

3/73

UNIVERSITE D'ALGER
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

124

DEPARTEMENT GENIE CHIMIQUE

THESE DE FIN D'ETUDES

OPTIMISATION DE LA MARCHE
D'UNE RAFFINERIE
PAR PROGRAMMATION LINEAIRE

Proposée Par

F. MORTAMET
Assistant

Etudiée par

MOHAMMED DJEBIRI

Dirigée par

M.A. BORHAM expert UNESCO
et F. MORTAMET

المدرسة الوطنية لتعليم الهندسية
السيتمية
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
BIBLIOTHEQUE

Ecole Nationale Polytechnique
Alger

Thèse de fin d'études

Sujet: Optimisation de la marche d'une
raffinerie par la programmation
linéaire.

proposé par M. MORTAMET

étudié par DJEBIRI MOHAMMED

sous la direction de MM. BORHAM et MORTAMET

Année universitaire 1972 - 73

"QUE MES PARENTS, MES FRERES ET TOUTE MA FAMILLE
TROUVENT ICI L'EXPRESSION DE MA PROFONDE AFFECTION"

Qu'il me soit permis d'exprimer ma gratitude à tous les professeurs qui ont contribué à ma formation.

Mes remerciements à MM. BORHAM et MORTAMET pour l'aide et les conseils qu'ils m'ont prodigués tout au long de la réalisation du projet.

Je tiens enfin à remercier tous ceux qui m'ont aidé dans la réalisation et la frappe du projet en particulier M. FROBERT, de l'IAP, qui a bien voulu mettre à ma disposition certaines données sans lesquelles la présente étude aurait été impossible.

S O M M A I R E

Introduction

1ère partie : Notions sur la programmation linéaire.

2ème partie ; Le sous-programme IBM 1130 LP. MOSS

3ème partie : Notions sur le pétrole et le raffinage.

4ème partie : Etude de l'avant-projet .

5ème partie : Etude du projet.

Conclusion

I N T R O D U C T I O N

L'objet de cette étude est la détermination du programme optimum de production d'une raffinerie par la programmation linéaire.

La raffinerie prise pour modèle est celle d'ARZEW.

Ainsi, compte tenu des données sur les bruts et leurs prix, sur les rendements des différentes unités et les coûts de production, sur les spécifications des produits finis et intermédiaires ainsi que sur la consommation du marché algérien en différents produits, on essaiera de déterminer le programme optimum de production dans les 2 cas suivants :

1°) La raffinerie traite du brut algérien et du brut irakien importé dont le résidu servira à la fabrication des quantités de bitumes nécessaires à la satisfaction du marché intérieur.

2°) La raffinerie traite uniquement du brut algérien et importe du résidu irakien qui servira à la fabrication des quantités de bitumes nécessaires à la consommation locale.

Le traitement du problème s'effectuera sur ordinateur. On utilisera à cet effet le sous-programme IBM 1130 LP.MOSS existant au centre de calcul de l'école.

L'utilisation du sous-programme LP.MOSS ne demande pas ou pratiquement pas de connaissances sur la programmation linéaire. Toutefois, sur les conseils et avec l'aide de M. MORTAMET, j'ai étudié les bases de la programmation linéaire pendant une quinzaine de jours. J'ai ensuite, pour me familiariser avec la mise en équation des programmes de raffinage et avec l'utilisation du LP.MOSS, résolu un avant-projet avant d'entamer la résolution du projet lui-même.

1è re PARTIE

NOTIONS

SUR

La PROGRAMMATION LINEAIRE

Avant d'aborder la résolution pratique du projet, il est nécessaire de donner une étude assez sommaire sur la programmation linéaire.

La programmation linéaire:

La programmation linéaire est une technique mathématique permettant de déterminer la meilleure solution possible d'un problème dont les données et les inconnues satisfont à une série d'équations et d'inéquations linéaires.

Elle a été formulée vers 1950 et connaît un développement rapide par suite de son application directe à la gestion scientifique des entreprises. Elle est notamment très utilisée dans l'industrie du pétrole.

Essayons, au moyen d'un exemple, de présenter la programmation linéaire.

I Présentation de l'exemple:

Un restaurateur a constaté que sa clientèle préfère les assortiments de coquillages et qu'il peut offrir indifféremment:

- des assiettes à 8DA contenant 5 oursins, 2 praires et 1 huître.
 - " " 6DA " 3 " 3 " 3 "

Il dispose de :

30 oursins
24 praires
18 huîtres

Comment doit-il les disposer pour réaliser la recette maximale ?

La première idée qui lui vient est évidemment de ne proposer que des assiettes du premier type, puisqu'elles lui rapportent davantage.

Il pourrait ainsi en préparer 6. Il utiliserait alors:

les 30 oursins
 $6 \times 2 = 12$ praires
 $6 \times 1 = 6$ huîtres

et il encaisserait $6 \times 8 = 48$ DA.

Cependant, une autre répartition des assiettes ne rapporterait-elle pas plus d'argent ?

La réponse à cette question sera donnée par la programmation linéaire qui déterminera le programme optimum de préparation des assiettes.

Mise en équation. :

Soient x et y les quantités d'assiettes du 1^{er} et du 2^{ème} type qui seront préparées.

On utilisera: $5x + 3y$ oursins
 $2x + 3y$ praires
 $x + 3y$ huîtres

et, comme bien entendu on est limité par les disponibilités en coquillages, on écrira:

$$5x + 3y \leq 30 \quad (1)$$

$$2x + 3y \leq 24 \quad (2)$$

$$x + 3y \leq 18 \quad (3)$$

La recette à rendre maximale s'écrit:

$$z = 8x + 6y$$

On obtient ainsi un système d'équation et d'inéquations du premier degré (linéaires). Ce genre de problème est appelé programme linéaire.

Il s'agira donc de déterminer x et y (positifs) pour rendre la recette z maximale avec les conditions (1), (2) et (3).

Résolution du problème:

Transformons les inéquations en équations au moyen de variables d'écart positives. On obtient:

$$5x + 3y + u = 30$$

$$2x + 3y + p = 24$$

$$x + 3y + h = 18$$

Nous avons ici un système de 3 équations à 5 inconnues.

Tirons par exemple u, p et h en fonction de x et y .

$$u = 30 - 5x - 3y \quad (4)$$

$$p = 24 - 2x - 3y \quad (5)$$

$$h = 18 - x - 3y \quad (6)$$

On peut ainsi obtenir des valeurs pour u, p et h en donnant à x et y des valeurs positives.

Cependant, pour qu'une solution soit acceptable il faut que u, p et h obtenus soient positifs (c'est ce qu'on a posé au début). Il faut alors déterminer parmi l'infinité de solutions acceptables celle qui rendra maximale $z = 8x + 6y$.

Pour aboutir rapidement à la solution optimum d'un tel problème, un mathématicien américain, G.B. Dantzig, a mis au point un processus de calcul à qui on a donné le nom d'algorithme ou méthode du simplexe.

Cette méthode est applicable pourvu que l'on connaisse une solution acceptable quelconque (solution de départ).

Dans notre problème la solution acceptable de départ consistera à donner à x et y des valeurs nulles. on obtient:

$$u = 30$$

$$p = 24$$

$$h = 18$$

$$\text{et } z = 8x + 6y = 0$$

Cette solution de départ consiste donc à ne rien faire.

Or le problème posé est de déterminer le couple de valeurs x et y positives qui maximisent la recette z .

Faisons alors croître x (dont le coefficient dans z est le plus grand) et laissons y nul.

L'accroissement de x entraînera des variations de u, p et h conformément aux relations (4), (5) et (6). Cependant ces relations montrent que, y demeurant nul, et u, p et h ne pouvant être négatifs, la croissance de x est limitée à :

$$v_4 = 30/5 = 6, \quad v_5 = 24/2 = 12 \quad v_6 = 18/1 = 18$$

La valeur maximale attribuable à x est donc 6. Elle correspond au plus faible rapport v_i et annule la variable u .

Un nouveau programme est donc possible :

$$\begin{aligned} x &= 6 & y &= 0 \\ u &= 0 \\ p &= 12 & \text{avec } z &= 8x + 6y = 48DA \\ h &= 12 \end{aligned}$$

Cette solution acceptable est celle trouvée par le restaurateur intuitivement .

Essayons de voir si le restaurateur n'aurait pas intérêt à préparer des assiettes du 2ème type. Il doit alors nécessairement préparer moins de 6 assiettes du 1er type puisqu'il n'a que 30 oursins.

Exprimons la solution générale de notre système d'équations ainsi que la recette z en fonction de y et u qui ont une valeur nulle pour l'instant. On obtient :

$$x = 6 - 3/5 y - 1/5 u \quad (7)$$

$$p = 12 - 9/5 y + 2/5 u \quad (8)$$

$$h = 12 - 12/5 y + 1/5 u \quad (9)$$

$$z = 48 + 6/5 y - 8/5 u \quad (10)$$

L'examen de la relation (10) permet de conclure que :

-la variable u , nulle pour l'instant, doit rester nulle car toute valeur non nulle de u (et donc positive) ferait décroître z .

-un accroissement de y , nulle pour l'instant, est souhaitable car il ferait augmenter z .

Comme pour x , déterminons la valeur maximale que peut prendre y .

Puisque u doit rester nulle et que toutes les autres variables doivent être positives ou nulles, la valeur limite de y s'obtiendra à partir des relations (7), (8) et (9).

$$v_7 = 6 : 3/5 = 10 ; \quad v_8 = 12 : 9/5 = 6,66 ; \quad v_9 = 12 : 12/5 = 5$$

La valeur maximum de y est donc 5. On obtient :

$$y = 5$$

$$u = 0$$

$$x = 3 \quad \text{d'après (7)}$$

$$p = 3 \quad \text{" (8)}$$

$$h = 0 \quad \text{" (9)}$$

La recette est alors ,d'après (10) :

$$z = 48 + 6 = 54 \text{ DA}$$

Elle est supérieure à celle de la solution précédente.

Pour examiner si cette recette peut encore être améliorée, exprimons la solution générale du système en fonction des variables u et h nulles pour l'instant. On obtient:

$$y = 5 + 1/12 u - 5/12 h \quad (11)$$

$$x = 3 - 1/4 u + 1/4 h \quad (12)$$

$$p = 3 + 1/4 u + 3/4 h \quad (13)$$

$$z = 54 - 3/2 u - 1/2 h \quad (14)$$

La relation (14) montre que l'optimum est atteint.

En effet, si l'on donne aux variables u et h des valeurs non nulles, la recette ne pourra que décroître. On peut donc affirmer que la recette maximale réalisable est de 54 DA. Elle est obtenue en préparant:

$$\begin{array}{ll} x = 3 & \text{assiettes du premier type} \\ y = 5 & \text{" 2ème "} \end{array}$$

Discussion:

Nous avons, à chaque itération, fait jouer un rôle particulier à 2 des 5 variables et la solution générale a été exprimée en fonction des 2 variables particulières.

Nous avons ensuite supposé que les 2 variables étaient nulles et examiné s'il était intéressant de les faire croître. C'est le signe du coefficient de ces deux variables dans l'expression de la fonction économique z qui a permis de prendre une décision:

-accroissement souhaitable si le coefficient est positif.

- accroissement déconseillé si le coefficient est < 0
 En particulier l'optimum a été déclaré atteint lorsque les coefficients des 2 variables ont été négatifs.
 Ce mode opératoire est général et constitue l'algorithme du simplexe.

Notion de coût marginal

Par définition on appelle coût marginal d'un bien l'augmentation minimale de dépense, par rapport à la solution optimale, qui résulterait de l'utilisation d'une unité supplémentaire de ce bien, lorsque le problème posé consiste à produire des biens au moindre coût.

On a exprimé la fonction économique ou recette z en fonction des variables u et h , qui étaient les seules nulles à l'optimum, et on a trouvé:

$$z = 54 - \frac{3}{2} u - \frac{1}{2} h$$

Nous dirons :

- que la valeur marginale de la variable d'écart u est de 1,5DA
- que celle de la variable h est de 0,5DA

ou encore que la valeur marginale d'un oursin est de 1,5DA et que celle d'une huître est de 0,5DA.

=====Systématisation des calculs par méthode simplexe:=====

La première chose à faire, pour résoudre un programme linéaire par la méthode du simplexe, c'est de transformer les inégalités des contraintes en égalités par l'adjonction de variables d'écart positives.

On écrit ensuite la fonction économique sous la forme dite Rand:

$$z - f(x_I, p_i) = 0$$

On dresse ensuite un tableau dans lequel on réservera une colonne pour le calcul des v_i , une colonne pour indiquer le numéro des équations, une colonne pour les variables en base, une colonne pour le second membre, et enfin une colonne pour

z et pour chacune des autres variables:

On recherche alors la colonne remplaçante qui correspond, dans le cas où le problème est la maximisation de z, au coefficient le plus négatif .

On recherche la ligne sortante qui correspond à celle dont le v_i est minimum. Le pivot sera à l'intersection de la colonne rentrante et de la ligne sortante.

On calcule ensuite les coef. du nouveau tableau comme suit:

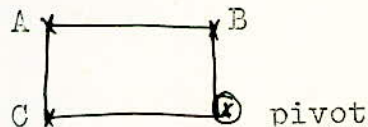
-cas de la ligne sortante: Les nouveaux coefficients *sont* donnés par:

nouveaux coef. = anciens coef. /pivot

-dans la colonne rentrante ne reste que le 1 qui remplace le pivot.

- Les autres coefficients du tableau s'obtiennent, en désignant par A' le nouveau coefficient, et par A l'ancien coefficient:

A' = A - BxC /pivot



EXEMPLE:

Reprenons l'exemple du restaurateur:

z - 8x - 6y = 0

5x + 3y + u = 30

2x + 3y + p = 24

x + 3y + h = 18

les calculs sont consignés dans la page suivante.

A chaque itération, le pivot est noté avec un astérix .

.../...

Calcul des v_i	N	V	t	z	x	y	u	p	h
-----	0	z	0	1	-8	-6			
30/5 = 6	1	u	30		5	3	1		
24/2 = 12	2	p	24		2	3		1	
18/1 = 18	3	h	18		1	3			1
-----	0	z	48	1		-6/5	8/5		
6:3/5 = 10	1	x	6		1	3/5	1/5		
12:9/5 = 20/3	2	p	12			9/5	-2/5	1	
12:12/5 = 5	3	h	12			12/5	-1/5		1
-----	0	z	54	1			3/2		1/2
	1	x	3		1		1/4		-1/4
	2	p	3				-1/4		-3/4
	3	y	5			1	-1/12		5/12

Les calculs s'arrêtent car on est arrivé à l'optimum.

On obtient:

$$\begin{aligned} z + 3/2u + 1/2h &= 54 \\ x + 1/4u - 1/4h &= 3 \\ p - 1/4u - 3/4h &= 3 \\ y - 1/12u + 5/12h &= 5 \end{aligned}$$

Ces résultats sont conformes à ceux obtenus auparavant.

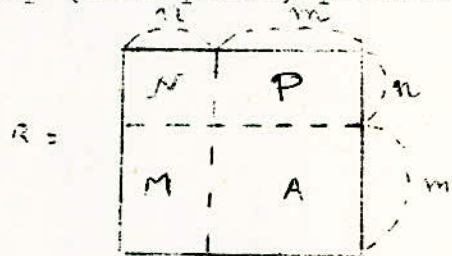
Application du calcul matriciel à la programmation linéaire

I/ Rappel:

1°) Inversion d'une matrice partitionnée :

Soit R une matrice régulière $p \times p$ (avec $p=n+m$) partitionnée comme suit:

- A est carrée $m \times m$
- N est carrée $n \times n$
- P est rectangulaire $n \times m$
- M est rectangulaire $m \times n$



Partitionnons son inverse R^{-1} de la même façon que R, et appelons ν, π, ρ et α les partitions homologues. Effectuons le produit $R \cdot R^{-1} = I$ et identifions ; on aura :

$$\begin{aligned} N \cdot \nu + P \cdot \rho &= I_n & (1) \\ N \cdot \pi + P \cdot \alpha &= 0_{n \times m} & (2) \\ M \cdot \nu + A \cdot \rho &= 0_{m \times n} & (3) \\ M \cdot \pi + A \cdot \alpha &= I_m & (4) \end{aligned}$$

D'où on tire :

$$\left. \begin{aligned} \rho &= -A^{-1} \cdot M \cdot \nu \\ \nu &= (N - P \cdot A^{-1} \cdot M)^{-1} \\ \alpha &= A^{-1} - A^{-1} \cdot M \cdot \pi \\ \pi &= -\nu \cdot P \cdot A^{-1} \end{aligned} \right\} (5)$$

Ces relations montrent qu'il suffit que l'inverse de A existe pour que l'inverse de R existe.

Exemple: Soit R:

$$R = \begin{array}{c|c} 1 & -P \cdot I \\ \hline (N) & (P) \\ \hline 0 & A \cdot I \\ \hline (M) & A \cdot I \end{array} \quad R^{-1} = \begin{array}{c|c} 1 & P \cdot I \cdot (A \cdot I)^{-1} \\ \hline (\nu) & (\pi) \\ \hline 0 & (A \cdot I)^{-1} \\ \hline (\rho) & (\alpha) \end{array}$$

En effet, des relations (5) on tire :

$$\begin{aligned} \rho &= 0 \quad \text{car } M=0 \\ \nu &= 1 \quad \text{car } N=1 \quad \text{et } M=0 \end{aligned}$$

$$\alpha = (A^I)^{-1} \quad \text{car } M=0$$

$$\bar{n} = p^I \cdot (A^I)^{-1} \quad \text{car } \mu=1$$

2°) Inversion par multiplications successives:

Soit A^I une matrice carrée $m \times m$ régulière, dont l'inverse $B = (A^I)^{-1}$ est connue. La matrice $A^{I'}$ est formée des vecteurs A^i avec $i \in I'$. On se propose de trouver l'inverse B' de la matrice carrée $A^{I'}$ ($m \times m$), déduite de A^I par substitution d'un vecteur A^r (à m composantes), au vecteur A^s qui était le v -ième vecteur de la matrice.

