

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

13/86  
1EX

وزارة التعليم و البحث العلمي  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT Hydraulique



**PROJET DE FIN D'ETUDES**

**S U J E T**

Contribution à l'étude des vortex.  
Etude experimentale des vortex  
de vidange dans une chambre  
rectangulaire.

Proposé par :

Mr. M. Bouache

Etudié par :

S. Mesbah  
M Djellouli

Dirigé par :

Mr. M Bouache

PROMOTION : Janvier 86

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT Hydraulique

المدرسة الوطنية المتعددة الفنون  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

Contribution à L'étude Des Vortex.  
Etude Experimentale Des Vortex De  
Vidange Dans Une Chambre  
Rectangulaire.

Proposé par :  
Mr. M.Bouache

Etudié par :  
S. Mesbah  
M. Djellouli

Dirigé par :  
Mr. M.Bouache

PROMOTION : Janvier 86

## DEDICACES

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

Je dédie ce modeste travail à :

- La mémoire de ma mère
- toute ma famille
- Tous mes amis.

Salah.

Je dédie ce modeste travail à :

- Mes parents
- Mes frères et soeurs
- Tous les amis.

MOKHTAR.

## REMERCIEMENTS

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

Nous tenons à exprimer notre profonde gratitude à M. BOUACHE pour le soutien constant et l'intérêt qu'il a porté à nos recherches et pour les conseils qu'il nous a donnés.

Nous saisissons également cette occasion, pour exprimer tous nos remerciements, à tous ceux qui ont contribué, de près ou de loin, à l'étude de ce projet.

# SYMBOLES ET UNITÉS

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

A :	aire d'une section	$m^2$
a :	constante	sans dimension
B, b :	constantes	" "
C :	Largeur d'alimentation	m
c :	constante	sans dim.
D :	diamètre	m
F :	Nombre de froude	sans dim.
g :	accélération de la pesanteur	$m \cdot s^{-2}$
H, H <sub>c</sub> :	Hauteur, Hauteur critique	m
h :	abaissement, profondeur d'un point	m
h <sub>1</sub> , h <sub>2</sub> :	hauteurs piézométriques	m
Δh :	différence des hauteurs piézométriques	m
K :	constante	sans dim
m :	Coefficient de débit	" "
p, p* :	pression, pression motrice	$N \cdot m^{-2}$
Q :	débit volumique	$m^3 \cdot s^{-1}$
Re <sub>r</sub> :	nombre de Reynolds radial	sans dim
r :	rayon	m
r <sub>c</sub> :	Coefficient de corrélation	sans dim
t :	temps	s
T :	température	°C
V <sub>z</sub> , V' <sub>z</sub> :	vitesse, accélération axiales	$m \cdot s^{-1}; m \cdot s^{-2}$
V <sub>r</sub> , V' <sub>r</sub> :	vitesse, accélération radiales	$m \cdot s^{-1}; m \cdot s^{-2}$
V <sub>θ</sub> , V' <sub>θ</sub> :	vitesse, accélération tangentiellles	$m \cdot s^{-1}; m \cdot s^{-2}$
V :	volume	$m^3$
W :	nombre de Weber	s. dim.
Z <sub>0</sub> , z :	côtes d'un point	m
ρ :	masse volumique	$Kg \cdot m^{-3}$
ν :	viscosité cinématique	$m^2 \cdot s^{-1}$
σ :	tension superficielle	$N \cdot m^{-1}$

$\Gamma$ :	circulation de vitesse . . . . .	$m^2 s^{-1}$
$\omega$ :	vitesse angulaire de rotation . . . . .	$s^{-1}$
$\bar{\omega}$ :	poïds spécifique . . . . .	$KG \cdot m^{-4} \cdot s^{-2}$
$\lambda$ :	échelle géométrique . . . . .	S. dim.
$\lambda_\nu$ :	échelle des viscosités . . . . .	S. dim.
$\lambda_\sigma$ :	echelle des tensions superficielles . . . . .	S. dim.
$\lambda_v$ :	echelle des vitesses . . . . .	S. dim.
$\theta$ :	Angle . . . . .	rd.

# TABLE DES MATIERES

	Pages
INTRODUCTION . . . . .	1
CHAP. I - ETUDE THEORIQUE .	
I.1 - mise en équation du problème . . . . .	3
I.2 - circulation des vitesses . . . . .	4
I.3 - constitution d'un vortex . . . . .	5
I.4 similitude des vortex . . . . .	8
CHAP II - ETUDE EXPERIMENTALE	
II.1 - Dispositif expérimental . . . . .	12
II.2 - Procédure expérimentale . . . . .	14
II.3 - Mesures expérimentales . . . . .	18
CHAP III - ANALYSE DIMENSIONNELLE DU PHENOMENE .	
III.1 - Grandeurs intervenant dans le phénomène . . . . .	27
III.2 - Nombre de produits adimensionnels . . . . .	28
III.3 - Calcul des produits adimensionnels . . . . .	29
CHAP IV - ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS	
IV.1 - Entités géométriques . . . . .	32
IV.2 - grandeurs dynamiques . . . . .	37
IV.3 - Coefficient de débit . . . . .	53
CONCLUSION . . . . .	57
 ANNEXE	
1 - Etalonnage du débitmètre . . . . .	58
2 - Variations du débit de vidange . . . . .	64

# INTRODUCTION

De nombreuses installations hydrauliques sont le siège, à la fois, d'un écoulement à surface libre et en charge. Des tourbillons peuvent se former, s'amplifier, et créer ainsi en un point de la surface libre, une sorte d'entonnoir ou VORTEX. Le cas échéant, un entrainement d'air se produit également dans la dépression centrale: C'est le vortex aéré. On note dans ce cas, une augmentation très rapide des vitesses de rotation au fur et à mesure qu'on se rapproche du centre du tourbillon (si l'on dispose à la surface du courant, assez loin à l'amont, un corps flottant, on le voit d'abord se déplacer assez lentement en direction de la zone tourbillonnaire puis il est pris dans la ronde, tourne de plus en plus vite en se rapprochant du centre, et brusquement, il se trouve véritablement aspiré vers le fond). Le phénomène de vortex se rencontre ordinairement lors de l'écoulement par les orifices (vidange de réservoirs, entrée de galerie en charge, écoulement sous une vanne, prise d'eau dans une retenue), ou simplement dans la bêche d'aspiration d'une station de pompage.

Dans certains cas particuliers, le phénomène de vortex est avantageux, dans d'autres il est nuisible et on cherche alors les moyens de l'éviter. Nous citerons tout d'abord le rôle favorable que peut jouer la formation d'un vortex intense à la tête amont d'une galerie souterraine en assurant l'évacuation des corps flottants charriés par les crues. De même dans le cas de l'écoulement des turbines, on sait qu'on cherche à diminuer le produit  $(rV_\theta)$  de la constante giratoire entre l'entrée et la sortie de la machine, car c'est précisément à la variation  $d(rV_\theta)$  de la constante





giratoire que correspond l'échange d'énergie entre la roue et la veine liquide qui la traverse. A cet effet, le mouvement giratoire à l'entrée de la roue grâce au distributeur. Par contre dans une pompe centrifuge, l'eau arrive sur la roue avec une vitesse radiale et une vitesse tangentielle nulle, et la roue lui imprime une vitesse de façon à créer à sa sortie une vitesse constante giratoire. A cet effet, la production d'un vortex aéré sous la tulipe du tuyau d'aspiration est très nuisible pour la pompe, notamment par les fluctuations de vitesses qui en résultent, et qui peuvent être à l'origine de différents effets tels que : baisse de rendement, vibrations du support, usures anormales, bruits... Dans le cas d'une vidange gravitaire par un orifice, on note une diminution du coefficient de débit.

La formation de vortex dépend de nombreux paramètres, notamment des conditions hydrauliques (débit, hauteur d'eau), des formes géométriques de l'installation (chambre de vidange, d'aspiration, position de l'orifice et la variation de son diamètre, de la largeur d'alimentation de la chambre...) et des conditions ambiantes.

L'expérience montre que le phénomène de vortex, a une double instabilité spatiale et temporelle. C'est un phénomène capricieux et particulièrement tenace : jusqu'à présent, il n'existe aucune théorie précise pouvant donner des formules simples, permettant des applications numériques à des cas concrets. seule la voie expérimentale permet l'étude approfondie. Notre travail a pour but d'étudier sur un modèle réduit, les conditions d'apparition du vortex, dans le cas d'une vidange gravitaire. L'étude porte particulièrement sur l'influence des caractéristiques géométriques (largeur d'alimentation, dimensions de l'orifice) et hydrauliques (débit et hauteur). L'importance relative de la viscosité, de la tension superficielle et des forces d'inertie a été examinée.

## ETUDE THEORIQUE

L'aspect théorique de ce problème a été abordé par plusieurs auteurs. Cependant en raison de l'extrême complexité des équations de Navier-Stokes, ces auteurs ont dû introduire dans leur calculs de nombreuses hypothèses simplificatrices.

Nous exposons, ici, les principaux résultats d'Anwar et Huon Li(9) qui ont dans ce but considéré, uniquement le cas d'un vortex de vidange d'une cuve cylindrique, par un orifice situé en son centre et admis notamment que :

- Le vortex est stable.
- Les vitesses d'entraînement du fluide dans l'orifice sont négligeables devant les vitesses de rotation.
- Le réseau d'écoulement est symétrique par rapport à l'axe du vortex

### I.1. MISE EN EQUATION DU PROBLEME :

soit un point quelconque  $M$  de l'écoulement déterminé par ses coordonnées  $(z, r, \theta)$  définies comme suit :

$z$  : cote par rapport à un plan de référence perpendiculaire à l'axe  $Z$  de rotation

$r$  et  $\theta$  : coordonnées polaires dans le Plan de cote  $z$ .

Les composantes de la vitesse en ce point sont :

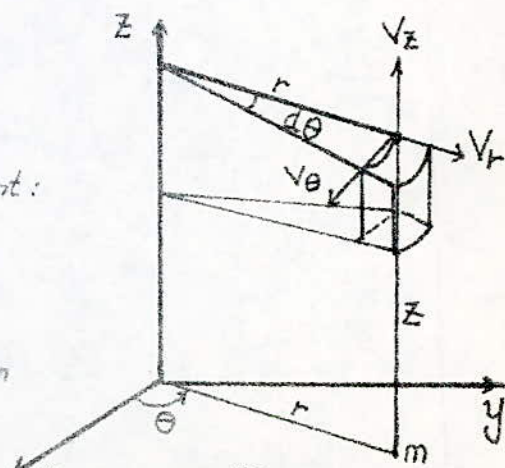
$V_z$  : suivant l'axe  $OZ$ .

$V_r$  : suivant le rayon vecteur.

$V_\theta$  : suivant la perpendiculaire au plan méridien du point  $M$ .

Les composantes de l'accélération sont :

$V'_z, V'_r$  et  $V'_\theta$



- Fig 1 -

Enfin  $\nu$  est la viscosité cinématique et  $\rho$  la masse spécifique  
L'équation de continuité dans le système de coordonnées  
cylindriques est :

$$\frac{\partial}{\partial r} (\rho r v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho r v_\theta) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho r v_z) + r \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

La masse spécifique  $\rho$  étant constante pour les fluides incom-  
pressibles, l'équation s'écrit en régime permanent :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

En introduisant les équations générales du mouvement :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} = F_r - v_r' + \frac{v_\theta^2}{r} + \nu \left[ \frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} - \frac{v_r}{r^2} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right].$$

$$\frac{1}{r} \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial \theta} = F_\theta - v_\theta' + \frac{v_r v_\theta}{r} + \nu \left[ \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta}{r^2} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} \right].$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} = F_z - v_z' + \nu \left[ \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right].$$

Dans ces relations,  $F_r$ ,  $F_\theta$ ,  $F_z$  sont les composantes  
suivant les directions caractéristiques des coordonnées  
cylindriques, de la force par unité de masse appliquée en  
un point tel que M, et P est la pression.

En remplaçant  $F_r$ ,  $F_\theta$  et  $F_z$  par leur valeurs, les 3 équations  
du mouvement deviennent :

$$v_r' - \frac{v_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial r} (P + \bar{\omega} h) + \nu \left[ \Delta v_r - \left( \frac{v_r}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right) \right]$$

$$v_\theta' + \frac{v_r v_\theta}{r} = -\frac{1}{r} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \theta} (P + \bar{\omega} h) + \nu \left[ \Delta v_\theta - \left( \frac{v_\theta}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right) \right]$$

$$v_z' = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} (P + \bar{\omega} h) + \nu \Delta v_z$$

$$\text{avec } \Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \text{ (équation de Laplace)}$$

## I.2. CIRCULATION DES VITESSES :

La circulation du vecteur vitesse  $\vec{v}$ , le long d'une  
courbe L, dont l'élément d'arc est  $dl$ , est donnée par

L'intégrale du produit scalaire  $\vec{v} \cdot d\vec{l}$  :

$$\Gamma = \int_L \vec{v} \cdot d\vec{l}$$

Pour une particule animée d'une vitesse tangentielle  $V_\theta$ , sur une circonférence de rayon  $r$ , autour de l'axe du vortex, la circulation est :

$$\Gamma = V_\theta \cdot 2\pi r$$

Pour une courbe fermée, cette circulation est constante :

$$\Gamma = V_\theta \cdot 2\pi r = \text{constante}$$

C'est à dire :  $r \cdot V_\theta = K$

$rV_\theta$  est la constante giratoire

on tire :  $V_\theta = \frac{K}{r}$ , donc sur l'axe ( $r=0$ ), la vitesse tangentielle est infinie, ce qui est physiquement impossible.

D'autre part, si on considère l'équation de Lagrange, pour un fluide non visqueux et un écoulement stationnaire :

$$H = z + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2g}$$

et qu'on fait intervenir la pression motrice

$$p^* = p + \rho g z$$

on a, là où  $V_\theta = 0$ ,  $p^* = p_\infty^*$ , d'où

$$H = \frac{p^*}{\rho} + \frac{v^2}{2g} = \frac{p_\infty^*}{\rho}$$

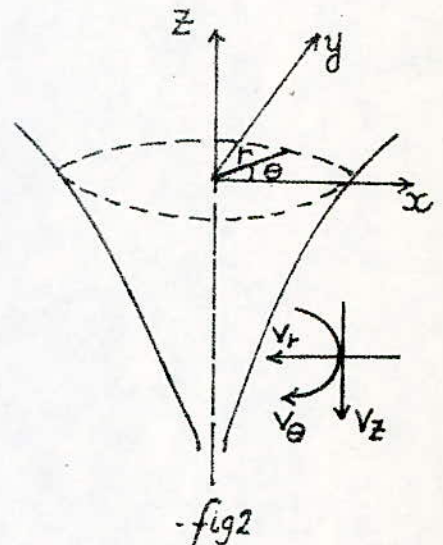
soit :

$$p^* = p_\infty^* - \frac{1}{2} \rho \frac{K^2}{r^2} \quad (\text{Pour } V_\theta = \frac{K}{r})$$

La pression en un point, qui diminue avec la distance à l'axe, devrait s'annuler pour une valeur de  $r$  et tendre vers  $(-\infty)$ . Nous nous heurtons encore ici à une impossibilité physique, et nous allons voir comment interpréter ces résultats

### I.3. CONSTITUTION D'UN VORTEX :

La forme de la méridienne de la surface libre et l'étude de la distribution des vitesses par la "Chromophotographie"



de particules d'aluminium en suspension, permet de mettre en évidence trois domaines distincts dans le liquide en rotation :

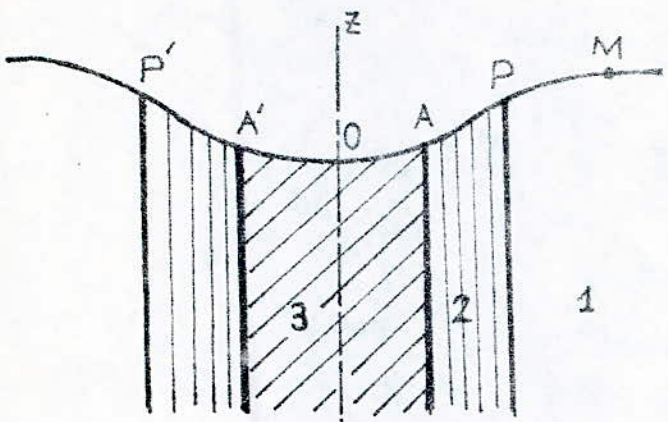


fig 3a.

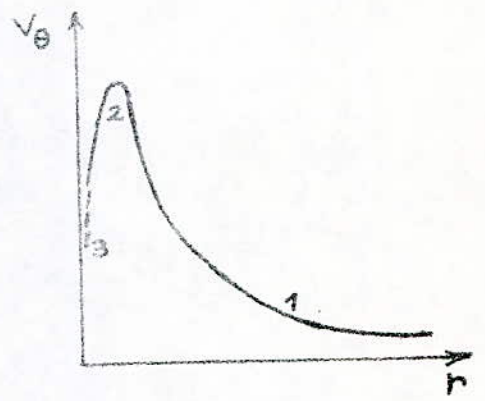


fig 3b

Dans le domaine 1 le plus éloigné de l'axe, l'écoulement est irrotationnel,  $v_\theta$  est inversement proportionnelle à  $r$  :  $v_\theta \cdot r = K$   
 La figure 3c, montre que les vitesses calculées et mesurées divergent lorsqu'on se rapproche de l'axe.

Pour calculer la forme de la surface libre, appliquons l'équation de Lagrange au point M situé à une distance  $r$  de l'axe, et à un point N très éloigné pour lequel la vitesse est nulle.

$$P_{atm} + \rho g z + \frac{\rho K^2}{2 \cdot r^2} = P_{atm} + \rho g z_0$$

$z_0 =$  côte du point N.

d'où :

$$z_0 - z = \frac{K^2}{2 g r^2}$$

La surface s'abaisse lorsqu'on

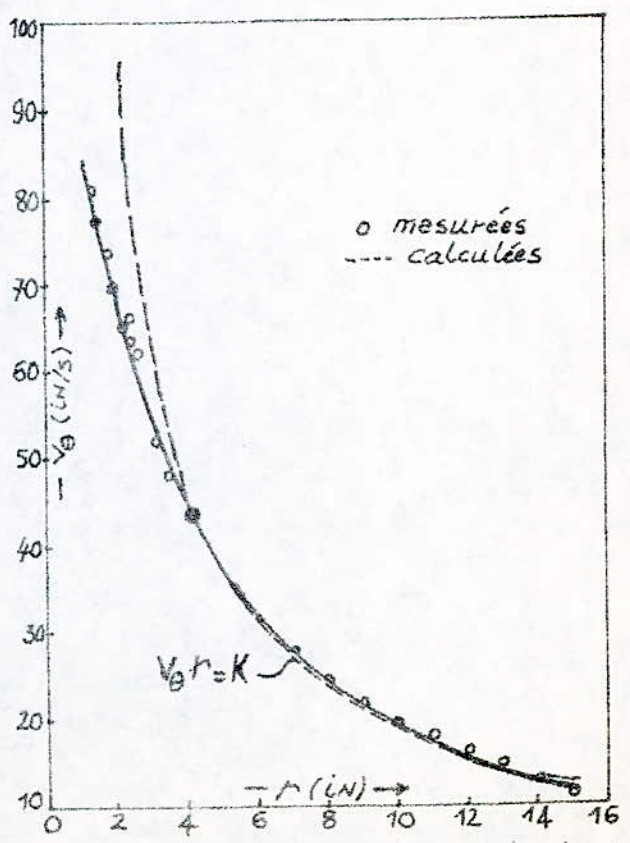


fig 3c - d'après H.O. ANWAR (1)

se rapproche de l'axe. Cet abaissement  $h = z_0 - z$  est donné par :  $h = \frac{\Gamma^2}{8 \cdot \pi^2 \cdot g \cdot r^2}$  (sachant que  $\Gamma = 2\pi K$ ).

Dans le domaine 3, le plus rapproché de l'axe, le liquide tourne comme un solide et la vitesse est proportionnelle à  $r$ :  
 $v_\theta = B \cdot r$ ,  $B$  constante

La forme OA, de la méridienne est arc de parabole, calculée en appliquant à un point l'équation de la statique :

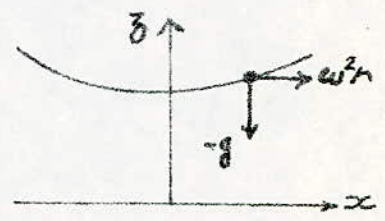
$$\frac{dP}{\rho} = X dx + Y dy + Z dz$$

avec  $X = \omega^2 r$  : force centrifuge pour l'unité de masse.  
 $Z = -g$  : force de gravité pour l'unité de masse.

on obtient :

$$\omega^2 \frac{r^2}{2} - gh = c$$

si les coordonnées du point sont  $(r, 0, h)$ .



