
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE**



DEPARTEMENT DE GENIE CIVIL
Laboratoire Construction et Environnement

MÉMOIRE DE MAGISTER

Présenté par :

Laïd ROUASKI

Ingénieur d'état en Génie Civil de l'Ecole Nationale Polytechnique

Thème :

FIABILITE EN GEOTECHNIQUE : APPLICATIONS AUX FONDATIONS SUPERFICIELLES ET PROFONDES

Soutenu le Mercredi 23 Mai 2007.

Devant le jury composé de :

Président	Mr. M.K. BERRAH	Professeur (ENP)
Directeur du mémoire :	Mr. S. BELKACEMI	Maître de conférences (ENP)
Examineurs :	Mr. R. BAHAR	Professeur (UMMTO)
	Mr. K. SILHADI	Maître de conférences (ENP)
	Mr. M. DEMIDEM	Chargé de cours (ENP)

10, Avenue Hassen Badi El-Harrach, Alger

Remerciement

Louange à ALLAH TOUT-PUISSANT qui m'a donné la force et la patience à achever ce travail.

Mes sincères remerciements vont à mon directeur de mémoire Mr. S. BELKACEMI, maître de conférences à *l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger*, pour sa grande implication dans l'encadrement de mon mémoire. Sa rigueur scientifique, sa fermeté et ces précieux conseils ont permis à ce travail d'aboutir.

Je tiens à remercier le professeur M.K BERRAH, de *l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger*, d'avoir accepté de présider ce jury, ainsi que le professeur R. BAHAR, de *l'Université de Tizi Ouzou*, et K. SILHADI, maître de conférences à *l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger*, et monsieur M. DEMIDEM, chargé de cours à *l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger*, d'avoir accepté d'examiner ce travail.

Je tiens à remercier particulièrement mon frère Ziane ROUASKI pour le soutien moral et matériel qu'il m'a fourni tout au long de ce travail.

Aussi, par ce travail je témoigne une profonde reconnaissance à mes parents qui ont été derrière tous mes accomplissements. Je remercie aussi tous mes amis.

ملخص:

من المتعارف عليه، أن ضمان أمن الأسس يتم بإستعمال معاملات الأمان. غير أن، تأثير الإرتيابات المرتبطة بعوامل التصميم على أمن الأسس لا يمكن تحديده كمياً بالمقاربة التقليدية لتصميم الأسس. بديل آخر يركز على حساب معامل الضمان الذي لا يتعلق بالقيم المتوسطة للعوامل فحسب لكن يتعلق بإرتيابتها كذلك. خلال هذا العمل، تم تحليل ضمان القواعد السطحية و العميقة بإستعمال عدة طرق: فوسم، فورم، صورم و تقنية المحاكاة مونتني كارلو. تم تحليل الحالات العامة جداً بإستعمال توزيعات مختلفة للعوامل و بإستعمال عدة نماذج للتنبؤ بقوة الإحتمال و الإكتباس. سمحت لنا هذه الدراسة بتقدير تأثيرات العوامل لكل نموذج و تحديد مجموعة من العوامل الفاعلة.

الكلمات المفتاحية: الأسس، قدرة التحمل، كيبس، الإرتيابات، معامل الضمان.

Abstract:

Traditionally, the soundness of foundation design is achieved through the use of safety factors. However, these methods lack to quantify the risk as parameters uncertainties are not being considered. An alternative method consists in computing a reliability index that depends not only on the mean values of the parameters but also on their associated uncertainties. In the present work, reliability analysis of shallow and deep foundations is performed using various known methods FOSM, FORM, SORM and Monte Carlo simulation. The analysis is performed in the most general cases using various parameter distributions and various prediction models and has allowed appreciating parameters effects for each design method. This study has lead to select for each design method a dominating set of parameters for a reliability analysis.

Key words: *Foundations, Bearing capacity, settlement, Uncertainties, Reliability index*

.Résumé:

Traditionnellement, la sécurité des fondations est assurée par l'utilisation des facteurs de sécurité. Cependant, les effets des incertitudes associées aux paramètres de conception sur la sécurité de la fondation ne sont pas quantifiables dans l'approche traditionnelle de conception des fondations. Une méthode alternative consiste à calculer un indice de fiabilité qui dépend non seulement des valeurs moyennes des paramètres mais également de leurs incertitudes associées. Dans ce travail, l'analyse de fiabilité des fondations superficielles et profondes est effectuée en utilisant les méthodes FOSM, FORM, SORM et la technique de simulation de Monte Carlo. L'analyse est faite dans les cas les plus généraux en utilisant diverses distributions de paramètre et divers modèles de prédiction. Cette étude nous a permis d'apprécier les effets de paramètres pour chaque méthode de conception et de cerner un ensemble de paramètres dominants.

Mots clés: *Fondations, Capacité portante, Tassement, Incertitudes, Indice de fiabilité.*

Table des matières

INTRODUCTION GENERALE	1
I DESCRIPTION DES INCERTITUDES	
I.1 INTRODUCTION	4
I.2 « ERREUR » OU « INCERTITUDE »	4
I.3 CONCEPT D'INCERTITUDE EN GEOTECHNIQUE	4
I.4 TYPE D'INCERTITUDES	4
I.4.1 Incertitude aléatoire	6
I.4.2 Incertitude épistémique	7
I.4.2.1 <i>Les incertitudes de caractérisation d'un site</i>	7
I.4.2.2 <i>Les incertitudes de modèle</i>	8
I.5 DISTINCTION ENTRE INCERTITUDE ALEATOIRE ET EPISTEMIQUE	9
I.6 CONCLUSION	11
II THEORIE DE PROBABILITE	
II.1 INTRODUCTION	12
II.2 ANALYSE GRAPHIQUE DE LA VARIABILITE	12
II.2.1 Histogramme des fréquences relatives	12
II.2.2 Courbe des fréquences cumulées	13
II.2.3 Transformations de données	13
II.3 ANALYSE QUANTITATIVE DE LA VARIABILITE	15
II.3.1 Tendances centrale	15
II.3.2 Dispersion	16
II.3.3 Dissymétrie	16
II.3.4 Corrélation	16
II.4 MODELES THEORIQUES DE VARIABLE ALEATOIRE	17
II.4.1 Variables aléatoires continues	17
II.4.2 Principaux modèles de variables aléatoires continues	18
II.4.2.1 <i>Distribution normale</i>	18
II.4.2.2 <i>Distribution lognormale ou loi Galton</i>	19
II.5 CONCLUSION	19
III METHODE D'ANALYSE DE FIABILITE	
III.1 INTRODUCTION	20
III.2 CONCEPTS FONDAMENTAUX	20
III.2.1 Fonction d'état limite	20
III.2.2 Probabilité de rupture	21
III.2.3 Indice de fiabilité	21
III.3 LES DIFFERENTS NIVEAUX D'ANALYSE DE FIABILITE	22
III.4 METHODES APPROXIMATIVES POUR LA DETERMINATION DE L'INDICE DE FIABILITE	22
III.4.1 Méthode de deuxième moment de premier ordre (FOSM)	24
III.4.2 Méthode de fiabilité de premier ordre (FORM)	26
III.4.2.1 <i>L'approche de Hasofer et Lind (1974)</i>	27
III.4.2.2 <i>L'approche de Low et Tang (1998)</i>	33
III.4.2.3 <i>Champ d'application de la méthode FORM</i>	34
III.4.3 Méthode de fiabilité de deuxième ordre (SORM)	34
III.4.3.1 <i>Méthodes Cai</i>	36
III.4.3.2 <i>Méthode de Zhao</i>	36
III.4.4 Méthode de simulation de Monte Carlo	37
III.4.4.1 <i>Simulation des variables aléatoires normales corrélées</i>	37
III.4.4.2 <i>Simulation des variables aléatoires non normales et corrélées</i>	38
III.4.4.3 <i>Précision et efficacité de la simulation</i>	39
III.4.4.4 <i>Avantages et inconvénients de la méthode MCS</i>	39
III.4.5 Méthodes de réduction de variance	39
III.4.5.1 <i>Tirage d'importance</i>	39

III.4.5.2	<i>Triage d'importance basé sur le point de conception</i>	41
III.4.5.3	<i>Méthode de simulation de Monte Carlo par exclusion de la zone de sécurité</i>	41
III.4.5.4	<i>Méthode de simulation hype-cube latin</i>	42
III.5	FIABILITE DU SYSTEME	44
III.5.1	Théorie classique de la probabilité de rupture des systèmes	44
III.6	CONCLUSION	44
IV	CONCEPTION DES FONDATIONS SUPERFICIELLES ET PROFONDES	
IV.1	INTRODUCTION	46
IV.2	FONDATIONS SUPERFICIELLES	46
IV.2.1	Portance des fondations superficielles	46
IV.2.1.1	<i>Modèle de Meyerhof</i>	46
IV.2.1.2	<i>Modèle de Hansen</i>	47
IV.2.1.3	<i>Modèle de Vesic</i>	49
IV.2.2	<i>Tassement des fondations superficielles</i>	50
IV.2.2.1	<i>Calcul du tassement instantané</i>	50
IV.2.2.2	<i>Calcul du tassement de consolidation primaire</i>	50
IV.2.2.3	<i>Calcul du tassement de consolidation secondaire</i>	51
IV.3	FONDATIONS PROFONDES	51
IV.3.1	Capacité portante verticale d'un pieu foré isolé	51
IV.3.1.1	<i>Contrainte ultime en pointe</i>	52
IV.3.1.2	<i>Capacité portante de la fiche</i>	53
IV.3.2	Tassement des fondations profondes	54
IV.4	CONCLUSION	55
V	FIABILITE DES FONDATIONS SUPERFICIELLES	
V.1	INTRODUCTION	56
V.2	ANALYSE PROBABILISTE DE LA CAPACITE PORTANTE D'UNE FONDATION PERFICIELLE	56
V.2.1	Cas d'une fondation exerçant une pression inclinée et excentrée	57
V.2.2	Cas d'une fondation exerçant une pression inclinée et excentrée à proximité d'une pente avec base inclinée	60
V.3	ANALYSE PROBABILISTE DU TASSEMENT D'UNE FONDATION SUPERFICIELLE	61
V.3.1	Analyse probabiliste du tassement instantané	61
V.3.2	Analyse probabiliste du tassement de consolidation primaire	62
V.3.3	Analyse probabiliste du tassement de consolidation secondaire	63
V.4	REDUCTION DES VARIABLES	63
V.4.1	Méthodologie de réduction des variables	65
V.4.2	Réduction des variables de la capacité portante d'une fondation superficielle	65
V.4.3	Réduction des variables du tassement de consolidation primaire d'une fondation superficielle	71
V.5	PROBABILITE DE RUPTURE DU SYSTEME	74
V.6	CONCULISION	74
VI	FIABILITE DES FONDATIONS PROFONDES	
VI.1	INTRODUCTION	76
VI.2	ANALYSE PROBABILISTE D'UN PIEU ISOLE	77
VI.2.1	Analyse probabiliste de la capacité portante d'un pieu isolé	77
VI.2.2	Analyse probabiliste du tassement d'un pieu isolé	79
VI.3	REDUCTION DES VARIABLES	80
VI.4	CONCULISION	86
VII	EFFICACITE DES METHODES PROBABILISTES	
VII.1	INTRODUCTION	88
VII.2	EFFICACITE DE LA METHODE FOSM	88
VII.3	EFFICACITE DE LA METHODE FORM/SORM	90

VII.4	EFFICACITE DE LA METHODE MONTE CARLO	94
VII.4.1	Efficacité de la méthode brute de Monte Carlo	94
VII.4.2	Efficacité de la méthode de Monte Carlo avec réduction de la variance	95
VII.4.2.1	<i>Efficacité de la méthode de Monte Carlo avec tirage d'importance basé sur le point de conception</i>	95
VII.4.2.2	<i>Efficacité de la méthode de Monte Carlo par exclusion de la zone de sécurité</i>	96
VII.4.2.3	<i>Efficacité de la méthode hype-rcube latin</i>	97
VII.5	CONCLUSION	98
	CONCLUSIONS GENERALES	99
	REFERENCE BIBLIOGRAPHIQUE	
	ANNEXES	

Liste des symboles

$\zeta(z)$	Propriété du sol à la profondeur z .
$t(z)$	Trend.
$w(z)$	Déviaton par rapport à la tendance.
δ_v	Fluctuation.
μ_x	Valeur moyenne d'un échantillon.
σ_x	Ecart type d'un échantillon.
Cov	Coefficient de variation d'un échantillon.
ψ_x	Coefficient de dissymétrie d'un échantillon.
$\hat{\rho}_{xy}$	Coefficient de corrélation.
$f_x(x)$	Fonction de densité de probabilité (FDP).
$F_x(x)$	Fonction de distribution cumulative (FDC).
R	Résultante des forces résistantes.
S	Résultante des forces motrices.
F_s	Facteur de sécurité.
$\Phi(\cdot)$	Fonction de distribution cumulative de la loi normale centrée réduite.
$\phi(\cdot)$	Fonctions de densité de la loi normale centrée réduite.
β	Indice de fiabilité.
X	Vecteur de variables aléatoires.
$g(X)$	Fonction d'état limite.
P_f	Probabilité de rupture.
$f(X)$	Fonction de densité de probabilité conjointe de X .
N	Nombre de tirages dans la simulation de Monte Carlo.
N_f	Nombre d'échecs dans la simulation de Monte Carlo.
$E[g]$	Espérance de la fonction d'état limite.
$Var[g]$	Coefficient de variation de la fonction d'état limite.
G	Gradient de la fonction d'état limite.
P^*	Point de conception.
F^{-1}	Fonction inverse de la fonction de répartition.
μ_x^N	Moyenne équivalente de la distribution normale.
σ_x^N	Ecart type équivalent de la distribution normale.
ρ^e	Coefficient de corrélation dans l'espace des variables normées centrées et décorréelées.
$[C]$	Matrice de corrélation dans l'espace physique
$[C']$	Matrice de corrélation dans l'espace des variables normées centrées et décorréelées.
$[T]$	Matrice orthogonale composée des vecteurs propres de la matrice de corrélation $[C']$.
q_u	Capacité portante d'une fondation superficielle.
\emptyset	Angle de frottement du sol.
C	Terme de cohésion du sol.
γ'	Poids volumique du sol au dessous de la base
γ_D	Poids volumique du sol au dessus de la base.
B	Largeur de la fondation.
L	Longueur de la fondation.
D	Ancrage de la fondation.
Q_v	Charge verticale.
Q_h	Charge horizontale.
M_B	Moment parallèle à B .
M_L	Moment parallèle à L .
σ_D'	Pression effective du sol ou surcharge à la base de la fondation.
B'	Largeur réduite de la fondation.
L'	Longueur réduite de la fondation.
N_c	Facteur de portance dû à la cohésion.
N_q	Facteur de portance dû à la surcharge.
N_y	Facteur de portance dû au poids des terres.
e_b	Excentricité parallèle à la largeur de la fondation.
e_l	Excentricité parallèle à la longueur de la fondation.

S_t	Tassement total d'une fondation superficielle.
S_i	Tassement instantané d'une fondation superficielle.
S_c	Tassement de consolidation d'une fondation superficielle.
S_s	Tassement secondaire d'une fondation superficielle.
ν	Coefficient de Poisson du sol.
E	Module d'Young du sol.
C_α	Indice de compression secondaire.
C_v	Coefficient de consolidation.
C_c	Indice de compression.
C_r	Indice de recompression.
e_o	Indice des vides.
σ_c'	Pression de préconsolidation.
Q_u	Capacité portante ultime du pieu.
q_{pu}	Contrainte ultime en pointe du pieu.
A_p	Aire de la section droite du pieu.
Q_{fii}	Charge verticale limite du frottement latéral.
W_p	Poids du pieu.
γ_b	Densité du pieu.
ϕ'	Angle de frottement effectif du sol.
C_{si}	Circonférence d'axe à l'élément i du pieu.
ΔL	Longueur de l'élément i du pieu.
f_{si}	Contrainte de frottement latéral de l'élément i du pieu.
α_a	Facteur d'adhérence.
C_u	Résistance au cisaillement non drainée.
S_{op}	Tassement en tête du pieu.
I_v	Facteur de tassement en tête du pieu.
E_p	Module d'Young du pieu.
$E(L)$	Module d'Young du sol à la base du pieu.
E_b	Module d'Young du sol à la base d'un substratum.
E_e	Module d'Young du sol multicouche.

Liste des figures

Figure 1 :	<i>Critère général de conception pour la résistance en fonction de la sollicitation.</i>	1
Figure I.1 :	<i>Cycle d'évaluation, d'analyse, et d'intégration des incertitudes.</i>	5
Figure I.2 :	<i>Types d'incertitudes.</i>	5
Figure I.3 :	<i>Variabilité spatiale du sol.</i>	7
Figure I.4 :	<i>Rapports des charges limites prédites et la charge mesurée.</i>	9
Figure I.5 :	<i>Rapports des tassements prédits et le tassement mesuré</i>	9
Figure I.6 :	<i>Incertitudes aléatoires et épistémiques relativement à une cible.</i>	10
Figure I.7 :	<i>Même expérience que pour la figure I.6 mais sans indiquer la position des cibles.</i>	10
Figure II.1 :	<i>Histogramme du poids spécifique d'une argile surconsolidée.</i>	12
Figure II.2:	<i>Courbe des fréquences relatives cumulées du poids spécifique.</i>	13
Figure II.3:	<i>Histogramme des fréquences relatives de la conductivité hydraulique.</i>	13
Figure II.4:	<i>Histogramme des fréquences relatives de logarithme de la conductivité hydraulique.</i>	14
Figure II.5:	<i>Résistance non drainée en fonction de la profondeur.</i>	14
Figure II.6:	<i>Histogramme de la résistance non drainée.</i>	14
Figure II.7:	<i>Résistance non drainée normalisée en fonction de la profondeur.</i>	15
Figure II.8:	<i>Histogramme de la résistance non drainée normalisée.</i>	15
Figure II.9:	<i>Fonction de densité de probabilité du poids spécifique.</i>	17
Figure II.10:	<i>Fonction de distribution cumulative du poids spécifique.</i>	18
Figure III.1 :	<i>Fonction d'état limite.</i>	20
Figure III.2 :	<i>Illustration de la méthode FORM (P^* point de conception).</i>	27
Figure III.3 :	<i>Transformation de l'espace physique à l'espace normé centre pour une fonction linéaire $g(X)=R-S=0$ (R et S deux variables normales).</i>	28
Figure III.4 :	<i>Illustration des variables aléatoires.</i>	32
Figure III.5 :	<i>Fonctions d'état limite linéaire et non linéaire.</i>	35
Figure III.6 :	<i>Méthode de simulation brute de Monte Carlo et tirage d'importance.</i>	40
Figure III.7 :	<i>Tirage d'importance autour du point de conception.</i>	41
Figure III.8 :	<i>Tirage d'importance par exclusion de la zone de sécurité.</i>	42
Figure III.9 :	<i>Méthode de simulation hype-rcube latin.</i>	43
Figure IV.2 :	<i>Rapport critique en fonction de l'angle de frottement effectif.</i>	52
Figure V.1 :	<i>Effet de la corrélation entre les variables sur l'indice de fiabilité. Variables normales.</i>	59
Figure V.2 :	<i>Effet de la corrélation entre les variables sur l'indice de fiabilité. Variables lognormales.</i>	59
Figure V.3 :	<i>Influence de la loi de distribution des variables sur l'indice de fiabilité.</i>	60
Figure V.4 :	<i>Réduction des variables normales et indépendantes. Capacité portante d'une fondation superficielle. Modèle de Hansen.</i>	67
Figure V.5 :	<i>Réduction des variables normales et dépendante. Capacité portante d'une fondation superficielle. Modèle de Hansen.</i>	67
Figure V.6 :	<i>Réduction des variables lognormales et indépendantes. Capacité portante d'une fondation superficielle. Modèle de Hansen.</i>	68
Figure V.7 :	<i>Réduction des variables lognormales et dépendantes. Capacité portante d'une fondation superficielle. Modèle de Hansen.</i>	68
Figure V.8 :	<i>Réduction des variables normales et indépendantes. Capacité portante d'une fondation superficielle. Modèle de Vesic.</i>	69
Figure V.9 :	<i>Réduction des variables normales et dépendantes. Capacité portante d'une fondation superficielle. Modèle de Vesic.</i>	69
Figure V.10 :	<i>Réduction des variables lognormales et indépendantes. Capacité portante d'une fondation superficielle. Modèle de Vesic.</i>	70
Figure V.11 :	<i>Réduction des variables lognormales et dépendantes. Capacité portante d'une fondation superficielle. Modèle de Vesic.</i>	70
Figure V.12 :	<i>Réduction des variables normales et dépendantes. Sol surconsolidé.</i>	73
Figure V.13 :	<i>Réduction des variables lognormales et dépendantes. Sol surconsolidé.</i>	73
Figure V.14 :	<i>Probabilité de rupture du système, distribution normale. Modèle de Hansen.</i>	74
Figure VI.1 :	<i>Pieu foré de 0,9 m de diamètre et 16 m de longueur.</i>	76
Figure VI.2 :	<i>Comparaison entre les méthodes FORM, SORMZhao et SORMCai.</i>	80

Figure V.3 :	<i>Réduction des variables normales. Capacité portante d'un pieu isolé. Modèle de Vesic.</i>	82
Figure V.4 :	<i>Réduction des variables lognormales. Capacité portante d'un pieu isolé. Modèle de Vesic.</i>	82
Figure V.5 :	<i>Réduction des variables normales. Capacité portante d'un pieu isolé. Modèle de la rupture générale.</i>	83
Figure V.6 :	<i>Réduction des variables lognormales. Capacité portante d'un pieu isolé. Modèle de la rupture générale.</i>	83
Figure V.7 :	<i>Réduction des variables normale. Capacité portante d'un pieu isolé. Modèle de Hansen.</i>	84
Figure V.8 :	<i>Réduction des variables lognormales. Capacité portante d'un pieu isolé. Modèle de Hansen.</i>	84
Figure V.9 :	<i>Réduction des variables normales. Tassement d'un pieu isolé. Méthode d'élasticité.</i>	85
Figure V.10 :	<i>Réduction des variables lognormales. Tassement d'un pieu isolé. Méthode d'élasticité.</i>	85
Figure VII.1 :	<i>Comparaison des indices de fiabilité calculés avec FOSM, BMCS. (a) modèle de Hansen, (b) modèle de Vesic.</i>	89
Figure VII.2 :	<i>Convergence de la méthode FORM vers des valeurs aberrantes.</i>	91
Figure VII.3 :	<i>Non convergence des méthodes FORM, SORMCai, SORMZha.</i>	91
Figure VII.4 :	<i>Non convergence de l'algorithme de Rackwitz-Fiessler.</i>	92
Figure VII.5 :	<i>Comparaison des indices de fiabilité calculés avec FORM, SORM.</i>	92
Figure VII.6 :	<i>Comparaison des indices de fiabilité calculés avec FORM, SORMCai, SORMZhao.</i>	93
Figure VII.7 :	<i>Relation entre indice de fiabilité et nombre de variables aléatoires.</i>	93
Figure VII.8 :	<i>Convergence de la probabilité de rupture avec l'augmentation du nombre de simulations. C.o.v de \emptyset et C fixés à une valeur de 10% dans le tableau VII.1.</i>	94
Figure VII.9 :	<i>Histogrammes de facteur et marge de sécurité pour une distribution normale des paramètres de modèle de Hansen - C.o.v de \emptyset et C fixés à une valeur de 10% dans le tableau VII.1.</i>	95
Figure VII.10 :	<i>Histogrammes de facteur et marge de sécurité pour une distribution lognormale des paramètres de modèle de Hansen - C.o.v de \emptyset et C fixés à une valeur de 30% dans le tableau VII.1.</i>	95
Figure VII.11 :	<i>L'effet du choix de l'écart type de la fonction de densité de tirage sur l'efficacité de la méthode de Monte Carlo avec tirage d'importance basé sur le point de conception.</i>	96
Figure VII.12 :	<i>Temps nécessaire pour produire des échantillons standard et des échantillons hyper-cube latin.</i>	97

Liste des tableaux

Tableau I.1 :	<i>Termes alternatifs décrivant la signification de l'incertitude.</i>	5
Tableau I.2 :	<i>Participations pour la prédiction de la capacité portante et le tassement d'un pieu isolé.</i>	8
Tableau III.1:	<i>Le facteur F pour quelques distributions.</i>	33
Tableau IV.1 :	<i>Facteurs de portance et de correction de Meyerhof.</i>	47
Tableau IV.2 :	<i>Facteurs de portance et de correction de Hansen.</i>	48
Tableau IV.3 :	<i>Facteurs de portance et de correction de Vesic.</i>	49
Tableau IV.4 :	<i>Coefficient d'adhérence pour les sols cohésifs.</i>	54
Tableau V.1 :	<i>Paramètres et valeurs moyennes considérés dans l'analyse probabiliste de la capacité portante d'une fondation superficielle.</i>	56
Tableau V.2 :	<i>Paramètres et valeurs moyennes considérés dans l'analyse probabiliste du tassement instantané d'une fondation superficielle.</i>	61
Tableau V.3 :	<i>Paramètres et valeurs moyennes considérés dans l'analyse probabiliste du tassement de consolidation primaire d'une fondation superficielle.</i>	62
Tableau V.4 :	<i>Paramètres et valeurs moyennes considérés dans l'analyse probabiliste du tassement de consolidation secondaire d'une fondation superficielle.</i>	63
Tableau V.5 :	<i>Coefficient de variation de différentes propriétés du sol.</i>	64
Tableau V.6 :	<i>Relation entre indice de fiabilité, probabilité de rupture et niveau de sécurité.</i>	65
Tableau V.7 :	<i>Coefficients de variations et valeurs moyennes considérés dans l'étude de sensibilité des variables du tassement d'une fondation superficielle.</i>	66
Tableau V.8 :	<i>Réduction des variables de la capacité portante d'une fondation superficielle.</i>	71
Tableau V.9 :	<i>Coefficients de variations et valeurs moyennes considérés dans l'étude de sensibilité des variables du tassement de consolidation d'une fondation superficielle.</i>	72
Tableau V.10 :	<i>Réduction des variables du tassement de consolidation primaire d'une fondation superficielle.</i>	72
Tableau VI.1 :	<i>Paramètres et valeurs moyennes considérés dans l'analyse probabiliste d'un pieu isolé.</i>	77
Tableau VI.2 :	<i>Coefficients de variations et valeurs moyennes considérés dans l'étude de sensibilité des variables de la capacité portante et le tassement d'un pieu isolé.</i>	80
Tableau VI.3 :	<i>Réduction des variables de la capacité portante et du tassement d'un pieu isolé.</i>	86
Tableau VII.1 :	<i>Valeurs moyennes et covariances des paramètres aléatoires du modèle de Hansen.</i>	89
Tableau VII.2 :	<i>Relation entre indice de fiabilité et nombre de point généré à l'extérieur de la zone de sécurité pour un nombre total de 100000 points.</i>	97

INTRODUCTION GENERALE

La conception d'une fondation vise pour objectif principal un comportement satisfaisant sous des conditions de chargement réglementaires, tout en gardant à l'esprit la nécessité de satisfaire un double impératif de sécurité et d'économie. Indépendamment de l'approche utilisée, le critère de base de conception est que la résistance du système doit être plus grande que la sollicitation. En terme d'équation, le critère de conception est donné par

$$\text{Résistance } (R) > \text{Sollicitation } (S)$$

L'idée de base dans la conception d'un système est d'atteindre l'état qui se situe dans la région de sécurité sur la figure 1 durant toute la durée de vie de la structure. Les critères de conception se trouvent au-dessus de la surface de rupture ($R=S$); la résistance au-dessus de la résistance exigée représente la marge de sécurité.

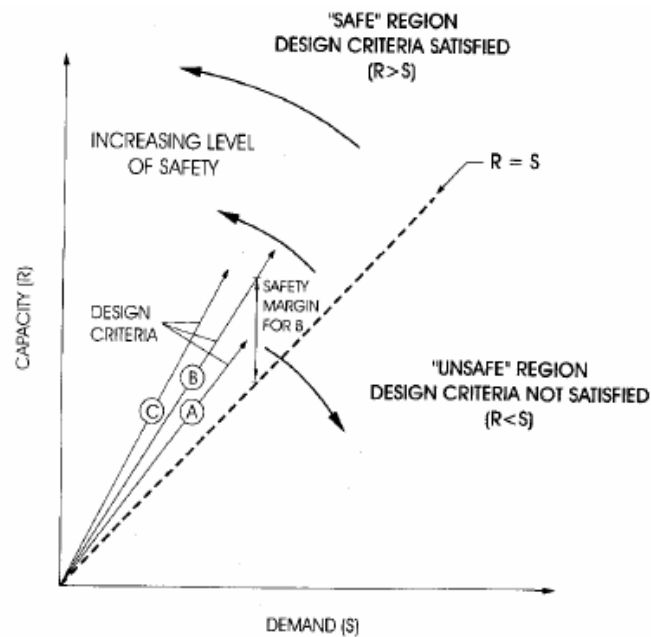


Figure 1 : Critère général de conception pour la résistance en fonction de la sollicitation.
(d'après Oliphant, 1993; Becker, 1996).

Suite aux incertitudes, la position exacte de la surface de rupture ($R=S$) est inconnue. En conséquence, toutes les mesures de la sécurité ne sont pas absolues. Elles fournissent, plutôt, une aide ou un outil dans le processus de conception globale pour contrôler la sécurité en raison de l'incertitude inhérente au processus de conception.

La conception d'une fondation commence par une description du projet, dans cette première phase les conditions spécifiques de capacité et d'utilité basées sur les besoins du client sont identifiées. Ces conditions spécifiques sont nécessaires à l'ingénieur afin de déterminer les types et les dimensions de la fondation les plus appropriés pour supporter la structure.

Pour assurer la conformité et la qualité requises, les ingénieurs se réfèrent à des codes de pratique. Le rôle des codes est d'assister les ingénieurs à prendre des décisions appropriées afin de réaliser une conception sûre et économique. Les codes fournissent habituellement des conseils généraux pour l'évaluation des charges et des paramètres géotechniques nécessaires pour estimer la capacité portante ou le tassement.

Toutefois, Il est bien évident qu'un comportement dommageable reste possible sous des conditions particulières. L'incertitude est un fait de la vie dans la pratique géotechnique. La

nature dans sa complexité offre des formes de profils de sol souvent très différentes de ceux assumées dans l'analyse et la conception. Les informations disponibles sont souvent peu nombreuses et de qualité médiocre. Les reconnaissances géotechniques sont onéreuses et la plupart du temps le choix des valeurs caractéristiques d'un sol s'effectue sur la base de quelques résultats d'essais en place ou en laboratoire. Il en résulte une incertitude.

Confronté aux critères potentiellement contradictoires de comportement défavorable et des contraintes économiques, l'ingénieur établit un niveau raisonnable de sécurité à travers des résultats empiriques et son expérience personnelle. La question qui vient systématiquement à l'esprit est comment évaluer le niveau de sécurité qui peut être considéré comme acceptable ?

Dans la pratique traditionnelle de conception, une appréciation globale de ces divers facteurs est généralement faite par l'utilisation du facteur de sécurité F_s , défini comme le rapport entre la résistance et la sollicitation. Le principe de sécurité adopté consiste à vérifier que le facteur de sécurité est supérieur à une valeur dite admissible, fixée de façon conventionnelle. Une telle appréciation du niveau de sécurité dépend fortement du cadre de l'analyse, et ne fait aucune distinction entre les incertitudes de modèle et les incertitudes de paramètres. Une même valeur seuil de F_s est utilisée pour des conditions de sites de niveaux d'incertitudes largement différents, *ce qui est irrationnel*.

Lemaire (2005), a fait le commentaire suivant sur le facteur de sécurité, « Un coefficient de "sécurité " ne traduit qu'un nombre qui, associé à un choix de données, à un scénario de défaillance et à une règle de dimensionnement, conduit généralement à une conception satisfaisante. Il est validé par un retour d'expérience positif. Il ne mesure pas la sécurité. Il est politiquement correct, car il procède d'un vocabulaire positif et rassurant. C'est en réalité toute notre ignorance et toutes nos incertitudes qui sont masquées ».

Une approche prenant en compte les incertitudes liées aux variables apparaît comme un critère réaliste d'évaluation de la sécurité structurale. Le problème lié à la méthode traditionnelle d'assurer la sécurité peut être résolu en mettant les concepts généraux, tels que les incertitudes et le risque, dans des termes mathématiques précis qui peuvent être manipulés de façon plus consistante. Cette approche forme la base de l'analyse probabiliste où les quantités incertaines sont modélisées avec des variables aléatoires, tandis que le risque est évalué sous forme d'une probabilité de rupture qui est la probabilité que la charge excède la résistance. L'idée d'utiliser la probabilité de rupture comme critère dans la conception des structures est généralement créditée au Russe Khostsilov et Streletskii qui l'ont présenté vers la fin de l'année 1920, elle a été présentée ensuite aux Etats-Unis par Freudenthal en 1947 (NCHRP rapport N° 507, 2004).

L'objectif de ce travail est d'étudier l'influence des incertitudes de paramètres des modèles de prédictions de la capacité portante et de tassement des fondations superficielles et profondes sur la probabilité de rupture produite par chaque méthode d'approximation. Étant donné que les études en fiabilité peuvent conduire à des calculs lourds, cette étude envisage la possibilité de ne pas probabiliser l'ensemble des variables, et de garantir pour des applications consécutives une simplification des calculs. Il vise aussi à apprécier l'efficacité de certaines méthodes d'approximation de la probabilité de rupture souvent utilisées en géotechnique. Les avantages et les limitations de ces méthodes sont discutés.

Pour cela, le mémoire est divisé en sept chapitres et cinq annexes. Le *premier chapitre* porte sur la **Description des incertitudes en géotechnique**. Les notions d'erreurs et d'incertitudes sont discutées. Le concept d'incertitude en géotechnique est présenté. Les divers types et sources d'incertitudes sont également présentés.

Le *deuxième chapitre* présente la **théorie de la probabilité** comme un moyen mathématique efficace pour incorporer les incertitudes dans l'analyse et la conception. Des méthodes graphiques et numériques très utiles, pour la récapitulation de la variabilité afin de garantir une meilleure compréhension des données sont présentées. La notion de variable aléatoire est discutée.

Le *troisième chapitre* porte sur **l'analyse de fiabilité**. Dans la première partie de ce chapitre les concepts fondamentaux de l'analyse de la fiabilité comme : la fonction d'état limite, l'indice de fiabilité, et la probabilité de rupture sont présentés. Les différents niveaux d'analyse de fiabilité sont présentés dans la deuxième partie. La troisième partie du chapitre présente les différentes méthodes approximatives pour la détermination de l'indice de fiabilité ; elle regroupe la méthode First Order Second Moment (FOSM), la méthode First Order Reliability Method (FORM), la méthode Second Order Reliability Method (SORM), et les techniques de simulation de Monte Carlo. La quatrième partie introduit le concept de la fiabilité de système.

Le *quatrième chapitre* introduit les modèles déterministes de **conception des fondations superficielles et profondes**. Dans ce chapitre des modèles de prédiction de la capacité portante et de tassement des fondations superficielles et profondes sont présentés.

Le *cinquième chapitre* concerne **l'analyse probabiliste des fondations superficielles**. Dans ce chapitre, nous avons inclus les méthodes probabilistes FOSM, FORM, SORM et des simulations de Monte Carlo (MCS) pour tenir compte des incertitudes aléatoires sur les paramètres des modèles afin d'apprécier leur influence. La première partie de ce chapitre concerne l'analyse probabiliste de la capacité portante et du tassement des fondations superficielles. La deuxième partie présente la description d'une méthodologie pour réduire le nombre des variables aléatoires intervenant dans l'analyse probabiliste des fondations superficielles. Cette méthodologie vise comme objectif l'identification parmi toutes les variables aléatoires considérées ceux qui exercent une influence négligeable dans l'analyse de la fiabilité. La troisième partie de ce chapitre montre la contribution d'un mode de rupture dans la probabilité globale de rupture.

Le *sixième chapitre* concerne **l'analyse probabiliste des fondations profondes**. Ce chapitre est consacré dans un premier temps à l'analyse probabiliste de la capacité portante et du tassement d'un pieu isolé soumis à une charge axiale de compression. L'influence des incertitudes sur l'indice de fiabilité produit par les méthodes FOSM, FORM, SORM, et MCS, ainsi que les paramètres aléatoires influents sont présentés. Dans un second temps, les études de sensibilité des variables aléatoires retenues sont discutées.

Le *septième chapitre* discute **l'efficacité des méthodes probabilistes** utilisées dans cette étude. Ce chapitre discutera avec plus de détail les aspects numériques du problème de calcul de la probabilité de rupture en utilisant les méthodes FOSM, FORM, SORM, et MCS. Les avantages et les limitations de ces méthodes sont discutés.

Les annexes, *A, B, C, D* et *E* résument les résultats obtenus dans le cadre de cette étude.

CHAPITRE I

DESCRIPTION DES
INCERTITUDES EN
GEOTECHNIQUE

I.1 INTRODUCTION

La quantification expérimentale d'une grandeur physique est un problème très courant, qui requiert une sélection d'une technique de mesure et un équipement approprié afin d'atteindre la précision recherchée. Les techniques de mesures ont fortement évolué durant les dernières décennies, toutefois aucune d'elles n'est totalement exempte d'erreurs ou d'incertitudes. Dans ce chapitre les incertitudes induites par les paramètres géotechniques lors des études de fiabilité ainsi que les récentes tendances à circonscrire le sens des mesures de probabilités en géotechniques sont présentées.

I.2 « ERREUR » OU « INCERTITUDE »

Les termes incertitude et erreur, bien que très distincts, sont très souvent utilisés abusivement pour désigner la même entité. L'erreur de mesure d'une grandeur physique est la différence entre la valeur mesurée et la valeur vraie. La quantification de l'erreur se heurte systématiquement à une impossibilité pratique – *une mesure d'une grandeur physique n'est effectuée que parce que la vraie valeur est inconnue*. L'erreur de mesure n'est alors pas quantifiable. L'incertitude d'une mesure traduit les tentatives scientifiques à circonscrire l'importance de l'erreur ou à définir la précision.

I.3 CONCEPT D'INCERTITUDE EN GEOTECHNIQUE

Le sol est un matériau discontinu, hétérogène, anisotrope et non conservatif, que l'on définit par un ensemble de caractéristiques physico- mécaniques (poids volumique, module élastique, paramètres de résistances, etc...). Du fait de la nature particulière du matériau sol, ainsi que de l'histoire des contraintes et des conditions géologiques, cet ensemble de caractéristiques physico- mécanique diffère d'un point à un autre dans la masse sol. Une caractérisation complète d'un site, aux erreurs et incertitudes de mesure près, requiert la quantification de l'ensemble des caractéristiques physico- mécaniques en tout point de la masse sol. L'impossibilité technique et pratique de caractériser de façon complète un site, impose de considérer les valeurs de l'ensemble des caractéristiques physico- mécanique en n'importe quel point de la masse sol comme contestables.

Les incertitudes inhérentes et inévitables associées à la caractérisation d'un milieu sol ont conduit les chercheurs à les inclure dans le processus d'analyse et de décision. La figure I.1 montre le cycle d'évaluation, d'analyse et d'intégration des incertitudes proposé par *Einstein (1996)*.

I.4 TYPE D'INCERTITUDES

En géotechnique, et comme première approximation les incertitudes proviennent de trois sources (*Baecher et al, 2003*) :

- 1) Une conjecture d'aspect aléatoire inhérent à certaines caractéristiques des milieux ou systèmes étudiés,
- 2) Une imperfection des méthodes d'estimation du caractère aléatoire et plus généralement des modèles utilisés pour l'analyse des systèmes étudiés,
- 3) Une incapacité à connaître l'objectif social et l'aversion sociale pour le risque.

La figure I.2 présente schématiquement ces différents types d'incertitudes tandis que le tableau I.1 montre les différentes terminologies rencontrées. Dans la plupart des applications, l'influence de ce dernier type d'incertitude n'est pas considérée (Baecher et al. 2003).

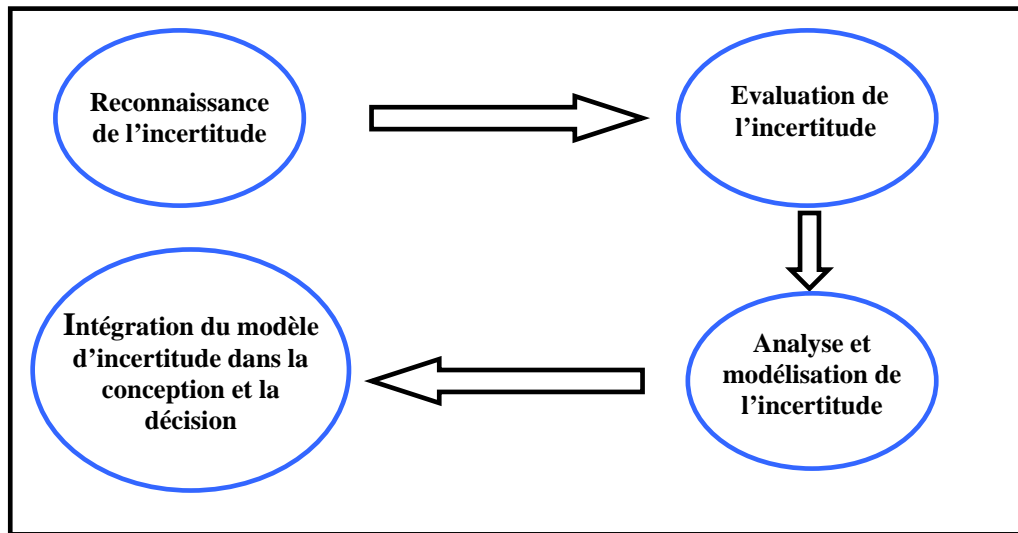


Figure I.1: Cycle d'évaluation, d'analyse, et d'intégration des incertitudes (Einstein, 1996).

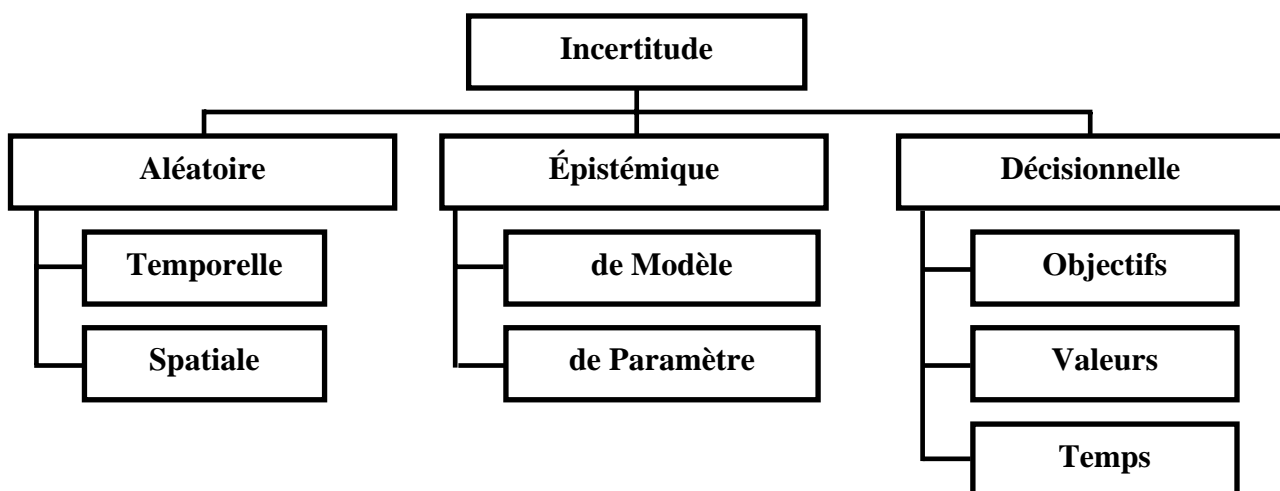


Figure I.2: Types d'incertitudes (Baecher et al, 2003).

Tableau I.1 : Termes alternatifs décrivant l'incertitude (Baecher et al, 2003).

Incertain Aléatoire	Incertain épistémique	Citation
Variabilité Naturelle	Incertain de la Connaissance	NRC (2000)
Variation stochastique	Incertain de Fonctionnement	Stedinger (1996)
Incertain Objective	Incertain Subjective	Maidment (1993)
Incertain Extérieure	Incertain Intérieure	Maidment (1993)
Probabilité Statistique	Probabilité Inductive	Carnap (1936)
Chance [Fr]	Probabilité [Fr]	Poisson, Cournot (Hacking, 1975)

Dans ce présent travail, les incidences de l'incertain aléatoire lors de l'analyse de fiabilité des fondations superficielles et profondes sont examinées.

I.4.1 Incertitude aléatoire

Le pseudo-désordre qui affecte les caractéristiques d'une masse de sol est fortement lié aux conditions géologiques et à l'histoire des contraintes. Les caractéristiques du sol sont susceptibles de varier d'un point à un autre dans la masse sol; et de ce fait le géotechnicien se heurte à l'impossibilité pratique de caractériser complètement la masse sol. En outre l'évaluation des caractéristiques du sol en quelques points particuliers de la masse sol est entachée d'incertitudes associées au processus expérimental de caractérisation. Cette variabilité naturelle des caractéristiques des sols est prise en considération en introduisant une source d'incertitudes – *la vraie valeur d'une caractéristique donnée ne peut être obtenue de façon certaine*. Les modèles mathématiques utilisés pour estimer les caractéristiques les plus probables sont approximatifs et n'incorporent pas les mécanismes fondamentaux susceptibles d'expliquer cette variabilité. L'information relative à une caractéristique donnée en quelques endroits n'est pas suffisante pour prévoir avec certitude la valeur de cette même caractéristique en d'autres endroits. Cette variabilité de la caractéristique peut être observée en un point donné pendant la durée d'un phénomène -- *variabilité temporelle*, en plusieurs points à un instant donné-- *variabilité spatiale* ou en plusieurs points à différents instants-- *variabilité spatio-temporelle*.

La figure I.3 montre que la variabilité spatiale peut être décomposée commodément en une fonction à variable déterministe $t(z)$ de tendance-- dite aussi de *dérive* et en une composante $w(z)$ de fluctuation-- *composante aléatoire* comme suit :

$$\xi(z) = t(z) + w(z) \quad \text{Éq. (I.1)}$$

Où $\xi(z)$: Propriété du sol à la profondeur z .

$t(z)$: Fonction déterministe de la propriété du sol à la profondeur z .

$w(z)$: Composante aléatoire de la propriété du sol à la profondeur z .

Une façon raisonnable de quantifier la variabilité naturelle est de considérer la composante aléatoire $w(z)$ comme une fonction ou une variable aléatoire homogène (*Phoon, 1995*).

La composante aléatoire $w(z)$ de la propriété du sol est statistiquement homogène si :

1. La moyenne et la variance de $w(z)$ sont indépendantes de la profondeur.
2. La corrélation entre les déviations à deux différentes profondeurs est fonction uniquement de la distance qui les sépare-- indépendantes de leurs positions absolues.

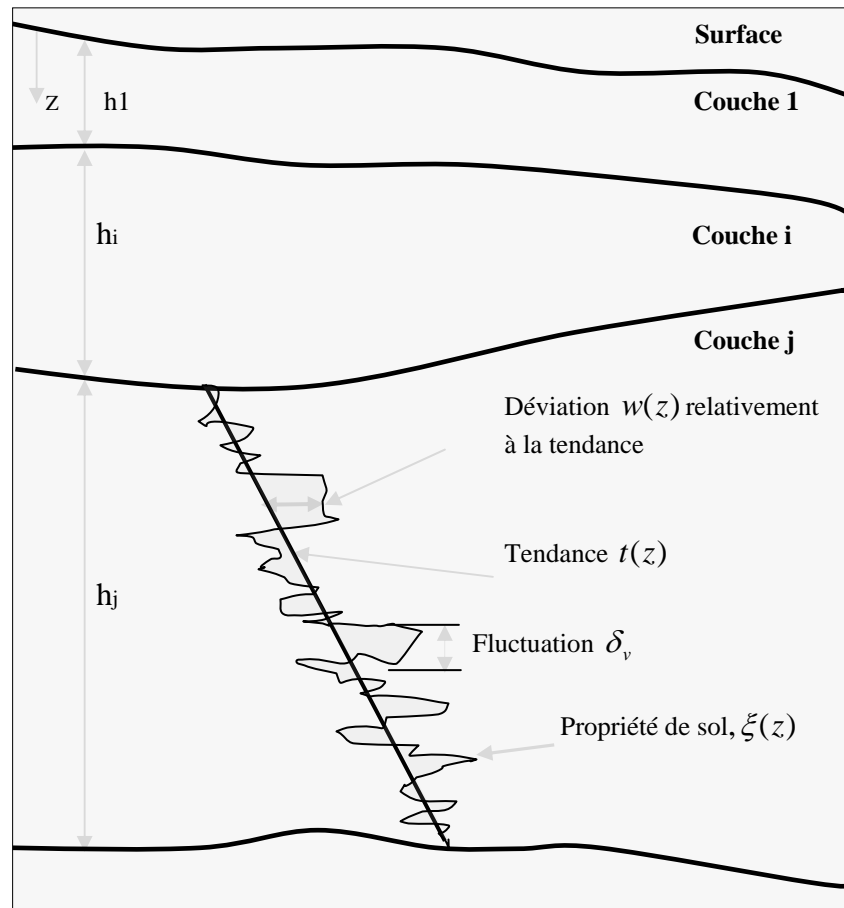


Figure I.3: Variabilité spatiale du sol (Phoon, 1995)

I.4.2 Incertitude épistémique

Le terme « épistémique » renvoie au savoir. L'incertitude épistémique est attribuée à un manque des données, ou à une méconnaissance du phénomène, ou à une connaissance imparfaite des lois physiques gouvernant le phénomène-- ce qui limite l'aptitude du théoricien à modéliser adéquatement le problème. Dans les applications géotechniques les incertitudes épistémiques peuvent être des incertitudes associées à la caractérisation d'un site, des incertitudes de modèles ou de paramètres.

I.4.2.1 Les incertitudes de caractérisation d'un site

Elles sont liées à l'adéquation des interprétations que nous faisons sur la géologie de la surface. Elles résultent des incertitudes de données et d'exploration, incluant :

1. Les incertitudes des reconnaissances: elle sont liées à une insuffisance ou à une mauvaise conduite des campagnes de reconnaissances. En conséquence, les mesures effectuées ne sont pas représentatives du problème.
2. Des contradictions ou inhomogénéité des données : elles sont liées à l'existence d'anomalies significatives sur le site (présence de cavités, inclusion solide, ...).
3. Les incertitudes de traitement des données: elles sont introduites quand les mesures physiques sont transformées en propriétés de sol en utilisant des modèles ou des corrélations.

4. Une représentativité inadéquate des échantillons : l'incertitude associée à la représentativité provient - (a) de la variation de la propriété entre le moment de mesure et le moment où le sol est mis en œuvre -- *remaniement de l'échantillon*, (b) de l'estimation des caractéristiques d'une population infinie à partir d'un échantillon fini.

I.4.2.2 Les incertitudes de modèle

Elles reflètent l'incapacité d'un modèle à représenter le comportement physique réel du système étudié, ou l'incapacité de l'analyste à identifier le meilleur modèle à utiliser. En effet, les figures I.4 et I.5 représentent respectivement les résultats de prédiction de la capacité portante et le tassement d'un pieu isolé soumis à une charge axiale de compression à partir de l'essai au préssiomètre. Les valeurs de la capacité portante et de tassement prédites par les participants -- Tableau I.2 en utilisant les mêmes données de site, mais différents modèles de prédiction sont comparées aux valeurs "réelles" mesurées sur site. Les figures I.4 et I.5 montrent que sur les 11 participants dans ce travail seuls 3 participants ont pu prédire la capacité portante avec une incertitude de 10% sur la valeur réelle, et que seuls 2 participants ont pu prédire le tassement avec une incertitude de 100 % sur la valeur réelle.

L'incertitude de modèle est souvent évaluée sur la base des résultats obtenus à partir d'essais expérimentaux, ces résultats ne sont pas exempts de limitations. Les résultats d'essais sont eux-mêmes des réalités idéalisées ou simplifiées, et sont affectés par l'échelle, par les conditions aux limites, par les erreurs de mesure, etc.

Tableau I.2 : Participants pour la prédiction de la capacité portante et le tassement d'un pieu isolé (ISP5-Pressio, 2005).

Nom	Pays	Capacité portante	Tassement
Combarieu	France	Cu + CPT + PMT F62tV Fond72	Variante : Frank- Zhao
Bahar, Cambou, Hendriawanh	Algérie	Flac3D	Flac3D
Chelgoum, Hamami	Algérie	Cu + CPT + PMT - Meyerhof	Non
Antoinet, Page, Martel	France	PMT F62tV	Flac3D
Monnet	France	Cu + PMT - NF P11-212	Plaxis
Said, Frank, de Gennaro	France	PMT F62tV- Bustamante & Gianeselli	PIVER : Frank- Zhao
Razafindrabe	Madagascar	PMT F62tV	Elastique
Belkacemi, Boumezerane	Algérie	Meyerhof- NF P11-212	Elastique
Robas, Kuder	Slovénie	PMT- NF P11-212	Frank- Zhao
Baud	France	PMT F62tV	Elastique
Hatira, Jamel	Tunisie	Cu + CPT + SPT + PMT	Frank- Zhao

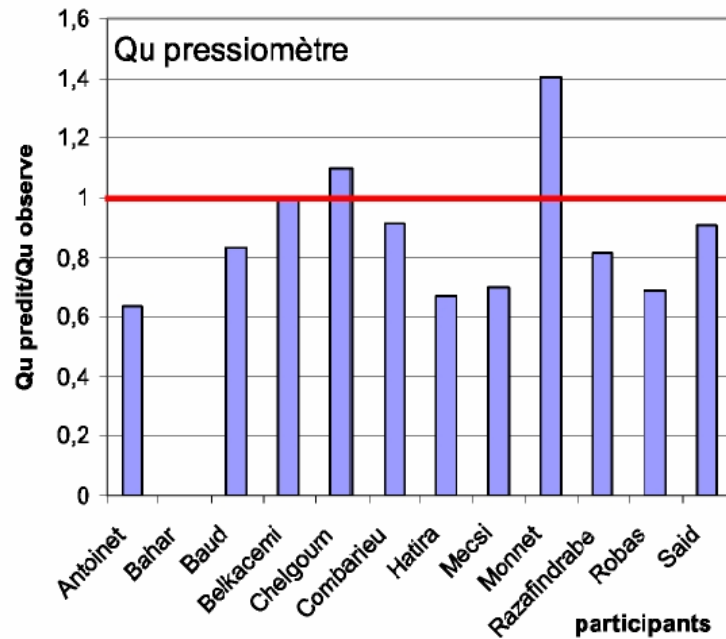


Figure I.4: Rapports des charges limites prédites et la charge mesurée (ISP5-Pressio, 2005).

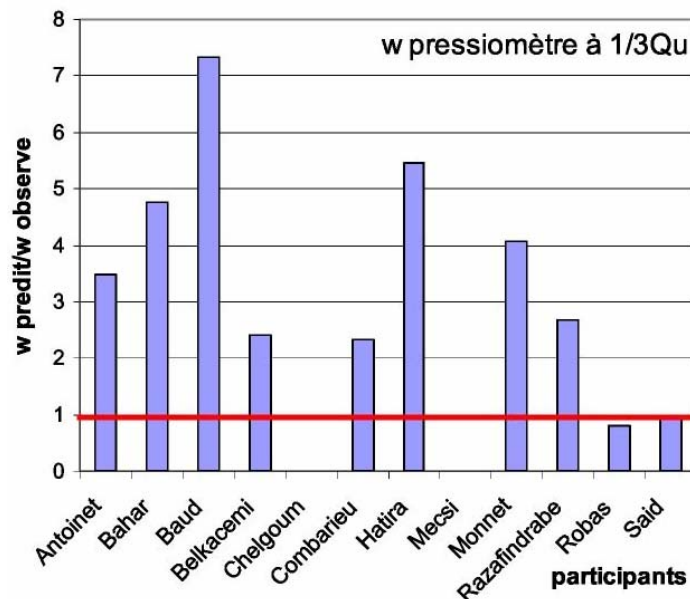


Figure I.5: Rapports des tassements prédits et le tassement mesuré (ISP5-Pressio, 2005).

I.5 DISTINCTION ENTRE INCERTITUDES ALEATOIRE ET EPISTEMIQUE

Les incertitudes expérimentales révélées par des mesures réitérées sur le même échantillon ou sur des échantillons identiques sont des incertitudes aléatoires, les autres étant dites épistémiques. Pour mieux saisir la différence entre incertitude aléatoire et épistémique, une série de mesures relativement à une valeur cible est représentée en Figure I.6. Les incertitudes aléatoires induisent une répartition quelconque des mesures. Les incertitudes systématiques produisent en revanche un décentrage systématique des mesures dans une direction donnée. La figure I.6 représente des résultats, relativement à une valeur cible, selon les combinaisons de faible ou forte incertitude aléatoire ou épistémique.

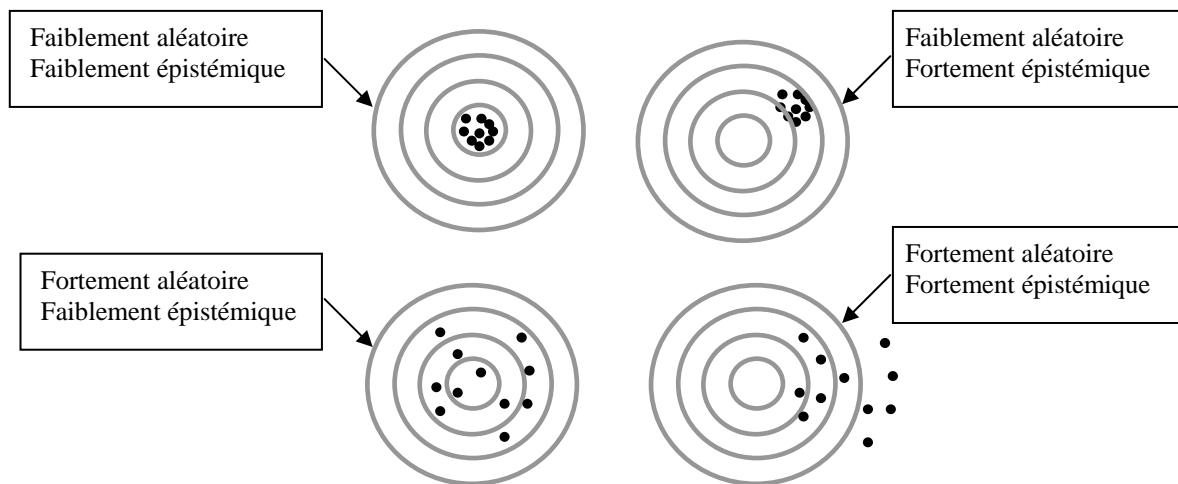


Figure I.6: Incertitudes aléatoires et épistémiques relativement à une valeur cible.

La séparation entre l'incertitude aléatoire et l'incertitude épistémique est essentielle pour pouvoir attribuer un sens à la probabilité prédictive. A titre d'exemple que signifie dans une longue excavation une probabilité d'une déformation latérale excessive de 10% ? Y aura-t-il 10% de l'excavation en état de déformation latérale excessive, ou 10% de chance pour que les déformations latérales soient excessives dans l'ensemble de l'excavation, ou quelque chose intermédiaire ?

Le sens de cette probabilité dépend de la manière dont l'incertitude totale est fractionnée entre incertitude aléatoire et épistémique. Si toute l'incertitude est considérée aléatoire, la probabilité se rapporte à une fraction temporelle ou spatiale. Et si toute l'incertitude est considérée épistémique, la probabilité se rapporte à une chance d'une rupture totale.

Bien qu'illustrant parfaitement l'effet des deux types d'incertitudes, la figure I.6 reste néanmoins trompeuse sur un point important – la valeur cible est indiquée. En général, la valeur cible est inconnue sinon il est inutile d'effectuer des mesures. Les expériences réelles imposent de cacher les valeurs cibles -- Figure I.7. Les incertitudes aléatoires sont repérées sans difficulté. Mais il est impossible d'identifier les incertitudes épistémiques les plus grandes.

Cette situation prévaut lors d'expériences où la répartition des résultats renseigne sur les incertitudes aléatoires mais ne caractérise nullement les incertitudes épistémiques. Dans la réalité l'incertitude est répartie entre aléatoire et épistémique.

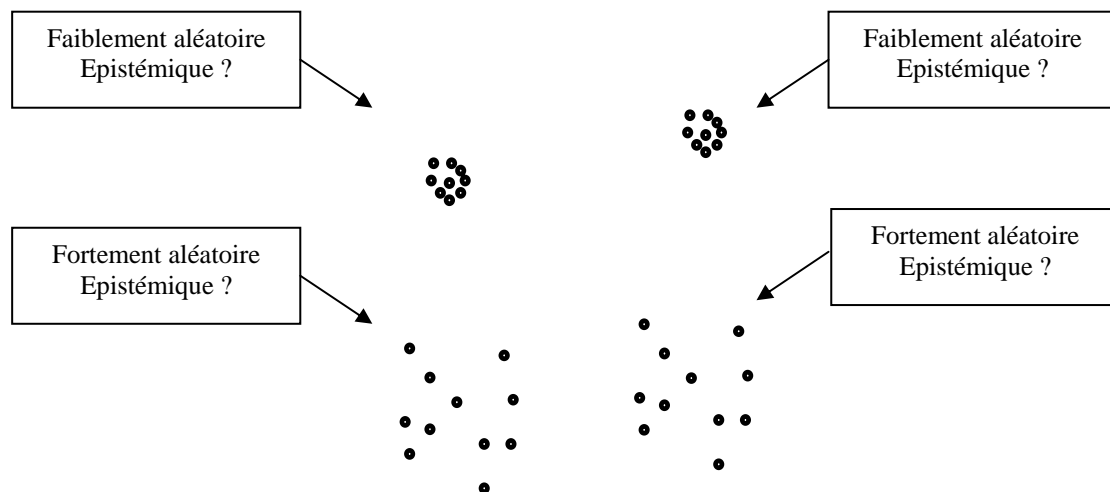


Figure I.7: Même expérience que pour la figure I.6 mais sans indiquer les valeurs cibles.

I.6 CONCLUSION

Le traitement des incertitudes aléatoires diffère de celui des incertitudes épistémiques. Les méthodes statistiques donnent une estimation fiable des incertitudes aléatoires et fournissent une procédure avérée pour les réduire. En revanche, les incertitudes épistémiques demeurent habituellement difficiles à évaluer, et même à déceler. L'ingénieur expérimenté doit pouvoir deviner les sources possibles d'incertitudes épistémiques, s'assurant si possible qu'elles restent toutes en deçà de la précision requise par l'expérience.

Il existe des procédures pour incorporer formellement des incertitudes dans la décision de l'ingénieur, bien que l'utilisation de ces procédures soit encore limitée dans la pratique. Les méthodes connues, utilisés actuellement dans la modélisation géotechnique sont:

- Analyse aléatoire ou probabiliste en présence d'incertitude aléatoire ;
- Analyse par logique floue en présence d'incertitude d'imprécision ;
- Analyse par logique floue aléatoire quand les deux types d'incertitudes sont traités.

L'analyse probabiliste en présence d'incertitude aléatoire exprimée précisément dans les chapitres suivants, est utilisée dans ce travail pour les analyses de fiabilité des fondations superficielles et profondes.

CHAPITRE II

THEORIE DE PROBABILITE

II.1 INTRODUCTION

Dans le chapitre précédent, il a été montré qu'aucune mesure physique n'est exempte d'incertitude. Pour traiter une telle situation d'une façon qui incorpore cette incertitude dans les analyses, l'ingénieur utilise la théorie de probabilité -- une branche des mathématiques traitant l'incertitude.

Ce chapitre est consacré dans un premier temps à la description des méthodes graphiques et numériques très utiles, pour le traitement de la variabilité, et pour une meilleure compréhension des données. Ensuite la variable aléatoire est présentée comme un outil mathématique pour modéliser la variabilité. Une présentation des procédures d'exploitation des modèles à variables aléatoires lors de la conception est donnée.

II.2 ANALYSE GRAPHIQUE DE LA VARIABILITE

Dans cette section, nous présenterons quelques méthodes graphiques pour analyser la variabilité, comme: l'histogramme des fréquences relatives, la courbe des fréquences relatives cumulées et le tracé de la dispersion.

II.2.1 Histogramme des fréquences relatives

La manière la plus commode pour représenter les données dispersées est l'histogramme des fréquences relatives (Gilbert, 1997). L'histogramme des fréquences relatives donne des informations importantes sur la variabilité dans une série de mesures. Il montre la gamme des données, la fréquence d'occurrence des valeurs dans un intervalle, et la dispersion par rapport aux valeurs du milieu dans une série de mesures (Figure II.1).

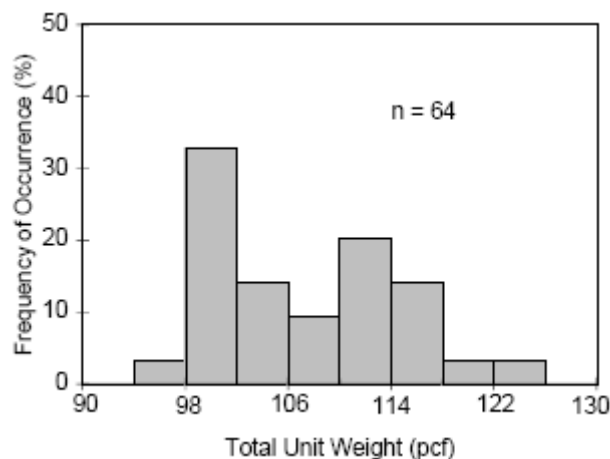


Figure II.1 : Histogramme du poids spécifique d'une argile surconsolidée (Gilbert, 1997).

La fréquence d'occurrence est obtenue en divisant le nombre d'occurrence dans un intervalle, par le nombre total de points n dans une série de mesures. Le nombre d'intervalles k , dans un histogramme des fréquences relatives, peut affecter la façon avec laquelle les données sont perçues. Si un trop petit ou un trop grand nombre d'intervalles sont utilisés, alors la distribution de la variabilité ne sera pas claire. L'expérimentation avec différents intervalles est une approche adéquate. En outre, l'équation suivante fournit un guide empirique.

$$k = 1 + 3,3 \times \log_{10}(n) \quad \text{Éq. (II.1)}$$

II.2.2 Courbe des fréquences cumulées

La fréquence cumulée est la fréquence des points d'une série de mesures qui ont des valeurs inférieures ou égales à la limite supérieure d'un intervalle dans l'histogramme des fréquences relatives. La fréquence cumulée est obtenue en sommant les fréquences d'intervalles pour tous les intervalles au dessous de la limite supérieure (Figure II.2).

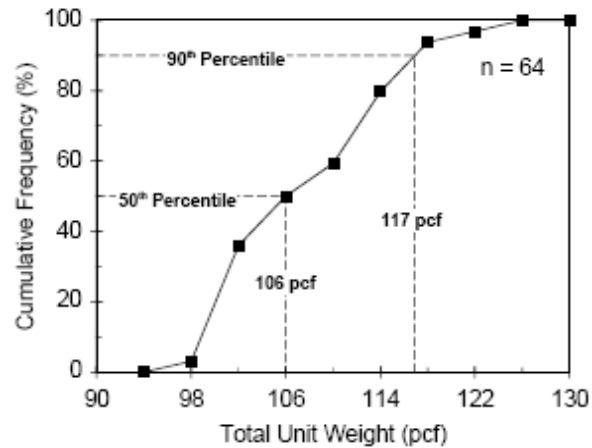


Figure II.2 : Courbe des fréquences relatives cumulées du poids spécifique (Gilbert, 1997).

II.2.3 Transformations de données

Dans certains cas, il est utile de transformer les données avant de tracer l'histogramme des fréquences relatives ou la courbe des fréquences cumulées. La figure II.3 représente l'histogramme des fréquences relatives d'une série de mesures de la conductivité hydraulique pour une couche d'argile. Cette figure ne donne pas beaucoup d'informations sur les valeurs mesurées car la conductivité hydraulique s'étend sur plusieurs ordres de grandeur.

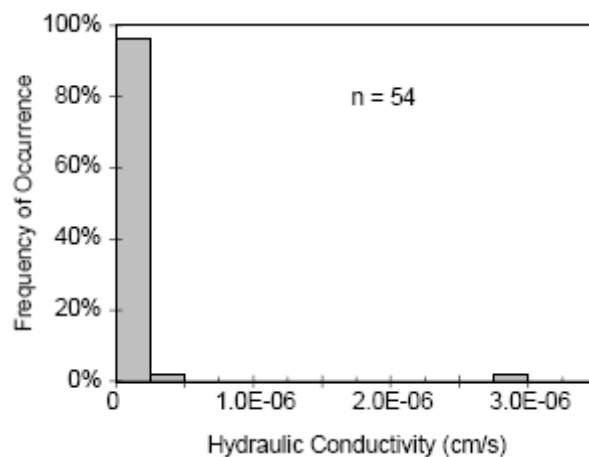


Figure II.3 : Histogramme des fréquences relatives de la conductivité hydraulique (Gilbert, 1997)

Une représentation de ces données par le logarithme de la conductivité hydraulique est plus appropriée (Figure II.4), parce qu'elle montre que l'intervalle le plus représentatif est entre $10^{-8.4}$ cm/s et $10^{-8.2}$ cm/s, et que la plupart des valeurs sont inférieures ou égales à 10^{-7} cm/s.

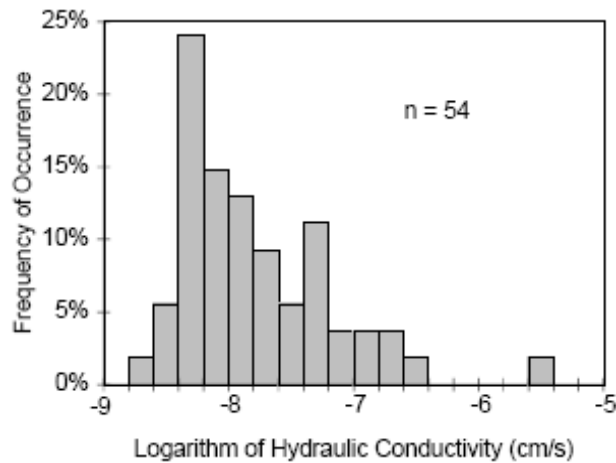


Figure II.4 : Histogramme des fréquences relatives de logarithme de la conductivité hydraulique (Gilbert, 1997).

Un deuxième exemple des données pour lesquelles une transformation est utile, c'est les valeurs de la résistance au cisaillement non drainée obtenues d'un sondage effectué à différentes profondeurs. La figure II.5 montre qu'il y a une augmentation substantielle de la résistance avec la profondeur. L'historgramme des fréquences relatives de ces données (Figure II.6) montre une grande variabilité des mesures.

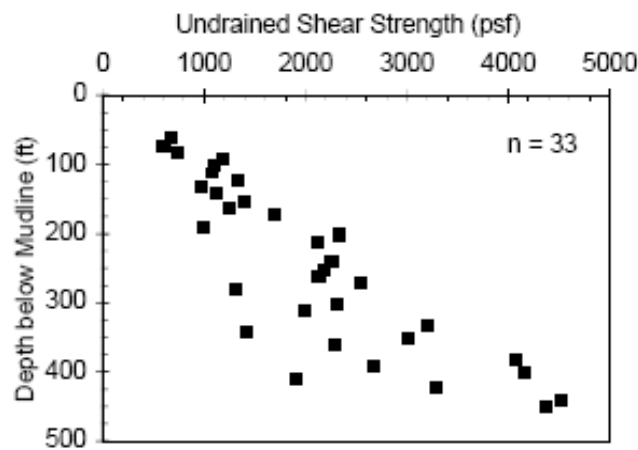


Figure II.5 : Résistance non drainée en fonction de la profondeur (Gilbert, 1997).

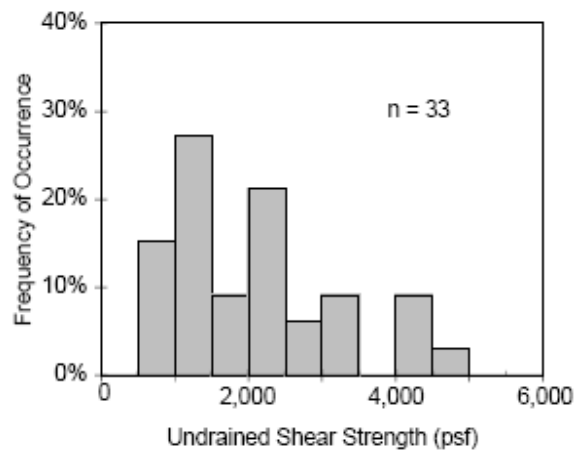


Figure II.6 : Histogramme de la résistance non drainée (Gilbert, 1997).

La figure II.6 est trompeuse parce qu'une grande partie de la variabilité peut être attribuée à l'augmentation de la résistance au cisaillement avec la profondeur (Figures II.5 et II.7). Une représentation plus adéquate de la résistance non drainée où la variabilité est beaucoup plus petite est de la normaliser par rapport à la profondeur-- résistance normalisée (Figure II.8).

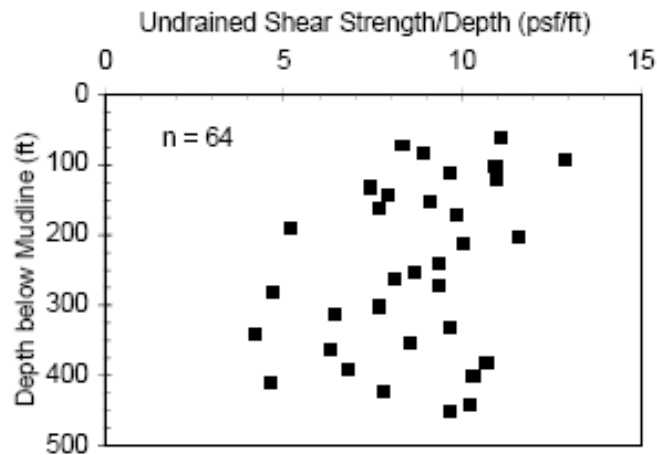


Figure II.7 : Résistance non drainée normalisée en fonction de la profondeur (Gilbert, 1997).

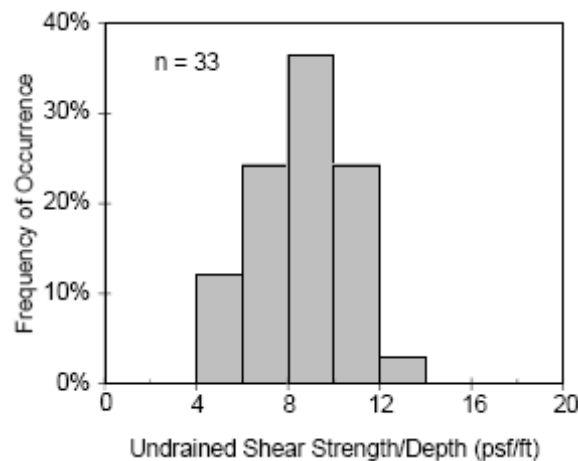


Figure II.8 : Histogramme de la résistance non drainée normalisée (Gilbert, 1997).

II.3 ANALYSE QUANTITATIVE DE LA VARIABILITE

En plus des analyses graphiques, la variabilité des données peut également être analysée quantitativement. Les statistiques d'une série de mesures (statistique d'échantillon) fournissent des mesures quantitatives de la variabilité.

Dans cette section, nous présenterons quelques quantités statistiques, comme: tendance centrale, dispersion, dissymétrie des données et corrélation ou dépendance des échantillons.

II.3.1 Tendance centrale

La mesure de la tendance centrale d'une série de mesures est généralement donnée par la valeur moyenne μ_x .

$$\mu_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{Éq. (II.2)}$$

Où x_i est la i^{eme} valeur, et n est le nombre total de points dans la série de mesure.

La valeur médiane et le mode de l'échantillon sont d'autres mesures de la tendance centrale :

- La valeur médiane c'est la $n^{\text{eme}}/2$ valeur parmi les données rangées en ordre croissant.
- Le mode de l'échantillon est la valeur la plus fréquente.

II.3.2 Dispersion

La quantité de dispersion la plus facile à mesurer dans un échantillon est le rang de l'échantillon, qui est simplement la valeur maximale moins la valeur minimale dans la série de mesures.

La variance de l'échantillon σ_x^2 est la valeur moyenne des carrés des distances entre les différentes valeurs et la moyenne de l'échantillon.

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2 \quad \text{Éq. (II.3)}$$

L'écart type de l'échantillon σ_x est la racine carrée de la variance. Le coefficient de variation de l'échantillon Cov – mesure sans dimension de la dispersion- est défini par

$$Cov = \frac{\sigma_x}{\mu_x} \quad \text{Éq. (II.4)}$$

II.3.3 Dissymétrie

Le coefficient de dissymétrie de l'échantillon ψ_x , qui est proportionnel à la moyenne des cubes des distances entre les différentes valeurs et la valeur moyenne fournit une mesure de symétrie pour une série de mesures.

$$\psi_x = \left[\frac{n}{(n-1)(n-2)} \right] \cdot \frac{\sum_{i=1}^n (x - \mu_x)^3}{\sigma_x^3} \quad \text{Éq. (II.5)}$$

Un coefficient de dissymétrie égal à zéro signifie que les valeurs de l'échantillon sont distribuées symétriquement autour de la valeur moyenne. Un coefficient de dissymétrie positif signifie que les données sont biaisées autour de la valeur moyenne vers la droite (vers les grandes valeurs), alors qu'un coefficient de dissymétrie négatif signifie que les données sont biaisées vers la gauche (vers les petites valeurs).

II.3.4 Corrélation

Deux variables aléatoires peuvent être liées l'une à l'autre. L'incertitude dans l'une peut être associée à l'autre, c'est-à-dire que les incertitudes ne sont pas indépendantes -- par exemple, les paramètres de résistance « Cohésion » et « Angle de frottement » dans l'enveloppe de Mohr-Coulomb. Si la pente de l'enveloppe augmente la cohésion diminue, si la pente diminue la cohésion augmente. Ainsi, les incertitudes sur la pente et la cohésion sont associées l'une à l'autre.

La mesure de la dépendance linéaire entre deux quantités incertaines x_i et y_i est généralement donnée par le coefficient de corrélation ρ_{xy} . La notion de linéarité ici est importante. Deux

quantités incertaines peuvent être liées l'une à l'autre d'une manière déterministe, mais ont une corrélation linéaire négligeable si la relation est fortement non linéaire.

$$\rho_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n [(x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)]}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \mu_y)^2}} \quad \text{Éq. (II.6)}$$

Le coefficient de corrélation s'étend entre -1 et 1. Les valeurs de ρ_{xy} proche de 1 ou -1 révèlent une forte corrélation tandis que les valeurs proches de 0 révèlent une faible corrélation.

II.4 MODELES THEORIQUES DE VARIABLE ALEATOIRE CONTINUE

Une variable aléatoire est un modèle mathématique pour représenter une quantité qui varie. Spécifiquement, un modèle de variable aléatoire décrit les valeurs possibles que la quantité en question peut prendre et les probabilités respectives pour chacune de ces valeurs.

Pourquoi un modèle théorique de variable aléatoire est requis pour décrire une série de mesures ?

