

UNIVERSITÉ D'ALGER

10/74

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT GENIE CIVIL

105



THÈSE DE FIN D'ÉTUDES

SHEDS DE TYPE S
EN BETON PRECONTRAINT

PROMOTION 1974

1974

PROPOSE PAR : M^{le} le D^r Ingénieur
UNGUREANU - Ion

ETUDIÉE PAR :
ZERDAZI M^{od} NACEUR
MEHIRA Khemissi

UNIVERSITE D'ALGER

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT GENIE CIVIL

THÈSE DE FIN D'ÉTUDES

SHEDS DE TYPE "S"
EN BETON PRECONTRAIT

PROMOTION 1974

PROPOSE PAR : Mr le D^e Ingénieur
Ungureanu. Ion

ETUDIÉE PAR :
Zerdazi mednaceur
Mehira kemissi

TABLE DES MATIERES .

- 1- INTRODUCTION .
- 2- CONSIDERATIONS GENERALES CONCERNANT LES SHEDS .
 - 2-1. Utilités des sheds .
 - 2-2. Les inconvénients du shed classique .
 - 2-3. Les avantages du shed du type "s" .
- 3- DONNEES GENERALES .
 - 3-1. Thème du projet .
 - 3-2. Description de la solution adoptée .
 - 3-3. Caractéristiques des matériaux utilisés .
- 4- ETUDE THEORIQUE CONCERNANT LES PIECES LONGUES EN VOILES MINCES .
 - 4-1. Hypothèses fondamentales pour les pièces longues en voile mince .
 - 4-2. Déplacements et déformations- La loi des surfaces sectorielles. Généralisation de l'hypothèse des sections planes.
 - 4-3. La loi des sections planes- Cas particuliers de la loi des surfaces sectorielles .
 - 4-4. Relations entre contraintes et déformations .
 - 4-5. Equations différentielles d'équilibre dans un système de coordonnées arbitraire .
 - 4-6. Equations différentielles d'équilibre en coordonnées principales .
 - 4-7. Forces généralisées de la section transversale. Le bimoment et son expression physique .
 - 4-8. Centre de torsion .
 - 4-9. Application de la théorie pour les sheds en "S" .
- 5- CALCUL DES ELEMENTS GEOMETRIQUES DE LA SECTION TRANSVERSALE ADOPTEE .
 - 5-1. Calcul des coordonnées du centre de gravité .
 - 5-2. Calcul des moments d'inertie .
 - 5-3. Calcul des moments d'inertie par rapport aux axes principaux .
 - 5-4. Position des axes principaux par rapport aux axes Y et Z .
 - 5-5. Calcul des moments statiques de la section transversale du shed par rapport aux axes principaux .
 - 5-6. Détermination du centre de torsion .

- 6- CALCUL DES EFFORTS DANS LA SECTION TRANSVERSALE.
- 6-1. Détermination des efforts de tension N_x .
- 6-2. Détermination des efforts tangentiels N_x .
- 6-3. Calcul du ferrailage .

- 7- CALCUL DES CONTRAINTES .
- 8- CALCUL DU PORTIQUE
- 9- CALCUL DES FONDATIONS .

Bibliographie

Nous tenons à remercier très sincèrement tous les professeurs qui ont contribué à notre formation d'ingénieur et plus particulièrement M^r Ungureanu Ion qui a dirigé l'étude de cette thèse.

Nos remerciements pour tous ceux qui nous ont aidés à mettre au point cette étude

I - INTRODUCTION

Les couvertures spatiales à parois minces sont utilisées à une vaste échelle dans la construction des différents bâtiments industriels et civils. Les couvertures à paroi mince permettent de couvrir des locaux ayant en plan les configurations les plus diverses. Le grand écartement des appuis intermédiaires de ce genre de couvertures présente des conditions très favorables en ce qui concerne l'utilisation des locaux le principal avantage de ces couvertures en voile mince réside dans leur légèreté. Ce qui implique automatiquement une économie dans les armatures, dans les supports et dans les fondations. L'autre avantage est l'aspect élégant de ces structures.

Les inconvénients des voiles minces résident dans le coût du coffrage et le façonnage de gabarits courbes précis qui nécessite une main-d'oeuvre spécialisée onéreuse.

Enfin la difficulté des calculs de résistance de la plupart de ces structures peut faire parfois hésiter les constructeurs qui en reviennent aux solutions classiques.

Entenant compte de toutes ces considérations, la détermination des efforts et des déformations des voiles minces constitue un des problèmes les plus délicats de la théorie de l'élasticité appliquée, à cause surtout de la difficulté de résolution des équations mathématiques.

Les cas pour lesquels on a pu trouver une solution sont très rares.

En outre, il faut tenir compte que la théorie est fondée sur toute une série d'hypothèses simplificatrices réduisant les phénomènes physiques. C'est ce qui met en doute les résultats fournis par le calcul. A ce sujet le célèbre architecte mexicain CANDELLA écrit :

"Compte tenu de l'impossibilité, lorsqu'il s'agit d'un problème de Structures, de prendre en considérations toutes les conditions secondaires telle que la contraction due à la prise du béton,

les différences de température entre les points de la structure, le tassement inégal des fondations, la non homogénéité intrinsèque des matériaux de constructions et l'inévitable manque de précision dans l'exécution, il est évident que le calcul mathématique ne saurait jamais offrir une solution exacte et Unique".

Les constructions des couvertures en voiles minces prennent de plus en plus de l'ampleur dans le monde entier, et c'est dans le but de répandre cette nouvelle technique de construction en Algérie que nous avons envisagé, sous la conduite du Docteur ingénieur UNGUREANU Ion professeur de la théorie de l'élasticité à L'E.N.P.A., l'étude d'un shed du type "S" de 24 m de portée dont la couverture est exécutée en béton précontraint.

L'utilisation de la précontrainte sert à réduire ou même à annuler les tractions dans le béton.

On peut ainsi augmenter les portées, tout en allégeant la construction. De plus la suppression des fissures améliore sensiblement l'étanchéité et la durabilité de la construction.

La première application de la précontrainte aux voiles minces a eu lieu en 1949 à KARACHI à l'occasion de la construction d'un hangar à avions, de 40 m de portée.

Il s'agissait de berceaux cylindriques longs dont les poutres de retombées étaient précontraintes.

Ultérieurement, on ne s'est plus limité à précontraindre les poutres sous retombées, mais l'on a introduit des câbles dans le voile lui-même, afin de réduire les tensions de cisaillement existant entre le voile et les poutres de retombées. Ceci a finalement permis de supprimer ces poutres.

Le Hangar à éclairage septentrional d'Oosterhout, en Hollande avec des portées de 40 m constitue un des premiers exemples de cette technique.

En ce qui concerne l'étude de notre Shed on se base sur la théorie de VLASSOV des pièces longues à paroi mince.

2- Considérations générales concernant les sheds :

2-1 : Utilités des sheds :

Dans le domaine de l'industrie, il y'a un certain nombre de catégories qui imposent l'existence d'une très bonne lumière du point de vue intensité et uniformité : exemple : usine de textiles ou d'horlogerie.

La seule structure qui peut offrir une solution à ce problème est la structure appelée "sheds" (dents de scie).

Les "sheds" peuvent être réalisés en bois, en métal, en béton armé ou en béton précontraint. Le choix du matériau et de la forme géométrique dépend, évidemment, des conditions spécifiques locales de chaque cas.

Chaque onde de "sheds" présente un vitrage oblique orienté vers le nord et possédant chacune un chéneau assurant l'évacuation des eaux pluviales.

L'intrados lisse du voile des "sheds" en béton, réfléchit la lumière naturelle et a donc un effet favorable sur l'éclairage.

2 - 2 : LES INCONVENIENTS DU SHED CLASSIQUE

La courbe directrice d'un shed classique présente plusieurs inconvénients :

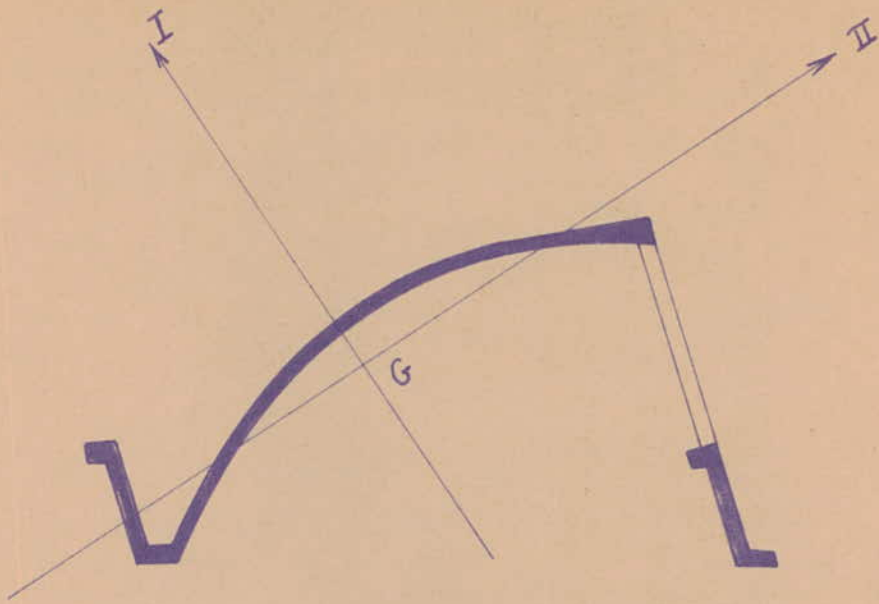
- Les discontinuités de raccordement entre segments et arcs de cercles produisent en général des concentrations locales des efforts.
- La distance importante entre le centre de gravité et le centre de torsion crée très souvent de très forts moments de torsion ; et dans le cas de la précontrainte on aura beaucoup d'inconvénients pour réaliser l'équilibre des efforts tranchants.

Si en cas d'accidents, un seul shed est endommagé, tous les autres subissent le même sort car les ondes des sheds classique sont reliés entre eux par des montants en béton ou en métal.

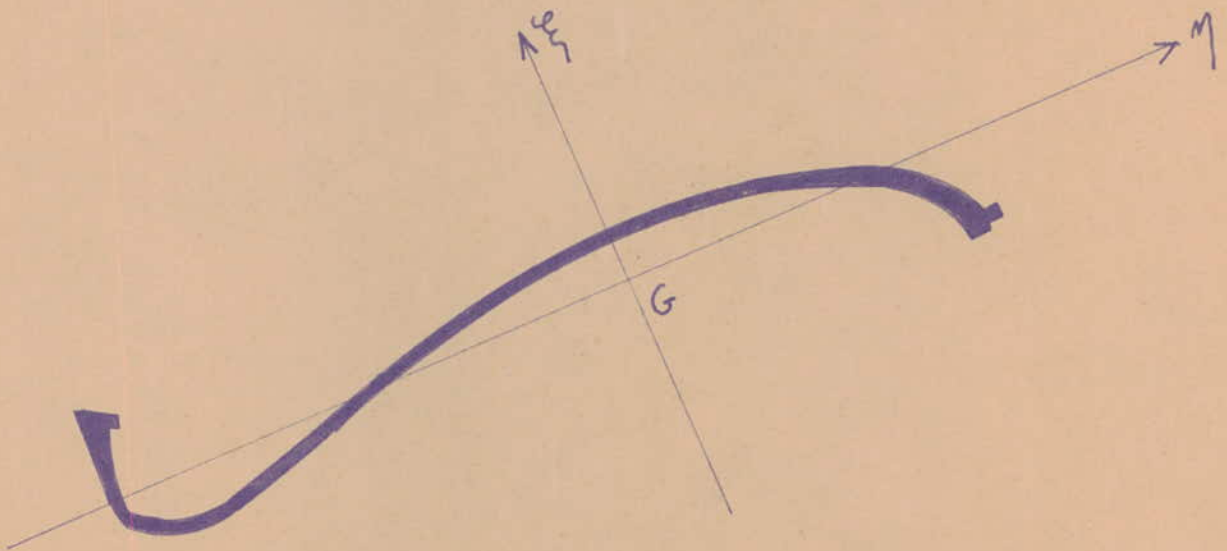
Les bras de levier des sheds classiques sont petits par rapport à l'axe principal II. Ce qui entraîne une grande consommation de matériaux.

Vu l'existence de grandes pentes sur une certaine partie du shed, le coulage du béton sera réalisé avec une très grande difficulté et nécessite parfois des contres coffrages.

Dans le cas de l'utilisation des coffrages mobiles, au décoffrage, on doit raidir le bord libre supérieur du voile avec une poutre métallique en treillis ; ce qui augmente le prix et présente des difficultés supplémentaires d'exécution.



Séction transversale du Shed de type classique.



Séction transversale du Shed de type S.

Le grand nombre d'inconvénients du SHED classique ^{de} emmené Messieurs Les Ingénieurs ION UNGUREANU et MIRCEA MIHAILESCU, à faire des recherches sur une nouvelle forme de SHED qu'on appelle SHED de Type " S ".

La première forme en "S" étudiée était formée de plusieurs arcs cercles raccordés. Elle présente les avantages suivants :

- Le profil en "S" évite la discontinuité de raccordement entre les segments de droite et les arcs de cercle, mais il présente toujours une discontinuité de courbure.

- En remplaçant le chréneau, composé d'éléments de plaques planes en SHED classique, par une voile mince courbe, on aura une économie de béton.

- Le bord supérieur du SHED en "S" présente une courbure servant comme poutre marginale qui permet l'utilisation du coffrage mobile sans avoir recours à une poutre en treillis pendant l'exécution.

Cette forme en "S" a été améliorée après une autre période de recherche en combinant les arcs de cercles avec une cycloïde. Ce qui a permis de nouveaux avantages :

- Le rayon de courbure de la cycloïde a une variation continue et le passage de la courbure positive à la courbure négative s'effectue en passant par un point d'inflexion. Ici, l'avantage est d'éviter les moments de flexion locaux.

- Cette forme en "S" nous permet également d'avoir un centre de gravité et un centre de torsion situé sur une même verticale. Ce qui permet d'éliminer la liaison nécessaire entre les différents ondes des SHEDS.

- Vu la faible pente que présente le SHED de type "S", le coulage du béton exécuté plus facilement et il ne nécessite aucun contre coffrage.

- L'économie de béton et d'acier réalisée pour un SHED de type "S" varie entre 10 et 20 % par rapport à un SHED de type classique.

3 - DOINNEES GENERALES

3 - 1 - THEME DU PROJET

SHEDS de type "S" en béton précontraint le sujet de thèse de fin d'études doit répondre aux points suivants :

- a) - Considérations générales concernant les SHEDS de type classique et les SHEDS de type "S".
- b) - Etude de la théorie concernant les pièces longues en voiles minces.
- c) - Application de cette théorie pour le calcul de la toiture d'une halle industrielle constituée par des SHEDS de type "S" en béton précontraint.
- d) - Calcul des portiques et des poteaux.
- e) - Calcul des fondations (σ sol = 2,2 bars).

Les règles utilisées pour le calcul des constructions en béton armé et pour les charges dues à la neige et au vent sont le : C C B A 68 et N V 65.

3-2- DESCRIPTION DE LA SOLUTION ADOPTEE :

La section transversale du SHED est formée par un arc de cercle de rayon 45 cm puis une cycloïde et enfin un arc de cercle de 83 cm de rayon.

Les équations de la cycloïde sont les suivantes :

$$\begin{aligned} Y &= R T - \text{sint} \\ Z &= M (R - K \text{cost}) \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned} R &= 218 \text{ cm} \\ K &= 100 \text{ cm} \\ M &= 1,65 \end{aligned}$$

Les poteaux ont 6 m de hauteur. La section transversale de chaque poteau est de 60 x 40 cm².

Les autres dimensions concernant le SHED sont données dans la figure 1.

3-3 Caractéristiques des matériaux utilisés:
On utilise du béton dosé à 400 kg/m³ pour le voile et du béton dosé à 350 kg/m³ pour les portiques et les fondations.

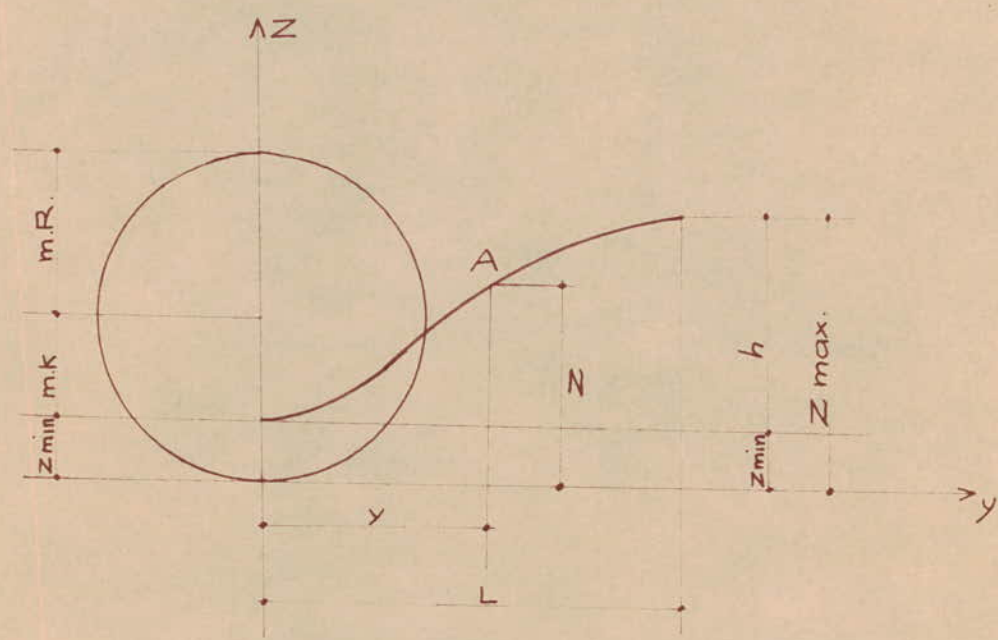
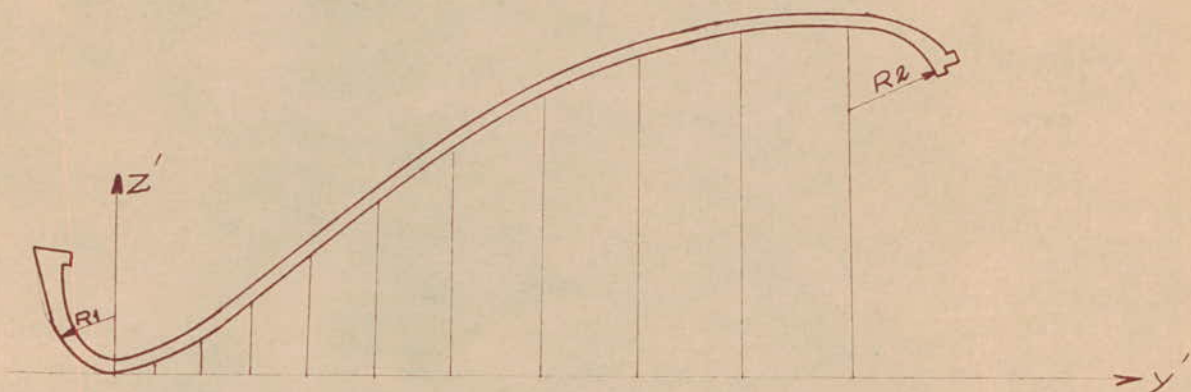
Pour les armatures, on utilise de l'acier doux et de l'acier à haute adhérence pour les portiques et les fondations tandis que les câbles Freysin et 12 \emptyset 5 et de l'acier doux sont utilisés pour assurer la résistance du voile.

Les murs sont faits en suporex car ils protègent contre le froid et la chaleur, empêchent la formation de condensation et garantissent un climat intérieur équilibré. Ils offrent une bonne protection phonique, car ils sont du point de vue acoustique absorbants et isolants.

Faits de matières premières purement minérales, ils sont insensibles au gel et incombustibles et assurent une bonne protection contre l'incendie. De plus le montage pratiquement à sec est facile et le traitement des surfaces est simple.

Ils peuvent être livrés sur demande. Les dimensions des panneaux concernant notre SHED sont les suivants :

- Longueur 280 cm
- Largeur 60 cm
- Epaisseur 10 cm.



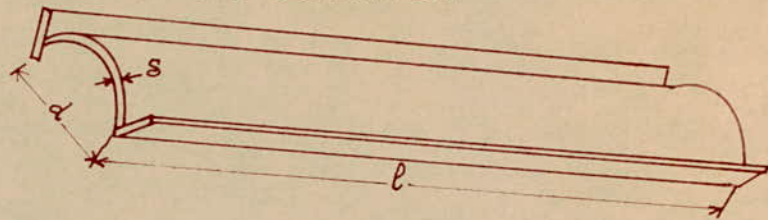
4. ETUDE THEORIQUE CONCERNANT LES PIÈCES LONGUES EN VOILE MINCE

4.1. Hypothèses fondamentales pour les pièces longues en voiles minces

a. On doit avoir les conditions suivantes :

$$\frac{\delta}{d} \leq 0,1$$

$$\frac{d}{l} \leq 0,1$$



δ = épaisseur du voile

d = dimension caractéristique de la section transversale (largeur ou hauteur)

b. Surface moyenne :

C'est la surface passant par les milieux des épaisseurs des plaques (rectilignes ou curvilignes) constituant la pièce allongée en voile mince.

c. Le profil d'une pièce longue en voiles minces à profil ouvert est considéré comme rigide, c'est à dire indéformable dans le plan de la section transversale de la pièce.

d. On considère comme nulle la déformation par distorsion de la pièce surface moyenne du voile, c'est à dire que l'angle droit, formé par les lignes de coordonnées $z = \text{cte}$ et $s = \text{cte}$, reste droit après déformation.

Les deux dernières hypothèses (c, d) postulent la rigidité du profil transversal.

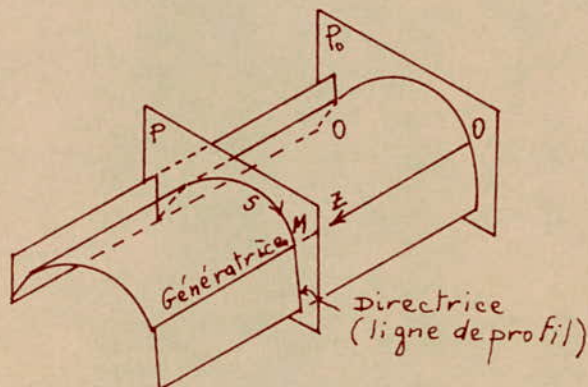


fig. 2

4.2. Déplacements et déformations - La loi des surfaces sectorielles. Généralisation de l'hypothèse des sections planes.

a. Choix des axes de coordonnées

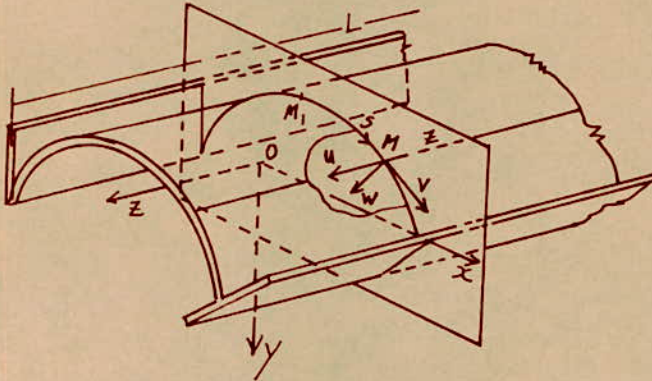


fig. 3

En R.D.M. on appelle en général l'axe d'une tige ou d'une poutre la ligne des centres de gravité des sections transversales. Toute droite de l'espace parallèle à cet axe est appelé axe arbitraire de la tige.

