

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche
Ecole Nationale Polytechnique



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique

Département d'Electrotechnique

Mémoire de master
Pour l'obtention du Diplôme de Master en Electrotechnique

Thème

**Modélisation des courants de circulation
lors de la mise en parallèle des onduleurs**

Etudié par :

- KAHLERAS Salah eddin

Proposé et dirigé par :

- Mr: T. ZEBBADJI

Remerciements

On tient à exprimer vivement mon profonde gratitude à Monsieur T.ZEBBADJI, enseignant au département génie électrique de l'école nationale polytechnique pour avoir proposé et encadré ce travail.

J'adresse mes vifs remerciements aux membres du jury pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant d'examiner ce travail.

Egalement je présente mon profonde reconnaissance à tous les enseignants de l'ENP qui ont contribué à notre formation.

Résumé

De nombreux équipements d'électronique de forte puissance utilisent des associations série ou parallèle de semi-conducteurs ou de convertisseurs. A cet effet la mise en parallèle des onduleurs est souvent utilisée afin d'atteindre des niveaux de puissances au delà de la capacité de la plus grande puissance que peut fournir une structure singulière. Cependant, le partage du courant de sortie le long des onduleurs connectés en parallèle pose différentes contraintes techniques et engendre un courant de circulation qui nuit énormément au bon fonctionnement du système global.

Dans cette perspective, nous avons intérêt à transformer le système original en un système continu qui représente macroscopiquement au mieux les comportements dynamiques et statiques du circuit.

Mots clés : mise en parallèle des onduleurs, contraintes techniques, courant de circulation.

ملخص

العديد من الأجهزة الإلكترونية عالية الطاقة تستعمل الربط على التسلسل أو التوازي لشبه النواقل أو المحولات. لهذا الغرض، الربط على التوازي للموجات غالبا ما يستعمل للوصول إلى أعلى مستويات الاستطاعة فوق السعة التي تفرزها وحدة من هذه الموجات بمفردها. إلا أن تقاسم تيار المخرج ما بين الموجات المربوطة على التوازي يشكل قيود تقنية مختلفة و يولد تيار متدفق الذي يضر بشكل كبير عملية السير الحسن للنظام العام. في هذا المنظور، نحن مهتمون بتحويل النظام الأصلي إلى نظام مستمر الذي يمثل من الأفضل ظاهريا السلوك الديناميكي و الساكن

الكلمات المفتاحية: الربط على التوازي للموجات، قيود تقنية، التيار المتدفق

Abstract

Many high power electronics devices use the series or paralleled connection of semi- conductors devices or converter. As a matter of fact, parallel connection of inverters is often used to meet higher demand of power and current that a single inverter cannot handle. However, the sharing of output current among the parallel connected inverters generates a circulating current which is harmful to the proper operation of the overall system.

In this perspective, we are interest in transforming the original system into a continuous system in which the steady state and dynamic behavior of the circuit can be analyzed.

Key words: parallel inverters, technical constraints, circulating current.

Tables des matières

Introduction Générale	3
I Modélisations moyen de la mise en parallèle des onduleurs	5
I.1 Architecture parallèle	6
I.2 Modélisation à topologie variable :	8
I.2.1 La structure à topologie variable des systèmes de l'électronique de puissance:	8
I.2.2 Caractérisation des convertisseurs	8
I.2.3 Hypothèses de modélisation	9
I.2.4 Le Modèle exacte	9
I.3 Intérêt des modèles moyens	10
I.4 Le modèle moyen de la mise en parallèle des onduleurs	10
I.4.1 Le model moyen de la cellule élémentaire de commutation.....	10
I.4.2 Le modèle moyen des onduleurs mis en parallèle	12
a)Le modèle moyen dans le repère stationnaire	12
b) Le modèle moyen dans le repère rotationnel.....	15
I.4.3 Le modèle moyen des onduleurs mis en parallèle pour une charge RC	16
II Le modèle moyen "petit signal"	17
II.1 Elaboration du modèle moyen petit signal	17
II.2 Modèle "petit signal" des onduleurs mis en parallèle.....	19
II.3 Etude des fonctions de transfert en boucle ouverte	20
II.4 Interprétation	26
III Conclusion	27
Bibliographie.....	29
Annexe.....	30

Liste des figures

Figure 1.1 Circuit de l'onduleur de tension triphasé	7
Figure 1.2 représentation de l'interrupteur réversible en courant.	7
Figure. 1.3. Schéma du circuit de la mise en parallèle directe de deux onduleurs de tension.....	8
Figure1.4 model de l'interrupteur parfait	9
Figure. 1.6. Schéma de la cellule élémentaire de commutation	11
Fig. 1.7 Modèle moyen d'une cellule élémentaire de commutation.....	12
Fig.1.8.schéma du modèle moyen d'un onduleur de tension.	13
Figure.1.9.Courant de circulation pour le cas de deux onduleurs mis en parallèle.	14
Figure.1.10 le modèle moyen d'un onduleur dans les coordonnées rotationnelles.....	16
Figure.1.11. Le modèle moyen de deux onduleurs mis en parallèle dans les coordonnées rotationnelles	17
Figure.1.12.Circuit de la mise de deux onduleurs en parallèle pour une charge R//C.	18
Figure 1.13. Le modèle moyen de deux onduleurs mis en parallèles dans le repère tournant.	19
Figure .2.1. Model "petit signal" de deux onduleurs mis en parallèles pour une charge RC	21
Figure 2.2 Les fonctions de transfert des courants \tilde{i}_d et \tilde{i}_{d1} par rapport (a) à \tilde{d}_d et \tilde{d}_{d1} (b) à \tilde{d}_q et \tilde{d}_{q1}	22
Figure 2.3 Les fonctions de transfert des courants \tilde{i}_q et \tilde{i}_{q1} par rapport (a) à \tilde{d}_d et \tilde{d}_{d1} (b) à \tilde{d}_q et \tilde{d}_{q1}	23
Figure2.4 Les fonctions de transfert du courant \tilde{i}_z par rapport (a) à \tilde{d}_{d1} (b) à \tilde{d}_{q1}	24
Figure2.5. la fonction de transfère du courant \tilde{i}_z par rapport à $\Delta\tilde{d}_z$	25
Figure2.6 Les fonctions de transfert du courants \tilde{i}_{d2} par rapport (a) à \tilde{d}_{d1} (b) à \tilde{d}_{q1} ..	26

Liste des figures

Introduction

L'augmentation des applications de l'électronique de puissance dans les différents secteurs (industriel, commercial, militaire, aérospatiale, et zones résidentielles) a engendré un grand développement dans la technologie d'électronique de puissance.

Généralement les critères principaux pour l'utilisateur final sont :

- augmentation des performances dynamiques.
- haute fiabilité.
- augmentation du rendement.
- réduction des perturbations.
- Réduction du cout.

La mise en parallèle des onduleurs est souvent utilisée pour atteindre des niveaux de puissances au delà de la capacité de la plus grande puissance que peut fournir une structure classique. Dans les applications de forte puissance, nous devons utiliser des structures permettant d'une part d'obtenir un fort courant de sortie, et d'autre part être en mesure de le contrôler selon l'application désirée [1; 2].

Le fonctionnement des onduleurs parallèles selon une configuration modulaire, donne beaucoup d'avantages [3-5]. De ce fait, les systèmes parallèles sont devenus une solution souhaitable mais la conversion de puissance alternative nécessite une étude approfondie est ce à cause des interactions qui peuvent créer des courants de circulation [4]. Ces courants de circulation nuisent énormément au bon fonctionnement des onduleurs mis en parallèle. Par conséquent, une compréhension approfondie de la notion de courant de circulation s'impose

De ce fait, une étude approfondie du comportement global du circuit est envisagée. Le passage par la modélisation s'avère plus que nécessaire pour prédire d'une manière rapide et méthodique le fonctionnement en régime permanent et dynamique. Plusieurs techniques de modélisation peuvent-être alors utilisées. La modélisation utilisée dans notre travail portera sur la modélisation par la moyenne dans l'espace d'état qui offre une bonne alternative pour modéliser macroscopiquement et fonctionnellement les convertisseurs statiques [6]. Le but alors, est de trouver un modèle moyen du circuit global du convertisseur. En effet, les modèles moyens prennent en compte les dynamiques macroscopiques et permettent de s'affranchir des éléments relatifs aux commutations. Ceci permet donc d'ignorer les contraintes liées à la simulation des instants de commutation et de ne conserver que les

Introduction générale

dynamiques macroscopiques de fonctionnement des convertisseurs statiques ainsi que l'étude de commande (fonctions de transfert) [6] .

Ce travail introduit la notion de modèle à topologie variable ainsi que le modèle exacte qui sera le point de départ de la technique de la modélisation moyenne dans l'espace d'état. Cette technique de modélisation nous permet de trouver un model mathématique pour l'ensemble des onduleurs reliés en parallèle et par la suite, de trouver un schéma équivalent moyen représentant le fonctionnement de la mise en parallèle directe d'onduleurs triphasés. Puis nous avons intérêt a la modélisation "petit signal" et ce pour l'étude des interactions qui apparaissent lors de la mise en parallèle direct des onduleurs.

I Modélisations moyen de la mise en parallèle des onduleurs

Plusieurs auteurs se sont intéressés à la modélisation moyenne [7-9] qui offre une bonne alternative pour modéliser macroscopiquement et fonctionnellement les convertisseurs statiques. En effet, les modèles moyens prennent en compte les dynamiques macroscopiques et permettent de s'affranchir des éléments relatifs aux commutations.

I.1 Architecture parallèle

L'onduleur de tension triphasé (VSI) à deux niveaux est composé de trois bras. Chaque bras possède deux Interrupteurs bidirectionnels qui fonctionnent de manière complémentaire et ce pour éviter soit le court circuit de la source de tension continue soit l'ouverture de la charge de l'onduleur considérée comme une source de courant (Fig.1.1). L'interrupteur bidirectionnel peut être réalisé par un transistor de puissance en antiparallèle avec une diode de puissance.

