



9/86  
1EX

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي  
Ministère de l'Enseignement et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE HYDRAULIQUE

المدرسة الوطنية للتكنولوجيا  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

# PROJET DE FIN D'ETUDES

EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME D'INGENIEUR D'ETAT

## THEME

ETUDE D'UN ÉCOULEMENT  
DANS UN CANAL DIÉDRIQUE

Proposé par :  
Mr. Y. MOULOUDI

Etudié par :  
M. Z. HADBI  
S. SOUIDI

Dirigé par :  
Mr. Y. MOULOUDI

Promotion : JANVIER 1986

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE,



وزارة التعليم العالي و البحث العلمي  
Ministère de l'Enseignement et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE HYDRAULIQUE

**PROJET DE FIN D'ÉTUDES**

EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME D'INGENIEUR D'ETAT

**THEME**

**ETUDE D'UN ÉCOULEMENT  
DANS UN CANAL DIÉDRIQUE**

Proposé par :  
Mr. Y. MOULOUDI

Etudié par :  
M. Z. HADBI  
S. SOUIDI

Dirigé par :  
Mr. Y. MOULOUDI

Promotion : JANVIER 1986

/)/9 INISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

[-] COLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

[/) EPARTEMENT: Genie Hydraulique.

//-) ROMOTEUR: Mouloudi.

[-] LEVES INGENIEURS: Souidi. S.

Hadbi. M. Z.

وزارة التعليم العالي  
مدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
سلحة: دائرة الري  
لموجه: ي. مولودي  
طلبة المهندسين: س. سويدي  
م. ز. حدبي

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

الموضوع: دراسة خطوط السطوح المائية على نموذج مصغر

المخلص

موضوع هذه الأطروحة هو دراسة خطوط السطوح المائية عبر قناة  
مشائية الشكل مكونة من الزجاج الوتائي مزودة بخزان يشمل  
على بوابة.  
هذه الدراسة هي دراسة تقارنية بين طريقتين مختلفتين  
الطريقة الكلاسيكية والطريقة الهيدروديناميكية البيانية

[-] ujet: Etude des Courbes de Remous  
sur modèle réduit.

----- Résumé -----

La présente thèse consiste à l'étude des  
courbes de remous sur modèle réduit dans un canal diédrique  
réalisé en plexiglas alimenté par un réservoir avec vanne  
de fond.

Cette étude est une étude comparative entre  
deux différentes méthodes: La méthode classique et la  
méthode d'hydrodynamique graphique.

[-] uject: The Study of surface water curves  
on the small model.

----- Abstract -----

The Subject of this project is the Study of  
surface water curves which occurs through a plexiglass  
model of dihydal channel alimented by a reservoir with a  
vanne.

This project contains a comparison study of  
two different methods: The theoretical method and the  
graphical hydrodynamic method.

---oOo--- Δ) EDICACES ---oOo---

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

Je dédie ce modeste travail en signe de respect et de reconnaissance à:

-/a mémoire de mon chère et regretté Père.

-/))a Mère que j'admire et pour tous les sacrifices consentis à mon égard pour que je réussisse.

-/))es Frères et Soeurs.

-/))es beau Frères et belle Soeurs.

-/oute ma Famille (oncles et tantes, cousins et cousines).

-/))es neveux et nièces.

-/ous ceux qui ont contribué de près ou de loin à ma formation.

-/ous mes Amis.

/)) .Z. HADBI

-ooo00ooo- (Z) E D I C A C E S -ooo00ooo-  
-----

Je dédie ce modeste travail en signe de respect et de reconnaissance à :

- /) /) a chère Mère pour le sacrifice qu'elle a consenti pour que je puisse être un homme.
- /) /) on Père , pour tous les efforts qu'il a déployé pour me voir enfin réussir.
- /) /) es Frères et Soeurs.
- Toute la Famille.
- /-/'AHMIDA, /) /) ALIKA (pour la frappe) F.Z.
- Tous mes amis et frères dans l'Islam.
- Tous les S C O U T S.

S.SOUIDI

-0000000- REMERCIEMENTS -0000000-

///)u terme de cette modeste étude, nous tenons à exprimer notre profonde gratitude et nos vifs remerciements à Monsieur Y. MOULOUDI, notre promoteur pour sa contribution à l'élaboration de cette thèse.

///)os remerciements vont également à Monsieur UTRYSKO pour les précieux conseils qu'il nous a dispensés.

///) t à tous les professeurs qui ont contribué à notre formation et notre entière reconnaissance à nos amis pour leurs aides à l'élaboration de cette mémoire.

///)otre respect aux membres du jury qui nous feront l'honneur d'apprécier notre travail.

-ooOoo- TABLE DES MATIERES -ooOoo-

(CHAPITRE I / -GENERALITES

PAGE

1-But du projet.....1  
 2-Introduction.....2  
 3-Nature des problèmes relatifs aux canaux découverts.....4  
 4-Ecoulement à surface libre.....5  
 5-Etude générale des mouvements graduellement variés.....7

(CHAPITRE II / METHODE CLASSIQUE

1-Régime uniforme.....11  
 2-Régime varié.....14  
 3-Calcul de la profondeur normale.....14  
 4-Forme de section la plus avantageuse.....15  
 5-Régime graduellement varié.....15  
 6-Régime critique.....17  
 7-Equation différentielle du mouvement graduellement varié  
 en canal uniforme.....17  
 8-Calcul du profil de la ligne d'eau en mouvement permanent  
 graduellement varié (courbe de remous).....19  
 9-Méthode de Backmeteff.....20  
 10-Procédé de calcul.....21  
 11-Méthode par approximation successives.....25  
 12-Méthode tronçon par tronçon.....25a  
 13-Méthode graphique.....25a

(CHAPITRE III / METHODE D'HYDRODYNAMIQUE GRAPHIQUE

1-Rappel sur théorie de la longueur fluidodynamique.....26  
 2-Ecoulement en régime turbulent rugueux.....29  
 3-Ecoulement en régime de transition.....30  
 4-Signification physique de la longueur fluidodynamique.....30  
 5-Adaptation à la théorie de la longueur fluidodynamique de  
 la formule du nombre de Reynolds.....31  
 6-Ecoulement en régime critique.....32  
 7-Ecoulement à surface libre graduellement non uniforme.....35  
 \*Classement des écoulements graduellement non uniforme,  
 passant par un canal diédrique.....37

|  |    |
|--|----|
| 8- Application de la théorie de la longueur fluïdo-dynamique aux écoulements permanents graduellement non uniforme passant par un canal diédrique..... | 38 |
| 9- Détermination du profil en long de la surface libre d'un écoulement graduellement non uniforme, passant par un canal diédrique.....                 | 39 |
| 10- Détermination de la hauteur normale.....   | 42 |
| 11- Procédé de calcul.....   | 42 |
| 12- Avantages de la méthode graphique.....   | 43 |
| 13- Méthode dite "tronçon par tronçon".....  | 43 |
| 14- Méthode de calcul par intégration numérique.....   | 45 |
| 15- Méthode de la Théorie de la longueur fluïdodynamique....   | 47 |



(CHAPITRE IV/ Conception et Realisation du Modèle Réduit.

|   |    |
|---|----|
| 1- Introduction aux essais sur modèle réduit.....       | 48 |
| 2- Lois de similitude.....                              | 50 |
| * Similitude Géométrique.....                           | 50 |
| * Similitude Cinématique.....                           | 50 |
| * Similitude Dynamique.....                             | 51 |
| 3- Domaine d'application.....                           | 55 |
| 4- Choix de la similitude applicable à notre étude..... | 57 |
| 5- Alimentation.....                                    | 81 |

(CHAPITRE V/ Mesures Exprimmentales et Analyses des Résultats.

|   |    |
|---|----|
| 1- Etalonnage du débit-mètre à segment.....                 | 63 |
| 2- Interprétation des Résultats (théorique et pratiques.... | 67 |

CONCLUSION .....

BIBLIOGRAPHIE .....

ANNEXE .....



LANCHES

|                |  |
|----------------|--|
| Planche n° 1 : | Courbe de remous<br>type H2            |
| Planche n° 2 : | Courbe de remous<br>type A2            |
| Planche n° 3 : | Courbe de remous<br>type S2 (F2)       |
| Planche n° 4 : | Courbe de remous<br>type P2 (T2)       |
| Planche n° 5 : | Courbe de remous<br>type P3 (T3)       |
| Planche n° 6 : | Courbe de remous<br>type H3-H2         |
| Planche n° 7 : | Courbe de remous<br>type A3-A2         |
| Planche n° 8 : | Courbe de remous<br>type S3(F3)-S2(F2) |

LISTE DES ANNEXES

- 1- Famille de courbes, représentant  $\mathcal{H}$  en fonction de  $\mathcal{E}$  et de Dh.....7
- 2- Famille de courbes représentant  $\wedge$  en fonction de  $\mathcal{Q}/\mathcal{P}$  et de .....8a-8b
- 3- Représentation graphique  $Z = f(htx, hrx)$ .....19
- 4- Représentation graphique des par dim en fonc de htx...19a
- 5- Représentation graphique des par dim en fonc de Hx...19b
- 6- Diagramme  $\mathcal{F}(hx, \mathcal{Y}_B)$  pour  $10^3 \gg \mathcal{Y}_B \gg 10^2$  type:  $P_1$  et  $P_2$ .....29
- 7- " " "  $10^3 \gg \mathcal{Y}_B \gg 10^2$  type:  $P_3$  ; ; ;.....30
- 8- " " "  $10^2 \gg \mathcal{Y}_B \gg 10$  type:  $P_1$  et  $P_2$ .....31
- 9- " " " " " " type:  $P_3$ .....32
- 10- " " "  $10 \gg \mathcal{Y}_B \gg 4$  type:  $P_1$  et  $P_2$ .....33a
- 11- " " "  $4 \gg \mathcal{Y}_B \gg 1$  type:  $P_1$  et  $P_2$ .....33b
- 12- " " "  $10 \gg \mathcal{Y}_B \gg 1$  type:  $P_3$  et  $K_3$ .....34
- 13- " " "  $17 \gg \mathcal{Y}_B \gg 0,1$  type:  $S_1$  et  $K_1$ .....35
- 14- " " "  $0,8 \gg \mathcal{Y}_B \gg 0,1$  type:  $S_2$ .....36
- 15- " " "  $0,1 \gg \mathcal{Y}_B \gg 0,01$  type:  $S_1$ .....37
- 16- " " "  $0,17 \gg \mathcal{Y}_B \gg 0,01$  type:  $S_2$ .....38
- 17- " " "  $1 \gg \mathcal{Y}_B \gg 0,001$  type:  $S_3$ .....39
- 18- " " "  $\mathcal{Y}_B = 0$  type:  $H_2$ .....40
- 19- " " "  $\mathcal{Y}_B = 0$  type:  $H_3$ .....41
- 20- Diagramme de Moody.....46
- 21- Schéma du modèle réduit en profil en long.
- 22- Schéma " " " " perspective.

SYMBOLES ( INITIALES )

- $Q$  : Débit volume.  
 $V$  : Vitesse moyenne d'un écoulement.  
 $P$  : Périmètre d'une section.  
 $A$  : Aire d'une section.  
 $K$  : Profondeur critique.  
 $h_c$  : Profondeur critique.  
 $H$  : Charge totale.  
 $Q_K$  : Débit volume correspondant au régime critique.  
 $V_K$  : Aire moyenne correspondant au régime critique.  
 $A_K$  : Aire d'une section critique.  
 $P_K$  : Périmètre d'une section critique.  
 $H_K$  : Charge totale correspondant au régime critique.  
 $\Delta H$  : Perte de charge totale.  
 $H_x$  : Charge totale rapportée à la profondeur critique ( $H_x = H/K$ )  
 $h_x$  : Profondeur  $h$  rapportée à la profondeur critique ( $h_x = h/K$ )  
 $\Delta H_x$  : Perte de charge totale rapportée à la profondeur critique  
 $e$  : Largeur d'un plan d'eau.  
 $e_K$  : Largeur d'un plan d'eau critique.  
 $\theta$  : Angle d'ouverture d'un dièdre.  
 $I$  : Cotg. d'inclinaison d'un talus.  
 $\Delta h$  : Différence de hauteurs piézométriques  
 $P$  : Pression moyenne.  
 $\rho$  : Masse volumique = : poids volumique.  
 $\alpha$  : Facteur de correction de l'énergie cmétrique.  
 $\lambda$  : Echelle du modèle.  
 $\lambda_v$  : Echelle des vitesses.  
 $\lambda_Q$  : Echelle des débits.  
 $\lambda_t$  : Echelle des temps.  
 $\lambda a$  : Echelle des accélérations.  
 $g$  : Accélération de la pesanteur.  
 $r$  : Coefficient de corrélation.  
 $h_t$  : Profondeur à l'amont d'un ressaut.  
 $h_r$  : Profondeur à l'aval d'un ressaut.  
 $A_t$  : Section mouillés correspondant à la profondeur  $h_t$ .  
 $A_r$  : Section mouillés correspondant à la profondeur  $h_r$ .

- $\epsilon$  : Rugosité absolue.  
n : Coefficient qui dépend de la nature des parois.  
C : Coefficient de Chézy.  
Dh : Diamètre hydraulique.  
Rh : Rayon hydraulique.  
I : Pente du fond.  
Ic : Pente critique.  
hncl : Hauteur normale classique.  
hngr : Hauteur normale graphique.  
Nn : Niveau normal.  
Nc : Niveau critique.  
 $\nu$  : Viscosité cinématique.  
 $\Delta L$  : Distance entre deux sections.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

CHAPITRE I. G E N E R A L I T E S

I.1 BUT DU PROJET

/)/otre projet de fin d'étude consiste à l'étude sur un modèle réduit d'un écoulement permanent à régime variable dans un canal diédrique.

Il aura pour rôle de:

-(/érifier les différentes méthodes qui permettent la détermination des courbes de remous dans les écoulements à ciel ouvert afin de dimensionner les canaux. (Dimensionnement optimal).

...../.....

## 1.2- INTRODUCTION

Généralement, les barrages doivent comporter des ouvrages annexes qui sont susceptibles d'évacuer le débit de la plus grande crue à redouter.

La submersion d'un barrage en terre au passage d'une forte crue a toujours des conséquences catastrophiques allant de la destruction de l'ouvrage à la démolition des constructions à l'aval et à l'inondation des terres agricoles.

Pour éviter de telles catastrophes, il est donc nécessaire de prévoir un évacuateur de crue qui sera calculé de façon à ce que la surélévation du plan d'eau de la retenue n'atteint pas la crête du barrage et cela afin d'assurer l'eau évacuée aux terrains agricoles, il est nécessaire de construire des canaux découverts qui assurent l'écoulement pour l'irrigation.

Dans notre pays, avides d'eau et soumis à un régime de pluies rarement en harmonie avec les besoins de l'agriculture, l'irrigation des terres a été de tous temps un problème vital.

Les canaux découverts méritent donc une étude spécial, beaucoup plus largement développée.

Pour les canaux d'irrigation, l'avantage est de ne pas créer de chute importante et de permettre l'évacuation des matières charriées par le courant.

.... / ....

..../....

Le problème du mouvement d'un liquide dans les canaux découverts est, en effet, beaucoup plus complexe que celui de l'écoulement à l'intérieur des systèmes en charge.

