde{x}_{12} + (\tilde{x}_1 x_2 - \tilde{x}_2 x_1) \tilde{\omega}_r - \tilde{x}_2 d \tilde{\omega}_r - L_1 \cdot |\tilde{x}_1| - L_2 \cdot |\tilde{x}_2|
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

Du fait que la matrice A et \hat{A} sont définies négatives $A < 0$; $\forall \omega_r$ car on a :

$$x_{12}^T A x_{12} = x_{12}^T \hat{A} x_{12} = -a(x_1^2 + x_2^2) < 0 ; \forall \omega_r \tag{3.26}$$

Alors \dot{V} vérifie l'inégalité ci-dessous :

$$\dot{V} \leq (\tilde{x}_1 x_2 - \tilde{x}_2 x_1) \tilde{\omega}_r - \tilde{x}_2 d \tilde{\omega}_r - L_1 \cdot |\tilde{x}_1| - L_2 \cdot |\tilde{x}_2|$$

De plus on a :

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &\leq [\tilde{x}_1 x_2 - \tilde{x}_2 (x_1 + d)] \tilde{\omega}_r - L_1 \cdot |\tilde{x}_1| - L_2 \cdot |\tilde{x}_2| \\
 &\leq (|\tilde{x}_1| |x_2| + |\tilde{x}_2| |x_1 + d|) |\tilde{\omega}_r| - L_1 \cdot |\tilde{x}_1| - L_2 \cdot |\tilde{x}_2|
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

Si la borne supérieure du courant est I_{max} et celle de la vitesse ω_{max} par conséquent pour assurer la condition $\dot{V} < 0$, il suffit d'imposer les coefficients L_1 et L_2 tels que :

$$L_1 > |x_2| \cdot |\tilde{\omega}_r| \text{ d'où } L_1 > I_{max} \cdot \omega_{max} \tag{3.28}$$

$$L_2 > |x_1 + d| \cdot |\tilde{\omega}_r| \leq d \cdot \omega_{max} \text{ d'où } L_2 > d \cdot \omega_{max} \tag{3.29}$$

Ce qui force \tilde{x}_{12} à converger asymptotiquement vers zéro.

En régime glissant la dynamique des erreurs d'observation devient :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{\omega}_r \\ -\tilde{\omega}_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ d \end{bmatrix} \tilde{\omega}_r - \begin{bmatrix} L_1 \cdot \text{sign}(\tilde{x}_1) \\ L_2 \cdot \text{sign}(\tilde{x}_2) \end{bmatrix} \tag{3.30}$$

Donc :

$$\begin{cases} L_1 \cdot \text{sign}(\tilde{x}_1) = x_2 \tilde{\omega}_r \\ L_2 \cdot \text{sign}(\tilde{x}_2) = -(x_1 + d) \tilde{\omega}_r \end{cases} \tag{3.31}$$

Alors ;

$$\begin{cases} \text{sign}(\tilde{x}_1) = \frac{x_2}{L_1} \tilde{\omega}_r \\ \text{sign}(\tilde{x}_2) = -\frac{(x_1 + d)}{L_2} \tilde{\omega}_r \end{cases} \tag{3.32}$$

On considère l'observateur de la vitesse suivant :

$$\dot{\hat{x}}_3 = k_t \hat{x}_2 + L_3 \cdot \text{sign}(\tilde{x}_1) + L_4 \cdot \text{sign}(\tilde{x}_2) \tag{3.33}$$

Alors la dynamique des erreurs d'observation de la vitesse \tilde{x}_3 est donnée par :

$$\dot{\tilde{x}}_3 = k_t \tilde{x}_2 - L_3 \cdot \text{sign}(\tilde{x}_1) - L_4 \cdot \text{sign}(\tilde{x}_2) \quad (3.34)$$

Lorsque le sous système du courant est en régime glissant et en utilisant l'équation (3.32) on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_3 &= -L_3 \cdot \frac{x_2}{L_1} \tilde{\omega}_r + L_4 \cdot \frac{(x_1+d)}{L_2} \tilde{\omega}_r \\ &= \left[-L_3 \cdot \frac{x_2}{L_1} + L_4 \cdot \frac{(x_1+d)}{L_2} \right] \tilde{\omega}_r \\ &= \left[-L_3 \cdot \frac{x_2}{L_1} + L_4 \cdot \frac{(x_1+d)}{L_2} \right] \tilde{x}_3 \end{aligned} \quad (3.35)$$

On impose L_4 tel que relation (3.36) soit vérifiée :

$$L_4 \cdot \frac{(x_1+d)}{L_2} = L_3 \cdot \frac{x_2}{L_1} - K_1 \quad ; \quad K_1 > 0 \quad (3.36)$$

Dans cette condition les équations (3.35) deviennent :

$$\dot{\tilde{x}}_3 = -K_1 \tilde{x}_3 \quad (3.37)$$

Alors \tilde{x}_3 converge exponentiellement vers zéro. Donc la vitesse estimée tend vers la vitesse réelle.

De la relation (3.36), est déduite la valeur de L_4 et celle de L_6 tel que :

$$L_4 = L_3 L_2 \cdot \frac{x_2}{L_1(x_1+d)} - K_1 \frac{L_2}{(x_1+d)} \quad (3.38)$$

Du fait que le réglage maintient x_1 au voisinage de la valeur nulle ($x_1 \approx 0$) aussi le calcul de L_4 se réduit à :

$$L_4 = L_3 \frac{L_2}{L_1} \cdot \frac{x_2}{d} - K_1 \frac{L_2}{d} \quad (3.39)$$

Finalement la position de rotation estimée est donnée par :

$$\hat{\theta}_r = \int_0^t \hat{\omega}_r dt \quad (3.40)$$

La figure (3.3) présente le schéma de la structure de la commande avec observateur par mode glissant basé sur le modèle (d, q) de la MSAP.

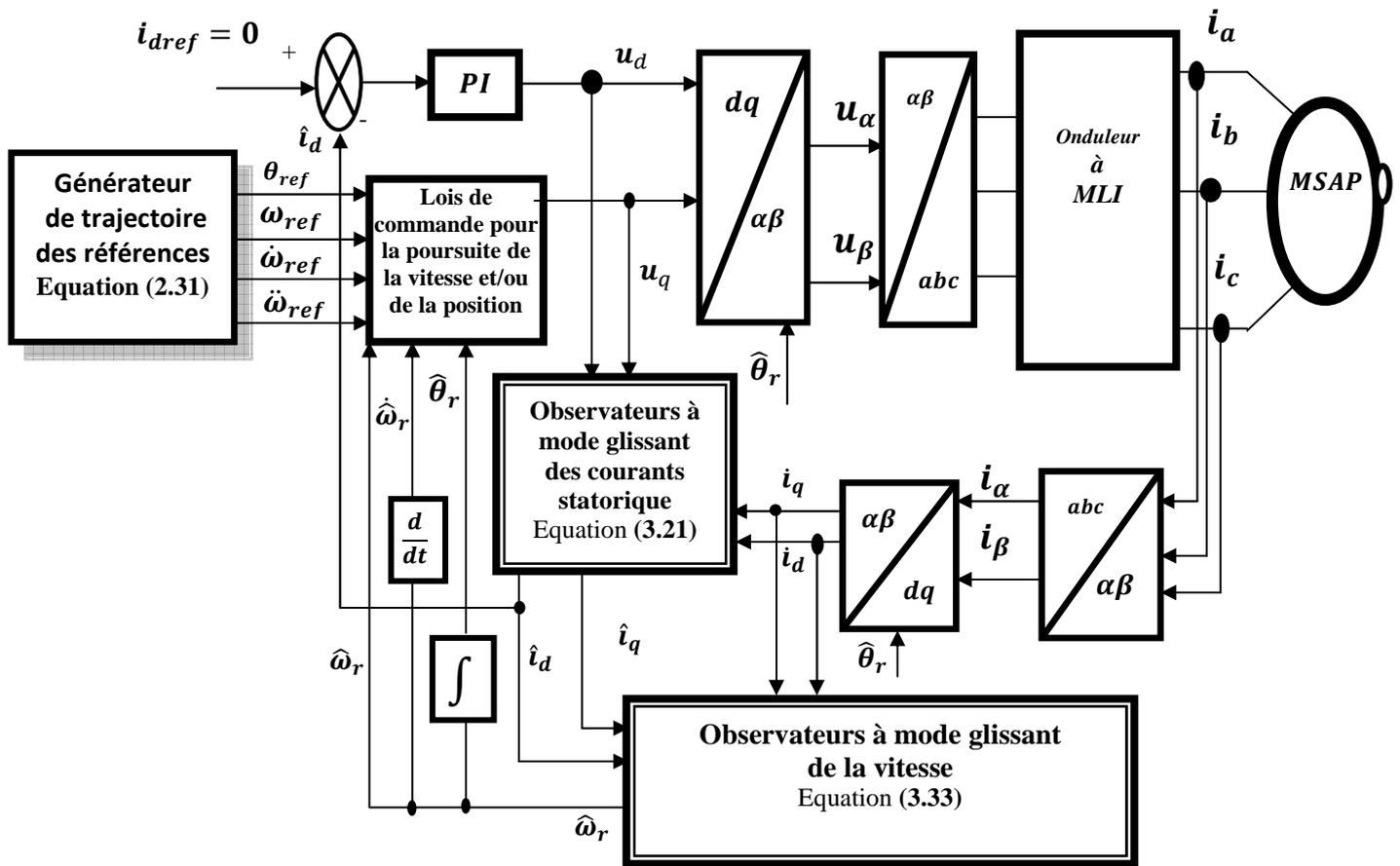


Fig.3.3 : Structure de la commande avec l'observateur par mode glissant basé sur le modèle (d,q) de la MSAP

3.6. RESULTATS DE LA SIMULATION

On désire que l'axe de la MSAP suive la trajectoire de la position et de la vitesse présenté à la figure (2.5) où le moteur est chargé par le couple résistant tout le long de la trajectoire de plus, la vitesse et la position sont restituées par un observateur par mode glissant.

3.6.1. L'observateur par mode glissant basé sur l'estimation de la f.e.m

Ce observateur est inutilisable aux faible vitesse ; c'est pour cela en l'introduit dans la boucle de commande après un lancement de moteur en boucle ouvert pour un temps de 5% du temps complet pour avoir des forces électromotrice suffisantes pour estimer la position et la vitesse du moteur.

Le gain k de l'observateur par mode glissant est imposé tel que :

$$k \geq \max(|e_\alpha|, |e_\beta|) ;$$

Les constantes μ_1 et μ_2 de la fonction sigmoïde ont été fixés, après plusieurs tests de simulation, aux valeurs : $\mu_1 = 1$ et $\mu_2 = 1$

Des réponses en régime de poursuite de trajectoires (**Fig.3.4**), il apparaît que la position et la vitesse suivent leur référence respective avec des erreurs faibles puisque les erreurs maximales de poursuite sont de 0.5% pour la position et 0.27% pour la vitesse. En plus, les réponses d'observation de la position et de la vitesse réelles montrent que l'erreur d'estimation est faible surtout pour la position et les erreurs maximales d'observation sont données au tableau.3.1.

Erreur de la vitesse		Erreur de la position	
Poursuite	Observation	Poursuite	Observation
$ \omega_{ref} - \omega_r $	$ \omega_r - \hat{\omega}_r $	$ \theta_{ref} - \theta_r $	$ \theta_r - \hat{\theta}_r $
0.72 rd/s	2.25 rd/s	0.185 rd	4.8×10^{-3} rd

Tab.3.1 : Les erreurs maximales de poursuite et d'observation de la vitesse et de la position
Avec l'observateur par mode glissant basé sur l'estimation de la f.é.m.

Les résultats obtenus montrent qu'en général la commande sans capteur mécanique avec l'observateur par mode glissant fondé sur l'estimation de la f.é.m. est intéressant pour la commande sans capteur mécanique mais il pose des problèmes aux faibles vitesses.

La figure (3.5) représente les résultats de la commande sans capteur mécanique avec l'observateur par mode glissant fondée sur l'estimation de la f.e.m avec l'erreur de la position initiale. Ces résultats montrent que l'observateur est performant en terme de robustesse vis-à-vis de l'erreur sur la position initiale par conséquent cet observateur n'exige pas la connaissance de la position initiale.

3.6.2. L'observateur par mode glissant basé sur le modèle en (d, q)

Les gains de l'observateur par mode glissant basé sur le modèle en (d, q) ont été fixés après plusieurs tests de simulation aux valeurs suivantes :

• Pour la position : $L_1 = I_{max} \cdot \omega_{max}$; $L_2 = 1.08 \cdot d \cdot \omega_{max}$; $L_3 = 1$;

$$K_1 = 4 \times 10^4 \quad ; \quad L_4 = L_3 \frac{L_2}{L_1} \cdot \frac{x_2}{d} - K_1 \frac{L_2}{d}$$

• Pour la vitesse : $L_1 = I_{max} \cdot \omega_{max}$; $L_2 = 1.08 \cdot d \cdot \omega_{max}$; $L_3 = 1$;

$$K_1 = 1.6 \times 10^5 \quad ; \quad L_4 = L_3 \frac{L_2}{L_1} \cdot \frac{x_2}{d} - K_1 \frac{L_2}{d}$$

Avec :

$$I_{max} = 25 \text{ A} \quad ; \quad \omega_{max} = 314 \text{ rd/s}$$

Des réponses en régime de poursuite de trajectoires et d'observation (**Fig.3.6**), il apparaît que la position et la vitesse suivent leur référence respective et l'observation de la position et de la vitesse est assurée avec des erreurs faibles puisque les erreurs maximales de poursuite sont de 0.11% pour la position et 0.23% pour la vitesse ; les erreurs d'observation sont de 0.001% pour la position et 0.2% pour la vitesse (voir **Tab.3.2**).

Erreur de la vitesse		Erreur de la position	
Poursuite	Observation	Poursuite	Observation
$ \omega_{ref} - \omega_r $	$ \omega_r - \hat{\omega}_r $	$ \theta_{ref} - \theta_r $	$ \theta_r - \hat{\theta}_r $
0.63 rd/s	0.55 rd/s	0.039 rd	$4.65 \times 10^{-4} \text{rd}$

Tab.3.2 : Les erreurs maximales de poursuite et d'observation de la vitesse et de la position

Avec l'observateur par mode glissant basé sur le modèle en (d, q)

L'observateur par mode glissant basé sur le modèle en (d, q) estime la position et la vitesse de la MSAP avec des erreurs maximale d'observation très faible par rapport à l'observateur par mode glissant fondé sur l'estimation de la f.é.m et assure une bonne poursuite et en plus il ne pose de problème aux faibles vitesses. Donc il est intéressant pour la commande sans capteur mécanique de la machine synchrone à aimants permanents.

La figure (**3.7**) représente les résultats de la commande sans capteur mécanique avec l'observateur à mode glissant basé sur le modèle en (d, q) en considérant une erreur sur la position initiale. Les résultats montrent que cet observateur exige la connaissance de la position initiale.

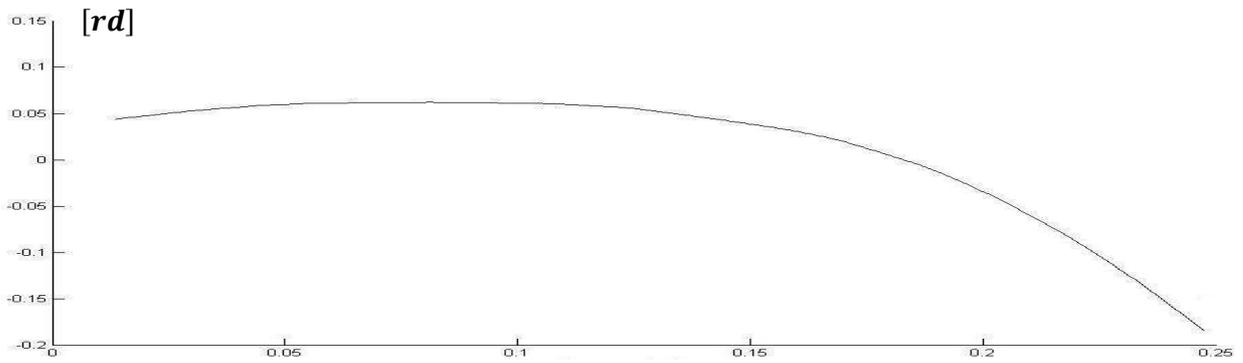
3.7. CONCLUSION

Dans ce chapitre, on a développé la commande en poursuite sans capteur mécanique en exploitant les observateurs par mode glissant l'un basé sur l'estimation de la f.e.m et l'autre est basé sur le modèle (\mathbf{d}, \mathbf{q}) de la machine MSAP.

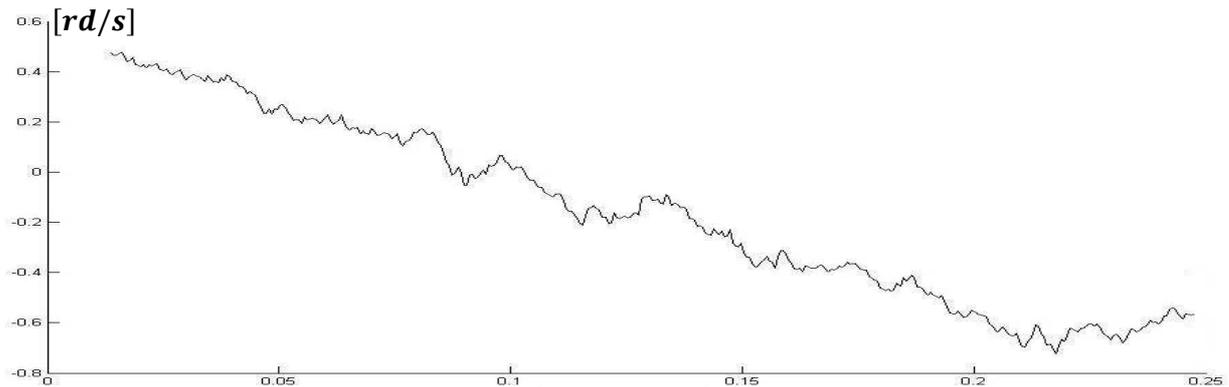
La synthèse des observateurs est effectuée en considérant que les courants au stator sont mesurables et que la vitesse de rotation évolue lentement par rapport aux grandeurs électriques.

Les observateurs par mode glissant implémenté avec succès dans la structure de la commande sans capteur mécanique de la MSAP avec des erreurs de poursuite ou d'observation faibles à cause de terme de glissement.

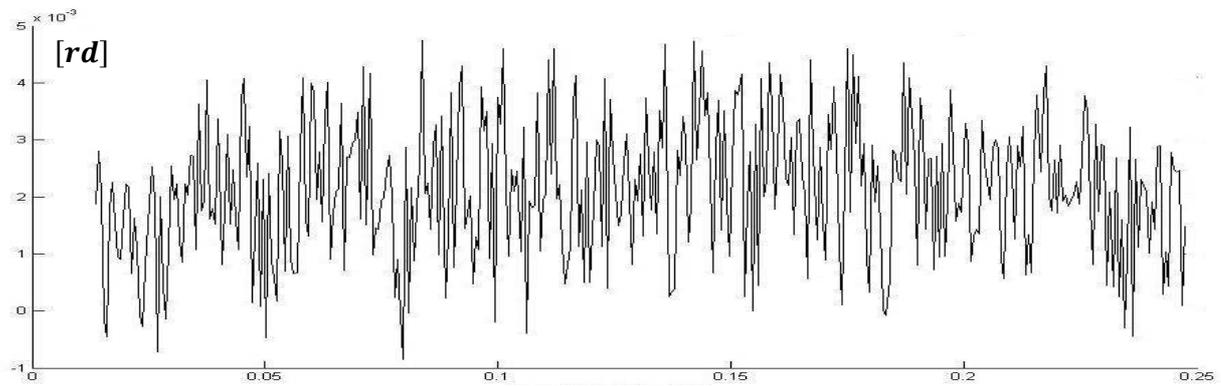
L'observateur par mode glissant basé sur l'estimation de la f.é.m n'est pas valable au régime statique. Cependant il n'exige pas la connaissance de la position initiale du moteur. Par contre l'observateur par mode glissant basé sur le modèle (\mathbf{d}, \mathbf{q}) de la MSAP exige la connaissance de la position initiale du moteur pour assurer la poursuite et l'observation de la position et de la vitesse.



