

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

3/88

وزارة التعليم العالي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

»O«

COLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : D'ELECTROTECHNIQUE

»O«
المركز الوطني للتوثيق
BIBLIOTHEQUE - المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

en vue d'obtention du diplôme d'ingénieur d'état

SUJET

Etude d'un Moteur Asynchrone par la Méthode des Transformations orthogonales

Proposé par :

R. IBTIOUEN

Etudié par :

BENCHALAL Farid

BOUZMI Mohamed

Dirigé par :

R. IBTIOUEN

Promotion : Janvier 1988

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

»O«

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : D'ELECTROTECHNIQUE



PROJET DE FIN D'ETUDES

en vue d'obtention du diplôme d'ingénieur d'état

SUJET

Etude d'un Moteur Asynchrone par la Méthode des Transformations orthogonales

Proposé par :

R. IBTIOUEN

Etudié par :

BENCHALAL Farid

BOUZMI Mohamed

Dirigé par :

R. IBTIOUEN

Promotion : Janvier 1988

=== R E M E R C I E M E N T S ===

Nous tenons à exprimer ici, notre profonde reconnaissance à notre promoteur Monsieur Rachid IBTIOUEN pour l'aide constante, le dévouement et les conseils utiles qu'il n'a cessé de nous prodiguer, et tout le temps qu'il nous a consacré pour l'élaboration de ce projet.

Nous tenons aussi à remercier messieurs les membres du jury pour avoir bien voulu examiner notre modeste travail.

Que tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à l'élaboration de ce projet veuillent bien accepter ici l'expression de notre profonde gratitude.

==== ○○○○○○ ○○○○○○ ○○○○○○ =====

=== D E D I C A C E S ===

A mes chères grand-mères

A ma mère, à mon père

A mes frères et soeurs

A tous mes amis

Je dédie ce modeste travail.

FARID

A ma mère

A mon père

A mes frères et soeurs

A mes chers amis, surtout LEBSIR HABIB

Je dédie ce travail. Mohamed

S O M M A I R E

INTRODUCTION 2.

CHAPITRE I. ETUDE DE LA MACHINE ASYNCHRONE PAR

LA MATRICE DES FLUX 3.

1. Equations des tensions 3.

2. Equations électriques de la machine 9.

3. Schémas équivalents à la machine 10.

CHAPITRE II. ETUDE DE LA MACHINE ASYNCHRONE A ROTOR

BOBINE PAR LA METHODE DES TRANSFORMA-

TIONS ORTHOGONALES 13.

1. Modèle de la machine 13.

1.1. Représentation de la machine 13.

1.2. Ecriture de la matrice(Z) de la machine. . . 13.

2. Application de la transformation ortho-

gonale C_1 19.

2.1. Généralités 19.

2.2. Transformation C_1 19.

2.3. Détermination de la matrice impé-

dance transformée Z' 23.

3. Application de la transformation ortho-

gonale (C_2) 27.

3.1. But 27.

3.2. Transformation orthogonale C_2 28.

3.3. Détermination de la matrice ompédance

transformée (Z'') 31.

4. Application de la transformation orthogo-

nale (C_3) 35.

4.1. Transformation orthogonale C_3 35.

4.2. Matrice impédance transformée (Z''') . . . 36.

CHAPITRE III. APPLICATION A LA MACHINE ASYNCHRONE

EN REGIME DESEQUILIBRE 38.

1. Application de la matrice impédance transf
 formée (Z'') au fonctionnement déséquilibré. . 39.

1.1. Déséquilibre statorique 39.

2. Déséquilibre rotorique 44.

2.1. Cas particulier du phénomène de GOERGES; . 44.

2.2. Etude du moteur asynchrone à rotor
 monophasé 44.

2.2.1. Modèle 44.

2.2.2. Matrice (C_{123}) au stator 45.

2.2.3. Matrice (C_{123}) au rotor 46.

2.3. Schémas équivalents : 47.

3. Expression du couple 53.

4. Phénomène de Han GOERGES 54.

4.1. Application à deux machines données. 55.

4.1.1. Identification. 55.

4.1.2. Caractéristiques mécaniques $\Gamma(g)$. . . 56.

4.1.3. Caractéristiques électroméca-
 niques $I_s(g)$ 56.

CONCLUSION 60.

N O T A T I O N S

Symbole	Désignation	Unité
R_1	Résistance par phase statorique	Ω
R_2	Résistance par phase rotorique	Ω
L_1	Inductance propre d'une phase statorique	H
L_2	Inductance propre d'une phase rotorique	H
M_1	Mutuelle entre phases statoriques	H
M_2	Mutuelle entre phases rotoriques	H
M	Mutuelle entre phases stator-rotor	H
i_{sj}	Courant dans la phase j du stator	A
i_{rj}	Courant dans la phase j du rotor	A
φ	Déphasage entre courant et tension	rd
w	Pulsation de la source	rd/s
Γ	Couple électromagnétique	N.m
Ω	Vitesse de rotation	rd/s
V	Tension simple	V
I_+	Courant direct	A
I_-	Courant inverse	A
g	Glissement	.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE -- المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

INTRODUCTION

L'étude théorique des machines électriques tournantes est assez complexe quand elle est abordée à l'aide des équations électromagnétiques (Maxwell) aux dérivées partielles. Le modèle physique malgré les hypothèses simplificatrices posées demeure compliqué, car en fin de compte nous sommes confrontés à un milieu hétérogène où il est difficile d'établir un modèle mathématique adéquat et encore plus difficile à résoudre.

Ainsi aborde-t-on en général l'étude des machines électriques tournantes en choisissant souvent un modèle physique sous la forme de circuits électriques couplés inductivement, simplifiant ainsi l'établissement des équations caractérisant le fonctionnement de celles-ci.

L'objet de notre travail consiste à étudier une machine asynchrone à rotor bobiné en faisant subir des transformations à son circuit primitif, ce qui revient à appliquer des transformations à l'impédance équivalente à ce circuit de façon à aboutir à un système d'équations électriques permettant l'étude du fonctionnement de la machine quel que soit le régime. Les transformations que l'on appliquera sont orthogonales (puissance instantanée invariable).

Dans la dernière partie de notre travail, nous appliquerons les résultats obtenus à l'étude du phénomène de Goerges pour deux machines asynchrones données.

CHAPITRE I

ETUDE DE LA MACHINE ASYNCHRONE

PAR LA MATRICE DES FLUX

Avant d'aborder l'étude de la machine asynchrone en appliquant les transformations orthogonales, nous exposons l'étude adoptée en général dans le cas du régime permanent.

I.1: EQUATIONS DES TENSIONS

Soit une machine asynchrone triphasée au stator et au rotor représentée schématiquement par la figure(I.1), et dont les phases sont repérées respectivement A, B, C et a, b, c. L'angle électrique θ variable en fonction du temps définit la position relative instantanée des axes magnétiques des phases A et a choisis comme axes de référence.

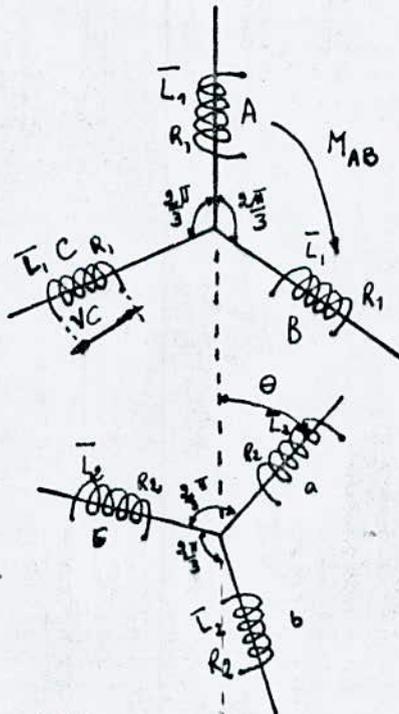


Fig.I.1.

"Représentation schématique des enroulements statoriques et rotoriques".

Sous forme matricielle, nous avons :

$$(V_1) = R_1 (\bar{I}_1) + \frac{d}{dt}(\bar{\Psi}_1) \quad (I.1)$$

$$(V_2) = R_2 (\bar{I}_2) + \frac{d}{dt}(\bar{\Psi}_2) \quad (I.2)$$

Les matrices suivantes représentent respectivement :

$$(V_1) = \begin{pmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \end{pmatrix} \text{ la matrice colonne pour les tensions statoriques;}$$

$$(\bar{\Psi}_1) = \begin{pmatrix} \bar{\Psi}_A \\ \bar{\Psi}_B \\ \bar{\Psi}_C \end{pmatrix} \text{ la matrice colonne des flux statoriques;}$$

$$(\bar{I}_1) = \begin{pmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{pmatrix} \text{ la matrice colonne pour les courants statoriques.}$$

On définit de même par changement d'indices les matrices rotoriques (V_2) , $(\bar{\Psi}_2)$, (\bar{I}_2) .

Les flux totalisés couplés avec les phases statoriques et rotoriques s'expriment sous la forme :

$$\bar{\Psi}_1 = (\bar{L}_{11}) (\bar{I}_1) + (\bar{M}_{12}) (\bar{I}_2) \quad (I.3)$$

$$\bar{\Psi}_2 = (\bar{M}_{21}) (\bar{I}_1) + (\bar{L}_{22}) (\bar{I}_2) \quad (I.4)$$

Par raison de symétrie, les inductances propres des phases statoriques sont égales, de même que celles des phases

rotoriques. Il en est de même pour les inductances mutuelles entre phases statoriques respectivement entre phases rotoriques et entre phases statoriques et rotoriques.

Il suffit par conséquent de définir :

- L'inductance propre d'une phase statorique \bar{L}_1
- L'inductance propre d'une phase rotorique \bar{L}_2
- L'inductance mutuelle entre phases statoriques \bar{M}_1
- L'inductance mutuelle entre phases rotoriques \bar{M}_2
- L'inductance mutuelle entre phases statoriques et rotoriques $\bar{M}(\theta)$.

Du fait de l'isotropie du circuit magnétique, seule la mutuelle $M(\theta)$ est fonction de θ .

$$(\bar{l}_1) = \begin{bmatrix} \bar{L}_1 & \bar{M}_1 & \bar{M}_1 \\ \bar{M}_1 & \bar{L}_1 & \bar{M}_1 \\ \bar{M}_1 & \bar{M}_1 & \bar{L}_1 \end{bmatrix} \quad (I.5)$$

$$(\bar{l}_2) = \begin{bmatrix} \bar{L}_2 & \bar{M}_2 & \bar{M}_2 \\ \bar{M}_2 & \bar{L}_2 & \bar{M}_2 \\ \bar{M}_2 & \bar{M}_2 & \bar{L}_2 \end{bmatrix} \quad (I.6)$$

$$(\bar{M}_{12}) = \bar{M} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos \theta & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (I.7)$$

$$(\bar{M}_{12}) = \bar{M} \cdot (C)$$

\downarrow \downarrow
 M_{sr} M_{ar}

avec

$$(C) = \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos \theta & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (I.8)$$

Les flux totalisés à travers les différents enroulements valent respectivement :

$$\bar{\Psi}_A = \bar{L}_1 i_A + \bar{M}_1 (i_B + i_C) + \bar{M} [i_a \cos \theta + i_b \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) + i_c \cos(\theta - \frac{2\pi}{3})] \quad (I.9)$$

$$\bar{\Psi}_B = \bar{L}_1 i_B + \bar{M}_1 (i_C + i_A) + \bar{M} [i_a \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + i_b \cos \theta + i_c \cos(\theta + \frac{2\pi}{3})] \quad (I.10)$$

$$\bar{\Psi}_C = \bar{L}_1 i_C + \bar{M}_1 (i_A + i_B) + \bar{M} [i_a \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) + i_b \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + i_c \cos \theta] \quad (I.11)$$

$$\bar{\Psi}_A = \bar{L}_2 i_a + \bar{M}_2 (i_b + i_c) + \bar{M} [i_A \cos \theta + i_B \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) + i_C \cos(\theta - \frac{2\pi}{3})] \quad (I.12)$$

$$\bar{\Psi}_B = \bar{L}_2 i_b + \bar{M}_2 (i_c + i_a) + \bar{M} [i_A \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + i_B \cos \theta + i_C \cos(\theta + \frac{2\pi}{3})] \quad (I.13)$$

$$\bar{\Psi}_C = \bar{L}_2 i_c + \bar{M}_2 (i_a + i_b) + \bar{M} [i_A \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) + i_B \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + i_C \cos \theta] \quad (I.14)$$

En introduisant : (I.3) et (I.4) dans (I.1) et (I.2), nous obtenons :

$$V_1 = R_1 (i_1) + \bar{L}_1 \cdot \frac{d}{dt} (i_1) + \frac{d}{dt} [(\bar{M}_{12}) \cdot (i_2)] \quad (I.15)$$

$$V_2 = R_2 (i_2) + \bar{L}_2 \cdot \frac{d}{dt} (i_2) + \frac{d}{dt} [(\bar{M}_{21}) \cdot (i_1)] \quad (I.16)$$

Du fait des termes trigonométriques contenus dans la matrice des inductances mutuelles (M_{12}) selon (I.7), les coefficients des équations différentielles sont variables.

Si les neutres ne sont pas reliés, nous avons :

$$i_A + i_B + i_C = 0 \quad (I.17)$$

$$i_a + i_b + i_c = 0 \quad (I.18)$$

Le groupement des différents termes donne :

$$\bar{L}_1 i_A + \bar{M}_1 (i_B + i_C) = (\bar{L}_1 - \bar{M}_1) i_A \quad (\text{I.19})$$

$$\bar{L}_1 i_B + \bar{M}_1 (i_C + i_A) = (\bar{L}_1 - \bar{M}_1) i_B \quad (\text{I.20})$$

$$\bar{L}_1 i_C + \bar{M}_1 (i_A + i_B) = (\bar{L}_1 - \bar{M}_1) i_C \quad (\text{I.21})$$

Il en est également de même pour les composantes rotoriques par changement des indices :

$$\text{en posant} \quad \bar{L}_1 = \bar{L}_1 - \bar{M}_1 \quad (\text{I.22})$$

$$\bar{L}_2 = \bar{L}_2 - \bar{M}_2 \quad (\text{I.23})$$

Nous pouvons exprimer les flux totalisés par :

$$\bar{\Psi}_A = \bar{L}_1 i_A + \bar{M} \left[i_a \cos \theta + i_b \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) + i_c \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \right] \quad (\text{I.24})$$

Les autres flux se déduisent des relations (I.10) à (I.14).