Si, dans une conduite, la section occupée par le courant est parfaitement définie, en tous points, par les dimensions de l'ouvrage, il n'en est pas de même dans un canal, où la ligne d'eau évolue d'une manière inconnue, à priori, et dont le calcul, dans diverses circonstances du mouvement varié, devient parfois particulièrement délicat : cette déformation de la surface libre peut d'ailleurs donner naissance à des phénomènes tels que le ressaut ou la chute brusque dont on ne trouve pas l'équivalent dans les conduites.

I.3 /)/ATURE /) ES //) ROBLEMES //) ELATIFS  
//) UX ( ANAU /) ECOUVERTS

Les problèmes posés par les canaux découverts sont extrêmement divers et il est difficile de les englober dans une formule unique. L'un des plus fréquents est le choix du tracé et de la section d'un canal destiné à conduire, de la manière jugée la plus économique, un débit donné, ou, plus exactement, une série de débits compris entre des limites connues. Il en est ainsi, par exemple, lors de l'établissement d'un canal destiné à alimenter une usine hydro-électrique ou un réseau d'irrigation. Si l'écoulement y est uniforme, les calculs ne présentent généralement pas de difficulté particulière. Dans le cas contraire, il est souvent indispensable de rechercher la forme que prendra la surface libre.

L'étude de cette surface constitue également l'un des problèmes - types des cours d'eau naturels, où l'on veut connaître la courbe de remous provoqué par un ouvrage tel que barrage, piles de pont, etc....., édifié dans le cours d'eau; on devra par exemple vérifier que la présence de cet ouvrage ne surelève pas le plan d'eau au-dessus d'une cote maximum (danger d'inondation), ou, au contraire, qu'elle le maintient constamment au-dessus d'une valeur minimum (condition de navigation). La résolution d'un tel problème se fera en deux stades :



- Dans le premier, on déterminera le type de courbe présenté par la ligne d'eau en y décelant la présence éventuelle de discontinuités locales, telles que ressaut, chute brusque, etc....;

- Dans le second, on calculera cette courbe, le plus souvent par points, à partir de méthodes adoptées au type de canal considéré.

#### 1.4 ÉCOULEMENTS À SURFACE LIBRE

L'écoulement dans un canal à ciel ouvert ou à surface libre présente la particularité de comporter une surface libre en contact avec l'air soumise à une pression constante (atmosphérique). L'écoulement peut être dans une conduite à condition que cette conduite ne soit pas totalement rempli (les aqueducs). Lorsque la section sera rempli on appelle écoulement à pression, la pression est le facteur dominant dans ce cas, par contre la gravité, la pente et les variations des hauteurs sont les facteurs essentiels qui présentent la nature de l'écoulement dans un canal à ciel ouvert.

Tous les principes fondamentaux pour la conservation de la quantité de mouvement, l'énergie et la masse sont applicables pour les écoulements dans les canaux à surface libre. L'écoulement dans les canaux à surface libre peut être plat ou ondulé, sauf que l'écoulement plat se fait rarement.

...../.....

...../.....

□)ans un canal à ciel ouvert l'écoulement permanent peut être uniforme ou non uniforme. Par définition l'écoulement uniforme c'est un écoulement qui ne produit pas de variation dans les profondeurs le long du canal. On trouve ce genre d'écoulement dans les canaux prismatique, la surface libre du liquide est parallèle au fond du canal.

Lorsqu'il y aura une variation de forme du canal on aura un écoulement non uniforme, on peut avoir aussi des variations dans les profondeurs. Pour le 1<sup>er</sup> cas c'est à dire pour une variation rapide dans un écoulement uniforme dans un canal à ciel ouvert il se produit un ressaut, par contre dans le 2<sup>ème</sup> cas dans un écoulement non uniforme on aura des variations de ligne d'eau c'est ce qu'on appelle des remous.

Les canaux peuvent se produire soit par nature soit par l'homme, les oueds et les fleuves coulent normalement dans des canaux naturels. Généralement les oueds, les fleuves et les canaux artificiel utilisés dans l'irrigation ont des sections granulé et son étude consiste à des connaissances géographiques et géophysiques.

## I.5 ETUDE GÉNÉRALE DES MOUVEMENTS GRADUELLEMENT VARIÉS.

On sait bien qu'un mouvement graduellement varié est caractérisé par une variation progressive des divers paramètres hydrauliques le long du courant. La courbe représentant la ligne d'eau d'un régime graduellement varié est généralement appelée courbe de remous. La courbe de remous est parfois appelée également "axe hydraulique" ou "ligne d'eau".

### CLASSIFICATION :

L'écoulement peut se manifester par des courbes de remous dont les différents types:

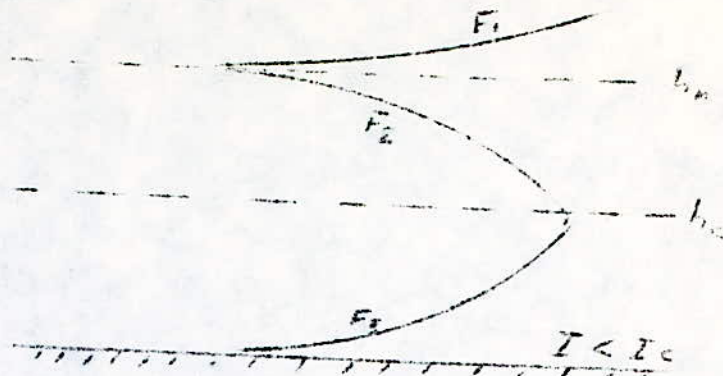
1- Canal descendant :  $I$  positive

a) Régime fluvial: Dans ce régime on a le niveau normal se situe au dessus du niveau critique, c'est-à-dire  $I < I_c$  ce qui entraîne  $h_n > h_c$ . En ce régime trois (3) cas peuvent se produire:

-Lorsque  $h > h_n > h_c$ ; on aura une courbe de remous d'exhaussement, cette courbe est très fréquente, elle correspond à un mouvement graduellement retardé.

-Lorsque  $h_c < h < h_n$ ; on aura une courbe de remous d'abaissement et correspond à un mouvement graduellement accéléré.

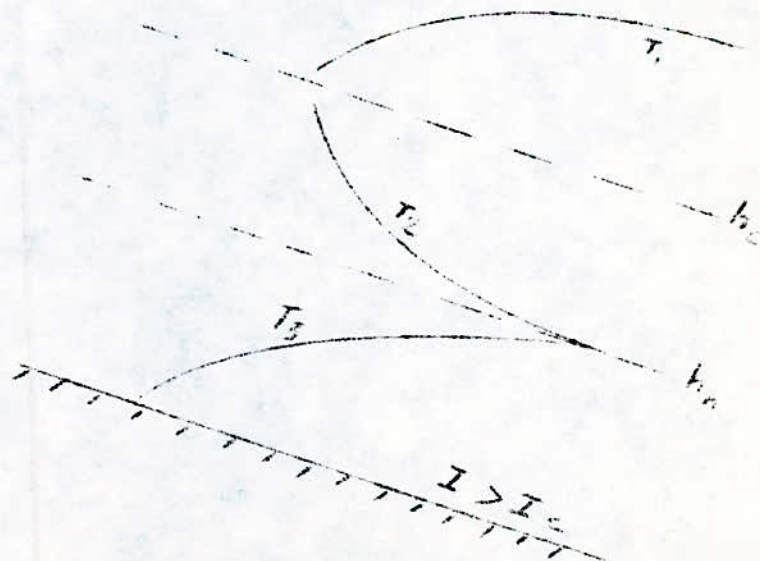
-Lorsque  $h < h_c < h_n$ ; on aura une courbe de remous d'exhaussement et correspond à un mouvement graduellement retardé, c'est un cas assez rare en régime torrentiel.



-Courbe de remous de la classe F

-b) Régime torrentiel : Dans ce régime on a le niveau normal se situe au dessous du niveau critique, c'est-à-dire  $I > I_c$  ce qui entraîne  $h_n < h_c$ . En ce régime trois (3) cas peuvent se produire:

- Lorsque  $h > h_c > h_n$ ; on aura une courbe de remous d'exhaussement qui correspond à un mouvement graduellement retardé.
- Lorsque  $h_n < h < h_c$ ; on aura une courbe de remous d'abaissement qui correspond à un mouvement graduellement accéléré.
- Lorsque  $h < h_n < h_c$ ; on aura une courbe de remous d'exhaussement qui correspond à un mouvement graduellement retardé.



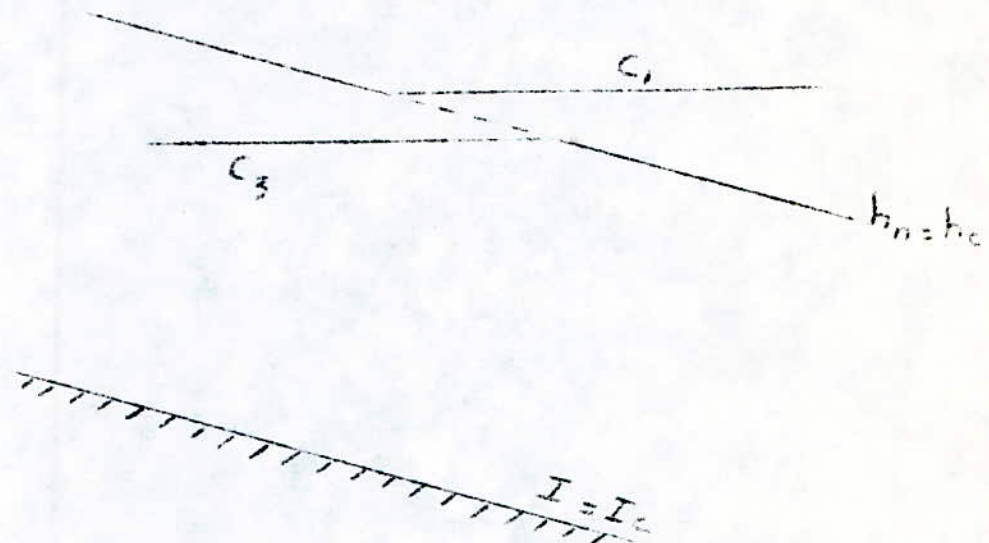
-Courbes de remous de la classe T

c) Régime critique : Dans ce régime on a le niveau normal qui se confond avec le niveau critique, c'est-à-dire  $I=I_c$  ce qui entraîne  $h_n=h_c$ . En ce régime deux (2) cas peuvent se produire:

-Lorsque  $h > h_c = h_n$ ; on aura une courbe de remous d'exhaussement avec une ligne d'eau horizontale.

-Lorsque  $h < h_c = h_n$ ; on aura une courbe de remous d'exhaussement avec une ligne d'eau ~~parallèle au fond~~ **horizontale**.

Cette classe (C) représente la limite commune des classes F et T avec disparition de la région 2 puisque  $h_n=h_c$ .



-Courbes de remous de la classe C

(Cas d'une section de grande largeur par rapport à sa profondeur).

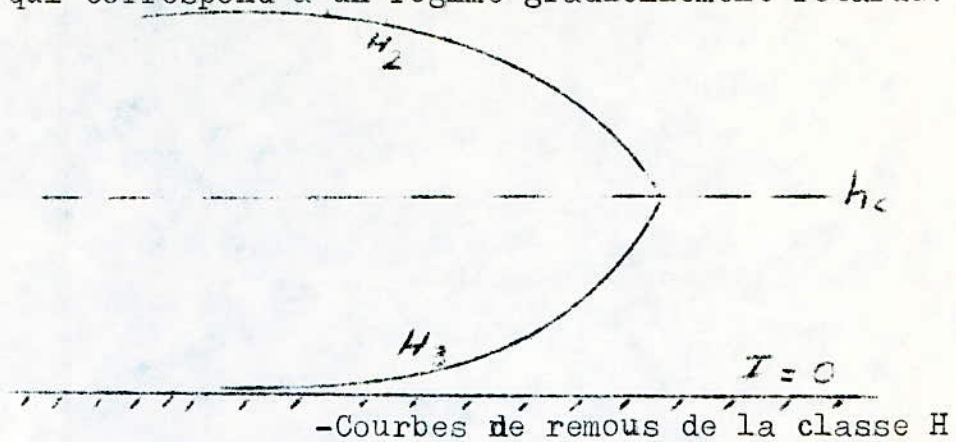
2-Canal horizontale :  $I$  nulle.

Dans ce cas  $h_n = \infty$ , la profondeur critique reste toujours définie par la relation caractéristique du régime critique puisqu'elle ne dépend que du débit et est indépendante de la pente:  $I = 0$ .

2 cas peuvent se produire:

-Lorsque  $h > h_c$ ; donc on aura une courbe de remous d'abaissement qui correspond à un régime graduellement accéléré.

-Lorsque  $h < h_c$ ; donc on aura une courbe de remous d'exhaussement qui correspond à un régime graduellement retardé.



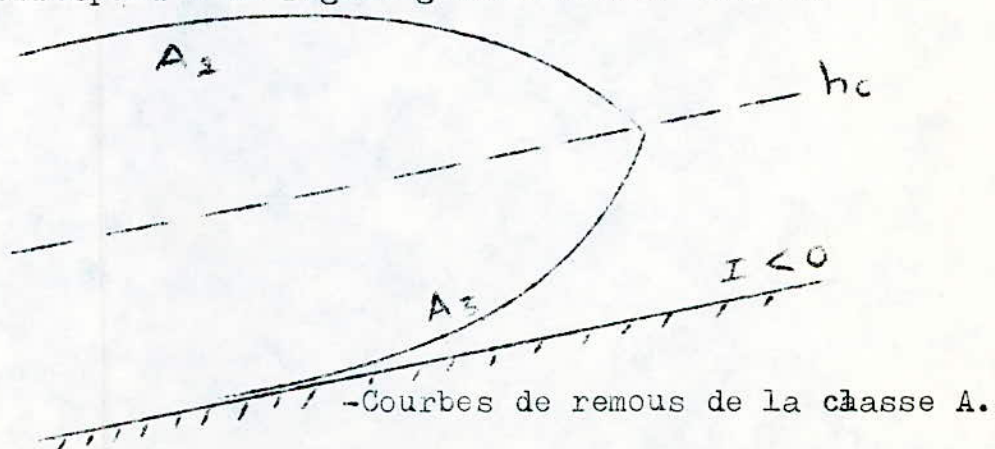
3-Canal ascendant:  $I$  négative.

Dans ce cas  $h_n$  n'existe plus ( $h_n =$  l'infinie) mais la hauteur critique reste toujours définie par la relation fondamentale du régime critique.

2 cas peuvent se produire:

-Lorsque  $h > h_c$ ; on aura une courbe de remous d'abaissement qui correspond à un régime graduellement accéléré.

-Lorsque  $h < h_c$ ; on aura une courbe de remous d'exhaussement qui correspond à un régime graduellement retardé.



## CHAPITRE II // // METHODE CLASSIQUE

//-) Par définition les écoulements à surface libre comportent une surface libre en contact avec l'air dont la forme peut varier suivant le dimensionnement de la section transversal du canal.

Il y a 2 sortes de régimes d'écoulement à surface libre:

\* régime permanent

\* régime non permanent

On se limite en principe aux écoulements en régime permanent qui présente 2 aspects:

### II.1-Régime uniforme:

//) définition: Le régime est uniforme lorsque le filet du courant liquide est parallèle à la pente tout le long du canal en conservant une pente et une section transversale constante ce qui implique que la vitesse reste constante tout le long du filet liquide.