Soit Oz un axe arbitraire.

Rapportons la section transversale à un système rectangulaire de coordonnées Oxy avec l'origine au point O . On oriente les axes Ox et Oy de telle sorte qu'ils forment avec la direction positive de l'axe Oz un système à pas de vis à gauche. Les coordonnées x et y d'un point M de la ligne du profil du voile mince sont des fonctions bien définies de la variable indépendante S .

b. Déplacements transversaux.

Supposons que le voile mince subisse une déformation quelconque. Le point arbitraire M de la surface moyenne occupera alors une nouvelle position dans l'espace.

Suivant l'hypothèse faite sur la rigidité du profil, la déformation du voile se produit de manière à ce que la forme du profil et toutes ces caractéristiques géométriques dans le plan de la section transversale restent elles-mêmes.

Donc une section transversale peut être considérée, quant aux déplacements dans son plan, comme un corps rigide et par suite sa position se détermine par trois grandeurs indépendantes, correspondant à ses trois degrés de liberté dans ce plan.

Comme en cinématique d'un corps solide, on détermine les déplacements transversaux des points de la section $Z = \text{cte}$, par le déplacement d'un point arbitraire A du plan de la section et par l'angle de rotation de toute la section par rapport à ce point. Le point A est considéré comme rigidement lié à la ligne du profil.

Soit a_x et a_y les coordonnées du point A et $\xi(z)$ et $\eta(z)$ les projections de son déplacement respectivement sur les axes Ox et Oy .

Soit $\theta(z)$ l'angle de rotation de la section $Z = \text{cte}$ dans le plan Oxy autour du même point A. $\theta(z)$ détermine la torsion le long de la pièce. $\theta(z)$ est positif lorsqu'en regardant la section $Z = \text{cte}$ dans le sens contraire à celui de l'axe OZ on voit la section tourner dans le sens des aiguilles d'une montre.

Soit un point B quelconque de la section transversale du voile long de coordonnées b_x, b_y et ξ_B, η_B ses déplacements suivant les directions Ox et Oy . L'arc étant petit, on peut confondre l'arc et la tangente.

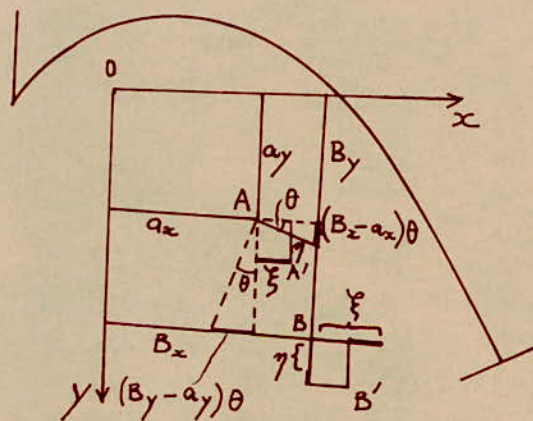


fig. : 4

On détermine les expressions des déplacements de B en fonction des trois grandeurs ξ, η et θ .

$$\left. \begin{aligned} \xi_B &= \xi - (b_y - a_y)\theta \\ \eta_B &= \eta + (b_x - a_x)\theta \end{aligned} \right\} \textcircled{2.1}$$

Pour des valeurs faibles de $\xi(z), \eta(z)$ et $\theta(z)$ le déplacement du profil de la pièce dans son plan peut être considéré comme une rotation autour du centre

instantané de rotation, qui est immobile. Si on confond le point arbitraire B avec ce centre instantané de rotation on annule donc ses coordonnées. On obtient:

$$\left. \begin{array}{l} \xi - (by - ay)\theta = 0 \\ \eta + (bx - ax)\theta = 0 \end{array} \right\} (2-2) \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} by = ay - \frac{\xi}{\theta} \\ bx = ax - \frac{\eta}{\theta} \end{array} \right\} (2-3)$$

Dans le cas général les équations (2-3) définissent une courbe dans l'espace qui peut-être appelée : ligne des centres de torsion.

La position du centre de torsion, à la différence de celle du centre de gravité de la section, dépend de la déformation de la pièce et donc de la charge extérieure qui provoque cette déformation.

On définit le déplacement total d'un point arbitraire M de la surface moyenne du voile long par une grandeur vectorielle, définie dans l'espace par trois composantes d'un vecteur :

- Le déplacement longitudinal u . $u > 0$ s'il est dirigé dans le sens des $Z > 0$
- Le déplacement transversal tangentiel v , dirigé suivant la tangente à la ligne du profil, avec comme sens positif celui des S croissants.
- Le déplacement transversal normal w . Son sens positif sera défini par la condition que les déplacements positifs u, v, w , forment un système à pas de vis à gauche.

Dans le cas général ces trois déplacements seront fonctions de deux variables indépendantes Z et S .

Déterminons d'abord v et w par les formules (2,1) qui, pour un point M de la ligne du profil, aux coordonnées courantes x et y , prennent la forme :

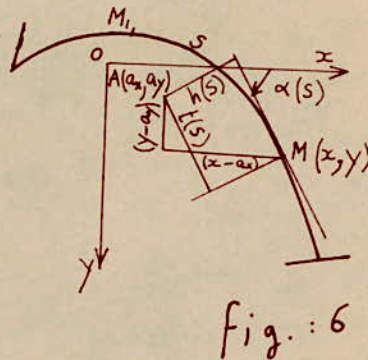
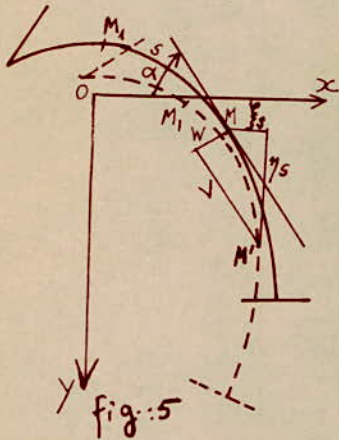
$$\left. \begin{aligned} \xi_s &= \xi - (y - a_y) \theta \\ \eta_s &= \eta + (x - a_x) \theta \end{aligned} \right\} (2.4)$$

où ξ_s et η_s désignent les déplacements du point M suivant les directions Ox et Oy .

Soit α l'angle de la tangente à la ligne moyenne du profil au point M avec l'axe Ox et en projetant ξ_s et η_s sur la direction de cette tangente.

On obtient pour le déplacement tangentiel $V(z, s)$ l'expression :

$$V(z, s) = \xi_s \cos \alpha + \eta_s \sin \alpha \quad (2,5)$$



On obtient d'une manière analogue $W(z, s)$

$$W(z, s) = \eta_s \cos \alpha - \xi_s \sin \alpha \quad (2,6)$$

Et en remplaçant dans (2,5) et (2,6) ξ_s et η_s par leur expression (2,4) :

$$\left. \begin{aligned} V(z, s) &= \xi_s \cos \alpha + \eta_s \sin \alpha + [(x - ax) \sin \alpha - (y - ay) \cos \alpha] \theta \\ W(z, s) &= -\xi_s \sin \alpha + \eta_s \cos \alpha + [(x - ax) \cos \alpha + (y - ay) \sin \alpha] \theta \end{aligned} \right\} (2,7)$$

Sur la fig 6 on voit que :

$$\left. \begin{aligned} (x - ax) \sin \alpha - (y - ay) \cos \alpha &= h(s) \\ (x - ax) \cos \alpha + (y - ay) \sin \alpha &= t(s) \end{aligned} \right\} (2,8)$$

où $h(s)$ et $t(s)$ sont les longueurs des perpendiculaires abaissées du point A respectivement sur la tangente et la normale à la ligne du profil au point M

Soient $V(z, s)$ et $W(z, s)$ sous une forme plus condensée :

$$\left\{ \begin{aligned} V(z, s) &= \xi(z) \cdot \cos \alpha(s) + \eta(z) \cdot \sin \alpha(s) + \theta(z) \cdot h(s) & (2,9) \\ W(z, s) &= -\xi(z) \cdot \sin \alpha(s) + \eta(z) \cdot \cos \alpha(s) + \theta(z) \cdot t(s) & (2,10) \end{aligned} \right.$$

Dans ces dernières formules les derniers termes déterminent les déplacements résultant de la rotation de toute section par rapport au point A.

D'après la cinématique d'un corps solide on sait que pour un angle de rotation petit chacun de ces déplacements est défini comme le produit de l'angle de rotation par la longueur de la perpendiculaire abaissée du point A, considéré comme centre instantané de rotation, sur la droite passant par M et dirigée suivant la direction du déplacement cherché.

C - Déplacement longitudinal $U(z, s)$:

Ce déplacement est déterminé en faisant appel à l'hypothèse sur l'absence de déformation par distorsion de la surface moyenne. La déformation par distorsion se définit dans le cas général comme la variation relative de l'angle droit compris entre les lignes de coordonnées $s = c^{ste}$ et $z = c^{ste}$ lorsque le voile se déforme. Cette déformation pour un voile cylindrique est conditionnée par les déplacements $U = U(z, s)$ et $V = V(z, s)$.

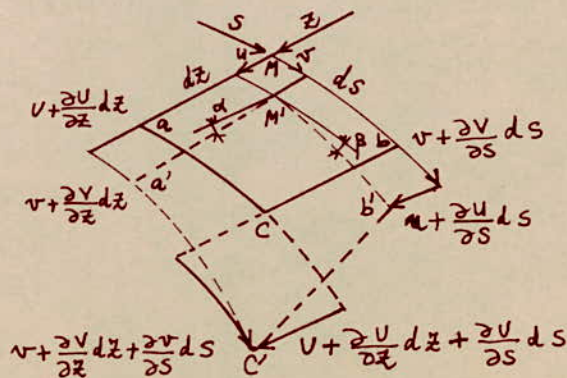


fig.: 7

Par définition la distorsion au point M est égale à la somme des angles α et β

$$\alpha = \left[\left(v + \frac{\partial v}{\partial z} \cdot dz \right) - u \right] / dz = \frac{\partial v}{\partial z}, \text{ de même } \beta = \frac{\partial u}{\partial s}$$

$$\gamma = \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial z} \quad (2, 11)$$

$$\text{or } \gamma = 0 \implies \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (2, 12)$$

En remplaçant $v(z, s)$ par son expression et en résolvant (2, 12) on déduit :

$$u(z, s) = \mathcal{G}(z) - \int_{M_1}^M \frac{\partial v}{\partial z} \cdot dz \quad (2, 13)$$

$\mathcal{G}(z)$ désigne ici une fonction arbitraire dépendant seulement de z et représentant le déplacement longitudinal d'un point M_1 , origine des coordonnées s . L'intégrale du second membre de l'équation (2, 13) se calcule le long de la ligne du profil, la variable s variant du point initial M_1 jusqu'au point M pour lequel on détermine le déplacement $u(z, s)$.

En différentiant l'égalité (2, 9) par rapport à z et en multipliant les deux membres par ds on a :

$$\frac{\partial v}{\partial z} \cdot ds = \mathcal{G}'(z) \cdot \cos \alpha(s) \cdot ds + \eta'(z) \cdot \sin \alpha(s) \cdot ds + \theta'(z) \cdot h(s) \cdot ds \quad (2, 14)$$

La fig 4.8 nous donne :

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha \cdot ds &= dx \\ \sin \alpha \cdot ds &= dy \\ h \cdot ds &= dw \end{aligned} \right\} (2, 15)$$

- ds représente la différentielle de l'arc de la ligne du profil, dx et dy les

différentielles des coordonnées cartésiennes correspondant à ds .

- $d\omega$ la surface double du triangle élémentaire (secteur) ayant pour base l'élément ds et pour hauteur la longueur de la perpendiculaire h abaissée du point A sur la tangente au point M à la ligne du profil.

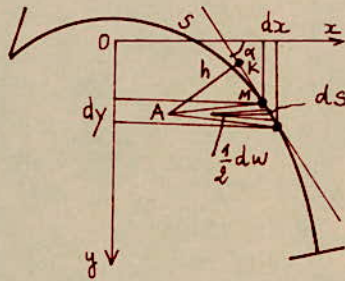


fig.: 8

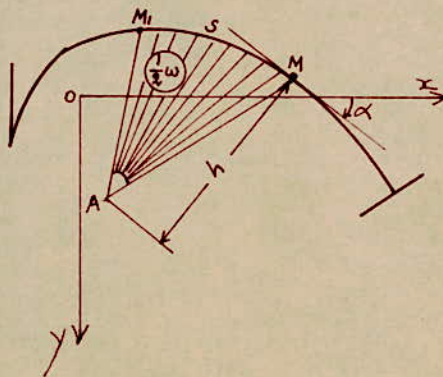


fig.: 9

En portant les expressions (2-14) et (2-15) dans le second membre de l'égalité (4-13) et en effectuant l'intégration, on obtient:

$$U(z, s) = \xi(z) - \xi'(z)x(s) - \eta'(z)y(s) - \theta'(z)\omega(s) \quad (2-16)$$

$x(s)$ et $y(s)$ sont les coordonnées cartésiennes du point M, $\omega(s)$ la surface double limitée par l'arc M, M de la ligne du profil et les deux rayons vecteurs AM, et AM reliant le point A aux extrémités de l'arc. fig 9.

$\omega(s) =$ surface sectorielle

A = "Pole" des surfaces sectorielles.

M₁ = "Point sectoriel initial".

Nous compterons la surface sectorielle comme positive si le rayon vecteur qui la décrit tourne dans le sens des aiguilles d'une montre lorsqu'on le regarde dans le sens contraire à celui de l'axe Oz.

La formule (2-16) représente la loi générale des déplacements longitudinaux $U(z, s)$ pour une pièce longue en voiles minces ayant dans sa section transversale un profil ouvert. Cette loi peut-être formulée de la manière suivante:

Les déplacements longitudinaux $U(z, s)$ le long de la section $Z = \text{cte}$ d'un voile mince ouvert, de forme cylindrique ou prismatique, en absence de déformations de flexion de son contour transversal et de déformations de distorsion de sa surface moyenne, s'obtiennent par addition des déplacements dépendant linéairement des coordonnées cartésiennes du point considéré du contour et des déplacements proportionnels à sa surface sectorielle.

Les trois premiers termes de la formule (2-16) expriment la loi de Bernoulli-Navier suivant laquelle les sections transversales, planes avant la déformation, restent planes après la déformation.

- $\xi(z)$ représente la déformation axiale dans laquelle les sections transversales reçoivent seulement des mouvements de translation suivant la génératrice du voile cylindrique.

- Les fonctions $\xi'(z)$ et $\eta'(z)$ représentent les déflexions de l'axe arbitraire de la pièce ($x = ax$, $y = ay$) dans des plans longitudinaux Oxz et Oyz , déterminent les déformations de flexion.

- Le 4^{ème} terme représente les déformations COMPLEMENTAIRES qui ne suivent pas la loi des sections planes et qui résultent de la torsion de la pièce. Appelons cet écart avec la loi des sections planes le gauchissement sectoriel de la section.

La grandeur $\theta'(z) = \frac{d\theta}{dz}$, représente l'angle relatif de torsion. On l'appelle le gauchissement de la pièce.

d. Déformation longitudinale $\epsilon = \epsilon(z, s)$.

D'après la fig. 7. on a:

$$\epsilon = (u + \frac{\partial u}{\partial z} dz) - u/dz = \frac{\partial u}{\partial z} \quad (2-17)$$

En différentiant suivant (2-17) l'égalité (2-16) par rapport à z , on obtient la formule générale:

$$\epsilon(z, s) = \varphi'(z) - \xi''(z) x(s) - \eta''(z) y(s) - \theta''(z) w(s) \quad (2-18)$$

3. Loi des sections planes - Cas particulier de la loi des surfaces sectorielles

Théorème:

Lorsqu'une pièce longue à parois minces et à profil rigide se trouve soumise simultanément à la traction (ou compression), à la flexion et à la torsion, les allongements longitudinaux relatifs $\epsilon = \epsilon(z, s)$ dans une section transversale $z = \text{cte}$, varient suivant la loi de la surface sectorielle ayant son pôle et le point sectoriel initial en des points bien déterminés de la section.

Démonstration de ce théorème:

Soient w_A et w_D les surfaces sectorielles ayant leurs pôles respectivement en A et D.

On a:

$$\left. \begin{aligned} dw_A &= (x - a_x) dy - (y - a_y) dx \\ dw_D &= (x - d_x) dy - (y - d_y) dx \end{aligned} \right\} (3-1)$$

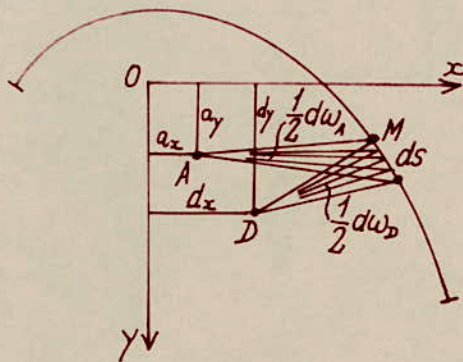


fig.: 10

$$dw_A - dw_D = d(w_A - w_D) = (a_y - d_y) dx - (a_x - d_x) dy \quad (3-2)$$

En intégrant:

$$w_A = w_D + (a_y - d_y)x - (a_x - d_x)y + c \quad (3-3)$$

où C est une constante arbitraire, dépendant du point initial a partir duquel ^{on mesure} les surfaces sectorielles. Soient x_0 et y_0 ses coordonnées pour $s = 0$ on a $w_A = w_0 = 0$

$$C = -(ay - dy)x_0 + (ax - dx)y_0 \quad (3.4)$$

remplaçons C dans (3.3)

$$w_A = w_0 + (ay - dy)(x - x_0) - (ax - dx)(y - y_0) \quad (3.5)$$

Comme $E = \psi'(z) - \xi''(z)x(s) - \eta''(z)y(s) - \theta''(z)w(s)$ avec $w(s) = w_A$ on obtient l'expression nouvelle de $E(z, s)$:

$$E = \psi' - C\theta'' - \left[\xi'' + (ay - dy)\theta'' \right] x - \left[\eta'' - (ax - dx)\theta'' \right] y - \theta'' w_0$$

si on choisit C , dx et dy de telle sorte que les termes dépendant linéairement des coordonnées x et y du point de la section deviennent nuls. On obtient

$$\left. \begin{aligned} \psi' - C\theta'' &= 0 \\ \xi'' - (ax - dx)\theta'' &= 0 \\ \eta'' + (ay - dy)\theta'' &= 0 \end{aligned} \right\} (3.7) \Rightarrow \left. \begin{aligned} C &= \frac{\psi'}{\theta''} \\ dx &= ax - \frac{\eta''}{\theta''} \\ dy &= ay + \frac{\xi''}{\theta''} \end{aligned} \right\} (3.8)$$

l'expression de $E(z, s)$ devient lorsque les conditions 4.7 sont remplies

$$E = -\theta''(z) w_0(z, s) \quad (3.9)$$

4° Relations entre Contraintes et Déformations

a - détermination de la contrainte Normale $\sigma(z, s)$:

Dans l'expression de $E(z, s)$; $\psi(z)$, $\xi(z)$ et $\eta(z)$ et $\theta(z)$ sont cinématiquement indéterminées. Pour cela utilisons les équations d'équilibre de la statique (équation d'équilibre d'un corps élastique). On ajoutera à cela la Loi de Hooke

on ne considérera que les tensions normales, dirigées suivant la génératrice de la surface moyenne, et les

tensions tangentielle, dirigées suivant la tangente de la ligne du profil. Par contre les tensions tangentielle dirigées suivant la normale à la ligne du profil sont considérées comme nulles, ou leur faible valeur

Nous supposons dans la suite que les tensions normales se répartissent uniformément sur l'épaisseur de la paroi du voile mince, par contre pour les tensions tangentielle nous adopterons sur l'épaisseur de la paroi une variation linéaire. (fig. 11, a, b).

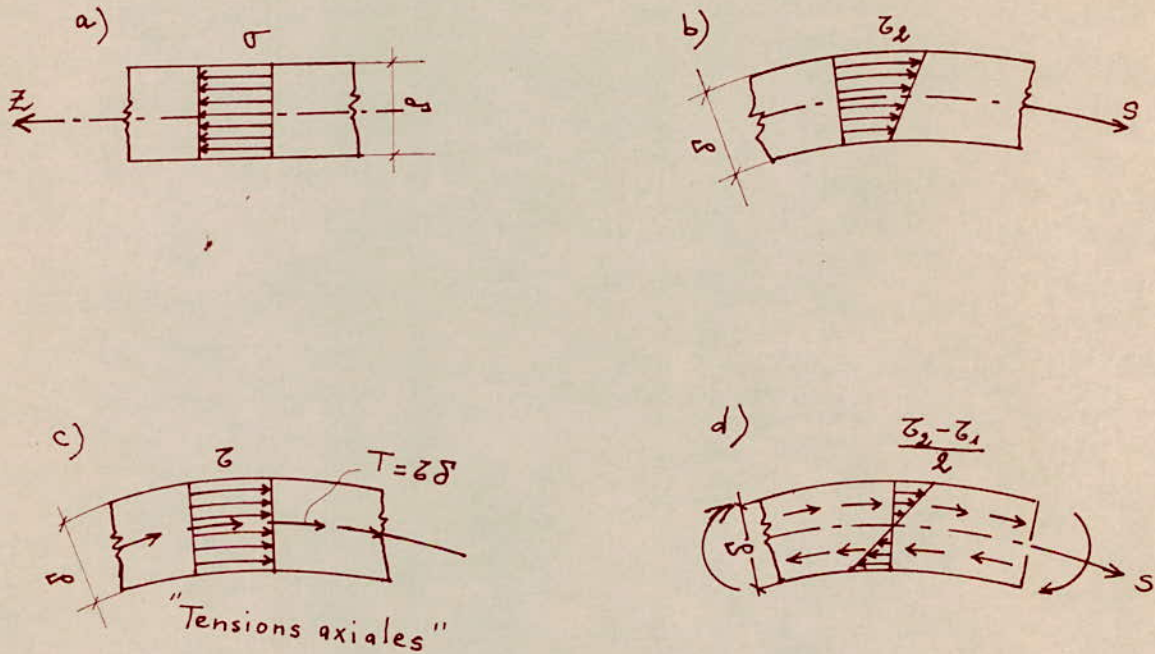


fig: 11

l'état de contrainte de la pièce dans le plan de sa section transversale peut être exprimé au moyen des tensions normales $\sigma(z, s)$, de tensions tangentielle moyennes $\bar{\tau}(z, s)$ et de moments de torsion qui, évalués à l'unité de longueur et dépendant de la différence des tensions tangentielle aux points extrêmes de l'épaisseur de la paroi, seront ramenés au moment de torsion total $H_K(z)$ de la section transversale considérée.

sont σ et σ_1 les tensions normales sur un élément de surface d'une section transversale et d'une section longitudinale;

ε_1 et ε les allongements respectifs a ces deux directions et μ le coefficient de Poisson.

