

وزارة التعلیم العالي والبحث العلمي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

2 ex

UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
« HOUARI BOUMEDIENNE »

»O«

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

INGENIORAT EN ELECTROTECHNIQUE

»O«

PROJET DE FIN D'ETUDES

المکينة

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
BIBLIOTHEQUE

THEME

IDENTIFICATION D'UNE
MACHINE SYNCHRONE

Proposé par :
M. KOURGLI

Etudié par :
Omar BENZAID
Ali MERICHED

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
« HOUARI BOUMEDIENNE »

»O«

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

INGENIORAT EN ELECTROTECHNIQUE

»O«

PROJET DE FIN D'ETUDES

THEME

**IDENTIFICATION D'UNE
MACHINE SYNCHROME**

Proposé par :

M. KOURGLI

Etudié par :

Omar BENZAID

Ali MERICHED

-000- R E M E R C I E M E N T S -000-

/)/os remerciements s'adressent :

-// -)) Mr.KOURGLI (promoteur) pour nous avoir guidés et suivis dans l'élaboration de ce projet ainsi qu'aux enseignants qui nous ont aidés par leurs précieux concours

-// -)) tous les professeurs et assistants qui ont contribué, de loin du de près , à notre formation .

-// -)) Messieurs les membres du Jury qui ont bien voulu nous honorer de leur présence à la présentation de ce travail .

A.MERICHED

O.BENZAID

S O M M A I R E

- INTRODUCTION

CHAPITRE I : ETUDE THEORIQUE

- 1)- Description
 - Principe de fonctionnement
- 2)- Equations de fonctionnement
 - Hypothèses simplificatrices
 - Conventions de signe
- 3)- Equations électriques et magnétiques
 - Expressions des différentes mutuelles et inductances
- 4)- Transformation de P A R K
 - Forme modifiée de la transformation de PARK
- 5)- Equations électriques dans les axes d et q
 - Application de la transformation modifiée de PARK
- 6)- Impédances opérationnelles
- 7)- Définitions et expressions des réactances et constantes de temps usuelles .
 - Relations entre réactances et constantes de temps
- 8)- Régime permanent
 - Diagramme à deux réactances
- 9)- Régime transitoire
 - Cas d'un court-circuit triphasé brusque
 - Cas de l'ouverture d'un court-circuit triphasé

CHAPITRE II :- MESURE DES REACTANCES ET CONSTANTES DE TEMPS

- Exposé des méthodes des mesures
- A)- Mesures directes
 - Essais classiques
 - Essais du court-circuit triphasé brusque
 - Essais de rétablissement de la tension
- B)- Mesure à partir des essais indiciaires

CHAPITRE III :- ETUDE PRATIQUE

- A)- Mise en œuvre des essais classiques
 - Mesure des résistances et grandeurs intervenant dans le régime permanent
 - Mesure des paramètres intervenant dans les régimes transitoires
- B)- Mise en œuvre et exploitation des essais indiciaires .

CHAPITRE IV :- Etude comparative

- Schéma équivalent

CHAPITRE V :- ETUDE EXPERIMENTALE

- Diagramme de BLONDEL
- Prédétermination de la caractéristique en charge
 $V = f(I)$ à partir du diagramme de BLONDEL .

CONCLUSION



II INTRODUCTION

-Les machines synchrones, comme toutes les autres machines, électriques sont réversibles et pour cette raison elles peuvent fonctionner indifféremment en générateurs (il s'agit alors d'alternateurs), ou en moteurs .

Elles sont surtout utilisées comme alternateurs qui sont à l'origine de la quasi-totalité de la puissance électrique fournie aux réseaux sous forme d'alternatif triphasé .

Cependant, on les utilise aussi comme moteur ainsi que comme compensateur synchrone qui, en réalité est un moteur synchrone fonctionnant à vide .

L'alternateur étant l'élément le plus important du système triphasé de production et de transport de l'énergie électrique, l'analyse de ses différents régimes (permanent et déséquilibré) est d'un grand intérêt pratique .

Notre travail est orienté dans ce sens ; il consiste à identifier la machine synchrone, c'est à dire , à déterminer expérimentalement, les résistances, réactances et constantes de temps intervenant dans l'étude de ses divers fonctionnements .

Pour cela, après avoir présenté les équations utilisées pour l'étude de la machine synchrone , nous utiliserons la transformation de PARK pour établir les équations simplifiées régissant son fonctionnement . De celles-ci nous définirons tous les paramètres intervenant dans les régimes transitoires et permanents. Nous exposerons ensuite , certaines méthodes utilisées pour la détermination de ces différents paramètres .

L'application est faite pour une machine synchrone de 2 kVA , disponible au laboratoire de l'école .

Ces travaux pratiques se rapportant au module de Fen 218, nous espérons que les étudiants électrotechniciens faisant ce module, pourront trouver ici un complément pour leurs connaissances .

-I-I-a) DESCRIPTION :

Une machine synchrone comprend :

-Un induit formé d'un système d'enroulement triphasés (avec P bobines par enroulement).

-Un inducteur formé d'un système de P paires de pôles alternés (Nord-Sud) qui portent généralement un bobinage parcouru par un courant continu. Ce bobinage est concentré autour de noyaux dans le cas d'une machine à pôles saillants ou logé dans des encoches dans le cas d'une machine à pôles lisses.

Généralement les pôles excités par le courant continu sont disposés sur la partie tournante de ~~xxxxxxx~~ à ~~xx~~ de la machine appelée Rotor et l'enroulement de l'induit à courant alternatif est placé sur la partie fixe appelée Stator.

Cependant, dans le cas des machines de faible puissance comme celles rencontrées au laboratoire, cette disposition est inversée et le courant est alors recueilli à l'aide de bagues collectrices.

Le rotor des machines à pôles saillants est muni d'amortisseurs constitués de barres de cuivre logées dans des encoches pratiquées dans les pièces pôlaires et reliées entre elles par des anneaux conducteurs.

Les amortisseurs entre autres ont pour effet de s'opposer à toute variation rapide du flux à travers le rotor, de réduire les harmoniques, etc.

-I-I-b) PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT :

-On démontre () que des fem apparaissent aux bornes d'un bobinage triphasé lorsqu'un champ d'induction glisse par rapport à ce bobinage. Dans les machines synchrones, le glissement relatif est obtenu en entraînant le rotor par une source d'énergie mécanique à la vitesse W . Dans les enroulements d'induit apparaissent alors 3 fem triphasées de pulsation $W_s = PW$.

En chargeant les enroulements d'induit par une charge triphasée ils débitent 3 courants triphasés de même pulsation W_s , la machine fonctionne alors en Alternateur.

Inversement, en appliquant à ces enroulements des tensions triphasées de pulsation W_s , on aura des courants de même pulsation W_s créant un champ tournant à la vitesse $W = W_s / P$. L'interaction entre ce champ et le champ inducteur tournant à la même vitesse donnera un couple électromagnétique; la machine fonctionne alors en moteur.

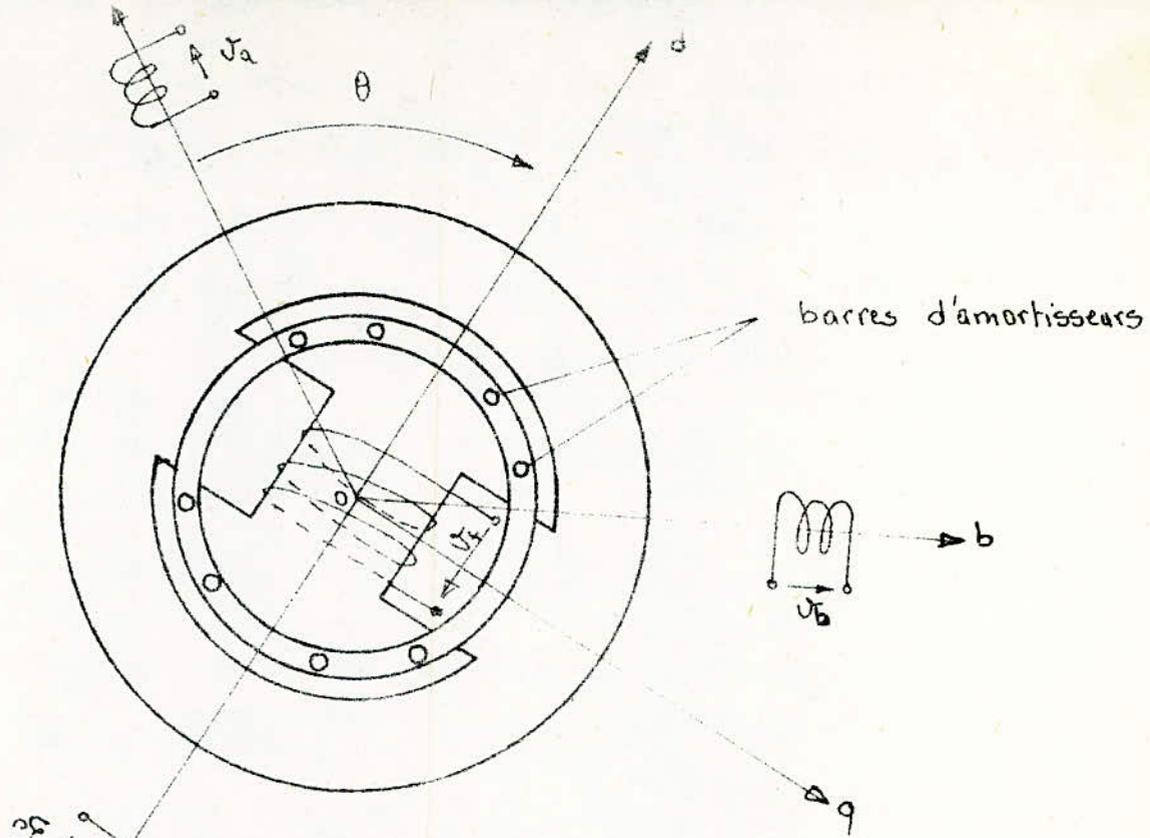


fig-1. Machine synchrone triphasée avec amortisseurs

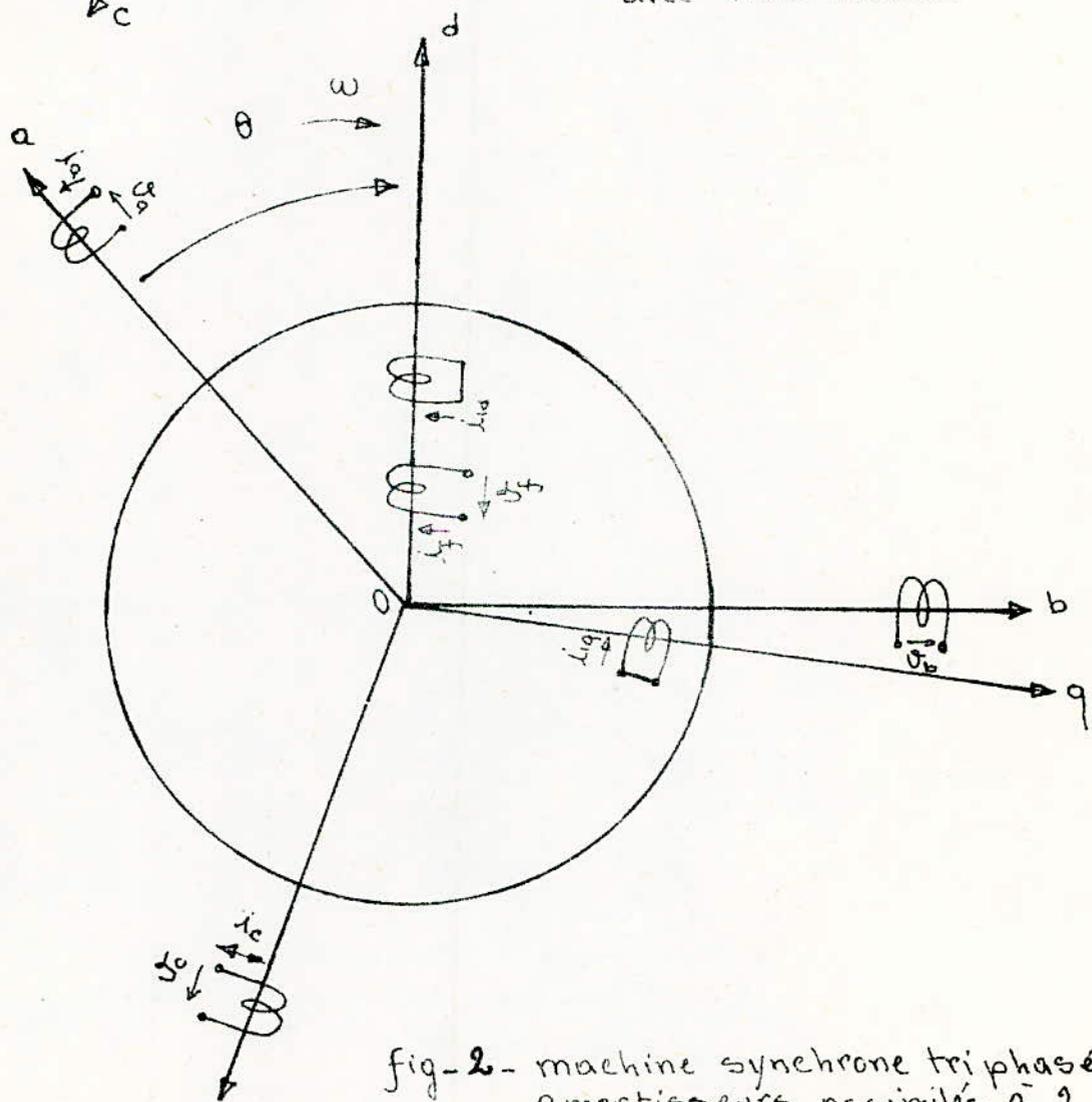


fig-2 - machine synchrone triphasée amortisseurs assimilés à 2 enroulements en court-circuit, en quadrature l'un de l'autre.

-I-2-a) EQUATIONS DE FONCTIONNEMENT :

-La machine synchrone dont nous allons étudier la mise en équation est une machine bipolaire à pôles saillants .Elle comprendra :

-Au Stator ,les bobinages a, b, c des 3 phases décalées deux à deux d'un angle de 120° électriques

-Au Rotor et suivant l'axe direct ou longitudinal (polaire) le bobinage inducteur f et l'amortisseur Id .

-Au Rotor et suivant l'axe en quadrature ou transversal (interpolaire) l'amortisseur Iq. (fig-2-)

-I-2-b) HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES :

Dans ce qui suit ,on supposera que :

-Le circuit magnétique n'est pas saturé et que les pertes par courants de Foucault et hystérésis sont négligeables .

-Les couplages capacitifs entre enroulements sont nulles .

-Les Fmm des enroulements statoriques sont à répartition sinusoidale et d'axe au seul fondamental de la Fmm créée par chaque phase d'induit .

-I-2-c) CONVENTIONS DE SIGNE :

-Un courant est positif s'il crée un flux positif à travers son propre enroulement .

-Une Fem est positive si elle fait circuler un courant positif .

-L'inducteur et l'induit sont considérés comme récepteur (convention moteur) .

-Le sens positif de la vitesse et des angles est le sens des aiguilles d'une montre .

-La position de l'inducteur est caractérisée par l'angle que fait Oa avec Od c'est à dire θ_a ou encore θ .Cet inducteur tourne à la vitesse ω et on aura donc :

$$\theta_a = (Oa, Od) = \theta$$

$$\theta_b = (Ob, Od) = \theta - \frac{2\pi}{3}$$

$$\theta_c = (Oc, Od) = \theta - \frac{4\pi}{3}$$

$$\text{et } \omega = \frac{d\theta}{dt}$$

-I-3-a) EQUATIONS ELECTRIQUES ET MAGNETIQUES :

Compte tenu des conventions précédentes, les enroulements de la fig. 2 obéissent aux équations :

$$v_a = R_a i_a + \frac{d\psi_a}{dt}$$

$$v_b = R_b i_b + \frac{d\psi_b}{dt}$$

$$v_c = R_c i_c + \frac{d\psi_c}{dt}$$

$$v_f = R_f i_f + \frac{d\psi_f}{dt}$$

$$0 = R_{Id} i_{Id} + \frac{d\psi_{Id}}{dt} \quad (I)$$

$$0 = R_{Iq} i_{Iq} + \frac{d\psi_{Iq}}{dt}$$

Avec $R_a = R_b = R_c$: résistance d'une phase d'induit .

R_f, R_{Id}, R_{Iq} résistances de l'inducteur , de l'amortisseur d'axe d et de l'amortisseur d'axe q .

- ($j = a, b, c, f, Id, Iq,$) = flux traversant l'enroulement j .

-I-3-b) EQUATIONS MAGNETIQUES :

- On adoptera les notations suivantes pour les diverses inductances .

- L_{aa}, L_{bb}, L_{cc} : inductance propre de chaque phase .

- M_{ab}, M_{bc}, M_{ca} : inductance mutuelle entre phase .

- M_{af}, M_{bf}, M_{cf} : inductance mutuelle de chaque phase avec l'enroulement inducteur .

- M_{ad}, M_{aq} : inductance mutuelle de chaque phase avec l'amortisseur de l'axe direct et de l'axe transversal .

M_{bd}, M_{bq}

M_{cd}, M_{cq}

- M_{fd}, M_{fq} : inductance mutuelle de l'enroulement inducteur avec l'amortisseur de l'axe direct et de l'axe transversal .

- L_{ff} : inductance propre de l'inducteur .

- L_{dd}, L_{qq} : inductance propre de chacun des amortisseurs .

- $M_{d,q} = M_{q,d}$: inductance mutuelle entre les deux circuits d'amortisseurs .

La relation matricielle liant flux et courants s'écrit :

ψ_a	L_{aa}	M_{ab}	M_{ac}	M_{af}	M_{ad}	M_{aq}	i_a
ψ_b	M_{ab}	L_{bb}	M_{bc}	M_{bf}	M_{bd}	M_{bq}	i_b
ψ_c	M_{ac}	M_{bc}	L_{cc}	M_{cf}	M_{cd}	M_{cq}	i_c
ψ_f	M_{af}	M_{bf}	M_{cf}	L_{ff}	M_{fd}	M_{fq}	i_f
ψ_{Id}	M_{ad}	M_{bd}	M_{cd}	M_{fd}	L_{dd}	M_{dq}	i_{Id}
ψ_{Iq}	M_{aq}	M_{bq}	M_{cq}	M_{fq}	M_{dq}	L_{qq}	i_{Iq}

$$[\psi] = [L][i]$$

-I-3-c) EXPRESSIONS DES DIFFERENTES MUTUELLES ET INDUCTANCES :

- Dans la machine à pôles saillants, l'entrefer varie de façon cyclique le long de la périphérie; la réductance rencontrée par le flux du stator dépend donc de θ , ce qui entraîne d'après le caractère symétrique de la machine :

$$L_{aa}(\theta) = L_{aa \text{ max}} = L_{aa} \text{ pour } \theta = k\pi$$

$$L_{aa}(\theta) = L_{aa}(\theta + \pi)$$

$$L_{aa}(\theta) = L_{aa}(-\theta)$$

donc L_{aa} est une fonction périodique de θ , de période π , dont le développement en série de Fourier s'écrit :

$$L_{aa}(\theta) = L_{aa} + L_{aa2} \cos 2\theta + L_{aa4} \cos 4\theta + \dots$$

L_{bb} et L_{cc} s'en déduisent en remplaçant θ respectivement par $\theta - \frac{2\pi}{3}$ et $\theta - \frac{4\pi}{3}$.

M_{ab} est aussi une fonction périodique de θ , de période π , maximale pour $\theta = \frac{\pi}{3}$; son développement en série de Fourier s'écrit :

$$M_{ab} = M_{ab} + M_{ab2} \cos 2\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) + M_{ab4} \cos 4\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) + \dots$$

M_{bc} et M_{ac} s'en déduisent en remplaçant θ respectivement par $\theta - \frac{2\pi}{3}$ et $\theta - \frac{4\pi}{3}$.

M_{af} est une fonction périodique de θ , de période 2π , extrême pour $\theta = k\pi$ et dont le développement en série de Fourier donne :

$$M_{af} = M_{af1} \cos \theta + M_{af3} \cos 3\theta + M_{af5} \cos 5\theta + \dots$$

M_{bf} et M_{cf} s'en déduisent en remplaçant θ respectivement par $\theta - \frac{2\pi}{3}$ et $\theta - \frac{4\pi}{3}$.

De même pour :

$$M_{aid} = M_{aid1} \cos \theta + M_{aid3} \cos 3\theta + \dots$$

M_{bid} et M_{cid} s'obtiennent en remplaçant θ respectivement par $\theta - \frac{2\pi}{3}$ et $\theta - \frac{4\pi}{3}$.

$$M_{aIq} = -M_{aIq1} \sin \theta - M_{aIq3} \sin 3\theta - \dots$$

M_{bIq}, M_{cIq} s'obtiennent en remplaçant θ respectivement par $\theta - \frac{2\pi}{3}$ et $\theta - \frac{4\pi}{3}$.

La reluctance rencontrée par le flux rotorique étant indépendante de θ , les coefficients, d'inductance propre et mutuelle relatifs au rotor sont tous des constantes dont certaines sont nulles. Nous écrirons donc :

$$L_{ff} = L_{ff}, M_{fId} = M_{fId}, L_{IIId} = L_{IIId}, L_{IIq} = L_{IIq}$$

$$M_{fIq} = M_{IdIq} = 0 \text{ (en quadrature).}$$

L'hypothèse de distribution sinusoidale de la Fmm d'induit, nous amène à écrire dans tous les développements en série de Fourier que les termes constants et les fondamentaux.

On démontre de même que : $\frac{-L_{aa}}{2} = M_{ab} = M_{bc} = M_{ac} = \frac{-L_{ao}}{2} = M_{abo}$

et $M_{ab2} = M_{ac2} = M_{bc2} = L_{aa2} = L_{bb2} = L_{cc2} = L_{a2}$

avec $L_{aa} = L_{bb} = L_{cc} = L_{ao}$

La matrice inductance prend alors la forme suivante :

$L_{aa} \cos 2\theta$	$M_{abo} + L_{a2} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3})$	$M_{abo} + L_{a2} \cos(\theta - \frac{4\pi}{3})$	$M_{af} \cos \theta$	$M_{aid} \cos \theta$	$M_{aiq} \sin \theta$
$L_{aa} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3})$	$L_{aa} + L_{a2} \cos(\theta - \frac{4\pi}{3})$	$M_{abo} + L_{a2} \cos 2\theta$	$M_{af} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3})$	$M_{aid} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3})$	$M_{aiq} \sin(\theta - \frac{2\pi}{3})$
$L_{aa} \cos(\theta - \frac{4\pi}{3})$	$M_{abo} + L_{a2} \cos 2\theta$	$L_{aa} + L_{a2} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3})$	$M_{af} \cos(\theta - \frac{4\pi}{3})$	$M_{aid} \cos(\theta - \frac{4\pi}{3})$	$M_{aiq} \sin(\theta - \frac{4\pi}{3})$
$M_{af} \cos \theta$	$M_{af} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3})$	$M_{af} \cos(\theta - \frac{4\pi}{3})$	L_{ff}	M_{fId}	0
$M_{aid} \cos \theta$	$M_{aid} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3})$	$M_{aid} \cos(\theta - \frac{4\pi}{3})$	M_{fId}	L_{IIId}	0
$M_{aiq} \sin \theta$	$-M_{aiq} \sin(\theta - \frac{2\pi}{3})$	$-M_{aiq} \sin(\theta - \frac{4\pi}{3})$	0	0	L_{IIq}

-I-4-) TRANSFORMATION DE PARK (DECOMPOSITION SELON LES 2 AXES):

4-a-) Décomposition de la Fmm selon les 2 Axes (d et q) :

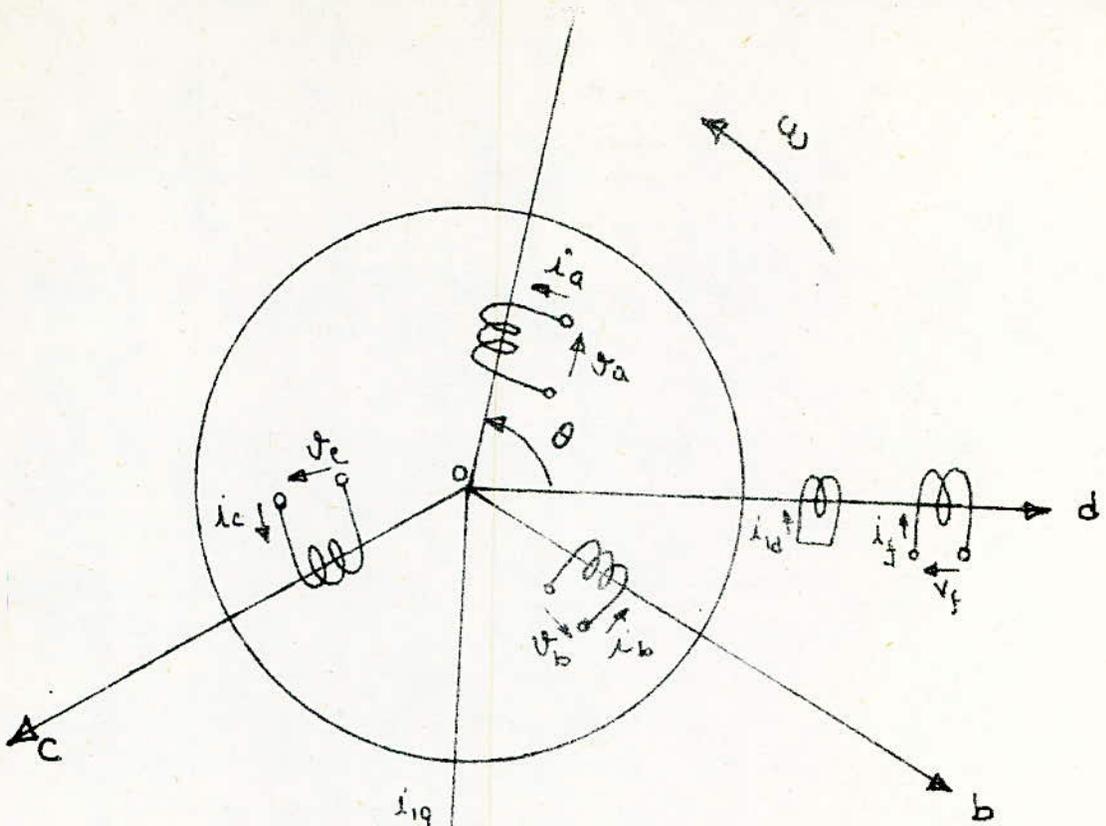
Les trois Fmm créés par chaque phase d'induit étant supposées sinusoidales, leur somme est elle même sinusoidale; son amplitude et sa position sont obtenus à un instant donné par addition des trois vecteurs \vec{F}_a, \vec{F}_b et \vec{F}_c . Cette résultante peut être projetée à chaque instant sur les axes d et q.