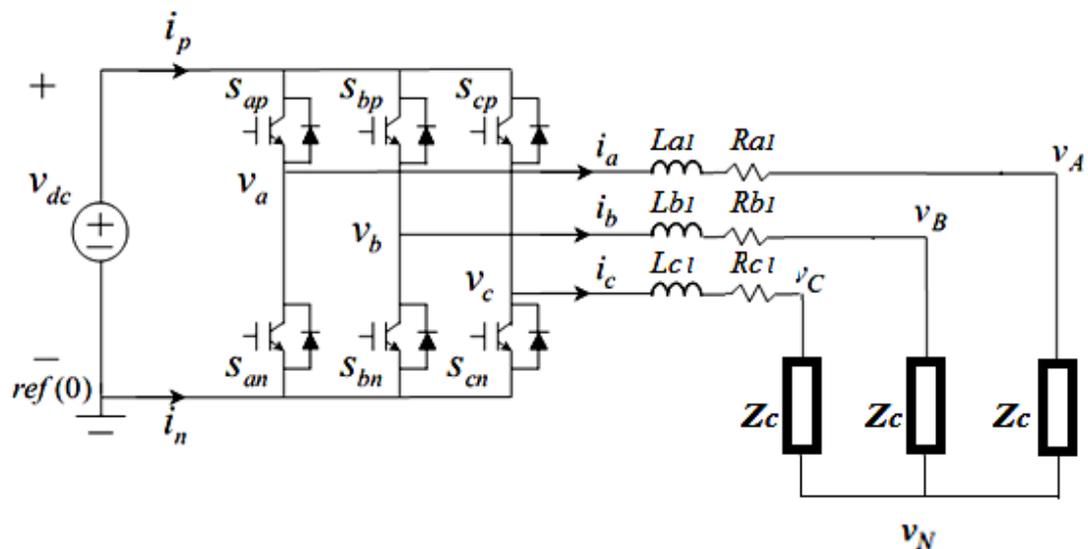


Figure 1.1 Circuit de l'onduleur de tension triphasé

Le VSI représenté par la figure 1.1 est considéré comme un convertisseur réversible en courant. La représentation symbolique de la tension et des états de fonctionnement actuels de ces interrupteurs sont représentés dans la figure 1.2. La figure 1.3 représente le circuit de la mise en parallèles direct de deux onduleurs de tension triphasée.



Figure 1.2 représentation de l'interrupteur réversible en courant.

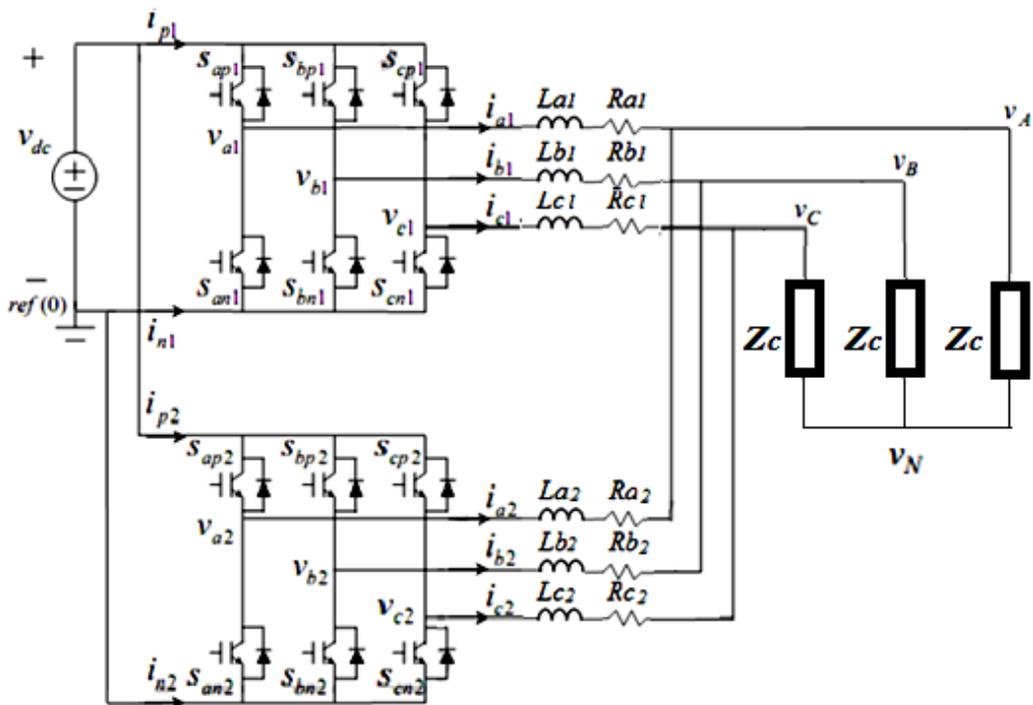


Figure. 1.3. Schéma du circuit de la mise en parallèle directe de deux onduleurs de tension.

Dans notre cas d'étude, et pour des raisons de simplification, une connexion en étoile avec une tension neutre V_N est utilisée pour le côté alternatif. Cette connexion en étoile peut toujours être convertie en une connexion réelle triangle à l'aide des théorèmes de Norton ou Thévenin.

I.2 Modélisation à topologie variable :

I.2.1 La structure à topologie variable des systèmes de l'électronique de puissance:

Du fait du jeu des interrupteurs, un convertisseur d'électronique de puissance change plusieurs fois de configurations dans une période de commutation ; ce qui rend le système à topologie variable. Le système a topologie variable ainsi obtenu est régit par des équations différentielles d'ordre égal au nombre de variables d'état du système.

I.2.2 Caractérisation des convertisseurs

Les convertisseurs de l'électronique de puissance sont caractérisés par :

- Le type de la conversion (Continu-Continu, Continu-Alternatif...).
- Le type de la commande (MLI, pleine onde, hystérésis...).
- Le régime de fonctionnement (commutation naturelle, commutation forcée, conduction continue/conduction discontinue...).

I.2.3 Hypothèses de modélisation

Dans la plupart des cas d'étude, des hypothèses simplificatrices sont largement admises afin de ne pas compliquer la mise en œuvre et l'utilisation des modèles. Toutefois, il est possible, pour des cas particuliers d'étude, de revenir sur ces hypothèses en ajoutant des équations supplémentaires nécessaires à la précision souhaitée. Dans notre étude nous admettrons les hypothèses suivantes:

- Les semi conducteurs parfaits : résistance nulle à l'état passant et infinie à l'état bloqué (figure1.4).

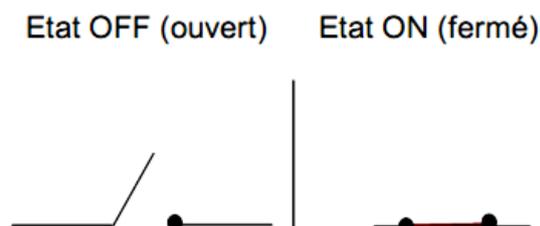


Figure1.4 model de l'interrupteur parfait

- Les sources parfaites : Une source de tension (respectivement de courant) parfaite n'est pas influencée par le courant qui la traverse (respectivement la tension à ses bornes).
- Les éléments passifs de la structure du convertisseur sont invariants et linéaires.

I.2.4 Le Modèle exacte

Le modèle exacte est décrit sous la forme d'équations différentielles à entrée discontinue et périodique. C'est un cas particulier de système à structure variable qui fait apparaître plusieurs topologies ou configurations. Pour chacune d'elles, il faut écrire une équation différentielle ordinaire, dont les variables d'état sont les courants dans les inductances et/ou les tensions aux bornes des condensateurs ou des combinaisons linéaires de ces courants et/ou tensions.[10,11]

I.3 Intérêt des modèles moyens

Dans beaucoup d'usages, nous avons intérêt à transformer le système original en un système continu qui représente macroscopiquement au mieux les comportements dynamiques et statiques du circuit. A cet effet, le comportement moyen est tout à fait adapté. Le modèle dit « moyen » associé au circuit d'étude trouve un vaste champ d'applications que ce soit en commande, en simulation ou encore en analyse des modes de fonctionnement [7-9].

Le modèle moyen permet de répondre à trois exigences essentielles:

- une simplicité de mise en œuvre et d'utilisation ;
- une précision suffisante dans son domaine de validité ;
- la possibilité d'utilisation en boucle fermée : éventuelle possibilité d'obtenir les différentes fonctions de transfert. Il offre également le meilleur compromis entre le temps de simulation et la précision.

I.4 Le modèle moyen de la mise en parallèle des onduleurs

I.4.1 Le modèle moyen de la cellule élémentaire de commutation

Chaque interrupteur K peut être décrit par une fonction de commutation « s ».

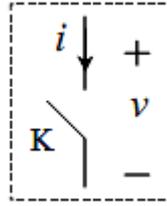


Figure. 1.5. Schéma du l'interrupteur K

Lorsque l'interrupteur K est ouvert le courant i est nul, et lorsqu'il est fermé la tension V est nulle.

Par conséquent, une fonction de commutation « S » peut être définie de la manière suivante:

$$S = \begin{cases} 1 & \text{si K est fermé,} \\ 0 & \text{si K est ouvert.} \end{cases} \quad (1.1)$$

Dans les onduleurs à base de courant bidirectionnels, une cellule élémentaire de commutation peut être représentée par le circuit de la figure 1.6.

La cellule élémentaire de commutation est composée de deux interrupteurs, et présente une source de tension d'un côté et une source de courant de l'autre coté. Ces caractéristiques font de la cellule élémentaire une fonction de commutation.

Les états des deux interrupteurs sont complémentaires du fait des règles fondamentales sur les interconnexions des sources [3 ;4].

De ce fait, pour éviter le court circuit de la source de tension et l'ouverture de la source de courant, un des deux interrupteurs $K_{\phi p}$ ou $K_{\phi n}$ doit être fermé à tout moment. Sur la base de la fonction de commutation définie en (1.1), cette complémentarité peut être décrite comme suite:

$$S_{\phi p} + S_{\phi n} = 1 \quad (1.2)$$

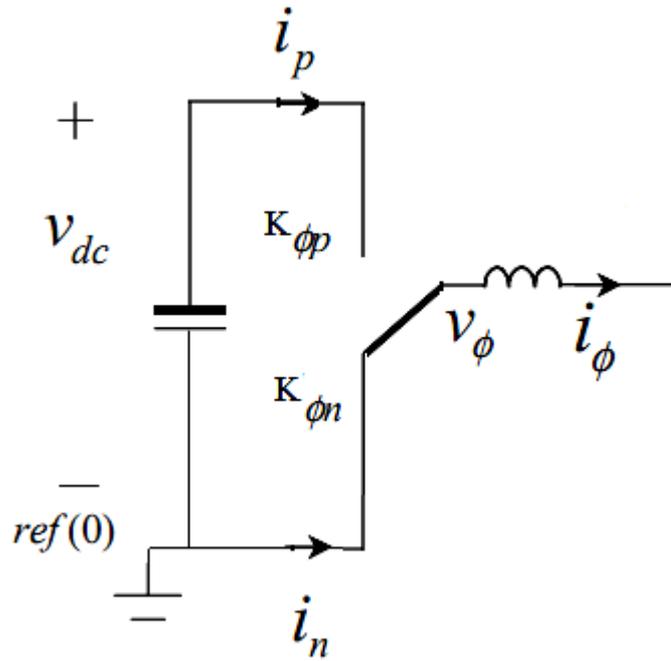


Figure. 1.6. Schéma de la cellule élémentaire de commutation

En supposant que le courant I_ϕ et la tension V_{dc} sont continues avec de petites ondulations, on peut écrire les relations suivantes:

$$V_\phi = d_\phi \cdot V_{dc} \quad (1.3)$$

$$I_p = d_\phi \cdot I_\phi \quad (1.4)$$

Où d_ϕ est défini comme étant le rapport cyclique de fermeture de l'interrupteur supérieur. Le modèle de la cellule élémentaire de commutation est représenté par la figure 1.7.