Cette matrice $A^{I'}$ est formée de vecteurs $A^{i'}$ avec $i' \in I' = \{I - s + r\}$. La matrice A^I étant régulière, les vecteurs A^i qui la composent sont linéairement indépendants.

On démontre, en algèbre linéaire, que le vecteur A^r dont l'indice $r \notin I$ est nécessairement une combinaison linéaire des m vecteurs A^i . Soit T^r le vecteur exprimant A^r en fonction des A^i .

On a :

$$A^r = A^I \cdot T^r$$

$$T^r = (A^I)^{-1} \cdot A^r$$

Appelons T_i^r , les composantes du vecteur colonne T^r :

$$A^r = \sum_{i \in I} A^i \cdot T_i^r$$

soit encore, en mettant en évidence le vecteur A^s ($s \in I$), qui doit être remplacé ;

$$A^r = \sum_{i \in I - s} A^i \cdot T_i^r + A^s \cdot T_s^r$$

Et si l'on suppose $T_s^r \neq 0$, on a :

$$A^s = 1/T_s^r \cdot A^r - 1/T_s^r \cdot \sum_{i \in I - s} A^i \cdot T_i^r \quad (6)$$

Soit encore, en remarquant que les vecteurs qui interviennent dans (6) sont maintenant tous ceux dont l'indice i' appartient à l'ensemble $I' = \{I - s + r\}$, c'est-à-dire ce sont les vecteurs de la matrice $A^{I'}$:

$$A^s = \sum_{i' \in I'} A^{i'} \cdot T_i^s = A^{I'} \cdot T_i^s \quad (*)$$

Avec comme vecteur colonne T_i^s , un vecteur dont les composantes sont : $T_i^s = -T_i^r / T_s^r$ pour $i \in \{I - s\}$

$$T_i^s = 1/T_s^r \quad \text{pour } i=r \quad (\text{c.à.d la } v\text{-ième composante})$$

Comme le produit d'une matrice carrée $m \times m$ quelconque par un

vecteur unitaire $g_{(v)}$ à m composantes dont le 1 est sur la v -ième ligne, donne la v -ième colonne de cette matrice, il en résulte de la définition de A^I et de la relation (7) que :

$$A^I = A^{I'} \cdot \left\| g_{(1)} g_{(2)} \cdots g_{(v-1)} T^S g_{(v+1)} \cdots g_{(m)} \right\| \quad (7)$$

Appelons $G^{(v)}$ la matrice

$$\left\| g_{(1)} \cdots g_{(v-1)} T^S \cdots g_{(m)} \right\|$$

La relation (7) s'écrit alors :

$$A^I = A^{I'} \cdot G^{(v)}$$

d'où :

$$\boxed{(A^{I'})^{-1} = G^{(v)} \cdot (A^I)^{-1}} \quad (8)$$

La matrice inverse de $A^{I'}$ s'obtient en prémultipliant l'inverse de A^I par la matrice élémentaire $G^{(v)}$.

Désignons par B^i une colonne quelconque de $B = (A^I)^{-1}$, et par B'^i celle de même rang $\in B' = (A^{I'})^{-1}$. Les termes situés dans ces colonnes sur la λ -ième ligne seront respectivement B_{λ}^i et B'_{λ}^i .

L'application des règles de la multiplication matricielle montre qu'on obtient, pour les termes de la colonne B'^i :

- Sur la λ -ième ligne ($\lambda \neq v$) :

$$B'_{\lambda}^i = B_{\lambda}^i + T_{\lambda}^S \cdot B_v^i$$

- Sur la v -ième ligne :

$$B'_v{}^i = T_v^S \cdot B_v^i$$

soit encore :

$$B'_v{}^i = B_v^i + T_v^S \cdot B_v^i - B_v^i$$

On aura alors la relation vectorielle:

$$B'^i = B^i + T^S \cdot B_v^i - B_v^i \cdot g_{(v)}$$

soit:

$$\boxed{B'^i = B^i + B_v^i \cdot (T^S - g_{(v)})} \quad (9)$$

Cette relation (9) est très pratique pour le calcul des coefficients de la nouvelle matrice inverse en fonction de ceux de l'ancienne.

Remarque: Cette méthode d'inversion est dite par multiplications successives car on peut obtenir l'inverse d'une matrice A^I en partant d'une matrice unité H et en remplaçant successivement tous ses vecteurs unitaires par les vecteurs A^i .

II/Méthode du tableau simplexe:

1°) Etude préliminaire:

Tout problème de programmation linéaire peut se mettre sous la forme matricielle suivante:

$$\text{Maximiser } z = p \cdot x$$

sous les contraintes:

$$\begin{aligned} A \cdot x &= d & (10) \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

où A est la matrice des contraintes

d est la matrice unicolonne des disponibilités ou vecteur second membre.

x est la matrice unicolonne des inconnues ou vecteur des variables.

p est la matrice uniligne des prix ou vecteur prix.

La matrice A étant une matrice rectangulaire, le système admet une infinité de solution.

Partitionnons la matrice A en deux sous matrices A^I et $A^{\bar{I}}$. La sous matrice A^I est la matrice des coefficients; (en effet, en transformant les inéquations sous forme d'équations par l'adjonction de variables d'écart et en transcrivant le programme linéaire sous forme matricielle, on obtient la matrice A composée de la sous matrice carrée A^I des coefficients des variables initiales, et de la sous matrice $A^{\bar{I}}$ des coefficients des variables d'écart). On aura:

$$A = \left\| \begin{array}{c} A^I \\ A^{\bar{I}} \end{array} \right\|$$

On aura de même pour x et p :

$$x = \left\| \begin{array}{c} x_I \\ x_{\bar{I}} \end{array} \right\| \quad \text{et} \quad p = \left\| p^I \quad p^{\bar{I}} \right\|$$

La relation (10) s'écrit alors:

$$A \cdot x = d = A^I \cdot x_I + A^{\bar{I}} \cdot x_{\bar{I}}$$

soit

$$A^I \cdot x_I = d - A^{\bar{I}} \cdot x_{\bar{I}} \quad (11)$$

x_I sont dits variables en base.

$x_{\bar{I}}$ sont dits variables hors base .

Résolution/:

Supposons la matrice A^I régulière.

Multiplions la relation (11) par $(A^I)^{-1}$:

$$(A^I)^{-1} \cdot A^I \cdot x_I = (A^I)^{-1} \cdot (d - A^{\bar{I}} \cdot x_{\bar{I}})$$

soit:

$$x_I = (A^I)^{-1} \cdot (d - A^{\bar{I}} \cdot x_{\bar{I}}) \quad (12)$$

en particulier si $x_{\bar{I}} = 0$:

$$x_I = (A^I)^{-1} \cdot d$$

Cas de la fonction économique:

$$z = p \cdot x$$

soit en utilisant la partition de p et x :

$$z = p^I \cdot x_I + p^{\bar{I}} \cdot x_{\bar{I}} \quad (13)$$

Remplaçons dans (13), x_I par sa valeur

$$z = p^I \cdot (A^I)^{-1} \cdot (d - A^{\bar{I}} \cdot x_{\bar{I}}) + p^{\bar{I}} \cdot x_{\bar{I}}$$

$$\text{soit: } z = p^I \cdot (A^I)^{-1} \cdot d + (p^{\bar{I}} - p^I \cdot (A^I)^{-1} \cdot A^{\bar{I}}) \cdot x_{\bar{I}} \quad (14)$$

Dans cette relation la fonction économique est exprimée sous la forme de deux termes:

-Le premier ne comporte que des coefficients connus (les prix associés aux variables de base, la matrice inverse des coefficients de base et le second membre).

-le second est le produit d'une matrice uniligne $c^{\bar{I}} = p^{\bar{I}} - p^I \cdot (A^I)^{-1} \cdot A^{\bar{I}}$ par le vecteur $x_{\bar{I}}$ des variables secondaires (hors base). C'est donc lui qui définit les variations de z en fonction des valeurs attribuées aux variables hors base. En particulier si on a $x_{\bar{I}} = 0$, la relation (14) montre que z prend la valeur:

$$z_0 = p^I \cdot (A^I)^{-1} \cdot d = p^I \cdot t_I \quad \text{avec } t_I = (A^I)^{-1} \cdot d$$

Si les variables hors base ne sont pas toutes nulles, z prend une valeur différente de z_0 . Comme les variables qui ne sont pas nulles ne peuvent être que positives, z pourra devenir:

-plus grand que z_0 , si certains coefficients de la matrice $c^{\bar{I}}$ sont positifs (il suffira pour cela de donner des valeurs positives aux variables secondaires correspondants à ces coefficients).

-plus petit que z_0 , si certains coefficients de c^I sont négatifs.

Par contre z ne pourra jamais dépasser z_0 si tous les coefficients de c^I sont négatifs. La solution correspondante est donc optimale si le problème consistait à maximiser la fonction économique.

De même z ne pourra jamais être inférieur à z_0 si tous les coefficients de c^I sont positifs. Cette éventualité correspond donc à l'optimum dans le cas où il s'agit de minimiser z .

On retrouve ainsi directement les règles de la méthode du simplexe permettant, d'après les coefficients de la fonction économique, de reconnaître si l'optimum est atteint et, s'il ne l'est pas, de choisir la variable secondaire à rendre positive (pour la faire devenir variable de base). C'est pourquoi c^I sera appelée "matrice uniligne des coûts directeurs".

On remarque que, lorsque l'optimum est atteint, les coefficients de la matrice c^I représentent les variations de la fonction économique, au voisinage de l'optimum, consécutives à un accroissement unitaire des variables hors base. Lorsqu'un tel coefficient est associé à une variable d'écart il définit donc le coût marginal de cette variable d'écart.

2°) Méthode pratique:

a) Notation:

Un programme linéaire peut s'écrire sous 2 formes équivalentes:

Forme habituelle :

Maximiser $z = p \cdot x$
sous les conditions:

$$\begin{aligned} A \cdot x &= d \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

Forme Rand :

Maximiser z
sous les conditions:

$$z - p \cdot x = 0$$

$$A \cdot x = d$$

$$x \geq 0$$

(15)

La représentation schématique de (15) sera:

1	-p
0	A
⋮	A
0	A

\cdot
A

z
x

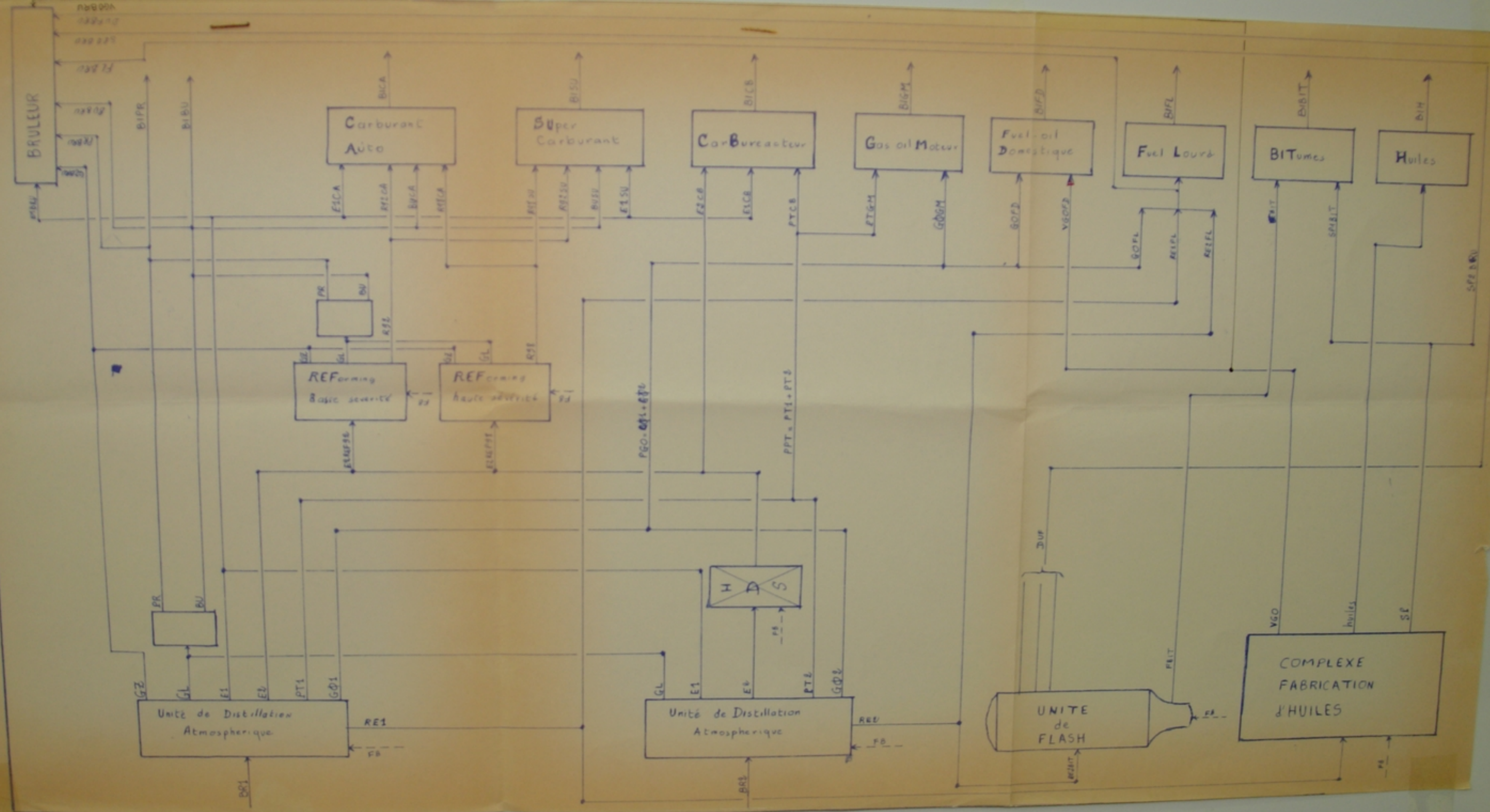
=

0
d

\cdot
x

\cdot
d

PC 00 73 p. 15



Posons que : $\dot{p} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & - & - & - & - & 0 \end{bmatrix}$

Les matrices $\dot{p}, \dot{A}, \dot{x}$ et \dot{d} ainsi définies sont dites matrices complétées. Le point au dessus des lettres rappelle qu'on a ajouté une ligne au dessus des matrices A, x, et d. Le même symbolisme est employé pour p, bien que cette fois-ci on ait ajouté une colonne à gauche de p.

En utilisant ces matrices complétées, le problème s'écrit:

$$\left. \begin{aligned} &\text{Maximiser } z = \dot{p} \cdot \dot{x} \\ &\text{sous les conditions:} \\ &\quad \dot{A} \cdot \dot{x} = \dot{d} \\ &\quad x \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

L'avantage de cette représentation est que le problème est mis sous sa forme habituelle.

La matrice \dot{A} comporte m+1 lignes et p+1 colonnes.

Une base comportera donc m+1 vecteurs.

Nous conviendrons de placer constamment le vecteur correspondant à z dans la première colonne de \dot{A} à laquelle nous affecterons l'indice "0", soit \dot{A}^0 .

Une base sera par conséquent un sous ensemble $\dot{I} = (0, I)$

La matrice de base sera:

$$\dot{A}^{\dot{I}} = \begin{bmatrix} 1 & & & -p^I \\ \hline 0 & & & \\ \vdots & & & \\ 0 & & & A^I \end{bmatrix}$$

et son inverse a été calculée précédemment:

$$(\dot{A}^{\dot{I}})^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & & & p^I \cdot (A^I)^{-1} \\ \hline 0 & & & \\ \vdots & & & \\ 0 & & & (A^I)^{-1} \end{bmatrix}$$

b) Résolution:

Prémultiplions les deux membres de l'égalité (16) par $(\dot{A}^{\dot{I}})^{-1}$

On aura:

$$(\dot{A}^{\dot{I}})^{-1} \cdot \dot{A} \cdot \dot{x} = (\dot{A}^{\dot{I}})^{-1} \cdot \dot{d}$$

soit:

$$\dot{T} \cdot \dot{x} = \dot{t} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \dot{T} = (\dot{A}^{\dot{I}})^{-1} \cdot \dot{A} \\ \dot{t} = (\dot{A}^{\dot{I}})^{-1} \cdot \dot{d} \end{cases}$$

Explicitons la structure de la matrice T en supposant la matrice A partitionnée en A^I et $A^{\bar{I}}$. On aura:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & p^I (A^I)^{-1} \\ \hline 0 & (A^I)^{-1} \\ \hline \vdots & \\ \hline 0 & \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & -p^I & -p^{\bar{I}} \\ \hline 0 & A^I & A^{\bar{I}} \\ \hline \vdots & \\ \hline 0 & & \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 0 & \dots & 0 & -c^{\bar{I}} \\ \hline 0 & 1 & & & \\ \hline \vdots & & \ddots & & \\ \hline 0 & & & T^I & \\ \hline & & & & T^{\bar{I}} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline (A^I)^{-1} \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|c|} \hline A \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline T \\ \hline \end{array}$$

Ceci est facile à vérifier en utilisant les règles de la multiplication matricielle.

Ainsi la matrice T correspond bien au tableau simplexe habituel. Sa première ligne, changée de signe, donne les coûts directs associés aux variables secondaires puisqu'elle est constituée par le vecteur ligne: $-c = \|-c^I - c^{\bar{I}}\| = \|-c^{\bar{I}}\|$

On retrouve ainsi la règle énoncée précédemment, à savoir que l'optimum est atteint lorsque tous les coefficients de la première ligne, relative à la fonction économique à maximiser, sont ≥ 0 .

En effet, on a dans ce cas $c^{\bar{I}} \leq 0$, puisque cette ligne donne les composantes du vecteur $-c$, et on a vu qu'il en résultait que la solution correspondante était optimale.

Remarque: Tout problème peut se mettre sous la forme consistant à maximiser la fonction économique.

En effet, minimiser $p \cdot x$ est "équivalent" à maximiser $-p \cdot x$.

