

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique
Laboratoire de Commande des Processus



Thèse de Doctorat en Sciences en Automatique

Titre

**COMMANDE FLOUE ADAPTATIVE AVEC ET
SANS OBSERVATEUR DES SYSTEMES
NON LINEAIRES INCERTAINS**

Présentée par

Abdesselem BOULKROUNE

Magister en Contrôle et Commande de l'EMP, Alger
MACC à l'Université de Jijel

Membres de Jury

F. Boudjema	Professeur-ENP	Président
M. Tadjine	Professeur-ENP	Rapporteur
H. Chekireb	Maître de Conférences-ENP	Rapporteur
M. M'saad	Professeur-GREYC, ENSICAEN, France	Examineur
M. Diaf	Professeur-Univ. Tizi-ouzou	Examineur
S. Labiod	Maître de Conférences-Univ. Jijel	Examineur
H. Rezine	Docteur Ingénieur-MDN	Invité

Année 2008/2009

هدف هذه المذكرة يتعلق أساسا بموضوعين رئيسيين. في الموضوع الأول، تم بحث تصميم تحكمات آلية تلاؤمية غامضة مزودة بمراقب موحد للأنظمة اللاخطية وحيدة المدخل و المخرج. في الموضوع الثاني، تم اعداد مخططات تحكمية آلية تلاؤمية غامضة مع رد فعل الحالة للأنظمة اللاخطية متعددة المداخل و المخارج، مع الأخذ في الحسبان الخصائص الغير خطية المجهولة للمحرك أو/ و الإشارة الغير المعروفة لمصفوفة التحكم. في جميع مخططات التحكم المقترحة، الأنظمة الغامضة استخدمت لتمثيل إما دوال لا خطية مجهولة للنظام اللاخطي تحت التحكم (في الطرق الغير مباشرة) أو قانون تحكم مثالي مجهول (في الطرق المباشرة) . بالإضافة إلي هذا، استعملنا طريقة الليابونوف لدراسة استقرار طرق التحكم التلاؤمي المقترح . النتائج النظرية تم اختبارها عن طريق المحاكاة العددية.

كلمات مفتاحية :

تحكم غامض ، تحكم تلاؤمي، مراقب بطريقة انزلاقية، مراقب الريح الكبير، أنظمة لاخطية، ديناميكية الأصفار، تشبع، استيريزيس، منطقة ميتة، دالة نيسبوم.

Résumé :

L'objectif de cette thèse porte principalement sur deux thèmes majeurs. Dans le premier, le design des contrôleurs flous adaptatifs basés sur un observateur unifié, pour une classe des systèmes monovariables inconnus non-linéaires, est considéré. Dans le deuxième, des schémas de commande floue adaptative avec retour d'état, pour une classe des systèmes non linéaires multivariables avec les non-linéarités inconnues de l'actionneur et/ou le signe inconnu de la matrice de commande, sont développés. Dans tous les schémas, les systèmes flous sont utilisés pour estimer soit les non-linéarités inconnues du système (dans les approches indirectes), soit la commande inconnue idéale (dans les approches directes). De plus, l'analyse de la stabilité et la robustesse est effectuée par l'approche de Lyapunov. Les résultats théoriques sont validés par des exemples de simulation.

Mots-clés :

Commande floue, commande adaptative, observateur à mode glissant, observateur à grand-gain, systèmes non linéaires, dynamique des zéros, saturation, hystérésis, zone-morte, fonction de Nussbaum.

Abstract:

The objective of this thesis concerns principally two major topics. In the first issue, the design of fuzzy adaptive controllers based on a unified observer, for SISO unknown nonlinear systems, is investigated. In the other issue, fuzzy adaptive control schemes with state-feedback, for a class of MIMO nonlinear systems with unknown nonlinearities of the actuator and/or the unknown sign of the control matrix, are developed. In all control schemes, the fuzzy systems are used to estimate either the unknown nonlinearities of the system (in the indirect approaches) or the unknown ideal controller (in the direct approaches). In addition, stability and robustness analysis is performed by using the Lyapunov approach. Theoretical results are validated by simulation examples.

Key-words:

Fuzzy control, adaptive control, sliding-mode observer, high-gain observer, nonlinear systems, zero dynamics, saturation, hysteresis, dead-zone, Nussbaum function.

Avant-propos

L'ensemble des travaux présentés dans cette thèse a été effectué au Laboratoire de Commande des processus (LCP) de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger (ENP), et au Laboratoire GREYC de l'ENSI et de l'université de Caen (France).

Je tiens à remercier Monsieur **M. Tadjine**, Professeur à l'ENP, et Monsieur **H. Chekireb**, Maître de Conférences à l'ENP, pour la proposition du sujet de cette thèse et pour leurs conseils et leur soutien tout au long de ce travail.

Je suis très honoré que Monsieur **F. Boudjema**, Professeur à l'ENP, ait accepté d'examiner ce travail et de présider ce jury.

Je suis très reconnaissant à Monsieur **M. M'saad**, Professeur et Directeur adjoint du Laboratoire GREYC de l'ENSI de Caen, pour avoir accepté d'examiner mon travail. Je tiens aussi à le remercier chaleureusement, pour m'avoir accueilli dans son Laboratoire durant les années 2005-2008.

Je tiens à assurer de ma reconnaissance Monsieur **M. Diaf**, Professeur à l'Université de Tizi-Ouzou, qui a accepté de prendre part à ce jury.

Je remercie Monsieur **S. Labiod**, Maître de Conférences à l'Université de Jijel, pour avoir accepté de juger mon travail.

Je suis aussi reconnaissant à Monsieur **H. Rezine**, Docteur-Ingénieur du MDN, pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail en acceptant de siéger dans ce jury.

Que tous mes amis et collègues trouvent ici le témoignage de mon amitié et de ma reconnaissance.

Je terminerai cet avant propos en remerciant chaleureusement ma mère, ma femme, mon père et le reste de ma famille qui m'ont énormément soutenu pendant mes études.

Table des matières

Introduction générale	1
------------------------------------	----------

Chapitre 1 **Systèmes flous et les outils mathématiques utilisés**

1.1 Introduction.....	7
1.2 Systèmes Flous.....	7
1.2.1 Introduction.....	7
1.2.2 Notions de Base de la logique floue.....	10
1.2.2.1 Ensembles flous.....	10
1.2.2.1.1 Ensembles classiques et flous.....	10
1.2.2.1.2 Formalisme Linguistique.....	14
1.2.2.1.3 Opérations de base sur les ensembles flous.....	15
1.2.2.1.4 Interprétation des ensembles flous.....	17
1.2.2.2 Règles floues.....	17
1.2.2.2.1 Calcul des propositions floues.....	19
1.2.2.2.2 Calcul des relations.....	19
1.2.2.2.3 Inférence floue.....	20
1.2.2.2.4 Agrégation des règles.....	21
1.2.2.2.5 Défuzzification.....	22
1.2.3 Différents types de modèle.....	22
1.2.3.1 Modèles de Mamdani (linguistiques).....	22
1.2.3.2 Modèles de TS.....	24
1.2.4 Théorème des approximateurs universels.....	27
1.3 Rappel sur la stabilité.....	28
1.3.1 Définitions et Stabilité de Lyapunov.....	28
1.3.2 Méthode directe de Lyapunov.....	30
1.3.3 Stabilité Entrée-Sortie.....	31
1.3.4 Stabilité Entrée-Etat (ISS).....	33
1.3.5 Lemme de Barbalat.....	34
1.4 Rappel sur les outils mathématiques utilisés.....	34
1.4.1 Théorème des fonctions implicites et de la valeur moyenne.....	34
1.4.2 Fonction de Nussbaum.....	35
1.4.2.1 Exemple illustratif.....	35
1.4.2.2 Fonction de Nussbaum.....	38
1.4.3 Décomposition matricielle.....	39
1.5 Conclusion.....	40

Chapitre 2

Commande adaptative floue à base d'observateur des systèmes SISO non linéaires affines en la commande

2.1 Introduction.....	42
2.2 Commande adaptative directe floue à base d'observateur.....	45
2.2.1 Position du problème.....	45
2.2.2 Conception de la commande adaptative directe floue.....	47
2.2.3 Conception de l'observateur.....	50
2.2.4 Analyse de la stabilité.....	53
2.2.5 Résultats de simulation.....	60
2.2.5.1 Exemple 1.....	60
2.2.5.2 Exemple 2.....	63
2.3 Commande adaptative indirecte floue à base d'observateur.....	66
2.3.1 Position du problème.....	66
2.3.2 Conception de la commande adaptative indirecte floue.....	67
2.3.3 Conception de la loi d'adaptation.....	72
2.3.4 Conception de l'observateur.....	73
2.3.5 Analyse de la stabilité.....	74
2.3.6 Résultats de simulation.....	79
2.3.6.1 Exemple 1.....	80
2.3.6.2 Exemple 2.....	81
2.4 Conclusion.....	83

Chapitre 3

Commande adaptative floue des systèmes SISO non affines avec une dynamique des zéros

3.1 Introduction.....	85
3.2 Commande adaptative floue avec retour d'état.....	90
3.2.1 Position du problème.....	90
3.2.2 Existence d'une commande idéale implicite.....	92
3.2.3 Dynamique interne.....	94
3.2.4 Conception de la commande adaptative floue avec retour d'état.....	95
3.2.5 Conception de la loi d'adaptation.....	97
3.2.6 Analyse de la stabilité.....	97
3.2.7 Résultats de simulation.....	100
3.2.7.1 Exemple 1 (système CSTR).....	100
3.2.7.2 Exemple 2 (système non affine).....	103
3.3 Commande adaptative floue avec retour de sortie.....	105
3.3.1 Position du problème.....	105
3.3.2 Commande idéale implicite.....	107
3.3.3 Conception de la commande adaptative floue avec retour de sortie.....	109
3.3.4 Conception d'une loi d'adaptation générale.....	112
3.3.5 Conception de l'observateur.....	113
3.3.6 Analyse de la stabilité.....	115
3.3.7 Résultats de simulation.....	120

3.3.7.1 Exemple 1	120
3.3.7.2 Exemple 2	122
3.4 Conclusion	123

Chapitre 4

Commande adaptative floue des systèmes non linéaires MIMO avec une direction de commande connue ou inconnue

4.1 Introduction	125
4.2 Notation et Position du problème	129
4.3 Conception des contrôleurs adaptatifs flous	132
4.3.1 Premier schéma de commande adaptative floue	132
4.3.1.1 Commande idéale	134
4.3.1.2 Conception du premier schéma et l'analyse de la stabilité	135
4.3.1.3 Résultats de simulation	142
4.3.2 Deuxième schéma de commande adaptative floue	144
4.3.2.1 Décomposition de la matrice $G(x)$	145
4.3.2.2 Conception du deuxième schéma et l'analyse de la stabilité	145
4.3.2.3 Résultats de simulation	149
4.3.3 Troisième schéma de commande adaptative floue	150
4.3.3.1 Conception du troisième schéma et l'analyse de la stabilité	150
4.3.3.2 Résultats de simulation	154
4.4 Conclusion	155

Chapitre 5

Commande adaptative floue des systèmes non linéaires MIMO avec des non-linéarités à l'entrée

5.1 Introduction	157
5.2 Notation et Position du problème	161
5.3 Conception de la commande adaptative floue	164
5.3.1 Conception de la commande adaptative floue pour des systèmes avec une saturation à l'entrée	164
5.3.1.1 Modèle de la saturation	164
5.3.1.2 Conception de la commande adaptative floue	167
5.3.1.2.1 Définition de la commande idéale	168
5.3.1.2.2 Conception de la commande et la loi d'adaptation	169
5.3.1.2.3 Analyse de la stabilité	171
5.3.1.3 Résultats de simulation	174
5.3.2 Conception de la commande adaptative floue pour des systèmes avec zone-morte et/ou hystérésis à l'entrée	176
5.3.2.1 Non-linéarités de l'actionneur	176
5.3.2.1.1 Modèle de la zone-morte	176
5.3.2.1.2 Modèle du Backlash	178
5.3.2.1.3 Backlash et zone-morte en cascade	179
5.3.2.2 Conception de la commande adaptative floue	180

5.3.2.2.1	Modèle unifié des non-linéarités.....	181
5.3.2.2.2	Conception de la commande et la loi d'adaptation.....	181
5.3.2.2.3	Analyse de la stabilité.....	184
5.3.2.3	Résultats de simulation.....	185
5.4	Conclusion.....	188
	Conclusion générale.....	190
	Bibliographie	194

Introduction générale

1. Commande non linéaire adaptative

La commande non linéaire a connu une expansion ainsi qu'une diversification importante depuis les années 50, dues entre autres à la multiplication des procédés et des applications robotiques. L'étude d'un contrôleur non linéaire est d'un grand intérêt, puisque la majorité des systèmes réels sont essentiellement non linéaires. *Les méthodes linéaires conventionnelles* sont satisfaisantes mais pour des plages de fonctionnement restreintes. Dès que le système sort de ce domaine de fonctionnement, le contrôleur linéaire n'est plus valable et ne garantit plus la stabilité du système. D'où l'intérêt d'étudier plus profondément les méthodes non linéaires de commande.

L'une des méthodes de commande non linéaires les plus connues est *la commande par linéarisation exacte* (connue aussi sous le nom de "*Feedback linearization*") au sens entrée-état ou bien au sens entrée-sortie. Cette commande a fait son apparition dans les années 1980 avec les travaux d'Isidori [ISI89] et les apports bénéfiques de la géométrie différentielle. Un grand nombre de systèmes non linéaires peuvent être partiellement ou complètement transformés en systèmes possédant un comportement entrée-état ou entrée-sortie linéaire à travers le choix approprié d'une loi de commande par retour d'état non linéaire endogène. Après linéarisation, les techniques classiques du linéaire (e.g. placement de pôles, synthèse quadratique, ...) peuvent être appliquées. Souvent employée pour résoudre des problèmes pratiques de commande, cette approche impose que le vecteur d'état soit mesuré et exige un modèle précis du procédé à commander. En effet, cette technique est basée sur l'annulation exacte des termes non linéaires. Par conséquent, la présence d'incertitudes de modélisation sur les termes non linéaires rend l'annulation inexacte et l'équation entrée-sortie résultante non

linéaire. Nous verrons par la suite que la commande robuste et la commande adaptative peuvent remédier à ce problème.

Les incertitudes sont classées en deux catégories: incertitudes paramétriques et dynamiques négligées. Le premier type entre directement en jeu dans le modèle tandis que le second type porte sur l'ordre sous-estimé du système. **La commande robuste** est la première technique de commande de l'automatique traitant l'inévitable problème des incertitudes. Dans la synthèse de la loi de commande sont pris en compte un modèle nominal du procédé à contrôler mais aussi les incertitudes paramétriques liées au modèle. La structure du contrôleur robuste est finalement composée d'une partie "*nominale*" (e.g. retour d'état...) mais aussi de termes additionnels permettant de compenser au mieux les incertitudes liées au modèle. Parmi les différentes techniques, la commande par modes de glissement est une technique particulièrement intéressante. Elle remonte dans les années 1970 avec les travaux d'Utkin [UTK77]. Le principe de ce type de système à structure variable (variable structure control VSC) consiste à amener, dans un temps fini, quelles que soient les conditions initiales, le point représentatif de l'évolution du système sur une hypersurface de l'espace de phase par l'incorporation d'éléments de commutation dans la loi de commande. Le système se met en régime glissant lorsque ce point atteint l'hypersurface, dite surface de glissement. Son comportement devient alors insensible aux perturbations sur la sortie et aux variations paramétriques. Néanmoins, ce genre de commande souffre de quelques problèmes : 1) un problème pratique : les modes glissant causent le broutement (le chattering, ou encore la réticence) inhérent à la fonction discontinue (i.e. la fonction Signe). Notons que le chattering peut exciter les dynamiques haute-fréquence négligées menant parfois à l'instabilité. Des méthodes permettant de réduire ce phénomène ont été développées dans [SLO91]. 2) Un problème théorique : les modes glissant peuvent mener à la perte d'unicité des solutions. 3) Finalement, les bornes sur les incertitudes doivent aussi être connues.

Une alternative à la commande robuste est **la commande adaptative**. La commande adaptative offre l'avantage que les bornes des incertitudes ne sont pas exigées d'être connues, puisque en fait ces incertitudes sont annulées en ligne d'une manière adaptative. Dans un schéma de commande adaptative, les paramètres du contrôleur (schéma direct) ou des fonctions non linéaires (schéma indirect) sont adaptés en ligne en utilisant les signaux qui sont disponibles dans le système. Cependant, les méthodes de conception de la commande adaptative standard [SLO91, KRS95, KOK01, BOU05, BOU06a, BOU07b] sont limitées aux

systèmes non linéaires qui peuvent être linéairement paramétrisés (i.e. les non-linéarités du système ou la commande peuvent être exprimées sous forme de produit d'une fonction non linéaire connue par un vecteur de paramètres inconnus). Malheureusement, il est souvent très difficile voire impossible d'obtenir cette forme de paramétrisation linéaire notamment pour un système physique complexe incertain.

Les systèmes flous offrent une solution potentielle à ce problème inhérent à la commande adaptative standard. Ils sont des approximateurs universels [WAN92, WAN94] et fournissent une manière commode pour paramétriser les non-linéarités inconnues. En fait, ils peuvent approcher uniformément n'importe quelle fonction inconnue non linéaire continue sur un ensemble compact avec un degré de précision arbitraire. Notons qu'il existe d'autres approximateurs universels tels que : les réseaux de neurones (RN) multi couches, les fonctions radiales de base (radial basis functions (RBF)), les ondulettes, ...etc. Cependant, seuls systèmes flous qui sont capables d'incorporer d'une manière systématique la connaissance de l'expert et d'imiter ainsi des aspects approximatifs et qualitatifs du raisonnement humains. La difficulté liée à la construction de la base des règles floues pour les systèmes dynamiques complexes et le besoin d'améliorer la qualité d'approximation ont motivé Wang à introduire *la commande floue adaptative* [WAN93, WAN94]. Dans ces schémas, la propriété d'approximation universelle des systèmes flous a été complètement exploitée, et la stabilité et la robustesse ont été étudiées par l'approche de Lyapunov. Depuis ainsi, plusieurs schémas de commande floue adaptative ont été proposés pour une classe des systèmes monovariabiles incertains non linéaires affines en la commande, e.g. [WAN93, WAN94, SUE94, SPO96, CHE96, GAZ00, CHA01]. Pour faire face aux erreurs d'approximation floue (i.e. erreurs de reconstruction ou encore erreurs de modélisation) et perturbations externes bornées, ces contrôleurs flous adaptatifs sont généralement augmentés par un terme robuste qui peut être une commande dite "*de supervision*" [WAN93, WAN94], une commande à mode glissant [SU94, SPO96, GAZ00], et/ou une commande H^∞ [CHE96, CHA01]. La supposition clé dans ces schémas est que tous les états du système sont disponibles pour la mesure. Basées sur ces travaux, plusieurs extensions ont été par la suite proposées telles que :

- Dans [ORD99, CHA00, TON00, CHE03, LAB05, ESS06, LAB07a], pour une classe des systèmes multivariabiles non linéaires, des schémas de commandes floue adaptative ont été développés.

- Dans [BOU03, PAR03b, LAB07b, BOU07c], des contrôleurs flous adaptatifs avec retour d'état ont été proposés pour une classe des systèmes monovariables nonaffines.
- Dans [LEU99, LI03, WAN03a, GOL03, PAR04, TON04a, TON04b, TON05, HAM04, LEU05, PAR05b, WAN05, BOU06b, BOU08a, BOU08b], des schémas de commande floue adaptative avec retour de sortie ont été conçus.
- Le problème inévitable des non-linéarités de l'actionneur (zone-morte et hystérésis) a été pris en compte dans [SU03, ZHA07a, BOU08g, BOU08h].
- La supposition qui porte sur la connaissance du signe des gains de commande a été relâchée dans [ZHA07a, BOU08g, BOU08h].

Ainsi, les travaux présentés dans cette thèse s'inscrivent dans cette logique. Ils portent essentiellement sur la conception des lois de commande floue adaptative (avec retour d'état ou de sortie) pour les systèmes non linéaires inconnus. Ces travaux peuvent être vus comme des extensions aux travaux précédents. Les contributions fondamentales de cette thèse sont données ci-dessous.

2. Contributions de cette thèse

Pour les systèmes monovariables non linéaires inconnus (affines ou non affines), les contributions introduites sont :

- Conception des lois de commande floue adaptative à base d'un observateur unifié (observateur à mode glissant, observateur à grand gain, ...).
- Propositions des nouvelles lois d'adaptation paramétrique (proportionnelle-intégrale (PI) à e^2 - *modification*, et à σ - *modification* avec une fonction implicite générale d'erreur).
- Relâchement de certaines hypothèses de modélisation, ainsi élargir la classe des systèmes non linéaires considérés.

Pour une classe de systèmes multivariables non linéaires inconnus, nous pouvons citer les contributions suivantes :

- Proposition d'une loi d'adaptation paramétrique de type PI avec *e – modification*. Elle assure la bornitude des paramètres estimés aussi bien que la convergence des erreurs de poursuite vers zéro en présence d'un terme de commande robuste.
- Conceptions des lois de commande adaptative floue (directe et indirecte) avec le relâchement de certaines hypothèses.
- Prise en compte des non-linéarités de l'actionneur (saturation, zone-morte, backlash) dans la conception des commandes.
- Introduction de la fonction de Nussbaum pour estimer le signe inconnue de la matrice des gains de commande.

3. Organisation de la thèse

Le reste de cette thèse est organisé comme suit :

Le premier chapitre est consacré principalement à la présentation des notions de base de la logique floue et des systèmes flous. Quelques définitions inhérentes à la stabilité et quelques lemmes et théorèmes indispensables pour la synthèse des lois de commandes sont également donnés.

Le deuxième chapitre présente deux schémas de commande adaptative floue (directe et indirecte) à base d'un observateur unifié d'erreur pour une classe des systèmes monovariabiles non linéaires inconnus. Cet observateur dispose d'une fonction de conception définie par une condition qui est satisfaite par tous les observateurs inspirés du grand gain, à savoir l'observateur à mode glissant ainsi que ses versions implantables. Dans la conception des commandes et l'analyse de la stabilité, la condition dite "*strictly positive real*" (SPR) n'est pas exigée.

Le troisième chapitre aborde la commande adaptative floue (avec retour d'état et de sortie) des systèmes monovariabiles incertains non affines en la commande et avec une dynamique des zéros. Dans le premier schéma où l'état est supposé mesurable, une nouvelle loi d'adaptation paramétrique de type PI avec *e² – modification* assurant la bornitude des paramètres estimés aussi bien que la convergence des erreurs de poursuite vers zéro en présence d'un terme de commande robuste est proposée. Dans le deuxième schéma où seule la sortie est disponible pour la mesure, un algorithme d'adaptation général de type PI est

proposé. En effet, le signal d'apprentissage (i.e. le signal d'erreur utilisé dans l'adaptation) est conçu comme une fonction générale bornée d'erreur. De plus, la condition SPR et le filtrage ne sont pas nécessaires dans la conception de la commande et l'analyse de la stabilité.

Le quatrième chapitre est dédié à la conception des schémas de commande adaptative floue avec retour d'état pour une classe des systèmes multivariables (multi-input multi-output (MIMO)) non linéaires inconnus. Dans les trois schémas proposés, une loi d'adaptation paramétrique de type PI avec *e-modification* est conçue. Le premier schéma, qui est une version directe, est proposé pour les systèmes dont la matrice (des gains) de commande est symétrique et de signe connu. Cette classe des systèmes est ensuite étendue dans le deuxième schéma à une classe plus large dont la matrice (des gains) de commande est considérée non symétrique. Dans le troisième schéma, le problème de la non connaissance du signe de la matrice de commande est résolu via l'utilisation de la fonction de Nussbaum.

Le cinquième chapitre introduit deux schémas de commande adaptative floue pour les systèmes MIMO non linéaires inconnus avec la présence des non-linéarités de l'actionneur. Dans le premier schéma, le problème de saturation dans un schéma de commande floue adaptative est étudié. Le phénomène de saturation est évité via l'emploi d'un terme de commande robuste. Le deuxième schéma est une simple extension du troisième schéma du chapitre 4, où les non-linéarités de type zone-morte et/ou backlash inhérentes à l'actionneur sont prises en compte dans la conception.

Dans tous les schémas proposés dans cette thèse, l'analyse de la stabilité du système en boucle fermée et de la robustesse des structures de commande vis-à-vis des erreurs d'approximation floue et des perturbations externes est effectuée par l'approche de Lyapunov. De plus, pour chaque schéma, des exemples de simulation sont donnés pour montrer et mettre en évidence ses performances.

Chapitre 1

Systèmes flous et les outils mathématiques utilisés

1.1 Introduction

Le but de ce chapitre est d'exposer quelques rappels indispensables à la bonne compréhension de cette thèse.

La section 1.2 présente les notions de base de la logique floue et les différents mécanismes et outils mathématiques nécessaires pour son utilisation dans le domaine de la commande des systèmes. Les deux types de systèmes (modèles) flous sont comparés et étudiés en détails. La propriété d'approximation universelle des systèmes flous est aussi discutée.

La section 1.3 regroupe un ensemble de définitions relatives à la stabilité des systèmes dynamiques à temps continus à savoir : la stabilité par la méthode de Lyapunov, stabilité UUB (Uniformly Ultimately Bounded), la stabilité entrée-sortie, stabilité ISS (Input-to-State Stability), et la stabilité BIBO (bounded-input bounded-output).

La section 1.4 rappelle quelques théorèmes (de la valeur moyenne et des fonctions implicites) et lemmes (relatives à la fonction de Nussbaum et à la factorisation matricielle) très utiles pour la conception de la commande et l'analyse de la stabilité.

1.2 Systèmes Flous

1.2.1 Introduction

a) La logique floue aujourd'hui

La logique floue, dans la plupart des applications actuelles, permet de prendre en compte toutes sortes de connaissances qualitatives de concepteurs et d'opérateurs dans

l'automatisation des systèmes. Les nombreuses applications dans l'électroménager et l'électronique grand public réalisées notamment au Japon en ont été l'élément déclenchant. Machines à laver sans réglage, caméscopes anti-bougé et de nombreuses autres innovations ont fait connaître le terme « logique floue » à un large public. Dans l'automobile les transmissions automatiques, les contrôles d'injection et d'anticliquetis, l'air conditionné sont réalisés sur des véhicules de série grâce à la logique floue [CHE98]. Dans le domaine des processus de production, continue et par lots, et dans les automatismes, les applications se sont également multipliées.

La logique floue s'y développe car il s'agit d'une approche essentiellement pragmatique, efficace et générique. On dit parfois qu'elle permet de systématiser ce qui est du domaine de l'empirisme, et donc difficile à maîtriser. La théorie des ensembles flous fournit une méthode pertinente et facilement réalisable dans des applications temps réel; elle permet de transcrire et rendre dynamiques les connaissances des concepteurs ou des opérateurs. Cet aspect adaptable et universel de la logique floue permet de s'attaquer à l'automatisation de procédures telles que : la mise en route, le réglage de paramètres, pour lesquelles peu d'approches existaient auparavant.

b) Historique de la logique floue

Apparition de la logique floue : Le terme d'ensemble flou apparaît pour la première fois en 1965 lorsque le professeur Lotfi A. Zadeh, de l'université de Berkeley aux USA, publie un article intitulé « *Ensembles flous* » (*Fuzzy sets*), [ZAD65]. Il a réalisé depuis de nombreuses avancées théoriques majeures dans le domaine et a été rapidement accompagné par de nombreux chercheurs développant des travaux théoriques.

Premières applications : Parallèlement, certains chercheurs se sont penchés sur la résolution par logique floue de problèmes réputés difficiles. Ainsi en 1975, le professeur Mamdani à Londres développe une stratégie pour le contrôle des procédés et présente les résultats très encourageants qu'il a obtenus sur la conduite d'un moteur à vapeur. En 1978, la société danoise F.L.Smith réalise le contrôle d'un four à ciment. C'est là la première véritable application industrielle de la logique floue.

Essor : C'est au Japon, où la recherche n'est pas seulement théorique mais également très applicative, que la logique floue connaît son véritable essor. A la fin des années 1980, c'est d'un véritable boum qu'il faut parler. Les produits grand public, machines à laver, appareils photographiques et autres caméscopes estampillés « *fuzzy logic* » ne se comptent plus. Dans l'industrie, le traitement des eaux, les grues portuaires, les métros, les systèmes de ventilation

et de climatisation sont touchés. Enfin, des applications existent dans des domaines non techniques tels que : la finance ou le diagnostic médical.

c) Intérêt et utilisation de la logique floue pour le contrôle

Intérêt : La logique floue trouve ses origines dans un certain nombre de constatations [CHE98] :

- La connaissance que l'être humain a d'une situation quelconque est généralement imparfaite,
 - elle peut être incertaine (il doute de sa validité),
 - ou imprécise (il a du mal à l'exprimer clairement).
- L'être humain résout souvent des problèmes complexes à l'aide de données approximatives : la précision des données est souvent inutile ; par exemple pour choisir un appartement, il pourra prendre en compte la surface, la proximité de commerces, la distance du lieu de travail, le loyer, sans pour autant avoir besoin d'une valeur très précise de chacune de ces données.
- Dans l'industrie ou les techniques, les opérateurs résolvent souvent des problèmes complexes de manière relativement simple et sans avoir besoin de modéliser le système. De même, tout le monde sait qu'un modèle mathématique n'est pas nécessaire pour conduire une voiture et pourtant une voiture est un système très complexe.
- Plus la complexité d'un système augmente, moins il est possible de faire des affirmations précises sur son comportement.

De ces constatations viennent naturellement les déductions suivantes :

- plutôt que de modéliser le système, il est souvent intéressant de modéliser le comportement d'un opérateur humain face au système ;
- plutôt que par des valeurs numériques précises, le fonctionnement doit être décrit par des qualificatifs globaux traduisant l'état approximatif des variables.

Utilisation pour le contrôle : La logique floue est bien connue des automaticiens pour ses applications dans le contrôle/commande de procédés, appelé alors couramment « contrôle/commande flou(e) ». Tout comme un contrôleur (ou correcteur) classique, le contrôleur flou s'insère dans la boucle de régulation et calcule la commande à appliquer au

procédé (système) suivant une ou plusieurs consignes et une ou plusieurs mesures effectuées sur celui-ci.

Les bases de règles floues sont intéressantes en commande car elles permettent :

- de prendre en compte une expertise existante de nature qualitative,
- de prendre en compte des variables que l'on sait difficilement intégrer dans la boucle,
- d'améliorer le fonctionnement de contrôleurs classiques, par :
 - autoréglage hors ligne ou en ligne des paramètres de ces contrôleurs,
 - modification de leur sortie (feedforward) en fonction d'événements qui ne peuvent pas être pris en compte par une technique classique.

1.2.2 Notions de Base de la logique floue

Dans cette partie, nous présentons les notions de base de la logique floue. Nous abordons uniquement les points les plus importants à une bonne compréhension d'un raisonnement flou.

1.2.2.1 Ensembles flous

1.2.2.1.1 Ensembles classiques et flous :

En logique floue, un ensemble flou est la généralisation de la notion de l'ensemble en logique classique (binaire).

Mathématiquement, un ensemble flou F est défini sur un référentiel (un univers de discours) X et par une fonction d'appartenance $\mu_F(x)$ qui prend des valeurs dans l'intervalle $[0,1]$. Il peut être représenté comme un ensemble de paires ordonnées [JOU97] :

$$F = \{(x, \mu_F(x)) \mid x \in X\} \quad (1.1)$$

La fonction d'appartenance $\mu_F(x)$ quantifie le degré d'appartenance de chaque élément de X à F :

$$\mu_F(x) = \begin{cases} \in]0,1] & \text{Si } x \in F, \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.2)$$

Prenons un exemple simple de la Figure 1.1 d'évaluation de la température de l'eau d'un récipient par les mots : *Froide* : F , *Tiède* : T , *Chaude* : C .

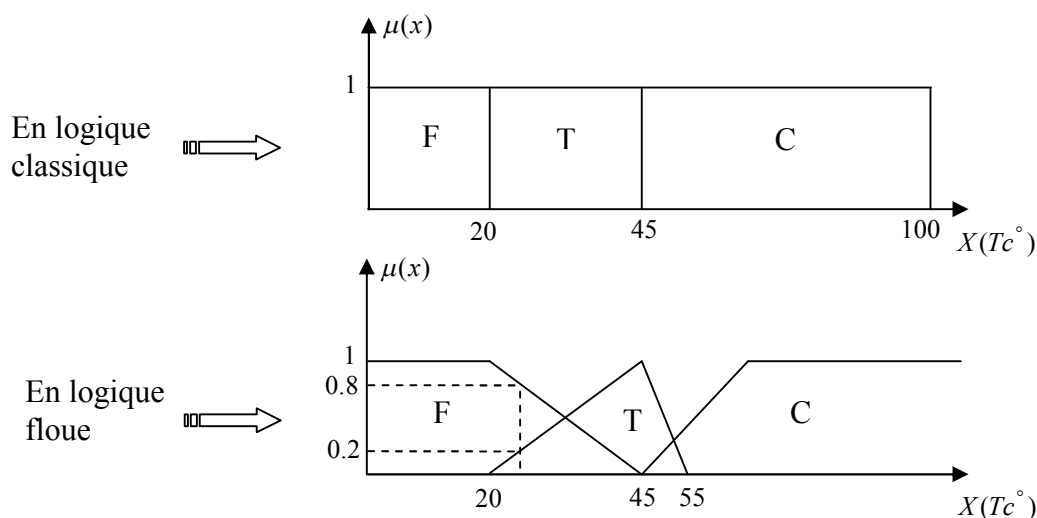


Figure 1.1 : Evaluation de la température selon la logique classique et floue.

De cette figure, nous pouvons voir que la logique classique ne peut utiliser que le 0 et le 1, ainsi l'eau est d'abord totalement froide puis tiède et enfin chaude. Alors qu'en logique floue, les ensembles flous sont définis par des fonctions d'appartenances ayant des valeurs *dans l'intervalle [0, 1]*.

Soit la température 25 c° . Dans le cas de la logique classique, cette température n'appartient pas à l'ensemble booléen F . Dans le cas de la logique floue, cette température appartient à l'ensemble flou F avec un degré d'appartenance 0.8.

La notion d'ensemble flou évite l'utilisation arbitraire de limites rigides d'appartenances à des classes ; il serait vraiment aberrant de considérer qu'une température de 20 c° est froide (F), mais qu'une température de 21 c° ne l'est pas.

Fonction d'appartenance : Les fonctions d'appartenances utilisées pour décrire les ensembles flous possèdent quatre caractéristiques principales (Figure 1.7(a)) :

1) Le type : Elles peuvent être à titre d'exemple triangulaires, trapézoïdales, gaussiennes ou sigmoïdales, etc.

- **Fonction triangulaire :** Elle est définie par trois paramètres (a, b, c) et donnée par :

$$\mu_F(x) = \max\left[\min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b}\right), 0\right] \quad (1.3)$$

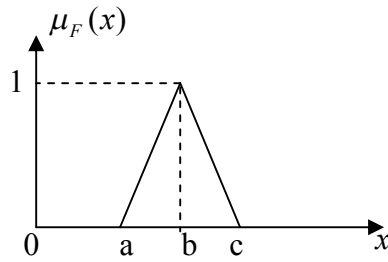


Figure 1.2 : Fonction triangulaire.

- **Fonction trapézoïdale** : Elle est définie par quatre paramètres (a,b,c,d) et donnée par

$$\mu_F(x) = \max\left[\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}, 0\right)\right] \quad (1.4)$$

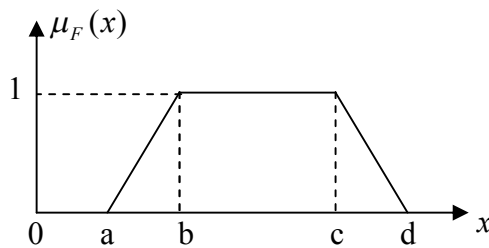


Figure 1.3 : Fonction trapézoïdale.

- **Fonction gaussienne** : Elle est définie par deux paramètres (σ, m) :

$$\mu_F(x) = \exp\left[-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (1.5)$$

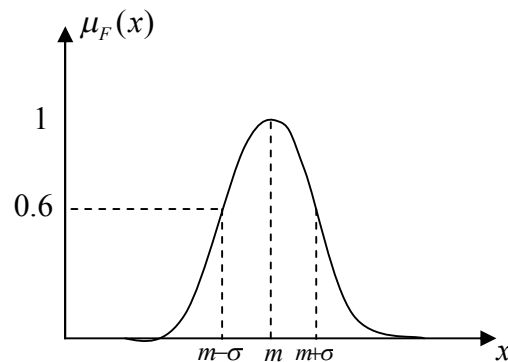


Figure 1.4 : Fonction gaussienne.

- **Fonction sigmoïde** : Elle est définie par deux paramètres (a, c)

$$\mu_F(x) = \frac{1}{1 + \exp(-a(x - c))} \quad (1.6)$$

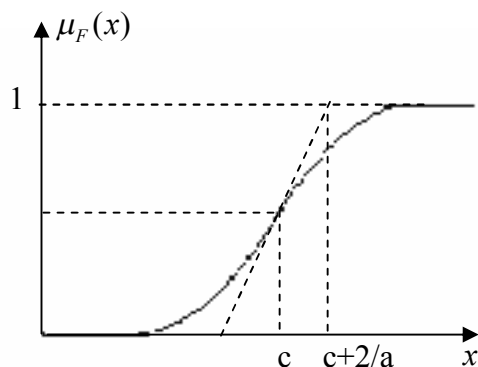


Figure 1.5 : Fonction sigmoïdale.

Il y a également deux ensembles flous spéciaux :

- **Un ensemble flou singleton** : il est équivalent à un nombre flou et défini par :

$$\mu_F(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } x = x_0, \\ 0, & \text{ailleurs.} \end{cases} \quad (1.7)$$

La Figure 1.6 montre l'aspect de cette fonction d'appartenance.

- **Un ensemble flou universel** : il est défini par :

$$\mu_F(x) = 1, \quad \forall x \in X \quad (1.8)$$

i.e. tous les degrés d'appartenance sont égaux à 1.

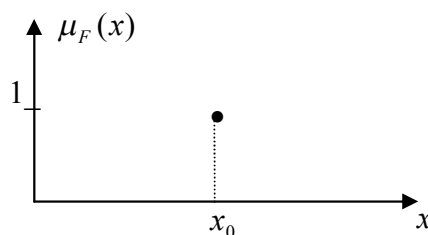


Figure 1.6 : Fonction singleton.

2) Le support : Il définit l'ensemble des éléments de X qui appartiennent au moins un peu à F . Il est noté $S(F)$. Autrement dit, c'est la partie de X sur laquelle le degré d'appartenance à F n'est pas nul :

$$S(F) = \{x \in X / \mu_F(x) \neq 0\} ; \quad (1.9)$$

3) Le noyau : L'ensemble d'éléments appartenant de façon absolue à F (i.e. ayant un degré 1) est appelé le noyau de F , noté par $N(F)$:

$$N(F) = \{x \in X / \mu_F(x) = 1\} ; \quad (1.10)$$

Si F est un ensemble classique sur X , donc il est normalisé et identique à son support et à son noyau.

4) La hauteur : notée $H(F)$, c'est le plus fort degré avec lequel un élément de X appartient à F . Autrement dit, c'est la valeur maximale prise par sa fonction d'appartenance :

$$H(F) = \sup_{x \in X} \mu_F(x) ; \quad (1.11)$$

On dit que F est normalisé si sa hauteur $H(F)$ est égale à 1.

1.2.2.1.2 Formalisme Linguistique

Dans le formalisme défini par Zadeh [ZAH65], les propriétés définies par les ensembles flous se nomment les termes (labels) linguistiques ou les termes flous (par exemple : *Froide, Tiède et Chaude*). Chaque terme représente un sous-ensemble de valeurs numériques et caractérise ainsi la variable floue (ou linguistique). Le domaine sur lequel ces termes et ces variables sont définis constitue *l'univers de discours*. Le découpage de cet univers de discours par les termes linguistiques est appelé *une partition floue*. Lorsque la somme des degrés d'appartenance sur la totalité de l'univers de discours est égale à 1, nous parlons alors de *partition floue forte* (Figure 1.7 (b)).

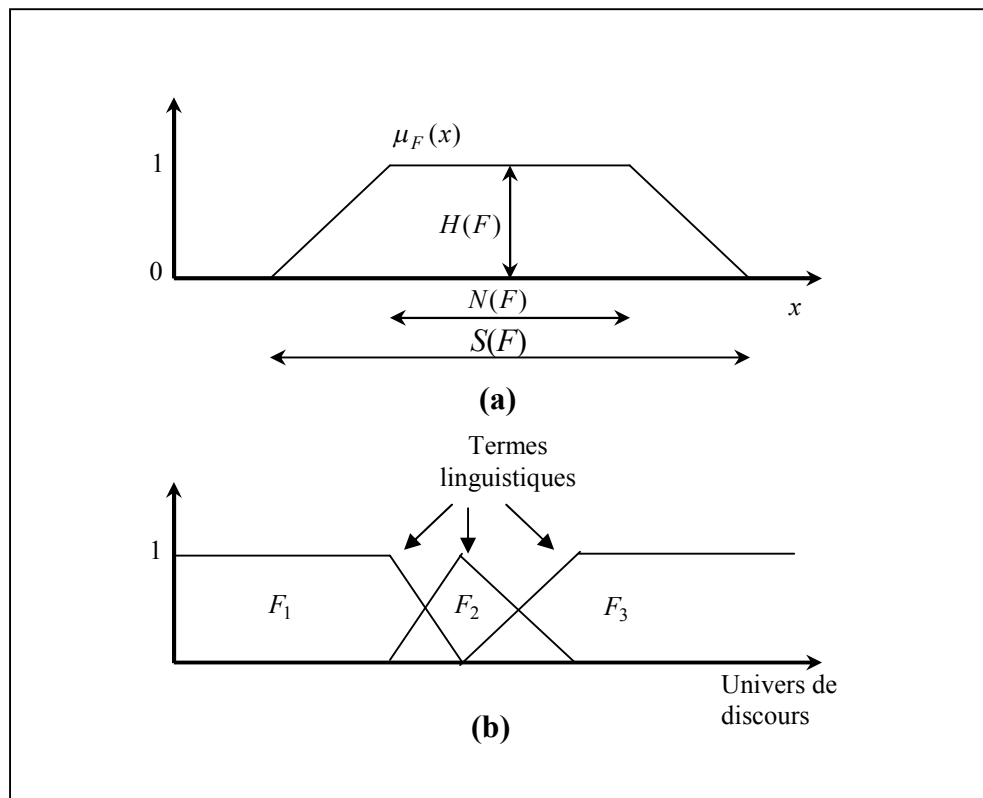


Figure 1.7 : Caractéristiques d'un ensemble flou et partition floue forte.

1.2.2.1.3 Opérations de base sur les ensembles flous

La théorie mathématique sur les ensembles flous définit de nombreux opérateurs sur ces ensembles et sur les fonctions d'appartenance.

Soient F_1 et F_2 deux ensembles flous définis sur l'ensemble X :

- **Complément** : Le complément de F_1 noté \bar{F}_1 est défini par :

$$\forall x \in X, \mu_{\bar{F}_1}(x) = 1 - \mu_{F_1}(x) ; \quad (1.12)$$

Un exemple est donné dans la Figure 1.8.

- **Intersection** : Elle est réalisée par n'importe quelle T-norme (norme triangulaire notée T). La plus usitée est l'opérateur min :

$$\forall x \in X, \mu_{F_1 \cap F_2}(x) = T(\mu_{F_1}(x), \mu_{F_2}(x)) = \min(\mu_{F_1}(x), \mu_{F_2}(x)); \quad (1.13)$$

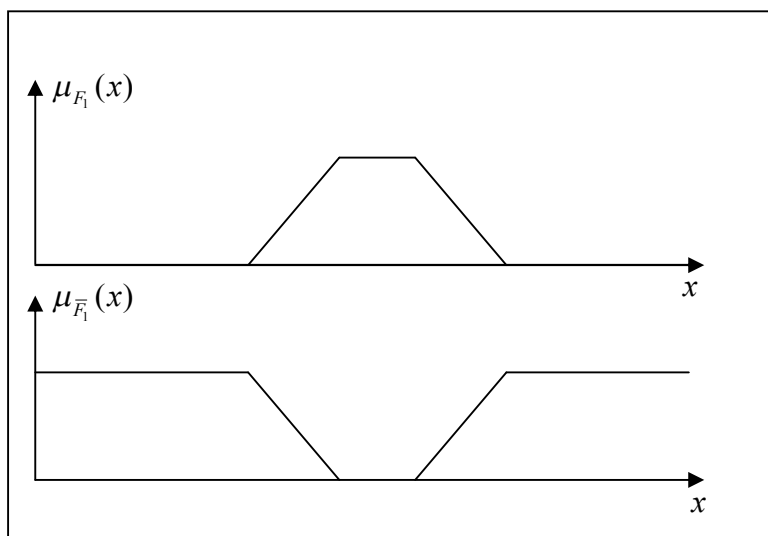


Figure 1.8 : Complément d'un ensemble flou.

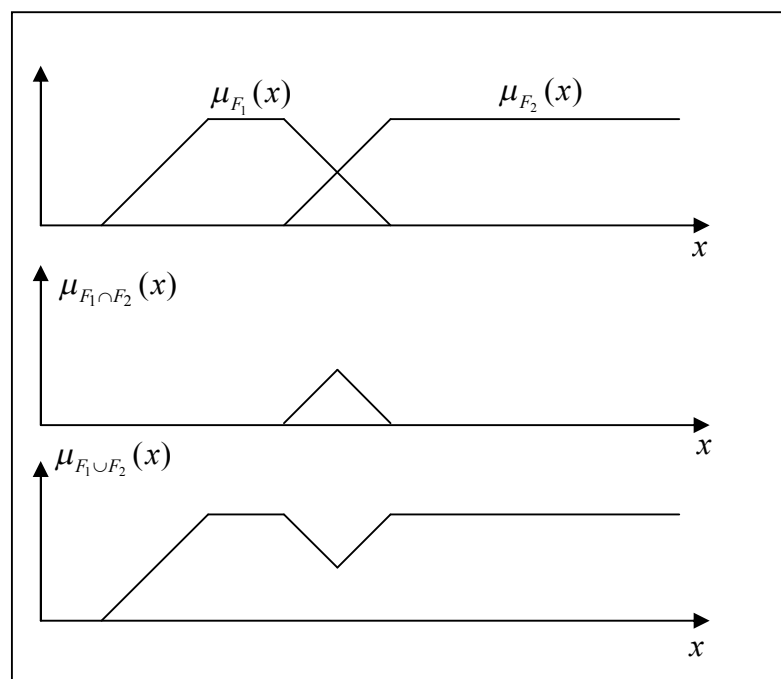


Figure 1.9 : Intersection et Union de deux ensembles flous.

- **Union** : Elle est réalisée par n'importe quelle T-conorme (conorme triangulaire notée \perp). La plus usitée est l'opérateur max :

$$\forall x \in X, \mu_{F_1 \cup F_2}(x) = \perp(\mu_{F_1}(x), \mu_{F_2}(x)) = \max(\mu_{F_1}(x), \mu_{F_2}(x)) ; \tag{1.14}$$

L'exemple de la Figure 1.8 illustre les opérations de l'intersection et de l'union.

- **Cardinalité** : Elle évalue le degré globale avec lequel les éléments de X appartiennent à F_1 . Elle est définie par :

$$|F_1| = \sum_{x \in X} \mu_F(x). \quad (1.15)$$

La cardinalité d'un ensemble classique est égale au nombre d'éléments qui le composent.

1.2.2.1.4 Interprétation des ensembles flous

Il existe deux interprétations possibles des sous-ensembles flous. La première concerne le passage du numérique au symbolique et la seconde le passage du symbolique au numérique [JOU97] :

- ❖ **Numérique \Rightarrow Symbolique (Fuzzification)** : Dans ce cas de figure, il s'agit du passage d'une valeur numérique à un terme linguistique. Soit x une variable numérique définie sur X , F un terme flou et a le degré d'appartenance de x à F :

$$\mu_F(x) = \begin{cases} a > 0, & x \text{ vérifie en partie la propriété définie par } F; \\ a = 1, & \text{il est vrai que "x est F"}; \\ a = 0, & \text{il est faux que "x est F"}. \end{cases} \quad (1.16)$$

- ❖ **Symbolique \Rightarrow Numérique (Défuzzification)** : Il s'agit ici d'exprimer une connaissance vague, par le biais d'un terme linguistique, sur une échelle numérique. $\mu_F(x)$ représente alors la distribution de possibilité attachée à la variable x , $\mu_F(x_0)$ représente alors le degré de possibilité de "x est x_0 " :

$$\mu_F(x_0) = a \begin{cases} a = 1, & \text{il est possible que } x \text{ soit } x_0; \\ a = 0, & \text{il est impossible que } x \text{ soit } x_0. \end{cases} \quad (1.17)$$

L'aspect graduel de la possibilité s'interprétant de la manière suivante : si $\mu_F(x_0) > \mu_F(x_1)$, alors la valeur x_0 est préférée à x_1 .

1.2.2.2 Règles floues

Les règles floues, appelées aussi règles d'inférence, sont de la forme "Si prémisses Alors conclusions". Elles sont très proches du langage naturel. Nous avons, e.g.

Si la vitesse est grande **et** le sol est sec **alors** le freinage est puissant ;

Plus généralement, un système d'inférence floue est composé de N règles floues de type :

$$R_i : \text{Si } x_1 \in X_1^i \text{ et } \dots \text{ et } x_n \in X_n^i \text{ alors } y \text{ est } Y^i$$

avec :

- “Si $x_1 \in X_1^i$ et ... et $x_n \in X_n^i$ ” la partie prémisse de la règle i ;
- “ y est Y^i ” la conclusion (conséquence) associée ;
- X_j^i une caractéristique floue de la variable x_j dont la fonction d'appartenance est notée $\mu_{X_j^i}$.

Les prémisses et les conclusions constituent des propositions floues exprimées par “ x est X ” ou par une conjonction ou disjonction de prédicats de cette forme. Un système d'inférence flou est alors une collection de relations entre propositions floues, ayant comme particularité la déduction de conclusions même quand les prédicats en prémisse ne sont qu'en partie satisfaits. La règle d'inférence utilisée en logique floue est la généralisation du Modus Ponens (MP) qui prend en considération l'aspect graduel inhérent aux ensembles flous :

Règle floue R_i : si x est X^i alors y est Y^i

$$\mu_{X^i} \quad \mu_{Y^i}$$

Fait observé : x est X^i

$$\mu_{X^i}$$

Conclusion conduite : y est Y^i

$$\mu_{Y^i}$$

La conclusion de chaque règle i est obtenue en déterminant la fonction d'appartenance μ_{Y^i} .

Ce calcul est réalisé à partir de la règle R_i et de μ_{X^i} .

La conclusion finale est formée par l'agrégation des conclusions de chaque règle. Pour le calcul de cette conclusion, quatre étapes sont nécessaires :

1. calcul des propositions,
2. calcul des relations,
3. compositions des règles avec les faits observés, et
4. agrégations des conclusions des règles.

Une cinquième opération appelée la défuzzication est indispensable, si le résultat souhaité est non flou.

1.2.2.2.1 Calcul des propositions floues

Le calcul d'une proposition floue consiste à déterminer sa fonction caractéristique μ_p . Lorsque la proposition est composée de conjonctions ou de disjonctions de plusieurs prédicats, il est indispensable de définir les opérateurs correspondants. Nous notons trois implémentations principales pour ces opérateurs logiques.

Soient X_1^i et X_2^i deux termes flous opérant sur les univers de discours X_1 et X_2 et qui composent la proposition P :

- ❖ la conjonction : $P = "x_1 \text{ est } X_1^i \text{ ET } x_2 \text{ est } X_2^i"$ est définie par $\forall x_1 \in X_1, \text{ et } x_2 \in X_2$:

$$\mu_p = \text{ET}(X_1^i, X_2^i) = \begin{cases} \min(\mu_{X_1^i}(x_1), \mu_{X_2^i}(x_2)), & \text{Mamdani,} \\ \mu_{X_1^i}(x_1) \times \mu_{X_2^i}(x_2), & \text{Larsen,} \\ \max(0, \mu_{X_1^i}(x_1) + \mu_{X_2^i}(x_2) - 1), & \text{Lukasiewicz;} \end{cases} \quad (1.18)$$

- ❖ la disjonction : $P = "x_1 \text{ est } X_1^i \text{ OU } x_2 \text{ est } X_2^i"$ est définie par $\forall x_1 \in X_1, \text{ et } \forall x_2 \in X_2$:

$$\mu_p = \text{OU}(X_1^i, X_2^i) = \begin{cases} \max(\mu_{X_1^i}(x_1), \mu_{X_2^i}(x_2)), & \text{Mamdani,} \\ \mu_{X_1^i}(x_1) + \mu_{X_2^i}(x_2) - (\mu_{X_1^i}(x_1) \cdot \mu_{X_2^i}(x_2)), & \text{Larsen,} \\ \min(1, \mu_{X_1^i}(x_1) + \mu_{X_2^i}(x_2)) & \text{Lukasiewicz.} \end{cases} \quad (1.19)$$

Après le calcul de toutes les propositions floues, l'étape suivante consiste à calculer la contribution de chaque règle afin de pouvoir, dans un troisième temps, composer la proposition correspondante aux faits observés avec chaque règle.

1.2.2.2.2 Calcul des relations

Une règle floue R définit une relation entre X et Y . Cette relation constitue une distribution conditionnelle qui associe à chaque $x \in X$ l'ensemble flou $R(x)$ des images

possibles de x dans Y et est caractérisée par sa fonction d'appartenance $\mu_{R(x,y)}$. Elle peut être modélisée selon trois classes de fonctions d'implication [JOU97] :

$$\mu_{R(x,y)} = I(\mu_X(x), \mu_Y(y)) \text{ avec } I : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1] \quad ; \quad (1.20)$$

- ❖ **S-implication** : $I_S(u, v) = S(n(u), v)$ où S est une T-conorme et n une fonction de négation définie sur $[0,1]$ ($n(u) = 1 - u$ par exemple). Nous pouvons citer trois exemples pour une telle implication :

$$I_S(u, v) = \begin{cases} \min(1, 1 - u + v), & \text{Lukasiewicz,} \\ \max(1 - u, v), & \text{Kleen - Dienes,} \\ 1 - u + uv, & \text{Reinchenbach.} \end{cases} \quad (1.21)$$

- ❖ **R-implication**: Ces implications proviennent du formalisme de la logique intuitionniste. Nous notons par exemple :

$$I_R(u, v) = \begin{cases} \min(1, 1 - u + v), & \text{Lukasiewicz,} \\ 1 \text{ si } u \leq v \text{ et } u \text{ sinon} & \text{Godel - Brouwer,} \\ 1 \text{ si } u \leq v \text{ et } u/v \text{ sinon} & \text{Menger - Goguen.} \end{cases} \quad (1.22)$$

- ❖ **Implication T-norme** : Bien que ce modèle ne vérifie pas toutes les propriétés de l'implication, il est possible de l'utiliser tout en prenant garde au choix de l'opérateur d'agrégation (paragraphe 1.2.2.2.4):

$$I_T(u, v) = \begin{cases} \min(u, v), & \text{Mamdani,} \\ u \times v, & \text{Menger - Goguen.} \end{cases} \quad (1.23)$$

1.2.2.2.3 Inférence floue

L'inférence floue permet de combiner la connaissance que nous avons de la règle R , par exemple $\mu_R(x, y), \forall x \in X, \forall y \in Y$, avec la donnée concernant la variable x . Cette composition définie par le MPG (Modus Ponens Généralisé, cf. paragraphe 1.2.2.2) est la règle compositionnelle d'inférence sup-T, où T est la norme triangulaire. La fonction d'appartenance ainsi inférée est donnée par :

$$\forall y \in Y, \mu_{Y^i}(y) = \sup_{x \in X} T(\mu_{X^i}(x), \mu_R(x, y)). \quad (1.24)$$

La norme triangulaire doit être choisie de telle sorte que le MPG soit compatible avec le Modus Ponens classique i.e. $\mu_{Y^i} = \mu_{Y^i}$ si $\mu_{X^i} = \mu_{X^i}$. Trois opérateurs sont classiquement choisis :

$$T(u, v) = \begin{cases} \max(u + v - 1, 0); \\ \min(u, v) \\ u \cdot v \end{cases} \quad (1.25)$$

Après avoir déduit les conclusions des règles du système d'inférence floue, l'étape suivante consiste à les agréger pour calculer la fonction d'appartenance finale.

1.2.2.2.4 Agrégation des règles

Après le calcul des conclusions intermédiaires fournies par chaque règle de la base du système d'inférence floue, la conclusion finale est le résultat de la combinaison de toutes ces conséquences locales. Elle peut être effectuée de trois manières :

1- Par intersection : l'ensemble flou final Y' est défini comme étant l'intersection de tous les ensembles inférés, soit :

$$\forall y \in Y, \mu_{Y'}(y) = T(\mu_{Y^1}(y), \dots, \mu_{Y^N}(y)), \quad (1.26)$$

où T est généralement la T-norme min. Cette méthode ne peut pas être appliquée conjointement avec les implications T-norme (cf. paragraphe 1.2.2.2.2).

2- Par union : l'ensemble flou final Y' est issu de l'union des ensembles flous locaux, soit :

$$\forall y \in Y, \mu_{Y'}(y) = \perp (\mu_{Y^1}(y), \dots, \mu_{Y^N}(y)), \quad (1.27)$$

où \perp est généralement la T-conorme max.

Cette implémentation est particulièrement adaptée au choix des implications T-norme (paragraphe 1.2.2.2.2).

3- Par certaines méthodes de défuzzification [JOU97], ou par le calcul du barycentre des conclusions inférées (quand celles-ci sont de nature précise, comme dans le cas du système flou de Takagi-Sugeno, cf. paragraphe 1.2.3.2).

1.2.2.2.5 Défuzzification

Le résultat de l'agrégation est généralement un ensemble flou. Or, si l'on désire une sortie non floue, il faut transformer cette partie floue issue de l'inférence en une valeur physique. Cette opération est appelée défuzzification. Plusieurs stratégies de défuzzification existent. Les plus répandues sont :

- la méthode du centre de gravité,
- la méthode du maximum,
- la méthode de la hauteur, et
- la méthode de l'aire, ...etc.

1.2.3 Différents types de modèle

Un modèle flou (système flou) est une représentation du comportement du système par les ensembles flous. Il peut remplacer un système d'équations différentielles ou une fonction non linéaire analytique utilisés dans la modélisation classique. D'un point de vue structurel, les modèles flous peuvent être classés en deux classes essentielles :

- les modèles linguistiques (les modèles de Mamdani),
- les modèles à conséquences fonctionnelles (les modèles de Takagi-Sugeno (TS)).

1.2.3.1 Modèles de Mamdani (linguistiques)

Le système flou de Mamdani se caractérise par le choix de l'opérateur min, que cela soit pour la conjonction dans le calcul des propositions ou pour l'implication T-norme (cf. paragraphe 1.2.2.2.2).

Soit un système flou de Mamdani d'une base de N règles et n variables linguistiques. Les règles correspondantes sont de cette forme :

$$\text{Si } x_1 \text{ est } X_1^i \text{ et } \dots \text{ et } x_n \text{ est } X_n^i, \text{ alors } y = B^i \text{ ou } i = 1, \dots, N \quad (1.28)$$

où B_i est un sous-ensemble flou. En général, les B_i forment une partition de l'espace de sortie.

En utilisant le minimum comme opérateur de conjonction et d'implication, l'inférence floue correspond aux étapes suivantes :

1- calcul du degré d'appartenance de chaque entrée aux différents sous-ensembles, $\mu_{x_j^i}$, pour $j = 1, \dots, n$ et $i = 1, \dots, N$.

2- calcul de la valeur d'activation de chaque règle, pour $i = 1, \dots, N$:

$$\alpha_i(x) = \min_j(\mu_{x_j^i}(x_j)), \quad j = 1, \dots, n ; \quad (1.29)$$

3- calcul de la contribution de chaque règle, pour $i = 1, \dots, N$:

$$\mu_i(y) = \min(\alpha_i(x), \mu_{B^i}(y)) ; \quad (1.30)$$

4-agrégation des règles :

$$\mu(y) = \max_i(\mu_i(y)) ; \quad (1.31)$$

Le résultat de l'agrégation est donc un ensemble flou caractérisé par sa fonction d'appartenance. Pour l'obtention d'une conclusion de nature précise y_0 à partir d'un ensemble flou résultant de l'agrégation, il faut *défuzzifier*. La méthode du centre de gravité donne alors :

$$y_0 = \frac{\int x\mu(x)dx}{\int \mu(x)dx} ; \quad (1.32)$$

En discrétisant l'espace de sortie, la formule précédente devient :

$$y_0 = \frac{\sum_k x_k \mu(x_k)}{\sum_k \mu(x_k)} ; \quad (1.33)$$

Cette implémentation est parfois appelée *min-max*, *barycentre*, du nom des opérateurs utilisés dans le calcul de la contribution de chaque règle, l'agrégation et la défuzzification. Il existe plusieurs variantes de la méthode de Mamdani. On trouve aussi, par exemple, des variantes de type:

- min-produit, barycentre,
- Produit-somme, barycentre.

D'autres portent sur les méthodes de défuzzification : méthode des maxima ou des hauteurs. Il faut noter que beaucoup de méthodes d'optimisation ou d'adaptation des paramètres actuelles, en particulier celles qui exigent la dérivabilité du système flou, rendent caduques ces différentes variantes ou au moins en réduisant leur importance.

Ces modèles flous ont les avantages suivants [NAK97, BAB95] :

- ❖ Les prémisses et les conclusions des règles sont de nature entièrement linguistique. Ceci les rend facilement compréhensibles, et donne une interprétation sémantique claire au modèle.
- ❖ Il est tout à fait possible de combiner les règles identifiées à partir des données numériques par une méthode d'apprentissage, avec des règles formulées par un expert.
- ❖ L'interpolation dépend de la forme des fonctions d'appartenance, des opérateurs d'inférence et de la méthode de défuzzification. Elle peut être améliorée par un choix adéquat de ces éléments. Donc, l'interpolation dans ces modèles peut être quantifiée et contrôlée.

Malgré ses avantages, ce type de modèle flou (système flou) a les limitations suivantes [NAK97, BAB95] :

- ❖ Leur nature non structurée se traduit par une capacité de représentation limitée. En d'autres termes un grand nombre de règles est souvent nécessaire pour approcher le comportement global d'un système. Par conséquent, le nombre de paramètres à identifier est élevé.
- ❖ Le grand nombre de paramètres exige une base d'information importante et complète (dans le cas de l'apprentissage hors-ligne) pour déterminer tous les paramètres.

1.2.3.2 Modèles de TS

Les modèles linguistiques ne permettent pas d'intégrer directement des connaissances objectives sur le système qui ne sont pas exprimées par des ensembles flous. Ainsi, des connaissances exprimées sous forme analytique décrivant la structure physique du système, par exemple les équations de conservation d'énergie ou du bilan de masses ne peuvent pas être prises en compte directement. Sugeno et ses collaborateurs [TAK85], [SUG86] ont proposé une classe de modèles permettant de représenter ce type d'information. Les modèles de cette classe sont appelés *les modèles de Takagi-Sugeno (TS)*.

La base de N règles pour un vecteur d'entrée x de dimension n est de la forme :

$$\text{Si } x_1 \text{ est } X_1^i \text{ et } \dots \text{ et } x_n \text{ est } X_n^i \text{ alors } y^i = F_i(x), \quad i = 1, \dots, N \quad (1.34)$$

où $F_i(x)$ peut être une fonction analytique non linéaire quelconque.

Si $F_i(x)$ est une fonction linéaire, dans ce cas le modèle est de type TS d'ordre 1 (TS1) :

$$F_i(x) = \sum_{j=1}^n a_j^i x_j + b^i \quad (1.35)$$

Lorsque $F_i(x) = b^i$ le modèle est de type TS d'ordre zéro (TS0).

Chacune des règles représente un modèle local sur une région floue d'entrée ou sur un sous-espace d'entrée. Dans chaque région, le modèle flou est défini par la fonction F_i qui relie les entrées à la sortie numérique. Le modèle global est constitué par interpolation des modèles locaux (Figure 1.10).

L'inférence floue, dans ce modèle, est composée de trois étapes :

1- calcul des degrés d'activation de chaque règle avec l'opération de conjonction implémentée par le produit :

$$w_i(x) = \prod_{j=1}^n \mu_{x_j^i}(x_j), \quad (i=1, \dots, N) ; \quad (1.36)$$

2- calcul des sorties individuelles : la sortie de chaque règle i est donnée par sa conséquence, c'est à dire :

$$y^i = F_i(x) ; \quad (1.37)$$

3- agrégation des sorties individuelles : la valeur finale de la sortie résultante de l'ensemble des règles est donnée par la moyenne des sorties individuelles pondérées par le degré d'activation des règles, soit :

$$y = \frac{\sum_{i=1}^N w_i(x) \cdot F_i(x)}{\sum_{i=1}^N w_i(x)} \quad (1.38)$$

L'expression (1.38) peut être reformulée comme suit

$$y = \sum_{i=1}^N v_i \cdot F_i(x) \quad (1.39)$$

où $v_i = \frac{w_i}{\sum_{i=1}^N w_i}$. Notons que $\sum_{i=1}^N v_i = 1$.

Les avantages intrinsèques au système flou de TS1 sont les suivants [NAK97, BAB95] :

- ❖ Ils permettent de décrire des situations où la structure physique du système est bien connue, par exemple, une fonction linéaire exprimant la relation entrée-sortie.
- ❖ Ils permettent d'approcher le comportement d'un système complexe par une collection des modèles locaux linéaires.

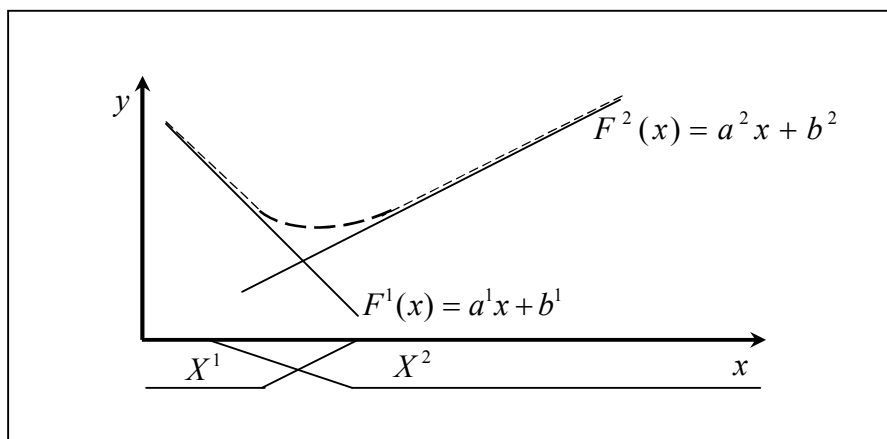


Figure 1.10 : *Interprétation dans un système de TS1.*

- ❖ Les modèles TS ont une capacité de représentation importante. Le nombre de règles nécessaires pour approcher un système à certain degré de précision est généralement plus faible que dans le cas des modèles linguistique. L'identification du modèle à partir de données (dans le cas hors ligne) est facile et nécessite moins de données que pour les modèles linguistiques.
- ❖ La relation (1.38) relie directement la variable de sortie aux variables d'entrée. Ceci permet une application facile des techniques d'optimisation et d'adaptation pour identifier les différents paramètres du modèle.

Toutefois, ces modèles ont aussi des inconvénients :

- ❖ De part la nature fonctionnelle des conclusions, les règles n'ont pas de signification sémantique claire comme dans le cas des modèles linguistiques.
- ❖ L'interpolation entre les modèles locaux peut engendrer une erreur importante qui réduit la précision globale du modèle.
- ❖ L'intégration de la connaissance humaine formulée par des règles linguistiques n'est pas aisée.

Tout au long de cette thèse, comme la majorité des travaux relatifs à la commande adaptative floue, c'est le système flou de TS0 qui sera utilisé pour estimer la commande idéale ou les fonctions non linéaires inconnues.

En introduisant la notion des fonctions floues de base [WAN94], la sortie du système flou de TS0 peut être écrite comme suit :

$$y(x) = \theta^T \psi(x) \quad (1.40)$$

avec $\theta = [b^1, \dots, b^N]^T$ est le vecteur des paramètres de la partie conclusion, et $\psi(x) = [v_1(x), \dots, v_N(x)]^T$ est le vecteur des fonctions floues de base, dont chacune des composantes est donnée par :

$$v_i = \frac{w_i(x)}{\sum_{i=1}^N w_i(x)} \quad (1.41)$$

Il est important de noter que si nous choisissons une partition floue forte pour les variables d'entrée, le vecteur des fonctions floues de base se réduit à $v_i = w_i(x)$. Dans le cas où la partition floue forte n'est pas choisie, nous devons assurer tout le temps que $\sum_{i=1}^N w_i(x) \neq 0$, i.e. que le système flou est toujours bien défini.

1.2.4 Théorème des approximateurs universels

Deux raisons principales amènent à incorporer les systèmes flous dans un contrôleur adaptatif :

- Ils ont la propriété d'approximation universelle,
- La possibilité d'intégrer dans les contrôleurs des informations linguistiques ou mathématiques disponibles issues d'une expertise.

Dans la littérature floue, on dispose d'un nombre important de travaux montrant que les systèmes flous sont bien des approximateurs universels [BUC92, BUC93, WAN92, CAS95].

Dans [WAN92], Wang a montré que les systèmes flous sont des approximateurs universels s'ils respectent certains critères. Il voit son résultat comme un théorème d'existence d'un système flou optimal pour une large variété d'applications. Buckley de son côté [BUC92, BUC93] a démontré qu'une classe de systèmes flous (les modèles de Takagi-Sugeno) sont des approximateurs universels et des contrôleurs universels. Le mot "*approximateur universel*" dans les travaux de Buckley a la même signification que dans les travaux de Wang. Buckley a

écrit “pour un procédé donné, si on peut le commander par un contrôleur classique on peut également le commander par un contrôleur de Takagi-Sugeno”.

Les algorithmes de commande floue proposés dans cette thèse sont basés sur le théorème suivant dit *théorème d’approximateurs universels*.

