

11/87  
الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم والبحث العلمي  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

المكتبة  
BIBLIOTHEQUE —  
Ecole Nationale Polytechnique

# ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : HYDRAULIQUE

## PROJET DE FIN D'ETUDE

SUJET

**Ecoulement au dessous  
d'une Vanne surmontant un Seuil  
Déversoir Type Creager muni  
de Piles Semi-Cylindriques**

Proposé par :

Mr M. BOUACHE

Etudié par :

Mr M.E.B MAHDI

Dirigé par :

Mr M. BOUACHE

Promotion : Janvier 1987



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم والبحث العلمي  
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

# ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : HYDRAULIQUE

## *PROJET DE FIN D'ETUDE*

SUJET

**Ecoulement au dessous  
d'une Vanne surmontant un Seuil  
Déversoir Type Creager muni  
de Piles Semi-Cylindriques**

Proposé par :

Mr M. BOUACHE

Etudié par :

Mr M.E.B MAHDI

Dirigé par :

Mr M. BOUACHE

Promotion : Janvier 1987

## DÉDICACES:

المكتبة الوطنية المتعددة التخصصات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

Je dédie cet humble et modeste  
travail à :

Ma mère pour son sacrifice à mon  
égard et la mémoire de mon père

A mes frères : Kamel, Chérif pour  
leur soutien

A mes sœurs

A tous ceux qui m'ont aidé de loin ou  
de près pour l'élaboration de ce modeste  
travail

A mes amis

## REMERCIEMENTS :

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude  
à mon promoteur M<sup>e</sup> BOUACHE pour son aide  
Mes remerciements à tous les professeurs et  
assistants qui ont rempli la noble tâche de  
nous former, ainsi qu'au chef de département  
M<sup>e</sup> ABD-RAHIM et à M<sup>es</sup> NAKIB et M<sup>e</sup> LAPRAY

Je tiens par ailleurs à remercier vive-  
ment tous ceux qui ont contribué par leur  
aide à la réalisation de mon projet

# Sommaire

## Première partie: Etude théorique.

- Introduction
- Retrécissement localisé: piles de pont
- Forme optimale des profils: profil aérodynamique.
- Profil aérodynamique de JOUKOWSKY.
- Théorème de KUTTA - JOUKOWSKI
- Transformations de KERMAN - TREFFETZ
  - . Première transformation
  - . Deuxième transformation
  - . Troisième transformation.
  - . Quatrième transformation
  - . Cinquième transformation.
  - . Sixième transformation
  - . Septième transformation
  - . Huitième transformation

## Deuxième partie: Etude expérimentale

Description de l'installation

Description du déversoir et des piles

Dimensionnement du modèle réduit

Résultats expérimentaux

Interprétation des graphes

conclusion

## Annexe :

Programmes sur VAX et Graphes sur OLIVETTI

Les piles et culées ont des formes analogues à celles adoptées par les ponts.

Elles comportent en plus des logements des appuis des bouchures mobiles (par exemple en coches verticales supportant le chemin de roulement pour les galets dans le cas d'une bouchure à vannes levantes) et le logement des batardeaux (une encoche à proximité de chaque extrémité); ces batardeaux sont mis en place lorsque les opérations d'entretien doivent être effectuées sur les piles ou les radiers.

### Parties mobiles:

#### Vannes levantes:

on entend par vanne levante une bouchure verticale pouvant être manoeuvrée par un mouvement de translation verticale en s'appuyant sur les piles latérales par l'intermédiaire de galets de roulement

La vanne est constituée par une charpente métallique munie d'une boucle d'acier en tôle placée soit à l'amont soit à l'aval de la charpente.

La manoeuvre d'une vanne est assurée, soit par des treuils à mouvements synchronisés supportés par les piles, soit par un pontique de manutention se déplaçant sur une passerelle de manoeuvre supportée par les piles.

Pour éviter les mouvements des vannes simples qui ne permettent qu'un écoulement « par-dessous » on réalise

presque toujours des vannes à plusieurs éléments superposés permettant le réglage par déversement, au moins pour les débits faibles

les ouvrages de tête des évacuateurs sont équipés en général de vannes de réglage du plan d'eau amont dont l'ouverture progressive et réglable, permet de remplir cette condition.

Dans de nombreux ouvrages hydrauliques l'écoulement se fait à travers des ouvertures appelées pertuis.

chaque pertuis est limité latéralement par des piles, celles-ci peuvent être des ouvrages supportant un pont (franchissement d'un cours d'eau). sur lesquelles s'appuient des vannes (cas d'un barrage de verrou).

Dans le dernier cas qui nous intéresse les piles comportent des encoches verticales supportant le chemin de roulement pour les galets.

L'examen de l'écoulement à travers les pertuis pendant les crues en présence des piles est un problème qui reste ouvert à étudier. jusqu'à nos jours le dimensionnement des piles se fait expérimentalement où il se base sur certains échantillons de quelques chercheurs, notamment les recherches sur l'écoulement de l'eau entre les piles de ponts

les piles constituent des obstacles au mouvement qui peut être sous leurs actions profondément modifiée, une étude complète de cette action devrait se baser sur celle des écoulements.

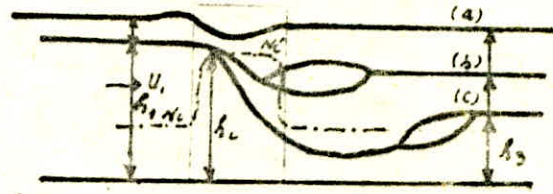


## Retrecissement Localisé: Piles de ponts.

Comme nous allons le voir dans la figure (1-2); à partir de ces courbes on peut facilement analyser les perturbations provoquées par le retrecissement en utilisant  $h = f(H)$  dans la section du canal et  $H'$  dans la section contractée des piles.

Pour le voisinage du pont dans la figure 1-1

- a) régime noyé
- b) cas intermédiaire
- c) régime dénoyé



La diminution de la largeur qui passe de  $l_1$  à  $l_2$  ou  $l_1 > l_2$  la côte des piles provoque une contraction de la veine liquide, d'autant plus marquée que sa forme s'écarte plus d'un profil aérodynamique. Dans la section contractée, la zone intéressée par l'écoulement à une largeur  $l_2' < l_2$ . on constate par conséquent une augmentation de vitesse qui se traduit par un creux dans la surface libre. En outre, la contraction suivie d'un élargissement provoque des pertes de charges du type BORDA

En pratique ce qui importe le plus n'est pas tant la détermination directe de ces pertes de charges que la détermination de la surelevation correspondante  $\Delta H$  de la surface libre dans la section immédiatement à l'amont du pont, puisqu'il s'agit d'un régime fluïdal dont la branche représentative dans la courbe  $H = f(h)$

tend asymptotiquement vers la droite à 45°, que la surélévation est du même ordre de grandeur que la perte de charge, ce qui fait qu'on parle parfois de cette dernière grandeur en voulant parler de la première

En utilisant les paramètres suivants

- Allongement de la pile :  $\varepsilon = \frac{l}{e}$

ou  $l$ : longueur

$e$ : épaisseur

- Taux de réduction de la section  $\sigma = \frac{l_1 - l_2}{l_1}$

ou  $l_2$ : section réduite

$l_1$ : section totale

- Coefficient de contraction  $c_2 = \frac{l_2'}{l_2}$

$l_2'$ : section contractée

$l_2$ : longueur entre les piles

- Nombre de Froude en aval (écoulement non perturbé)

$$Fr = \frac{V^2}{gh}$$

La surélévation  $\Delta h$  en régime noyé qui est le plus courant, est donnée par celle de Rehbock, qui est la plus facile à appliquer.

$$\Delta h = [\delta - \sigma(\delta - 1)](0,45 + \sigma^2 + 9\sigma^4)$$

$$(1 + Fr) \frac{V_3^2}{2g}$$

Les valeurs de  $\delta$  déterminées à partir des essais de YARNELL.

Soit une masse de largeur  $l_1 = l_2$  de débit  $Q$   
 on doit suivre la marche suivante dans les calculs  
 section amont :  $(s_1)$ , profondeur  $h_1$  : vitesse  $V_1$   
 section contractée  $(s)$ , largeur entre piles  $l$ , profondeur  $h$ ,  
 vitesse  $v$

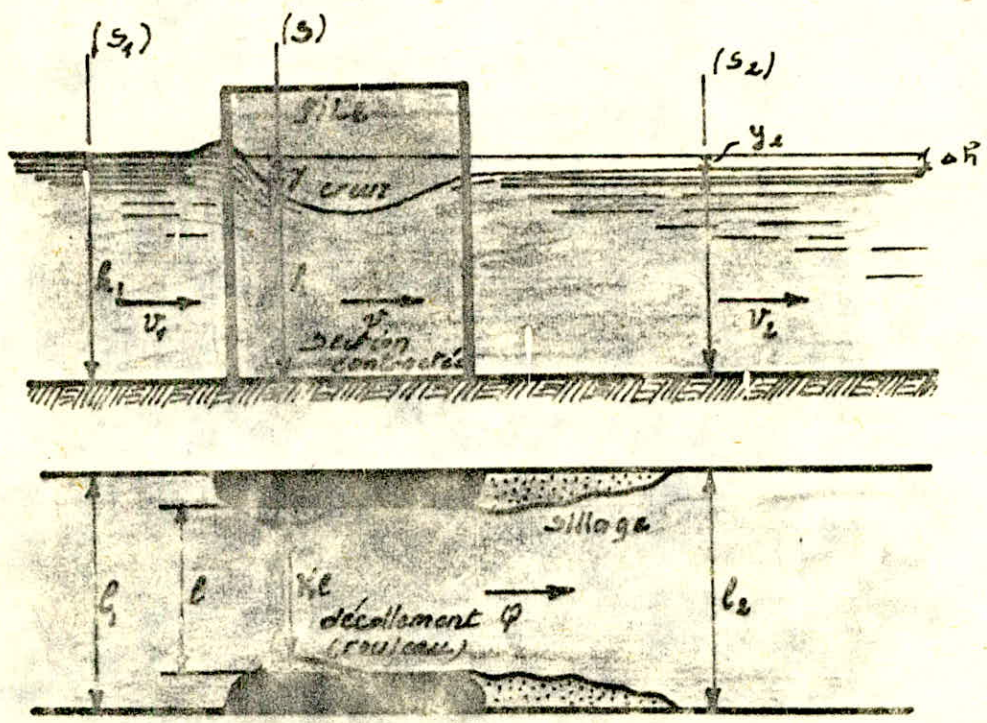
- le taux de réduction :  

$$\sigma = \frac{\text{section obstruée par les piles}}{\text{section totale}}$$

soit :

$$\sigma = \frac{l_2 - l}{l_2} \quad (1-a)$$

le coefficient de cineticité aval :  $w = \frac{V_2^2}{2gh_2} \quad (1-b)$



Lignes d'eau entre piles  
 fig(1-2)

## Condition d'existence du régime noyé:

La veine issue des piles est dénoyée tant que le niveau critique entre piles coupe le niveau réel. Dans ces conditions, il existe en un point une profondeur  $h_c$  fig (1-2) satisfaisant à la relation classique du régime critique, tout au moins dans la mesure où la courbure des filets peut y être négligée :  $h_c^3 = \frac{q^2}{g}$  (2-2)

$q$ : débit unitaire dans la masse

Proposons la condition d'application du régime noyé en prenant comme paramètre le coefficient de cinécité avale  $w$ .

Pour simplifier le calcul on ne tient pas compte de la première approximation, des pertes de charges dans le système, l'énergie spécifique dans la section critique sera

$$E = h_2 + \frac{v^2}{2g} = h_2 (1+w) \quad (1-3)$$

on peut mettre :

$$h_c = \frac{2}{3} E = \frac{2}{3} h_2 (1+w) \quad (1-4)$$

$$\text{on a la relation } Q = q_2 l_2 = q l = q l_2 (1-\sigma) \quad (1-5)$$

$$\text{ou } q_2 = q (1-\sigma) \quad (1-6)$$

ce qui donne d'après (1-6)

$$h_c^3 = \frac{q_2^2}{g (1-\sigma)^2} \quad (1-7)$$

$$w = \frac{v_2^2}{2gh_2} = \frac{q_2^2}{2gh_2^2} \quad (1-8)$$

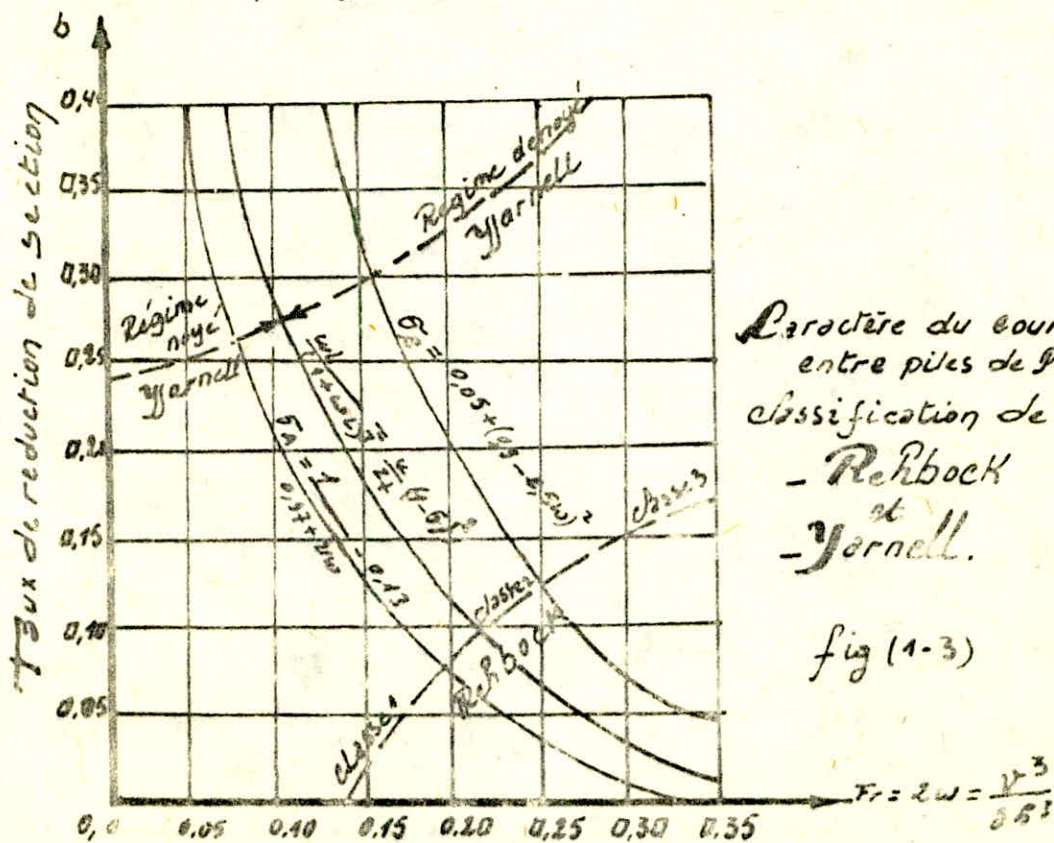
d'où: 
$$h_2^3 = \frac{q_2^2}{2gw} \quad (1-9)$$

Elevant (1-4), au cube et introduisant (1-7) ; (1-9) on aura en définitif :

$$\frac{w_e}{(1+w_e)^2} = \frac{4}{27} (1-\delta^2) \quad (1-10)$$

Dans cette condition,  $w_e$  est la valeur limite de la cineticité aval séparant par une valeur donnée de la réduction de section  $\delta$

les graphes ( fig 1-3 ) nous montrent que le regime moyé existe d'autant plus probablement que  $\delta$  et  $w$  sont petits, c'est à dire lorsque l'écartement des piles et la profondeur aval sont relativement grands



## II Forme optimum des profils : Profil aérodynamique

### Définition:

La forme aérodynamique a pour but l'étude des phénomènes qui apparaissent lorsqu'il existe un mouvement relatif entre un corps et le fluide qui le baigne.

Le corps peut se déplacer dans le fluide immobile (avions, sous-marin), il peut aussi être fixe dans le fluide (piles de ponts). Pour l'étude des actions de contact aérodynamique du fluide sur l'obstacle on choisira un système de référence lié au corps. on emploiera les symboles de la norme NF X 02-105.

### Corps géométriques simples :

#### cylindre circulaire à génératrice perpendiculaire à la vitesse:

1.a. Écoulement sans circulation de fluide parfait autour du cylindre: la répartition des vitesses, autour du cylindre est donnée par la relation  $v = 2U_0 \sin \theta$  le coefficient de pression locale.

$$K_r = 1 - \left(\frac{v}{U_0}\right)^2$$

est donc répartie autour du cylindre suivant la relation

$$K_p = 1 - 4 \sin^2 \theta$$

1.b Influence du nombre de Reynolds

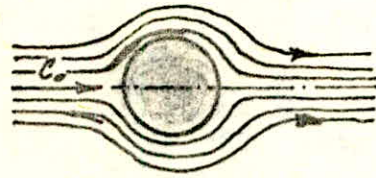
Etude expérimentale de la forme des lignes de courant  
les observations effectuées en soufflerie à l'aide de fumées

ainsi que la visualisation de l'écoulement au tunnel hydrodynamique, ont montré que l'aspect de l'écoulement varie en fonction du nombre de Reynolds

$$R = \frac{U_0 \cdot D}{\nu} \quad (\text{II.1})$$

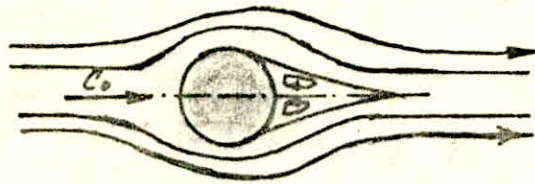
voilà quelques schémas qui nous montrent les types d'écoulement aux faibles nombres de Reynolds.

schéma



$$R < 20$$

Écoulement du type visqueux sans décollements



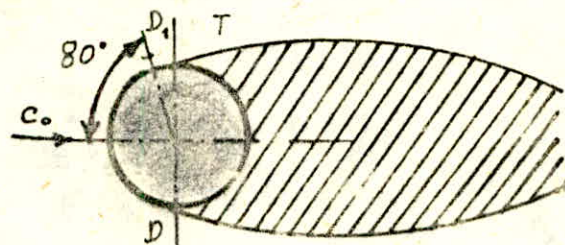
$$20 < R < 50$$

Écoulement avec sillage au cœur et tourbillon symétrique



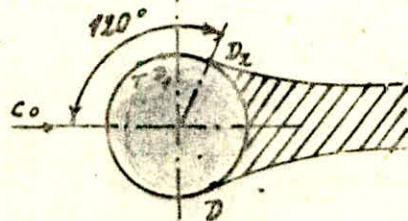
$$50 < R < 2500$$

Allée de tourbillons alternés



$$2500 < R < R_c$$

Décollement à 80°



$$R > R_c$$

Décollement à 120°

Fig (II.1) Influence du nombre de Reynolds sur la forme des lignes d'écoulement autour d'un cylindre

Pour des nombres de Reynolds supérieurs à 2500 on ne peut pas distinguer isolement les tourbillons, il s'établit un large sillage tourbillonnaire avec un point de décollement D. ce point où cette position dépend de R.

Pour certaines valeurs inférieures à celles de  $R_c$  le point de décollement est en  $D_1$  comme dans le schéma (fig. 11.1) à  $80^\circ$ . Experimentalement on constate que la couche limite est laminaire le long de son contact avec le cylindre elle ne devient turbulente qu'au point de transition T situé sur la ligne de séparation, si on augmente R, T se rapproche de  $D_1$ , il l'atteint lorsque  $R = R_c$ . Pour cette valeur, la couche limite devient turbulente. De ce fait, son décollement est retardé par les quantités de mouvement qui lui transmet le fluide. Il ne se produit qu'à environ  $120^\circ$  dans le deuxième régime, on constate que le sillage est beaucoup moins important, ce qui permet de prévoir que le coefficient de traînée de fond au passage de  $R_c$  ou.

$$2 \cdot 10^5 \leq R_c \leq 5 \cdot 10^5$$

Elle dépend de la rugosité de la surface du corps et de la turbulence propre du fluide à l'infini amont

Ces deux facteurs modifient la position du point de transition



## Corps fuselés

### Corps fuselés cylindriques:

En fuselant un cylindre, la traînée est considérablement réduite car d'une part, le point de décollement est reculé vers l'aval, et la zone de suppression amont est plus réduite on constate expérimentalement que le  $c_x$  minimal est obtenu avec un maître couple situé au tiers de la profondeur et un  $e/\rho = \frac{1}{3}$  aux grands nombres de Reynolds. Le coefficient de traînée globale  $c_x$  peut atteindre 0,048 contre 0,3 pour un cylindre circulaire.