III/Méthode de la matrice inverse de base:

1°) Algorithme:

Cette méthode, encore appelée full inverse, est utilisée aussi bien sur les ordinateurs que pour les calculs à la main. Elle consiste à utiliser, à chaque itération, la matrice inverse de base, $B = (A^I)^{-1}$, pour calculer successivement:

a) le vecteur colonne $\dot{t} = B.d$ donnant la solution.

b) les coefficients \dot{T}_0^j , en multipliant la première ligne de B soit B_0 , par les vecteurs \dot{A}^j qui ne sont pas dans la base (c.à.d. tels que $j \notin \dot{I}$).

Si problème a été écrit sous la forme Maximiser z, la solution actuelle, correspondant à la base I, sera optimale si tous les coefficients \dot{T}_0^j sont ≥ 0 , c'est à dire si tous les coûts directs (égaux aux \dot{T}_0^j changés de signe) sont ≤ 0 . Le problème est alors résolu.

Si il n'en est pas ainsi, il faut poursuivre les itérations. Pour cela, on choisit l'un des coefficients $\dot{T}_0^j < 0$ (on prend en général le plus grand en valeur absolue) et on l'appelle \dot{T}_0^r (r voulant dire "rentrant")

c) le vecteur colonne \dot{T}^r , en multipliant B par le vecteur d'indice "r" de la matrice \dot{A} , soit \dot{A}^r .

On compare ensuite, ligne par ligne, les composantes des vecteurs \dot{t} et \dot{T}^r , de façon à déterminer \hat{v} et l'indice "s" ("s" voulant dire "sortant"):

$$\hat{v} = \dot{t}_s / \dot{T}_s^r = \text{Min } \dot{t}_i / \dot{T}_i^r \text{ pour } \dot{T}_i^r > 0$$

La ligne d'indice "s" étant déterminée, on note son repère (v-ième ligne) et le pivot \dot{T}_s^r .

d) le vecteur colonne \dot{T}^s par application des formules établies dans la méthode d'inversion par multiplications successives.

Ses composantes seront:

- sur la v-ième ligne dont l'indice sera r à la prochaine itération:

$$\dot{T}_{(v)}^s = \pi_{(v)}^s = 1 / \dot{T}_s^r$$

- sur les autres lignes;

$$\dot{T}_i^s = - \dot{T}_i^r / \dot{T}_s^r$$

On est maintenant en possession de tous les éléments permettant de déterminer la nouvelle matrice inverse de base, B' , et du nouveau vecteur \dot{t}' par application des relations

$$B' = (\dot{A}^{\dot{I}'})^{-1} = G^{(v)}.B$$

$$\dot{t}' = G^{(v)}. \dot{t}$$

dans lesquelles la matrice élémentaire $G^{(v)}$ s'obtient en remplaçant le v -ième vecteur d'une matrice unitaire par le vecteur \hat{T}^S calculé précédemment.

Le calcul pratique de la matrice B' et de t' s'effectue en utilisant les relations établies dans les pages précédentes.

$$B'^i = B^i + B^i_v \cdot (\hat{T}^S - \delta(v))$$

$$t'^i = t^i + t^i_s \cdot (\hat{T}^S - \delta(v))$$

Lorsque B' et t' sont déterminés, on effectue une nouvelle série de calculs, suivant la méthode qui vient d'être établie.

On commence par s'assurer que l'on a bien $t' = B' \cdot d$.

On détermine ensuite les coefficients \hat{T}^j_0 pour $j \in \hat{I}'$ et ainsi de suite ... Les itérations se poursuivront jusqu'à l'obtention d'une base pour laquelle tous les coefficients \hat{T}^j_0 sont ≥ 0 . L'optimum est alors atteint.

La méthode est applicable pourvu que l'on connaisse au départ une matrice inverse de base.

Dans le cas où l'on peut prendre comme base de départ la solution évidente qui consiste à ne rien faire (en égalant les variables d'écart aux seconds membres), les calculs sont particulièrement simples puisque la matrice de base est unitaire et qu'il en est de même de son inverse B .

2°) Application numérique:

Reprenons l'exemple du restaurateur mis sous la forme Rand:

Maximiser z

sous les conditions:

$$\begin{aligned} z - 8x - 6y &= 0 \\ 5x + 3y + u &= 30 \\ 2x + 3y + p &= 24 \\ x + 3y + h &= 18 \end{aligned}$$

soit, sous la forme matricielle:

$$\begin{array}{c|cccccc} & x & y & u & p & h \\ \hline 1 & -8 & -6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 0 & 1 \\ \hline A^0 & A^x & A^y & A^u & A^p & A^h \\ \hline & \underbrace{\hspace{10em}}_A & & & & \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{c} \hline x \\ y \\ u \\ p \\ h \\ \hline \end{array} = \underbrace{\begin{array}{c} 0 \\ 30 \\ 24 \\ 18 \end{array}}_d$$

La solution de départ évidente consiste à faire $x=y=0$.
 On a alors $u=30$; $p=24$; $h=18$; $z=0$.

La matrice initiale de base est donc :

$$I_4 = \begin{bmatrix} A^0 & A^u & A^p & A^h \end{bmatrix}$$

Elle est unitaire.

Son inverse $B_{(1)}$ est aussi unitaire.

On peut donc effectuer la première itération qu'on présentera sous forme de tableau.

Pour différencier les itérations successives, on fera suivre les principaux symboles utilisés d'un chiffre entre parenthèses spécifiant le rang de l'itération considérée.

C'est ainsi que pour la première itération, on a :

$$B_{(1)} = (A^{I_4})^{-1}, \quad \hat{t}_{(1)}, \quad \hat{T}_{(1)}$$

et, pour la deuxième itération, $\hat{T}_{(2)}^S$ (qui remplacera la notation \hat{T}^S utilisée dans la présentation de la méthode).

		$B_{(1)}$				$\hat{t}_{(1)}$	$\hat{T}_{(1)}^x$	calcul des v_i	$\hat{T}_{(2)}^u$
		o	u	p	h				
o	x	1				0	-8	...	8/5
1	u		1			30	5	6	1/5
2	p			1		24	2	12	-2/5
3	h				1	18	1	18	-1/5

Les coefficients $\hat{T}_{(1)0}^j$, soit $-c^j$, sont -6 et -8 car ils proviennent de la multiplication de première ligne de $B_{(1)}$ par A^{I_4} .

La comparaison ligne par ligne des composantes de $\hat{t}_{(1)}$ et $\hat{T}_{(1)}^x$ montre que le rapport minimal est $\hat{v}=30/5=6$. C'est donc la variable u , appartenant à la ligne 1, qui joue le rôle de la variable d'indice "s" (sortante), tandis que la variable "x" joue le rôle de la variable d'indice "r" (rentrante).

Le pivot est $\hat{T}_{(1)u}^x = 5$.

Il permet de déterminer les composantes du vecteur $\hat{T}_{(2)}^u$:

$$\hat{T}_{(2)x}^u = \hat{T}_{(2)1}^u = 1 / \hat{T}_{(1)u}^x = 1/5 = 0,2$$

$$\hat{T}_{(2)i}^u = -\hat{T}_{(1)i}^x / \hat{T}_{(1)u}^x = -\hat{T}_{(1)i}^x / 5 \quad \text{pour } i=x, p, h.$$

Le vecteur $\dot{T}_{(2)}^u$ ainsi déterminé, est figuré en dernière colonne du tableau. Il permet de constituer la matrice élémentaire $G_{(1)}^{(1)}$

à partir d'une matrice unitaire dans laquelle le vecteur colonne correspondant à la variable sortante est remplacé par $\dot{T}_{(2)}^u$.

Ainsi, à la deuxième itération, on aura comme matrice inverse de base:

$$B_2 = G_{(1)}^{(1)} \cdot B_{(1)}$$

Le calcul de $B_{(2)}$, colonne par colonne, s'effectue en appliquant les relations établies lors de la présentation de la méthode de la matrice inverse de base.

$$B_{(2)}^i = B_{(1)}^i + B_{(1)}^i \cdot 1 \cdot (\dot{T}_{(2)}^u - g_{(1)})$$

soit:

$$B_{(2)}^i = B_{(1)}^i + B_{(1)}^i \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 8/5 & -0 \\ 1/5 & -1 \\ -2/5 & -0 \\ -1/5 & -0 \end{vmatrix}$$

Comme tous les coefficients $B_{(1)}^i$ sont nuls, à l'exception d'un seul repéré dans le tableau précédent, on aura:

$$B_{(2)}^1 = B_{(1)}^1 + \begin{vmatrix} 8/5 \\ -4/5 \\ -2/5 \\ -1/5 \end{vmatrix}$$

soit:

$$B_{(2)}^1 = \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 8/5 \\ -4/5 \\ -2/5 \\ -1/5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 8/5 \\ 1/5 \\ -2/5 \\ -1/5 \end{vmatrix}$$

De même on aura:

$$\dot{t}_{(2)} = \dot{t}_{(1)} + 30 \cdot \begin{vmatrix} 8/5 \\ -4/5 \\ -2/5 \\ -1/5 \end{vmatrix}$$

Soit:

$$\dot{t}_{(2)} = \begin{vmatrix} 0 \\ 30 \\ 24 \\ 18 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 48 \\ -24 \\ -12 \\ -6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 48 \\ 6 \\ 12 \\ 12 \end{vmatrix}$$

On peut alors dresser le tableau correspondant à la deuxième itération. Bien entendu, la variable entrante, soit x , qui était hors base, est en base maintenant et remplace la variable sortante, soit u , qui devient maintenant variable hors base.

On détermine alors la nouvelle variable entrante en calculant les coefficients $-c_j$ (c'est à dire les coûts directs changés de signe) obtenus en effectuant le produit de la première ligne de la nouvelle matrice de base par les vecteurs colonnes des variables hors base. La variable entrante sera celle pour laquelle ce produit est le plus négatif.

Ainsi, pour cette deuxième itération, les variables hors base sont u et y . Les produits donnant les $-c_j$ correspondant sont:

$$\text{Pour la variable } y: \begin{array}{cccc} 1 & 8/5 & 0 & 0 \end{array} \cdot \begin{array}{c} -6 \\ 3 \\ 3 \end{array} = -6 + 24/5 = -6/5$$

$$\text{Pour la variable } u: \begin{array}{cccc} 1 & 8/5 & 0 & 0 \end{array} \cdot \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{array} = 8/5$$

C'est donc la variable y qui doit rentrer en base. On calculera donc le vecteur $T^y(2) = B(2) \cdot A^y$

Le tableau s'écrira alors:

		B(2)				$t(2)$	$T^y(2)$	calcul des v_i	$T^h(3)$
		1	2	3	4				
0	z	1	8/5			48	-6/5	---	1/2
1	x		1/5			6	3/5	10	-1/4
2	p		-2/5	1		12	9/5	60/9	-3/4
3	h		-1/5		1	12	12/5*	5	5/12

Le calcul des v_i montre que le pivot est $\overset{12}{j}$ et que la variable sortante sera h . On calcule alors les composantes de $T^h(3)$ d'après les relations établies en bas de la page. Ce vecteur $T^h(3)$ est représenté en dernière colonne.

Il permet de constituer la matrice élémentaire $G \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ à partir d'une matrice unitaire 4×4 dont on remplace le vecteur unitaire, colonne repéré 3 (qui sera la quatrième colonne, puisque la première est repérée 0) par $\dot{T}^h(3)$.

Ainsi à la troisième itération, on aura comme matrice inverse de base :

$$B(3) = G \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot B(2)$$

Le calcul de $B(3)$, colonne par colonne, s'effectue de la même manière que précédemment, en utilisant les formules établies dans les pages précédentes. soit:

$$B(3)^i = B(2)^i + B(2)^i \cdot 3 \cdot (\dot{T}^h(3) - E(3))$$

Ainsi, on a :

$$(\dot{T}^h(3) - E(3)) = \begin{pmatrix} 1/2 & -0 \\ -1/4 & -0 \\ -3/4 & -0 \\ 5/12 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/4 \\ -3/4 \\ -7/12 \end{pmatrix}$$

Le reste des calculs s'effectue de la même manière que pour le tableau précédent. On obtient ainsi le tableau suivant:

		B(3)				$\dot{t}(3)$	$\dot{T}^u(3)$	$\dot{T}^h(3)$
		0	1	2	3			
0	z	1	1,5		0,5	54	1,5	0,5
1	x		1/4		-1/4	3	1/4	-1/4
2	p		-1/4	1	-3/4	3	-1/4	-3/4
3	y		-1/12		5/12	5	-1/12	5/12

On vérifie bien qu'on a: $\dot{t}(3) = B(3) \cdot d$

Le calcul de $\dot{T}^u(3)$ et $\dot{T}^h(3)$ s'effectue de la même manière que précédemment, c.à.d en effectuant le produit de la matrice inverse $B(3)$ par les vecteurs colonne u et h. Comme les deux valeurs $-c_j$ sont positives, on est donc à l'optimum et aucune variable ne peut par conséquent rentrer en base. En effet, le tableau montre que les valeurs $-c_j$ sont, respectivement pour u et h, 1,5 et 0,5.

On voit ainsi en utilisant la relation:

$$\bar{x}_i + (A^i)^{-1} \cdot A^i \cdot x_i = (A^i)^{-1} \cdot d$$

soit encore:

$$\bar{x}_i + T^i \cdot x_i = t$$

On aura :

$$z + 1,5u + 0,5h = 54$$

$$x + 1/4u + 1/4h = 3$$

$$p - 1/4u - 3/4h = 3$$

$$y - 1/12u + 5/12h = 5$$

On retrouve ainsi les relations obtenues lors de la résolution par la méthode du simplexe.

Paramétrisation du second membre:

Dans tout ce qui a précédé, nous avons supposé que tous les coefficients qui interviennent étaient fixes.

Dans le cas où les coefficients sont variables en fonction d'un paramètre λ , le problème est dit "paramétrique".

Envisageons, ici le cas où les coefficients du second membre dépendent linéairement de λ soit: $d = \bar{d} + \lambda \cdot d'$

Le problème de programmation linéaire s'écrit:

$$\text{Maximiser } z = p \cdot x$$

sous les contraintes:

$$A \cdot x = \bar{d} + \lambda \cdot d'$$

$$x \geq 0$$

Recherche d'une solution:

Supposons qu'il existe une base I ; on aura alors:

$$A^I \cdot x_I + A^{\bar{I}} \cdot x_{\bar{I}} = \bar{d} + \lambda \cdot d'$$

Multiplions par $(A^I)^{-1}$ et tirons x_I :

$$x_I = (A^I)^{-1} \cdot [(\bar{d} + \lambda \cdot d') - A^{\bar{I}} \cdot x_{\bar{I}}]$$

Posons:

$$\bar{x}_I = (A^I)^{-1} \cdot (\bar{d} - A^{\bar{I}} \cdot x_{\bar{I}})$$

Soit :

$$\bar{x}_I = \bar{t} - T^{\bar{I}} \cdot x_{\bar{I}}$$

Posons aussi: $x'_I = (A^I)^{-1} \cdot d'$

Soit encore : $x'_I = t'$

La solution donnant x_I devient alors:

$$x_I = \bar{x}_I + \lambda \cdot x'_I$$

Cette relation montre que la solution générale du problème est une combinaison linéaire des vecteurs \bar{x}_I et x'_I .

- On voit que \bar{x}_I représente la solution générale pour $\lambda=0$

- On voit aussi que x'_I est le produit de la matrice inverse de base par d' .

Quant à la fonction économique $z = p \cdot x = p^I \cdot x_I + p^{\bar{I}} \cdot x_{\bar{I}}$, elle s'écrit:

$$z = p^I \cdot (A^I)^{-1} \cdot \bar{d} + \{p^{\bar{I}} - p^I \cdot (A^I)^{-1} \cdot A^{\bar{I}}\} \cdot x_{\bar{I}} + \lambda \cdot p^I \cdot (A^I)^{-1} \cdot d' \quad (*)$$

Posons : $z' = p^I \cdot (A^I)^{-1} \cdot d' = p^I \cdot x'_I = p^I \cdot t'$

et : $\bar{z} = p^I \cdot (A^I)^{-1} \cdot \bar{d} + \{p^{\bar{I}} - p^I \cdot (A^I)^{-1} \cdot A^{\bar{I}}\} \cdot x_{\bar{I}}$

c'est à dire : $\bar{z} = p^I \cdot \bar{t} + c^{\bar{I}} \cdot x_{\bar{I}}$

en utilisant la notation $c^{\bar{I}}$ pour désigner la sous-matrice-ligne des coûts directeurs:

$$c^{\bar{I}} = p^{\bar{I}} - p^I \cdot (A^I)^{-1} \cdot A^{\bar{I}}$$

ou: $c^{\bar{I}} = p^{\bar{I}} - p^I \cdot T^{\bar{I}}$

La relation (*) devient :

$$z = \bar{z} + \lambda \cdot z'$$

soit encore:

$$z = p^I \cdot (\bar{t} + \lambda \cdot t') + c^{\bar{I}} \cdot x_{\bar{I}}$$

Cette relation montre qu'une solution de base du problème paramétrique, qui s'obtient en faisant $x_{\bar{I}}=0$, sera maximale si:

$$c^{\bar{I}} = p^{\bar{I}} - p^I \cdot T^{\bar{I}} \leq 0$$

En effet, pour toute valeur λ du paramètre, z ne pourra croître au dessus de $p^I \cdot (\bar{t} + \lambda \cdot t')$ si l'on donne des valeurs posi-

tives aux variables hors base x_j , présentement nulles (avec $j \in \bar{I}$).

La condition d'optimalité d'une solution de base du problème paramétrique, explicitée par la relation précédente, est donc indépendante du paramètre.

La solution optimale du problème paramétrique s'obtiendra à partir d'une solution optimale associée à une valeur particulière quelconque du paramètre.

On peut toujours se ramener au cas où cette valeur particulière est nulle en effectuant, si besoin est, un changement d'origine pour le paramètre.