Si le système d'enroulements statoriques à séquence de phase directe est alimenté par un système triphasé de courant direct de pulsation ω_1 , les courants i_A, i_B, i_C sont de la forme :

$$\begin{aligned} i_A &= I_1 \sqrt{2} \cos(\omega_1 t - \varphi_1) \\ i_B &= I_1 \sqrt{2} \cos(\omega_1 t - \varphi_1 - \frac{2\pi}{3}) \\ i_C &= I_1 \sqrt{2} \cos(\omega_1 t - \varphi_1 + \frac{2\pi}{3}) \end{aligned} \quad (\text{I.25})$$

De même pour les courants rotoriques de pulsation ω_2 :

$$\begin{aligned} i_a &= I_2 \sqrt{2} \cos(\omega_2 t - \varphi_2) \\ i_b &= I_2 \sqrt{2} \cos(\omega_2 t - \varphi_2 - \frac{2\pi}{3}) \\ i_c &= I_2 \sqrt{2} \cos(\omega_2 t - \varphi_2 + \frac{2\pi}{3}) \end{aligned} \quad (\text{I.26})$$

En régime permanent, l'angle θ varie en fonction de t
 comme $\theta = \theta_0 + (1-g)\omega_1 t = \theta_0 + \omega_2 t$

soit en développant :

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}_A &= (\bar{L}_1 - \bar{M}_1) I_1 \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi_1) + \bar{M} I_2 \sqrt{2} \left\{ \cos(g\omega t - \varphi_2) \cdot \cos[\theta_0 + (1-g)\omega t] + \right. \\ &+ \left. \cos(g\omega t - \varphi_2 - \frac{2\pi}{3}) \cdot \cos[\theta_0 + (1-g)\omega t + \frac{2\pi}{3}] + \cos(g\omega t - \varphi_2 + \frac{2\pi}{3}) \cdot \cos[\theta_0 + (1-g)\omega t + \frac{2\pi}{3}] \right\} \\ \bar{\Psi}_A &= (\bar{L}_1 - \bar{M}_1) I_1 \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi_1) + \frac{1}{2} \bar{M} I_2 \sqrt{2} \left\{ \cos(\theta_0 + \omega t - \varphi_2) + \cos[\theta_0 + (1-2g)\omega t + \varphi_2] + \right. \\ &+ \left. \cos(\theta_0 + \omega t - \varphi_2) + \cos[\theta_0 + (1-2g)\omega t + \frac{4\pi}{3} + \varphi_2] + \cos(\theta_0 + \omega t - \varphi_2) + \cos[\theta_0 + (1-2g)\omega t - \frac{4\pi}{3} + \varphi_2] \right\} \end{aligned}$$

Soit, tous calculs faits :

$$\bar{\Psi}_A = (\bar{L}_1 - \bar{M}_1) I_1 \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi_1) + \frac{3}{2} \bar{M} I_2 \sqrt{2} \cos(\theta_0 + \omega t - \varphi_2) \quad (I.27)$$

Un calcul analogue pour le rotor donne :

$$\bar{\Psi}_a = \frac{3}{2} \bar{M} I_1 \sqrt{2} \cos(g\omega t - \theta_0 - \varphi_1) + (\bar{L}_2 - \bar{M}_2) I_2 \sqrt{2} \cos(g\omega t - \varphi_2) \quad (I.28)$$

Les flux totaux par phases $\bar{\Psi}_A$ et $\bar{\Psi}_a$ sont donc des grandeurs
 sinusoïdales de pulsations respectives ω et $g\omega$. Le comportement
 des autres phases étant identiques, leurs flux se déduisent
 par permutations circulaires.

Si l'on veut exprimer les flux en grandeurs complexes il
 faut noter à part les pulsations qui n'apparaissent plus dans
 les équations :

$$\bar{\Psi}_A = (\bar{L}_1 - \bar{M}_1) \bar{I}_A + \frac{3}{2} \bar{M} \bar{I}_0 e^{j\theta_0} : \omega \quad (I.29)$$

$$\bar{\Psi}_a = \frac{3}{2} \bar{M} \bar{I}_A e^{j\theta_0} + (\bar{L}_2 - \bar{M}_2) \bar{I}_0 : g\omega \quad (I.30)$$

Posons : $\bar{I}_A = \bar{I}_1$ $\bar{I}_A e^{-j\theta_0} = \bar{I}_2$ (I.31)

$\bar{\Psi}_A = \bar{\Psi}_1$ $\bar{\Psi}_a e^{-j\theta_0} = \bar{\Psi}_2$ (I.32)

et introduisons d'autre part les inductances propres et mutuelles cycliques :

$$(\bar{L}_1 - \bar{M}_1) = \bar{I}_1 \quad (\text{I.22})$$

$$(\bar{L}_2 - \bar{M}_2) = \bar{I}_2 \quad (\text{I.23})$$

$$\text{et} \quad \frac{3}{2} \bar{M} = \bar{M} \quad (\text{I.33})$$

avec ces notations les équations précédentes deviennent :

$$\bar{\Psi}_1 = \bar{L}_1 \bar{I}_1 + \bar{M} \bar{I}_2 \quad (\text{I.34})$$

$$\bar{\Psi}_2 = \bar{M} \bar{I}_1 + \bar{L}_2 \bar{I}_2 \quad (\text{I.35})$$

I-2: Equations électriques de la machine

La f.é.m induite au stator s'écrit :

$$\bar{E}_1 = - \frac{d}{dt} \bar{\Psi}_1 = - j \omega \bar{\Psi}_1 \quad (\text{I.36})$$

$$\bar{E}_1 = - j \omega (\bar{L}_1 \bar{I}_1 + \bar{M} \bar{I}_2) \quad (\text{I.37})$$

donc en supposant la machine alimentée sous une tension de phase V_1 au stator :

$$\bar{V}_1 = (R_1 + j \bar{L}_1 \omega) \bar{I}_1 + j \bar{M} \omega \bar{I}_2 \quad (\text{I.38})$$

De même, au rotor nous avons la f.é.m induite :

$$\bar{E}_2 = - j g \omega \bar{\Psi}_2 \quad (\text{I.39})$$

Le rotor étant en court-circuit la loi d'Ohm s'écrit :

$$\bar{E}_2 = R_2 \bar{I}_2 \quad (\text{I.40})$$

Soit

$$0 = j \bar{M} g w \bar{I}_1 + (R_2 + j \bar{I}_2 g w) \bar{I}_2 \quad (I.41)$$

Ces deux relations (I.38) et (I.41) caractérisent entièrement le comportement électrique de la machine.

I.3: Schémas équivalents à la machine

Les deux équations de fonctionnement de la machine asynchrone peuvent s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_1 \\ -\frac{R_2}{g} \bar{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 + j \bar{I}_1 w & j \bar{M} w \\ j \bar{M} w & j \bar{I}_2 w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{pmatrix} \quad (I.42)$$

après la division de la seconde par g

Ou encore, en changeant la convention de signe du courant secondaire afin d'avoir celles utilisées pour le transformateur (où le secondaire est un générateur ici mécanique)

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_1 \\ \frac{R_2}{g} \bar{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 + j \bar{I}_1 w & j \bar{M} w \\ j \bar{M} w & j \bar{I}_2 w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{I}_1 \\ -\bar{I}_2 \end{pmatrix} \quad (I.43)$$

Equations auxquelles correspond le schéma équivalent suivant

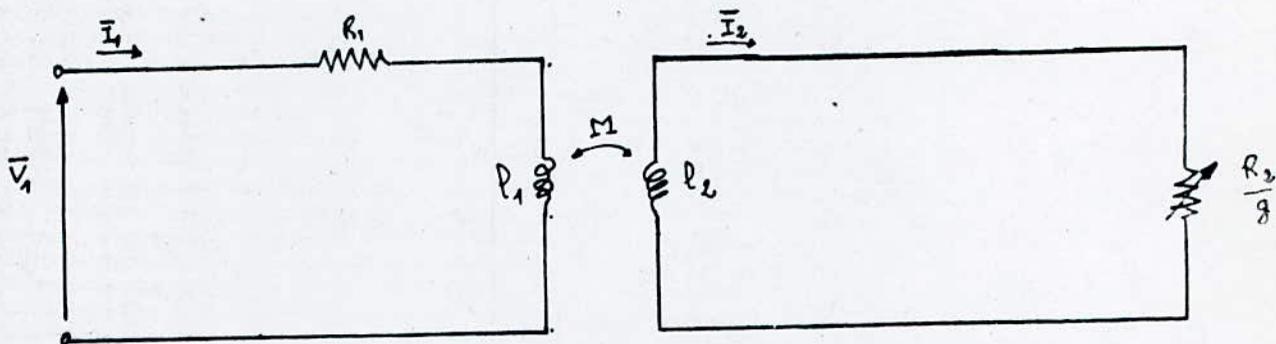


Fig.I.2

C'est celui d'un transformateur sans pertes fer ni résistance secondaire, chargé sur une résistance variable $\frac{R_2}{g}$.

En introduisant la résistance rotorique (pertes Joule rotoriques), les équations de fonctionnement peuvent aussi se mettre sous la forme :

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_1 \\ R_2 \frac{1-g}{g} \bar{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 + j\bar{l}_1 w & j\bar{M} w \\ j\bar{M} w & R_2 + j\bar{l}_2 w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{I}_1 \\ -\bar{I}_2 \end{pmatrix} \quad (I.44)$$

Equations auxquelles correspond le schéma équivalent suivant :

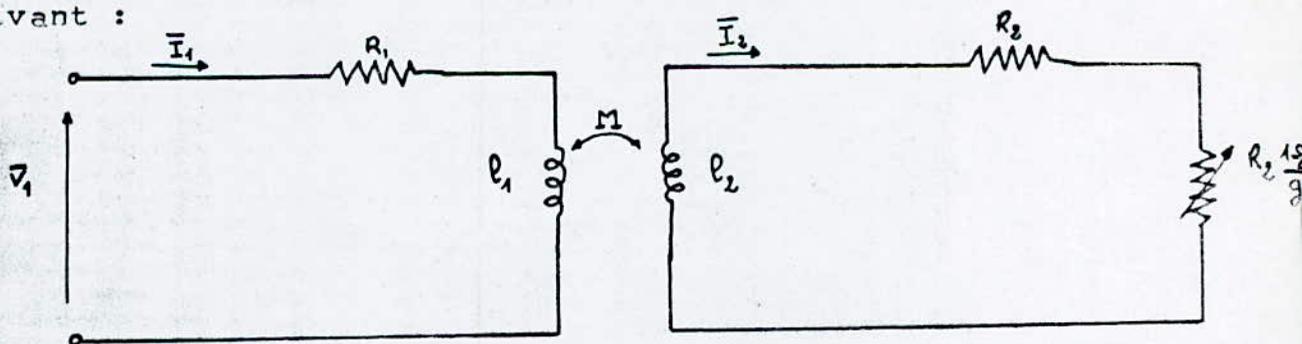


Fig.I.3

Ce schéma met en évidence les pertes Joule secondaires de la machine.

CHAPITRE II

ETUDE DE LA MACHINE ASYNCHRONE A ROTOR BOBINE

PAR LA METHODE DES TRANSFORMATIONS ORTHOGONALES

II-1: MODELE DE LA MACHINE

Nous admettons que la machine a ses deux enroulements triphasés parfaitement symétriques que ce soit pour le stator ou pour le rotor. Ces deux enroulements sont indépendants du point de vue électrique.

II-1-1: REPRESENTATION DE LA MACHINE (Fig.I;1)

La représentation de la figure I.1 est dite représentation de la machine asynchrone primitive. Notre but est à la fin de déterminer un circuit original pour la machine en liant les différents éléments de ce circuit primitif.

II-1-2: ECRITURE DE LA MATRICE IMPEDANCE Z DE LA MACHINE

$$(V) = (Z) \cdot (i) \quad (\text{II.1})$$

$$\begin{pmatrix} (V_1) \\ (V_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (Z_{11}) & (Z_{12}) \\ (Z_{21}) & (Z_{22}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} \quad (\text{II.2})$$

(Z_{11}) : représente la matrice impédance statorique;

(Z_{22}) : représente la matrice impédance rotorique ;

(Z_{12}) et (Z_{21}) : représentent respectivement les matrices

mutuelles impédances stator-rotor et

rotor-stator. Pour raison de symétrie, $(Z_{12}) = (Z_{21})$.

a) Détermination de la matrice impédance (Z_{11}) :

La matrice impédance (Z) comporte 36 termes (fig.I.1) par considération des impédances stator-stator, rotor-rotor et stator-rotor (rotor-stator). Nous avons six équations différentielles contenant 36 termes.

(Z_{11}) comme nous l'avons citée est la matrice impédance stator-stator avec $i_2=0$ (courant rotorique nul),

$$(V_1) = (Z_{11}) \cdot (i_1) \quad (II.3)$$

soit d'après la figure I.1 :

$$\begin{aligned} V_A &= R_1 i_A + \frac{d}{dt} (\bar{L}_1 i_A) + \frac{d}{dt} (\bar{M}_{AB} i_B) + \frac{d}{dt} (\bar{M}_{AC} i_C) \\ V_B &= \frac{d}{dt} (\bar{M}_{BA} i_A) + R_1 i_B + \frac{d}{dt} (\bar{L}_1 i_B) + \frac{d}{dt} (\bar{M}_{BC} i_C) \\ V_C &= \frac{d}{dt} (\bar{M}_{CA} i_A) + \frac{d}{dt} (\bar{M}_{CB} i_B) + \frac{d}{dt} (\bar{L}_1 i_C) + R_1 i_C \end{aligned} \quad (II.4)$$

Pour raison de symétrie, nous avons toutes les mutuelles inductances entre phases statoriques égales, soit :

$$\bar{M}_{AB} = \bar{M}_{AC} = \bar{M}_{BA} = \bar{M}_{BC} = \bar{M}_{CB} = \bar{M}_{CA} = \bar{M}_1.$$

La machine asynchrone à rotor bobiné peut être considérée comme à rotor lisse c'est à dire à entrefer constant, ainsi \bar{L}_1 et \bar{M}_1 sont indépendantes du temps donc :

$$\frac{d}{dt} (\bar{L}_1 i_1) = \bar{L}_1 \frac{di_1}{dt} \quad \text{et} \quad \frac{d}{dt} (\bar{M}_1 i_1) = \bar{M}_1 \frac{di_1}{dt} \quad (II.5)$$

Avec $p = \frac{d}{dt}$; nous avons donc l'équation (II.4) qui devient, sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 + \bar{L}_1 p & \bar{M}_1 p & \bar{M}_1 p \\ \bar{M}_1 p & R_1 + \bar{L}_1 p & \bar{M}_1 p \\ \bar{M}_1 p & \bar{M}_1 p & R_1 + \bar{M}_1 p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{pmatrix}$$

soit

$$(Z_{11}) = \begin{pmatrix} R_1 + \bar{L}_{1p} & \bar{M}_{1p} & \bar{M}_{1p} \\ \bar{M}_{1p} & R_1 + \bar{L}_{1p} & \bar{M}_{1p} \\ \bar{M}_{1p} & \bar{M}_{1p} & R_1 + \bar{L}_{1p} \end{pmatrix} \quad (\text{II.6})$$

b) Détermination de la matrice impédance rotorique (Z_{22}):

