



Département de l'Automatique
Laboratoire de Commande des Processus

THESE de Doctorat en Sciences
en Automatique

**Commande des robots redondants
industriels avec évitement d'obstacles
fixes**

Messaouda BENZAOUI

Sous la direction de H. CHEKIREB Professeur
M. TADJINE Professeur

Présentée et soutenue publiquement le 13 /05/ 2018

Composition du Jury :

F. BOUDJEMA	Professeur à l'ENP	Président
H. CHEKIREB	Professeur à l'ENP	Rapporteur
M.TADJINE	Professeur à l'ENP	Rapporteur
R.ILOUL	MCA à l'ENP	Examineur
N.BALI	Professeur à l'USTHB	Examineur
N.OUADAH	Maître de Recherche (CDTA)	Examineur
A.NEMRA	MCA à l'EMP	Examineur

ENP 2018

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Ecole Nationale Polytechnique



Département de l'Automatique
Laboratoire de Commande des Processus

THESE de Doctorat en Sciences
en Automatique

Commande des robots redondants industriels avec évitement d'obstacles fixes

Messaouda BENZAOUI

Sous la direction de H. CHEKIREB Professeur
M. TADJINE Professeur

Présentée et soutenue publiquement le 13 /05/ 2018

Composition du Jury :

F. BOUDJEMA	Professeur à l'ENP	Président
H. CHEKIREB	Professeur à l'ENP	Rapporteur
M. TADJINE	Professeur à l'ENP	Rapporteur
R. ILLOUL	MCA à l'ENP	Examineur
N. BALI	Professeur à l'USTHB	Examineur
N. OUADAH	Maître de Recherche (CDTA)	Examineur
A. NEMRA	MCA à l'EMP	Examineur

ENP 2018

Dédicace

*Aux victimes du cancer
Qui ont vécu sa souffrance ...
Les mythes de son ère
Aux héros de sa patience...
Particulièrement à elle
A la mémoire de ma mère*

Remerciements

Mes plus profonds remerciements vont naturellement à mes directeurs de thèse **Hachemi CHEKIREB** et **Mohamed TADJINE** pour avoir accepté mon encadrement, proposé ce thème et pour m'avoir dirigé durant ce travail de recherche. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma reconnaissance à l'égard de tous les efforts qu'ils ont fournis, de la patience qu'ils m'ont montrée tout au long de ces années. Leurs conseils et leurs commentaires durant la phase de rédaction, ont été pour moi d'un grand secours et m'ont permis de présenter le manuscrit de la thèse sous cette forme finale. Je remercie tout spécialement **Hachemi CHEKIREB** pour son écoute et son attention qui ont été bien nécessaires pour la réalisation de ce travail.

Je remercie également, les membres du jury et surtout les rapporteurs de m'avoir fait l'honneur d'accepter la présidence de ce Jury.

Mon père, mes frères, mes sœurs et mon mari, sont particulièrement remerciés pour leurs encouragements et leur soutien permanent.

الملخص:

العمل المقدم في هذه الأطروحة يتعلق بالتحكم في الروبوتات الصناعية المسهبة مع تجنب العقبات ثابتة. تقدم هذه المسألة مشكلتين مهمتين: الحلول الحركية شبه المعكوسة للروبوتات المسهبة وإجراء تجنب العقبات ثابتة. لحل المشكلة الأولى التي استغلت طريقة الحركية العكسية. وعلاوة على ذلك، فقد أدركنا تجنب العقبات ثابتة من خلال استغلال من جهة، طريقتين من المستعمله في البحوث السابقة: قوة الدفع الإصطناعية و عزم الدف الإصطناعي. من ناحية أخرى، اقترحنا طريقة تقوم السرعة الدفع الإصطناعية. نفذت إجراءات تجنب عقبة بالتزامن مع تحكم عن طريق الإنزلاق و تحكم غامض مكيف لروبوت صناعي. ويمثل هذا الأخير من قبل النموذج اللامركزي المباشر أو معكوس. وبالإضافة إلى ذلك، نفذت عن طريق المحاكاة العددية، في حالة الروبوت الصناعي "PUMA 560" قوانين مراقبة مدرجة في دورة واحدة من ثلاثة إجراءات تجنب عقبة، سمح لنا للتحقق جدواها و تقييم أدائها.

الكلمات الدالة

الروبوت المسهب، تجنب العقبات، الحلول الحركية شبه المعكوسة، الحدود قوة الدفع الإصطناعية، عزم الدفع الإصطناعي، السرعة الدفع الإصطناعية.

Abstract

The work presented in this thesis concerns the control of redundant industrial robots with avoidance of fixed obstacles. This problem presents two serious difficulties: the inverse kinematics of the redundant robots and the procedure of fixed obstacles avoidance. For the solution of the first problem, we have exploited the pseudo-inverse method. Moreover, the fixed obstacles avoidance has been concretized by exploiting, on the one hand, two methods resulting from the specialized literature: repulsive forces and repulsive couples. On the other hand, we have proposed a method based on Repulsive velocity. These obstacle avoidance procedures are considered in conjunction with control of an industrial robot by sliding modes and by adaptive fuzzy systems. Besides, the industrial robot is represented by a direct or inverse decentralized model. Moreover, the numerical simulation, in the case of the industrial robot "PUMA 560", of the control laws incorporating in turn one of the three obstacle avoidance procedures, enabled us to verify their feasibility and evaluate their performance.

Key words: Redundant robot, PUMA 560, Obstacle avoidance, Pseudo-inverse, Repulsive forces, Repulsive torques, Repulsive velocity.

Résumé :

Le travail présenté dans cette thèse concerne la commande des robots industriels redondants avec évitement d'obstacles fixes. Cette problématique présente deux sérieuses difficultés : la cinématique inverse des robots redondants et la procédure d'évitement d'obstacles fixes. Pour la solution du premier problème nous avons exploité la méthode du pseudo-inverse. Par ailleurs, l'évitement d'obstacles fixes a été concrétisé en exploitant d'une part deux méthodes issues de la littérature spécialisée : celle des forces répulsives et celle des couples répulsifs. D'autre part, nous avons proposé une méthode basée sur les vitesses répulsives. Ces procédures d'évitement d'obstacles sont considérées en concomitance avec la commande par les modes glissants et par les systèmes flous adaptatifs d'un robot industriel. Ce dernier est représenté par un modèle décentralisé directe ou inverse. En outre, la mise en œuvre par simulation numérique, dans le cas du robot industriel « PUMA 560 », des lois de commande incorporant tour à tour une des trois procédures d'évitement d'obstacle, nous a permis de vérifier leur faisabilité et d'évaluer leurs performances.

Mots clé : Robot redondant, PUMA 560, Evitement d'obstacles, Pseudo-inverse, Forces répulsives, Couples répulsifs, vitesses répulsives.

TABLE DES MATIÈRES

Table des matières

Listes des tableaux et des Figures

Liste des sigles

Introduction générale	16
Chapitre 1: Quelques éléments sur les robots industriels	20
1. <i>Structure des robots industriels</i>	21
2. <i>Robots Redondants</i>	22
2.1 Définitions	23
3. <i>Modèle Géométrique des robots manipulateurs industriels</i>	24
3.1 Modèle Géométrique Direct (MGD)	24
3.2 Modèle Géométrique Inverse (MGI).....	25
4. <i>Modèle Cinématique des robots manipulateurs industriels</i>	25
4.1 Modèle Cinématique Direct (MCD)	25
4.2 Modèle Cinématique Inverse (MCI)	26
5. <i>Cinématique Inverse des Robots Manipulateurs Redondants</i>	26
5.1 Méthodes de l'Inverse Généralisé	27
5.2 Méthodes du Jacobien Etendu	28
5.3 Méthodes basées sur l'apprentissage	28
6. <i>Méthodes de base pour l'évitement d'obstacles</i>	29
Théorème de JOHN-LOEWNER	31
7. <i>Quelques Application des Robots Redondants</i>	31
7.1 Avantages de l'Automouvement	31
7.2 Domaine d'Application des Robots Redondants	32
8. <i>Conclusion</i>	33
Chapitre 2: Etat de l'art et position du problème	34
1. <i>Etat de l'Art relatif à la Commande des Robots Redondants avec Evitement d'Obstacles</i>	35
1.1 Etat de l'art relatif au calcul de la cinématique inverse des robots redondants	35
1.2 Etat de l'art relatif à l'évitement des contraintes via la redondance	35
1.3 Etat de l'art relatif à la Commande des Robots Redondants	39
2. <i>Position du problème</i>	39
3. <i>Modèles Dynamiques des Robots industriels</i>	40
3.1 Modèle Dynamique Centralisé	40

3.2	Modèle Dynamique Inverse Décentralisé	41
3.3	Modèle Dynamique Direct Décentralisé	42
4.	Essais à Effectuer en Simulation	42
5.	<i>Conclusion</i>	47
Chapitre 3: Evitement d'obstacle		48
1.	<i>Évitement d'obstacles par la méthode des forces répulsives</i>	49
1.1	Développement de la méthode	49
1.2	Application au PUMA 560	52
2.	<i>Évitement d'obstacles par la méthode des couples répulsifs</i>	57
2.1	Développement de la méthode	57
2.1.1	Distance minimale entre un point et un ellipsoïde	57
2.1.2	Distance minimale entre une paire d'ellipsoïdes	61
2.2	Application au PUMA 560	64
3.	<i>Méthode basée sur les vitesses répulsives</i>	68
3.1	Développement de la méthode	68
3.2	Application au PUMA 560	72
4.	<i>Conclusion</i>	75
Chapitre 4: Commande par les modes glissants		76
1.	<i>Lois CMG basées sur le Modèle Dynamique Inverse (CMG-MDI)</i>	78
1.1	Cas ou les fonctions $f_i(X_i)$ et $g_i(X_i)$ sont inconnues	78
1.2	Cas ou les paramètres nominaux du système sont connus (GMG-MDI1)	80
1.3	Lois CMG avec ajout d'un Terme Adaptatif (GMG-MDI2)	83
1.4	Simulation des lois CMG basée sur le Modèle Dynamique Inverse	85
1.4.1	Simulations dans le Cas de la CGM sans terme adaptatif (CMG-MDI.1)	86
a)	Résultats des Simulations	86
b)	Analyse des résultats	89
1.4.2	Simulation dans le Cas de la CMG-MDI2	90
a)	Résultats des Simulations	90
b)	Analyse des résultats	93
2.	<i>Lois CMG basées sur le Modèle Dynamique Directe (CMG-MDD)</i>	93
2.1	Cas ou les fonctions $F_i(X_i)$ et $G_i(X_i)$ sont inconnues	94
2.2	Cas ou les paramètres nominaux du système sont connus (CMG-MDD1)	94
2.3	Lois CMG avec Ajout d'un Terme Adaptatif (CMG-MDD2)	97

2.4 Simulation des lois CMG basée sur le Modèle Dynamique Direct (CMG-MDD).....	99
2.4.1 Simulation dans le cas de la CMG-MDD1	99
a) Résultats des Simulations.....	99
b) Analyse des résultats	100
2.4.2 Simulation dans le cas de la CMG-MDD2	103
a) Résultats des Simulations.....	103
b) Analyse des résultats	106
3. Conclusion	107
Chapitre 5: Commande des robots redondants à dynamique mal connue ou inconnue	108
1. Commande Adaptative Floue basées sur le Modèle Dynamique Inverse (CASIF1)	110
1.1 Développement de la Loi CASIF1	110
1.2 Simulation de la loi CASIF1.....	113
a) Résultats des Simulations.....	113
b) Analyse des résultats	117
2. Commande Adaptative Floue basée sur le Modèle Dynamique Direct (CASIF2)	117
2.1 Cas idéal	118
2.2 Développement de la Loi CASIF2	118
2.3 Simulation de la loi CASIF2.....	123
a) Résultats des Simulations.....	123
b) Analyse des résultats	126
3. Conclusion	127
Conclusion Générale	128
Références bibliographiques	131
Annexes	137
Annexe 1: les transformations homogènes du robot étudié	138
Annexe 2: Le modèle géométrique inverse du robot étudié	140
Annexe 3: les éléments de la matrice du robot étudié	141
Annexe 4: Le modèle dynamique décentralisé du robot étudié	143

**LISTES DES TABLEAUX ET
DES FIGURES**

Liste des tableaux

2.1 Erreurs maximales de poursuite cas couple calculé	46
2.2 Valeurs maximales des couples (N.m) cas couple calculé	46
4.1 Erreurs maximales de poursuite cas de la CMG-MDI1	86
4.2 Valeurs maximales des couples (N.m) pour la CMG-MDI1	89
4.3 Erreurs maximales de poursuite pour la CMG-MDI2	90
4.4 Valeurs maximales des couples (N.m) pour la CMG-MDI2	90
4.5 Erreurs maximales de poursuite pour la CMG-MDD1	100
4.6 Valeurs maximales des couples (N.m) pour la CMG-MDD1	100
4.7 Erreurs maximales de poursuite pour la CMG-MDD2	103
4.8 Valeurs maximales des couples (N.m) pour la CMG-MDD2	103
5.1 Erreurs maximales de poursuite pour la CASIF1	114
5.2 Valeurs maximales des couples (N.m) pour la CASIF1	114
5.3 Erreurs maximales de poursuite pour la CASIF2	123
5.4 Valeurs maximales des couples (N.m) pour la CASIF2	123

LISTE DES FIGURES

1.1. Articulation prismatique, rotoïde et rotule respectivement de gauche à droite	21
1.2 Structure d'un robot manipulateur industriel à 6DOF	21
1.3 Robots manipulateurs industriels effectuant des tâches opérationnelles	21
1.4 Paramètres d'Euler, paramètres RTL et les quaternions respectivement	24
1.5 Ellipsoïde de Löwner-John	30
2.1 Robot PUMA560 : vue en 3D	43
2.2 Robot PUMA560 : vue de coupe verticale et transversale	43
2.3 Schéma de la commande par couple calculé	44
2.4 Trajectoire désirée de l'effecteur	45
2.5 Trajectoire des paramètres d'orientation désirée de l'effecteur	46
2.6 Commande par couple calculé sans évitement d'obstacle	46
3.1 Schéma de base pour la méthode des forces répulsives	49
3.2 Enveloppement virtuel d'une liaison i et d'un obstacle	58
3.3 Détermination de la distance minimale liaison obstacle application du théorème	58
3.4 Recherche de distance minimale liaison i et d'un obstacle	63
3.5 Coupes d'un ellipsoïde	64
3.6 Distance liaison-obstacle dans l'espace	69
4.1 Schéma de la commande MG avec Tâche secondaire : cas de la 1 ^{er} ou 2 ^{ème} méthode	77
4.2 Commande MG avec automouvement : la 3 ^{ème} méthode	77
4.3 CMG-MDI1 sans évitement d'obstacle	87
4.4 CMG-MDI1 avec évitement d'obstacles basé sur la méthode des forces répulsives	87
4.5 CMG-MDI1 avec évitement d'obstacles basé sur la méthode des couples répulsifs	88
4.6 CMG-MDI1 avec évitement d'obstacles basé sur la méthode des vitesses répulsives	88
4.7 Distances D_2 et D_3 en fonction des 3 procédures pour la CMG-MDI1	89
4.8 CMG-MDI2 sans évitement d'obstacle	91
4.9 CMG-MDI2 avec évitement d'obstacles basé sur la méthode des forces répulsives	91
4.10 CMG-MDI2 avec évitement d'obstacle basé sur la méthode des couples répulsifs	92
4.11 CMG-MDI2 avec évitement d'obstacles basé sur la méthode des vitesses répulsives	92
4.12 Distances en fonction des 3 procédures pour la CMG-MDI2	93
4.13 CMG-MDD1 sans évitement d'obstacles	101
4.14 CMG-MDD1 avec évitement d'obstacles basé sur la méthode des forces répulsives	101

4.15 CMG-MDD1 avec évitement d'obstacles basé sur la méthode des couples répulsifs	102
4.16 CMG-MDD1 avec évitement d'obstacles basé sur la méthode des vitesses répulsives	102
4.17 Distances en fonction de la procédure d'évitement d'obstacles pour la CMG-MDD1	103
4.18 CMG-MDD2 sans évitement d'obstacles	104
4.19 CMG-MDD2 avec évitement d'obstacles basé sur la méthode des forces répulsives	104
4.20 CMG-MDD2 avec évitement d'obstacle basé sur la méthode des couples répulsifs	105
4.21 CMG-MDD2 avec évitement d'obstacles basé sur la méthode des vitesses répulsives	105
4.22 Distances en fonction de la procédure d'évitement d'obstacles pour la CMG-MDD2	106
5.1 Schéma de la commande CASIF avec Tâche secondaire : cas de la 1 ^{er} ou 2 ^{ème} méthodes	109
5.2 Schéma de la commande CASIF avec automouvement : la 3 ^{ème} méthode	109
5.3 CASIF1 sans évitement d'obstacle	115
5.4 CASIF1 avec évitement d'obstacles basé sur la méthode des forces répulsives	115
5.5 CASIF1 avec évitement d'obstacles basé sur la méthode des Couples répulsifs	116
5.6 CASIF1 avec évitement d'obstacles basé sur la méthode des vitesses répulsives	116
5.7 Distances en fonction de la procédure d'évitement d'obstacles pour la CASIF1	117
5.8 CASIF2 sans évitement d'obstacle	124
5.9 CASIF2 avec évitement d'obstacle basé sur la méthode des forces répulsives	124
5.10 CASIF2 avec évitement d'obstacle basé sur la méthode des couples répulsifs	125
5.11 CASIF2 avec évitement d'obstacle basé sur la méthode des vitesses répulsives	125
5.12 Distances en fonction de la procédure d'évitement d'obstacles pour la CASIF2	126

LISTE DES SIGLES

NOTATIONS

A	Matrice d'inertie du robot
${}_{i+1}^i A$	Matrice d'orientation du repère $i+1$ par rapport au repère i
A_{ell}	Matrice caractéristique d'un ellipsoïde
B	Vecteur des forces de Coriolis
C	Vecteur des forces centrifuges
D_i	Fonction scalaire de distance entre obstacle et une liaison i
F	Vecteur des forces de frottement
$f_i(X_i), F_i(X_i)$	Fonctions décentralisées : liant la variable $x_i^{(r_i)}$ à la $i^{\text{ème}}$ commande u_i
$\vec{F}_{ob,i}$	force découplée agissant à l'articulation i
G	Vecteur des forces gravitationnelles
$G_i(X_i), g_i(X_i)$	fonction dépendant uniquement de X_i
h	critère d'optimisation de la tâche secondaire.
∇h	le gradient de h
J	le jacobéen
J^+	Pseudo inverse du jacobéen
${}_{i+1}^i P$	Matrice de positionnement du repère $i+1$ par rapport au repère i
q	Position articulaire ou variable articulaire du robot
\dot{q}_s	Le vecteur dû à la tâche secondaire (automouvement)
\mathfrak{R}	Ensemble des nombres réels
$R_i(X_{a,i}), r_i(X_{a,i})$	Fonctions d'états contenant les termes d'interconnexion
(O, x, y, z)	Repère dans en 3D
S	Surface de glissement

s	Equation décrivant la surface de glissement
${}^i T_{i+1}$	T transformation homogène
τ_i	$i^{\text{ème}}$ couple actionneur
u	Vecteur de commande
X_{op}	variable ou vecteur de coordonnées opérationnelles de l'effecteur
$(X_{op})_d$	position opérationnel désirée de l'effecteur
x_i	Variable d'état
X_i	Vecteur d'état
\dot{X}_{op}, \dot{q}	vitesse opérationnel et articulaire
$X_{op,cr}$	le point critique
$X_{ob}, x_{ob}, y_{ob}, z_{ob}$	Coordonnées de l'obstacle

ABREVIATIONS

DOF	degré de liberté du robot
DH	Les paramètres de Denavit-Hartenberg
MGD	Modèle Géométrique Direct
MCD	Modèle Cinématique Direct
CMG	Commande en Mode Glissant
CASIF	Commande Adaptative avec Systèmes d'Inférence Floue

INTRODUCTION GÉNÉRALE

INTRODUCTION GÉNÉRALE

La redondance cinématique est une caractéristique importante en robotique. Elle est peut être inspirée de la morphologie et de la structure du corps humain : ainsi, l'existence de deux bras où chaque bras se termine par une main à cinq doigts et chaque doigt est doté de trois articulations... confère une redondance indéniable à la structure du corps humain. Cette redondance permet à l'être humain d'effectuer la même tâche via différentes configurations de cette structure du corps et donc elle confère une grande souplesse de la structure vis-à-vis de la réalisation de la tâche.

Par ailleurs, on considère qu'un robot est redondant lorsque sa structure possède plus de degrés de liberté qu'il lui en faut pour que son effecteur puisse réaliser une tâche dans son espace opérationnel [Con97, Bai85]. Ces degrés de libertés supplémentaires définissent aussi le degré de redondance. Il est bien établi que la redondance permet d'attribuer à la structure une augmentation de la robustesse et une amélioration de la fiabilité [Hol85, Kha01].

Du fait que le modèle géométrique inverse d'une structure redondante admet une infinité de configurations articulaires, les chercheurs en robotique ont proposé d'exploiter cette particularité du robot pour lui faire réaliser des tâches secondaires en plus de la tâche principale que doit réaliser l'effecteur. Ces tâches secondaires sont généralement exprimées sous forme de contraintes à satisfaire telles que l'éloignement des butés articulaires, l'éloignement des positions singulières, l'évitement d'obstacles ou encore la minimisation des couples articulaires [Kha86, Dub88, Chia90, Kim02, Fla12] etc.

Cependant, la maîtrise de ses robots redondants pose deux laborieux problèmes. Le premier concerne la détermination de sa cinématique inverse qui admet une infinité de solutions et le deuxième est relatif à l'exploitation de cette redondance pour réaliser la tâche secondaire.

En ce qui concerne la détermination de la cinématique inverse, on trouve principalement la méthode de l'inverse généralisé proposée par Moore-Penrose qui est valide pour le cas régulier, singulier ou redondant [Klei83]. Cependant, les solutions dans l'espace articulaire obtenues par cette méthode souffrent de l'inconvénient majeur d'une perte de cyclicité. Par contre, les méthodes de jacobien étendu conduisent à une solution cyclique dans l'espace opérationnel mais ils peuvent présenter des singularités algorithmiques non évitables [Klei83, Bak88, Par13]. Face à ces méthodes analytiques, on retrouve aussi les méthodes basées sur les solutions numériques telles que la méthode de Gauss-Newton ou la méthode de Levenberg-Marquardt [Sug11]. En outre, il est possible d'exploiter les réseaux de neurones pour obtenir une solution par apprentissage [Yun13, Mel14]. Néanmoins, ces méthodes peuvent exiger des

centaines d'itérations consommant un temps de calcul non compatible avec une commande en temps réel. Pour résoudre ce problème, il est possible d'accélérer ces algorithmes en les hybridant à des méthodes d'optimisation numérique [Öfj13].

Dans notre cas, la tâche secondaire, à effectuer par le robot, est relative à l'évitement d'obstacle. Pour ce point, les méthodes concernant la question de l'évitement d'obstacles par les robots industriels sont nombreuses et la plus courante est celle basée sur le champ de potentiel artificiel [Kha86]. Comme le robot est redondant, il est possible d'utiliser la technique de l'automouvement pour réaliser l'évitement d'obstacles par les articulations du robot. L'automouvement est un mouvement des articulations du robot défini dans l'espace noyau de sa matrice Jacobienne. Donc, ce mouvement affecte la trajectoire des articulations mais il n'a aucune influence sur le mouvement de l'effecteur. Généralement, la contrainte à satisfaire est explicitée sous forme d'une fonction scalaire définie positive. La solution de la cinématique inverse par la méthode de l'inverse généralisé avec optimisation comprend un terme relatif à l'automouvement lequel est issu de la projection du gradient de la fonction scalaire le long des axes de coordonnées de l'espace noyau [Duy12]. De ce fait, l'automouvement obtenu peut se faire dans le sens d'une maximisation ou d'une minimisation de cette fonction scalaire [Kan11, Yun12].

La recherche dans le domaine a permis de dégager différentes solutions pour déterminer la fonction scalaire satisfaisant le problème de l'évitement d'obstacles. On peut citer, la méthode basée sur les forces répulsives [Kha86], sur les couples répulsifs [Chen15, Rim97] et les méthodes exploitant la vitesse de noyaux de J [Ben02]. Ces dernières méthodes présentent une charge de calcul beaucoup plus réduite que les deux méthodes précédentes cependant, le plus souvent elles sont développées pour le cas d'un espace 2D. Pour notre part, nous avons proposé une méthode de vitesses répulsives qui peut être facilement exploitée dans l'espace 3D et exigeant peu de paramètres.

Par ailleurs, la plupart des techniques de commande développées en automatique de l'ingénieur utilisent les robots comme un benchmark donc on retrouve :

- les commandes non linéaires synthétisées en tant que système MIMO [Slo91, Ioan96, Rao12] ;
- l'approche par le bouclage linéarisant [Fei05, Isi95, Krs04, Yim93] ;
- la commande décentralisée [Rao12, Jia99] ;
- les commandes intelligentes [Min08] ;
- la commande floue adaptative décentralisée [Yao98] ;

▪ l'apprentissage par les techniques classiques de régression [Atk97, Ras06, Sch02, Nak08].

Par contre, très peu de travaux sont consacrés à la fois à la question de la commande des robots redondants et dans le contexte de l'évitement d'obstacle. En effet, on retrouve le plus souvent la méthode du couple calculé et quelques autres méthodes telles que : les méthodes d'apprentissages par les réseaux de neurones artificielles [Omr07, Mel14], les méthodes adaptatives robustes [col95, Ioa96], retour d'état [Krs04, Fei05]. Pour notre part, nous exploitons la technique des modes glissants connue pour sa robustesse vis à vis des perturbations et des dérives paramétriques de plus, nous exploitons également les systèmes flous adaptatifs pouvant se passer de la connaissance du modèle du système.

Pour ce faire, le thème de cette thèse est traité en cinq chapitres.

Dans le premier chapitre, nous présentons des généralités sur les robots redondants. Tout d'abord, nous entamons cette présentation par les éléments théoriques de base relatifs aux robots industriels : MGD, MGI, MCD, MCI. Par la suite, nous définissons en quoi consiste la redondance et nous présentons les méthodes traitant de la cinématique inverse des robots redondants. Par la suite, nous exposons quelques techniques permettant de réaliser la tâche secondaire relative à l'évitement d'obstacle. Nous terminons ce chapitre par citer quelques applications des robots redondants dans le contexte industriel.

Le deuxième chapitre de la thèse est consacré à l'état de l'art et à la problématique étudiée dans cette thèse. Donc, nous présentons une analyse bibliographique non exhaustive relative aux techniques récentes consacrées à :

- la détermination de la cinématique inverse d'un robot redondant ;
- l'évitement d'obstacle pour les robots manipulateur redondants ;
- la commande des robots redondants avec évitement d'obstacles.

De plus, nous allons éclaircir en quoi consiste notre apport dans le cadre de cette thèse.

Le troisième chapitre traite de la détermination de critères de l'évitement d'obstacle. Pour cette question, trois stratégies de calcul sont alors considérées. Les deux premières méthodes, issues de la littérature technique dans le domaine, sont basées sur les forces répulsives ou sur les couples répulsifs. Par contre, la troisième méthode, basée sur les vitesses articulaires de l'automouvement, est développée par nous-mêmes.

Au quatrième chapitre, nous établissons des lois de commande décentralisées par la technique des modes glissants pour un robot redondant ou non. Ces lois seront déterminées en se basant d'une part sur le modèle décentralisé direct et d'autre part sur le modèle décentralisé inverse. Pour chaque loi de commande des simulations seront effectuées en considérant un robot

Introduction générale

ayant un degré de redondance où l'évitement d'obstacle est déterminé en exploitant les trois méthodes exposées au chapitre 3.

Le chapitre 5 traite de la commande adaptative floue décentralisé des robots redondants. La démarche adoptée au chapitre 4 est reconduite au chapitre 5.

Une conclusion résume les méthodes utilisées et rassemble l'essentiel des résultats obtenus dans le cadre de cette thèse. De plus, quelques perspectives sont exposées en guise de continuité de ce travail.

CHAPITRE 1
QUELQUES ÉLÉMENTS SUR
LES ROBOTS INDUSTRIELS

Ce chapitre introduit quelques éléments théoriques relatifs au contexte de la commande des robots redondants avec évitement d'obstacles. Nous présentons succinctement quelques notions relatives au modèle géométrique direct et inverse, au modèle cinématique directe et inverse et aux techniques d'évitement d'obstacle. Cependant, une attention particulière est réservée au calcul du modèle inverse des robots redondants. En outre, il sera explicité la méthode d'exploitation de l'automouvement pour assurer l'exécution d'une tâche secondaire par le robot.

1 Structure des robots manipulateurs industriels

Les robots manipulateurs sont constitués par un assemblage de liaisons lesquelles sont attachées par des articulations. Une articulation, rotoïde ou prismatique, entre deux liaisons assure le plus souvent un mouvement de rotation ou de translation d'une liaison par rapport à une autre autour ou le long d'un axe articulaire (Fig.1.1). Dans ce cas, chaque articulation assure un degré de mobilité. En outre, il existe des articulations à plusieurs degrés de mobilité mais, le plus souvent elles sont réalisées par l'assemblage de plusieurs articulations à un seul degré de mobilité (articulation rotule Fig.1.1).



Fig.1.1 : Articulation prismatique, rotoïde et rotule respectivement de gauche à droite

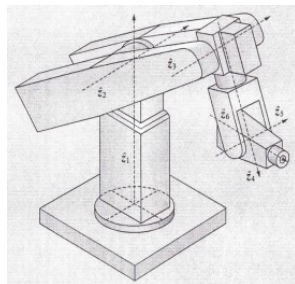


Fig.1.2 structure d'un robot manipulateur industriel à 6DOF

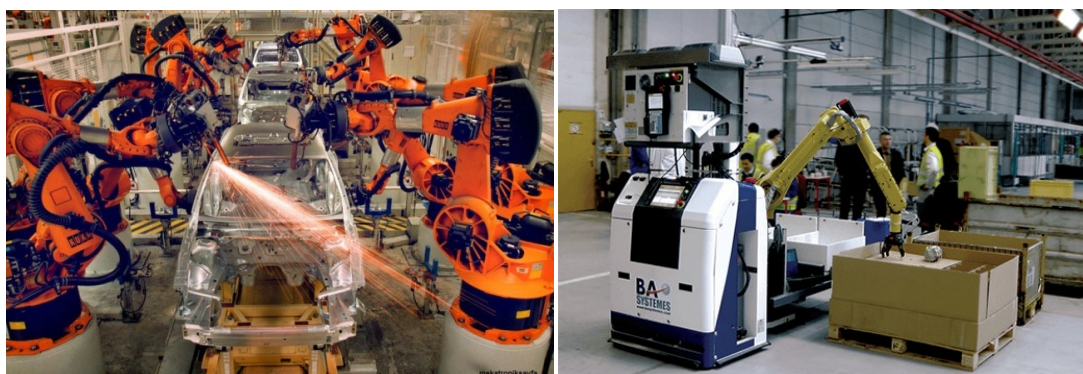


Fig.1.3 Robots manipulateurs industriels effectuant des tâches opérationnelles

La structure, de la plupart des robots manipulateurs industriels du type série, est équipée d'un poignet rotule et leur espace de configuration est à six degrés de liberté (Fig.1.2). Dans ce cas, les trois premiers axes articulaires, appelés axes majeurs, constituent le porteur du robot et déterminent la position de l'élément terminal. En outre, le 4ème, 5ème et 6ème axe articulaire, appelés axes mineurs, forment le poignet rotule et déterminent l'orientation de l'élément terminal. Si le robot à plus de six degrés de liberté, le robot est alors redondant par rapport à toute tâche définie dans l'espace 3D.

2 Robots Redondants

La redondance est une caractéristique importante. Elle a imposé sa place en robotique a cause de la grande souplesse qu'elle offre aux structures vis-à-vis la réalisation des tâches.

En conséquence, l'utilité de la redondance des robots industriels n'est plus à démontrer (Fig.1.3). En effet, les récentes avancés techniques et théoriques dans le domaine de la robotique, ont permis de doter la structure, via la redondance, des capacités qui vont au-delà des raisons habituellement évoquées en occurrence l'augmentation de la robustesse et l'amélioration de la fiabilité.

La redondance des robots manipulateurs est largement décrite dans la littérature spécialisée. Il semble que la définition la plus générale est celle donnée dans [Con97]. Cette définition donne une méthode simple et claire pour décrire tous les cas potentiels relatifs à un robot manipulateur en se basant sur la dimension de l'espace de l'élément terminal et sur celle de l'espace de travail.

Ainsi, la structure du manipulateur est considérée ayant n degrés de liberté et celle-ci confère à l'effecteur un mouvement dans l'espace de dimension n_{ef} . En conséquence, on considère que l'espace de la tâche admet une dimension m . On distingue les cas suivants :

- $n = n_{ef}$; c'est la situation bien connue du robot non redondant.
- $n > n_{ef}$; dans ce cas $m = n - n_{ef} > 0$ et le dispositif est dit redondant. Ainsi, la même situation de l'effecteur peut être atteinte par différentes configurations de la structure mécanique du robot. En effet, les liaisons ne produisent pas un mouvement indépendant dans l'espace de l'effecteur.
- $n_{ef} > m$; lorsque l'espace de effecteur de dimension n_{ef} englobe l'espace des tâches de dimension m , indépendamment de la dimension de l'espace articulaire n , alors le robot est dit redondant vis-à-vis de la tâche.

A partir de ce qui précède, on peut énoncer les définitions suivantes [Con97] :

2.1 Définitions

Définition 1 Si la cinématique inverse d'un manipulateur admet un nombre fini et non unique de solutions, le manipulateur est dit avoir plusieurs solutions.

Définition 2 Si la dimension de l'espace articulaire n est supérieure à la dimension de l'espace de l'effecteur n_{ef} alors le dispositif est cinématiquement redondant.

Définition 3 Si l'espace de la tâche admet une dimension inférieure à la celle de l'espace de l'effecteur, le manipulateur est dit redondant vis-à-vis de la tâche.

En conséquence :

Il n'est pas nécessaire que la structure du manipulateur soit redondante ; il y a plutôt des tâches par rapport auxquelles, le robot présente une redondance. Etant donné qu'en général la tâche dans l'espace opérationnel 3D consiste à suivre une trajectoire de ce fait l'effecteur ne nécessite que six degrés de liberté (DOF). Par conséquent, un bras de robot ayant au moins sept degrés de liberté est considéré comme l'exemple typique de manipulateur intrinsèquement redondant. Cependant, même pour les bras de robot ayant moins de 6 DOF, la redondance peut exister, celle-ci est liée à l'existence des DOF supplémentaires non impliqués dans l'exécution de la tâches pour certains environnements bien structurés. Par exemple, une machine à six axes pour le soudage ou pour la chirurgie stéréotaxique on définit ainsi 1DOF en plus ou 1degré de redondance, puisque pour ce genre de tâche, cinq axes suffisent pour placer un outil ayant un axe avec l'orientation requise pour exécuter la tâche, sans recourir à la rotation autour de l'axe de l'outil. On peut citer aussi, l'exemple de robots redondants planaires ayant plus de trois articulations et qui sont destinés à suivre la position de l'effecteur dans un plan cartésien...etc. En fait, la redondance cinématique des robots manipulateurs permet principalement d'accroître leur dextérité au cours de l'exécution de la tâche principale dans l'espace de travail. Ceci est obtenu par le biais de l'exécution d'une tâche secondaire exploitant un mouvement des liaisons dans l'espace nul du robot connu sous le vocable d'automouvement.

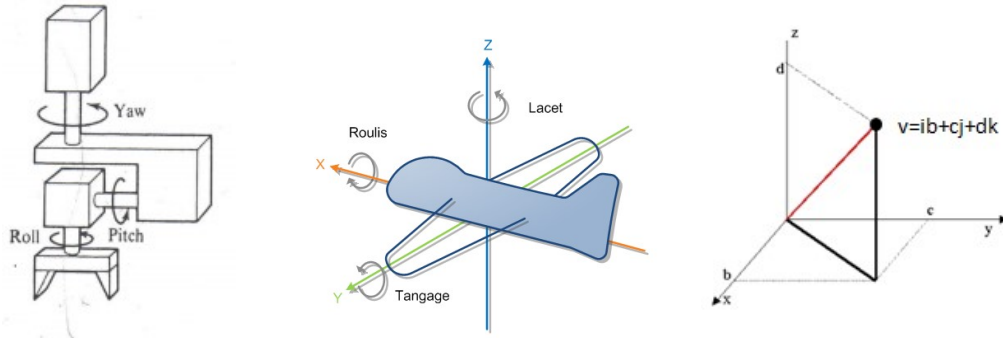


Fig.1.4 Paramètres d'Euler, paramètres RTL et les quaternions respectivement

3 Modèle Géométrique des robots manipulateurs industriels

3.1 Modèle Géométrique Direct (MGD)

Il est bien établi que la convention Denavit-Hartenberg (DH) permet d'expliciter les paramètres caractérisant de la plupart des mécanismes des robots industriels. En utilisant ces paramètres DH, on peut définir un modèle géométrique explicitant la position et l'orientation (c.à.d la situation) de l'effecteur du robot manipulateur par rapport à un repère (le système de coordonnées) lié généralement à la base du robot ou autres. L'orientation de l'élément terminal est généralement exprimée (Fig.1.4) soit par la séquence des angles d'Euler (Roll, Pitch, Yaw), soit par la séquence des angles RTL (roulis, tangage, lacet) ou encore par les quaternions (paramètres d'Eolide Rodriguez) [Spo05].

De ce fait, le modèle géométrique directe (MGD) permet de déterminer la position et l'orientation de l'élément terminal dans l'espace opérationnel, représentées par la variable X_{op} , à partir des variables articulaires (q):

$$X_{op} = f(q) \quad (1.1)$$

Dans le cas du robot PUMA 560, utilisé dans notre application, les transformations homogènes, ${}^i T_{i+1}$ où $i=(0, n)$ et $n=6$, donnant la situation du repère liée à l'articulation $(i+1)$ par rapport au repère lié à l'articulation (i) , sont explicitées à l'**annexe 1**. De plus, la transformation ${}^0 T_6$, permet de tirer la position ${}^0 P_6$ et la matrice d'orientation ${}^0 A_6$ du dernier repère 6 par rapport à la base du robot. Celle-ci est obtenue par (annexe 1) :

$${}^0 T_6 = {}^0 T_1 {}^1 T_2 \dots {}^4 T_5 {}^5 T_6 \quad (1.2)$$

$${}^0T_6 = \begin{pmatrix} {}^0A_6 & {}^0P_6 \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

3.2 Modèle Géométrique Inverse (MGI)

Inversement, le modèle géométrique inverse permet de déterminer les variables articulaires (q) correspondant à une situation de l'effecteur dans l'espace opérationnel (représenté par la variable X_{op}) :

$$q = f^{-1}(X_{op}) \quad (1.4)$$

Dans la pratique, on est confronté au problème de la recherche de la configuration du robot (le vecteur q) qui permet d'amener l'effecteur dans une situation désirée X_{op}^* dans l'espace opérationnel. Les solutions de l'équation (1.4) pour la valeur X_{op}^* déterminent ce que l'on appelle le modèle géométrique inverse du robot. Il faut noter que ces équations algébriques sont généralement non linéaires. Pour leur résolution, on exploite habituellement la méthode de Paul, celle de Pieper ou encore la méthode de Ravaghan et Roth [Kha01].

Dans le cas du Puma 560, la solution du modèle géométrique inverse est donnée en **annexe 2** où l'orientation désirée est stipulée sous la forme d'une matrice des cosinus directeurs. Lors de la simulation de la commande du Puma 560, la procédure MGI permet de déterminer le vecteur q_d à partir du vecteur opérationnel désirée X_{op}^* .

4 Modèle Cinématique des robots manipulateurs industriels

4.1 Modèle Cinématique Direct (MCD)

Les équations (1.1) et (1.4) conduisent en général à des modèles non linéaires. Cependant, les modèles linéaires sont ceux qui décrivent la relation entre les vitesses articulaires et celles opérationnelles :

$$\dot{X}_{op} = J\dot{q} \quad \text{avec} \quad J = \frac{\partial f(q)}{\partial q} \quad (1.5)$$

Il est à noter que, vue la complexité de calculs qui augmente avec le DOF, la relation (1.5) où la matrice J est calculée par dérivation de la fonction $f(q)$, représentant le modèle géométrique, n'est exploitée dans la pratique que dans le cas où $n \leq 3$. Pour le cas où $n > 3$, on utilise l'effet

des vitesses articulaires sur la vitesse de l'élément terminal pour établir l'expression de la matrice Jacobienne [Kle83].

Les configurations singulières de la structure du robot peuvent être détectées par :

$$\begin{cases} \det(J) = 0 & \text{dans le cas non redondant} \\ \det(J^T J) = 0 & \text{dans le cas redondant} \end{cases} \quad (1.6)$$

Les solutions de l'équation (1.6) déterminent les singularités du manipulateur.

Dans le cas du PUMA 560, on détermine la matrice Jacobienne de base 0J_6 permettant de lier le vecteur vitesse articulaire au tenseur cinématique (vitesse de translation et de rotation) de l'élément terminal lequel est exprimé dans le repère de la base. L'**annexe 3** donne les éléments de la matrice 0J_6 . De plus, les singularités de cette structure sont bien connues [Oet00, Ben09, Ben11].

4.2 Modèle Cinématique Inverse (MCI)

Le modèle cinématique inverse permet de déterminer le vecteur vitesse articulaire à partir du vecteur vitesse de l'effecteur dans l'espace opérationnel. Dans le cas d'une structure non redondante ($n=m$), il s'obtient par l'inversion de la relation (1.5).

$$\dot{q} = J^{-1} \dot{X}_{op} \quad (1.7)$$

En fin, on rappelle que pour les robots manipulateurs redondants, la matrice Jacobienne J n'est plus carrée et donc le calcul de "la cinématique inverse" n'est pas systématique.

5 Cinématique Inverse des Robots Manipulateurs Redondants

Du fait que le modèle géométrique inverse des robots manipulateurs redondants n'est pas évident, on préfère déterminer le vecteur articulaire en exploitant leur cinématique. La vitesse articulaire et celle opérationnelle (dans l'espace cartésien) sont liées par une relation linéaire:

$$\dot{X}_{op} = J(q)\dot{q} \quad (1.8)$$

Cependant, puisque $n \neq m$, la solution de la cinématique inverse reste calculable mais elle n'est pas unique. Il existe plusieurs méthodes pour la résolution de la cinématique inverse. Les méthodes les plus utilisées sont celles basées sur:

- l'inverse généralisé,
- le Jacobien étendu
- l'apprentissage.

5.1 Méthodes de l'Inverse Généralisé

Les méthodes issues de l'inverse généralisé consistent à calculer une solution de l'inverse du Jacobien sous forme d'une projection dans l'espace image pour la tâche principale. La plupart de ces méthodes utilise le « pseudo-inverse » proposé par Moore-Penrose :

$$\dot{q}_p = J^+ \dot{X}_{op} \quad \text{avec} \quad J^+ = J^T (J J^T)^{-1} \quad (1.9)$$

Celle-ci donne une solution continue unique qui optimise la norme 2 de $\sqrt{q_1^2 + \dots + q_n^2}$ la solution optimale ainsi obtenue est utilisée pour la tâche principale.

Pour compléter la solution, on ajoute un terme \dot{q}_s sous la forme d'une projection dans l'espace noyau de J . De ce fait, on a :

$$\dot{q}_s = \xi (I - J^+ J) z \quad (1.10)$$

Le terme \dot{q}_s correspond à un mouvement interne des articulations sans affecter l'effecteur ou l'élément terminal (l'automouvement instantané). Le terme z est choisi de manière à satisfaire une contrainte (représentant la tâche secondaire) laquelle est explicitée sous la forme d'une fonction scalaire $h(q, \dot{q})$. Enfin, le terme $\xi \in \mathfrak{R}^+$ est un coefficient de conception.

Par conséquent, la solution complète de la cinématique inverse, par la méthode de l'inverse généralisé, est exprimée par :

$$\dot{q} = \dot{q}_p + \dot{q}_s \quad (1.11)$$

Bien que cette méthode soit facile à résoudre analytiquement, le pseudo-inverse ne conduit pas à la solution idéale. En effet, dans le cas où la vitesse opérationnelle est élevée, les vitesses articulaires peuvent dépasser les limites tolérées. De plus, les solutions proposées par cette méthode ne sont pas toujours cycliques [Kle83, Zhi12, Ben08].

5.2 Méthode du Jacobien Étendu

Les solutions de la cinématique inverse peuvent être également obtenues par l'inverse de la matrice Jacobienne étendue. Du à leur cyclicité locale, les algorithmes, basés sur le calcul de la matrice Jacobienne étendue, présentent un avantage majeur par rapport aux techniques du pseudo-inverse. Pour la méthode du Jacobien étendu, la tâche secondaire est prise en compte par l'ajout d'une équation comme lignes supplémentaires au Jacobien:

$$\left. \begin{array}{l} \dot{X}_{op} = J(q)\dot{q} \\ \text{-----} \\ \dot{X}_s = J_s(q)\dot{q} \end{array} \right\} \Rightarrow \dot{X}_e = \begin{pmatrix} \dot{X}_{op} \\ \text{-----} \\ \dot{X}_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J(q) \\ \text{-----} \\ J_s(q) \end{pmatrix} \dot{q} = J_e(q)\dot{q} \quad (1.12)$$

Où $J_s \in \mathfrak{R}^{(n-m) \times n}$ caractérise une contrainte sur la trajectoire et $J_e \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ représente le Jacobien étendu.

L'inconvénient de cette approche réside dans le fait que les singularités algorithmiques classiques, découle de l'inversion de J_e , sont inévitables alors que les singularités mécaniques peuvent être évitables [Kle83, Ben10].

5.3 Méthodes basées sur l'apprentissage

Les méthodes de calcul de la cinématique inverse basées sur les méthodes analytiques sont toujours utilisées [Con14]. Mais les méthodes basées sur l'apprentissage présentent l'avantage d'une flexibilité vis-à-vis des variations paramétriques.

a) Méthodes par NN

Les méthodes d'apprentissage utilisent en générale les réseaux de neurones artificiels (NN), pour lesquelles on trouve l'apprentissage actif où l'algorithme effectue la sélection des données d'apprentissage et l'apprentissage en ligne [Mel14].

Cependant, dans certaines situations l'obtention d'un modèle peut nécessiter des centaines d'itérations. Afin de rendre ces algorithmes plus rapides, on peut combiner l'apprentissage en ligne avec une optimisation comme par exemple l'optimisation numérique [Öfj13, And16].

b) Méthodes par optimisation numérique

On trouve plusieurs méthodes dans la littérature, on peut citer :

- La méthode de Gauss-Newton où à chaque étape on résout le problème linéaire suivant afin de trouver Δq :

$$J^T J(\Delta q) = -J^T e \text{ où } \Delta q = q(k) - q(k-1) \text{ et } e = X_{op}^*(k) - X_{op}(k-1) \quad (1.13)$$

Où $X_{op}^*(k)$ et $X_{op}(k-1)$ sont respectivement la pose désirée de l'effecteur à l'instant d'échantillonnage k et celle à l'instant précédent ($k-1$).

- La méthode de Levenberg-Marquardt

$$(J^T J + \lambda \text{diag}(J^T J))(\Delta q) = -J^T e \quad (1.14)$$

Où $\lambda \in \mathfrak{R}^+$ est un coefficient pondération.

6 Méthodes de base pour l'évitement d'obstacles

En générale, une procédure est mise en œuvre pour assurer l'évitement d'obstacles à un manipulateur industriel exécutant une tâche désirée (dite tâche principale). Cette procédure nécessite le plus souvent le calcul de la distance instantanée entre l'obstacle et le robot et sa maximisation sans influencer l'exécution de la tâche désirée. Parfois, il faut juste éviter la collision si l'énergie ou l'espace sont insuffisant. Ces procédures se subdivisent en deux grandes catégories :

- La première catégorie utilise la distance sous forme d'une fonction scalaire où le gradient détermine la direction de la vitesse ou le couple articulaire nécessaire pour la répulsion des articulations proches de l'obstacle. Au chapitre 3 on donne des détails sur ces méthodes dans le cas de couple (§3.1 et §3.2) ou vitesse (§3.3).
- La deuxième catégorie est basée sur les cartes probabilistes (PRM en l'anglais Probabilistic Road Maps) où un réseau de courbes dans l'espace de configuration est utilisé. Le principe de ces méthodes consiste à échantillonner aléatoirement des configurations en tant que nœuds du réseau. Ces nœuds sont ensuite reliés entre eux par des arrêtes correspondant à des chemins locaux libres de collision et de plus réalisables. Une fois ce réseau construit, une trajectoire est planifiée en connectant les configurations initiales et finales en sautant d'une courbe à l'autre à chaque itération d'une manière à maximiser la distance obstacle-robot [Kav96]. En outre, ces méthodes sont surtout appliquées en robotique mobile, elles peuvent être étendues au cas des robots manipulateurs redondants en construisant des cartes dans l'espace noyau de la matrice Jacobienne de la structure [Gre95, Dom06, Giu09].

Pour faciliter la modélisation de la distance obstacle-robot, on associe habituellement des volumes, de forme analytique simple, aux corps représentant les obstacles et les liaisons du

robot. Ces formes analytiques sont obtenues soit en approximant ou en enveloppant les corps considérés. Puis, on calcule la distance entre ces formes par des techniques d'optimisation linéaires, hiérarchiques ou numériques. Néanmoins le degré de difficulté dépend de la complexité de ces volumes dans l'espace opérationnel [Kha86].

Parmi ces formes analytiques, on retrouve l'ellipsoïde de Löwner-John.

L'ellipsoïde de Löwner-John

Cette méthode consiste à déterminer le volume ellipsoïde minimum enveloppant chaque corps relatif aux liaisons ou aux obstacles (Fig.1.5). Puis, le calcul de la distance entre la paire d'ellipsoïdes (formée par la liaison et un obstacle) se fait de différentes manières. Par exemple dans [Rim97], l'optimisation est mise en œuvre en exploitant les valeurs propres des matrices caractéristiques des ellipsoïdes (chap.3§2). En effet, on exploite la théorie d'optimisation convexe pour rechercher le point critique sur chaque ellipsoïde correspondant à la distance minimale.

De ce fait, on détermine le point optimale X^* appartenant à un sous ensemble $\varphi(X^*)$, définissant les frontières de la liaison (ou de l'obstacle) concernée, sous une condition \emptyset qui interprète la distance obstacle-robot. Donc, ce problème est formalisé comme suit :

$$\text{Minimiser } \begin{cases} \emptyset(X) = \|X\| \\ \min\{\emptyset(X^*)\} \\ \text{sous } \varphi(X^*) \end{cases} \quad (1.15)$$

Avec $\emptyset: \mathfrak{R}^m \rightarrow \mathfrak{R}$ et $\varphi: \mathfrak{R}^m \rightarrow \mathfrak{R}^m$.

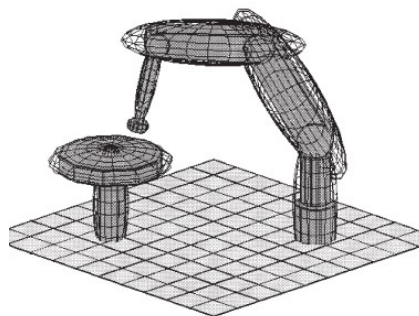


Fig.1.5 Ellipsoïde de Löwner-John

Il a été démontré que la fonction φ doit être un ellipsoïde qui enveloppe la liaison (ou l'obstacle).