#### II.1.1-Formules fondamentales du régime uniforme:

Les formules fondamentales du régime uniforme établissent une relation entre la vitesse moyenne  $V$ , le rayon moyen  $R$ , la pente  $I$  du canal et sa rugosité.

//) Elles sont de la forme établie par Chézy:

$$V = C \sqrt{RI}$$

Le coefficient  $C$  dépend des paramètres géométriques et hydrauliques de l'écoulement.

De nombreux hydrauliciens ont proposé des expressions du coefficient  $C$  de la formule générale.

Le coefficient  $C$  peut être obtenu en utilisant l'une des expressions suivantes:

\* formule de BAZIN: BAZIN considère C comme fonction de R et d'un coefficient Y caractéristique de la nature des parois et pose:

$$C = \frac{87}{1 + Y/\sqrt{R}}$$

\* formule de Gauguillet et Kutter: La formule de Gauguillet et Kutter, parfois appelée plus simplement formule de Kutter, introduit la pente I dans le terme C qui s'écrit:

$$C = \frac{23 + \frac{0.00155}{I} + \frac{1}{n}}{1 + (23 + \frac{0.00155}{I}) \frac{n}{\sqrt{R}}}$$

\* formule de Manning:  $C = \frac{1}{n} R^{1/6}$

Le coefficient n'est variable suivant la nature des parois du canal.

#### II.1.2-Précision et comparabilité des formules:

□) d'une manière générale, la précision des résultats donnés par les formules des canaux à ciel ouvert est moins bonne que celle concernant les conduites en charge.

La raison de ceci tient surtout au fait que ces formules, peut être trop générales, se rapportent à des cas extrêmement variés; Alors que les conduites ont une forme le plus souvent circulaire et une nature de parois qui ne concerne que quelques types déterminés, les canaux à ciel ouvert, et notamment les cours d'eau naturels, présente en effet les formes et les rugosités les plus divers, et part par conséquent appel à un plus grand nombre de variables.



[-] aucun paramètre n'y définit vraiment la forme de la section, et le rayon moyen à lui seul n'est pas toujours caractéristique de celle-ci; surtout lorsque cette forme s'écarte des types usuels.

La précision des résultats est également liée au choix du coefficient de rugosité jugé caractéristique des parois et de la forme du canal. Ce choix est souvent délicat étant donné la disproportion qui existe entre le petit nombre de coefficients proposés et la variété considérable des types des parois que l'on peut rencontrer. On constate d'ailleurs que ces coefficients ne conduisent pas toujours à de bons résultats, car il sont parfois déduits d'expérience faites sur des canaux de petites dimensions, et l'on peut remarquer qu'ils ne couvrent pas toute l'étendue des cas pratiques. [-] aussi, des listes plus complètes de coefficients ont-elles été chassées postérieurement par certains auteurs en utilisant les résultats obtenus à partir d'ouvrages de type courant.

Le coefficient de rugosité n'est d'ailleurs pas absolument spécifique de la forme et des paramètres du canal, et sa valeur est majorée par tout accroissement de turbulence ou de vitesse, dans une mesure qui reste toujours délicate à apprécier.

On ne saurait trop insister sur la nécessité qu'il y a de le choisir avec le plus grand soin: La formule de Manning par exemple, montre en effet que l'erreur relative commise sur le calcul de la vitesse est du même ordre que celle introduit par le facteur  $n$ . C'est à dire qu'il n'est pas utile de vouloir calculer les canaux avec précision disproportionnée à celle qui s'attache au choix de ce facteur.

En général, l'expérience montre cependant que chacune de ces formules conduit à des résultats satisfaisantes si l'application en est judicieusement faite.

La formule de Manning est utilisée en raison de la simplicité et elle présente l'avantage d'avoir une forme monôme, qui dégage aisément l'influence des divers paramètres ce qui permet des calculs plus simples et réalisable à la règle.

### II.2-Régime Varié:

Définition: Le régime est varié lorsque le filet du courant liquide et le fond du canal ne sont plus parallèles ce qui implique une variation de la section transversale.

Si la vitesse croît dans le sens de l'écoulement le mouvement varié est dit accélère. Il est retardé dans le cas contraire. On classe le régime varié en deux catégories:

✱ Régime graduellement variés:

Les paramètres hydrauliques varient très progressivement d'une section à l'autre.

✱ Régime brusquement varié:

Ce régime est caractérisé par une variation plus rapide et parfois même discontinue des phénomènes.

### II.3-Calcul de la profondeur normale

On appelle profondeur normale  $h_n$  pour le débit  $Q$  et la pente  $I$ , la profondeur du courant en régime uniforme; La surface libre, parallèle au fond définit le niveau normal  $N_n$ . La profondeur normale  $h_n$  se calcule en associant les 2 formules suivantes:

formule de l'écoulement en régime uniforme:  $V = C \sqrt{RI}$

formule du débit:  $Q = A C \sqrt{RI} = f(h_n)$

Pour un canal de pente et de rugosité données, à chaque valeur du débit  $Q$  correspond une valeur définie de la profondeur normale  $h_n$  déduite des formules ci-dessus.

//i  $Q$  var i,  $h_n$  var i également et dans le même sens que  $Q$ .

#### II.4-Forme de section la plus avantageux

//oit la formule de Manning:

$$Q = VA = \frac{1}{n} R^{2/3} I^{1/2} A$$

//-) proposons nous de rechercher, pour un canal de pente  $I$  et

de  $n$  données, quelle est, de toutes les formes d'égales surfaces mouillée  $A$ , celle qui portera le débit maximal.

(est ce qu'on appelle le profil de débit maximal ou la forme de section la plus avantageux.

L'expression précédente que  $Q$  sera maximale pour  $R$  maximale puisque  $I, n$  et  $A$  sont supposés constantes.

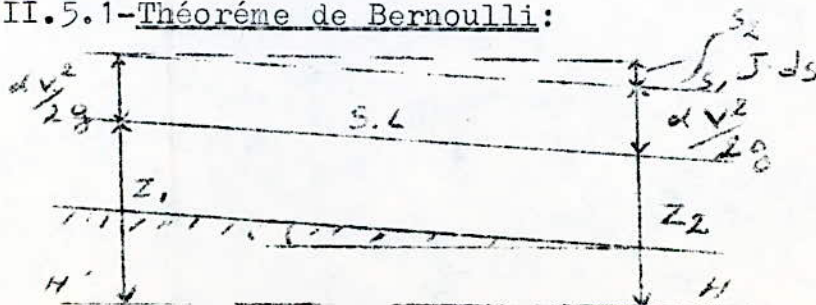
Or:  $R = \frac{A_m}{P_m}$   $A_m$  étant la surface mouillé  
 $P_m$  étant le périmètre mouillé

donc  $R$  sera maximal pour  $P_m$  minimal.

La section diédrique est une section plus avantageux pour les sections trapézoïdales.

#### II.5-Régime graduellement varié

##### II.5.1-Théorème de Bernoulli:



En régime permanent l'expression classique du théorème de Bernoulli s'écrit:  $Z + \frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2g} + j \cdot Ct = H$

Si on néglige cette équation, il est nécessaire d'introduire le coefficient  $\alpha$  pour tenir compte de l'inégale répartition des vitesses dans la section transversale considérée.

-  $\alpha$  appelé coefficient de CORIOLIS.

entre 2 sections:  $Z_1 + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} \pm \int_{z_1}^{z_2} J ds$

-  $Z_1$  et  $Z_2$  sont les cotés de la surface libre dans chaque sections.

-  $V_1$  et  $V_2$  sont les vitesses moyennes correspondantes.

On introduisons les énergies  $H_1$  et  $H_2$

on aura:  $H_1 = H_2 + \int_{z_1}^{z_2} J ds$

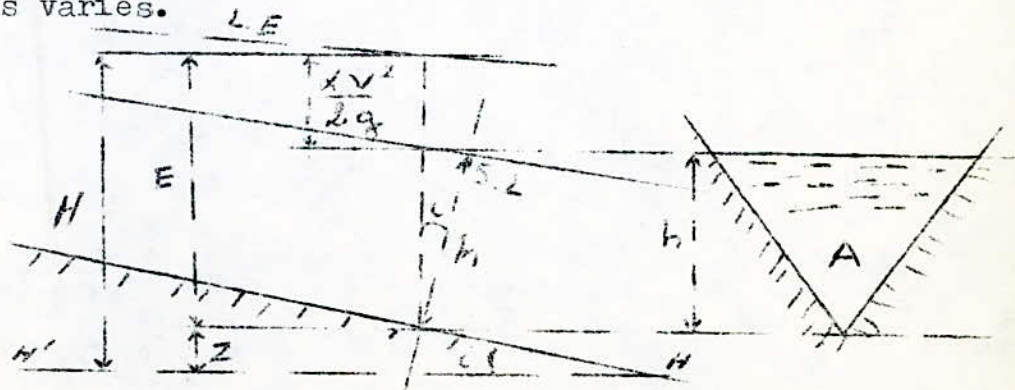
sous la forme différentielle:

$$\boxed{dZ + d\left(\frac{\alpha V^2}{2g}\right) + J ds = 0!}$$

### II.5.2-Energie spécifique: E

Définition: C'est la valeur moyenne de l'énergie des molécules du liquide d'une section transversale par unité de poids du liquide.

Cette notion joue un rôle essentiel dans l'étude des écoulements variés.



Par définition  $E = h \cos i + \frac{v^2}{2g}$

On supposera  $\cos i = 1$  et  $\alpha = 1$  on aura donc l'expression de l'énergie spécifique:

$$E = h + \frac{v^2}{2g}$$

on introduisent débit  $Q$ :

$$E = h + \frac{Q^2}{2gS^2}$$

### III.6-Régime critique

//-) Pour un canal donné la profondeur critique est donc celle correspondant

-au débit maximal pour une énergie spécifique donnée.

à l'énergie spécifique minimale pour un débit donné.

↳ Lorsque la profondeur  $h$  prend la valeur  $h_c$  on dit que le régime critique est atteint; la surface libre occupe alors le niveau critique  $NC$ .

↳ La relation caractéristique du régime critique est:

$$\frac{Q^2 E}{gA^3} = 1$$

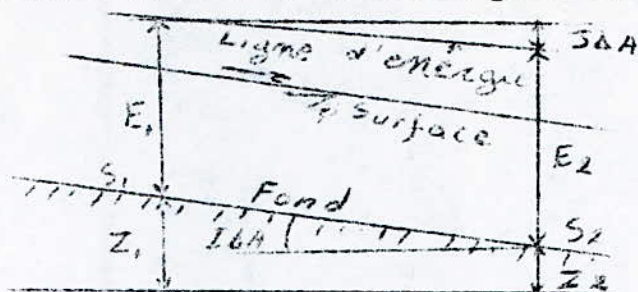
↳ Dans cette relation,  $A$  et  $e$  sont respectivement la surface et la largeur superficielle de la section mouillée lorsque, dans cette section, la profondeur est égale à la profondeur critique pour le débit considéré.

↳ Dans un canal de forme donnée la profondeur critique ne dépend que du débit.

### II.7-Equation Différentielle du Mouvement Graduellement Varié en Canal Uniforme.

↳ Définition: Un mouvement graduellement varié est caractérisé par une variation progressive des divers paramètres hydrauliques de long du courant.

La courbe représentant la ligne d'eau d'un tel mouvement est généralement appelée courbe de remous; Le remous en un point est la différence  $/h - h_n/$  entre la profondeur du courant et la profondeur normale du régime uniforme pour le débit considéré.



L'équation de Bernoulli appliquée entre  $S_1$  et  $S_2$  permet d'écrire:  $E_1 + Z_1 = E_2 + Z_2 + J \Delta S$

$-Z_1$  et  $Z_2$  étant les cotes du fond respectivement en  $S_1$  et  $S_2$ .

Posons:  $E_2 - E_1 = \Delta E$  ,  $Z_1 - Z_2 = I \Delta S$

il vient:  $\Delta E = I \Delta S - J \Delta S$

et à la limite:  $\frac{dE}{dS} = I - J$

$-J \Delta S$  est la pente de charge.

$-I \Delta S$  est la hauteur représentative du travail fourni par la pesanteur.

On peut écrire:

$$\frac{dE}{dS} = \frac{\partial E}{\partial h} \frac{dh}{dS} = \frac{\partial}{\partial h} \left( h + \frac{Q^2}{2gA^2} \right) \frac{dh}{dS} = \left( 1 - \frac{Q^2}{gA^3} \frac{\partial S}{\partial h} \right) \frac{dh}{dS}$$

$$\frac{dE}{dS} = I - J = \left( 1 - \frac{Q^2}{gA^3} \frac{\partial S}{\partial h} \right) \frac{dh}{dS}$$

et finalement:

$$\frac{dh}{dS} = I \frac{1 - \frac{J}{I}}{1 - \frac{Q^2}{gA^3} \frac{\partial S}{\partial h}}$$

Dans cette expressions,  $I$  et  $Q$  sont constantes et  $A, L$  et  $J$  sont des fonctions de  $h$ .

(C)ette expression est l'équation différentielle  $dS=f(h)dh$  de la ligne d'eau en mouvement graduellement varié pour un écoulement en régime permanent à filets sensiblement parallèles se déplaçant en bloc en canal uniforme de faible pente.

## II.8-Calcul du Profil de la Ligne d'Eau en Mouvement Permanent Graduellement Varié.

(Courbe de Remous)

Le calcul et la construction exactes de ces courbes nécessitent l'intégration de l'équation différentielle du mouvement:

$$\text{ment: } \frac{dh}{dS} = I \frac{1 - \frac{S}{I}}{1 - \frac{Q^2_e}{gA^3}}$$

Les variables sont l'abaisse  $S$  et la profondeur  $h$  correspondante. Le second membre de cette expression est une fonction de  $h$ , de sorte que cette relation est de la forme:

$$dS = f(h)dh$$

équation différentielle à variable séparées qui, par intégration entre 2 sections d'abscisses  $S$  et  $S_1$ , donnera:

$$S_1 - S_0 = \int_{h_0}^{h_1} f(h)dh$$

Il est en général difficile de résoudre l'intégrale du second membre car l'expression  $f(h)dh$  est complexe.

Quel que soit le procédé de calcul utilisé, le résultat ne donnera l'équation de la ligne d'eau qu'à une constante près.

Il existe plusieurs méthodes de calcul comme:

- La méthode de Bresse (pour canal rectangulaire de largeur très grande).
- La méthode de Bakhmeteff.

- La méthode par approximateur successives.
- La méthode graphique de Raytchine et Chatelain.
- La méthode de Silber.

### II.9-Méthode de Bakhmeteff;

(C)ette méthode est une plus usuelles pour les sections transversales de forme quelconque, elle est assez longue à utilisés mais elle est précisé à condition d'adopter des intervalles d'intégration suffisamment petits.