Cette dernière se détermine exactement de la même manière que la matrice impédance statorique (Z_{11}) avec les mêmes considérations, ainsi :

$$(Z_{22}) = \begin{pmatrix} R_2 + \bar{L}_{2p} & \bar{M}_{2p} & \bar{M}_{2p} \\ \bar{M}_{2p} & R_2 + \bar{L}_{2p} & \bar{M}_{2p} \\ \bar{M}_{2p} & \bar{M}_{2p} & R_2 + \bar{L}_{2p} \end{pmatrix} \quad (\text{II.7})$$

c) Détermination de la matrice impédance rotor-stator ou stator-rotor : (Z_{12}) = (Z_{21})

1. Déterminons cette matrice impédance (Z_{21}) quand par exemple un courant i_A parcourt la phase A du stator (fig. II.1)

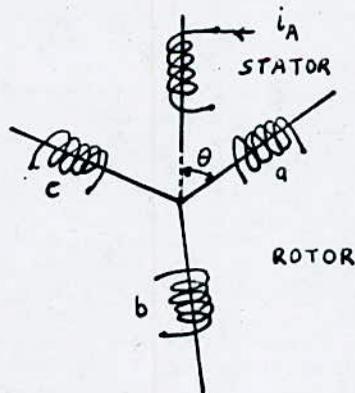


Fig. II.1

" Modèle choisi afin de déterminer la matrice inductance mutuelle rotor-stator "

Remarque : La même forme sera obtenue si on avait alimenté les phases **B** ou **C**.

$$\left. \begin{aligned} V_a &= M_{a,A}(\theta) \cdot i_A \\ V_b &= M_{b,A}(\theta) \cdot i_A \\ V_c &= M_{c,A}(\theta) \cdot i_A \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.8})$$

L'inductance mutuelle rotor-stator (vice et versa) comporte des harmoniques de rang supérieur. Cependant nous nous arrêtons pour les calculs aux harmoniques de rang 3 et nous négligeons les autres :

$$M_{a,A}(\theta) = \bar{M} \cos \theta + \bar{M}_3 \cos 3\theta$$

$$M_{b,A}(\theta) = \bar{M} \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) + \bar{M}_3 \cos 3(\theta + \frac{2\pi}{3})$$

$$M_{c,A}(\theta) = \bar{M} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + \bar{M}_3 \cos 3(\theta - \frac{2\pi}{3})$$

$$\cos 3(\theta + \frac{2\pi}{3}) = \cos 3(\theta - \frac{2\pi}{3}) = \cos 3\theta$$

Ainsi :

$$\left. \begin{aligned} M_{a,A}(\theta) &= \bar{M} \cos \theta + \bar{M}_3 \cos 3\theta \\ M_{b,A}(\theta) &= \bar{M} \cos \theta_2 + \bar{M}_3 \cos 3\theta \\ M_{c,A}(\theta) &= \bar{M} \cos \theta_3 + \bar{M}_3 \cos 3\theta \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.9})$$

2. Phase B du stator parcourue par le courant i_B :

$$M_{a,B}(\theta) = \bar{M} \cos \theta_3 + \bar{M}_3 \cos 3\theta$$

$$M_{b,B}(\theta) = \bar{M} \cos \theta + \bar{M}_3 \cos 3\theta \quad \text{II.10}$$

$$M_{c,B}(\theta) = \bar{M} \cos \theta_2 + \bar{M}_3 \cos 3\theta$$

3. Phase (C) du stator parcourue par le courant i_C :

$$\left. \begin{aligned} M_{a,c}(\theta) &= \bar{M} \cos \theta_2 + \bar{M}_3 \cos 3\theta \\ M_{b,c}(\theta) &= \bar{M} \cos \theta_3 + \bar{M}_3 \cos 3\theta \\ M_{c,c}(\theta) &= \bar{M} \cos \theta + \bar{M}_3 \cos 3\theta \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.11})$$

A l'aide des relations (II.5) et (II.7) à (II.11) nous pouvons écrire :

$$\begin{pmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{M}_p \cos \theta + \bar{M}_3 p \cos 3\theta & \bar{M}_p \cos \theta_3 + \bar{M}_3 p \cos 3\theta & \bar{M}_p \cos \theta_2 + \bar{M}_3 p \cos 3\theta \\ \bar{M}_p \cos \theta_2 + \bar{M}_3 p \cos 3\theta & \bar{M}_p \cos \theta + \bar{M}_3 p \cos 3\theta & \bar{M}_p \cos \theta_3 + \bar{M}_3 p \cos 3\theta \\ \bar{M}_p \cos \theta_3 + \bar{M}_3 p \cos 3\theta & \bar{M}_p \cos \theta_2 + \bar{M}_3 p \cos 3\theta & \bar{M}_p \cos \theta + \bar{M}_3 p \cos 3\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix}$$

soit

$$(Z_{21}) = \bar{M} \begin{pmatrix} p \cos \theta & p \cos \theta_3 & p \cos \theta_2 \\ p \cos \theta_2 & p \cos \theta & p \cos \theta_3 \\ p \cos \theta_3 & p \cos \theta_2 & p \cos \theta \end{pmatrix} + \bar{M}_3 p \cos 3\theta \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Nous pouvons remarquer pour (Z_{21}) la symétrie qui est mise en évidence.

En ne tenant compte que du fondamental, nous obtenons :

$$(Z_{21}) = \bar{M} \begin{pmatrix} p \cos \theta & p \cos \theta_3 & p \cos \theta_2 \\ p \cos \theta_2 & p \cos \theta & p \cos \theta_3 \\ p \cos \theta_3 & p \cos \theta_2 & p \cos \theta \end{pmatrix} \quad (\text{II.12})$$

avec : \bar{M} : inductance mutuelle rotor-stator (ou stator-rotor) quand $\theta = 0$.

$$\text{et } \theta_2 = \theta + \frac{2\pi}{3}, \quad \theta_3 = \theta - \frac{2\pi}{3}$$

A présent, nous pouvons écrire la matrice impédance (Z) de la machine :

$$(Z) = \begin{pmatrix} (Z_{11}) & (Z_{12}) \\ (Z_{21}) & (Z_{22}) \end{pmatrix}$$

Les relations (II.6), (II.7) et (II.12) donnent :

$$(Z) = \left(\begin{array}{ccc|ccc} R_1 + \bar{L}_1 p & p \bar{M}_1 & p \bar{M}_1 & p \bar{M} \cos \theta & p \bar{M} \cos \theta_2 & p \bar{M} \cos \theta_3 \\ p \bar{M}_1 & R_1 + \bar{L}_1 p & p \bar{M}_1 & p \bar{M} \cos \theta_3 & p \bar{M} \cos \theta & p \bar{M} \cos \theta_2 \\ p \bar{M}_1 & p \bar{M}_1 & R_1 + \bar{L}_1 p & p \bar{M} \cos \theta_2 & p \bar{M} \cos \theta_3 & p \bar{M} \cos \theta \\ \hline p \bar{M} \cos \theta & p \bar{M} \cos \theta_3 & p \bar{M} \cos \theta_2 & R_2 + \bar{L}_2 p & p \bar{M}_2 & p \bar{M}_2 \\ p \bar{M} \cos \theta_2 & p \bar{M} \cos \theta & p \bar{M} \cos \theta_3 & p \bar{M}_2 & R_2 + \bar{L}_2 p & p \bar{M}_2 \\ p \bar{M} \cos \theta_3 & p \bar{M} \cos \theta_2 & p \bar{M} \cos \theta & p \bar{M}_2 & p \bar{M}_2 & R_2 + \bar{L}_2 p \end{array} \right) \quad (\text{II-13})$$

Jusqu'à présent, le travail que nous avons effectué est similaire au chapitre I. Cependant, dans ce présent chapitre nous allons transformer la machine asynchrone triphasée en une machine biphasée équivalente en appliquant la transformation orthogonale C_1 que nous définirons par la suite, puis une deuxième transformation C_2 permettra une écriture de la matrice impédance indépendamment de θ . Notons toutefois que la transformation orthogonale C_2 n'est appliquée qu'au rotor car le stator, lui, a ses bornes fixes dans l'espace. Enfin une dernière transformation C_3 permettra d'analyser le fonctionnement ^{à l'aide} des composantes symétriques.

Le but de toutes ces transformations comme annoncé dans l'introduction est de simplifier l'écriture des équations de la machine permettant son étude quel que soit son régime

de fonctionnement (régime établi, régime transitoire et régime asymétrique).

II.2 : APPLICATION DE LA TRANSFORMATION ORTHOGONALE C_1

II.2.1 : Généralités

Les transformations orthogonales sont utilisées pour une modélisation mathématique. Elles sont introduites pour la simplification des équations par des changements de variables.

Les transformations orthogonales sont du type carrée et leur inverse existe.

La condition d'orthogonalité est :

$$(C)(C^{-1}) = (C)(C_t^*) = (I) \quad (\text{II.14})$$

$$C^{-1} = C_t^* \quad (\text{II.15})$$

(* : conjugué)

Nous, nous appliquerons les transformations orthogonales aux courants et aux tensions, c'est-à-dire aux impédances de la machine :

$$(i) = (C)(i')$$

$$(i') = (C^{-1})(i)$$

$$(v') = (C_t)(v) \quad ; \quad (v) = (C_t^*)(v') \quad (\text{II.16})$$

$$(z') = (C_t^*)(z)(C)$$

$$(z) = (C_t^*)^{-1}(z')(C^{-1})$$

Pour les transformations orthogonales, la puissance est invariable.

II.2.2: Transformation C_1

La transformation orthogonale C_1 comme énoncé, nous

permettra de représenter la machine triphasée par une machine biphasée identique équivalente (puissance conservée vu l'orthogonalité).

Prenons par exemple l'enroulement triphasé statorique (figure.I.1) que nous allons transformer en un enroulement biphasé produisant la même force magnétique (fig.II.2)

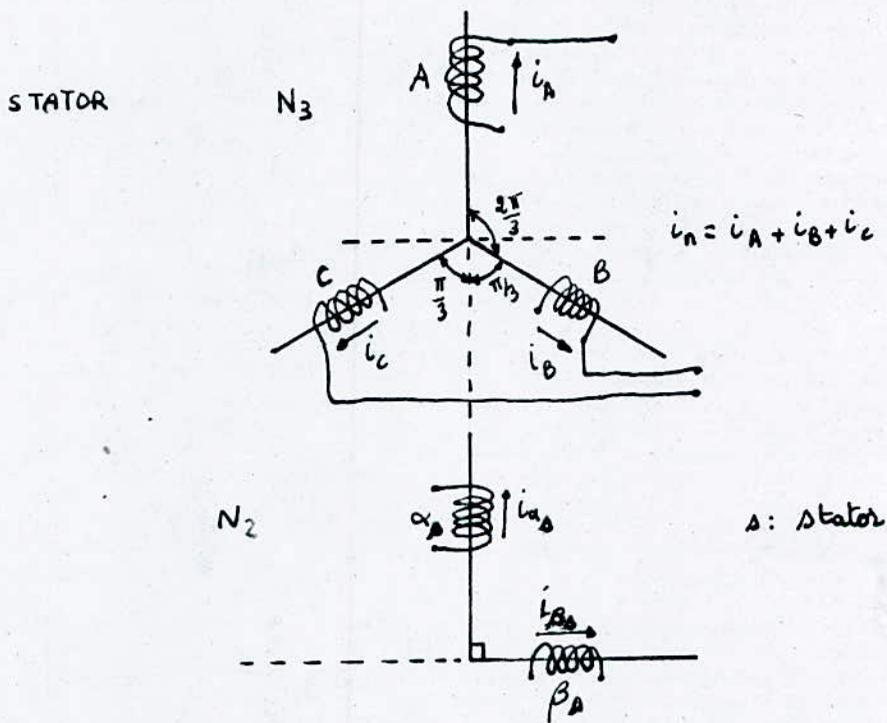


Fig.II.2

" Transformation d'un enroulement triphasé en un enroulement biphasé équivalent."

N_3 : nombre de spires de l'enroulement triphasé

N_2 : nombre de spires de l'enroulement biphasé équivalent.

Considérons les axes magnétiques des bobines A et α_1 confondus et écrivons le bilan des forces magnétomotrices pour les deux enroulements sachant que celles-ci sont égales : $F.m.m = (F.m.m)'$ et $P = P'$:

$$N_2 i_{\alpha_p} = N_3 \left(i_A - \frac{1}{2} i_B - \frac{1}{2} i_C \right) \quad (\text{II.17})$$

$$N_2 i_{\beta_p} = N_3 \frac{\sqrt{3}}{2} (0 + i_B - i_C) \quad (\text{II.18})$$

avec $\frac{N_3}{N_2} = K$ nous avons :

$$i_{\alpha_p} = K \left(i_A - \frac{1}{2} i_B - \frac{1}{2} i_C \right) \quad (\text{II.19})$$

$$i_{\beta_p} = K \frac{\sqrt{3}}{2} (0 + i_B - i_C) \quad (\text{II.20})$$

Dans le cas où le neutre existe :

$$i_0 = KK' (i_A + i_B + i_C) \quad (\text{II.21})$$

K' est un facteur que nous déterminerons.

-Ecrivons les équation II.19, II.20 et II.21 sous forme matricielle :

$$(i) = (C) (i')$$

$$\begin{pmatrix} i_0 \\ i_{\alpha_p} \\ i_{\beta_p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} KK' & KK' & KK' \\ K & -K/2 & -K/2 \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} K & -\frac{\sqrt{3}}{2} K \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{pmatrix}$$

soit

$$(C) = K \begin{pmatrix} K' & K' & K' \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \quad (\text{II.22})$$

$$(i) = (C) (i') \implies (i') = (C)^{-1} (i)$$

transformation orthogonale, donc :

$$(C^{-1}) = (C_t) \implies (i') = (C_t) (i)$$

$$(C_T) = K \begin{pmatrix} K' & 1 & 0 \\ K' & -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ K' & -1/2 & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$$

-Determination des coefficients K et K' :

$$(C)(C_T) = (I) \quad (II.23)$$

$$\Rightarrow K^2 \begin{pmatrix} 3K'^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3 K^2 K'^2 = 1$$

$$\frac{3}{2} K^2 = 1$$

$$\text{d'où } K = \left(\frac{2}{3}\right)^{1/2} \quad (II.24)$$

$$K' = \left(\frac{1}{2}\right)^{1/2} \quad (II.25)$$

La matrice de transformations pour obtenir l'orthogonalité est :

$$(C^{-1}) = \left(\frac{3}{2}\right)^{1/2} \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{2}\right)^{1/2} & \left(\frac{1}{2}\right)^{1/2} & \left(\frac{1}{2}\right)^{1/2} \\ 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \frac{(3)^{1/2}}{2} & \frac{-(3)^{1/2}}{2} \end{pmatrix}$$

$$\text{d'où } (C) = (C^{-1})^{-1} \quad (C) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1 & 0 \\ 1/\sqrt{2} & -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ 1/\sqrt{2} & -1/2 & -\sqrt{3}/2 \end{pmatrix} \quad (II.26)$$

Nous représentons (C) par (C₁) pour différencier avec les autres transformations orthogonales. Nous avons donc montré que (C₁) permettait de passer de l'enroulement triphasé à un enroulement biphasé équivalent en gardant la même force magnétomotrice (N₃i = N₂i') et pour une puissance invariable (P = P').