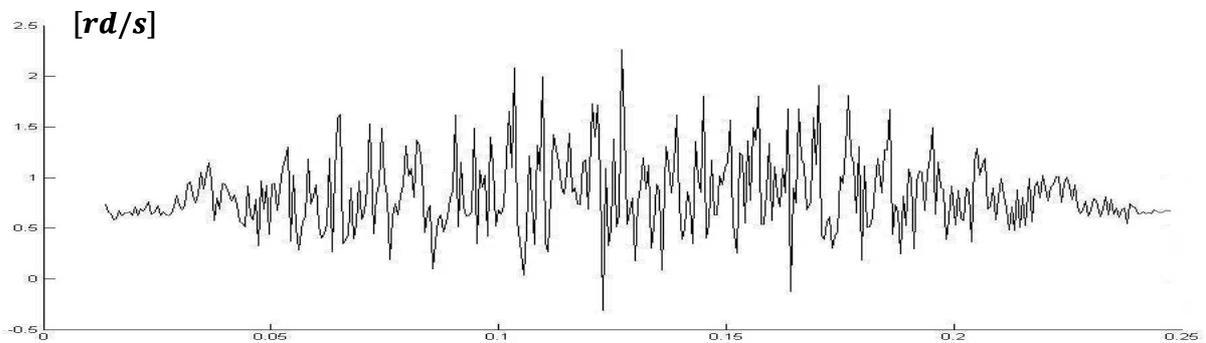
Erreur de poursuite de la position



Erreur de poursuite de la vitesse

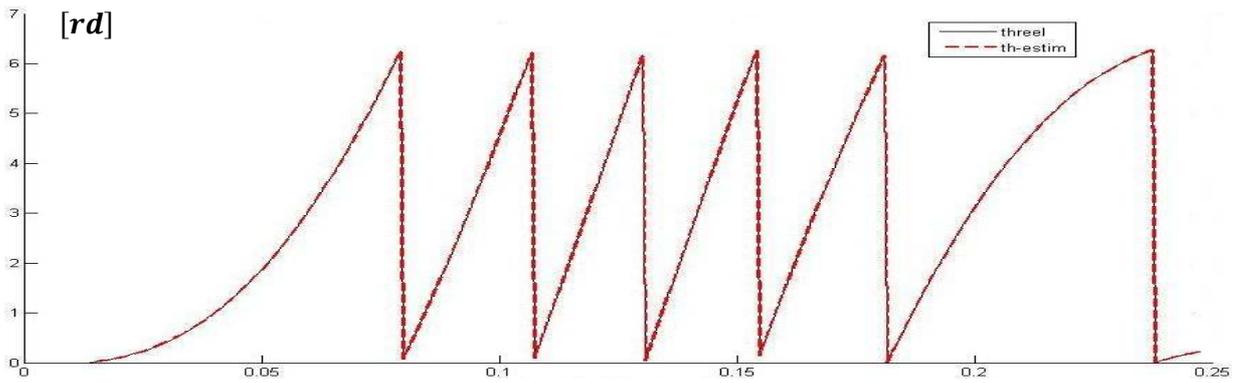


Erreur d'observation de la position

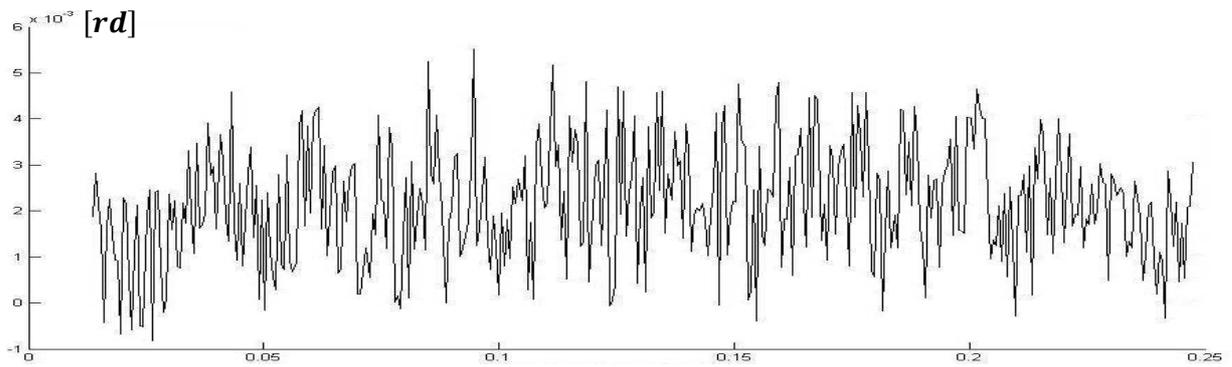


Erreur d'observation de la vitesse

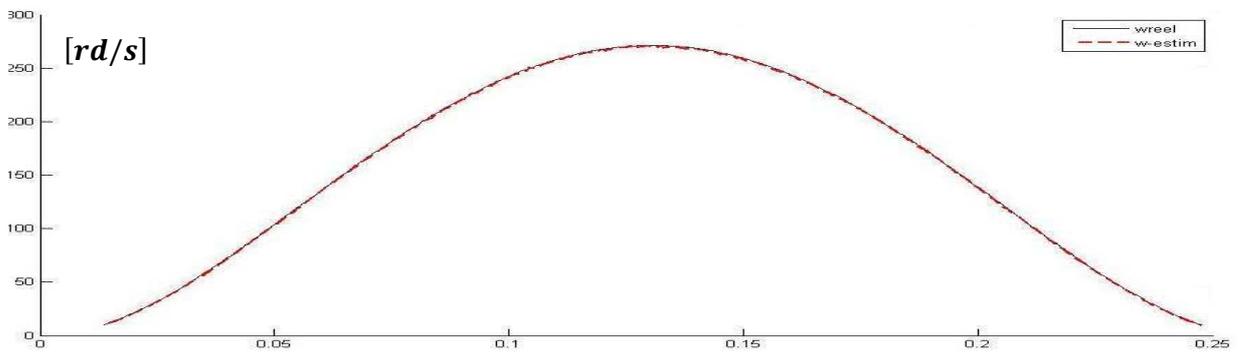
Fig.3.4 : Erreurs de poursuite et d'observation de la position et de la vitesse avec l'observateur par mode glissant basé sur l'estimation de la f.é.m. : cas du régime sans perturbation paramétriques



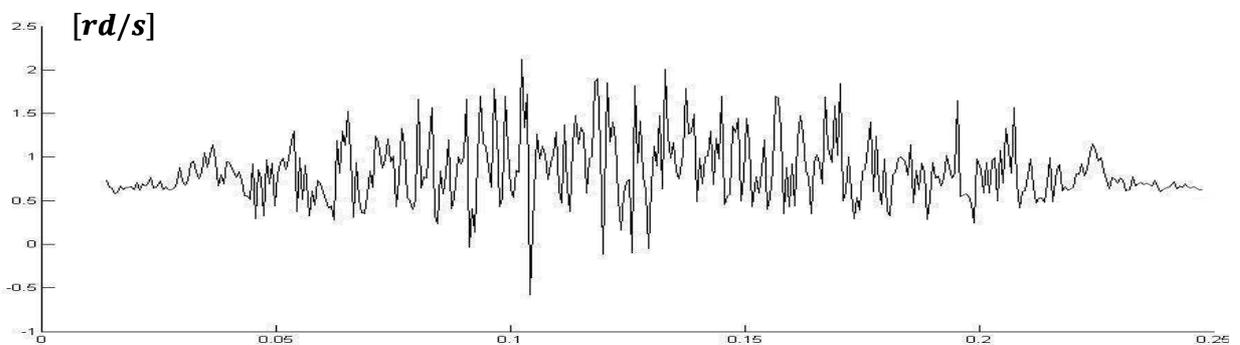
Observation de la position



Erreur d'observation de la position

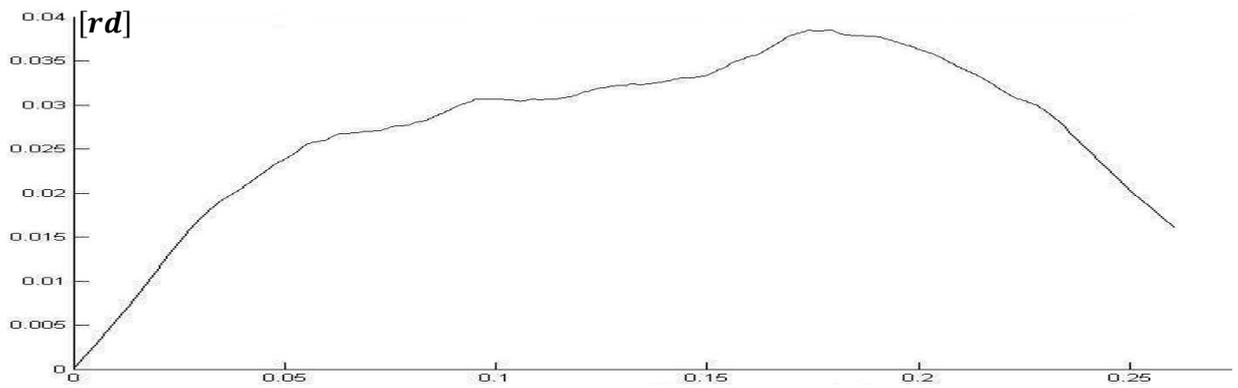


Observation de la vitesse

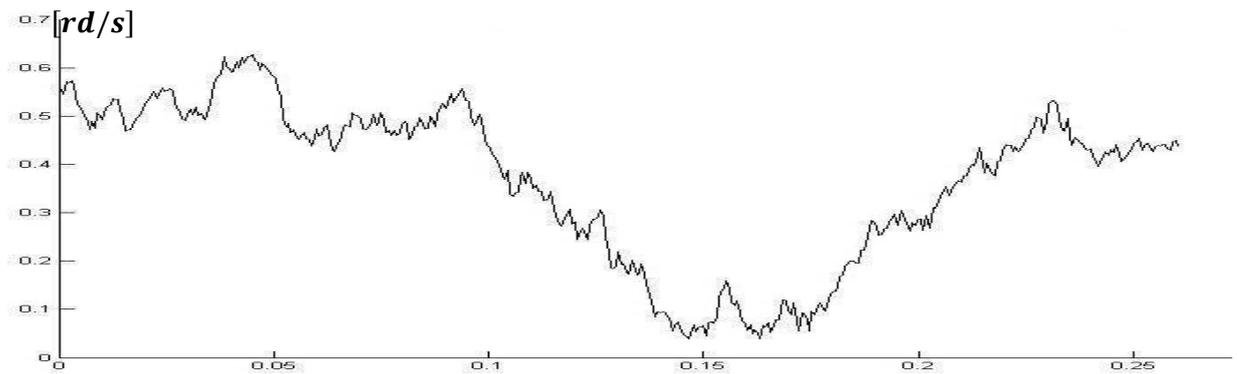


Erreur d'observation de la vitesse

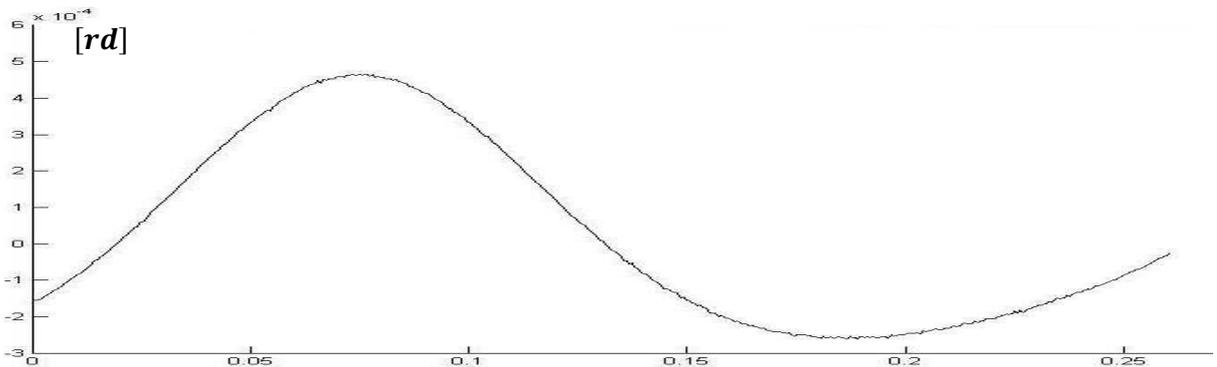
Fig.3.5 : Erreurs de poursuite et d'observation de la position et de la vitesse avec l'observateur par mode glissant basé sur l'estimation de la f.é.m : cas d'une erreur sur la position initiale.



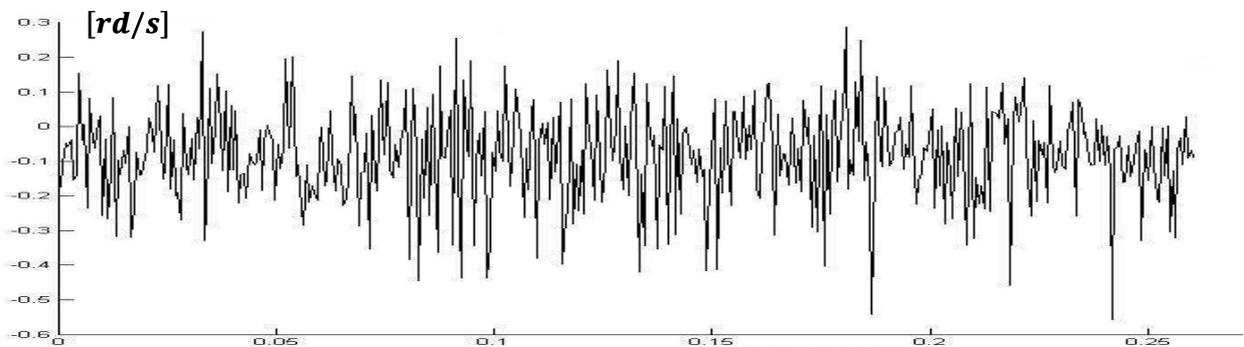
Erreur de poursuite de la position



Erreur de poursuite de la vitesse

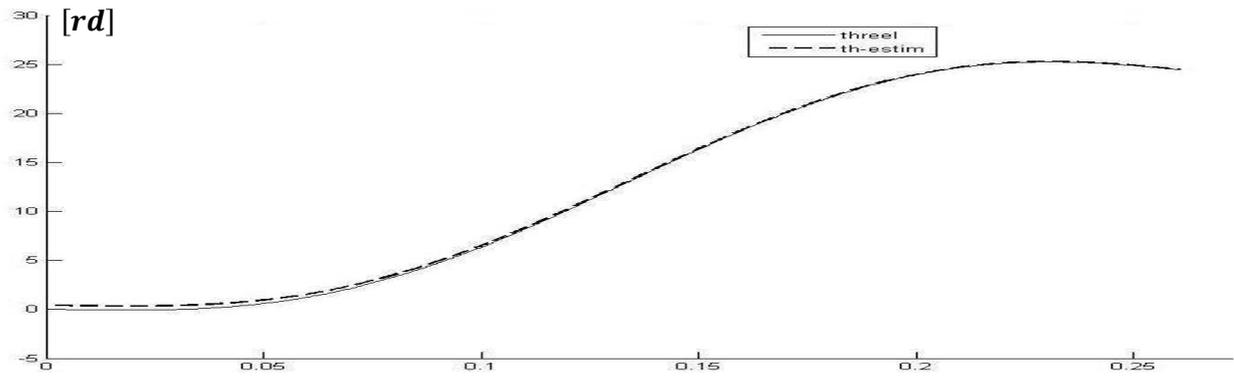


Erreur d'observation de la position

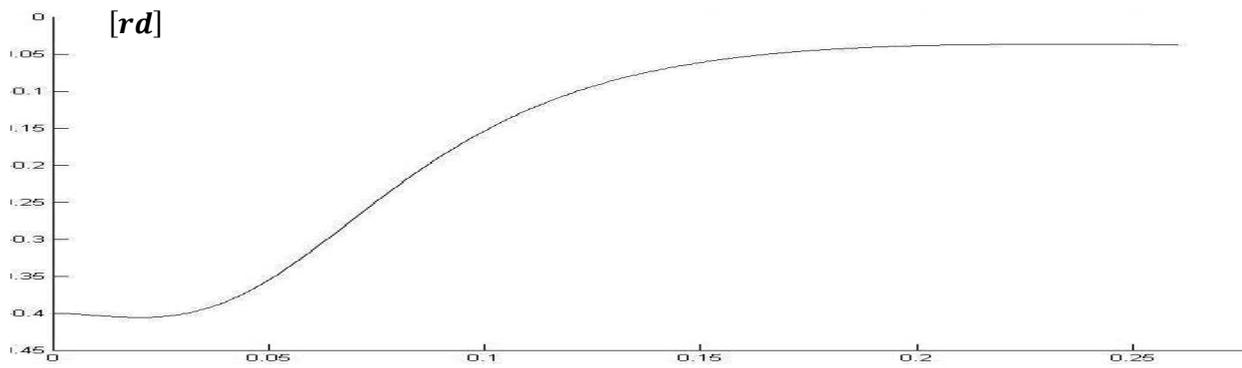


Erreur d'observation de la vitesse

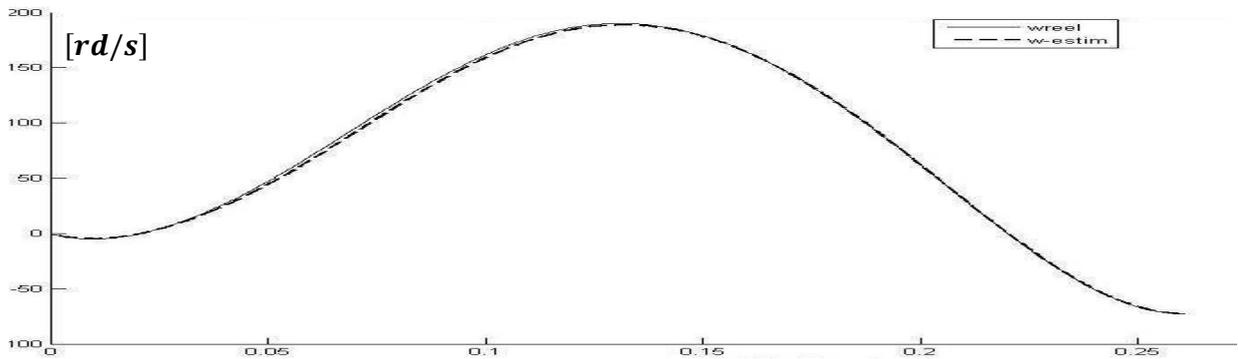
Fig.3.6 : Erreurs de poursuite et d'observation de la position et de la vitesse avec l'observateur par mode glissant basé sur le modèle en (d, q) : cas du régime sans perturbation paramétriques



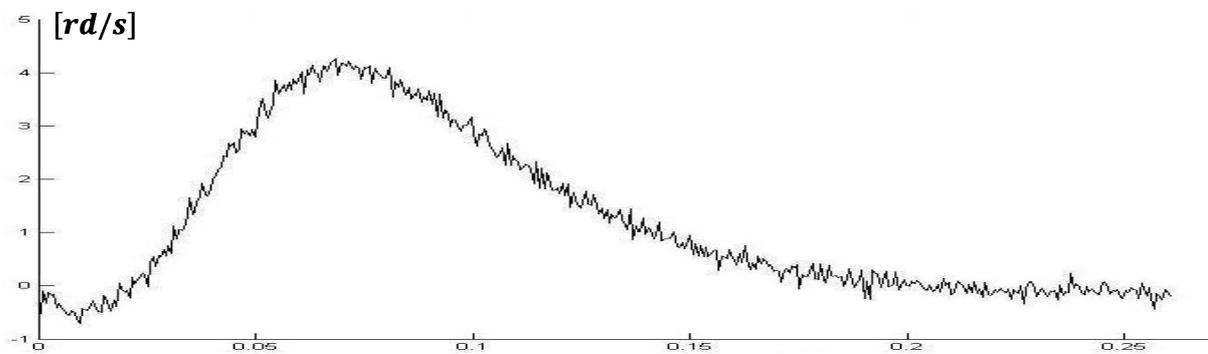
Observation de la position



Erreur d'observation de la position



Observation de la vitesse



Erreur d'observation de la vitesse

Fig.3.7 : Erreurs de poursuite et d'observation de la position et de la vitesse avec l'observateur par mode glissant basé sur le modèle en (d, q) : cas du régime avec erreur sur la position initiale

Chapitre 04

A decorative frame with a teal border and four floral ornaments at the corners, each featuring green leaves and yellow and red flowers.

LA COMMANDE SANS CAPTEUR

BASE SUR LES OBSERVATEURS

MRAS

CHAPITRE 4

LA COMMANDE SANS CAPTEUR MECANIQUE BASE SUR LES OBSERVATEURS MRAS

4.1. INTRODUCTION

Dans un observateur MRAS (*Model Reference Adaptive System*), l'estimation de la vitesse et de la position du rotor est basée sur l'erreur entre les grandeurs issues d'un modèle de référence (dans notre cas le modèle du moteur réel) et celles estimées par l'observateur comprenant l'évaluation de la vitesse et de la position du rotor comme modèle réglable. Un terme d'erreur utilisé dans un mécanisme d'adaptation est obtenu à partir de l'erreur d'estimation des courants statoriques [14].

Dans ce chapitre, après avoir rappelé la théorie de l'approche MRAS, une application de l'observateur MRAS basé sur le modèle du courant à la commande de la MSAP sans capteur mécanique est présentée. Par la suite, on développe la technique de l'observateurs MRAS basés sur le modèle du flux.

4.2. PRINCIPE DE LA METHODE MRAS

Le principe de la méthode MRAS (*Model Reference Adaptive System*) se base sur l'utilisation de deux modèles l'un est le référentiel (la machine MSAP) et l'autre est ajustable (l'observateur).