2ème PARTIE

PRESENTATION et UTILISATION
du
PROGRAMME IBM 1-130 . L.P. MOSS

 // Le Sous programme IBM 1130 LP - MOSS //

Devant les difficultés qui se présentent lors de la résolution des programmes linéaires, on a fait appel à l'informatique. Les ordinateurs permettent de contourner ces difficultés grâce à leur rapidité et à leur absence d'erreur de calcul.

Au centre de calcul de l'Ecole National Polytechnique existe le sous programme IBM: "1130 Linear Programming. Mathematical Optimization Subroutine System" (1130 LP.MOSS). C'est grâce à ce sous programme qu'a pu être résolu le présent projet.

Présentation des données:

1°/ Equations:

Le LP.MOSS résoud un système d'équations mises sous la forme:

$$RV = CV1 + CV2 + \dots + CVN$$

Les équations doivent avoir une seule variable dans le membre de gauche, le coefficient de cette variable est 1,0.

Une variable ne peut apparaître dans le membre de gauche de plus d'une équation, mais elle peut apparaître dans le membre de droite de plusieurs équations.

Les équations d'un programme linéaire sont introduites sous forme de cartes, chaque carte précisant la relation entre la variable de gauche d'une équation et l'une des variables de droite. Une équation nécessite donc autant de cartes qu'il y a de termes dans le second membre (c.à.d le membre de droite).

Chaque carte a la figuration suivante:

colonnes 5 à 12 : nom de la variable du membre de droite.

" 15 à 22 : " " " gauche.

" 25 à 36 : coefficient numérique.

2°/ Contraintes :

Les limites assignées aux valeurs des différentes variables peuvent être de quatre types:

- limite supérieure ("upper bound" :UB)

.../...

- limite inférieure ("lower bound" : LB)
- valeur fixe ("fixed" : FX)
- pas de limite ("free" : FR)

L'ensemble des contraintes d'un problème reçoit un nom, et chaque limite est introduite par l'intermédiaire d'une carte ayant la configuration suivante:

- colonne 2 et 3: nature de la contrainte (UB, LB, FR ou FX)
- colonnes 5 à 12: nom de l'ensemble des contraintes.
- colonnes 15 à 22: nom de la variable.
- colonnes 25 à 36: valeur numérique de la contrainte (rien dans le cas de FR)

3°/Introduction des données. Cartes de contrôle :

Pour être introduites dans l'ordinateur, les cartes contenant les équations et les contraintes doivent être précédées de deux cartes:

-la 1ère contient INFUT en colonne 1 à 5 et précise à l'ordinateur que l'on va introduire des données.

-la 2ème contient NAME en colonnes 1 à 4 et le nom que l'on donne au problème (Ex: PROGRAM) en colonnes 15 à 22.

Les cartes de données sont suivies d'une carte contenant ENDDATA en colonne 1 à 6. Lorsque l'ordinateur a lu cette carte, l'énoncé du problème est enregistré sur disque.

Pour résoudre le problème, il faut ensuite :

-une carte contenant MOVE en colonnes 1 à 4 qui appelle le problème.

-une carte contenant DATA en colonnes 5 à 8 et le nom du problème à résoudre en colonnes 15 à 22.

-une carte contenant MINIMIZE (ou MAXIMIZE) en colonnes 5 à 12 et le nom de la variable à minimiser (ou maximiser), c.à.d la fonction économique comme par exemple FRAIS, en colonnes 15 à 22.

-une carte contenant BOUNDS en colonnes 5 à 10 et le nom de l'ensemble des contraintes à respecter en colonnes 15 à 22.

-une carte ENDDATA terminant l'appel des données.

-une carte contenant LESOLUTION en colonnes 1 à 10 demandant la solution du problème posé.

4°/Interprétation des résultats :

LP.MOSS imprime comme résultat :

- dans la 1ère colonne(VARIABLE) figure la liste des variables du problème.
- dans la 2ème colonne (TYPE) on voit si la valeur optimale de la variable est à sa limite inférieure(lower limit LL) ou supérieure(upper limit UL) ou à une valeur intermédiaire B^+).
- dans la 3ème colonne(ENTRIES), on trouve le nombre d'éléments d'entrée de chaque variable.
- dans la 4ème colonne(SOLUTION ACTIVITY) on lit la valeur optimale de la variable.
- dans la 5ème et la 6ème colonne(UPPER BOUND , LOWER BOUND) on trouve les valeurs des limites imposées aux variables(à fin de vérification).
- dans la 7ème colonne(CURRENT CGST) on trouve les coefficients de la fonction économique.
- dans la dernière colonne(REduced COST): Lorsque dans un problème linéaire ,le programme optimal fait prendre à une variable une valeur limite ,il est évident que si cette limite était légèrement changée ,la fonction économique serait légèrement améliorée. La colonne "REDUCED COST" donne les différentes valeurs de ces améliorations.Il faut noter que ces valeurs ne sont valables qu'au voisinage de l'optimum.

5°/Autres possibilités de LP.MOSS :

Les autres possibilités de LP.MOSS sont :

- L'analyse post-optimale et la paramétrisation qui indiquent les effets de changement des paramètres numériques du problème sur l'optimum.
- La possibilité de partir d'une solution de départ "avancée" pour la résolution d'un problème, ce qui réduit notablement le temps de calcul.
- LP.MOSS émet aussi des messages d'erreurs à la compilation et certains messages lorsque le problème n'admet pas de solution ou admet une solution infinie.

3ème PARTIE

NOTIONS

sur

Le P E T R O L E et le R A F F I N A G E

NOTIONS SUR LE PETROLE ET LE RAFFINAGE

I Pétroles bruts et produits pétroliers:

1) Composition des pétroles bruts:

Ce sont des produits présentant de larges variations dans leurs propriétés physiques et chimiques. Ce sont généralement des liquides verts, marrons ou noirs et souvent fluorescents dont la masse volumique varie de 0,75 à 1,0 Kg/l et se situe le plus souvent entre 0,80 et 0,95 Kg/l. La viscosité varie également dans de larges proportions. La grande majorité des pétroles bruts ont des viscosités comprises entre 1 et 50 Cst à 20°C mais certains sont figés à cette température.

Les pétroles sont essentiellement constitués par des hydrocarbures de différentes structures moléculaires, à l'exception des formes oléfiniques. Le rapport en masse carbone/hydrogène varie de 6 à 8. Les pétroles contiennent en outre des éléments divers: Soufre, Azote, Oxygène sous différentes combinaisons, des composés organométalliques de Nickel, de Vanadium, de Fer, de l'eau ayant généralement solubilisé des chlorures, de Na, Mg.

Les hydrocarbures appartiennent aux trois familles principales: paraffiniques, naphténiques et aromatiques. La répartition de ces hydrocarbures conditionnera les traitements et les rendements que subiront les coupes pétrolières. La présence des impuretés (Soufre, N₂ ...) imposera les traitements d'épuration.

2°) Types de pétroles bruts:

Il est capital pour le raffineur qui doit traiter un nouveau pétrole brut de posséder des indications sur sa nature.

Les pétroles bruts sont communément désignés ^{par} des appellations:

= Bruts paraffiniques: Ils ^{ont} peu ou pratiquement peu d'asphaltes et constituent de bonnes sources pour la fabrication des kérosènes, gasoil, et huiles.

= Bruts naphténiques: Ils contiennent à la fois des asphaltes, des paraffines et des naphtènes dans des proportions

parfois assez différentes. Les produits obtenus ont des caractères moins tranchés que les produits obtenus par traitement des pétroles bruts franchement paraffiniques ou naphthéniques.

-Bruts asphaltiques: Ils ne renferment que très peu de paraffines. Le résidu de distillation est riche en hydrocarbures aromatiques condensés. Les impuretés (S, O_2, N_2) peuvent se rencontrer à des concentrations relativement élevées. Les distillats légers et moyens sont riches en hydrocarbures naphthéniques. Ces bruts conviennent bien pour la fabrication d'essences d'indices d'octanes élevés et d'asphaltes.

II Raffinage:

A) Généralités sur le raffinage:

Les pétroles bruts ne peuvent être utilisés directement en dehors de cas très spéciaux tels que le brut algérien. Il y a lieu donc de les raffiner.

Les opérations de raffinage ont pour but de séparer les différents produits que l'on peut extraire du pétrole brut et d'autre part de conférer à ces divers produits les caractéristiques requises pour leur utilisation.

B) Description succincte de l'industrie du raffinage

Le pétrole brut, acheminé des gisements à la raffinerie par navire pétroliers ou oléoducs, est stocké dans de très grands réservoirs de capacité de l'ordre de 30 000 à 100 000 m³. Après dessalage éventuel, il subit, quelque soit son origine, une première opération de fractionnement par distillation produisant des coupes qui subiront à leur tour soit des opérations de transformation moléculaire, soit de nouvelles séparations physiques. La cascade de ces procédés qui transforment le pétrole brut en produits finis constitue le "schéma de fabrication".

1°) Dessalage :

De l'eau contenant des sels ($Na_2SO_4, CaSO_4$, chlorures, ...) est souvent associée au pétrole brut sous forme de gouttelettes en suspension ou en émulsion. Le chlorure de magnésium, en par-

ticulier, s'hydrolyse à la distillation et provoque des corrosions et des encrassements. L'élimination de ces sels est essentielle pour maintenir des cycles d'opération normaux dans les fours, échangeurs, colonnes, Une concentration de 10mg/l est un maximum admissible. Différents moyens (mécanique, chimique, électrique) sont utilisés pour éliminer les sels des pétroles bruts.

2°) Distillation atmosphérique ou topping:

C'est le procédé le plus important et le plus largement utilisé pour la séparation du pétrole brut en essence, gas oil, et brut réduit (résidu atmosphérique). Cette unité de distillation primaire est utilisée à peu de différences près pour tous les types de brut, mais il est possible, pour des raffineries importantes qui disposent de plusieurs colonnes, de les spécialiser: utilisation pour des bruts du moyen orient ou algérien dont la répartition en différents distillats peut justifier d'en modifier la géométrie, utilisation pour des bruts plus spéciaux tels que les bruts dits à bitumes, ou les bruts ayant une action corrosive soit par libération de H_2S et HCl , soit par la présence d'acides.

Le pétrole brut passe, après dessalage, à travers un train d'échangeurs, puis dans un four avant d'être introduit dans la première colonne de fractionnement par l'intermédiaire de la ligne de transfert dont la température est de l'ordre de 330 à 370°C suivant les installations et les pétroles traités.

Sur le plateau d'alimentation, la charge se sépare brutalement, par "flash" ou vaporisation brutale, en une phase liquide et une phase vapeur. Les vapeurs montent vers le haut de colonne alors que les liquides rétrogradent vers le bas de la tour. Les vapeurs ascendantes rencontrent le liquide de reflux qui, provoquant un transfert de masse et de chaleur, "lave" ces vapeurs et favorise le fractionnement. L'essence et les gaz sont soutirés en tête de colonne tandis que les naphthas, kérosènes, gas oil sont obtenus dans les soutirages latéraux après un stripping. Cette opération accentue le fractionnement entre

les coupes et règle le point d'éclair du kérosène. De la vapeur d'eau est admise en fond de tour afin de faciliter la vaporisation des constituants de haut point d'ébullition.

3° Stabilisation:

C'est une opération qui permet la séparation de composés gazeux très volatiles (C_1, C_2, C_3, C_4) des essences de réformage catalytique, et les hydrocarbures légers insaturés des essences de craquage catalytique.

La stabilisation s'effectue dans des tours de fractionnement ayant 40 à 50 plateaux et avec un taux de reflux élevé. Ces colonnes opèrent généralement sous des pressions comprises entre 5 et 15 bars.

4°/Distillation sous vide:

La séparation des fractions supérieures au gas oil demanderait, en distillation atmosphérique, des températures telles que des réactions de décomposition thermique (craquage) se produiraient inmanquablement. Cette difficulté est levée en faisant fonctionner la colonne sous vide, avec parfois injection de vapeur d'eau, afin de réduire le point d'ébullition qui est directement relié à la pression absolue qui règne dans la colonne.

Le résidu atmosphérique est fractionné sous vide afin d'obtenir des bases visqueuses qui serviront aux fabrications d'huiles ou qui seront des charges du craquage catalytique.

5°/Procédés de craquage:

Les procédés de craquage les plus utilisés sont:

a) Visbreaking (diminution de la viscosité par craquage):

Ce procédé est essentiellement un craquage thermique effectué dans des conditions douces dans le but de réduire la viscosité des résidus de distillation.

Par réduction de la viscosité, cette opération réduit la quantité de distillat à ajouter au résidu pour lui permettre de se trouver dans les spécifications des fuels oils.

Les conditions sont pour la température 450 à 520°C et pour la pression de 4 à 20 bars à la sortie de la zone de

chauffage. L'opération fournit également un peu d'essence (5 à 8%) et du gas oil utilisé comme charge de craquage catalytique, fuel domestique ou diluant du résidu craqué.

b) Cookéfaction:

C'est un craquage thermique relativement sévère qui convertit totalement les résidus lourds en gas, essence, gas oil et coke. La fraction gas oil, représentant la plus forte proportion des produits formés, est utilisée comme charge du craquage catalytique ou comme fluxant du fuel oil.

Le coke obtenu est utilisé comme coke métallurgique etc...

c) Craquage catalytique/:

Les procédés de craquage thermique ne pouvaient satisfaire à la demande croissante de carburants à haut indice d'octane. L'usage des catalyseurs dans l'industrie du pétrole fut suggéré en 1877 par Friedel et Crafts.

Les catalyseurs permettent de diminuer les températures et les pressions de réaction. Ils modifient le mécanisme de rupture des liaisons entre atomes de carbone et augmente la vitesse de transformation. Ils éliminent la majorité des réactions secondaires qui produisent des gas, du coke et des résidus lourds. Ils améliorent le rendement des essences en même temps que leurs qualités (nombre d'octane recherche entre 90 et 95). Le craquage catalytique permet d'augmenter les quantités de propylène, butylène, isobutane, très utilisés en pétrochimie, et de fournir des distillats dans la gamme 230-350°C utilisé pour le chauffage.

d) Steamcracking(craquage à la vapeur):

Ce type de craquage peut s'effectuer sur des fractions aussi dissemblables que les gaz naturels ou liquéfiables, les essences légères de distillation, le gas oil ou même le pétrole brut lui-même.

Les réactions de steamcracking (déshydrogénation, polymérisation) conduisent à des gammes de produits d'autant plus larges que la charge du craquage est plus lourde.

6°/Réforming catalytique:

Ce procédé est devenu indispensable pour la fabrication des carburants modernes. Les essences parvenues de la distillation atmosphérique du pétrole brut, du craquage thermique, de la cokéfaction et du visbreaking, ont un nombre d'octane relativement petit, par rapport aux essences automobiles dont le nombre d'octane est compris entre 90 et 100. La différence est particulièrement sensible pour le naphta et c'est pour cette coupe que l'industrie a mis au point l'opération du réforming catalytique qui permet la transformation d'essence lourde à bas indice d'octane en un carburant plus volatil et d'indice d'octane très amélioré. Le réforming catalytique n'a que peu d'action sur les coupes légères (35-80) qui sont transformées en essences à haut indice d'octane par alkylation et isomérisation. De plus, le réforming catalytique est un procédé pour la fabrication d'aromatiques que l'on sépare du réformat par extraction. Le réforming catalytique est employé sur les hydrocarbures dont le point d'ébullition est entre 80 et 200°C. Les catalyseurs sont en général platine-rhénium ou oxyde de molybdène.

7°/Hydrofinage:

Ce procédé est appliqué pour réduire la teneur en S, N₂, O₂ ainsi que les métaux. Ces composés posent des problèmes de pollution, de corrosion et de stabilité. Les réactions d'hydrofinage sont caractérisées par la rupture des liaisons C-S, C-N, C-O; N, S, et O sont éliminés sous forme de NH₃, H₂S, et H₂O. L'élimination de ces composés et la saturation des oléfines réduisent les effets corrosifs et améliorent les propriétés et la stabilité des produits.

8°/Production des huiles lubrifiantes et des paraffines:

On utilise, pour la production des huiles lubrifiantes, la distillation sous vide du résidu atmosphérique. On obtient les produits suivants:

+gas oil lourd, à la tête de la tour, qu'on peut mélanger à du gas oil pour obtenir du fuel oil domestique.

L'extraction s'effectue dans une colonne et on obtient en tête de colonne, un raffinat mixte de nature paraffinique avec environ 20% de furfural et au fond, on obtient l'extrait mixte avec environ 80% de furfural. On récupère ensuite le solvant par distillation sous vide suivie d'un stripping à la vapeur surchauffée pour l'élimination des dernières traces de furfural.

c) Déparaffinage:

Les distillats sous vide contiennent des hydrocarbures paraffiniques qui sont solides aux températures ambiantes. Ils forment des cristallins qui enserrrent l'huile. Par séparation des hydrocarbures aromatiques, on concentre les hydrocarbures paraffiniques qui améliorent la viscosité mais augmentent le point de congélation.

Pour la séparation des hydrocarbures paraffiniques lourds, on utilise des solvants selectifs comme le mélange toluène-MEC. On refroidit le mélange lentement jusqu'à -25°C et par filtration on obtient:

- le filtrat contenant de l'huile diluée dans le solvant
- le gash (paraffine contenant une grande quantité d'huile allant de 25 à 30 %) qui se dépose sur le filtre.

Le solvant est récupéré des paraffines et du filtrat par distillation.

d) Traitements de finition:

Ils ont pour but d'éliminer les composés instables qui donnent une instabilité à la couleur des huiles et paraffines. Ce traitement s'effectue soit par H_2 , soit par l'argile.

8°/ Les bitumes:

Ils sont produits à partir des résidus de distillation. Ces résidus sont d'autant plus aptes à être employés pour les bitumes qu'ils se rapprochent du type asphaltique.

Pour l'obtention des bitumes, on pousse la distillation sous vide du résidu atmosphérique jusqu'à l'obtention d'un résidu ayant comme pénétration celle du bitume pur le plus fluide. Il sera ensuite facile de préparer les autres bitumes plus durs par addition de brai de déasphaltage dont le point de ramollissement est de l'ordre de 60°C et la pénétration entre 10 et 20.