Théorème de JOHN-LOEWNER:

Soit l_i un compact d'intérieur non-vidé de \mathcal{R}^m par conséquent il existe un ellipsoïde unique de volume minimal $E_m(0_m, A_e)$ contenant l_i et centré en 0_m .

□

Ce théorème est appliqué pour simplifier les calculs. En effet, on effectue la transformation des coordonnées qui le ramène à l'origine puis on projette dans une boule unitaire pour avoir le volume $E_m(0_m, A_{e,m})$ et enfin on minimise la fonction \emptyset dans ce dernier système de coordonnées (voir chap.3§2).

Dans un espace cartésien de coordonnées (x_p, y_p, z_p) , l'ellipsoïde est défini par :

$$\frac{(x_p - x_{p,0})^2}{a^2} + \frac{(y_p - y_{p,0})^2}{b^2} + \frac{(z_p - z_{p,0})^2}{c^2} = 1 \tag{1.16}$$

où a, b et c définissent les longueurs des trois axes de l'ellipsoïde et $(x_{p,0}, y_{p,0}, z_{p,0})$ sont les coordonnées de son centre.

Sous forme matricielle l'équation précédente peut s'écrire comme suit:

$$(X_p - X_{p,0})^T A_e (X_p - X_{p,0}) = 1 \tag{1.17}$$

Avec : $X_p = [x_p \ y_p \ z_p]^T$ et $X_{p,0} = [x_{p,0} \ y_{p,0} \ z_{p,0}]^T$

De plus, la matrice définie positive A_e représente la matrice caractéristique de l'ellipsoïde. Celle-ci est donnée par :

$$A_e = \text{diag} \left[\frac{1}{a^2} \quad \frac{1}{b^2} \quad \frac{1}{c^2} \right].$$

7 Quelques Application des Robots Redondants

7.1 Avantages de l'Automouvement

Les manipulateurs non redondants, caractérisés par un nombre d'articulations juste nécessaire à l'exécution de la tâche, présentent des limitations sérieuses dans les applications réelles industrielles. De ces limitations, on peut mentionner celles dues aux problèmes des singularités, des limites structurelles et de l'existence des obstacles dans l'espace de travail. Ces limitations

augmentent les régions non accessibles dans l'espace articulaire et celui de la tâche, ce qui nécessite un espace de travail soigneusement planifié du manipulateur. La présence des degrés de liberté supplémentaires, en plus de celles qui sont strictement nécessaires pour exécuter la tâche, apporte la flexibilité nécessaire pour dépasser ces limitations. Car, il existe un nombre infini de solutions possibles pour l'analyse de la cinématique inverse des robots manipulateurs redondants. Ce phénomène appelé automouvement [Nak91] implique que la même tâche au niveau de l'effecteur peut être exécutée de plusieurs manières au niveau des articulations, ce qui offre la possibilité d'éviter les limitations et, il en résulte finalement un mécanisme plus souple. Une telle caractéristique est une clé pour assurer un fonctionnement dans des environnements non structurés ou variables dynamiquement caractérisant certaines applications industrielles. Dans la pratique, si l'automouvement est bien intégré, la dextérité accrue des manipulateurs cinématiquement redondants peut permettre au robot manipulateur d'une part d'éviter les singularités, les limites structurelles, et les obstacles dans l'espace de travail, mais d'autre part de minimiser le couple et l'énergie nécessaires à l'exécution d'une tâche. Ceci signifie que le robot manipulateur peut atteindre un plus haut degré d'autonomie.

7.2 Domaine d'Application des Robots Redondants

Au milieu industriel, les robots redondants pourraient réduire les coûts de fabrication, augmenter la productivité, et peut-être même améliorer la sécurité des opérateurs humains. La redondance des manipulateurs serait bien utile dans le domaine médical pour l'assistance des personnes handicapées et dans le domaine de la réadaptation fonctionnelle pour améliorer la sécurité en répondant à des besoins spécifiques de configuration lors de la manipulation.

En outre, les robots manipulateurs redondants sont utilisés dans plusieurs domaines :

- Les travaux sous-marins : les manipulateurs sous-marins sont exploités le plus souvent pour l'exploration sous-marine : par exemple, pour récupérer des épaves (ou des objets) en mer. En effet, ces robots peuvent se trouver souvent dans une situation de limite articulaire ou de postures singulière et dans ce cas les robots manipulateurs redondants sont mieux appropriés [Sim14].
- robotique spatial : ces robots se trouvent dans des environnements aléatoires et sont soumis aux défaillances des actionneurs ou des capteurs et par la suite certaines articulations ne peuvent plus se mouvoir. La solution de la redondance est alors nécessaire [she13].
- Les robots à structures spécifiques, sont souvent redondants : les robots humanoïdes, les robots nucléaires, les manipulateurs Airials...

- En médecine : les robots redondants peuvent être réalisés pour assurer la réhabilitation morphologique humaine et pour la chirurgie.
- Les manipulateurs hyper-redondants sont conçus pour améliorer les performances de manipulation dans un environnement complexe et non structuré. Ils sont souvent constitués d'un tronc du type robot-serpent ou trompe d'éléphant. Ces dispositifs étant soit planaires ou entièrement spatiaux admettent une dimension de l'espace articulaire n beaucoup plus grande que celle de l'espace de l'effecteur n_{ef} ($n \gg n_{ef}$). Ces robots sont utilisés dans des situations difficiles à atteindre comme par exemple l'extinction d'un incendie par les pompiers.

8 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à un bref rappel des éléments théoriques constituant la base pour la compréhension du thème traité dans le cadre de cette thèse. En effet, nous avons présenté la structure des robots manipulateurs industriels et nous avons défini leurs modèles géométriques et cinématiques. Particulièrement, nous avons insisté sur les méthodes principales de calcul de la cinématique inverse des robots redondants. Par ailleurs, nous avons présentés les procédures courantes mises en œuvre pour assurer l'évitement d'obstacle des robots manipulateurs. A la fin de ce chapitre, nous avons présenté les avantages conférés aux robots manipulateurs redondants et quelques-unes de leurs applications.

CHAPITRE 2
ETAT DE L'ART ET
POSITION DU PROBLÈME

Tout d'abord, un état de l'art non exhaustif est établi dans le domaine de la commande des robots redondants avec évitement d'obstacle. Par la suite, nous explicitons en quoi consiste notre apport dans le cadre de cette thèse. En outre, nous présentons le modèle dynamique directe et inverse des robots manipulateurs sous la forme décentralisée qui seront par la suite utilisés dans le cadre de cette thèse. Enfin, nous présentons les essais par simulations que nous proposons d'effectuer afin d'évaluer la qualité des résultats obtenus.

1 Etat de l'Art relatif à la Commande des Robots Redondants avec Evitement d'Obstacle

Concernant l'état de l'art, il y a lieu de noter que le thème traité renvoi à trois mots clé : la cinématique des robots redondants, l'évitement d'obstacles et la commande. Nous entamons donc ce rapport par la question centrale relative à l'exploitation de la redondance.

1.1 Etat de l'art relatif au calcul de la cinématique inverse des robots redondants

Depuis son apparition, la résolution par l'inverse généralisé, de la cinématique inverse, s'est imposée comme une solution bien appropriée pour le traitement des redondances en robotique. Elle est de plus en plus utilisée pour les applications en temps réels entre autres celles exploitant les robots manipulateurs redondants et les méthodes analytiques [Ren14, Yan14, Har13].

Au départ, certains travaux liés à la commande des manipulateurs redondants ont proposé de résoudre le problème de la redondance via l'optimisation du couple articulaire, par la suite ces résultats ont été étendus en utilisant le pseudo-inverse de la matrice Jacobienne [Bai84, Hol85]. Néanmoins, certains chercheurs ont exploré d'autres voies, pour la résolution de la cinématique inverse, en définissant une inverse cinématique autre que le pseudo-inverse. Ainsi dans [Sera89], la configuration relative au mouvement de l'effecteur dans l'espace opérationnel de dimension m est augmentée de $(n-m)$ contraintes supplémentaires. Cette première procédure a donné naissance par la suite à la méthode de la matrice Jacobienne étendue. Aussi, dans [Raj91], on trouve une méthode d'optimisation par la projection du gradient sans recourir au calcul du pseudo-inverse de la matrice Jacobienne. Une autre solution consiste à exploiter les méthodes de résolution numérique [Yan01, Shu12].

1.2 Etat de l'art relatif à l'évitement des contraintes via la redondance

On a vu au chapitre 1 que la redondance constitue une solution efficace dans le but d'améliorer les performances des manipulateurs. En effet, elle peut intervenir dans le sens d'une

optimisation de critères de performance supplémentaires sans venir influencer l'exécution par l'effecteur de la tâche principale. Ces critères sont généralement édictés sous forme d'une optimisation relative à une fonction scalaire (ou critère) dépendant d'une norme.

Dans le sens d'une recherche sur la manière d'introduire le critère, on trouve dans ce contexte la programmation linéaire [Edm05], la programmation quadratique [Zha12, Zhi13, Ewa14] ou en générale la programmation convexe [Fra15] et, l'apprentissage après projection dans l'espace nul [Hsi15]...etc.

La méthode de la tâche prioritaire est encore utilisée [Xin15]. Une autre méthode peut être intéressante est la saturation dans l'espace noyaux est aussi étudié [Fab12].

D'autres auteurs introduisent la contrainte en accélération non pas en vitesse donc, au niveau de la deuxième dérivation [Bin12, Xia13, Yun13, Jia14, Hon14].

Pour l'ajout de la tâche secondaire, quelques chercheurs ont proposé d'étendre la marge de J^+ par le recours à l'automouvement. Ainsi dans [Don12, sia13], la norme infinie est exploitée au lieu de la norme 2, alors que [Ash13] propose la norme d'indice élevé. De plus, l'inverse généralisé en cascade est développé dans [Tra13] tel qu'une seule composante de vitesse peut excéder la limite. Ce principe est généralement appliqué pour les méthodes où le calcul de J^+ est effectué en se basant sur la SVD. On trouve dans ce contexte le DLS (Damped Least Square) où, seule la valeur singulière, nécessitant d'être amortie, est calculée [Sam09, Ben13].

Parmi les critères, concomitants à l'optimisation, on trouve celui relatif à la manipulabilité, lequel est exploité dans le cas de l'évitement des singularités. On rencontre encore comme critère, la minimisation des efforts et/ou la contrainte structurelle. Par ailleurs, la redondance d'un robot est surtout exploitée en priorité pour le critère représentant l'éloignement des butées articulaires...etc. Il est important de noter qu'il existe d'autres critères tels que l'évitement des obstacles où il faut fixer une distance minimale entre le robot et un obstacle donné, enfin, le problème d'optimisation peut être posé sous forme multi-objectif (multi-critère)...etc.

- **Évitement de singularités**

Pour cet objectif, il peut exister des méthodes pouvant générer par essence des trajectoires avec évitement de singularités cinématiques autrement dit la trajectoire est planifiée telle qu'elle passe loin des points de singularité. Mais pour la plupart des situations rencontrées, il n'est pas évident de planifier l'évitement de singularité.

L'évitement de singularités par la hiérarchisation a été étudié en premier [Chia90], en ayant recours à une hiérarchisation des tâches où, les critères de minimisation peuvent être sous forme

de réduction du minimum d'erreurs de l'élément terminal ou en introduisant l'indice de maniabilité [Kim04]. Parallèlement, on trouve le Jacobien étendu où la cinématique devient alors celui d'un manipulateur non redondant [Nak87, Jeo07] et, pour l'inverse généralisé, la méthode des tâches prioritaires est la plus utilisée [Chia97, Mar03, An09, Arr09, Ben09, Ben11] celle-ci se base sur la robustesse du système de singularité.

- **Évitement des butées articulations (ou optimisation de la mobilité articulaire)**

Les premières recherches consacrées à la tâche secondaire ont porté sur la question de l'évitement des butées articulaires. En effet, il est très important que le mouvement des articulations puisse éviter les butées articulaires ; car, un dépassement peut mener à la destruction du robot. Ainsi, au lieu d'encombrer le robot par des limites physiques, la solution, exploitant la tâche secondaire, peut être meilleure.

Presque toutes les méthodes de l'inverse de jacobien ont touché ce sujet, la fonction scalaire, interprétant cette contrainte, est introduite au niveau de l'automouvement, elle est généralement reproduite par la norme infinie. Si celle-ci s'avère insuffisante, elle peut être renforcée par des pondérations appropriées ou par la technique de la priorité des tâches [Zhi13, Guo14, Shu14] ou encore remplacée par une norme d'ordre supérieure.

- **Minimisation de couple**

La contrainte de minimisation du couple actionneur a été aussi traitée au niveau de la tâche secondaire. Au début, cette question a été traitée au niveau de J^+ [Kha87] où il est proposé de réduire les couples en employant le pseudo-inverse pondéré. Puis, l'approche du pseudo-inverse, exploitant la structure mécanique du manipulateur, a été développée [Dub88, Chi88]. Une amélioration de cette dernière procédure a été proposée en exploitant un double-critère de minimisation du couple [Zha10]. Dans [Yun12], on trouve une combinaison, par un facteur de pondération, entre le minimum de la norme deux et les solutions de norme infinie. Celui-ci a prouvé que presque toutes les résolutions de la cinématique inverse, par le pseudo-inverse, peuvent présenter des accroissements brusques de vitesses articulaires, des accélérations et des couples. Le problème de discontinuité a été réglé, dans le sens d'une minimisation de l'énergie : minimisation de la norme 2 des couples. Il est à noter que ceci ne signifie pas nécessairement une minimisation des couples articulaires individuels. Par contre, la minimisation du couple par la norme infinie, permet d'ajuster directement les couples articulaires individuels [Yuno12, Jia14].

- **Évitement d'obstacles**

L'évitement d'obstacles a été initialement mis en œuvre par les méthodes hiérarchiques au niveau de la planification de la trajectoire jusqu'à l'apparition de la méthode des champs potentiels artificiels [Kha86] applicable en temps réel. Selon cette méthode, le gradient des champs artificiels relatif aux forces répulsives autour des obstacles est introduit au niveau de l'automouvement. Cette méthode s'est avérée particulièrement efficace pour les robots mobiles. Cependant, l'imposition d'une force répulsive, à proximité d'un obstacle, peut avoir un effet fatal pour les robots entrant dans ce voisinage. Pour surmonter ces problèmes, la recherche s'est orientée vers l'amélioration de cette technique. On trouve par exemple l'utilisation de la programmation quadratique numérique dans le sens d'une optimisation sous les contraintes de la vitesse. Toutefois, cette formulation exploite plusieurs fonctions de coût afin de tenir compte de tous les objectifs désirés [Kor91, Pui11, fab12]. Parallèlement des améliorations sont portées sur la précision de la contrainte afin de réduire la discontinuité aux voisinages des obstacles [Rim97].

- **Résolution en multi-objectifs**

Les algorithmes multi-objectifs ont été développés depuis la fin des années 80. La résolution multi-objective a été tout d'abord mise en œuvre à l'aide des projections dans des espaces nuls appropriés afin de préserver autant que possible l'exécution des tâches les plus prioritaires. En effet, on trouve la méthode par hiérarchisation [Chia08, Fab12]. Ce problème peut être posé et résolu sous forme de contraintes d'inégalité [Sad11, Nak87, Sic91], de programmation quadratique [kan11, Omr07]...etc. Par ailleurs, l'inconvénient majeur de cette méthode réside dans le fait que les commandes, réservées aux tâches moins prioritaires, peuvent éventuellement conduire au dépassement de certaines limites. La méthode SNS (Saturation in nul space), via la projection dans l'espace noyau du jacobien, est proposée pour régler ces problèmes [Fla12]. Une autre solution consiste à utiliser l'automouvement en second niveau, ainsi dans [Sad11] un algorithme de commande de second niveau est exploité pour satisfaire simultanément plusieurs tâches désirées.

Par contre, dans [San06] est appliqué le concept de commande « élément terminal virtuel » (VEES) qui a été appliquée pour l'interaction Homme-Robot (HRI). De plus, les auteurs dans [ham11] ont utilisé la méthode de calcul heuristique pour atteindre plusieurs objectifs secondaires dans l'espace nul.

1.3 Etat de l'Art relatif à la Commande des Robots Redondants

Comme les robots manipulateurs redondants forment des systèmes de commandes non carré, les commandes classiques telles que la commande à couple calculé, la commande adaptative et robuste sont utilisées. Mais, vue la difficulté qui augmente en augmentant le DOF, d'autres commandes non linéaires ont été proposées.

En générale pour la commande relatif à la poursuite de trajectoire des robots manipulateurs, il a été utilisé la commande non linéaire par retour d'état linéarisant [Fei05, Isi95, Krs04, Yim93, Fre11], la commande décentralisée [Jian99, Rao12], la commande adaptative [Fre11, Slo91, Ioa96],...etc. Toutefois, Celles-ci sont développées le plus souvent sous la forme MIMO qui peut nécessiter des moyens de calcul importants pour la mise en œuvre pratique.

Une autre voie pour la commande des robots manipulateurs consiste à utiliser les commandes intelligentes. Dans ce contexte, on retrouve les méthodes d'apprentissage, nécessitant une base de données entrées/sorties pour construire le « modèle de commande » où, la cartographie entrée-sortie doit conduire à la situation « d'une même valeur d'entrée mène à une même valeur de sortie unique ». Ceci n'est pas toujours fiable surtout pour les robots redondants [Nak08, Atk97, Sch02, Pet08, D'Sou02, Duy12].

Un deuxième exemple est la commande adaptative basée sur les systèmes flous [Ajo02, Otm02, Yan03]. Celle-ci fait appel parfois aux algorithmes génétiques pour concevoir le système flou [Yao98, Par13]...etc. Ces commandes destinées aux robots manipulateurs ne conviennent pas toujours aux robots redondants.

De ce fait, la commande des robots manipulateurs redondants reste encore un sujet de recherche pour trouver ce qui permet d'allier à la fois les avantages des tâches principales et des tâches secondaires. Par exemple, une commande prédictive est utilisée même pour la tâche secondaire. Mais, ces commandes prédictives utilisent des configurations « futures » des manipulateurs pour commander la configuration actuelle [Yan12].

2 Position du problème

L'objectif principal est de concevoir des commandes assurant le suivi de trajectoire dans l'espace opérationnel pour un robot redondant en présence d'obstacle dans son espace de travail. Pour notre part, nous avons choisi d'exploiter les modes glissants et les systèmes flous pour la synthèse des lois de commande afin d'assurer le suivi de trajectoire dans l'espace opérationnel. Ce choix est imposé par l'objectif de concevoir des commandes aussi robustes que possibles du fait que le modèle dynamique des robots est souvent entaché d'erreurs : il peut être partiellement connu, ou soit inconnu. Pour notre cas, le calcul de la cinématique inverse exploite la méthode

de l'inverse généralisé où la fonction scalaire à optimiser est conçue pour assurer l'évitement d'obstacle. Notre contribution majeure concerne la détermination de cette fonction scalaire. De plus, l'exploitation des systèmes flous pour la commande des robots redondants avec évitement d'obstacle où il faut noter que les travaux cités précédemment n'exploitent ces systèmes flous que dans d'autres contextes que celui étudié dans notre cas. Enfin, l'étude comparative entre trois méthodes d'évitement d'obstacle : la méthode des forces répulsives, celle des couples répulsifs et la vitesse répulsive.

3 Modèles Dynamiques des Robots industriels

3.1 Modèle Dynamique Centralisé

Pour les robots industriels, il est bien établi que la relation, entre les accélérations et les couples (et/ou les forces), déterminant le modèle dynamique.

Le modèle dynamique inverse centralisé, utile pour la commande, il est de la forme suivante:

$$\tau = A(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) \quad (2.1)$$

$$H(q, \dot{q}) = B(q, \dot{q}) + C(q, \dot{q}) + F(q, \dot{q}) + G(q) \quad (2.2)$$

Avec

- τ : Vecteur des couples actionneur
- A : Matrice d'inertie du robot
- B : Vecteur des couples de Coriolis
- C : Vecteur des couples centrifuges
- F : Vecteur des couples de frottement.
- G : Vecteur des couples gravitationnelles.

Le modèle dynamique inverse centralisé qui est utilisé pour la simulation est donné par :

$$\ddot{q} = A^{-1}(q)(\tau - H(q, \dot{q})) \quad (2.3)$$

Pour un DOF élevé, les relations (2.1 et 2.3) deviennent lourdes en calcul. La décentralisation permet de simplifier les relations en donnant les informations de chaque articulation indépendamment des autres. Ainsi, en représentation d'état, le modèle dynamique peut être reformulé de deux manières différentes. Une forme directe décentralisée et une forme inverse décentralisée.

3.2 Modèle Dynamique Inverse Décentralisé

Pour un robot caractérisé par ces variables articulaires $\ddot{q}_i, \dot{q}_i, q_i$, et ces couples τ_i . Le but est de chercher à extraire à partir des matrices $A(q)$ et $H(q, \dot{q})$ d'autres matrices décentralisé donnant les relations directes entre les couples de commande τ_i . Ces relations peuvent être linéaire soit :

$$\tau_i = f_i(q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i) \text{ ou non linéaire } \tau_i = g_i(q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i).$$

Prenons un robot à deux DOF. Selon l'équation (2.1) on a

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix}$$

Si on pose :

$$[x_1 \ x_3] = [q_1 \ q_2], [x_2 \ x_4] = [\dot{q}_1 \ \dot{q}_2], [u_1 \ u_2] = [\tau_1 \ \tau_2]$$

Le modèle en représentation d'état sera:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u_1 = a_{11}\ddot{q}_1 + a_{12}\ddot{q}_2 + H_1 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = u_2 = a_{21}\ddot{q}_1 + a_{22}\ddot{q}_2 + H_2 \end{cases}$$

Pour simplifier l'écriture on écrit uniquement la ligne de commande et celle de sortie.

On pose :

$$f_i = a_{ij}\ddot{q}_i, g_j = a_{ij}\ddot{q}_j \text{ et } d_i = H_i \quad \text{avec } i = 1,2, j = 1,2 \text{ et } j \neq i$$

Donc

$$\begin{cases} u_1 = f_1\ddot{x}_1 + g_1 + d_1 \\ y_1 = x_1 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u_2 = f_2\ddot{x}_2 + g_2 + d_2 \\ y_2 = x_2 \end{cases}$$

Ainsi, le modèle dynamique inverse centralisé de la forme (2.1) peut se mettre sous la forme simple décentralisée ci-dessous très exploitée dans le domaine de la commande.

$$\begin{cases} u_i = f_i(X_i)x_i^{(r_i)} + g_i(X_i) + d_i(X_{a,i}) \\ y_i = x_i \end{cases} \quad \text{et} \quad i = (1, n) \quad (2.4)$$

Avec

$f_i(X_i)$: fonction liant la variable $x_i^{(r_i)}$ à la $i^{\text{ème}}$ commande u_i

$g_i(X_i)$: fonction dépendant uniquement de X_i

$d_i(X_{a,i})$: fonction incluant tous les autres termes de la dynamique en les dehors des termes f_i et g_i influençant la dynamique de la i ème articulation. Donc, la fonction d_i contient forcément les termes d'interconnexion et les termes inconnus.

Dans le cas des robots, la variable $x_i \in \mathfrak{R}$ représente la position articulaire q_i (lié à un degré de liberté 'DOF' parmi les n DOF) d'un manipulateur industriel. En outre, la variable $x_i^{(r_i)}$ représente la $(r_i)^{ième}$ dérivée temporelle de x_i . De plus, les variables X_i et $X_{a,i}$ sont définies telles que :

$$X_i = [x_i \quad \dot{x}_i \quad \dots \quad x_i^{(r_i-1)}]^T; \bar{X}_i = [x_i \quad \dot{x}_i \quad \dots \quad x_i^{(r_i)}]^T \text{ et } X_{a,i} = \bigcup_{j \in Ni; j \neq i} \bar{X}_j^T$$

pour $i = (1, \dots, n)$ et $Ni \subset [1, \dots, n]$.

Il est à noter que l'ensemble Ni renferme uniquement les indices des articulations influençant la dynamique de l'articulation (i) en dehors de celle-ci.

3.3 Modèle Dynamique Direct Décentralisé

Il est aussi possible de mettre le modèle dynamique inverse centralisé de la forme (2.1) sous la forme dynamique directe décentralisée qui est parfois utilisée pour tester certaines lois de commande.

$$\begin{cases} x_i^{(r_i)} = F_i(X_i) + G_i(X_i)u_i + R_i(X_{a,i}) \\ y_i = x_i \end{cases} \quad (2.5)$$

F_i : Fonction dépendant uniquement de X_i ;

G_i : Gain de commande dépendant de X_i liant la variable $x_i^{(r_i)}$ avec la $i^{ième}$ commande u_i

R_i : Fonction dépendant de $X_{a,i}$ et incluant tous les autres termes (hormis F_i et G_i) influençant la dynamique $x_i^{(r_i)}$.

Il est à noter que les variables x_i , X_i et $X_{a,i}$ sont définies telles qu'au §4.2 .

Remarque : Il est important de signaler que pour les besoins de la simulation du fonctionnement du PUMA 560, nous exploiterons la dynamique (2.1) par contre pour développer les lois de commande (aux chapitres 4 & 5), nous exploiterons les deux formes décentralisées (2.4) et (2.5) ou leurs variantes qui seront exposées aux chapitre 4.

4 Essais à Effectuer en Simulation

L'objectif conféré à la tâche principale est de faire suivre à l'effecteur du PUMA 560 (Fig.2.1 & Fig.2.2) la position et l'orientation désirées où un des paramètres de l'orientation est laissée libre d'évoluer. Comme dans notre application, l'orientation est paramétrée par les angles d'Euler

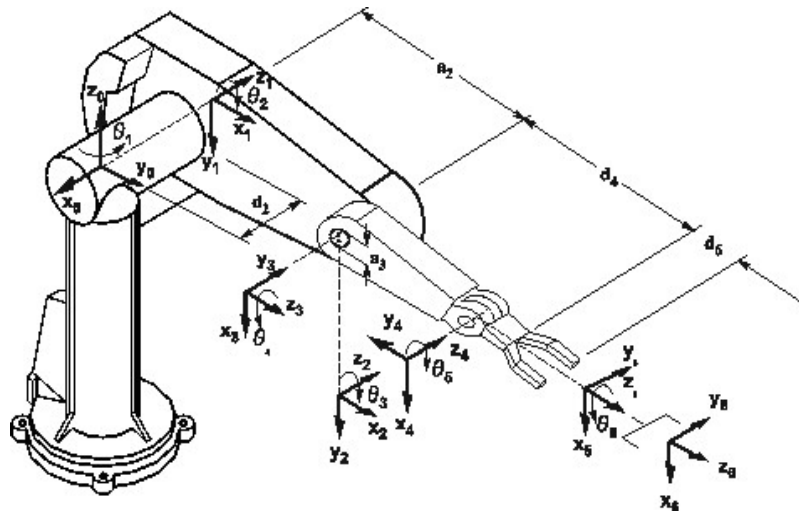


Fig. 2.1 : Robot PUMA560 : vue en 3D

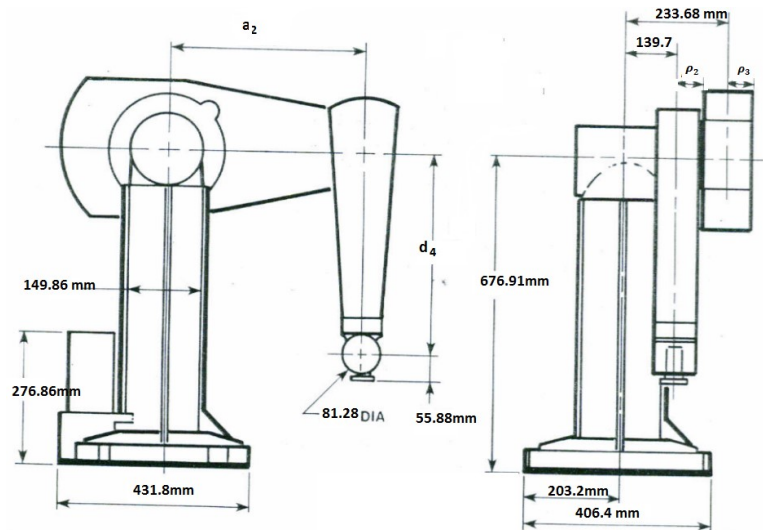


Fig. 2.2 : Robot PUMA560 : vue de coupe verticale et transversale

(α, β, γ) , nous avons laissé libre l'angle γ . Dans ce cas, le manipulateur a plus de degrés de liberté que nécessaire pour effectuer la tâche dans son espace de travail. Etant donné que la dimension n des variables articulaire est de 6 ($n = 6$) et la dimension m de la tâche dans l'espace opérationnel est de 5 ($m = 5$), l'espace nul de la matrice jacobienne a une dimension minimale, $n - m = 1$, qui représente un degré de liberté supplémentaire.

Le modèle dynamique décentralisé de ce robot sera utilisé aux chapitres 4 et 5. Et le modèle dynamique inverse centralisé, selon les relations (2.1), est donné en **annexe 4**.

La Fig. 2.4 montre la trajectoire de la position désirée $X_p^* = [x_p^* \ y_p^* \ z_p^*]^T$ de l'effecteur dans l'espace 3D et les trois coupes dans le plan XY, XZ et YZ de cette trajectoire. De plus, la Fig. 2.5

donne les trajectoires du type bang bang pour les paramètres d'orientation (α^* et β^*). Il est à noter que pour ces tests, le robot doit effectuer la tâche en présence d'un obstacle statique représenté ici par une sphère centrée au point de coordonnées ($x_b=-25\text{cm}$, $y_b=-50$ et $z_b=-40$) par rapport au repère de la base du robot.

Nous considérons la situation où l'obstacle est normalement situé loin de la première liaison de plus, l'effecteur équipé de l'outil peut se déplacer librement (sans collision) pour effectuer la tâche envisagée. Dans ces conditions, il est seulement nécessaire de calculer les distances D_2 et D_3 entre l'obstacle et respectivement la liaison de l'épaule et à celle du coude. L'obstacle est placé loin de la liaison1 du robot et de l'extrémité de l'outil, cependant les liaisons 2 et 3 peuvent venir buter sur l'obstacle si rien n'est entrepris. Les distances D_i entre la liaison (i) et l'obstacle considéré (ici D_2 et D_3) permettent de mieux visualiser la situation des liaisons problématiques (2 et 3) par rapport à l'obstacle.

La charge du robot est constituée par le poids d'un objet fixé rigidement à l'élément terminal. De ce fait, la charge est prise en compte en considérant une force verticale agissant au niveau de l'effecteur (i.e. le poids de la charge dans la direction z_0 du repère de la base).

L'objectif des commandes que nous allons développer aux chapitres 4 et 5 en concomitance avec les procédures d'évitement d'obstacle développées au chapitre 3 (ces procédures sont : les forces répulsives, les couples répulsifs et la vitesse répulsive) est d'assurer la poursuite de la trajectoire désirée avec une bonne précision et un éloignement des liaisons (2 et 3) le plus que possible de l'obstacle.

Remarque : La liaison 6 comprend le corps 6 du robot (le dernier corps) et l'outil terminal qui est solidaire à la liaison 6 du robot.

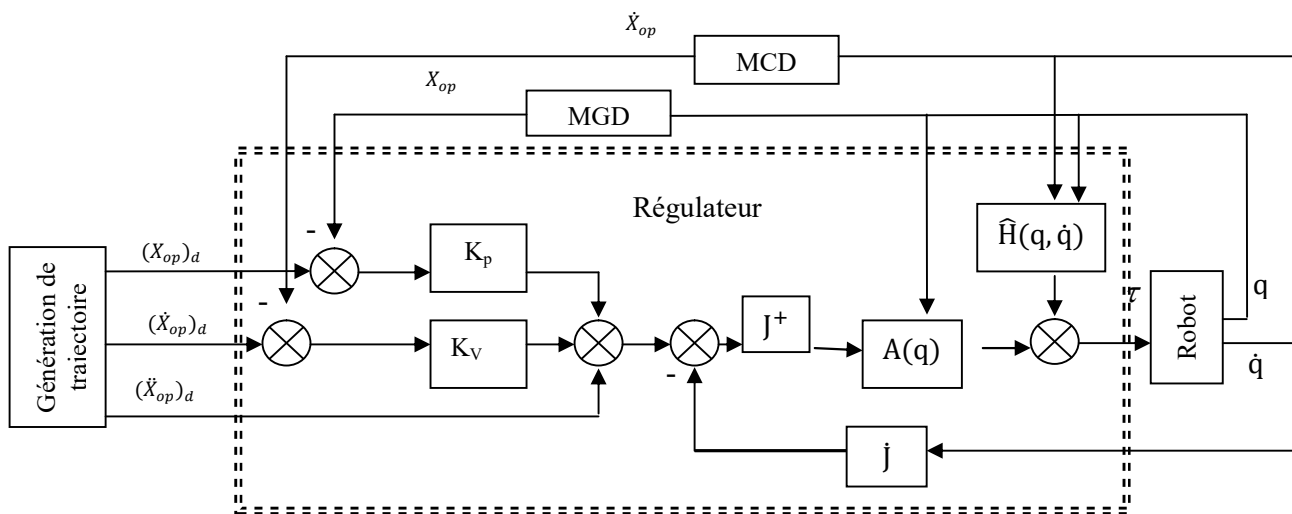


Fig. 2.3 : Schéma de la commande par couple calculé

Puis, un essai de simulation est effectué en appliquant la commande en couple calculé qui utilise le modèle dynamique centralisé afin de comparer les résultats avec ceux de l'application en forme dynamique décentralisé utilisé au chapitre 4 et 5. Cette commande est de la forme :

$$\tau = AJ^+(w - \dot{J}\dot{q}) + H(q, \dot{q})$$

Avec:

$$w(t) = (\ddot{X}_{op})_d + K_v((\dot{X}_{op})_d - \dot{X}_{op}) + K_p((X_{op})_d - X_{op})$$

Le robot est chargé avec un poids de 310N et les valeurs des constantes de temps sont prises $K_{pi} = 20000$, $K_{vi} = 2\sqrt{K_{pi}}$ $i = 1,5$. Le schéma de la commande est donné à la figure ci-dessous. Les résultats sont donnée à la figure 2.5 et aux tableaux Tab2.1 et Tab2.2.

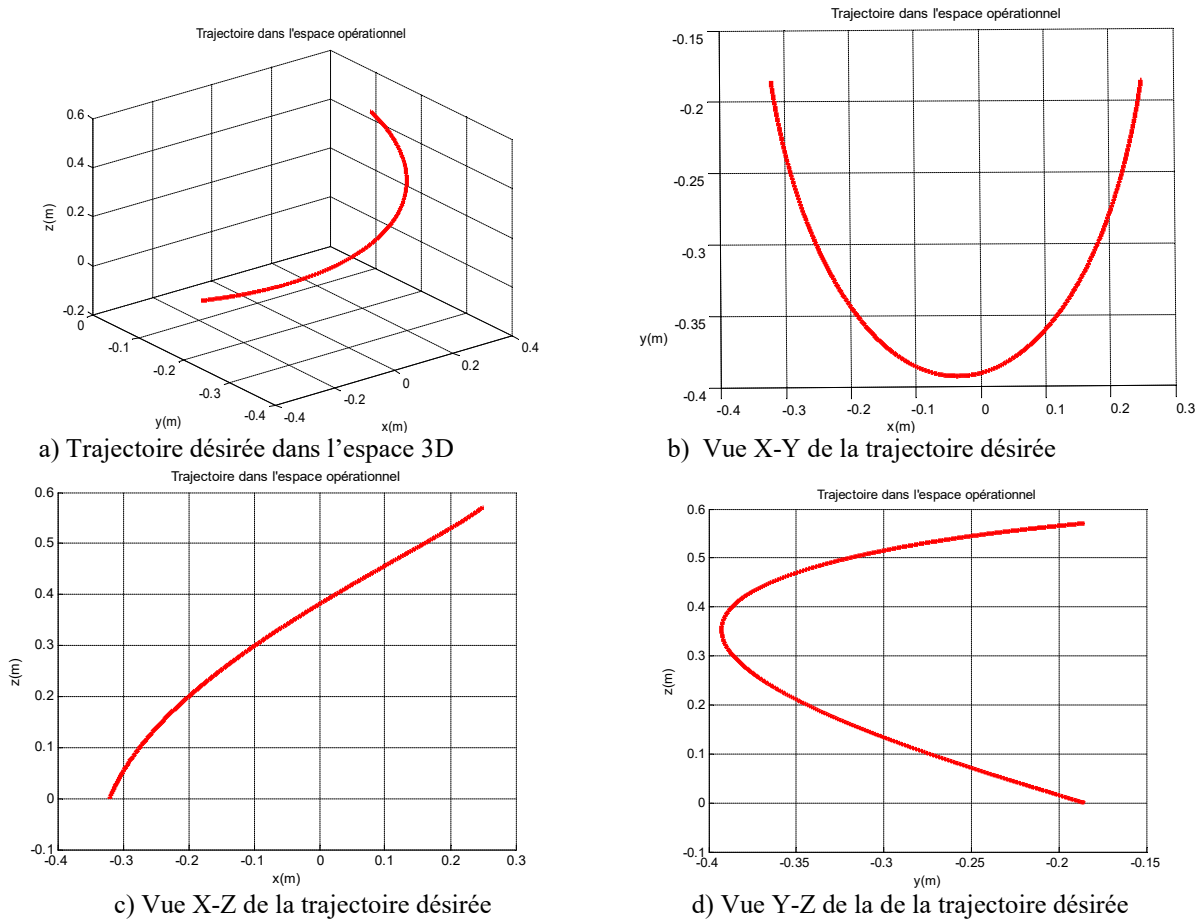


Fig. 2.4 Trajectoire désirée de l'effecteur

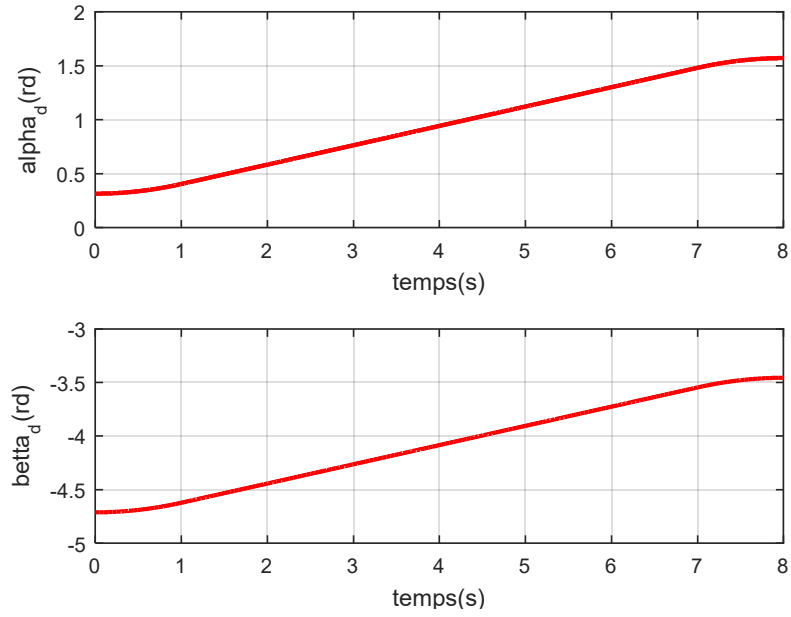


Fig. 2.5 : Trajectoire des paramètres d'orientation désirée de l'effecteur

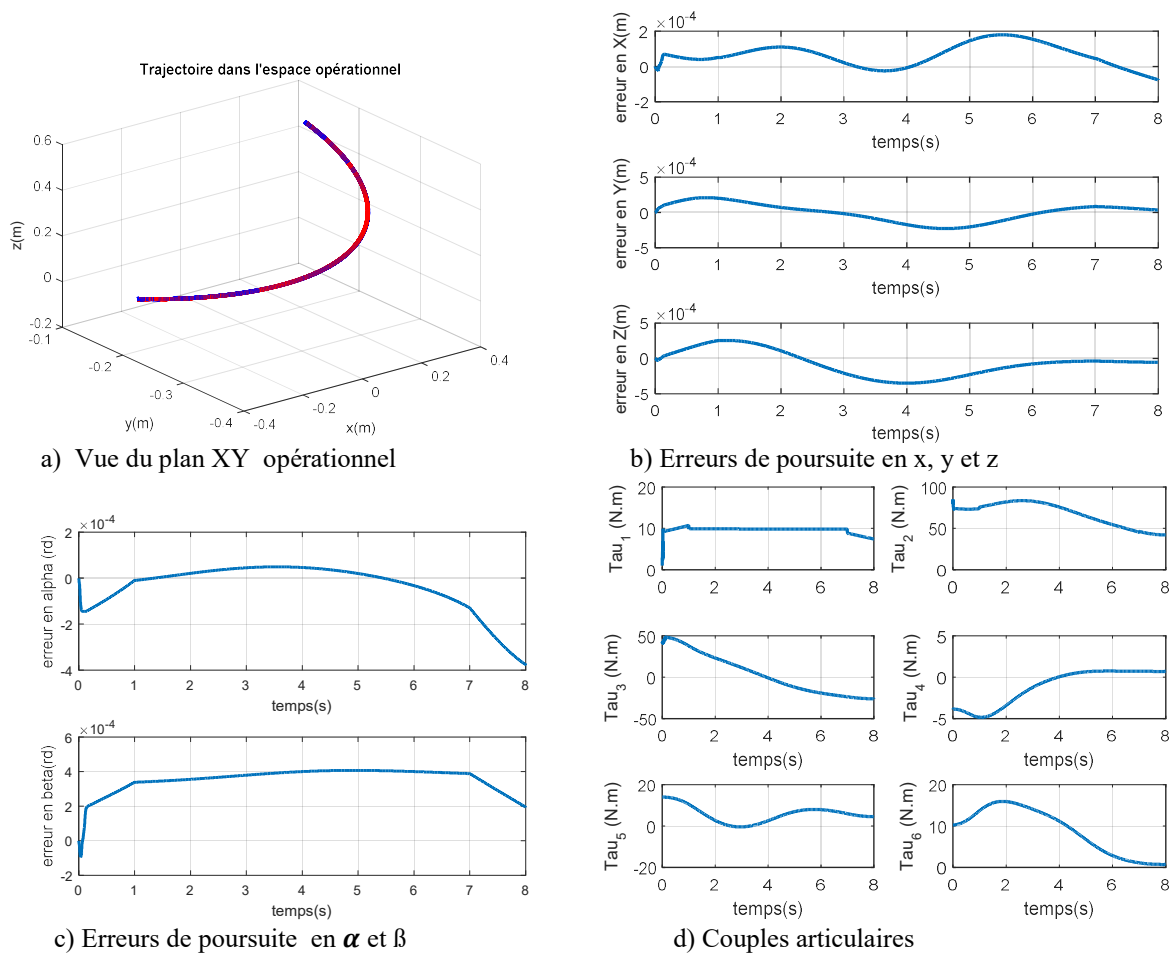


Fig.2.6 Commande par couple calculé sans évitement d'obstacle

Tab.2.1 Erreurs maximales de poursuite

L'erreur (mm)	Copule calculé Sans évitement
$ e_x $	0.1789
$ e_y $	0.2280
$ e_z $	0.3498
Erreurs (°)	
$ e_\alpha $	0.0215
$ e_\beta $	0.0233

Tab.2.2 Valeurs maximales des couples (N,m)

	Couple calculé Sans évitement	Couples max tolérés
$ \tau_1 $	10.6972	97,6
$ \tau_2 $	85.4208	107,36
$ \tau_3 $	48.6883	89,4
$ \tau_4 $	4.8567	24,2
$ \tau_5 $	13.9944	20,1
$ \tau_6 $	15.9628	21,3

La figure (Fig.2.6-a) montre que la trajectoire faite par le robot (en bleu dans la figure) est pratiquement identique à celle désirée (en rouge). Ce qui annonce la bonne poursuite. On confirme aussi par les résultats des erreurs entre les valeurs désirées et opérationnelles pour les variables opérationnelles en positions (Fig.2.6-b et Tab.2.1) et en orientations (Fig.2.6-c et Tab.2.1) qui ont un ordre bien satisfaisant.

En outre, cette poursuite ne nécessite pas un grand couple afin d'être réalisé. On peut la faire toute en restant dans les marges tolérées (Fig.2.6-d et Tab.2.2).

La commande ainsi construite va nous guider pour valider les simulations de chapitre 4 et chapitre 5.

5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons tout d'abord présenté l'état de l'art concernant le thème que nous allons traiter dans le cadre de cette thèse précisément « la commande d'un robot manipulateur redondant avec évitement d'obstacle ». De ce fait, nous avons passé en revue un état de l'art non exhaustif relatif aux méthodes de calcul de la cinématique inverse des robots redondants, l'exploitation de l'automouvement, et quelques commandes appliquées dans ce contexte. Par la suite, nous avons clairement définis les points constituant un apport dans le cadre de cette thèse. Ensuite, nous avons explicité les modèles décentralisées des robots qui vont nous servir pour développer par la suite les lois de commande. Enfin, nous avons présenté l'essai que nous envisageons d'utiliser pour tester la validité des commandes proposées incorporant les procédures d'évitement d'obstacle considérées.

CHAPITRE 3

ÉVITEMENT D'OBSTACLES

De nombreux travaux ont été consacrés au problème d'évitement d'obstacles pour les robots manipulateurs redondants. Le plus souvent, les méthodes développées ont pour but de maintenir le point d'une liaison donnée le plus proche de l'obstacle, à une distance de sécurité de l'obstacle considéré. Pour ces méthodes, le problème de l'évitement d'obstacle est abordé par le recours à l'optimisation d'une fonction objective conjointement à l'utilisation de l'automouvement nécessaire au maintien de la réalisation de la tâche principale. Les formes typiques pour une telle fonction objective font intervenir la distance minimale entre le manipulateur et l'obstacle. Une fois la distance minimale est déterminée, la fonction objective, destinée à l'évitement des collisions, peut être établie sous différentes formes.

1 Évitement d'obstacles basé sur les forces répulsives

1.1 Développement de la méthode

Depuis les premiers travaux consacrés au développement de la méthode des forces répulsives due à Khatib [Kha86], de nombreuses variantes de cette méthode ont vu le jour. En outre, ces méthodes sont fondées sur les champs de potentiel artificiel pour éviter les obstacles tout en assurant la réalisation de la tâche principale. Ainsi, le champ résultant est utilisé pour modifier la trajectoire du robot sous l'effet de ce potentiel.

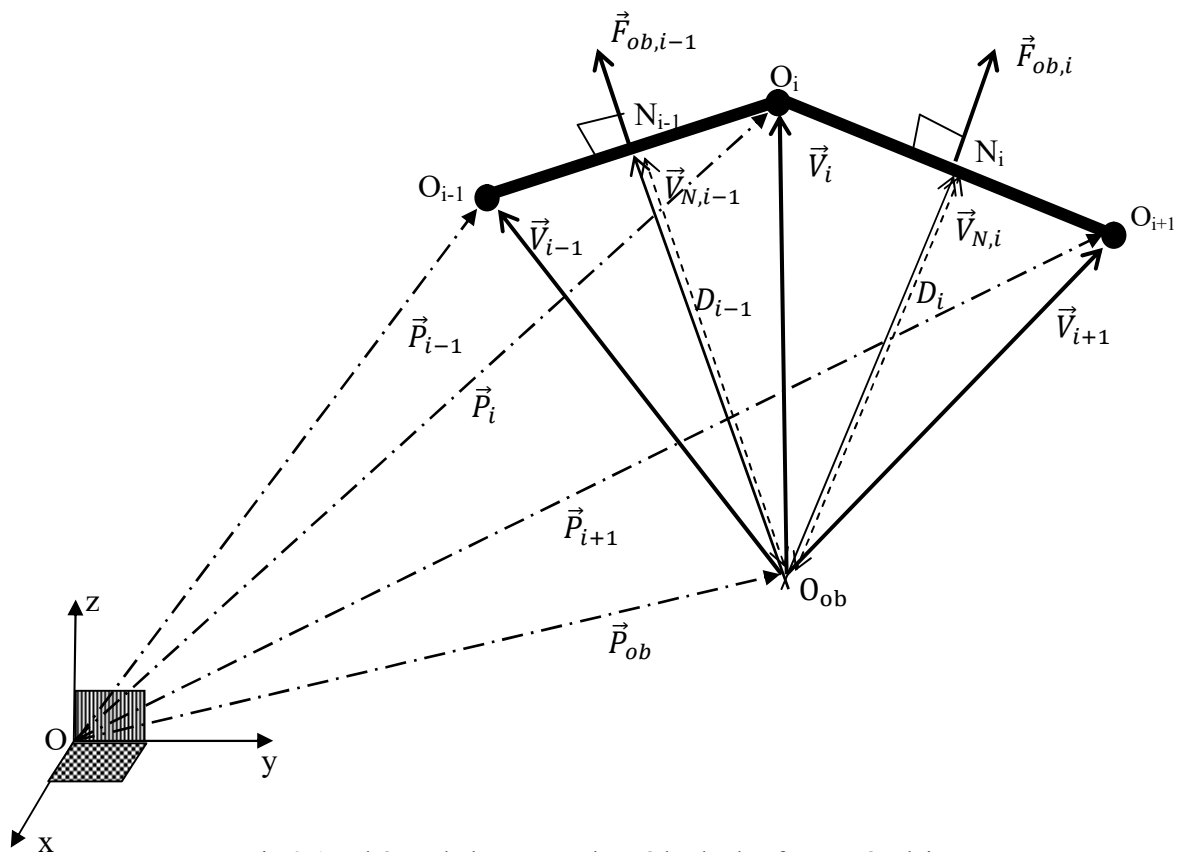


Fig.3.1 Schéma de base pour la méthode des forces répulsives

Dans notre cas, nous allons déterminer directement les forces répulsives artificielles appliquées aux liaisons en se basant sur le schéma de la Figure 3.1 où nous considérons le cas général de deux liaisons consécutives (i) et (i+1) dotées d'articulations rotoïdes.