Le Système Adaptatif à Modèle de Référence est basé sur la comparaison de la sortie entre le système et celle de l'estimateur et l'exploitation de cette erreur par un mécanisme d'adaptation pour reconstruire la grandeur à observer. Le système fournit à sa sortie la grandeur mesurée disponible (dans notre cas le courant au stator) et l'estimateur fournit l'estimé de cette sortie (l'estimé du courant statorique). L'erreur entre ces deux modèles pilote un mécanisme d'adaptation qui génère la position.

4.3. OBSERVATEUR MRAS BASE SUR LE MODELE DU COURANT

Le modèle de la MSAP dans le repère dq est donné par :

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = -ai_d + i_q\omega_r + bu_d \\ \frac{di_q}{dt} = -ai_q - i_d\omega_r - d\omega_r + bu_q \end{cases} \quad (4.1)$$

Avec :

$$a = \frac{R_s}{L_s} ; \quad b = \frac{1}{L_s} ; \quad d = \frac{\phi_f}{L_s} .$$

$\omega_r = p\Omega_r$ est la vitesse électrique.

On peut écrire (4.1) sous la forme [15] :

$$\frac{d}{dt}X = AX + u \quad (4.2)$$

Avec :

$$A = \begin{bmatrix} -a & \omega_r \\ -\omega_r & -a \end{bmatrix} ; X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_d + d \\ i_q \end{bmatrix} ; u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} bu_d + ad \\ bu_q \end{bmatrix}$$

On peut décrire le processus d'estimation de la vitesse par :

$$\frac{d}{dt}\hat{X} = \hat{A}\hat{X} + u \quad (4.3)$$

Où :

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -a & \hat{\omega}_r \\ -\hat{\omega}_r & -a \end{bmatrix} ; \hat{X} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{i}_d + d \\ \hat{i}_q \end{bmatrix} ;$$

En définissant le vecteur d'erreur d'observation tel que $e = X - \hat{X}$ et en exploitant (4.2) et (4.3) ; il vient :

$$\begin{cases} \frac{de}{dt} = Ae - Iz \\ \vartheta = De \end{cases} \quad (4.4)$$

Avec :

$$Z = (\hat{A} - A)\hat{x} ; \quad D = I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{donc} \quad \vartheta = Ie = e$$

Pour assurer la convergence de l'erreur $e(t)$ du système (4.4), on peut exploiter le critère d'hyperstabilité de Popov [15], [16] où il suffit de satisfaire les deux conditions suivantes :

i. $H(s) = D(sI - A)^{-1}$ doit être une matrice strictement positive.

ii. $\delta(0, t) = \int_0^t \vartheta^T Z dt \geq -\gamma_0^2 \quad \forall t \geq 0 \text{ et } \gamma_0^2 \geq 0$ (4.5)

Pour la 1^{ière} condition, on a :

$$H(s) = \frac{1}{(s+a)^2 + \omega_r^2} \begin{bmatrix} s+a & \omega_r \\ -\omega_r & s+a \end{bmatrix}$$

Théorème (Matrice strictement définie positive) : Soit une matrice \mathbf{M} carrée, on dit que la matrice \mathbf{M} est une matrice strictement définie positive si et seulement il existe un vecteur non nul \mathbf{x} tel que :

$$\mathbf{x}^T \mathbf{M} \mathbf{x} > 0 \quad ; \quad \forall \mathbf{x} \neq \mathbf{0}$$

On prend le vecteur $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$, on a :

$$\mathbf{X}^T H(s) \mathbf{X} = \frac{1}{(s+a)^2 + \omega_r^2} (s+a)(x_1^2 + x_2^2) \quad (4.6)$$

Il suffit que :

$$\operatorname{Re}(\mathbf{X}^T H(s) \mathbf{X}) > 0 \quad ; \quad \forall \mathbf{x} \neq \mathbf{0} \quad (\text{La partie réelle positive})$$

Il faut prouver la 2^{ième} condition $\delta(0, t_1) = \int_0^{t_1} \vartheta^T Z dt \geq -\gamma_0^2 \quad ; \quad \forall t_1 \geq 0$.

On a [17]:

$$\delta(0, t_1) = \int_0^{t_1} e^T (\hat{\omega}_r - \omega_r) N \hat{X} dt \quad (4.7)$$

$$\text{Avec : } N = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Le mécanisme d'adaptation proportionnel et intégral de la vitesse s'écrit [16], [26] :

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_r &= \omega_I + \omega_P \\ &= \int_0^t F_1(\vartheta, t, \tau) d\tau + F_2(\vartheta, t) + \hat{\omega}_r(0) \end{aligned} \quad (4.8)$$

Avec :

$$\omega_I = \int_0^t F_1(\vartheta, t, \tau) d\tau + \hat{\omega}_r(0) \quad \text{et} \quad \omega_P = F_2(\vartheta, t) \quad (4.9)$$

On remplace $\hat{\omega}_r$ dans (4.7), par son expression (4.8) :

$$\delta(0, t_1) = \int_0^{t_1} e^T \left[\int_0^t F_1(\vartheta, t, \tau) d\tau + F_2(\vartheta, t) + \hat{\omega}_r(0) - \omega_r \right] N \hat{X} dt \quad (4.10)$$

Alors :

$$\delta(0, t_1) = \int_0^{t_1} \vartheta^T Z dt = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 \quad (4.11)$$

Avec :

$$\mathbf{I}_1 = \int_0^{t_1} e^T N \hat{X} \left[\int_0^t F_1(\vartheta, t, \tau) d\tau + \hat{\omega}_r(0) - \omega_r \right] dt \quad (4.12)$$

$$\mathbf{I}_2 = \int_0^{t_1} e^T N \hat{X} F_2(\vartheta, t) dt \quad (4.13)$$

On suppose qu'il existe une fonction $f(t)$ telle que [17] :

$$\dot{f}(t) = \frac{df(t)}{dt} = e^T N \hat{X} \quad (4.14)$$

$$K_1 f(t) = \int_0^t F_1(\vartheta, t, \tau) d\tau + \hat{\omega}_r(0) - \omega_r \quad (4.15)$$

Avec : $\hat{\omega}_r(0) = \omega_r(0) = 0$

En dérivant la relation (4.15) et comme ω_r est la valeur de l'instant t (c'est une constante), donc il vient :

$$F_1(\vartheta, t, \tau) = K_1 \dot{f}(t) \quad (4.16)$$

De plus la relation suivante est vérifiée (démonstration voir annexe 2) :

$$\int_0^{t_1} \frac{df}{dt} K_1 f(t) dt = \frac{K_1}{2} [f^2(t_1) - f^2(0)] \quad (4.17)$$

Où $K_1 > 0$ et $f(0) = \int_0^0 F_1(\vartheta, 0, \tau) d\tau + \hat{\omega}_r(0) - \omega_r(0) = 0$

En développant le deuxième terme de l'équation (4.13) et du fait que $f(0) = 0$, il vient :

$$\frac{K_1}{2} [f^2(t_1) - f^2(0)] = \frac{\delta_1}{2} > 0 \quad \text{et } \delta_1 \in \mathbb{R}^+ \quad (4.18)$$

De plus, on considère la fonction $F_2(\vartheta, t)$ telle que [17] :

$$F_2(\vartheta, t) = K_2 \dot{f}(t) \quad \text{et } K_2 > 0 \quad (4.19)$$

Par conséquent ;

$$\int_0^{t_1} e^T N \hat{X} F_2(\vartheta, t) dt = \int_0^{t_1} K_2 \dot{f}(t) f(t) dt = \frac{K_2}{2} [f^2(t_1) - f^2(0)] = \frac{\delta_2}{2} \geq 0 \quad \text{et } \delta_2 \in \mathbb{R}^+$$

On peut donc affirmer que :

$$\delta(0, t_1) = \int_0^{t_1} \vartheta^T Z dt = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 \geq -\gamma_0^2 \quad ; \quad \forall t \geq 0 \quad (4.20)$$

Donc la 2^{ème} condition (4.5) du critère de Popov est vérifiée.

4.3.1. Détermination du mécanisme d'adaptation

D'après les relations (4.16) et (4.18), et en tenant compte des expressions (4.9) de ω_I et ω_P par conséquent le mécanisme d'adaptation intégral et celui proportionnel sont donnés par :

$\omega_I = K_1 \int_0^t e^T N \hat{X} dt + \hat{\omega}_r(0)$ et $\omega_P = K_2 e^T N \hat{X}$, avec K_1 et K_2 positifs.

En remplaçant dans l'équation (4.9) :

$$\hat{\omega}_r = \int_0^t K_1 e^T N \hat{X} dt + K_2 e^T N \hat{X} + \hat{\omega}_r(0) \quad (4.21)$$

Donc :

$$\hat{\omega}_r = \int_0^t K_1 [x_1 \hat{x}_2 - x_2 \hat{x}_1] dt + K_2 [x_1 \hat{x}_2 - x_2 \hat{x}_1] + \hat{\omega}_r(0) \quad (4.22)$$

En remplaçant (x_1, x_2) par leurs expressions dépendant de (i_d, i_q) on obtient :

$$\hat{\omega}_r = \int_0^t K_1 [i_d \hat{i}_q - i_q \hat{i}_d + d(\hat{i}_q - i_q)] dt + K_2 [i_d \hat{i}_q - i_q \hat{i}_d + d(\hat{i}_q - i_q)] + \hat{\omega}_r(0) \quad (4.23)$$

Finalement la position de rotation estimée est donnée par :

$$\hat{\theta}_r = \int_0^t \hat{\omega}_r dt \quad (4.24)$$

La structure de la commande avec observateur basé sur la méthode MRAS (*Model Reference Adaptive System*) basé sur le modèle du courant est illustrée à la figure (4.1).

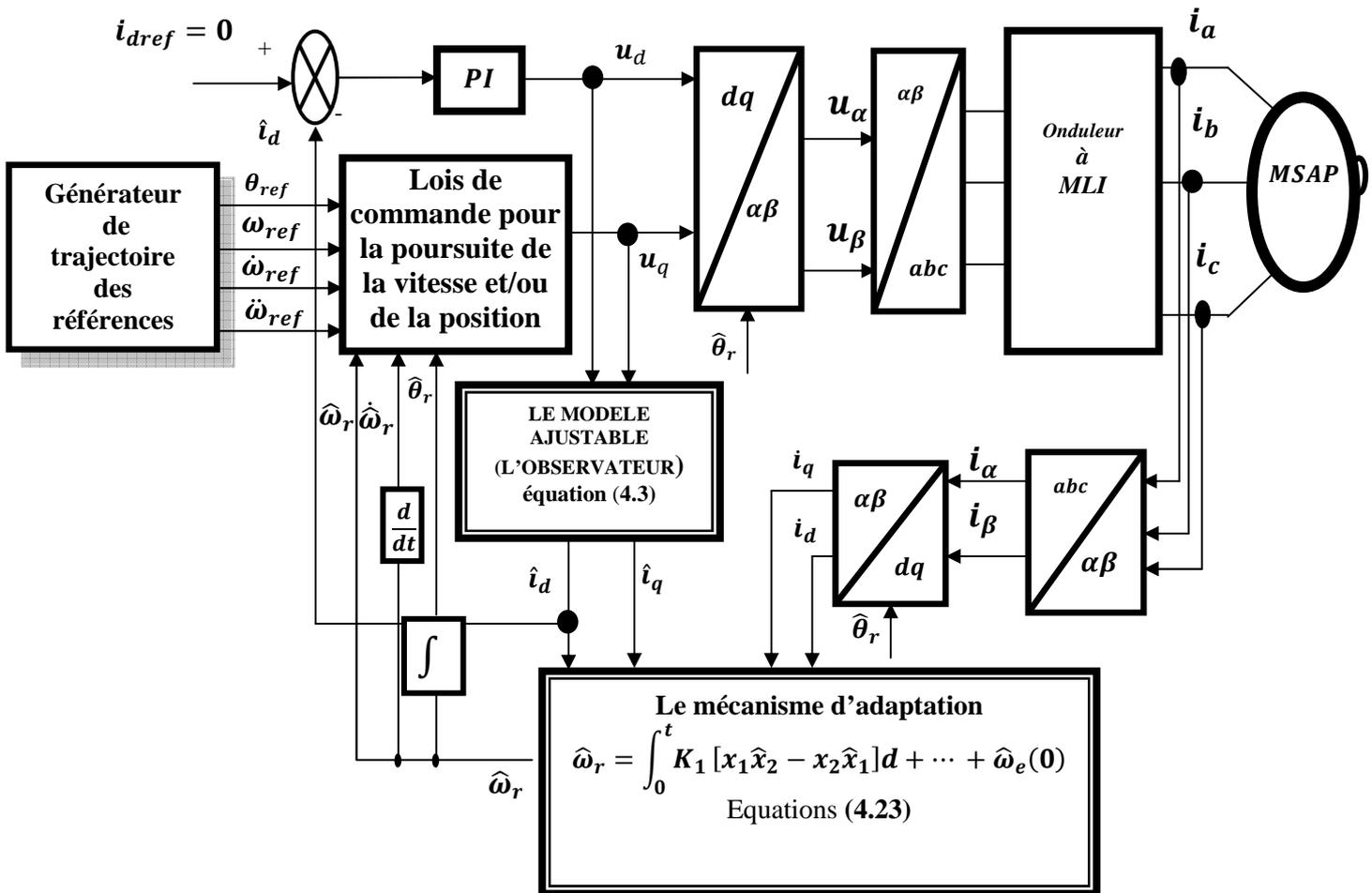


Fig.4.1 : Structure de la commande en poursuite de la vitesse et de la position avec l'observateur basé sur la méthode MRAS basé sur le modèle du courant

4.4.OBSERVATEUR MRAS BASE SUR LE MODELE DU FLUX

Les équations de la machine MSAP est donnée par :

$$[u_{dq}] = [R][i_{dq}] + \frac{d}{dt}[\phi_{dq}^s] + \omega_r \rho [\phi_{dq}^s] \quad (4.25)$$

Avec :

$$[u_{dq}] = \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix}; \rho = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; [R] = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix}; [\phi_{dq}^s] = \begin{bmatrix} \phi_d^s \\ \phi_q^s \end{bmatrix}; [i_{dq}] = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}$$

De l'équation (4.25), on tire la dynamique du flux statorique :

$$\frac{d}{dt}[\phi_{dq}^s] = [u_{dq}] - [R][i_{dq}] - \omega_r \rho [\phi_{dq}^s] \quad (4.26)$$

Les composantes du flux au stator sont liées aux composantes du courant du stator par :

$$[\phi_{dq}^s] = [L][i_{dq}] + [\phi_f] \quad (4.27)$$

Avec :

$$[L] = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix}; [\phi_f] = \begin{bmatrix} \phi_f \\ 0 \end{bmatrix};$$

D'où on exprime les composantes du courant en fonction de celles du flux :

$$[i_{dq}] = [L]^{-1}([\phi_{dq}^s] - [\phi_f]) \quad (4.28)$$

Dans l'équation (4.26), on remplace les courants par leur expression (4.28) ce qui conduit au modèle du flux suivant de la MSAP :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_d^s - \phi_f \\ \phi_q^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s} & \omega_r \\ -\omega_r & -\frac{R_s}{L_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_d^s - \phi_f \\ \phi_q^s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

On pose $X_\phi = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_d^s - \phi_f \\ \phi_q^s \end{bmatrix}; i_{dq} = [i_{dq}]$

En rassemblant les équations (4.28) et (4.29), on obtient le système :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} X_\phi = A X_\phi + U \\ i_{dq} = C \cdot X_\phi \end{cases} \quad (4.30)$$

Avec :

$$A = \begin{bmatrix} -a & \omega_r \\ -\omega_r & -a \end{bmatrix}; U = \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} b & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}; a = \frac{R_s}{L_s}; b = \frac{1}{L_s}$$

On propose l'observateur suivant :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \hat{X}_\phi = \hat{A} \hat{X}_\phi + U + \lambda \tilde{i}_{dq} \\ \hat{i}_{dq} = C \cdot \hat{X}_\phi \end{cases} \quad (4.31)$$

Avec :

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -a & \hat{\omega}_r \\ -\hat{\omega}_r & -a \end{bmatrix}; \quad \hat{X}_\phi = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\phi}_d^s - \phi_f \\ \hat{\phi}_q^s \end{bmatrix}; \quad \lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}; \quad \tilde{i}_{dq} = i_{dq} - \hat{i}_{dq}$$

La dynamique de l'erreur d'observation est alors de la forme :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \tilde{X}_\phi = A\tilde{X}_\phi - \hat{A}\tilde{X}_\phi - \lambda\tilde{i}_{dq} \\ \tilde{i}_{dq} = i_{dq} - \hat{i}_{dq} = C \cdot \tilde{X}_\phi \end{cases} \quad (4.32)$$

Où : $\tilde{X}_\phi = X_\phi - \hat{X}_\phi$; $\tilde{\omega}_r = \omega_r - \hat{\omega}_r$; $\tilde{A} = A - \hat{A}$

La dynamique de l'erreur peut se mettre sous la forme :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \tilde{X}_\phi &= A\tilde{X}_\phi - \hat{A}\tilde{X}_\phi - \lambda\tilde{i}_s \\ &= A\tilde{X}_\phi - \hat{A}\tilde{X}_\phi - \lambda C \cdot \tilde{X}_\phi \\ &= (A - \lambda C)\tilde{X}_\phi - \tilde{A}\tilde{X}_\phi \end{aligned} \quad (4.33)$$

On définit la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = \frac{1}{2} \tilde{X}^T \tilde{X}$$

Alors ;

$$\dot{V} = \tilde{X}_\phi^T \dot{\tilde{X}}_\phi = \tilde{X}_\phi^T (A - \lambda C)\tilde{X}_\phi - \tilde{X}_\phi^T \tilde{A}\tilde{X}_\phi \quad (4.34)$$

En développant \dot{V} , il vient :

$$\dot{V} = - \left[\tilde{\phi}_d^{s2} (a + b\lambda_1) + \tilde{\phi}_q^{s2} (a + b\lambda_2) \right] - \tilde{\omega}_r \left[\tilde{\phi}_q^s (\hat{\phi}_d^s - \phi_f) - \tilde{\phi}_d^s \hat{\phi}_q^s \right] \quad (4.35)$$

On a :

$$\dot{V} \leq - \left[\tilde{\phi}_d^{s2} (a + b\lambda_1) + \tilde{\phi}_q^{s2} (a + b\lambda_2) \right] + |\tilde{\omega}_r| |\tilde{\phi}_q^s| |\hat{\phi}_d^s| + |\tilde{\omega}_r| |\tilde{\phi}_d^s| |\hat{\phi}_q^s| \quad (4.36)$$

Pour assurer la condition $\dot{V} \leq 0$, il suffit donc d'imposer les conditions :

$$\begin{cases} |\tilde{\phi}_d^s| (a + b\lambda_1) > |\tilde{\omega}_r| |\hat{\phi}_q^s| \\ |\tilde{\phi}_q^s| (a + b\lambda_2) > |\tilde{\omega}_r| |\hat{\phi}_d^s| \end{cases} \quad (4.37)$$

Alors ;

$$\begin{cases} \lambda_1 > \frac{1}{b} \left(\frac{|\tilde{\omega}_r| |\hat{\phi}_q^s|}{|\tilde{\phi}_d^s|} - a \right) \\ \lambda_2 > \frac{1}{b} \left(\frac{|\tilde{\omega}_r| |\hat{\phi}_d^s|}{|\tilde{\phi}_q^s|} - a \right) \end{cases} \quad (4.38)$$

D'après l'équation (4.27), on a :

$$\hat{\phi}_d^s = L_s \hat{i}_d + \phi_f \quad ; \quad \hat{\phi}_q^s = L_s \hat{i}_q \quad ; \quad \tilde{\phi}_d^s = L_s \tilde{i}_d \quad ; \quad \tilde{\phi}_q^s = L_s \tilde{i}_q$$

Donc :

$$\begin{cases} \lambda_1 > \frac{1}{b} \left(\frac{|\tilde{\omega}_r| L_s |\hat{i}_q|}{L_s |\tilde{i}_d|} - a \right) \\ \lambda_2 > \frac{1}{b} \left(\frac{|\tilde{\omega}_r| |L_s \hat{i}_d + \phi_f|}{L_s |\tilde{i}_q|} - a \right) \end{cases} \quad (4.39)$$

Alors il suffit d'avoir ;

$$\begin{cases} \lambda_1 > \frac{|\tilde{\omega}_r| L_s |\hat{i}_q|}{|\tilde{i}_d|} - R_s \\ \lambda_2 > \frac{|\tilde{\omega}_r| |L_s \hat{i}_d + \phi_f|}{|\tilde{i}_q|} + \frac{|\phi_f|}{|\tilde{i}_q|} - R_s \end{cases} \quad (4.40)$$

Si on prend $|\tilde{i}_d| = \varepsilon_1 \cdot I_{max}$ et $|\tilde{i}_q| = \varepsilon_2 \cdot I_{max}$; $0 < \varepsilon_1 < 1$ et $0 < \varepsilon_2 < 1$.