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} (\sigma_1 - \mu \sigma) = 0 \Rightarrow \sigma_1 = \mu \sigma \text{ (rigidite du Profil)}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{E} (\sigma - \mu \sigma_1) \Rightarrow \varepsilon = \frac{1 - \mu^2}{E} \sigma = E_1 \sigma \text{ (4.1)}$$

$$\text{avec } E_1 = \frac{1 - \mu^2}{E}$$

Par la suite on negligera μ^2 et on prendra $E = E_1$, remplaçons $\varepsilon(\bar{x}, s)$ par son expression (2.18):

$$\sigma = E (\gamma' - \frac{\varphi''}{r} x - \gamma'' y - \theta'' \omega) \quad (4.2)$$

$$\text{ou } \sigma(\bar{x}, s) = -E \theta''(\bar{x}) \omega_0(\bar{x}, s)$$

b - Determination du moment de Torsion H_K

La theorie de la torsion pure donne pour le moment de torsion l'expression suivante

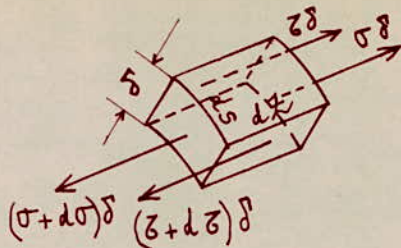
$$H_K = G J_d \theta'$$

G = module d'elasticité à l'effort tranchant

θ' = dérivée de l'angle de torsion

J_d = moment d'inertie de torsion pure calculé pour les profils a parois minces par: $J_d = \alpha/3 \sum d \delta^3$

ou d et δ sont les largeur et l'épaisseur du profil
 α est un coefficient empirique voisin de l'unité



Faisons la somme des projections sur une génératrice de toutes les forces agissant sur l'élément $dz \cdot ds$.

$$d(\sigma\delta)ds + d(\tau\delta)dz + P_z dz ds = 0 \quad (4.3)$$

P_z : projection sur oz de la charge extérieure par unité de surface.
Soit en divisant par $dz \cdot ds$:

$$\frac{\partial(\sigma\delta)}{\partial z} + \frac{\partial(\tau\delta)}{\partial s} + P_z = 0 \quad (4.4)$$

Remarque: $\delta = \delta(s)$ ne dépend pas de z .

$$\tau(z, s) = \frac{1}{\delta} \left[S_0(z) - \int_0^s P_z ds - \int_0^s \frac{\partial \sigma}{\partial z} \delta ds \right] \quad (4.5)$$

$S_0(z)$ est une fonction arbitraire de la seule variable z .

$$\text{si } s=0 \Rightarrow \tau(z, 0) = \frac{1}{\delta(0)} S_0(z) \Rightarrow S_0(z) = \tau(z, 0) \delta(0) \quad (4.6)$$

donc $S_0(z)$ représente les efforts de cisaillement $\tau\delta$ agissant dans la section longitudinale $S|_{z=0}$.

Introduisant l'expression de $\sigma(z, s)$ dans l'équation (4.5) et on pose $\delta ds = dF$, on obtient:

$$\tau = \frac{1}{\delta} \left[S_0 - \int_0^s P_z ds - E \left(\xi'' \int_0^s dF - \xi''' \int_0^s x dF - \eta''' \int_0^s y dF - \theta''' \int_0^s w dF \right) \right] \quad (4.7)$$

$$\text{on } \tau = \frac{1}{\delta} S_0 - \frac{1}{\delta} \int_0^s P_z ds - E \xi''(z) \frac{F(s)}{\delta} + E \xi'''(z) \frac{S_x(s)}{\delta} + E \eta'''(z) \frac{S_y(s)}{\delta} + E \theta'''(z) \frac{S_w(s)}{\delta} \quad (4.8)$$

$$\text{avec: } F(s) = \int_0^s dF \quad S_x(s) = \int_0^s x dF \quad S_y(s) = \int_0^s y dF$$

$$\text{et } S_w = \int_0^s w dF \quad (\text{moment statique sectoriel}).$$

Si $P(z) = 0$ on aura:

$$\tau = \frac{E}{\delta(s)} \left[-\xi''(z) F(s) + \xi'''(z) S_y(s) + \eta'''(z) S_x(s) + \theta'''(z) S_w(s) \right] \quad (4.9)$$

5° - EQUATIONS DIFFERENTIELLES d'équilibre dans un système de coordonnées arbitraire

les contraintes σ_z et le moment de torsion H_K qui déterminent les forces intérieures de l'état de contrainte de la pièce, dépendent des inconnues $\delta(z)$, $\xi(z)$, $\eta(z)$ et $\theta(z)$. Pour cela utilisons les conditions d'équilibre de la pièce :

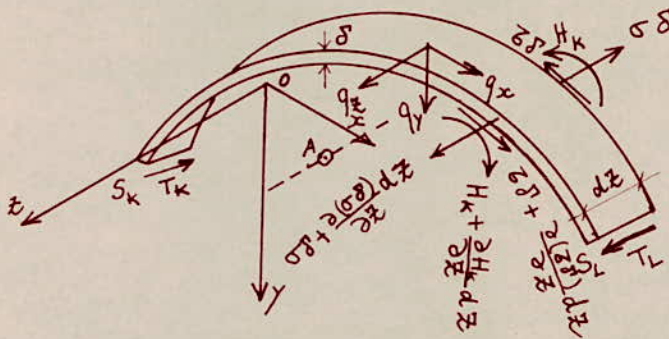


fig.: 12

$$(5.1) \begin{cases} \Sigma Z = 0 ; \int_L \frac{\partial(\sigma \delta)}{\partial z} dz \cdot ds + (T_L - T_K + q_z) dz = 0 \\ \Sigma X = 0 ; \int_L \frac{\partial(\sigma \delta)}{\partial z} \cos \alpha dz \cdot ds + q_x \cdot dz = 0 \\ \Sigma Y = 0 ; \int_L \frac{\partial(\sigma \delta)}{\partial z} \sin \alpha dz \cdot ds + q_y dz = 0 \\ \Sigma M_A = 0 \int_L \frac{\partial(\sigma \delta)}{\partial z} dz [(x - a_x) \sin \alpha - (y - a_y) \cos \alpha] ds + H'_K dz + m dz = 0 \end{cases}$$

ou m = moment de la charge extérieure transversale
Comme :

$$ds \cos \alpha = dx ; \quad ds \sin \alpha = dy$$

et $[(x - a_x) \sin \alpha - (y - a_y) \cos \alpha] ds = d\omega$

$$(5.1) \text{ devient : } \begin{cases} \int_L \frac{\partial(\sigma \delta)}{\partial z} ds + T_L - T_K + q_z = 0 \\ \int_L \frac{\partial(\sigma \delta)}{\partial z} dx + q_x = 0 \\ \int_L \frac{\partial(\sigma \delta)}{\partial z} dy + q_y = 0 \\ \int_L \frac{\partial(\sigma \delta)}{\partial z} \cdot d\omega + H'_K + m = 0 \end{cases} \quad (5.2)$$

Comme $\delta(s)$ ne dépend que de s (5.2) devient en intégrant par partie

$$\left. \begin{aligned} \int \frac{\partial \delta}{\partial z} dF + T_L - T_K + qz &= 0 \\ \int_L \left[\frac{\partial(\tau \cdot \delta)}{\partial z} x \right]_K^L - \int_L x \frac{\partial}{\partial s} \left[\frac{\partial(\tau \cdot \delta)}{\partial z} \right] ds + qx &= 0 \\ \int_L \left[\frac{\partial(\tau \cdot \delta)}{\partial z} y \right]_K^L - \int_L y \frac{\partial}{\partial s} \left[\frac{\partial(\tau \cdot \delta)}{\partial z} \right] ds + qy &= 0 \\ \int_L \left[\frac{\partial(\tau \cdot \delta)}{\partial z} \omega \right]_K^L - \int_L \omega \frac{\partial}{\partial s} \left[\frac{\partial(\tau \cdot \delta)}{\partial z} \right] ds + H'_K + m &= 0 \end{aligned} \right\} (5.3)$$

La grandeur $\tau \cdot \delta$ représente l'effort de cisaillement T correspondant à la longueur unité d'une section longitudinale de la surface moyenne. Pour $s = s_K$ et $s = s_L$ cette grandeur prend respectivement les valeurs des efforts $T_K(z)$ et $T_L(z)$, appliqués aux bords longitudinaux du voile long. on a donc :

$$\left[\frac{\partial(\tau \cdot \delta)}{\partial z} \right]_{s=s_K} = T'_K(z)$$

$$\left[\frac{\partial(\tau \cdot \delta)}{\partial z} \right]_{s=s_L} = T'_L(z)$$

Les équations (5.3) deviennent alors :

$$\left. \begin{aligned} \int_F \frac{\partial \delta}{\partial z} dF + qz + T_L - T_K &= 0 \\ - \int_F x \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial(\tau \cdot \delta)}{\partial s} \right] ds + qx + T'_L x_L - T'_K x_K &= 0 \\ - \int_F y \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial(\tau \cdot \delta)}{\partial s} \right] ds + qy + T'_L y_L - T'_K y_K &= 0 \\ - \int_F \omega \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial(\tau \cdot \delta)}{\partial s} \right] ds + H'_K + m + T'_L \omega_L - T'_K \omega_K &= 0 \end{aligned} \right\} (5.4)$$

ou x_K, y_K, x_L et y_L sont les coordonnées respectives des points initial et final de la courbe de la section transversale du voile ; ω_L et ω_K sont les surfaces sectorielles des ces mêmes points

des Formules (4.2) ; (4.8) et (4.2') on deduit

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} dF = \xi'' E dF - \xi''' E x dF - \eta''' E y dF - \theta''' E w dF$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial (\theta, \delta)}{\partial s} \right] ds = \frac{\partial p z}{\partial z} ds - \xi''' E dF + \xi^{IV} E x dF + \eta^{IV} E y dF + \theta^{IV} E w dF \quad (5.5)$$

$$H'_K = G J_d \theta''$$

Substituant (5.5) dans (5.4) on obtient :

$$\xi'' E \int_F dF - \xi''' E \int_F x dF - \eta''' E \int_F y dF - \theta''' E \int_F w dF + qz + T_L - T_K = 0$$

$$(5.6) \int_L \frac{\partial p z}{\partial z} x ds + \xi''' E \int_F x dF - \xi^{IV} E \int_F x^2 dF - \eta^{IV} E \int_F x y dF - \theta^{IV} E \int_F x w dF + qx + T'_L x_L - T'_K x_K = 0$$

$$\int_L \frac{\partial p z}{\partial z} y ds + \eta''' E \int_F y dF - \xi^{IV} E \int_F x y dF - \eta^{IV} E \int_F y^2 dF - \theta^{IV} E \int_F y w dF + qy + T'_L y_L + T'_K y_K = 0$$

$$\int_L \frac{\partial p z}{\partial z} w ds + \theta''' E \int_F w dF - \xi^{IV} E \int_F w x dF - \eta^{IV} E \int_F w y dF - \theta^{IV} E \int_F w^2 dF + G J_d \theta'' + m + T'_L w_L - T'_K w_K = 0$$

avec :

- moment sectoriel statique : $S_w = \int_F w dF$

- moment sectoriel d'inertie (ou bimoment) : $J_w = \int_F w^2 dF$

- moments sectoriels centraux d'inertie : $J_{wx} = \int_F w x dF$

$$J_{wy} = \int_F w y dF$$

6° - Equations differentielles d'equilibre en Coordonnees Principales

par analogie $S_x = S_y = J_{xy} = 0$ on aura

$$S_w = \int_F w dF = 0 ; J_{wx} = \int_F x w dF = 0 ; J_{wy} = \int_F w y dF = 0$$

Les equations (5.6) deviennent :

$$E F \xi'' = - (qz + T_L - T_K)$$

$$E J_y \xi^{IV} = qx + T'_L x_L - T'_K x_K + \int_L x \frac{\partial p z}{\partial z} ds$$

$$E J_x \eta^{IV} = qy + T'_L y_L + T'_K y_K + \int_L y \frac{\partial p z}{\partial z} ds$$

$$E J_w \theta^{IV} = G J_d \theta'' = m + T'_L w_L - T'_K w_K + \int_L \frac{\partial p z}{\partial z} ds$$

(6.1)

sur les bords longitudinaux du voile ne sont pas soumis aux efforts de cisaillement et si la charge extérieure courante (répartie le long de la pièce) n'est représentée que par ses composantes transversales $q_x(z)$, $q_y(z)$ et le moment correspondant $m(z)$ les équations (6.1) prennent la forme :

$$\left. \begin{aligned} EF \zeta'' &= 0 \\ EJ_y \zeta'''' &= q_x \\ EJ_x \eta'' &= q_y \\ EJ_w \theta'' - GJ_d \theta'' &= m \end{aligned} \right\} (6.2)$$

7° - Forces Généralisées de la section Transversale. le bimoment et son sens Physique.

En résolvant les équations différentielles (6.1) pour le cas général de charge, ou les équations (6.2) pour le cas où $q_z = T_L = T_K = 0$, pour les conditions de liaisons connues aux extrémités de la pièce, nous déterminerons les fonctions $\zeta(z)$, $\eta(z)$ et $\theta(z)$. De là on détermine les tensions normales et tangentielles, ainsi que les moments de torsion qui se forment dans une section transversale de la pièce.

Dans le cas de charges transversales seules ($q_z = T_L = T_K = 0$) nous avons obtenu pour ces tensions :

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= E (\zeta' - \zeta'' x - \eta'' y - \theta'' w) \\ \tau &= E \left[\zeta''' \frac{s_y(s)}{\delta} + \eta''' \frac{s_x(s)}{\delta} + \theta''' \frac{s_w(s)}{\delta} \right] \\ H_K &= GJ_d \theta' \end{aligned} \right\} (7.1)$$

où x, y, w sont les coordonnées principales d'un point de la section $S_x(s)$ et $S_y(s)$ les moments statiques de la partie du profil limitée au point considéré. $S_w(s)$ le moment sectoriel statique du même tronçon

En partant de la notion du travail virtuel on peut définir les forces généralisées comme le travail de toutes les forces longitudinales élémentaires σdF successivement sur chacun des déplacements longitudinaux généralisés adoptés pour la pièce réelle.

Chacun de ces déplacements est pris égal à l'unité :

$\xi = 1$, $\zeta = 1$, $\eta' = 1$, $\theta' = 1$, on obtiendra quatre états élémentaires, isolés du déplacement longitudinale $u(z, s)$ dans la section $z = C^0$:

$$u_1 = 1, u_2 = x, u_3 = y, u_4 = \omega$$

sont :

$$\left. \begin{aligned} N &= \int_F \sigma \cdot 1 \cdot dF \\ M_x &= \int_F \sigma \cdot y \cdot dF \\ M_y &= \int_F \sigma \cdot x \cdot dF \\ B &= \int_F \sigma \omega \cdot dF \end{aligned} \right\} (7.2)$$

N = effort normal

M_x et M_y = les moments fléchissants dans une section transversale de la pièce

Les signes de ces efforts sont déterminés par les conventions de signe suivantes

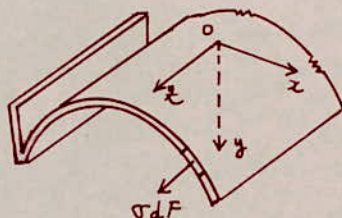


fig.

B = bimoment caractérisant le gauchissement sectoriel ω de la section
En remplaçant σ par son expression et en tenant compte du fait que nous avons affaire aux coordonnées généralisées principales

$$\left. \begin{aligned} N &= EF \xi' \\ M_y &= EJ_y \zeta'' \\ M_x &= -EJ_x \eta'' \\ B &= -EJ_\omega \theta'' \end{aligned} \right\} (7.3)$$

$$\text{ou } \xi = \frac{N}{EF} ; \zeta = \frac{M_y}{EJ_y} ; \eta'' = -\frac{M_x}{EJ_x} ; \theta'' = -\frac{B}{EJ_\omega}$$

on en déduit la nouvelle expression de σ :

$$\boxed{\sigma = \frac{N}{F} - \frac{M_y x}{J_y} + \frac{M_x y}{J_x} + \frac{B}{J_\omega} \omega} \quad (7.4)$$

EJ_ω = rigidité sectorielle de gauchissement.

D'une manière analogue, nous pouvons trouver les fonctions caractérisant les variations des tensions tangentielle τ par rapport à la variable Z au moyen des fonctions statiques, c. à. d. des forces généralisées, valables pour la section entière et variables avec Z . Nous définissons ces forces comme le travail des forces élémentaires de cisaillement $\tau ds = \tau(\delta) ds$ sur chacun des déplacements unitaires possibles $\xi = 1$; $\eta = 1$; $\theta = 1$ du contour de la section dans le plan $Z = cte$.

$$\left. \begin{aligned} Q_x &= \int_F (\tau \delta) dx; \\ Q_y &= \int_F (\tau \delta) dy; \\ H\omega &= \int_F (\tau \delta) d\omega = \int (\tau \delta) R ds. \end{aligned} \right\} (7.5).$$

Q_x et Q_y sont les efforts tranchants agissant dans la section $Z = cte$ suivant les directions O_x et O_y ; $H\omega$ est le moment de torsion fléchi par rapport au centre de torsion, dû aux forces de cisaillement axiales $T = \tau \delta$ agissant suivant les tangentes au contour transversal (voir fig 11). — Remplaçons τ par son expression dans (7.5) On obtient :

$$\left. \begin{aligned} Q_x &= -EJ \xi''' \\ Q_y &= -EJ \eta''' \\ H\omega &= -EJ \omega \theta''' \end{aligned} \right\} (7.6) \Rightarrow \left. \begin{aligned} \xi''' &= -\frac{Q_x}{EJ} \\ \eta''' &= -\frac{Q_y}{EJ} \\ \theta''' &= -\frac{H\omega}{EJ} \end{aligned} \right\} (7.7).$$

L'expression finale de τ devient :

$$\tau = -\frac{1}{\delta} \left[\frac{Q_x s_y(s)}{J_y} + \frac{Q_y s_x(s)}{J_x} + \frac{H\omega s_\omega(s)}{J_\omega} \right] \quad (7.8)$$

Dérivons les équations (7.3) et éliminons les déplacements :

$$\left. \begin{aligned} Q &= M'y \\ Q_y &= M'x \\ H\omega &= B' \end{aligned} \right\} (7.9)$$

4-8. Centre de Torsion.

Généralités:

Considérons une poutre dont le centre de gravité de la section, n'est pas centre de symétrie de cette section. Dans ce cas, la résultante des forces élastiques dues aux contraintes de cisaillement produites par l'effort tranchant est une force unique équivalente à l'effort tranchant, mais cette force ne passe pas nécessairement par le centre de gravité de la section. Lorsque l'on fait varier la direction de l'effort tranchant, la force unique résultante des forces élastiques, équivalente à l'effort tranchant, passe par un point fixe O , de la section, appelé centre de torsion.

L'intérêt du centre de torsion est le suivant: si les charges appliquées à la poutre ne passent pas par le centre de torsion, la flexion de la poutre s'accompagne nécessairement d'une torsion. Dans le cas des sections ouvertes, les contraintes de cisaillement dues à la torsion peuvent devenir prépondérantes, surtout si les sections sont libérées de se gauchir.

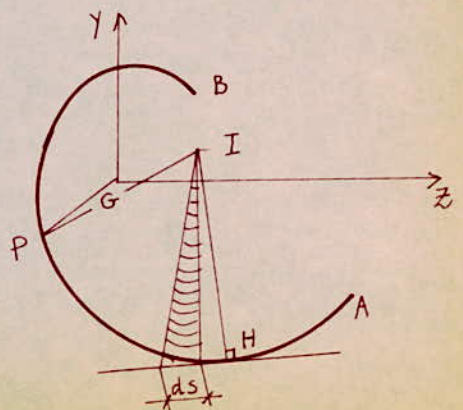
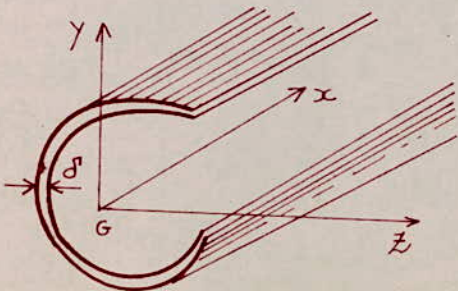
Section Constituée par un profil mince ouvert:

Soit G , le centre de gravité de la section; Gx la fibre moyenne de la poutre et Gxy les axes principaux de la section ($Gxyz$ est un trièdre trirectangle direct). Nous orienterons la courbe moyenne (Γ) du profil et nous désignerons par s l'abscisse curviligne d'un point P de Γ compte à partir de l'origine A - s varie donc de 0 à L . L étant la longueur de la courbe (Γ).

Les coordonnées y, z , du point P et l'épaisseur δ du profil en ce point sont des fonctions de s . Soit α l'angle orienté de Oy avec la tangente à la courbe (Γ).

$$\frac{dy}{ds} = \cos \alpha$$

$$\frac{dz}{ds} = \sin \alpha.$$



Soient Q_z et Q_y les projections de l'effort tranchant \vec{T} sur les axes G_z et G_y . En un point de la section, la contrainte de cisaillement τ parallèle à la tangente à la ligne moyenne (Γ), ne dépend que de s . On peut, en effet admettre que, δ étant faible, τ demeure constante sur l'épaisseur - Soit ϕ , le flux de la contrainte de cisaillement

$$\phi = \tau \delta$$

ϕ est fonction de s .

On sait qu'en R. D. M :

$$\tau = \frac{Q s}{I \delta} \quad (\text{Formule de Jouravski}).$$

On en déduit que :

$$Q(s) = \frac{Q_y S_z(s)}{I_z} + \frac{Q_z S_y(s)}{I_y}$$

I_z et I_y désignent les moments d'inertie de la section par rapport aux axes G_z et G_y .

$$I_z = \int_0^L y^2(s) \delta(s) ds ; \quad I_y = \int_0^L z^2(s) \delta(s) ds$$

$$S_z(s) = \int_s^L y(\sigma) \delta(\sigma) d\sigma = \int_0^s y(\sigma) \delta(\sigma) d\sigma.$$

$$S_y(s) = \int_s^L z(\sigma) \delta(\sigma) d\sigma = \int_0^s z(\sigma) \delta(\sigma) d\sigma.$$

Nous avons donc :

$$\phi(s) = + \int_s^L \left[\frac{Q_y}{I_z} y(\sigma) + \frac{Q_z}{I_y} z(\sigma) \right] \delta(\sigma) d\sigma$$

$$\boxed{\phi(s) = - \int_0^s \left[\frac{Q_y}{I_z} y(\sigma) + \frac{Q_z}{I_y} z(\sigma) \right] \delta(\sigma) d\sigma.}$$

Calculons maintenant le moment des forces élastiques par rapport à un point $I(y_1, z_1)$ de la section.

$$CI = \int_0^L t \cdot \delta \overline{IH} ds = 2 \int_0^L \phi dA_I.$$

(dA_I = surface du secteur, donc du triangle élémentaire).

Intégrons par partie en tenant compte que $\phi = 0$ pour $s=0$ et $s=L$.
On trouve :

$$C_I = -2 \int_0^L A_I d\phi.$$

En remplaçant $d\phi$ par sa valeur, on trouve :

$$C_I = -2 \int_0^L A_I \left[\frac{Q_Z}{I_Y} z(\sigma) + \frac{Q_Y}{I_Z} y(\sigma) \right] \delta(\sigma) d\sigma.$$

Soient Y_0 et Z_0 les coordonnées du centre de torsion O , nous avons :

$$C_I = (Y_0 - Y_1) Q_Z - (Z_0 - Z_1) Q_Y.$$

D'où :

$$Y_0 - Y_1 = \frac{2}{I_Y} \int_0^L A_I(s) z(s) \delta(s) ds.$$

$$Z_0 - Z_1 = -\frac{2}{I_Z} \int_0^L A_I(s) y(s) \delta(s) ds.$$

avec

$$\begin{aligned} A_I(s) &= \frac{1}{2} \int_0^s (y - y_1) dz - (z - z_1) dy \\ &= \frac{1}{2} \int_0^s \left[(y - y_1) \sin \alpha - (z - z_1) \cos \alpha \right] ds. \end{aligned}$$

Remarque :

Le centre de torsion est un point purement géométrique.