Le repère de la base du robot est représenté par le repère (O, x, y, z) et au niveau de chaque articulation (i), nous disposons d'un repère cartésien d'origine O_i et $i = (1, n)$. Nous considérons que le vecteur de position \vec{P}_i de l'origine O_i du repère lié à l'articulation (i) et celui \vec{P}_{ob} de l'origine O_{ob} du repère lié à l'obstacle sont bien connus. De ce fait, il est alors possible de déterminer les vecteurs \vec{V}_i entre le point O_{ob} et les points O_i d'où on a :

$$\vec{V}_i = \vec{P}_i - \vec{P}_{ob} \quad (3.1)$$

De même, il est possible de déterminer les vecteurs $\overrightarrow{O_1O_{i+1}}$ par :

$$\overrightarrow{O_1O_{i+1}} = \vec{V}_{i+1} - \vec{V}_i \quad (3.2)$$

En outre, un point quelconque M_i appartenant à cette liaison vérifie la relation

$$\overrightarrow{O_1M_i} = \lambda_i \overrightarrow{O_1O_{i+1}} \quad \text{avec } \lambda_i \in [0 \quad 1] \quad (3.3)$$

Au point critique (noté N_i), où la distance est minimale entre l'obstacle et la liaison i, on a:

$$\lambda_{cr,i} = \frac{-\vec{V}_i \cdot \overrightarrow{O_1O_{i+1}}}{\|\overrightarrow{O_1O_{i+1}}\|^2} \quad (3.4)$$

Par conséquent, le vecteur $\overrightarrow{O_1N_i}$ est obtenu par la relation suivante :

$$\overrightarrow{O_1N_i} = \lambda_{cr,i} \overrightarrow{O_1O_{i+1}} \quad (3.5)$$

En ce point N_i , le vecteur $\vec{V}_{N,i}$ ayant pour origine le point O_{ob} et pour extrémité le point N_i est normal à $\overrightarrow{O_1O_{i+1}}$ de plus il est obtenu par :

$$\vec{V}_{N,i} = \vec{V}_i + \overrightarrow{O_1N_i} \quad (3.6)$$

Dans le cas où le point N_i est situé entre le point O_i et le point O_{i+1} , la distance D_i entre l'obstacle et la liaison (i) n'est autre que le module du vecteur $\vec{V}_{N,i}$ donc on a :

$$D_i = \|\vec{V}_{N,i}\| = \sqrt{(\vec{V}_{N,i})^T \vec{V}_{N,i}} \quad (3.7)$$

Dans tous les cas, la distance D_i est définie en fonction du paramètre $\lambda_{cr,i}$ par :

$$D_i = \begin{cases} \|\vec{V}_{N,i}\| & \text{si } 0 < \lambda_{cr,i} < 1 \\ \|\vec{V}_i\| & \text{si } \lambda_{cr,i} \leq 0 \\ \|\vec{V}_{i+1}\| & \text{si } \lambda_{cr,i} \geq 1 \end{cases} \quad (3.8)$$

La variation $\overline{\Delta D}_i$ est aussi déterminée en fonction du paramètre $\lambda_{cr,i}$ par :

$$\overline{\Delta D}_i = \begin{cases} \vec{V}_{N,i} / \sqrt{(\vec{V}_{N,i})^T \vec{V}_{N,i}} & \text{si } 0 < \lambda_{cr,i} < 1 \\ \vec{V}_i / \sqrt{(\vec{V}_i)^T \vec{V}_i} & \text{si } \lambda_{cr,i} \leq 0 \\ \vec{V}_{i+1} / \sqrt{(\vec{V}_{i+1})^T \vec{V}_{i+1}} & \text{si } \lambda_{cr,i} \geq 1 \end{cases} \quad (3.9)$$

Ayant D_i , on détermine la force artificielle répulsive $F_{ob,i}$ agissant sur la liaison (i) par :

$$\vec{F}_{ob,i} = \begin{cases} v_i \left(\frac{1}{D_i} - \frac{1}{D_{oi}} \right) \frac{\overline{\Delta D}_i}{D_i^2} & \text{si } D_i \leq D_{oi} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.10)$$

Où :

D_{oi} est un paramètre de conception définissant la distance limite tolérée entre la liaison (i) et l'obstacle ;

v_i est un paramètre de conception tel que $v_i \in \mathfrak{R}^+$.

Donc, selon (3.10), dès que D_i vérifie $D_i \leq D_{oi}$, $\vec{F}_{ob,i} \neq 0$ on aura donc :

$$\vec{F}_{ob,i} = \begin{cases} v_i \left(\frac{1}{\|\vec{V}_{N,i}\|} - \frac{1}{D_{oi}} \right) \vec{V}_{N,i} / \left(\|\vec{V}_{N,i}\|^2 \sqrt{(\vec{V}_{N,i})^T \vec{V}_{N,i}} \right) & \text{si } 0 < \lambda_{cr,i} < 1 \\ v_i \left(\frac{1}{\|\vec{V}_i\|} - \frac{1}{D_{oi}} \right) \vec{V}_i / \left(\|\vec{V}_i\|^2 \sqrt{(\vec{V}_i)^T \vec{V}_i} \right) & \text{si } \lambda_{cr,i} \leq 0 \\ v_i \left(\frac{1}{\|\vec{V}_{i+1}\|} - \frac{1}{D_{oi}} \right) \vec{V}_{i+1} / \left(\|\vec{V}_{i+1}\|^2 \sqrt{(\vec{V}_{i+1})^T \vec{V}_{i+1}} \right) & \text{si } \lambda_{cr,i} > 1 \end{cases} \quad (3.11)$$

Etant donné que la force $\vec{F}_{ob,i}$ agit au point N_i dans la direction du vecteur $\vec{V}_{N,i}$ par conséquent, pour un déplacement infinitésimal $d\vec{V}_{N,i}$ dans la direction de ce vecteur, le principe des travaux virtuels conduit à la relation suivante :

$$(\vec{F}_{ob,i})^T d\vec{V}_{N,i} = (\tau_{s,i})^T dq \quad (3.12)$$

De plus, on définit la matrice Jacobienne $J_{N,i}$ telle que :

$$d\vec{V}_{N,i} = J_{N,i} dq \quad (3.13)$$

La substitution de (3.13) dans la relation (3.12) conduit à déterminer le couple $\tau_{b,i}$ tel que :

$$\tau_{s,i} = (J_{N,i})^T \vec{F}_{ob,i} \quad (3.14)$$

Et finalement, l'implantation au niveau de la commande est faite par une sommation directe entre le couple τ_s nécessaire pour la tâche principale et le couple de la tâche secondaire τ_s nécessaire pour l'évitement d'obstacle :

$$\tau = \tau_p + \tau_s \text{ avec } \tau_s = \sum_{i=1}^n \tau_{s,i} \quad (3.15)$$

De la relation (3.14), on voit qu'on a simplement recours au calcul de J^T contrairement au cas de l'automouvement où c'est de J^+ qui est utilisé. De plus, seules les articulations impliquées par l'éloignement sont soumises aux forces répulsives. On remarque aussi que le vecteur automouvement n'intervient pas explicitement mais seules les articulations concernées subissent des couples artificiels, ceci sera plus explicité lors de l'application au paragraphe suivant.

1.2 Application au PUMA 560

Nous allons exploiter les résultats du paragraphe précédent au cas de l'évitement d'obstacle par le robot Puma 560. Les hypothèses de travail, nous permettent de se restreindre au calcul des distances D_2 et D_3 relatives aux liaisons 2 et 3 respectivement. Les vecteurs de position ${}^0\vec{P}_2$, ${}^0\vec{P}_3$ et ${}^0\vec{P}_4$ sont directement obtenus du MGD de ce manipulateur (**Annexe 1**) tels que :

$${}^0\vec{P}_2 = [-S_1 d_2 \quad C_1 d_2 \quad 0]^T ; \quad (3.16)$$

$${}^0\vec{P}_3 = \begin{bmatrix} C_1 C_2 a_2 - S_1 d_3 - S_1 d_2 \\ S_1 C_2 a_2 + C_1 d_3 + C_1 d_2 \\ -S_2 a_2 \end{bmatrix}; \quad (3.17)$$

$${}^0\vec{P}_4 = \begin{bmatrix} C_1 C_{23} a_3 + C_1 S_{23} d_4 + C_1 C_2 a_2 - S_1 d_3 - S_1 d_2 \\ S_1 C_{23} a_3 + S_1 S_{23} d_4 + S_1 C_2 a_2 + C_1 d_3 + C_1 d_2 \\ C_{23} d_4 - S_{23} a_3 - S_2 a_2 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

En considérant que l'origine du repère lié à l'obstacle est situé en ${}^0\vec{P}_{ob} = [x_{ob} \ y_{ob} \ z_{ob}]^T$ et en exploitant la relation (3.1), les trois vecteurs ${}^0\vec{V}_2$, ${}^0\vec{V}_3$ et ${}^0\vec{V}_4$ sont alors tels que :

$${}^0\vec{V}_2 = {}^0\vec{P}_2 - {}^0\vec{P}_{ob} = [-S_1 d_2 - x_{ob} \ C_1 d_2 - y_{ob} \ -z_{ob}]^T \quad (3.19)$$

$${}^0\vec{V}_3 = {}^0\vec{P}_3 - {}^0\vec{P}_{ob} = \begin{bmatrix} C_1 C_2 a_2 - S_1 d_3 - S_1 d_2 - x_{ob} \\ S_1 C_2 a_2 + C_1 d_3 + C_1 d_2 - y_{ob} \\ -S_2 a_2 - z_{ob} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

$${}^0\vec{V}_4 = {}^0\vec{P}_4 - {}^0\vec{P}_{ob} = \begin{bmatrix} C_1 C_{23} a_3 + C_1 S_{23} d_4 + C_1 C_2 a_2 - S_1 d_3 - S_1 d_2 - x_{ob} \\ S_1 C_{23} a_3 + S_1 S_{23} d_4 + S_1 C_2 a_2 + C_1 d_3 + C_1 d_2 - y_{ob} \\ C_{23} d_4 - S_{23} a_3 - S_2 a_2 - z_{ob} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

De plus, pour mener les calculs, nous avons encore besoin des vecteurs ${}^0\vec{O}_2\vec{O}_3$ et ${}^0\vec{O}_3\vec{O}_4$. Ces derniers sont obtenus via la relation (3.2) tels que :

$${}^0\vec{O}_2\vec{O}_3 = {}^0\vec{P}_3 - {}^0\vec{P}_2 = \begin{bmatrix} C_1 C_2 a_2 - S_1 d_3 \\ S_1 C_2 a_2 + C_1 d_3 \\ -S_2 a_2 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$${}^0\vec{O}_3\vec{O}_4 = {}^0\vec{P}_4 - {}^0\vec{P}_3 = \begin{bmatrix} C_1 C_{23} a_3 + C_1 S_{23} d_4 \\ S_1 C_{23} a_3 + S_1 S_{23} d_4 \\ C_{23} d_4 - S_{23} a_3 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Les coefficients $\lambda_{cr,2}$ et $\lambda_{cr,3}$ sont calculés à partir de la relation (3.4), donc on a :

$$\lambda_{cr,2} = \frac{-\vec{V}_2 \cdot \vec{O}_2\vec{O}_3}{\|\vec{O}_2\vec{O}_3\|^2} \quad (3.24)$$

$$\lambda_{cr,3} = \frac{-\vec{V}_3 \cdot \vec{O}_3\vec{O}_4}{\|\vec{O}_3\vec{O}_4\|^2} \quad (3.25)$$

Les points N_2 et N_3 sont situés respectivement sur l'axe O_2O_3 et l'axe O_3O_4 tels que les vecteurs $\overrightarrow{O_2N_2}$ et $\overrightarrow{O_3N_3}$ vérifient la relation (3.5) donc, on a :

$$\overrightarrow{O_2N_2} = \lambda_{cr,2} \overrightarrow{O_2O_3} = \lambda_{cr,2} \begin{bmatrix} C_1C_2a_2 - S_1d_3 \\ S_1C_2a_2 + C_1d_3 \\ -S_2a_2 \end{bmatrix} \quad \text{si } 0 < \lambda_{cr,2} < 1 \quad (3.26)$$

$$\overrightarrow{O_3N_3} = \lambda_{cr,3} \overrightarrow{O_3O_4} = \lambda_{cr,3} \begin{bmatrix} C_1C_{23}a_3 + C_1S_{23}d_4 \\ S_1C_{23}a_3 + S_1S_{23}d_4 \\ C_{23}d_4 - S_{23}a_3 \end{bmatrix} \quad \text{si } 0 < \lambda_{cr,3} < 1 \quad (3.27)$$

Les vecteurs $\vec{V}_{N,2}$ et $\vec{V}_{N,3}$ sont déterminés en exploitant la relation (3.6) d'où on a :

$$\vec{V}_{N,2} = \vec{V}_2 + \overrightarrow{O_2N_2} \quad \text{et} \quad \vec{V}_{N,3} = \vec{V}_3 + \overrightarrow{O_3N_3} \quad (3.28)$$

Ayant ${}^0\vec{V}_2$, ${}^0\vec{V}_3$, ${}^0\vec{V}_{N,2}$, ${}^0\vec{V}_{N,3}$, $\lambda_{cr,2}$ et $\lambda_{cr,3}$; il est alors possible de calculer les distances D_2 et D_3 selon la relation (3.8) telles que :

$$D_2 = \begin{cases} \|\vec{V}_{N,2}\| & \text{si } 0 \leq \lambda_{cr2} \leq 1 \\ \|\vec{V}_2\| & \text{si } \lambda_{cr2} < 0 \\ \|\vec{V}_3\| & \text{si } \lambda_{cr} > 1 \end{cases} \quad (3.29)$$

$$D_3 = \begin{cases} \|\vec{V}_{N,3}\| & \text{si } 0 \leq \lambda_{cr3} \leq 1 \\ \|\vec{V}_3\| & \text{si } \lambda_{cr3} < 0 \\ \|\vec{V}_4\| & \text{si } \lambda_{cr} > 1 \end{cases} \quad (3.30)$$

La détermination de $J_{N,2}$ est obtenue en exploitant (3.13) et (3.28) :

$$J_{N,2} = \frac{d\vec{V}_{N,2}}{dq} = \frac{d\vec{V}_2}{dq} + \frac{d\overrightarrow{O_2N_2}}{dq} = \frac{d\vec{V}_2}{dq} + \lambda_{cr,2} \frac{d\overrightarrow{O_2O_3}}{dq} \quad \text{si } 0 \leq \lambda_{cr2} \leq 1$$

$$J_{N,2} = \frac{d\vec{V}_2}{dq} \quad \text{si } \lambda_{cr2} < 0$$

$$J_{N,2} = \frac{d\vec{V}_3}{dq} \quad \text{si } \lambda_{cr} > 1$$

De même le calcul de $J_{N,3}$ conduit à :

$$J_{N,3} = \frac{d\vec{v}_{N,3}}{dq} = \frac{d\vec{v}_3}{dq} + \frac{d\vec{O}_3N_3}{dq} = \frac{d\vec{v}_3}{dq} + \lambda_{cr,3} \frac{d\vec{O}_3O_4}{dq} \quad \text{si } 0 \leq \lambda_{cr} \leq 1$$

$$J_{N,3} = \frac{d\vec{v}_3}{dq} \quad \text{si } \lambda_{cr3} < 0$$

$$J_{N,3} = \frac{d\vec{v}_4}{dq} \quad \text{si } \lambda_{cr3} > 1$$

Selon la valeur de λ_{cr2} , le développement des relations précédentes conduit aux expressions suivantes de $J_{N,2}$:

- si $0 \leq \lambda_{cr2} \leq 1$

$$J_{N,2} = \frac{d}{dq} \begin{bmatrix} -S_1d_2 - x_{ob} \\ C_1d_2 - y_{ob} \\ -z_{ob} \end{bmatrix} + \lambda_{cr,2} \frac{d}{dq} \begin{bmatrix} C_1C_2a_2 - S_1d_3 \\ S_1C_2a_2 + C_1d_3 \\ -S_2a_2 \end{bmatrix}$$

$$J_{N,2} = \begin{bmatrix} -C_1d_2 - \lambda_{cr,2}(S_1C_2a_2 + C_1d_3) & -\lambda_{cr,2}C_1S_2a_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -S_1d_2 + \lambda_{cr,2}(C_1C_2a_2 - S_1d_3) & -\lambda_{cr,2}S_1S_2a_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda_{cr,2}C_2a_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- si $\lambda_{cr2} < 0$

$$J_{N,2} = \frac{d\vec{v}_2}{dq} = \begin{bmatrix} -C_1d_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -S_1d_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- si $\lambda_{cr2} > 1$

$$J_{N,2} = \frac{d\vec{v}_3}{dq} = \begin{bmatrix} -S_1C_2a_2 - C_1d_3 - C_1d_2 & -C_1S_2a_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_1C_2a_2 - S_1(d_3 + d_2) & -S_1S_2a_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -C_2a_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

De même selon la valeur de λ_{cr} , les expressions de $J_{N,3}$ sont telles que :

- Si $0 \leq \lambda_{cr3} \leq 1$

$$J_{N,3} = \frac{d}{dq} \begin{bmatrix} C_1 C_2 a_2 - S_1 d_3 - S_1 d_2 - x_{ob} \\ S_1 C_2 a_2 + C_1 d_3 + C_1 d_2 - y_{ob} \\ -S_2 a_2 - z_{ob} \end{bmatrix} + \lambda_{cr,3} \frac{d}{dq} \begin{bmatrix} C_1 C_{23} a_3 + C_1 S_{23} d_4 \\ S_1 C_{23} a_3 + S_1 S_{23} d_4 \\ C_{23} d_4 - S_{23} a_3 \end{bmatrix}$$

$$J_{N,3} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & 0 & 0 & 0 \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{32} & J_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Avec

$$J_{11} = -S_1 C_2 a_2 - C_1 d_3 - C_1 d_2 - \lambda_{cr,3} S_1 (C_{23} a_3 + S_{23} d_4)$$

$$J_{12} = -C_1 S_2 a_2 - C_1 \lambda_{cr,3} (S_{23} a_3 - C_{23} d_4), \quad J_{13} = -\lambda_{cr,3} (C_1 S_{23} a_3 - C_1 C_{23} d_4)$$

$$J_{21} = C_1 C_2 a_2 - S_1 (d_3 + d_2) + C_1 \lambda_{cr,3} (C_{23} a_3 + S_{23} d_4)$$

$$J_{22} = -S_1 S_2 a_2 - S_1 \lambda_{cr,3} (S_{23} a_3 - C_{23} d_4), \quad J_{23} = -\lambda_{cr,3} (S_1 S_{23} a_3 - S_1 C_{23} d_4)$$

$$J_{32} = -C_2 a_2 - \lambda_{cr,3} (S_{23} d_4 + C_{23} a_3), \quad J_{33} = -\lambda_{cr,3} (S_{23} d_4 + C_{23} a_3)$$

- si $\lambda_{cr3} < 0$

$$J_{N,3} = \frac{d\bar{V}_3}{dq} = \begin{bmatrix} -S_1 C_2 a_2 - C_1 d_3 - C_1 d_2 & -C_1 S_2 a_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_1 C_2 a_2 - S_1 (d_3 + d_2) & -S_1 S_2 a_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -C_2 a_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- si $\lambda_{cr3} > 1$

$$J_{N,3} = \frac{d\bar{V}_4}{dq} = \frac{d}{dq} \begin{bmatrix} C_1 C_{23} a_3 + C_1 S_{23} d_4 + C_1 C_2 a_2 - S_1 d_3 - S_1 d_2 - x_{ob} \\ S_1 C_{23} a_3 + S_1 S_{23} d_4 + S_1 C_2 a_2 + C_1 d_3 + C_1 d_2 - y_{ob} \\ C_{23} d_4 - S_{23} a_3 - S_2 a_2 - z_{ob} \end{bmatrix}$$

$$J_{N,3} = \begin{bmatrix} -S_1 C_{23} a_3 - S_1 S_{23} d_4 - S_1 C_2 a_2 - C_1 d_3 - C_1 d_2 & -C_1 S_{23} a_3 + C_1 C_{23} d_4 - C_1 S_2 a_2 & -C_1 S_{23} a_3 + C_1 C_{23} d_4 & 0 & 0 & 0 \\ C_1 C_{23} a_3 + C_1 S_{23} d_4 + C_1 C_2 a_2 - S_1 d_3 - S_1 d_2 & -S_1 S_{23} a_3 + S_1 C_{23} d_4 - S_1 S_2 a_2 & -S_1 S_{23} a_3 + S_1 C_{23} d_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -S_{23} d_4 - C_{23} a_3 - C_2 a_2 & -S_{23} d_4 - C_{23} a_3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Enfin le calcul des couples actionnaires $\tau_{s,2}$ et $\tau_{s,3}$, dus aux forces répulsives découplées $F_{ob,2}$ et $F_{ob,3}$, est effectué en exploitant les relations (3.14) et (3.15) pour $i=(2,3)$. Ainsi, on a :

$$\tau_s = J_{N,2}^T \vec{F}_{ob,2} + J_{N,3}^T \vec{F}_{ob,3} \quad (3.31)$$

2 Évitement d'obstacles par la méthode des couples répulsifs

On utilise cette fois une autre méthode pour calculer les distances D_i [Rim97]. Dans la méthode précédente, la répulsion de l'articulation concernée, a été calculée tout d'abord sous forme d'une force (3.10), cette fois-ci elle va être calculée directement sous forme d'un couple [Chen15].

2.1 Développement de la méthode

Pour la mise en œuvre de cette méthode (voir Fig. 3.2), chaque liaison (i) est enveloppée virtuellement par un ellipsoïde (ε_i) et de même l'obstacle est également enveloppé par un ellipsoïde (ε_b). Puis, la distance minimale entre chacune des paires d'ellipsoïde (celui enveloppant l'obstacle et la liaison) est calculée. Pour ce faire, on détermine tout d'abord les points critiques relatifs à cette distance minimale. En outre, on note respectivement par $I_{cr}^{b,i}$ et I_{cr}^i le point critique situé sur l'ellipsoïde associé à l'obstacle et celui situé sur l'ellipsoïde associé à la liaison (i). On détermine les coordonnées cartésiennes $X_{cr}^{b,i}$ et X_{cr}^i représentant les deux points $I_{cr}^{b,i}$ et I_{cr}^i . Au fait, la détermination des points critiques est obtenue par optimisation (ici, une minimisation de la distance entre deux points) de la fonction marge $\varphi(\cdot)$ dépendant de la distance entre deux points quelconques I^i et $I^{b,i}$ ($I^i \in \varepsilon_i$ et $I^{b,i} \in \varepsilon_b$).

$$\text{marge} = \varphi(\overline{I^{b,i}I^i}) \quad (3.32)$$

Il est à noter que la fonction marge doit être nulle en cas de collision.

Avant de procéder à ces calculs, nous déterminons tout d'abord la distance minimale entre un point quelconque de l'espace et un ellipsoïde donné. Ce résultat intermédiaire, nous permettra par la suite de calculer aisément la distance minimale entre deux ellipsoïdes donnés.

2.1.1 Distance minimale entre un point et un ellipsoïde

La distance minimale d'un point quelconque M à un ellipsoïde donné $\varepsilon(X_0, A_e)$ (i.e. centré au point de coordonnée X_0 et de matrice caractéristique A_e peut être déterminée en s'appuyant sur le Théorème de JOHN-LOEWNER.

Donc, si l'origine du repère est confondu avec ce point M (voir Fig.3.3), la recherche de la distance minimale entre ce point (donc l'origine O du repère) et l'ellipsoïde (un point de l'ellipsoïde de coordonnée X_p) peut être formalisé comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi(X_p) = \|X_p\| \\ \text{Min}\{\varphi(X_p)\} \\ \text{sous } (X_p - X_0)^T A_e (X_p - X_0) = 1 \end{array} \right. \quad (3.33)$$

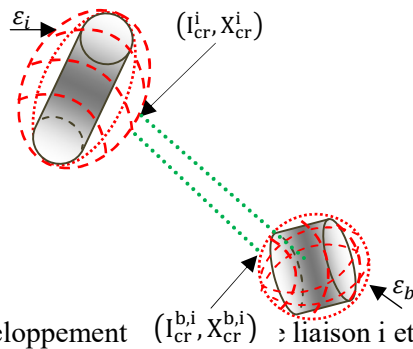


Fig.3.2 Enveloppement $(I_{cr}^{b,i}, X_{cr}^{b,i})$ de liaison i et d'un obstacle

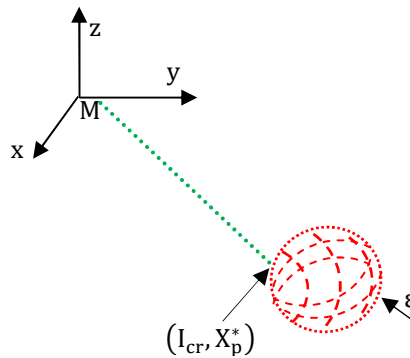


Fig.3.3 Détermination de distance minimale liaison i et d'un obstacle
Application du théorème

La solution optimale X_p^* de ce problème selon Lagrange est de la forme :

$$X_p^* = \lambda A_e (X_p^* - X_0) \text{ et } \lambda \in \mathfrak{R}^+ \quad (3.34)$$

On réarrange la relation (3.34) comme suit :

$$(I - \lambda A_e) X_p^* = -\lambda A_e X_0$$

Comme $(I - \lambda A_e)$ est une matrice diagonale d'éléments non nul donc elle est inversible d'où on a :

$$X_p^* = \lambda (\lambda A_e - I)^{-1} A_e X_0 \quad (3.35)$$

Compte tenu de la relation (3.35), le problème revient à déterminer le coefficient de Lagrange λ . De ce fait, on remplace X_p , dans l'expression de la contrainte en (3.33), par X_p^* il vient :

$$(X_p^* - X_0)^T A_e (X_p^* - X_0) = 1 \quad (3.36)$$

Puis on remplace X_p^* par son expression (3.35) dans la relation précédente, on obtient :

$$\begin{aligned}
 & [\{\lambda(\lambda A_e - I)^{-1}A_e - I\}X_0]^T A_e [\{\lambda(\lambda A_e - I)^{-1}A_e - I\}X_0] = 1 \\
 & [(\lambda A_e - I)^{-1}\{\lambda A_e - (\lambda A_e - I)\}X_0]^T A_e [(\lambda A_e - I)^{-1}\{\lambda A_e - (\lambda A_e - I)\}X_0] = 1 \\
 & [(\lambda A_e - I)^{-1}X_0]^T A_e [(\lambda A_e - I)^{-1}X_0] = 1 \\
 & X_0^T [(\lambda A_e - I)^{-1}]^T A_e [(\lambda A_e - I)^{-1}]X_0 = 1
 \end{aligned}$$

Comme $(\lambda A_e - I)$ est diagonale donc la relation précédente peut encore se mettre sous la forme :

$$X_0^T (\lambda A_e - I)^{-1} A_e (\lambda A_e - I)^{-1} X_0 = 1 \quad (3.37)$$

De plus, on a :

$$(\lambda A_e - I) = \lambda A_e - (A_e)^{-1} A_e = (\lambda I - \tilde{A}_e) A_e \text{ avec } \tilde{A}_e = (A_e)^{-1} \quad (3.38)$$

En exploitant (3.38), la relation (3.37) devient :

$$X_0^T [(\lambda I - \tilde{A}_e) A_e]^{-1} A_e [(\lambda I - \tilde{A}_e) A_e]^{-1} X_0 = 1 \quad (3.39)$$

En développant (3.39), on obtient :

$$X_0^T (A_e)^{-1} (\lambda I - \tilde{A}_e)^{-1} A_e (A_e)^{-1} (\lambda I - \tilde{A}_e)^{-1} X_0 = 1 \quad (3.40)$$

Après simplifications, il vient :

$$X_0^T (A_e)^{-1} (\tilde{A}_e - \lambda I)^{-1} (\tilde{A}_e - \lambda I)^{-1} X_0 = 1 \quad (3.41)$$

Par ailleurs, il est possible d'écrire X_0 sous la forme :

$$X_0 = (A_e)^{\frac{1}{2}} (A_e)^{-\frac{1}{2}} X_0 = (A_e)^{\frac{1}{2}} \tilde{X}_0 \text{ avec } \tilde{X}_0 = (A_e)^{-\frac{1}{2}} X_0 \quad (3.42)$$

De même on a :

$$X_0^T = (\tilde{X}_0)^T (A_e)^{\frac{1}{2}} \quad (3.43)$$

En exploitant (3.42) et (3.43), la relation (3.41) devient :

$$(\tilde{X}_0)^T (A_e)^{-\frac{1}{2}} (\tilde{A}_e - \lambda I)^{-2} (A_e)^{\frac{1}{2}} \tilde{X}_0 = 1 \quad (3.44)$$

Comme toutes ces matrices sont diagonales, (3.44) est équivalente à :

$$(\tilde{X}_0)^T (\tilde{A}_e - \lambda I)^{-2} \tilde{X}_0 = 1 \quad (3.45)$$

Afin de décomposer l'équation quadratique (3.45) en deux équations, on pose :

$$W = (\tilde{A}_e - \lambda I)^{-2} \tilde{X}_0 \quad (3.46)$$

$$Z = (\tilde{A}_e - \lambda I)^{-1} \tilde{X}_0 \quad (3.47)$$

En utilisant W, l'équation (3.45) devient :

$$(\tilde{X}_0)^T W = 1$$

Ou encore

$$1 = (\tilde{X}_0)^T W \quad (3.48)$$

En multipliant (3.46) par $(\tilde{A}_e - \lambda I)$ on obtient :

$$(\tilde{A}_e - \lambda I)W = (\tilde{A}_e - \lambda I)^{-1} \tilde{X}_0 = Z \quad (3.49)$$

De la relation (3.49), on peut tirer l'équation suivante :

$$(\tilde{A}_e - \lambda I)W - Z = 0 \quad (3.50)$$

De plus en exploitant (3.47), on peut déduire la relation suivante :

$$(\tilde{A}_e - \lambda I)Z = \tilde{X}_0 \quad (3.51)$$

Le produit membre à membre des équations (3.48) et (3.51) conduit à :

$$(\tilde{A}_e - \lambda I)Z = \tilde{X}_0 (\tilde{X}_0)^T W \quad (3.52)$$

Les deux équations (3.50) et (3.52) peuvent se mettre sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_e & -I \\ -\tilde{X}_0 (\tilde{X}_0)^T & \tilde{A}_e \end{bmatrix} \begin{pmatrix} W \\ Z \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} W \\ Z \end{pmatrix} \quad (3.53)$$

L'équation (3.53) peut encore s'écrire sous la forme :

$$H_0 \begin{pmatrix} W \\ Z \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} W \\ Z \end{pmatrix} \text{ avec } H_0 = \begin{bmatrix} \tilde{A}_e & -I \\ -\tilde{X}_0 (\tilde{X}_0)^T & \tilde{A}_e \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

Compte tenu de l'équation (3.54), le problème de la détermination du coefficient de Lagrange λ devient un problème de recherche de la valeur propre de la matrice connue H_0 . On utilise la valeur propre minimale $\lambda_{\min}(H_0)$. Ainsi, le point (dit critique) de l'ellipsoïde représentant la distance minimale est obtenue en exploitant (3.35) :

$$X_{cr} = \lambda_{\min}(H_0)[\lambda_{\min}(H_0)A_e - I]^{-1}A_e X_0 \quad (3.55)$$

2.1.2 Distance minimale entre une paire d'ellipsoïdes

On s'intéresse à déterminer la distance minimale entre une paire d'ellipsoïdes. Dans notre cas, cette paire est constituée par l'ellipsoïde $\varepsilon_i(X_0^i, A_{e,i})$ enveloppant la liaison (i) et par l'ellipsoïde $\varepsilon_b(X_0^b, A_{e,b})$ enveloppant un obstacle donné. La détermination de la distance minimale entre cette paire d'ellipsoïdes se fait en deux étapes.

1^{ère} étape : On détermine le point critique sur l'ellipsoïde $\varepsilon_i(X_0^i, A_{e,i})$ le plus proche du centre O_{ob} (de coordonnées X_0^b) de l'ellipsoïde $\varepsilon_b(X_0^b, A_{e,b})$. De ce fait, on effectue un changement de repère tel que l'origine du nouveau système de coordonnées (noté \bar{X}^b) soit confondu avec le centre de l'ellipsoïde $\varepsilon_b(X_0^b, A_{e,b})$. Dans ce nouveau repère (O_{ob}, \bar{X}^b) , on note respectivement par \bar{X}_0^i et \bar{X}_{cr}^i les coordonnées du centre de l'ellipsoïde enveloppant la liaison (i) et le point critique sur cette ellipsoïde. Il faut chercher le point critique I_{cr}^i de coordonnée \bar{X}_{cr}^i sur $\varepsilon_i(\bar{X}_0^i, A_{e,i})$ le plus proche de l'origine du repère (O_{ob}, \bar{X}^b) (voir Fig.3.4a). Enoncé sous cette forme, le problème est identique à la question précédente donc, dans le nouveau système de coordonnées (\bar{X}^b) on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi(\bar{X}^b) = \|\bar{X}^b\| \\ \text{Min}\{\varphi(\bar{X}^b)\} \\ \text{sous } (\bar{X}^b - \bar{X}_0^i)^T A_{e,i} (\bar{X}^b - \bar{X}_0^i) = 1 \end{array} \right. \quad (3.56)$$

En exploitant les résultats du paragraphe précédent (§2.1.1), la solution est par conséquent de la forme :

$$\bar{X}_{cr}^i = \lambda_{\min}(H_i)[\lambda_{\min}(H_i)A_{e,i} - I]^{-1}A_{e,i}\bar{X}_0^i \quad (3.57)$$

$$H_i = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{e,i} & -I \\ -\tilde{X}_0^i (\tilde{X}_0^i)^T & \tilde{A}_{e,i} \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

$$\bar{X}_0^i = X_0^i - X_0^b ; \bar{X}_{cr}^i = X_{cr}^i - X_0^b ; \tilde{A}_{e,i} = A_{e,i}^{-1} \quad (3.59)$$

$$\tilde{X}_0^i = (A_{e,i})^{-\frac{1}{2}} \bar{X}_0^i = (A_{e,i})^{-\frac{1}{2}} (X_0^i - X_0^b) \quad (3.60)$$

De ce fait le point, sur l'ellipsoïde ε_i , le plus proche du centre de l'ellipsoïde ε_b est défini par les coordonnées cartésiennes dans le repère considéré par :

$$X_{cr}^i = X_0^b + \lambda_{\min}(H_i) [\lambda_{\min}(H_i) A_{e,i} - I]^{-1} A_{e,i} (X_0^i - X_0^b) \quad (3.61)$$

2^{ième} étape : On cherche le point critique $I_{cr}^{b,i}$ de coordonnée $X_{cr}^{b,i}$ sur l'ellipsoïde $\varepsilon_b(X_0^b, A_{e,b})$ le plus proche du point I_{cr}^i . De ce fait, on effectue un changement de repère tel que l'origine du nouveau système de coordonnées (noté \bar{X}^i) soit confondue avec le point I_{cr}^i . Dans ce nouveau repère (I_{cr}^i, \bar{X}^i) , on note respectivement par $\bar{X}_0^{b,i}$ et $\bar{X}_{cr}^{b,i}$ les coordonnées du centre de l'ellipsoïde enveloppant l'obstacle et le point critique sur cette ellipsoïde. Il faut chercher le point critique $I_{cr}^{b,i}$ de coordonnée $\bar{X}_{cr}^{b,i}$ sur $\varepsilon_b(\bar{X}_0^{b,i}, A_{e,b})$ le plus proche de l'origine du repère (\bar{X}^i) (voir Fig.3.4b). Enoncé sous cette forme, le problème est identique à la question traitée en §2.1.1 donc, dans le nouveau système de coordonnées (\bar{X}^i), on a :

$$\begin{cases} \varphi(\bar{X}^i) = \|\bar{X}^i\| \\ \text{Min}\{\varphi(\bar{X}^i)\} \\ \text{sous } (\bar{X}^i - \bar{X}_0^{b,i})^T A_{e,b} (\bar{X}^i - \bar{X}_0^{b,i}) = 1 \end{cases} \quad (3.62)$$

En exploitant la relation (3.55) du paragraphe précédent §2.1.1, la solution est donc de la forme :

$$\bar{X}_{cr}^{b,i} = \lambda_{\min}(H_{b,i}) [\lambda_{\min}(H_{b,i}) A_{e,b} - I]^{-1} A_{e,b} \bar{X}_0^{b,i} \quad (3.63)$$

Avec :

$$H_{b,i} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{e,b} & -I \\ -\tilde{X}_0^{b,i} (\tilde{X}_0^{b,i})^T & \tilde{A}_{e,b} \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

$$\tilde{A}_{e,b} = A_{e,b}^{-1} ; \bar{X}_0^{b,i} = X_0^b - X_{cr}^i ; \bar{X}_{cr}^{b,i} = X_{cr}^{b,i} - X_{cr}^i ; \quad (3.65)$$

$$\tilde{X}_0^{b,i} = (A_{e,b})^{-\frac{1}{2}} \bar{X}_0^{b,i} = (A_{e,b})^{-\frac{1}{2}} (X_0^b - X_{cr}^i) \quad (3.66)$$

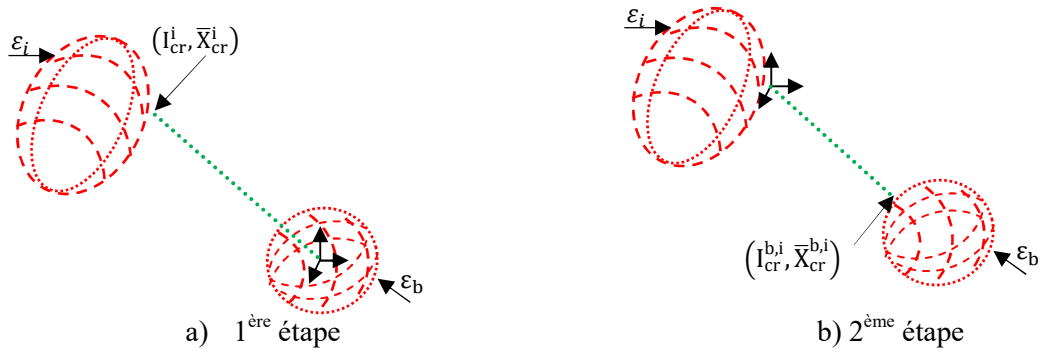


Fig.3.4 Recherche de distance minimale liaison i et d'un obstacle

De ce fait le point, sur l'ellipsoïde ε_b , le plus proche du point sur l'ellipsoïde ε_i de coordonnées X_{cr}^i , est défini par les coordonnées cartésiennes dans le repère considéré par :

$$X_{cr}^{b,i} = X_{cr}^i + \lambda_{\min}(H_{b,i}) [\lambda_{\min}(H_{b,i}) A_b - I]^{-1} A_{e,b} (X_0^b - X_{cr}^i) \quad (3.67)$$

- Détermination du couple répulsif

Soit O_i l'origine de l'articulation i , on suppose qu'il existe un couple répulsif entre la liaison et l'obstacle où l'angle entre les vecteurs $\overrightarrow{O_i I_{cr}^i}$ et $\overrightarrow{O_i I_{cr}^{b,i}}$ est considéré comme une marge angulaire instantanée admissible:

$$\Delta\phi = \cos^{-1} \left(\frac{\overrightarrow{O_i I_{cr}^i} \cdot \overrightarrow{O_i I_{cr}^{b,i}}}{\| \overrightarrow{O_i I_{cr}^i} \| \| \overrightarrow{O_i I_{cr}^{b,i}} \|} \right) \quad (3.68)$$

Dans le plan de rotation de la liaison i , puisque le couple répulsif doit être contraire à la direction du mouvement de la liaison qui s'approche de l'obstacle, le couple répulsif est obtenu comme suit:

$$\tau_{s,i} = \frac{1}{\Delta\phi} \left(\frac{\overrightarrow{I_{cr}^i I_{cr}^{b,i}} \cdot {}^i \vec{u}_T}{\| \overrightarrow{I_{cr}^i I_{cr}^{b,i}} \|} \right) \quad (3.69)$$

avec ${}^i \vec{u}_T$ est un vecteur unitaire perpendiculaire à $\overrightarrow{O_i I_{cr}^i}$.

3.2.2 Application au cas du PUMA 560

L'application des résultats précédents au cas du Puma 560, nécessite tout d'abord la caractérisation des matrices enveloppant les liaisons (2 et 3) et l'obstacle ; puis la détermination des matrices H_2 , H_3 , $H_{b,2}$ et $H_{b,3}$ et leurs valeurs propres minimales : $\lambda_{\min}(H_2)$, $\lambda_{\min}(H_3)$, $\lambda_{\min}(H_{b,2})$ et $\lambda_{\min}(H_{b,3})$. Ayant tous ces éléments, il est alors possible de déterminer les coordonnées des points critiques $X_{cr}^{l_2}$, $X_{cr}^{l_3}$, $X_{cr}^{b,2}$ et $X_{cr}^{b,3}$.

▪ Caractérisation des ellipsoïdes

Comme la matrice caractéristique d'un ellipsoïde est indépendante du repère considéré de ce fait ce dernier peut être défini tel que ses axes x, y z soient confondus respectivement avec le grand axe (de rayon r_a) et les deux autres petits axes (de rayons r_b et r_c) de plus, le centre du repère pour la liaison est pris confondu avec le centre de l'ellipsoïde. De ce fait, une coupe verticale de l'ellipsoïde, par le plan contenant l'axe x et l'axe y du repère, définit l'ellipse de rayons r_a et r_b (Fig.3.5a). De plus, une coupe transversale de l'ellipsoïde, par le plan contenant l'axe y et l'axe z du repère, définit l'ellipse de rayons r_b et r_c . Ainsi, pour déterminer la matrice caractéristique $A_{e,i} = \text{diag}[1/r_{a_i}^2 \quad 1/r_{b_i}^2 \quad 1/r_{c_i}^2]$ de chaque ellipsoïde $i=(2,3)$, on considère ces deux coupes de l'ellipsoïde.

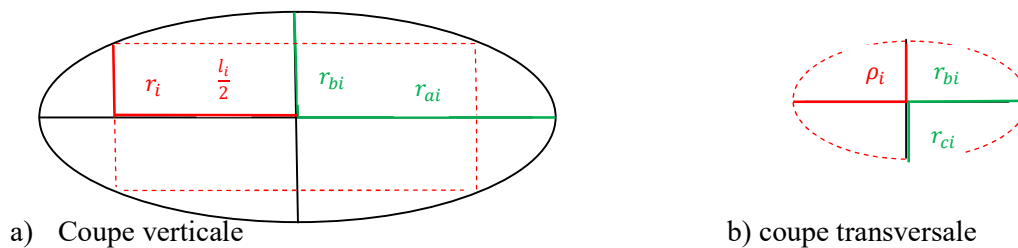


Fig.3.5 Coupes d'un ellipsoïde

Si on considère que les extrémités de la liaison (i) coïncident aux foyers de l'ellipse issu de la coupe verticale, les rayons r_{a_i} et r_{b_i} vérifient :

$$\frac{l_i}{2} = \sqrt{r_{a_i}^2 - (r_{b_i})^2} \quad (3.70)$$

$$r_{b_i}^2 = r_i r_{a_i} \quad (3.71)$$

Où r_i est la plus grande hauteur de la liaison à son extrémité (supposée connue).

On substitue dans (3.70) rb_i^2 par son expression (3.71), ce qui conduit à l'équation du second ordre en ra_i :

$$ra_i^2 - r_i ra_i - \left(\frac{l_i}{2}\right)^2 = 0 \quad (3.72)$$

Comme les rayons doivent être positifs, on ne considère que la solution positive de cette équation

$$ra_i = \frac{r_i + \sqrt{r_i^2 + (l_i)^2}}{2} \quad (3.73)$$

Puis, on revient à la relation (3.71) pour déduire

$$rb_i = \left(\frac{r_i^2 + r_i \sqrt{r_i^2 + (l_i)^2}}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.74)$$

De la coupe transversale, on utilise l'équation (3.71) en remplaçant cette fois rb_i par rc_i , ra_i par rb_i et r_i par ρ_i finalement :

$$rc_i = (\rho_i rb_i)^{1/2} \quad (3.75)$$

Après calcul, on obtient les matrices caractéristiques suivantes des ellipsoïdes

$$A_{e,2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{ra_i^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{rb_i^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{rc_i^2} \end{bmatrix}, A_{e,3} = \begin{bmatrix} \frac{1}{ra_i^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{rb_i^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{rc_i^2} \end{bmatrix}, A_{b,2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{r_b^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r_b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r_b^2} \end{bmatrix}, A_{b,3} = \begin{bmatrix} \frac{1}{r_b^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r_b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r_b^2} \end{bmatrix}$$

$$A_{e,2} = \begin{bmatrix} 7,3199 & 0 & 0 \\ 0 & 11,1110 & 0 \\ 0 & 0 & 241,5450 \end{bmatrix}, A_{e,3} = \begin{bmatrix} 23,4 & 0 & 0 \\ 0 & 238,4 & 0 \\ 0 & 0 & 1660,2 \end{bmatrix},$$

$$A_{b,2} = A_{b,3} = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 \end{bmatrix}.$$

▪ **Coordonnées des centres des ellipsoïdes associés aux liaisons 2 et 3**

Le centre de chaque ellipsoïde enveloppant une liaison donnée (i) est pris confondu avec le point milieu (C_i) de l'axe de cette liaison i. Ainsi, les vecteurs de position liés aux centres de la liaison (2) et (3) sont tels que :

$$\vec{P}_{C_2} = \frac{\vec{P}_3 + \vec{P}_2}{2} \text{ et } \vec{P}_{C_3} = \frac{\vec{P}_4 + \vec{P}_3}{2} \quad (3.76)$$

Et donc, les coordonnées cartésiennes X_0^2 et X_0^3 , respectivement des points C_2 et C_3 , sont telles que

$$X_0^2 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} C_1 C_2 a_2 - S_1 (d_3 + d_2) - S_1 d_2 \\ S_1 C_2 a_2 + C_1 d_3 + 2C_1 d_2 \\ -S_2 a_2 \end{bmatrix} \quad (3.77)$$

$$X_0^3 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} C_1 C_{23} a_3 + C_1 S_{23} d_4 + 2C_1 C_2 a_2 - 2S_1 d_3 - 2S_1 d_2 \\ S_1 C_{23} a_3 + S_1 S_{23} d_4 + 2S_1 C_2 a_2 + 2C_1 d_3 + 2C_1 d_2 \\ C_{23} d_4 - S_{23} a_3 - 2S_2 a_2 \end{bmatrix} \quad (3.78)$$

De plus, les coordonnées du centre de l'obstacle sont imposées comme suit :

$$X_0^b = [x_{ob} \quad y_{ob} \quad z_{ob}]^T$$

$$\text{Avec } x_{ob} = -0,25m, \quad y_{ob} = -0,5m \text{ et } z_{ob} = -0,4m$$

▪ **Coordonnées des points critiques**

Par la suite, on détermine X_{cr}^i pour $i=(2,3)$ selon (3.61) où la matrice H_i est calculée selon (3.58) :

$$X_{cr}^2 = X_0^b + \lambda_{\min}(H_2) [\lambda_{\min}(H_2) A_{e,2} - I]^{-1} A_{e,2} (X_0^2 - X_0^b) \quad (3.79)$$

$$X_{cr}^3 = X_0^b + \lambda_{\min}(H_3) [\lambda_{\min}(H_3) A_{e,3} - I]^{-1} A_{e,3} (X_0^3 - X_0^b) \quad (3.80)$$

Pour effectuer ces calculs, on pose

$$H_2 = \begin{bmatrix} h_{1,2} & -I_3 \\ h_{3,2} & h_{1,2} \end{bmatrix}, \quad H_3 = \begin{bmatrix} h_{1,3} & -I_3 \\ h_{3,3} & h_{1,3} \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

avec

$$h_{1,2} = A_{e,2}^{-1} = \begin{bmatrix} ra_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & rb_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & rc_2^2 \end{bmatrix}, \quad h_{1,3} = A_{e,3}^{-1} = \begin{bmatrix} ra_3^2 & 0 & 0 \\ 0 & rb_3^2 & 0 \\ 0 & 0 & rc_3^2 \end{bmatrix},$$

$$h_{3,i} = -\left(A_{e,i}^{-1} \bar{X}_0^i\right) \left(A_{e,i}^{-1} \bar{X}_0^i\right)^T = -\begin{bmatrix} ra_i & 0 & 0 \\ 0 & rb_i & 0 \\ 0 & 0 & rc_i \end{bmatrix} \bar{X}_0^i \begin{bmatrix} ra_i & 0 & 0 \\ 0 & rb_i & 0 \\ 0 & 0 & rc_i \end{bmatrix} \bar{X}_0^i{}^T$$

$$= - \begin{bmatrix} (ra_i)^2 \bar{X}_0^i(1) & ra_i \bar{X}_0^i(1) rb_i \bar{X}_0^i(2) & ra_i \bar{X}_0^i(1) rc_i \bar{X}_0^i(3) \\ rb_i \bar{X}_0^i(2) ra_i \bar{X}_0^i(1) & (rb_i)^2 \bar{X}_0^i(2) & rb_i \bar{X}_0^i(2) rc_i \bar{X}_0^i(3) \\ rc_i \bar{X}_0^i(3) ra_i \bar{X}_0^i(1) & rc_i \bar{X}_0^i(3) rb_i \bar{X}_0^i(2) & (rc_i)^2 \bar{X}_0^i(3) \end{bmatrix}$$

Où \bar{X}_0^2 et \bar{X}_0^3 sont donnés par :

$$\bar{X}_0^2 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} C_1 C_2 a_2 - S_1 (d_3 + d_2) - S_1 d_2 - 2x_{ob} \\ S_1 C_2 a_2 + C_1 d_3 + 2C_1 d_2 - 2y_{ob} \\ -S_2 a_2 - 2z_{ob} \end{bmatrix}$$

$$\bar{X}_0^3 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} C_1 C_{23} a_3 + C_1 S_{23} d_4 + 2C_1 C_2 a_2 - 2S_1 d_3 - 2S_1 d_2 - 2x_{ob} \\ S_1 C_{23} a_3 + S_1 S_{23} d_4 + 2S_1 C_2 a_2 + 2C_1 d_3 + 2C_1 d_2 - 2y_{ob} \\ C_{23} d_4 - S_{23} a_3 - 2S_2 a_2 - 2z_{ob} \end{bmatrix}$$

Les paramètres $\lambda_{\min 2}$ et $\lambda_{\min 3}$ sont les valeurs propres minimales respectivement des matrices H_2 et H_3 . Par la suite, on procède au calcul de $X_{cr}^{b,i}$ où l'obstacle est enveloppé par la sphère de rayon r_b et de centre X_0^b .

$$\begin{aligned} X_{cr}^{b,i} &= X_{cr}^i + \lambda_{\min}(H_{b,i}) \begin{bmatrix} \frac{\lambda_{\min}(H_{b,i}) - r_b^2}{r_b^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\lambda_{\min}(H_{b,i}) - r_b^2}{r_b^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\lambda_{\min}(H_{b,i}) - r_b^2}{r_b^2} \end{bmatrix}^{-1} A_{b,i} (X_0^b - X_{cr}^i) \\ &= X_{cr}^i + \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda_{\min}(H_{b,i}) - r_b^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda_{\min}(H_{b,i}) - r_b^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\lambda_{\min}(H_{b,i}) - r_b^2} \end{bmatrix} (X_0^b - X_{cr}^i) \end{aligned} \quad (3.82)$$

$$X_{cr}^{b,2} = \frac{\lambda_{\min}(H_{b,2}) - r_b^2 - 1}{\lambda_{\min}(H_{b,2}) - r_b^2} \begin{bmatrix} x_{ob} - X_{cr}^{1,2}(1) \\ y_{ob} - X_{cr}^{1,2}(2) \\ z_{ob} - X_{cr}^{1,2}(3) \end{bmatrix}, \quad (3.83)$$

$$X_{cr}^{b,3} = \frac{\lambda_{\min}(H_{b,3}) - r_b^2 - 1}{\lambda_{\min}(H_{b,3}) - r_b^2} \begin{bmatrix} x_{ob} - X_{cr}^{1,3}(1) \\ y_{ob} - X_{cr}^{1,3}(2) \\ z_{ob} - X_{cr}^{1,3}(3) \end{bmatrix}, \quad (3.84)$$

Enfin, le couple relatif à la tâche secondaire, exprimé par les relations (3.68) et (3.69), est déterminé tel que :

$$\Delta\phi_i = \cos^{-1}\left(\frac{\overrightarrow{X_{cr}^{1i}} \cdot \overrightarrow{X_{cr}^{b,i}}}{\|\overrightarrow{X_{cr}^{1i}}\| \|\overrightarrow{X_{cr}^{b,i}}\|}\right) \quad (3.85)$$

$$\tau_{s,i} = \frac{1}{\Delta\phi_i} \left(\frac{\overrightarrow{X_{cr}^{1i}} - \overrightarrow{X_{cr}^{b,i}}}{\|\overrightarrow{X_{cr}^{1i}} - \overrightarrow{X_{cr}^{b,i}}\|} \right) \cdot \overrightarrow{u_T} \quad (3.86)$$

Où le vecteur $\overrightarrow{u_T}$ est normal au vecteur $\overrightarrow{O_l I_{cr}^l}$ donc on a :

$$\overrightarrow{u_T}(1)X_{cr}^{1i}(1) + \overrightarrow{u_T}(2)X_{cr}^{1i}(2) + \overrightarrow{u_T}(3)X_{cr}^{1i}(3) = 0 \text{ et } \|\overrightarrow{u_T}\| = 1 \quad (3.87)$$

Le système (3.87) étant non régulier aussi, il admet une infinité de solutions pour le vecteur $\overrightarrow{u_T}$, si $X_{cr}^{1i}(1) \neq 0$, on peut choisir par exemple :

$$\overrightarrow{u_T}(1) = -\frac{\sqrt{7} X_{cr}^{1i}(2) + X_{cr}^{1i}(3)}{3 X_{cr}^{1i}(1)} \frac{|X_{cr}^{1i}(1)|}{|X_{cr}^{1i}(2) + X_{cr}^{1i}(3)|}, \quad \overrightarrow{u_T}(2) = \overrightarrow{u_T}(3) = \frac{1}{3} \quad (3.88)$$

Cette méthode, vue dans l'espace 3D, utilise les formes ellipsoïdes pour chaque liaison et chaque obstacle ce qui la rend un peu compliquée. La méthode ci-dessous, est aussi vue dans l'espace mais plus simple car on utilise le raisonnement planaire (en 2D) pour conclure le couple dans l'espace (3D).