Une série de mesures d'un paramètre est limitée en nombre. Le "vrai" histogramme des fréquences n'est obtenu que si la mesure est effectuée en tout point de la masse sol. Une variable aléatoire est un modèle théorique de cet histogramme. En second lieu, dans la plupart des problèmes physiques nous sommes intéressés par les combinaisons des variables. Par exemple, une fondation subira de grand tassement si la charge appliquée excède ou elle est voisine de la capacité portante de la fondation. Nous devons alors considérer la variabilité de la charge et de la capacité portante de cette fondation. Les modèles de variables aléatoires fournissent un cadre mathématique pour combiner et travailler avec des quantités qui varient.

II.4.1 Variables aléatoires continues

Une variable aléatoire est dite *continue* si elle peut prendre *toutes les valeurs* dans un intervalle donné (borné ou non borné) Le poids spécifique est un exemple d'une variable aléatoire continue.

La fonction de densité de probabilité (Figure II.9), et la fonction de distribution cumulative (figure II.10), sont des versions théoriques de l'histogramme des fréquences relatives, et de la courbe des fréquences relatives cumulées d'un échantillon.

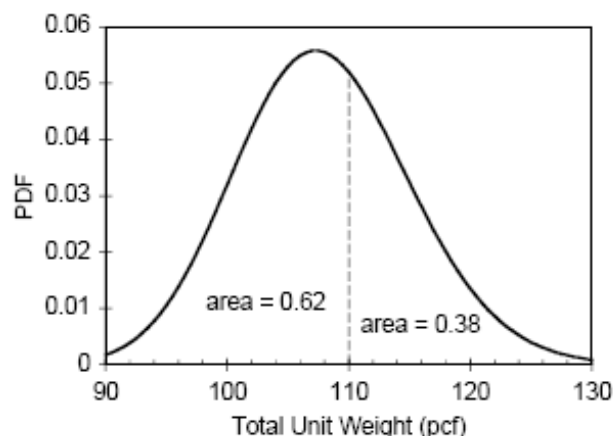


Figure II.9 : Fonction de densité de probabilité du poids spécifique (Gilbert, 1997).

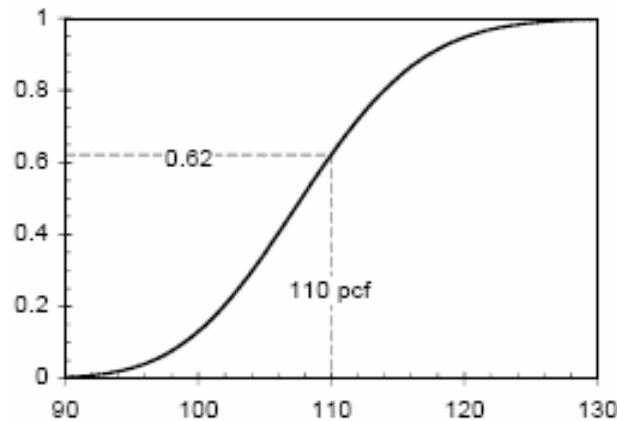


Figure II.10 : Fonction de distribution cumulative du poids spécifique (Gilbert, 1997).

La fonction de densité de probabilité $f_x(x)$ décrit la distribution de probabilité d'une variable aléatoire continue. Pour calculer la probabilité que x prenne une valeur entre x_1 et x_2 , l'aire sous la figure II.10 entre ces deux limites doit être calculée. Nous pouvons exprimer ceci par

$$P(x_1 < X \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f_x(x) dx \quad \text{Éq. (II.7)}$$

Pour calculer la probabilité que X prenne une valeur inférieure à une valeur donnée $P(X \leq x)$, qui est spécialement dénotée par $F_x(x)$, et connue comme la fonction de distribution cumulative (FDC), l'aire sous la fonction de densité de probabilité (FDP) doit être calculée pour toutes les valeurs de X inférieures ou égales à x

$$F_x(x) = P[X \leq x] = \int_{-\infty}^x f_x(x) dx \quad \text{Éq. (II.8)}$$

Il y a également des versions théoriques des statistiques de l'échantillon. La valeur moyenne pour une variable aléatoire continue est obtenue comme suit:

$$\mu_x = E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_x(x) dx \quad \text{Éq. (II.9)}$$

La variance et le coefficient de dissymétrie sont donnés respectivement par

$$\sigma_x^2 = \text{var}[x] = E[(x - \mu_x)^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_x)^2 \cdot f_x(x) \cdot dx \quad \text{Éq. (II.10)}$$

$$\psi_x = \frac{E[(x - \mu_x)^3]}{\sigma_x^3} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_x)^3 \cdot f_x(x) \cdot dx}{\sigma_x^3} \quad \text{Éq. (II.11)}$$

L'espérance est un outil important lorsqu'on travaille avec les variables aléatoires. La valeur prévue de n'importe quelle quantité en terme de X , dénotée par $g(X)$ est donnée par

$$E[g(X)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \cdot f_x(x) \cdot dx \quad \text{Éq. (II.12)}$$

II.4.2 Principaux modèles de variables aléatoires continues

II.4.2.1 Distribution normale

La distribution la plus couramment utilisée est la loi normale ou la distribution de Gauss. Elle est définie par les deux paramètres μ_x et σ_x , et elle est notée $N(\mu_x, \sigma_x)$. La densité de probabilité de la loi normale est donnée par

$$f_x(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x}\right)^2\right], \quad -\infty \leq x \leq +\infty \quad \text{Éq. (II.13)}$$

La distribution normale occupe une place privilégiée en calcul de probabilité ; elle intervient dans la discussion de nombreuses questions théoriques et pratiques. Ce rôle central est essentiellement justifié par le fait que la somme de nombreuses variables aléatoires obéit, dans des conditions très générales, à une loi de probabilité qui est proche d'une loi normale.

II.4.2.2 Distribution lognormale ou loi Galton

Dans beaucoup d'applications d'engineering, une variable aléatoire ne peut pas avoir des valeurs négatives dues aux aspects physiques du problème. La distribution lognormale est souvent utilisée pour les trois raisons suivantes: (1) elle résulte de la multiplication d'un certain nombre de variables aléatoires indépendantes identiquement distribuées. (2) une variable qui suit une distribution lognormale ne peut pas prendre une valeur négative. (3) la distribution lognormale est commode pour modéliser les quantités qui varient et s'étendent sur plusieurs ordres de grandeur, telle que la conductivité hydraulique. La fonction de densité de probabilité d'une variable lognormale est donnée par

$$f_x(x) = \frac{1}{\xi_x x \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\log(x) - \lambda_x}{\xi_x}\right)^2\right], \quad 0 \leq x \leq +\infty \quad \text{Éq. (II.14)}$$

Où λ_x et ξ_x sont deux paramètres de la distribution lognormale tel que:

$$\begin{cases} \lambda_x = E[\ln x] = \ln \mu_x - \frac{1}{2} \xi_x^2 \\ \xi_x^2 = \ln \left[1 + \left(\frac{\sigma_x}{\mu_x} \right)^2 \right] \end{cases}$$

II.5 CONCLUSION

Les mesures des propriétés de sol sont sujettes à une variabilité considérable, non seulement d'un site à l'autre, mais même dans les dépôts qui semblent homogènes sur le même site. Lorsque les mesures d'un paramètre sont disponibles, l'histogramme est souvent utilisé pour caractériser l'incertitude associée à ce paramètre. A partir de l'histogramme un modèle théorique de variable aléatoire est développé.

Quantifier et modéliser les incertitudes avec des variables aléatoires est une étape importante dans l'analyse de fiabilité où les incertitudes sur les paramètres sont prises en compte dans un cadre mathématique plus cohérent en intégrant l'approche déterministe.

CHAPITRE III

ANALYSE DE FIABILITE

III.1 INTRODUCTION

L'analyse de fiabilité se rapporte à un ensemble de méthodes qui gèrent les incertitudes par des probabilités et des distributions de probabilité, à travers une fonction d'exécution ou fonction d'état limite.

Les avantages de ce type d'approche sont doubles : premièrement, elle permet de manipuler les incertitudes de manière rationnelle et logique dans la conception. Elle permet, en particulier, de déterminer la sensibilité des différentes variables de conception aux incertitudes. Deuxièmement, alors que les décisions sont rarement nettes et ne sont jamais parfaites, l'analyse de fiabilité fournit une base plus rationnelle à la prise de décision que dans une analyse purement déterministe.

Ce chapitre, présente les concepts fondamentaux de l'analyse de fiabilité et les méthodes d'approximation utilisées dans cette étude.

III.2 CONCEPTS FONDAMENTAUX

III.2.1 Fonction d'état limite

La fonction d'état limite, dénotée $g(X)$ où X désigne l'ensemble des paramètres aléatoires d'entrée, est une fonction définie de telle manière que la rupture apparaisse quand $g(X) < 0$. La limite définie par $g(X) = 0$ séparant les domaines dits de sécurité $g(X) > 0$ et de rupture $g(X) < 0$ constitue l'état limite (Figure III.1)

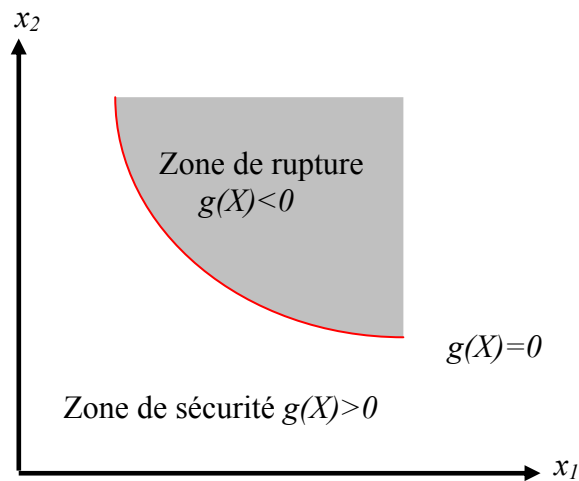


Figure III.1: Fonction d'état limite

Dans l'analyse de fiabilité, le critère de rupture s'identifie à la fonction d'état limite. Cette fonction est habituellement définie comme la marge de sécurité $g_1(x)$ (équation III.1) ou à partir du facteur de sécurité $g_2(x)$ (équation III.2) :

$$g_1(X) = R - S \quad \text{Éq. (III.1)}$$

$$g_2(X) = F - 1 \quad \text{Avec } (F=R/S) \quad \text{Éq. (III.2)}$$

Où R , S et F sont respectivement la résultante des forces résistantes, la résultante des forces motrices et le facteur de sécurité.

La première définition (marge de sécurité) est linéaire et elle est préférable, bien que la seconde soit plus souvent employée pour des raisons historiques, car l'analyse de stabilité géotechnique est typiquement caractérisée par le facteur de sécurité.

III.2.2 Probabilité de rupture

Quand on dispose pour des situations particulières telles que le glissement ou le tassement, d'une expression pour décrire l'état limite, la probabilité de rupture sera la probabilité pour que cette fonction d'état limite soit inférieure à zéro ou à une valeur prédéterminée.

Le problème fondamental de la théorie de fiabilité est relatif au calcul de l'intégrale multiple de probabilité pour estimer la probabilité de rupture P_f :

$$P_f = P(g(X) \leq 0) = \int_{g(X) \leq 0} f(X) dX \quad \text{Éq. (III.3)}$$

Où $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ dénote l'ensemble des variables aléatoires, $f(X)$ représente la fonction de densité de probabilité conjointe de X , et $g(X)$ représente la fonction d'état limite.

Dans le cas particulier des fonctions simples, où on peut décrire analytiquement la fonction de densité de probabilité conjointe de la fonction d'état limite $g(X)$, les méthodes analytiques peuvent être utilisées. Dans les cas pratiques où les densités de probabilité conjointe ne sont pas gaussiennes et que la fonction de base n'est pas linéaire, la détermination de la valeur exacte de la probabilité de rupture P_f par des méthodes analytiques est impossible. Cette difficulté a conduit au développement de différentes méthodes d'approximation.

III.2.3 Indice de fiabilité

L'indice de fiabilité β est une mesure de la fiabilité d'un système qui reflète l'aptitude de ce système à accomplir une fonction requise dans des conditions données, pendant une durée donnée en y intégrant une connaissance sur l'incertitude des paramètres.

Le calcul de l'indice de fiabilité exige :

- Un modèle mécanique déterministe (exemple, un modèle de calcul de la capacité portante d'une fondation) ;
- Une définition de l'état limite (exemple, $g_I(X) = R - S = 0$);
- Les paramètres statistiques caractéristiques de l'incertitude (ou de la variabilité) des variables aléatoires -- la valeur moyenne (μ), l'écart type (σ) ou la dissymétrie (ψ). Les formes des distributions des paramètres peuvent être fortement importantes. Les paramètres peuvent être non seulement les propriétés des matériaux géotechniques mais également des charges et la géométrie du système ;
- Une méthode d'approximation pour estimer la valeur de l'indice de fiabilité.

L'indice de fiabilité ne fournit pas une réponse directe au problème posé. Une information plus complète ou plus utile est celle de la probabilité de rupture. Dans la plupart des méthodes d'analyse de fiabilité, la probabilité de rupture est définie à partir de l'indice de fiabilité sauf dans les méthodes de simulation qui permettent d'estimer la valeur directement.

Pour des régions de sécurité convexes, la probabilité de rupture est comprise entre deux grandeurs dépendantes de l'indice de fiabilité β (Rackwitz et al, 1978) :

$$\Phi(-\beta) < P_f < 1 - \chi_n^2(\beta^2) \quad \text{Éq. (III.4)}$$

Où $\Phi(\cdot)$ et $\chi_n^2(\cdot)$ sont respectivement la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite et de la loi χ^2 à n degrés de liberté. En général, la limite inférieure est une évaluation suffisamment précise de la probabilité de rupture recherchée (Rackwitz et al, 1978).

$$P_f \approx \Phi(-\beta) \quad \text{Éq. (III.5)}$$

III.3 LES DIFFERENTS NIVEAUX D'ANALYSE DE FIABILITE

Le concept fondamental de l'analyse de fiabilité est que les facteurs de résistance et de charge sont des quantités statistiques ayant une tendance centrale (*moyenne*) et une dispersion autour de cette moyenne (*écart-type*). Dans certaines méthodes, d'autres paramètres statistiques, telle que la dissymétrie des distributions statistiques, sont nécessaires pour caractériser ces quantités. On peut donc considérer plusieurs niveaux de sophistication dans l'évaluation de la fiabilité (Procaccia et al, 1996).

- Les méthodes de niveau I : Le paramètre incertain est modélisé par une valeur caractéristique, comme par exemple dans les codes basés sur le concept de facteur de sécurité partiel.
- Les méthodes de niveau II : Le paramètre incertain est modélisé par les deux premiers moments de sa distribution, l'espérance et l'écart type. Elles calculent la probabilité de rupture au moyen d'une idéalisation de la fonction d'état limite où les fonctions de densité de probabilité de toutes les variables aléatoires sont estimées par des fonctions de distribution normale équivalente.
- Les méthodes de niveau III : Supposent que les variables sont quelconques. Elles calculent la probabilité de rupture de la structure ou d'un élément structural en utilisant la fonction exacte de densité de probabilité de toutes les variables aléatoires.
- Les méthodes de niveau IV : Dans ces méthodes les conséquences (coût) de la rupture sont également prises en considération et le risque (conséquence multipliée par la probabilité de rupture) est employé comme mesure de la fiabilité. De cette façon différentes conceptions peuvent être comparées sur une base économique tenant compte des incertitudes et des coûts.

Les méthodes de fiabilité de niveau II et III sont considérées dans cette étude. Plusieurs techniques peuvent être utilisées pour estimer la fiabilité pour les niveaux II et III.

III.4 METHODES APPROXIMATIVES POUR LA DETERMINATION DE L'INDICE DE FIABILITE

Les méthodes disponibles pour estimer la probabilité de rupture P_f peuvent être classées en deux groupes : les méthodes des moments et les méthodes par simulation.

Dans le premier cas il faut estimer les moments de la fonction d'état limite $g(X)$ en un point approprié. Les approches itératives proposées dans la littérature sont nombreuses. On compte

ainsi principalement la méthode de fiabilité du premier ordre second moment (FOSM – First Order Second Moment), la méthode de fiabilité de premier ordre (FORM—First Order Reliability Method), la méthode de fiabilité de deuxième ordre (SORM – Second Order Reliability Method) et d'autres méthodes particulières qui exploitent les moments statistiques d'ordre 3 ou 4 telle que la méthode FOTM (First Order Third Moment) ou la technique de standardisation des ordres élevés (HOMSM – Higher Order Moment Standardization Method).

Le développement de la méthode FOSM a commencé dans les années 70 -- indice de fiabilité de *Cornell, 1969*. Cette méthode a été utilisée pour élaborer les règlements et les codes de génie civil, tel que the American Institute of Steel Costruction, Inc. (AISC, 1986), Canadian standard association (CSA, 1974), et Comité European du Béton (CEB, 1976). La méthode FOSM est bien établie en géotechnique (*Burrough et McDonnell, 1998; Harr, 1996; Wolff, 1996; Wu et al, 1996; Christian et al, 1994*). L'inconvénient de cette méthode est qu'elle produit différents résultats pour différentes formulations mécaniquement équivalentes du même problème (*Halder et al, 2000*).

La méthode FORM proposée par *Hasofer et Lind (1974)* est considérée comme une des méthodes informatiques les plus fiables pour la géotechnique. La méthode FORM a été développée pour corriger la non invariance de l'indice de fiabilité β à la fonction de base choisie, et pour contourner les limitations mathématiques de la méthode FOSM.

L'approximation de l'état limite au point dit de conception par une ligne droite ou un plan est une étape qui entraîne des erreurs dans l'analyse de fiabilité par la méthode FORM, dont la magnitude dépend du degré de non linéarité de l'équation d'état limite. C'est la raison pour laquelle des méthodes de moments d'ordres plus élevés, telle que la méthode SORM, ont été développées. La méthode SORM a été développée par *Fiessler et al. (1979)*, dans cette méthode, un polynôme d'ordre parabolique, quadratique ou supérieur est utilisé pour décrire la surface d'état limite au niveau du point de conception.

L'amélioration de la méthode FORM par l'emploi des moments d'ordre élevé a conduit à la méthode de fiabilité du premier ordre et de troisième moment (FOTM) et une technique des moments d'ordres supérieurs (HOMSM). Ces deux méthodes reposent sur le développement en série de Taylor de premier ordre de la fonction de base au point de conception. La méthode FOTM repose sur le troisième moment de la fonction d'état limite et sur l'hypothèse que la fonction d'état limite centrée et réduite suit une loi lognormale (*Tichy, 1994*). La méthode HOMSM fait intervenir le moment de quatrième ordre de la fonction d'état limite pour le transformer en variable normale centrée réduite et calculer l'indice de fiabilité (*Zhao, 2001*). Les méthodes des moments d'ordre élevé mènent à une meilleure approximation mais qui n'est généralement pas considérée comme nécessaire pour la majorité des applications.

Une autre méthode largement utilisée est la méthode d'estimation en un point PEM- *Point Estimate Method (Harr, 1987; Wolff, 1996; Duncan, 1999)*. La méthode PEM est une méthode approximative proposée par *Rosenblueth (1975)* qui permet d'estimer les deux premiers moments d'une fonction d'état limite à partir des deux premiers moments des variables aléatoires de base. Cette méthode est robuste et d'une précision satisfaisante pour certains types de problèmes si le coefficient de variation n'est pas très grand (*Baecher et al, 2003*).

Les méthodes de simulation reposent sur le principe de la génération d'un ensemble de réponses à partir duquel la probabilité de rupture peut être estimée. La technique la plus simple est la méthode de Monte Carlo (MCS) proposée par Von Neumann (deuxième guerre mondiale). Cette méthode consiste à tirer au hasard N valeurs numériques de chaque variable de base, en résolvant le problème N fois d'une manière déterministe on peut avoir un

échantillon qui représente les différentes réponses de la fonction d'état limite $g(X)$. Si N_f est le nombre de réponses se situant dans le domaine de rupture, alors la probabilité de rupture peut être estimée par

$$P_f = \frac{N_f}{N} \quad \text{Éq. (III.6)}$$

Le principal inconvénient de cette méthode est qu'elle nécessite des temps de calcul très longs, comparativement aux méthodes des moments. Des méthodes particulières, telles que la simulation conditionnelle, le tirage d'importance et la simulation directionnelle ont été proposées, pour réduire le nombre de simulations à réaliser.

Le choix de la méthode stochastique à utiliser dépend du degré de précision et de la rapidité recherchée. Il y a des situations dans lesquelles la méthode MCS peut être relativement rapide et des situations où la méthode FOSM peut être relativement précise. En général, les méthodes de simulation telle que la méthode MCS sont des méthodes plus précises pour de grand nombre de simulations.

Dans ce travail les méthodes des moments FOSM, FORM et SORM et des simulations de Monte Carlo (MCS) ont été utilisées. Ces méthodes seront détaillées dans les sections suivantes pour être utilisées lors de l'étude de la fiabilité des fondations superficielles et profondes.

III.4.1 Méthode du premier ordre et de second moment (FOSM)

Dans la méthode du premier ordre et de second moment (FOSM), la fonction d'état limite $g(X)$ est approchée par un développement en série Taylor du premier ordre autour de la valeur moyenne de X , tel que l'espérance mathématique ($E[g]$ ou μ_g) et l'écart type (σ_g) de la fonction d'état limite puissent être facilement calculés à partir des moyennes et des écarts types des variables. Pour une fonction d'état limite donnée $g(X)$, l'indice de fiabilité peut alors être défini comme le rapport des deux premiers moments statistiques de cette fonction :

$$\beta = \frac{E[g]}{\sqrt{\text{Var}[g]}} = \frac{\mu_g}{\sigma_g} \quad \text{Éq. (III.7)}$$

La formulation originale donnée par *Cornell (1969)* utilise deux variables aléatoires normales indépendantes $R \sim N(\mu_R, \sigma_R)$ et $S \sim N(\mu_S, \sigma_S)$. La fonction d'état limite $g(X)$ dans ce cas-ci peut être définie par $g(X) = R - S$

La fonction d'état limite est aussi une variable aléatoire $N(\mu_R - \mu_S, \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2})$. L'événement de rupture est $R < S$, ou $g(X) < 0$. En utilisant l'équation III.5, nous pouvons calculer la probabilité de rupture comme suit :

$$P_f = \Phi(-\beta) = \Phi\left(-\frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}\right) \quad \text{Éq. (III.8)}$$

Une formulation proposée par *Rosenbleuth et Esteva (1972)* peut également être utilisée, dans cette formulation, et selon les aspects physiques du problème, les variables aléatoires R et S peuvent être plus convenablement considérées comme des variables indépendantes

lognormale (Procaccia et al, 1996). Dans ce cas une autre variable aléatoire Y peut être présentée comme suit :

$$Y = \frac{R}{S} \quad \text{Éq. (III.9a)}$$

$$\log Y = g = \log R - \log S \quad \text{Éq. (III.9b)}$$

L'équation III.9a ou III.9b représente la fonction d'état limite. La rupture aura lieu lorsque $Y < 1$ ou $g < 0$. Puisque R et S sont deux variables lognormales ; alors, $\log Y$ ou g est une variable aléatoire normale, $g \sim N(\lambda_R - \lambda_S, \sqrt{\xi_R^2 + \xi_S^2})$. La probabilité de rupture peut être définie par

$$P_f = \Phi\left(-\frac{\lambda_R - \lambda_S}{\sqrt{\xi_R^2 + \xi_S^2}}\right) \quad \text{Éq. (III.10)}$$

En utilisant les relations entre la moyenne, l'écart type, le coefficient de variation et les paramètres de la loi lognormale (section II.7.1.1.2) on peut écrire l'équation III.10 sous la forme :

$$P_f = \Phi\left[-\frac{\log(\mu_R / \mu_S) \sqrt{(1+V_S^2)/(1+V_R^2)}}{\sqrt{\log((1+V_R^2)(1+V_S^2))}}\right] \quad \text{Éq. (III.11)}$$

Dans le cas général, R et S ne sont pas statistiquement indépendants et sont des fonctions de plusieurs variables qui peuvent avoir des distributions quelconques. La fonction d'état limite $g(X)$ peut prendre n'importe quelle forme. Pour calculer la moyenne et l'écart type de la fonction d'état limite, on effectue un développement en série de Taylor de la fonction d'état limite autour de la moyenne des variables aléatoires de base. Ainsi, pour :

$$Z = g(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad \text{Éq. (III.12)}$$

Le développement en série de Taylor autour du vecteur aléatoire moyen donne :

$$Z = g(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}) + \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_{x_i}) \frac{\partial g}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 g}{\partial x_i \partial x_j} (x_i - \mu_{x_i})(x_j - \mu_{x_j}) + \dots \quad \text{Éq. (III.13)}$$

L'espérance mathématique du deuxième terme de l'équation III.13 est nulle par définition de la moyenne. Ainsi, en négligeant les termes d'ordre supérieur ou égal à deux, on obtient :

$$E[Z] = \mu_g = g(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}) \quad \text{Éq. (III.14)}$$

De même, la variance de Z peut être obtenue de la façon suivante :

$$\text{Var}[Z] = E[(Z - E[Z])] = \sigma_g^2 \approx \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial g}{\partial x_i} \frac{\partial g}{\partial x_j} \text{Cov}(x_i, x_j) \quad \text{Éq. (III.15)}$$

Les dérivées partielles de la fonction d'état limite $g(X)$ sont évaluées aux valeurs moyennes de tous les paramètres et $Cov[x_i, x_j]$ représente la covariance entre x_i et x_j . Dans le cas des variables non corrélées, cette dernière expression devient :

$$\sigma_g^2 \approx \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)^2 Var(x_i) \quad \text{Éq. (III.16)}$$

Quand la fonction d'état limite $g(X)$ est non linéaire et complexe, une erreur significative peut être introduite du fait que les ordres plus élevés du développement en série de Taylor sont négligés. Cette méthode d'approximation peut également donner différents résultats pour différentes formulations mécaniquement équivalentes du même problème (par exemple : équation III.1 ou III.2). De plus, cette méthode ignore l'information sur les distributions probabilistes des variables aléatoires. En d'autres termes, la méthode FOSM fournit des résultats corrects seulement quand les variables ont effectivement une distribution normale et que la fonction d'état limite $g(X)$ est linéaire (*Halder et al, 2000*).

III.4.2 Méthode de fiabilité de premier ordre (FORM)

Pour surmonter les limites inhérentes à la méthode FOSM, Hasofer et Lind (1974) ont proposé une méthode de minimisation de l'indice de fiabilité. Ils ont noté que l'indice de fiabilité β peut être interprété géométriquement comme la distance normalisée entre la moyenne de l'ensemble de variables de base et la surface de rupture (voir Figure III.2). Si l'ensemble des variables de base est transformé en un ensemble de variables normalisées et non corrélées, alors, dans cet espace transformé, la distance de l'origine au point le plus proche de la surface d'état limite est appelée indice de fiabilité β .

L'indice de fiabilité β peut être calculé dans les deux systèmes de coordonnées, le système des coordonnées physiques défini par les variables de base (*Low et Tang, 1997*) ou le système des coordonnées réduites défini par les variables de base centrées, réduites et non corrélées (*Hasofer et Lind, 1974*).

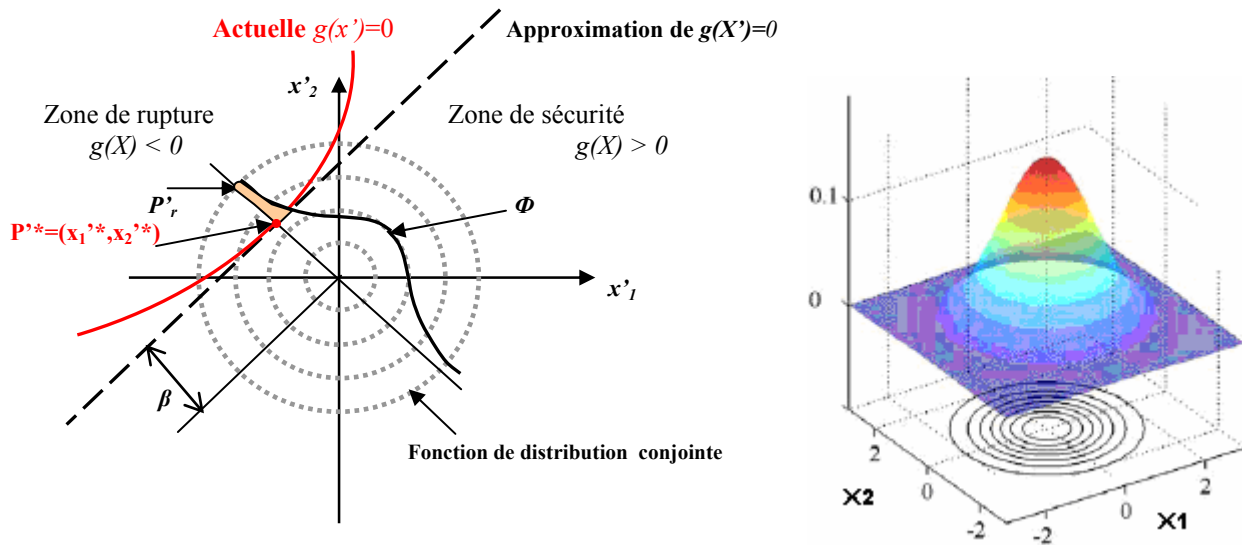


Figure III.2 : Illustration de la méthode FORM (P'^* point de conception)

III.4.2.1 L'approche de Hasofer et Lind (1974)

Hasofer et Lind proposent de travailler dans l'espace des variables indépendantes centrées et réduites plutôt que dans l'espace des variables physiques de base. La transformation des variables de base x_i en variables normales centrées réduites x'_i est donnée par

$$X' = T(X) \tag{III.17}$$

Quand les variables de base sont normales et indépendantes, T désigne l'opération de centrage et réduction des variables $x'_i = \frac{x_i - \mu_i}{\sigma_i}$. Il s'agit alors d'une transformation simple et linéaire (Figure III.3) et la fonction d'état limite s'exprime alors en fonction des variables normalisées :

$$g(X) = g(X') = 0 \tag{III.18}$$

Dans la figure III.3 la fonction d'état limite est linéaire et la distance minimale entre l'origine et la surface d'état limite dans l'espace centré réduit représente l'indice de fiabilité, peut être calculée facilement à partir des relations trigonométriques. Dans le cas d'une fonction d'état limite non linéaire avec n variables aléatoires, le calcul de la distance minimale devient un problème d'optimisation :

$$\beta = \text{Min} \quad D = \sqrt{X'^u X'} \tag{III.19}$$

Sous la contrainte $g(X) = g(X') = 0$

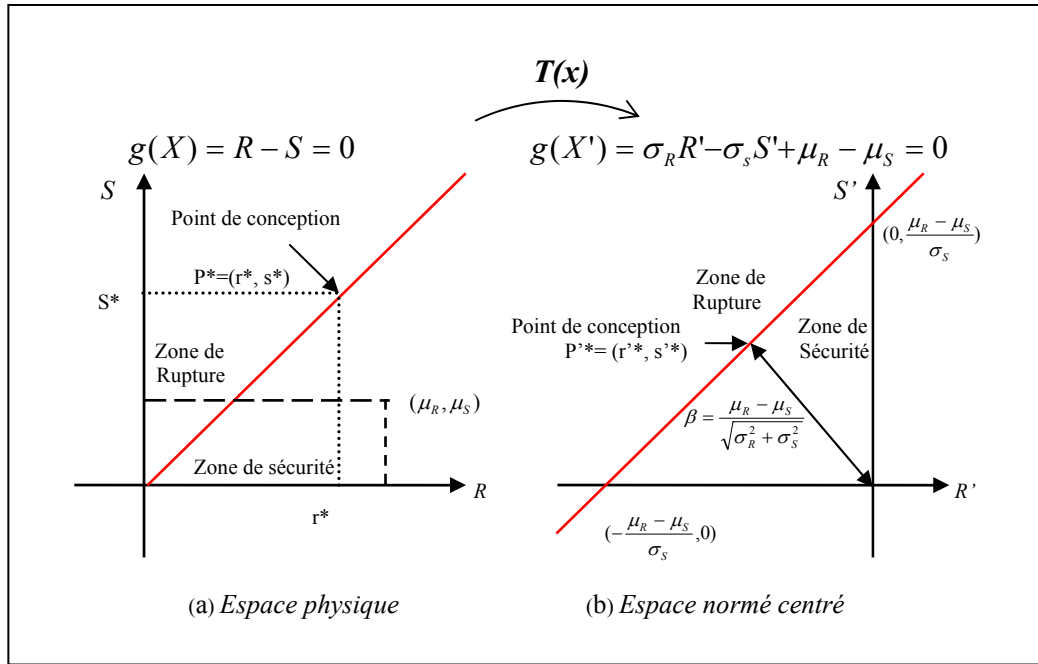


Figure III.3: Transformation de l'espace physique à l'espace centré normé pour une fonction linéaire $g(X)=R - S=0$ où R et S sont des variables normales

Dans ce cas, la formulation de l'indice de fiabilité peut s'écrire (Baecher et al, 2003) :

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^n x_i'^* \cdot \left(\frac{\partial g}{\partial x_i'}\right)^*}{\sqrt{(G^T G)^*}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i'^* \cdot \left(\frac{\partial g}{\partial x_i'}\right)^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i'}\right)^2}} \quad \text{Éq. (III.20)}$$

Où $\left(\frac{\partial g}{\partial x_i'}\right)^*, i=1, \dots, n$: sont les dérivées partielles de la fonction d'état limite évaluées au point de conception dénoté par $P'^*(x_1'^*, x_2'^*, \dots, x_n'^*)$, G est le gradient de la fonction d'état limite.

Le point de conception est inconnu, une technique proposée par Rackwitz (1976) et qui est très utilisée permet le calcul de l'indice de fiabilité d'une façon itérative à partir d'un point de conception préalablement choisi (Halder et al, 2000).

Le gradient de la fonction d'état limite G dans l'espace des variables réduites peut être normalisé dans un vecteur unité α au point de conception :

$$\alpha = \frac{G^*}{(G^T G)^{*/2}}, \alpha_i = \frac{\left(\frac{\partial g}{\partial x_i'}\right)^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i'}\right)^2}} \quad \text{Éq. (III.21)}$$

Le point de conception dans l'espace réduit est donné par

$$x_i'^* = -\alpha_i \beta \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad \text{Éq. (III.22)}$$

L'algorithme de *Rackwitz* comporte les six étapes itératives suivantes (*Halder et al, 2000*) :

1. Définir l'équation d'état limite ;
2. Initialiser le point de conception aux valeurs moyennes dans l'espace physique:
 $x_i^* = \mu_i$;
3. Evaluer G et α au point de conception x_i^* ;
4. Obtenir le nouveau point $x_i'^*$, en terme de β : $x_i'^* = -\alpha_i \beta$;
5. Substituer $x_i'^*$ dans $g(x_1'^*, x_2'^*, \dots, x_n'^*) = 0$ pour calculer β ;
6. Avec β obtenu dans l'étape 5, réévaluer $x_i'^* = -\alpha_i \beta$;
7. Répéter les étapes 3 à 6 jusqu'à convergence.

a) La méthode FORM pour des variables indépendantes et non normales

L'indice de fiabilité de Hasofer –Lind peut être lié à la probabilité de rupture en utilisant l'équation III.5 si toutes les variables sont statistiquement indépendantes et normalement distribuées. Quand les variables de base ne sont pas indépendantes, ou lorsque elles ne sont pas normalement distribuées -- comme dans la plupart des problèmes d'engineering, il est nécessaire de transformer les variables non normales corrélées en variables normales non corrélées. La transformation $X'=T(X)$, où X' désigne un vecteur normal standard à composantes indépendantes définit la correspondance entre les variables physiques et les nouvelles variables normalisées en conservant les probabilités :

$$P_f = \int_{g(X) \leq 0} f(X) dX = \int_{g(X') \leq 0} \phi(X') dX' \quad \text{Éq. (III.23)}$$

Quand les variables aléatoires de base sont indépendantes, chacune des variables peut être facilement normalisée, d'une manière approximative, autour du point de conception $p^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$. Dans ce cas, la moyenne et l'écart type de la loi normale recherchée peuvent être obtenus en utilisant la méthode de *Rackwitz – Fiessler* (*Halder et al, 2000*):

$$\mu_{X_i}^N = x_i^* - \Phi^{-1} [F_{X_i}(x_i^*)] \sigma_{X_i}^N \quad \text{Éq. (III.24)}$$

$$\frac{1}{\sigma_{X_i}^N} = \frac{\phi\{\Phi^{-1}[F_{X_k}(x_i^*)]\}}{f_{X_i}(x_i^*)} \quad \text{Éq. (III.25)}$$

Où $F(.)$ et $f(.)$ sont respectivement les fonctions de répartition et de densité, non normales, de x_i . Tandis que $\Phi(.)$ et $\phi(.)$ sont respectivement les fonctions de répartition et de densité, d'une loi normale centrée réduite.

L'approximation ainsi réalisée devient moins précise quand les variables de base sont fortement dissymétriques ou quand les probabilités de rupture recherchées sont trop faibles. Dans ce cas, l'approximation en loi normale repose sur la médiane de la variable de base et la probabilité de dépassement au point de conception (*Halder et al, 2000*) on peut alors écrire :

$$\mu_{X_i}^N = F_{X_i}^{-1}(0.5) \quad \text{médiane de } x_i \quad \text{Éq. (III.26)}$$

$$\sigma_{X_i}^N = \frac{x_i^* - \mu_{X_i}^N}{\Phi^{-1}[F_{X_i}(x_i^*)]} \quad \text{Éq. (III.27)}$$

Où F^{-1} est la fonction inverse de la fonction de répartition de la variable x_i .

Après cette transformation, la formulation du vecteur unitaire α dans l'espace physique des variables peut s'écrire :

$$\alpha_{X_i} = \frac{\left(\frac{\partial g}{\partial x_i}\right)^* \sigma_{X_i}^N}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \sigma_{X_i}^N\right)^2}} \quad \text{Éq. (III.28)}$$

Le point de conception dans l'espace physique est donné par

$$x_i^* = \mu_{X_i}^N - \alpha_i \beta \sigma_{X_i}^N \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad \text{Éq. (III.29)}$$

Deux méthodes sont généralement utilisées pour obtenir le point de conception et l'indice de fiabilité correspondant. La première méthode (*Rackwitz, 1976*) nécessite la solution de l'équation d'état limite durant les itérations. Cette méthode est désignée, dans la section suivante, sous le nom de méthode FORM-1. La deuxième méthode (*Rackwitz et al, 1978*) ne requiert pas la solution de l'équation d'état limite ; elle utilise la formule récursive de *Newton-Raphson* pour trouver le point de conception. Cette méthode est désignée sous le nom de méthode FORM-2.

Les critères de convergence pour les deux méthodes itératives sont :

1. si $|\beta_K - \beta_{K-1}| \leq \zeta$.
2. si $|g(X')| \leq \varepsilon$.

Où ζ , ε ont des faibles valeurs.

Méthode FORM-1

Les étapes dans cette méthode pour estimer l'indice de fiabilité sont (*Halder et al, 2000*) :

1. Définir l'équation d'état limite ;
2. Supposer une valeur initiale de l'indice de fiabilité β ;
3. Initialiser le point de conception aux valeurs moyennes: $x_i^* = \mu_i$;
4. Calculer la moyenne et l'écart type de la distribution normale équivalente $(\mu_{X_i}^N, \sigma_{X_i}^N)^*$;

$$5. \text{ Calculer } \left(\frac{\partial g}{\partial x_i}\right)^* \text{ et } \alpha_{X_i} = \frac{\left(\frac{\partial g}{\partial x_i}\right)^* \sigma_{X_i}^N}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \sigma_{X_i}^N\right)^2}} ;$$

6. Modifier le point de conception par introduction de β , $x_i^* = \mu_{X_i}^N - \alpha_i \beta \sigma_{X_i}^N$;

7. Substituer x_i^* dans $g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = 0$ pour calculer β ;
8. Actualiser les x_i^* avec la valeur de β déterminée;
9. Répéter les étapes 4 à 8 jusqu'à convergence.

Cette méthode nécessite la résolution de l'équation d'état limite pour trouver le nouvel indice de fiabilité. Ceci peut être difficile dans le cas d'une fonction d'état limite complexe et non linéaire.

Méthode FORM-2

Au lieu de résoudre l'équation d'état limite pour calculer β --étape 7 de la méthode FORM-1, la méthode FORM-2 utilise les dérivés pour trouver le point de conception suivant. Les étapes de cette méthode sont (Halder et al, 2000) :

1. Définir l'équation d'état limite ;
2. Initialiser le point de conception aux valeurs moyennes: $x_{i0}^* = \mu_i$;
3. Calculer la moyenne et l'écart type de la distribution normale équivalente $(\mu_{x_i}^N, \sigma_{x_i}^N)^*$;
4. Calculer $(\frac{\partial g}{\partial x_i})^*$ et $(\frac{\partial g}{\partial x_i})'^* = (\frac{\partial g}{\partial x_i})^* \sigma_{x_i}^N$;
5. Actualiser les nouvelles valeurs $x_i'^*$ par

$$x_{i, k+1}^* = \frac{1}{|G_K|} [G_K \cdot (x_K^*)^T - g[x_K^*]] G_K^T \quad \text{Éq. (III.30)}$$

6. Calculer β pour le nouveau point de conception par : $\beta = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i'^*)^2}$;
7. Calculer les valeurs de point de conception dans l'espace physique :
 $x_i^* = \mu_{x_i}^N + \sigma_{x_i}^N x_i'^*$;
8. Répéter les étapes 3 à 7 jusqu'à convergence.

b) La méthode FORM pour des variables dépendantes et non normales

Généralement les variables physiques ne sont ni normalement distribuées, ni indépendantes. Afin de déterminer une mesure de la fiabilité d'un système avec des variables dépendantes et non normales, il est nécessaire d'effectuer une transformation des variables physiques vers des variables normées centrées et non corrélées. La Figure III.4 illustre graphiquement le processus de transformation.

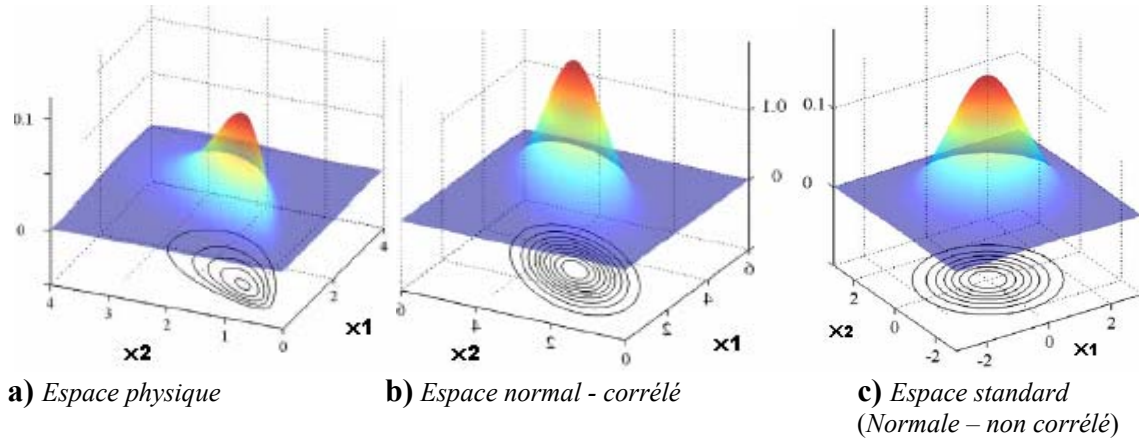


Figure III.4: Illustration de la transformation des variables aléatoires.

Dans ce processus de transformation il est nécessaire d'estimer les coefficients de corrélations fictives ρ_{X_i, X_j}^e pour modéliser les variables normales équivalentes. La relation exacte entre le coefficient de corrélation ρ_{12} de deux variables non normales X_1, X_2 et le coefficient de corrélation fictif ρ_{12}^e des variables normales équivalentes u_1, u_2 (Phoon et al, 2004) est donnée par

$$\rho_{12} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{x_1 - m(X_1)}{\sigma(X_1)} \right) \left(\frac{x_2 - m(X_2)}{\sigma(X_2)} \right) \phi_2(u_1, u_2, \rho_{12}^e) \cdot \frac{f_{X_1}(x_1) f_{X_2}(x_2)}{\phi(u_1) \phi(u_2)} du_1 du_2 \quad \text{Éq. (III.31)}$$

Où $m(X_i)$ représente la moyenne et $\sigma(X)$ l'écart-type de la variable X_i , $\phi(u_1, u_2, \rho_{12}^e)$ est la densité d'un vecteur gaussien de dimension 2 de composantes centrées réduites corrélées de coefficient de corrélation fictif ρ_{12}^e , $f_{X_i}(x_i)$ sont les densités marginales associées à X_i , et $\phi(u_i)$ les densités de probabilité de la loi normale centrée réduite des variables u_1 et u_2 . Ainsi, la corrélation fictive ρ_{12}^e , peut être obtenue à partir d'une méthode d'intégration itérative. Afin d'éviter de lourds calculs pour résoudre l'équation (III.31), des expressions empiriques, approchées et tabulées sont proposées selon les types de distributions des variables aléatoires X_1 et X_2 (Tableau III.2) permettant de calculer un ratio F :

$$F_{ij} = \frac{\rho_{12}^e}{\rho_{12}} \quad \text{Éq. (III.32)}$$

Si une des deux variables est normale, F_{ij} peut être une constante ou une fonction de la covariance de l'autre variable aléatoire.

La méthode FORM est utilisable si les variables physiques sont transformées en variables centrées réduites et non corrélées. Ceci peut être effectué en utilisant l'équation suivante (Halder et al, 2000):

$$\{X\} = \left[\begin{array}{c} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{array} \sigma_{X^*}^N \right] [T] \{X^*\} + \left\{ \mu_X^N \right\} \quad \text{Éq. (III.33)}$$

Où

$\left[\begin{array}{c} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{array} \sigma_{X^*}^N \right]$: Matrice diagonale des écarts types de la loi normale équivalente,
 $\left\{ \mu_X^N \right\}$: Vecteur des moyennes de la loi normale équivalente,

$[T]$: Matrice orthogonale composée des vecteurs propres de la matrice de corrélation fictive $[C']$.

Les valeurs propres de la matrice de corrélation $[C']$ sont les écarts types des variables normées centrées et non corrélées X' .

En considérant la fonction d'état limite dans l'espace des variables normées centrées et non corrélées et les étapes de la méthode FORM-1 ou FORM-2, on peut calculer l'indice de fiabilité de système en considération.

Tableau III.1: Le facteur F pour quelques distributions (Haldar et al, 2000 ; Melchers, 1999).

x_i	x_j	F_{ij}
Normale	Normale	1,0
Normale	Uniforme	1,023
Normale	Exponentielle	1,107
Normale	Rayleigh	1,014
Normale	Valeur extrême Type I	1,031
Normale	Lognormale	$V_{x_j} / \sqrt{\log(1 + V_{x_j}^2)}$
Normale	Gamma	$1,001 - 0,007V_{x_j} + 0,118V_{x_j}^2$
Normale	Valeur extrême Type II	$1,030 + 0,238V_{x_j} + 0,364V_{x_j}^2$
Normale	Valeur extrême Type III	$1,031 - 0,195V_{x_j} + 0,328V_{x_j}^2$
Normale	Weibull	$1,031 - 0,195V_{x_j} + 0,328V_{x_j}^2$
Lognormale	Lognormale	$\log(1 + V_{x_i}V_{x_j}) / (\rho \sqrt{\log(1 + V_{x_i}^2) \log(1 + V_{x_j}^2)})$ (exact)
Lognormale	exponentielle	$1,098 + 0,003\rho + 0,025\rho^2 + 0,019V_{x_i} + 0,303V_{x_i}^2 - 0,437\rho V_{x_i}$
Weibull	Lognormale	$1,031 + 0,052\rho + 0,002\rho^2 + 0,011V_{x_j} + 0,220V_{x_j}^2 - 0,210V_{x_i}$ $+ 0,350V_{x_i}^2 + 0,005\rho V_{x_j} - 0,174\rho V_{x_i} + 0,009V_{x_i}V_{x_j}$
Weibull	Exponentielle	$1,147 + 0,145\rho + 0,010\rho^2 - 0,271V_{x_i} + 0,459V_{x_i}^2 - 0,467V_{x_i}\rho$
Weibull	Weibull	$1,063 - 0,004\rho - 0,001\rho^2 - 0,2V_{x_i} + 0,337V_{x_i}^2 - 0,2V_{x_j}$ $+ 0,337V_{x_j}^2 + 0,007(\rho V_{x_i} + \rho V_{x_j} - V_{x_i}V_{x_j})$
Exponentielle	Exponentielle	$1,229 - 0,367\rho + 0,153\rho^2$

III.4.2.2 L'approche de Low et Tang (1998)

Cette section présente un procédé pratique de calcul de l'indice de fiabilité qui a l'avantage d'utiliser des outils d'optimisation largement disponibles sur les ordinateurs. L'indice de fiabilité est calculé directement avec les variables corrélées elles-mêmes sans aucune rotation ou transformation.

Low et Tang (1998) ont montré que si X est le vecteur des variables aléatoires et si $[C]$ est la matrice de corrélation, alors l'indice de fiabilité de Hasofer-Lind, sous la contrainte que le point de conception doit satisfaire le critère de rupture $g(X)=0$ est donné par

$$\beta = \min \sqrt{[X - \mu]^T [C]^{-1} [X - \mu]} \quad \text{Éq. (III.34)}$$

Où μ est le vecteur des moyennes des variables aléatoires.

Le procédé est comme suit :

1. Définir les valeurs moyennes des variables aléatoires et la matrice de covariance.
2. Calculer la matrice inverse de la matrice de corrélation.
3. Ecrire l'équation suivante :

$$\beta = \sqrt{[X - \mu]^T [R]^{-1} [X - \mu]} \quad \text{Éq. (III.35)}$$

4. Le critère de rupture $g(X)=0$ est exprimé comme contrainte en terme de variables aléatoires X .
5. La commande '**Solveur**' de Excel ou '**Minimize**' de Matlab (dépendante du logiciel utilisé) est exécutée pour minimiser β en changeant les valeurs de X sous la contrainte que le critère de rupture $g(X)=0$ est satisfait.

III.4.2.3 Champ d'application de la méthode FORM

Le *CRMARGE* (1995) précise que la méthode FORM fournit une bonne approximation si la fonction d'état limite $g(X)$ est presque linéaire et si l'incertitude des variables constituantes est petite – de coefficient de variation inférieur à 15%. Autrement, les résultats peuvent être imprécis ou difficiles à justifier.

Plus généralement, *Zhao et al* (1999) ont mentionné que la méthode FORM n'est précise que dans le cas où le rayon de courbure de la fonction de base est très grand et que la fonction de base n'est constituée que d'un nombre réduit de variables aléatoires.

III.4.3 Méthode de fiabilité de deuxième ordre (SORM)

L'analyse de fiabilité des problèmes avec une fonction d'état limite linéaire est relativement simple. Cependant, si les variables physiques sont non normales ou si elles sont corrélées la fonction d'état limite, linéaire dans l'espace physique devient non linéaire lorsqu'elle est transformée vers l'espace normal standard. La figure (III.5) considère deux états limite, un linéaire et l'autre non linéaire. Les deux états limite ont le même point de conception, mais les domaines de ruptures sont différents. La méthode FORM donne le même indice de fiabilité dans les deux cas. Mais il est clair que la probabilité de rupture de la fonction d'état limite non linéaire est inférieure à celle de l'état limite linéaire. Les courbures de la fonction d'état limite non linéaire sont ignorées dans la méthode FORM ce qui affecte la précision de la méthode FORM. Les courbures d'une équation sont reliées aux dérivées secondes. Ainsi, la méthode de fiabilité de second ordre (SORM) améliore le résultat de la méthode FORM en incluant des informations additionnelles sur les courbures de la fonction d'état limite.

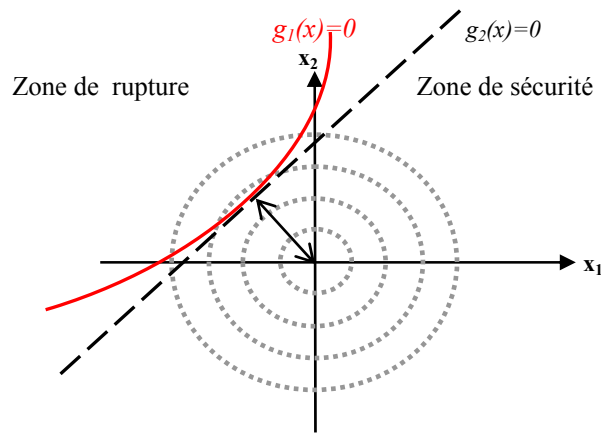


Figure III .5: Fonctions d'état limite linéaire et non linéaire

La méthode SORM a été explorée pour la première fois par *Fiessler et al (1979)* par l'utilisation de diverses approximations quadratiques. Une solution de forme simple -- équation III.36, pour le calcul de la probabilité de rupture par la méthode SORM a été donnée par *Breitung (1984)*

$$P_f \rightarrow \Phi(-\beta) \prod (1+k_j \cdot \beta)^{-1/2}, \text{ lorsque } \beta \rightarrow \infty \quad \text{Éq. (III.36)}$$

Où : β est l'indice de fiabilité calculé par la méthode FORM, k_j sont les courbures principales de la fonction d'état limite au point de conception. Les courbures k_j sont les valeurs propres d'une matrice symétrique A contenant les premiers $(n-1) \times (n-1)$ éléments d'une matrice \bar{A} définie par

$$A = \frac{R^T H_g(x^*) R}{|\nabla g(x^*)|} \quad \text{Éq. (III.37)}$$

Où $H_g(x^*)$ est la matrice Hessian de $g(X)$ évaluée au point de conception et R est une matrice orthogonale construite en deux étapes. Dans la première étape, une matrice, R_0 est construite comme suit :

$$R_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \ddots & 0 \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_n \end{bmatrix} \quad \text{Éq. (III.38)}$$

Où $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ sont les cosinus directeurs du vecteur $\overrightarrow{OP^*}$. Dans la deuxième étape, un procédé d'orthogonalisation de Gram-Shmidt est appliqué à cette matrice, et la matrice résultante est R_g .

L'équation (III.36) n'est pas toujours valide. La condition pour laquelle cette approximation est valide est

$$\beta.k_j < 1, j = 1, 2, \dots, n-1. \quad \text{Éq. (III.39)}$$

Cependant cette condition n'est pas toujours valide. Dans les deux sections suivantes deux formulations de la méthode SORM utilisable pour les surfaces d'état limite ayant des courbures de signes contraires, nommées SORMCai (Cai, 1994) et SORMZhao (Zhao, 1999) sont présentées.

III.4.3.1 L'approximation de Cai

La probabilité de rupture calculée en utilisant l'approximation de Cai et Elishakoff (1994) est donnée par

$$P_f = \Phi(-\beta) - \phi(\beta)(E_1 + E_2 + E_3) \quad \text{Éq. (III.40)}$$

$$E_1 = \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i \quad \text{Éq. (III.41a)}$$

$$E_2 = -\frac{1}{2}\beta \left(3 \sum_i^{n-1} \lambda_i^2 + \sum_{i \neq j}^{n-1} \lambda_i \lambda_j \right) \quad \text{Éq. (III.41b)}$$

$$E_3 = \frac{1}{6}(\beta^2 - 1) \left(15 \sum_i^{n-1} \lambda_i^3 + 9 \sum_{i \neq j}^{n-1} \lambda_i^2 \lambda_j + \sum_{i \neq j \neq m}^{n-1} \lambda_i \lambda_j \lambda_m \right) \quad \text{Éq. (III.41c)}$$

Où $\lambda_j = \frac{1}{2k_j}, j = 1, 2, \dots, n-1.$

III.4.3.2 L'approximation de Zhao

L'indice de fiabilité de second ordre calculé β_s en utilisant l'approximation de Zhao et Ono (1999) est donné par

$$\beta_s = -\Phi^{-1} \left[\Phi(-\beta) \left(1 + \frac{\phi(\beta)}{R\Phi(-\beta)} \right)^{-[(n-1)/2][1+[2K_s/(10(1+2\beta))]} \right] \quad \text{si } K_s \geq 0 \quad \text{Éq. (III.42)}$$

$$\beta_s = \left(1 + \frac{2,5K_s}{2n-5R+25(23-5\beta)/R^2} \right) \beta + \frac{1}{2}K_s \left(1 + \frac{K_s}{40} \right) \quad \text{si } K_s < 0 \quad \text{Éq. (III.43)}$$

Où K_s est la somme des courbures de la fonction d'état limite, et elle est donnée par

$$K_s = \sum_{j=1}^n h_{ij} - \alpha^t H \alpha \quad \text{Éq. (III.44)}$$

Et R est la moyenne des courbures, et elle est donnée par

$$R = \frac{n-1}{K_s} \quad \text{Éq. (III.45)}$$

Où n est le nombre des variables aléatoires.

III.4.4 Méthode de simulation de Monte Carlo

Les méthodes exposées précédemment conduisent à une estimation directe de l'indice de fiabilité β à partir d'une fonction dite d'état limite $g(X)$ qui caractérise la rupture du système étudié. Ces méthodes sont des méthodes directes reposant sur un certain nombre d'approximations et d'hypothèses. Lorsque la fonction d'état limite est complexe et fortement non linéaire, ces méthodes peuvent ne pas convenir au calcul de l'indice de fiabilité. Dans ce cas, on utilise la méthode de simulation de Monte Carlo (MCS).

Pour mettre en oeuvre cette méthode, la loi de distribution de chaque variable aléatoire doit être connue. La méthode consiste à prélever au hasard une valeur de chaque variable et à calculer la valeur de la fonction d'état limite. Si ce processus est répété un grand nombre de fois, la probabilité de rupture peut alors être estimée soit à partir des statistiques (μ_g, σ_g) de la fonction d'état limite $g(X)$ en utilisant l'équation III.5 -- méthode des statistiques d'échantillon, ou soit comme rapport du nombre de cas où $g(X) < 0$ et du nombre total de tirages réalisés -- méthode de comptage, équation III.6.

Beacher et al (2003), ont mentionné que les résultats de la première méthode sont plus précis que les résultats de la deuxième méthode.

Halder et al (2000), ont mentionné que même si le nombre de cycles augmente, les statistiques de la fonction d'état limite n'ont aucune tendance à la convergence, et ils ont recommandé l'utilisation de la technique de comptage.

Les étapes de cette méthode sont (*Halder et al, 2000*) :

1. Définir le problème en terme de toutes les variables aléatoires ;
2. Quantifier les caractéristiques probabilistes de toutes les variables aléatoires ;
3. Générer des valeurs pour ces variables ;
4. Evaluer le problème d'une manière déterministe pour chaque série de réalisation de toutes les variables aléatoires;
5. Extraire des informations pour N réalisations ;
6. Déterminer l'efficacité et la précision de la méthode.

N'importe quelle simulation qui se fonde sur des nombres aléatoires exige qu'il y ait une certaine manière de produire des nombres aléatoires. La plupart des programmes disponibles (Fortran, Matlab,...) peuvent produire des nombres aléatoires pour des distributions couramment utilisées.

III.4.4.1 Simulation des variables aléatoires normales corrélées

Les concepts fondamentaux qui nécessitent plus de considération sont ceux relatifs à la conversion des variables aléatoires corrélées en variables non corrélées, et ceux relatifs à la transformation de la fonction de base originale exprimée en terme de variables aléatoires corrélées en une fonction des variables aléatoires non corrélées. La transformation présentée à la section III.4.2.1.5 peut être utilisée pour transformer les variables normées corrélées en variables normées centrées et non corrélées, comme suit :

$$\{X\} = [\sigma][T]\{X'\} + \{\mu\} \quad \text{Éq. (III.46)}$$

Où

$\{X\}$: Vecteur des variables aléatoires normales corrélées,

$\{X'\}$: Vecteur des variables aléatoires centrées réduites et non corrélées,

$[T]$: Matrice de transformation de l'espace des variables physiques vers l'espace des variables normées centrées et non corrélées, composée des vecteurs propres de la matrice de corrélation $[C]$. Les valeurs propres de la matrice de corrélation sont les écarts types du vecteur $\{X'\}$.

Les étapes de cette simulation sont:

1. Définir l'équation d'état limite ;
2. Transformer les variables normées et corrélées $\{X\}$ en variables normées centrées et non corrélées $\{X'\}$;
3. Exprimer la fonction à simuler en terme de variables normées centrées et non corrélées $\{X'\}$;
4. Effectuer la simulation en utilisant la fonction modifiée.

III.4.4.2 Simulation des variables aléatoires non normales et corrélées

Pour la simulation des variables non normales et corrélées, il est nécessaire de transformer les variables physiques en variables normées centrées et corrélées $U_i = N(0,1)$, comme suit :

$$U_i = \Phi^{-1}[F_{xi}(x_i)] \quad i = 1, 2, \dots, n \quad \text{Éq. (III.47)}$$

La transformation des variables normées centrées et corrélées en variables normées centrées et non corrélées est donnée par :

$$\{U\} = [T]\{X'\} \quad \text{Éq. (III.48)}$$

Où $[T]$ est la matrice de transformation composée des vecteurs propres de la matrice de corrélation $[C]$ dans l'espace des variables normées centrées et non corrélées.

Les étapes de cette simulation sont:

1. Définir l'équation d'état limite ;
2. Transformer les variables physiques en variables normées centrées et corrélées ;
3. Calculer la matrice de corrélation $[C]$ dans l'espace des variables normées centrées et non corrélées ;
4. Transformer les variables normées centrées et corrélées $\{U\}$ en variables normées centrées et non corrélées $\{X'\}$;
5. Exprimer la fonction à simuler en terme de variables normées centrées et non corrélées $\{X'\}$;
6. Effectuer la simulation en utilisant la fonction modifiée.

III.4.4.3 Précision et efficacité de la simulation

La précision de l'évaluation de la probabilité de rupture dépendra du nombre de cycles de simulation. L'évaluation de la probabilité de rupture approcherait la valeur vraie si le nombre de simulation N est trop grand. Si le nombre de simulations N est petit, ou si la probabilité de rupture est trop faible l'erreur sur l'estimation de la probabilité de rupture P_f donnée par l'équation III.6 peut être considérable. *Ayyub et al (1985)* ont proposé d'évaluer la précision de la simulation à partir de l'évaluation de la covariance de la probabilité de rupture estimée (*Halder et al, 2000*). La covariance peut être estimée en assumant chaque cycle de simulation comme une épreuve de Bernoulli, et le nombre d'échecs dans N épreuves peut être mathématiquement représenté par la distribution Binomiale. Donc, la covariance de la probabilité de rupture peut être exprimée par

$$V_{P_f} \approx \sqrt{\frac{(1-P_f)P_f}{N}} \quad \text{Éq. (III.49)}$$

L'équation (III.49) montre que la covariance tend vers zéro lorsque le nombre de cycles tend vers l'infini.

III.4.4.4 Avantages et inconvénients de la méthode MCS

Les avantages de la méthode de simulation de Monte Carlo sont les suivants :

- Elle permet d'estimer la forme de la distribution de la fonction de base ;
- Elle est facile à mettre en oeuvre, en particulier pour des fonctions de base explicites.

L'inconvénient majeur de la méthode MCS est le nombre de simulations nécessaire pour obtenir une estimation correcte de la probabilité de rupture. La précision obtenue est proportionnelle à la racine carrée du nombre d'itérations ; si la probabilité de rupture est très petite un très grand nombre de simulations est alors nécessaire pour obtenir une adéquate précision.

III.4.5 Méthodes de réduction de la variance

Dans la section précédente nous avons exposé ce qui pourrait s'appeler la méthode brute de simulation de Monte Carlo. L'obtention d'une précision satisfaisante avec cette méthode exige qu'un grand nombre de points aléatoires soient utilisés. Par exemple pour estimer une probabilité de rupture de 10^{-6} à partir d'une distribution du facteur de sécurité présentant un coefficient de variation de 10%, il est nécessaire de réaliser au moins 10^8 simulations. Afin de réduire le nombre de simulations, des techniques telle que le tirage d'importance ou la méthode de simulation hyper-cube latin -- *latine hypercube simulation method*, ont été proposées.

III.4.5.1 Tirage d'importance

L'idée dans le tirage d'importance est de concentrer le tirage dans la zone qui a la plus grande contribution dans la probabilité de rupture (Figure.6). De cette façon l'erreur sur l'évaluation de la probabilité de rupture peut être réduite. La probabilité de rupture est donnée par

$$P_f = \int \dots \int I[g(x')] f_u(x') dx'_1 \dots dx'_n = \int \dots \int I[g(y)] \frac{f_u(y)}{f_s(y)} dy_1 \dots dy_n \quad \text{Éq. (III.50)}$$

Où $f_s(y)$ est la fonction de densité de tirage à partir de laquelle le vecteur aléatoire y est généré et $f_u(y) = \varphi(y_1) \dots \varphi(y_2)$ est la fonction normale standard de densité de y .

$I[g(y)]$ est un indicateur défini par

$$I[g(y)] = \begin{cases} 0, & \text{si } g(y) > 0 \\ 1, & \text{si } g(y) < 0 \end{cases}$$

Avec le tirage d'importance la probabilité de rupture est donnée par

$$P_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I[g(y_i)] \frac{f_u(y_i)}{f_s(y_i)} \quad \text{Éq. (III.51)}$$

La covariance de la probabilité de rupture estimée est donnée par

$$V_{P_f} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \left\{ \sum_{i=1}^N \left(I[g(y_i)] \frac{f_u(y_i)}{f_s(y_i)} \right)^2 - \frac{1}{N} \left[\sum_{i=1}^N I[g(y_i)] \frac{f_u(y_i)}{f_s(y_i)} \right]^2 \right\}} \quad \text{Éq. (III.52)}$$

Dans la théorie, si la densité de tirage $f_s(y)$ est choisie pour être proportionnelle à $f_u(y)$ dans la zone de défaillance, alors la variance sur la probabilité de rupture serait zéro. Malheureusement, ce choix n'est pas possible car la probabilité de rupture n'est pas connue à l'avance.

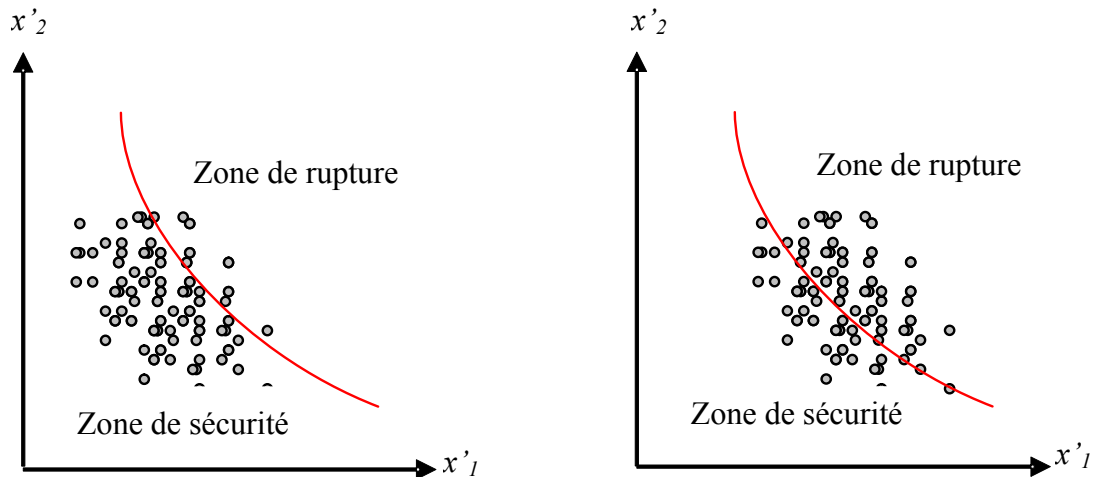


Figure III.6 : Méthode de simulation brute de Monte Carlo et tirage d'importance.

III.4.5.2 Tirage d'importance basé sur le point de conception

Si le point de conception P'^* a été déterminé avant que la technique de simulation soit utilisée, le tirage d'importance basé sur le point de conception comme point autour duquel le tirage est concentré peut être très efficace (figure III.6). La fonction de densité de tirage $f_s(y)$ dans l'équation III.51 est la fonction de densité normale des variables aléatoires non corrélées avec des valeurs moyennes $x_i^*, i=1,2,\dots,n$ et un écart type commun σ .

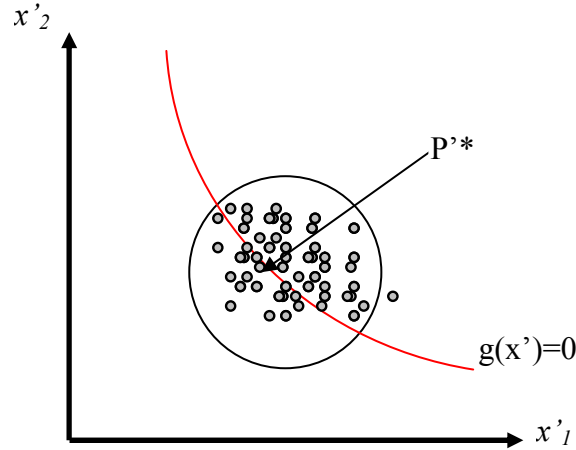


Figure III.7: Tirage d'importance autour du point de conception.

La probabilité de rupture est donnée par

$$P_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I[g(\alpha x'_i + P'^*)] \frac{f_u(\alpha x'_i + P'^*)}{f_u(x'_i)} \sigma^n \quad \text{Éq. (III.53)}$$

L'efficacité du tirage d'importance dépend du choix de l'écart type de la densité de tirage $f_s(y)$ d'où la nécessité de faire le tirage d'importance avec plusieurs valeurs de σ afin de déterminer l'écart type le plus approprié pour le tirage d'importance.

La covariance est estimée par l'équation (III.52).

III.4.5.3 Méthode de simulation de Monte Carlo par exclusion de la zone de sécurité

Dans cette technique l'espace est séparé en deux domaines disjoints D_1 et D_2 (figure III.8). On suppose que le domaine D_1 est choisi tel qu'aucune rupture ne se produit dans ce domaine. Ici D_1 est choisi comme le domaine à l'intérieur d'une sphère de rayon β . La probabilité d'être dans le domaine D_1 est donnée par

$$P_1 = P\left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \leq \beta^2\right) = \chi^2(n, \beta^2) \quad \text{Éq. (III.54)}$$

Où $\chi^2(n, \beta^2)$ est la distribution χ^2 avec n degrés de liberté.

La probabilité de rupture est donnée par

$$P_f = \frac{1-P_1}{N} \sum_{i=1}^N I[g(x'_i)] \quad \text{Éq. (III.55)}$$

Où u_i est le vecteur aléatoire simulé numéro j de D_2 (la distance $d = \sqrt{x_j^T x}$ est toujours supérieur ou égale à β).

La covariance de la probabilité est donnée par

$$V_{P_f} = (1-P_1) \sqrt{\frac{P_f(1-P_f)}{N}} \quad \text{Éq. (III.56)}$$

La covariance est réduite par un facteur de $(1-P_1)$ en comparaison avec la simulation brute de Monte Carlo.

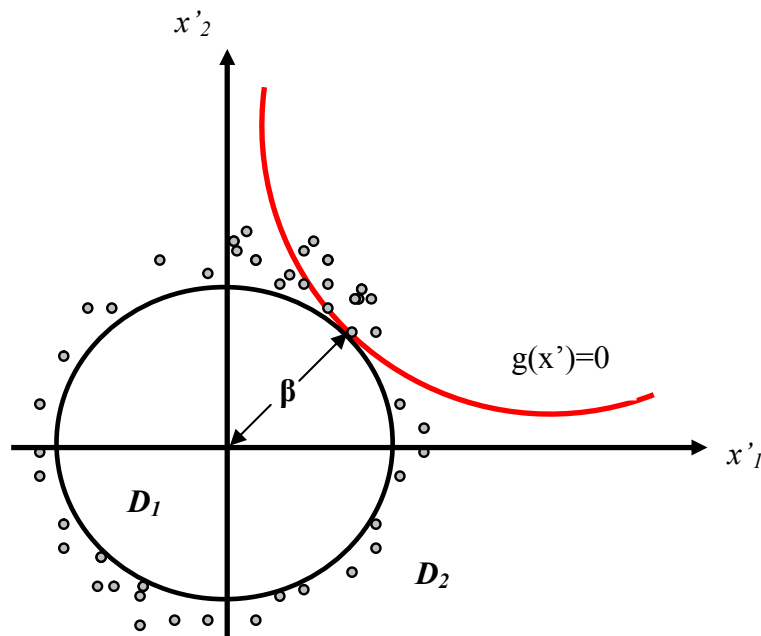


Figure III.8: Tirage d'importance par exclusion de la zone de sécurité.

III.4.5.4 Méthode de simulation hyper-cube latin

L'idée de base dans cette méthode consiste à s'assurer que la gamme entière de chaque variable est prélevée, afin d'obtenir une évaluation efficace de la probabilité de rupture. La gamme de chaque variable est divisée en m intervalles. La probabilité d'occurrence dans chaque intervalle doit être égale.

Dans le procédé de simulation les échantillons sont produits de manière qu'un intervalle de chaque variable soit assorti juste une fois pour obtenir un point de l'échantillon. La figure (III.9) illustre le principe de la méthode de simulation hyper-cube latin avec un exemple de deux variables aléatoires et avec $m = 7$ intervalles.

Pour chaque variable un seul point est généré dans chaque intervalle u_{ij} , $j=1,2,\dots, m$ ce qui représente m points pour la variable i . La probabilité de rupture de cet échantillon est estimée à partir de l'équation (III.6) :

$$P_f = \frac{1}{.m} \sum_{k=1}^m I[g(x^j)] \tag{III.57}$$

Le procédé est répété N fois et l'estimation finale de la probabilité est donnée par

$$P_f = \frac{1}{N.m} \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^m I[g(x^{kj})] \tag{III.58}$$

Où u^{kj} est la réalisation numéro j dans le k^{eme} échantillon de simulation hyper-cube latin.

On remarque qu'il n'y a aucune forme simple pour l'évaluation de la covariance pour cette méthode de simulation.

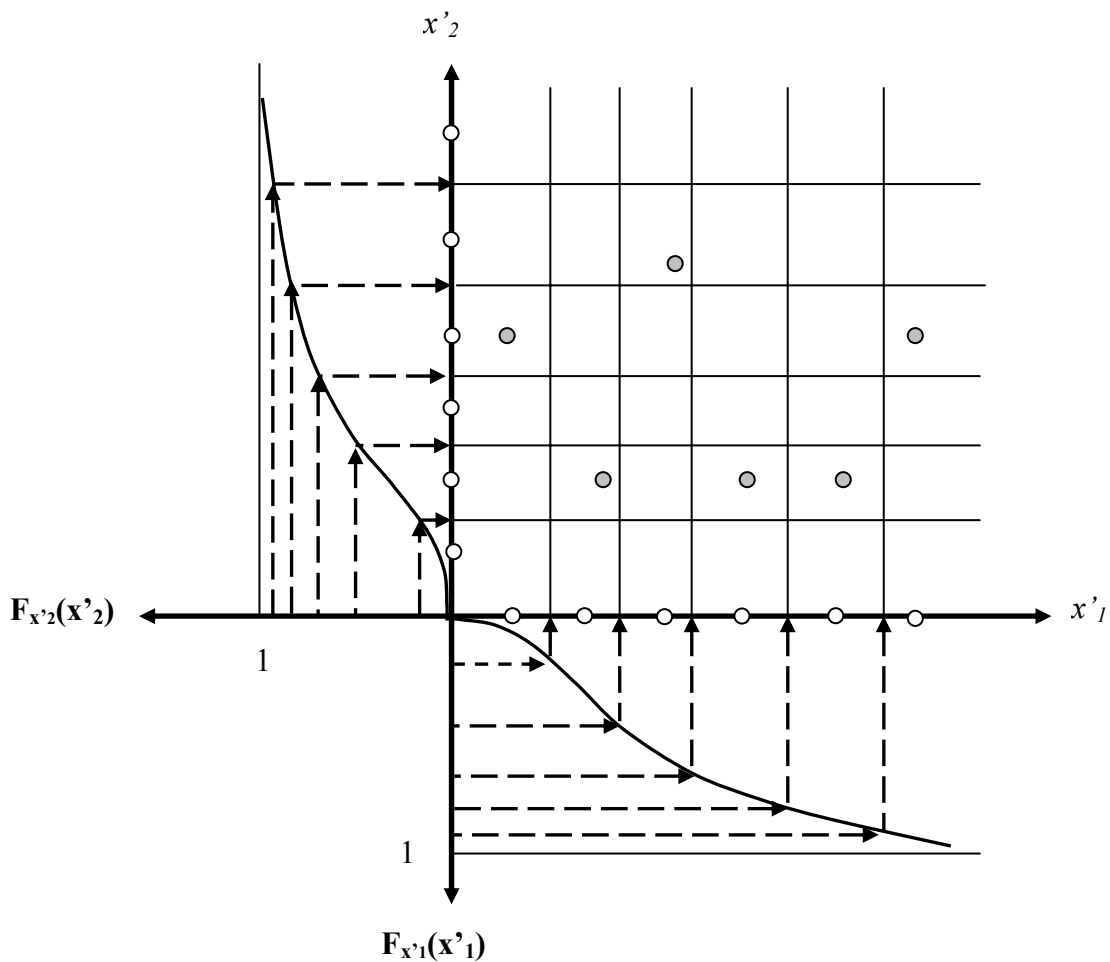


Figure III.9: Méthode de simulation hyper-cube latin.

III.5 FIABILITE DU SYSTEME

Le calcul de la probabilité globale de rupture ou plus généralement de la probabilité de défaillance d'un système est un élément important pour la décision de l'ingénieur. Selon la théorie générale des systèmes, si un système se compose de plusieurs composants différents, la probabilité de défaillance du système dépend de la structuration de ces composants dans le système. Dans les paragraphes suivants, nous allons présenter brièvement la théorie classique du calcul de la probabilité de défaillance des systèmes.

III.5.1 Théorie classique de la probabilité de rupture des systèmes

Les deux systèmes types sont les systèmes constitués de composants en série et ceux constitués de composants en parallèle.

Système en série : Dans un système en série, le système sera défaillant si l'un des composants est défaillant (le maillon le plus faible). Si un système a n composants en série et que la probabilité de rupture du $i^{\text{ème}}$ composant est P_{fi} , la probabilité de rupture du système si les composants sont indépendants est donnée par

$$P_{fg} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_{fi}) \quad \text{Éq. (III.59)}$$

Pour des composants parfaitement corrélés elle est donnée par

$$P_{fg} = \text{Max}(P_{fi}) \quad \text{Éq. (III.60)}$$

Système en parallèle : Dans un système parallèle, le système sera défaillant si tous les composants sont simultanément défaillants. Ainsi, la probabilité globale de rupture des composants indépendants du système est égale à

$$P_{fg} = \prod_{i=1}^n P_{fi} \quad \text{Éq. (III.61)}$$

Pour des composants parfaitement corrélés elle est donnée par

$$P_{fg} = \text{Max}(P_{fi}) \quad \text{Éq. (III.62)}$$

Systèmes mixtes : En réalité, les systèmes comme les ponts sont des systèmes complexes présentant de nombreux modes de défaillance possibles pas forcément indépendants les uns des autres. Pour les systèmes complexes, il est possible, notamment par la technique des arbres de défaillances, de déterminer une probabilité globale de rupture en le décomposant en sous-systèmes en série ou en parallèle combinés indépendants.