Soit $F_a = A i_a \cos \theta$, $F_b = A i_b \cos(\theta - \frac{2\pi}{3})$, $F_c = A i_c \cos(\theta - \frac{4\pi}{3})$

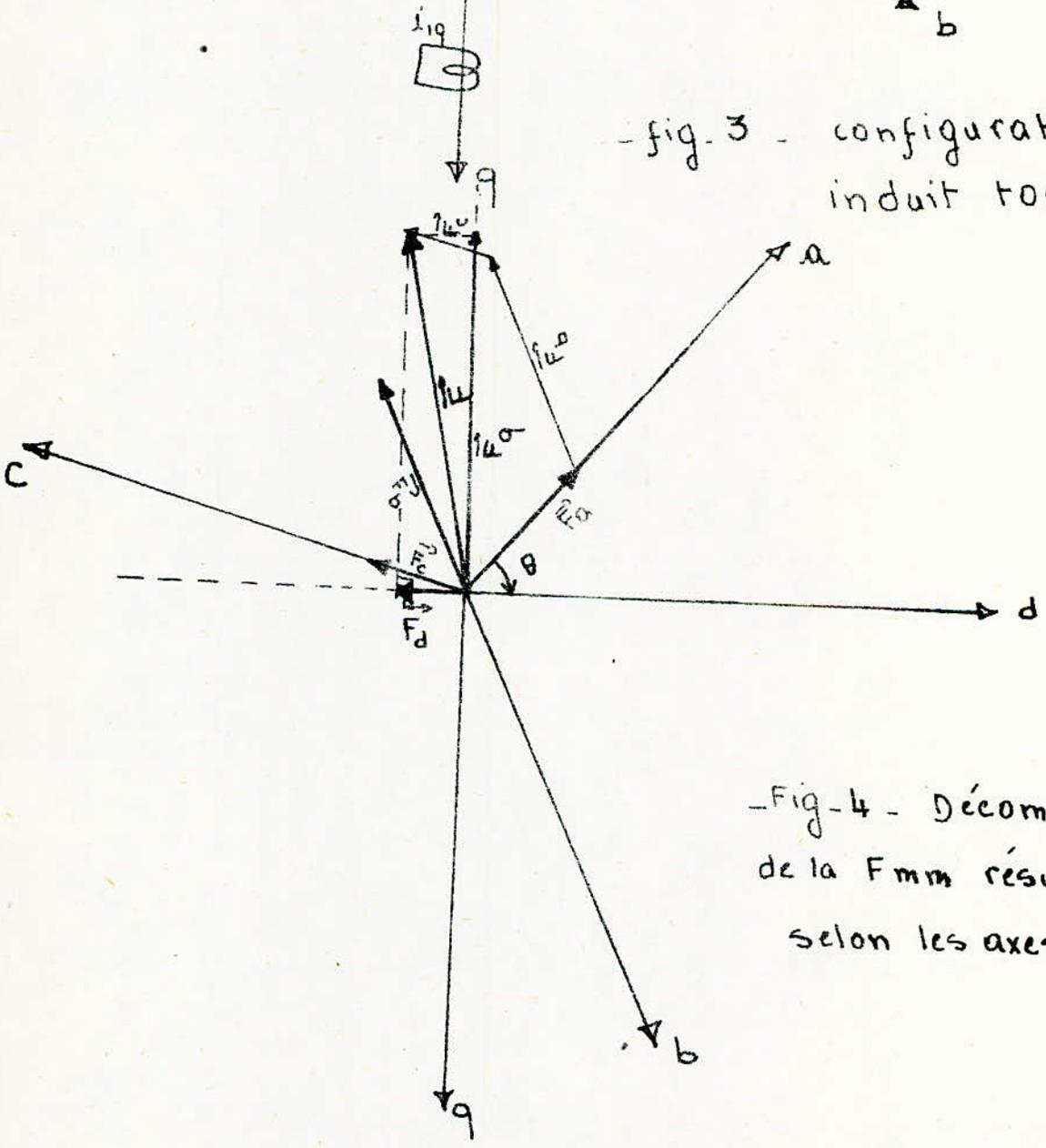
En représentant la résultante F des trois Fmm à $t = 0$ (fig.4) et en la projetant à un instant quelconque t sur les axes d et q, on aura :

$$F_d = A \left[i_a \cos \theta + i_b \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + i_c \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \right]$$

$$F_q = A \left[-i_a \sin \theta - i_b \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) - i_c \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \right]$$



- fig. 3 - configuration avec induit tournant



- Fig-4 - Décomposition de la Fmm résultante selon les axes d et q

Les deux équations forment un système irrésolvable en i_a, i_b et i_c .
 En ajoutant une même quantité aux courants i_a, i_b, i_c , on remarque que F_d et F_q restent inchangés. Ceci doit être corrélé avec le fait connu que la composante homopolaire des courants ne participe pas à la création de la Fmm sinusoidale d'entrefer. Nous utiliserons trois nouveaux courants i_d, i_q et i_0 liés à i_a, i_b, i_c par la relation matricielle dite transformation de PARK.

-I-4-b) TRANSFORMATION DE PARK :

La transformation de PARK appelée aussi transformation des deux axes consiste à faire correspondre aux variables réelles leurs composantes

- Homopolaire (indice 0)
- D'axe direct (indice d)
- D'axe en quadrature (indice q)

Pour un système de courants, elle s'écrit :

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \cos \alpha & -\sin \alpha \\ I \cos(\alpha - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\alpha - \frac{2\pi}{3}) \\ I \cos(\alpha - \frac{4\pi}{3}) & -\sin(\alpha - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix}$$

Soit : $\begin{bmatrix} i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda(\alpha) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_c \end{bmatrix}$

La transformation inverse sera donc :

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} I/2 & I/2 & I/2 \\ \cos \alpha & \cos(\alpha - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\alpha - \frac{4\pi}{3}) \\ \sin \alpha & -\sin(\alpha - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\alpha - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

Soit : $\begin{bmatrix} i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda(\alpha) \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} i \end{bmatrix}$

-Le coefficient $2/3$ pour les composantes d et q a été choisi parcequ'il entraine les relations les plus simples entre les valeurs numériques associées au système d,q d'une part, a,b,c d'autre part, des courants, tensions et flux.

Le changement de variables relatif aux flux et aux tensions est défini par la même transformation.

-I-5-6) FORME MODIFIEE DE LA TRANSFORMATION DE PARK :

La matrice indiquée par PARK n'est pas orthogonale. On peut remarquer que le produit scalaire de deux vecteurs colonnes est nul.

En divisant chacun de ces vecteurs par sa norme, on obtient la matrice de PARK orthogonalisée qui conserve la puissance instantanée et conduit à des schémas où les inductances mutuelles sont réciproques.

$$\begin{bmatrix} A_I(\theta) \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & \cos\theta & -\sin\theta \\ 1/\sqrt{2} & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ 1/\sqrt{2} & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

et la matrice inverse :

$$\begin{bmatrix} A_I(\theta) \end{bmatrix}^{-1} = \sqrt{\frac{3}{2}} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ \cos\theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ -\sin\theta & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

-I-5-a) EQUATIONS ELECTRIQUES DANS LES AXES d et q :

En explicitant les expressions des flux et en mettant les équations (I) sous forme matricielle, on obtient :

$$\begin{bmatrix} v_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{sR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_R \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} v_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_R \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} M_{Rs} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_R \end{bmatrix}$$

avec :

$$\begin{bmatrix} v_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} v_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} i_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} i_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_f \\ i_{Id} \\ i_{Iq} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} R_s \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} R_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_f & 0 & 0 \\ 0 & R_{Id} & 0 \\ 0 & 0 & R_{Iq} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} L_{ss} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & M_{ab} & M_{ac} \\ M_{ab} & L_{bb} & M_{bc} \\ M_{ac} & M_{bc} & L_{cc} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} M_{sR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{af} & M_{ad} & M_{aq} \\ M_{bf} & M_{bd} & M_{bq} \\ M_{cf} & M_{cd} & M_{cq} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} L_{RR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ff} & M_{fd} & 0 \\ M_{fd} & L_{dd} & 0 \\ 0 & 0 & L_{qq} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} M_{Rs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{sR} \end{bmatrix}^t$$

-I-5-b) APPLICATION DE LA TRANSFORMATION MODIFIEE DE PARK :

En effectuant le changement de variables dans le système (2) :

$$\begin{bmatrix} v_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_I(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{cs} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} i_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_I(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{cs} \end{bmatrix} \quad \text{il vient :}$$

$\overline{[A_I(\theta)]} = \overline{[A_I]}$ étant la matrice modifiée de PARK .

Le système d'équations (2) devient :

$$\overline{[A_I]} \overline{[v_{cs}]} = \overline{[R_s]} \overline{[A_I]} \overline{[i_{cs}]} + \frac{d}{dt} \left[\overline{[L_{ss}]} \overline{[A_I]} \overline{[i_{cs}]} + \overline{[L_{RR}]} \overline{[i_R]} \right] \quad (3)$$

$$\overline{[v_R]} = \overline{[R_R]} \overline{[i_R]} + \frac{d}{dt} \left[\overline{[M_{Rs}]} \overline{[A_I]} \overline{[i_{cs}]} + \overline{[M_{sR}]} \overline{[i_R]} \right] \quad (4)$$

En multipliant l'équation (3) par $\overline{[A_I]}^{-1}$ on obtient :

$$\overline{[v_{cs}]} = \overline{[A_I]}^{-1} \overline{[R_s]} \overline{[A_I]} \overline{[i_{cs}]} + \overline{[A_I]}^{-1} \cdot \left[\frac{d}{dt} \left[\overline{[L_{ss}]} \overline{[A_I]} \overline{[i_{cs}]} + \overline{[M_{sR}]} \overline{[i_R]} \right] \right] \quad (5)$$

On obtient , sachant que $\overline{[A_I]}^{-1} \overline{[A_I]} = \overline{[I]}$ matrice identité .

$$\overline{[v_{cs}]} = \overline{[R_s]} \overline{[i_{cs}]} + \overline{[A_I]}^{-1} \left[\frac{d}{dt} \left[\overline{[L_{ss}]} \overline{[A_I]} \overline{[i_{cs}]} + \overline{[M_{sR}]} \overline{[i_R]} \right] \right] \quad (6)$$

$$\overline{[v_R]} = \overline{[R_R]} \overline{[i_R]} + \frac{d}{dt} \left[\overline{[M_{Rs}]} \overline{[A_I]} \overline{[i_{cs}]} + \overline{[L_{RR}]} \frac{d}{dt} \overline{[i_R]} \right] \quad (7)$$

Effectuant le produit matriciel suivant, on trouve :

$$\overline{[L_{ss}]} \overline{[A_I]} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} L_{a0} + 2M_{abo} / 2 & (L_{a0} - M_{abo}) \cos \theta & -(L_{a0} - M_{abo}) \sin \theta \\ L_{a0} + 2M_{abo} / 2 & (L_{a0} - M_{abo}) \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -(L_{a0} - M_{abo}) \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ L_{a0} + 2M_{abo} / 2 & (L_{a0} - M_{abo}) \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & -(L_{a0} - M_{abo}) \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

$$+ L_{a2} \frac{3}{2} \begin{bmatrix} 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ 0 & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

En remplaçant $\frac{d}{dt}$ par l'opérateur différentiel P , $\frac{d\theta}{dt}$ par W , (la vitesse angulaire du rotor et en effectuant les différents produits matriciels on obtient la relation matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} v_o \\ v_d \\ v_q \\ v_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_o p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s + L_d p & -L_q W & M_f p & M_{kD} p & -M_{kQ} W \\ 0 & L_d W & R_s + L_q p & M_f W & M_{kD} W & M_{kQ} p \\ 0 & M_f p & 0 & R_f + L_f p & M_f D p & 0 \\ 0 & M_{kD} p & 0 & M_f D p & R_{Id} + L_{II} d p & 0 \\ 0 & 0 & M_{kQ} p & 0 & 0 & R_{Iq} + L_{II} q p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_o \\ i_d \\ i_q \\ i_f \\ i_{Id} \\ i_{Iq} \end{bmatrix} \quad (8)$$

avec : $L_d = L_{ao} - M_{abo} + \frac{3}{2} L_{a2}$, $L_q = L_{ao} - M_{abo} - \frac{3}{2} L_{a2}$, $L_o = L_{ao} + 2 M_{abo}$

$M_f = \sqrt{\frac{3}{2}} M_{fa}$; $M_{kD} = \sqrt{\frac{3}{2}} M_{aId}$; $M_{kQ} = \sqrt{\frac{3}{2}} M_{aIq}$; $M_{fD} = M_{fId}$;
relations (A).

-16-IMPEDANCES OPERATIONNELLES-

En considerant que les valeurs initiales des differentes variables sont nulles, la relation matricielle (8) conduit à un système d'equations differentielles à coefficients constants.

On cherchera à en deduire les impedances operationnelles suivant les deux axes, direct et quadrature. Ces impedances nous permettront de determiner les reactances et constantes de temps intervenant dans tous les regimes transitoires et subtransitoires.

Impédances operationnelles suivant les deux axes :

-En négligeant la composante homopolaire , le système (8) se met sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \\ V_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_d p & -L_q W & M_f p & M_{kD} p & -M_{kQ} W \\ L_d W & R_s + L_q p & M_f W & M_{kD} W & M_{kQ} p \\ M_f p & 0 & R_f + L_f p & M_f D p & 0 \\ M_{kD} p & 0 & M_f D p & R_{Id} + L_{II} d p & 0 \\ 0 & M_{kQ} p & 0 & 0 & R_{Iq} + L_{II} q p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \\ I_f \\ I_{Id} \\ I_{Iq} \end{bmatrix}$$

en désignant par V_f la transformée de la tension réelle v_f et par V_d, V_q, I_d, I_q les transformées des composantes relatives v_d, v_q, i_d, i_q des tensions et courants réels $v_a, v_b, v_c, i_a, i_b, i_c$; I_{Id}, I_{Iq} les transformées des courants i_{Id}, i_{Iq} dans les amortisseurs .

En décomposant le système matriciel ci-dessus en sous matrice comme indiqué en traits interrompus , on aura le système suivant :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & C \\ D & F & G \\ H & 0 & J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

Ce qui donne :

$$\begin{bmatrix} A \\ D \\ H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_1 \\ I_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ F \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_2 \\ I_2 \\ I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C \\ G \\ J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_3 \\ I_3 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} D \\ F \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_1 \\ I_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ F \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_2 \\ I_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_2 \\ V_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} H \\ 0 \\ J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_1 \\ I_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C \\ G \\ J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_3 \\ I_3 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

En substituant I_3 et I_2 obtenus des relations (2) et (3) en fonction de I_1 , dans la relation (1), on obtient :

$$\begin{bmatrix} A - B \frac{F}{D} - C \frac{J}{H} \\ -B \frac{F}{D} - C \frac{J}{H} \\ -C \frac{J}{H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B \\ F \\ 0 \end{bmatrix} \frac{V_2}{D}$$

en effectuant les différents produits matriciels et en posant :

$$Z_f = R_f + pL_f, \quad Z_{Id} = R_{Id} + pL_{Id}, \quad Z_{Iq} = R_{Iq} + pL_{Iq}$$

On aboutit à la relation matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} V_d - \frac{(Z_{Id} M_f W - M_{fD} M_{kD} p^2)}{Z_f Z_{Id} - M_{fD}^2 p^2} V_f \\ V_q - \frac{(Z_{Id} L_f W - M_{fD} M_{kD} p W)}{Z_f Z_{Id} - M_{fD}^2 p^2} V_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_s + L_d p - p^2 (Z_{Id} L_f^2 + Z_f M_{kD}^2 - 2M_{fD} M_{kD} p)}{Z_f Z_{Id} - M_{fD}^2 p^2} & -W(L_q - \frac{M_{kQ}^2 p^2}{Z_{Iq}}) \\ W(L_d - \frac{p(Z_{Id} M_f^2 + Z_f M_{kD}^2 - 2M_{fD} M_{kD} p)}{Z_f Z_{Id} - M_{fD}^2 p^2}) & R_s + pL_q - \frac{M_{kQ}^2 p^2}{Z_{Iq}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix}$$

Ces équations peuvent s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} V_d - pG(p)V_f \\ V_q - pW(p)V_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + pL_d(p) & -pW(p) \\ pW(p) & R_s + pL_q(p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} \quad (9)$$

En désignant par $L_d(p)$ et $L_q(p)$ les inductances opérationnelles suivant l'axe direct et l'axe en quadrature .

$$\text{Avec } G(p) = \frac{Z_{Id} M_f - p M_{fd} M_{kD}}{Z_f Z_{Id} - p^2 M_{fd}^2} .$$

Les impédances opérationnelles suivant les deux axes sont alors :

$$Z_d(p) = R_s + p L_d(p)$$

$$Z_q(p) = R_s + p L_q(p)$$

En remplaçant les expressions Z_f, Z_{Id}, Z_{Iq} dans l'expression des deux inductances $L_d(p), L_q(p)$, on obtient :

$$L_d(p) = L_d - \frac{p^2 (L_{II d} M_f^2 + L_f M_{kD}^2 - 2 M_f M_{fd} M_{kD} + p (R_{Id} M_f^2 + R_f M_{kD}^2))}{p^2 (L_f L_{II d} - M_{fd}^2) + p (R_f L_{II d} + R_{Id} L_f) + R_f R_{Id}}$$

$$L_q(p) = L_q - \frac{p M_{kQ}^2}{p L_{II q} + R_{Iq}}$$

d'où les réactances opérationnelles suivants les deux axes :

$$X_d(p) = W L_d(p)$$

$$X_q(p) = W L_q(p)$$

-I-7-DEFINITION DES ~~XXXXXXXX~~ REACTANCES ET CONSTANTES DE TEMPS USUELLES:

a) Définition des régimes subtransitoire, transitoire et permanent :

a-1°) Régime subtransitoire:

C'est le régime qui s'établit au premier instant d'un phénomène transitoire (exemple d'un court circuit).

Il dure jusqu'à l'extinction des courants dans les circuits d'amortisseurs.

a-2°) Régime transitoire :

Il débute à l'extinction des courants dans les amortisseurs et dure jusqu'à l'extinction du courant variable dans l'inducteur.

a-3°) Régime permanent:

C'est le régime qui s'établit lorsque tous les courants variables sont éteints dans le circuit de l'inducteur.

D'une façon générale, cela correspond à l'amortissement de toutes les composantes aperiodiques.

I-6-b) REACTANCES TRANSITOIRES, SUBTRANSITOIRES ET PERMANENTES:

b-1°) Réactance subtransitoire de l'axe direct X_d'' :

C'est la réactance opérationnelle $X_d(p)$ au temps $t=0$

$$\text{Soit } X_d'' = X_d(\infty)$$

$$X_d'' = W \left(L_d - \frac{L_{II d} M_f^2 + L_f M_{kD}^2 - 2 M_f M_{fd} M_{kD}}{L_f L_{II d} - M_{fd}^2} \right)$$

Ce résultat peut être obtenu en négligeant toutes les résistances dans l'expression de $L_d(p)$.

-b-2°) Réactance transitoire de l'axe direct X'_d :

C'est la réactance opérationnelle $X_d(p)$ au temps $t = 0$, en admettant que le circuit d'amortisseur de l'axe direct est supprimé.

Il suffira de faire tendre $L_{II d}$ vers ∞ .

$$\text{Soit : } X'_d = W \left(L_d - \frac{M_f^2}{L_f} \right)$$

-b-3°) Réactance synchrone d'axe direct X_d :

C'est la réactance obtenue en ouvrant dans l'axe direct le circuit de l'inducteur et de l'amortisseur.

$$X_d = W L_d$$

-b-4°) Réactance subtransitoire de l'axe transversal X''_q :

C'est la réactance opérationnelle $X_q(p)$ à l'instant initial

Soit : $X''_q = X_q(\infty)$

$$X''_q = W \left(L_q - \frac{M_{kq}^2}{L_{II q}} \right)$$

On peut obtenir ce résultat de même en négligeant toutes les résistances dans l'expression de $L_q(p)$.

-b-5°) Réactance synchrone de l'axe transversal X_q :

C'est la réactance obtenue en ouvrant dans l'axe transversal le circuit d'amortisseur.

$$\text{Soit : } X_q = W L_q$$

-b-6°) Réactance inverse X_1 :

C'est la réactance apparente de la machine alimentée par un système de tension inverses.

$$\text{On pourra adopter une valeur moyenne : } X_1 \approx \frac{X'_d + X''_q}{2}$$

-b-7°) Réactance homopolaire X_0 :

C'est la réactance apparente de la machine alimentée par un système de tensions homopôlaires. Cette réactance est due aux seuls flux de fuite. Elle n'a une valeur finie que si l'induit est connecté en étoile avec fil neutre.

I-c-CONSTANTES DE TEMPS USUELLES :

Leur définition est fonction du régime perturbé considéré. En pratique dans les cahiers des charges, on demande plus particulièrement

-les constantes de temps intervenant dans les perturbations symétriques notamment les court-circuits triphasés .

-c-I°) Constantes de temps de l'axe direct :

L'inductance opérationnelle de l'axe direct s'écrit :

$$\mathcal{L}_d(p) = \frac{p^2(L_f L_{II d} L_d - L_d M_{fd}^2 - L_{II d} M_f^2 - L_f M_{kd}^2 + 2M_f M_{fd} M_{kd}) + p(R_f(L_{II d} L_d - M_{kd}^2) + R_{Id}(L_f L_d - M_f^2)) + R_f R_{Id} L_d}{p^2(L_f L_{Id} - M_{fd}^2) + p(R_f L_{II d} + R_{Id} L_f) + R_f R_{Id}}$$

Le dénominateur de $\mathcal{L}_d(p)$ s'écrit :

$$R_f R_{Id} \left[I + p \left(\frac{L_f}{R_f} + \frac{L_{Id}}{R_{Id}} \right) + p^2 \frac{L_f L_{Id}}{R_f R_{Id}} \left(I - \frac{M_{fd}^2}{L_f L_{Id}} \right) \right]$$

Il diffère peu de : $R_f R_{Id} (I + T'_{do} p)(I + T''_{do} p)$

$$\text{avec : } T'_{do} = \frac{L_f}{R_f} ; \quad T''_{do} = \frac{L_{II d}}{R_{Id}} \left(I - \frac{M_{fd}^2}{L_f L_{II d}} \right)$$

L'approximation faite, consiste à utiliser le fait que les amortisseurs ayant une masse de cuivre bien plus faible que celle de l'inducteur, ont une résistance R_{Id} bien supérieur à R_f . On peut donc négliger la constante de temps de l'amortisseur de l'axe direct ($\frac{L_{II d}}{R_{Id}}$) devant celle de l'inducteur $\frac{L_f}{R_f}$.

On définit alors les constantes ci-dessus :

T'_{do} : constante de temps transitoire d'axe direct en circuit ouvert :

C'est la constante de temps de l'inducteur, les enroulements I_d , I_q étant supposés ouverts .

T''_{do} : constante de temps subtransitoire d'axe direct en circuit ouvert :

C'est la constante de temps de l'amortisseur d'axe direct I_d , l'enroulement suivant d'ouvert et l'inducteur étant en court-circuit .

-Le numérateur de $\mathcal{L}_d(p)$ écrit sous la forme $L_d R_f R_{Id} (I + Ap + Bp^2)$, peut être décomposé sous la forme : $L_d R_f R_{Id} (I + p T'_d)(I + p T''_d)$.

$$\text{avec : } T'_d = \frac{L_f}{R_f} \left(I - \frac{M_f^2}{L_f L_d} \right) ; \quad T''_d = \frac{L_{II d}}{R_{Id}} \left[I - \frac{L_d M_{fd}^2 + L_f M_{kd}^2 - 2M_f M_{fd} M_{kd}}{L_{II d} (L_d L_f - M_f^2)} \right]$$

T'_d : constante de temps transitoire d'axe direct, en court-circuit :

C'est la constante de temps de l'inducteur en présence de l'enroulement d de l'induit en court-circuit et l'enroulement I_d étant supposé ouvert .

T_d'' : constante de temps subtransitoire d'axe direct, en court-circuit :
 C'est la constante de temps de l'amortisseur d'axe direct; l'inducteur et l'enroulement de l'axe direct étant en court-circuit.
 De ce qui précède, l'inductance opérationnelle d'axe direct pourra donc se mettre sous la forme :

$$L_d(p) = L_d \frac{(I + pT_d')(I + pT_d'')}{(I + pT_{do}') (I + pT_{do}'')} \quad \text{--- (IO)}$$

-I-2°) Constantes de temps de l'axe en quadrature .