3 Méthode basée sur les vitesses répulsives

Pour cette méthode on utilise une fonction plus simple pour le calcul des distances D_i . Et la répulsion est donné au niveau de vitesse projeté en espace nul ce qui assure mieux la dextérité du robot et la précision vis-à-vis la tâche principale.

3.1 Développement de la Méthode

La distance D_i entre chaque liaison et l'obstacle est obtenue par la projection du produit scalaire [Ben02]. Celui-ci est lié à des paires de vecteurs dessinés dans l'espace cartésien: le premier vecteur relie l'articulation au centre de l'obstacle et le second vecteur relie l'articulation à l'extrémité de liaison (Fig.3.6).

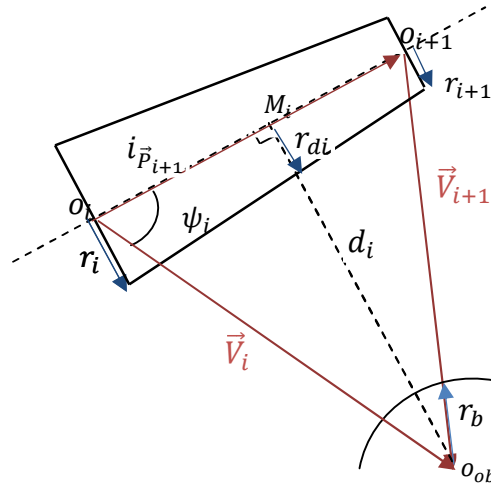


Fig. 3.6 : Distance liaison-obstacle dans l'espace

Les distances D_i étant disponibles, la contrainte liée à l'évitement d'obstacles peut être satisfaite par la fonction scalaire $h(q)$ de la forme:

$$h(q) = h_0(q) + \sum_{i=1}^n \rho_i P(D_i(q)) \quad (3.89)$$

Où $h_0(q)$ est un critère énergétique, elle est souvent prise de la forme $(\frac{1}{2} q^T q)$; les termes ρ_i sont des constantes positives et $P(\cdot)$ désigne la fonction de pénalité qui peut être prise comme suit:

$$P(D_i(q)) = \frac{-1}{D_i(q)} \quad (3.90)$$

Avec ces choix, la fonction scalaire à minimiser $h(q)$ prend finalement la forme suivante:

$$h(q) = \frac{1}{2} q^T q + \sum_{i=1}^n \frac{-\rho_i}{D_i(q)} \quad (3.91)$$

Dans ce cas, le gradient $h(q)$ est donné par:

$$\nabla h = [d_1 h \quad \dots \quad d_n h]^T \quad (3.92)$$

$$d_j h = q_j + \sum_{i=1}^n \rho_i \frac{d_j D_i}{D_i^2} \text{ avec } d_j D_i = \frac{\partial D_i(q_i)}{\partial q_j} \text{ et } j = (1 \dots n) \quad (3.93)$$

- Calcul du terme D_i :

Tout d'abord, chaque liaison est enveloppée par une surface de forme conique par contre, l'obstacle est enveloppé par une demi-sphère. Puis, nous considérons une coupe d'une liaison i et l'obstacle, celle-ci est obtenue dans un plan formé par les deux vecteurs reliant le centre de l'obstacle et les deux extrémités de la liaison i . Dans ce plan de coupe, la liaison se présente comme un cône (voir Fig.3.6).

Dans ce cas la distance D_i peut être déterminée par la relation suivante :

$$D_i = \left\| \vec{V}_1 \right\|^2 - C_{o,i} \left(\vec{P}_{i+1} \cdot \vec{V}_1 \right)^2 - r_b^2 \quad (3.94)$$

Où :

- \vec{V}_1 est le vecteur entre l'origine O_{ob} du repère lié à l'obstacle et l'origine O_i du repère lié à la liaison i ;
- \vec{P}_{i+1} est la position de l'origine du repère $(i+1)$ exprimée dans le repère i ;
- r_b est le rayon de la demi-sphère enveloppant l'obstacle ;
- $C_{o,i}$ est un coefficient positif ;
- l_i est la longueur de la liaison i

$$C_{o,i} = \frac{1}{l_i^2} + \frac{r_b^2}{l_i^4} ; \quad \vec{P}_{i+1} = \vec{T}_{i+1}(:,4) \text{ et } l_i = \left\| \vec{P}_{i+1} \right\| \quad (3.95)$$

De la Figure 3.3 on peut déduire :

$$\cos(\psi_i) = \frac{\vec{P}_{i+1} \cdot \vec{V}_1}{\left\| \vec{P}_{i+1} \right\| \left\| \vec{V}_1 \right\|} ; \quad \sin(\psi_i) = \frac{d_i}{\left\| \vec{V}_1 \right\|} \quad (3.96)$$

Et comme $\cos(\psi_i)^2 + \sin(\psi_i)^2 = 1$ et en exploitant (3.96), on obtient :

$$\left(\frac{\vec{P}_{i+1} \cdot \vec{V}_1}{\left\| \vec{P}_{i+1} \right\| \left\| \vec{V}_1 \right\|} \right)^2 + \left(\frac{d_i}{\left\| \vec{V}_1 \right\|} \right)^2 = 1 \quad (3.97)$$

De cette dernière relation, on tire l'expression suivante de d_i

$$d_i^2 = \left\| \vec{V}_1 \right\|^2 - \frac{\left(\vec{P}_{i+1} \cdot \vec{V}_1 \right)^2}{l_i^2} \quad (3.98)$$

-Calcul de r_{di} :

En utilisant la propriété de l'homothétie on a

$$\frac{r_{di}}{r_i} = \frac{O_i M_i}{l_i} \quad \text{donc} \quad r_{di} = r_i \frac{O_i M_i}{l_i} \quad (3.99)$$

Et comme on a :

$$(O_i M_i)^2 + d_i^2 = \|\vec{V}_i\|^2 \quad \text{donc} \quad \|O_i M_i\| = \sqrt{\|\vec{V}_i\|^2 - d_i^2}$$

Et par la suite

$$r_{di} = \frac{r_i}{l_i} \sqrt{\|\vec{V}_i\|^2 - d_i^2} \quad (3.100)$$

Finalement le terme D_i est déterminé par :

$$D_i = d_i^2 - r_{di}^2 - r_b^2 \quad (3.101)$$

Puis, dans (3.101), on remplace r_{di} par son expression (3.100), il vient :

$$D_i = \left(1 + \left(\frac{r_i}{l_i}\right)^2\right) d_i^2 - \left(\frac{r_i}{l_i}\right)^2 \|\vec{V}_i\|^2 - r_b^2 \quad (3.102)$$

Dans la relation (3.102), on remplace d_i^2 par son expression (3.98), on obtient :

$$D_i = \left(1 + \left(\frac{r_i}{l_i}\right)^2\right) \left\{ \|\vec{V}_i\|^2 - \frac{(\vec{P}_{i+1} \cdot \vec{V}_i)^2}{l_i^2} \right\} - \left(\frac{r_i}{l_i}\right)^2 \|\vec{V}_i\|^2 - r_b^2 \quad (3.103)$$

Après simplification, il vient

$$D_i = \|\vec{V}_i\|^2 - \left(\frac{l_i^2 + r_i^2}{l_i^4}\right) (\vec{P}_{i+1} \cdot \vec{V}_i)^2 - r_b^2 \quad (3.104)$$

$$d_j D_i = \frac{\partial D_i(q)}{\partial q_j} = \frac{\partial \|\vec{V}_i\|^2}{\partial q_j} - 2C_{0,i}(\vec{P}_{i+1}, \vec{V}_i) \frac{\partial (\vec{P}_{i+1} \cdot \vec{V}_i)}{\partial q_j} \quad (3.105)$$

3.2 Application au cas du PUMA 560

Dans cette section, nous allons exploiter les relations (3.104) et (3.105) pour calculer les fonctions « distances » D_2 et D_3 et leurs gradients dans le cas du PUMA 560. Par ailleurs, le MGD du robot, donne les matrices de transformation homogène entre repères ${}^i T_{i+1}$ pour $i=(0, 6)$ (annexe 1) et donc nous disposons des vecteurs de position ${}^i P_{i+1}$ de l'origine du repère (i+1) par rapport au repère (i) et de la matrice de rotation ${}^i R_{i+1}$. A partir de ces éléments il est possible de calculer les vecteurs ${}^i \vec{V}_i$ et le produit scalaire ${}^i \vec{P}_{i+1} \cdot {}^i \vec{V}_i$.

a) Calcul de D_2 et ∇D_2

De ce fait et en partant de la relation (3.104), il vient :

$$D_2 = \left\| {}^2 \vec{V}_2 \right\|^2 - C_{0,2} \left({}^2 \vec{P}_3 \cdot {}^2 \vec{V}_2 \right)^2 - r_b^2 \quad (3.106)$$

Avec :

$${}^2 \vec{V}_2 = {}^2 R_0 {}^0 \vec{P}_b - {}^2 R_1 {}^1 \vec{P}_2$$

$${}^0 \vec{P}_b = [x_b \quad y_b \quad z_b]^T ; \quad {}^1 \vec{P}_2 = [0 \quad d_2 \quad 0]^T ; \quad {}^2 \vec{P}_3 = [a_2 \quad 0 \quad d_3]^T$$

$${}^0 R_2 = {}^0 R_1 {}^1 R_2$$

$${}^0 R_2 = \begin{bmatrix} C_1 C_2 & -C_1 S_2 & -S_1 \\ S_1 C_2 & -S_1 S_2 & C_1 \\ -S_2 & -C_2 & 0 \end{bmatrix}$$

$${}^2 R_0 {}^0 \vec{P}_{ob} = \begin{bmatrix} C_1 C_2 x_{ob} + S_1 C_2 y_{ob} - S_2 z_{ob} \\ -C_1 S_2 x_{ob} - S_1 S_2 y_{ob} - C_2 z_{ob} \\ -S_1 x_{ob} + C_1 y_{ob} \end{bmatrix}$$

$${}^2 R_1 {}^1 \vec{P}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_2 \end{bmatrix}$$

Finalement ${}^2 \vec{V}_2$ est déterminé par :

$${}^2\vec{V}_2 = \begin{bmatrix} C_1 C_2 x_{ob} + S_1 C_2 y_{ob} - S_2 z_{ob} \\ -C_1 S_2 x_{ob} - S_1 S_2 y_{ob} - C_2 z_{ob} \\ -S_1 x_{ob} + C_1 y_{ob} - d_2 \end{bmatrix} \quad (3.107)$$

$$\| {}^2\vec{V}_2 \|^2 = ({}^2\vec{V}_2(1))^2 + ({}^2\vec{V}_2(2))^2 + ({}^2\vec{V}_2(3))^2$$

Pour calculer les dérivées selon la relation (3.105), on note par $\partial_k(V_2)$ le terme $\partial(\| {}^2\vec{V}_2 \|^2)/\partial q_k$ et $k = (1,6)$ d'où on a :

$$\partial_1(V_2) = 2 {}^2\vec{V}_2(1)\{-S_1 C_2 x_{ob} + C_1 C_2 y_{ob}\} + 2 {}^2\vec{V}_2(2)\{S_1 S_2 x_{ob} - C_1 S_2 y_{ob}\} + 2 {}^2\vec{V}_2(3)\{C_1 x_{ob} - S_1 y_{ob}\}$$

$$\partial_2(V_2) = 2 {}^2\vec{V}_2(1)\{-C_1 S_2 x_{ob} - S_1 S_2 y_{ob} - C_2 z_{ob}\} + 2 {}^2\vec{V}_2(2)\{-C_1 C_2 x_{ob} - S_1 C_2 y_{ob} + S_2 z_{ob}\}$$

$$\partial_3(V_2) = \partial_4(V_2) = \partial_5(V_2) = \partial_6(V_2) = 0$$

Le calcul du terme ${}^2\vec{P}_3 \cdot {}^2\vec{V}_2$ donne :

$${}^2\vec{P}_3 \cdot {}^2\vec{V}_2 = a_2\{C_1 C_2 x_{ob} + S_1 C_2 y_{ob} - S_2 z_{ob}\} + d_3\{-S_1 x_{ob} + C_1 y_{ob} - d_2\}$$

On note par $\partial_k(PV_2)$ le terme $\partial({}^2\vec{P}_3 \cdot {}^2\vec{V}_2)/\partial q_k$ et $k = (1,6)$ d'où on a :

$$\partial_1(PV_2) = a_2\{-S_1 C_2 x_{ob} + C_1 C_2 y_{ob}\} + d_3\{-C_1 x_{ob} - S_1 y_{ob}\}$$

$$\partial_2(PV_2) = a_2\{-C_1 S_2 x_{ob} + S_1 S_2 y_{ob} - C_2 z_{ob}\}$$

$$\partial_3(PV_2) = \partial_4(PV_2) = \partial_5(PV_2) = \partial_6(PV_2) = 0$$

Par conséquent les éléments de ∇D_2 sont tels que :

$$\partial D_2 / \partial q_k = \partial_k(V_2) - C_{0,2} \partial_k(PV_2) \text{ et } k = (1,6)$$

b) Calcul de D_3 et ∇D_3

De la même manière, en exploitant à nouveau la relation (3.104), il vient :

$$D_3 = \|\vec{V}_3\|^2 - C_{0,3}(\vec{P}_4, \vec{V}_3)^2 - r_b^2 \quad (3.108)$$

Avec :

$$\vec{V}_3 = {}^3R_0 \vec{P}_b - {}^3R_2 \vec{P}_3 - {}^3R_1 \vec{P}_2$$

$${}^0R_3 = {}^0R_2 {}^2R_3 = \begin{bmatrix} C_1 C_{23} & -C_1 S_{23} & -S_1 \\ S_1 C_{23} & -S_1 S_{23} & C_1 \\ -S_{23} & -C_{23} & 0 \end{bmatrix}$$

Les calculs de \vec{V}_3 conduisent à :

$$\vec{V}_3 = \begin{bmatrix} C_1 C_{23} x_{ob} + S_1 C_{23} y_{ob} - S_{23} z_{ob} - C_3 a_2 \\ -C_1 S_{23} x_{ob} - S_1 S_{23} y_{ob} - C_{23} z_{ob} + S_3 a_2 \\ -S_1 x_{ob} + C_1 y_{ob} - d_3 - d_2 \end{bmatrix} \quad (3.109)$$

Et pour les dérivées selon la relation (3.105), on note par $\partial_j(V_3)$ le terme $\partial(\|\vec{V}_3\|^2)/\partial q_j$ et $j = (1,6)$ d'où on a :

$$\partial_1(V_3) =$$

$$2 \vec{V}_3(1)\{-S_1 C_{23} x_{ob} + C_1 C_{23} y_{ob}\} + 2 \vec{V}_3(2)\{S_1 S_{23} x_{ob} - C_1 S_{23} y_{ob}\} + 2 \vec{V}_3(3)\{-C_1 x_{ob} - S_1 y_{ob}\}$$

$$\partial_2(V_3) =$$

$$2 \vec{V}_3(1)\{-C_1 S_{23} x_{ob} - S_1 S_{23} y_{ob} - C_{23} z_{ob}\} + 2 \vec{V}_3(2)\{-C_1 C_{23} x_{ob} - S_1 C_{23} y_{ob} + S_{23} z_{ob}\}$$

$$\partial_3(V_3) = 2 \vec{V}_3(1)\{-C_1 S_{23} x_{ob} - S_1 S_{23} y_{ob} - C_{23} z_{ob} + S_3 a_2\} + 2 \vec{V}_3(2)\{-C_1 C_{23} x_{ob} - S_1 C_{23} y_{ob} + S_{23} z_{ob} + C_3 a_2\}$$

$$\partial_4(V_3) = \partial_5(V_3) = \partial_6(V_3) = 0$$

Le calcul du terme (\vec{P}_4, \vec{V}_3) avec $\vec{P}_4 = [a_3 \quad -d_4 \quad 0]^T$ donne :

$$\vec{P}_4, \vec{V}_3 = a_3\{C_1 C_{23} x_{ob} + S_1 C_{23} y_{ob} - S_{23} z_{ob} - C_3 a_2\} - d_4\{-C_1 S_{23} x_{ob} - S_1 S_{23} y_{ob} - C_{23} z_{ob} + S_3 a_2\}$$

On note par $\partial_j(PV_3)$ le terme $\partial(\vec{P}_4 \cdot \vec{V}_3)/\partial q_j$ et $j = (1,6)$ d'où on a :

$$\partial_1(PV_3) = a_3\{-S_1C_{23}x_{ob} + C_1C_{23}y_{ob}\} - d_4\{S_1S_{23}x_{ob} - C_1S_{23}y_{ob}\}$$

$$\partial_2(PV_3) = a_3\{-C_1S_{23}x_{ob} - S_1S_{23}y_{ob} - C_{23}z_{ob}\} - d_4\{-C_1C_{23}x_{ob} - S_1C_{23}y_{ob} + S_{23}z_{ob}\}$$

$$\partial_3(PV_3) = a_3\{-C_1S_{23}x_{ob} - S_1S_{23}y_{ob} - C_{23}z_{ob} + S_3a_2\} - d_4\{-C_1C_{23}x_{ob} - S_1C_{23}y_{ob} + S_{23}z_{ob} + C_3a_2\}$$

$$\partial_4(PV_3) = \partial_5(PV_3) = \partial_6(PV_3) = 0$$

Par conséquent, les éléments de ∇D_3 sont tels que :

$$\partial D_3/\partial q_j = \partial_j(V_3) - C_{o,3} \partial_j(PV_3) \text{ et } j = (1,6) \quad (3.110)$$

4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exposé trois procédures pour réaliser l'évitement d'obstacle. Celles-ci sont la méthode des forces répulsives, des couples répulsifs et celle des vitesses répulsives où, on peut remarquer que le problème commun est le calcul de la distance entre l'obstacle et le robot. La norme euclidienne a été utilisés couramment pour ce problème pour calculer et d'optimiser les mesures de la tâche secondaire.

La contribution importante de ce chapitre est l'approche en vitesse répulsive pour obtenir des solutions, tout en satisfaisant les mesures d'optimalité secondaires.

CHAPITRE 4

COMMANDE PAR LES MODES GLISSANTS

Ce chapitre est consacré au développement et à la synthèse de la commande par la technique des modes glissants (CMG) en vue de son application au robot manipulateur redondant opérant dans un environnement libre ou encombré d'obstacles. Cette commande va être appliquée en tâche principale selon le schéma (Fig.4.1 et Fig.4.2) parallèlement à la commande en tâche secondaire (CTS) construite en suivant les étapes données au chapitre 3.

Les simulations, données en fin de ce chapitre, nous permettent d'évaluer les performances de la commande par les modes glissants (MG) sans et avec évitement d'obstacles.

Le schéma de la commande à synthétiser est comme suit :

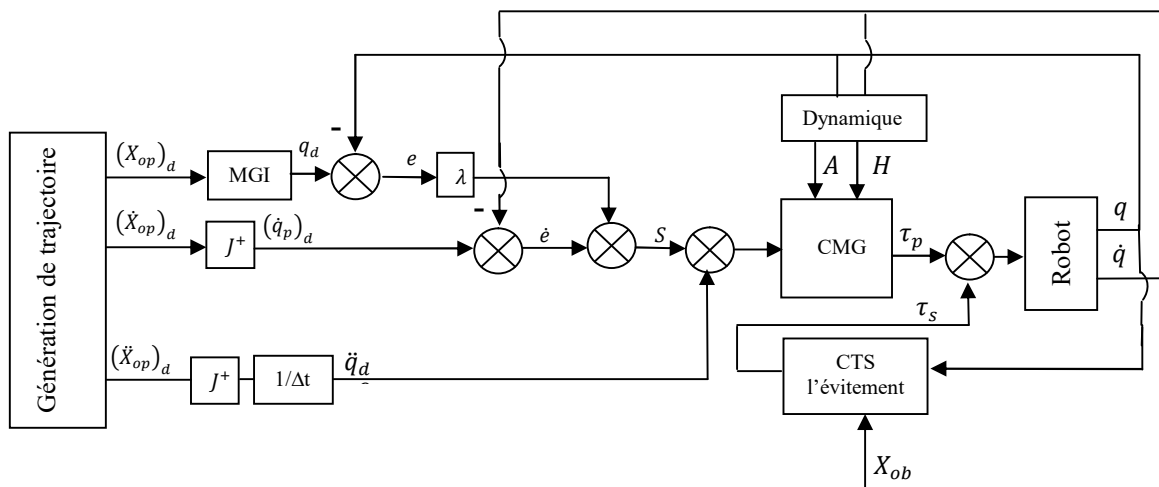


Fig.4.1 Schéma de la commande MG avec Tâche secondaire : cas de la première ou deuxième méthode

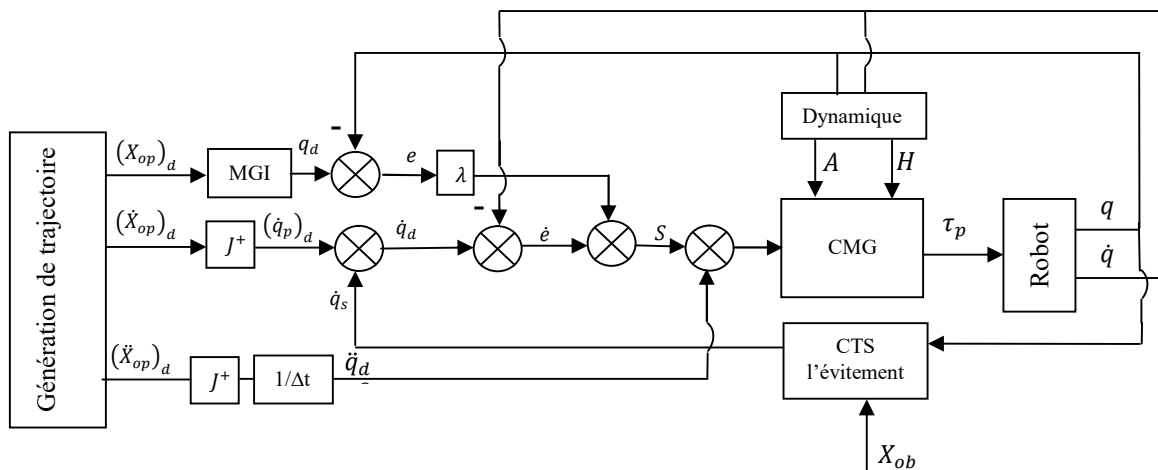


Fig.4.2 Schéma de la commande MG avec automouvement : cas de la troisième méthode de l'évitement d'obstacle

1 Lois CMG basées sur le Modèle Dynamique Inverse (CMG-MDI)

Nous avons signalé au chap.2 §3.2 que le modèle dynamique des robots manipulateurs peut prendre la forme (2.4) dite modèle dynamique inverse décentralisée. Nous allons exploiter dans un premier temps cette forme de la dynamique pour développer les lois CMG [Ben16].

1.1 Cas où les fonctions $f_i(X_i)$ et $g_i(X_i)$ sont inconnues

Notre objectif est d'élaborer une loi de commande u_i qui force la sortie x_i à suivre la trajectoire désirée $x_{d,i}$ pour laquelle, les premières (r_i) dérivées sont supposées être mesurables, lisses et uniformément bornées.

La surface de glissement S_i est prise de la forme :

$$S_i = e_i^{(r_i-1)} + \lambda_{i,r_i-1} e_i^{(r_i-2)} + \dots + \lambda_{i,2} \dot{e}_i + \lambda_{i,1} e_i \quad (4.1)$$

Avec $e_i = x_{d,i} - x_i$

Remarque 4.1

Vu que la dynamique des manipulateurs sériels est de degré relatif d'ordre 2 par conséquent, les surfaces S_i sont déterminées telles que :

$$S_i = \dot{e}_i + \lambda_{1,i} e_i \text{ avec } i=(1,6) \text{ et } \lambda_{1,i} \in \mathfrak{R}^+ \quad (R4.1.1)$$

Par ailleurs dans le contexte de l'évitement d'obstacle, il est important de noter que l'automouvement est pris en compte via l'erreur de poursuite filtrée (la surface S_i) où l'erreur de poursuite $e_i(t)$ et sa dérivée $\dot{e}_i(t)$ sont alors calculées dans l'espace articulaire, comme suit:

$$\dot{e}_i(t) = \dot{q}_{d,i}(t) - \dot{q}_i(t) ; e_i(t) = q_{d,i}(t) - q_i(t) \quad (R4.1.2)$$

$$\dot{q}_{d,i}(t) = (\dot{q}_{p,i})_d(t) + \dot{q}_{s,i}(t) \quad (R4.1.3)$$

De plus

$$\dot{q}_p(t) = J^+(q(t))(\dot{X}_{op})_d \quad (R4.1.4)$$

$$q_d(t) = MGI((X_{op})_d(t)) \quad (R4.1.5)$$

Le vecteur désiré des variables articulaires $q_d(t)$ est issu du vecteur désiré des variables opérationnelles $(X_{op})_d(t)$ via le modèle géométrique inverse (MGI). Le vecteur vitesse des variables articulaires $(\dot{q}_p)_d(t)$ est déduit en exploitant le pseudo inverse du Jacobien de plus, $\dot{q}_{s,i}(t)$ représente l'automouvement défini selon (1.10). $(X_{op})_d(t)$ et $(X_{op})_d$ représentent respectivement la trajectoire désirée et sa vitesse dans l'espace opérationnel. En outre dans la pratique, $\dot{q}_i(t)$ et $q_i(t)$ sont mesurées.

□

Pour satisfaire la condition : $S_i = 0$ avec $e_i \rightarrow 0$, les coefficients $\lambda_{i,r_i-1} \dots \lambda_{i,2}$ et $\lambda_{i,1}$ sont choisis tels que le polynôme en s (ici s désigne l'opérateur de Laplace) ci-dessous soit Hurwitz :

$$s^{(r_i-1)} + \lambda_{i,r_i-1}s^{(r_i-2)} + \dots + \lambda_{i,2}s + \lambda_{i,1} = 0 \quad (4.2)$$

Par ailleurs, la dérivée temporelle de la surface S_i est donnée par:

$$\dot{S}_i = e_i^{(r_i)} + \lambda_{i,r_i-1}e_i^{(r_i-1)} + \dots + \lambda_{i,2}\ddot{e}_i + \lambda_{i,1}\dot{e}_i \quad (4.3)$$

Ou encore

$$\dot{S}_i = (x_{d_i}^{(r_i)} - x_i^{(r_i)}) + \lambda_{i,r_i-1}e_i^{(r_i-1)} + \dots + \lambda_{i,2}\ddot{e}_i + \lambda_{i,1}\dot{e}_i \quad (4.4)$$

On pose

$$v_i = x_{d_i}^{(r_i)} + \lambda_{i,r_i-1}e_i^{(r_i-1)} + \dots + \lambda_{i,2}\ddot{e}_i + \lambda_{i,1}\dot{e}_i \quad (4.5)$$

Par conséquent, en exploitant (4.5), l'équation (4.4) se réduit à la forme compacte suivante:

$$\dot{S}_i = -x_i^{(r_i)} + v_i \quad (4.6)$$

En multipliant les deux membres de l'équation précédente par $f_i(X_i)$, on obtient:

$$f_i(X_i)\dot{S}_i = -f_i(X_i)x_i^{(r_i)} + f_i(X_i)v_i \quad (4.7)$$

En exploitant la relation (2.4), la relation (4.7) prend la forme ci-dessous:

$$f_i(X_i)\dot{S}_i = f_i(X_i)v_i + g_i(X_i) + d_i(X_{a,i}) - u_i \quad (4.8)$$

En imposant une dynamique du type relais à la surface de glissement, i.e. $\dot{S}_i = -K_i \text{sign}(S_i)$ où $K_i > 0$, la relation (4.8) devient:

$$-K_i f_i(X_i) \text{sign}(S_i) = f_i(X_i)v_i + g_i(X_i) + d_i(X_{a,i}) - u_i \quad (4.9)$$

De cette dernière relation, on tire directement la commande u_i suivante :

$$u_i = f_i(X_i)v_i + g_i(X_i) + d_i(X_{a,i}) + K_i f_i(X_i) \text{sign}(S_i) \quad (4.10)$$

Etant donné que les fonctions $f_i(X_i)$, $g_i(X_i)$ et $d_i(X_{a,i})$ ne sont pas connues par conséquent, la commande (4.10) ne peut être déterminée.

1.2 Cas où les paramètres nominaux du système sont connus (GMG-MDI1)

Cette fois ci, nous considérons que les valeurs nominales (ou autres valeurs) des paramètres du système (2.1-2.2) sont bien connues et ainsi, nous proposons de mettre la dynamique (2.4) sous la forme suivante:

$$\begin{cases} u_i = f_{0,i}(X_i)x_i^{(r_i)} + g_{0,i}(X_i) + d_{0,i}(X_{a,i}) + \Delta d_i \text{ et } i=(1,n) \\ y_i = x_i \end{cases} \quad (4.11)$$

Remarque 4.2

Les fonctions $f_{0,i}$, $g_{0,i}$ et $d_{0,i}$ définissant le système (4.11) s'obtiennent du modèle centralisé (2.1- 2.2) à paramètres nominaux (ou autres) comme suit :

$$f_{0,i} = a_{0i,i} , g_{0,i} = H_{0,i}(q_i, \dot{q}_i) \quad (R4.2.1)$$

$$d_{0,i} = H_0(q, \dot{q}) - H_{0,i}(q_i, \dot{q}_i) \quad (R4.2.2)$$

Où $a_{0i,i}$ indique la composante (i, i) de la matrice d'inertie A_0 .

Il est à noter que $H_0(q, \dot{q})$ et $H_{0,i}(q_i, \dot{q}_i)$ représentent respectivement $H(q, \dot{q})$ et $H_i(q_i, \dot{q}_i)$ déterminés pour les valeurs nominales (ou autres valeurs connues) des paramètres. De plus, la

fonction $d_{0,i}$ est expurgée des termes en $x_j^{(r_j)}$ avec $j=(1, n)$ et $j \neq i$; ceux-ci sont supposés inclus dans le terme inconnue Δd_i .

Pour les besoins des développements qui vont suivre, nous considérons les hypothèses ci-dessous :

Hypothèse H4.1

Nous supposons que les fonctions $f_{0,i}(X_i)$, $g_{0,i}(X_i)$ et $d_{0,i}(X_{a,i})$ sont entièrement connues.

□

Hypothèse H4.2

Par ailleurs, la dérivée temporelle de la fonction $\dot{f}_{0,i}(X_i)$ est bornée telle que :

$$\frac{1}{2} |\dot{f}_{0,i}| \leq \bar{f}_{0,i} \text{ et } \bar{f}_{0,i} > 0 \quad (4.12)$$

De plus, sa borne $\bar{f}_{0,i}$ est connue.

□

Hypothèse H4.3

La fonction Δd_i , représentant le terme inconnue, est continue de plus elle est bornée telle que :

$$|\Delta d_i(t)| \leq \bar{\Delta d}_i \text{ et } \bar{\Delta d}_i > 0 \quad (4.13)$$

où sa borne $\bar{\Delta d}_i$ est connue.

□

Tenant compte du système (4.11), la dynamique de la surface donnée par l'expression (4.8) devient :

$$f_{0,i}(X_i)\dot{S}_i = f_{0,i}(X_i)v_i + g_{0,i}(X_i) + d_{0,i}(X_{a,i}) - u_i + \Delta d_i \quad (4.14)$$

Proposition 4.1

Si le système (2.4), mis sous la forme (4.11) et vérifiant les Hypothèses H4.1, H4.2 et H4.3, est sous la conduite de la loi de commande :

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{f}_{0,i}(\mathbf{X}_i)\mathbf{v}_i + \mathbf{g}_{0,i}(\mathbf{X}_i) + \mathbf{d}_{0,i}(\mathbf{X}_{a,i}) + K_i \text{sign}(\mathbf{S}_i) \quad (4.15)$$

où le gain de commande K_i est déterminé selon la relation suivante :

$$K_i = \overline{\Delta d}_i + \bar{f}_{0,i}|\mathbf{S}_i| + k_{s,i} \text{ et } k_{s,i} \in \mathfrak{R}^+ \quad (4.16)$$

par conséquent, les erreurs de poursuite e_i et $i=(1,n)$ convergent vers zéro et tous les autres signaux du système sont bornés.

□

Preuve

Soit la fonction de Lyapunov ci-dessous :

$$V_i = \frac{1}{2} f_{0,i} S_i^2 \quad (4.17)$$

$$\dot{V}_i = \frac{1}{2} \dot{f}_{0,i} S_i^2 + S_i (f_{0,i} \dot{S}_i) \quad (4.18)$$

En utilisant (4.14), l'expression (4.18) devient :

$$\dot{V}_i = \frac{1}{2} \dot{f}_{0,i} S_i^2 + S_i (f_{0,i}(\mathbf{X}_i)\mathbf{v}_i + \mathbf{g}_{0,i}(\mathbf{X}_i) + \mathbf{d}_{0,i}(\mathbf{X}_{a,i}) - \mathbf{u}_i + \Delta \mathbf{d}_i) \quad (4.19)$$

En introduisant la loi de commande (4.15) dans la relation (4.19), celle-ci se réduit à :

$$\dot{V}_i = \frac{1}{2} \dot{f}_{0,i} S_i^2 - K_i |S_i| + \Delta d_i |S_i| \quad (4.20)$$

En exploitant le fait que selon les **hypothèses H4.2 et H4.3** on a :

$$\frac{1}{2} |\dot{f}_{0,i}| \leq \bar{f}_{0,i} \text{ et } |\Delta d_i| \leq \overline{\Delta d}_i \quad (4.21)$$

Par conséquent, \dot{V}_i vérifie l'inégalité suivante :

$$\dot{V}_i \leq \bar{f}_{0,i} S_i^2 + \overline{\Delta d}_i |S_i| - K_i |S_i| \quad (4.22)$$

En utilisant le gain K_i selon (4.16), la relation (4.22) se réduit alors à :

$$\dot{V}_i \leq -k_{s_i}|S_i| \quad \text{et donc } \dot{V}_i < 0 ; \forall S_i \neq 0 \quad (4.23)$$

Le résultat (4.23) implique que $S_i \rightarrow 0$ et donc $e_i \rightarrow 0$ de plus, tous les autres signaux sont bornés.

□ □

1.3 Lois CMG avec Ajout d'un Terme Adaptatif (CMG-MDI2)

Afin de développer la loi de commande basée sur les MG avec ajout d'un terme adaptatif, nous considérons à nouveau le système (4.11) où le terme inconnu de la dynamique à savoir le terme Δd_i vérifie l'hypothèse H4.4 ci-dessous:

Hypothèse H4.4

Nous considérons que la fonction continue Δd_i peut être approximée idéalement par la régression linéaire suivante :

$$\Delta d_i = (Z_{d,i})^T \theta_{d,i} + \epsilon_{d,i} \quad (4.24)$$

Où $Z_{d,i}$, $\theta_{d,i}$ et $\epsilon_{d,i}$ sont respectivement le vecteur régressif, le vecteur des paramètres idéaux et l'inévitable erreur de reconstruction. De plus, l'erreur de reconstruction $\epsilon_{d,i}$ est bornée comme suit :

$$|\epsilon_{d,i}| < \bar{\epsilon}_{d,i} \quad \text{et } \bar{\epsilon}_{d,i} \in \mathfrak{R}^+ \quad (4.25)$$

Où la borne $\bar{\epsilon}_{d,i}$ est supposée connue.

□

Compte tenu de l'hypothèse H4.4, l'équation (4.14) de la dynamique de la surface S_i devient :

$$f_{0,i}(X_i)\dot{S}_i = f_{0,i}(X_i)v_i + g_{0,i}(X_i) + d_{0,i}(X_{a,i}) + (Z_{d,i})^T \theta_{d,i} + \epsilon_{d,i} - u_i \quad (4.26)$$

Proposition 4.2

Si le système (2.3), mis sous forme (2.11) et vérifiant les hypothèses H4.1, H4.2 et H4.4, est sous la conduite de la loi de commande suivante :

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{f}_{0,i}(\mathbf{X}_i)\mathbf{v}_i + \mathbf{g}_{0,i}(\mathbf{X}_i) + \mathbf{d}_{0,i}(\mathbf{X}_{a,i}) + (\mathbf{Z}_{d,i})^T \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{d,i} + \mathbf{K}_i \text{sign}(S_i) \quad (4.27)$$

où le vecteur des paramètres $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{d,i}$ est estimé selon la loi

$$\frac{d\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{d,i}}{dt} = \boldsymbol{\eta}_i S_i \mathbf{Z}_{d,i} \text{ et } \boldsymbol{\eta}_i \in \mathfrak{R}^+ \quad (4.28)$$

et le gain de commande \mathbf{K}_i est déterminé suivant la relation ci-dessous :

$$\mathbf{K}_i = \bar{f}_{i,0} |S_i| + \bar{\epsilon}_{r,i} + \mathbf{k}_{s,i} \text{ et } \mathbf{k}_{s,i} \in \mathfrak{R}^+ \quad (4.29)$$

par conséquent, les erreurs de poursuite e_i et $i=(1, n)$ convergent asymptotiquement vers zéro et tous les autres signaux du système sont bornés.

□

Preuve

On considère, pour cette fois-ci, la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_i = \frac{1}{2} f_{0,i} S_i^2 + \frac{1}{2\eta_i} (\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{d,i})^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{d,i} \text{ et } \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{d,i} = \boldsymbol{\theta}_{d,i} - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{d,i} \quad (4.30)$$

La dérivée temporelle de V_i est donnée par :

$$\dot{V}_i = \frac{1}{2} \dot{f}_{0,i} S_i^2 + S_i (f_{0,i} \dot{S}_i) - \frac{1}{\eta_i} \left(\frac{d\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{d,i}}{dt} \right)^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{d,i} \quad (4.31)$$

En exploitant (4.26), la relation (4.31) devient :

$$\dot{V}_i = \frac{1}{2} \dot{f}_{0,i} S_i^2 + S_i \left(f_{0,i}(\mathbf{X}_i)\mathbf{v}_i + \mathbf{g}_{0,i}(\mathbf{X}_i) + \mathbf{d}_{0,i}(\mathbf{X}_{a,i}) + (\mathbf{Z}_{d,i})^T \boldsymbol{\theta}_{d,i} + \epsilon_{d,i} - u_i \right) - \frac{1}{\eta_i} \left(\frac{d\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{d,i}}{dt} \right)^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{d,i} \quad (4.32)$$

En substituant u_i par son expression (4.27) dans la relation (4.32), celle-ci se réduit à :

$$\dot{V}_i = \frac{1}{2} \dot{f}_{0,i} S_i^2 + S_i \left((Z_{d,i})^T \theta_{d,i} - (Z_{d,i})^T \hat{\theta}_{d,i} + \epsilon_{d,i} - K_i \text{sign}(S_i) \right) - \frac{1}{\eta_i} \left(\frac{d\hat{\theta}_{d,i}}{dt} \right)^T \tilde{\theta}_{d,i} \quad (4.33)$$

Ou encore :

$$\dot{V}_i = \frac{1}{2} \dot{f}_{0,i} S_i^2 + (Z_{d,i})^T \tilde{\theta}_{r,i} S_i + \epsilon_{d,i} S_i - K_i |S_i| - \frac{1}{\eta_i} \left(\frac{d\hat{\theta}_{d,i}}{dt} \right)^T \tilde{\theta}_{d,i} \quad (4.34)$$

En exploitant la loi d'adaptation des paramètres (4.28), la relation précédente devient :

$$\dot{V}_i = \frac{1}{2} \dot{f}_{0,i} S_i^2 + \epsilon_{d,i} S_i - K_i |S_i| \quad (4.35)$$

Les *Hypothèses H4.2* et *H4.4* stipulent que la fonction $\frac{1}{2} \dot{f}_{0,i}$ et l'erreur de reconstruction $\epsilon_{d,i}$ sont respectivement bornées selon (4.12) et (4.25) par conséquent, \dot{V}_i peut être à son tour bornée comme suit :

$$\dot{V}_i \leq \bar{f}_{i,0} S_i^2 + \bar{\epsilon}_{d,i} |S_i| - K_i |S_i| \quad (4.36)$$

Au niveau de la relation précédente, on utilise le gain K_i donné par (4.29), il vient :

$$\dot{V}_i \leq -k_{s_i} |S_i| \text{ et donc } \dot{V}_i \leq 0, \forall S_i \neq 0 \quad (4.37)$$

La relation (4.37) signifie que les surfaces S_i et $i=(1, n)$ convergent asymptotiquement vers zéro et donc il en est de même pour les erreurs de poursuite e_i de plus, tous les autres signaux du système sont bornés.

□ □

1.4 Simulation des lois CMG basées sur le Modèle Dynamique Inverse (CMG-MDI)

Dans cette section, nous allons vérifier la validité des deux lois CMG développées à partir du modèle dynamique inverse décentralisé (4.11). Il est évident que le modèle dynamique du robot est simulé par les équations (2.1) et (2.2). Nous présentons les résultats relatifs à la CMG avec/et sans ajout du terme adaptatif.

1.4.1 Simulations dans le Cas de la CMG sans terme adaptatif (CMG-MDI1)

a) Résultats des Simulations

En outre, nous effectuons le test donné au chap.2§4 dans le cas de la loi CMG-MDI1 définie par (4.15) et (4.16). Il est à noter que les surfaces de glissement sont imposées selon les indications reportées dans la remarque R4.1. Tout d'abord, nous avons imposé la poursuite de trajectoire sans activer la procédure d'évitement d'obstacle.

Pour assurer la poursuite de trajectoire, nous avons fixé les coefficients $\lambda_{1,i}$ et K_i et $i=(1,6)$ tels que :

$$\begin{aligned} [\lambda_{1,1} \ \lambda_{1,2} \ \lambda_{1,3} \ \lambda_{1,4} \ \lambda_{1,5} \ \lambda_{1,6}] &= [750 \ 750 \ 750 \ 75 \ 75 \ 75] \\ [K_1 \ K_2 \ K_3 \ K_4 \ K_5 \ K_6] &= [4 \ 4 \ 4 \ 0,2 \ 0,2 \ 0,2] \end{aligned}$$

Le robot est chargé par un poids de 315N.

On ajoute par la suite le terme de l'évitement d'obstacle selon les trois méthodes exposé au chapitre 3.