Théorème 1.1 : *Soit $f(x)$ une fonction non linéaire continue définie sur un ensemble compact Ω_x , et pour toute constante positive ε , il existe un système flou $y(x)$ de la forme (1.40) tel que :*

$$\text{Sup}_{x \in \Omega_x} |f(x) - \theta^T \psi(x)| < \varepsilon \quad (1.42)$$

La démonstration de ce théorème est donnée dans [WAN94].

Dans cette thèse, nous supposons que la structure du système flou et les fonctions floues de base sont convenablement spécifiées à priori par l’utilisateur. Cela signifie que la décision de l’utilisateur est nécessaire pour déterminer la structure du système flou à savoir : les entrées pertinentes, le nombre de fonctions d’appartenance pour chaque entrée, les paramètres des fonctions d’appartenance et le nombre de règles. Quant aux paramètres des conclusions, i.e. θ , ils seront déterminés en ligne via un algorithme adéquat d’adaptation.

1.3 Rappel sur la stabilité

Les définitions et les résultats donnés dans cette section sont particulièrement utiles dans l’analyse des schémas de commande adaptative.

1.3.1 Définitions et Stabilité de Lyapunov

La notion de stabilité d’un système dynamique caractérise le comportement de ses trajectoires autour des points d’équilibre. L’analyse de la stabilité d’un système dynamique permet donc d’étudier l’évolution de sa trajectoire d’état lorsque l’état initial est proche d’un point d’équilibre. La stabilité au sens de Lyapunov est une théorie générale valable pour toute équation différentielle. Cette notion signifie que la solution d’une équation différentielle initialisée au voisinage d’un point d’équilibre en reste suffisamment proche.

Considérons la classe des systèmes non linéaires décrits par l’équation dynamique [ZEM07] :

$$\dot{x} = f(x, t), \quad x(t_0) = x_0 \quad (1.43)$$

où $x \in R^n$ et $f : R^n \times R^+ \rightarrow R^n$ continue. On désigne par x_e un point d'équilibre de (1.43), tel que $f(x_e, t) = 0$, $\forall t \geq t_0$, et par $x(t, t_0, x_0)$ la solution à l'instant $t \geq t_0$ du système (1.43) initialisée en x_0 à l'instant t_0 .

Nous supposons que le système (1.43) possède un unique point d'équilibre $x_e = 0$. Ceci nous mène à présenter les définitions de la stabilité du système (1.43) autour de l'origine.

Définition 1.1 (Stabilité): L'origine est un point d'équilibre stable au sens de Lyapunov pour (1.43) si $\forall \varepsilon > 0$, $\forall t_0 \geq 0$, il existe un scalaire positif $\delta(\varepsilon, t_0)$ tel que :

$$\|x_0\| \leq \delta(\varepsilon, t_0) \Rightarrow \|x(t, t_0, x_0)\| \leq \varepsilon, \forall t \geq t_0.$$

On dit que l'origine est instable dans le cas contraire.

Définition 1.2 (Stabilité uniforme) : L'origine est un point d'équilibre uniformément stable pour (1.43) si $\forall \varepsilon > 0$, il existe un scalaire positif $\delta(\varepsilon)$ tel que :

$$\|x_0\| \leq \delta(\varepsilon) \Rightarrow \|x(t, t_0, x_0)\| \leq \varepsilon, \forall t \geq t_0.$$

Définition 1.3 (Stabilité UUB) : Les solutions de $\dot{x} = f(x, t)$ sont dites *uniformément ultiment bornées* (Uniformly Ultimately Bounded **UUB**) s'il existe des constantes b et c telles que, pour tout $\alpha \in [0, c]$, il existe un temps positif $T = T(\alpha)$ (indépendant de t_0) tel que, pour tout $x_0 \in B_\alpha$ et $\forall t_0 \geq 0$, on a :

$$\|x_0\| \leq \alpha \Rightarrow \|x(t, t_0, x_0)\| \leq b, \quad \forall t \geq t_0 + T$$

Lorsque ceci est vrai pour toute constante positive α , les solutions sont dites *globalement uniformément ultiment bornées*.

Définition 1.4 (Attractivité) : L'origine est un point d'équilibre attractif pour (1.43) si $\forall \varepsilon > 0$, il existe un scalaire positif $\delta(t_0)$ tel que :

$$\|x_0\| \leq \delta(t_0) \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t, t_0, x_0) = 0, \quad \forall t \geq t_0.$$

Lorsque $\delta(t_0) = +\infty$, on dit que l'origine est globalement attractive.

Définition 1.5 (Stabilité asymptotique) : L'origine est un point d'équilibre asymptotiquement (respectivement globalement asymptotiquement) stable pour (1.43) s'il est stable et attractif (respectivement globalement attractif).

Définition 1.6 (Stabilité exponentielle) : L'origine est un point d'équilibre localement exponentiellement stable pour (1.43) s'il existe deux constantes strictement positives α et β telles que :

$$\|x(t, t_0, x_0)\| \leq \alpha e^{-\beta(t-t_0)}, \quad \forall t \geq t_0, \quad \forall x_0 \in B_r,$$

Lorsque $B_r = R^n$, on dit que l'origine est globalement exponentiellement stable.

Notons que l'utilisation des définitions précédentes, pour démontrer la stabilité de (1.43) autour de son point d'équilibre, exige la résolution explicite de l'équation différentielle (1.43), ce qui est souvent très difficile voir impossible dans la plupart des cas. De ce fait, la méthode directe de Lyapunov permet de contourner cet obstacle. Cette méthode consiste à définir une fonction particulière dont l'existence garantit la stabilité.

1.3.2 Méthode directe de Lyapunov

La méthode directe de Lyapunov permet d'analyser la stabilité d'un système autour de son point d'équilibre sans le résoudre explicitement [SLO91]. L'existence d'une fonction particulière fournit des informations sur la stabilité du système.

Définition 1.7 : Soit $V(x, t) : R^n \times R^+ \rightarrow R^+$ une fonction continue. V est dite *propre définie positive* si :

1. $\forall t \in R^+, \forall x \in R^n, x \neq 0, V(x, t) > 0$;
2. $\forall t \in R^+, V(x, t) = 0 \Rightarrow x = 0$;
3. $\forall t \in R^+, \lim_{\|x\| \rightarrow \infty} V(x, t) = \infty$.

Définition 1.8 (Fonction de Lyapunov) : Une fonction $V(x, t)$ de classe C^1 est une fonction de Lyapunov locale (respectivement globale) au sens large pour le système (1.43) si elle est propre définie positive et s'il existe un voisinage de l'origine v_0 tel que $x \in v_0$ (respectivement $x \in R^n$) [ZEM07] :

$$\dot{V}(x,t) = \frac{\partial V(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} f(x(t)) \leq 0$$

Si $\dot{V}(x,t) \leq 0$, alors $V(x,t)$ est appelée fonction de Lyapunov au sens strict pour (1.43).

Définition 1.9 (Méthode directe de Lyapunov) : Si le système (1.43) admet une fonction de Lyapunov locale au sens large (respectivement au sens strict) alors l'origine est un point d'équilibre localement stable (respectivement asymptotiquement stable).

Ce résultat peut être validé globalement $\forall x \in R^n$.

Définition 1.10 (Stabilité exponentielle) : L'origine de (1.43) est localement exponentiellement stable s'il existe des constantes $\alpha, \beta, \gamma > 0$, $p \geq 0$ et une fonction $V(x,t) : v_0 \times R^+ \rightarrow R^+$ de classe C^1 telles que, $\forall x \in v_0$:

1. $\alpha \|x\|^p \leq V(x,t) \leq \beta \|x\|^p$;
2. $\dot{V}(x,t) \leq -\gamma V(x,t)$.

Si $v_0 = R^n$, alors l'origine de (1.43) est globalement exponentiellement stable.

Remarque 1.1 : En choisissant la fonction de Lyapunov quadratique $V(x,t) = x^T P x$, $P = P^T > 0$, le système linéaire : $\dot{x}(t) = Ax(t)$ est globalement exponentiellement stable à l'origine si et seulement si P est la solution de l'équation $A^T P + PA = -Q$, pour une matrice Q symétrique et définie positive.

1.3.3 Stabilité Entrée-Sortie

Un des articles considérés comme fondateurs de la stabilité entrée-sortie est celui qu'a écrit Georges Zames [ZAM66], même si d'autres travaux antérieurs méritent d'être mis en rapport avec celui-ci (voir à ce propos [BON63, SAN64]).

La philosophie de ce concept de stabilité consiste à regarder, à l'instar de certaines techniques de l'automatique linéaire, un système comme une boîte noire munie d'entrées et de sorties, sans se préoccuper de savoir ce qui se passe à l'intérieur. Comme l'approche est essentiellement de type transfert, les systèmes considérés seront décrits par l'équation [JOU02] :

$$y = H u \tag{1.44}$$

où $u(t)$ et $y(t)$ représentent respectivement l'entrée et la sortie du système H . Pour tenir compte de l'état initial x_0 du système, on trouve aussi la notation H_{x_0} . Ces signaux sont décrits comme appartenant aux espaces L_p qui sont définis par la norme du même nom notée $\|\bullet\|_{L_p}$ dont l'expression est donnée par

$$\|u\|_{L_p} = \left(\int_0^\infty \|u(t)\|^p \right)^{\frac{1}{p}} < \infty \quad (1.45)$$

où $\|\bullet\|$ est la norme euclidienne. L'espace des fonctions de carré intégrable, aussi appelé d'énergie finie, fait bien entendu partie des espaces L_p où $p=2$. Comme les signaux d'amplitude constante sont très communs dans la commande des systèmes, notamment pour des consignes, et qu'ils ne sont pas d'énergie finie, on a recours aux espaces L_2 étendus notés L_{2e} qui sont tels que si la troncature temporelle et causale d'un signal $u(t)$ appartient à L_2 , alors le signal $u(t)$ appartient lui-même à L_{2e} . Formellement, on écrit

$$L_{2e} = \{u \mid u_\tau \in L_2, \forall \tau \geq 0\} \quad (1.46)$$

Si le signal u_τ est de dimension 2 et qu'il appartient à L_2 , alors on note

$$u(t) \in L_{2e}^2 \quad (1.47)$$

Dès lors le système H est considéré comme un opérateur causal non linéaire (e.g. $H : L_{2e} \rightarrow L_{2e}$ pour un système mono-entrée mono-sortie (single input single output (SISO))).

Un système est dit stable au sens entrée-sortie si à une entrée bornée correspond une sortie bornée. Une des manières de formaliser ceci consiste à définir une forme de stabilité entrée-sortie en rapport avec le gain fini du système [JOU02] :

Définition 1.11 : Un système H_{x_0} est dit stable au sens gain-fini s'il existe 2 nombres positifs β et γ tels que :

$$\|H_{x_0} u\|_{L_{2e}} \leq \beta \|u\|_{L_{2e}} + \gamma \quad (1.48)$$

Quel que soit $u(t) \in L_{2e}$.

Le rôle du terme γ est de prendre en compte la valeur initiale x_0 tandis que β est appelé gain du système.

Notons que si l'on remplace L_{2e} par L_∞ , cette stabilité devient *une stabilité BIBO (bounded-input bounded-output)*.

1.3.4 Stabilité Entrée-Etat (ISS)

Les définitions suivantes sont nécessaires pour donner par la suite la définition de la stabilité au sens entrée-état [JOU02].

Définition 1.12 Une fonction continue $\alpha(r)$ où r appartient à l'intervalle $[0, a[\subset \mathbb{R}$ est dite de classe K si elle est strictement croissante et si $\alpha(0) = 0$. Elle appartient à la classe K_∞ si $a = \infty$ et si $\alpha(r)$ tend vers l'infini quand r tend vers l'infini.

Définition 1.13 Une fonction continue $\beta(r, t)$ est dite de classe KL si pour tout t_0 fixé $\beta(r, t_0) \in K$, et si pour tout r_0 fixé, $\beta(r_0, t)$ est décroissante et que $\beta(r_0, t)$ tend vers 0 quand t tend vers l'infini.

En 1989, Sontag a proposé le concept de la stabilité entrée-état (Input-to-State Stability ISS) pour prendre en compte le fait des entrées sur les états du système [SON89]. Les systèmes d'équations différentielles considérés ne contiennent pas d'équation de sortie et prennent la forme suivante [JOU02] :

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (1.49)$$

où

$$f(0, 0, t) = 0, \quad \forall t \geq 0 \quad (1.50)$$

Définition 1.14 : Le système d'équations $\dot{x} = f(x, u, t)$ est stable au sens entrée-état (ISS) par rapport à l'entrée u s'il existe une fonction β de classe KL et une fonction γ de classe K telles que, pour tout vecteur initial x_0 et pour toute entrée u continue et bornée à tout instant, la solution du système existe et vérifie la condition

$$\|x\| \leq \beta(\|x_0\|, t) + \gamma\left(\sup_{0 \leq \tau \leq t} \|u(\tau)\|\right) \quad (1.51)$$

Par rapport à la stabilité asymptotique traditionnelle, la contrainte liée à la propriété ISS est plus forte puisqu'il s'agit de garantir que l'état reste borné si l'entrée est bornée, ce qui est loin d'être évident pour les systèmes non linéaires en général. Une autre propriété intéressante est que la convergence asymptotique du signal d'entrée u vers 0 implique la convergence asymptotique vers x de 0.

1.3.5 Lemme de Barbalat

Le lemme suivant sera utilisé intensivement à travers cette thèse, afin de démontrer la convergence de l'erreur de poursuite vers zéro.

Lemme 1.1 : Si $f, \dot{f} \in L_\infty$, et $f \in L_p$, pour $p \in [1, \infty[$, alors $f \rightarrow 0$, quand $t \rightarrow \infty$.

Le résultat du lemme 1.1 est un cas spécial d'un résultat plus général donné par le lemme de Barbalat indiqué ci-dessous.

Lemme 1.2 : (Lemme de Barbalat, [KHA96]) : Si $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t f(\tau) d\tau$ existe et est finie, et $f(t)$ est une fonction uniformément continue, alors $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 0$.

1.4 Rappel sur les outils mathématiques utilisés

1.4.1 Théorème des fonctions implicites et de la valeur moyenne

Pour traiter les systèmes non affines en la commande, les deux théorèmes suivants seront employés dans cette thèse.

a) Théorème des fonctions implicites

Théorème 1.2 (Théorème des fonctions implicites): Soit $h : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ une fonction continuellement différentiable à chaque point (a, b) d'un ensemble ouvert $S_0 \subset \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m$. Soit (a_0, b_0) un point dans S_0 pour lequel $h(a_0, b_0) = 0$ et dont la matrice Jacobienne $[\partial h / \partial a](a_0, b_0)$ est non singulière. Alors, il existe des voisinages $U \subset \mathbb{R}^n$ de a_0 et $V \subset \mathbb{R}^m$ de b_0 tels que pour chaque $b \in V$ l'équation $h(a, b) = 0$ a une solution unique $a \in U$. De

plus, la solution peut être donnée comme $a = g(b)$ où g est continuellement différentiable à $b = b_0$.

b) Théorème de la valeur moyenne :

Si x et y deux points distingués dans R^n , donc le segment $L(x, y)$ joignant x à y est :

$$L(x, y) = \{z \mid z = x\lambda + (1 - \lambda)y, 0 < \lambda < 1\}$$

Théorème 1.3 (Théorème de la valeur moyenne) : Supposons que $f : R^n \rightarrow R$ soit une fonction continuellement différentiable à chaque point x de l'ensemble ouvert $S \subset R^n$. Soient x et y sont deux points de S tels que le segment $L(x, y) \subset S$. Alors, il existe un point

z du segment $L(x, y)$ tel que : $f(y) - f(x) = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=z} (y - x)$.

Notons que la démonstration de ces deux théorèmes peut être trouvée dans n'importe quel livre portant sur l'analyse mathématique, e.g. [APO59].

1.4.2 Fonction de Nussbaum

Pour estimer la direction de la commande (i.e. le signe de la matrice des gains de commande), la technique de Nussbaum sera utilisée dans les chapitres 4 et 5.

1.4.2.1 Exemple illustratif

Pour fixer les idées, considérons la classe des systèmes scalaires suivante [IIC99] :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= ax + bu, \\ y &= cx. \end{aligned} \tag{1.52}$$

avec $x(0) = x_0$, $a, b, c \in R$ sont inconnus, et la seule connaissance structurale est $cb \neq 0$.

Si nous supposons pour le moment que $cb \neq 0$ et $cb > 0$ (i.e. le signe du gain haute-fréquence est connu), nous pouvons concevoir la loi stabilisante suivante pour le système (1.52) :

$$u = -ky \tag{1.53}$$

$$\dot{k} = y^2 \tag{1.54}$$

Notons que la loi de commande (1.53) et (1.54) consiste en un retour de sortie avec une adaptation de gain monotoniquement non décroissante.

En appliquant la loi de commande (1.53)-(1.54) au système (1.52), le système en boucle fermée est :

$$\dot{x} = [a - kcb]x(t), \quad (1.55)$$

$$\dot{k} = c^2 x^2 \quad (1.56)$$

Aussi longtemps que l'équation (1.55) n'est pas exponentiellement stable, $|x|$ va augmenter, et donc $k(t)$ va augmenter aussi. Finalement, $k(t)$ devient tellement important que l'équation (1.55) est exponentiellement stable, et alors la décroissance exponentielle de $|x|$ assure également que $k(t)$ converge à une borne finie quand t tends vers l'infinie.

Morse, [MOR83], a soulevé la question si la connaissance du signe du gain haute-fréquence des systèmes SISO à minimum de phase est une information nécessaire pour réaliser la stabilisation. Pour l'exemple ci-dessus, cela signifie si l'on peut réaliser la stabilisation en connaissant seulement que $cb \neq 0$ (i.e. si nous ne connaissons pas le signe de cb). Si $cb < 0$, à partir de (1.55), il évident que la commande (1.53) ne peut pas stabiliser le système. Si le signe de cb est inconnu, nous pouvons le rechercher d'une manière adaptative. Ceci a été réalisé par Nussbaum, [NUS83], ayant proposé la modification de la loi de commande comme suit :

$$u = -k \cos(\sqrt{k})y \quad (1.57)$$

$$\dot{k}(t) = y^2 \quad (1.58)$$

Le contrôleur (1.57)-(1.58) trouve par lui même le signe correct de sorte que la commande (1.57) stabilise le système (1.52). La fonction $\cos(\sqrt{k})$ est responsable de la recherche du signe, et tandis que $k(t)$ est une fonction monotoniquement croissante, donc elle commute le signe. Si le signe est correct (i.e. signe de $\cos(\sqrt{k}) = \text{signe de } cb$) et le gain est suffisamment grand, donc $\dot{x} = [a - cbk \cos(\sqrt{k})]x(t)$ est exponentiellement stable et $|x|$ décroît exponentiellement vers zéro. Si la convergence est suffisamment rapide de sorte que $k(t) = k(0) + \int_0^t y^2(\tau) d\tau$ converge sans devenir si grand que $\cos(\sqrt{k})$ change encore de signe,

donc le système en boucle fermée reste stable. En fait, à ce stade, la racine carrée (\sqrt{k}) assure que la fonction $\cos(\sqrt{k})$ ne peut pas changer de signe.

Pour gagner également une compréhension plus profonde de la nature générale de cette approche de commande, nous allons établir la preuve de la stabilité. Observons que le système en boucle fermée se composant des équations (1.52), (1.57), et (1.58), satisfait.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{1}{2} y^2 = y\dot{y} &= [a - cbk \cos(\sqrt{k})] y^2 \\ &= [a - cbk \cos(\sqrt{k})] \dot{k} \end{aligned} \quad (1.59)$$

Et l'intégration de l'équation précédente et la substitution de $k(\tau)$ par μ donne ce qui suit,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} y(t)^2 - \frac{1}{2} y(0)^2 &= \int_0^t [a - cbk(\tau) \cos(\sqrt{k(\tau)})] \dot{k}(\tau) d\tau \\ &= \int_{k(0)}^{k(t)} [a - cb\mu \cos(\sqrt{\mu})] d\mu \\ &= [k(t) - k(0)] \times \left[a - \frac{cb}{k(t) - k(0)} \int_{k(0)}^{k(t)} \mu \cos(\sqrt{\mu}) d\mu \right] \end{aligned} \quad (1.60)$$

où $k(t) > k(0)$.

Cherchons une contradiction, supposons que $k(t)$ tend vers ∞ quand $t \rightarrow \infty$ (Notons que de l'équation (1.58), $t \rightarrow k(t)$ est monotoniquement non décroissant). Puisque

$$\frac{1}{k} \int_0^k \mu \cos(\sqrt{\mu}) d\mu = \frac{2}{k} \int_0^k \tau^3 \cos(\tau) d\tau \quad (1.61)$$

prend des grandes valeurs positives ou négatives quand $k \rightarrow \infty$, nous dérivons une contradiction à l'équation (1.60). Donc, $k(t)$ doit être borné. Cela est équivalent à $y \in L_2$. Puisque $k(t) \in L_\infty$, nous pouvons facilement démontrer en utilisant l'équation (1.60) que $y \in L_\infty$. Le fait que $y, k(t) \in L_\infty$, donc $u, \dot{y} \in L_\infty$. Finalement, puisque $y \in L_\infty \cap L_2$ et $\dot{y} \in L_\infty$, et en utilisant le théorème de Barbalat, il s'ensuit que $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$.

Remarque 1.2 : La propriété de l'équation (1.61), i.e. prendre arbitrairement des grandes valeurs positives et négatives quand $k \rightarrow \infty$, est vraiment très cruciale. Elle constitue la condition de base pour une fonction dite de Nussbaum.

1.4.2.2 Fonction de Nussbaum

La fonction $N(\zeta)$ est dite une *fonction de Nussbaum*, si elle a les propriétés utiles suivantes [NUS83, GE02b] :

- 1) $\limsup_{s \rightarrow +\infty} \frac{1}{s} \int_0^s N(\zeta) d\zeta = +\infty$
- 2) $\liminf_{s \rightarrow +\infty} \frac{1}{s} \int_0^s N(\zeta) d\zeta = -\infty$

Exemple: Les fonctions suivantes sont des *fonctions de Nussbaum* [NUS83, GE02b, ZHA07] :

$$N_1(\zeta) = \zeta^2 \cos(\zeta),$$

$$N_2(\zeta) = \zeta \cos(\sqrt{|\zeta|}),$$

$$N_3(\zeta) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\zeta\right) e^{\zeta^2},$$

$$N_4(\zeta) = \ln(\zeta + 1) \cos(\sqrt{\ln(\zeta + 1)}).$$

Bien évidemment, *le cosinus* dans les exemples ci-dessus peut être remplacé par *le sinus*. Il est très facile de montrer que $N_1(\zeta)$, $N_2(\zeta)$, $N_3(\zeta)$ et $N_4(\zeta)$ satisfont les deux propriétés précédentes.

Pour la clarté de l'exposé, c'est la fonction paire de Nussbaum $N(\zeta) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\zeta\right) e^{\zeta^2}$ qui sera employée dans cette thèse.

Par la suite, on aura besoin à ce lemme dans l'analyse de la stabilité.

Lemme 1.3 : [GE02b] Soient $V(\cdot)$ et $\zeta(\cdot)$ des fonctions continues définies sur $[0, t_f)$, avec $V(t) \geq 0$, $\forall t \in [0, t_f)$, et $N(\cdot)$ est une fonction paire de Nussbaum. Si l'inégalité suivante est valide :

$$V(t) \leq c_0 \pm \int_0^t (gN(\zeta) \pm 1) \dot{\zeta} d\tau, \quad \forall t \in [0, t_f), \quad (1.62)$$

où g est une constante différente de zéro et c_0 représente une certaine constante appropriée,

alors $V(t)$, $\zeta(t)$ et $\int_0^t (gN(\zeta) \pm 1) \dot{\zeta} d\tau$ doivent être bornés sur $[0, t_f)$.

Preuve du lemme 1.3 : Voir la démonstration dans [GE02b] (dans les pages 1417-1418).

1.4.3 Décomposition matricielle

Motivé par [COS03, ZHA04, CHE06, HSU07], nous utiliserons plus loin le lemme important suivant, dans la conception de la commande pour les systèmes MIMO.

Lemme 1.4 [COS03] : *N'importe quelle matrice réelle $K_p \in R^{P \times P}$ ayant des mineurs principaux différents de zéro peut être décomposée comme suit :*

$$K_p = SDT \quad (1.63)$$

où $S \in R^{P \times P}$ une matrice symétrique définie positive, $D \in R^{P \times P}$ est une matrice diagonale, et $T \in R^{P \times P}$ est une matrice triangulaire supérieure avec des uns sur la diagonale.

Preuve du lemme 1.4 [STR80, COS03] : Puisque les mineurs principaux de K_p sont différents de zéro, il existe une factorisation unique :

$$K_p = L_1 D_p L_2^T \quad (1.64)$$

où L_1 et L_2 sont des matrices triangulaire inférieures avec des uns sur la diagonale, et

$$D_p = \text{diag} \left\{ \Delta_1, \frac{\Delta_2}{\Delta_1}, \dots, \frac{\Delta_m}{\Delta_{m-1}} \right\} \quad (1.65)$$

où les Δ_i sont les mineurs principaux de K_p . En décomposant la matrice D_p comme suit :

$$D_p = D_+ D, \quad (1.66)$$

où D_+ est une matrice diagonale avec des entrées positives, nous pouvons réécrire (1.64)

comme $K_p = L_1 D_+ L_1^T L_1^{-T} D L_2^T$, de sorte que (1.63) soit satisfaite par :

$$S = L_1 D_+ L_1^T, \quad T = D^{-1} L_1^{-T} D L_2^T \quad (1.67)$$

Ceci termine la preuve de ce lemme. □

Exemple illustratif : pour illustrer les caractéristiques de chacun des facteurs S, D et T , nous considérons la matrice suivante :

$$K_p = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix},$$

La factorisation (1.64), dite LDU, donne

$$L_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ l_1 & 1 \end{bmatrix}, \quad D_p = \begin{bmatrix} \Delta_1 & 0 \\ 0 & \Delta_2 / \Delta_1 \end{bmatrix}, \quad L_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ l_2 & 1 \end{bmatrix},$$

où $l_1 = k_{21} / \Delta_1$ et $l_2 = k_{12} / \Delta_1$, et pour

$$D_+ = \begin{bmatrix} d_1^+ & 0 \\ 0 & d_2^+ \end{bmatrix},$$

Finalement, la décomposition *SDT* (1.63) donne $D = D_+^{-1} D_p$,

$$S = \begin{bmatrix} d_1^+ & d_1^+ l_1 \\ d_1^+ l_1 & d_2^+ + d_1^+ l_1^2 \end{bmatrix},$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & l_2 - \frac{d_1^+ l_1 \Delta_2}{d_2^+ \Delta_1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

Remarque 1.3 : Dans [MOR93], la matrice D est choisie diagonale avec des $+1$ ou -1 sur la diagonale. Cependant, la décomposition $K_p = SDT$ (1.63) n'est pas unique, puisque la matrice diagonale positive D_+ introduite dans (1.66) est un paramètre de choix libre.

1.5 Conclusion

Dans la section 1.2, nous nous sommes principalement intéressés à l'étude des notions de base de la logique floue et aux différents mécanismes et outils mathématiques nécessaires à la compréhension de cette logique.

D'un point de vue mathématique, un système flou définit une relation non linéaire d'un espace d'entrée vers un espace de sortie. Et d'un point de vue logique, un système flou est une machine de décision composée essentiellement de quatre parties : la fuzzification, la bases de règles, le système d'inférence et la défuzzification. Les systèmes flous se distinguent généralement selon la nature de la conclusion de leurs règles: symbolique (système floue de Mamdani) ou algébrique (système de TS). L'inférence dans les deux systèmes flous a été donnée en détails et une comparaison montrant les inconvénients et les avantages de chacun d'eux a été faite. Nous avons aussi montré que les systèmes flous en général ont la propriété d'approximation universelle. En fait, ils peuvent estimer n'importe quelle fonction non linéaire continue définie sur un ensemble compact.

Dans la section 1.3 et 1.4, un ensemble de définitions relatives à l'analyse de la stabilité, également des lemmes et des théorèmes très utiles pour la conception de la commande ont été rappelés.

Chapitre 2

Commande adaptative floue à base d'observateur des systèmes SISO non linéaires affines en la commande

2.1 Introduction

L'observation est un thème majeur de l'étude des systèmes linéaires et non linéaires. Il trouve sa justification dans le problème du contrôle. En effet, dans la littérature, la commande d'un système nécessite souvent la connaissance de l'état complet alors qu'en pratique la mesure de l'ensemble des variables est difficile. Ces limites proviennent de considérations technologiques, lorsqu'il est impossible de mesurer une donnée, économiques, lorsque la précision de la mesure d'un capteur est nécessaire, le prix devient souvent élevé, ou pratiques, lorsque les mesures fournies par le capteur sont trop bruitées, etc. De manière générale, on ne dispose que d'une partie de l'état, que l'on appelle la sortie. Notons que ici on confondra sorties mesurées et variables à commander. Il est souvent très difficile de commander un système en utilisant seulement ses sorties (qui sont mesurables). De plus, il est légitime de penser que plus on dispose d'information sur l'état d'un système, plus la construction d'une loi de commande sera aisée. Le problème de l'observation consiste à construire une estimation de l'état qui sera utilisée par le contrôleur pour calculer la nouvelle commande.

Les systèmes flous ont été appliqués avec succès pour beaucoup de problèmes de commande. Ils fournissent l'avantage d'être capables d'incorporer pendant la construction et l'apprentissage aussi bien des informations linguistiques que numériques. Il a démontré que les systèmes flous sont capables d'approximer n'importe quelle fonction continue sur un ensemble compact [BUC92, BUC93, WAN92, WAN94, CAS95]. Basés sur cette propriété

importante d'approximation universelle, plusieurs schémas de commande floue adaptative ont été proposés pour les systèmes non linéaires inconnus ou mal connus [WAN93, WAN94, SU94, SPO96, CHE96, GAZ00, CHA00, CHA01]. Leur stabilité a été démontrée à l'aide de la méthode de Lyapunov. Comparés aux schémas de commande adaptative conventionnelle, l'avantage principal des schémas de commande floue adaptative (ou encore les schémas de commande à base d'approximateurs universels en générale) est que la condition sur la paramétrisation linéaire des non-linéarités incertaines n'est plus exigée. La supposition clé dans ces schémas de commande floue est que la totalité de l'état est mesurable, i.e. les systèmes flous, utilisés pour estimer les non-linéarités du système (dans les versions indirectes) ou la commande idéale (dans les versions directes), sont des fonctions du vecteur d'état supposé être mesurable. Cependant, cette mesure complète de l'état est plus une exception qu'une règle dans la pratique. C'est pourquoi les contrôleurs à base d'observateurs (ou encore les contrôleurs avec retour de sortie) sont les plus usités dans la pratique.

Basés sur un observateur d'erreur ou d'état, des schémas de commande floue adaptative ont été développés dans [LEU99, LI03, WAN03a, GOL03, TON04a, HAM04, LEU05, TON05, WAN05]. *Ces schémas exigent la condition dite "strictly positive real" (SPR) sur la dynamique de l'erreur d'observation de sorte que le lemme de Meyer-Kalman-Yakubovich (MKY) puisse être employé dans l'analyse de la stabilité.* La dynamique originale d'erreur d'observation, qui n'est généralement pas SPR, est augmentée par un filtre passe-bas conçu pour satisfaire la condition SPR d'une fonction de transfert associée à cette dynamique, induisant de ce fait le filtrage du vecteur de régression (i.e. les fonctions floues de base) qui rend l'ordre de la dynamique du contrôleur/observateur très important. Il est important de noter que *ces schémas de commande n'ont pas été proprement conçus*. Les erreurs les plus significatives dans ces papiers ont été citées et commentées dans [BOU08b].

Un ensemble de contrôleurs adaptatifs flous à base d'observateur a été développé, pour une classe des systèmes non linéaires incertains, dans [TON02, TON03, PAR04, KUN05, PAR05b] *sans recourir à la condition SPR*. Dans [KUN05, PAR05b], l'erreur d'observation de sortie est filtrée et les variables d'état du filtre impliqué sont employées pour concevoir la loi d'adaptation aussi bien que le terme de commande robuste étant généralement employé pour traiter les erreurs d'approximation floue et les perturbations externes bornées. Cependant, dans ces contributions, on peut voir un genre de redondance qui mérite d'être

précisé. D'une part, un observateur est conçu pour évaluer les états du système qui sont utilisés comme des entrées pour les fonctions floues de base. D'autre part, une chaîne d'intégrateurs est employée pour estimer les états du filtre qui sont utilisés par la suite pour concevoir le terme de commande robuste et la loi d'adaptation. Cette chaîne d'intégrateurs est tout à fait semblable à un observateur. Dans [TON02, TON03], les auteurs ont développé des schémas de commande adaptative floue basés sur un observateur à grand-gain pour une classe de systèmes non linéaires. Bien que ces schémas de commande puissent assurer la stabilité du système en boucle fermée et un bon suivi de la trajectoire, cet observateur exhibe souvent pendant sa période transitoire **un phénomène de pic** dû à son gain élevé. Pour surmonter ce genre de problèmes, des solutions ont été proposées dans [SES00, GE03] et *la Remarque 2.3*.

Dans ce chapitre, à la différence des contributions ci-dessus, deux contrôleurs adaptatifs (direct et indirect) flous basés sur un observateur unifié sont conçus [BOU08b, BOU08a]. En effet, l'observateur d'erreur proposé dispose d'une fonction de conception définie par une condition qui est satisfaite par tous les observateurs inspirés du grand gain, à savoir l'observateur à grand gain et l'observateur à mode glissant ainsi que ses versions implantables. A notre connaissance, il n'y a aucune contribution dans la littérature qui porte sur la commande (floue ou neuronale) adaptative basée sur les observateurs à mode glissant.

Dans l'approche de commande adaptative directe [BOU08b], le système flou est utilisé pour approximer une loi de commande inconnue dite idéale. Un terme robuste est ajouté au terme de commande adaptative floue afin de compenser ou atténuer l'influence de l'erreur d'approximation floue et des perturbations externes bornées. Sans recourir à la condition SPR et au filtrage de l'erreur d'observation de sortie comme respectivement dans [LEU99, LI03, WAN03a, GOL03, TON04a, HAM04, LEU05, TON05, WAN05] et [KUN05, PAR05b], la conception de la loi d'adaptation et du terme robuste est basée sur un filtrage approprié de l'erreur de poursuite de sortie.

Dans l'approche de commande adaptative indirecte [BOU08a], le système flou est utilisé pour approcher en ligne la dynamique du système, la loi de commande est ensuite synthétisée en se basant sur cette estimée. La condition SPR et le filtrage ne sont plus exigés dans la conception. Une loi d'adaptation de type Proportionnel-Intégrale (PI) est employée pour fournir une robustesse appropriée au schéma de commande vis-à-vis des erreurs

d'approximation floue et des perturbations externes. Notons que dans cette approche aucun terme de commande robuste n'est ajouté au terme adaptatif flou. En fait, le terme proportionnel ajouté à la loi d'adaptation peut faire la tâche de ce terme robuste.

2.2 Commande adaptative directe floue à base d'observateur

2.2.1 Position du problème

Considérons le système dynamique non linéaire mono-entrée mono-sortie décrit par les équations différentielles suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{x}^{(n)} &= f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) + g(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})u + d(t), \\ y &= x. \end{aligned} \quad (2.1)$$

ou encore

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= A\underline{x} + B[f(\underline{x}) + g(\underline{x})u + d(t)] \\ y &= C\underline{x}. \end{aligned} \quad (2.2)$$

où

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\underline{x} = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in R^n$ est le vecteur d'état, $u \in R$ est l'entrée de commande du système, $y \in R$ est sa sortie, $f(\underline{x})$ et $g(\underline{x})$ sont des fonctions non linéaires continues inconnues, $d(t)$ présente la perturbation externe.

Hypothèse 2.1 : Le vecteur d'état \underline{x} est non mesurable, excepté la sortie du système y .

Hypothèse 2.2 : La trajectoire désirée $y_m(t)$ et ses dérivées jusqu'à l'ordre n sont connues, continues et bornées.

Hypothèse 2.3 : Le gain de commande $g(\underline{x})$ est non nul et de signe connu. Ainsi, il est strictement positif ou strictement négatif. Sans nuire à la généralité, nous supposons que $0 < g(\underline{x}) \leq g_h$, pour tout $x \in \Omega_{\underline{x}} \subset R^n$, avec g_h est une constante inconnue.

Hypothèse 2.4 : La perturbation externe est bornée : $|d(t)| \leq D$ avec D est une constante positive inconnue.

Remarque 2.1 : Les Hypothèses 2.2 et 2.4 sont très fréquentes dans la littérature de la commande adaptative. La condition $g(\underline{x}) \neq 0$, dans l'hypothèse 2.3, impose une sorte de condition de contrôlabilité pour le système (2.1). Elle est aussi classique dans la littérature de la commande adaptative. Quant à la supposition $g(\underline{x}) \leq g_h$, elle est vérifiée par plusieurs systèmes physiques tels que : pendule inversé, systèmes chaotiques, "aircraft wing rock", servomoteur à induction,et beaucoup d'autres.

Notre objectif consiste à déterminer une loi de commande forçant la sortie du système à suivre la trajectoire désirée tout en assurant la bornitude de tous les signaux du système en boucle fermée.

Si nous supposons que $d(t) = 0$ (i.e. la perturbation est nulle) \underline{x} disponible pour la mesure et les fonctions $f(\underline{x})$ et $g(\underline{x})$ parfaitement connues, les objectifs de commande peuvent être atteints en choisissant la commande *idéale* suivante:

$$u = u^* = \frac{1}{g(\underline{x})} [-f(\underline{x}) + y_m^{(n)} + K_c^T \underline{e}] \quad (2.3)$$

où $\underline{y}_m = [y_m, \dot{y}_m, \dots, y_m^{(n-1)}]^T$, $\underline{e} = \underline{y}_m - \underline{x}$ est le vecteur des erreurs de poursuite, le vecteur K_c est choisi de sorte que la polynôme caractéristique de $A - BK_c^T$ est *Hurwitz* (i.e. stable), puisque le couple (A, B) est contrôlable. Dans cette section, nous avons supposé que la perturbation externe est non nulle $d(t) \neq 0$, \underline{x} non disponible pour la mesure et les fonctions $f(\underline{x})$ et $g(\underline{x})$ inconnues. De ce fait, l'implantation de la commande idéale (2.3) est difficile et voire impossible. Donc, notre but est d'approcher cette commande idéale par un système flou et d'estimer les états du système par un observateur.

2.2.2 Conception de la commande adaptative directe floue

Dans cette section, une commande adaptative directe floue à base d'un *observateur unifié* (observateur à grand grain, observateur par mode glissant, etc.) est proposée.

Après avoir ajouté et soustrait le terme $g(\underline{x})u^*$, le système (2.2) devient :

$$\begin{aligned}\dot{\underline{x}} &= A\underline{x} + B[f(\underline{x}) + g(\underline{x})u^* + g(\underline{x})(u - u^*) + d(t)], \\ y &= C\underline{x}.\end{aligned}\quad (2.4)$$

En remplaçant l'expression (2.3) dans (2.4), on obtient

$$\begin{aligned}\dot{\underline{e}} &= [A - BK_c^T]\underline{e} + B[-g(\underline{x})(u - u^*) - d(t)], \\ e &= C\underline{e}.\end{aligned}\quad (2.5)$$

où $\underline{e} = \underline{y}_m - \underline{x}$.

L'entrée de commande pour le système (2.1) peut être déterminée comme suit [BOU08b] :

$$u = u_a - u_r \quad (2.6)$$

où u_a est le terme de commande adaptative floue qui est conçu pour approcher la commande idéale u^* (2.3), et u_r est un terme de commande robuste introduit pour compenser l'effet de l'erreur d'approximation floue et des perturbations externes. En substituant la loi de commande (2.6) dans (2.5), nous avons

$$\begin{aligned}\dot{\underline{e}} &= [A - BK_c^T]\underline{e} + B[-g(\underline{x})(u_a - u^*) + g(\underline{x})u_r - d(t)], \\ e &= C\underline{e}.\end{aligned}\quad (2.7)$$

Selon la propriété d'approximation universelle des systèmes flous [WAN92, WAN94], la commande idéale (2.3) peut être approchée par le système flou (1.40) comme suit :

$$\begin{aligned}u^* &= u^*(\underline{x}, \theta^*) + \delta(\underline{x}) \\ &= \theta^{*T} \psi(\underline{x}) + \delta(\underline{x})\end{aligned}\quad (2.8)$$

où $\delta(\underline{x})$ est l'erreur d'approximation floue et θ^* est le vecteur des paramètres optimaux défini comme suit

$$\theta^* = \arg \min_{\theta \in \Omega_\theta} \left[\sup_{\underline{x} \in \Omega_x} |\theta^T \psi(\underline{x}) - u^*| \right] \quad (2.9)$$

où Ω_θ est l'espace de contraintes de θ . Il est important de noter que ce vecteur de paramètres optimaux θ^* est une quantité constante artificielle introduite seulement pour un but d'analyse et sa valeur n'est pas exigée en mettant en application le contrôleur. Cependant, comme toutes

les contributions relatives à la commande adaptative en générale, nous avons besoin à la supposition classique suivante sur le vecteur des paramètre optimaux [WAN94].

Hypothèse 2.5 : Le vecteur des paramètres optimaux satisfait

$$\|\theta^*\| \leq M_\theta \quad (2.10)$$

avec M_θ est une constante positive inconnue.

Conformément au théorème d'approximation universelle [WAN92, WAN94], il existe une constante positive c_0 telle que l'inégalité suivante est valide pour tout $\underline{x} \in \Omega_{\underline{x}}$:

$$|\delta(\underline{x})| \leq c_0 \quad (2.11)$$

A partir de (1.40), le terme de commande floue adaptative u_a peut s'écrire comme suit :

$$u_a = \theta^T \psi(\hat{\underline{x}}) \quad (2.12)$$

où $\hat{\underline{x}}$ est l'estimé de l'état \underline{x} .

En remplaçant (2.12) dans la dynamique de l'erreur de poursuite (2.7), nous obtenons

$$\begin{aligned} \dot{\underline{e}} &= (A - BK_c^T) \underline{e} + B[-g(\underline{x})\tilde{\theta}^T \psi(\hat{\underline{x}}) + g(\underline{x})u_r + w], \\ \underline{e} &= C \underline{e}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

où $\tilde{\theta} = \theta - \theta^*$ sont les erreurs paramétriques et

$$w = g(\underline{x})[u^* - \theta^{*T} \psi(\underline{x})] + \theta^{*T} [\psi(\underline{x}) - \psi(\hat{\underline{x}})] - d(t) \quad (2.14)$$

représente le terme global de la perturbation qui comporte l'erreur d'estimation des états, l'erreur d'approximation floue et la perturbation externe bornée.

A partir de (2.13), la dynamique de l'erreur de poursuite de la sortie peut s'écrire comme :

$$\underline{e} = H(s)[-g(\underline{x})\tilde{\theta}^T \psi(\hat{\underline{x}}) + g(\underline{x})u_r + w] \quad (2.15)$$

où s est la variable de Laplace, et $H(s) = C(sI - (A - BK_c^T))^{-1} B$ est la fonction de transfert associée à la dynamique (2.13). Notons que la notation *mixte* (temps-fréquence) utilisée dans (2.15) est très fréquente dans la littérature de la commande adaptative [LEU99, LEU05].

Si nous choisissons $K_c^T = [C_n^n \alpha^n, \dots, C_n^2 \alpha^2, C_n^1 \alpha]$ avec $C_n^i = n!/((n-i)!i!)$, nous pouvons aisément monter que

$$H(s) = \frac{1}{(s + \alpha)^n} \quad (2.16)$$

où α est une constante positive de conception.

En général, le problème de la commande adaptative floue à base d'observateur se résume dans la question suivante : *Comment concevoir la loi d'adaptation des paramètres flous et le terme de commande robuste en utilisant seulement des signaux disponibles, c.-à-d. signaux mesurés et/ou estimés ?* Dans [LEU99, LI03, WAN03a, GOL03, TON04a, HAM04, LEU05, TON05, WAN05], les auteurs emploient un filtrage approprié sur la dynamique de l'erreur d'observation pour imposer la condition SPR, induisant de ce fait le filtrage du vecteur de régression. Ainsi, l'erreur d'observation (d'estimation) de sortie étant disponible pour la mesure peut être employée pour concevoir la loi d'adaptation et le terme de commande robuste. Dans [PAR03a, KUN05, PAR05b], au lieu de chercher à obtenir la condition SPR, l'erreur d'observation de la sortie est filtrée et les variables d'état de ce filtre sont employées pour ajuster les paramètres flous. A la différence de ces contributions, nous proposons le filtrage de l'erreur de poursuite de sortie pour concevoir la loi d'adaptation et le terme de commande robuste.

Comme dans [ZER99, PUR05, BOU08b], nous introduisons une nouvelle variable e_f définie comme suit:

$$\dot{e}_f + Ke_f = \alpha_0(\dot{e} + \alpha e) \quad (2.17)$$

En utilisant la notation mixte (i.e. la notation temps-fréquence), (2.17) peut être réécrite comme suit

$$e_f = \left[\frac{\alpha_0(s + \alpha)}{(s + K)} \right] e \quad (2.18)$$

où K et α_0 sont des constantes positives de conception, et s est la variable de Laplace.

En utilisant (2.18), l'équation (2.15) peut être exprimée comme suit

$$e_f = \frac{L(s)}{s + K} [-g(\underline{x})\tilde{\theta}^T \psi(\hat{x}) + g(\underline{x})u_r + w] \quad (2.19)$$

avec $L(s)$ est un filtre stable donné par: $L(s) = \frac{\alpha_0}{(s + \alpha)^{n-1}}$.

De (2.19), nous pouvons obtenir l'équation différentielle suivante, génératrice du signal e_f :

$$\dot{e}_f + Ke_f = L(s)[-g(\underline{x})\tilde{\theta}^T \psi(\hat{x}) + g(\underline{x})u_r + w] \quad (2.20)$$

ou encore, (2.20) peut s'écrire comme suit :

$$\dot{e}_f + Ke_f = -\tilde{\theta}^T \psi(\hat{x}) + u_r + w_1 \quad (2.21)$$

où

$$w_1 = \tilde{\theta}^T \psi(\hat{x}) - u_r + L(s)[-g(x)\tilde{\theta}^T \psi(\hat{x}) + g(x)u_r + w] \quad (2.22)$$

Il est important de noter que le signal e_f ne peut pas être calculé à partir de (2.21), puisque cette dernière contient des paramètres et des signaux inconnus. En fait, nous pouvons obtenir le signal e_f via le filtrage direct de e étant disponible pour la mesure, i.e. en utilisant l'équation (2.17). Donc, l'équation dynamique (2.21) est utilisée seulement pour l'analyse.

De (2.17), nous pouvons générer le signal e_f comme suit :

$$e_f = -\int (Ke_f - \alpha\alpha_0 e) dt + \alpha_0 e, \text{ avec } e_f(0) = 0. \quad (2.23)$$

Puisque le signal e_f est mesurable, la loi d'adaptation paramétrique et le terme de commande robuste u_r peuvent être conçus comme suit :

$$\dot{\theta} = \gamma[e_f \psi(\hat{x}) - \sigma\theta] \quad (2.24)$$

$$u_r = -\rho \text{sign}(e_f) \quad (2.25)$$

où γ , σ et ρ sont des paramètres de synthèse positifs qui seront définis plus tard.

2.2.3 Conception de l'observateur

Afin de résoudre le problème des états non mesurables, nous proposons un observateur unifié (observateur à grand-grain, observateur à mode glissant). Avant de donner les équations de cet observateur unifié, nous introduisons les notations intéressantes suivantes :

1. Soit Δ_λ une matrice diagonale définie par :

$$\Delta_\lambda = \text{diag} \left[1, \frac{1}{\lambda}, \dots, \frac{1}{\lambda^{n-1}} \right] \quad (2.26)$$

où $\lambda \geq 1$ est un paramètre de conception.

2. Soit S l'unique solution de l'équation algébrique de Lyapunov suivante [GAU92, TAR02, FAR04, XU04] :

$$S + A^T S + SA = C^T C \quad (2.27)$$

où A et C sont définies précédemment. Nous pouvons montrer facilement que S est symétrique et définie positive.

3. $\forall \underline{\xi} = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n]^T \in R^n$, posons $\bar{\xi} = \Delta_\lambda \underline{\xi}$, $K(\underline{\xi}) = [k_1(\xi_1), 0, \dots, 0]^T \in R^n$ est un vecteur des fonctions continues ou discontinues vérifiant l'inégalité suivante :

$$\forall \underline{\xi} \in R^n : \bar{\xi}^T K(\underline{\xi}) \geq \frac{1}{2} \bar{\xi}^T C^T C \bar{\xi}. \quad (2.28)$$

L'observateur candidat pour le système (2.13) est [BOU08b] :

$$\begin{aligned} \dot{\underline{\hat{e}}} &= [A - BK_c^T] \underline{\hat{e}} + \lambda \Delta_\lambda^{-1} S^{-1} K(\underline{\tilde{e}}) \\ \underline{\hat{e}} &= C \underline{\hat{e}} \end{aligned} \quad (2.29)$$

où $\underline{\hat{e}} = \underline{y}_m - \underline{\hat{x}}$ est l'estimé du vecteur des erreurs de poursuite, $\underline{e} = \underline{y}_m - \underline{x}$, $\underline{\hat{e}} = y_m - \hat{y}$ est l'estimé de l'erreur de poursuite de la sortie $e = y_m - y$, et $\lambda \Delta_\lambda^{-1} S^{-1} K(\underline{\tilde{e}})$ est le terme de correction de l'observateur.

Définissons le vecteur des erreurs d'observation comme $\underline{\tilde{e}} = \underline{e} - \underline{\hat{e}} = \underline{\hat{x}} - \underline{x}$. En soustrayant (2.29) de (2.13), nous obtenons la dynamique suivante pour l'erreur d'observation :

$$\begin{aligned} \dot{\underline{\tilde{e}}} &= A \underline{\tilde{e}} + B[-K_c^T \underline{\tilde{e}} - g(\underline{x}) \tilde{\theta}^T \psi(\underline{\hat{x}}) + g(\underline{x}) u_r + w] - \lambda \Delta_\lambda^{-1} S^{-1} K(\underline{\tilde{e}}) \\ \underline{\tilde{e}} &= C \underline{\tilde{e}} \end{aligned} \quad (2.30)$$

Pour simplifier l'analyse de la stabilité, nous définissons une transformation d'état comme suit :

$$\underline{z} = \Delta_\lambda \underline{\tilde{e}} \quad (2.31)$$

Les propriétés de \underline{z} suivantes peuvent être facilement vérifiées

$$1) \quad \|\underline{z}\| \leq \|\underline{\tilde{e}}\| \leq \lambda^{n-1} \|\underline{z}\| \quad (2.32)$$

$$2) \quad C \underline{z} = z = C \underline{\tilde{e}} = \tilde{e} \quad (2.33)$$

Puisque $\Delta_\lambda A \Delta_\lambda^{-1} = \lambda A$ et le fait que $K(\underline{\tilde{e}}) = K(\underline{z})$, l'équation (2.30) peut être écrite en terme de \underline{z} comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{\underline{z}} &= \lambda A \underline{z} - \lambda S^{-1} K(\underline{z}) + \Delta_\lambda B[-K_c^T \underline{\tilde{e}} - g(\underline{x}) \tilde{\theta}^T \psi(\underline{\hat{x}}) + g(\underline{x}) u_r + w] \\ \underline{z} &= C \underline{z} \end{aligned} \quad (2.34)$$

Nous aurons besoin par la suite, dans l'analyse de la stabilité, du lemme suivant.

Lemme 2.1: *Si les Hypothèses 2.3-2.5 sont satisfaites, alors il existe des constantes positives c_1, c_2, c_3, c_4 et c_5 telles que :*

$$a) |w| \leq c_1 \quad (2.35)$$

$$b) \left| -g(\underline{x})\tilde{\theta}^T \psi(\hat{x}) + g(\underline{x})u_r + w \right| \leq c_2 \|\tilde{\theta}\| + c_3 \quad (2.36)$$

$$c) |w_1| \leq c_4 \|\tilde{\theta}\| + c_5 \quad (2.37)$$

Preuve du Lemme 2.1 :

a) Des Hypothèses 2.3-2.5 et (2.11), nous avons

$$\begin{aligned} |w| &= \left| g(\underline{x})(u^* - \theta^{*T} \psi(\underline{x})) + g(\underline{x})\theta^{*T} [\psi(\underline{x}) - \psi(\hat{x})] - d(t) \right|, \\ &\leq \left| g(\underline{x})\delta(\underline{x}) \right| + \left| g(\underline{x})\theta^{*T} [\psi(\hat{x}) - \psi(\underline{x})] \right| + |d(t)|, \\ &\leq g_H c_0 + g_H M_\theta \sup_t \|\psi(\hat{x}) - \psi(\underline{x})\| + D, \\ &= c_1. \end{aligned} \quad (2.38)$$

où $c_1 = g_H c_0 + g_H M_\theta \sup_t \|\psi(\hat{x}) - \psi(\underline{x})\| + D$. Notons que le vecteur $\psi(\cdot)$ est naturellement borné.

b) En utilisant les Hypothèses 2.3-2.5 et le fait que u_r et w sont bornées, nous obtenons

$$\begin{aligned} \left| -g(\underline{x})\tilde{\theta}^T \psi(\hat{x}) + g(\underline{x})u_r + w \right| &\leq \left| -g(\underline{x})\tilde{\theta}^T \psi(\hat{x}) \right| + |g(\underline{x})u_r| + |w| \\ &\leq g_H \sup_t (\|\psi(\hat{x})\|) \|\tilde{\theta}\| + g_H |u_r| + c_1 \\ &= c_2 \|\tilde{\theta}\| + c_3. \end{aligned} \quad (2.39)$$

où $c_2 = g_H \sup_t (\|\psi(\hat{x})\|)$ et $c_3 = g_H |u_r| + c_1$.

c) w_1 peut être exprimé comme suit :

$$w_1 = -u_r + L(s)[g(\underline{x})u_r] + \tilde{\theta}^T \psi(\hat{x}) + L(s)[-g(\underline{x})\tilde{\theta}^T \psi(\hat{x})] + L(s)w \quad (2.40)$$

Puisque $L(s)$ est un filtre stable, et $u_r, g(\underline{x}), \psi(\cdot)$, et $w \in L_\infty$, il est clair qu'il existe des constantes positives c_6, c_7 et c_4 telles que [LEU99, LEU05, WAN04b, WAN03a] :

$$\begin{aligned} \left| -u_r + L(s)[g(\underline{x})u_r] \right| &\leq c_6, \\ \left| \tilde{\theta}^T \psi(\hat{x}) + L(s)[-g(\underline{x})\tilde{\theta}^T \psi(\hat{x})] \right| &\leq c_4 \|\tilde{\theta}\|, \\ \left| L(s)[w] \right| &\leq c_7. \end{aligned}$$

Finalement, en utilisant les inégalités ci-dessus, nous pouvons borner w_1 comme suit :

$$|w_1| \leq \left| -u_r + L(s)[g(\underline{x})u_r] \right| + \left| \tilde{\theta}^T \psi(\hat{x}) + L(s)[-g(\underline{x})\tilde{\theta}^T \psi(\hat{x})] \right| + |L(s)w|,$$

$$\begin{aligned}
&\leq c_6 + c_4 \|\tilde{\theta}\| + c_7, \\
&\leq c_4 \|\tilde{\theta}\| + c_5.
\end{aligned} \tag{2.41}$$

où $c_5 = c_7 + c_6$. \square

2.2.4 Analyse de la stabilité

Les résultats suivants concluent la stabilité du système en bouclé fermée (2.13), (2.21) et (2.34).

Théorème 2.1 : Considérons le système non linéaire inconnu (2.1), l'observateur unifié (2.29), et la loi de commande donnée par les équations (2.6), (2.12) et (2.25), avec sa loi d'adaptation (2.24). Si les Hypothèses 2.1-2.5 sont satisfaites, les paramètres de conception sont choisis tels que : $\rho \geq c_5$, $\lambda > \bar{\lambda} / \lambda_{\min}(S)$, $K > \bar{K}$, et $\sigma > \bar{\sigma}$, où $\bar{\lambda}, \bar{K}$ et $\bar{\sigma}$ sont des constantes positives définies plus tard, la fonction de conception d'observateur $K(\tilde{e})$ est choisie de sorte que la condition (2.28) est toujours vérifiée, alors tous les signaux du système en boucle fermée sont UUB, i.e. $\tilde{e}, e_f, \underline{e}, \hat{e}, \theta$, et $u \in L_\infty$.

Preuve du Théorème 2.1 : Considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante

$$V = V_1 + \beta V_2 \tag{2.42}$$

où $\beta = 1 / \lambda^{2n-2}$, et

$$V_1 = \underline{z}^T S \underline{z} \tag{2.43}$$

et

$$V_2 = \frac{1}{2} e_f^2 + \frac{1}{2\gamma} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta} \tag{2.44}$$

En dérivant V_1 le long de la solution (2.34) et en utilisant (2.27), nous obtenons

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1 &= \underline{z}^T S \dot{\underline{z}} + \dot{\underline{z}}^T S \underline{z} \\
&= -\lambda \underline{z}^T S \underline{z} - 2\lambda [\underline{z}^T K(z) - 0.5 \underline{z}^T C^T C \underline{z}] + 2 \underline{z}^T S \Delta_\lambda B [-K_c^T \tilde{e} - g(x) \tilde{\theta}^T \psi(\hat{x}) + g(x) u_r + w]
\end{aligned} \tag{2.45}$$

Si $K(z)$ est choisi de sorte que la condition (2.28) soit toujours satisfaite, (2.45) devient

$$\dot{V}_1 \leq -\lambda \lambda_{\min}(S) \|\underline{z}\|^2 + 2\underline{z}^T S \Delta_\lambda B [-K_c^T \underline{\tilde{e}} - g(\underline{x}) \tilde{\theta}^T \psi(\underline{\hat{x}}) + g(\underline{x}) u_r + w] \quad (2.46)$$

Puisque $\|S \Delta_\lambda B K_c^T\| = \sqrt{\beta} \|S B K_c^T\|$, $\|S \Delta_\lambda B\| = \sqrt{\beta} \|S B\|$ et $\sqrt{\beta} \|\underline{\tilde{e}}\| \leq \|\underline{z}\|$, et en utilisant (2.36), (2.46) peut être écrite comme suit :

$$\dot{V}_1 \leq -\lambda \lambda_{\min}(S) \|\underline{z}\|^2 + c_8 \|\underline{z}\|^2 + 2\sqrt{\beta} c_9 \|\underline{z}\| \|\tilde{\theta}\| + 2\sqrt{\beta} c_{10} \|\underline{z}\| \quad (2.47)$$

où $c_8 = 2\|S B K_c^T\|$, $c_9 = c_2 \|S B\|$, et $c_{10} = c_3 \|S B\|$.

La différentiation de (2.44) le long de la solution (2.21) donne

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= e_f \dot{e}_f + \frac{1}{\gamma} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} \\ &= e_f \left[-K e_f - \tilde{\theta}^T \psi(\underline{\hat{x}}) + u_r + w_1 \right] + \frac{1}{\gamma} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} \\ &= -K e_f^2 + e_f u_r + e_f w_1 + \frac{1}{\gamma} \tilde{\theta}^T \left[\dot{\tilde{\theta}} - \gamma e_f \psi(\underline{\hat{x}}) \right] \end{aligned} \quad (2.48)$$

où $\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\theta} - \dot{\theta}^* = \dot{\theta}$.

En utilisant (2.24), (2.25) et (2.37), (2.48) devient

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -K e_f^2 + e_f u_r + e_f w_1 - \sigma \tilde{\theta}^T \theta \\ &\leq -K e_f^2 - \rho |e_f| + |e_f| (c_4 \|\tilde{\theta}\| + c_5) - \sigma \tilde{\theta}^T \theta \\ &\leq -K e_f^2 + c_4 \|\tilde{\theta}\| |e_f| - \sigma \tilde{\theta}^T \theta \end{aligned} \quad (2.49)$$

où nous devons choisir $\rho \geq c_5$.

En employant l'inégalité suivante $2\tilde{\theta}^T \theta \geq \|\tilde{\theta}\|^2 - \|\theta^*\|^2$, (2.49) peut se récrire

$$\dot{V}_2 \leq -K e_f^2 + c_4 \|\tilde{\theta}\| |e_f| - \frac{\sigma}{2} \|\tilde{\theta}\|^2 + \frac{\sigma}{2} \|\theta^*\|^2 \quad (2.50)$$

De (2.47) et (2.50), la dérivée temporelle de (2.42) peut être bornée comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\lambda \lambda_{\min}(S) \|\underline{z}\|^2 + c_8 \|\underline{z}\|^2 + 2\sqrt{\beta} c_9 \|\underline{z}\| \|\tilde{\theta}\| + 2\sqrt{\beta} c_{10} \|\underline{z}\| - \beta K e_f^2 + \beta c_4 \|\tilde{\theta}\| |e_f| \\ &\quad - \frac{\beta \sigma}{2} \|\tilde{\theta}\|^2 + \frac{\beta \sigma}{2} \|\theta^*\|^2 \end{aligned} \quad (2.51)$$

En remplaçant dans (2.51) les inégalités suivantes,

$$2\sqrt{\beta} c_9 \|\underline{z}\| \|\tilde{\theta}\| \leq \frac{c_9^2}{\alpha_1} \|\underline{z}\|^2 + \beta \alpha_1 \|\tilde{\theta}\|^2,$$

$$2\sqrt{\beta} c_{10} \|\underline{z}\| \leq \frac{1}{\alpha_2} \|\underline{z}\|^2 + \beta \alpha_2 c_{10}^2,$$

$$\beta c_4 \|\tilde{\theta}\| |e_f| \leq \frac{\beta c_4^2}{4\alpha_3} e_f^2 + \beta \alpha_3 \|\tilde{\theta}\|^2,$$

où α_1, α_2 , et α_3 sont des constantes positives dont le choix est libre, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -(\lambda \lambda_{\min}(S) - \bar{\lambda}) \|z\|^2 - \beta(K - \bar{K}) e_f^2 - 0.5\beta(\sigma - \bar{\sigma}) \|\tilde{\theta}\|^2 + \beta \bar{\mu} \\ &\leq -\beta(\lambda \lambda_{\min}(S) - \bar{\lambda}) \|\tilde{e}\|^2 - \beta(K - \bar{K}) e_f^2 - 0.5\beta(\sigma - \bar{\sigma}) \|\tilde{\theta}\|^2 + \beta \bar{\mu} \end{aligned} \quad (2.52)$$

où

$$\bar{\lambda} = \frac{c_9^2}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + c_8, \quad \bar{K} = \frac{c_4^2}{4\alpha_3}, \quad \bar{\sigma} = 2(\alpha_1 + \alpha_3), \quad \text{et} \quad \bar{\mu} = \frac{\sigma}{2} \|\theta^*\|^2 + \alpha_2 c_{10}^2.$$

En choisissant $\lambda > \bar{\lambda} / \lambda_{\min}(S)$, $K > \bar{K}$, et $\sigma > \bar{\sigma}$, nous pouvons garantir que \dot{V} est négatif aussi longtemps que \tilde{e} est en dehors de l'ensemble compact $\Omega_{\tilde{e}}$ défini comme suit

$$\Omega_{\tilde{e}} = \left\{ \tilde{e} \mid \|\tilde{e}\| \leq \sqrt{\frac{\bar{\mu}}{\lambda \lambda_{\min}(S) - \bar{\lambda}}} \right\} \quad (2.53)$$

Selon le théorème standard de Lyapunov [IOA96], nous pouvons conclure que \tilde{e} est bornée et converge à l'ensemble compact $\Omega_{\tilde{e}}$. De plus, le rayon de cet ensemble peut être rendu arbitrairement petit si λ est choisi suffisamment grand. De même, le signal e_f est borné et converge à Ω_{e_f} défini par

$$\Omega_{e_f} = \left\{ e_f \mid |e_f| \leq \sqrt{\frac{\bar{\mu}}{K - \bar{K}}} \right\} \quad (2.54)$$

dont le rayon peut être rendu aussi petit qu'on veut, si K est choisi suffisamment grand. Le vecteur $\tilde{\theta}$ est pareillement borné et converge à $\Omega_{\tilde{\theta}}$ qui est défini comme

$$\Omega_{\tilde{\theta}} = \left\{ \tilde{\theta} \mid \|\tilde{\theta}\| \leq \sqrt{\frac{2\bar{\mu}}{\sigma - \bar{\sigma}}} \right\} \quad (2.55)$$

Selon l'Hypothèse 2.5, i.e. $\theta^* \in L_\infty$, la bornitude $\tilde{\theta}$ peut garantir celle de θ . Puisque (2.18)

possède la forme d'un système BIBO, i.e. $e = \left[\frac{(s+K)}{\alpha_0(s+\alpha)} \right] e_f$, nous pouvons conclure que la

bornitude de e suit directement celle du signal e_f . De (2.13), le fait que le terme $\bar{u} = -g(\underline{x})\tilde{\theta}^T \psi(\hat{x}) + g(\underline{x})u_r + w$ est borné (puisque $\tilde{\theta}, \psi(\hat{x}), u_r, g(\underline{x})$, et $w \in L_\infty$), nous pouvons facilement montrer en utilisant la stabilité ISS que \underline{e} est borné (tout comme [LEU99,

YOU03]). Le fait que $e, \tilde{e} \in L_\infty$ et $\hat{e} = e - \tilde{e}$, alors $\hat{e} \in L_\infty$. Finalement, nous remarquons que $\psi(\hat{x}), u_r$, et $\theta \in L_\infty$. D'où, $u \in L_\infty$. Ceci termine la preuve du théorème. \square

Pour résumer, la Figure 2.1 montre le schéma complet de la commande adaptative directe floue à base d'un observateur unifié.

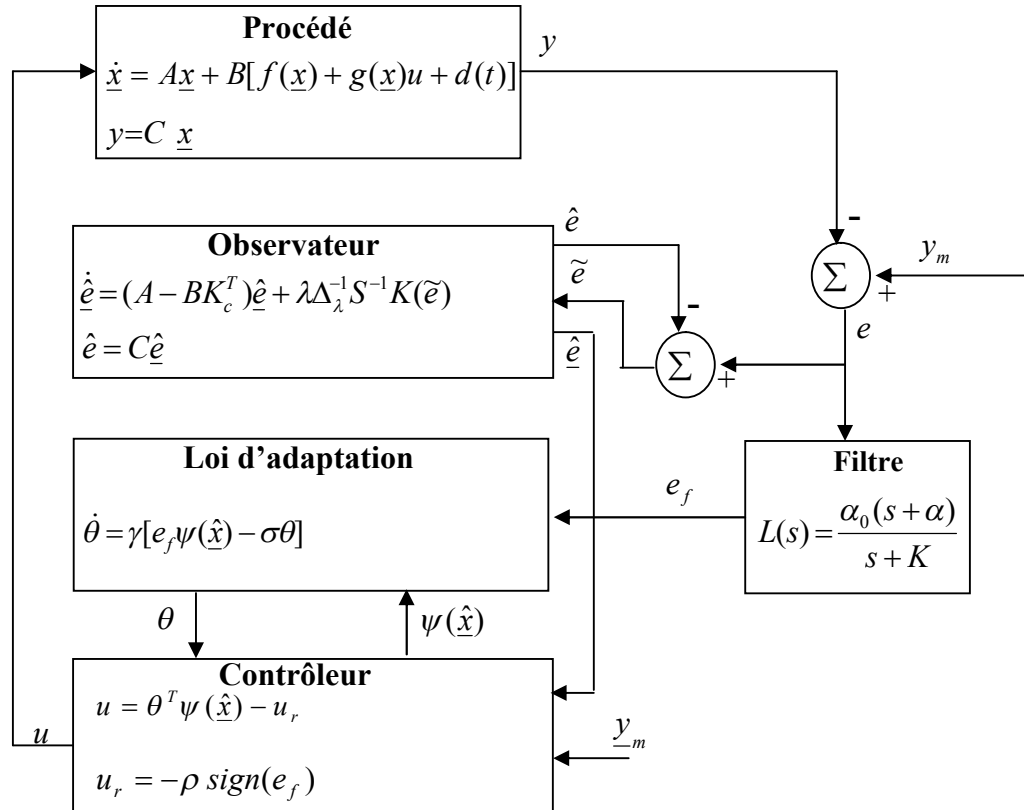


Figure 2.1 : Schéma complet de la commande adaptative directe floue à base d'observateur unifié.

Remarque 2.2 :

1- Le terme de correction de l'observateur unifié dépend d'une fonction de synthèse $K(\tilde{e})$ complètement caractérisée par la condition (2.28). Le Tableau 2.1 récapitule quelques fonctions de synthèse vérifiant une telle condition avec les observateurs correspondant. Dans ce tableau, *Sign* dénote la fonction signe, *Sat* la fonction habituelle de saturation, *Tanh* la fonction tangente hyperbolique, *Sinh* la fonction sinus hyperbolique et *Arctan* la fonction inverse de la tangente, avec k_o, ε , et $p > 0$ sont des nombres réels. Notons que l'appellation "observateur à mode glissant" des observateurs 2-8 dans le Tableau 2.1 est inspirée de [JIA01, JIA02, FIL03, CHA05].

2- Egalement, des observateurs à modes glissants plus simples peuvent être dérivés en donnant des expressions particulières à $K(\tilde{e})$. Le Tableau 2.2 récapitule le deuxième type d'observateur à modes glissants obtenu. Il est clair que les expressions données dans le Tableau 2.2 vérifient la condition (2.28) pour des valeurs relativement élevées de l , e.g. l'observateur avec $K_{SM}(\tilde{e}) = lC^T (C \text{sign}(\tilde{e}))$ ou $K_{SM}(\tilde{e}) = lC^T (C \text{Tanh}(k_o \tilde{e}))$ satisfait la condition (2.28), si $l \geq 0.5 \sup_i |\tilde{e}_i|$. Cette condition imposée sur le gain l est communément utilisée dans la littérature dédiée aux observateurs à modes glissants [BAR96, JIA02, XIO01].