L'inductance opérationnelle suivant l'axe en quadrature s'écrit :

$$L_q(p) = L_q - \frac{pM_{kQ}^2}{R_{Iq} + pL_{IIq}} = \frac{L_q(R_{Iq} + pL_{IIq}) - pM_{kQ}^2}{R_{Iq} + pL_{IIq}}$$

$$L_q(p) = L_q \left[\frac{I + p \frac{L_{IIq}}{R_{Iq}} \left(I - \frac{M_{kQ}^2}{L_q L_{IIq}} \right)}{I + p \frac{L_{IIq}}{R_{Iq}}} \right]$$

qui peut se mettre sous la forme : $L_q(p) = L_q \frac{I + pT_q''}{I + pT_{qo}''} \quad \text{(II)}$

avec : $T_q'' = \frac{L_{IIq}}{R_{Iq}} \left(I - \frac{M_{kQ}^2}{L_q L_{IIq}} \right)$

$T_{qo}'' = \frac{L_{IIq}}{R_{Iq}}$

T_q'' : constante de temps subtransitoire transversale en court-circuit :
 C'est la constante de temps de l'amortisseur Iq, l'induit en court-circuit .

T_{qo}'' : constante de temps subtransitoire transversale en circuit ouvert :
 C'est la constante de temps de l'amortisseur Iq, l'induit ouvert .

-Expression de G(p) :

$$G(p) = \frac{R_{Id} M_f + p(M_f L_{IIId} - M_{fD} M_{kD})}{R_f R_{Id} + p(R_f L_{IIId} + R_{Id} L_f) + p^2(L_f L_{IIId} - M_{fD})}$$

qui peut s'écrire: $G(p) = \frac{M_f R_{Id}}{R_f R_{Id}} \left[\frac{I + p \frac{L_{IIId}}{R_{Id}} \left(I - \frac{M_{fD} M_{kD}}{M_f L_{IIId}} \right)}{(I + pT_{do}') (I + pT_{do}'')} \right]$

Le numérateur de G(p) peut se mettre sous la forme :

$$M_f \left[I + \frac{L_{IIId}}{R_{Id}} P \left\{ I - \frac{M_{fD} M_{kD}}{M_f L_{IIId}} \right\} \right] = M_f (I + P T_{kD})$$

avec :

$$T_{kD} = \frac{L_{IIId}}{R_{Id}} \left(I - \frac{M_{fD} M_{kD}}{M_f L_{IIId}} \right) : \text{Constante de temps des fuites de l'amortisseur d'axe direct .}$$

-I-d) RELATIONS ENTRE REACTANCES ET CONSTANTES DE TEMPS /

$$- \frac{T'_{do}}{T'_d} = \frac{I - \frac{M_f^2}{L_d L_f}}{I - \frac{M_f^2}{L_d L_f}} = \frac{L_d}{L_d} = \frac{X_d}{X'_d}$$

$$\text{donc : } \frac{T'_{do}}{T'_d} = \frac{X_d}{X'_d}$$

$$\begin{aligned} \text{de même : } \frac{T''_{do}}{T''_d} &= \frac{L_f L_{IIId} - M_{fD}^2}{L_f L_{IIId}} \cdot \frac{L_{IIId} (L_d L_f - M_f^2)}{L_d L_f L_{IIId} - L_{IIId} M_f^2 - L_d M_{fD}^2 - L_f M_{kD}^2 + 2 M_f M_{fD} M_{kD}} \\ &= \left(L_d - \frac{M_f^2}{L_f} \right) \frac{I}{L_d - \frac{L_{IIId} M_f^2 + L_f M_{kD}^2 - 2 M_f M_{fD} M_{kD}}{L_f L_{IIId} - M_{fD}^2}} = \frac{X'_d}{X''_d} \end{aligned}$$

$$\text{On aura donc : } \frac{T''_{do}}{T''_d} = \frac{X'_d}{X''_d}$$

$$\text{Des deux précédentes, on en déduit : } \frac{X_d}{X''_d} = \frac{T'_{do} \cdot T''_{do}}{T'_d \cdot T''_d}$$

-Pour l'axe en quadrature, on obtient la relation suivante :

$$\frac{T''_q}{T''_{q0}} = \frac{X''_q}{X_q}$$

-I-8/REGIME PERMANENT/

Les régimes permanents à la vitesse synchrone correspondent à l'étude classique de la machine synchrone .

Les relations donnant les flux à travers les bobines de l'induit en fonction des courants qui passent dans celles-ci ne sont pas affectées par la présence de l'inducteur et des amortisseurs . On considérera alors les réactances synchrones .

Pour suivre le fonctionnement en charge de la machine synchrone , on se propose d'établir des relations traduisant des diagrammes vectoriels

Le but de ces diagrammes est de tracer les courbes :

$$-V(I) \quad \text{à } J \text{ et } \cos \varphi \text{ constants .}$$

$$-J(I) \quad \text{à } V \text{ et } \cos \varphi \text{ constants .}$$

V désignant la tension simple aux bornes de l'induit , I le courant débité , φ son déphasage par rapport à V , J le courant d'excitation qui donne à vide une Fcm E_j .

Pour les machines à pôles saillants , nous allons construire les diagrammes à partir des équations de PARK pour les tensions .

Pour cela , on considérera la marche en alternateur et dans les équations déjà établies pour un fonctionnement moteur , on inversera le sens des tensions de l'induit .

On aura donc pour les tensions réelles :

$$-v_a = R_s i_a + \frac{d\psi_a}{dt} ; \quad -v_b = R_s i_b + \frac{d\psi_b}{dt} ; \quad -v_c = R_s i_c + \frac{d\psi_c}{dt} .$$

et dans des relations (8) traduisant les équations de PARK , on remplacera :

v_d et v_q par $-v_d$ et $-v_q$ et de même pour leurs transformées .

-I-8-a) Relation entre la Fcm, la tension et le courant d'une phase d'induit

Les tensions aux bornes de l'alternateur ainsi que les courants débités , si φ est le déphasage entre eux , s'écrivent :

$$v_a = V \sqrt{2} \sin \omega t \qquad i_a = I \sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi)$$

$$v_b = V \sqrt{2} \sin(\omega t - 2\pi/3) \quad \text{et} \quad i_b = I \sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi - 2\pi/3)$$

$$v_c = V \sqrt{2} \sin(\omega t - 4\pi/3) \qquad i_c = I \sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi - 4\pi/3)$$

En désignant par $\theta = \omega t + \delta$ avec δ l'angle que fait l'axe pôle avec l'axe de la phase a à l'instant $t=0$ et en appliquant la transformation de PARK , on aura :

$$v_d = \sqrt{2/3} \left[v_a \cos(\omega t + \delta) + v_b \cos(\omega t + \delta - 2\pi/3) + v_c \cos(\omega t + \delta - 4\pi/3) \right]$$

$$v_q = -\sqrt{2/3} \left[v_a \sin(\omega t + \delta) + v_b \sin(\omega t + \delta - 2\pi/3) + v_c \sin(\omega t + \delta - 4\pi/3) \right]$$

En remplaçant v_a, v_b, v_c par leurs expressions ci-dessus et par un calcul simple, on aboutit à :

$$\begin{aligned} v_d &= -\sqrt{3}V \sin \delta \\ v_q &= -\sqrt{3}V \cos \delta \end{aligned} \quad (a)$$

De même, on obtient pour les courants :

$$\begin{aligned} i_d &= -\sqrt{3}I \sin(\delta + \varphi) \\ i_q &= -\sqrt{3}I \cos(\delta + \varphi) \end{aligned} \quad (b)$$

v_d, v_q, i_d, i_q étant des valeurs constantes pour un régime donné, c'est à dire :

$$\frac{di_d}{dt} = \frac{di_q}{dt} = \frac{di_f}{dt} = 0$$

Les relations (8) où on a remplacé v_d par $-v_d$ et v_q par $-v_q$ deviennent avec $W = W_r (p_I = I)$:

$$\begin{aligned} -v_d &= R_s i_d - L_q W i_q + M_{kD} \frac{di_{Id}}{dt} - M_{kQ} W i_{Iq} \\ -v_q &= L_d W i_d + R_s i_q + M_f W i_f + M_{kD} W i_{Id} + M_{kQ} \frac{di_{Iq}}{dt} \\ v_f &= R_f i_f + M_{fD} \frac{di_{Id}}{dt} \\ 0 &= R_{Id} i_{Id} + L_{II} \frac{di_{Id}}{dt} \\ 0 &= R_{Iq} i_{Iq} + L_{II} \frac{di_{Iq}}{dt} \end{aligned}$$

Les 2 dernières équations admettent pour solution $i_{Id} = i_{Iq} = 0$
(aucun courant ne circule dans les circuits d'amortisseurs).

On obtient :

$$\begin{aligned} -v_d &= R_s i_d - L_q W i_q & -v_d &= R_s i_d - X_q i_q & (c) \\ -v_q &= R_s i_q + L_d W i_d + M_f W i_f & -v_q &= R_s i_q + X_d i_d + M_f W i_f & (d) \\ v_f &= R_f i_f & v_f &= R_f i_f \end{aligned}$$

En remplaçant v_d, v_q, i_d, i_q par leurs expressions données par les relations (a) et (b), on aura :

$$\begin{aligned} \sqrt{3}V \sin \delta &= -R_s \sqrt{3}I \sin(\delta + \varphi) + X_q \sqrt{3}I \cos(\delta + \varphi) & (a) \\ \sqrt{3}V \cos \delta &= -R_s \sqrt{3}I \cos(\delta + \varphi) - X_d \sqrt{3}I \sin(\delta + \varphi) + M_f W i_f & (b') \end{aligned}$$

Quand le courant I tend vers zéro, l'angle δ tend vers zéro et la tension V sera égale à : $V = \frac{M_f W i_f}{\sqrt{3}}$ qui représente la Fém induite à vide.

$$\begin{aligned} V \sin \delta &= -R_s I \sin(\delta + \varphi) + X_q I \cos(\delta + \varphi) & (a'') \\ V \cos \delta &= E - R_s I \cos(\delta + \varphi) - X_d I \sin(\delta + \varphi) & (b'') \end{aligned}$$

A partir des deux équations, on pourra construire le diagramme de BLONDEL qui nous permettra de déterminer la Fém E pour une tension V , un courant et un déphasage φ , connus.

-Pour cela ,portons $OA=V$ déphasé d'un angle φ par rapport au courant I dont la direction est portée par Ox . On place ensuite $AB=R_s I$ parallèle à Ox puis $BC=X_q I$ perpendiculaire à Ox . (fig-5-)

La relation (b'') nous détermine la direction de G qui sera suivant OC .

Pour obtenir le segment représentant E , on porte $BD=X_d I$ perpendiculaire à Ox . La projection de D sur OC donnera G , extrémité du segment $OG=E$.

On a donc :

$$OG = OF + FH + HG$$

$$FA = HB - KB$$

ces relations traduisent bien les équations (a'') et (b'') .

Pour l'étude du fonctionnement en régime permanent équilibré de l'alternateur à pôles saillants , on utilise souvent le diagramme vectoriel à deux réactances synchrones . (fig-6-)

On pourra l'obtenir du premier diagramme en posant :

$$\psi = \varphi + \delta \quad \text{avec } \delta \text{ déphasage de la Fem } \bar{E} \text{ en avant de la tension } \bar{V}$$

-Le tracé du diagramme s'effectue en portant $\overline{OA} = \bar{V}$ puis $\overline{AB} = R_s \bar{I}$

Et ensuite $\overline{BC} = jX_t \bar{I}$ qui donne par OC la direction de E .

Les projections de \bar{I} sur \bar{E} et $-j\bar{E}$ donnent $\overline{I \cos \psi}$ et $\overline{I \sin \psi}$,

On porte, avec $\overline{BH} = jX_t \overline{I \cos \psi}$, $jX_l \overline{I \sin \psi}$ on \overline{HG} et on obtient $E=OG$.

Avec X_l et X_t les réactances cycliques synchrones d'une phase d'induit

parcourue par le courant alternatif réel décomposé en deux courants alternatifs , l'un en phase avec la Fem et l'autre en quadrature .

-I-8-b/Expression de la puissance et du couple :

En régime permanent équilibré , la puissance débitée par l'alternateur est :

$$P = 3VI \cos \varphi$$

en négligeant la résistance R_s de l'induit , les équations

(a'') et (b'') donnent :

$$\cos(\delta + \varphi) I = \frac{V \sin \delta}{X_q I} \quad \text{et} \quad \sin(\delta + \varphi) = \frac{E - V \cos \delta}{X_d I}$$

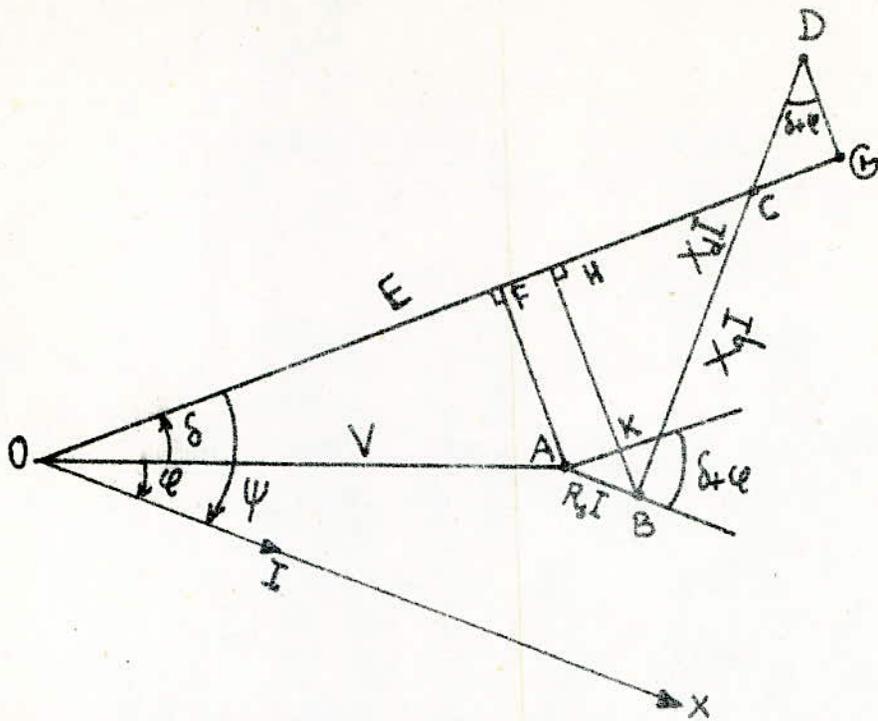
puisque $\cos \varphi = \cos(\delta + \varphi) \cos \delta + \sin(\delta + \varphi) \sin \delta$

$$\cos \varphi = \frac{V \sin \delta}{X_q I} \cos \delta + \frac{E - V \cos \delta}{X_d I} \sin \delta$$

$$\cos \varphi = \frac{E \sin \delta}{X_q I} + \frac{V \sin 2\delta}{2I} \left[\frac{I}{X_q} - \frac{I}{X_d} \right]$$

soit en remplaçant $\cos \varphi$ dans l'expression de la puissance , on obtient :

$$P = 3 \frac{V \cdot E}{X_d} \sin \delta + \frac{3}{2} V^2 \sin 2\delta \left[\frac{I}{X_q} - \frac{I}{X_d} \right]$$

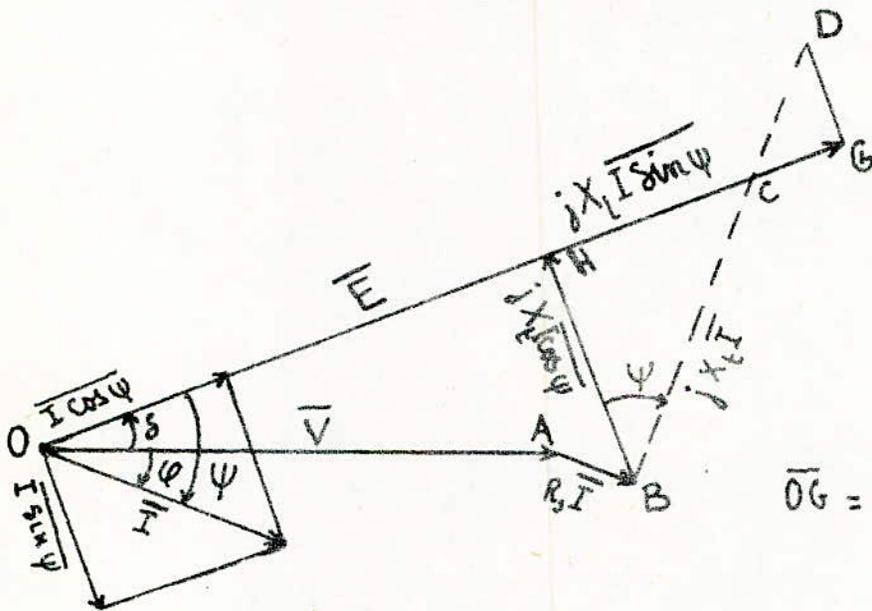


$$OG = OF + FH + HG$$

$$FA = HB - KB$$

DIAGRAMME DE BLONDEL DEFINI PAR LES EQUATIONS: Fig-5-

$$\begin{cases} E = V \cos \delta + R_s I \cos(\delta + \varphi) + X_s I \sin(\delta + \varphi) \\ V \sin \delta = X_s I \cos(\delta + \varphi) - R_s I \sin(\delta + \varphi) \end{cases}$$



$$\overline{OG} = \overline{OA} + \overline{AB} + \overline{BH} + \overline{HG}$$

DIAGRAMME VECTORIEL à 2 REACTANCES SYNCHRONES DEFINI PAR :

$$\overline{E} = \overline{V} + R_s \overline{I} + j X_s \overline{I} \cos \psi + j X_e \overline{I} \sin \psi$$

- Fig. 5 -

-En négligeant les pertes ($E = V$), le couple électromagnétique Γ_c sera égal au couple de freinage en signe contraire

$$\Gamma_c = -\Gamma_f$$

avec : $\Gamma_c = \frac{P}{W} = 3 \frac{VE}{W \cdot X_d} \sin \delta + \frac{3}{2} \frac{V^2}{W} \sin 2\delta \left[\frac{I}{X_q} - \frac{I}{X_d} \right]$

-Pour une machine à P_I paires de pôles, la puissance et le couple seront multipliés par P_I .

-I-8-REGIMES TRANSITOIRES /

Il y a régime transitoire quand une perturbation (mise en court-circuit, brusque variation de la charge, à-coup de couple) tend à faire varier la Fmm de l'induit ou la position de ses pôles par rapport à ceux de l'inducteur ; le passage d'un fonctionnement à l'autre ne pouvant être instantané.

On se propose d'établir les expressions des courants et tensions lors de certains régimes transitoires simples, avec l'hypothèse de l'invariance de la vitesse de rotation.

On se limitera aux deux études

1°) La mise en court-circuit triphasé brusque.

2°) Rétablissement de la tension à l'ouverture d'un tel court-circuit.

Ces deux études permettent la détermination des diverses réactances et constantes de temps.

-I-9-a/Court-circuit triphasé brusque d'un alternateur :

On réunit brusquement les trois bornes de l'induit d'un alternateur bipolaire tournant à vide à la vitesse W ; son inducteur étant alimenté par une tension constante v_f .

La relation : $[V(p)] = [Z(p)] [I(p)]$ nous permettra de déterminer les courants.

Le régime transitoire dû à la brusque annulation des tensions aux bornes de l'induit peut être considéré comme la superposition :

-D'un régime permanent antérieur.

-Et d'un régime transitoire dû à l'application à l'induit, de tensions opposées aux valeurs antérieures.

a-I°/Expression du courant dans l'induit :

Avant le court-circuit, les seules grandeurs existantes sont : i_f , $v_q = M_f W i_f = E \sqrt{3}$, $v_f = R_f i_f$ comme le montre la relation (8).

à $t = 0$, la mise en court-circuit correspond à l'application de tensions $V_o = 0$; $V_d = 0$; $V_q = -E \sqrt{3}/P$; $V_f = 0$ (A).

-L'étude du court-circuit setriphasé se fera en porant dans les équations opérationnelles de la machine (9), les relations(A) :

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z(p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix}$$

donc :

$$\begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z(p) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z(p) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{E\sqrt{3}}{P} \end{bmatrix} \text{----- (I2)}$$

avec $\begin{bmatrix} Z(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + p L_d(p) & -W L_q(p) \\ W L_d(p) & R_s + p L_q(p) \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} Z(p) \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\Delta(p)} \begin{bmatrix} R_s + p L_q(p) & W L_q(p) \\ -W L_d(p) & R_s + p L_d(p) \end{bmatrix}$$

avec $\Delta(p) = (R_s + p L_d(p))(R_s + p L_q(p)) + W^2 L_d(p) L_q(p)$.

qui peut se mettre sous la forme :

$$\Delta(p) = L_d(p) L_q(p) \left[p^2 + p \left(\frac{R_s}{L_d(p)} + \frac{R_s}{L_q(p)} \right) + W^2 \frac{R_s^2}{L_d(p) L_q(p)} \right]$$

au voisinage de la vitesse synchrone , les résistances étant faibles devant les réactances on aura :

$$\Delta(p) = L_d(p) L_q(p) \left[p^2 + p \left(\frac{R_s}{L_d(p)} + \frac{R_s}{L_q(p)} \right) + W^2 \right]$$

En faisant apparaitre les réactances subtransitoires à la vitesse W, et en effectuant des implifications on aboutit à :

$$\begin{bmatrix} Z(p) \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\Delta(p)} \begin{bmatrix} \left(p + \frac{WR_s}{X_q''} \right) L_q(p) & W L_q(p) \\ -W L_d(p) & \left(p + \frac{WR_s}{X_d''} \right) L_d(p) \end{bmatrix}$$

avec $\Delta(p) = L_d(p) L_q(p) \left(p + \frac{WR_s}{X_h''} + jW \right) \left(p + \frac{WR_s}{X_h''} - jW \right)$

$$X_h'' = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{X_d'} + \frac{1}{X_q'} \right]$$

-En remplaçant $\mathcal{L}_d(p)$ et $\mathcal{L}_q(p)$ par leur expressions trouvées en (I0), et (II) dans la relation matricielle (I2), on trouve :

$$(I3) \text{-- } I_d = - \frac{E\sqrt{3}}{L_d} \frac{W}{p} \cdot \frac{(I+pT'_{do})(I+pT''_{do})}{(I+pT'_d)(I+pT''_d) \left[p + \frac{WR_s}{X''_h} + jW \right] \left[p + \frac{WR_s}{X''_h} - jW \right]}$$

$$(I4) \text{-- } I_q = - \frac{E\sqrt{3}}{L_q} \frac{I}{p} \cdot \frac{(I+pT''_{co})(p + WR_s/X''_d)}{(I+pT''_q) \left(p + \frac{WR_s}{X''_h} + jW \right) \left(p + \frac{WR_s}{X''_h} - jW \right)}$$

On arrive ainsi aux originales de $I_q(p)$ et $I_d(p)$ en les décomposant en fractions simples et en effectuant certaines approximations (voir SUIVANT)

$$i_d(t) = - E\sqrt{3} \left[\frac{I}{X_d} + \left(\frac{I}{X'_d} - \frac{I}{X_d} \right) e^{-t/T'_d} + \left(\frac{I}{X''_d} - \frac{I}{X'_d} \right) e^{-t/T''_d} - \frac{I}{X''_d} \cos \omega t \cdot e^{-t/T_a} \right]$$

de même : $i_q(p) = - \frac{E\sqrt{3}}{X''_q} \sin \omega t \cdot e^{-t/T_a}$ avec $T_a = \left[\frac{WR_s}{X''_h} \right]^{-1}$

T_a est la constante de temps en court-circuit de l'induit.

A l'aide de la transformation modifiée de PARK :

$$i_a = \sqrt{\frac{2}{3}} (i_d \cos \vartheta - i_q \sin \vartheta) \quad \text{avec} \quad \vartheta = \omega t + \delta$$

le courant dans la phase a s'écrit :

$$i_a(p) = - E_n \left[\frac{I}{X_d} + \left(\frac{I}{X'_d} - \frac{I}{X_d} \right) e^{-t/T'_d} + \left(\frac{I}{X''_d} - \frac{I}{X'_d} \right) e^{-t/T''_d} \right] \cos(\omega t + \delta) + E_n \cdot e^{-t/T_a} \left[\frac{I}{2} \left(\frac{I}{X''_d} + \frac{I}{X''_q} \right) \cos \delta + \frac{I}{2} \left(\frac{I}{X''_d} - \frac{I}{X''_q} \right) \cos(2\omega t + \delta) \right] \quad (I5)$$

-Les courants i_b, i_c s'obtiennent en remplaçant dans l'expression de i_a , δ par $\delta - 2\pi/3$ et $\delta - 4\pi/3$.

Le courant i_a se compose de cinq termes qu'on peut regrouper en trois composantes :

I-La composante alternative de pulsation ω qui est la somme :

-du terme permanent d'amplitude $\frac{E_n}{X_d}$.

-du terme transitoire d'amplitude initiale $\left(\frac{I}{X'_d} - \frac{I}{X_d} \right) E_n$, amorti avec la constante de temps T'_d .

- du terme subtransitoire d'amplitude initiale $(\frac{I}{X_d''} - \frac{I}{X_d'})E_m$; amorti avec la constante de temps T_d'' .

2- La composante asymétrique, terme apériodique amorti avec la constante de temps T_a , de valeur initiale $E_m \cos \delta_0 (\frac{I}{X_d''} + \frac{I}{X_q''})/2$.

3- La composante de pulsation $2W$, d'amplitude initiale $E_m (\frac{I}{X_d''} - \frac{I}{X_q''})/2$ amortie avec la constante de temps T_a .

- L'amplitude initiale de la composante alternative est E_m/X_d'' .

- L'amplitude initiale de la composante asymétrique diffère peu de E_m/X_d'' parce que $(\frac{I}{X_d''} + \frac{I}{X_q''})/2 \approx \frac{I}{X_d''}$.