Alors les conditions satisfaire λ_1 et λ_2 pour avoir $\dot{V} \leq 0$ sont :

$$\begin{cases} \lambda_1 > \frac{\omega_{max} L_s I_{max}}{\varepsilon_1 I_{max}} = \omega_{max} \cdot \frac{L_s}{\varepsilon_1} \\ \lambda_2 > \frac{|\tilde{\omega}_r| L_s I_{max}}{\varepsilon_2 I_{max}} + \frac{|\phi_f|}{\varepsilon_2 I_{max}} = \omega_{max} \cdot \frac{L_s}{\varepsilon_2} + \frac{|\phi_f|}{\varepsilon_2 I_{max}} \end{cases} \quad (4.41)$$

4.4.1. Synthèse de la loi d'adaptation

Dans le but d'appliquer la méthode de Kubota [18], on définit la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = \frac{1}{2} \tilde{X}_\emptyset^T \tilde{X}_\emptyset + \frac{1}{K} \tilde{\omega}_r^2 \quad \text{et} \quad K > 0$$

Alors ;

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \tilde{X}_\emptyset^T \dot{\tilde{X}}_\emptyset + \frac{1}{K} \tilde{\omega}_r \dot{\tilde{\omega}}_r \\ &= \tilde{X}_\emptyset^T (A - \lambda C) \tilde{X}_\emptyset - \tilde{X}_\emptyset^T \tilde{A} \tilde{X}_\emptyset + \frac{1}{K} \tilde{\omega}_r \dot{\tilde{\omega}}_r \end{aligned} \quad (4.42)$$

On suppose que la vitesse évoluent lentement entre deux instants d'échantillonnage d'où :

$$\dot{\omega}_r = \frac{d\omega_r}{dt} = 0 \quad \text{et} \quad \dot{\tilde{\omega}}_r = \dot{\omega}_r - \dot{\hat{\omega}}_r = -\dot{\hat{\omega}}_r$$

Donc :

$$\dot{V} = \tilde{X}_\emptyset^T (A - \lambda C) \tilde{X}_\emptyset - \tilde{X}_\emptyset^T \tilde{A} \tilde{X}_\emptyset - \frac{1}{K} \tilde{\omega}_r \dot{\hat{\omega}}_r \quad (4.43)$$

En développant le terme $\tilde{X}_\emptyset^T (A - \lambda C) \tilde{X}_\emptyset$, on obtient :

$$\tilde{X}_\emptyset^T (A - \lambda C) \tilde{X}_\emptyset = -\frac{1}{L_s} \left[\tilde{\vartheta}_d^s{}^2 (R_s + \lambda_1) + \tilde{\vartheta}_q^s{}^2 (R_s + \lambda_2) \right] \leq 0, \forall t \quad (4.44)$$

Du fait que les coefficients (λ_1 et λ_2) satisfont les conditions (4.41) aussi, l'inégalité (4.44) est vérifiée.

Vu l'inégalité (4.44), pour assurer la condition $\dot{V} \leq 0$, il suffit donc d'imposer la condition :

$$-\tilde{X}_\emptyset^T \tilde{A} \tilde{X}_\emptyset - \frac{1}{K} \tilde{\omega}_r \dot{\hat{\omega}}_r = 0 \quad (4.45)$$

Ceci est équivalent à prendre $\hat{\omega}_r$ tel que : $\hat{\omega}_r = \frac{K}{\tilde{\omega}_r} \left(-\tilde{X}_\phi^T \tilde{A} \tilde{X}_\phi \right)$

En remplaçant \hat{X} par ses composantes, on obtient alors

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_r &= \frac{K}{\tilde{\omega}_r} \left[\tilde{\omega}_r (\tilde{\vartheta}_q^s (\hat{\vartheta}_d^s - \varphi_f) - \tilde{\vartheta}_d^s \hat{\vartheta}_q^s) \right] \\ &= K (\tilde{\vartheta}_q^s (\hat{\vartheta}_d^s - \varphi_f) - \tilde{\vartheta}_d^s \hat{\vartheta}_q^s) \end{aligned} \tag{4.46}$$

Du fait que les grandeurs mesurées sont les courants au stator, il est alors plus commode de développer la relation (4.46) en fonction des courants :

$$\frac{d\hat{\omega}_r}{dt} = \dot{\hat{\omega}}_r = KL_s^2 (\tilde{i}_q \hat{i}_d - \tilde{i}_d \hat{i}_q) \text{ et } K > 0 \tag{4.47}$$

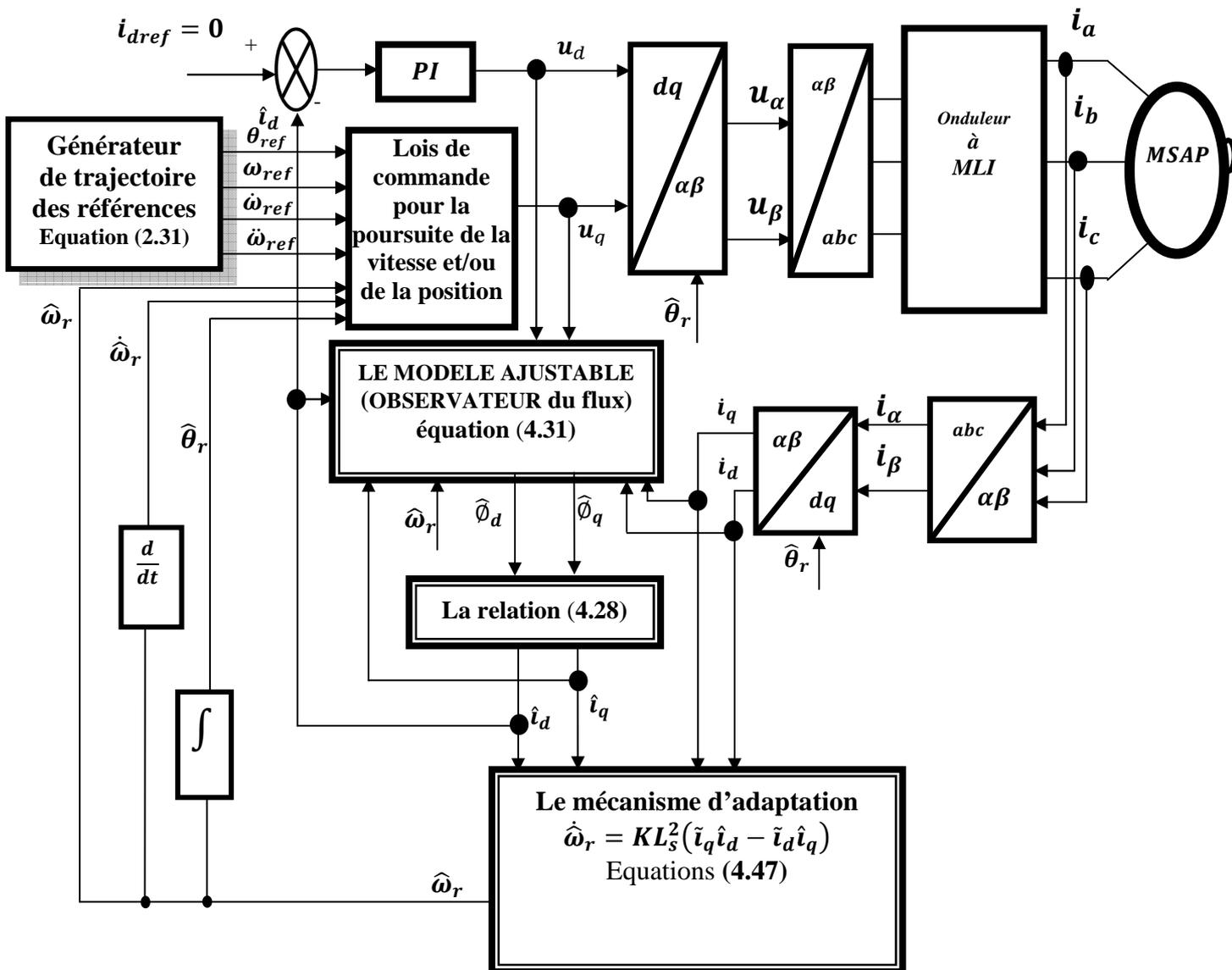


Fig.4.2 : Structure de la commande en poursuite de la vitesse et de la position avec l'observateur MRAS basé sur le modèle du flux

Donc la loi d'adaptation de la vitesse est représentée par l'équation (4.47) et la position estimée du rotor est obtenue par :

$$\hat{\theta}_r = \int_0^t \hat{\omega}_r dt \quad (4.48)$$

La figure (4.2) illustre la structure de la commande en poursuite de la vitesse et de la position avec l'observateur MRAS basé sur le modèle du flux.

4.5. RESULTATS DE LA SIMULATION

On désire réaliser la commande en poursuite de la position pour la MSAP, lorsque la vitesse et la position sont issues en premier lieu de l'observateur MRAS basé sur le modèle du courant et en second lieu de l'observateur MRAS fondé sur le modèle du flux. De plus, l'axe du moteur doit suivre la trajectoire de la position et celle de la vitesse indiquées à la figure (2.5).

4.5.1. L'observateur MRAS

Les gains du mécanisme d'adaptation intégral et proportionnelle K_1 et K_2 sont fixés après plusieurs tests de simulation aux valeurs : $K_1 = 0.5$; $K_2 = 0.01$ (pour la position) et $K_1 = 0.1$; $K_2 = 0.01$ (pour la vitesse)

Des réponses en régime de poursuite de trajectoires et d'observation sans perturbations (Fig.4.3), on a relevé que les erreurs maximales de poursuite sont de 0.07% pour la position et 0.27% pour la vitesse. Alors que les erreurs maximales d'observation sont de 0.004% pour la position et 0.026% pour la vitesse. Ceci montre que l'observateur MRAS basé sur le modèle du courant assure la poursuite avec une faible erreur d'estimation.

Erreur de la vitesse		Erreur de la position	
Poursuite	Observation	Poursuite	Observation
$ \omega_{ref} - \omega_r $	$ \omega_r - \hat{\omega}_r $	$ \theta_{ref} - \theta_r $	$ \theta_r - \hat{\theta}_r $
0.72 rd/s	0.07 rd/s	0.027 rd	$1.4 \times 10^{-3} rd$

Tab.4.1 : Les erreurs maximales de poursuite et d'observation de la vitesse et de la position avec l'observateur MRAS basé sur le modèle du courant

La figure (4.4) représente les résultats de la commande sans capteur mécanique utilisant l'observateur MRAS basé sur le modèle du courant avec l'erreur de la position initiale. Vu la présence d'une erreur de position importante au début de la trajectoire aussi, l'observateur MRAS basé sur le modèle du courant nécessite la connaissance de la position initiale.

4.5.2. L'observateur adaptatif basé sur l'estimation du flux

Les gains de l'observateur adaptatif basé sur l'estimation du flux ont été fixés après plusieurs tests de simulation aux valeurs :

- Pour la position : $L_1 = 1148$; $L_2 = 1100$; $K = 9.97 \times 10^{10}$
- Pour la vitesse : $L_1 = 1110$; $L_2 = 1100$; $K = 9.97 \times 10^{10}$

La figure (4.5) illustre les résultats de la commande en poursuite de la vitesse et de la position sans capteur mécanique utilisant un observateur MRAS basé sur le modèle du flux. Les erreurs maximales de poursuite et d'observation de la vitesse et de la position sont affichées au tableau 4.2.

En absence de variations paramétriques, les erreurs maximales de poursuite sont de 0.1% pour la position, 0.3% pour la vitesse et celles d'observation de 0.13% pour la position et 0.28% pour la vitesse.

Erreur de la vitesse		Erreur de la position	
Poursuite	Observation	Poursuite	Observation
$ \omega_{ref} - \omega_r $	$ \omega_r - \hat{\omega}_r $	$ \theta_{ref} - \theta_r $	$ \theta_r - \hat{\theta}_r $
0.8 rd/s	0.75 rd/s	0.038 rd	$4.8 \times 10^{-2} rd$

Tab.4.2 : Erreurs maximales de poursuite et d'observation de la vitesse et de la position avec l'observateur MRAS basé sur le modèle du flux

Nous notons que l'observateur MRAS basé sur le modèle du flux assure la commande sans capteur mécanique de la MSAP avec des erreurs plus grandes que celles de l'observateur MRAS basé sur le modèle du courant ; ce qui montre que ce dernier est plus performant que l'observateur MRAS basé sur le modèle du flux.

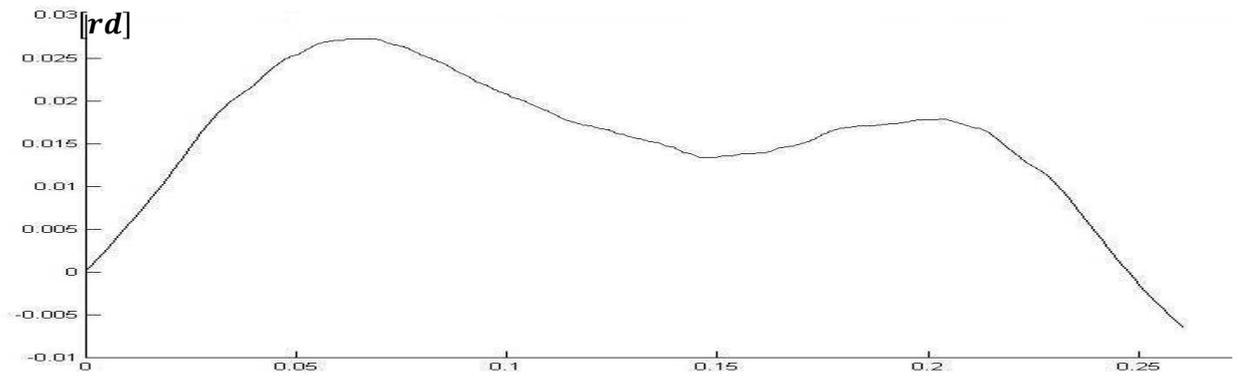
La figure (4.6) représente les résultats de la commande sans capteur mécanique avec un observateur MRAS fondé sur l'estimation du flux en considérant une erreur sur la position initiale. Ceci révèle que cet observateur exige la détermination de la position initiale du moteur.

4.5 CONCLUSION

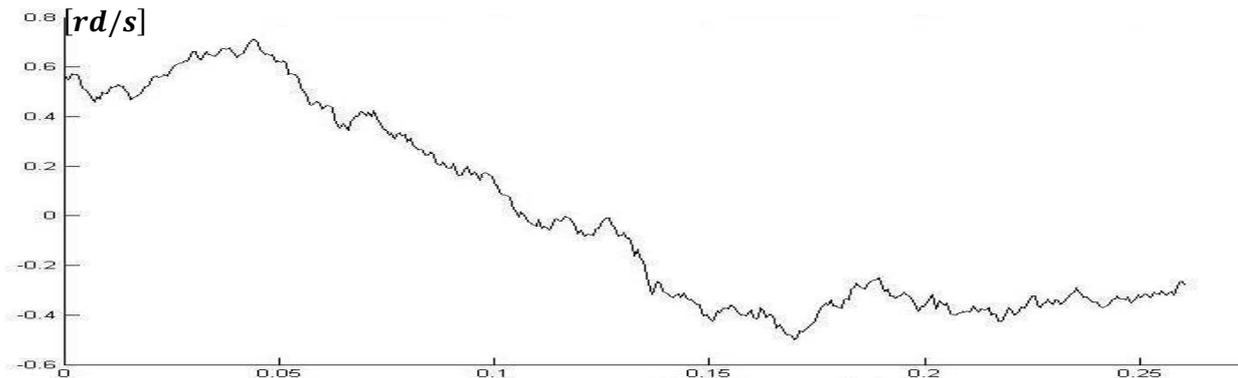
Dans ce chapitre, on a appliqué la technique des observateurs MRAS. Cette technique est basée sur le mécanisme d'adaptation de la vitesse du moteur puis la détermination de la position par une simple intégration. En considérant que les courants au stator sont mesurables et que la vitesse de rotation évolue lentement par rapport aux grandeurs électriques.

L'observateur MRAS basé sur le modèle du flux assure la commande sans capteur mécanique de la MSAP mais il moins intéressant par rapport l'observateur MRAS basé sur le modèle du courant.

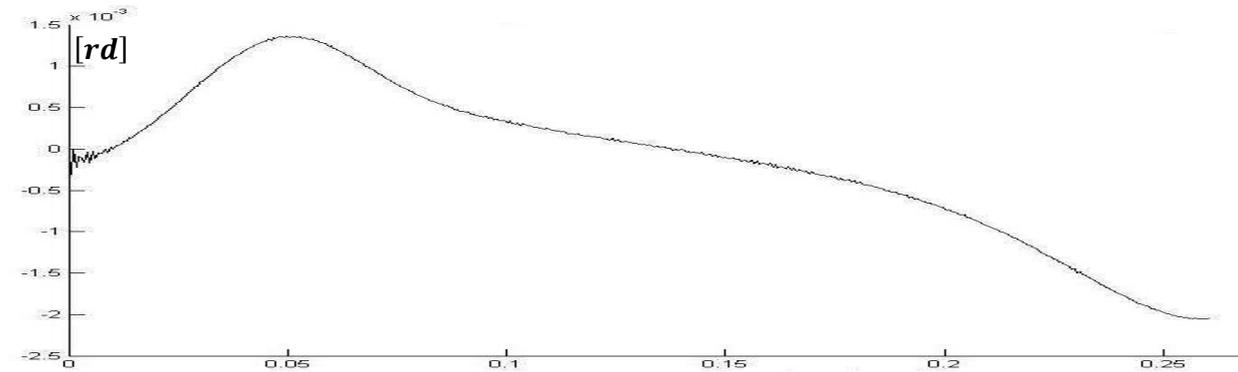
Les résultats de simulation confirment l'efficacité de la commande en poursuite sans capteur avec les observateurs MRAS. En plus ces deux observateurs exigent la connaissance de la position initiale.



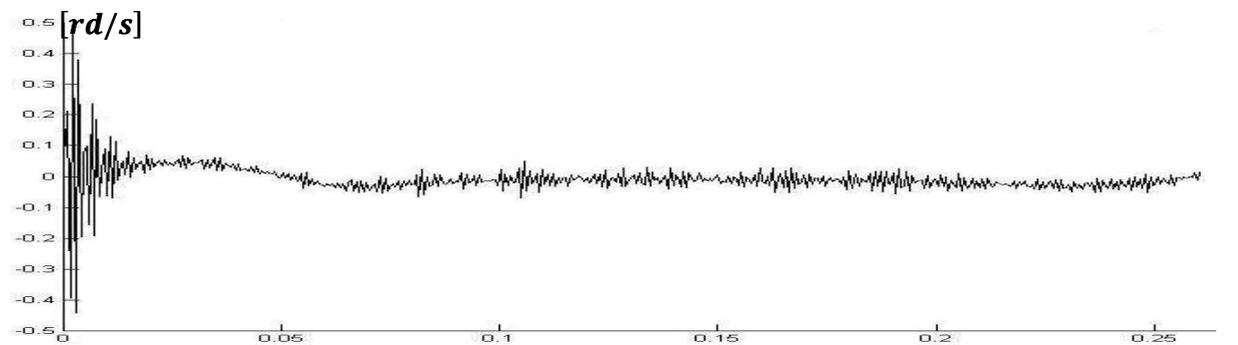
Erreur de poursuite de la position



Erreur de poursuite de la vitesse

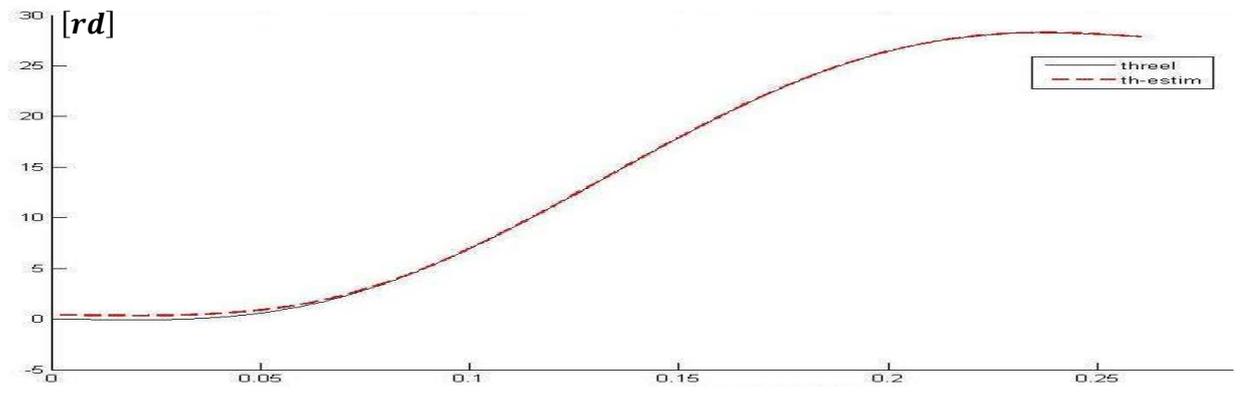


Erreur d'observation de la position

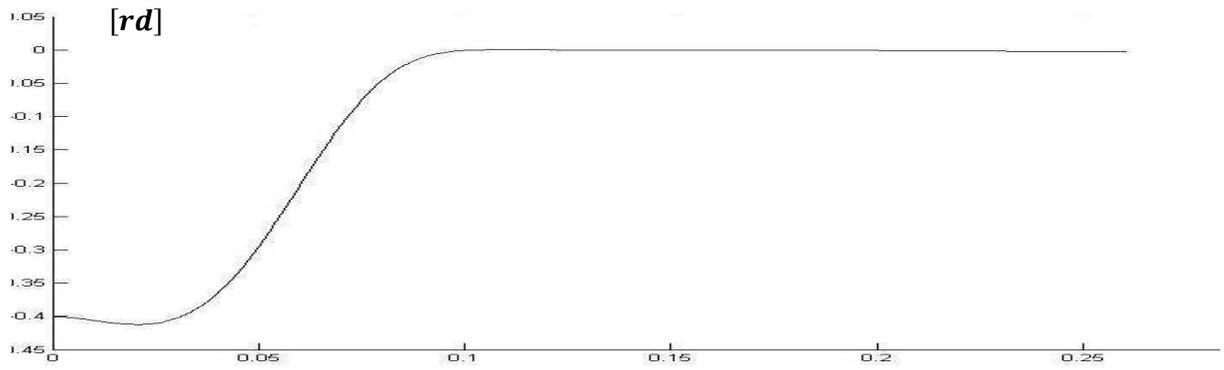


Erreur d'observation de la vitesse

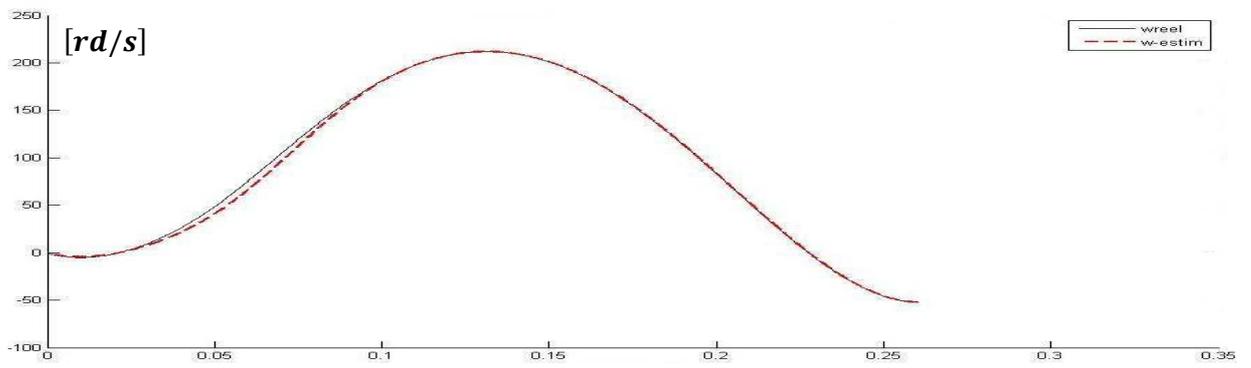
Fig.4.3 : Erreurs de poursuite et d'observation de la position et de la vitesse pour la commande avec l'observateur MRAS basé sur le modèle du courant : cas du régime sans perturbations paramétriques