Dans le domaine intermédiaire, la variation de la vitesse tangentielle passe par un maximum, et la méridienne de la surface libre est un arc raccordant les deux précédents et qui présente un point d'inflexion. En effet, les rotations ne peuvent résulter que d'actions tangentielles entre particules (frottement). Loin de l'axe,  $\frac{dv_\theta}{dr}$  est faible pour que la viscosité  $\nu$  n'intervienne pas, dans le domaine 2,  $\frac{dv_\theta}{dr}$  devient important et l'écoulement cesse d'être irrotationnel. Le taux de rotation augmente et atteint un maximum qu'il garde dans le domaine 3. On peut dire que ce dernier domaine se substitue à l'axe du vortex. La limite entre les domaines 1 et 3 est une zone où le passage du mouvement irrotationnel au mouvement rotationnel s'effectue progressivement. Si le vortex est aéré, ce mouvement est irrotationnel dans toute la masse du liquide. L'équation de la surface est :  $h = \frac{\Gamma^2}{8 \cdot \pi^2 \cdot g \cdot r^2}$ .

## I.4. SIMILITUDE DES VORTEX :

Le problème de la similitude des phénomènes de vortex est très complexe. L'impossibilité de mener à bien l'étude théorique du problème, pour la détermination des critères de similitude, réside, dans sa double instabilité. Cette difficulté ressort également du nombre important de paramètres susceptibles d'intervenir dans leur formation. L'analyse théorique ne pouvant permettre, d'une façon générale, les conditions géométriques à imposer à une chambre pour éviter la création des vortex, il est donc nécessaire de reproduire ces phénomènes sur modèle réduit. Toutefois, une difficulté apparaît immédiatement dans le choix de la similitude à respecter.

Plusieurs auteurs, parmi eux Quick, Allen et Taylor, préconisent l'égalité du nombre de Froude entre le modèle et le prototype. Denny suggère, quand à lui, le concept d'égalité des vitesses entre modèle et prototype. Haindl pour un modèle de cuve cylindrique, a montré que le début d'entraînement d'air obtient la meilleure identité des courbes en se basant sur l'égalité des nombres de Reynolds pour trois modèles étudiés. D'autres chercheurs préconisent, à la lumière des résultats d'expérimentation, le respect du nombre de Froude, avec la réalisation partielle d'une similitude de Reynolds : C'est le cas de Dagget et Keulegan (7) qui montrent que la viscosité, ne joue aucun rôle lorsque le nombre de Reynolds  $Q/\nu D$  est supérieur ou égal à  $2.5 \cdot 10^4$ . Mais pour Amphlett, cette limite est  $3 \cdot 10^4$  ... etc... On voit donc à la lumière de ces exemples, qu'aucune position n'est prise pour une similitude quelconque.

## I.4.1. PRINCIPAUX CRITERES :

9

Les nombres de Froude, de Weber et de Reynolds doivent intervenir dans la similitude.

En effet, la dépression initiale de la surface libre nécessite l'égalité des nombres de Froude, entre le modèle et le prototype (forces de gravités prépondérantes). Cependant, pour des dépressions notables du centre du vortex, l'expérience montre que les forces de tension superficielle ne peuvent être négligées. On tient compte de ces forces en respectant le nombre de Weber. De même la rotation en bloc de l'eau vers l'axe central du vortex et les conditions de vidange imposent, puisque les forces de viscosité prennent des valeurs non négligeables, le respect du nombre de Reynolds  $R$ . D'autre part l'influence de la circulation  $\Gamma$ , ne peut pas être négligée. Elle est caractérisée par le rapport  $\frac{VD}{\Gamma}$ , qui est proportionnel à la racine carrée de l'inverse du rapport des forces centrifuges aux forces d'inertie.

## I.4.2. IMPOSSIBILITE DE LA REALISATION D'UNE SIMILITUDE COMPLETE.

Une représentation en similitude complète d'un vortex sur modèle, paraît donc impossible, car elle nécessite le respect simultané des trois nombres  $R$ ,  $W$  et  $F$ . En fait, pour la réalisation d'essais sur modèle (à une échelle géométrique  $\lambda$  donnée), outre une modification de la vitesse d'écoulement, on peut introduire une variation des caractéristiques physiques du liquide utilisé. ( $\nu, \rho, \sigma, \dots$ ). Ces modifications peuvent être obtenues par variation de la température, ou le changement de la nature



du corps.

Le respect simultané des nombres de  $Fr$  et  $Re$  peut être obtenu par la modification de la viscosité.

on a dans ce cas pour un point du modèle :

$$Fr_1 = \frac{g \cdot L_1}{V_1^2}$$

et dans le point homologue du prototype :

$$Fr_2 = \frac{g \cdot L_2}{V_2^2}$$

de l'égalité de ces deux nombres, on tire :

$$\lambda_g \cdot \lambda_L = \lambda_V^2$$

$$\text{où } \lambda_L = \frac{L_1}{L_2} \quad \text{et} \quad \lambda_V = \frac{V_1}{V_2}$$

L'accélération de la pesanteur ne pouvant être changée :

$$\lambda_g = 1$$

la relation devient :

$$\lambda = \lambda_V^2$$

d'autre part l'égalité des nombres de Reynolds entre le modèle et le prototype, se traduit par la relation :

$$\lambda_V \cdot \lambda = \lambda_\nu$$

sachant que :  $\lambda = \lambda_V^2$ , on a finalement :

$$\lambda^3 = \lambda_\nu^2$$

De la même manière, le respect des nombres de Froude et Weber conduit à la relation :

$$\lambda^2 = \frac{\lambda_\sigma}{\lambda_\rho}$$

or dans la pratique, on utilise souvent de l'eau sur

Le modèle et le prototype, c'est à dire  $\lambda_D = 1$ ,  
 d'où il résulte :  $\lambda = 1$ , autrement dit le modèle  
 est identique au prototype, il est donc pratiquement  
 impossible de réaliser des essais sur modèle réduit  
 permettant de satisfaire simultanément aux conditions  
 posées.

Il est donc nécessaire de déterminer l'ordre d'importance  
 relatif des forces qui interviennent dans le phénomène  
 de manière à pouvoir négliger les plus faibles.

L'ordre d'importance de ces forces, dépend du but  
 recherché, c'est à dire, du critère de comparaison utilisé

On peut adapter par exemple :

- conditions de formation de la première depression
- fréquences et durées des vortex
- conditions du début d'entraînement d'air.

Il semble le plus souvent judicieux, d'adopter le second  
 critère. En effet, il présente, l'avantage de fournir le  
 seuil de formation du vortex, qui conditionne en pratique  
 le bon fonctionnement d'une installation.

## CHAPITRE II

### ETUDE EXPERIMENTALE

#### II.1. DISPOSITIF EXPERIMENTAL :

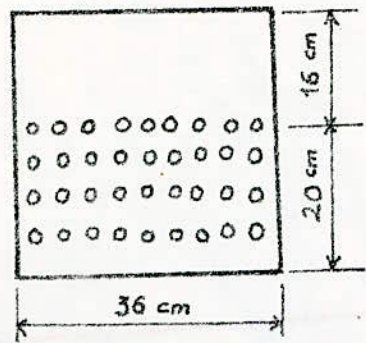
Le modèle a été réalisé en plexiglas. L'échelle géométrique est  $\lambda = 0.6$  par rapport à un modèle plus grand. La figure montre une vue du montage, il est composé :

- D'une chambre d'arrivée reliée à une prise permettant de régler le débit d'alimentation à l'aide d'un débitmètre déjà étalonné.
- Une chambre d'expérimentation alimentée par une face latérale perforés (celle-ci jouant aussi le rôle de tranquillisateur). Un cloisonnement permet de faire varier la largeur d'entrée de façon à modifier l'intensité du vortex, par variation de la valeur initiale de la circulation, à l'entrée de la chambre.

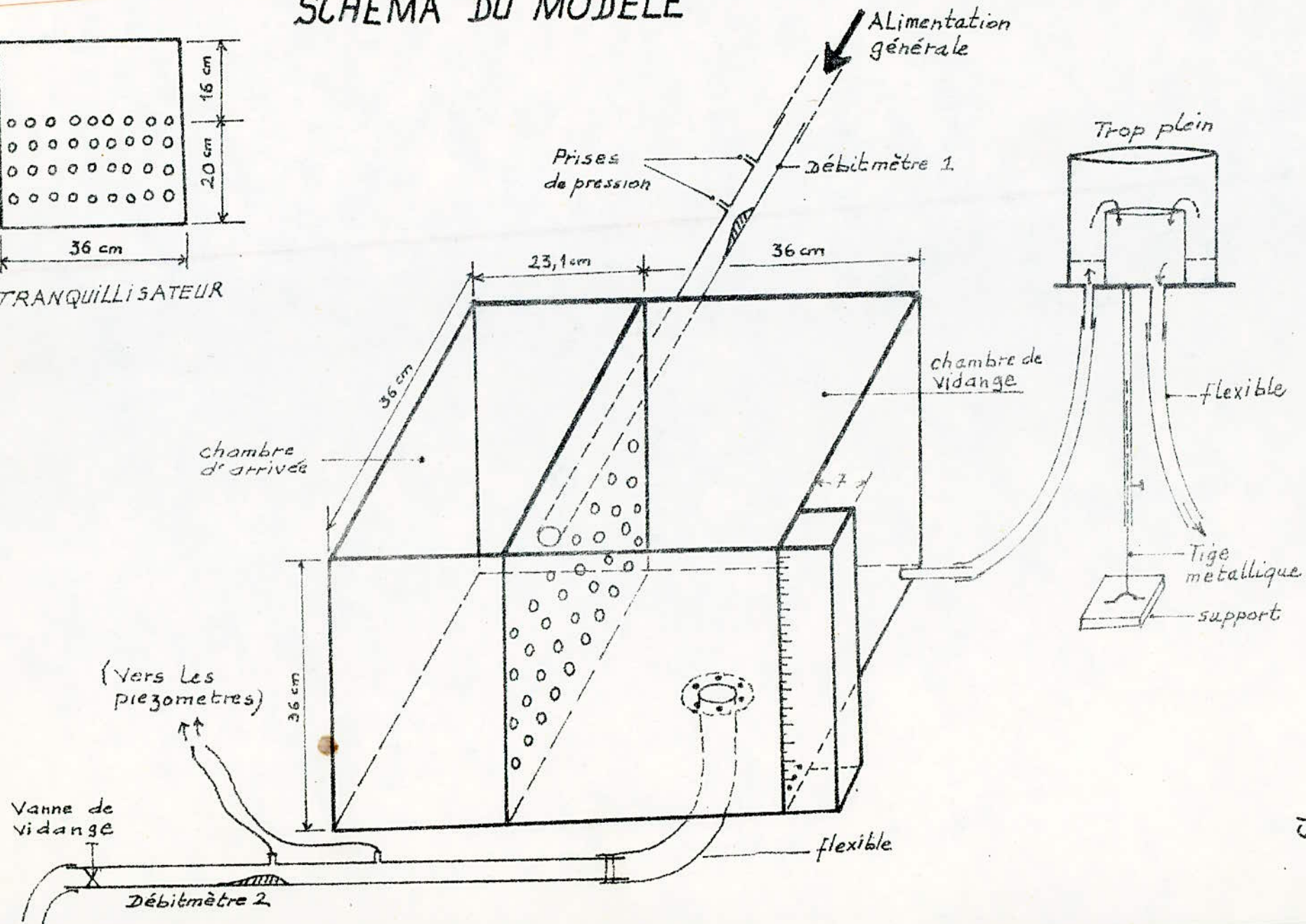
La base de chambre est percée en son centre d'un orifice. des diamètres différents peuvent s'y adapter grâce à une plaquette solidaire, munie de boulons et d'un joint d'étanchéité. L'eau s'écoulant par cet orifice passe à travers un deuxième débitmètre, relié à un manomètre et possédant à son extrémité une vanne pour le contrôle du débit de vidange.

- Un trop plein circulaire pouvant coulisser sur une tige métallique. il est relié, par un tuyau flexible à la

# SCHEMA DU MODELE



TRANQUILLISATEUR



chambre d'expérimentation et servira à faire varier la hauteur d'eau.

- Un réservoir extérieur, collé sur l'une des parois de la chambre, et faisant vase communicant avec celle-ci grâce à de petits trous pratiqués, très bas, sur la dite paroi. Il permet de mesurer la hauteur d'eau dans la chambre

II.2. PROCEDURE EXPERIMENTALE :

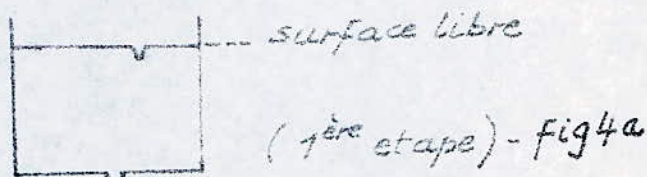
Après avoir choisi le diamètre de l'orifice et la largeur d'alimentation de la chambre, nous fixons un débit d'arrivée, en ouvrant la vanne d'alimentation (la vanne de vidange étant fermée), La valeur de la dépression  $\Delta h_1$ , lue sur le manomètre permet de déduire, moyennant la courbe d'étalonnage, la valeur du débit. Pendant ce temps, le trop plein est maintenu dans sa position la plus haute. La réalisation du régime permanent est obtenue par ouverture de la vanne de vidange, en ajustant le débit sortant, par la lecture de la dépression  $\Delta h_2$  sur le deuxième manomètre.

Après la stabilisation des niveaux dans les deux chambres on fait coulisser graduellement le trop plein. A mesure que le niveau baisse, on suit l'évolution du vortex, depuis sa naissance (légère dépression) jusqu'à son aération (cône ouvert et aspirant continuellement de l'air). Les six étapes, préalablement choisies et déterminées après plusieurs observations et mesures, se resument comme suit :

Première étape :

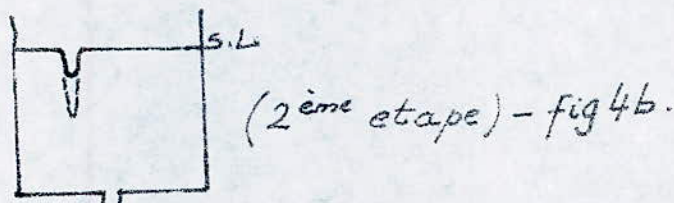
On assiste à la formation de la première

depression. Elle est très intermittente et très instable : elle apparaît, puis disparaît juste aussitôt pour réapparaître (20 ou 30 secondes après) à un autre endroit de la surface libre. D'autre part la depression est peu profonde et son diamètre ne dépasse guère 1 cm.



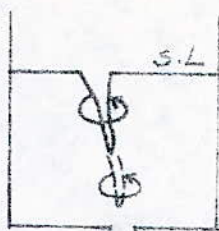
Deuxième étape :

Les déformations deviennent plus prononcées. elles sont aussi très instables, mais moins intermittentes. on remarque de temps à autre que le cône de depression a tendance à s'étirer. la profondeur de cet étirement et le diamètre de l'entonnoir varient d'un débit à un autre.



Troisième étape :

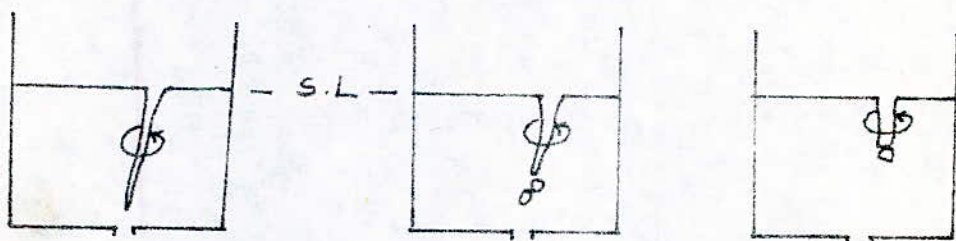
A ce stade, un filament tourbillonnaire très fin apparaît. Il s'étire presque jusqu'à l'entrée de l'orifice, et rejoint très vite la surface libre, pour reprendre la deuxième forme (2ème étape). Toutefois cet étirement n'occasionne pas un vortex aérié. Le phénomène est instable et intermittent.

(3<sup>ème</sup> étape) - fig 4c

### Quatrième étape :

Le phénomène devient moins intermittent : s'il disparaît, il réapparaît quelques instants après (10 à 15 sec). Par contre, il est toujours instable (ne réapparaît pas au même endroit).

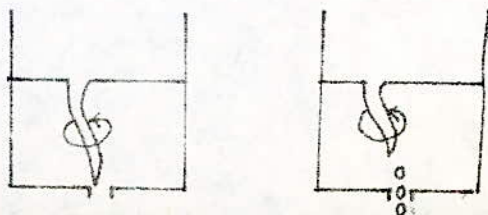
Chaque fois qu'il y a un retraitement du filamment vers la surface, des bulles d'air se détachent du cône de depression. celles-ci restent suspendues un moment, puis elles le rejoignent rapidement. Le vortex n'est pas aéré dans ce cas.



- fig 4d

### Cinquième étape :

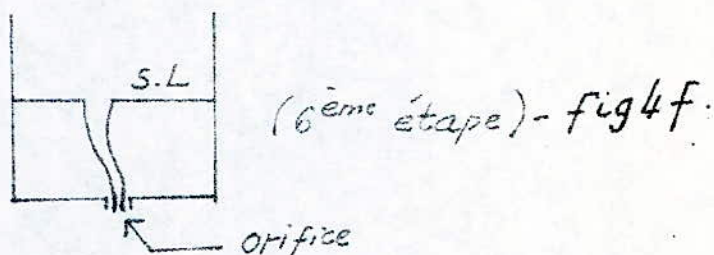
Le filament tourbillonnaire atteint par moments l'orifice de vidange. ceci provoque un entrainement intermittent d'air (Aspiration de quelques bulles qui se détachent du cône).



- fig 4e

## Sixième étape :

C'est l'étape critique : début d'une aération constante du vortex. L'entonnoir est très ouvert et le cône de dépression est enfoncé dans l'orifice. On note par ailleurs, des fluctuations de hauteur dans les piézomètres (réduction du débit).



Les mesures consistent à noter pour chaque étape observée, la hauteur  $H$  (cm) correspondant à son début d'apparition. L'opération est renouvelée pour d'autres débits.

## Remarque :

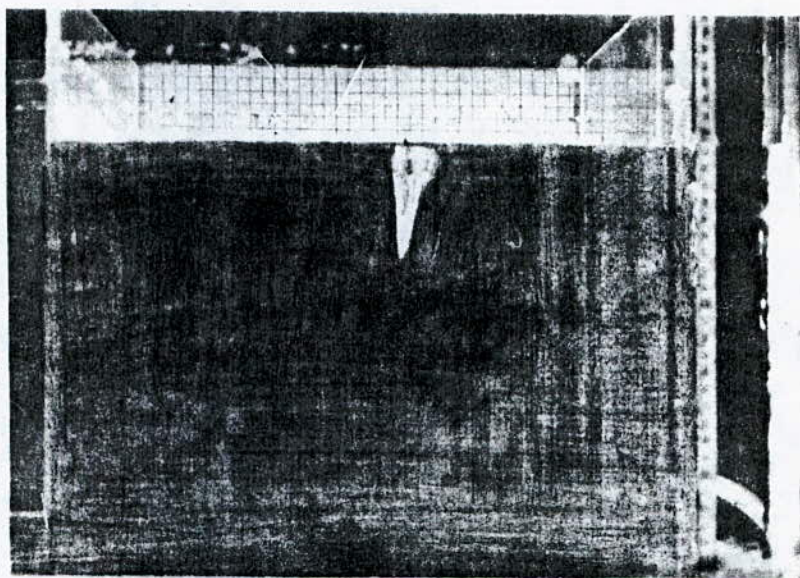
Au cours de chaque opération le débit est supposé constant : Cette procédure permet de contrôler le vortex à différentes hauteurs, et offre un moyen de vérification des mesures. (Les variations du débit en fonction de la hauteur sont négligeables - voir Annexe).

La deuxième méthode, qui consiste à relever pour chaque débit la hauteur correspondante, a été écartée car les résultats se présentent sous forme d'un nuage de points se prêtant mal à l'interprétation.