- La composante de pulsation $2W$ est négligeable du fait que X_d'' est proche de X_q'' .

a-2°) Expression du courant dans l'inducteur :

Le courant d'excitation est la somme du courant $i_{f0} = \frac{V_f}{R_f}$ en régime permanent antérieur et de i_f' dû au régime transitoire.

A partir de la deuxième équation matricielle (paragraphe I-6)

$$\begin{bmatrix} D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_2 \end{bmatrix}$$

$$\text{avec : } \begin{bmatrix} D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{fp} & 0 \\ M_{kd} & 0 \end{bmatrix} ; \begin{bmatrix} F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_f + pL_f & M_{fd} \\ M_{fd} & R_{Id} + L_{Id}p \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} ; \begin{bmatrix} I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_f' \\ I_{Id} \end{bmatrix} ; \begin{bmatrix} V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_f \\ 0 \end{bmatrix}$$

Puisqu'on applique $V_f = 0$, la relation devient :

$$\begin{bmatrix} I_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} F \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \end{bmatrix}$$

En calculant $\begin{bmatrix} F \end{bmatrix}^{-1}$ et le produit $\begin{bmatrix} F \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} D \end{bmatrix}$ on trouve :

$$I_f' = - \frac{M_{fp} p(I + pT_{kd})}{R_f (I + pT_{do})(I + pT_{do}')}. I_d$$

- En remplaçant I_d par son expression (I3), avec $E\sqrt{3} = M_f W I_{f0}$ et en faisant certaines approximations, on arrive à l'originale de $I_f'(p)$, laquelle en lui ajoutant I_{f0} , on obtient :

$$i_f(p) = I_{fo} \left[I + \frac{X_d - X'_d}{X'_d} \right] \left[e^{-t/T'_d} - \left(I - \frac{T_{KD}}{T'_d} \right) \cdot e^{-t/T''_d} - \frac{T_{KD}}{T'_d} e^{-t/T_a} \cos \omega t \right]$$

Le courant I_f est la somme de quatre termes :

- du courant d'excitation I_{fo} qui subsiste à la fin du régime transitoire .
- du courant subtransitoire s'amortissant très vite avec la constante de temps T''_d .
- du courant transitoire s'amortissant lentement avec la constante de temps T'_d .
- du courant de pulsation W s'amortissant avec la constante de temps T_a .

-I-9-b/Tension de rétablissement à l'ouverture d'un court-circuit triphasé:

Dans ce cas on applique à $t = 0$, les courants $-I_{do}$ et $-I_{qo}$.
 I_{do} et I_{qo} étant les courants existants lors du court-circuit ;
ils sont fournis par les équations (8) dans lesquelles on fait :
 $V_d = 0$; $V_q = 0$; $I_f = I_{fo}$; $I_{Id} = 0$; $I_{Iq} = 0$ et $p = 0$.

En négligeant la résistance R_s devant les réactances X_d et X_q ,
on trouve : $I_{qo} = 0$; $I_{do} = -M_f W I_{fo} / X_d = -E\sqrt{3}/X_d$:

Les équations opérationnelles (9) où on néglige les résistances fournissent les expressions de $V_d(p)$ et $V_q(p)$.

$$V_d(p) = \frac{E\sqrt{3}}{W} \cdot \frac{T'_d \cdot T''_d}{T'_{do} T''_{do}} \cdot \frac{(P + I/T'_d)(P + I/T''_d)}{(P + I/T'_{do})(P + I/T''_{do})}$$

$$V_q(p) = \frac{E\sqrt{3}}{P} \frac{(I + pT'_d)(I + pT''_d)}{(I + pT'_{do})(I + pT''_{do})}$$

En faisant certaines approximations telles que :

$T''_d \ll T'_d$ et $T''_{do} \ll T'_{do}$ on arrive aux expressions simplifiées de $V_d(t)$ et $V_q(t)$.

$$V_d(t) = \frac{E\sqrt{3}}{W} \left[\frac{I}{T'_{do}} \left(I - \frac{X'_d}{X_d} \right) \cdot e^{-t/T'_{do}} + \frac{I}{T''_{do}} \left(\frac{X'_d}{X_d} - \frac{X''_d}{X_d} \right) \cdot e^{-t/T''_{do}} \right]$$

$$V_q(t) = E\sqrt{3} \left[I - \left(I - \frac{X'_d}{X_d} \right) \cdot e^{-t/T'_{do}} - \left(\frac{X'_d}{X_d} - \frac{X''_d}{X_d} \right) \cdot e^{-t/T''_{do}} \right]$$

En appliquant la transformation de PARK modifiée, on aboutit à l'expression de la tension réelle par phase de l'induit :

$$\text{avec : } v_a(t) = \sqrt{\frac{2}{3}} (v_d \cos \alpha - v_q \sin \alpha) \quad (\alpha = \omega t + \delta)$$

à fréquence normale: $\omega \gg 1/T'_{do}$ et $\omega \gg 1/T''_{do}$

on obtient alors, l'expression simplifiée de $v_a(t)$:

$$v_a(t) = E_m \sin(\omega t + \delta) \left[-I + \left(I - \frac{X'_d}{X_d} \right) \cdot e^{-t/T'_{do}} + \left(\frac{X'_d}{X_d} - \frac{X''_d}{X_d} \right) \cdot e^{-t/T''_{do}} \right]$$

- L'amplitude initiale de la tension de rétablissement vaut $E_m X''_d / X_d$ et la valeur finale vaut E_m .

Remarque 1: Dans notre étude, on a traité le cas d'un court-circuit triphasé brusque à vide ; pour un court-circuit en charge, on écrira que le courant dans une phase de l'induit est la somme de :

- I_0 , courant existant avant le court-circuit.
- I_1 , courant obtenu en appliquant à l'induit les tensions $v_d = -v_{do}$, $v_q = 0$, $v_f = 0$.
- I_2 , courant obtenu en appliquant à l'induit les tensions $v_d = 0$, $v_q = -v_{qo}$, $v_f = 0$.

Remarque 2: Dans le cas d'un court-circuit déséquilibré, l'étude se fait en décomposant les courants ou les tensions suivant les composantes de Fortescue. Ces courants de court-circuit peuvent s'exprimer en fonction des différentes réactances et constantes de temps, transitoires et subtransitoires, de la machine.

CHAP-II- MESURE DES REACTANCES ET CONSTANTES DE TEMPS/

Les réactances ,résistances et constantes de temps des machines synchrones constituent ,comme nous l'avons vu ,les éléments essentiels qui permettent d'étudier les différents régimes de leur fonctionnements

Plusieurs méthodes existent pour la mesure de ces paramètres Nous allons exposer dans ce chapitre ,deux méthodes permettant la détermination des flux usités.

Cependant,certains paramètres tels ceux relatifs aux amortisseurs n'étant pas directement mesurables ,nous essaierons de les évaluer sous forme de constantes de temps .

II-A-EXPOSE DES METHODES DE MESURE /

A-I°) Mesures directes:

Ce sont des méthodes classiques dans la plupart sont recommandées par la C.E.I publication 34-4,1967.

A-I) Paramètres intervenants dans les régimes permanents :

-Mesure des résistances :

La mesure des résistances statorique et rotorique se fait à chaud par la méthode voltampèrétique aval ;

-Réactances longitudinale et transversale synchrones (X_d, X_q):

a) Mesure de X_d par un essai à vide et un essai en court-circuit triphasé permanent :

-Pour une même valeur du courant d'excitation ,on lit sur la partie non saturée de la caractéristique à vide ou sur son prolongement ,la Fem. E puis ,sur la caractéristique en court-circuit triphasé,le courant I_{cc} correspondant.

Le fonctionnement en court-circuit triphasé correspond à $V = 0$ d'où $v_d = v_q = 0$,soit $I_q = 0$ d'où $I_{cc} = I_d$ (équation a',b').

$$E = X_d I_d = X_d I_{cc} \quad - - - \quad X_d = E / I_{cc};$$

$$\text{avec} \quad E = E_f W_l f \sqrt{3}$$

b) Mesure de X_d et X_q par la méthode du faible glissement :

-La méthode consiste à entraîner la machine synchrone à la vitesse de synchronisme ,à la coupler à une source de tension triphasée réduite v (condition de non saturation)puis annuler le courant d'excitation ($I_f = 0$)d'où ($E = 0$)

On entraîne ensuite le Rotor à une vitesse très voisine de la vitesse synchrone (δ variable)en agissant sur le moteur d'entraînement .

On note alors les valeurs de V , I , V_f de la tension et du courant d'induit et de la tension aux bornes de l'inducteur .

Quand on est dans la position transversale (I maximum, V_f également) on aura $X_q = V/I_{\max}$.

Quand on est dans la position longitudinale (I minimum, V_f nulle) on obtient $X_d = V/I_{\min}$.

Le rapport V/I en fonction de δ quand E est nul est donné par les équations :

$$V_d = -\sqrt{3}V \sin \delta = -X_q I_q \quad (R_s \text{ négligeable})$$

$$V_q = -\sqrt{3}V \cos \delta = X_d I_d \quad \text{avec } I = I_d^2 + I_q^2$$

$$3 X_d^2 V^2 \sin^2 \delta = (X_d X_q)^2 I_q^2$$

$$3 X_q^2 V^2 \cos^2 \delta = (X_d X_q)^2 I_d^2$$

$$\text{donc } 3 V^2 (X_d^2 \sin^2 \delta + X_q^2 \cos^2 \delta) = (X_d X_q)^2 I^2$$

$$\text{si } v = V/\sqrt{3} \quad (v \text{ tension de phase})$$

on aura :

$$\frac{v}{i} = \sqrt{\frac{X_d^2 X_q^2}{X_d^2 \sin^2 \delta + X_q^2 \cos^2 \delta}}$$

lorsque δ varie très lentement, il en est de même pour le rapport v/i qui passe par un maximum égal à X_d pour $\delta = 0$ ou π (position longitudinale) et par un minimum égal à X_q lorsque $\delta = \pm \pi/2$ (position transversale).

a-Mesure de X_q par l'essai de l'excitation négative :

- On commence par le couplage à vide de la machine synchrone sur une source triphasée de valeur réduite v . On diminue le courant d'excitation i_f (donc e) jusqu'à l'annuler puis on augmente i_f à nouveau en valeur négative jusqu'au moment où la machine commence à perdre le synchronisme. La limite de stabilité statique d'une machine synchrone est atteinte quand le couple Γ_e cesse de croître en fonction de δ , donc pour le maximum de la courbe $\Gamma_e(\delta)$.

$$\text{donc } \frac{d\Gamma_e}{d\delta} = 0 \Rightarrow \frac{3EV \cos \delta}{X_d \cdot W} + \frac{3V^2 \cos 2\delta}{W} \left(-\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) = 0$$

le moteur tournant à vide, la puissance active étant nulle, donc $\delta = 0$ soit en remplaçant dans la relation (B), par sa valeur :

$$3 \frac{EV}{X_d} + 3 \cdot V^2 \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) = 0$$

$$\text{ou encore : } \frac{E}{V} = I - \frac{X_d}{X_q}$$

La valeur négative de i_f à l'instant de la perte de synchronisme fournit X_q (caractéristique à vide), V étant mesuré, X_d connu, on en déduit X_q .

-A-2) Mesure de la réactance homopolaire X_0 :

a) Mesure directe :

L'inducteur en court-circuit, le rotor est entraîné à la vitesse synchrone. On alimente sous une tension réduite V les trois phases de l'induit groupées en série de façon à ce que les trois courants des trois phases soient égaux et en phase. On mesure alors la tension U , le courant I et la puissance P ; on en déduit :

$$Z_0 = \frac{U}{3I} \quad ; \quad R_0 = \frac{I}{3} \frac{P}{I^2} \quad ; \quad X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2}$$

b) Méthode du court-circuit permanent double entre phase et neutre :

On lit la tension V_a aux bornes de la phase libre et on lit le courant I_n qui, venant des extrémités B et C en court-circuit, se dirige vers le point neutre.

Par la méthode des composantes symétriques, on démontre que :

$$X_0 = V_a / I_n$$

-A-3) Mesure de la réactance inverse X_1 :

a) Essai de rotation inverse :

L'induit alimenté par un système équilibré de tensions de fréquence normale mais de valeur très réduite, on entraîne le rotor, la machine non excitée, à la vitesse synchrone mais dans le sens inverse de celui de la F.M.M. d'induit.

La mesure de la tension V , du courant I et de la puissance P fournit à l'induit, donnent :

$$Z_1 = \frac{V}{I} \quad ; \quad R_1 = \frac{P}{3I^2} \quad ; \quad X_1 = \sqrt{Z_1^2 - R_1^2}$$

b) Essai de court-circuit permanent entre deux phases :

La machine connectée en étoile est entraînée à la vitesse normale avec deux bornes mises en court-circuit permanent.

On mesure le courant de court-circuit et la tension entre les deux phases court-circuitées et l'extrémité de la phase ouverte.

En tenant compte de la résistance R_1 , $\bar{\theta}$ étant décalée de $\frac{\pi}{2} - \xi$ (avec $\tan \xi = X_1 / R_1$) par rapport au courant \bar{I}

La puissance indiquée par le Wattmètre est :

$$P = UI \sin \xi = Z_1 I \sqrt{3} X_1 / Z_1 = \sqrt{3} X_1 I^2$$

$$\text{d'où } X_1 = \frac{P}{\sqrt{3} I^2} \quad \text{avec } U = \sqrt{3} X_1 I$$

-A-4) Paramètres intervenant dans les régimes transitoires :

A-4-a) Essai statique /

Cet essai permet la détermination des réactances subtransitoires, longitudinale et transversale (X_d'' et X_q'').

L'inducteur en court-circuit sur un ampèremètre, on alimente l'induit entre deux bornes de phase sous tension réduite V , de fréquence normale.

En faisant tourner le rotor lentement à la main, on constatera que le courant dans l'inducteur passe par un maximum, on est alors dans la position longitudinale (impédance de l'induit = Z_d'').

La mesure de la tension appliquée U , du courant I et de la puissance P absorbée par l'induit, donne :

$$Z_d'' = U/2I \quad ; \quad R_d'' = P/2I^2 \quad ; \quad X_d'' = \sqrt{Z_d''^2 - R_d''^2}$$

Ce courant passe ensuite par un minimum, on est dans ce cas dans la position transversale (impédance de l'induit = Z_q'')

La mesure de U , I , P donne :

$$Z_q'' = U/2I \quad ; \quad R_q'' = P/2I^2 \quad ; \quad X_q'' = \sqrt{Z_q''^2 - R_q''^2}$$

A-4-b) Essai du court-circuit triphasé brusque aux bornes de l'induit /

Cet essai permet la détermination de X_d' , X_d'' , T_d' et T_d'' .

L'alternateur tournant à vide à sa vitesse nominale, on mesure la Fem E induite au stator puis on enregistre les courants statoriques et le courant dans l'inducteur lors d'un court-circuit triphasé brusque aux bornes de l'induit. L'allure de ces courants est donnée par la figure 8-

L'exploitation des résultats s'effectue en considérant que les courbes obtenues par enregistrement obéissent à la relation (I5) en négligeant le terme à la pulsation $2W$. L'amplitude de la composante pseudo-périodique amortie sera donc :

$$E_m \left[\frac{I}{X_d} + \left(\frac{I''}{X_d} - \frac{I}{X_d} \right) \cdot e^{-t/T_d'} + \left(\frac{I''}{X_d} - \frac{I}{X_d} \right) \cdot e^{-t/T_d''} \right]$$

Elle s'obtient graphiquement en traçant les enveloppes supérieure et inférieure de l'une des courbes de la fig- qui présente le plus d'asymétrie et en faisant leurs demi-somme algébrique. Pour déterminer les amplitudes I_m'' et I_m' des termes subtransitoire et transitoire, on soustrait l'amplitude I_m du courant en régime établi. On obtiendra donc $I_m'' + I_m'$ qu'on tracera en fonction

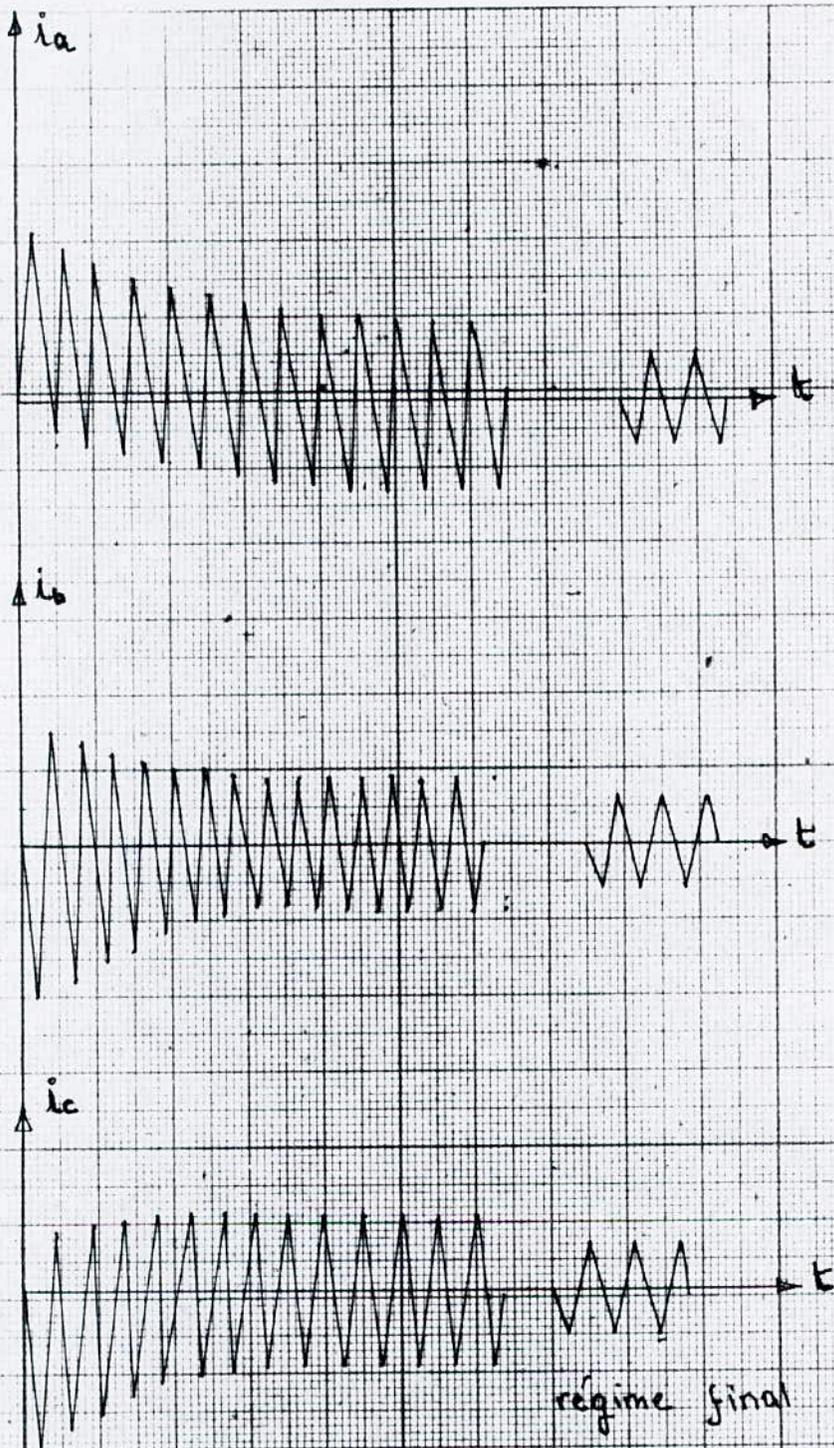


fig. 8 - Oscillogramme des courants dans les trois phases de l'induit, lors d'un court-circuit triphasé brusque à vide.

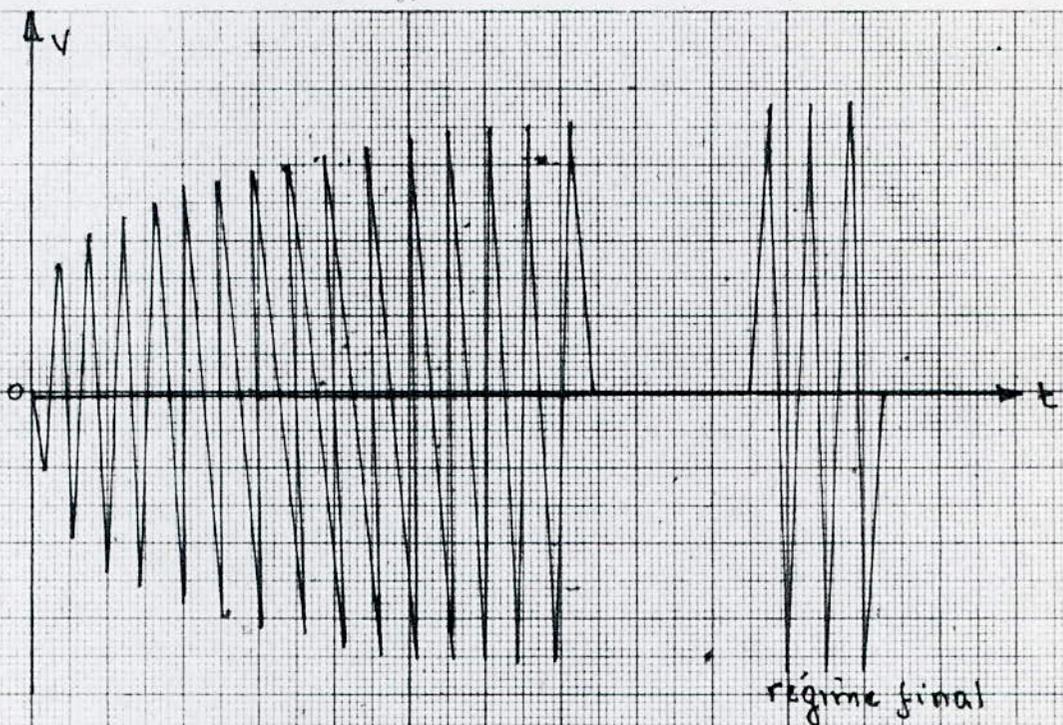


Fig. 9 - Oscillogramme de rétablissement de la tension d'une phase de l'induit lors de l'ouverture d'un court-circuit triphasé.

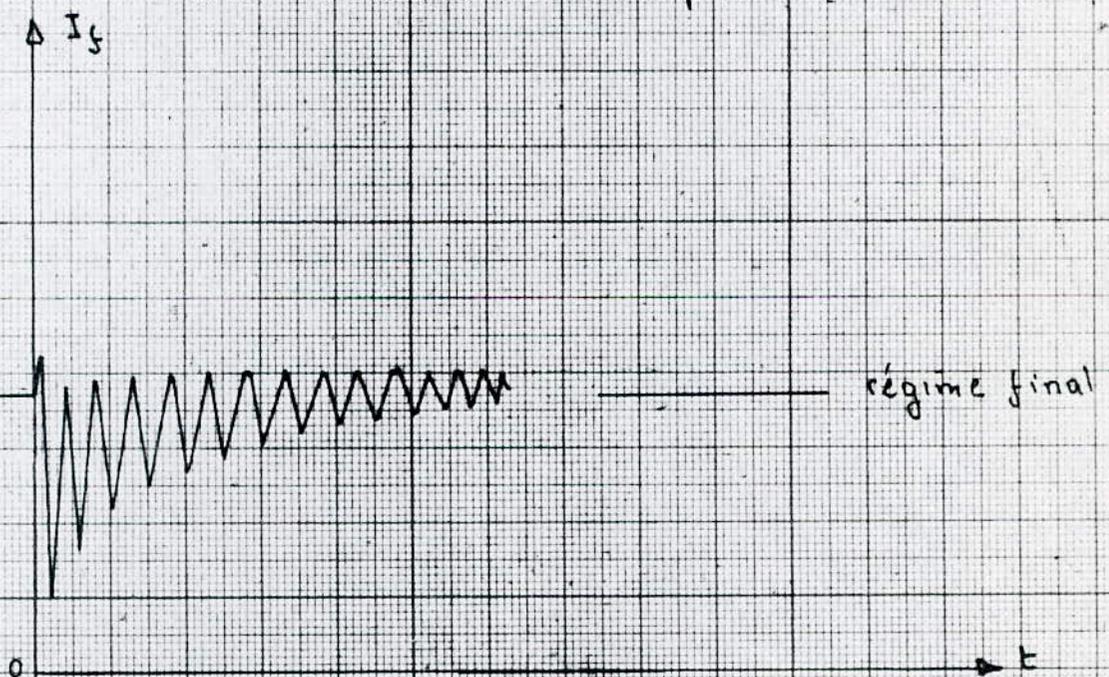


Fig. 10 - Oscillogramme du courant dans l'inducteur lors d'un court-circuit brusque aux bornes des trois phases de l'induit.

du temps sur du papier semi-logarithmique (fig-)

La relation donnant $I_m'' + I_m'$ en fonction du temps sera :

$$E_m \left[\left(\frac{I}{X_d'} - \frac{I}{X_d} \right) \cdot e^{-t/T_d'} + \left(\frac{I}{X_d''} - \frac{I}{X_d} \right) \cdot e^{-t/T_d''} \right]$$

Du fait que T_d'' est généralement petit devant T_d' , au bout d'un temps court $I_m'' + I_m'$ se confondra avec la composante transitoire et on aura :

$$I_m' = E_m \left(\frac{I}{X_d'} - \frac{I}{X_d} \right) \cdot e^{-t/T_d'}$$

son graphique sera une droite dont l'extrapolation à $t = 0$ donnera l'amplitude initiale $I_m'(0)$ qui aura pour ordonnée :

$$I_m'(0) = E_m \left(\frac{I}{X_d'} - \frac{I}{X_d} \right)$$

On reporte à nouveau en coordonnées semi-logarithmique la composante $I_m''(t)$ en retranchant à tout instant $I_m'(t)$ de $(I_m'' + I_m')(t)$. On aura :

$$I_m''(t) = E_m \left(\frac{I}{X_d''} - \frac{I}{X_d} \right) \cdot e^{-t/T_d''}$$

qui sera une droite dont l'extrapolation à $t = 0$ donnera $I_m''(0)$:

$$I_m''(0) = E_m \left(\frac{I}{X_d''} - \frac{I}{X_d} \right)$$

avec $E_m = E\sqrt{2}$ E étant la valeur de la tension avant le court-circuit .