Comme la puissance est invariable, la matrice impédance transformée en utilisant le circuit primitif (fig.I.1) sera déterminée suivant la relation :

$$(Z') = (C_{1t})(Z)(C_1) \quad (\text{II.27})$$

II.2.3: Détermination de la matrice impédance transformée Z' :

$$(Z') = \begin{pmatrix} C_{1\Delta t} & 0 \\ 0 & C_{1r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{1\Delta} & 0 \\ 0 & C_{1r} \end{pmatrix}$$

$$(Z') = \begin{pmatrix} C_{1\Delta t} Z_{11} C_{1\Delta} & C_{1\Delta t} Z_{12} C_{1r} \\ C_{1r t} Z_{21} C_{1r} & C_{1r t} Z_{22} C_{1r} \end{pmatrix}$$

$$(Z') = \begin{pmatrix} Z'_{11} & Z'_{12} \\ Z'_{21} & Z'_{22} \end{pmatrix}$$

Au rotor :

$$(C_{1r}) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1 & 0 \\ 1/\sqrt{2} & -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ 1/\sqrt{2} & -1/2 & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \quad (\text{II.28})$$

$Z'_{12} = Z'_{21}$ et ce, toujours pour raison de symétrie (II.29)

a) Détermination de (Z'_{11}) (stator-stator)

$$(Z'_{11}) = (C_{1\Delta t})(Z_{11})(C_{1\Delta})$$

Les relations (II.26) et (II.6) donnent :

$$(Z'_{11}) = \begin{pmatrix} R_1 + \bar{L}'_{1p} & 0 & 0 \\ 0 & R_1 + \bar{L}'_{1p} & 0 \\ 0 & 0 & R_1 + \bar{L}'_{1p} \end{pmatrix} \quad (\text{II.30})$$

avec $\bar{L}'_1 = \bar{L}_1 + 2 \bar{M}_1$ (II.31)

$$\bar{L}'_1 = \bar{L}_1 - \bar{M}_1 \quad (\text{II.32})$$

b) Détermination de (Z'_{22}) (rotor-rotor):

$$(Z'_{22}) = (C_{1r_t})(Z_{22})(C_{1r})$$

Les relations (II.28) et (II.7) donnent comme pour le stator:

$$(Z'_{22}) = \begin{pmatrix} R_2 + \bar{L}'_{2p} & 0 & 0 \\ 0 & R_2 + \bar{L}'_{2p} & 0 \\ 0 & 0 & R_2 + \bar{L}'_{2p} \end{pmatrix} \quad (\text{II.33})$$

avec $\bar{L}'_2 = \bar{L}_2 + 2 \bar{M}_2$

$$\bar{L}'_2 = \bar{L}_2 - \bar{M}_2$$

que ce soit pour (Z'_{11}) ou (Z'_{22}) après transformation nous avons trois termes différents de zéro au lieu de neuf termes initialement.

c) Détermination de $(Z'_{21} = Z'_{12})$

$$(Z'_{21}) = (C_{1r_t})(Z_{21})(C_{1A})$$

Suivant les relations (II.12) et (II.26) nous aurons :

$$(Z_{21})(C_{1A}) = \bar{M} \begin{pmatrix} p \cos \theta & p \cos \theta_3 & p \cos \theta_2 \\ p \cos \theta_2 & p \cos \theta & p \cos \theta_3 \\ p \cos \theta_3 & p \cos \theta_2 & p \cos \theta \end{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -1/2 & -\sqrt{3}/2 \end{pmatrix}$$

avec $\cos \theta + \cos \theta_2 + \cos \theta_3 = 0$

$$(Z_{21})(C_{1A}) = \bar{M} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 0 & 3/2 p \cos \theta & 3/2 p \sin \theta \\ 0 & 3/2 p \cos \theta_2 & 3/2 p \sin \theta_2 \\ 0 & 3/2 p \cos \theta_3 & 3/2 p \sin \theta_3 \end{pmatrix}$$

$$(Z_{21})(C_{1A}) = \bar{M} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & p \cos \theta & p \sin \theta \\ 0 & p \cos \theta_2 & p \sin \theta_2 \\ 0 & p \cos \theta_3 & p \sin \theta_3 \end{pmatrix} \quad (\text{II-34})$$

$$\text{avec : } p(\cos \theta - \frac{1}{2} \cos \theta_3 - \frac{1}{2} \cos \theta_2) = p(\cos \theta + \frac{1}{2} \cos \theta - \frac{1}{2} \cos \theta + \frac{1}{2} \cos \theta) = \frac{3}{2} p \cos \theta$$

$$\text{et } \frac{\sqrt{3}}{2} p(\cos \theta_3 - \cos \theta_2) = \frac{\sqrt{3}}{2} p \sqrt{3} \sin \theta = \frac{3}{2} p \sin \theta$$

$$(C_{1r}) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow (Z'_{21}) = \frac{3}{2} \bar{M} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & p \cos \theta & p \sin \theta \\ 0 & -p \sin \theta & p \cos \theta \end{pmatrix} + 3 \bar{M}_3 \begin{pmatrix} p \cos 3\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{II-35})$$

Soit

$$(Z'_{21}) = (Z'_{42}) = \begin{pmatrix} \bar{M}'_3 p \cos 3\theta & 0 & 0 \\ 0 & \bar{M}' p \cos \theta & \bar{M}' p \sin \theta \\ 0 & -\bar{M}' p \sin \theta & \bar{M}' p \cos \theta \end{pmatrix} \quad (\text{II-36})$$

Avec :

$$\bar{M}'_3 = 3 \bar{M}_3 \quad (\text{II-37})$$

$$\bar{M}' = \frac{3}{2} \bar{M} \quad (\text{II-38})$$

Nous pouvons à présent donner toutes les composantes de la matrice impédance transformée (Z') :

$$(Z') = \begin{pmatrix} R_1 + \bar{L}'_1 p & 0 & 0 & | & \bar{\pi}'_3 p \cos 3\theta & 0 & 0 \\ 0 & R_1 + \bar{L}'_1 p & 0 & | & 0 & \bar{\pi}'_p \cos \theta & \bar{\pi}'_p \sin \theta \\ 0 & 0 & R_1 + \bar{L}'_1 p & | & 0 & -\bar{\pi}'_p \sin \theta & \bar{\pi}'_p \cos \theta \\ \hline \bar{\pi}'_3 p \cos 3\theta & 0 & 0 & | & R_2 + \bar{L}'_2 p & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\pi}'_p \cos \theta & \bar{\pi}'_p \sin \theta & | & 0 & R_2 + \bar{L}'_2 p & 0 \\ 0 & -\bar{\pi}'_p \sin \theta & \bar{\pi}'_p \cos \theta & | & 0 & 0 & R_2 + \bar{L}'_2 p \end{pmatrix}$$

Pour (Z') nous avons 16 termes différents de zéro au lieu de 36 termes pour (Z).

d) Arrangement de la matrice (Z') :

$$\begin{pmatrix} V_0 \\ V_o \\ V_{\alpha\beta} \\ V_{\beta\alpha} \\ V_{\alpha r} \\ V_{\beta r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 + \bar{L}'_1 p & \bar{\pi}'_3 p \cos 3\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{\pi}'_3 p \cos 3\theta & R_2 + \bar{L}'_2 p & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_1 + \bar{L}'_1 p & 0 & \bar{\pi}'_p \cos \theta + \bar{\pi}'_p \sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_1 + \bar{L}'_1 p & -\bar{\pi}'_p \sin \theta + \bar{\pi}'_p \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\pi}'_p \cos \theta + \bar{\pi}'_p \sin \theta & 0 & R_2 + \bar{L}'_2 p & 0 \\ 0 & 0 & -\bar{\pi}'_p \sin \theta + \bar{\pi}'_p \cos \theta & 0 & 0 & R_2 + \bar{L}'_2 p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_0 \\ i_o \\ i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \\ i_{\alpha r} \\ i_{\beta r} \end{pmatrix} \quad (I.39)$$

- Nous avons un découplage entre les composantes homopolaires et les autres (0 , 0)

- Pratiquement la machine asynchrone est alimentée par trois fils (triphasé) donc dans ce cas $i_0 = 0$.

De même le rotor est en court-circuit, donc on peut le considérer comme un triangle $\triangle G$ où le courant rotorique circulera à l'extérieur ainsi $i_o = 0$.

Pour les tensions V_0 et V_o , elles sont nulles.

- Dans une machine réelle, on néglige les mutuelles pour les composantes homopolaires, elles sont nulles. Donc les mutuelles entre $(\alpha_s; \beta_s)$ et $(\alpha_r; \beta_r)$ sont nulles. Ces bobines sont physiquement arrangées à $\frac{\pi}{2}$ dans une machine symétrique (bobinage symétrique par construction) : (fig.II.3)

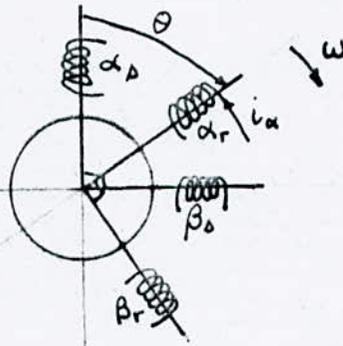


Fig II.3

"modèle de la machine biphasée équivalente obtenue par application de la transformation C_1 au rotor et au stator"

e) MATRICE IMPEDANCE (Z') POUR UNE MACHINE REELLE

En tenant compte de tous les points cités ci-dessus, nous écrivons la matrice impédance (Z') ainsi :

$$(Z') = \begin{pmatrix} R_1 + \bar{L}'_1 p & 0 & \bar{M}'_p \cos \theta & -\bar{M}'_p \sin \theta \\ 0 & R_1 + \bar{L}'_1 p & \bar{M}'_p \sin \theta & \bar{M}'_p \cos \theta \\ \bar{M}'_p \cos \theta & -\bar{M}'_p \sin \theta & R_2 + \bar{L}'_2 p & 0 \\ +\bar{M}'_p \sin \theta & \bar{M}'_p \cos \theta & 0 & R_2 + \bar{L}'_2 p \end{pmatrix} \quad (II.40)$$

Cette matrice est valable quelque soit le courant instantané i .

II.3 : APPLICATION DE TRANSFORMATION ORTHOGONALE (C_2) :

II.3.1 BUT :

Réécrivons $(V) = (Z') (i)$

$$\begin{pmatrix} V_{\alpha_s} \\ V_{\beta_s} \\ V_{\alpha_r} \\ V_{\beta_r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 + \bar{L}'_1 p & 0 & \bar{M}'_p \cos \theta & -\bar{M}'_p \sin \theta \\ 0 & R_1 + \bar{L}'_1 p & \bar{M}'_p \sin \theta & \bar{M}'_p \cos \theta \\ \bar{M}'_p \cos \theta & -\bar{M}'_p \sin \theta & R_2 + \bar{L}'_2 p & 0 \\ +\bar{M}'_p \sin \theta & \bar{M}'_p \cos \theta & 0 & R_2 + \bar{L}'_2 p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{\alpha_s} \\ i_{\beta_s} \\ i_{\alpha_r} \\ i_{\beta_r} \end{pmatrix} \quad (II.41)$$

Soit la première équation :

$$V_{\alpha_s} = (R_{\alpha_s} + L_{\alpha_s} p) \cdot i_{\alpha_s} + 0 \cdot i_{\beta_s} + \bar{M}'_p \cos \theta \cdot i_{\alpha_r} - \bar{M}'_p \sin \theta \cdot i_{\beta_r}$$

ou $p = \frac{d}{dt}$ opère sur le produit de fonction θ et des courants qui tous les deux sont fonction du temps ainsi les quatre équations sont non linéaires

$$p (\cos \theta \cdot i_{\alpha_r}) \longrightarrow \frac{d}{dt} (\cos \theta(t) \cdot i_{\alpha_r}(t))$$

En appliquant la transformation C_2 , pour éliminer les fonctions de θ de la matrice impédance (Z'). Nous allons donc avec cette transformation remplacer les bobines α_r et β_r qui tournent en fonction ^{des temps} des bobines q et d fixes dans l'espace. Nous rappelons que la transformation C_2 ne va pas être appliquée qu'au rotor car les bobines statoriques (α_s et β_s) sont quant à elles fixes déjà dans l'espace.

II.3.2 TRANSFORMATION ORTHOGONALE C_2 :

$$C_2 = \begin{matrix} & \begin{matrix} \alpha_s & \beta_s & q & d \end{matrix} & \begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix} \text{ bobines} \\ \begin{matrix} \alpha_s \\ \beta_s \\ \alpha_r \\ \beta_r \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin \theta & \cos \theta \\ 0 & 0 & \cos \theta & -\sin \theta \end{pmatrix} & \end{matrix} \quad (\text{II-42})$$

$$C_2 = \begin{matrix} \text{bobines} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & C_{2r} \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (\text{II-43})$$

Application de cette transformée à (Z'):

$$(Z'') = (C_{2t}') (Z') (C_2^*) \quad (\text{II-44})$$

$$Z'' = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & C_{2t}' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z'_{11} & Z'_{12} \\ Z'_{21} & Z'_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & C_2 \end{pmatrix}$$

$$Z'' = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & C_{2t}' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z'_{11} & Z'_{12} C_2 \\ Z'_{21} & Z'_{22} C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z'_{11} & Z'_{12} C_2 \\ C_{2t}' Z'_{21} & C_{2t}' Z'_{22} C_2 \end{pmatrix} \quad (\text{II-45})$$

A partir de la matrice impédance (II.45), nous voyons que la caractéristique de symétrie des impédances disparaît après transformation:

$$Z'_{12} C_2 \neq C_2 Z'_{21}$$

De plus nous remarquons que nous n'avons pas transformé l'impédance propre du stator $Z'_{11} = Z''_{11}$.

$$C_2 = \begin{matrix} \alpha_r & \beta_r \\ \alpha_d & \beta_d \end{matrix} \begin{pmatrix} \sin\theta & \cos\theta \\ \cos\theta & -\sin\theta \end{pmatrix} \quad (\text{II.46})$$

Cette transformation orthogonale C_2 appliquée aux courants rotoriques donne :

$$\begin{pmatrix} i_q \\ i_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin\theta & \cos\theta \\ \cos\theta & -\sin\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{ar} \\ i_{br} \end{pmatrix}$$

$$\text{Soit : } \left. \begin{aligned} i_q &= i_{ar} \sin\theta + i_{br} \cos\theta \\ i_d &= i_{ar} \cos\theta - i_{br} \sin\theta \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.47})$$

Nous avons donc en utilisant la transformation orthogonale C_2 projeter les grandeurs (courants rotoriques) dans le système de bobines α_r et β_r sur le système d'axes q et d qui correspond aux systèmes d'axes statoriques (fig.II.4)

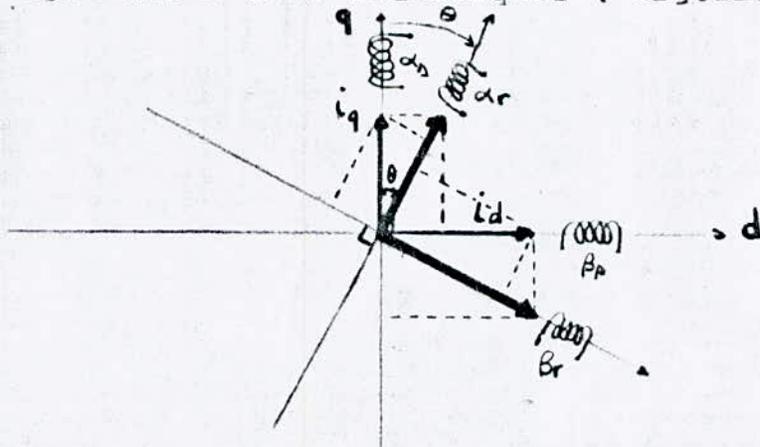


Fig.II.4

" Transformation de grandeurs α_r, β_r dans le système d'axes q et d ."