Le coefficient de traînée de frottement expérimental rapporté à la surface latérale en calculant le nombre de Reynolds à partir des courbes ou d'une méthode itérative de la formule

$R = \frac{v \cdot l}{\nu}$  soit on calcule le nombre de Reynolds à partir de  $l$ .

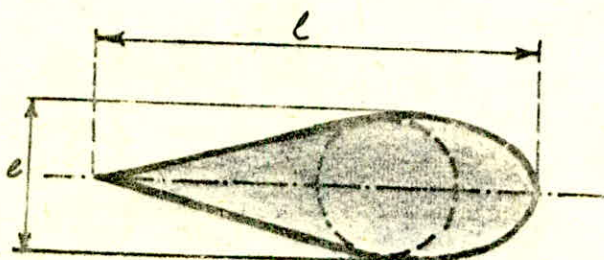


fig: (U-2)

Calcul graphique de la traînée de pression.

L'allure ordinaire de la courbe de répartition des pressions est représentée sur la figure (II-3)

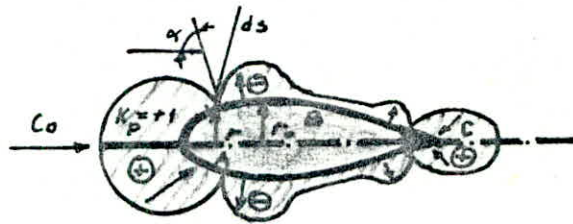


fig II-3) Répartition des pressions sur un corps fuselé de révolution

Remarque:

les meilleurs résultats sont obtenus avec un allongement

$$\lambda = \frac{L}{D} = 3$$

qui représente le meilleur compromis entre l'augmentation de la traînée de frottement et la diminution de la traînée de pression

on remarque l'existence de 3 zones, deux zones de surpression à l'amont et à l'aval, séparées par une zone de dépression sur la grande partie de la surface latérale

Déterminés par intégration graphique, le coefficient de traînée de pression  $C_{xp}$ , la surface de référence étant celle du maître couple

$S = \pi r_0^2$ , la force de pression  $d\vec{F}_h$  qui agit sur une tranchée élémentaire de rayon  $r$  et d'arc  $ds$ .

est:  $dF_h = (P - P_0) 2\pi r ds$

la traînée correspondante est:

$$- dR_{xh} = dF_h \cos \alpha = (P - P_0) 2\pi r ds \cos \alpha$$

or  $P - P_0 = \frac{1}{2} \rho_0 V_0^2 K_p$  est  $ds \cos \alpha = dr$

$$- dR_{xh} = \frac{1}{2} \rho_0 V_0^2 \pi K_p d(r^2)$$

$$- dR_{xh} = \frac{1}{2} \rho_0 V_0^2 s K_p d\left(\frac{r}{r_0}\right)^2$$

en intégrant le long de l'arc demi-meridienne ABC, on obtient

$$- R_{xh} = \frac{1}{2} \rho_0 V_0^2 s \int_{\widehat{ABC}} K_p d\left(\frac{r}{r_0}\right)^2$$

ou  $C_{xh} = \int_{\widehat{ABC}} K_p d\left(\frac{r}{r_0}\right)^2$

On établit la courbe  $K_p$  en fonction de  $\left(\frac{r}{r_0}\right)^2$  soit

$$K_p = f\left[\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]$$

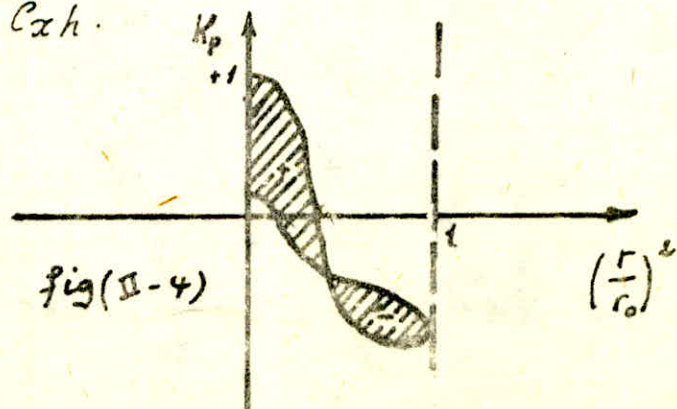
L'aire de cette courbe est égale à  $C_{xh}$

1 - Pour une bonne forme d'aérostat on trouve  $C_{xh} = 0,033$

La mesure de la traînée globale donne  $C_x \approx 0,10$

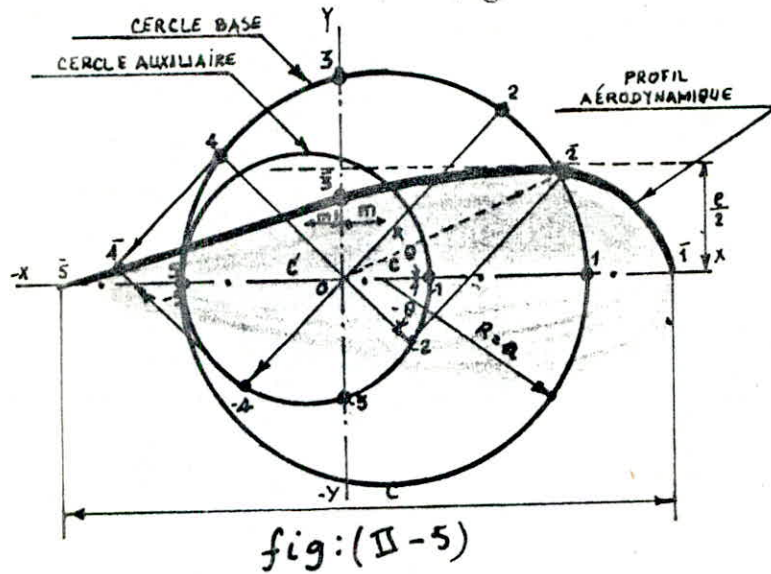
Le coefficient de traînée de frottement est donc

$$C_{xf} = 0,067 \approx 2 C_{xh}$$



## Profil aerodynamique de Joukovsky.

On donne une forme aerodynamique à la tête de la Pile pour diminuer les contraction, le profil aérodynamique que l'on recommande de tracer au moyen de la construction graphique de Trefftz à l'aide de l'abaque



- La méthode de construction se fait par les étapes suivantes
1. On trace le système d'axes  $x, y$ .
  2. On fixe l'épaisseur  $e$  et la longueur  $l$  du profil, on calcule le rapport  $\frac{e}{l}$  à partir duquel on obtient dans l'abaque la valeur de  $S = \frac{m}{a}$ .
  3. A partir de la valeur de  $S$  on obtient au moyen d'ab.  $\frac{e}{a}$  ou  $\frac{l}{a}$ . Comme on connaît  $e$  ou  $l$ , on détermine la valeur de  $a$ , qui est le rayon d'un cercle que nous appellerons le cercle de base du tracé. l'abscisse du centre de ce cercle sera :

$$m = aS$$

4. A partir de 5, on détermine la valeur de  $\frac{m_1}{a}$ ;

$m_1$  est le module de l'abscisse du cercle auxiliaire, tangent intérieurement au cercle de base

5. On dessine le cercle de base, centre  $c$  d'abscisse  $m$  sur l'axe  $ox$ , rayon égal à  $a$

6. on trace le cercle auxiliaire centre  $c'$  d'abscisse  $m_1$  sur l'axe  $ox$ , tangent intérieurement au cercle de base

7. à partir du centre  $O$  ou l'origine des coordonnées on porte le rayon vecteur correspondant à l'angle  $\theta$  (arbitraire); ce rayon vecteur rencontre le cercle de base au point 2

On porte le rayon vecteur correspondant à l'angle  $\theta$  qui rencontre le cercle auxiliaire au point -2. on additionne les deux vecteurs définis par 0 et 2 et par 0 et -2

l'extrémité du vecteur somme est le point représenté par  $\bar{2}$ , qui appartient au profil cherché.

8. De la même façon, on obtiendrait d'autres points pour d'autres valeurs de  $\theta$ , pour  $\theta = 0$ , notamment, on obtient sur l'axe  $ox$ , le point  $\bar{1}$  dont l'abscisse est égale à la somme des distances entre 0 et 1 et entre 0 et -1, pour

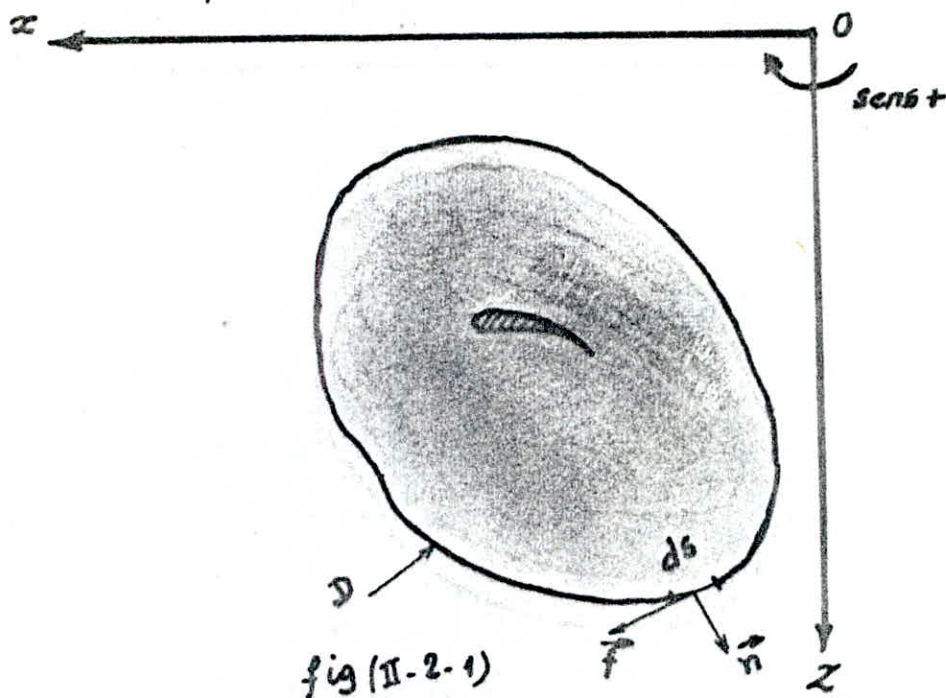
$\theta = \frac{\pi}{2}$  on obtient sur l'axe  $oy$  le point  $\bar{3}$ , dont l'ordonnée est la différence des distances entre les points 0 et 3 et entre 0 et -3

Ordinairement, on n'emploie que la partie amont du profil

En faisant varier les divers paramètres, on obtient aisément une forme qui s'adapte bien au problème à résoudre

## II-2 Théorème de KUTTA-JOUKOWSKI

Nous allons donner une démonstration générale, pour un profil quelconque isolé, du théorème que nous avons déjà établi dans le cas particulier du cylindre circulaire



l'écoulement permanent est uniforme à l'infini où la vitesse est  $\vec{c}_0$ . le système matériel sur lequel nous raisonnons est constitué par le fluide compris entre l'aile, le cylindre de directrice D et deux plans perpendiculaires à l'aile et séparés par une distance égale à l'unité

1. Remarquons d'abord que

$$\int_D \vec{t} ds = \int_D d(\vec{O}\vec{n}) = 0 \quad (a)$$

$$\int_D \vec{n} ds = \int_D \vec{t} \wedge \vec{j} ds = -\vec{j} \wedge \int_D \vec{t} ds = 0 \quad (b)$$

## 2° Equation de continuité

$$\frac{Dm}{Dt} = \iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \iint_S \rho (\vec{c} \cdot \vec{n}) ds = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (\text{écoulement uniforme})$$

$$ds = 1 \cdot ds \quad (\text{unité d'envergure})$$

$$\text{Alors:} \quad \int_D \vec{c} \cdot \vec{n} ds = 0 \quad (c)$$

## 3° Théorème de quantité de mouvement:

$$\int_D \rho \vec{c} \cdot (\vec{c} \cdot \vec{n}) ds = -\vec{R} - \int_D P \vec{n} ds \quad (d)$$

ou  $P$  étant la pression et

$\vec{R}$  la résultante des actions de contact de l'aile sur le fluide

## 4° Théorème de Bernoulli en écoulement irrotationnel.

$$P + \frac{\rho c^2}{2} = x = \text{cte} \quad (e)$$

enfin, posons  $\vec{c} = \vec{c}_0 + \vec{\varepsilon}$  (f).

$\vec{\varepsilon}$  est un vecteur de module très petit si le contour  $D$  est suffisamment éloigné de l'aile, on peut donc négliger  $\varepsilon^2$

$$c^2 = c_0^2 + 2\vec{c}_0 \cdot \vec{\varepsilon} \quad (f)$$

$$\vec{c} \cdot \vec{n} = \vec{c}_0 \cdot \vec{n} + \vec{\varepsilon} \cdot \vec{n} \quad (g)$$

Compte tenu de toutes les relations précédentes, nous avons les calculs suivants:



$$P = X - \frac{\rho c^2}{2} = X - \frac{\rho c_0}{2} - \rho c_0 \cdot c$$

$$\vec{R} = - \int_D \rho \vec{n} ds - \int_D \rho \vec{c} \cdot (\vec{c} \cdot \vec{n}) ds.$$

$$\vec{R} = - \left( \alpha - \frac{\rho c_0^2}{2} \right) \int_D \vec{n} ds + \rho \int_D (\vec{c}_0 \cdot \vec{E}) \vec{n} ds - \rho \vec{c} \int_D \vec{c} \cdot \vec{n} ds - \rho \int_D \vec{E} (\vec{c} \cdot \vec{n}) ds.$$

$$\vec{R} = \rho \int_D [(\vec{c}_0 \cdot \vec{E}) \vec{n} - \vec{E} \cdot (\vec{c}_0 \cdot \vec{n}) - \vec{E} (\vec{E} \cdot \vec{n})] ds.$$

2eme ordre negligible.

D'après l'expression du double produit vectoriel.

$$\vec{R} = \rho \int_D \vec{c}_0 \wedge (\vec{n} \wedge \vec{E}) ds.$$

$$\vec{R} = \rho \vec{c}_0 \wedge \int_D (\vec{n} \wedge \vec{E}) ds.$$

$$\text{mais on a } \vec{n} = \vec{t} \wedge \vec{J}$$

$$\text{donc } \vec{R} = \rho \vec{c}_0 \wedge \int_D (\vec{t} \wedge \vec{J} \wedge \vec{E}) ds$$

$$= \rho \vec{c}_0 \wedge \int_D [\vec{J} \cdot (\vec{t} \cdot \vec{E}) - \vec{E} \cdot (\vec{t} \cdot \vec{J})] ds$$

$$\text{Alors } \vec{R} = \rho \vec{c}_0 \wedge \vec{J} \int_D \vec{E} \cdot \vec{t} ds$$

on ajoute au deuxieme membre l'expression

$$\vec{R} = \rho \vec{c}_0 \wedge \vec{J} \left( \vec{c}_0 \int_D \vec{t} ds \right)$$

$$\vec{R} = \rho \vec{c}_0 \wedge \vec{J} \int_D (\vec{c}_0 - \vec{E}) \vec{t} ds = \rho \vec{c}_0 \wedge \vec{J} \int_D \vec{c} \cdot \vec{t} ds$$

$$\text{ou } \int_D \vec{c} \cdot \vec{t} ds = P \text{ (circulation)}$$

$$\vec{R} = \rho \vec{c} \cdot P \wedge \vec{J}$$

$$\vec{R} = \rho \vec{c}_0 \Gamma \wedge \vec{J}$$

on peut poser  $\vec{c}_0 = -c_0 \vec{i}$  où  $c_0$  désigne le module de  $\vec{c}_0$

$$\vec{R} = -\rho c_0 \Gamma \vec{c}_0 \wedge \vec{J}$$

$$\vec{R} = \rho c_0 \Gamma \vec{k} \quad \text{d'où} \quad R_x = 0$$

$$R_z = -\rho c_0 \Gamma$$

d'où le théorème de KUTTA - JOUKOWSKI

lorsqu'un fluide parfait s'écoule avec circulation autour d'un obstacle cylindrique, les actions de contact du fluide sur l'obstacle se réduisent à une sustentation dont la grandeur par unité d'envergure est égale à "a"

$|\rho c_0 \Gamma|$  et dont le sens s'obtient en faisant tourner le vecteur  $c_0$  de  $\frac{\pi}{2}$  en sens inverse de la circulation

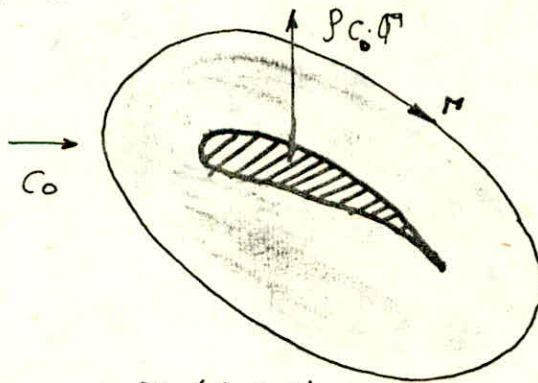


fig (II-2-2)

Remarquons que l'on retrouve ainsi de paradoxe de d'Alembert, le théorème de KUTTA - JOUKOWSKI indiquant que la traînée d'une aile cylindrique infinie est toujours nulle

Application de la transformation conforme à l'étude théorique des profils. comme déjà signalée dans

l'écoulement autour du cylindre circulaire sera appelé écoulement générateur et sera représenté dans le plan  $Z$  (axe  $x_1, x_2$ )

l'écoulement autour du profil sera appelé écoulement transformé présenté sur le plan  $\zeta$  (axe,  $\zeta_1, \zeta_2$ ) sa fonction analytique:

$$\zeta = F(z)$$

qui représente la transformation doit être choisi de telle sorte que:

a) les deux écoulements soient uniformes à l'infini

b)  $d\zeta/dz$  ne devienne ni nul, ni infini sur un point extérieur au cylindre.