DE ces tracés , on en déduit ;

$$X_d' = \frac{E\sqrt{2}}{I_{mp} + I_m'(0)} \quad ; \quad X_d'' = \frac{E\sqrt{2}}{I_{mp} + I_m'(0) + I_m''(0)}$$

La constante de temps transitoire longitudinale en court-circuit T_d' :
temps mis par I_m' pour passer de $I_m'(0)$ à $I_m'(0)/e$.

La constante de temps subtransitoire longitudinale en court-circuit T_d'' :
temps mis par I_m'' pour passer de $I_m''(0)$ à $I_m''(0)/e$.

-A-4-C) Essai de rétablissement de la tension /

Cet essai permet la détermination des réactances longitudinales transitoire et subtransitoire , des constantes de temps transitoire et subtransitoire longitudinales à circuit ouvert c'est à dire : $X_d', X_d'', T_{do}', T_{do}''$

par une méthode graphique analogue à celle du paragraphe (A-4-b)

L'enveloppe supérieure ou inférieure de la tension enregistrée (fig-) donne l'amplitude de la composante périodique V_m .

On trace sur du papier semi-logarithmique (fig- 9) la différence $V_{mp} - V_m(t)$ entre cette enveloppe et la tension en régime établi .

Le régime subtransitoire étant très court par rapport au régime transitoire , on peut considéré que T_{do}'' est négligeable devant T_{do}' et que

$V_{mp} - v_m(t)$ se confond au bout d'un temps très court avec la composante transitoire $v_p'(t)$ qui est la partie droite de la courbe $(v_m'' + v_m')(t)$.
 En extrapolant à $t = 0$, on aura l'amplitude initiale $v_m'(0)$:

$$v_m'(0) = E_m \left(1 - \frac{X_d'}{X_1} \right) \text{ d'où } X_d' = \text{avec } E_m = V_{mp}$$

On trace à nouveau en coordonnées semi-logarithmique la composante subtransitoire : $v_m''(t) = (V_{mp} - v_m(t)) \cdot v_m'(0)$
 son graphique est une droite dont l'extrapolation à $t = 0$ a pour ordonnée

$$v_m''(0) = E_m \left(\frac{X_d'}{X_d} - \frac{X_d'}{X_1} \right) \text{ d'où } X_d'$$

La constante de temps transitoire longitudinale à circuit ouvert T_{do}' :
 c'est le temps mis par $v_m'(t)$ pour passer de $v_m'(0)$ à $v_m'(0)/e$.

La constante de temps subtransitoire longitudinale à circuit ouvert T_{do}'' :
 c'est le temps mis par $v_m''(t)$ pour passer de $v_m''(0)$ à $v_m''(0)/e$.

- II- B - Détermination des paramètres par des essais indicatifs

- En soumettant les bobinages d'induit et de l'inducteur à des échelons de tension continue, on peut déterminer l'ensemble de leurs paramètres à partir des relevés des réponses indicatives.

Pour cela quatre essais sont nécessaires :

- Pour les trois premiers, on fait coïncider l'axe de l'inducteur avec celui de la phase a de l'induit de sorte à avoir un couplage maximum entre les deux bobinages (fig-13a).

- Pour le quatrième, on ces deux axes en quadrature de façon à avoir un couplage nul entre ces deux bobinages (fig-13b).

- Interprétation des réponses :

- B-1°) ESSAI I :

- Le circuit inducteur ouvert, on applique une tension continue E à la phase a et on enregistre le courant I_a qu'elle absorbe (fig-13a).

Dans cette position, l'inductance propre de la phase a et ses inductances mutuelles avec les enroulements r et Id sont :

$$L_{ad} = L_{a0} + L_{a2} \quad ; \quad M_{ar} \quad ; \quad M_{aId}$$

Les équations opérationnelles régissant le système sont alors :

$$\frac{E}{p} = (R_a + pL_{ad})I_a + M_{aId}pI_{Id}$$

$$0 = M_{aId}pI_a + (R_{Id} + pL_{Id})I_{Id}$$

Par élimination de I_{Id} entre ces deux équations, on obtient I_a

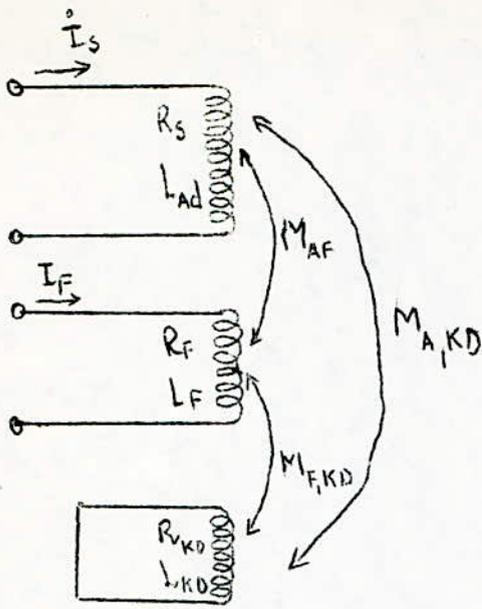


fig-13a-

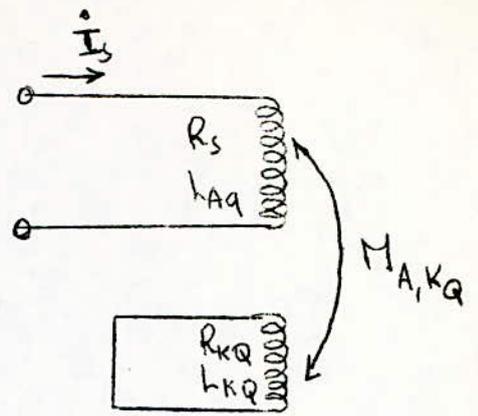


fig-13b-

Methode statique de mesure des paramètres.

$$I_a = \frac{E(R_{Id} + PL_{IIId})}{p \left[(L_{ad}L_{IIId} - M_{aId}^2)p^2 + (R_aL_{IIId} + R_{Id}L_{ad})p + R_aR_{Id} \right]}$$

qui peut s'écrire sous la forme :

$$I_a = K \frac{p + A}{p(p+B)(p+C)}$$

$$\text{avec : } K = E \frac{L_{IIId}}{L_{ad}L_{IIId} - M_{aId}^2} ; A = \frac{R_{Id}}{L_{IIId}} ; BC = \frac{R_aR_{Id}}{L_{ad}L_{IIId} - M_{aId}^2}$$

$$\text{et } B + C = \frac{R_aL_{IIId} - R_{Id}L_{ad}}{L_{ad}L_{IIId} - M_{aId}^2}$$

En prenant la transformée inverse du courant $I_a(p)$ on trouve :

$$i_a(t) = y_0 - y_1 \cdot e^{-t/T_1} - y_2 \cdot e^{-t/T_2}$$

$$\text{avec : } y_0 = K \frac{A}{BC} ; y_1 = K \frac{A-B}{B(C-B)} ; y_2 = K \frac{A-C}{C(B-C)} ; T_1 = \frac{1}{B} ; T_2 = \frac{1}{C} .$$

On montrera plus tard comment, à partir de l'enregistrement du courant obtenir y_0, y_1, y_2, T_1, T_2 .

On peut trouver l'expression de L_{ad} et R_a en fonction de y_0, y_1, y_2, T_1, T_2 en considérant les relations ci-dessus :

$$L_{ad} = R_a T_1 \frac{1 + \frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{T_2}{T_1}}{1 + \frac{y_2}{y_1}} ; R_a = E/y_0$$

-La constante de temps T_{ado} , l'amortisseur Id et l'inducteur étant ouverts, aura pour expression :

$$T_{ado} = \frac{L_{ad}}{R_a} = T_1 \frac{1 + (y_2/y_1)(T_2/T_1)}{1 + (y_2/y_1)}$$

-De même, la constante de temps de l'amortisseur Id, T_{Ido} vaudra :

$$T_{Ido} = \frac{L_{IIId}}{R_{Id}} = T_1 \frac{\{y_2/y_1\} + \{T_2/T_1\}}{1 + (y_2/y_1)}$$

-On peut aussi évaluer le coefficient de couplage entre la phase a de l'induit et l'amortisseur Id :

$$K_{aId}^2 = \frac{M_{aId}^2}{L_{ad}L_{IIId}} = \frac{\{y_2/y_1\} \{1 - T_2/T_1\}^2}{(y_2/y_1 + T_2/T_1) (1 + (y_2/y_1)(T_2/T_1))}$$

-B-29 ESSAI 2 :

-L'induit ouvert, on applique maintenant, à $t = 0$, un échelon de tension continue E' à l'inducteur et on enregistre le courant dans celui-ci. Les équations opérationnelles régissant le système sont :

$$\frac{E'}{p} = (R_f + pL_f) \cdot I_f + M_{fId} p I_{Id}$$

$$0 = M_{fId} p I_f + (R_{Id} + pL_{Id}) \cdot I_{Id}$$

En éliminant I_{Id} entre ces deux équations, on obtient $I_f(p)$:

$$I_f(p) = \frac{E'(R_{Id} + pL_{Id})}{p \left[(L_f L_{Id} - M_{fId}^2) p^2 + (R_f L_{Id} + R_{Id} L_f) p + R_f R_{Id} \right]}$$

qui peut se mettre sous la forme :

$$I_f(p) = K' \frac{p + A'}{p(p+B')(p+C')}$$

avec : $K' = E' \frac{L_{Id}}{L_f L_{Id} - M_{fId}^2}$; $A' = \frac{R_{Id}}{L_{Id}}$; $BC = \frac{R_f R_{Id}}{L_f L_{Id} - M_{fId}^2}$

et $B + C = \frac{R_f L_{Id} + R_{Id} L_f}{L_f L_{Id} - M_{fId}^2}$

On obtient l'originale de $I_f(p)$ en le décomposant en fractions simples :

$$i_f(t) = y_0' - y_1' \cdot e^{-t/T_1'} - y_2' \cdot e^{-t/T_2'} \quad \text{avec } y_0 = \frac{E'}{R_f}$$

De même que précédemment $y_0', y_1', y_2', T_1', T_2'$ sont donnés par

l'enregistrement du courant i_f . *(Fig. 11)*

On obtient aussi :

-L'inductance propre de l'inducteur et la constante de temps correspondante :

$$L_f = R_f \cdot T_1' \cdot \frac{1 + (y_2'/y_1')(T_2'/T_1')}{1 + (y_2'/y_1')}$$

$$T_{fo} = \frac{L_f}{R_f} = T_1' \cdot \frac{1 + (y_2'/y_1')(T_2'/T_1')}{1 + (y_2'/y_1')}$$

-La constante de temps de l'amortisseur I_d , lorsque les autres bobines sont ouvertes s'écrit :

$$T_{Ido} = \frac{L_{Id}}{R_{Id}} = T_1' \cdot \frac{(y_2'/y_1') + (T_2'/T_1')}{1 + (y_2'/y_1')}$$

-Le coefficient de couplage inducteur-amortisseur I_d s'écrit :

$$K_{fId}^2 = \frac{M_{fId}^2}{L_f L_{IIId}} = \frac{(y_2'/y_1')(I - T_2'/T_1')^2}{(y_2'/y_1' + T_2'/T_1') \left[I + (y_2'/y_1')(T_2'/T_1') \right]}$$

B-3°) ESSAI 3 : (fig 1fc)

-Dans la même position que précédemment, l'inducteur en court-circuit, on applique un échelon de tension d'amplitude E'' à la phase a et on en relève le courant. Les équations régissant le système sont :

$$\frac{E''}{p} = (R_a + pL_{ad}) \cdot I_a + M_{af} p I_f + M_{aId} p I_{Id}$$

$$0 = M_{af} p I_a + (R_f + pL_f) \cdot I_f + M_{fId} p I_{Id}$$

$$0 = M_{aId} p I_a + M_{fId} p I_f + (R_{Id} + pL_{IIId}) \cdot I_{Id}$$

En tirant I_f et I_{Id} des deux dernières équations et en remplaçant dans la première, on trouve l'expression de $I_a(p)$ dont l'originale, comme pour les précédentes, se met sous la forme :

$$i_a(t) = y_0'' + y_1'' \cdot e^{-t/T} + y_2'' \cdot e^{-t/T'} + y_3'' \cdot e^{-t/T''}$$

En procédant de la même façon que pour les deux premiers essais, on peut montrer que les coefficients de couplage entre les enroulements a, f, Id pris deux à deux sont donnés par les relations :

$$K_{af}^2 = \frac{M_{fId}^2}{L_f L_{ad}} \frac{T_{Ido}}{T_{fo}} (I - K_{ad,Id}^2) + \frac{T_{Ido}}{T_{ado}} (I - K_{f,Id}^2) - \frac{TT' + TT'' + TTT''}{T_{fo} \cdot T_{ado}} + I$$

$$K_{fId}^2 = \frac{M_{fId}^2}{L_f L_{IIId}} = \frac{R_a \cdot y_1''}{E''} \frac{(T - T')(T - T'')}{T_{fo} \cdot T_{Ido}} + \left(\frac{T}{T_{fo}} - I \right) \left(\frac{T}{T_{Ido}} - I \right)$$

B-4°) ESSAI 4 :

-Le rotor mis dans la deuxième position (fig-), on applique à la phase a un échelon de tension continue E_4 et on enregistre le courant qu'elle absorbe. (fig 1fd)

Dans ce cas, l'inductance propre de la phase a et son inductance mutuelle avec l'amortisseur I_q , sont :

$$L_{aq} = L_{ao} - L_{a2} ; M_{a,Iq} ; M_{af} = 0 .$$

Les équations régissant le système sont :

$$\frac{E_4}{p} = (R_a + pL_{aq}) \cdot I_a + M_{a,Iq} p I_q$$

$$0 = M_{a,Iq} p I_a + (R_{Iq} + pL_{IIq}) \cdot I_{Iq}$$

-En éliminant I_{Iq} dans les deux équations, on trouve l'expression de $I_a(p)$ sous forme opérationnelle :

$$I_a(p) = \frac{K''}{p} \frac{(p+A'')}{(p+B'')(p+C'')}$$

$$\text{avec : } K'' = E_4 \frac{L_{IIq}}{L_{aq} L_{IIq} - M_{a,Iq}^2} ; A'' = \frac{R_{Iq}}{L_{IIq}} ; B'' \cdot C'' = \frac{R_a \cdot R_{Iq}}{L_{aq} L_{IIq} - M_{a,Iq}^2}$$

$$\text{et } B'' + C'' = \frac{R_a L_{IIq} + R_{Iq} L_{aq}}{L_{aq} L_{IIq} - M_{a,Iq}^2}$$

L'originale de $I_a(p)$ s'écrit :

$$i_a(t) = y_0''' - y_I''' \cdot e^{-t/T_I'''} - y_2''' \cdot e^{-t/T_2'''}'$$

$$\text{avec } y_0''' = K'' \frac{A''}{B'' \cdot C''} ; y_I''' = K'' \frac{A'' - B''}{B''(C'' - B'')} ; y_2''' = K'' \frac{A'' - C''}{C''(B'' - C'')}$$

$$T_I''' = \frac{I}{B''} ; T_2''' = \frac{I}{C''}$$

y_0''' , y_I''' , y_2''' , T_I''' et T_2''' sont donnés par l'enregistrement .

Par des relations analogues à celles déduites du premier essai, on trouve :

$$\cdot L_{aq} = R_a \cdot T_I''' \frac{I + (y_2'''/y_I''')(T_2'''/T_I''')}{I + (y_2'''/y_I''')}$$

La constante de temps de la phase a, l'inducteur et l'amortisseur I_q ouverts :

$$\cdot T_{aqo} = \frac{L_{aq}}{R_a} = T_I''' \cdot \frac{I + (y_2'''/y_I''')(T_2'''/T_I''')}{I + (y_2'''/y_I''')}$$

La constante de temps de l'amortisseur I_q :

$$\cdot T_{Iqo} = \frac{L_{IIq}}{R_{Iq}} = T_I''' \cdot \frac{(y_2'''/y_I''') + (T_2'''/T_I''')}{I + (y_2'''/y_I''')}$$

Le coefficient de couplage $K_{a,Iq}$ entre les enroulements a et I_q :

$$K_{a,Iq}^2 = \frac{(y_2'''/y_I''')(I - T_2'''/T_I''')^2}{(y_2'''/y_I''' + T_2'''/T_I''')(I + (y_2'''/y_I''')(T_2'''/T_I'''))}$$

- Détermination des différents paramètres à partir des résultats obtenus :

a) REACTANCES/

-En tenant compte de l'approximation faite au paragraphe (I-3-c)

$$M_{abo} = -\frac{L_{ao}}{2} \text{ et des relations (8) , on aura :}$$

$$\bullet X_d = L_d W = (L_{ao} - M_{abo} + \frac{3}{2} L_{a2}) W \approx \frac{3}{2} (L_{ao} + L_{a2}) W = \frac{3}{2} W \cdot L_{ad}$$

$$\bullet X_q = L_q W = (L_{ao} - M_{abo} - \frac{3}{2} L_{a2}) W \approx \frac{3}{2} (L_{ao} - L_{a2}) W = \frac{3}{2} W \cdot L_{aq}$$

$$\bullet X'_d = L_d W \left(I - \frac{M_f^2}{L_d L_f} \right) = L_d W \left(I - \frac{(3/2) M_{fa}^2}{(3/2) L_{ad} L_f} \right) = \frac{3}{2} W \cdot L_{ad} (I - K_{af}^2)$$

$$\bullet X''_d = L_d W \left[I - \frac{L_{IIId} M_f^2 + L_f M_{kD}^2 - 2 M_f M_{kD} M_{fD}}{L_d L_f L_{IIId} \left(I - \frac{M_{fD}^2}{L_f L_{IIId}} \right)} \right]$$

$$= L_d W \left[I - \frac{1}{I - K_{fId}^2} \left(\frac{M_f^2}{L_d L_f} + \frac{M_{kD}^2}{L_d L_{IIId}} - 2 \sqrt{\frac{M_f^2}{L_d L_f}} \cdot \sqrt{\frac{M_{kD}^2}{L_f L_{IIId}}} \cdot \sqrt{\frac{M_{kD}^2}{L_d L_{IIId}}} \right) \right]$$

$$X''_d = \frac{3}{2} W \cdot L_{ad} \left(I - \frac{K_{af}^2 + K_{a,Id}^2 - 2 K_{af} K_{fD} K_{a,Id}}{I - K_{f,Id}^2} \right)$$

$$\bullet X''_q = L_q W \left(I - \frac{M_{kQ}^2}{L_q L_{IIq}} \right) = L_q \cdot W \left(I - \frac{(3/2) M_{a,Iq}^2}{(3/2) L_{aq} L_{IIq}} \right)$$

$$= \frac{3}{2} L_{aq} \cdot W (I - K_{a,Iq}^2)$$

b) CONSTANTES DE TEMPS/

-Elles sont définies précédemment :

$$\bullet T'_{do} = \frac{L_f}{R_f} = T_{fo}$$

$$\bullet T''_{do} = \frac{L_{IIId}}{R_{Id}} \left(I - \frac{M_{fD}^2}{L_f L_{IIId}} \right) = T_{kDo} (I - K_{f,Id}^2)$$

$$\bullet T'_d = \frac{L_f}{R_f} \left(I - \frac{M_f^2}{L_d L_f} \right) = T_{fo} (I - K_{af}^2)$$

$$\bullet T''_d = \frac{L_{IIId}}{R_{Id}} \left[I - \frac{1}{I - \frac{M_f^2}{L_d L_f}} \left(\frac{M_{fD}^2}{L_{IIId} L_f} + \frac{M_{kD}^2}{L_d L_{IIId}} - 2 \sqrt{\frac{M_f^2}{L_d L_f}} \cdot \sqrt{\frac{M_{kD}^2}{L_f L_{IIId}}} \cdot \sqrt{\frac{M_{kD}^2}{L_d L_{IIId}}} \right) \right]$$

$$T''_d = T_{kDo} \left(I - \frac{K_{f,Id}^2 + K_{a,Id}^2 - 2 K_{af} K_{f,Id} K_{a,Id}}{I - K_{af}^2} \right)$$

$$\bullet T''_{q0} = \frac{L_{IIq}}{R_{Iq}} = T_{kq0}$$

$$\bullet T''_q = \frac{L_{IIq}}{R_{Iq}} \left(1 - \frac{M_{kQ}^2}{L_q L_{IIq}} \right) = T_{kq0} (1 - K_{a,Iq}^2)$$

$$\bullet T_{kD} = \frac{L_{IIId}}{R_{Id}} \left(1 - \frac{M_{fD} \cdot M_{kD}}{M_f \cdot L_{IIId}} \right) = \frac{L_{IIId}}{R_{Id}} \left(1 - \sqrt{\frac{M_{fD}^2}{L_f L_{IIId}} \cdot \frac{L_d L_f}{M_f^2} \cdot \frac{M_{kD}^2}{L_d L_{IIId}}} \right)$$

$$T_{kD} = T_{kD0} \left(1 - \frac{K_{f,Id} \cdot K_{a,Id}}{K_{af}} \right) .$$

La machine synchrone à pôles saillants sur laquelle sont effectués nos essais a les caractéristiques suivantes :

Nombre de paires de pôles : $P_1 = 2$

$S_n = 2$ kVA

$U_n = 380$ V en montage

= 220 V en montage

$\cos \phi = 0,8$

$N_n = 1500$ tr/mn

$f = 50$ Hz

$J_n = 5,25$ A

Elle est couplée à une machine à courant continu dont les caractéristiques sont les suivantes :

$P_n =$

$U_n = 120$ V

$N_n = 1500$ tr/mn

-Les pôles de l'inducteur sont fixes et sont portés par le stator , l'enroulement d'induit est logé dans des encoches pratiquées sur le rotor . Cette configuration étant inverse à celle de la machine étudiée dans la partie théorique , il suffira , pour retrouver les équations électriques et magnétiques régissant son fonctionnement :

- de conserver les mêmes conventions de signe relatives aux grandeurs électriques et magnétiques .

- de conserver pour les axes d et q la même orientation relative, mais d'adopter pour le comptage des angles et des vitesses le sens positif contraire c'est à dire le sens trigonométrique (Fig-3)

A) MLSE EN OEUVRE DES ESSAIS CLASSIQUES :

I- Mesure des résistances :

a)- Résistance du rotor

- On prend la moyenne arithmétique des valeurs trouvées en augmentant le courant jusqu'à atteindre sa valeur nominale .

U(V)	12,5	17	22,5
I(A)	3,5	5	7
R()	3,57	3,4	3,21

$$R_r \text{ moy} = \frac{3,4 + 3,57 + 3,21}{3} = 3,4$$

$$R_{r \text{ moy}} = 3,4$$

b) De même pour la résistance de l'induit, on prend la moyenne des valeurs trouvées pour les trois phases.

U(V)	8	10,5
I(A)	5	7
R()	1,6	1,5

$$R_{slmoy} = \frac{1,6 + 1,5}{2} = 1,55$$

U(V)	7	10
I(R)	4,5	17
R()	1,55	1,42

$$R_{sllmoy} = \frac{1,42 + 1,55}{2} = 1,48$$

U(V)	8,5	10,5
I(A)	5,5	7
R()	1,54	1,5

$$R_{slllmoy} = \frac{1,54 + 1,5}{2} = 1,52$$

$$R_s = \frac{R_{slmoy} + R_{sllmoy} + R_{slllmoy}}{3} = \frac{1,52 + 1,48 + 1,55}{3} = 1,51$$

donc : $R_s = 1,5$

2) Mesure des grandeurs intervenant dans le régime permanent :

1°) Mesure de X_d :

a) Essai utilisant la caractéristique à vide et en court-circuit :

Tableau des relevés :

J(A)	0	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,3
E(V)	0	34	69	112	134	155	175	193	206	220
I_{cc} (A)	0	0,5	0,9	1,47	1,87	2,37	2,75	3,2	3,65	4,07

Le tracé de ces deux caractéristiques nous donne (Fig.7) pour une même valeur de J :

$$X_d = \frac{E}{I_{cc}} = \frac{90}{1,2} = 75$$

E étant la Fem par phase située sur la partie linéaire de la caractéristique à vide.