- Pour la méthode des forces répulsives les coefficients relatifs à l'équation (3.10) ont été imposés tels que :

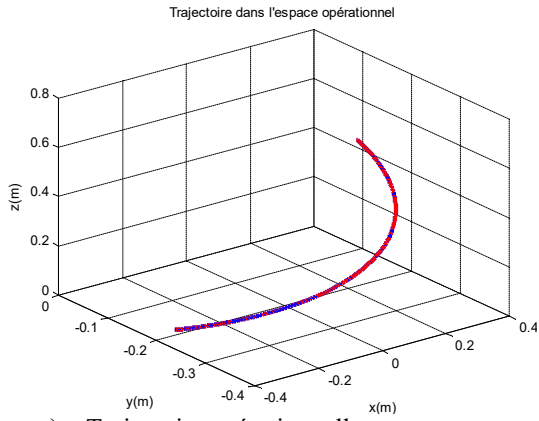
$$v_2 = 20, v_3 = 8, \text{ et } D_{02} = D_{03} = 0,4.$$

- Pour celle des vitesses répulsives, les coefficients relatifs à l'équation (3.89) ont été imposés tels que :

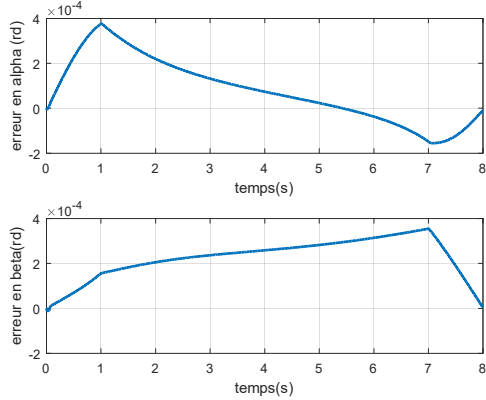
$$\rho_2 = 0,3 \text{ et } \rho_3 = 0,2.$$

Tab.4.1 Erreurs maximales de poursuite pour la CMG-MDI1

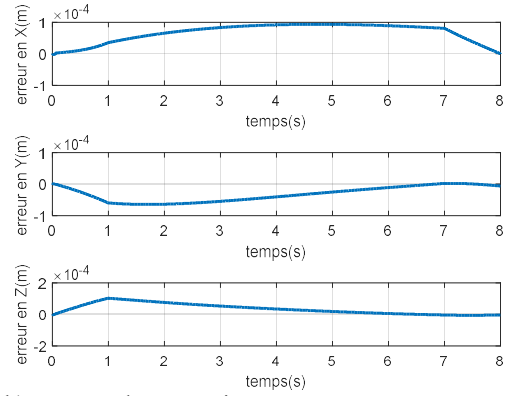
L'erreur (mm)	Sans évitement	Forces répulsives	Couples répulsifs	Vitesses répulsives.
$ e_x $	0,0935	0,0935	0,0927	0,0931
$ e_y $	0,0643	0,0622	0,0636	0,0643
$ e_z $	0,1030	0,1022	0,1033	0,1037
Erreurs (°)				
$ e_\alpha $	0,0216	0,0214	0,0217	0,0218
$ e_\beta $	0,0203	0,0203	0,0204	0,0203



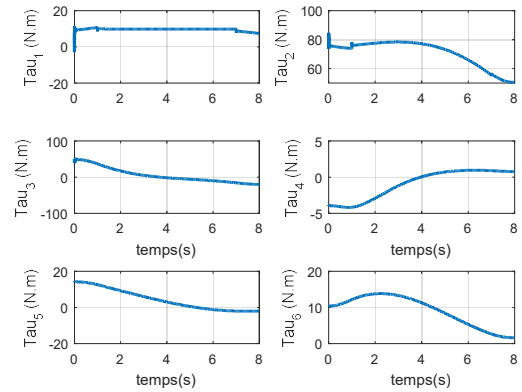
a) Trajectoire opérationnelle



c) Erreurs de poursuite en α et β

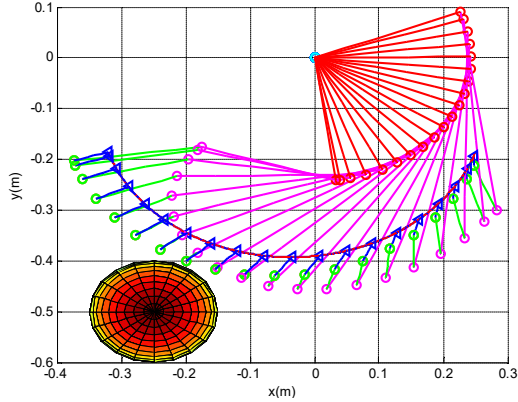


b) Erreurs de poursuite en x, y et z

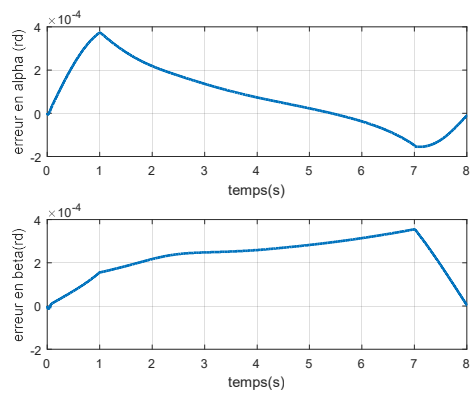


d) Couples articulaires

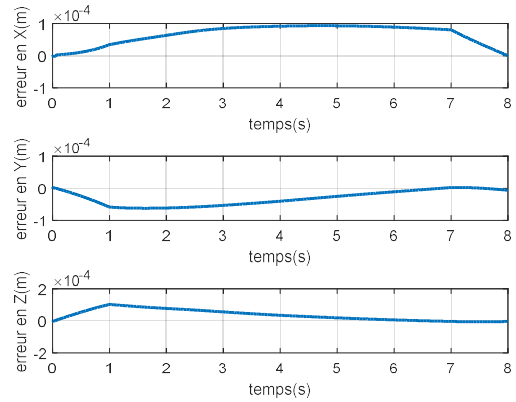
Fig.4.3 CMG-MDI1 sans évitement d'obstacle



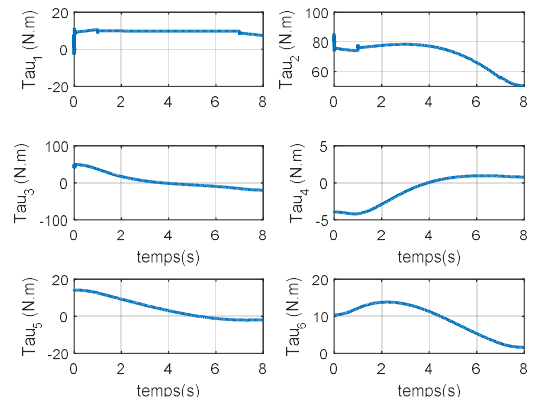
a) Vue du plan XY opérationnelle



c) Erreurs de poursuite en α et β

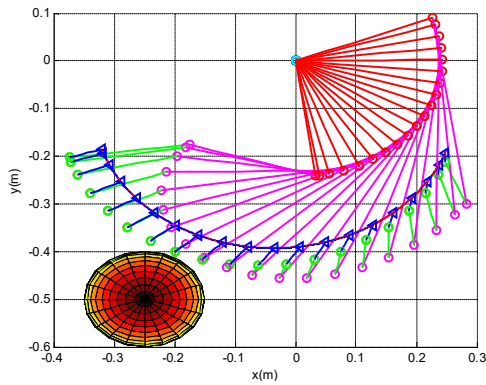


b) Erreurs de poursuite en x, y et z

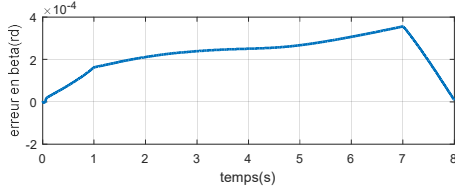
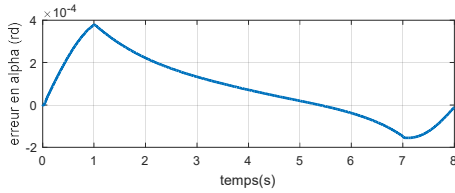


d) Couples articulaires

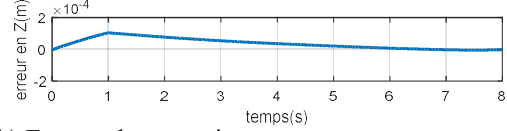
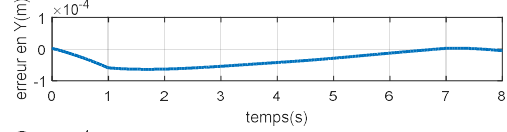
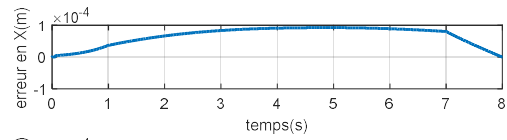
Fig.4.4 CMG-MDI1 avec évitement d'obstacles basé sur la méthode des forces répulsives



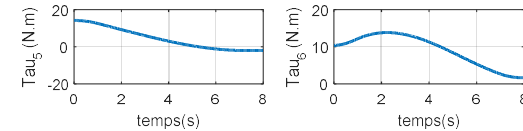
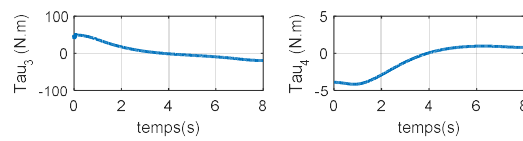
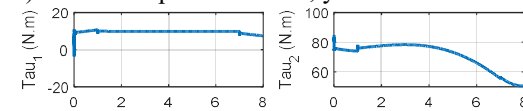
a) Vue du plan XY opérationnel



c) Erreurs de poursuite en α et β

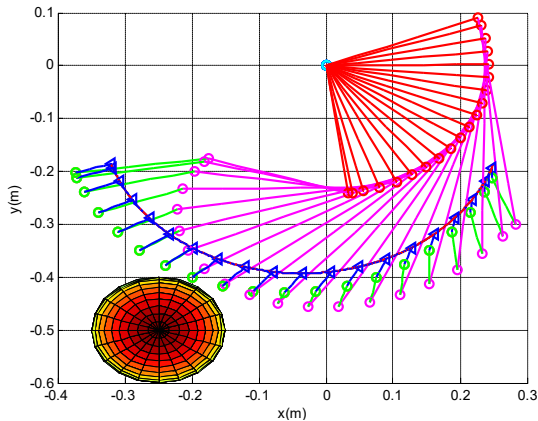


b) Erreurs de poursuite en x, y et z

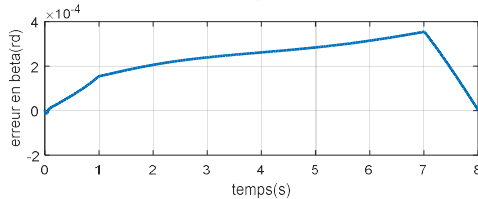
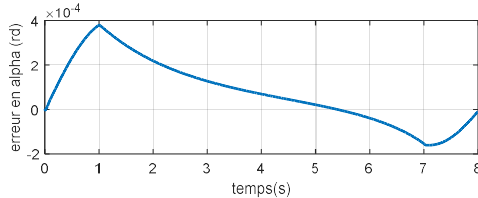


d) Couples articulaires

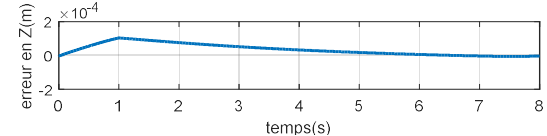
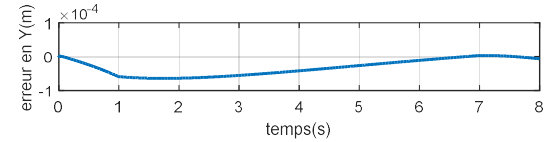
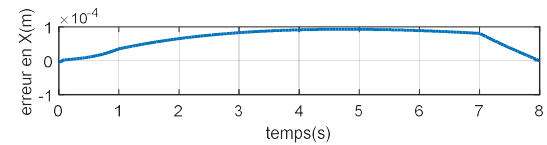
Fig.4.5 CMG-MDI1 avec évitement d'obstacles basé sur la méthode des couples répulsifs



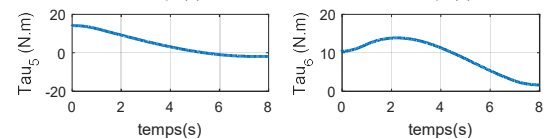
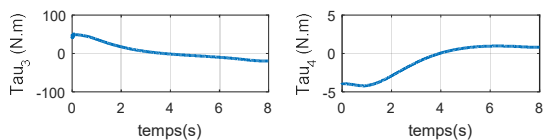
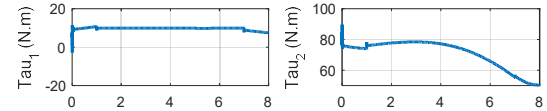
a) Trajectoire opérationnelle



c) Erreurs de poursuite en α et β



b) Erreurs de poursuite en x, y et z



d) Couples articulaires

Fig.4.6 CMG-MDI1 avec évitement d'obstacles basé sur la méthode des vitesses répulsives

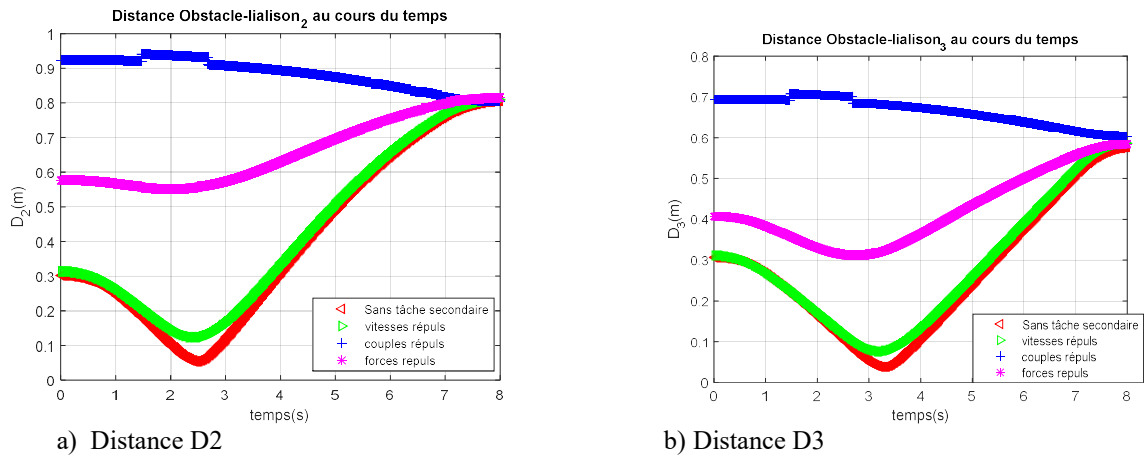


Fig.4.7 Distances D_2 et D_3 sans évitement d'obstacles et en fonction des 3 procédures d'évitement d'obstacles pour la CMG-MDI1

Tab.4.2 Valeurs maximales des couples (N.m) pour la CMG-MDI1

	Sans évitement	Forces répulsives	Couples répulsifs	Vitesses répulsives	Couples max tolérés
$ \tau_1 $	11,3938	11,4405	10,8366	11,3384	97,6
$ \tau_2 $	84,8934	85,8549	84,8059	89,6769	107,36
$ \tau_3 $	53,4191	53,4192	53,4186	53,4203	89,4
$ \tau_4 $	4,1903	4,1902	4,1907	4,2064	24,2
$ \tau_5 $	14,2425	14,2425	14,2423	14,2407	20,1
$ \tau_6 $	13,8425	13,8434	13,8438	13,8800	21,3

b) analyses des résultats

De ces résultats, il apparait clairement que la poursuite de la trajectoire de sortie est réalisée indépendamment de la méthode d'évitement d'obstacle utilisée en effet, l'erreur maximale de poursuite pour la position et celle pour l'orientation sont respectivement de l'ordre 0,10mm et 0,02° (Tab.4.1), De plus, les valeurs maximales des couples actionneurs restent dans la marge admissible et donc loin des valeurs maximales tolérées (Tab.4.2. dernière colonne).

- Pour la première méthode, où la répulsion est introduite au niveau de la force, la poursuite est maintenue (Fig4.3 et Tab.4.1. 3^{ème} colonne) et, les couples évoluent dans la marge admissible (Tab.4.2. 3^{ème} colonne), En outre par rapport à la situation sans évitement d'obstacle, on observe une faible diminution des valeurs des couples (τ_4 et τ_5) et on gagne un peu plus de précision dans la poursuite de la trajectoire (Fig.4.7d), l'évitement d'obstacle est nettement réalisé pour la 2^{ème} liaison et la 3^{ème} liaison (Fig.4.4a et 4.4b) puisque, la distance d'éloignement de l'obstacle est assez conséquente.

- Concernant l'évitement par la 2^{ème} méthode, la répulsion est introduite au niveau du couple, Selon les Figures 4.7a et 4.7b, l'évitement est réalisé pour les deux liaisons et on observe un fort éloignement par rapport aux autres méthodes, Les distances D_2 et D_3 diminuent dès que les liaisons sont loin de l'obstacle, Cette méthode se manifeste par une diminution des couples

concernés par l'évitement (τ_2 et τ_3 voir Tab.4.2. 4^{ème} colonne) et par une faible augmentation des couples (τ_4 et τ_6) est une faible amélioration de précision (4^{ème} colonne, Tab4.1) pour $|e_x|$, $|e_y|$.

▪ Pour la troisième méthode, la répulsion est introduite au niveau de l'automouvement ce qui confère une meilleure dextérité au robot, Ainsi, les valeurs max des couples sont les plus proche de cas sans évitement pour toutes les liaisons par rapport aux valeurs max des autres méthodes; ceci est confirmé par les valeurs des couples (Tab.4.2. 5^{ème} colonne). Par ailleurs, on relève un résultat important lié au fait que l'évitement n'est actif qu'au moment où les distances (liaisons obstacle) sont critiques (Fig.4.7-a et 4.5-b), Ceci est visible entre 2s et 3s pour D_2 de plus pour D_3 on observe le même comportement entre 2s et 4s. Les erreurs de poursuite ont un peu augmenté de l'ordre de (0,0007 mm et 0,002°) que celles obtenues sans évitement d'obstacles. Mais cette valeur est a négliger dans le cas réelle.

1.4.2 Simulation dans le Cas de la CMG-MDI2

a) Résultats de Simulations

Dans cette partie, nous avons ajouté un terme adaptatif à la commande ce qui a conduit à la loi **CMG-MDI2** (4.27) incorporant la loi d'adaptation (4.28), Le coefficient d'adaptation η_i est pris tel que :

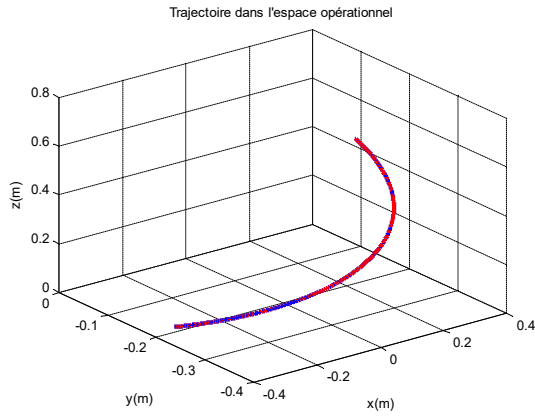
$$\eta_i = 0,13579 \text{ et } i=(1,6).$$

Tab.4.3 Erreurs maximales de poursuite pour la CMG-MDI2

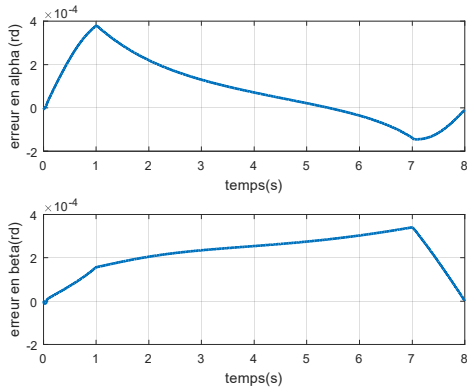
L'erreur (mm)	Sans évitement	Forces répulsives	Couples répulsifs	Vitesses répulsives
$ e_x $	0,0931	0,0931	0,0923	0,0927
$ e_y $	0,0644	0,0623	0,0637	0,0643
$ e_z $	0,1030	0,1022	0,1033	0,1037
Erreurs (°)				
$ e_\alpha $	0,0217	0,0215	0,0218	0,0219
$ e_\beta $	0,0195	0,0195	0,0195	0,0195

Tab.4.4 Valeurs maximales des couples (N.m) pour la CMG-MDI2

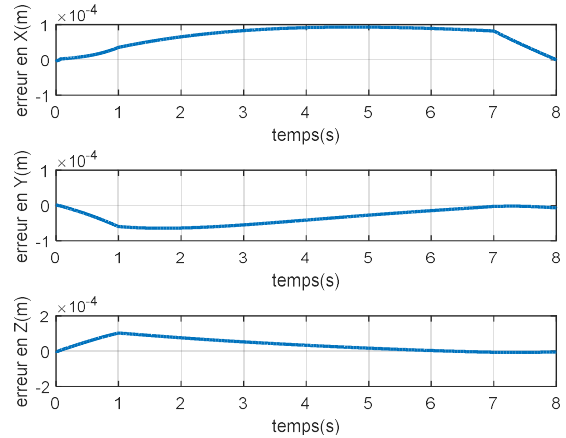
	Sans évitement	Forces répulsives	Couples répulsifs	Vitesses répulsives	Couples max tolérés
$ \tau_1 $	11,3914	11,4381	10,8341	11,3366	97,6
$ \tau_2 $	84,8933	85,8548	84,8057	89,6787	107,36
$ \tau_3 $	53,4191	53,4192	53,4186	53,4202	89,4
$ \tau_4 $	4,1901	4,1901	4,1906	4,2063	24,2
$ \tau_5 $	14,2424	14,2425	14,2423	14,2407	20,1
$ \tau_6 $	13,8420	13,8429	13,8432	13,8796	21,3



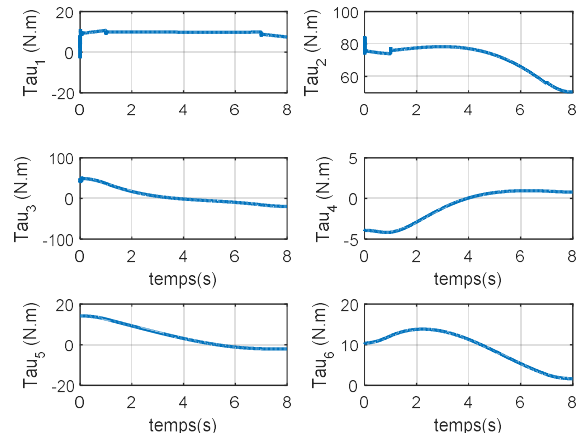
a) Vue du plan XY opérationnel



c) Erreurs de poursuite en α et β

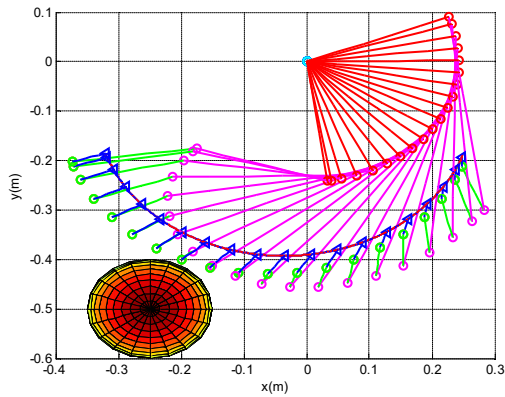


b) Erreurs de poursuite en x, y et z

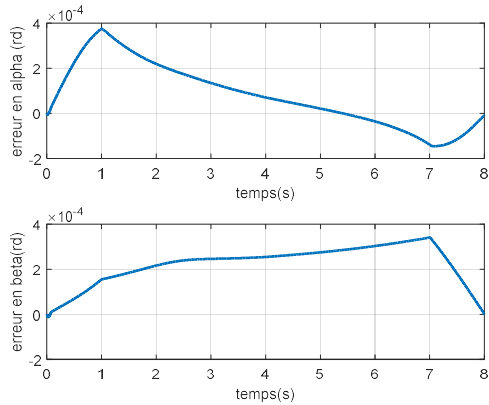


d) Couples articulaires

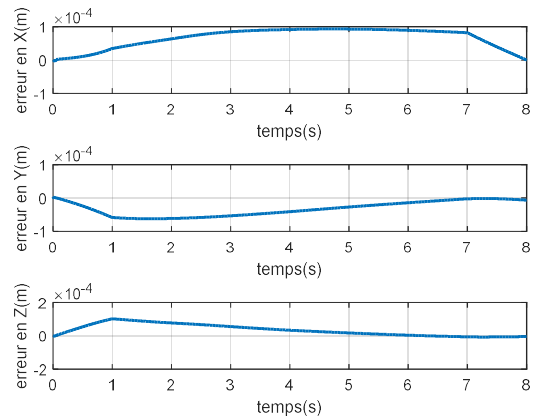
Fig.4.8 CMG-MDI2 sans évitement d'obstacle



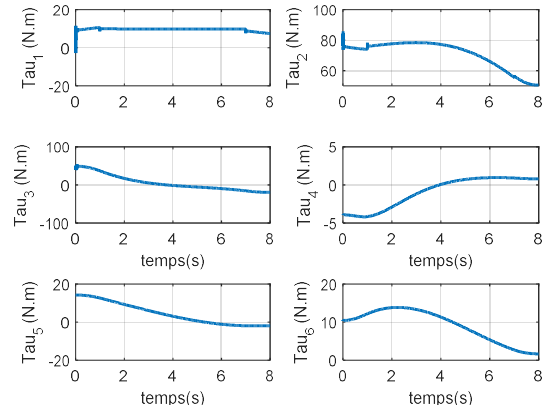
a) Vue du plan XY opérationnel



c) Erreurs de poursuite en α et β

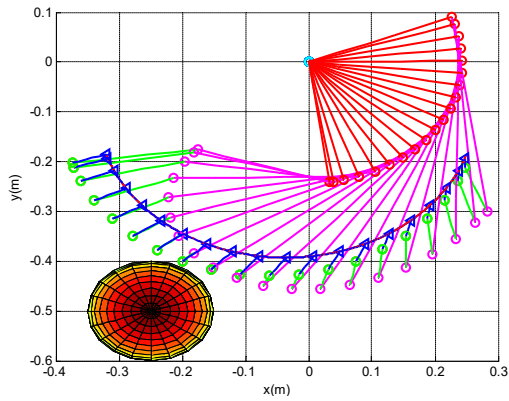


b) Erreurs de poursuite en x, y et z

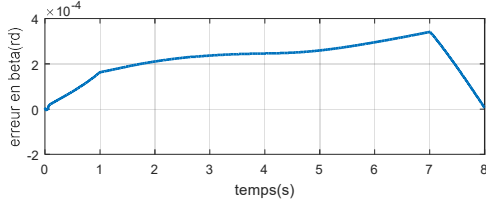
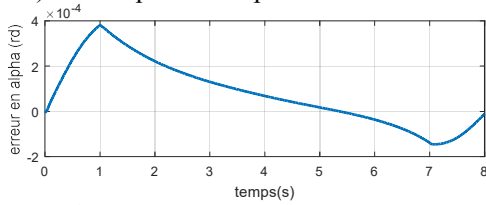


d) Couples articulaires

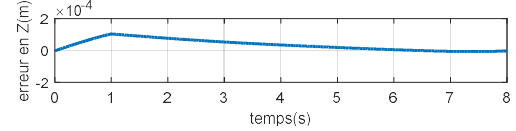
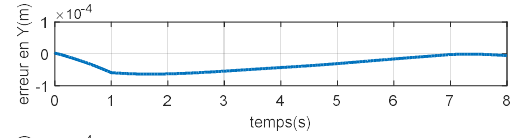
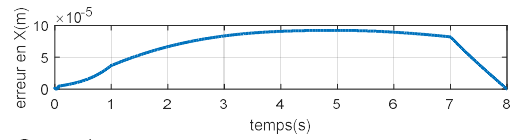
Fig.4.9 CMG-MDI2 avec évitement d'obstacles basé sur la méthode des forces répulsives



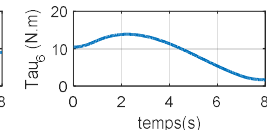
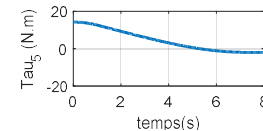
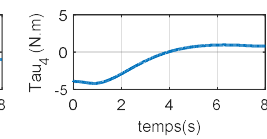
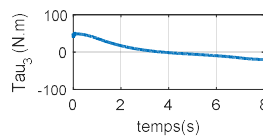
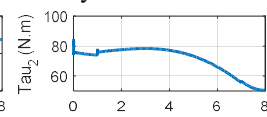
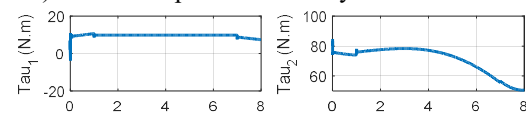
a) Vue du plan XY opérationnel



c) Erreurs de poursuite en α et β

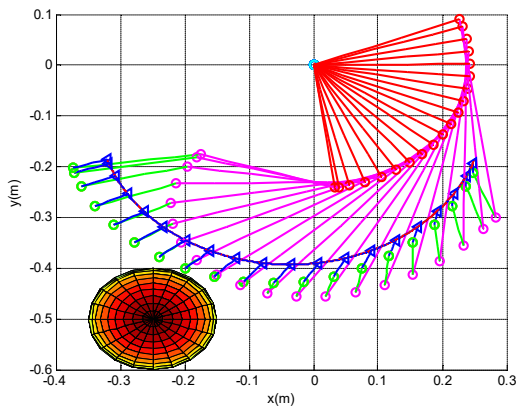


b) Erreurs de poursuite en x, y et z

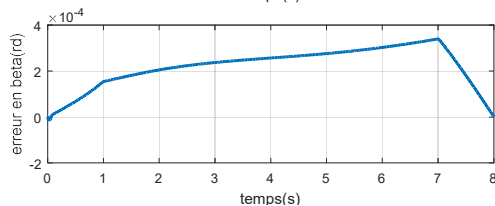
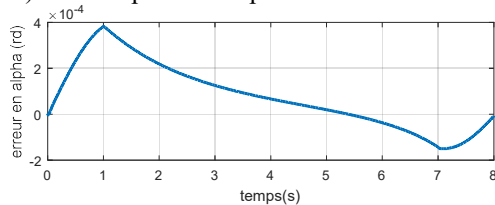


d) Couples articulaires

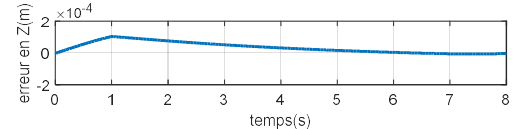
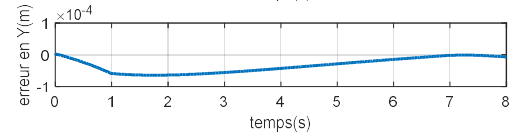
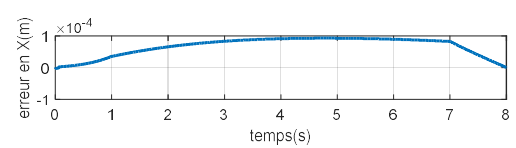
Fig.4.10 CMG-MDI2 avec évitement d'obstacle basé sur la méthode des couples répulsifs



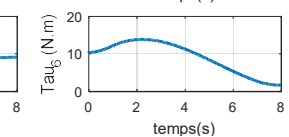
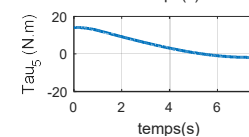
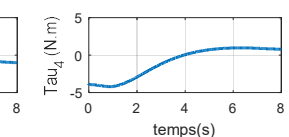
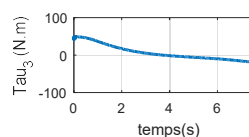
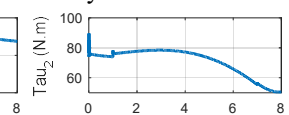
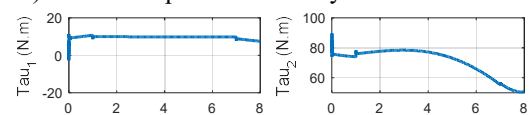
a) Vue du plan XY opérationnel



c) Erreurs de poursuite en α et β



b) Erreurs de poursuite en x, y et z



d) Couples articulaires

Fig.4.11 CMG-MDI2 avec évitement d'obstacles basé sur la méthode des vitesses répulsives

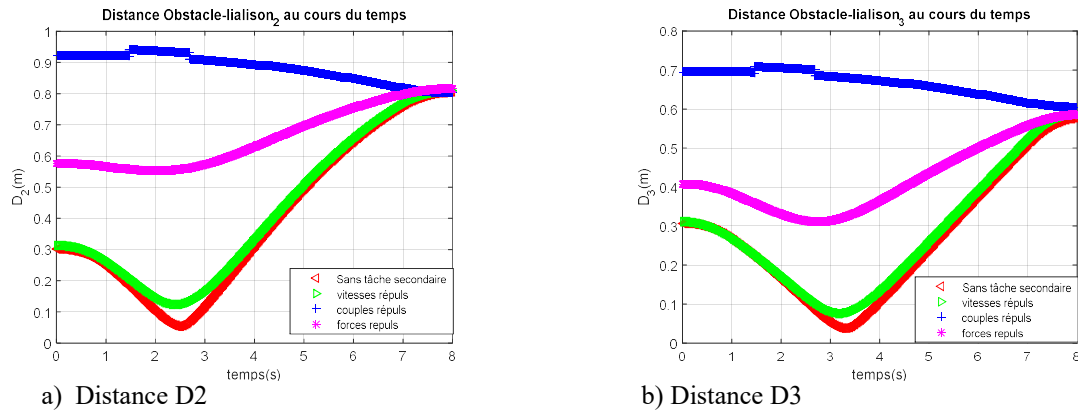


Fig.4.12 Distances D_2 et D_3 sans évitement d'obstacles et en fonction des trois procédures d'évitement d'obstacles pour la CMG-MDI2

b) Analyse des résultats

Les résultats obtenus de la CMG-MDI2 (Fig.4.8 à 4.12) montrent que la poursuite de trajectoire est réalisée avec ou sans évitement d'obstacle car, les erreurs maximales de poursuite sont de l'ordre de 0,1mm en position et $0,022^\circ$ en orientation. De plus, cette poursuite de trajectoire est réalisée avec une meilleure précision (avec ou sans évitement d'obstacles) que pour la CMG-MDI1. Toutefois, la comparaison des tableaux (Tab.4.1 et Tab.4.3) révèle que cette amélioration de la précision reste faible. De plus, les couples actionneurs sont pratiquement identiques, ceci est surtout valable pour les couples issus de la 1^{ière} et la 2^{ième} méthode (voir Tab.4.4). Une analyse fine, concernant l'évitement d'obstacle, montre que le profil des distances D_2 et D_3 est globalement inchangé, sauf que la distance D_3 réalise un éloignement un peu plus important dans l'intervalle de temps où l'évitement est actif.

Enfin, avec le terme adaptatif, bien que les couples (τ_3 et τ_6) de la troisième méthode soient les plus élevés, celle-ci présente une amélioration en évitement d'obstacle vis-à-vis de l'optimisation de l'espace libre autour du robot (Tab.4.1 et Tab.4.3, 5^{ième} colonne).

2 Lois CMG basées sur le Modèle Dynamique Directe (CMG-MDD)

Nous avons signalé au Chap.2§3.3 que le modèle dynamique des robots manipulateurs peut prendre la forme (2.4) dite modèle dynamique directe décentralisée, Cette section est consacrée au développement des CMG basées sur ce modèle dynamique directe.

2.1 Cas ou les fonctions $F_i(X_i)$ et $G_i(X_i)$ sont inconnues

En exploitant la surface S_i explicitée en (4.1), nous avons déjà établi que la dynamique de cette surface \dot{S}_i peut être réécrite sous la forme (4.6) que nous rappelons ci-dessous :

$$\dot{S}_i = v_i - x_i^{(r_i)} \quad (4.38)$$

En exploitant la dynamique (2.5), la relation (4.38) prend alors la forme suivante :

$$\dot{S}_i = v_i - F_i(X_i) - G_i(X_i)u_i - R_i(X_{a,i}) \quad (4.39)$$

Pour assurer les modes glissants, on peut imposer : $\dot{S}_i = -K_i \text{sign}(S_i)$, ce qui permet d'écrire (4.39) comme suit :

$$-K_i \text{sign}(S_i) = -F_i(X_i) - G_i(X_i)u_i - R_i(X_{a,i}) + v_i \quad (4.40)$$

Si $G_i(X_i) \neq 0, \forall X_i$ (par exemple $G_i(X_i) > 0, \forall X_i$), on peut imposer la commande u_i suivante:

$$u_i = G_i(X_i)^{-1} \left(v_i - F_i(X_i) - R_i(X_{a,i}) + K_i \text{sign}(S_i) \right) \quad (4.41)$$

Comme les fonctions F_i , G_i et R_i ne sont pas connues par conséquent, la loi de commande (4.41) ne peut être déterminée.

2.2 Cas ou les paramètres nominaux du système sont connus (CMG-MDD1)

Dans le cas où les valeurs nominales (ou autres valeurs) des paramètres du système (2.5) sont connus, nous proposons de réécrire (2.5) sous la forme suivante :

$$\begin{cases} x_i^{(r_i)} = F_{i,0}(X_i) + G_{i,0}(X_i)u_i + R_{i,0}(X_{a,i}) + \Delta R_i \\ y_i = x_i \end{cases} \quad (4.42)$$

Où les fonctions $F_{i,0}$, $G_{i,0}$ et $R_{i,0}$ sont des fonctions connues ne dépendant que des valeurs connues des paramètres et ΔR_i est la partie inconnue de la dynamique du système.

Remarque 4.3

Les fonctions $F_{i,0}$, $G_{i,0}$ et $R_{i,0}$ définissant le système (4.42) s'obtiennent du modèle centralisé (2.1-2.2) à paramètres nominaux (ou autres) comme suit :

$$G_{0,i} = \alpha_{0ii}^{-1}, F_{0,i} = -\alpha_{0ii}^{-1} \{ H_{0,i}(q_i, \dot{q}_i) \} \quad (\text{R.4.3.1})$$

$$R_{0,i} = -A_{0i:}^{-1} (H_0(q, \dot{q}) + \alpha_{0ii}^{-1} \{ H_{0,i}(q_i, \dot{q}_i) \}) \quad (\text{R.4.3.2})$$

Où $A_{0i:}^{-1}$ et α_{0ii}^{-1} représentent respectivement la ligne (i) de l'inverse de la matrice d'inertie A_0 et, l'élément (i,i) de A_0^{-1} déterminés sur la base des paramètres nominaux (ou autres valeurs).

Dans le cas du système (4.42), la dynamique (4.39) de la surface \dot{S}_i devient :

$$\dot{S}_i = v_i - F_{i,0}(X_i) - G_{i,0}(X_i)u_i - R_{i,0}(X_{a,i}) - \Delta R_i \quad (4.43)$$

Pour développer la commande qui va suivre, nous considérons que le système dynamique (4.42) vérifie les hypothèses suivantes :

Hypothèse H4.5

Les fonctions $F_{i,0}$, $G_{i,0}$ et $R_{i,0}$ sont des fonctions continues connues de plus, la fonction $G_{i,0}(X_i)$ est inversible (i.e, $G_{i,0}(X_i) \neq 0, \forall X_i$).

□

Hypothèse H4.6

La fonction inconnue ΔR_i est une fonction continue et elle est bornée telle que :

$$\lim_{t \geq 0} |\Delta R_i(t)| < \overline{\Delta R}_i \quad \text{où } \overline{\Delta R}_i \in \mathfrak{R}^+ \quad (4.44)$$

De plus, sa borne $\overline{\Delta R}_i$ est supposée connue.

□

Proposition 4.3

Si le système (2.5), mis la forme (4.42) et satisfaisant les hypothèses H4.5 et H4.6, est sous la conduite de la commande suivante :

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{G}_{i,0}^{-1}(\mathbf{v}_i - \mathbf{F}_{i,0} - \mathbf{R}_{i,0} + \mathbf{K}_i \text{sign}(S_i)) \quad (4.45)$$

Où le gain de commande \mathbf{K}_i vérifie

$$\mathbf{K}_i = \overline{\Delta \mathbf{R}_i} + \mathbf{k}_{s,i}, \text{ et } \mathbf{k}_{s,i} \in \mathfrak{R}^+ \quad (4.46)$$

par conséquent, la converge vers zéro des erreurs de poursuite est assurée et tous les autres signaux du système sont bornées.

□

Preuve

Soit la fonction de Lyapunov :

$$V_i = \frac{1}{2} S_i^2 \quad \text{et donc } \dot{V}_i = S_i \dot{S}_i \quad (4.47)$$

En introduisant la relation (4.43) de \dot{S}_i dans l'expression de \dot{V}_i , il vient :

$$\dot{V}_i = S_i(\mathbf{v}_i - \mathbf{F}_{i,0}(X_i) - \mathbf{G}_{i,0}(X_i)\mathbf{u}_i - \mathbf{R}_{i,0}(X_{a,i}) - \Delta \mathbf{R}_i) \quad (4.48)$$

A ce stade, en utilisant la loi de commande (4.45), la relation précédente de \dot{V}_i se réduit à :

$$\dot{V}_i = -S_i \Delta \mathbf{R}_i - K_i |S_i| \quad (4.49)$$

Du fait que selon l'**Hypothèse H4.6** la fonction inconnue $\Delta \mathbf{R}_i$ est bornée, par conséquent \dot{V}_i vérifie l'inégalité suivante :

$$\dot{V}_i \leq |S_i| \overline{\Delta \mathbf{R}_i} - K_i |S_i| \quad (4.50)$$

En introduisant l'expression (4.46) du gain de commande \mathbf{K}_i dans la relation précédente, celle-ci devient :

$$\dot{V}_i \leq -k_{s,i}|S_i| \text{ et donc } \dot{V}_i < 0 ; \forall S_i \neq 0 \quad (4.51)$$

Le résultat (4.51) signifie que les surfaces S_i et $i=(1, n)$ convergent asymptotiquement vers zéro et il en est de même pour les erreurs de poursuite e_i de plus, tous les autres signaux du système sont bornés.

□ □

2.3 Lois CMG avec Ajout d'un Terme Adaptatif (CMG-MDD2)

On considère à nouveau la dynamique (4.42) de plus, la CMG avec ajout d'un terme adaptatif est développée en admettant *l'hypothèse H4.5* et *l'hypothèse H4.7* ci-dessous :

Hypothèse H4.7

Nous supposons que la fonction continue et inconnue ΔR_i peut être approximée par la régression linéaire suivante :

$$\Delta R_i = (Z_{R,i})^T \theta_{R,i} + \epsilon_{R,i} \quad (4.52)$$

Où $Z_{R,i}$, $\theta_{R,i}$ et $\epsilon_{R,i}$ sont respectivement le vecteur régressif, le vecteur des paramètres idéaux et l'inévitable erreur de reconstruction. De plus, l'erreur de reconstruction $\epsilon_{R,i}$ est bornée comme suit :

$$|\epsilon_{R,i}| \leq \bar{\epsilon}_{R,i} \quad (4.53)$$

Et la borne $\bar{\epsilon}_{R,i}$ est connue.

□

Dans ce contexte, la dynamique (4.38) de la surface \dot{S}_i devient :

$$\dot{S}_i = v_i - F_{i,0}(X_i) - G_{i,0}(X_i)u_i - R_{i,0}(X_{a,i}) - (Z_{R,i})^T \theta_{R,i} - \epsilon_{R,i} \quad (4.54)$$

Proposition 4.4

Si le système (2.5), mis sous la forme (4.42) et vérifiant les Hypothèses H4.5 et H4.7, est sous la conduite de la loi de commande suivante :

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{G}_{i,0}^{-1}(\mathbf{v}_i - \mathbf{F}_{i,0} - \mathbf{R}_{i,0} - (\mathbf{Z}_{R,i})^T \hat{\boldsymbol{\theta}}_{R,i} + \mathbf{K}_i \text{sign}(S_i)) \quad (4.55)$$

où le vecteur des paramètres $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{R,i}$ est estimé selon la loi

$$\frac{d\hat{\boldsymbol{\theta}}_{R,i}}{dt} = -\eta_i S_i \mathbf{Z}_{R,i} \text{ et } \eta_i \in \mathfrak{R}^+ \quad (4.56)$$

et le gain de commande \mathbf{K}_i est imposé tel que :

$$\mathbf{K}_i = \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_{R,i} + \mathbf{k}_{s,i} \text{ et } \mathbf{k}_{s,i} \in \mathfrak{R}^+ \quad (4.57)$$

par conséquent, la convergence vers zéro des erreurs de poursuite est assurée et tous les autres signaux du système sont bornées.

□

Preuve

On considère, pour cette fois-ci, la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_i = \frac{1}{2} S_i^2 + \frac{1}{2\eta_i} (\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{R,i})^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{R,i} \quad (4.58)$$

La dérivée temporelle de V_i est donnée par :

$$\dot{V}_i = S_i \dot{S}_i - \frac{1}{\eta_i} \left(\frac{d\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{R,i}}{dt} \right)^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{R,i} \quad (4.59)$$

On remplace \dot{S}_i dans (4.59) par son expression (4.54), il vient :

$$\dot{V}_i = S_i \left(\mathbf{v}_i - \mathbf{F}_{i,0}(X_i) - \mathbf{G}_{i,0}(X_i) \mathbf{u}_i - \mathbf{R}_{i,0}(X_{a,i}) - (\mathbf{Z}_{R,i})^T \boldsymbol{\theta}_{R,i} - \boldsymbol{\epsilon}_{R,i} \right) - \frac{1}{\eta_i} \left(\frac{d\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{R,i}}{dt} \right)^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{R,i} \quad (4.60)$$

En introduisant la loi de commande (4.55) dans la relation (4.60), \dot{V}_i se réduit à :

$$\dot{V}_i = S_i \left((Z_{R,i})^T \hat{\theta}_{R,i} - (Z_{R,i})^T \theta_{R,i} - \epsilon_{R,i} \right) - \frac{1}{\eta_i} \left(\frac{d\hat{\theta}_{R,i}}{dt} \right)^T \tilde{\theta}_{R,i} \quad (4.61)$$

Ou encore

$$\dot{V}_i = -S_i (Z_{R,i})^T \tilde{\theta}_{R,i} - K_i |S_i| - \epsilon_{R,i} S_i - \frac{1}{\eta_i} \left(\frac{d\hat{\theta}_{R,i}}{dt} \right)^T \tilde{\theta}_{R,i} \quad (4.62)$$

On substitue dans (4.62), $\left(\frac{d\hat{\theta}_{R,i}}{dt} \right)$ par son expression (4.56) de ce fait, \dot{V}_i se réduit à :

$$\dot{V}_i = -K_i |S_i| - \epsilon_{R,i} S_i \quad (4.63)$$

Selon l'**Hypothèse H4.7**, $\epsilon_{R,i}$ est bornée et de ce fait \dot{V}_i peut être bornée à son tour comme suit :

$$\dot{V}_i \leq -K_i |S_i| + \bar{\epsilon}_{R,i} |S_i| \quad (4.64)$$

En imposant le gain K_i selon (4.57), il vient :

$$\dot{V}_i \leq -k_{s,i} |S_i| \text{ et donc } \dot{V}_i < 0 \forall S_i \neq 0 \quad (4.65)$$

Le résultat (4.65) implique que S_i et $i=(1, n)$ converge asymptotiquement vers zéro et il en est de même pour e_i et tous les autres signaux du système sont bornés.

□□

2.4 Simulation des lois CMG basées sur le Modèle Dynamique Direct (CMG-MDD)

Dans cette section, nous allons vérifier la validité des deux lois CMG développées à partir du modèle dynamique direct décentralisé (4.42), Il est évident que le modèle dynamique du robot est simulé par les équations (2.1) et (2.2), Nous présentons en premier lieu les résultats relatifs à CMG sans ajout et puis avec ajout du terme adaptatif.

2.4.1 Simulation dans le cas de la CMG-MDD1

a) Résultats de simulation

La simulation est effectuée dans le cas où la loi de commande est celle (4.45) & (4.46). En premier lieu, a été réalisée la poursuite de trajectoire sans activer la procédure d'évitement d'obstacle (Fig.4.13). Comme pour la simulation précédente, afin de fixer les coefficients, on

compare les résultats à celles du test donné en chap.2§4. , Après quelque essais et pour assurer une bonne poursuite de trajectoire avec des couples satisfaisants, nous avons fixé les coefficients $\lambda_{1,i}$ et K_i tels que :

$$[\lambda_{1,1} \lambda_{1,2} \lambda_{1,3} \lambda_{1,4} \lambda_{1,5} \lambda_{1,6}] = [75 \ 75 \ 75 \ 7,5 \ 7,5 \ 7,5]$$

$$[K_1 \ K_2 \ K_3 \ K_4 \ K_5 \ K_6] = [400 \ 400 \ 400 \ 20 \ 20 \ 20]$$

En deuxième étape on ajoute l'évitement d'obstacle selon les relations développées au chapitre3. Les résultats obtenus lors de cette simulation sont représentés par les Figures 2.14 à 4.17 de plus, les erreurs maximales de poursuite et les valeurs maximales des couples enregistrés dans ces essais sont regroupés respectivement au niveau des tableaux 4.5 et 4.6.

Tab.4.5 Erreurs maximales de poursuite pour la CMG-MDD1

L'erreur (mm)	Sans évitement	Forces répulsives	Couples Répulsifs	Vitesses répulsives
$ e_x $	0,1235	0,1235	0,1232	0,1249
$ e_y $	0,1337	0,1337	0,1679	0,1318
$ e_z $	0,1166	0,1135	0,1233	0,1184
Erreurs (°)				
$ e_\alpha $	0,0332	0,0318	0,0331	0,0335
$ e_\beta $	0,0440	0,0440	0,0441	0,0439

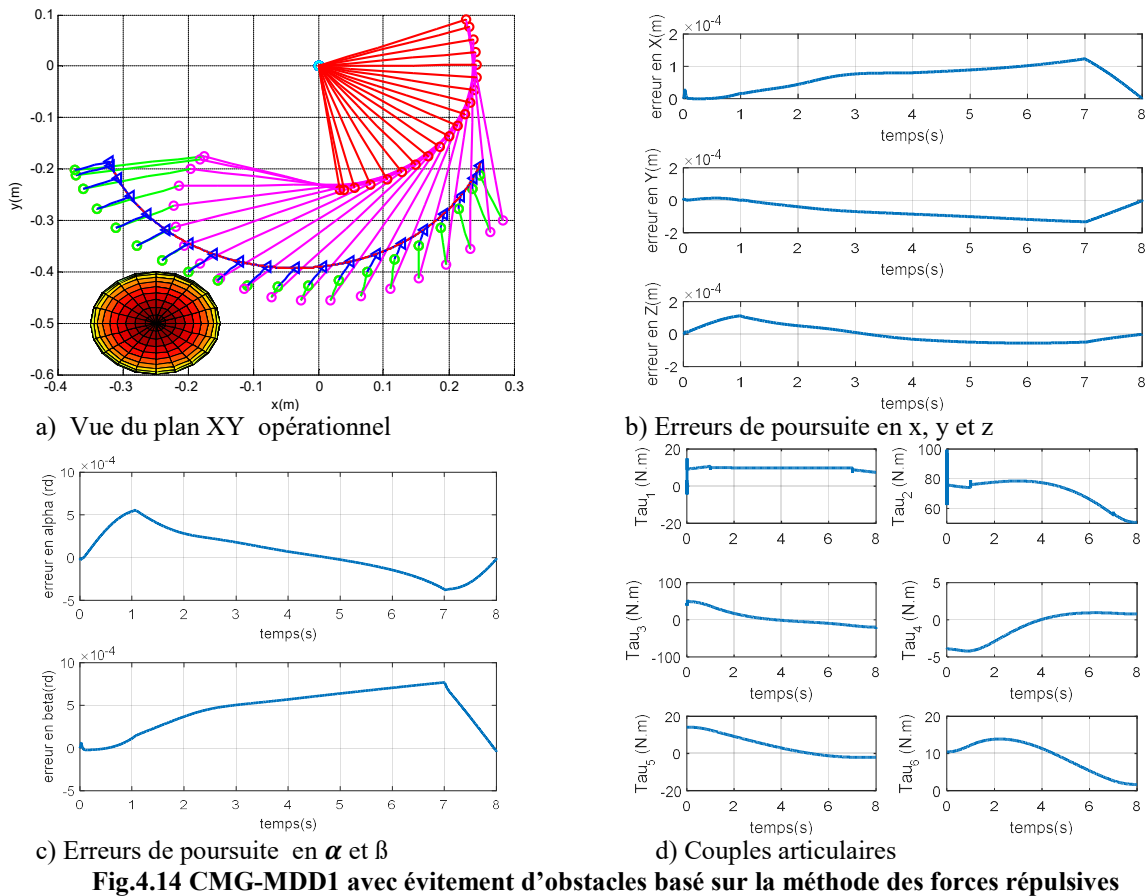
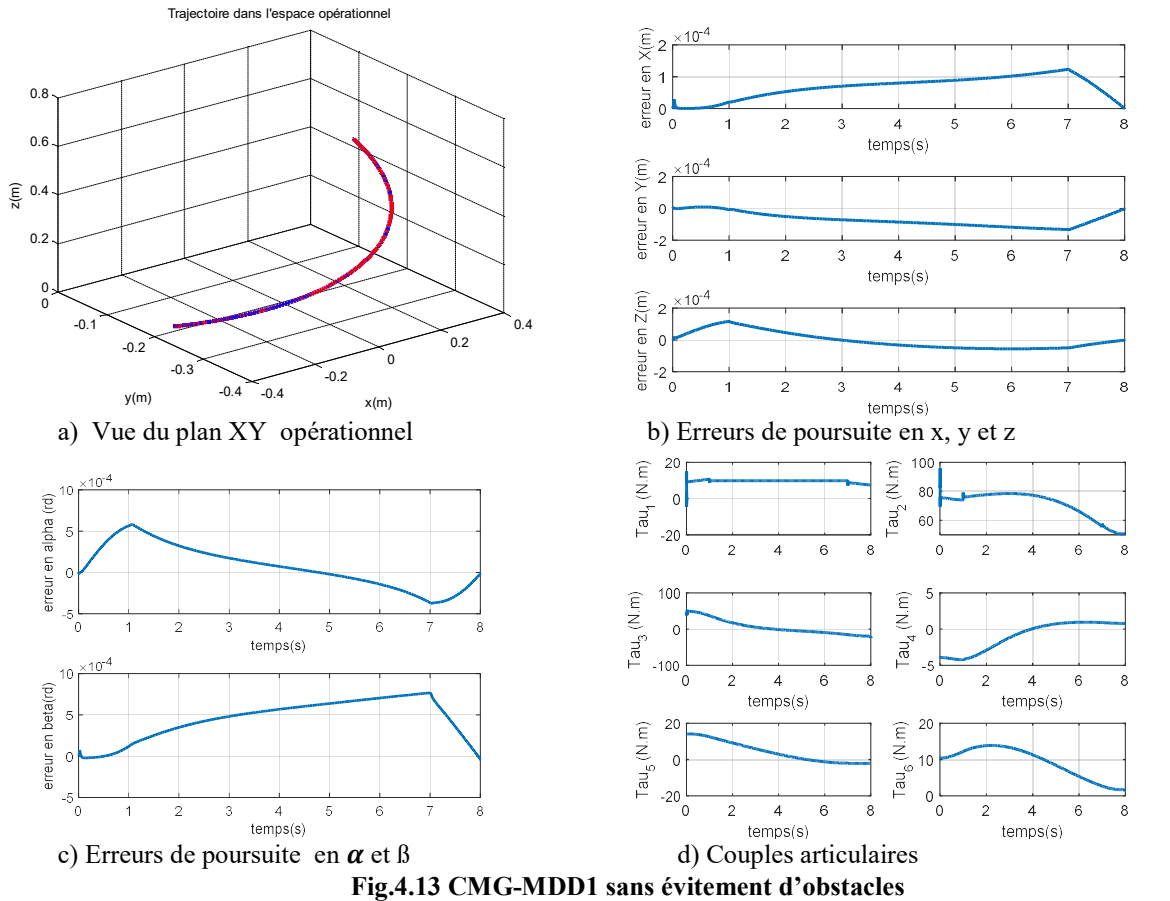
Tab.4.6 Valeurs maximales des couples (N.m) pour la CMG-MDD1

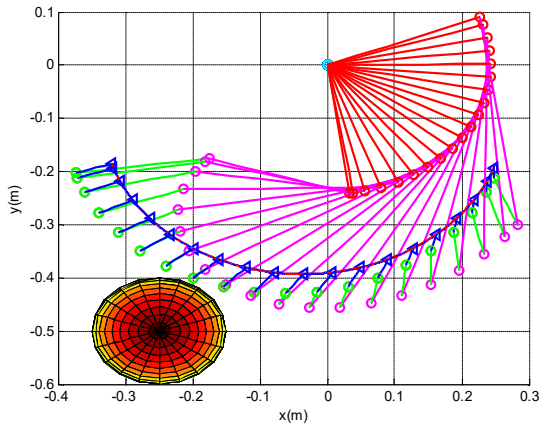
	Sans évitement	Forces répulsives	Couples Répulsifs	Vitesses Répulsives	Couples max tolérés
$ \tau_1 $	15,0081	15,0435	15,0127	15,0764	97,6
$ \tau_2 $	95,9857	99,5580	95,9719	95,8757	107,36
$ \tau_3 $	53,1526	53,1567	53,1881	53,1558	89,4
$ \tau_4 $	4,2089	4,2088	4,2086	4,2253	24,2
$ \tau_5 $	14,2179	14,2181	14,2187	14,2183	20,1
$ \tau_6 $	13,8956	13,8952	13,8958	13,9336	21,3

b) Analyse des Résultats de simulation

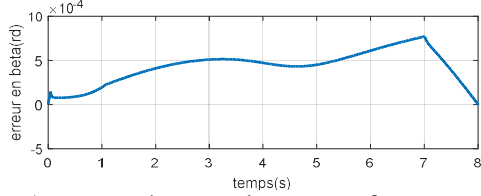
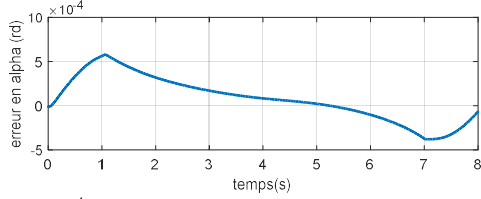
Dans le cas de la **CMG-MDD1**, les figures 4.13 à 4.17 et le tableau 4.5 montrent que la poursuite de trajectoire de la sortie est réalisée, en position et en orientation, avec des erreurs un peu plus grandes que celles issues de la méthode **CMG-MDI** (Tab.4.1 & Tab.4.3) : on relève une augmentation de 0,03mm. De plus, les couples sans évitement (Fig.4.13a) sont plus grands que ceux issus des lois **CMG-MDI** : une augmentation de 4Nm (Tab.4.2 et Tab.4.4).