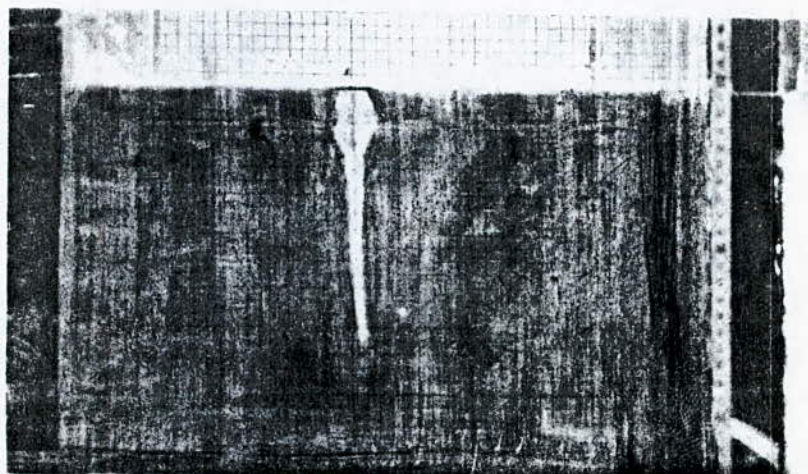




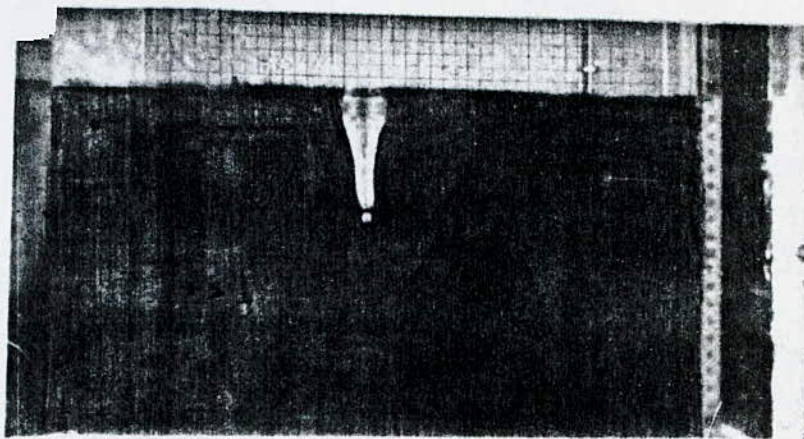
- faible dépression.



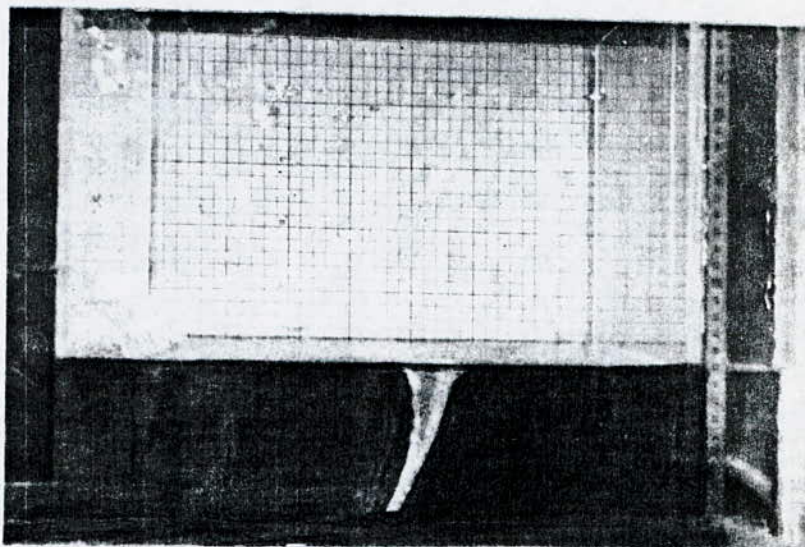
- Dépression prononcée.



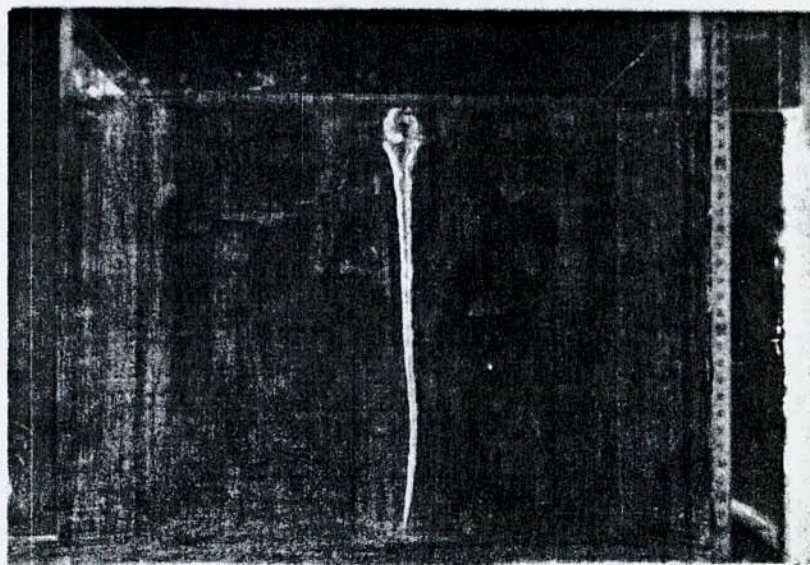
- filament tourbillonnaire identifié à la troisième étape (Hauteur  $H_3$ )



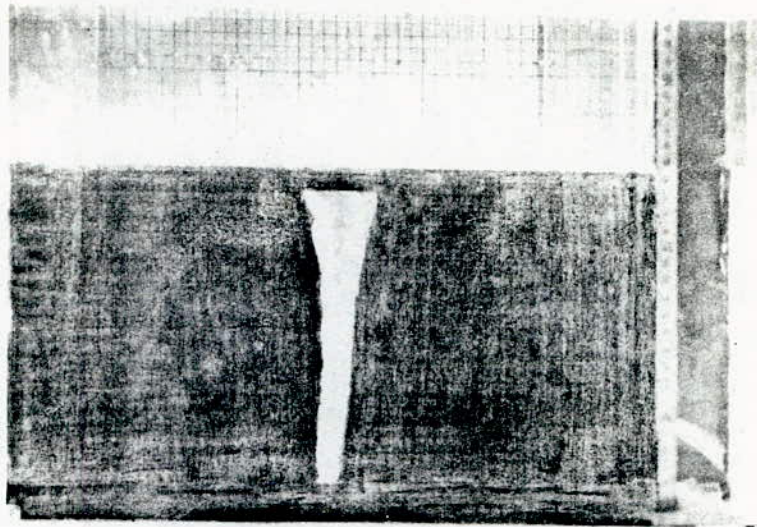
- Retirement du filament et détachement de bulles.



- Vortex aéré (Largeur d'alimentation  $c = 36\text{cm}$ )



- Vortex aspirant de l'air par intermittence.  
(Largeur d'alimentation  $c = 18\text{cm}$ )



- Vortex aspirant continuellement de l'air.  
(Largeur d'alimentation  $c = 18$  cm)

## II.3. MESURES EXPERIMENTALES

Première série :

Largeur d'alimentation de la chambre  $C=36$  cm

Diamètre de l'orifice de vidange  $D=4.2$  cm

Les résultats des mesures sont rassemblés dans le tableau suivant :

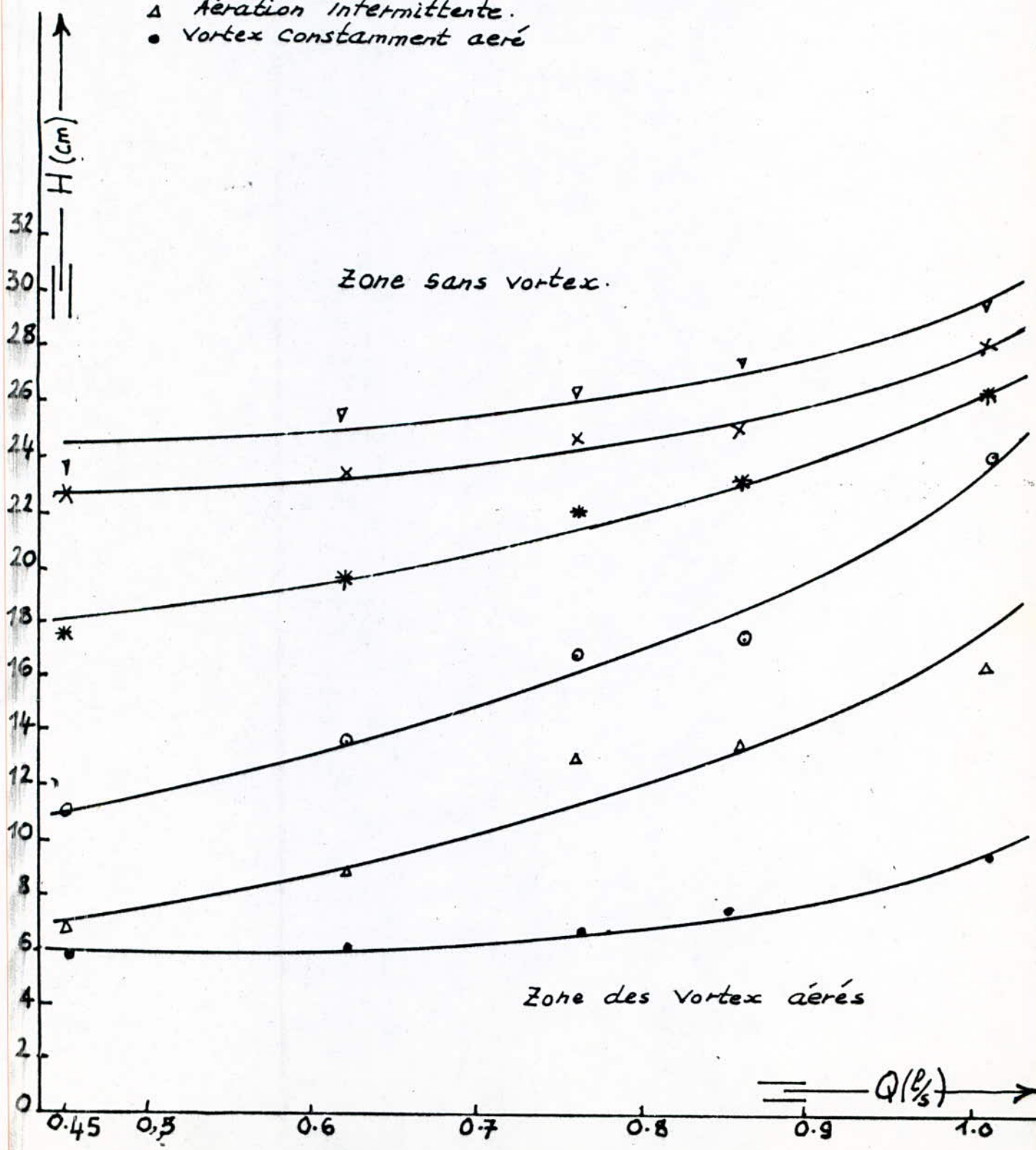
$\Delta h_1$ (cm)	$\Delta h_2$ (cm)	Q (l/s)	$H_1$ (cm)	$H_2$ (cm)	$H_3$ (cm)	$H_4$ (cm)	$H_5$ (cm)	$H_c$ (cm)	$T^\circ$ (°C)
6,9	47	1,11	29,5 (28,4)	28,2 (27,1)	26,4 (25,6)	24 (23,6)	16,5 (16,8)	9,3 (8,6)	16
4,1	27	0,86	27,4 (26,8)	25 (25,6)	23,3 (22,7)	17,4 (16,1)	13,8 (12,6)	7,50 (6,9)	"
3,1	21	0,76	26,4	24,8	22,2	17	13,3	6,7	"
2	14	0,62	25,7	23,6	19,8	13,8	9,1	6,1	"
1,1	7,2	0,45	23,7	22,8	17,6	11,2	7	5,8	"

Les hauteurs mentionnées entre parenthèses résultent d'une deuxième mesure, effectuée dans le but de déterminer l'erreur commise pour la détermination de chaque étape. Au vu de l'erreur maximale relevée ( $\Delta H=1,3$  cm), on admet que la précision de mesure est acceptable, vu le caractère aléatoire du phénomène.

La variation de la hauteur en fonction du débit de vidange, pour toutes les étapes, est portée sur la figure 5

fig5- Hauteur H en fonction du débit Q pour D=4.2cm  
C= 36 cm

- ▽ Apparition de la première dépression
- x dépression prononcée
- \* Apparition d'un filament tourbillonnaire
- détachement de bulles - vortex non aéré
- △ Aération intermittente.
- vortex constamment aéré



## Deuxième Série :

Diamètre de l'orifice  $D = 4.2 \text{ cm}$ Largeur d'alimentation  $C = 18 \text{ cm}$ 

Du fait que le modèle n'est pas assez grand, on ne peut observer, dans ce cas, que quelques unes des étapes déjà citées.

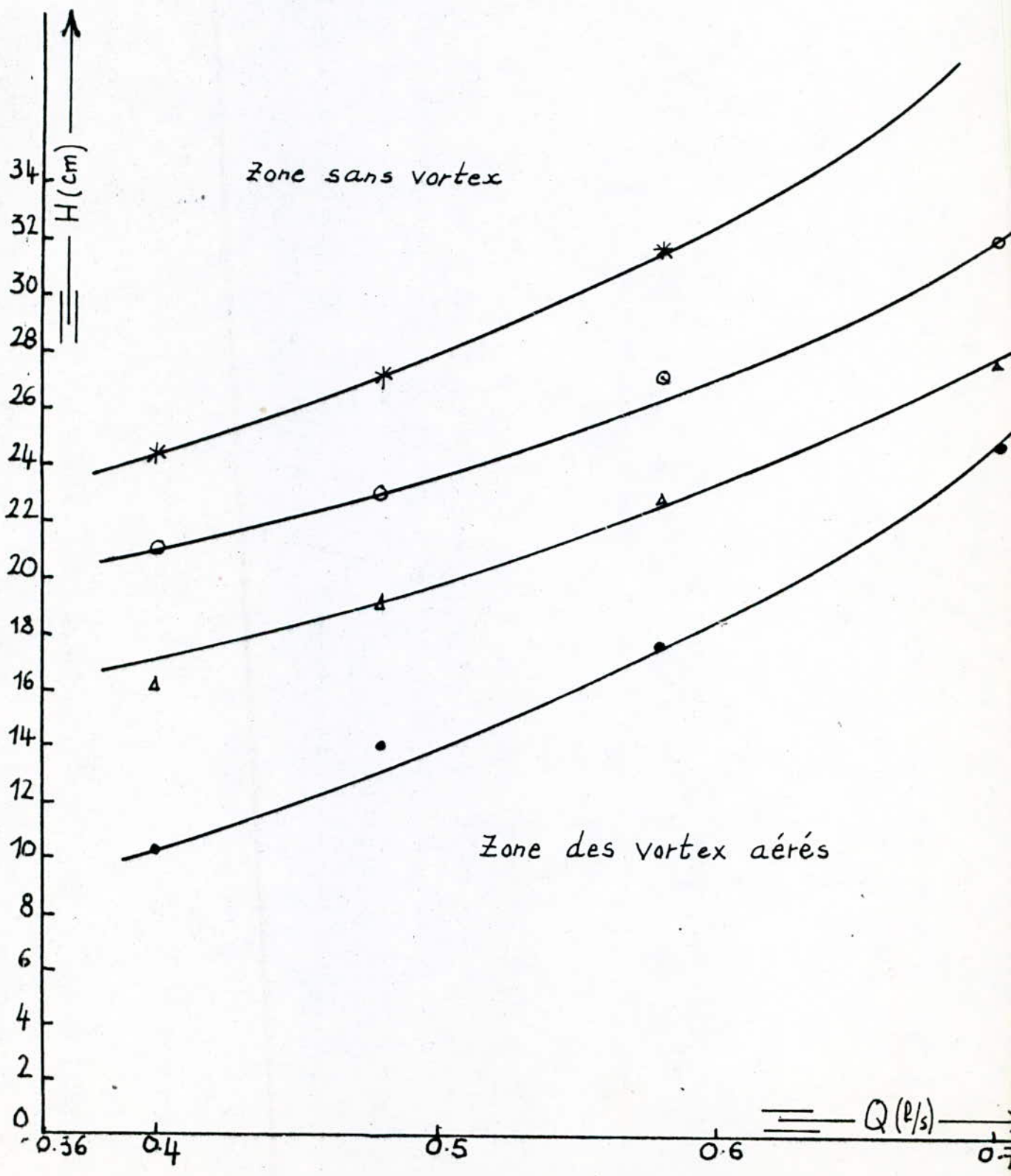
De plus lorsque le vortex est aéré, le filament tourbillonnaire est rectiligne, et profondément enfoncé dans l'orifice de vidange.

Les résultats interprétés par les courbes de la figure 6 sont rassemblés dans le tableau suivant :

$\Delta h_1$ (cm)	$\Delta h_2$ (cm)	Q (l/s)	$H_2$ (cm)	$H_3$ (cm)	$H_4$ (cm)	$H_5$ (cm)	$H_c$ (cm)	$T^\circ$ (°C)
1	5,8	0,40	29,1	24,4	21	16,4	10,2	17
1,4	8,4	0,48	32,1	27,2	23	19,4	14,1	"
2	12	0,58	/	31,8	27,2	23	17,8	"
2,8	18	0,70	/	/	31,8	27,8	25	"

fig6. Hauteur H en fonction du debit Q pour  $D=4,2\text{cm}$   
 $C=18\text{cm}$

- \* Apparition d'un filament tourbillonnaire.
- détachement de bulles - Vortex non aéré.
- △ Aération intermittente
- Vortex constamment aéré.



Troisième Serie :

Diamètre de l'orifice  $D = 2,6 \text{ cm}$

Largeur d'alimentation de la chambre  $C = 36 \text{ cm}$

Les étapes relevées sont celles de la première serie. Cependant les profondeurs des étirements et les diamètres de l'entornoir ne sont pas les mêmes.

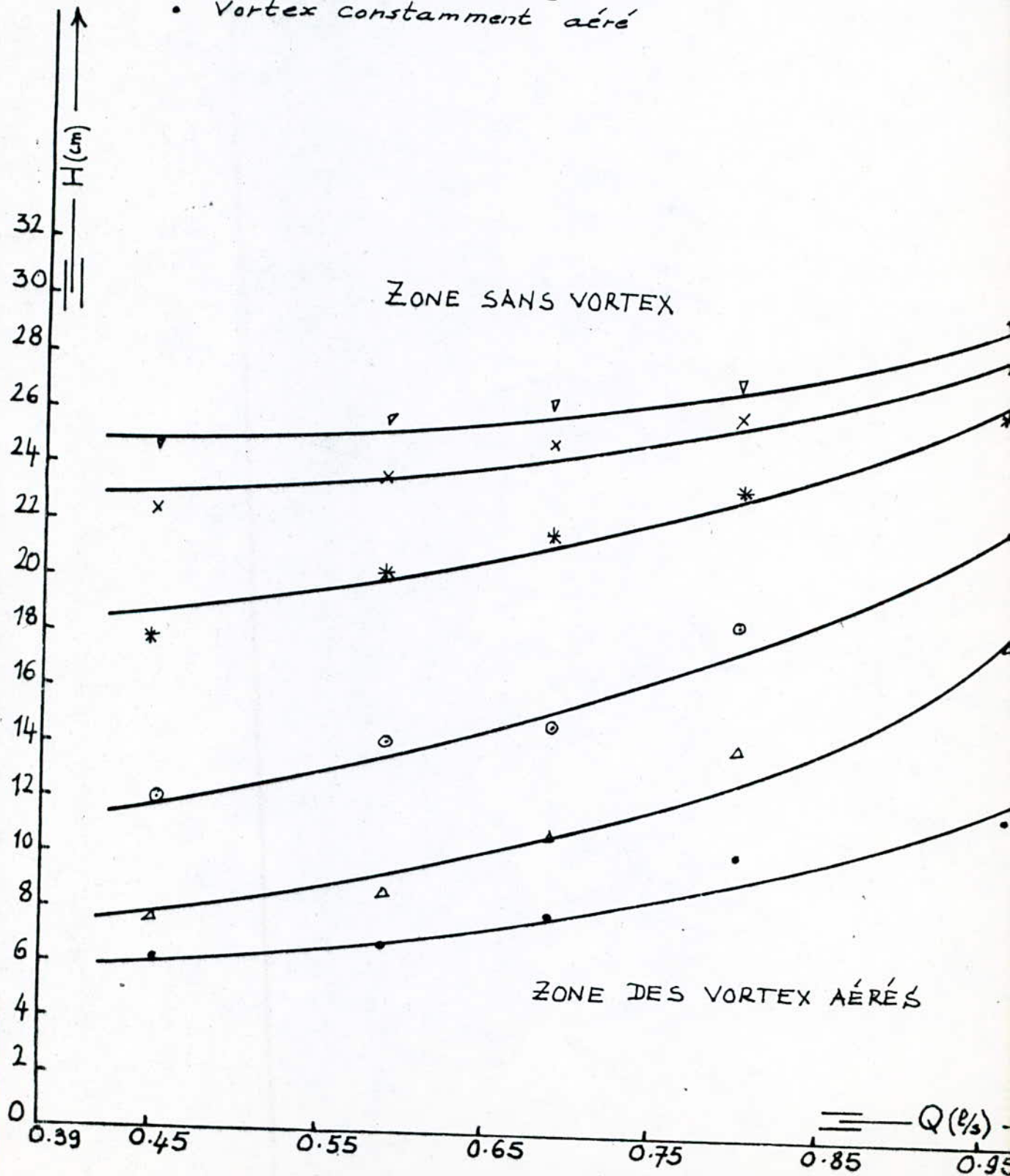
résultats des mesures :

$\Delta h_1$ (cm)	$\Delta h_2$ (cm)	Q (l/s)	$H_1$ (cm)	$H_2$ (cm)	$H_3$ (cm)	$H_4$ (cm)	$H_5$ (cm)	$H_c$ (cm)	T (°C)
1,1	7,2	0,45	24,8	22,4	18	12	7,9	6,3	17
2	12,5	0,58	25,7	23,8	20,2	14,2	8,8	6,8	"
2,5	16,5	0,68	26,4	25,4	22,8	14,8	11	8	"
3,4	23	0,80	27,1	26	23,6	18,5	14,1	10,3	"
5,0	34	0,96	29,4	28	26,4	22,0	18,7	11,5	"



fig7- Hauteur H en fonction du debit Q pour  $D=2,6\text{cm}$   
 $C=36\text{cm}$

- ▽ Apparition de la première depression
- x Depression prononcée
- \* Apparition d'un filament tourbillonnaire
- Detachement de bulles - vortex non aéré
- △ Aération intermittente
- Vortex constamment aéré



Quatrième série :

Largeur d'alimentation de la chambre  $C = 18 \text{ cm}$

Diamètre de l'orifice  $D = 2,6 \text{ cm}$

Pour toutes les étapes observées, l'aspect vrillé filament tourbillonnaire est moins visible.