III.6 CONCLUSION

Nous retiendrons que, l'analyse de fiabilité d'un système en général ou d'une fondation en particulier commence par l'identification d'un critère de conception exprimé analytiquement par la fonction d'état limite $g(X) = R - S > 0$. La rupture ou la non satisfaction de ce critère de rupture se produit lorsque la charge S excède la capacité R , et la probabilité de rupture est la probabilité que la charge S excède la résistance R .

Dans la plupart des cas pratiques l'évaluation de la probabilité de rupture P_f est faite en utilisant des méthodes d'approximation qui peuvent être classées en deux groupes :

1. Les méthodes des moments comme la méthode FOSM, FORM, et SORM qui estiment un indice de fiabilité à partir des moments de la fonction d'état limite $g(X)$, ensuite la probabilité de rupture est définie à partir de l'indice de fiabilité.
2. Les méthodes par simulations comme les techniques de simulation de Monte Carlo reposent sur le principe de génération d'un ensemble de réponses à partir duquel la probabilité de rupture peut être estimée directement.

Dans ce travail les méthodes des moments FOSM, FORM, SORM et des techniques de simulations de Monte Carlo ont été utilisées.

CHAPITRE IV

CONCEPTION
DES FONDATIONS
SUPERFICIELLES
ET PROFONDES

IV.1 INTRODUCTION

La fondation est la composante d'un ouvrage qui transmet au sol d'assise les efforts provenant de cet ouvrage. Si les efforts sont reportés à la surface du sol les fondations seront dites superficielles ; si les efforts sont reportés en profondeurs, il s'agira des fondations profondes.

Pour les fondations, il y a deux modes principaux de rupture que l'ingénieur doit prendre en considération:

1. Rupture de portance : causée par le dépassement de la résistance au cisaillement du sol ; ce mode de rupture est catastrophique.
2. Tassement excessif : défini comme le dépassement d'une valeur maximale acceptable indiquée par le règlement. Les conséquences de ce mode de rupture ne sont pas catastrophiques.

Dans les sections suivantes, des procédures typiques de conception des fondations pour chaque mode de rupture sont présentées.

IV.2 FONDATIONS SUPERFICIELLES

Si on applique une charge Q croissante à une fondation, au début de chargement la courbe contrainte – déformation est sensiblement linéaire. A partir d'une certaine charge Q_c , les déplacements ne sont plus proportionnels à la charge. Enfin, pour une charge Q_d , les déplacements deviennent incontrôlables ; le sol n'est plus capable de supporter une charge supérieure. Cette charge est la charge limite ou ultime, ou encore la capacité portante de la fondation.

IV.2.1 Portance des fondations superficielles

La capacité portante d'une fondation superficielle est généralement déterminée à partir des propriétés mécaniques des terrains, mesurées soit au laboratoire soit en place. L'équation générale de cette capacité portante est donnée par

$$q_u = cN_c \zeta_c + \frac{1}{2} B' \gamma'_h N_\gamma \zeta_\gamma + \sigma'_D N_q \zeta_q \quad \text{Éq. (IV.1)}$$

Où q_u : Capacité portante, c : Terme de cohésion du sol, γ'_h : Poids volumique du sol au dessous de la base, γ'_D : Poids volumique du sol au dessus de la base, Q_v : Charge verticale appliquée à la fondation, $B' = B - 2e_B$: Largeur effective de la fondation, e_B : L'excentricité de la résultante des charges, D : Ancrage de la fondation par rapport au terrain naturel, σ'_D : Surcharge à la base de la fondation $\sigma'_D = \gamma'_D \cdot D$; N_c, N_γ, N_q : Facteurs de portance dus à la cohésion, au poids des terres, et à la surcharge respectivement. $\zeta_c, \zeta_\gamma, \zeta_q$: Facteurs de correction dus à la cohésion, au poids des terres, et à la surcharge respectivement.

IV.2.1.1 Modèle de Meyerhof

Le modèle de Meyerhof considère des facteurs de correction pour l'excentricité, l'inclinaison de la charge, et l'ancrage de la fondation. Le tableau (IV.1) illustre les facteurs sans dimensions de portance et de correction nécessaires pour résoudre l'équation (IV.1). Les facteurs de correction sont donnés par

Cohésion : $\xi_c = \xi_{ce} \cdot \xi_{ci} \cdot \xi_{cd}$

Poids des terres : $\xi_\gamma = \xi_{\gamma e} \cdot \xi_{\gamma i} \cdot \xi_{\gamma d}$

Surcharge : $\xi_q = \xi_{qe} \cdot \xi_{qi} \cdot \xi_{qd}$

Où l'indice *e* indique l'excentricité, l'indice *i* indique l'inclinaison de la charge, et l'indice *d* indique l'ancrage de la base.

Tableau IV.1 : Facteurs de portance et de correction de Meyerhof (USACE, 1992).

Facteur			Cohésion	Poids des terres	Surcharge
Capacité portante <i>N</i>		$\phi = 0$	N_c	N_γ	N_q
		$\phi > 0$	5,14 $(N_q - 1) \cdot \cot \phi$	0,00 $(N_q - 1) \tan(1,4\phi)$	0,00 $N_\phi \cdot e^{\pi \tan \phi}$
Correction ξ	Forme de la fondation avec excentricité <i>e</i>	$\phi = 0$	ξ_{ce}	$\xi_{\gamma e}$	ξ_{qe}
		$\phi > 0$	$1 + 0,2 \cdot N_\phi \cdot \frac{B'}{L'}$	1,0 $1 + 0,1 \cdot N_\phi \cdot \frac{B'}{L'}$	1,0 $1 + 0,1 \cdot N_\phi \cdot \frac{B'}{L'}$
		$0 < \phi \leq 10$	"	interpolation linéaire entre $\phi = 0$ et $\phi = 10$ degrés	
	Charge inclinée <i>i</i>	$\phi = 0$	ξ_{ci}	$\xi_{\gamma i}$	ξ_{qi}
		$\phi > 0$	$\left[1 - \frac{\theta}{90}\right]$ $\left[1 - \frac{\theta}{90}\right]^2$	1,00 $\left[1 - \frac{\theta}{\phi}\right]^2$	$\left[1 - \frac{\theta}{90}\right]$ $\left[1 - \frac{\theta}{90}\right]^2$
	Profondeur <i>D</i>	$\phi = 0$	ξ_{cd}	$\xi_{\gamma d}$	ξ_{qd}
$\phi > 0$		$1 + 0,2 \cdot (N_\phi)^{1/2} \cdot \frac{d}{B}$	1,00 $1 + 0,1 \cdot (N_\phi)^{1/2} \cdot \frac{d}{B}$	1,00 $1 + 0,1 \cdot (N_\phi)^{1/2} \cdot \frac{d}{B}$	
$0 < \phi \leq 10$		"	interpolation linéaire entre $\phi = 0$ et $\phi = 10$ degrés		

θ : l'angle de la force résultante avec l'axe vertical.

Les facteurs de correction de l'excentricité et de l'inclinaison de la charge ne peuvent pas être utilisés simultanément; les facteurs non utilisés sont pris égaux à l'unité. L'influence des moments de flexion sur la portance peut être estimée en convertissant ces moments en excentricité équivalente *e*. Les dimensions de la fondation sont ainsi réduites pour considérer l'effet de l'excentricité.

IV.2.1.2 Modèle de Hansen

Le modèle de Hansen considère l'inclinaison de la base et du terrain, en plus de l'excentricité, de l'inclinaison de la charge, et de la profondeur d'ancrage. Le tableau IV.2 illustre les facteurs sans dimensions de portance, et de correction nécessaires pour résoudre l'équation (IV.1). Les facteurs de correction sont donnés par

Cohésion : $\zeta_c = \zeta_{ce} \cdot \zeta_{ci} \cdot \zeta_{cd} \cdot \zeta_{c\eta} \cdot \zeta_{c\varepsilon}$

Poids des terres : $\zeta_\gamma = \zeta_{\gamma e} \cdot \zeta_{\gamma i} \cdot \zeta_{\gamma d} \cdot \zeta_{\gamma \eta} \cdot \zeta_{\gamma \varepsilon}$

Surcharge : $\zeta_q = \zeta_{qe} \cdot \zeta_{qi} \cdot \zeta_{qd} \cdot \zeta_{q\eta} \cdot \zeta_{q\varepsilon}$

Où les indices **e, i, d, η, ε** indiquent l'excentricité, la charge inclinée, l'ancrage de la base, l'inclinaison du terrain, et l'inclinaison de la base de la fondation.

Tableau IV.2 : Facteurs de portance et de correction de Hansen (USACE, 1992).

Facteur			Cohésion	Poids des terres	Surcharge
Capacité portante N		$\phi = 0$	N_c	N_γ	N_q
		$\phi > 0$	$5,14$ $(N_q - 1) \cdot \cot \phi$	$0,00$ $1,5 \cdot (N_q - 1) \tan \phi$	$1,00$ $N_\phi \cdot e^{\pi \tan \phi}$
Correction ξ	Forme de la fondation avec excentricité e	$\phi = 0$	ξ_{ce}	$\xi_{\gamma e}$	ξ_{qe}
		$\phi > 0$	$0,2 \cdot \frac{B'}{L'}$ $1 + \frac{N_q B'}{N_c L'}$	$1,00$ $1 - 0,4 \cdot \frac{B'}{L'}$	$1,00$ $1 + \frac{B'}{L'} \cdot \tan \phi$
	Charge inclinée i	$\phi = 0$	ξ_{ci}	$\xi_{\gamma i}$	ξ_{qi}
		$\phi > 0$	$1 - \frac{\left[1 - \frac{Q_h}{A_e C_a}\right]^{\frac{1}{2}}}{2}$ $\zeta_{qi} \frac{1 - \zeta_{qi}}{N_q - 1}$	$\varepsilon = 0, \left[1 - \frac{0,7 \cdot Q_h}{Q_v + A_e \cdot Ca \cdot \cot \phi}\right]^5$ $\varepsilon > 0, \left[1 - \frac{(0,7 - \varepsilon / 450) \cdot Q_h}{Q_v + A_e \cdot Ca \cdot \cot \phi}\right]^5$	$\left[1 - \frac{0,5 \cdot Q_h}{Q_v + A_e \cdot Ca \cdot \cot \phi}\right]^5$
	Profondeur D	$\phi = 0$	ξ_{cd}	$\xi_{\gamma d}$	ξ_{qd}
		$\phi > 0$	$0,4 \cdot k$ $1 + 0,4 \cdot k$	$1,00$ $1,00$	$1,00$ $1 + 2 \tan \phi \cdot (1 - \sin \phi)^2 \cdot k$
	Fondation sur talus η	$\phi = 0$	$\xi_{c\eta}$	$\xi_{\gamma \eta}$	$\xi_{q\eta}$
		$\phi > 0$	$1 - \frac{\eta}{147,3}$ $\zeta_{q\eta} \frac{1 - \zeta_{q\eta}}{147,3}$	$(1 - 0,5 \cdot \tan \eta)^5$	$(1 - 0,5 \cdot \tan \eta)^5$
	Base inclinée ε	$\phi = 0$	$\xi_{c\varepsilon}$	$\xi_{\gamma \varepsilon}$	$\xi_{q\varepsilon}$
		$\phi > 0$	$1 - \frac{\varepsilon}{147}$ $\zeta_{q\varepsilon} \frac{1 - \zeta_{q\varepsilon}}{147,3}$	$e^{-0,047 \cdot \varepsilon \cdot \tan \phi}$	$e^{-0,035 \cdot \varepsilon \cdot \tan \phi}$

IV.2.1.3 Modèle de Vesic

Le tableau IV.3 illustre les facteurs sans dimensions de portance et de correction nécessaire pour résoudre l'équation (IV.1).

Les facteurs de correction de l'excentricité et de l'inclinaison de la charge ne peuvent pas être utilisés simultanément; les facteurs non utilisés sont pris égaux à l'unité.

Tableau IV.3 : Facteurs de portance et de correction de Vesic (USACE, 1992).

Facteur		Cohésion	Poids des terres	Surcharge
Capacité portante N		N_c	N_γ	N_q
	$\phi = 0$ $\phi > 0$	5,14 $(N_q - 1) \cdot \cot \phi$	0,00 ou $-2 \sin \eta$ si $\eta > 0$ $2 \cdot (N_q + 1) \tan \phi$	1,00 $N_\phi \cdot e^{\pi \tan \phi}$
Correction ζ	Forme de la fondation avec excentricité e	ζ_{ce}	$\zeta_{\gamma e}$	ζ_{qe}
		$\phi = 0$ $\phi > 0$	$0,2 \cdot \frac{B'}{L'}$ $1 + \frac{N_q B'}{N_c L'}$	1,0 $1 - 0,4 \cdot \frac{B'}{L'}$
	Charge inclinée i	ζ_{ci}	$\zeta_{\gamma i}$	ζ_{qi}
		$\phi = 0$ $\phi > 0$	$1 - \frac{m \cdot Q_h}{A_e \cdot C_a \cdot N_c}$ $\zeta_{qi} - \frac{1 - \zeta_{qi}}{N_q - 1}$	$\left[1 - \frac{Q_h}{Q_v + A_e \cdot C_a \cdot \cot \phi} \right]^{m+1} > 0$
	Profondeur D	ζ_{cd}	$\zeta_{\gamma d}$	ζ_{qd}
		$\phi = 0$ $\phi > 0$	$1 + 0,4 \cdot k$ $1 + 0,4 \cdot k$	1,00 1,00
	Fondation sur talus η	$\zeta_{c\eta}$	$\zeta_{\gamma\eta}$	$\zeta_{q\eta}$
		$\phi = 0$ $\phi > 0$	$1 - \frac{\eta}{147,3}$ $\zeta_{q\eta} - \frac{1 - \zeta_{q\eta}}{147,3}$	$(1 - \tan \eta)^2$
	Base inclinée ε	$\zeta_{c\varepsilon}$	$\zeta_{\gamma\varepsilon}$	$\zeta_{q\varepsilon}$
		$\phi = 0$ $\phi > 0$	$1 - \frac{\varepsilon}{147}$ $\zeta_{q\varepsilon} - \frac{1 - \zeta_{q\varepsilon}}{147,3}$	$(1 - 0,017 \cdot \varepsilon \cdot \tan \phi)^2$
$m = \frac{2+R}{1+R}$, $R = B/L$ si Q_h est parallèle à B ou $R=L/B$ si Q_h est parallèle à L . $k = D/B$ si $D/B \leq 1$ ou $\tan^{-1}(D/B)$ si $D/B > 1$.				

IV.2.2 Tassement des fondations superficielles

L'application des charges sur un sol provoque des déplacements. Les déplacements les plus importants sont les déplacements verticaux ou tassement.

Le tassement total S d'une fondation, qui est la réponse du sol à la charge appliquée, peut être calculé comme la somme de trois composantes.

$$S = S_i + S_c + S_s \quad \text{Éq. (IV.2)}$$

Où S_i : Tassement instantané, S_c : Tassement primaire, S_s : Tassement secondaire.

IV.2.2.1 Calcul du tassement instantané

Le tassement instantané est prépondérant dans les sols grenus. Il correspond à la déformation "élastique" du squelette solide du sol sous l'action des surcharges -- la surcharge est transmise aux grains qui se réarrangent "instantanément" dans une configuration plus dense. L'expression de ce tassement est obtenue en admettant que le sol est parfaitement élastique, et elle est exprimée par

$$S_i = \frac{2 \cdot (1 - \nu^2)}{E} B I q \quad \text{Éq. (IV.3)}$$

Où ν : Coefficient de Poisson du sol, E : Module d'Young du sol, B : Largeur de la fondation, I : Coefficient de tassement d'une fondation rectangulaire qui est fonction du rapport $\lambda = L/B$ où L représente la longueur et B la largeur de la fondation.

Dans le cas d'une fondation souple

$$I = \frac{1}{\pi} \ln(\lambda + \sqrt{\lambda^2 + 1}) + \frac{\lambda}{\pi} \ln\left(\frac{1 + \sqrt{\lambda^2 + 1}}{\lambda}\right) \quad \text{Éq. (IV.4a)}$$

Dans le cas d'une fondation rigide

$$I = \frac{1}{\pi} \ln(\lambda + \sqrt{\lambda^2 + 1}) + \frac{\lambda}{\pi} \ln\left(\frac{1 + \sqrt{\lambda^2 + 1}}{\lambda}\right) + \frac{1 + \lambda^3 - (\lambda^2 + 1)^{3/2}}{3 \cdot \lambda \cdot \pi} \quad \text{Éq. (IV.4b)}$$

IV.2.2.2 Calcul du tassement de consolidation primaire

La consolidation primaire correspond au départ de l'eau du sol sous l'action de surcharge. Le calcul pratique des tassements peut être effectué à partir des résultats expérimentaux d'essais oedométriques. Si on compare la valeur de la pression de préconsolidation σ_c' à la contrainte effective σ_0' régnant dans le sol on peut distinguer deux cas :

- $\sigma_c' \approx \sigma_0'$: Le sol est normalement consolidé et le tassement œdométrique est donné par

$$S_{oed} = \frac{HC_c}{1 + e_0} \log_{10}\left(\frac{\sigma_f'}{\sigma_0'}\right) \quad \text{Éq. (IV.5a)}$$

- $\sigma_c' > \sigma_0'$: Le sol est surconsolidé et le tassement œdométrique est donné par

$$S_{oed} = \frac{HC_r}{1 + e_0} \log_{10}\left(\frac{\sigma_c'}{\sigma_0'}\right) + \frac{HC_c}{1 + e_0} \log_{10}\left(\frac{\sigma_f'}{\sigma_c'}\right) \quad \text{Éq. (IV.5b)}$$

Où H : Hauteur de la couche, C_c : Indice de compression, e_o : Indice des vides, C_r : Indice de recompression, et σ'_f : Contrainte effective régnant dans le sol après chargement.

IV.2.2.3 Calcul du tassement de consolidation secondaire

Le tassement de compression secondaire ou le tassement de fluage correspond à une déformation du sol alors que la surpression interstitielle est devenue nulle. Le tassement de fluage est évalué comme suit :

$$S_f(t) = H.C_{\alpha} \cdot \log\left(\frac{T_s}{T_{95}}\right) \quad \text{Éq. (IV.6)}$$

Où H : Hauteur de la couche, C_{α} : Indice de compression secondaire, T_s : Durée de vie de la structure, T_{95} : Temps de fin de consolidation primaire qui correspond à un degré moyen de consolidation $U(\%)$ égal à 95 % est donné par

$$T_{95} = \frac{T_v \cdot H_{dr}^2}{C_v} \quad \text{Éq. (IV.7)}$$

Où C_v : Coefficient de consolidation, H_{dr} : Distance de drainage, T_v : Facteur du temps.

IV.3 FONDATIONS PROFONDES

Les fondations profondes permettent de reporter les charges d'un ouvrage au niveau des couches situées en profondeur. Elles sont en général utilisées quand la résistance des couches superficielles n'est pas suffisante pour supporter les charges transmises par une fondation superficielle, ou que les tassements induits par ce type de fondation sont importants.

Une fondation est dite profonde quand son encastrement est supérieur à 10 fois son diamètre. On emploie souvent le terme « pieu » pour désigner une fondation profonde.

Les pieux peuvent être classés selon le matériau constitutif du pieu (en bois, en béton armé...) ou selon leur mode d'installation dans le sol. On distingue alors:

- Les pieux ne refoulant pas le sol lors de l'installation (pieu foré, foré tubé...).
- Les pieux refoulant le sol lors de l'installation (pieu battu, foncé, pilonné, vissé, ..),

IV.3.1 Capacité portante verticale d'un pieu foré isolé

La charge verticale limite reprise par un pieu est donnée d'une manière générale par

$$Q_u \approx q_{pu} A_p + \sum_{i=1}^n Q_{fui} - W_p \quad \text{Éq. (IV.8)}$$

Où Q_u : Capacité portante ultime du pieu, q_{pu} : Contrainte ultime en pointe du pieu, A_p : l'aire de la section droite du pieu, n : Nombre d'élément du pieu, Q_{fui} : Charge verticale limite du frottement latéral de l'élément i , W_p : Poids du pieu $\approx A_b \cdot L \cdot \gamma_b$, L : Fiche du pieu dans le sol, γ_p : Densité du pieu.

IV.3.1.1 Contrainte ultime en pointe

La contrainte ultime en pointe de pieu peut être donnée par

$$q_{pu} = c \cdot N_{cp} \cdot \zeta_{cp} + \sigma_L' \cdot N_{qp} \cdot \zeta_{qp} + \frac{D_b}{2} \cdot \gamma_b' \cdot N_{\gamma p} \cdot \zeta_{\gamma p} \quad \text{Éq. (IV.9a)}$$

Où c : Terme de cohésion du sol au dessous de la base, σ_L' : Contrainte verticale effective, D_p : Diamètre du pieu, γ_b' : Poids volumique des terres au dessous de la base. N_{cp} , N_{qp} , $N_{\gamma p}$ les facteurs de portance dûs à la cohésion, à la surcharge et au poids des terres respectivement, ζ_{cp} , ζ_{qp} , $\zeta_{\gamma p}$ les facteurs de correction dûs à la cohésion, à la surcharge et au poids des terres respectivement.

L'équation (IV.9a) peut être simplifiée pour les pieux sans base élargie en éliminant N_γ (USACE, 1992).

$$q_{pu} = c \cdot N_{cp} \cdot \zeta_{cp} + \sigma_L' \cdot N_{qp} \cdot \zeta_{qp} \quad \text{Éq. (IV.9b)}$$

Toutes les méthodes d'estimation des facteurs de portance et de correction de l'équation (IV.9b) supposent qu'au-delà d'une certaine profondeur L_c dite critique, la contrainte ultime en pointe atteint une valeur constante. La profondeur critique L_c dépend de l'angle de frottement interne du sol et du diamètre du pieu (Figure IV.2).

Différentes méthodes ont été proposées pour résoudre l'équation (IV.9b). Les sections suivantes présentent quelques méthodes de résolutions.

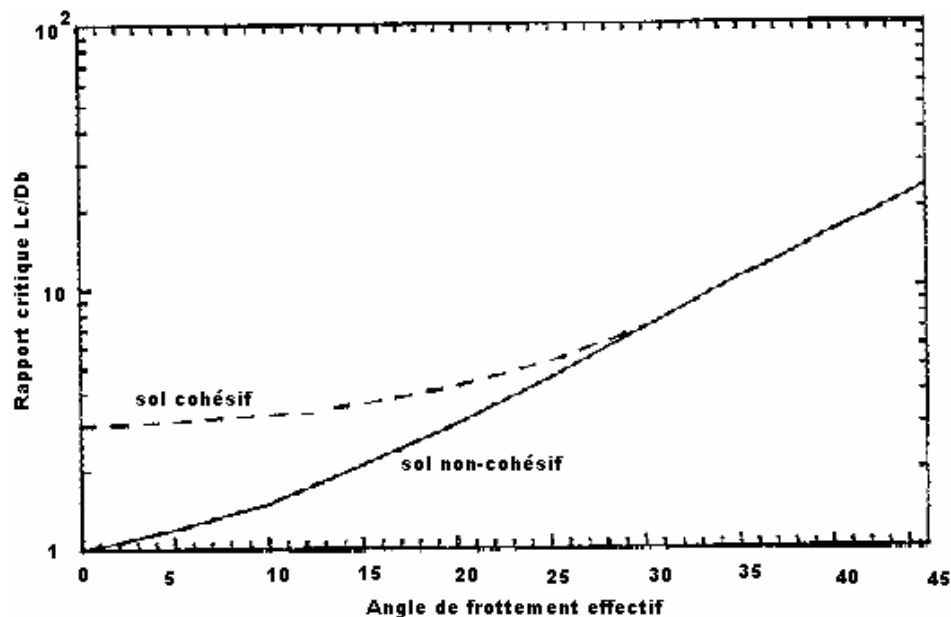


Figure IV.2 : Rapport critique en fonction de l'angle de frottement effectif (USACE, 1992).

Méthode de Hansen

Les facteurs de portance N_{cp} , N_{qp} , $N_{\gamma p}$ et les facteurs de correction ζ_{cp} , ζ_{qp} , $\zeta_{\gamma p}$ dans le tableau (IV.2) sont utilisés pour résoudre l'équation (IV.9a). Les facteurs de profondeur ζ_{cd} et ζ_{qd} contiennent un terme k qui limite l'accroissement de la portance avec la profondeur. $k = \tan^{-1}(L_b / D_b)$ en radian où L_b ($L_b \leq L_p$) est la profondeur d'enfoncement dans le sol portant (USACE, 1992).

Méthode de Vesic

Une évaluation conservatrice de N_{qp} peut être aisément faite on connaissant seulement la valeur de l'angle de frottement effectif ϕ' . Les facteurs de portance et de correction sont donnés par

$$N_{cp} = (N_{qp} - 1) \cot \phi' \quad \text{Éq. (IV.10)}$$

$$N_{qp} = (1 + \tan \phi') \cdot e^{\tan \phi'} \cdot \tan^2 \left[45 + \frac{\phi'}{2} \right] \quad \text{Éq. (IV.11)}$$

Le facteur de correction $\xi_{cp}=1$ et ξ_{qp} est donné par

$$\xi_{qp} = \frac{1 + 2k_0}{3} \quad \text{Éq. (IV.12)}$$

Où k_0 est le coefficient de pression des terres au repos donné par l'équation de Jaky :

$$k_0 = 1 - \sin \phi' \quad \text{Éq. (IV.13)}$$

Méthode de la rupture générale

Les facteurs de portance de l'équation (IV.9b) peuvent être estimés en supposant une rupture générale par cisaillement.

$$N_{qp} = \frac{e^{\frac{270 \cdot \phi'}{180} \pi \tan \phi'}}{2 \cdot \cos^2 \left[45 + \frac{\phi'}{2} \right]} \quad \text{Éq. (IV.14)}$$

Le facteur de portance N_{cp} est donné par l'équation (IV.10) et $\xi_{cp} = \xi_{qp} = 1$.

IV.3.1.2 Capacité portante de la fiche

La force de frottement latéral qui peut être mobilisée le long d'un élément de longueur ΔL est estimée par

$$Q_{fui} = c_{si} \cdot \Delta L \cdot f_{si} \quad \text{Éq. (IV.15)}$$

Où c_{si} : Circonférence de l'élément i , ΔL : Longueur de l'élément i , et f_{si} : Contrainte du frottement latéral au niveau de l'élément i .

Sol cohésif : La contrainte de frottement latéral dépend de la résistance au cisaillement non drainée et de l'adhérence entre le sol et le pieu (USACE, 1992). Elle est donnée par

$$f_{si} = \alpha_a \cdot c_u \quad \text{Éq. (IV.16)}$$

Où α_a : Facteur d'adhérence, c_u : Résistance au cisaillement non drainée.

Les expériences et les résultats d'essais de chargement devraient être utilisés pour une estimation appropriée du facteur d'adhérence α_a . En l'absence d'essais de chargement et pour la conception préliminaire, les valeurs indiquées au tableau (IV.4) sont recommandées pour estimer le facteur d'adhérence α_a .

Sol non cohésif : La contrainte de frottement latéral peut être estimée en utilisant la contrainte effective et la méthode beta.

$$f_{si} = \beta_f \cdot \sigma_i' \tag{IV.17}$$

Où σ_i' : Contrainte effective au milieu de la couche i .

$$\beta_f = 1,5 - 0,135 \cdot z_i^{0,5} \tag{IV.18}$$

Où z_i : Profondeur de la couche i (m).

Tableau IV.4 : Coefficient d'adhérence pour les sols cohésifs (USACE, 1992).

Profondeur (m)	Facteur d'adhérence		
0 – 1,5	0		
Un diamètre au dessus de la base ou au dessus de la rame	0		
Dans les autres points	0,55		

IV.3.2 Tassement des fondations profondes

Le tassement d'un pieu isolé sous les charges est en général faible et ne constitue pas un paramètre de calcul déterminant pour la plupart des structures de génie civil.

La méthode d'élasticité pour le calcul de tassement d'un pieu isolé considère le sol comme un massif élastique isotrope. Les approches les plus utilisées sont celles de Poulos (1968), de Banjrrjee et Butterfiled (1978) et de Randolph (1968). Ces méthodes sont basées sur la solution fondamentale de Midlin (1936) du problème d'une force verticale enterrée dans un massif élastique semi-infini. Le tassement en tête du pieu est donné par

$$S_{0p} = \frac{Q I_v}{E(L) \cdot B} \tag{IV.19}$$

Où I_v : Facteur de tassement en tête du pieu

$$I_v = 4(1 + \nu) \frac{1 + \frac{8}{\pi \cdot \zeta \cdot \lambda_p \cdot (1 - \nu)} \frac{L \tanh(\mu_L)}{B \mu_L}}{\frac{4}{(1 - \nu) \zeta} + \frac{4 \cdot \pi \cdot \beta_p}{\alpha_p} \frac{L \tanh(\mu_L)}{B \mu_L}} \tag{IV.20}$$

$\zeta = E(D) / E_b$ pour une couche sur un substratum.

ζ est pris égal à 1 dans le cas d'un massif semi-infini

$$\lambda_p = 2(1 + \nu) \cdot E_p / E(L) \tag{IV.21}$$

$$\beta_p = E(L/2) / E(L) \tag{IV.22}$$

$$\alpha_p = \ln\{0,25 + (2,5 \times \beta_p \cdot (1 - \nu) - 0,25) \cdot \zeta \cdot 2L / B\} \tag{IV.23}$$

$$\mu_L = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\alpha_p \cdot \lambda_p}} \frac{L}{B} \quad \text{Éq. (IV.24)}$$

Où E_p : Module d'Young du pieu, $E(L)$: Module d'Young du sol à la base du pieu,
 E_b : Module d'Young du sol à la base d'un substratum.

En cas d'un sol multicouche ou non homogène, Poulos (1980) a recommandé de calculer un module équivalent E_e égal à la moyenne arithmétique pondérée des différentes valeurs.

$$E_e = \frac{1}{L} \sum E_i \cdot (z_i - z_{i-1}) \quad \text{Éq. (IV.25)}$$

E_i : Module d'Young du sol à la profondeur z_i .

IV.4 CONCLUSION

Nous retiendrons qu'une fondation (superficielle ou profonde) est un système en série. Dans notre étude deux modes de rupture sont envisagés:

- Rupture de portance ou tassement incontrôlable qui conduit à l'effondrement de la structure;
- Tassement excessif ou dépassement d'un niveau de tassement tolérable qui peut compromettre le bon fonctionnement de la structure.

D'autres modes de rupture comme la stabilité au renversement ou le niveau de vibration de la structure sont envisageables.

CHAPITRE V

FIABILITE DES
FONDATIONS
SUPERFICIELLES

V.1 INTRODUCTION

Nous avons présenté au chapitre IV les modèles physiques qui permettent l'estimation de la capacité portante et du tassement des fondations superficielles à partir des valeurs caractéristiques des paramètres.

Dans ce chapitre, les méthodes probabilistes FOSM, FORM, SORM et les techniques de simulation de Monte Carlo, sont utilisées pour tenir compte des incertitudes aléatoires sur les paramètres des modèles afin d'apprécier leurs influences. Des études paramétriques des variations de l'indice de fiabilité en fonction du niveau d'incertitude, obtenues de chacune de ces méthodes probabilistes, ont été effectuées.

Les variations de l'indice de fiabilité en fonction du coefficient de variation d'une des variables aléatoires sont obtenues à travers le changement du coefficient de variation de la variable en considération, et à moyenne constante. Les coefficients de variations des autres variables ont été arbitrairement fixés à des valeurs de 2%, 5% ou 10%.

V.2 ANALYSE PROBABILISTE DE LA CAPACITE PORTANTE D'UNE FONDATION SUPERFICIELLE

Pour l'analyse probabiliste de la capacité portante d'une fondation superficielle, deux cas sont considérés à savoir le cas d'une fondation exerçant une pression inclinée et excentrée, et le cas d'une fondation exerçant une pression inclinée et excentrée à proximité d'une pente et avec une base inclinée de fondation (cas général). Le tableau V.1 résume la nature et les valeurs moyennes des paramètres utilisés dans les modèles de prédiction de la capacité portante.

Tableau V.1 : Paramètres et valeurs moyennes considérés dans l'analyse probabiliste de la capacité portante d'une fondation superficielle.

Paramètre	Symbole	Variable	Valeur moyenne	
Angle de frottement	ϕ	Aléatoire	25°	
Terme de cohésion	C	Aléatoire	15 kN/m ²	
Poids volumique sec	γ	Aléatoire	18 kN/m ³	
Charge verticale	Q_v	Aléatoire	400 kN	
Charge horizontale	Q_h	Aléatoire	120 kN	
Moment parallèle à B	M_B	Aléatoire	100 kN.m	
Moment parallèle à L	M_L	Aléatoire	100 kN.m	
Inclinaison de talus	r	Aléatoire	10° *	
Inclinaison de la base	w	Aléatoire	25° *	
Cohésion entre le sol et la base	C_a	Aléatoire	10 kN/m ²	
Largeur de la fondation	B	Déterministe	2 m	2 m *
Longueur de la fondation	L	Déterministe	3 m	3 m *
Ancrage de la fondation	d	Déterministe	1,5 m	1,5 m *

* Variables aléatoires et valeurs moyennes considérées dans le cas général

La marge de sécurité est donnée par

$$g(\phi, c, \gamma, Q_v, Q_h, M_b, M_l, C_a) = q_u(\phi, c, \gamma, Q_v, Q_h, M_b, M_l, C_a) - \frac{Q_v}{B \times L} \quad \text{Éq. (V.1)}$$

Trois modèles de la fonction de portance ultime q_u dans l'équation précédente ont été considérés. Dans ce cas, trois fonctions d'états limites ont été utilisées dans l'analyse de fiabilité. Aussi, deux types de distributions, normale et lognormale des variables aléatoires ont été considérées.

Les cas suivants ont été examinés:

- (1) toutes les variables aléatoires sont considérées comme des variables indépendantes, noté cas C1 ;
- (2) seul l'angle de frottement et le terme de cohésion sont supposés négativement corrélés avec un coefficient de corrélation linéaire $\rho_{12} = -0.5$, noté cas C2 ;
- (3) l'angle de frottement et le terme de cohésion sont supposés négativement corrélés $\rho_{12} = -0.5$, la charge verticale et la charge horizontale, les moments M_b et M_l sont supposés positivement corrélés deux à deux avec un coefficient de corrélation $\rho_{45} = \rho_{67} = 0.5$, noté cas C3.

V.2.1 Cas d'une fondation exerçant une pression inclinée et excentrée

Les résultats d'analyse de fiabilité d'une fondation superficielle exerçant une pression inclinée et excentrée sont portés sur les figures A1, A2, A3 (*Annexe A*). Celles-ci représentent les variations de l'indice de fiabilité pour chaque paramètre d'une fonction d'état limite. Les résultats principaux obtenus sont les suivants :

- Dans la majorité des cas les méthodes probabilistes FORM, SORM, et la méthode de simulation de Monte Carlo avec comptage (BMCSC) donnent des résultats différents comparativement aux méthodes FOSM et la méthode de simulation de Monte Carlo basée sur les statistiques de la fonction d'état limite (BMCSS).
- Les méthodes FORM, SORM, et BMCSC donnent des résultats très proches, même lorsque la fonction d'état limite est non linéaire ou lorsqu'une variable est affectée d'un coefficient de variation supérieur à 15% comme il a été précisé par le *CRMARGE*. Les résultats obtenus par les méthodes FORM et SORM et ceux obtenus par BMCSC qui n'impose aucune restriction sur la variabilité des paramètres montrent que, dans certains cas, on peut affecter un fort coefficient de variation aux paramètres dans une analyse de fiabilité avec FORM/SORM sans que l'erreur soit significative.
- Les résultats d'analyse de la fiabilité obtenus avec les paramètres du sol (ϕ , C , γ) pour une distribution normale et en fixant à 2% les valeurs des coefficients de variations des autres paramètres montrent que, les méthodes probabilistes FOSM, FORM, SORM, BMCSC et BMCSS donnent des résultats très proches lorsqu'une des variables ϕ , C ou γ est affectée d'un coefficient de variation supérieur ou égal à 15% (Figures A1.1b, A1.4b, A1.7b - *Annexes A*).
- Les figures A1.1 à A1.9, A2.1 à A2.9, A3.1 à A3.9 (*Annexe A*) montrent que dans la majorité des cas, les méthodes FOSM et BMCSS donnent des résultats très proches pour de faibles coefficients de variations.
- Les résultats d'analyse de la fiabilité montrent que lorsque l'indice de fiabilité recherché est supérieur à 4, le nombre de simulations requis est supérieur à 200000 (*Annexes A1, A2 et A3*).
- Les résultats d'analyse de fiabilité avec la méthode hyper-cube latin sont portés sur les figures A1.1 à A3.18. Ces figures montrent que les résultats obtenus par la méthode

LHMCSC sont proches de ceux obtenus par la méthode BMCSC, et que les méthodes FOSM, BMCSS, et LHMCSS donnent des résultats très proches.

- Pour de faibles coefficients de variation, l'indice de fiabilité augmente considérablement quelque soit la fonction d'état limite et la distribution considérée, et quelque soit le coefficient de sécurité recherché (Figures A1.1 à A1.3, A1.10 à A1.12 ; A2.1 à A2.3, A2.10 à A2.12 ; A3.1 à A1.3, A3.10 à A3.12 - *Annexe A*).
- Les résultats d'analyse de fiabilité obtenus en considérant le terme de cohésion du sol et une distribution normale montrent que la courbe de variation de l'indice de fiabilité β en fonction du coefficient de variation n'est pas monotone lorsque les variables sont corrélées (Figures A1.4b, A1.*b,... A1.9b; A2.4b,...A2.9b, A3.4b ...A3.9b -*Annexes A*)

Afin de mieux illustrer l'effet de la corrélation entre les variables sur l'indice de fiabilité β , nous avons comparé les graphes des trois cas des matrices de corrélations considérées. Quelques résultats représentatifs sont portés sur les figures V.1a à V.2.d. Les résultats suivants peuvent être tirés:

- Les figures V.1a à V.1d montrent que, la prise en compte de la corrélation entre les variables normales se traduit toujours par une augmentation de l'indice de fiabilité, cette augmentation est plus sensible pour de faibles coefficient de variation.
- Les figures V.2a à V.2d montrent que, la prise en compte de la corrélation entre les variables lognormales se traduit toujours par une faible diminution de l'indice de fiabilité.

Afin de mieux illustrer l'influence du coefficient de variation des paramètres sur l'indice de fiabilité, nous avons comparé les variations de l'indice de fiabilité en fonction de la covariance de chacun des paramètres du modèle considéré. Les figures A4.1 à A4.6 (*Annexe A*) présentent les résultats obtenus par la méthode FORM pour les trois fonctions d'états limites. Les remarques suivantes peuvent être tirées:

- Pour toutes les fonctions d'états limites considérées l'indice de fiabilité dépend fortement de l'angle de frottement, de la charge verticale et de la charge horizontale.
- Pour toutes les fonctions d'états limites considérées l'indice de fiabilité est peu dépendant de la cohésion entre la base de la fondation et le sol, cette indépendance est observée surtout lorsque les paramètres sont modélisés par une loi de distribution lognormale.
- Pour la même fonction d'état limite, l'ordre d'influence des paramètres *est fortement lié à la nature de la loi de distribution* considérée. l'angle de frottement est le paramètre le plus dominant, cette dominance est d'une importance similaire quelque soit la loi de distribution des paramètres, et quelque soit la matrice de corrélation considérée.

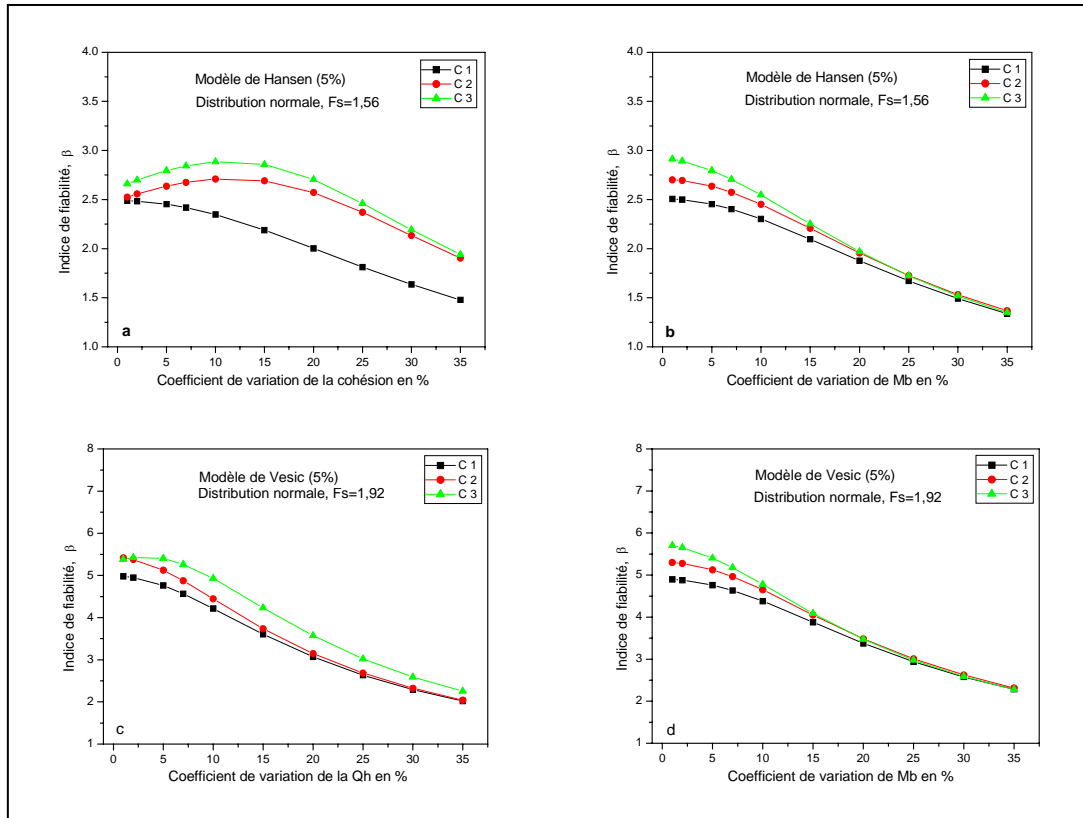


Figure V.1 : Effet de la corrélation entre les variables sur l'indice de fiabilité. Variables Normales.

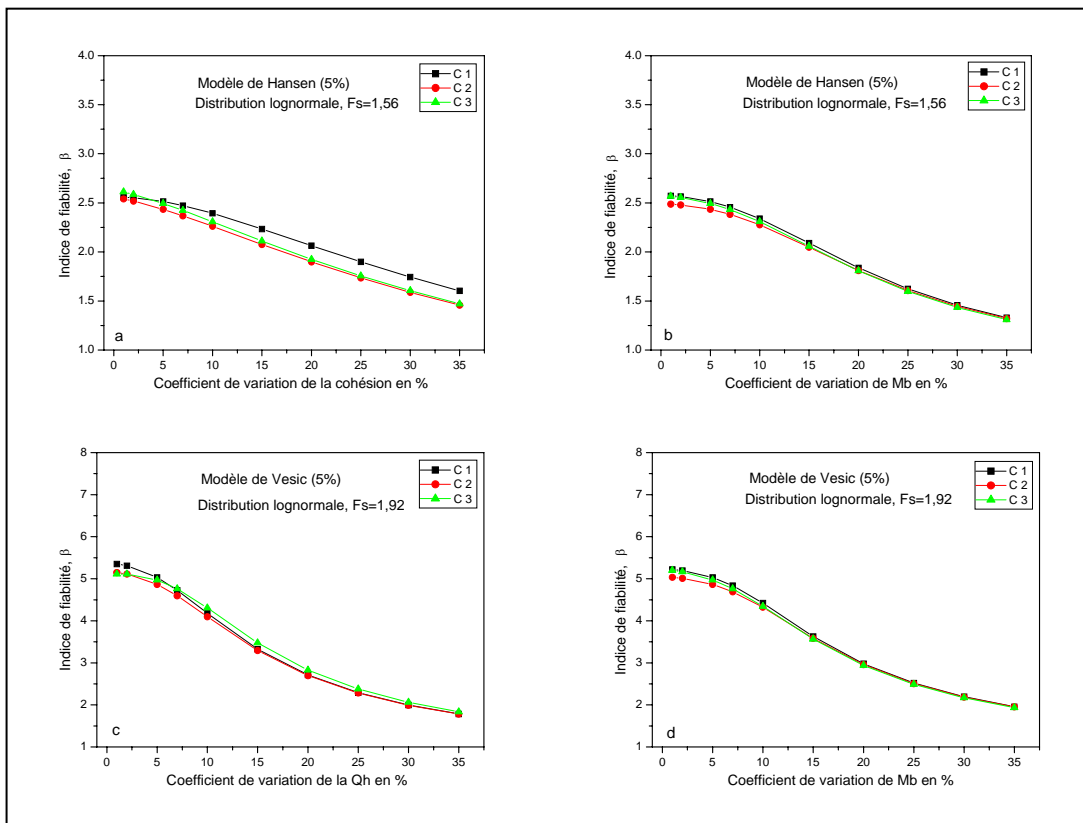


Figure V.2 : Effet de la corrélation entre les variables sur l'indice de fiabilité. Variables Lognormales.

V.2.2 Cas d'une fondation exerçant une pression inclinée et excentrée à proximité d'une pente avec base inclinée

Un exemple plus général est l'analyse de fiabilité d'une fondation superficielle exerçant une pression inclinée à proximité d'une pente et avec base inclinée de fondation. La fonction d'état limite est donnée par la marge de sécurité. L'analyse de fiabilité dans cet exemple est effectuée avec deux fonctions d'états limites – la fonction d'état limite de Hansen et la fonction d'état limite de Vesic. Les résultats obtenus sont portés sur les figures B.1 à B.4 (*Annexes B*). Ces figures montrent que pour toutes les fonctions d'états limites considérées l'indice de fiabilité, dépend fortement de l'angle de frottement, de la charge verticale et de la charge horizontale; il est peu dépendant de la cohésion entre la base de la fondation et le sol.

Afin de mieux comprendre l'effet de la nature de la loi de distribution des variables aléatoires sur l'indice de fiabilité β , nous avons comparé les résultats obtenus avec les deux distributions considérées. Seuls quelques résultats les plus représentatifs sont présentés sur les figures V.3a à V.3.f. Ces figures montrent que l'indice de fiabilité dépend d'une manière extrêmement sensible du choix de la loi de distribution des paramètres.

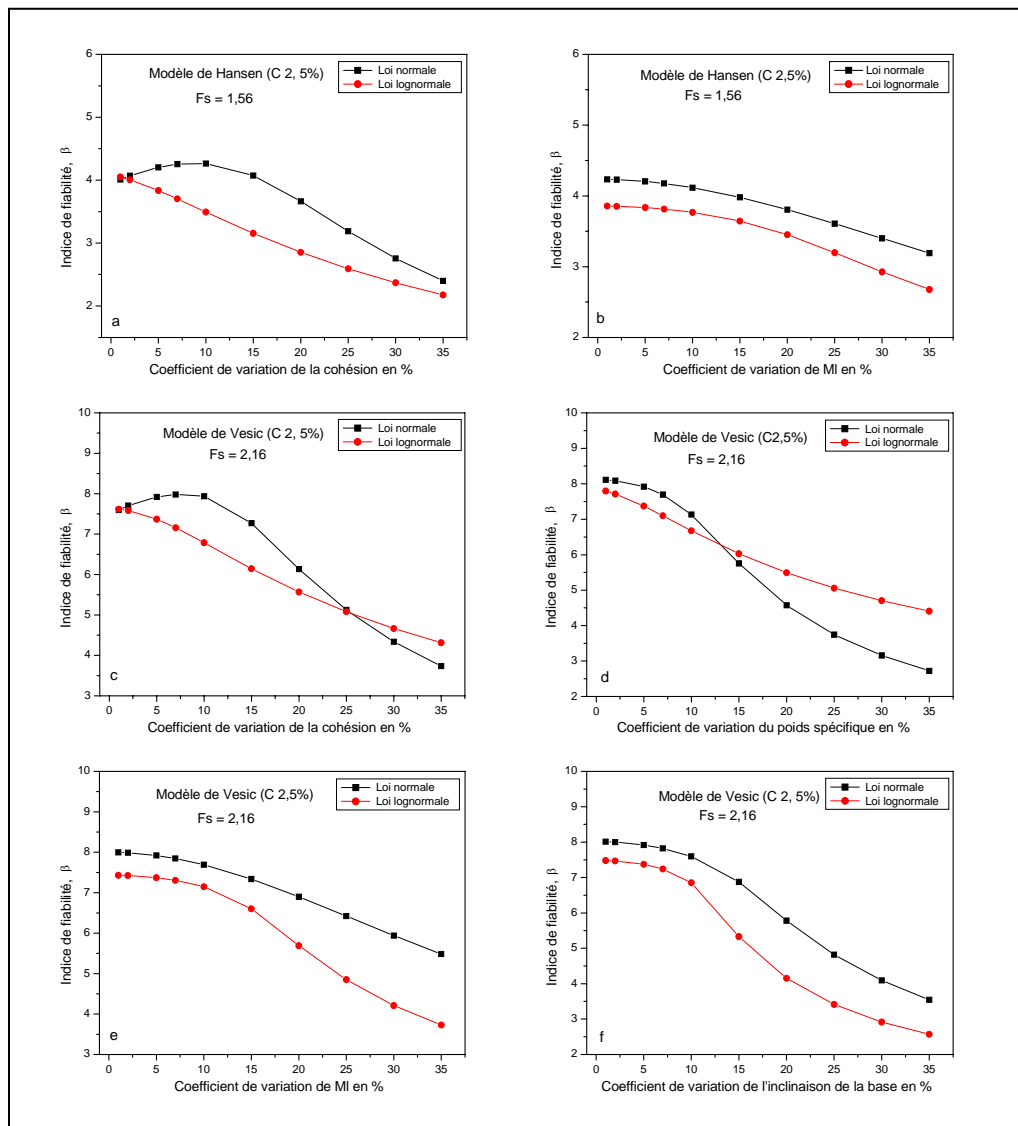


Figure V.3 : Influence de la loi de distribution des variables sur l'indice de fiabilité.

V.3 ANALYSE PROBABILISTE DU TASSEMENT D'UNE FONDATION SUPERFICIELLE

V.3.1 Analyse probabiliste du tassement instantané

L'exemple considéré dans cette section est une fondation superficielle reposant sur un massif élastique semi infini, de longueur $L = 2 \text{ m}$ et de largeur $B = 1 \text{ m}$ soumise à une charge verticale $Q_v = 800 \text{ kN}$. Le tableau V.2 résume la nature et les valeurs moyennes des paramètres utilisés dans le modèle de prédiction de tassement. La fonction d'état limite considérée est donnée par

$$g(Q_v, E, \nu) = S_{admi} - S_i(Q_v, E, \nu) \quad \text{Éq. (V.2)}$$

Où S_{admi} : Tassement admissible, et S_i : Tassement instantané (Éq IV.5).

Tableau V.2 : Paramètres et valeurs moyennes considérés dans l'analyse probabiliste du tassement instantané d'une fondation superficielle.

Paramètre	Symbole	Variable	Valeur moyenne
Charge verticale	Q_v	Aléatoire	800 kN
Module d'élasticité	E	Aléatoire	30 MPA
Coefficient de Poisson	ν	Aléatoire	0,33
Largeur de la fondation	B	Déterministe	1 m
Longueur de la fondation	L	Déterministe	2 m
Tassement admissible	S_{admi}	Déterministe	4 cm

Les résultats de l'analyse probabiliste du tassement instantané avec des variables normales et lognormales sont portés sur les figures C1.1 à C1.2 (*Annexe C1*). Celles-ci représentent les variations de l'indice de fiabilité pour chaque paramètre de la fonction d'état limite considérée. Les principaux résultats obtenus sont les suivants:

- Les méthodes des moments FORM/SORM, et de simulation BSMCC/LHMCSC sont plus sensibles aux choix du type de distributions des paramètres que les méthodes BSMCS/LHMCSS.
- La méthode de simulation hyper-cube latin (HLMCS) produit des résultats très proches de ceux obtenus par la technique de simulation de Monte Carlo (BSMC). En revanche, le temps de calcul est beaucoup plus grand, et la robustesse est perdue.
- Pour de faibles covariances de Q_v et de E , la méthode FORM, dans quelques situations, peut ne pas converger. Elle peut converger très lentement, ou osciller autour de la solution sans converger (Figures C1.1a, C1.2a et C1.2d, *Annexe C1*). Ce problème de convergence est lié au choix du point initial de l'algorithme.

L'étude paramétrique nous a permis d'identifier les variables les plus sensibles aux variations de leurs covariances. Les figures C1.3a à C1.3f (*Annexe C1*) représentent les variations de l'indice de fiabilité, obtenus par la méthode FORM en fonction de la covariance des paramètres du modèle. Ces figures montrent que l'indice de fiabilité, dépend fortement du module d'Young E du sol, et de la charge verticale Q_v , et pratiquement très peu du coefficient de Poisson ν pour lequel la variation de l'indice de fiabilité est pratiquement constante. De plus, ces deux figures montrent que l'indice de fiabilité, est très sensible aux types de distributions utilisées pour modéliser la charge verticale Q_v , et le module d'Young E du sol.

V.3.2 Analyse probabiliste du tassement de consolidation primaire

Le tableau V.3, résume la nature et les valeurs moyennes des paramètres utilisés dans l'analyse probabiliste du tassement de consolidation primaire d'une fondation superficielle ; le sol au dessous de la base est un sol surconsolidé. La marge de sécurité est donnée par

$$g(Q_v, q_p, \gamma, e_0, C_c, C_r) = S_{admi} - S_c(Q_v, q_p, \gamma, e_0, C_c, C_r) \quad \text{Éq. (V.3)}$$

Où S_c : Tassement de consolidation primaire (Éq IV.7b).

Tableau V.3 : Paramètres et valeurs moyennes considérés dans l'analyse probabiliste du tassement de consolidation primaire d'une fondation superficielle.

Paramètre	Symbole	Variable	Valeur moyenne
Charge verticale	Q_v	Aléatoire	400 kN
Contrainte de préconsolidation	q_c	Aléatoire	75 kN/m ²
Poids volumique sec	γ	Aléatoire	18 kN/m ³
Indice des vides	e_0	Aléatoire	0,5
Indice de compression	C_c	Aléatoire	0,1
Indice de recompression	C_r	Aléatoire	0,03
Hauteur de la couche	H	Déterministe	5 m
Profondeur d'ancrage	D	Déterministe	1,5 m
Largeur de la fondation	B	Déterministe	2 m
Longueur de la fondation	L	Déterministe	3 m
Tassement admissible	S_{admi}	Déterministe	4 cm

Les variations de l'indice de fiabilité obtenues par les méthodes FOSM, FORM, SORM, BMCS, et LHMCS en fonction de la covariance de chaque paramètre aléatoire de la fonction d'état limite considérée, sont portées sur les figures C2.1 à C2.6 (*Annexe C2*). Ces figures montrent une fois de plus que les méthodes FORM et SORM donnent des résultats très proches, même lorsque la fonction d'état limite est non linéaire. D'autres constatations peuvent être tirées de cette analyse:

- Les résultats d'analyse de la fiabilité obtenus avec les paramètres aléatoires, γ , q_c , et Q_v , montrent que, la BMCSS donne des résultats très proches de ceux obtenus par les méthodes FORM et SORM, même lorsque l'indice de fiabilité est élevé (Figures C2.1d à C2.1f, C2.2d à C2.2f, C2.3d à C2.3f). En conséquence, nous concluons que dans certains cas la méthode BMCSS est plus robuste que la méthode BMCS contrairement à ce que a été mentionné par *Halder et al, (2000)*.
- Les résultats de l'analyse des variations de l'indice de fiabilité en fonction de la covariance de γ , q_c , et Q_v (Figures C2.1d à C2.f, C2.2d à C2.2f, et C2.3d à C2.3f) montrent que, la méthode FOSM donne des résultats très proches de ceux de la méthode BMCS, même lorsque la fonction d'état limite est non linéaire.
- Les figures C2.1a et C2.4a montrent que, dans certains cas l'indice de fiabilité obtenu par la méthode FORM varie entre 5 et 2, ce qui correspond à une variation de la probabilité de rupture entre 10^{-10} et 10^{-5} . Cette différence est obtenue juste en adoptant différentes distributions pour modéliser les paramètres (Normale ou Lognormale).

Les figures C2.7a à C2.7f montrent que l'indice de fiabilité dépend fortement de la pression de préconsolidation q_p , du poids volumique sec γ , de la charge verticale Q_v , et de l'indice de compression C_c , et pratiquement très peu des autres variables. De plus ces figures montrent que la pression de préconsolidation est la variable aléatoire qui gouverne la fiabilité pour ce

mode de rupture. Son influence est d'autant plus grande que les coefficients de variations des autres variables sont élevés.

V.3.3 Analyse probabiliste du tassement de consolidation secondaire

Deux paramètres aléatoires sont considérés dans l'analyse probabiliste du tassement de consolidation secondaire S_c , à savoir l'indice de compression secondaire C_α et le coefficient de consolidation C_v .

Le tableau V.4 résume la nature et les valeurs moyennes des paramètres utilisés dans le modèle de prédiction de ce tassement. La fonction d'état limite considérée est donnée par

$$g(C_\alpha, C_v) = S_{admi} - S_s(C_\alpha, C_v) \quad \text{Éq. (V.4)}$$

Où S_c : Tassement de consolidation primaire (Éq IV.9).

Tableau V.4 : Paramètres et valeurs moyennes considérés dans l'analyse probabiliste du tassement de consolidation secondaire d'une fondation superficielle.

Paramètre	Symbole	Variable	Valeur moyenne
Indice de compression secondaire	C_α	Aléatoire	0,03
Coefficient de consolidation	C_v	Aléatoire	$2,5 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$
Hauteur de la couche	H	Déterministe	5 m
Hauteur de drainage	H_{dr}	Déterministe	5 m
Facteur du temps	T_v	Déterministe	1,5
Durée de vie de la structure	T_s	Déterministe	70 ans
Tassement admissible	S_{admi}	Déterministe	4 cm

Les principaux résultats tirés de cette analyse sont les suivants :

- Dans la majorité des cas les méthodes FOSM, FORM, SORM, BMCS, et LHCMCS donnent des résultats proches (*Annexe C3*).
- L'indice de fiabilité est très sensible aux variations des covariances des paramètres aléatoires (*Annexe C3*).

V.4 REDUCTION DES VARIABLES

Sur la base des résultats obtenus dans les sections précédentes, il est raisonnable de s'interroger si l'analyse de fiabilité effectuée avec toutes les variables aléatoires d'une fonction d'état limite est seulement d'un intérêt théorique. Autrement dit, en pratique pouvons nous faire une analyse de fiabilité en supposant sans risque qu'uniquement 2 ou 3 variables dominantes sont aléatoires ? Pour répondre à cette question des exemples pratiques sont considérés où la variabilité mesurée en pratique est considérée. Le tableau V.3 synthétise la variabilité mesurée en pratique de quelques paramètres comme fonction de type de sol.

L'analyse de tableau V.5 montrent que : (1) le rang des valeurs des coefficients de variations de l'angle de frottement des sols argileux est parfois très large en comparaison avec des sols sableux. Le rang des valeurs des coefficients de variations du poids du sol s'avère moins large ; (2) la variabilité naturelle mesurée dans les dix dernières années est beaucoup plus faible que dans les années précédentes.

On note dans ce paragraphe l'absence des statistiques relatives au Coefficient de Poisson ν , à l'indice de recompression C_r , à l'indice de compression secondaire C_α , et aux charges. *Low et*

al (2002) ont considéré des coefficients de variations de 20%, 15% et 10% respectivement pour le terme de cohésion, la charge verticale, et la charge horizontale.

Tableau V.5 : Coefficient de variation de différentes propriétés du sol. (a)Phoon (1995), (b)Beacher (2003), (c) Duncun(2000).

Propriété du sol	Type de sol	Moyen	Cov (%)	Référence
Angle de frottement (ϕ)	sable	37,3°	5	Schultze (1971) ^(a)
	sable	37,8°	10	Schultze (1975) ^(a)
	Argile	18°–21°	15 - 22	
	Gravie	36,2°	6	Harr (1977) ^(a)
	Sable	36,2°– 40,5°	7 - 11	
	Argile	9,0°– 16,0°	14 - 33	Chowdhury (1984) ^(a)
	Argile	11,3°	50	Biernatowski (1985) ^(a)
	Limon	9,2°	23	
	*	17,0°– 40,5°	4 - 12	Cherubini et al (1993) ^(a)
	Sable & Argile	20– 40°	5 - 15	Phoon (1995) ^(a)
	Sable	10°	5 - 15	Lumb ,Hoeg (1974) ;Singh (1971) ^(b)
	Argile	-	2 - 56	Lumb, Singh (1974) ; Shultze (1975) ^(b)
	Sable	-	2 - 5	Lacasse et al (1996) ^(b)
-	-	1 -87,7	Cherubini (2000)	
Poids volumique total (γ)	argile	13,9°	5	Ejezie (1984) ^(a)
	Argile	19,8°	3	
	Limon	19,8°	3	Biernatowski (1985) ^(a)
Poids volumique sec (γ_d)	Argiles	12,7 – 18,2	5 -13	Corotis et al (1975) ^(a)
	Lacustrine clay	14,0	7	Krahn et al (1983) ^(a)
	Glacial Till	18,4	6	
γ & γ_d	Sable & Argile	13 – 20°	< 10	Phoon (1995) ^(a)
Cohésion (C)	-	-	12 - 145	Cherubini (2000) ^(c)
Cohésion non drainée (C_u)	Sable	-	25 - 30	Lumb (1996) ; Singh (1971) ^(b)
	Tous les sols	-	20 - 50	Lumb (1996) ^(b)
Module d'élasticité (E)	-	-	2 - 42	Otte (1978); Kennedy (1978) ^(b)
Coefficient de consolidation (C_v)	Tous les sols	-	25 - 50	Lumb (1974) ^(b)
	-	-	25 - 100	Corotis (1975) ^(b)
	-	-	33 - 68	Duncan (2000) ^(c)
Indice de vide (e_i)	Tous les sols	-	15 - 30	Lumb (1974) ^(b)
	Tous les sols	-	7 - 30	Lacasse et al (1996) ^(b)
	Tous les sols	-	7 - 30	Lacasse et al (1996) ^(b)
Indice de compression (C_c)	-	-	8,7 - 60	Cherubini (2000)
	-	-	10 - 37	Duncan (2000); Kulhawy (1992) ^(c)
Contrainte de préconsolidation (q_c)	-	-	10-35	Duncan (2000);Lacasse et al(1997) ^(c)

V.4.1 Méthodologie de réduction des variables

L'étude de la sensibilité des variables aléatoires d'un état limite quelconque est essentielle. Cela se justifie par le fait que le changement du coefficient de variation d'une variable aléatoire donnée, peut induire des modifications importantes dans les valeurs des indices de fiabilité. Lorsqu'une variable aléatoire est remplacée par une valeur déterministe, le calcul du coefficient d'omission permet de vérifier l'effet de ce changement sur le jugement de l'ingénieur. Le coefficient d'omission pour une variable aléatoire est exprimé par

$$\Omega_i = |\beta - \beta_i| \quad \text{Éq. (V.5)}$$

β_i correspond au calcul de l'indice de fiabilité où toutes les variables sont aléatoires, sauf x_i qui est déterministe; β est l'indice de fiabilité lorsque toutes les variables sont aléatoires.

Les directives du corps des ingénieurs de l'armée américaine (Tableau V.6), peuvent être utilisées pour décider si une variable peut être remplacée par une valeur déterministe. En effet, pour passer d'un niveau de sécurité faible à un niveau de sécurité plus satisfaisant, une augmentation de l'indice de fiabilité de 0,5 est nécessaire si l'indice de fiabilité est inférieur à 3. Si l'indice de fiabilité calculé est supérieur à 3, une augmentation de 1 est nécessaire pour passer d'un niveau de sécurité acceptable à un niveau de sécurité plus élevé.

Tableau V.6 : Relation entre indice de fiabilité, probabilité de rupture et niveau de sécurité (USACE, 1997).

Reliability index, β	Reliability	Probability of failure	Level of performance
5	0,999 999 7	0,000 000 3	High
4	0,999968 3	0,000 031 7	Good
3	0,998 650 0	0,001 350 0	Above average
2,5	0,993 790 3	0,006 209 7	Below average
2,0	0,977 249 9	0,022 750 1	Poor
1,5	0,933 192 8	0,066 807 2	Unsatisfactory
1,0	0,841 344 7	0,158 655 3	Hazardous

Dans notre démarche, le calcul du coefficient d'omission va nous permettre de vérifier si la réduction d'une ou plusieurs variables va compromettre le jugement de l'ingénieur. Pour une variable aléatoire donnée, une valeur du coefficient d'omission inférieure à 0.5 si le niveau de sécurité est faible, ou inférieure à 1 si le niveau de sécurité est élevé indique que la probabilisation de cette variable est sans effet sur la décision de l'ingénieur. En revanche, un résultat supérieur à 0,5 si le niveau de sécurité est faible, ou supérieur à 1 si le niveau de sécurité est élevé met en évidence un niveau de sécurité surestimé ou sous estimé. Dans ces deux situations, la variable doit être probabilisée. Etant donné que les études en fiabilité peuvent conduire à de lourds calculs, cette vérification envisage la possibilité de ne pas probabiliser l'ensemble des variables, et de garantir pour des applications pratique une simplification des calculs.

V. 4.2 Réduction des variables de la capacité portante d'une fondation superficielle

Afin de vérifier la sensibilité des variables aléatoires de la capacité portante d'une fondation superficielle exerçant une pression inclinée et excentrée à proximité d'une pente et avec base inclinée de fondation (cas général), quatre séries de calcul ont été effectuées. Tout d'abord, deux calculs différents sont effectués en fixant les moyennes et en faisant varier les coefficients de variations de l'angle de frottement et de terme de cohésion, les coefficients de variations des autres variables sont fixés à des valeurs constantes, mais différentes dans

chaque cas. De la même manière, deux autres calculs sont également menés pour lesquelles les valeurs moyennes de l'angle de frottement et de terme de cohésion sont différentes du premier cas. Le tableau V.7 synthétise les valeurs moyennes et les coefficients de variations utilisés dans chaque cas pour l'étude de sensibilité des variables.

Tableau V.7 : Coefficients de variations et valeurs moyennes considérés dans l'étude de sensibilité des variables de la capacité portante d'une fondation superficielle.

Paramètres	Symbole	Moyennes		Cov (%)	
		Cas 1	Cas 2	Cas1	Cas 2
Angle de frottement	\varnothing	25°	30°	2 – 50	2 – 50
Terme de cohésion	C	15 kN/m ²	18 kN/m ²	2 – 50	2 – 50
Poids volumique sec	γ	18 kN/m ³	18 kN/m ³	5	10
Charge verticale	Q_v	400 kN	400 kN	10	15
Charge horizontale	Q_h	120 kN	120 kN	10	15
Moment parallèle à B	M_B	100 kN.m	100 kN.m	10	10
Moment parallèle à L	M_L	100 kN.m	100 kN.m	10	10
Inclinaison de talus	r	10°	10°	2	2
Inclinaison de la base	w	25°	25°	2	2
Cohésion entre la base et le sol	C_a	10 kN/m ²	10 kN/m ²	10	10

L'analyse de la sensibilité des variables aléatoires pour cet état limite a été vérifiée en utilisant deux modèles de prédiction de la capacité portante, à savoir le modèle de Hansen et le modèle de Vesic.

L'étude de sensibilité des variables est menée en considérant des variables indépendantes et dépendantes (matrice de corrélation C3, section V.2). Dans tous les cas, des vérifications sont aussi faites en considérant deux lois de distributions : normale et lognormale. Trois combinaisons des variables les plus dominantes sont utilisées.

Les Figures V.4 à V.11 présentent les variations des indices de fiabilité en utilisant les modèles, les lois de densité, les matrices de corrélation, et les moyennes et coefficients de variations proposées précédemment. On peut constater un bon accord entre les variations des indices de fiabilité calculés avec 10 variables aléatoires et les variations avec un nombre réduit de variables aléatoires. Pour des coefficients de variations de l'angle de frottement et de terme de cohésion supérieurs à 15%, la réduction des variables aléatoires au trois paramètres du sol (\varnothing, C, γ), constitue une réduction acceptable dans l'analyse de fiabilité au vu du facteur d'omission très proche de zéro. En revanche, pour de faibles coefficients de variations les incertitudes sur la charge verticale et horizontale doivent être considérées.

Le Tableau V.8 résume les résultats obtenus après l'étude de sensibilité sur les variables utilisées dans les modèles de prédiction de la capacité portante. À partir de ce tableau, on remarque qu'une réduction acceptable des variables aléatoires dans tous les cas ne peut être faite que si **l'angle de frottement, le terme de cohésion, la charge verticale et la charge horizontale** sont considérés comme des variables aléatoires. Ces paramètres sont jugés essentiels dans l'évaluation de la fiabilité au vu du facteur d'omission inférieur à 0.5 ; les autres variables peuvent être considérées comme **déterministes**.

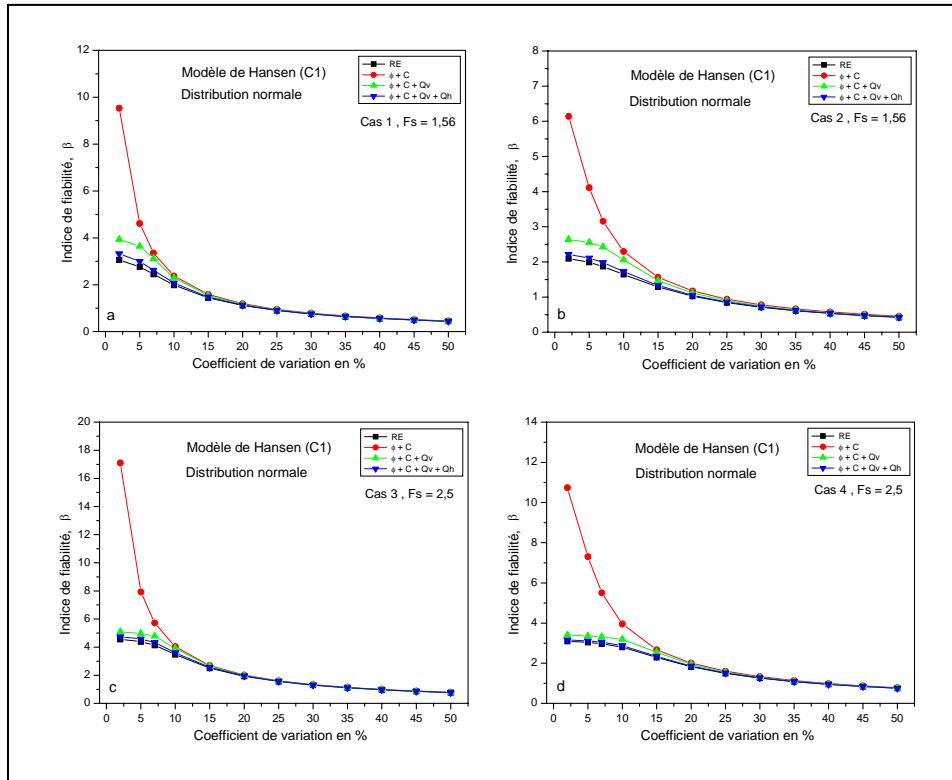


Figure V.4 : Réduction des variables normales et indépendantes Capacité portante d'une fondation superficielle. Modèle de Hansen.

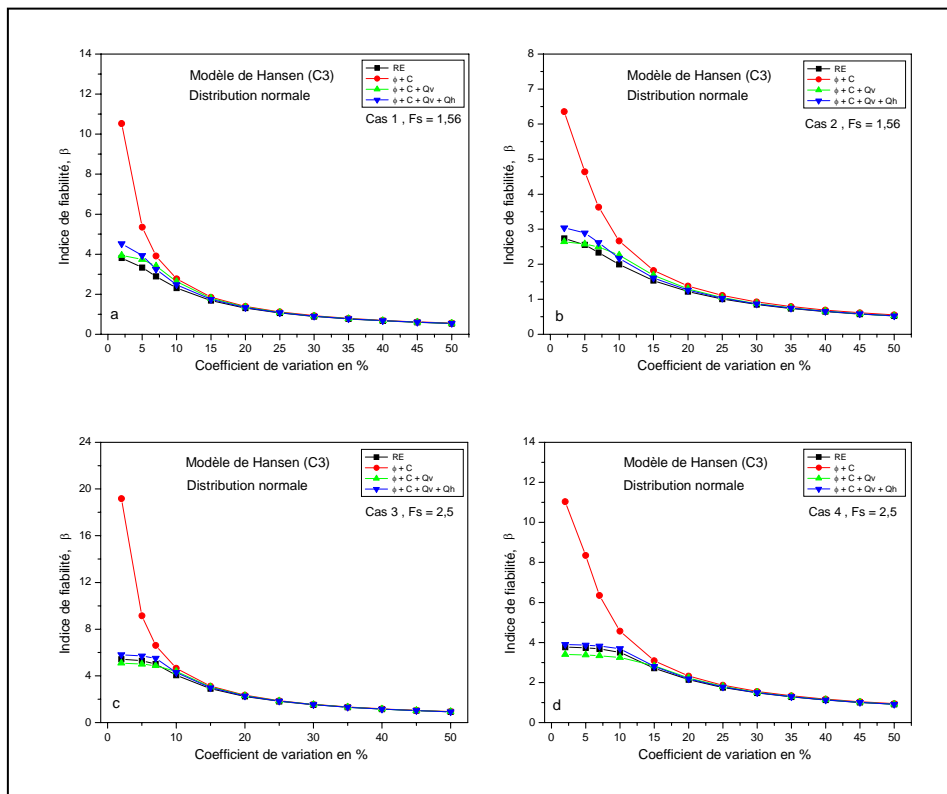


Figure V.5 : Réduction des variables normales et dépendantes Capacité portante d'une fondation superficielle. Modèle de Hansen.

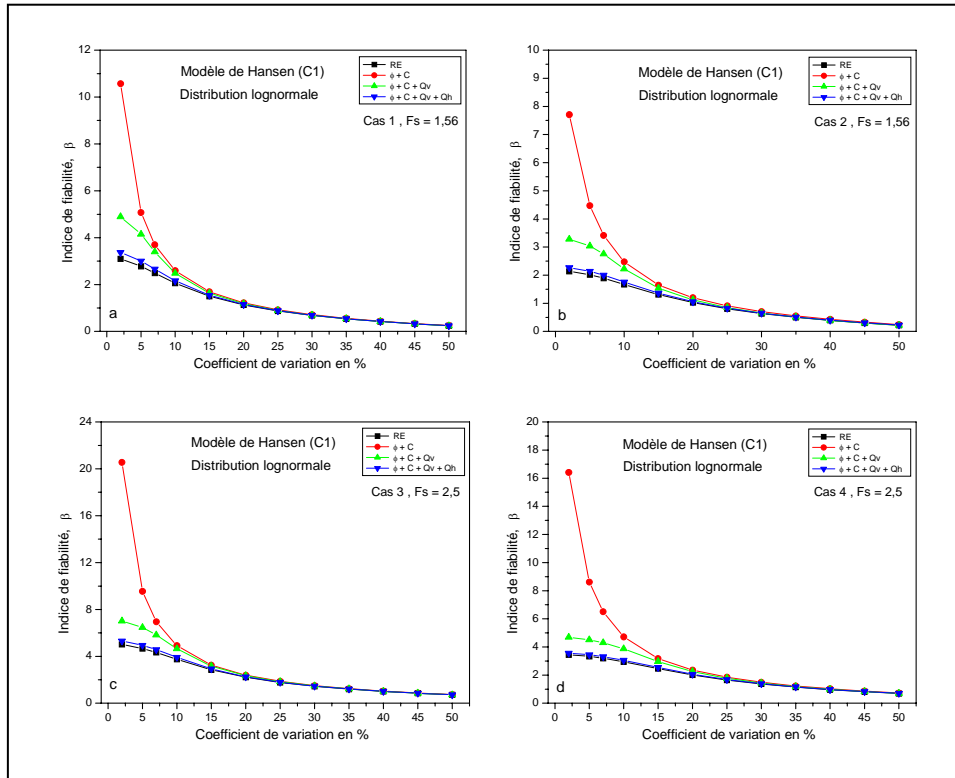


Figure V.6 : Réduction des variables lognormales et indépendantes. Capacité portante d'une fondation superficielle. Modèle de Hansen.

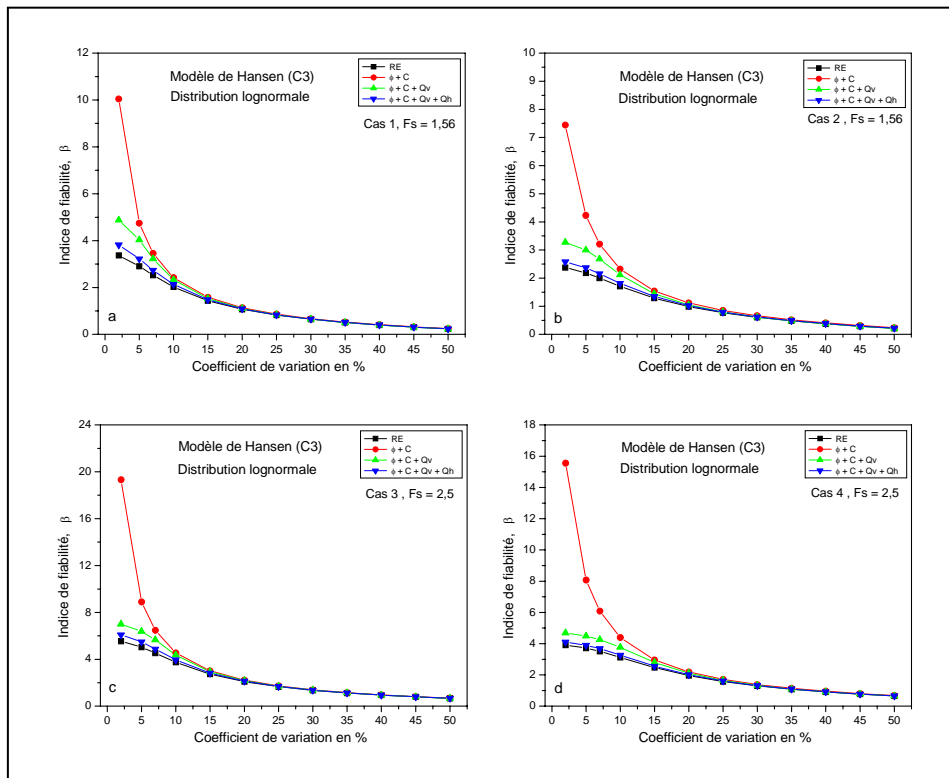


Figure V.7 : Réduction des variables lognormales et dépendantes. Capacité portante d'une fondation superficielle. Modèle de Hansen.