### II-3 Transformation de KERNAN-TREFFTZ:

le profil JOUKOWSKI présentant l'inconvénient d'être trop faible au bord de fuite (angle de fuite nul).

la transformation de KERNAN-TREFFTZ est une généralisation de la transformation de JOUKOWSKI. elle permet de fixer la valeur de l'angle de fuite  $\tau$  qui représente sous la forme suivante.

$$\frac{\zeta - a}{\zeta + a} = \left( \frac{z - a}{z + a} \right)^p \quad (\text{II-3.1}) \quad \text{ou } p \text{ et } a \text{ sont des constantes réelles } \oplus$$

en calculant  $\frac{d\zeta}{dz}$  on trouve

$$\frac{d\zeta}{dz} = 4pa^2 \frac{(z+a)^{p-1} \cdot (z-a)^{(p-1)}}{[(z+a)^p - (z-a)^p]^2} \quad (\text{II-3.2})$$

$$\frac{d\varphi}{dz} = 0 \quad \text{si} \quad z = -a \rightarrow \text{point A}$$

$$z = +a \rightarrow \text{point B}$$

Un cercle passant par B et A, en passant par B contenant A et également l'origine, la dérivée n'est ni nulle ni infinie  
 • a l'extérieur du cercle :

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{d\varphi}{dz} = \frac{1}{P} = \text{cte}$$

La relation entre la vitesse à l'infini des deux écoulements est  $C_0$  écoulement transformé =  $C_0$  écoulement générateur  $\times P$

Si l'on choisit le point B comme bord de fuite, le cercle générateur doit passer par B dans tous les cas, en calculant  $(\varphi - a)$  à partir de la relation (1)

$$\varphi - a = (z - a)^P \frac{2a}{(z + a)^P - (z - a)^P} \quad (\Pi - 3 - 3)$$

## II-4 Première transformation

Soit  $Z$  un plan complexe où s'effectue l'écoulement autour d'une pile. considérons dans une telle pile, le contour MNPQ

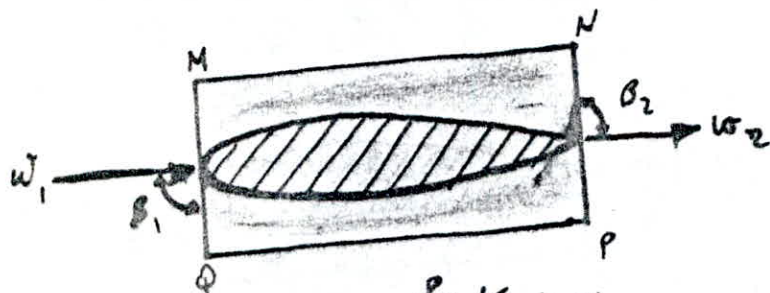


Fig (II.4.1)

Calculons la circulation autour de MNPQ en remarquant que

$$\int_{MN} \vec{w} \cdot \vec{t} ds + \int_{QP} \vec{w} \cdot \vec{t} ds = 0$$

Puisqu'en deux points homologues de MN et de PQ les vitesses sont identiques. d'où :

$$P = \oint_D \vec{w} \cdot \vec{t} ds = \int_{PN} \vec{w} \cdot \vec{t} ds + \int_{NQ} \vec{w} \cdot \vec{t} ds$$

$$P = t w_2 \cos \beta_2 - t w_1 \cos \beta_1 \quad \text{où } \beta_1 = \beta_2 = \frac{\pi}{2}$$

pas de circulation

L'origine des axes est choisie sur l'un des profils de telle façon qu'il se limite au milieu de l'axe de la pile et de l'épaisseur de la pile.

L'origine de  $w_1$  est une source de débit ( $w_a \cdot S$ ) superposée d'un vortex ponctuel de circulation ( $S \cdot w_1 \cdot \alpha$ ) à l'infini amont.

La théorie des écoulements ponctuels correspond à un

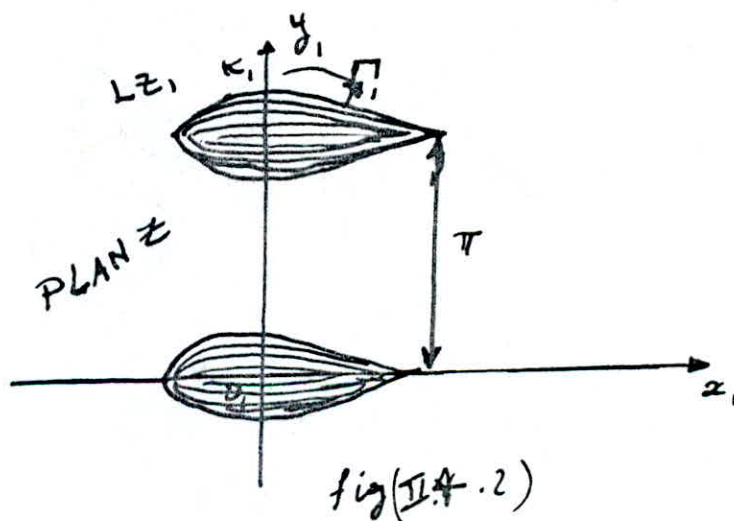
point de débit ( $w_a \cdot \delta'$ ), superposé d'un vortex ponctuel de circulation ( $\delta \cdot w_{2u}$ ) à l'infini à l'aval.

D'après la condition de KUTTA d'un profil quelconque est défini par  $w_1$  en amont et  $w_2$  à l'aval avec circulation vérifiant la condition de KUTTA; cette circulation est donnée par

$$\Gamma = S (w_{1u} - w_{2u})$$

Transformation est régie par la fonction.

$$z_1 = z \frac{\pi}{S}$$



Donc pour chaque  $k$  sur le profil  $Lz$ , correspond un point  $k_1$  sur le profil  $Lz_1$ , tel que

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x \frac{\pi}{S} \\ y_1 &= y \frac{\pi}{S} \end{aligned} \right\} \text{ du plan } z_1$$

Par cette transformation on a une amplification de l'écoulement d'où :

le débit de la source et du puits sera donc :  
 $W_1 \cdot \pi$ , et les circulation des vortex correspondants seront  
respectivement,  $W_{1u} \cdot \pi$  et  $W_{2u} \cdot \pi$

d'où on aura :

$$\Gamma_1 = \pi (W_{1u} - W_{2u})$$

Coefficient de vitesse.

Pour chaque point du profil  $L_2$  on a :

$$\frac{dz_1}{dz} = \frac{\pi}{s}$$

Le coefficient de vitesse est donc :

$$\left| \frac{dz_1}{dz} \right| = \frac{\pi}{s} \quad (\text{I.4.1})$$

## II-5 Deuxieme transformation.

Le plan transforme  $\xi_1$  est obtenu a partir du plan primitif  $z$  par:

$$\xi_1 = \text{th } z_1 = \frac{e^{z_1} - e^{-z_1}}{e^{z_1} + e^{-z_1}} \quad (\text{II.5.1})$$

ou

$$\begin{cases} z_1 = x_1 + iy_1 \\ \xi_1 = \xi_1 + i\eta_1 \end{cases}$$

En developpant (II.5.1) en separant les parties reelles et imaginaires. on aura chaque point de  $Lz_1$  correspond un autre sur  $L\xi_1$  tel que:

$$\xi_1 = \frac{e^{4x_1} - 1}{1 + e^{4x_1} + 2e^{2x_1} \cos(2y_1)}$$

$$\eta_1 = \frac{2e^{2x_1} \sin(2y_1)}{1 + e^{4x_1} + 2e^{2x_1} \cos(2y_1)}$$

Par cette transformation l'ecroulement devient la superposition de la source ( $W_a \cdot \pi$ ) munie du vortex ( $\pi W_{1u}$ ) avec le puits ( $W_a \cdot \pi$ ) muni du vortex ( $\pi \cdot W_{2u}$ ) et situes les deux sur l'axe des  $\xi_1$  et plus exactement aux points  $(-1, 0)$  pour la source et  $(1, 0)$  pour le point

- Coefficient de vitesse:

de (II.5.1) on a:

$$\frac{d\xi_1}{dz_1} = 1 - \text{th}^2 z_1 = 1 - \xi_1^2$$



$$\text{d'où : } \frac{d\xi_1}{dz_1} = 1 - (\xi_1 + i\eta_1)^2$$

Pour chaque point de  $L_{\xi_1}$  on a.

$$\left| \frac{d\xi_1}{dz_1} \right| = \sqrt{(1 - \xi_1^2 + \eta_1^2) + (\xi_1^2 + \eta_1^2)}$$

## II.6 Troisième transformation:

Régie par la fonction de transformation suivante:

$$z_2 = (\xi_1 - \xi_{102}) e^{-i\theta_1} \quad (\text{II.6.1})$$

d'où:

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= (\xi_1 - \xi_{102}) \cos(-\theta_1) - (\eta_1 - \eta_{102}) \sin(-\theta_1) \\ y_2 &= (\eta_1 - \eta_{102}) \cos(-\theta_1) + (\xi_1 - \xi_{102}) \sin(-\theta_1) \end{aligned} \right\} (\text{II.6.2})$$

où  $\xi_{102}$  et  $\eta_{102}$  le nouveau centre.

$$\left. \begin{aligned} \xi_{102} &= (\xi_{1A} + \xi_{1B}) / 2 \\ \eta_{102} &= (\eta_{1A} + \eta_{1B}) / 2 \end{aligned} \right\} (\text{II.6.3})$$

ou  $A(\xi_{1A}, \eta_{1A})$ , le centre de courbure du bord d'attaque de  $L\xi_1$

$B(\xi_{1B}, \eta_{1B})$  le centre de bord de fuite.

la rotation  $\theta_1$  est tel que:

$$\theta_1 = \text{Arctg} \frac{\eta_{1B} - \eta_{1A}}{\xi_{1B} - \xi_{1A}} \quad (\text{II.6.4})$$

l'extérieur du profil  $L\xi_2$  est transformé sur l'extérieur de  $Lz_2$  dans le plan  $z_2$

Coefficient de vitesse: de (II.6.5)

$$\frac{dz_2}{d\xi_1} = e^{-i\theta_1} = \cos(\theta_1) - i \sin(\theta_1)$$

le coefficient de vitesse est donc

$$\left| \frac{dz_2}{d\xi_1} \right| = 1 = \sqrt{\cos^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_1}$$

### II.7 Quatrième transformation:

Le plan  $z_2$  est :  $A(-2c_2, 0)$  et  $B(2c_2, 0)$

on applique la transformation ordinaire de JOUKOWSKI

$$z_2 = \xi_2 + \frac{c_2^2}{\xi_2} \quad (\text{II.7.1})$$

$c_2$ : constante de JOUKOWSKI:

$$c_2 = \frac{1}{4} \sqrt{(x_{2B} - x_{2A})^2 + (y_{2B} - y_{2A})^2} = \frac{1}{2} x_{2B} \quad (\text{II.7.2})$$

l'expression (II.7.1) s'écrit.

$$\frac{z_2 - 2c_2}{z_2 + 2c_2} = \left( \frac{\xi_2 - c_2}{\xi_2 + c_2} \right)^2 \quad (\text{II.7.3})$$

Resolvant cette equation par rapport à  $\xi_2$  on aura

$$\frac{\xi_2}{c_2} = \frac{(z_2 + 2c_2)^{\frac{1}{2}} + (z_2 - 2c_2)^{\frac{1}{2}}}{(z_2 + 2c_2)^{\frac{1}{2}} - (z_2 - 2c_2)^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{II.7.4})$$

Par cette transformation on aura le profil.  $z_2$  sera transformé sur l'extérieur d'une ellipse irrégulière  $\Gamma_2$  dans le plan  $\xi_2$ .

Posons :

$$\left. \begin{aligned} z_2 &= \rho_2 e^{i\phi_2} \\ z_2 + 2c_2 &= \rho_{12} e^{i\phi_{12}} \\ z_2 - 2c_2 &= \rho_{22} e^{i\phi_{22}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.7.5})$$

La détermination géométrique de  $\rho_2, \phi_2, \rho_{12}, \phi_{12}, \rho_{22}$  et  $\phi_{22}$  donne

$$\left. \begin{aligned}
 \rho_2 &= \sqrt{x_2^2 + y_2^2} \\
 \phi_2 &= \text{Arctg}(y_2/x_2) \\
 \rho_{12} &= \sqrt{(x_2 + 2c_2)^2 + y_2^2} \\
 \phi_{12} &= \text{Arctg}(y_2/(x_2 + 2c_2)) \\
 \rho_{22} &= \sqrt{(x_2 - 2c_2)^2 + y_2^2} \\
 \phi_{22} &= \text{Arctg}(y_2/(x_2 - 2c_2))
 \end{aligned} \right\} \text{(II.7.6)}$$

en substituant les résultats de (II.7.5) dans (II.7.4) on obtient pour chaque point du contour  $2Z_2$  un point de  $L_{\xi_2}$  tel que:

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\xi_2}{c_2} &= \frac{1 - \rho_{22}^2 / \rho_{12}}{1 + \rho_{22} / \rho_{12} - 2 (\rho_{22} / \rho_{12})^{1/2} \cos \left( \frac{\phi_{22} - \phi_{12}}{2} \right)} \\
 \frac{\eta_2}{c_2} &= \frac{2 (\rho_{22} / \rho_{12}) \cdot \sin \left( \frac{\phi_{22} - \phi_{12}}{2} \right)}{1 + \rho_{22} / \rho_{12} - 2 (\rho_{22} / \rho_{12})^{1/2} \cos \left( \frac{\phi_{22} - \phi_{12}}{2} \right)}
 \end{aligned} \right\} \text{(II.7.7)}$$

L'une des propriétés de la transformation de JOUKOWSKI est la conservation de l'écoulement

coefficient de vitesse:

$$\text{ona: } z_2 = x_2 + iy_2$$

$$\xi_2 = \xi_2 + i \eta_2$$

et on pose:

$$\begin{aligned}
 \xi_2 &= c_2 e^{\sigma_2 + i \tau_2} \\
 &= c_2 e^{\sigma_2} (\cos \tau_2 + i \sin \tau_2) \quad \text{(II.7.8)}
 \end{aligned}$$

de (II.7.1) et (II.7.7) on obtient:

$$z_2 = c_2 e^{\sigma_2 + i\tau_2} + c_2 e^{-\sigma_2 - i\tau_2} \quad (\text{II.7.9})$$

d'où

$$z_2 = c_2 (e^{\sigma_2} + e^{-\sigma_2}) \cos \tau_2 + i c_2 (e^{\sigma_2} - e^{-\sigma_2}) \sin \tau_2 \quad (\text{II.7.10})$$

separans les parties réelles et imaginaires (II.7.10)

on obtient:

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= 2c_2 \operatorname{sh} \sigma_2 \cdot \cos \tau_2 \\ y_2 &= 2c_2 \operatorname{sh} \sigma_2 \cdot \sin \tau_2 \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.7.11})$$

on a:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{ch} \sigma_2 &= \frac{x_2}{2c_2 \cos \tau_2} \\ \operatorname{sh} \sigma_2 &= \frac{y_2}{2c_2 \sin \tau_2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.7.11a})$$

et

$$\operatorname{ch} \sigma_2^2 - \operatorname{sh} \sigma_2^2 = 1 \quad (\text{II.7.11b})$$

on peut écrire  $(x^2/2c_2 \cos \tau_2)^2 - (y_2/2c_2 \sin \tau_2)^2 = 1$  (II.7.11c)

soit:

$$P_2 = 1 - (x_2/2c_2)^2 - (y_2/2c_2)^2$$

de (II.7.11.c) on obtient

$$2 - \sin^2 \tau_2 = P_2 + \sqrt{P_2^2 + (y_2/c_2)^2}$$

de (II.7.9) on écrit

$$\left. \begin{aligned} \xi_2 &= c_2 e^{\sigma_2} \cos \tau_2 \\ \eta_2 &= c_2 e^{\sigma_2} \sin \tau_2 \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.7.11.e})$$

d'où

$$e^{\sigma_2} = \frac{1}{c_2} \sqrt{\xi_2^2 + \eta_2^2} \quad (\text{II.7.12})$$

de (II.7.1)

$$\frac{dz_2}{d\xi_2} = 1 - \frac{c_2^2}{\xi_2^2} = \frac{\xi_2^2 - c_2^2}{\xi_2^2}$$

le coefficient de se

$$\left| \frac{d\xi_2}{dz_2} \right| = \left| \frac{\xi_2^2}{\xi_2^2 - c_2^2} \right|$$

## II.8 Cinquieme transformation :

Elle realise la transformation du contour externe  $L_{\xi_2}$  sur l'exterieur  $L_{z_3}$  d'après la fonction

$$z_3 = (\xi_2 - \xi_{203}) e^{-i\theta_2}$$

Pour chaque point de  $L_{\xi_2}$  correspond un point de  $L_{z_3}$  tel que :

$$x_3 = (\xi_2 - \xi_{203}) \cos(-\theta_2) - (\eta_2 - \eta_{203}) \sin(-\theta_2)$$

$$y_3 = (\eta_2 - \eta_{203}) \cos(-\theta_2) + (\xi_2 - \xi_{203}) \sin(-\theta_2)$$

où  $O_3 (\xi_{203}, \eta_{203})$  c'est le centre qui determine en approximisant le contour  $L_{\xi_2}$  d'une ellipse et on determine graphiquement les foyers :

$$E (\xi_{2E}, \eta_{2E})$$

$$F (\xi_{2F}, \eta_{2F})$$

$$\text{d'où: } \left. \begin{aligned} \xi_{203} &= \frac{\xi_{2E} - \xi_{2F}}{2} \\ \eta_{203} &= \frac{\eta_{2E} + \eta_{2F}}{2} \end{aligned} \right\} \text{(II.8.1)}$$

coefficient de vitesse:

similaire à la 3eme transformation on trouve.

$$\left| \frac{dz_3}{d\xi_2} \right| = 1 \quad \text{(II.8.2)}$$

### V.1 Sixième transformation :

soit le plan  $z_3$  identique à celui de la quatrième transformation et tel que :

$$F(-2c_3, 0)$$

$$F(2c_3, 0)$$

$$z_3 = \xi_3 + \frac{c_3^2}{\eta_3} \quad (\text{V.9.1})$$

Pour cette fonction le contour se transforme sur l'extérieur d'un cercle irrégulier  $L_{\xi_3}$  dans le plan transformé  $Lz_3$  de même comme la 4<sup>ème</sup> transformation on obtient

$$\left. \begin{aligned} \frac{\xi_3}{c_3} &= \frac{1 - \rho_{23}/\rho_{13}}{1 + \rho_{23}/\rho_{13} - 2 \cdot (\rho_{23}/\rho_{13})^{1/2} \cos\left(\frac{\phi_{23} - \phi_{13}}{2}\right)} \\ \frac{\eta_3}{c_3} &= \frac{2 (\rho_{23}/\rho_{13})^{1/2} \sin\left(\frac{\phi_{23} - \phi_{13}}{2}\right)}{1 + \rho_{23}/\rho_{13} - 2 (\rho_{23}/\rho_{13})^{1/2} \cos\left(\frac{\phi_{23} - \phi_{13}}{2}\right)} \end{aligned} \right\}$$

coefficient de vitesse

$$z_3 = x_3 + i y_3$$

$$\xi_3 = \xi_3 + i \eta_3$$

$$\text{on peut écrire } \xi_3 = c_3 e^{\bar{\sigma}_3 + i \tau_3} = c_3 e^{\sigma_3} (\cos \tau_3 + i \sin \tau_3)$$

$$\xi_3 = c_3 e^{\bar{\sigma}_3} \cos \tau_3$$

$$\eta_3 = c_3 e^{\bar{\sigma}_2} \sin \tau_3$$

$$\text{on pose } \rho_3 = 1 - \left(\frac{x_3}{2c_3}\right)^2 - \left(\frac{y_3}{2c_3}\right)^2$$

$$\text{on obtient: } 2 \sin^2 \tau_3 = \rho_3 + \sqrt{\rho_3^2 + \left(\frac{y_3}{c_3}\right)^2}$$

$$\text{et } \operatorname{sh} \bar{\sigma}_3 = \frac{y_3}{2c_3 \sin \tau_3}$$



$$e^{\tilde{\nu}_3} = \frac{1}{c_3} \sqrt{\tilde{\nu}_3^2 + \eta_3}$$

d'où on peut calculer:  $\left| \frac{d\tilde{\nu}_3}{dz_3} \right|$

$$\frac{d\tilde{\nu}_3}{dz_3} = \frac{e^{\tilde{\nu}_3}}{2 \sqrt{\text{sh}^2 \tilde{\nu}_3 + \text{sin}^2 \tilde{\nu}_3}} \quad (\text{II.9.2})$$

## II.10 Septième transformation

soit la fonction

$$Z_4 = \xi_3 - \xi_3 \text{ COG} \quad (\text{II.10.1})$$

ou C.D.G.  $(\xi_{3\text{COG}}, \eta_{3\text{COG}})$  centre de gravité du contour  $L \xi_3$

Pour cette fonction le contour  $L \xi_3$  se transforme sur l'extérieur du contour  $L Z_4$  dans le plan  $Z_4$  dont l'origine est sur le COG

de (II.10.1)

$$\left. \begin{aligned} x_4 &= \xi_3 - \xi_{3\text{COG}} \\ y_4 &= \eta_3 - \eta_{3\text{COG}} \end{aligned} \right\}$$

Détermination du COG.