Remarque 2.3 : Les observateurs présentés ci-dessus peuvent exhiber *un phénomène de pic* pour des valeurs grandes de λ , i.e. les erreurs estimées \hat{e} peuvent être très grandes pendant la période transitoire. Afin d'éviter ce genre de problèmes, nous proposons les solutions suivantes :

- Soit nous activons l'observateur au moins pendant un temps t_1 avant que le contrôleur soit rendu opérationnel, où t_1 est le temps nécessaire pour la convergence de l'observateur. Ainsi, nous évitons d'avoir initialement un pic dans le signal de commande [GE03].
- Soit nous introduisons une saturation au niveau des états de l'observateur ou une saturation de commande [SES00]. Ainsi, pendant cette période transitoire courte où les estimés exhibent *un phénomène de pic*, la saturation empêche la transmission de ce phénomène au signal de commande.

Remarque 2.4 : Les observateurs linéaires proposés dans [LEU99, WAN02, LI03, WAN03a, GOL03, LIN04, PAR04, TON04a, TON04b, HAM04, WAN04b, LEU05, TON05, WAN05] prennent la forme suivante :

$$\begin{aligned}\dot{\underline{\hat{e}}} &= (A - BK_c^T)\underline{\hat{e}} + K_o^T \tilde{e}, \\ \hat{e} &= C\underline{\hat{e}}.\end{aligned}\tag{2.56}$$

En posant $K_o^T \tilde{e} = [C_n^1 \lambda, C_n^2 \lambda^2, \dots, C_n^n \lambda^n] \tilde{e}$, où $C_n^i = n! / [(n-i)! i!]$, nous trouvons naturellement que l'observateur (2.56) est un cas particulier de l'ensemble observateurs proposés, avec $K_o^T \tilde{e} = \lambda \Delta_\lambda^{-1} S^{-1} K_{HG}(\tilde{e})$.

Table 2.1: Observateurs à grand-gain et à mode glissant obtenus selon le choix de $K(\tilde{e})$

$K(\tilde{e})$	Observateur obtenu
1- $K_{HG}(\tilde{e}) = C^T (C \tilde{e})$	Observateur à grand-gain [SES00, TON02, TON03]
2- $K_{SM}(\tilde{e}) = C^T (C \tilde{e}) + lC^T (C \text{sign}(\tilde{e}))$	Observateur à mode glissant (non lisse), [JIA01, JIA02, CHA05]
3- $K_{SM}(\tilde{e}) = C^T (C \tilde{e}) + lC^T (C \tanh(k_o \tilde{e}))$	Observateur à mode glissant (lisse) [FIL03]
4- $K_{SM}(\tilde{e}) = C^T (C \tilde{e}) + lC^T (C \text{Sinh}(k_o \tilde{e}))$	Observateur à mode glissant (lisse)
5- $K_{SM}(\tilde{e}) = C^T (C \tilde{e}) + lC^T (C \arctan(k_o \tilde{e}))$	Observateur à mode glissant (lisse)
6- $K_{SM}(\tilde{e}) = C^T (C \tilde{e}) + lC^T (C \text{Sat}(\tilde{e}))$	Observateur à mode glissant (lisse)
7- $K_{SM}(\tilde{e}) = C^T (C \tilde{e}) + lC^T (C \tilde{e} / (\varepsilon + C \tilde{e}))$	Observateur à mode glissant (lisse)
8- $K_{SM}(\tilde{e}) = C^T (C \tilde{e}) + l(C \tilde{e})^P C^T C \text{sign}(\tilde{e})$	Observateur à mode glissant (non lisse)

Table 2.2: Observateurs à mode glissant simplifiés obtenus selon le choix de $K(\tilde{e})$.

$K(\tilde{e})$	Observer obtenu
1- $K_{SM}(\tilde{e}) = lC^T (C \text{sign}(\tilde{e}))$	Observateur à mode glissant (non lisse) [BAR96]
2- $K_{SM}(\tilde{e}) = lC^T (C \tanh(k_o \tilde{e}))$	Observateur à mode glissant (lisse)
3- $K_{SM}(\tilde{e}) = lC^T (C \text{Sinh}(k_o \tilde{e}))$	Observateur à mode glissant (lisse)
4- $K_{SM}(\tilde{e}) = lC^T (C \arctan(k_o \tilde{e}))$	Observateur à mode glissant (lisse)
5- $K_{SM}(\tilde{e}) = lC^T (C \text{Sat}(\tilde{e}))$	Observateur à mode glissant (lisse)
6- $K_{SM}(\tilde{e}) = lC^T (C \tilde{e} / (\varepsilon + C \tilde{e}))$	Observateur à mode glissant (lisse)
7- $K_{SM}(\tilde{e}) = l(C \tilde{e})^{0.5} C^T C \text{sign}(\tilde{e})$	Observateur à mode glissant (non lisse) [CAO00]

Remarque 2.5 : L'addition de σ -modification dans la loi d'adaptation paramétrique (2.24) rend la supposition sur l'excitation persistante inutile [IOA84] et aussi le contrôleur plus robuste (i.e. le problème “d'explosion des paramètres” n'a pas lieu). Rappelons que l'apprentissage flou a lieu ici en ligne et aucune information hors ligne n'est exigée. Notons que, en fait, cette appellation “*apprentissage flou*” est inspirée des réseaux neurones. Dans la littérature de la commande adaptative, plusieurs techniques et alternatives ont été proposées

pour assurer la bornitude de tous les signaux du système en boucle fermée, i.e. les états du système, la commande, les paramètres estimés, en présence des incertitudes du système. Celles-ci incluent σ -modification [IOA84, PAR03a, PAR04, PAR05b], e -modification [NAR87, PUR05], e^2 -modification [RAO94], les algorithmes de projection [WAN94, LEU99, WAN03a, WAN04b, LEU05], et la zone-morte [KOO01]. En fait, l'idée est simple, elle consiste à modifier la loi adaptative de sorte que la dérivée par rapport au temps de la fonction de Lyapunov devienne négative quand les paramètres adaptatifs dépassent certaines bornes. Bien que σ -modification ait été adoptée dans (2.24) pour éviter l'explosion des paramètres, ce terme présente un inconvénient majeure : *même dans le cas idéal où il y a une approximation floue parfaite et sans perturbations, σ -modification ne conduit pas les erreurs de poursuite à zéro.* Cette imperfection a motivé les chercheurs à trouver d'autres variantes dites : e -modification et e^2 -modification qui éliminent l'inconvénient principal du σ -modification en multipliant respectivement la norme du signal d'erreur et la norme au carrée du signal d'erreur avec le terme σ -modification dans la loi d'adaptation. Quant à l'algorithme de projection, il permet de garder les paramètres flous estimés à l'intérieur d'un ensemble convexe prescrit qui contient les paramètres optimaux inconnus. Cette approche exige la connaissance de la borne des paramètres flous optimaux inconnus, alors que σ -modification, e -modification et e^2 -modification n'exigent aucune information a priori sur les paramètres flous optimaux. Notons qu'un traitement complet de la commande adaptative robuste peut être trouvé dans [IOA96].

Remarque 2.6 :

- 1- Bien que le choix du paramètre ρ dans (2.25) dépend de la constante inconnue c_5 , ce paramètre est généralement choisi par une procédure dite essai-erreur, e.g. comme dans [KUN05, LEU05, WAN03a, LEU99]). Egalement, il peut être estimé en ligne par : $\dot{\rho} = \gamma_1 (|e_f| - \sigma_1 \rho)$, où γ_1 , et σ_1 sont des constantes positives de conception, e.g. comme dans [PAR03a, PAR04, PAR05b].
- 2- Pour s'affranchir du phénomène de réticence intrinsèque à la fonction $sign(e_f)$ dans (2.25), dans la pratique, cette fonction discontinue est remplacée par une fonction lisse (douce) équivalente, e.g. $Sat(e_f)$, $Tanh(k_r e_f)$, $arcTan(k_r e_f)$, $e_f / (\varepsilon_r + |e_f|)$, où k_r et $\varepsilon_r > 0$.

2.2.5 Résultats de simulation

Pour illustrer les performances de cette approche de commande proposée, nous considérons la commande en poursuite de deux systèmes benchmark non linéaires affines en la commande : un système chaotique dit “Duffing forced oscillation system” et un pendule inversé.

2.2.5.1 Exemple 1 (système chaotique)

Considérons le système chaotique dit “Duffing forced oscillation system” [WAN94] qui est décrit par les équations dynamiques suivantes :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= -0.1x_2 - x_1^3 + 12 \cos(t) + u + d(t), \\ y &= x_1.\end{aligned}\tag{2.57}$$

Notons que, en régime libre ($u = 0$), le système (2.57) est chaotique [WAN94]. Nous supposons que la perturbation externe $d(t)$ est un signal carré ayant une amplitude ± 1 et une période de $2\pi(s)$. L'objectif de la commande est de forcer la sortie du système à suivre la trajectoire désirée $y_m = \sin(t)$, sous la condition que seule la sortie y soit mesurable.

Supposons qu'il n'y a aucune connaissance *a priori* sur les non-linéarités du système. Le vecteur d'entrée du système adaptatif flou, employé pour approcher la commande idéale u^* , est l'état estimé $\hat{x}^T = [\hat{x}_1, \hat{x}_2]$. Comme le montre la Figure 2.2, pour chaque variable d'entrée du système flou, nous définissons trois fonctions d'appartenance (triangulaires et trapézoïdales) uniformément distribuées sur l'univers de discours $[-3, 3]$.

Les valeurs initiales des paramètres flous estimés are sélectionnées comme suit : $\theta_i(0) = 0$, i.e. aucune information *a priori* sur les paramètres des conclusions. Les paramètres de conception sont choisis comme suit: $\alpha = 1, \alpha_0 = 100, K = 100, \rho = 5, \gamma = 1500, \sigma = 0.1$, et $K_c^T = [1, 2]$.

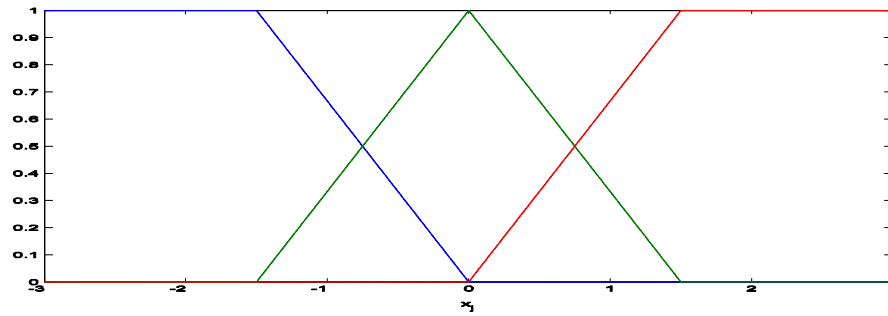


Figure 2.2 : Fuzzification des entrées (x_1, x_2) du système flou dans l'exemple 1.

Résolvant l'équation matricielle (2.27), nous obtenons la matrice symétrique et définie positive suivante

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Du Tableau 2.1 et des équations (2.28-2.29), nous pouvons proposer l'observateur à modes glissants suivant [FIL03] :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{e}}_1 &= \hat{e}_2 + 2\lambda \tilde{e} + 2l\lambda \tanh(k_o \tilde{e}), \\ \dot{\hat{e}}_2 &= -K_c^T \hat{e} + \lambda^2 \tilde{e} + l\lambda^2 \tanh(k_o \tilde{e}). \end{aligned} \quad (2.58)$$

avec $l = 0.1, \lambda = 10, k_o = 35$, et $\hat{e}(0) = [1.5, 1.5]^T$.

Les Figures 2.3 et 2.4 présentent respectivement les résultats de simulation pour $u_r = 0$ et $u_r \neq 0$ (i.e. sans et avec le terme de commande robuste). D'après ces figures, nous constatons que les performances de poursuite et d'observation sont satisfaisantes et tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés. Aussi, nous remarquons clairement que l'augmentation de la commande adaptative floue par le terme de commande robuste (i.e. $u_r \neq 0$) améliore les performances de poursuite.

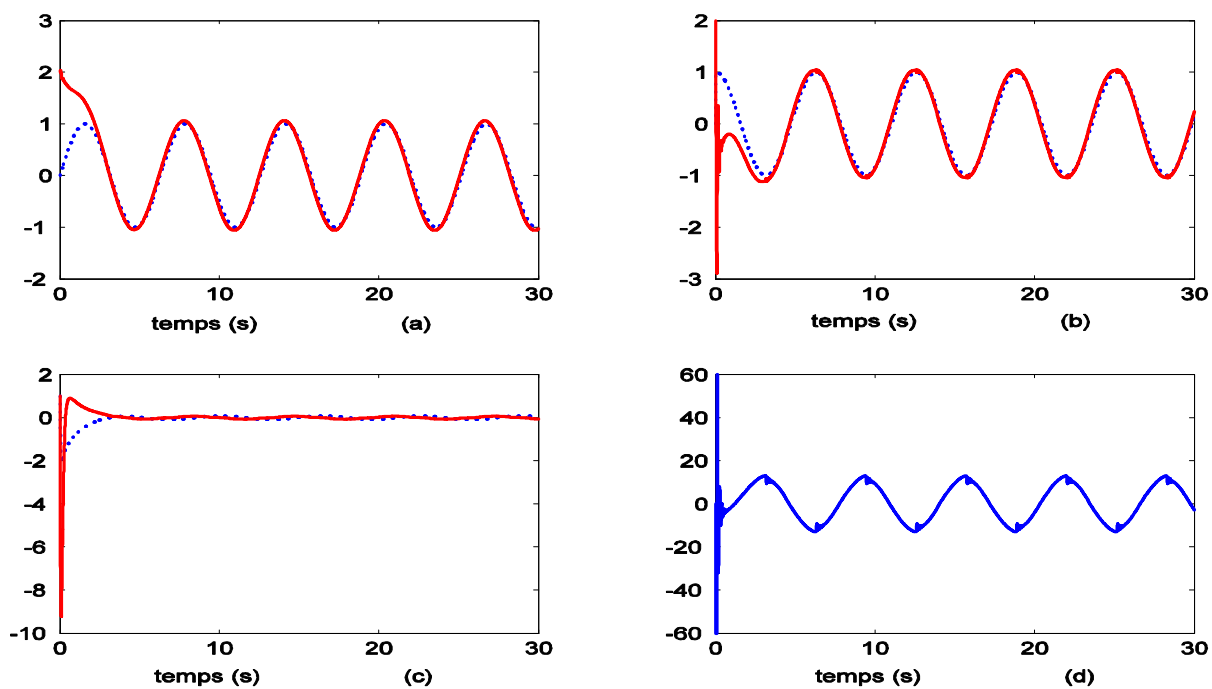


Figure 2.3: Résultats de simulation de l'exemple 1 avec $u_r = 0$. **(a)** x_1 (trait continu) et y_m (trait pointillé). **(b)** x_2 (trait continu) et \dot{y}_m (trait pointillé). **(c)** \hat{e}_2 (trait continu) et \hat{e}_1 (trait pointillé). **(d)** Signal de commande u .

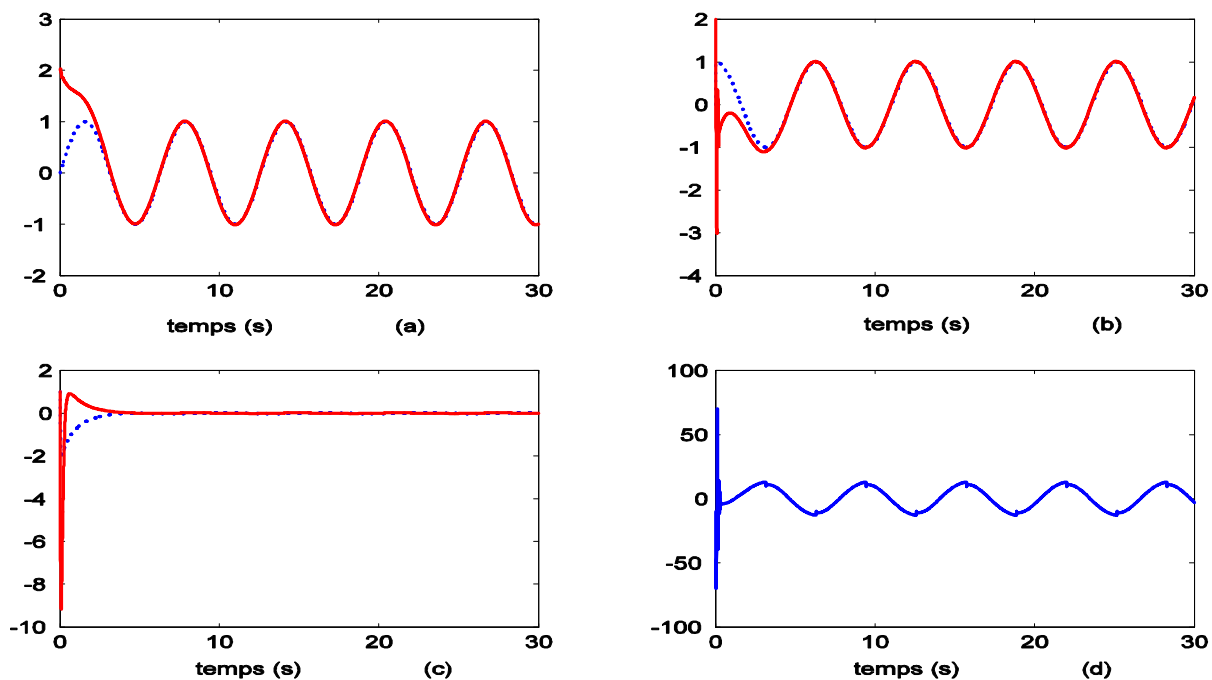


Figure 2.4: Résultats de simulation de l'exemple 1 avec $u_r \neq 0$. **(a)** x_1 (trait continu) et y_m (trait pointillé). **(b)** x_2 (trait continu) et \dot{y}_m (trait pointillé). **(c)** \hat{e}_2 (trait continu) et \hat{e}_1 (trait pointillé). **(d)** Signal de commande u .

2.2.5.2 Exemple 2 (pendule inversé)

Considérons maintenant le pendule inversé. Soit $x_1 = \theta$ est la position angulaire du pendule et $x_2 = \dot{\theta}$ sa vitesse angulaire. Son modèle dynamique est donné par [WAN94]:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} (f + gu + d(t)),$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

$$\text{où } f(x_1, x_2) = \frac{mlx_2 \sin x_1 \cos x_1 - (M + m)g_a \sin x_1}{ml \cos^2 x_1 - \frac{4}{3}l(M + m)}, \quad g(x_1, x_2) = \frac{-\cos x_1}{ml \cos^2 x_1 - \frac{4}{3}l(M + m)},$$

et g_a est l'accélération due à la pesanteur, M est la masse du chariot, m est la masse du pendule, l est la demi-longueur du pendule et u est la force appliquée.

La perturbation externe $d(t)$ est supposée un signal carré ayant une amplitude ± 1 et une période de $2\pi(s)$.

L'objectif de la commande est de forcer la sortie du système y à suivre la trajectoire $y_m = \sin(t)$, sous la condition que seule la sortie y est disponible pour la mesure. Pour le pendule inversé, nous choisissons les valeurs numériques suivantes: $M = 1kg$, $m = 0.1kg$, $l = 0.5m$, et $g_a = 9.8m/s^2$.

Du Tableau 2.1 et des équations (2.28) et (2.29), nous pouvons concevoir l'observateur à grand-gain suivant :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{e}}_1 &= \hat{e}_2 + 2\lambda \tilde{e}, \\ \dot{\hat{e}}_2 &= -K_c^T \hat{e} + \lambda^2 \tilde{e}. \end{aligned} \quad (2.60)$$

avec $K_c^T = [100, 20]$, $\lambda = 100$, et $\hat{e}(0) = [0, 0]^T$.

Supposons que les non-linéarités du système sont non inconnues. Le vecteur d'entrée du système flou, employé pour approcher la commande idéale u^* , est $\hat{x}^T = [\hat{x}_1, \hat{x}_2]$. Comme le montre la Figure 2.5, pour chaque variable d'entrée du système flou, nous définissons trois fonctions d'appartenance (triangulaires et trapézoïdales) uniformément distribuées sur l'univers de discours $[-2, 2]$.

Les valeurs initiales des paramètres du système flou sont fixées comme suit : $\theta_i(0) = 0$, i.e. aucune information *a priori* sur les paramètres des conclusions. Les paramètres de conception sont choisis comme suit: $\alpha = 10, \alpha_0 = 20, K = 20, \rho = 0, \gamma = 1500, \sigma = 0.1$.

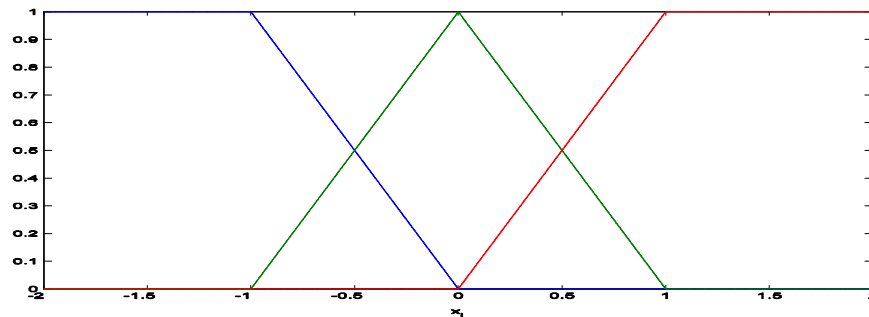


Figure 2.5 : Fuzzification des entrées (x_1, x_2) du système flou dans l'exemple 2.

En résolvant l'équation matricielle (2.27), nous obtenons

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Afin de montrer l'efficacité du terme de commande adaptative floue, pendant toutes les simulations de cet exemple, nous choisissons $\rho = 0$ (i.e. $u_r = 0$). En outre, pour simuler des situations pratiques, la mesure utilisée (i.e. la sortie y) a été corrompue par un bruit additif. Les Figures 2.6-2.7 illustrent respectivement les résultats de simulation de la commande adaptative floue à base d'un observateur à grand-gain pour $\lambda = 10$ et $\lambda = 120$. De ces résultats, nous remarquons que le terme flou est capable de réaliser les objectifs de la commande même en présence du bruit de mesure et en absence du terme de commande robuste. En outre, nous pouvons voir qu'une petite valeur de λ (dans la Figure 2.6) permet d'obtenir des estimées presque sans bruit. Mais, pour une valeur très grande de λ (la Figure 2.7), l'observateur exhibe un pic important pendant la période transitoire et devient aussi sensible au bruit puisque le niveau du bruit dans les estimées fournies est sensiblement élevé. Il est très important de noter que dans la pratique le choix de λ doit assurer un compromis entre une bonne estimation des états du système et un comportement satisfaisant avec un rejet du bruit de mesure.

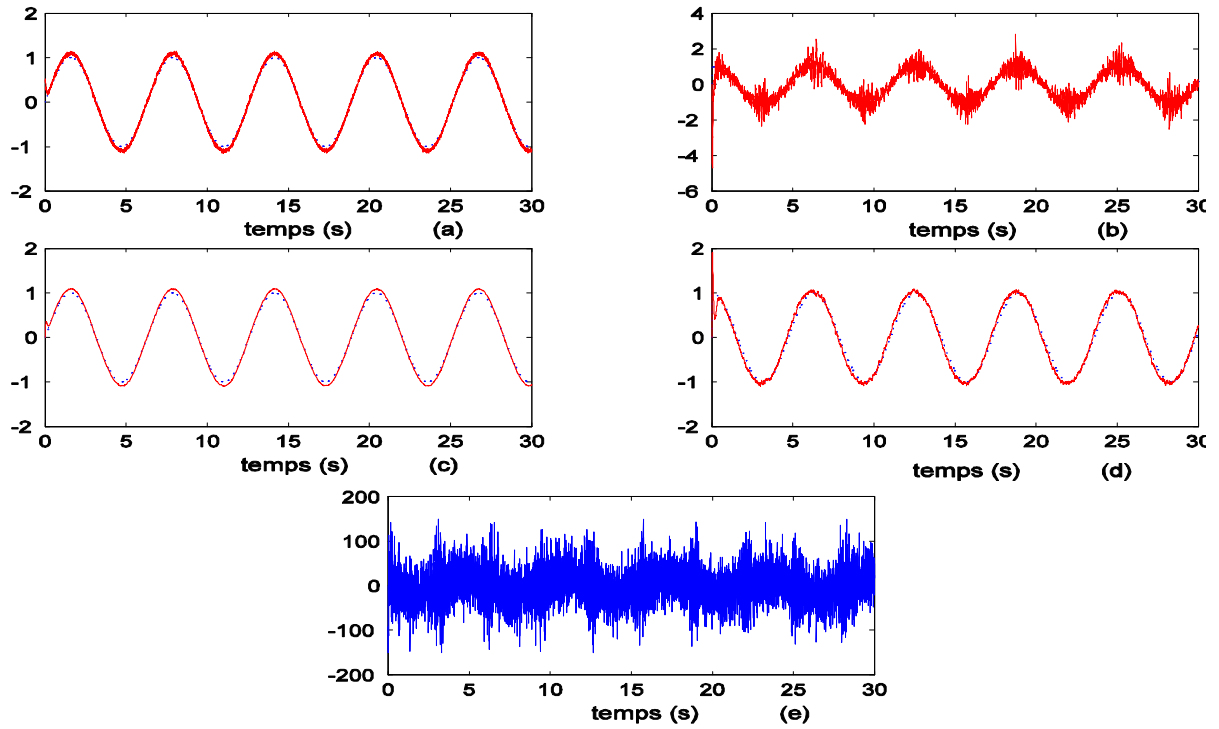


Figure 2.6 Résultats de l'exemple 2 avec bruit de mesure, pour $\lambda = 10$. (a) x_1 (trait continu) et y_m (trait pointillé). (b) x_2 (trait continu) et \hat{y}_m (trait pointillé). (c) \hat{x}_1 (trait continu) et y_m (trait pointillé). (d) \hat{x}_2 (trait continu) et \hat{y}_m (trait pointillé). (e) Signal de commande u .

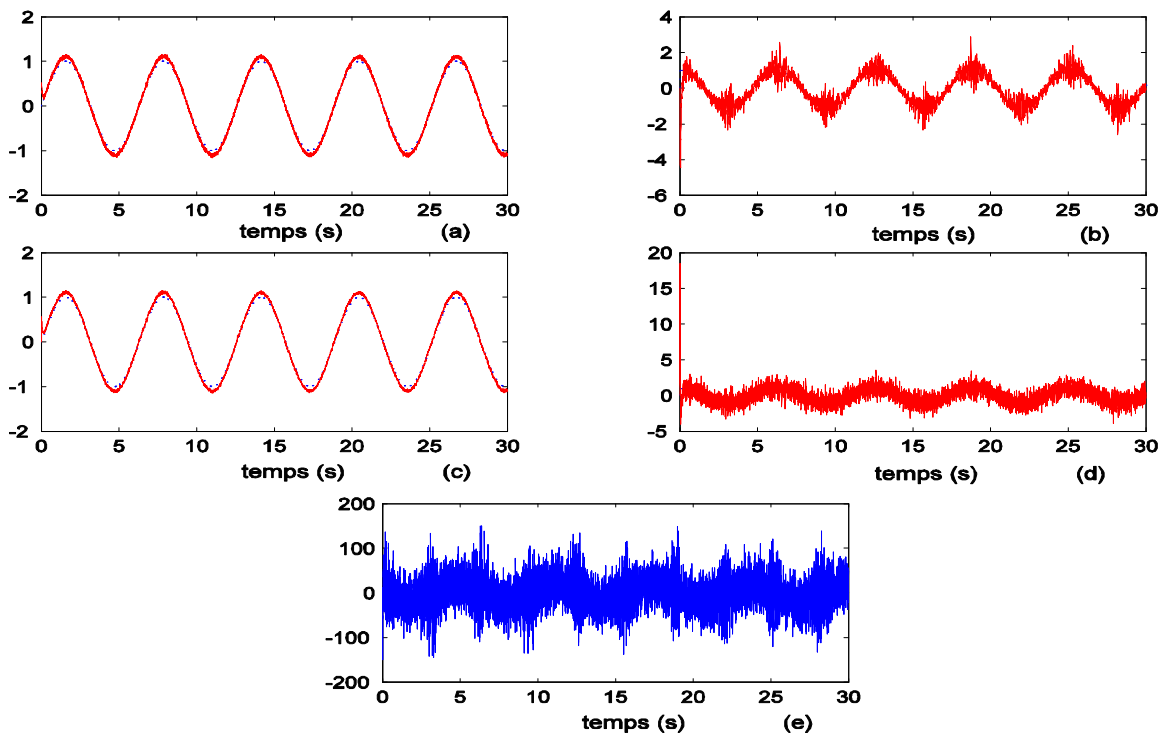


Figure 2.7 Résultats de l'exemple 2 avec bruit de mesure, pour $\lambda = 120$. (a) x_1 (trait continu) et y_m (trait pointillé). (b) x_2 (trait continu) et \hat{y}_m (trait pointillé). (c) \hat{x}_1 (trait continu) et y_m (trait pointillé). (d) \hat{x}_2 (trait continu) et \hat{y}_m (trait pointillé). (e) Signal de commande u .

2.3 Commande adaptative indirecte floue à base d'observateur

2.3.1 Position du problème

Considérons de nouveau le système dynamique non linéaire mono-entrée mono-sortie décrit par des équations différentielles de la forme (2.1), i.e.

$$\begin{aligned} \dot{x}^{(n)} &= f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) + g(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})u + d(t), \\ y &= x. \end{aligned} \quad (2.61)$$

ou encore

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= A\underline{x} + B[f(\underline{x}) + g(\underline{x})u + d(t)] \\ y &= C\underline{x}. \end{aligned} \quad (2.62)$$

où

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\underline{x} = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in R^n$ est le vecteur d'état, $u \in R$ l'entrée de commande du système, $y \in R$ sa sortie, $f(\underline{x})$ et $g(\underline{x})$ des fonctions non linéaires continues inconnues, $d(t)$ la perturbation externe.

Les hypothèses réalistes suivantes sont nécessaires par la suite.

Hypothèse 2.6 : Le vecteur d'état \underline{x} est non mesurable, excepté la sortie du système y .

Hypothèse 2.7 : La trajectoire désirée $y_m(t)$ et ses dérivées jusqu'à l'ordre n sont connues, continues et bornées.

Hypothèse 2.8 : Le gain de commande $g(\underline{x})$ est non nul et de signe connu. Sans perte de généralité, nous supposons que $0 < g(\underline{x}) \leq g_h$, pour tout $\underline{x} \in \Omega_{\underline{x}} \subset R^n$, avec g_h est une constante donnée.

Hypothèse 2.9 : Le terme de la perturbation externe est borné comme suit : $|d(t)| \leq D$ avec D est une constante positive.

Notre objectif consiste à déterminer une loi de commande adaptative indirecte floue forçant la sortie du système à suivre la trajectoire désirée tout en assurant la bornitude de tous les signaux du système en boucle fermée. Puisque les fonctions non linéaires $f(\underline{x})$ et $g(\underline{x})$ sont inconnues et les états du système ne sont pas mesurables, par la suite, un système flou sera utilisé comme un élément de base pour approcher les non-linéarités inconnues et un observateur d'erreur sera conçu pour estimer le vecteur d'état.

2.3.2 Conception de la commande adaptative indirecte floue

Inspirée de [PAR04], la conception de ce contrôleur adaptatif indirect flou est basée sur le *théorème des fonctions implicites* [KHA96]. Après avoir ajouté et soustrait le terme bu au système (2.61), la dérivée nième de l'erreur de poursuite de la sortie peut être donnée par :

$$\begin{aligned} e^{(n)} &= -x^{(n)} + y_m^{(n)} \\ &= -[f(\underline{x}) + (g(\underline{x}) - b)u] + y_m^{(n)} - bu - d \\ &= -\varphi(\underline{x}, u) + y_m^{(n)} - bu - d \end{aligned} \quad (2.63)$$

avec

$$\varphi(\underline{x}, u) = f(\underline{x}) + (g(\underline{x}) - b)u \quad (2.64)$$

où b est une constante positive de conception devant satisfaire la condition suivante [PAR04, JIA01, JIA02, JIA04]:

$$b > \frac{g(\underline{x})}{2}, \quad \forall \underline{x} \in \Omega_{\underline{x}} \quad (2.65)$$

Le système (2.63) peut s'écrire dans l'espace d'état comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{\underline{e}} &= A\underline{e} + B[-\varphi(\underline{x}, u) + y_m^{(n)} - bu - d], \\ e &= C\underline{e}. \end{aligned} \quad (2.66)$$

où $\underline{y}_m = [y_m, \dot{y}_m, \dots, y_m^{(n-1)}]^T$, $\underline{e} = \underline{y}_m - \underline{x}$ est le vecteur des erreurs de poursuite et $e = y_m - y$ est l'erreur de poursuite de la sortie.

A partir de (2.66), la commande peut être déterminée comme suit [BOU08a] :

$$u = \frac{1}{b}[-u_a + v] \quad (2.67)$$

où u_a est un terme adaptatif conçu pour compenser la non-linéarité $\varphi(\underline{x}, u)$ par un système flou, $v = K_c^T \underline{e} + y_m^{(n)}$ est un terme linéaire de commande employé pour stabiliser les

dynamiques linéarisées, et $K_c = [k_c^1, k_c^2, \dots, k_c^n]^T$ est un vecteur des gains choisis de telle sorte que le polynôme caractéristique de $A - BK_c^T$ soit Hurwitz.

Si la non-linéarité $\varphi(\underline{x}, u)$, dans (2.66), est parfaitement compensée par le terme adaptatif flou $u_a = u_a^* = \varphi(\underline{x}, u)$, et en outre $d = 0$, nous pouvons montrer que $e^{(n)} + K_c^T \underline{e} = 0$. Donc, e converge asymptotiquement vers zéro quand $t \rightarrow \infty$.

Il est important de noter qu'il existe d'autres méthodes dans la littérature pour approcher la non-linéarité $\varphi(\underline{x}, u)$ telles que:

- 1) Observateur de perturbation [JIA01, JIA02, JIA04, BOU07a].
- 2) Autres approximateurs universels tels que: Réseaux de neurones, fonctions radiales de base, et ondulletes.

Par la suite, c'est le système flou (1.40) qui sera utilisé pour estimer $\varphi(\underline{x}, u)$. Dans ce cas, les entrées de ce système flou ne sont que \underline{x} et u (où $u = [-u_a + v]/b$), puisque $\varphi(\underline{x}, u)$ est en fonction de ces derniers. Dans cette formulation, le système flou doit être *récurrent* comme la sortie du système flou est directement bouclée et elle devient ainsi comme une entrée. La Figure 2.8 illustre cette situation. Si nous employons un système flou récurrent, le problème de point fixe doit être résolu à chaque instant et ceci exige un temps de calcul prohibitif [PAR04]. Pour éviter l'utilisation d'un tel système flou, nous appliquons le théorème des fonctions implicites [KHA96] pour garantir que u_a^* vérifiant :

$$h(\underline{x}, v, u_a^*) = \varphi(\underline{x}, (-u_a^* + v)/b) - u_a^* = 0 \quad (2.68)$$

est seulement en fonction de \underline{x} et v , et donc le bouclage de la sortie, comme dans la Figure 2.8, n'est plus nécessaire. Le lemme suivant est donné pour montrer que u_a^* vérifiant (2.68) existe et est seulement en fonction de \underline{x} et v .

Lemme 2.2 [PAR04, BOU07a, BOU08a] : *Si la constante b est choisie telle que la condition (2.65) soit toujours satisfaite, donc il existe un ensemble compact $\Omega_{\underline{x}} \subset R^n$ et une solution unique u_a^* qui est seulement en fonction de \underline{x} et v telle que $u_a^*(\underline{x}, v)$ satisfait (2.68) pour tout $(\underline{x}, v) \in \Omega_{\underline{x}} \times R$.*

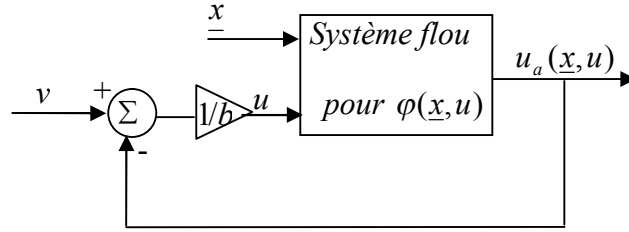


Figure 2.8 : Système flou récurrent.

Preuve du Lemme 2.2

En premier lieu, nous démontrons que la solution u_a^* de (2.68) existe. La condition suffisante pour l'existence de cette solution est que l'application $\varphi(\cdot)$ est contractive sur l'ensemble du domaine des entrées, i.e. l'inégalité suivante [PAR04, BOU07a, BOU08a] doit être vérifiée :

$$\left| \frac{\partial \varphi}{\partial u_a^*} \right| < 1 \quad (2.69)$$

Cela peut s'écrire comme suit

$$\begin{aligned} \left| \frac{\partial \varphi}{\partial u_a^*} \right| &= \left| \frac{\partial (f(\underline{x}) + (g(\underline{x}) - b)u^*)}{\partial u^*} \cdot \frac{\partial u^*}{\partial u_a^*} \right| \\ &= \left| (g(\underline{x}) - b) \left(\frac{1}{b} \right) \right| \\ &= \left| \frac{g(\underline{x})}{b} - 1 \right| < 1 \end{aligned} \quad (2.70)$$

où $u^* = (-u_a^* + v)/b$. Nous pouvons remarquer que la dernière inégalité est valide si la condition (2.65) est toujours satisfaite.

En suite, nous devons montrer que $\partial h(\cdot)/\partial u_a^*$ est non nulle. En dérivant le membre gauche de (2.68) par rapport à u_a^* , nous obtenons

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial u_a^*} h(\underline{x}, v, u_a^*) &= \frac{\partial}{\partial u_a^*} \{ \varphi(\underline{x}, (-u_a^* + v)/b) - u_a^* \} \\ &= \frac{\partial}{\partial u_a^*} \{ f(\underline{x}) + (g(\underline{x}) - b)u^* - u_a^* \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\partial}{\partial u^*} \left\{ f(\underline{x}) + (g(\underline{x}) - b)u^* \right\} \frac{\partial u^*}{\partial u_a^*} - 1 \\
&= \{g(\underline{x}) - b\} \left(-\frac{1}{b} \right) - 1 \\
&= -\frac{g(\underline{x})}{b}
\end{aligned} \tag{2.71}$$

Le fait que $0 < g(\underline{x})$, $\partial h(\cdot)/\partial u_a^*$ est toujours différent de zéro. Conformément au théorème des fonctions implicites, il existe une solution unique $u_a^*(\underline{x}, v)$ qui satisfait (2.68) pour tout $(\underline{x}, v) \in \Omega_{\underline{x}} \times R$. Ceci termine la preuve du Lemme 2.2 \square

Notons que ce lemme important nous autorise d'employer pour approcher u_a^* un *système flou statique* (1.40) plutôt qu'un *système flou récurrent*. De ce fait, le vecteur des entrées de ce système flou est $\underline{\eta} = [\underline{x}^T, v]^T$.

Le système flou de la forme (1.40) est utilisé pour estimer en ligne la non-linéarité $\varphi(\underline{x}, u)$, comme suit :

$$u_a = \theta^T \psi(\underline{\eta}) \tag{2.72}$$

La fonction $u_a^*(\underline{\eta})$ qui satisfait (2.68) peut être idéalement approximée selon le théorème des approximateurs universels [WAN92, WAN94], comme suit

$$\begin{aligned}
u_a^*(\underline{\eta}) &= u_a(\underline{\eta}, \theta^*) + \varepsilon(\underline{\eta}) \\
&= \theta^{*T} \psi(\underline{\eta}) + \varepsilon(\underline{\eta})
\end{aligned} \tag{2.73}$$

où $\varepsilon(\underline{\eta})$ est l'erreur d'approximation floue et θ^* est vecteur des paramètres optimaux qui est défini par

$$\theta^* = \arg \min_{\theta \in \Omega_\theta} \left[\sup_{\underline{\eta} \in \Omega_{\underline{x}} \times R} |u_a(\underline{\eta}, \theta) - u_a^*(\underline{\eta})| \right] \tag{2.74}$$

où Ω_θ est l'espace de contraintes de θ . Pour les paramètres optimaux, nous avons besoin à la supposition classique suivante.

Hypothèse 2.10 : Le vecteur des paramètres optimaux satisfait

$$\|\theta^*\| \leq M_\theta \tag{2.75}$$

avec M_θ est une constante positive inconnue.

Selon le théorème d'approximation universelle pour les systèmes flous [WAN92, WAN94], il existe une constante positive c_0 telle que l'inégalité suivante est valide pour tout $\underline{\eta} \in (\Omega_{\underline{x}} \times R)$:

$$|\varepsilon(\underline{\eta})| \leq c_0 \quad (2.76)$$

Puisque le vecteur $\underline{\eta}$ n'est pas mesurable, donc il sera remplacé dans le système flou adaptatif par son estimé $\hat{\underline{\eta}} = [\hat{\underline{x}}^T, \hat{v}]^T$. D'une manière similaire au schéma de commande précédent, par la suite, nous concevrons un observateur unifié pour estimer le vecteur d'erreur de poursuite \underline{e} . Ainsi, nous pouvons servir cette estimation pour déduire l'estimation de l'état (i.e. $\hat{\underline{x}} = \underline{y}_m - \hat{\underline{e}}$) et celle du terme linéaire v comme suit :

$$\hat{v} = y_m^{(n)} + K_c^T \hat{\underline{e}} \quad (2.77)$$

où $\hat{\underline{e}}$ est l'estimé de \underline{e} .

Donc, la sortie du système flou adaptatif u_a est décrite par

$$u_a(\hat{\underline{\eta}}, \theta) = \theta^T \psi(\hat{\underline{\eta}}) \quad (2.78)$$

où $\hat{\underline{\eta}} = [\hat{\underline{x}}^T, \hat{v}]^T$.

Pour l'analyse de la stabilité, nous aurons besoin du lemme suivant.

Lemme 2.3 : *Si l'Hypothèse 2.3 est satisfaite, alors il existe des constantes positives c_1 et c_2 telles que :*

$$|\varphi(\underline{x}, u) - \varphi(\underline{x}, u^*)| \leq c_1 \|\tilde{\theta}\| + c_2 \quad (2.79)$$

Pour tout $\underline{\eta} \in (\Omega_{\underline{x}} \times R)$, où $u^* = (-u_a^* + v)/b$ et $\tilde{\theta} = \theta - \theta^*$ sont les erreurs d'estimation paramétriques.

Preuve du Lemme 2.3 : Si b est choisi tel que la condition (2.65) soit toujours satisfaite et en utilisant (2.64) et (2.70), nous avons :

$$\begin{aligned} |\varphi(\underline{x}, u) - \varphi(\underline{x}, u^*)| &\leq |g(\underline{x}) - b| |u - u^*| \\ &\leq b |u - u^*| \end{aligned} \quad (2.80)$$

En employant (2.67), (2.75)-(2.76) et (2.77)-(2.78), l'inégalité (2.80) peut être encore écrite comme suit :

$$|\varphi(\underline{x}, u) - \varphi(\underline{x}, u^*)| \leq \frac{b}{b} |(-u_a + v) - (-u_a^* + v)|$$

$$\begin{aligned}
&= |u_a(\hat{\eta}, \theta) - u_a(\eta, \theta^*) - \varepsilon(\eta)| \\
&\leq |\tilde{\theta}^T \psi(\hat{\eta})| + |\theta^{*T} (\psi(\hat{\eta}) - \psi(\eta))| + |\varepsilon(\eta)| \\
&\leq c_1 \|\tilde{\theta}\| + c_2.
\end{aligned}$$

où $c_1 = \sup_t \|\psi(\hat{\eta})\|$ et $c_2 = (M_\theta \sup_t \|\psi(\hat{\eta}) - \psi(\eta)\| + c_0)$. Cela termine la preuve du lemme. \square

En remplaçant la loi de commande proposée, i.e. $u = [-\theta^T \psi(\hat{\eta}) + K_c^T \hat{e} + y_m^{(n)}] / b$, dans (2.66), et en utilisant (2.68) et (2.73), nous obtenons la dynamique de l'erreur de poursuite suivante :

$$\begin{aligned}
\dot{e} &= (A - BK_c^T) e + B [\tilde{\theta}^T \psi(\hat{\eta}) + K_c^T \tilde{e} + w_1], \\
e &= C e.
\end{aligned} \tag{2.81}$$

où $\tilde{e} = e - \hat{e} = \hat{x} - x$ est le vecteur des erreurs d'observation, $\tilde{\theta} = \theta - \theta^*$ sont les erreurs d'estimation paramétrique et

$$w_1 = -\varepsilon(\eta) + [\varphi(x, u^*) - \varphi(x, u)] + \theta^{*T} [\psi(\hat{\eta}) - \psi(\eta)] - d \tag{2.82}$$

Notons par P la solution symétrique et définie positive de l'équation matricielle de Lyapunov suivante

$$A_c^T P + P A_c = -Q \tag{2.83}$$

où $A_c = A - BK_c^T$ et Q est une matrice symétrique et définie positive dont le choix est libre.

2.3.3 Conception de la loi d'adaptation

La loi proportionnelle-intégrale (PI) suivante est proposée pour ajuster les paramètres des conclusions [BOU08a] :

$$\dot{\theta} + \gamma_2 \dot{\delta} = -\sigma \gamma_1 \theta - \gamma_1 \hat{e}^T P B \psi(\hat{\eta}) \tag{2.84}$$

où $\gamma_1, \gamma_2, \sigma > 0$ sont des constantes de conception et $\delta \in R^r$ est une fonction de conception qui doit être choisie telle que la condition suivante est toujours vérifiée :

$$\delta^T [\sigma \theta + \hat{e}^T P B \psi(\hat{\eta})] \geq 0 \tag{2.85}$$

Nous donnerons par la suite, quelques exemples pour cette fonction de conception. Notons que la loi d'adaptation (2.84) comporte deux termes utiles: un terme dit σ -modification [IOA84] qui peut assurer la bornitude des paramètres et un terme proportionnel δ qui peut

contribuer à la stabilité du système en boucle fermée. Par la suite, nous verrons que la conception de ce dernier selon la condition (2.85) permet d'avoir un terme négatif dans la dérivée de la fonction de Lyapunov. En fait, il peut même remplacer le terme de commande robuste qui est communément ajouté à la commande adaptative floue afin de pallier aux erreurs d'approximation floue et perturbations externes.

2.3.4 Conception de l'observateur

Afin de résoudre le problème des états non mesurables, nous utilisons l'observateur unifié (2.29), i.e.

$$\begin{aligned}\dot{\hat{e}} &= [A - BK_c^T] \hat{e} + \lambda \Delta_\lambda^{-1} S^{-1} K(\tilde{e}) \\ \hat{e} &= C \hat{e}\end{aligned}\tag{2.86}$$

où $\lambda \geq 1$ est le gain de l'observateur, Δ_λ est une matrice diagonale et définie positive donnée par (2.26), S est l'unique solution de l'équation algébrique de Lyapunov (2.27) qui est symétrique et définie positive et $K(\tilde{e})$ est une fonction de conception continue ou discontinue devant vérifier l'inégalité (2.28).

En soustrayant (2.86) de (2.81), nous obtenons la dynamique de l'erreur d'observation :

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{e}} &= A\tilde{e} + B[\tilde{\theta}^T \psi(\hat{\eta}) + w_1] - \lambda \Delta_\lambda^{-1} S^{-1} K(\tilde{e}) \\ \tilde{e} &= C\tilde{e}\end{aligned}\tag{2.87}$$

où w_1 est donnée par (2.82).

Pour simplifier l'analyse de la stabilité, nous définissons une transformation d'état comme suit :

$$\underline{z} = \Delta_\lambda \tilde{e}\tag{2.88}$$

Puisque $\Delta_\lambda A \Delta_\lambda^{-1} = \lambda A$ et le fait que $K(\tilde{e}) = K(z)$, l'équation (2.87) peut être écrite en terme de \underline{z} comme suit :

$$\begin{aligned}\dot{\underline{z}} &= \lambda A \underline{z} - \lambda S^{-1} K(z) + \Delta_\lambda B[\tilde{\theta}^T \psi(\hat{\eta}) + w_1] \\ \underline{z} &= C \underline{z}\end{aligned}\tag{2.89}$$

Maintenant, nous avons besoin au lemme suivant qui sera utile par la suite dans l'analyse de la stabilité.

Lemme 2.4 : Si les suppositions 2.8-2.10 sont satisfaites, alors il existe des constantes positives c_1, c_3 , et c_4 telles que :

$$a) |w_1| \leq c_1 \|\tilde{\theta}\| + c_3 \quad (2.90)$$

$$b) |\tilde{\theta}^T \psi(\underline{\hat{\eta}}) + w_1| \leq c_4 \|\tilde{\theta}\| + c_3 \quad (2.91)$$

Pour tout $\underline{\eta} \in (\Omega_{\underline{x}} \times R)$.

Preuve du Lemme 2.4 :

a) En utilisant (2.82), w_1 peut être borné comme suit :

$$|w_1| \leq |\varepsilon(\underline{\eta})| + |\varphi(\underline{x}, u) - \varphi(\underline{x}, u^*)| + |\theta^{*T} [\psi(\underline{\hat{\eta}}) - \psi(\underline{\eta})]| + |d(t)| \quad (2.92)$$

Le fait que $\psi(\cdot)$ et $d(t)$ sont bornés et en utilisant (2.75) et (2-76) et le lemme 2.3, nous avons :

$$\begin{aligned} |w_1| &\leq c_0 + c_1 \|\tilde{\theta}\| + c_2 + \|\theta^*\| \sup_t (\|\psi(\underline{\hat{\eta}}) - \psi(\underline{\eta})\|) + D \\ &\leq c_1 \|\tilde{\theta}\| + c_3 \end{aligned} \quad (2.93)$$

où $c_3 = c_0 + c_2 + M_\theta \sup_t (\|\psi(\underline{\hat{\eta}}) - \psi(\underline{\eta})\|) + D$. Ainsi, nous trouvons (2.90).

b) Puisque $\psi(\cdot) \in L_\infty$ et en utilisant (2.93), nous avons

$$\begin{aligned} |\tilde{\theta}^T \psi(\underline{\hat{\eta}}) + w_1| &\leq |\tilde{\theta}^T \psi(\underline{\hat{\eta}})| + |w_1|, \\ &\leq \|\tilde{\theta}\| \|\psi(\underline{\hat{\eta}})\| + |w_1|, \\ &\leq c_4 \|\tilde{\theta}\| + c_3. \end{aligned}$$

où $c_4 = \sup_t \|\psi(\underline{\hat{\eta}})\| + c_1$. □

2.3.5 Analyse de la stabilité

Les résultats suivants concluent la stabilité du système en boucle fermée, présenté par les équations (2.81) et (2.89).

Théorème 2.2 : Considérons le système non linéaire inconnu (2.61), l'observateur unifié (2.86), la loi de commande donnée par les équations (2.67), (2.77) et (2.78) avec sa loi PI

d'adaptation (2.84). Si les Hypothèses 2.6-2.10 sont satisfaites, les paramètres de conception sont choisis tels que : $\lambda > \bar{\lambda} / \lambda_{\min}(S)$, $\lambda_{\min}(Q) > \bar{\lambda}_Q$, et $\sigma > \bar{\sigma}$, où $\bar{\lambda}$, $\lambda_{\min}(Q)$ et $\bar{\sigma}$ sont des constantes positives définies plus tard, et la fonction de conception d'observateur $K(\tilde{e})$ est choisie de telle sorte que la condition (2.28) est toujours vérifiée. Alors, tous les signaux du système en boucle fermée sont UUB, i.e. $\tilde{e}, \underline{e}, \hat{e}, \theta$, et $u \in L_\infty$.

Preuve du Théorème 2.2 : Considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante

$$V = V_1 + \beta V_2 \quad (2.94)$$

où $\beta = 1/\lambda^{2n-2}$, et

$$V_1 = \underline{z}^T S \underline{z} \quad (2.95)$$

et

$$V_2 = \frac{1}{2} \underline{e}^T P \underline{e} + \frac{1}{2\gamma_1} (\tilde{\theta} + \gamma_2 \delta)^T (\tilde{\theta} + \gamma_2 \delta) \quad (2.96)$$

En dérivant V_1 le long de la solution (2.89), et en utilisant (2.27), nous obtenons

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \underline{z}^T S \dot{\underline{z}} + \dot{\underline{z}}^T S \underline{z} \\ &= -\lambda \underline{z}^T S \underline{z} - 2\lambda [\underline{z}^T K(z) - 0.5 \underline{z}^T C^T C \underline{z}] + 2 \underline{z}^T S \Delta_\lambda B [\tilde{\theta}^T \psi(\hat{\eta}) + w_1] \end{aligned} \quad (2.97)$$

Si $K(z)$ est choisie de telle sorte que la condition (2.28) soit toujours respectée, (2.97) devient

$$\dot{V}_1 \leq -\lambda \lambda_{\min}(S) \|\underline{z}\|^2 + 2 \underline{z}^T S \Delta_\lambda B [\tilde{\theta}^T \psi(\hat{\eta}) + w_1] \quad (2.98)$$

L'identité suivante peut être facilement vérifiée

$$S \Delta_\lambda B = \sqrt{\beta} S B$$

D'où, en utilisant Lemme 2.4 (i.e. l'équation (2.91)), l'équation (2.98) peut se récrire comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq -\lambda \lambda_{\min}(S) \|\underline{z}\|^2 + 2\sqrt{\beta} \left| \underline{z}^T S B \right| \left| \tilde{\theta}^T \psi(\hat{\eta}) + w_1 \right| \\ &\leq -\lambda \lambda_{\min}(S) \|\underline{z}\|^2 + 2\sqrt{\beta} \left| \underline{z}^T S B \right| \left(c_4 \|\tilde{\theta}\| + c_3 \right) \end{aligned} \quad (2.99)$$

Posons $c_5 = c_4 \|SB\|$ et $c_6 = c_3 \|SB\|$, (2.99) devient

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq -\lambda \lambda_{\min}(S) \|\underline{z}\|^2 + 2\sqrt{\beta} c_4 \|SB\| \|\underline{z}\| \|\tilde{\theta}\| + 2\sqrt{\beta} c_3 \|SB\| \|\underline{z}\| \\ &= -\lambda \lambda_{\min}(S) \|\underline{z}\|^2 + 2\sqrt{\beta} c_5 \|\underline{z}\| \|\tilde{\theta}\| + 2\sqrt{\beta} c_6 \|\underline{z}\| \end{aligned} \quad (2.100)$$

En dérivant V_2 par rapport au temps le long de la solution (2.81) et en utilisant (2.83), nous obtenons

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 &= \frac{1}{2} \underline{e}^T P \dot{\underline{e}} + \frac{1}{2} \dot{\underline{e}}^T P \underline{e} + \frac{1}{\gamma_1} (\tilde{\theta} + \gamma_2 \delta)^T (\dot{\tilde{\theta}} + \gamma_2 \dot{\delta}) \\ &= -\frac{1}{2} \underline{e}^T Q \underline{e} + \underline{e}^T P B [\tilde{\theta}^T \psi(\hat{\eta}) + K_c^T \tilde{e} + w_1] + \frac{1}{\gamma_1} (\tilde{\theta} + \gamma_2 \delta)^T (\dot{\tilde{\theta}} + \gamma_2 \dot{\delta})\end{aligned}\quad (2.101)$$

où $\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\theta} - \dot{\theta}^* = \dot{\theta}$.

En utilisant (2.84) et (2.85) et (2.90), (2.101) devient

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 &= -\frac{1}{2} \underline{e}^T Q \underline{e} + \underline{e}^T P B [\tilde{\theta}^T \psi(\hat{\eta}) + K_c^T \tilde{e} + w_1] + (\tilde{\theta} + \gamma_2 \delta)^T (-\sigma \theta - \hat{e}^T P B \psi(\hat{\eta})) \\ &= -\frac{1}{2} \underline{e}^T Q \underline{e} + \underline{e}^T P B [\tilde{\theta}^T \psi(\hat{\eta}) + K_c^T \tilde{e} + w_1] - \hat{e}^T P B \tilde{\theta}^T \psi(\hat{\eta}) - \sigma \tilde{\theta}^T \theta - \gamma_2 \delta^T (\sigma \theta + \hat{e}^T P B \psi(\hat{\eta})) \\ &\leq -\frac{1}{2} \lambda_{\min}(Q) \|\underline{e}\|^2 + c_7 \|\tilde{e}\| \|\tilde{\theta}\| + c_8 \|\underline{e}\| \|\tilde{e}\| + c_9 \|\underline{e}\| \|\tilde{\theta}\| + c_{10} \|\underline{e}\| - \sigma \tilde{\theta}^T \theta\end{aligned}\quad (2.102)$$

où $c_7 = \|PB\| \sup_t \|\psi(\hat{\eta})\|$, $c_8 = \|PBK_c^T\|$, $c_9 = c_1 \|PB\|$ et $c_{10} = c_3 \|PB\|$.

Il est important de noter que le choix de δ selon (2.85) permet d'introduire un terme négatif dans \dot{V}_2 . Ceci peut être important, si γ_2 est choisi relativement grand.

Le fait que $2\tilde{\theta}^T \theta \geq \|\tilde{\theta}\|^2 - \|\theta^*\|^2$, (2.102) peut être réécrite comme suit

$$\dot{V}_2 \leq -\frac{1}{2} \lambda_{\min}(Q) \|\underline{e}\|^2 + c_7 \|\tilde{e}\| \|\tilde{\theta}\| + c_8 \|\underline{e}\| \|\tilde{e}\| + c_9 \|\underline{e}\| \|\tilde{\theta}\| + c_{10} \|\underline{e}\| - \frac{\sigma}{2} \|\tilde{\theta}\|^2 + \frac{\sigma}{2} \|\theta^*\|^2 \quad (2.103)$$

En utilisant la propriété $\sqrt{\beta} \|\tilde{e}\| \leq \|\underline{z}\|$, et de (2.100) et (2.103), la dérivée par rapport au temps de (2.94) peut être bornée comme suit

$$\begin{aligned}\dot{V} &\leq -\lambda \lambda_{\min}(S) \|\underline{z}\|^2 + \sqrt{\beta} c_{11} \|\underline{z}\| \|\tilde{\theta}\| + 2\sqrt{\beta} c_6 \|\underline{z}\| - \frac{1}{2} \beta \lambda_{\min}(Q) \|\underline{e}\|^2 + \sqrt{\beta} c_8 \|\underline{e}\| \|\underline{z}\| + \beta c_9 \|\underline{e}\| \|\tilde{\theta}\| \\ &\quad + \beta c_{10} \|\underline{e}\| - \frac{\beta \sigma}{2} \|\tilde{\theta}\|^2 + \frac{\beta \sigma}{2} \|\theta^*\|^2\end{aligned}\quad (2.104)$$

avec $c_{11} = 2c_5 + c_7$.

En remplaçant dans (2.104) les inégalités suivantes :

$$\sqrt{\beta} c_{11} \|\underline{z}\| \|\tilde{\theta}\| \leq \frac{c_{11}^2}{4\alpha_1} \|\underline{z}\|^2 + \beta \alpha_1 \|\tilde{\theta}\|^2$$

$$2\sqrt{\beta} c_6 \|\underline{z}\| \leq \frac{1}{\alpha_2} \|\underline{z}\|^2 + \beta \alpha_2 c_6^2$$

$$\sqrt{\beta}c_8\|\underline{e}\|\|\underline{z}\| \leq \frac{1}{\alpha_3}\|\underline{z}\|^2 + \frac{\beta\alpha_3c_8^2}{4}\|\underline{e}\|^2$$

$$\beta c_9\|\underline{e}\|\|\tilde{\theta}\| \leq \frac{\beta c_9^2}{4\alpha_4}\|\underline{e}\|^2 + \beta\alpha_4\|\tilde{\theta}\|^2$$

$$\beta c_{10}\|\underline{e}\| \leq \frac{\beta}{4\alpha_5}\|\underline{e}\|^2 + \beta\alpha_5c_{10}^2$$

où $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$, et $\alpha_5 > 0$ sont des constantes positives dont le choix est libre, nous obtenons

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -(\lambda\lambda_{\min}(S) - \bar{\lambda})\|\underline{z}\|^2 - 0.5\beta(\lambda_{\min}(Q) - \bar{\lambda}_Q)\|\underline{e}\|^2 - 0.5\beta(\sigma - \bar{\sigma})\|\tilde{\theta}\|^2 + \beta\bar{\mu} \\ &\leq -\beta(\lambda\lambda_{\min}(S) - \bar{\lambda})\|\underline{z}\|^2 - 0.5\beta(\lambda_{\min}(Q) - \bar{\lambda}_Q)\|\underline{e}\|^2 - 0.5\beta(\sigma - \bar{\sigma})\|\tilde{\theta}\|^2 + \beta\bar{\mu} \end{aligned} \quad (2.105)$$

où

$$\bar{\lambda} = \frac{c_{11}^2}{4\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{1}{\alpha_3}, \quad \bar{\lambda}_Q = \frac{\alpha_3c_8^2}{2} + \frac{c_9^2}{2\alpha_4} + \frac{1}{2\alpha_5}, \quad \bar{\sigma} = 2(\alpha_1 + \alpha_4), \quad \bar{\mu} = \frac{\sigma}{2}\|\theta^*\|^2 + \alpha_2c_6^2 + \alpha_5c_{10}^2.$$

En choisissant $\lambda > \bar{\lambda} / \lambda_{\min}(S)$, $\lambda_{\min}(Q) > \bar{\lambda}_Q$, et $\sigma > \bar{\sigma}$, nous pouvons garantir que \dot{V} est négatif aussi longtemps que \underline{z} est en dehors de l'ensemble compact $\Omega_{\underline{z}}$ défini comme suit

$$\Omega_{\underline{z}} = \left\{ \underline{z} / \|\underline{z}\| \leq \sqrt{\frac{\bar{\mu}}{\lambda\lambda_{\min}(S) - \bar{\lambda}}} \right\} \quad (2.106)$$

Selon le théorème standard de Lyapunov [IOA96], nous pouvons conclure que \underline{z} est bornée et converge à l'ensemble compact $\Omega_{\underline{z}}$. De plus, le rayon de cet ensemble peut être rendu arbitrairement petit si λ est choisi suffisamment grand. De même, le signal \underline{e} est borné et converge à $\Omega_{\underline{e}}$ défini comme suit

$$\Omega_{\underline{e}} = \left\{ \underline{e} / \|\underline{e}\| \leq \sqrt{\frac{2\bar{\mu}}{\lambda_{\min}(Q) - \bar{\lambda}_Q}} \right\} \quad (2.107)$$

dont le rayon peut être rendu aussi petit qu'on veut. Le vecteur $\tilde{\theta}$ est pareillement borné et converge à $\Omega_{\tilde{\theta}}$ qui est défini comme

$$\Omega_{\tilde{\theta}} = \left\{ \tilde{\theta} / \|\tilde{\theta}\| \leq \sqrt{\frac{2\bar{\mu}}{\sigma - \bar{\sigma}}} \right\} \quad (2.108)$$

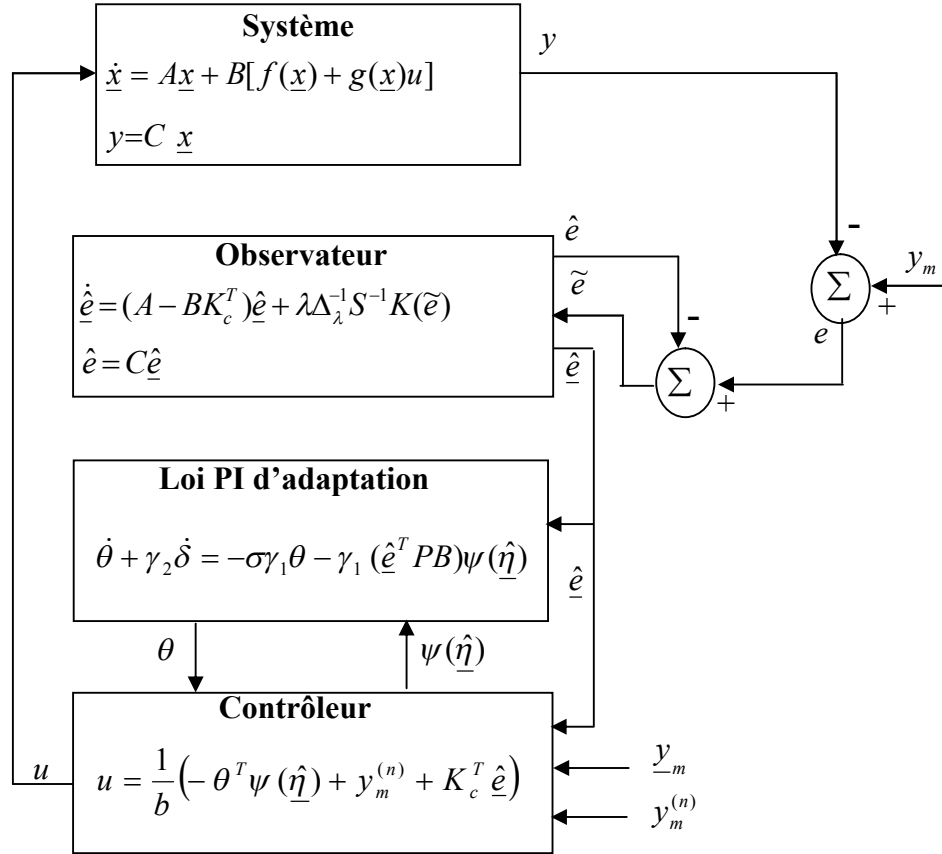


Figure 2.9 : Schéma complet de la commande adaptative indirecte floue à base de l'observateur unifié.

A partir de l'hypothèse 2.10, i.e. $\theta^* \in L_\infty$, la bornitude de $\tilde{\theta}$ peut garantir celle de θ . Le fait que e et $\tilde{e} \in L_\infty$ et $\hat{e} = e - \tilde{e}$, donc $\hat{e} \in L_\infty$. Finalement, nous remarquons que $\psi(\hat{\eta})$, θ , $y_m^{(n)}$, et $\hat{e} \in L_\infty$. D'où, $u \in L_\infty$. Ceci termine la preuve de ce théorème. \square

Le schéma de la commande adaptative indirecte floue est donné dans la Figure 2.9.

Remarque 2.7 : La loi PI d'adaptation (2.84) peut se récrire sous la forme suivante

$$\theta = \int_0^t \left(-\sigma \gamma_1 \theta - \gamma_1 (\hat{e}^T PB) \psi(\hat{\eta}) \right) d\tau - \gamma_2 \delta \quad (2.109)$$

a) Nous pouvons choisir la fonction de conception (i.e. le terme proportionnel) δ telle que: $\delta = \sigma \theta + (\hat{e}^T PB) \psi(\hat{\eta})$. Il est clair que cette fonction vérifie la condition (2.85). Donc, nous pouvons écrire (2.109) comme suit :

$$\theta = \int_0^t \left(-\sigma \gamma_1 \theta - \gamma_1 (\hat{e}^T PB) \psi(\hat{\eta}) \right) d\tau - \gamma_2 (\sigma \theta + (\hat{e}^T PB) \psi(\hat{\eta})) \quad (2.110)$$

La loi d'adaptation (2.110) ne peut pas être appliquée directement puisque il y a une *boucle algébrique*. Pour pallier à ce problème [LAB04], nous proposons la forme équivalente suivante :

$$\theta = \frac{1}{1 + \gamma_2 \sigma} \left[\int_0^t \left(-\sigma \gamma_1 \theta - \gamma_1 (\hat{e}^T PB) \psi(\hat{\eta}) \right) d\tau - \gamma_2 (\hat{e}^T PB) \psi(\hat{\eta}) \right] \quad (2.111)$$

b) En fait, il existe aussi d'autres fonctions pour δ vérifiant la condition (2.85) telle que :

$$\delta = \text{Sat}(\sigma\theta + (\hat{e}^T PB)\psi(\hat{\eta})), \text{Tanh}(k_\delta(\sigma\theta + (\hat{e}^T PB)\psi(\hat{\eta}))), \text{Arc tan}(k_\delta(\sigma\theta + (\hat{e}^T PB)\psi(\hat{\eta}))), \text{etc.},$$

avec k_δ et $\varepsilon_\delta > 0$ sont des nombres réels. Cependant, le problème de la boucle algébrique existe dans ces lois d'adaptation. Donc, on est obligé ici de résoudre à chaque fois un problème de point fixe. Les conditions d'existence de la solution (ou de convergence) peuvent être facilement établies en supposant que l'application $\delta(\theta)$ est contractive.

Remarque 2.8 : Comparée avec les schémas de commande adaptative indirecte floue dans [LEU99, TON04a, PAR05b], l'approche proposée a trois caractéristiques méritant d'être soulignées :

- le problème de la division par zéro ne se pose nulle part.
- un seul système flou est employé pour estimer les non-linéarités du système. Alors que dans les schémas indirects [LEU99, TON04a, PAR05b], deux systèmes flous sont utilisés pour estimer les non-linéarités.
- Contrairement à [PAR05b] où la commande est supposée bornée avant l'analyse de la stabilité du système. Ce genre de supposition forte n'a pas été fait dans la conception de notre schéma.

Remarque 2.9 : Si $\sigma = 0$, on peut facilement montrer que ce terme proportionnel δ ajoutée à la loi d'adaptation est tout à fait équivalent à un terme de commande robuste qui est généralement augmenté au terme de commande flou. Autrement dit, l'ajout d'un terme robuste à la commande flou, c'est la même chose que l'ajout d'un terme proportionnel à la loi d'adaptation.

2.3.6 Résultats de simulation

Pour tester les performances de cette approche de commande adaptative indirecte floue à base d'observateur, nous considérons les deux systèmes non linéaires affines donnés dans la section 2.2.5.

2.3.6.1 Exemple 1

Considérons de nouveau le système “Duffing forced oscillation system” de la section 2.2.5. Pour estimer les erreurs de poursuite, nous concevons l’observateur à grand-gain suivant :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{e}}_1 &= \hat{e}_2 + 2\lambda \tilde{e}, \\ \dot{\hat{e}}_2 &= -K_c^T \hat{e} + \lambda^2 \tilde{e}.\end{aligned}\quad (2.112)$$

La perturbation externe $d(t)$ est supposée un signal carré ayant une amplitude ± 1 et une période de $2\pi(s)$. L’objectif de la commande est de forcer le système à suivre une trajectoire désirée $y_m = \sin(t)$, sous la condition que seulement la sortie y est mesurable.