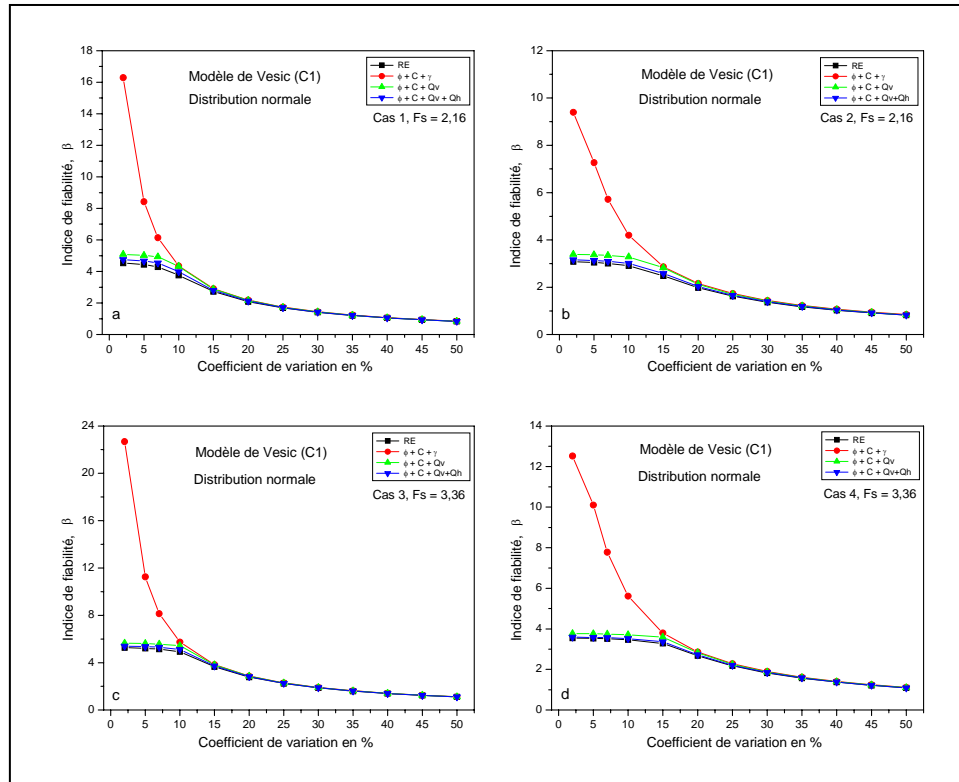


Figure V.8 : Réduction des variables normales et indépendantes. Capacité portante d'une fondation superficielle. Modèle de Vesic.

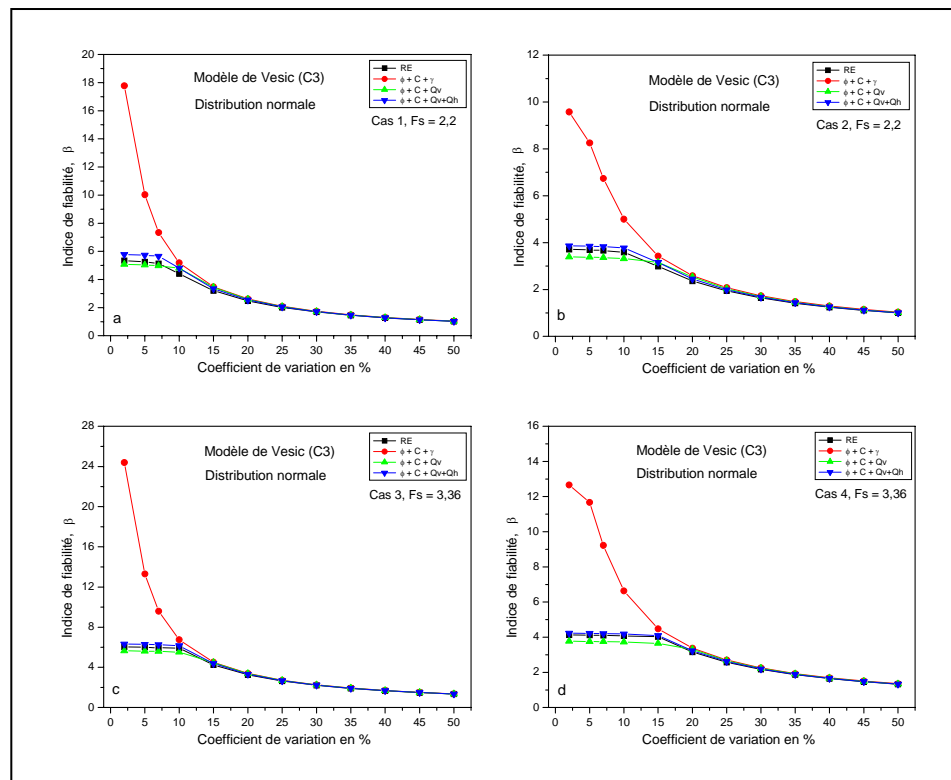


Figure V.9 : Réduction des variables normales et dépendantes. Capacité portante d'une fondation superficielle. Modèle de Vesic.

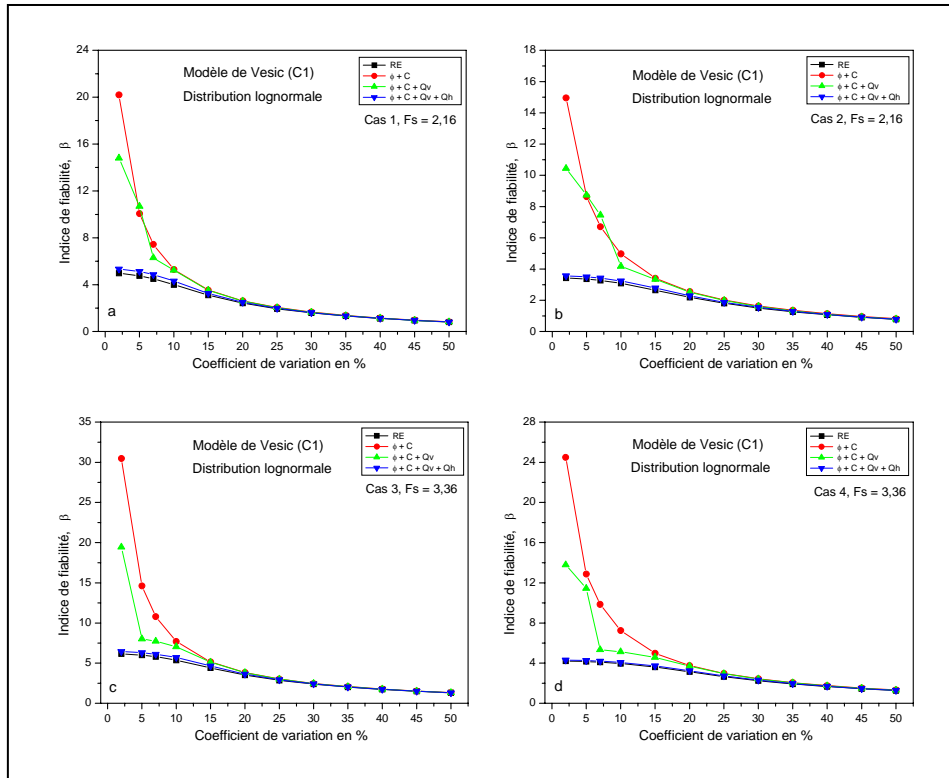


Figure V.10 : Réduction des variables lognormales et indépendantes. Capacité portante d'une fondation superficielle. Modèle de Vesic.

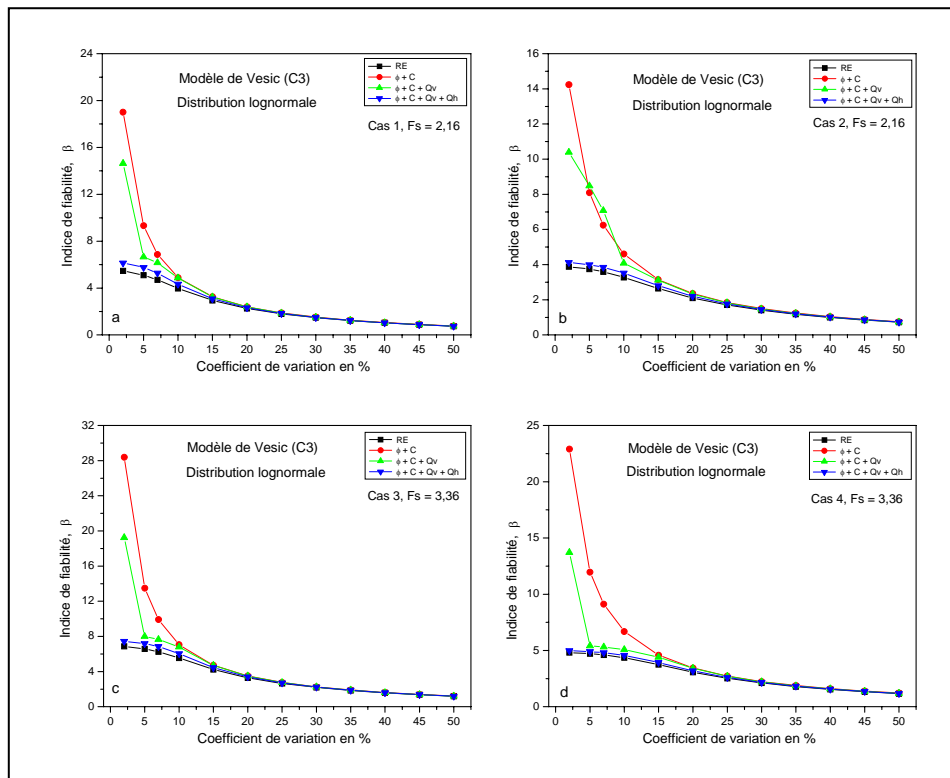


Figure V.11 : Réduction des variables lognormales et dépendantes. Capacité portante d'une fondation superficielle. Modèle de Vesic.

Tableau V.8 : Réduction des variables de la capacité portante d'une fondation superficielle.

Combinaison des paramètres aléatoires	Matrice de corrélation	Loi de Distribution	Influence de la réduction				Proposition des variables aléatoires nécessaires pour l'analyse de fiabilité
			Cas 1	Cas 2	Cas3	Cas 4	
Modèle de Hansen							
$\phi + C + \gamma$	C 1	Normale	▲	▲	▲	▲	Angle de frottement + Terme de cohésion + Charge verticale + Charge horizontale
		Lognormale	▲	▲	▲	▲	
	C 3	Normale	▲	▲	▲	▲	
		Lognormale	▲	▲	▲	▲	
$\phi + C + Q_v$	C 1	Normale	▲	▲	●	●	
		Lognormale	▲	▲	▲	▲	
	C 3	Normale	●	●	●	●	
		Lognormale	▲	▲	▲	●	
$\phi + C + Q_v + Q_h$	C 1	Normale	●	●	●	●	
		Lognormale	●	●	●	●	
	C 3	Normale	●	●	●	●	
		Lognormale	●	●	●	●	
Modèle de Vesic							
$\phi + C + \gamma$	C 1	Normale	▲	▲	▲	▲	Angle de frottement + Terme de cohésion + Charge verticale + Charge horizontale
		Lognormale	▲	▲	▲	▲	
	C 3	Normale	▲	▲	▲	▲	
		Lognormale	▲	▲	▲	▲	
$\phi + C + Q_v$	C 1	Normale	●	●	●	●	
		Lognormale	▲	▲	▲	▲	
	C 3	Normale	●	●	●	●	
		Lognormale	▲	▲	▲	▲	
$\phi + C + Q_v + Q_h$	C 1	Normale	●	●	●	●	
		Lognormale	●	●	●	●	
	C 3	Normale	●	●	●	●	
		Lognormale	●	●	●	●	

▲ : Risque ● : Sans risque

V.4.3 Réduction des variables du tassement de consolidation primaire d'une fondation superficielle

Le nombre de paramètres intervenant dans le calcul probabiliste du tassement de consolidation d'une fondation superficielle sur un sol surconsolidé est assez large. Néanmoins, il est possible d'identifier, parmi ces paramètres, ceux qui exercent une influence négligeable dans l'analyse de la fiabilité. Afin de vérifier la sensibilité des variables aléatoires du tassement, quatre séries de calcul ont été effectuées. Tout d'abord, deux calculs différents sont effectués en fixant les moyennes et en faisant varier les coefficients de variations de la contrainte de préconsolidation, les coefficients de variations des autres variables sont fixés à des valeurs constantes, mais différentes dans chaque cas. De la même manière, deux autres calculs sont également menés pour lesquels la valeur moyenne du tassement admissible est différente du premier cas. Le tableau V.9 synthétise les valeurs moyennes et les coefficients de variations utilisés dans chaque cas lors de l'étude de sensibilité des variables.

L'étude de sensibilité des variables est effectuée en considérant des variables indépendantes. Dans tous les cas, des vérifications sont faites en considérant deux lois de distributions : normale et lognormale. Trois combinaisons des variables les plus dominantes sont utilisées.

Tableau V.9 : Coefficients de variations et valeurs moyennes considérés dans l'étude de sensibilité des variables du tassement de consolidation d'une fondation superficielle.

Paramètres	Notation	Moyenne		Cov (%)	
		Cas 1	Cas 2	Cas 1	Cas 2
Charge verticale	Q_v	400 kN	400 kN	10	10
Poids volumique sec	γ	18 kN/m ³	18 kN/m ³	5	10
Contrainte de préconsolidation	q_c	75 kN/m ²	75 kN/m ²	2 - 50	2 - 50
Indice des vides	e_i	0.5	0.6	10	20
Indice de compression	C_c	0,1	0,1	10	20
Indice de recompression	C_r	0,03	0,03	10	20
Tassement admissible	S_{admi}	4 cm	5 cm	0	0

Les résultats obtenus par cette étude ont réaffirmé que la contrainte de préconsolidation et la charge verticale sont les variables aléatoires qui gouvernent la fiabilité pour ce mode de rupture (Figures V.12 et V.13). Ainsi, pour des coefficients de variations de la contrainte de préconsolidation supérieurs à 10%, on peut constater un bon accord entre les variations des indices de fiabilité calculés avec six variables aléatoires et les variations en considérant uniquement la contrainte de préconsolidation et la charge verticale comme des variables aléatoires.

Le Tableau V.10 résume les résultats obtenus après l'étude de sensibilité sur les variables utilisées dans le modèle de prédiction du tassement d'une fondation. À partir de ce tableau, on remarque qu'une réduction acceptable du nombre des variables aléatoires dans tous les cas ne peut être faite que si **la contrainte de préconsolidation q_c , la charge verticale Q_v , le poids volumique sec du sol γ , et l'indice de compression C_c** , sont considérés comme variables aléatoires. Ces paramètres sont jugés essentiels dans l'évaluation de la fiabilité au vu du facteur d'omission inférieur à 0.5 ; les autres variables peuvent être considérées comme **déterministes**.

Tableau V.10 : Réduction des variables du tassement de consolidation primaire d'une fondation superficielle.

Combinaison des paramètres aléatoires	Distribution	Influence de la réduction				Proposition des variables aléatoires nécessaires pour l'analyse de fiabilité
		Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4	
Sol surconsolidé						
$q_c + Q_v$	Normale	▲	▲	▲	▲	Contrainte de préconsolidation +
	Lognormale	▲	▲	▲	▲	
$q_c + Q_v + \gamma$	Normale	●	▲	●	▲	Charge verticale +
	Lognormale	●	▲	●	▲	
$q_c + Q_v + \gamma + C_c$	Normale	●	●	●	●	Poids du sol +
	Lognormale	●	●	●	●	
						Indice de compression
▲ : Risque ● : Sans risque						

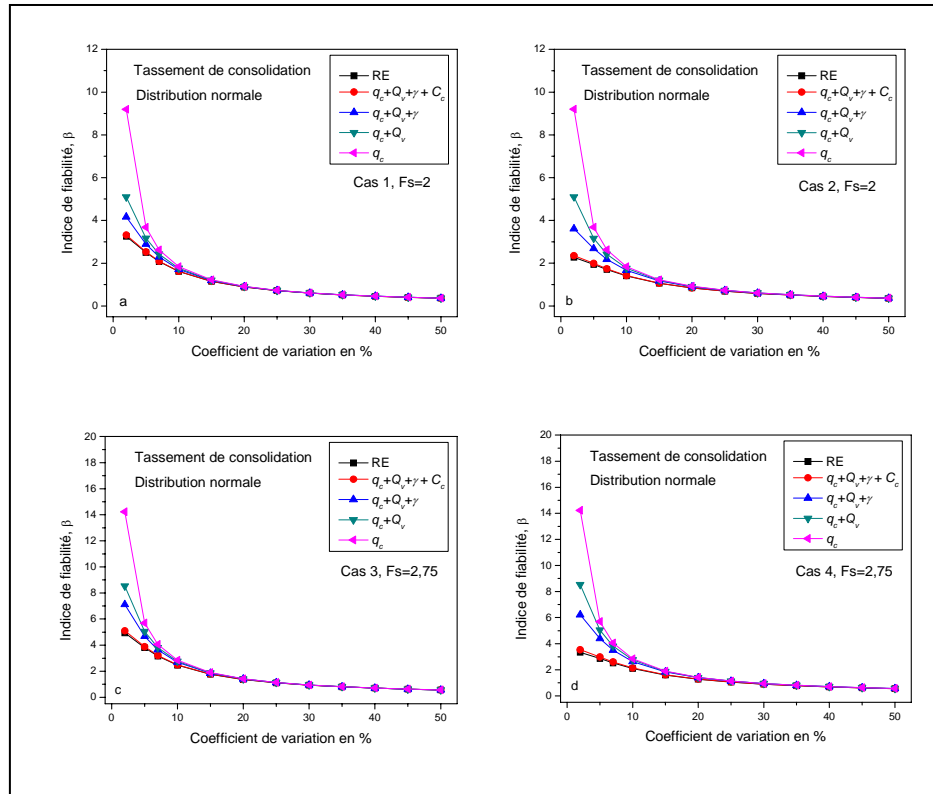


Figure V.12 : Réduction des variables normales et dépendantes. Sol surconsolidé.

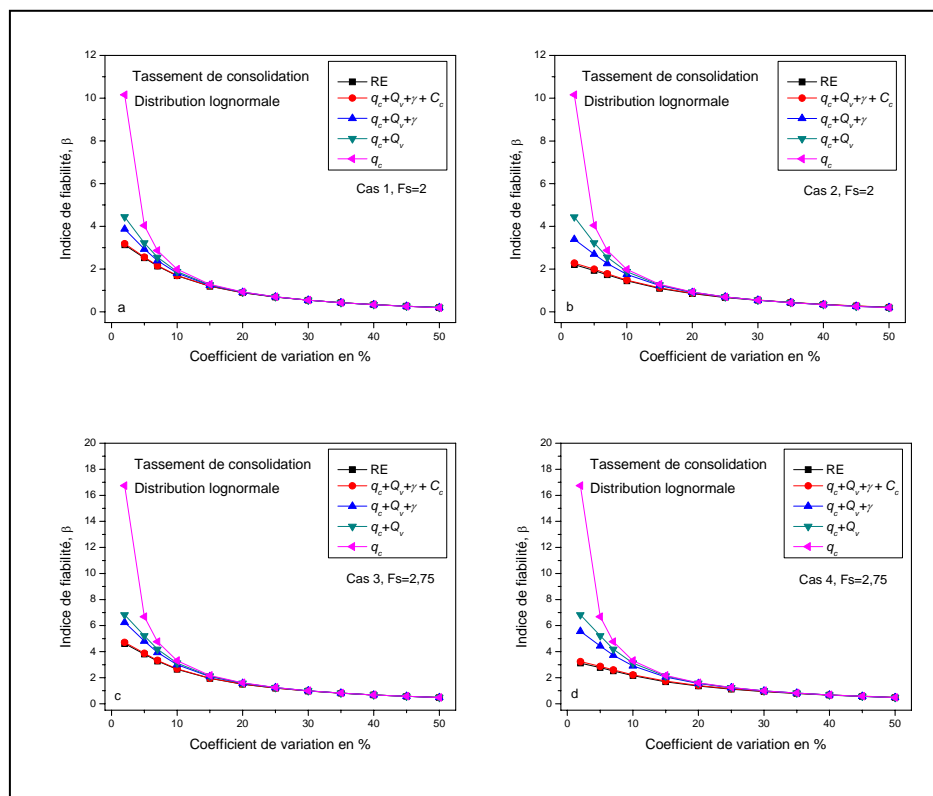


Figure V.13 : Réduction des variables lognormales et dépendantes. Sol surconsolidé.

V.5 PROBABILITE DE RUPTURE DU SYSTEME

Dans l'analyse déterministe la rupture d'une fondation est contrôlée par le critère le plus contraignant exprimé par le facteur de sécurité le plus faible – le facteur de sécurité relatif au tassement ou à la portance. Dans l'analyse probabiliste des systèmes, la probabilité de rupture est non seulement le critère le plus contraignant mais aussi le moins contraignant.

Les résultats des calculs de la probabilité globale de rupture d'une fondation superficielle avec des variables aléatoires normales et lognormales sont portés sur les figures V.14.a et V.14.b. Celles-ci représentent les variations de la probabilité de rupture du système à différent niveau d'incertitude attribuée aux paramètres. Les observations suivantes peuvent être tirées :

- La contribution d'un mode de rupture dans la probabilité globale de rupture est significative.
- La dominance d'un mode de rupture d'un point de vue déterministe n'implique pas sa dominance d'un point de vue probabiliste. Les figures V.14a et V.14b montrent que même si le critère de rupture par perte de la capacité portante est dominant d'un point de vue déterministe, la contribution du tassement dans la probabilité de rupture du système peut être plus significative.

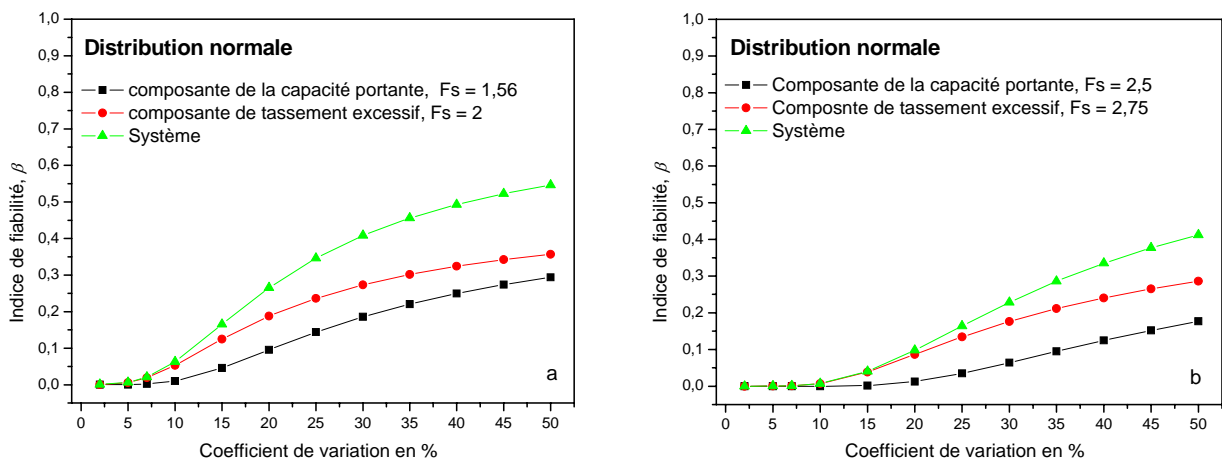


Figure V.14 : Probabilité de rupture du système, distribution normale. Modèle de Hansen.

V.6 CONCLUSIONS

- La méthode Second Order Reliability Method (SORM) utilise les termes de second degré de la série de Taylor. La difficulté de calcul est plus grande, cependant l'amélioration de la précision n'est pas toujours en adéquation avec l'effort supplémentaire de calcul.
- Dans la majorité des cas la méthode First Order Second Moment (FOSM) induit des erreurs significatives qui peuvent compromettre le jugement de l'ingénieur. Cette méthode doit être abandonnée en faveur d'autre méthode plus robuste.
- Les exemples numériques présentés montrent que la précision obtenue par la méthode First Order Reliability Method (FORM) est suffisante pour des applications pratiques en géotechnique.
- La technique de simulation de Monte Carlo a l'avantage de la simplicité conceptuelle, mais elle exige un grand nombre de simulations. Avec des avancements

technologiques en informatique, le temps nécessaire pour accomplir le requis grand nombre de simulations peut ne plus constituer un problème.

- La méthode de simulation hyper-cube latin (HLMCS) produit des résultats très proches de ceux obtenus par la technique de simulation de Monte Carlo (BSMC). En revanche, le temps de calcul est beaucoup plus grand, et la robustesse est perdue.
- La prise en compte de la corrélation entre les variables aléatoires normales dans l'analyse probabiliste de la capacité portante des fondations superficielles, se traduit toujours par une augmentation de l'indice de fiabilité, cette augmentation est plus sensible pour de faibles covariances des paramètres. En revanche, la prise en compte de la corrélation entre les variables aléatoires lognormales se traduit toujours par une faible diminution de l'indice de fiabilité.
- Pour toutes les fonctions d'état limites considérées dans l'analyse probabiliste de la capacité portante des fondations superficielles, l'indice de fiabilité dépend fortement de l'angle de frottement interne du sol ϕ , de la charge verticale Q_v , et de la charge horizontale Q_h ; il est peu dépendant de l'adhérence C_a de la base de la fondation au sol, cette indépendance est observée surtout lorsque les paramètres sont modélisés par une loi de distribution lognormale.
- L'analyse de la sensibilité des paramètres aléatoires utilisés dans la conception des fondations superficielles - cas général - montre que, l'indice de fiabilité, peut être estimé correctement en considérant comme variables aléatoires uniquement les paramètres de résistance de Mohr-Coulomb (c , ϕ), la charge verticale Q_v , et la charge horizontale Q_h .
- L'analyse probabiliste du tassement instantané, nous a permis d'identifier les variables les plus sensibles aux variations de leurs covariances. En effet, l'indice de fiabilité, dépend fortement du module d'Young E du sol et de la charge verticale Q_v , et pratiquement très peu du coefficient du Poisson ν où la variation de l'indice de fiabilité en fonction de la covariance de cette variable est pratiquement constante.
- L'analyse paramétrique du tassement de consolidation primaire des fondations superficielles montre que l'indice de fiabilité β , dépend fortement de la pression de préconsolidation q_p , du poids volumique sec γ , de la charge verticale Q_v , et de l'indice de compression C_c . Il est pratiquement peu dépendant de l'indice des vides e_o , et de l'indice de recompression C_r . En effet, l'étude de la sensibilité des paramètres aléatoires montre que la probabilisation de ces deux variables est sans un grand effet dans l'analyse de fiabilité.
- L'indice de compression secondaire C_{α} , et le coefficient de consolidation C_v semblent avoir une grande influence dans l'analyse de fiabilité du tassement de consolidation secondaire d'une fondation superficielle.
- Le type de distribution probabiliste de paramètre a une grande influence sur l'indice de fiabilité calculé. Le tableau 6 qui nous a servit comme guide, nous semble incomplet du fait qu'il ne spécifie pas le type de loi de distribution des paramètres considérés dans l'analyse probabiliste.
- La dominance d'un mode de rupture d'un point de vue déterministe n'implique pas sa dominance d'un point de vue probabiliste. La contribution d'un mode de rupture dans la probabilité globale de rupture est significative.

CHAPITRE VI

FIABILITE DES
FONDATIONS
PROFONDES

VI.1 INTRODUCTION

Les fondations profondes ou pieux sont les types de fondations les plus répandus dans le génie civil pour supporter les grands bâtiments ou les structures lourdes. L'évaluation de la fiabilité d'un pieu consiste à vérifier son aptitude au service. Ce processus est d'une grande importance, car il permet de vérifier si le pieu se trouve ou non dans des conditions acceptables de sécurité et de fonctionnement. La reconnaissance géotechnique est la première étape dans ce processus, elle permet de tenir compte au mieux des données spécifiques du site.

Toutefois, les informations disponibles peuvent rester incomplètes ou même imprécises, en raison de la grande profondeur d'investigation. De plus, la structure se situe dans des couches profondes où les actions qu'elle subit ne sont pas toujours connues de façon précise. Ceci conduit à un grand nombre d'incertitudes qu'il est nécessaire d'appréhender et de considérer dans le processus d'évaluation. Pour cette raison, l'analyse de la performance de ce type de structure se doit être développée sur des bases probabilistes, c'est-à-dire en utilisant les principes et les méthodes de la théorie de la fiabilité.

Ce chapitre est consacré dans un premier temps à l'analyse probabiliste de la capacité portante et au tassement d'un pieu isolé soumis à une charge axiale de compression (Figure VI.1). L'influence des incertitudes sur l'indice de fiabilité obtenue par les méthodes FOSM, FORM, SORM, et MCS, ainsi que les paramètres aléatoires influents sont présentés. Dans un second temps, les études de sensibilité des variables retenues sont discutées.

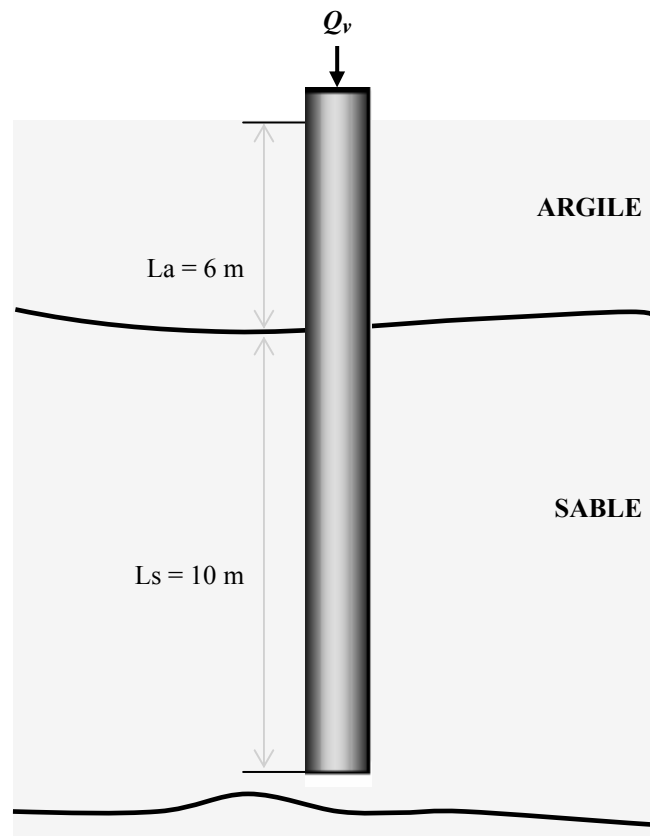


Figure VI.1 : Pieu foré de 0,9 m de diamètre et 16 m de longueur.

VI. 2 ANALYSE PROBABILISTE D'UN PIEU ISOLE

Dans cette section, les valeurs moyennes des variables appartenant à la première phase de l'analyse sont sélectionnées. Ainsi, le Tableau VI.1 présente un bilan des variables nécessaires dans les modèles de prédiction, définis par les équations IV.12 et IV.24. Le tableau est divisé en deux catégories de variables : la première contient les variables communes à tous les modèles et la deuxième introduit les variables spécifiques des modèles de prédiction : capacité portante ou tassement.

Tableau VI. 1: Paramètres et valeurs moyennes considérés dans l'analyse probabiliste d'un pieu isolé.

Paramètre	Symbole	Variable	Valeur moyenne
Paramètres communs aux modèles de prédiction			
Charge verticale	Q_v	Aléatoire	400 kN
Diamètre du pieu	D	Déterministe	0,9 m
Hauteur de la couche d'argile	L_a	Déterministe	6 m
Hauteur de la couche du sable	L_s	Déterministe	10 m
Poids volumique du pieu	$\gamma_{\text{béton}}$	Déterministe	25 kN/m ³
Paramètres spécifiques aux modèles de prédiction de la capacité portante			
Angle de frottement	$\bar{\phi}_s$	Aléatoire	30°
Cohésion non drainée	C_u	Aléatoire	15 kN/m ²
Poids volumique sec du sable	γ_s	Aléatoire	10 kN/m ³
Poids volumique sec de l'argile	γ_a	Aléatoire	12 kN/m ³
Paramètres spécifiques au modèle de prédiction du tassement			
Module d'élasticité de la couche du sable	E_s	Aléatoire	30 MPA
Module d'élasticité de la couche d'argile	E_a	Aléatoire	15 MPA
Module d'élasticité du pieu	E_p	Aléatoire	30 MPA
Coefficient de Poisson	ν	Aléatoire	0,35
Tassement admissible	S_{padmi}	Déterministe	4 cm

VI.2.1 Analyse probabiliste de la capacité portante d'un pieu isolé

Bien que beaucoup de modèles géotechniques de calcul soient "simples", des prévisions raisonnables du comportement assez complexe d'interaction sol- structure peuvent encore être réalisées par des calibrages empiriques. En raison de l'héritage géotechnique qui est fortement empirique, les incertitudes des modèles peuvent être significatives. Une évaluation simple du biais d'un modèle est cruciale pour l'analyse de la fiabilité. Si le modèle est conservateur, il est évident que les probabilités de rupture calculées plus tard seront décentrées, parce que les situations qui appartiennent au domaine sûr seront assignées inexactement au domaine de défaillance, en raison du conservatisme intégré.

Pour l'analyse de la capacité portante, trois modèles de prédiction de la résistance en pointe sont considérés, à savoir le modèle de Hansen, de Vesic, et de la rupture générale défini par les équations IV.13a, IV.15 et IV.18 respectivement. Le modèle de Vesic est considéré dans la littérature comme un modèle conservateur (USACE, 1992).

L'analyse déterministe avec ces modèles a mis en évidence l'influence du modèle sur l'évaluation de la capacité portante. En effet, Les facteurs de sécurité calculés en utilisant les valeurs moyennes mentionnées dans le tableau VI.1 peuvent aller de 1,5 à 11, juste en adoptant différents modèles pour la prédiction de la résistance en pointe (Vesic, rupture générale, ou Hansen).

Un modèle statistiquement robuste peut être déterminé en utilisant : (1) des essais in situ à grande échelle sur des prototypes réels, (2) une base de données suffisamment grande et représentative, et (3) des essais de haute qualité où les incertitudes sont bien contrôlées. (Phoon et Kulhawy, 2003).

Dans l'évaluation de la fiabilité du pieu considéré, toutes les variables sont supposées indépendantes. L'analyse paramétrique a été effectuée avec deux distributions : normale et lognormale pour chaque modèle. La marge de sécurité est donnée par

$$g(\bar{\phi}_s, c_u, \gamma_s, \gamma_a, Q_v) = Q_u(\bar{\phi}_s, c_u, \gamma_s, \gamma_a, Q_v) - Q_v \quad \text{Éq. (VI.1)}$$

Où la fonction Q_u est donnée par l'équation (IV.12).

Les variations de l'indice de fiabilité en fonction du coefficient de variation d'une des variables aléatoires sont faites à travers le changement de son coefficient de variation à moyenne constante, les autres valeurs des coefficients de variations étant arbitrairement fixés à une valeur de 2%, 5% ou 10%. L'ensemble des résultats se trouve dans les annexes D1 à D4. Dans toutes les figures, chaque courbe se rapporte à une méthode donnée. Les observations suivantes peuvent être tirées :

- Les résultats obtenus par les méthodes FORM, SORM sont très proches de ceux obtenus par la méthode MCSC lorsqu'ils sont disponibles. En revanche, les indices de fiabilité obtenus par les méthodes FOSM et MCSS sont dans la majorité des cas différents de ceux obtenus par la méthode FORM.
- Les résultats d'analyse de la fiabilité avec la technique de simulation de Monte Carlo montrent que, lorsque l'indice de fiabilité recherché est supérieur à 4, même **500 000** simulations sont insuffisantes. Le même constat est atteint avec la méthode hyper-cube latin.
- Les résultats d'analyse de fiabilité avec la méthode de Monte Carlo avec tirage d'importance basée sur le point de conception (DPMCS) sont portés sur les figures D1.1 à D1.3, D2.1 à D2.3 et D3.1 à D3.3. Ces figures montrent qu'il y a une forte similitude entre les résultats obtenus avec cette méthode (**500 tirages**) et les méthodes FORM, SORM et MCSC.
- Les indices de fiabilité obtenus en utilisant le modèle de la rupture générale (Figures D2.1 à D2.6) et de Hansen (figures D3.1 à D3.6) sont de même ordre de grandeur. En revanche, ils sont trois fois plus grands que ceux obtenus en utilisant le modèle de Vesic (Figures D1.1 à D1.6).
- L'analyse paramétrique effectuée en utilisant les modèles de Hansen, et de la rupture générale (Figures D2.1 à D2.3 et D3.1 à D3.3) montre que les méthodes FOSM et MCSS sont peu sensibles aux variations des écarts types des variables aléatoires (à l'exception de l'angle de frottement).
- Les résultats obtenus avec les méthodes FOSM et MCSS sont très semblables lorsque les variables aléatoires sont considérées normales (Figures D1.1 à D1.3, D2.1 à D2.3 et D3.1 à D3.3). En revanche, une distribution lognormale des variables aléatoires induit des problèmes d'instabilité numérique avec la méthode FOSM, de ce fait les résultats obtenus par cette méthode lorsque les variables sont supposées lognormales ne sont pas rapportés dans ce chapitre.
- Après avoir analysé les résultats obtenus avec les modèles de Hansen et de la rupture générale (Figures D2.1 à D2.6 et D3.1 à D3.6), on remarque que le comportement des

variables aléatoires est très sensible aux changements de l'écart-type. Lorsque les variables aléatoires sont de distribution normale, les résultats obtenus par les méthodes FORM, SORM sont très semblables (Figures D2.1 à D2.3 et D3.1 à D3.3). En revanche, si elles sont de distribution lognormale (Figures D2.4, D2.5c, D2.5d ; D3.4, D3.5c, D3.5d, D3.5d) des problèmes d'instabilité numérique apparaissent, d'où l'impossibilité d'obtenir des résultats dans certain cas.

- L'étude paramétrique nous a permis d'identifier les variables les plus sensibles à la variation de leur écart type (ou coefficient de variation). Cette étude a montré que l'angle de frottement est la variable la plus dominante et que l'ordre d'influence des autres variables dépend du choix de la loi de distribution des variables aléatoires (Figures D4.1 à D4.3).

VI.2. 2 Analyse probabiliste du tassement d'un pieu isolé

Pour l'analyse probabiliste du tassement excessif, la fonction d'état limite est définie par l'équation VI.2. L'équation IV.24 donne le tassement S_p en tête de pieu.

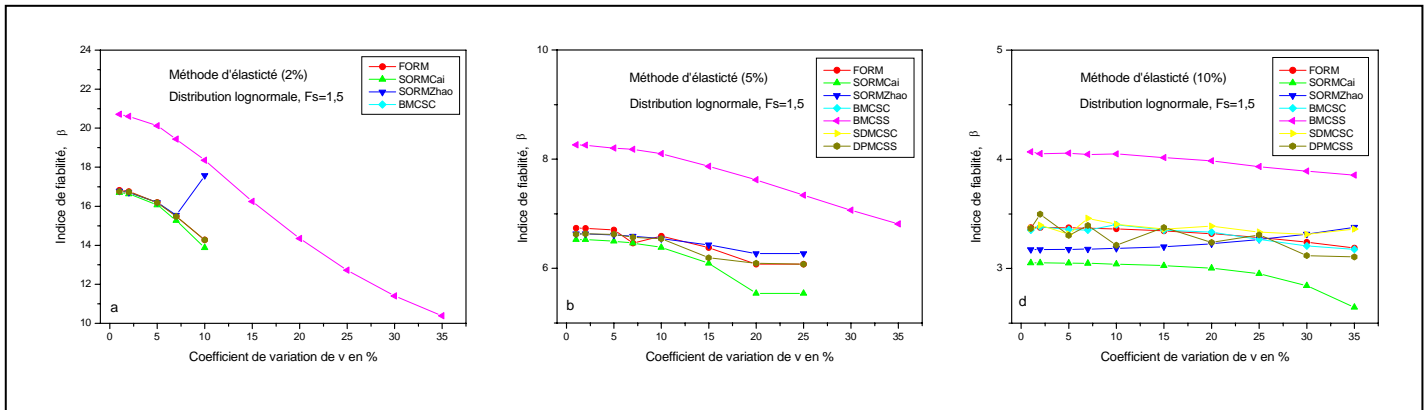
$$g(Q_v, E_s, E_a, E_p, \nu) = S_{p\text{admi}} - S_p(Q_v, E_s, E_a, E_p, \nu) \quad \text{Éq. (VI.2)}$$

L'ensemble des résultats se trouve dans les annexes E1 et E2. Les observations suivantes peuvent être obtenues :

- Dans la majorité des cas l'écart entre les méthodes FOSM, MCSS et les méthodes FORM, SORM et MCSC est très grand.
- Les résultats d'analyse de fiabilité avec la méthode de Monte Carlo par exclusion de la zone de sécurité (SDMCS) sont portés sur les figures E1.1 à E1.6. Ces figures montrent qu'il y a une forte similitude entre les résultats obtenus avec cette méthode et la méthode MCSC, FORM et DPMCS (*300 tirages*).
- Les résultats obtenus par les méthodes FORM, SORM sont très semblables lorsque les variables aléatoires sont de distribution normale. En revanche, si elles sont de distribution lognormale, des problèmes d'instabilité numérique apparaissent. Les figures VI.2a à VI.2c montrent qu'il y a une grande divergence entre les valeurs obtenues par la méthode SORMCai et SORMZhao.
- Les figures E1.1 à E1.4 montrent que pour de faibles valeurs des coefficients de variations, l'indice de fiabilité augmente considérablement quelle que soit la loi de distribution considérée.

Afin de mieux illustrer l'influence du coefficient de variation des paramètres sur l'indice de fiabilité, nous avons comparé les variations de l'indice de fiabilité en fonction de la covariance de chacun des paramètres du modèle considéré. Les figures E2.a à E2.f (*Annexe E*) présentent les résultats obtenus par la méthode FORM. Les remarques suivantes peuvent être tirées:

- L'indice de fiabilité dépend fortement du coefficient de variation de la charge verticale, du module d'élasticité du pieu, et pratiquement peu du coefficient de Poisson.
- La fonction d'état limite est très sensible au choix de la loi de distribution pour représenter les variables aléatoires. L'ordre d'influence des paramètres et les valeurs de l'indice de fiabilité en dépend.



Figures VI.2 : Comparaison entre les méthodes FORM, SORMZhao et SORMCai.

VI.3 REDUCTION DES VARIABLES

La même méthodologie que dans le chapitre IV est adoptée dans ce chapitre pour étudier la sensibilité des variables et vérifier s'il est possible d'identifier, parmi ces variables, ceux qui ont une influence négligeable dans l'analyse probabiliste. Le Tableau VI.2 présente les coefficients de variations et les moyennes utilisés dans l'étude des influences des variables.

Tableau VI.2 : Coefficients de variations et valeurs moyennes considérés dans l'étude de sensibilité des variables de la capacité portante et le tassement d'un pieu isolé.

Paramètres	Notation	moyennes		Cov (%)	
		Cas 1	Cas 2	Cas 1	Cas 2
Paramètres communs aux modèles de prédiction					
Charge verticale	Q_v	400 kN	360 kN	10	15
<i>Voir tableau VI.1 pour les variables géométriques</i>					
Paramètres spécifiques aux modèles de prédiction de la capacité portante					
Angle de frottement	$\bar{\phi}_s$	30°	32°	2 - 50	2 - 50
Cohésion non drainée	C_u	15 kN/m ²	15 kN/m ²	2 - 50	2 - 50
Poids volumique sec du sable	γ_s	10 kN/m ³	10 kN/m ³	5	10
Poids volumique sec de l'argile	γ_a	12 kN/m ³	12 kN/m ³	5	10
Paramètres spécifiques au modèle de prédiction du tassement					
Module d'élasticité de la couche du sable	E_s	30 MPA	30 MPA	2 - 50	2 - 50
Module d'élasticité de la couche d'argile	E_a	15 MPA	15 MPA	2 - 50	2 - 50
Module d'élasticité du pieu	E_p	30 MPA	35 MPA	15	10
Coefficient de Poisson	ν	0,35	0,35	10	20
Tassement admissible	S_{padmi}	4 cm	4 cm	0	0

Les figures VI.3 à VI.10 présentent les variations des indices de fiabilité obtenus en utilisant différents modèles de prédiction de la capacité portante et du tassement, différentes lois de distribution des variables aléatoires, divers coefficients de variations et moyennes, et différentes combinaisons utilisées pour vérifier la sensibilité des variables aléatoires. Les observations suivantes peuvent être obtenues :

- Dans tous les modèles de prédiction de la capacité portante et du tassement, la charge verticale semble avoir une influence prononcée sur le comportement de l'indice de fiabilité. Le décalage entre les courbes de références (5 variables aléatoires) et les courbes qui considèrent la charge verticale comme variable déterministe est net.
- Après avoir analysé les quatre combinaisons utilisées pour la réduction des variables intervenant dans la prédiction de la capacité portante avec les modèles de Hansen et de la rupture générale (Figures VI.5 à VI.8), on remarque que pour de faibles coefficients de variation des poids spécifiques des couches de sol, l'écart-type semble avoir une influence prononcée sur l'indice de fiabilité. Cependant, ces deux variables peuvent être prises comme *déterministes*. L'explication à cette décision se trouve dans la forte augmentation de l'indice de fiabilité qui est généralement supérieur à 5 pour de faibles coefficients de variations, de ce fait le jugement de l'ingénieur ne sera pas affecté par une quelconque augmentation due à une réduction de ces deux variables.
- Les résultats obtenus dans l'analyse de sensibilité des paramètres du tassement ont réaffirmé que la charge verticale et le module d'élasticité du pieu sont les deux variables aléatoires qui gouvernent la fiabilité pour ce mode de rupture (Figures VI.9 et VI.10).
- Dans la plupart des situations, les indices de fiabilités obtenus pour les deux modes de ruptures sont comparables, d'où la contribution d'un mode de rupture dans la probabilité globale de rupture est significative.

Le Tableau VI.3 résume les résultats obtenus de l'étude de sensibilité sur les variables utilisées dans l'analyse probabiliste d'un pieu isolé. On remarque, dans ce tableau, que la plupart des variables peuvent être prises comme déterministes. Ceci s'explique par le fait que, pour la fonction de performance retenue (état limite ultime de capacité portante, état limite ultime du tassement), la dispersion de certaines variables a peu d'influence sur l'indice de fiabilité. A contrario, la valeur déterministe à prendre en compte dans les calculs aura, pour certaines d'entre-elles, une influence considérable.

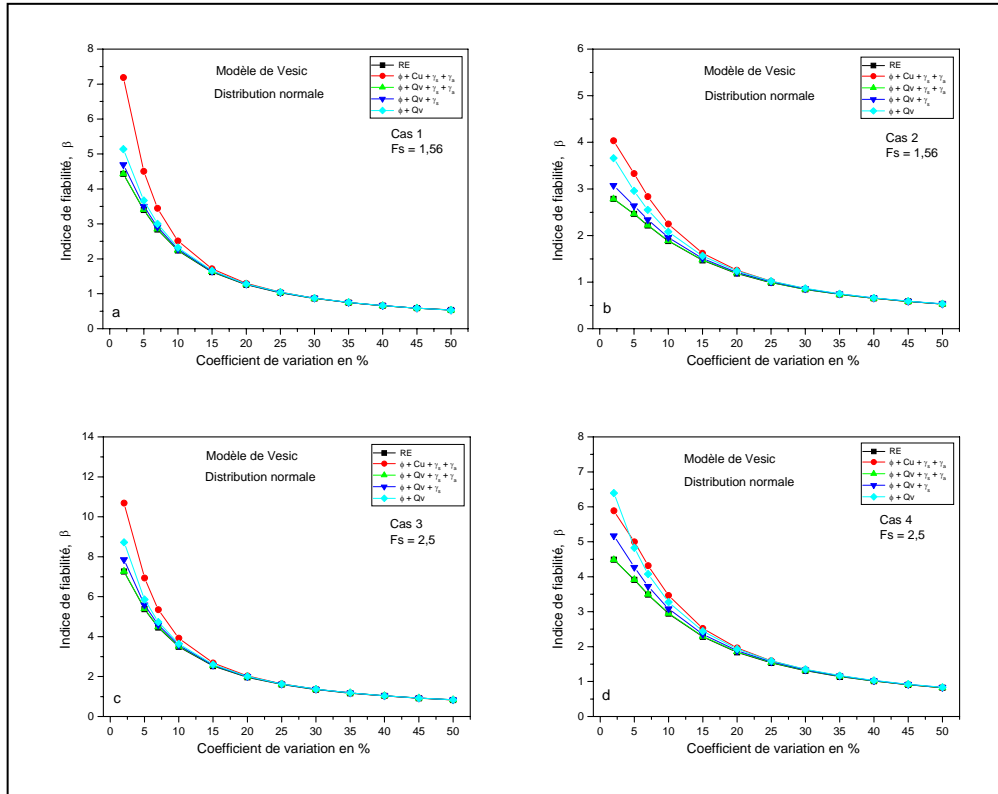


Figure VI.3 : Réduction des variables normales. Capacité portante d'un pieu isolé. Modèle de Vesic.

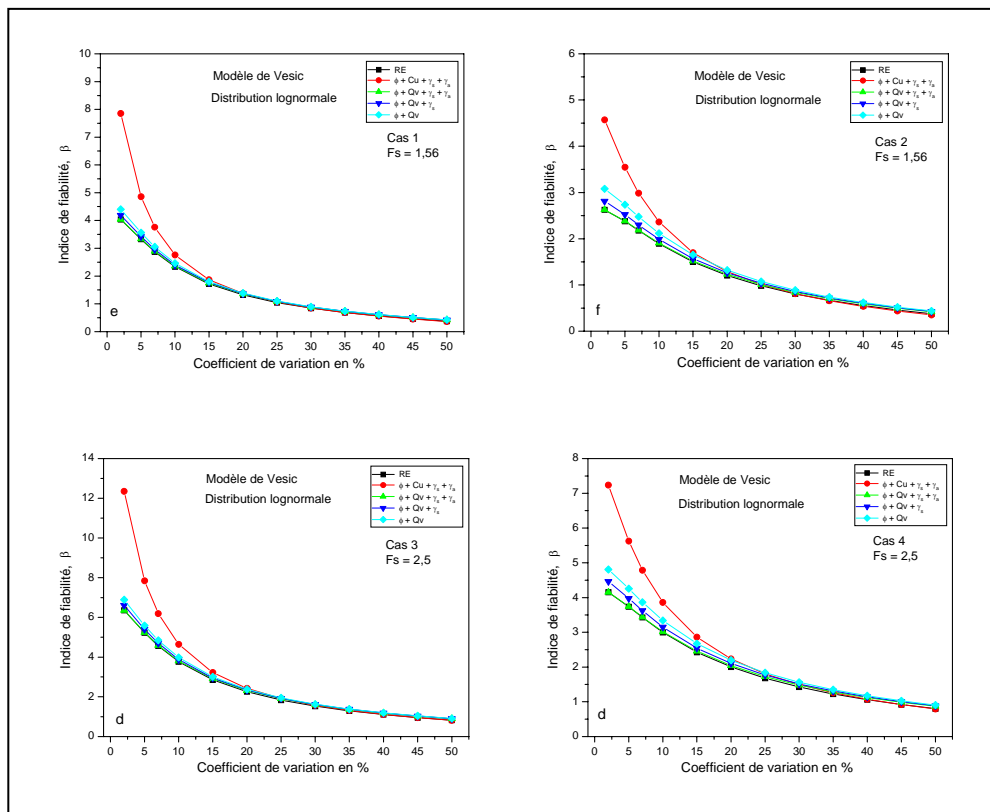


Figure VI.4 : Réduction des variables lognormales. Capacité portante d'un pieu isolé. Modèle de Vesic.

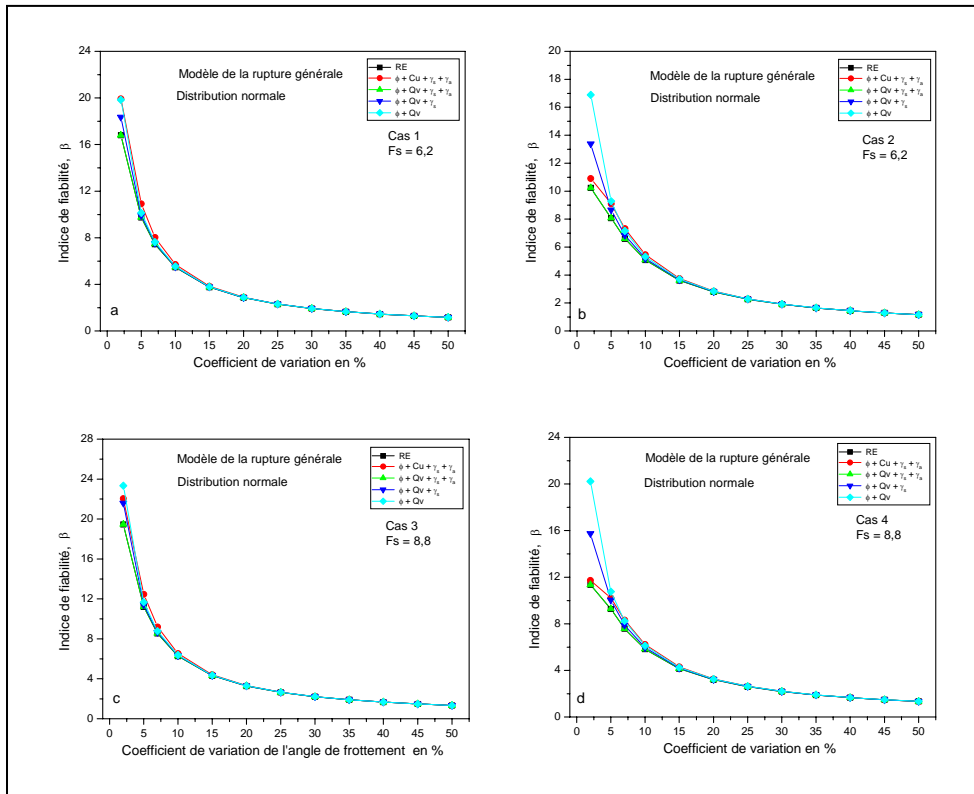


Figure VI.5 : Réduction des variables normales Capacité portante d'un pieu isolé. Modèle de la rupture générale.

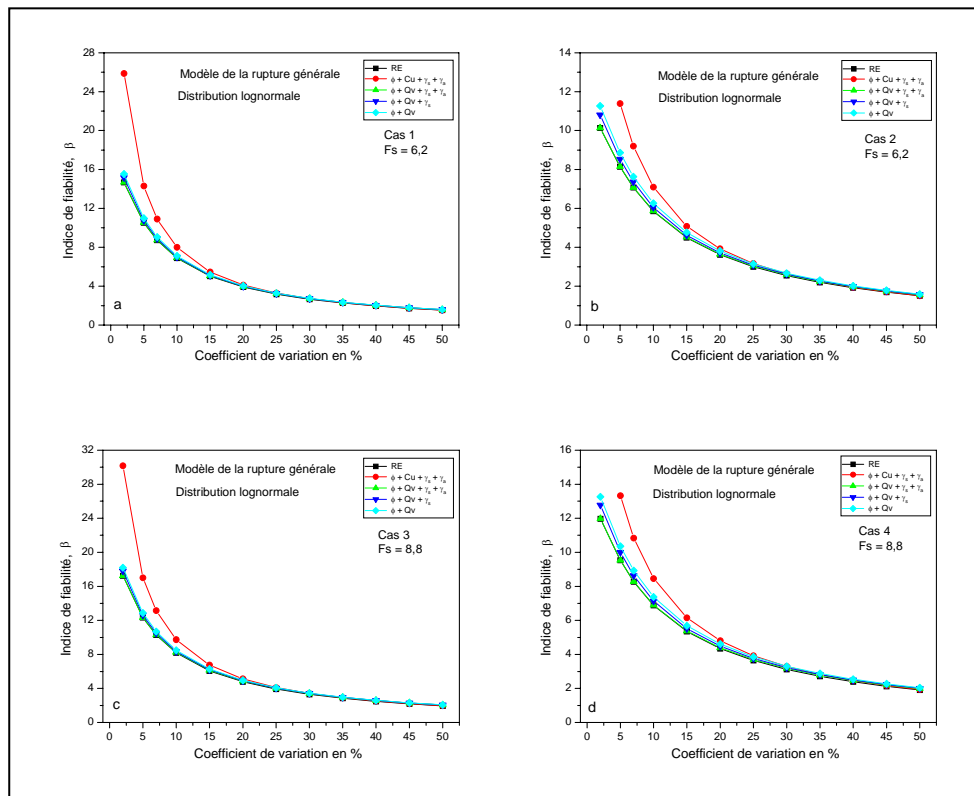


Figure VI.6 : Réduction des variables lognormales .Capacité portante d'un pieu isolé. Modèle de la rupture générale.

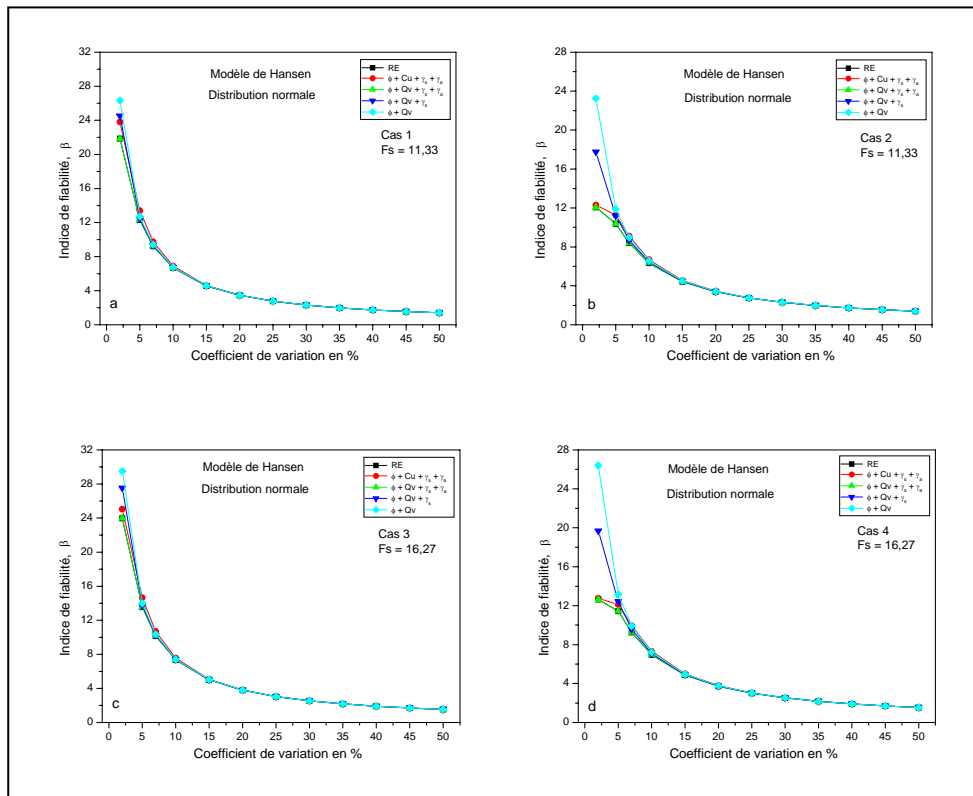


Figure VI.7 : Réduction des variables normale. Capacité portante d'un pieu isolé. Modèle de Hansen.

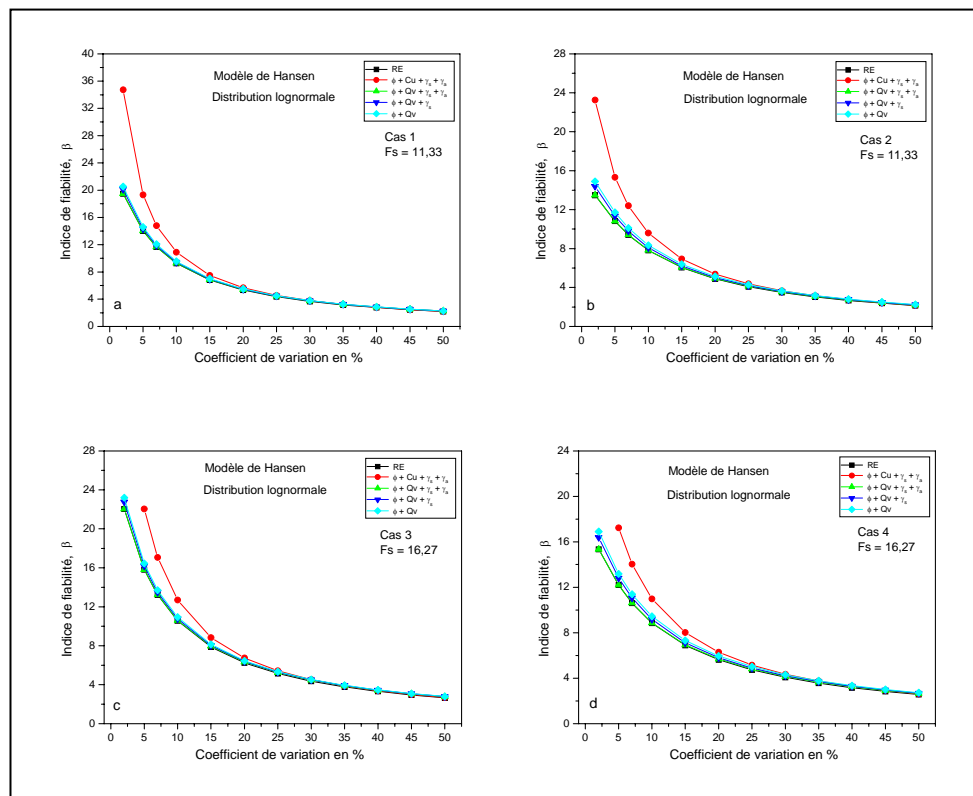


Figure VI.8 : Réduction des variables lognormales. Capacité portante d'un pieu isolé. Modèle de Hansen.

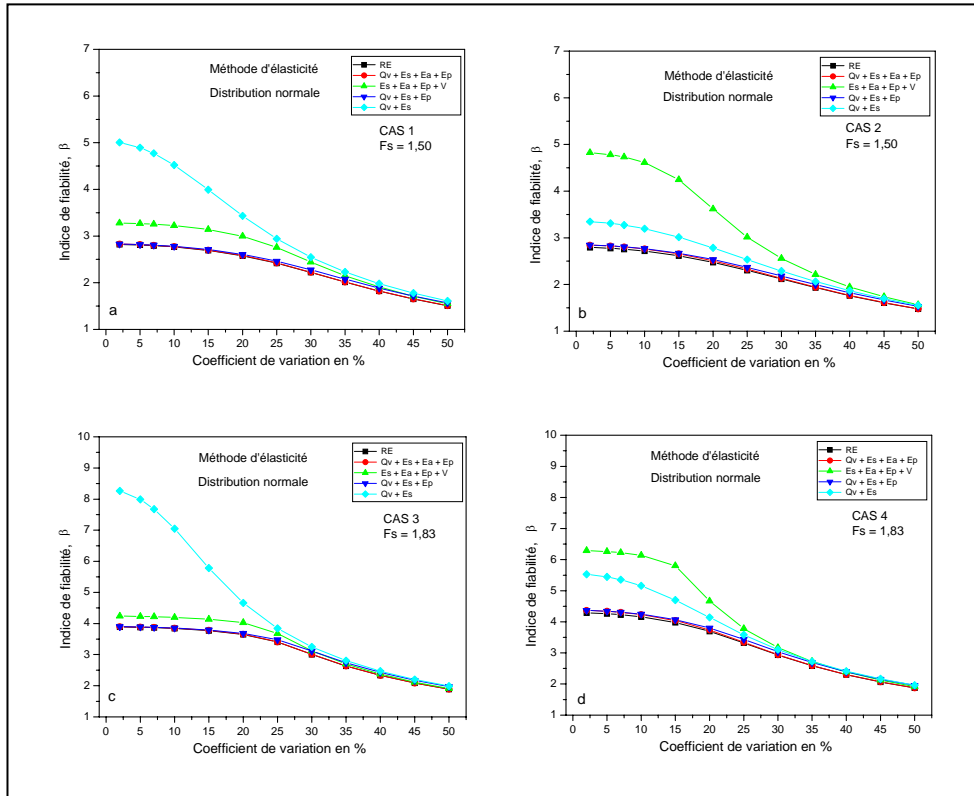


Figure VI.9 : Réduction des variables normales. Tassement d'un pieu isolé. Méthode d'élasticité.

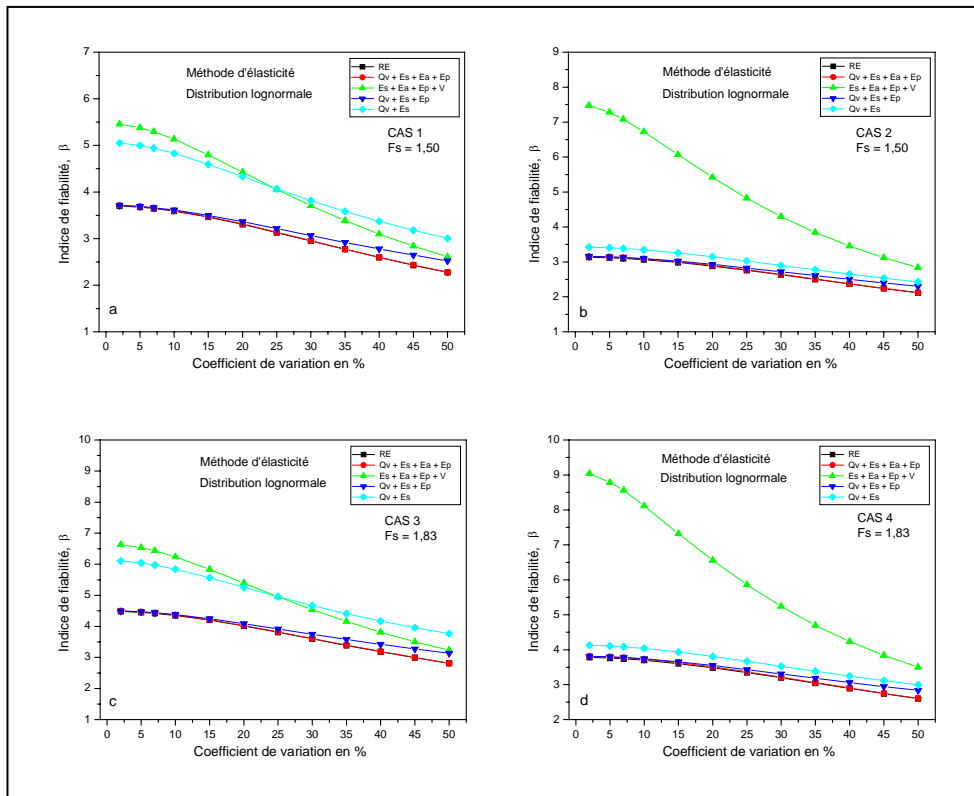


Figure VI.10 : Réduction des variables lognormales. Tassement d'un pieu isolé. Méthode d'élasticité.

Tableau VI. 3 : Réduction des variables de la capacité portante et du tassement d'un pieu isolé.

Combinaison des paramètres aléatoires	Loi de Distribution	Influence de la réduction				Proposition des variables aléatoires nécessaires pour l'analyse de fiabilité
		Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4	
Modèles de prédiction de la capacité portante						
Modèle de Vesic						
$\bar{\phi}_s + C_u + \gamma_s + \gamma_a$	Normale	▲	▲	▲	▲	Angle de frottement + Charge verticale + Poids volumique du sol (γ_s ou γ_a)
	Lognormale	▲	▲	▲	▲	
$\bar{\phi}_s + Q_v + \gamma_s + \gamma_a$	Normale	●	●	●	●	
	Lognormale	●	●	●	●	
$\bar{\phi}_s + Q_v + \gamma_s$	Normale	●	●	●	●	
	Lognormale	●	●	●	●	
$\bar{\phi}_s + Q_v$	Normale	▲	▲	▲	▲	
	Lognormale	●	●	●	●	
Modèle de la rupture générale						
$\bar{\phi}_s + C_u + \gamma_s + \gamma_a$	Normale	●	●	●	●	Angle de frottement + Charge verticale
	Lognormale	●	●	●	●	
$\bar{\phi}_s + Q_v + \gamma_s + \gamma_a$	Normale	●	●	●	●	
	Lognormale	●	●	●	●	
$\bar{\phi}_s + Q_v + \gamma_s$	Normale	●	●	●	●	
	Lognormale	●	●	●	●	
$\bar{\phi}_s + Q_v$	Normale	●	●	●	●	
	Lognormale	●	●	●	●	
Modèle de Hansen						
$\bar{\phi}_s + C_u + \gamma_s + \gamma_a$	Normale	●	●	●	●	Angle de frottement + Charge verticale
	Lognormale	●	●	●	●	
$\bar{\phi}_s + Q_v + \gamma_s + \gamma_a$	Normale	●	●	●	●	
	Lognormale	●	●	●	●	
$\bar{\phi}_s + Q_v + \gamma_s$	Normale	●	●	●	●	
	Lognormale	●	●	●	●	
$\bar{\phi}_s + Q_v$	Normale	●	●	●	●	
	Lognormale	●	●	●	●	
Modèle de prédiction du tassement - Méthode d'élasticité						
$Q_v + E_s + E_a + E_p$	Normale	●	●	●	●	Charge verticale + Module d'élasticité du sol (E_s ou E_a) + Module d'élasticité du pieu
	Lognormale	●	●	●	●	
$E_s + E_a + E_p + \nu$	Normale	▲	▲	▲	▲	
	Lognormale	▲	▲	▲	▲	
$Q_v + E_s + E_p$	Normale	●	●	●	●	
	Lognormale	●	●	●	●	
$Q_v + E_s$	Normale	▲	▲	▲	▲	
	Lognormale	▲	▲	▲	▲	

▲ : Risque ● : Sans risque

VI.4 CONCLUSION

- Dans la majorité des cas, les résultats obtenus par les méthodes FORM/SORM sont très proches de ceux obtenus par les méthodes BMCSC / HLMCSC. Les méthodes FORM et BMCSC s'avèrent plus robustes.
- Les résultats d'analyse de fiabilité avec la méthode de Monte Carlo avec tirage d'importance basée sur le point de conception (DPMCS), montrent qu'il y a une forte

similitude entre les résultats obtenus avec cette méthode (*500 simulations*) et les méthodes FORM et MCSC (*100000 simulations*).

- Les résultats d'analyse de fiabilité avec la méthode de Monte Carlo par exclusion de la zone de sécurité (SDMCS), montrent qu'il y a une similitude forte entre les résultats obtenus avec cette méthode et les méthodes MCSC, FORM et DPMCS.
- Pour les faibles coefficients de variation, l'indice de fiabilité augmente considérablement quel que soit la loi de distribution considérée.
- La fonction d'état limite est très sensible au choix de la loi de distribution pour modéliser les variables. l'ordre d'influence des paramètres et les valeurs de l'indice de fiabilité en dépend.
- L'étude paramétrique nous a permis d'identifier les variables les plus sensibles à la variation de leur écart type. Cette étude a montré que l'angle de frottement interne des sols est la variable la plus dominante et que l'ordre d'influence des autres variables dépend du choix de la loi de distribution.
- Dans tous les modèles de prédiction de la capacité portante et du tassement, la charge verticale semble avoir une influence prononcée sur le comportement de l'indice de fiabilité. Le décalage entre les courbes de références et les courbes qui considèrent la charge verticale comme variable déterministe dans l'analyse de la sensibilité est net.
- Dans l'analyse probabiliste du tassement d'un pieu isolé avec la méthode d'élasticité, l'indice de fiabilité dépend fortement du coefficient de variation de la charge verticale, du module d'élasticité de pieu, et pratiquement peu du coefficient de Poisson. Ce dernier peut être considéré comme une variable déterministe dans une analyse probabiliste.
- Les résultats obtenus dans l'analyse de sensibilité des paramètres du tassement ont montré que la charge verticale et le module d'élasticité du pieu sont les deux variables aléatoires qui gouvernent la fiabilité pour ce mode de rupture.
- Dans la plupart des situations, les indices de fiabilités obtenus pour les deux modes de ruptures sont comparables, de ce fait la contribution d'un mode de rupture dans la probabilité globale de rupture est significative.

CHAPITRE VII

EFFICACITE DES
METHODES
PROBABILISTE

VII.1 INTRODUCTION

Nous avons présenté au chapitre III les méthodes probabilistes FOSM, FORM, SORM, et MCS qui permettent l'estimation de l'indice de fiabilité d'une fonction d'état limite. Les chapitres V et VI ont donné une vue d'ensemble sur l'efficacité de ces méthodes.

Le présent chapitre est consacré à une présentation, avec plus de détail, des aspects numériques du problème de calcul de la probabilité de rupture en utilisant les méthodes FOSM, FORM, SORM, et MCS. Les avantages et les limitations de ces méthodes sont discutés.

VII.2 EFFICACITE DE LA METHODE FOSM

La méthode First Order Second Moment - FOSM - emploie un développement en série de Taylor de la fonction d'état limite, cette expansion est tronquée après la limite linéaire-- origine du terme «First order ». L'expansion tronquée est alors employée, avec les deux premiers moments des variables aléatoires, pour déterminer les valeurs des deux premiers moments de la fonction d'état limite -- origine du terme «Second moment». En raison de la troncature de la série de Taylor après la limite linéaire, la précision de la méthode peut être altérée. En outre, la méthode ne tient pas compte de la fonction de densité de probabilité ; elle décrit les variables en utilisant uniquement leurs valeurs moyennes et les écarts type (*Griffith et al, 2002; El-Ramly, 2003*).

Cette méthode est rarement utilisée dans l'analyse de fiabilité en structures, cependant elle reste largement utilisée en géotechnique pour plusieurs raisons :

1. Les incertitudes en géotechniques sont spécifiques au site. Une analyse complète de la fiabilité est nécessaire pour chaque site. Les procédures simples sont préférées.
2. La plupart des analyses en géotechnique sont approximatives et les ingénieurs géotechniciens préfèrent les calculs simples.
3. L'expérience, avec la méthode FOSM dans des applications en géotechnique est insuffisante pour exposer ses limitations.

Pour éviter un usage abusif de cette méthode, il est nécessaire de comprendre ses limitations. Dans cette section un exemple pratique d'analyse probabiliste de la capacité portante d'une fondation superficielle - cas général - est considéré. Les valeurs moyennes et les covariances des paramètres de l'exemple considéré sont données dans le tableau VII.1. Les covariances des paramètres de résistance de Mohr- Coulomb (C, ϕ) changent conjointement de 2% à 50% tandis que les covariances des autres variables aléatoires sont maintenues constantes.

Les valeurs diagonales de la matrice de corrélation sont égales à l'unité. L'angle de frottement et le terme de cohésion du sol sont supposés négativement corrélés $\rho_{12} = -0.5$, les charges Q_v et Q_h sont supposées positivement corrélées avec $\rho_{45} = 0.5$, les moments M_B et M_L sont supposés positivement corrélés avec $\rho_{67} = 0.5$.

Les résultats produits par cette méthode sont comparés à ceux produits par la technique de simulations de Monte Carlo qui est considérée comme un outil de vérification de la pertinence des méthodes des moments car les estimations sont non biaisées (*Procaccia et al, 1996*).

Tableau VII.1 : Valeurs moyennes et covariances des paramètres aléatoires.

Paramètres	Symbole	Moyennes	C.o.v (%)
Angle de frottement	ϕ	30°	2 – 50
Terme de cohésion	C	18 kN/m ²	2 – 50
Poids volumique sec	γ	18 kN/m ³	10
Charge verticale	Q_v	400 kN	15
Charge horizontale	Q_h	120 kN	15
Moment parallèle à B	M_B	100 kN.m	10
Moment parallèle à L	M_L	100 kN.m	10
Inclinaison du talus	r	10°	2
Inclinaison de la base	w	25°	2
Cohésion entre la base et le sol	Ca	10 kN/m ²	10

Les résultats de cette analyse sont portés sur la figure VII.1. Cette figure montre que la méthode FOSM induit des erreurs significatives qui peuvent compromettre le jugement de l'ingénieur et mettre la sécurité de l'ouvrage en péril. En conséquence, cette méthode doit être *abandonnée* en faveur d'autre méthode plus robuste.

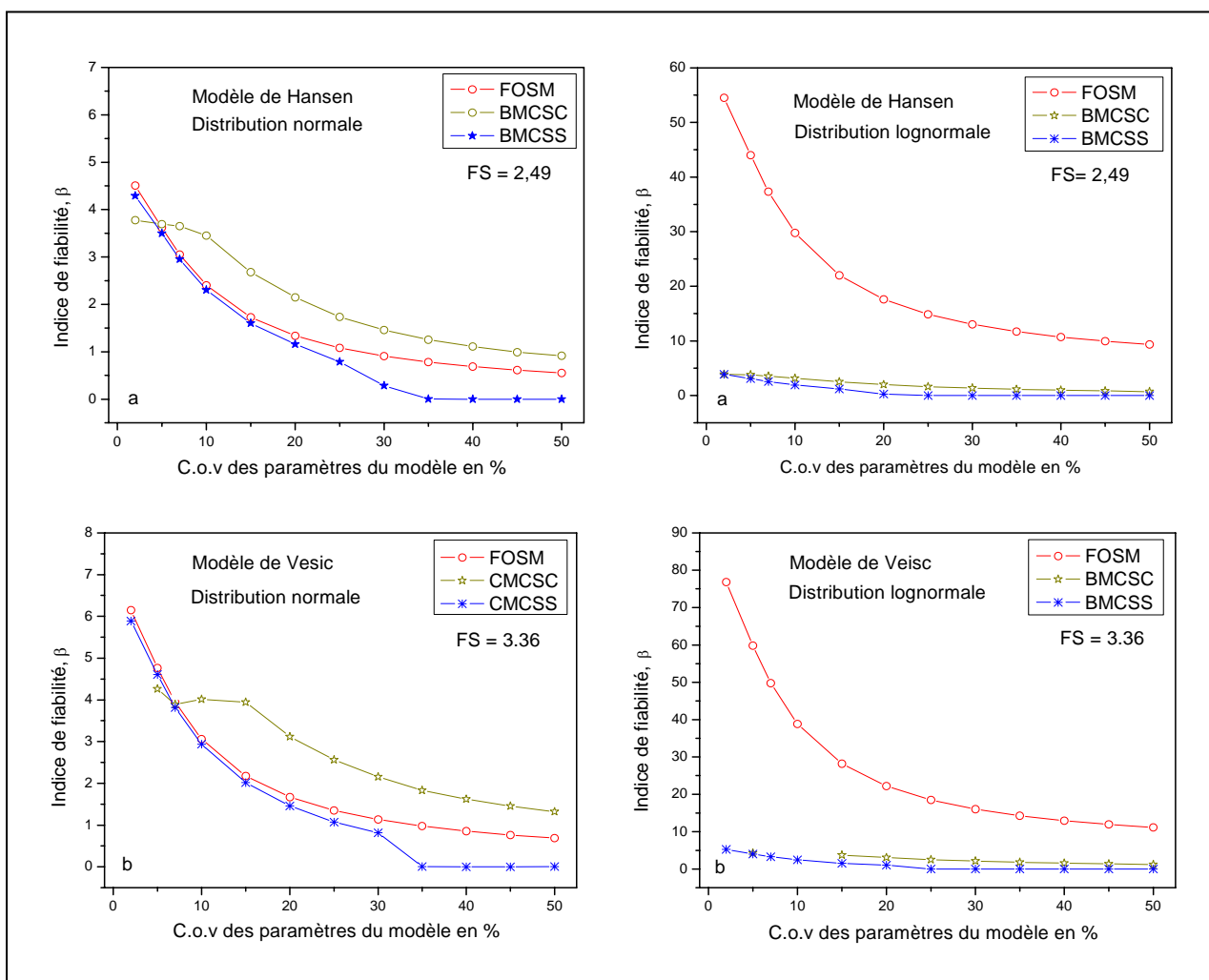


Figure VII.1 : Comparaison des indices de fiabilité calculés avec FOSM, BMCS. (a) modèle de Hansen, (b) modèle de Vesic.