4.9 Application de la théorie pour les sheds en "S":

L'état de contraintes et de déformations du voile du shed de type "S" dépendra de la position de la résultante, des charges extérieures transversales, exercée dans le plan du profil. Si cette résultante passe par le centre de torsion de la section transversale, le voile restera dans les conditions d'une flexion pure sans torsion. C'est à dire $\theta = 0$.

Puisque, dans notre cas la résultante des charges et surcharges Q en kg/ml passe par le centre de gravité de la section en "S" et que ce centre de gravité se trouve situer sur une même verticale que le centre de torsion, donc, cette même résultante Q en kg/ml passe également par le centre de torsion. D'où, on peut écrire:

$$\theta = 0 \Rightarrow \theta' = \theta'' = \theta''' = 0$$

Donc, les formules (7.3) et (7.8) nous donnent:

$$B = 0 \quad \text{et} \quad H_w = 0$$

Ce qui simplifie les formules (7.4) et (7.8).

$$\sigma = -\frac{M_y}{I_y} x + \frac{M_x}{I_x} y \quad (N \text{ étant égal à } 0).$$

ou bien $\sigma = \frac{M_y}{I_y} x + \frac{M_x}{I_x} y$ (-car il ne s'agit que de convention de signe pour M_x et M_y).

et

$$\zeta = -\frac{1}{\delta} \left[\frac{Q_x}{J_y} S_y(s) + \frac{Q_y}{J_x} S_x(s) \right]$$

Puisqu'on a pris ξ et η comme axes principaux, on peut donc écrire les efforts de tension N_x pour chaque tronçon de section ΔA , sous la forme suivante :

$$N_x = \Delta A \left[\frac{M_\eta}{I_\eta} \xi + \frac{M_\xi}{I_\xi} \eta \right]$$

De même, les efforts de cisaillement $N_{x\varphi}$ peuvent s'écrire :

$$N_{x\varphi} = \frac{S_\eta}{I_\eta} Q_{\xi\varphi} + \frac{S_\xi}{I_\xi} Q_{\eta\varphi}$$

D'où, les efforts de cisaillement le long du profil :

$$\left[\frac{\partial N_{x\varphi}}{\partial x} dx \right] ds = \left[\frac{S_\eta}{I_\eta} \frac{\partial Q_{\xi\varphi}}{\partial x} dx + \frac{S_\xi}{I_\xi} \frac{\partial Q_{\eta\varphi}}{\partial x} dx \right] ds$$

5. CALCUL DES ELEMENTS DE LA SECTION TRANSVERSALE ADOPTÉE.

5-1 Calcul des coordonnées du centre de gravité. Y_G et Z_G :

Les coordonnées du centre de gravité de la section transversale du SHED, sont données par les formules suivantes :

$$Y_G = \frac{\sum Y_i \cdot A_i}{\sum A_i} = \frac{3631\ 730}{10\ 203} = 355,95 \text{ cm.}$$

$$Z_G = \frac{\sum Z_i \cdot A_i}{\sum A_i} = \frac{2\ 072\ 832}{10\ 203} = 203,16 \text{ cm.}$$

5-2 Calcul des moments d'inerties I_Y, I_Z et I_{YZ} :

Les moments d'inerties I_Y, I_Z et I_{YZ} de la section transversale du SHED sont donnés par les formules suivantes :

$$I_Y = \int_A Z^2 \cdot dA \approx \sum Z_i^2 \cdot A_i = 136\ 860\ 377 \text{ cm}^4$$

$$I_Z = \int_A Y^2 \cdot dA \approx \sum Y_i^2 \cdot A_i = 850\ 854\ 090 \text{ cm}^4$$

$$I_{YZ} = \int_A Y \cdot Z \cdot dA \approx \sum Y_i \cdot Z_i \cdot A_i = 317\ 702\ 637 \text{ cm}^4.$$

5-3. Calcul des moments d'inerties I_η et I_ξ par rapport aux axes principaux:

I_η et I_ξ sont donnés par les formules suivantes :

$$I_\eta; I_\xi = \frac{I_Y + I_Z}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_Y - I_Z)^2 + 4I_{YZ}^2}$$

D'où on obtient:

$$I_\xi = 97\ 175,02 \text{ dm}^4.$$

$$I_\eta = 1\ 596,42 \text{ dm}^4.$$

5-4 Position des axes principaux par rapport aux axes Y et Z:

D'après la formule : $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 I_{YZ}}{I_Z - I_Y}$

on obtient :

$$\alpha_1 = 20^\circ 50'$$

$$\alpha_2 = 110^\circ 50'$$

α_1 est l'angle fait par l'axe Y et l'axe η

α_2 est l'angle fait par l'axe Z et l'axe ξ .

5-5 Calcul des moments statiques de la section transversale du SHED par rapport aux axes principaux:

En principe on trouvera :

$$S_\xi = 0$$

$$S_\eta = 0$$

Or les calculs n'ont pas été faits avec une très grande précision, alors on trouve les valeurs suivantes :

$$S_\xi^- = -1\,409\,487 \text{ cm}^3$$

$$S_\xi^+ = +1\,409\,598 \text{ cm}^3$$

$$S_\eta^- = -179\,156 \text{ cm}^3$$

$$S_\eta^+ = +179\,082 \text{ cm}^3$$

} soit une différence de 111 (0,07%)

} soit une différence de -74 cm^3 (0,4%)

Pour le calcul on prendra les valeurs :

$$S_\xi = 149\,542 \text{ cm}^3$$

$$S_\eta = 179\,119 \text{ cm}^3$$

TABLEAU - 1 -

$$Y' = Rt - K \sin t$$

$$R = 2.18 ; K = 1.00$$

Points	t°	t (radian)	$\sin t^\circ$	Rt	$K \sin t^\circ$	Y
0	0°	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1	18°	0,3142	0,3090	0,685	0,309	0,376
2	36°	0,6283	0,5878	1,370	0,588	0,782
3	54°	0,9425	0,8090	2,055	0,809	1,246
4	72°	1,2566	0,9011	2,740	0,951	1,789
5	90°	1,5708	1,0000	3,425	1,000	2,425
6	108°	1,8850	0,9011	4,110	0,951	3,159
7	126°	2,1992	0,8090	4,795	0,809	3,986
8	144°	2,5134	0,5878	5,480	0,588	4,892
9	162°	2,8276	0,3090	6,165	0,309	5,856
10	180°	3,1418	0,0000	6,850	0,000	6,850

TABLEAU_2

$$Z'_0 = m(R - k \text{ cost}) \quad Z' = Z'_0 - 1.95 \quad m = 1.65$$

Points	t°	cost°	$k \text{ cost}^\circ$	$R - k \text{ cost}^\circ$	Z'_0	Z'
0	0°	1.0000	1.000	1.180	1.950	0.000
1	18°	0.9511	0.951	1.229	2.030	0.080
2	36°	0.8090	0.809	1.371	2.262	0.312
3	54°	0.5878	0.588	1.592	2.626	0.676
4	72°	0.3090	0.309	1.871	3.090	1.140
5	90°	0.0000	0.000	2.180	3.600	1.650
6	108°	-0.3090	-0.309	2.489	4.110	2.160
7	126°	-0.5878	-0.588	2.168	4.570	2.620
8	144°	-0.8090	-0.809	2.989	4.940	2.990
9	162°	-0.9511	-0.951	3.131	5.160	3.210
10	180°	-1.0000	-1.000	3.180	5.250	3.300

TABLEAU 3 -

trouçonn	$Y'(cm)$	$Z'(cm)$	$A(cm^2)$	$Y'A(cm^3)$	$Z'A(cm^3)$
1	-60,5	105,8	559	-33.819	59.142
2	-56,0	70,3	677	-37.912	47.593
3	-28,3	12,9	480	-13.584	6.192
4	29,5	9,6	480	14.160	4.632
5	81,7	38,9	480	39.216	18.672
6	128,7	76,1	480	61.776	36.528
7	174,1	115,1	480	83.568	55.248
8	220,7	153,0	480	105.936	73.440
9	268,9	189,0	480	129.072	90.720
10	318,7	222,4	480	152.976	106.752
11	370,6	252,5	480	177.888	121.200
12	424,8	278,3	480	203.904	133.584
13	480,7	300,2	480	230.736	144.096
14	538,6	316,3	480	258.528	151.824
15	597,7	327,0	510	304.827	166.770
16	659,0	334,4	630	415.170	210.672
17	710,1	332,4	620	440.262	206.088
18	747,3	315,0	668	499.196	210.420
19	770,0	294,3	779	599.830	229.259
Somme			10.203	3.631.730	2.072.832

TABLEAU - 4 -

Tronçons	Z _(cm)	Y _(cm)	A _(cm²)	Z ² A _(cm⁴)	Y ² A _(cm⁴)	YZA _(cm⁴)
1	-97,36	-416,45	559	5.298.744	96.947.705	22.664.974
2	-132,86	-411,95	677	11.950.255	114.888.795	37.053.347
3	-190,26	-384,25	480			
4	-193,51	-326,45	480			
5	-164,26	-274,25	480			
6	-127,06	-227,25	480			
7	-88,06	-181,85	480			
8	-50,16	-135,25	480			
9	-14,16	-87,05	480	75.796.675	227.733.939	130.677.466
10	19,24	-37,25	480			
11	49,34	14,65	480			
12	75,14	68,85	480			
13	97,04	124,75	480			
14	113,14	182,65	480			
15	123,84	241,75	510	7.821.539	29.805.961	15.268.543
16	131,24	303,05	630	10.851.082	57.858.759	25.056.536
17	129,24	354,15	620	10.355.848	77.761.776	28.377.611
18	111,84	391,35	668	8.355.471	102.307.420	29.237.411
19	91,14	414,05	779	6.470.763	133.549.735	29.396.749
				136.860.377	850.854.090	317.702.637

TABLEAU - 5 -

Tronçons	η (cm)	ξ (cm)	A (cm ²)	ηA (cm ³)	ξA (cm ³)
1	-423,9	+57,0	559	-236.960	+31.863
2	-432,4	+22,0	677	-292.735	+15.029
3	-426,8	-41,3	480	-204.864	-19.824
4	-373,9	-64,9	480	-179.472	-31.152
5	-314,8	-56,1	480	-151.104	-26.928
6	-257,5	-38,0	480	-123.600	-18.240
7	-201,1	-17,8	480	-96.528	-8.568
8	-144,2	+1,2	480	-69.216	+576
9	-86,6	+17,7	480	-41.568	+8.496
10	-28,0	+31,1	480	-13.440	+14.928
11	+31,1	+40,8	480	+14.928	+19.584
12	+91,0	+45,8	480	+43.680	+21.984
13	+151,0	+46,4	480	+72.480	+22.272
14	+210,9	+40,9	480	+101.232	+19.632
15	+270,0	+30,0	510	+137.700	+15.300
16	+330,0	+14,9	630	+207.900	+9.418
17	+377,1	-5,0	620	+233.802	-3.100
18	+405,7	-34,5	668	+271.008	-23.046
19	+419,6	-62,0	779	+326.868	-48.298
Somme				-1.409.487 +1.409.598	-179.156 +179.082

5-6 Détermination du centre de torsion:

Les efforts de cisaillement sont donnés par la formule suivante.

$$\left[\frac{\partial N_{x\varphi}}{\partial x} dx \right] ds = \left[\frac{S_{\eta}}{I_{\eta}} \cdot \frac{\partial Q_{\xi}}{\partial x} dx + \frac{S_{\xi}}{I_{\xi}} \cdot \frac{\partial Q_{\eta}}{\partial x} dx \right] ds \quad (1)$$

On a:

- * Surface de la section transversale = 1,0203 m².
- * Longueur développée sur laquelle il y a l'isolation thermique et la chape en béton armé = 9,32 m
- * Longueur développée sur laquelle on applique l'isolation hydraulique = 10,24 m.
- * Longueur de projection horizontale sur laquelle on applique la charge utile (Neige + Vent) = 8,74 m.

D'où on obtiendra les charges suivantes:

- Poids propre: $1,0203 \times 1,00 \times 2600 = 2650 \text{ kg/m}$.
- Isolation thermique de 400 kg/m³:
 $0,15 \times 1,00 \times 9,32 \times 400 = 559 \text{ kg/m}$.
- Chape en béton armé de 4 cm:
 $0,04 \times 1,00 \times 9,32 \times 2400 = 894 \text{ kg/m}$.
- Isolation hydraulique:
 $15 \times 100 \times 10,25 = 153 \text{ kg/m}$.
- Neige + Vent: $100 \times 1,00 \times 8,74 = \underline{874 \text{ kg/m}}$.

on prendra: $Q_Z = 5130 \text{ kg/m}$

$$\bullet Q_Z = 5100 \text{ kg/m}$$

Soient Q_{ξ} et Q_{η} les composantes de Q_Z suivant les axes principaux ξ et η :

$$Q_{\xi} = Q_Z \cos \alpha_1 = 510 \times 0,93462$$

$$Q_{\xi} = 476,65 \text{ kg/dm}$$

$Q_\eta = Q_z \cdot \sin \alpha_1 = 510 \times 0,35565 = 181,38 \text{ kg/dm}$.
on a également:

$$\frac{Q_\xi}{I_\eta} = \frac{476,65}{1596,4231} = 0,29858$$

$$\frac{Q_\eta}{I_\xi} = \frac{181,38}{97115,0237} = 0,00187$$

Le tableau 6 nous donne les efforts de cisaillement

$$\left[\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} dx \right] ds.$$

L'abscisse y_0 du centre de torsion est donnée par le tableau 7, en utilisant la formule:

$$y_0 = \left[\sum_k^m V_k \cdot Y_k + \sum_k^m H_k \cdot Z_k \right] \frac{1}{Q_z} \quad (2)$$

avec:

$$V_k = \left[\left(\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} dx \right) ds \cdot \sin \beta_k \right]$$

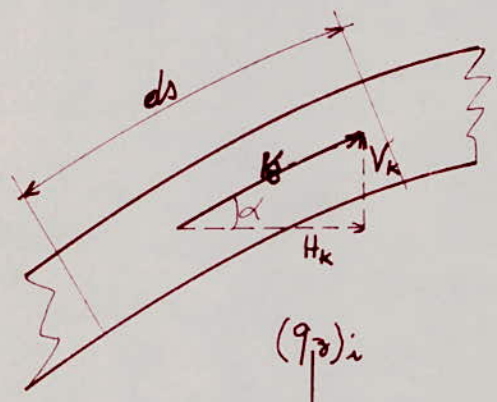
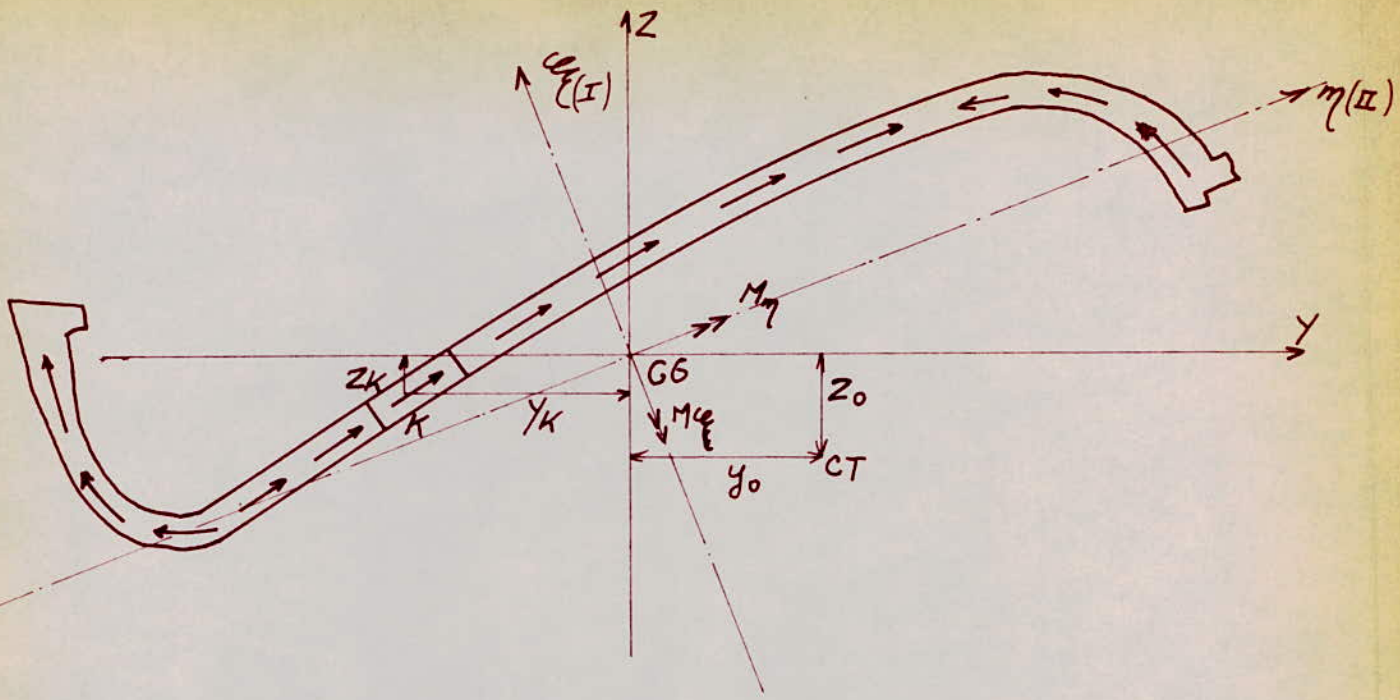
$$H_k = \left[\left(\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} dx \right) ds \cos \beta_k \right]$$

β_k est l'angle entre la tangente à l'axe médian β_k et l'axe Y (voir fig. 3)

Y_k, Z_k sont les coordonnées des limites des tronçons par rapport au système d'axes Y, Z avec l'origine au centre de gravité de la section.

Le tableau 7 nous donne:

$$y_0 = \frac{666\ 866,2 - 660\ 296,3}{5100} = 1,29 \text{ cm}$$



$$\left(\frac{\partial N_x \varphi}{\partial x} ds \right)_K$$

$$\left(\frac{\partial N_x \varphi}{\partial x} ds \sin \beta \right)_K = V_K$$

$$\left(\frac{\partial N_x \varphi}{\partial x} ds \cos \beta \right)_K = H_K$$

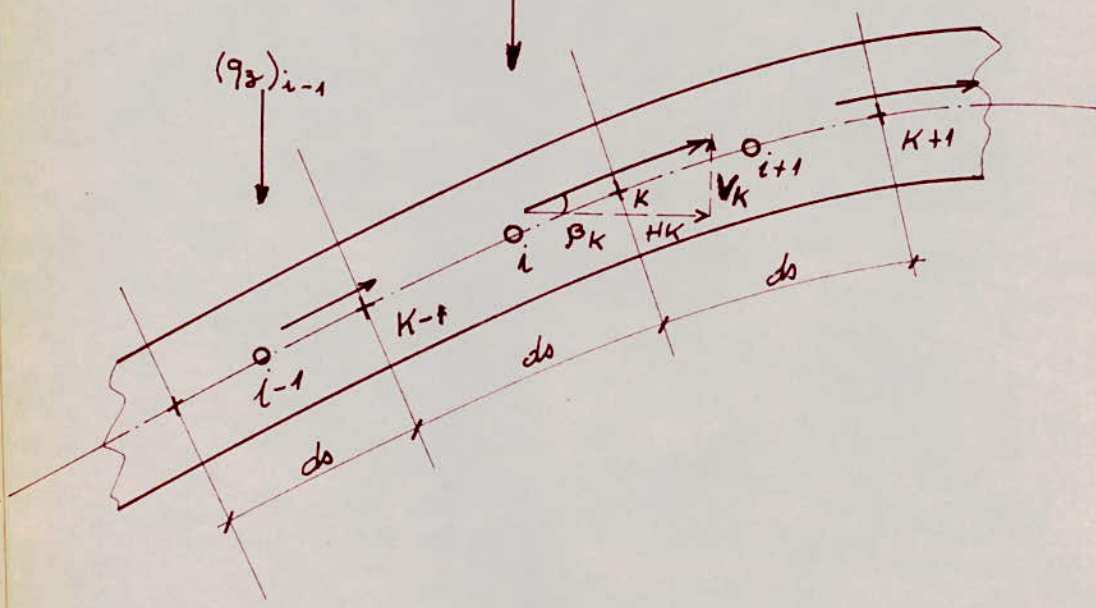


TABLEAU - 6 -

Section	ΣS_1 (dm ³)	ΣS_2 (dm ³)	$S_1 \frac{q_1}{I_1} + S_2 \frac{q_2}{I_2}$ (kg/dm ²)	ds (dm)	$(\frac{\partial N_{xq}}{\partial x} dx) ds$ kg/dm.
I	+31.863	-236,960	+ 9,0725	2,6	+ 23,5885
II	+49.922	-529,695	+ 13,0134	6,0	+ 78,0804
III	+27.098	-734,559	+ 6,7124	6,0	+ 40,2744
IV	-4.054	-914,031	- 2,9226	6,0	- 17,5356
V	-30.982	-1065,135	- 11,2438	6,0	-67,4628
VI	-49.222	-1188,735	- 16,9199	6,0	-101,5194
VII	-57.790	-1285,263	- 19,6581	6,0	- 117,9486
VIII	-57.220	-1354,479	- 19,6155	6,0	- 117,6930
IX	-48.724	-1396,047	- 17,1560	6,0	- 102,9360
X	-33.796	-1409,487	- 12,7230	6,0	- 76,3380
XI	-14.212	-1394,559	- 6,8465	6,0	- 41,0790
XII	+7.772	-1350,879	- 0,1996	6,0	- 1,1976
XIII	+30.044	-1278,399	+ 6,5874	6,0	+ 39,5244
XIV	+49.676	-1177,167	+ 12,6396	6,0	+ 75,8376
XV	+64.976	-1039,467	+ 17,4663	6,0	+ 104,7978
XVI	+74.394	- 831,567	+ 20,6678	6,0	+ 124,0068
XVII	+71.294	- 597.765	+ 20,1795	4,5	+ 90,8078
XVIII	+48.248	-326,757	+ 13,8067	3,7	+51,0848
XIX	~ 0.000	~ 0,000	-	-	-

TABLEAU - 7 -

dir. des Transf. des	$\frac{\partial N_{xy}}{\partial x}$ kg/m	$\sin \beta_i$	$\cos \beta_i$	V_i	H_i	Y_i	Z_i	$V_i Y_i$	$H_i Z_i$
I	235,885	0,9781	0,2079	↑ 230,34	← 48,65	-417,35	-108,66	+ 96.138,4	+ 5.286,3
II	780,804	0,9387	0,3447	↑ 731,72	← 267,06	-402,35	-166,86	+ 294.407,5	+ 44.561,6
III	402,744	0,0000	1,0000	0,00	← 399,60	-355,95	-199,16		+ 79.584,3
IV	175,356	0,4962	0,8682	↑ 86,89	→ 153,46	-299,45	-180,96	+ 26.019,2	- 27.770,1
V	674,628	0,6191	0,7853	↑ 416,98	→ 534,04	-250,35	-146,26	+ 104.390,9	- 78.108,7
VI	1015,194	0,6505	0,7595	↑ 659,36	→ 777,16	-204,25	-107,86	+ 134.674,3	- 83.824,5
VII	1179,486	0,6338	0,7735	↑ 746,36	→ 919,59	-158,65	-68,86	+ 118.410,0	- 65.383,0
VIII	1176,930	0,5995	0,8004	↑ 704,40	→ 949,52	-111,55	-31,86	+ 78.575,8	- 30.251,7
IX	1029,360	0,5544	0,8323	↑ 569,70	→ 863,57	- 62,45	+ 2,94	+ 35.577,8	+ 2.538,9
X	763,380	0,5000	0,8660	↑ 381,06	→ 666,40	- 11,65	+ 34,74	+ 4.439,3	+ 23.150,7
XI	410,790	0,4331	0,9013	↑ 177,64	→ 373,22	+ 41,75	+ 62,84	- 7.416,5	+ 23.453,1
XII	11,976	0,3665	0,9304	↑ 4,38	← 11,23	+ 96,25	+ 86,44	- 421,6	+ 970,7
XIII	395,244	0,2728	0,9621	↓ 107,90	← 377,26	+ 153,15	+ 105,64	+ 16.524,9	- 39.853,7
XIV	758,376	0,1808	0,9835	↓ 157,20	← 740,00	+ 211,55	+ 118,94	+ 29.024,7	- 88.015,6
XV	1047,978	0,1219	0,9925	↓ 127,80	← 1031,98	+ 271,15	+ 127,44	+ 34.652,9	- 131.515,5
XVI	1240,068	0,0145	0,9998	↓ 18,05	← 1239,17	+ 331,15	+ 132,84	+ 5.984,5	- 163415,8
XVII	908,078	0,4592	0,8883	↑ 416,28	← 809,34	+ 375,45	+ 122,64	- 156.232,3	- 98.153,7
XVIII	510,848	0,7193	0,6967	↑ 365,84	← 353,13	+ 404,05	+ 100,84	- 147.817,6	- 35.609,6

6. Calcul des efforts dans la section transversale

Etant donné que le centre de gravité se trouve seulement à la distance de 1,29 cm du centre de torsion, alors on peut considérer que ces 2 points sont sur une même droite $Z = Cte$. Ce qui entraîne que le profil est soumis seulement à la flexion oblique sous torsion.