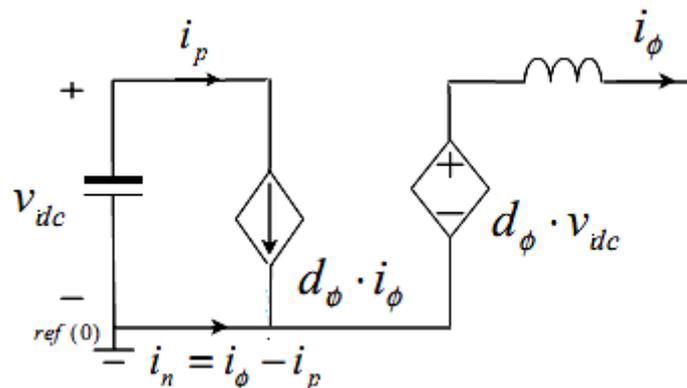


Figure. 1.7 Modèle moyen d'une cellule élémentaire de commutation

1.4.2 Le modèle moyen des onduleurs mis en parallèle

a) Le modèle moyen dans le repère stationnaire

Après l'obtention du model moyen de la cellule élémentaire de commutation, le model moyen d'un onduleur triphasé peut être constitué de trois cellules élémentaires relié au reste du circuit de l'onduleur comme le montre la figure (1.8).

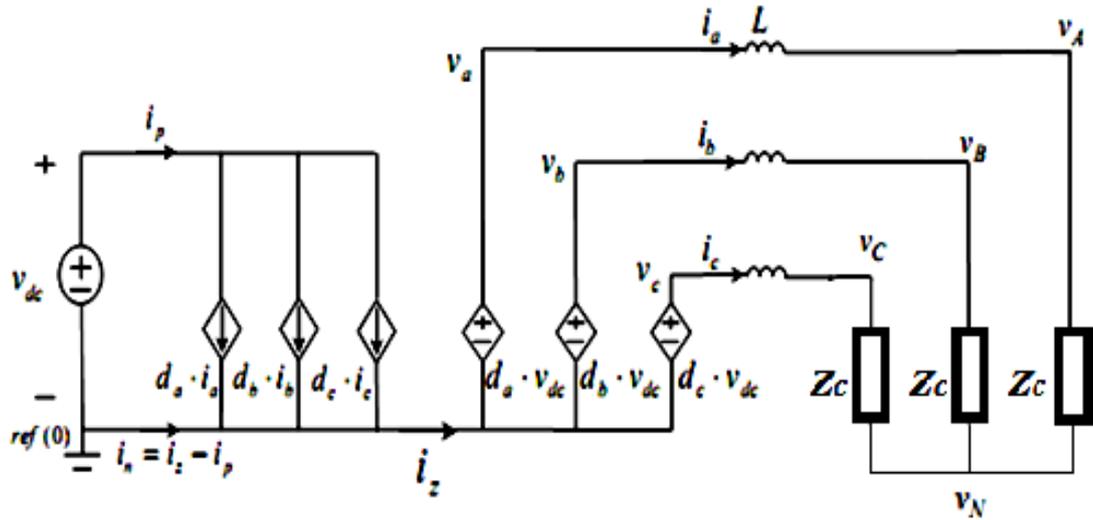


Figure.1.8.schéma du modèle moyen d'un onduleur de tension.

Où :

$$i_p = d_a \cdot i_a + d_b \cdot i_b + d_c \cdot i_c \quad (1.5)$$

$$i_n + i_p = i_a + i_b + i_c = i_z \quad (1.6)$$

L'utilisation du model moyen de la figure 1.8, nous permet la représentation dans l'espace d'état du fonctionnement de l'onduleur:

$$\begin{bmatrix} L_a & 0 & 0 \\ 0 & L_b & 0 \\ 0 & 0 & L_c \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_a \\ d_b \\ d_c \end{bmatrix} V_{dc} - \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 \\ 0 & R_b & 0 \\ 0 & 0 & R_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{AN} \\ V_{BN} \\ V_{CN} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_N \\ V_N \\ V_N \end{bmatrix}, \quad (1.7)$$

De la figure 1.8 on peut remarquer que pour une architecture simple, le courant homopolaire décrit par (1.5) est nul. Cependant, pour une architecture parallèle, un

chemin de courant de circulation peut prendre naissance comme le montre bien la figure (1.9).

La définition mathématique du courant de circulation [35-37] est donnée par:

$$i_{z,j} = \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq j}}^n \frac{i_{k,j} - i_{k,m}}{n} \quad (1.8)$$

Ou $i_{k,j}$ représente le courant de la phase k de l'onduleur j, n étant le nombre d'onduleurs mis en parallèle.

Dans le cas de la mise en parallèle de deux onduleurs, on pourra alors définir les courants de circulation i_{z1} et i_{z2} de la manière suivante :

$$i_z = \frac{(i_{a1} - i_{a2}) + (i_{b1} - i_{b2}) + (i_{c1} - i_{c2})}{2} = i_{z1} = -i_{z2} \quad (1.9)$$

On peut remarquer que ce courant de circulation pour le cas de « n » onduleurs identiques, reliés par le biais de lignes parfaitement identiques a une charge donnée et gérés par les mêmes signaux de commande est nul.

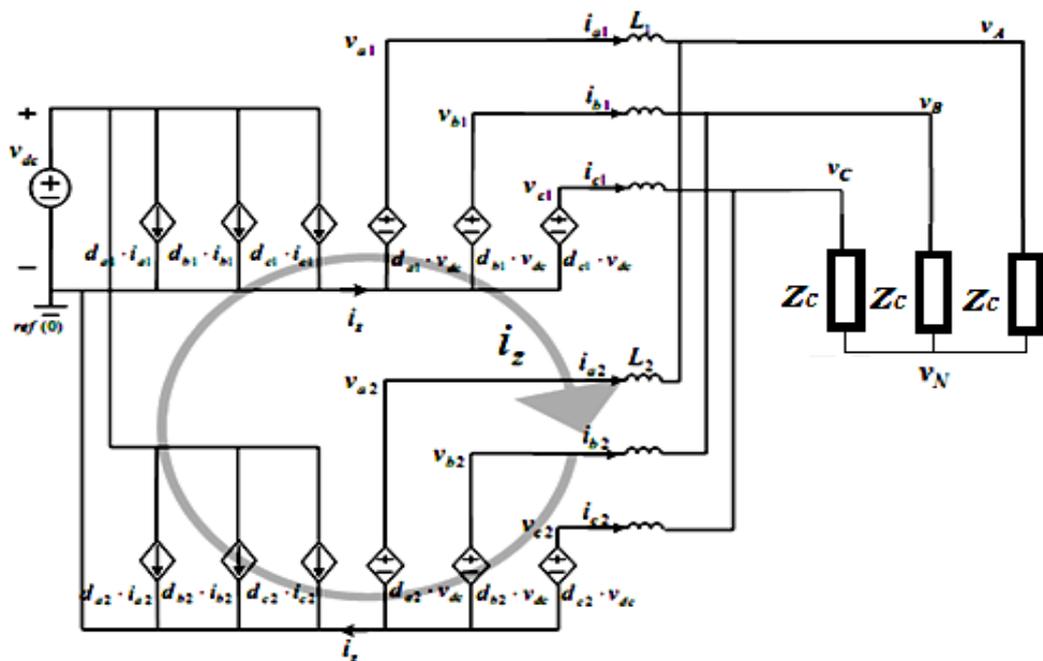


Figure.1.9.Courant de circulation pour le cas de deux onduleurs mis en parallèle.

De la figure 1.9, on pourra écrire les systèmes d'équations différentielles de deux onduleurs mis en parallèle avec des paramètres de lignes différentes comme suit:

$$\begin{bmatrix} L_{a1} & 0 & 0 \\ 0 & L_{b1} & 0 \\ 0 & 0 & L_{c1} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{a1} \\ i_{b1} \\ i_{c1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{a1} \\ d_{b1} \\ d_{c1} \end{bmatrix} V_{dc} - \begin{bmatrix} R_{a1} & 0 & 0 \\ 0 & R_{b1} & 0 \\ 0 & 0 & R_{c1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{a1} \\ i_{b1} \\ i_{c1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{AN} \\ V_{BN} \\ V_{CN} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_N \\ V_N \\ V_N \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

$$\begin{bmatrix} L_{a2} & 0 & 0 \\ 0 & L_{b2} & 0 \\ 0 & 0 & L_{c2} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{a2} \\ i_{b2} \\ i_{c2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{a2} \\ d_{b2} \\ d_{c2} \end{bmatrix} V_{dc} - \begin{bmatrix} R_{a2} & 0 & 0 \\ 0 & R_{b2} & 0 \\ 0 & 0 & R_{c2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{a2} \\ i_{b2} \\ i_{c2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{AN} \\ V_{BN} \\ V_{CN} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_N \\ V_N \\ V_N \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

Pour la simplicité de l'étude on supposera que les tensions de sortie V_{AN} , V_{BN} , V_{CN} constitue un système triphasé équilibré de telle sorte que:

$$\begin{bmatrix} V_{AN} \\ V_{BN} \\ V_{CN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_m \cos(\omega t) \\ V_m \cos(\omega t - 2\pi/3) \\ V_m \cos(\omega t + 2\pi/3) \end{bmatrix}. \quad (1.12)$$

Et que :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{a1} = R_{b1} = R_{c1} = 0 \\ R_{a2} = R_{b2} = R_{c2} = 0 \\ L_{a1} = L_{b1} = L_{c1} = L_1 \\ L_{a2} = L_{b2} = R_{c2} = L_2 \end{array} \right. \quad (1.13)$$

b) Le modèle moyen dans le repère rotationnel

Le système d'équation différentielle décrit par les équations (1.10 et 1.11) montre bien la complexité de la solution analytique pour un choix arbitraire des rapports cycliques qui peuvent rendre le système un système non linéaire à paramètres variants en fonction du temps. On pourra alors poser la question suivante : Est-il possible de trouver une transformation qui permettra de réduire la complexité de ce système ?