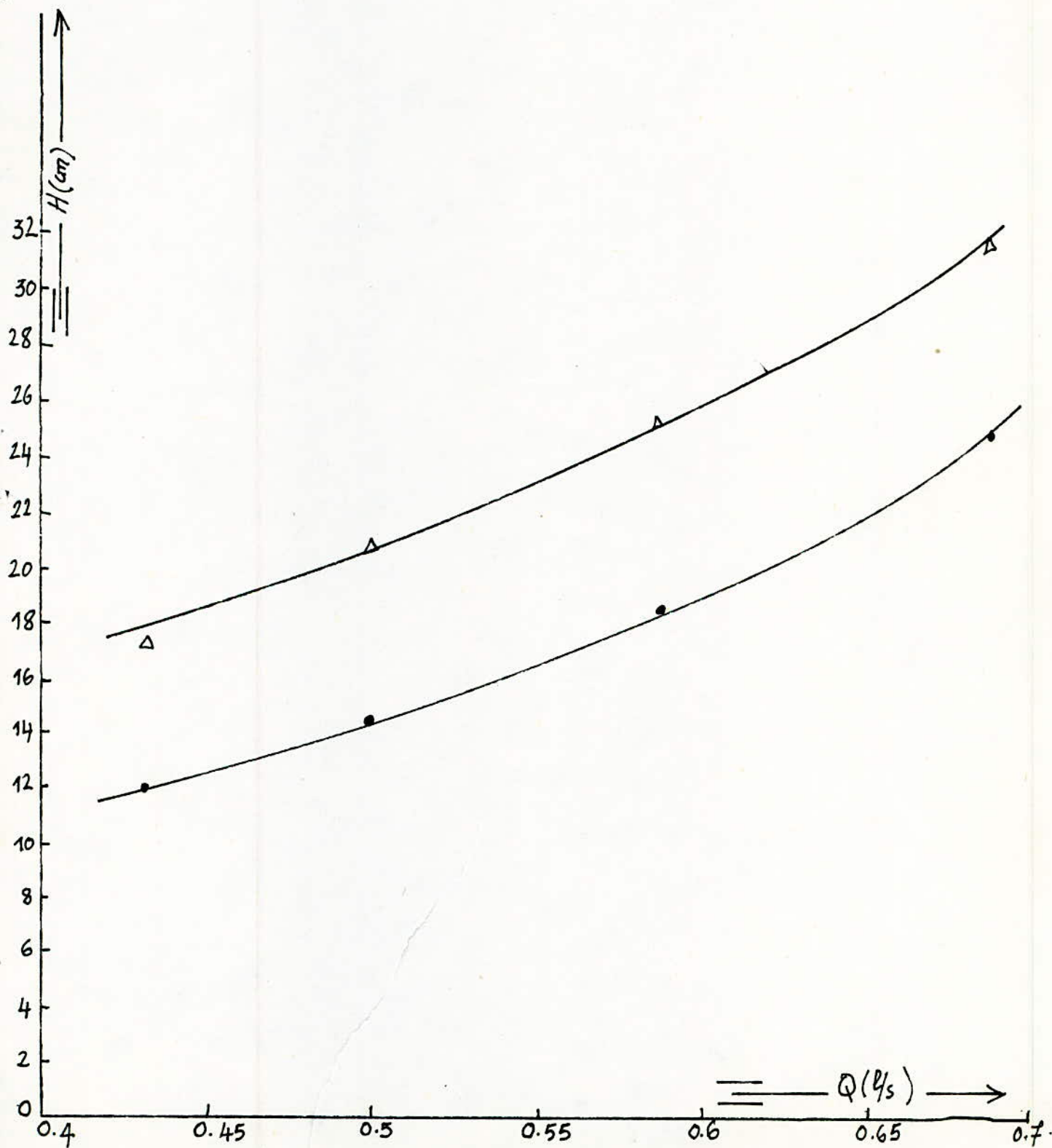
La sixième étape se caractérise par un filament profondément enfoncé dans l'orifice

Les résultats des mesures sont rassemblés dans le tableau ci-dessous, et sont représentés sur la figure 8

$\Delta P_1$ (cm)	$\Delta P_2$ (cm)	Q (l/s)	$H_3$ (cm)	$H_4$ (cm)	$H_5$ (cm)	$H_c$ (cm)	T (°C)
1,1	6	0,43	29,5	22	17,1	12	17
1,5	9	0,50	/	/	21,1	14,4	"
2	12,5	0,58	/	/	25,4	18,4	"
2,7	16,5	0,68	/	/	31,6	24,9	"

fig 8 - Hauteur  $H$  en fonction du débit  $Q$  pour :  $D = 2.6 \text{ cm}$   
 $C = 18 \text{ cm}$

- $\Delta$  : Aération intermittente.
- $\bullet$  : vortex constamment aéré



## Remarque sur la présentation des résultats :

Nous avons représenté pour chaque série de mesure, l'ensemble des courbes représentant  $H$  en fonction de  $Q$ , depuis la dépression jusqu'à l'aération. (cette représentation découle de la procédure envisagée) Elle nous donne l'avantage de contrôler le vortex avant sa dernière étape.

Sur l'ensemble des mesures, nous avons pu remarquer que :

- Pour un faible diamètre, l'aération est obtenue pour des hauteurs élevées
  - pour une alimentation dissymétrique de la chambre le nombre d'étapes se restreint, il s'ensuit une augmentation de la région des vortex dangereux (aérés)
- Par ailleurs, la variation du débit, du diamètre et de la largeur  $c$ , entraîne une variation, du diamètre de l'entonnoir, de la grosseur du filament tourbillonnaire et de l'intensité du vortex.

Il faut signaler aussi que la rotation est la même dans tous les cas : elle se fait dans le sens trigonométrique.

# CHAPITRE III

## ANALYSE DIMENSIONNELLE

### DU PHENOMENE

#### III.1. GRANDEURS INTERVENANT DANS LE PHENOMENE :

Nous considérons trois sortes de paramètres conditionnant la formation de vortex dans notre cas:

- Paramètres géométriques .
- paramètres hydrauliques .
- paramètres physiques .

Ces facteurs sont rassemblés , avec leurs symboles et unités , dans le tableau suivant :

Grandeurs	Symboles	Dimensions
Largeur d'alimentation	C	L
Diametre de l'orifice	D	L
Hauteur d'eau	H	L
Débit volumique	Q	$L^3 T^{-1}$
masse spécifique	$\rho$	$ML^{-3}$
Accélération de la pesanteur	g	$LT^{-2}$
Viscosité cinématique	$\nu$	$L^2 T^{-1}$
Tension superficielle	$\sigma$	$MT^{-2}$

La relation fonctionnelle entre les variables est

$$f(C, D, Q, H, P, g, v, \sigma) = 0$$

### III.2. NOMBRE DE PRODUITS ADIMENSIONNELS :

En disposant les dimensions et les variables suivant un tableau, on obtient une matrice appelée matrice dimensionnelle :

	C	D	H	Q	P	g	v	$\sigma$
M	0	0	0	0	1	0	0	1
L	1	1	1	3	-3	1	2	0
T	0	0	0	-1	0	-2	-1	-2

Ceci veut dire que C, D et H sont des longueurs (L) et les dimensions de Q sont  $L^3 T^{-1}$  etc...

Le nombre de produits adimensionnels est égal au nombre de variables, moins le rang du tableau ci-dessus.

Le tableau contient, au moins, un déterminant d'ordre 3, non nul :

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 3 & -3 & 1 \\ -1 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 5 \neq 0$$

donc le rang est  $r=3$ , et le nombre de produits adimensionnels est  $N_{\pi} = 8-3=5$

on doit alors calculer 5 produits, reliés par la relation :

$$f(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5) = 0$$

### III.3. CALCUL DES PRODUITS ADIMENSIONNELS :

La méthode de détermination des paramètres  $\pi$  consiste à choisir des grandeurs composées de dimensions fondamentales (M, L, T), et à les utiliser comme variables répétées, chaque fois avec une variable et pour chacun des  $\pi$ .

Variables répétées : Q, D et  $\rho$

Le choix de D comme paramètre de base est justifié puisque c'est la grandeur caractéristique de la vidange. Tandis que Q et  $\rho$  décrivent respectivement la dynamique du système et la nature du fluide utilisé.

$$\pi_1 = Q^{x_1} \cdot D^{y_1} \cdot \rho^{z_1} \cdot C = (L^3 T^{-1})^{x_1} \cdot (L)^{y_1} \cdot (ML^{-3})^{z_1} \cdot L = M^0 L^0 T^0$$

$$\pi_2 = Q^{x_2} \cdot D^{y_2} \cdot \rho^{z_2} \cdot H = (L^3 T^{-1})^{x_2} \cdot (L)^{y_2} \cdot (ML^{-3})^{z_2} \cdot L = M^0 L^0 T^0$$

$$\pi_3 = Q^{x_3} \cdot D^{y_3} \cdot \rho^{z_3} \cdot g = (L^3 T^{-1})^{x_3} \cdot (L)^{y_3} \cdot (ML^{-3})^{z_3} \cdot LT^{-2} = M^0 L^0 T^0$$

$$\pi_4 = Q^{x_4} \cdot D^{y_4} \cdot \rho^{z_4} \cdot \nu = (L^3 T^{-1})^{x_4} \cdot (L)^{y_4} \cdot (ML^{-3})^{z_4} \cdot L^2 T^{-1} = M^0 L^0 T^0$$

$$\pi_5 = Q^{x_5} \cdot D^{y_5} \cdot \rho^{z_5} \cdot \sigma = (L^3 T^{-1})^{x_5} \cdot (L)^{y_5} \cdot (ML^{-3})^{z_5} \cdot MT^{-2} = M^0 L^0 T^0$$

$$1^\circ / L : 3x_1 + y_1 - 3z_1 + 1 = 0$$

$$M : z_1 = 0$$

$$T : -x_1 = 0, \text{ d'où } y_1 = -1 \text{ et } \pi_1 = \frac{C}{D}$$

$$2^\circ / L: 3x_2 + y_2 - 3z_2 + 1 = 0$$

$$M: z_2 = 0$$

$$T: -x_2 = 0, \text{ d'où } y_2 = -1 \text{ et } \pi_2 = \frac{H}{D}$$

$$3^\circ / L: 3x_3 + y_3 - 3z_3 + 1 = 0$$

$$M: z_3 = 0$$

$$T: -x_3 - 2 = 0$$

$$x_3 = -2, y_3 = 5, z_3 = 0 \text{ et } \pi_3 = \frac{g \cdot D^5}{Q^2}$$

$$4^\circ / L: 3x_4 + y_4 - 3z_4 + 2 = 0$$

$$M: z_4 = 0$$

$$T: -x_4 - 1 = 0$$

$$x_4 = -1, y_4 = +1, z_4 = 0, \text{ d'où } \pi_4 = \frac{D \cdot V}{Q}$$

$$5^\circ / L: 3x_5 + y_5 - 3z_5 - 1 = 0$$

$$M: z_5 + 1 = 0$$

$$T: -x_5 - 2 = 0$$

$$x_5 = -2, y_5 = 3, z_5 = -1, \text{ et } \pi_5 = \frac{D^3 \cdot \sigma}{Q^2 \cdot \rho}$$

Conformément à l'usage, il convient de prendre l'inverse de certains éléments, soit :

$$f_1 \left( \frac{C}{D}, \frac{H}{D}, \frac{Q^2}{gD^5}, \frac{Q}{V \cdot D}, \frac{Q^2 \cdot \rho}{D^3 \cdot \sigma} \right) = 0$$

Mais la présence du diamètre  $D$ , dans les entités dynamiques, ne décrit pas les conditions au niveau de la chambre, où les observations et modifications sont plus faciles à réaliser. Pour nous ramener à ce point de mire, on introduit  $H$ , dans les 3 derniers paramètres de façon à mettre en évidence, les forces d'inertie de la masse. De plus les paramètres sont arrangés de manière à avoir des valeurs standard :



Ainsi la relation devient :

$$f_2\left(\frac{C}{D}, \frac{H}{D}, \frac{Q}{D^2\sqrt{g.H}}, \frac{Q}{H.V}, \frac{Q^2.P}{D^2\sigma.H}\right) = 0$$

La loi d'étude, sera basée sur le paramètre  $\frac{H}{D}$  qui met en évidence à la fois, l'effet de l'inertie et l'influence du diamètre qui conditionne la vidange :

$$\frac{H}{D} = f\left(\frac{C}{D}, \frac{Q}{D^2\sqrt{g.H}}, \frac{Q}{H.V}, \frac{Q^2.P}{D^2\sigma.H}\right)$$

sachant que :

$$F = \frac{Q}{D^2\sqrt{g.H}}, \quad R_r = \frac{Q}{H.V} \quad (\text{nombre de Reynolds radial})$$

$$\text{et } W = \frac{Q^2.P}{D^2\sigma.H} \quad (\text{nombre de Weber})$$

la relation devient :

$$\frac{H}{D} = f\left(\frac{C}{D}, F, R_r, W\right) = 0$$

Mais, puisque le vortex aéré entraîne une diminution de débit, il est alors d'utilité pratique de disposer du coefficient de débit  $m$ , et on a finalement :

$$\frac{H}{D} = f\left(\frac{C}{D}, F, R_r, W, m\right)$$

# CHAPITRE IV

## ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS

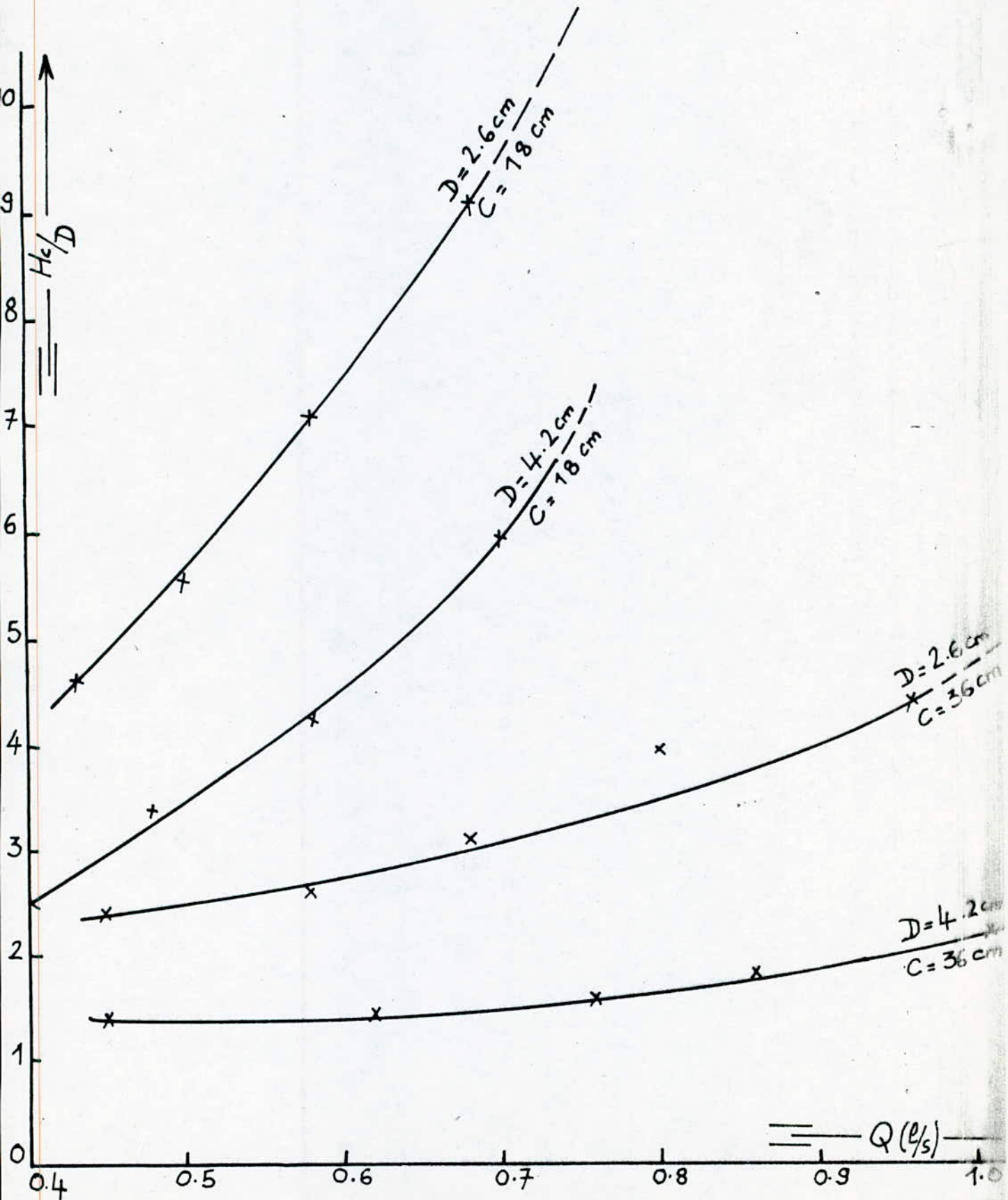
Nous étudierons l'incidence des paramètres en fonction du rapport  $H/D$ , c'est à dire suivant les dimensions et la disposition de l'orifice par rapport à la surface libre. On mettra en évidence à chaque fois, l'influence de la largeur d'alimentation  $C$  sur la formation du vortex. Nous discuterons de l'importance des facteurs géométriques, avant d'aborder les caractéristiques dynamiques.

### IV.1. ENTITES GEOMETRIQUES :

Le rapport  $H_c/D$  et le facteur  $C$  nous ont servi pour étudier l'influence des conditions géométriques. Les résultats, représentés sur la figure 9, montrent des paraboles, qui peuvent être interprétées comme suit : Pour un même débit, le rapport  $H_c/D$  augmente lorsque le diamètre diminue. Cette augmentation est beaucoup plus prononcée, lorsque l'alimentation de la chambre est dissymétrique.

- Ainsi, pour les grands débits (soit  $Q \geq 0,7 \text{ l/s}$ ) on a :
- Pour  $D = 4,2 \text{ cm}$   
et  $C = 36 \text{ cm}$   $H_c/D \approx 1,5$
  - Par contre, lorsque la largeur d'alimentation est diminuée de la moitié ( $C = 18 \text{ cm}$ ) et pour le même

fig 9 - Influence des facteurs géométriques  
 Paramètre  $H_c/D$  en fonction du débit



diamètre ( $D = 4,2 \text{ cm}$ ), le rapport  $H_c/D$  est environ quatre fois plus grand; soit  $H_c/D = 6$ .

Nous tenons à signaler ici, que Denny (8) a effectué les mêmes expériences sur un modèle de chambre rectangulaire et a ainsi abouti à des résultats comparables aux nôtres.

Il ressort donc de cette analyse que les situations défavorables sont obtenues pour une faible section de l'orifice et une alimentation dissymétrique: En effet, la modification de la largeur d'entrée de la chambre d'expérimentation, influe sur la circulation initiale du fluide et sur le régime.

L'augmentation du diamètre de l'orifice, tend à augmenter les vitesses axiales et l'écoulement tend à devenir radial.

#### IV.2.1. VARIATIONS DE LA HAUTEUR CRITIQUE EN FONCTION DU DÉBIT

Nous avons représenté sur la figure 10 les variations de la hauteur critique  $H_c$  en fonction du débit de vidange  $Q$ . On a trouvé pour chaque série, l'enveloppe permettant de passer de la zone de vortex aéré à un vortex sans entrainement d'air (on peut contrôler le phénomène à des niveaux plus haut, mais on a considéré que l'étape critique car c'est la plus défavorable.).