La loi d’adaptation est choisie comme suit :

$$\theta = -\int_0^t \left(\sigma \gamma_1 \theta + \gamma_1 (\hat{e}^T P B) \psi(\hat{\eta}) \right) d\tau - \gamma_2 \arctan(k_s [\sigma \theta + (\hat{e}^T P B) \psi(\hat{\eta})]), \text{ avec } k_s = 0.005 \quad (2.113)$$

Les paramètres de conception sont fixés comme suit : $\sigma = 0.05$, $\gamma_1 = 45$, $\gamma_2 = 100$, $b = 1$, $\lambda = 150$, $Q = \text{diag}[10,10]$, et $K_c^T = [1,2]$. La résolution des équations matricielles (2.83) et (2.27) donne respectivement :

$$P = \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}, \text{ et } S = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Les conditions initiales sont choisies comme suit : $\hat{x}^T(0) = [1.5, 1.5]$, $x^T(0) = [2, 2]$, $\theta_i(0) = 0$.

Pour chaque variable d’entrée, nous définissons trois fonctions d’appartenance. Pour $\hat{\eta}_j$, $j = 1, 2$ (i.e. pour \hat{x}_1, \hat{x}_2), nous avons :

$$\mu_{A_1^j}(\hat{\eta}_j) = 1/(1 + \exp(-3(\hat{\eta}_j - 1))); \mu_{A_2^j}(\hat{\eta}_j) = \exp(-(\hat{\eta}_j)^2); \mu_{A_3^j}(\hat{\eta}_j) = 1/(1 + \exp(3(\hat{\eta}_j + 1))).$$

Et pour $\hat{\eta}_j$, $j = 3$ (i.e. pour \hat{v}), les fonctions d’appartenances suivantes sont choisies :

$$\mu_{A_1^j}(\hat{\eta}_j) = 1/(1 + \exp(-0.2(\hat{\eta}_j - 15))); \mu_{A_2^j}(\hat{\eta}_j) = \exp(-(\hat{\eta}_j)^2); \mu_{A_3^j}(\hat{\eta}_j) = 1/(1 + \exp(0.2(\hat{\eta}_j + 15))).$$

La Figure 2.10 illustre les résultants de simulation du schéma de commande adaptative floue à base d’un observateur à grand-gain. Des Figures 2.10(a)-2.10(b), nous pouvons remarquer que les performances de poursuite sont satisfaisantes. Dans la Figure 2.10(c), Les estimés des erreurs de poursuite (\hat{e}_1, \hat{e}_2) sont reportées. De cette figure, nous pouvons voir que \hat{e}_2 présente un pic pendant sa période transitoire. La Figure 2.10(d) montre du signal de la commande u . La Figure 2.10(e) montre clairement que la dynamique estimée $\hat{\phi}$ suit bien la

dynamique réelle inconnue φ . Finalement, dans la Figure 2.10 (f), nous remarquons que la norme $\|\theta\|$ est bornée.

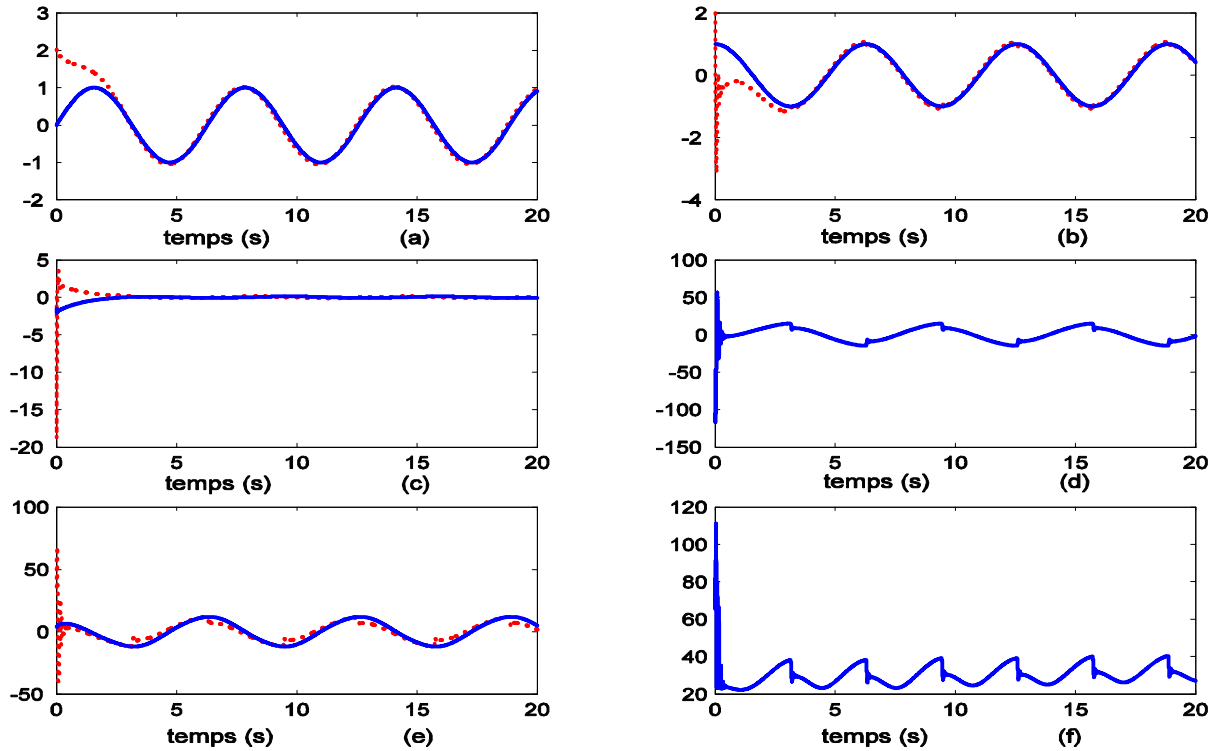


Figure 2.10: Résultats de l'exemple 1. (a) x_1 (trait pointillé) et y_m (trait continu). (b) x_2 (trait pointillé) et \dot{y}_m (trait continu). (c) Estimées des erreurs poursuite : \hat{e}_1 (trait continu) et \hat{e}_2 (trait pointillé). (d) Commande u . (e) Dynamique estimée $\hat{\varphi}$ (trait pointillé) et la dynamique réelle inconnue φ (trait continu). (f) Norme des paramètres flous $\|\theta\|$

2.3.6.2 Exemple 2

Considérons de nouveau le pendule inversé de la section 2.2.5. Nous voulons que la sortie du système suit la trajectoire désirée $y_m = \sin(t)$, sous la condition que seule la sortie du système soit mesurable. Pour estimer les erreurs de poursuite, nous proposons l'observateur à modes glissants suivant :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{e}}_1 &= \hat{e}_2 + 2\lambda l \arctan(k_o \tilde{e}), \\ \dot{\hat{e}}_2 &= -K_c^T \hat{e} + \lambda^2 l \arctan(k_o \tilde{e}).\end{aligned}\tag{2.114}$$

avec $l = 0.1$, $\lambda = 10$, et $k_o = 35$.

Nous supposons qu'il existe une perturbation externe bornée dont la forme est un signal carré ayant une amplitude ± 1 et une période $2\pi(s)$.

La loi d'adaptation est choisie comme suit :

$$\theta = -\int_0^t (\sigma\gamma_1\theta + \gamma_1 (\hat{e}^T PB)\psi(\hat{\eta}))d\tau - \gamma_2 \arctan(k_\delta [\sigma\theta + (\hat{e}^T PB)\psi(\hat{\eta})]), \text{ avec } k_\delta = 0.1. \quad (2.115)$$

Le système flou a comme entrée le vecteur estimé $\hat{\eta} = [\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{v}]^T$. Pour chaque variable d'entrée, nous définissons trois fonctions d'appartenance.

Pour $\hat{\eta}_j$, $j = 1, 2$, nous avons :

$$\mu_{A_j^1}(\hat{\eta}_j) = 1/(1 + \exp(-3(\hat{\eta}_j - 1))); \mu_{A_j^2}(\hat{\eta}_j) = \exp(-(\hat{\eta}_j)^2); \mu_{A_j^3}(\hat{\eta}_j) = 1/(1 + \exp(3(\hat{\eta}_j + 1))).$$

Et pour $\hat{\eta}_j$, $j = 3$, les fonctions d'appartenances suivantes sont choisies :

$$\mu_{A_j^1}(\hat{\eta}_j) = 1/(1 + \exp(-0.2(\hat{\eta}_j - 15))); \mu_{A_j^2}(\hat{\eta}_j) = \exp(-(\hat{\eta}_j)^2); \mu_{A_j^3}(\hat{\eta}_j) = 1/(1 + \exp(0.2(\hat{\eta}_j + 15))).$$

Les paramètres de conception sont choisis comme suit: $\sigma = 0.2$, $\gamma_1 = 100$, $\gamma_2 = 50$, $b = 1$, $l = 0.16$, $k_o = 20$, $K_c^T = [144, 24]$, $Q = \text{diag}[5, 5]$ et $\lambda = 90$. La résolution des équations matricielles (2.83) et (2.27) donne respectivement :

$$P = \begin{bmatrix} 15.25 & 0.0174 \\ 0.0174 & 0.1049 \end{bmatrix}, \text{ et } S = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Les conditions initiales sont fixées comme suit : $\hat{x}^T(0) = [0, 0]$, $x^T(0) = [0.5, 0]$, et $\theta_i(0) = 0$, i.e. nous n'avons aucune information a priori sur les paramètres flous θ .

La figure 2.11 illustre les résultats de simulation du contrôleur adaptatif indirect avec un observateur à mode glissant. La Figure 2.11(a) montre que la sortie $x_1 = y$ suit efficacement sa référence. De même, dans la Figure 2.11(b), nous observons clairement que l'état x_2 suit sa référence avec précision, même en présence de la perturbation et des dynamiques inconnues. En outre, nous pouvons voir malgré l'apparition d'un pic dans la phase transitoire, dans la Figure 2.11(c), les erreurs estimées convergent rapidement à zéro. La Figure 2.11(d) indique l'évolution du signal de commande u et sa bornitude. La norme des paramètres flous estimés $\|\theta\| = \sqrt{\theta^T \theta}$ est donnée dans la Figure 2.11(f) afin d'illustrer leurs bornitudes. Finalement, la Figure 2.11(e) montre clairement que la dynamique estimée par le système flou $\hat{\phi} = u_a$ suit la dynamique réelle ϕ (où $\phi(\underline{x}, u) = f(\underline{x}) + (g(\underline{x}) - b)u$). Rappelons qu'en fait

l'expression de la dynamique φ n'est pas connue par le contrôleur, elle est utilisée seulement pour un but de simulation.

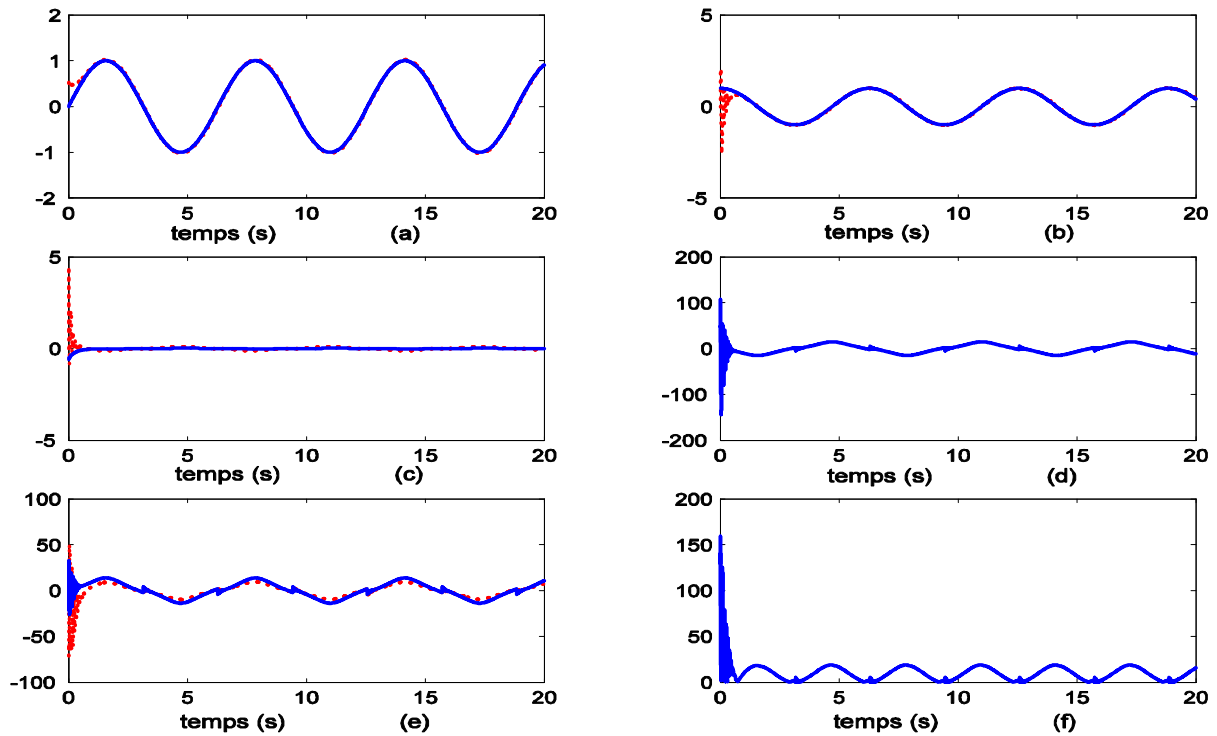


Figure 2.11: Résultats de l'exemple 2. (a) x_1 (trait pointillé) et y_m (trait continu). (b) x_2 (trait pointillé) et \dot{y}_m (trait continu). (c) Estimées des erreurs poursuite : \hat{e}_1 (trait continu) et \hat{e}_2 (trait pointillé). (d) Commande u . (e) Dynamique estimée $\hat{\varphi}$ (trait pointillé) et la dynamique réelle inconnue φ (trait continu). (f) Norme des paramètres flous $\|\theta\|$.

2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, la motivation a été de proposer deux schémas de commande adaptative (directe et indirecte) floue avec retour de sortie pour une classe de systèmes monovariables non linéaires inconnus affines en la commande. Dans la conception des deux contrôleurs, ni la mesure de l'état ni la connaissance exacte des non-linéarités du système ne sont exigées. Les hypothèses de modélisation faites sont communément utilisées dans la littérature. Seules les hypothèses qui concernent le gain de la commande (i.e. les Hypothèses 2.3 et 2.8) peuvent

être considérées restrictives. Cependant, ces hypothèses, bien que non génériques d'un point de vue mathématique, sont bien vérifiées par de nombreux systèmes physiques.

Pour les deux schémas de commande, *un observateur* a été proposé pour estimer l'état de la dynamique des erreurs de poursuite. Cet observateur a été considéré dans un contexte unificateur qui permet de retrouver naturellement tous les observateurs qui relèvent directement ou indirectement du grand gain, en l'occurrence l'observateur à mode glissant et ses variantes qui ont été développés pour s'affranchir du phénomène de réticence intrinsèque à la fonction signe.

Dans le schéma direct, le système flou a été utilisé pour approcher en ligne la commande inconnue dite idéale. Sans faire appel à la condition SPR et au filtrage de l'erreur d'observation de sortie, la conception de la loi d'adaptation aussi bien que le terme de commande robuste a été basée sur un filtrage approprié de l'erreur de poursuite de sortie. Le terme de commande robuste qui a été ajouté à la commande adaptative floue peut compenser l'influence de l'erreur d'approximation floue et des perturbations externes.

Dans le schéma indirect, le but n'est pas d'approcher une commande idéale mais plutôt d'identifier en ligne une dynamique inconnue englobant toutes les non-linéarités du système. Dans la conception de ce contrôleur, ni la condition SPR ni le filtrage n'ont été exigés. Contrairement au schéma direct, l'influence de l'erreur d'approximation floue et des perturbations externes peut être atténuée par le terme proportionnel ajouté à la loi d'adaptation. En comparant avec les techniques indirectes disponibles dans la littérature, dans notre schéma de commande, le problème de la division par zéro ne se pose nulle part. De plus, un seul système flou est employé pour estimer les non-linéarités inconnues du système.

Les deux schémas de commande développés garantissent la stabilité du système adaptatif en boucle fermée et la convergence des erreurs au voisinage de zéro. Les résultats de la simulation effectuée dans un cadre réaliste ont montré les bonnes performances de poursuite de ces méthodes.

Chapitre 3

Commande adaptative floue des systèmes SISO non affines avec une dynamique des zéros

3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, deux algorithmes de commande adaptative floue avec retour de sortie ont été développés pour une classe relativement simple de systèmes non linéaires affines en la commande et sans zéros (i.e. sans la dynamique des zéros). Cependant, il existe des systèmes pratiques, tels que : certains processus chimiques [GE98, BOU07a] et biochimiques [KRI95], le pendule [SHI99], et les dynamiques directionnelles/latérales d'un avion de chasse, dont les variables d'entrée ne peuvent pas être exprimées sous une forme affine. Puisque l'entrée de commande n'apparaît pas linéairement, la conception d'une loi de commande pour les systèmes non affines est loin d'être une tâche aisée.

La dynamique des zéros existe dans beaucoup de systèmes pratiques, y compris les réacteurs continus infiniment mélangés (CSTR) [CAL89], les moteurs à courant continu [SLE80], le système d'équations de Van-Der-Pole [KHA96], le problème de poursuite de trajectoire pour les avions [ROM90], robot mobiles, ... et d'autres. Il est indispensable d'étudier son influence sur le système de commande. La dynamique des zéros joue un rôle important dans les domaines de la modélisation, d'analyse, et de commande des systèmes linéaires et non linéaires. Pour les systèmes linéaires, la dynamique interne est définie comme des états n'étant pas observables [SLO91]. En gardant la sortie du système à zéro, on obtient la dynamique des zéros. La stabilité de la dynamique interne est tout simplement déterminée par la position des zéros, et la stabilité de la dynamique des zéros implique directement la stabilité globale de la dynamique interne. Quant aux systèmes non linéaires, les mêmes

intuitions pour les systèmes linéaires ont été employées pour définir la dynamique des zéros des systèmes non linéaires [GE03]. C'est la dynamique interne du système quand la sortie est maintenue à zéro. Cependant, à la différence du cas linéaire, aucun résultat sur la stabilité globale ne peut être établi pour la dynamique interne des systèmes non linéaires et seulement une stabilité locale est garantie pour la dynamique interne même si la dynamique des zéros est globalement exponentiellement stable [GE03]. La dynamique des zéros du système non linéaire est une caractéristique intrinsèque, qui ne dépend ni du choix de la loi de commande ni de la trajectoire désirée, quand il est représenté sous la forme *normale* où l'entrée de commande u n'apparaît pas explicitement dans la dynamique interne [SLO91, KHA96]. Notons que, dans la littérature, on peut trouver beaucoup de travaux de recherches portant sur l'analyse des systèmes avec une dynamique des zéros : e.g. [ISI92, YIM93, HUA95, TOM96, SCH96].

Pour les systèmes non affines, la construction d'une loi de commande explicite via l'inversion est généralement impossible même si les non-linéarités du système sont parfaitement connues et l'inverse existe par le théorème des fonctions implicites [NIJ90, BOS01a]. Les premières tentatives cherchant à transformer le système non affine à un système affine par rapport à l'entrée $v = \dot{u}$, par l'introduction d'un intégrateur i.e. $u = \int_0^t \dot{u} d\tau$, ont été faites dans [LAN88, BOS88, NIJ90, BOS01b]. Dans ces tentatives, la fonction $f(x, u)$ non affine en la commande est différenciée par rapport au temps, et le système augmenté affine en \dot{u} est employé pour la conception de la commande. Cependant, le système augmenté a un degré relatif plus grand que celui du système original. Très récemment, sous certaines hypothèses, les auteurs de [BOU07a] ont essayé de résoudre le problème de commande des systèmes non affines via l'utilisation d'un observateur de perturbation.

D'autres tentatives portant sur la résolution du problème de poursuite pour les systèmes non affines ont été également faites dans [ISI89, GOH94, JIN95]. Les auteurs ont utilisés les *réseaux de neurones* (RN) pour résoudre le problème de la commande inverse. Par la suite, des contrôleurs neuronaux adaptatifs ont été également conçus pour les systèmes non affines dans [KIM97, CAL00, CAL01, HOV02, GE02a, GE03]. Dans [KIM97, CAL00], au lieu d'estimer la solution directe du problème inverse, la commande a été calculée à partir d'un modèle connu et analytiquement inversible et cette dernière a été augmentée par un terme

neuronal adaptatif pour compenser l'erreur due à l'inversion. L'extension de cette idée pour la conception d'une commande avec retour de sortie a été ensuite envisagée dans [CAL01, HOV02]. La spécificité principale de l'approche d'inversion dans [KIM97, CAL00, CAL01, HOV02] est que les incertitudes non linéaires à estimer via un signal adaptatif contiennent le signal adaptatif lui-même, et en fait cela constitue un problème de point fixe. Dans [CAL01, HOV02], ce problème a été adressé en supposant que la fonction contenant ces incertitudes est une application contractive par rapport au terme de commande adaptative. Cela a permis donc d'introduire les deux conditions suivantes : 1) le terme équivalent au gain de commande, i.e. $\partial f(x,u)/\partial u$, devrait avoir un signe connu, et 2) $\partial f(x,u)/\partial u \leq 2\hat{\partial f}(x,u)/\partial u$, où $\hat{f}(x,u)$ est l'approximation disponible (connue) de $f(x,u)$. Néanmoins, l'analyse de la stabilité présentée dans [CAL01, HOV02] n'a pas explicitement employé ces deux conditions, et donc la nécessité de ces conditions n'était pas claire. Dans [GE02a, GE03], un RN a été utilisé pour estimer une loi de commande dite idéale dont l'existence a été démontrée via le théorème des fonctions implicites. La preuve de la stabilité dans [GE02a, GE03] emploie le théorème de la valeur moyenne. Cependant, ces schémas exigent des hypothèses plus ou moins restrictives : e.g. la dérivée temporelle de $\partial f(x,u)/\partial u$ doit être bornée a priori (i.e. avant l'analyse de la stabilité). Motivé par [GE02a], la nécessité de la connaissance du signe dans l'analyse de stabilité a été bien clarifiée dans [KIM04, HOV04]. Néanmoins, d'une manière similaire à [GE02a], une hypothèse sur la dérivée temporelle de la fonction $\partial f(x,u)/\partial u$ a été exigée. Récemment, cette hypothèse a été enlevée dans les travaux de [HOV05, LAV05]. Wang et al., [WAN06], ont également essayé de relâcher cette hypothèse en concevant un contrôleur via la technique backstepping pour les systèmes dits *pur-feedback* [KRI95]. La démonstration de la stabilité associée au système en boucle fermée a été effectuée via le théorème du petit-gain [JIA94].

Avec les systèmes flous comme élément de base pour l'approximation, on trouve d'autres travaux portant sur la commande adaptative pour les systèmes non affines inconnus dans [YOO01, BOU03, PAR04, PAR05a, LAB07b, BOU07c, BOU08c]. Des schémas adaptatifs indirects ont été proposés, dans [BOU03, YOO01]. Ces approches de commande sont basées sur l'approximation de la dynamique du système par un modèle flou et l'action de commande est ensuite calculée avec une simple inversion locale de ce modèle flou. Dans [PAR04, PAR05a], sous certaines hypothèses, la dynamique du système est décomposée en deux parties : une partie connue qui dépend seulement de l'entrée de commande, et une partie

inconnue qui représente les incertitudes du système. Les hypothèses de travail sont très similaires à celles considérées dans [CAL01, HOV02]. L'existence d'un compensateur idéal pour les incertitudes a été démontrée par le théorème des fonctions implicites. Par la suite, motivé par [PAR04, PAR05a], un schéma de commande floue adaptative pour une classe des systèmes non affines a été proposé dans [BOU06b] avec un observateur flou adaptatif unifié. Les hypothèses de modélisation faites sont celles considérées dans [PAR04, PAR05a, CAL01, HOV02]. Dans [LAB07b], un schéma de commande floue adaptative a été proposé pour une classe des systèmes non affines, et l'existence d'un contrôleur idéal a été démontrée par le théorème des fonctions implicites. Les contributions principales de [LAB07b] sont : une loi d'adaptation de type intégrale comportant un terme de commande robuste, et la conception de cette loi via la minimisation d'une fonction de coût quadratique. Cependant, ce contrôleur a deux limites : 1) la loi d'adaptation comporte la dérivée nième de l'erreur de poursuite qui n'est pas disponible pour la mesure et qui peut être aussi une source d'amplification du bruit. 2) la fonction $\partial f(x,u)/\partial u$ étant équivalente au gain de la commande est supposée bornée. Dans [LEU05], en utilisant le développement en série de Taylor, un algorithme de commande floue adaptative à base d'un simple observateur linéaire d'erreur a été développé sous des hypothèses restrictives telles que : la fonction $\partial f(x,u)/\partial u$ est bornée par une constante, le terme de perturbation qui dépend des non-linéarités du système est supposé borné. De plus, comme il a été signalé dans [BOU08b], la synthèse de la commande et l'analyse de la stabilité dans ce papier n'ont pas été proprement faites. Notons que l'hypothèse clé dans [BOU03, PAR04, PAR05a, LAB07b, BOU06b] est que le système non affine est sans la dynamique des zéros (i.e. le degré relatif est égale à l'ordre du système). Des extensions à une classe de systèmes non affines avec une dynamique des zéros ont été ultérieurement envisagées par [BOU07c, BOU08c]. Dans [BOU07c], motivé par [GE03], un contrôleur flou adaptatif avec retour d'état a été proposé sous des hypothèses qui sont moins restrictives que celles de [GE03]. L'extension de ce travail à une commande floue adaptative avec retour de sortie a été tôt considérée dans [BOU08c]. Notons que les contributions de ces deux papiers font en fait l'objet de ce chapitre.

Dans ce chapitre, nous nous intéressons au problème de commande des systèmes monovariabiles non linéaires non affines en la commande avec une dynamique des zéros. Si ce problème de commande présente académiquement parlant un challenge, il est certain qu'il a pratiquement un intérêt potentiel. Dans la pratique, il y a plusieurs systèmes ayant la

dynamique des zéros tels que : les CSTR, moteurs à courant continu, robots mobiles, etc. Dans ce chapitre, deux schémas de commande adaptative floue (i.e. avec retour d'état et avec retour de sortie) sont développés pour une classe de systèmes monovariables non affines en la commande ayant une dynamique des zéros. Les systèmes flous sont utilisés pour approcher une commande idéale implicite inconnue dont l'existence est démontrée via le théorème des fonctions implicites. Pour convertir la fonction non affine en une fonction affine par rapport à l'entrée, le théorème de la valeur moyenne est employé. Pour faciliter l'analyse de la stabilité, tout comme [GE03], la dynamique des zéros du système est supposée être exponentiellement stable. Sous cette supposition et celle de la condition Lipchitzienne de la dynamique interne, nous pouvons garantir une stabilité ISS pour la dynamique interne.

Dans le premier schéma de commande floue adaptative, où l'état est supposé mesurable, une nouvelle loi d'adaptation de type PI et e^2 - *modification* est proposée. Cette loi permet d'assurer la bornitude des paramètres flous estimés et aussi la convergence des erreurs de poursuite vers zéro en présence d'un terme de commande robuste. Comparé avec le schéma de commande de [GE03], notre schéma exige des hypothèses moins restrictives. Via la méthode directe de Lyapunov, la stabilité du système en boucle fermée est établie. Les performances de cette commande adaptative proposée sont démontrées via deux exemples de simulation : un système CSTR (affine) et un système académique (non affine).

Dans le deuxième schéma de commande adaptative floue, un observateur unifié de type grand-gain est proposé pour estimer les dérivées de la sortie. Un algorithme d'adaptation général de type PI est proposé pour adapter les paramètres des conclusions du système flou. En effet, le signal d'apprentissage dans cette loi d'adaptation est conçu à la base d'une fonction générale implicite d'erreur. Cette fonction, supposée bornée, peut être implémentée avec n'importe quelle signal d'erreur disponible (i.e. mesurable et/ou estimée). Ni la condition SPR ni le filtrage ne sont nécessaires dans la conception de la commande et l'analyse de la stabilité. Ce schéma de commande garantit la stabilité du système adaptatif en boucle fermée et la convergence des erreurs de poursuite au voisinage de zéro. Les performances de ce schéma ont été testées dans un cadre de simulation en utilisant deux systèmes non linéaires avec une dynamique des zéros.

3.2 Commande adaptative floue avec retour d'état

3.2.1 Position du problème

Considérons le système monovariante non affine, décrit par

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = f(\underline{x}, u) \\ y = h(\underline{x}) \end{cases} \quad (3.1)$$

où $\underline{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \Omega_{\underline{x}} \subset R^n$ est le vecteur d'état sur un ensemble compact $\Omega_{\underline{x}}$ étant une région de fonctionnement, $u \in \Omega_u \subset R$ est l'entrée de commande sur un ensemble compact Ω_u , et $y \in R$ la sortie du système. L'application $f(.,.): R^{n+1} \rightarrow R^n$ est un champ de vecteur continu et partiellement inconnu, $h(.): R^n \rightarrow R$ est une fonction continue et partiellement inconnue. Notons que le degré des incertitudes de ces fonctions sera expliqué au fur et à mesure.

Supposons que le degré relatif du système (3.1) est $\rho \leq n$. Sous cette hypothèse, il existe une transformation difféomorphique

$$\Phi(\underline{x}) = [\underline{\xi}^T, \underline{\pi}^T]^T = [h(\underline{x}), L_f h, \dots, L_f^{\rho-1} h, \phi_1(\underline{x}), \phi_2(\underline{x}), \dots, \phi_{n-\rho}(\underline{x})]^T$$

qui permet de convertir le système (3.1) en la forme *normale* suivante avec les nouvelles coordonnées $[\underline{\xi}^T, \underline{\pi}^T]^T = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_\rho, \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-\rho}]^T = \Phi(\underline{x})$ [ISI89]

$$\begin{cases} \dot{\xi}_i = \xi_{i+1}, \quad i = 1, \dots, \rho - 1 \\ \dot{\xi}_\rho = b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u) \\ \dot{\underline{\pi}} = q(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u) \\ y = \xi_1 \end{cases} \quad (3.2)$$

où $\underline{\xi} = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_\rho]^T \in \Omega_{\underline{\xi}} \subset R^\rho$, et $\underline{\pi} = [\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-\rho}]^T \in \Omega_{\underline{\pi}} \subset R^{n-\rho}$.

Notre objectif consiste à déterminer une loi de commande assurant la bornitude de tous les signaux du système en boucle fermée et la poursuite de la sortie à la trajectoire de référence.

Comme dans [GE03], les hypothèses suivantes sont considérées.

Hypothèse 3.1 : Le vecteur d'état $\underline{\xi}$ et la dynamique interne $\underline{\pi}$ sont mesurables (d'une manière équivalente le vecteur \underline{x} est supposé mesurable).

Hypothèse 3.2 : Le degré relatif du système ρ (où $\rho \leq n$) est connu.

Hypothèse 3.3 : Le vecteur des trajectoires désirées est supposé borné, continu et disponible pour la mesure. Il est défini par $\underline{\xi}_d = [y_d, \dot{y}_d, \dots, y_d^{(\rho-1)}] \in R^\rho$, avec $\|\underline{\xi}_d\| \leq c_0$ où c_0 est une constante positive connue.

Définissons la fonction suivante

$$b_u = \frac{\partial b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u)}{\partial u} \quad (3.3)$$

Notons que b_u peut être vu comme un gain de commande. En fait, dans le cas d'un système non linéaire affine en la commande qui est un cas particulier des systèmes non affines (voir le système 2.1), la fonction b_u correspond bien au gain $g(\underline{x})$.

Selon l'Hypothèse 3.2, nous pouvons montrer que [ISI89, GE03] :

$$\frac{\partial [b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u)]}{\partial u} \neq 0, \quad \forall (\underline{\xi}, \underline{\pi}, u) \in \bar{U}$$

où $\bar{U} = \Omega_{\underline{\xi}} \times \Omega_{\underline{\pi}} \times \Omega_u$. Ceci implique que la fonction continue b_u est strictement positive ou strictement négative pour tout $(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u) \in \bar{U}$.

Comme dans [GE03, HOV04], les hypothèses suivantes sont nécessaires par la suite.

Hypothèse 3.4 : Sans nuire à la généralité, nous supposons que $b_u(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u) > d > 0$, $\forall (\underline{\xi}, \underline{\pi}, u) \in \bar{U}$, où d une constante inconnue.

Hypothèse 3.5 : Il existe une fonction positive, continue et inconnue $\beta(\underline{x})$, telle que

$$\left| \frac{\dot{b}_u}{b_u}(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u) \right| \leq \beta(\underline{x}), \quad \forall (\underline{\xi}, \underline{\pi}, u) \in \bar{U} \text{ et } \forall \underline{x} \in \Omega_{\underline{x}}.$$

Remarque 3.1:

a) L'Hypothèse 3.1, faite sur la mesure des signaux de la dynamique interne, peut être forte dans le cas général. Cette hypothèse a été aussi considérée dans [GE03]. Notons que le problème de commande des systèmes non linéaires avec la dynamique des zéros est encore un problème ouvert.

b) L'Hypothèse 3.4 est souvent utilisée dans la littérature de la commande adaptative. Elle peut être vue comme une condition de commandabilité [LEU99, GE99, BOS01a, CAL01, GE02b, GE03, PAR03b, ZHA03, HOV04, PAR04, DU06]. Il est important de noter que les résultats de ce chapitre peuvent être adaptés, avec peu de modifications, pour le cas où $b_u < -d < 0$.

c) L'Hypothèse 3.5 est également généralement utilisée dans la littérature. Elle n'est pas restrictive, puisque nous supposons seulement l'existence de la fonction $\beta(\underline{x})$, i.e. sa connaissance n'est pas exigée.

d) Comparé au schéma de commande avec retour d'état développé dans [GE03] pour un système non affine ayant une dynamique des zéros, le schéma proposé n'exige pas les hypothèses suivantes :

- Il existe une constante positive connue ε telle que : $|\dot{b}_u|/|2b_u| \leq b_1(\underline{x})/\varepsilon$. Notons que ε est employé comme un gain de conception dans la loi de commande développée dans [GE03]. Cependant, dans la pratique, la connaissance de ε est loin d'être une tâche triviale.
- b_u est borné par une fonction positive inconnue (i.e. $|b_u| \leq b_1(\underline{x})$).

3.2.2 Existence d'une commande idéale implicite

Comme nous avons déjà mentionné précédemment, la difficulté principale liée au problème de commande des systèmes non affines en la commande est que l'entrée du système n'apparaît pas linéairement (i.e. explicitement). En général, même si la fonction non affine $b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u)$ est complètement connue, la conception d'une commande explicite par un bouclage linéarisant est loin d'être facile. Quand la structure de $b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u)$ est inconnue, la construction d'une telle commande devient encore plus difficile voire impossible [GE03].

A notre connaissance, dans la littérature, il existe quatre méthodes permettant de traiter le problème des systèmes non linéaires et non affines :

- L'utilisation du développement en série de Taylor afin d'obtenir une forme affine en la commande, comme dans [GE99, PAR03b].
- L'utilisation du théorème des fonctions implicites, comme dans [GE02a, ZHA03, PAR04, PAR05c].
- L'utilisation du théorème de la valeur moyenne pour obtenir une forme affine en la commande, comme dans [GE03, HOV04, DU06].
- La différentiation par rapport au temps de la dynamique suivante : $\dot{\xi}_\rho = b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u)$. Ainsi, dans le modèle résultant augmenté, la dérivée de la commande apparaît linéairement. Donc, \dot{u} peut être employée comme une nouvelle commande, [BOS01b].

Définissons respectivement le vecteur des erreurs de poursuite et l'erreur filtrée comme suit

$$\underline{e} = \underline{\xi}_d - \underline{\xi} = [e_1, \dots, e_1^{(\rho-1)}] \quad (3.4)$$

$$e_s = [\Lambda^T \mathbf{1}] \underline{e} \quad (3.5)$$

où $\Lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\rho-1}]^T$ est un vecteur des coefficients convenablement choisi tel que $\underline{e} \rightarrow \underline{0}$ lorsque $e_s \rightarrow 0$, i.e. $s^{(\rho-1)} + \lambda_{\rho-1}s^{(\rho-2)} + \dots + \lambda_1$ est Hurwitz. En utilisant (3.2), la dérivée par rapport au temps de e_s peut être écrite comme suit :

$$\dot{e}_s = y_d^{(\rho)} - b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u) + [0 \ \Lambda^T] \underline{e} \quad (3.6)$$

Après avoir ajouté et soustrait le terme $\beta(\underline{x})e_s$ à (3.6), nous obtenons la dynamique suivante :

$$\dot{e}_s = -\beta(\underline{x})e_s + v_s - b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u) \quad (3.7)$$

où $v_s = \beta(\underline{x})e_s + v$ avec $v = y_d^{(\rho)} + [0 \ \Lambda^T] \underline{e}$. Il est à noter que v_s est implicitement une fonction de $\underline{\xi}$ et $\underline{\pi}$, puisque on a $\underline{x} = \Phi^{-1}(\underline{\xi}, \underline{\pi})$, \underline{e} et e_s sont des fonctions de $\underline{\xi}$ d'après (3.4) et (3.5).

D'après l'Hypothèse 3.4 et le fait que $\partial v_s / \partial u = 0$ (rappelons $v_s(\underline{\xi}, \underline{\pi}) = \beta(\underline{x})e_s + y_d^{(\rho)} + [0 \ \Lambda^T] \underline{e}$), la dérivée partielle de $v_s - b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u)$ par rapport à u satisfait :

$$\partial [v_s - b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u)] / \partial u < -d < 0, \quad \forall (\underline{\xi}, \underline{\pi}, u) \in \bar{U}$$

Donc, Selon le théorème des fonctions implicites [KHA96, GE03], il existe une solution unique (une commande idéale implicite) $u^* = \alpha^c(\underline{\xi}, \underline{\pi}, v_s)$ telle que :

$$v_s - b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u^*) = 0 \quad (3.8)$$

D'après (3.8), il est très clair que si $b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u^*)$ est connue, alors $u^* = \alpha^c(\underline{\xi}, \underline{\pi}, v_s) = b^{-1}(\underline{\xi}, \underline{\pi}, v_s)$. Puisque $b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u^*)$ est inconnue et de plus le calcul de son inverse n'est pas toujours évident, par la suite nous utiliserons les système flous pour estimer la commande idéale implicite u^* .

Selon le théorème de la valeur moyenne [KHA96], il existe une constante λ_0 , avec $0 < \lambda_0 < 1$, telle que la fonction non linéaire non affine $b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u)$ est exprimée au voisinage de u^* comme suit :

$$b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u) = b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u^*) + b_{u_\lambda}(u - u^*) \quad (3.9)$$

où

$$b_{u_\lambda} = \left. \frac{\partial [b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, \bar{u})]}{\partial \bar{u}} \right|_{\bar{u}=u_\lambda} \quad (3.10)$$

avec $u_\lambda = \lambda_0 u + (1 - \lambda_0) u^*$.

D'après (3.9) et (3.8), (3.7) peut s'écrire comme suit

$$\dot{e}_s = -\beta(\underline{x})e_s + b_{u_\lambda}(u^* - u) \quad (3.11)$$

De (3.7) ou (3.11), nous pouvons voir facilement que si la commande u^* est conçue telle que $v_s - b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u^*) = 0$, donc nous obtenons $\dot{e}_s = -\beta(\underline{x})e_s$, et cela implique $\lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) = 0$ asymptotiquement.

3.2.3 Dynamique interne

Si le système (3.2) est commandé par l'entrée u , le vecteur d'état $\underline{\pi}$ est complètement non observable à partir de la sortie, donc le sous-système

$$\dot{\underline{\pi}} = q(0, \underline{\pi}, \alpha^c(0, \underline{\pi}, v_s(0))) \quad (3.12)$$

est considéré comme une dynamique des zéros [ISI89, GE03].

Hypothèse 3.6 : Nous supposons que

a) la dynamique des zéros du système (3.2) est exponentiellement stable.

b) la fonction $q(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u)$ est Lipchitzienne en $\underline{\xi}$, i.e. il existe des constantes positives L_ξ et L_q pour $q(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u)$ telles que

$$\|q(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u) - q(0, \underline{\pi}, u_\pi)\| \leq L_\xi \|\underline{\xi}\| + L_q, \quad \forall (\underline{\xi}, \underline{\pi}, u) \in \bar{U}. \quad (3.13)$$

où $u_\pi = \alpha^c(0, \underline{\pi}, v_s(0))$.

D'après l'Hypothèse 3.6 et le théorème de Lypunov inverse [HAH67], nous pouvons déduire qu'il existe une fonction de Lyapunov $V_0(\underline{\pi})$ vérifiant les conditions suivantes

$$\sigma_2 \|\underline{\pi}\|^2 \leq V_0(\underline{\pi}) \leq \sigma_1 \|\underline{\pi}\|^2 \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial V_0}{\partial \underline{\pi}} q(0, \underline{\pi}, u_\pi) \leq -\lambda_a \|\underline{\pi}\|^2 \quad (3.15)$$

$$\left\| \frac{\partial V_0}{\partial \underline{\pi}} \right\| \leq \lambda_b \|\underline{\pi}\| \quad (3.16)$$

où $\sigma_1, \sigma_2, \lambda_a$, et λ_b sont des constantes positives.

Sous les conditions précédemment citées, pour la dynamique interne dans (3.2), nous avons

$$\begin{aligned} \dot{V}_0(\underline{\pi}) &= \frac{\partial V_0}{\partial \underline{\pi}} \frac{\partial \underline{\pi}}{\partial t} \\ &= \frac{\partial V_0}{\partial \underline{\pi}} q(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u) \\ &= \frac{\partial V_0}{\partial \underline{\pi}} q(0, \underline{\pi}, u_\pi) + \frac{\partial V_0}{\partial \underline{\pi}} [q(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u) - q(0, \underline{\pi}, u_\pi)] \\ &\leq -\lambda_a \|\underline{\pi}\|^2 + \lambda_b L_\xi \|\underline{\pi}\| \|\underline{\xi}\| + \lambda_b L_q \|\underline{\pi}\| \end{aligned} \quad (3.17)$$

Cela implique que avec $\underline{\xi}$ comme entrée, la dynamique interne du système (3.2) est *Input-to-State Stable* (ISS) [KHA96]. Ainsi, quand $\underline{\xi}$ est borné, $\underline{\pi}$ est garantie d'être borné.

3.2.4 Conception de la commande adaptative floue avec retour d'état

Notons que le théorème des fonctions implicites, utilisé dans la section 3.2.2, assure seulement l'existence d'une commande idéale implicite u^* permettant la convergence de

l'erreur de poursuite vers zéro et ne donne aucune méthode pour la construire. Dans cette partie, nous utiliserons un système flou adaptatif pour l'estimer en ligne.

Ce contrôleur adaptatif flou peut être choisi comme suit [BOU07c] :

$$\begin{aligned} u &= u_{fuzzy} + K_1 e_s + K_0 \text{sign}(e_s) \\ &= \theta^T \psi(\underline{\eta}) + K_1 e_s + K_0 \text{sign}(e_s) \end{aligned} \quad (3.18)$$

avec K_1 et K_0 sont des constantes positives. $\theta \in R^r$ est le vecteur des paramètres flous ajustés et $\psi(\underline{\eta})$ le vecteur des fonctions floues de base qui sont supposées convenablement choisies par l'utilisateur. Notons que ce contrôleur comporte trois termes. Le premier terme $\theta^T \psi(\underline{\eta})$, qui est un terme adaptatif flou, est introduit pour approcher la commande idéale implicite inconnue u^* . Le second terme $K_1 e_s$ est un terme de commande qui est introduit pour la stabilité du système en boucle fermée. Quant au troisième terme $K_0 \text{sign}(e_s)$, il est utilisé pour compenser l'erreur d'approximation floue et les perturbations externes.

Notons que l'on peut montrer facilement que le vecteur d'entrée des fonctions floues de base peut prendre plusieurs formes : e.g. $\underline{\eta} = [\underline{x}^T, e_s]^T$, $\underline{\eta} = [\underline{x}^T, v]^T$, $\underline{\eta} = [\underline{x}^T, \underline{\xi}^T, e_s]^T$, etc.

La commande idéale implicite $u^*(\underline{\eta}) = \alpha^c(\underline{\xi}, \underline{\pi}, v_s) = b^{-1}(\underline{\xi}, \underline{\pi}, v_s)$ vérifiant (3.8) peut être approchée selon le théorème des approximateurs universels [WAN92, WAN94] comme suit

$$u^*(\underline{\eta}) = \theta^{*T} \psi(\underline{\eta}) + \varepsilon(\underline{\eta}) \quad (3.19)$$

où $\varepsilon(\underline{\eta})$ l'erreur d'approximation floue et θ^* est le vecteur des paramètres optimaux défini comme suit

$$\theta^* = \arg \min_{\theta \in \Omega_\theta} \left[\sup_{\underline{\eta} \in \Omega_\eta} |\theta^T \psi(\underline{\eta}) - u^*(\underline{\eta})| \right] \quad (3.20)$$

où Ω_θ est l'espace de contraintes de θ . Maintenant, nous avons besoin à l'hypothèse suivante pour le vecteur des paramètres optimaux [WAN92, WAN94].

Hypothèse 3.7. Le vecteur des paramètres optimaux satisfait

$$\|\theta^*\| \leq M_\theta \quad (3.21)$$

où M_θ est une constante positive inconnue.

Selon le théorème des approximateurs universels [WAN92, WAN94] pour les systèmes flous, il existe une constante positive c_1 telle que l'inégalité suivante est toujours valide pour tout $\underline{\eta} \in \Omega_{\underline{\eta}}$:

$$|\varepsilon(\underline{\eta})| \leq c_1 \quad (3.22)$$

La substitution des équations (3.18)-(3.19) dans (3.11) donne la dynamique du système en boucle fermée suivante :

$$\dot{e}_s = -\beta(\underline{x})e_s + b_{u_s} [-K_1 e_s - K_0 \text{sign}(e_s) - \tilde{\theta}^T \psi(\underline{\eta}) + \varepsilon(\underline{\eta})] \quad (3.23)$$

où $\tilde{\theta} = \theta - \theta^*$ est le vecteur des erreurs paramétriques.

3.2.5 Conception de la loi d'adaptation

Les paramètres flous sont ajustés selon l'algorithme PI suivant [BOU07c] :

$$\dot{\theta} + \gamma_2 \dot{\delta} = -\sigma \gamma_1 e_s^2 \theta + \gamma_1 e_s \psi(\underline{\eta}) \quad (3.24)$$

où $\gamma_1, \gamma_2, \sigma > 0$ des constantes de conception, et $\delta \in R^r$ est une fonction de conception qui peut être choisie comme suit :

$$\delta^T = \sigma e_s^2 \theta - e_s \psi(\underline{\eta}) \quad (3.25)$$

Notons que le terme $-\sigma \gamma_1 e_s^2 \theta$ (dit *e²-modification* [RAO94]) est introduit afin d'assurer à la fois la bornitude des paramètres flous ajustés et la convergence des erreurs de poursuite à zéro en présence d'un terme de commande robuste. Quant à δ , le terme proportionnel, il peut contribuer davantage à la stabilité du système en boucle fermée. En effet, par la suite, nous verrons que la conception de ce dernier selon (3.25) permet d'avoir un terme négatif (pouvant être important) dans la dérivée de la fonction de Lyapunov.

3.2.6 Analyse de la stabilité

Les résultats suivants concluent la stabilité du système en bouclé fermée (2.23)

Théorème 3.1 : *Considérons le système (3.1) et son contrôleur (3.18). Si le vecteur des paramètres flous θ est ajusté par la loi (3.24), et les Hypothèses (3.1)-(3.7) sont vraies, alors nous avons les propriétés suivantes :*

1- *Tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés, i.e. e_s, \underline{e}, u et $\theta \in L_\infty$. Aussi, la dynamique interne est bornée, i.e. $\|\underline{x}\| \in L_\infty$.*

2- *De plus, les erreurs de poursuite convergent vers zéro.*

Preuve du Théorème 3.1 : Considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante

$$V = \frac{1}{2} b_{u_\lambda}^{-1} e_s^2 + \frac{1}{2\gamma_1} (\tilde{\theta} + \gamma_2 \delta)^T (\tilde{\theta} + \gamma_2 \delta) \quad (3.26)$$

En dérivant V par rapport au temps et en utilisant l'hypothèse (3.4)-(3.5), nous obtenons

$$\begin{aligned} \dot{V} &= b_{u_\lambda}^{-1} e_s \dot{e}_s - \frac{1}{2} \frac{\dot{b}_{u_\lambda}}{b_{u_\lambda}^2} e_s^2 + \frac{1}{\gamma_1} (\tilde{\theta} + \gamma_2 \delta)^T (\dot{\tilde{\theta}} + \gamma_2 \dot{\delta}) \\ &\leq b_{u_\lambda}^{-1} e_s \dot{e}_s + \frac{1}{2} \frac{\beta(x)}{b_{u_\lambda}} e_s^2 + \frac{1}{\gamma_1} (\tilde{\theta} + \gamma_2 \delta)^T (\dot{\theta} + \gamma_2 \dot{\delta}) \end{aligned} \quad (3.27)$$

où $\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\theta} - \dot{\theta}^* = \dot{\theta}$.

En utilisant (3.23)-(3.25), nous avons

$$\dot{V} \leq b_{u_\lambda}^{-1} e_s [-\beta(x)e_s + b_{u_\lambda} [-K_1 e_s - K_0 \text{sign}(e_s) - \tilde{\theta}^T \psi(\underline{\eta}) + \varepsilon(\underline{\eta})]] + \frac{1}{2} \frac{\beta(x)}{b_{u_\lambda}} e_s^2 + (\tilde{\theta} + \gamma_2 \delta)^T (-\sigma e_s^2 \theta + e_s \psi(\underline{\eta})) \quad (3.28)$$

A partir des équations (3.25) et (3.22), nous obtenons

$$\dot{V} \leq -K_1 e_s^2 - K_0 |e_s| + c_1 |e_s| - \sigma e_s^2 \tilde{\theta}^T \theta \quad (3.29)$$

En utilisant $2\tilde{\theta}^T \theta \geq \|\tilde{\theta}\|^2 - \|\theta^*\|^2$, (3.29) devient

$$\dot{V} \leq -K_1 e_s^2 - K_0 |e_s| + c_1 |e_s| - \frac{\sigma}{2} e_s^2 \|\tilde{\theta}\|^2 + \frac{\sigma}{2} e_s^2 \|\theta^*\|^2 \quad (3.30)$$

Si nous choisissons $K_0 \geq c_1$ et en utilisant (3.21), nous pouvons écrire (3.30) comme suit

$$\dot{V} \leq -(K_1 - 0.5\sigma M_\theta^2) e_s^2 \quad (3.31)$$

En choisissant $K_1 > 0.5\sigma M_\theta^2$, (3.31) garantit que $e_s, \tilde{\theta} + \gamma_2 \delta \in L_\infty$. La bornitude de \underline{e} suit celle de e_s .

Nous pouvons facilement montrer la relation suivante :

$$\theta = \tilde{\theta} + \theta^* = \frac{1}{1 + \sigma\gamma_2 e_s^2} \left[\tilde{\theta} + \gamma_2 \delta + \theta^* + \gamma_2 e_s \psi(\underline{\eta}) \right] \quad (3.32)$$

D'après (3.32), il est clair que θ et $\tilde{\theta} \in L_\infty$, puisque $e_s, \theta^*, \psi(\underline{\eta})$ et $\tilde{\theta} + \gamma_2 \delta \in L_\infty$. Le fait que \underline{e} et $\underline{\xi}_d \in L_\infty$ et $\underline{e} = \underline{\xi}_d - \underline{\xi}$, donc $\underline{\xi} \in L_\infty$. La bornitude de $\underline{\xi}$ implique celle des signaux de la dynamique interne, i.e. $\underline{\pi}$ (voir la section 3.2.3). Cependant, puisque $\underline{x} = \Phi^{-1}(\underline{\xi}, \underline{\pi})$ est une fonction continue, et $\underline{\pi}$ et $\underline{\xi} \in L_\infty$, alors nous pouvons conclure que $\underline{x} \in L_\infty$. La bornitude de e_s et de θ garantie celle de la commande u .

Le fait que les fonctions $\beta(\underline{x})$ et b_{u_x} sont continues et \underline{x} et $u \in L_\infty$, donc elles sont bornées. Puisque tous les termes du membre droit de l'équation (3.23) sont bornés, i.e. $\dot{e}_s \in L_\infty$. De (3.31), nous pouvons aisément montrer que $e_s \in L_2$.

En utilisant le théorème de Barbalat et le fait que $e_s \in L_\infty \cap L_2$ et $\dot{e}_s \in L_\infty$, on a $e_s \rightarrow 0$, quand $t \rightarrow \infty$. Par conséquent, l'erreur de poursuite converge à l'origine, i.e. $\lim_{t \rightarrow \infty} e_1 = 0$.

Ainsi, nous terminons la preuve du théorème. \square

Pour résumer, la Figure 3.1 montre le schéma de la commande adaptative floue avec retour d'état.

Remarque 3.2 : Pour résoudre le problème de la boucle algébrique causé par le terme proportionnel δ dans (3.24), La loi d'adaptation devrait être réécrite comme suit

$$\theta = \frac{1}{1 + \sigma\gamma_2 e_s^2} \left[\int_0^t (-\sigma\gamma_1 e_s^2 \theta + \gamma_1 e_s \psi(\underline{\eta})) d\tau + \gamma_2 e_s \psi(\underline{\eta}) \right] \quad (3.33)$$

Remarque 3.3 : Notons que le choix des paramètres de conception K_0 et K_1 dépend des termes inconnues M_θ et c_1 . Pour pallier à ce problème, nous pouvons les estimer en ligne comme suit : $\dot{K}_1 = \gamma_{11} e_s^2$ et $\dot{K}_0 = \gamma_{10} |e_s|$, où γ_{11} et $\gamma_{10} > 0$ sont des paramètres de conception. Dans ce cas, la loi de commande doit être choisie comme suit $u = \theta^T \psi(\underline{\eta}) + (K_1 + K_2) e_s + K_0 \text{sign}(e_s)$, avec K_2 est un paramètre dont le choix est libre. Notons que le terme linéaire $K_2 e_s$ est ajouté pour faciliter l'analyse de la stabilité.

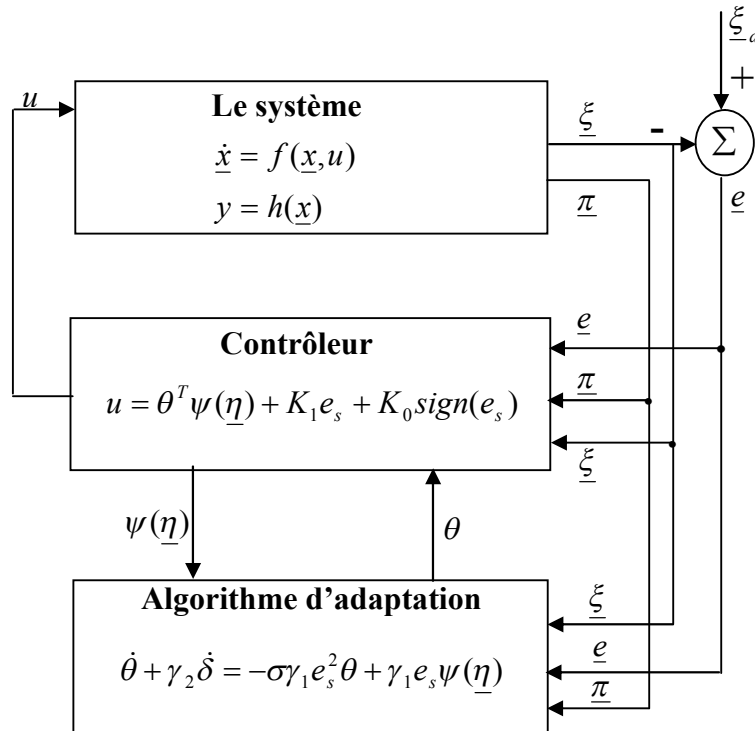


Figure 3.1 : Schéma de commande adaptative floue avec retour d'état.

3.2.7 Résultats de simulation

Pour tester les performances de l'approche de commande adaptative floue développée, dans cette section, nous utiliserons deux systèmes non linéaires avec une dynamique des zéros : un réacteur continu infiniment mélangé (continuous stirred tank reactor, CSTR) qui est un système affine en la commande, et un système académique non affine.

3.2.7.1 Exemple 1 (le système CSTR)

Considérons un système CSTR dans lequel une classe de réaction multicomposante $A \leftrightarrow B \rightarrow C$ a lieu [CAL89, GE03, BOU07c, BOU08c]. La sortie du processus est la concentration de C et la variable d'action est le débit molaire d'alimentation de B , N_{BF} . Un bilan de masse donne les équations de modélisation suivantes

$$V \frac{dC_A}{dt'} = F(C_{A_f} - C_A) - V k_1 C_A + V k_2 C_B^2,$$

$$\begin{aligned}
V \frac{dC_B}{dt'} &= -FC_B + Vk_1 C_B^2 - Vk_3 C_B^2 + N_{BF}, \\
V \frac{dC_C}{dt'} &= -FC_C + Vk_3 C_B^2, \\
y &= C_C.
\end{aligned} \tag{3.34}$$

En utilisant les variables sans dimensions données dans le Tableau 3.1, nous pouvons obtenir le système sans dimensions suivant :

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= 1 - x_1 - c_1 x_1 + c_2 x_2^2 \\
\dot{x}_2 &= -x_2 + c_1 x_1 - c_2 x_2^2 - c_3 x_2^2 + u \\
\dot{x}_3 &= -x_3 + c_3 x_2^2 \\
y &= h(\underline{x}) = x_1
\end{aligned} \tag{3.35}$$

En utilisant la transformation de coordonnées suivante,

$$\begin{aligned}
\xi_1 &= x_1, \\
\xi_2 &= 1 - x_1 - c_1 x_1 + c_2 x_2^2, \\
\pi &= x_3,
\end{aligned}$$

Nous obtenons finalement la forme normale suivante :

$$\begin{aligned}
\dot{\xi}_1 &= \xi_2 \\
\dot{\xi}_2 &= f_0(\xi_1, \xi_2) + g_0(\xi_1, \xi_2)u \\
\dot{\pi} &= -\pi + c_3 f_t \\
y &= \xi_1
\end{aligned} \tag{3.36}$$

où $f_t = [(1 + c_1)\xi_1 + \xi_2 - 1]/c_2$, $f_0(\xi_1, \xi_2) = 2c_1 c_2 \sqrt{f_t} \xi_1 - (c_1 + 1)\xi_2 - 2c_2[1 + (c_2 + c_3)\sqrt{f_t}]f_t$ et $g_0(\xi_1, \xi_2) = 2c_2 \sqrt{f_t}$. D'après (3.36), nous pouvons aisément montrer que la sortie a un degré relatif $\rho = 2$.

Notons que le système (3.36) est affine en la commande. Il est choisi comme un exemple de simulation pour les raisons suivantes :

- puisque un système affine est un cas particulier des systèmes non affines,
- puisque ce système est un système réel (physique) avec la dynamique des zéros,
- pour faciliter la comparaison de nos résultats avec ceux de [GE03]. Notons que ce système a été utilisé aussi dans [GE03].

Supposons que les nombres de Damkholer sont choisis comme suit : $c_1=20$, $c_2=0.1$ et $c_3=10$. Aussi, vu les plages de fonctionnement de x_1 et de x_2 [CAL89, GE03], l'Hypothèse (3.4) est vérifiée. De ce fait, l'existence d'une commande idéale est garantie.

L'objectif de la commande est de forcer la sortie du système (i.e. la concentration y) à suivre un signal carré $r(t)$ varie entre 0.08 et 0.12. Afin d'obtenir un signal de référence lisse, la trajectoire désirée y_d est construite à partir d'un filtre dont l'entrée est le signal carré $r(t)$:

$$y_d(p) = \left[\frac{\omega_n^2}{p^2 + 2\zeta_n \omega_n p + \omega_n^2} \right] r(p) \quad (3.37)$$

où p est la variable de Laplace, avec $\omega_n = 5.0 \text{ rad/min}$ et $\zeta_n = 1.0$.

Le système flou adaptatif, utilisé pour approcher u^* , a comme entrée le vecteur $\underline{\eta}^T = [x_1, x_2, e_s, v]$. Pour chaque variable d'entrée du système flou, nous définissons trois fonctions d'appartenance uniformément distribuées sur les intervalles : $[0.05, 0.15]$ pour x_1 , $[2, 5]$ pour x_2 , $[-10, 10]$ pour e_s , et $[-10, 10]$ pour v . Les valeurs initiales des paramètres estimés sont fixées comme suit : $\theta_i(0) = 0$, i.e. nous n'avons aucune information a priori sur les paramètres flous θ_i . Les différents paramètres de conception sont choisis comme suit : $\sigma = 0.0002$, $\gamma_1 = 1000$, $\gamma_2 = 150$, $\lambda = 20$, $K_0 = 10$, et $K_1 = 10$.

Table 3.1 : Variables et paramètres du CSTR.

$t = t' \frac{F_0}{V}$	temps sans dimension
$x_1 = \frac{C_A}{C_{A_f}}$	taux (sans dimension) de composition du réactif A
$x_2 = \frac{C_B}{C_{A_f}}$	taux (sans dimension) de composition du réactif B
$x_3 = \frac{C_c}{C_{A_f}}$	taux (sans dimension) de composition du produit C
$u = \frac{N_{BF}}{FC_{A_f}}$	entrée de commande sans dimension
$c_1 = \frac{k_1 V}{F}$	nombre de Damkholer de la réaction du premier ordre $A \rightarrow B$
$c_2 = \frac{k_2 V C_{A_f}}{F}$	nombre de Damkholer de la réaction du premier ordre $A \leftarrow B$
$c_3 = \frac{k_3 V C_{A_f}}{F}$	nombre de Damkholer de la réaction du premier ordre $B \rightarrow C$

Les résultats de simulation sont présentés sur la Figure 3.2. Nous pouvons voir clairement dans la Figure 3.2(a) que la sortie $y = \xi_1$ suit parfaitement sa référence y_d . Dans la Figure 3.2(b), la dérivée de la sortie suit aussi effectivement le signal de référence \dot{y}_d . Dans les Figures 3.2(c) et 3.2(d), la commande et la dynamique interne sont toutes bornées.

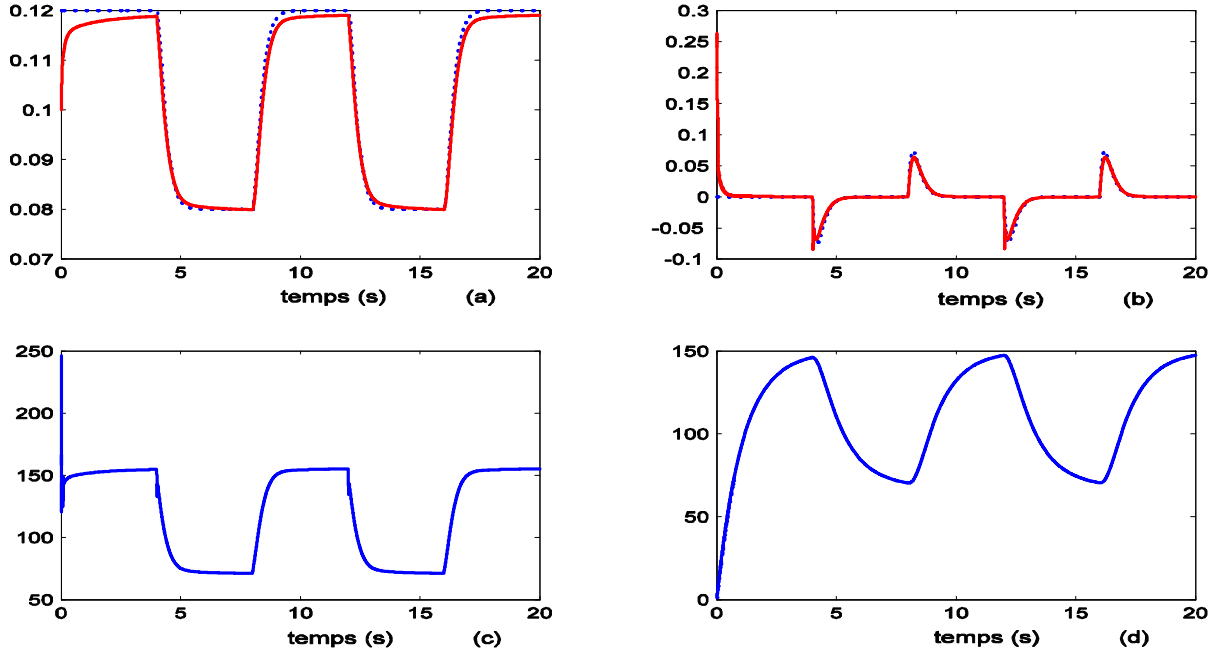


Figure 3.2 : Résultats de simulation de l'exemple 1 (a) ξ_1 (trait continu) et ξ_{1d} (trait pointillé). (b) ξ_2 (trait continu) et ξ_{2d} (trait pointillé). (c) Signal de commande u . (d) Dynamique interne π .

3.2.7.2 Exemple 2 (système non affine)

Considérons un système non affine non linéaire monovarié avec une dynamique des zéros, inspiré de [HOV04] :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -2(x_1 - \pi_1)^2(x_2 - \pi_2) - 2x_2 + 1.8\pi_2 - 0.9x_1 - 1.1\pi_1 + \frac{u}{\sqrt{|u|+1}} \\ \dot{\pi}_1 = \pi_2 \\ \dot{\pi}_2 = -1.1\pi_1 - 0.2\pi_2 + 0.1x_1 \\ y = x_1 \end{cases} \quad (3.38)$$

De (3.38), il est clair que la sortie du système y a un degré relatif $\rho = 2$.

Notre objectif dans cet exemple est de commander le système afin de suivre un signal carré dont les amplitudes sont -1.3 et $+1.3$. Comme dans l'exemple 1, afin d'obtenir un signal de référence lisse, la trajectoire désirée y_d est construite via le filtre (3.37) dont l'entrée est le signal carré $r(t) = 0 \pm 1.3$. Les paramètres de ce filtre sont choisis comme suit : $\omega_n = 1.0 \text{ rad/min}$ et $\zeta_n = 1.0$.

Le système flou adaptatif, utilisé pour approcher la commande idéale implicite u^* , a comme entrée le vecteur $\underline{\eta}^T = [x_1, x_2, e_s, v]$. Pour chaque variable d'entrée, nous définissons trois fonctions d'appartenance uniformément distribuées sur les intervalles: $[-2, 2]$ pour x_1 et x_2 , $[-1, 1]$ pour e_s , et $[-5, 5]$ pour v .

Les conditions initiales sont : $\pi_1(0) = \pi_2(0) = x_2(0) = 0$, $x_1(0) = 0.5$ et $\theta_i(0) = 0$. Les paramètres de conception sont choisis comme suit : $\sigma = 0.001$, $\gamma_1 = 300$, $\gamma_2 = 200$, $\lambda = 2$, $K_0 = 2$, et $K_1 = 5$.

Les résultats de simulation donnés dans la Figure 3.3 montrent que les trajectoires réelles convergent vers les trajectoires désirées et que la commande et les signaux de la dynamique interne sont tous bornés.

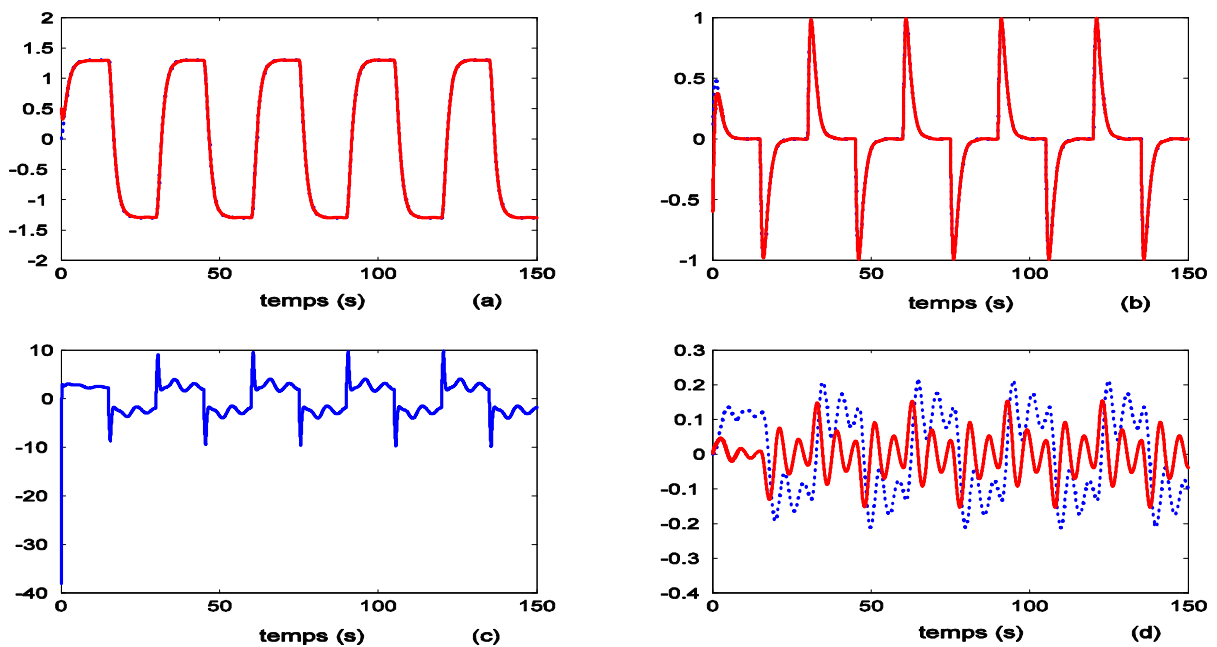


Figure 3.3 : Résultats de simulation de l'exemple 2. (a) x_1 (trait continu) et y_d (trait pointillé). (b) x_2 (trait continu) et \dot{y}_d (trait pointillé). (c) Signal de commande u . (d) Dynamiques internes : π_1 (trait continu) et π_2 (trait pointillé).