=trois distillats latéraux, avec des intervalles de distillation de 350-400, 400-450, 450-500, qui sont employés pour la fabrication des huiles lubrifiantes légères (spindles) et moyennes pour moteurs.

=Le résidu lourd, au fond de la tour, est employé pour la fabrication des huiles lourdes, huiles cylindres et bright stock.

L'obtention des huiles fait suite à différents traitements qu'on fait subir aux différents sous-produits de la distillation sous vide pour améliorer leurs propriétés.

a) Déasphaltage au propane du résidu sous vide;

Le résidu de la distillation sous vide contient un mélange d'asphaltènes, de résines, de paraffines et d'huiles. Les huiles ne doivent pas contenir d'asphaltènes (qui sont le résultat de la condensation des constituants aromatiques. Ils contiennent de 78 à 86% de carbone, 6 à 8% de H_2 , le reste étant O_2 , et S; leur masse moléculaire est de l'ordre de 5000 à 6000. Ils sont insolubles dans l'éther de pétrole, mais solubles dans le benzol) ni de résines (structures polycycliques insaturées.).

Le propane, qui a la propriété de précipiter l'asphaltène et la résine, et de dissoudre les hydrocarbures paraffiniques, est utilisé pour l'élimination des asphaltes et résidus.

b) Extraction des aromatiques:

Les distillats sous vide et l'huile desasphaltée contiennent des hydrocarbures aromatiques. Ceux-ci ont une viscosité qui varie beaucoup avec la température (indice de viscosité très bas); ils ont une stabilité thermique réduite et, par oxydation, précipitent des dépôts charbonneux. Pour les éliminer, on utilise des solvants sélectifs comme le furfural, le phénol ou le nitrobenzène. Le plus utilisé est le furfural dont le pouvoir solvant augmente avec la température et diminue avec l'augmentation de la masse moléculaire.

//SPECIFICATION DES PRODUITS FINIS //

Carburant auto:

N.O minimum éthylé à 0,4%	91
densité maximum	0,765
tension de vapeur maximum	0,7Kg/cm ²

Super carburant:

N.O minimum éthylé à 0,4%	98
densité maximum	0,77
tension de vapeur maximum	0,7Kg/cm ²

Gas oil et fuel oil domestique:

densité minimum	0,81
densité maximum	0,89
teneur en soufre maximum (% poids)	0,5
viscosité maximum à 20°C	9,5Cst
point de congélation maximum	- 10°C
inflammabilité minimum pour le gas oil	56°C

Fuel lourd:

teneur en soufre maximum (% poids)	4
viscosité, à 50°C, maximum	380 Cst

4ème P A R T I E

E T U D E de l' A V A N T- P R O J E T

// AVANT PROJET //

I/Définition des équipements:

- Raffinerie pouvant traiter 2 bruts de qualité différente.
- 1 unité de distillation.
- 1 unité de réformage.
- Equipements de mélange pour essences, gas-oils, carburateurs et fuels lourds.

II/Rendements sur unités:

<u>Distillation</u> rend. % volume	Brut léger (BR1)	Brut lourd (BR2)	Symbole
Gaz (équiv. fuel)	0,2	0,4	GZ
Gaz liquéfiés (C ₃ -C ₄)	1,8	2,1	GL
Ess. légère (C ₅ -90°C)	5,0	5,0	E1
Ess. lourde (90-170°C)	16,0	9,0	E2
Pétrole (170-230°C)	16,0	10,0	PT
Gas-oil (230-370°C)	31,0	21,0	(G01 et G02)
Résidu (370°C +)	30,0	52,5	RE1 et RE2
	<u>100,0</u>	<u>100,0</u>	

<u>Reforming</u> rend. % volume	Sev. 92	Sev. 98	
Gaz (équiv. fuel)	8,05	11,28	GZ
Gaz liquéfiés	14,70	22,90	GL
Réformat	77,25	—	R92
	-----	65,82	R98
	<u>100,0</u>	<u>100,0</u>	

Production simultanée pour 100m³ de platformat:

Gaz (équiv. fuel)	10,41	17,11	GZ
Gaz liquéfiés	<u>19,04</u>	<u>34,79</u>	GL
	29,45	51,90	

III/Bilan de chauffe:

Les fours de la raffinerie peuvent brûler indifféremment du gaz, des GL, de l'essence légère et du fuel lourd.
 Consommations de combustible (directes et indirectes)

Distillation: 2% en vol. sur volume alimenté.

Réforming: sev.92 : 8% vol/alimentation

sev.98 : 9% vol/alimentation

soit par rapport au réformats R92 et R98 :

sev.92 : 10,356 %

sev.98 : 13,671 %

IV/Qualité des bases produites:

Essences	Tension de vapeur g /cm ²	N.O éthylé
E1	800	85
R92	400	98
R98	450	102

Gas-oil	Poids spécifique g/cm ³	Teneur en soufre % poids
Pétrole	0,78	0,1
GO 1	0,83	0,05
GO 2	0,86	2,0

Fuel	Viscosité de mélange
G O 1	20
GO 2	20
RE 1	34
RE 2	40

V/Spécification des produits finis:

Carburant ordinaire et supercarburant: obtenus par mélange de 3 bases: E1 + R 92 + R98

Les spécifications à respecter sont:

.../...

	CA	SU
Tension de vapeur minimum (g/cm^2)	500	500
Tension de vapeur maximum (g/cm^2)	800	700
Nombre d'octane Res minimum	90	98

Les caractéristiques de TV et de NO sont supposées se mé-
-larger en volume. Toutes les bases sont éthylées au maximum

Carburéacteurs: obtenus avec l'une des 2 formules types :

% volume	F1	F2
E1	18	8
E2	30	55
PT	<u>52</u>	<u>37</u>
	100	100

Gas oil:

Obtenu par mélange de 3 bases : G01 + G02 + PT

Seule une spécification de 0,5% poids maximum de soufre est à respecter.

FUEL/: Obtenu par mélange de 4 bases : G01 + G02 + RE1 + RE2

Spécification de viscosité telle que le "nombre de viscosité" du mélange V respecte:

$$35 \leq V \leq 37$$

VI/ Equivalents calorifique:

$$\text{GL: } 1 \text{ m}^3 \text{ GL} = 0,65 \text{ m}^3 \text{ fuel}$$

$$\text{Ess. légères: } 1 \text{ m}^3 \text{ E1} = 0,75 \text{ m}^3 \text{ fuel}$$

$$\text{Gaz: } 1 \text{ m}^3 \text{ GZ} = 1 \text{ m}^3 \text{ fuel}$$

VII/Bases économiques:

--côté opératoire:

Distillation : 0,5 DA/m³ alimenté

Réforming

-sev.92 : 3,7 DA/m³ alimenté

-sev.98 : 4,2 DA/m³ alimenté

-- Prix des bruts (rendu raffinerie)

BR1 : 78,5 DA/m³

- BR2 : 70,5 DA/m³

VIII/Hypothèses quantitatives:

-La période couverte par le plan est un semestre.

.../...

-Capacité de traitement des unités(maximum)

Distillation:	500 000m ³ / mois
Réforming:	80 000 m ³ /mois

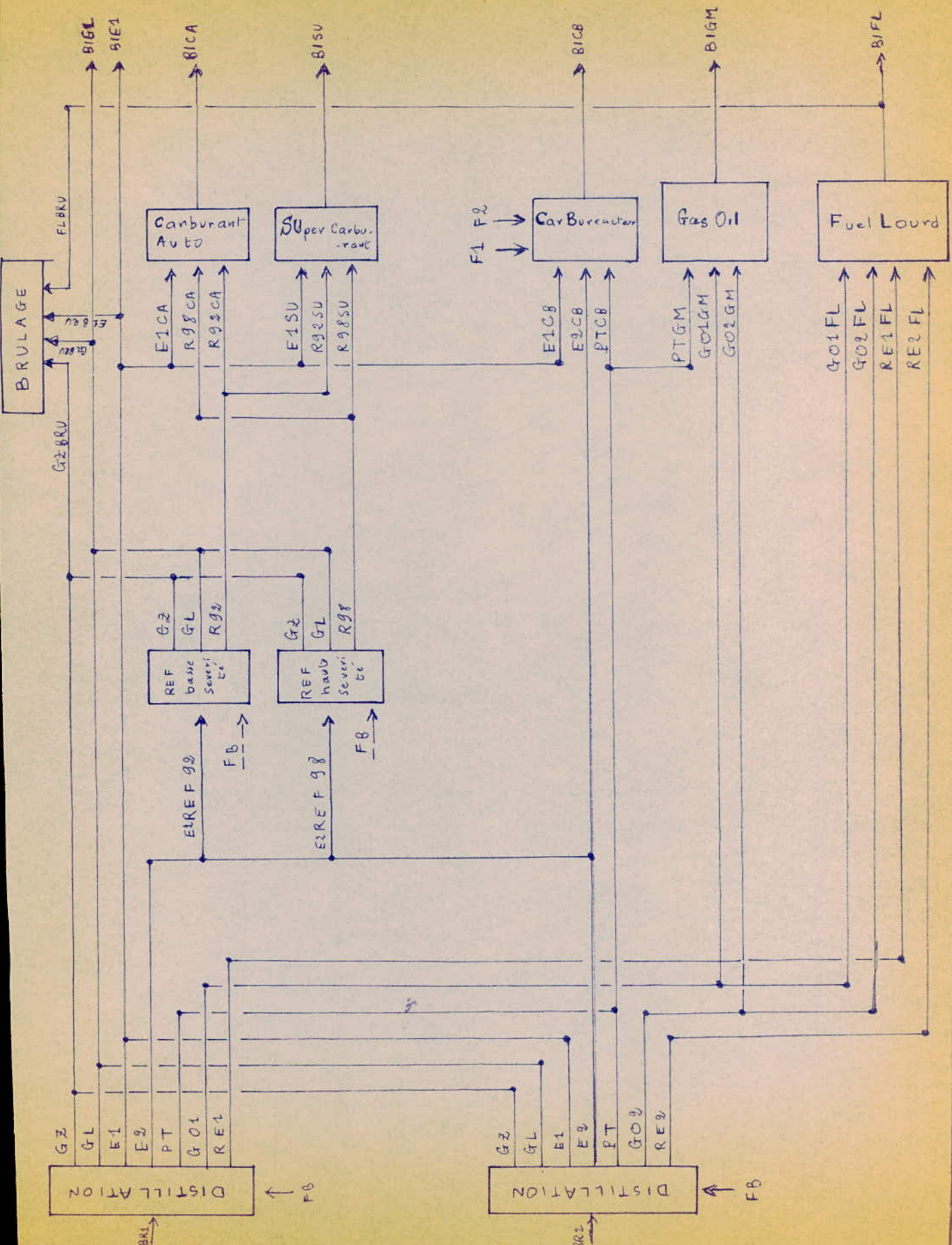
-Productions demandées pour le semestre:

GL	:	60 000 m ³
E1	:	20 000m ³
CB	:	200 000 m ³
SU	:	130 000m ³
CA	:	38 000 m ³
GO	:	610 000 m ³
FL	:	890 000 m ³

- Disponibilité en bruts:

Brut léger (BR1) :	500 000 m ³	minimum
	2000 000 m ³	maximum

Brut lourd (BR2) :	500 000 m ³	minimum
	3000 000 m ³	maximum



N°	CODE	Designation	N°	CODE	Designation
1	BIGZ	bilan gaz	29	BR1	quantité de brut n°1
2	BIGL	bilan gaz liquide	30	BR2	quantité de brut n°2
3	BIE1	bilan essence légère	31	GZBRU	gaz vers réseau combustibles
4	BIE2	bilan essence lourde	32	GLBRU	gaz liquéfié vers réseau combustibles
5	BIPT	bilan pétrole	33	E1BRU	essence légère vers réseau combustibles
6	BIGP1	bilan gas oil léger	34	FLBRU	fuel lourd vers combustibles
7	BIGO2	bilan gas oil lourd	35	E1CA	essence légère vers carburant auto
8	BIRE1	bilan résidu 1	36	E1SU	essence légère vers super carburant
9	BIRE2	bilan résidu 2	37	E1CB	essence légère vers carburateur
10	BIBRU	bilan brûleur (bilan combustibles)	38	E2REF12	essence lourde vers reforming base
11	BIREF92	bilan reforming base sévère	39		sévérité
12	BIREF98	bilan reforming haute sévère	40	E2REF98	essence lourde vers reforming haute
13	BICA	bilan carburant auto			sévérité
14	BISU	bilan super carburant	41	E2CB	essence lourde vers carburateur
15	BICB	bilan carburateur		PTGM	pétrole vers gas oil
16	BIGM	bilan gas oil	42	PTCBF1	pétrole vers carburateur fournie 1
17	BIFL	bilan fuel lourd	43	GO1GM	gas oil léger vers gas oil
18	CR92	contrainte reforming base sévère	44	GO1FL	gas oil léger vers fuel lourd
19	TVICA	contrainte tension de vapeur carburant auto (limite inférieure)	45	GO2GM	gas oil lourd vers gas oil
20	TVSCA	contrainte tension de vapeur carburant auto (limite supérieure)	46	GO2FL	gas oil lourd vers fuel lourd
21	NORCA	contrainte nombre d'octane carburant auto	47	RE1FL	Résidu 1 vers fuel lourd
22	TVISU	contrainte tension de vapeur super carburant (limite inférieure)	48	RE2FL	Résidu 2 vers fuel lourd
23	TVSSU	contrainte tension de vapeur super carburant (limite supérieure)	49	R92	reformant base sévère
24	NORSU	contrainte nombre d'octane super carburant	50	R98	reformant haute sévère
25	VIFL	contrainte de viscosité pour le fuel lourd (limite inférieure)	51	R92CA	reformant base sévère vers carburant - auto
26	VSFL	contrainte de viscosité pour le fuel lourd (limite supérieure)	52	R92SU	reformant base sévère vers super - carburant
27	CR98	contrainte reforming haute sévère	53	R98CA	reformant haute sévère vers carburant - auto
28	CDIST	contrainte distillation	54	R98SU	reformant haute sévère vers super - carburant
			55	PTCBF2	pétrole vers carburateur fournie 2
			56	FRAIS	facteur économique à minimiser

MISE EN EQUATIONS DE L'AVANT PROJET

Les contraintes qui interviennent sont de 2 sortes/:

- contraintes de bilan-matière qui consistent à exprimer que, pour le produit considéré, les quantités à fabriquer sont égales à celles qui sont utilisées ou demandées.

Suivant le cas elles s'écriront:

$$\text{quantités produites} - \text{quantités utilisée} = 0$$

ou :

Contraintes spécifiques à certains produits et sans produit.

$$\text{quantités produites} - \text{quantité utilisée} = \text{débouché prévu}$$

Bilan gaz : BIGZ.

Le gaz provient de la distillation atmosphérique et du réforming; il n'est utilisé que comme combustible. Il s'écrit:

$$\text{BIGZ} = 0,002\text{BR}_1 + 0,004\text{BR}_2 + 0,104\text{R}_92 + 0,1711\text{R}_98 - \text{GZBRU} = 0$$

Bilan essence légère: BIE1.

La coupe E1 provient de la distillation et est utilisable comme combustible; elle peut être aussi incorporée au carburant auto (E1CA), au supercarburant (E1SU) ou au carburéacteur (E1CB).

$$\text{BIE1} = 0,05\text{BR}_1 + 0,05\text{BR}_2 - \text{E1BRU} - \text{E1CA} - \text{E1SU} - 0,346\text{PTCBF}_1$$

$$-0,216\text{PTCBF}_2 \gg \text{Demande en E1}$$

remarque: pour la commodité des calculs, E1CB a été exprimé en fonction du pétrole qui va au carburéacteur. Les calculs sont, à ce sujet, donnés dans la suite.

Bilan gaz liquide: BIGL.

Les gaz propane et butane (GL) proviennent de la distillation et du réforming. Ils sont utilisés, en partie, comme combustible (GLBRU).

$$\text{BIGL} = 0,018\text{BR}_1 + 0,021\text{BR}_2 + 0,1904\text{R}_92 + 0,3479\text{R}_98 - \text{GLBRU} \gg \text{Demande}$$

Bilan essence lourde: BIE2.

La coupe E2 provient de la distillation et est utilisée comme charge du réforming (E2REF92 et E2REF98); elle est en outre incorporée au carburéacteur (E2CB). Comme pour E1, E2CB a été exprimé en fonction de la quantité de pétrole incorporé au carburéacteur.

$$\text{BIE2} = 0,16\text{BR}_1 + 0,09\text{BR}_2 - \text{E2REF92} - \text{E2REF98} - 0,577\text{PTCBF}_1$$

$$-1,486\text{PTCBF}_2 = 0$$

Bilan pétrole: BIPT.

La coupe pétrole est utilisable pour la fabrication du carburéacteur(PTCB) suivant 2 formules F1 et F2(PTCBF1 et PTCBF2), et est aussi incorporée dans le gas-oil moteur (PTGM).

$$\text{BIPT} = 0,16\text{BR1} + 0,10.\text{BR2} - \text{PTGM} - \text{PTCBF1} - \text{PTCBF2} = 0$$

Bilan gas-oil lourd: BIGØ2.

Le gas-oil lourd est incorporé au GM. (GØ2GM), et au fuel lourd (GØ2FL).

$$\text{BIGØ2} = 0,21\text{BR2} - \text{GØ2GM} - \text{GØ2FL} = 0$$

Bilan gas-oil léger: BIGØ1.

Le gas-oil léger est incorporé au GM, (GØ1GM), et au fuel lourd (GØ1FL).

$$\text{BIGØ1} = 0,31\text{BR1} - \text{GØ1GM} - \text{GØ1FL} = 0$$

Bilan résidu léger: BIRE1.

Le résidu léger RE1 n'est utilisé que pour la fabrication du fuel lourd (RE1FL).

$$\text{BIRE1} = 0,30\text{BR1} - \text{RE1FL} = 0$$

Bilan bruleur (bilan de chauffe): BIBRU.