On divise le contour  $L \xi_3$  en  $n$  petits triangles ayant chacun pour sommet deux points  $(\xi_i, \eta_i)$  et  $(\xi_{i+1}, \eta_{i+1})$  sur le contour et l'origine  $(0,0)$ , soit  $(S_i, G_i)$  respectivement la surface et le C.D.G. d'un triangle  $i$ ,  $\phi_i, \phi_{i+1}$  angles séparant les côtés  $OK_i$  et  $OK_{i+1}$  dans le plan  $\xi_3$ , le C.D.G. d'un triangle dans le plan est barycentre de ces trois sommets affectés des coefficients égaux soit

$$\alpha = \beta = \gamma = 1$$

$$\vec{OG}_i = \frac{\vec{OO} + \vec{OK}_i + \vec{OK}_{i+1}}{3} \quad (\text{II.10.2})$$

d'où

$$\left. \begin{aligned} \xi_{3G_i} &= \frac{\xi_{3i} + \xi_{3(i+1)}}{3} \\ \eta_{3G_i} &= \frac{\eta_{3i} + \eta_{3(i+1)}}{3} \end{aligned} \right\} (\text{II.10.3})$$

$$\phi_c = \text{Arctg} \left( \frac{\eta_{3c}}{\xi_{3c}} \right)$$

La surface sera :

$$S_i = \frac{1}{2} \sqrt{\xi_{3i}^2 + \eta_{3i}^2} \cdot \sqrt{\xi_{3i+1}^2 + \eta_{3i+1}^2} \cdot \sin(\phi_i - \phi_{i+1})$$

Le COG est le barycentre des  $G_i$  affectés des surfaces " $S_i$ " d'où

$$O_{CG} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{OG}_i S_i}{\sum_{i=1}^n S_i}$$

d'où :

$$\left. \begin{aligned} \xi_{3COG} &= \frac{\sum_{i=1}^n S_i \xi_{3i}}{\sum_{i=1}^n S_i} \\ \eta_{3COG} &= \frac{\sum_{i=1}^n S_i \eta_{3i}}{\sum_{i=1}^n S_i} \end{aligned} \right\} \text{(II.10.4)}$$

Coefficient de vitesse:

de (II.25) on a:  $\frac{dz_4}{d\xi_3} = 1$  d'où  $\left| \frac{dz_4}{d\xi_3} \right| = 1$  (II.10.5)

## II.11 Huitième transformation:

La forme générale de la fonction d'une telle transformation est:

$$Z_4 = \xi_4 \sum_e^n (A_n + i B_n) / \xi_4^n \quad (\text{II.11.1})$$

$$A_n = c \underline{1}^e$$

$$B_n = c \underline{1}^e$$

Le centre du profil dans le plan  $\xi_4$  est pris à l'origine des axes  $A_n$  et  $B_n$  on les détermine exactement au moyen des séries de FOURIER.

les points du plan  $Z_4$  peuvent être repérés par:

$$Z_4 = a e^{\lambda + i \phi} = a e^{\lambda} (\cos \phi + i \sin \phi) \quad (\text{II.11.2})$$

et ceux du plan  $\xi_4$  par:

$$\xi_4 = a e^{\psi + i \theta} = a e^{\psi} (\cos \theta + i \sin \theta) \quad (\text{II.11.3})$$

$a$ : étant le rayon du cercle de base.

après avoir développé (II.11.1), (II.11.3) dans (II.11.1)

on obtient  $(\lambda - \psi) + i(\phi - \theta) = \sum^n (A_n + i B_n) \frac{1}{(a e^{\psi})^n} (\cos n\theta - i \sin n\theta)$

séparant les parties réelles et imaginaires on obtient

$$\Delta = \lambda - \psi = \sum^n \left[ \frac{A_n}{(a e^{\psi})^n} \cos(n\theta) + \frac{B_n}{(a e^{\psi})^n} \sin(n\theta) \right] \quad (\text{II.11.4})$$

$$\Sigma = \phi - \theta = \sum^n \left[ \frac{B_n}{(a e^{\psi})^n} \cos(n\theta) - \frac{A_n}{(a e^{\psi})^n} \sin(n\theta) \right] \quad (\text{II.11.5})$$

soit  $\phi_0, \theta_0, \psi_0, \lambda_0$  représente  $\phi, \theta, \psi, \lambda$  sur  $L_{\xi_4}$  ou  $\lambda_0$  et  $\psi_0$  ont des valeurs très petites et  $\lambda_0$  en fonction de  $\phi_0$  et  $\psi_0$  sera constante quand

$r = a e^{\psi_0}$  est le rayon du cercle  $L_{\xi_4}$

d'où

$$\Delta_0 = \lambda_0 - \psi_0 = \sum \left( \frac{A_n}{(a e^{\psi_0})^n} \cos(n\theta_0) + \frac{B_n}{(a e^{\psi_0})^n} \sin(n\theta_0) \right) \quad (\text{II.11.6})$$

$$\varepsilon_0 = \phi_0 - \theta_0 = \sum \left( \frac{B_n}{(a e^{\psi_0})^n} \cos(n\theta_0) - \frac{A_n}{(a e^{\psi_0})^n} \sin(n\theta_0) \right) \quad (\text{II.11.7})$$

Et  $\psi_0$ ,  $A_n/(a e^{\psi_0})^n$ ,  $B_n/(e^{\psi_0} a)^n$  sont les coefficients de FOURIER donnés par :

$$\psi_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \lambda_0 d\theta_0$$

$$A_n / (a e^{\psi_0})^n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \lambda_0 \cos n\theta_0 d\theta_0$$

$$B_n / (a e^{\psi_0})^n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \lambda_0 \sin n\theta_0 d\theta_0 \quad \left. \vphantom{\int_0^{2\pi}} \right\} \quad (\text{II.11.8})$$

ou  $\lambda_0 = f(\phi_0)$  et non de  $\theta_0$  aussi généralement.

$\varepsilon_0 = \phi_0 - \theta_0$  sera petite et  $\phi_0$  doit être utilisé à la place de  $\theta_0$  pour pouvoir évaluer les coefficients de Fourier. Généralement  $n=1$  à 6 suffisant pour arriver à une approximation convenable entre  $L_{24}$  et  $L_{\xi_4}$

Pour les calculs de ces coefficients on a utilisé la méthode des trapèzes, en calculant l'aire comprise entre la courbe :

$\lambda_0 = f(\phi_0)$  et l'axe de  $\phi_0$ , elle représente les intégrales ci dessus par exemple pour  $\psi_0$  :

$$\psi_0 = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^6 \sum_{i=1}^N \left[ \left[ \lambda_0(\phi_{0i}) + \lambda_0(\phi_{0i+1}) \right] \left( \frac{\phi_{0i+1} - \phi_{0i}}{2} \right) \right] \quad (\text{II.11.9})$$

N: nombre de points représentant le profil

$\psi_0$  trop petite, et le cercle de base à la même surface que l'approximatif on peut dire que :

$\psi_0 = 0$  Alors le cercle de base et l'approximatif ont

Le même rayon  $r$

$z_4$  est défini par :

$$z_4 = a e^{i\phi_0} \quad (\text{II.11.10})$$

ou:

$$\left. \begin{aligned} \xi_x &= a \cos \phi_0 \\ \eta_x &= a \sin \phi_0 \end{aligned} \right\} (\text{II.11.11})$$

les autres points du plan  $\xi_x$  sont déterminés à partir de (I.11.4) et (I.11.5) en posant  $\psi = \lambda$  et  $\theta = \phi$

Coefficient de vitesse:

le coefficient de vitesse de cette transformation donne par

$$\left| \frac{dz_4}{dz} \right| = 1 + \sum^n \left[ (n-1) \frac{A_n}{(a e^{i\phi_0})^n} \cos n \theta_0 + (n-1) \frac{B_n}{(a e^{i\phi_0})^n} \sin (n \theta_0) \right]$$

et on utilise dans le calcul  $\phi_0$  à la place de  $\theta_0$

### III.1 Description de l'installation :

Le modèle étudié est monté dans un canal de section rectangulaire :

Section :  $S = 0,10 \text{ m}^2$

Largeur :  $l = 0,25 \text{ m}$

hauteur utile  $H_u = 0,40 \text{ m}$

Le débit maximal est de  $35 \text{ l/s}$

Ce canal se compose de 5 éléments de  $2 \text{ m}$  de longueur, chacun dont deux sont vitrés.

- L'élément métallique amont comprend l'alimentation avec de dispositif tranquilisateur et déversoir de sécurité pour éviter les débordements.

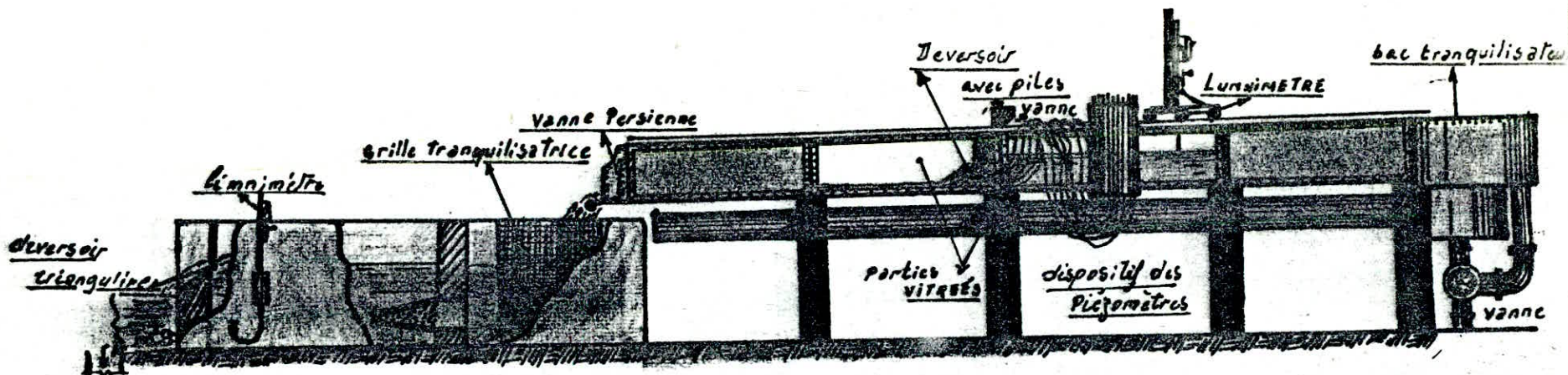
- Sur l'élément métallique de l'extrémité aval est montée une vanne type persienne permettant de régler le plan d'eau dans le canal à l'aval du dispositif.

- A la partie supérieure utile du canal sont prévus 2 rails de roulement pour le déplacement d'un chariot porte lumièrre à voyants

- Des raynures sont prévues pour la mise en place des déversoirs d'étude

En aval du canal se trouve un bac tranquilisant avec déversoir triangulaire pour la mesure des débits

(voir fig III.1)



# INSTALLATION

fig(III.1)



Un mutimanometre a tubes pyrometriques, relies par les tuyaux flexibles a des prises de pression disposees sur le parament aval du seuil, permet de releve' la repartition de pression.

### III.2 Dimensionnement du model' reduit :

Le deversoir est un profil Greager, correspondant a une charge de fonctionnement  $H_0 = 0.15 \text{ m}$

le dimensionnement du profil est realise' en utilisant l'equation de Greager.

$$Y/H_0 = 0.47 (X/H_0)^{1,8}$$

le tableau suivant nous donne les valeurs de  $x$  et  $y$  pour  $H_0 = 0.15$ .

$X$ en m	$Y$ en m	$X$ en m	$Y$ en
0,015	0,0010	0,225	0,1462
0,030	0,0037	0,240	0,1650
0,045	0,0081	0,255	0,1831
0,060	0,0135	0,270	0,2031
0,075	0,0202	0,285	0,2235
0,090	0,0280	0,300	0,2454
0,105	0,0370	0,315	0,2680
0,120	0,0471	0,330	0,2914
0,135	0,0585	0,345	0,3156
0,150	0,0705	0,360	0,3408
0,165	0,0837	0,375	0,3667
0,180	0,0978	0,390	0,3936
0,195	0,1129	0,405	0,4213
0,210	0,1292	0,420	0,4500

## Determination de P+E

Connaissant la profondeur du canal  $H = 0,40 \text{ m}$  et la hauteur de fonctionnement  $H_0 = 0,15 \text{ m}$  donc la hauteur du profil devient:

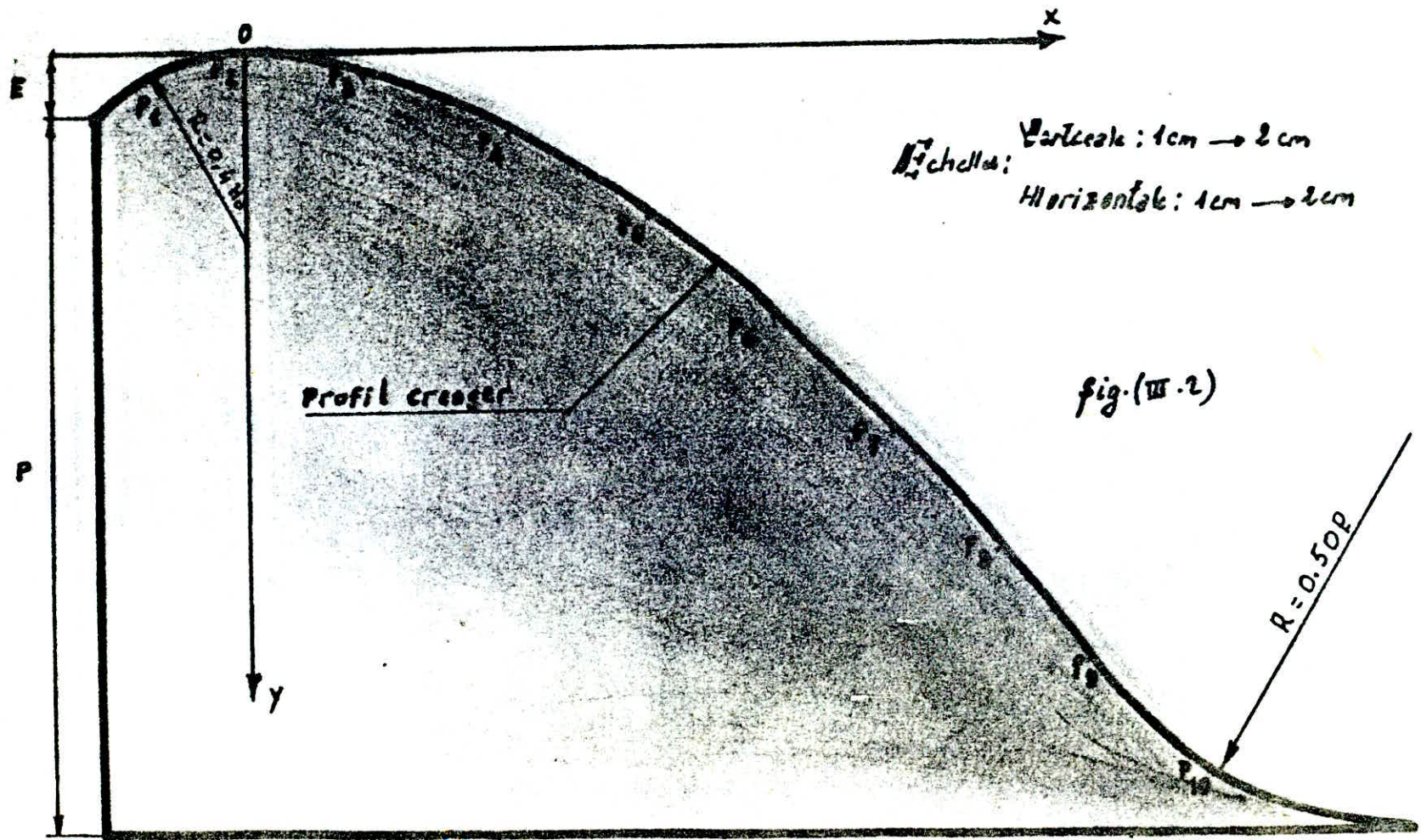
$$P+E = H - H_0 = 0,40 - 0,15 = 0,25 \text{ m.}$$

## Rayon de courbure.

$$R_c = 0,5P \quad \text{pour } P < 10 \text{ m}$$

$$\rightarrow R_c = 0,5 \times 0,25 = 0,125 \text{ m.}$$

La vanne plate a une section  $(0,25 \times 0,15)$ .



Michell's:  
 Verticale: 1cm → 2cm  
 Horizontale: 1cm → 2cm

fig. (III-2)

$R = 0.50P$

## Description du Deversoir

Le seuil deversoir à étudier correspond à un profil Greager pour charge  $H = 15 \text{ cm}$ . La vanne est constituée par une forme plate.

Sur le seuil on a placé à chaque extrémité une pile quart cylindrique ayant comme épaisseur  $e = 2,5 \text{ cm}$  et de hauteur  $h = 15 \text{ cm}$  et de rayon  $R = 2,5 \text{ cm}$  de largeur  $l = 20 \text{ cm}$  (voir schéma III.2)

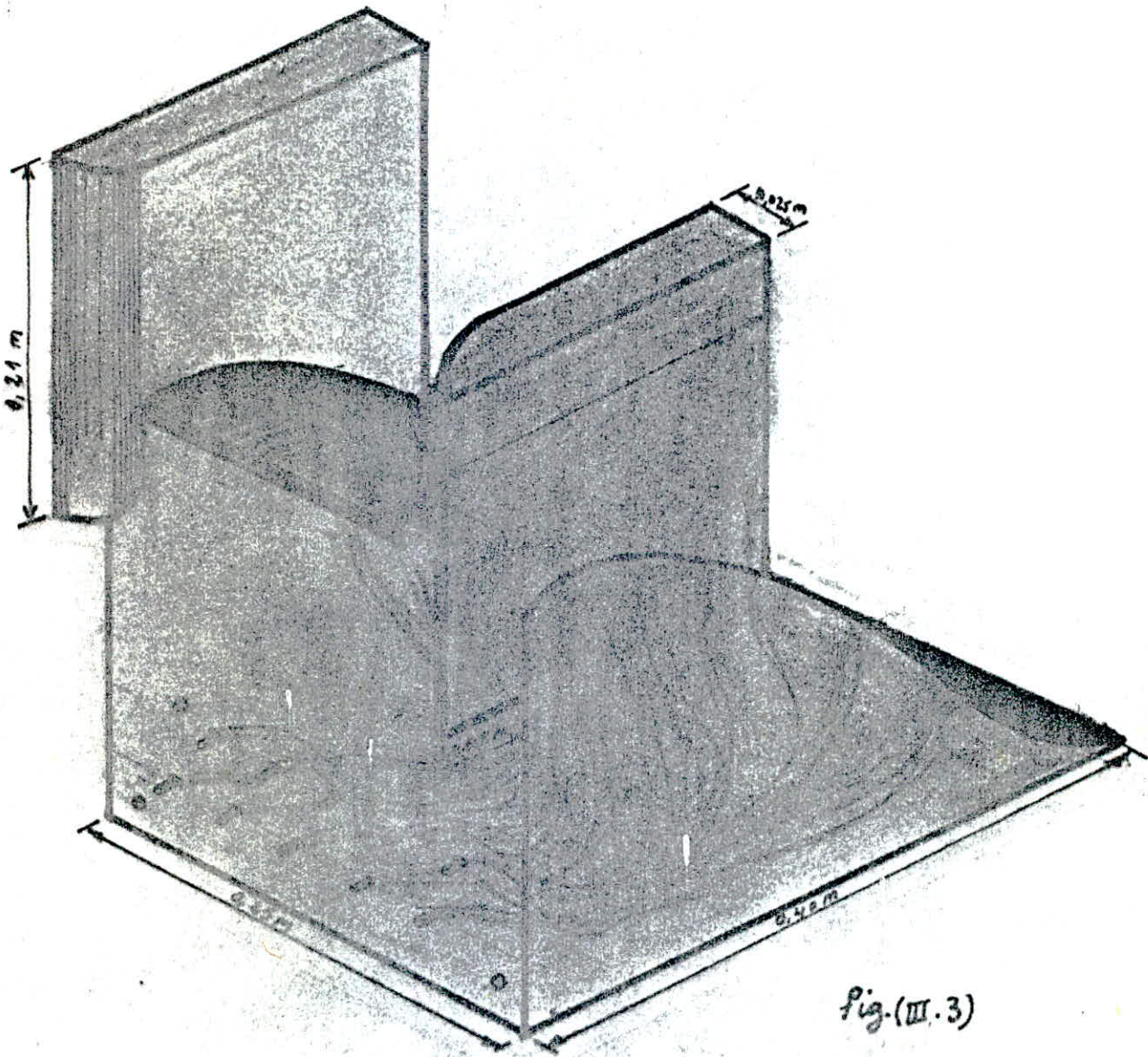


fig.(III.3)