#### Les hypothèses:

- Canal prismatique
- Pente constante positive
- Soit la largeur du canal  $B = a_1 h^{b_1}$   
et le périmètre mouillé:  $P_m = a_2 h^{b_2}$

Bakhmeteff a introduit la fonction débitance K défini par

$$K = CA \sqrt{R}$$

La section mouillé est:  $A = \int_a^h B dh = \frac{a_1}{b_1} h^{b_1+1}$

La formule de Manning - Chézy:

d'où:  $Q = \frac{1}{n} \frac{A^{5/3}}{P_m^{2/3}} I^{1/2}$  avec  $K = \frac{1}{n} \frac{A^{5/3}}{P_m^{2/3}}$

$$K = \frac{1}{n} a_3 h^{b_3} = ah^{x/2}$$

\* a est une constante

\* x est l'exposant hydraulique

Dans les conditions réelles :  $Q = K \sqrt{J}$

Dans les conditions uniforme:  $h = h_n$  :  $Q = K_o \sqrt{i}$

$$\frac{J}{i} = \frac{Q^2}{K^2} \frac{K_o^2}{Q^2} = \left(\frac{K_o}{K}\right)^2 = \left(\frac{a h_n^{x/2}}{a h^{x/2}}\right)^2 = \left(\frac{h_n}{h}\right)^x$$

en remplaçant dans l'équation de la ligne d'eau .



on aura: 
$$\frac{dh}{dl} = i \frac{1 - \left(\frac{h_n}{h}\right)^x}{1 - j \left(\frac{h_n}{h}\right)^x} \quad \text{avec } j = \frac{\omega i}{g} c^2 \frac{e}{P_m}$$

Posons :  $\eta = \frac{h}{h_n} \Rightarrow dh = h_n d\eta$

$$\frac{h_n d\eta}{dl} = i \frac{1 - \eta^{-x}}{1 - j \eta^{-x}} \implies \frac{h_n d\eta}{i dl} = \frac{\eta^x - 1}{\eta^x - j}$$

$$\frac{i dl}{h_n} = \frac{\eta^x - 1}{\eta^x - j} d\eta \implies \frac{i dl}{h_n} = \frac{\eta^{x-j+1} - \eta}{x-1} d\eta = 1 + \frac{(1-j)}{\eta^{x-1}} d\eta$$

$$\frac{i}{h_n} \int_0^L dl = \int_{\eta_1}^{\eta_2} \left[ 1 + \frac{(1-j)}{\eta^{x-1}} \right] d\eta = \eta_2 - \eta_1 + (1-j) \int_{\eta_1}^{\eta_2} \frac{d\eta}{\eta^{x-1}}$$

En posons:  $\phi = \int \frac{d\eta}{\eta^{x-1}}$

On aura: 
$$\frac{iL}{h_n} = \eta_2 - \eta_1 + (1-j)(\phi_2 - \phi_1)$$

L'application de la méthode est facilité par l'utilisation des tables donnant les différentes valeurs de la fonction  $\phi$  en fonction de  $\eta$  pour les divers valeurs usuelles de  $\eta$ .

### II.10-Procédé de Calcul pour un Canal Diédrique.

1) Calcul de la profondeur normale:

$$Q = VA \quad \text{avec } C = C\sqrt{RI} \quad \text{et } C = \frac{1}{n} R^{1/6}$$

$$R = \frac{A}{P} \quad Q = \frac{1}{n} R^{2/3} I^{1/2} A$$

$$Q = \frac{1}{n} \left(\frac{A}{P}\right)^{2/3} I^{1/2} A = \frac{1}{n} \frac{A^{5/3}}{P^{2/3}} I^{1/2}$$

Pour:  $A = h^2$  et  $P = 2\sqrt{2} h$

On a: 
$$Q = \frac{1}{n} \frac{h^{10/3}}{(2\sqrt{2} h)^{2/3}} \sqrt{I} = \frac{1}{n} \frac{h^{8/3}}{(2\sqrt{2})^{2/3}} \sqrt{I}$$

Donc 
$$h_n = \sqrt[8]{\frac{Q n (2\sqrt{2})^{2/3}}{\sqrt{I}}}$$

$$h_n = \sqrt[5]{\frac{8 Q^3 n^3}{I^{3/2}}}$$

2) Calcul de la hauteur critique:

$$\frac{Q^2}{gA^3} = 1 \quad \text{avec } e = 2h$$

$$A = h^2$$

$$\frac{2Q^2 h}{gh^3} = 1 \implies \frac{2Q^2}{gh^5} = 1$$

alors on a:

$$h = h_c = \sqrt[5]{\frac{2Q^2}{g}}$$

3) Calcul de l'exposant:

Bakhmeteff introduit la fonction "débitance" définie par;

$$K = K(h) = CA \sqrt{R}$$

La débitance ne dépend donc que de la section du canal (forme et dimensions de la section mouillée, rugosité des parois).

Pour la profondeur normale  $h_n$  on a:

$$K_n = K(h_n) = C_n A_n \sqrt{R_n}$$

comme  $Q = C_n A_n \sqrt{R_n} I$  (régime uniforme)

$$\text{on a: } I = \frac{Q^2}{K_n^2}$$

de même pour la profondeur  $h$ :

$$Q = CA \sqrt{RJ} = K \sqrt{J} \quad J = \frac{Q^2}{K^2}$$

\* Dans la quasi majorité des cas on peut poser:

$$K^2 = Ah^x \implies K = Ah^{x/2}$$

A étant une constante et x étant appelé l'exposant hydraulique de la section considérée car il varié avec la forme de la section (valeurs comprises entre 2,8 et 5,4 pour les sections usuelles).

$$K_1 = \frac{1}{n} \frac{A_1^{5/3}}{P_1^{2/3}} \quad ; \quad K_2 = \frac{1}{n} \frac{A_2^{5/3}}{P_2^{2/3}}$$

$$\left(\frac{K_1}{K_2}\right)^2 = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^x$$

$$\text{donc on a: } \left( \frac{\frac{1}{n} \frac{A_1^{5/3}}{P_1^{2/3}}}{\frac{1}{n} \frac{A_2^{5/3}}{P_2^{2/3}}} \right)^2 = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^x \implies \left( \frac{A_1^{5/3} P_2^{2/3}}{A_2^{5/3} P_1^{2/3}} \right)^2 = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^x$$

$$\text{avec: } A_1 = m h_1^2 \quad A_2 = m h_2^2 \\ P_1 = 2 \sqrt{1+m^2} h_1 \quad P_2 = 2 \sqrt{1+m^2} h_2$$

Pour le canal diédrique: La pente des talus:

$$m = \frac{1}{fg} \quad \text{avec } \theta = 45^\circ \implies m = 1.$$

alors

$$\left( \frac{(h_1^2)^{5/3} (2\sqrt{2} h_2)^{2/3}}{(h_2^2)^{5/3} (2\sqrt{2} h_1)^{2/3}} \right)^2 = \left( \frac{h_1^{10/3} h_2^{2/3}}{h_1^{2/3} h_2^{10/3}} \right)^2 = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^x$$

$$\text{on aura: } \left( \frac{h_1^{8/3}}{h_2^{8/3}} \right)^2 = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^{16/3} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^x$$

On introduisant le logarithme dans les deux membres (ou par identification).

$$\ln \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^{16/3} = \ln \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^x \implies \frac{16}{3} \left( \frac{\ln h_1/h_2}{\ln h_1/h_2} \right) = x$$

d'où l'exposant hydraulique :  $x = \frac{16}{3}$

4) Calcul de la fonction j:

$$j = \frac{\alpha I}{g} C^2 \frac{e}{P} \quad \text{avec} \quad C = \frac{1}{n} R^{1/6}$$

$$P = 2 \sqrt{2} h$$

$$e = 2 h$$

4- facteur de correction de l'énergie

cénétique ( $\alpha = 1$ )

$$j = \frac{I}{g} \left( \frac{1}{n} \right)^2 R^{1/3} \frac{2h}{2\sqrt{2}h} = \frac{I}{g} \left( \frac{1}{n} \right)^2 \left( \frac{h^2}{2\sqrt{2}h} \right)^{1/3} \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$j = \frac{I h_n^{1/3}}{2g n^2}$$

5) Calcul de  $h_2$

$$\frac{I \Delta L}{h_n} = \eta_2 - \eta_1 + (1-j)(\phi(\eta_2) - \phi(\eta_1))$$

$$\eta_2 + (1-j)\phi(\eta_2) = \frac{I \Delta L}{h_n} + \eta_1 + (1-j)\phi(\eta_1)$$

Par tâtonnement on prend  $h_1$  arbitraire et on vérifie l'équation.

(anal /- /orizantal:

//-) Pour un canal horizontal on a  $h_n = \infty$  et on ne peut plus employer la profondeur normale  $h_n$  pour définir la variable auxiliaire  $\eta = \frac{h}{h_n}$ . On rapporte alors la profondeur réelle  $h$  à la profondeur critique  $h_c$  et on procède comme suit:

1-On calcul la profondeur critique  $h_c$

2-On détermine l'exposant hydraulique  $n$  suivant la méthode habituelle.

3-On définit les paramètres:

$$\xi = \frac{I_c}{I_c} \quad \text{et} \quad \tau = \frac{h}{h_c}$$

avec:  $I_c$  = pente critique pour la profondeur  $h_c$  ( $I'_c = \frac{b_g A_c}{R_c^3 e_c}$ )

$I_c$  = pente critique pour la profondeur  $h$  ( $I_c = \frac{b_g A}{R e}$ )

4-On calcul les relations:  $\delta_1 = \frac{I'_c}{I_{c1}}$  et  $\tau_1 = \frac{h_1}{h_c}$

correspondant à une profondeur  $h_1$ ,

$\delta_2 = \frac{I'_c}{I_{c2}}$  et  $\tau_2 = \frac{h_2}{h_c}$  correspondant à une profondeur  $h_2$ .

$$\delta_{12} = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2}$$

5-La distance entre les sections  $S_1$  de profondeur  $h_1$  et  $S_2$  de profondeur  $h_2$  est alors donnée par l'expression:

$$S_2 - S_1 = \frac{h_c}{I'_c} \left[ \delta_{12} (\tau_2 - \tau_1) - \frac{\tau_2^{n+1} - \tau_1^{n+1}}{n+1} \right]$$

#### Méthode par approximation successives

Soit l'équation:

$$I \Delta L = \frac{Q^2 L}{2C^2} \left( \frac{P_1}{A_1^3} \pm \frac{P_2}{A_2^3} \right) + \frac{Q^2}{2g} \left( \frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2} \right)$$

avec: I-pente du fond

$\Delta L$ -distance entre deux sections Q-débit

$A_1$  -section mouillée de la 1er section.  $A_2$ -section mouillée de la

$P_1$  -périmètre mouillé de la 1er section. 2ème section.

$P_2$  -périmètre mouillé de la 2ème section. g-accél de la pesanteur

C -coefficient de Chézy suivant Maning  $C = \frac{1}{n} R^{1/6}$

n -coefficient qui dépend suivant la nature des parois du canal.

La relation entre le coefficient de Maning et la dimension moyenne des rugosités des parois est donnée par:

$$\frac{1}{n} = 19,8 \text{ Log } \frac{915}{\epsilon} \quad (\epsilon \text{ en cm})$$

Connaissant  $h_1$  on peut calculer, dans la section de contrôle  $S_1$ , le périmètre mouillé  $P_1$  et la section mouillée  $A_1$ .

On se donne arbitrairement une valeur  $h_2$ . Comme on connaît le profil en travers  $S_2$ , il est facile de calculer les valeurs correspondantes de  $P_2$  et  $A_2$  dans ce profil  $S_2$  avec les valeurs  $Q$ ,  $L$ ,  $P_1$ ,  $A_1$ ,  $P_2$ ,  $A_2$  et C (moyenne arithmétique des valeurs de ce coefficient dans les sections  $S_1$  et  $S_2$ ), on calcul le deuxième membre de l'équation on varié la profondeur de la 2ème section jusqu'à atteindre l'égalité des deux membres de l'équation.

## II.12-//)éthode "tronçon par tronçon" (distance finie)

Equation de Bernoulli:

$$Z_1 + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_p$$

$h_p$  représentant la perte de charge totale entre deux sections 1 et 2

Pour calculer  $h_p$  on permet:

$$h_p = J_{\text{moy}} \cdot \Delta L = \frac{1}{2} (J_1 + J_2) \Delta L$$

avec:  $J_{\text{moy}} = \text{Gradient moyen}$

$$\frac{J_1 + J_2}{2} = \text{Gradient pour deux sections (moyenne arithmétique).}$$

$$Z_1 = Z_2 + \frac{k}{2g} (V_2^2 - V_1^2) + (J_1 \pm J_2) \frac{\Delta L}{2}$$

\*Soit  $V_2 > V_1 \implies V_2^2 - V_1^2$  positif

il faut accélérer l'écoulement  $\implies$  une augmentation d'énergie cinétique  $\implies$  diminution de l'énergie potentielle  $\implies Z_1$  décroît. On prend  $k = 1$ .

\*Soit  $V_1 > V_2 \implies V_2^2 - V_1^2$  négatif

Alors on a une récupération d'énergie potentielle (on ne peut pas récupérer la totalité de l'énergie) on prend  $k = 0,5$  (la plus proche de la réalité)  $k = 0$  (cas de sécurité)

## II.13-//)éthode Graphique

La méthode graphique qui suit ne fait aucune hypothèse restrictive sur R et tient compte de l'influence de la profondeur sur le coefficient b. Pour l'appliquer, il suffit que le canal soit uniforme, la forme de la section est indifférente pourvu qu'elle reste inchangée le long du canal. Par contre, cette méthode conduit à des calculs plus longs que celle de Bresse. Nous traiterons ensuite le cas du canal horizontal, qu'il est possible de résoudre par voie analytique à partir de résultats obtenus graphiquement, si certaines hypothèses relatives aux propriétés de la section se relèvent satisfaites.

a.-Cas général

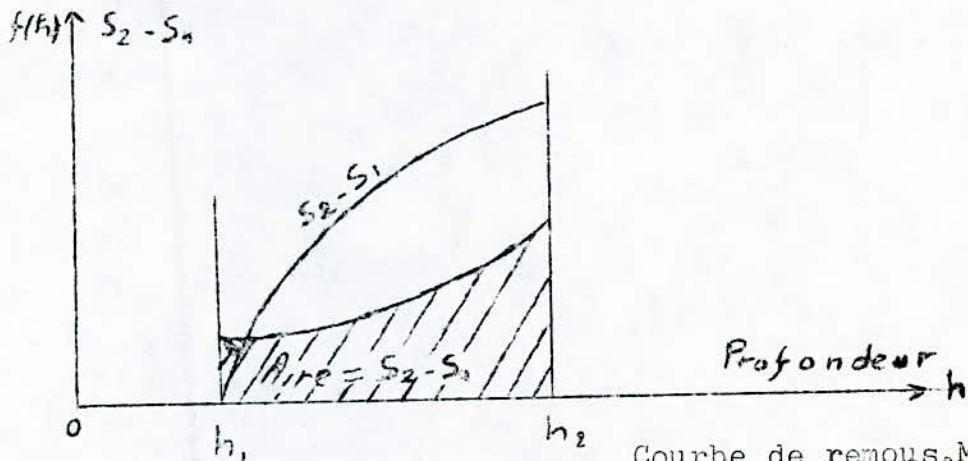
Ecrivons la relation:  $ds = f(h) dh$  (1)

sous la forme :

$$ds = \frac{1 - \frac{Q^2 L}{gA^3}}{I - \frac{bQ^2}{RA^2}} dh = f(h) dh \quad (2)$$

Calculons  $f(h)$  pour diverses valeurs de  $h$  (il sera ici commode d'exprimer  $b$  à partir de la formule de Manning) et traçons la courbe de  $f(h)$  en fonction de  $h$ . L'aire comprise entre cette courbe, l'axe des  $h$  et les deux droites d'abscisses respectives  $h_1$  et  $h_2$  donnera  $S_2 - S_1$  (figure ci-dessous). Ainsi donc, à partir des données relatives à une section d'abscisse  $S_1$  et de profondeur  $h_1$  comme, on peut déterminer l'abscisse  $S_2$  d'une section de profondeur  $h_2$  arbitrairement choisie. En opérant de même pour diverses sections, on pourra finalement tracer par points la courbe de remous cherchée ( Exemple, figure ci-dessous).