Les courbes obtenues ont été assimilées à des paraboles et leur équations ont été déterminées dans chaque cas. La relation est de la forme:

$$H_c = aQ^2 + bQ + c, \quad H_c \text{ en cm et } Q \text{ en } \ell/s$$

Les coefficients  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont calculés par la méthode des moindres carrés, en résolvant à chaque fois le système suivant :

$$\begin{cases} \sum H_{ci} = Nc + b \sum Q_i + a \sum Q_i^2 \\ \sum H_{ci} Q_i = c \sum Q_i + b \sum Q_i^2 + a \sum Q_i^3 \\ \sum H_{ci} Q_i^2 = -c \sum Q_i^2 + b \sum Q_i^3 + a \sum Q_i^4 \end{cases}$$

Le degré de perfectionnement de l'ajustement est donné par le coefficient de corrélation  $r_c$  :

$$r_c = \sqrt{1 - \frac{\sum H_{ci}^2 - c \sum H_{ci} - b \sum H_{ci} Q_i - a \sum Q_i^2 H_{ci}}{\sum (H_{ci} - \frac{\sum H_{ci}}{N})^2}}$$

où  $N$  est le nombre de points et  $1 < i < N$ .

$$\begin{aligned} D &= 4,2 \text{ cm} \\ C &= 36 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_c &= 0,054 Q^2 + 5,47 Q + 2,88 \\ & (r_c = 0,958) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= 4,2 \text{ cm} \\ C &= 18 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_c &= 31,09 Q^2 + 16,6 Q - 1,67 \\ & (r_c = 0,966) \end{aligned}$$

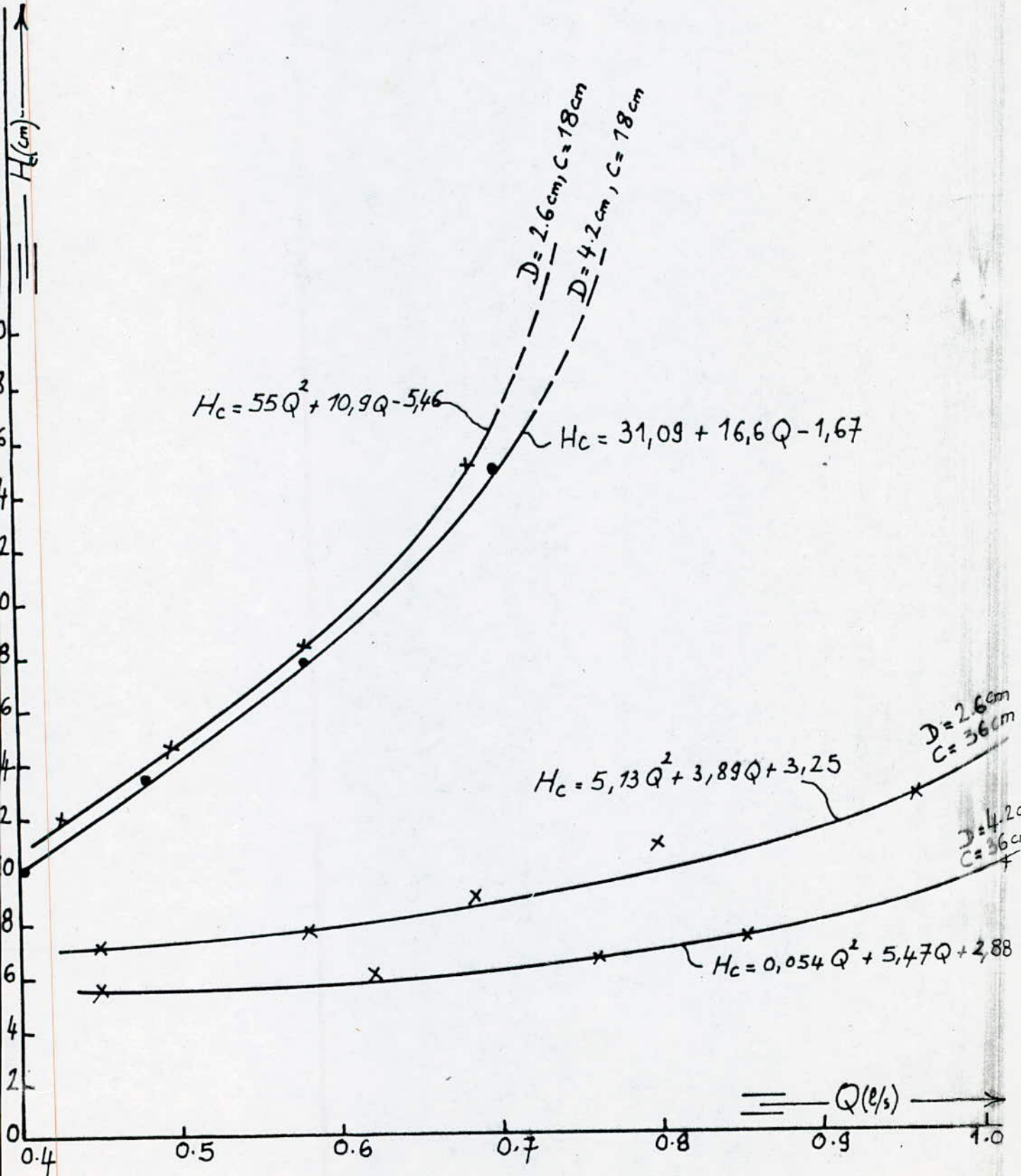
$$\begin{aligned} D &= 2,6 \text{ cm} \\ C &= 36 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_c &= 5,13 Q^2 + 3,89 Q + 3,25 \\ & (r_c = 0,978) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= 2,6 \text{ cm} \\ C &= 18 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_c &= 55 Q^2 + 10,9 Q - 5,46 \\ & (r_c = 0,982) \end{aligned}$$

fig10- Variations de la Hauteur critique  $H_c$  en fonction du débit.



## IV.2. GRANDEURS DYNAMIQUES

Les paramètres concernés sont des propriétés physiques du liquide. Nous allons analyser à la lumière des résultats obtenus, le comportement du vortex vis-à-vis du nombre de Reynolds qui relève le concept de la viscosité de l'eau, du nombre de Weber qui caractérise la tension superficielle et enfin le nombre de Froude qui met en évidence les forces d'inertie.

La variation de chacun d'eux sera étudiée en fonction du rapport  $H/D$ .

CALCUL DE  $R_r$ ,  $W$  et  $F$  :

$$R_r = \frac{Q}{\nu \cdot H}$$

$$W = \frac{\rho \cdot Q^2}{D^2 \cdot \sigma \cdot H}$$

$$F = \frac{Q}{D^2 \sqrt{g \cdot H}}$$

A  $T = 16^\circ\text{C}$  on a :

$$\begin{aligned} \nu &= 1,13 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \\ \rho &= 998,854 \text{ Kg} \cdot \text{m}^{-3} \\ \sigma &= 73,438 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \end{aligned}$$

et si  $T = 17^\circ\text{C}$  alors :

$$\begin{aligned} \nu &= 1,10 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \\ \rho &= 998,707 \text{ Kg} \cdot \text{m}^{-3} \\ \sigma &= 73,300 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \end{aligned}$$

- Pour tous les calculs :  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ .

-  $R_r$ ,  $W$  et  $F$  sont calculés pour chaque série.

Première série :  $D = 4,2 \text{ cm}$  $C = 36 \text{ cm}$ 

	Q (l/s)	H (cm)	H/D	F ( $10^{-2}$ )	W (10)	R <sub>r</sub> ( $10^3$ )
1 <sup>ere</sup> étape	0,45	23,7	5,64	16,73	0,66	1,68
	0,62	25,7	6,12	22,14	1,15	2,13
	0,76	26,4	6,29	26,77	1,70	2,55
	0,86	27,4	6,52	29,74	2,08	2,78
	1,11	29,5	7,02	36,99	3,22	3,33
2 <sup>eme</sup> étape	0,45	22,8	5,43	17,06	0,69	1,75
	0,62	23,6	5,62	23,10	1,26	2,32
	0,76	24,8	5,90	27,62	1,80	2,71
	0,86	25	5,95	31,13	2,28	3,04
	1,11	28,2	6,72	37,83	3,37	3,48
3 <sup>eme</sup> étape	0,45	17,6	4,19	19,41	0,89	2,26
	0,62	19,8	4,71	25,22	1,50	2,77
	0,76	22,2	5,29	29,19	2,00	3,03
	0,86	23,3	5,55	32,25	2,45	3,27
	1,11	26,4	6,29	39,10	3,60	3,72
4 <sup>eme</sup> étape	0,45	11,2	2,67	24,34	1,39	3,56
	0,62	13,8	3,29	30,21	2,15	3,98
	0,76	17	4,05	33,36	2,62	4,06
	0,86	17,4	4,14	37,32	3,28	4,37
	1,11	24	5,71	41,01	3,96	4,09
5 <sup>eme</sup> étape	0,45	7	1,67	30,78	2,23	5,69
	0,62	9,1	2,17	37,20	3,26	6,03
	0,76	13,3	3,17	37,72	3,35	5,06
	0,86	13,8	3,29	41,90	4,13	5,51
	1,11	16,5	3,93	49,46	5,76	5,95
6 <sup>eme</sup> étape	0,45	5,8	1,38	33,82	2,69	6,90
	0,62	6,1	1,45	45,44	4,86	9,11
	0,76	6,7	1,60	53,14	6,65	10,10
	0,86	7,5	1,79	56,84	7,60	10,35
	1,11	9,3	2,21	65,89	10,22	10,56



Deuxième série :  $D = 4,2 \text{ cm}$   
 $C = 18 \text{ cm}$

	Q (l/s)	H (cm)	H/D	$1F (10^{-2})$	$R_p (10^3)$	WV
2 <sup>ème</sup> étape	0,40	29,1	6,93	13,42	1,25	4,25
	0,48	32,1	7,64	15,33	1,36	5,54
	0,58	/	/	/	/	/
	0,70	/	/	/	/	/
3 <sup>ème</sup> étape	0,40	24,4	5,81	14,66	1,49	5,06
	0,48	27,2	6,48	16,66	1,60	6,54
	0,58	31,8	7,57	18,62	1,66	8,17
	0,70	/	/	/	/	/
4 <sup>ème</sup> étape	0,40	21	5	15,80	1,73	5,88
	0,48	23	5,48	18,12	1,88	7,74
	0,58	27,2	6,48	20,13	1,94	9,55
	0,70	31,8	7,57	22,47	2,00	11,90
5 <sup>ème</sup> étape	0,40	10,20	2,53	22,67	3,57	12,12
	0,48	14,10	3,38	23,14	3,09	12,62
	0,58	17,80	4,24	24,88	2,96	14,60
	0,70	25	5,95	25,34	2,55	15,14
6 <sup>ème</sup> étape	0,40	16,4	3,90	17,88	2,22	7,54
	0,48	19,4	4,62	19,72	2,25	9,17
	0,58	23	5,48	21,89	2,29	11,30
	0,70	27,8	6,62	24,03	2,29	13,61

Troisième Serie :  $D=2,6\text{ cm}$  et  $C=36\text{ cm}$ 

	Q (l/s)	H (cm)	H/D	F ( $10^{-2}$ )	IR ( $10^3$ )	WV (10)
étape 1	0,45	24,8	9,54	42,68	1,65	1,65
	0,58	25,7	9,88	54,04	2,05	2,64
	0,68	26,4	10,15	62,51	2,34	3,53
	0,80	27,1	10,42	72,58	2,68	4,76
	0,96	29,4	11,31	83,62	2,97	6,32
étape 2	0,45	22,4	8,62	44,91	1,83	1,82
	0,58	23,8	9,15	56,15	2,22	2,85
	0,68	25,4	9,77	63,73	2,43	3,67
	0,80	26	10	74,10	2,80	4,96
	0,96	28	10,77	85,69	3,12	6,63
étape 3	0,45	18	6,92	50,10	2,27	2,27
	0,58	20,2	7,77	60,95	2,61	3,36
	0,68	22,8	8,77	67,26	2,71	4,09
	0,80	23,6	9,08	77,78	3,08	5,47
	0,96	26,4	10,15	88,24	3,31	7,04
étape 4	0,45	12	4,62	61,35	3,41	3,40
	0,58	14,2	5,46	72,69	3,71	4,78
	0,68	14,8	5,69	83,48	4,18	6,30
	0,80	18,5	7,12	87,85	3,03	6,97
	0,96	22	8,46	96,67	3,97	8,44
étape 5	0,45	7,9	3,04	75,62	5,18	5,17
	0,58	8,8	3,38	92,34	5,99	7,71
	0,68	11	4,23	96,83	5,62	8,47
	0,80	14,1	5,42	100,62	5,16	9,15
	0,96	18,2	7	106,28	4,80	10,21
étape 6	0,45	6,3	2,42	84,68	6,49	6,48
	0,58	6,8	2,62	105,05	7,75	9,97
	0,68	8	3,08	113,55	7,73	11,65
	0,80	10,3	3,96	117,73	7,06	12,52
	0,96	11,5	4,42	133,71	7,50	16,15

### IV.2.1. LE NOMBRE DE FROUDE :

Les résultats expérimentaux obtenus en variant le débit, le diamètre de l'orifice et la largeur d'alimentation, nous ont permis de mettre en évidence, le rôle joué par les forces gravitaires dans le processus de formation du vortex, par le biais du rapport  $Q/D^3\sqrt{g.H}$  qui caractérise le nombre de Froude. Ces données ont été confrontées à celles relatives du rapport  $H/D$ , et représentées graphiquement sur les figures 11, 12 et 13. Dans les trois cas, les courbes possèdent des gradients fort élevés, tout au long de leur trajectoire. Il est alors difficile, voire impossible de définir clairement une limite du nombre de Froude en deça de laquelle le système serait exempt de mouvement tourbillonnaire.

De ces faits, il découle le respect du nombre de Froude entre un modèle et un prototype, quant à la prévention des vortex.

### 2.2. LE NOMBRE DE REYNOLDS :

Les figures 14, 15, et 16 montrent les variations de ce nombre en fonction de  $H/D$ . On remarque à chaque fois que les courbes divergent légèrement pour des valeurs élevées du rapport  $H/D$  (soit dans la région où les forces de viscosité l'emportent sur celles causant l'écoulement) et convergent dans le cas contraire. Le gradient des hyperboles est très élevé pour les faibles  $Re$ , et il diminue lorsque la largeur d'alimentation diminue.

fig 11- Paramètre  $H/D$  en fonction du nombre de Froude :

$$F = \frac{Q}{D^2 \sqrt{g \cdot H}} \quad ; \quad \text{Pour } D = 4.2 \text{ cm} \\ C = 36 \text{ cm}$$

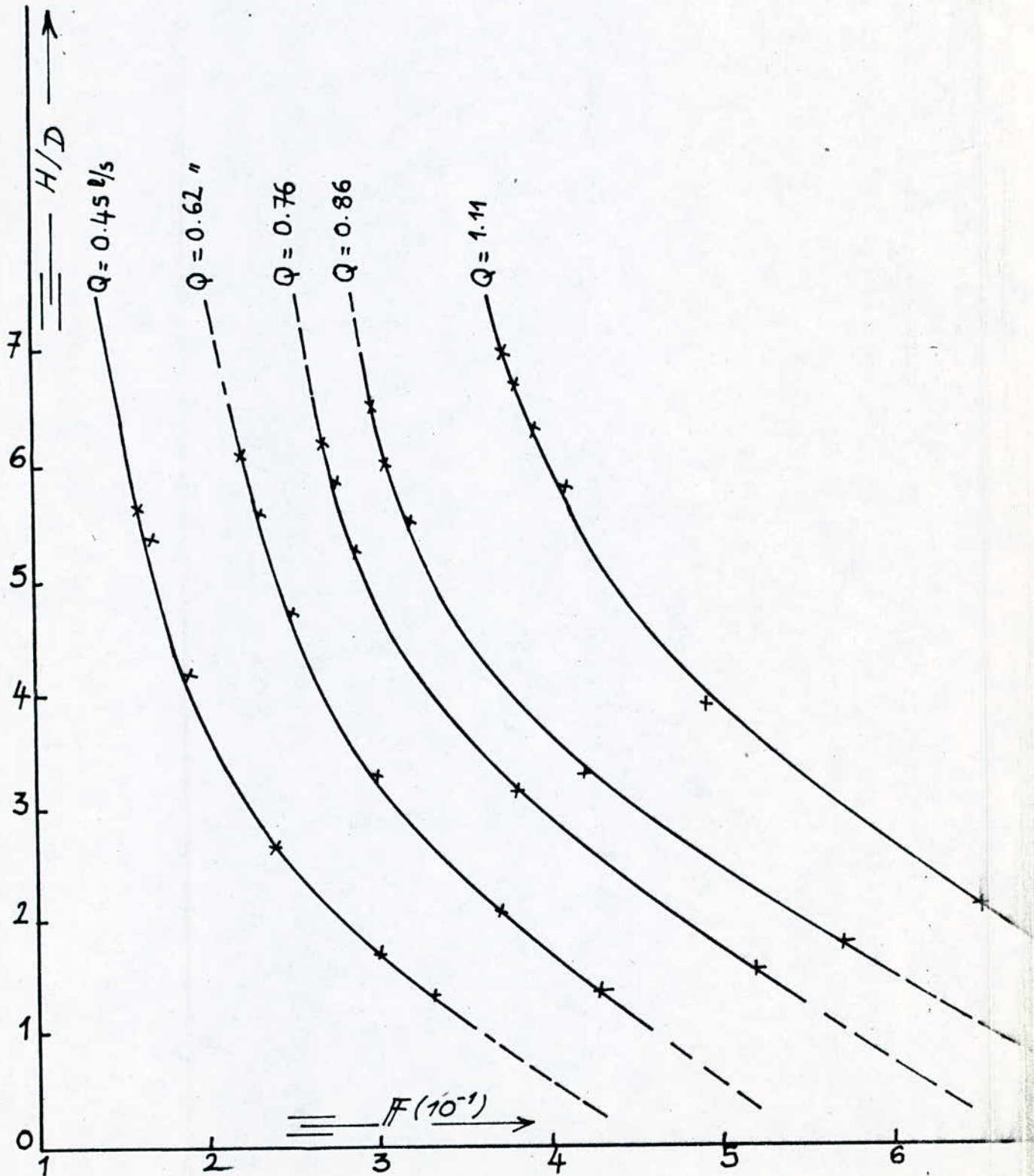


fig 12- Paramètre  $H/D$  en fonction du nombre de Froude

$$F = \frac{Q}{D^2 \sqrt{g \cdot H}}, \text{ pour } D = 4.2 \text{ cm} \\ C = 18 \text{ cm}$$