Déversoir Type CREAGER muni de piles  
Modèle d'expérimentation

tableau II.1

Pression sur le parament aval										$h_d$	$Q$	$H_0$	$\mu$
$\frac{P_1}{w}$ (cm)	$\frac{P_2}{w}$	$\frac{P_3}{w}$	$\frac{P_4}{w}$	$\frac{P_5}{w}$	$\frac{P_6}{w}$	$\frac{P_7}{w}$	$\frac{P_8}{w}$	$\frac{P_9}{w}$	$\frac{P_{10}}{w}$	(cm)	(l/s)	(cm)	
4,4	1	0.8	0.2	0.7	1,1	0.5	0.3	0.3	2.2	7.0	0.95	1.5	0.614
2,4	1.5	1.0	0.6	0,7	1.1	0.3	0.3	0.6	3.0	9.7	2.03	3.0	0.353
3,2	1,1	1.3	1.2	0,7	1.1	0.3	0.5	1.4	4.5	11.8	3.31	4,5	0,343
3,7	2.6	1.7	1.3	0.9	1.1	0.3	0.9	2.0	7.0	14.0	5.07	6,0	0.312
4,0	3.3	1.8	1.3	0.9	1.3	0.1	1.1	3.0	8.9	15.9	6.98	7.5	0.307
4,5	3.9	2.0	1.3	1.1	1.3	0.0	1.3	4.1	10.5	17.9	9.39	9.0	0.324
5,6	4.5	2.2	1.2	1.1	1.3	-0.2	1.6	5.1	12.3	19.7	11.92	10.5	0.316
6,1	5.1	2.3	1.1	0.9	1.4	-0.4	2.2	6.8	14,7	21.2	14.32	12.0	0.311
7,4	5.8	2.5	1.0	0.9	1.3	-0.5	2.7	8.3	16.9	22.9	17.36	13.5	0.316
7,7	6.3	2.8	1.0	0.9	1.3	-0.5	3.4	10.1	18.9	24,3	20.11	15	0.336

-14-

Tableau D.2

Pressions sur le Parament axial										$h_d$	$Q$	$H_0$	$\mu$
$\frac{P_1}{W}$ (cm)	$\frac{P_2}{W}$	$\frac{P_3}{W}$	$\frac{P_4}{W}$	$\frac{P_5}{W}$	$\frac{P_6}{W}$	$\frac{P_7}{W}$	$\frac{P_8}{W}$	$\frac{P_9}{W}$	$\frac{P_{10}}{W}$				
Seuil avec $e = 1 \text{ cm}$ $a = 1 \text{ cm}$ .										cm	l/s	cm	
0.4	0.4	0.3	0	0,1	0.6	-0,3	-0,3	-0,2	1,8	6,9	1,64	4,12	0,912
1,9	0.0	0.1	0	0	0.6	-0,3	-0,3	-0,3	2	7,8	2,08	7,03	0,885
3,8	-0,4	-0,1	-0,2	-0,2	0,5	-0,3	-0,3	-0,3	2,4	8,5	2,47	10,88	0,878
9,3	-0,6	-0,3	-0,4	-0,3	0,4	-0,6	-0,3	-0,2	2,7	8,8	2,78	12,35	0,892
13	-0,8	0,4	-0,5	-0,4	0,3	-0,7	-0,2	-0,1	3	9,5	3,11	16,04	0.876
+ $e = 2 \text{ cm}$ ; $a = 1 \text{ cm}$ . +													
2,5	1	0,5	0,2	0,1	0,5	-0,1	-0,2	+0,2	0,3	10.8	2.65	4.12	0.736
3,6	0,4	0,3	0	-0,1	0,5	-0,4	-0,1	+0,2	3,2	12.4	3.74	7,03	0.796
5	-0,2	-0,2	-0,2	-0,3	0,4	-0,8	-0,1	1,0	5,6	13.5	4.63	10.08	0.823
6,9	-0,6	-0,7	-0,5	-0,4	0,3	-1,9	0	1,2	6,7	14.7	5.35	12.35	0.859
9,5	-0,2	-1,4	-0,9	-0,5	0,2	-1,4	0	1,5	8,8	15.1	6.12	16.04	0.862
+ $e = 4 \text{ cm}$ $a = 1 \text{ cm}$ +													
5.1	2	0,9	0,3	0,2	0,6	-0,5	0,1	1,6	6,8	14.6	5.63	7,03	0.599
6.1	1,4	0,1	-0,1	0	0,6	-0,9	0,3	2,6	9	16.4	7.54	10.08	0.670
7,5	1	-0,7	-0,6	-0,3	0,4	-1,2	0,5	3,3	10,9	17.5	8.87	12.35	0.712
9,3	0,2	-1,7	-1.12	-0,7	0,2	-1,5	0,7	4,6	13,1	18.6	10.32	16.04	0.727
+ $e = 6 \text{ cm}$ $a = 1 \text{ cm}$ . +													
5,2	2,6	0,8	0,3	0,3	0,8	-0,9	0,9	4,0	10,7	18.3	9.9	10.08	0.586
6,4	1,9	-0,4	-0,5	-0,2	0,5	-1,4	1,2	5,7	13,9	19.5	11.63	12.35	0.622
7,7	1	-1,6	-1,4	-0,6	0,2	-1,7	1,6	7,3	16,7	21.0	13.97	16.04	0.656

-54-

Tableau III.3

Pressions sur le Parament aval										$h_d$	$Q$	$H_0$	$\mu$
$\frac{P_1}{W}$ (cm)	$\frac{P_2}{W}$	$\frac{P_3}{W}$	$\frac{P_4}{W}$	$\frac{P_5}{W}$	$\frac{P_6}{W}$	$\frac{P_7}{W}$	$\frac{P_8}{W}$	$\frac{P_9}{W}$	$\frac{P_{10}}{W}$				
SEUL avec $e = 1 \text{ cm}$ $a = 4.5 \text{ cm}$										cm	l/s	cm	
3.8	0.2	-0.7	0.1	0.1	0.8	0.1	0	0	2.2	9.0	1.68	4.12	0.934
6.4	0	-0.9	0	0	0.7	0	0	0	2.3	9.7	2.03	7.03	0.864
9.4	-0.3	-1.1	-0.1	-0.1	0.7	0.1	0	0.1	2.7	10.4	2.41	10.08	0.856
12.0	-0.6	-1.4	-0.3	-0.2	0.6	-0.2	0	0.2	3	10.8	2.65	12.85	0.834
15.4	-0.8	-1.5	-0.4	-0.4	0.4	-1.5	0	0.2	3.3	11.3	2.97	16.04	0.837
$e = 2 \text{ cm}$ $a = 4.5 \text{ cm}$													
5.5	3.9	0.8	0.3	0.1	0.6	-0.3	-0.1	0.3	3.7	11.4	3.03	4.12	0.674
6.5	3.8	0.3	0.1	0.1	0.5	-0.3	0.3	1.0	4.9	12.7	3.98	7.03	0.677
8.4	3.5	-0.4	-0.3	0	0.5	-0.5	0.3	1.4	6.2	13.8	4.90	10.08	0.696
10.8	3.3	-0.8	-0.6	-0.3	0.4	-0.8	0.3	1.9	7.4	14.7	5.74	12.85	0.723
13.8	2.9	-1.5	-0.9	-0.6	0.3	-1.2	0.3	2.1	8.6	15.5	6.54	16.04	0.737
$e = 4 \text{ cm}$ $a = 4.5 \text{ cm}$													
4.9	2.9	1.1	0.5	0.4	0.9	-0.4	0.9	2.1	7.4	15	6.03	7.03	0.513
7.7	3.2	0.4	0.0	0.2	0.7	-0.7	0.8	2.6	9.4	16.5	7.65	10.08	0.544
9.6	3.5	-0.2	-0.7	-0.1	0.5	-1.2	0.8	3.8	11.0	17.5	8.74	12.85	0.550
12.1	3.7	-1.0	-0.9	-0.5	0.3	-1.4	0.8	4.4	12.9	18.4	10.03	16.04	0.565
$e = 6 \text{ cm}$ $a = 4.5 \text{ cm}$													
5.2	3.9	1.3	0.3	0.3	0.6	-0.6	1.0	3.8	11.7	18.8	10.59	10.08	0.502
7.2	4.1	0.5	-0.3	0.3	0.6	-1.0	1.6	5.9	13.5	19.9	12.21	12.85	0.512
9.6	5	0	-0.9	-0.3	0.5	-1.6	2	7.3	16	21.3	14.49	16.04	0.544

-05-



tableau III.4

Pressions sur le Parament aval										Pd	Q	H <sub>0</sub>	μ
$\frac{P_1}{W}$ (cm)	$\frac{P_2}{W}$	$\frac{P_3}{W}$	$\frac{P_4}{W}$	$\frac{P_5}{W}$	$\frac{P_6}{W}$	$\frac{P_7}{W}$	$\frac{P_8}{W}$	$\frac{P_9}{W}$	$\frac{P_{10}}{W}$				
SEUL AVEC e=1 cm a=7.5 cm										cm	l/s	cm	
3.8	3.1	0.2	0.0	0.0	0.6	0.0	0.0	-0.2	2.0	2.4	1.98	4.12	0.836
6.3	5.4	0.1	0.0	0.0	0.5	0.0	0.0	0.1	2.9	10.8	2.47	7.03	0.841
10.1	8.0	-0.3	-0.3	-0.1	0.5	-0.4	0.0	0.3	3.2	11.4	3.03	10.01	0.862
12.7	10.0	-0.6	-0.5	-0.3	0.4	-0.6	0.0	0.5	3.4	12.0	3.44	12.85	0.866
15.6	12.4	-1.0	-0.8	-0.6	0.2	-0.7	0.0	0.5	5.1	12.7	3.93	16.04	0.886
e=2 cm a=7.5 cm													
2.6	1.3	0.8	0.3	0.1	0.6	-0.3	-0.1	0.1	4.2	11.9	3.11	4.12	0.691
6.0	4.7	0.9	0.1	0.0	0.6	-0.3	0.1	1.1	5.6	13.2	4.88	7.03	0.745
8.3	6.6	0.5	0	-0.1	0.6	-0.6	0.2	1.6	7.1	14.4	5.40	10.01	0.773
11.7	8.4	0.3	-0.6	-0.3	0.3	-0.9	0.2	1.9	7.2	15.4	6.44	12.85	0.811
14.7	10.4	-0.2	-1.2	-0.7	0.2	-1.2	0.2	2.1	9.7	16.0	7.98	16.04	0.798
e=4 cm a=7.5 cm													
4.0	2.9	1.6	0.6	0.3	0.9	-0.3	0.3	2.5	7.5	16.2	7.30	7.03	0.621
7.5	5.5	1.4	0	0.1	0.7	-0.6	0.3	2.9	9.7	16.9	8.13	10.01	0.578
10.1	6.8	1	-0.6	-0.2	0.5	-0.9	0.4	3.5	11.7	17.9	9.33	12.85	0.591
13.1	8.2	3.5	-1.4	-0.5	0.2	-1.4	0.4	4.3	13.5	19	10.99	16.04	0.603
e=6 cm a=7.5 cm													
5.1	4.1	1.6	0.5	0.4	1.0	-0.6	0.8	4.4	12	17.9	10.73	10.01	0.508
7.9	4.8	0.6	-0.3	-0.2	0.6	-1.0	1.3	5.1	13.7	19.6	11.77	12.85	0.494
10.6	5.7	0.6	-0.3	-0.5	0.3	-1.5	2.5	6.3	16.1	20.9	12.53	16.04	0.470

-51-

## Interprétation des graphes

D'après les résultats expérimentaux ; graphe ( ) relatif aux expériences du seuil avec piles sans vanne. Chacun de ces graphes donne la répartition relevée sur le seuil deversant pour les différentes charges  $H_0$ . Ainsi nous obtenons les mêmes résultats sur un seuil avec vanne.

D'après le graphe ( ) on peut conclure que la pression augmente en fonction de la charge. On a remarqué qu'il y a une dépression au septième piezomètre due à l'élargissement à l'aval du deversoir et ceci est évident du moment que les piles n'épousent pas complètement le deversoir.

### Cas du seuil avec vanne.

Dans le cas de faibles charges  $H_0 = 4,12$  ;  $7,03$  ;  $10,08$   
on constate que le minimum des pressions est (cm)  
d'autant plus accentué que l'ouverture est plus faible.

Notre débit évacué est mesuré par un deversoir triangulaire pré-étalonné

la précision d'étalonnage des deversoir triangulaire  $\Delta Q/Q$  est de 2%. on en ajoute la précision sur la lecture de  $h_d$

$$\Delta h_d = \Delta h + 0,4 \quad \text{ou} \quad \Delta h = 0,1 \text{ mm (erreur de lecture)}$$

0,4 : ajustement manuel du niveau

d'où

$$\Delta h_d = 0,5 \text{ mm.}$$

Le coefficient de débit est donné par:

$$\mu = Q / (l \cdot e \cdot \sqrt{2gH_0})$$

Remarque: le coefficient augmente pour les petites ouvertures et décroît au fur et à mesure qu'on ouvre la vanne.

L'écoulement  
L'étude faite a été réalisée sur le model réduit d'un deversoir type GREAGER muni de piles.

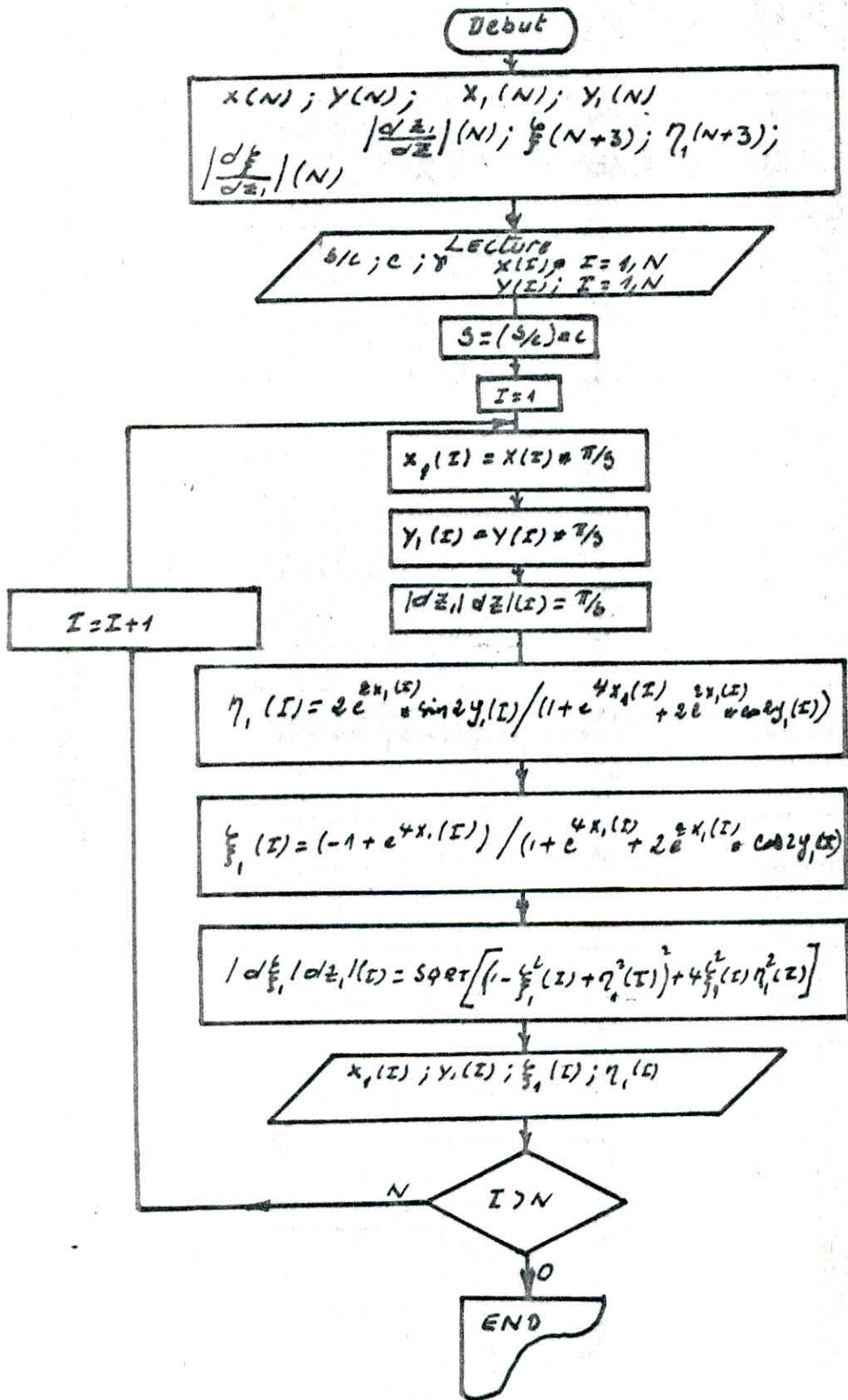
Pour une même charge on constate que dans le cas ou le deversoir n'est pas muni de piles, le debit évacué est supérieur à celui évacué par le deversoir muni de piles.

Ce qui nous conduit à déduire que les piles provoquent une perte de charge supplémentaire en raison de la contraction des lignes fluides au voisinage des parois des piles.

De ce fait la forme optimale qui provoquent la perte de charge pour la hauteur soit minimale et le debit soit beaucoup plus proche du deversoir sans piles pour une même hauteur.

Ainsi la force de pression sur la section d'attaque de la pile sera réduite et la pipe ne sera pas soumise à un effort important dans une section, de la section d'attaque.

Première et deuxième transformation.