3.3 Commande adaptative floue avec retour de sortie

Dans la section 3.2, l'état du système \underline{x} ou les dérivées de la sortie $\underline{\xi}$ sont supposés mesurables. Notons que, dans le cas général, cette hypothèse peut être forte. Dans cette partie, une commande adaptative floue avec retour de sortie est proposée, pour les systèmes non affines en la commande avec une dynamique des zéros, en utilisant un observateur pour construire les dérivées de la sortie.

3.3.1 Position du problème

Considérons de nouveau le système monovariable non affine décrit par (3.1). Nous supposons que le degré relatif de ce système est $\rho \leq n$. Sous cette hypothèse, on sait qu'il existe la *transformation diffeomorphique* suivante

$$\Phi(\underline{x}) = [\underline{\xi}^T, \underline{\pi}^T]^T = [h(\underline{x}), L_f h, \dots, L_f^{\rho-1} h, \phi_1(\underline{x}), \phi_2(\underline{x}), \dots, \phi_{n-\rho}(\underline{x})]^T$$

qui permet de transformer le système (3.1) à la forme *normale* suivante avec les nouvelles coordonnées $[\underline{\xi}^T, \underline{\pi}^T]^T = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_\rho, \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-\rho}]^T = \Phi(\underline{x})$ [ISI89]

$$\begin{cases} \dot{\xi}_i = \xi_{i+1}, & i = 1, \dots, \rho - 1 \\ \dot{\xi}_\rho = b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u) \\ \dot{\pi} = q(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u) \\ y = \xi_1 \end{cases} \quad (3.39)$$

où $\underline{\xi} = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_\rho]^T \in \Omega_\xi \subset R^\rho$, et $\underline{\pi} = [\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-\rho}]^T \in \Omega_\pi \subset R^{n-\rho}$.

Notre objectif consiste à déterminer une loi de commande assurant la bornitude de tous les signaux du système en boucle fermée et la poursuite de la sortie à une trajectoire de référence.

Comme dans [GE03, HOV04], nous adoptons les hypothèses suivantes.

Hypothèse 3.8 : Le vecteur d'état $\underline{\xi}$ est non mesurable, excepté la sortie du système ξ_1 . Les signaux de la dynamique interne $\underline{\pi}$ sont mesurables.

Hypothèse 3.9 : Le degré relatif du système ρ (où $\rho \leq n$) est connu.

Hypothèse 3.10 : Le vecteur des trajectoires désirées est supposé borné, continu et disponible pour la mesure. Il est défini par $\underline{\xi}_d = [y_d, \dot{y}_d, \dots, y_d^{(\rho-1)}] \in R^\rho$, avec $\|\underline{\xi}_d\| \leq c_0$ où c_0 est une constante positive connue.

Définissons la fonction suivante

$$b_u = \frac{\partial b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u)}{\partial u} \quad (3.40)$$

En utilisant l'Hypothèse 3.9, nous pouvons facilement montrer que :

$$\frac{\partial [b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u)]}{\partial u} \neq 0, \quad \forall (\underline{\xi}, \underline{\pi}, u) \in \bar{U}$$

où $\bar{U} = \Omega_{\underline{\xi}} \times \Omega_{\underline{\pi}} \times \Omega_u$. Cela implique que la fonction continue b_u est strictement positive ou strictement négative pour tout $(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u) \in \bar{U}$.

Les hypothèses suivantes seront aussi nécessaires par la suite.

Hypothèse 3.11 : Sans nuire à la généralité, nous supposons que $b_u > d > 0$, où d une constante inconnue.

Hypothèse 3.12 : La fonction b_u est continue pour chaque $(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u) \in \bar{U}$.

Hypothèse 3.13 : Nous supposons que la dynamique interne satisfait les hypothèses suivantes :

a) la dynamique des zéros (3.12) est exponentiellement stable.

b) la fonction $q(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u)$ est Lipchitzienne en $\underline{\xi}$, i.e. il existe des constantes positives L_ξ et L_q pour $q(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u)$ telles que

$$\|q(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u) - q(0, \underline{\pi}, u_\pi)\| \leq L_\xi \|\underline{\xi}\| + L_q, \quad \forall (\underline{\xi}, \underline{\pi}, u) \in \bar{U}. \quad (3.41)$$

où $u_\pi = \alpha^c(0, \underline{\pi}, v(0))$ et le terme linéaire v sera défini par la suite.

Remarque 3.4:

a) Rappelons que l'hypothèse 3.13 assure que la dynamique interne du système (3.39) est ISS. Ainsi, quand $\underline{\xi}$ est borné, $\underline{\pi}$ est borné.

b) Comparé avec le schéma de commande à base d'observateur développé dans [GE03], le schéma proposé ici n'exige pas les deux hypothèses citées dans la Remarque 3.1c.

c) En outre, comparé avec le schéma de commande de [HOV04], dans la conception de notre contrôleur, nous n'avons pas besoin de l'hypothèse suivante :

- Le terme $\left| \frac{d}{dt} \frac{1}{b_u} \right|$ est borné par une constante.

3.3.2 Commande idéale implicite

Les difficultés majeures de ce problème de commande sont :

- Le vecteur $\underline{\xi}$ n'est pas mesurable. La construction de $\underline{\xi}$ par une différentiation numérique directe de la sortie n'est pas souhaitable puisque elle peut être une source d'amplification de bruit de mesure. Ainsi, la solution la plus naturelle est de concevoir un capteur logiciel (i.e. un observateur) pour estimer le vecteur des dérivées de la sortie (i.e. $\underline{\xi}$).
- L'entrée de commande u n'apparaît pas linéairement (i.e. explicitement) dans (3.39) et de plus la fonction $b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u)$ est inconnue. En général, même si la fonction $b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u)$ est connue, le calcul de son inverse est loin d'être une tâche triviale. Dans la section 3.2.2, nous avons cité les différentes méthodes existant dans la littérature permettant de traiter le problème de commande des systèmes non affines.

Dans cette section, tout comme dans le schéma précédent, nous démontrons l'existence d'une commande idéale via le théorème des fonctions implicites et le problème de la fonction non affine sera traité par le théorème de la valeur moyenne. Ensuite, un système flou adaptatif sera employé pour estimer cette commande idéale implicite inconnue.

Définissons le vecteur des erreurs de poursuite comme

$$\underline{e} = \underline{\xi}_d - \underline{\xi} = [e_1, \dots, e_1^{(\rho-1)}] \quad (3.42)$$

avec $e_1 = y_d - \xi_1$ l'erreur de poursuite de la sortie.

Après avoir ajouté et soustrait le terme linéaire $v(\underline{\xi}) = y_d^{(\rho)} + K_c^T \underline{e}$ au terme $b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u)$ de l'équation (3.39), nous obtenons la dynamique suivante pour l'erreur de poursuite

$$\begin{aligned} e^{(\rho)} &= y_d^{(\rho)} - \xi_1^{(\rho)}, \\ &= y_d^{(\rho)} - v - b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u) + v, \end{aligned}$$

$$= -K_c^T \underline{e} - b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u) + v \quad (3.43)$$

où K_c est un vecteur des gains qui sera défini par la suite.

L'équation (3.43) dans l'espace d'état peut être écrite comme suit

$$\begin{aligned} \dot{\underline{e}} &= [A - BK_c^T] \underline{e} + B[v - b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u)], \\ e_1 &= C \underline{e}. \end{aligned} \quad (3.44)$$

où

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

et le vecteur $K_c = [k_c^1, k_c^2, \dots, k_c^p]^T$ doit être choisi de telle sorte que le polynôme caractéristique de $A - BK_c^T$ est *Hurwitz* (i.e. stable), puisque le couple (A, B) est commandable.

D'après l'Hypothèse 3.11 et le fait que $\partial v / \partial u = 0$, la dérivée partielle de $v - b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u)$ par rapport à u satisfait l'inégalité suivante :

$$\partial[v - b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u)] / \partial u < -d < 0, \quad \forall (\underline{\xi}, \underline{\pi}, u) \in \bar{U}$$

Ainsi, d'après le théorème des fonctions implicites [KHA96, GE03], il existe une solution unique (i.e. une commande idéale implicite) $u^* = \alpha^c(\underline{\xi}, \underline{\pi}, v)$ telle que :

$$v - b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u^*) = 0 \quad (3.45)$$

Donc, on a $u^* = \alpha^c(\underline{\xi}, \underline{\pi}, v) = b^{-1}(\underline{\xi}, \underline{\pi}, v)$.

Le théorème de la valeur moyenne [KHA96] nous permet d'exprimer la fonction non affine $b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u)$ comme suit :

$$b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u) = b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, u^*) + b_{u_\lambda} (u - u^*) \quad (3.46)$$

où

$$b_{u_\lambda} = \left. \frac{\partial [b(\underline{\xi}, \underline{\pi}, \bar{u})]}{\partial \bar{u}} \right|_{\bar{u}=u_\lambda} \quad (3.47)$$

avec $u_\lambda = \lambda_0 u + (1 - \lambda_0) u^*$ et $0 < \lambda_0 < 1$.

D'après (3.46) et (3.45), (3.44) peut s'écrire comme suit

$$\begin{aligned}\dot{\underline{e}} &= [A - BK_c^T] \underline{e} + B[-b_{u_x} (u - u^*)], \\ e_1 &= C \underline{e}.\end{aligned}\tag{3.48}$$

3.3.3 Conception de la commande adaptative floue avec retour de sortie

En utilisant (1.40), la commande peut être conçue comme suit

$$u = \theta^T \psi(\underline{\eta}) + u_k \tag{3.49}$$

où $\underline{\eta}^T = [\underline{\pi}^T, \underline{\xi}^T, v]$.

Ce contrôleur comporte deux termes. Le premier terme $\theta^T \psi(\underline{\eta})$, qui est un terme flou adaptatif, est introduit afin d'approcher la commande idéale implicite inconnue u^* . Quant à u_k , il est introduit pour permettre à l'utilisateur d'exploiter toute information mathématique ou linguistique disponible sur la commande du système. Il peut correspondre, par exemple, à une expertise préalable, à une loi de commande déjà existant issue de l'application des méthodes classiques de commande, ou bien une loi issue d'un modèle nominal. Notons qu'un choix convenable de u_k peut aider à l'amélioration des performances du contrôleur. Cependant, l'analyse de la stabilité présentée ici ne dépend pas de u_k . Si aucune information a priori n'est disponible sur la manière de commander le système, ce dernier peut être tout simplement choisi égale à zéro.

Nous remarquons aussi que la loi de commande (3.49) n'est pas augmentée par un terme de commande robuste. Ce dernier est généralement utilisé afin de compenser les erreurs d'approximation floue et les perturbations externes. D'une manière similaire à la section 2.3, nous essayerons de les compenser via l'ajout d'un terme proportionnel à la loi d'adaptation.

La commande idéale implicite $u^* = \alpha^c(\underline{\xi}, \underline{\pi}, v)$ vérifiant (3.45) et supposée continue et inconnue peut être approchée selon le théorème des approximateurs universels [WAN92, WAN94] comme suit

$$u^*(\underline{\eta}) = \theta^{*T} \psi(\underline{\eta}) + u_k + \varepsilon(\underline{\eta}) \quad (3.50)$$

où $\varepsilon(\underline{\eta})$ l'erreur d'approximation floue et θ^* le vecteur des paramètres optimaux défini par:

$$\theta^* = \arg \min_{\theta \in \Omega_\theta} \left[\sup_{\underline{\eta} \in \Omega_\eta} |\theta^T \psi(\underline{\eta}) + u_k - u^*(\underline{\eta})| \right] \quad (3.51)$$

où Ω_θ est l'espace de contraintes de θ .

Hypothèse 3.14 : Le vecteur des paramètres optimaux est inconnu, constant et borné comme suit [WAN94]

$$\|\theta^*\| \leq M_\theta \quad (3.52)$$

où M_θ est une constante positive inconnue.

Conformément au théorème des approximateurs universels [WAN92, WAN94] pour les systèmes flous, il existe une constante positive c_1 telle que l'inégalité suivante est toujours valide pour tout $\underline{\eta} \in \Omega_\eta$:

$$|\varepsilon(\underline{\eta})| \leq c_1 \quad (3.53)$$

Par la suite, nous concevrons un observateur unifié pour estimer le vecteur d'erreur de poursuite. Ainsi, l'estimée de l'erreur de poursuite, i.e. \hat{e} , sera utilisée pour calculer l'estimée de $\underline{\xi}$ (i.e. en utilisant l'expression $\hat{\underline{\xi}} = \underline{\xi}_d - \hat{e}$) et celle du vecteur linéaire \hat{v} comme suit :

$$\hat{v} = y_d^{(\rho)} + K_c^T \hat{e} \quad (3.54)$$

Puisque le vecteur $\underline{\eta}^T = [\underline{\pi}^T, \underline{\xi}^T, v]$ n'est pas mesurable dans sa totalité, donc c'est son estimée $\hat{\underline{\eta}}^T = [\hat{\underline{\xi}}^T, \underline{\pi}^T, \hat{v}]$ qui sera utilisée comme entrée pour le système flou [BOU08c] :

$$u = \theta^T \psi(\hat{\underline{\eta}}) + u_k \quad (3.55)$$

La substitution des équations (3.50) et (3.55) dans (3.48) donne la dynamique du système en boucle fermée suivante :

$$\begin{aligned} \dot{e} &= [A - BK_c^T]e + B b_{u_x} [-\tilde{\theta}^T \psi(\hat{\underline{\eta}}) + w_m], \\ e_1 &= Ce. \end{aligned} \quad (3.56)$$

où $\tilde{\theta} = \theta - \theta^*$ est le vecteur des erreurs paramétriques et

$$w_m = \varepsilon(\underline{\eta}) + \theta^{*T} [\psi(\underline{\eta}) - \psi(\hat{\underline{\eta}})] \quad (3.57)$$

représente le terme global des perturbations qui comporte l'erreur d'estimation des états, l'erreur d'approximation floue et les perturbations externes bornées.

Notons par P la solution symétrique et définie positive de l'équation de Lyapunov suivante

$$A_c^T P + P A_c = -Q \quad (3.58)$$

où $A_c = A - B K_c^T$ et Q est une matrice symétrique et définie positive dont le choix est libre.

Il est à noter que la dynamique (3.56) et l'équation matricielle (3.58) seront employées par la suite dans l'analyse de la stabilité.

Le lemme suivant est utile par la suite.

Lemme .31 : *Si l'Hypothèse 3.14 est valide, alors il existe des constantes positives c_2 et c_3 telles que*

$$a) |w_m| \leq c_2 \quad (3.59)$$

$$b) \left| -\tilde{\theta}^T \psi(\underline{\hat{\eta}}) + w_m \right| \leq c_3 \|\tilde{\theta}\| + c_2 \quad (3.60)$$

pour tout $\underline{\eta} \in \Omega_{\underline{\eta}}$.

Preuve du Lemme 3.1 :

a) A partir de (3.57) et (3.52)-(5.53) et puisque $\psi(\cdot) \in L_\infty$, w_m peut être borné comme suit:

$$\begin{aligned} |w_m| &\leq |\varepsilon(\underline{\eta})| + |\theta^{*T} [\psi(\underline{\eta}) - \psi(\underline{\hat{\eta}})]| \\ &\leq c_1 + M_\theta \sup_t \|\psi(\underline{\eta}) - \psi(\underline{\hat{\eta}})\| \\ &= c_2 \end{aligned} \quad (3.61)$$

où $c_2 = c_1 + M_\theta \sup_t \|\psi(\underline{\eta}) - \psi(\underline{\hat{\eta}})\|$. Cela donne (3.59).

b) Puisque $\psi(\cdot) \in L_\infty$ et en utilisant (3.61), nous avons

$$\begin{aligned} \left| -\tilde{\theta}^T \psi(\underline{\hat{\eta}}) + w_m \right| &\leq \left| \tilde{\theta}^T \psi(\underline{\hat{\eta}}) \right| + |w_m|, \\ &\leq \|\tilde{\theta}\| \|\psi(\underline{\hat{\eta}})\| + |w_m|, \\ &\leq \|\tilde{\theta}\| \sup_t \|\psi(\underline{\hat{\eta}})\| + c_2, \\ &= c_3 \|\tilde{\theta}\| + c_2. \end{aligned}$$

où $c_3 = \sup_t \|\psi(\underline{\hat{\eta}})\|$. Ainsi, nous terminons la démonstration de ce lemme \square

3.3.4 Conception d'une loi d'adaptation générale

Pour estimer les paramètres des conclusions, un algorithme de type PI est proposé [BOU08c] :

$$\dot{\theta} + \gamma_2 \delta = -\sigma \gamma_1 \theta + \gamma_1 \varphi \psi(\underline{\hat{\eta}}) \quad (3.62)$$

où γ_1, γ_2 et $\sigma > 0$ sont des paramètres de conception, $\varphi \in R$ est une fonction d'erreur de conception qui sera définie par la suite. Quant à la fonction δ , elle doit être choisie comme suit :

$$\delta^T [\sigma \theta - \varphi \psi(\underline{\hat{\eta}})] \geq 0 \quad (3.63)$$

La loi d'adaptation (3.62) contient deux termes utiles: un terme dit σ – modification qui peut assurer la bornitude des paramètres [IOA84] et un terme proportionnel δ qui peut contribuer à la stabilité du système en boucle fermée. Il est important de rappeler que ce dernier peut remplacer le terme robuste de commande communément ajouté au terme de commande adaptative floue.

La fonction $\varphi(s)$ est conçue de telle sorte que la condition donnée ci-après soit toujours vérifiée, son argument d'entrée s est une fonction supposée convenablement choisie des erreurs disponibles :

$$|\varphi(s)| \leq 1, \text{ avec } \partial \varphi(s) / \partial s > 0 \quad (3.64)$$

Nous donnerons plus tard quelques exemples pour la fonction $\varphi(s)$. Nous avons vérifié aussi que, en général, de bonnes performances de poursuite peuvent être obtenues en choisissant le signal s comme une combinaison linéaire des erreurs disponibles et/ou estimées. Il est important de noter qu'un choix non convenable de ce signal des erreurs affecte seulement les performances de poursuite, i.e. la stabilité de la loi d'adaptation peut être toujours garantie.

En résumé, la loi d'adaptation (3.62) a une propriété très importante, comme l'indique le lemme suivant.

Lemme. 3.2 : *Si δ et φ sont choisies respectivement selon (3.63) et (3.64), la loi d'adaptation (3.62) garantit que $\theta \in L_\infty$ pour des paramètres initiaux bornés $\theta(0)$.*

Preuve du Lemme 3.2 : Choisissons la fonction de Lyapunov candidate comme suit :

$$V_\theta = \frac{1}{2\gamma_1} (\theta + \gamma_2 \delta)^T (\theta + \gamma_2 \delta) \quad (3.65)$$

En utilisant (3.62), la dérivée temporelle de V_θ s'écrit

$$\begin{aligned} \dot{V}_\theta &= \frac{1}{\gamma_1} (\theta + \gamma_2 \delta)^T (\dot{\theta} + \gamma_2 \dot{\delta}) \\ &= (\theta + \gamma_2 \delta)^T (-\sigma \theta + \varphi \psi(\hat{\eta})) \end{aligned} \quad (3.66)$$

Si δ et φ sont respectivement choisies selon les conditions (3.63) et (3.64), on a

$$\begin{aligned} \dot{V}_\theta &\leq -\sigma \|\theta\|^2 + \|\theta\| \|\psi(\hat{\eta})\| |\varphi| - \gamma_2 \delta^T (\sigma \theta - \varphi \psi(\hat{\eta})) \\ &\leq -\sigma \|\theta\|^2 + c_3 \|\theta\|. \end{aligned} \quad (3.67)$$

où $c_3 = \sup_t \|\psi(\hat{\eta})\|$. Donc, $\dot{V}_\theta < 0$ une fois que $\|\theta\| > c_3 / \sigma$. Puisque c_3 et σ des constantes positives, nous pouvons conclure que $\theta \in L_\infty$. \square

3.3.5 Conception de l'observateur

Puisque toutes les dérivées de la sortie ne sont pas disponibles ξ_2, ξ_3, \dots , et ξ_ρ , un observateur d'erreur est proposé ici pour les estimer. En fait, cet observateur est inspiré de l'observateur unifié proposé dans le chapitre 2.

Avant de donner les équations de cet observateur, nous introduisons les notations intéressantes suivantes :

1. Soit Δ_λ une matrice diagonale définie par

$$\Delta_\lambda = \text{diag} \left[1, \frac{1}{\lambda}, \dots, \frac{1}{\lambda^{\rho-1}} \right] \quad (3.68)$$

où $\lambda \geq 1$ est un paramètre de conception.

2. Soit S l'unique solution de l'équation algébrique de Lyapunov suivante [GAU92, TAR02, FAR04, XU04]:

$$S + A^T S + SA = C^T C \quad (3.69)$$

où A et C sont données avec l'équation (3.44). On peut montrer que S est symétrique et définie positive.

3. $\forall \underline{\tilde{e}} \in R^p$, posons $\underline{z} = [z_1, z_2, \dots, z_p]^T = \Delta_\lambda \underline{\tilde{e}}$, $K(\underline{\xi}) = [k_1(\xi_1), 0, \dots, 0]^T \in R^p$ est un vecteur des fonctions continues ou discontinues vérifiant l'inégalité suivante:

$$\forall \underline{\xi} \in R^p : \underline{\xi}^T K(\underline{\xi}) \geq \frac{1}{2} \underline{\xi}^T C^T C \underline{\xi}. \quad (3.70)$$

Pour estimer le vecteur de l'erreur de poursuite, l'observateur suivant est proposé :

$$\begin{aligned} \dot{\underline{\hat{e}}} &= A\underline{\hat{e}} + \lambda \Delta_\lambda^{-1} S^{-1} K(\underline{\tilde{e}}_1) \\ \underline{\hat{e}}_1 &= C\underline{\hat{e}} \end{aligned} \quad (3.71)$$

où $\underline{\hat{e}} = \underline{\xi}_d - \underline{\hat{\xi}}$, $\underline{\hat{e}}_1 = \xi_d - \hat{\xi}_1$, et $\underline{\tilde{e}}_1 = e_1 - \hat{e}_1$.

Puisque $b_{u_\lambda} > 0$ (selon l'Hypothèse 3.11) et en soustrayant (3.71) de (3.56), nous obtenons la dynamique suivante pour l'erreur d'observation

$$\begin{aligned} \dot{\underline{\tilde{e}}} &= A\underline{\tilde{e}} + B b_{u_\lambda} [-b_{u_\lambda}^{-1} K_c^T \underline{e} - \tilde{\theta}^T \psi(\underline{\hat{\eta}}) + w_m] - \lambda \Delta_\lambda^{-1} S^{-1} K(\underline{\tilde{e}}_1) \\ \underline{\tilde{e}}_1 &= C\underline{\tilde{e}} \end{aligned} \quad (3.72)$$

où $\underline{\tilde{e}} = \underline{e} - \underline{\hat{e}}$, $\underline{\tilde{e}}_1 = e_1 - \hat{e}_1$, et w_m est donné par (3.57).

Pour faciliter l'analyse de la stabilité, nous définissons une transformation d'état comme suit :

$$\underline{z} = \Delta_\lambda \underline{\tilde{e}} \quad (3.73)$$

Les propriétés de \underline{z} suivantes peuvent être facilement vérifiées

$$\|\underline{z}\| \leq \|\underline{\tilde{e}}\| \leq \lambda^{\rho-1} \|\underline{z}\| \quad (3.74)$$

$$C\underline{z} = z_1 = C\underline{\tilde{e}} = \underline{\tilde{e}}_1 \quad (3.75)$$

Puisque $\Delta_\lambda A \Delta_\lambda^{-1} = \lambda A$ et le fait que $K(z_1) = K(\underline{\tilde{e}}_1)$, l'équation (3.72) peut être écrite en terme de \underline{z} comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{\underline{z}} &= \lambda A \underline{z} - \lambda S^{-1} K(z_1) + \Delta_\lambda B b_{u_\lambda} [-b_{u_\lambda}^{-1} K_c^T \underline{e} - \tilde{\theta}^T \psi(\underline{\hat{\eta}}) + w_m] \\ z_1 &= C\underline{z} \end{aligned} \quad (3.76)$$

Cette dynamique avec l'équation algébrique de Lyapunov (3.69) sera employée par la suite dans l'analyse de la stabilité.

3.3.6 Analyse de la stabilité

Les résultats suivants concluent la stabilité du système en bouclé fermée (3.56) et (3.76).

Théorème 3.2. *Considérons le système (3.39) avec son observateur d'erreur (3.71), et son contrôleur (3.55). Si θ est ajusté par la loi (3.62), et Hypothèses 3.8-3.14 sont valides. Donc, nous avons les propriétés suivantes:*

1- Tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés, i.e. $\tilde{z}, \underline{e}, \hat{e}$, et $\theta \in L_\infty$.

2- Les dynamiques internes du système sont aussi bornées, i.e. $\|\underline{\pi}\| \in L_\infty$.

Preuve du Théorème 3.2. Soit la fonction de Lyapunov candidate

$$V = V_1 + \beta V_2 \quad (3.77)$$

où $\beta = 1/\lambda^{2\rho-2}$, et

$$V_1 = \underline{z}^T S \underline{z} \quad (3.78)$$

et

$$V_2 = \frac{1}{2} \underline{e}^T P \underline{e} + \frac{1}{2\gamma_1} (\tilde{\theta} + \gamma_2 \delta)^T (\tilde{\theta} + \gamma_2 \delta) \quad (3.79)$$

Notons que puisque b_{u_λ} est une fonction continue sur un ensemble compact \bar{U} , nous pouvons définir sa valeur maximale comme suit [PAR04, HOV04, LEU05, PAR05c]:

$$\bar{b} = \sup_{(\underline{\xi}, \underline{\eta}, u) \in \bar{U}} b_{u_\lambda}, \quad (3.80)$$

où \bar{b} est une constante positive et sa connaissance n'est pas nécessaire ici, puisqu'elle sera seulement exploitée dans l'analyse de la stabilité. Notons que dans [PAR04, PAR05c] \bar{b} est employé dans l'implémentation du contrôleur. Par conséquent, sa connaissance est cruciale.

En dérivant V_1 par rapport au temps et en utilisant (3.76) et (3.69), nous obtenons

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \underline{z}^T S \dot{\underline{z}} + \dot{\underline{z}}^T S \underline{z} \\ &= -\lambda \underline{z}^T S \underline{z} - 2\lambda [\underline{z}^T K(z_1) - 0.5 \underline{z}^T C^T C \underline{z}] + 2 \underline{z}^T S \Delta_\lambda B b_{u_\lambda} [-b_{u_\lambda}^{-1} K_c^T \underline{e} - \tilde{\theta}^T \psi(\hat{\eta}) + w_m] \end{aligned} \quad (3.81)$$

Si $K(\tilde{e}_1)$ (i.e. $K(z_1)$) est choisi de sorte que la condition (3.70) soit toujours satisfaite, (3.81) devient

$$\dot{V}_1 \leq -\lambda \underline{z}^T S \underline{z} + 2 \underline{z}^T S \Delta_\lambda B b_{u_\lambda} [-b_{u_\lambda}^{-1} K_c^T \underline{e} - \tilde{\theta}^T \psi(\hat{\eta}) + w_m] \quad (3.82)$$

Dû à la forme spéciale de la matrice Δ_λ et du vecteur B , on peut facilement montrer que $S\Delta_\lambda B = \sqrt{\beta}SB$, et en utilisant le lemme 3.1 (i.e. eq. (3.60)) et (3.80), (3.82) peut être réarrangée comme suit

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1 &\leq -\lambda\lambda_{\min}(S)\|\underline{z}\|^2 + 2\sqrt{\beta}\left|\underline{z}^T SBK_c^T \underline{e}\right| + 2\bar{b}\sqrt{\beta}\left|\underline{z}^T SB\right| - \tilde{\theta}^T \psi(\underline{\hat{x}}) + w_m \\
&\leq -\lambda\lambda_{\min}(S)\|\underline{z}\|^2 + 2\sqrt{\beta}\left|\underline{z}^T SBK_c^T \underline{e}\right| + 2\bar{b}\sqrt{\beta}\left|\underline{z}^T SB\right| (c_3\|\tilde{\theta}\| + c_2) \\
&\leq -\lambda\lambda_{\min}(S)\|\underline{z}\|^2 + 2\sqrt{\beta}\|SBK_c^T\|\|\underline{z}\|\|\underline{e}\| + 2\bar{b}\sqrt{\beta}c_3\|SB\|\|\underline{z}\|\|\tilde{\theta}\| + 2\bar{b}\sqrt{\beta}c_2\|SB\|\|\underline{z}\| \\
&= -\lambda\lambda_{\min}(S)\|\underline{z}\|^2 + 2\sqrt{\beta}c_4\|\underline{z}\|\|\underline{e}\| + 2\sqrt{\beta}c_5\|\underline{z}\|\|\tilde{\theta}\| + 2\sqrt{\beta}c_6\|\underline{z}\|
\end{aligned} \tag{3.83}$$

où $c_4 = \|SBK_c^T\|$, $c_5 = \bar{b}c_3\|SB\|$ et $c_6 = \bar{b}c_2\|SB\|$. $\lambda_{\min}(\cdot)$ dénote la plus petite valeur propre d'une matrice (\cdot).

En dérivant V_2 par rapport au temps et en utilisant (3.56) et (3.58), nous avons

$$\begin{aligned}
\dot{V}_2 &= \frac{1}{2}\underline{e}^T P\dot{\underline{e}} + \frac{1}{2}\dot{\underline{e}}^T P\underline{e} + \frac{1}{\gamma_1}(\tilde{\theta} + \gamma_2\delta)^T(\dot{\tilde{\theta}} + \gamma_2\dot{\delta}) \\
&= -\frac{1}{2}\underline{e}^T Q\underline{e} + \underline{e}^T PB b_{u_\lambda} \left[-\tilde{\theta}^T \psi(\underline{\hat{\eta}}) + w_m\right] + \frac{1}{\gamma_1}(\tilde{\theta} + \gamma_2\delta)^T(\dot{\theta} + \gamma_2\dot{\delta})
\end{aligned} \tag{3.84}$$

où $\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\theta} - \dot{\theta}^* = \dot{\theta}$.

En utilisant (3.62)-(3.64), (3.80) et lemme 3.1 (i.e. eq. (3.60)), (3.84) devient

$$\begin{aligned}
\dot{V}_2 &= -\frac{1}{2}\underline{e}^T Q\underline{e} + \underline{e}^T PB b_{u_\lambda} \left[-\tilde{\theta}^T \psi(\underline{\hat{\eta}}) + w_m\right] + (\tilde{\theta} + \gamma_2\delta)^T(-\sigma\theta + \varphi\psi(\underline{\hat{\eta}})) \\
&= -\frac{1}{2}\underline{e}^T Q\underline{e} + \underline{e}^T PB b_{u_\lambda} \left[-\tilde{\theta}^T \psi(\underline{\hat{\eta}}) + w_m\right] + \tilde{\theta}^T \varphi\psi(\underline{\hat{\eta}}) - \sigma\tilde{\theta}^T \theta - \gamma_2\delta^T(\sigma\theta - \varphi\psi(\underline{\hat{\eta}})) \\
&\leq -\frac{1}{2}\underline{e}^T Q\underline{e} + \bar{b}\left|\underline{e}^T PB\right|(c_3\|\tilde{\theta}\| + c_2) + \|\tilde{\theta}\|\|\varphi\psi(\underline{\hat{\eta}})\| - \sigma\tilde{\theta}^T \theta - \gamma_2\delta^T(\sigma\theta - \varphi\psi(\underline{\hat{\eta}})) \\
&\leq -\frac{1}{2}\lambda_{\min}(Q)\|\underline{e}\|^2 + c_7\|\underline{e}\|\|\tilde{\theta}\| + c_8\|\underline{e}\| + c_3\|\tilde{\theta}\| - \sigma\tilde{\theta}^T \theta
\end{aligned} \tag{3.85}$$

où $c_7 = \bar{b}c_3\|PB\|$, $c_8 = \bar{b}c_2\|PB\|$, et $c_3 = \sup_i \|\psi(\underline{\hat{\eta}})\|$.

Notons que δ introduit dans \dot{V}_2 un terme négatif qui peut être important, si γ_2 est choisi grand. Par conséquent, le terme proportionnel δ peut contribuer à la stabilité du système en boucle fermée et compenser les erreurs d'approximation floue.

Puisque $2\tilde{\theta}^T \theta \geq \|\tilde{\theta}\|^2 - \|\theta^*\|^2$, (3.85) peut s'écrire comme suit :

$$\dot{V}_2 \leq -\frac{1}{2}\lambda_{\min}(Q)\|e\|^2 + c_7\|e\|\|\tilde{\theta}\| + c_8\|e\| + c_3\|\tilde{\theta}\| - \frac{\sigma}{2}\|\tilde{\theta}\|^2 + \frac{\sigma}{2}\|\theta^*\|^2 \quad (3.86)$$

De (3.83) et (3.86), la dérivée temporelle de (3.77) peut être bornée comme suit

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\lambda\lambda_{\min}(S)\|z\|^2 + 2\sqrt{\beta}c_4\|z\|\|e\| + 2\sqrt{\beta}c_5\|z\|\|\tilde{\theta}\| + 2\sqrt{\beta}c_6\|z\| - \frac{1}{2}\beta\lambda_{\min}(Q)\|e\|^2 + \beta c_7\|e\|\|\tilde{\theta}\| \\ & + \beta c_8\|e\| + \beta c_3\|\tilde{\theta}\| - \frac{\beta\sigma}{2}\|\tilde{\theta}\|^2 + \frac{\beta\sigma}{2}\|\theta^*\|^2. \end{aligned} \quad (3.87)$$

En utilisant les inégalités suivantes,

$$\begin{aligned} 2\sqrt{\beta}c_4\|z\|\|e\| & \leq \frac{c_4^2}{\alpha_1}\|z\|^2 + \beta\alpha_1\|e\|^2 \\ 2\sqrt{\beta}c_5\|z\|\|\tilde{\theta}\| & \leq \frac{c_5^2}{\alpha_2}\|z\|^2 + \beta\alpha_2\|\tilde{\theta}\|^2 \\ 2\sqrt{\beta}c_6\|z\| & \leq \frac{1}{\alpha_3}\|z\|^2 + \beta\alpha_3c_6^2 \\ \beta c_7\|e\|\|\tilde{\theta}\| & \leq \frac{\beta}{4\alpha_4}\|e\|^2 + \beta\alpha_4c_7^2\|\tilde{\theta}\|^2 \\ \beta c_8\|e\| & \leq \frac{\beta}{4\alpha_5}\|e\|^2 + \beta\alpha_5c_8^2 \\ \beta c_3\|\tilde{\theta}\| & \leq \frac{\beta c_3^2}{4\alpha_6} + \beta\alpha_6\|\tilde{\theta}\|^2 \end{aligned}$$

où $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$, et $\alpha_6 > 0$, nous avons :

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -(\lambda\lambda_{\min}(S) - \bar{\lambda})\|z\|^2 - 0.5\beta(\lambda_{\min}(Q) - \bar{\lambda}_Q)\|e\|^2 - 0.5\beta(\sigma - \bar{\sigma})\|\tilde{\theta}\|^2 + \beta\bar{\mu} \\ \leq & -\beta(\lambda\lambda_{\min}(S) - \bar{\lambda})\|\tilde{e}\|^2 - 0.5\beta(\lambda_{\min}(Q) - \bar{\lambda}_Q)\|e\|^2 - 0.5\beta(\sigma - \bar{\sigma})\|\tilde{\theta}\|^2 + \beta\bar{\mu} \end{aligned} \quad (3.88)$$

où

$$\begin{aligned} \bar{\lambda} & = \frac{c_4^2}{\alpha_1} + \frac{c_5^2}{\alpha_2} + \frac{1}{\alpha_3}, \bar{\lambda}_Q = 2\left[\alpha_1 + \frac{1}{4\alpha_4} + \frac{1}{4\alpha_5}\right], \bar{\sigma} = 2(\alpha_2 + \alpha_6 + \alpha_4c_7^2), \text{ et} \\ \bar{\mu} & = \frac{\sigma}{2}\|\theta^*\|^2 + \alpha_3c_6^2 + \alpha_5c_8^2 + \frac{c_3^2}{4\alpha_6}. \end{aligned}$$

Choisissons $\lambda > \bar{\lambda} / \lambda_{\min}(S)$, $\lambda_{\min}(Q) > \bar{\lambda}_Q$, et $\sigma > \bar{\sigma}$, nous pouvons garantir que \dot{V} est négative, if \tilde{e} est en dehors de d'ensemble compact $\Omega_{\tilde{e}}$ définie comme

$$\Omega_{\tilde{e}} = \left\{ \tilde{e} \mid \|\tilde{e}\| \leq \sqrt{\frac{\bar{\mu}}{\lambda\lambda_{\min}(S) - \bar{\lambda}}} \right\} \quad (3.89)$$

Selon le théorème standard de Lyapunov [IOA96], nous pouvons conclure que \tilde{e} est borné et converge à l'ensemble compact $\Omega_{\tilde{e}}$. De plus, le rayon de cet ensemble peut être rendu arbitrairement petit si λ est choisi suffisamment grand. Il est important de noter que la valeur de $\lambda_{\min}(S)$ est fixée et ne dépend que de l'ordre du système, contrairement à la matrice P étant la solution de (3.58) qui dépend du choix de Q et du vecteur gain K_c . De même, le signal \underline{e} est borné et converge à Ω_e défini par

$$\Omega_e = \left\{ \underline{e} \mid \|\underline{e}\| \leq \sqrt{\frac{2\bar{\mu}}{\lambda_{\min}(Q) - \bar{\lambda}_Q}} \right\} \quad (3.90)$$

dont le rayon peut être rendu aussi petit qu'on veut si $\lambda_{\min}(Q)$ est choisi suffisamment grand.

Le vecteur $\tilde{\theta}$ est pareillement borné et converge à $\Omega_{\tilde{\theta}}$ qui est défini comme

$$\Omega_{\tilde{\theta}} = \left\{ \tilde{\theta} \mid \|\tilde{\theta}\| \leq \sqrt{\frac{2\bar{\mu}}{\sigma - \bar{\sigma}}} \right\} \quad (3.91)$$

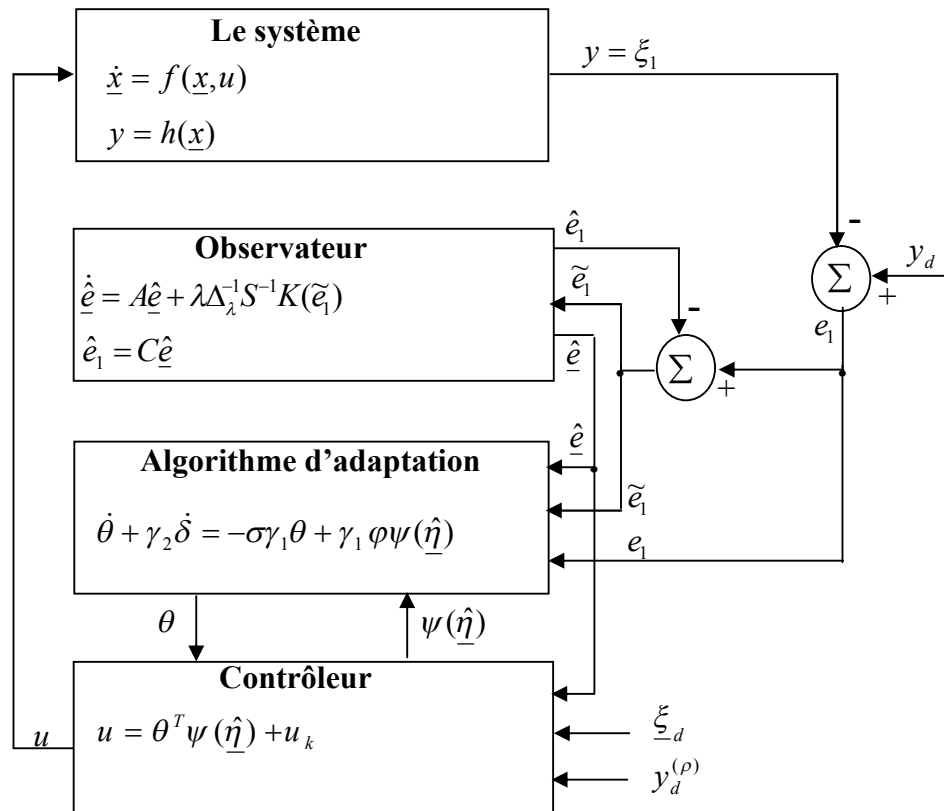


Figure 3.4 : Schéma de la commande adaptative floue avec retour de sortie.

En utilisant l'Hypothèse 3.14, i.e. $\theta^* \in L_\infty$, nous pouvons montrer que la bornitude de $\tilde{\theta}$ garantie celle de θ . Puisque \underline{e} et $\tilde{\underline{e}} \in L_\infty$ et $\hat{\underline{e}} = \underline{e} - \tilde{\underline{e}}$, donc $\hat{\underline{e}} \in L_\infty$. Finalement, le fait que \underline{e} et $\underline{\xi}_d \in L_\infty$, donc $\underline{\xi} = \underline{\xi}_d - \underline{e} \in L_\infty$. Selon (3.17), la bornitude de $\underline{\pi}$ suit celle de $\underline{\xi}$. Ceci termine la preuve du théorème. \square

Pour résumer, la Figure 3.4 montre le schéma de la commande adaptative floue avec retour de sortie.

Remarque 3.5

1- La fonction d'erreur implicite $\varphi(s)$ peut être conçue avec n'importe quelle fonction bornée vérifiant la condition (3.64), e.g. $\varphi(s) = \text{Sat}(s)$, $\text{Tanh}(k_\varphi s)$, $(2/\pi)\text{Arc tan}(k_\varphi s)$, $s/(\varepsilon_\varphi + |s|)$, etc., et son argument d'entrée s peut être choisi comme suit : $s = e_1$, \tilde{e}_1 , $\hat{\underline{e}}^T PB$, $e_1 + k_s \int e_1 dt$, $\tilde{e}_1 + k_s \int \tilde{e}_1 dt$, $e_1 |e_1|^{\alpha_s}$, etc., où k_φ , ε_φ , k_s , $\alpha_s > 0$ sont des nombres réels. De plus, avec une procédure essai-erreur, nous pouvons trouver d'autres combinaisons (linéaires ou non linéaires) des erreurs disponibles qui peuvent donner des performances satisfaisantes.

2- Il est important de noter que la fonction d'erreur $\varphi(s) = \tilde{e}_1$ est la plus utilisée dans les schémas de commande adaptative floue à base d'observateurs [LEU99, WAN03a, LI03, TON04a, TON04b, LEU05]. Aussi, les fonctions d'erreur $\varphi(s) = \hat{\underline{e}}^T PB$ et $\varphi(s) = \tilde{\underline{e}}_f^T PB$ (où $\tilde{\underline{e}}_f$ le vecteur d'état d'un filtre dont l'entrée est l'erreur d'observation de la sortie) ont été respectivement utilisées dans la conception des lois d'adaptation dans [PAR04] et [PAR05b, PAR03a].

Remarque 3.6

Les caractéristiques suivantes soulignent l'importance du cadre de conception de cette commande adaptative floue :

- 1-** L'observateur et la loi d'adaptation sont conçus dans un cadre unificateur.
- 2-** L'information a priori sur θ , la condition d'excitation persistante et la connaissance de la borne supérieure des paramètres optimaux ne sont pas du tout nécessaires.
- 3-** La condition SPR a été enlevée sans recourir au filtrage.

3.3.7 Résultats de simulation

Pour tester les performances de cette approche de commande adaptative floue avec retour de sortie, nous utilisons les deux systèmes non linéaires avec la dynamique des zéros donnés dans la section 3.2.7.

3.3.7.1 Exemple 1 (le système CSTR)

Tous les détails concernant ce système sont donnés dans la section 3.2.7.

L'objectif de la commande est de forcer la sortie du système (i.e. la concentration y) à suivre un signal carré $r(t)$ varie entre 0.08 et 0.12. Afin d'obtenir un signal de référence lisse, la trajectoire désirée y_d est construite à partir d'un filtre dont l'entrée est le signal carré $r(t)$, comme suit :

$$y_d(p) = \left[\frac{\omega_n^2}{p^2 + 2\zeta_n \omega_n p + \omega_n^2} \right] r(p) \quad (3.92)$$

où p est la variable de Laplace, avec $\omega_n = 5.0 \text{ rad/min}$ et $\zeta_n = 1.0$.

En résolvant l'équation matricielle (3.69), nous obtenons la matrice définie positive suivante :

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

A partir du Tableau 2.1 et en utilisant (3.70), nous pouvons concevoir l'observateur à mode glissant suivant

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{e}}_1 &= \tilde{e}_2 + 2\lambda \tilde{e}_1 + 2l\lambda \tanh(k_o \tilde{e}_1), \\ \dot{\tilde{e}}_2 &= \lambda^2 \tilde{e}_1 + l\lambda^2 \tanh(k_o \tilde{e}_1). \end{aligned} \quad (3.93)$$

avec $l = 0.1, \lambda = 30, k_o = 35$.

Le système flou adaptatif, utilisé pour approcher u^* , a comme entrée le vecteur $\underline{\hat{\eta}}^T = [\hat{\xi}_1, \hat{\xi}_2, \pi, \hat{v}]$. Pour chaque variable d'entrée du système flou, nous définissons trois fonctions d'appartenance uniformément distribuées sur les intervalles : $[0.05, 0.15]$ pour $\hat{\xi}_1$, $[-0.2, 0.2]$ pour $\hat{\xi}_2$, $[0, 200]$ pour π et $[-100, 100]$ pour \hat{v} .

De la remarque 3.5, la loi d'adaptation suivante peut être choisie

$$\theta = \int_0^t (-\sigma\gamma_1\theta + \gamma_1 \varphi\psi(\underline{\hat{\eta}})) d\tau - \gamma_2 \text{Tanh}(k_\delta [\sigma\theta - \varphi\psi(\underline{\hat{\eta}})]), \quad (3.94)$$

avec $k_\delta = 0.01$ et $\varphi = \text{Tanh}(0.5e_1) = \text{Tanh}(0.5(y_d - y))$.

Les conditions initiales sont : $\xi_1(0) = 0.11$, $\xi_2(0) = 0$, $\hat{e}(0) = [0,0]^T$, et $\theta_i(0) = 0$. Les autres paramètres de synthèse sont choisis comme suit : $\sigma = 0.001$, $\gamma_1 = 1250$, $\gamma_2 = 1000$, et $K_c^T = [100,20]$.

Les résultats de simulation sont présentés sur la Figure 3.5. Nous pouvons voir dans la Figure 3.5(a) que la sortie $y = \xi_1$ suit sa référence y_d avec précision. La dérivée de la sortie $\dot{y} = \xi_2$ converge aussi vers sa référence \dot{y}_d , dans la Figure 3.5(b). Nous remarquons aussi clairement sur les Figures 3.5(a)-(b) que l'observateur arrive à estimer correctement les dérivées de la sortie. Dans les Figures 3.5(c)-(e), le signal de commande, paramètres flous estimés et la dynamique interne sont tous bornés. Une comparaison de ce schéma de commande avec celui de [GE03] montre que notre schéma a des performances supérieures. En fait, à partir des résultats de simulation reportés dans [GE03], Nous pouvons remarquer que l'état ξ_2 ne suit pas convenablement sa référence ξ_{2d} . En outre, des oscillations apparaissent dans le signal de commande et la sortie du système.

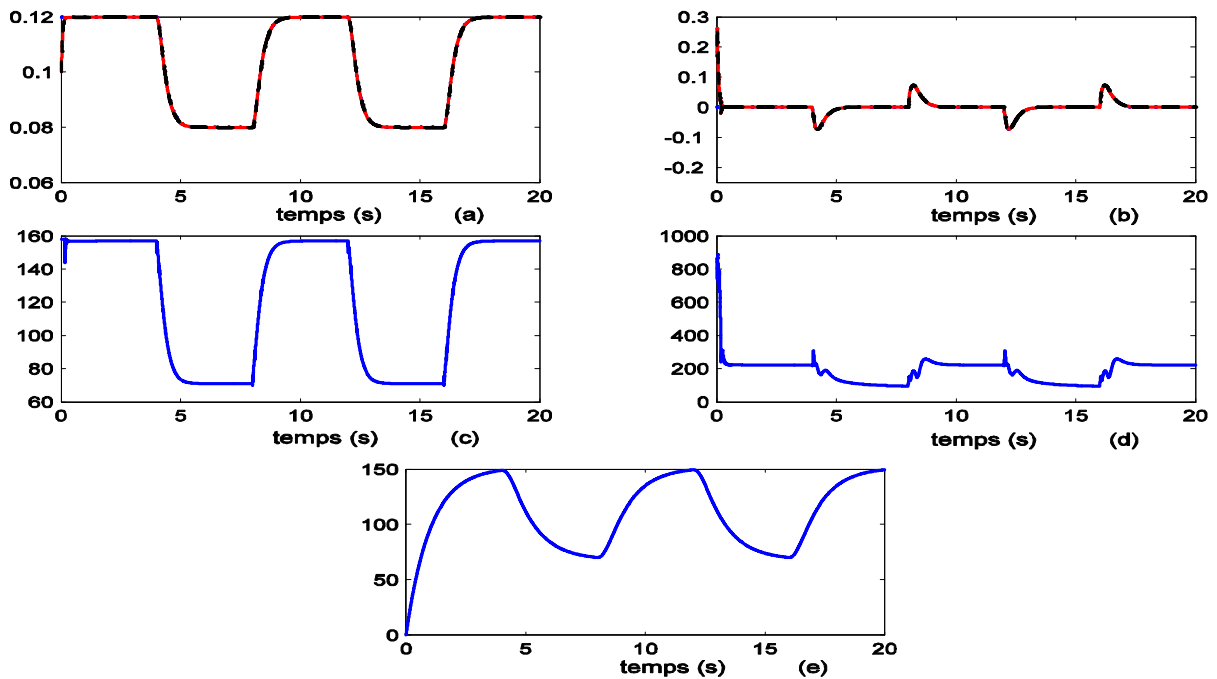


Figure 3.5 Résultats de simulation de l'exemple 1 (a) ξ_1 (trait continu), $\hat{\xi}_1$ (trait discontinu) et y_d (trait pointillé). (b) ξ_2 (trait continu), $\hat{\xi}_2$ (trait discontinu) et \dot{y}_d (trait pointillé). (c) Signal de commande u . (d) Norme des paramètres flous $\|\theta\|$, (e) Dynamique interne π .

3.3.7.2 Exemple 2 (le système nonaffine)

Considérons de nouveau le système académique non affine donné par (3.38). Notre objectif dans cet exemple est de commander la sortie du système y afin de suivre un signal carré entre -1.3 et $+1.3$. Tout comme dans l'exemple 1, afin d'obtenir un signal de référence lisse, la trajectoire désirée y_d est construite via le filtre (3.92) dont l'entrée est le signal carré $r(t) = 0 \pm 1.3$. Les paramètres de ce filtre sont choisis comme suit : $\omega_n = 1.0 \text{ rad/min}$ et $\zeta_n = 1.0$.

En résolvant l'équation matricielle (3.69), Nous obtenons la matrice définie positive suivante :

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

A partir du Tableau 2.1 et en utilisant (3.70), nous pouvons concevoir l'observateur à grand gain suivant :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{e}}_1 &= \hat{e}_2 + 2\lambda \tilde{e}_1, \\ \dot{\hat{e}}_2 &= \lambda^2 \tilde{e}_1. \end{aligned} \quad (3.95)$$

avec $\lambda = 30$.

Le système flou adaptatif, utilisé pour approcher la commande idéale implicite u^* , a comme entrée le vecteur $\hat{\eta}^T = [\hat{x}_1, \hat{x}_2, \pi_1, \pi_2, \hat{v}]$. Pour chaque variable d'entrée, nous définissons trois fonctions d'appartenance uniformément distribuées sur les intervalles $[-2, 2]$ pour \hat{x}_1 et \hat{x}_2 , $[-0.5, 0.5]$ pour π_1 et π_2 , et $[-10, 10]$ pour \hat{v} .

De la remarque 3.5, la loi d'adaptation suivante peut être choisie

$$\theta = \int_0^t \left(-\sigma \gamma_1 \theta + \gamma_1 \varphi \psi(\hat{\eta}) \right) d\tau - \gamma_2 \text{Arc tan} \left(k_\delta \left[\sigma \theta - \varphi \psi(\hat{\eta}) \right] \right), \quad (3.96)$$

Avec $k_\delta = 0.05$ et $\varphi = \text{Tanh}(e_f)$ où e_f est donné par (comme dans [PUR05]) :

$$e_f = [L(p)]e_1 = \begin{bmatrix} 10p + 10 \\ p + 10 \end{bmatrix} e_1$$

Les valeurs initiales des paramètres des conclusions sont choisies nulles, i.e. $\theta_i(0) = 0$. Les autres paramètres de conception sont choisis comme suit : $\sigma = 0.001$, $\gamma_1 = 300$, $\gamma_2 = 200$, et $K_c^T = [100, 20]$. Nous avons fixé les conditions initiales comme : $\pi_1(0) = \pi_2(0) = x_2(0) = 0$, $x_1(0) = 0.5$, et $\hat{e}(0) = [0, 0]^T$.

Les résultats de simulation dans la Figure 3.6 montrent clairement l'efficacité de cette approche de commande adaptative floue avec retour de sortie.

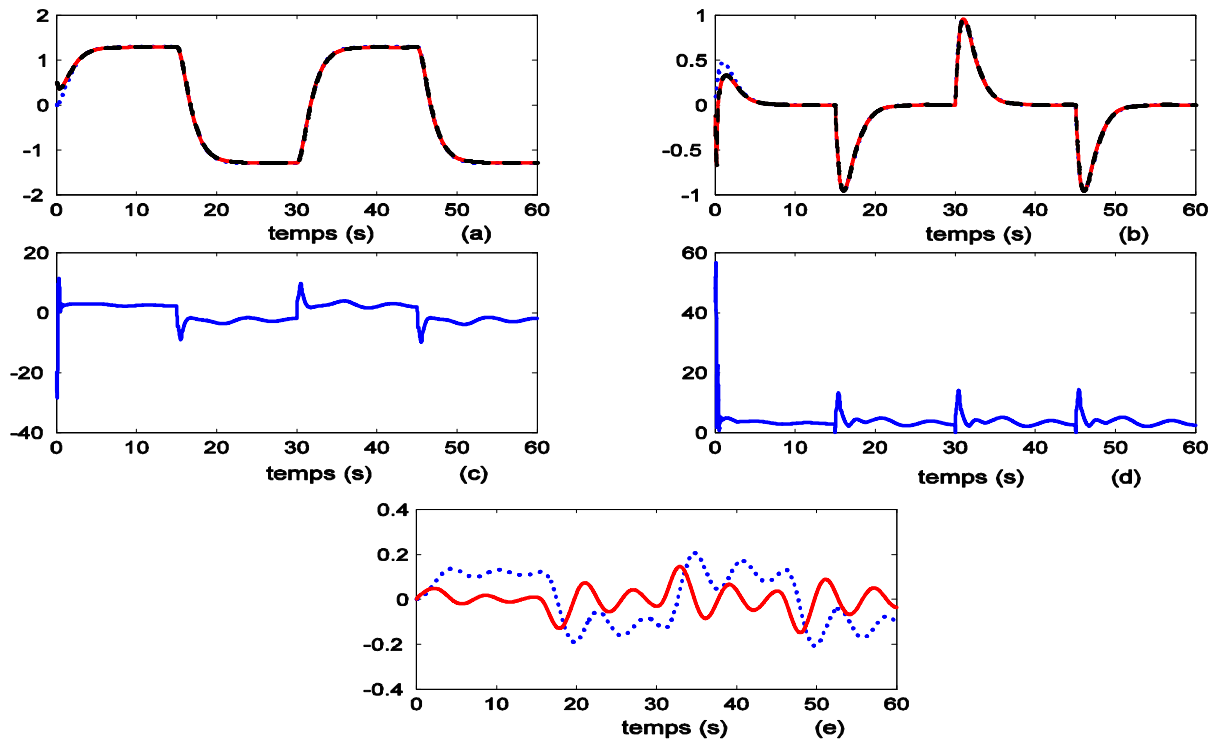


Figure 3.6 Résultats de simulation de l'exemple 2 (a) x_1 (trait continu), \hat{x}_1 (trait discontinu) et y_d (trait pointillé). (b) x_2 (trait continu), \hat{x}_2 (trait discontinu) et \dot{y}_d (trait pointillé). (c) Signal de commande u . (d) Norme des paramètres flous $\|\theta\|$, (e) Dynamiques internes π_1 (trait pointillé), et π_2 (trait continu).

3.4 Conclusion

Dans cette section, nous avons montré comment résoudre le problème de commande des systèmes monovariables non affines et non linéaires avec une dynamique des zéros. Deux schémas de commande adaptative floue ont été proposés. Les systèmes flous ont été utilisés pour approcher une commande idéale implicite inconnue dont l'existence a été démontrée en utilisant le théorème des fonctions implicites. La fonction non affine a été transformée en une fonction affine via le théorème de la valeur moyenne. La dynamique des zéros a été supposée exponentiellement stable.

Dans le premier schéma de commande, où l'état est supposé mesurable, une nouvelle loi d'adaptation de type PI est proposée. L'introduction du terme e^2 – modification nous a permis de garantir à la fois la bornitude des paramètres flous estimés et la convergence de l'erreur de poursuite vers l'origine. Les hypothèses adoptées pendant la conception sont moins restrictives par rapport à celles considérées dans la littérature. La stabilité du système en boucle fermée a été démontrée au sens de Lyapunov.

Dans le schéma de commande adaptative floue avec retour de sortie, un observateur unifié de type grand gain est proposé pour estimer les dérivées de la sortie. Un algorithme général d'adaptation paramétrique de type PI est conçu. En fait, le signal d'apprentissage peut être choisi via une fonction bornée dont l'argument d'entrée peut être n'importe quelle erreur disponible (i.e. mesurée ou /et estimée). Ce schéma proposé n'exige ni la condition SPR ni le filtrage des erreurs. Via la méthode de Lyapunov, nous avons démontré la stabilité du système en boucle fermée (système+contrôleur+observateur) et la convergence des erreurs de poursuite au voisinage de zéro. Notons que cette approche permet d'incorporer dans le contrôleur flou adaptatif toute information disponible a priori concernant la commande de ce système.

Les résultats de simulation effectuée sur deux modèles, un CSTR (affine) et un système académique (non affine), ont montré clairement la capacité des deux contrôleurs à réaliser une bonne poursuite pour des systèmes monovariabiles non affines incertains avec une dynamique des zéros.

Chapitre 4

Commande adaptative floue des systèmes non linéaires MIMO avec une direction de commande connue ou inconnue

4.1 Introduction

La plupart des systèmes impliqués dans l'automatique sont multivariables et exhibent des comportements non linéaires incertains, menant de ce fait à des problèmes complexes de commande. Ceci explique le fait que seulement peu de solutions potentielles sont disponibles dans le cas général. Basés sur la propriété d'approximation universelle [WAN92, WAN94], quelques schémas de commande floue adaptative ont été développés, dans [ORD99, CHA00, TON00, CHE03, LI03, GOL03, TON03, LAB05, TON05, ESS06, LAB07a], pour une classe de systèmes multivariables (Multi-input multi-output (MIMO)) incertains non linéaires. La stabilité du système en boucle fermée a été analysée au sens de Lyapunov. Pour faire face aux erreurs d'approximation floue et aux perturbations externes, ces contrôleurs adaptatifs sont généralement augmentés par un terme de commande robuste (commande de supervision [ESS06], commande à mode glissant [ORD99, CHE03, GOL03, TON03, LAB05, TON05] et/ou commande H^∞ [CHA00, TON00, LI03, ESS06]).

La classe de systèmes considérés dans ce chapitre prend la forme suivante:

$$y^{(r)} = F(x) + G(x)u ,$$

où x est le vecteur complet de l'état, $u \in R^p$ le vecteur d'entrée de commande, $y \in R^p$ est le vecteur de sortie, $F(x) \in R^p$ et $G(x) = [g_{ij}] \in R^{p \times p}$ sont composées des fonctions non linéaires continues inconnues.

Conceptuellement, comme dans le cas SISO, il existe deux approches distinctes pour concevoir un système de commande adaptative floue : des schémas directs et indirects. Dans l'approche directe, [ORD99, CHA00, LI03, LAB07a], le système flou est employé pour estimer la commande inconnue dite idéale. Contrairement à l'approche directe, l'approche adaptative indirecte emploie les systèmes flous pour approximer les non-linéarités du système $F(x)$ et $G(x)$. Ensuite, une loi de commande est calculée à base de ces approximations [ORD99, CHA00, TON00, CHE03, LI03, GOL03, TON03, LAB05, TON05, ESS06], i.e. comme suit :

$$u = \hat{G}^{-1}(x)[- \hat{F}(x) + v],$$

où v est un vecteur des commandes auxiliaires (composé des termes linéaires et non linéaires), $\hat{F}(x)$ et $\hat{G}(x)$ sont les estimées floues respectives des non-linéarités $F(x)$ et $G(x)$. Il est important de noter que cette loi indirecte n'est pas définie lorsque la matrice $\hat{G}(x)$ n'est pas inversible. Pour éviter ce problème de singularité, les auteurs de [CHA00, TON00, GOL03, TON03, ESS06] proposent l'emploi d'un algorithme de projection pour garder les paramètres estimés de $\hat{G}(x)$ à l'intérieur d'un ensemble compact admissible dans lequel le problème de singularité ne se produit pas. Pratiquement, cette solution a quelques inconvénients : 1) Elle exige *la connaissance a priori* de cet ensemble et aucune procédure systématique n'est disponible pour construire un tel ensemble pour un système général. 2) Cet algorithme complique davantage la loi de commande. Dans [LAB05, TON05], les auteurs proposent une autre alternative pour éviter ce problème de singularité intrinsèque aux schémas adaptatifs indirects. Elle consiste à utiliser l'inverse régularisé dans le calcul de la commande au lieu de l'inverse direct comme suit :

$$u = \hat{G}^T(x)[\varepsilon_0 I_p + \hat{G}(x)\hat{G}^T(x)]^{-1}[- \hat{F}(x) + v],$$

où ε_0 est un paramètre positif de conception et I_p est la matrice identité. Cependant, l'inconvénient majeur de cette alternative est dû au choix de ε_0 qui ne peut être fait que par tâtonnement. En effet, d'une part le choix d'une petite valeur pour ε_0 peut causer encore la

singularité. D'autre part, le choix d'une valeur relativement grande pour ε_0 (même si ce choix évite certes la singularité de la matrice) peut dégrader les performances de poursuite. Notons que, dans [LAB05, TON05], pour éviter cette éventuelle dégradation, la loi de commande floue a été augmentée par des termes de commande robuste auxiliaires.

L'hypothèse principale dans ces schémas de commande adaptative floue [ORD99, CHA00, TON00, CHE03, LI03, GOL03, TON03, LAB05, TON05, ESS06, LAB07a] est que le signe de la matrice de commande est connu a priori. Cependant, comme expliqué dans [YE01], l'hypothèse sur la connaissance de signe de la matrice de commande (i.e. de la direction de la commande) ne semble pas être réaliste dans le cas général. Quand il n'y a aucune connaissance à priori sur le signe des gains de commande, la conception de tels contrôleurs adaptatifs pour les systèmes MIMO non linéaires inconnus devient un vrai défi. Pour une classe spéciale de systèmes MIMO non linéaires avec un signe inconnu de la matrice de commande, des schémas de commande adaptative (neuronale et floue) ont été respectivement proposés dans [ZHA07b] et [ZHA07a]. Dans ces schémas, la fonction de Nussbaum [NUS83] a été employée pour estimer la direction inconnue de la commande. Cependant, Deux hypothèses de modélisation fortes ont été faites afin de faciliter la conception de la commande et l'analyse de la stabilité associée, à savoir : 1) la classe considérée de systèmes MIMO non linéaires a une structure de commande très spéciale (i.e. triangulaire inférieure). 2) La bournitude a priori des gains haute-fréquence de commande.

Dans ce chapitre, trois schémas de commande adaptative floue sont développés pour une classe de systèmes non linéaires incertains avec une direction de commande connue et inconnue.

Le premier schéma de commande adaptative floue proposé, qui est une version directe, est développé pour une classe des systèmes MIMO non linéaires inconnus *avec une matrice de commande symétrique et de signe connu*. Comparé avec les résultats disponibles dans la littérature [ORD99, CHA00, LI03, LAB07a], les contributions principales de ce travail sont :

(1) Les hypothèses sur la matrice de commande sont réalistes et non trop restrictives. Rappelons que dans [ORD99, CHA00, LI03, LAB07a], des hypothèses fortes sont faites sur la matrice de commande (voir la Remarque 4.1).

(2) Une loi PI augmentée par *e – modification* est proposée pour estimer les paramètres flous. L'introduction du terme *e – modification* [NAR87] permet d'assurer aussi bien la bournitude

des paramètres flous adaptatifs que la convergence des erreurs de poursuite vers zéro en présence d'un terme de commande robuste. Quant au terme proportionnel, il permet aux paramètres adaptatifs une convergence rapide. En effet, ce dernier introduit dans la dérivée de la fonction de Lyapunov un terme négatif.

Le second schéma de commande floue adaptative proposé est un schéma indirect, conçu pour une classe de systèmes MIMO non linéaires inconnus avec une matrice de commande symétrique ou non symétrique avec des signes connus de ses mineurs principaux. Comparé avec [ORD99, CHA00, TON00, CHE03, LI03, GOL03, TON03, LAB05, TON05, ESS06], notre schéma a quatre contributions principales méritant d'être soulignées :

(1) Motivé par [COS03, ZHA04, CHE06, HSU07], nous décomposons $G(x)$ en un produit d'une matrice symétrique et définie positive, une matrice diagonale avec +1 ou -1 sur la diagonale et une matrice triangulaire supérieure avec des uns sur sa diagonale. Notons que les éléments de cette matrice diagonale ne sont que les rapports des signes des principaux mineurs de la matrice de commande.

(2) Notre schéma est plus simple que ces schémas de commande floue adaptative indirects. En fait, il nécessite p systèmes flous pour implémenter le contrôleur, où p est le nombre des entrées de commande. Par contre, dans [ORD99, CHA00, TON00, CHE03, LI03, GOL03, TON03, LAB05, TON05, ESS06], l'algorithme de commande ne peut être implémenté que par $p \times p + p$ systèmes flous, i.e. $p \times p$ systèmes flous sont utilisés pour estimer la matrice $G(x)$ et p systèmes flous pour approcher $F(x)$.

(3) Dans notre schéma, le problème de singularité de la matrice de commande ne se pose plus. Dans [ORD99, CHA00, TON00, CHE03, LI03, GOL03, TON03, LAB05, TON05, ESS06], on doit assurer que la matrice estimée en ligne $\hat{G}(x)$ soit tout le temps inversible.

(4) Un algorithme PI d'adaptation à *e - modification* est proposé.

Le troisième schéma de commande proposé, étant une version indirecte, est développé pour une classe de systèmes MIMO non linéaires inconnus avec une matrice de commande symétrique ou non et avec un signe inconnu. A notre connaissance, dans la littérature, il existe seulement deux travaux qui traitent les systèmes MIMO incertains non linéaires avec un signe inconnu de la matrice de commande [ZHA07a, ZHA07b]. Les contributions principales de ce schéma par rapport aux [ZHA07a, ZHA07b] se résument dans ce qui suit :

(1) Notre classe de systèmes MIMO non linéaires est différente de celle considérée dans [ZHA07a, ZHA07b]. Nos hypothèses sont réalistes et moins fortes. Rappelons que dans [ZHA07a, ZHA07b], des hypothèses très restrictives sont faites sur les gains haute-fréquence, i.e. les $g_{ii}(x)$ sont supposés bornés par une constante. De plus, pour simplifier la conception de la commande et l'analyse de la stabilité, les auteurs ont considérés des systèmes MIMO non linéaires avec une structure très simple.

(2) une seule fonction de Nussbaum est employée pour estimer le signe de la matrice de commande. Notons que dans [ZHA07a, ZHA07b] plusieurs fonctions de Nussbaum sont utilisées pour estimer le signe inconnu des gains de commande.

(3) Motivé par [COS03, ZHA04, CHE06, HSU07], nous décomposons la matrice $G(x)$ en un produit de trois matrices : une matrice symétrique et définie positive, une matrice diagonale avec +1 ou -1 sur la diagonale et une matrice triangulaire supérieure avec des uns sur la diagonale.

(4) Dans notre schéma, la méthode d'analyse de la stabilité est relativement simple et même différente de celle poursuivi dans [ZHA07a, ZHA07b]. Rappelons qu'une fonction de Lyapunov de type intégrale est considérée dans [ZHA07a, ZHA07b] afin d'éviter la singularité généralement liée aux schémas de commande adaptative indirecte.

4.2 Notation et Position du problème

Considérons la classe suivante des systèmes non linéaires multivariables décrite par :

$$\begin{aligned} y_1^{(r_1)} &= f_1(x) + \sum_{j=1}^p g_{1j}(x)u_j, \\ &\vdots \\ y_p^{(r_p)} &= f_p(x) + \sum_{j=1}^p g_{pj}(x)u_j. \end{aligned} \tag{4.1}$$

où $x = [y_1, \dot{y}_1, \dots, y_1^{(r_1-1)}, \dots, y_p, \dot{y}_p, \dots, y_p^{(r_p-1)}]^T \in R^r$ est le vecteur d'état complet qui est supposé disponible pour la mesure et $r_1 + \dots + r_p = r$, $u = [u_1, \dots, u_p]^T \in R^p$ est le vecteur d'entrée de commande, $y = [y_1, \dots, y_p]^T \in R^p$ est le vecteur de sortie, et $f_i(x), i = 1, \dots, p$ sont des

fonctions non linéaires continues inconnues, et $g_{ij}(x), i, j = 1, \dots, p$ sont des fonctions non linéaires continues inconnues de classe C^1 .

Notons

$$y^{(r)} = \begin{bmatrix} y_1^{(r_1)} & \dots & y_p^{(r_p)} \end{bmatrix}^T,$$

$$F(x) = \begin{bmatrix} f_1(x) & \dots & f_p(x) \end{bmatrix}^T,$$

$$G(x) = \begin{bmatrix} g_{11}(x) & \dots & g_{1p}(x) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{p1}(x) & \dots & g_{pp}(x) \end{bmatrix}.$$

Donc, le système (4.1) peut être réécrit sous la forme compacte suivante

$$y^{(r)} = F(x) + G(x)u \quad (4.2)$$

où $F(.) \in R^p$ et $G(.) \in R^{p \times p}$.