VII.3 EFFICACITE DE LA METHODE FORM/SORM

La théorie de fiabilité des structures a un impact significatif sur le développement des codes modernes de conception des ouvrages. Beaucoup de son succès pourrait être attribué à l'arrivée de la méthode de fiabilité de premier ordre FORM qui fournit un outil pratique pour calculer les petites probabilités de rupture dans des espaces de dimension élevée. Cette méthode est considérée parmi les plus fiables pour l'évaluation de la fiabilité des structures (Zhao et al, 1999; Phoon et al, 2004).

Melchers (1999), a fait le commentaire suivant sur la méthode FORM, "It is only in rather extreme situation that difficulties arise or that the linearization of the transformed limit state equation leads to grossly inaccurate result".

Rackwitz (2001), Dans un article relatif à l'état de l'art concernant le développement de la méthode FORM/SORM a rapporté : "FORM/SORM methodology is well established. A part from some technical aspects little can be added and very little can be removed.... For 90% of all applications this simple first-order theory FORM fulfills all practical needs. Its numerical accuracy is usually more than sufficient".

Les résultats obtenus dans cette étude ont montré la pertinence de cette méthode. En effet, avec toutes les fonctions d'états limites, les matrices des corrélations, les coefficients de variation, et les lois de distribution considérées dans cette étude, les indices de fiabilité produits par cette méthode sont très proches de ceux obtenus par la technique de simulation de Monte Carlo (Annexes A, C, D et E). Cependant, cette étude nous a permis de tirer quelques observations en ce qui concerne les problèmes de convergence de cette méthode. Les figures VII.2.a et VII.2.b montrent que dans certains cas la méthode FORM converge vers des valeurs aberrantes. Ce problème de convergence, qui est lié au choix du point initial de l'algorithme, est fréquent mais surmontable dans la majorité des cas. Cette méthode peut, dans quelques situations, ne pas converger ou converger très lentement, ou osciller autour de la solution (Figures VII.3.a et VII.3.b). Dans un exemple avec deux variables (figure VII.4) où la fonction d'état limite est donnée par

$$g(x') = x'_1 x'_2 - d = 0 \quad \text{Éq. (VII.1)}$$

Liu et al (1986) ont montré que si le point initial (a, b) se trouve sur l'une des deux ellipses $(x'_1)^2 + (x'_2)^2 - x'_1 x'_2 + d = 0$ et $(x'_1)^2 + (x'_2)^2 - x'_1 x'_2 - d = 0$, alors l'algorithme produit des points qui oscillent autour de (a, b) et (b, a) .

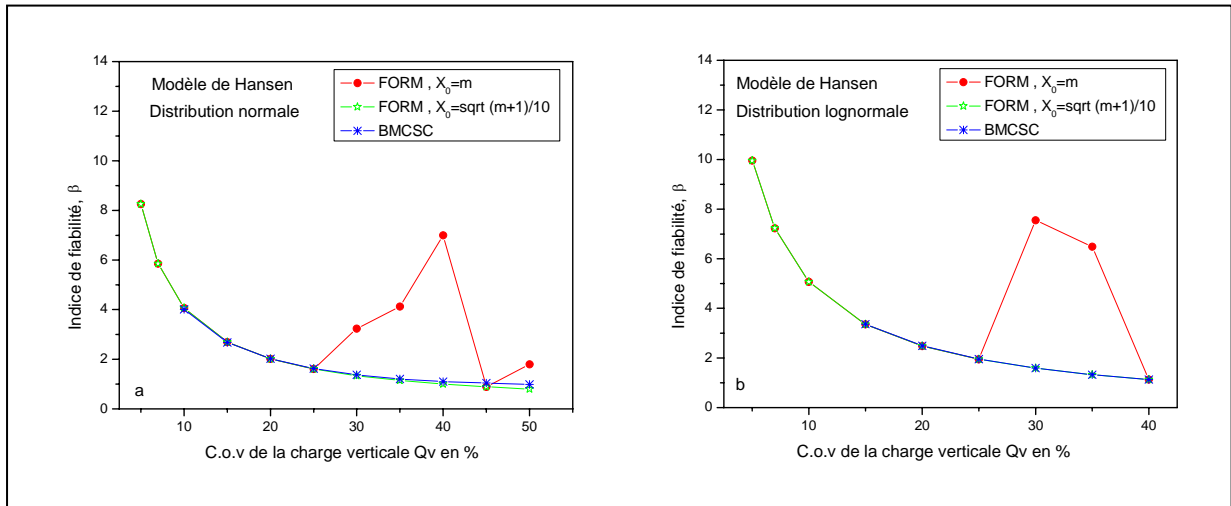


Figure VII.2 : Convergence de la méthode FORM vers des valeurs aberrantes.

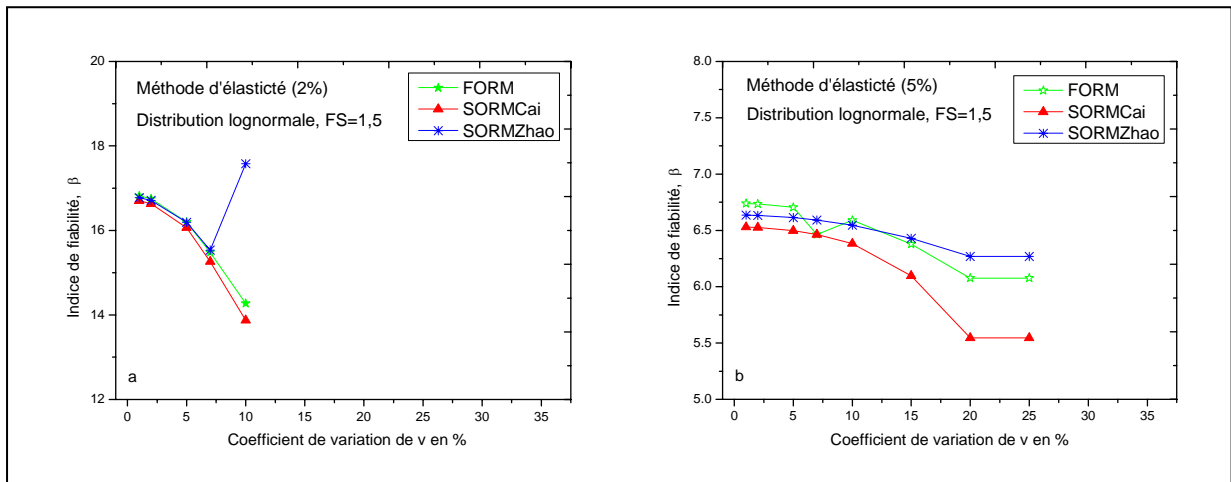


Figure VII.3 : Non convergence des méthodes FORM, SORMCai, SORMZha.

Dans un exemple avec huit variables aléatoires dans l'espace standard où la fonction d'état limite est donnée par l'équation (VII.2), *Zhao et al (1999)*, ont montré que l'approximation de la fonction d'état limite par une ligne droite au point de conception peut entraîner des problèmes de précision dans l'analyse de fiabilité par la méthode FORM (Figure VII.5).

$$g(x) = B_f - u_8 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^7 a^j u_j^2 \tag{VII.2}$$

Où a est un facteur qui a des valeurs entre -1 et 1.

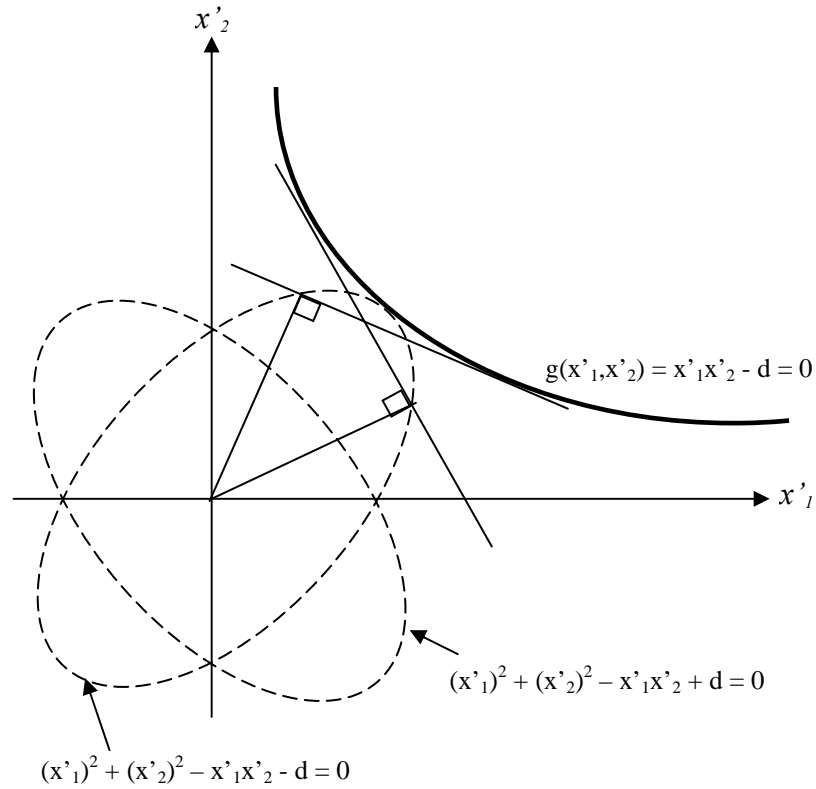


Figure VII.4 : Non convergence de l'algorithme de Rackwitz-Fiessler (Haldar et al, 2000).

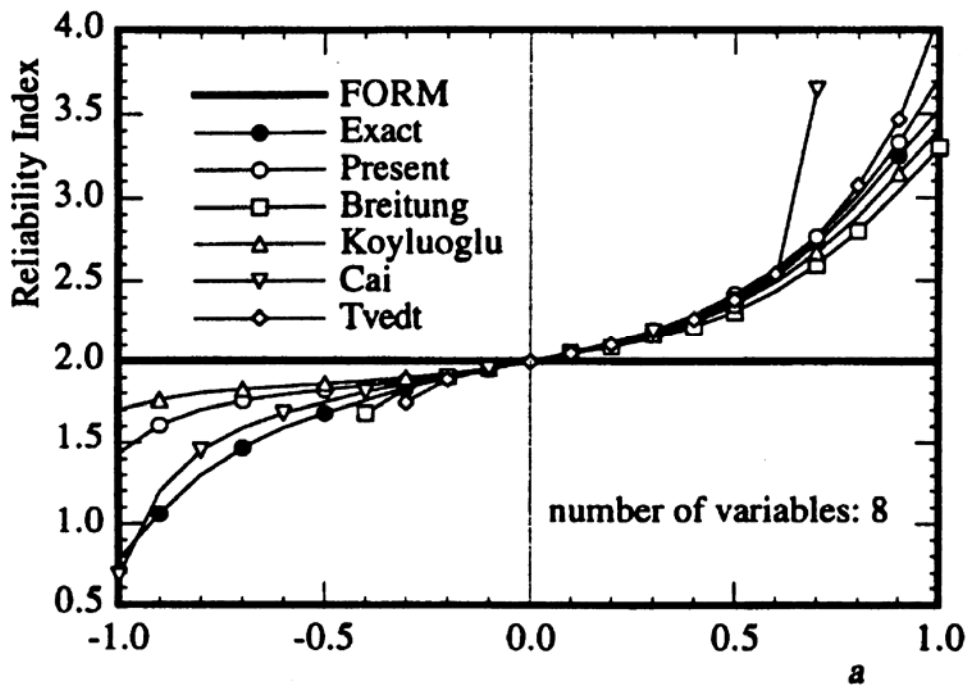


Figure VII.5 : Comparaison des indices de fiabilité calculés avec FORM, SORM, (Zhao et al, 1999).

La méthode SORM a été développée pour améliorer la précision de la méthode FORM. Néanmoins, des exemples considérés dans cette étude ont montré que cette méthode peut ne pas converger (Figures VII.6). *Zhao et al (1999)*, ont montré que pour les surfaces d'états limites ayant des courbures de signes différents, la méthode SORM induit des erreurs significatives, et que la précision de cette méthode est dépendante du nombre de variables aléatoires utilisées dans l'analyse de fiabilité (Figure VII.7).

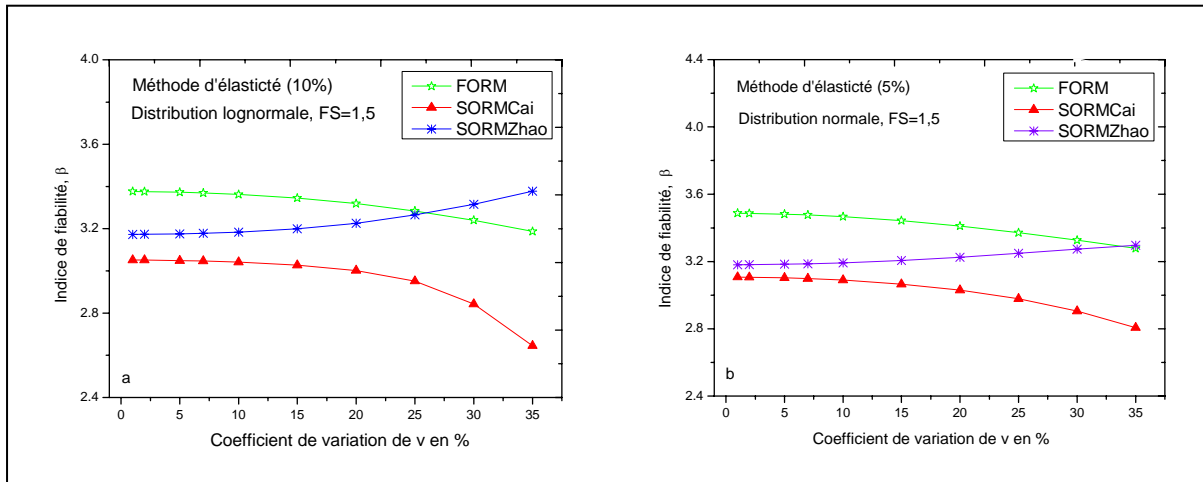


Figure VII.6 : Comparaison des indices de fiabilité calculés avec FORM, SORMCai, SORMZhao.

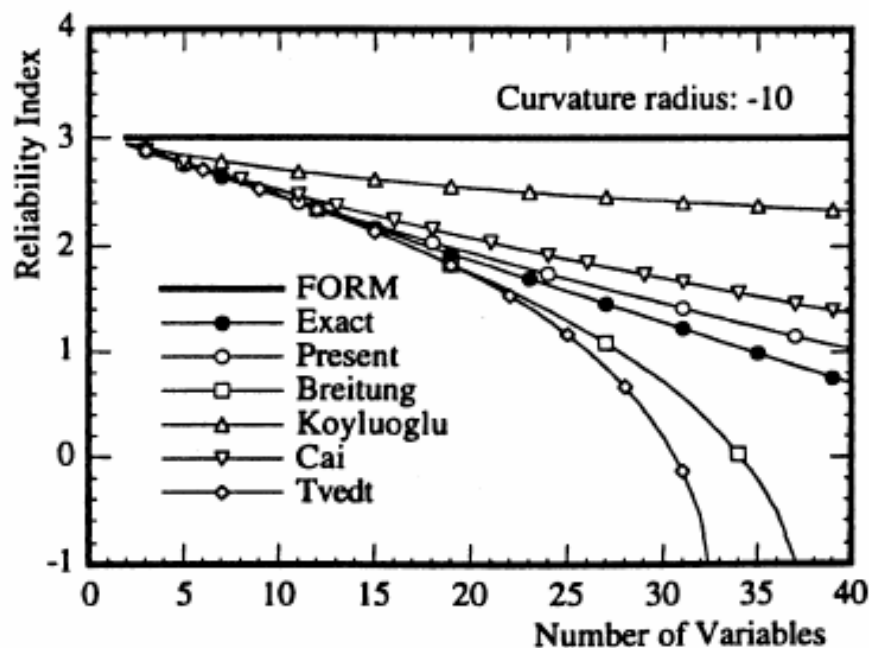


Figure VII.7 : Relation entre indice de fiabilité et nombre de variables aléatoires (Zhao et al, 1999).

Dans cette étude nous avons constaté que dans la majorité des cas les résultats obtenus par les méthodes SORMCai, SORMZhao sont très proches de ceux obtenus par la méthode FORM (Annexes A, C, D et E). En conséquence, nous concluons que pour l'analyse probabiliste des fondations superficielles et profondes la précision fournie par la méthode FORM est acceptable et suffisante.

VII.4 EFFICACITE DE LA METHODE MONTE CARLO

VII.4.1 Efficacité de la méthode brute de Monte Carlo

Parmi les méthodes développées pour l'évaluation de la probabilité de rupture, la technique de simulation brute de Monte Carlo avec comptage de nombre d'échec $g(x) < 0$ (MCSC) est remarquable. Son taux de convergence, mesuré par le coefficient de variation (éq. III.49), est indépendant de la dimension du vecteur aléatoire. Toutefois, le coefficient de variation de la probabilité de rupture P_f n'indique pas à l'analyste le niveau de précision atteint avec cette technique. Les variations, de la probabilité de rupture P_f et de son coefficient de variation en fonction du nombre de simulations (figure VII.8), obtenues par la méthode brute de Monte Carlo sont très utiles. Cette présentation montre que les incertitudes, sur les estimations de la probabilité de rupture P_f , diminuent à mesure que le nombre de simulations augmente et qu'un degré de stabilité est atteint après un nombre suffisamment élevé de simulations.

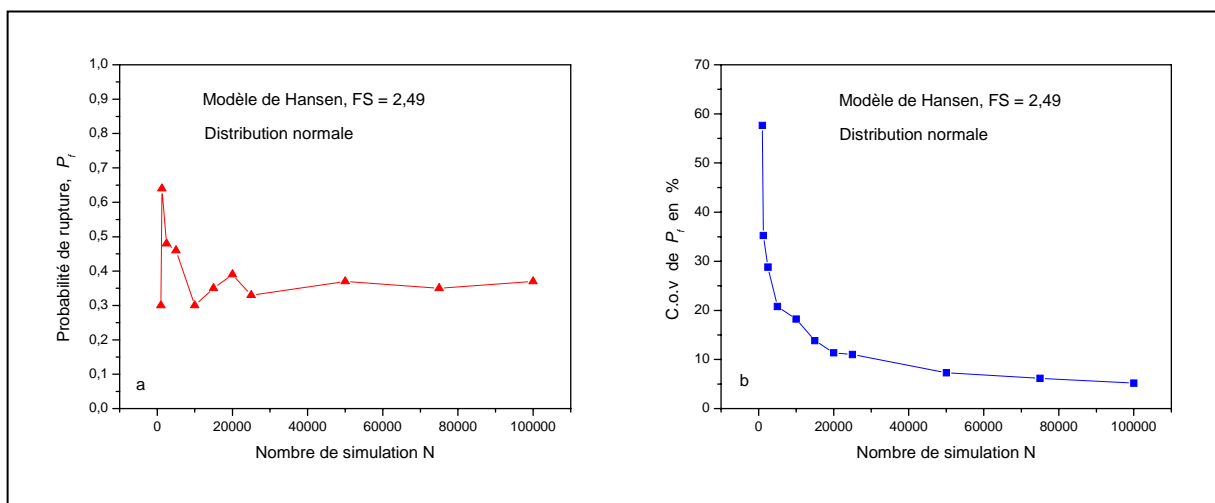


Figure VII. 8: Convergence de la probabilité de rupture avec l'augmentation du nombre de simulations. C.o.v de C et \emptyset fixés à une valeur de 10% dans le tableau VII.1.

Les figures VII.9 et VII.10 montrent les histogrammes du facteur de sécurité et de la marge de sécurité pour une distribution normale des paramètres de la fonction d'état limite considérée pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle – cas général- les valeurs moyennes et les covariances des paramètres sont données au tableau VII.1, les covariances des paramètres de résistance de Mohr-Coulomb sont fixées à une valeur de 10% dans le premier cas et de 30% dans le deuxième cas. Le nombre de simulations réalisées est de 100000 dans chaque cas. L'aspect des histogrammes de ces deux cas laisse supposer que les lois de densité peuvent se rapprocher d'une loi normale pour le premier cas et d'une loi lognormale pour le deuxième cas.

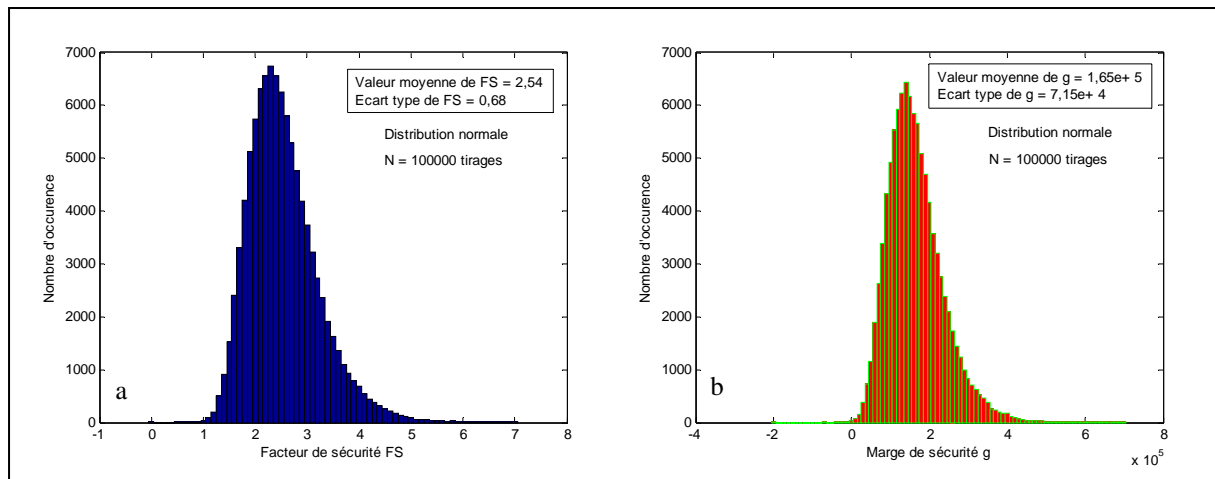


Figure VII.9 : Histogrammes du facteur et marge de sécurité pour une distribution normale des paramètres du modèle de Hansen - C.o.v de C et \emptyset fixés à une valeur de 10% dans le tableau VII.1.

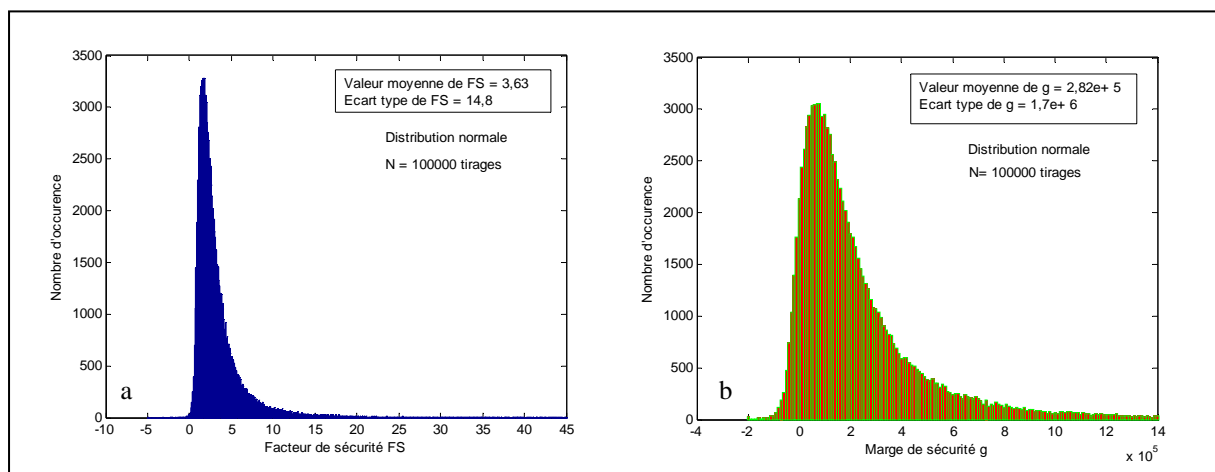


Figure VII.10 : Histogrammes du facteur et marge de sécurité pour une distribution lognormale des paramètres du modèle de Hansen - C.o.v de C et \emptyset fixés à une valeur de 30% dans le tableau VII.1.

La technique de simulation brute de Monte Carlo a l'avantage de la simplicité conceptuelle, Son inconvénient principal est son inefficacité à estimer les faibles probabilités de rupture due au grand nombre de tirages requis pour réaliser un niveau acceptable de précision. L'expression (III.49) montre que la covariance de la probabilité de rupture est inversement proportionnelle au nombre de simulations, ce qui constitue une forte pénalité pour la méthode.

VII.4.2 Efficacité de la méthode de Monte Carlo avec réduction de la variance

VII.4.2.1 Efficacité de la méthode de Monte Carlo avec tirage d'importance basé sur le point de conception

Une réduction de la variance dans les techniques de simulation de type Monte Carlo peut être faite si une information supplémentaire sur le problème est disponible a priori. La méthode de simulation avec tirage d'importance basée sur le point de conception est l'une de ces approches. Il convient de noter que contrairement à la méthode FORM, l'estimation obtenue par le tirage d'importance n'est pas sensible à la position exacte du point de conception, et

donc il n'est pas nécessaire de la déterminer avec une grande précision. Dans notre étude, cette méthode a permis d'effectuer les constatations suivantes :

- Cette méthode nécessite une localisation approximative du point de conception. Dans le cas où le nombre de variables aléatoires utilisées dans l'analyse de fiabilité est important la localisation de ce point est extrêmement difficile et le recours à la méthode FORM est souvent envisageable -- ce qui limite l'efficacité de cette méthode.
- L'efficacité de la méthode de tirage d'importance est fortement dépendante du choix de l'écart type de la fonction de densité de tirage --Figure VII.11, de ce fait un effort supplémentaire est nécessaire afin d'obtenir le meilleur choix de l'écart type de la fonction de densité de tirage.

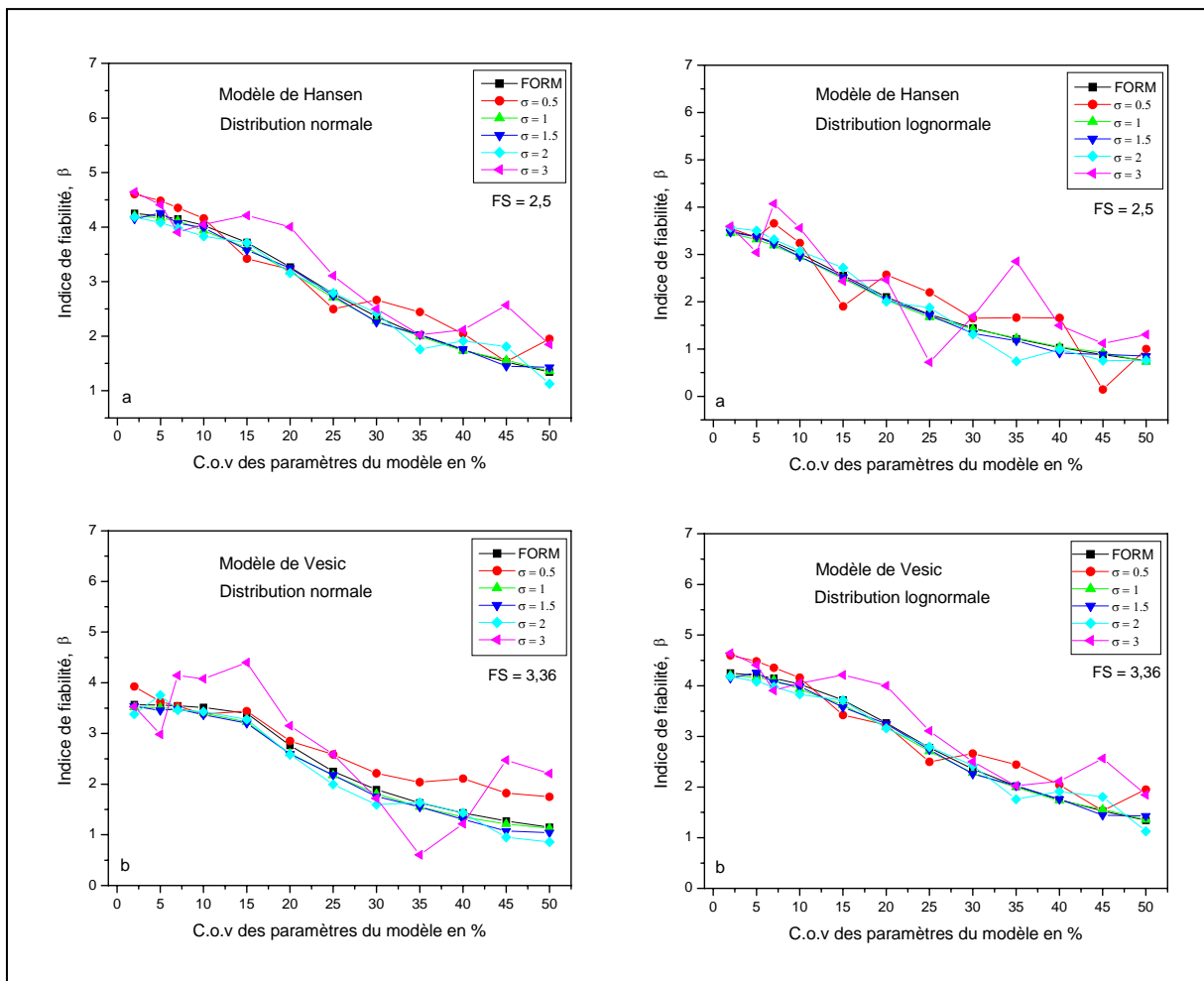


Figure VII.11 : l'effet du choix de l'écart type de la fonction de densité de tirage sur l'efficacité de la méthode de Monte Carlo avec tirage d'importance basé sur le point de conception.
 (a) Modèle de Hansen, (b) Modèle de Vesic.

VII.4.2.2 Efficacité de la méthode de Monte Carlo par exclusion de la zone de sécurité

Similairement à la méthode de tirage d'importance basé sur le point de conception, la méthode de Monte Carlo, par exclusion de la zone de sécurité, exploite une information disponible a priori sur la valeur approximative de l'indice de fiabilité β_{ap} . Les combinaisons des variables aléatoires, qui génèrent des indices de fiabilité inférieurs à β_{ap} , ne sont pas considérées dans la suite du calcul. En effet, le tableau VII.2 montre que sur les 100000

combinaisons générées, un nombre N_{D2} beaucoup plus petit de combinaisons sont considérées pour le calcul des valeurs de la fonction d'état limite. En conséquence le temps de calcul est considérablement réduit en comparaison à la technique de simulation brute de Monte Carlo.

Tableau VII.2 : Relation entre indice de fiabilité et nombre de points générés à l'extérieur de la zone de sécurité pour un nombre total de 100000 points.

β_{ap}	N_{D2}	β_{ap}	N_{D2}	β_{ap}	N_{D2}	β_{ap}	N_{D2}
1.29	8622	2.08	1329	3.28	58	4.06	2
1.36	8045	2.12	1648	3.34	45	4.09	2
1.40	7796	2.24	2.245	3.41	46	4.12	1
1.58	5058	2.32	778	3.48	10	4.29	1
1.62	4903	2.45	660	3.64	11	4.34	2
1.73	3171	2.68	173	3.73	3	4.38	1
1.82	886	2.94	95	3.97	2	4.25	0

VII.4.2.3 Efficacité de la méthode hyper-cube latin

Dans cette étude la méthode hyper-cube latin a été explorée pour une éventuelle réduction de nombre de simulations nécessaire pour obtenir des résultats raisonnables. Les résultats obtenus dans cette étude (*Annexes A*), montrent que cette méthode fournit des valeurs très proches de ceux obtenues par la technique de simulation brute de Monte Carlo pour un temps de calcul beaucoup plus grand (Figure VII.12). En outre, cette étude nous a montré l'inefficacité de cette méthode pour l'estimation des faibles probabilités de rupture.

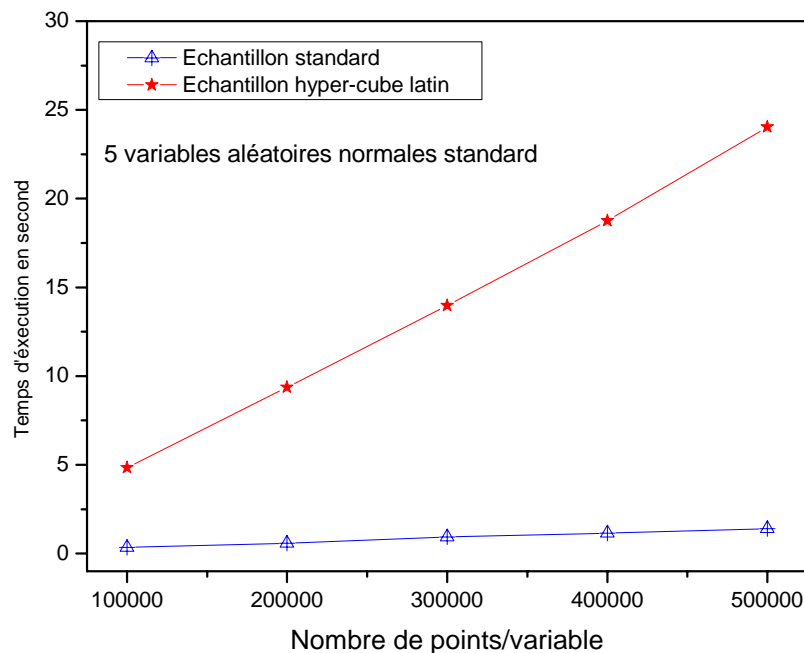


Figure VII.12 : Temps nécessaire pour produire des échantillons standard et des échantillons hyper-cube latin.

VII.5 CONCLUSION

- La méthode de First Order Second Moment (FOSM) induit des erreurs significatives qui peuvent compromettre le jugement de l'ingénieur. En outre, pour calculer la probabilité de rupture cette méthode suppose que la fonction d'état limite suit une loi de distribution normale, cette supposition nous semble très restrictive.
- La méthode de fiabilité de premier ordre FORM fournit un outil pratique pour calculer les faibles probabilités de rupture. La convergence de cette méthode vers la bonne valeur doit être vérifiée en utilisant différents points initiaux de l'algorithme.
- La méthode de fiabilité de second ordre (SORM) exige en plus du point de conception, la matrice des dérivées secondes et les $(n-1)$ courbures principales qui ne sont pas obtenues facilement pour des dimensions élevées. Les résultats obtenus dans cette étude montrent que pour des applications pratiques la précision obtenue par cette méthode n'est pas nécessaire.
- La technique de simulation brute de Monte Carlo a l'avantage de la simplicité conceptuelle ; en l'absence d'une expérience précédente sur le problème étudié cette méthode constitue un outil de vérification de la pertinence des méthodes des moments. Son inconvénient principal est son inefficacité à estimer les faibles probabilités de rupture en raison du grand nombre de tirages requis pour réaliser un niveau acceptable de précision. Avec le développement technologique, le temps nécessaire pour accomplir un grand nombre de simulations peut ne plus constituer un problème.
- La technique de tirage d'importance basé sur le point de conception exige la localisation approximative du point de conception-- ce qui limite l'efficacité de cette méthode dans le cas des dimensions élevées.
- La technique de simulation par exclusion de la zone de sécurité s'avère la plus robuste parmi les techniques de réduction de la variance.
- La technique de simulation hyper-cube latin produit des résultats très proches de ceux obtenus par la technique de simulation brute de Monte Carlo. En revanche, le temps de calcul est beaucoup plus grand, et la robustesse est perdue.

CONCLUSION GENERALE

Cette étude s'est consacrée à l'analyse de fiabilité des fondations superficielles et profondes. Deux critères de rupture ou états limites sont considérés dans cette étude à savoir l'état limite ultime défini par la rupture en portance et l'état limite de service défini par le tassement excessif. Au total douze (12) fonctions d'états limites ont été utilisées dans cette étude ; pour les fondations superficielles, cinq (5) fonctions d'états limites ont été utilisées pour l'analyse probabiliste de la capacité portante avec prise en compte de l'effet de la corrélation entre les variables aléatoires, et trois (3) fonctions d'états limites pour l'analyse probabiliste du tassement. Pour les fondations profondes, trois (3) fonctions d'états limites ont été utilisées pour l'analyse probabiliste de la capacité portante, et une fonction d'état limite pour le tassement.

Dans cette étude les méthodes d'analyse de fiabilité FOSM, FORM, SORM, et MCS ont été utilisées pour l'analyse paramétrique de la fiabilité des fonctions d'états limites considérées en utilisant deux distributions : normale et lognormale pour modéliser les variables aléatoires. Cette étude paramétrique de l'analyse de fiabilité des fondations superficielles et profondes, a permis d'évaluer les effets des incertitudes des paramètres de conception des fondations sur l'indice de fiabilité; et d'obtenir les conclusions suivantes :

- La pratique traditionnelle de conception des fondations qui utilise des facteurs de sécurité peut être fallacieuse. Des fondations conçues avec de grands facteurs de sécurité ne sont pas exemptées du risque de rupture en particulier si les incertitudes sur les paramètres de conception sont grandes. Les résultats obtenus dans cette étude montrent que pour des grandes incertitudes associées à certains paramètres, la probabilité de rupture P_f tend vers des valeurs voisines de 1. Par contre, les analyses déterministes ne sont pas à rejeter puisqu'elles peuvent s'avérer suffisantes lorsque la dispersion des mesures est faible.
- Les analyses déterministes et probabilistes ont mis en évidence l'influence du choix du modèle sur la fiabilité des fondations. En effet, les incertitudes des modèles peuvent être significatives. Une évaluation simple du biais d'un modèle est cruciale pour l'analyse de la fiabilité. Si le modèle est conservateur, il est évident que les probabilités de rupture calculées plus tard seront décentrées, parce que les situations qui appartiennent au domaine sûr seront assignées inexactement au domaine de défaillance, en raison du conservatisme intégré.
- Aucune mesure de la sécurité -qu'elle soit déterministe ou probabiliste- qui est économiquement acceptable, ne peut être prévue pour couvrir les situations où les conditions de site ou les méthodes d'analyse sont mal choisies. Le jugement de l'ingénieur est toujours (probablement sera toujours) nécessaire dans la caractérisation de site, le choix des paramètres du sol, les méthodes d'analyse, et l'évaluation critique des résultats de l'analyse. L'importance du jugement de l'ingénieur n'a pas diminué avec l'avancement de la théorie et les moyens de calcul. Cependant, son rôle doit davantage se concentrer sur les aspects qui demeurent en dehors de la portée des analyses théoriques.
- Les analyses de fiabilité fournissent un cadre logique pour incorporer des incertitudes dans les processus de conception, et améliorent la perception du risque dans les méthodes de conception traditionnelles. Un atout essentiel d'une démarche probabiliste est qu'il est possible d'estimer le niveau de sécurité à travers la probabilité de rupture. Dans l'approche déterministe, la fiabilité d'un ouvrage se fait de façon binaire : stable ou instable.

- L'une des difficultés principales à une bonne compréhension des résultats d'un calcul de fiabilité est qu'il n'est pas possible de traduire une probabilité de rupture de 10^{-5} en une mesure compréhensible. L'ingénieur conçoit le plus souvent la probabilité comme une mesure fréquentielle -- le nombre de cas constatés sur le nombre total de cas. Ce que nous dit cette probabilité n'a en fait que très peu de sens dans l'absolu. Elle ne nous sera utile que comparé à celle d'une autre fondation calculé avec les mêmes méthodes d'analyse et les mêmes lois de distribution pour les variables. Comme la probabilité de défaillance doit être analysée de façon relative, il est important de le faire dans un cadre cohérent. En effet, les indices de fiabilité sont très sensibles au choix des distributions utilisées.
- Pour de faibles coefficients de variation, l'indice de fiabilité augmente considérablement quelque soit la fonction d'état limite et la distribution considérée, et quelque soit le coefficient de sécurité envisagé.
- L'analyse de la sensibilité des paramètres aléatoires utilisés dans la conception des fondations superficielles - cas général - montre que, l'indice de fiabilité, peut être estimé correctement en considérant comme variables aléatoires uniquement les paramètres de résistance de Mohr-Coulomb (c, ϕ), la charge verticale Q_v , et la charge horizontale Q_h .
- La corrélation entre les variables aléatoires normales impliquées dans l'analyse probabiliste de la capacité portante des fondations superficielles doit être considérée. En revanche, la prise en compte de la corrélation entre les variables aléatoires lognormales n'est pas toujours nécessaire.
- L'analyse probabiliste du tassement instantané, nous a montré que l'indice de fiabilité, dépend fortement du module d'Young E du sol et de la charge verticale Q_v . L'incertitude sur le coefficient de Poisson ν semble sans grande incidence dans l'analyse de fiabilité.
- L'analyse paramétrique du tassement de consolidation primaire des fondations superficielles montre que l'indice de fiabilité β , dépend fortement de la pression de préconsolidation q_c , du poids volumique sec γ , de la charge verticale Q_v , et de l'indice de compression C_c . Les incertitudes sur l'indice des vides e_o , et de l'indice de recompression C_r semble sans grande incidence dans l'analyse de fiabilité.
- L'indice de compression secondaire C_{α} , et le coefficient de consolidation C_v , semblent avoir une grande influence dans l'analyse de fiabilité du tassement de consolidation secondaire d'une fondation superficielle.
- Dans tous les modèles de prédiction de la capacité portante et du tassement des fondations profondes, la charge verticale semble avoir une influence prononcée sur l'indice de fiabilité. L'analyse de la sensibilité nous a montré qu'une réduction des paramètres aléatoires est toujours possible même lorsque le nombre de variables aléatoires impliquées dans l'analyse probabiliste est relativement réduit. Cette étude a montré que l'angle de frottement interne du sol est la variable la plus dominante et que l'ordre d'influence des autres variables dépend du choix de la loi de distribution.
- Les résultats obtenus dans l'analyse de sensibilité des paramètres de tassement du pieu par la méthode d'élasticité ont réaffirmé que la charge verticale et le module d'élasticité du pieu sont les deux variables aléatoires qui gouvernent la fiabilité pour ce mode de rupture.

- Dans cette étude nous avons exploré les méthodes suivantes : First Order Second Moment (FOSM), First Order Reliability Method (FORM), Second Order Reliability Method (SORM), la technique de simulation brute de Monte Carlo (BMCS), la technique de tirage d'importance basée sur le point de conception (DPMCS), la technique de simulation par exclusion de la zone de sécurité (SDMCS), et la technique de simulation hyper-cube latin (LHMCS). Cette étude a fait ressortir les avantages et les lacunes de chaque méthode. Sur la base des résultats obtenus, la méthode FORM et la technique de simulation brute de Monte Carlo, semblent les plus efficace parmi les méthodes considérées.

L'approche adoptée dans cette étude utilise une variable aléatoire unique par paramètre. Un tel modèle ne correspond pas à la variabilité spatiale observée dans les sols. Un modèle plus approprié fait usage de la notion d'auto-corrélation spatiale. Ceci garantie que des points rapprochés ont en moyenne des réalisations similaires tandis que des points éloignés sont indépendants ou non corrélés. Une étude comparative entre les deux approches probabilistes est recommandée pour des travaux ultérieurs dans le domaine de géotechnique.

REFERENCES

BIBLIOGRAPHIQUES

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Baecher, G.B & Christian, J.T.** 2003. « Reliability and statistics in geotechnical engineering ». *John Wiley*.
- Becker, D.E.** 1996. « Eighteenth Canadian geotechnical colloquium: limit states design for foundations. Part I. Development for the national building code of Canada ». *Canadian geotechnical journal*, Vol 33, pp. 956-983.
- Cai, G.Q & Elishakoff, I.** 1994. « Refined second order reliability analysis ». *Structural Safety* Vol 14, pp 267-276.
- Cherubini, C.** 2000. « Probabilistic approach to the design of anchored sheet pile walls ». *Computers and Geotechnics* , Vol 22, pp. 309-33.
- CRMARGE, Committee on Reliability Methods for Risk Mitigation in Geotechnical Engineering.** 1995. « Probabilistic methods in geotechnical engineering ». *Appendix C, National Research Council. Washington, DC.*
- Duncan, M.** 1999. « Factors of safety and reliability in geotechnical engineering », *journal of geotechnical engineering and geoenvironmental engineering*, Vol 126, pp. 307-316.
- Einstein H.H.** 1996. « Risk and risk analysis in rock engineering ». *Tunnelling and underground space technology*; 1(20), pp.141-155.
- Haldar, A & Mahadevan, S.** 2000. « Reliability assessment using stochastic finite element analysis ». *John Wiley*.
- ISP5-Pressio.** 2005. « Prévision de la capacité portante et de tassements ». *Symposium international; 50 ans de pressumètres.*
- Köylüoğlu, H.U, Nielsen, S.R.K.** 1994. « New approximations for SORM integrals ». *Structural safety*, Vol 13, pp. 235-246.
- Lemaire, M.** 2005. « Fiabilité des structures, couplage mécano-fiabiliste statique ». *Lavoisier*.
- Low, B.K & Tang, 2004.** « Reliability analysis using object-oriented constrained optimization ». *Structural safety*, Vol 26, 69-89.
- Melchers, R.** 2001. « Structural reliability analysis and prediction ». *Second edition, John Wiley*.
- NCHRP, National Cooperative Highway Research Program.** 2004. « Load and resistance factor design for deep foundations ». *Report 507. Transportation research board of the national academies.*
- Procaccia, H & Morilhat.** 1996. « Fiabilité des structures et des installations industrielles ». *Editions Eyrolles*
- Phoon, K.K & Kulhawy, F.** 2003. « Evaluation of model uncertainties for reliability-base foundation design ». *Applications of statistics and probability in civil engineering. Der Kiureghian, Mandanat & Pestana (eds)*
- Phoon, K.K.** 1995. « Reliability-based design of foundation for transmission line structures ». *Ph.D. thesis, Cornell University, May 1995.*
- Rackwitz, R.** 2001. « Reliability analysis – a review and some perspectives ». *Structural Safety*, Vol 23, pp 365-395.
- Rackwitz R., Fiessler B.** 1978. « Structural reliability under combined random load sequences ». *Computers and Structures; Vol 9, pp. 489-494.*
- Tichy, M.** 1994. « First-order third-moment reliability method », *Structural Safety*, Vol 16, pp. 189-200.

USACE, U S Army Corps Of Engineers. 1992. « Bearing capacity of soils. Engineering Manual ». N^o. 1110-1-1905. Department of the army, Washington, DC.

USACE, U S Army Corps Of Engineers. 1997. « Engineering and design: introduction to probability and reliability methods for use in geotechnical engineering ». *Engineering technical letter No. 1110-2-547.* Department of the army, Washington, DC.

Zhao, Y.G & Ono, T. 1994. « New Approximations for SORM: Part 1. », *Journal of Engineering Mechanics* 125, pp. 86-93.

Zhao, H.G & Ono, T. 2001. « Moment methods for structural reliability ». *Structural Safety, Vol 23,* pp. 47-75.

ANNEXE A

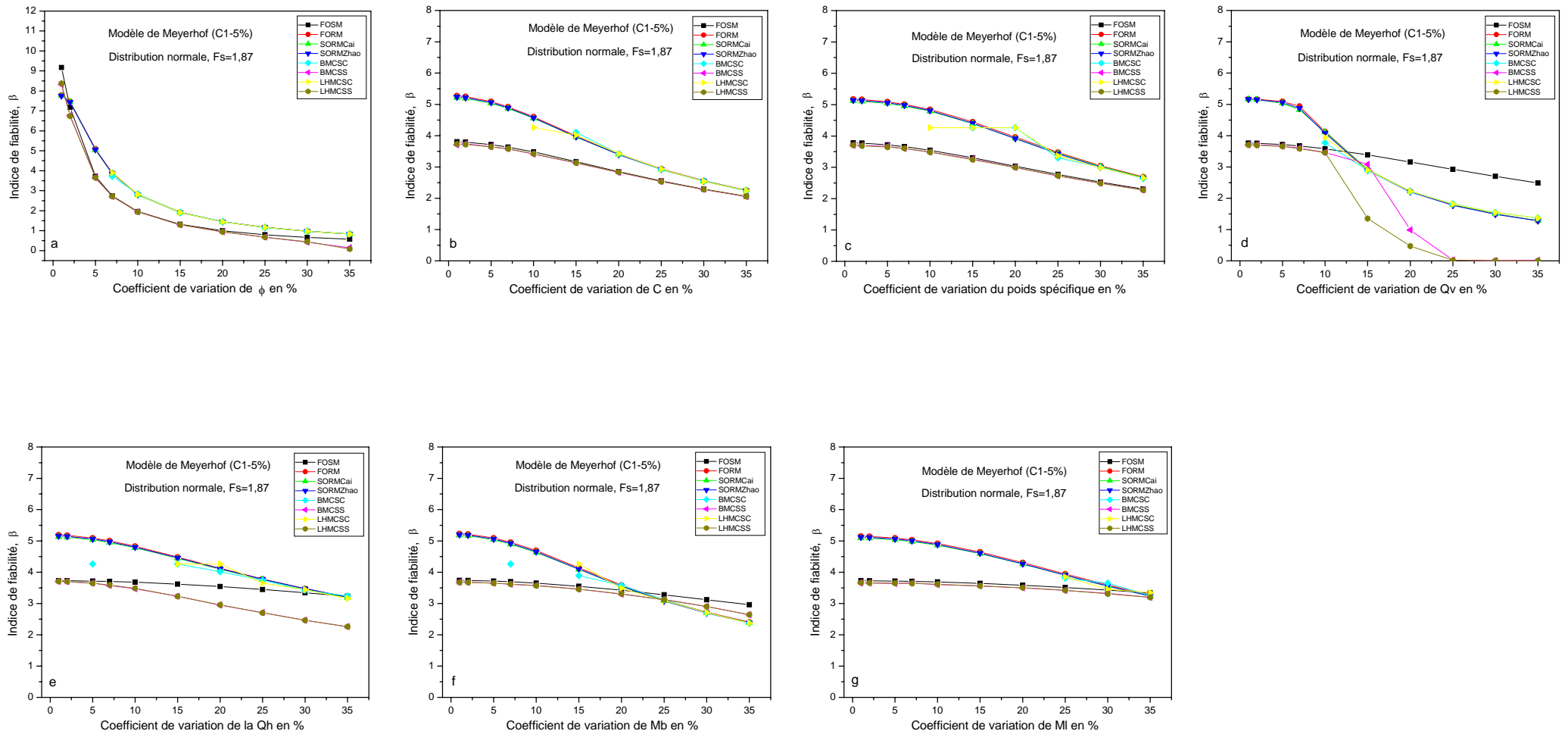


Figure A1.1 : Effet de la variation de l'écart –type des paramètres du modèle de Meyerhof pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle –cas simple -sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 5%. Distribution normale – Variables indépendantes.

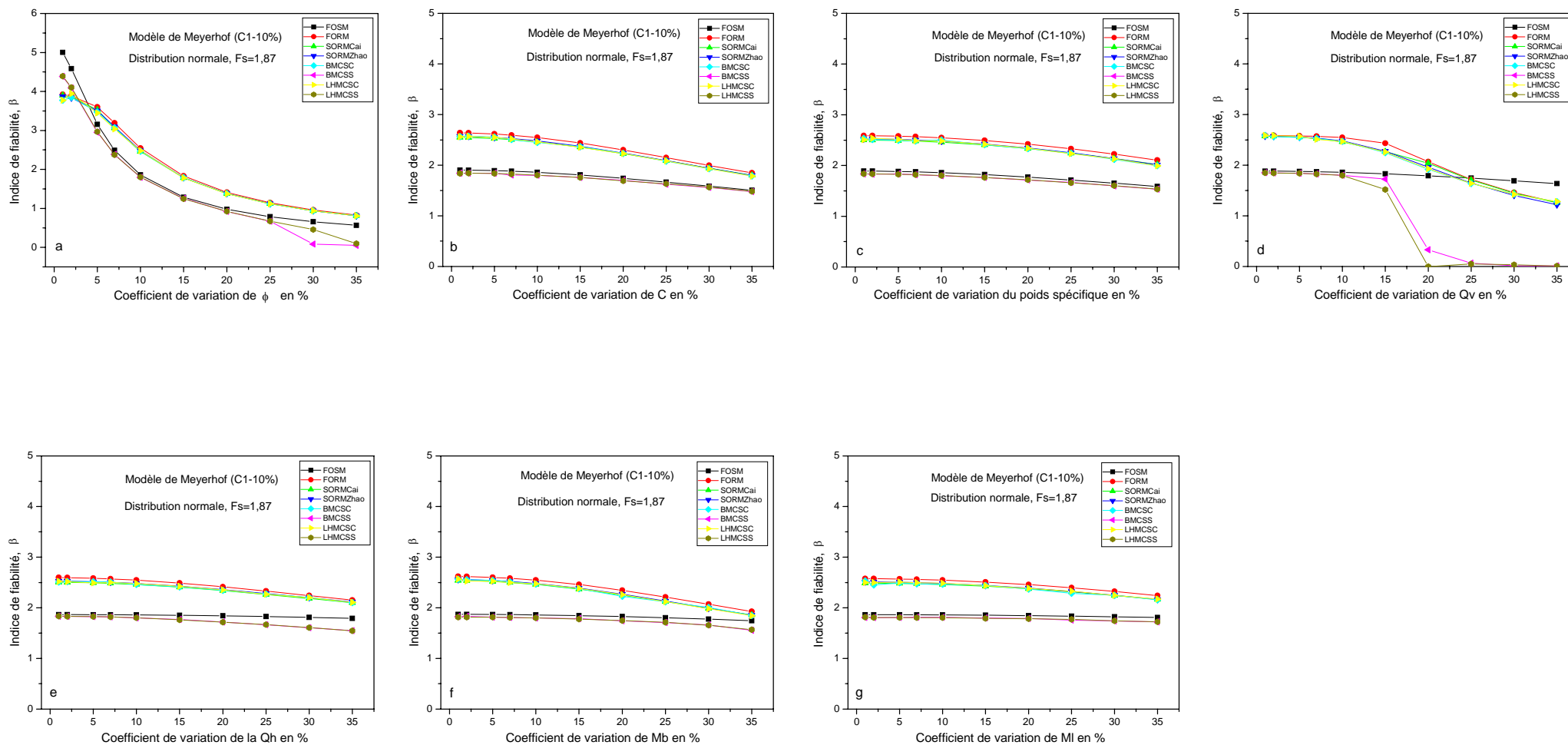


Figure A1.2 : Effet de la variation de l'écart –type des paramètres du modèle de Meyerhof pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle –cas simple -sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 10%. Distribution normale – Variables indépendantes.

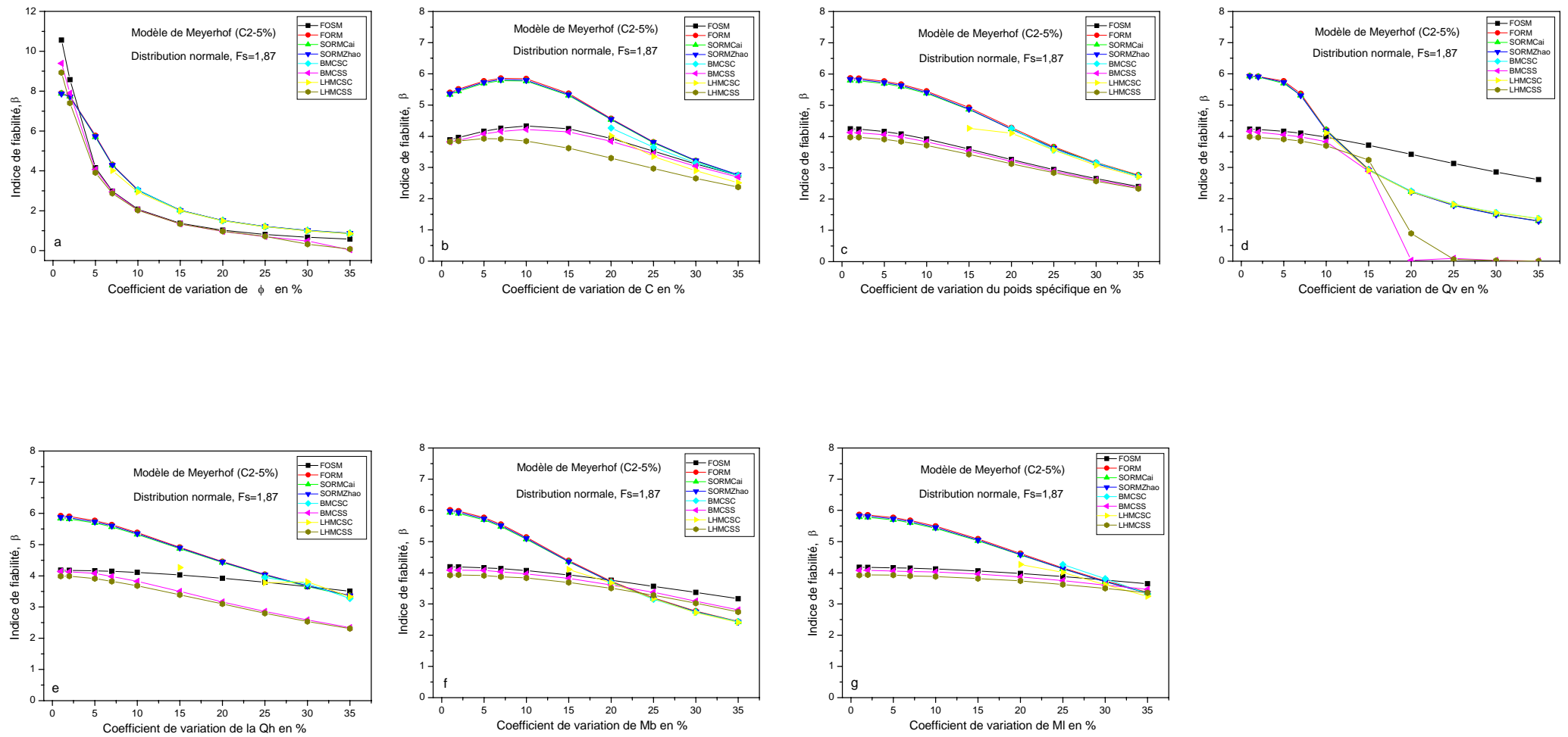


Figure A1.3 : Effet de la variation de l'écart –type des paramètres du modèle de Meyerhof pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle –cas simple - sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 5%. Distribution normale – Variables dépendantes : ϕ -C.

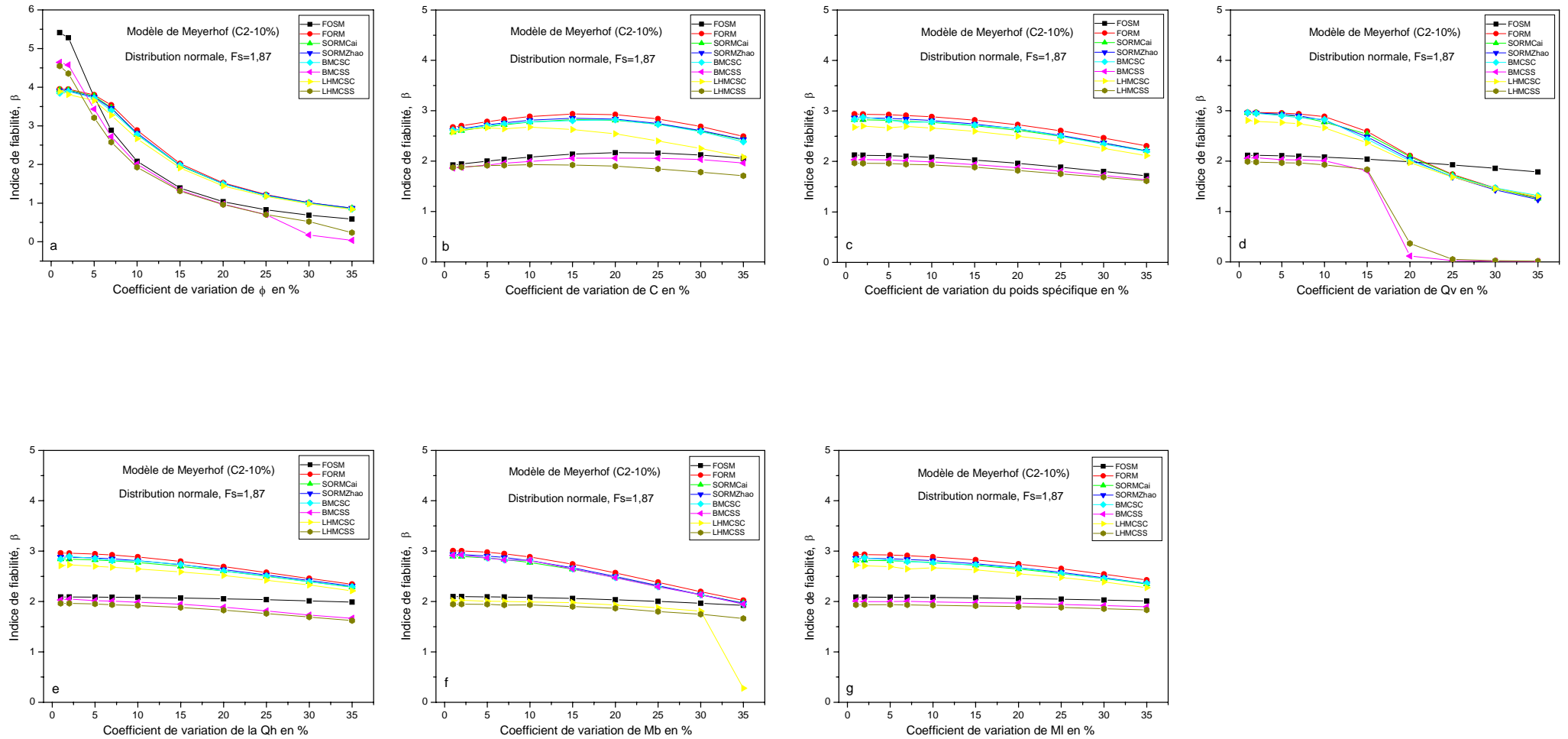


Figure A1.4 : Effet de la variation de l'écart –type des paramètres du modèle de Meyerhof pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle –cas simple -sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 10%. Distribution normale – Variables dépendantes : ϕ -C.

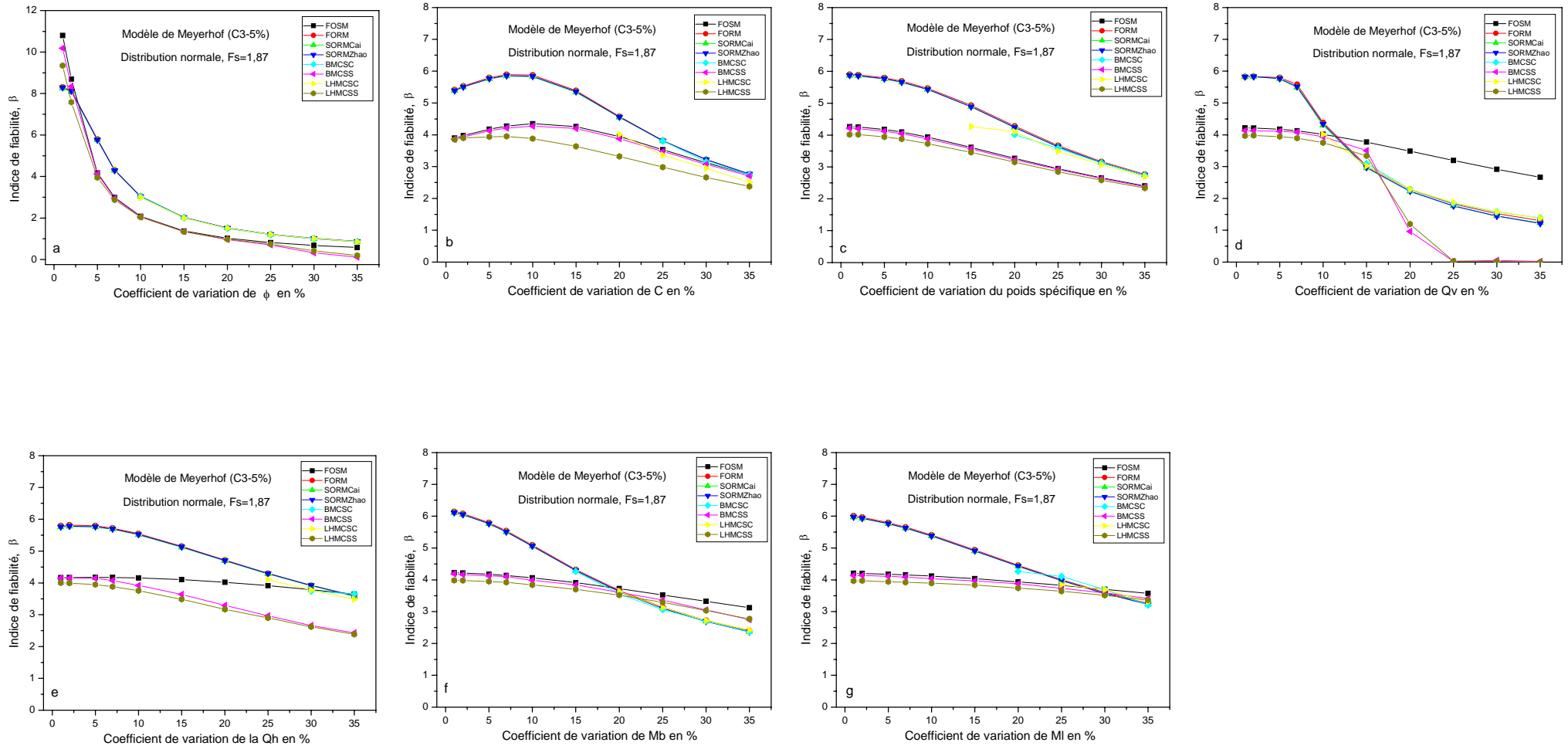


Figure A1.5 : Effet de la variation de l'écart –type des paramètres du modèle de Meyerhof pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle –cas simple -sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 5%. Distribution normale – Variables dépendantes : ϕ -C , Q_v - Q_h , M_b - M_l .

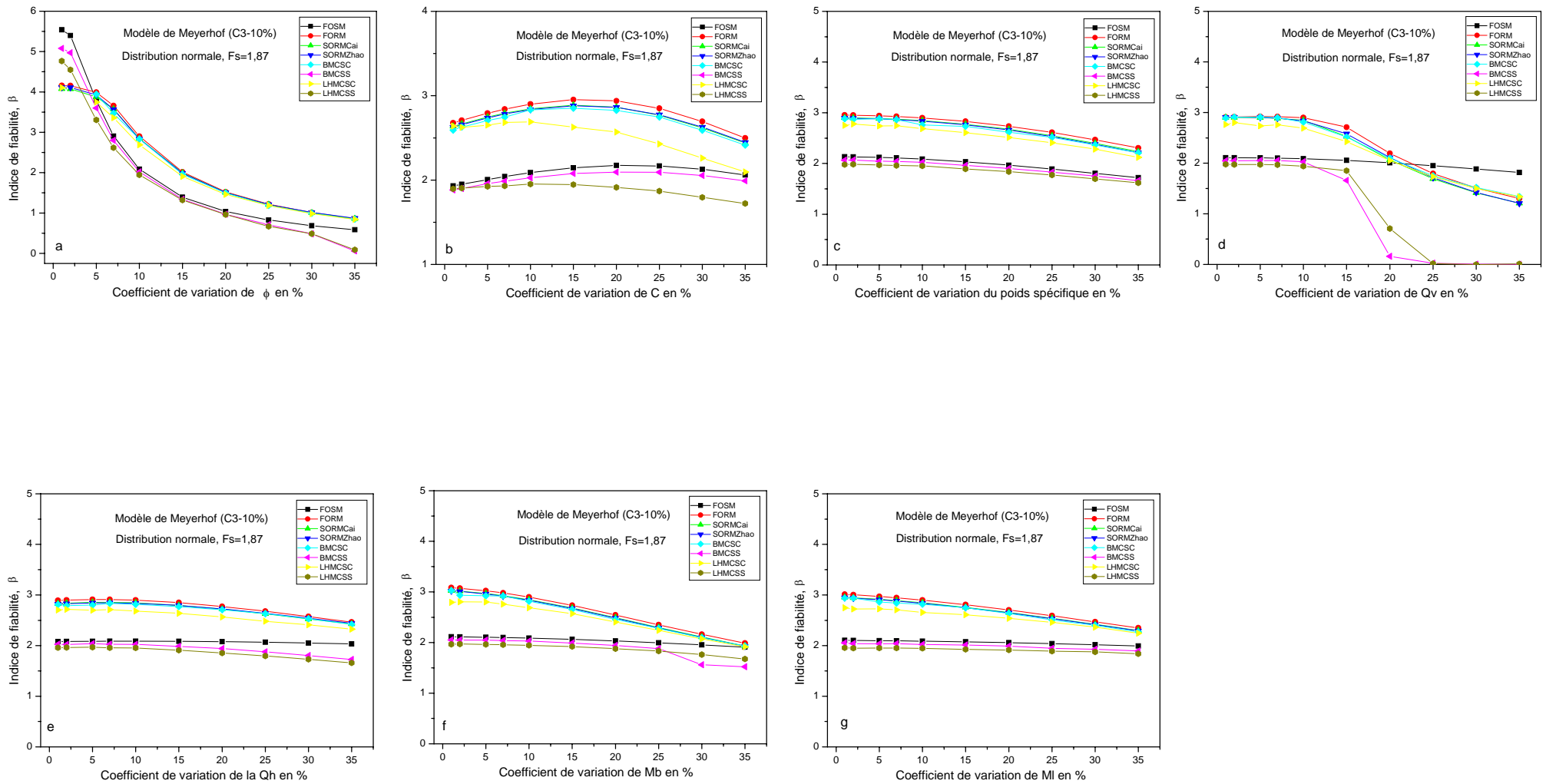


Figure A1.6 : Effet de la variation de l'écart –type des paramètres du modèle de Meyerhof pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle –cas simple - sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 10%. Distribution normale – Variables dépendantes : ϕ -C , Qv-Qh , Mb-MI.

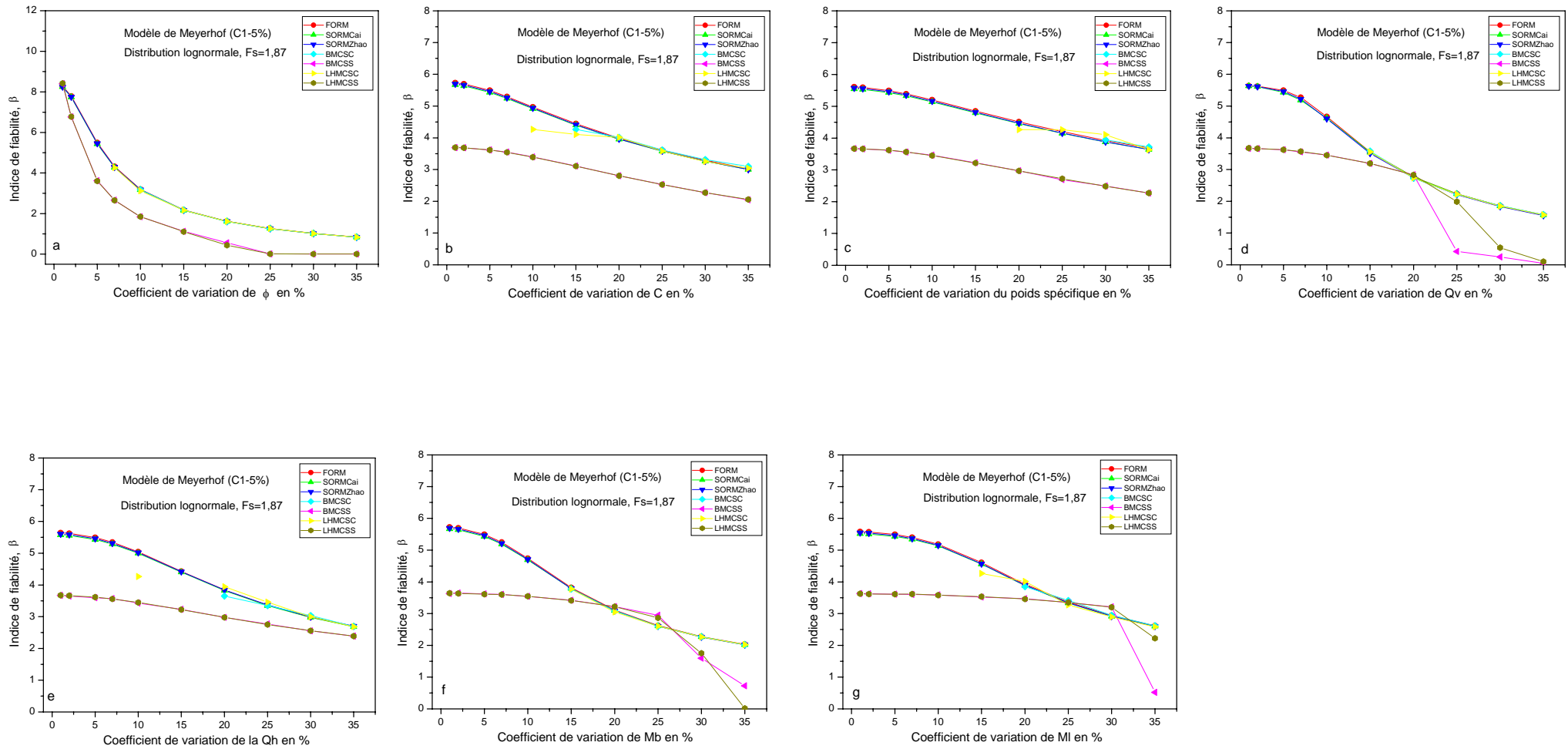


Figure A1.7 : Effet de la variation de l'écart –type des paramètres du modèle de Meyerhof pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle –cas simple - sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 5%. Distribution lognormale – Variables indépendantes.

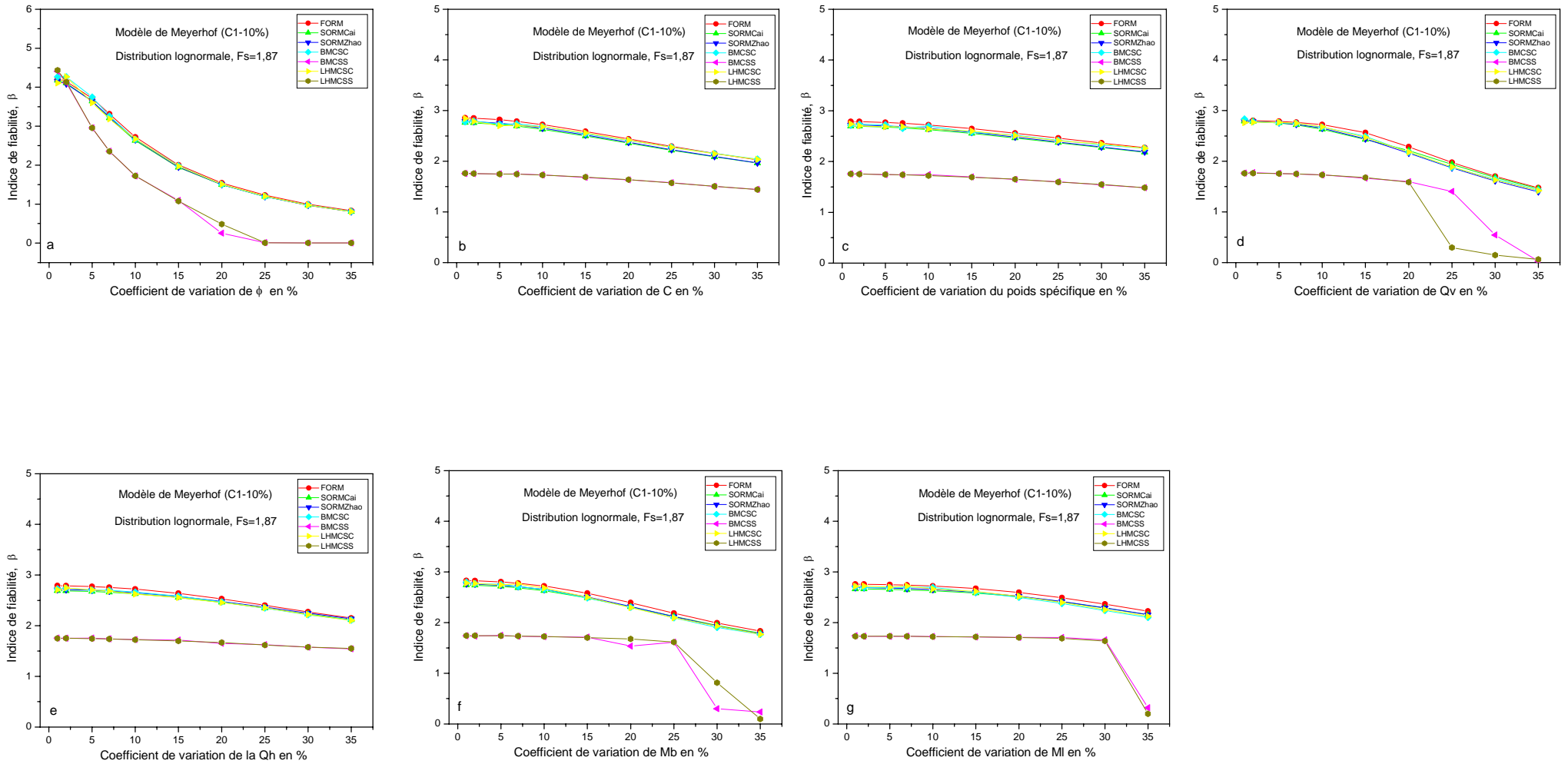


Figure A1.8 : Effet de la variation de l'écart –type des paramètres du modèle de Meyerhof pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle –cas simple - sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 10%. Distribution lognormale – Variables indépendantes.