De ce fait, une transformation connue sous le nom «transformation de Park» est alors introduite, telle que :

$$T = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\omega t) & -\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

Où ω est la pulsation du système triphasé de la charge (1.12).

Les variables des coordonnées fixes X_{abc} peuvent être transformées en coordonnées rotationnelles X_{dqz} en utilisant :

$$X_{dqz} = T \cdot X_{abc} \quad (1.15)$$

L'application de transformée de Park au système d'équations (1.7) donne :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_z \end{bmatrix} = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} d_d \\ d_q \\ d_z \end{bmatrix} \cdot V_{dc} - \frac{1}{L} \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \\ V_z \end{bmatrix} - \frac{1}{L} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3V_N \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -\omega & 0 \\ \omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_z \end{bmatrix}, \quad (1.16)$$

Pour le fonctionnement d'un seul onduleur, le courant homopolaire qui est en fait le courant de circulation est nul ($i_z \equiv 0$).

L'équation (1.16) devient :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} d_d \\ d_q \end{bmatrix} \cdot V_{dc} - \frac{1}{L} \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -\omega \\ \omega & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

Le circuit équivalent moyen d'un onduleur est alors représenté par la figure 1.10.

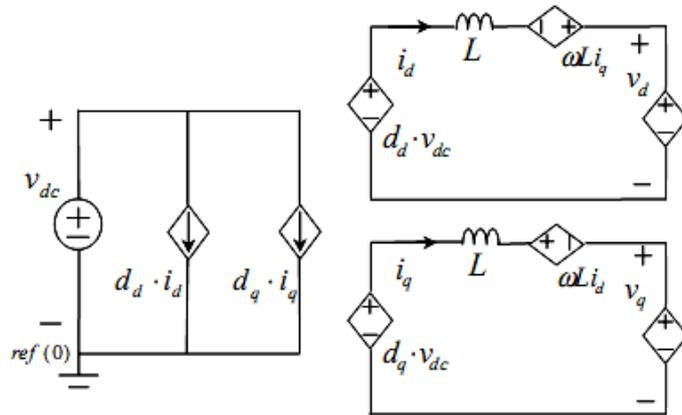


Figure.1.10 le modèle moyen d'un onduleur dans les coordonnées rotationnelles

L'application de (1.9) et (1.15) au système d'équations (1.10) et (1.11) donne :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{d1} \\ i_{q1} \end{bmatrix} = \frac{1}{L_1} \begin{bmatrix} d_{d1} \\ d_{q1} \end{bmatrix} \cdot V_{dc} - \frac{1}{L_1} \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -\omega \\ \omega & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{d1} \\ i_{q1} \end{bmatrix}, \quad (1.18)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{d2} \\ i_{q2} \end{bmatrix} = \frac{1}{L_2} \begin{bmatrix} d_{d2} \\ d_{q2} \end{bmatrix} \cdot V_{dc} - \frac{1}{L_2} \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -\omega \\ \omega & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{d2} \\ i_{q2} \end{bmatrix}, \quad (1.19)$$

$$\frac{di_z}{dt} = \frac{\Delta d_z \cdot V_{dc}}{L_1 + L_2} \quad (1.20)$$

Avec :

$$\Delta d_z = d_{z1} - d_{z2} \quad (1.21)$$

La figure (1.11) représente le circuit équivalent du modèle moyen dans le repère rotationnel de la mise en parallèle de deux onduleurs de tension ayant des paramètres différents.

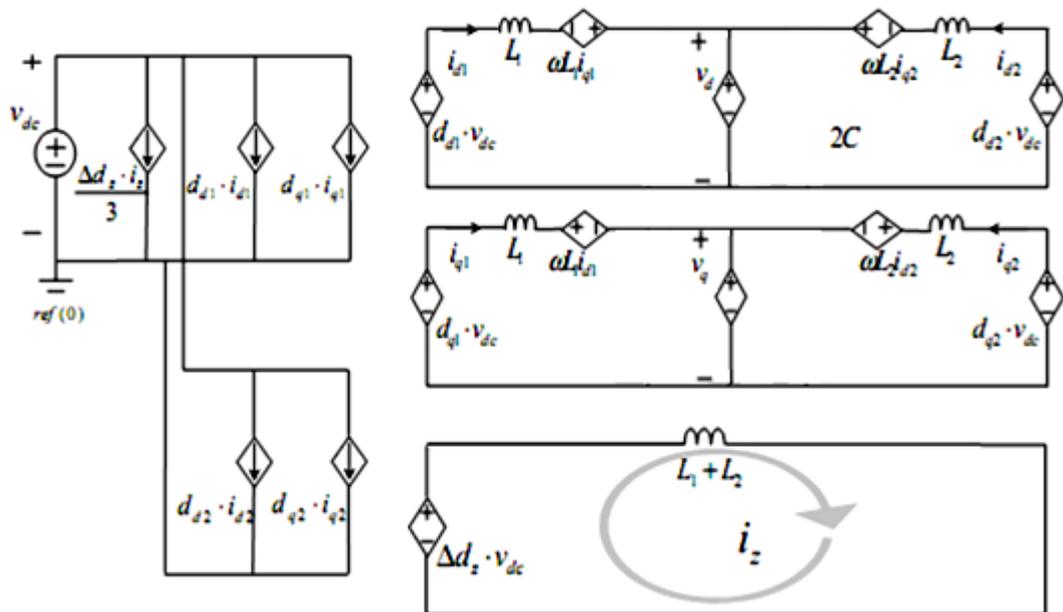


Figure.1.11. Le modèle moyen de deux onduleurs mis en parallèle dans les coordonnées rotationnelles

Dans ce cas, on remarque que le courant de circulation i_z est découplé des composantes directe et indirecte et ne dépend que de L_1 , L_2 , Δd_z et V_{dc} . D'autre part, le courant de circulation est indépendant de la charge.

1.4.3 Le modèle moyen des onduleurs mis en parallèle pour une charge RC

En supposant que les deux onduleurs mis en parallèles doublent la puissance absorbée par rapport au cas d'un seul onduleur et que la tension aux bornes de la charge est maintenue constante, la capacité de sortie C est remplacée par $2C$ et la résistance de la charge R est remplacée par $\frac{R}{2}$ (R et C sont les paramètres dans le cas d'un seul onduleur).

Le facteur caractéristique de la mise en parallèles directe des onduleurs est le courant de circulation entre les deux onduleurs. La figure 1.12 montre une des voies possibles de ce courant dans le système parallèle.

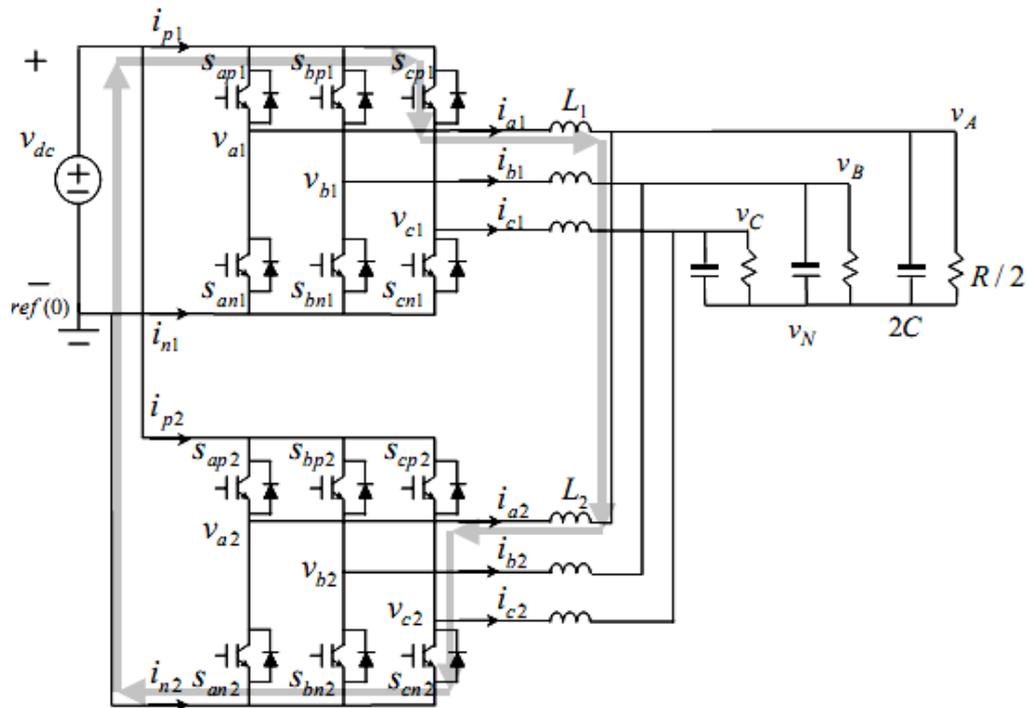


Figure.1.12.Circuit de la mise de deux onduleurs en parallèle pour une charge R/C .

Après application de la technique de modélisation développée précédemment, on obtient le model moyen représenté par la figure 1.15 .

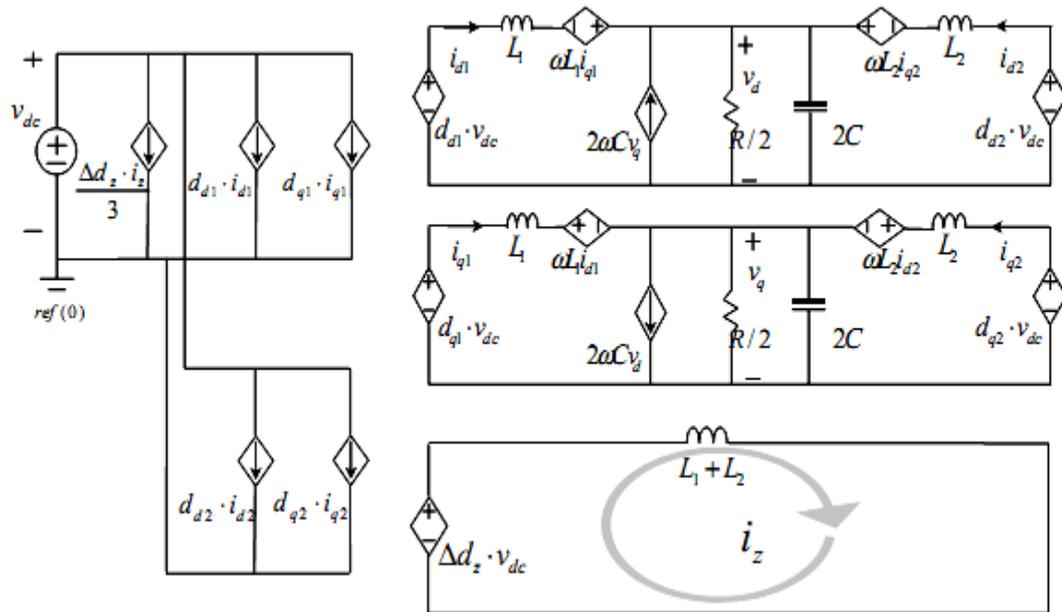


Figure 1.13. Le modèle moyen de deux onduleurs mis en parallèles dans le repère tournant pour une charge capacitive.