Début

$f_1(N+3); \eta_1(N+3); \gamma_1(N+3); x_1(N+3);$   
 $f_2(N+3); \eta_2(N+3); \varphi_{12}(N+3); F_2(N+3);$   
 $\eta_2(N+3); \rho_2(N+3); \sin \varphi_2(N+3);$   
 $SHO_2(N+3); EG_2(N+3); \alpha F_2 / \alpha z_1(N+3);$

lecture de:  $f_1(I);$   
 $\eta_1(I) \quad I = 2 \rightarrow N$

$f_1(0) = -1$   
 $\eta_1(0) = 0$   
 $f_2(N+3) = 1$   
 $\eta_2(N+3) = 0$

$E: f_{1A}; \eta_{1A}$

$f = (f_{1A} + f_{1B}) / 2$   
 $\eta_{1a} = (\eta_{1A} + \eta_{1B}) / 2$   
 $\theta_1 = \arctan((\eta_{1B} - \eta_{1A}) / (f_{1B} - f_{1A}))$

$I = 0$

$x_1(I) = (f_1(I) - f_{1a}) \cos(-\theta_1) - (\eta_1(I) - \eta_{1a}) \sin(-\theta_1)$   
 $y_1(I) = (\eta_1(I) - \eta_{1a}) \cos(-\theta_1) - (f_1(I) - f_{1a}) \sin(-\theta_1)$

$I = I + 1$

$I > N+2$

$C_2 = x_{2B} / 2$

$I = 0$

Fin

(2)

$$R = a \times \text{Exp}(\rho s i o)$$

I = 1

$$\xi_4(I) = R \times \cos(\phi_0(I))$$

$$\eta_4(I) = R \times \sin(\phi_0(I))$$

$$|d\xi_4/dz_4|(I) = 0$$

J = 1

$$|d\xi_4/dz_4|(x) = |d\xi_4/dz_4|(I) + (J-1) [AN(J) \times \cos(J \times \phi_0(I)) + BN(J) \times \sin(J \times \phi_0(I))]$$

J = J + 1

Non J > 6 oui

$$|d\xi_4/dz_4|(I) = |d\xi_4/dz_4|(I) + 1$$

I = I + 1

Non I > N oui

Impression de :

$x_3(I) ; y_3(I) ; \xi_3(I) ; \eta_3(I) ; x_4(J)$

$y_4(I) ; \rho_4(I) ; \phi_0(I) ; \lambda_0(I) ; \xi_4(I)$

$\eta_4(I) ; |d\xi_3/dz_3|(I) ; |d\xi_4/dz_4|(I)$

I = 1, N

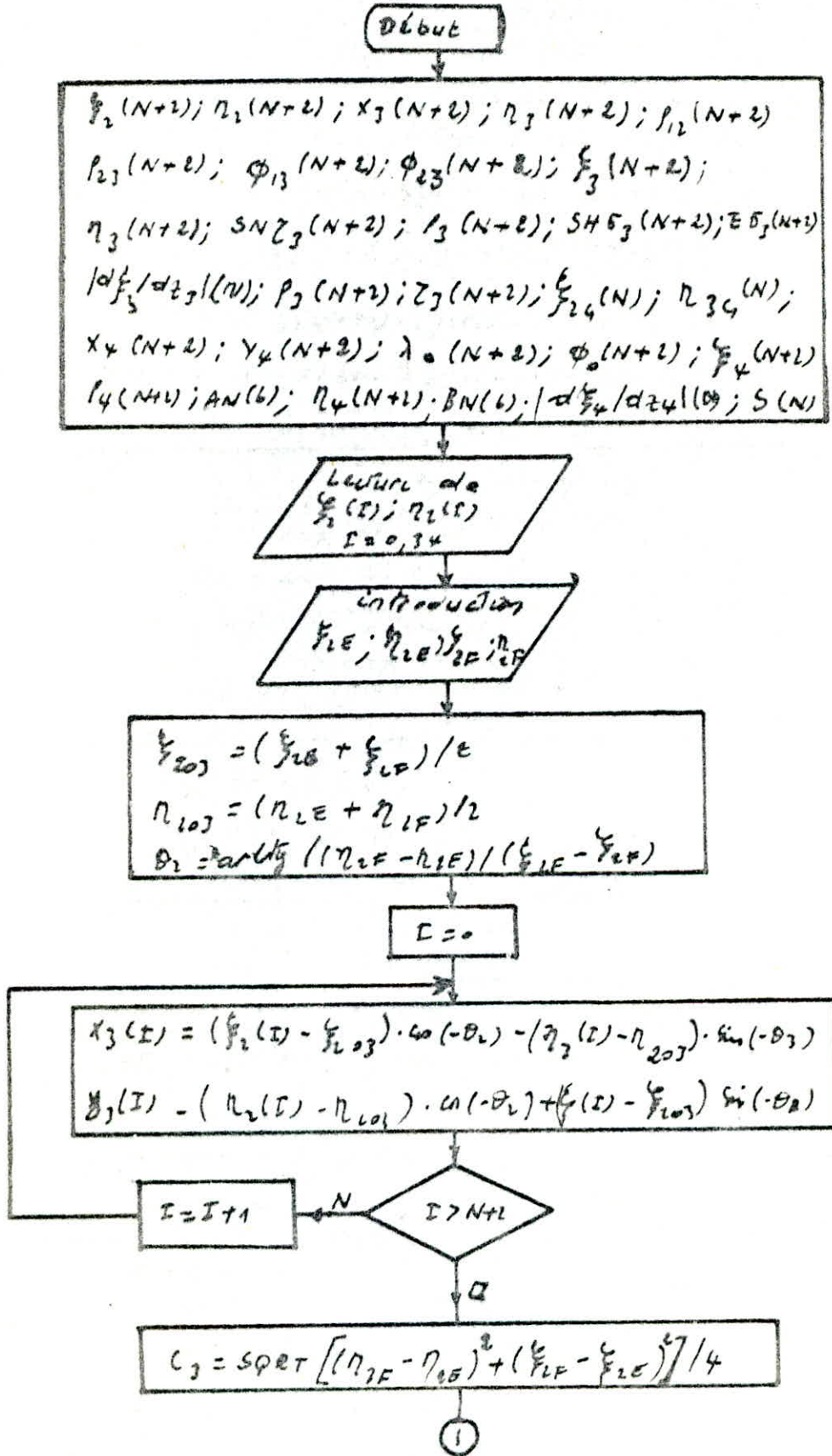
$x_3(0) ; y_3(0) ; \xi_3(0) ; \eta_3(0) ; x_4(0) ; y_4(0)$

$\rho_4(0) ; \phi_0(0) ; x_3(34) ; y_3(34) ; \xi_3(34) ; \eta_3(34) ;$

$\eta_3(34) ; x_4(34) ; y_4(34) ; \phi_0(34)$

Fin

# Organigramme de la 5<sup>ème</sup>, 6<sup>ème</sup>, 7<sup>ème</sup>, 8<sup>ème</sup> transformations

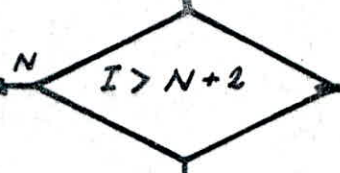






$$\begin{aligned} \phi_{12}^{(I)} &= \text{Arctg} [y_2^{(I)} / (x_2^{(I)} + z_2)] ; \rho_{12}^{(I)} = \text{SQRT} [(x_2^{(I)} + z_2)^2 + y_2^{(I)2}] \\ \rho_{22}^{(I)} &= \text{SQRT} [(x_2^{(I)} - z_2)^2 + y_2^{(I)2}] \\ \xi_2^{(I)} &= (c_2 \cdot (1 - \rho_{22}^{(I)} / \rho_{12}^{(I)}) / (1 + (\rho_{22}^{(I)} / \rho_{12}^{(I)}) - 2(\rho_{22}^{(I)} / \rho_{12}^{(I)}) \cos(\phi_{22}^{(I)} - \phi_{12}^{(I)})) \\ \eta_2^{(I)} &= (c_2 (2(\rho_{22}^{(I)} / \rho_{12}^{(I)}) \sin((\phi_{22}^{(I)} - \phi_{12}^{(I)}) / 2) / (1 + (\rho_{22}^{(I)} / \rho_{12}^{(I)}) - 2(\rho_{22}^{(I)} / \rho_{12}^{(I)}) \cos((\phi_{22}^{(I)} - \phi_{12}^{(I)}) / 2)) \\ P_2^{(I)} &= z_2 - (x_2^{(I)} / 2c_2)^2 - (y_2^{(I)} / 2c_2)^2 \\ \text{SN } \zeta_2^{(I)} &= (P_2^{(I)} + \text{SQRT}(P_2^{(I)2} + (y_2^{(I)} / c_2)^2)) / 2 \\ \text{SH } \sigma_2^{(I)} &= y_2^{(I)2} / 4 + c_2^2 \cdot \text{SN } \zeta_2^{(I)} \\ E \sigma_2 &= \text{SQRT} (\xi_2^{(I)2} - \eta_2^{(I)2}) / c_2 \\ |d\xi_2 / dz_2|^{(I)} &= E \sigma_2 / (2 \cdot \text{SQRT}(\text{SH } \sigma_2 + \text{SN } \zeta_2)) \end{aligned}$$

I = I + 1



impression de  $x_2(I)$   
 $y_2(I)$   
 $|d\xi_2/dz_2|(I)$   
 $\xi_2(I)$   
 $\eta_2(I)$   
 $I = 1, N$

impression de:  $x_2(0)$   
 $y_2(0)$   
 $\xi_2(0); \eta_2(0)$   
 $x_2(34)$   
 $\xi_2(34); \eta_2(34)$   
 $y_2(34)$

END

P/U

PRESSIIONS RELEVÉES SUR LE SEUIL DEVERSANT

\*\*\*\*\*

SOUS UNE VANNE , AVEC PILES

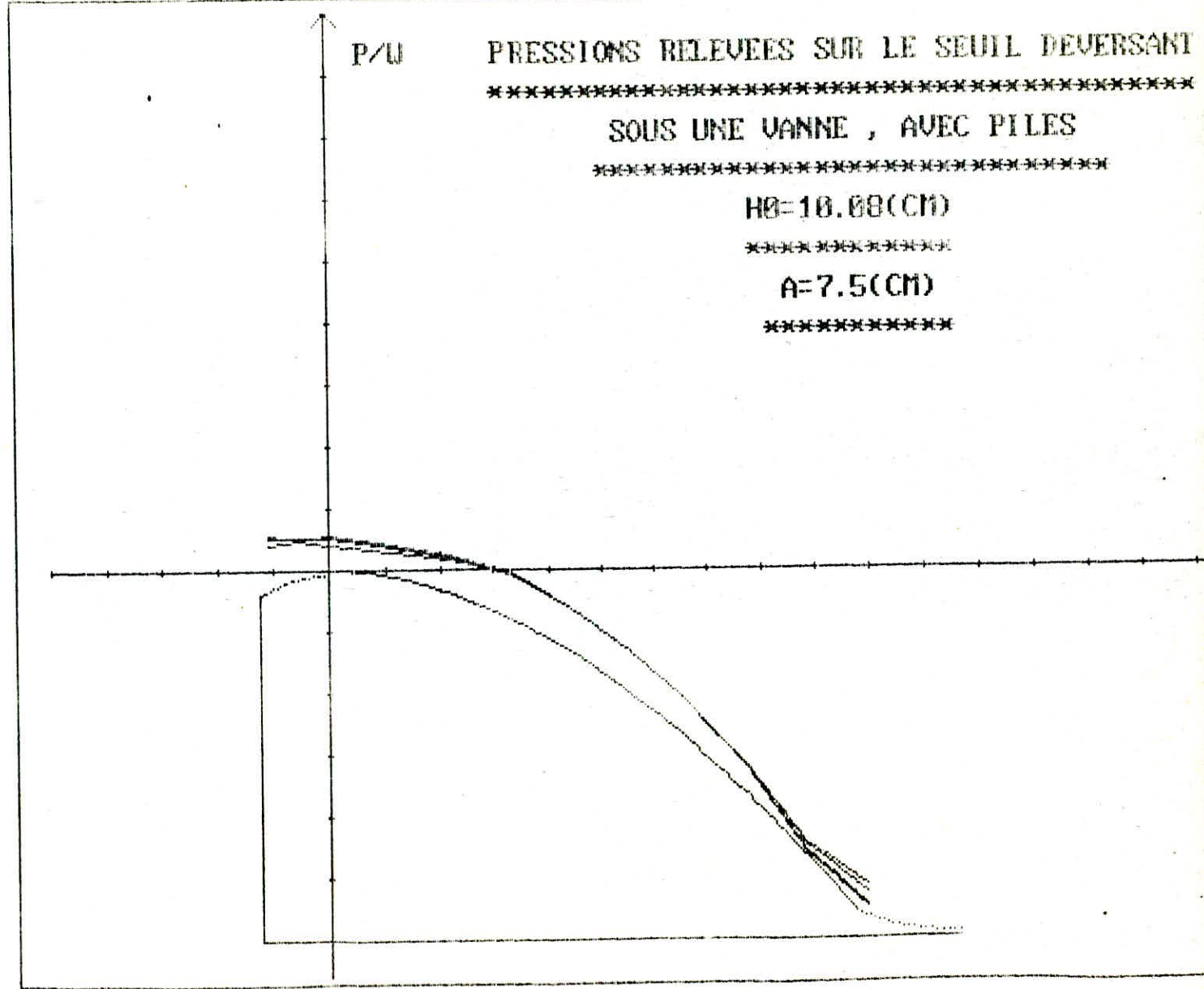
\*\*\*\*\*

H<sub>0</sub> = 10.00 (CM)

\*\*\*\*\*

A = 7.5 (CM)

\*\*\*\*\*



P/W

PRESSIONS RELEVÉES SUR LE SEUIL DEVERSANT

\*\*\*\*\*

SOUS UNE VANNE, AVEC PILES

\*\*\*\*\*

H<sub>0</sub> = 12.85 (CM)

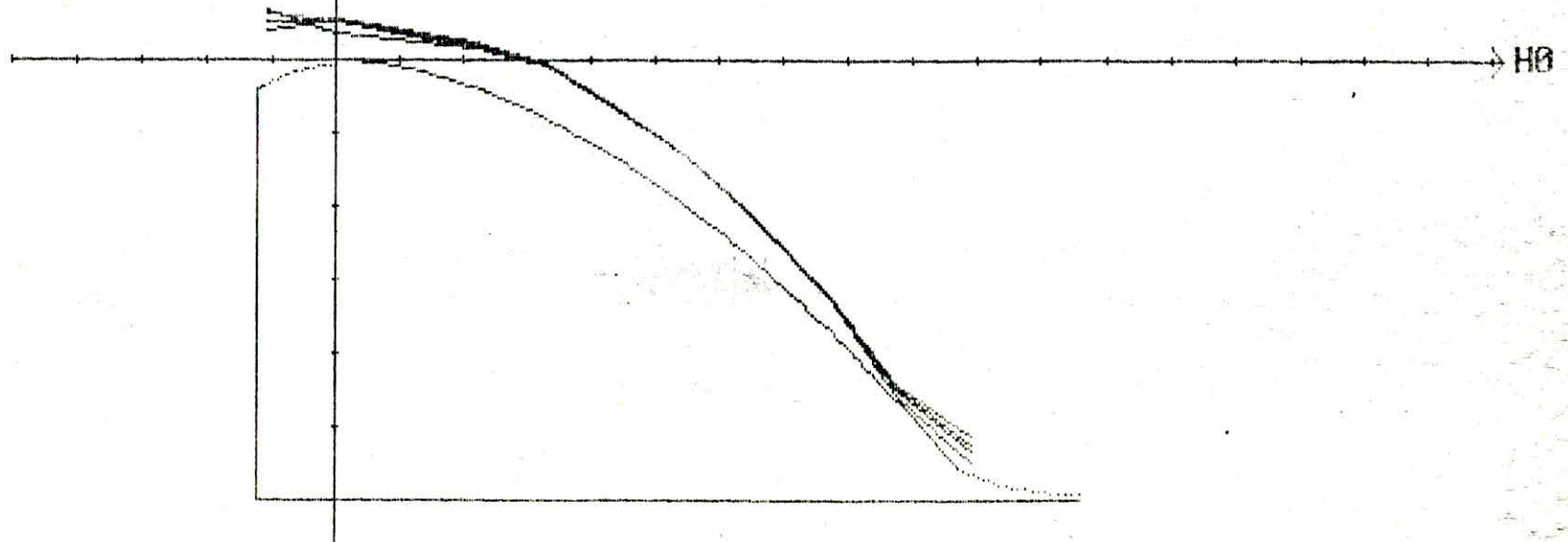
\*\*\*\*\*

A = 4.5 (CM)

\*\*\*\*\*

ECHELLES: V- 1/25

H- 1/25



```

0010 |#####
0020 |##
0025 |##          PROJET DE FIN D'ETUDES          ##
0026 |##          *****                          ##
0027 |##
0030 |##          PROGRAMMATION DE METHODE DE CALCUL DE L'ECOULEMENT ##
0040 |##
0050 |##          AUTOUR D'UNE PILE DE PONTS OU DE BARRAGE ##
0060 |##
0070 |##          FORME AERO-DYNAMIQUE ##
0080 |##
0085 |##          Nom : MAHDI          Prenom :M.E.BACHIR ##
0086 |##
0087 |##          Promotion : JANVIER 1987 ##
0088 |##
0090 |#####
0091 |
0100 |          *=====*
0105 |          *                                     *
0120 |          * ORIENTATION VERS LES DIFFERENTES ETAPES *
0125 |          *                                     *
0126 |          *=====*
0127 |
0128 PRINT
0129 PRINT ,"CE PROGRAMME COMPORTE CINQ ETAPES DE CALCUL : "
0130 PRINT
0131 PRINT ," _ 1ere ETAPE : INTRODUCTION DES DONNEES      "
0132 PRINT ," _ 2eme ETAPE : PROFILS                          "
0133 PRINT ," _ 3eme ETAPE : 1ere ET 2eme TRANSFORMATIONS "
0134 PRINT ," _ 4eme ETAPE : 3eme ET 4eme TRANSFORMATIONS "
0135 PRINT ," _ 5eme ETAPE : 5eme,6eme,7eme ET 8eme TRANSFORMATIONS"
0145 PRINT
0150 INPUT "          EN QUELLE ETAPE ETES VOUS ? ";J
0160 PRINT
0165 IF J > 5 THEN 0180
0170 GO TO 0210
0175 PRINT
0180 PRINT ,"          ATTENTION AU NOMBRE D'ETAPES IL EST "
0185 PRINT ,"          EGAL A CINQ."
0186 PRINT
0187 INPUT "          VOULEZ VOUS REPRENDRE ? (OUI/NON).";CN#
0188 PRINT
0190 IF CN# = "OUI" THEN 0150
0200 GO TO 9888
0210 IF J=1 THEN 1010
0220 IF J=2 THEN 2010
0230 IF J=3 THEN 3010
0250 IF J=4 THEN 4010
0255 IF J=5 THEN 7010
0256 |
1010 |          *=====*
1020 |          *          1ere ETAPE          *
1025 |          *          -----          *
1035 |          * PROGRAMME D'INTRODUCTION DES DONNEES *
1050 |          *=====*

```

P/W(cm)

COURBES DES PRESSIONS DU PAREMENT AVAL

\*\*\*\*\*

SEUIL SANS VANNE

\*\*\*\*\*

$P=f(H_0)$

\*\*\*\*\*

COURBES D'UN SEUIL AVEC PILES

\*\*\*\*\*

$V: 1/5$

ECHELLES!