La consommation de combustible des installations de la raffinerie, exprimée en équivalent fuel lourd, atteint:

2% du brut léger BR1

2% du brut lourd BR2

8% de l'alimentation du platforming SW92, soit en ramenant cela au réformat obtenu: $8 \times 1,2945 = 10,356\%$. R92

9% de l'alimentation du platforming SW93, soit en ramenant cela au réformat R98 obtenu: $9 \times 1,519 = 13,671\%$. R98

Comme certains combustibles ont un pouvoir calorifique différent de celui du fuel lourd, on emploiera des coefficients de correction fixant, conformément au rapport des pouvoirs calorifiques, la quantité de fuel lourd qui correspond à un mètre cube de chacun des combustibles. Ces coefficients seront:

1 pour le fuel lourd (FLBRU).

1 " le gaz (GZBRU)

0,65 pour le GL (GLBRU).

0,75 " E1 (E1BRU).

Le bilan combustible consistera à écrire que la quantité de combustibles est au moins égale aux besoins. Cette contrainte est sous la forme d'une inéquation afin d'accepter des excédents éventuels qui représenteront alors les quantités brûlées à la torche de la raffinerie. On aura donc:

$$\text{BIBRU} = \text{FLBRU} + \text{GZBRU} + 0,65\text{GLBRU} + 0,75\text{E1BRU} - 0,02\text{BR1} \\ - 0,02\text{BR2} - 0,10356\text{R92} - 0,13671\text{R98} \quad \gg \quad 0$$

Bilan réforming: BIREF.

Ce bilan consistera à écrire que, au niveau du réforming, ce qui sort est égale à ce qui rentre. On écrira cela pour chacune des 2 sévérités.

$$\text{BIRLF92} = \text{E2REF92} - 1,2945\text{R92} = 0$$

$$\text{BIREF98} = \text{E2REF98} - 1,519\text{R98} = 0$$

Bilan carburant auto: BICA.

Il consistera à écrire que le CA obtenu par le mélange de l'essence légère (E1CA), les réformats SEV92 et SEV98 (respectivement R92CA et R98CA), est au moins égale à la demande.

$$\text{BICA} = \text{E1CA} + \text{R92CA} + \text{R98CA} \quad \gg \quad \text{Demande en CA}$$

Bilan supercarburant: BISU.

Il s'effectue de la même manière que pour le carburant-auto.

$$\text{BISU} = \text{E1SU} + \text{R92SU} + \text{R98SU} \quad \gg \quad \text{Demande en SU}$$

Bilan carburéacteur: BICB.

Le carburéacteur peut être obtenu par l'une des 2 méthodes F1 ou F2 indiquées. Pour la commodité des calculs, déterminons les % de E1 et de E2 incorporés dans le CB par rapport à la quantité de pétrole utilisée dans chacune des 2 méthodes F1 et F2. On obtient:

Pour 100 m ³ de PTCB:		F1	F2
E1		34,6	21,6
E2		57,7	148,6
		<u>92,3</u>	<u>170,2</u>

On aura alors:

$$BICB = 1,923 PTCBF1 + 2,702 PTCBF2 \quad \geq \quad \text{Demande en CB}$$

Bilan gas oil moteur: BIC

Le GM est obtenu par le mélange de pétrole (PTGM), de gas oil léger (GØ1GM) et de gas-oil lourd (GØ2GM). On écrira que la production de GM est au moins égale à la demande en GM.

$$BIGM = PTGM + GØ1GM + GØ2GM \quad \geq \quad \text{Demande en GM}$$

Bilan fuel lourd: BIFL

Le fuel lourd est obtenu par le mélange des résidus légers et lourds (RE1FL et RE2FL), et des gas oils légers et lourds (GØ1FL et GØ2FL). Écrivons que la production de FL est au moins égale à la demande, en tenant compte du FL envoyé au four.

$$BIFL = GØ1FL + GØ2FL + RE1FL + RE2FL - FLERU \quad \geq \quad \text{Demande en FL}$$

Tension de vapeur pour le carburant auto: TVCA

Les spécifications du problème sont telles que $500 \leq TVCA \leq 800 \text{ g/cm}^2$

On admettra que la tension de vapeur Reid d'un mélange s'obtient en faisant la somme des produits des tensions de vapeur des constituants par leurs concentrations volumétriques. Soit:

$$BICA500 \leq TVCA = 800E1CA + 400R92CA + 450R98CA \leq 800 BICA$$

soit, en décomposant cette double inéquation en 2 inéquations qu'on nommera TVICA (I pour inférieure) et TVSCA (S pour supérieure) et en simplifiant:

$$TVICA = 0,8E1CA + 0,4R92CA + 0,45R98CA - 0,50BICA \quad \geq \quad 0$$

$$TVSCA = 0,8BICA - 0,8E1CA - 0,4R92CA - 0,45R98CA \quad \geq \quad 0$$

Nombre d'octane pour le CA: NORCA

Le CA doit avoir un nombre d'octane au moins égale à 90.

Le nombre d'octane d'un mélange s'obtient en faisant la somme des produits des nombres d'octane des constituants par leurs concentrations volumétriques (ceci n'étant valable que si tous les constituants ont une teneur identique de plomb tétra-éthyle)

On obtient après simplification:

$$NORCA = 0,85E1CA + 0,98R92CA + 1,02R98CA - 0,90BICA \quad \geq \quad 0$$

Tension de vapeur du supercarburant: TVSU.

En effectuant le même raisonnement que pour le CA, on aboutit à :

$$TVISU = 0,8E1SU + 0,4R92SU + 0,45R98SU - 0,5BISU \quad \geq \quad 0$$

$$TVSSU = 0,7BISU - 0,8E1SU - 0,4R92SU - 0,45R98SU \quad \geq \quad 0$$

Nombre d'octane du supercarburant: NORSU.

De la même manière que pour le carburant auto, on aura:

$$NORSU = 0,85E1SU + 0,98R92SU + 1,02R98SU - 0,98BISU \quad \geq \quad 0$$

Teneur en soufre du GM: TSGM.

La contrainte correspondant à la teneur en soufre pour le GM consistera à écrire que la masse totale de soufre contenue dans l'ensemble des constituants, est inférieure ou égale à 0,5% de la masse du gasoil moteur (BIGM). On obtient, compte tenu des données et tous calculs faits:

$$TSGM = 0,00312PTGM + 0,003735GØ1GM - 0,0129GØ2GM \quad \geq \quad 0$$

On a en effet:

$$\alpha_1 \rho_1 V_1 + \alpha_2 \rho_2 V_2 + \alpha_3 \rho_3 V_3 \leq \alpha_4 \rho_4 V_4$$

V_i = volume du constituant i

avec: $V_4 = V_1 + V_2 + V_3$

ρ_i = densité de "i"

et $\rho_H V_4 = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 + \rho_3 V_3$

α_i = teneur en soufre de "i"

$$\alpha_1 = 0,001$$

$$\rho_1 = 0,78$$

$$\alpha_2 = 0,0005$$

$$\rho_2 = 0,83$$

$$\alpha_3 = 0,02$$

$$\rho_3 = 0,86$$

$$\alpha_4 = 0,005$$

et par un simple calcul, on aboutit à la relation donnée.

Viscosité du fuel lourd: VFL.

Pour exprimer cette contrainte, on a recours aux indices de mélange. On aura, en simplifiant:

$$0,35BIFL \leq VFL = 0,2GØ1FL + 0,2GØ2FL + 0,34RE1FL + 0,4RE2FL \leq 0,37BIFL$$

soit, en décomposant cette double inéquation:

$$VIFL = 0,2GØ1FL + 0,2GØ2FL + 0,34RE1FL + 0,4RE2FL - 0,35BIFL \quad \geq \quad 0$$

$$VSFL = 0,37BIFL - 0,2GØ1FL - 0,2GØ2FL - 0,34RE1FL - 0,4RE2FL \quad \geq \quad 0$$

Capacité de distillation: CDIST.

La contrainte de distillation est donnée par la relation suivante, les calculs étant établis pour une durée de 6 mois.

$$CDIST = BR1 + BR2 \leq 3\ 000\ 000\ m^3$$

Capacité du réforming: CREF.

Cette contrainte s'exprime de la manière suivante:

$$CREF = E2REF92 + E2REF98 \leq 480\ 000\ m^3$$

Contraintes sur les réformats: CR92 et CR98.

Ecrivons que les réformats obtenus R92 et R98 sont totalement utilisés pour la fabrication de CA et SU.

$$CR92 = R92 - R92CA - R92SU = 0$$

$$CR98 = R98 - R98CA - R98SU = 0$$

Bilan résidu lourd: BIRE2 (j'ai oublié de le mentionner + haut)

Le résidu lourd RE2 n'est utilisé que pour la fabrication du fuel lourd.

$$BIRE2 = 0,525BR2 - RE2FL = 0$$

Fonction économique : FRAIS.

Ayant établi les différents bilans matière et les différentes contraintes, il nous reste maintenant à écrire l'équation de la fonction économique à minimiser. Compte tenu des bases économiques données, et en ramenant ces bases économiques, en ce qui concerne le réforming, par rapport aux reformats R92 et R98, on obtient:

$$FRAIS = 79BR1 + 71BR2 + 4,78965R92 + 6,3793R98$$

Les résultats obtenus, après traitement sur ordinateur, sont donnés dans le tableau ci-après. Dans ce tableau les résultats sont donnés en m^3 , à l'exception bien entendu des tensions de vapeur, des viscosités, des teneurs en soufre, des contraintes sur le nbre d'octane.

fonction economique

FRAIS = 151 425 709 DA.

Nom de la Variable	Solution en millions de m ³	Nom de la Variable	Solution en millions de m ³	Nom de la Variable	Solution en millions de m ³	Nom de la variable	limites supposées	Resultats obtenus.
BR1	1006,883	BIE2	0.	BIBRU	0	TVICA	≥ 0	5,553
BR2	1002,542	E2REF92	60,055	BIREF92	0	TVSCA	≥ 0	5,846
CDIST	2009,425	E2REF98	114,093	BIREF98	0	NORCA	≥ 0	0
BIGZ	0,	BIPT	0	CREF	174,149	TVISU	≥ 0	0
R92	46,393	PTGM	167,651	CR92	0	TVSSU	≥ 0	26
R98	75,111	BIG01	0	R92CA	14,615	NORSU	≥ 0	0
GZBRU	23,704	GO1GM	312,133	R92SU	31,777	TSGM	≥ 0	0,009
BIGL	60,000	GO1FL	0	CR98	0	VIFL	≥ 0	17,8
GLBRU	14,141	BIG02	0	R98CA	0	VSFL	≥ 0	0
BIE1	20,000	GO2GM	130,214	R98SU	75,111			
E1BRU	4,859	GO2FL	80,319	BICA	38,000			
E1CA	23,384	BIRE1	0	BISU	130,000			
E1SU	93,111	RE1FL	302,064	BICB	200,000			
PTCBF1	68,276	BIRE2	0	BIGM	610,000			
PTCBF2	25,427	RE2FL	526,334	BIFL	890,000			
		FLBRU	18,719					

5ème P A R T I E

E T U D E d u P R O J E T

// P R O J E T //

Le modèle adopté pour ce projet est celui de la raffinerie d'Arzew. On essayera de faire ici l'étude comparative dans les deux cas suivants:

1°) Cas où l'on importe du brut irakien qu'on traitera (en plus du brut de H.Messaoud) et dont le résidu servira pour la fabrication des bitumes. Ceci constituera la 1ère partie du projet.

2°) Cas où l'on ne traite que du brut de H.Messaoud et où l'on importe du résidu irakien qui servira à la fabrication du bitume (c'est ce qui se fait actuellement à Arzew).

I/Définition des équipements:

La raffinerie peut traiter 2 bruts de qualité différents . Elle comporte: -1 unité de distillation atmosphérique. -1 unité de flash pour l'obtention des bitumes. -1 unité de reforming. -1 complexe pour la fabrication des huiles. -des équipements de mélange pour essences, gas oils, carburéacteur, fuels lourd et domestique, bitumes ainsi qu'une unité de séparation des gaz.

II/Bases économiques:

Coût opératoire:

distillation atmosphérique	1,6DA/T
reforming : basse sévérité	12 DA/T
haute "	16 DA/T
hydrodésulfuration	5 DA/T
flash	2,5DA/T
complexe des huiles	170 DA/Td'huile

Prix des matières premières:

brut de H.Messaoud (BR1)	140 DA/T
brut de Kirkuk (BR2)	120 DA/T
résidu de Kirkuk (RE2IMP)	80 DA/T

II/Rendement des unités:

Distillation:

rend. % poids

Brut de Hassi Messaoud (BR1) Brut de Kirkuk (BR2)

Gaz	(GZ)	0,1	---
Propane	(PR)	0,7	0,1
Butane	(BU)	2,0	1,3
C ₅ -95°C	(E1)	10,7	8,2
95-170°C	(E2)	19,2	14,1
170-280°C	(PT)	22,6	20,6
280-370°C	(GØ)	19,3	15,4
370°C +	(RE)	24,9	39,8
Pertes		<u>0,5</u>	<u>0,5</u>
Total:		100,0	100,0

Reforming:

rend. % poids

Haute sévérité

Basse sévérité

Gaz	(GZ)	7,1	4,5
Propane	(PR)	6,9	5
Butane	(BU)	8	6
Réformat	(R92 ,R98)	77,0	83,5
Pertes		<u>1</u>	<u>1</u>
		100,0	100,0

Production simultanée pour 100 tonnes de platformat:

Gaz	(GZ)	9,22	5,39
Propane	(PR)	8,96	5,99
Butane	(BU)	10,39	7,18
Pertes		<u>1,30</u>	<u>1,20</u>
		29,87	19,76

Caractéristiques du platformat:

D ₄ ¹⁵		0,79	0,78
TVR (en bar)		0,45	0,40
N.O. éthylé à 0,4%		101,5	96

Complexe des huiles :

rend. % poids par rapport à la charge:

Huiles	50,0
Sous produit utilisé pour la fabrication des bitumes: (SP1)	15,0
Sous produit envoyé au bruleur(SP2):	20,7
Gas oil sous vide (VGØ):	<u>14,3</u>
	100

Unité de fabrication des bitumes:

rend. % poids par rapport à la charge:

Bitumes	50,0
Sous produits brûlés:	<u>50,0</u>
	100

III/Bilan de chauffe:

Les produits et sous-produits utilisés comme combustibles sont indiqués dans le schéma.(cf suite).

consommation de combustibles:

- Distillation: 2% en poids de l'alimentation ^{pour R1 et R2}
pour R2

- Reforming: Haute sév. : 9% en poids de l'alimentation
Basse sév. : 8% " "

soit par rapport aux réformats R92 et R98:

Haute sév. : 11,6883%

Basse sév. : 9,5808%

- Complexe des huiles : 5% en poids de l'alimentation.

- Unité des bitumes : 2% " " "

- unité de désulfuration : 1,8% " "

IV/Spécifications des produits finis:

Elles ont été groupés dans les tableaux donnés dans les pages qui suivent. On donnera ici les 2 méthodes d'obtention du carburéacteur. Celui-ci est obtenu par l'une des 2 formules suivantes:

% poids	F1	F2
E1	15,78	7,01
E2	29,58	54,16
PT	<u>54,64</u>	<u>38,83</u>
	100,0	100,0

soit ,en calculant ces pourcentages par rapport à la quantité de pétrole employé, pour la fabrication de CB (soit PTCEBF1 et PTCEBF2 respectivement pour la formule F1 et pour la formule F2).

E1	28,88	18,05
E2	<u>54,14</u>	<u>139,48</u>
	83,02	157,53

V/Hypothèses quantitatives:

Les capacités de traitement des unités sont:

Distillation:	3 000 000t/an
Reforming :	300 000t/an
Complexe des huiles:	200 000t/an
Unité des bitumes :	120 000t/an

L'étude sera faite pour quatre années consécutives. Les productions demandées pour chacune des différentes années sont:

Nom du produit	Année1	Année2	Année3	Année4
Propane	5 800	6400	6800	7200
Butane	55 000	60000	65000	70000
Carburant-auto	284000	313000	329000	345000
Supercarburant	95000	115000	125000	135000
Carburéacteur	200000	210000	220000	230000
Gas oil moteur	255000	315000	345000	375000
Fuel oil domestique	335000	395000	425000	455000
Fuel lourd	130000	210000	250000	290000
Bitumes	62000	68000	71000	74000
Huiles	40000	44000	46000	48000

Les quantités ci-dessus sont exprimées en tonnes.

Il faut cependant remarquer qu'au cours du traitement du problème sur ordinateur, il a été impossible de fabriquer toute la quantité demandée, tout au moins pour certains produits. En effet ,on n'arrivait pas à atteindre l'optimum car la raffinerie était dans l'incapacité de produire le tonnage fixé. Cela a été le cas pour le GM par exemple.