6.1. Détermination des efforts de tension N_x :

On a :

$$M_{max} = \frac{5100 * 24^2}{8} = 367200 \text{ kg.m}$$

Les composantes M et N d'après les axes principale :

$$M_{\eta} = M_{max} \cdot \cos \alpha = 3672000 * 0,93462 = 3431924 \text{ kg.dm}$$

$$M_{\xi} = M_{max} \cdot \sin \alpha = 3672000 * 0,35565 = 1305946 \text{ kg.dm}$$

d'où l'on déduit les rapports :

$$\frac{M_{\eta}}{I_{\eta}} = \frac{3431924}{1596,42} = 2149,76 \text{ kg/dm}^3$$

$$\frac{M_{\xi}}{I_{\xi}} = \frac{1305946}{97175,02} = 13,44 \text{ kg/dm}^3$$

le tableau (8) nous donne les valeurs de N_x par la formule suivante :

$$N_x = \Delta A \left[\frac{M_{\eta}}{I_{\eta}} + \frac{M_{\xi}}{I_{\xi}} \right]$$

ΔA : section de chaque tronçon.

6.2. Détermination des efforts tangentiels N_{xp} :

Le tableau (6) nous donne les efforts N_{xp} avec :

$$N_{xp} = \frac{S_{\eta}}{I_{\eta}} \cdot Q_{\xi} + \frac{S_{\xi}}{I_{\xi}} \cdot Q_{\eta}$$

6.3. Calcul du ferrailage :

Le ferrailage de résistance est constitué de câbles type FRESSINEY (12 Φ 25 pour chaque câble : acier de haute qualité). La résistance de chaque câble est de $\bar{N}_0 = 20000$ kg (les pertes de tension non comprises).

Le tableau (8) nous donne la somme des efforts de tension N_x .

$$\sum N_x = 384222 \text{ kg}$$

D'où le nombre de câbles nécessaires pour reprendre les efforts N_x est de :

$$n = \frac{384222}{20000} = 19,2 \quad 20 \text{ câbles.}$$

Ces câbles ne sont pas suffisants pour reprendre complètement les efforts de tension dans le béton car la forme géométrique du profil nous empêche de placer tous les câbles à la distance maximale de l'axe neutre.

Pour annuler complètement les efforts de compression nous avons augmenté de 2 le nombre des câbles.

Le tableau (9) nous donne les moments des forces de précontrainte par rapport aux axes principaux. Ces moments sont donnés par les expressions suivantes :

$$M_{\xi} = \bar{N}_0 \cdot \eta = 20000 \eta$$

$$M_{\eta} = \bar{N}_0 \cdot \xi = 20000 \xi$$

D'où en faisant la somme de tous les moments dus aux 22 câbles :

$$M_{\xi} = +102200 \text{ kg.m}$$

$$M_{\eta} = -250940 \text{ kg.m}$$

Dans le tableau (10) on calcule les contraintes normales produites par la précontrainte dans le béton avec l'expression suivante :

$$\sigma_i^{pr} = \sum \frac{\bar{N}_0}{A} + \frac{M_{\eta}^{pr}}{I_{\eta}} \cdot \xi_i + \frac{M_{\xi}^{pr}}{I_{\xi}} \cdot \eta_i$$

$$\text{où : } \sum \bar{N}_0 = 22 * 20\,000 = 440\,000 \text{ kg}$$

$$A = 10\,203 \text{ cm}^2$$

$$M_{\eta}^{pr} = 250\,940 \text{ kg.m}$$

$$M_{\xi}^{pr} = 102\,200 \text{ kg.m}$$

$$I_{\eta} = 159\,642\,000 \text{ cm}^4$$

$$I_{\xi} = 971\,750\,200 \text{ cm}^4$$

Avec l'équation :

$$\sigma_i = \frac{M_{\eta}}{I_{\eta}} \cdot \xi_i + \frac{M_{\xi}}{I_{\xi}} \cdot \eta_i$$

On calcule les contraintes normales dues à la charge permanente (σ_i^g) et les contraintes normales (σ_i^{g+p}) dues à la charge totale (charges permanentes + surcharges), puis on fait la somme successivement des contraintes σ_i^{pr} avec σ_i^g et σ_i^{g+p} pour chaque tronçon (voir tableau 11). On obtient ainsi les contraintes normales finales dans chaque tronçon. La position des câbles dans la section transversales est telle que la résultante C des pressions transversales développées par les câbles doit être verticale (passant par le centre de gravité) et doit équilibrer la charge Q. Pour cela on a fait un calcul graphique (voir fig.). On détermine premièrement la force B qui peut être supportée par le béton armé, force correspondant aux efforts $N_x = \frac{R_t}{C_1}$, où R_t est la résistance à l'effort de rupture (tension) et C_1 un coefficient de sécurité. On considère les valeurs des efforts tangentiels produits dans les sections VII et XVI (voir tableau 6) qui divisées par l'épaisseur du voile, on obtient :

$$\tau_{VII} = \frac{0,19658}{8} = 0,02459 \text{ kg/cm}^2 \text{ et } \tau_{XVI} = \frac{0,206678}{10} = 0,2066 \text{ kg/cm}^2$$

A la distance g ,

$$\frac{L}{2} - 200 = \frac{2400}{2} - 200 = 1000 \text{ cm}$$

où commence l'augmentation de l'épaisseur du voile, nous aurons l'effort tangentiel max :

$$\frac{\tau_{\max}}{\tau_{\text{VII}}} = \frac{1000}{1} \Rightarrow \tau_{\max} = 1000 * \tau_{\text{VII}}$$

$$\tau_{\max} = 1000 * 0,2459 = 24,59 \text{ Kg/cm}^2$$

et le rapport

$$\frac{B}{Q_z} = \frac{\tau_a}{\tau_{\max}} \Rightarrow B = \frac{\tau_a}{\tau_{\max}} Q_z \quad z_a = \frac{R_t}{c} = \frac{20}{2,2} = 9,1$$

$$B = \frac{9,1}{24,59} * 51 = 18,80 \text{ Kg/cm ou } 1880 \text{ Kg/m}$$

Il en résulte que la force transversale qui doit être prise en compte par les câbles sera de :

$$C = Q - B = 5100 - 1880 = 3220 \text{ Kg/m}$$

Avec la formule :

$$p = \frac{8 \bar{N}_0 \cdot f}{L^2}$$

où \bar{N}_0 : force de tension pour un câble

L : distance entre les 2 extrémités du câble

f : flèche du câble.

On détermine dans le tableau (12) les valeurs de p .

On construit les funiculaires (fig) . La résultante C doit être égale à 3220 Kg/m et elle doit aussi passer par le c.d.g de la section. Si on ne peut pas obtenir ce résultat du 1^{er} essai, on doit changer la position de quelques câbles. Pour notre cas la coïncidence a été obtenue après 5 essais.

TABLEAU - 8 -

Tronçons	ξ dm	η dm	$\frac{M\eta}{I\eta} \xi$	$\frac{M\xi}{I\xi} \eta$	$\frac{M\eta\xi}{I\eta} + \frac{M\xi\eta}{I\xi}$	ΔA dm ²	N_x Kg
1	+ 5,70	-42,39	-12.254	+ 570	-11.684	5,59	-65.313
2	+ 2,22	-43,24	- 4.772	+ 581	- 4.191	6,77	-28.375
3	- 4,13	-42,68	+ 8.872	+ 574	-9.452	4,80	+45.370
4	- 6,49	-37,39	+13.952	+ 502	+14.454	4,80	+69.381
5	- 5,61	-31,48	+12.060	+4 23	+12.483	4,80	+59.919
6	- 3,80	-25,75	+ 8.169	+ 346	+ 8.515	4,80	+40.873
7	- 1,78	-20,11	+ 3.859	+ 270	+ 4.129	4,80	+19.820
8	+ 0,12	-14,42	- 258	+194	- 64	4,80	- 308
9	+ 1,77	- 8,66	- 3.805	+116	-36.89	4,80	- 17.706
10	+ 3,11	- 2,80	-6.686	+ 38	- 6.648	4,80	-31.911
11	+ 4,08	+ 3,11	- 8.771	- 42	- 8.813	4,80	-42.301
12	+ 4,58	+ 9,10	-9.846	-122	-9.968	4,80	-47.847
13	+ 4,64	+ 15,10	-9.975	-203	-10.178	4,80	-48.854
14	+ 4,09	+ 21,09	-8.792	-283	-9.075	4,80	-43.564
15	+ 3,00	+ 27,00	-6.449	- 363	-6.812	5,10	-34.742
16	+ 1,49	+ 33,00	- 3.214	- 443	- 3.657	6,30	-23.042
17	- 0,50	+ 37,71	+ 1.075	- 507	+ 568	6,20	+ 3.522
18	- 3,45	+ 40,57	+ 7.417	- 545	+ 6.872	6,68	+ 45.901
19	- 6,20	+ 41,96	+13.328	- 564	+12.764	7,79	+ 99.436
							- 383.963 + 384.222

TABLEA - 9 -

Nombre de cables	γ (m)	η (m)	M_{η} (kg.m)	M_{γ} (kg.m)
1	- 0,309	- 4,320	- 6180	+ 86400
2	- 0,380	- 4,286	- 7600	+ 85720
3	- 0,447	- 4,240	- 8940	+ 84800
4	- 0,504	- 4,186	- 10080	+ 83720
5	- 0,567	- 4,098	- 11340	+ 81960
6	- 0,610	- 3,995	- 12200	+ 79900
7	- 0,636	- 3,890	- 12720	+ 77800
8	- 0,649	- 3,790	- 12980	+ 75800
9	- 0,650	- 3,692	- 13000	+ 73840
10	- 0,646	- 3,593	- 12920	+ 71860
11	- 0,636	- 3,495	- 12720	+ 69900
12	- 0,620	- 3,398	- 12400	+ 67960
13	- 0,365	+ 4,135	- 7300	- 82700
14	- 0,465	+ 4,193	- 9260	- 83860
15	- 0,532	+ 4,233	- 10640	- 84660
16	- 0,600	+ 4,273	- 12000	- 85460
17	- 0,675	+ 4,259	- 13500	- 85180
18	- 0,706	+ 4,179	- 14120	- 83580
19	- 0,544	+ 4,075	- 10880	- 81500
20	- 0,625	+ 4,089	- 12500	- 81780
21	- 0,705	+ 4,100	- 14100	- 82000
22	- 0,678	+ 4,337	- 13560	- 86740
			- 250940	102200

TABLEAU -10 -

Tronçons	ψ cm	η cm	$\frac{M_{\eta}^{Pz}}{I_{\eta}} \psi$	$\frac{M_{\psi}^{Pz}}{I_{\psi}} \eta$	σ_i^{Pz} kg/cm ²
1	+ 57.0	- 423,9	+ 89,6	- 4,46	+ 42,03
2	+ 22.0	- 432,4	+ 34,9	- 4,55	- 12,76
3	- 41.3	- 426,8	- 65,0	- 4,50	- 112,61
4	- 64.9	- 373,9	- 102,0	- 3,94	- 149,05
5	- 56,1	- 314,8	- 88,3	- 3,32	- 134,73
6	- 38,0	- 257,5	- 59,8	- 2,71	- 105,62
7	- 17,8	- 201,1	- 28,1	- 2,96	- 74,17
8	+ 1,2	- 144,2	+ 1,6	- 1,52	- 43,03
9	+ 17,7	- 86,6	+ 27,9	- 0,91	- 16,12
10	+ 31,1	- 28,0	+ 49,0	- 0,30	+ 5,59
11	+ 40,8	+ 31,1	+ 64,2	+ 0,33	+ 21,42
12	+ 45,8	+ 91,0	+ 72,0	+ 0,96	+ 29,85
13	+ 46,4	+ 151,0	+ 72,9	+ 1,59	+ 31,38
14	+ 40,9	+ 210,9	+ 64,3	+ 2,22	+ 23,41
15	+ 30,0	+ 270,0	+ 47,2	+ 2,85	+ 6,94
16	+ 14,9	+ 330,0	+ 23,5	+ 3,48	- 16,13
17	- 5,0	+ 377,1	- 7,9	+ 3,97	- 47,04
18	- 34,5	+ 405,7	- 54,3	+ 4,28	- 93,13
19	- 62,0	+ 419,6	- 97,5	+ 4,41	- 136,20

TABLEAU -11

Trançons	σ_g	σ_{g+p}	σ_{pr}	$\sigma_g + \sigma_{pr}$	$\sigma_{g+p} + \sigma_{pr}$
1	- 97,10	- 116,84	+ 42,03	- 55,07	- 74,81
2	- 34,90	- 41,91	- 12,76	- 47,66	- 54,67
3	+ 18,85	+ 94,52	- 112,61	- 33,76	- 18,09
4	+ 120,10	+ 144,54	- 149,05	- 28,95	- 4,51
5	+ 104,00	+ 124,83	- 134,73	- 30,73	- 9,90
6	+ 71,00	+ 85,15	- 105,62	- 34,62	- 20,47
7	+ 34,40	+ 41,29	- 74,17	- 39,77	- 32,88
8	- 0,53	- 0,64	- 43,03	- 43,56	- 43,67
9	- 30,70	- 36,89	- 16,12	- 46,82	- 55,01
10	- 55,25	- 66,48	+ 5,59	- 49,66	- 60,89
11	- 73,50	- 88,13	+ 21,42	- 52,08	- 66,71
12	- 83,00	- 99,68	+ 29,85	- 53,15	- 69,83
13	- 84,60	- 101,78	+ 31,38	- 53,22	- 70,40
14	- 75,50	- 90,76	+ 23,41	- 52,09	- 67,35
15	- 56,75	- 68,12	+ 6,94	- 49,81	- 61,22
16	- 30,45	- 36,57	- 16,13	- 46,58	- 52,70
17	+ 4,73	+ 5,68	- 47,04	- 42,31	- 41,36
18	+ 58,20	+ 68,71	- 93,13	- 34,93	- 24,42
19	+ 106,10	+ 127,65	- 136,20	- 30,10	- 8,55

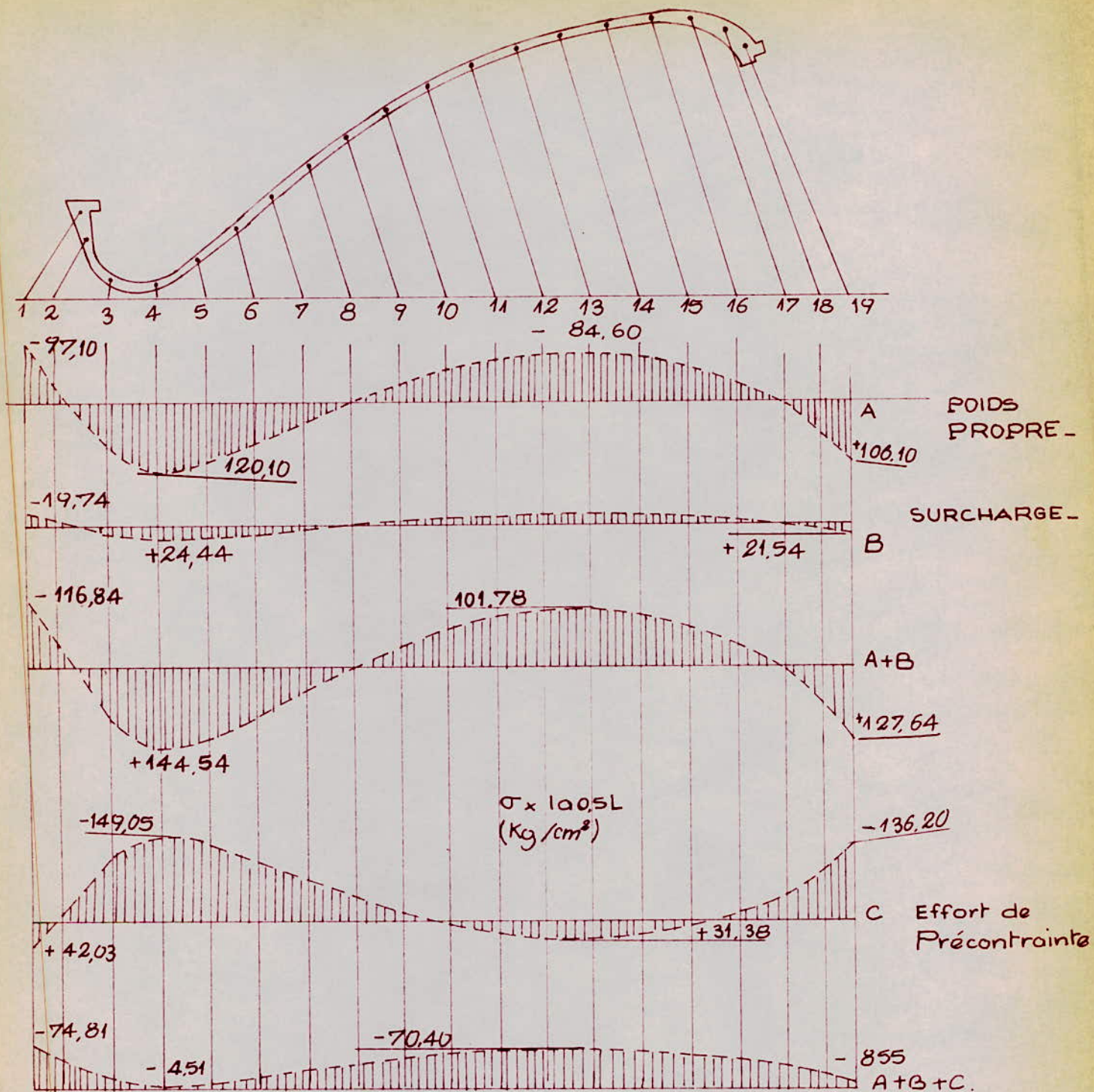
TABLEAU -12 -

Nr	f (m)	P (Kg)
1	0,890	247
2	1,000	278
3	0,880	244
4	0,800	222
5	0,050	14
6	0,080	22
7	1,327	369
8	1,393	387
9	1,438	400
10	1,494	415
11	1,542	429
12	1,602	455
13	1,052	292
14	1,024	284
15	0,969	269
16	0,918	255
17	0,835	232
18	0,689	191
19	0,375	104
20	0,398	109
21	0,361	100
22	0,000	0

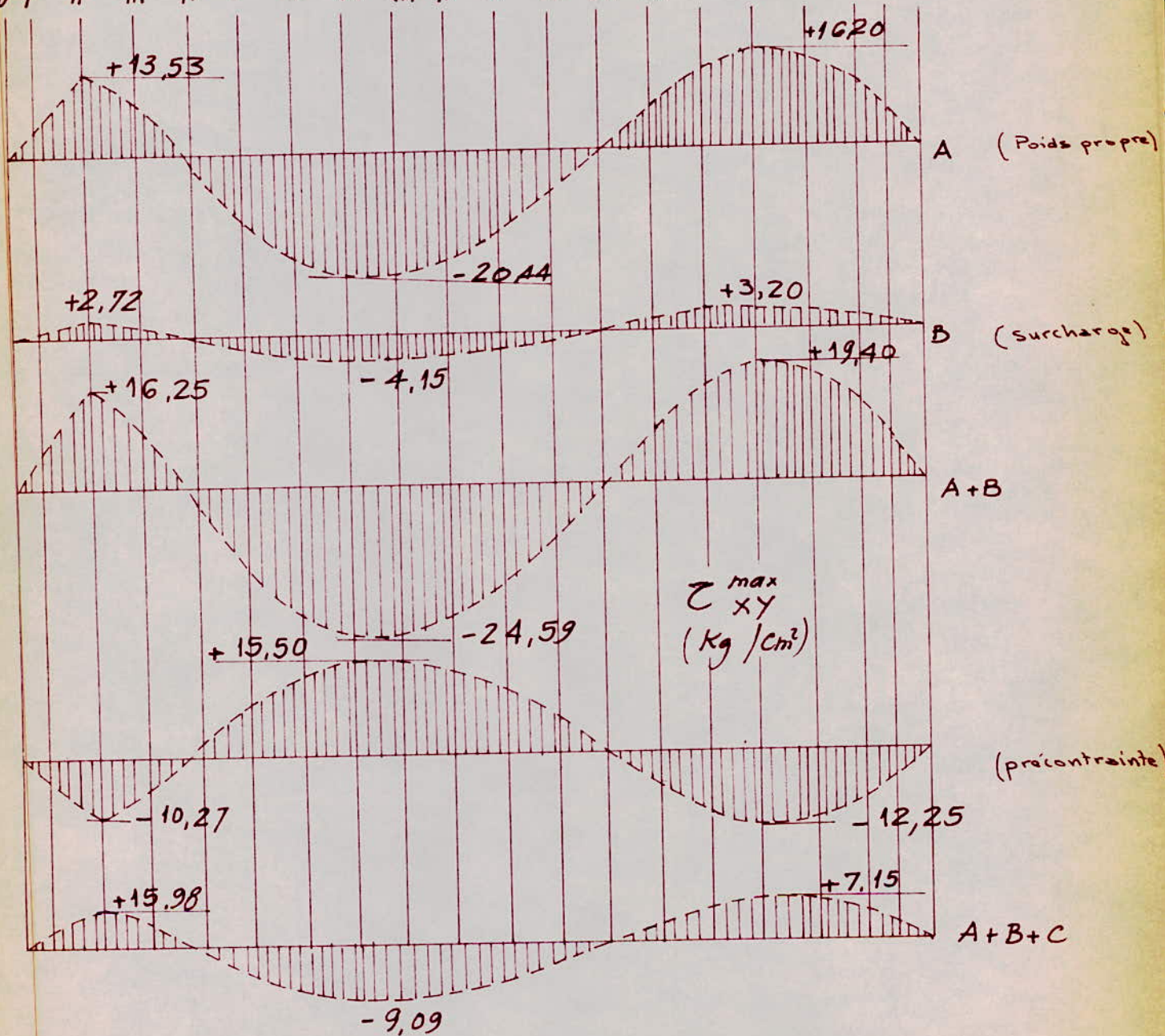
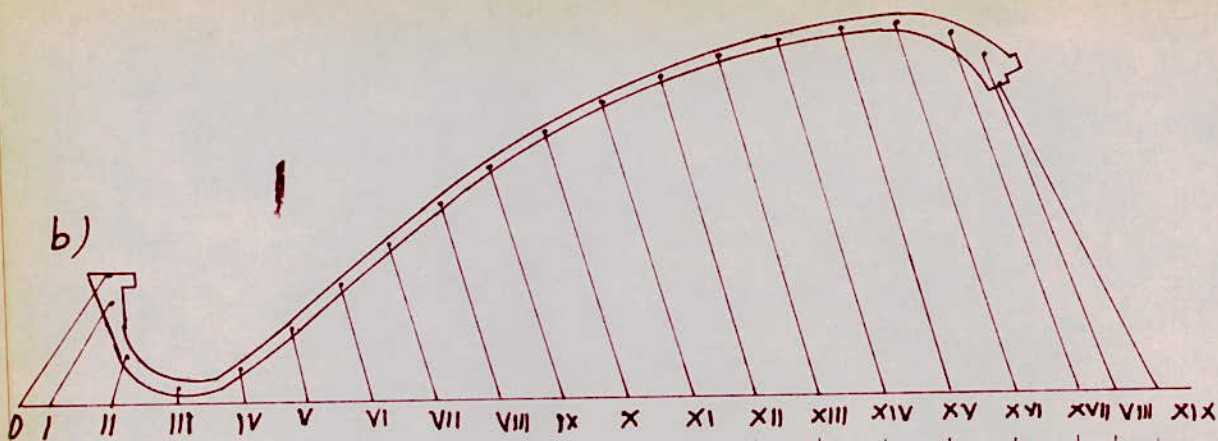
TABLEAU - 13 -