Notre objectif consiste à concevoir une loi de commande u qui permet de forcer les sorties y_1, \dots, y_p à suivre les trajectoires de références prédéterminées y_{d1}, \dots, y_{dp} , tout en gardant la bornitude de tous les signaux du système en boucle fermée.

Hypothèse 4.1 :

1) Le vecteur d'état x est supposé disponible pour la mesure.

2) Le vecteur des trajectoires désirées, $x_d = \begin{bmatrix} y_{d1}, \dot{y}_{d1}, \dots, y_{d1}^{(r_1)}, \dots, y_{dp}, \dot{y}_{dp}, \dots, y_{dp}^{(r_p)} \end{bmatrix}^T$, est supposé être continu, borné et disponible pour la mesure. Donc, $x_d \in \Omega_{x_d} \subset R^{r+p}$, avec Ω_{x_d} est un ensemble compact connu.

Définissons les erreurs de poursuite comme suit :

$$\begin{aligned} e_1 &= y_{d1} - y_1 \\ &\vdots \\ e_p &= y_{dp} - y_p \end{aligned} \quad (4.3)$$

et le vecteur des erreurs filtrées comme

$$S = [S_1, \dots, S_p]^T \quad (4.4)$$

avec

$$S_i = \left[\frac{d}{dt} + \lambda_i \right]^{r_i-1} e_i, \text{ pour } \lambda_i > 0, \forall i = 1, \dots, p. \quad (4.5)$$

ou encore, (4.5) peut s'écrire comme suit

$$S_i = \lambda_i^{r_i-1} e_i + (r_i - 1) \lambda_i^{r_i-2} \dot{e}_i + \dots + (r_i - 1) \lambda_i e_i^{(r_i-2)} + e_i^{(r_i-1)}, \quad (4.6)$$

avec $i = 1, \dots, p$.

Notons que si nous choisissons $\lambda_i > 0$, avec $i = 1, \dots, p$, alors les zéros du polynôme $H_i(s) = \lambda_i^{r_i-1} + (r_i - 1) \lambda_i^{r_i-2} s + \dots + (r_i - 1) \lambda_i s^{r_i-2} + s^{r_i-1}$ correspondant à l'équation caractéristique de $S_i = 0$ sont tous dans le demi-plan gauche ouvert.

La relation (4.6) peut être écrite sous la forme compacte suivante

$$S_i = C_i^T E_i \quad (4.7)$$

avec

$$E_i = [e_i \ \dot{e}_i \ \dots e_i^{(r_i-2)} \ e_i^{(r_i-1)}]^T \quad (4.8)$$

$$C_i^T = [\lambda_i^{r_i-1} \ (r_i - 1) \lambda_i^{r_i-2} \ \dots \ (r_i - 1) \lambda_i \ 1] \quad (4.9)$$

Par conséquent, le vecteur S prend la forme suivante :

$$S = C^T E \quad (4.10)$$

où

$$C^T = \text{diag} [C_1^T \ C_2^T \ \dots \ C_p^T]_{(p \times r)} \quad (4.11)$$

$$E = [E_1^T \ E_2^T \ \dots \ E_p^T]^T_{(r \times 1)} \quad (4.12)$$

et la dynamique S_i est décrite par :

$$\dot{S}_i = C_{ri}^T E_i + e_i^{(r_i)}, \text{ et } i = 1, \dots, p \quad (4.13)$$

où

$$C_{ri}^T = [0 \ \lambda_i^{r_i-1} \ (r_i - 1) \lambda_i^{r_i-2} \ \dots \ 0.5(r_i - 1)(r_i - 2) \lambda_i^2 \ (r_i - 1) \lambda_i] \quad (4.14)$$

La dynamique de S peut s'écrire sous la forme compacte suivante

$$\dot{S} = C_r^T E + e^{(r)} \quad (4.15)$$

où

$$C_r^T = \text{diag}[C_{r1}^T C_{r2}^T \dots C_{rp}^T]_{(p \times r)} \quad (4.16)$$

$$e^{(r)} = [e_1^{(r_1)} e_2^{(r_2)} \dots e_p^{(r_p)}]^T \quad (4.17)$$

et

$$e^{(r)} = y_d^{(r)} - y^{(r)} \quad (4.18)$$

où $y^{(r)} = [y_1^{(r_1)} y_2^{(r_2)} \dots y_p^{(r_p)}]^T$ est précédemment défini, et

$$y_d^{(r)} = [y_{d1}^{(r_1)} y_{d2}^{(r_2)} \dots y_{dp}^{(r_p)}]^T, \quad (4.19)$$

De (4.18), nous pouvons écrire (4.15) comme suit

$$\dot{S} = C_r^T E + y_d^{(r)} - y^{(r)} \quad (4.20)$$

Par la suite, (4.20) sera employé dans le développement des contrôleurs flous adaptatifs et l'analyse de la stabilité.

4.3 Conception des contrôleurs adaptatifs flous

Dans cette section, trois schémas de commande adaptative floue sont développés pour trois classes différentes de systèmes non linéaires inconnus, à savoir :

- Les systèmes multivariables avec $G(x)$ *symétrique et de signe connu*.
- Les systèmes multivariables avec $G(x)$ *symétrique ou non symétrique et des signes connus de ses mineurs principaux*.
- Les systèmes multivariables avec $G(x)$ *symétrique ou non symétrique et de signe inconnu*.

4.3.1 Premier schéma de commande adaptative floue

Dans cette section, nous développons une commande adaptative directe floue pour le système non linéaire (4.2) dont *la matrice de commande est supposée symétrique et de signe connu*.

Par la suite, l'hypothèse suivante est nécessaire.

Hypothèse 4.2

a) $G(x)$ est symétrique et définie positive. Donc, il existe une constante inconnue positive σ_0 , telle que: $G(x) \geq \sigma_0 I_p$, avec I_p est la matrice identité.

$$\text{b) } \frac{1}{2} \|\dot{G}^{-1}(x)\| \leq \beta(x), \quad \forall x \in R^r, \quad (4.21)$$

où $\beta(x)$ est une fonction positive continue inconnue.

Remarque 4.1

a) Il existe beaucoup de systèmes physiques, tels que les systèmes robotiques et les machines électriques, etc., qui satisfont l'Hypothèse 4.2(a). En fait, elle est considérée pour les raisons suivantes :

- Cette hypothèse nous facilite vraiment la tâche de l'analyse de la stabilité,
- et surtout une telle propriété de $G(x)$ garantit certes son inversibilité et, donc le système (4.1) est linéarisable par retour d'état statique.

b) L'Hypothèse 4.2(b) n'est pas restrictive, puisque nous supposons seulement l'existence de $\beta(x)$ et sa connaissance n'est pas du tout nécessaire. D'ailleurs, il y a plusieurs systèmes physiques (multivariables ou même monovariables) dont la matrice de commande $G(x)$ satisfait l'inégalité (4.21), par exemple les robots manipulateurs, les machines électriques, le pendule inversé, les systèmes chaotiques etc. En fait, ces systèmes non linéaires dynamiques et beaucoup d'autres sont caractérisés par une matrice de commande qui dépend seulement du vecteur $x_g = [y_1, \dot{y}_1, \dots, y_1^{(r_1-2)}, \dots, y_p, \dot{y}_p, \dots, y_p^{(r_p-2)}]^T \in R^{r-p}$, donc la matrice $\dot{G}^{-1}(x)$ dépend seulement du vecteur d'état $x = [y_1, \dot{y}_1, \dots, y_1^{(r_1-1)}, \dots, y_p, \dot{y}_p, \dots, y_p^{(r_p-1)}]^T$.

c) A notre connaissance, dans la littérature, il y a seulement quatre travaux portant sur la commande adaptative directe floue pour les systèmes multivariables non linéaires [ORD99, CHA00, LI03, LAB07a]. Comparés à notre schéma, des hypothèses restrictives sont faites sur la matrice de commande dans [ORD99, CHA00, LI03, LAB07a], à savoir :

- Dans [CHA00], la matrice $G(x)$ est supposée définie-positive et connue.
- Dans [LI03], $G(x)$ est supposée définie-positive, constante et connue.
- Quant à [ORD99], chaque élément (non diagonal) de $G(x)$ est borné par une constante connue comme : $|g_{ij}(x)| \leq \bar{g}_{ij}$, $i, j = 1, \dots, p$, $i \neq j$. Aussi, les éléments de la

diagonal principale doivent satisfaire $0 < \underline{g}_{ij} \leq g_{ii}(x) \leq \bar{g}_{ij} < \infty$, $i = 1, \dots, p$ et leurs dérivées sont définies et bornées comme suit : $|\dot{g}_{ii}(x)| \leq M_{ii}(x)$, $i = 1, \dots, p$, où \underline{g}_{ij} , \bar{g}_{ij} et $M_{ii}(x)$ sont des bornes connus.

- Dans [LAB07a], $G(x)$ est supposée symétrique et définie positive et bornée comme suit : $0_{p \times p} < \sigma_0 I_p \leq G(x) \leq \sigma_1 I_p$, où σ_0 et σ_1 sont des constantes positives.

En substituant (4.2) dans la dynamique de l'erreur de poursuite (4.20), nous obtenons :

$$\dot{S} = C_r^T E + y_d^{(r)} - F(x) - G(x)u \quad (4.22)$$

L'équation (4.22) peut être arrangée comme suit:

$$G_1(x)\dot{S} = G_1(x)v + F_1(x) - u \quad (4.23)$$

où $G_1(x) = G^{-1}(x)$, $F_1(x) = -G^{-1}(x)F(x)$ et le vecteur v est donné par

$$v = C_r^T E + y_d^{(r)} \quad (4.24)$$

Il est très clair que si $G(x)$ est symétrique et définie positive, donc son inverse $G_1(x) = G^{-1}(x)$ est aussi symétrique et défini positif. En fait, nous profiterons par la suite de cette propriété importante de $G_1(x)$ dans l'analyse de la stabilité.

4.3.1.1 Commande idéale

Si les fonctions non linéaires $G(x)$ et $F(x)$ (ou encore $G_1(x)$ et $F_1(x)$) sont connues, pour atteindre les objectifs de la commande, nous pouvons utiliser la commande idéale suivante u^* :

$$u = u^* = G_1(x)v + F_1(x) + (K + \beta(x)I_p)S \quad (4.25)$$

où $\beta(x)$ est précédemment définie dans l'Hypothèse 4.2(b), K est une matrice diagonale définie-positive.

Si nous appliquons la commande idéale (4.25) au système (4.2) (i.e. si nous remplaçons la loi de commande idéale (4.25) dans la dynamique de l'erreur filtrée (4.23)), nous obtenons la dynamique suivante du système en boucle fermée

$$G_1(x)\dot{S} = -(K + \beta(x)I_p)S \quad (4.26)$$

Théorème 4.1 : *Considérons le système (4.1). Si les Hypothèses 4.1-4.2 sont satisfaites, alors la loi de commande idéale définie par (4.25) garantit les propriétés suivantes :*

- *Tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés.*
- *Les erreurs de poursuite et leurs dérivées convergent asymptotiquement vers zéro, i.e. $e_i^{(j)}(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$ pour $i = 1, \dots, p$ et $j = 0, 1, \dots, r_i - 1$.*

Preuve du Théorème 4.1 :

Puisque $G_1(x)$ est symétrique et définie positive, donc nous pouvons définir une fonction candidate de Lyapunov comme suit :

$$V = \frac{1}{2} S^T G_1(x) S \quad (4.27)$$

La dérivée temporelle de V est donnée par

$$\dot{V} = S^T G_1(x) \dot{S} + \frac{1}{2} S^T \dot{G}_1(x) S \quad (4.28)$$

En utilisant (4.21) et (4.26), (4.28) peut être bornée comme suit

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S^T G_1(x) \dot{S} + \frac{1}{2} S^T \dot{G}_1(x) S \\ &\leq -S^T (K + \beta(x)I) S + \frac{1}{2} \|\dot{G}_1(x)\| \|S\|^2 \\ &\leq -S^T K S \end{aligned} \quad (4.29)$$

A partir de (4.29), et en utilisant le théorème de Barbalat, nous pouvons facilement démontrer comme [SLO91] que $s_i \rightarrow 0$, quand $t \rightarrow \infty$. Donc, toutes les erreurs de poursuite et leurs dérivées convergent vers zéro, i.e. $e_i^{(j)}(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$ pour $i = 1, \dots, p$ et $j = 0, 1, \dots, r_i - 1$. □

4.3.1.2 Conception du premier schéma et l'analyse de la stabilité

Puisque les non-linéarités $G(x)$ et $F(x)$ sont inconnues, le contrôleur idéale (4.25) ne peut pas être appliqué au système (4.2). Donc, nous proposons l'utilisation des systèmes flous adaptatifs pour estimer cette commande idéale.

Avant de proposer un schéma adaptatif pour estimer cette commande idéale, réarrangeons (4.25) comme suit :

$$\begin{aligned} u^* &= G_1(x)v + F_1(x) + (K + \beta(x)I_p)S \\ &= \alpha(\bar{x}) + KS \end{aligned} \quad (4.30)$$

où $\alpha(\bar{x}) = [\alpha_1(\bar{x}), \alpha_2(\bar{x}), \dots, \alpha_p(\bar{x})]^T = G_1(x)v + F_1(x) + \beta(x)I_p S$, avec $\bar{x} = [x^T v^T S^T]^T \in D_{\bar{x}} \subset R^r \times R^p \times R^p$. L'ensemble compact $D_{\bar{x}}$ est défini par

$$\Omega_{\bar{x}} = \left\{ [x^T, v^T, S^T] \mid x \in \Omega_x \subset R^r, x_d \in \Omega_{x_d} \right\}$$

Par la suite, l'approximation floue de $\alpha(\bar{x})$ sera utilisée pour développer un contrôleur adaptatif avec une loi d'adaptation permettant de répondre aux objectifs de commande et garantir la bornitude de tous les signaux du système en boucle fermée.

La non-linéarité $\alpha_i(\bar{x})$ peut être approchée, sur un ensemble $D_{\bar{x}}$, par les systèmes flous (1.40) comme suit :

$$\hat{\alpha}_i(\bar{x}, \theta_i) = \theta_i^T \psi_i(\bar{x}), \quad i = 1, \dots, p, \quad (4.31)$$

où $\psi_i(\bar{x})$ est le vecteur des fonctions floues de base étant supposé convenablement choisi a priori, et θ_i est le vecteur des paramètres ajustés du système flou.

Définissons

$$\theta_i^* = \arg \min_{\theta_i} \left[\sup_{\bar{x} \in D_{\bar{x}}} |\alpha_i(\bar{x}) - \hat{\alpha}_i(\bar{x}, \theta_i)| \right] \quad (4.32)$$

comme un vecteur des paramètres optimaux de θ_i .

Noter que θ_i^* est une quantité constante artificielle introduite seulement pour un but d'analyse, et la connaissance de sa valeur n'est pas nécessaire en mettant en application le contrôleur.

Dénotons par

$$\tilde{\theta}_i = \theta_i - \theta_i^*, \quad \text{avec } i = 1, \dots, p$$

les erreurs d'estimation paramétrique, et

$$\varepsilon_i(\bar{x}) = \alpha_i(\bar{x}) - \hat{\alpha}_i(\bar{x}, \theta_i^*) \quad (4.33)$$

les erreurs d'approximation floue, où $\hat{\alpha}_i(\bar{x}, \theta_i^*) = \theta_i^{*T} \psi_i(\bar{x})$.

Comme [WAN94] et tous les travaux relatifs à la commande adaptative à base des approximateurs universels, l'erreur d'approximation floue est supposée être bornée pour tout $\bar{x} \in D_{\bar{x}}$, i.e.

$$|\varepsilon_i(\bar{x})| \leq \bar{\varepsilon}_i, \quad \forall \bar{x} \in D_{\bar{x}},$$

où $\bar{\varepsilon}_i$ est une constante positive inconnue.

Maintenant, Notons

$$\hat{\alpha}(\bar{x}, \theta) = \theta^T \psi(\bar{x}) = [\hat{\alpha}_1(\bar{x}, \theta_1) \dots \hat{\alpha}_p(\bar{x}, \theta_p)]^T,$$

$$\varepsilon(\bar{x}) = [\varepsilon_1(\bar{x}) \dots \varepsilon_p(\bar{x})]^T,$$

$$\bar{\varepsilon} = [\bar{\varepsilon}_1 \dots \bar{\varepsilon}_p]^T.$$

De l'analyse ci-dessus, nous avons

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}(\bar{x}, \theta) - \alpha(\bar{x}) &= \hat{\alpha}(\bar{x}, \theta) - \hat{\alpha}(\bar{x}, \theta^*) + \hat{\alpha}(\bar{x}, \theta^*) - \alpha(\bar{x}), \\ &= \hat{\alpha}(\bar{x}, \theta) - \hat{\alpha}(\bar{x}, \theta^*) - \varepsilon(\bar{x}), \\ &= \tilde{\theta}^T \psi(\bar{x}) - \varepsilon(\bar{x}). \end{aligned} \quad (4.34)$$

où $\tilde{\theta}^T \psi(\bar{x}) = [\tilde{\theta}_1^T \psi_1(\bar{x}), \tilde{\theta}_2^T \psi_2(\bar{x}), \dots, \tilde{\theta}_p^T \psi_p(\bar{x})]^T$, et $\tilde{\theta}_i = \theta_i - \theta_i^*$, $i = 1, \dots, p$.

Nous pouvons réarranger la dynamique de l'erreur filtrée (4.23) comme suit :

$$G_1(x) \dot{S} = \alpha(\bar{x}) - u - \beta(x) I_p S \quad (4.35)$$

Rappelons que $\alpha(\bar{x}) = [\alpha_1(\bar{x}), \alpha_2(\bar{x}), \dots, \alpha_p(\bar{x})]^T = G_1(x)v + F_1(x) + \beta(x) I_p S$.

En utilisant (4.31), la loi de commande proposée est [BOU08f] :

$$\begin{aligned} u &= \hat{\alpha}(\bar{x}, \theta) + K_1 S + K_0 \text{Sign}(S) \\ &= \theta^T \psi(\bar{x}) + K_1 S + K_0 \text{Sign}(S) \end{aligned} \quad (4.36)$$

où $\hat{\alpha}(\bar{x}, \theta) = \theta^T \psi(\bar{x}) = [\theta_1^T \psi_1(\bar{x}), \theta_2^T \psi_2(\bar{x}), \dots, \theta_p^T \psi_p(\bar{x})]^T$, et $K_0 = \text{Diag}[k_{01}, k_{02}, \dots, k_{0p}]$, avec $k_{0i} > 0, i = 1, \dots, p$, sont des constantes positives qui seront par la suite définies. $K_1 = \text{Diag}[k_{11}, k_{12}, \dots, k_{1p}]$, avec $k_{1i} > 0, i = 1, \dots, p$, sont des constantes libres de conception.

En appliquant le contrôleur (4.36) au système (4.2) (i.e. En remplaçant (4.36) dans la dynamique de l'erreur filtrée de poursuite (4.35)), et en utilisant l'expression (4.34), nous obtenons

$$G_1(x) \dot{S} = -\beta(x) I_p S - K_1 S - K_0 \text{Sign}(S) - \tilde{\theta}^T \psi(\bar{x}) + \varepsilon(\bar{x}) \quad (4.37)$$

En multipliant (4.37) par S^T , il résulte

$$S^T G_1(x) \dot{S} = -\beta(x) \|S\|^2 - S^T K_1 S - K_0 |S| - \sum_{i=1}^p \tilde{\theta}_i^T \psi_i(\bar{x}) S_i + S^T \varepsilon(\bar{x}) \quad (4.38)$$

L'estimation des paramètres θ_i suit la loi PI suivante [BOU08f] :

$$\dot{\theta}_i = \int [-\sigma_i \gamma_{0i} |S_i| \theta_i + \gamma_{0i} S_i \psi_i(\bar{x})] dt - \gamma_{1i} \delta_i, \quad (4.39)$$

avec

$$\delta_i = \sigma_i |S_i| \theta_i - S_i \psi_i(\bar{x}).$$

où $\gamma_{0i}, \gamma_{1i}, \sigma_i > 0$ sont des constantes de conception. Notons que la loi d'adaptation (4.39) comporte deux terme importants. Le terme $\sigma_i \gamma_{0i} |S_i| \theta_i$, dit *e-modification* [NAR87], est introduit afin d'assurer aussi bien la bornitude des paramètres flous ajustés que la convergence des erreurs de poursuite vers zéro. Quant à δ_i , c'est est un terme proportionnel qui permet aux paramètres ajustés flous une convergence rapide. En effet, nous verrons par la suite que l'ajout de ce dernier à la loi d'adaptation (4.39) nous permet d'avoir un terme négatif dans la dérivée de la fonction de Lyapunov.

Il est aussi important de noter que le terme de commande $\theta^T \psi(\bar{x}) + K_1 S$ dans (4.36) n'est qu'une approximation du contrôleur idéal (4.30). Quant au terme $K_0 \text{Sign}(S)$, il est utilisé pour compenser les inévitables erreurs d'approximation floue et les éventuelles perturbations externes bornées et aussi éliminer l'effet du terme $0.5 \sigma_i \|\theta_i^*\|^2$, $i = 1, \dots, p$, dû à l'utilisation de *e-modification* dans la loi d'adaptation (4.39).

En résumé, la loi d'adaptation (4.39) a une propriété très importante, comme l'indique le lemme suivant.

Lemme 4.1 : *La loi d'adaptation PI (4.39) garantit que $\theta_i \in L_\infty$ pour des paramètres initiaux bornés $\theta_i(0)$.*

Preuve du Lemme 4.1: Considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante

$$V_{\theta_i} = \frac{1}{2\gamma_{0i}} (\theta_i + \gamma_{1i} \delta_i)^T (\theta_i + \gamma_{1i} \delta_i) \quad (4.40)$$

La dérivée temporelle de V_{θ_i} le long de la solution (4.39) est

$$\begin{aligned}\dot{V}_{\theta_i} &= \frac{1}{\gamma_{0i}} (\theta_i + \gamma_{1i} \delta_i)^T (\dot{\theta}_i + \gamma_{1i} \dot{\delta}_i) \\ &= (\theta_i + \gamma_{1i} \delta_i)^T (-\sigma_i |S_i| \theta_i + S_i \psi_i(\bar{x}))\end{aligned}\quad (4.41)$$

Si nous choisissons $\delta_i = \sigma_i |S_i| \theta_i - S_i \psi_i(\bar{x})$, nous avons

$$\begin{aligned}\dot{V}_{\theta_i} &\leq -\sigma_i |S_i| \|\theta_i\|^2 + |S_i| \|\theta_i\| \|\psi_i(\bar{x})\| - \gamma_{1i} \|\delta_i\|^2 \\ &\leq -\sigma_i |S_i| \|\theta_i\| (\|\theta_i\| - (c_{1i} / \sigma_i)).\end{aligned}\quad (4.42)$$

où $c_{1i} = \sup_t \|\psi_i(\bar{x})\|$. Alors, $\dot{V}_{\theta_i} < 0$ une fois que $\|\theta_i\| > c_{1i} / \sigma_i$. Puisque c_{1i} et σ_i sont des constantes positives, nous pouvons conclure que $\theta_i \in L_\infty$. \square

Remarque 4.2 : Afin de résoudre le problème de la boucle algébrique existant dans (4.39), la loi d'adaptation (4.39) doit être réarrangée comme suit :

$$\theta_i = \frac{1}{1 + \gamma_{1i} \sigma_i |S_i|} \left(\int [-\sigma_i \gamma_{0i} |S_i| \theta_i + \gamma_{0i} S_i \psi_i(\bar{x})] dt + \gamma_{1i} S_i \psi_i(\bar{x}) \right)$$

Maintenant, on peut énoncer le résultat fondamental suivant :

Théorème 4.2 : *Considérons le système (4.1). Supposons que les Hypothèses 4.1-4.2 sont satisfaites. Alors, la loi de commande définie par (4.36) avec sa loi d'adaptation (4.39) garantit les propriétés suivantes :*

- *Tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés.*
- *Les erreurs de poursuites et leurs dérivées convergent vers zéros, i.e. $e_i^{(j)}(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$ pour $i = 1, \dots, p$ et $j = 0, 1, \dots, r_i - 1$.*

Preuve du Théorème 4.2 :

Considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante

$$V = \frac{1}{2} S^T G_1(x) S + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \frac{1}{\gamma_{0i}} (\tilde{\theta}_i + \gamma_{1i} \delta_i)^T (\tilde{\theta}_i + \gamma_{1i} \delta_i) \quad (4.43)$$

Sa dérivée temporelle est donnée par

$$\dot{V} = S^T G_1(x) \dot{S} + \frac{1}{2} S^T \dot{G}_1(x) S + \sum_{i=1}^p \frac{1}{\gamma_{0i}} (\tilde{\theta}_i + \gamma_{1i} \delta_i)^T (\dot{\theta}_i + \gamma_{1i} \dot{\delta}_i) \quad (4.44)$$

(4.44) peut être exprimée comme:

$$\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \quad (4.45)$$

où

$$\dot{V}_1 = S^T G_1(x) \dot{S} + \frac{1}{2} S^T \dot{G}_1(x) S \quad (4.46)$$

et

$$\dot{V}_2 = \sum_{i=1}^p \frac{1}{\gamma_{0i}} (\tilde{\theta}_i + \gamma_{1i} \delta_i)^T (\dot{\theta}_i + \gamma_{1i} \dot{\delta}_i) \quad (4.47)$$

En utilisant (4.38) et l'Hypothèse 4.2, \dot{V}_1 peut être bornée comme suit

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq -S^T K_1 S - K_0 |S| - \beta(x) \|S\|^2 + 0.5 \|\dot{G}(x)\| \|S\|^2 - \sum_{i=1}^p \tilde{\theta}_i^T \psi_i(\bar{x}) S_i + S^T \varepsilon(\bar{x}) \\ &\leq -S^T K_1 S - K_0 |S| - \sum_{i=1}^p \tilde{\theta}_i^T \psi_i(\bar{x}) S_i + \sum_{i=1}^p \bar{\varepsilon}_i |S_i| \end{aligned} \quad (4.48)$$

La substitution de la loi d'adaptation des paramètres (4.39) dans (4.47) donne

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \sum_{i=1}^p (\tilde{\theta}_i + \gamma_{1i} \delta_{1i})^T (-\sigma_i |S_i| \theta_i + S_i \psi_i(\bar{x})) \\ &\leq \sum_{i=1}^p \tilde{\theta}_i^T \psi_i(\bar{x}) S_i - \sum_{i=1}^p \gamma_{1i} \|\delta_{1i}\|^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \sigma_i |S_i| \|\tilde{\theta}_i\|^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \sigma_i |S_i| \|\theta_i^*\|^2 \end{aligned} \quad (4.49)$$

où l'inégalité $-2\tilde{\theta}_i^T \theta_i \leq -\sum_{i=1}^p \|\tilde{\theta}_i\|^2 + \sum_{i=1}^p \|\theta_i^*\|^2$ a été employée dans le développement ci-dessus.

Des résultats précédents, il découle que

$$\dot{V} \leq -\sum_{i=1}^p k_{1i} S_i^2 - \sum_{i=1}^p k_{0i} |S_i| + \sum_{i=1}^p \bar{\varepsilon}_i |S_i| + 0.5 \sum_{i=1}^p \sigma_i |S_i| \|\theta_i^*\|^2 \quad (4.50)$$

Si nous choisissons $k_{0i} \geq 0.5 \sum_{i=1}^p \sigma_i \|\theta_i^*\|^2 + \bar{\varepsilon}_i$, \dot{V} est bornée comme suit :

$$\dot{V} \leq -\sum_{i=1}^p k_{1i} S_i^2 \quad (4.51)$$

De (4.51), \dot{V} est toujours négative. Cela implique que les signaux S_i et $\tilde{\theta}_i + \gamma_{1i}\delta_i$ sont bornés.

Pour démontrer la bornitude de $\tilde{\theta}_i$ et θ_i , nous pouvons employer l'expression suivante qui est obtenue à partir de l'expression de δ_i dans l'équation (4.39) et de $\tilde{\theta}_i = \theta_i - \theta_i^*$:

$$\theta_i = \frac{[\tilde{\theta}_i + \gamma_{1i}\delta_i] + \gamma_{1i}S_i\psi_i(\bar{x}) + \theta_i^*}{1 + \gamma_{1i}\sigma_i|S_i|}$$

En utilisant l'expression précédente, et puisque $\tilde{\theta}_i + \gamma_{1i}\delta_i$, θ_i^* , $\psi_i(\bar{x})$ et $S_i \in L_\infty$, nous pouvons facilement montrer que θ_i et $\tilde{\theta}_i \in L_\infty$.

Puisque S_i , et $\theta_i \in L_\infty$, nous pouvons donc déduire directement la bornitude de \bar{x} , et u . Le fait que V est une fonction non croissante en fonction du temps et inférieurement bornée, la limite $\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) = V(\infty)$ existe. En intégrant (4.51) de 0 à ∞ , nous avons

$$\int_0^\infty \sum_{i=1}^p k_{1i} S_i^2(t) dt \leq V(0) - V(\infty) < \infty \tag{4.52}$$

ceci implique que $S_i \in L_2$.

Pour montrer la bornitude de \dot{S}_i , nous réarrangeons l'équation (4.37) comme suit :

$$\dot{S} = G(x)[- \beta(x)I_p S - KS - K_0 \text{Sign}(S) - \tilde{\theta}^T \psi(\bar{x}) + \varepsilon(\bar{x})] \tag{4.53}$$

où $G(x) = G_1^{-1}(x)$. Puisque $x \in L_\infty$, et les fonctions $G(x)$ et $\beta(x)$ sont des fonctions continues, donc elles sont bornées. Puisque tous les termes dans le membre droit de (4.53) sont bornés, donc $\dot{S}_i \in L_\infty$.

Finalement, puisque $S_i \in L_2 \cap L_\infty$ et $\dot{S}_i \in L_\infty$, en utilisant le lemme de Barbalat [SLO91], nous concluons que $S_i(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$. Par conséquent, les erreurs de poursuite et leurs dérivées convergent vers zéro, i.e. $e_i^{(j)}(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$ pour $i = 1 \dots p$ et $j = 0, 1, \dots, r_i - 1$.

□

4.3.1.3 Résultats de simulation

Dans cette section, nous testons cette approche de commande sur le modèle dynamique d'un robot manipulateur à deux degrés de liberté. Les équations dynamiques de ce système multivariable sont données par [SLO91, TON00] :

$$\begin{pmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix}^{-1} \left\{ \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -h\dot{q}_2 & -h(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ h\dot{q}_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{pmatrix} \right\}, \quad (4.54)$$

où

$$M_{11} = a_1 + 2a_3 \cos(q_2) + 2a_4 \sin(q_2),$$

$$M_{22} = a_2,$$

$$M_{21} = M_{12} = a_2 + a_3 \cos(q_2) + a_4 \sin(q_2),$$

$$h = a_3 \sin(q_2) - a_4 \cos(q_2),$$

avec

$$a_1 = I_1 + m_1 l_{c1}^2 + I_e + m_e l_{ce}^2 + m_e l_1^2,$$

$$a_2 = I_e + m_e l_{ce}^2,$$

$$a_3 = m_e l_1 l_{ce} \cos(\delta_e),$$

$$a_4 = m_e l_1 l_{ce} \sin(\delta_e),$$

Dans la simulation, les paramètres du robot sont choisis comme suit :

$$m_1 = 1, m_e = 2, l_1 = 1, l_{c1} = 0.5, l_{ce} = 0.6, I_1 = 0.12, I_e = 0.25, \delta_e = 30^\circ.$$

Posons $[y_1, y_2] = [q_1, q_2]$, $u = [u_1, u_2]^T$, $x = [q_1, \dot{q}_1, q_2, \dot{q}_2]^T$. Alors, le modèle dynamique du robot manipulateur peut être réécrit comme suit

$$\ddot{y} = F(x) + G(x)u \quad (4.55)$$

où

$$F(x) = \begin{pmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \end{pmatrix} = -M^{-1} \begin{pmatrix} -h\dot{q}_2 & -h(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ h\dot{q}_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{pmatrix},$$

$$G(x) = \begin{pmatrix} g_{11}(x) & g_{12}(x) \\ g_{21}(x) & g_{22}(x) \end{pmatrix} = M^{-1} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix}^{-1}.$$

L'objectif de la commande est de forcer les sorties du système q_1 et q_2 à suivre respectivement les trajectoires désirées sinusoïdales $y_{d1} = \sin(t)$ et $y_{d2} = \sin(t)$. Des perturbations externes sont ajoutées au système (4.54), elles sont modélisées par des signaux carrés ayant une amplitude ± 1 et une période de $2\pi(s)$.

Dans la simulation, la dynamique du robot est supposée complètement inconnue, i.e. contrairement aux schémas de commande adaptative conventionnelle dont la conception est basée sur le modèle (e.g. les contrôleurs adaptatifs dans [ZHA04, CHE06]). En fait, le modèle dynamique (4.54) est seulement exigé ici pour la simulation.

Les conditions initiales sont choisies comme suit : $x(0) = [0.5 \ 0 \ 0.5 \ 0]$, $\theta_1(0) = \underline{0}$ et $\theta_2(0) = \underline{0}$.

Notons que nous pouvons facilement montrer que la matrice $G(x)$ satisfait l'Hypothèse 4.2. Les systèmes flous $\theta_2^T \psi_2(\bar{x})$ et $\theta_1^T \psi_1(\bar{x})$ ont $q_1, \dot{q}_1, q_2, \dot{q}_2$ comme des entrées. Pour chaque variable d'entrée des systèmes flous, nous définissons trois fonctions d'appartenance triangulaires uniformément distribuées sur l'intervalle $[-2, 2]$.

Les paramètres de conception sont fixés comme suit : $\gamma_{01} = \gamma_{02} = 500$, $\gamma_{11} = \gamma_{12} = 500$, $\sigma_1 = \sigma_2 = 0,005$, $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$, $k_{1i} = k_{0i} = 0.2$. Notons que k_{1i} et k_{0i} sont choisis petits afin de voir la contribution des termes flous dans les signaux de commande (4.36).

La Figure 4.1 montre les résultats de simulation obtenus par le contrôleur adaptatif flou (4.36). Ces résultats montrent que les performances de poursuite sont suffisamment bonnes et tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés. Les Figures 4.1(a)-4.1(b) montrent les erreurs de poursuite des deux articulations. La Figure 4.1(c) présente la bornitude des signaux de commande. Quant à la Figure 4.1(d), elle illustre les normes des paramètres flous adaptatifs.

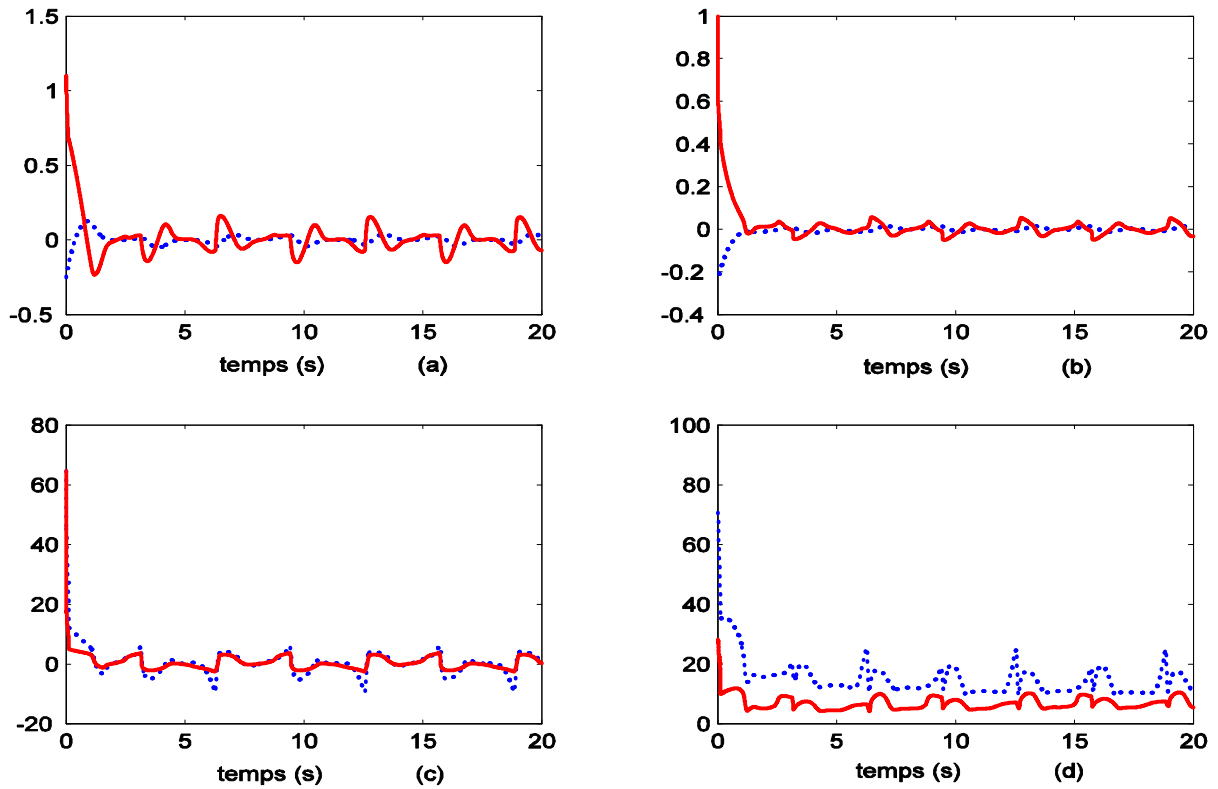


Figure 4.1: Résultats de simulation. (a) Erreurs de poursuite de la liaison 1: e_1 (trait pointillé) et \hat{e}_1 (trait continu). (b) Erreurs de poursuite de la liaison 2: e_2 (trait pointillé) et \hat{e}_2 (trait continu). (c) Commandes : u_1 (trait pointillé) et u_2 (trait continu) (d). Norme des paramètres : $\|\theta_1\|$ (trait pointillé), et $\|\theta_2\|$ (trait continu).

4.3.2 Deuxième schéma de commande adaptative floue

Le schéma de commande proposé précédemment est seulement applicable pour les systèmes non linéaires avec une matrice de commande standard et symétrique (e.g. les systèmes de Lagrange-Euler, les machines électriques, etc.). Cependant, dans la pratique, il y a quelques systèmes non linéaires qui ne possèdent pas une matrice de commande $G(x)$ symétrique, e.g. le problème de la servissement visuelle, le système de gestion thermique des véhicules à moteur (i.e. *the automotive thermal management system*) [ZHA04]. Motivé par la décomposition matricielle utilisée dans [COS03, ZHA04, CHE06, HSU07], nous décomposerons $G(x)$, qui n'est pas supposée symétrique, en un produit de trois matrices : une matrice symétrique et définie positive $G_s(x) \in R^{P \times P}$, une matrice diagonale $D \in R^{P \times P}$ avec +1 ou -1 sur la diagonale (dont les éléments ne sont que les rapports des signes des

principaux mineurs de la matrice de commande), et une matrice triangulaire supérieure avec des uns sur sa diagonale $T(x) \in R^{p \times p}$.

4.3.2.1 Décomposition de la matrice $G(x)$

La conception de ce contrôleur flou et celle du troisième (dans la section 4.3.3) sont basées sur lemme 1.4.

La matrice $G(x)$ peut être décomposée selon le lemme 1.4 comme suit :

$$G(x) = G_s(x)DT(x) \tag{4.56}$$

Notons que la factorisation de la matrice $G(x)$ dans (4.56) est très utile. En fait, la matrice symétrique et définie positive $G_s(x)$ sera par la suite exploitée dans l'étude de la stabilité basée sur la méthode de Lyapunov, D contient des informations sur le signe de la matrice originale $G(x)$, alors que la matrice triangulaire supérieure d'unité $T(x)$ nous permet de faire une synthèse séquentielle des signaux de commande $u_i, \forall i = 1, 2, \dots, p$, sans avoir le problème des boucles algébriques.

Il est important de noter que si $G(x)$ a des mineurs principaux non nuls, trois cas peuvent avoir lieu :

- si $G(x)$ est définie positive, donc $D = I_p$,
- si $G(x)$ est définie négative, donc $D = -I_p$,
- si $G(x)$ n'est pas définie, dans ce cas la matrice D a des $+1$ et -1 sur sa diagonal.

4.3.2.2 Conception du deuxième schéma et l'analyse de la stabilité

Considérons de nouveau le système (4.2), avec l'hypothèse suivante.

Hypothèse 4.3 :

a) $G(x)$ a des mineurs principaux non nuls et leurs signes sont connus.

b) $G_s(x)$ et $\frac{d}{dt}G_s^{-1}(x)$ sont composées des fonctions continues.

c) $\partial g_{ij}(x) / \partial y_i^{(n_i-1)} = 0, \forall i = 1, 2, \dots, p, \text{ et } j = 1, 2, \dots, p.$

Remarque 4.3 : L'Hypothèse 4.3(c) signifie que la matrice de commande $G(x)$ dépend uniquement du vecteur d'état partiel $x_g = [y_1, \dot{y}_1, \dots, y_1^{(r_1-2)}, \dots, y_p, \dot{y}_p, \dots, y_p^{(r_p-2)}]^T \in R^{r-p}$. Par conséquent, les matrices $G_s(x)$ et $T(x)$ sont seulement des fonctions de x_g . Physiquement parlant, l'Hypothèse 4.3c n'est pas trop restrictive comme il y a plusieurs systèmes non linéaires multivariables (ou monovariabes) dont la matrice (ou respectivement le gain) de commande $G(x)$ satisfait l'Hypothèse 4.3(c), e.g. les robots manipulateurs, les machines électriques, pendule inverse, systèmes chaotiques, etc. notons que l'Hypothèse 4.3c nous permet d'avoir une $dG_s^{-1}(x)/dt$ qui dépend seulement du vecteur d'état $x = [y_1, \dot{y}_1, \dots, y_1^{(r_1-1)}, \dots, y_p, \dot{y}_p, \dots, y_p^{(r_p-1)}]^T \in R^r$.

En employant la décomposition matricielle (4.56) et (4.20), la dynamique de S peut être réécrite comme suit

$$G_s^{-1}(x)\dot{S} = G_s^{-1}(x)[v - F(x)] - DT(x)u \quad (4.57)$$

Posons $G_1(x) = G_s^{-1}(x)$, $F_1(x, u) = G_s^{-1}(x)[v - F(x)] - [DT(x) - D]u$, l'équation (4.57) devient

$$G_1(x)\dot{S} = F_1(x, u) - Du \quad (4.58)$$

D'une manière similaire au schéma de commande précédent, (4.58) peut être réarrangée comme suit :

$$G_1(x)\dot{S} = -\frac{1}{2}\dot{G}_1S + \alpha(\bar{z}) - Du \quad (4.59)$$

où $\alpha(\bar{z}) = [\alpha_1(\bar{z}_1), \alpha_2(\bar{z}_2), \dots, \alpha_p(\bar{z}_p)]^T = F_1(x, u) + \frac{1}{2}\dot{G}_1(x)S$, avec $\bar{z} = [\bar{z}_1^T, \bar{z}_2^T, \dots, \bar{z}_p^T]^T$.

En examinant les expressions de $F_1(x, u)$ et de $\alpha(\bar{z})$, les éléments du vecteur \bar{z} peuvent être choisis comme suit :

$$\begin{aligned} \bar{z}_1 &= [x^T, S^T, u_2, \dots, u_p]^T \\ \bar{z}_2 &= [x^T, S^T, u_3, \dots, u_p]^T \\ &\vdots \\ \bar{z}_{p-1} &= [x^T, S^T, u_p]^T \\ \bar{z}_p &= [x^T, S^T]^T \end{aligned} \quad (4.60)$$

Il est très clair d'après la propriété de la matrice de $DT(x) - D$ que \bar{z}_1 dépend des entrées de commande u_2, \dots, u_p , \bar{z}_2 dépend de u_3, \dots, u_p , et ainsi de suite. En fait, la structure des non-linéarités $\alpha(\bar{z})$ est dite « *structure de commande triangulaire supérieure* ». Rappelons que cette structure utile permet d'avoir une synthèse séquentielle sans boucle algébrique des signaux de commande $u_i, \forall i = 1, 2, \dots, p$.

Définissons les ensembles compacts suivants

$$\Omega_{\bar{z}_i} = \left\{ [x^T, S^T, u_{i+1}, \dots, u_p]^T \mid x \in \Omega_x \subset R^r, x_d \in \Omega_{x_d} \right\}, \quad i = 1, 2, \dots, p-1,$$

$$\Omega_{\bar{z}_p} = \left\{ [x^T, S^T] \mid x \in \Omega_x \subset R^r, x_d \in \Omega_{x_d} \right\}.$$

Remarque 4.4 : Le choix des vecteurs \bar{z}_i (i.e. les arguments d'entrée des fonctions inconnues α_i) n'est pas unique. En fait, puisque nous connaissons que S et u sont des fonctions de x et x_d , donc nous pouvons voir tout simplement que tous les \bar{z}_i sont aussi des fonctions de x et x_d , e.g. nous pouvons choisir $\bar{z}_i = [x^T, x_d^T]^T$ ou bien $\bar{z}_i = [x^T, E^T]^T$, avec $i = 1, 2, \dots, p$.

$\alpha(\bar{z})$ peut être estimé idéalement par les systèmes flous comme suit :

$$\begin{aligned} \alpha(\bar{z}) &= \hat{\alpha}(\bar{z}, \theta^*) + \varepsilon(\bar{z}) \\ &= \theta^{*T} \psi(\bar{z}) + \varepsilon(\bar{z}) \end{aligned} \quad (4.61)$$

où $\theta^{*T} \psi(\bar{z}) = [\theta_1^{*T} \psi_1(\bar{z}_1), \theta_2^{*T} \psi_2(\bar{z}_2), \dots, \theta_p^{*T} \psi_p(\bar{z}_p)]^T$ et $\varepsilon(\bar{z}) = [\varepsilon_1(\bar{z}_1) \dots \varepsilon_p(\bar{z}_p)]^T$.

Puisque le signe de la matrice de commande $G(x)$ est supposé connu, nous pouvons proposer le contrôleur adaptatif flou suivant [BOU08f] :

$$\begin{aligned} u &= \text{Sign}(D)[\hat{\alpha}(\bar{z}, \theta) + K_1 S + K_0 \text{Sign}(S)] \\ &= \text{Sign}(D)[\theta^T \psi(\bar{z}) + K_1 S + K_0 \text{Sign}(S)] \end{aligned} \quad (4.62)$$

où $\text{Sign}(D) = D = \text{diag}[d_{11}, d_{22}, \dots, d_{pp}]$, K_0 et K_1 sont déjà définis dans la section précédente.

Remarque 4.5

Notons que la loi de commande (4.62) est différente de celle de (4.36), pour les raisons suivantes :

- Les vecteurs d'entrée des systèmes flous sont différents.
- Dans la loi de commande (4.62), les signes des mineurs principaux de la matrice de commande sont incorporés.
- Dans (4.62), le terme flou $\theta^T \psi(\bar{z})$ est employé pour approximer les non-linéarités $\alpha(\bar{z})$, donc ce schéma de commande adaptative peut être considéré comme *une version indirecte*. Par contre, dans (4.36), le terme flou $\theta^T \psi(\bar{z})$ est utilisé pour approximer le contrôleur idéal (4.30). Ainsi, le schéma de commande adaptative (4.36) peut être vu comme *une version directe*.
- Dans la conception du contrôleur (4.62), nous n'avons pas supposé que la matrice $G(x)$ est symétrique.

D'une manière similaire à la section 4.3.1, après la substitution de (4.62) et (4.61) dans (4.59), nous pouvons obtenir la dynamique suivante :

$$G_1(x)\dot{S} = -\frac{1}{2}\dot{G}_1 S - K_1 S - K_0 \text{Sign}(S) - \tilde{\theta}^T \psi(\bar{z}) + \varepsilon(\bar{z}) \quad (4.63)$$

où $D\text{sign}(D) = DD^{-1} = I_p$ et $\tilde{\theta} = \theta - \theta^*$.

Multipliant (4.63) par S^T , il résulte

$$S^T G_1(x)\dot{S} = -\frac{1}{2}S^T \dot{G}_1 S - S^T K_1 S - K_0 |S| - \sum_{i=1}^p \tilde{\theta}_i^T \psi_i(\bar{z}) S_i + S^T \varepsilon(\bar{z}) \quad (4.64)$$

Pour estimer les paramètres des conclusions, nous gardons l'algorithme PI de (4.39).

Théorème 4.3 : *Considérons le système non linéaire (4.2). Si les Hypothèses 4.1 et 4.3 sont valides, alors la loi de commande définie par (4.62) avec la loi d'adaptation donnée par (4.39) garantit les propriétés suivantes :*

- *Tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés.*

- Les erreurs de poursuite et leurs dérivées convergent vers zéro, i.e. $e_i^{(j)}(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$ pour $i = 1, \dots, p$ et $j = 0, 1, \dots, r_i - 1$.

Preuve du Théorème 4.3 : Cette démonstration est très similaire à celle du Théorème 4.2.

4.3.2.3 Résultats de simulation

Pour démontrer les performances de la deuxième approche de commande, cette partie présente une simulation numérique effectuée sur le modèle dynamique du robot manipulateur donné en section 4.3.1.3. Nous pouvons facilement démontrer que le modèle dynamique du robot satisfait l'Hypothèse 4.3.

Les trajectoires désirées sont choisies comme : $y_{d1} = \sin(t)$ et $y_{d2} = \sin(t)$. Des perturbations externes sont ajoutées au système (4.54), elles sont modélisées par des signaux carrés ayant une amplitude ± 1 et une période de $2\pi(s)$.

Deux systèmes flous ($\theta_1^T \psi_1(\bar{z}_1)$ et $\theta_2^T \psi_2(\bar{z}_2)$) sont utilisés pour implémenter le contrôleur. Le système flou $\theta_2^T \psi_2(\bar{z}_2)$ a les variables $q_1, \dot{q}_1, q_2, \dot{q}_2$ comme des entrées, alors que les entrées de $\theta_1^T \psi_1(\bar{z}_1)$ sont $q_1, \dot{q}_1, q_2, \dot{q}_2, u_2$. Pour chaque variables d'entrée des systèmes flous, nous définissons trois fonctions d'appartenance triangulaires uniformément distribuées sur les intervalles $[-2, 2]$ pour $q_1, \dot{q}_1, q_2, \dot{q}_2$, et $[-25, 25]$ pour u_2 . Les valeurs initiales des paramètres des systèmes flous sont prises égales à zéros.

Les paramètres de conception sont fixés comme suit : $\gamma_{01} = \gamma_{02} = 500$, $\gamma_{11} = \gamma_{12} = 500$, $\sigma_1 = \sigma_2 = 0,005$, $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$, $k_{1i} = k_{0i} = 0.2$.

La Figure 4.2 présente les résultats de simulation. Nous pouvons constater que ces résultats sont très similaires à ceux obtenus par le premier contrôleur.

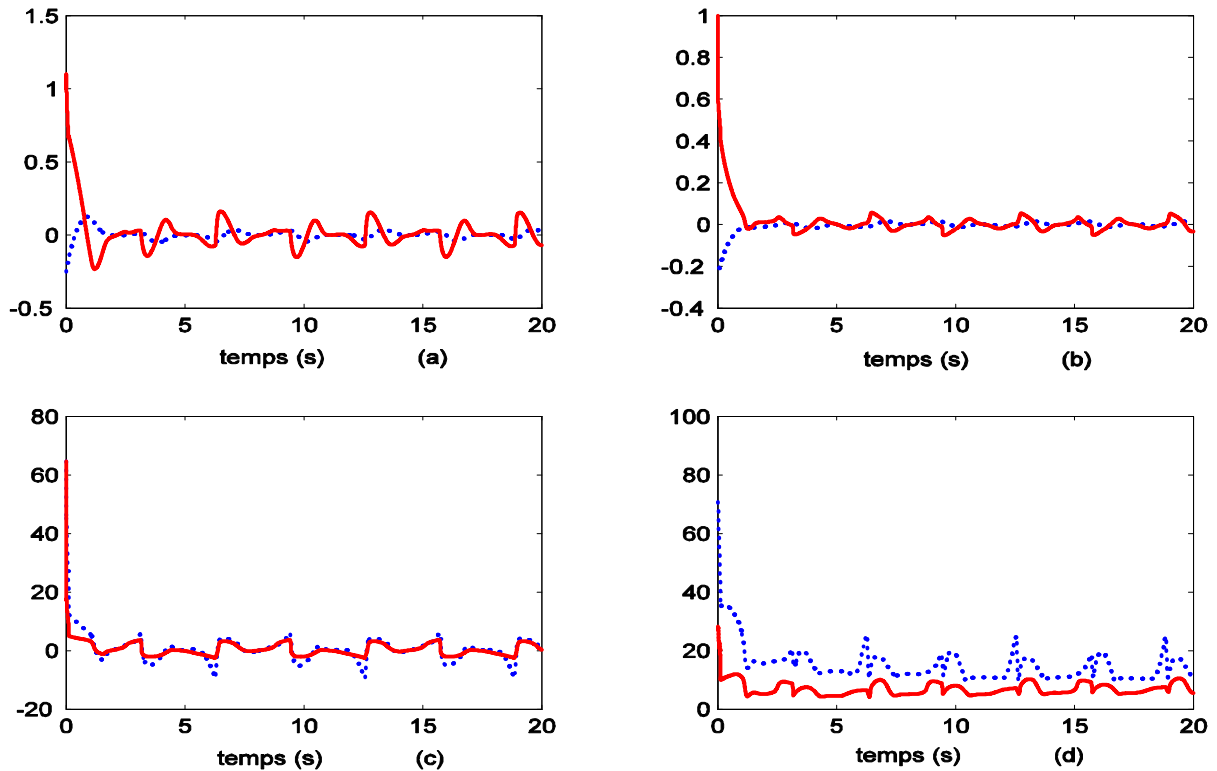


Figure 4.2: Résultats de simulation. (a) Erreurs de poursuite de la liaison 1: e_1 (trait pointillé) et \dot{e}_1 (trait continu). (b) Erreurs de poursuite de la liaison 2: e_2 (trait pointillé) et \dot{e}_2 (trait continu). (c) Commandes : u_1 (trait pointillé) et u_2 (trait continu) (d). Norme des paramètres : $\|\theta_1\|$ (trait pointillé), et $\|\theta_2\|$ (trait continu).

4.3.3 Troisième schéma de commande adaptative floue

Les deux schémas de commande présentés précédemment sont seulement applicables pour des systèmes non linéaires dont le signe de la matrice de commande est supposé parfaitement connu. Dans cette section, nous proposons un contrôleur adaptatif flou qui n'exige pas la connaissance a priori du signe de la matrice de commande. Dans les lois de commande, une fonction de Nussbaum est incorporée, et son argument d'entrée est ajusté en ligne via une loi d'adaptation convenablement conçue. En fait, cette fonction a pour but d'estimer la direction réelle de la commande.

4.3.3.1 Conception du troisième schéma et l'analyse de la stabilité

Considérons de nouveau le système (4.2) avec l'Hypothèse 4.1 et l'hypothèse suivante.

Hypothèse 4.4

- a) Le signe de la matrice $G(x)$ est inconnu. Mais, elle doit être définie positive ou définie négative.
- b) $G_s(x)$ et $\frac{d}{dt}G_s(x)$ sont composées des fonctions continues.
- c) $\partial g_{ij}(x)/\partial y_i^{(r_i-1)} = 0$, $\forall i = 1, 2, \dots, p$, et $j = 1, 2, \dots, p$.

Notons que dans ce schéma le signe de $G(x)$ est supposé inconnu, mais elle doit être définie positive ou négative. Cela veut dire que le cas où $G(x)$ n'est pas définie, i.e. le cas où la matrice D a des $+1$ et -1 sur sa diagonale n'est pas inclu ici.

Considérons la loi de commande suivante incorporant la fonction de Nussbaum $N(\zeta)$:

$$\begin{aligned} u &= N(\zeta)[- \hat{\alpha}(\bar{x}, \theta) - K_1 S - K_0 \text{Sign}(S)] \\ &= N(\zeta)[- \theta^T \psi(\bar{z}) - K_1 S - K_0 \text{Sign}(S)], \end{aligned} \quad (4.65)$$

où

$$N(\zeta) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\zeta\right)e^{\zeta^2}, \quad (4.66)$$

et

$$\dot{\zeta} = \sum_{i=1}^p [\theta_i^T \psi_i(\bar{z}_i) + k_{1i} S_i + k_{0i} \text{Sign}(S_i)] S_i. \quad (4.67)$$

Rappelons que $k_{0i} \geq 0.5 \sum_{i=1}^p \sigma_i \|\theta_i^*\|^2 + \bar{\varepsilon}_i$.

Pour estimer les paramètres des conclusions, nous utilisons l'algorithme d'adaptation PI (4.39).

Il est clair de (4.62) et (4.65) que la fonction scalaire de Nussbaume $N(\zeta)$ remplace en fait $\text{Sign}(-d_{ii})$, $i = 1, 2, \dots, p$. Rappelons que $\text{Sign}(-d_{ii}) = -d_{ii}$, où d_{ii} sont les éléments diagonaux de la matrice D .

Il est important de noter que puisque le signe de $G(x)$ est inconnu, la loi de commande (4.65) peut être également remplacée par la loi de commande suivante [BOU08f] :

$$u = N(\zeta)[\theta^T \psi(\bar{z}) + K_1 S + K_0 \text{Sign}(S)] \quad (4.68)$$

Dans ce cas, la fonction de Nussbaum $N(\zeta)$ estime en ligne $\text{Sign}(d_{ii})$. Par la suite, des détails concernant le choix de u et $\dot{\zeta}$ seront donnés dans la remarque 4.6.

D'une manière similaire aux sections 4.3.1 et 4.3.2, après le remplacement de (4.65) dans (4.59), nous obtenons :

$$\begin{aligned} G_1(x)\dot{S} &= -0.5\dot{G}_1 S - K_1 S - K_0 \text{Sign}(S) - \tilde{\theta}^T \psi(\bar{z}) + \varepsilon(\bar{z}) + [\theta^T \psi(\bar{z}) + K_1 S + K_0 \text{Sign}(S)] - Du \\ &= -0.5\dot{G}_1 S - K_1 S - K_0 \text{Sign}(S) - \tilde{\theta}^T \psi(\bar{z}) + \varepsilon(\bar{z}) + [\theta^T \psi(\bar{z}) + K_1 S + K_0 \text{Sign}(S)][1 + \\ &\quad gN(\zeta)] \end{aligned} \quad (4.69)$$

où $g = d_{ii}$, $\forall i = 1, 2, \dots, p$.

Multipliant (4.69) par S^T , il résulte

$$\begin{aligned} S^T G_1(x)\dot{S} &= -0.5S^T \dot{G}_1 S - S^T K_1 S - K_0 |S| - S^T \tilde{\theta}^T \psi(\bar{z}) + \sum_{i=1}^p \varepsilon_i(\bar{z}_i) |S_i| + \\ &\quad (1 + gN(\zeta)) \left(\sum_{i=1}^p S_i [\theta_i^T \psi_i(\bar{z}_i) + k_{1i} S_i + k_{0i} \text{Sign}(S_i)] \right) \\ &= -0.5S^T \dot{G}_1 S - S^T K_1 S - K_0 |S| - S^T \tilde{\theta}^T \psi(\bar{z}) + \sum_{i=1}^p \varepsilon_i(\bar{z}_i) |S_i| + \dot{\zeta} + gN(\zeta)\dot{\zeta} \end{aligned} \quad (4.70)$$

Théorème 4.4 : *Considérons le système non linéaire multivariable (4.2), supposons que les Hypothèses 4.1 et 4.4 sont toujours valides. Donc, la loi de commande définie par (4.65)-(4.67) avec sa loi d'adaptation donnée par (4.39) garantit les propriétés importantes suivantes :*

- *La bornitude de tous les signaux du système en boucle fermée,*
- *Les erreurs de poursuite et leurs dérivées convergent vers zéro, i.e. $e_i^{(j)}(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$ pour $i = 1, \dots, p$ et $j = 0, 1, \dots, r_i - 1$.*

Preuve du Théorème 4.4 :

Considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante :

$$V = \frac{1}{2} S^T G_1(x) S + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \frac{1}{\gamma_{0i}} (\tilde{\theta}_i + \gamma_{1i} \delta_i)^T (\tilde{\theta}_i + \gamma_{1i} \delta_i) \quad (4.71)$$

En suivant les mêmes étapes comme celles dans la démonstration du Théorèmes 4.2, la dérivée par rapport au temps de (4.71) peut être bornée comme suit :

$$\dot{V} \leq -\sum_{i=1}^p k_{1i} S_i^2 + \dot{\zeta} + gN(\zeta)\dot{\zeta} \quad (4.72)$$

En intégrant (4.72) sur l'intervalle $[0, t]$, nous obtenons :

$$\begin{aligned} V(t) &\leq V(0) + \int_0^t \sum_{i=1}^p k_{1i} S_i^2 dt \\ &\leq V(0) + \int_0^t (\dot{\zeta} + gN(\zeta)\dot{\zeta}) d\tau \end{aligned} \quad (4.73)$$

Selon le Lemme 1.3, [GE02b, ZHA07a], nous avons $V(t)$, $\int_0^t (1 + gN(\zeta))\dot{\zeta} d\tau$, ζ sont bornés sur $[0, t_f)$. D'une manière similaire à la discussion dans [GE02b], nous connaissons que la conclusion ci-dessus est également vraie pour $t_f = +\infty$ (voir [GE02b, ZHA07a]). Par conséquent, S_i , $\tilde{\theta}_i + \gamma_{1i}\delta_i \in L_\infty$. Aussi, de la bornitude de S_i , $\tilde{\theta}_i + \gamma_{1i}\delta_i$, et ζ , nous pouvons facilement démontrer celle de θ_i , u , et \bar{z} . De (4.73) et puisque $\int_0^\infty (1 + gN(\zeta))\dot{\zeta} d\tau$ est borné et $V(0), V(\infty) \in L_\infty$, nous concluons que $\int_0^\infty \sum_{i=1}^p S_i^2 dt$ existe, i.e. $S_i \in L_2$.

D'une manière similaire à la discussion faite dans la preuve du Théorème 4.2, en utilisant (4.69) et puisque S_i , $\tilde{\theta}_i, u, \theta_i$, et $x \in L_\infty$, et $G_s(x) = G_1^{-1}(x)$ et $\dot{G}_1(x)$ sont des fonctions continues, nous pouvons aisément montrer que $\dot{S}_i \in L_\infty$. Finalement, puisque $S_i \in L_2 \cap L_\infty$ et $\dot{S}_i \in L_\infty$, on peut conclure via le lemme de Barbalat [SLO91] que $S_i(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$. Par conséquent, les erreurs de poursuite et leurs dérivées convergent vers zéro, i.e. $e_i^{(j)}(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$ pour $i = 1 \dots p$ et $j = 0, 1, \dots, r_i - 1$. \square

Remarque 4.6 : Nous pouvons démontrer grâce au Lemme 1.3 qu'il existe d'autres possibilités pour le choix de $\dot{\zeta}$ et de la commande u . Le tableau 4.1 récapitule tous ces choix possibles. En fait, le signe de la matrice de commande est inconnu, et ainsi le choix du signe dans les expressions de $\dot{\zeta}$ et u est libre. D'une manière similaire à la démonstration du Théorème 4.4 et en utilisant le Lemme 1.3, nous pouvons facilement prouver que tous les choix possibles dans tableau 4.1 garantissent la bornitude de tous les signaux du système en boucle fermée et la convergence de toutes les erreurs de poursuite vers zéro.

Remarque 4.7 : Le choix de k_{0i} dans les lois de commande (4.36), (4.62) et (4.65) dépend de la valeur de $0.5\sigma_i \|\theta_i^*\|^2 + \bar{\varepsilon}_i$ qui est en fait inconnue. Pour surmonter ce problème, le

paramètre k_{0i} peut être estimé en ligne via la loi intégrale suivante : $\dot{k}_{0i} = \gamma_{2i}|S_i|$, $i = 1 \dots p$, où $\gamma_{2i} > 0$.

Table 4.1 : Les choix possibles de u et $\dot{\zeta}$.

	Expression de u	Expression de $\dot{\zeta}$	$N(\zeta)$ détecte
Choix 1	$u = N(\zeta)[- \theta^T \psi(\bar{z}) - K_1 S - K_0 \text{Sign}(S)]$	$\dot{\zeta} = S^T [\theta^T \psi(\bar{z}) + K_1 S + K_0 \text{Sign}(S)]$	$\text{Sign}(-d_{ii})$
Choix 2	$u = N(\zeta)[- \theta^T \psi(\bar{z}) - K_1 S - K_0 \text{Sign}(S)]$	$\dot{\zeta} = -S^T [\theta^T \psi(\bar{z}) + K_1 S + K_0 \text{Sign}(S)]$	$\text{Sign}(-d_{ii})$
Choix 3	$u = N(\zeta)[\theta^T \psi(\bar{z}) + K_1 S + K_0 \text{Sign}(S)]$	$\dot{\zeta} = S^T [\theta^T \psi(\bar{z}) + K_1 S + K_0 \text{Sign}(S)]$	$\text{Sign}(d_{ii})$
Choix 4	$u = N(\zeta)[\theta^T \psi(\bar{z}) + K_1 S + K_0 \text{Sign}(S)]$	$\dot{\zeta} = -S^T [\theta^T \psi(\bar{z}) + K_1 S + K_0 \text{Sign}(S)]$	$\text{Sign}(d_{ii})$

4.3.3.2 Résultats de simulation

Pour illustrer les performances de cette troisième approche, nous considérons de nouveau la commande en poursuite d'un robot manipulateur à deux degrés de liberté dont le modèle dynamique est donné dans la section 4.3.1.3.

Deux systèmes flous $(\theta_1^T \psi_1(\bar{z}_1), \theta_2^T \psi_2(\bar{z}_2))$ sont employés pour implémenter le contrôleur. Le système flou $\theta_2^T \psi_2(\bar{z}_2)$ a les variables $q_1, \dot{q}_1, q_2, \dot{q}_2$ comme des entrées, alors que les entrées de $\theta_1^T \psi_1(\bar{z}_1)$ sont $q_1, \dot{q}_1, q_2, \dot{q}_2, u_2$. Pour chaque variable d'entrée des systèmes flous, nous définissons trois fonctions d'appartenance triangulaires uniformément distribuées sur les intervalles : $[-2, 2]$ pour q_1, \dot{q}_1, q_2 , et \dot{q}_2 , et $[-25, 25]$ pour u_2 .

Les paramètres de conception sont choisis comme suit: $\gamma_{01} = \gamma_{02} = 200$, $\gamma_{11} = \gamma_{12} = 200$, $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.1$, $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$, $k_{01} = k_{02} = 0.1$, et $k_{11} = k_{22} = 0.1$. Les conditions initiales sont fixées comme : $x(0) = [0.5 \ 0 \ 0.5 \ 0]$, $\zeta(0) = 0$, $\theta_1(0) = \underline{0}$ et $\theta_2(0) = \underline{0}$.

La Figure 4.3 montre les résultats de simulation obtenus en utilisant le contrôleur flou adaptatif (4.65) et la loi d'adaptation (4.39). Des Figures 4.2(a)-4.2(b), nous pouvons remarquer que les erreurs de poursuite sont bornées et convergent vers zéro. La Figure 4.2(c)

montre que les signaux de commande sont bornés. La bornitude des paramètres flous adaptatifs est bien claire sur la Figure 4.2(d). La variation du gain de Nussbaum $N(\zeta)$ et celle de ζ sont respectivement montrées dans la Figure 4.2(e) et la Figure 4.2(f).

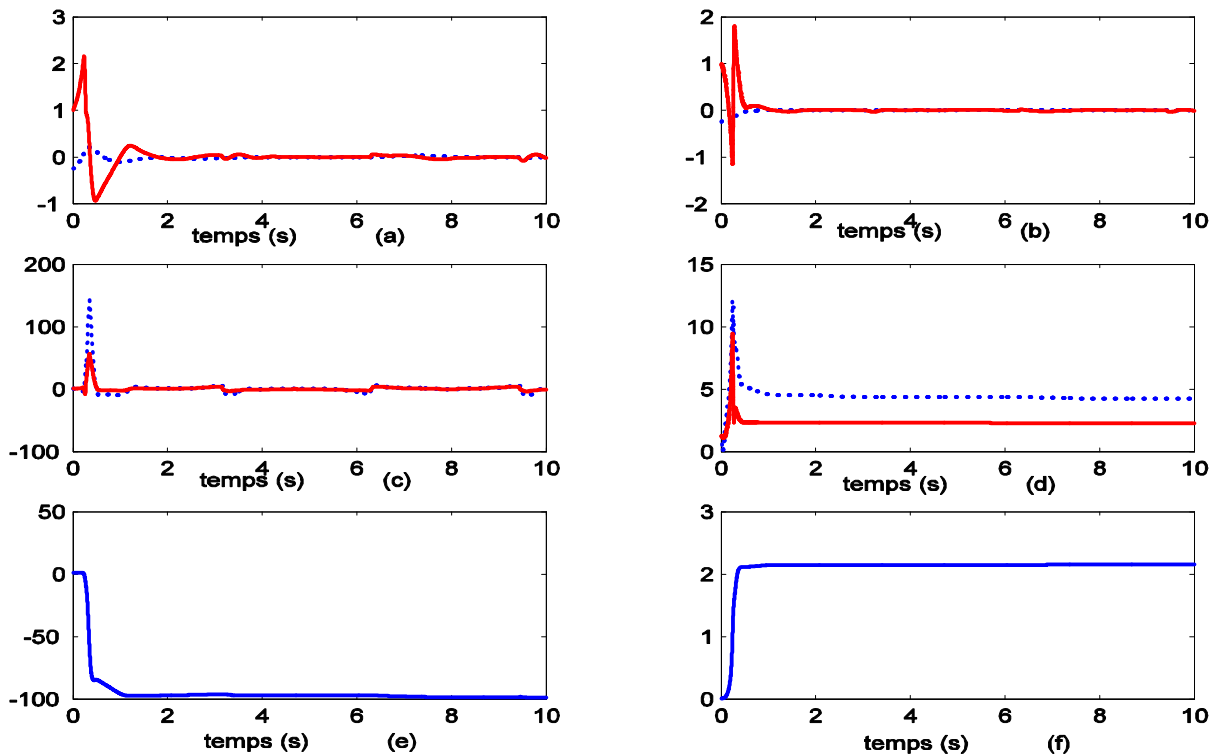


Figure 4.3: Résultats de simulation. (a) Erreurs de poursuite de la liaison 1 : e_1 (trait pointillé) et \dot{e}_1 (trait continu). (b) Erreurs de poursuite de la liaison 2 : e_2 (trait pointillé) et \dot{e}_2 (trait continu). (c) Commandes : u_1 (trait pointillé) et u_2 (trait continu) (d). Norme des paramètres : $\|\theta_1\|$ (trait pointillé), et $\|\theta_2\|$ (trait continu). (e) Evolution de $N(\zeta)$. (f) Evolution de ζ .