$H: 1/1$

C(10)

C(1)

C(9)

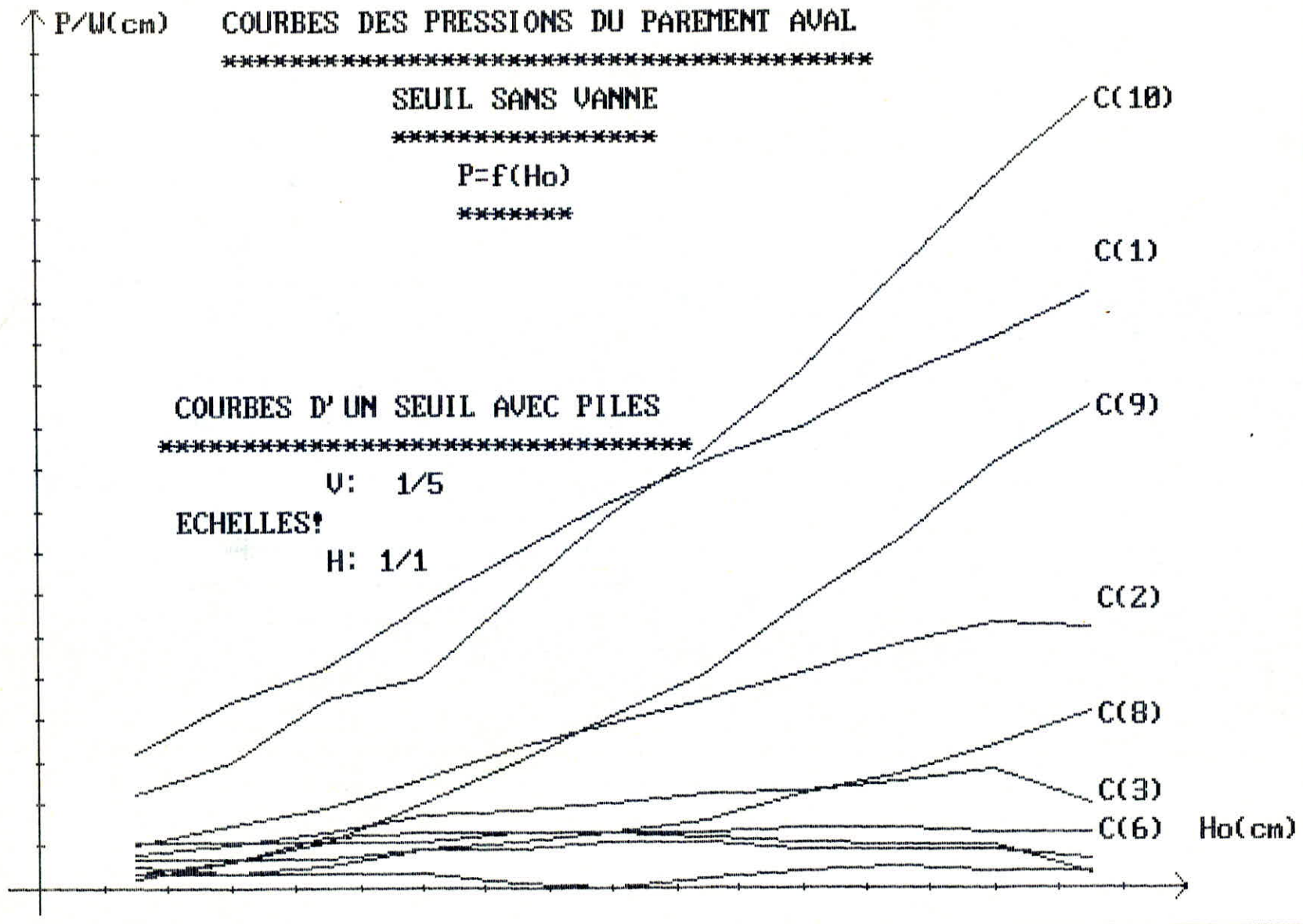
C(2)

C(8)

C(3)

C(6)

$H_0$ (cm)



```

1056 !
1060 DIM XP(32),YE(17),YI(17),YP(32)
1065 PRINT CHR$(27)+"#6"+"1ere ETAPE : INTRODUCTION DES DONNEES "
1066 PRINT
1070 PRINT ,"Donner les caracteristiques geometriques de la pile:"
1075 PRINT
1080 INPUT "          1_ Type de profil";TP#
1090 INPUT "          2_ La corde C en [m]";C
1091 PRINT
1095 PRINT CHR$(27)+"#6"+"          CHOIX DES PARAMETRES"
1096 PRINT
1097 PRINT ,"          Tableau donnant GAMA et S/C correspondant "
1100 PRINT ,"-----"
1110 PRINT ,"*****"
1115 PRINT ,"!Pas relatif      :!S/C = 2"
1116 PRINT ,"*****"
1117 PRINT ,"-----"
1118 PRINT
1119 PRINT
1120 INPUT "          4_ GAMA en [degres]";GAMA
1121 INPUT "          3_ Le pas relatif (pas/corde) : S/C";RSC
1122 PRINT
1125 PRINT ,"          definir la geometrie du profil: "
1126 PRINT
1130 FOR I=1 TO 17
1135 PRINT ,"Point No:";I
1136 INPUT "(X/C)%";XP(I)
1140 INPUT "(YE/C)%";YE(I)
1145 INPUT "(YI/C)%";YI(I)
1146 YP(I)=YE(I)
1150 NEXT I
1151 FOR I=18 TO 32
1152 XP(I)=XP(34-I)
1155 YP(I)=YI(34-I)
1160 NEXT I
1165 !
1170 ! _____ OUVERTURE D'UN FICHIER FD : CONTENANT LES DONNEES _____
1295 OPEN "FD" FOR OUTPUT AS FILE #1%
1300 PRINT #1,TP#
1310 PRINT #1,C
1320 PRINT #1,GAMA
1325 PRINT #1,RSC
1330 FOR I=1 TO 32
1340 PRINT #1,XP(I)
1345 PRINT #1,YP(I)
1355 NEXT I
1360 CLOSE #1%
1370 GO TO 9888
2010 !
20105!          *=====*
2030 !          *          2eme ETAPE          *
2040 !          *          -----          *
2060 !          *          DISPOSITION DES PROFILS /.A.(X,Y)          *
2080 !          *=====*

```

```

2086 !
2087 PRINT CHR$(27)+"#6"+"          2eme ETAPE          "
2090 DIM X0(32),Y0(32),XR(32),YR(32)
2095 !
2100 ! _____ LECTURE DES DONNEES DU FICHIER FD _____
2110 OPEN "FD" FOR INPUT AS FILE #1%
2120 INPUT #1,TP#
2130 INPUT #1,C
2140 INPUT #1,GAMA
2150 INPUT #1,RSC
2160 FOR I=1 TO 32
2165 INPUT #1,XP(I)
2170 INPUT #1,YP(I)
2175 NEXT I
2176 CLOSE #1%
2180 !
2400 GAMA=GAMA*PI/180
2410 ! _____ Coordonnees du centre ZT0(XT0,YT0) _____
2420 XT0=C/2
2430 YT0=0
2435 ! _____ Calcul des coordonnees des points _____
2440 FOR I=1 TO 32
2450 ! _____ Plan Z0(X0,Y0) _____
2460 X0(I)=XP(I)*C*1E-02
2465 Y0(I)=YP(I)*C*1E-02
2480 !***** _____ Le centre ZT0 _____ *****
2485 ! _____ PLAN ZR(XR,YR) _____
2500 XR(I)=(X0(I)-XT0)*COS(-GAMA)-(Y0(I)-YT0)*SIN(-GAMA)
2520 YR(I)=(Y0(I)-YT0)*COS(-GAMA)+(X0(I)-XT0)*SIN(-GAMA)
2529 NEXT I
2530 !
2531 ! _____ IMPRESSION DES DONNEES _____
2532 PRINT
2533 PRINT CHR$(27)+"#6"+"          DONNEES          "
2534 PRINT
2535 PRINT ,"1_ TYPE DE PROFIL : ";TP#
2536 PRINT ,"2_ LA CORDE : C= ";C;"[m]"
2537 PRINT ,"3_ L'ANGLE : GAMMA=0"
2538 PRINT ,"4_ LE PAS RELATIF : S/C= ";RSC
2539 PRINT
2541 PRINT CHR$(27)+"#6"+"          GEOMETRIE DES PROFILS          "
2542 PRINT ,"(X/C)%","(Y/C)%"
2543 FOR I=1 TO 32
2544 PRINT ,XP(I),YP(I)
2545 NEXT I
2546 PRINT
2547 PRINT CHR$(27)+"#6"+"          RESULTATS DE LA 1ere ETAPE          "
2548 PRINT
2549 PRINT ,,"COORDONNEES DES POINTS"
2550 PRINT ,," _____ "
2551 PRINT
2552 PRINT ,,"PLAN Z0(X0,Y0)","PLAN ZR(XR,YR)"
2553 PRINT ,," _____ "," _____ "
2554 PRINT
2555 PRINT " I"," X0(I)"," Y0(I)"," XR(I)"," YR(I)"

```

```

3410 INPUT " Donner la valeur de YR10 ";YR10
3415 !
3440 YT1=(YRE0+YRI0)/2
3444 !
3490 ! _____ Calcul des coordonnees _____
3495 S=RSC*C
3500 FOR I=1 TO 32
3510 ! _____ TRANSLATION _____
3515 ! _____ PLAN DE LA PILE Z(X,Y) _____
3520 X(I)=XR(I)-XT1
3525 Y(I)=YR(I)-YT1
3526 !
3527 ! *=====*
3528 ! * *
3530 ! * PREMIERE TRANSFORMATION Z (--> Z1=Z*PI/S *
3531 ! * *
3534 ! *=====*
3535 !
3535 ! _____ PLAN Z1(X1,Y1) _____
3540 X1(I)=X(I)*PI/S
3550 Y1(I)=Y(I)*PI/S
3551 !
3560 ! _____ COEFFICIENT DE VITESSE _____
3570 dZ1(I)=PI/S
3571 !
3575 ! *=====*
3576 ! * *
3580 ! * DEUXIEME TRANSFORMATION Z1 (--> ZETA1=TANH(Z1) *
3581 ! * *
3585 ! *=====*
3586 !
3590 ! _____ PLAN ZETA1(XS11,ETA1) _____
3591 !
3592 ! _____ CALCUL DES COORDONNEES _____
3600 DINO(I)=1+EXP(4*X1(I))+2*EXP(2*X1(I))*COS(2*Y1(I))
3610 XSI1(I)=(EXP(4*X1(I))-1)/DINO(I)
3620 ETA1(I)=2*EXP(2*X1(I))*SIN(2*Y1(I))/DINO(I)
3630 !== COEFFICIENT DE VITESSE dZETA1/dZ1 ==
3640 dZETA1(I)=SQR((1-XSI1(I)^2+ETA1(I)^2)^2+4*XSI1(I)^2*ETA1(I)^2)
3660 NEXT I
3664 !
3665 ! _____ IMPRESSION DES RESULTATS _____
3666 PRINT
3667 PRINT CHR$(27)+"#6"+" RESULTATS DE LA 3eme ETAPE"
3668 PRINT
3669 PRINT "YRE0=";YRE0,"YRI0=";YRI0
3670 PRINT
3671 PRINT "Composantes du Vecteur de translation : ZT1(XT1,YT1)"
3672 PRINT "XT1=";XT1,"YT1=";YT1
3673 PRINT
3674 PRINT "COORDONNEES DES POINTS "
3675 PRINT "-----"
3676 PRINT
3680 PRINT "PLAN Z(X,Y)",,"PLAN Z1(X1,Y1)"

```



```

3681 PRINT , "-----", "-----"
3684 PRINT
3685 PRINT " I", " X", " Y", " X1", " Y1"
3686 FOR I=1 TO 32
3687 PRINT I,X(I),Y(I),X1(I),Y1(I)
3688 NEXT I
3689 PRINT "-----"
"
3690 PRINT
3691 PRINT , "PLAN ZETA1(XSI1,ETA1)", "COEFFICIENTS DES VITESSES"
3692 PRINT , "-----", "-----"
3693 PRINT
3700 PRINT " I", " XSI1", " ETA1", " dZ1/dZ", " dZETA1/dZ1"
3710 FOR I=1 TO 32
3711 PRINT I,XSI1(I),ETA1(I),dZ1(I),dZETA1(I)
3712 NEXT I
3735 PRINT "-----"
"
3736 !
3737 PRINT
3740 PRINT , " Tracer le profil dans le plan ZETA1(XSI1,ETA1) "
3750 PRINT , " et determiner graphiquement le centre "
3760 PRINT , " en tracant au compas un cercle contenant la courbure "
3770 PRINT , " de celui-ci, le centre du cercle sera pris comme centre "
3780 PRINT , " de courbure soit le point A(XSI1A,ETA1A) ,reperer ses co_"
3790 PRINT , "_ordonnees et introduiser les ensuite dans l'etape de ca_"
3800 PRINT , "_lcul suivante la ou elles vous seront demandees."
3805 !
3810 ! _____ SITUATION DES POINTS DE L'ECOULEMENT _____
3820 ! _____ SOURCE + CIRCULATION _____
3830 XSI1SC=-1
3840 ETA1SC=0
3850 XSI1(0)=XSI1SC
3860 ETA1(0)=ETA1SC
3870 ! _____ PUIT + CIRCULATION _____
3880 XSI1PC=1
3890 ETA1PC=0
3895 XSI1(34)=XSI1PC
3900 ETA1(34)=ETA1PC
3910 !
3920 PRINT
3930 PRINT , "SOURCE+CIRCULATION", , "PUIT+CIRCULATION"
3940 PRINT , "XSI1S= ";XSI1SC, "XSI1P= ";XSI1PC
3950 PRINT , "ETA1S= ";ETA1SC, "ETA1P= ";ETA1PC
3955 !
3960 ! _____ FICHER FR2 : contenant (XSI1,ETA1) _____
3970 OPEN "FR2" FOR OUTPUT AS FILE #3%
3975 FOR I=0 TO 34
3980 PRINT #3,XSI1(I)
3981 PRINT #3,ETA1(I)
3982 NEXT I
3983 CLOSE #3%
3984 !
3985 ! _____ FICHER CV1 : contenant dZ1/dZ,dZETA1/dZ1 _____
3986 OPEN "CV1" FOR OUTPUT AS FILE #4%
3987 FOR I=1 TO 32
3988 PRINT #4,dZ1(I)
3989 PRINT #4,dZETA1(I)
3990 NEXT I

```

```

3995 CLOSE #4%
4000 GO TO 9888
4010 !
4020 ! *=====*
```

4eme ETAPE

```

5030 ! *
5040 ! * -----*
```

\* COMPORTE :

```

5060 ! * 3eme TRANSFORMATION : ZETA1 <--> Z2=ZETA1*EXP(-TETA1) *
5080 ! * 4eme TRANSFORMATION : Z2 <--> ZETA2 : *
5090 ! * Z2=ZETA2+C2^2/ZETA2 *
5095 ! * C.D.G : dZETA2/dZ2 *
5100 ! *=====*
```

```

5110 !
5111 PRINT CHR$(27)+"#6"+" 4eme ETAPE "
5112 PRINT
5113 PRINT CHR$(27)+"#6"+" 3eme et 4eme TRANSFORMATION "
```

```

5115 DIM X2(35),Y2(35),R01(35),R02(35),PHI1(35),PHI2(35),XSI2(35), &
ETA2(35),P2(35),SNT02(35),SHSIG2(35),DINO2(35),CDPHI(35), &
ESIG2(35),dZETA2(35),SDPHI(35)

5116 !
5120 ! _____ Lecture du fichier FR2 _____
5130 OPEN "FR2" FOR INPUT AS FILE #3%
5140 FOR I=0 TO 34
5145 INPUT #3,XSI1(I)
5150 INPUT #3,ETA1(I)
5160 NEXT I
5170 CLOSE #3%
5175 !
5190 ! _____ Introduction des coordonnees de A _____
5195 !
5200 INPUT "Donner les coordonnees de A : (XSI1A,ETA1A)";XSI1A,ETA1A
5205 !
5210 ! *=====*
```

\* 3eme TRANSFORMATION = R(02,-TETA1) \*

```

5232 ! *
5235 ! *=====*
```

```

5236 !
5240 ! _____ Calcul des coordonnees de O2 centre _____
5250 XSI102=(XSI1(17)+XSI1A)/2
5255 ETA102=(ETA1(17)+ETA1A)/2
5256 !
5270 ! _____ Calcul de l'angle de rotation TETA1 _____
5280 TETA1=ATN((ETA1(17)-ETA1A)/(XSI1(17)-XSI1A))
5290 ! _____ TETA1 en [Degres] _____
5300 TETA1D=TETA1*180/PI
5304 !
5340 ! _____ Plan Z2(X2,Y2) _____
5341 !
5350 ! _____ Calcul des coordonnees _____
5360 FOR I=0 TO 34
5370 X2(I)=(XSI1(I)-XSI102)*COS(-TETA1)-(ETA1(I)-ETA102)*SIN(-TETA1)
5380 Y2(I)=(ETA1(I)-ETA102)*COS(-TETA1)+(XSI1(I)-XSI102)*SIN(-TETA1)
5390 NEXT I
```

```

5391 !
5392 ! *=====*
```

\*

```

5393 ! *
5400 ! * 4eme Transformation = JOUKOWSKI ORDINAIRE *
5401 ! *
5402 ! *=====*
```

\*

```

5403 !
5410 ! _____ Calcul de la cste de Joukowski C2 _____
5420 C2=X2(17)/2
5421 !
5440 ! _____ Plan ZETA2(XSI2,ETA2) _____
5441 !
5450 ! _____ Calcul des coordonnees _____
5460 FOR I=0 TO 34
5470 R01(I)=SQR((X2(I)+2*C2)^2+Y2(I)^2)
5480 R02(I)=SQR((X2(I)-2*C2)^2+Y2(I)^2)
5490 IF I<=17 AND (X2(I)+2*C2)=0 THEN 5520
5500 IF I<=17 AND (X2(I)-2*C2)=0 THEN 5660
5510 IF I>17 AND (X2(I)+2*C2)=0 THEN 5540
5515 GO TO 5570
5520 PHI1(I)=PI/2
5530 GO TO 5635
5540 PHI1(I)=PI+PI/2
5560 GO TO 5635
5570 PHI1(I)=ATN(Y2(I)/(X2(I)+2*C2))
5590 IF I<17 THEN 5635
5600 IF X2(I)+2*C2<0 THEN 5630
5610 PHI1(I)=PHI1(I)+2*PI
5620 GO TO 5635
5630 PHI1(I)=PHI1(I)+PI
5635 PHI2(I)=ATN(Y2(I)/(X2(I)-2*C2))
5640 PHI2(I)=PHI2(I)+PI
5650 GO TO 5680
5660 PHI1(I)=0
5670 PHI2(I)=0
5680 CDPHI(I)=COS((PHI2(I)-PHI1(I))/2)
5690 DINO2(I)=1+(R02(I)/R01(I))-2*(SQR(R02(I)/R01(I)))*CDPHI(I)
5700 XSI2(I)=C2*(1-(R02(I)/R01(I)))/DINO2(I)
5710 SDPHI(I)=SIN((PHI2(I)-PHI1(I))/2)
5720 ETA2(I)=2*C2*SQR(R02(I)/R01(I))*SDPHI(I)/DINO2(I)
5730 P2(I)=1-(X2(I)/(2*C2))^2-(Y2(I)/(2*C2))^2
5740 SNT02(I)=(P2(I)+SQR(P2(I)^2+(Y2(I)/C2)^2))/2
5750 IF SNT02(I)=0 THEN 5770
5760 SHSIG2(I)=Y2(I)^2/(4*C2^2*SNT02(I))
5765 GO TO 5780
5770 SHSIG2(I)=0
5780 ESIG2(I)=SQR(XSI2(I)^2+ETA2(I)^2)/C2
5781 !
5790 ! _____ CALCUL DU COEFFICIENT DE VITESSE : dZETA2/dZ2 _____
5800 dZETA2(I)=ESIG2(I)/((2*SQR(SHSIG2(I)+SNT02(I)))+1)
5810 NEXT I
5811 !
5820 ! _____ IMPRESSION DES RESULTATS _____
5821 PRINT
5822 PRINT CHR$(27)+"#6"+" RESULTATS DE LA 4eme ETAPE"
5823 PRINT
5824 PRINT ,"POINT A", "CENTRE DE ROT ", "ANGLE DE ROT"
```

```

5825 PRINT , "XSI1A=" ; XSI1A, "XSI102=" ; XSI102, "TETA1=" ; TETA1 ; "[Rd]"
5826 PRINT , "ETA1A=" ; ETA1A, "ETA102=" ; ETA102, "TETA1=" ; TETA1D ; "[o]"
5827 PRINT
5828 PRINT , "Cste de JOUKOWSKI : C2= " ; C2
5830 PRINT
5835 PRINT , "COORDONNEES DES POINTS"
5836 PRINT , " _____"
5837 PRINT
5840 PRINT , "PLAN Z2(X2,Y2)", "PLAN ZETA2(XSI2,ETA2)"
5841 PRINT , " _____", " _____"
5850 PRINT
5860 PRINT " I", " X2", " Y2", " XSI2", " ETA2", "dZETA2/dZ2"
5870 FOR I= 1 TO 32
5880 PRINT I, X2(I), Y2(I), XSI2(I), ETA2(I), dZETA2(I)
5890 NEXT I
5891 PRINT " _____"
"
6005 PRINT
5910 PRINT , "Tracer le profil dans le plan ZETA2 assimiler le a une "
5920 PRINT , "ellipse dont vous devez determiner les foyers E et F"
5930 PRINT , "graphiquement . Introduisez leurs coordonnees dans "
5940 PRINT , "l'etape suivante la ou elles vous seront demandees ."
5945 PRINT
5950 PRINT , "SOURCE+CIRCULATION : "
5955 PRINT , " X2(S+C)=" ; X2(0), "XSI2(S+C)=" ; XSI2(0)
5960 PRINT , " Y2(S+C)=" ; Y2(0), "ETA2(S+C)=" ; ETA2(0)
5965 PRINT , "PUIT+CIRCULATION : "
5970 PRINT , " X2(P+C)=" ; X2(34), "XSI2(P+C)=" ; XSI2(34)
6000 PRINT , " Y2(P+C)=" ; Y2(34), "ETA2(P+C)=" ; ETA2(34)
6005 !
6010 ! _____ Ouverture d'un fichier FR3 : Contenant XSI2 etETA2 _____
6020 OPEN "FR3" FOR OUTPUT AS FILE #5%
6030 FOR I=0 TO 34
6040 PRINT #5, XSI2(I)
6050 PRINT #5, ETA2(I)
6060 NEXT I
6070 CLOSE #5%
6075 !
6080 ! _____ FICHER CV2 : Contenant dZETA2/dZ2 _____
6090 OPEN "CV2" FOR OUTPUT AS FILE #6%
6100 FOR I=1 TO 32
6110 PRINT #6, dZETA2(I)
6120 NEXT I
6130 CLOSE #6%
6140 GO TO 9888
7010 !
7020 ! *=====*
7030 ! * * *
7030 ! * 5eme ETAPE *
7040 ! * ----- *
7050 ! * COMPORTE : *
7060 ! * 5eme TRANSFORMATION : ZETA2 <--> Z3=ZETA2*EXP(-JC*TETA2) *
7070 ! * 6eme TRANSFORMATION : Z3 <--> ZETA3 : *
7080 ! * Z3=ZETA3+C3^2/ZETA3 *
7090 ! * ZETA3CG : AFFIXE DU CENTRE DE GRAVITE (XSI3CG,ETA3CG) *
7100 ! * CALCUL DU RAYON DU CERCLE APPROXIMATIF a *
7110 ! * 7eme TRANSFORMATION : ZETA3 <--> Z4=ZETA-ZETA3CG *