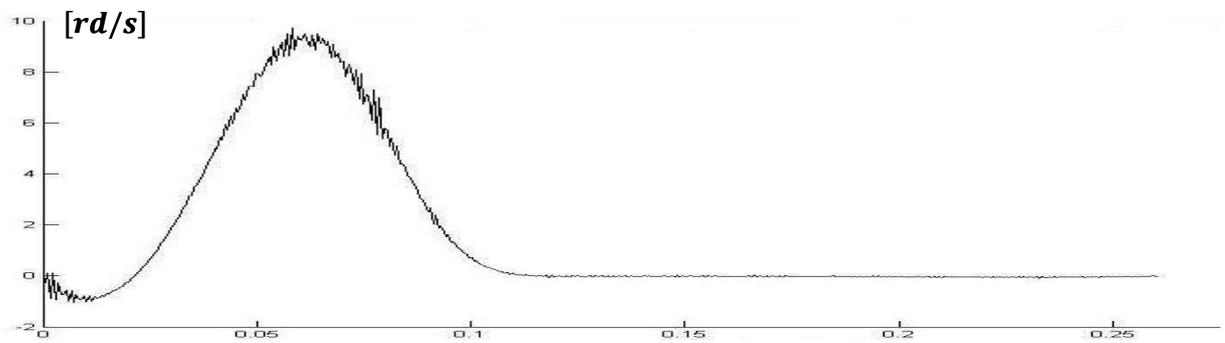
Observation de la position



Erreur d'observation de la position

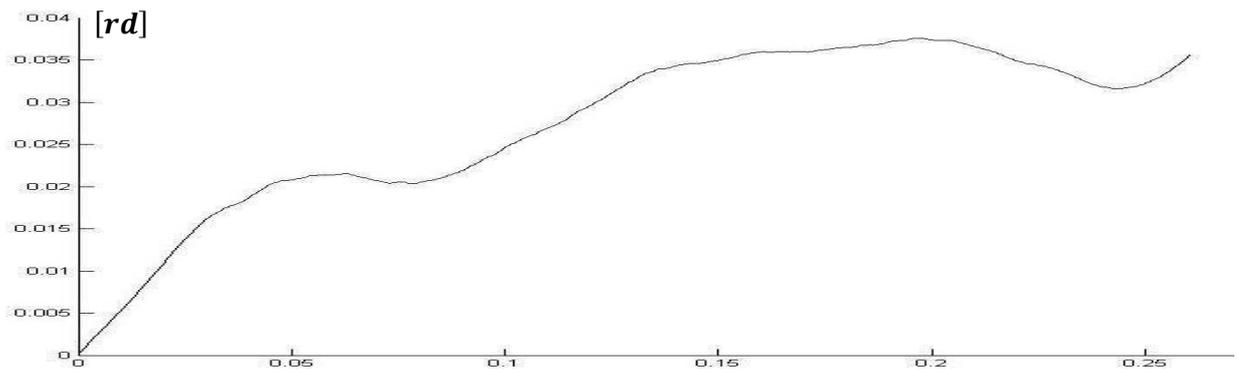


Observation de la vitesse

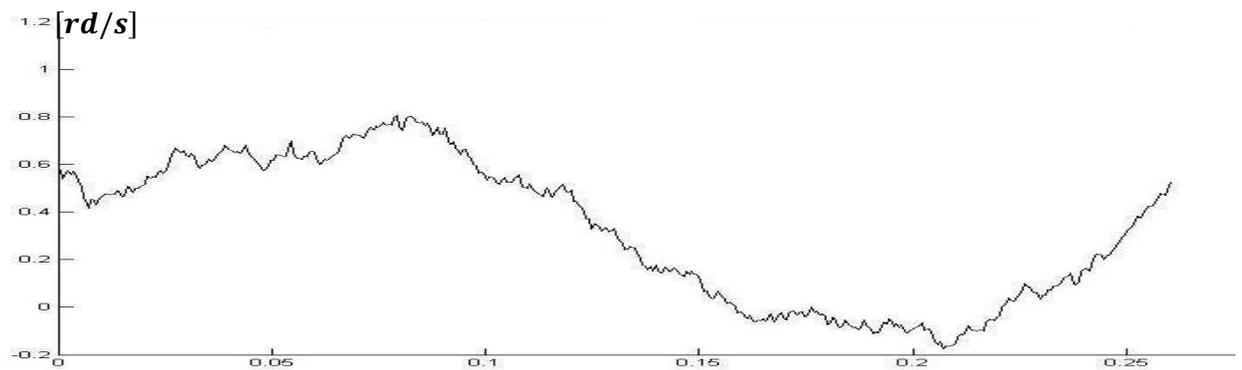


Erreur d'observation de la vitesse

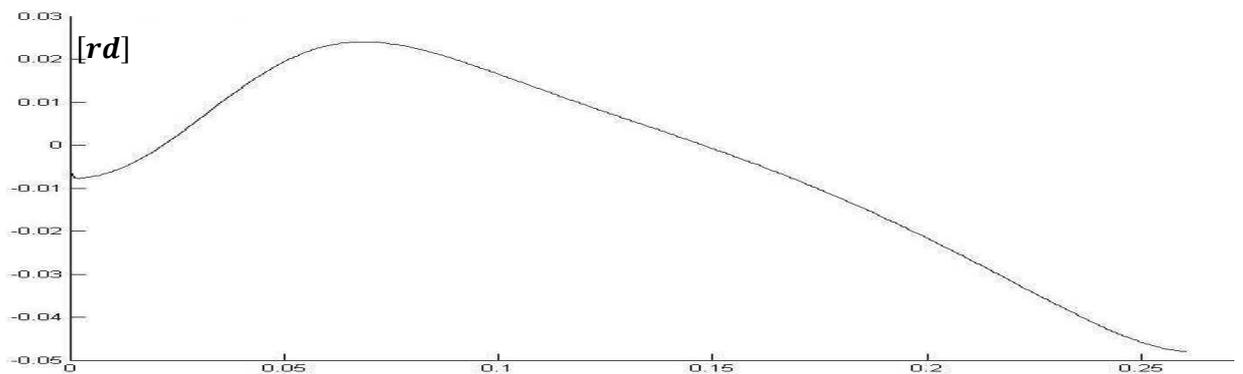
Fig.4.4 : Régime d'observation de la position et de la vitesse pour la commande avec l'observateur MRAS basé sur le modèle du courant : cas d'une erreur sur la position initiale



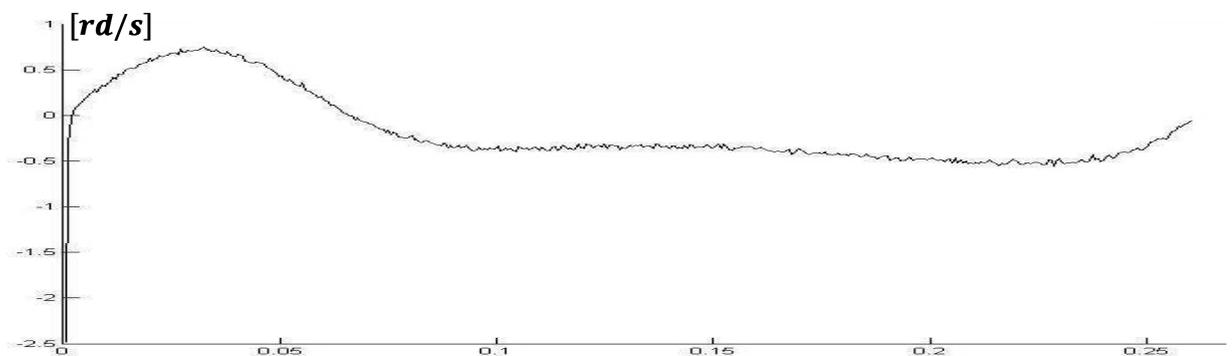
Erreur de poursuite de la position



Erreur de poursuite de la vitesse

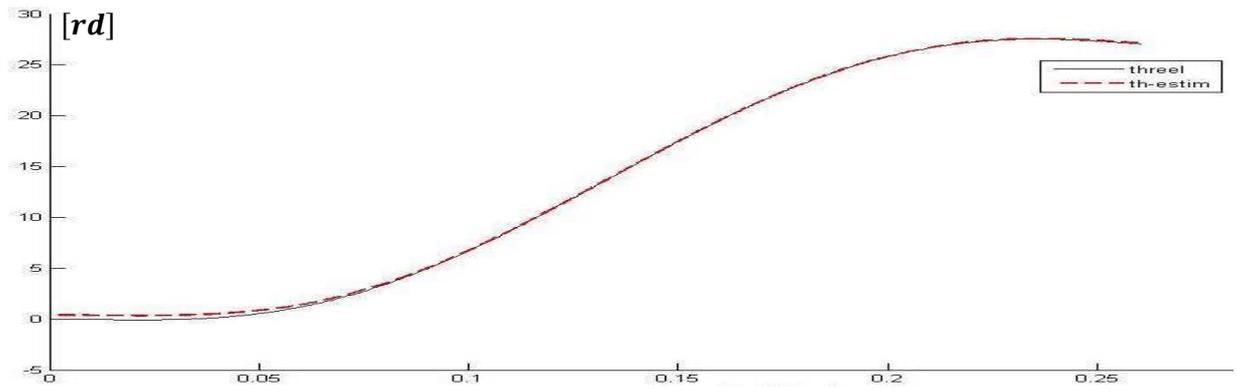


Erreur d'observation de la position

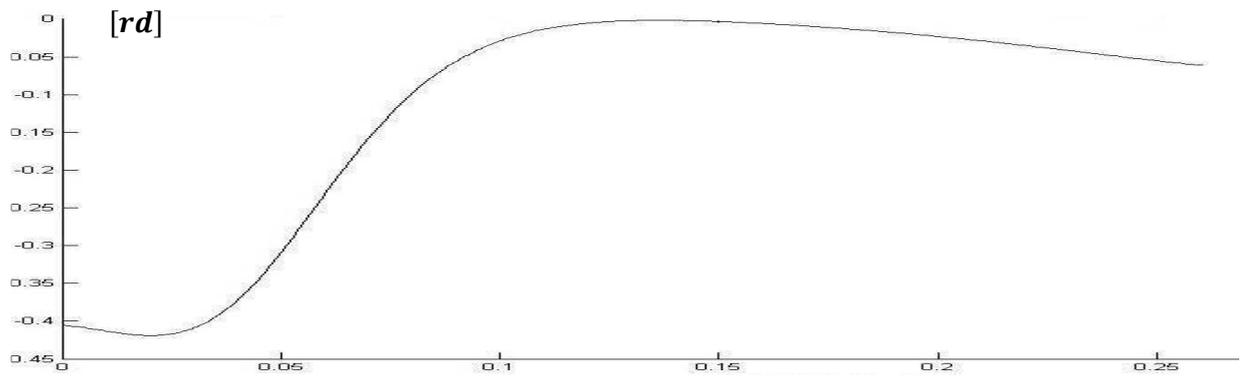


Erreur d'observation de la vitesse

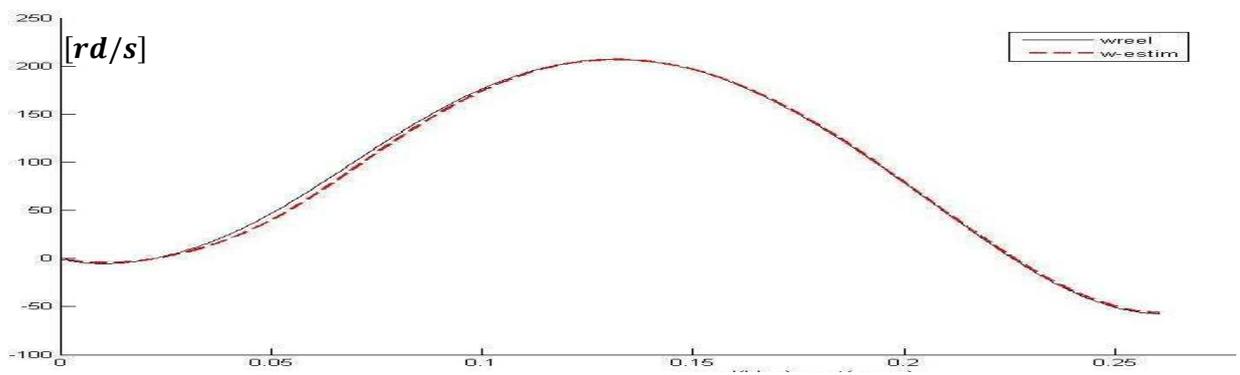
Fig.4.5 : Erreurs de poursuite et d'observation de la position et de la vitesse pour la commande avec l'observateur MRAS basé sur le modèle du flux : cas du régime sans perturbation paramétrique



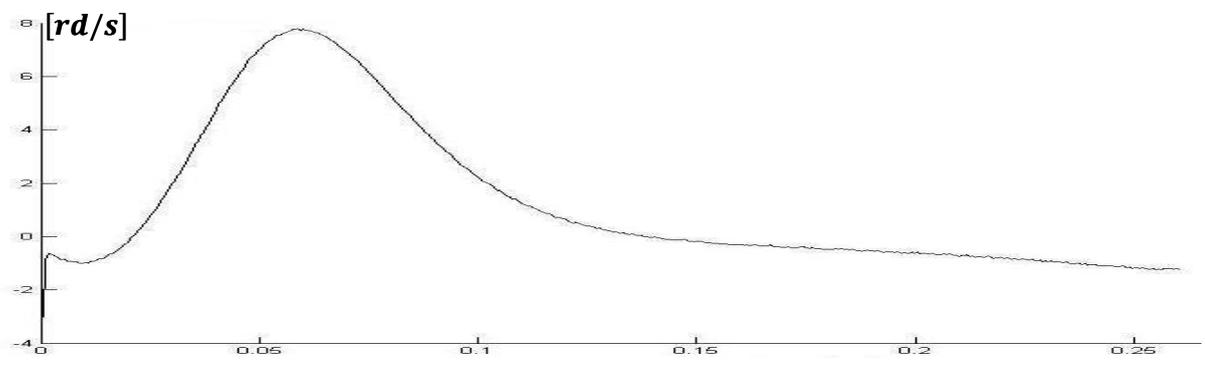
Observation de la position



Erreur d'observation de la position



Observation de la vitesse



Erreur d'observation de la vitesse

Fig.4.6 : Observation de la position et de la vitesse pour la commande avec l'observateur MRAS basé sur le modèle du flux : cas d'une erreur sur la position initiale

Chapitre 05



**LA COMMANDE SANS CAPTEUR
BASE SUR LE FILTRE
DE KALMAN ETENDU**

CHAPITRE 5

COMMANDE SANS CAPTEUR MECANIQUE BASE SUR LE FILTRE DE KALMAN ETENDU

5.1. INTRODUCTION

Dans ce paragraphe, après avoir rappelé la théorie du filtre de Kalman, une application à la commande des moteurs synchrones à aimants permanents sans capteur mécanique est développée. La position et la vitesse sont estimées par le filtre de Kalman étendu.

L'observation se fait en deux phases. La première est une étape d'estimation et la seconde est une étape de correction. L'estimation se fait par le calcul des grandeurs d'état à l'aide de modèles proches du système (estimateur) et la correction se fait par l'addition ou la soustraction de la différence entre les états estimés et ceux mesurés (erreur d'estimation) que l'on multiplie par un gain K (observateur). Ce gain régit la dynamique et la robustesse de l'observateur. Son choix est donc important et doit être adapté aux propriétés du système dont on veut effectuer l'observation des états.

5.2. L'OBSERVATION A BASE DU FILTRE DE KALMAN ETENDU

5.2.1. Le filtre de KALMAN

Le filtre de Kalman est un outil mathématique capable de déterminer des grandeurs d'états non mesurables évolutives ou des paramètres du système d'état à partir des grandeurs physiques mesurables [19].

Le filtre de Kalman est un observateur d'état optimal pour un contexte stochastique défini. Il permet la reconstruction de l'état d'un système à partir des signaux d'entrée et de mesures, ainsi que de son modèle dynamique échantillonné. Le vecteur d'état du processus est l'information que l'on cherche à extraire du bruit additionnel. Le filtre de Kalman est un observateur donnant la prédiction du vecteur d'état. Dans un environnement stochastique, lorsque les variances des bruits sont connues, cet observateur est performant. De plus, si les bruits peuvent être considérés comme blancs et Gaussiens, il est alors optimal, c'est-à-dire

que de tous les observateurs, c'est celui dont la variance de l'erreur d'observation sera la plus faible [20].

5.2.2. Algorithme du filtre de KALMAN

Le filtre de Kalman repose sur un certain nombre d'hypothèses, notamment sur les bruits. En effet, il suppose que les bruits qui affectent le modèle sont centrés et blancs et que ceux-ci sont décorrelés des états estimés. De plus, les bruits d'état doivent être décorrelés des bruits de mesure [19] et le gain de retour est calculé automatiquement pour répondre au caractère optimal de l'approche.

Premièrement, on considère que le système réel peut être représenté par un modèle linéaire échantillonné de la forme suivante [20] :

$$\begin{cases} x_k = A_{k-1}x_{k-1} + B_{k-1}u_{k-1} + w_{k-1} \\ y_k = Cx_k + v_k \end{cases} \quad (5.1)$$

Le vecteur x_k est le vecteur d'état que l'on cherche à estimer, la commande u_k est entachée d'un bruit d'état, le vecteur w_k est le bruit du processus représentant les erreurs des paramètres de moyenne nulle et de covariance connue. La matrice C est la matrice de mesure et le vecteur v_k est le bruit de mesure représentant les erreurs de mesure de moyenne nulle et de covariance connue. Les équations du filtre de Kalman sont établies en supposant que les perturbations vectorielles w_k et v_k sont des bruits blancs Gaussiens non corrélés, caractérisés par une moyenne nulle et des matrices de covariance Q et R .

Les matrices de covariance Q et R sont définies comme suit (**voir annexe 3**).

$$\begin{cases} Q = cov(w, w^T) = E[(w - E(w))(w^T - E(w^T))] \\ R = cov(v, v^T) = E[(v - E(v))(v^T - E(v^T))] \end{cases} \quad (5.2)$$

Comme v et w sont caractérisés par une moyenne nulle, alors :

$$\begin{cases} E(w) = E(w^T) = 0 \\ E(v) = E(v^T) = 0 \end{cases} \quad (5.3)$$

et :

$$\begin{cases} Q = cov(w) = cov(w, w^T) = E[ww^T] \\ R = cov(v) = cov(v, v^T) = E[vv^T] \end{cases} \quad (5.4)$$

La détermination des matrices Q et R est très délicate puisque les caractéristiques stochastiques des bruits ne sont généralement pas connues [20].