Par contre, l'évitement d'obstacle a conduit à une amélioration en précision concernant les trois méthodes. En outre, les couples τ_2 et τ_3 ont augmenté pour la méthode des forces répulsives et la méthode des couples répulsives (voir 3^{ième} et 4^{ième} colonnes du Tab.4.3, Fig.4.15 et Fig.4.16) alors que pour la méthode des vitesses répulsives, c'est le couple τ_3 et τ_6 qui ont augmenté en attribuant une dextérité du robot.

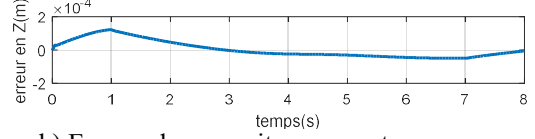
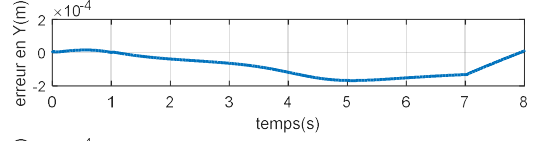
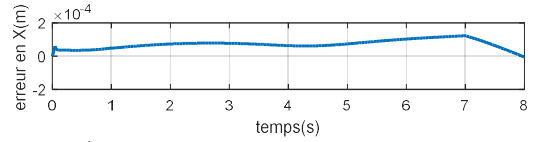




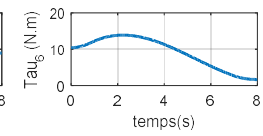
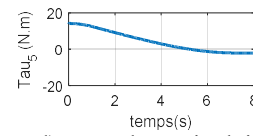
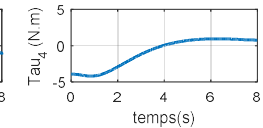
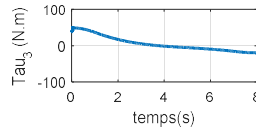
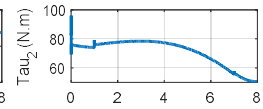
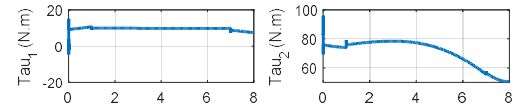
a) Vue du plan XY opérationnel



c) Erreurs de poursuite en α et β

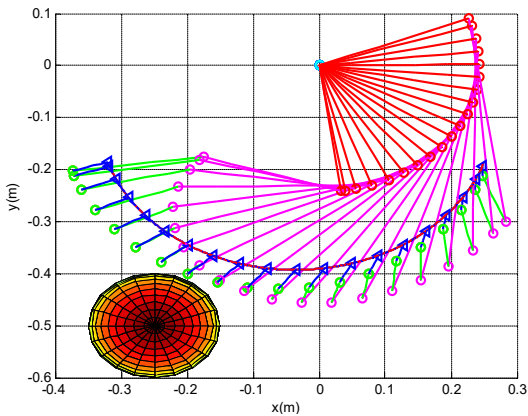


b) Erreurs de poursuite en x, y et z

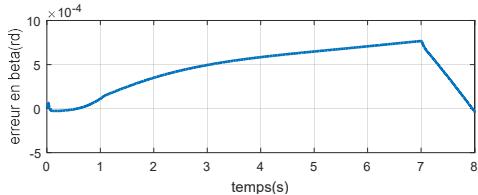
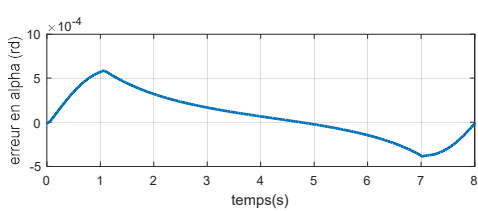


d) Couples articulaires

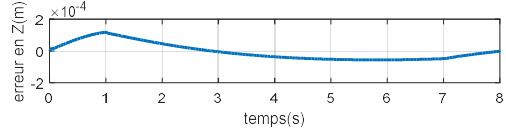
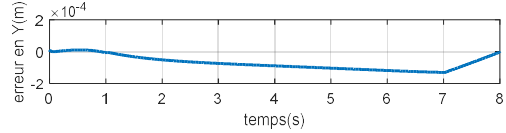
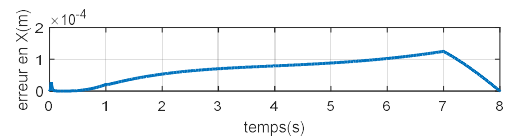
Fig.4.15 CMG-MDD1 avec évitement d'obstacles basé sur la méthode des couples répulsifs



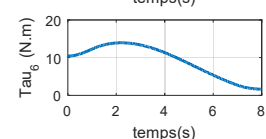
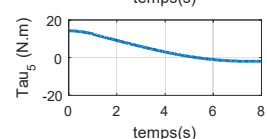
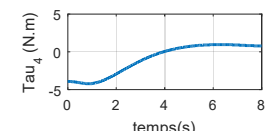
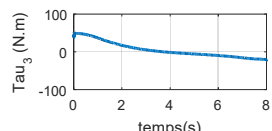
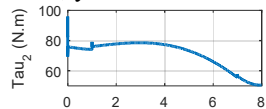
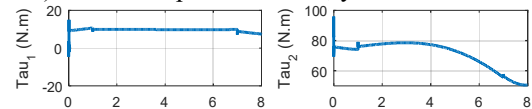
a) Vue du plan XY opérationnel



c) Erreurs de poursuite en α et β

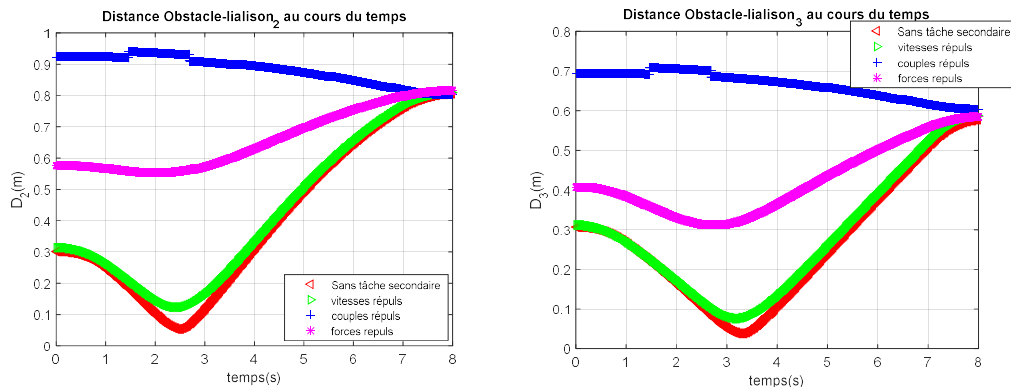


b) Erreurs de poursuite en x, y et z



d) Couples articulaires

Fig.4.16 CMG-MDD1 avec évitement d'obstacles basé sur la méthode des vitesses répulsives



a) Distance D2

b) Distance D3

Fig.4.17 Distances D_2 et D_3 en fonction de la procédure d'évitement d'obstacles pour la CMG-MDD1

2.4.2 Simulation dans le cas de la CMG-MDD2

a) Résultats de simulation

On procède de la même façon que pour de le cas **CMG-MDD1**, On applique la commande donnée par la relation (4.55 et 4.56) où les coefficients K_i et η_i avec $i=(1,6)$ sont imposés tels que :

$$[K_1 \ K_2 \ K_3 \ K_4 \ K_5 \ K_6] = [10 \ 8 \ 7 \ 5 \ 5 \ 0,5] .$$

$$[\eta_1 \ \eta_2 \ \eta_3 \ \eta_4 \ \eta_5 \ \eta_6] = [0,013 \ 0,015 \ 0,0019 \ 0,0014 \ 0,13 \ 0,13]$$

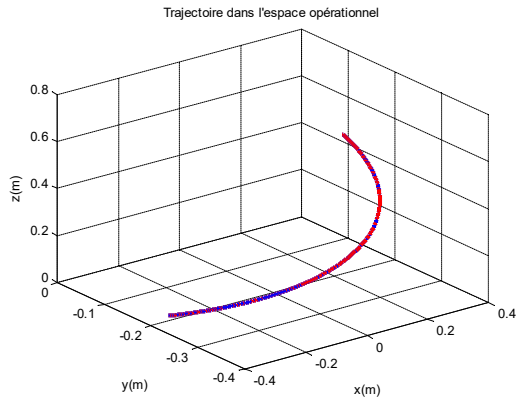
Les résultats des simulations apparaissent aux Figures 4.18 à 4.22. De plus, les valeurs obtenues des erreurs maximales de poursuite sont rassemblées au Tableau 4.7 et les valeurs maximales des couples sont données au Tableau 4.8.

Tab.4.7 Erreurs maximales de poursuite pour la CMG-MDD2

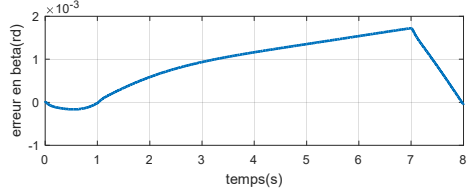
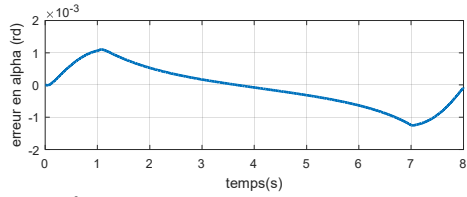
erreur (mm)	Sans évitement	Forces Répulsives	Couples Répulsifs,	Vitesse Répulsives
$ e_x $	0,0956	0,0956	0,0954	0,0961
$ e_y $	0,0602	0,0598	0,0627	0,0618
$ e_z $	0,1194	0,1187	0,1201	0,1208
Erreurs (°)				
$ e_\alpha $	0,0718	0,0718	0,0719	0,0732
$ e_\beta $	0,0988	0,0988	0,0988	0,0986

Tab.4.8 Valeurs maximales des couples (N.m) pour la CMG-MDD2

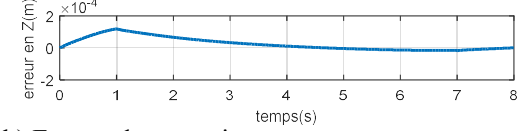
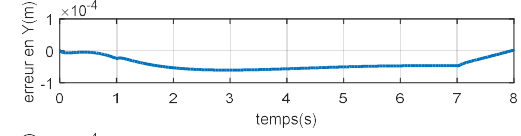
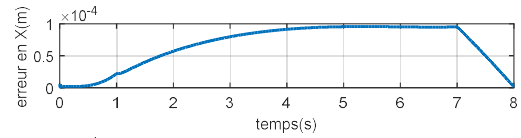
	Sans évitement	Forces répulsives	Couples répulsifs	Vitesse répulsives	Couples max tolérés
$ \tau_1 $	15,0853	15,0341	14,8747	14,9999	97,6
$ \tau_2 $	95,9851	95,7960	96,0023	81,8723	107,36
$ \tau_3 $	53,0087	53,0107	53,0615	53,0116	89,4
$ \tau_4 $	4,1954	4,1953	4,1953	4,2112	24,2
$ \tau_5 $	14,2155	14,2155	14,2152	14,2149	20,1
$ \tau_6 $	13,8494	13,8493	13,8495	13,8866	21,3



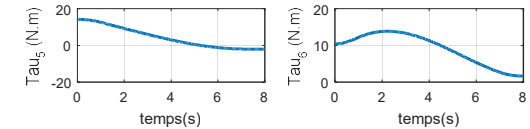
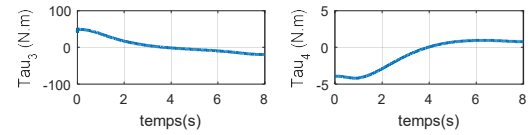
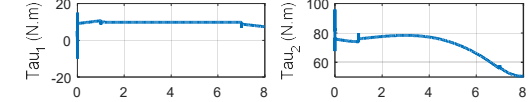
a) Vue du plan XY opérationnel



c) Erreurs de poursuite en α et β

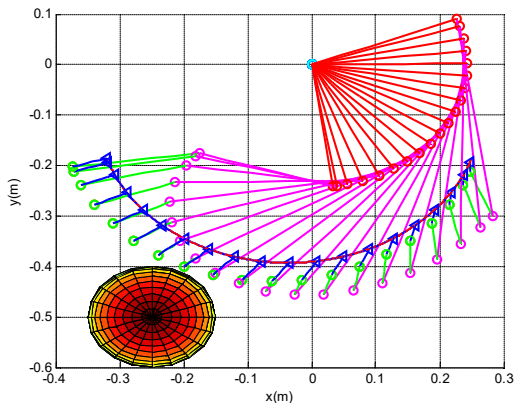


b) Erreurs de poursuite en x, y et z

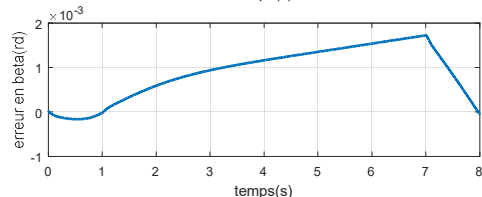
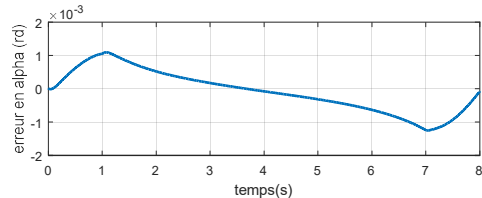


d) Couples articulaires

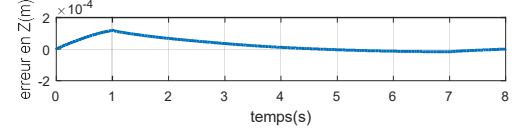
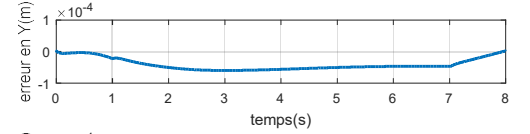
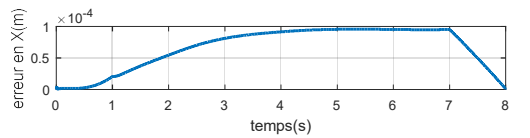
Fig.4.18 CMG-MDD2 sans évitement d'obstacles



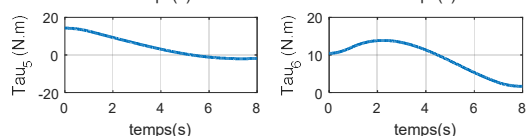
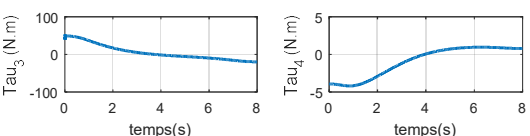
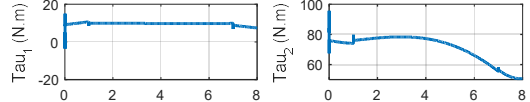
a) Vue du plan XY opérationnel



c) Erreurs de poursuite en α et β



b) Erreurs de poursuite en x, y et z



d) Couples articulaires

Fig.4.19 CMG-MDD2 avec évitement d'obstacles basé sur la méthode des forces répulsives

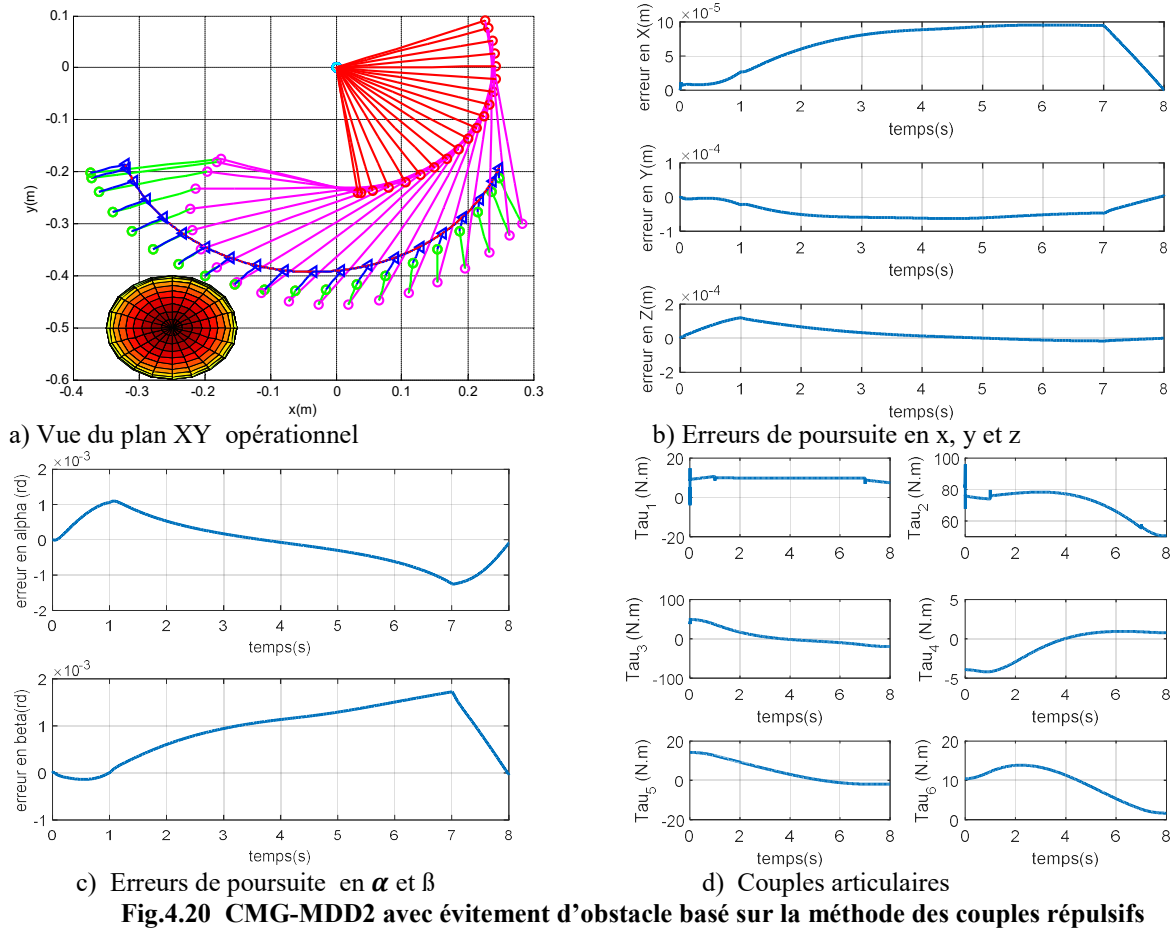


Fig.4.20 CMG-MDD2 avec évitement d'obstacle basé sur la méthode des couples répulsifs

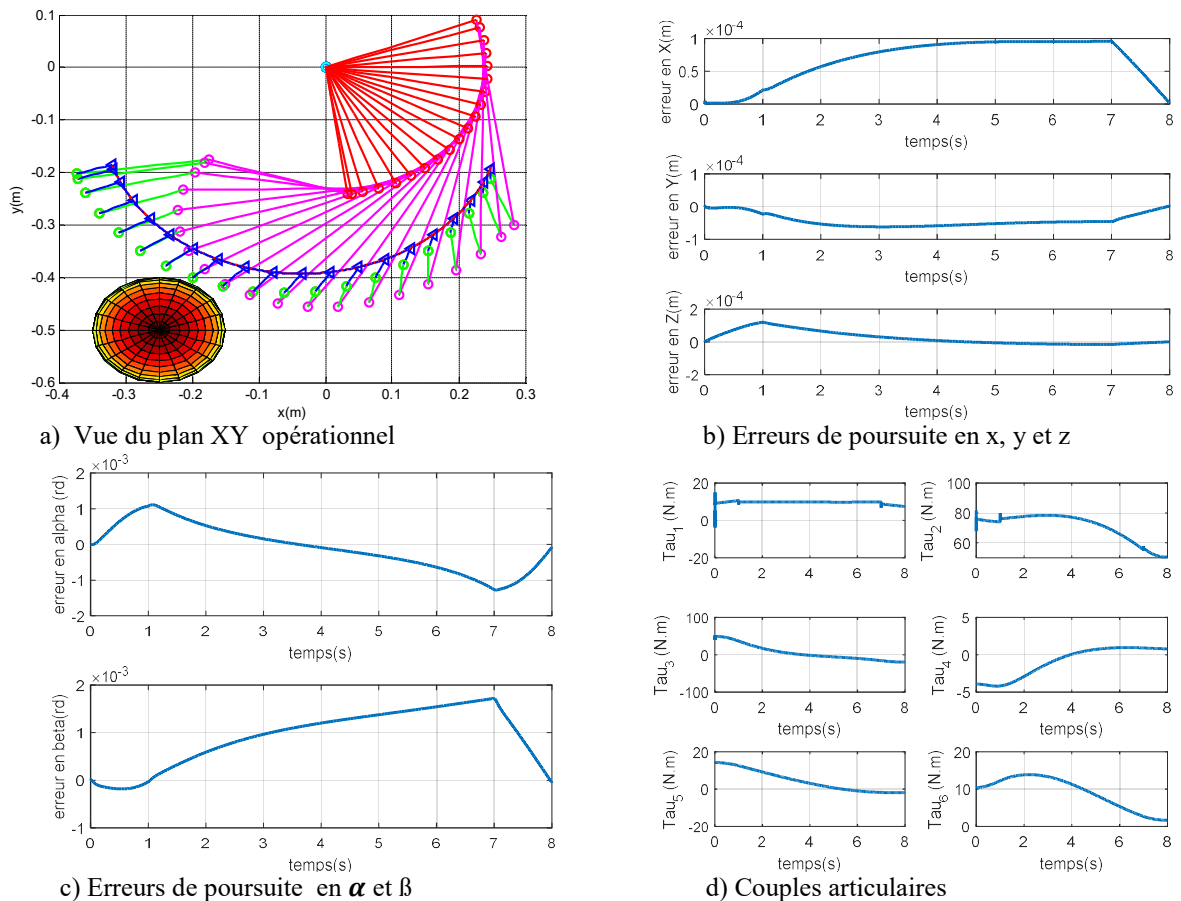


Fig.4.21 CMG-MDD2 avec évitement d'obstacles basé sur la méthode des vitesses répulsives

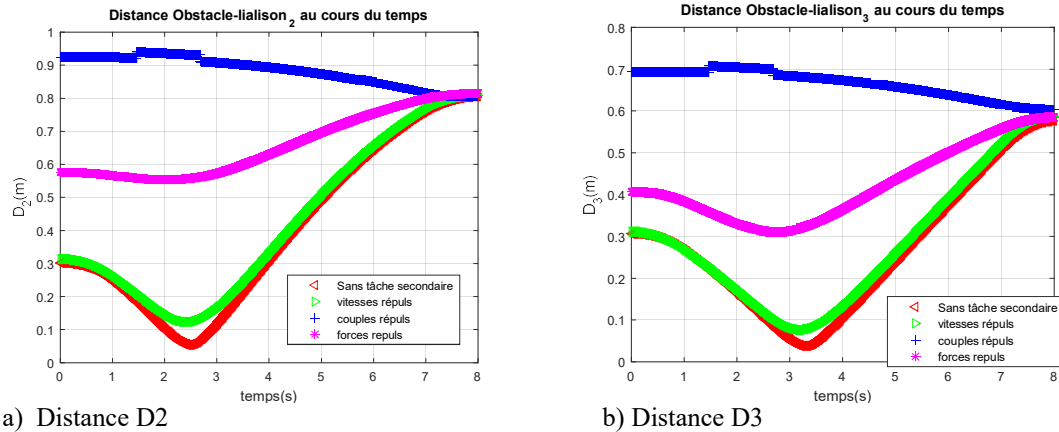


Fig.4.22 Les distances D_2 et D_3 en fonction de la procédure d'évitement d'obstacles pour la CMG-MDD2

b) Analyse des Résultats de simulation

Les erreurs maximales de poursuite montrent que la poursuite de la trajectoire de la sortie, réalisée par la **CMG-MDD2** est meilleure que celle obtenue par la **CMG-MDD1** : on relève une amélioration de

(0,0034mm et 0,004°) les couples aussi sont améliorés. Au fait, ceci est dû à l'incorporation du terme adaptatif à la loi de commande. Cependant, la meilleure poursuite est concrétisée par la **CMG-MDI2** indépendamment de la procédure d'évitement d'obstacle utilisée.

De plus, on relève que les procédures, d'évitement d'obstacles avec leurs coefficients de conception, exploitées dans le cas de la **CMG-MDD2** ont conduit, concernant les distances D_2 et D_3 , aux mêmes résultats que dans le cas de la **CMG-MDD1**. Cependant, on relève, qu'avec ou sans évitement d'obstacles, les couples : τ_4 , τ_5 et τ_6 n'ont pratiquement pas augmenté par contre, les couples τ_2 et τ_3 ont augmenté de la même façon que pour la **CMG-MDD1**. On note que la méthode de la couple répulsive impose le couple τ_1 le plus faible.

Une comparaison des tableaux Tab.2.1 avec Tab.4.1, Tab.4.4.3, Tab.4.5 et Tab.4.7 montre que les commandes en **MG** ont conduit à une amélioration des erreurs max de poursuite qui diminue par exemple de 0,17mm à 0,008mm en e_x . Alors que les couples max sont un peu plus important :

- pour les méthodes **CMG-MDI** selon les tableaux Tab.2.2 avec Tab.4.2 et Tab.4.4, la différence va jusqu'au 4,73Nm pour τ_3 et seuls τ_2 et τ_6 qui sont améliorés mais de 0,527Nm et 2,12Nm respectivement.
- pour les méthodes **CMG-MDD** selon les tableaux Tab.2.2 avec Tab.4.6 et Tab.4.8, les couples augmentent un peu plus : τ_1 de 4,31Nm, τ_2 de 10,56Nm, τ_3 de 4,46Nm et τ_5 de

0.22. Cette fois l'amélioration concerne les couples τ_4 et τ_6 de 0,64Nm et 2,06Nm respectivement.

Selon les figures Fig. 2.6 avec Fig4.3, Fig4.8, Fig4.13, et Fig4.18, l'allure des courbes est presque de même manière sauf pour les erreurs en positions (e_x , e_y et e_z) qui ondulent plus pour les cas en couples calculés.

Ainsi on peut dire qu'avec MG on a pu avoir presque tous les avantages de la méthode en couple calculé. En d'autre terme les commandes construites à partir des modèles décentralisés (MG) ont donné des résultats plus précis avec un peu plus d'efforts que celles construites à partir des modèles centralisés (couple calculé).

4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé des commandes, par la technique des modes glissants, pour les robots manipulateurs redondants avec évitement d'obstacles dans les cas où l'effecteur poursuit une trajectoire dans l'espace opérationnel. Les lois de commande ont été établies sur la base du modèle décentralisé inverse et directe des robots manipulateurs et dans l'hypothèse d'une connaissance des paramètres nominaux (ou autres). Par ailleurs, nous avons également proposés des lois CMG avec ajout d'un terme adaptatif basé sur une régression linéaire pour compenser les termes d'interconnexions et les termes inconnus de la dynamique considérée. Une partie de ce chapitre a été consacré aux tests des commandes CMG avec ou sans les techniques d'évitement d'obstacles. En absence d'obstacles, les résultats de simulations ont montré que les CMG basées sur le modèle indirecte ont conduit à une meilleure poursuite de la trajectoire opérationnelle (les plus faibles erreurs de poursuite). Concernant la mise en œuvre de l'évitement d'obstacles, nous avons cherché à imposer les paramètres de conception assurant la maximisation de l'espace de travail libre et la minimisation des couples actionneurs. Par ailleurs, les techniques d'évitement d'obstacles ont conduit à des résultats très différents les uns des autres : la technique des couples répulsifs a conduit à un fort éloignement dans le cas de la CMG basé sur le modèle directe avec ou sans terme adaptatif ; seule la technique des vitesses répulsives a pu imposer, indépendamment de la commande, un éloignement satisfaisant lorsque les liaisons sont à des distances critiques de l'obstacle.

CHAPITRE 5
COMMANDE DES ROBOTS REDONDANTS
À DYNAMIQUE MAL CONNUE OU INCONNUE

Au chapitre précédent, nous avons établi les lois de commande par la technique des MG en considérant qu'une partie de la dynamique du robot est bien connue (la partie nominale) et que les termes inconnues de la dynamique sont bornés et leurs bornes sont connues. Nous allons nous affranchir de ces hypothèses contraignantes. En effet, le modèle dynamique des robots est le plus souvent partiellement ou entièrement inconnu de plus, l'identification des paramètres du robot n'est pas toujours évidente ainsi, dans cette situation, il est pratiquement difficile de développer des commandes basées sur une connaissance totale ou même partielle du modèle dynamique. Une alternative à ces dernières méthodes serait d'exploiter les méthodes de commandes dites adaptatives. En effet, celles-ci sont fondées sur l'adaptation des paramètres d'un modèle donné a priori [Col95, Duy12] ou sur les techniques d'apprentissage pour construire un certain modèle du système considéré [D'So02, Bou09, Bou10].

Dans notre cas, nous allons exploiter les systèmes d'inférence floue (FIS) pour développer deux lois de commande adaptative ne nécessitant pas l'étape d'apprentissage. En effet, le problème posé, par la poursuite de trajectoire des robots industriels, est traité, en exploitant les deux modèles décentralisés à savoir le modèle directe et inverse. Les lois de commande adaptative basées sur les FIS sont développées et par la suite, celles-ci sont appliquées pour le cas d'un robot redondant opérant en présence d'obstacle. Le schéma de la commande est ci-dessous :

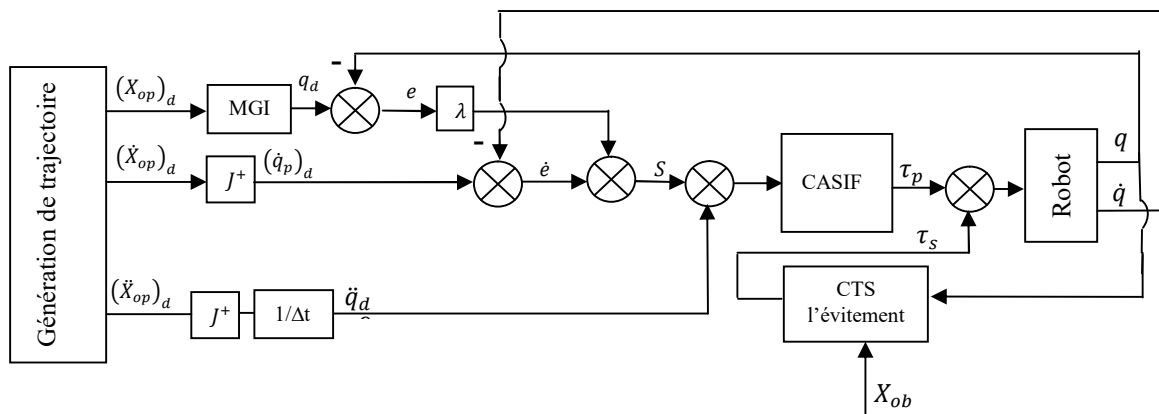


Fig.5.1 Schéma de la commande CASIF avec Tâche secondaire : cas de la première ou deuxième méthode

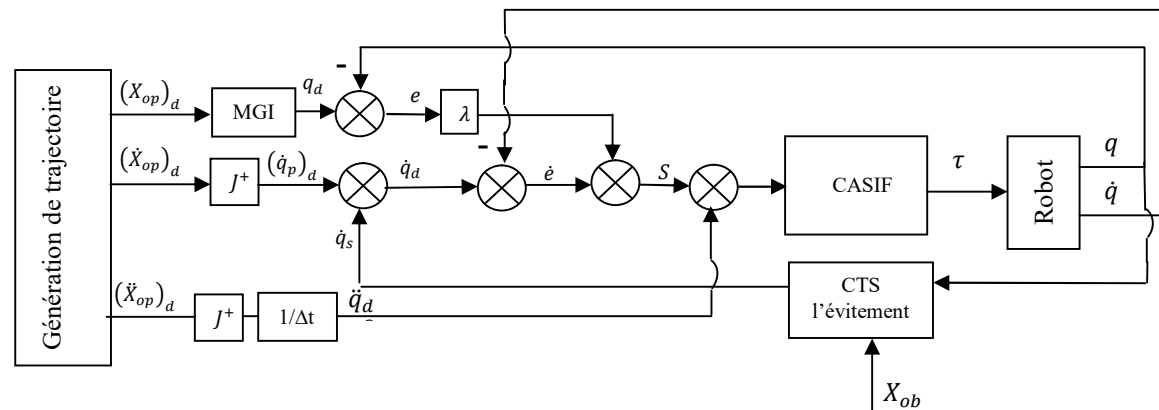


Fig.5.2 Schéma de la commande CASIF avec automouvement : cas de la troisième méthode de l'évitement d'obstacle

1 Commande Adaptative Floue basée sur le Modèle Dynamique Inverse (CASIF)

Notre objectif, dans cette section, est de développer une commande adaptative (CASIF1) basée sur les systèmes d'inférence floue (SIF) pour les robots manipulateurs industriels. Pour ce faire, nous allons exploiter à nouveau le modèle dynamique inverse décentralisée de la forme (2.4).

1.1 Développement de la Loi CASIF1

Dans le but de faciliter la conception et le développement ultérieur de la commande adaptative basée sur les SIF, nous admettons les hypothèses suivantes :

Hypothèse H5.1

Les fonctions $f_i(X_i) \in \mathfrak{R}$, $g_i(X_i) \in \mathfrak{R}$ et $d_i(X_{a,i}) \in \mathfrak{R}$ et $i = (1 \dots n)$ sont des fonctions continues inconnues, en outre $f_i(X_i)$ est strictement définie positive et sa dérivée est bornée par une borne inconnue \bar{f}_i :

$$|\dot{f}_i| \leq \bar{f}_i \quad (5.1)$$

Les termes d'interconnexions $d_i(X_{a,i}) \in \mathfrak{R}$ sont des fonctions continues bornées avec des bornes inconnues \bar{d}_i :

$$\sup_{t \geq 0} |d_i(X_{a,i}(t))| \leq \bar{d}_i \text{ pour } i = (1 \dots n) \quad (5.2)$$

Les variables d'états $X_i \in \mathfrak{R}^{(r_i-1) \times 1}$, $i = (1 \dots n)$ sont disponibles soit par la mesure ou par l'observation.

Hypothèse H5.2

Les propriétés d'approximation des systèmes d'inférence floue nous permettent de reconstruire les fonctions $f_i(X_i)$ et $g_i(X_i)$ par un modèle FIS-TSK d'ordre zéro [Wan93] comme suit :

$$f_i(X_i)v_i + g_i(X_i) = W_i^T(X_i)\theta_i + \varepsilon_i(X_i) \quad (5.3)$$

Où θ_i est le vecteur des paramètres idéaux (optimaux dans un certain sens) et $\varepsilon_i(X_i)$ est l'inévitable erreur de reconstruction laquelle est supposée bornée :

$$\bar{\varepsilon}_i \geq \sup_{t \geq 0} |\varepsilon_i(X_i(t))|; \quad (5.4)$$

□

En outre, selon le FIS explicité dans [Chek03], le vecteur régressif W_i^T et le vecteur des paramètres estimés $\hat{\theta}_i$ sont définis comme suit:

$$W_i^T(X_i) = \left[\frac{\alpha_{i,1}}{\sum_{k=1}^{M_i} \alpha_{i,k}} \quad \frac{\alpha_{i,2}}{\sum_{k=1}^{M_i} \alpha_{i,k}} \quad \cdots \quad \frac{\alpha_{i,M_i}}{\sum_{k=1}^{M_i} \alpha_{i,k}} \right] \quad (5.5)$$

$$\hat{\theta}_i = [\alpha_{i,1} \quad \alpha_{i,2} \quad \cdots \quad \alpha_{i,M_i}]^T \quad (5.6)$$

Avec:

$$\alpha_{i,k} = \prod_{j=0}^{r_i-1} \mu_{A_{i,j}^{l_{i,j}}} (x_{i,j}) \quad \text{pour } i=(1..n), \quad l_{i,j} \in \{1, \dots, m_{i,j}\} \text{ et } k \in \{1, \dots, M_i\} \quad (5.7)$$

Il est à noter que M_i est l'ensemble des règles de la table d'inférence floue associé au sous-système (i). De plus, $\mu_{A_{i,j}^{l_{i,j}}}$ représente la fonction d'appartenance associée à la variable $x_{i,j}$ et caractérisant l'ensemble flou $A_{i,j}^{l_{i,j}}$ parmi les ensembles flous $[A_{i,j}^1 \quad A_{i,j}^2 \quad \cdots \quad A_{i,j}^{m_{i,j}}]$ où, $m_{i,j}$ est le nombre d'ensembles flous décrivant la variable $x_{i,j}$.

Par ailleurs, nous utilisons la même surface S_i définie en (4.2) et dont la dynamique a été mise sous la forme (4.8) que nous rappelons ci-dessous :

$$f_i(X_i)\dot{S}_i = f_i(X_i)v_i + g_i(X_i) + d_i(X_{a,i}) - u_i \quad (5.8)$$

En exploitant la relation (5.3) énoncée dans l'*Hypothèse H5.2*, la dynamique (5.8) peut être mise sous la forme suivante:

$$f_i(X_i)\dot{S}_i = W_i^T(X_i)\theta_i + \varepsilon_i(X_i) + d_i(X_{a,i}) - u_i \quad (5.9)$$

Proposition 5.1

Si le système (2.4) est soumis à la loi de commande floue adaptative suivante:

$$u_i = W_i^T \hat{\theta}_i + \frac{1}{2} \hat{f}_i S_i + k_{d,i} S_i + \hat{d}_i \text{sign}(S_i) \quad (5.10)$$

où :

- les paramètres $\hat{\theta}_i$ sont adaptés selon la loi:

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \eta_i W_i S_i \quad (5.11)$$

- les estimées \hat{f}_i et \hat{d}_i respectives des termes inconnus \bar{f}_i et $\bar{d}_i + \bar{\varepsilon}_i$ sont déterminées par les lois d'adaptation suivantes:

$$\dot{\hat{f}}_i = \frac{\gamma_i}{2} S_i^2 \text{ et } \dot{\hat{d}}_i = \delta_i |S_i| \quad (5.12)$$

en outre, les coefficients de conception $k_{d,i} \in \mathfrak{R}^+$, $\eta_i \in \mathfrak{R}^+$, $\gamma_i \in \mathfrak{R}^+$ et $\delta_i \in \mathfrak{R}^+$ sont des constantes ; par conséquent et sous les hypothèses H5.1 et H5.2, nous affirmons que:

i) tous les signaux $[e_i \quad \dot{e}_i \quad \dots \quad e_i^{(r_i-1)}]^T$, \bar{X}_i , u_i , $\tilde{\theta}_i$, \tilde{f}_i et \tilde{d}_i sont bornés.

ii) $S_i \rightarrow 0$ et $[e_i \quad \dot{e}_i \quad \dots \quad e_i^{(r_i-1)}]^T \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$.

□

Preuve :

En utilisant la loi de commande (5.10), la dynamique (5.9) du système en boucle fermée devient:

$$f_i(X_i)\dot{S}_i = W_i^T \theta_i + \varepsilon_i + d_i - W_i^T \hat{\theta}_i - \frac{1}{2} \hat{f}_i S_i - k_{d,i} S_i + \hat{d}_i \text{sign}(S_i) \quad (5.13)$$

Ou encore

$$f_i(X_i)\dot{S}_i = W_i^T \tilde{\theta}_i - \frac{1}{2} \hat{f}_i S_i + d_i + \varepsilon_i + \hat{d}_i \text{sign}(S_i) - k_{d,i} S_i \quad (5.14)$$

$$\tilde{\theta}_i = \theta_i - \hat{\theta}_i.$$

Pour la dynamique représentée par l'équation (5.14), on considère la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_i = \frac{1}{2} f_i S_i^2 + \frac{1}{2\eta_i} \tilde{\theta}_i^T \tilde{\theta}_i + \frac{1}{2\gamma_i} \tilde{f}_i^2 + \frac{1}{2\delta_i} \tilde{d}_i^2 \quad (5.15)$$

Avec

$$\tilde{f}_i = \bar{f}_i - \hat{f}_i \text{ et } \tilde{d}_i = \bar{d}_i + \bar{\varepsilon}_i - \hat{d}_i. \quad (5.16)$$

La dérivée temporelle de (5.15) conduit à:

$$\dot{V}_i = \frac{1}{2} \dot{f}_i S_i^2 + S_i (f_i \dot{S}_i) - \frac{1}{\eta_i} \tilde{\theta}_i^T \dot{\tilde{\theta}}_i - \frac{1}{\gamma_i} \tilde{f}_i \dot{\tilde{f}}_i - \frac{1}{\delta_i} \tilde{d}_i \dot{\tilde{d}}_i \quad (5.17)$$

En substituant $(f_i \dot{S}_i)$ par (5.14) dans l'équation (5.17) celle-ci devient:

$$\dot{V}_i = \frac{1}{2} \dot{f}_i S_i^2 + S_i W_i^T \tilde{\theta}_i + \frac{1}{2} \hat{f}_i S_i^2 + (d_i + \varepsilon_i - \hat{d}_i \text{sign}(S_i)) S_i - k_{d,i} S_i^2 - \frac{1}{\eta_i} \tilde{\theta}_i^T \dot{\theta}_i - \frac{1}{\gamma_i} \tilde{f}_i \dot{f}_i - \frac{1}{\delta_i} \tilde{d}_i \dot{d}_i \quad (5.18)$$

A ce niveau, nous incorporons dans (5.18) la loi d'adaptation du vecteur des paramètres (5.11), ainsi \dot{V}_i donnée par (5.18) se réduit à :

$$\dot{V}_i = \frac{1}{2} \dot{f}_i S_i^2 - \frac{1}{2} \hat{f}_i S_i^2 + (d_i + \varepsilon_i - \hat{d}_i \text{sign}(S_i)) S_i - k_{d,i} S_i^2 - \frac{1}{\gamma_i} \tilde{f}_i \dot{f}_i - \frac{1}{\delta_i} \tilde{d}_i \dot{d}_i \quad (5.19)$$

Etant donné que $|\dot{f}_i| \leq \bar{f}_i$, $|d_i| \leq \bar{d}_i$ et $|\varepsilon_i| \leq \bar{\varepsilon}_i$ par conséquent \dot{V}_i satisfait l'inégalité suivante:

$$\dot{V}_i \leq \frac{1}{2} \bar{f}_i S_i^2 - \frac{1}{2} \hat{f}_i S_i^2 + (\bar{d}_i + \bar{\varepsilon}_i - \hat{d}_i) |S_i| - k_{d,i} S_i^2 - \frac{1}{\gamma_i} \tilde{f}_i \dot{f}_i - \frac{1}{\delta_i} \tilde{d}_i \dot{d}_i \quad (5.20)$$

Ou encore

$$\dot{V}_i \leq \frac{1}{2} \tilde{f}_i S_i^2 + \tilde{d}_i |S_i| - k_{d,i} S_i^2 - \frac{1}{\gamma_i} \tilde{f}_i \dot{f}_i - \frac{1}{\delta_i} \tilde{d}_i \dot{d}_i \quad (5.21)$$

En substituant les lois d'adaptation (5.12) relatives à \dot{f}_i et à \dot{d}_i dans la relation (5.21), celle-ci devient :

$$\dot{V}_i \leq -k_{d,i} S_i^2 \text{ et donc } \dot{V}_i < 0 \quad \forall S_i \neq 0 \quad (5.22)$$

Le résultat (5.22) signifie que S_i et $[e_i \quad \dot{e}_i \quad \dots \quad e_i^{(r_i)}]^T$ convergent asymptotiquement vers zéro. En outre, les signaux $\tilde{\theta}_i$, \tilde{f}_i et \tilde{d}_i sont bornés. Du fait que les signaux de référence sont bornés et que le vecteur $[e_i \quad \dot{e}_i \quad \dots \quad e_i^{(r_i-1)}]^T \rightarrow 0$, par conséquent les états \bar{X}_i ($i = 1, \dots, n$) sont bornés. La bornitude du vecteur d'état et celle des paramètres adaptatifs implique la bornitude de la commande u_i , pour $i = (1, \dots, n)$.

1.2 Simulation de la loi CASIF1

a) Résultats de simulation

Dans cette section, nous présentons et analysons les résultats des simulations effectuées dans le cadre de l'essai présenté au paragraphe 4.1 du chapitre2 où pour cette fois-ci, nous appliquons la loi CASIF1 énoncée par la proposition 5.1. On procède de la même façon qu'au chapitre 4 et de

ce fait, on fixe d'abord les coefficients qui mènent à une poursuite de trajectoire satisfaisante lorsque la commande vérifie les lois données par (5.10, 5.11 et 5.12) puis, on ajoute le terme de l'évitement d'obstacle. Ainsi, les coefficients intervenant dans ces lois de commandes sont fixés tels que :

$$\eta_i = \gamma_i = 1, i = 1,6 ; \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 750, \delta_4 = 100$$

$$\delta_5 = \delta_6 = 75 ; k_{d1} = k_{d2} = k_{d3} = 10, k_{d4} = 1 \text{ et } k_{d5} = k_{d6} = 0,5.$$

La charge du robot représente un poids de 250N.

L'évitement d'obstacles est réalisé en utilisant les procédures proposées au chapitre 3 à savoir les forces répulsives, les couples répulsifs et les vitesses répulsives. Ces simulations ont conduit aux résultats fournis aux Figures 5.3 à 5.7 de plus, les erreurs maximales de poursuite et les valeurs maximales des couples sont données respectivement aux tableaux 5.1 et 5.2.