Liste des activités et des contraintes

N°	CODE	DESIGNATION	N°	CODE	DESIGNATION
1	BIGZ	huile gas	42	PCGM	Et de congelation gas- <u>il</u> moteur
2	BIPR	huile propane	43	VFD	Viscosité fuel domestique
3	BIBU	huile butane	44	PCFD	PT de congelation fuel- <u>il</u> domestique
4	BIE1	huile essence légère	45	TSFL	Teneur en soufre fuel lourd
5	BIE2	huile essence lourde	46	VFL	Viscosité fuel lourd
6	BIPT	huile pétrole	47	BR1	brut de Hassi Messaoud
7	PPT	Production pétrole	48	BR2	brut de Kirkuk
8	BIGO	huile gas- <u>il</u>	49	R92	Reformate basse sévérité
9	PGO	Production de gas- <u>il</u>	50	R98	Reformate haute sévérité
10	BIRE1	huile résidu Hassi Messaoud	51	GZBRU	gas vers brûlage (niveau combustible)
11	BIRE2	huile résidu de KIRKUK	52	PRBRU	Propane vers brûlage
12	BIGH	huile gas- <u>il</u> moteur	53	BUBRU	butane vers brûlage
13	BIFD	huile fuel <u>il</u> domestique	54	E1BRU	Essence légère vers brûlage
14	BIFL	huile fuel lourd	55	FLBRU	fuel lourd vers brûlage
15	BIBRU	huile combustibles	56	DUFBRU	distillat utilisé comme fuel vers brûlage
16	BICA	huile carburant auto	57	VGOBRU	Gas- <u>il</u> de distillation sous vide vers brûlage
17	BISU	huile super carburant	58	SP2BRU	Sous produit n°2 du complexe huiles vers brûlage
18	BICB	huile carburacteur	59	E1CA	Essence légère vers carburant auto
19	BIREF92	huile reforming basse sévérité	60	E1SU	Essence légère vers super-carburant
20	BIREF98	huile reforming haute sévérité	61	E1CB	Essence légère vers carburacteur
21	BIDUF	huile distillat utilisé comme fuel	62	E2CB	Essence lourde vers carburacteur
22	BIVGO	huile <u>il</u> de distillation sous vide	63	E2REF92	Essence lourde vers reforming basse sévérité
23	BIR	huile des huiles	64	E2REF98	Essence lourde vers reforming haute sévérité
24	BISP1	huile sous-produit n°1 du complexe des huiles	65	PTCBF1	Pétrole vers carburant auto formule F1
25	BISP2	huile sous-produit n°2 du complexe des huiles	66	PTCBF2	Pétrole vers carburacteur formule F2
26	BIBIT	huile bitume	67	PTGM	Pétrole vers gas- <u>il</u> - moteur
27	CR92	Contrainte reformate basse sévérité	68	GOGM	gas- <u>il</u> vers gas- <u>il</u> moteur
28	CR98	Contrainte reformate haute sévérité	69	GOFD	gas- <u>il</u> vers fuel <u>il</u> domestique
29	CREF	Contrainte reforming	70	GOFL	gas- <u>il</u> vers fuel lourd
30	CTOP	Contrainte capacité distillation atmosphérique	71	VGOFD	vacuum gas- <u>il</u> vers fuel domestique
31	CFLASK	Contrainte capacité unité de flash	72	RE1CH	Résidu n°1 vers complexe des huiles
32	CCH	Contrainte capacité complexe huiles	73	RE1FL	Résidu n°1 vers fuel lourd
33	CDCA	Contrainte densité carburant auto	74	RE2BIT	Résidu n°2 vers unité de flash
34	TVCA	Tension de vapeur carburant auto	75	RE2FL	Résidu n°2 vers fuel lourd
35	NOCA	Nombre d'octane carburant auto	76	SP1BIT	sous produit n°1 vers bitumes
36	CDSU	Contrainte densité super-carburant	77	BU CA	butane vers carburant auto
37	FYSU	Tension de vapeur super-carburant	78	BUSU	butane vers super-carburant
38	NOSU	Nbre d'octane super-carburant	79	R92 CA	Reformate basse sévérité vers carburant auto
39	TSGO	Teneur en soufre du gas- <u>il</u>	80	R98 SU	Reformate haute sévérité vers super-carburant
40	IGM	Inflammabilité gas- <u>il</u> - moteur	81	R92 SU	Reformate basse sévérité vers super-carburant
41	VGM	Viscosité gas- <u>il</u> - moteur	82	R98 CA	Reformate haute sévérité vers carburant auto
*	FRAIS	fonction économique à minimiser	83	RE2MP	Résidu impureté (Kirkuk)

Mise en équation:

1°/Cas où l'on importe du brut irakien.

La mise en équation s'effectuera de la même manière que celle de l'avant projet, avec la différence que les bilans s'effectueront ici en masse et non en volume.

Bilan gaz: BIGZ.

Le gaz provient de la distillation atmosphérique et du reforming. Il n'est utilisé que comme combustible. On aura:

$$BIGZ = 0,001BR1 + 0,0539R92 + 0,0922R98 - GZBRU = 0$$

Bilan propane : BIPR.

Le propane provient de la distillation et du réforming. Il est vendu en l'état et sert éventuellement comme combustible. Le bilan propane s'écrit:

$$BIPR = 0,007BR1 + 0,001BR2 + 0,0599R92 + 0,0896R98 - PRBRU; Dem.$$

Bilan butane : BIBU.

Le butane est produit à la distillation et au reforming. Il est vendu ; il est utilisé comme combustible (BUBRU) et peut être incorporé au carburant-auto et au supercarburant. On aura:

$$BIBU = 0,02BR1 + 0,013BR2 + 0,0718R92 + 0,1039R98 - BUCA - BUSU - BUBRU \gg Demande$$

Bilan essence légère : BIE1.

La coupe E1 provient de la distillation et est utilisable comme combustible (E1BRU); elle peut être incorporée au carburant auto (E1CA), au supercarburant (E1SU) et au carburéacteur. Cependant, comme pour l'avant projet, les quantités de E1 utilisée dans la fabrication du CB seront exprimées par rapport au pétrole allant au CB. (Il en sera de même pour E2CB).

$$BIE1 = 0,107BR1 + 0,082BR2 - E1CA - E1SU - 0,2888PTCBF1 - E1BRU - 0,1805PTCBF2 \gg Demande.$$

Bilan essence lourde E2 : BIE2.

E2 provient de la distillation et est utilisée comme charge du reforming (E2REF92 et E2REF98); elle est aussi incorporé au carburéacteur. On aura:

$$BIE2 = 0,192BR1 + 0,141BR2 - E2REF92 - E2REF98 - 0,5414PTCBF1 - 2,5753PTCBF2 = 0$$

Production et bilan pétrole: PPT et BIPT.

Le pétrole provient de la distillation;

$$PPT = 0,226BR1 + 0,206BR2$$

Il est utilisé pour la fabrication du CB suivant 2 formules F1 et F2 (PTCBF1 et PTCBF2). Il est aussi incorporé dans le gas oil moteur (PTGM).

$$BIPT = PPT - PTCBF1 - PTCBF2 - PTGM = 0$$

Production de gas oil et bilan gas oil: PGO et BIGO.

Le gas oil est obtenu par distillation.

$$PGO = 0,193BR1 + 0,154BR2$$

Il est incorporé dans le GM, (GOGM), dans le fuel domestique (GOFD) et dans le fuel lourd (GOFL).

$$BIGO = PGO - GOGM - GOFD - GOFL = 0$$

Bilan résidu Hassi Messaoud: BIRE1.

Le résidu provenant de la distillation du brut de H. Messaoud est utilisé pour la fabrication des huiles lubrifiantes; il est aussi incorporé dans le fuel lourd.

$$BIRE1 = 0,249BR1 - RE1CH - RE1FL = 0$$

Bilan résidu du Kirkuk : BIRE2.

Le résidu provenant de la distillation du brut de Kirkuk est utilisé pour la fabrication des bitumes (RE2BIT); il est aussi incorporé dans le fuel lourd (RE2FL).

$$BIRE2 = 0,398BR2 - RE2BIT - RE2FL = 0$$

Bilan de chauffe: BIBRU.

Les consommations en combustibles des installations de la raffinerie, exprimées en équivalent fuel, a été indiquée plus haut. Il faut cependant tenir compte, comme pour l'avant projet, des différents pouvoirs calorifiques des composés envoyés aux fours. Les coefficients qui seront affectés aux différents combustibles seront:

- 1 pour le fuel lourd (FLBRU).
- 1 pour E1 (E1BRU).
- 1,15 pour BU (BUBRU).
- 1,18 pour PR (PRBRU).
- 1,20 pour GZ (GZBRU).
- 1 pour SP2 (SP2BRU).
- 1 pour DUF et VGO (DUFBRU) et (VGOBRU).

83

Le bilan combustibles s'écrira de la même manière que l'avant projet, soit:

$$\begin{aligned}
 \text{BIBRU} = & \text{FLBRU} + \text{E1BRU} + 1,15\text{BUBRU} + 1,18\text{PRBRU} + 1,2\text{GZBRU} + \\
 & \text{DUFBRU} + \text{VGOBRU} + \text{SP2BRU} - 0,02\text{BR1} - 0,01954\text{BR2} - \\
 & 0,0958\text{R92} - 1,1688\text{R98} - 0,02\text{RE2BIT} - 0,05\text{RE1CH} \quad \rangle, 0
 \end{aligned}$$

Bilan reforming: BIREF.

Il consistera à écrire que, au niveau du reforming, ce qui rentre est égal à ce qui sort et cela pour chacune des 2 sévérités .

$$\begin{aligned}
 \text{BIREF92} &= \text{E2REF92} - 1,1976\text{R92} = 0 \\
 \text{BIREF98} &= \text{E2REF98} - 1,2987\text{R98} = 0
 \end{aligned}$$

Bilan carburant auto : BICA (en volume).

Le CA est constitué par mélange de butane , de E1, de réformat R92 et de réformat R98. Les composants du CA étant exprimés en masse, il faudra faire intervenir leurs densités pour pouvoir exprimer le bilan CA en volume. On obtient, tous calcul fait:

$$\text{BICA} = 1,724\text{BUCA} + 1,48\text{E1CA} + 1,28\text{R92CA} + 1,265\text{R98CA} \rangle \text{ Demande}$$

Bilan en volume du supercarburant: BISU.

Le SU est constitué par les mêmes bases que CA. On obtient:

$$\text{BISU} = 1,724\text{BUSU} + 1,48\text{E1SU} + 1,28\text{R92SU} + 1,265\text{R98SU} \rangle \text{ Demande}$$

Bilan carburacteur : BICB.

Le CB peut être par l'une des deux méthodes F1 et F2 indiquées. Comme pour l'avant projet, on déterminera les % en E1 et E2 en fonction de la quantité de pétrole incorporé dans CB.

Pour 100 tonnes de PTCB:

	F1	F2
E1	28,88	18,05
E2	54,14	139,48
	83,02	157,53

Le bilan CB s'écrira:

$$\text{BICB} = 1,8302\text{PTCBF1} + 2,5753\text{PTCBF2} \rangle \text{ Demande}$$

Bilan gas oil moteur: BIGM.

Le GM est obtenu par mélange de pétrole et de gas oil. Le bilan s'écrira:

$$\text{BIGM} = \text{PTGM} + \text{GOGM} \rangle \text{ Demande.}$$

"Caractéristiques des produits intermédiaires et spécifications des produits finis"

	BU	E1	PT1	PT2	R92	R98	CA	SU	GM	FD	FL	GΦ1	GΦ2	NGO	RE1	RE2
Densité	0,58	0,676	0,815	0,81	0,78	0,79	≤ 0,765	≤ 0,77	0,81 ≤ d ≤ 0,89							
TVR (en bar)	6,5	0,7			0,29	0,33	≤ 0,7	≤ 0,7								
N.O. éthylé	110	85			96	101,5	≥ 91	≥ 98								
Teneur en S (% poids)			0,012	0,35					≤ 0,5		≤ 4	0,20	1,4		0,30	2,34
Pt de congélation (Indice de mélange correspondant)			-40°C	-39°C					≤ -10°C			-13°C	-13°C	4°C		
			(14)						(27,6)			(25,6)	(25,6)	(22,9)		
Viscosité à 20°C (Indice de mélange correspondant)			2,5	2,1					≤ 9,5			6		12		
			(12,55)						(22,27)			(20,43)		24,58		
Viscosité à 50°C (Indice de mélange correspondant)											≤ 360	5		2	320	360
											(36,88)	(19,17)		(11,4)	(36,45)	(26,75)
Inflammabilité (Indice de mélange cor- respondant)			50°C									84°C				
			(11,6)									(4,1)				

Remarque: Les spécifications des produits finis sont indiquées sous formes d'inégalités.
Les indices de mélange sont indiqués entre parenthèses.

Bilan fuel domestique: BIFD.

Le fuel domestique s'obtient par le mélange du gas oil provenant de la distillation atmosphérique et du gas oil provenant de la distillation sous vide. Le bilan s'écrit:

$$BIFD = GOFD + VGOFD \quad \} \quad \text{Demande.}$$

Bilan fuel lourd : BIFL.

Le fuel lourd est obtenu par mélange des résidus de la distillation atmosphérique de BR1 et BR2 ainsi que du gas oil. Il est en outre utilisé comme combustible. Le bilan s'écrit:

$$BIFL = RE1FL + RE2FL + GOFL - FLBRU \quad \} \quad \text{Demande.}$$

Bilan du distillat provenant de l'unité de flash: BIDUF.

Dans l'unité de flash, 50% des produits obtenus à la sortie constituent les distillats utilisés comme fuel ou DUF. Le bilan de ces distillats s'écrit:

$$BIDUF = 0,5RE2BIT - DUFBRU = 0$$

Bilan vacum gas oil : BIVGO.

Le gas oil provenant du complexe des huiles est utilisé comme combustible. Il est en outre incorporé dans le fuel oil domestique. Le bilan s'écrit :

$$BIVGO = 0,143RE1CH - VGOFD - VGOBRU = 0$$

Bilan sous produit 1 du complexe des huiles: BISP1.

Dans le complexe des huiles, une partie de l'extrait aromatique (obtenue par traitement au furfural) ainsi qu'une partie de l'extrait asphalté (obtenu par traitement au propane) sont mélangées et constituent le sous produit 1 qui est utilisé pour la fabrication des bitumes. Le SP1 constitue approximativement 15% de l'alimentation du complexe des huiles. On a:

$$BISP1 = 0,15RE1CH - SP1BIT = 0$$

Bilan sous produit 2 du complexe des huiles: BISP2.

La 2ème partie des sous produits obtenus dans le complexe des huiles est utilisée comme fuel au bruleur. On a:

$$BISP2 = 0,207RE1CH - SP2BRU = 0$$

Bilan bitume : BIBIT.

Le bitume est obtenu à partir de l'unité de flash ainsi que du sous produit 2 du complexe des huiles.

$$\text{BIBIT} = \text{SP1BIT} + 0,5 \text{ RE2BIT} \quad \text{Demande}$$

Contrainte distillation atmosphérique: CTOP.

La capacité de la distillation étant de 3000 000 t /an, la contrainte de distillation s'écrira:

$$\text{CTOP} = \text{BR1} + \text{BR2} \leq 3\ 000\ 000$$

Contrainte reforming : CREF.

La capacité du reforming étant de 300 000 t/an, cette contrainte s'écrira:

$$\text{CREF} = \text{E2REF92} + \text{E2REF98} \leq 300\ 000$$

Contraintes sur les réformats : CR92 et CR98 .

On écrira que les reformats obtenus en haute et basse sévérité sont totalement utilisés pour la fabrication du CAet SU.

$$\text{CR92} = \text{R92} - \text{R92CA} - \text{R92SU} = 0$$

$$\text{CR98} = \text{R98} - \text{R98CA} - \text{R98SU} = 0$$

Contrainte unité de flash : CFLASH.

La capacité de l'unité de flash étant de 200 000 t/an, cette contrainte s'écrira:

$$\text{CFLASH} = \text{RE2BIT} \leq 200\ 000$$

Contrainte complexe des huiles : CCH.

La capacité du complexe des huiles étant de 120 000t/an, la contrainte s'écrira:

$$\text{CCH} = \text{RE1CH} \leq 120\ 000$$

Contraintes carburant auto:1°) Contrainte de densité: CDCA.

La densité maximale spécifiée pour le carburant auto est

de 0,765. Pour formuler cette contrainte, on écrira que la somme des masses des différents constituants du CA, qui est égale à la masse de CA fabriqué, est inférieure au produit $0,765 \times \text{BICA}$ (le bilan CA ayant été effectué en volume).

$$\text{CDCA} = 0,765\text{BICA} - \text{BUCA} - \text{E1CA} - \text{R92CA} - \text{R98CA} \geq 0$$

2°) Tension de vapeur du carburant auto: TVCA.

La tension de vapeur Reid maximale spécifiée pour CA est de 0,7bar. On admet que la tension de vapeur Reid d'un mélange s'obtient en faisant la somme des produits des tensions de vapeur des constituants par leurs concentrations volumétriques. On aura alors, en tenant compte des densités et des tensions de vapeur données dans le tableau (cf tableau).

$$\text{TVCA} = 0,7\text{BICA} - 11,2\text{BUCA} - 1,035\text{E1CA} - 0,372\text{R92CA} - 0,417\text{R98CA} \geq 0$$

3°) Nombre d'octane du carburant auto: NOCA.

Le N.O minimum demandé pour CA est de 91. On aura en raisonnant de la même manière que pour l'avant projet:

$$\text{NOCA} = 1,896\text{BUCA} + 1,256\text{E1CA} + 1,23\text{R92CA} + 1,285\text{R98CA} - 0,91\text{BICA} \geq 0$$

Contraintes du supercarburant:

1°) Contrainte de densité: CDSU.

La densité maximum pour le supercarburant doit être de 0,77. De la même manière que pour le CA, on obtient:

$$\text{CDSU} = 0,77\text{BISU} - \text{BUSU} - \text{E1SU} - \text{R92SU} - \text{R98SU} \geq 0$$

2°) Tension de vapeur du supercarburant: TVSU.

La tension de vapeur maximale du supercarburant doit être de 0,7bar. De la même manière que pour le CA, on obtient;

$$\text{TVSU} = 0,7\text{BISU} - 11,2\text{BUSU} - 1,035\text{E1SU} - 0,372\text{R92SU} - 0,417\text{R98SU} \geq 0$$

3°) Nombre d'octane du super: NOSU.

Le N.O. minimum demandé pour le super est de 98. La contrainte s'écrira (cf avant projet):

$$\text{NOSU} = 1,896\text{BUSU} + 1,256\text{E1SU} + 1,23\text{R92SU} + 1,285\text{R98SU} - 0,98\text{BISU} \geq 0$$

12

Contrainte sur le gas oil:

Le gas oil employé pour la fabrication du FD et du GM est un mélange du gas oil provenant du brut de H. Messaoud et de celui de Kirkuk. Ecrivons que la teneur en soufre du mélange (TSGO) est inférieure à la spécification en soufre permise pour FD et GM, à savoir 0,5% poids.