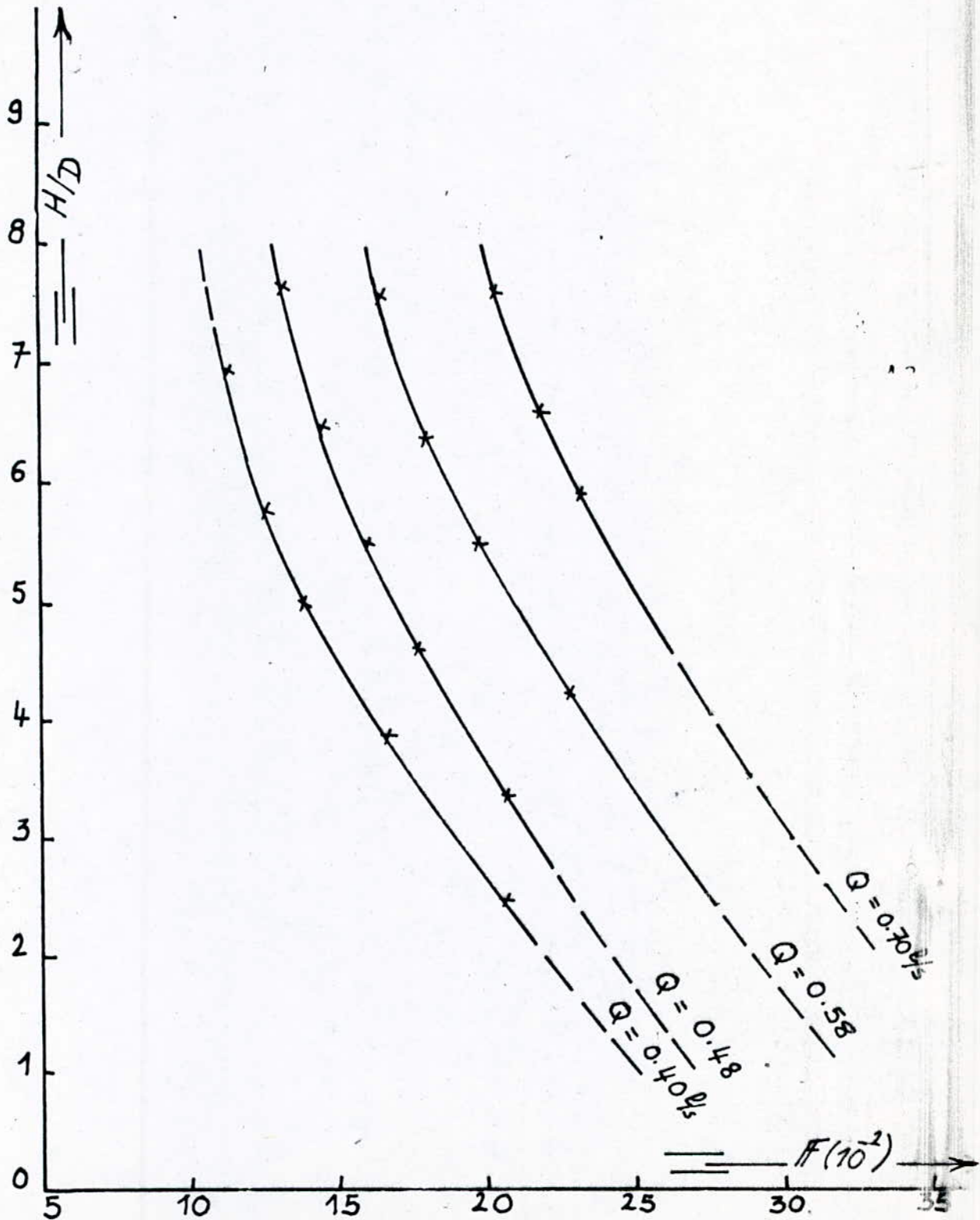
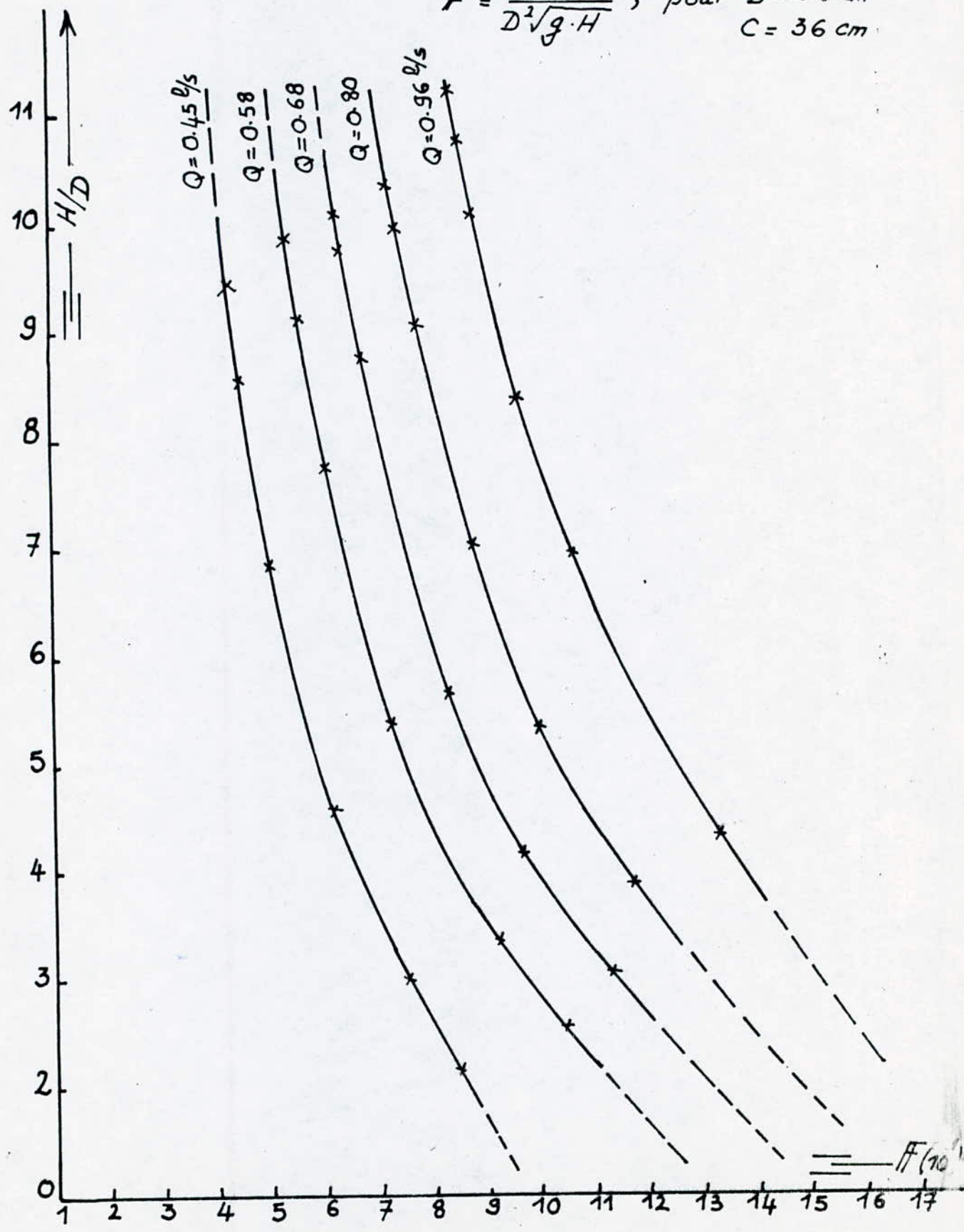


fig 13- Paramètre  $H/D$  en fonction du nombre de Froude

$$F = \frac{Q}{D^2 \sqrt{g \cdot H}} \text{ , pour } D = 2.6 \text{ cm}$$

$$C = 36 \text{ cm}$$



Un débit faible améliore donc les conditions d'opération (baisse de  $H_c$ ) et tend à subsister un vortex facile à contrôler.

Lorsque le faisceau de courbes est asymptotique à l'axe des ordonnées ( $R_r$ ), l'effet de la viscosité devient négligeable. Ainsi on peut relever dans les 3 cas les limites à partir desquelles le nombre  $R_r$  est sensiblement constant :

$$D = 4,2 \text{ cm} \quad R_{rL} = 10^4$$

$$C = 36 \text{ cm}$$

$$D = 4,2 \text{ cm} \quad R_{rL} = 3,7 \cdot 10^3$$

$$C = 18 \text{ cm}$$

$$D = 2,6 \text{ cm} \quad R_{rL} = 8 \cdot 10^3$$

$$C = 36 \text{ cm}$$

#### IV.2.3. IMPORTANCE DE LA TENSION SUPERFICIELLE :

Le cône du vortex met en jeu des forces de capillarité et celles d'inertie. Cette interaction est traduite par le nombre de Weber dont l'expression prend la forme suivante dans le cas présent :

$$W = \frac{Q^2 \cdot \rho}{D^3 \cdot H \cdot \sigma}$$

Les figures 17, 18 et 19 montrent les courbes de variations de  $W$  en fonction de  $H/D$ .

Le rapport  $H/D$  devient indépendant de  $W$  pour les valeurs suivantes :

$$D = 4,2 \text{ cm} \quad W_L \approx 80$$

$$C = 36 \text{ cm}$$

fig 14 - Paramètre  $H/D$  en fonction du nombre de Reynolds radial :

$$R_r = \frac{Q}{\nu \cdot H} \quad , \text{ pour } D = 4,2 \text{ cm} \\ C = 36 \text{ cm}$$

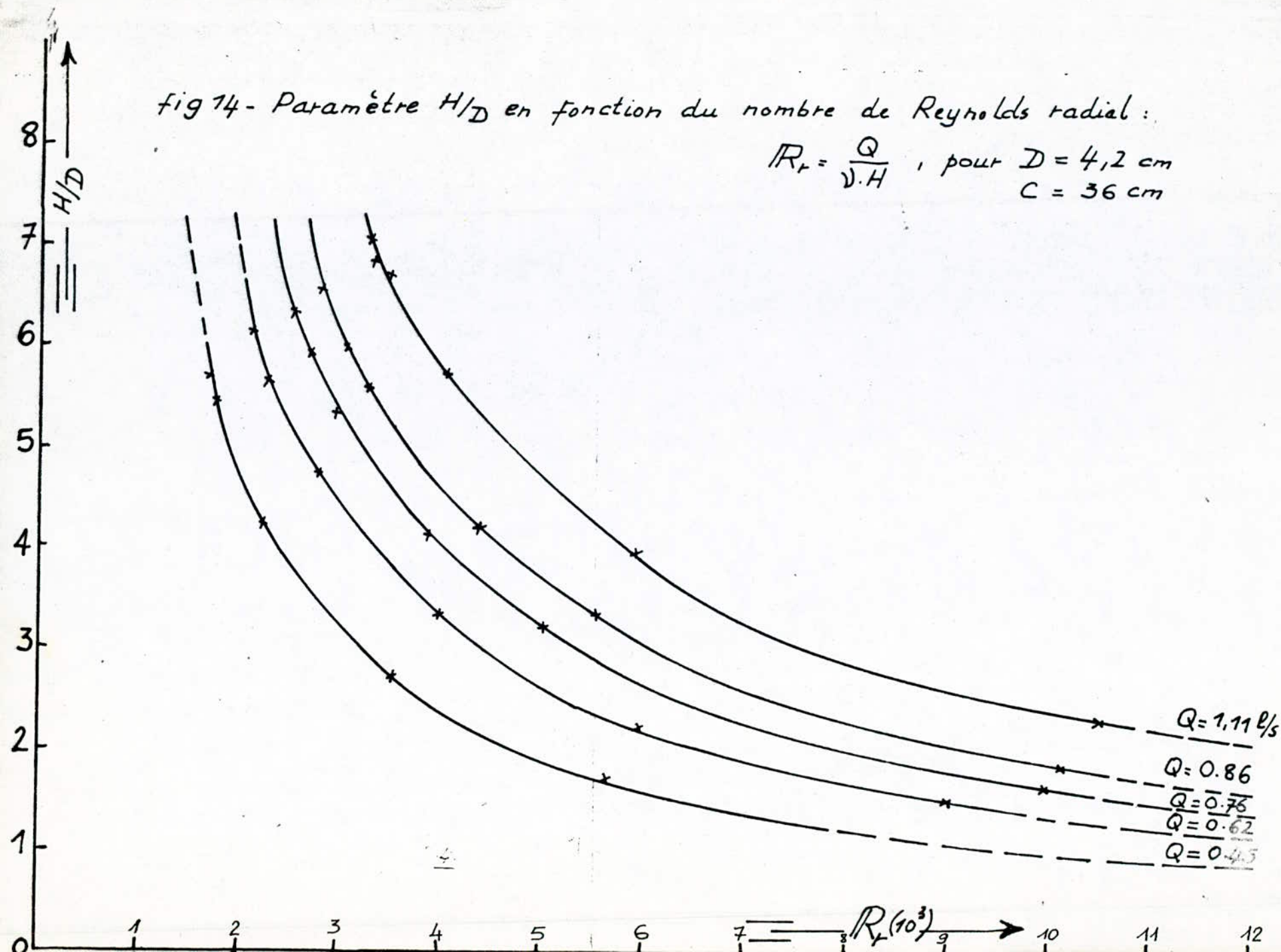
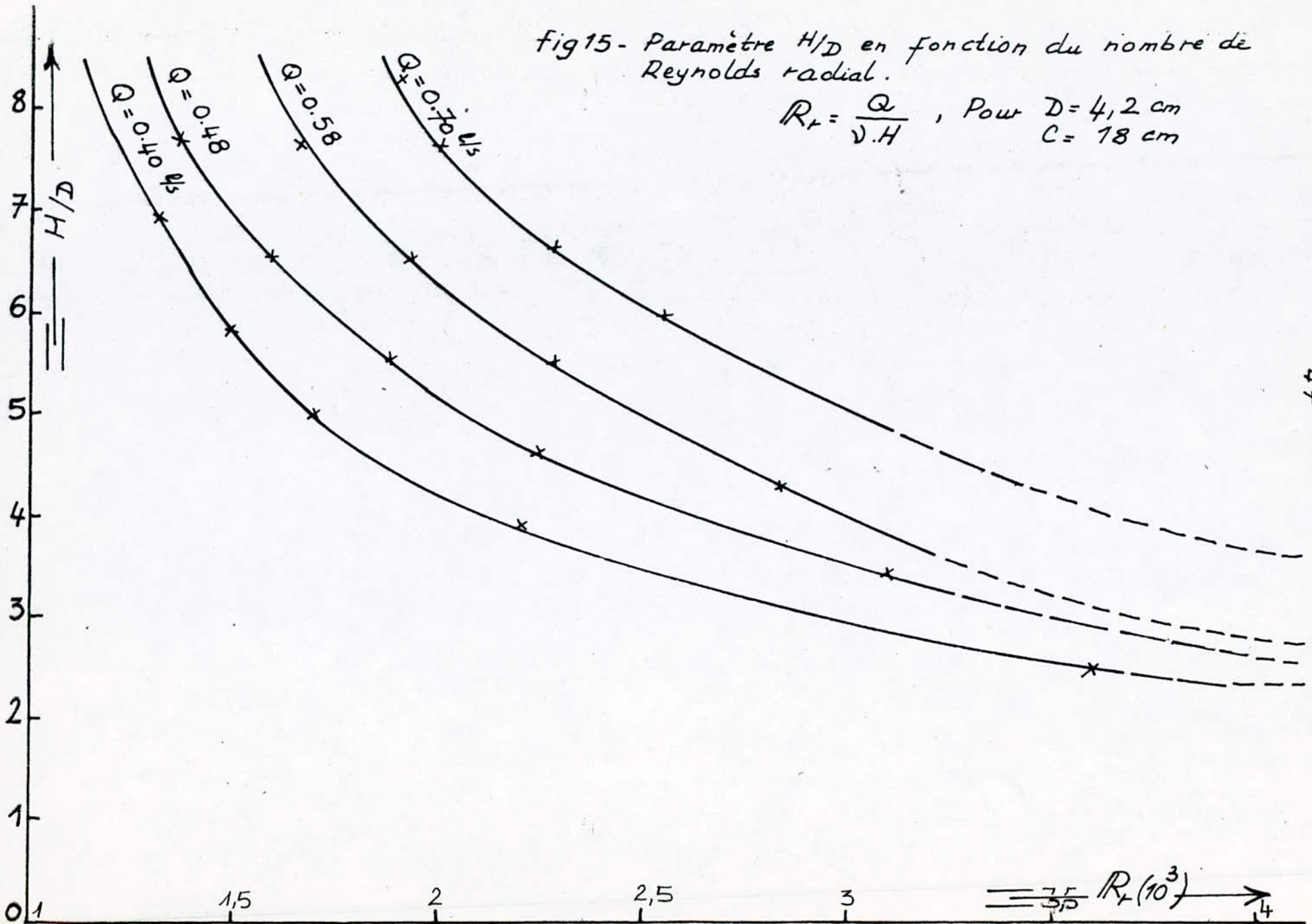




Fig 15 - Paramètre  $H/D$  en fonction du nombre de Reynolds radial.

$R_r = \frac{Q}{\nu \cdot H}$  , Pour  $D = 4,2 \text{ cm}$   
 $C = 18 \text{ cm}$



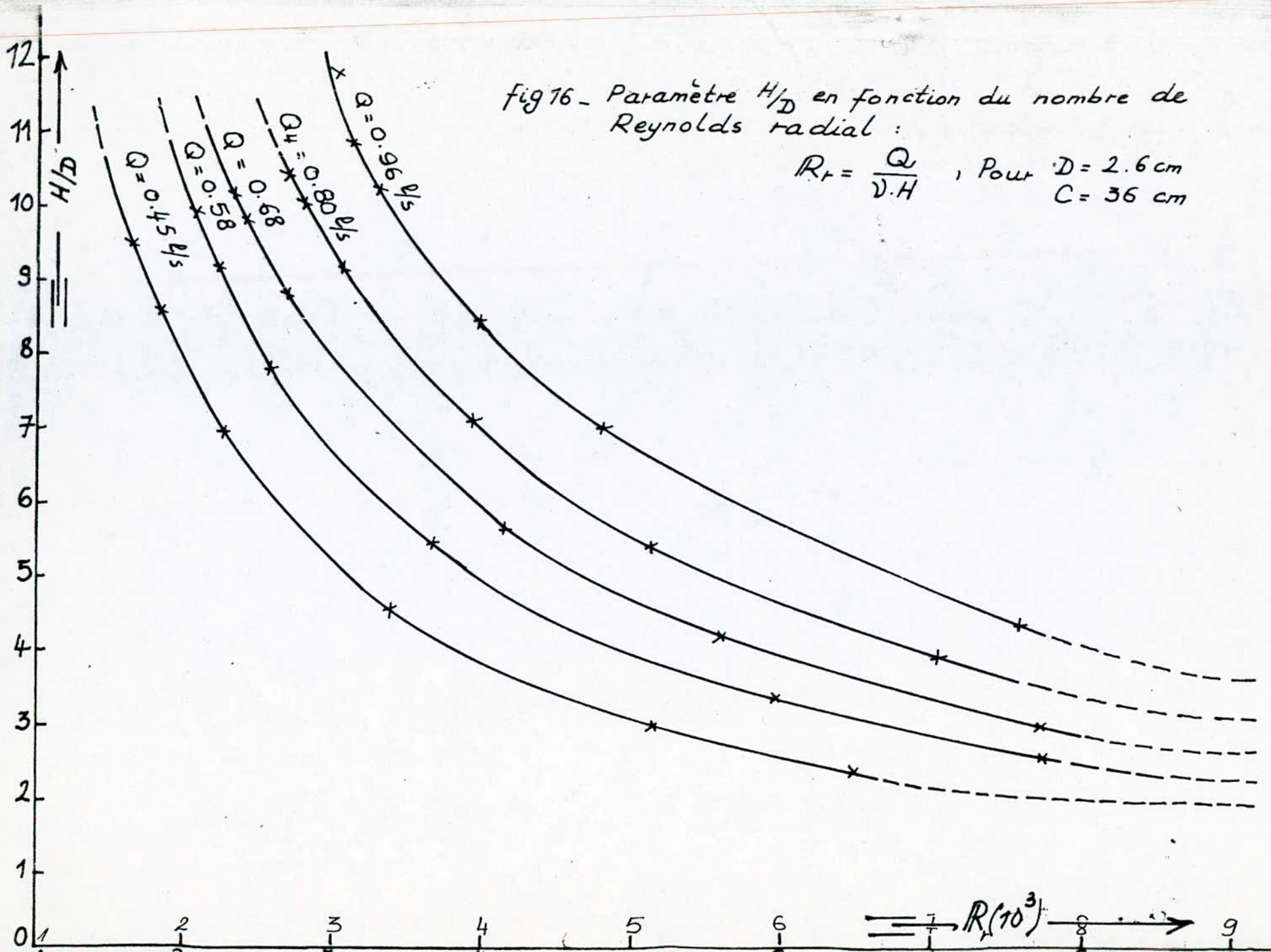


fig 16 - Paramètre  $H/D$  en fonction du nombre de Reynolds radial :

$R_r = \frac{Q}{D \cdot H}$  , Pour  $D = 2.6 \text{ cm}$   
 $C = 36 \text{ cm}$

fig 17. Paramètre  $H/D$  en fonction du nombre de Weber:

$$W = \frac{\rho \cdot Q^2}{D^2 \cdot \sigma \cdot H}, \text{ pour } D = 4.2 \text{ cm}$$

$$C = 36 \text{ cm}$$

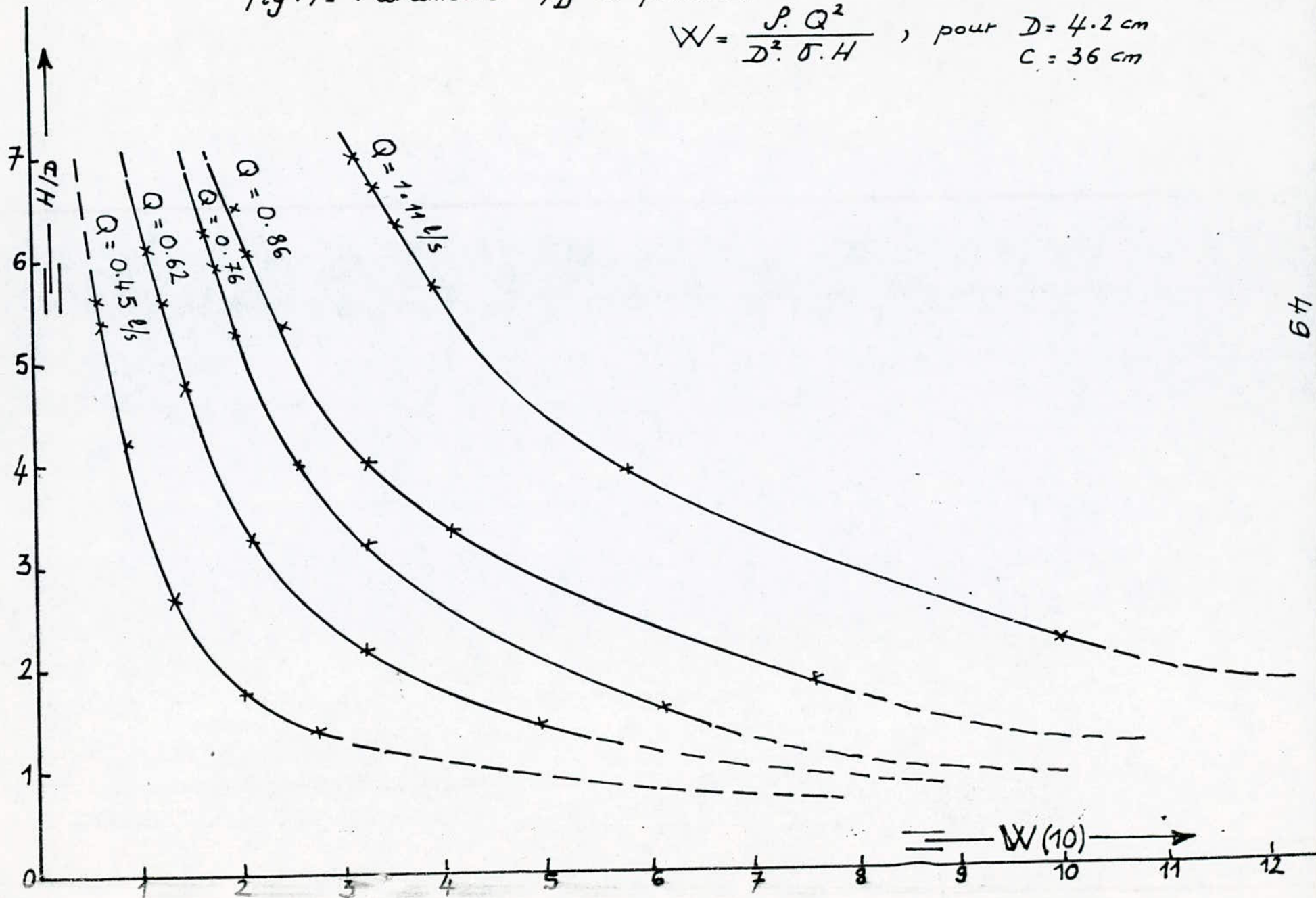


fig 18 - Paramètre  $H/D$  en fonction de  $W$ .