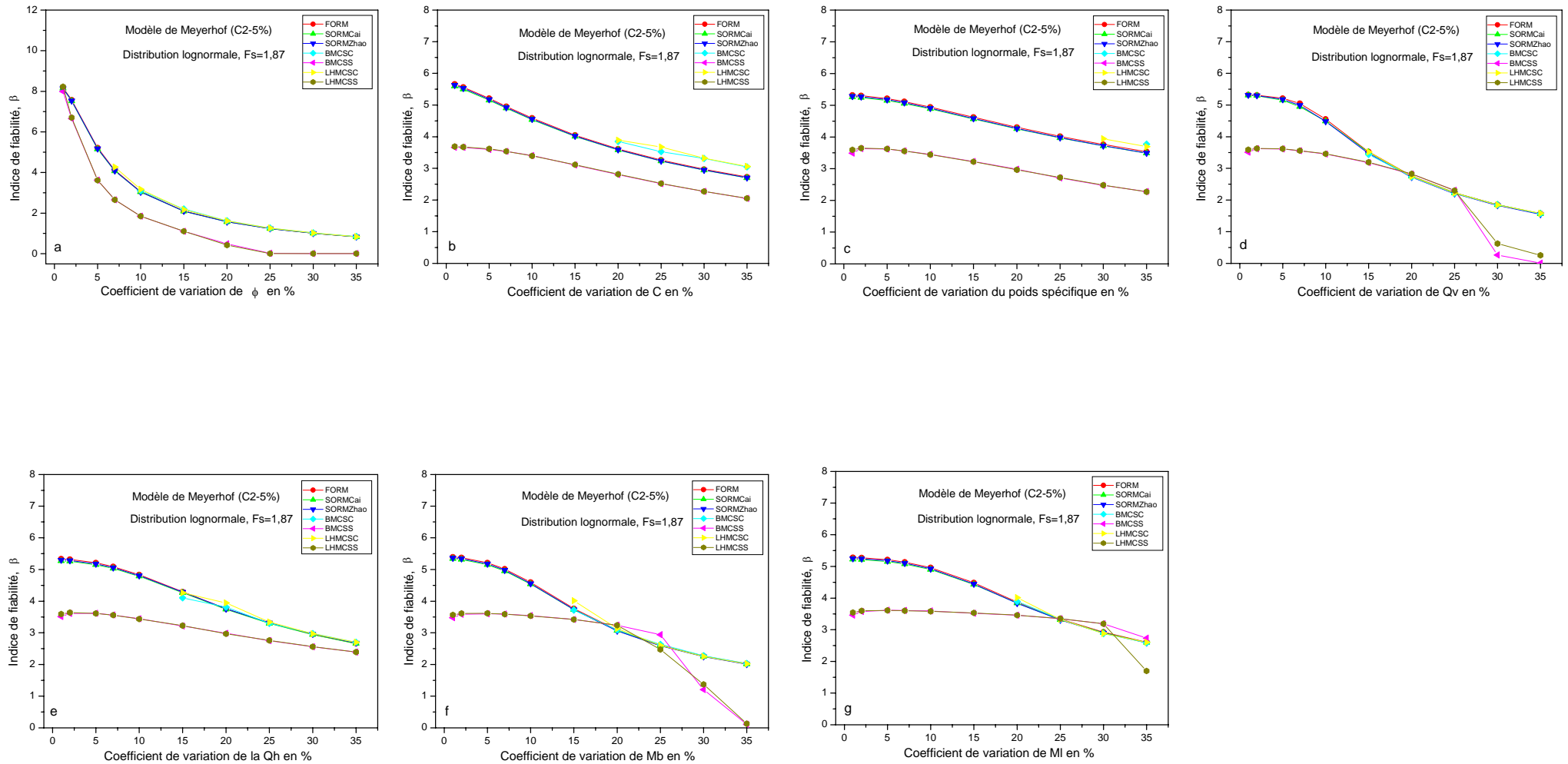


Figure A1.9 : Effet de la variation de l'écart –type des paramètres du modèle de Meyerhof pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle –cas simple - sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 5%. Distribution lognormale – Variables dépendantes : ϕ -C.

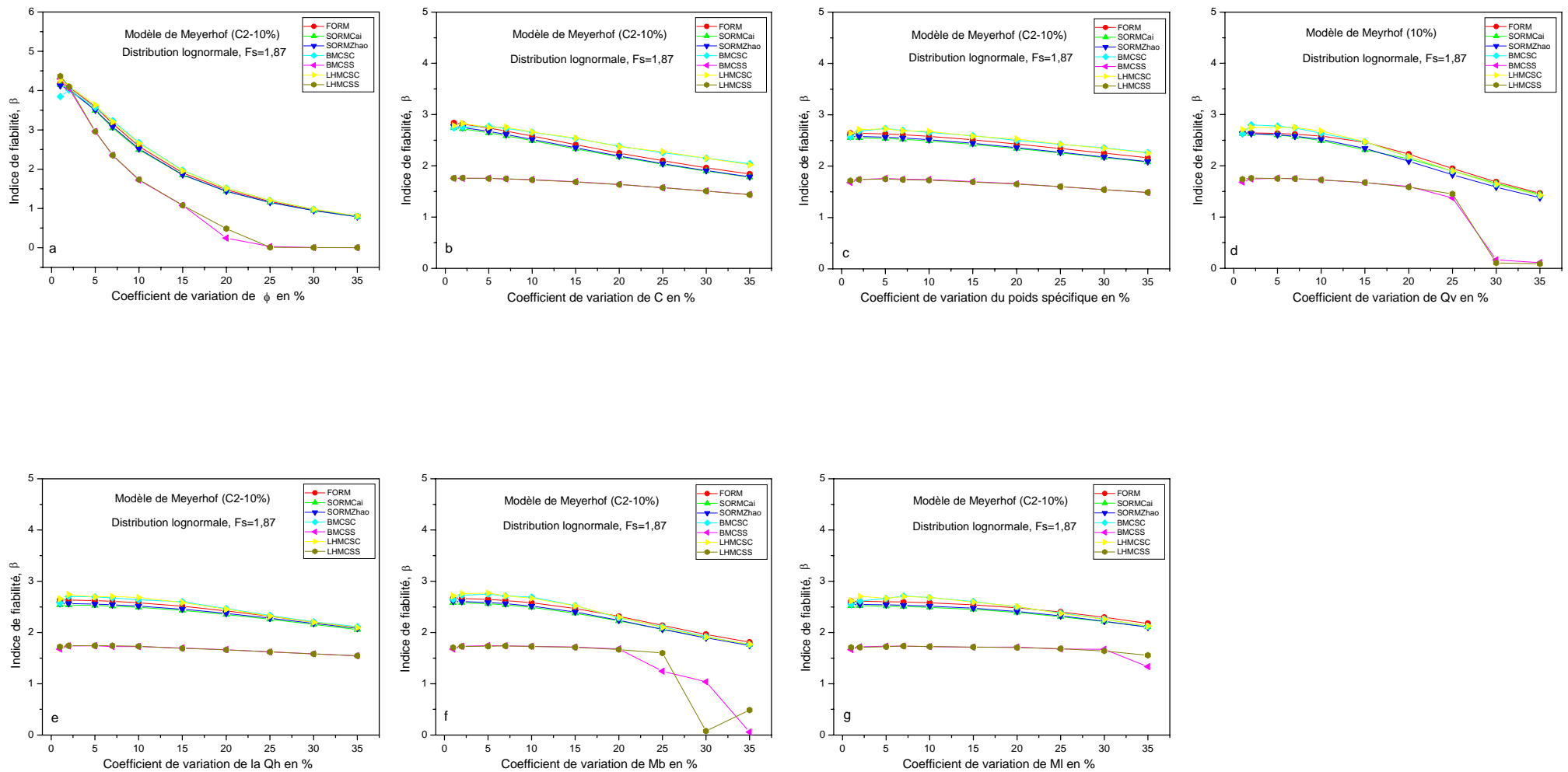


Figure A1.10 : Effet de la variation de l'écart –type des paramètres du modèle de Meyerhof pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle –cas simple - sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 10%. Distribution lognormale – Variables dépendantes: \emptyset -C.

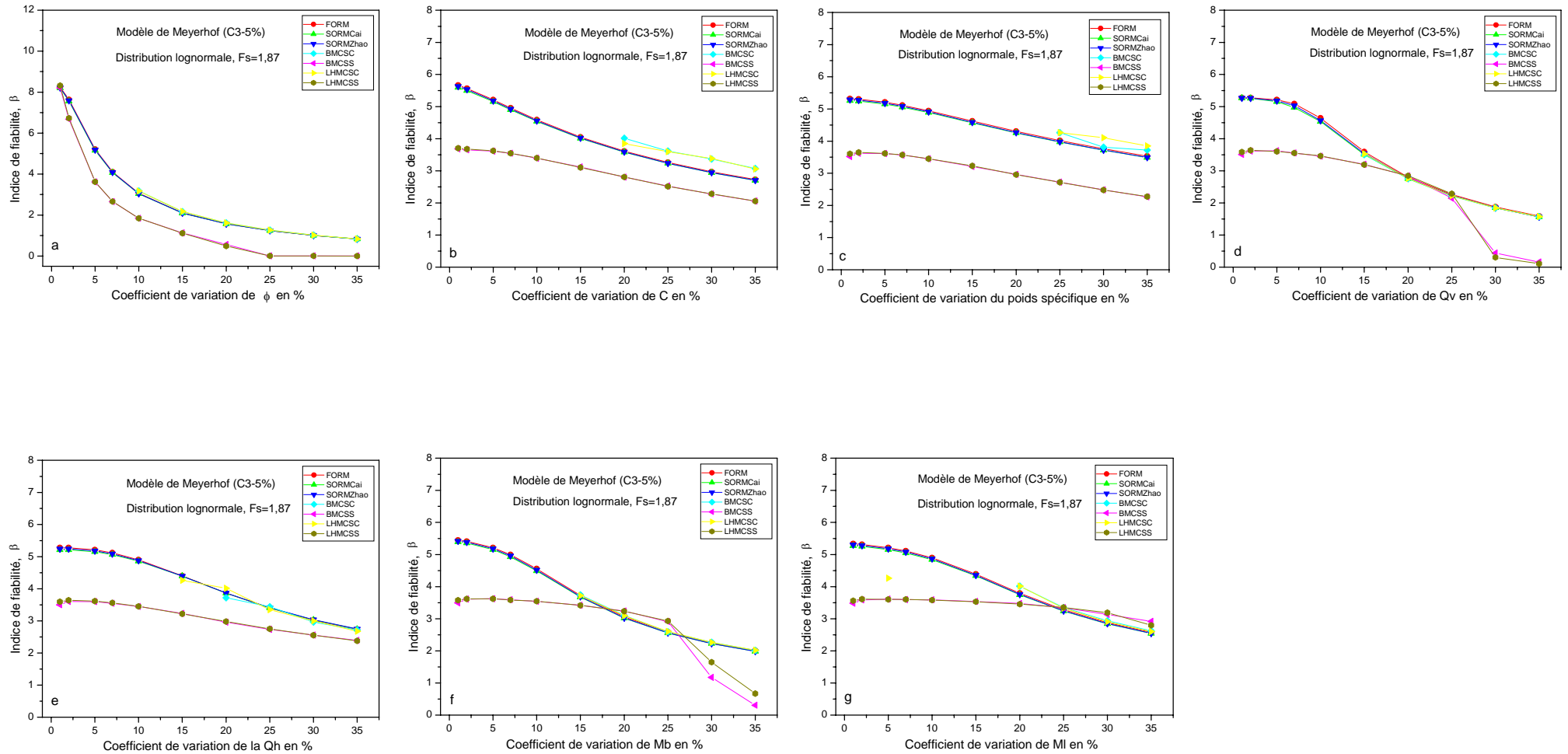


Figure A1.11 : Effet de la variation de l'écart –type des paramètres du modèle de Meyerhof pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle –cas simple - sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 5%. Distribution lognormale – Variables dépendantes: ϕ -C, Q_v - Q_h , M_b - M_I .

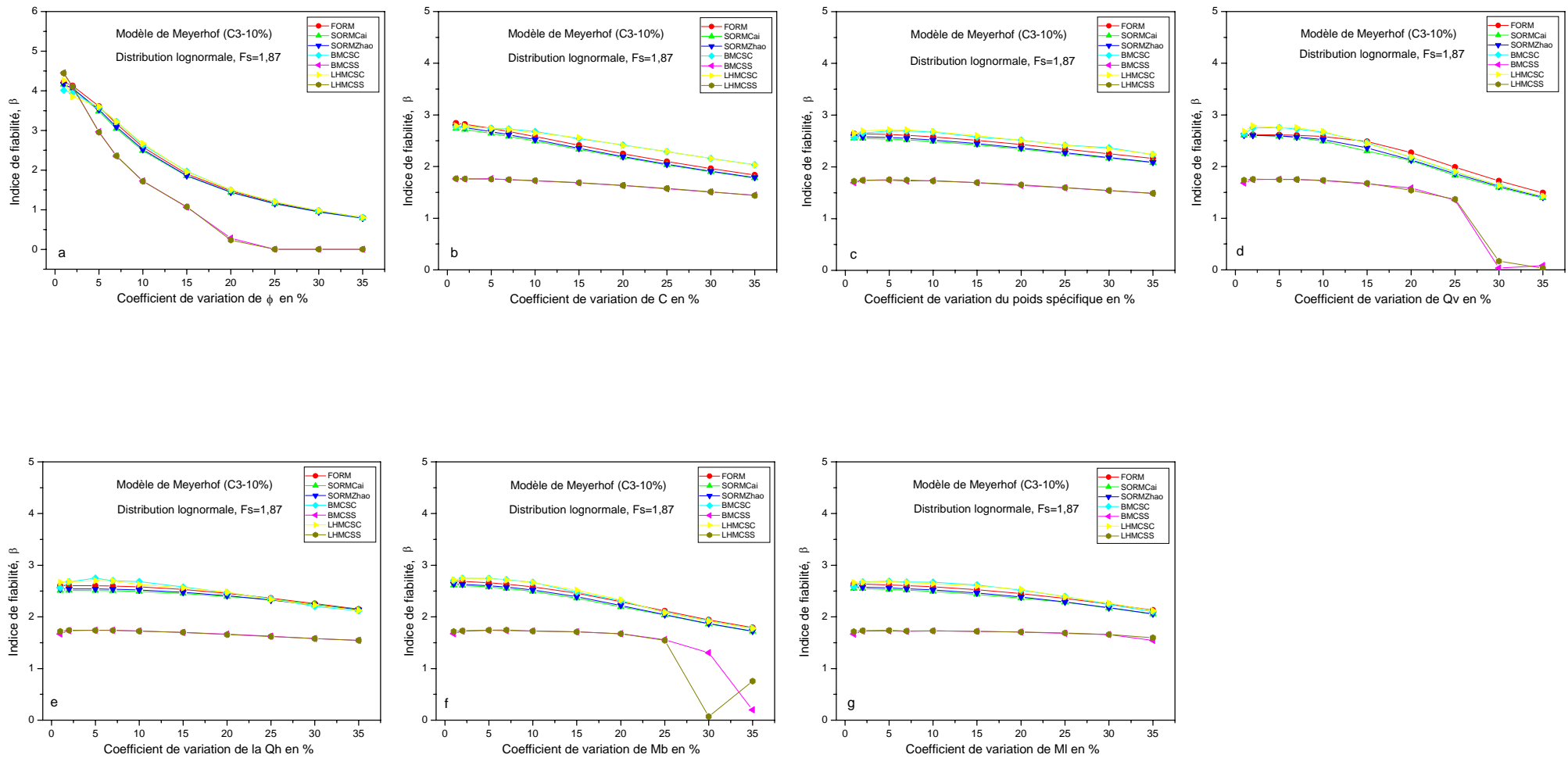


Figure A1.12 : Effet de la variation de l'écart –type des paramètres du modèle de Meyerhof pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle –cas simple - sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 10%. Distribution lognormale – Variables dépendantes: ϕ -C, Q_v - Q_h , M_b - M_L .

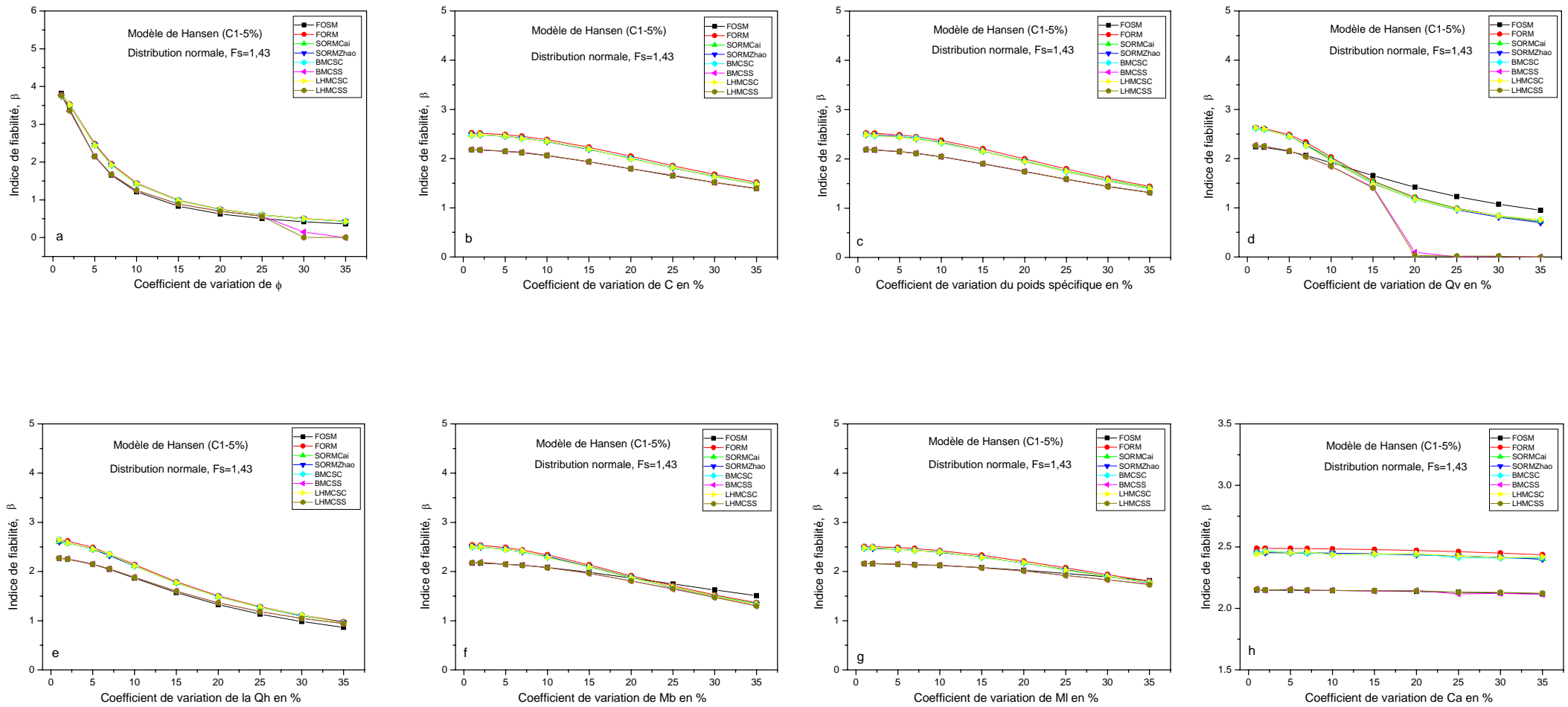


Figure A2.1 : Effet de la variation de l'écart –type des paramètres du modèle de Hansen pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle –cas simple - sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 5%. Distribution normale – Variables indépendantes.

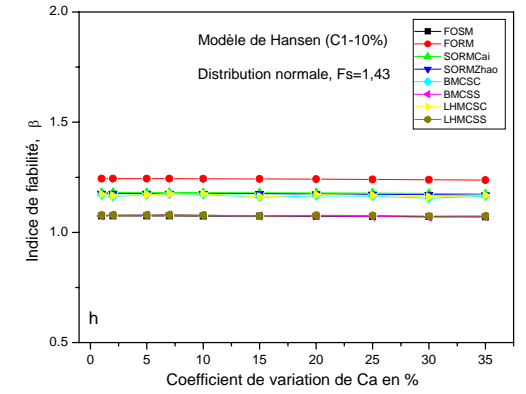
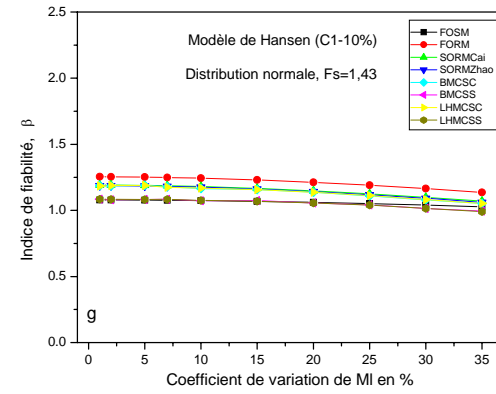
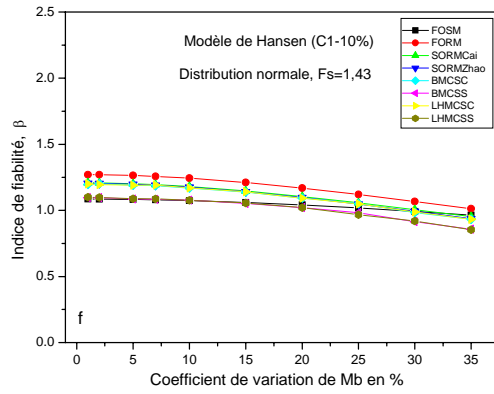
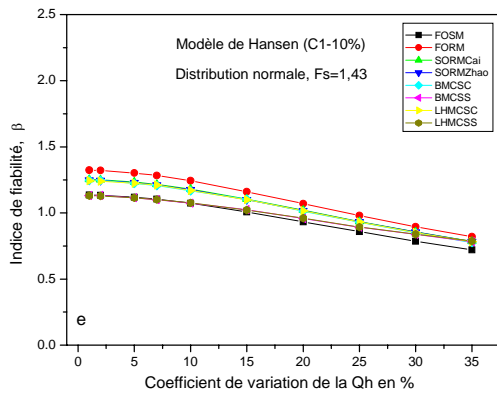
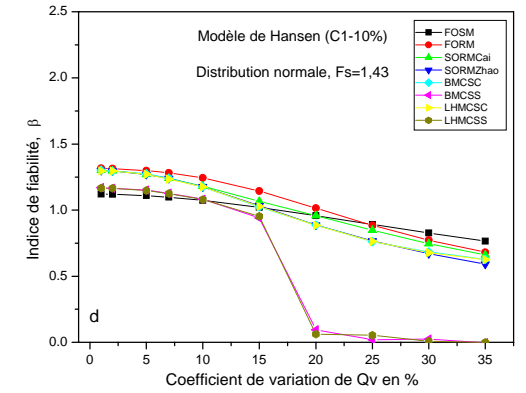
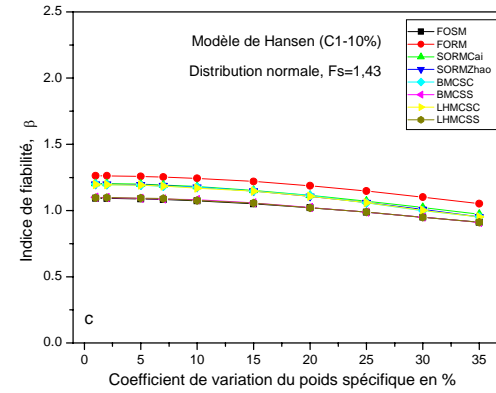
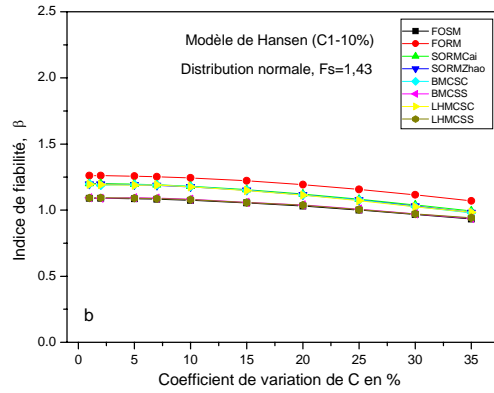
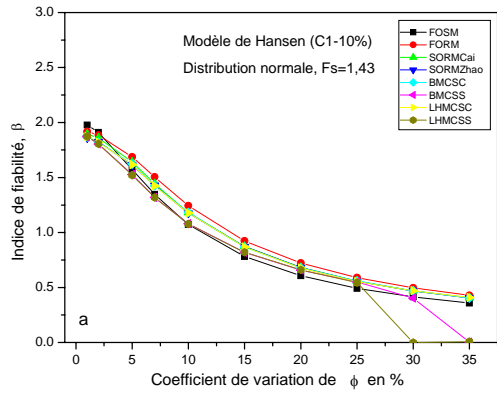


Figure A2.2 : Effet de la variation de l'écart –type des paramètres du modèle de Hansen pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle –cas simple - sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 10%. Distribution normale – Variables indépendantes.

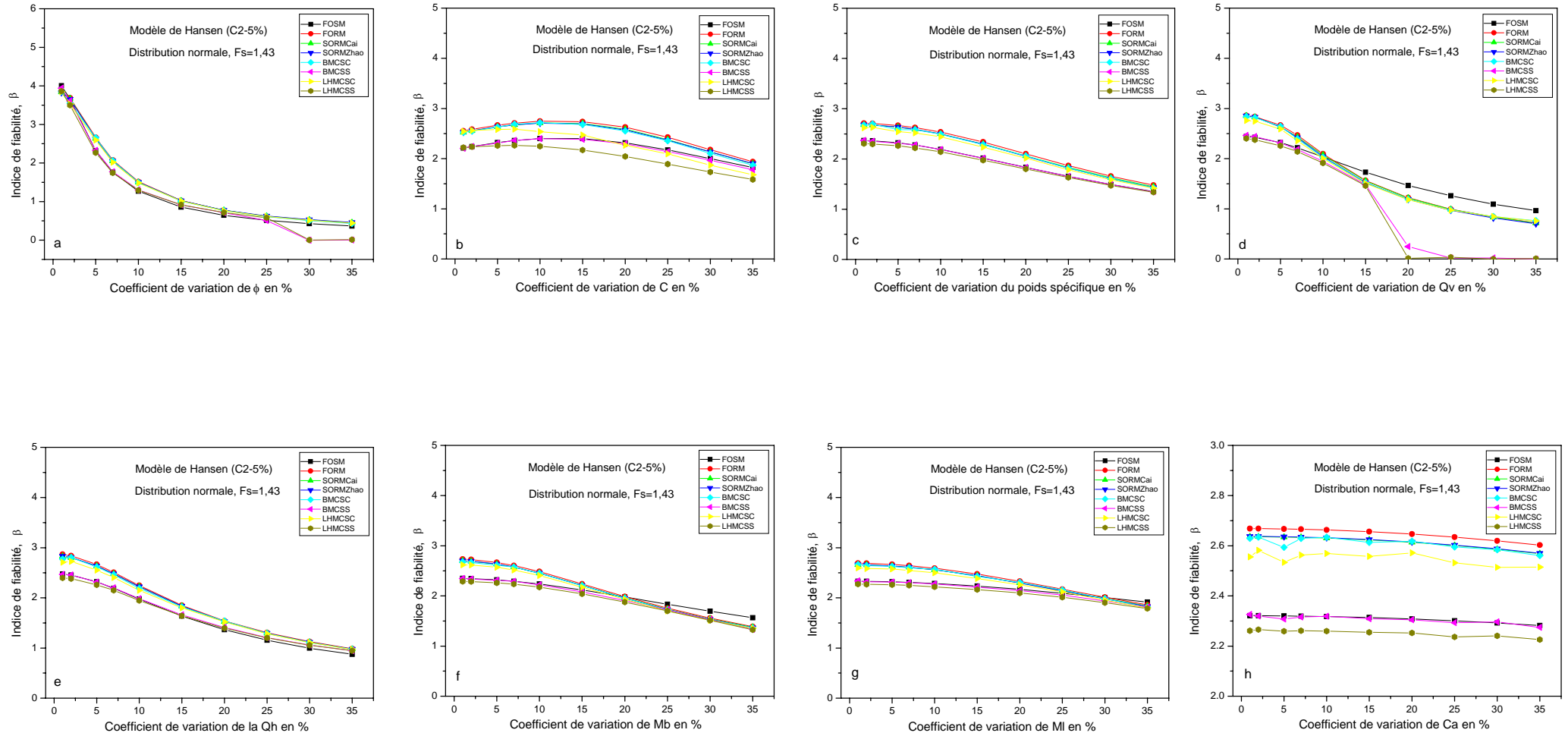


Figure A2.3 : Effet de la variation de l'écart -type des paramètres du modèle de Hansen pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle -cas simple - sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 5%. Distribution normale – Variables dépendantes: ϕ -C.

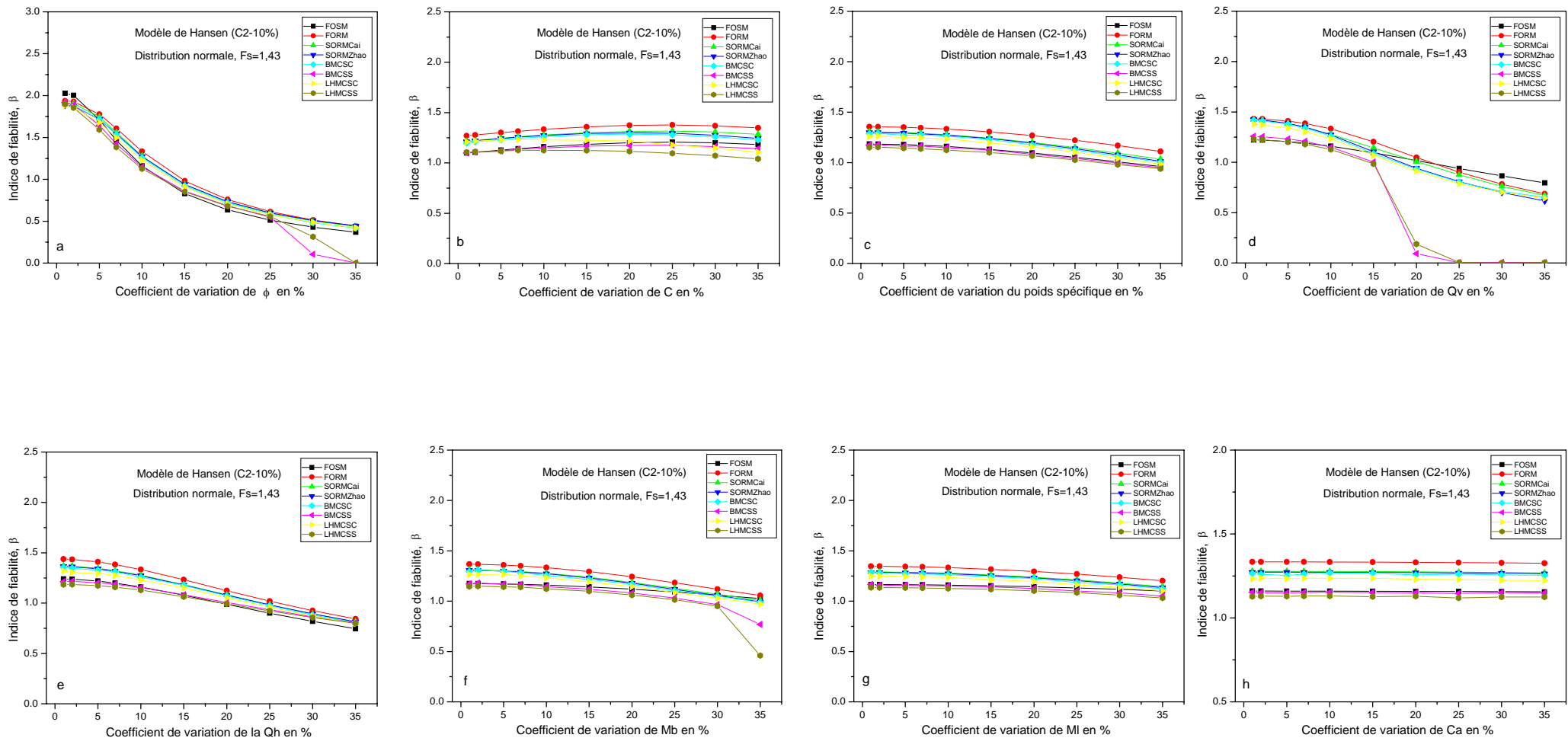


Figure A2.4 : Effet de la variation de l'écart –type des paramètres du modèle de Hansen pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle –cas simple - sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 10%. Distribution normale – Variables dépendantes: \emptyset -C.

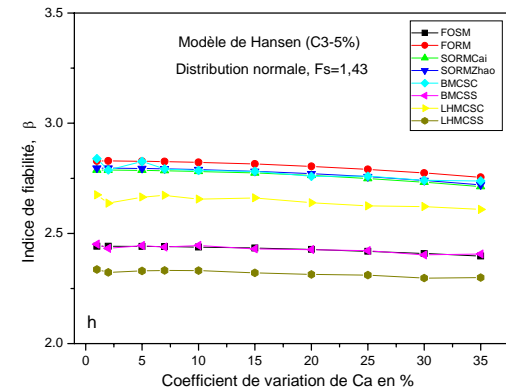
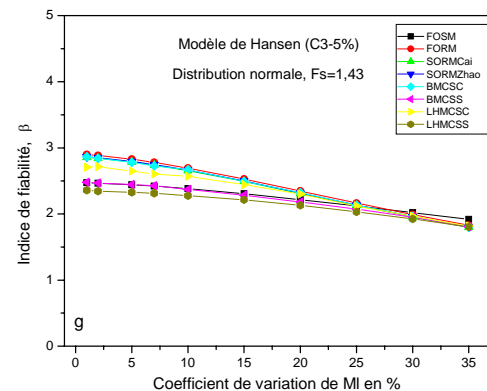
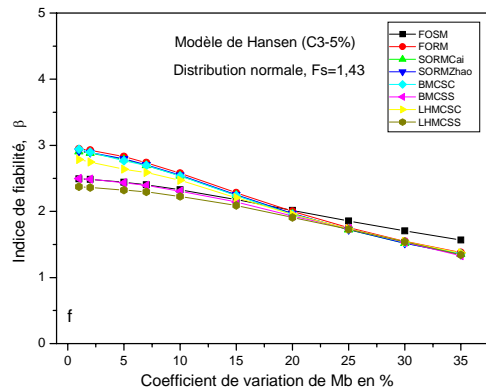
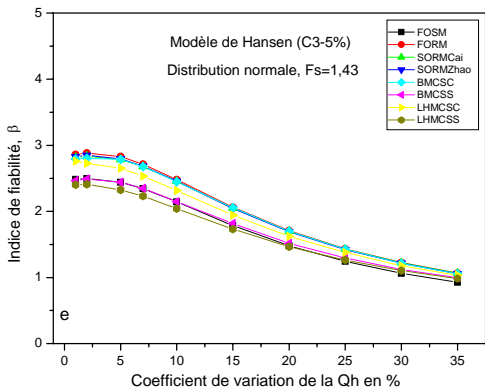
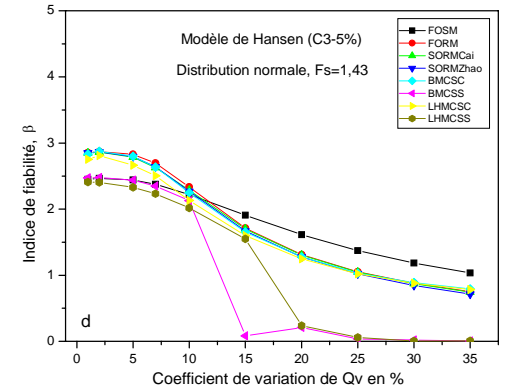
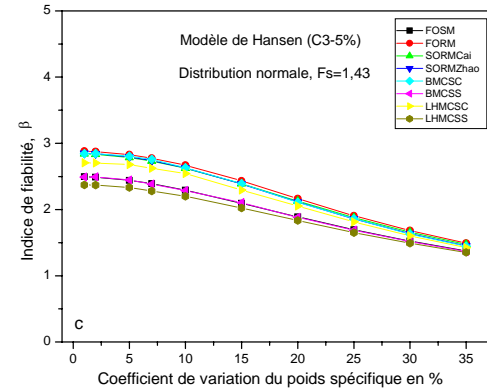
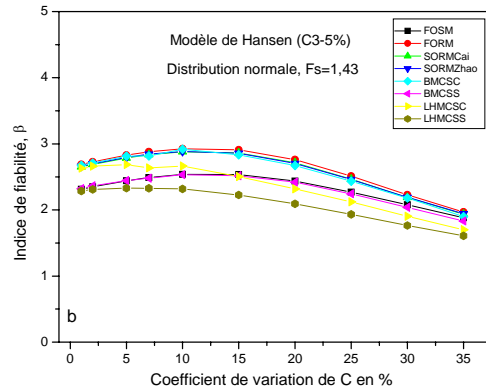
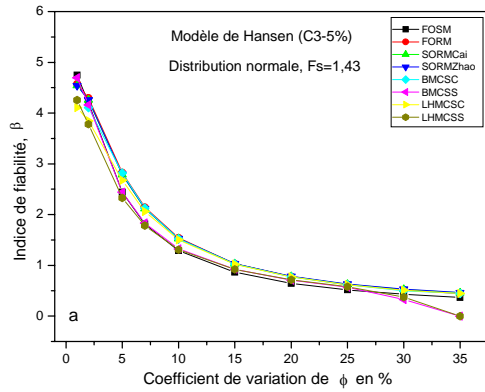


Figure A2.5 : Effet de la variation de l'écart –type des paramètres du modèle de Hansen pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle –cas simple - sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 5%. Distribution normale – Variables dépendantes : ϕ -C, Q_v - Q_h , M_b - M_l .

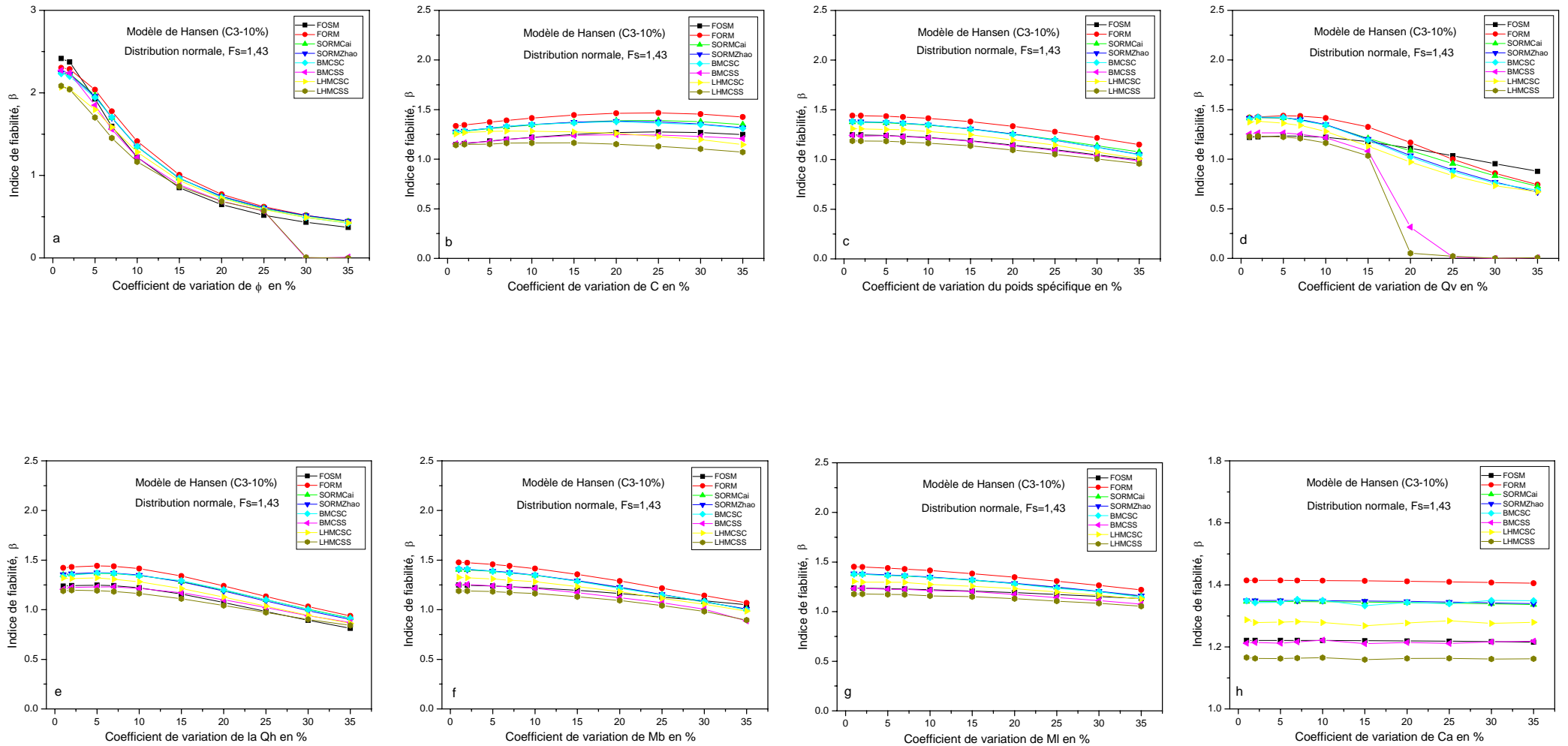


Figure A2.6 : Effet de la variation de l'écart -type des paramètres du modèle de Hansen pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle -cas simple - sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 10%. Distribution normale – Variables dépendantes : ϕ -C, Qv-Qh, Mb-Ml.

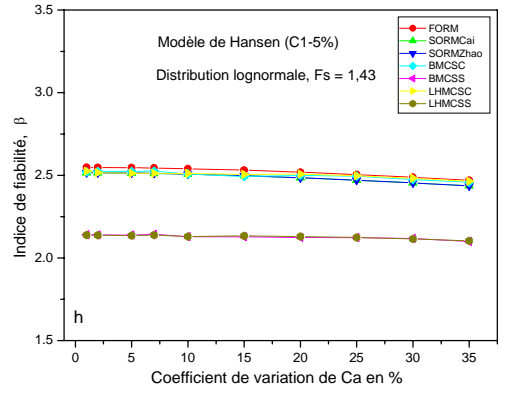
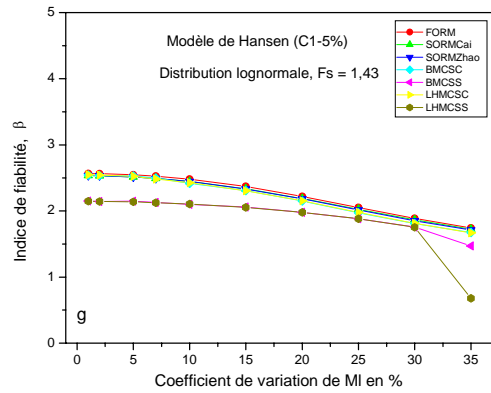
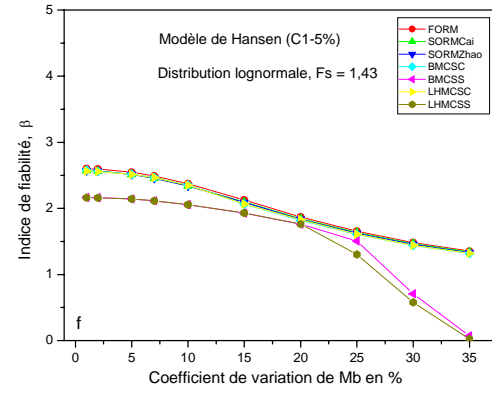
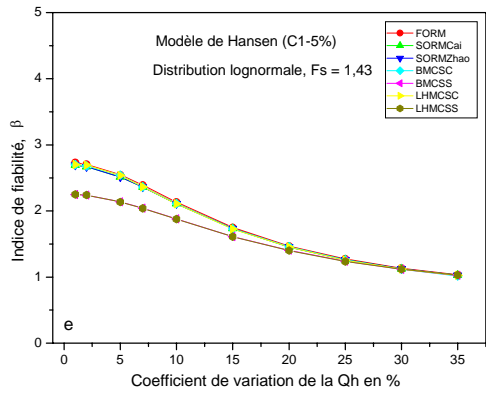
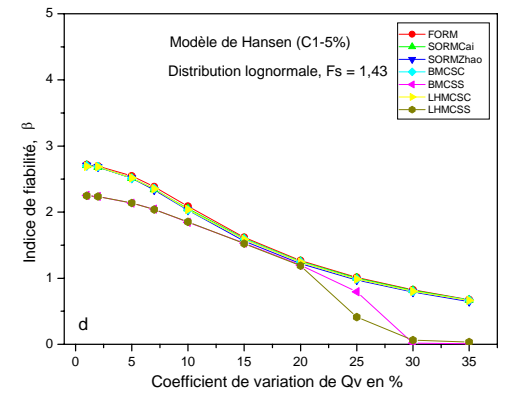
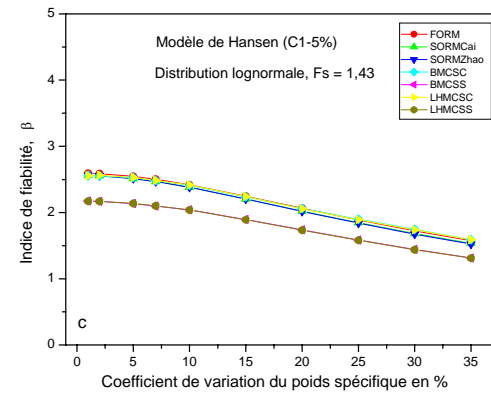
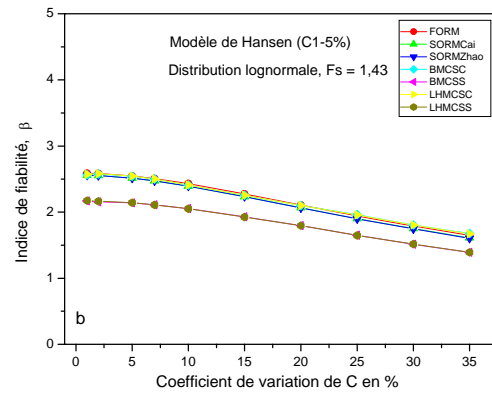
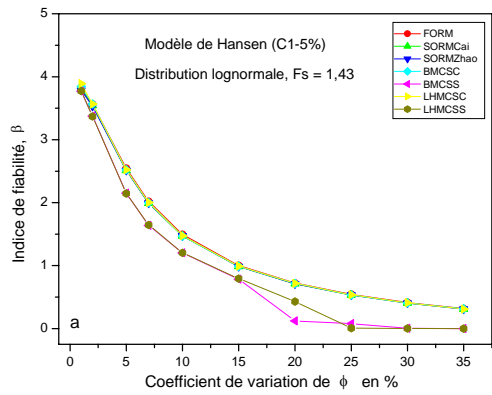


Figure A2.7 : Effet de la variation de l'écart –type des paramètres du modèle de Hansen pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle –cas simple - sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 5%. Distribution lognormale – Variables indépendantes.

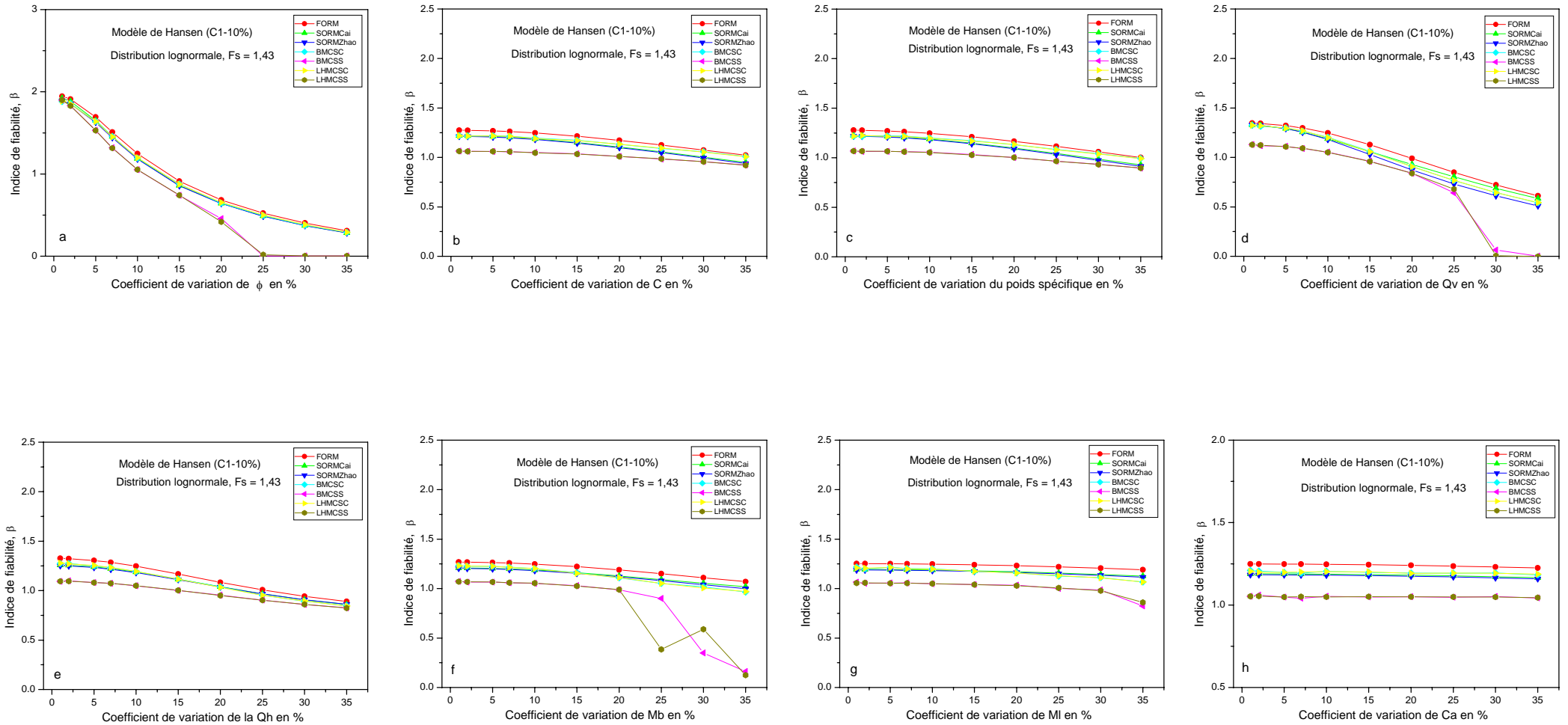


Figure A2.8 : Effet de la variation de l'écart –type des paramètres du modèle de Hansen pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle –cas simple -sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 10%. Distribution lognormale – Variables indépendantes.

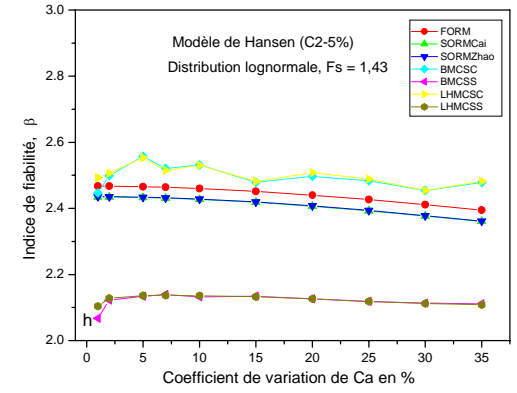
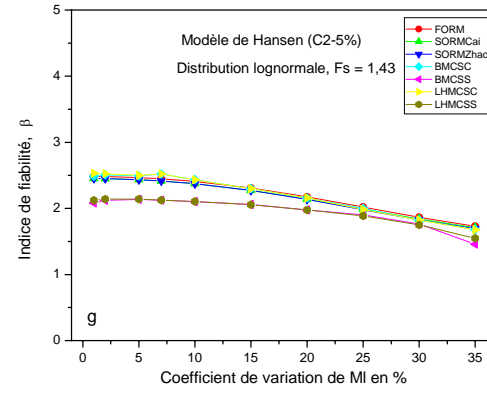
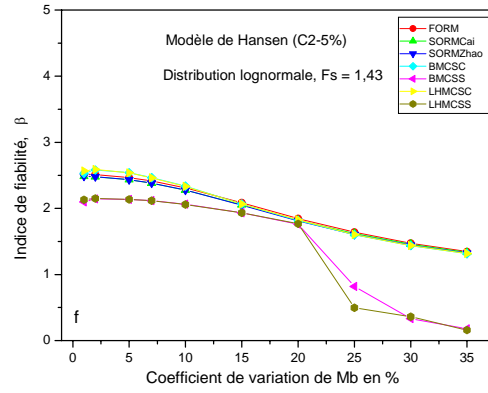
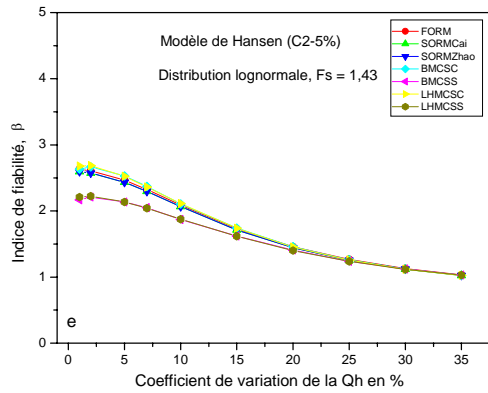
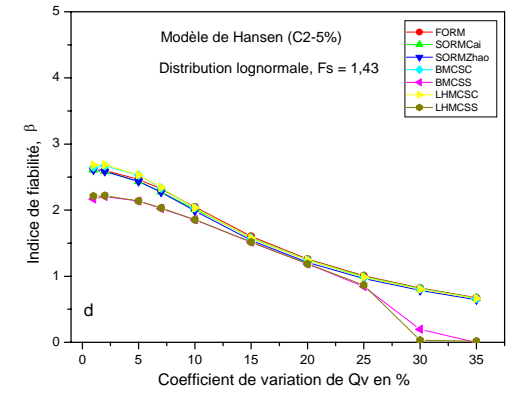
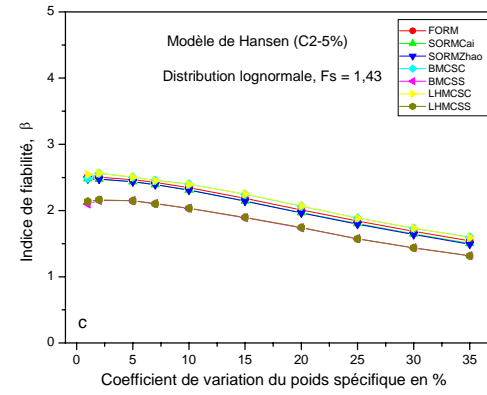
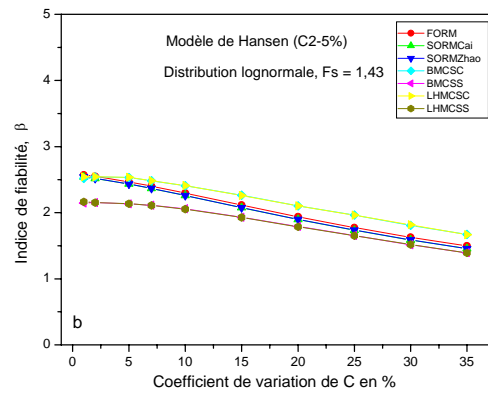
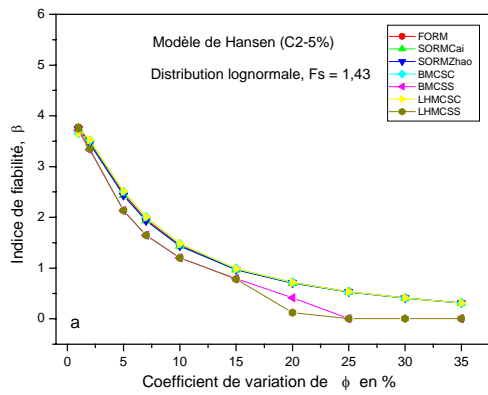


Figure A2.9 : Effet de la variation de l'écart –type des paramètres du modèle de Hansen pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle –cas simple - sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 5%. Distribution lognormale – Variables dépendantes: \emptyset -C.

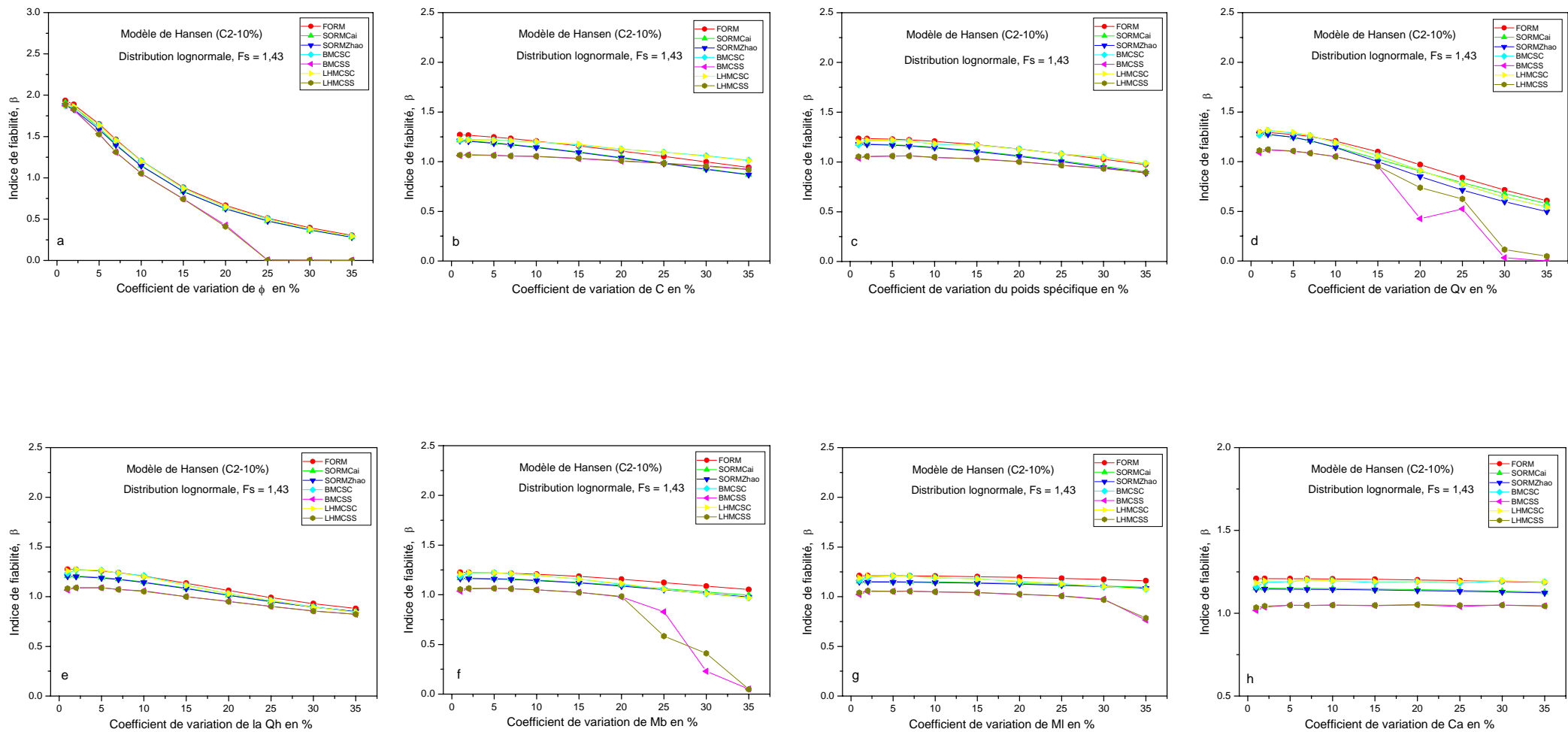


Figure A2.10 : Effet de la variation de l'écart –type des paramètres du modèle de Hansen pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle –cas simple -sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 10%. Distribution lognormale – Variables dépendantes: ϕ -C.

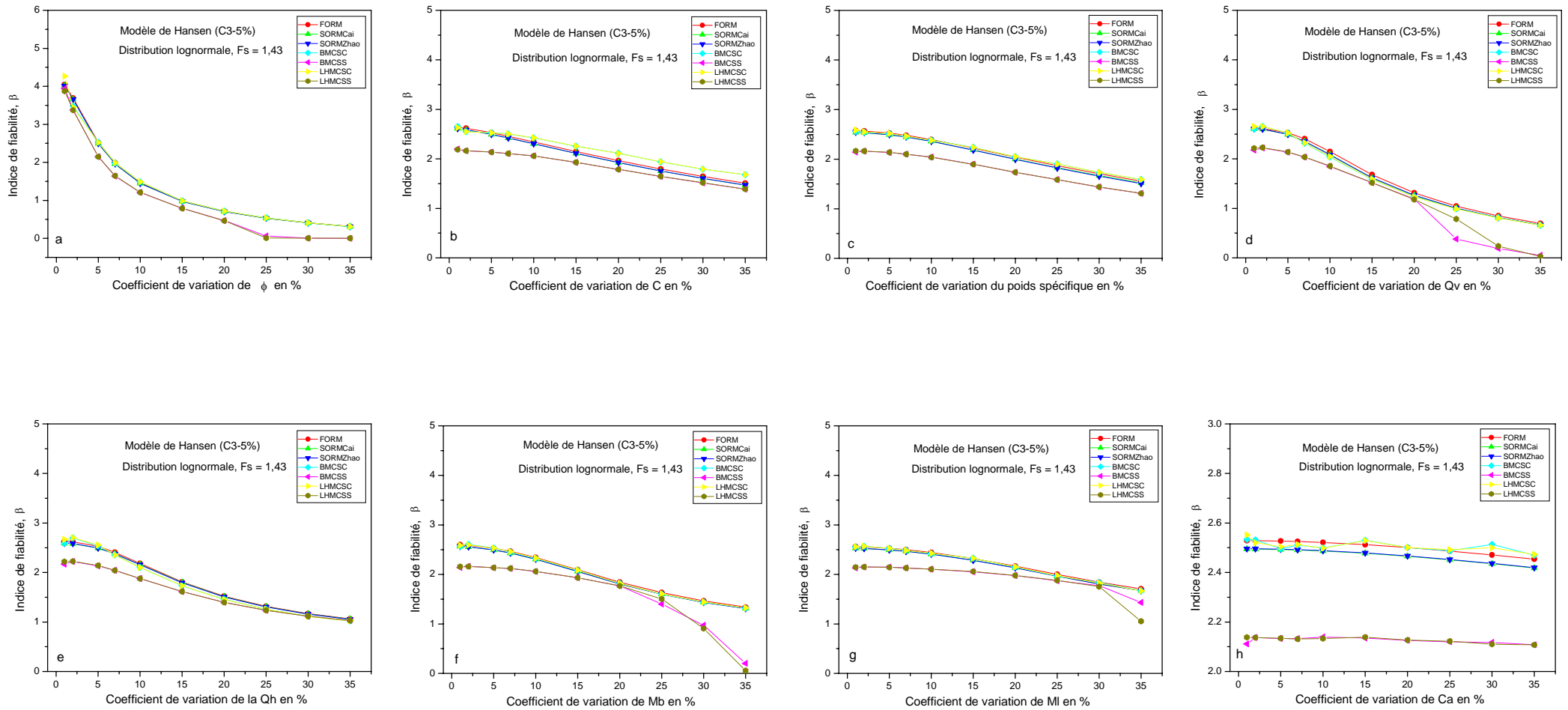


Figure A2.11 : Effet de la variation de l'écart –type des paramètres du modèle de Hansen pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle –cas simple - sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 5%. Distribution lognormale – Variables dépendantes: ϕ -C, Q_v - Q_h , M_b - M_l .

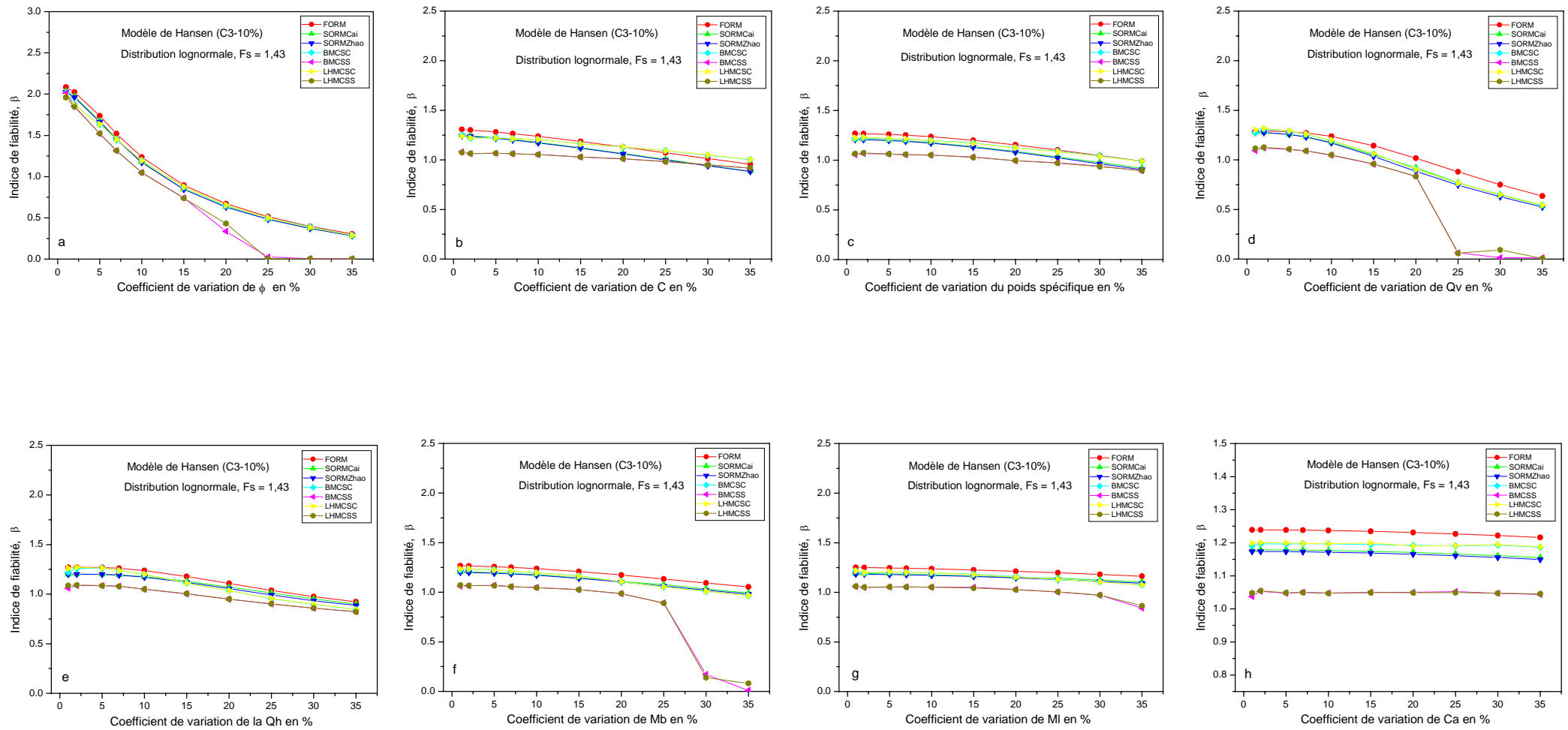


Figure A2.12 : Effet de la variation de l'écart –type des paramètres du modèle de Hansen pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle –cas simple - sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 10%. Distribution lognormale – Variables dépendantes: ϕ -C, Q_v - Q_h , M_b - M_I .

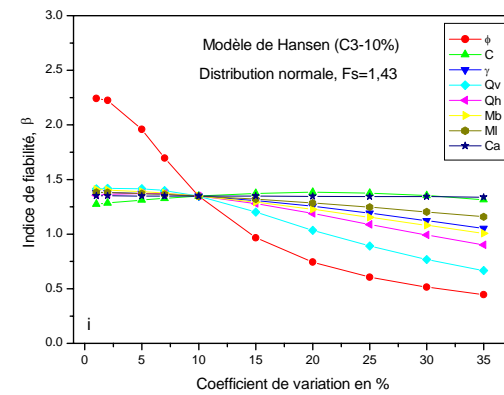
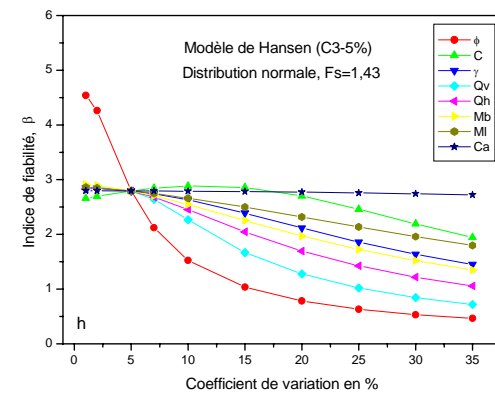
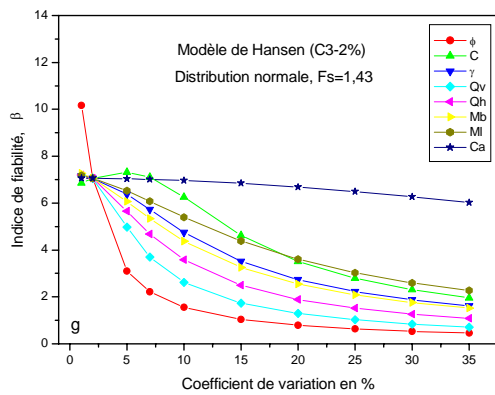
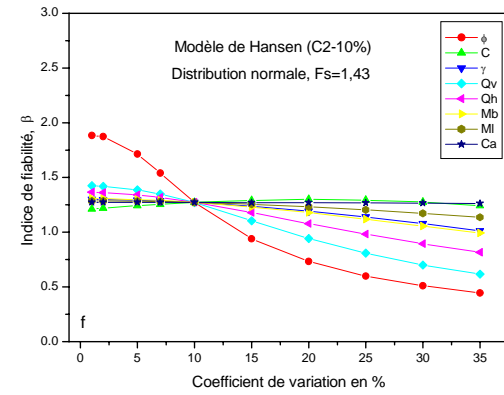
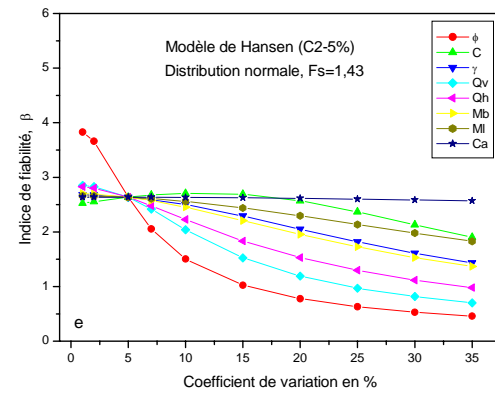
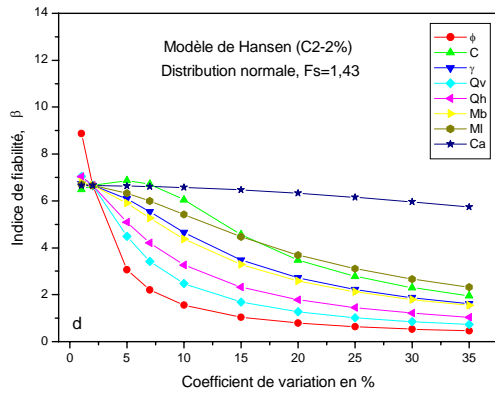
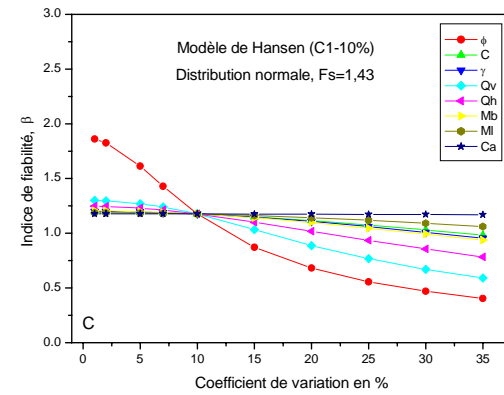
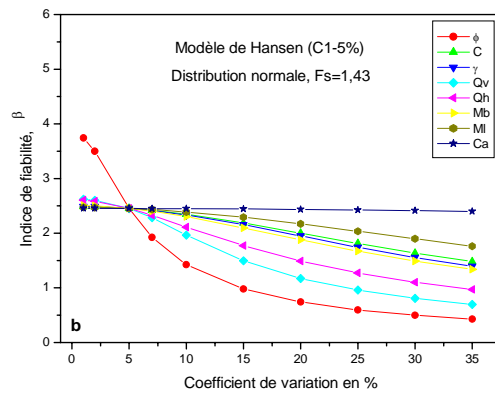
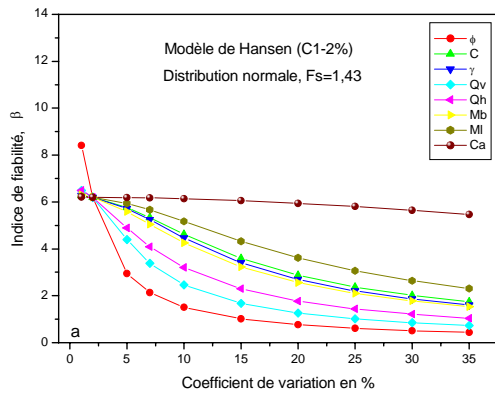


Figure A3.1 : Influence des paramètres du modèle de Hansen pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle. Cas simple – Distribution normale –

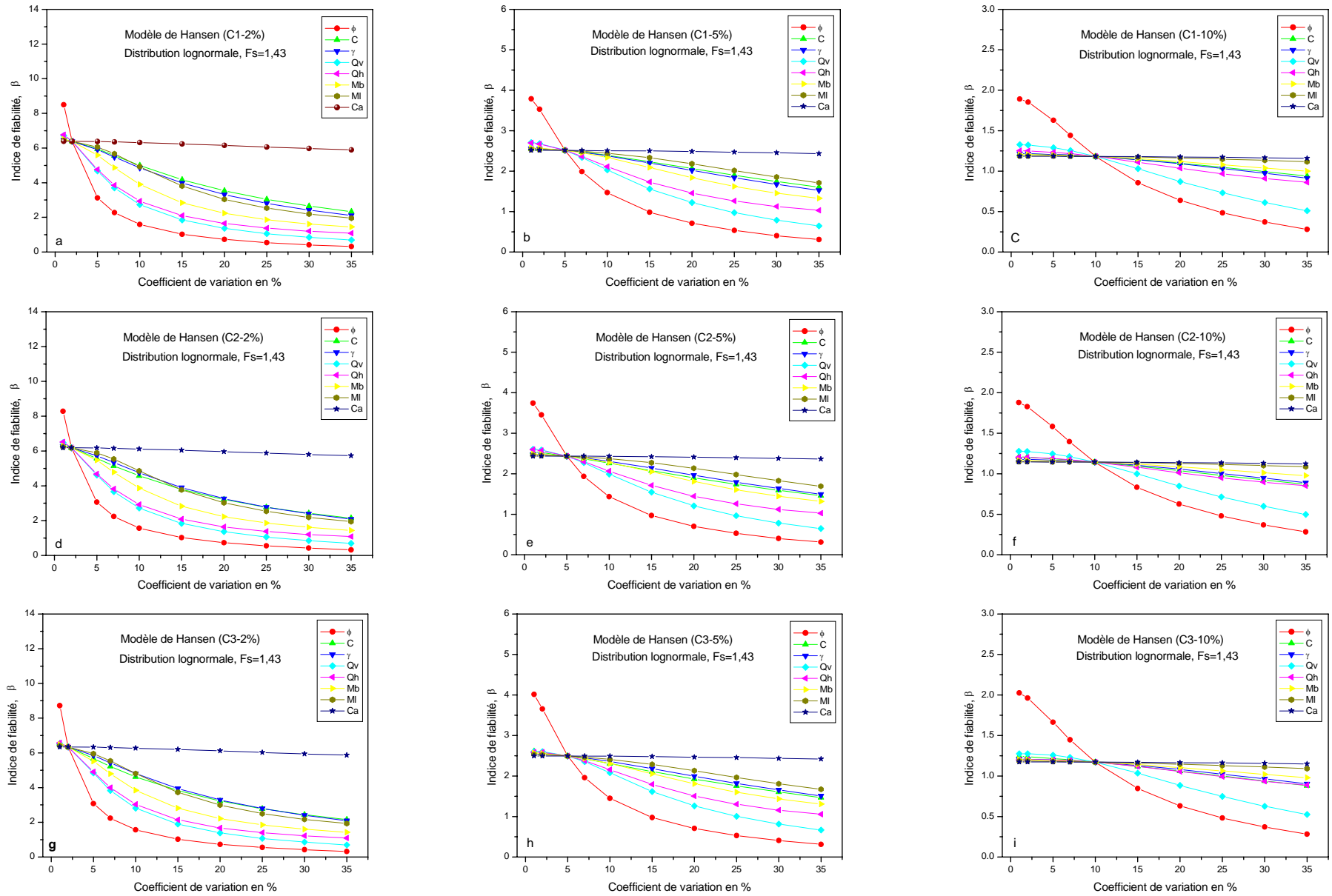


Figure A3.2 : Influence des paramètres du modèle de Hansen pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle. Cas simple – Distribution lognormale –

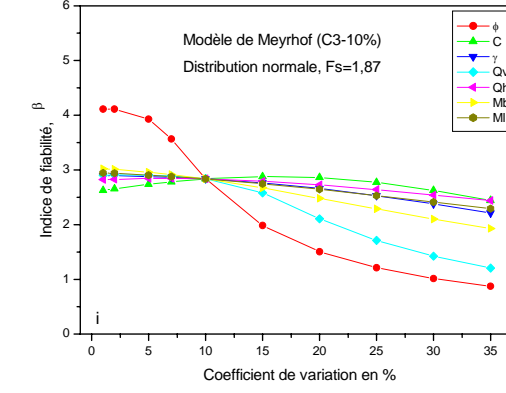
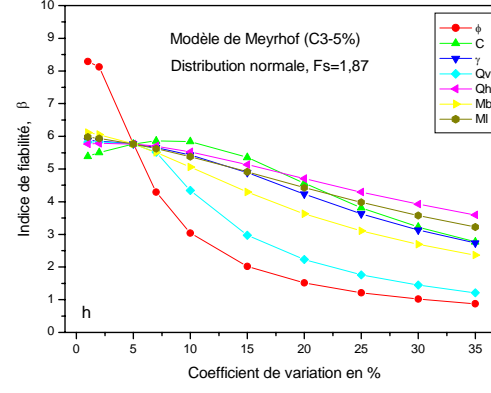
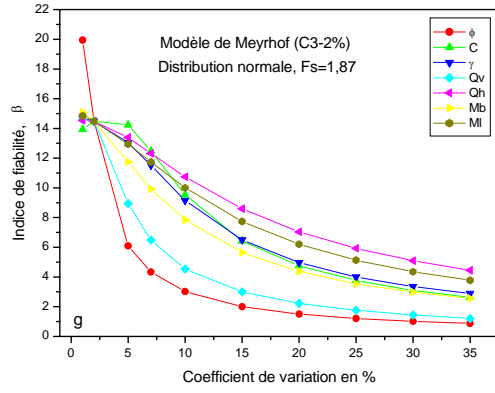
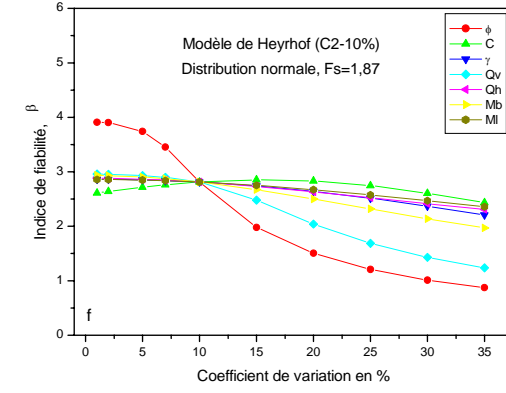
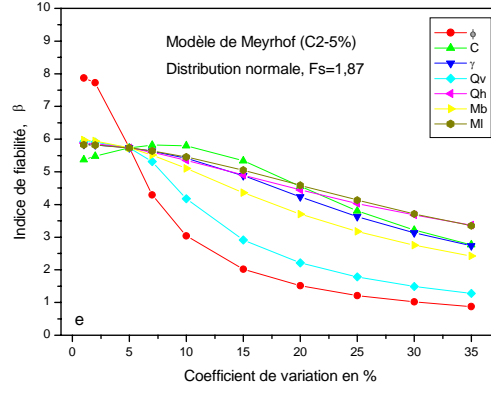
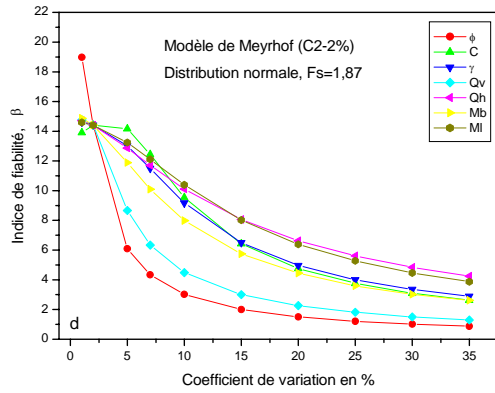
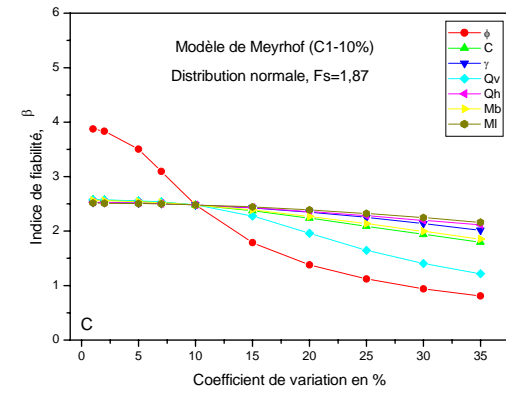
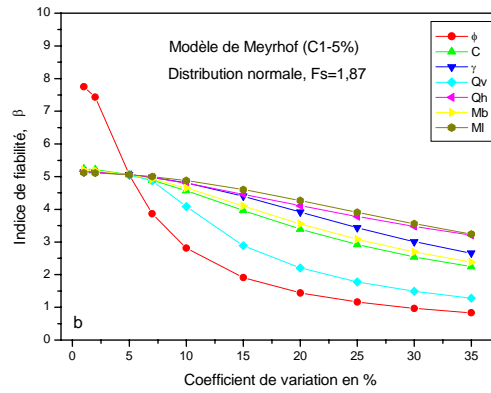
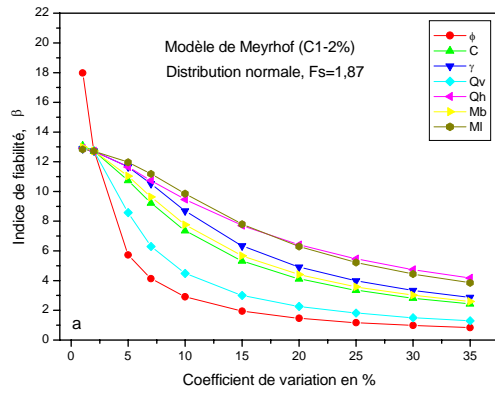