A partir de ce schéma équivalent moyen, on pourra déterminer toutes les fonctions de transfert du système et ainsi prédire la réponse de n'importe quelle variable d'état.

II Le modèle moyen "petit signal"

Le but recherché dans ce chapitre est la modélisation "petit signal" de la mise en parallèle des onduleurs à partir du modèle moyen dans l'espace d'état, et ce pour l'étude des interactions des petits signaux qui apparaissent lors de la mise en parallèle direct des onduleurs autour d'un point de fonctionnement.

II.1 Elaboration du modèle moyen petit signal

Soit le système décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f(x, u) \\ y = g(x, u) \end{cases} \quad (2.1)$$

Avec :

- y est le vecteur de sortie (de dimension [q])
- x est le vecteur d'état (de dimension [n])
- u est le vecteur d'entrée (de dimension [p]).

Le modèle linéaire ci-dessous s'obtient par différentiation autour d'un point d'équilibre donné (x_e, u_e) du convertisseur statique, ainsi on obtient le modèle tangent [15,16].

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{x}}{dt} = \tilde{A} \cdot \tilde{x} + \tilde{B} \cdot \tilde{u} \\ \tilde{y} = \tilde{C} \cdot \tilde{x} + \tilde{D} \cdot \tilde{u} \end{cases} \quad (2.2)$$

Les tildes représentent un écart autour des points d'équilibre définie par :

$$\begin{cases} \tilde{x} = x - x_e \\ \tilde{u} = u - u_e \\ \tilde{y} = y - y_e \end{cases} \quad (2.3)$$

La procédure d'élaboration du modèle "petit signal" à partir d'un modèle non linéaire passe par l'espace d'état. Les matrices du modèle petit signal sont calculées en utilisant les formules ci-dessous:

$$\begin{cases} \tilde{A} = \left(\frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right)_{x_e, u_e} ; \tilde{B} = \left(\frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \right)_{x_e, u_e} \\ \tilde{C} = \left(\frac{\partial g(x, u)}{\partial x} \right)_{x_e, u_e} ; \tilde{D} = \left(\frac{\partial g(x, u)}{\partial u} \right)_{x_e, u_e} \end{cases} \quad (2.4)$$

Avec:

- \tilde{A} est la matrice d'état (de dimension $[n, n]$).
- \tilde{B} est la matrice d'entrée (de dimension $[n, p]$).
- \tilde{C} est la matrice de sortie (ou d'observation) (de dimension $[q, n]$).
- \tilde{D} est la matrice d'action directe (de dimension $[q, p]$).

Dans le cas du système SISO (Single Input Single Output), la fonction de transfert s'obtient de manière classique, elle est donnée par l'équation (2.5) :

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \tilde{C} \cdot (s \cdot I - \tilde{A})^{-1} \cdot \tilde{B} + \tilde{D} \quad (2.5)$$

Avec : I est la matrice identité (de dimension $[n, n]$).

II.2 Modèle "petit signal" des onduleurs mis en parallèle

Pour obtenir le modèle "petit signal" d'un système parallèle des onduleurs de tension (Charge R//C), un point de fonctionnement dans le régime permanent est calculé, tel que

$$\begin{aligned}
 D_{d1} &= \frac{V_d - \omega L_1 I_{q1}}{V_{dc}}, & D_{d2} &= \frac{V_d - \omega L_2 I_{q2}}{V_{dc}}, \\
 D_{q1} &= \frac{V_q + \omega L_1 I_{d1}}{V_{dc}}, & D_{q2} &= \frac{V_q + \omega L_2 I_{d2}}{V_{dc}}, \\
 I_{d1} &= \frac{V_d}{R} - \omega C V_q, & I_{d2} &= \frac{V_d}{R} - \omega C V_q, \\
 I_{q1} &= \frac{V_q}{R} + \omega C V_d, & I_{q2} &= \frac{V_q}{R} - \omega C V_d, \\
 I_z &= 0, & \Delta D_z &= 0,
 \end{aligned}$$

En supposant que la source de tension d'entrée est idéal et de valeurs constante, alors :

$$\tilde{v}_{dc} = 0$$

Le modèle petit signal de la mise en parallèle de deux onduleurs peut être représenté par le système d'équation différentielle suivant :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{v}_d \\ \tilde{v}_q \\ \tilde{i}_{d1} \\ \tilde{i}_{q1} \\ \tilde{i}_{d2} \\ \tilde{i}_{q2} \\ \tilde{i}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & \omega & \frac{1}{2C} & 0 & \frac{1}{2C} & 0 & 0 \\ -\omega & \frac{-1}{RC} & 0 & \frac{1}{2C} & 0 & \frac{1}{2C} & 0 \\ -\frac{1}{L_1} & 0 & 0 & \omega & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{L_1} & -\omega & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{L_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega & 0 \\ 0 & \frac{-1}{L_2} & 0 & 0 & -\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{v}_d \\ \tilde{v}_q \\ \tilde{i}_{d1} \\ \tilde{i}_{q1} \\ \tilde{i}_{d2} \\ \tilde{i}_{q2} \\ \tilde{i}_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{V_{dc}}{L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{V_{dc}}{L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{V_{dc}}{L_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{V_{dc}}{L_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{V_{dc}}{L_1 + L_2} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{d}_{d1} \\ \tilde{d}_{q1} \\ \tilde{d}_{d2} \\ \tilde{d}_{q2} \\ \Delta \tilde{d}_z \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Ce système d'équations se traduit par le schéma équivalent moyen "petit signal" représenté par la figure 2.1.

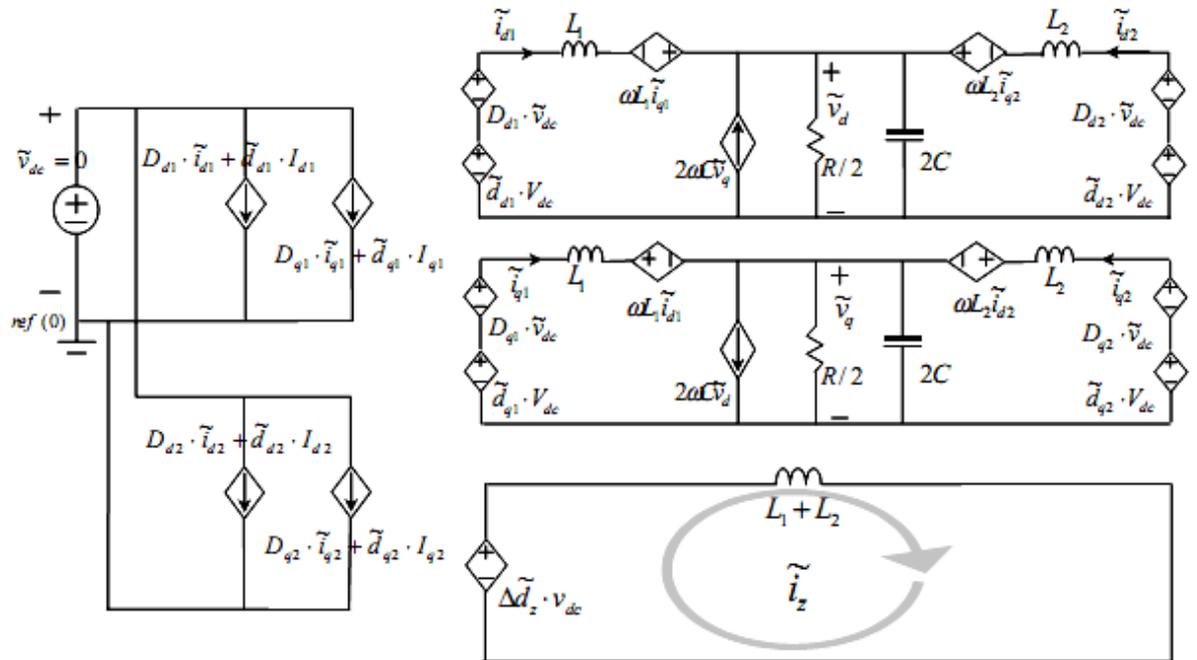


Figure.2.1. Model "petit signal" de deux onduleurs mis en parallèles pour une charge RC

II.3 Etude des fonctions de transfert en boucle ouverte

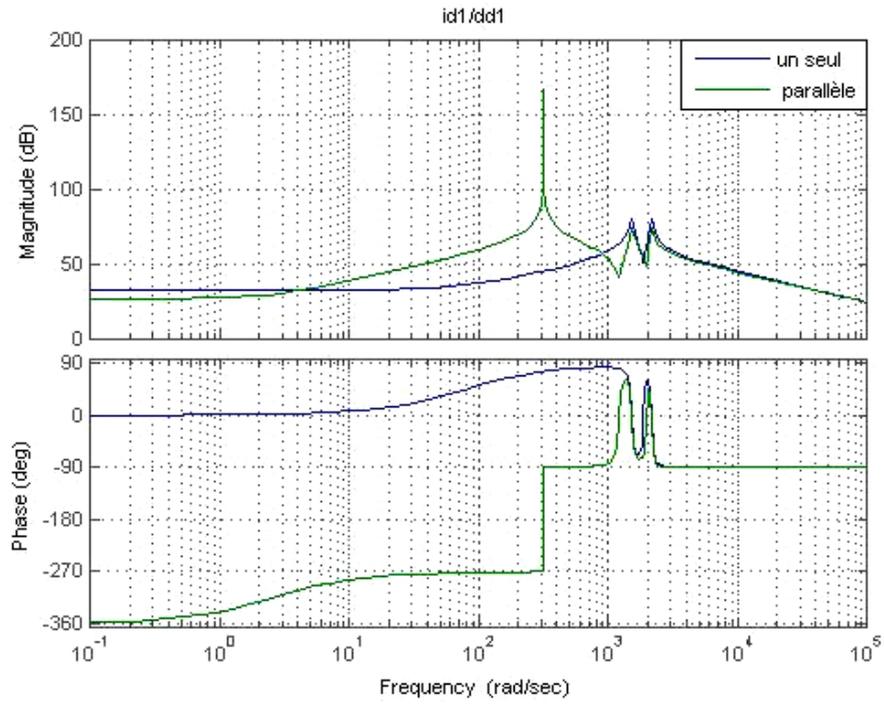
Les diagrammes de Bode correspondants aux fonctions de transfert des courants de sortie par rapport aux signaux de commande sont représentées dans les figures 2.2et 2.3 respectivement pour le cas d'un seule onduleur et le cas de deux onduleurs mis en parallèles. Les paramètres du système sont les suivants :

$$V_m = 120 \cdot \sqrt{2} V ; \quad \omega = 2\pi \cdot 50 \text{ rad/s} ; \quad V_{dc} = 400 V ; \quad R(\text{charge}) = 10 \Omega ; \quad L=250 \mu\text{H}, \quad C =1200\mu\text{F}.$$