EFFORT unitaire $Z \times Q$ (kg/cm^2)

Section	A Poids propre	B surcharge	A + B	C Précontrainte	A + B + C
J	+ 3.78	+ 0.76	+ 4.54	- 2.86	+ 1.68
II	+ 13.53	+ 2.72	+ 16.25	- 10.27	+ 5.98
III	+ 6.98	+ 1.41	+ 8.39	- 5.30	+ 3.09
IV	- 3.04	- 0.61	- 3.65	+ 2.30	- 1.35
V	- 11.72	- 2.34	- 14.06	+ 8.88	- 5.18
VI	- 17.60	- 3.58	- 21.18	+ 13.34	- 7.84
VII	- 20.44	- 4.15	- 24.59	+ 15.56	- 9.09
VIII	- 20.38	- 4.02	- 24.40	+ 15.40	- 9.00
IX	- 17.90	- 3.54	- 21.44	+ 13.55	- 7.89
X	- 13.26	- 2.64	- 15.90	+ 10.00	- 5.90
XI	- 7.12	- 1.34	- 8.55	+ 5.40	- 3.15
XII	- 0.20	- 0.05	- 0.25	+ 0.16	- 0.09
XIII	- 6.85	+ 1.37	+ 8.22	- 5.19	+ 3.03
XIV	+ 13.20	+ 3.60	+ 15.80	- 10.00	+ 5.80
XV	+ 16.20	+ 3.20	+ 19.40	- 12.25	+ 7.15
XVI	+ 14.70	+ 2.90	+ 17.60	- 11.10	+ 6.50
XVII	+ 10.50	+ 2.10	+ 12.60	- 7.95	+ 4.65
XVIII	+ 5.24	+ 1.04	+ 6.28	- 3.96	+ 2.32



CONTAINTE σ_x AU MILIEU DE L.



Contrainte max τ_{xy}

Calcul du moment transversal :

Les moments transversaux M' dus aux charges extérieures sont donnés par l'expression :

$$M'_{\varphi} = \sum_i q_z \cdot \Delta y \quad (\text{voir tableau 14})$$

Les composantes V_k des efforts tangentiels $N_{x\varphi}$ produisent les moments transversaux M''_{φ} avec :

$$M''_{\varphi}(V_k) = \sum_k V_k \cdot \Delta y$$

De même pour les moments transversaux $M''_{\varphi}(H_k)$ dus aux composantes H_k des efforts tangentiels.

Les valeurs de $M''_{\varphi}(V_k)$ et $M''_{\varphi}(H_k)$ sont données dans le tableau (16).

Pour avoir les moments transversaux finaux dus aux charges extérieures et aux efforts tangentiels, on doit faire la somme :

$$M_{\varphi} = M'_{\varphi} + M''_{\varphi} \quad (\text{voir tableau 17})$$

Les moments transversaux \bar{M}_{φ} dus à la précontrainte peuvent être calculés en considérant l'action séparée de chaque câble.

Puisque le centre de gravité se trouve à la même abaisse que le centre de torsion, nous pouvons dire que les moments \bar{M}_{φ} dus à la précontrainte sont proportionnels au rapport Ψ entre la résultante des pressions transversales produites par les câbles (3220 kg/m) et la charge extérieure (5100 kg/m)

$$\Psi = \frac{3220}{5100} = 0,632$$

Les moments transversaux dus à la précontrainte seront donc :

$$\bar{M}_{\varphi} = -\Psi M_{\varphi} \quad (\text{voir tableau 17})$$

Ferraillage de la section transversale :

le moment transversale M_{ce} maximum se trouve dans le tronçon 7. (Voir tableau 17). On placera les armatures à l'extrémité de la section : $(d = 2 \text{ cm})$.

$$M_{ce \max} = + 235 \text{ kg.m/m.} \quad \text{et } h = 0,08 - 0,02 = 0,06 \text{ m}$$

$$M = \frac{15 \times 235 \cdot 10^2}{2667 \times 100 \times (0,06)^2} = 0,0367 \quad -$$

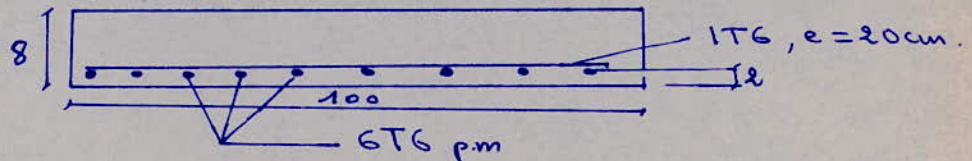
$$\Rightarrow k = 46 \quad \Rightarrow \sigma'_b = \frac{2667}{46} = 68 \text{ kg/cm}^2 < \bar{\sigma}'_b$$

$$\bar{\omega} = 0,267$$

$$A = \frac{0,267 \times 6 \times 100}{100} = 1,602$$

on prendra $A = 6T6 = 1,69$ avec $e = 20 \text{ cm}$.

Donc on placera 1T6 tous les 20 cm.



On placera également des aciers constructifs dans le sens longitudinal : soient 1T6 tous les 20 cm.

TABLEAU -14 -

Tring. no.	Δy (m.)	q_1 (kg/m)	Σq_1 (kg/m)	$\Sigma q_1 \Delta y_i$ (kgm/m ²)	$M'Q$ (kgm/m)
1	0,000	145,3	0,0	0,00	0,00
2	0,045	193,0	145,3	6,54	6,54
3	0,277	245,8	338,3	93,71	100
4	0,578	307,8	584,1	337,60	438
5	0,522	287,8	891,9	465,57	903
6	0,470	277,8	1179,7	554,46	1458
7	0,454	271,8	1457,5	661,70	2119
8	0,464	269,8	1729,3	805,85	2925
9	0,482	266,8	1999,1	963,56	3889
10	0,498	278,8	2265,9	1128,42	5017
11	0,519	280,8	2544,7	1320,70	6338
12	0,542	281,8	2825,5	1531,42	7869
13	0,559	282,8	3107,3	1736,98	9606
14	0,579	277,8	3390,1	1952,86	11569
15	0,589	280,6	3667,9	2160,39	13730
16	0,613	310,8	3948,5	2420,43	16150
17	0,511	287,6	4259,3	2176,56	18327
18	0,372	252,5	4546,5	1691,29	20018
19	0,227	303,5	4799,1	1089,39	21107.

TABLEAU : 15

Tronçons	Δy (m)	V_k (kg/m)	ΣV_k (kg/m)	$\Sigma V_k \Delta y$ (kgm/m)	$M''(\Delta y)$ (kgm/m)
1	0.000	+ 230,34	0,00	0,0	0,00
2	0,150	+731,72	+ 23034	+ 34,55	+ 34,55
3	0,464	0,00	+ 962,06	+ 446,39	+480,94
4	0,565	+ 86,89	+962,06	+ 543,56	+1024,50
5	0,491	+ 416,98	+1048,95	+515,03	+1539,53
6	0,461	+669,36	+1465,93	+675,79	+2215,32
7	0,456	+746,36	+2125,29	+969,13	+3184,45
8	0,471	+704,40	+2871,65	+1352,54	+4536,99
9	0,491	+569,70	+3576,05	+1755,84	+6292,83
10	0,508	+381,06	+4145,75	+2106,04	+8398,87
11	0,534	+177,64	+4526,81	+2417,31	+10816,18
12	0,545	+ 4,38	+4704,45	+2563,92	+13380,10
13	0,569	- 107,90	+4708,83	+2679,32	+16059,42
14	0,584	- 137,20	+4600,93	+2686,94	+18746,36
15	0,596	- 127,80	+4463,73	+2660,38	+21406,74
16	0,604	- 18,05	+4335,93	+2618,90	+24025,64
17	0,439	+ 416,28	+4317,88	+1895,55	+25921,19
18	0,286	+ 365,84	+4734,16	+1353,97	+27.275,16
19	0,100		+5100,00	+510,00	+27785,16

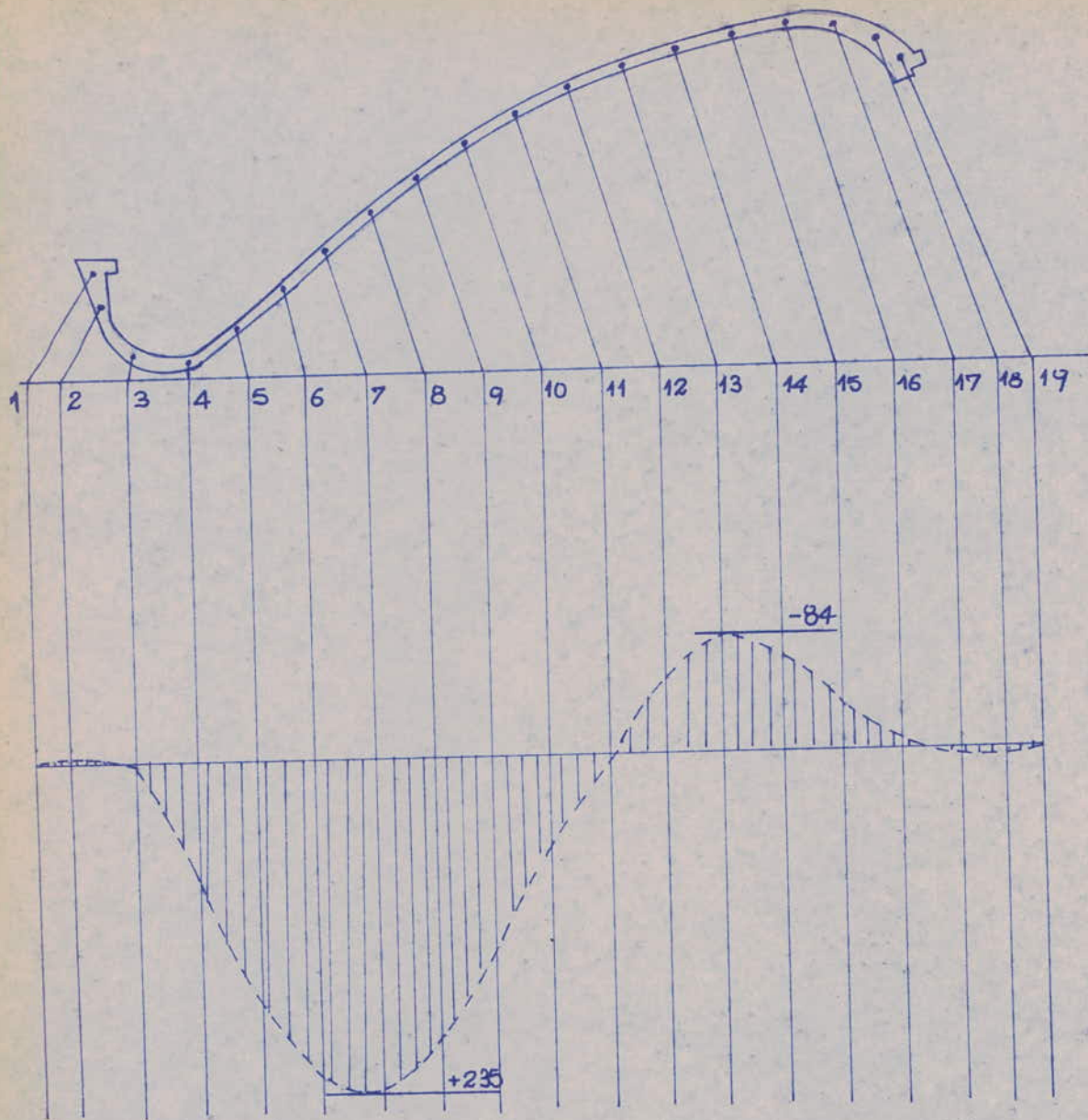
TABLEAU -16 -

Section	$M''\varphi (V_k)$ (kgm/m)	$M''\varphi (H_k)$ kgm/m	$M''\varphi = M''\varphi(V_k)$ + $M''\varphi(H_k)$ (kgm/m)
I	0	0	0
II	+ 35	- 28	+ 7
III	+ 481	- 130	+ 351
IV	+ 1024	0	+ 1024
V	+ 1539	+ 196	+ 1735
VI	+ 2215	+ 208	+ 2423
VII	+ 3184	- 93	+ 3091
VIII	+ 4535	- 699	+ 3838
IX	+ 6293	- 1609	+ 4684
X	+ 8399	- 2715	+ 5684
XI	+ 10816	- 3801	+ 7015
XII	+ 13380	- 4947	+ 8433
XIII	+ 16059	- 5736	+ 10323
XIV	+ 18746	- 6289	+ 12457
XV	+ 21407	- 6578	+ 14829
XVI	+ 24026	- 6715	+ 17311
XVII	+ 25921	- 6592	+ 19329
XVIII	+ 27275	- 6568	+ 20707
19	+ 27785	-	

TABLEAU - 17 -

$$\psi = \frac{3220}{5100} = 0,632$$

Tronçons	M'_{φ} (kgm/m)	M''_{φ} (kgm/m)	$M_{\varphi} = M'_{\varphi} + M''_{\varphi}$ (kgm/m)	$\bar{M}_{\varphi} = \psi M_{\varphi}$ (kgm/m)	final $\bar{M}_{\varphi} = M_{\varphi} + \bar{M}_{\varphi}$ (kgm/m)
1	0	0	0	0	0
2	- 6,5	+ 3,5	- 3	+ 1,9	- 1,1
3	- 100	+ 110	+ 10	- 6,3	+ 3,7
4	- 438	+ 685	+ 247	- 156	+ 91
5	- 903	+ 1379	+ 476	- 301	+ 175
6	- 1458	+ 2079	+ 621	- 392	+ 229
7	- 2119	+ 2757	+ 638	- 403	+ 235
8	- 2925	+ 3464	+ 539	- 340	+ 199
9	- 3889	+ 4261	+ 372	- 235	+ 137
10	- 5017	+ 5184	+ 167	- 105	+ 52
11	- 6338	+ 6349	+ 11	- 7	+ 4
12	- 7869	+ 7724	- 145	+ 92	- 53
13	- 9606	+ 9378	- 228	+ 144	- 84
14	- 11569	+ 11390	- 179	+ 113	- 66
15	- 13730	+ 13643	- 87	+ 55	- 32
16	- 16150	+ 16070	- 20	+ 13	- 7
17	- 18327	+ 18320	+ 12	- 7,6	+ 4,4
18	- 20018	+ 20018	+ 8	- 5	+ 3
19	- 21107	+ 21107	+ 0	0	0

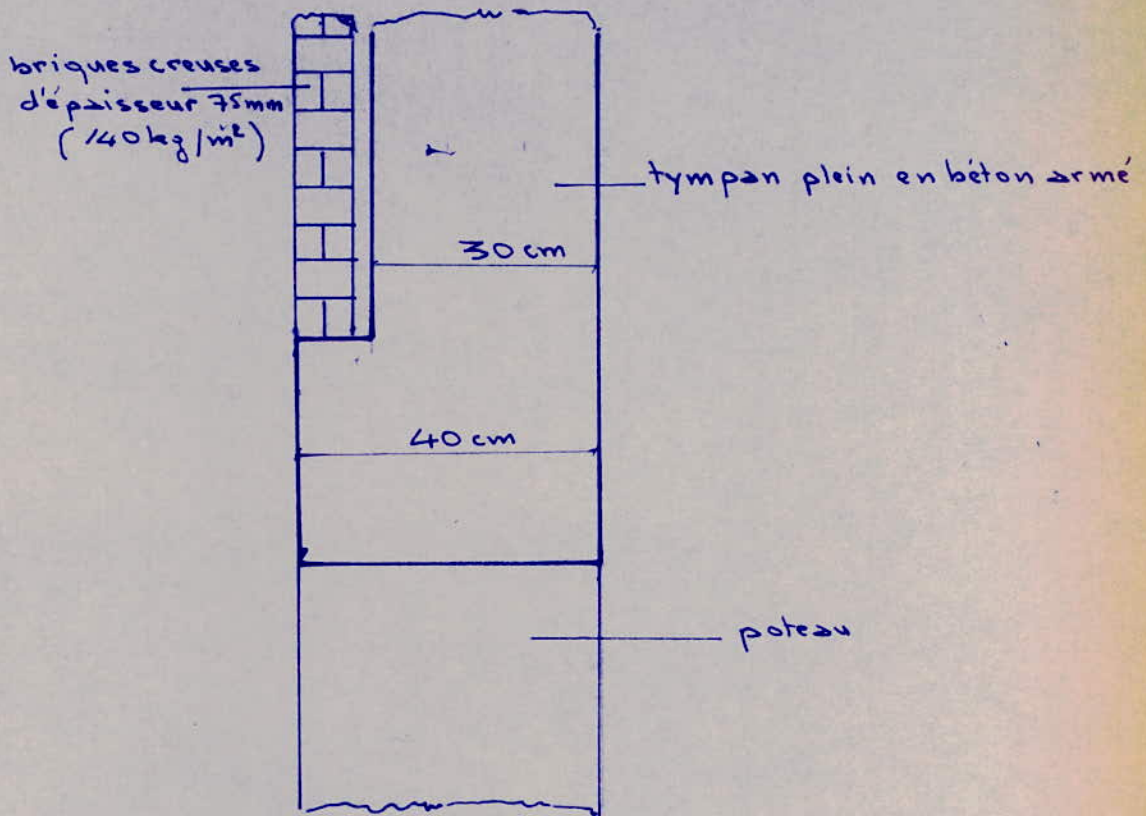


Moment transversal $M\phi$ Kg m/m.

8. CALCUL du Portique :

On a un portique à 3 travées. La portée de chaque travée est de 9 mètres. Comme le calcul d'un portique à inertie variable présente certaines difficultés on a pensé à nous placer dans le cas le plus sécuritaire en choisissant comme inertie constante l'inertie de la plus petite section des 3 travées identiques. ($S = 30 \times 118 \text{ cm}^2$).
 les dimensions du poteau sont $40 \times 60 \text{ cm}^2$.

On a divisé chaque travée en 19 sections. La répartition des charges



sur le portique est donnée par le tableau 18 et par la fig 6.

le calcul du portique simplifié a été fait par ordinateur (programme STRESS).