Tab.5.1 Erreurs maximales de poursuite pour la CASIF1

L'erreur (mm)	sans évitement	forces répulsives	couples répulsifs	vitesse répulsives
$ e_x $	0,1350	0,1350	0,1329	0,1349
$ e_y $	0,1626	0,1608	0,1619	0,1625
$ e_z $	0,1397	0,1384	0,1404	0,1399
Erreurs (°)				
$ e_\alpha $	0,0072	0,0072	0,0081	0,0072
$ e_\beta $	0,0709	0,0709	0,0709	0,0708

Tab.5.2 Valeurs maximales des couples (N.m) pour la CASIF1

	Sans évitement	forces répulsives	couples répulsifs	vitesse répulsives	couples max tolérés
$ \tau_1 $	10,1692	10,2888	10,3592	10,1976	97,6
$ \tau_2 $	86,7398	87,7013	86,6522	86,7398	107,36
$ \tau_3 $	40,3190	40,2952	38,5925	40,7662	89,4
$ \tau_4 $	3,1047	3,1046	3,1045	3,1066	24,2
$ \tau_5 $	11,3149	11,3149	11,3149	11,3149	20,1
$ \tau_6 $	9,9334	9,9326	9,9354	9,9928	21,3

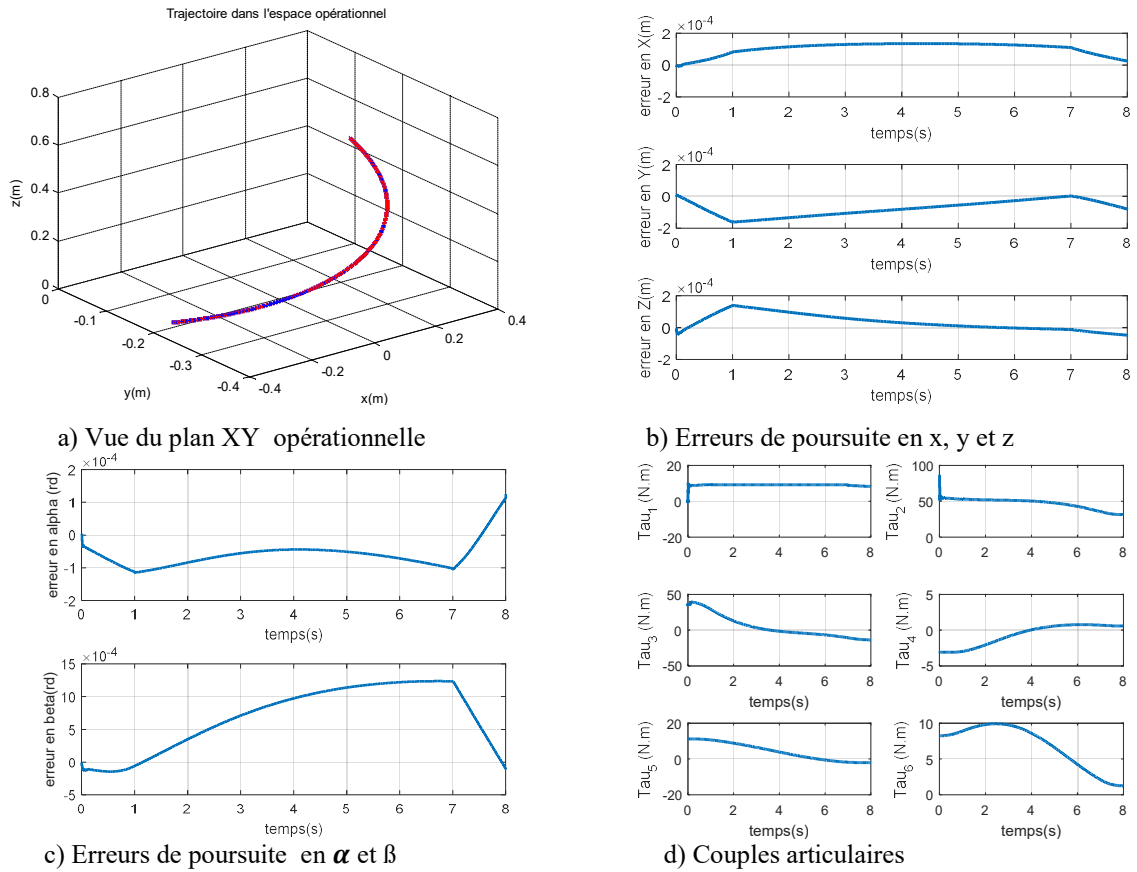


Fig. 5.3 CASIF1 sans évitement d'obstacle

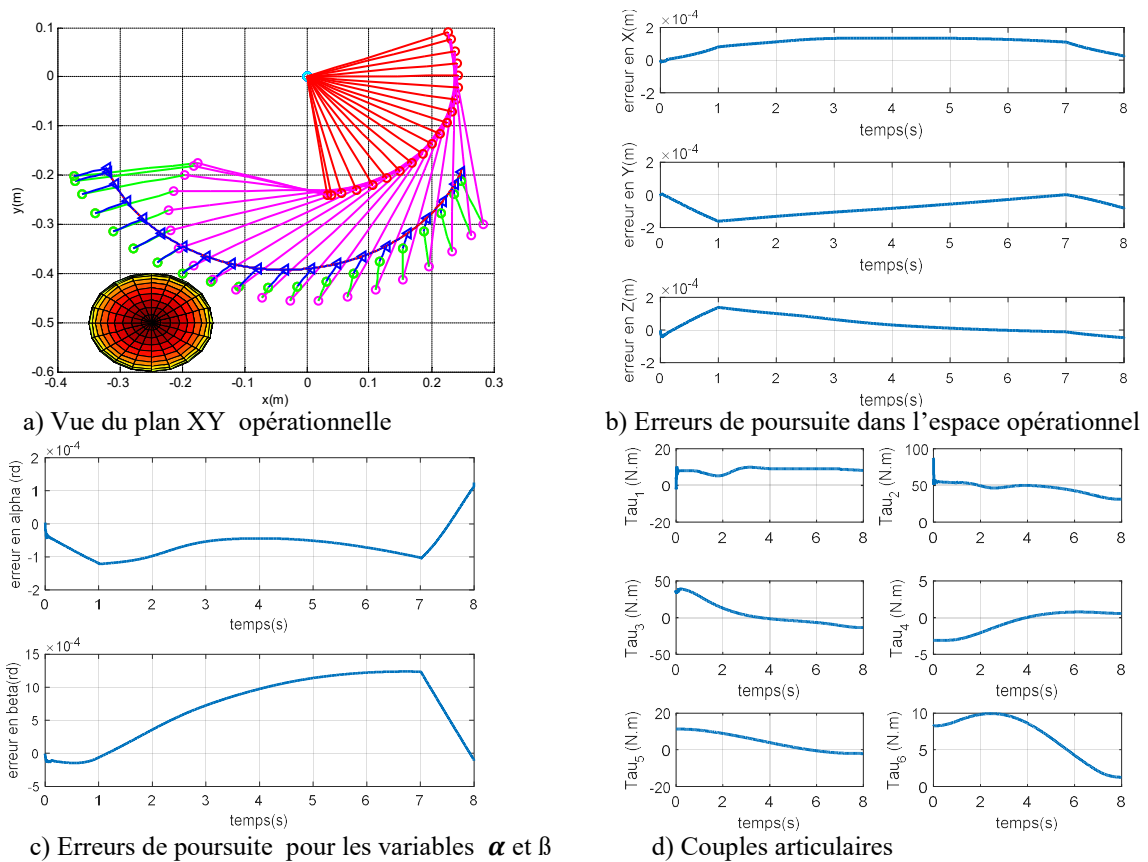
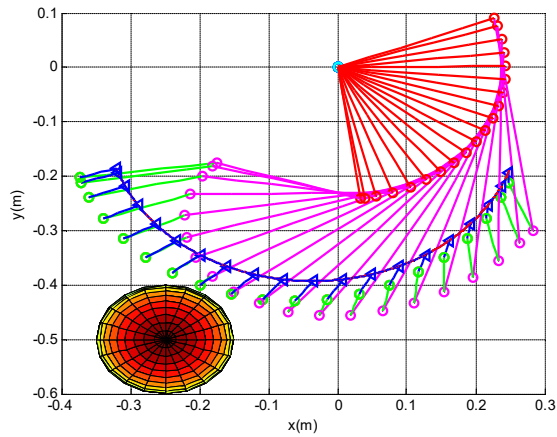
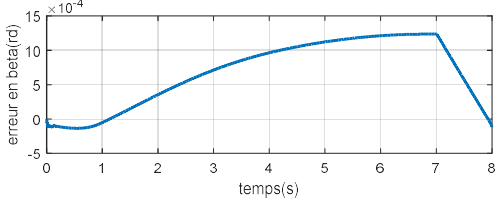
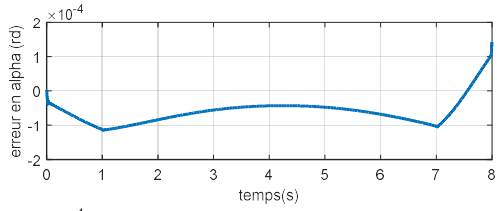


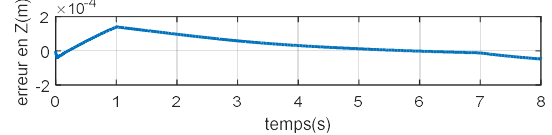
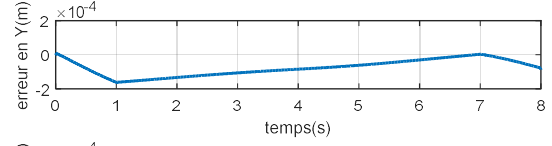
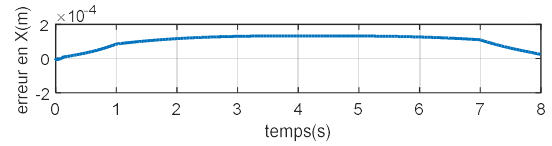
Fig. 5.4 CASIF1 avec évitement d'obstacles basé sur la méthode des forces répulsives



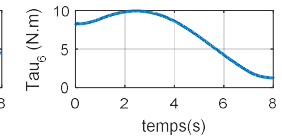
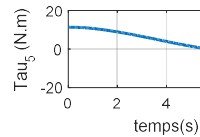
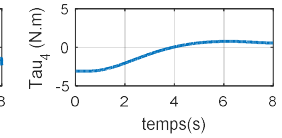
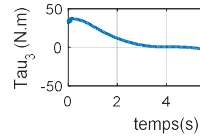
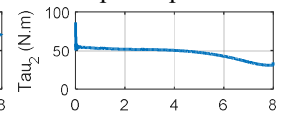
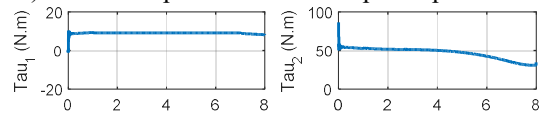
a) Vue du plan XY opérationnelle



c) Erreurs de poursuite des variables α et β

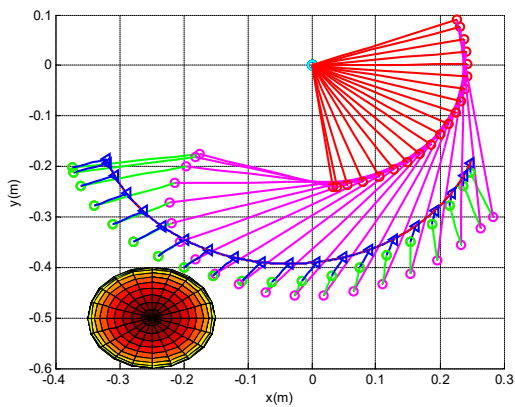


b) Erreurs de poursuite dans l'espace opérationnel

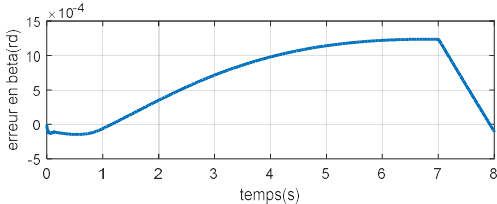
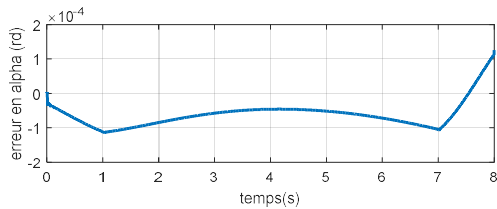


d) Couples articulaire

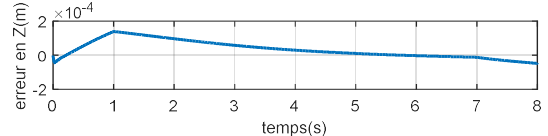
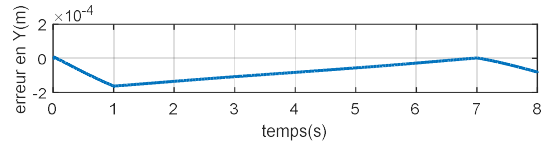
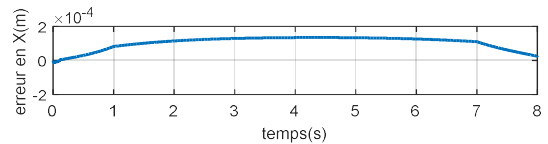
Fig. 5.5 CASIF1 avec évitement d'obstacles basé sur la méthode des Couples répulsifs



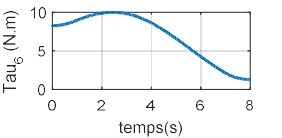
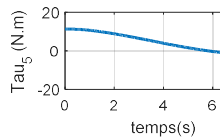
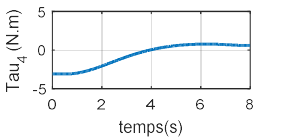
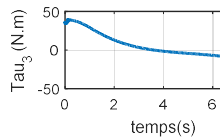
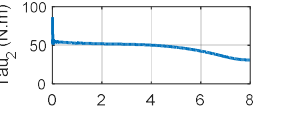
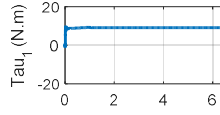
a) Vue du plan XY opérationnelle



c) Erreurs de poursuite des variables α et β



b) Erreurs de poursuite dans l'espace opérationnel



d) Couples articulaires

Fig. 5.6 CASIF1 avec évitement d'obstacles basé sur la méthode des vitesses répulsives

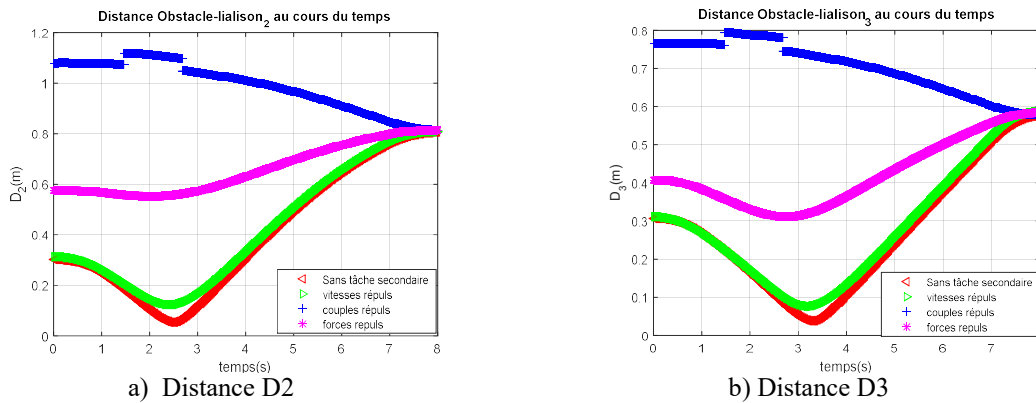


Fig. 5.7 Distances D_2 et D_3 en fonction de la procédure d'évitement d'obstacles pour la CASIF1

b) Analyse des résultats

D'une première inspection de ces figures, il résulte que la poursuite de la trajectoire dans l'espace opérationnel est concrétisée tout en assurant l'évitement d'obstacle pour les trois procédures exploitées. analyse plus approfondie, menée en examinant les valeurs maximales des erreurs de poursuite dans l'espace opérationnel (Tab.5.1), montre que l'évitement d'obstacle a conduit aux mêmes erreurs de poursuite (une précision 0,01mm près pour les trois méthodes). Le couple max τ_1 a un peu augmenté pour les trois méthodes par rapport à la situation sans Une évitement d'obstacles.

L'ajout de la procédure d'évitement a influencé les couples τ_2 et τ_3 en effet, on remarque que ces couples diminuent dans le cas des couples répulsifs et des forces répulsives par contre, ils augmentent dans le cas de la vitesse répulsive. En outre, le couple τ_5 reste inchangé. Par ailleurs, l'observation des distances D_2 et D_3 (Fig.5.7) montre que la procédure des couples répulsifs conduit à un plus grand éloignement.

En comparant ces résultats avec ceux du chapitre4 (CMG-MDI2), cette méthode, qui suppose par hypothèse que la dynamique est inconnue, est pratiquement de même précision (moins précise de 0,03mm qui est une valeur négligé) mais, elle nécessite moins d'énergie car les couples ont diminué de 3,10 Nm.

2 Commande Adaptative Floue basée sur le Modèle Dynamique Directe

Notre objectif, dans cette section, est de développer une commande adaptative (CASIF2) basée sur les systèmes d'inférence floue pour les robots manipulateurs industriels représentés par le modèle dynamique directe décentralisé de la forme (2.5).

2.1 Cas idéal

En exploitant la surface S_i explicitée en (4.1), dont la dynamique \dot{S}_i a été réécrite sous la forme (4.6) que nous rappelons ci-dessous :

$$\dot{S}_i = v_i - x_i^{(r_i)} \quad (5.23)$$

En exploitant la dynamique (2.5), la relation (5.23) prend alors la forme suivante :

$$\dot{S}_i = v_i - F_i(X_i) - G_i(X_i)u_i - R_i(X_{a,i}) \quad (5.24)$$

Dans le cas idéal où les fonctions $F_i(X_i)$ et $G_i(X_i)$ sont connues de plus, $R_i(X_{a,i}) = 0$, on peut déterminer une loi de commande dite idéale telle que :

$$u_i^* = G_i^{-1}(X_i)(v_i - F_i(X_i) + K_i S_i) \quad (5.25)$$

En substituant la loi (5.25) dans l'expression de la dynamique (5.24) de \dot{S}_i il vient :

$$\dot{S}_i = -K_i S_i \quad (5.26)$$

Le choix d'une fonction de Lyapunov quadratique en S_i i.e. $V_i = \frac{1}{2}S_i^2$ conduit à $\dot{V}_i = S_i \dot{S}_i = -K_i S_i^2$ de ce fait, $\dot{V}_i < 0$, $\forall S_i \neq 0$ et donc S_i et le vecteur des erreurs de poursuite convergent vers zéro.

2.2 Développement de la Loi CASIF2

La loi idéale (5.25) a été établie en considérant que les termes d'interconnexions et les perturbations représentés par la fonction $R_i(X_{a,i})$ sont nuls de plus les fonctions $F_i(X_i)$ et $G_i(X_i)$ sont bien connues. Cette hypothèse de travail est idéaliste, pour y remédier nous allons établir la loi **CASIF2** en considérant que ces fonctions sont toutes inconnues.

On part de l'expression (5.24) de \dot{S}_i auquel on ajoute et on retranche le terme $G_i u_i^*$, on obtient alors :

$$\dot{S}_i = v_i - F_i(X_i) + G_i u_i^* - G_i u_i^* - G_i u_i - R_i \quad (5.27)$$

La relation (5.27) peut être réécrite sous la forme :

$$\dot{S}_i = v_i + G_i(u_i^* - u_i) - G_i u_i^* - F_i - R_i \quad (5.28)$$

Pour la relation (5.28), on remplace u_i^* par son expression (5.25) uniquement dans le terme $G_i u_i^*$, il vient :

$$\dot{S}_i = v_i + G_i(u_i^* - u_i) - (v_i - F_i + K_i S_i) - F_i - R_i \quad (5.29)$$

Après simplifications, on obtient :

$$\dot{S}_i = -K_i S_i + G_i(u_i^* - u_i) - R_i \quad (5.30)$$

On considère que la commande u_i est formée d'un terme adaptatif $u_{a,i}$ et d'un terme de glissement $u_{s,i}$ de ce fait on a :

$$u_i = u_{a,i} + u_{s,i} \quad (5.31)$$

On substitue u_i par l'expression (5.31) dans la relation (5.30), celle-ci devient :

$$\dot{S}_i = -K_i S_i + G_i(u_i^* - u_{a,i}) - G_i u_{s,i} - R_i \quad (5.32)$$

Hypothèse H5.3

Les propriétés d'approximation des SIF, nous permettent de reconstruire les commandes u_i^* et $u_{a,i}$ par un modèle FIS-TSK d'ordre zéro [Wan93] comme suit :

$$u_i^* = W_i^T(X_i)\theta_i^* + \varepsilon_i(X_i) \quad (5.33)$$

$$u_{a,i} = W_i^T(X_i)\hat{\theta}_i \quad (5.34)$$

Où $W_i^T(X_i)$ est un vecteur régressif de la forme (5.5), θ_i^* est le vecteur des paramètres optimaux de la régression linéaire et $\hat{\theta}_i$ est l'estimé de ce vecteur de plus, ε_i est l'erreur de reconstruction.

□

En exploitant (5.33) et (5.34), le terme $(u_i^* - u_{a,i})$ peut s'écrire sous la forme :

$$(u_i^* - u_{a,i}) = W_i^T \tilde{\theta}_i + \varepsilon_i \text{ avec } \tilde{\theta}_i = \theta_i^* - \hat{\theta}_i \quad (5.35)$$

En utilisant (5.35), \dot{S}_i exprimée par (5.32) devient :

$$\dot{S}_i = -K_i S_i + G_i W_i^T \tilde{\theta}_i + G_i \varepsilon_i - G_i u_{s,i} - R_i \quad (5.36)$$

Nous proposons de réécrire la relation (5.36) sous la forme suivante:

$$\dot{S}_i = -K_i S_i + W_i^T \tilde{\theta}_i - u_{s,i} - W_i^T \tilde{\theta}_i + u_{s,i} + G_i W_i^T \tilde{\theta}_i + G_i \varepsilon_i - G_i u_{s,i} - R_i \quad (5.37)$$

On pose

$$\varphi_i = -W_i^T \tilde{\theta}_i + u_{s,i} + G_i W_i^T \tilde{\theta}_i + G_i \varepsilon_i - G_i u_{s,i} - R_i \quad (5.38)$$

De ce fait, \dot{S}_i prend l'expression suivante:

$$\dot{S}_i = -K_i S_i + W_i^T \tilde{\theta}_i - u_{s,i} + \varphi_i \quad (5.39)$$

Hypothèse H5.4

La fonction φ_i est une fonction continue qui peut être approximée par un système flou du type TSK d'ordre zéro tel que :

$$\varphi_i = W_i^T \theta_{\varphi i}^* + \epsilon_{\varphi i} \quad (5.40)$$

De plus l'erreur de reconstruction $\epsilon_{\varphi i}$ est bornée par une borne supposée inconnue :

$$\sup_{t \geq 0} |\epsilon_{\varphi i}| \leq \bar{\epsilon}_{\varphi i}$$

□

En substituant φ_i par son expression (5.40), dans la relation (5.39) de \dot{S}_i celle-ci prend la forme finale :

$$\dot{S}_i = -K_i S_i + W_i^T \tilde{\theta}_i - u_{s,i} + W_i^T \theta_{\varphi i}^* + \epsilon_{\varphi i} \quad (5.41)$$

Proposition 5.2

Si le système (2.5) est soumis à la loi de commande floue adaptative (CASIF2) suivante:

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{u}_{a,i} + \mathbf{u}_{s1,i} + \mathbf{u}_{s2,i} \quad (5.42)$$

Avec :

$$\mathbf{u}_{a,i} = W_i^T \hat{\theta}_i ; \mathbf{u}_{s1,i} = W_i^T \hat{\theta}_{\varphi i} \text{ et } \mathbf{u}_{s2,i} = \hat{\epsilon}_{\varphi i} \text{sign}(S_i) \quad (5.43)$$

Où :

- les paramètres $\hat{\theta}_i$ et $\hat{\theta}_{\varphi i}$ sont adaptés selon les lois:

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \eta_i W_i S_i \quad (5.44)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_{\varphi i} = \sigma_i W_i S_i \quad (5.45)$$

- l'estimé $\hat{\epsilon}_{\varphi i}$ du terme inconnu $\bar{\epsilon}_{\varphi i}$ est déterminé par la loi d'adaptation suivante:

$$\dot{\hat{\epsilon}}_{\varphi i} = \rho_i |S_i| \quad (5.46)$$

où les coefficients de conception $k_{d,i} \in \mathfrak{R}^+$, $\eta_i \in \mathfrak{R}^+$, $\sigma_i \in \mathfrak{R}^+$ et $\rho_i \in \mathfrak{R}^+$ sont des constantes ;

par conséquent et sous les *Hypothèses H5.3 et H5.4*, nous affirmons que:

- i) tous les signaux $[e_i \quad \dot{e}_i \quad \dots \quad e_i^{(r_i-1)}]^T$, \bar{X}_i , \mathbf{u}_i , $\tilde{\theta}_i$, $\tilde{\theta}_{\varphi i}$ et $\tilde{\epsilon}_{\varphi i}$ sont bornés.
- ii) $S_i \rightarrow 0$ et $[e_i \quad \dot{e}_i \quad \dots \quad e_i^{(r_i-1)}]^T \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$.

□

Preuve :

On associe à la dynamique (5.41) la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_i = \frac{1}{2} S_i^2 + \frac{1}{2\eta_i} \tilde{\theta}_i^T \tilde{\theta}_i + \frac{1}{2\sigma_i} \tilde{\theta}_{\varphi i}^T \tilde{\theta}_{\varphi i} + \frac{1}{2\rho_i} \tilde{\epsilon}_{\varphi i}^2 \quad (5.47)$$

Avec

$$\tilde{\theta}_{\varphi i} = \theta_{\varphi i}^* - \hat{\theta}_{\varphi i} , \quad \tilde{\epsilon}_{\varphi i} = \bar{\epsilon}_{\varphi i} - \hat{\epsilon}_{\varphi i} \quad (5.48)$$

La dérivée temporelle de (5.47) conduit à:

$$\dot{V}_i = S_i \dot{S}_i - \frac{1}{\eta_i} \tilde{\theta}_i^T \dot{\tilde{\theta}}_i - \frac{1}{\sigma_i} \tilde{\theta}_{\varphi i}^T \dot{\tilde{\theta}}_{\varphi i} - \frac{1}{\rho_i} \tilde{\epsilon}_{\varphi i} \dot{\tilde{\epsilon}}_{\varphi i} \quad (5.49)$$

On substitue \dot{S}_i par son expression (5.41) dans la relation précédente (5.49), celle-ci devient :

$$\dot{V}_i = S_i (-K_i S_i + W_i^T \tilde{\theta}_i - u_{s1,i} - u_{s2,i} + W_i^T \theta_{\varphi i}^* + \epsilon_{\varphi i}) - \frac{1}{\eta_i} \tilde{\theta}_i^T \dot{\tilde{\theta}}_i - \frac{1}{\sigma_i} \tilde{\theta}_{\varphi i}^T \dot{\tilde{\theta}}_{\varphi i} - \frac{1}{\rho_i} \tilde{\epsilon}_{\varphi i} \dot{\tilde{\epsilon}}_{\varphi i} \quad (5.50)$$

En remplaçant $\hat{\theta}_i$ et $u_{s1,i}$ par leurs expressions données en (5.43), la relation (5.50) devient :

$$\dot{V}_i = S_i(-K_i S_i - W_i^T \hat{\theta}_{\varphi i} - u_{s2,i} + W_i^T \theta_{\varphi i}^* + \epsilon_{\varphi i}) - \frac{1}{\sigma_i} \tilde{\theta}_{\varphi,i}^T \dot{\hat{\theta}}_{\varphi,i} - \frac{1}{\rho_i} \tilde{\epsilon}_{\varphi,i} \dot{\hat{\epsilon}}_{\varphi,i} \quad (5.51)$$

Cette dernière relation peut encore s'écrire sous la forme :

$$\dot{V}_i = S_i(-K_i S_i + W_i^T \tilde{\theta}_{\varphi i} - u_{s2,i} + \epsilon_{\varphi i}) - \frac{1}{\sigma_i} \tilde{\theta}_{\varphi,i}^T \dot{\hat{\theta}}_{\varphi,i} - \frac{1}{\rho_i} \tilde{\epsilon}_{\varphi,i} \dot{\hat{\epsilon}}_{\varphi,i} \quad (5.52)$$

En remplaçant $\dot{\hat{\theta}}_{\varphi,i}$ par la loi d'adaptation (5.45), la relation (5.52) se réduit à :

$$\dot{V}_i = S_i(-K_i S_i - u_{s2,i} + \epsilon_{\varphi i}) - \frac{1}{\rho_i} \tilde{\epsilon}_{\varphi,i} \dot{\hat{\epsilon}}_{\varphi,i} \quad (5.53)$$

A ce stade, on introduit dans (5.53) la commande $u_{s2,i}$, définie en (5.43), il vient :

$$\dot{V}_i = S_i(-K_i S_i - \hat{\epsilon}_{\varphi,i} \text{sign}(S_i) + \epsilon_{\varphi i}) - \frac{1}{\rho_i} \tilde{\epsilon}_{\varphi,i} \dot{\hat{\epsilon}}_{\varphi,i} \quad (5.54)$$

La relation (5.54) peut encore s'écrire sous la forme :

$$\dot{V}_i = -K_i S_i^2 - \hat{\epsilon}_{\varphi,i} |S_i| + S_i \epsilon_{\varphi i} - \frac{1}{\rho_i} \tilde{\epsilon}_{\varphi,i} \dot{\hat{\epsilon}}_{\varphi,i} \quad (5.55)$$

Du fait $\epsilon_{\varphi i}$ est bornée par conséquent \dot{V}_i peut être borné comme suit :

$$\dot{V}_i \leq -K_i S_i^2 - \hat{\epsilon}_{\varphi,i} |S_i| + |S_i| \bar{\epsilon}_{\varphi i} - \frac{1}{\rho_i} \tilde{\epsilon}_{\varphi,i} \dot{\hat{\epsilon}}_{\varphi,i} \quad (5.56)$$

Cette dernière relation peut encore s'écrire sous la forme :

$$\dot{V}_i \leq -K_i S_i^2 + \tilde{\epsilon}_{\varphi,i} |S_i| - \frac{1}{\rho_i} \tilde{\epsilon}_{\varphi,i} \dot{\hat{\epsilon}}_{\varphi,i} \quad (5.57)$$

A ce niveau, on introduit la loi d'adaptation (5.46), de ce fait (5.57) se réduit à :

$$\dot{V}_i \leq -K_i S_i^2 \quad (5.58)$$

Le résultat (5.58) signifie que S_i et $[e_i \ \dot{e}_i \ \dots \ e_i^{(r_i)}]^T$ convergent asymptotiquement vers zéro. En outre, les signaux $\tilde{\theta}_i$, $\tilde{\theta}_{\varphi,i}$ et $\tilde{\epsilon}_{\varphi,i}$ sont bornés. Du fait que les signaux de référence sont bornés et que le vecteur $[e_i \ \dot{e}_i \ \dots \ e_i^{(r_i-1)}]^T \rightarrow 0$, par conséquent les états \bar{X}_i ($i = 1, \dots, n$) sont bornés. La bornitude du vecteur d'état et celle des paramètres adaptatifs impliquent la bornitude de la commande u_i , pour $i = (1, \dots, n)$.

2.3 Simulation de la CASIF2

a) Résultats de simulation

Pour cette fois-ci, on utilise la loi **CASIF2**, énoncée au niveau de la proposition 5.2, ce qui nous amène à exploiter les relations (5.42) à (5.46). Pour les besoins de la simulation, les coefficients de commande ont été imposés tels que :

$$[K_{d_1} \ K_{d_2} \ K_{d_3} \ K_{d_4} \ K_{d_5} \ K_{d_6}] = [840 \ 840 \ 840 \ 42 \ 42 \ 42]$$

$$\eta_i = \sigma_i = 0,2, \ \rho_i = 2 \text{ avec } i=(1,6).$$

En premier lieu, nous avons effectué une simulation sans évitement puis avec évitement d'obstacle selon les méthodes étudiées au chapitre 3. Les résultats de simulation sont représentés aux Figures 5.8 à 5.12 de plus, les erreurs maximales de poursuites et les couples maximaux obtenus sont regroupés respectivement au niveau des tableaux 5.3 et 5.4.

Tab.5.3 Erreurs maximales de poursuite pour la CASIF2

L'erreur (mm)	sans évitement	forces répulsives	couples répulsifs	vitesses répulsives
$ e_x $	0,2005	0,2005	0,2001	0,2007
$ e_y $	0,2005	0,1999	0,2004	0,1985
$ e_z $	0,1761	0,1756	0,1762	0,1770
Erreurs (°)				
$ e_\alpha $	0,0212	0,0213	0,0212	0,0201
$ e_\beta $	0,0174	0,0174	0,0174	0,0172

Tab.5.4 Valeurs maximales des couples (N.m) pour la CASIF2

	sans évitement	forces répulsives	couples répulsifs	vitesses répulsives	couples max tolérés
$ \tau_1 $	10,6569	10,1112	9,9773	10,9414	97,6
$ \tau_2 $	86,4154	87,3769	86,3278	86,4154	107,36
$ \tau_3 $	42,3414	44,8147	41,0651	44,8507	89,4
$ \tau_4 $	3,2495	3,2494	3,2500	3,4253	24,2
$ \tau_5 $	11,3116	11,3116	11,3116	11,3711	20,1
$ \tau_6 $	10,8945	10,8942	10,8955	11,3228	21,3

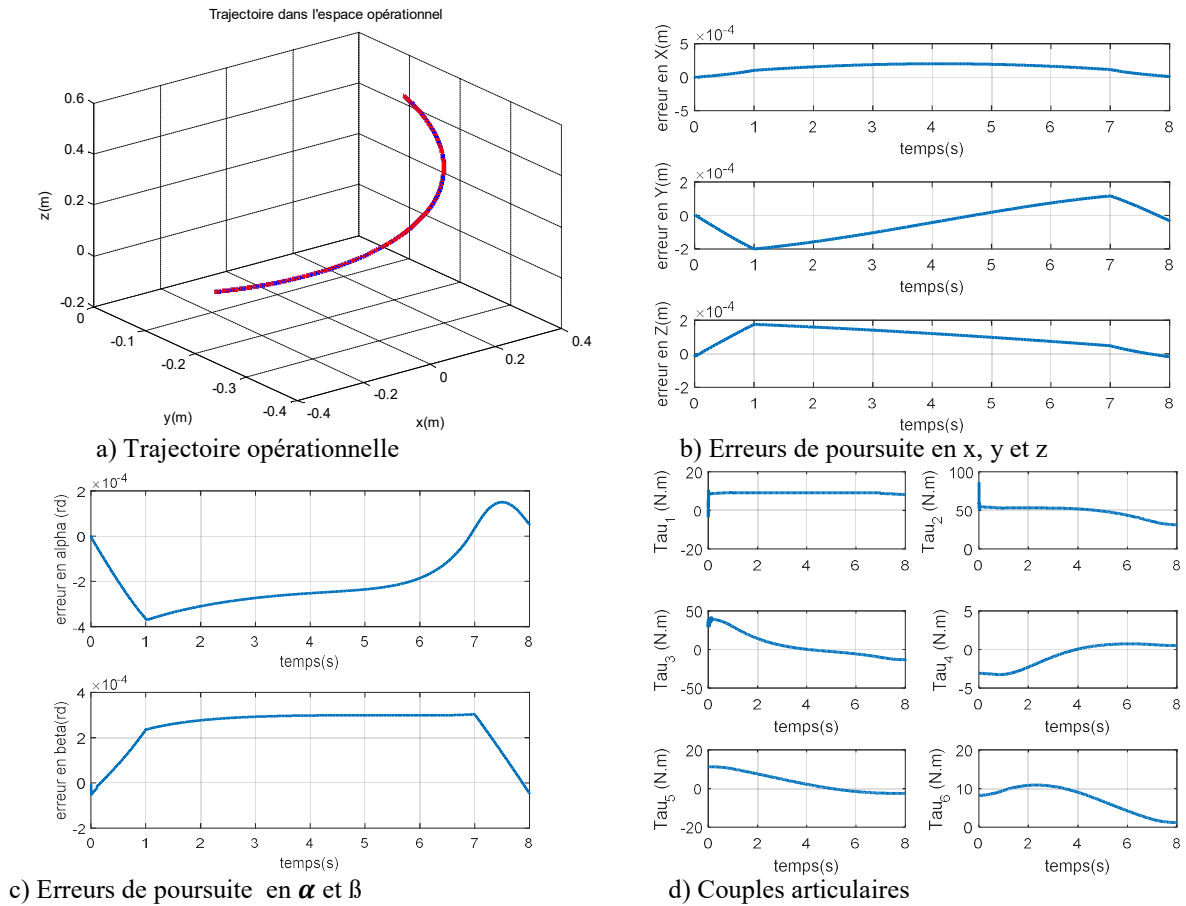


Fig. 5.8 CASIF2 sans évitement d'obstacle

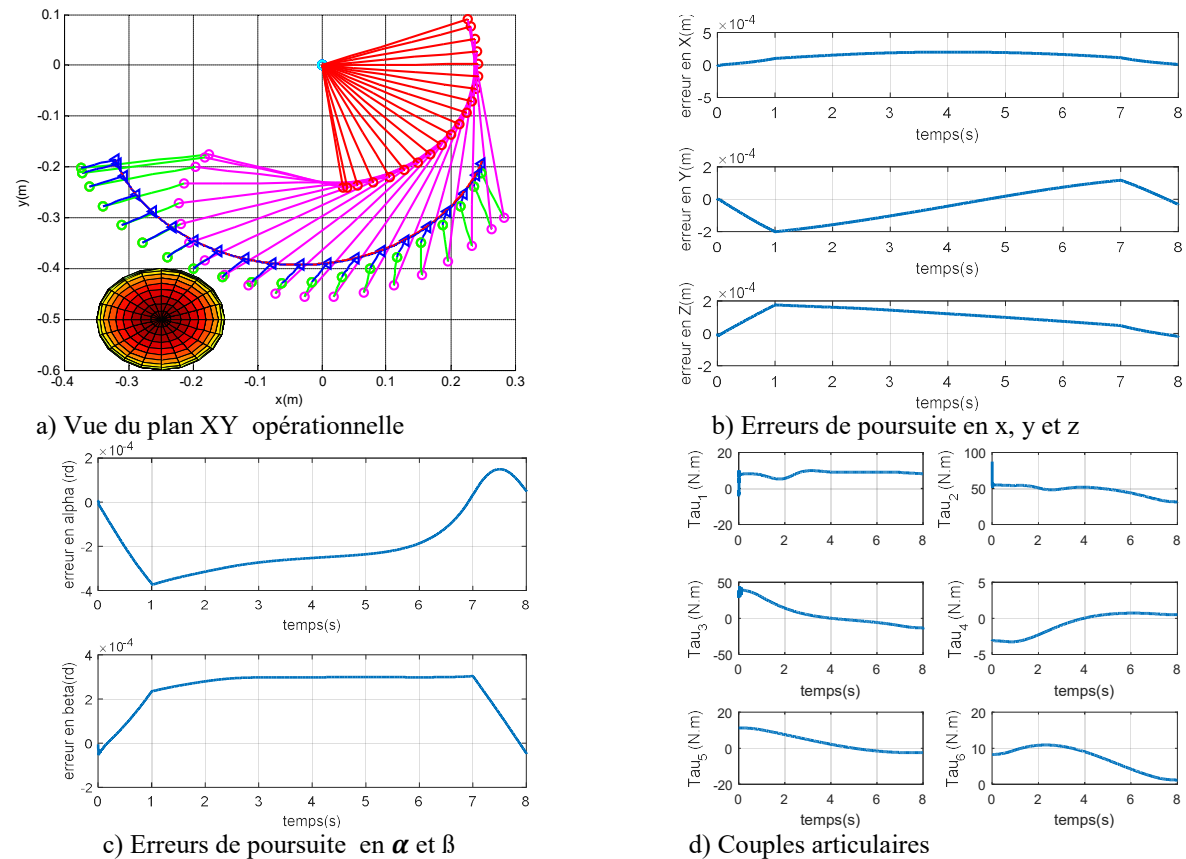


Fig. 5.9 CASIF2 avec évitement d'obstacle basé sur la méthode des forces répulsives

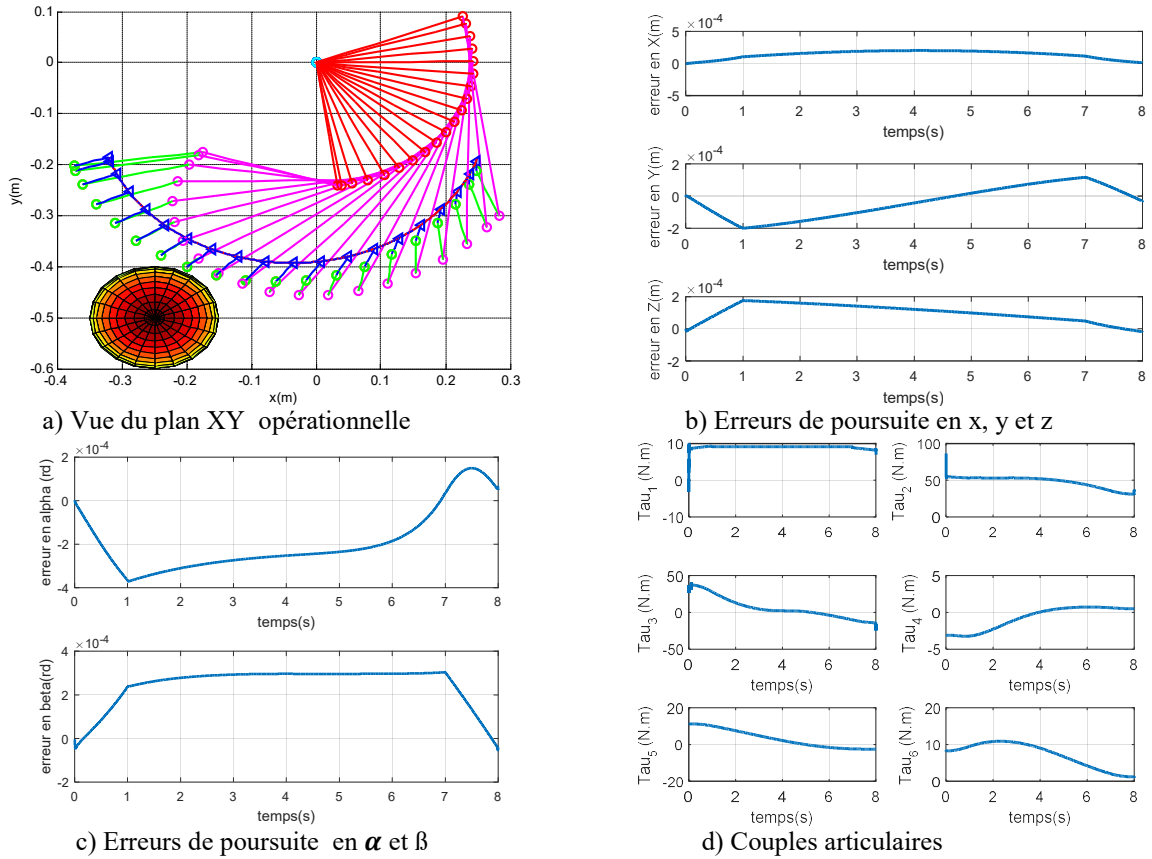


Fig. 5.10 CASIF2 avec évitement d'obstacle basé sur la méthode des couples répulsifs

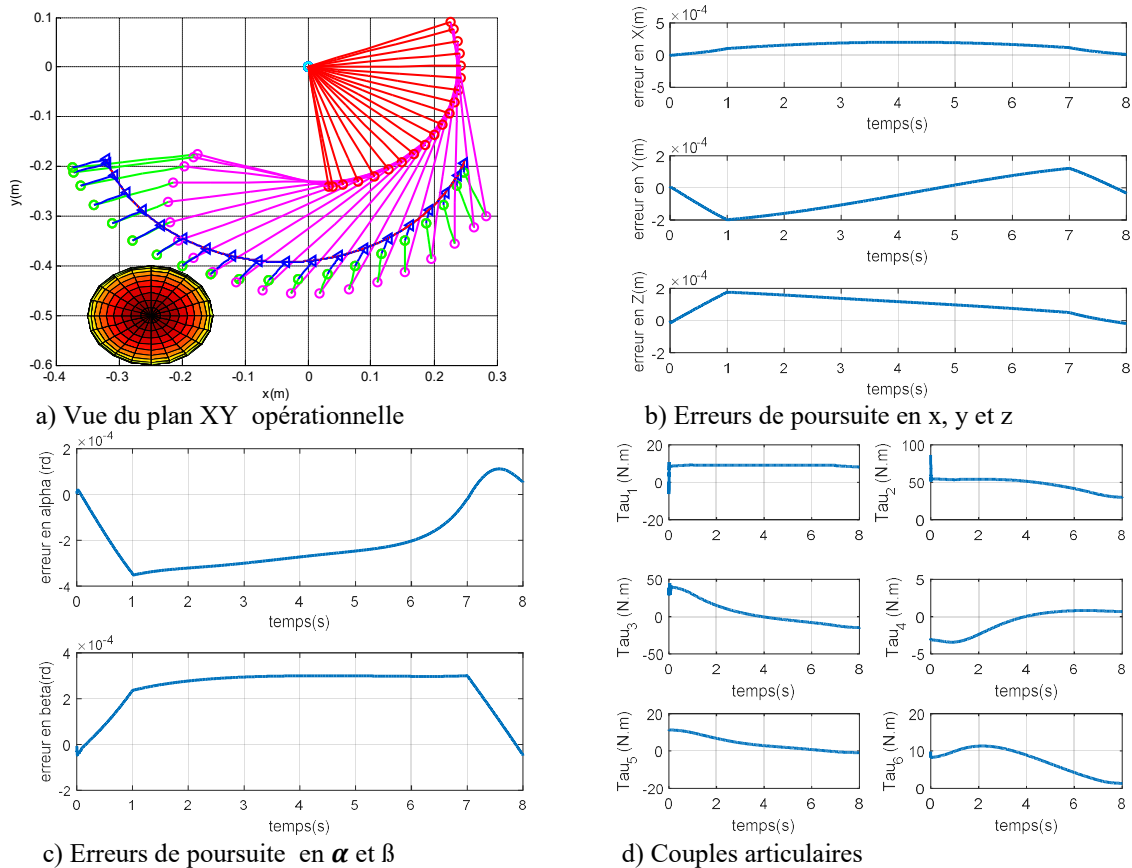


Fig. 5.11 CASIF2 avec évitement d'obstacle basé sur la méthode des vitesses répulsives

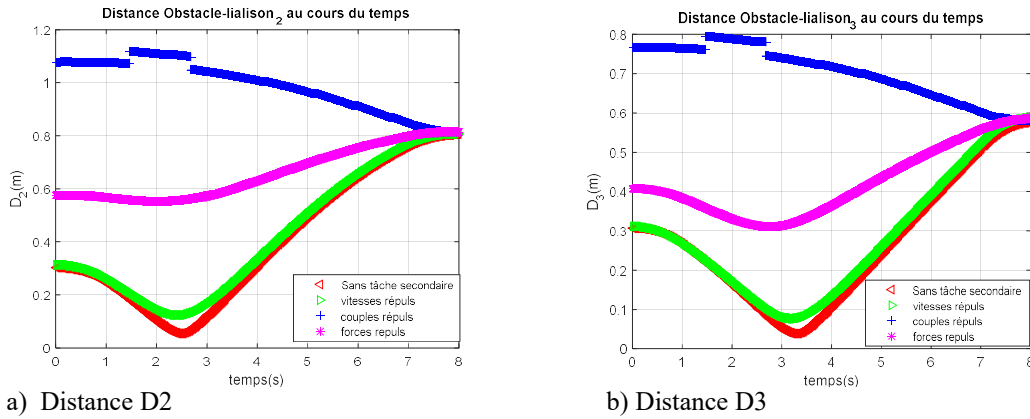


Fig. 5.12 Distances D_2 et D_3 en fonction de la procédure d'évitement d'obstacles pour la CASIF2

b) Analyse des résultats

La comparaison avec les résultats de cas de CASIF1 montre une dégradation de précision de l'ordre de 0,06mm (voir Tab.5.1 et Tab.5.3) et les couples sont un peu plus grands. Les Figures (5.8) à (5.12) et les tableaux (Tab.5.3 et Tab.5.4) présentées ci-dessus montrent clairement que la poursuite de la trajectoire est réalisée (sans ou avec la tâche secondaire). Pour les trois méthodes, l'évitement est réussi sans une influence majeure à la commande. On remarque que l'augmentation des couples actionneur en passant du modèle inverse au modèle direct est moins prononcée en comparant à celle de la CMG : elle est de l'ordre de 0.1Nm pour τ_1 , τ_6 est le double. Mais, cette augmentation pour τ_6 reste inférieure à celle obtenue dans le cas de la CMG. Cependant à la fin du cycle et seulement pour les angles α et β , est enregistrée une faible erreur permanente de l'ordre 10^{-4} .

La comparaison de ces résultats avec ceux du cas de la CASIF1 montre une dégradation de la précision de l'ordre de 0,06mm (Tab.5.1 et Tab.5.3) et une augmentation des couples.

En fin, une comparaison avec la commande en couple calculé permet de dire que les CASIF ont répondu aux exigences de précision :

- les erreurs ont un peu diminué pour les variables de position (voir Tab.2.1, Tab.5.1 et Tab.5.3).
- pour les couples (voir Tab.2.2, Tab.5.2 et Tab.5.4), les CASIF sans meilleurs car, sauf pour τ_2 , les couples nécessaires ont diminuer.

Par rapport aux commandes CMG, les couples ont diminué aussi (voir Tab.4.2, Tab.4.4 et Tab.4.6 et Tab.4.8). L'ordre de précision est le même pour les variables en orientation α et β mais pour les variables de position, l'erreur a augmenté (voir Tab.4.1, Tab.4.3 et Tab.4.5 et Tab.4.7).

3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé deux lois de commande adaptative basées sur l'exploitation des FIS afin d'assurer la poursuite de trajectoire pour un robot redondant en présence d'obstacles. Ces lois de commande sont déduites en exploitant tour à tour le modèle décentralisé inverse et le modèle directe des robots industriels. Il est important de noter que les fonctions caractérisant ces deux modèles étaient supposées inconnues et ayant des bornes inconnues. Nous avons montré que ces commandes adaptatives assurent la poursuite de la trajectoire désirée et la bornitude du vecteur d'état. L'évitement d'obstacle est réalisé en générant un automouvement lié aux bras de robot, celui-ci est directement incorporé dans le schéma d'adaptation par les FIS via l'erreur de poursuite filtrée. Les tests de ces lois de commande dans le cadre de la poursuite de trajectoire avec une contrainte d'évitement d'obstacles, ont été réalisés de façon efficace et les performances sont satisfaisantes car les erreurs de poursuite restent faibles de l'ordre de 10^{-4} sous des valeurs couples admissibles.

CONCLUSION GÉNÉRALE

CONCLUSION GÉNÉRALE

Dans le cadre de cette thèse, nous avons traité le thème relatif à la commande des robots industriels redondants dans la situation d'évitement d'obstacles fixes.

Ainsi, nous avons entamé le travail par une brève introduction relative à la commande des robots redondants avec évitement d'obstacles. Cette première approche, nous a révélé que pour ce thème de recherche, nous sommes confrontés à deux épineux problèmes : le premier est relatif à la détermination de la cinématique inverse des robots redondants et le deuxième concerne la procédure de mise en œuvre de l'évitement d'obstacles pour ces mêmes robots. De ce fait, nous avons exposé succinctement les méthodes connues à ce jour pour traiter cette première question à savoir : l'inverse généralisé, la matrice Jacobienne étendue, les méthodes par apprentissage. Pour notre part, nous avons exploité la méthode de l'inverse généralisé car la trajectoire que doit effectuer le robot dans l'espace opérationnelle n'est pas cyclique. Par la suite, nous avons exposé quelques rudiments relatifs aux problèmes de l'évitement d'obstacles et de la commande des robots redondants.

La question, relative à l'évitement d'obstacles fixes par un robot redondant, a été traitée au chapitre 3. Pour cette question, nous avons tout d'abord exploité deux méthodes issues des travaux récents de recherche : la méthode des forces répulsives et celle des couples répulsifs. A la fin du même chapitre, nous avons proposé une méthode basée sur les vitesses répulsives en introduisant une méthode particulière pour le calcul de la distance robot obstacle. Il faut noter dans ce contexte, que la plupart des méthodes existantes, basées sur la distance Euclidienne, sont valides uniquement pour l'espace 2D. De plus, la méthode que nous avons développée présente l'avantage d'une faible charge de calcul contrairement aux méthodes des forces répulsives et des couples répulsifs. En d'autres termes, l'éloignement de l'obstacle est traité par notre procédure d'une manière locale et non pas globale comme pour les deux autres méthodes.

En ce qui concerne la commande des robots redondants, nous avons exploité les modes glissants connus pour leur robustesse et les systèmes adaptatifs flous connus pour leur efficacité même en présence d'un système à commander mal connu ou inconnu. De ce fait et en se basant sur ces deux techniques de commande, nous avons développés des lois de commande non linéaires décentralisées en exploitant tour à tour le modèle décentralisé directe des robots industriels et le modèle décentralisé inverse.

La mise en œuvre par simulation de la commande des robots redondants avec évitement d'obstacle a été réalisée dans le cas du robot PUMA 560 effectuant une trajectoire dans l'espace 3D en présence d'un obstacle supposé. Nous avons simulé cette situation dans le cas où la

Conclusion générale

commande est basée d'une part sur les modes glissants et d'autre part sur les systèmes flous adaptatifs de plus, l'évitement d'obstacle est pris en charge tour à tour par les trois procédures exposées au chapitre 3. Les résultats des simulations obtenus ont montré qu'il était possible d'assurer d'une manière satisfaisante l'évitement d'obstacle et la poursuite de la trajectoire désirée par l'effecteur. Il est à noter que les paramètres des contrôleurs sont choisis d'une manière à diminuer le volume occupé par le robot via l'exploitation de la procédure d'évitement d'obstacles de ce fait, une comparaison, des résultats obtenus, a révélé que la méthode des vitesses répulsives fournit de meilleurs résultats en termes de réduction du volume occupé par les articulations du robot mais les couples pour les deux autres méthodes sont parfois plus faibles car l'éloignement des articulations a pris plus de volume lors de l'exécution de la trajectoire désirée.