A chaque instant (t) correspondant à la position θ des bobinages rotoriques (α_r et β_r) en rotation, les courants rotoriques (pris dans notre cas pour grandeurs) sont représentées par i_q et i_d provoquant des forces magneto-motrices (resultants) dont les directions sont suivant les axes magnetiques fixes dans l'espace (axes magnetiques dans les bobines statoriques α_s et β_s)

Nous sommes ainsi arrivés à la représentation de la machine asynchrone par le modele dit "machine de Kron" (fig II.5)

Le rotor représenté par deux bobinages fictifs "fixes" selon les axes d et q et d'où l'on retrouve également les deux bobinages statoriques. L'alimentation des bobinages statoriques engendrera par circulation des courants les flux transversal et direct qui induiront des f.è.m dans les deux enroulements rotoriques

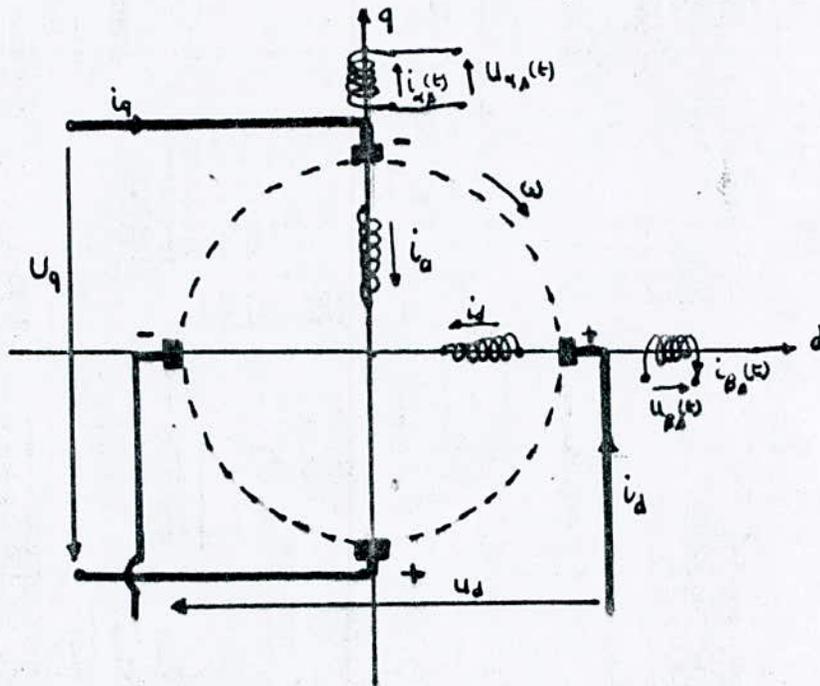


Fig. II-5

" Machine primitive dite de Kron "

Nous remarquons donc qu'on assimile l'action de la transformation au rotor à un collecteur de machine à courant continu avec deux jeux de balais.

III.3.3. : Détermination de la matrice impédance transformée

(Z'') :

a) Détermination de (Z''₂₁)

Selon la relation (II.45), (Z''₂₁) = (C_{2t}). (Z'₂₁)

$$(Z''_{21}) = \begin{pmatrix} \sin \theta & \cos \theta \\ \cos \theta & -\sin \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{M}'_p \cos \theta & \bar{M}'_p \sin \theta \\ -\bar{M}'_p \sin \theta & \bar{M}'_p \cos \theta \end{pmatrix}$$

$$(Z''_{21}) = \begin{pmatrix} \bar{M}' (\sin \theta . p . \cos \theta - \cos \theta . p . \sin \theta) & \bar{M}' (\sin \theta . p . \sin \theta + \cos \theta . p . \cos \theta) \\ \bar{M}' (\cos \theta . p . \cos \theta + \sin \theta . p . \sin \theta) & \bar{M}' (\cos \theta . p . \sin \theta - \sin \theta . p . \cos \theta) \end{pmatrix}$$

Remarque : il est à noter que nous ne pouvons pas écrire que par exemple :

$$\bar{M}'_p . \sin \theta . \cos \theta = \bar{M}' . \sin \theta . p . \cos \theta$$

$$\begin{pmatrix} v_q \\ v_d \end{pmatrix} = (Z''_{21}) \begin{pmatrix} i_{\alpha\beta} \\ i_{\beta\alpha} \end{pmatrix} \quad \text{(III.49)}$$

Nous allons faire les calculs pour la première ligne de (Z''_{21}) , la deuxième ligne sera calculée de façon identique. L'opérateur $p = \frac{d}{dt}$ agit sur les fonctions de θ et sur le courant.

$$V_q = \bar{M}' (\sin \theta \cdot p \cdot \cos \theta - \cos \theta \cdot p \cdot \sin \theta) i_{\alpha\Delta} + \bar{M}' (\sin \theta \cdot p \cdot \sin \theta + \cos \theta \cdot p \cdot \cos \theta) i_{\beta\Delta}$$

$$V_q = \bar{M}' [\sin \theta (p \cos \theta \cdot i_{\alpha\Delta}) - \cos \theta (p \sin \theta) i_{\alpha\Delta}] + \bar{M}' [\sin \theta (p \sin \theta i_{\beta\Delta}) + \cos \theta (p \cos \theta i_{\beta\Delta})]$$

$$V_q = [\bar{M}' \sin \theta (\cos \theta \cdot p i_{\alpha\Delta} - \sin \theta (p \theta) i_{\alpha\Delta}) - \bar{M}' \cos \theta (\cos \theta (p \theta) i_{\alpha\Delta} + \sin \theta (p i_{\alpha\Delta}))] + \\ + \bar{M}' \sin \theta [\cos \theta (p \theta) i_{\beta\Delta} + \sin \theta (p i_{\beta\Delta})] + \bar{M}' \cos \theta [(-\sin \theta) (p \theta) i_{\beta\Delta} + \cos \theta \cdot p (i_{\beta\Delta})]$$

Soit en faisant le même calcul pour V_d :

$$\begin{pmatrix} V_d \\ V_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\bar{M}' (p\theta) & \bar{M}' p \\ \bar{M}' p & \bar{M}' (p\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{d\Delta} \\ i_{\beta\Delta} \end{pmatrix}$$

donc:

$$(Z''_{21}) = \begin{pmatrix} -\bar{M}' (p\theta) & \bar{M}' p \\ \bar{M}' p & \bar{M}' (p\theta) \end{pmatrix} \quad (\text{II.50})$$

c) Détermination de (Z''_{12}) :

$$\text{suivant (II.45)} ; (Z''_{12}) = (Z'_{12})(C_2)$$

Soit après calcul :

$$(Z''_{12}) = \begin{pmatrix} 0 & \bar{M}' p \\ \bar{M}' p & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{II.51})$$

$$(Z''_{12}) \neq (Z''_{21})$$

d) Détermination de (Z''_{22})

$$(Z''_{22}) = (C_{2t})(Z'_{12})(C_2)$$

Soit avec les expressions déjà établies :

$$(Z''_{22}) = (C_{2t}) \begin{pmatrix} R_2 + \bar{L}'_2 p & 0 \\ 0 & R_2 + \bar{L}'_2 p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin \theta & \cos \theta \\ \cos \theta & -\sin \theta \end{pmatrix}$$

$$(Z''_{22}) = \begin{pmatrix} \sin \theta & \cos \theta \\ \cos \theta & -\sin \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (R_2 + \bar{L}'_2 p) \sin \theta & (R_2 + \bar{L}'_2 p) \cos \theta \\ (R_2 + \bar{L}'_2 p) \cos \theta & -(R_2 + \bar{L}'_2 p) \sin \theta \end{pmatrix}$$

Tous calculs faits, nous avons :

$$(Z''_{22}) = \begin{pmatrix} R_2 + \bar{L}'_2 p & -\bar{L}'_2(p\theta) \\ \bar{L}'_2(p\theta) & R_2 + \bar{L}'_2 p \end{pmatrix} \quad (\text{II-52})$$

Ainsi nous avons la matrice impédance (Z'') suivante :

$$(Z'') = \begin{matrix} & \alpha_s & \beta_s & q & d \\ \alpha_s & \left(R_1 + \bar{L}'_1 p \right) & 0 & 0 & \bar{M}'_p \\ \beta_s & 0 & R_1 + \bar{L}'_1 p & \bar{M}'_p & 0 \\ q & -\bar{M}'(p\theta) & \bar{M}'_p & R_2 + \bar{L}'_2 p & -\bar{L}'_2(p\theta) \\ d & \bar{M}'_p & \bar{M}'(p\theta) & \bar{L}'_2(p\theta) & R_2 + \bar{L}'_2 p \end{matrix} \quad (\text{II.53})$$

- Tous les termes sur la diagonale principale de (Z'') représentent les impédances des bobinages propres .

- Sur la diagonale inverse, nous avons les termes relatifs aux mutuelles entre les deux enroulements.

- Les autres mutuelles sur le stator sont nuls (stator fixe).

- Au rotor nous voyons en (Z'') qu'il reste les termes relatifs à la vitesse mécanique $(p\theta = \frac{d\theta}{dt})$. Nous pouvons ainsi remplacer $p\theta$ par w_r la vitesse angulaire du rotor.

- Avec $p\theta = w_r$, et $\bar{L}'_1 = L_1$, $\bar{M}' = M$, $\bar{L}'_2 = L_2$; (Z'') s'écrit:

$$(\underline{Z}'') = \begin{matrix} & \alpha_D & \beta_D & q & d \\ \alpha_D & \left(R_1 + L_1 P \right) & 0 & 0 & M_P \\ \beta_D & 0 & \left(R_1 + L_1 P \right) & M_P & 0 \\ q & -M \omega_r & M_P & \left(R_2 + L_2 P \right) & -L_2 \omega_r \\ d & M_P & M \omega_r & L_2 \omega_r & \left(R_2 + L_2 P \right) \end{matrix} \quad (\text{II.54})$$

Soit

$$(\underline{Z}'') = (\underline{R}) + (\underline{Lp}) + (\underline{G w_r}) \quad (\text{II.55})$$

avec

$$(\underline{R}) = \begin{pmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_2 \end{pmatrix} ; (\underline{L}) = \begin{pmatrix} L_1 & 0 & 0 & M \\ 0 & L_1 & M & 0 \\ 0 & M & L_2 & 0 \\ M & 0 & 0 & L_2 \end{pmatrix}$$

$$(\underline{G}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -M & 0 & 0 & -L_2 \\ 0 & M & L_2 & 0 \end{pmatrix}$$

Où :

- (R) (i) : représente les chutes de tension
- (Lp) (i) : représente les f.é.m induites
- (Gw_r) (i) : n'existe seulement que si le rotor tourne;
elle représente les tensions de rotation.

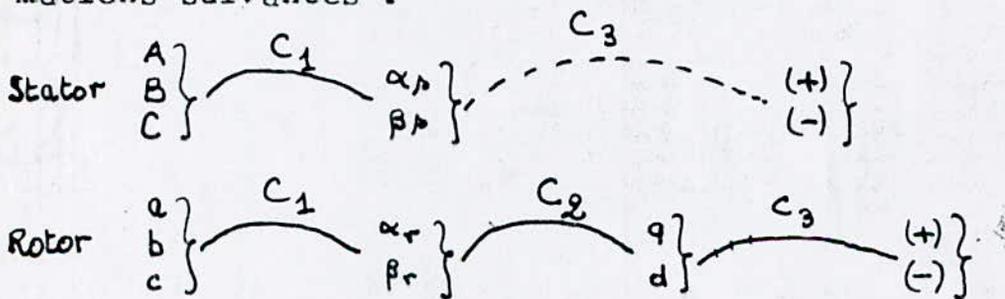
- Pour w_r constante, nous écrirons les conditions normales de fonctionnement, la matrice impédance transformée (Z'') sera linéaire.
- (Z'') est applicable pour une étude de la machine à vitesse constante ou variable, pour une alimentation sinusoïdale ou, non sinusoïdale et pour l'étude des régimes transitoires.

- Nous allons encore transformer la matrice impédance (Z'') afin de pouvoir étudier d'une façon convenable la machine dans le cas du fonctionnement en régime déséquilibré. Pour ce faire, nous allons utiliser les systèmes des composantes symétriques des tensions et courants en appliquant la transformation orthogonale C_3 à (Z'').

II.4: Application de la transformée orthogonale C_3 :

II.4.1: Transformation orthogonale C_3 :

La transformation (C_3) sera appliquée au rotor et au stator. Jusqu'à présent, nous avons effectué les transformations suivantes :



Remarque: La machine ne comporte pas de composantes homopolaires.

C_3 est définie par :

$$(C_3) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -j & j & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & -j & j \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ (+) & (-) & (+) & (-) \end{pmatrix} \quad (\text{II.56})$$

j : opérateur complexe.

$$C_{3 \text{ stator}} = 1/\sqrt{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -j & j \\ (+) & (-) \end{pmatrix}$$

$$C_{3 \text{ rotor}} = 1/\sqrt{2} \begin{pmatrix} -j & j \\ 1 & 1 \\ (+) & (-) \end{pmatrix}$$

$$C_{3t}^* = 1/\sqrt{2} \begin{pmatrix} 1 & j & 0 & 0 \\ 1 & -j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & j & 1 \\ 0 & 0 & -j & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{II.57})$$

II.4.2: Matrice impédance transformée (Z'''):

$$(Z''') = (C_{3t}^*) (Z'') (C_3) \quad (\text{II.58})$$

Les matrices (II.54), (II.56) et (II.57) donnent :

$$(Z''') = \begin{matrix} & & (+) & & (-) & & (+) & & (-) \\ \text{stator} & \left\{ \begin{array}{l} (+) \\ (-) \end{array} \right. & \begin{pmatrix} R_1 + L_1 p & 0 & -M p & 0 \\ 0 & R_1 + L_1 p & 0 & M p \\ M(p - j\omega_r) & 0 & R_2 + L_2(p - j\omega_r) & 0 \\ 0 & M p + j\omega_r & 0 & R_2 + L_2(p + j\omega_r) \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Soit en réarrangeant :

$$\begin{pmatrix} V_{+stat} \\ V_{+rot} \\ V_{-stat} \\ V_{-rot} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 + L_1 p & M p & 0 & 0 \\ M(p - j\omega_r) & R_2 + L_2(p - j\omega_r) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_1 + L_1 p & M p \\ 0 & 0 & M(p + j\omega_r) & R_2 + L_2(p + j\omega_r) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{+st} \\ i_{+rot} \\ i_{-st} \\ i_{-rot} \end{pmatrix}$$

d'où :

$$\left(Z''' \right) = \begin{pmatrix} R_1 + L_1 p & M p & 0 & 0 \\ M(p - j\omega_r) & R_2 + L_2(p - j\omega_r) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_1 + L_1 p & M p \\ 0 & 0 & M(p + j\omega_r) & R_2 + L_2(p + j\omega_r) \end{pmatrix} \quad (\text{II.59})$$

- Les systèmes directs (+) et inverses (-) sont découplés comme le montre la matrice impédance transformée (Z''') c'est à dire que les circuits électriques équivalents sont découplés .