Figure A3.3 : Influence des paramètres du modèle de Meyrhof pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle. Cas simple – Distribution normale -

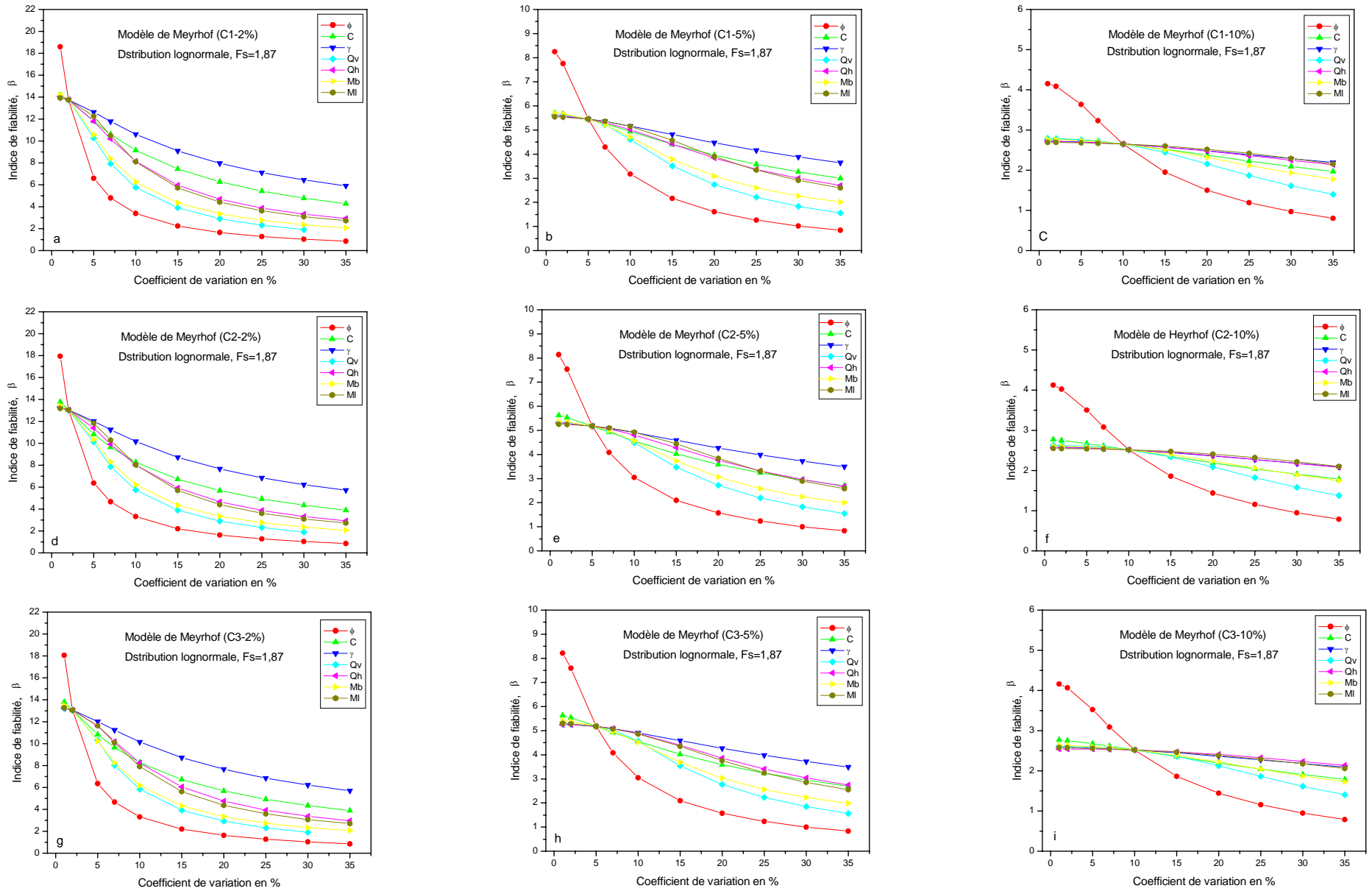


Figure A3.4 : Influence des paramètres du modèle de Meyrhof pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle. Cas simple – Distribution lognormale –

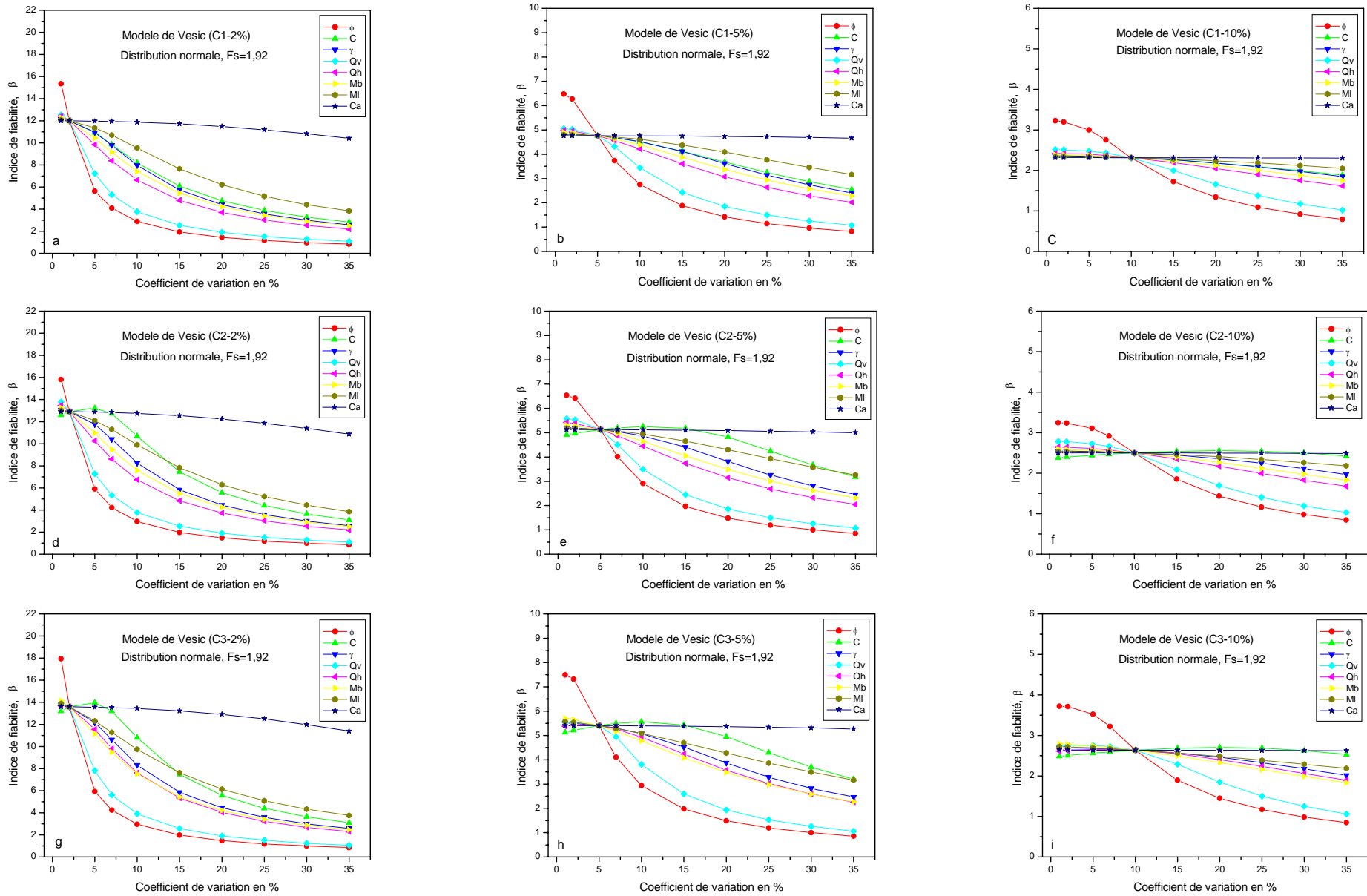


Figure A3.5 : Influence des paramètres du modèle de Vesic pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle. Cas simple - Distribution normale -

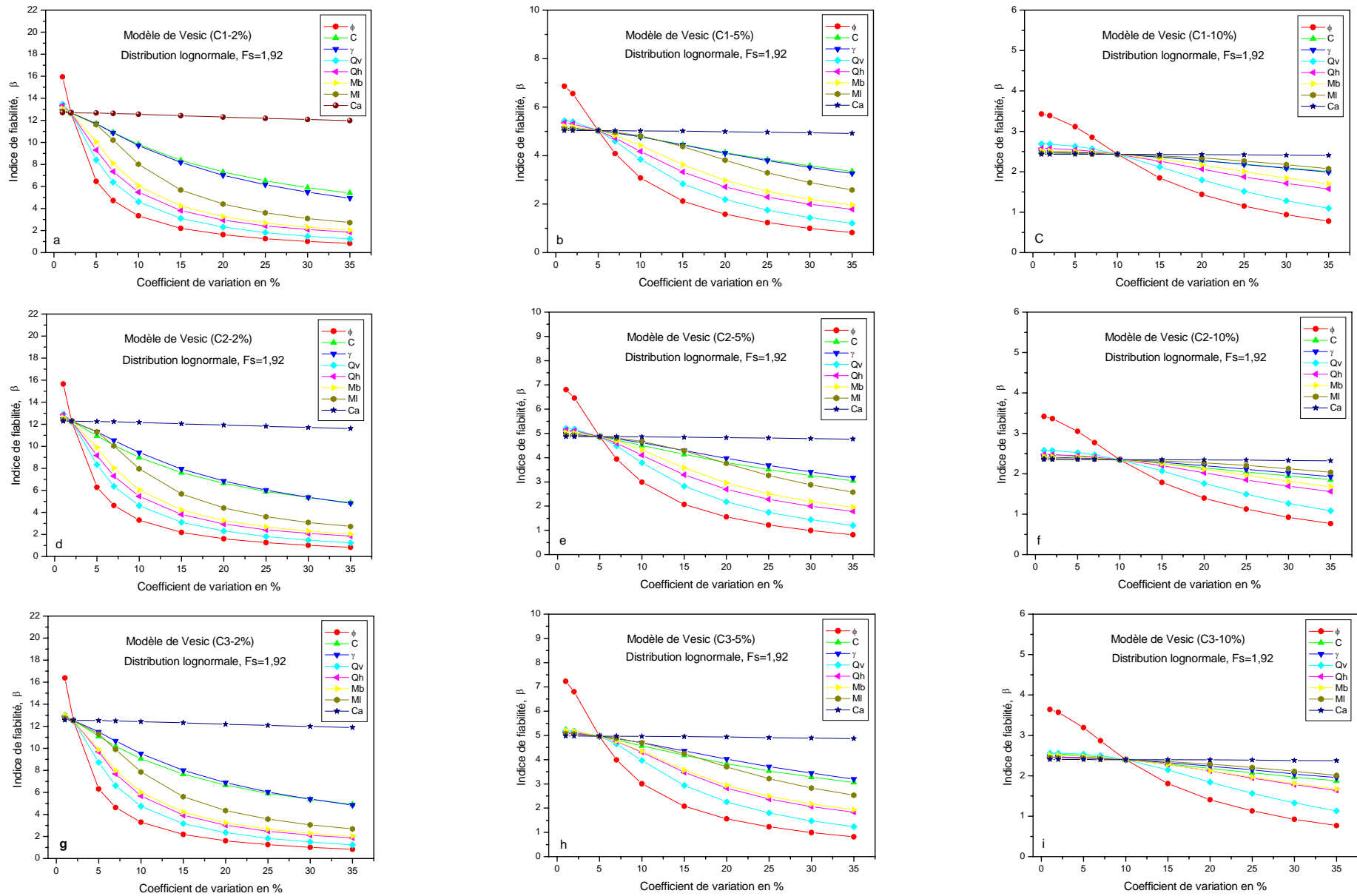


Figure A3.6 : Influence des paramètres du modèle de Vesic pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle. Cas simple - Distribution normale -

ANNEXE B

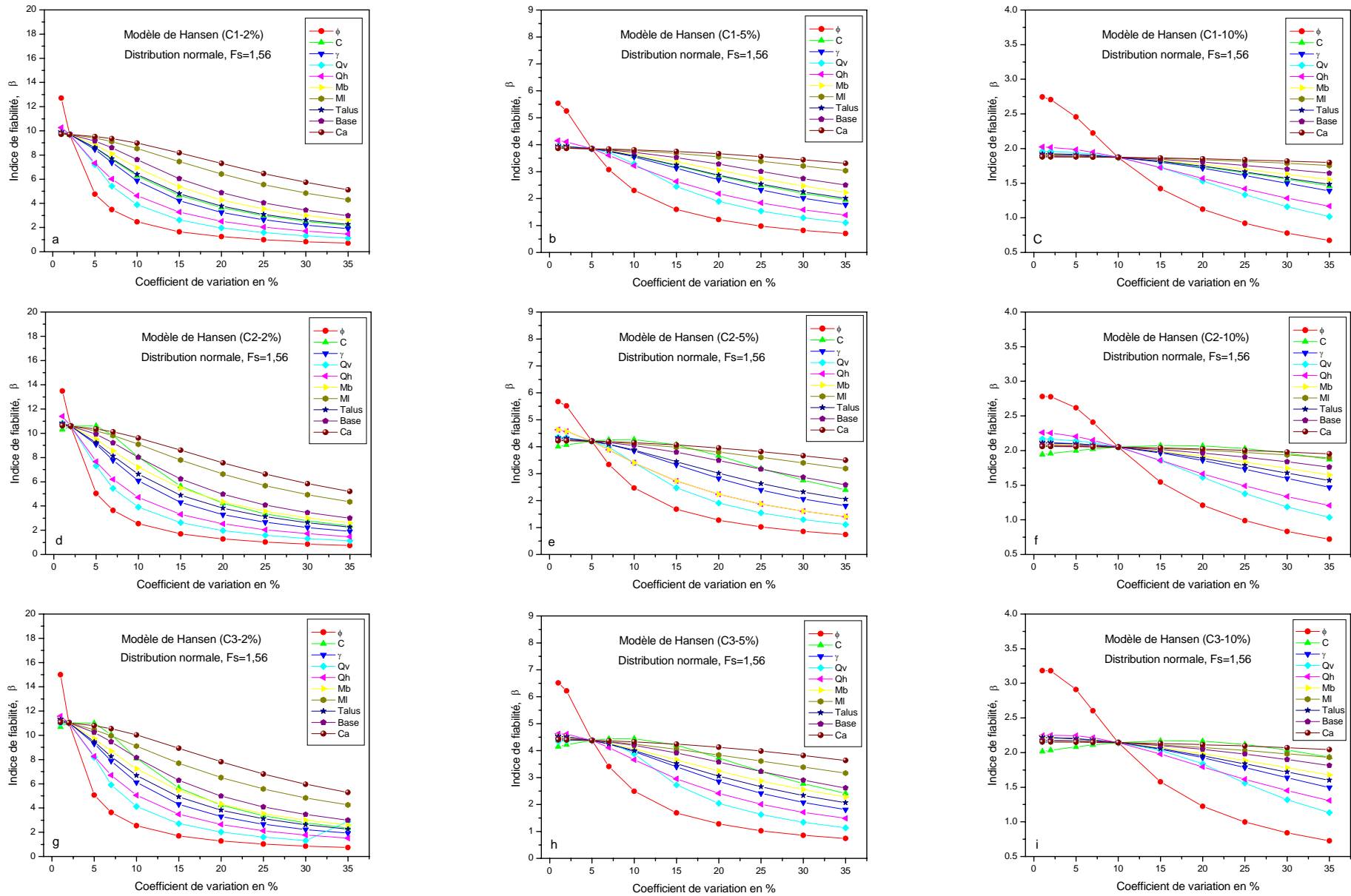


Figure B.1 : Influence des paramètres du modèle de Hansen pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle. Cas général - Distribution normale-

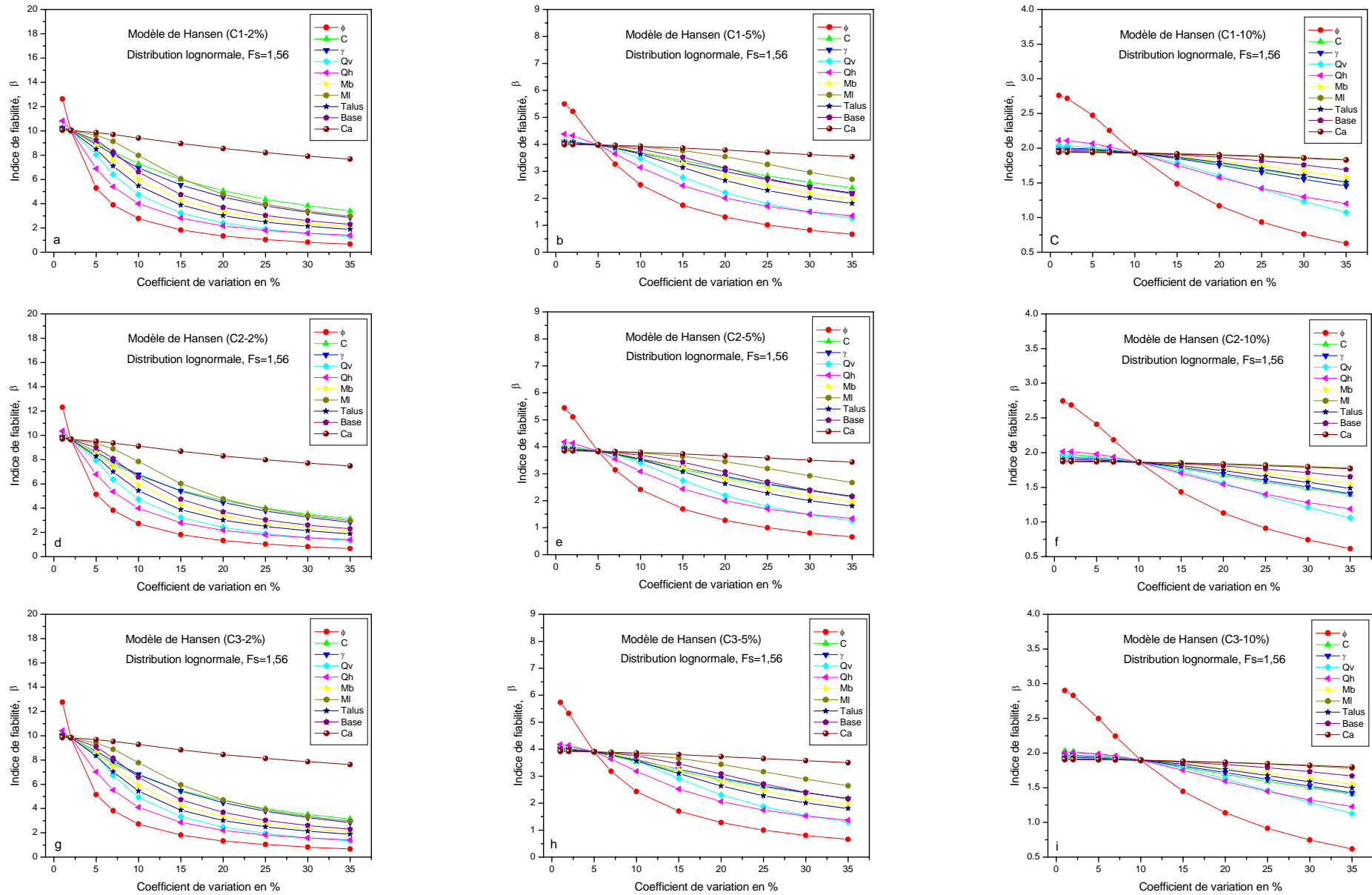


Figure B.2 : Influence des paramètres du modèle de Hansen pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle. Cas général - Distribution lognormale -

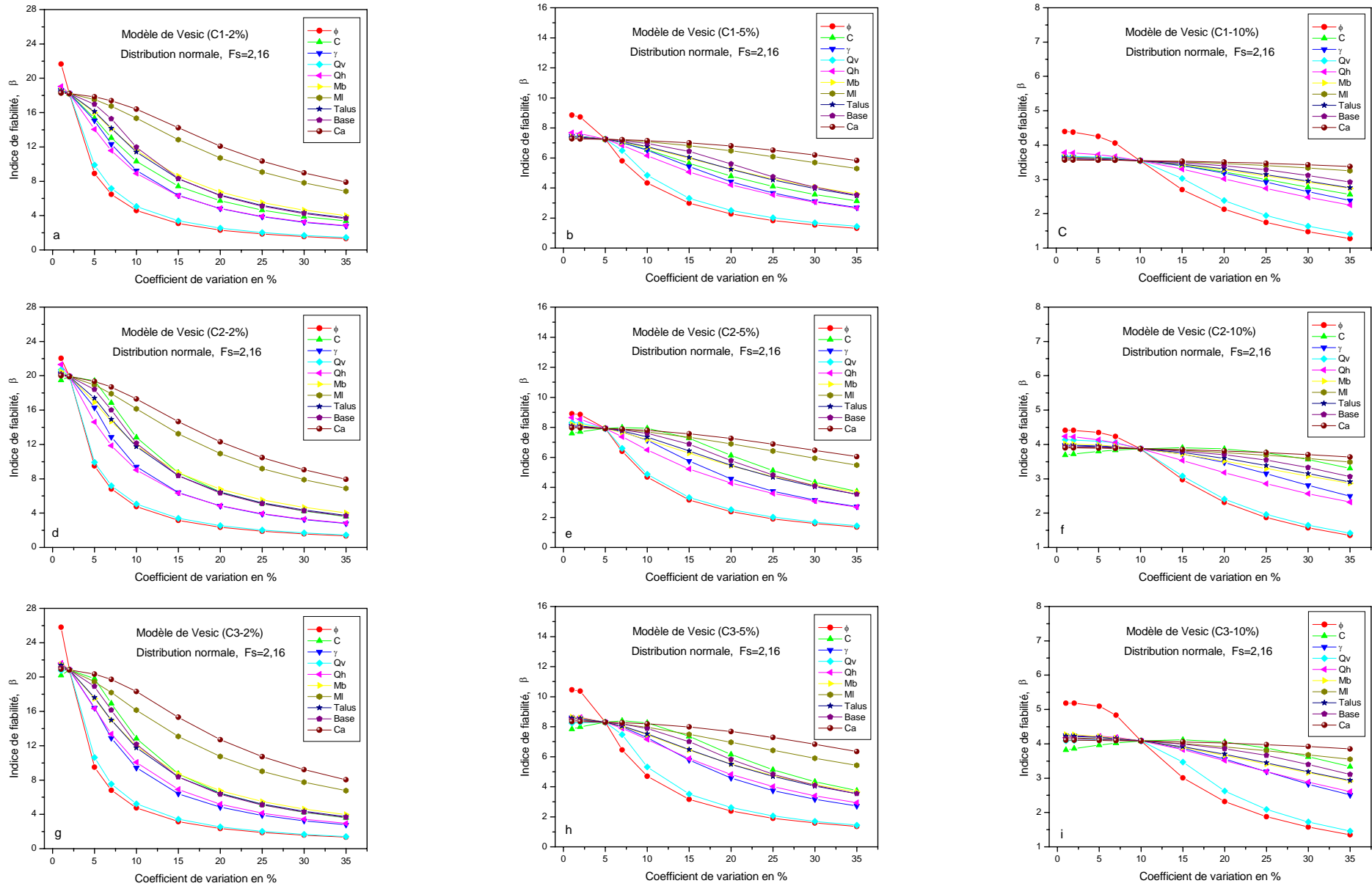


Figure B.3 : Influence des paramètres du modèle de Vesic pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle. Cas général - Distribution normale -

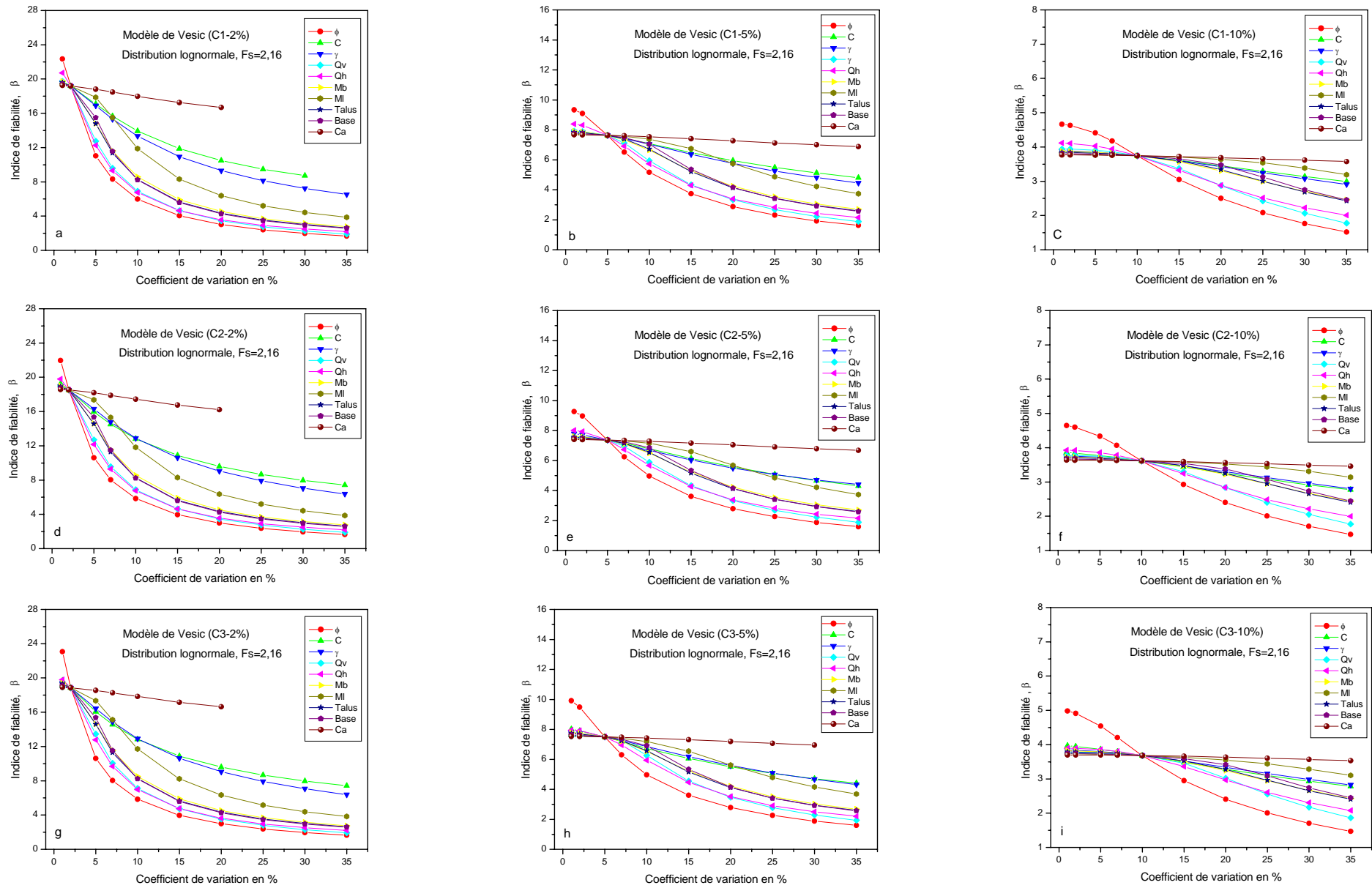


Figure B.4: Influence des paramètres du modèle de Vesic pour la prédiction de la capacité portante d'une fondation superficielle. Cas général - Distribution lognormale -

ANNEXE C

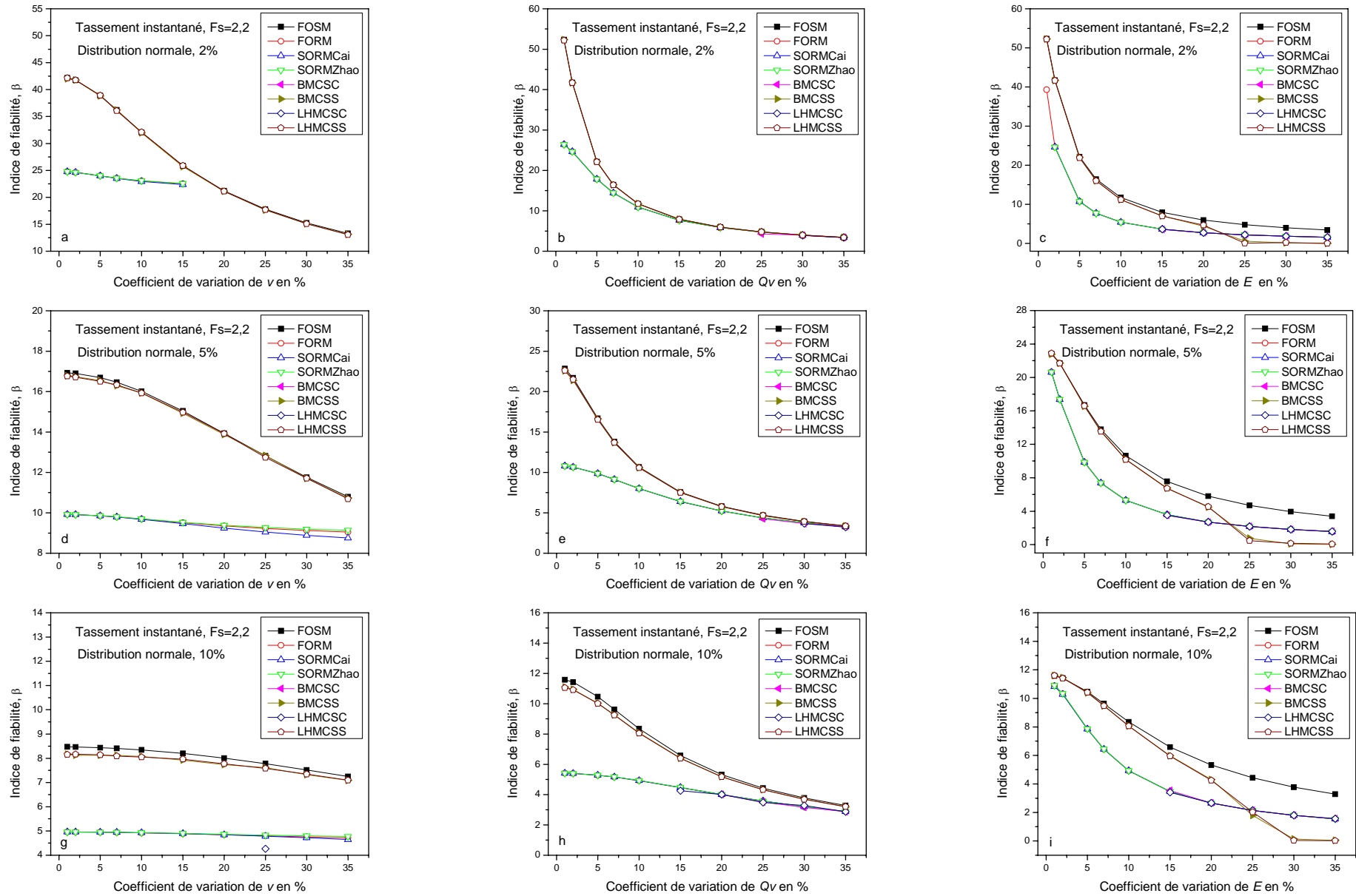


Figure C1.1 : Effet de la variation de l'écart –type des paramètres du modèle de prédiction de tassement instantané d'une fondation superficielle sur l'indice de fiabilité. Distribution normale – Variables indépendantes.

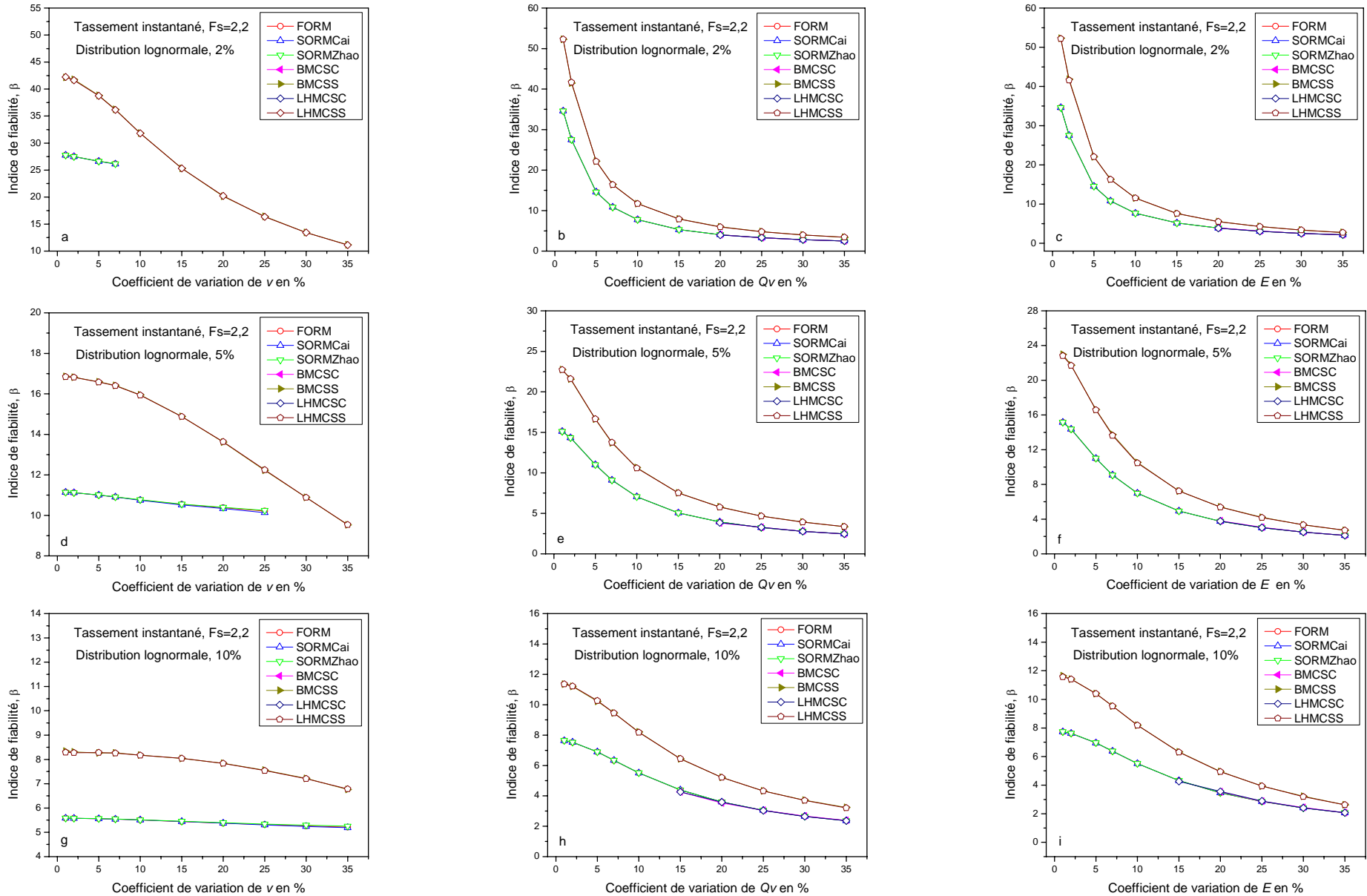


Figure C1.2 : Effet de la variation de l'écart -type des paramètres du modèle de prédiction du tassement instantané d'une fondation superficielle sur l'indice de fiabilité. Distribution lognormale – Variables indépendantes.

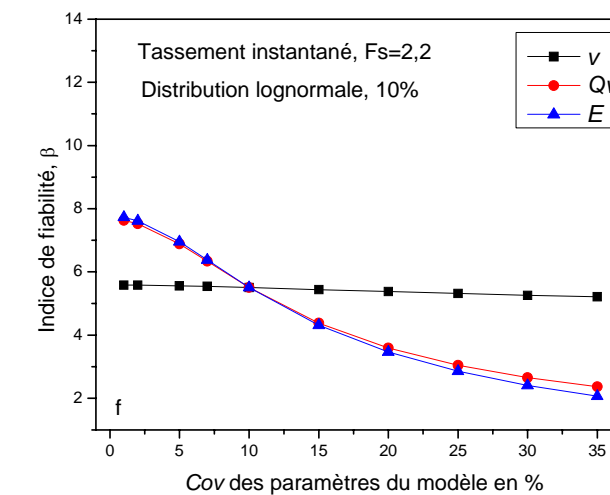
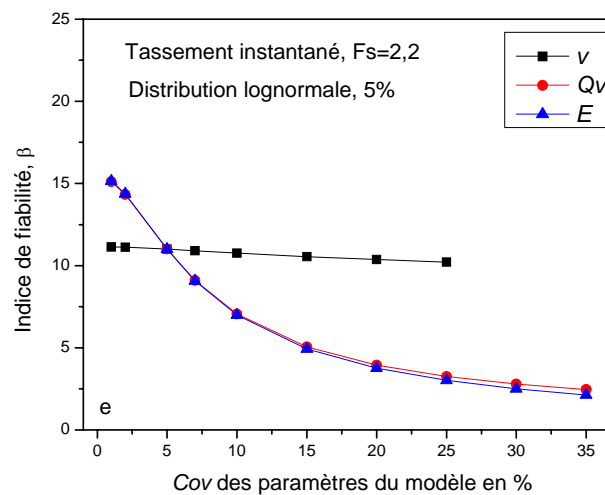
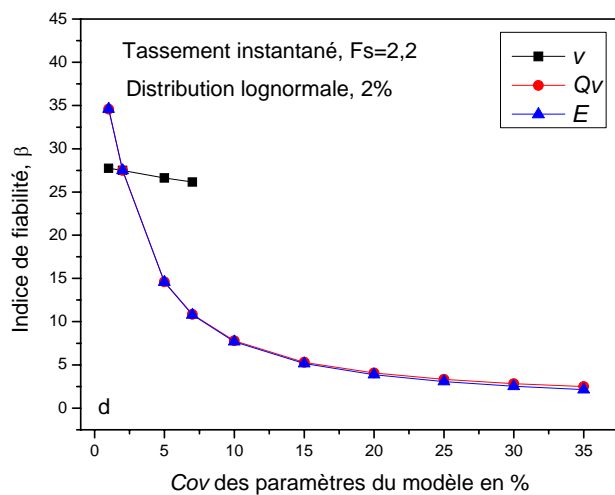
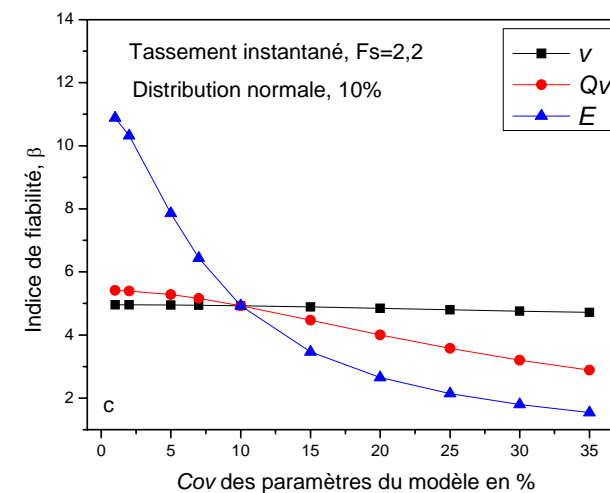
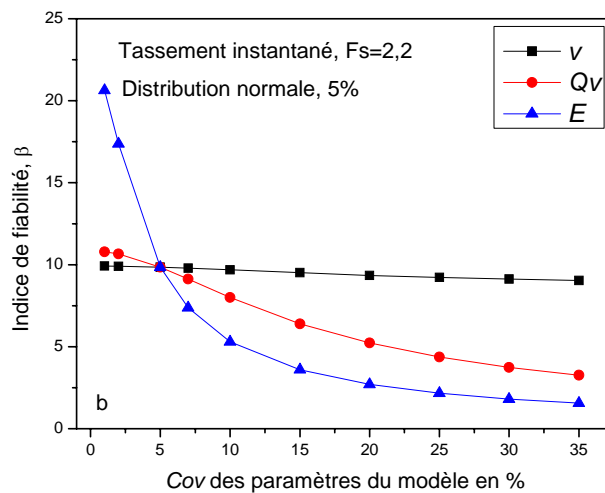
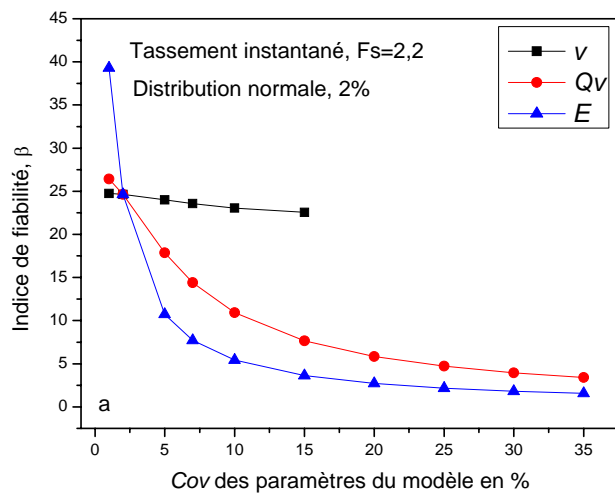


Figure C1.3 : Influence des paramètres du modèle de prédiction du tassement instantané d'une fondation superficielle.

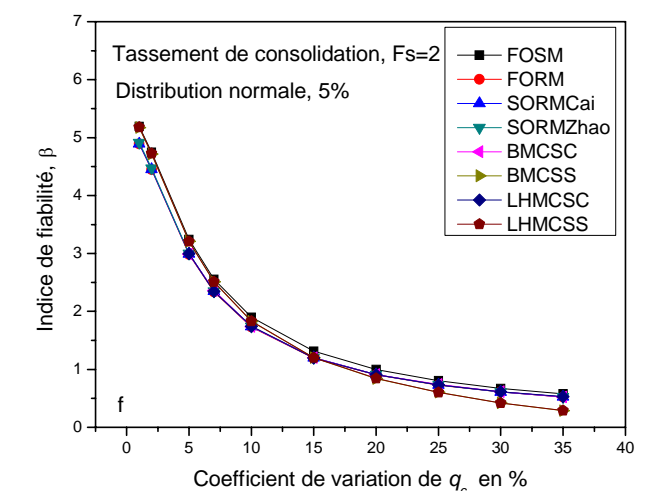
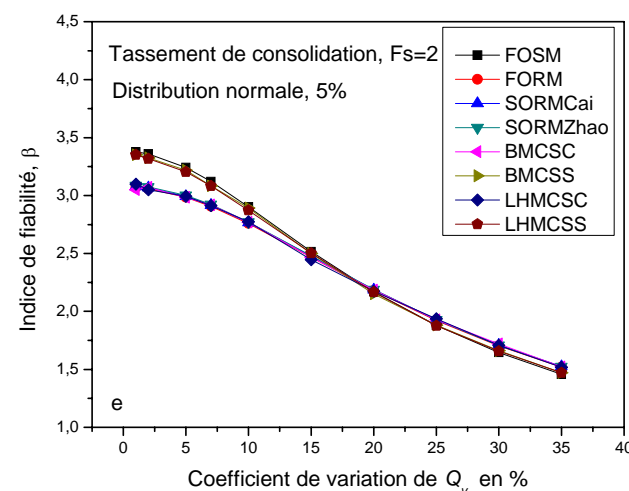
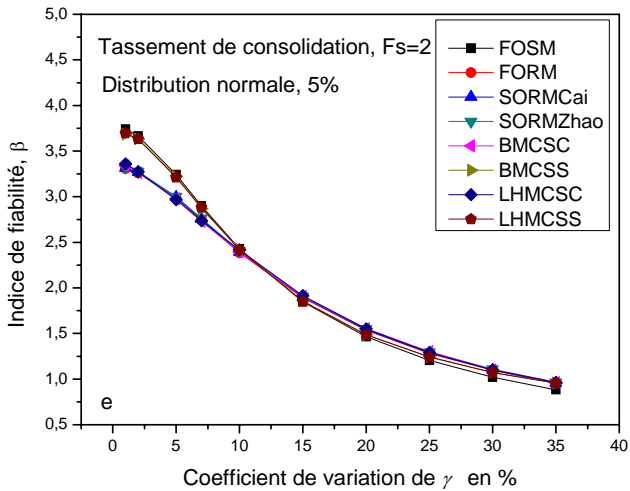
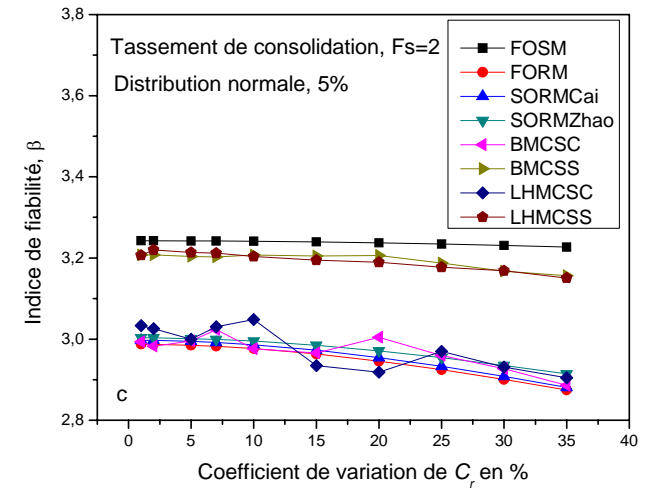
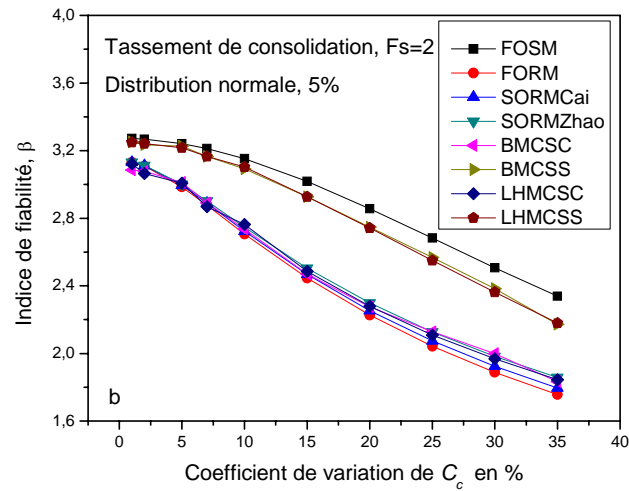
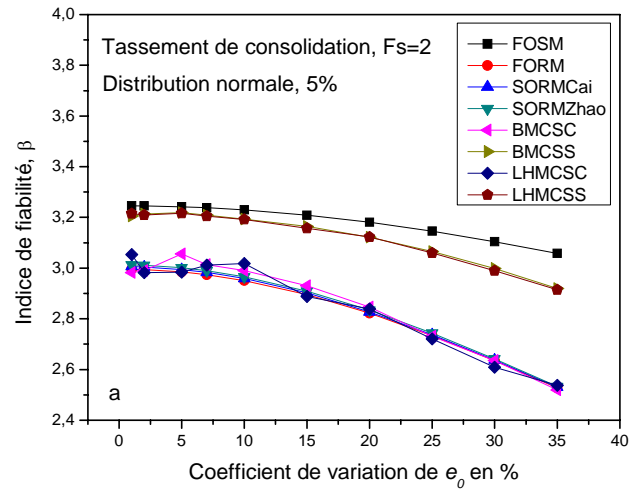


Figure C2.1 : Effet de la variation de l'écart-type des paramètres du modèle de prédiction du tassement de consolidation – sol surconsolidé – d'une fondation superficielle sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 5%. Distribution normale – Variables indépendantes.

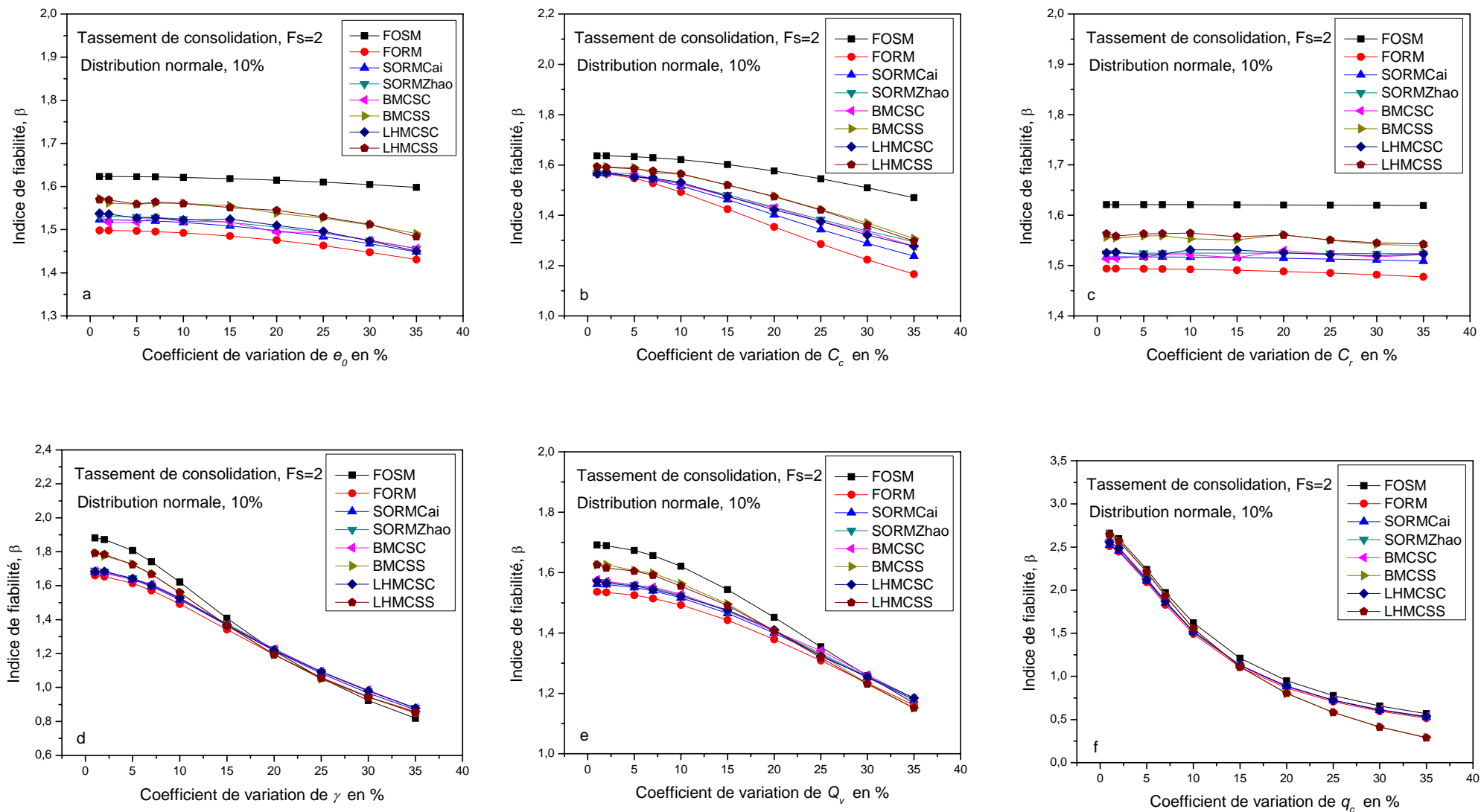


Figure C2.2 : Effet de la variation de l'écart –type des paramètres du modèle de prédiction du tassement de consolidation – sol surconsolidé – d'une fondation superficielle sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 10%. Distribution normale – Variables indépendantes.

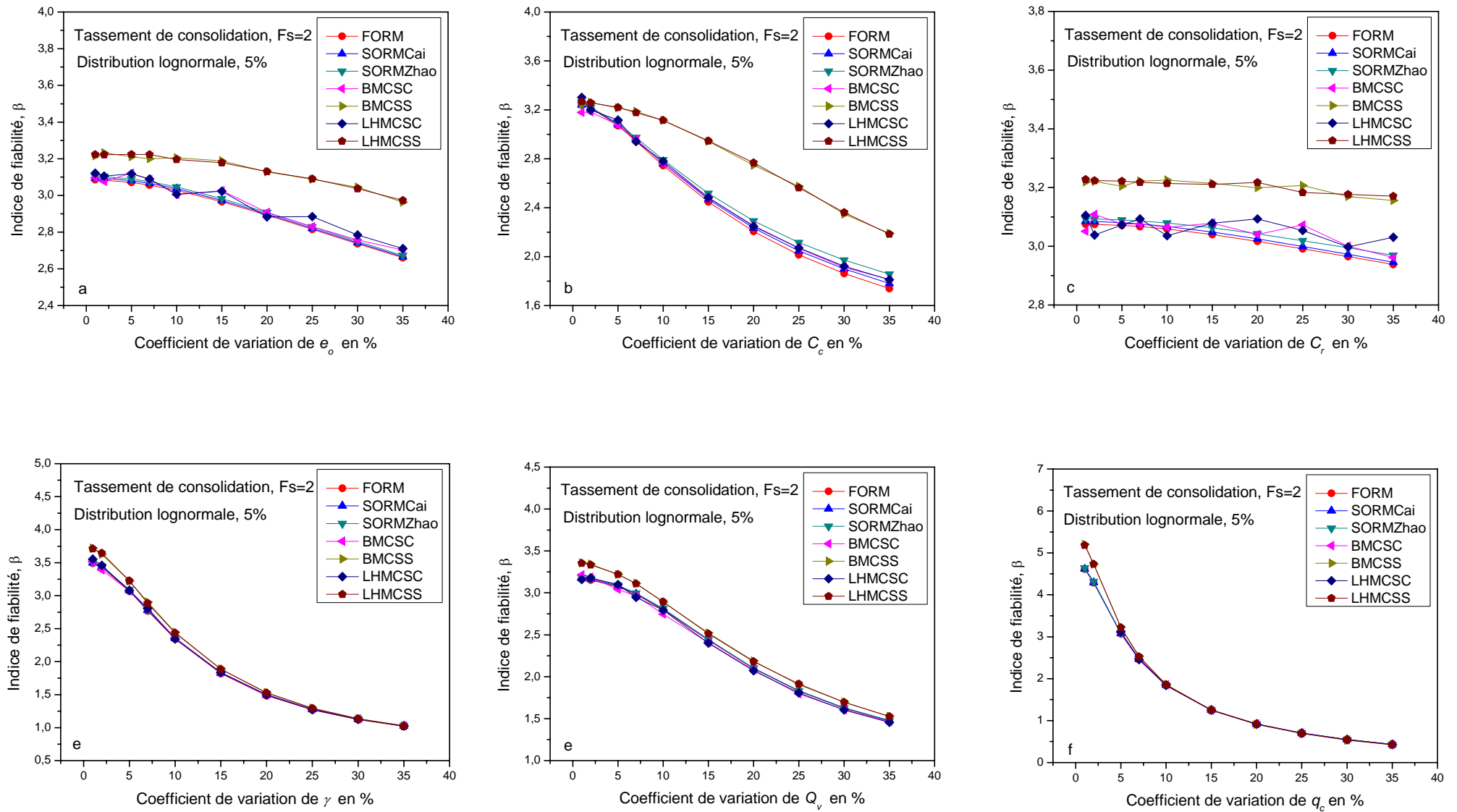


Figure C2.3 : Effet de la variation de l'écart –type des paramètres du modèle de prédiction du tassement de consolidation – sol surconsolidé – d'une fondation superficielle sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 5%. Distribution lognormale – Variables indépendantes.

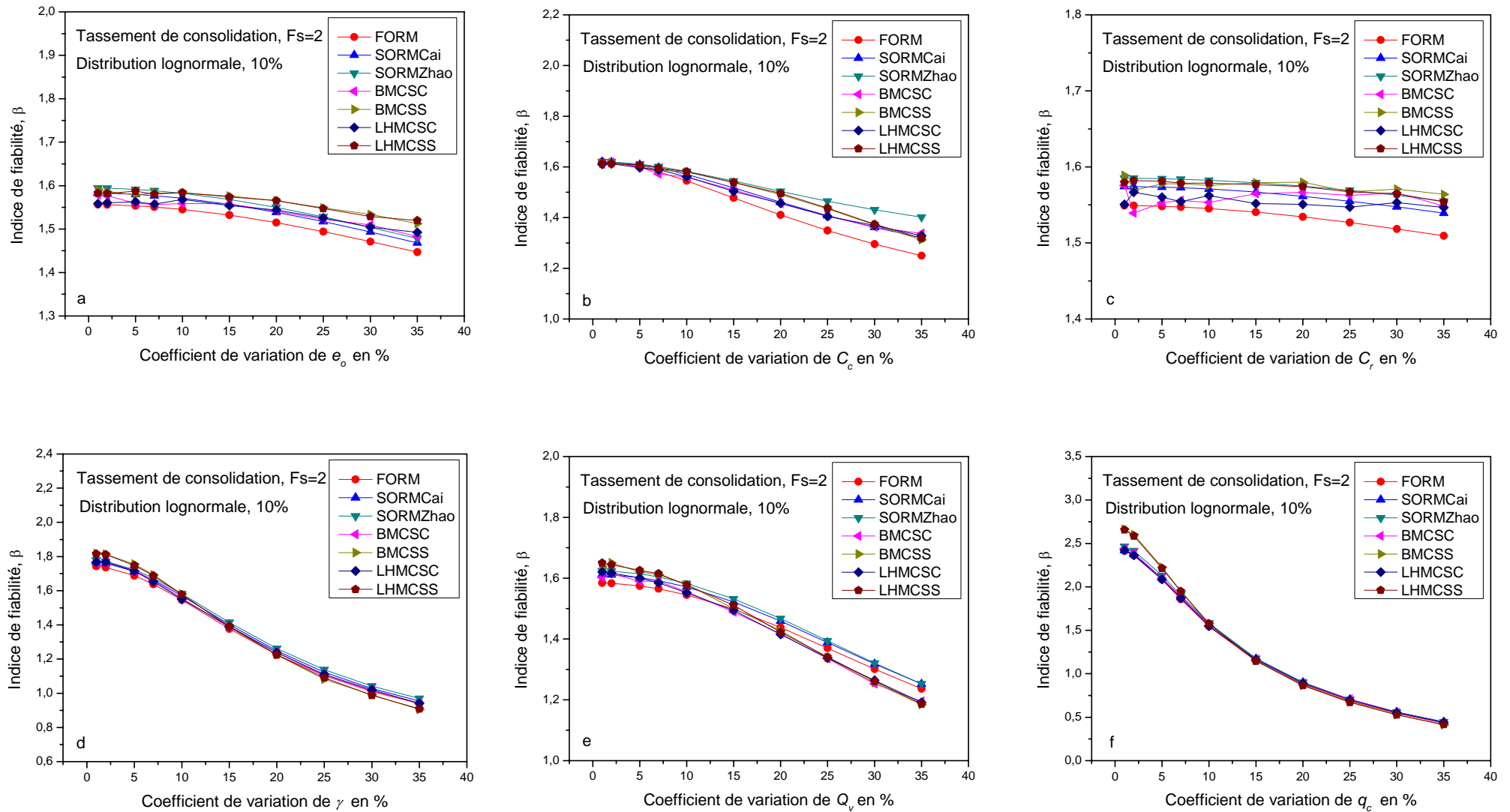


Figure C2.4 : Effet de la variation de l'écart –type des paramètres du modèle de prédiction du tassement de consolidation – sol surconsolidé – d'une fondation superficielle sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 10%. Distribution lognormale – Variables indépendantes.

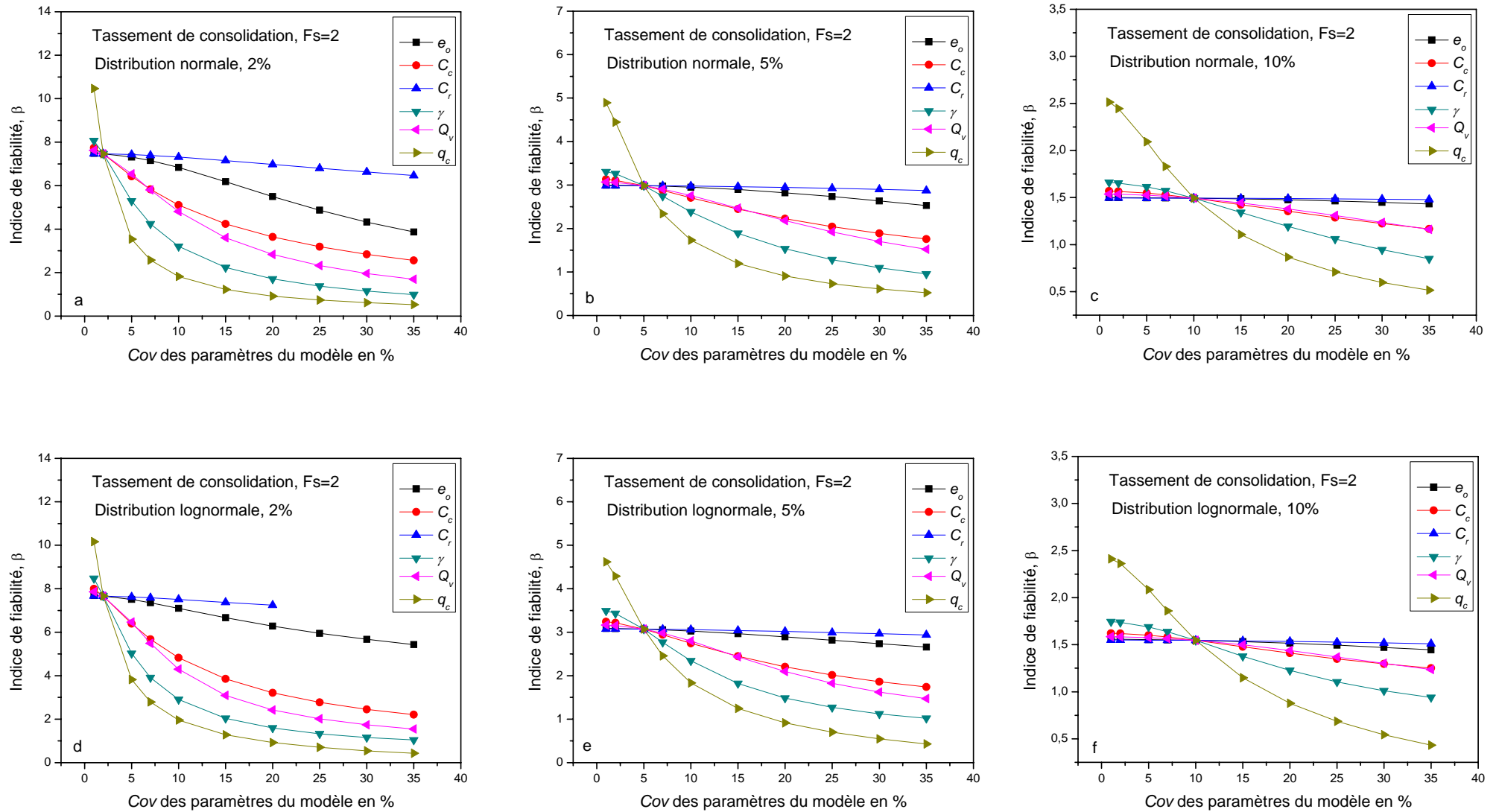


Figure C2.5 : Influence des paramètres du modèle de prédiction du tassement de consolidation - sol surconsolidé - d'une fondation superficielle. Variables indépendantes.

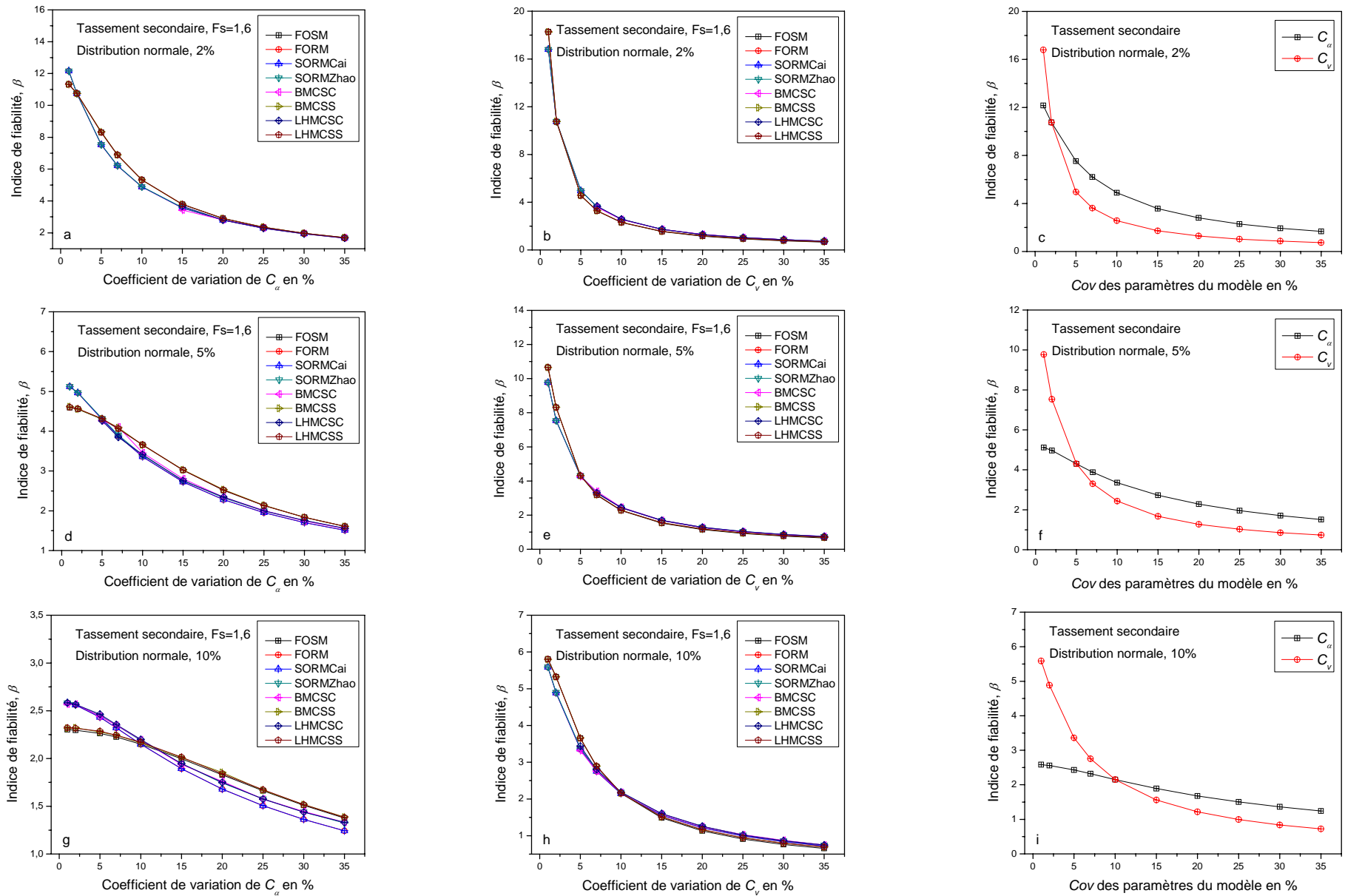


Figure C3.1 : Effet de la variation de l'écart-type des paramètres du modèle de prédiction du tassement secondaire d'une fondation superficielle sur l'indice de fiabilité. Distribution normale – Variables indépendantes.

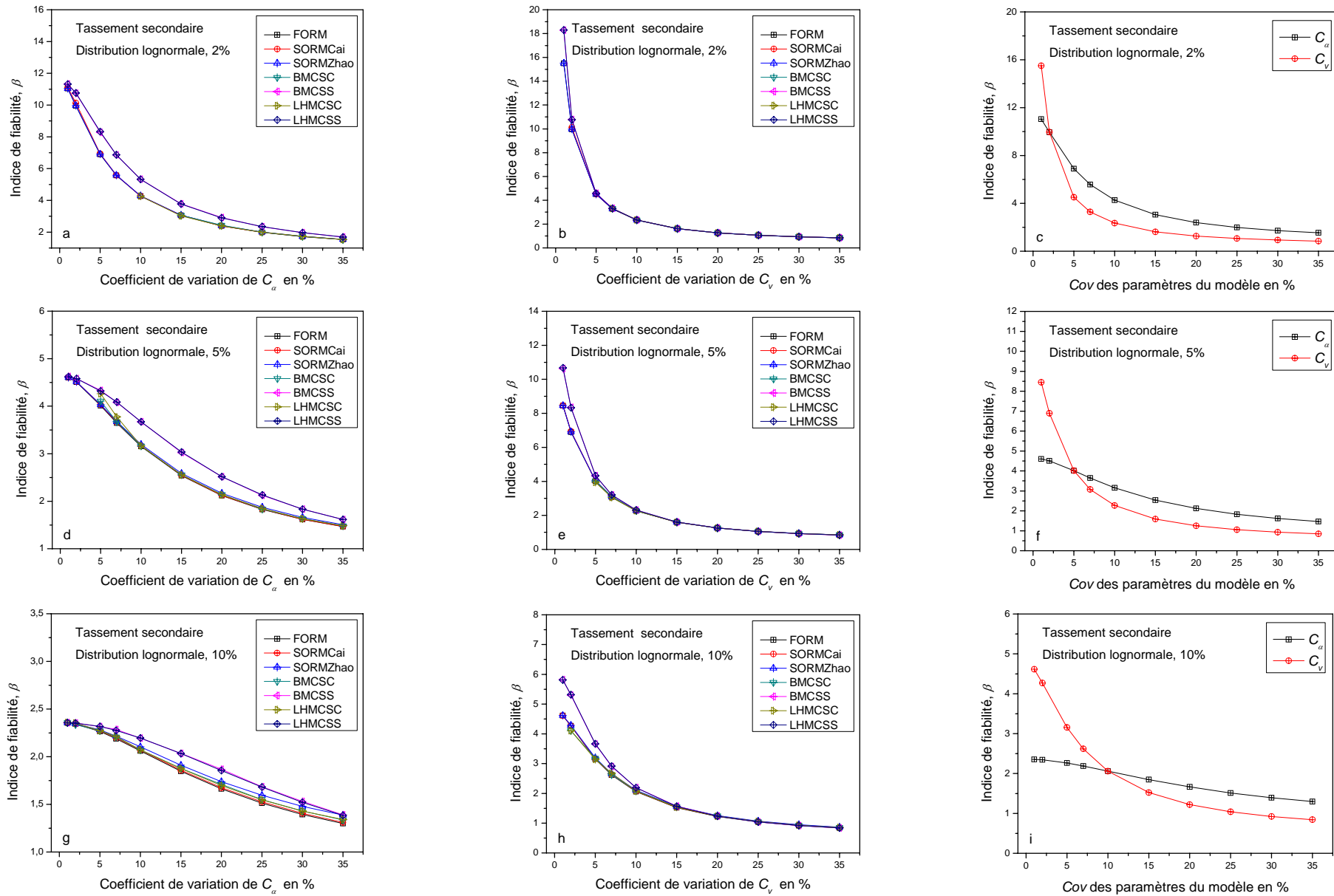


Figure C3.2 : Effet de la variation de l'écart –type des paramètres du modèle de prédiction du tassement secondaire d'une fondation superficielle sur l'indice de fiabilité. Distribution normale – Variables indépendantes.

ANNEXE D

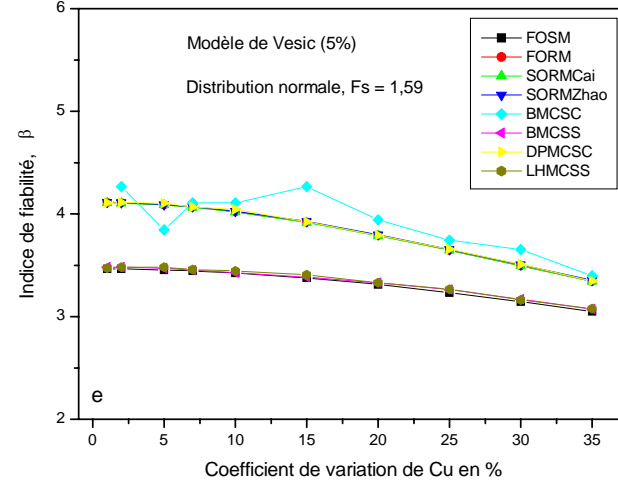
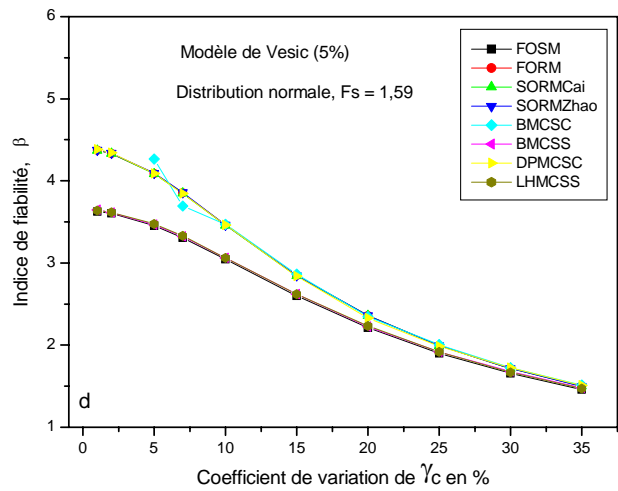
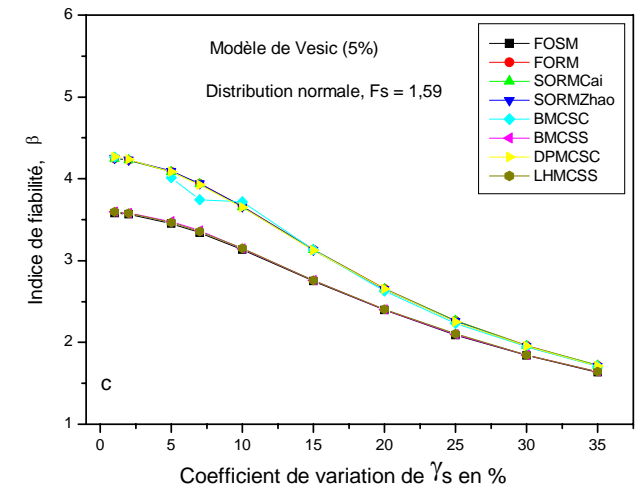
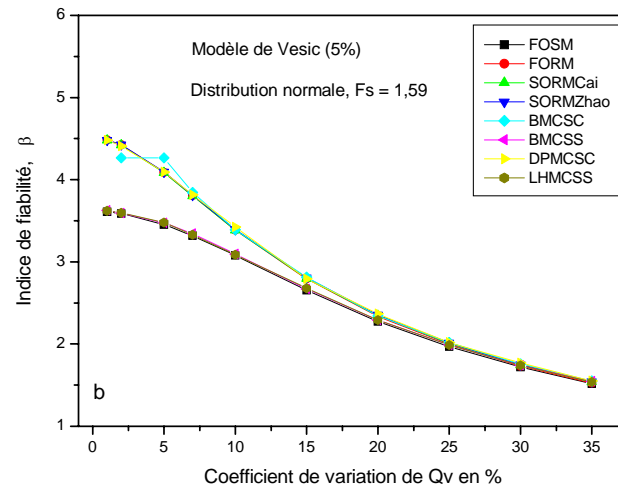
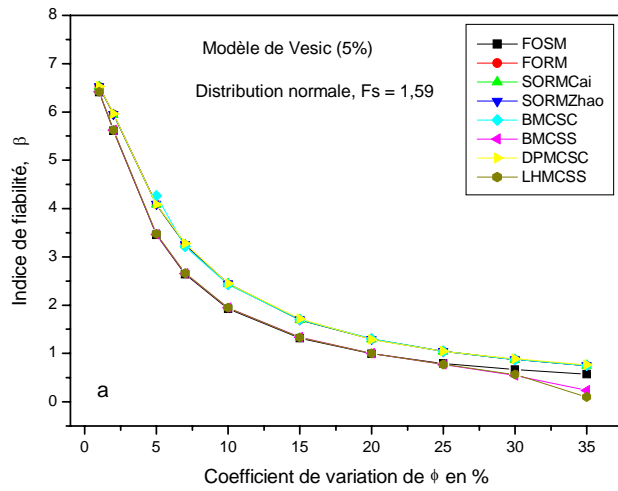


Figure D1.1 : Effet de la variation de l'écart-type des paramètres du modèle de Vesic pour la prédiction de la capacité portante d'un pieu isolé sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 5%. Distribution normale – Variables indépendantes

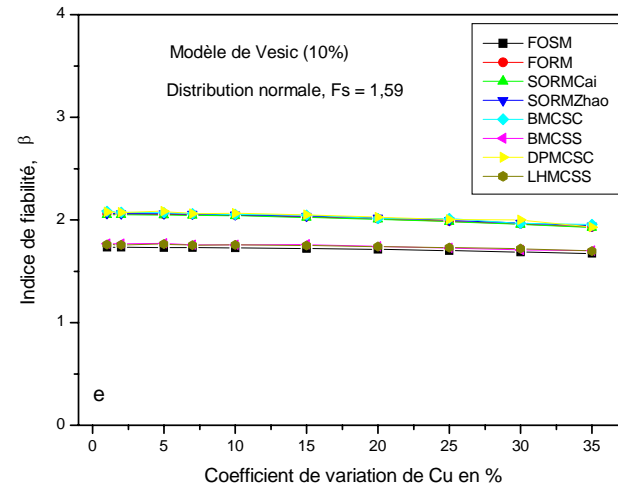
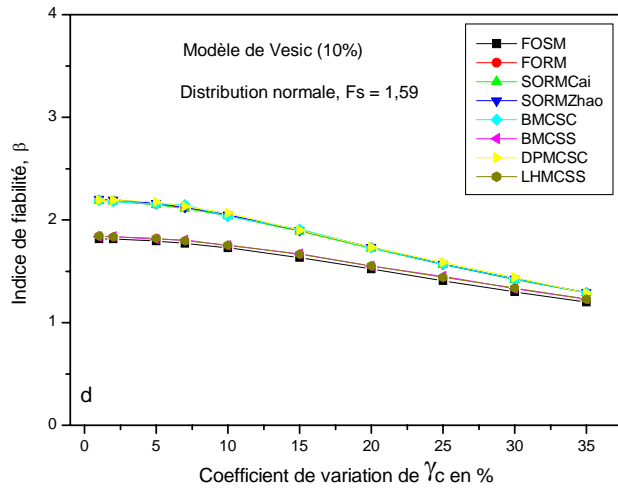
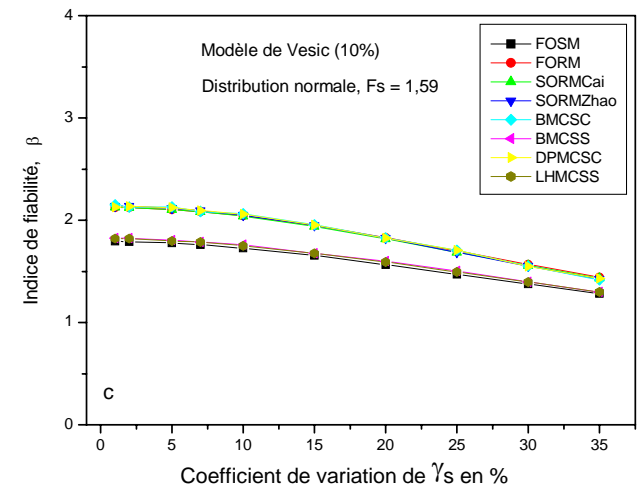
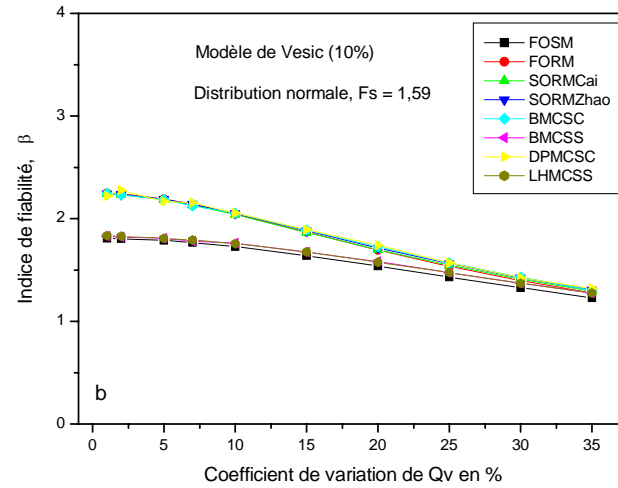
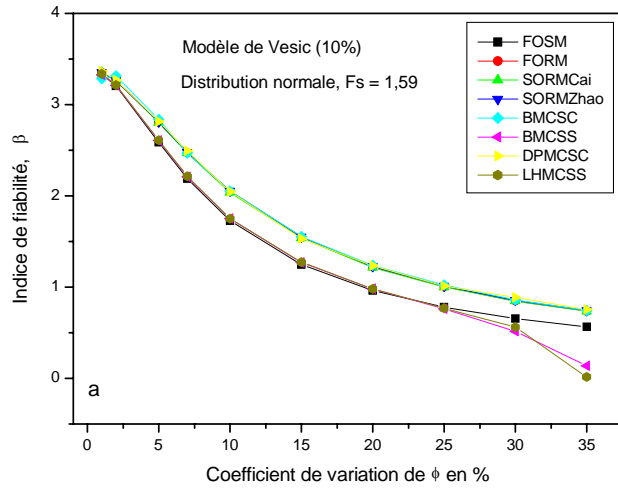


Figure D1.2 : Effet de la variation de l'écart-type des paramètres du modèle de Vesic pour la prédiction de la capacité portante d'un pieu isolé sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 10%. Distribution normale – Variables indépendantes.