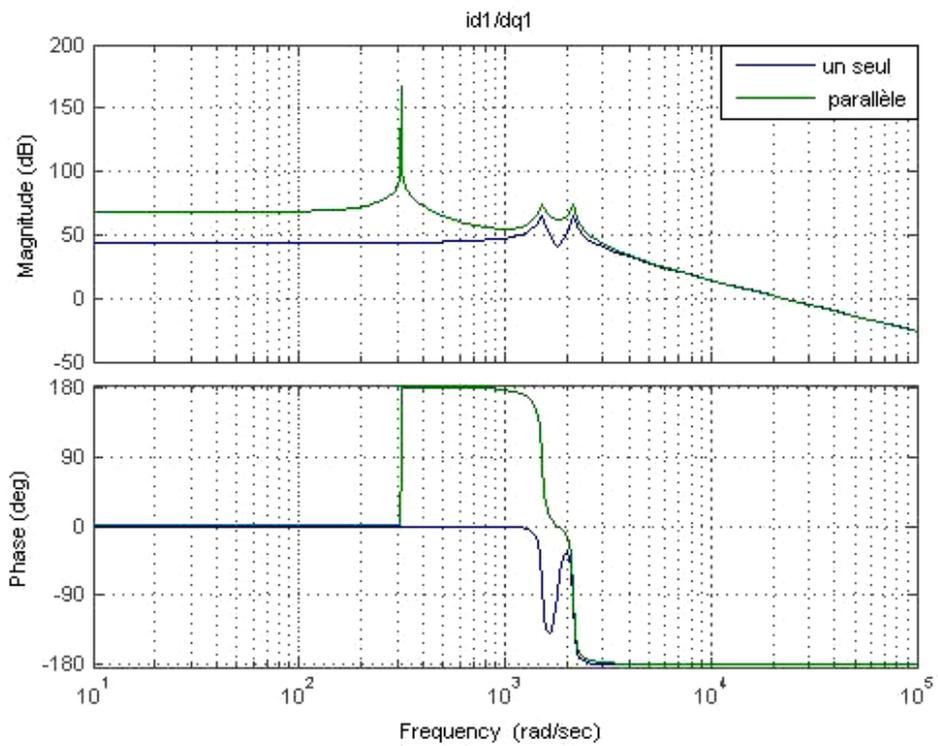
Les fonctions de transferts dans le cas ou deux onduleurs sont mis en parallèle présente une dynamique supplémentaire autour de la fréquence de fonctionnement (50Hz) par rapport au cas ou un seul onduleur est relié à la charge.

La Figure 2.4 montre que le canal z est découplé des canaux d et q. On remarque aussi que dans figure 2.5, le canal z est représenté par un système du premier ordre. La figure 2.6 montre bien que les deux onduleurs sont couplés.

(Pour les fonctions de transfert : voir Annexe)

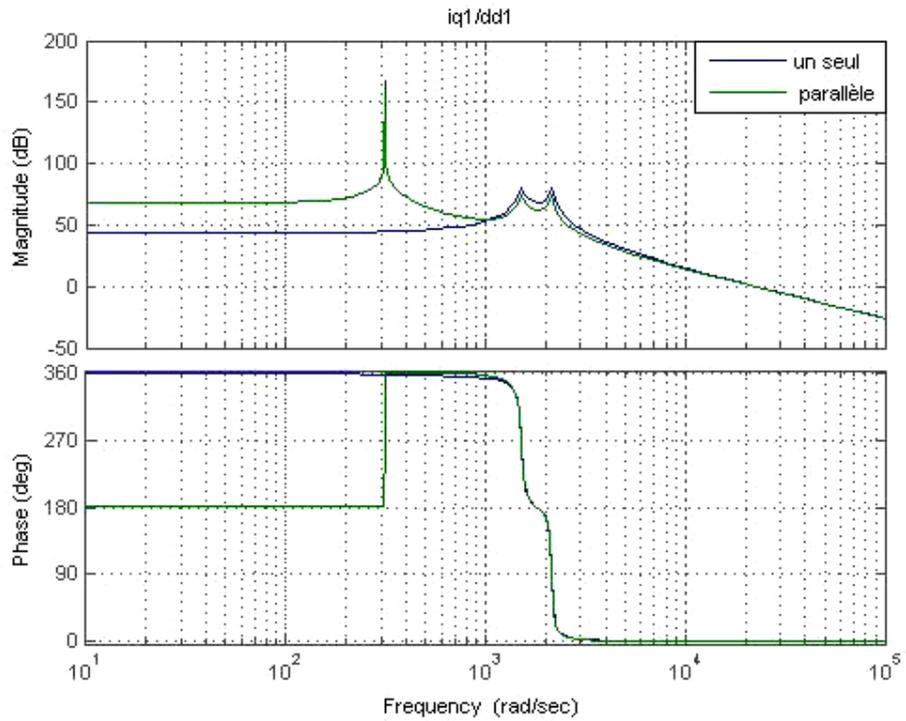


(a). \tilde{i}_d/\tilde{d}_d (Un seul) $\tilde{i}_{d1}/\tilde{d}_{d1}$ (Parallèle)

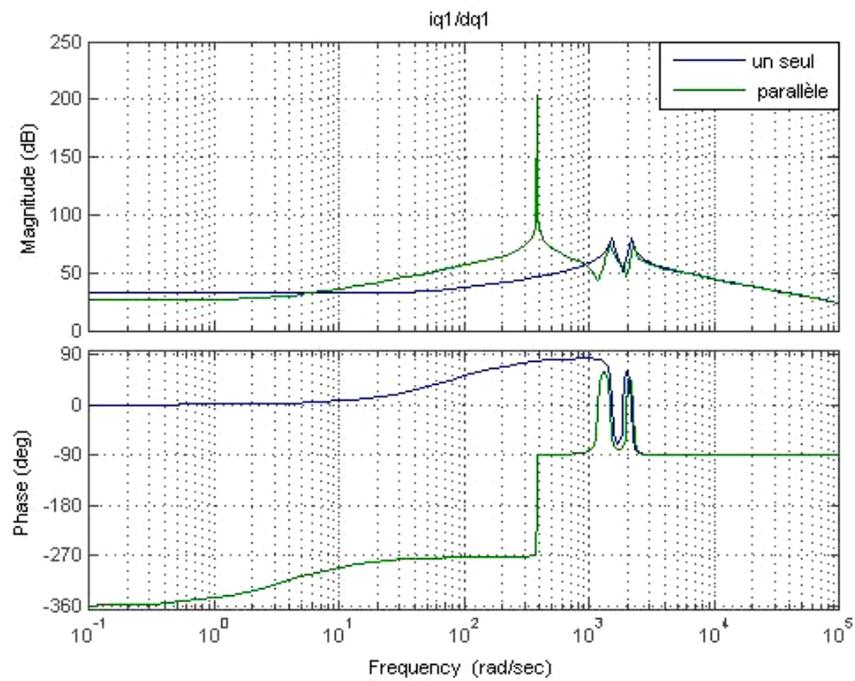


(b). \tilde{i}_d/\tilde{d}_q ; $\tilde{i}_{d1}/\tilde{d}_{q1}$

Figure 2.2 Les fonctions de transfert des courants \tilde{i}_d et \tilde{i}_{d1} par rapport (a) à \tilde{d}_d et \tilde{d}_{d1} .
(b) à \tilde{d}_q et \tilde{d}_{q1} .