En raisonnant de la même manière que pour la teneur en soufre du GM dans l'avant projet, on obtient:

$$TSGO = 0,5PGO - 0,0386BR1 - 0,215BR2 \quad \gg \quad 0$$

Contraintes sur le gas oil moteur:

1°) Teneur en soufre et densité:

Du fait que les composants du GM ont une teneur en soufre inférieure ou égale à celle spécifiée pour le GM (cf ci-dessus

le tableau des spécifications donné dans les pages précédentes), la spécification en soufre est donc satisfaite.

Ceci est aussi valable pour la contrainte de densité.

2°) Contrainte de viscosité à 20°C: VGM.

Le GM doit avoir, à la température de 20°C, une viscosité maximale de 9,5Cst. Pour exprimer cette contrainte, on utilisera les indices de mélange pour les viscosités.

On aura alors, en utilisant le tableau des spécifications donné antérieurement:

$$VGM = 2,327BIGM - 1,269PTGM - 2,043GOGM \quad \gg \quad 0$$

3°) Point de congélation du GM: PCGM.

Le point de congélation maximum du GM doit être de -10°C.

Pour formuler cette contrainte, il faut aussi passer par les indices de mélange pour les points de congélation. On obtient compte tenu des données consignées dans le tableau des spécifications:

$$PCGM = 2,76BIGM - 1,4PTGM - 2,56GOGM \quad \gg \quad 0$$

4°) Inflammabilité du GM: IGM.

La température d'inflammabilité du GM doit être supérieure ou égale à 56°C. Pour écrire cette contrainte, on utilisera les indices de mélange pour les inflammabilités. On obtient:

$$IGM = 7,1BIGM - 11,6PTGM - 1,1GOGM \geq 0$$

Contraintes fuel domestique:

Comme pour le GM, les contraintes de densité et de soufre sont vérifiées du fait que les composants du FD ont une teneur en soufre et une densité qui sont dans les normes des spécifications exigées pour FD.

1°) Viscosité du fuel domestique: VFD. (à 20°C)

La viscosité maximale du FD, à la température de 20°C, doit être inférieure ou égale à 9,5Cst. On aura ainsi en utilisant les indices de mélange, comme pour le GM :

$$VFD = 2,327BIFD - 2,043GOFD - 2,458VGOFD \geq 0$$

2°) Point de congélation du FD: PCFD.

Le point de congélation du FD doit être inférieur ou égal à -10°C. La contrainte s'écrira (cf pour le GM):

$$PCFD = 2,76BIFD - 2,56GOFD - 2,29VGOFD \geq 0$$

Contraintes fuel lourd:

1°) Teneur en soufre: TSFL.

Elle doit être inférieure ou égale à 0,4% poids. Comme pour l'avant projet et compte tenu des données (cf tableau), cette contrainte s'écrit:

$$TSFL = 4BIFL - 0,3RE1FL - 2,34RE2FL - 0,5GOFL \geq 0$$

2°) Viscosité à 50°C: VFL.

La viscosité du fuel lourd à 50°C doit être inférieure ou égale à 360Cst. Compte tenu des indices de mélange, on aura, en éliminant FLBRU (dont on ne tient pas compte pour les spécifications puisqu'elle n'est que brûlée) dont on suppose l'indice de mélange identique à la spécification de FL.

$$VFL = 3,688BIFL + 3,688FLBRU - 1,917GOFL - 3,645RE1FL - 3,675RE2FL \geq 0$$

Bilan huile: BIH.

Le rendement pour la fabrication des huiles à partir du brut algérien est approximativement égal à 50% par rapport à l'alimentation. On aura:

$$\text{BIH} = 0,5 \text{ RE1CH} \quad \gg \text{Demande}$$

Fonction économique FRAIS:

Compte tenu des différents coûts opératoires et des différents prix des matières premières, la fonction économique à minimiser s'écrira:

$$\begin{aligned} \text{FRAIS} = & 141,6\text{BR1} + 121,741\text{BR2} + 2,5\text{RE2BIT} + 170\text{BIH} \\ & + 14,3712\text{R92} + 20,7792\text{R98} \end{aligned}$$

Ici aussi, comme pour l'avant projet, on a calculé, pour ce qui est du reforming, les frais de traitement par rapport aux reformats R92 et R98.

Les résultats obtenus, après traitement sur ordinateur, sont consignés dans les tableaux donnés plus loin. Ces résultats sont donnés en tonnes, à l'exception des tensions de vapeur, des teneurs en soufre, des points de congélation, des inflammabilités et des points de congélation.

2ème partie: Cas où l'on importe du résidu irakien:

Dans ce cas on traite uniquement du brut algérien et on importe du résidu irakien pour fabriquer des bitumes.

La mise en équation est pratiquement la même que celle effectuée précédemment à l'exception de quelques légères modifications comme par exemple la suppression des termes en BR2 ainsi que de la désulfuration de E2.

On se bornera donc à signaler ce qu'il faut enlever ou éventuellement ajouter dans la mise en équation précédente pour obtenir la mise en équation de ce deuxième cas.

BIPR : enlever le terme en BR2.

BIBU : " "

BIE1 : " "

BIE2 : " "

PPT : " "

PGO : " "

BIRE2; Le bilan RE2 s'écrit:

$$\text{BIRE2} = \text{RE2IMP} - \text{RE2BIT} = 0$$

BIBRU: enlever le terme en BR2.

BIFL : enlever le termes RE2FL.

CTOP : enlever le terme en BR2.

TSGO : enlever le terme en BR2.

VGM : La viscosité du GM s'écrit:

$$\text{VGM} = 2,32\text{BIGM} - 1,355\text{PTGM} - 2,043\text{GOGM} \quad \rightarrow \quad 0$$

TSFL : La contrainte de soufre pour le fuel lourd s'écrit:

$$\text{TSFL} = 4\text{BIFL} - 0,3\text{RE1FL} - 0,2\text{GOFL} \quad \rightarrow \quad 0$$

VFL : enlever le terme en RE2FL

Fonction économique FRAIS:

Dans le cas où l'on ne traite que du brut algérien, il n'est pas nécessaire d'effectuer une désulfuration pour la charge du platforming. Compte tenu des données sur les coûts de traitement et sur les prix des matières premières donnés antérieurement, la fonction économique à minimiser s'écrira:

$$\text{FRAIS} = 141,6\text{BR1} + 82,5\text{RE2IMP} + 14,3712\text{R92} + 20,7792\text{R98} \\ + 170\text{BIH}$$

Les résultats obtenus après traitement sur ordinateur sont consignés sur les tableaux donnés dans les pages qui suivent.

Tableau des résultats obtenus par traitement sur ordinateur dans le cas où l'on importe du brut irakien.

20

Nom de la variable	SOLUTIONS OBTENUES			
	Année 1	Année 2	Année 3	Année 4
FRAIS	328 552 904	391 963 880	423 760 994	433 023 924
BR1	2 036 660	2 456 717	2 666 746	2 716 893
BIGZ	0	0	0	0
R32	7 683	38 249	36 405	0
R98	130 599	120 541	131 767	171 951
GZBRU	14 492	15 632	16 777	18 570
BIPR	26 639	30 539	32 920	34 706
BR2	221 105	251 256	266 331	281 407
PRBRU	0	0	0	0
BIBU	55 000	60 060	65 000	70 000
BUCA	58	3 896	4 096	4 295
BUSU	2 669	3 774	4 005	1 566
BUBRU	0	0	0	0
BIE1	0	0	0	0
E1CA	121 498	136 147	143 106	150 066
E1SU	13 131	7 995	10 101	20 457
PTCBF1	336 304	390 792	418 330	465 444
PTCBF2	23 813	36 184	42 076	33 400
E1BRU	0	19 937	25 564	2 810
B1E2	0	0	0	0
E2REF92	9 201	45 807	43 599	0
E2REF98	169 609	156 547	171 126	223 313
PPT	505 832	606 977	657 549	671 987
B1ET	0	0	0	0
PTGM	145 714	180 000	197 142	173 142
PGO	427 125	512 840	555 697	567 697
BIG0	0	0	0	0
G0GM	109 285	135 000	147 857	129 857
G0FD	317 840	377 840	407 840	437 840
E1CB	101 422,84	119 391,94	128 408,42	140 448,93
E2CB	315 289,36	262 044,23	285 171,47	298 577,70
G0FL	0	0	0	0
BIRE1	0	0	0	0
RE1CH	120 000	119 999	120 000	120 000
RE1FL	387 128	491 722	544 019	556 506
BIRE2	0	0	0	0
RE2BIT	88 000	100 000	106 000	112 000
RE2FL	0	0	0	0
FLBRU	119 964	93 061	100 617	163 118
BI BRU	0	0	0	0
DUFBRU	43 999	50 000	53 000	56 000
VGO BRU	0	0	0	0
SP2BRU	24 840	24 839	24 840	24 840
BI REF 92	0	0	0	0
BIREF 98	0	0	0	0
BICA (en colonne)	284 000	313 000	329 000	345 000

Tableau des résultats obtenus par traitement sur ordinateur
dans le cas où l'on importe du brut irakien

21

Nom de la variable	SOLUTIONS OBTENUES							
	Année 1		Année 2		Année 3		Année 4	
R92CA		0		0		0		0
R9BCA	82	277	82	833	87	067	91	301
BISU	95	000	115	000	125	000	135	000
R92SU	7	683	38	249	36	405		0
R9BSU	48	322	37	708	44	699	80	650
BICB	683	559	816	230	882	352	947	181
BZGM	255	000	315	000	345	000	303	000
BIFD	335	000	395	000	425	000	455	000
VGOFD	17	160	17	159	17	160	17	160
BIFL	267	164	398	661	443	401	393	367
BIDDF		0		0		0		0
BIVGO		0		0		0		0
BIM	60	000	59	999	59	999	60	000
BISPI		0		0		0		0
SP1BIT	18	000	17	999	18	000	18	000
BISPI2		0		0		0		0
BIBZT	62	000	68	000	71	000	74	000
CTOP	2	257 765	2	707 974	2	933 078	2	998 300
CREP	178	811	202	354	214	725	223	313
CFLASH	88	000	100	000	106	000	112	000
CCH	120	000	120	000	120	000	120	000
CDCA	13	425	16	567	17	414	18	261
TVCA	38	079		0		0		0
HOCA		0		0		0		0
CDSU	1	342		822	1	037	1	275
TVSU		0		0		0	22	150
HOSU		0		0		0		0
TSQO	87	277	107	419	117	494	118	305
IGM		0		0		0		0
VGM	183	417	226	574	248	153	217	943
PCGM	220	028	271	800	297	685	261	445
VFD	88	018	105	058	113	578	122	098
PCFD	71	633	83	633	89	633	95	633
TSFL	952	518	1	447 130	1	610 401	1	406 599
VFL	16	646	21	144	23	392	23	929
CR92		0		0		0		0
CR98		0		0		0		0

Tableau des résultats obtenus par traitement sur ordinateur dans le cas où l'on importe le résidu lakien.

22

Nom de la variable	- SOLUTIONS OBTENUES -											
	Année 1			Année 2			Année 3			Année 4		
FRAIS	333	632	709	397	745	298	429	889	297	447	625	921
BR1	2	213	086	2	657	202	2	879	259	2	999	170
BIGZ			0			0			0			0
R92			0	72	740		72	966				0
R98		134	733	95	774		105	513		168	596	
QZBRU		14	635	15	408		16	540		18	543	
BIPR		27	563	31	538		33	979		36	100	
PRBRU			0			0		0				0
BIBU		55	000	60	000		65	000		70	000	
BUCA			734	5	260		5	463		3	911	
BUSU		2	525	3	057		3	323		3	589	
BUBRU			0			0						0
BI E1			0			0						0
EICA		121	834	116	293		123	191		149	841	
E1SU		15	228	18	434		20	037		21	640	
PTCBF1		325	907	385	613		412	840		444	727	
PTCBF2		28	535	34	914		40	729		45	085	
E1BRU			404	31	925		38	271		12	853	
BIE2			0			0						0
E2REF92			0	87	114		87	385				0
E2REF98		174	977	124	381		137	030		218	956	
PPT		500	157	600	527		650	712		677	812	
BIPT			0			0						0
PTGM		145	714	180	000		197	142		188	000	
PGO		427	125	512	840		555	697		578	840	
BIGO			0			0						0
GOGM		109	285	135	000		147	857		141	000	
GOFD		317	840	377	840		407	840		437	840	
GDFL			0			0						0
BIRE1			0			0						0
RE1CH		120	000	120	000		120	000		120	000	
RE1FL		437	058	511	643		596	935		626	693	
RE2ZMP		88	000	100	000		106	000		112	000	
BIRE2			0			0						0
RE2BIT		88	000	100	000		106	000		112	000	
FLBRU		122	690	54	798		60	059		149	333	
BIBRU			0			0						0
BUBRU		44	000	50	000		53	000		56	000	
VGOBRU			0			0						0
SP2BRU		24	839	24	839		24	839		24	839	
BIREF92			0			0						0
BIREF98			0			0						0
BICA (en volume)		284	000	313	000		329	000		345	000	
R92CA			0	72	740		72	966				0
R9BCA		80	893	30	599		34	671		92	087	
BTSU (en volume)		95	000	115	000		125	000		135	000	

Tableau des résultats obtenus par traitement sur ordinateur dans le cas où l'on importe le résidu irakien

Nom de la variable	- SOLUTIONS OBTENUES -							
	Année 1		Année 2		Année 3		Année 4	
R92SU		0		0		0		0
R98SU	53	839	65	174	70	841	76	509
BICB	676	482	803	376	868	727	938	942
BIGM	255	000	315	000	345	000	329	000
BIFD	335	000	395	000	425	000	455	000
VGOFD	17	159	17	159	17	159	17	159
BZFL	308	368	486	845	536	876	477	460
BIDUF		0		0		0		0
BIVGO		0		0		0		0
BLH	60	000	60	000	60	000	60	000
BISP1		0		0		0		0
SP1BIT	17	999	17	999	17	999	17	999
BISP2		0		0		0		0
BIBIT	62	000	68	000	71	000	74	000
E1CB	99	272,51	117	667,81	126	579,78	136	578
E2CB	216	246,68	257	468,93	280	320,39	303	659,71
CTOP	2	213 086	2	657 202	2	879 259	2	999 170
CREP	174	977	211	496	224	415	218	956
CFLASH	88	000	100	000	106	000	112	000
CCH	120	000	120	000	120	000	120	000
CDCA	13	737	14	550	15	391	18	084
TVCA	30	676		0		0	4	203
NOCA		0		0		0		0
CDSU	1	555	1	883	2	047	2	210
TVSU		0		0		0		0
NOSU		0		0		0		0
TSGO	128	137	153	852	166	709	173	652
IGM		0		0		0		0
VGM	170	886	211	095	231	199	220	477
PCGM	220	028	271	800	297	685	283	880
VFD	88	018	105	058	113	578	122	098
PCFD	71	633	83	633	89	633	95	633
TSFL	1 104	155	1 784	887	1 968	425	1 721	804
VFL	18	535	23	290	25	668	26	952
CR92		0		0		0		0
CR98		0		0		0		0

C O N C L U S I O N

La production algérienne de pétrole brut augmente de plus en plus et atteint aujourd'hui 50M.T/an environ.

Le brut algérien, compte tenu de ses qualités, est considéré aujourd'hui comme l'un des meilleurs du monde. Le pourcentage de distillats qu'il donne est de l'ordre de 80%. Sa teneur en soufre est très faible (0,1%) en comparaison de celle des bruts du Moyen Orient, principal producteur mondial, dont la teneur en soufre varie entre 1,5 et 2% en poids. Il faut aussi signaler que le point d'écoulement du brut algérien est ^{très} bas (-30°C).

Cependant, le pétrole algérien contient très peu d'asphaltes (0,1%). Cette propriété, très demandée quand il s'agit de produire des huiles lubrifiantes, est un handicap lorsqu'il s'agit de produire des bitumes. surtout si l'on tient compte des demandes en bitumes du marché algérien qui ne cessent d'augmenter (de 60000 t/an à 100 000 t/an à la fin du 2ème plan quadriennal). C'est pour combler cette lacune que les 2 solutions ont été envisagées.

La comparaison, année par année, des résultats obtenus montrent que la fonction économique FRAIS est légèrement plus faible dans le cas où l'on importe du brut irakien. Ceci est dû au fait que le brut algérien, vu ses qualités, coûte plus cher que celui d'Irak (respectivement 140DA et 120DA/tonne).

Il faut cependant signaler que:

1/- le fait de traiter du brut irakien pose le problème de la désulfuration, problème inexistant dans le cas où l'on traite du brut algérien.

2/- compte tenu des spécifications sur les produits finis; on est limité dans l'utilisation du brut irakien et, par voie de conséquence, dans la production des bitumes. Si donc, à un moment donné, la demande en

bitumes venait à augmenter brusquement, il est difficile d'y faire face.

3°/-la nécessité de valoriser au maximum et avant tout la matière 1ère nationale plaide en faveur de la 2ème solution, à savoir l'importation du résidu d'Irak.

De ce qui précède , on peut dire que la meilleure solution pour l'Algérie est d'importer le résidu pour produire les bitumes (c'est ce qui se fait actuellement à Arzew).

En plus de cela, et comme le montrent les résultats obtenus, l'utilisation de la programmation linéaire permet d'obtenir les quantités des différentes bases à mélanger en vue d'obtenir les quantités de produits finis susceptibles de satisfaire la demande locale. C'est ce qui fait de la programmation linéaire un outil **fondamental** très utilisé dans le raffinage.

B I B L I O G R A P H I E
=====

H. MAURIN Programmation linéaire appliquée.

P. WUTHIER Raffinage et génie chimique.

J. WEISMANN Carburants et combustibles pour
moteurs à combustion interne.

-Brochure IBM 1130 LP. MOSS

-Polycope sur l'optimisation (Institut polytechnique
de Nancy)

-Les méthodes de calcul sur ordinateurs appliquées
au raffinage et à la pétrochimie. (Technip)

-Brochure donnant les spécifications françaises con-
cernant les produits raffinés.

-Polycope sur le raffinage et la pétrochimie de M. BORHAM

-