TABLEAU 18

N°	x	Poids ProPre A (kg)	$N \times \varphi \cdot \sin \alpha$ B (kg)	A + B
1	0	- 566	0	- 566
2	0,55	- 628	- 1042,68	- 1670,68
3	1,03	- 496	- 5001,60	- 5497,6
4	1,50	- 565	- 7912,32	- 8477,32
5	1,96	- 677	- 8837,52	- 9514,52
6	2,44	- 838	- 8452,80	- 9290,8
7	2,93	- 1027	- 6836,40	- 7863,4
8	3,45	- 1173	- 4572,72	- 5745,72
9	3,98	- 1427	- 2131,68	- 3558,68
10	4,52	- 1570	- 52,56	- 1622,56
11	5,09	- 1688	+ 1294,08	- 394
12	5,68	- 1783	+ 1646,40	- 136,5
13	6,28	- 1940	- 1533,60	- 406,4
14	6,86	- 1440	+ 216,60	- 1223,4
15	7,31	- 1136	+ 4995,36	+ 3859,36
16	7,60	- 685	+ 4390	+ 3705
17	8,06	- 1640	0	- 1640
18	8,41	- 76	- 2764,08	- 2840
19	8,57	- 368	- 8780,64	- 9148

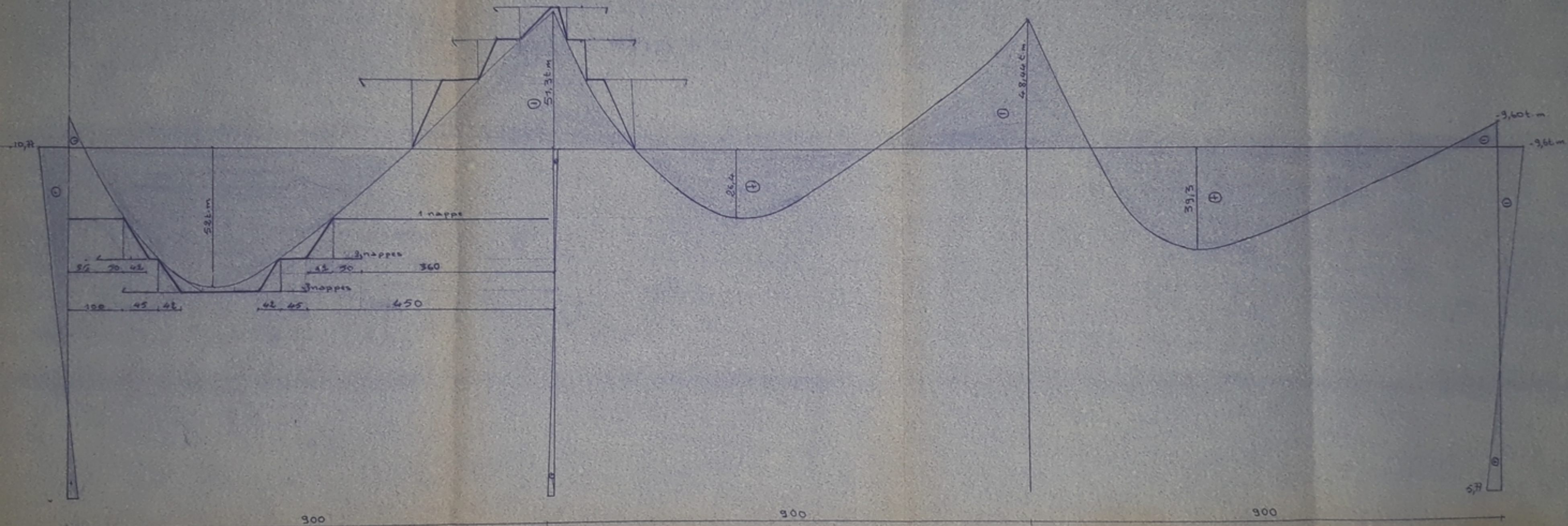
TABLEAU 19

		Travée - 1 -		Travée - 2 -		Travée - 3 -	
Tronçon	x (m)	$T(x)$ (€)	$M(x)$ (€·m)	$T(x)$ (€)	$M(x)$ (€·m)	$T(x)$ (€)	$M(x)$ (€·m)
1	0	+35	-10,77	+40,26	-51,3	+44,82	-48,44
2	0,55	+33,3	+8,5	+38	-28,8	+42,58	-27,6
3	1,03	+27,8	+24,5	+32,5	0	+37,08	-9,8
4	1,5	+19,34	+37,5	+24	+57	+28,60	+9,8
5	1,96	+9,82	+46,4	+14,53	+16,7	+19,10	+27,2
6	2,44	+0,53	+51	+5,25	+22	+9,80	+32,6
7	2,93	-7,33	+51,8	-2,60	+26,4	+1,95	+38,3
8	3,45	-13	+47,6	-8,36	+24,75	-3,80	+39,3
9	3,98	-16,56	+40,7	-11,90	+20,3	-7,35	+36,25
10	4,52	-18,18	+31,7	-13,54	+13,8	-8,98	+32,20
11	5,09	-18,57	+22	-13,93	+6,30	-9,37	+26,85
12	5,68	-18,71	+10,25	-14,06	-2,30	-9,50	+21,36
13	6,28	-19,11	+1,5	-14,47	-11,10	-9,90	+14,80
14	6,86	-20,34	-11,5	-15,70	-18,60	-11,14	+9,90
15	7,31	-16,48	-21,4	-11,84	-26,3	-7,28	+4,8
16	7,60	-12,77	-26,2	-8,13	-29,8	-3,57	+3,7
17	8,06	-14,41	-32	-9,77	-33,6	-5,21	+1
18	8,41	-17,25	-36,10	-12,60	-36	-8,06	-0,86
19	8,57	-26,40	-39,90	-21,76	-39	-17,20	-2,15
	9	-26,40	-51,3	-21,76	-48,44	-17,20	-9,60

PB 01074

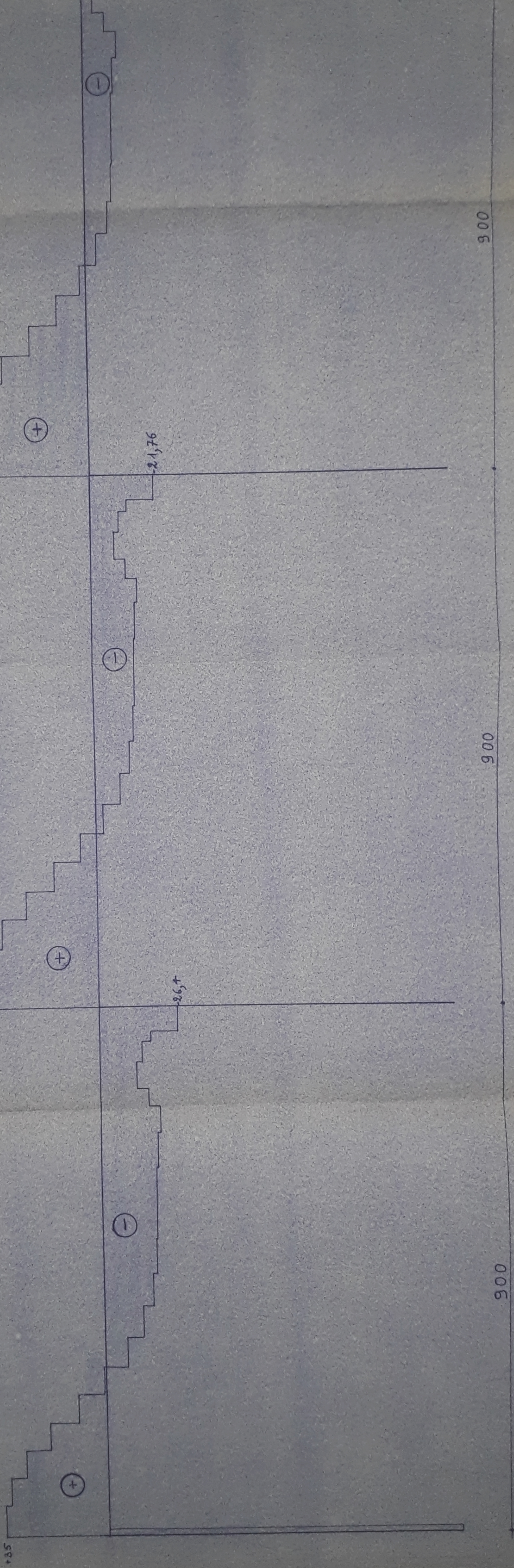
Avant p. 47. 2.

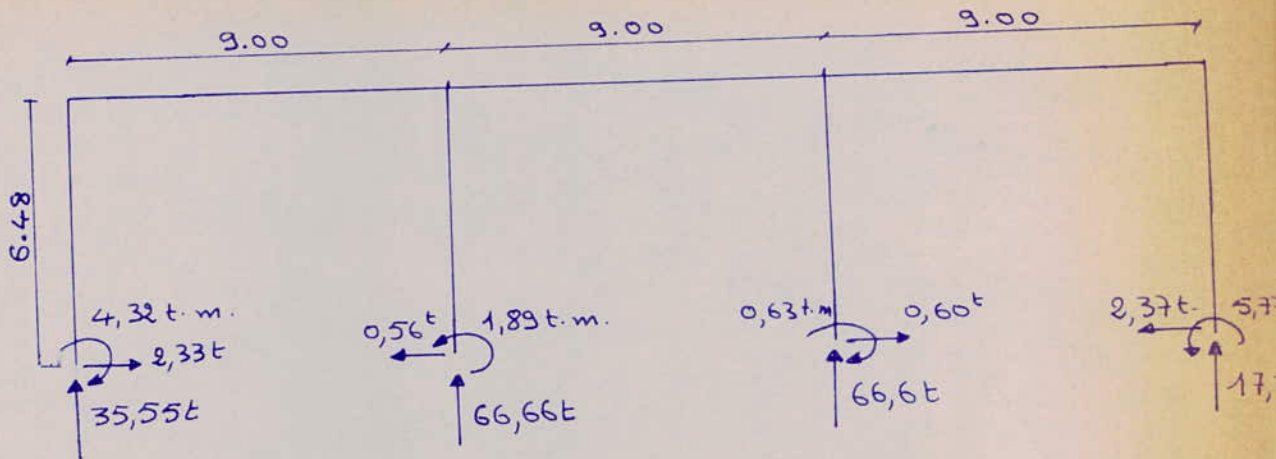
Diagramme des Moments fléchissants
Arrêt des Armatures longitudinales.



PB01014

Avant p 47 .1.





Connaissant les réactions d'appui et les moments d'encastrement on détermine les moments fléchissants et les efforts dans les 3 travées du portiques: le moment fléchissant maximum entravée est

$$M_{fT} \max = +52 \text{ t.m.} \quad (\text{voir tableau 19}).$$

le moment maximum sur appui est:

$$M_{fa} \max = -51,3 \text{ t.m.} \quad (\text{voir tableau 19})$$

Ferrailage de la travée:

On ferrillera les travées en considérant un moment de 52 t.m. entravée

sur appui.

$$\bar{\sigma}_a = 2667 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{acier haute adhérence}). \text{ pour } \phi >$$

$$h_t = 118 \text{ cm} \quad d = 15 \Rightarrow h = 118 - 15 = 103 \text{ cm.}$$

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$\mu = \frac{15M}{\bar{\sigma}_a \cdot b \cdot h^2} = \frac{15 \cdot 52 \cdot 10^5}{2667 \times 30 \times 103^2} = 0,0918$$

$$\Rightarrow \bar{\omega} = 0,697$$

$$A = \frac{\bar{\omega} \times \bar{\sigma}_a \cdot b \cdot h}{100} = 21,53 \text{ cm}^2$$

On prendra

$$A = 8T25 + 4T20 = 21,56 \text{ cm}^2$$

Disposé en 3 nappes

Pour le calcul des chapeaux on prendra :

$$M = 52 \text{ t.m}$$

$$d = 15 \text{ cm.}$$

on trouve comme précédemment $A = 21,56 \text{ cm}^2$
ou $A = 2T85 + 4T20 = 21,56 \text{ cm}^2$

Armatures transversales:

On constate que c'est dans la travée 3 que l'on a les plus grands efforts tranchants.

$$T_{\max} = 45 \text{ t.}$$

$$z = 90 \text{ cm.}$$

$$\bar{\sigma}_b = 5,9 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{et} \quad \bar{\sigma}'_{b0} \leq \sigma'_b \leq 2\bar{\sigma}'_{b0}$$

$$\bar{z}_b = \left(4,5 - \frac{17}{\bar{\sigma}'_{b0}}\right) \bar{\sigma}_b = \left(4,5 - \frac{106,25}{68,7}\right) 5,9 = 17,44 \text{ kg/cm}^2$$

$$z_b = \frac{T_{\max}}{b \cdot \bar{\sigma}_b} = 16,66 \text{ kg/cm}^2 < \bar{z}_b.$$

$$t = \frac{A_t \cdot z \cdot \bar{\sigma}_{at}}{T}$$

On prendra un cadre T12. $\Rightarrow A_t = 2 \times 1,13 = 2,26 \text{ cm.}$

$$\bar{\sigma}_{at} = \frac{2}{3} \bar{\sigma}_{en} = \frac{2}{3} 4.200 = 2800 \text{ kg/cm}^2$$

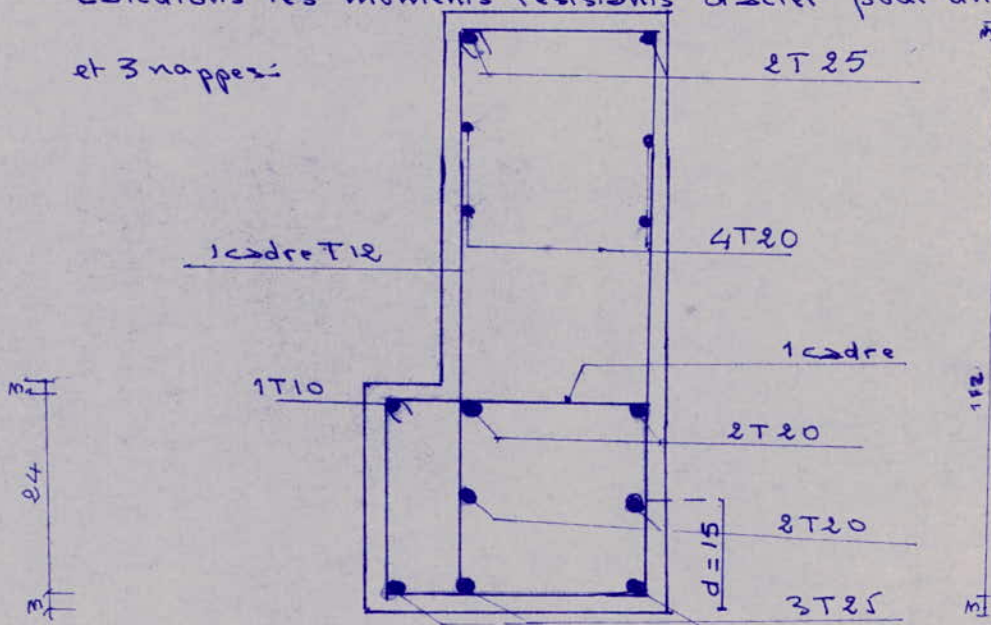
$z = 90$ (cas de 3 nappes d'armatures).

x (m)	T (t)	z_b	t	$\bar{\sigma}_{at} = \frac{T \cdot t}{A_t \cdot z}$
0,30	45	16,66	12	2655 < $\bar{\sigma}_{at}$
0,55	43	15,92 < \bar{z}_b	13	2750 < $\bar{\sigma}_{at}$
1,03	37	13,7 < \bar{z}_b	15	2730 < $\bar{\sigma}_{at}$
1,5	28	10,37 < \bar{z}_b	20	2754 < $\bar{\sigma}_{at}$

On choisira un espacement $t = 12$ jusqu'à l'abscisse 1,5 (comptée à partir de l'axe du poteau) pour le reste de la travée on prendra $t = 20 \text{ cm}$

épure des barres:

Calculons les moments résistants d'acier pour une nappe, 2 nappes et 3 nappes:



Cas de 3 nappes:

$$A = 2T25 + 4T20 = 21,56 \text{ cm}^2$$

$$h_t = 118 \text{ cm} \quad d = 15 \text{ cm} \Rightarrow h = 118 - 15 = 103 \text{ cm}$$

$$\bar{\omega} = \frac{100 \times 21,56}{30 \times 103} = 0,6977 \Rightarrow \mu = 0,0921$$

$$\varepsilon = 0,8774 \quad k = 25,8$$

$$M_a = \frac{\mu \bar{\sigma}_a \times b h^2}{15} = \frac{0,0921 \times 2667 \times 30 \times 103^2}{15} \approx 52,210^5 \text{ kg}\cdot\text{cm}$$

$$z = \varepsilon h = 0,8783 \times 103 = 90,4 \text{ cm}$$

Cas de 2 nappes:

$$A = 2T25 + 2T20 = 16,09 \text{ cm}^2 \quad d = 7,5 \text{ cm}$$

$$h = 118 - 7,5 = 110,5 \text{ cm}$$

$$\bar{\omega} = \frac{100 \times 16,09}{30 \times 110,5} = 0,484 \Rightarrow \mu = 0,0650 \quad ; \varepsilon = 0,8949$$

$$k = 32,5$$

$$M_a = \frac{M \cdot \bar{\sigma}_a \cdot b \cdot h^2}{15} = \frac{0,0650 \times 2667 \times 30 \times 110,5^2}{15} = 48,3 \cdot 10^5 \text{ kg.cm.}$$

$$z = \frac{Eh}{\sigma} = 0,8949 \times 110,5 = 98,88 \text{ cm.}$$

Cas d'une nappe :

$$A = 3\phi 20 = 9,81 \text{ cm}^2 \quad d = 3 \text{ cm.}$$

$$h = 118 - 3 = 115 \text{ cm.}$$

$$\bar{\omega} = \frac{100 \times 9,81}{30 \times 115} = 0,2863 \Rightarrow \mu = 0,0391 \quad \text{et } \epsilon = 0,9158; k = 44,4$$

$$M_a = \frac{\mu \bar{\sigma}_a \cdot b \cdot h^2}{15} = \frac{0,0391 \times 2667 \times 30 \times (115)^2}{15} = 27,5 \cdot 10^5 \text{ kg.cm.}$$

$$z = \frac{Eh}{\sigma} = 0,916 \times 115 \approx 105,5 \text{ cm.}$$

Pour l'arrêt des barres on décalera la courbe des moments fléchissant de $\frac{z}{2}$. On admettra que les barres longitudinales

tendues se mettent progressivement en charge à partir de leurs extrémités et que leur contrainte et que leur contrainte croît linéairement, de zéro à la limite admissible, sur une longueur égale à la moitié de la longueur de scellement droit, si les extrémités sont munies de crochets (voir charon. cours p. 374)

Ferraillage du poteau :

On a considéré le plus grand moment et la plus grande réaction des 4 poteaux. Soient :

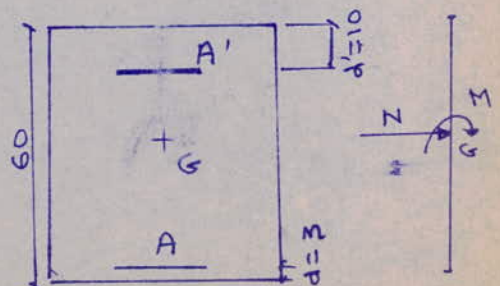
$$M = 11 \text{ t.m}$$

$$N = 67 \text{ t.}$$

$$e_0 = \frac{M}{N} = \frac{11}{67} = 0,164$$

$$e_1 = \frac{h\epsilon}{6} = \frac{0,60}{6} = 0,1$$

$e_0 > e_1 \Rightarrow$ Section partiellement comprimée



Soit m le moment fictif par rapport aux armatures tendues :

$$m = M + N \left(\frac{h}{2} - d \right) \quad \text{avec } h = 60 \text{ cm et } d = 3 \text{ cm.}$$

$$m = M + N(93 - 0,03) = 11 + 67 \times 0,27 = 29,10 \text{ t.m.}$$

$$\mu = \frac{15M}{\sigma_a \cdot b h^2} = \frac{15 \times 29,10 \cdot 10^5}{2667 \times 40 \times 57^2} = 0,1259$$

$$\Rightarrow k = 21,2$$

$$\bar{\sigma}'_b = \left(1 + \frac{2e_0}{h} \right) \bar{\sigma}'_{b0} \quad \text{avec } \bar{\sigma}'_{b0} = 68,7 \quad (\text{Béton dosé à } 350 \text{ control atténué})$$

$$\bar{\sigma}'_b = 106,25 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma'_b = \frac{\bar{\sigma}'_b}{k} = \frac{2667}{21,2} = 125,80 \text{ kg/cm}^2 > \bar{\sigma}'_b$$

\Rightarrow nécessité d'armatures comprimées.

$$k = \max \left[\frac{\bar{\sigma}'_b}{\sigma_a}, \frac{15(h-d')}{\sigma_a h + d'} \right] = \max \left[21,2, \frac{15 \times (57-3)}{57+3} \right] = \max [21,2; 13,5]$$

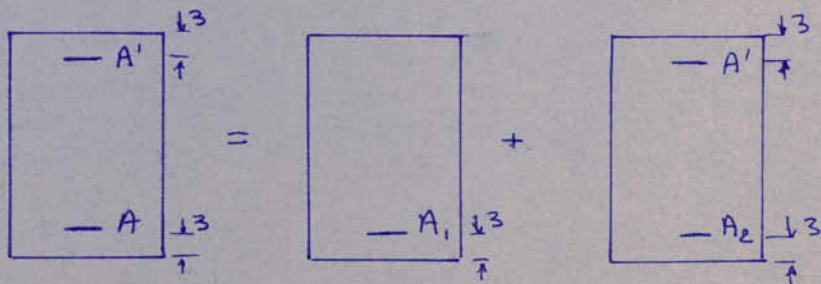
$$\text{On prendra } k = 21,2$$

\Rightarrow les valeurs de α , ε , μ' , μ et $\bar{\omega}$ dans le tableau 5 du CHARON (Béton armé).

$$\alpha = 0,374 ; \quad \varepsilon = 0,8753 ; \quad \mu' = 0,1637 ; \quad \mu = 0,0979$$

$$\bar{\omega} = 0,745$$

Soient M_1 et $\Delta M = m - M_1$ les moments repris respectivement par les 2 sections suivantes :



$$M_1 = \mu' \sigma'_b \cdot b h^2 = 0,1637 \times 106,25 \times 40 \times 57^2 = 22,60 \cdot 10^5 \text{ kg.cm}$$

$$A_1 = \frac{M_1}{\sigma_a \cdot z} = \frac{M_1}{\sigma_a \varepsilon h} = \frac{22,60}{2667 \times 0,8753 \times 57} = 16,98 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = \frac{\Delta M}{(h-d')\bar{\sigma}_a} = \frac{29,10 - 22,6}{54 \times 2667} = \frac{6,5 \cdot 10^5}{54 \times 2667} = 4,5 \text{ cm}^2$$

$$\text{Comme } \bar{\sigma}_a = \bar{\sigma}_a' \Rightarrow A' = A_2 = 4,5 \text{ cm}^2$$

$$A = A_1 + A_2 - \frac{N}{\bar{\sigma}_a'} = 21,48 - \frac{67}{2667} = -3,65 \text{ cm}^2$$

Vérifions si la condition du minimum d'armatures longitudinales est vérifiée (BA68).

$$A_p \geq \frac{1,25 \theta_1 \theta_2 \theta_3}{1000} \frac{N}{\bar{\sigma}'_{b0}} \quad \text{avec } N = 67000 \text{ kg}$$

$$\theta_1 = 1,8 \quad (\text{cas d'un poteau d'angle}).$$

$$\theta_2 = 1 + \frac{P_c}{4b^2lc}$$

$$l_c = 0,90h \approx 540 \text{ cm}$$

$$b = 40$$

$$c = 3 \text{ cm}$$

$$\text{d'où } \theta_2 = 1 + \frac{540}{4 \times 40^2 - 2 \times 3} = 1 + \frac{540}{154} = 4,506$$

θ_3 tient compte de la nuance des armatures longitudinales

Pour les aciers FeE40 et avec $\phi \leq 80$

$$\theta_3 = 1,525$$

$$\bar{\sigma}'_{b0} = 68,7 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{béton non contrôlé dosé à } 350 \text{ kg/m}^3)$$

$$A_p = \frac{1,25}{1000} \cdot 1,8 \times 4,506 \cdot 1,525 \cdot \frac{67000}{68,7} = 15 \text{ cm}^2$$

Donc la condition du minimum d'armatures est prépondérante

ou prendre $A = 15 \text{ cm}^2$

$$A = 4T20 + 2T14 = 15,63 \text{ cm}^2$$

Vérification du flambement et de la contrainte dans le béton :

$$l = 6 \text{ m}$$

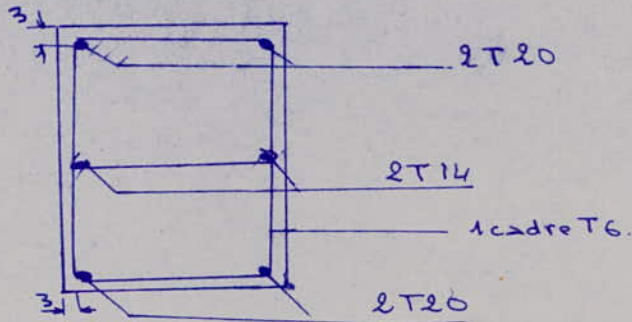
$$P_c = 0,90 \times P = 5,40 \text{ m} \Rightarrow \frac{P_c}{b} = \frac{540}{40} = 13,5 < 14,4$$

\Rightarrow pas de flambement.

$$\sigma'_b = \frac{N}{B + nAe} = \frac{67000}{2400 + 15 \times 15,63} = \frac{67000}{2634,45} = 25,43 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma'_b < \bar{\sigma}'_{b0} = 68,7 \text{ kg/cm}^2$$

calcul des armatures transversales :



On prendra un cadre et une épingle T6.

$$t \leq \begin{cases} t_1 = (100\phi_t - 15\phi_r \max) \left(2 - \frac{\sigma'_b}{\bar{\sigma}'_{b0}}\right) \\ t_2 = 15 \left(2 - \frac{\sigma'_b}{\bar{\sigma}'_{b0}}\right) \phi_r \min. \end{cases}$$

$$t_1 = (100 \times 6 - 15 \times 20) \left(2 - \frac{25,43}{68,7}\right) = 488,9 \text{ mm.}$$

$$t_2 = 15 \left(2 - \frac{25,43}{68,7}\right) = 244,40 \text{ mm.}$$

on prendra $t = 20 \text{ cm}$.