- Il est important de noter également que nous n'avons pas utilisé les caractéristiques d'équilibre ou de déséquilibre, les notions que nous avons utilisées sont générales.

CHAPITRE III

APPLICATION A LA MACHINE ASYNCHRONE

EN REGIME DESEQUILIBRE

III-1: Application de la matrice impédance transformée (Z'') au fonctionnement déséquilibré :

Nous allons appliquer les résultats obtenus par transformations successives de la matrice impédance (Z) de la machine asynchrone primitive au cas où celle-ci fonctionne en moteur asynchrone en régime déséquilibré.

Nous allons nous intéresser au cas de déséquilibre le plus fréquent survenant lors de l'exploitation du moteur asynchrone triphasé à rotor bobiné :

- Ce cas concerne " l'accident " d'une phase statorique ouverte (un fusible sur une phase qui " saute " par exemple).

III-1-1: Déséquilibre statorique :

a) Schémas équivalents par phase pour les deux séquences

Reprenons la relation (II.59) sous forme développée avec les notations suivantes :

$$V_{+st} = V_{1+} \quad \text{et} \quad i_{+st} = i_{1+}$$

$$V_{+rot} = V_{2+} \quad \text{et} \quad i_{+rot} = i_{2+}$$

$$V_{-st} = V_{1-} \quad \text{et} \quad i_{-st} = i_{1-}$$

$$V_{-rot} = V_{2-} \quad \text{et} \quad i_{-rot} = i_{2-}$$

soit :

$$V_{1+} = (R_1 + L_1 p) i_{1+} + M p i_{2+} \quad (\text{III.1})$$

$$V_{2+} = M(p - jw_r) i_{1+} + R_2 + jL_2(p - jw_r) i_{2+} \quad (\text{III.2})$$

$$V_{1-} = (R_1 + L_1 p) i_{1-} + M p i_{2-} \quad (\text{III.3})$$

$$V_{2-} = M(p + jw_r) i_{1-} + R_2 + L_2(p + jw_r) i_{2-} \quad (\text{III.4})$$

avec w_1 : fréquence statorique

$$p = jw_1 \quad (\text{III.5})$$

faisant les changements de variables suivants :

$$L_1 p \longrightarrow jw_1 L_1 \longrightarrow jX_1 \quad (\text{III.6})$$

$$L_2 p \longrightarrow jw_1 L_2 \longrightarrow jX_2 \quad (\text{III.7})$$

$$M p \longrightarrow jwM \longrightarrow jX_m \quad (\text{III.8})$$

$$p - jw_r = j(w_1 - w_r) \quad (\text{III.9})$$

$$= j g w_1 \quad \text{avec} \quad g = \frac{w_1 - w_r}{w_1} \quad (\text{III.10})$$

$$p + jw_r = j(w_1 + w_r)$$

$$p + jw_r = j(w_1 + w_1(1-g))$$

$$p + jw_r = jw_1 (2-g) \quad (\text{III.11})$$

-Le rotor est en court-circuit, donc :

$$V_{2+} = 0$$

$$V_{2-} = 0$$

Ainsi les équations de fonctionnement pour les séquences direct (+) et inverse (-) en écriture complexe deviennent en utilisant les relations (III.5) à (III.11) :

$$\begin{cases} V_{1+} = (R_1 + jX_1) I_{1+} + jX_m I_{2+} & \text{(III.12)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = jgX_m I_{1+} + (R_2 + jgX_2) I_{2+} & \text{(III.13)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_{1-} = (R_1 + jX_1) I_{1-} + jX_m I_{2-} & \text{(III.14)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = j(2-g)X_m I_{1-} + (R_2 + j(2-g)X_2) I_{2-} & \text{(III.15)} \end{cases}$$

Ecrivons les équations relatives à la séquence directe (+)

(III.12) et (III.13) sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} V_{1+} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 + jX_1 & jX_m \\ jgX_m & R_2 + jgX_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{1+} \\ I_{2+} \end{pmatrix} \quad \text{(III.16)}$$

Afin de pouvoir donner le circuit électrique équivalent à la séquence(+), il faut la symétrie sur la diagonale inverse de la matrice impédance de la relation (III.16) ; pour cela, nous allons diviser par g la deuxième ligne.

Nous obtenons donc un circuit électrique équivalent pour la séquence (+) ramené au stator relié inductivement au rotor (nous n'avons pas de séparation électromagnétique).

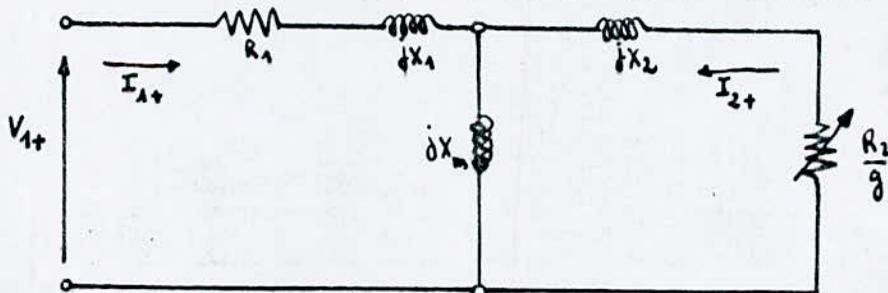


Fig III.1

" Circuit électrique équivalente par phase de la séquence (+) ramené au stator "

Notons que le courant du rotor est de sens inverse à celui du stator car il y a transfert de puissance.

Dans le cas où il n'y a pas de déséquilibre, il n'y a pas de séquence inverse, et le circuit équivalent fig III.1 est utilisé.

Dans le cas où nous avons un déséquilibre au stator, cherchons le circuit équivalent par phase à cette séquence inverse qui existera;

$$\begin{pmatrix} V_{1-} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (R_1 + jX_1) & jX_m \\ j(2-g) X_m & R_2 + j(2-g)X_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{1-} \\ I_{2-} \end{pmatrix} \quad (\text{III.17})$$

En notant la condition de symétrie, nous avons ainsi le circuit électrique équivalent par phase de la séquence inverse (-) :

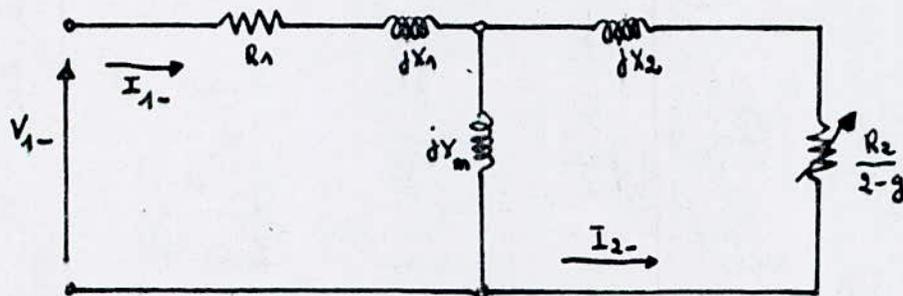


Fig.III.2

" Circuit électrique équivalent par phase de la séquence inverse (-). "

b) Détermination du couple résultant en régime déséquilibré:

- Toutes les transformations que nous avons effectuées jusqu'à présent sont orthogonales, la puissance électrique instantanée est maintenue constante - ainsi que l'énergie magnétique emmagasinée lors de ces différentes transformations.
- Le couple et la puissance sont des scalaires; le couple dépend seulement de l'amplitude, il est indépendant de la phase.
- Nous allons calculer le couple résultant en appliquant le principe de superposition, pour cela nous supposons donc que la saturation du circuit magnétique et l'effet pelliculaire négligeables (hypothèses d'autant plus proches de la réalité que la machine est à rotor bobiné).
- Pour cela, nous déterminerons le couple dû à la séquence directe (+) qui est un couple moteur, puis le couple correspondant à la séquence inverse (-) qui est un couple résistant (couple de freinage), la superposition (différence) nous donnera le couple résultant.

$$\Gamma_{\text{résultant}} = |\Gamma|_+ - |\Gamma|_- \quad (\text{III.18})$$

$$\Gamma = \frac{P_u}{\Omega_1} \quad (\text{ couple utile }) \quad (\text{III.19})$$

Ω_1 : vitesse angulaire (rad/s)

Soit

$$\Gamma_+ = \frac{(I_{2+})^2 \cdot R_2}{g \Omega_1} \quad (\text{N.m}) \quad (\text{III.20})$$

$$\Gamma_- = \frac{R_2 (I_{2-})^2}{(2-g) \Omega_1} \quad (\text{N.m}) \quad (\text{III.21})$$

Dans les expressions (III.20) et (III.21), les courants sont des courants de ligne.

III-2 : Déséquilibre rotorique

III-2-1: Cas particulier du phénomène de Han Goerges:

Le phénomène a pour origine le fait qu'une phase rotorique d'un moteur asynchrone triphasé soit ouverte. Ce type d'accident survient quand le contact d'une bague rotorique est rompue, le rotor devient donc monophasé.

III-2-2: Etude du moteur asynchrone à rotor monophasé

III-2-2-1: Modèle:

Nous allons appliquer les résultats établis aux chapitres précédents pour étudier ce problème .

L'alimentation du stator étant équilibrée, nous n'avons que les composantes de V_{1+} .

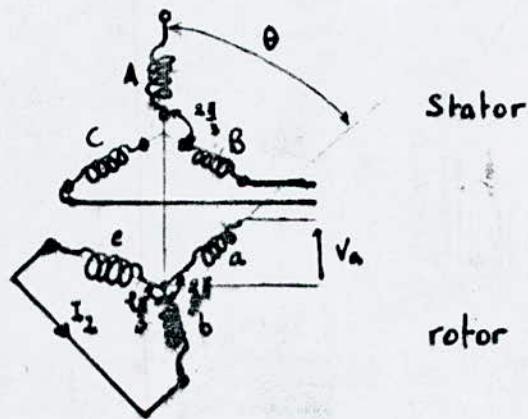


Fig.III.3

" Représentation du moteur asynchrone à rotor bobiné avec une phase rotorique ouverte " .

- Les transformations orthogonales utilisées jusqu'à présent sont C_1 , C_2 et C_3 (chapitre II).

Soit

$$(C_{12}) = (C_1)(C_2) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & \sin \theta & \cos \theta \\ 1/\sqrt{2} & \sin \theta_2 & \cos \theta_2 \\ 1/\sqrt{2} & \sin \theta_3 & \cos \theta_3 \end{pmatrix} \quad (\text{III.22})$$

avec : $\theta_2 = \theta + \frac{2\pi}{3}$; $\theta_3 = \theta + \frac{4\pi}{3}$; $e^{\pm j\theta} = \cos \theta \pm j \sin \theta$ (III.23)

et : $(C_{123}) = (C_1)(C_2)(C_3)$

$$(C_{123})_{\text{rotor}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} a & e^{-j\theta} & e^{j\theta} \\ b & e^{-j\theta_2} & e^{j\theta_2} \\ c & e^{-j\theta_3} & e^{j\theta_3} \end{pmatrix} \quad (\text{III.24})$$

ou niveau du rotor

III-2-2-2: Matrice (C_{123}) au stator

Au niveau du stator, $\theta=0$ (stator fixe).

soit :

$$(C_{123}) = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} A & 1 & 1 \\ B & a & a^2 \\ C & a^2 & a \end{pmatrix} \quad (\text{III.25})$$

Avec :

$$\begin{aligned} e^{-j\theta_2} &= \cos \theta_2 - j \sin \theta_2 & \text{et } \theta &= 0 \\ e^{j\theta_2} &= \cos \frac{2\pi}{3} - j \sin \frac{2\pi}{3} \\ e^{-j\theta_3} &= -1/2 - j \frac{\sqrt{3}}{2} \\ e^{j\theta_3} &= a^2 \end{aligned}$$

- La caractéristique d'orthogonalité nous permet d'écrire que :

$$(C_{123})_t^* = (C_{123})^{-1}$$

$$(C_{123})^{-1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} A & B & C \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ -1 & a^2 & a \end{pmatrix} \quad (\text{III.26})$$

Le stator dans notre cas est équilibré, donc V_A , V_B et V_C sont égales et déphasées de 120° les unes par rapport aux autres.

$$V_A = \frac{1}{\sqrt{3}} V_+ \quad (\text{III.27})$$

II-2-2-3: Matrice (C_{123}) au rotor :

a) Tensions:

Au niveau du rotor, V_{20} existe pour raison de mutuelle.

A cause de la symétrie :

$$V_b = V_c = -\frac{V_a}{2} = -V_2 \cos \frac{2\pi}{3}$$

$$\text{soit } V_a = V_2 \quad (\text{III.28})$$

D'autre part, avec (C_{123}) :

$$\begin{pmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & e^{j\theta} & e^{-j\theta} \\ 1 & e^{-j\theta_2} & e^{j\theta_2} \\ 1 & e^{-j\theta_3} & e^{j\theta_3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{20} \\ V_{2+} \\ V_{2-} \end{pmatrix}$$

et

$$\begin{pmatrix} V_{20} \\ V_{2+} \\ V_{2-} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ e^{j\theta} & e^{j\theta_2} & e^{j\theta_3} \\ e^{-j\theta} & e^{-j\theta_2} & e^{-j\theta_3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{pmatrix} \quad (\text{III.29})$$

soit:

$$\begin{aligned} V_{2+} &= \frac{1}{\sqrt{3}} (e^{j\theta} V_a + e^{j\theta_2} V_b + e^{j\theta_3} V_c) \\ V_{2+} &= \frac{1}{\sqrt{3}} (V_2 - \frac{1}{2} V_2 e^{j \cdot \frac{2\pi}{3}} - \frac{1}{2} V_2 e^{j \cdot \frac{4\pi}{3}}) e^{j\theta} \\ V_{2+} &= \frac{\sqrt{3}}{2} V_2 e^{j\theta} \quad (\text{III.30}) \end{aligned}$$

de même:

$$\begin{aligned} V_{2-} &= \frac{1}{\sqrt{3}} (e^{j\theta} V_a + V_b e^{-j\theta_2} + V_c e^{-j\theta_3}) \\ V_{2-} &= \frac{\sqrt{3}}{2} V_2 e^{-j\theta} \quad (\text{III.31}) \end{aligned}$$

b) Courants:

$$I_a = 0$$

$$I_b = I_2$$

$$I_c = -I_2$$

$$I_{2+} = (I_a e^{j0} + I_b e^{j0} + I_c e^{j0})$$

$$I_{2+} = I_2 e^{j0} (e^{j\frac{2\pi}{3}} - e^{-j\frac{2\pi}{3}})$$

$$I_{2+} = j I_2 e^{j0} \quad (\text{III.32})$$

de même:

$$I_{2-} = -j I_2 e^{-j0} \quad (\text{III.33})$$

III.2.3 : Schémas équivalents :

- Ainsi pour l'étude du phénomène de Han Goerges, nous ~~avons~~ les composantes directes et inverses du côté rotorique et seulement les composantes directes du côté statotique (équilibré).