$$W = \frac{\rho Q^2}{D^2 \cdot \gamma \cdot H} \quad \text{pour } D = 4.2 \text{ cm} \\ C = 18 \text{ cm}$$

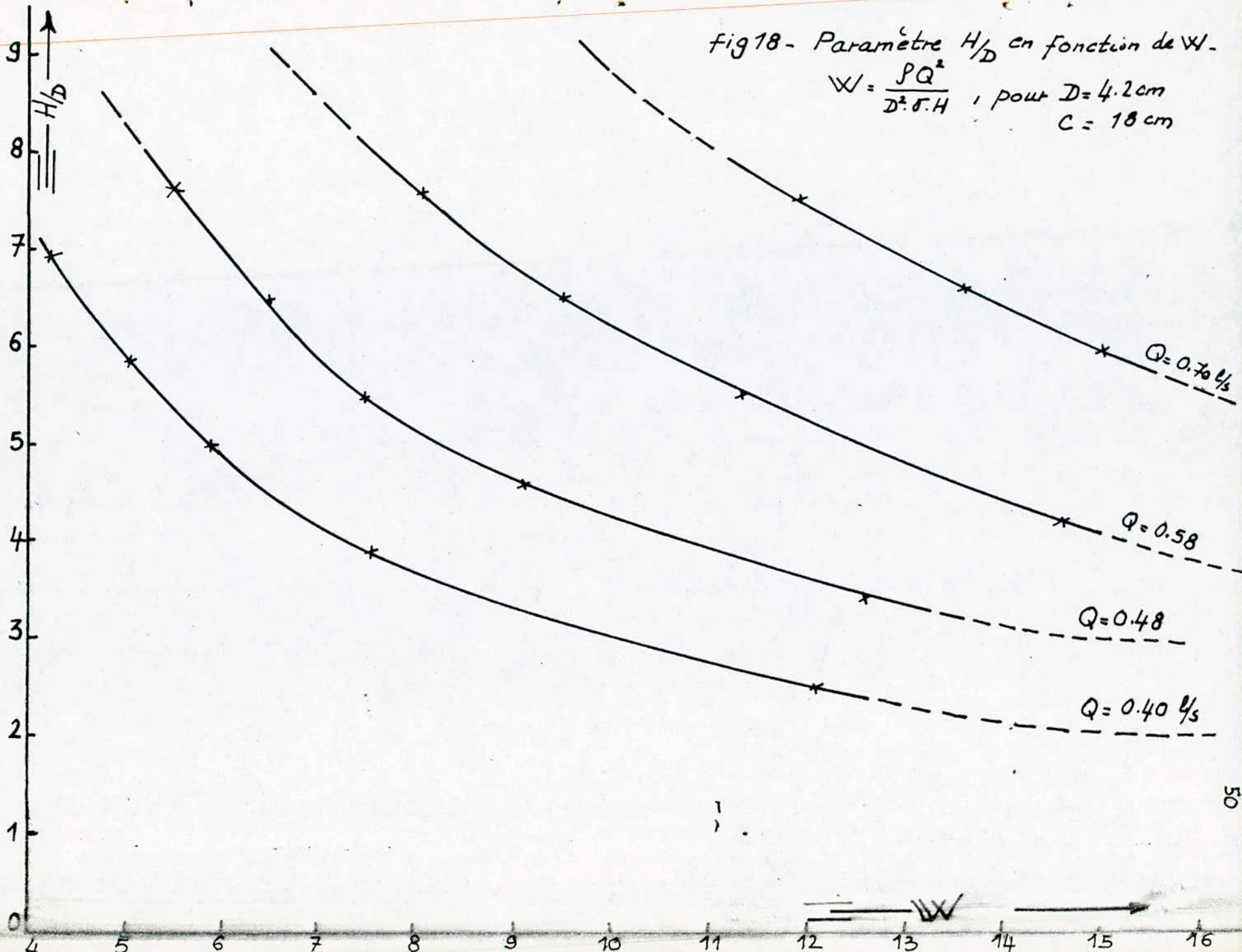
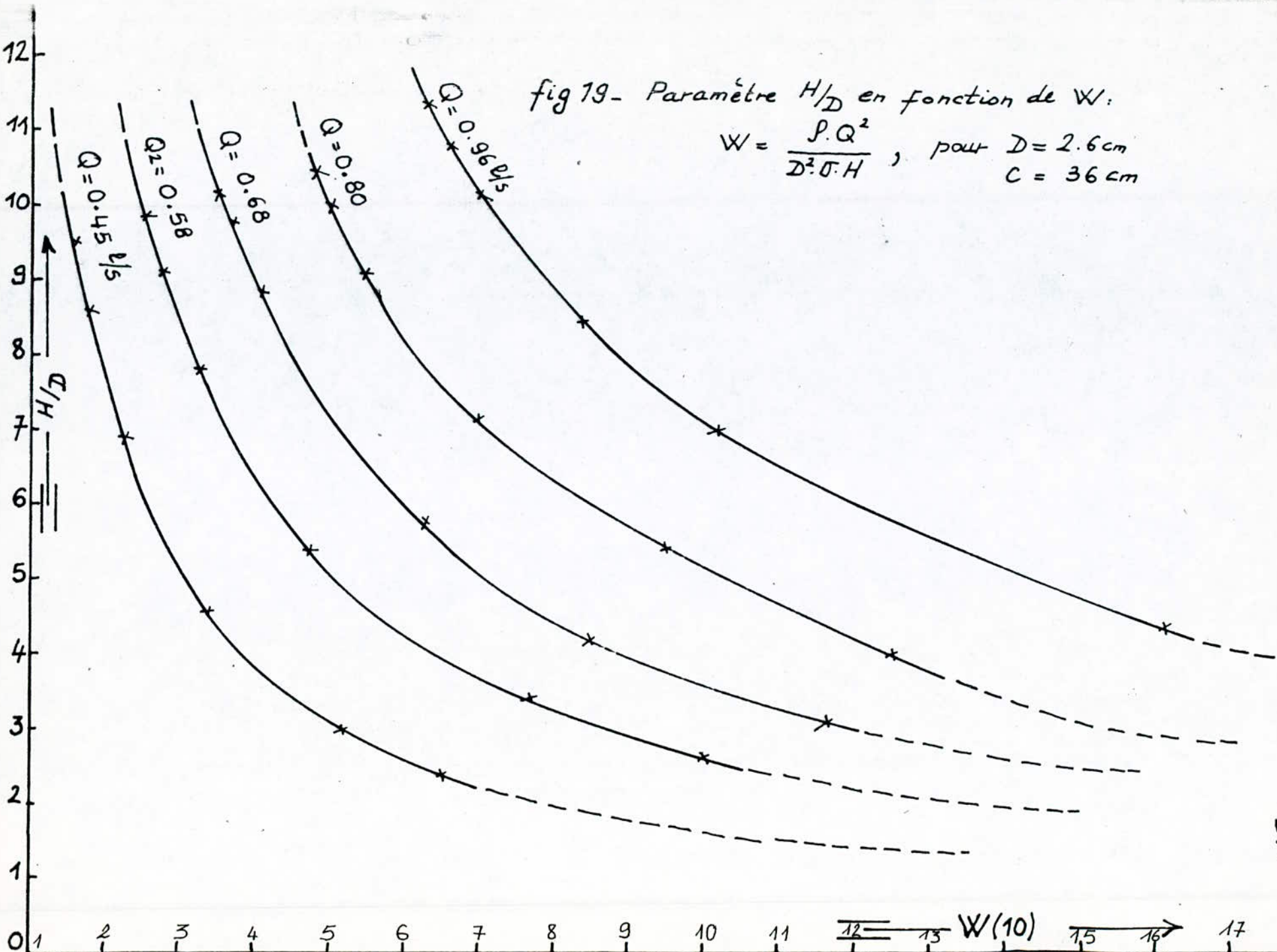


fig 19- Paramètre  $H/D$  en fonction de  $W$ :

$$W = \frac{\rho \cdot Q^2}{D^2 \cdot \sigma \cdot H}, \quad \text{pour } D = 2.6 \text{ cm} \\ C = 36 \text{ cm}$$



$$D = 4,2 \text{ cm} \quad W_L = 18$$

$$C = 18 \text{ cm}$$

$$D = 2,6 \text{ cm} \quad W_L = 150$$

$$C = 36 \text{ cm}$$

Il s'agit là de seuils, où les effets de la tension superficielle deviennent négligeables.

Si dans un prototype, il n'est pas possible d'atteindre une limite afin de minimiser l'incidence des forces de capillarité, une augmentation du rapport  $H/D$  peut engendrer des conditions favorables. Soit par exemple qu'on veuille supprimer un vortex aéré : Le système opère avec la valeur  $W = 30$ , il suffit pour se situer sur la troisième étape ( $H_3$ ) d'augmenter  $H/D$  de 1,25 à 4,25.

### VI.3. LE COEFFICIENT DE DÉBIT :

Le coefficient de débit a été déterminé expérimentalement par la formule :

$$m = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2 \sqrt{2gH}}$$

Les calculs effectués pour le cas d'un vortex aéré seront confrontés aux résultats trouvés lorsque le phénomène n'est pas aéré.

Nous avons relevés dans chaque cas, les fluctuations des hauteurs ( $\Delta h'$ ) dans les piezomètres, causées par le passage de l'air dans le débitmètre.

Le débit résultant  $Q_r$  est calculé par la formule :

$Q = 0,166 \Delta h_r^{0,496}$ , où  $\Delta h_r$  est la hauteur différentielle obtenue en retranchant  $\Delta h'$  de  $\Delta h$ , soit

$$\Delta h_r = \Delta h - \Delta h'$$

Première série :  $D = 4,2 \text{ cm}$  et  $C = 36 \text{ cm}$ .

		V. sans Air		Vortex aéré				
$H_c$ (cm)	$\frac{H_c}{D}$	Q (l/s)	m	$\Delta h$ (cm)	$\Delta h'$ (cm)	$\Delta h_r$ (cm)	$Q_r$ (l/s)	$m_r$
5,8	1,38	0,45	0,305	7,2	2,9	4,3	0,34	0,230
6,1	1,45	0,62	0,409	14	2,3	11,7	0,56	0,370
6,7	1,60	0,76	0,479	21	1,6	19,4	0,72	0,453
7,5	1,79	0,86	0,512	27	1,1	25,9	0,83	0,494
9,3	2,21	1,11	0,593	47	0,8	46,2	1,10	0,588

Deuxième série :  $D = 4,2 \text{ cm}$  et  $C = 18 \text{ cm}$

		V. sans air		Vortex aéré				
$H_c$ (cm)	$\frac{H_c}{D}$	$Q$ (l/s)	$m$	$\Delta h$ (cm)	$\Delta h'$ (cm)	$\Delta h_r$ (cm)	$Q_r$ (l/s)	$m$
10,20	2,53	0,40	0,204	5,8	3,2	2,6	0,27	0,138
14,10	3,38	0,48	0,208	8,4	2,9	5,5	0,39	0,169
17,80	4,24	0,58	0,224	12	2,4	9,6	0,51	0,197
25	5,95	0,70	0,228	18	1,6	16,4	0,66	0,215

Les variations de  $m$ , portées en fonction du rapport  $H_c/D$  sont représentées sur les figures (20 et 21). Celles-ci montrent que l'aspiration d'air par le vortex entraîne une diminution du coefficient de débit. Les variations sont plus notables, lors d'une Alimentation dissymétrique de la chambre d'expérimentation : Le vortex dans ce cas est intense et le volume d'air aspiré est accru.

On peut noter aussi que les grandes variations de  $m$  sont obtenues pour les faibles  $H_c$  : c'est à dire que l'intensité du vortex augmente, lorsque la surface libre s'approche de l'orifice de vidange.



fig20 - coefficient de débit  $m$  en fonction  
du rapport  $\frac{H_s}{D}$  pour :  $D = 4.2\text{cm}$   
 $C = 36\text{cm}$

x : Vortex aéré  
● : Vortex Non aéré.

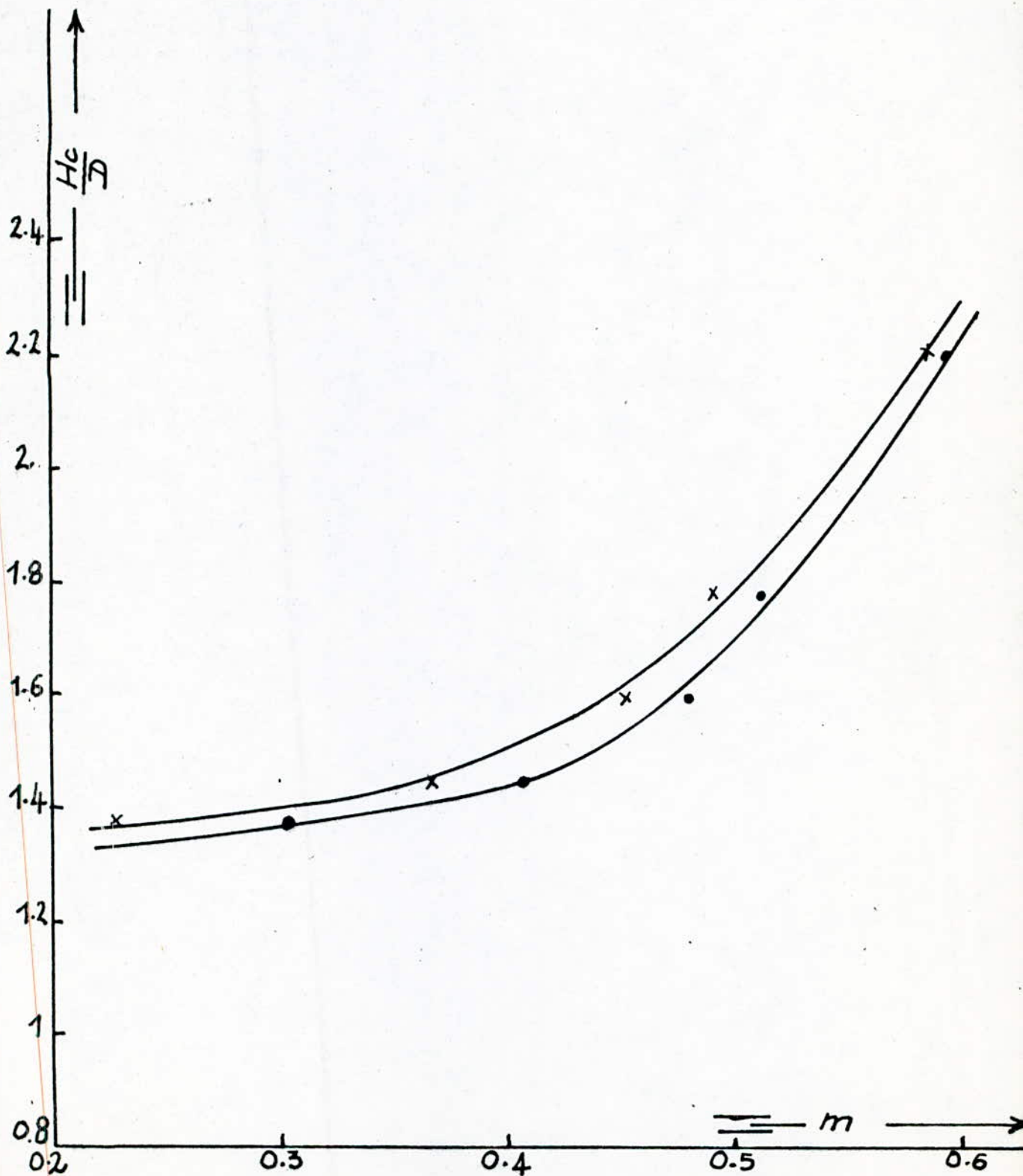
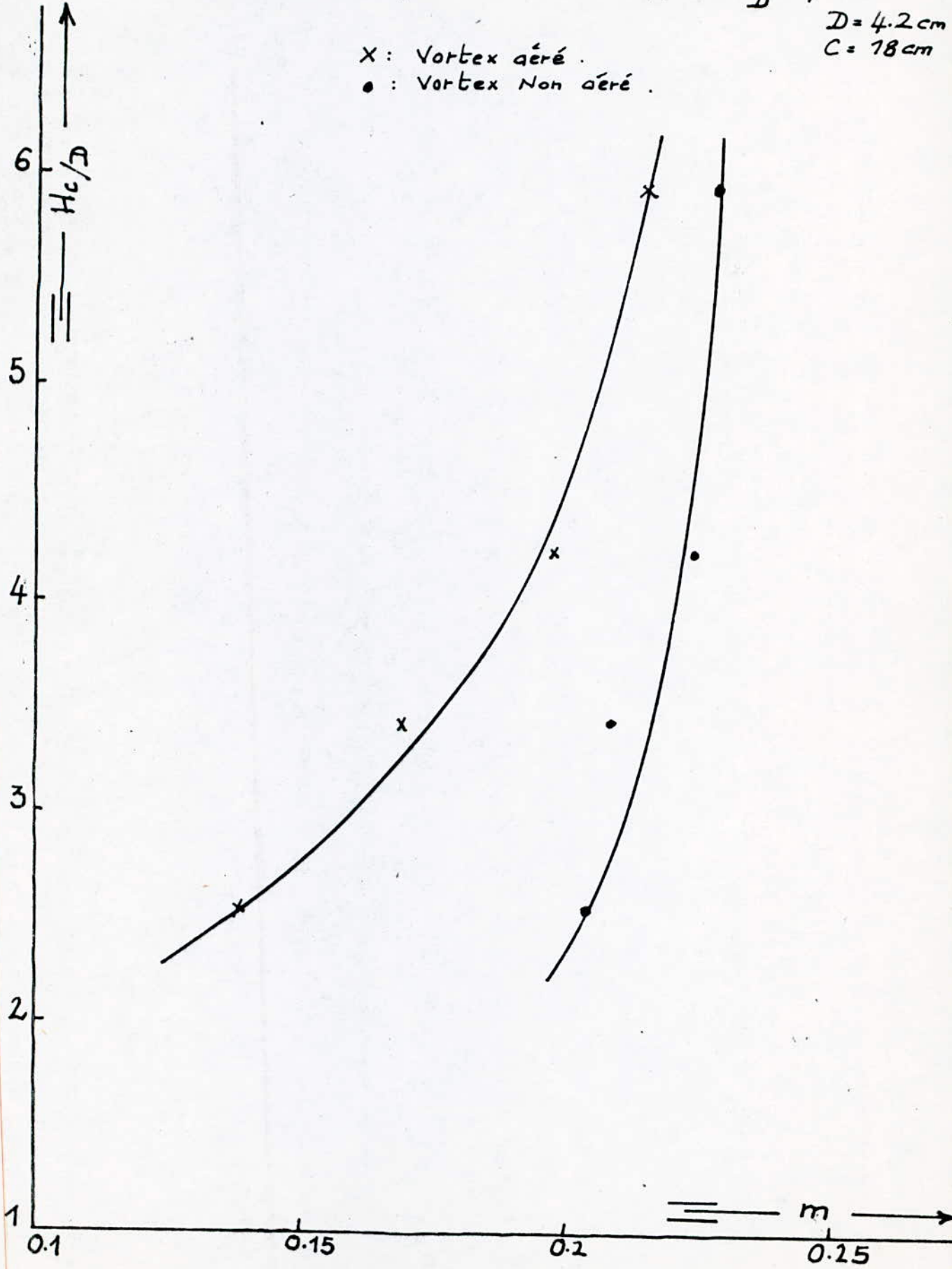


fig 21 - Coefficient de débit  $m$  en fonction du rapport  $\frac{H_c}{D}$  pour :

$D = 4.2 \text{ cm}$   
 $C = 18 \text{ cm}$

- x : Vortex aéré .
- : Vortex Non aéré .