La matrice Q est liée aux bruits entachant l'état, elle influence la qualité estimée de la modélisation et de sa discrétisation. Une forte valeur de Q conduit à une forte valeur du gain réduisant l'importance de la modélisation et de la dynamique du filtre. Une trop forte valeur de Q peut cependant créer une instabilité de l'observateur [21].

La matrice R est liée aux bruits de mesure. Une forte valeur indique une grande incertitude de la mesure. Par contre une faible valeur permet de donner un poids important à la mesure. Cependant il faut faire attention au risque d'instabilité aux faibles valeurs de R [10].

L'état initial x_0 est non corrélé avec les bruits de mesure v_k et les bruits d'état w_k qui sont connus donc on a :

$$E[x_0] = m_0 \quad ; \quad E[(x_0 - m_0)(x_0 - m_0)^T] = cov(x_0) = P_0 \quad ; \quad E[wv^T] = 0$$

Le modèle linéaire échantillonné de l'observateur est alors de la forme :

$$\hat{x}_k = A_{k-1}\hat{x}_{k-1} + B_{k-1}u_{k-1} \quad (5.5)$$

Nous noterons par \hat{x}_k^* l'estimation **a priori** du vecteur \hat{x}_k à partir des informations dont on dispose à l'instant k . La mise en œuvre du filtre de Kalman discret se décompose en deux étapes :

- Une étape de prédiction où l'on estime d'abord l'état à l'instant kT_e en fonction de l'état et des mesures effectuées à l'instant $(k-1)T_e$ où T_e est la période d'échantillonnage. Les équations récurrentes permettant de réaliser cette prédiction sont les équations du modèle déterministe.
- La deuxième étape est la phase de correction qui consiste à mettre à jour l'estimation de l'état \hat{x}_k à partir de la nouvelle mesure à cet instant et de l'estimation a priori \hat{x}_k^* .

L'estimation a priori \hat{x}_k^* et la mise à jour de l'estimation \hat{x}_k sont données par :

$$\begin{cases} \hat{x}_k^* = A_{k-1}\hat{x}_{k-1} + B_{k-1}u_{k-1} \\ \hat{x}_k = \hat{x}_k^* + K_k(y_k - C\hat{x}_k^*) \end{cases} \quad (5.6)$$

Où K_k est le gain de Kalman à déterminer.

On définit aussi les erreurs d'estimation et les matrices de covariance des erreurs d'observation :

$$\begin{cases} e_k^* = x_k - \hat{x}_k^* \\ e_k = x_k - \hat{x}_k \\ P_k^* = E[e_k^* e_k^{*T}] = \sum_{i=1}^n [(x_i - \hat{x}_i^*)(x_i - \hat{x}_i^*)^T] \\ P_k = E[e_k e_k^T] = \sum_{i=1}^n [(x_i - \hat{x}_i)(x_i - \hat{x}_i)^T] \end{cases} \quad (5.7)$$

Où P_k^* et P_k sont des matrices définies positives. Elles donnent une indication sur la précision des estimations.

$$\begin{aligned} e_k^* &= x_k - \hat{x}_k^* = A_{k-1}x_{k-1} + B_{k-1}u_{k-1} + w_{k-1} - A_{k-1}\hat{x}_{k-1} - B_{k-1}u_{k-1} \\ &= A_{k-1}(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}) + w_{k-1} \\ &= A_{k-1}e_{k-1} + w_{k-1} \end{aligned} \quad (5.8)$$

On peut obtenir :

$$E[e_k^* e_k^{*T}] = E[(A_{k-1}e_{k-1} + w_{k-1})(A_{k-1}e_{k-1} + w_{k-1})^T] \quad (5.9)$$

Donc :

$$\begin{aligned} E[e_k^* e_k^{*T}] &= A_{k-1} \cdot E[e_{k-1} e_{k-1}^T] \cdot A_{k-1}^T + Q_{k-1} \\ &= A_{k-1} \cdot P_{k-1} \cdot A_{k-1}^T + Q_{k-1} \end{aligned} \quad (5.10)$$

Par conséquent, la matrice de covariance de l'erreur a priori est obtenue par :

$$P_k^* = A_{k-1} \cdot P_{k-1} \cdot A_{k-1}^T + Q_{k-1} \quad (5.11)$$

Les gains de retour du filtre de Kalman sont déterminés en minimisant la trace de la matrice de covariance du vecteur d'état x . Nous allons donc effectuer les développements nécessaires pour obtenir l'expression de ces gains.

$$\begin{aligned} e_k^* &= A_{k-1}(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}) + w_{k-1} \\ &= A_{k-1}[x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}^* - K_{k-1}(y_{k-1} - C\hat{x}_{k-1}^*)] + w_{k-1} \\ &= A_{k-1}[x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}^* - K_{k-1}(Cx_{k-1} + v_{k-1} - C\hat{x}_{k-1}^*)] + w_{k-1} \\ &= (A_{k-1} - A_{k-1}K_{k-1}C)e_{k-1}^* + A_{k-1}K_{k-1}v_{k-1} + w_{k-1} \end{aligned} \quad (5.12)$$

En utilisant (5.12) il vient que :

$$\begin{aligned}
P_k^* &= E[e_k^* e_k^{*T}] \\
&= (A_{k-1} - A_{k-1} K_{k-1} C) P_{k-1}^* (A_{k-1} - A_{k-1} K_{k-1} C)^T \\
&\quad + Q_{k-1} + A_{k-1} K_{k-1} R_{k-1} (A_{k-1} K_{k-1})^T
\end{aligned} \tag{5.13}$$

Du fait que les matrices de bruit d'état et de mesure sont de moyenne nulle, donc :

$$\begin{aligned}
P_k^* &= A_{k-1} P_{k-1}^* A_{k-1}^T + Q_{k-1} \\
&\quad + A_{k-1} [-P_{k-1}^* (K_{k-1} C)^T - K_{k-1} C \cdot P_{k-1}^* + K_{k-1} C \cdot P_{k-1}^* (K_{k-1} C)^T + K_{k-1} R_{k-1} K_{k-1}^T] A_{k-1}^T
\end{aligned} \tag{5.14}$$

Le gain K optimal correspond à la minimisation de la variance de l'erreur d'estimation à priori [20] :

$$\begin{aligned}
J &= \sum_{i=1}^n E(x_i - \hat{x}_i^*)^2 = \sum_{i=1}^n E(e_k^* e_k^{*T}) \\
&= \sum_{i=1}^n P_i^* \\
&= \text{Trace}(P_k^*)
\end{aligned} \tag{5.15}$$

Le gain optimal est obtenu dans la condition (**Annexe 4**) :

$$\frac{\partial \text{Trace}(P_k^*)}{\partial K^T} = \text{Trace} [A_{k-1}^T (-2P_{k-1}^* C^T + 2K_{k-1} (C P_{k-1}^* C^T + R_{k-1})) A_{k-1}] = 0 \tag{5.16}$$

Il suffit de prendre : $A_{k-1}^T [-2P_{k-1}^* C^T + 2K_{k-1} (C P_{k-1}^* C^T + R_{k-1})] A_{k-1} = 0$

Alors :

$$K_{k-1} = P_{k-1}^* C^T (C P_{k-1}^* C^T + R_{k-1})^{-1} \tag{5.17}$$

La matrice de covariance doit être aussi mise à jour, on trouve donc (**Annexe 5**) :

$$\begin{aligned}
P_k &= P_k^* - P_k^* C^T [C P_k^* C^T + R_k]^{-1} C P_k^* \\
&= P_k^* - K_k C P_k^* \\
&= [I - K_k C] P_k^*
\end{aligned} \tag{5.18}$$

Le filtre de Kalman se décompose donc en deux étapes [20] :

➤ **Phase de prédiction :**

- Prédéfinir les matrices de covariances des bruits d'état Q et de mesure R et initialiser la matrice de covariance de l'erreur du filtre P_0 .
- Calcul de l'estimation a priori du vecteur d'état et de la matrice P

$$\hat{x}_k^* = A_{k-1} \hat{x}_{k-1} + B_{k-1} u_{k-1} \tag{5.19}$$

$$P_k^* = A_{k-1} \cdot P_{k-1} \cdot A_{k-1}^T + Q_{k-1} \tag{5.20}$$

➤ **Phase de correction :**

En minimisant la variance de l'erreur, on obtient les expressions suivantes :

- **calcul du gain de Kalman :**

$$K_k = P_k^* C^T (C P_k^* C^T + R_k)^{-1} \quad (5.21)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^* + K_k (y_k - C \hat{x}_k^*) \quad (5.22)$$

- **Calcul de la matrice de covariance de l'erreur du filtre :**

$$P_k = [I - K_k C] P_k^* \quad (5.23)$$

5.2.3. Algorithme du filtre de KALMAN étendu

Le filtre de Kalman étendu peut résoudre les équations non linéaires par itération numérique. Le filtre de Kalman considère les effets des erreurs du système et les bruits dans les mesures. Donc il est plus robuste envers les bruits et les perturbations [20].

Pour la discrétisation du système d'équations non linéaires, nous appliquons la méthode d'Euler, ce qui donne [20] :

$$\begin{cases} x_k = f(x_{k-1}, u_{k-1}) + w_{k-1} \\ y_k = h(x_k) + v_k \end{cases} \quad (5.24)$$

Avec :

$$f(x_{k-1}, u_{k-1}) = x_{k-1} + \dot{x}_{k-1} \cdot T_e$$

L'équation de l'observateur est alors donnée par :

$$\hat{x}_k = f(\hat{x}_{k-1}, u_{k-1}) \quad (5.25)$$

On définit :

$$F_k = \left. \frac{\partial f(x_k, u_k)}{\partial x_k^T} \right|_{x_k = \hat{x}_k} ; \quad H_k = \left. \frac{\partial h(x_k)}{\partial x_k^T} \right|_{x_k = \hat{x}_k} \quad (5.26)$$

Pour les systèmes non linéaires, le filtre de KALMAN étendu est nécessaire. La procédure d'estimation se décompose en deux étapes [19], [20] :

➤ **Phase de prédiction :**

Il faut tout d'abord prédéfinir les matrices de covariances des bruits d'état Q et de mesure R et initialiser la matrice de covariance de l'erreur du filtre P_0 .

- **Calcul de l'estimation a priori du vecteur d'état \hat{x}_k^* et de la matrice P_k^***

$$\hat{x}_k^* = f(\hat{x}_{k-1}, u_k) \quad (5.27)$$

$$P_k^* = F_k \cdot P_{k-1} \cdot F_k^T + Q_{k-1} \quad (5.28)$$

Où $f(\hat{x}_{k-1}, u_k)$ et F_k sont données respectivement par la relation (5.25) et (5.26).

Phase de correction :

Le gain de Kalman K_k est calculé par l'expression (5.29) où la matrice H_k est déterminée par la relation (5.26)

$$K_k = P_k^* H_k^T (H_k P_k^* H_k^T + R_k)^{-1} \quad (5.29)$$

La grandeur d'état estimée \hat{x}_k fournie à la sortie de l'observateur est déterminée par :

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^* + K_k (y_k - h(\hat{x}_k^*)) \quad (5.30)$$

- **Calcul de la matrice de covariance de l'erreur du filtre :**

$$P_k = [I - K_k H_k] P_k^* \quad (5.31)$$

5.2.4. Modèle de l'observateur de Kalman étendu de la MSAP

Les équations de la **MSAP** sont non-linéaires, donc l'observateur d'état linéaire n'est pas applicable. Le filtre de KALMAN étendu est nécessaire pour assurer la commande sans capteur de la machine synchrone à aimant permanent.

Le filtre de Kalman étendu est utilisé dans le cas de la MSAP pour estimer les composantes (i_d, i_q) du vecteur courant statorique, la vitesse ω_r .

Du fait que le couple de charge est inconnu et en considérant que la vitesse ne varie pas entre deux instants d'échantillonnage, on peut donc écrire :

$$\frac{d\omega_r}{dt} = 0 \quad (5.32)$$

Ce qui conduit au système suivant :

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = -ai_d + \omega_r i_q + bu_d \\ \frac{di_q}{dt} = -ai_q - \omega_r i_d - d\omega_r + bu_q \\ \frac{d\omega_r}{dt} = 0 \end{cases} \quad (5.33)$$

Avec :

$$a = \frac{R_s}{L_s} ; \quad b = \frac{1}{L_s} ; \quad d = \frac{\phi_f}{L_s}$$

En introduisant les bruits et les erreurs du système, les équations d'état de la MSAP prennent la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = g(x, u) + w \\ y = C \cdot x + v \end{cases} \quad (5.34)$$

$$\text{Où : } x = [i_d \quad i_q \quad \omega_r] ; \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} ; \quad u = \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} ; \quad y = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}$$

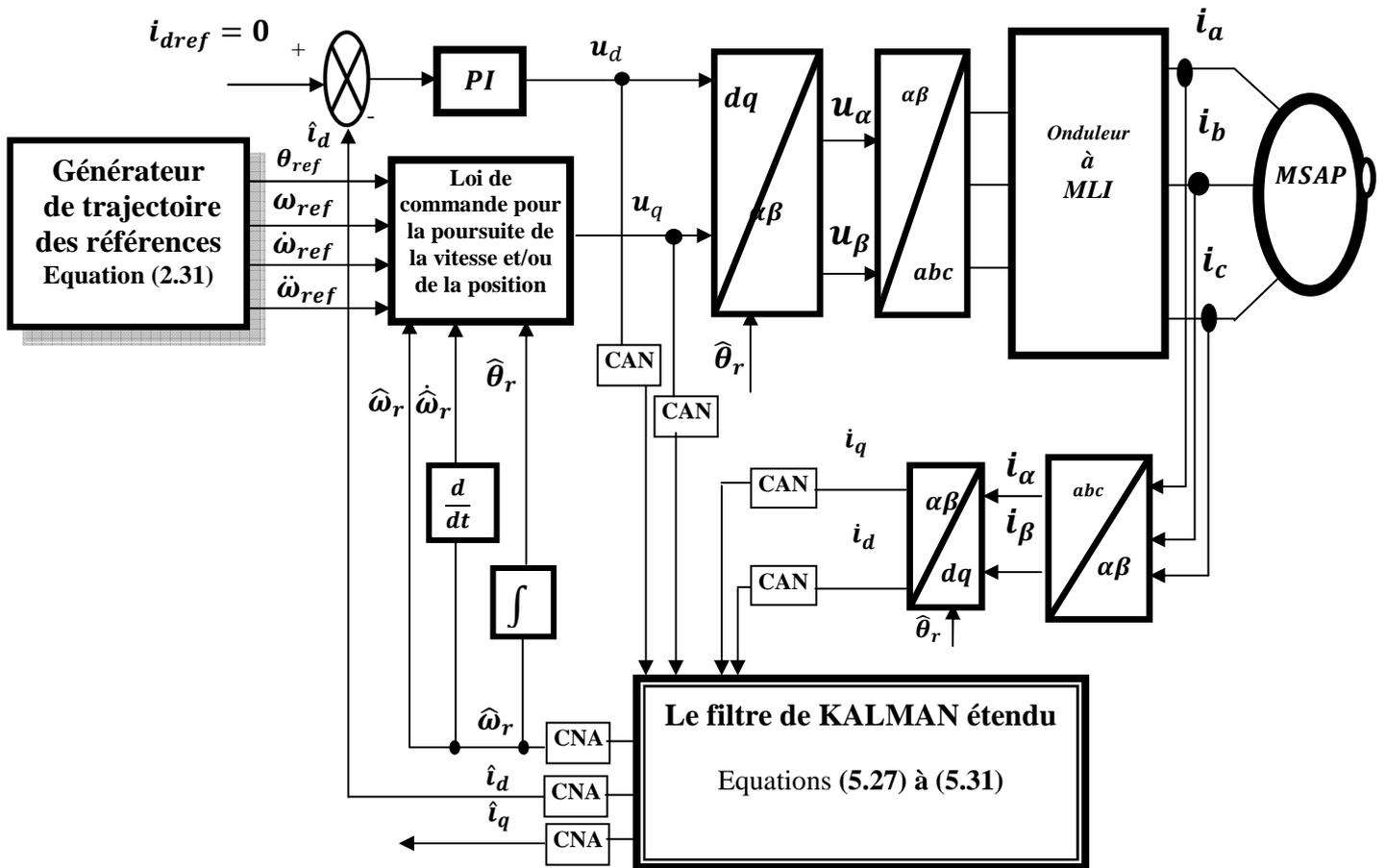


Fig.5.1 : Structure de la commande sans capteur basé sur le filtre de KALMAN étendu

Les équations du filtre de Kalman étendu dépendent des paramètres mécaniques et du couple de charge, et sont de la forme :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \hat{x} = g(\hat{x}, u) \\ y = C \cdot \hat{x} \end{cases} \quad (5.35)$$

Où $x = [\hat{i}_d \ \hat{i}_q \ \hat{\omega}_r]^T$ est le vecteur d'état que l'on cherche à estimer.

La position de rotation estimée est donnée par :

$$\hat{\theta}_r = \int_0^t \hat{\omega}_r dt \quad (5.36)$$

La procédure d'estimation, par le filtre de Kalman étendu, définie par les équations (5.27) à (5.31), est appliquée dans le cas de la MSAP.

Le modèle discrétisé de la MSAP, en appliquant la méthode d'Euler donné par :

$$\begin{cases} x_k = f(x_{k-1}, u_{k-1}) + w_{k-1} \\ y_k = h(x_k) + v_k \end{cases} \quad (5.37)$$

Avec :

$$f(x_{k-1}, u_{k-1}) = \begin{bmatrix} (1 - aT_e)i_d(k-1) + T_e i_q(k-1)\omega_r(k) + bT_e u_d(k-1) \\ (1 - aT_e)i_q(k-1) - T_e i_d(k-1)\omega_r(k-1) - dT_e \omega_r(k-1) + bT_e u_q(k-1) \\ \omega_r(k-1) \end{bmatrix}$$

$$h(x_k) = \begin{bmatrix} i_d(k) \\ i_q(k) \end{bmatrix}$$

Alors ;

$$F_k = \begin{bmatrix} 1 - aT_s & T_s \omega_r(k) & T_s i_q(k) \\ -T_s \omega_r(k) & 1 - aT_s & -T_s (i_d(k) + d) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

et

$$H = \frac{\partial h}{\partial x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

La structure de la commande sans capteur basé sur le filtre de Kalman étendu est représentée à la figure (5.1)

5.3. RESULTATS DE LA SIMULATION

L'objectif est de réaliser la commande en poursuite de la trajectoire de la position et de la vitesse de l'axe du MSAP (Fig.2.6) en exploitant l'observateur d'état de Kalman étendu.

Le choix des valeurs initiales pour les matrices P_0 , Q et R est très important pour la convergence du filtre de Kalman.

Les valeurs initiales pour les matrices P_0 , Q et R ont été fixés après plusieurs tests de simulation aux valeurs suivantes :

❖ Pour la position :

$$P_0 = \begin{bmatrix} 1700 & 0 & 0 \\ 0 & 1700 & 0 \\ 0 & 0 & 1700 \end{bmatrix}; Q = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 \end{bmatrix}; R = \begin{bmatrix} 0.03 & 0 \\ 0 & 0.03 \end{bmatrix}$$

❖ Pour la vitesse :

$$P_0 = \begin{bmatrix} 1900 & 0 & 0 \\ 0 & 1900 & 0 \\ 0 & 0 & 1900 \end{bmatrix}; Q = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 \end{bmatrix}; R = \begin{bmatrix} 0.12 & 0 \\ 0 & 0.12 \end{bmatrix}$$

La figure (5.2) illustre les réponses en régime de poursuite de trajectoires sans perturbations. Il apparaît que la position et la vitesse suivent leur référence respective avec des erreurs faibles puisque les erreurs maximales de poursuite sont de 0.072% pour la position et 0.24% pour la vitesse.

Les réponses d'observation de la position et de la vitesse réelles montrent que l'erreur d'estimation est faible surtout pour la position et les erreurs maximales d'observation sont de 0.002% pour la position et 0.008% pour la vitesse.

Erreur de la vitesse		Erreur de la position	
Poursuite	Observation	Poursuite	Observation
$ \omega_{ref} - \omega_r $	$ \omega_r - \hat{\omega}_r $	$ \theta_{ref} - \theta_r $	$ \theta_r - \hat{\theta}_r $
0.65 rd/s	0.02 rd/s	0.027 rd	5.2×10^{-4} rd

Tab.5.1 : Erreurs maximales de poursuite et d'observation de la vitesse et de la position
Avec le filtre de Kalman

La figure (5.5) représente les résultats de la commande sans capteur mécanique utilisant l'observateur d'état de Kalman dans le cas d'une erreur sur la position initiale. Ce qui montre que le filtre de Kalman est sensible à l'erreur sur la position initiale, donc il exige la détermination de la position initiale du moteur.