Comme pour la méthode de Bresse, il n'est pas utile de calculer les points intermédiaires de la courbe de remous si l'on désire seulement connaître la distance à laquelle le remous prendra une valeur donnée.



Courbe de remous. Méthode graphique

b. - Canaux de pente nulle.  $I = 0$

Si la pente du canal est nulle, la relation (2) s'écrit :

$$-dS = \frac{1 - \frac{Q^2 L}{gA^3}}{-\frac{bQ^2}{RA^2}} dh$$

ou encore: 
$$-dS = \left( \frac{RA^2}{bQ^2} - \frac{1}{g} \frac{RA^2}{bA^3} L \right) dh \quad (3)$$

Pour intégrer cette relation, on admet, avec Bakhmeteff, que certaines expressions de la parenthèse sont pratiquement représentables, dans la plupart des cas, par une fonction exponentielle monôme de la profondeur. Ainsi, A,  $\alpha$ , B et  $\beta$  étant des constantes numériques à déterminer, on pose:

$$\frac{A^3}{L} = A h^\alpha, \quad (4)$$

expression algébrique, rigoureusement exacte pour certains types de sections (tels le rectangle, le triangle, et la parabole).

Mais seulement approchée pour les autres formes, et :

$$\frac{RA^2}{b} = B h^\beta, \quad (5)$$

expression à caractère empirique, pratiquement justifiée dans la plupart des cas usuels. Dans ces conditions, l'équation (3) devient:

$$-dS = \left( \frac{Bh^\beta}{Q^2} - \frac{Bh^{\beta-\alpha}}{gA} \right) dh,$$

et s'intègre en écrivant:

$$S_2 - S_1 = \left[ \frac{B}{Q^2(\beta+1)} h^{\beta+1} - \frac{B}{gA(\beta-\alpha+1)} h^{\beta-\alpha+1} \right]_{h_2}^{h_1} \quad (6)$$

Ce qui est l'équation de la courbe de remous pour un débit Q donné, en canal uniforme de pente nulle. Pour tracer cette courbe, il faut d'abord faire le calcul des constantes numériques A,  $\alpha$ , B, et  $\beta$ .

Les constantes A et  $\alpha$  de l'équation (4) se déterminent algébriquement pour les sections rectangulaires, triangulaires et paraboliques.



Pour les autres formes, il est commode de procéder par anamorphose logarithmique, en portant sur deux axes rectangulaires  $\text{Log} \frac{A^3}{L}$  en fonction de  $\text{Log} h$  et traçon une droite qui relie aussi bien que possible les points ainsi représentés. Comme l'on peut écrire, à partir de (4):

$$\text{Log} \frac{A^3}{L} = \alpha \text{Log} h + \text{Log} A, \quad (7)$$

on voit que  $\alpha$  est la pente de cette droite: la valeur de  $A$  s'en déduit sans difficulté. La dispersion, par rapport à la droite, des points portés sur la graphique, renseigne immédiatement sur le caractère d'exactitude de la relation (4).

La détermination des constantes  $B$  et  $\beta$  de (5) se fait d'une manière analogue. Il est commode d'y exprimer  $b$  à partir de la formule de Manning.

On pourrait procéder plus rapidement en s'affranchissant des opérations graphiques et en calculant directement les constantes numériques à partir des valeurs extrêmes prises par les variables de l'équation du type (7); mais ce mode opératoire à l'inconvénient de ne pas renseigner sur la validité des hypothèses et par conséquent sur la précision de la méthode.

Comme les précédentes, celle-ci permet le calcul direct de la distance à laquelle le remous atteint une valeur donnée?

### CHAPITRE III

#### -/)/) ETHODE D'HYDRODYNAMIQUE GRAPHIQUE

##### III-1; RAPPEL SUR LA THEORIE DE LA LONGUEUR FLUIDODYNAMIQUE

La détermination des variables comme débit  $Q$ , dimension  $a$ , viscosité cinématique  $\nu$ , et paramètre de forme, n'est possible que par tâtonnement ou par approximation successive.

Pour faciliter la détermination de chacune des dites variables on dresse des tableaux numériques ou des abaques.

En effet cela serait possible par une seule courbe dans le cas où la grandeur demandée ne dépendait que d'une seule variable, par une famille de courbes, si elle ne dépendait que de deux variables. L'influence d'une troisième variable nécessiterait déjà une série de famille de courbes, tandis que la dépendance d'une quatrième et fortiori d'une cinquième variable exclut toute possibilité rationnelle d'une représentation numérique ou graphique des fonctions.

Dans le but de trouver une solution directe à des problèmes, nous allons démontrer que chacune des dimensions linéaires du profil d'un fluide en écoulement incompressible, on pouvant être considéré comme tel en raison d'un gradient de pression faible, passant par une conduite à section constante quelconque, peut être déterminée comme le produit de trois facteurs:

-Le premier facteur ayant la dimension d'une longueur que nous appellerons pour cette raison "LONGUEUR FLUIDODYNAMIQUE et désigné par  $\Lambda$  est une fonction monovalente du rapport  $\frac{Q}{\sqrt{J}}$  de la rugosité  $\epsilon$  et de l'accélération de la pesanteur  $g$ , symbo-

liquement :

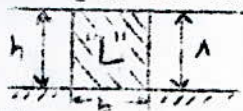
$$\Lambda = f\left(\frac{Q}{\sqrt{J}}, \epsilon, g\right)$$

Nous allons démontrer que la signification physique de la longueur fluidodynamique est donné par la longueur:

$$\Lambda = h = b$$

du côté de la tranche quadratique hachurée (carrée "L") découpée dans une section droite quelconque d'un courant permanent à profondeur constante, passant sur un plan incliné indéfiniment large, véhiculant un débit Q passant par le carré "L" soit un débit

$$\text{unitaire } q = \frac{Q}{\Lambda} .$$



Dans le cas où le régime de l'écoulement devient critique on a

$$\Lambda = \frac{\sqrt[3]{q^2}}{g} = K$$

K désignant la profondeur critique. Dans ce cas exceptionnel la longueur fluidodynamique est indépendante de la rugosité  $\epsilon$  et ne dépend que du débit unitaire q et de l'accélération de la pesanteur g (pratiquement constante) c'est cette valeur spéciale

$\Lambda = K$  qui sera utilisée pour l'estension de la théorie de la longueur fluidodynamique aux écoulements permanents non uniformes à surface libre (ressant), remous d'exhaussement et d'abaissement).

-Le second facteur que nous appellons "PARAMETRE DE DIMENSION" est un nombre sans dimension qui ne dépend que de la forme du profil fluide. Il sera désigné par le même symbole que la dimension respective et distingué par un indice "o" Ainsi par exemple:

\* Pour les profils paraboliques on a, en choisissant pour dimension linéaire la largeur du plan d'eau ou la profondeur d'eau,

$$\text{on a: } a_o = e_o = f_e (\zeta)$$

$$a_o = h_o = f_h (\zeta).$$

\* Pour les profils circulaires partiellement mouillés, en choisissant pour dimension linéaire le diamètre ou la profondeur d'eau, on a:

$$a_0 = D_0 = f_0 \left( \frac{\xi}{\eta} \right)$$

$$a_0 = h_0 = f_h \left( \frac{\xi}{\eta} \right)$$

\* Pour les profils trapézoïdaux ayant la forme déterminée par les paramètres  $\bar{I}$  et  $\eta$  on choisit soit la profondeur d'eau, soit la largeur du plat fond, on a:

$$a_0 = h_0 = f_h (\bar{I}, \eta)$$

$$a_0 = b_0 = f_b (\bar{I}, \eta).$$

Les paramètres de dimension sont indépendants de  $Q$ , de  $J$  et de  $\xi$ , ils n'ont pas le caractère d'applicabilité générale comme la longueur fluidodynamique, au contraire leur caractère est tout à fait individuel, car le calcul d'une dimension linéaire quelconque du profil liquide ne peut être effectué qu'à l'aide de la valeur du paramètre de dimension, y correspondant.

-Le troisième facteur sera appelé "FACTEUR DE TRANSITION" et désigné par  $\lambda$ . C'est un paramètre sans dimension, fonction de la rugosité relative  $\frac{\epsilon}{D_h}$  et du nombre de Reynolds, symboliquement:

$$\lambda = f\left(\frac{\epsilon}{D_h}, R\right)$$

Avec les éléments définis par les trois facteurs on a l'équation fondamentale de la théorie de la longueur fluidodynamique:

$$a = \Lambda a_0 \lambda \quad (1)$$

Pour les écoulements en régime turbulent rugueux caractérisés par  $R \geq R_{lim}$  on a:  $\lambda = 1$  et l'équation (1) se réduit à:

$$a = \Lambda a_0$$

Dans le cas des écoulements à surface libre; permanents mais non uniformes donc à section variable chacune de l'infinité des dites sections a sa propre longueur fluidodynamique différent de celle des autres. En vue de réduire l'analyse de ces écoulements à la conception et l'utilisation d'une serie de fonctions adimensionnelles de validité générale, représentables par un nombre correspondant de diagramme, il nous a semblé opportun de rapporter toutes les dimensions du domaines occupé par un tel écoulement à la longueur fluidodynamique :

$$\Lambda_{\text{crit}} = \sqrt[5]{\frac{Q^2 \epsilon_0}{g A_0^3}}$$

correspondant au régime critique;

Dans le cas d'un écoulement passant sur un plan large:

on a  $\Lambda_{\text{crit}} = K$

### III.2-Écoulement en régime turbulent rugueuse.

Pour les écoulements en régime turbulent rugueuse caractérisés par  $R \geq R_{\text{lim}}$  on a:  $\lambda = 1$

La valeur  $\Lambda$  de la longueur fluidodynamique qui est en fonction du rapport  $\frac{Q}{\sqrt{J}}$  et de la rugosité absolue  $\epsilon$  mais indépendante de la nature du fluide et de la forme géométrique de la section, selon la formule:

$$\frac{Q}{\sqrt{J}} = (15,96 - 8,68 \ln \frac{\epsilon}{\Lambda}) \Lambda^{2,5}$$

$$\Lambda = f \left( \frac{Q}{\sqrt{J}}, \epsilon \right)$$

Puisque nous nous limitons aux écoulements en régime turbulent rugueuse correspondant à la zone supérieure du diagramme de MOODY, ou le coefficient de frottement  $f$  en fonction de  $R$  et de  $\frac{\epsilon}{D_h}$  dégénèrent en lignes droites horizontales, devenant indépendantes de  $R$ .

Pour les écoulements en régime turbulent rugueuse, le coefficient de frottement se calcul selon la formule de NIKURADSE:

$$f_n = (1,14 - 0,86 \ln \frac{\epsilon}{D_h})^{-2}$$

### III.3- ÉCOULEMENT EN RÉGIME DE TRANSITION

Pour les écoulements en régime de transition caractérisés par  $3500 \leq R \leq R_{lim}$  on a  $\lambda \neq 1$

Le facteur de transition ne dépend que deux variables qui définissent la valeur du coefficient de frottement  $f$ , c'est-à-dire de  $R$  et de  $\frac{\epsilon}{D_h}$

$$\lambda = f \left( R, \frac{\epsilon}{D_h} \right)$$

Pour ces écoulements, le coefficient de frottement se calcul selon la formule de COLEBROOK:

$$f_c = \left[ -0,86 \ln \left( \frac{\epsilon}{3,7 D_h} + \frac{2,51}{R \sqrt{f_n}} \right) \right]^{-2}$$

### III.4- SIGNIFICATION PHYSIQUE DE LA LONGUEUR FLUIDODYNAMIQUE.

Pour définir la signification physique de la longueur fluidodynamique  $\lambda$  considérons un écoulement permanent uniforme d'un liquide passant sur un plan incliné large.

Avec le débit unitaire  $q$  (débit passant par une tranche de section transversale droite, ayant sa largeur égale à l'unité de longueur) et avec la profondeur  $h$  du liquide en écoulement on a le débit passant par une tranche carrée de la section transversale droite du courant (carrée "L") on a :

$$Q = bq = hq$$

En choisissant comme dimension linéaire a la longueur d'un côté du carré "L" on a :

$$a = b = h$$

avec

$$a_1 = b_1 = h_1 = 1$$

on tire en vertu du raisonnement cité:

$$p_1 = 1 \text{ et } A_1 = 1$$

on a les paramètres de dimension:

$$a_0 = b_0 = h_0 = R_{m0} = 1$$

d'autre part on a par définition:

$$a = a_0 \Lambda = b = b_0 \Lambda = h = h_0 \Lambda = \Lambda$$

d'où on tire la conclusion que la longueur fluidodynamique se confond avec la longueur d'un côté du carré "L".

### III.5- Adaptation à la théorie de la longueur fluidodynamique de la formule du nombre de Reynolds

Pour obtenir une formule simple exprimant le nombre de Reynolds par  $Q$  et par  $\Lambda$  on tire de  $a = \Lambda a_0$  et de l'équation de continuité des écoulements permanents incompressibles:

$$Rr = \frac{V D_h}{\nu} = \frac{Q \Lambda D_{h0}}{\nu A_0 (\Lambda)^2 \Lambda^2} = \frac{1}{\nu} \frac{Q}{\Lambda \Lambda} \frac{D_{h0}}{A_0} \quad (19)$$

en tenant compte de la relation:

$$D_{h0} = \frac{4 A_0}{P_0}$$

on tire 
$$\frac{D_{ho}}{A_o} = \frac{4}{P_o}$$

En éliminant  $D_{ho}$  cette dernière équation et (1) on tire finalement:

$$R = \frac{4}{P_o} \frac{Q}{\lambda \Lambda} \frac{1}{V}$$

### III.6- Ecoulement en régime critique

Pour les écoulements passant par des conduites à ciel ouvert, il est souvent intéressant de connaître les valeurs du débit  $Q_K$  et le gradient  $J_K$  de la perte de charge, correspondant au régime critique (à la limite du régime fluvial et torrentiel). La condition du régime exprimée par la formule bien connue:

$$\frac{Q^2 e}{A^3 g} = 1 \quad (2)$$

A- désignant la section mouillée, g- l'accélération de la pesanteur, e- la largeur du plan d'eau.