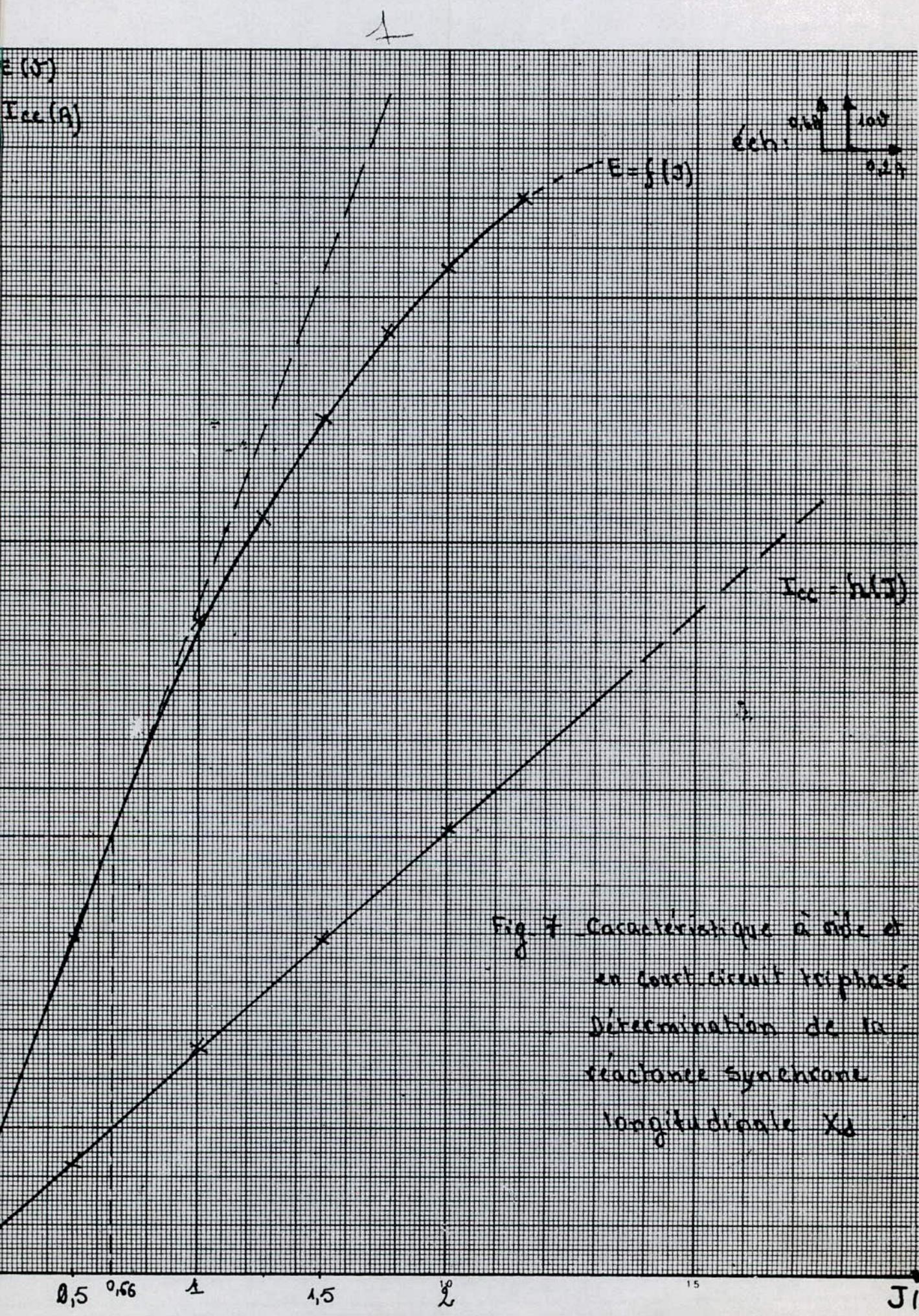


Fig 7 Caractéristique à vide et en court-circuit triphasé
Détermination de la réactance synchrone longitudinale X_d

b) Essai à faible glissement : $X_d = \frac{V}{I_{\min}}$

Le relevé de la tension V, du courant minimale I donne :

V(V)	21	34	46
I(A)	0,24	0,44	0,6
X_d ()	87,5	77,27	76,66

$$X_{d\text{moy}} = \frac{87,5 + 77,27 + 76,66}{3}$$

$$X_{d\text{moy}} = 80,48 = 80,5$$

2) Mesure de X_q :

a) Essai à faible glissement : $X_q = \frac{V}{I_{\max}}$

V(V)	25	39	50	72
I(A)	0,64	1	1,2	1,72
X_q ()	39,06	39	41,66	41,86

$$X_{q\text{moy}} = \frac{39,06 + 39 + 41,66 + 41,86}{4} = 40,4$$

b) Essai d'excitation négative :

$$X_q = \frac{X_d}{I - \frac{E}{V}} \quad X_d \text{ étant mesurée précédemment}$$

$$X_d = 75$$

E(V)	91	94	114
V(V)	145	150	160
X_q ()	46	46,1	43,79

$$X_{q\text{moy}} = \frac{46 + 46,1 + 43,79}{3} = 45,3$$

3) Mesure de la réactance homopolaire X_0 :

a) Méthode de la mesure directe (montage fig-15.a) :

V(V)	50	59	64
I(A)	3,65	4,5	4,92
P(W)	50,5	85	100
Z ₀ ()	4,56	4,37	4,33
R ₀ ()	1,41	1,39	1,37
X ₀ ()	4,33	4,14	4,10

$$X_{\text{omoy}} = \frac{4,33 + 4,14 + 4,1}{3} = 4,19$$

b) Méthode du court-circuit permanent entre deux phases et le neutre :
montage fig-15.b

V _a (V)	8,2	13,5	17
I(A)	2	3,4	4,30
X ₀ ()	4,1	3,97	3,95

$$X_{\text{omoy}} = \frac{4,1 + 3,97 + 3,95}{3} = 4$$

Les valeurs données par les deux méthodes étant très proches, nous adopterons pour la réactance homopolaire la valeur arrondie :

$$X_0 = 4$$

4°) Mesure de la réactance inverse X₁ :

a)-Essai de rotation inverse :

V(V)	23	36
I(A)	2,325	4,25
P(W)	15	40
Z ₁ ()	9,89	8,47
R ₁ ()	0,925	0,738
X ₁ ()	9,84	8,43

$$X_{\text{imoy}} = \frac{9,84 + 8,43}{2} = 9,13$$

b)-Essai du court-circuit entre deux phases : montage fig-14

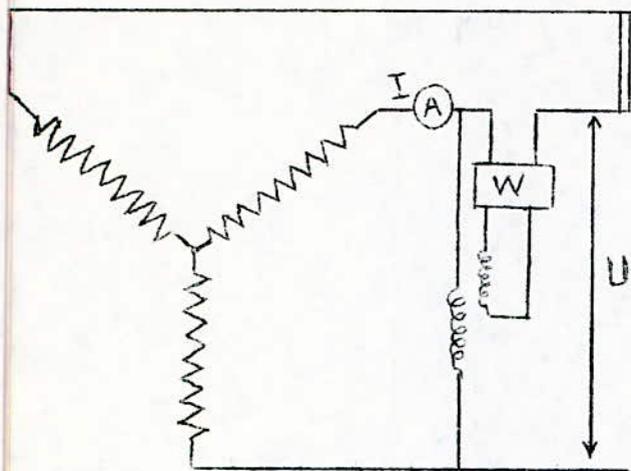


fig-14- Mesure de la reactance inverse X_i :
Essai de court-circuit entre 2 phases

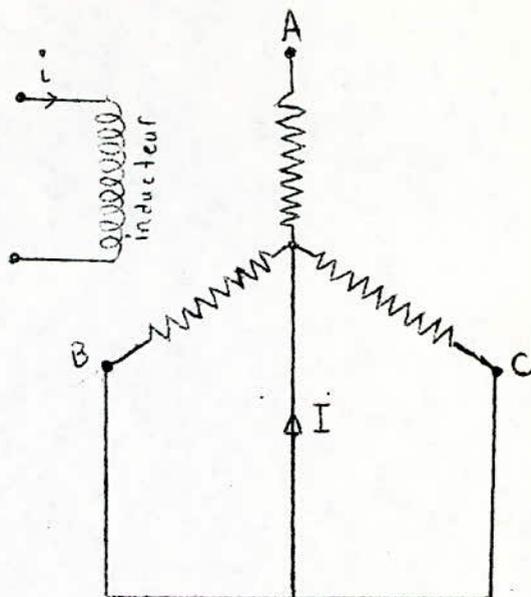


fig-15a- Mesure de la reactance homopolaire X_0
Methode du court-circuit double entre phase
et neutre -

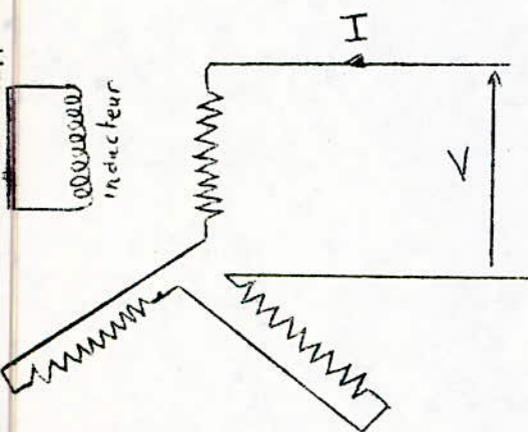


fig-15b - Mesure de la reactance homopolaire X_0
Alimentation en monophasé des 3 phases

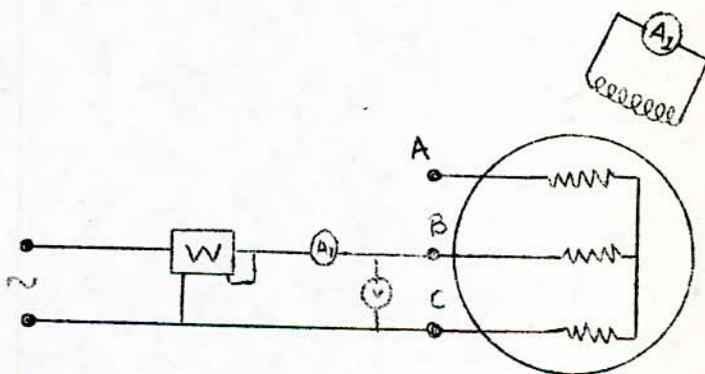


fig-16 - Mesure des impedances subtransitoires
en position longitudinale puis transversale
(X''_d, X''_q)

V(V)	56	67	75
I(A)	4	5	6
P(W)	260	375	510
X_i ()	9,38	8,66	8,18

$$X_{imoy} = \frac{9,38 + 8,66 + 8,18}{3}$$

$$X_{imoy} = 8,74$$

- De même que pour X_i , nous retiendrons pour la réactance inverse la valeur : $X_i = 9$

5°)-Grandeurs intervenant dans les régimes transitoires :

a)- Méthode statique de mesure : montage fig- I6

Dans la position transversale (I_{min}), on obtient X''_q :

U(V)	52	60	70
I(A)	2,1	2,425	3,05
P(W)	32,5	48,75	75
R''_q ()	3,68	4,14	4,03
Z''_q ()	12,38	12,37	11,47
X''_q ()	11,8	11,65	10,74

$$X''_{qmoy} = \frac{11,8 + 11,65 + 10,74}{3}$$

$$X''_{qmoy} = 11,4$$

-Dans la position longitudinale (I_{max}), on obtient X''_d :

U(V)	30	40	50
I(A)	2,075	2,675	3,4
P(W)	16,25	28,75	47,5
R''_d ()	1,88	2	2,05
Z''_d ()	7,22	7,47	7,35
X''_d ()	6,97	7,19	7,058

$$X''_{dmoy} = \frac{6,97 + 7,19 + 7,058}{3} = 7,075$$

b)-Essai du court-circuit triphasé brusque :

Le tracé de la fig-II se fait à partir de l'enregistrement oscillographique du courant de court-circuit dans l'une quelconque des phases de l'induit comme indiqué au paragraphe (II-

Les conditions de court-circuit sont :

$$E_m = 127,2 = 179,6 \text{ V} : \text{valeur maximale de la tension simple juste avant le court-circuit.}$$

$$I_{mp} = 1,75 \text{ A} = 2,47 \text{ A} : \text{valeur maximale du courant de court-circuit en régime établi.}$$

La courbe $I'_m + I''_m$ en fonction du temps est donnée par le tableau suivant déduit de l'une des courbes enregistrées.

t(mS)	0	6,25	12,5	25	37,5	50	62,5	75	87,5	100
$I_m - I_{mp}$ (A)	30	20,5	14,2	7,6	5,7	4,5	4,1	3,45	3,5	2,9

Des courbes $I'_m + I''_m(t)$ et $I''_m(t)$, On en déduit :

$$I'_m(\infty) = 6,2 \text{ A} \quad \text{et} \quad T'_d = 0,131 \text{ S}$$

$$I''_m(0) = 23,8 \text{ A} \quad T''_d = 0,0112 \text{ S}$$

$$\text{d'où :} \quad X'_d = \frac{E}{I_{mp} + I'_m(0)} = \frac{179,6}{2,47 + 6,2} = 20,7$$

$$X''_d = \frac{E}{I_{mp} + I'_m(0) + I''_m(0)} = \frac{179,6}{2,47 + 30} = 5,53$$

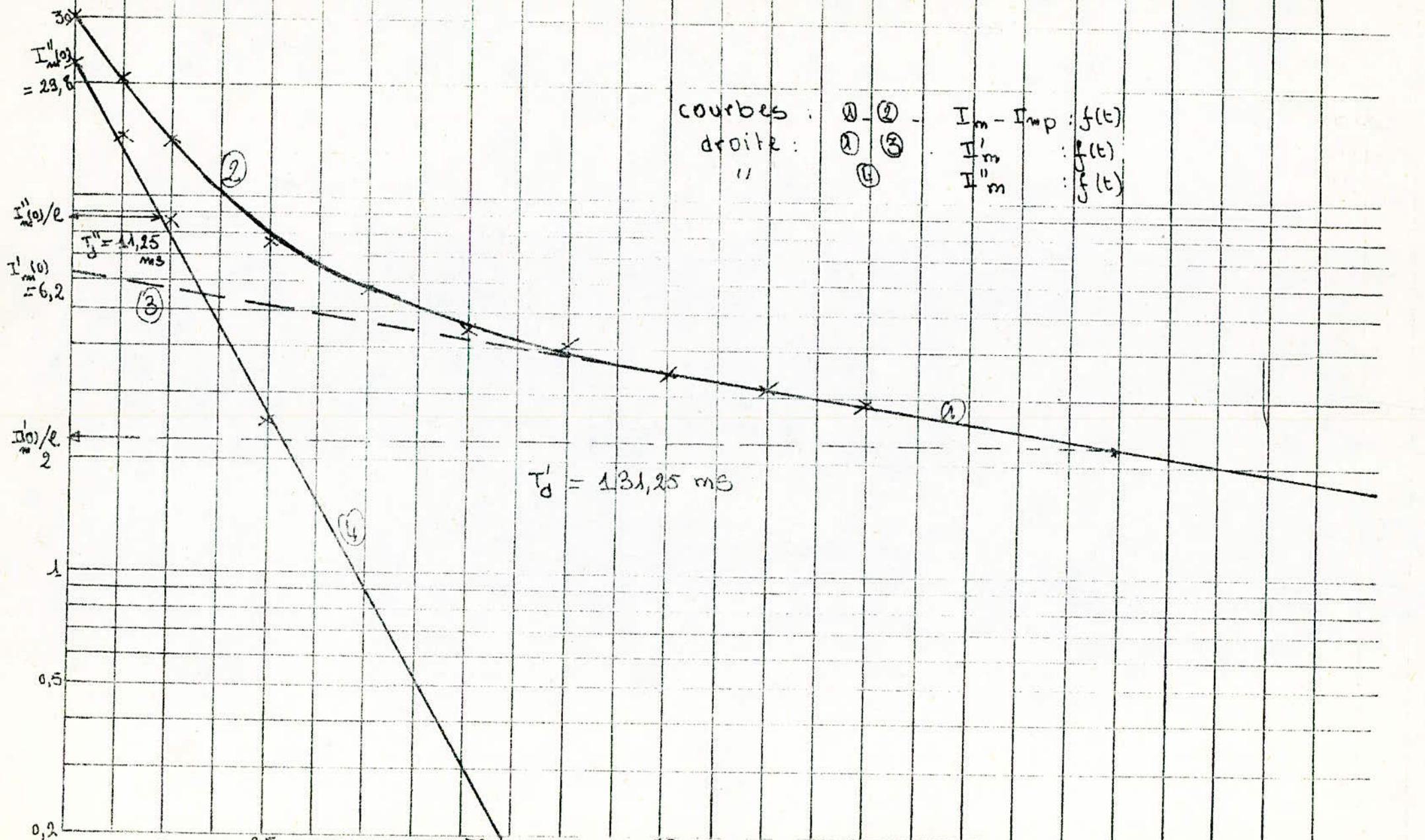
c)-Essai de rétablissement de la tension :

A partir de l'enregistrement de la tension de rétablissement, on établit le tableau suivant donnant, d'après la méthode exposée au paragraphe (II-) , le tracé de la fig-I2 :

t(mS)	0	0,075	0,15	0,3	0,45	0,6	0,75	0,9
$V_{mp} - V_m$ (V)	7,2	5,3	3,8	2,6	1,9	1,38	1,1	0,78

Les conditions d'ouverture du court-circuit étant :

$$I_{mcc} = 0,12 \text{ A} = 0,169 \text{ A} : \text{valeur maximale du courant de court-circuit avant l'ouverture.}$$



courbes : ①-② - $I_m - I_{mp} : f(t)$
 droite : ① ③ - $I'_m : f(t)$
 " " ④ - $I''_m : f(t)$

fig. 21. Exploitation des courbes de courant dans l'induit lors d'un court-circuit triphasé brusque.

t(ms)

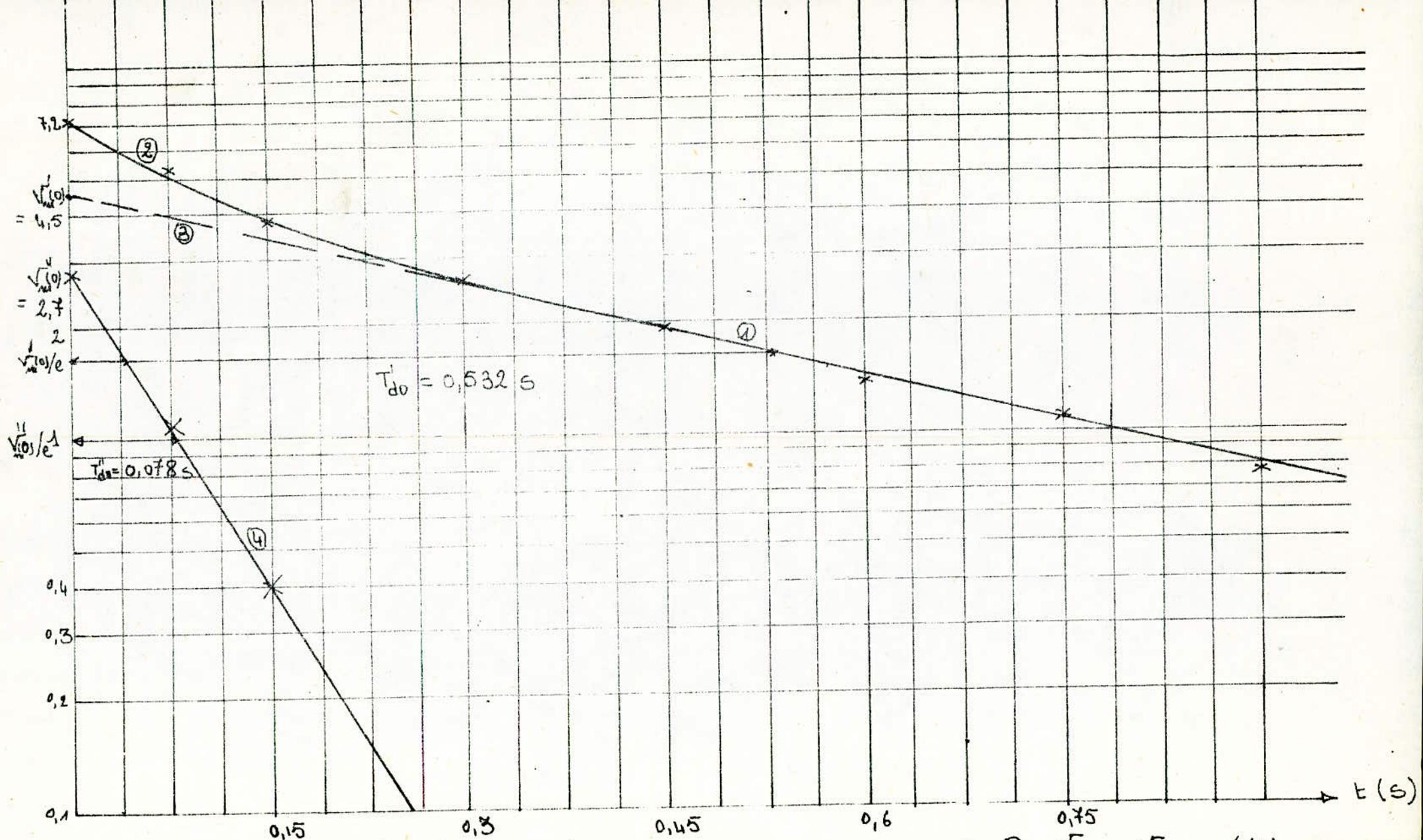


fig-12: Exploitation des courbes de tensions à l'ouverture d'un court-circuit triphasé.

- courbe . ① - ② $\sqrt{v_{mp}} - \sqrt{v_m} : f(t)$
 droite . ① - ③ $\sqrt{v_m}^I : f(t)$
 " ④ $\sqrt{v_m}^{II} : f(t)$

$$V_{mp} = \frac{10 \cdot 2}{3} = 8,16 \text{ V} : \text{ valeur maximale de la tension derétablis-} \\ \text{ sement par phase , en régime établi .}$$

on en déduit graphiquement :

$$V_m'(0) = 4,5 \text{ V}$$

$$V_m''(0) = 7,2 - 4,5 = 2,7 \text{ V}$$

$$T_{do}' = 0,532 \text{ s}$$

$$T_{do}'' = 0,078 \text{ s}$$

$$\text{d'où : } V_m'(0) = V_{mp} \left(1 - \frac{X_d'}{X_d} \right) = V_{mp} - \frac{V_{mp}}{X_d} \cdot X_d'$$

$$V_m'(0) = V_{mp} - I_{mcc} \cdot X_d' \quad \text{avec } I_{mcc} = V_{mp}/X_d$$

$$\text{finalement : } X_d' = \frac{V_{mp} - V_m'(0)}{I_{mcc}} = \frac{8,16 - 4,5}{0,169} = 21,56 \\ X_d' = 21,56$$

DE même , on a :

$$V_m''(0) = \frac{V_{mp}}{X_d} (X_d' - X_d'') = I_{mcc} \cdot X_d' - I_{mcc} \cdot X_d''$$

$$V_m''(0) = V_{mp} - V_m'(0) - I_{mcc} \cdot X_d''$$

$$\text{d'où : } X_d'' = \frac{V_{mp} - V_m'(0) - V_m''(0)}{I_{mcc}} = \frac{8,16 - 7,2}{0,169} = 5,65$$

$$X_d'' = 5,65$$

Remarque : Cette méthode présente l'inconvénient de donner des résultats d'autant plus imprécis que la saturation est élevée .

III.B) Essais Indiciels

Comme nous l'avons établi précédemment, les équations régissant les réponses indicielles des bobinages soumis à des échelons de tension sont de la forme :

$$Y(t) = y_0 - \sum_{i=1}^n y_i \cdot e^{-t/T_i}$$

L'exploitation de ces différentes courbes relevées à l'oscilloscope nécessiterait donc la connaissance des paramètres y_i et T_i . Il existe plusieurs méthodes pour l'identification des paramètres de ces fonctions et nous en exposerons deux, l'une graphique et l'autre numérique. Dans le cadre de notre projet, nous nous bornerons à l'application de la méthode graphique pour la détermination des paramètres y_i et T_i des fonctions donnant les courbes enregistrées.

a) - Méthode graphique : Sur papier semi-logarithmique.

Exemple : Soit $Y(t)$ la fonction à identifier avec :

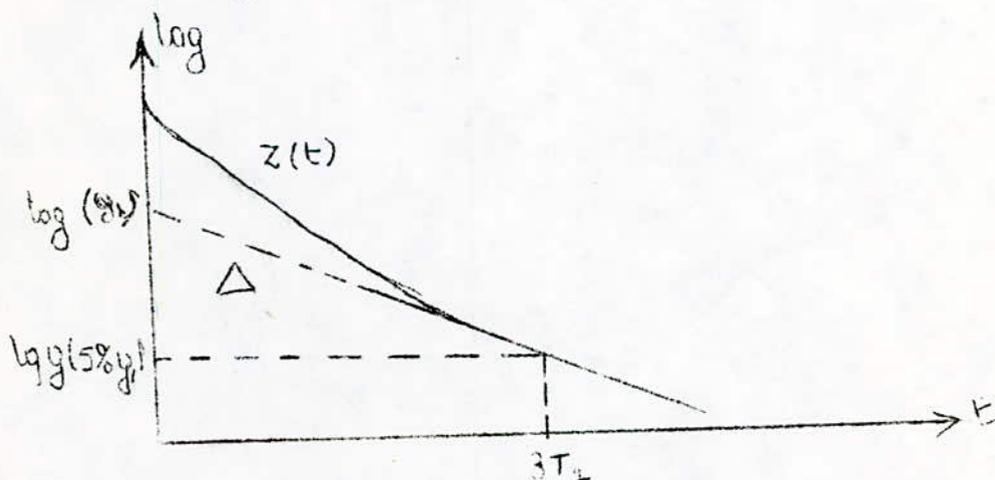
$$Y(t) = y_0 - y_1 \cdot e^{-t/T_1} - y_2 \cdot e^{-t/T_2} - y_3 \cdot e^{-t/T_3}$$

La méthode est d'autant plus précise que les T_i sont différents. C'est à dire on peut négliger T_2 devant T_1 et T_3 devant T_2 .

Le tracé de $Y(t)$ dans un repère d'unités simple nous fournit facilement y_0 ($y_0 \neq Y(t)$ pour t grand).

On trace ensuite sur papier semi-logarithmique $z(t) = y_0 - Y(t)$

$$z(t) = y_1 \cdot e^{-t/T_1} + y_2 \cdot e^{-t/T_2} + y_3 \cdot e^{-t/T_3}$$



Après un certain temps, la courbe $z(t)$ est confondue avec une droite Δ dont l'extrapolation à $t = 0$ fournit y_1 .

On déduit ensuite graphiquement la courbe $z'(t) = z(t) - y_1 \cdot e^{-t/T_1}$.