Les résultats de simulation prouvent d'une manière claire l'efficacité de l'algorithme de Kalman étendu à poursuivre la position et de la vitesse et à traquer l'erreur et de la corriger.

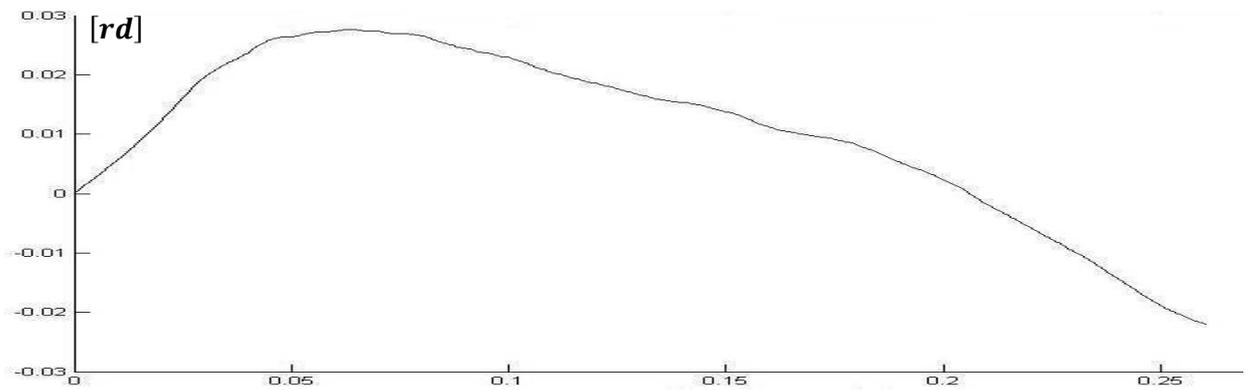
5.4. CONCLUSION

Dans ce chapitre a été présenté un algorithme assez complexe faisant appel à des opérations matricielles. La commande en poursuite de la position et de la vitesse de la MSAP a été réalisée en utilisant l'observateur d'état de Kalman étendu pour estimer la vitesse et la position du moteur. La synthèse de l'observateur a été effectuée en considérant que les courants au stator sont mesurables et que la vitesse de rotation évolue lentement par rapport aux grandeurs électriques. L'estimé a priori du vecteur d'état et le gain de Kalman exploite le respectivement modèle échantillonné de MSAP et son linéarisé.

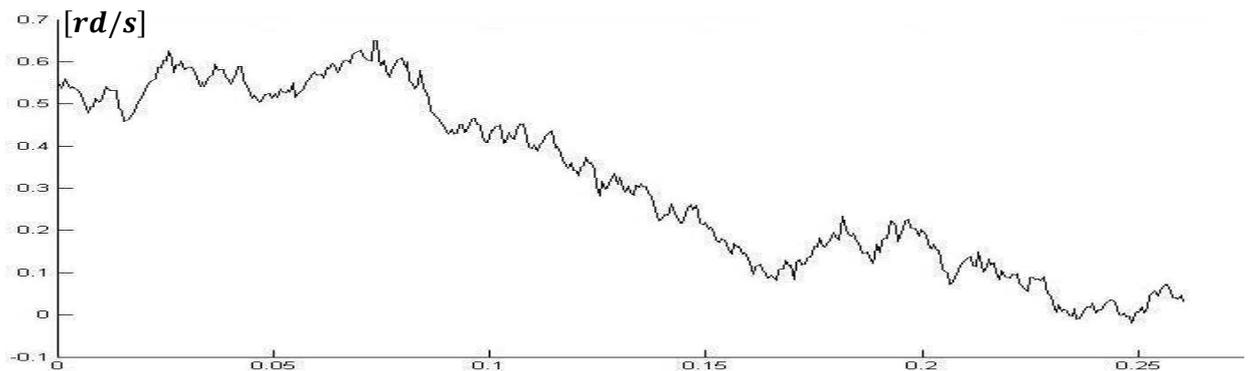
Les résultats de simulation ont montré que l'observateur de Kalman étendu a été implanté avec succès dans la structure de commande en poursuite sans capteur de la machine MSAP.

Les résultats obtenus en simulation ont prouvé l'efficacité du filtre de Kalman étendu. En effet la commande en poursuite et l'observation de la vitesse et de la position angulaire ont été réalisées avec de très faibles erreurs en absence de perturbations paramétriques.

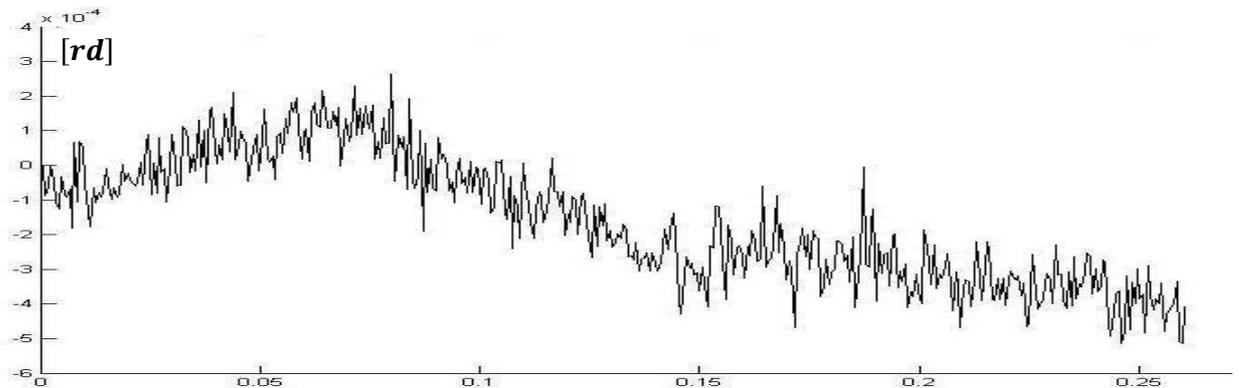
Cependant le filtre de Kalman étendu est sensible vis-à-vis de l'erreur sur la position initiale du rotor. Mais il reste le plus approprié et intéressant pour la commande sans capteur mécanique en poursuite de la position et de la vitesse de la machine MSAP.



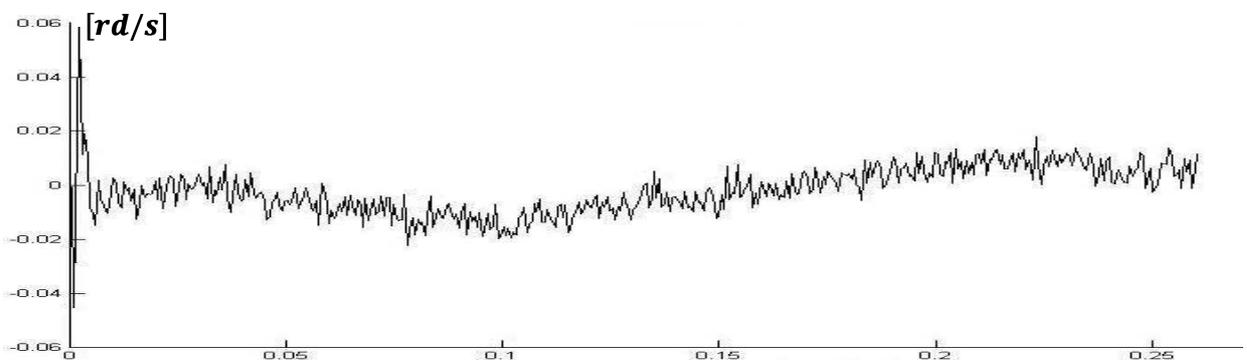
Erreur de poursuite de la position



Erreur de poursuite de la vitesse



Erreur d'observation de la position



Erreur d'observation de la vitesse

Fig.5.2 : Erreurs de poursuite et d'observation de la position et de la vitesse avec l'observateur de Kalman étendu : cas du régime sans perturbations paramétriques.

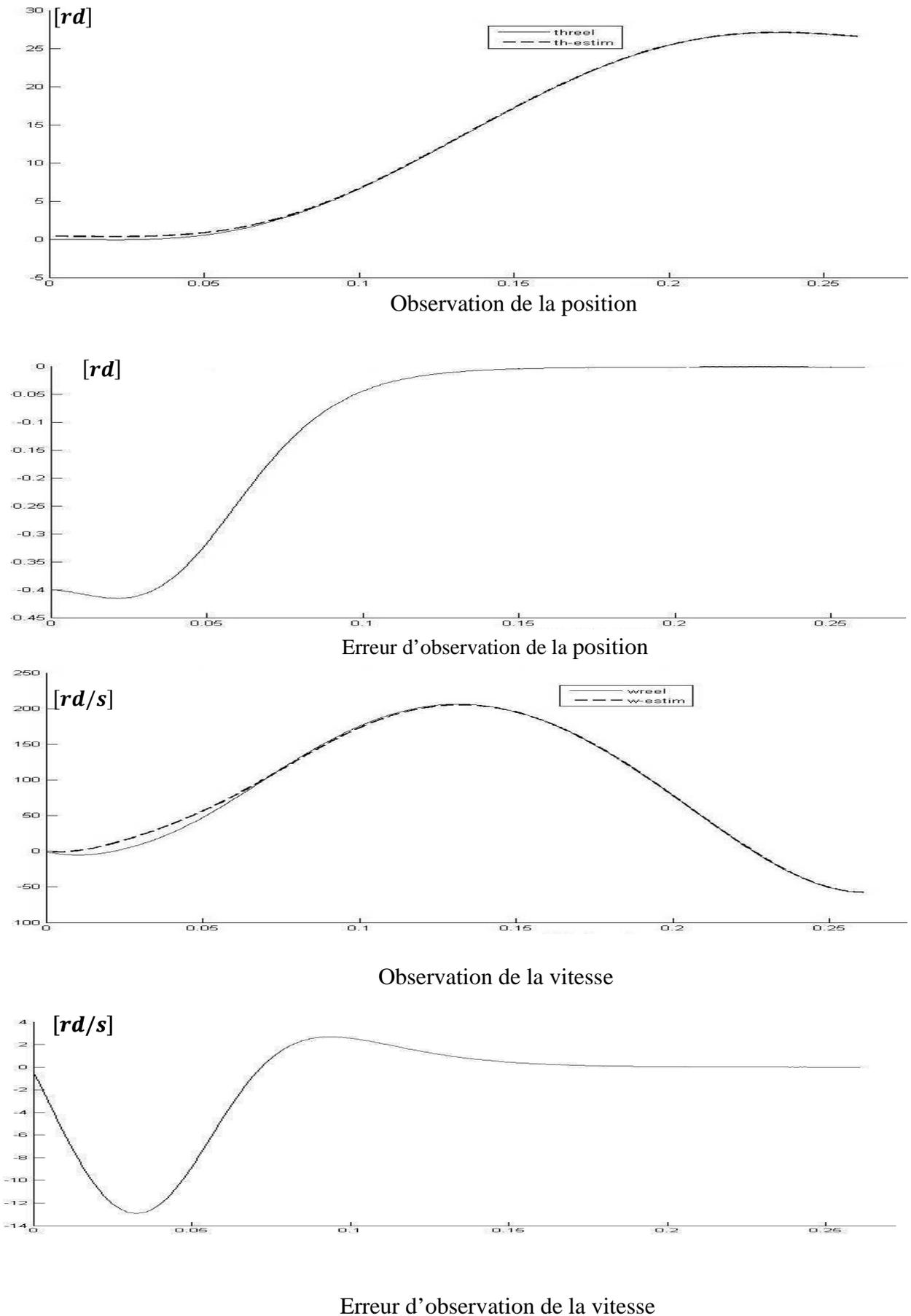


Fig.5.3 : Erreurs d'observation de la position et de la vitesse avec l'observateur de Kalman étendu : cas d'une erreur sur la position initiale

Chapitre 06



**COMPARAISON
ET
CONCLUSION GENERALE**

CHAPITRE 6

COMPARAISON ET CONCLUSION GENERALE

6.1. COMPARAISON DES OBSERVATEURS

En absence des perturbations paramétriques, les erreurs maximales de poursuite et d'observation de la position et de la vitesse de la MSAP, pour les différents observateurs utilisés dans cette étude, sont rassemblées au tableau 6.1.

		Erreur de poursuite		Erreur d'observation	
		Position	vitesse	Position	vitesse
La commande avec capteur		0.096 %	0.24 %		
Observateurs Par les Modes glissants	<i>Basé sur la f.e.m</i>	0.5 %	0.27 %	0.013 %	0.83 %
	<i>Basé sur le Modèle dq</i>	0.11 %	0.23 %	0.001 %	0.2 %
Observateurs MRAS	<i>Basé sur le Modèle du courant</i>	0.07 %	0.27 %	0.004 %	0.026 %
	<i>Basé sur le Modèle du flux</i>	0.1 %	0.3 %	0.13 %	0.28 %
Filtre de Kalman étendu		0.072 %	0.24 %	0.002 %	0.008 %

Tab.6.1 : Valeurs maximales des erreurs de poursuite et d'observation des différents observateurs

Une analyse de ces résultats montre qu'en absence de toute perturbation paramétrique, le filtre de Kalman étendu présente de hautes performances pour la poursuite et l'observation de la position et de la vitesse, puisqu'il impose les plus faibles erreurs de poursuite et d'observation.

De plus, on remarque que les erreurs maximales de poursuite de la position et de la vitesse pour la commande sans capteur sont presque de même valeur ou plus faibles que celles de la commande avec capteur de MSAP.

Les tableaux (6.2) et (6.3) illustrent le comportement des observateurs en présence des variations paramétriques. On constate que tous les observateurs tels que conçus sont relativement sensibles. Le moins robuste est l'observateur basé sur la détection de la f.é.m et les plus robustes sont l'observateur MRAS basé sur le modèle du courant et le filtre de Kalman étendu.

		Erreur de poursuite		Erreur d'observation	
		Position	vitesse	Position	vitesse
Observateurs Par les Modes glissants	<i>Basé sur la f.e.m</i>	0.88 %	1137 % diverge	0.014 %	1194 % diverge
	<i>Basé sur le Modèle dq</i>	0.27 %	0.24 %	0.02 %	6.28 %
Observateurs MRAS	<i>Basé sur le Modèle du courant</i>	0.1 %	0.3 %	0.021 %	0.26 %
	<i>Basé sur le Modèle du flux</i>	0.27 %	1.15 %	0.16 %	0.9 %
Filtre de Kalman étendu		0.23 %	0.26 %	0.021 %	0.02 %

Tab.6.2 : Erreur de poursuite et d'observation en présence des variations paramétriques : cas d'une diminution de l'induction statorique L_s de 3%.

		Erreur de poursuite		Erreur d'observation	
		Position	vitesse	Position	vitesse
Observateurs Par les Modes glissants	<i>Basé sur la f.e.m</i>	1400 % diverge	0.37 %	13 %	1.29 %
	<i>Basé sur le Modèle dq</i>	37.15 %	24.7 %	3.45 %	2 %
Observateurs MRAS	<i>Basé sur le Modèle du courant</i>	0.36 %	0.5 %	0.1 %	0.41 %
	<i>Basé sur le Modèle du flux</i>	0.83 %	1.18 %	0.18 %	0.61 %
Filtre de Kalman étendu		0.8 %	0.65 %	0.15 %	0.37 %

Tab.6.3 : Erreur de poursuite et d'observation en présence des variations paramétriques : cas d'une augmentation de la résistance statorique R_s de 1%.

Les résultats obtenus ont montré que les observateurs utilisés sont tous intéressants pour assurer la poursuite de la position et de la vitesse puisqu'ils ont conduit à des erreurs d'observations assez faibles en présence de la perturbation externe due au couple de charge.

6.2. CONCLUSION GENERALE

Les objectifs de ce travail ont été de synthétiser la commande de la MSAP sans capteur de position ou de vitesse pour assurer la poursuite de trajectoires de la vitesse et/ou de la position.

Pour les besoins de la commande et l'observation concernant la MSAP, nous avons tout d'abord établi deux modèles : le modèle dans un repère synchrone (d, q) et le modèle dans un repère fixe (α, β) . Par la suite, nous avons déterminé les lois de commande basées sur un retour d'état linéarisant et un placement de pôles dans le but d'assurer la poursuite de la trajectoire de la vitesse et de la position.

Dans le cas de la commande sans capteur mécanique afin d'estimer la vitesse et/ou la position, nous avons exploité différents observateurs basés sur : les modes glissants, la méthode MRAS et le filtre de Kalman. Les résultats obtenus, pour la commande en poursuite de trajectoires sans capteur mécanique et avec ces observateurs, ont permis d'obtenir une poursuite de trajectoires satisfaisante en présence de la perturbation externe due au couple de charge.

Cependant l'observateur par les modes glissants basé sur la détection de la f.e.m est inopérant à basse vitesse et encore plus pour l'estimation d'une position statique des axes qui est en soit une situation courante en robotique. Heureusement que ceci n'est pas le cas pour les autres observateurs, mais ces résultats montrent également que parmi les observateurs du type MRAS c'est celui basé sur le modèle du courant qui a donné de meilleurs résultats en termes d'erreurs de poursuite. Mais dans tout les cas, c'est l'observateur basé sur le filtre de Kalman qui reste le plus performant car il a permis d'obtenir des erreurs de poursuite du même niveau et parfois plus faibles que celles obtenues dans le cas de la commande avec capteur mécanique.

La détection de la position initiale est primordiale pour l'autopilotage de la MSAP, aussi les essais avec erreurs sur la position initiale de l'axe de la MSAP ont permis d'évaluer le comportement de chaque observateur. En réalité, seul l'observateur par mode glissant basé sur la détection de la f.e.m est efficace pour la détection de la position initiale.

Les essais, portant sur le comportement des observateurs en présence des variations paramétriques, ont montré que ces observateurs tels que conçus sont relativement sensibles. Le moins robuste est l'observateur basé sur la détection de la f.é.m et les plus robustes sont l'observateur MRAS basé sur le modèle du courant et le filtre de Kalman étendu.

Pour notre part, nous pouvons affirmer sur la base des résultats obtenus que la commande sans capteur mécanique, avec les techniques exploitées surtout pour le cas du filtre de Kalman, est une option intéressante pour la commande de la MSAP. Cette technique gagnerait en fiabilité si le problème de la robustesse et celui de la détection de la position initiale sont sérieusement pris en charge.

Enfin comme perspective, il est intéressant d'étudier la stabilité globale de système pour chaque observateur dans les prochains travaux.

A decorative border in a light teal color, forming an oval shape. It features four ornate floral motifs at the corners, each with green leaves, yellow and red flowers, and a small white flower with a red center.

ANNEXES

Annexe 1 : Le passage du repère (d, q) au repère (α, β)

Le modèle de la machine MSAP dans le repère dq est donné par :

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = -\frac{R_s i_d}{L_d} + \omega_e \frac{L_q}{L_d} i_q + \frac{u_d}{L_d} \\ \frac{di_q}{dt} = -\frac{R_s i_q}{L_q} - \omega_e \frac{L_d}{L_q} i_d - \frac{\phi_f}{L_q} \omega_e + \frac{u_q}{L_q} \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

Avec : $\omega_e = p\omega_r$ est La vitesse électrique.