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, trois schémas de commande floue adaptative ont été développés pour une classe des systèmes MIMO non linéaires incertains avec ou sans la connaissance du signe de la matrice (des gains) de commande. Dans ces schémas, nous avons proposé, pour estimer les paramètres des conclusions, un algorithme de type PI à e -modification. En fait, l'introduction du terme proportionnel permet aux paramètres adaptatifs une converge rapide. Quant à e -modification, il permet de garantir la bornitude des paramètres estimés aussi bien

que la convergence des erreurs de poursuite vers zéro en présence d'un terme de commande robuste. Ces méthodes n'exigent pas de connaissance a priori sur le modèle dynamique du système. Via la méthode de Lyapunov, nous avons démontré que tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés et que toutes les erreurs de poursuite convergent vers zéro.

Le premier schéma de commande développé, pouvant être considéré comme un schéma direct, a été proposé pour une classe des systèmes MIMO non linéaires inconnus avec *une matrice de commande symétrique et de signe connu*. Comparé aux schémas directs disponibles dans la littérature, notre schéma n'exige pas des suppositions fortes sur la matrice de commande.

Le deuxième schéma de commande est une version indirecte. Il a été proposé pour une classe de systèmes MIMO non linéaires inconnus *avec une matrice de commande symétrique ou non symétrique et avec des signes connus de ses mineurs principaux*. Pour simplifier la conception de la commande et l'analyse de la stabilité, cette matrice $G(x)$ a été factorisée en trois matrices utiles : une matrice symétrique et définie positive $G_s(x)$ qui a été exploitée dans l'analyse de la stabilité basée sur la méthode de Lyapunov, une matrice diagonale D qui contient des informations utiles sur le signe de la matrice originale $G(x)$, et enfin une matrice triangulaire supérieure avec des uns sur sa diagonale, $T(x)$, qui nous a permis de faire une synthèse séquentielle des signaux de commande sans avoir le problème des boucles algébriques.

Le troisième schéma de commande est aussi une version indirecte. Il a été conçu pour une classe des systèmes MIMO non linéaires inconnus dont la matrice de commande *est symétrique ou non et avec un signe inconnu*. D'une manière similaire au deuxième schéma, la propriété de décomposition de la matrice $G(x)$ a été complètement exploitée. Le problème de la méconnaissance de la direction de la commande a été traité par l'introduction de la fonction de Nussbaum.

Les résultats de simulation effectuée sur un modèle de robot manipulateur ont montré clairement la capacité des trois contrôleurs développés pour la commande en poursuite d'une classe des systèmes MIMO non linéaires inconnus.

Chapitre 5

Commande adaptative floue des systèmes non-linéaires MIMO avec des non-linéarités à l'entrée

5.1 Introduction

La saturation est une caractéristique *statique et sans mémoire*, elle est inévitable dans la plupart des actionneurs. Les catégories des non-linéarités de type saturation incluent les contraintes sur l'amplitude et la vitesse des entrées de l'actionneur. Ces contraintes peuvent être dues à des restrictions délibérément placées sur les actionneurs pour éviter d'endommager le système et/ou des limitations physiques sur les actionneurs eux-mêmes. Dû à son caractère non linéaire, à ses paramètres inconnus et à la non mesurabilité de la sortie de l'actionneur, la conception d'une loi de commande pour un système non linéaire avec une saturation à l'entrée constitue un vrai défi. Avec une saturation à l'entrée, le contrôleur proportionnel-dérivée (PD) a observé des cycles limites, cela pourrait mener au phénomène dit *l'emballement de l'intégrateur* (i.e. integrator windup (IW)), [LEW93, HU01]. Généralement, un tel phénomène a lieu quand le système a une saturation à l'entrée et un intégrateur dans son contrôleur. Un schéma pour compenser l'effet de la saturation de l'actionneur a été proposé dans [AST96]. Un compensateur anti-emballement (i.e. anti-windup (AW)) à base d'observateur a été proposé dans [WAL90]. Un contrôleur robuste anti-emballement a été conçu, dans [NIU98], via la méthode de Lypunov pour accommoder aux contraintes liées à l'entrée et à la perturbation. Dans [CHA98], les auteurs ont étudié la stabilité du système de commande en présence de la saturation liée au nombre d'intégrateurs dans le système. Dans [HU01], une méthode systématique de conception du contrôleur permettant de compenser la saturation a été proposée pour les systèmes linéaires continus et discontinus. Dans [ANN01], un contrôleur adaptatif traitant les contraintes de type saturation a été adressé pour une classe

des systèmes linéaires. Dans la plupart des travaux précédemment cités, le système considéré est linéaire et la sortie de la saturation (i.e. de l'actionneur) est supposée mesurable. Dans [GAO06], des schémas de commande à bases des RN d'une classe de systèmes non linéaires avec saturation à l'entrée ont été proposés. L'avantage principal de ces schémas est que la classe de systèmes a été relativement étendue et les hypothèses sur la mesure de la sortie de l'actionneur et la symétrie de la saturation ont été aussi relâchées. Cependant, cette approche a plusieurs limitations telles que : 1) le système MIMO considéré est simple et presque connu. 2) L'erreur d'approximation due à l'estimation non adaptative de $f(x)$ est supposée bornée par une fonction connue. 3) L'erreur $Sat(u) - u$, où u est la commande à concevoir, est estimée via un RN adaptatif dont les entrées sont l'état et les signaux de références. Alors que cette erreur est en réalité en fonction de u . De plus, aucune motivation n'est donnée pour ce choix des entrées.

Les non-linéarités de type zone-morte sont omniprésentes dans les divers composants d'un système de commande comprenant les sondes, les amplificateurs et les actionneurs, plus particulièrement dans les actionneurs pneumatiques à valves-commandés, dans les éléments hydrauliques et dans les servomoteurs électriques. La zone-morte est une non-linéarité *statique sans mémoire* qui décrit l'insensibilité du composant à des petits signaux. La présence de cette non-linéarité peut limiter sévèrement les performances du système. Les contrôleurs PD ont été observés aboutir à des cycles limites, s'il existe des zone-mortes à l'entrée. Donc, la question qui se pose ici comment compenser un tel inévitable phénomène non-linéaire, sachant que ses paramètres sont généralement mal connus (ou complètement inconnus) et la mesure de sa sortie n'est généralement pas disponible. La manière la plus naturelle pour faire face à ces non-linéarités est de les compenser via l'emploi de leurs inverses. Cependant, ceci ne peut être envisageable que si les non-linéarités de la zone-morte sont exactement connues. La construction adaptative de l'inverse de la zone-morte a été initialement étudiée dans [TAO94, TAO95a]. Des fonctions inverses de la zone-morte pour une classe de systèmes linéaires continus et discrets ont été respectivement construites dans [TAO94, TAO95a] sous l'hypothèse que la sortie de la zone-morte est non mesurable. Les résultats de simulation montrent que les performances de poursuite sont sensiblement améliorées en employant ces techniques d'inversion. Ce travail a été ensuite étendu dans [CHO98, BAI01] où une annulation adaptative parfaite de l'effet d'une zone-morte inconnue a été réalisée sous l'hypothèse que la sortie de l'actionneur est mesurable. Cependant, du point de vue physique,

cette hypothèse est restrictive. Dans [KIM94, LEW99, JAN01], des *précompensateurs flous* ont été proposés pour traiter le phénomène de la zone-morte dans des systèmes non linéaires industriels. Dans [SEL00], les auteurs ont employé les réseaux de neurones pour construire un précompensateur de zone-morte. Etant donné une condition assortie au modèle de référence, une commande adaptative utilisant l'inverse adaptatif de la zone-morte a été étudiée dans [WAN03b]. Pour une zone-morte avec des pentes égales, une commande adaptative robuste a été développée, dans [WAN04a], pour une classe de systèmes non linéaires, sans avoir construit l'inverse de la zone-morte. Dans [SHY05], une commande décentralisée à structure variable a été proposée pour une classe de systèmes interconnectés incertains avec retard dans l'état et une zone-morte à l'entrée. Cependant, quelques paramètres de la zone-morte et les signes des gains de commande doivent être connus. Dans [ZHO06], une commande adaptative avec retour de sortie a été proposée, en utilisant la technique backstepping et l'estimation de l'inverse d'une zone-morte modélisée par une fonction lisse, pour une classe de systèmes non linéaires. Cependant, le problème de sur-paramétrisation existe dans ce schéma. Dans [ZHA07a, ZHA07b], le problème de commande des systèmes MIMO non linéaires avec des non-linéarités de type zone-morte et des signes inconnus des gains de commande a été traité. Les limitations de ces deux travaux ont été déjà expliquées dans le chapitre précédent.

Le phénomène d'hystérésis se produit dans tous les actionneurs basés sur des “*matériels intelligents*” tels que : les piezo-céramics et les alliages à mémoire de forme. L'hystérésis peut sévèrement dégrader les performances d'un système de commande. Il peut mener à des oscillations indésirables voire l'instabilité dues aux effets combinés de son caractère *non différentiable et mémoire*. Le développement des techniques de commande capables d'atténuer les effets d'hystérésis est en fait un véritable défi. Pour adresser un tel challenge, il est important de trouver tout d'abord un modèle permettant de décrire ce comportement non linéaire et d'utiliser ensuite ce modèle pour la conception du contrôleur. Une variété de modèles pour décrire l'hystérésis ont été proposée dans la littérature [MAC93], e.g. le modèle de Preisach [MAY91], le hysteron de Krasnosel'skii-Pokrovkii [KRA83], l'opérateur d'hystérésis d'Ishlinskii [KRA83], et l'opérateur d'hystérésis de Duhem [MAC93], etc. Le modèle d'hystérésis le plus familier et le plus simple est celui du Backlash décrit par deux lignes parallèles reliées par l'intermédiaire des segments horizontaux. Pour l'hystérésis de type Backlash, plusieurs schémas adaptatifs de commande ont été proposés, e.g. [SUN92, TAO95b, TAO95c, AHM99]. Une caractéristique commune dans ces schémas est que les

effets de l'hystérésis sont atténués via la construction de son comportement inverse. Plus récemment, dans [ZHO07], une commande adaptative robuste a été conçue pour des systèmes non linéaires incertains ayant un backlash inconnu mais continu à l'entrée. Dans la conception du contrôleur avec la technique backstepping, une fonction inverse adaptative continue a été développée pour compenser les effets du backlash. En outre, le problème de sur-paramétrisation a été résolu en employant le concept des *fonctions ajustables* (i.e. *tuning functions*). Dans [SU00], les auteurs ont suggéré l'utilisation d'un backlash inspiré d'un modèle d'hystérésis continu. Contrairement aux travaux [SUN92, TAO95b, TAO95c, AHM99, ZHO07], ce type continu de backlash a permis dans [SU00] de concevoir un contrôleur robuste à structure variable sans passer par la construction de son inverse. En fait, la méthode proposée dans [SU00] exploite les propriétés de la solution de l'équation différentielle décrivant le comportement de ce genre d'hystérésis. Il a été montré que la sortie du backlash peut être écrite comme suit : $u = BH(v) = cv + d(v)$, où v est l'entrée du backlash, $d(v)$ est un terme borné décrivant les effets du backlash, et c est un paramètre du backlash. Cependant, le paramètre c , et les paramètres incertains du système doivent être dans des intervalles connus et le terme $d(v)$ étant traité comme une perturbation doit être borné par une constante connue. Motivés par [SU00], des schémas récents de commande adaptative pour les systèmes non linéaires ayant le même backlash à l'entrée ont été proposés dans [SU03, ZHO04, WEN07]. Contrairement à [SU00, SU03], les contrôleurs développés dans [ZHO04, WEN07] en utilisant la technique backstepping n'exigent pas que les paramètres incertains soient dans des intervalles connus. En outre, aucune connaissance n'est supposée sur la borne de $d(v)$. L'handicap commun des approches mentionnées précédemment est que la classe de systèmes considérée est généralement relativement simple. Finalement, il est important de noter que dans la littérature, aucun travail ne traite le problème des systèmes MIMO avec les non-linéarités de type hystérésis ou backlash.

Dans ce chapitre, en premier lieu, une approche de commande adaptative floue est proposée pour une classe de systèmes MIMO non linéaires inconnus avec une contrainte de saturation à l'entrée. Pour faciliter l'analyse et la conception de la loi de commande, la fonction $Sat(v)$ a été remplacée par une fonction continue inconnue non affine $f(v)$ ayant les mêmes propriétés comme celles de la fonction $Sat(v)$. L'erreur d'approximation $Sat(v) - f(v)$ a été par la suite traitée par un terme de commande robuste. Nos contributions par rapport à ceux de [GAO06] sont les suivantes: 1) la class de systèmes MIMO considérés

est très large et le système est supposé complètement inconnu. 2) Dans [GAO06], le problème de Saturation a été étudié pour une commande non adaptative (fixe). Alors que dans notre schéma, il a été traité pour une commande adaptative.

La deuxième partie de ce chapitre est principalement consacrée à la simple extension du troisième schéma de commande du chapitre 4 pour une classe de systèmes MIMO avec des non-linéarités à l'entrée (zone-mortes et/ou backlash). L'avantage principal de cette extension est son cadre unificateur, i.e. ce schéma peut traiter à la fois les non-linéarités de l'actionneur et la non connaissance du signe de la matrice $G(x)$. Les contributions de ce schéma de commande par rapport aux travaux de [ZHO07a, ZHO07b] ont été déjà expliquées dans le chapitre 4.

5.2 Notation et Position du problème

Considérons la classe suivante des systèmes non linéaires multivariables décrite par :

$$\begin{aligned} y_1^{(r_1)} &= f_1(x) + \sum_{j=1}^p g_{1j}(x)N_j(v_j), \\ &\vdots \\ y_p^{(r_p)} &= f_p(x) + \sum_{j=1}^p g_{pj}(x)N_j(v_j). \end{aligned} \quad (5.1)$$

où $x = [y_1, \dot{y}_1, \dots, y_1^{(r_1-1)}, \dots, y_p, \dot{y}_p, \dots, y_p^{(r_p-1)}]^T \in R^r$ est le vecteur d'état complet qui est supposé disponible pour la mesure et $r_1 + \dots + r_p = r$, $v = [v_1, \dots, v_p]^T \in R^p$ est le vecteur des entrées de commande, $N_i(v_i) = u_i : R \rightarrow R$ est la non-linéarité inconnue de l'actionneur qui est supposée ici : une saturation, un backlash, une zone-morte, ou un backlash et une zone-morte en cascade, $y = [y_1, \dots, y_p]^T \in R^p$ est le vecteur des sorties, et $f_i(x), i = 1, \dots, p$ sont des fonctions non linéaires continues inconnues, et $g_{ij}(x), i, j = 1, \dots, p$ sont des fonctions non linéaires continues inconnues de classe C^1 .

Notons

$$y^{(r)} = \left[y_1^{(r_1)} \dots y_p^{(r_p)} \right]^T,$$

$$F(x) = \left[f_1(x) \dots f_p(x) \right]^T,$$

$$G(x) = \begin{bmatrix} g_{11}(x) & \dots & g_{1p}(x) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{p1}(x) & \dots & g_{pp}(x) \end{bmatrix}.$$

Donc, le système (5.1) peut être réécrit sous la forme compacte suivante

$$y^{(r)} = F(x) + G(x)u \quad (5.2)$$

où $u = N(v) = \left[N_1(v_1), \dots, N_p(v_p) \right]^T \in R^p$ est vecteur des sorties des actionneurs, $F(\cdot) \in R^p$ et $G(\cdot) \in R^{p \times p}$.

Notre objectif consiste à concevoir une loi de commande v qui force les sorties y_1, \dots, y_p à suivre les trajectoires de références prédéterminées y_{d1}, \dots, y_{dp} , tout en gardant la bornitude de tous les signaux du système en boucle fermée.

Hypothèse 5.1 :

1) Le vecteur d'état x est supposé disponible pour la mesure.

2) Le vecteur des trajectoires désirées, $x_d = \left[y_{d1}, \dot{y}_{d1}, \dots, y_{d1}^{(r_1)}, \dots, y_{dp}, \dot{y}_{dp}, \dots, y_{dp}^{(r_p)} \right]^T$, est supposé continu, borné et disponible pour la mesure. Donc, $x_d \in \Omega_{x_d} \subset R^{r+p}$, avec Ω_{x_d} est un ensemble compact connu.

Définissons les erreurs de poursuite comme suit

$$\begin{aligned} e_1 &= y_{d1} - y_1 \\ &\vdots \\ e_p &= y_{dp} - y_p \end{aligned} \quad (5.3)$$

et le vecteur des erreurs filtrées comme

$$S = \left[S_1, \dots, S_p \right]^T \quad (5.4)$$

avec

$$S_i = \left[\frac{d}{dt} + \lambda_i \right]^{r_i-1} e_i, \text{ pour } \lambda_i > 0, \forall i = 1, \dots, p. \quad (5.5)$$

(5.5) peut s'écrire comme suit

$$S_i = \lambda_i^{r_i-1} e_i + (r_i - 1) \lambda_i^{r_i-2} \dot{e}_i + \dots + (r_i - 1) \lambda_i e_i^{(r_i-2)} + e_i^{(r_i-1)}, \quad (5.6)$$

avec $i = 1, \dots, p$.

Notons que si nous choisissons $\lambda_i > 0$, avec $i = 1, \dots, p$, alors les zéros du polynôme $H_i(s) = \lambda_i^{r_i-1} + (r_i - 1) \lambda_i^{r_i-2} s + \dots + (r_i - 1) \lambda_i s^{r_i-2} + s^{r_i-1}$ correspondant à l'équation caractéristique de $S_i = 0$ sont tous dans le demi-plan gauche ouvert.

La relation (5.6) peut être écrite sous la forme compacte suivante

$$S_i = C_i^T E_i \quad (5.7)$$

avec

$$E_i = [e_i \ \dot{e}_i \ \dots e_i^{(r_i-2)} \ e_i^{(r_i-1)}]^T \quad (5.8)$$

$$C_i^T = [\lambda_i^{r_i-1} \ (r_i - 1) \lambda_i^{r_i-2} \ \dots \ (r_i - 1) \lambda_i \ 1] \quad (5.9)$$

Par conséquent, le vecteur S prend la forme suivante :

$$S = C^T E \quad (5.10)$$

où

$$C^T = \text{diag}[C_1^T \ C_2^T \ \dots \ C_p^T]_{(p \times r)} \quad (5.11)$$

$$E = [E_1^T \ E_2^T \ \dots \ E_p^T]^T_{(r \times 1)} \quad (5.12)$$

et la dynamique S_i est décrite par :

$$\dot{S}_i = C_{ri}^T E_i + e_i^{(r_i)}, \text{ et } i = 1, \dots, p \quad (5.13)$$

où

$$C_{ri}^T = [0 \ \lambda_i^{r_i-1} \ (r_i - 1) \lambda_i^{r_i-2} \ \dots \ 0.5(r_i - 1)(r_i - 2) \lambda_i^2 \ (r_i - 1) \lambda_i] \quad (5.14)$$

La dynamique de S peut s'écrire sous la forme compacte suivante

$$\dot{S} = C_r^T E + e^{(r)} \quad (5.15)$$

où

$$C_r^T = \text{diag}[C_{r1}^T \ C_{r2}^T \ \dots \ C_{rp}^T]_{(p \times r)} \quad (5.16)$$

$$e^{(r)} = \left[e_1^{(r_1)} \ e_2^{(r_2)} \ \dots \ e_p^{(r_p)} \right]^T \quad (5.17)$$

et

$$e^{(r)} = y_d^{(r)} - y^{(r)} \quad (5.18)$$

où $y^{(r)} = \left[y_1^{(r_1)} \ y_2^{(r_2)} \ \dots \ y_p^{(r_p)} \right]^T$ est précédemment défini, et

$$y_d^{(r)} = \left[y_{d1}^{(r_1)} \ y_{d2}^{(r_2)} \ \dots \ y_{dp}^{(r_p)} \right]^T, \quad (5.19)$$

De (5.18), on peut écrire (5.15) comme suit

$$\dot{S} = C_r^T E + y_d^{(r)} - y^{(r)} \quad (5.20)$$

Par la suite, (5.20) sera employé dans le développement des contrôleurs adaptatifs flous et l'analyse de la stabilité.

5.3 Conception de la commande adaptative floue

Dans cette section, deux schémas de commande adaptative floue sont développés pour deux classes différentes de systèmes MIMO non linéaires inconnus, à savoir :

- Systèmes MIMO avec saturation à l'entrée et une matrice de commande symétrique ou non symétrique dont les signes des principaux mineurs sont connus.
- Systèmes MIMO avec des non-linéarités inconnues de la l'actionneur (backlash, zone-morte, ou les deux en cascade) et une matrice de commande symétrique ou non symétrique de signe inconnu.

5.3.1 Conception de la commande adaptative floue pour des systèmes avec une saturation à l'entrée

5.3.1.1 Modèle de la saturation

Le modèle de la saturation avec une entrée v_i et une sortie u_i , dans la Figure 5.1, peut être décrit par

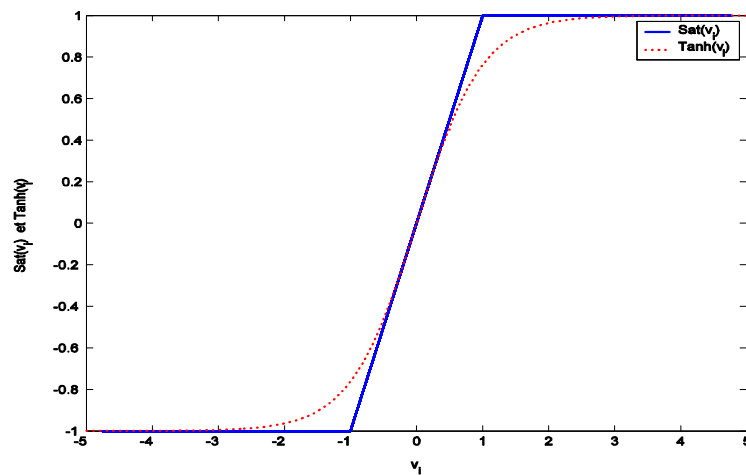
$$u_i = Sat_i(v_i)$$

$$= \begin{cases} v_i & , \text{pour } |v_i| \leq \bar{u}_i \\ \bar{u}_i \text{sign}(v_i) & , \text{pour } |v_i| > \bar{u}_i \end{cases} \quad (5.21)$$

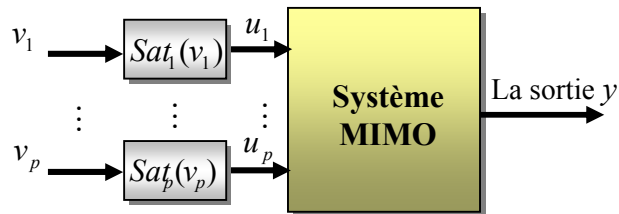
où $\bar{u}_i > 0$ est un paramètre de saturation.

Pour faciliter la conception de la commande des systèmes MIMO avec saturation, nous approchons la fonction saturation (5.21) par une fonction impaire continue $f_i(v_i)$ comme suit

$$v_i = \text{Sat}_i(v_i) = f_i(v_i) + d_{si}(v_i)$$



(a)



(b)

Figure 5.1: (a) Modèle de la saturation et son approximation par une fonction Tanh. (b) Système MIMO avec saturation à l'entrée.

La fonction $f_i(v_i)$ doit avoir des propriétés très similaires à celles de la fonction Sat qui sont :

$$(a) \quad 0 < \lambda_{li} \leq \frac{\partial f_i}{\partial v_i} < \lambda_{hi} \quad (5.22)$$

$$(b) \quad |f_i(v_i)| < \bar{u}_i \quad (5.23)$$

$$(c) \quad |d_{si}(v_i)| < d_{si}^* \quad (5.24)$$

où $\lambda_{li}, \lambda_{hi}, \bar{u}_i$, et d_{si}^* sont des constantes positives.

Remarque 5.1 : Notons qu'il existe plusieurs fonctions vérifiant les conditions (5.22)-(5.24),

telles que : $f_i(v_i) = \bar{u}_i \tanh(v_i / k_s)$, $f_i(v_i) = \frac{2}{\pi} \bar{u}_i \arctan(v_i / k_s)$, $f_i(v_i) = \bar{u}_i v_i / (v_i^2 + a_s)^{0.5}$,

etc., avec $k_s, a_s > 0$.

Les hypothèses suivantes sont considérées:

Hypothèse 5.2

a) la sortie de la saturation u_i (i.e. $Sat_i(v_i)$) n'est pas disponible pour la mesure. Le paramètre \bar{u}_i est inconnu.

b) Les fonctions $f_i(v_i)$ et $d_{si}(v_i)$ et les constantes $\lambda_{li}, \lambda_{hi}$, et d_{si}^* sont toutes inconnues.

Notons

$$f(v) = [f_1(v_1), f_2(v_2), \dots, f_p(v_p)]^T,$$

$$d_s(v) = [d_{s1}(v_1), d_{s2}(v_2), \dots, d_{sp}(v_p)]^T,$$

$$d_s^* = [d_{s1}^*, d_{s2}^*, \dots, d_{sp}^*]^T,$$

Donc, le vecteur des sorties des actionneurs peut être écrit par :

$$u = f(v) + d_s(v) \quad (5.25)$$

où $d(v)$ est un vecteur inconnu borné qui peut être traité comme des perturbations bornées.

$u = [u_1, \dots, u_p]^T = [Sat_1(v_1), \dots, Sat_p(v_p)]^T$ est le vecteur des sorties des actionneurs (i.e., des saturations) et rappelons que $v = [v_1, v_2, \dots, v_p]^T$ est le vecteur d'entrée.

Notons que l'on peut facilement généraliser la formulation (5.25) aux autres types de non-linéarités (comme la zone-morte, le Backlash et l'hystérésis)

5.3.1.2 Conception de la commande adaptative floue

En utilisant le Lemme 1.4, le système (5.2) peut être réécrit comme suit:

$$y^{(r)} = F(x) + G_s(x)DT(x)u \quad (5.26)$$

Pour le développement de la loi de commande, l'hypothèse suivante est nécessaire par la suite.

Hypothèse 5.3

a) $G(x)$ a des mineurs principaux non nuls et leurs signes sont connus.

b) $G_s(x)$ et $\frac{d}{dt}G_s^{-1}(x)$ sont composées des fonctions continues.

c) $\partial g_{ij}(x)/\partial y_j^{(r_j-1)} = 0$, $\forall i = 1, 2, \dots, p$, et $j = 1, 2, \dots, p$.

Remarque 5.2

a) Il est clair que le vecteur des trajectoires désirées doit être supposé choisi convenablement de telle sorte que la poursuite est réalisable (faisable).

b) L'Hypothèse 5.3 est moins forte comme il y a plusieurs systèmes physiques satisfont cette hypothèse (voir Remarques 4.3 et 4.1).

c) Comparées avec notre hypothèse, les hypothèses de modélisation faites dans [GAO06] sont très restrictives : e.g. la classe des systèmes MIMO considérée (i.e. les systèmes robotiques) est non large et les non-linéarités sont presque connues, et l'erreur d'approximation issue d'une estimation non adaptative est supposée bornée par une fonction connue.

De (5.26) et (5.20), la dynamique de S peut être écrite comme suit :

$$G_s^{-1}(x)\dot{S} = G_s^{-1}(x)[C_r^T E + y_d^{(r)} - F(x)] - DT(x)u \quad (5.27)$$

Posons $G_1(x) = G_s^{-1}(x)$, $F_1(x, u) = G_s^{-1}(x)[C_r^T E + y_d^{(r)} - F(x)] - [DT(x) - D]u$, (5.27) devient

$$G_1(x)\dot{S} = F_1(x, u) - Du \quad (5.28)$$

En utilisant (5.25), (5.28) devient

$$G_1(x)\dot{S} + \frac{1}{2}\dot{G}_1 S = F_2(x, u) - Df(v) - Dd_s(v) \quad (5.29)$$

où $F_2(x, u) = \frac{1}{2}\dot{G}_1 S + F_1(x, u)$.

A partir de (5.29), Nous pouvons voir que, dans la dynamique de S , il existe une fonction non affine en la commande v . Dans ce qui suit, pour concevoir la commande v , nous

suivrons les mêmes étapes comme dans le chapitre 3 ayant été consacré principalement aux systèmes non affines.

5.3.1.2.1 Définition de la commande idéale

Si les fonctions continues $F_2(x,u)$ et $f(v)$ sont connues, et si les Hypothèses 5.1-5.3 sont valides, donc selon le théorème des fonctions implicites, nous connaissons qu'il existe une commande idéale :

$$\begin{aligned} v^*(\bar{z}) &= [v_1^*(\bar{z}_1), \dots, v_p^*(\bar{z}_p)]^T = f^{-1}(D[F_2(x,u) + K_1S + K_0\text{Sign}(S)]) \\ &= Df^{-1}([F_2(x,u) + K_1S + K_0\text{Sign}(S)]) \end{aligned} \quad (5.30)$$

où $K_0 = \text{Diag}[k_{01}, k_{02}, \dots, k_{0p}]$ et $K_1 = \text{Diag}[k_{11}, k_{12}, \dots, k_{1p}]$, avec $k_{0i} \geq d_{si}^*$, $i = 1 \dots p$.

Dues aux propriétés des matrices D et $T(x)$ et donc à celles de la fonction $F_1(x,u)$, les arguments d'entrée \bar{z}_i des fonctions v_i^* peuvent être choisis comme suit :

$$\begin{aligned} \bar{z}_1 &= [x^T, S^T, v_2, \dots, v_p]^T \\ \bar{z}_2 &= [x^T, S^T, v_3, \dots, v_p]^T \\ &\vdots \\ \bar{z}_{p-1} &= [x^T, S^T, v_p]^T \\ \bar{z}_p &= [x^T, S^T]^T \end{aligned} \quad (5.31)$$

Cela implique que dans les commandes v_i^* , le problème de la boucle algébrique n'aura pas lieu.

En remplaçant cette loi de commande dans la dynamique (5.29), nous obtenons :

$$G_1(x)\dot{S} + \frac{1}{2}\dot{G}_1S = -K_1S - K_0\text{Sign}(S) - Dd_s(v) \quad (5.32)$$

A partir de (5.32), d'une manière similaire à la section 4.3.1.2, nous pouvons aisément démontrer via le lemme de Barbalat's que $S_i(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$. Par conséquent, les erreurs de poursuite et leurs dérivées convergent vers zéro, i.e. $e_i^{(j)}(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$ pour $i = 1 \dots p$ et $j = 0, 1, \dots, r_i - 1$. \square

5.3.1.2.2 Conception de la commande et la loi d'adaptation

Bien que l'utilisation du contrôleur idéal (5.30) nous permet de réaliser les objectifs de commande, *une telle loi ne peut pas être utilisée puisque les fonctions $F_2(x,u)$ et $f(v)$ sont en fait inconnues.*

Pour faciliter la conception de la commande adaptative, nous appliquons le théorème de la valeur moyenne [KHA96], comme suit :

$$f(v) = f(v^*) + f_{v_\lambda}(v - v^*) \quad (5.33)$$

où

$$f_{v_\lambda} = \text{Diag}[f_{v_{\lambda 1}}, f_{v_{\lambda 2}}, \dots, f_{v_{\lambda p}}] = \left. \frac{\partial f(\bar{v})}{\partial \bar{v}} \right|_{\bar{v} = v_\lambda} \quad (5.34)$$

avec $v_\lambda = \lambda_0 v + (1 - \lambda_0)v^*$, et $0 < \lambda_0 < 1$.

D'après (5.33) et (5.34), la dynamique (5.29) peut s'écrire comme suit :

$$G_1(x)\dot{S} + \frac{1}{2}\dot{G}_1 S = -Df_{v_\lambda}(v - v^*) - K_1 S - K_0 \text{Sign}(S) - Dd_s(v) \quad (5.35)$$

Définissons les ensembles compacts suivants

$$\Omega_{\bar{z}_i} = \left\{ [x^T, S^T, v_{i+1}, \dots, v_p]^T \mid x \in \Omega_x \subset R^r, x_d \in \Omega_{x_d} \right\}, \quad i = 1, 2, \dots, p-1,$$

$$\Omega_{\bar{z}_p} = \left\{ [x^T, S^T] \mid x \in \Omega_x \subset R^r, x_d \in \Omega_{x_d} \right\}.$$

Par la suite, l'approximation floue de $v_i^*(\bar{z}_i)$ sera utilisée pour développer un contrôleur adaptatif.

La fonction non linéaire $v_i^*(\bar{z}_i)$ peut être approchée, sur un ensemble $\Omega_{\bar{z}_i}$, par les systèmes flous (1.40) comme suit :

$$\hat{v}_i(\bar{z}_i, \theta_i) = \theta_i^T \psi_i(\bar{z}_i), \quad i = 1, \dots, p, \quad (5.36)$$

où $\psi_i(\bar{z}_i)$ est le vecteur des fonctions floues de base supposé convenablement choisi a priori par le concepteur, et θ_i est le vecteur des paramètres ajustés du système flou.

Définissons

$$\theta_i^* = \arg \min_{\theta_i} \left[\sup_{\bar{z}_i \in \Omega_{\bar{z}_i}} |v_i^*(\bar{z}_i) - \hat{v}_i(\bar{z}_i, \theta_i)| \right] \quad (5.37)$$

comme un vecteur des paramètres optimaux de θ_i .

Dénotons par

$$\tilde{\theta}_i = \theta_i - \theta_i^*, \text{ avec } i = 1, \dots, p$$

les erreurs d'estimation paramétrique, et

$$\varepsilon_i(\bar{x}) = v_i^*(\bar{z}_i) - \hat{v}_i(\bar{z}_i, \theta_i^*) \quad (5.38)$$

les erreurs d'approximation floue, où $\hat{v}_i(\bar{z}_i, \theta_i^*) = \theta_i^{*T} \psi_i(\bar{z}_i)$.

Selon le théorème des approximateurs universels [WAN92, WAN94], nous avons :

$$|\varepsilon_i(\bar{z}_i)| \leq \bar{\varepsilon}_i, \quad \forall \bar{z}_i \in \Omega_{\bar{z}_i},$$

où $\bar{\varepsilon}_i$ est une constante positive inconnue.

Maintenant, Notons

$$v(\bar{z}, \theta) = \theta^T \psi(\bar{z}) = [\hat{v}_1(\bar{z}_1, \theta_1) \dots \hat{v}_p(\bar{z}_p, \theta_p)]^T,$$

$$\varepsilon(\bar{z}) = [\varepsilon_1(\bar{z}_1) \dots \varepsilon_p(\bar{z}_p)]^T,$$

$$\bar{\varepsilon} = [\bar{\varepsilon}_1 \dots \bar{\varepsilon}_p]^T.$$

De l'analyse ci-dessus, nous avons

$$\begin{aligned} \hat{v}(\bar{z}, \theta) - v^*(\bar{z}) &= \hat{v}(\bar{z}, \theta) - \hat{v}(\bar{z}, \theta^*) + \hat{v}(\bar{z}, \theta^*) - v^*(\bar{z}), \\ &= \hat{v}(\bar{z}, \theta) - \hat{v}(\bar{z}, \theta^*) - \varepsilon(\bar{z}), \\ &= \tilde{\theta}^T \psi(\bar{z}) - \varepsilon(\bar{z}). \end{aligned} \quad (5.39)$$

où $\tilde{\theta}^T \psi(\bar{z}) = [\tilde{\theta}_1^T \psi_1(\bar{z}_1), \tilde{\theta}_2^T \psi_2(\bar{z}_2), \dots, \tilde{\theta}_p^T \psi_p(\bar{z}_p)]^T$, et $\tilde{\theta}_i = \theta_i - \theta_i^*$, $i = 1, \dots, p$.

La loi de commande proposée est la suivante :

$$\begin{aligned} v &= D[\hat{v}(\bar{z}, \theta) + \rho \text{Sign}(S)] \\ &= D[\theta^T \psi(\bar{z}) + \rho \text{Sign}(S)] \end{aligned} \quad (5.40)$$

où $\hat{v}(\bar{z}, \theta) = \theta^T \psi(\bar{z}) = [\theta_1^T \psi_1(\bar{z}_1), \theta_2^T \psi_2(\bar{z}_2), \dots, \theta_p^T \psi_p(\bar{z}_p)]^T$, et $\rho = \text{Diag}[\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_p]$, avec $\rho_i > 0, i = 1, \dots, p$, des paramètres de conception qui seront définis plus tard. Rappelons que $D = \text{diag}[D_{ii}]$, $i = 1, \dots, p$.

En appliquant le contrôleur (5.40) au système (5.2) (i.e. en remplaçant (5.40) dans la dynamique de l'erreur S (5.35)), et en utilisant l'expression (5.39), nous obtenons :

$$G_1(x)\dot{S} + \frac{1}{2}\dot{G}_1S = -K_1S - K_0\text{Sign}(S) - f_{v_\lambda}\tilde{\theta}^T\psi(\bar{z}) - f_{v_\lambda}\rho\text{Sign}(S) + f_{v_\lambda}\varepsilon(\bar{z}) - Dd_s(v) \quad (5.41)$$

En multipliant (5.41) par S^T , il résulte

$$S^TG_1(x)\dot{S} + \frac{1}{2}S^T\dot{G}_1S = -S^TK_1S - K_0|S| - \sum_{i=1}^p S_i f_{v_{\lambda_i}} \tilde{\theta}_i^T \psi_i(\bar{z}_i) - \sum_{i=1}^p \rho_i f_{v_{\lambda_i}} |S_i| + \sum_{i=1}^p S_i (f_{v_{\lambda_i}} \varepsilon_i(\bar{z}_i) - g d_{s_i}(v_i)) \quad (5.42)$$

où $g = D_{ii}$, $\forall i = 1, 2, \dots, p$.

L'estimation des paramètres θ_i suit la loi intégrale à σ -modification suivante :

$$\dot{\theta}_i = -\sigma_i \gamma_i \theta_i + \gamma_i \varphi_i(S_i) \psi_i(\bar{z}_i), \quad (5.43)$$

où γ_i et $\sigma_i > 0$ sont des constantes de conception. La fonction φ_i , qui est une fonction de l'erreur S_i , doit être conçue de telle sorte que les conditions suivantes $|\varphi_i(S_i)| \leq 1$ et $\partial\varphi_i / \partial S_i > 0$ soient toujours satisfaites. Rappelons que nous avons déjà donné dans le chapitre 3 quelques exemples pour la conception de cette fonction.

5.3.1.2.3 Analyse de la stabilité

Les résultats suivants concluent la stabilité du système en bouclé fermée.

Théorème 5.1 : *Considérons le système (5.1). Si les Hypothèses 5.1-5.3 sont satisfaites, alors la loi de commande définie par (5.40) avec sa loi d'adaptation (5.43) garantit les propriétés suivantes :*

- *Le système en boucle fermé est stable.*
- *Tous les signaux du système en boucle fermée sont UUB.*

Preuve du Théorème 5.1 :

Considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante

$$V = \frac{1}{2}S^TG_1(x)S + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^p \frac{1}{\gamma_i} \tilde{\theta}_i^T \tilde{\theta}_i \quad (5.44)$$

Sa dérivée temporelle est donnée par

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S^TG_1(x)\dot{S} + \frac{1}{2}S^T\dot{G}_1(x)S + \sum_{i=1}^p \frac{1}{\gamma_i} \tilde{\theta}_i^T \dot{\theta}_i \\ &\leq -S^TK_1S - \sum_{i=1}^p S_i f_{v_{\lambda_i}} \tilde{\theta}_i^T \psi_i(\bar{z}_i) + \sum_{i=1}^p \varphi_i(S_i) \tilde{\theta}_i^T \psi_i(\bar{z}_i) + \left(-\sum_{i=1}^p f_{v_{\lambda_i}} (\rho_i - (\bar{\varepsilon}_i + b_i^{-1} d_{s_i}^*)) |S_i| \right) \end{aligned}$$

$$-\sum_{i=1}^p \sigma_i \tilde{\theta}_i^T \theta_i \quad (5.45)$$

Si nous choisissons $\rho_i \geq \bar{\varepsilon}_i + b_i^{-1} d_{si}^*$ et en employant l'inégalité $2\tilde{\theta}_i^T \theta_i \geq \|\tilde{\theta}_i\|^2 - \|\theta_i^*\|^2$, (5.45)

peut se réécrire comme suit

$$\dot{V} \leq -S^T K_1 S + \sum_{i=1}^p \kappa_i |S_i| \|\tilde{\theta}_i\| - \frac{\sigma_i}{2} \sum_{i=1}^p \|\tilde{\theta}_i\|^2 + \frac{\sigma_i}{2} \sum_{i=1}^p \|\theta_i^*\|^2 + \sum_{i=1}^p \|\psi_i(\bar{z}_i)\| \|\tilde{\theta}_i\| \quad (5.46)$$

$$\kappa_i = \lambda_{ni} \sup_t (\|\psi_i(\bar{z}_i)\|),$$

En remplaçant les inégalités suivantes dans (5.46),

$$\begin{aligned} \kappa_i |S_i| \|\tilde{\theta}_i\| &\leq \frac{\kappa_i^2}{4\eta_{1i}} \|S_i\|^2 + \eta_{1i} \|\tilde{\theta}_i\|^2 \\ \|\psi_i(\bar{z}_i)\| \|\tilde{\theta}_i\| &\leq \frac{1}{4\eta_{2i}} \|\psi_i(\bar{z}_i)\|^2 + \eta_{2i} \|\tilde{\theta}_i\|^2 \end{aligned}$$

où η_{1i} et η_{2i} sont des constantes positives de choix libre, nous obtenons

$$\dot{V} \leq -\sum_{i=1}^p (k_{ii} - \bar{k}_{ii}) \|S_i\|^2 - \sum_{i=1}^p \frac{(\sigma_i - \bar{\sigma}_i)}{2} \|\tilde{\theta}_i\|^2 + \sum_{i=1}^p \frac{\sigma_i}{2} \|\theta_i^*\|^2 + \sum_{i=1}^p \frac{1}{4\eta_{2i}} \|\psi_i(\bar{z}_i)\|^2 \quad (5.47)$$

En choisissant $k_{ii} > \bar{k}_{ii} = \kappa_i^2 / 4\eta_{1i}$, et $\sigma_i > \bar{\sigma}_i = 2(\eta_{1i} + \eta_{2i})$, Nous garantissons que \dot{V} est négatif aussi longtemps que S_i est en dehors de d'ensemble compact Ω_{S_i} défini comme suit

$$\Omega_{S_i} = \left\{ S_i \mid \|S_i\| \leq \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^p \frac{\sigma_i}{2} \|\theta_i^*\|^2 + \sum_{i=1}^p \frac{\bar{\alpha}_{\psi_i}}{4\eta_{2i}}}{2(k_{ii} - \bar{k}_{ii})}} \right\} \quad (5.48)$$

où $\bar{\alpha}_{\psi_i} = \sup_t (\|\psi_i(\bar{z}_i)\|^2)$. Selon le théorème standard de Lyapunov [IOA96], nous pouvons conclure que l'erreur S_i est bornée et converge à l'ensemble compact Ω_{S_i} . De plus, *le rayon de cet ensemble* peut être rendu arbitrairement petit si k_{ii} est choisi suffisamment grand.

Le vecteur $\tilde{\theta}_i$ est pareillement borné et converge à $\Omega_{\tilde{\theta}_i}$ qui est défini comme

$$\Omega_{\tilde{\theta}_i} = \left\{ \tilde{\theta}_i \mid \|\tilde{\theta}_i\| \leq \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^p \sigma_i \|\theta_i^*\|^2 + \sum_{i=1}^p \frac{\bar{\alpha}_{\psi_i}}{2\eta_{2i}}}{(\sigma_i - \bar{\sigma}_i)}} \right\} \quad (5.49)$$

Puisque $\theta_i^* \in L_\infty$, nous pouvons montrer facilement que la bornitude $\tilde{\theta}_i$ garantit celle de θ_i . Finalement, nous remarquons que $\psi_i(\bar{z}_i)$, et $\theta_i \in L_\infty$. D'où, $v_i \in L_\infty$. Ceci termine la preuve du théorème. \square

Remarque 5.3 : La loi d'adaptation (5.43) peut être reformulée comme suit

$$\theta_i = L_i(p)[\gamma_i \varphi_i(S_i) \psi_i(\bar{z}_i)] \quad (5.50)$$

où $L_i(p) = \frac{1}{p + \gamma_i \sigma_i}$ est un filtre stable.

Notons que puisque le terme $\gamma_i \varphi_i(S_i) \psi_i(\bar{z}_i)$ est toujours borné et $L_i(p)$ est stable, alors le vecteur θ_i peut être assuré toujours borné.

Remarque 5.4 : Dans [GAO06], la fonction de saturation a été approximée comme suit :

$$Sat(v) = v + \delta(v)$$

où $\delta(v)$ est l'effet de la saturation qui a été compensé via un RN adaptatif. Il est très clair que si v est conçue naturellement bornée, par exemple comme dans notre cas. Donc, le terme $\delta(v)$ est toujours borné et dans ce cas, son effet peut être compensé via le terme de commande robuste suivant : $\hat{\delta} = -\rho \text{sign}(s)$.

Remarque 5.5 : Dans notre contrôleur, le terme principal de la commande est adaptatif. Le terme de commande robuste $\hat{\delta} = -\rho \text{sign}(s)$ a pour but de compenser les erreurs d'approximation floue et d'éviter ainsi la saturation de la commande. Notons que la saturation est bien due à l'action intégrale existant dans la loi d'adaptation. Ajouter un terme de commande robuste à l'entrée, cela signifie la diminution de l'erreur de poursuite (comme ce terme introduit dans la fonction de Lyapunov un terme négatif), et donc diminuer la norme $\|\theta_i\|$ (on peut démontrer cela via l'équation (5.50) et la nature croissante de la fonction φ_i) et d'éviter ainsi la saturation de la commande.

5.3.1.3 Résultats de simulation

Pour illustrer les performances de cette approche de commande, nous considérons la commande en poursuite d'un robot manipulateur à deux degrés de liberté. Le modèle de ce robot manipulateur avec la prise en compte de la saturation de l'actionneur est donné par :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix}^{-1} \left\{ \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -h\dot{q}_2 & -h(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ h\dot{q}_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{pmatrix} \right\}, \\ \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} Sat_1(v_1) \\ Sat_2(v_2) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.51)$$

Notons que le reste des détails de ce modèle sont donné dans la section 4.3.1.3. Les paramètres de la saturation sont choisis comme suit : $\bar{u}_1 = 7.5$ et $\bar{u}_2 = 3.2$.

Deux systèmes flous $(\theta_1^T \psi_1(\bar{z}_1), \theta_2^T \psi_2(\bar{z}_2))$ sont employés pour implémenter le contrôleur, avec $\bar{z}_1 = [q_1, \dot{q}_1, q_2, \dot{q}_2, v_2]^T$, et $\bar{z}_2 = [q_1, \dot{q}_1, q_2, \dot{q}_2]^T$. Pour chaque entrée des deux systèmes flous adaptatifs, nous définissons trois fonctions d'appartenance triangulaires uniformément perturbées sur les intervalles $[-2,2]$ pour q_1, \dot{q}_1, q_2 , et \dot{q}_2 , et $[-25,25]$ pour v_2 .

Les paramètres de conception sont choisis comme suit : $\gamma_1 = \gamma_2 = 5000$, $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.01$. Les conditions initiales sont fixés comme: $x(0) = [0.5 \ 0 \ 0.5 \ 0]$, $\theta_1(0) = \underline{0}$ et $\theta_2(0) = \underline{0}$ où $\underline{0}$ est le vecteur nul.

Les Figures 5.2 et 5.3 présentent respectivement les résultats de simulation, avec et sans compensation de la saturation (i.e. respectivement pour $\rho_1 = \rho_2 = 0$ et $\rho_1 = \rho_2 = 5$). D'après ces figures, nous pouvons constater que le terme de commande robuste arrive à empêcher la commande à se saturer. Nous remarquons aussi que les erreurs de poursuite convergent vers zéro et les normes des paramètres ajustés ($\|\theta_i\|$, $i=1,2$) sont bornées.

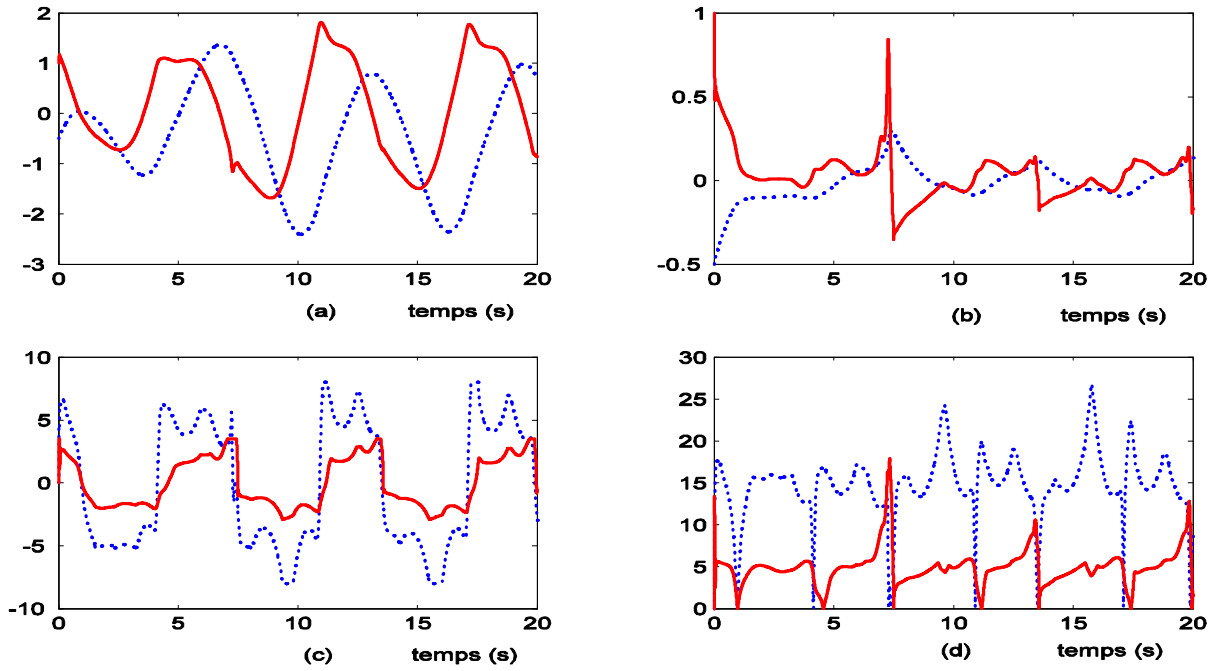


Figure 5.2: Résultats de simulation sans compensation de la saturation. (a) Erreurs de poursuite de la liaison 1: e_1 (trait pointillé) et \dot{e}_1 (trait continu). (b) Erreurs de poursuite de la liaison 2: e_2 (trait pointillé) et \dot{e}_2 (trait continu). (c) les commandes : v_1 (trait pointillé) et v_2 (trait continu) (d). Norme des paramètres : $\|\theta_1\|$ (trait pointillé), et $\|\theta_2\|$ (trait continu).

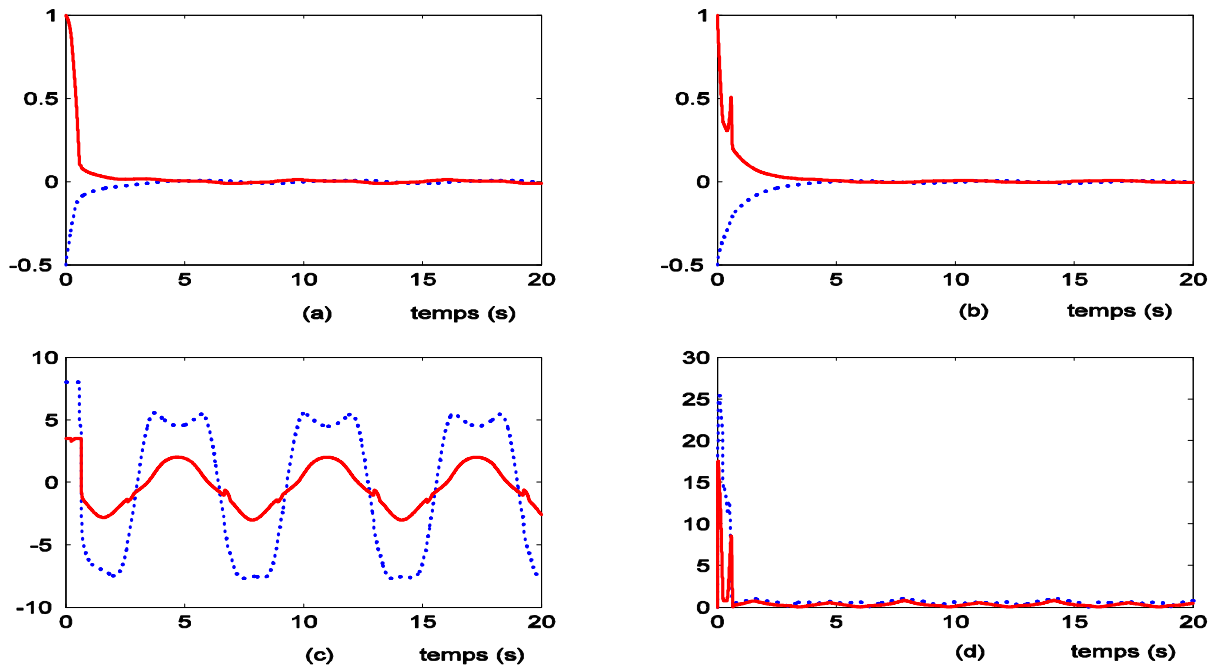


Figure 5.3: Résultats de simulation avec compensation de la saturation. (a) Erreurs de poursuite de la liaison 1: e_1 (trait pointillé) et \dot{e}_1 (trait continu). (b) Erreurs de poursuite de la liaison 2: e_2 (trait pointillé) et \dot{e}_2 (trait continu). (c) Commandes : v_1 (trait pointillé) et v_2 (trait continu) (d). Norme des paramètres : $\|\theta_1\|$ (trait pointillé), et $\|\theta_2\|$ (trait continu).

5.3.2 Conception de la commande adaptative floue pour des systèmes avec zone-morte et/ou hystérésis à l'entrée

5.3.2.1 Non-linéarités de l'actionneur

Dans cette section, nous décrivons les autres types de non-linéarités de l'actionneur $N_i(v_i)$ à savoir : la zone-morte et/ou l'hystérésis de type backlash.

5.3.2.1.1 Modèle de la zone-morte

Un modèle de zone-morte avec une entrée v_i et une sortie u_i , dans la Figure 5.4, peut être décrit par

$$u_i = DZ_i(v_i) = \begin{cases} m_{ri}(v_i - b_{ri}), & \text{for } v_i \geq b_{ri} \\ 0, & \text{for } b_{li} < v_i < b_{ri} \\ m_{li}(v_i - b_{li}), & \text{for } v_i \leq b_{li} \end{cases} \quad (5.52)$$

où $b_{ri} > 0$, $b_{li} < 0$ et $m_{ri} > 0$, $m_{li} > 0$ sont respectivement les paramètres et les pentes de la zone morte.

Afin d'étudier les caractéristiques de la zone-morte dans les problèmes de commande, les suppositions suivantes sont faites :

Hypothèse 5.4

- a) La sortie de la zone-morte (i.e. de l'actionneur) $u_i = DZ_i(v_i)$ n'est pas mesurable.
- b) la pente gauche et celle de droite sont égales, i.e. $m_{ri} = m_{li} = m_i$.
- c) les paramètres de la zone-morte b_{ri} , b_{li} , et m_i sont constants, bornés et inconnus, mais leurs signes sont supposés connus, i.e. $b_{ri} > 0$, $b_{li} < 0$ et $m_i > 0$.

Donc, nous pouvons réécrire le modèle de la zone-morte comme suit [BOU08h]

$$u_i = DZ_i(v_i) = m_i v_i + d_{di}(v_i) \quad (5.53)$$

où $d_{di}(v_i)$ est une fonction bornée et définie par

$$d_{di}(v_i) = \begin{cases} -m_i b_{ri}, & \text{for } v_i \geq b_{ri} \\ -m_i v_i, & \text{for } b_{li} < v_i < b_{ri} \\ -m_i b_{li}, & \text{for } v_i \leq b_{li} \end{cases} \quad (5.54)$$

et $|d_{di}(v_i)| \leq d_{di}^*$, d_{di}^* est une constante positive inconnue.

Maintenant, notons

$$d_d(v) = [d_{d1}(v_1), d_{d2}(v_2), \dots, d_{dp}(v_p)]^T,$$

$$d_d^* = [d_{d1}^*, d_{d2}^*, \dots, d_{dp}^*]^T,$$

$$M = \text{diag}[m_1, m_2, \dots, m_p].$$

Donc, le vecteur des sortie des zone-mortes peut être exprimé par

$$u = Mv + d_d(v) \quad (5.55)$$

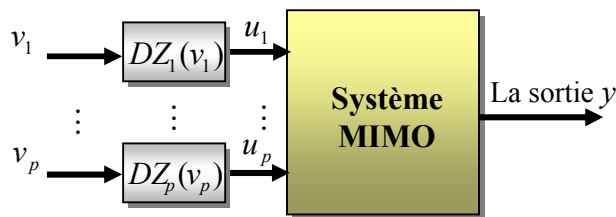
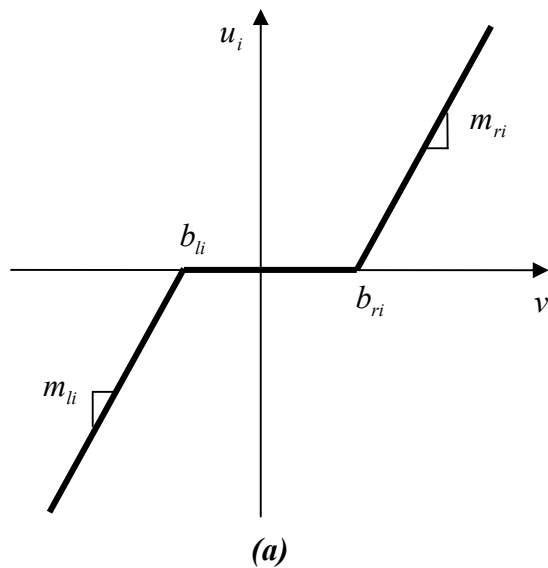


Figure 5.4: (a) Modèle de la zone-morte. (b) Système MIMO avec des non-linéarités de type zone-morte.

où $d_d(v)$ est un vecteur borné inconnu qui peut être traité comme des perturbations bornés.

$u = [u_1, \dots, u_p]^T = [DZ_1(v_1), \dots, DZ_p(v_p)]^T$ le vecteur des sorties des zone-mortes et rappelons que $v = [v_1, v_2, \dots, v_p]^T$ est le vecteur d'entrée.

5.3.2.1.2 Modèle du Backlash

Considérons un hystérésis de type backlash, utilisé dans [SU00, SU03, ZHO04, WEN07, BOU08g], décrit par le modèle dynamique continu suivant

$$\frac{du_i}{dt} = a_i \left| \frac{dv_i}{dt} \right| (c_i v_i - u_i) + h_i \frac{dv_i}{dt} \quad (5.56)$$

où a_i, c_i , et h_i sont des constantes, $c_i > 0$ est la pente des lignes devant satisfaire $c_i > h_i$. u_i , v_i sont respectivement la sortie et l'entrée du backlash.

Selon l'analyse fait dans [SU00], cette équation dynamique peut être explicitement résolue comme suit

$$u_i = BH_i(v_i) = c_i v_i + d_{hi}(v_i) \quad (5.57)$$

$$d_{hi}(v_i) = [u_i(0) - c_i v_i(0)] e^{-a_i(v_i - v_i(0)) \text{sign}(\dot{v}_i)} + e^{-a_i v_i \text{sign}(\dot{v}_i)} \int_{v_i(0)}^{v_i} [h_i - c_i] e^{a_i \zeta \text{sign}(\dot{v}_i)} d\zeta \quad (5.58)$$

La solution (5.57-5.58) indique que l'équation dynamique (5.56) peut être employée, [SU00], pour modéliser une classe d'hystérésis de type backlash comme montré dans la Figure 5.5, où $a_i = 1, c_i = 3.1635$, et $h_i = 0.345$, avec un signal d'entrée $v_i = 6.5 \sin(2.3t)$ et la condition initiale $v_i(0) = 0$. Quant à $d_{hi}(v_i)$, elle est bornée comme montrée dans [SU00].

Notons

$$d_h(v) = [d_{h1}(v_1), d_{h2}(v_2), \dots, d_{hp}(v_p)]^T,$$

$$d_h^* = [d_{h1}^*, d_{h2}^*, \dots, d_{hp}^*]^T, \text{ avec } d_{hi}^* \geq |d_{hi}(v_i)|,$$

$$C = \text{diag}[c_1, c_2, \dots, c_p].$$

Donc, la version vectorielle de (5.57) peut être écrite comme suit :

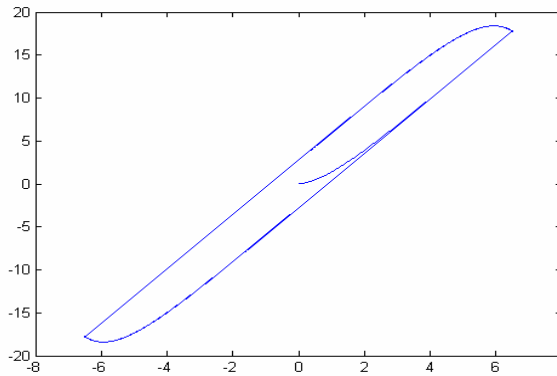
$$u = Cv + d_h(v) \quad (5.59)$$

où $v = [v_1, \dots, v_p]^T$ est le vecteur d'entrée, $u = [u_1, \dots, u_p]^T = [BH_1(v_1), \dots, BH_p(v_p)]^T$ est le vecteur des sorties des backlash et $d_h(v)$ est un vecteur borné inconnu qui peut être traité comme des perturbations bornées [SU00, SU03, ZHO04, WEN07, BOU08g].

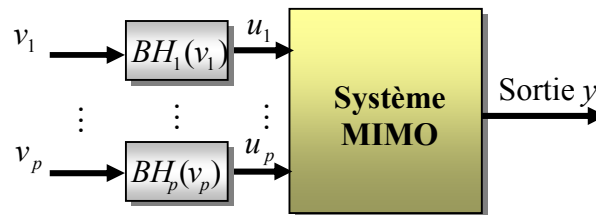
Les suppositions suivantes sont faites sur le modèle du Backlash.

Hypothèse 5.5

- a) la sortie de l'hystérésis u_i (i.e. $BH_i(v_i)$) n'est pas mesurable.
- b) les paramètres a_i, c_i , et h_i sont inconnus.
- c) la borne de $d_{hi}(v_i)$ est inconnue.



(a)



(b)

Figure 5.5: (a) Courbe du Backlash. (b) Système MIMO avec Backlash.

5.3.2.1.3 Backlash et zone-morte en cascade

Nous supposons maintenant qu'il y a deux non-linéarités en cascade avec un système MIMO non linéaire inconnu, comme le montre la Figure 5.6. Sous les Hypothèses 5.4-5.5, et en utilisant les résultats des sections 5.3.2.1.1 et 5.3.2.1.2, nous pouvons facilement montrer que l'expression u_i peut être exprimée comme suit

$$u_i = c_i m_i v_i + d_{dhi}(v_i) \tag{5.60}$$

où $d_{dhi}(v_i) = m_i d_{hi}(v_i) + d_{di}(v_i)$, rappelons que m_i, c_i sont des paramètres inconnus définis précédemment. Puisque $d_{hi}(v_i)$, et $d_{di}(v_i)$ sont des termes bornés, alors le terme inconnu $d_{dhi}(v_i)$ est aussi borné.

Maintenant, notons

$$d_{dh}(v) = [d_{dh1}(v_1), d_{dh2}(v_2), \dots, d_{dhp}(v_p)]^T,$$

$$d_{dh}^* = [d_{dh1}^*, d_{dh2}^*, \dots, d_{dhp}^*]^T, \text{ avec } d_{dhi}^* \geq |d_{dhi}(v_i)|.$$

Donc, l'expression du vecteur des sorties des zone-mortes, i.e. u , peut être donnée par

$$u = CMv + d_{dh}(v) \quad (5.61)$$

où $v = [v_1, \dots, v_p]^T$ est le vecteur d'entrée, et $d_{dh}(v)$ un vecteur inconnu borné qui peut être traité comme des perturbations bornées.

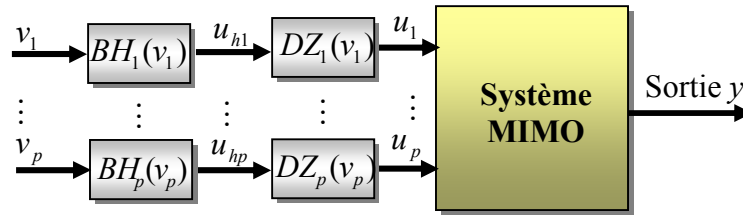


Figure 5.6: Système MIMO non linéaire avec des non-linéarités à l'entrée.

5.3.2.2 Conception de la commande adaptative floue

En utilisant le Lemme 1.4, le système (5.2) peut être réécrit comme suit

$$y^{(r)} = F(x) + G_s(x)DT(x)u \quad (5.62)$$

Pour faciliter la conception de la commande et l'analyse de la stabilité, les suppositions réalistes suivantes sont considérées :

Hypothèse 5.6

a) Le signe de $G(x)$ est inconnu, mais elle doit être définie positive ou négative.

b) $G_s(x)$ et $\frac{d}{dt}G_s^{-1}(x)$ sont composées des fonctions continues.

$$c) \partial g_{ij}(x) / \partial y_j^{(r_j-1)} = 0, \forall i = 1, 2, \dots, p, \text{ et } j = 1, 2, \dots, p.$$

5.3.2.2.1 Modèle unifié des non-linéarités

En utilisant les résultats ci-dessus, nous pouvons écrire en générale la sortie des non-linéarités de l'actionneur (zone-morte, Backlash, ou les deux en cascade) comme suit :

$$u_i = N_i(v_i) = b_i v_i + d_i(v_i), \forall i = 1, 2, \dots, p \quad (5.63)$$

où b_i est un paramètre positif inconnu et $d_i(v_i)$ est une fonction non linéaire caractérisant la non-linéarité de l'actionneur. Nous avons aussi $|d_i(v_i)| \leq d_i^*$, avec d_i^* est une constante positive inconnue.

Maintenant, notons

$$d(v) = [d_1(v_1), d_2(v_2), \dots, d_p(v_p)]^T;$$

$$d^* = [d_1^*, d_2^*, \dots, d_p^*]^T;$$

$$B = \text{diag}[b_1, b_2, \dots, b_p].$$

Donc, l'équation (5.63) peut être écrite comme suit :

$$u = N(v) = Bv + d(v) \quad (5.64)$$

où B est une matrice diagonale définie positive inconnue, et $d(v)$ est un vecteur borné inconnu.

5.3.2.2.2 Conception de la commande et la loi d'adaptation

A partir des équations (5.62) et (5.20), la dynamique de l'erreur S peut être exprimée par

$$G_s^{-1}(x)\dot{S} = G_s^{-1}(x)[C_r^T E + y_d^{(r)} - F(x)] - DT(x)u \quad (5.65)$$

Posons $G_1(x) = G_s^{-1}(x)$, $F_1(x, u) = G_s^{-1}(x)[C_r^T E + y_d^{(r)} - F(x)] - [DT(x) - D]u$, l'équation (5.65) devient

$$G_1(x)\dot{S} = F_1(x, u) - Du \quad (5.66)$$

En utilisant (5.64), (5.66) peut être arrangée comme suit

$$G_2(x)\dot{S} = -\frac{1}{2}\dot{G}_2 S + \alpha(\bar{z}) - Dv - B^{-1}Dd(v) \quad (5.67)$$

où $G_2(x) = B^{-1}G_1(x)$ et $\alpha(\bar{z}) = [\alpha_1(\bar{z}_1), \alpha_2(\bar{z}_2), \dots, \alpha_p(\bar{z}_p)]^T = B^{-1}F_1(x, u) + \frac{1}{2}\dot{G}_2(x)S$, avec $\bar{z} = [\bar{z}_1^T, \bar{z}_2^T, \dots, \bar{z}_p^T]^T$, les vecteurs \bar{z}_i seront définis par la suite. Maintenant, nous supposons que tous les éléments b_i sont égaux, donc la matrice $G_2(x) = B^{-1}G_1(x)$ est symétrique et définie positive. Cette propriété importante de $G_2(x)$ sera par la suite exploitée dans l'analyse de la stabilité.

D'une manière similaire au contrôleur flou développé dans la section 4.3.2.1, les vecteurs \bar{z}_i peuvent être choisis comme suit

$$\begin{aligned}\bar{z}_1 &= [x^T, S^T, v_2, \dots, v_p]^T \\ \bar{z}_2 &= [x^T, S^T, v_3, \dots, v_p]^T \\ &\vdots \\ \bar{z}_{p-1} &= [x^T, S^T, v_p]^T \\ \bar{z}_p &= [x^T, S^T]^T\end{aligned}\tag{5.68}$$

Maintenant, définissons les ensembles compacts suivants

$$\begin{aligned}\Omega_{z_i} &= \{[x^T, S^T, v_{i+1}, \dots, v_p]^T \mid x \in \Omega_x \subset R^r, x_d \in \Omega_{x_d}\}, \quad i = 1, 2, \dots, p-1, \\ \Omega_{z_p} &= \{[x^T, S^T] \mid x \in \Omega_x \subset R^r, x_d \in \Omega_{x_d}\}.\end{aligned}\tag{5.69}$$

La fonction non-linéaire inconnue $\alpha_i(\bar{z}_i)$ peut être estimée, sur l'ensemble compact Ω_{z_i} , par le système flou (1.40) comme suit :

$$\hat{\alpha}_i(\bar{z}_i, \theta_i) = \theta_i^T \psi_i(\bar{z}_i), \quad i = 1, \dots, p,\tag{5.70}$$

où $\psi_i(\bar{z}_i)$ est le vecteur des fonctions floues de base qui est fixé à priori par le concepteur, et θ_i est le vecteur des paramètres ajustés du système flou.