```

```

7120 ! * 8eme TRANSFORMATION : Z4 <--> ZETA4 : *
7130 ! * Z4=ZETA4*EXP(>(An+Bn)/ZETA4^n) *
7140 ! * CALCUL DES COEFFICIENTS DE FOURIER PSI0,AN,BN *
7150 ! * CALCUL DES C.D.G : dZETA3/dZ3 ; dZEAT4/dZ4 *
7160 ! * *
7161 ! *=====*
7162 !
7163 PRINT
7164 PRINT CHR$(27)+"#6"+" 5eme ETAPE "
7165 PRINT
7166 PRINT CHR$(27)+"#6"+" 5eme ,6eme,7eme et 8eme TRANSFORMATION"
7167 PRINT
7168 PRINT CHR$(27)+"#6"+" RESULTATS DE LA 5eme ETAPE "
7172 ! _____ DIMENSIONNEMENT _____
7173 DIM X3(35),Y3(35),R013(35),R023(35),ETA3(35), &
PHI13(35),PHI23(35),CDPHI3(35),DIN03(35),XSI3(35), &
SDPHI3(35),P3(35),SNT032(35),SHSIG32(35),ESIG3(35), &
dZETA3(35),R03(35),T03(35),XSI3G(35),ETA3G(35),X4(35), &
Y4(35),LAM0(35),PHI0(35),XSI4(35),ETA4(35),LAMA(35,7), &
LAMB(35,7),AN(7),BN(7),dZETA4(35),R04(35),S(35),CPS(6)
7174 !
7175 ! _____ LECTURE DU FICHIER FR3 _____
7176 OPEN "FR3" FOR INPUT AS FILE #5%
7177 FOR I=0 TO 34
7178 INPUT #5,XSI2(I)
7179 INPUT #5,ETA2(I)
7180 NEXT I
7185 CLOSE #5%
7186 !
7187 ! __INTRODUCTION DES COORDONNEES DES FOYERS E ETF DE L'ELLIPSE__
7188 PRINT
7190 INPUT "Donner les coordonnees de E(XSI2E,ETA2E)";XSI2E,ETA2E
7195 INPUT "Donner les coordonnees de F(XSI2F,ETA2F)";XSI2F,ETA2F
7196 !
7197 ! *=====*
7198 ! * *
7199 ! * 5eme TRANSFORMATION = R(03,-TETA2) *
7200 ! * *
7201 ! *=====*
7202 !
7203 ! _____ Calcul des coordonnees de O3 centre _____
7205 XSI203=(XSI2E+XSI2F)/2
7210 ETA203=(ETA2E+ETA2F)/2
7211 !
7212 ! _____ Calcul de l'angle de rotation TETA2 _____
7215 TETA2=ATN((ETA2F-ETA2E)/(XSI2F-XSI2E))
7216 ! _____ TETA2 en [o] _____
7220 TETA2D=TETA2*180/PI
7221 !
7222 ! _____ PLAN Z3(X3,Y3) _____
7223 !
7224 ! _____ Calcul des coordonnees _____
7225 FOR I=0 TO 34
7230 X3(I)=(XSI2(I)-XSI203)*COS(-TETA2)-(ETA2(I)-ETA203)*SIN(-TETA2)
7235 Y3(I)=(ETA2(I)-ETA203)*COS(-TETA2)+(XSI2(I)-XSI203)*SIN(-TETA2)
7236 NEXT I

```

```

7237 !
7238 ! *=====*
```

---

```

7239 ! *
7240 ! * 6eme TRANSFORMATION = JOUKOWSKI ORDINAIRE *
7241 ! *
7242 ! *=====*
```

---

```

7243 !
7244 ! _____ Calcul de la cste de Joukowski C3 _____
7245 C3=SQR((XSI2F-XSI2E)^2+(ETA2F-ETA2E)^2)/4
7246 !
7247 ! _____ PLAN ZETA3(XS13,ETA3) _____
7248 !
7249 ! _____ Calcul des coordonnees _____
```

---

```

7250 FOR I=0 TO 34
7255 R013(I)=SQR((X3(I)+2*C3)^2+Y3(I)^2)
7260 R023(I)=SQR((X3(I)-2*C3)^2+Y3(I)^2)
7265 IF (X3(I)+2*C3)=0 AND Y3(I)>0 THEN 7295
7270 IF (X3(I)+2*C3)=0 AND Y3(I)<0 THEN 7305
7275 PHI13(I)=ATN(Y3(I)/(X3(I)+2*C3))
7280 IF (X3(I)+2*C3)<0 THEN 7315
7285 IF (X3(I)+2*C3)>0 AND Y3(I)<0 THEN 7325
7290 IF (X3(I)+2*C3)>0 AND Y3(I)>=0 THEN 7330
7295 PHI13(I)=PI/2
7300 GO TO 7330
7305 PHI13(I)=3*PI/2
7310 GO TO 7330
7315 PHI13(I)=PHI13(I)+PI
7320 GO TO 7330
7325 PHI13(I)=PHI13(I)+2*PI
7330 IF (X3(I)-2*C3)=0 AND Y3(I)>0 THEN 7360
7335 IF (X3(I)-2*C3)=0 AND Y3(I)<0 THEN 7370
7340 PHI23(I)=ATN(Y3(I)/(X3(I)-2*C3))
7345 IF (X3(I)-2*C3)<0 THEN 7380
7350 IF (X3(I)-2*C3)>0 AND Y3(I)<0 THEN 7390
7355 IF (X3(I)-2*C3)>0 AND Y3(I)>=0 THEN 7395
7360 PHI23(I)=PI/2
7365 GO TO 7395
7370 PHI23(I)=3*PI/2
7375 GO TO 7395
7380 PHI23(I)=PHI23(I)+PI
7385 GO TO 7395
7390 PHI23(I)=PHI23(I)+2*PI
7395 CDPHI3(I)=COS((PHI23(I)-PHI13(I))/2)
7400 DIN03(I)=1+R023(I)/R013(I)-2*SQR(R023(I)/R013(I))*CDPHI3(I)
7405 XSI3(I)=C3*(1-R023(I)/R013(I))/DIN03(I)
7410 SDPHI3(I)=SIN((PHI23(I)-PHI13(I))/2)
7415 ETA3(I)=2*C3*SQR(R023(I)/R013(I))*SDPHI3(I)/DIN03(I)
7420 P3(I)=1-(X3(I)/2*C3)^2-(Y3(I)/2*C3)^2
7425 SNT032(I)=(P3(I)+SQR(P3(I)^2+(Y3(I)/C3)^2))/2
7430 SHSIG32(I)=Y3(I)^2/((4*C3^2*SNT032(I))+1)
7435 ESIG3(I)=SQR(XSI3(I)^2+ETA3(I)^2)/C3
7436 !
7437 ! _____ CALCUL DU COEFFICIENT DE VITESSE _____
```

---

```

7440 dzETA3(I)=ESIG3(I)/(2*SQR(SHSIG32(I)+SNT032(I)))
7445 NEXT I
7450 GO SUB 9000
7451 !
```

```

7452 ! *=====*
7453 ! *
7454 ! * 7eme TRANSFORMATION = Translation de vecteur ZETA3CG *
7455 ! *
7456 ! *=====*
7457 !
7458 ! _____ PLAN Z4(X4,Y4) _____
7459 !
7460 ! _____ Calcul des coordonnees _____
7465 FOR I=0 TO 34
7466 ! _____ Cartesiennes X4,Y4 _____
7470 X4(I)=XSI3(I)-XSI3CG
7475 Y4(I)=ETA3(I)-ETA3CG
7476 ! _____ Polaires R04,PH0 _____
7480 R04(I)=SQR(X4(I)^2+Y4(I)^2)
7485 IF X4(I)=0 AND Y4(I)>0 THEN 7515
7490 IF X4(I)=0 AND Y4(I)<0 THEN 7525
7495 PHI0(I)=ATN(Y4(I)/X4(I))
7500 IF X4(I)<0 THEN 7535
7505 IF X4(I)>0 AND Y4(I)<0 THEN 7545
7510 IF X4(I)>0 AND Y4(I)>=0 THEN 7550
7515 PHI0(I)=PI/2
7520 GO TO 7550
7525 PHI0(I)=3*PI/2
7530 GO TO 7550
7535 PHI0(I)=PHI0(I)+PI
7540 GO TO 7550
7545 PHI0(I)=PHI0(I)+2*PI
7550 LAM0(I)=LOG(R04(I)/a)
7555 NEXT I
7560 GO SUB 9180
7561 ! _____ Rayon du cercle de base R _____
7565 R=a*EXP(PSI0)
7566 ! _____ PLAN ZETA4(XSI4,ETA4) _____
7567 FOR I=1 TO 32
7568 XSI4(I)=R*COS(PHI0(I))
7569 ETA4(I)=R*SIN(PHI0(I))
7570 NEXT I
7571 ! _____ Calcul du C.D.G dZETA4/dZ4 _____
7573 FOR I=1 TO 32
7575 dZETA4(I)=0
7580 FOR N=1 TO 6
7585 CPS(N)=AN(N)*COS(N*PHI0(I))+BN(N)*SIN(N*PHI0(I))
7590 dZETA4(I)=dZETA4(I)+(N-1)*CPS(N)
7595 NEXT N
7600 dZETA4(I)=dZETA4(I)+1
7604 dZETA4(I)=ABS(dZETA4(I))
7605 NEXT I
7606 !
7607 ! _____ FICHER CONTENANT : dZETA3/dZ3 ; dZETA4/dZ4 _____
7610 OPEN "CV3" FOR OUTPUT AS FILE #7%
7615 FOR I=1 TO 32
7620 PRINT #7,dZETA3(I)
7625 PRINT #7,dZETA4(I)
7630 NEXT I
7635 CLOSE #7%

```

```

7636 !
7637 ! _____ IMPRESSION DES RESULTATS _____
7645 PRINT
7650 PRINT , "POINT E", "POINT F", "CENTRE DE ROTATION"
7655 PRINT , "XSI2E=" ; XSI2E, "XSI2F=" ; XSI2F, "XSI203=" ; XSI203
7660 PRINT , "ETA2E=" ; ETA2E, "ETA2F=" ; ETA2F, "ETA203=" ; ETA203
7665 PRINT
7670 PRINT , "ANGLE DE ROTATION : " ; "TETA2= " ; TETA2 ; "[Rd]"
7675 PRINT , "                TETA2D= " ; TETA2D ; "[o]"
7680 PRINT
7685 PRINT , "Cste de JOUKOWSKI : C3= " ; C3
7690 PRINT
7695 PRINT , " COORDONNEES DES POINTS "
7700 PRINT , " _____ "
7705 PRINT , "PLAN Z3(X3,Y3)", "PLAN ZETA3(XSI3,ETA3)"
7710 PRINT , " _____", " _____"
7715 PRINT
7720 PRINT " I", " X3", " Y3", " XSI3", " ETA3"
7725 FOR I=1 TO 32
7730 PRINT I, X3(I), Y3(I), XSI3(I), ETA3(I)
7735 NEXT I
7740 PRINT "
"
7745 PRINT
7750 PRINT , "SOURCE+CIRCULATION : "
7755 PRINT , "                X3(S+C)=" ; X3(0), "XSI3(S+C)=" ; XSI3(0)
7760 PRINT , "                Y3(S+C)=" ; Y3(0), "ETA3(S+C)=" ; ETA3(0)
7765 PRINT , "PUIT+CIRCULATIN : "
7770 PRINT , "                X3(P+C)=" ; X3(34), "XSI3(P+C)=" ; XSI3(34)
7775 PRINT , "                Y3(P+C)=" ; Y3(34), "ETA3(P+C)=" ; ETA3(34)
7780 PRINT
7785 PRINT , "COORDONNEES DU C.D.G", "RAYON DU CERCLE APPROXIMATIF"
7790 PRINT , "XSI3(CDG)= " ; XSI3CG, " a= " ; a ; "[m]"
7795 PRINT , "ETA3(CDG)= " ; ETA3CG
7800 PRINT
7805 PRINT , " COORDONNEES DES POINTS "
7810 PRINT , " _____ "
7812 PRINT
7815 PRINT , "                PLANZ4(X4,Y4)"
7820 PRINT , "                CARTESIENNES ", "                POLAIRES "
7825 PRINT , "                _____", "                _____"
7830 PRINT
7835 PRINT " I", " X4", " Y4", " R04[m]", " PHI0[o]", "LAM0"
7840 FOR I=1 TO 32
7845 PRINT I, X4(I), Y4(I), R04(I), PHI0(I)*180/PI, LAM0(I)
7850 NEXT I
7855 PRINT "
"
7860 PRINT
7865 PRINT , "SOURCE+CIRCULATION : "
7870 PRINT , "                X4(S+C)=" ; X4(0), "R(S+C)=" ; R04(0)
7875 PRINT , "                Y4(S+C)=" ; Y4(0), "PHI0(S+C)=" ; PHI0(0)*180/PI
7880 PRINT , "PUIT+CIRCULATION : "
7885 PRINT , "                X4(P+C)=" ; X4(34), "R(P+C)=" ; R04(34)
7890 PRINT , "                Y4(P+C)=" ; Y4(34), "PHI0(P+C)=" ; PHI0(34)*180/PI
7895 PRINT

```



```

7900 PRINT , "          COEFFICIENTS DE FOURIER "
7905 PRINT , "          _____ "
7910 PRINT
7911 PRINT , "PSI0= ";PSI0
7912 PRINT
7915 PRINT , " N", " AN", " BN"
7920 FOR N=1 TO 6
7925 PRINT ,N,AN(N),BN(N)
7930 NEXT N
7935 PRINT , " _____ "
7940 PRINT
7945 PRINT , "Rayon du cercle de base : R= ";R;"[m]"
7950 PRINT
7955 PRINT , "PLAN ZETA4(XSI4,ETA4)", "COEFFICIENT DE VITESSE "
7960 PRINT , " _____ "
7965 PRINT
7970 PRINT " I", " XSI4", " ETA4", " dZETA3/dZ3", " dZETA4/dZ4"
7975 FOR I=1 TO 32
7980 PRINT I,XSI4(I),ETA4(I),dZETA3(I),dZETA4(I)
7985 NEXT I
7986 PRINT
7990 GO TO 9888
9000 !
9001 ! *=====*
9002 ! *
9003 ! *          SOUS PROGRAMME CALCULANT          *
9004 ! * 1_ LES COMPOSANTES DU CENTRE DE GRAVITE DANS LE *
9005 ! * PLAN ZETA3 SOIENT (XSI3CG,ETA3CG) *
9006 ! * 2_ LE RAYON DU CERCLE APPROXIMATIF a *
9007 ! *
9008 ! *=====*
9009 !
9010 XSI3(33)=XSI3(1)
9015 ETA3(33)=ETA3(1)
9020 ! _____ CALCUL DE R03 ET T03 _____
9025 FOR I=1 TO 33
9030 R03(I)=SQR(XSI3(I)^2+ETA3(I)^2)
9035 IF XSI3(I)=0 AND ETA3(I)>0 THEN 9065
9040 IF XSI3(I)=0 AND ETA3(I)<0 THEN 9075
9045 T03(I)=ATN(ETA3(I)/XSI3(I))
9050 IF XSI3(I)<0 THEN 9085
9055 IF XSI3(I)>0 AND ETA3(I)<0 THEN 9095
9060 IF XSI3(I)>0 AND ETA3(I)>=0 THEN 9100
9065 T03(I)=PI/2
9070 GO TO 9100
9075 T03(I)=3*PI/2
9080 GO TO 9100
9085 T03(I)=T03(I)+PI
9090 GO TO 9100
9095 T03(I)=T03(I)+2*PI
9100 NEXT I
9101 ! _____ CALCUL DES COORDONNEES DU C.D.G _____
9105 ST=0
9110 XSI3CG=0
9115 ETA3CG=0
9120 FOR I=1 TO 32
9125 XSI3G(I)=(XSI3(I)+XSI3(I+1))/3
9130 ETA3G(I)=(ETA3(I)+ETA3(I+1))/3

```

```

9135 S(I)=R03(I)*R03(I+1)*SIN(T03(I)-T03(I+1))
9140 ST=ST+S(I)
9145 XSI3CG=XSI3CG+XSI3G(I)*S(I)
9150 ETA3CG=ETA3CG+ETA3G(I)*S(I)
9155 NEXT I
9160 XSI3CG=XSI3CG/ST
9165 ETA3CG=ETA3CG/ST
9166 ! _____ Calcul du rayon du cercle approximatif _____
9170 a=SQR(ABS(ST/PI))
9175 RETURN
9180 !
9181 ! *=====*
9182 ! * * *
9183 ! * SOUS PROGRAMME CALCULANT LES COEFFICIENTS DE FOURIER ; *
9184 ! * PSI0 ; An/(a*EXP(PSI0))^n ; Bn/(a*EXP(PSI0))^n *
9185 ! * * *
9186 ! *=====*
9187 !
9188 ! _____ AN=An/(a*EXP(PSI0))^n _____
9189 !
9190 ! _____ BN=Bn/(a*EXP(PSI0))^n _____
9191 !
9195 PHI0(33)=PHI0(1)
9200 LAM0(33)=LAM0(1)
9205 FOR N=1 TO 6
9210 FOR I=1 TO 33
9215 LAMA(I,N)=LAM0(I)*COS(N*PHI0(I))
9220 LAMB(I,N)=LAM0(I)*SIN(N*PHI0(I))
9225 NEXT I
9230 NEXT N
9235 FOR N=1 TO 6
9240 AN(N)=0
9245 BN(N)=0
9250 FOR I=1 TO 32
9255 AN(N)=AN(N)+(LAMA(I,N)+LAMA(I+1,N))*(PHI0(I+1)-PHI0(I))/2
9260 BN(N)=BN(N)+(LAMB(I,N)+LAMB(I+1,N))*(PHI0(I+1)-PHI0(I))/2
9265 NEXT I
9270 AN(N)=AN(N)/PI
9275 BN(N)=BN(N)/PI
9280 NEXT N
9285 PSI0=0
9290 RETURN
9888 PRINT
9889 PRINT ; ; " ** ** ** * * * * * * * * * "
9890 PRINT ; ; " * * * * * * * * * "
9891 PRINT ; ; " * * * * * * * * * "
9892 PRINT ; ; " * * * * * * * * * "
9893 PRINT ; ; " ** ** * * * * * * * * * "

```

## BIBLIOGRAPHIE

- Mécanique des fluides appliquée (tome 2).  
R. OUZIAUX et J. PERRIER.  
ed. DUNOD.
- Les variables complexes de (serie schaum).
- Mécanique des fluides (tome 1 et 2).  
COMOLET.
- Borrages mobiles et ouvrages de dérivation.  
(MAURICE BOUVARD).  
ed. EYROLLES.
- Manuel d'hydraulique générale.  
A. LENCASTRE.  
ed. EYROLLES.
- Compléments d'hydraulique. (deuxième partie).  
L. ESCANDE.  
ed. DUNOD.
- Pompes, ventilateurs, compresseurs, centrifuges et axiaux  
A. de KOVATS  
G. DSMUR. (ed. DUNOD)
- Mécanique des fluide (tome 2).  
E.A. BRUN.  
A. MARTINOT - LAGARDE.  
J. MATHIEU. (ed. DUNOD)
- Hydraulique  
Technique  
G. JAEGER (ed. DUNOD).