## CONCLUSION :

L'étude nous a permis d'observer l'évolution d'un vortex dès son apparition et d'identifier les principaux paramètres qui l'affectent. De la simple dépression à la surface libre, jusqu'au cône ouvert entraînant de l'air, six types de vortex ont été différenciés. L'Analyse des facteurs géométriques, a montré que les conditions d'alimentation de la chambre et le diamètre de l'orifice, exercent une influence très importante sur la formation du vortex : Toute dissymétrie entraîne une augmentation du mouvement tourbillonnaire.

De même, l'analyse des facteurs dynamiques montre dans un premier temps que l'illustration du nombre de Froude ne permet de relever aucun seuil ni convergence de nature à stabiliser le mécanisme de vortex. Ceci nous amène à préconiser son égalité entre un prototype et un modèle réduit.

L'influence des forces de viscosité et de tension superficielle n'est pas encore établie d'une manière précise. Faut-il considérer ceci comme des effets d'échelle ou bien intervenant réellement dans la modélisation ?

Pour augmenter le nombre de Reynolds (ou de Weber), sans changer le nombre de Froude, on peut envisager deux solutions :

- soit effectuer les expériences sur un modèle à des températures différentes, pour varier la viscosité ou la tension superficielle.
- soit disposer de plusieurs modèles d'échelles géométriques différentes.

## ETALONNAGE DU DEBITMETRE

## LE DEBITMETRE A SEGMENT :

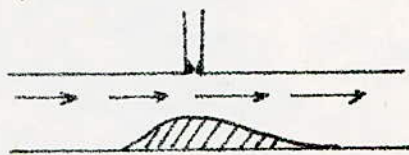
Dans les conduites en charge, on mesure souvent le débit en produisant une variation de vitesse au moyen d'un rétrécissement. Si on mesure  $v^2/2g$  avant et après le rétrécissement, on peut déduire le débit  $Q$ . Le rétrécissement peut être provoqué par un diaphragme à bords tranchants, par une tuyère à bords arrondis, ou dans notre cas par un obstacle particulier composé d'un rétrécissement graduel, suivi d'un élargissement graduel (en forme de segment). Le débit est déterminé par la mesure, à l'aide d'un manomètre, de la dépression résultante.

## MANOMETRE DIFFERENTIEL :

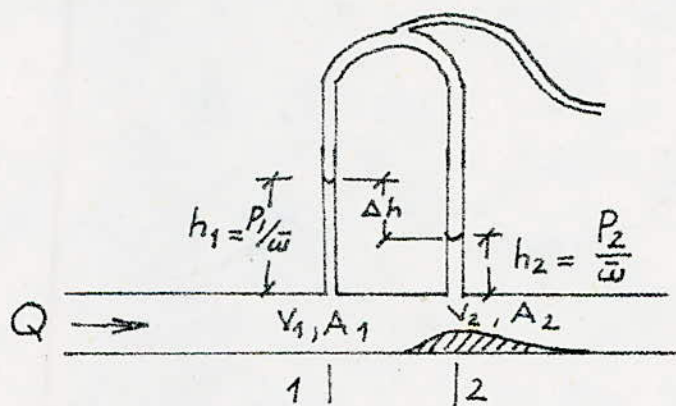
IL est constitué, par des piézomètres à eau. Ils sont en plexiglass et attaché aux prises du débitmètre. Ils sont reliés à leur extrémité supérieure par un tube flexible pouvant comprimer ou raréfier l'air. Pour éviter les fluctuations de niveau dans les piézomètres, les orifices de prise doivent être très petits. La lecture sur les deux tubes déterminera la chute piézométrique dans le convergent, en raison de la transformation de l'énergie cinétique en énergie potentielle de pression. C'est en fonction de  $\Delta R$  que nous pouvons contrôler le débit.

## AVANTAGES :

Les filets de courant passant à proximité de la prise de pression au niveau de l'obstacle ne sont pas déviés de leur direction primitive et restent rectilignes, ce qui exclue la formation de tourbillons, pouvant affecter la valeur de la pression (Une seule prise est donc suffisante). L'autre avantage réside dans le fait que les pertes de charge sont faibles.



## DEBIT THÉORIQUE :



$A_1$  : section de la conduite.

$A_2$  : section du rétrécissement.

On applique le théorème de Bernoulli aux deux sections, tout en négligeant les pertes de charges, par rapport à l'axe de la conduite :

$$Z_1 + \frac{P_1}{\bar{\omega}} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\bar{\omega}} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$Z_1 = Z_2 : \quad \frac{P_1 - P_2}{\bar{\omega}} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}$$

En vertu de l'équation de continuité  $Q = V_1 A_1 = V_2 A_2$  on a :

$$V_1^2 = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 V_2^2$$

$$\text{donc : } \frac{P_1 - P_2}{\bar{\omega}} = \frac{V_2^2}{2g} \left[ 1 - \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right]$$

sachant que :  $\frac{P_1 - P_2}{\bar{\omega}} = \Delta h = h_1 - h_2$ , alors :

$$\Delta h = \frac{V_2^2}{2g} \left( 1 - \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right)$$

$$\text{d'où : } V_2^2 = 2g \cdot \frac{\Delta h}{1 - \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^2}$$

$$\text{et } Q = A_2 \cdot \frac{\sqrt{2g} \cdot \sqrt{\Delta h}}{\sqrt{1 - \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^2}} = \frac{\sqrt{2g}}{\sqrt{\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2}}} \cdot \sqrt{\Delta h}$$

si on pose  $\frac{\sqrt{2g}}{\sqrt{\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2}}} = \text{constante} = C$ , la relation devient :

$$Q = C \cdot \sqrt{\Delta h} = C \cdot \Delta h^{0,5}$$

### ETALONNAGE :

Il est effectué en faisant passer différents débits qu'on détermine par la méthode volumétrique. Le débit est donné par le quotient du volume d'eau recueilli dans une capacité jaugée, par le temps de remplissage (Pour éviter les erreurs, chaque opération est renouvelée trois fois de suite)

$$Q = \frac{V}{t} \quad (\text{en } \ell/s)$$

A chaque débit qui passe, correspond une différence des hauteurs piézométriques.

- Pour effectuer les mesures, le débitmètre doit être légèrement incliné pour éviter les poches d'air.

Avec l'ensemble des points  $(\Delta h_i, Q_i)$ , on cherche l'équation de la courbe adéquate.

$Q = a \Delta h^k$  étant une fonction puissance, on est amené

a effectuer un ajustement puissance.

Cependant, il serait plus commode de linéariser cette fonction en introduisant le logarithme.

$$\text{Log } Q = \text{Log } a + b \text{Log } \Delta h$$

En posant  $\text{Log } Q = y$  et  $\text{Log } \Delta h = x$  l'équation devient:

$$y = \text{Log } a + bx$$

Les coefficients  $a$  et  $b$  sont donnés par les formules ci-dessous, obtenues en appliquant la méthode des moindres carrés :

$$b = \frac{N \sum_{i=1}^{10} x_i y_i - \sum x_i \cdot \sum y_i}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$a = \text{Exp} \left( \frac{\sum y_i \sum x_i^2 - \sum x_i \sum x_i y_i}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \right)$$

$N$  étant le nombre de points ( $= 10$ ) et  $1 < i < 10$

Le degré de perfectionnement de l'ajustement est donné par le coefficient de corrélation  $r_c$  :

$$r_c = \frac{N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\left[ [N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2] [N \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2] \right]^{1/2}}$$

on obtient :

$$a = 0,166$$

$$b = 0,496$$

$$r_c = 0,989$$

d'où :

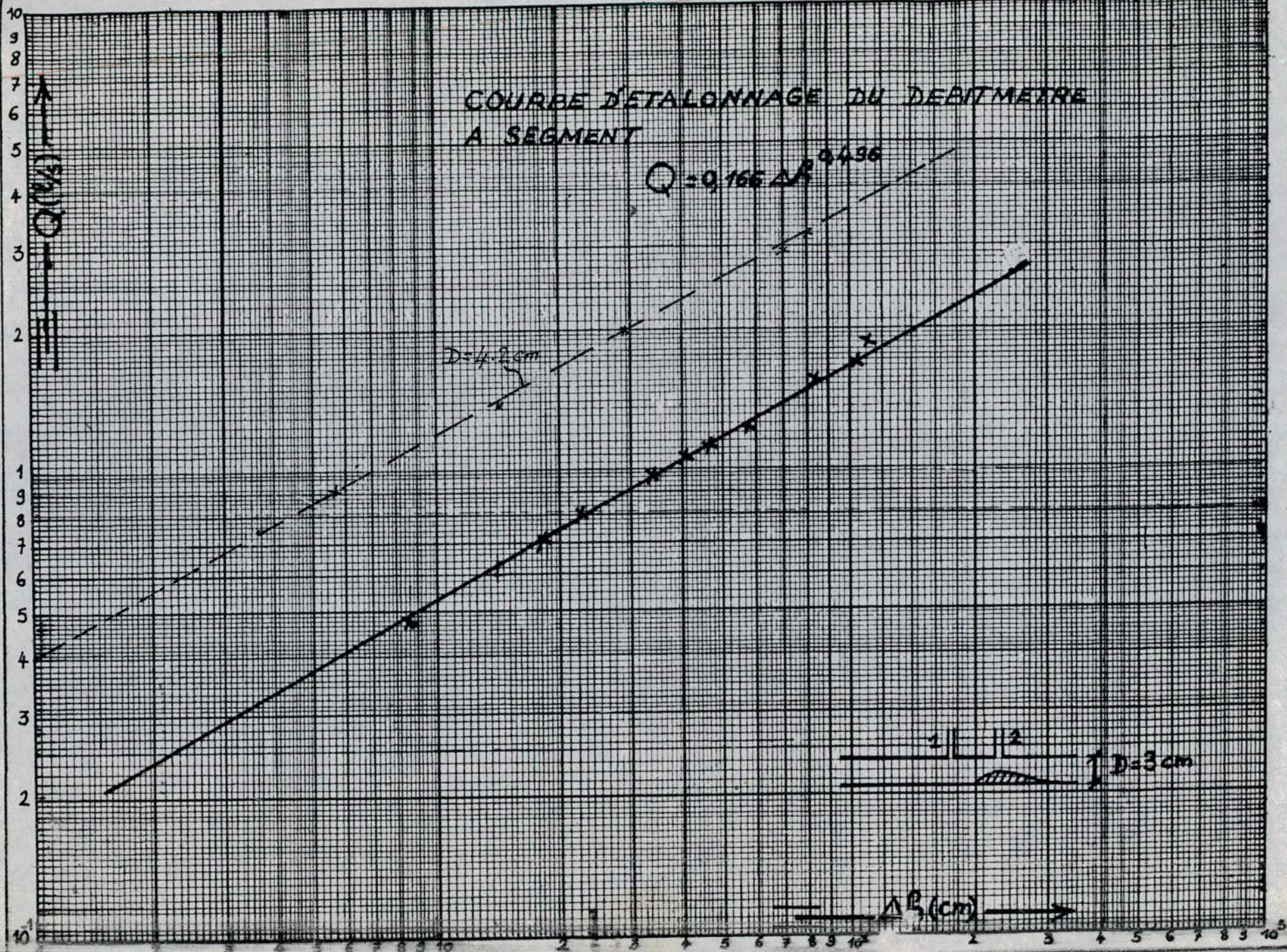
$$Q = 0,166 \Delta h^{0,496}$$

TABLEAU D'ETALONNAGE :

Volume $V$ (l)	temps $t$ (sec)	debit corresp $Q$ (l/s)	debit moyen $Q_m$ (l/s)	Lectures Piezometriques		Pression different. $\Delta h$ (cm)
				$h_1$ (cm)	$h_2$ (cm)	
28,5	60,1	0,47	0,47	110,8	102,4	8,4
28,23	59,97	0,47				
28,40	60,35	0,47				
28,46	41,31	0,69	0,70	112,9	95	17,9
28,26	40,99	0,70				
30,22	42,42	0,71				
28,39	35,65	0,80	0,80	114,5	90,4	24,1
28,48	35,72	0,80				
27,96	35,78	0,79				
28,19	29,97	0,94	0,94	116,5	83,3	33,2
28,85	30,69	0,94				
28,85	30,64	0,94				
28,62	27,85	1,03	1,04	117,6	78	39,6
30,34	28,45	1,07				
28,85	28,09	1,03				
28,16	25,61	1,10	1,10	118,7	73,5	45,2
28,33	25,75	1,10				
28,45	25,83	1,10				
27,83	22,47	1,24	1,23	120,7	64,1	56,6
27,98	22,91	1,22				
27,86	22,58	1,23				
28,42	19,27	1,47	1,48	125,4	43,7	81,7
28,24	19,14	1,48				
28,30	19,18	1,48				
28,4	17,28	1,64	1,64	127,2	26,2	101
27,96	17,01	1,64				
28,16	17,05	1,65				
28,09	15,44	1,82	1,82	129,1	5,4	123,7
27,74	15,19	1,83				
27,44	15,13	1,81				



COURBE D'ETALONNAGE DU DEBITMETRE  
A SEGMENT



## ANNEXE 2

## VARIATIONS DU DEBIT DE VIDANGE

1°/ DIAMETRE DE L'ORIFICE  $D = 4,2 \text{ cm}$ 

H (cm)	R <sub>1</sub> (cm)	R <sub>2</sub> (cm)	$\Delta h$ (cm)	Q (l/s)
30,4	111	81,3	29,7	0,89
29,3	110,8	81,3	29,5	0,89
27,5	110,3	81,6	28,7	0,88
25,6	109,8	82,8	28,0	0,87
23,4	109,2	82,2	27,0	0,85
18,4	108	82,9	25,1	0,82
15,7	107,4	83,5	23,9	0,80
14,5	107,1	83,8	23,3	0,79
9,1	106,1	84,7	21,4	0,76

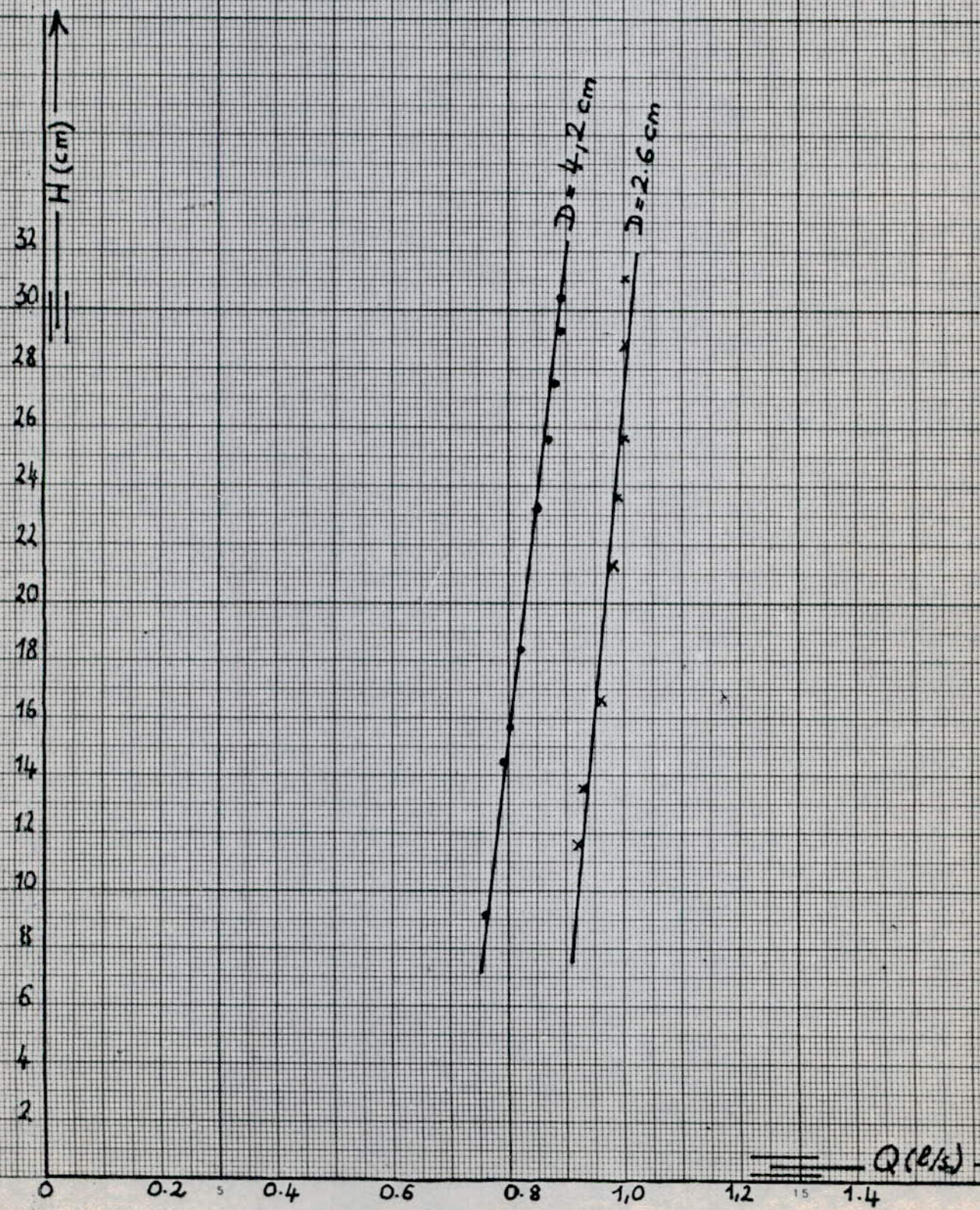
2°/ DIAMETRE DE L'ORIFICE  $D = 2,6 \text{ cm}$ 

H (cm)	R <sub>1</sub> (cm)	R <sub>2</sub> (cm)	$\Delta R$ (cm)	Q (l/s)
31	146	105,5	40,5	1,04
28,8	145,6	105,7	39,9	1,03
25,7	144,8	106,5	38,3	1,01
23,6	143,9	107,0	36,9	0,99
21,3	143,2	107,7	35,5	0,98
16,6	142,0	108,6	33,4	0,96
13,6	141,4	109,3	32,1	0,93
11,7	140,9	109,6	31,3	0,92

Le débit est calculé par la formule suivante :

$$Q = 0,166 \cdot \Delta R^{0,496}$$

# Variations du debit de vidange en fonction de la Hauteur.



# BIBLIOGRAPHIE

1. H.O. ANWAR - Prevention of vortices at intakes - Water power - 1968 - volume 20 - pages 393 à 401.
2. H.O. ANWAR - Flow in a free vortex - Water power - 1965 - volume 17 - p 153-161.
3. J.P. BERGE - Enquête sur la formation de vortex et autres anomalies d'écoulement dans une enceinte, avec ou sans surface libre. La Houille blanche - N°1 / 1966.
4. F. BIESEL - Reflexions sur les vortex de vidange - La Houille blanche - Aout/sept 1955 - N°4 - p.497-505
5. E.A. BRUN - A. MARTINOT LAGARDE - J. MATHIEU - Mécanique des fluides - Tome II - CHAPITRE 5 - Ed. DUNOD 1968
6. M. CARLIER - Hydraulique générale et appliquée chap 4 - Ed. Eyrolles 1980
7. DAGGET. L.L and KEULEGAN (G.H) - Similarité on free surface vortex formations - Proc. ASCE Journal of the hydraulics Division - Vol 100 - Nov 1974 - p. 1565-1581
8. D.F. DENNY - An experimental study of air entraining vortices in pump sump - Proceedings of the institution of mechanical engineers - Vol 170 - N2 / 1956 p. 107-125
9. H.A. EINSTEIN et HUON LI - Le vortex permanent dans un fluide réel - La Houille blanche N° 4 - 1955
10. A.K. JAIN and Al - Vortex formation at vertical pipe intakes - Proc. ASCE, Journal of the hydraulics division - vol 104 Hy10 - oct 1978 - p 1429 - 1445.
11. T. KOUGNINA et R. KAHAWITA - Etude de formation de vortex au voisinage de l'aspiration verticale inversée dans un puits de pompage - Canadian journal of c. eng. 1983 - Volume 10 - P. 369-383.
12. H.L. LANGHAAR - Analyse dimensionnelle et théorie des maquettes - CH. 2 et 3 - Ed. DUNOD 1956.