S'il y a des zones de recouvrement le BA 68 impose :

$$v \geq 0,4 \frac{\phi_r^2}{\phi_t^2} \times \frac{\sigma_{eup}}{\sigma_{ent}} \quad (\text{cours d'armatures transversales dans la zone de recouvrement})$$

$$\sigma_{eup} = 4000$$

$$\sigma_{ent} = 4200$$

$$v = 0,4 \times \frac{20^2}{6^2} \cdot \frac{4000}{4200} = 4,25.$$

on prendra $v = 5$

Ferraillage du tympan:

Considérons les composantes horizontales de $N \times \varphi$ agissant sur le tympan.

Faisant la somme des forces horizontales positives et la somme des forces horizontales négatives. On obtient:

$$\sum N \times \varphi \cos \alpha = +62,933 \text{ t}$$

$$\sum N \times \varphi \cos \alpha = -63,25 \text{ t}$$

Soit une différence de 320 kg.

On peut conclure que $\sum N \times \varphi = 0$

Donc le tympan est soumis à un effort de traction pris égal à 63,25 t.

D'où l'on déduit la section d'armatures nécessaires:

$$A = \frac{63,25 \cdot 10^3}{2667} = 23,7 \text{ cm}^2$$

La hauteur la plus grande du tympan est de 360 cm, mesuré sur la fig 6, y compris la hauteur 30 cm du talon du tympan.

On disposera ces armatures en nappes de $\phi 10$ dans une section de $30 \times (360 - 30) = 30 \times 330$.

Soit n le nombre de nappes et e l'espacement entre elles

$$n = \frac{23,7}{2 \times 0,78} = 16$$

$$e = \frac{330}{16} \approx 20 \text{ cm.}$$

Dans le sens vertical on prendra également des armatures de répartition T10 espacées de 20 cm.

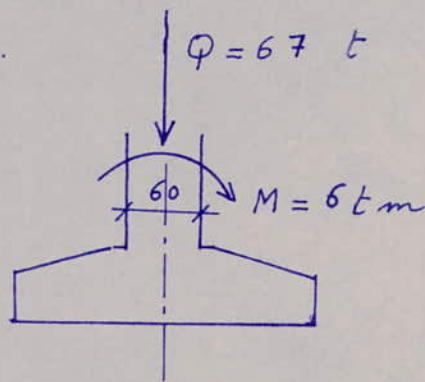
9. Calcul des fondations:

Le portique étudié au chapitre 8 repose sur 4 semelles:
Le cas de charge le plus défavorable pour ces 4 semelles est de prendre la plus grande charge axiale et le plus grand moment de ces semelles puis étudier avec ce cas de charge une seule semelle au lieu de 4.

On a :

$$Q = 67 \text{ t}$$

$$M = 6 \text{ t m.}$$



Dimensions du poteau 60×40 .

Contrainte du sol $\sigma_{\text{sol}} = 2,2 \text{ kg/cm}^2$.

Dimensionnement de la semelle :

On a :

$$\sigma_{\text{sol}} \geq \frac{Q}{S} + \frac{M}{I}$$

S : surface de la semelle .

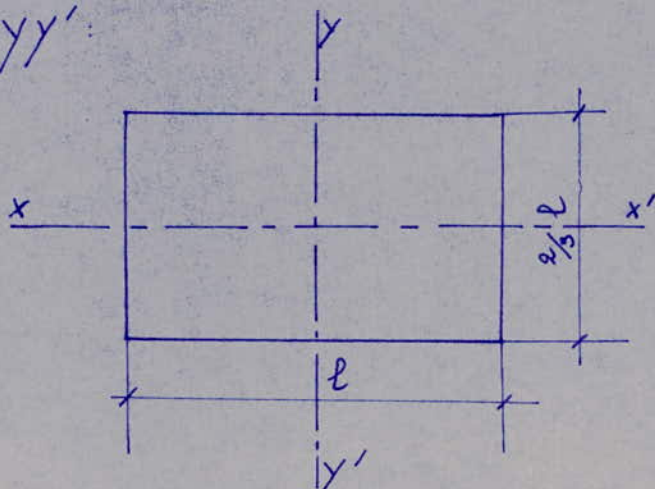
Si l est la longueur de cette semelle, sa largeur sera de :

$$\frac{40}{60} = \frac{x}{l} \Rightarrow x = \frac{2}{3} l$$

Donc :

$$S = \frac{2}{3} l^2$$

I : moment d'inertie de la section de la semelle par rapport à l'axe yy' :



Donc

$$I = \frac{2}{3} l \frac{l^3}{12} = \frac{l^4}{18}$$

$$v = \frac{l}{2}$$

$$\frac{I}{v} = \frac{l^4}{18} \times \frac{2}{l} = \frac{l^3}{9}$$

Après la formule précédente $\sigma_{sol} \geq \frac{Q}{S} + \frac{M}{\frac{I}{v}}$, on peut écrire :

$$2,2 \geq \frac{67000}{\frac{2}{3} l^2} + \frac{600000}{\frac{l^3}{9}}$$

Ce qui donne :

$$2,2 l^3 - 100500 l - 5400000 > 0$$

Cette relation est vérifiée pour :

$$l = 240 \text{ cm}$$

La largeur x sera de :

$$x = \frac{2}{3} l = \frac{2}{3} 240 = 160 \text{ cm}$$

Calcul de h et h_t :

On a :

$$h \geq \frac{l-a}{4} = \frac{240-60}{4} = \frac{180}{4} = 45 \text{ cm}$$

Alors, on prendra :

$$h = 50 \text{ cm} \quad \text{et} \quad h_t = 55 \text{ cm}$$

Calcul des armatures de la semelle dans le sens xx' :

On a :

$$A = \frac{M_c}{z \bar{\sigma}_a}$$

A : section des armatures

$\bar{\sigma}_a$: contrainte admissible de l'acier : $\bar{\sigma}_a = 2800 \text{ kg/cm}^2$

z : bras de levier $z = 0,85h = 0,85 \times 50 = 42,5 \text{ cm}$

M_c : moment des pressions du sol sur la semelle au point C

Les valeurs de σ_1 et σ_2 sont :

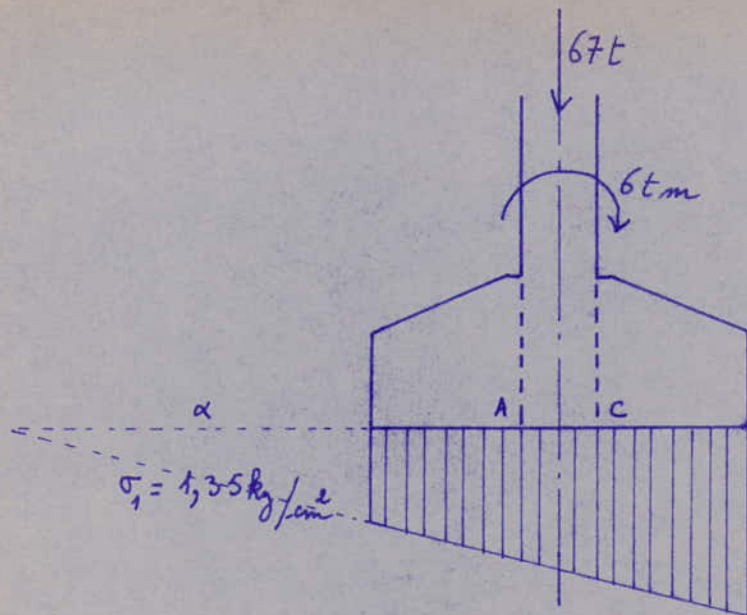
$$\sigma_1 = \frac{Q}{S} - \frac{M}{I} = \frac{67000}{\frac{2}{3} \times 240^2} - \frac{600000}{\frac{240^3}{9}}$$

$$\text{D'où} \quad \sigma_1 = 1,35 \text{ kg/cm}$$

$$\sigma_2 = \frac{Q}{S} + \frac{M}{I} = \frac{67000}{\frac{2}{3} \times 240^2} + \frac{600000}{\frac{240^3}{9}}$$

D'où

$$\sigma_2 = 2,13 \text{ kg/cm}^2$$



$$\frac{\alpha}{\alpha + 240} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \Rightarrow \alpha = \frac{240 \frac{\sigma_1}{\sigma_2}}{1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_2}} = 414,5 \text{ cm}$$

$$\frac{\alpha + 150}{\alpha + 240} = \frac{\sigma_c}{\sigma_2}$$

d'où

$$\sigma_c = \sigma_2 \left(1 + \frac{150}{\alpha} \right)$$

$$\sigma_c = 1,83 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_2 = 2,13 \text{ kg/cm}^2$$

σ_c : est la contrainte au point C :

$$\text{On trouve : } M_c = 1,83 \times 90 \times 160 \times \frac{90}{2} + \frac{(2,13 - 1,83) 90}{2} \times 160 \times \frac{2}{3} 90$$

$$M_c = 1185840 + 129600 = 1315440 \text{ kg.cm}$$

d'où

$$A = \frac{1315440}{42,5 \times 2800} = 11,05 \text{ cm}^2$$

On prendra : 15T10 avec un espacement $e = 16,80 \text{ cm}$

Calcul des armatures de la semelle dans le sens yy' :

$$\text{On a : } F_y = \frac{Q(x-b)}{8h}$$

$$F_y = \frac{67000(160-40)}{8 \times 50} = 20100 \text{ kg}$$

$$A_x = \frac{F_y}{\bar{\sigma}_a} \text{ avec } \bar{\sigma}_a = \frac{3}{5} \sigma_{en} = 2670 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_x = \frac{20100}{2670} = 7,52 \text{ cm}^2$$

On prendra : 10T10 avec $e = 17,23 \text{ cm}$

Conseils pour l'exécution :

Le coffrage : la forme du coffrage doit être très précise. En effet un écart de quelques mm peut excentrer les efforts régnant dans le voile, au point de créer des contraintes dangereuses et même de provoquer un phénomène de voilement qui peut détruire la construction.

En outre, il est essentiel qu'il ne se produise lors du bétonnage aucune poche, ni aucune surépaisseur, ce qui entraînerait des irrégularités dans la répartition des charges de sorte que le poids propre ne serait plus exactement celui qui a été prévu dans les calculs.

Les coffrages doivent également être suffisamment rigides pour que la poussée du béton frais ne crée pas de déformations visibles.

Le ferrailage : la pose des armatures est une opération de grande importance. Quelques soit les armatures principales, une armature de répartition est toujours nécessaire pour tenir compte d'efforts imprévisibles résultant d'une charge concentrée, du retrait, des effets thermiques ou d'imprécisions de calcul.

Le bétonnage : étant donné la faible épaisseur du voile, la plus grande dimension des granulats est ordinairement fixée à 22 mm. D'autre part, la fluidité du béton doit être adaptée à la forme du coffrage et à la densité du ferrailage.

Les reprises de bétonnage doivent être soignées afin d'éviter

des défauts de résistance ou d'étanchéité.

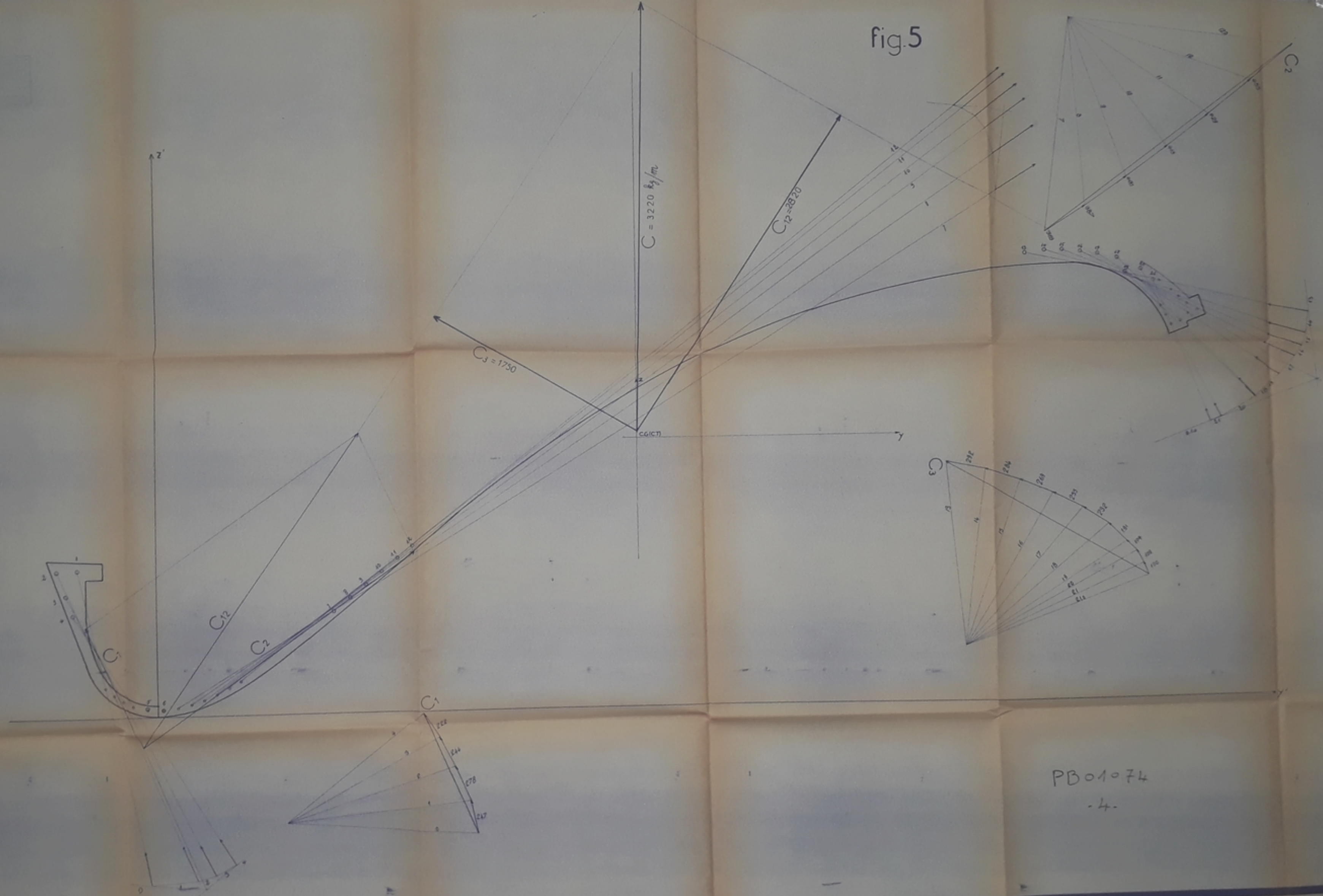
Le décoffrage: le décoffrage est une opération délicate, qui doit être exécutée suivant un programme soigneusement étudié.

Il faut également veiller à ce qu'il ne se produise aucun collage, même local, entre le béton et le coffrage; la gelée peut notamment être dangereuse à cet égard.

BIBLIOGRAPHIE

- B.Z.VLASSOV - Pièces longues en voiles minces .
- J. COURBON - Résistance des matériaux-2 .
- A. GUERRIN -Traité de béton armé-5 .
- P. CHILLON § M. KERGUINAS- Résistance des matériaux .
- A. PADUART - Les voiles minces en béton armé .
- L. HAHN - Voiles minces réglés (voiles cylindriques, coniques, conoides, et conoidaux .
- A. FUENTES - Calcul pratique des ossatures de batiments en béton armé.(batiments courants, bâtiments de grande hauteur).
- Bulletin of the international association for Shell structure
n.3
- Charron - Méthode de Cross .

fig.5

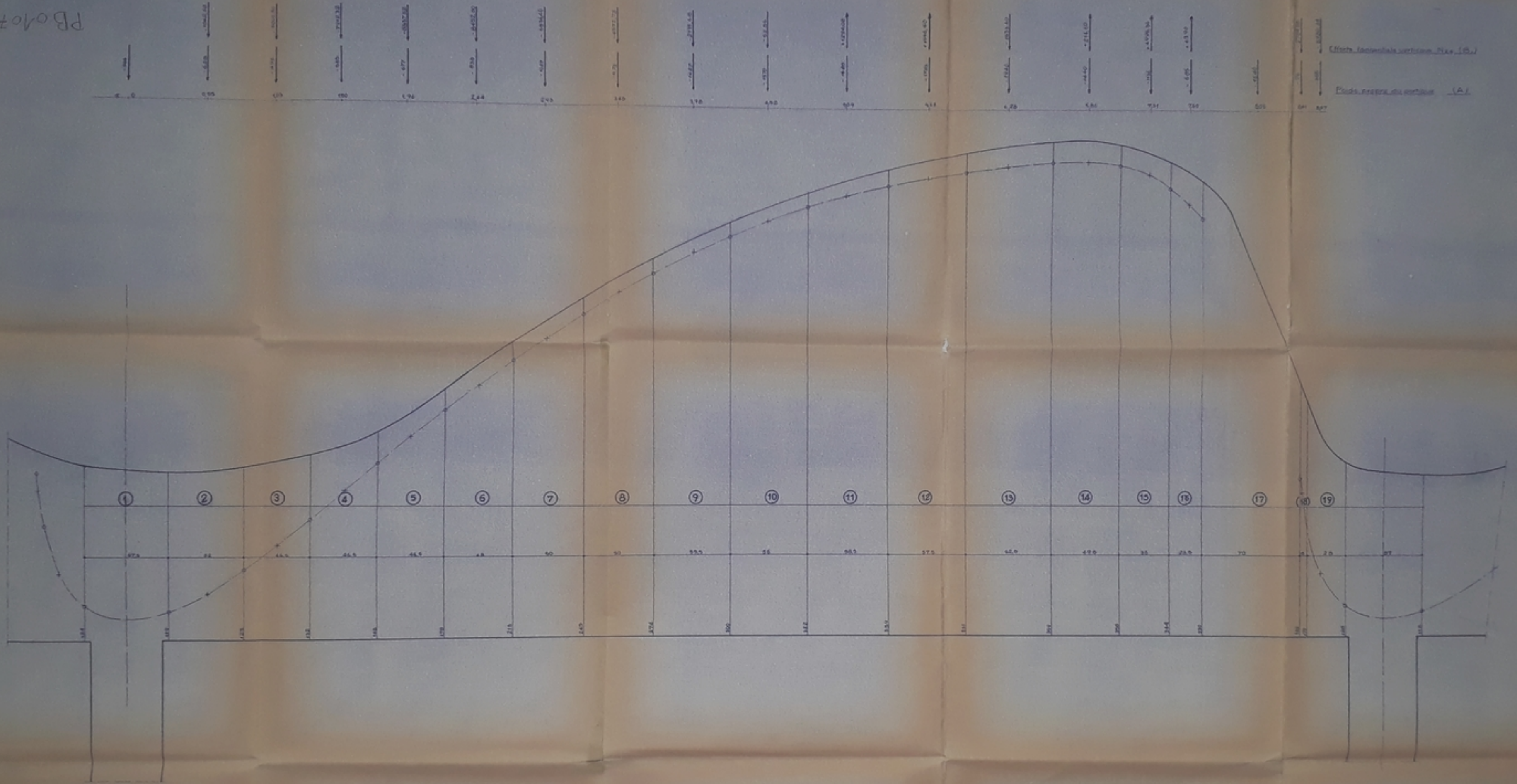


PB01074

-4-

PB04074
-5-

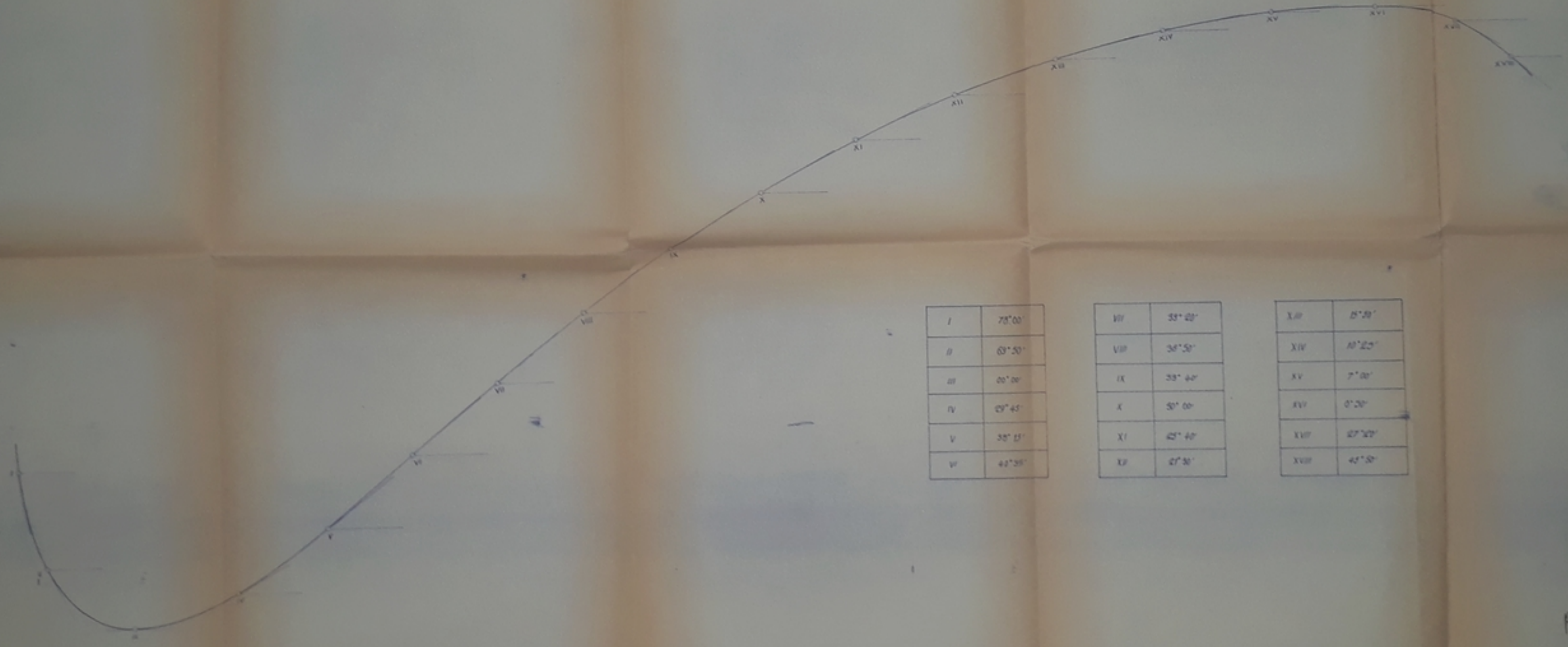
FIG. 6



Efforts horizontaux verticaux Max (lb)

Efforts horizontaux verticaux (lb)

fig.4



I	75° 00'
II	69° 50'
III	60° 00'
IV	52° 45'
V	45° 15'
VI	41° 30'

VII	33° 20'
VIII	30° 50'
IX	28° 40'
X	26° 00'
XI	23° 40'
XII	21° 30'

XIII	18° 20'
XIV	16° 20'
XV	14° 00'
XVI	11° 20'
XVII	9° 20'
XVIII	4° 50'

fig.1

7-
PB 010 24