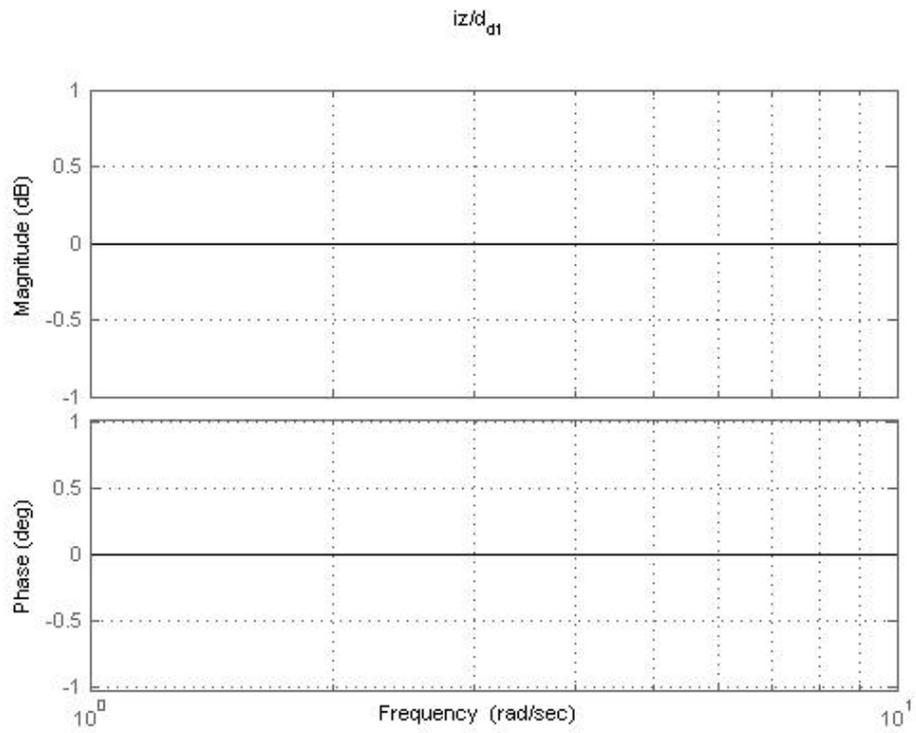


(a). $\tilde{i}_q/\tilde{d}_d ; \tilde{i}_{q1}/\tilde{d}_{d1}$

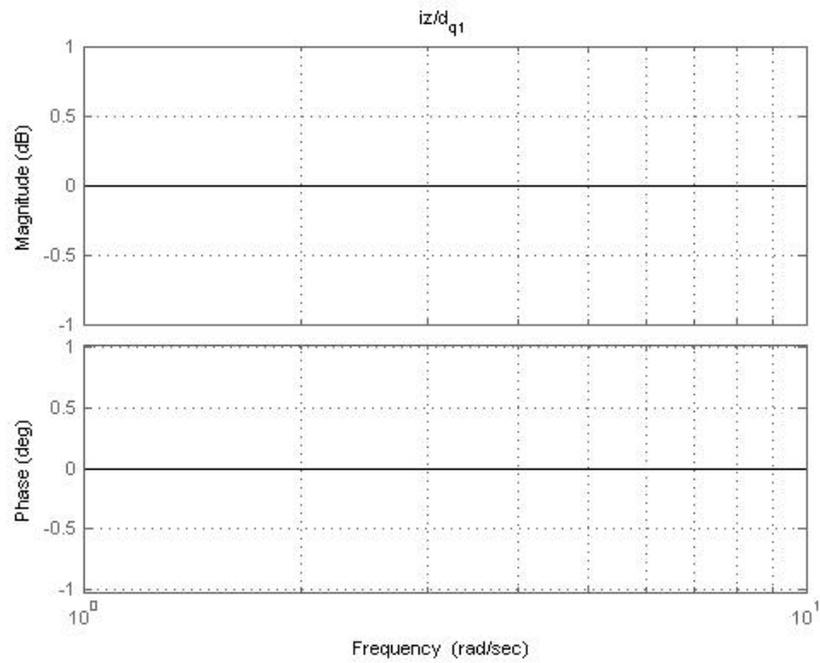


(b). \tilde{i}_q/\tilde{d}_q (Un seul) $\tilde{i}_{q1}/\tilde{d}_{q1}$ (Parallèle)

Figure2.3 Les fonctions de transfert des courants \tilde{i}_q et \tilde{i}_{q1} par rapport (a) à \tilde{d}_d et \tilde{d}_{d1} .
(b) à \tilde{d}_q et \tilde{d}_{q1} .



(a). $\tilde{i}_z/\tilde{d}_{a1}$



(b). $\tilde{i}_z/\tilde{d}_{q1}$

Figure2.4 Les fonctions de transfert du courant \tilde{i}_z par rapport (a) à \tilde{d}_{a1} ,
(b) à \tilde{d}_{q1} .

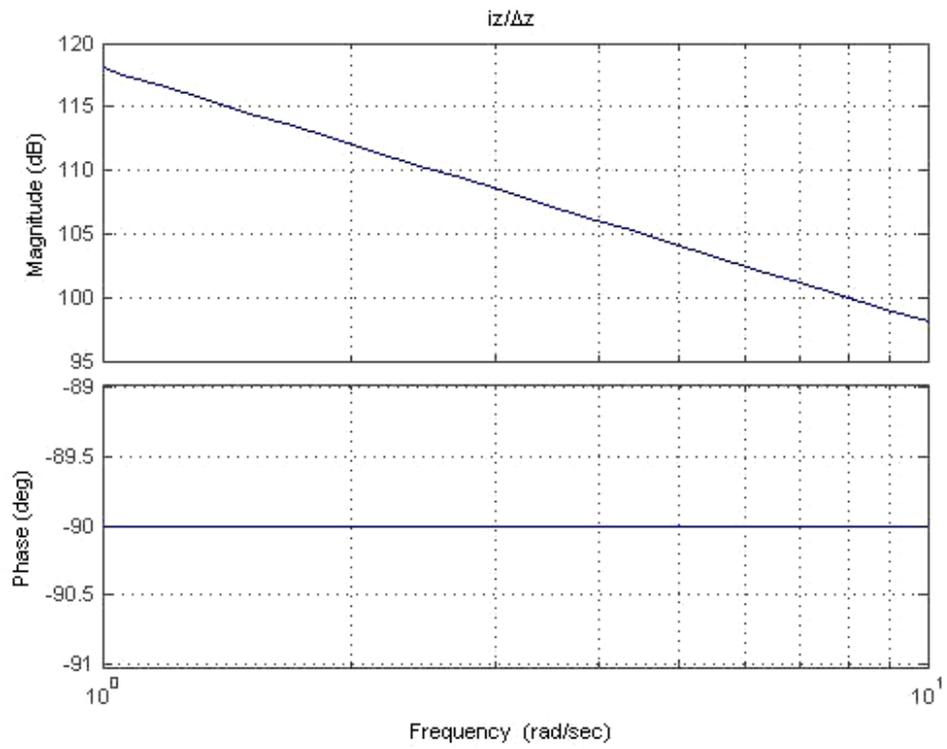
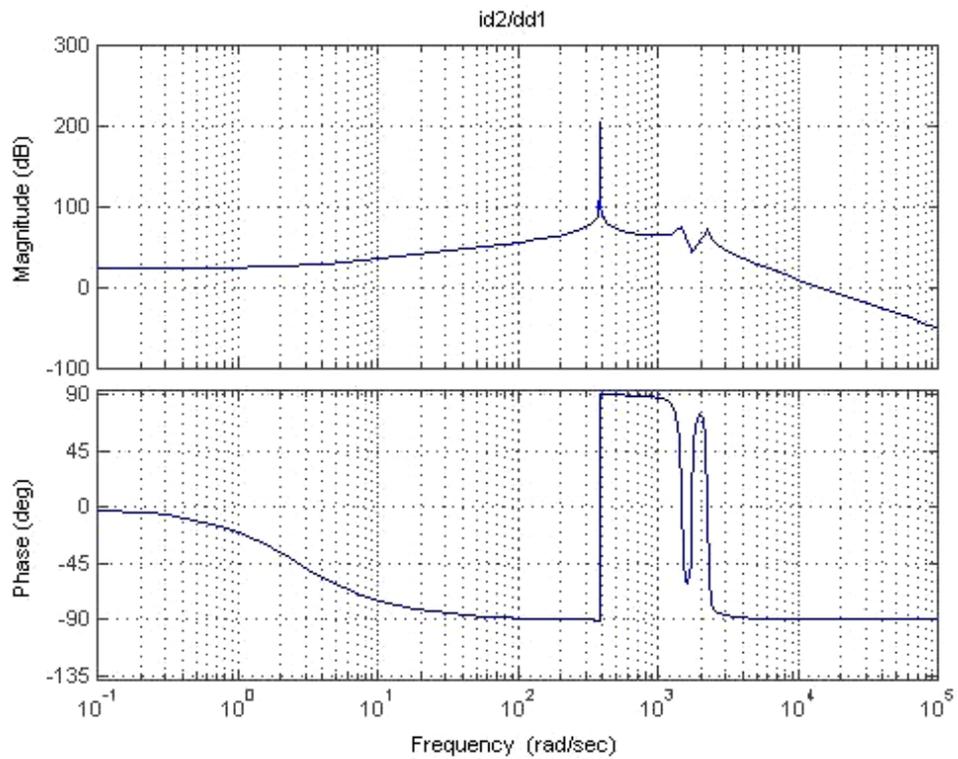


Figure2.5. la fonction de transfère du courant \tilde{i}_z par rapport à $\Delta\tilde{d}_z$.



(a). $\tilde{i}_{d2}/\tilde{d}_{d1}$

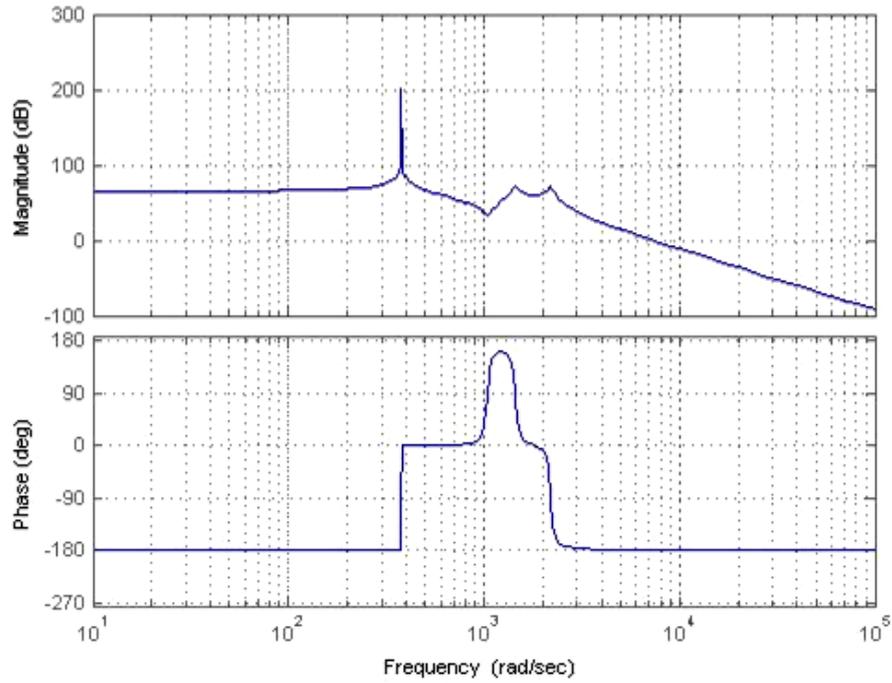

 (b). $\tilde{i}_{d2}/\tilde{d}_{q1}$

 Figure 2.6 Les fonctions de transfert du courants \tilde{i}_{d2} par rapport (a) à \tilde{d}_{d1} .
 (b) à \tilde{d}_{q1} .