Sur la figure ($z(t) - \Delta$). Pour t assez grand, T_3 étant

.../...

négligeable devant T_2 , $z'(t) \neq y_2 \cdot e^{-t/T_2}$ qui est une droite dont l'extrapolation à $t = 0$ fournit y_2 .

L'ordonnée $5\% y_2$ donne sur la courbe, l'abscisse $3T_2$ d'où T_2 , de même pour T_1 .

On reporte ensuite la courbe $z'(t) - y_2 \cdot e^{-t/T_2} = y_3 \cdot e^{-t/T_3}$ qui donne par le même procédé y_3 et T_3 .

REMARQUE : Cette méthode demande une grande précision dans le relevé de la courbe à identifier.

b)- Méthode Numérique :

- On peut montrer que toute fonction de transfert exprimée par un rapport de polynômes peut se mettre sous la forme d'une constante et d'une fraction continue quand le degré du numérateur est inférieur à celui du dénominateur.

$$H(p) = \frac{\sum_{i=1}^n a_i p^{i-1}}{\sum_{i=1}^n b_i p^{i-1} + p^n} = A_0 + \frac{I}{\frac{B_0}{p} + A_1 + \frac{I}{\frac{B_1}{p} + A_2 + \frac{I}{\frac{B_2}{p} + A_3 + \frac{I}{\frac{B_n}{p} + A_n}}}}$$

Pour obtenir cette forme, on divise le numérateur et le dénominateur par p^n et on effectue la division des deux polynômes, on obtient alors :

$$H(p) = \frac{\sum_{i=1}^n a_i p^{i-1-n}}{\sum_{i=1}^n b_i p^{i-1-n} + 1} = \frac{a_1 p^{-n} + a_2 p^{-(n+1)} + \dots + a_n p^{-1}}{b_1 p^{-n} + b_2 p^{-(n+1)} + \dots + b_n p^{-1} + 1}$$

$$H(p) = \frac{a_1}{b_1} + \Phi_1(p)$$

où $\Phi_1(p)$ est le reste de la division

$$\Phi_1(p) = \frac{b_1 \sum_{i=1}^n a_i p^{i-1-n} - a_1 (\sum_{i=1}^n b_i p^{i-1-n} + 1)}{b_1 (\sum_{i=1}^n b_i p^{i-1-n} + 1)}$$

On pose ensuite $W_1(p) = \frac{1}{\Phi_1(p)} = A_1 + \frac{B_0}{p} + \bar{\Phi}_2(p)$ et on procède de

la même façon ; on trouve ensuite :

$$A_1 = -\frac{b_1}{a_1} \quad B_0 = \frac{b_1^2}{a_1^2}, \text{ on calcule } \bar{\Phi}_2(p)$$

et on pose $W_2(p) = \frac{1}{\Phi_2(p)} = A_2 + \frac{B_1}{p} + \bar{\Phi}_3(p)$ etc ...

De même, connaissant A_i et B_i il est relativement facile de déterminer les valeurs des a_i et b_i à condition toutefois de connaître l'ordre du système de façon à limiter la fraction continue.

Une méthode d'identification de ces polynômes est la méthode de DUDUNKOFF qui consiste à calculer les coefficients A_i et B_i à partir de la réponse à un échelon unité.

$$S(p) = H(p) \cdot E(p) = \frac{H(p)}{p} \quad \text{avec} \quad \begin{array}{l} S(p) : \text{signal de sortie} \\ E(p) : \text{signal d'entrée (échelon)} \end{array}$$

$$S(t) = \lim_{\substack{t \rightarrow \infty \\ p \rightarrow 0}} p \cdot \frac{H(p)}{p} = H(0) = A_0$$

$$\text{posons alors : } S_1(p) = \frac{1}{p} (H(p) - A_0) = \frac{1/p}{\frac{B_0}{p} + A_1 + \bar{\Phi}_2(p)}$$

$$S_1(t) = S(t) - A_0 = -\xi(t)$$

$$\int_0^t S_1(t) \cdot dt = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{S_1(p)}{p} = S_1(0)$$

$$\text{or : } S_1(0) = \frac{1}{B_0} \quad \text{donc} \quad \int_0^\infty (S(t) - A_0) dt = \frac{1}{B_0}$$

formons $U_1(p) = \frac{1}{p} (1 - B_0 \cdot S_1(p))$, on aura :

$$U_1(p) = \frac{1}{p} \left(\frac{B_0/p + A_1 + \bar{\Phi}_2(p) - B_0/p}{\frac{B_0}{p} + A_1 + \bar{\Phi}_2(p)} \right) = \frac{A_1/p + \bar{\Phi}_2/p}{\frac{B_0}{p} + A_1 + \bar{\Phi}_2}$$

$$\int_0^t U_1(t) \cdot dt = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{U_1(p)}{p} = U_1(0) \quad \text{or} \quad U_1(0) = \frac{A_1}{B_0}$$

connaissant B_0 , on calculera A_1 à partir de :

$$U_1(t) = 1 - B_0 \int_0^t S_1(t) \cdot dt \quad \text{et} \quad \int_0^\infty U_1(t) \cdot dt = \frac{A_1}{B_0}$$

En poursuivant les calculs de cette façon , les termes généraux sont :

$$S_k(p) = \frac{B_{k-2}}{p} (U_{k-1}(p) - A_{k-1} \cdot S_{k-1}(p))$$

$$U_k(p) = \frac{1}{p} (B_{k-2} \cdot S_{k-1}(p) - B_{k-1} \cdot S_k(p))$$

$$S_k(t) = B_{k-2} \int_0^t U_{k-1}(t) \cdot dt - A_{k-1} \cdot B_{k-2} \int_0^t S_{k-1}(t) \cdot dt$$

et $\int_0^\infty S_k(t) \cdot dt = \frac{1}{B_{k-1}}$

$$U_k(t) = B_{k-2} \int_0^t S_{k-1}(t) \cdot dt - B_{k-1} \int_0^t S_k(t) \cdot dt$$

et $\int_0^\infty U_k(t) \cdot dt = \frac{A_k}{B_{k-1}}$

-Cette méthode se prête très bien à une exploitation numérique bien qu'elle nécessite n itérations pour déterminer à chaque essai l'un des coefficients.

Pour établir un organigramme , on procède comme suit :

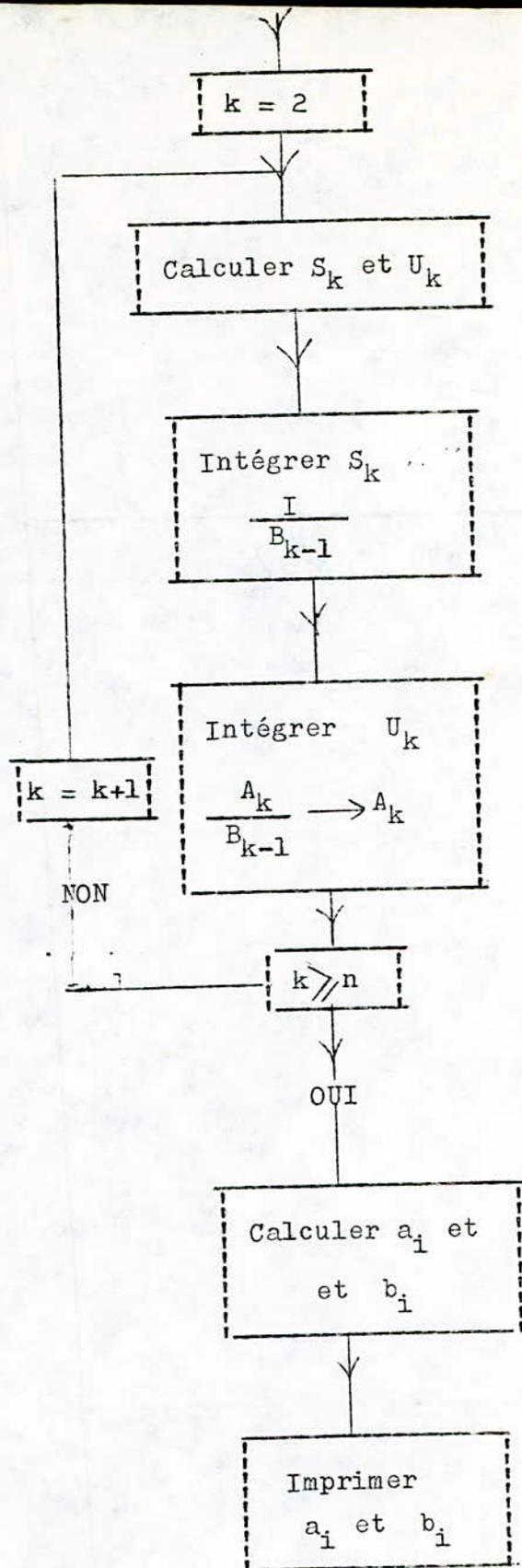
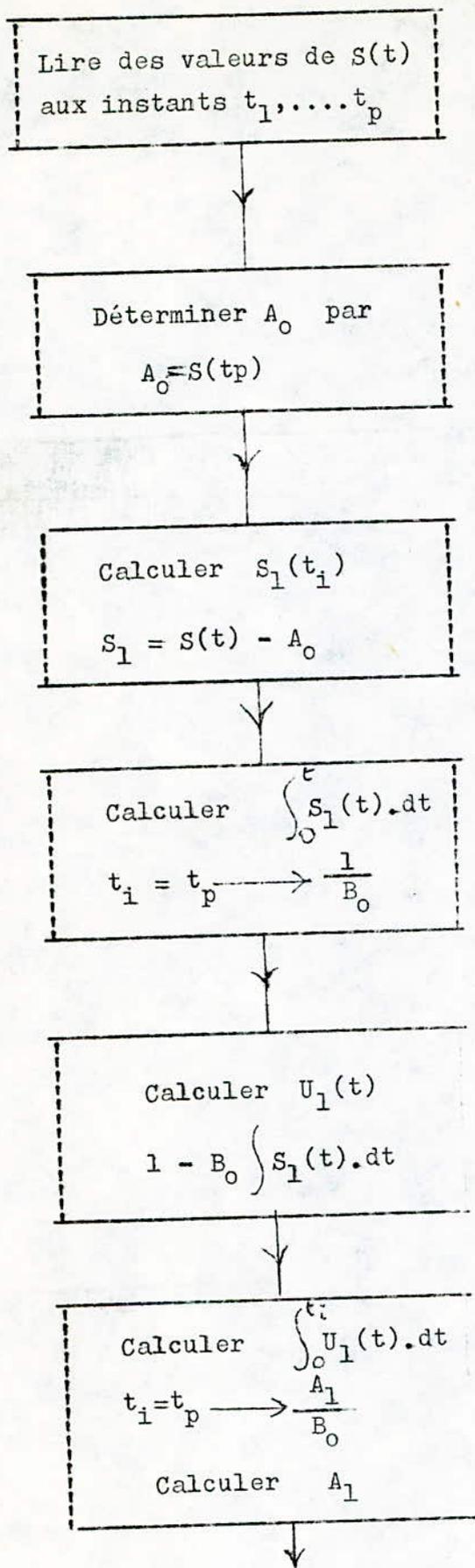
-On prend sur la courbe S(t) , un certain nombre de valeurs

(choisies aux instants t_1, t_2, \dots, t_p).

- Le calcul des a_i et b_i à partir des A_i et B_i s'effectue par un sous programme spécial (on obtient les a_i et b_i en réduisant les fractions de H(p) au même dénominateur et en identifiant).

On obtient une allure générale de l'organigramme :

...../.....



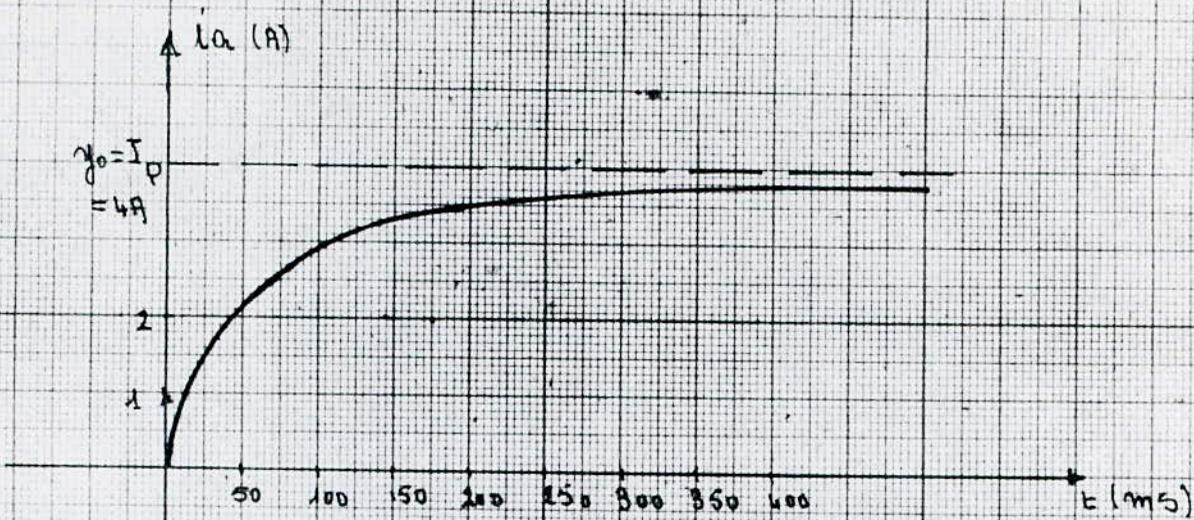


Fig. 17 a. Enregistrement du courant dans la phase a de l'induit (circuit inducteur ouvert) - ESSAI 1.



fig 17 b Enregistrement du courant dans l'inducteur, le circuit d'induit ouvert. - ESSAI 2.



fig 17 d Enregistrement du courant dans la phase A de l'induit (circuit inducteur ouvert)
 - ESSAI 4 -

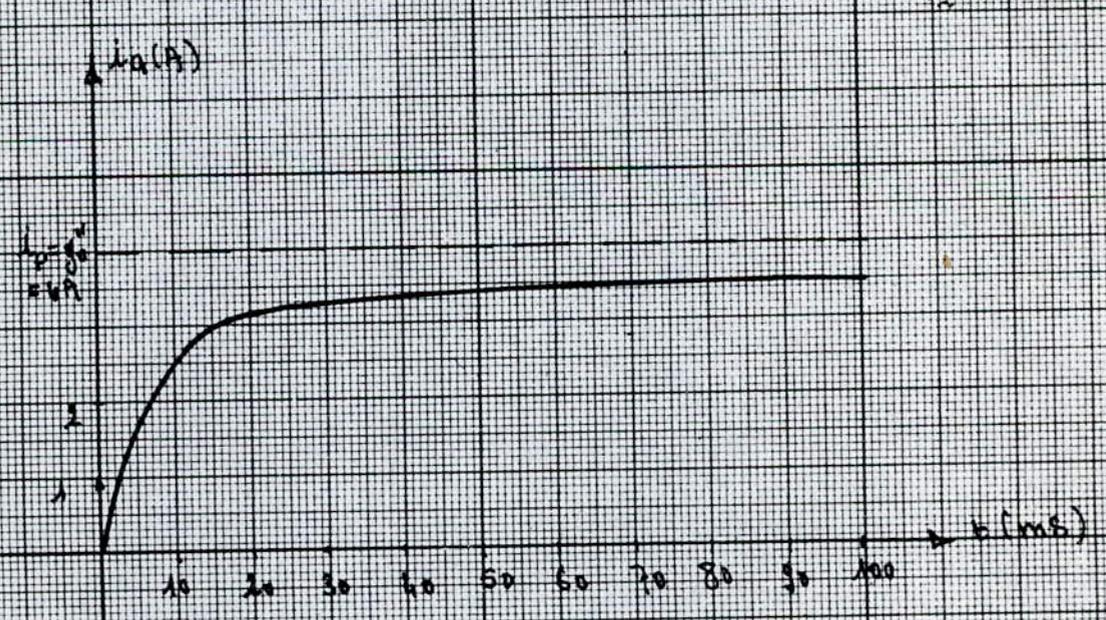


fig 17 c Enregistrement du courant dans la phase A de l'induit (inducteur en court-circuit)
 - ESSAI 3 -

L'application de la méthode graphique aux réponses indicielles enregistrées (fig-17.a , I7.b , I7.c , I7.d) donne des résultats cohérents avec ceux donnés par les autres méthodes ,notamment pour les essais I et 4 .

Le manque de précision dans le relevé de la réponse indicielle pour l'essai 2 rend impossible son exploitation .En effet ,cette courbe qui comporte une partie linéaire (fig-I7.b) ne peut être représenté par une fonction

$$\text{du type } Y(t) = y_0 - y_1 \cdot e^{-t/T_1} - y_2 \cdot e^{-t/T_2}.$$

Les paramètres donnés par l'essai 3 (fig-I7.b) nécessite les résultats de l'essai 2 et par conséquent ne peuvent être déterminés .

Aussi on se contentera de donner les résultats obtenus par la méthode graphique dans les essais I et 4 .

a)- ESSAI I : (fig-I8.a)

$$\text{On trouve } y_0 = 4 \quad \text{et} \quad T_1 = 0,283 \text{ S}$$

$$y_1 = 1,05$$

$$y_2 = 2,95 \quad T_2 = 0,048 \text{ S}$$

$$\text{d'où : } L_{ad} = R_s \cdot T_1 \frac{1 + \frac{y_2 \cdot T_2}{y_1 \cdot T_1}}{1 + y_2/y_1} = 0,16 \text{ henry}$$

$$T_{ado} = L_{ad}/R_s = 0,106 \text{ S}$$

$$T_{1do} = T_1 \frac{y_2/y_1 + T_2/T_1}{1 + y_2/y_1} = 0,22 \text{ S}$$

$$K_{a,1d}^2 = \frac{y_2/y_1 \left(1 - T_2/T_1 \right)^2}{\left(\frac{y_2}{y_1} + \frac{T_2}{T_1} \right) \left(1 + \frac{y_2 \cdot T_2}{y_1 \cdot T_1} \right)} = 0,44$$

$$\text{et } X_d = \frac{3}{2} \cdot W \cdot L_{ad} = 75,3 \Omega$$

b)- ESSAI 4 : (fig-18.b)

$$y_0''' = 3,8$$

$$T_1''' = 0,192 \text{ S}$$

$$y_1''' = 1 \quad \text{et}$$

$$T_2''' = 0,018 \text{ S}$$

$$y_2''' = 2,8$$

$$\text{d'où } L_{aq} = R_s \cdot T_1''' \frac{1 + \frac{y_2''' \cdot T_2'''}{y_1''' \cdot T_1'''}}{1 + y_2'''/y_1'''} = 0,095 \text{ henry}$$

$$T_{aqo} = L_{aq}/R_s = 0,063 \text{ S}$$

$$T_{1qo} = T_1''' \frac{y_2'''/y_1''' + T_2'''/T_1'''}{1 + y_2'''/y_1'''} = 0,146 \text{ S}$$

$$K_{a,lq}^2 = \frac{y_2'''/y_1''' (1 - T_2'''/T_1''')^2}{\left\{ y_2'''/y_1''' + T_2'''/T_1''' \right\} \cdot \left\{ 1 + \frac{y_2'''}{y_1'''} \frac{T_2'''}{T_1'''} \right\}} = 0,629$$

De ces résultats, on tire :

$$X_q = \frac{3}{2} W \cdot L_{aq} = 44,7 \Omega$$

$$X_q'' = X_q (1 - K_{a,lq}^2) = 16,5 \Omega$$

$$T_q'' = T_{1qo} = 0,146 \text{ S}$$

$$T_q'' = T_{1qo} (1 - K_{a,lq}^2) = 0,0541 \text{ S}$$

CHAP IV . ETUDE COMPARATIVE /

- Dans ce chapitre ,on se propose de donner pour chacun des paramètres mesurés ,les valeurs obtenues par les différentes méthodes ,de comparer ces valeurs et d'établir un schéma électrique pour la machine étudiée .

IV-1-a) Tableau de comparaison :

-Valeurs de X_d

	méth.graph.	Ess.à faible glissement	Essai Indiciel	Valeur retenue
X_d (Ω)	75	80,48	75,3	75

- Valeur de X_q

	Essai à excit. négative	Ess.à faible glissement	Essai Indiciel	Valeur retenue
X_q (Ω)	45,3	40,4	44,7	40,4

- Valeurs de X'_d

	Ess.du C.C triph. brusque	Ess.de l'ouvert. du C.C	Valeur adoptée
X'_d (Ω)	20,7	21,56	21

-Valeurs de X''_d

	Essai Statique	Ess. du C.C triph. brusque	Ess. de l'ouvert. du court-circuit	Valeur retenue
X''_d (Ω)	7	5,53	5,65	7

- Valeurs de X''_q

	Essai Statique	Essai Indiciel	Valeur retenue
X''_q (Ω)	11,4	16,5	11,4

- Pour les valeurs de X''_d et X''_q on adoptera celles qui sont données par l'essai statique car les autres méthodes manquent de précision notamment lors des relevés oscillographiques des courbes à exploiter.

Pour la réactance inverse, on vérifie bien que $X_1 \approx \frac{X''_d + X''_q}{2}$

$$\text{avec } X_1 = 9 \Omega$$

$$X''_d = 7 \Omega$$

$$X''_q = 11,4 \Omega$$

ce qui justifie, à postériori, le choix de X''_d et X''_q .

IV-2)- Schéma électrique équivalent :

A partir des impédances opérationnelles suivant les deux axes, on peut représenter la machine par deux schémas équivalents l'un suivant l'axe direct et l'autre suivant l'axe transversal.

-L'impédance opérationnelle suivant l'axe direct s'écrit :

$$Z_d(p) = R_s + p L_d(p)$$

$$Z_d(p) = R_s + p L_d - \frac{p^3(L_{1ld}M_f^2 + L_f M_{kd}^2) + p^2(R_{ld}M_f^2 + R_f M_{kd}^2) - 2p^3 M_{fd} M_{kd}}{p^2(L_f L_{1ld} - M_{fd}^2) + p(R_s L_{1ld} + R_{ld} L_f) + R_s R_{ld}}$$

qui peut s'écrire :

$$Z_d(p) = R_s + p \left(L_d - \frac{M_f M_{kd}}{M_{fd}} \right) + Z'_d(p) \quad \text{avec :}$$

$$Z'_d(p) = \frac{p(R_f M_{kd}^2 + p(L_f M_{kd}^2 - M_{fd} M_{kd} M_{fd})) (R_{ld} M_f^2 + p(L_{1ld} M_f^2 - M_{fd} M_{kd} M_{kd}))}{M_f M_{fd} M_{kd} (R_f R_{ld} + p(R_f L_{1ld} + R_{ld} L_f) + p^2(L_f L_{1ld} - M_{fd}^2))}$$

qui est de la forme : $Z'_d(p) = \frac{Z_1 \cdot Z_2 \cdot Z_3}{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_1 Z_3}$

Si on prend : $Z_1 = p \frac{M_f M_{kD}}{M_{fD}}$

$$Z_2 = R_f \cdot \frac{M_{kD}^2}{M_{fD}^2} \rightarrow p \left(L_f \frac{M_{kD}^2}{M_{fD}^2} - \frac{M_f M_{kD}}{M_{fD}} \right)$$

$$Z_3 = R_{ld} \cdot \frac{M_f^2}{M_{fD}^2} + p \left(L_{lld} \cdot \frac{M_f^2}{M_{fD}^2} - \frac{M_f M_{kD}}{M_{fD}} \right)$$

Donc l'impédance opérationnelle suivant l'axe direct peut être représentée par trois impédances Z_1, Z_2, Z_3 en parallèle, placées en série avec : $R_s + p \left(L_d - \frac{M_f M_{kD}}{M_{fD}} \right)$.

avec : $R_s = 1,5 \Omega$ $R_f = 3,4 \Omega$

$$L_d = X_d / \omega = 0,238 \text{ H}$$

$$T'_{do} = T_{fo} = \frac{L_f}{R_f} \quad \text{donc} \quad L_f = R_f \cdot T'_{do}$$

$$L_f = 3,4 \cdot 0,532 = 1,8 \text{ henry}$$

$$X'_d = L_d \cdot \omega \left(1 - \frac{M_f^2}{L_d L_f} \right)$$

$$M_f^2 = L_d L_f \left(1 - \frac{X'_d}{L_d \cdot \omega} \right) = 0,307$$

$$M_f = 0,554$$

Pour les paramètres se rapportant aux circuits d'amortisseurs, on ne peut les évaluer qu'après la forme de la constante de temps T_{do} .

avec $T'_{ldo} = 0,22 \text{ S}$

En posant $\alpha = \frac{M_{kD}}{M_{fD}}$ et $\beta = \frac{M_f}{M_{fD}}$, on obtient le schéma

électrique suivant l'axe direct (fig-A)

- De même, l'impédance opérationnelle suivant l'axe en quadrature

$Z_q(p)$ s'écrit :

$$Z_q(p) = R_s + p \mathcal{L}_q(p) = R_s + p L_q - \frac{p^2 M_{kQ}^2}{R_{1q} + p L_{11q}}$$

$$= R_s + p \left(L_q - M_{kQ} \right) + \frac{p M_{kQ} \left(R_{1q} + p \left(L_{11q} - M_{kQ} \right) \right)}{R_{1q} + p L_{11q}}$$

$$Z_q(p) = R_s + p(L_q - M_{kQ}) + \frac{pM_{kQ}(R_{lq} + p(L_{llq} - M_{kQ}))}{p.M_{kQ}(R_{lq} + p(L_{llq} - M_{kQ}))}$$

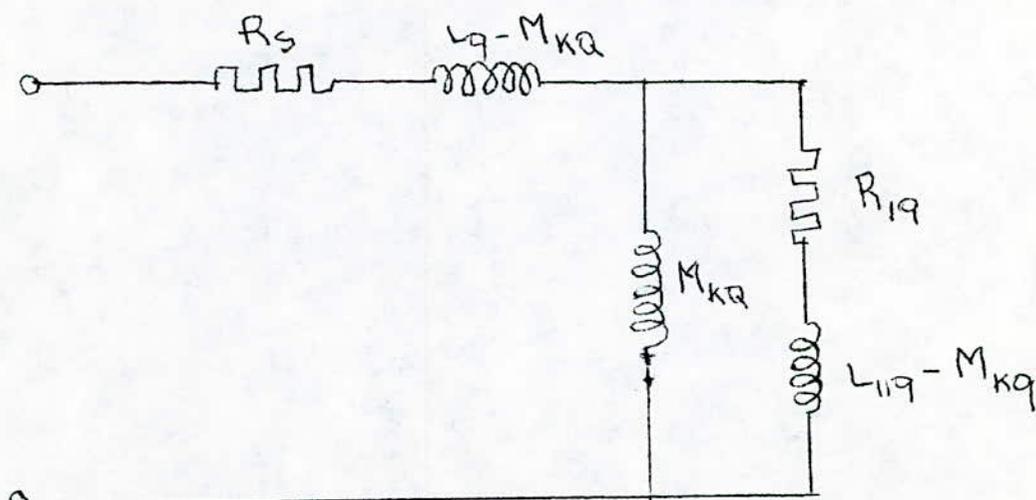
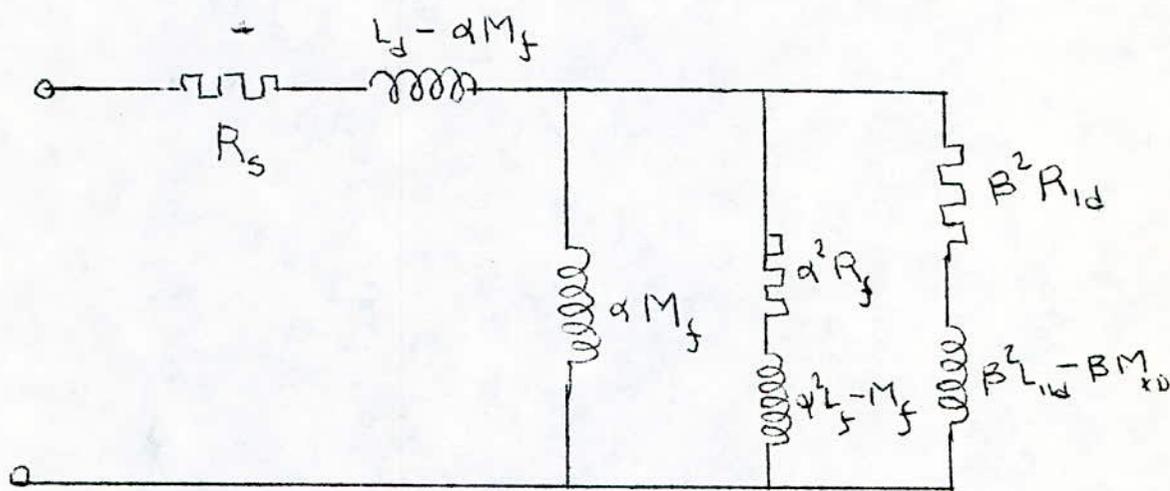
- Cette impédance peut être représentée par $R_s + p(L_q - M_{kQ})$ montée en série avec pM_{kQ} et $R_{lq} + p(L_{llq} - M_{kQ})$ placées en parallèle.

avec : $L_q = X_q/W = 40,4/314 = 0,128$ henry

- Pour les paramètres se rapportant aux amortisseurs, suivant l'axe en quadrature, on peut les évaluer sous la forme d'une constante de temps T_{1q0} avec :

$$T_{1q0} = T''_{q0} = 0,146 \text{ S}$$

On obtient alors le schéma électrique équivalent suivant l'axe en quadrature q (fig-B).