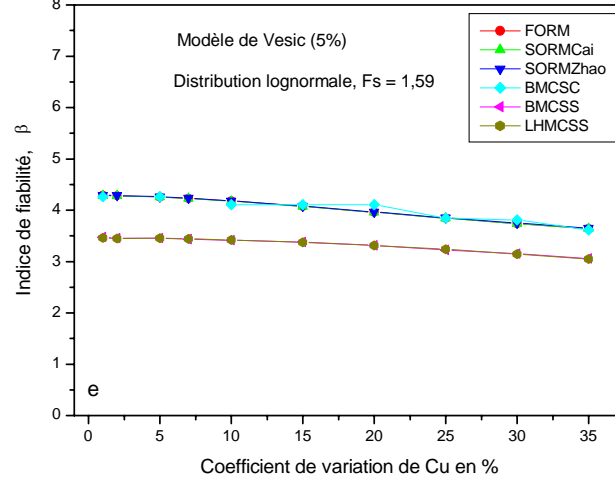
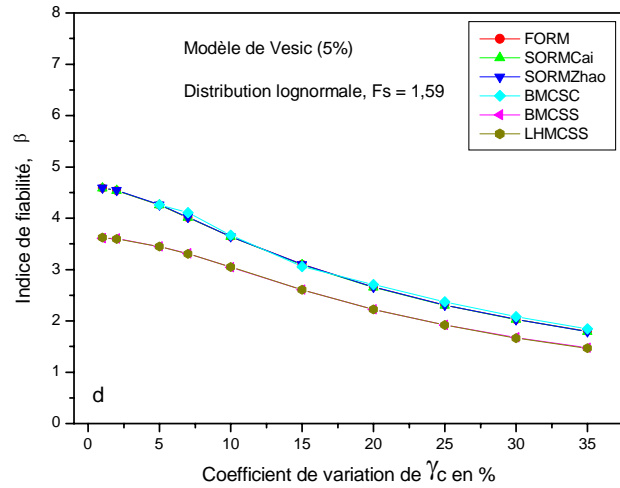
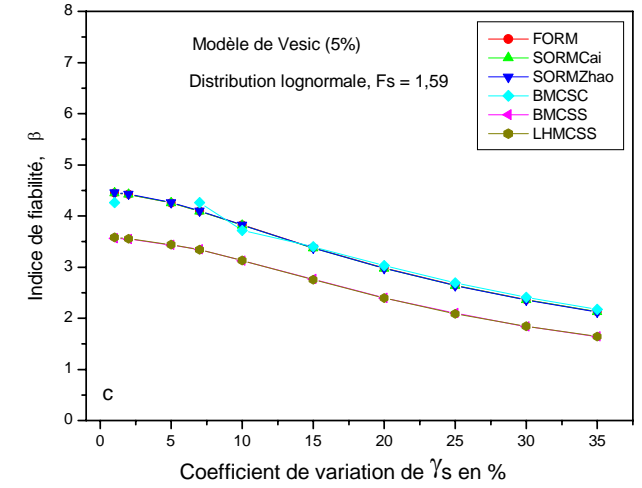
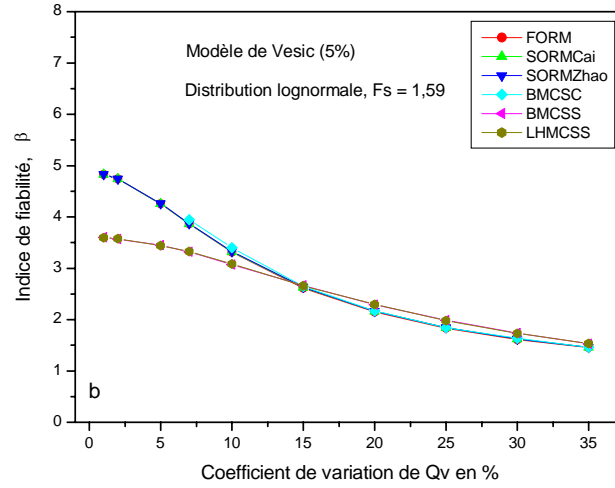
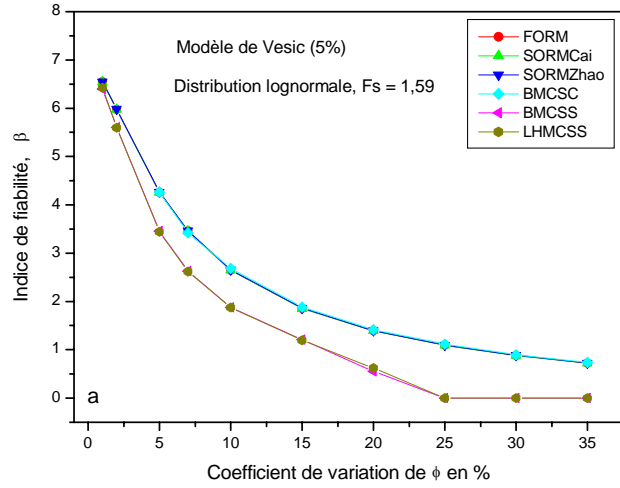


Figure D1.3 : Effet de la variation de l'écart-type des paramètres du modèle de Vesic pour la prédiction de la capacité portante d'un pieu isolé sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 5%. Distribution lognormale – Variables indépendantes

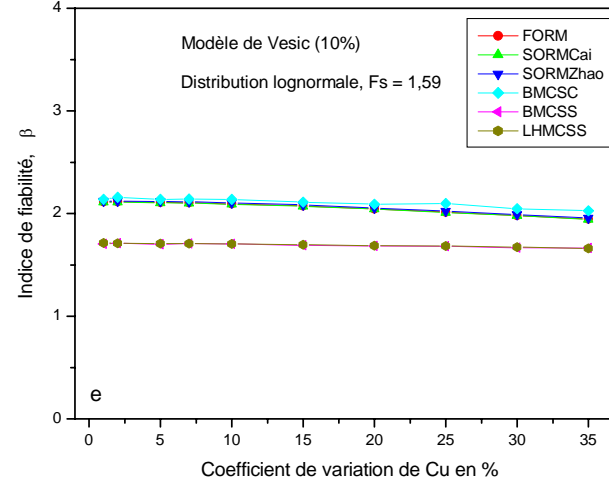
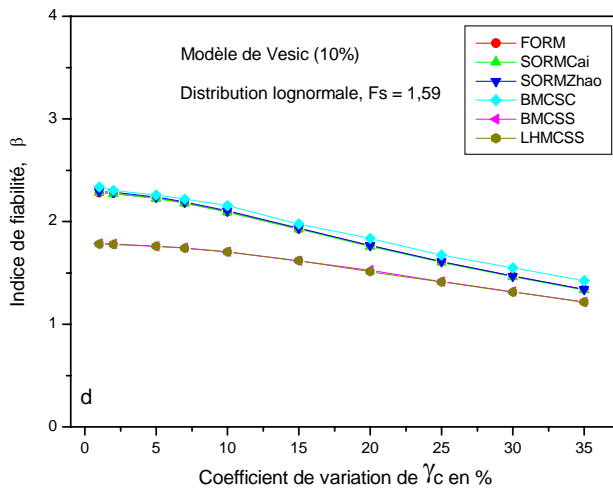
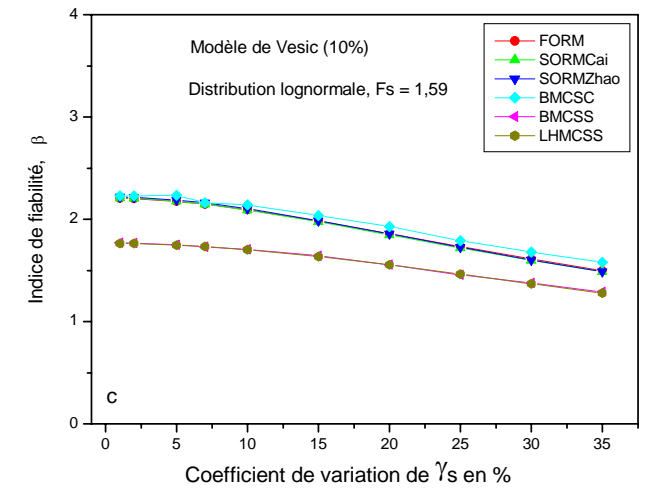
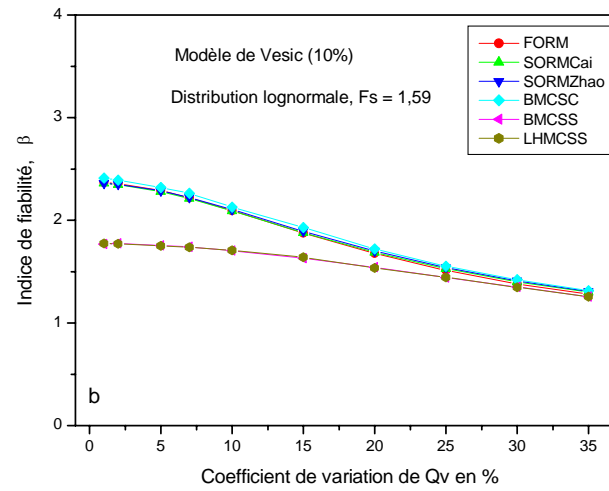
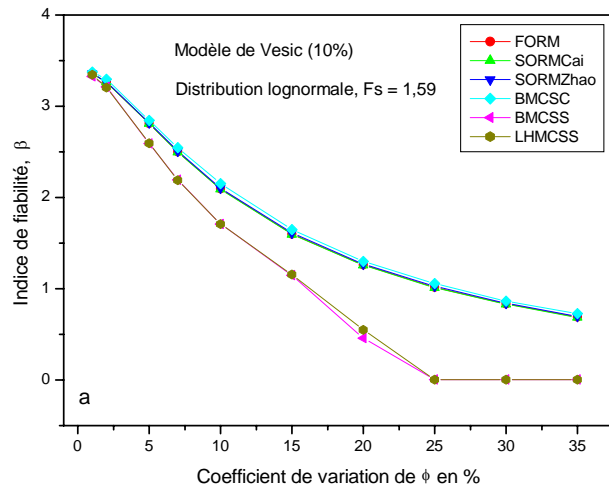


Figure D1.4 : Effet de la variation de l'écart-type des paramètres du modèle de Vesic pour la prédiction de la capacité portante d'un pieu isolé sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 10%. Distribution lognormale – Variables indépendantes

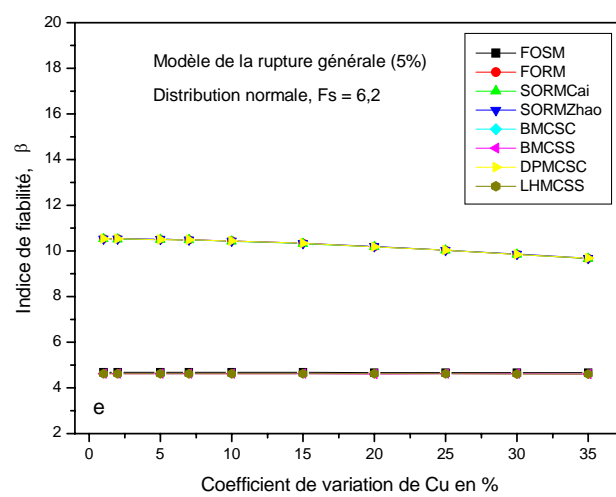
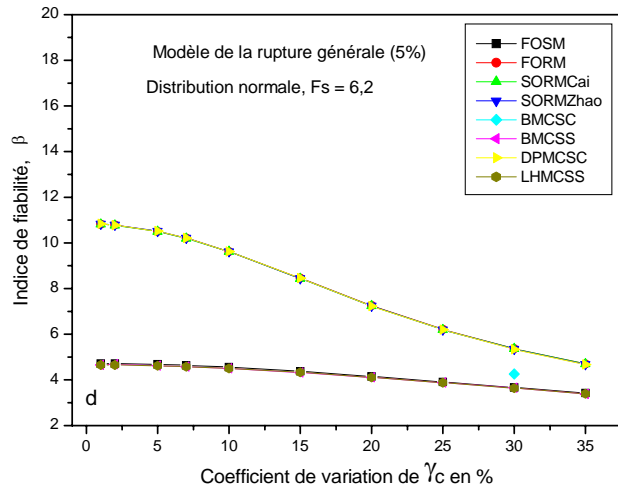
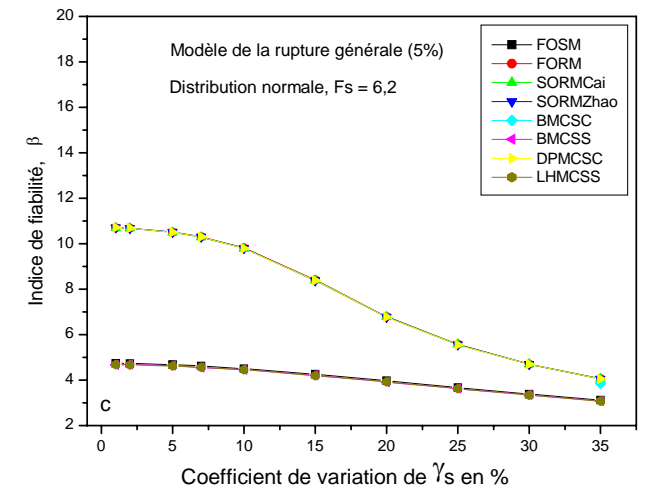
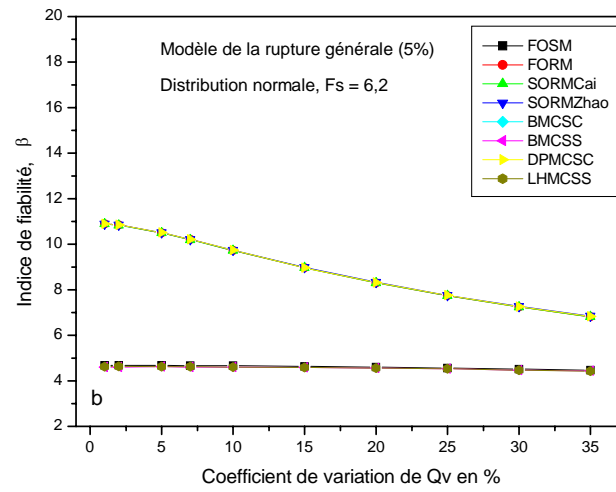
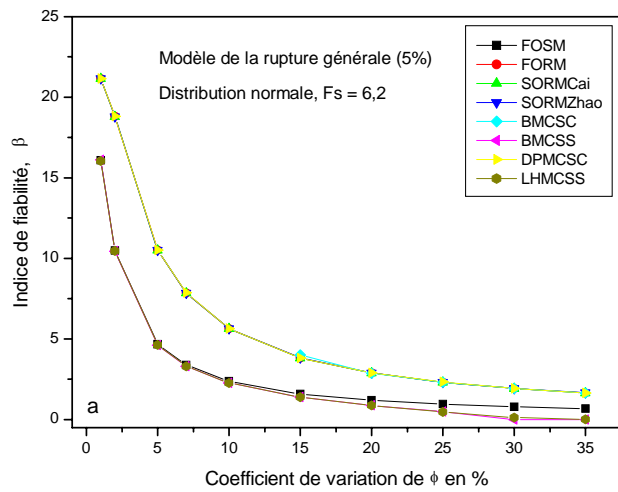


Figure D2.1 : Effet de la variation de l'écart –type des paramètres du modèle de la rupture générale pour la prédiction de la capacité portante d'un pieu isolé sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 5%. Distribution normale – Variables indépendantes.

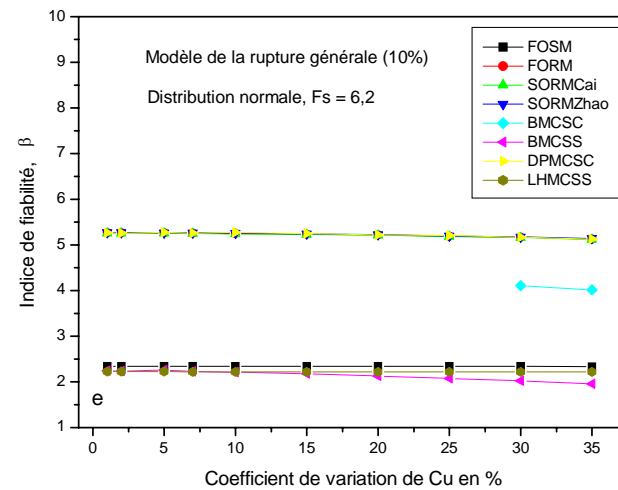
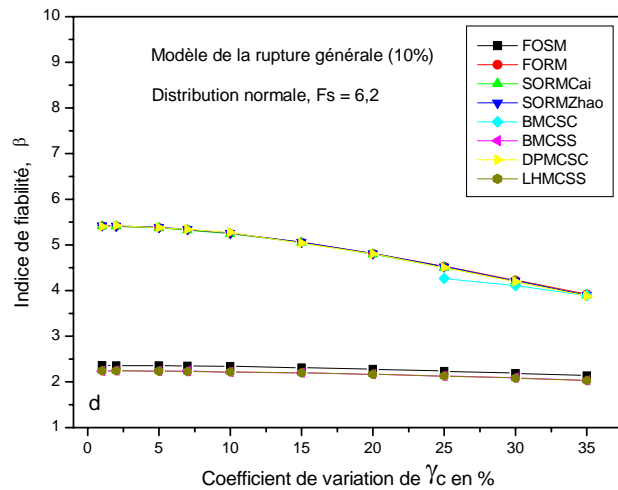
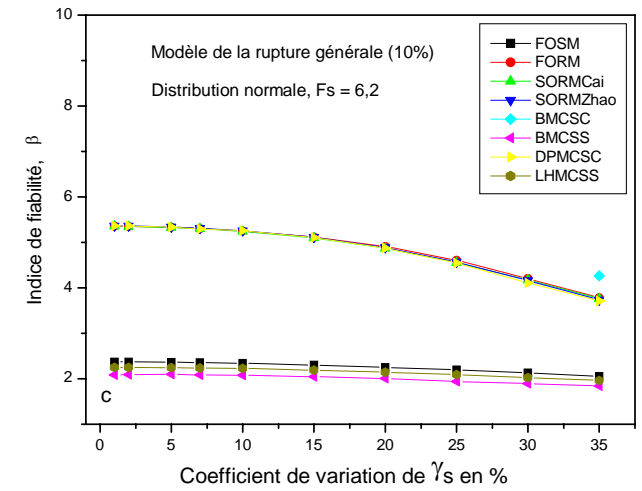
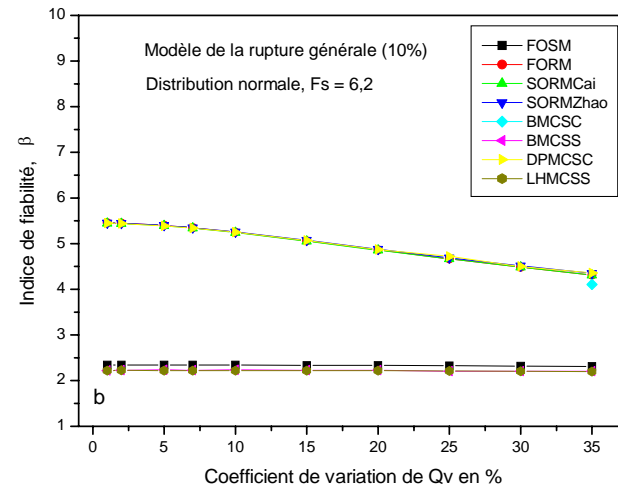
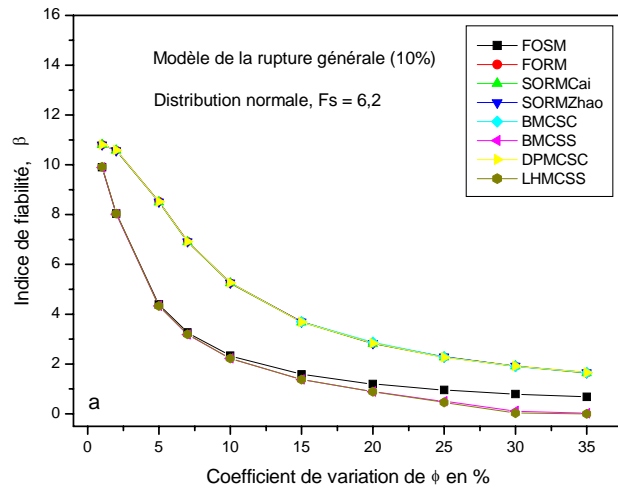


Figure D2.2 : Effet de la variation de l'écart –type des paramètres du modèle de la rupture générale pour la prédiction de la capacité portante d'un pieu isolé sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 10%. Distribution normale – Variables indépendantes.

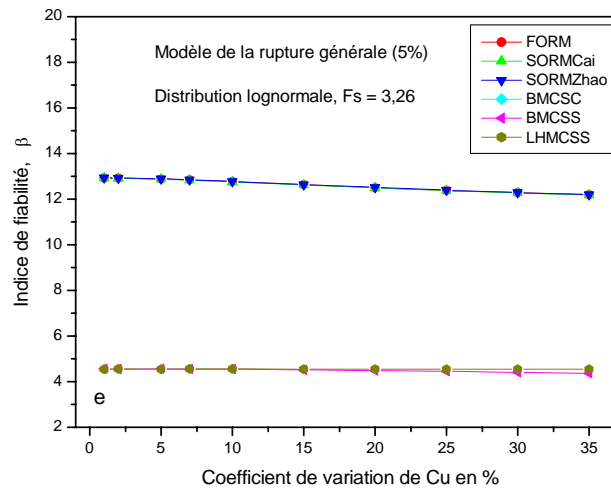
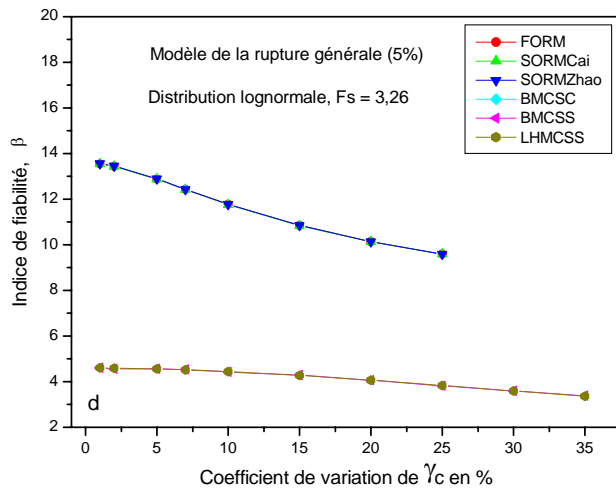
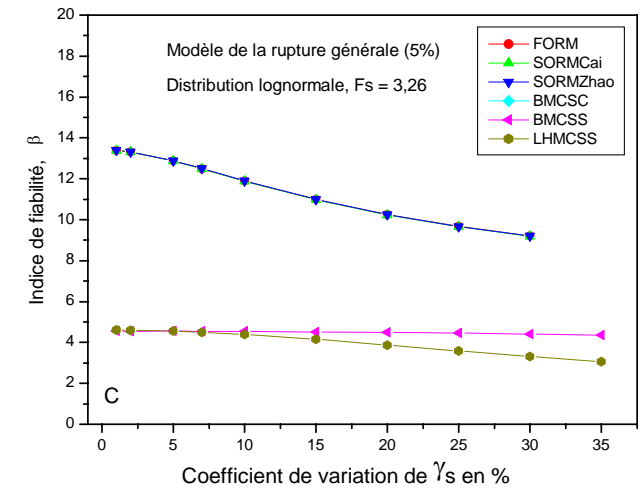
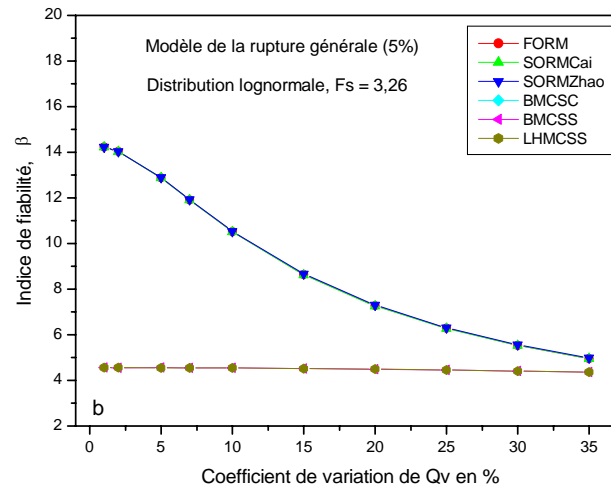
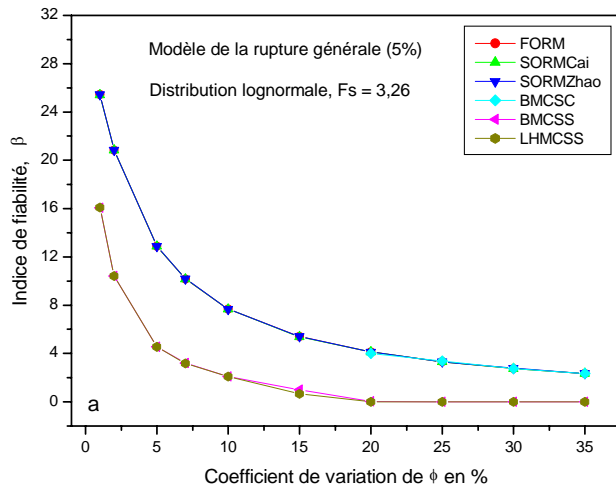


Figure D2.3 : Effet de la variation de l'écart-type des paramètres du modèle de la rupture générale pour la prédiction de la capacité portante d'un pieu isolé sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 5%. Distribution lognormale – Variables indépendantes.

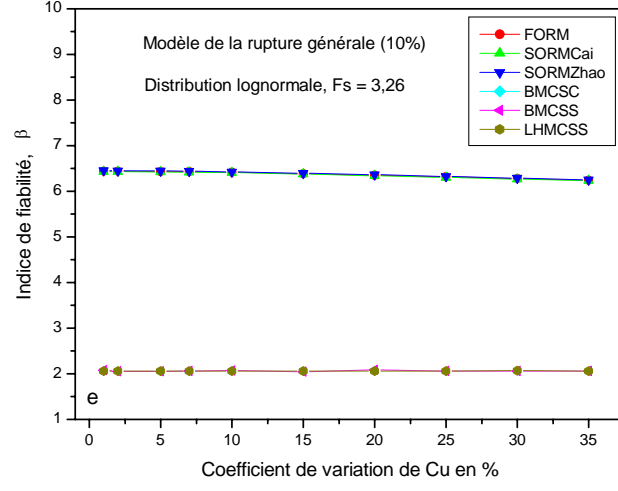
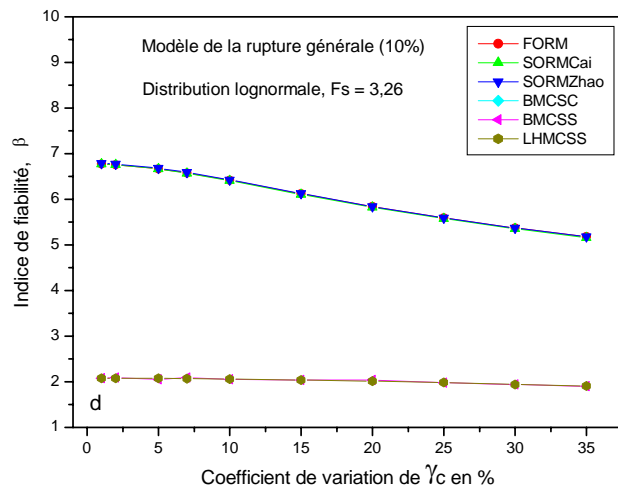
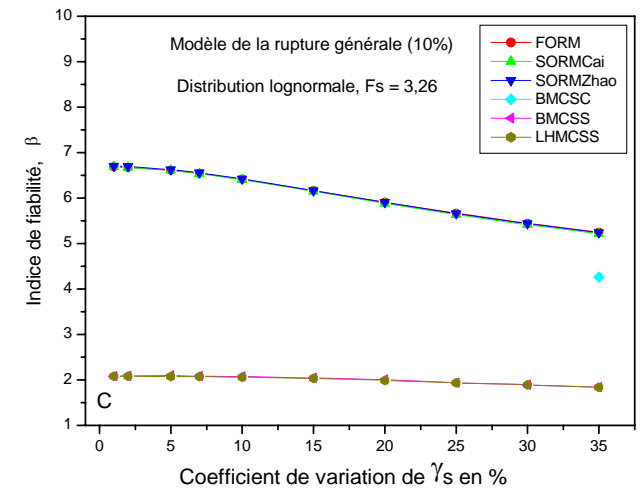
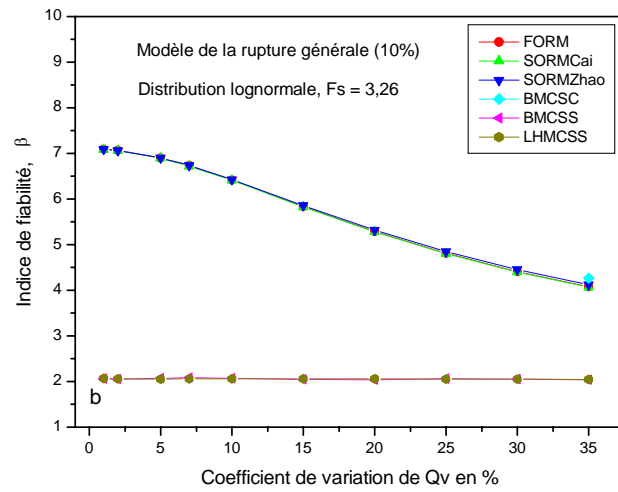
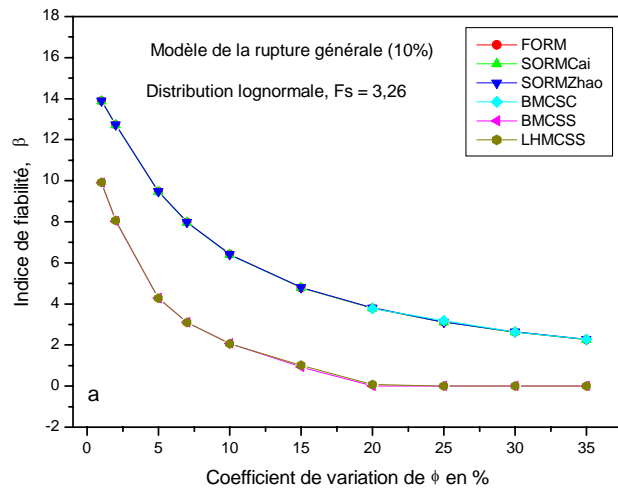


Figure D2.4 : Effet de la variation de l'écart –type des paramètres du modèle de la rupture générale pour la prédiction de la capacité portante d'un pieu isolé sur l'indice de fiabilité, les coefficients de variations des paramètres secondaires sont fixés à une valeur de 10%. Distribution lognormale – Variables indépendantes

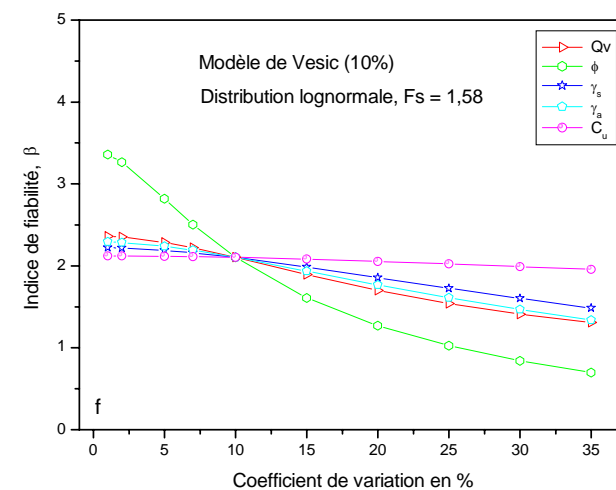
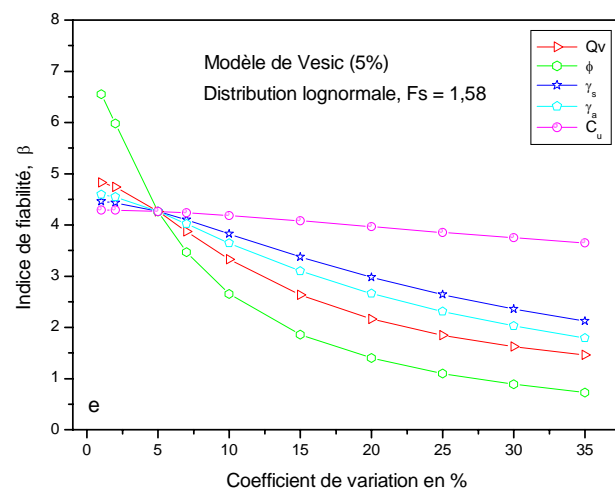
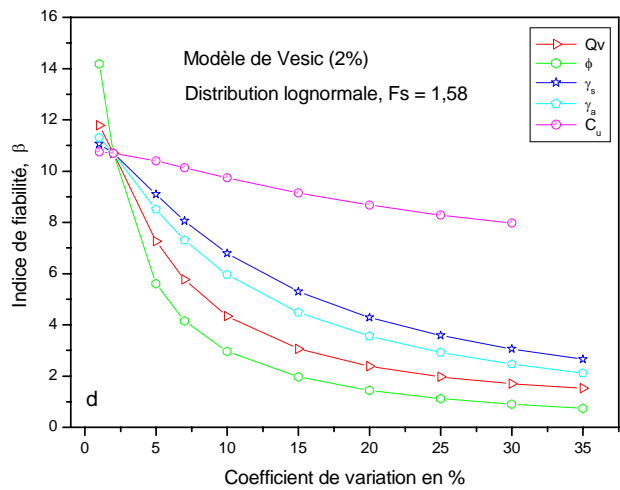
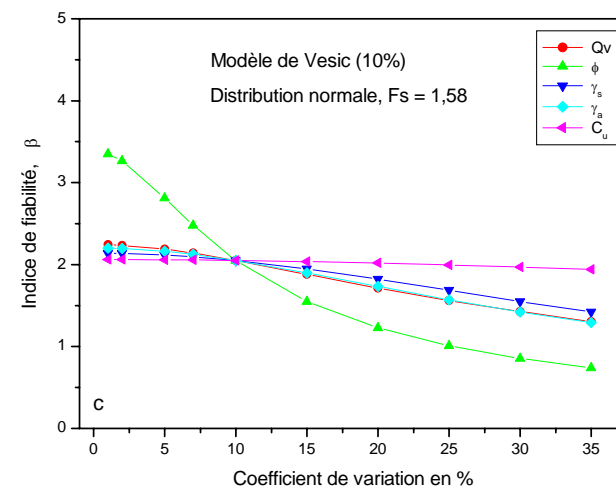
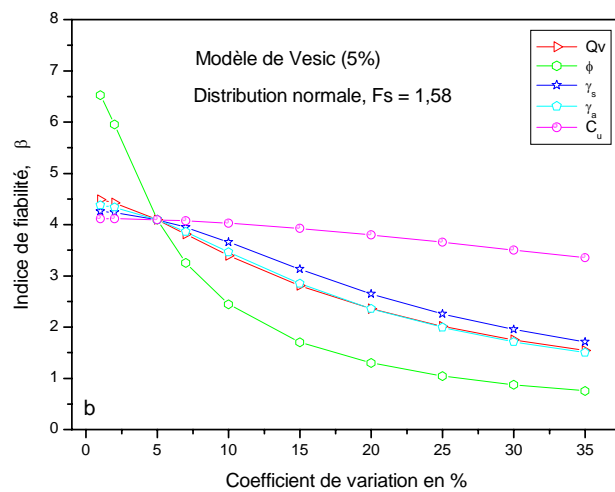
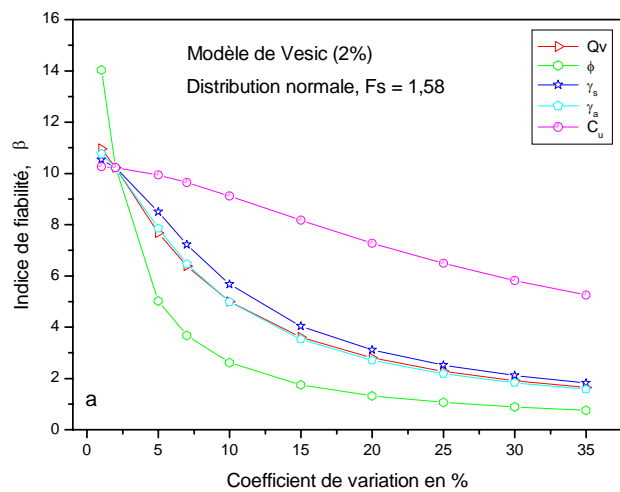


Figure D3.1 : Influence des paramètres du modèle de Vesic pour la prédiction de la capacité portante d'un pieu isolé.

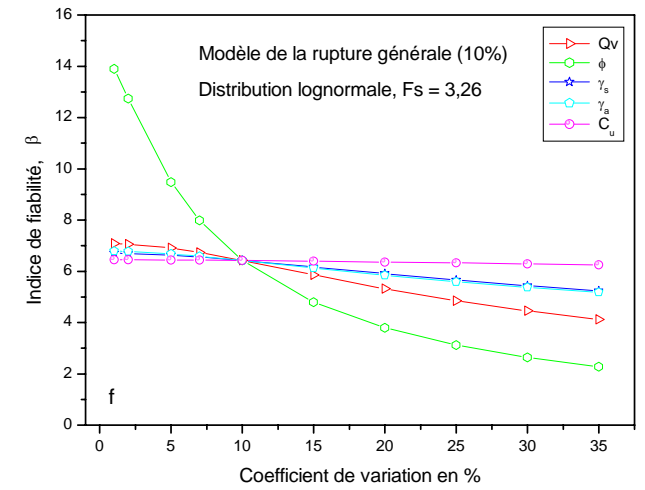
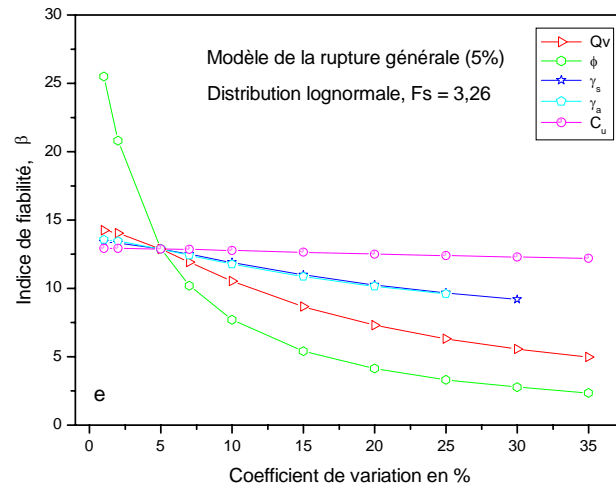
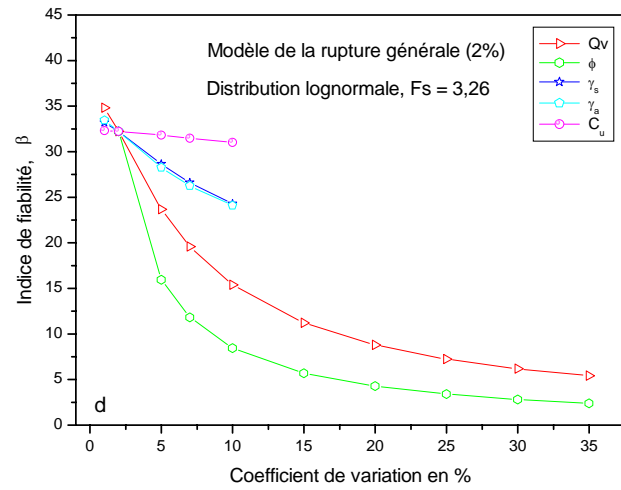
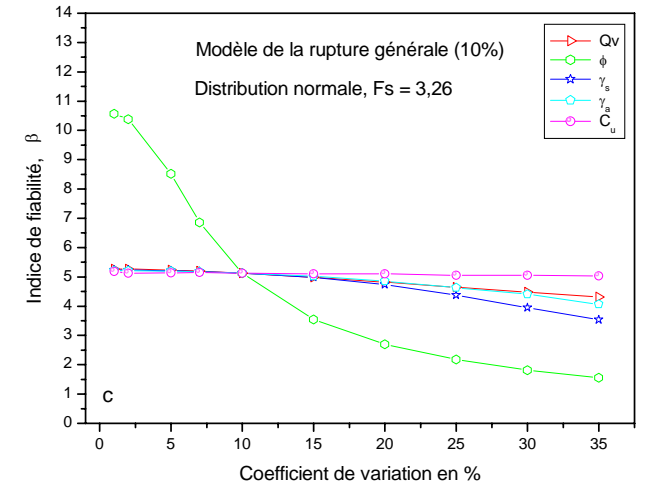
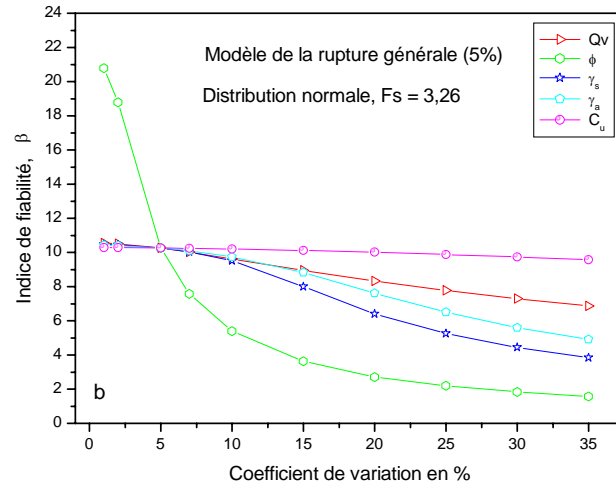
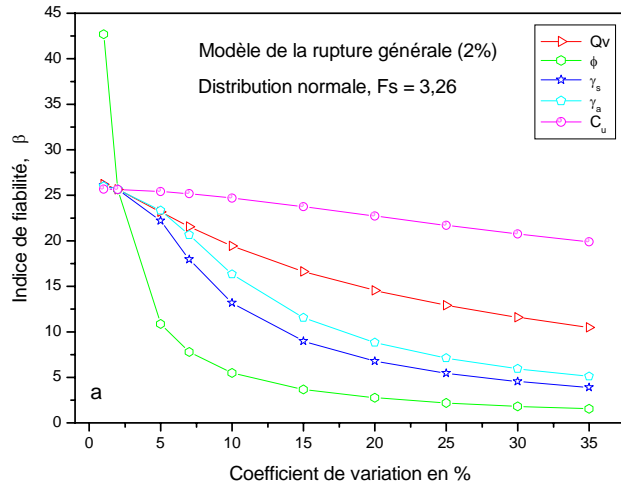


Figure D3.2 : Influence des paramètres du modèle de la rupture générale pour la prédiction de la capacité portante d'un pieu isolé.

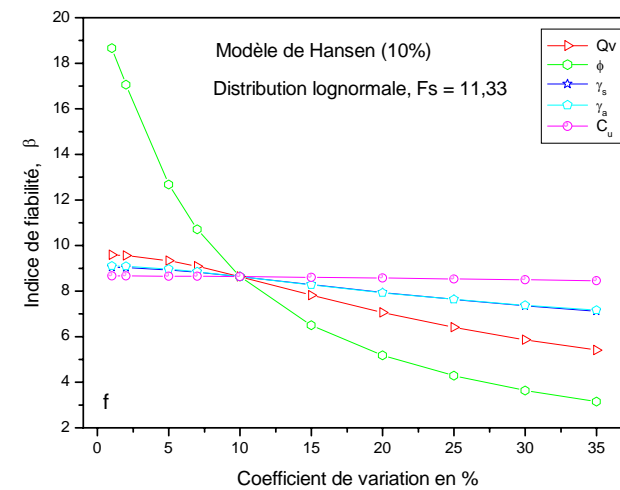
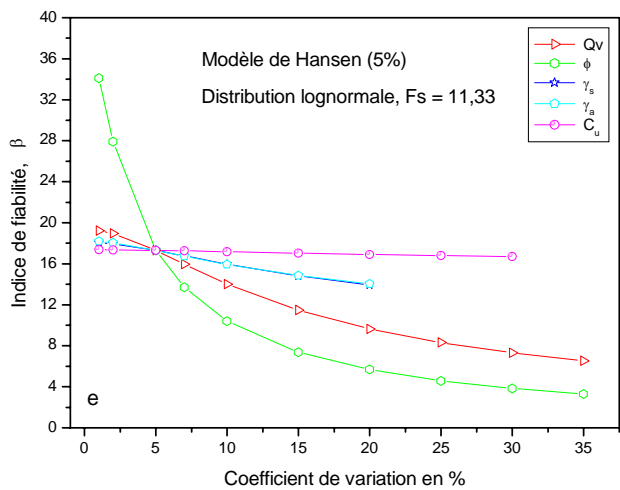
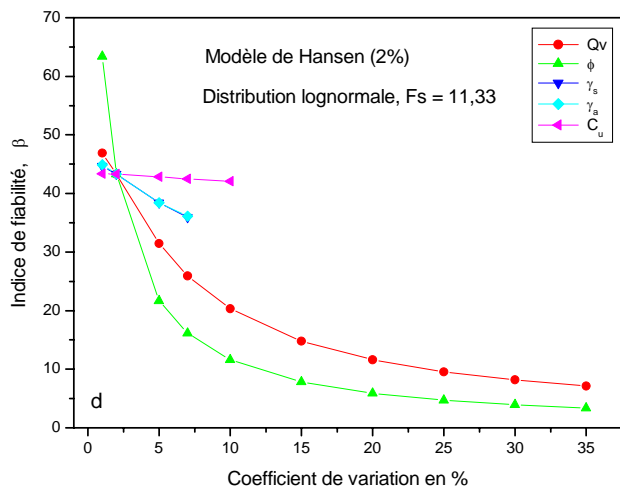
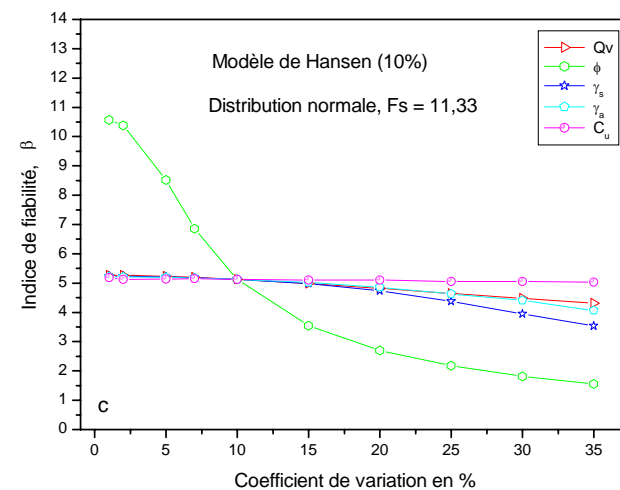
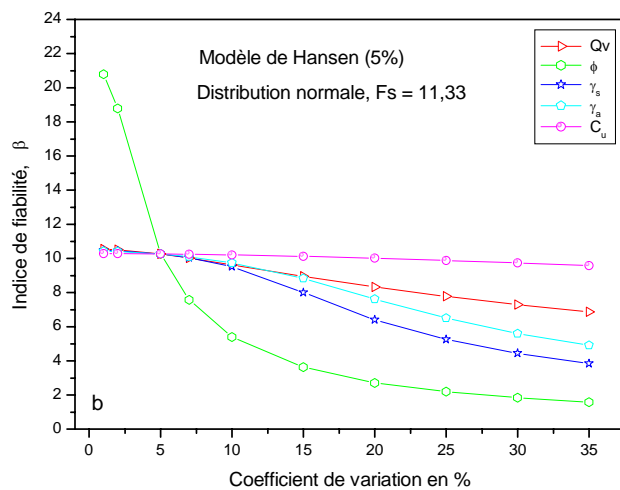
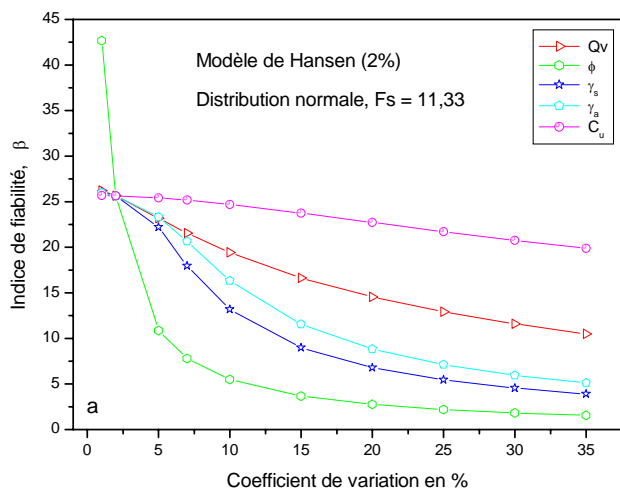


Figure D3.3 : Influence des paramètres du modèle de Hansen pour la prédiction de la capacité portante d'un pieu isolé.

ANNEXE E

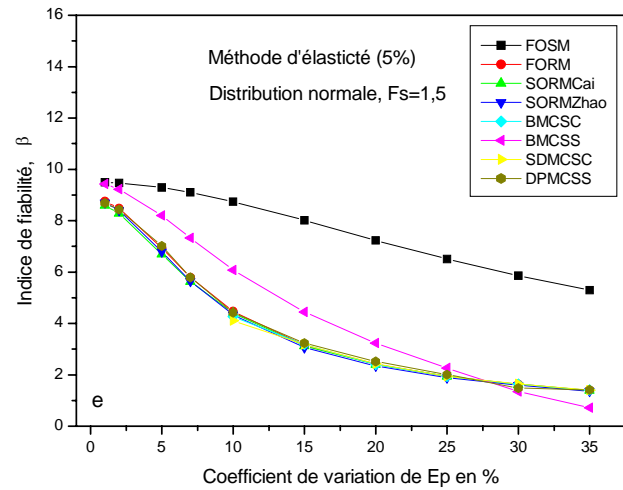
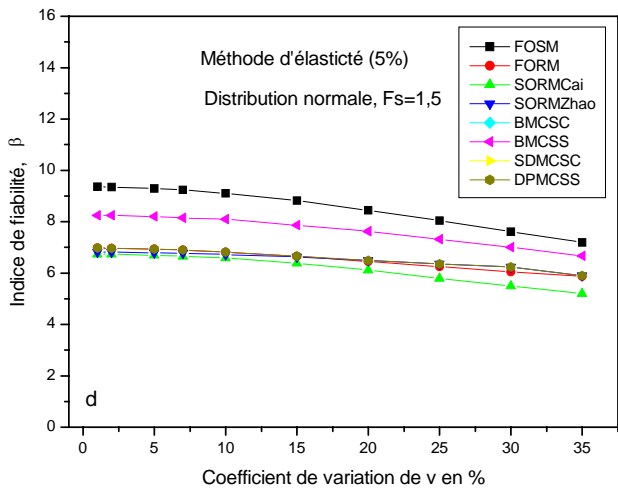
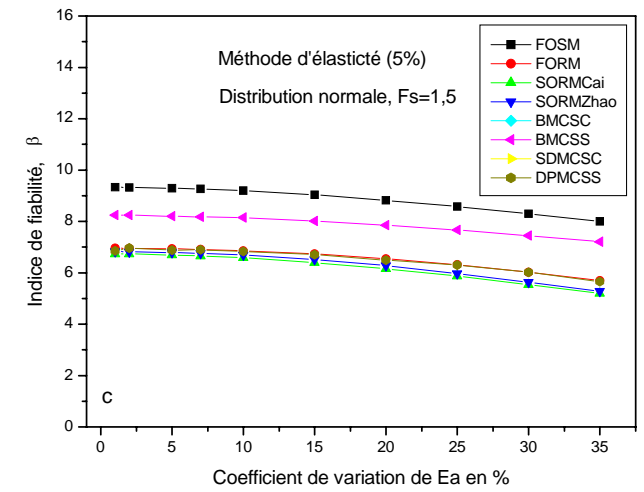
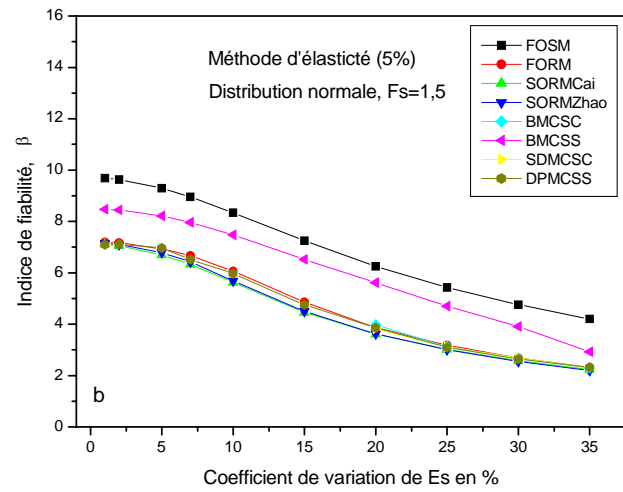
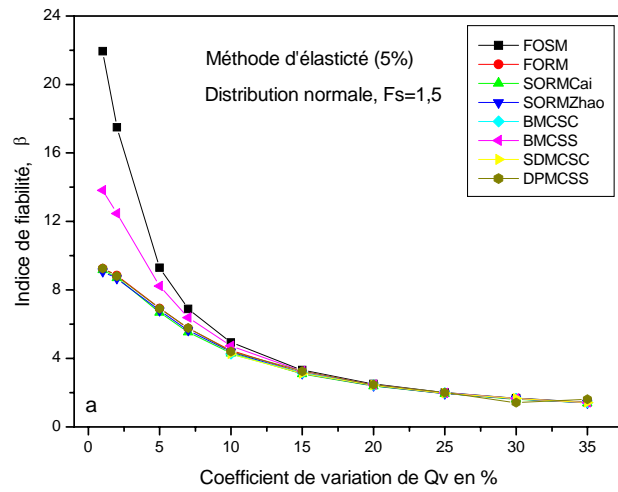


Figure E1.1 : Effet de la variation de l'écart-type des paramètres de tassement d'un pieu isolé - méthode d'élasticité - sur l'indice de fiabilité, coefficients de variations des paramètres secondaires fixés à une valeur de 5%. Distribution normale – Variables indépendantes

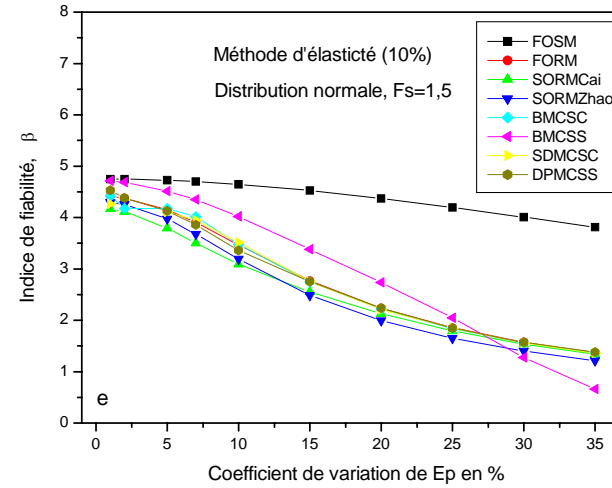
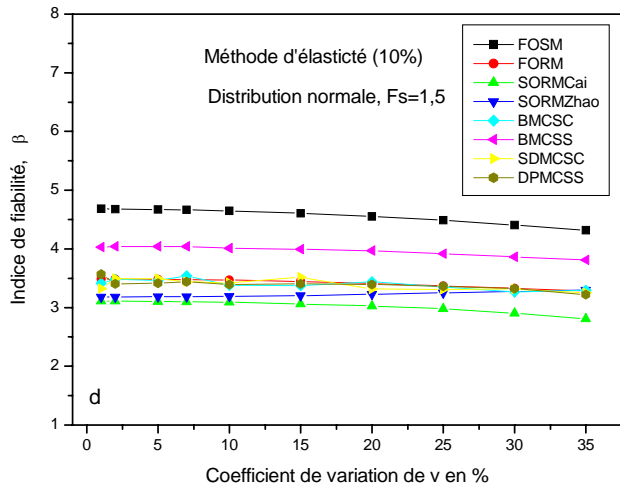
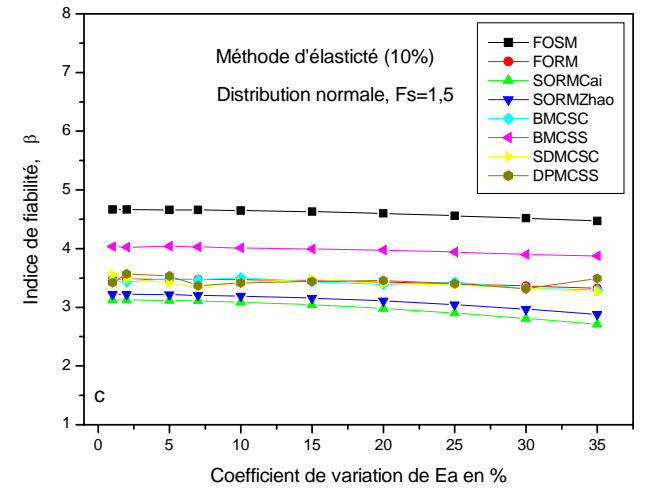
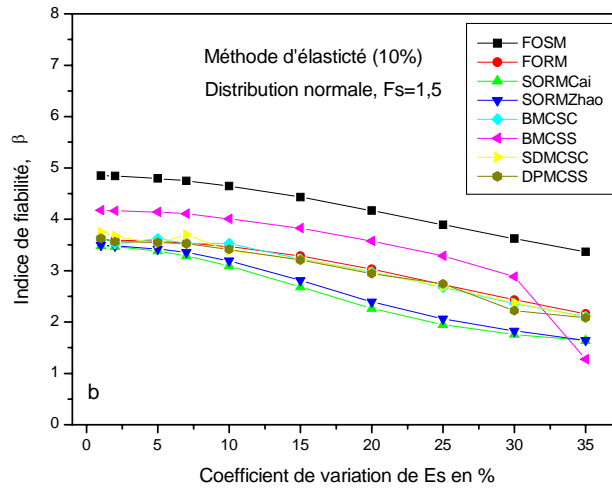
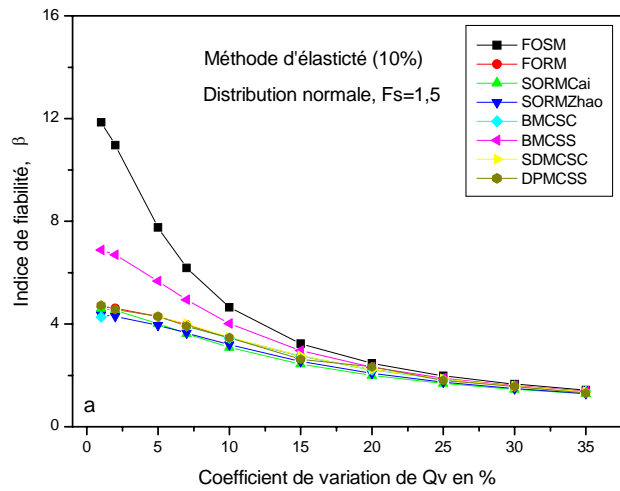


Figure E1.2 : Effet de la variation de l'écart-type des paramètres de tassement d'un pieu isolé- méthode d'élasticité - sur l'indice de fiabilité, coefficients de variations des paramètres secondaires fixés à une valeur de 10%. Distribution normale – Variables indépendantes

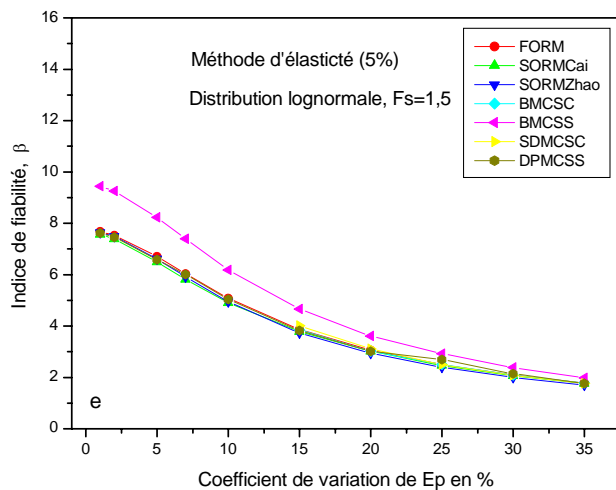
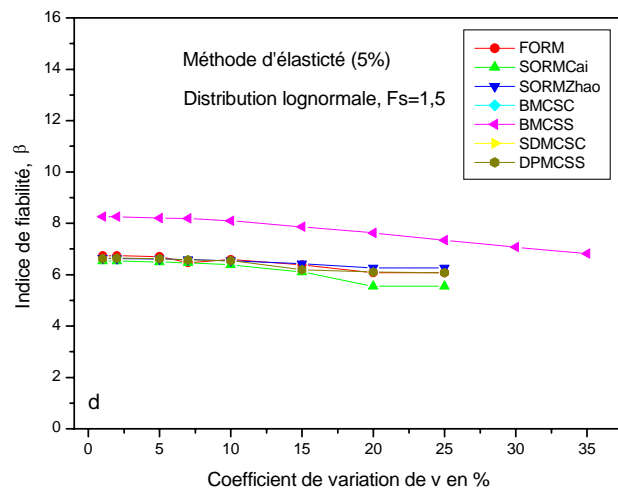
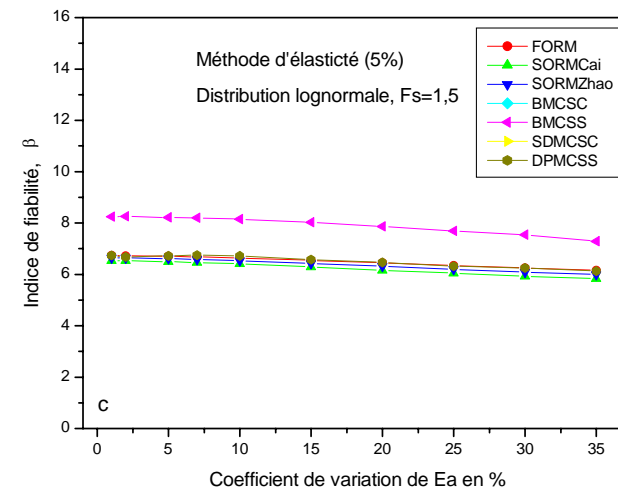
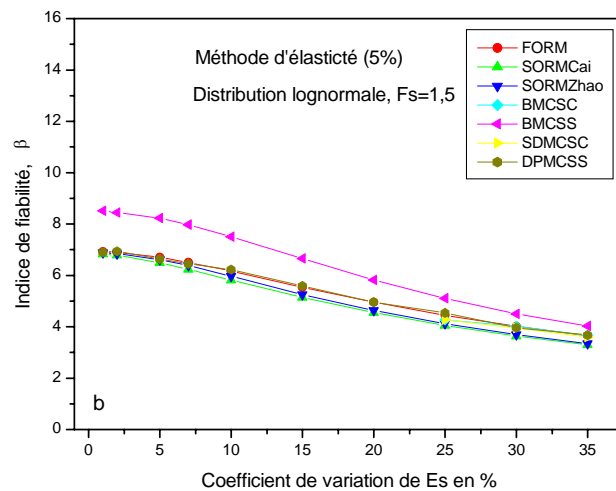
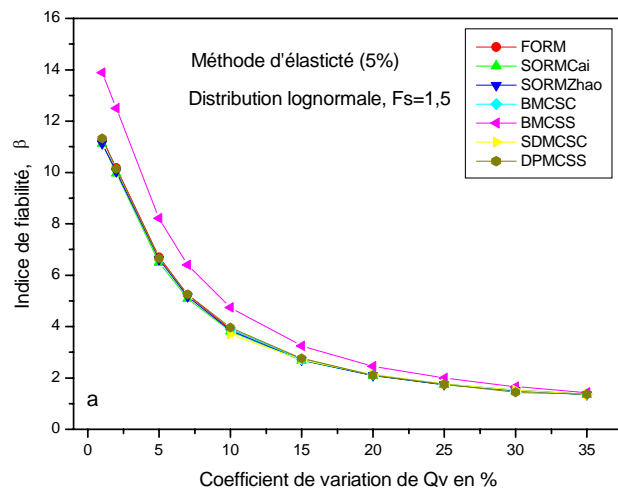


Figure E1.3 : Effet de la variation de l'écart-type des paramètres de tassement d'un pieu isolé - méthode d'élasticité - sur l'indice de fiabilité, coefficients de variations des paramètres secondaires fixés à une valeur de 5%. Distribution lognormale – Variables indépendantes

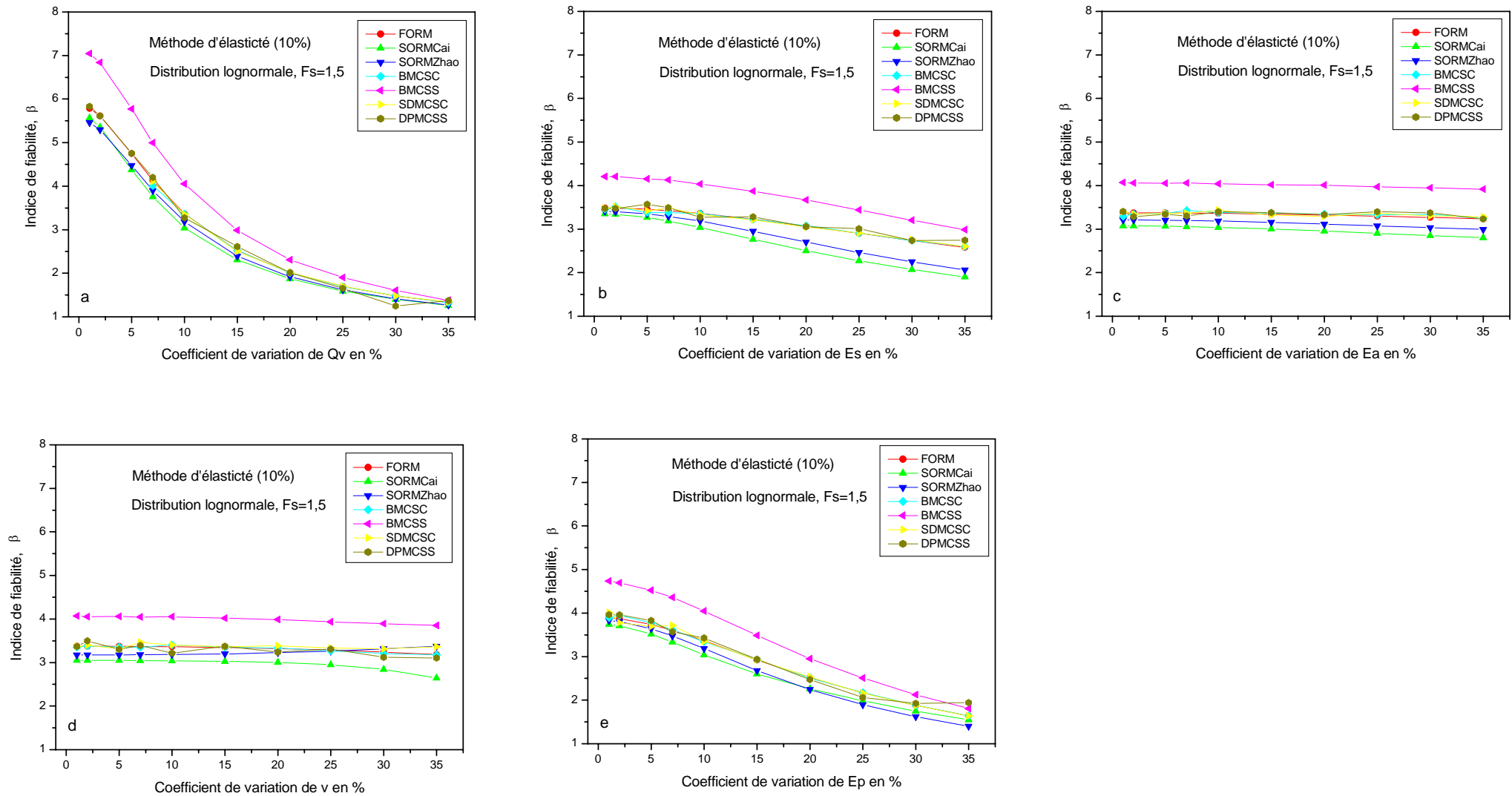


Figure E1.4 : Effet de la variation de l'écart-type des paramètres de tassement d'un pieu isolé - méthode d'élasticité - sur l'indice de fiabilité, coefficients de variations des paramètres secondaires fixés à une valeur de 10%. Distribution lognormale – Variables indépendantes

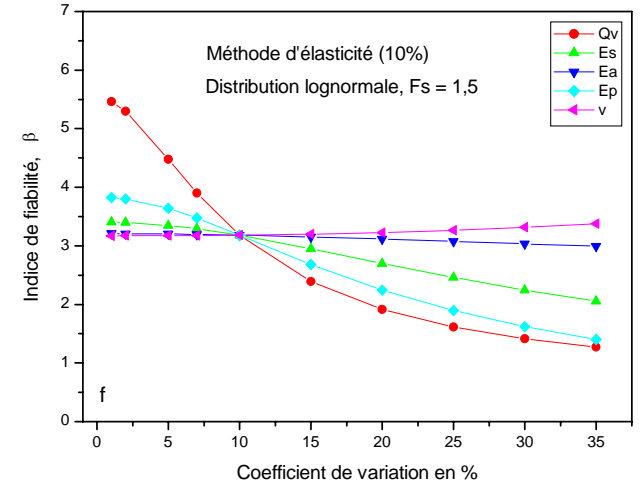
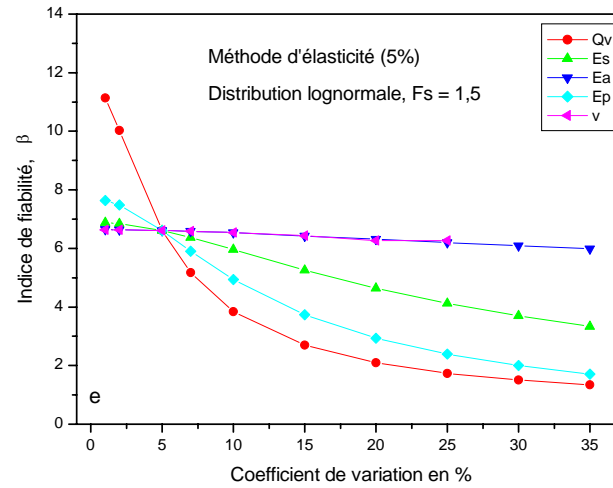
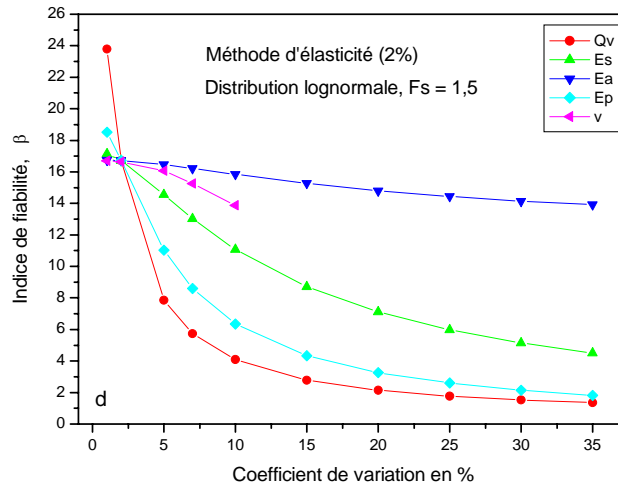
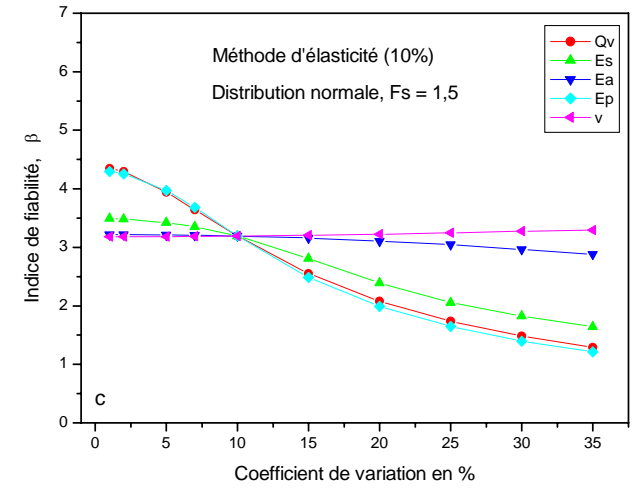
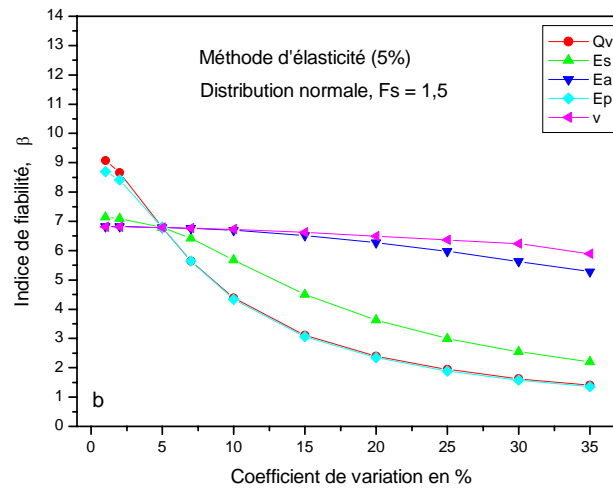
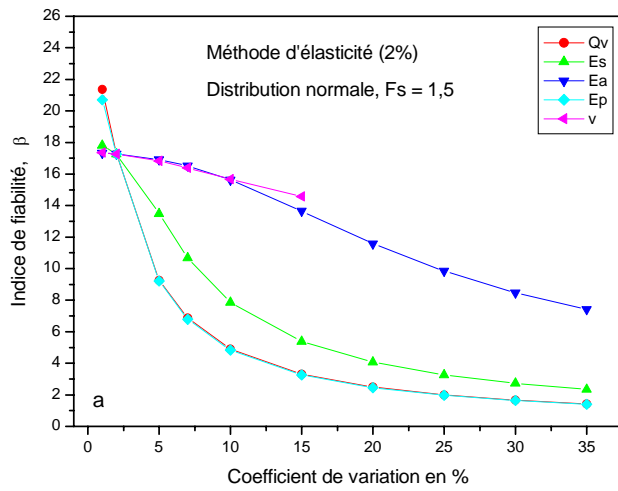


Figure E2 : Influence des paramètres du modèle de prédiction de tassement d'un pieu isolé – Méthode d'élasticité -