II.4 Interprétation

On remarque une différence importante dans les fonctions de transferts dans le cas d'un seul onduleur et le cas de la mise en parallèle de deux onduleurs. Les fonctions de transfert de la mise en parallèle d'onduleurs ont deux pôles et deux zéros supplémentaires. Puisque les onduleurs parallèles constituent un système dynamique d'ordre élevé, le calcul analytique de ces fonctions de transfert est compliqué. Cependant, les formes générales et les courbes peuvent être obtenues en utilisant MATLAB. Les fonctions de transfert \tilde{i}_d/\tilde{d}_d et $\tilde{i}_{d1}/\tilde{d}_{d1}$ peuvent être écrits sous les formes suivantes:

$$\tilde{i}_d/\tilde{d}_d(s_L) = \frac{K \cdot (s_L + z)(s_L + z_2)(s_L + z_2^*)}{(s_L + p) \cdot (s_L + p^*) \cdot (s_L + p_2)(s_L + p_2^*)}$$

$$\tilde{i}_{d1}/\tilde{d}_{d1}(s_L) = \frac{K_1 \cdot (s_L + z)(s_L + z_2)(s_L + z_2^*)}{(s_L + p_1) \cdot (s_L + p_1^*) \cdot (s_L + p_2)(s_L + p_2^*)} \cdot \frac{(s_L + z_p) \cdot (s_L + z_p^*)}{(s_L + p_p) \cdot (s_L + p_p^*)}$$

Où * représente un conjugué complexe, s_L est l'opérateur de Laplace

Pour le cas d'étude on a :

$$z = -0.0809, \quad z_2 = -0.0429 + j1.825, \quad z_p = -0.0396 + j1.9175$$

$$p_1 = -0.0417 + j2.14, \quad p_2 = -0.0416 + j1.5, \quad p_p = j0.3142$$

La fonction de transfert $\tilde{i}_{d1}/\tilde{d}_{d1}$ comporte des termes supplémentaires qui correspondent aux interactions entre les deux onduleurs. Ils sont introduits par les interactions parallèles et présentent les caractéristiques suivantes :

- Deux zéros complexes conjugués z_p et z_p^*
- Deux pôles complexes conjugués P_p et P_p^* ou la fréquence de résonance de ces deux pôles conjugués est toujours la même que la fréquence de rotation ω , quelles que soient les valeurs des autres paramètres, tels que la charge et la tension d'entrée.

Puisque les deux pôles conjugués ont exactement la même fréquence de rotation que repère tournant, cela représente une perturbation continue (de fréquence nulle) dans les coordonnées stationnaires. Si le rapport cyclique de commande d'une phase est affecté d'une perturbation continue, le courant de cette phase augmente infiniment et par suite le système est inopérant. Par conséquent, on peut conclure que les interactions petits signaux dans les onduleurs mis en parallèles sont essentiellement dues à un courant de circulation entre les onduleurs qui ne traverse pas de la charge.

III Conclusion

L'étude de l'interaction entre différents modules d'un nombre donné d'onduleurs mis en parallèle passe obligatoirement par le développement d'un circuit équivalent moyen. L'analyse de ce modèle ainsi développé nous permettra d'une part d'établir les équations des différentes fonctions transfert en régime permanent ainsi que les relations liantes les différentes variables d'état perturbées au tour d'un point de fonctionnement donné. L'obtention du modèle moyen a permis de mettre en évidence un chemin de parcours du courant de circulation. Ce courant de circulation est représenté par le canal z qui est décrit par un circuit représenté par les impédances de ligne ainsi qu'une tension communément appelée tension du mode commun.

Partant de cette état de fait, un travail future pourrait être envisagé pour optimiser le courant de circulation et ce en adoptant une technique de commande évoluée.

Références :

- [1]. F. Labrique, G. Segquier, and R. Bausiere, “La conversion continu-alternatif,. Paris : TEC and DOC, - Lavoisier, 1995. pp. 55-58. Vol. 4.
- [2]. N. Mohan, T. Undeland, and W. Robbins, ” *Power electronics converters, Applications and Design*”, Power Electronics Product line, John Wiley and Sons Inc. New York, USA, 1995.
- [3] F. Petruzzello, P. D. Ziogas and G. Joos, “A novel approach to paralleling of converter units with true redundancy”, *IEEE Power Electronics Specialists Conference*, pp. 808-813, 1990.
- [4] T. F. Wu, K. Siri, and C. Q. Lee, “Reliability improvement in parallel connected converter systems”, *IEEE Industrial Electronics Annual Conference*, pp. 429-434, 1991.
- [5]. S. Luo, Z. Ye, R. Lin, F. Lee,” *Classification and Evaluation of Paralleling Methods for Power Supply Modules Proceedings*”, *IEEE Power Electronics Specialists Conference 1999*.
- [6]. MERDASSI, Asma “Outil d’aide à la modélisation moyenne de convertisseurs statiques pour la simulation de systèmes mécatroniques”. Laboratoire de Génie Electrique de Grenoble. Grenoble, France : s.n., 11 Novembre 2009. THESE de Doctorat.
- [7] D. Maksimovic, A.M. Stankovic, V.J. Thottuvelil and G.C.Vergheze, "Modeling and simulation of power electronic converters", *Proceedings of the IEEE*, Vol. 89, Issue 6, June 2001 pp 898 – 912.
- [8] F.Verdriere, S.Bacha, L.Gerbaud, "Automatic modeling of static converter averaged models", *EPE 2003, Toulouse*, pp 1-9.
- [9] V.Rajagopalan, ”computer-aided analysis of power electronic systems”, New York.Marcel Dekker Inc, 1987.
- [10]A.Merdassi, L.Gerbaud, S.Bacha, ”General Average Modelling for Power Electronics Systems :Automatic Building Approach”, *Electrimacs 2008, Quebec, Canada*.
- [11] A.Merdassi, L.Gerbaud, S.Bacha, ”A New Automatic Average Modeling Tool for Power Electronics Systems”, *IEEE Power Electronics Specialists Conference, 2008, PESC 2008, Greece Rhodes, 15-16 June 2008* pp3425-3431.
- [12] Toni Itkonen, ” Parallel-operating three-phase voltage source inverters circulating current modeling, analysis and mitigation” , *Lappeenranta, Finland, on the 21th of June, 2010*.
- [13] Ching-Tsai Pan, Jui-Yang Chang, Ching-Ming Lai, Yu-Ling Juan, and Yi-Hung Liao, “Modeling of Circulating Currents for Grid-Connected Parallel Three-Phase Inverters “, *SICE Annual Conference, Japan, 2008*.
- [14] Carlos Alonso Sanz, José Miguel Ruiz González and José Antonio Domínguez Vázquez , "Circulating Current Produced in a System of two Inverters Connected in Parallel Due to a Difference Between the Zero-Vector Parameters", *International Journal of Renewable Energy and Biofuels*,2013.

[15] S. Bacha, I. Etxeberria, "Eléments de modélisation", Chap.6 dans "L'exploitation des réseaux d'énergie électrique avec l'électronique de puissance", Editions Hermès fev. 2006, ISBN 2-7462-1118-X. pp 121-139.

[16] S. Bacha, C. Gombert, "Modélisation des éléments de base", Chap. 7 dans "L'exploitation des réseaux d'énergie électrique avec l'électronique de puissance", Editions Hermès fev. 2006. ISBN 2-7462-1118-X pp 141-162.

Annexe

Les équations des fonctions de transferts trouvées numériquement sont utilisées pour le tracé des diagrammes de Bode sont données par:

$$\tilde{i}_d/\tilde{d}_d = \frac{1.6 \cdot 10^6 s^3 + 2.667 \cdot 10^8 s^2 + 6.93 \cdot 10^{14} s^2 + 5.502 \cdot 10^{12} s + 4.44 \cdot 10^{14}}{s^4 + 166.7 s^3 + 6.871 \cdot 10^6 s^2 + 5.72 \cdot 10^8 s + 1.046 \cdot 10^{13}}$$

$$\tilde{i}_{d1}/\tilde{d}_{d1} = \frac{1.6 \cdot 10^6 s^5 + 2.667 \cdot 10^8 s^4 + 8.327 \cdot 10^{12} s^3 + 6.93 \cdot 10^{14} s^2 + 8.642 \cdot 10^{18} s + 2.193 \cdot 10^{19}}{s^6 + 166.7 s^5 + 6.97 \cdot 10^6 s^4 + 5.885 \cdot 10^8 s^3 + 1.114 \cdot 10^{13} s^2 + 5.645 \cdot 10^{13} s + 1.033 \cdot 10^{18}}$$

$$\tilde{i}_d/\tilde{d}_q = \frac{5.027 \cdot 10^8 s^2 + 8.378 \cdot 10^{10} s + 1.622 \cdot 10^{15}}{s^4 + 166.7 s^3 + 6.871 \cdot 10^6 s^2 + 5.72 \cdot 10^8 s + 1.046 \cdot 10^{13}}$$

$$\tilde{i}_{d1}/\tilde{d}_{q1} = \frac{5.027 \cdot 10^8 s^4 + 8.378 \cdot 10^{10} s^3 + 9.045 \cdot 10^{14} s^2 + 1.479 \cdot 10^{17} s + 2.551 \cdot 10^{21}}{s^6 + 166.7 s^5 + 6.97 \cdot 10^6 s^4 + 5.885 \cdot 10^8 s^3 + 1.114 \cdot 10^{13} s^2 + 5.645 \cdot 10^{13} s + 1.033 \cdot 10^{18}}$$

$$\tilde{i}_q/\tilde{d}_d = \frac{-5.027 \cdot 10^8 s^2 - 8.378 \cdot 10^{10} s + 1.622 \cdot 10^{15}}{s^4 + 166.7 s^3 + 6.871 \cdot 10^6 s^2 + 5.72 \cdot 10^8 s + 1.046 \cdot 10^{13}}$$

$$\tilde{i}_{q1}/\tilde{d}_{d1} = \frac{-5.027 \cdot 10^8 s^4 - 8.378 \cdot 10^{10} s^3 - 9.045 \cdot 10^{14} s^2 - 1.479 \cdot 10^{17} s - 2.551 \cdot 10^{21}}{s^6 + 166.7 s^5 + 6.97 \cdot 10^6 s^4 + 5.885 \cdot 10^8 s^3 + 1.114 \cdot 10^{13} s^2 + 5.645 \cdot 10^{13} s + 1.033 \cdot 10^{18}}$$

$$\tilde{i}_z/\Delta\tilde{d}_z = \frac{8 \cdot 10^5}{s}$$

$$\tilde{i}_{d2}/\tilde{d}_{d1} = \frac{-2.667 \cdot 10^{12} s^3 - 2.22 \cdot 10^{14} s^2 + 8.099 \cdot 10^{18} s + 2.193 \cdot 10^{19}}{s^6 + 166.7 s^5 + 7.1 \cdot 10^6 s^4 + 6.029 \cdot 10^8 s^3 + 1.117 \cdot 10^{13} s^2 + 8.232 \cdot 10^{13} s + 1.447 \cdot 10^{18}}$$

$$\tilde{i}_{d2}/\tilde{d}_{q1} = \frac{-2.513 \cdot 10^{15} s^2 + 1.396 \cdot 10^{17} s - 2.71 \cdot 10^{21}}{s^6 + 166.7 s^5 + 7.1 \cdot 10^6 s^4 + 6.029 \cdot 10^8 s^3 + 1.117 \cdot 10^{13} s^2 + 8.232 \cdot 10^{13} s + 1.447 \cdot 10^{18}}$$