En exprimant A et e par la longueur fluidodynamique  $\lambda \Lambda$  et par les paramètres de dimension  $A_o$  et  $e_o$  on a :

$$A = A_o (\lambda \Lambda)^2 \quad \text{et} \quad e = e_o (\lambda \Lambda)$$

d'où en éliminant A et e entre ces dernières équations et (2)

on tire: 
$$Q_K^2 = g (\lambda \Lambda)^5 \frac{A_o^3}{e_o}$$

et 
$$Q_K = g^{1/2} (\lambda \Lambda)^{5/2} \sqrt{\frac{A_o^3}{e_o}}$$

en introduisant le paramètre du débit critique:

$$Q_{Ko} = \sqrt{\frac{A_o^3}{e_o}}$$

d'où  $Q_K$  devient:

$$Q_K = g^{1/2} (\lambda \Lambda)^{5/2} Q_{Ko}$$



En système international avec  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  l'équation devient:

$$Q_K = 3,13 (\lambda \Lambda)^{5/2} Q_{K0}$$

Le paramètre du débit critique constitué avec les paramètres de dimensions  $A_0$  et  $e_0$ , tous les deux des nombres sans dimensions, est par voie de conséquence également un nombre sans dimension. L'utilisation des paramètres de forme ( $\xi$ ,  $\zeta$ , ou  $\eta$ ) rend la solution des problèmes, concernant les écoulements en régime critique, particulièrement aisée.

### III.6.1- Ecoulement à surface libre, passant par un canal diédrique.

On tire la profondeur critique d'un courant liquide, passant par une telle conduite de:

$$\frac{Q^2 e}{g A^3} = \frac{2 I h_0^2}{g I^3 h^6} = 1 \implies h = K = \sqrt[5]{\frac{2 Q^2}{g I^2}} \quad (1)$$

La longueur fluidodynamique correspondant au régime critique est:

$$\Lambda_K = \frac{K}{h_0}$$

avec le paramètre adimensionnel:

$$h_0 = \frac{\chi^{0,245}}{I^{0,63}} = \frac{(2\sqrt{1+I^2})^{0,245}}{I^{0,623}}$$

dont la valeur déterminée par le talus des deux plans constituant le dièdre, reste constante quelle que soit la profondeur du liquide en écoulement dans le canal.

L'aire de la section critique:

$$A_K = I h^2 = I h_0^2 \Lambda_K^2$$

La vitesse critique:

$$V_K = \frac{Q}{I K^2} = \frac{Q}{I h_0^2 \Lambda_K^2}$$

La charge totale correspondant à un écoulement en régime critique:

$$H_K = K + \frac{Q^2}{2gI^2K^4}$$

Soit on tenant compte de (1):

$$H_K = K + \frac{K^5}{4K^4} = 1,25 K$$

### III.6.2- Cas particulière du canal de section trapezoidale.

Soit  $b$  la largeur du fond,  $\theta$  l'angle d'inclusion du talus et  $h$  la hauteur de l'eau on:  $A = h(b + hI)$ ,  $\frac{\partial A}{\partial h} = b + 2hI$ ; de sorte

$$h = K. A_c = \frac{3 \sqrt{Q^2(b+2KI)}}{g} = K(b+KI)$$

$$\text{d'ou } K = \frac{3 \sqrt{Q^2(b+2KI)}}{g(b+KI)}$$

pour  $b = 0$  et  $\theta = \frac{\pi}{4}$ , on a  $I = 1$  ou se ramène au cas d'un canal dièdrique, d'ou  $K = \frac{5 \sqrt{2Q^2}}{g}$

-Profil dièdrique:

on tire également la profondeur critique d'un courant liquide passant par un canal dièdrique en appliquant de:

$$\frac{Q^2 e}{gA^3} = 1$$

$$\frac{Q^2 \frac{2hI}{g h^6 I^3}} = \frac{2 Q^2}{g I^2 h^5} = 1 \implies h = K = \frac{5 \sqrt{2Q^2}}{g I^2}$$

La longueur fluidodynamique correspond au régime critique:

$$\Lambda_K = \frac{K}{h_0}$$

avec le paramètre adimensionnel:

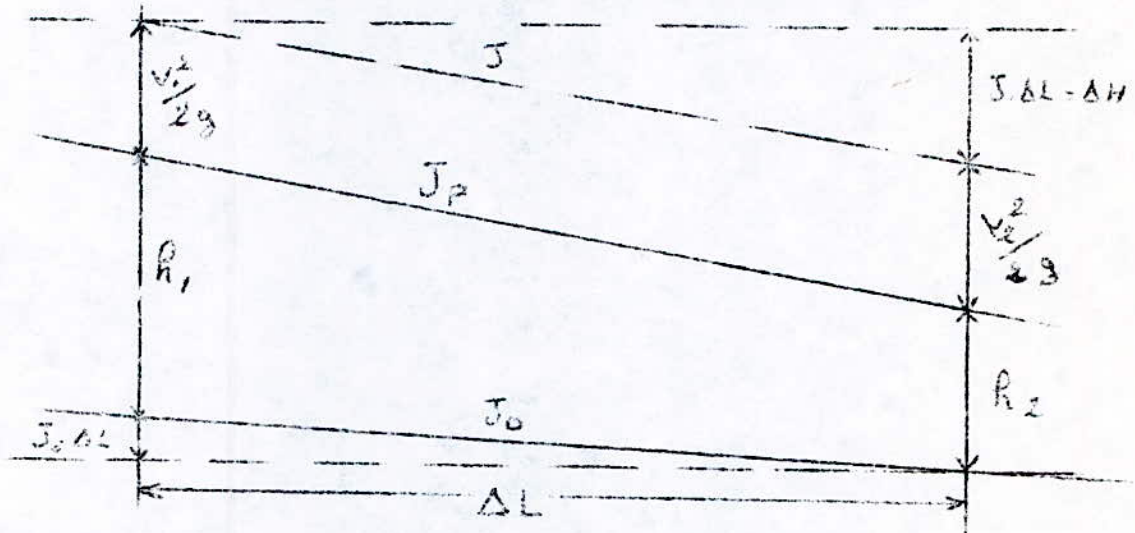
$$h_0 = \frac{\lambda^{0,245}}{I^{0,623}} = \frac{(2\sqrt{1+I^2})^{0,245}}{I^{0,623}}$$

### III.7. Écoulement à surface libre graduellement non uniforme.

Ils constituent un cas spécial des écoulements permanents non uniforme; La profondeur du liquide, l'aire de la section mouillée, la pente du fond et le rayon moyen varient graduellement le long du canal. On admet que le gradient de la perte de charge  $J$  dans une section donnée ne dépend que du débit  $Q$ , de la rugosité  $\bar{\epsilon}$ , de la forme et des dimensions du profil.

On peut déterminer la valeur de  $J$  par la formule de Darcy Weissbach, ou en appliquant de l'abaque de la figure 8 (Voir l'annexe).

En considérant la figure ci-dessous:



on a:

$$J = \lim \frac{\Delta H}{\Delta L}$$

Si  $\Delta L$  tend vers zero. La valeur de  $J$  ainsi définie équivant à la pente de la ligne des charges totales définies par le sinus de l'angle formé par la ligne des charges totales, d'une part et l'horizontale, d'autre part.

Dans le cas d'un écoulement graduellement non uniforme chacune des pentes:

$J_o$  pente du fond de la conduite (pente géométrique)

$J_p$  pente de la surface libre du liquide (gradient piézométrique)

$J$  pente de la ligne de charge totales (gradient des pertes de charge) a une valeur différente.

On peut déterminer les éléments caractéristiques d'un écoulement graduellement non uniforme:

- Par la méthode dite "tronçon par tronçon" facilitée par l'application de la théorie de la longueur fluidodynamique à chacun des tronçons considérés.

- Par la méthode de "l'intégration numérique" rationalisée par l'introduction du paramètre de dimension  $Q_{KO}$  dans les applications de la longueur fluidodynamique.

-Ce procédé n'est applicable qu'aux écoulements, passant par des canaux à profil sec constant et à pente géométrique invariable.

Il est basé sur une équation différentielle établie entre  $L$  et  $h$  sur l'intégration consécutive de celle-ci.

-Par une méthode directe, basée sur la théorie de la longueur fluidodynamique, applicable aux écoulements:

\* Passant sur un plan incliné ou horizontal large (bidimensionnel).

\* Passant par un système conduites composé d'éléments diédriques.

### III.7.1-Classement des écoulements graduellement non uniforme, passant par un canal diédrique

La profondeur du liquide peut être supérieure, égale ou inférieure à la profondeur dite "normale"  $h_0$  correspondant à l'écoulement uniforme (normal). A ce point de vue l'écoulement peut être classé respectivement comme "supernormal", "normale" ou "subnormal". Le régime peut être torrentiel, critique ou fluviatile. La pente géométrique  $J_0$  peut être classé comme: prononcée (dite aussi forte), critique, suave (dite aussi faible), horizontale ou adverse, suivant le caractère du régime de l'écoulement normal  $y$  correspondant.

1-Dans le cas où  $\mathcal{B} > 1$  on a:  $h_0 < K$  ce qui implique  $h_0 < K$  ce qui signifie que le régime normal  $y$  est torrentiel et que nous sommes en présence d'une pente géométrique prononcée (forte).

2-Dans le cas où  $\mathcal{B} = 1$  on a:  $h_0 = K$  ce qui implique  $h_0 = K$  ce qui signifie que le régime normal  $y$  est critique et détermine le caractère critique de la pente géométrique.

3-Dans le cas où  $0 < \mathcal{B} < 1$  on a:  $1 < h_0 < \infty$  et par conséquent  $K < h_0 < \infty$  ce qui signifie que le régime normal  $y$  est fluviatile et que la pente géométrique est suave.

4-Dans le cas où  $\mathcal{B} = 0$  on a:  $h_0 = \infty$  ce qui implique  $h_0 = \infty$  et puisque  $V \neq 0$  ce qui implique  $J_0 = 0$  d'où on tire que le régime normal n'y existe pas et que la pente géométrique  $y$  est horizontale.

5-Dans le cas où  $\mathcal{B} < 0$  on aurait:  $h_0 < 0$  ce qui implique  $h_0 < 0$  et  $J_0 < 0$  d'où le régime normal n'y existe pas et la pente géométrique  $y$  est adverse.

En exprimant le nombre de FROUDE d'un écoulement uniforme, critique, passant par un canal diédrique, ayant sa pente géométrique

$$J_0, \text{ on tire: } \frac{V_K^2}{gK} = \frac{2^2 I^{1,3} \chi^{-1,3} K^{0,3} J_0}{g} = \mathcal{E}$$

c'est-à-dire le produit adimensionnel discriminatoire  $\mathcal{E}$ , se confond avec le nombre de FROUDE d'un écoulement uniforme en régime critique passant par le même canal diédrique.

III.8-Application de la théorie de la longueur fluidodynamique aux écoulements permanents graduellement non uniformes passant par un canal diédrique.

L'application de la théorie de la longueur fluidodynamique aux écoulements permanents graduellement non uniforme passant par un canal diédrique donne une solution directe simple et rapide de tous les problèmes appartenant à ce genre d'écoulement.

Une telle solution devient possible grâce à la conception des produits adimensionnels:

$$\mathcal{M} = \frac{2^2 \chi^{1,3} \chi^{-1,3} K^{0,3}}{g}$$

et  $\mathcal{E} = \mathcal{M} \cdot J_0$

Ainsi qu'à la représentation graphique ou numérique de fonctions adimensionnelles de validité générale:

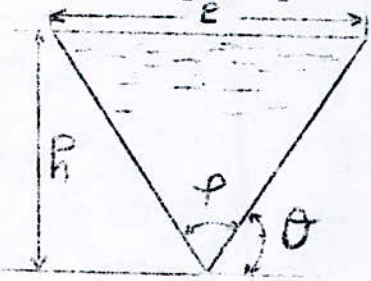
$$\sum_{h_{ix}}^{h_{ix}} (h_x, \mathcal{E}) = \int_{h_{ix}}^{h_{ix}} \frac{h_x^{5,3} - h_x^{0,3}}{\mathcal{E} h_x^{5,3} - 1} d h_x$$

$\mathcal{E}$  est le produit adimensionnel discriminatoire car la valeur de ce nombre sans dimension détermine directement le caractère de la pente géométrique et le type du profil en long d'un écoulement graduellement non uniforme, suivant le classement de Bakhmeteff;

III.9-Détermination du profil en long de la surface libre d'un écoulement graduellement non uniforme passant par un canal diédrique.

$$\frac{dL}{dh} = \frac{1 - \frac{Q^2 e}{gA^3}}{J_0 - J} \quad (1)$$

D'autre part pour un profil en triangle isocèle



$$I = \cot \theta = \tan \frac{\phi}{2}$$

$$I = \frac{e}{2h} \quad ; \quad A = \frac{eh}{2}$$

$$e = 2Ih \quad ; \quad A = Ih^2$$

$$\frac{e}{A^3} = \frac{2Ih}{I^3 h^6} = \frac{2}{I^2 h^5} \quad (2)$$

la profondeur critique est:

$$K = \sqrt[5]{\frac{2Q^2}{I^2 g}} \quad (3)$$

En éliminant Q, e et g entre (1), (2) et (3) on tire:

$$\frac{dL}{dh} = \frac{1 - \frac{K^5}{h^5}}{J_0 - J} \quad (4)$$

on passant:  $h_x = \frac{h}{K}$  et  $L_x = \frac{L}{K}$  (5)

l'équation (4) devient:

$$\frac{dL}{dh} = \frac{dL_x}{dh_x} = \frac{1 - h_x^{-5}}{J - J_0} \quad (6)$$

D'autre part:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{Ih^2} = \frac{Q}{I} \left(\frac{I}{h}\right)^{0,65} J^{0,5}$$

Soit

$$\frac{Q^2}{I^2 h^4} = \frac{Q^2}{I^2} I^{1,3} I^{-1,3} h^{1,3} J$$

$$\text{d'où: } J = \frac{Q^2}{2 \times 2^{3,3} \times^{-1,3} h^{5,3}} \quad (7)$$

En multipliant le numérateur et le dénominateur par  $2gK^{0,3}$   
l'équation (7) devient:

$$J = \frac{2Q^2 g K^{0,3}}{2g \times 2^2 \times^{1,3} \times^{-1,3} h^{5,3} K^{0,3} \times^2}$$

soit en tenant compte de (3):

$$J = \frac{K^{5,3}}{h^{5,3} \times^2 \times^{1,3} \times^{-1,3} K^{0,3}}$$

et en tenant compte de (5):

$$J = \frac{h_x^{-5,3} g \times^{1,3}}{2 \times^2 \times^{1,3} K^{0,3}} \quad (8)$$

en éliminant J entre (6) et (8) on tire:

$$\frac{dL}{dh} = \frac{dL_x}{dh_x} = \frac{1-h_x^{-5}}{J_0 \times \frac{g}{2 \times^2 \times^{1,3} \times^{-1,3} K^{0,3} h_x^{5,3}}} \quad (9)$$

en multipliant le numérateur et le dénominateur par:

$$2 \times^2 \times^{1,3} \times^{-1,3} K^{0,3} h_x^{5,3}$$

(9) devient:

$$\frac{dL_x}{dh_x} = \frac{(1-h_x^{-5}) 2 \times^2 \times^{1,3} \times^{-1,3} K^{0,3} h_x^{5,3}}{J_0 2 \times^2 \times^{1,3} \times^{-1,3} K^{0,3} h_x^{5,3} - g} \quad (10)$$

$$\text{on pose: } \sqrt{\gamma} = \frac{2 \times^2 \times^{1,3} \times^{-1,3} K^{0,3}}{g} \quad (\text{sans dimension}) \quad (11)$$

$$(10) \text{ devient: } \frac{dL_x}{dh_x} = \sqrt{\gamma} \frac{(1-h_x^{-5}) h_x^{5,3} g}{\sqrt{J_0 g h_x^{5,3} - g}}$$

$$\text{soit } \frac{dL_x}{dh_x} = \sqrt{\gamma} \frac{(1-h_x^{-5}) h_x^{5,3}}{\sqrt{J_0 h_x^{5,3} - 1}} \quad (12)$$



Split en introduisant le produit adimensionnel discriminatoire

$$\mathcal{L} = J_0 \cdot \mathcal{M} \quad (13)$$

(12) devient:

$$\frac{dL_x}{dh_x} = \mathcal{M} \frac{h_x^{5,3} - h_x^{0,3}}{\mathcal{L} h_x^{5,3} - 1} \quad (14)$$

en integrant on tire:

$$L_x^{h_{2x}} = \mathcal{M} \int_{h_{1x}}^{h_{2x}} \frac{h_x^{5,3} - h_x^{0,3}}{\mathcal{L} h_x^{5,3} - 1} dh_x$$

en passant:

$$\text{en posant } \mathcal{L} = \int_{h_{1x}}^{h_{2x}} \frac{h_x^{5,3} - h_x^{0,3}}{\mathcal{L} h_x^{5,3} - 1} dh_x \quad (15)$$

la distance entre les sections 1 et 2 est:

$$\Delta L_{1,2} = L_{h_2}^{h_2} - L_{h_1}^{h_1} = K \mathcal{M} \int_{h_{1x}}^{h_{2x}} \mathcal{L} (h_x, \mathcal{L}) \quad (16)$$

En considérons cette dernière équation et en tenant compte de (3) et de (11) on tire la conclusion que la connaissance de la fonction adimensionnelle de validité générale définie par (15) conjointement au produit discriminatoire  $\mathcal{L}$  et à la valeur de la profondeur critique K permet la solution directe, simple et rapide de tout problème d'écoulement graduellement non uniforme, passant par une conduite à ciel ouvert, composé d'éléments diédriques.