Définissons les paramètres optimaux comme suit

$$\theta_i^* = \arg \min_{\theta_i} \left[\sup_{\bar{z}_i \in \Omega_{z_i}} |\alpha_i(\bar{z}_i) - \hat{\alpha}_i(\bar{z}_i, \theta_i)| \right]\tag{5.71}$$

Dénotons par

$$\tilde{\theta}_i = \theta_i - \theta_i^*, \quad \text{with } i = 1, \dots, p$$

les erreurs d'estimation paramétrique, et

$$\varepsilon_i(\bar{z}_i) = \alpha_i(\bar{z}_i) - \hat{\alpha}_i(\bar{z}_i, \theta_i^*) \quad (5.72)$$

les erreurs d'approximation floue, où $\hat{\alpha}_i(\bar{z}_i, \theta_i^*) = \theta_i^{*T} \psi_i(\bar{z}_i)$.

Selon le théorème des approximateurs universels [WAN92, WAN94], nous avons

$$|\varepsilon_i(\bar{z}_i)| \leq \bar{\varepsilon}_i, \quad \forall \bar{z}_i \in \Omega_{z_i},$$

avec $\bar{\varepsilon}_i$ est une constante positive inconnue.

Notons

$$\hat{\alpha}(\bar{z}, \theta) = [\hat{\alpha}_1(\bar{z}_1, \theta_1) \dots \hat{\alpha}_p(\bar{z}_p, \theta_p)]^T,$$

$$\varepsilon(\bar{z}) = [\varepsilon_1(\bar{z}_1) \dots \varepsilon_p(\bar{z}_p)]^T,$$

$$\bar{\varepsilon} = [\bar{\varepsilon}_1 \dots \bar{\varepsilon}_p]^T.$$

En nous basant sur l'analyse précédente, nous avons

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}(\bar{z}, \theta) - \alpha(\bar{z}) &= \hat{\alpha}(\bar{z}, \theta) - \hat{\alpha}(\bar{z}, \theta^*) + \hat{\alpha}(\bar{z}, \theta^*) - \alpha(\bar{z}), \\ &= \hat{\alpha}(\bar{z}, \theta) - \hat{\alpha}(\bar{z}, \theta^*) - \varepsilon(\bar{z}), \\ &= \tilde{\theta}^T \psi(\bar{z}) - \varepsilon(\bar{z}). \end{aligned} \quad (5.73)$$

où $\tilde{\theta}^T \psi(\bar{z}) = [\tilde{\theta}_1^T \psi_1(\bar{z}_1), \tilde{\theta}_2^T \psi_2(\bar{z}_2), \dots, \tilde{\theta}_p^T \psi_p(\bar{z}_p)]^T$, et $\tilde{\theta}_i = \theta_i - \theta_i^*$, $i = 1, \dots, p$.

Considérons la loi de commande suivante incorporant la fonction de Nussbaum. Notons que cette dernière permet d'estimer en ligne le signe de $G(x)$ [BOU08g, BOU08h] :

$$\begin{aligned} v &= N(\zeta)[- \hat{\alpha}(\bar{z}, \theta) - K_0 \text{Sign}(S) - K_1 S] \\ &= N(\zeta)[- \theta^T \psi(\bar{z}) - K_0 \text{Sign}(S) - K_1 S], \end{aligned} \quad (5.74)$$

et

$$\dot{\zeta} = \sum_{i=1}^p [\theta_i^T \psi_i(\bar{z}_i) + k_{0i} \text{Sign}(S_i) + k_{1i} S_i] S_i. \quad (5.75)$$

où $N(\zeta) = \cos\left(\frac{\pi}{2} \zeta\right) e^{\zeta^2}$, $K_0 = \text{Diag}[k_{01}, k_{02}, \dots, k_{0p}]$ et $K_1 = \text{Diag}[k_{11}, k_{12}, \dots, k_{1p}]$. Notons

que $k_{1i} > 0, i = 1, \dots, p$, sont des paramètres de conception dont le choix est libre et k_{0i}

l'estimée en ligne du terme incertain $k_{0i}^* = 0.5\sigma_i \|\theta_i^*\|^2 + b_i^{-1} d_i^* + \bar{\varepsilon}_i$ qui sera par la suite expliqué en détails.

Pour estimer les paramètres des conclusions et le terme inconnu k_{0i}^* , nous adoptons les lois suivantes :

$$\dot{\theta}_i = -\sigma_i \gamma_{1i} |S_i| \theta_i + \gamma_{1i} S_i \psi_i(\bar{z}_i) \quad (5.76)$$

$$\dot{k}_{0i} = \gamma_{2i} |S_i| \quad (5.77)$$

où γ_{1i}, γ_{2i} , et $\sigma_i > 0$ sont des constantes de conception.

Notons que le terme de commande robuste $K_0 \text{Sign}(S)$ est introduit pour compenser conjointement les erreurs d'approximation floue $\varepsilon(\bar{z})$ et l'effet des non-linéarités de l'actionneur (zone-morte et/ou Backlash) $B^{-1}Dd(v)$ et celle du terme $0.5\sigma_i \|\theta_i^*\|^2$ dû à l'emploi de *e-modification* dans la loi d'adaptation (5.76).

Après la substitution de la loi de commande (5.74) dans la dynamique (5.67) et en employant (5.73), nous obtenons la dynamique suivante du système en boucle fermée.

$$\begin{aligned} G_2(x)\dot{S} &= -0.5\dot{G}_2 S - K_1 S - K_0 \text{Sign}(S) - \tilde{\theta}^T \psi(\bar{z}) + \varepsilon(\bar{z}) + [\theta^T \psi(\bar{z}) + K_0 \text{Sign}(S) + K_1 S] - \\ &\quad Dv - B^{-1}Dd(v), \\ &= -0.5\dot{G}_2 S - K_1 S - K_0 \text{Sign}(S) - \tilde{\theta}^T \psi(\bar{z}) + [\theta^T \psi(\bar{z}) + K_0 \text{Sign}(S) + K_1 S][1 + gN(\zeta)] + \\ &\quad \varepsilon(\bar{z}) - B^{-1}Dd(v). \end{aligned} \quad (5.78)$$

où $g = D_{ii}$, $\forall i = 1, 2, \dots, p$, où D_{ii} sont les éléments diagonaux de D .

Multipliant (5.78) par S^T , nous trouvons

$$\begin{aligned} S^T G_2(x)\dot{S} &= -0.5S^T \dot{G}_2 S - S^T K_1 S - K_0 |S| - S^T \tilde{\theta}^T \psi(\bar{z}) + \sum_{i=1}^p (\varepsilon_i(\bar{z}_i) - b_i^{-1} g d_i(v_i)) S_i + \sum_{i=1}^p S_i [\theta_i^T \psi_i(\bar{z}_i) \\ &\quad + k_{0i} \text{Sign}(S_i) + k_{1i} S_i] + gN(\zeta) \left(\sum_{i=1}^p S_i [\theta_i^T \psi_i(\bar{z}_i) + k_{0i} \text{Sign}(S_i) + k_{1i} S_i] \right), \\ &= -0.5S^T \dot{G}_2 S - S^T K_1 S - K_0 |S| - S^T \tilde{\theta}^T \psi(\bar{z}) + \sum_{i=1}^p (\varepsilon_i(\bar{z}_i) - b_i^{-1} g d_i(v_i)) S_i + \dot{\zeta} + gN(\zeta)\dot{\zeta} \end{aligned} \quad (5.79)$$

5.3.2.2.3 Analyse de la stabilité

Les résultats suivants concluent la stabilité du système en bouclé fermée.

Théorème 5.2: *Considérons le système (5.1) avec les Hypothèses 5.1 et 5.4-5.6. Alors, la loi de commande définie par (5.74)-(5.75) avec les lois d'adaptation données par (5.76-5.77) garantit les propriétés suivantes:*

- *Tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés.*
- *Les erreurs de poursuites et leurs dérivées convergent vers zéro, i.e. $e_i^{(j)}(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$ pour $i = 1, \dots, p$ et $j = 0, 1, \dots, r_i - 1$.*

Preuve du Théorème 5.2.

Choisissons la fonction de Lyapunov candidate comme suit :

$$V = \frac{1}{2} S^T G_2(x) S + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \frac{1}{\gamma_{1i}} \tilde{\theta}_i^T \tilde{\theta}_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \frac{1}{\gamma_{2i}} (\tilde{k}_{0i})^2 \quad (5.80)$$

où $\tilde{k}_{0i} = k_{0i} - k_{0i}^*$, avec $k_{0i}^* = 0.5\sigma_i \|\theta_i^*\|^2 + b_i^{-1} d_i^* + \bar{\varepsilon}_i$ et k_{0i} est l'estimée du terme inconnu k_{0i}^* .

La suite de la preuve est très similaire à celle du théorème 4.4. □

5.3.2.3 Résultats de simulation

Pour tester ce schéma de commande, nous considérons de nouveau le robot manipulateur du chapitre précédent. Le modèle de ce robot manipulateur avec la prise en compte des non-linéarités de l'actionneur (zone-morte ou/et hystérésis de type backlash) est donné par

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix}^{-1} \left\{ \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -h\dot{q}_2 & -h(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ h\dot{q}_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{pmatrix} \right\}, \\ \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} N_1(v_1) \\ N_2(v_2) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.81)$$

Notons que les détails concernant ce modèle dynamique et les objectifs de la commande sont donnés dans la section 4.3.1.3.

Les entrées des systèmes flous $\theta_2^T \psi_2(\bar{z}_2)$ et $\theta_1^T \psi_1(\bar{z}_1)$ sont respectivement choisies comme $\bar{z}_2 = [q_1, \dot{q}_1, q_2, \dot{q}_2]^T$ et $\bar{z}_1 = [q_1, \dot{q}_1, q_2, \dot{q}_2, u_2]^T$. Pour chaque entrée des deux systèmes flous adaptatifs, nous définissons trois fonctions d'appartenance triangulaires uniformément perturbées sur les intervalles $[-2, 2]$ pour q_1, \dot{q}_1, q_2 , et \dot{q}_2 , et $[-25, 25]$ pour u_2 .

Les paramètres de synthèse sont choisis comme suit : $\gamma_{11} = \gamma_{12} = 100$, $\gamma_{21} = \gamma_{22} = 25$, $\sigma_1 = \sigma_2 = 0,05$, $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$, et $k_{11} = k_{12} = 2$. Les conditions initiales sont : $x(0) = [0.5 \ 0 \ 0.5 \ 0]$, $\theta_1(0) = \underline{0}$ et $\theta_2(0) = \underline{0}$, où $\underline{0}$ est le vecteur nul, et $k_{01}(0) = k_{02}(0) = 0$.

a) Simulation avec la zone-morte

Les paramètres de la zone-morte sont donnés par: $b_{r1} = b_{r2} = 3$, $b_{l1} = b_{l2} = -2.25$, $m_1 = m_2 = 2$.

La Figure 5.7 montre les résultats de simulation de ce contrôleur adaptatif. Malgré la présence de la zone-morte, ces résultats montrent des bonnes performances de poursuite et la bornitude de tous les signaux du système en boucle fermée. Les Figures 5.7(a) et 5.7(b) montrent que les erreurs de poursuite convergent vers zéro. La Figure 5.7(c) illustre la bornitude des signaux de commande v_i . Quant à la Figure 5.7(d), elle présente les sorties des zone-mortes (i.e. u_i). La bornitude des paramètres flous ajustés est illustrée à la Figure 5.7(e). La variation du gain de Nussbaum $N(\zeta)$ et celle de ζ sont données sur la Figure 5.7(f).

b) Simulation avec backlash

Les paramètres du backlash sont choisis comme suit: $a_1 = a_2 = 1$, $c_1 = c_2 = 3.1635$, et $h_1 = h_2 = 0.345$.

Figure 5.8 montre les résultats de simulation du contrôleur adaptatif proposé avec la pris en considération du phénomène de backlash. De ces résultats, nous pouvons constater clairement l'efficacité de notre schéma de commande vis-à-vis de ces non-linéarités.

c) Simulation avec backlash et zone-morte en cascade

Figure 5.9 illustre les résultats de simulation de ce contrôleur adaptatif flou avec la prise en considération au même temps du backlash et de la zone-morte.

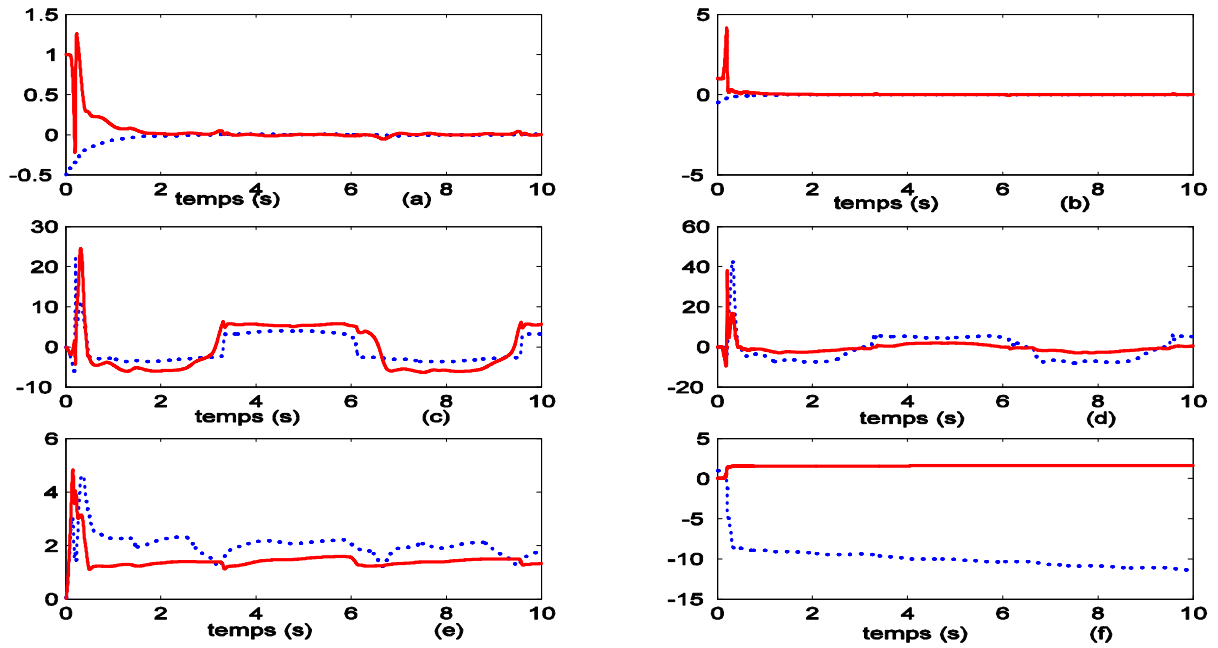


Figure 5.7: Résultats de simulation avec compensation de la zone-morte. **(a)** Erreurs de poursuite: e_1 (trait pointillé) et \dot{e}_1 (trait continu). **(b)** Erreurs de poursuite : e_2 (trait pointillé) et \dot{e}_2 (trait continu). **(c)** Commandes : v_1 (trait pointillé) et v_2 (trait continu) **(d)**. Sorties des zone-mortes : u_1 (trait pointillé) et u_2 (trait continu). **(e)** $\|\theta_1\|$ (trait pointillé), et $\|\theta_2\|$ (trait continu). **(f)** Evolution de $N(\zeta)$ (trait pointillé), ζ (trait continu).

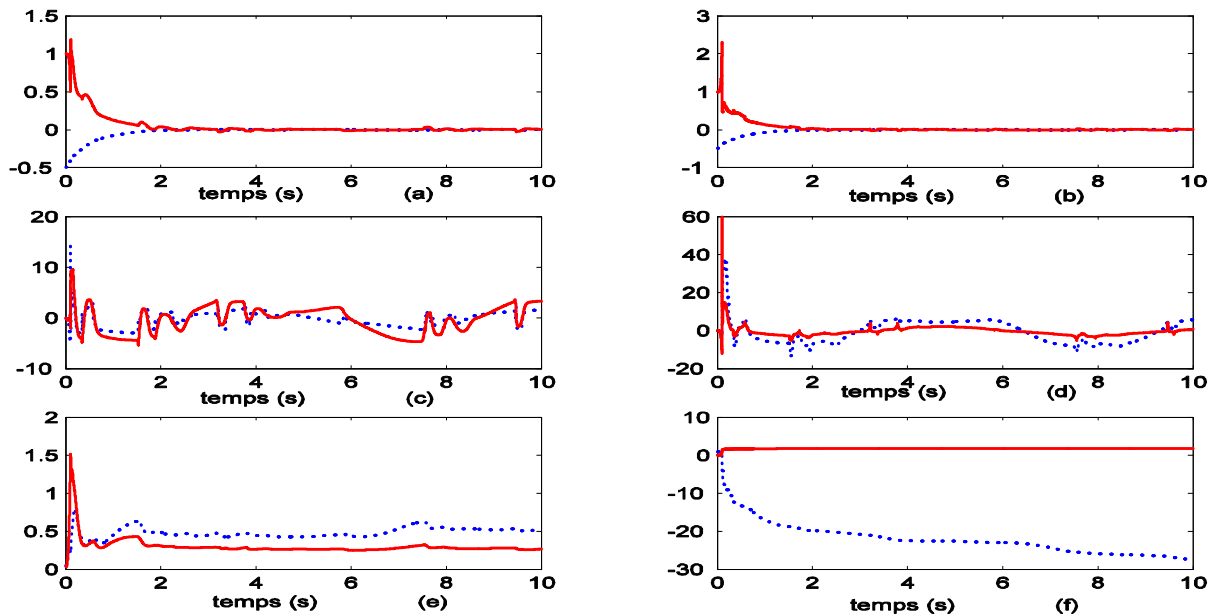


Figure 5.8: Résultats de simulation avec compensation du Backlash. **(a)** Erreurs de poursuite : e_1 (trait pointillé) et \dot{e}_1 (trait continu). **(b)** Erreurs de poursuite : e_2 (trait pointillé) et \dot{e}_2 (trait continu). **(c)** Commandes : v_1 (trait pointillé) et v_2 (trait continu) **(d)**. Sorties des Backlash : u_1 (trait pointillé) et u_2 (trait continu). **(e)** $\|\theta_1\|$ (trait pointillé), et $\|\theta_2\|$ (trait continu). **(f)** Evolution de $N(\zeta)$ (trait pointillé), ζ (trait continu).

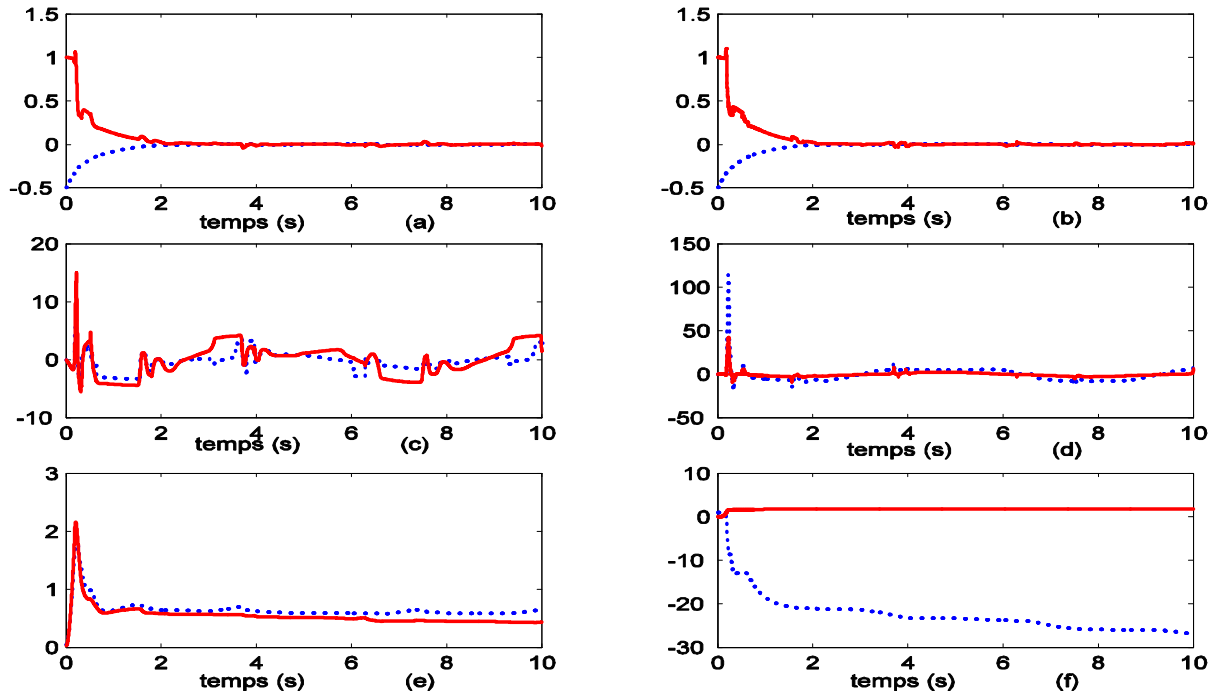


Figure 5.9: Résultats de simulation avec la compensation des deux non-linéarités. **(a)** Erreurs de poursuite de la liaison 1 : e_1 (trait pointillé) et \hat{e}_1 (trait continu). **(b)** Erreurs de poursuite de la liaison 2 : e_2 (trait pointillé) et \hat{e}_2 (trait continu). **(c)** Commandes : v_1 (trait pointillé) et v_2 (trait continu) **(d)**. Sorties des zone-mortes : u_1 (trait pointillé) et u_2 (trait continu). **(e)** Norme des paramètres : $\|\theta_1\|$ (trait pointillé), et $\|\theta_2\|$ (trait continu). **(f)** Evolution de $N(\zeta)$ (trait pointillé), ζ (trait continu).

5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé des méthodologies de synthèse de commande adaptative floue pour une classe des systèmes MIMO non linéaires inconnus avec la présence des non-linéarités inhérentes à l'actionneur. Ayant profité de la propriété de décomposition de la matrice $G(x)$, nous avons développé deux contrôleurs adaptatifs flous. Ils ont été testés avec succès dans un cadre de simulation.

Dans la conception du premier schéma de commande adaptative floue, le phénomène de saturation, inévitable dans la plupart des actionneurs, a été pris compte. Pour faciliter l'analyse de la stabilité et la conception de la commande, la fonction $Sat(v)$ a été approchée

par une fonction continue bornée inconnue $f(v)$ ayant les mêmes propriétés que celles de la fonction $Sat(v)$. Ainsi, via cette approximation, le problème de commande d'un système MIMO affine en la commande devient celui d'un système non affine. Les erreurs d'approximation floues et celles dues à l'estimation de la fonction $Sat(v)$ sont compensées conjointement par un terme de commande robuste. Comparée aux travaux de [GAO06], l'approche proposée a les caractéristiques intrinsèques suivantes : 1) le système est supposé presque complètement inconnu et les hypothèses de modélisation faites sont moins restrictives. 2) La généralisation de l'approche à d'autres types de non-linéarités, comme l'hystérésis de Duhem et la zone-morte, est très facile. Dans notre schéma, la saturation a été étudiée dans un cadre de commande adaptative, alors que dans [GAO06] c'est la saturation d'une commande non adaptative qui a été prise en compte.

Dans le deuxième schéma de commande adaptative floue, les non linéarités de type zone-morte et/ou backlash ont été considérées dans la conception de la loi de commande et l'analyse de stabilité. En fait, cette approche n'est qu'une simple extension du troisième schéma adaptatif précédemment proposé dans le chapitre 4. Comparée avec les travaux voisins [ZHA07a, ZHA07b], notre schéma a clairement les avantages suivants : 1) La conception de la commande est faite dans un cadre unificateur (i.e. la commande conçue peut traiter à la fois le problèmes des non-linéarités de l'actionneur et celui de la direction inconnue de la commande). 2) la class de systèmes MIMO considérés est non restrictive. 3) Une seule fonction de Nussbaum a été employée pour estimer le signe inconnu de la matrice des gains de commande. Et bien d'autres avantages dont nous avons parlé dans le chapitre 4.

Conclusion générale

Les travaux de cette thèse portent essentiellement sur deux thèmes majeurs :

- Conception des schémas de commande adaptative floue *avec retour de sortie* pour une classe de systèmes SISO non linéaires inconnus.
- Développement des commandes adaptatives floues avec retour d'état pour une classe des systèmes MIMO non linéaires inconnus, avec *la prise en compte des non-linéarités omniprésentes dans les actionneurs et/ou de la méconnaissance du signe de la matrice de commande.*

Tout au long de cette thèse, en s'appuyant sur leur propriété d'approximation universelle et leur capacité de manipuler des données numériques aussi bien que linguistiques, les systèmes flous ont été utilisés comme des éléments de base pour estimer soit les non-linéarités inconnues du système (dans les approches indirectes) ou la commande inconnue dite idéale (dans les approches directes). La stabilité du système en boucle fermée ainsi bien que la robustesse des structures de commandes ont été étudiées par l'approche de Lyapunov. L'apport bénéfique de ces méthodologies de commande réside dans leur simplicité de mise en œuvre, car aucune information sur la non-linéarité du système n'est nécessaire pour leur implémentation et la phase d'initialisation des algorithmes n'exige pas des connaissances à priori. La seule connaissance, demandée dans la synthèse de tous les schémas de commande, est celle du degré relatif et/ou de l'ordre du système.

Bien que tous les schémas de commande, développés dans cette thèse, soient fondés sur les systèmes flous de TS d'ordre zéro (i.e. à conclusion constante), leur extension aux systèmes flous de TS1 peut être directement envisageable. En effet, nous pouvons facilement montrer que la sortie d'un système flou de TS1 peut s'écrire aussi sous la forme compacte (1.40).

Dans ce cas, tous les outils de synthèse et d'analyse rapportés dans cette thèse peuvent directement s'appliquer. D'ailleurs, dans tous les schémas, seules les conclusions des systèmes flous sont supposées inconnues et estimées via des lois d'adaptation. En nous appuyant sur le développement de Taylor, similairement aux travaux de [HSU05, SHA08], nous pouvons aisément aussi dériver des lois d'adaptation pour les paramètres des fonctions floues de base.

Dans le premier chapitre, nous avons exhibé les notions de base de la logique floue et des systèmes flous, et aussi les outils mathématiques de synthèse et d'analyse nécessaires pour la conception des structures de commande développées dans cette thèse.

Dans le deuxième chapitre, nous avons proposé deux schémas de commande adaptative (directe et indirecte) floue à base d'observateur pour une classe des systèmes monovariables non linéaires inconnus affines en la commande. Dans la conception des deux contrôleurs, ni la mesure de l'état ni la connaissance des non-linéarités du système n'ont été exigées. Pour estimer l'état, un observateur d'erreur a été considéré dans un contexte unificateur permettant de retrouver naturellement tous les observateurs qui relèvent directement ou indirectement du grand gain, en l'occurrence l'observateur à mode glissant et ses variantes qui ont été développés pour s'affranchir du phénomène de réticence (chattering) intrinsèque à la fonction signe. Dans le schéma direct, sans faire appel à la condition SPR, la conception de la loi d'adaptation aussi bien que le terme de commande robuste est basée sur un filtrage approprié de l'erreur de poursuite de la sortie. Le terme robuste ajouté à la commande adaptative floue peut compenser ou atténuer l'influence de l'erreur d'approximation floue et des perturbations externes. Dans le schéma indirect, le but n'était pas d'approcher une commande idéale mais plutôt d'identifier en ligne une dynamique inconnue contenant toutes les non-linéarités du système. Dans la conception de ce contrôleur, ni la condition SPR ni n'importe quel filtrage n'ont été employés. Contrairement au schéma direct, l'erreur d'approximation floue et les perturbations externes ont été atténuées par un terme proportionnel ajouté à loi d'adaptation paramétrique. Comparativement aux techniques indirectes existant dans la littérature, la conception de la commande adoptée nous a permis de contourner le problème de singularité intrinsèque à ce genre de schémas. De plus, un seul système flou a été employé pour estimer les non-linéarités du système. Nous avons montré numériquement les performances des deux approches de commande développées sur deux systèmes non linéaires à savoir : un pendule inversé et un système chaotique.

Dans le troisième chapitre, nous avons montré comment résoudre le problème de commande des systèmes monovariables non affines en la commande et ayant une dynamique des zéros. Deux schémas de commande adaptative floue (respectivement, avec retour d'état et de sortie) ont été proposés. Les systèmes flous ont été utilisés pour approcher une commande idéale implicite inconnue dont l'existence a été établie grâce au théorème des fonctions implicites. En nous appuyant sur le théorème de la valeur moyenne, nous avons pu transformer la fonction non affine à une fonction affine. La dynamique des zéros a été supposée exponentiellement stable. Dans le premier schéma de commande, où l'état est supposé mesurable, une nouvelle loi d'adaptation de type PI a été proposée. L'introduction du terme e^2 – *modification* nous a permis de garantir à la fois la bornitude des paramètres flous estimés et la convergence de l'erreur de poursuite vers l'origine. Dans le deuxième schéma où l'état est supposé non disponible pour la mesurable, un observateur unifié d'erreur est proposé pour estimer les dérivées de la sortie. Un algorithme général d'adaptation paramétrique de type PI a été conçu. En fait, le signal d'apprentissage peut être choisi via une fonction générale bornée dont l'argument d'entrée peut être n'importe quelle erreur disponible (i.e. mesurée et / ou estimée). Dans la conception de ce schéma, nous n'avons utilisé ni la condition SPR ni le filtrage. Les deux approches de commande ont été testées par simulation, pour résoudre un problème de poursuite de deux systèmes non linéaires ayant une dynamique des zéros, à savoir : un CSTR (affine) et un système académique (non affine). Le comportement du système de commande pour les deux exemples est tout à fait conforme aux résultats fondamentaux obtenus.

Dans le quatrième chapitre, trois schémas de commande adaptative floue avec retour d'état pour une classe de systèmes MIMO non linéaires inconnus ont été présentés. Pour estimer les paramètres des conclusions, nous avons proposé un algorithme de type PI à e – *modification*. En fait, l'introduction du terme proportionnel permet aux paramètres adaptatifs une converge rapide. Quant à e – *modification*, elle permet de garantir la bornitude des paramètres estimés aussi bien que la convergence des erreurs de poursuite vers zéro en présence d'un terme de commande robuste. Le premier schéma, qui est une version directe, a été conçu pour les systèmes avec une matrice (des gains) de commande symétrique et de signe connu. Cette classe des systèmes est ensuite étendue dans le deuxième schéma à une classe plus large dont la matrice de commande est considérée non symétrique et avec des signes connus des mineurs principaux. Dans le troisième schéma, le problème de la

méconnaissance du signe de la matrice de commande a été résolu en utilisant la fonction de Nussbaum. Les résultats de la simulation numérique effectuée sur un robot manipulateur à deux degrés de liberté ont vérifié l'analyse théorique.

Dans le dernier chapitre, nous avons introduit deux schémas de commande floue adaptative pour les systèmes MIMO non linéaires inconnus avec la présence des non-linéarités de l'actionneur. Dans le premier schéma, le problème de la saturation d'une commande floue adaptative a été résolu via l'emploi d'un terme de commande robuste. Ainsi, dans la conception de ce schéma, l'effet de la saturation a été vu comme une sorte d'erreur d'approximation ou de perturbation externe. Le deuxième schéma proposé est une simple extension du troisième schéma du chapitre 4. Les non-linéarités de type zone-morte et/ou backlash inhérentes aux actionneurs ont été prises en compte dans la conception de ce schéma. Nous avons montré aussi que leurs effets peuvent être compensés via la synthèse adéquate d'un terme additif de commande robuste. Dans un cadre de simulation, les deux approches de commande ont été testées avec succès sur un robot manipulateur.

Bien qu'ils répondent à de multiples problèmes, les résultats fondamentaux proposés restent perfectibles et ouvrent la voix à de nouveaux axes de recherche. Parmi les directions jugées prometteuses, nous retenons principalement :

- ❖ L'extension des approches adaptatives à base d'observateur unifié, développées dans les chapitres 2 et 3, à des systèmes MIMO.
- ❖ La relaxation des hypothèses suivantes, faites sur la dynamique interne dans le chapitre 3 :
 - Le vecteur des états internes est disponible pour la mesure,
 - La dynamique des zéros est exponentiellement stable.
- ❖ Dans les approches adaptatives développées dans les sections 4.3.3 et 5.3.2, nous avons supposé que la matrice de commande est définie positive ou bien définie négative, il serait très intéressant d'étendre ces résultats au cas général.
- ❖ L'extension des approches de commande développées dans les chapitres 4 et 5 aux systèmes à retard.

Il faut noter aussi que certains de ces points sont déjà en cours d'exploration. Des résultats très encourageants ont été constatés.

Bibliographie

- [AHM99] N. J. Ahmad and F. Khorrami, “Adaptive control of systems with backlash hysteresis at the input,” in *Proc. Amer. Control Conf.*, pp. 3018–3022, 1999.
- [ANN01] A.M. Annaswamy, S. Evesque, A.P. Dowling and S. Niculescu, Adaptive control of a class of time-delay systems in the presence of saturation, in “*Adaptive Control of Nonsmooth Dynamic Systems*” (Springer-Verlag, New York, 2001).
- [APO57] T. M. Apostol, *Mathematical Analysis*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1957.
- [AST96] K. J. Åström and B. Wittenmark, *Computer-controlled systems*, Prentice-Hall, Englewoods Cliffs, 1996.
- [BAB95] R. Babuska and H.B Verbruggen, “A new identification method for linguistic fuzzy models,” in *Proc. of FUZZ-IEEE’95*, Yokohama, Japan, pp. 1897-1902, March 20-24 1995.
- [BAI01] E.-W. Bai, Adaptive dead-zone inverse for possibly nonlinear control systems in “*Adaptive control of nonsmooth dynamic systems*” (Springer, New work, 2001), pp.31-47.
- [BAR96] J.P. Barbot, T. Boukhobza, M. Djemai, “Sliding mode observer for triangular input form,” in *Proc. 35th IEEE Conf. on Decision and Control*, pp. 1489-1490, 1996.
- [BON63] J. J. Bongiorno, “An extension of the Nyquist-Barkausen stability criterion to linear lumped-parameter systems with time-varying elements,” *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 8, pp. 166-170, 1963.
- [BOS01a] J. D. Boskovic, L. Chen, and R. K. Mehra, “Multivariable adaptive controller design for a class of non-affine models arising in flight control,” in *Proc. Conf. Decision Control*, Orlando, FL, pp. 2442–2447, 2001.
- [BOS01b] J.D. Boskovic, L. Chen, and R. Mehra, “Adaptive tracking control of a class of nonaffine plants using dynamic feedback,” in *IEEE Proc. American control conf.*, pp. 2450-2455, 2001.
- [BOS04] J. D. Boskovic, L. Chen, and R. K. Mehra, “Adaptive control design for nonaffine models arising in flight control,” *AIAA J. Guid. Control Dyn.*, vol. 27, no. 2, pp. 209–217, 2004.
- [BOU03] R. Boukezzoula, S. Galichet, and L. Foulloy, “Fuzzy adaptive control for non-affine systems,” in *Proc. IEEE Internat. Conf. Fuzzy Systems*, pp. 543–548, 2003.
- [BOU05] **A. Boulkroune**, S. Bouatmane, M. Tadjine, and H. Chekireb, “Observer-based adaptive feedback controller of a class of chaotic systems,” 3rd *IEEE International Conference on Systems, Signals and Devices*, Souse, Tunisia, 2005.

- [BOU06a] **A. Boulkroune**, H. Chekireb, M. Tadjine, and S. Bouatmane, “Observer-based adaptive feedback controller of a class of chaotic systems,” *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 16, no. 2, pp. 189-196, 2006.
- [BOU06b] **A. Boulkroune**, M. Tadjine, M. M’Saad and M. Farza, “General adaptive observer-based fuzzy control of uncertain nonaffine systems,” *Archives of Control Sciences*, vol. 16(LII), no. 4, pp. 363–390, 2006.
- [BOU06c] **A. Boulkroune**, H. Chekireb, M. Tadjine, and M. M’Saad, “Fuzzy adaptive controller based on observers for a class of unknown chaotic systems,” *1st IFAC Conference on Analysis and Control of Chaotic Systems*, Reims–France, pp. 25-30, 2006.
- [BOU07a] **A. Boulkroune**, M. Tadjine, M. M’Saad, and M. Farza, “Adaptive Control Based on State and Perturbation Observer for Nonaffine Nonlinear Systems and its Application to CSTR Systems,” *The Mediterranean Journal of Measurement and Control*, vol. 3, no. 2, pp. 93-103, 2007.
- [BOU07b] **A. Boulkroune**, H. Chekireb, M. Tadjine, and S. Bouatmane, “An adaptive feedback controller with observer for linearizable chaotic systems,” *Control and Intelligent Systems*, vol. 35, no. 2, pp. 1-8, 2007.
- [BOU07c] **A. Boulkroune**, M. Tadjine, M. M’Saad, M. Farza, “Adaptive state-feedback fuzzy controller for general nonlinear systems,” *4th IEEE International Conference on Systems, Signals and Devices*, Hammamet, Tunisia, 2007.
- [BOU08a] **A. Boulkroune**, M. Tadjine, M. Msaad, and M. Farza, “A unified approach for design of indirect adaptive output-feedback fuzzy controller,” *Int. J. Intelligent Systems Technologies and Applications*, vol. 5, no. 1/2, pp. 83-103, 2008.
- [BOU08b] **A. Boulkroune**, M. Tadjine, M. M’Saad, and M. Farza, “How to design a fuzzy adaptive control based on observers for uncertain affine nonlinear systems,” *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 159, pp. 926-948, 2008.
- [BOU08c] **A. Boulkroune**, M. Tadjine, M. Msaad, and M. Farza, “Adaptive fuzzy controller for nonaffine systems with zero dynamics,” *Int. J. of systems sciences*, accepted paper, 2008.
- [BOU08d] **A. Boulkroune**, M. Tadjine, M. Msaad, and M. Farza, “Design of a unified adaptive fuzzy Observer for uncertain nonlinear systems,” *Information sciences*, revised paper, 2008.
- [BOU08e] **A. Boulkroune**, M. Tadjine, M. M’Saad, and M. Farza, “Fuzzy adaptive control scheme for MIMO nonlinear systems with unknown actuator nonlinearities and control direction,” *submitted to IEEE Trans on Fuzzy systems*, 2008.
- [BOU08f] **A. Boulkroune**, M. Tadjine, M. M’Saad, and M. Farza, “Fuzzy adaptive controller for MIMO nonlinear systems with known and unknown control direction,” *Fuzzy sets and systems*, revised paper, 2008.
- [BOU08g] **A. Boulkroune**, M. M’Saad, M. Tadjine, and M. Farza, “Fuzzy adaptive control of MIMO nonlinear systems with unknown hysteresis and control gain matrix sign,” *in Proc. of the 16th IEEE Mediterranean conference on Control and Automation*, Ajaccio, France, pp. 380-385, June 25-27, 2008.

- [BOU08h] A. Boulkroune, M. M'Saad, M. Tadjine, and M. Farza, "Adaptive Fuzzy Controller for MIMO Nonlinear Systems with Unknown Dead-zone," in *Proc. of the IEEE International Conference on Intelligent Systems*, Varna, Bulgaria, pp. 450-455, Sep. 06-08, 2008.
- [BUC92] J. Buckley, "Universal fuzzy controllers," *Automatica*, vol. 28, no. 6, pp. 1245-1248, 1992.
- [BUC93] J. Buckley, "Sugeno type controllers are universal controllers," *Fuzzy sets and Systems*, vol. 53, pp. 299-303, 1993.
- [BYR93] C. I. Byrnes and X. Ho, "The zero dynamics algorithm for general nonlinear system and its application in exact output tracking," *J. Math. Syst. Estimation Control*, vol. 3, pp. 51-72, 1993.
- [CAL89] J. P. Calvet, A differential geometric approach for the nominal and robust control of nonlinear chemical process. Ph.D. dissertation, School Chem. Eng., Georgia Inst. Technol., Atlanta, GA, 1989.
- [CAL00] A. J. Calise, M. Sharma, and S. Lee, "Adaptive autopilot design for guided munitions," *AIAA J. Guid. Control Dyn.*, vol. 23, no. 5, pp. 837-843, 2000.
- [CAL01] A. J. Calise, N. Hovakimyan, and M. Idan, "Adaptive output feedback control of nonlinear systems using neural networks," *Automatica*, vol. 37, no. 8, pp. 1201-1211, 2001.
- [CAO00] Y.J. Cao, "A nonlinear adaptive approach to controlling chaotic oscillators," *Physics letters A*, vol. 270, pp. 171-176, 2000.
- [CAS95] J.L. Castro, "Fuzzy logic controllers are universal approximators", *IEEE Trans. On Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 25, no. 4, pp. 629-635, 1995
- [CHA00] Y.C. Chang, "Robust tracking control for nonlinear MIMO systems via fuzzy approaches," *Automatica*, vol. 36, pp. 1535-1545, 2000.
- [CHA01] Y.C. Chang, "Adaptive fuzzy-based tracking control for nonlinear SISO systems via VSS and H^∞ approaches," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 9, pp. 278-292, 2001.
- [CHA05] P.C. P. Chao, C.K. Sung, C.L. Huang, and J.S. Huang, "Precision repositioning of the balancing ball in an auto-balancer system via a fuzzy speed regulator equipped with a sliding-mode observer," *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, vol. 13, no. 6, pp. 1107-1118, 2005.
- [CHA98] C.W Chan and K. Hui, "On the existence of globally stable actuator saturation compensators," *International journal of Control*, vol. 69, no. 6, pp. 773-788, 1998.
- [CHE96] B.S. Chen, C.H. Lee, and Y.C. Chang, " H^∞ Tracking design of uncertain nonlinear SISO systems: adaptive fuzzy approach," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 4, no. 1, pp. 32-43, 1996.
- [CHE98] F. Chevré and F. Guély, "La logique floue," *Cahier Technique*, no.191, pp. 1-28, 1998.
- [CHE03] H. Chekireb, M. Tadjine and D. Bouchaffra, "Direct adaptive fuzzy control of nonlinear system class with applications," *Control and Intelligent Systems*, vol. 31, no.2, pp. 1-11, 2003.

- [CHE06] J. Chen, A. Behal, and D.M. Dawson, "Adaptive output feedback control for a class of MIMO nonlinear systems," in *Proc. of the American Control Conference*, Minneapolis, MN, pp. 5300-5305, June 2006.
- [CHO98] H.Y. Cho and E.W. Bai, "Convergence results for an adaptive dead zone inverse," *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 12, no. 5, pp. 451-466, 1998.
- [COS03] R.R. Costa, Li. Hsu, A.K. Imai, and P. Kokotovic, "Lyapunov-based adaptive control of MIMO systems," *Automatica*, vol. 39, no.7, pp. 1251-1257, 2003.
- [DU06] H. Du, H. Shao, and P. Yao, "Adaptive Neural network control for a class of low-triangular-structured nonlinear systems," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 17, no.2, pp. 509-514, 2006.
- [ESS06] N. Essounbouli, A. Hamzaoui, and J. Zaytoon, "An improved robust adaptive fuzzy controller for MIMO systems," *Control and Intelligent Systems*, vol. 34, no. 1, pp. 12-21, 2006.
- [FAR04] M. Farza and M. M'saad, "Observer design for a class of MIMO nonlinear," *Automatica*, vol. 40, pp. 135-143, 2004.
- [FIL03] A. Filipescu, L. Dugard, and J.-M. Dion, "Adaptive gain sliding mode observer based sliding controller for uncertain parameters nonlinear systems: application to flexible joint robots," in *Proc. 42nd IEEE Conf. on Decision and Control*, pp. 3537-3542, 2003.
- [GAO06] W. Gao and R. R. Selmic, "Neural Network Control of a Class of Nonlinear Systems with Actuator Saturation," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol.17, no. 1, pp. 147-156, 2006.
- [GAU92] J. P. Gauthier, H. Hammouri and S. Othman, "A simple observer for nonlinear systems, applications to bioreactors," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 37, no. 6, pp. 875-880, 1992.
- [GAZ00] V. Gazi and K. V. Passino, "Direct adaptive control using dynamic structure fuzzy systems," in *Proc. American Control Conf.*, pp.1954-1958, 2000.
- [GE98] S. S. Ge, C. C. Hang, and T. Zhang, "Nonlinear adaptive control using neural networks and its application to CSTR systems", *Journal of Process control*, vol. 9, pp. 313-323, 1998.
- [GE99] S. S. Ge, C. C. Hang, and T. Zhang, "Adaptive neural networks control of nonlinear systems by state and output feedback," *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics- Part B : Cybernetics*, vol. 29, no. 6, pp. 818-828, 1999.
- [GE02a] S. S. Ge, C. C. Hang, T. H. Lee, and T. Zhang, *Stable adaptive neural network control*, Kluwer, Boston, MA, 2002.
- [GE02b] S.S. Ge and J Wang, "Robust adaptive neural control for a class of perturbed strict feedback nonlinear systems," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 13, no. 6, pp. 1409-1419, 2002.
- [GE03] S. S. Ge and J. Zhang, "Neural-network control of nonaffine nonlinear system with zero dynamics by state and output feedback," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 14, no. 4, pp. 900-918, 2003.

- [GOH94] C. J. Goh, "Model reference control of non-linear systems via implicit function emulation," *Int. J. Control*, vol. 60, pp. 91–115, 1994.
- [GOL03] N. Golea, A. Golea and K. Benmahammed, "Stable indirect fuzzy adaptive control," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 137, 353–366, 2003.
- [HAH67] W. Hahn, *Stability of motion*, Springer-Verlag, Berlin, 1967.
- [HAM04] A. Hamzaoui, N. Essounbouli, K. Benmahammed, and J. Zaytoon, "State observer based robust adaptive fuzzy controller for nonlinear uncertain and perturbed systems," *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics- Part B : Cybernetics*, pp. 1-9, 2004.
- [HOV02] N. Hovakimyan, F. Nardi, N. Kim, and A. J. Calise, "Adaptive output feedback control of uncertain systems using single hidden layer neural networks," *IEEE Trans. Neural Netw.*, vol. 13, no. 6, pp. 1420–1431, 2002.
- [HOV04] N. Hovakimyan, A. J. Calise, and N. Kim, "Adaptive output feedback control of a class of multi-input multi-output systems using neural networks," *Int. J. Control*, vol. 77, no. 15, pp. 1318–1329, 2004.
- [HOV05] N. Hovakimyan, E. Lavretsky, and A. Sasane, "Dynamic inversion for nonaffine-in-control systems via time-scale separation: Part I," in *Proc. Amer. Control Conf.*, Portland, OR, pp. 3542–3547, 2005.
- [HSU05] C.F. Hsu and C.M. Lin, "Fuzzy-identification-based adaptive controller design via backstepping approach," *Fuzzy Sets and Systems*, vol.151, pp. 43-57, 2005.
- [HSU07] L. Hsu, R.R. Costa, and F. Lizarralde, "Lyapunov/passivity-based adaptive control of relative degree two MIMO systems with an application to visual servoing," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 52, no. 2, pp. 364–371, 2007.
- [HU01] T. Hu and Z. Lin, *Control systems with actuator saturation: Analysis and design*, Birkhauser, Boston, 2001.
- [HUA95] J. Huang, "Output regulation of nonlinear systems with nonhyperbolic zero dynamics," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 40, pp. 1497–1500, 1995.
- [IIC99] A. Ilichmann, "Switching functions," *Wiley encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering*, vol. 21, pp. 213–219, 1999.
- [IOA84] P.A. Ioannou and P.V. Kokotovic, "Instability analysis and improvement of robustness of adaptive control," *Automatica*, vol. 20, no. 5, pp. 583-594, 1984.
- [IOA96] P. A. Ioannou and J. Sun, *Robust adaptive control*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1996.
- [ISI89] A. Isidori, *Nonlinear control systems*, springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1989.
- [ISI92] A. Isidori, S. S. Sastry, P. V. Kototovic, and C. I. Byrnes, "Singularly perturbed zero dynamics of nonlinear systems," *IEEE Trans. Automatic Control*, pp. 1625–1631, Oct. 1992.
- [JAN01] J. O. Jang, "A dead-zone compensator of a DC motor system using fuzzy logic control," *IEEE Trans. on Sys. Man. and Cybern. part C*, vol. 31, no.1, pp. 42–47, 2001.

- [JIA94] J.-P. Jiang, A. R. Teel, and L. Praly, "Small-gain theorem for ISS systems and applications," *Math. Control, Signals, Syst.*, vol. 7, pp. 95–120, 1994.
- [JIA01] L. Jiang, Q.H. Wu, C. Zhang, and X.X. Zhou, "Observer-based nonlinear control of synchronous generators with perturbation estimation," *Electric Power and Energy Systems*, vol. 23, pp. 359-367, 2001.
- [JIA02] L. Jiang and Q.H. Wu, "Nonlinear adaptive control via sliding-mode state and perturbation observer," *IEE Proc. Control Theory Appl.*, vol. 149, no. 4, pp. 269-277, 2002.
- [JIA04] L. Jiang, Q.H. Wu, and J.Y. Wen, "Decentralized nonlinear adaptive control for multimachine power systems via High-gain perturbation observer," *IEEE Trans. Circuits and Systems-I*, vol. 51, no. 10, pp. 2052-2059, 2004.
- [JIN95] L. Jin, P. N. Nikiforuk, and M. M. Gupta, "Fast neural learning and control of discrete-time nonlinear systems," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. 25, no. 3, pp. 478–488, 1995.
- [JOU97] L. Jouffe, Apprentissage de systèmes d'inférence floue par des méthodes de renforcement. Thèse de doctorat, IRISA, Université de Rennes I, 1997.
- [JOU02] J. Jouffroy, Stabilité et systèmes non linéaires : Réflexions sur l'analyse de contraction. Thèse de Doctorat, Université de Savoie, France, 2002.
- [KHA96] H. Khalil, *Nonlinear systems*, Prentice-Hall, London, Inc., 1996.
- [KIM94] J.-H. Kim, J.-H. Park, S.-W. Lee, and E. K. P. Chong, "A two-layered fuzzy logic controller for systems with dead-zones," *IEEE Trans. Industrial Electronics*, vol. 41, no. 2, pp. 155–161, 1994.
- [KIM97] B. S. Kim and A. J. Calise, "Nonlinear flight control using neural networks," *AIAA J. Guid. Control Dyn.*, vol. 20, no. 1, pp. 26–33, 1997.
- [KIM04] N. Kim, A. J. Calise, and N. Hovakimyan, "Several extensions in methods for adaptive output feedback control," in *Proc. Amer. Control Conf.*, Boston, MA, pp. 2421–2426, 2004.
- [KOK01] P. Kokotovic and M. Arkac, "Constructive nonlinear control: a historical perspective," *Automatica*, vol. 37, pp. 637-662, 2001.
- [KOO01] K.-M. Koo, "Stable adaptive fuzzy controller with time-varying dead-zone," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 21, pp. 161-168, 2001.
- [KRA83] M. A. Krasnoskl'skii and A. V. Pokrovskii, *Systems with hysteresis*, Nauka, Moscow, 1983.
- [KRS95] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, and P.V. Kokotovic, *Nonlinear and adaptive control design*, Wiley, New York, 1995.
- [KUN05] C.C. Kung and T.H. Chen, "Observer-based indirect adaptive fuzzy sliding mode control with state variable filters for unknown nonlinear dynamical systems," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 155, pp. 292-308, 2005.

- [LAB04] S. Labiod, Contribution à la commande adaptative floue des systèmes non linéaires. Thèse de doctorat, ENP, Alger, 2004.
- [LAB05] S. Labiod, M.S. Boucherit, and T. M. Guerra, “Adaptive fuzzy control of a class of MIMO nonlinear systems,” *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 151, pp. 59–77, 2005.
- [LAB07a] S. Labiod and T.M. Guerra, “Direct adaptive fuzzy control for a class of MIMO nonlinear systems,” *International Journal of Systems Science*, vol. 38, no. 8, pp. 665-675, 2007.
- [LAB07b] S. Labiod and T.M. Guerra, “Adaptive fuzzy control for a class of SISO nonaffine nonlinear systems,” *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 177, pp. 3901-3917, 2007.
- [LAN88] S. H. Lane and R. F. Stengel, “Flight control design using nonlinear inverse dynamics,” *Automatica*, vol. 24, no. 4, pp. 471–483, 1988.
- [LAV05] E. Lavretsky and N. Hovakimyan, “Dynamic inversion for nonaffine-in-control systems via time-scale separation: Part II,” in *Proc. Amer. Control Conf.*, Portland, OR, Jun. 2005, pp. 3548–3553.
- [LEU99] Y.G. Leu, T.T. Lee, and W.Y. Wang, “Observer-based adaptive fuzzy-neural control for unknown nonlinear dynamical systems,” *IEEE Trans. Systems, Man Cybernet. Part B: Cybernetics*, vol. 29, pp. 583–591, 1999.
- [LEU05] Y.-G. Leu, W.-Y. Wang, and T.-T. Lee, “Observer-based direct adaptive fuzzy-neural control for nonaffine nonlinear systems,” *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 16, no. 4, pp. 853-861, 2005.
- [LEW93] F.L. Lewis, C.T. Abdallah, and D.M. Dawson, *Control of robot manipulators*, Macmillan Publishing Company, New work, 1993.
- [LEW99] F. L. Lewis, W. K. Tim, L.-Z. Wang, and Z.-X. Li, “Dead-zone compensation in motion control systems using adaptive fuzzy logic control,” *IEEE Trans. Control Systems Technology*, vol. 7, no. 6, pp. 731–741, 1999.
- [LI03] H.-X. Li and S.C. Tong, “A hybrid adaptive fuzzy control for a class of nonlinear MIMO systems,” *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 11, no. 1, pp. 24–34, 2003.
- [LIU05] F.L. Liu, M. Sekher, M. Farza, and M. M’saad, “Nonlinear observers design for state and unknowns inputs,” in *Proc. Third International Conf. on IEEE/SSD*, Tunisia, 2005.
- [MAC93] J. W. Macki & P. Nistri, and P. Zecca, “Mathematical models for hysteresis,” *SIAM Rev.*, vol. 35, pp. 94–123, 1993.
- [MAM77] E. H. Mamdani, “Application of fuzzy logic to approximate reasoning using linguistic synthesis,” *IEEE Trans. Computers*, vol. 26, no. 12, pp. 1182-1191, Dec. 1977.
- [MAY91] I. D. Mayergoyz, *The preisach model for hysteresis*, Springer-Verlag, Berlin, 1991.
- [MOR83] A.S. Morse, “Recent problems in parameter adaptive control”, in I.D. Landau (ed.), *Outils et modèles mathématiques pour l’automatique, l’analyse de systèmes et le traitement du signal*, Editions du CNRS 3, Paris, pp. 733-740, 1983.
- [MOR93] A.S. Morse, “A gain matrix decomposition and some its applications,” *Systems and control letter*, vol. 21, pp. 1-10, 1993.

- [NAK97] Y. Nakoula, Apprentissage des modèles linguistiques flous par un jeu de règles pondérées. Thèse de doctorat, Université de Savoie, France, 1997.
- [NAR87] K.S. Narendra and M.A. Annaswamy, “A new adaptive law for robust adaptive control without persistent excitation,” *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 32, pp. 134–145, 1987.
- [NES97] D. Netic, E. Skafidas, I. M. Y. Mareels, and R. J. Evans, “Analysis of minimum phase properties for non-affine nonlinear systems,” in *Proc. Conf. Decision Control*, San Diego, CA, pp. 606–611, 1997.
- [NES99] D. Netic, E. Skafidas, I. M. Y. Mareels, and R. J. Evans, “Minimum phase properties for input nonaffine nonlinear systems,” *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 44, no. 4, pp. 868–872, Apr. 1999.
- [NIJ90] H. Nijmeijer and A. J. van der Schaft, *Nonlinear dynamical control systems*, Springer-Verlag, New York, 1990.
- [NIU98] W. Niu and M. Tomizuka, “An Anti-Windup Design for the Asymptotic Tracking of Linear System Subjected to Actuator Saturation,” in *Proc. of the 1998 American Control Conference*, Philadelphia, Pennsylvania, pp. 1458-1462, 1998.
- [NUS83] R.D. Nussbaum, “Some remarks on the conjecture in parameter adaptive control,” *Systems & Control Letters*, vol.3, no. 5, pp. 243–246, 1983.
- [ORD99] R. Ordonez and K.M. Passino, “Stable multi-input multi-output adaptive fuzzy/neural control,” *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 7, no. 3, pp. 345–353, 1999.
- [PAR03a] J. H. Park and G.-T. Park, “Adaptive fuzzy observer with minimal dynamic order for uncertain nonlinear systems,” *IEE Proc. Control Theory Appl.*, vol. 150, no. 2, pp. 189-197, 2003.
- [PAR03b] J.Y. Park and G.T. Park, Robust, “adaptive fuzzy controller for nonaffine nonlinear systems with dynamic rules activation,” *Int. J. Robust nonlinear control*, vol. 13, no. 2, pp. 117-139, 2003.
- [PAR04] J. H. Park and S. H. Kim, “Direct adaptive output feedback fuzzy controller for a non affine of nonlinear systems,” *IEE Proc. Control Theory Appl.*, vol. 151, no. 1, pp. 65-72, 2004.
- [PAR05a] J.-H. Park, G.-T. Park, S.-H. Kim, and C.-J. Moon, “Direct adaptive self-structuring fuzzy controller for nonaffine nonlinear system,” *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 153, no. 3, pp. 429–445, 2005.
- [PAR05b] J. H. Park, G.T. Park, S. H. Kim, and C.J. Moon, “Output feedback control of uncertain nonlinear systems using a self-structuring adaptive fuzzy observer,” *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 151, pp. 21-42, 2005.
- [PAR05c] J.H. Park, S.H. Huh, S.H. Kim, S.J. Seo, and G.T. Park, “Direct adaptive controller for nonaffine nonlinear systems using self-structuring neural networks,” *IEEE Trans. on Neural networks*, vol. 16, no. 2, pp. 414-422, 2005.
- [PUR05] S. Purwar, I.N. Kar, and A.N. Jha, “adaptive control of robot manipulators using fuzzy logic systems under actuator constraints,” *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 152, no. 3, pp. 651-664, 2005.

- [RAO94] M.P.R.V Rao and W. Fiessinger, "A new adaptive law for robust adaptive control," *IEE Electronic Letters*, vol. 30, pp. 531-532, 1994.
- [ROM90] J. J. Romano, "I-o map inversion, zero dynamics and flight control," *IEEE Trans. Aerospace Electron. Syst.*, vol. 26, pp. 1022-1029, Nov. 1990.
- [SAN64] I.W. Sandberg, "On the L_2 -boundedness of solutions of nonlinear functional equations," *Bell Sys. Tech. J.*, vol. 43, pp. 1581-1599, 1964.
- [SCH96] H. Schwarz, "Changing the unstable zero dynamics of nonlinear systems via parallel compensation," in *UKACC Int. Conf. Control*, vol. 2, pp. 1226-1231, 1996.
- [SEL00] R. R. Selmic and F. L. Lewis, "Dead-zone compensation in motion control systems using neural networks," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 45, no. 4, pp. 602-613, 2000.
- [SES00] S. Seshagiri and H.K. Khalil, "Output feedback control of nonlinear systems using RBF neural networks," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 11, no. 1, pp. 69-79, 2000.
- [SHA08] R. Shahnazi, H.M. Shanechi, and N. Pariz, "Position Control of Induction and DC Servomotors: A Novel Adaptive Fuzzy PI Sliding Mode Control," *IEEE Trans. Energy Conversion*, vol. 23, no.1, pp. 138-147, 2008.
- [SHI99] A.S. Shiriaev, H. Ludvigsen, O. Egeland, and A.L. Fradkov, "Swinging up of non-affine in control pendulum," in *Proc. of American Control Conference*, San Diego, California, USA, pp. 4039-4044, 1999.
- [SHY05] K. K. Shyu, W. J. Liu, and K. C. Hsu, "Design of large-scale time-delayed systems with dead-zone input via variable structure control," *Automatica*, vol. 41, no. 7, pp. 1239-1246, 2005.
- [SLE80] G. R. Slemon and A. Straughen, *Electric Machines*, Addison-Wesley, Reading, MA 1980.
- [SLO91] J. J. E. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall, Englewoods Cliffs, New-Jersey, 1991.
- [SON89] E.D. Sontag, "Smooth stabilization implies coprime factorization," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 34, pp. 435-443, 1989.
- [SPO96] J.T. Spooner and K.V. Passino, "Stable adaptive control using fuzzy systems and neural networks," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 4, no. 3, pp. 339-359, 1996.
- [STR80] G. Strang, *Linear Algebra and its applications*, 2nd ed., Academic press, New Work, Inc., 1980.
- [SU00] C.-Y. Su, Y. Stepanenko, J. Svoboda, and T. P. Leung, "Robust adaptive control of a class of nonlinear systems with unknown backlash-like hysteresis," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 45, no. 12, pp. 2427-2432, 2000.
- [SU03] C.-Y. Su, M. Oya, and H. Hong, "Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems preceded by unknown backlash-like hysteresis," *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, vol. 11, no. 1, pp. 1-8, 2003.
- [SUE94] C.Y. Sue and Y. Stepanenko, "Adaptive control of a class of nonlinear systems with fuzzy logic," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 2, no. 4, pp. 285-294, 1994.

- [SUG86] M. Sugeno and G. T. Kang, "Fuzzy modeling and control of multilayer incinerator" *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 18, pp.329, 1986.
- [SUG85] M. Sugeno and G. T. Kang, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. 15, pp. 116-132, 1985.
- [SUG88] M. Sugeno and G. T. Kang, "Structure identification of fuzzy models," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 28, pp. 15-33, 1988.
- [SUN92] X. Sun, W. Zhang, and Y. Jin, "Stable adaptive control of backlash nonlinear systems with bounded disturbance," in *Proc. 31th Conf. Decision Control*, pp. 274–275, 1992.
- [TAK85] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control," *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 15, no.1, 1985.
- [TAO94] G. Tao and P. V. Kokotovic, "Adaptive sliding control of plants with unknown dead-zone," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 39, no. 1, pp. 59–68, 1994.
- [TAO95a] G. Tao and P.V. Kokotovic, "Discrete-time adaptive control of systems with unknown dead-zone," *Int. J. of Control*, vol. 61, no. 1, pp. 1–17, 1995.
- [TAO95b] G. Tao and P. V. Kokotovic, "Adaptive control of plants with unknown hysteresis," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 40, pp. 200–212, 1995.
- [TAO95c] G. Tao and P. V. Kokotovic, "Continuous-time adaptive control of systems with unknown backlash," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 40, pp. 1083–1087, 1995.
- [TAR02] B. Targui, M. Farza, and H. Hammouri, "Constant-gain observer for a class of Multi-output nonlinear systems," *Applied Mathematics Letters*, vol. 15, pp. 709-720, 2002.
- [TOM96] C. J. Tomlin and S. S. Sastry, "Bounded tracking for nonminimum phase nonlinear systems with fast zero dynamics," in *Proc. 35th IEEE Conf. Decision Control*, vol. 2, pp. 2058–2063, 1996.
- [TON00] S.C. Tong, J. Tang and T. Wang, "Fuzzy adaptive control of multivariable nonlinear systems," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 111, no. 2, pp. 153–167, 2000.
- [TON02] S. Tong and H.X. Li, "Direct adaptive fuzzy output tracking control of nonlinear systems," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 128, pp. 107-115, 2002.
- [TON03] S.C. Tong and H.X. Li, "Fuzzy adaptive sliding model control for MIMO nonlinear systems," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 11, no. 3, pp. 354–360, 2003.
- [TON04a] S.C. Tong, H.X. Li, and W. Wang, "Observer-based adaptive fuzzy control for SISO nonlinear systems," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 148, pp. 355-376, 2004.
- [TON04b] S. Tong, H-X. Li, and G. Chen, "Adaptive fuzzy decentralized control for a class of large-scale nonlinear systems," *IEEE Trans. Systems, Man Cybernet. Part B: Cybernet.*, vol. 34, no. 1, pp. 770-775, 2004.
- [TON05] S.C. Tong, B. Chen and Y. Wang, "Fuzzy adaptive output feedback control for MIMO nonlinear systems," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 156, no. 2, pp. 285-299, 2005.

- [UTK77] V. I. Utkin, "Variable structure systems with sliding modes," *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 22, n. 2, pp 212-222, 1977.
- [WAL90] K. S. Walgama and I. Stemby, "Inherent observer property in a class of anti-windup compensators," *Int. J. of control*, vol. 52, no. 3, pp. 705-724, 1990.
- [WAN92] L.X. Wang and J.M. Mendel, "Fuzzy basis functions, universal approximation, and orthogonal least square learning," *IEEE Trans. Neural Networks*, 3, pp. 807-814, 1992.
- [WAN93] L.X. Wang, "Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 1, pp. 146-155, 1993.
- [WAN94] L.X. Wang, *Adaptive Fuzzy Systems and Control: Design and Stability Analysis*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1994.
- [WAN02] C.-H. Wang, H.-L. Liu, and T.-C. Lin, "Direct Adaptive Fuzzy-Neural Control With State Observer and Supervisory Controller for Unknown Nonlinear Dynamical Systems," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 10, no. 1, pp. 39-49, Feb 2002.
- [WAN03a] W.Y. Wang, Y.G. Leu, and T.T. Lee, "Output-feedback control of nonlinear systems using direct adaptive fuzzy-neural controller," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 140, pp. 341-358, 2003.
- [WAN03b] X.-S. Wang, H. Hong, and C Y. Su, "Model reference adaptive control of continuous-time systems with an unknown dead-zone," *IEE Proceedings of Control Theory Applications*, vol. 150, no. 3, pp. 261-266, 2003.
- [WAN04a] X.-S. Wang, C.-Y. Su, and H. Hong, "Robust adaptive control of a class of linear systems with unknown dead-zone," *Automatica*, vol. 40, no. 3, pp. 407-413, 2004.
- [WAN04b] W.Y. Wang, C.Y. Cheng, and Y.G. Leu, "An on-line GA-based output feedback direct adaptive fuzzy-neural controller for uncertain nonlinear systems," *IEEE Trans. Systems Man Cybernet. Part B: Cybernet.*, vol. 34, no. 1, pp. 334-345, 2004.
- [WAN05] Y. Wang and T. Chai, "Output-feedback control of uncertain nonlinear systems using adaptive fuzzy observer," *in: Proc. American Control Conference*, pp. 2613-2618, 2005.
- [WAN06] C. Wang, D. J. Hill, S. S. Ge, and G. Chen, "An ISS-modular approach for adaptive neural control of pure-feedback systems," *Automatica*, vol. 42, pp. 723-731, 2006.
- [WEN07] C. Wen and J. Zhou, "Decentralized adaptive stabilization in the presence of unknown backlash-like hysteresis," *Automatica*, vol. 43, pp. 426-440, 2007.
- [XIO01] Y. Xiong and M. Saif, "Sliding mode observer for nonlinear uncertain systems," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 46, no. 12, 2012-2017, 2001.
- [XU04] A. Xu and Q. Zhang, "Nonlinear system fault diagnostic based on adaptive estimation," *Automatica*, vol. 40, pp. 1181-1193, 2004.
- [YE01] X.D. Ye, "Adaptive nonlinear output-feedback control with unknown high-frequency gain sign," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 46, no.1, pp. 112-115, 2001.
- [YIM93] W. Yim, "End-point trajectory control, stabilization, and zero dynamics of a three-link flexible manipulator," *in Proc. Of the IEEE Int. Conf. Robotics Automation*, vol. 2, pp. 468-473, 1993.

- [YOO01] P.-S. Yoon, J.-H. Park, and G.-T. Park, "Adaptive fuzzy control of nonaffine nonlinear systems using Takagi–Sugeno fuzzy models," in: *Proc. IEEE Internat. Conf. Fuzzy Systems*, pp. 642–645, 2001.
- [ZAD65] L. A. Zadeh, "Fuzzy sets," *Information and control*, vol. 8, pp. 338-353, 1965.
- [ZAM66] G. Zames, "On the input-output stability of nonlinear time-varying feedback systems," *Part I, IEEE Trans. Automatic Control*, vol.11, no. 2, pp. 228-238, 1966.
- [ZEM07] A. Zemouche, Sur l'observation de l'état des systèmes dynamiques non linéaires. Thèse de Doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg, France, 2007.
- [ZER99] E. Zergeroglu, W. Dixon, D. Haste, and D. Dawson, "A composite adaptive output feedback tracking controller for robotic manipulators," *Robotica*, vol. 17, pp. 591-600, 1999.
- [ZHA07a] T.P. Zhang and Y. YI, "Adaptive fuzzy control for a class of MIMO nonlinear systems with unknown dead-zones," *Acta Automatica Sinica*, vol. 33, no. 1, pp. 96-99, 2007.
- [ZHA07b] T.P. Zhang and S.S. Ge, "Adaptive neural control of MIMO nonlinear state time-varying delay systems with unknown dead-zones and gain signs," *Automatica*, vol. 43, no. 6, pp. 1021-1033, 2007.
- [ZHA04] X.T. Zhang, D.M. Dawson, M.S. De Queiroz and B. Xian, "Adaptive control for a class of MIMO nonlinear systems with non-symmetric input matrix," in *Proc. of the IEEE International Conference on Control Applications*, Taipei, Taiwan, pp. 1324-1329, Sep 2004.
- [ZHO04] J. Zhou, C. Wen and Y. Zhang, "Adaptive backstepping control of a class of uncertain nonlinear systems with unknown backlash-like hysteresis," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 49, no. 10, pp. 1751–1757, 2004.
- [ZHO06] J. Zhou, C. Wen and Y. Zhang, "Adaptive output control of nonlinear systems with uncertain dead-zone nonlinearity," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 51, no. 3, pp. 504–511, 2006.
- [ZHO07] J. Zhou, C. Zhang and C. Wen, "Robust adaptive output control of uncertain nonlinear plants with unknown backlash nonlinearity," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 52, no. 3, pp. 503–509, 2007.