La transformation de Park $T(\theta_r)$ [12] est liée à la transformation de Concordia par :

$$[X_{\alpha\beta}] = [T(\theta_r)][X_{dq}] \quad \text{et} \quad [T(\theta_r)] = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \sin \theta_r \\ -\sin \theta_r & \cos \theta_r \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Donc :

$$[X_{dq}] = [T(\theta_r)]^{-1}[X_{\alpha\beta}] \quad \text{et} \quad [T(\theta_r)]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & -\sin \theta_r \\ \sin \theta_r & \cos \theta_r \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

L'équation (A.1) peut s'écrire sous la forme compacte suivante :

$$\frac{d}{dt}[i_{dq}] = [R][i_{dq}] + [A_\omega][i_{dq}] + [A_L][u_{dq}] + [C] \quad (\text{A.4})$$

Avec :

$$\begin{aligned} [i_{dq}] &= \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}; [R] = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix}; [A_\omega] = \begin{bmatrix} 0 & \omega_e \frac{L_q}{L_d} \\ -\omega_e \frac{L_d}{L_q} & 0 \end{bmatrix}; \\ [A_L] &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} \\ \frac{1}{L_q} \end{bmatrix}; [C] = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\phi_f}{L_q} \omega_e \end{bmatrix} \end{aligned}$$

En utilisant la relation (A.3), l'équation (A.4) devient :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}([T(\theta_r)]^{-1}[i_{\alpha\beta}]) &= [R][T(\theta_r)]^{-1}[i_{\alpha\beta}] + [A_\omega][T(\theta_r)]^{-1}[i_{\alpha\beta}] \\ &\quad + [A_L][T(\theta_r)]^{-1}[u_{\alpha\beta}] + [C] \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Soit :

$$\frac{d}{dt}([T(\theta_r)]^{-1}[i_{\alpha\beta}]) = \left(\frac{d}{dt}[T(\theta_r)]^{-1}\right)[i_{\alpha\beta}] + [T(\theta_r)]^{-1}\left(\frac{d}{dt}[i_{\alpha\beta}]\right) \quad (\text{A.6})$$

Avec :

$$\frac{d}{dt}[T(\theta_r)]^{-1} = \omega_e \begin{bmatrix} -\sin \theta_r & -\cos \theta_r \\ \cos \theta_r & -\sin \theta_r \end{bmatrix}$$

D'après les équations (A.5) et (A.6), on a :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}([i_{\alpha\beta}]) &= T(\theta_r) \left([R][T(\theta_r)]^{-1} + [A_\omega][T(\theta_r)]^{-1} - \left(\frac{d}{dt} [T(\theta_r)]^{-1} \right) \right) [i_{\alpha\beta}] \\ &\quad + [A_L]T(\theta_r)[T(\theta_r)]^{-1}[u_{\alpha\beta}] + T(\theta_r)[C] \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

En conséquence :

$$\frac{d}{dt}([i_{\alpha\beta}]) = [R][i_{\alpha\beta}] + [A_L][u_{\alpha\beta}] + T(\theta_r)[C] \quad (\text{A.8})$$

Donc, le modèle de la machine MSAP dans le repère $\alpha\beta$ est donné par :

$$\begin{cases} \frac{di_\alpha}{dt} = -\frac{R_s i_\alpha}{L_d} - \frac{1}{L_q} \Phi_f \omega_e \sin \theta_r + \frac{u_\alpha}{L_d} \\ \frac{di_\beta}{dt} = -\frac{R_s i_\beta}{L_q} + \frac{1}{L_q} \Phi_f \omega_e \cos \theta_r + \frac{u_\beta}{L_q} \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

En plus, si le MSAP est tel que $L_d = L_q = L_s$, le modèle se réduit à :

$$\begin{cases} \frac{di_\alpha}{dt} = -\frac{R_s}{L_s} i_\alpha - \frac{1}{L_s} \Phi_f \omega_e \sin \theta_r + \frac{1}{L_s} u_\alpha \\ \frac{di_\beta}{dt} = -\frac{R_s}{L_s} i_\beta + \frac{1}{L_s} \Phi_f \omega_e \cos \theta_r + \frac{1}{L_s} u_\beta \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

Annexe 2 : Démonstration

Il faut démontrer la relation (A.11) :

$$\int_0^{t_1} \frac{df}{dt} K f(t) dt = \frac{K}{2} [f^2(t_1) - f^2(0)] \geq -\gamma_0^2 \quad \text{et} \quad K > 0 \quad (\text{A.11})$$

En utilisant l'intégration par partie, le membre de gauche donne:

$$\begin{aligned} \int_0^{t_1} \frac{df}{dt} K f(t) dt &= K \int_0^{t_1} \frac{df}{dt} f(t) dt \\ &= K \left[f(t) f(t) \Big|_0^{t_1} - \int_0^{t_1} \frac{df}{dt} f(t) dt \right] \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

D'après l'équation (A.12), on obtient :

$$2K \int_0^{t_1} \frac{df}{dt} f(t) dt = K \left[f^2(t) \Big|_0^{t_1} \right] \quad (\text{A.13})$$

Alors :

$$\int_0^{t_1} \frac{df}{dt} K f(t) dt = \frac{K}{2} \left[f^2(t) \Big|_0^{t_1} \right] = \frac{K}{2} [f^2(t_1) - f^2(0)] \quad (\text{A.14})$$

Annexe 3 : Estimation linéaire [22]

Soit Ω l'univers correspondant à une expérience aléatoire. Soit P une probabilité sur Ω . Soit X une variable aléatoire définie sur Ω telle que $X(\Omega)$ soit fini de cardinal n . Notons $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}, \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ l'ensemble $X(\Omega), Y(\Omega)$ respectivement, c'est-à-dire l'ensemble des valeurs prises par X .

Supposons connues les propriétés statistiques des vecteurs aléatoires X et Y :

L'espérance mathématique (moyenne) des variables aléatoires X et Y notés $E(X), E(Y)$ et défini par :

$$\begin{cases} E(X) = m_X = \sum_{i=1}^n P_i x_i \\ E(Y) = m_Y = \sum_{i=1}^n P_i y_i \end{cases} \quad (\text{A.15})$$

La variance des variable X, Y est le nombre, noté $V(X), V(Y)$ et défini par :

$$\begin{cases} V(X) = E[(X - E(X))^2] = E(X^2) - [E(X)]^2 \\ V(Y) = E[(Y - E(Y))^2] = E(Y^2) - [E(Y)]^2 \end{cases} \quad (\text{A.16})$$

La covariance des variable X, Y est le nombre noté $Cov(X, Y)$ et défini par :

$$\begin{cases} Cov(X, X) = E[(X - m_X)(X - m_X)^T] \\ Cov(X, Y) = E[(X - m_X)(Y - m_Y)^T] \\ Cov(Y, Y) = E[(Y - m_Y)(Y - m_Y)^T] \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

On pose :

$$\begin{cases} Cov(X, X) = P_{XX} \\ Cov(X, Y) = P_{XY} \\ Cov(Y, Y) = P_{YY} \end{cases} \quad (\text{A.18})$$

Dans ces relations, $X - m_X = X_c$ et $Y - m_Y = Y_c$ représentent les vecteurs aléatoires centrés. On cherche ici à construire l'estimateur linéaire optimal :

$$\hat{X} = A_0 Y + B_0 \quad (\text{A.19})$$

Minimisant la variance de l'erreur d'estimation $E[\|\hat{X} - AY + B\|^2]$.

On a:

$$E[\|\hat{X} - AY + B\|^2] = \text{trace}\{E[(X_c - AY_c + B_c)(X_c - AY_c + B_c)^T]\} \quad (\text{A.20})$$

Où $B_c = B - m_X + Am_Y$, il vient :

$$E[\|\hat{X} - AY + B\|^2] = \text{trace}[P_{XX} - P_{XY}A^T - AP_{XY}^T + AP_{YY}A^T] + \|B_c\|^2 \quad (\text{A.21})$$

Lorsque P_{YY} est régulière, l'utilisation de l'égalité suivante :

$$\begin{aligned} P_{XX} - P_{XY}A^T - AP_{XY}^T + AP_{YY}A^T \\ = P_{XX} - P_{XY}P_{YY}^{-1}P_{XY}^T + [A - P_{XY}P_{YY}^{-1}]P_{YY}[A - P_{XY}P_{YY}^{-1}]^T \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

Conduit à écrire l'équation (A.21) sous la forme :

$$E \left[\|\hat{X} - AY + B\|^2 \right] = \text{trace}[P_{XX} - P_{XY}P_{YY}^{-1}P_{XY}^T] + \|B_c\|^2 + \text{trace}[[A - P_{XY}P_{YY}^{-1}]P_{YY}[A - P_{XY}P_{YY}^{-1}]^T] \quad (\text{A.23})$$

Cette expression est minimale, si l'on a :

$$\begin{aligned} A &= A_0 = P_{XY}P_{YY}^{-1} \\ B &= B_0 = m_X - P_{XY}P_{YY}^{-1}m_Y \end{aligned}$$

Dans ce cas, l'estimateur linéaire optimal se met sous la forme :

$$\hat{X} = m_X + P_{XY}P_{YY}^{-1}(Y - m_Y) \quad (\text{A.24})$$

Où P_{XY} et P_{YY} sont les matrices de covariance des variables centrées définies en (A.18). La matrice de covariance de l'erreur de d'estimation est alors, d'après (A.23):

$$E \left[(X - \hat{X})(X - \hat{X})^T \right] = P_{XX} - P_{XY}P_{YY}^{-1}P_{XY}^T \quad (\text{A.25})$$

L'estimateur linéaire (A.24), qui minimise a priori la variance d'erreur, possède les propriétés suivantes :

- Il est sans biais. (A.24) conduit directement à $E[(X - \hat{X})] = 0$. Il est à noter que ceci reste vrai pour tout estimateur de la forme $m_X + A(Y - m_Y)$ avec A quelconque ;
- L'erreur d'estimation et la mesure sont non corrélées (cela constitue le principe d'orthogonalité) :

$$\begin{aligned} E[(X - \hat{X})Y^T] &= E[(X - \hat{X})(Y - m_Y)^T] \\ &= E[(X_c - P_{XY}P_{YY}^{-1}Y_c)Y_c^T] \\ &= P_{XY} - P_{XY}P_{YY}^{-1}P_{YY}^T = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

De façon plus générale, l'erreur d'estimation est non corrélée avec toute fonction linéaire de Y , donc en particulier \hat{X} .

Il est possible de montrer également que si un estimateur linéaire vérifie ces deux propriétés alors il minimise la variance d'erreur et on retrouve (A.24). Les relations que l'on vient d'obtenir seront utilisées pour établir les expressions du filtrage linéaire.

Annexe 4 : Démonstration

Le gain optimal est obtenu dans la condition :

$$\frac{\partial J}{\partial K^T} = \frac{\partial \text{Trace}(P_k^*)}{\partial K^T} = 0 \quad (\text{A.27})$$

On va démontrer la relation :

$$\frac{\partial \text{Trace}(P_k^*)}{\partial K^T} = \text{Trace} \left[A_{k-1}^T (-2P_{k-1}^* C^T + 2K_{k-1} (CP_{k-1}^* C^T + R_{k-1})) A_{k-1} \right] \quad (\text{A.28})$$

Avec :

$$\begin{aligned}
 P_k^* &= A_{k-1}P_{k-1}^*A_{k-1}^T + Q_{k-1} \\
 &+ A_{k-1}[-P_{k-1}^*(K_{k-1}C)^T - K_{k-1}C.P_{k-1}^* + K_{k-1}CP_{k-1}^*(K_{k-1}C)^T + K_{k-1}R_{k-1}K_{k-1}^T]A_{k-1}^T
 \end{aligned}
 \tag{A.29}$$

Utilisant la relation suivante:

$$\frac{\partial \text{Trace}(P_k^*)}{\partial K^T} = \text{Trace} \left(\frac{\partial P_k^*}{\partial K} \right)
 \tag{A.30}$$

On note $\text{Tr}(P_k^*)$ la trace de la matrice P_k^*

Donc :

$$\frac{\partial \text{Trace}(P_k^*)}{\partial K^T} = \frac{\partial}{\partial K^T} \text{Trace}(P_k^*) = \frac{\partial}{\partial K^T} \text{Tr}(P_k^*)
 \tag{A.31}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial K^T} \text{Tr}(P_k^*) &= \frac{\partial}{\partial K^T} \text{Tr}(A_{k-1}P_{k-1}^*A_{k-1}^T) + \frac{\partial}{\partial K^T} \text{Tr}(Q_{k-1}) - \frac{\partial}{\partial K^T} \text{Tr}(A_{k-1}P_{k-1}^*(K_{k-1}C)^T A_{k-1}^T) \\
 &- \frac{\partial}{\partial K^T} \text{Tr}(A_{k-1}K_{k-1}C.P_{k-1}^*A_{k-1}^T) + \frac{\partial}{\partial K^T} \text{Tr}(A_{k-1}K_{k-1}CP_{k-1}^*(K_{k-1}C)^T A_{k-1}^T) \\
 &+ \frac{\partial}{\partial K^T} \text{Tr}(A_{k-1}K_{k-1}R_{k-1}K_{k-1}^T A_{k-1}^T)
 \end{aligned}
 \tag{A.32}$$

Par la suite on a :

$$\triangleright \frac{\partial}{\partial K^T} \text{Tr}(A_{k-1}P_{k-1}^*A_{k-1}^T) = \text{Tr} \left[\frac{\partial}{\partial K^T} (A_{k-1}P_{k-1}^*A_{k-1}^T) \right] = 0
 \tag{A.33}$$

$$\triangleright \frac{\partial}{\partial K^T} \text{Tr}(Q_{k-1}) = \text{Tr} \left[\frac{\partial}{\partial K^T} (Q_{k-1}) \right] = 0
 \tag{A.34}$$

$$\begin{aligned}
 \triangleright \frac{\partial}{\partial K^T} \text{Tr}(A_{k-1}P_{k-1}^*(K_{k-1}C)^T A_{k-1}^T) &= \text{Tr} \left[\frac{\partial}{\partial K^T} (A_{k-1}P_{k-1}^*(K_{k-1}C)^T A_{k-1}^T) \right] \\
 &= \text{Tr}(A_{k-1}P_{k-1}^*C^T A_{k-1}^T)
 \end{aligned}
 \tag{A.35}$$

$$\begin{aligned}
 \triangleright \frac{\partial}{\partial K^T} \text{Tr}(A_{k-1}K_{k-1}C.P_{k-1}^*A_{k-1}^T) &= \frac{\partial}{\partial K^T} \text{Tr}(A_{k-1}P_{k-1}^*C^T K_{k-1}^T A_{k-1}^T) \\
 &= \text{Tr}(A_{k-1}P_{k-1}^*C^T A_{k-1}^T)
 \end{aligned}
 \tag{A.36}$$

$$\begin{aligned}
 \triangleright \frac{\partial}{\partial K^T} \text{Tr}(A_{k-1}K_{k-1}C.P_{k-1}^*(K_{k-1}C)^T A_{k-1}^T) &= \text{Tr} \left[\frac{\partial}{\partial K^T} (A_{k-1}K_{k-1}CP_{k-1}^*C^T K_{k-1}^T A_{k-1}^T) \right] \\
 &= \text{Tr}(2.A_{k-1}K_{k-1}CP_{k-1}^*C^T A_{k-1}^T)
 \end{aligned}
 \tag{A.37}$$

$$\begin{aligned}
 \triangleright \frac{\partial}{\partial K^T} \text{Tr}(A_{k-1}K_{k-1}R_{k-1}K_{k-1}^T A_{k-1}^T) &= \text{Tr} \left[\frac{\partial}{\partial K^T} (A_{k-1}K_{k-1}R_{k-1}K_{k-1}^T A_{k-1}^T) \right] \\
 &= \text{Tr}(2.A_{k-1}K_{k-1}R_{k-1}A_{k-1}^T)
 \end{aligned}
 \tag{A.38}$$

D'après les relations (A.33) à (A.38), on a :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \text{Trace}(P_k^*)}{\partial K^T} &= -\text{Tr}(A_{k-1} P_{k-1}^* C^T A_{k-1}^T) - \text{Tr}(A_{k-1} P_{k-1}^* C^T A_{k-1}^T) \\ &\quad + \text{Tr}(2 \cdot A_{k-1} K_{k-1} C P_{k-1}^* C^T A_{k-1}^T) + \text{Tr}(2 \cdot A_{k-1} K_{k-1} R_{k-1} A_{k-1}^T) \end{aligned} \quad (\text{A.39})$$

Ce qui nous permet d'avoir :

$$\frac{\partial \text{Trace}(P_k^*)}{\partial K^T} = \text{Tr} \left[A_{k-1}^T (-2P_{k-1}^* C^T + 2K_{k-1} (C P_{k-1}^* C^T + R_{k-1})) A_{k-1} \right] \quad (\text{A.40})$$

Annexe 5 : Démonstration

On va démontrer la relation :

$$P_k = P_k^* - P_k^* C^T [C P_k^* C^T + R_k]^{-1} C P_k^* = [I - K_k C] P_k^* \quad (\text{A.41})$$

On a d'après les relations (5.6) et (5.7):

$$e_k = x_k - \hat{x}_k = e_k^* - K_k (y_k - C \hat{x}_k^*) = e_k^* - K_k C e_k^* - K_k v_k \quad (\text{A.42})$$

Alors ;

$$\begin{aligned} P_k &= E[e_k e_k^T] \\ &= P_k^* - P_k^* C^T K_k^T - K_k C \cdot P_k^* + K_k C \cdot P_k^* C^T K_k^T + K_k R_{k-1} K_k^T \end{aligned} \quad (\text{A.43})$$

Comme on d'après la relation (5.17) le gain optimal qui donner par :

$$K_k = P_k^* C^T (C P_k^* C^T + R_k)^{-1} \quad (\text{A.44})$$

En remplaçant (A.44) dans (A.43) on obtient :

$$\begin{aligned} P_k &= P_k^* - P_k^* C^T [C P_k^* C^T + R_k]^{-1} C P_k^* \\ &= P_k^* - K_k C P_k^* \\ &= [I - K_k C] P_k^* \end{aligned} \quad (\text{A.45})$$



REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] **KADDOURI Azeddine**, « Etude d'une commande non-linéaire adaptative d'une machine synchrone à aimants permanents », thèse du grade de Philosophia Doctor (Ph.D.), Département de génie électrique et de génie informatique, faculté des sciences et de génie, université Laval (QUEBEC), Novembre 2000.
- [2] **Tahar TOUDJA**, « Commande non linéaire robuste d'un moteur synchrone à aimant permanent », thèse magister en électrotechnique, Ecole Nationale Polytechnique- Alger, 2008.
- [3] **TLEMÇANI Abdelhalim**, « Contribution à l'application des commandes adaptatives par les systèmes flous à une machine synchrone à aimants permanents alimentée par un convertisseur multicellulaire série », Thèse de doctorat de l'Ecole National Polytechnique d'Alger, 2007.
- [4] **Hamza AMROUS**, « Commandes adaptatives d'une machine synchrone a aimants permanents », Mémoire de Magister en automatique, Ecole Nationale Polytechnique, 2006.
- [5] **C. OGAB, M. BELARBI, K. HADDOUCHE**, « Commande adaptative d'une machine Synchrone à aimants permanents autopilotée », 3ème Conférence sur le Génie Électrique CGE'03, E. M. P., Bourdj El Bahri (Alger) – Algérie, 15-16 Février 2004.
- [6] **M. Sebba, A.Chaker, Y. Meslem, S. Hassaine**, « commande en vitesse du moteur synchrone à aimants permanents dotée d'un observateur d'état de Luenberger », 4th International Conference on Computer Integrated Manufacturing CIP'2007, 03-04 November 2007.
- [7] **WISAMA KHALIL, ETIENNE DOMBRE**, « Modélisation, Identification et Commande des robots », 2^{ème} édition, Hermes Science Publications, Paris, 1999.
- [8] **ALMA Merouane, ATIK Baziz**, « Commande à base des observateurs d'état non linéaires d'un simulateur d'hélicoptère », Mémoire de fin d'étude en automatique, Ecole Nationale Polytechnique, 2006.
- [9] **SAIAD A**, « Commande à structure variable d'un système d'entraînement Electrique », Mémoire de magister en automatique, université de Batna, 2002.

- [10] **Bayram TOUNSI**, «Etude comparative de groupes électrogènes embarqués à large gamme de vitesse variable associant machines à aimants permanents et conversion statique », Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Toulouse, 2006.
- [11] **B. N. MOBARAKEH**, « Commande vectorielle sans capteur mécanique des machines synchrones a aimants : méthodes, convergence, robustesse, identification "en ligne" des paramètres », Thèse de doctorat de L'Institut National Polytechnique de Lorraine, Spécialité : Génie Electrique, 2001.
- [12] **Ilioudis Vasilios C, Margaris Nikolaos I**, « PMSM sliding mode observer for Speed and position estimation using modified back EMF». 2008 13th International Power Electronics and Motion Control Conference (EPE-PEMC 2008)
- [13] **K. PAPONPEN, M. KONGHIRUN**, « An improved sliding mode observer for speed sensorless vector control drive of PMSM », Département de Génie Electrique, Université de King Mongkut, Bangkok, Thailand , IPERC 2006
- [14] **Antti Piippo**, « Analysis of an adaptive observer for sensorless control of interior permanent magnet synchronous motors», IEEE transactions on industrial electronics, vol. 55, no. 2, february 2008.
- [15] **XIAO Xi, LI Yongdong, ZHANG Meng, LIANG Yan**, « A sensorless control based on MRAS method in interior permanent magnet machine drive », The Department of Electrical Engineering and Applied Electronics ,Tsinghua University, Beijing, China, 2005
- [16] **JEMAA Brahma, KRICHEN Lotfi, OUALI Abderrazak**, « A comparative study between three sensorless control strategies for PMSG in wind energy conversion system », Advanced Control and Energy Management Research Unit ENIS, Department of Electrical Engineering, University of Sfax, Tunisia, 2009
- [17] **KANG Jinsong, ZENG Xiangyun**, « Study of position sensorless control of PMSM based on MRAS », Department of Electrical Engineering, Tongji University, Shanghai, China. ICIT 09 Proceedings of the 2009 IEEE International Conference on Industrial Technology.

- [18] **Erik ETIEN, Claude CHAIGNE**, « Observateurs adaptatifs pour la commande sans capteur des machines asynchrones : analyse de stabilité », Université de Poitiers, JUIN 2009.
- [19] **A. TITAOUINE**, « commande d'une machine synchrone a aimants permanents et estimation de ces paramètres en utilisant le filtre de Kalman étendu », Laboratoire LMSE, Université Biskra, B. P 145 Biskra, Algérie, Courrier du Savoir – N°07, Décembre 2006.
- [20] **ZHENG Zedong**, «Commande à haute performance et sans capteur mécanique du moteur synchrone à aimants permanents », Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Toulouse, 2008.
- [21] **BENFERDIA. A**, « Commande non linéaire d'un moteur synchrone à aimants permanents ». Mémoire de magister, Option machines électriques, université de Batna, 2006.
- [22] **Frédéric Rotella**, « Filtrage Optimal », cours de l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tarbes. (www.clubeea.org/documents/mediatheque/filtrekalman.pdf)