Pour  $\mathcal{I} = 1$  on a:

$$\mathcal{M} = \frac{2 \cdot 2 \cdot K^{0,3}}{18,94} \quad (17)$$

### III.10-Détermination de la hauteur normale: $h_0$

Le paramètre de la profondeur normale est:

$$h_{0x} = K^{-1/5,3}$$

La profondeur critique est:

$$K = 5 \sqrt{\frac{2Q^2}{g}}$$

où la profondeur normale est le produit du paramètre de la profondeur normale par la profondeur critique.

$$h_0 = h_{0x} \cdot K = K^{-1/5,3} \cdot K$$

avec  $K = \eta J_0$

$$\eta = \frac{\alpha^2 K^{0,3}}{18,94}$$

La valeur de  $\alpha$  est en fonction de  $\epsilon$  et  $D_h$ , repère dans l'abaque de la figure 7 (voir l'annexe)

$$\alpha = f(\epsilon, D_h)$$

### III.11-Procédé de calcul (Méthode Graphique)

Données  $Q$ ,  $J_0$ ,  $h_0$ ,  $\Delta L$ ,  $I = 1$

1) La profondeur critique:

$$K = 5 \sqrt{\frac{2Q^2}{\alpha^2 g}}$$

2) Diamètre hydraulique :  $D_h = \frac{4A}{P}$

avec:  $A = I h^2$  ;  $P = 2 h \sqrt{1 + I^2}$

3) Coefficient  $\alpha$  qui est en fonction de  $\epsilon$  et  $D_h$ :

$$\alpha = f(\epsilon, D_h)$$

ou de la formule suivant:  $\alpha R_m^{0,15} = \sqrt{\frac{8g}{f}}$

ou  $R_m$ : rayon moyen

$f$ : coeff de frottement

$g$ : accél de la pesanteur

4) Valeur du nombre sans dimension:

$$\mathcal{M} = \frac{z^2 K^{0,3}}{18,94}$$

5) Produit adimensionnel discriminatoire:

$$\mathcal{L} = \mathcal{M}^{J_0}$$

Calcul du paramètre adimensionnel dans la section:

$$h_{1x} = \frac{h_1}{K} \text{ (type de courbe)}$$

6) Le paramètre de la profondeur normale :

$$h_{1x} = \mathcal{L}^{-1/5,3}$$

d'où la profondeur normale :  $h_0 = h_{0x} \cdot K$

7) Détermination de la valeur de la fonction  $\mathcal{L}$  dans la section on détermine la fonction  $\mathcal{L}_1$  dans l'abaque correspondant (voir l'annexe).

$$\Delta L = K \mathcal{M} (\mathcal{L}_2 - \mathcal{L}_1)$$

d'où

$$\mathcal{L}_2 = \frac{\Delta L}{\mathcal{M} K} + \mathcal{L}_1$$

on repère dans l'abaque la valeur  $y$  correspondant du paramètre dimensionnel :  $h_{2x}$

et on tire la valeur de la profondeur dans la section 2

$$h_2 = h_{2x} \cdot K$$

### III.12-Les Avantages de la Méthode du Concept

d'Hydraulique graphique sur la Méthode classique.

La longueur fluidodynamique s'applique au vaste domaine de tous les écoulements permanents incompressibles en régime turbulent rugueux ou de transition:

- Sous pression ou à ciel ouvert,
- à section constante ou variable en absence ou en présence d'un ressaut,
- et même aux écoulements compressibles sans frottement en absence ou en présence d'une onde de choc droite.

L'introduction du concept de la longueur fluidodynamique constitue une innovation fondamentale des méthodes de calcul applicables dans le domaine de plusieurs chapitres de la Mécanique de fluides et permet d'obtenir la solution directe, simple et expéditive d'une quantité impressionnante de toutes sortes de problèmes, nécessitant jusqu'à présent l'application de procédé indirecte, longs et laborieux ou même de recours à l'expérimentation sur modèle réduit. Les écoulements à ciel ouvert restent tributaires à des formules empiriques, donnant des expressions pour le coefficient de Chezy, relié lui même à la résistivité par la relation:

$$C = \sqrt{8g/f}$$

Non seulement les formules périmées mais aussi les expressions exponentielles:  $C = K R_m^m$  arrivent à des erreurs déplorables, car on y néglige l'effet de la viscosité cinématique et car la rugosité  $y$  est exprimée grossièrement selon la nature des matériaux constituant la frontière solide.

On a délibérément abandonné l'emploi des anciens formules empiriques encore utilisées par de nombreux hydrauliciens pour le calcul des écoulements à surface libre car les dites formules ne tiennent pas compte de l'existence du régime de transition où l'effet de la viscosité ne peut pas être laissée hors considération. Parailleurs l'indice de la nature de la paroi intervenant dans ces formules donne lieu à beaucoup d'incertitude.

### III.13 - //) éthode dite "tronçon par tronçon"

Elle constitue en l'application du théorème de Bernoulli aux sections (1) et (2) de la figure de la page séparées par une distance L on a:

$$\frac{v_1^2}{2g} + J_0 \Delta L + h_1 = \frac{v_2^2}{2g} + J \Delta L + h_2$$

d'où on tire la longueur du tronçon:

$$\Delta L = \frac{(v_1^2 - v_2^2)/2g + (h_1 - h_2)}{J - J_0} \quad (1)$$

où les éléments indicés 1 et 2 correspondent respectivement aux sections (1) et (2). Ainsi connaissant les conditions dans l'une des sections, par exemple dans la section 1, et l'on recherche la valeur de la profondeur  $h_2$  dans une section située à une distance  $\Delta L$  de la section (1) après une série de tentatives successives utilisant le procédé suivant:

1. 1- On choisit une profondeur  $h_2$  et on calcul la valeur Y correspondant de  $A_2$  et de  $V_2$

1.2- On calcule la moyenne arithmétique  $h = \frac{h_1 + h_2}{2}$  et les valeurs Y correspondant de  $\Lambda$ , A et V et on lit sur la règle "L" ou dans l'abaque de la figure 8 la valeur Y correspondant de J.

Notons toutes fois qu'au lieu de faire la moyenne arithmétique h des profondeurs, on pourrait faire la moyenne des longueurs fluidodynamique  $\Lambda_1$  et  $\Lambda_2$  propres respectivement aux sections (1)(2).

1.3- On substitue les dites valeurs en (1) pour calculer L.

1.4- Si la valeur de  $\Delta L$  ainsi obtenue ne correspond pas à la réalité, on modifie  $h_2$  et on recommence toute la séquence précédente.

### III.14 - //) éthode de calcul par intégration numérique

Elle s'applique qu'aux écoulements passant par des canaux à profil sec constant et à pente géométrique variable.

Son principe s'appuie sur une équation différentiel établie entre L et h est l'intégration de celle ci en aboutissant ainsi à:

$$L = \int_{h_1}^{h_2} \frac{1 - Q^2/g \Lambda^5 Q_{K0}^2}{J_0 - J} dh$$

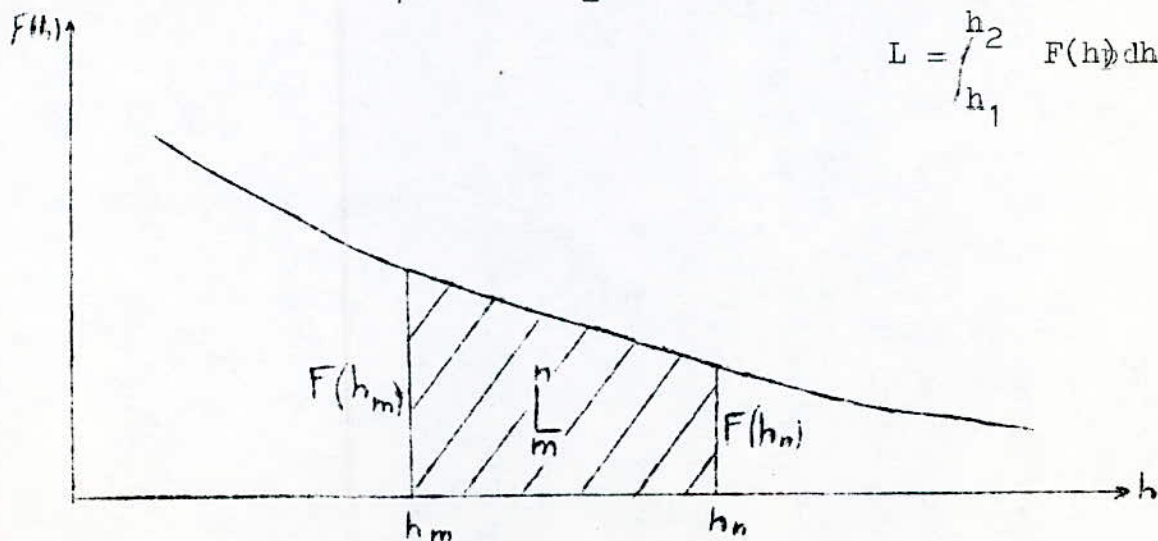
L étant la distance séparant les deux sections, ayant les profondeurs d'eau  $h_1$  et  $h_2$  lorsque le numérateur de la fraction à intégrer est zero, l'écoulement devient critique en vertu de l'équation (2) et il ne peut pas exister de variation graduelle de la profondeur lors du passage du régime torrentiel en fluvial donc en approxime de la profondeur critique l'équation ci-dessus doit être bien examiné.

Lorsque par contre le dénominateur de la fonction à intégrer devient zero l'écoulement devient uniforme à:  $J = J_0$ .

Pour un canal à section droite constante et à pente géométrique invariable la fonction à intégrer ne dépend que de h. on peut donc écrire:

$$F(h) = \frac{1 - Q^2/g \Lambda^5 Q_{K0}^2}{J - J_0}$$

et la fonction exprimée peut être intégrée graphiquement par planimé-  
trage d'un digramme obtenu en représentant dans un système cartésien  
de coordonnées par une courbe, ayant pour abscisses les valeurs de h et  
pour ordonnées les valeurs de F(h). L'air hachurée (voir figure  
ci-dessous) de limitée par la courbe F(h) et l'axe des abscisses,  
d'une part et par les verticales déterminées par les abscisses,  
représentant  $h = h_1$  et  $h = h_2$ , d'autre part, donne la valeur de:



Cette dernière méthode est plus expéditive que celle dite "tronçon par tronçon" mais son inconvénient réside dans le fait que h une fois défini il lui correspond un  $\Delta$  donc un J bien déterminé, un  $Q_{K0}$  bien défini d'où l'impossibilité de l'étendre à tous les problèmes. De ce fait on fait appel à une autre méthode basée sur la théorie de la longueur fluidodynamique.

III.15 - // // méthode de la théorie de la longueur fluidodynamique.

Elle aboutit à des fonctions qui une fois intégrées solutionnent tous les problèmes des profils en long des surfaces libres des écoulements graduellement non-uniforme en canal rectangulaire et diédrique.

\*Canal diédrique:

$$L_{h_1}^{h_2} = K \sqrt[2]{\frac{h_2}{h_1}} \mathcal{L}(h_x, \mathcal{L}) = K \sqrt[2]{\frac{h_2}{h_1}} \int_{h_1}^{h_2} \frac{h_x^{5,3} - h_x^{0,3}}{\mathcal{L} h_x^{5,3-1}} dh_x$$

\*Canal rectangulaire:

$$L_{h_1}^{h_2} = K \sqrt[2]{\frac{h_2}{h_1}} \mathcal{L}(h_+, \mathcal{L}) = K \sqrt[2]{\frac{h_2}{h_1}} \int_{h_1}^{h_2} \frac{h_+^{3,3} - h_+^{0,3}}{\mathcal{L} h_+^{3,3-1}} dh_+$$

Ainsi en considérant les deux dernières équations en parallèle avec la condition de criticité donnant la profondeur K et exprimant les paramètres sans dimensions  $\mathcal{L}$  et  $\mathcal{L}$  et les produits discriminatoires  $\mathcal{L}$  et  $\mathcal{L}$ , on pourra donner une solution directe et simple à tous les problèmes d'écoulement graduellement non-uniforme.

L'étude mathématique montre que les intégrales n'ont pas de solution analytique, d'où la nécessité de faire recours à des méthodes d'intégration approchées programmées sur ordinateur.

CHAPITRE IV- (CONCEPTION ET REALISATION)  
MODELE REDUIT

IV.1- INTRODUCTION AUX ESSAIS SUR MODELES REDUIT

En hydraulique les formules théoriques utilisées pour fixer les dimensions des ouvrages ou les conditions d'écoulement ne sont susceptibles d'extrapolation, en raison des hypothèses approximatives (presque toujours appuyées sur l'expérience) sur lesquelles elles reposent et des simplifications préalables qui ont présidé à leur établissement.

Lorsqu'on étudie le projet d'un ouvrage hydraulique (prise d'eau, évacuateur de crue, siphon,) on commence par préciser l'ordre de grandeurs de ces dimensions en se basant sur celles des ouvrages analogues existants et en tenant compte de l'application à l'écoulement considéré des formules théoriques ou empiriques de l'hydraulique classique.

Mais généralement les résultats qu'on obtient ainsi ne peuvent le satisfaire complètement en raison, d'une part, de l'approximation très grossière des formules utilisées et, d'autre part, de la nécessité de schématiser le phénomène considéré ou de négliger certains paramètres pour pouvoir lui appliquer là où les formules sont utilisées.