- Maintenant utilisons la matrice impédance générale établie au chapitre II (relation II.59).

$$\begin{pmatrix} V_{+st} \\ V_{+rot} \\ V_{-st} \\ V_{-rot} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 + L_1 p & Mp & 0 & 0 \\ M(p - jw_r) & R_2 + L_2(p - jw_r) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_1 + L_1 p & Mp \\ 0 & 0 & M(p + jw_r) & R_2 + L_2(p + jw_r) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{+st} \\ i_{+rot} \\ i_{-st} \\ i_{-rot} \end{pmatrix} \quad (\text{II.59})$$

a) Détermination du schéma équivalent pour la séquence directe :

$$V_1 \cdot \sqrt{3} = (R_1 + L_1 p) \sqrt{3} I_1 + M p (j I_2 e^{j\theta}) \quad (\text{III.34})$$

$$V_2 e^{j\theta} \frac{\sqrt{3}}{2} = M (p - j w_r) \sqrt{3} I_1 + [R_2 + L_2 (p - j w_r)] j I_2 e^{j\theta} \quad (\text{III.35})$$

$$\text{avec } \theta = w_r t$$

- Nous ne connaissons que la fréquence au niveau du stator.

- La fréquence du courant I_2 est $w_2 = g w_1$

$$g w_1 = w_1 - w_r \quad (\text{III.36})$$

Cette relation est vraie pour le courant direct.

- Divisons les relations (III.34) et (III.35) par $\sqrt{3}$:

$$V_1 = (R_1 + L_1 p) I_1 + M p (j \frac{1}{\sqrt{3}} I_2 e^{j\theta}) \quad (\text{III.37})$$

$$V_2 e^{j\theta} = M (p - j w_r) I_1 + [R_2 + L_2 (p - j w_r)] j e^{j\theta} \frac{1}{\sqrt{3}} I_2 \quad (\text{III.38})$$

$$\text{avec : } \begin{cases} M(p - j w_r) = j M w_1 g \\ M(p - j w_r) = j g X_m \end{cases}$$

$$\begin{cases} L_1 p = j L_1 w_1 \\ L_1 p = j X_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} L_2 (p - j w_r) = j L_2 w_1 g \\ L_2 (p - j w_r) = j g X_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} M p = j w_1 M \\ M p = j X_m \end{cases}$$

et en divisant (III.38) par g nous obtenons :

$$V_1 = (R_1 + jX_1)I_1 + jX_m \left(j \frac{1}{\sqrt{3}} I_2 e^{j\theta} \right) \quad (\text{III.39})$$

$$\frac{V_2}{2g} e^{j\theta} = jX_m I_1 + \left(\frac{R_2}{g} + jX_2 \right) j \frac{1}{\sqrt{3}} I_2 e^{j\theta} \quad (\text{III.40})$$

Soit sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ \frac{V_2}{2g} e^{j\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 + jX_1 & jX_m \\ jX_m & \frac{R_2}{g} + jX_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ j \frac{I_2}{\sqrt{3}} e^{j\theta} \end{pmatrix} \quad (\text{III.41})$$

Ainsi le circuit équivalent pour la séquence directe (stator-rotor) sera d'après (III.41)

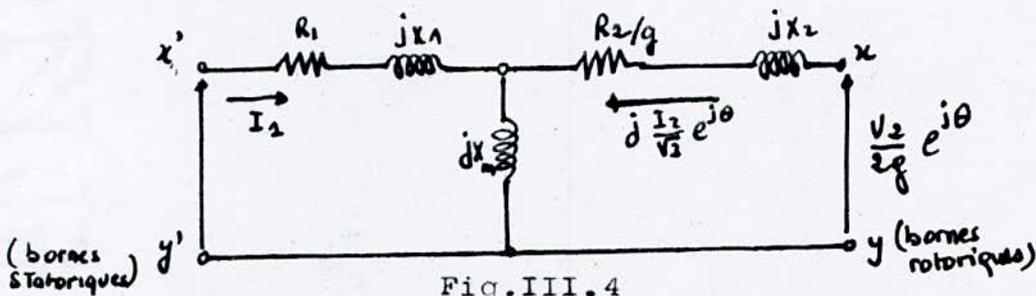


Fig. III.4

" Circuit équivalent pour la séquence directe "

b) Détermination du schéma équivalent pour la séquence inverse :

Nous allons utiliser maintenant les équations de la séquence inverse :

$$V_{1-} = (R_1 + L_1 p) I_{1-} + M p I_{2-} \quad (\text{III.42})$$

$$V_{2-} = M(p + j\omega_r) I_{1-} + [R_2 + L_2(p + j\omega_r)] I_{2-} \quad (\text{III.43})$$

V_{1-} et I_{1-} sont créés par V_{2-} par influence mutuelle, ce sont les composantes inverses réfléchies dans le stator à cause

du déséquilibre rotorique. V_{1-} et I_{1-} sont inconnus.

$$\text{Posons : } V_{1-} = \sqrt{3} V_1' \quad (\text{III.23})$$

$$I_{1-} = \sqrt{3} I_1' \quad (\text{III.45})$$

d'où :

$$\sqrt{3} V_1' = (R_1 + L_1 p) \sqrt{3} I_1' + M p (-j I_2 e^{-j\theta}) \quad (\text{III.46})$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} V_2 e^{-j\theta} = M (p + j w_r) \sqrt{3} I_1' + [R_2 + L_2 (p + j w_r)] (-j I_2 e^{-j\theta}) \quad (\text{III.47})$$

- La fréquence des courants rotoriques dans ce cas est :

$$- w_r + w_2 = - (1 - g) w_1 + g w_1$$

$$- w_r + w_2 = (2g - 1) w_1 \quad (\text{III.48})$$

- Faisons les changements suivants :

$$p \longrightarrow j (2g - 1) w_1 \quad (\text{III.49})$$

$$p + j w_r = j (2g - 1) w_1 + j (1 - g) w_1$$

$$p + j w_r = j g w_1 \quad (\text{III.50})$$

- Appliquons ces changements aux expressions (III.46) et (III.47) en les divisant par $\sqrt{3}$:

$$V_1' = [R_1 + j(2g-1)X_1] I_1' + j(2g-1)X_m (-j \frac{1}{\sqrt{3}} I_2 e^{-j\theta}) \quad (\text{III.51})$$

$$\frac{V_2}{2} e^{-j\theta} = j g X_m I_1' + (R_2 + j g X_2) (-j \frac{1}{\sqrt{3}} I_2 e^{-j\theta}) \quad (\text{III.52})$$

Si on connaît V_2 et I_2 on peut calculer V_1' et I_1' mais, en pratique, on ne peut mesurer V_2 .

- Pour retrouver la même équation du secondaire du schéma équivalent de la figure (III.4), nous multiplions l'expression (III.52) par $\frac{e^{j\theta}}{2g-1}$ tandis que l'expression (III.51) est multipliée par $\frac{e^{j\theta}}{2g}$. Soit sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} \frac{V_1' e^{j2\theta}}{2g-1} \\ \frac{V_2 e^{j\theta}}{2g} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{R_1}{2g-1} + jX_1 & jX_m \\ jX_m & \frac{R_2}{g} + jX_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1' e^{j2\theta} \\ -j e^{j\theta} \frac{I_2}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \quad (\text{III-53})$$

Nous pouvons donc donner le schéma équivalent pour la séquence inverse :

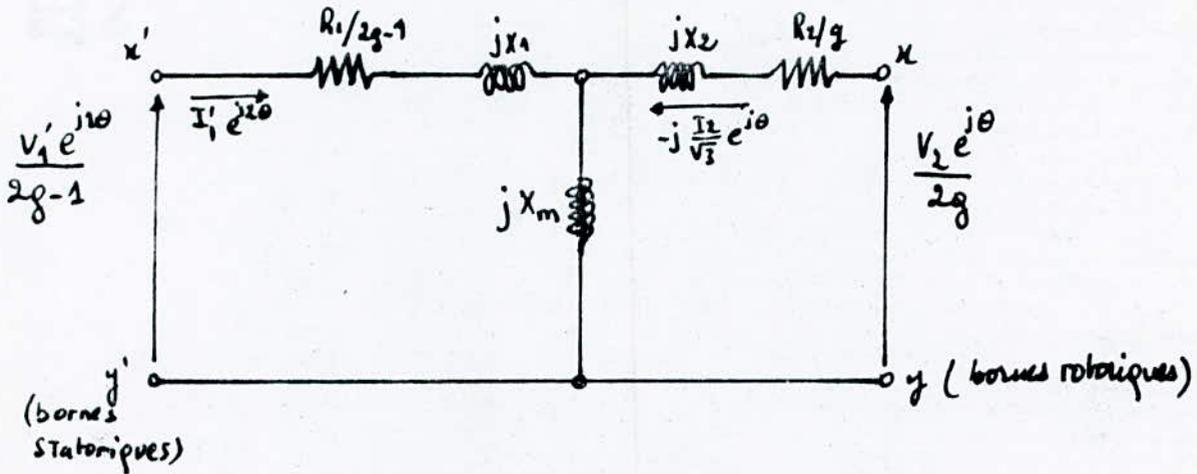


Fig.III.5

" Schéma équivalent pour la séquence inverse ramené au stator pour un moteur asynchrone à rotor monophasé ".

III-3 : EXPRESSION DU COUPLE

- La puissance électrique fournie par le réseau est :
suivant la figure III.7 avec Z_{reseau} négligeable :

$$P = 3 \left[(R_1 I_1^2 + 2 (I_2/\sqrt{3})^2 \frac{R_2}{g} + (I_1')^2 \frac{R_1}{2g-1} \right] \quad (\text{III.54})$$

- Les pertes joules sont :

$$P_j = 3 \left[R_1 I_1^2 + 2 (I_2/\sqrt{3})^2 R_2 + (I_1')^2 R_1 \right] \quad (\text{III.55})$$

- La puissance électromagnétique est la différence entre la puissance absorbée et les pertes .

$$P_e = 2R_2 \left(\frac{1-g}{g} \right) I_2^2 + 6 R_1 \left(\frac{1-g}{2g-1} \right) (I_1')^2 \quad (\text{III.56})$$

- L'expression du couple est :

$$\Gamma = \frac{P_e}{\Omega_r}$$

$$\Gamma = \frac{P_e}{(1-g)\Omega_r}$$

$$\Gamma = \frac{2R_2 I_2^2}{g \Omega_1} + \frac{6I_1'^2 R_1}{(2g-1)\Omega_1} \quad (\text{III.57})$$

Si nous supposons X_m très élevée, au niveau du stator nous aurons :

$$I_1 = I_2 = I_1' \quad (\text{III.58})$$

$$I_1 = \frac{V_1}{\left(R_1 + \frac{2R_2}{g} + \frac{R_1}{2g-1}\right) + j(X_1 + 2X_2 + X_1)}$$

$$I_1 = \frac{V_1}{2 \left[\left(\frac{R_1 g}{2g-1} + \frac{R_2}{g} \right) + j(X_1 + X_2) \right]} \quad (\text{III.59})$$

Ainsi, l'expression du couple devient :

$$\Gamma = \frac{V_1^2}{2\Omega_1} \left(\frac{[R_1(2g-1) + 3gR_2](2g-1)g}{[R_1g^2 + R_2(2g-1)]^2 + (X_1 + X_2)^2g^2(2g-1)^2} \right) \quad (\text{III.60})$$

Comme I_1 est complexe, il a été remplacé par I_1^2 .

III.4. Phénomène de Han GOERGES

- Suivant l'expression (III.60), nous avons le dénominateur qui est différent de zéro quelle que soit la valeur de la vitesse de rotation, c'est à dire du glissement (g) compris entre l'arrêt ($g=1$) et le synchronisme ($g \neq 0$).

- Le couple s'annule pour trois valeurs du glissement:

$$\left. \begin{aligned} g_1 &= 0 \\ g_2 &= 0,5 \\ g_3 &= \frac{R_2}{2R_2 + 3R_1} \quad \text{soit } g_3 = \frac{1}{2 + \frac{3R_1}{R_2}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.61})$$

Nous allons tracer la caractéristique mécanique pour deux moteurs asynchrones donnés dont une phase rotorique sera coupée, et ce, afin de mieux interpréter le phénomène.

III.4.1. Application à deux machines données :

III.4.1.1. Identification:

- Identification de la première machine:

Machine asynchrone triphasée à rotor bobiné
ROZZANO - MILANO DE LORENZO

Puissance nominale:	3,5 kW
Tension nominale :	220/380 V
Courant nominal :	14/8 A
Fréquence d'alimentation :	50 Hz
Vitesse de rotation :	1410 tr/mn
$\cos \varphi$ (facteur de puissance)	0,8
Courant rotorique nominal (I	9 A

Après identification de cette machine au laboratoire nous avons déterminé le circuit électrique équivalent par phase ramené au stator : (figure.III.6.a)

- Identification de la deuxième machine :

Moteur Asynchrone triphasé à rotor bobiné
ALSTHOM

Puissance nominale :	3,7 kW
Tension nominale :	220/380 V
Courant nominal :	14,8/7,3 A
Fréquence d'alimentation	50 Hz
Vitesse de rotation	1430 tr/mn
$\cos \varphi$ (facteur de puissance)	0,8

De même que la première machine, celle-ci est représentée par la figure III.6.b.

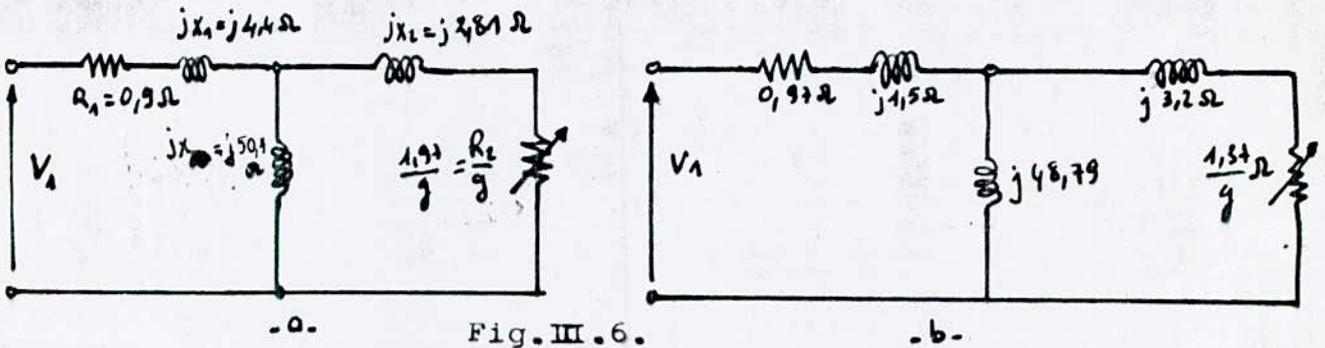


Fig. III.6.