Comme perspectives, nous proposons d'une part d'explorer la possibilité d'une hybridation de notre méthode avec celle des forces répulsives ou encore celle des couples répulsifs. D'autre part, il y a lieu d'expérimenter cette méthode sur un robot industriel donné.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Références bibliographiques

- [Ajo02] Ajoy Kumar Palit, Gerhard Doeding, Walter Anheier and Dobrivoje Popovic, "Back propagation Based Training Algorithm for Takagi-Sugeno Type MIMO Neuro-Fuzzy Network to Forecast Electrical Load Time Series", FUZZ-IEEE'02. Proceedings of the 2002 IEEE International Conference Vol. 1, pp.86-91, 2002.
- [And16] Dániel András Drexler, "Solution of the closed-loop inverse kinematics algorithm using the Crank-Nicolson method", SAMI 2016 IEEE 14th International Symposium on Applied Machine Intelligence and Informatics Herl'any, Slovakia, pp.351-356, 2016.
- [An09] G. Antonelli, F. Arrichiello, and S. Chiaverini, "Experiments of formation control with multirobot systems using the null-space-based behavioral control," Control Systems Technology, IEEE Transactions on, vol. 17, no. 5, pp. 1173 -1182, 2009.
- [Arr09] F. Arrichiello, S. Chiaverini, G. Indiveri, and P. Pedone, "The null-space based behavioral control for a team of cooperative mobile robots with actuator saturations," in Intelligent Robots and Systems, 2009. IROS 2009. IEEE/RSJ International Conference, pp. 5911 - 5916, 2009.
- [Ash13] Ashish Singla, "High-index Norm Approach: A Redundancy Resolution Scheme for Inverse Kinematics of Redundant Serial Manipulators", 2013 6th Robotics and Mechatronics Conference (RobMech) Durban, South Africa, pp.40-45, 2013.
- [Atk97] C. G. Atkeson, A. W. Moore and S. Schaal, "Locally weighted learning", Artificial Intell. Rev., vol. 11, no. 15, pp. 11-73, 1997.
- [Bai84] Baillieul, J.; J. Hollerbach and R. W. Brockett (1984). Programming and Control of Kinematically Redundant Manipulators, Proc. 23rd Conf. on Decision and Control, Las Vegas, NV, U.S.A, pp. 768-774.
- [Bai85] J. Baillieul, "Kinematic programming alternatives for redundant manipulators", pp. 722-8, 1985.
- [Bak88] DR Baker and IICW Wampler, "On the inverse kinematics of redundant manipulators", Int J Robot Res, vol. 7, no. 2, pp. 3-21, 1988.
- [Ben02] A. Benallegue, B. Daachi, A. Ramdane Cherife, "Commande Neuronale Adaptative de Robots manipulateurs redondants avec évitement d'obstacles fixes", Conférence Internationale Francophone d'automatique, pp.33-38, 2002.
- [Ben13] Choukri Bensalah, Javier Gonzalez-Quijano, Norman Hendrich, Mohamed Abderrahim, "Anthropomorphic Robotics Hand Inverse Kinematics using Estimated SVD in an Extended SDLS Approach", 978-1-4799-2722-7/13/\$31.00 c2013 IEEE.
- [Ben08] M. Benzaoui, H. Chekireb and M. Tadjine, "Cyclic control of redundant robot under constraint with the self-motion method", 5th International multi-conference on Systems, Signals and Devices, 2008.
- [Ben09] M. Benzaoui, H. Chekireb, "Cartesian trajectory tracking near singularities for a redundant robot JASE automation & Systems Vol.3 N° 4 (December), 2009.
- [Ben10] M. Benzaoui, H. Chekireb and M. Tadjine, "Redundant Robot Manipulator Control with Obstacle Avoidance Using Extended Jacobian Method", MED10, 18th Méditerranéan Conference on Control & Automation, pp371-376.
- [Ben11] M. Benzaoui, H. Chekireb and M. Tadjine, Control of redundant robot and singularities avoidance based anfis network", ICGST Conference on Computer Science and Engineering, Istanbul, turkey, 19-21 December 2011, pp 271-276.
- [Ben16] M. Benzaoui, H. Chekireb and M. Tadjine, A Boulkroune, "TRAJECTORY TRACKING WITH OBSTACLE AVOIDANCE OF REDUNDANT MANIPULATOR ROBOT BASED ON FUZZY INFERENCE SYSTEMS", Neurocomputing, Volume 196, 5 July 2016, pp. 23-30.
- [Bin12] Binghuang Cai, Member, IEEE, and Yunong Zhang, "Different-Level Redundancy-Resolution and Its Equivalent Relationship Analysis for Robot Manipulators Using Gradient-Descent and Zhang et al.'s Neural-Dynamic Methods", IEEE Transactions on industrial Electronics, Vol. 59, No. 8, pp.3146-3155, 2012.
- [Bou08] A. Boulkroune, M. Tadjine, M. Msaad, M. Farza, "How to design a fuzzy adaptive control based on observers for uncertain affine nonlinear systems", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 159, pp. 926-948, 2008.
- [Bou09] A. Boulkroune, M. Tadjine, M. Msaad, M. Farza, "Adaptive fuzzy controller for non-affine systems with zero dynamic", International Journal of Systems Science, Vol. 40, No. 4, pp. 367-382, 2009.
- [Bou10] A. Boulkroune, M. MSAad, and H. Chekireb, "Design of a fuzzy adaptive controller for MIMO nonlinear time-delay systems with unknown actuator nonlinearities and unknown control direction", Information sciences, Vol. 180, pp. 5041-5059, 2010.
- [Che03] H. Chekireb, M. Tadjine, D. Bouchaffra, "Direct Adaptive Fuzzy Control Of Nonlinear system Class with Applications", Control and Intelligent Systems, Vol. 31, No. 2, pp. 1-11, 2003.
- [Chen15] Yu-Jen Chen, Ming-Yi Ju, and Kao-Shing Hwang, "A Virtual Torque Based Approach to Kinematic Control of Redundant Manipulators", IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016.
- [Chia97] S. Chiaverini, "Singularity-robust task-priority redundancy resolution for real-time kinematic control of robot manipulators", IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 13, no. 3, pp. 398-410, 1997.
- [Chia90] S. Chiaverini, B. Siciliano, and O. Egeland, "Kinematic analysis and singularity avoidance for a seven-joint manipulator", In American Control Conference, pp. 2300-2305, 1990.
- [Chia08] S. Chiaverini, G. Oriolo, and I. Walker, "Kinematically redundant manipulators," in Springer Handbook of Robotics, B. Siciliano and O. Khatib, Eds. Springer, pp. 245-268, 2008.

Références bibliographiques

- [Chi88] S. L. Chiu, "Task compatibility of manipulator postures", *Int. J. of Robotics Research*, Vol. 7, No. 5, pp. 13-21, 1988.
- [Col95] R. Colbaugh, K. Glass, "Robust adaptive control of redundant manipulators", *J. Intell. Robot. Syst.*, Vol. 14, pp. 68-88, 1995.
- [Con14] Cong Dung Pham, Fernando Coutinho, Fernando Lizarralde, Liu Hsu, "An Analytical Approach to Operational Space Control of Robotic Manipulators with Kinematic Constraints", *Proceedings of the 19th World Congress The International Federation of Automatic Control Cape Town, South Africa*, pp. 8509-8515, 2014.
- [Conk97] Conkur, E. Sahin and R. Buckingham, "Clarifying the definition of redundancy as used in robotics", *Robotica*, Vol. 15 Issue 5, pp. 583-586, 1997.
- [Dom06] Dominik Bertram, James Kuffner, Ruediger Dillmann, Tamim Asfour, "An Integrated Approach to Inverse Kinematics and Path Planning for Redundant Manipulators", *Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation Orlando, Florida*, pp. 1874-1879, 2006.
- [Don12] Dongsheng Guo, Yunong Zhang, "Different-level two-norm and infinity-norm minimization to remedy joint-torque instability/divergence for redundant robot manipulators", *Robotics and Autonomous Systems* 60, pp. 874-888, 2012.
- [D'So02] A. D'Souza, S. Vijayakumar and S. Schaal, "Learning inverse kinematics", *Proc. IEEE Int. Conf. Intell. Robots Syst.*, pp. 298-303, 2002.
- [Dub88] R. Dubey and J. Y. S. Luh, "Redundant robot control using task based performance measures", *Journal of Robotic Systems*, Vol. 5, No. 5, pp. 409-432, 1988.
- [Duy12] Duy Nguyen-Tuong and Jan Peters, "Online Kernel-Based Learning for Task-Space Tracking Robot Control", *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, Vol. 23, No. 09, pp. 1417-1425, 2012.
- [Edm05] Edmond S.L. Ho, Taku Komura, Rynson W.H. Lau, "Computing Inverse Kinematics with Linear Programming",
- [Ewa14] Ewald Lutscher and Gordon Cheng, "Hierarchical Inequality Task Specification for Indirect Force Controlled Robots using Quadratic Programming", *2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2014)*, Chicago, IL, USA. pp. 4722-4727, 2014.
- [Fab12] Fabrizio Flacco, Alessandro De Luca, Oussama Khatib, "Prioritized Multi-Task Motion Control of Redundant Robots under Hard Joint Constraints", *Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 2012 IEEE/RSJ International Conference on, 2012.
- [Fei05] Y.-N. Fei and Q.H. Wu, "Tracking control of robot manipulators via output feedback linearization", *Journal of Shenzhen University Science & Engineering*, vol. 22, pp. 189-195, 2005.
- [Flac12] F. Flacco, A. De Luca, and O. Khatib, "Motion control of redundant robots under joint constraints: Saturation in the null space", in *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 285-292, 2012.
- [Fran15] Franco Blanchini, Gianfranco Fenu, Giulia Giordano, Felice Andrea Pellegrino, "Inverse kinematics by means of convex programming: some developments", *2015 IEEE International Conference on Automation Science and Engineering (CASE)* Gothenburg, Sweden, pp. 515-520, 2015.
- [Fre11] R. Fareh, "Real Time Tracking Trajectory in Workspace for ANAT Robot Manipulator Using Hierarchical Control", *IEEE International Conference on Electronics Circuits and System Beirut Lebanon*, 2011.
- [Giu09] Giuseppe Oriolo, Marilena Vendittelli, "A control-based approach to task-constrained motion planning", *The 2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 297-302, 2009.
- [Gre95] Gregory S. Chirikjian, Member, IEEE, and Joel W. Burdick, "The Kinematics of Hyper-Redundant Robot Locomotion", *IEEE Transactions On Robotics and Automation*, Vol. 11, No. 6, pp. 781-793, 1995.
- [Guo14] Dongsheng Guo, Yunong Zhang, "Simulation and Experimental Verification of Weighted Velocity and Acceleration Minimization for Robotic Redundancy Resolution", *IEEE Transactions On Automation Science And Engineering*, Vol. 11, No. 4, pp. 1203-1217, 2014.
- [Ham11] F. Hammond, "Configuring kinematically redundant robotic manipulators to increase effective task-specific motion resolution", *Mechatronics and Automation (ICMA)*, pp. 34-39, 2011.
- [Har13] Hariharan Ananthanarayanan, Raúl Ordóñez, "Real-Time Inverse Kinematics of Redundant Manipulator Using a Hybrid (Analytical and Numerical) Method", *Advanced Robotics (ICAR)*, 2013 16th International Conference, 2013.
- [Hol85] Hollerbach, J. M. and K. C. Suh, "Redundancy Resolution of Manipulators Through Torque Optimization", *Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 1016-1021, 1985.
- [Hon14] Hongzhou Tan, Jiawei Luo, Xiaotian Yu, Dongsheng Guo and Yunong Zhang, "Pseudoinverse-Based Jerk-Level Solutions of D3Z0, D2Z1, D1Z2 and D0Z3 Types to Redundant Manipulator's Inverse Kinematics", *Fifth International Conference on Intelligent Control and Information Processing*, Dalian, Liaoning, China, pp. 138-143, 2014.
- [Hsi15] Hsiu-Chin Lin, Matthew Howard, Sethu Vijayakumar, "Learning Null Space Projections", *2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)* Washington State Convention Center Seattle, Washington, pp. 2613-2619, 2015.
- [Ioa96] P.A. Ioannou and J. Sun, "Robust Adaptive Control", 1996.
- [Isi95] A. Isidori, "Nonlinear Control Systems", 1995.

Références bibliographiques

- [Jia99] W. Jian-Qi and H.D. Wend, "Robust decentralized control of robot manipulators", *International Journal of Systems Science*, vol. 30, pp. 323-330, 1999.
- [Jia14] Jiawei Luo, Xiaotian Yu, Yonghua Yin, Hongzhou Tan, Yunong Zhang, "Acceleration-Level Z2G0 Controller for Redundant Manipulator End-Effector Tracking", *IEEE 11th International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge*, pp.860-865, 2014.
- [Jeo07] J. W. Jeong and P. H. Chang, "An efficient framework for multiple tasks in human-like robots", in *Humanoid Robots, 2007 7th IEEE-RAS International Conference on*, pp. 513-519, 2007.
- [Kan11] Oussama Kanoun, Florent Lamiroux, and Pierre-Brice Wieber, "Kinematic Control of Redundant Manipulators: Generalizing the Task-Priority Framework to Inequality Task", *IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS*, VOL. 27, NO. 4, pp.785-792, 2011.
- [Kav96] Kavraki, P. Svestka, J. Latombe, and M. Overmars. Probabilistic roadmaps for fast path planning in high dimensional configuration spaces. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 12, pp.566-580, 1996.
- [Kha01] W. Khalil, E.Dombre, *Analyse et modélisation des robots-manipulateurs*, Hermes, 2001.
- [Khat83] O. Khatib, "Dynamic control of manipulators in operational space", in *Proc. 6th IFTOMM Congr. Theory of Machines and Mechanisms*, New Delhi, India, pp. 1-10, (1983).
- [Khat86] O. Khatib, "Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots", *The international journal of robotics research*, pp.90-98, 1986.
- [Kha87] O. Khatib, "A unified approach for motion and force control of robot manipulators: The operational space formulation", *IEEE Journal on Robotics and Automation*, Volume: 3, Issue: 1, pp.43-53, 1987.
- [Kim04] J. Kim, G. Marani, W. K. Chung, and J. Yuh, "A general singularity avoidance framework for robot manipulators: task reconstruction method", in *Robotics and Automation, Proceedings. ICRA '04.*, vol. 5, pp. 4809-4814, 2004.
- [Kim02] J. Kim, G. Marani, W. K. Chung, J. Yuh, and S.-R. Oh, "Dynamic task priority approach to avoid kinematic singularity for autonomous manipulation," in *Intelligent Robots and Systems, 2002. IEEE/RSJ International Conference on*, vol. 2, 2002, pp. 1942 – 1947 vol.2.
- [Kle83] CA Klein and CC. Huang, "Review of pseudoinverse control for use with kinematically redundant manipulators", *IEEE Transaction on System Man Cybernetics*, vol. 13, pp. 245-250, 1983.
- [Kor91] Y. Koren and J. Borenstein, "Potential field methods and their inherent limitations for mobile robot navigation", *Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Autom.*, pp. 1398-1404, 1991.
- [Krs04] M. Krstic, "Feedback linearizability and explicit integrator forwarding controllers for classes of feedforward systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 49, pp. 1668-1682, 2004.
- [Luc13] Lucas V. Vargas, Antonio C. Leite, Ramon R. Costa, "Kinematic Control of Robot Manipulators Using Filtered Inverse", *2013 21st Mediterranean Conference on Control & Automation (MED) Platanias-Chania, Crete, Greece, June 25-28*, pp27-33, 2013.
- [Mar03] G. Marani, J. Kim, J. Yuh, and W. K. Chung, "Algorithmic singularities avoidance in task-priority based controller for redundant manipulators", in *Intelligent Robots and Systems, (IROS2003). Proceedings 2003 IEEE/RSJ International Conference on*, vol. 4, pp. 3570 -3574, 2003.
- [Mar89] R. R. Martin P. C. Stephenson, "Containment Algorithms for Objects in Rectangular Boxes", *Theory and Practice of Geometric Modeling*, pp 307-325, 1989.
- [Mel14] A. MELINGUI, R. MERZOUKI, J. B. MBEDE, C. ESCANDE, and N. BENOUDJIT, "Neural Networks based approach for inverse kinematic modelling of a Compact Bionic Handling Assistant trunk", 978-1-4799-2399-1/14/\$31.00 ©2014 IEEE, pp. 1239-1244, 2014.
- [Min08] Z. Mingchao and L. Yuanchun, "Decentralized adaptive fuzzy control for reconfigurable manipulators", *IEEE Conference on Robotics Automation and Mechatronics (RAM)*, pp. 404-409, 2008.
- [Nak87] Y. Nakamura, H. Hanafusa and T. Yoshikawa, "Task-priority based redundancy control of robot manipulators", *Int. J. Robot. Vol. 6, No2*, pp.3-15, 1987.
- [Nak91] Nakamura, Y, "Advanced Robotics Redundancy and Optimization", Addison Wesley Pub. Co., MA, U.S.A. 1991.
- [Nak08] J. Nakanishi, R. Cory, M. Mistry, J. Peters and S. Schaal, "Operational space control: A theoretical and empirical comparison", *Int. J. Robot. Res.*, vol. 27, No. 6, pp. 737-757, 2008.
- [Oet00] Denny Oetomo, Marcelo H. Ang Jr, Lim Ser Yong, "Singularity Handling on Puma in Operational Space Formulation", *the 7th International Symposium in Experimental Robotics (ISER'00)*, 2000.
- [Öfj13] Kristoffer Öfjäll, Michael Felsberg, "Rapid Explorative Direct Inverse Kinemat Learning of Relevant Locations for Active Vision", 14978-1-4673-5648-0/13/\$31.00 ©2013 IEEE, pp.14-19, 2013.
- [Omr07] D. Omrcen, L. Zlajpah, and B. Nemeč, "Compensation of velocity and/or acceleration joint saturation", No. 4, pp. 337-344, 2007.
- [Otm02] Otman M. Ahtiwash, Mohd Z. Abdelmuin, Siti Farimah Siraj, A neural-fuzzy logic approach for modelling and control of nonlinear systems; *Proc. Of 2002 IEEE inter. Symposium on Intelligent Control*, Vancouver, Canada, 2002.
- [Par13] S. Parasuraman, Chiew Mun Hou, Sai Cheong Fok, "Trajectory Planning for Redundant Manipulator Using Evolutionary Computation Technique", *IEEE International Conference ON Emerging Trends in Computing*, 2013.

Références bibliographiques

- [per02] V. Perdereau, C. Passi, M. Drouin, “Real-time control of redundant robotic manipulators for mobile obstacle avoidance”, *Robotics and Autonomous Systems* 41, pp.41–59, 2002.
- [Pet08] J. Peters and S. Schaal, “Learning to control in operational space”, *Int. J. Robot. Res.*, Vol. 27, No. 2, pp. 197-212, 2008.
- [Pil12] Farzin Piltan, Arman Jahed, Hossein Rezaie and Bamdad Boroomand, “Methodology of Robust Linear On-line High Speed Tuning for stable Sliding Mode controller: Applied to Nonlinear System”, *International Journal of Control and automation*, Vol.05 No. 03, pp.217-236, 2012.
- [Pui11] D. Puiu and F. Moldoveanu, “Real-time Collision Avoidance for Redundant Manipulators”, 6th IEEE International Symposium on Applied Computational Intelligence and Informatics, Timiúoara, Romania, pp.403-408, 2011.
- [Raj91] Rajiv, V. D.; A. E. James and M. Scott , “Real-Time Implementation of an Optimization Scheme for Seven-Degree-of-Freedom Redundant Manipulators”, *IEEE Transactions On Robotics And Automation*, Vol. 1, No. 5, pp. 579-588, 1991.
- [Rao12] Raouf Fareh, Mohamad Saad and Maarouf Saad, “Real Time Hierarchical Robust Control For 5DOF ANAT Redundant Robot Using Sliding Mode Technique”; *Electrical & Computer Engineering (CCECE)*, 2012 25th IEEE Canadian Conference on , 2012.
- [Ras06] C. E. Rasmussen and C. K. Williams, *Gaussian Processes for Machine Learning*, 2006,
- [Ren14] Ren C. Luo, Tsung-Wei Lin, Yun-Hsuan Tsai, “ Analytical Inverse Kinematic Solution for Modularized 7-DoF Redundant Manipulators with Offsets at Shoulder and Wrist”, 2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2014), pp.516-521, 2014.
- [Rim97] E. Rimon and S. P. Boyd, “Obstacle collision detection using best ellipsoid fit”, *J. Intell. Robot. Syst.*, Vol. 18, No. 2, pp. 105-126, 1997.
- [Sad11] H. Sadeghian, L. Villani, M. Keshmiri and B. Siciliano, “Multi-Priority Control in Redundant Robotic Systems”, In: *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 3752-3757, 2011.
- [Sam09] Samuel R. Buss, “Introduction to Inverse Kinematics with Jacobian Transpose Pseudo inverse and Damped Least Squares method”, pp.1-19, 2009.
- [San06] A. De Santis, P. Pierro and B. Siciliano, “The Virtual End-Effectors Approach for Human–Robot Interaction”, In: *Advances in Robot Kinematics (J. Lenarcic and B. Roth, eds.)*, pp. 133–144, 2006.
- [Sch02] B. Schlkopf and A. Smola, “Learning with Kernels: Support Vector Machines Regularization Optimization and Beyond”, MIT-Press, 2002.
- [Ser89] Seraji, H. (1989). Configuration control of redundant manipulators: Theory and implementation, *IEEE Trans. Robotics and Automation*, Vol. 5, Issue 4, pp. 472–490.
- [sia13] Siavash Farzan, G. N. DeSouza, “From D-H to Inverse Kinematics: A Fast Numerical Solution for General Robotic Manipulators Using Parallel Processing”, 2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS) Tokyo, Japan, pp.2507-2513, 2013.
- [Sic91] B. Siciliano and J. J. Slotine, “A General Framework for Managing Multiple Tasks in Highly Redundant Robotic Systems”, In: *Proceedings of the 5th International Conference on Advanced Robotics*, pp. 1211-1216, 1991.
- [Sim14] E. Simetti, G. Casalino, S. Torelli, A. Sperindé, “Underwater Floating Manipulation for Robotic Interventions”, *Proceedings of the 19th World Congress The International Federation of Automatic Control Cape Town, South Africa*, pp. 3358-3363, 2014.
- [She13] Yu She, Wenfu Xu, Zhiying Wang, Jianqing Peng, “ Inverse Kinematics of SSRMS-type Manipulators with Single Joint Locked Failure”, *International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO) Shenzhen, China*, pp07-12, 2013.
- [Shu12] Shuai, Li, C. Sanfeng, B. Liu, L. Yangming and L. Yongsheng, “Decentralized kinematic control of a class of collaborative redundant manipulators via recurrent neural networks”, *Neurocomputing*, Vol. 91, pp. 1-10, 2012.
- [Shu14] Shuihua Huang, Yonggang Peng, Wei Wei, Ji Xiang, “Clamping Weighted Least-Norm Method for the Manipulator Kinematic Control: Avoiding Joint Limits”, *Proceedings of the 33rd Chinese Control Conference*, pp. 8309-8314, 2014.
- [Slo91] J.J.E. Slotine and W. Li, “Applied Nonlinear Control”, 1991.
- [Sos09] Mohammed Chakib SOSSE ALAOUI, “Commande et Observateur par Modes glissants d’un système de pompage et d’un bras manipulateur”, Thèse de Doctorat Université Sidi Mohammed Ben Abdellah, 2009.
- [Sug11] Tomomichi Sugihara, “Solvability-Unconcerned Inverse Kinematics by the Levenberg–Marquardt Method”, *IEEE Transactions On Robotics*, Vol. 27, No. 5, pp. 984- 991, 2011.
- [Spo05] M.W.,S Hutchinson and M.Vidyasagar, “Robot Modeling and control”, John Willey & Sons, Inc.,NY, U.S.A.,2005.
- [Tra13] Travis Baracart, Valerio Salvucci, and Takafumi Koseki, “On the Continuity of Cascaded Generalized Inverse Redundancy Resolution, with Application to Kinematically Redundant Manipulators”, 978-1-4799-0224-8/13/\$31.00 ©2013 IEEE, pp.6508-6513, 2013.
- [Wan93] L.X. Wang, Stable adaptive fuzzy control of non linear systems; *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, Vol. 1, pp. 146-155, 1993.

Références bibliographiques

- [Xia13] Lin Xiao, Yunong Zhang, “Acceleration-Level Repetitive Motion Planning and Its Experimental Verification on a Six-Link Planar Robot Manipulator”, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 21, No.3, pp: 906 -914, 2013.
- [Xin15] Xinyu WANG, Chenguang YANG, and Hongbin MA, “Automatic Obstacle Avoidance using Redundancy for Shared Controlled Telerobot Manipulator”, The 5th Annual IEEE International Conference on Cyber Technology in Automation, Control and Intelligent Systems, pp. 1338-1343, 2015.
- [Yao98] J. Yaochu, “Decentralized adaptive fuzzy control of robot manipulators”, IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics Part B (Cybernetics), Vol. 28, pp. 47-57, 1998.
- [Yan01] Yangmin, L. and H. L. Sio, “Kinematics Control of Redundant Manipulators Using CMAC Neural Network”, The 5th World Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics (SCI2001), vol. IX, pp.274-279, 2001.
- [Yan03] Yang Gao, and Meng Joo Er, “Online adaptive fuzzy neural identification and control of a class of MIMO nonlinear systems”, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 11, No. 4, Fuzzy Systems, IEEE Transactions on, Vol.11, No. 4, pp.462-477, 2003.
- [Yan12] Yang Hou, A. Yanou, M. Minami, T. Matsuno, Y. Kobayashi, “Comparison between first and second order prediction for on-line configuration control of redundant manipulator based on AMSIP”, Control Applications (CCA), 2012 IEEE International Conference, 2013.
- [Yan14] Lei Yan, Zonggao Mu, Wenfu Xu, “Analytical Inverse Kinematics of a Class of Redundant Manipulator Based on Dual Arm-Angle Parameterization”, 2014 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics, pp.3744-3749, 2014.
- [Yim93] W. Yim and S.N. Singh, “Feedback linearization of differential-algebraic systems and force and position control of manipulators”, Proceedings of 1993 American Control Conference -ACC '93 2-4, pp. 2279-2283, 1993.
- [Yuno12] Yunong Zhang and Dongsheng Guo, “Bi-Criteria Torque Minimization of Redundant Robots Performing Different End-Effector Trajectories by Using Simplified LVI-PDNN”, Proceedings of 2012 International Conference on Modelling, Identification and Control, Wuhan, China, pp.791-796, 2012.
- [Yun12] Yunong Zhang, Dongsheng Guo, Kene Li, Jun Li, “Manipulability-Maximizing Self-Motion Planning and Control of Redundant Manipulators with Experimental Validation”, in Proceedings of 2012 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, pp.1829-1834, 2012.
- [Yun13] Yunong Zhang, Ying Wang, Long Jin, Junwei Chen, and Yiwen Yang, Simulations and Experiments of ZNN for Online Quadratic Programming Applied to Manipulator Inverse Kinematics, Third International Conference on Information Science and Technology March 23-25, 2013; Yangzhou, Jiangsu, China, pp. 265-270.
- [Zha10] Y. Zhang, Y. Huang, D. Guo and Z. Ke, “Quadratic-programming based self-motion planning with no target-configuration assigned for planar robot arms”, Proc. IEEE Int. Conf. on Control and Automation, pp. 534-539, 2010.
- [Zha12] K. Li and Y. Zhang, “State adjustment of redundant robot manipulator based on quadratic programming”, Robotica, Vol. 30, No. 3, pp. 477-489, 2012.
- [Zhi12] Zhijun Zhang and Yunong Zhang, “Acceleration-Level Cyclic-Motion Generation of Constrained Redundant Robots Tracking Different Paths”, IEEE Transactions On Systems, MAN, And Cybernetics-PartB: Cybernetics, Vol. 42, No. 4, pp. 1257-1269, 2012.
- [Zhi13] Zhijun Zhang and Yunong Zhang, “Variable Joint-Velocity Limits of Redundant Robot Manipulators Handled by Quadratic Programming”, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol.18, No.2, pp. 674 -686, 2013.

ANNEXES

Annexe1 : les transformations homogènes du robot étudié

Les transformations homogènes de ce robot sont telles que :

$$\begin{aligned}
 {}^0A_1 &= \begin{pmatrix} C_1 & -S_1 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & {}^0P_1 &= (0 \ 0 \ 0)^T \\
 {}^1A_2 &= \begin{pmatrix} C_2 & -S_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -S_2 & -C_2 & 0 \end{pmatrix}, & {}^1P_2 &= (0 \ d_2 \ 0)^T \\
 {}^2A_3 &= \begin{pmatrix} C_3 & -S_3 & 0 \\ S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & {}^2P_3 &= (a_2 \ 0 \ d_3)^T \\
 {}^3A_4 &= \begin{pmatrix} C_4 & -S_4 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ S_4 & C_4 & 0 \end{pmatrix}, & {}^3P_4 &= (a_3 \ -d_4 \ 0)^T \\
 {}^4A_5 &= \begin{pmatrix} C_5 & -S_5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -S_5 & -C_5 & 0 \end{pmatrix}, & {}^4P_5 &= (0 \ 0 \ 0)^T \\
 {}^5A_6 &= \begin{pmatrix} C_6 & -S_6 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ S_6 & C_6 & 0 \end{pmatrix}, & {}^5P_6 &= (0 \ 0 \ 0)^T
 \end{aligned}$$

De ce fait on tire

$${}^0A_6 = \begin{pmatrix} {}^0a_{11} & {}^0a_{12} & {}^0a_{13} \\ {}^0a_{21} & {}^0a_{22} & {}^0a_{23} \\ {}^0a_{31} & {}^0a_{32} & {}^0a_{33} \end{pmatrix}, \quad {}^0P_6 = \begin{pmatrix} a_3 C_1 C_{23} + d_4 S_{23} C_1 + a_2 C_2 C_1 - S_1 (d_2 + d_3) \\ a_3 C_{23} S_1 + d_4 S_{23} S_1 + a_2 C_2 S_1 + C_1 (d_2 + d_3) \\ -a_3 S_{23} - d_4 C_{23} - a_2 S_2 \end{pmatrix}$$

Qui sont calculées en utilisant la relation (1.2)

Avec :

$$\begin{aligned}
 {}^0a_{11} &= C_6 C_5 C_4 C_1 C_{23} - C_6 C_5 S_4 S_1 - C_6 S_5 S_{23} C_1 - S_6 S_4 C_{23} C_1 - S_6 C_4 S_1 \\
 {}^0a_{12} &= -S_6 C_5 C_4 C_{23} C_1 + S_6 C_5 S_4 S_1 + S_6 S_5 S_{23} C_1 - C_6 S_4 C_{23} C_1 - C_6 C_4 S_1 \\
 {}^0a_{13} &= S_5 C_4 C_1 C_{23} - S_5 S_4 S_1 + C_5 C_{23} C_1 \\
 {}^0a_{21} &= C_6 C_5 C_4 C_{23} S_1 + C_6 C_5 S_4 C_1 - C_6 S_5 S_{23} S_1 - S_6 S_4 C_{23} S_1 + S_6 C_4 C_1 \\
 {}^0a_{22} &= -S_6 C_5 C_4 C_{23} S_1 - S_6 C_5 S_4 C_1 + S_6 S_5 S_{23} S_1 - C_6 S_4 C_{23} S_1 + C_6 C_4 C_1 \\
 {}^0a_{23} &= S_5 S_4 C_1 + S_5 C_4 C_{23} S_1 + C_5 S_{23} S_1 \\
 {}^0a_{31} &= -C_6 C_5 C_4 S_{23} + C_6 S_5 C_{23} + S_6 S_4 S_{23} \\
 {}^0a_{32} &= -S_6 S_5 C_{23} + S_5 C_5 C_4 S_{23} + C_6 S_4 S_{23} \\
 {}^0a_{33} &= -a_3 S_{23} - d_4 C_{23} - a_2 S_2
 \end{aligned}$$

La dernière transformation du vers le repère effecteur :

$${}^6A_T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad {}^6P_T = (0 \quad 0 \quad l_6)^T$$

$${}^0P_T = \begin{pmatrix} -l_6 S_5 C_4 C_1 C_{23} - l_6 S_5 S_4 S_1 + l_6 C_5 S_{23} C_1 + a_3 C_{23} C_1 + d_4 S_{23} C_1 + a_2 C_2 C_1 - S_1 (d_2 + d_3) \\ l_6 S_5 C_4 S_1 C_{23} + l_6 S_5 S_4 C_1 + l_6 C_5 S_{23} S_1 + a_3 C_{23} S_1 + d_4 S_{23} S_1 + a_2 C_2 S_1 + S_1 (d_2 + d_3) \\ -l_6 C_5 C_{23} - l_6 S_5 C_4 S_{23} - a_3 S_{23} - d_4 C_{23} - a_2 S_2 \end{pmatrix}$$

Avec :

$$\begin{aligned} {}^0T a_{11} &= C_6 C_5 C_4 C_1 C_{23} - C_6 C_5 S_4 S_1 - C_6 S_5 S_{23} C_1 - S_6 S_4 C_{23} C_1 - S_6 C_4 S_1 \\ {}^0T a_{12} &= -S_6 C_5 C_4 C_1 C_{23} + S_6 C_5 S_4 S_1 + S_6 S_5 S_{23} C_1 - C_6 S_4 C_{23} C_1 - C_6 C_4 S_1 \\ {}^0T a_{13} &= S_5 C_4 C_1 C_{23} - S_5 S_4 S_1 + C_5 C_{23} C_1 \\ {}^0T a_{21} &= C_6 C_5 C_4 C_{23} S_1 + C_6 C_5 S_4 C_1 - C_6 S_5 S_{23} S_1 - S_6 S_4 S_1 C_{23} + S_6 C_4 C_1 \\ {}^0T a_{22} &= S_6 S_5 S_{23} S_1 - S_6 C_5 C_4 C_{23} S_1 - S_6 C_5 S_4 C_1 - C_6 S_4 C_{23} S_1 + C_6 C_4 C_1 \\ {}^0T a_{23} &= S_5 C_4 S_1 C_{23} + S_5 S_4 C_1 + C_5 S_{23} S_1 \\ {}^0T a_{31} &= -C_6 C_5 C_4 S_{23} + C_6 S_5 C_{23} + S_6 S_4 S_{23} \\ {}^0T a_{32} &= S_6 C_5 C_4 S_{23} - S_5 C_{23} S_2 + C_6 S_4 S_{23} \\ {}^0T a_{33} &= -S_5 C_4 S_{23} - C_5 C_{23} \end{aligned}$$

Les angles d'Euler α , β et γ définissent l'orientation ou $X_{op}(4)$, $X_{op}(5)$ et $X_{op}(6)$:

$$\begin{aligned} \alpha &= \arctan \left(\frac{{}^0T a_{23}}{{}^0T a_{13}} \right) \\ \beta &= \arctan \left(\frac{\sqrt{{}^0T a_{31}^2 + {}^0T a_{32}^2}}{{}^0T a_{33}} \right) \\ \gamma &= \arctan \left(-\frac{{}^0T a_{32}}{{}^0T a_{31}} \right) \end{aligned}$$

Ainsi, la relation (1.1) donne le MGD comme suit :

$$X_{op} = ({}^0P_T \quad \alpha \quad \beta \quad \gamma)^T$$

Annexe2 : Le modèle géométrique inverse du robot étudié

On pose

$$R = \begin{pmatrix} C_\alpha C_\beta C_\gamma - S_\alpha S_\gamma & -C_\alpha C_\beta S_\gamma - S_\alpha C_\gamma & C_\alpha S_\beta \\ S_\alpha C_\beta C_\gamma + C_\alpha S_\gamma & -S_\alpha C_\beta S_\gamma + C_\alpha C_\gamma & S_\alpha S_\gamma \\ -S_\beta C_\gamma & S_\beta S_\gamma & C_\beta \end{pmatrix}$$

$$X_{d,1} = (X_{op})_d(1) - l_6 R_{13}, \quad X_{d,2} = (X_{op})_d(2) - l_6 R_{23}, \quad X_{d,3} = (X_{op})_d(3) - l_6 R_{33}$$

De ce fait on peu écrire :

$$q(1) = \text{atan} \left(\frac{x_{d,2}}{x_{d,1}} \right) - \text{atan} \left(\frac{d_2 + d_3}{\sqrt{x_{d,1}^2 + x_{d,2}^2 - (d_2 + d_3)^2}} \right)$$

$$q(2) = \text{atan} \left(\frac{a_3 + a_2 C_3 x_{d,3} + \frac{(C_1 x_{d,1} + S_1 x_{d,2})(a_2 S_3 + d_4)}{x_{d,3}^2 + (C_1 x_{d,1} + S_1 x_{d,2})^2}}{x_{d,3}(a_2 S_3 + d_4) + (a_3 + a_2 C_3)(C_1 x_{d,1} + S_1 x_{d,2})} \right) - q(3)$$

$$q(3) = \text{atan} \left(\frac{\left(\frac{x_{d,1}^2 + x_{d,2}^2 + x_{d,3}^2 - a_2^2 - a_3^2 - d_4^2 - (d_2 + d_3)^2}{2a_2} \right)}{\sqrt{a_3^2 + d_4^2 - \left(\frac{x_{d,1}^2 + x_{d,2}^2 + x_{d,3}^2 - a_2^2 - a_3^2 - d_4^2 - (d_2 + d_3)^2}{2a_2} \right)^2}} \right) - \text{atan} \left(\frac{a_3}{d_4} \right)$$

$$q(4) = \text{atan} \left(\frac{-S_1 R_{13} + C_1 R_{23}}{C_1 C_{23} R_{13} + S_1 C_{23} R_{23} - S_{23} R_{33}} \right)$$

$$q(5) = \text{atan} \left(\frac{aq}{C_1 S_{23} R_{13} + S_1 S_{23} R_{23} + C_{23} R_{33}} \right)$$

$$q(6) = \text{atan} \left(\frac{-R_{11}(C_1 C_{23} S_4 + S_1 C_4) + R_{21}(-S_1 C_{23} S_4 + C_1 C_4) + R_{31} S_4 S_{23}}{-R_{12}(C_1 C_{23} S_4 + S_1 C_4) + R_{22}(-S_1 C_{23} S_4 + C_1 C_4) + R_{32} S_4 S_{23}} \right)$$

avec

$$aq5 = R_{23} \left(C_1 C_4 \frac{x_{d,3}(a_2 S_3 + d_4) + (a_3 + a_2 C_3)(C_1 x_{d,1} + S_1 x_{d,2})}{x_{d,3}^2 + C_1 x_{d,1} + S_1 x_{d,2}^2} - S_1 S_4 \right) +$$

$$R_{23} \left(S_1 C_4 \frac{x_{d,3}(a_2 S_3 + d_4) + (a_3 + a_2 C_3)(C_1 x_{d,1} + S_1 x_{d,2})}{x_{d,3}^2 + C_1 x_{d,1} + S_1 x_{d,2}^2} + C_1 S_4 \right) - R_{33} C_4 a_3 + a_2 C_3 x_{d,3} +$$

$$\frac{(C_1 x_{d,1} + S_1 x_{d,2})(a_2 S_3 + d_4)}{x_{d,3}^2 + (C_1 x_{d,1} + S_1 x_{d,2}^2)}$$

Annexe3 : les éléments de la matrice jacobienne du robot étudié

Ceci est donné par la relation suivante :

$$J_{i,j} = \frac{\partial f_i}{\partial q_j} \text{ Où } J_{i,j} \text{ est l'élément (i,j) de la matrice jacobienne J.}$$

Le calcul est facile pour des robots à petit DOF. Mais pour plus ce n'est pas facile.

La méthode de calcul de la jacobienne proposé par Khalil [Kha01] fondée sur la relation entre les vecteurs des vitesses de translation V_n et de rotation W_n du repère de base R_n , est pratique pour les robots ayant plus de degré de liberté :

On considère la relation entre les vecteurs de translation et de rotation du repère R_n :

$$w_i = w_{i-1} + \dot{\theta}_i z_{i-1} \quad \text{et} \quad \dot{p}_i = \dot{p}_{i-1} + \dot{\theta}_i \times r_{i-1} \quad (\text{A.1})$$

On distingue pour le calcul du jacobien, les vitesses : linéaire et angulaires, ainsi, on montre que le jacobien correspondant peut être déduit de ce jacobien appelé jacobien de base.

$$w_n = \sum_{i=1}^n w_{i-1,i} = \sum_{i=1}^n J_{O_i} \dot{q}_i \quad \text{et} \quad \dot{p}_e = \sum_{i=1}^n J_{p_i} \dot{q}_i \quad (\text{A.2})$$

$$\text{Ou} \quad \begin{bmatrix} \dot{p}_e \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{p_i} \\ J_{O_i} \end{bmatrix} \dot{q}_i = J \dot{q}_i$$

$$J_{p_i} = \begin{cases} \begin{bmatrix} z_{i-1} \\ 0 \end{bmatrix} & \text{si l'articulation est prismatique} \\ \begin{bmatrix} z_{i-1} \times ({}^0\vec{P}_e - {}^0\vec{P}_{i-1}) \\ z_{i-1} \end{bmatrix} & \text{si l'articulation est rotoïde} \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

De cette façon, on calcule à partir du modèle cinématique directe, les vitesses articulaires. La mise en œuvre peut être faite de façon analytique ou numérique.

Car :

- z_{i-1} est donnée par la 3ème colonne de la matrice de rotation A_{i-1}^0
- ${}^0\vec{P}_e$ est donnée par les trois premiers éléments de la 4^{ème} colonne de la matrice de transformations 0T_e
- De même, ${}^0\vec{P}_{i-1}$ est donnée par les trois premiers éléments de la 4^{ème} colonne de ${}^0T_{i-1}$

En conclusion :

$$J(q) = \begin{bmatrix} z_0 \times ({}^0\vec{P}_6 - {}^0\vec{P}_0) & z_1 \times ({}^0\vec{P}_6 - {}^0\vec{P}_1) & z_2 \times ({}^0\vec{P}_6 - {}^0\vec{P}_2) & z_3 \times ({}^0\vec{P}_6 - {}^0\vec{P}_3) & z_4 \times ({}^0\vec{P}_6 - {}^0\vec{P}_4) & z_5 \times ({}^0\vec{P}_6 - {}^0\vec{P}_5) \end{bmatrix}$$

Avec

$$z_0 = [0 \ 0 \ 1]^T, \quad z_1 = [0 \ 1 \ 0]^T, \quad z_2 = z_3 = [-S_1 \ -C_1 \ 0]^T, \\ z_4 = [C_1 S_{23} \ S_{23} \ C_{23}]^T, \quad z_5 = [-C_1 C_{23} S_4 - S_1 C_4 \ -S C_{23} S_4 - C_1 C_4 \ C_{23}]^T,$$

$${}^0\vec{P}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad {}^0\vec{P}_2 = \begin{bmatrix} -S_1 d_2 \\ C_1 d_2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad {}^0\vec{P}_3 = \begin{bmatrix} C_1 C_2 a_2 - S_1 d_3 - S_1 d_2 \\ S_1 C_2 a_2 + C_1 d_3 + C_1 d_2 \\ -S_2 a_2 \end{bmatrix},$$

$${}^0\vec{P}_4 = \begin{bmatrix} C_1 C_{23} a_3 + C_1 S_{23} d_4 + C_1 C_2 a_2 - S_1 d_3 - S_1 d_2 \\ S_1 C_{23} a_3 + S_1 S_{23} d_4 + S_1 C_2 a_2 + C_1 d_3 + C_1 d_2 \\ C_{23} d_4 - S_{23} a_3 - S_2 a_2 \end{bmatrix}$$

0P_6

$$= \begin{bmatrix} -l_6 S_5 C_4 C_1 C_{23} - l_6 S_5 S_4 S_1 + l_6 C_5 S_{23} C_1 + a_3 C_{23} C_1 + d_4 S_{23} C_1 + a_2 C_2 C_1 - S_1 (d_2 + d_3) \\ l_6 S_5 C_4 S_1 C_{23} + l_6 S_5 S_4 C_1 + l_6 C_5 S_{23} S_1 + a_3 C_{23} S_1 + d_4 S_{23} S_1 + a_2 C_2 S_1 + S_1 (d_2 + d_3) \\ -l_6 C_5 C_{23} - l_6 S_5 C_4 S_{23} - a_3 S_{23} - d_4 C_{23} - a_2 S_2 \end{bmatrix}$$

Annexe4 : Le modèle dynamique décentralisé du robot étudié

A

$$= \begin{bmatrix} 2,57 + 1,38C_2^2 + 0,30S_{23}^2 + 0,744C_2S_{23} & 0,69S_2 - 0,134C_{23} + 0,0238C_2 & -0,134C_{23} - 0,00397S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0,69S_2 - 0,134C_{23} + 0,0238C_2 & 6,79 + 0,744S_3 & 0,333 + 0,372S_3 - 0,011C_3 & 0 & 0 & 0 \\ -0,134C_{23} - 0,00397S_{23} & 0,333 + 0,372S_3 - 0,011C_3 & 1,16 & -0,00125S_4S_5 & 0,00125C_4C_5 & 0 \\ 0 & 0 & -0,00125S_4S_5 & 0,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,00125C_4C_5 & 0 & 0,18 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,19 \end{bmatrix}$$

B

$$= \begin{bmatrix} b_{112} & b_{113} & b_{114} & b_{115} & b_{116} & b_{123} & b_{124} & b_{125} & b_{126} & b_{134} & b_{135} & b_{136} & b_{145} & b_{146} & b_{156} \\ b_{312} & b_{313} & b_{314} & b_{315} & b_{316} & b_{323} & b_{324} & b_{325} & b_{326} & b_{334} & b_{335} & b_{336} & b_{345} & b_{246} & b_{256} \\ b_{412} & b_{413} & b_{414} & b_{415} & b_{416} & b_{423} & b_{424} & b_{425} & b_{426} & b_{434} & b_{435} & b_{436} & b_{445} & b_{446} & b_{456} \\ b_{512} & b_{513} & b_{514} & b_{515} & b_{516} & b_{523} & b_{524} & b_{525} & b_{526} & b_{534} & b_{535} & b_{536} & b_{545} & b_{546} & b_{556} \\ b_{612} & b_{613} & b_{614} & b_{615} & b_{616} & b_{623} & b_{624} & b_{625} & b_{626} & b_{634} & b_{635} & b_{636} & b_{645} & b_{646} & b_{656} \end{bmatrix}$$

$$\times [\dot{q}_1\dot{q}_2 \quad \dot{q}_1\dot{q}_3 \quad \dot{q}_1\dot{q}_4 \quad \dot{q}_1\dot{q}_5 \quad \dot{q}_1\dot{q}_6 \quad \dot{q}_2\dot{q}_3 \quad \dot{q}_2\dot{q}_4 \quad \dot{q}_2\dot{q}_5 \quad \dot{q}_2\dot{q}_6 \quad \dot{q}_3\dot{q}_4 \quad \dot{q}_3\dot{q}_5 \quad \dot{q}_3\dot{q}_6 \quad \dot{q}_4\dot{q}_5 \quad \dot{q}_4\dot{q}_6 \quad \dot{q}_5\dot{q}_6]^T$$

où

$$b_{112} = -2,76S_2 + 0,744 C_{2(23)} + 0,60S_{23} - 0,0213(1 - 2S_{S_{23}})$$

$$b_{113} = 0,744C_2C_{23} + 0,6S_{23} + 0,022C_2S_{23} - 0,0213(1 - 2S_{S_{23}})$$

$$b_{114} = -0,0025S_{C_{23}}S_4S_5 + 0,00086C_4S_5 - 0,0024C_2C_{23}S_4S_5$$

$$b_{115} = 0,0025S_{S_{23}}S_5 - S_{C_{23}}C_4C_5 - 0,00248C_2S_{23}S_5 - C_{23}C_4C_5 + 0,00086S_4C_5, \quad b_{116} = 0$$

$$b_{123} = 0,267S_{23} - 0,00758C_{23}, \quad b_{124} = 0, \quad b_{125} = 0, \quad b_{126} = 0, \quad b_{134} = b_{124}, \quad b_{135} = b_{125}$$

$$b_{136} = b_{126}, \quad b_{145} = 0, \quad b_{146} = 0, \quad b_{156} = 0, \quad b_{212} = 0, \quad b_{213} = 0$$

$$b_{214} = 0,00164S_{23} - 0,0025C_{23}C_4S_5 + 0,00248S_2C_4S_5 + 0,0003S_{23}(1 - 2S_{S_4})$$

$$b_{215} = -0,0025C_{23}S_4C_5 + 0,00248S_2S_4C_5 - 0,000642C_{23}S_4, \quad b_{216} = -b_{126}$$

$$b_{223} = 0,022S_3 + 0,744C_3, \quad b_{224} = -0,00248C_3S_4S_5$$

$$b_{225} = -0,0025S_5 + 0,00248(C_3C_4C_5 - S_3S_5), \quad b_{226} = 0, \quad b_{234} = b_{224}, \quad b_{235} = b_{225}$$

$$b_{236} = 0, \quad b_{245} = 0, \quad b_{246} = 0, \quad b_{256} = 0, \quad b_{312} = 0, \quad b_{313} = 0$$

$$b_{314} = -0,0025C_{23}C_4S_5 + 0,00164S_{23} + 0,0003S_{23}(1 - 2S_{S_4})$$

$$b_{315} = -0,0025C_{23}S_4C_5 - 0,000642C_{23}S_4, \quad b_{316} = -b_{136}, \quad b_{323} = 0, \quad b_{324} = 0, \quad b_{325} = -0,25S_5$$

$$b_{326} = 0, \quad b_{334} = b_{324}, \quad b_{335} = b_{325}, \quad b_{336} = 0, \quad b_{345} = -0,0025S_4C_5, \quad b_{346} = b_{246}, \quad b_{356} = b_{256}$$

$$b_{412} = -b_{214}, \quad b_{413} = -b_{314}, \quad b_{414} = 0, \quad b_{415} = -0,000642 S_{23}C_4, \quad b_{416} = -b_{146}, \quad b_{423} = -b_{324}, \quad b_{424} =$$

0

$$b_{425} = 0,000642S_4, \quad b_{426} = -b_{246}, \quad b_{434} = 0, \quad b_{435} = b_{425}, \quad b_{436} = -b_{346}, \quad b_{445} = 0, \quad b_{446} = 0, \quad b_{456} =$$

0

$$b_{512} = -b_{215}, \quad b_{513} = -b_{315}, \quad b_{514} = -b_{415}, \quad b_{515} = 0, \quad b_{516} = -b_{156}, \quad b_{523} = -b_{325}, \quad b_{524} = -b_{425}, \quad b_{525} =$$

0

$$b_{526} = -b_{256}, \quad b_{534} = b_{524}, \quad b_{535} = 0, \quad b_{536} = -b_{356}, \quad b_{545} = 0, \quad b_{546} = -b_{456}, \quad b_{556} = 0, \quad b_{612} = b_{126}$$

b613= b136 , b614= b146 , b615= b156 , b616= 0 , b623= 0 , b624= b246 , b625= b256 , b626= 0
 b634= b624 , b635= b625 , b636= 0 , b645= b456 , b646= 0 , b656= 0

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & 0,69C_2 + 0,134S_{23} - 0,0238S_2 & 0,5b123 & 0 & 0 & 0 \\ -0,5b112 & 0 & -0,5b223 & 0 & 0 & 0 \\ & -0,5b113 & 0,5b223 & 0 & -0,00125C_4S_5 & -0,00125C_4S_5 & 0 \\ & -0,5b114 & -0,5b224 & 0,5b423 & 0 & 0 & 0 \\ & -0,5b115 & -0,5b225 & 0,5b523 & -0,5b445 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} \dot{q}_1^2 \\ \dot{q}_2^2 \\ \dot{q}_3^2 \\ \dot{q}_4^2 \\ \dot{q}_5^2 \\ \dot{q}_6^2 \end{bmatrix}$$

$$F(q) = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad G(q) = \begin{bmatrix} 0 \\ -37,2C_2 - 8,4S_{23} + 1,02S_2 \\ -8,4S_{23} + 0,25C_{23} \\ 0,028S_{23}S_4S_5 \\ -0,028(C_{23}S_5 + S_{23}C_4C_5) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Avec $F_1 = \begin{cases} 8.43 + 4.94\dot{q}_1 & \text{si } \text{sign}(\dot{q}_1) > 0 \\ -8.26 + 3.45\dot{q}_1 & \text{si } \text{sign}(\dot{q}_1) \leq 0 \end{cases}, \quad F_2 = \begin{cases} 12.77 + 7.67\dot{q}_2 & \text{si } \text{sign}(\dot{q}_2) > 0 \\ -11.34 + 8.53\dot{q}_2 & \text{si } \text{sign}(\dot{q}_2) \leq 0 \end{cases},$

$$F_3 = \begin{cases} 5.93 + 3.27\dot{q}_3 & \text{si } \text{sign}(\dot{q}_3) > 0 \\ -5.57 + 3.02\dot{q}_3 & \text{si } \text{sign}(\dot{q}_3) \leq 0 \end{cases}$$