- Il s'agit de tracer la caractéristique en charge $V = f(I)$ à partir du diagramme de BLONDEL, en choisissant les valeurs de X_q de façon à obtenir une courbe V , la plus proche possible de celle relevée expérimentalement sur la machine.

La détermination de la tension V , connaissant l'excitation J , le courant I et son déphasage φ par rapport à V , nécessite la connaissance des coefficients α et λ de POTIER.

1°)- Détermination de α et λ :

-Connaissant la caractéristique à vide, $E = f(J)$, en court-circuit $I_{cc} = f(J)$ et la caractéristique en déwatté $V = f(J)$, on arrive par la construction de Potier (fig-19) à la détermination de α et λ avec :

- Caractéristique en déwatté pour $I = 2 \text{ A}$

J(A)	1,4	2	2,5	3	3,5
V(V)	52	136	164	195	207

On tire graphiquement (fig-19) pour $I_1 = 2 \text{ A}$ et $J_{ccl} = 1,1 \text{ A}$

$$\alpha I_1 = \overline{MC} = 1,2 \text{ A} \quad \text{d'où} \quad \alpha = 1,2/2 = 0,6$$

$$\lambda I_1 = \overline{BC} = 11 \text{ V} \quad \text{d'où} \quad \lambda = 11/2 = 5,5 \Omega$$

α : coefficient d'équivalence permettant de ramener le courant de l'induit à celui de l'inducteur.

$\lambda = IW$: c'est la réactance de fuite. Elle correspond aux flux qui traversent l'induit sans toucher le circuit inducteur.

2°)- Diagramme de BLONDEL :

Le diagramme de BLONDEL tient compte de la saturation; Celui-ci admet que E_t , la fem transversale est proportionnelle à $I \cos \varphi$ qui le crée, avec $E_t = \tau I \cos \varphi$, τ étant la réactance transversale de l'induit : $\tau = X_t - \lambda$.

avec X_t la réactance se rapportant au flux total comprenant le flux commun à l'induit et à l'inducteur et le flux de fuite.

Cette valeur de τ déterminée en l'absence de saturation doit être considérée comme le maximum de la réactance transversale.

- On construit d'abord :

$$\overline{E_r} = \overline{V} + R \cdot \overline{I} + j\lambda W \cdot \overline{I} = \overline{OA} + \overline{AB} + \overline{BC}$$

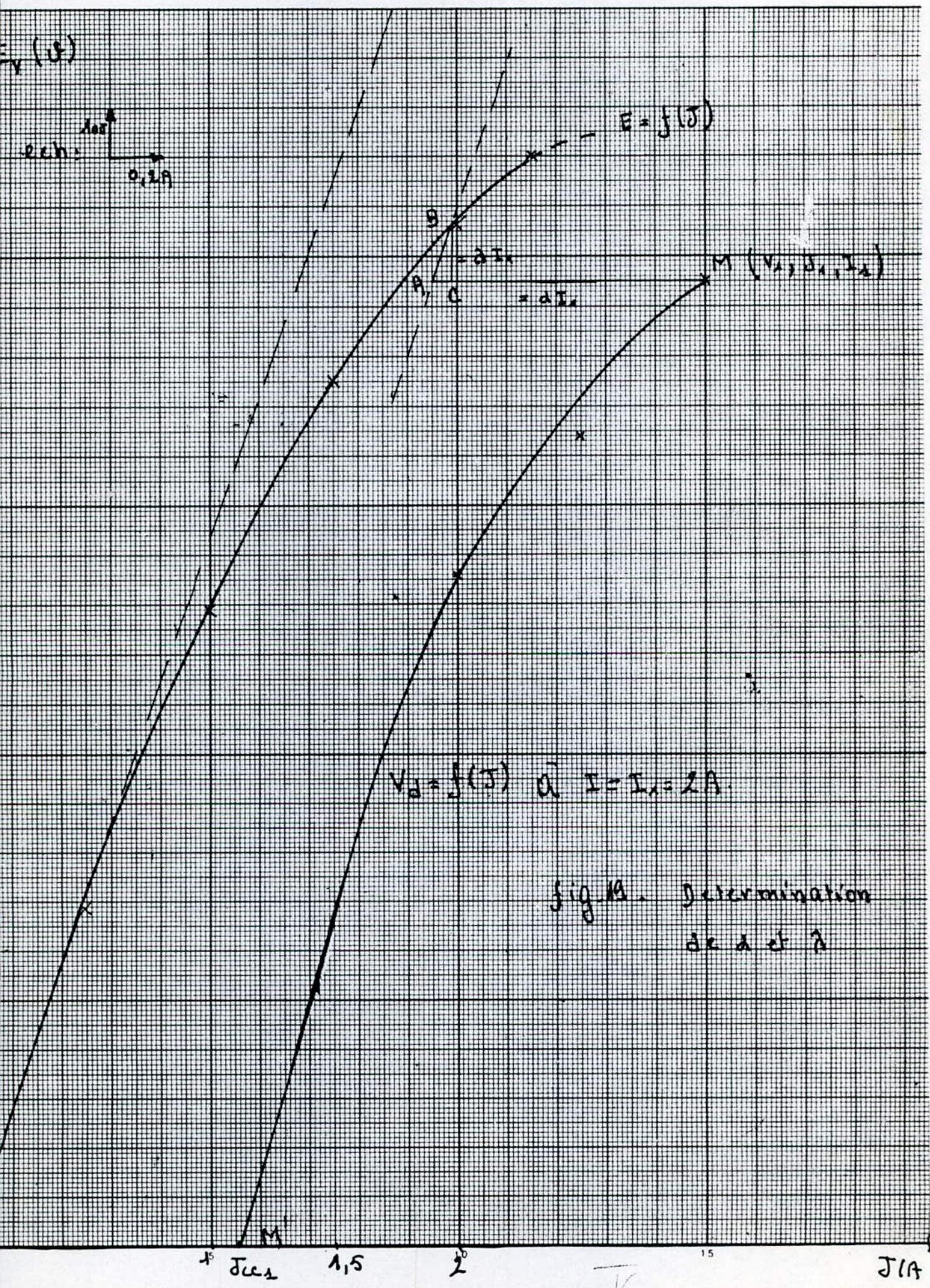


fig 19. Determination de α et β

On construit ensuite $\overline{E_{1r}}$ la fem due au flux longitudinal résultant

$$\overline{E_r} = \overline{E_{1r}} + \overline{E_t} = \overline{E_{1r}} - j\omega I \cos \psi = \overline{OF} + \overline{BC}$$

(On obtient la direction \overline{OF} de \overline{OF} en prolongeant \overline{BC} de \overline{CD} égal $j\omega I$)

On lit sur la caractéristique à vide, le courant d'excitation longitudinal résultant J_{1r} créant $\overline{E_{1r}}$.

On arrive à J (excitation convenant au régime V, I et φ) en ajoutant le courant nécessaire pour compenser la réaction longitudinale d'induit

$$\text{c'est à dire : } J = J_{1r} + \alpha I \sin \psi$$

et on obtient le diagramme de BLONDEL (fig-20.a)

3°) Détermination de V , connaissant $E, I, \cos \varphi$:

-Ce problème doit être traité par approximations successives .
 Sur le diagramme de la fig-20.a ,il est facile de voir que le point F est sur le demi cercle construit sur $CD = \omega I$ comme diamètre .
 Traçons d'autres parts ,à l'échelle des courants d'excitation ,
 c'est à dire à une échelle totalement indépendante du diagramme des tensions, un demi cercle de diamètre $ND = \alpha I$; OD coupe ce cercle en H . Comme l'angle en D est le complément de ψ ,donc $HD = \alpha I \sin \psi$
 De D comme centre ,traçons ,avec la même échelle que pour αI ,un arc de cercle Γ avec J comme rayon ; l'intersection M de cet arc de cercle avec OD définit le vecteur MH ,avec :

$$MH = J_{1r} = J - \alpha I \sin \psi$$

Les cercles tracés ,sont des lieux des points inconnus M, H, F que l'on va déterminer par approximations successives .

- Prenons le demi axe XA qui portera le vecteur V comme origine des phases (fig-20.b). Portons $AB = R_s I$ décalé de φ en arrière ,
 $BC = \omega I$.Traçons le demi cercle avec CD comme diamètre et à l'échelle des courants inducteur ,le demi cercle de diamètre $ND = \alpha I$ et l'arc de cercle Γ de centre D et de rayon J .On essaie une direction issue de D sur laquelle on mesure $M_1 H_1 = J_{1r1}$ à l'échelle des courants d'excitation . A cette excitation résultante ,correspond sur la caractéristique à vide ,une fem directe E_{1r1} que l'on porte ,à l'échelle des volts , à partir de F_1 jusqu'en O_1 . Si O_1 tombe sur AX ,le problème est résolu ,sinon on prend une nouvelle direction qui correspond à $J_{1r2} = M_2 H_2$ et à $E_{1r2} = O_2 F_2$ afin de tracer le lieu du point O .Son intersection avec XA donne en OA la tension cherchée V .

3°-b)- Mise en oeuvre :

En prenant $X_t = 40,4\%$ (déterminée par l'essai d'excitation négative)

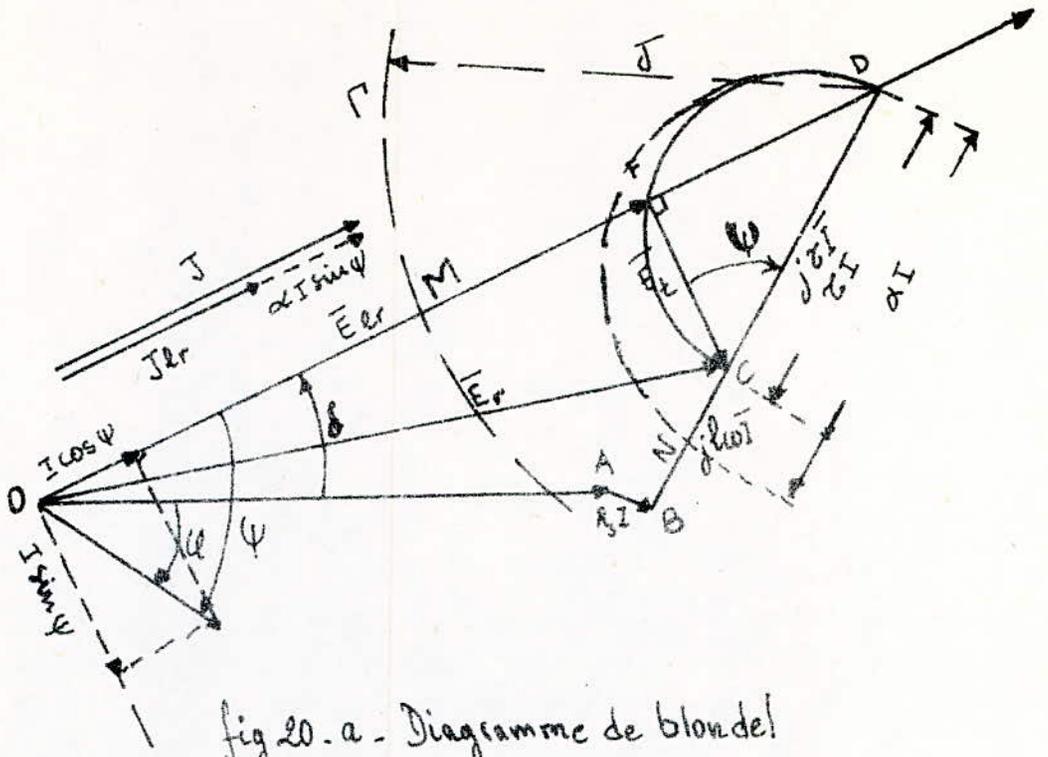
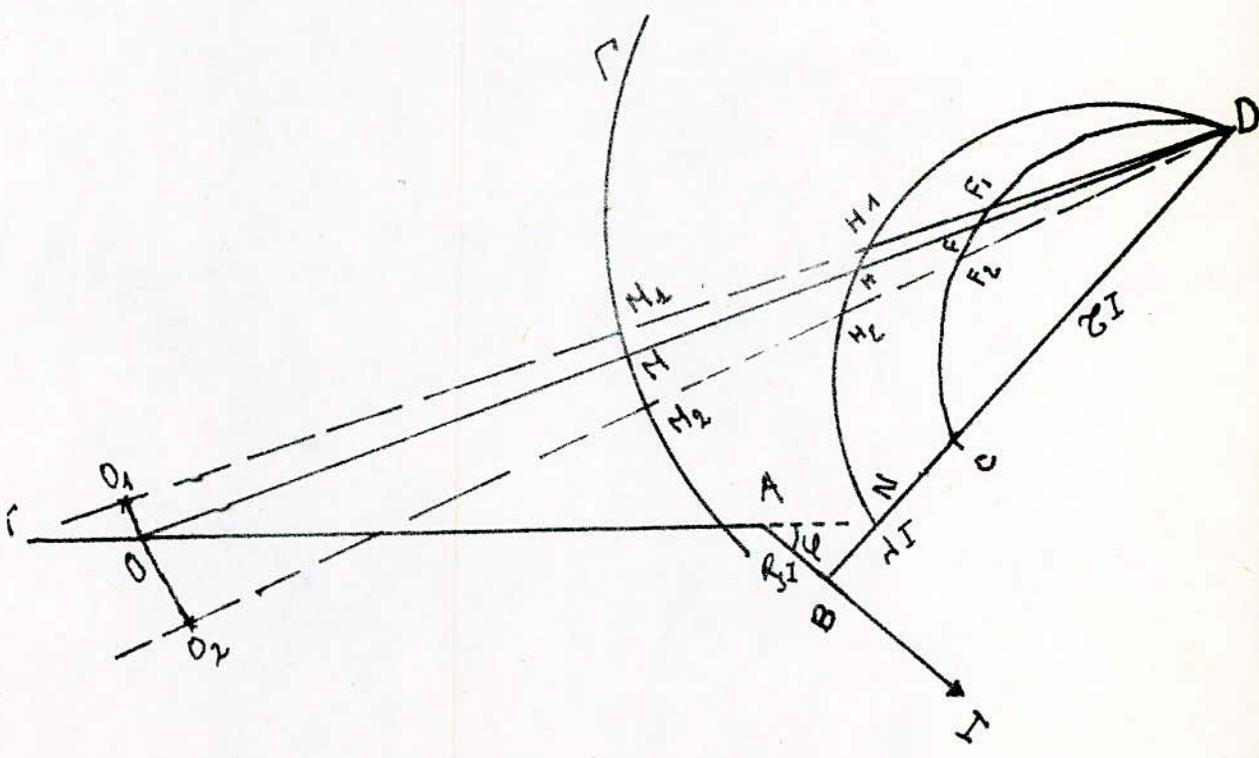


fig 20. a - Diagramme de blondel



- fig 20 b - Determination de la tension V.

$$R_s = 1,5 \Omega$$

$$\alpha = 0,6$$

$$J = 3 \text{ A}$$

$$\text{et } \hat{r} = X_t - \hat{r} = 39,8 \Omega$$

On aboutit à la courbe $V = f(I)$ par approximations successives.

-Tableau des valeurs calculées et mesurées :

I(A)	1	2	3	3,8	4,2
V(V) prédéterminée	223	204	166	130	86
V(V) mesurée	227	211	180	142	115

-La caractéristique prédéterminée concorde avec un pourcentage d'erreure variant entre 1,5 et 8% ,avec la caractéristique réelle. La valeur de X_q a été retenue parce qu'elle donne la courbe $V = f(I)$ la plus proche de la courbe expérimentale .Les autres valeurs données par les autres méthodes ,donnent des résultats beaucoup moins précis .

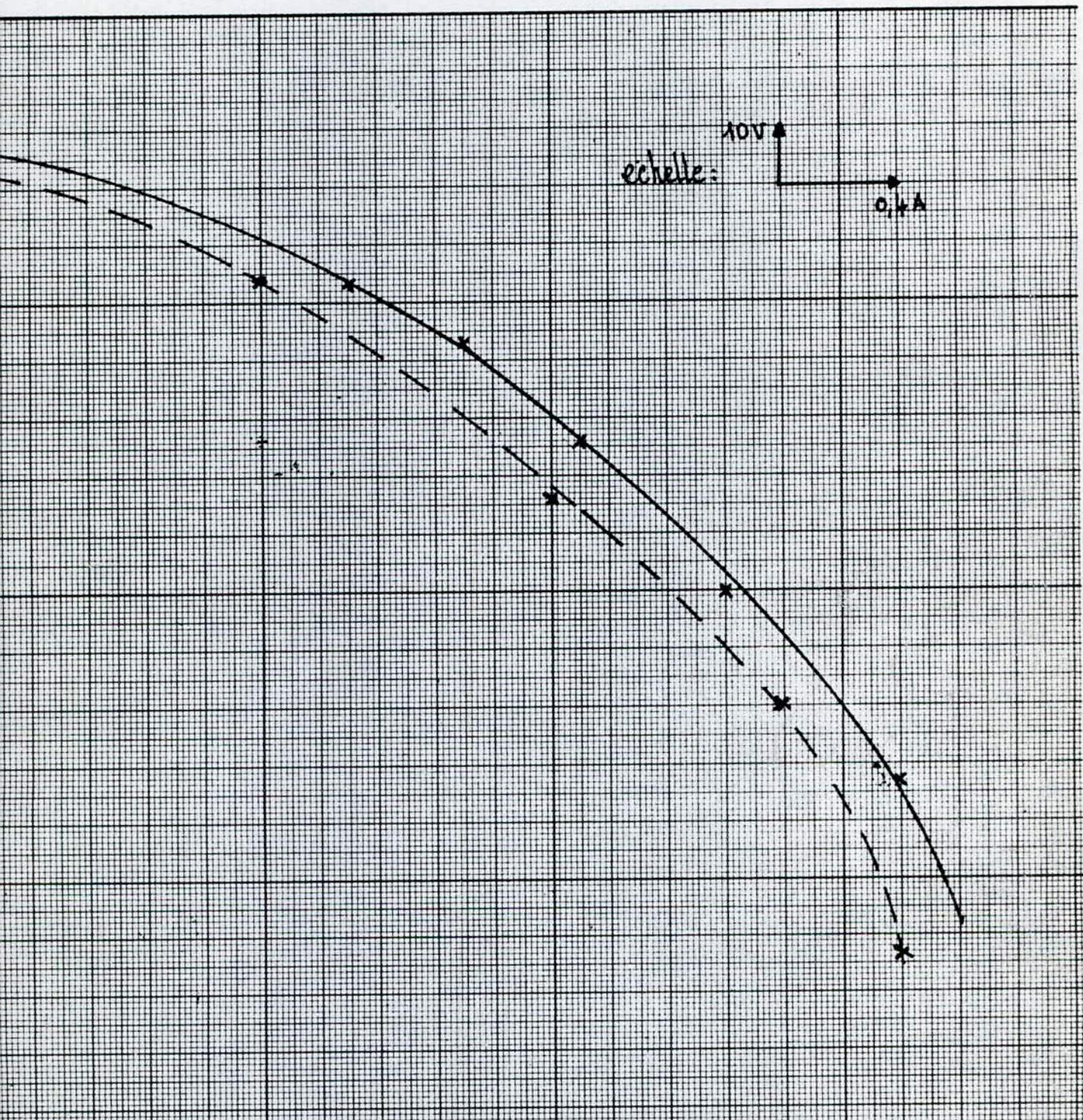


fig 21. — Caractéristique externe réelle $V=f(I)$
 — Caractéristique externe prédéterminée (Blondel)
 pour $I = 3A$
 $\cos\phi = 0,8$

1,4

2

3

4

-Ce projet nous a permis de nous familiariser avec la machine synchrone et de connaître son comportement lors de certains régimes .

L'étude faite sur la machine pour la détermination de ses différents permet de répondre à deux préoccupations: d'une part évaluer l'aptitude de la machine à supporter certains régimes sévères et d'autres parts, estimer ses fonctions de transfert en régimes de petites ou grandes variations en vue d'ajuster au mieux les dispositifs de commande et de protections qui lui sont associés .

Nous avons ici, exposé successivement , la plupart des méthodes qui permettent de déterminer ces différents paramètres ; certaines sont accessibles ont été réalisées, les autres demandant un matériel plus sophistiqué , exemple d'oscilloscope à mémoire numérique ou avec sortie sur table traçante permettant un relevé précis des courbes à considérer , n'ont pas été exploitées .

Nous concluons notre travail par les remarques suivantes :

-Le manque de précision dans certains relevés peut provenir des appareils de mesure ; on peut diminuer le pourcentage d'erreur introduit par ces derniers en utilisant les mêmes appareils pour chaque série d'essais .

-La majorité des essais ont été effectués à la vitesse synchrone sous des tensions réduites et ce, afin d'éviter la saturation, hypothèse faite au départ pour l'établissement des équations de la machines .

-Pour des régimes à des vitesses constantes non synchrones , la résolution des équations électriques et magnétiques peut être faite par un calcul en nombres complexes .

-Pour les régimes transitoires au cours desquels , la vitesse ne peut pas être considérée comme constante , les lois exactes de variation ne peuvent être déterminées qu'à l'aide de calculateurs analogiques ou digitaux .

La machine synchrone a été certainement l'une des machines la plus étudiée. En ce sens , nous ne pensons avoir fait un travail d'une grande originalité; néanmoins, certaines méthodes que nous avons exposées ne sont pas couramment utilisées si elles ne sont pas ignorées .

Nous espérons ainsi avoir mis un outil de travail à ceux qui, par la suite avec un matériel de mesure plus précis et plus performant, l'utiliseront avec un ~~grand~~ plus grand profit .

-OO BIBLIOGRAPHIE Oo-

- G.SEGUIER : Electrotechnique Industrielle
- G.SEGUIER : Introduction à l'électrotechnique approfondie .
- A.GUILBERT : Machines Synchrones
- P.BARRET : Régimes transitoires des machines tournantes
électriques .
- M.KOSTENKO et L.PIOTROVSKI (Tome II)
Machines Electriques
- F.CAHEN : Electrotechnique (Tome 4)
Machines tournantes à courant alternatif
- Cours d'électricité industrielle de l'E.E.I.M (Marseille)
-Théorie et calcul des machines synchrones
- Techniques de l'ingénieur (D 512) par R.DAGUET :
Calcul des résistances , réactances et constantes de
temps des machines électriques .