" Paramètres du circuit électrique équivalent par phase ramenés au stator "

III.4.1.2. Caractéristiques mécaniques $\Gamma(g)$: fig. III.7. (a et b)

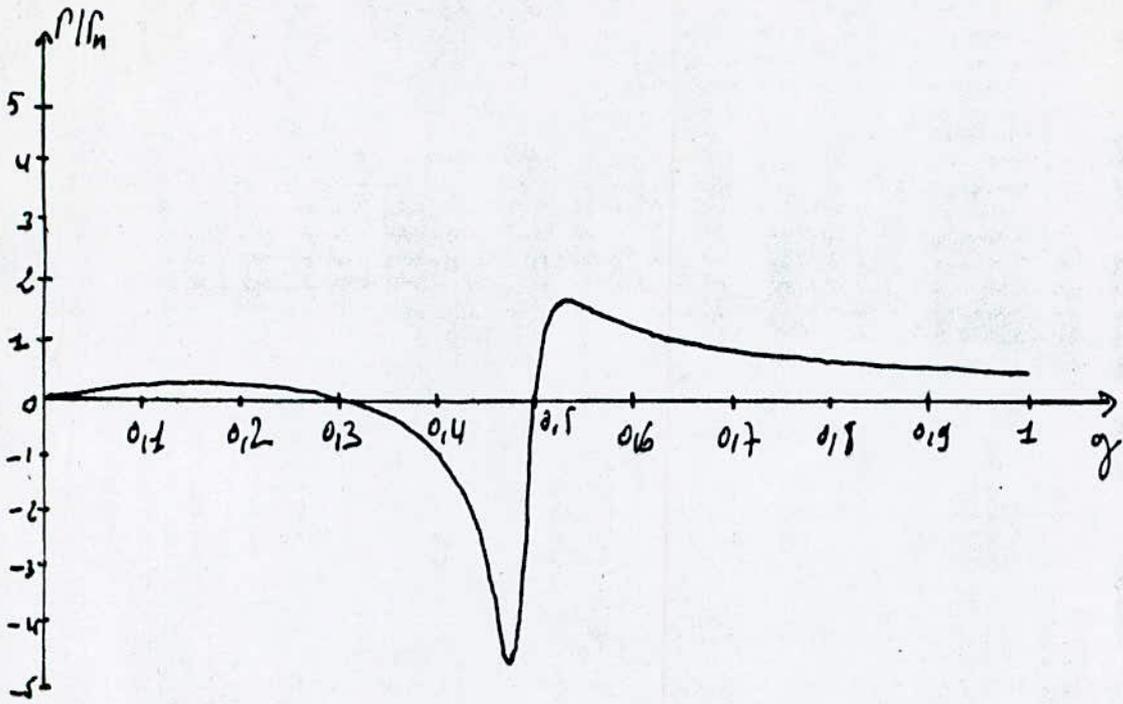
- Entre $g = 1$ (démarrage) et $g = 0,5$ (couple nul), la caractéristique mécanique obtenue est identique à celle d'un moteur asynchrone à rotor bobiné en fonctionnement normal.
Ainsi la vitesse de synchronisme n'est plus à $g = 0$ mais à $g = 0,5$.
- Le couple nominal est obtenu à $g = 0,506$ (le moteur se stabilisant ainsi à environ 50 % de la vitesse de synchronisme) comme le précise Han GOERGES.
- Pour $g < 0,5$ le moteur ne peut fonctionner en réalité.

III.4.1.3. Caractéristique électromécanique $I_s(g)$: fig. III.8. (a et b)

- La valeur du courant statorique pour le moteur asynchrone à rotor bobiné avec une phase rotorique coupée

ne dépasse pas d'une façon excessive le courant nominal du moteur bien que nous ayons calculé $I_s(g)$ sans tenir compte de la résistance du rhéostat de démarrage rotorique. Le courant stator s'annule pour $g = 0,5$, cependant cela est théorique car nous ne retrouvons pas la composante réactive du courant (magnétisation du circuit).

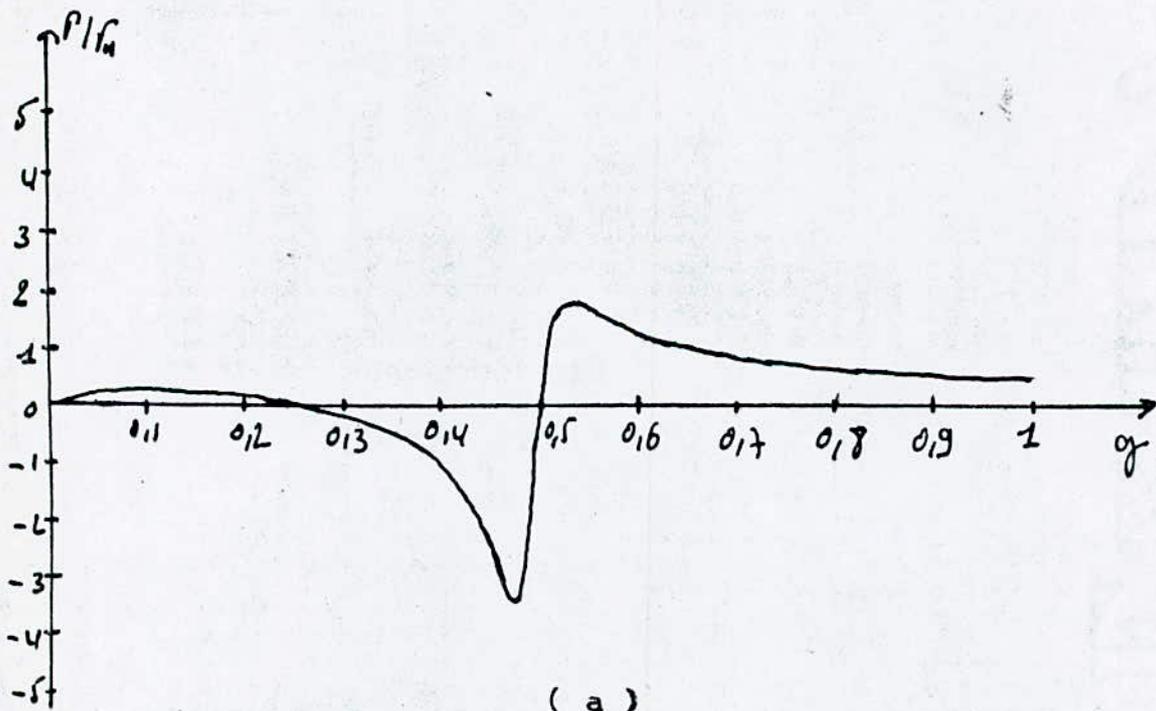
- En analysant les courbes $I_s(g)$, nous avons l'impression d'avoir deux fonctionnements pour le moteur (en effet sur le schéma équivalent, nous constatons cela fig. III. 8). Pour les deux moteurs identifiés, les allures des caractéristiques courant et couple en fonction du glissement sont les mêmes.
- Nous pouvons conclure que pour n'importe quel moteur à rotor monophasé, la caractéristique mécanique déplace son point de synchronisme de $g = 0$ à $g = 0,5$ et que le courant statorique s'annule à $g = 0,5$.



(b)

$U = 220 \text{ V}$

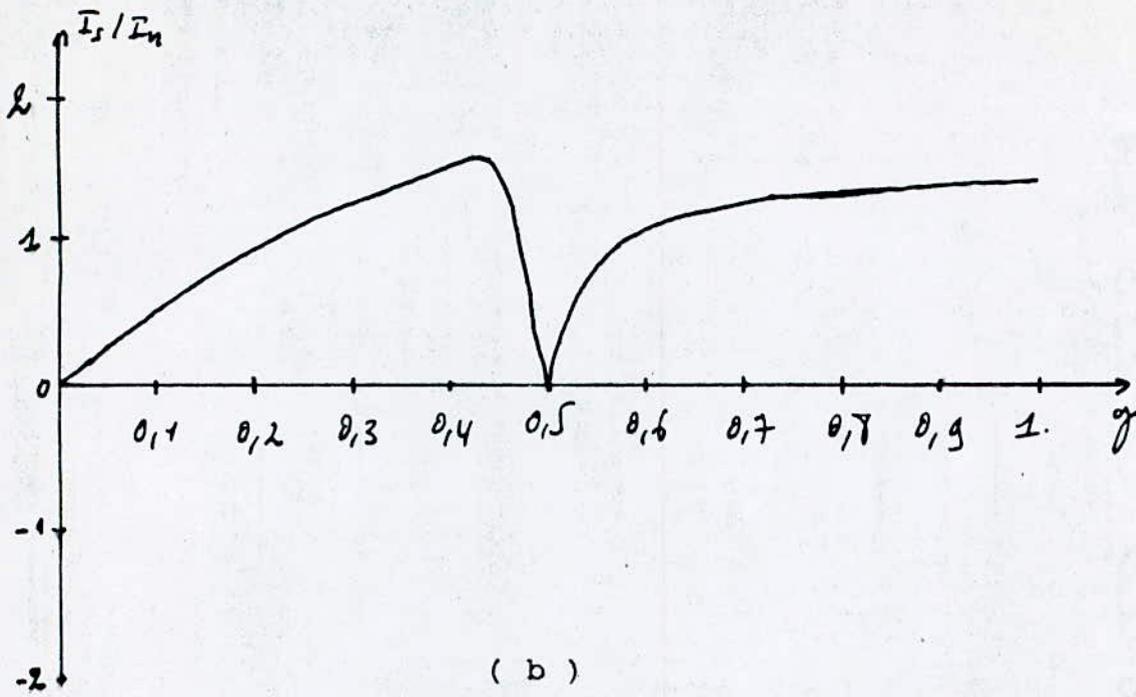
$f = 50 \text{ Hz}$



(a)

Fig.III.7

" Caractéristique mécanique d'un moteur asynchrone en cas de coupure d'une phase du rotor " .



U = 220 V
 f = 50 Hz

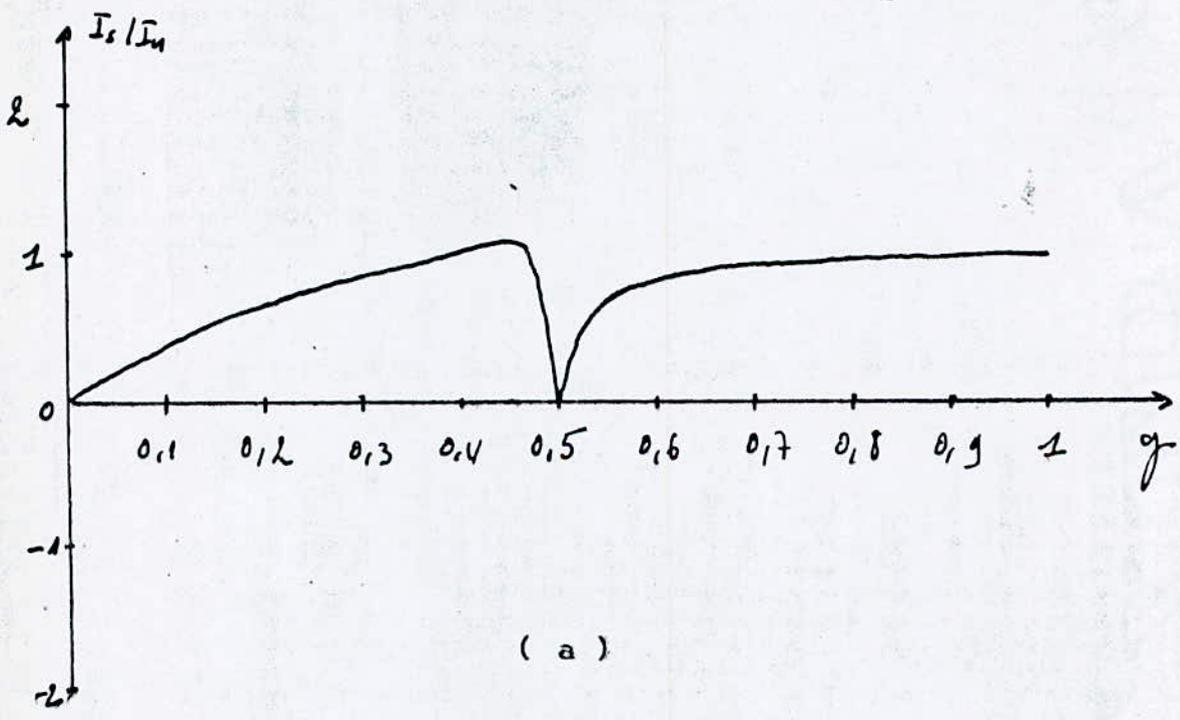


Fig. III.8

" Caractéristique électromécanique de courant I (g) d'un moteur asynchrone à cas de coupure d'une phase du rotor ".

CONCLUSION :

- La méthode d'étude d'une machine asynchrone à rotor bobiné en se basant sur l'utilisation des transformations orthogonales donne de bons résultats tout en étant simple dans son exploitation.

- Nous proposons la reprise de celle-ci pour les autres machines électriques.

- Le phénomène de Goerges en utilisant les résultats théoriques obtenus à partir de l'application des transformations orthogonales est vérifié. D'un point de vue théorique, nous constatons que le courant absorbé par la machine asynchrone à rotor monophasé reste dans les limites acceptable quel que soit le glissement, ainsi les pertes joules c'est à dire l'échauffement ne sera pas excessif d'où une éventuelle utilisation pratique de ce phénomène.

Nous terminons en souhaitant que notre travail sera repris que ce soit du point de vue théorique et surtout expérimental.

B I B L I O G R A P H I E

1. JONES.Ch.V
" The unified theory of electrical machines"
LONDON. BUTTERWORTHS. 1967.
2. LESENNE.J; NOTELET.F; SEGUIER.G
"Introduction à l'électrotechnique approfondie".
Technique et documentation 1981.
3. CHATELAIN.J
"Machines électriques" tome 1, et tome 2"
DUNOD 1983.
4. LE DOEUFF
" COURS DE MACHINES TOURNANTES - MACHINES A INDUCTION "
E.N.P.A. 1973/1974 tome1.
5. SEGUIER.G; NOTELET.F
" Electrotechnique industrielle ".
Technique et documentation 1985.
6. FOUILLE.A
"Electrotechnique à l'usage des ingénieurs"
Tome 2 : Machines électriques à courant alternatif.
DUNOD 10° édition 1980.
7. Smolenski.A.IVANOV
" Machines électriques ". tome1
Edition MIR MOSCOU 1983.