L'idée vient tout naturellement d'essayer de voir en petit comment cela se passe en grand. C'est ce qui constitue le principe des essais sur modèles réduits qui ont pris un développement considérable non seulement en hydraulique mais dans d'autres branches de la mécanique notamment en aérodynamique.



La faveur dont bénéficient ces essais s'expliquent par les facilités qu'offrent les mesures effectuées au laboratoire, la plus grande précision qu'autorisent les appareils de mesure utilisés.

En outre, les modèles réduits permettent d'effectuer aisément de nombreuses expériences, de les répéter en cas de nécessité en faisant varier tel paramètre du problème (étude systématique de comportement de l'écoulement pour différentes pressions, différentes formes de telle ou telle partie de l'ouvrage).

Malais un problème essentiel se pose alors, dans quelle mesure et suivant quelles lois les résultats obtenus sur le modèle peuvent-ils être transposés dans l'écoulement naturel en vraie grandeur (qu'on appelle le prototype)? Autrement dit, si le modèle est géométriquement semblable au prototype; les dimensions linéaires homologues du modèle et du prototype étant dans le rapport  $\lambda$  (échelle du modèle), et si en outre dans le modèle les caractéristiques de l'écoulement qui intéressent l'ingénieur (débits, vitesse pressions, etc..) sont réduites par rapport à celles du prototype suivant des rapports différents ( $\lambda_v, \lambda_\rho, \lambda_p$  etc) pour que les résultats obtenus sur le modèle soient transposables dans la réalité, il faut d'abord que les rapports susvisés soient bien déterminés et constants qu'ils ne changent pas, par exemple, quand on modifie les conditions d'écoulement (débits, pressions, etc..) ensuite il faut que ces rapports soient connus en fonction de l'échelle  $\lambda$ .

Si ces conditions sont réalisées, on a dans le modèle un écoulement semblable à l'écoulement réel dans le prototype. La réalisation de ces conditions résulte de l'application des lois de similitude.

#### IV.2- LOIS DE SIMILITUDE

##### IV.2.1-SIMILITUDE GEOMETRIQUE

C'est le rapport des dimensions linéaires homologues du modèle ( $L_2$ ) et du prototype ( $L_1$ ), soit:

$$\lambda = \frac{L_2}{L_1}$$

##### IV.2.2-SIMILITUDE CINEMATIQUE

La similitude cinématique exige que les vitesses et les accélérations soient dans un rapport défini et constant en tous les points correspondants des deux écoulements.

Soient:

$t_1$  = Le temps mis à parcourir une distance  $L_1$  dans le prototype

$t_2$  = Le temps mis à parcourir la distance  $L_2$  homologue de  $L_1$

dans le modèle,

$\lambda$  = Echelle du modèle  $\lambda = \frac{L_2}{L_1}$

$\lambda_t$  = Echelle des temps  $\lambda_t = \frac{t_1 L_1}{t_2 L_2}$

$\lambda_v$  = Echelle des vitesses  $\lambda_v = \frac{v_1}{v_2}$

$\lambda_a$  = Echelle des accélérations  $\lambda_a = \frac{a_2}{a_1}$

On peut écrire les relations suivantes:

$$v_1 = \frac{L_1}{t_1} ; \quad v_2 = \frac{L_2}{t_2}$$

En divisant membre à membre :

$$\frac{V_2}{V_1} \pm \lambda_v = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{t_1}{t_2} = \frac{\lambda}{\lambda_t}$$

De même pour les accélérations :

$$\gamma_1 = \frac{L_1}{t_1^2} ; \quad \gamma_2 = \frac{L_2}{t_2^2}$$

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \lambda_a = \frac{L_2}{L_1} \times \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2 = \frac{\lambda}{\lambda_t^2}$$

On voit donc que le choix de l'échelle des temps  $\lambda_t$  impose celle des vitesses  $\lambda_v = \frac{\lambda}{\lambda_t}$  et des accélérations  $\lambda_a = \frac{\lambda}{\lambda_t^2}$

#### IV.2.3- SIMILITUDE DYNAMIQUE

Les mouvements du liquide dans le prototype et dans le modèle sont provoqués par des forces. Pour que les deux systèmes (modèle et prototype) soient dynamiquement semblables, il est donc nécessaire que toutes les forces agissant en des points homologues du modèle et du prototype soient dans le même rapport.

Les principales forces qui interviennent en hydraulique sont les suivantes :

- Les forces d'inertie
- Les forces de turbulence
- Les forces de pesanteur
- Les forces de viscosité.

Il en découle que l'existence d'une similitude dynamique stricte est conditionnée par l'identité des nombres BROUDE ( $\frac{\rho v^2}{\sigma}$ ), REYNOLDS ( $\frac{\rho v l}{\eta}$ ), MACH ( $\frac{v}{c}$ ) , WEBER ( $\frac{\rho v^2 l}{\sigma}$ ) dans les points homologues du modèle et du prototype, ce qui est pratiquement impossible de réaliser sauf si l'échelle du modèle  $\lambda = 1$ .

Heureusement cette impossibilité ne signifie pas la caducité de l'expérimentation sur modèles réduits car suivant la nature de l'écoulement les forces y intervenant sont plus ou moins importantes . Ainsi les forces dues à la tension superficielle n'interviennent que dans le cas des écoulements par gouttes ou par petits jets et d'effet des forces dues à l'élasticité n'a pratiquement aucune influence sur l'écoulement permanent franchement subsonique ( $\frac{v}{c} = 0,7$ ) des liquides.

Les forces dues à la viscosité peuvent avoir une importance plus ou moins grande par rapport aux forces dues à l'inertie et à la pesanteur suivant le degré de turbulence du régime,, c'est-à-dire suivant la grandeur du nombre de REYNOLDS caractérisant l'écoulement. Cette circonstance incite à faire une distinction fondamentale en ce qui concerne la similitude dynamique et permet de définir les lois régissant les relations existants entre les éléments homologues déterminant les phénomènes physiques ayant lieu au prototype et au modèle .

Les deux cas les plus importants, au point de vue pratique, de la similitude dynamique sont :

1-Cas où les forces dues à la viscosité sont négligeables par rapport aux forces dues à l'inertie et à la pesanteur:

SIMILITUDE DE REECH-FROUDS.

2-Cas où les forces dues à la pesanteur sont négligeables par rapport au forces dues à l'inertie et à la viscosité:

SIMILITUDE DE REYNOLDS.

IV.2.3.1- Dans le cas 1, aboutit à:

$$\lambda_{\sqrt{v}} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda}{\lambda_t} = \sqrt{\lambda}$$

Relation très importante connue sous le nom de:

Loi de SIMILITUDE DE REECH-FROUDE

Cette loi peut s'exprimer d'une autre manière. La relation ci-dessus peut en effet s'écrire comme suit:

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$

$L_1$  et  $L_2$  représentant des dimensions linéaires homologues dans le prototype et dans le modèle.

En élevant les deux membres de l'équation ci-dessus au carrée,

on a: 
$$\frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{L_2}{L_1} \quad \text{d'où} \quad \frac{v_2^2}{L_2} = \frac{v_1^2}{L_1}$$

Division les deux membres de cette dernière équation par  $g$  (accélération de la pesanteur) qui reste la même dans le modèle et dans le prototype

$$\frac{v_2^2}{gL_2} = \frac{v_1^2}{gL_1} = \sqrt{\quad}$$

La condition de similitude imposée revient donc à réaliser un écoulement caractérisé par un même nombre de FROUDE dans le modèle et dans le prototype.

En combinant les similitudes géométrique, cinématique et dynamique, nous obtenons les rapports de toutes les caractéristiques de l'écoulement dans le modèle et le prototype:

-Temps  $\lambda_t = \sqrt{\lambda}$

-Vitesses  $\lambda_V = \sqrt{\lambda}$

-Débits  $\lambda_Q = \lambda_V \times \lambda^2 = \lambda^{5/2}$

-Accélérations  $\lambda_a = \frac{1}{\lambda} = 1$

-Forces  $\lambda_f = \lambda_m \times \lambda^{3/2} = \lambda_f \times \lambda^3 = \lambda^3$

-Pressions  $\lambda_p = \frac{\lambda_f}{\lambda^2} = \lambda_f \times \lambda = \lambda^{3/2}$

-Puissances  $\lambda_P = \lambda_f \times \frac{\lambda}{\lambda^2} = \lambda_f \times \lambda^{1/2} = \lambda^{3/2}$

Le plus souvent on utilise le même fluide dans le modèle et dans le prototype, alors:  $\lambda_p = \frac{\rho_2}{\rho_1} = 1$

La similitude de REECH-FROUDE est très fréquemment utilisée dans les études sur modèles réduits. Elle intervient notamment pour la plupart des écoulements à surface libre.

IV.2.3.2- Dans le cas 2, on aboutit à:

$$\frac{L_2 V_2}{\nu_2} = \frac{L_1 V_1}{\nu_1} = \sqrt{\tau}$$

Ce qui revient à dire que le nombre de REYNOLDS caractérisant l'écoulement doit être le même dans le prototype et dans le modèle. C'est ce qui constitue la condition de similitude de REYNOLDS. On tire de l'équation précédente,

$$- \lambda = \frac{D_2}{D_1} = \frac{Re_2 v_1 \rho_1}{Re_1 v_2 \rho_2} = \lambda_\mu \times \lambda_v^{-1} \times \lambda_\rho$$

$$- \lambda_v = \frac{V_2}{V_1} = \frac{Re_2 D_1 \rho_1}{Re_1 D_2 \rho_2} = \lambda_\mu \times \lambda^{-1} \times \lambda_\rho^{-1}$$

$$- \lambda_f = \frac{\lambda}{\lambda_v} = \lambda^2 \times \lambda_v^{-1} \times \lambda_\rho$$

$$- \lambda_P = \lambda_\mu \times \lambda^2 \times \lambda^{-1} = \lambda_\mu^2 \times \lambda_\rho^{-1}$$

$$-\lambda_Q = \lambda_V \times \lambda_L^2 = \lambda \times \lambda_L \times \lambda_L^{-1}$$

$$-\lambda_g = \lambda \times \lambda_L^{-2} = \lambda^{-1} \times \lambda_L^2 \times \lambda_L^{-2}$$

$$-\lambda_p = \frac{\lambda_f}{\lambda_L^2} = \lambda \times \lambda_L \times \lambda_f^{-1}$$

$$-\lambda_f = \lambda_g \times \lambda_V = \lambda_L^3 \times \lambda^{-1} \times \lambda_V^{-2}$$

#### IV.2.3.3- INCOMPATIBILITE DES SIMILITUDES DE REECH-FROUDE ET DE REYNOLDS

La condition de REECH-FROUDE impose  $\lambda_V = \sqrt{\lambda}$

En substituant cette relation en celle exprimant la condition de REYNOLDS, il vient:  $\lambda^3 = \lambda_V$

Dans la pratique, on utilise le plus souvent de l'eau et sur le modèle et sur le prototype, c'est-à-dire on a  $\lambda_V = 1$  d'où il résulte  $\lambda = 1$ , autrement dit, le modèle doit être réalisé à la même échelle que le prototype.

Il est donc pratiquement impossible de réaliser des essais sur modèle réduit permettant de satisfaire simultanément aux conditions de REECH-FROUDE et REYNOLDS.

#### IV.3- DOMAINES D'APPLICATION

Parmi les divers domaines d'applications de ces deux lois de similitudes, nous citons.

##### IV.3.1- OUVRAGES LONGS DECOUVERTS

La perte de charge par unité de longueur suivant la formule de DARCY-WEISSBACH est:  $J = \frac{f}{D_h} \frac{v^2}{2g}$  avec  $f = f\left(\frac{v}{\tau}, \frac{\epsilon}{D_h}\right)$

Dans le cas d'un écoulement à surface libre l'équation ci-dessus, s'écrit sous la forme suivante:

$$D_h = 4 Rm \implies v^2 = \frac{8g Rm; J}{f}$$

$$\Rightarrow V^2 = C \sqrt{Rm \cdot J} \quad \text{avec } C = \sqrt{\frac{8g}{f}}$$

où  $f$  est un nombre sans dimension dépendant de la rugosité relative  $\frac{\epsilon}{D_h}$  et du nombre de Reynolds  $\overline{Re}$ , et indépendantes des unités employées pour l'avaleur et plus particulièrement de l'échelle à laquelle elle est représentée.

Si nous voulons réaliser des essais sur modèle réduit d'un écoulement à surface libre obéissant aux formules ci-dessus, la similitude des deux écoulements exige donc que  $f$  soit le même dans le prototype et dans le modèle.

Si nous nous reportons au diagramme de MOODY (voir l'annexe); nous constatons que pour chaque valeur de la rugosité relative  $\frac{\epsilon}{D_h}$ , à partir d'une certaine valeur  $\overline{Re}$ ,  $f$  reste constant lorsque  $\overline{Re}$  varie, c'est ce qui constitue la zone de pleine turbulence.

Le nombre de REYNOLDS limite, à partir duquel cette condition est réalisée et appelée Seuil de REYNOLDS.

Si donc l'écoulement dans le prototype et dans le modèle sont tels que ce seuil soit dépassé, on est certain que, pour un même rugosité relative  $\frac{\epsilon}{D_h}$  (condition réalisée par la similitude géométrique), le coefficient sera le même dans l'un et dans l'autre et l'essai pourra être réalisé en adoptant la condition de similitude de REECH-FROUDE même si les nombres de REYNOLDS ne sont pas les mêmes dans le modèle et dans le prototype. L'inconvénient est que pour les ouvrages longs, le seuil de REYNOLDS limite le choix de l'échelle, en particulier il interdit l'utilisation d'échelles trop petits.



Pour trouver la valeur limite  $\lambda_{\text{minimum}}$  de l'échelle imposée par le seuil de REYNOLDS on considère que pour le prototype on a :  $\overline{\lambda}_1 = \frac{V_1 \cdot D_1}{\nu}$  et que pour le plus petit modèle compatible avec la similitude de REECH-FROUDE le nombre de REYNOLDS lu dans le diagramme de MOODY.

$$\overline{\lambda}_{\text{lim}} = \frac{\lambda_{\text{min}}^{1/2} \cdot V \cdot \lambda_{\text{min}} \cdot D}{\nu} = \min. \overline{\lambda}_1 \quad \text{d'où}$$

$$\lambda_{\text{min}} = \left( \frac{\overline{\lambda}_{\text{lim}}}{\overline{\lambda}_1} \right)^{2/3}$$

#### IV.3.2- OUVRAGES COURTS DECOUVERTS

Dans le cas d'ouvrages courts découverts tels que déversoirs, vannes, orifices, bassin de dissipation d'énergie, raccords de canaux, etc..., les forces déterminant l'écoulement sont dues à la pesanteur et à l'inertie, les forces dues à la viscosité sont insignifiantes, elles interviennent même pas dans les formules relatives au phénomène. Ainsi les essais sur modèle réduit concernant cette catégorie d'ouvrages, dits ouvrages courts, doivent être exécutés suivant les lois de la similitude de REECH-FROUDE.

#### IV.4- CHOIX DE LA SIMILITUDE APPLICABLE A NOTRE ETUDE

Compte tenu des considérations citées précédemment, la loi de similitude applicable à notre étude est celle de REECH-FROUDE.

On peut en effet considérer notre modèle comme ouvrage court tel que les forces dues à la viscosité sont négligeables par rapport à celles dues à l'inertie et à la pesanteur.

#### IV.5- DESCRIPTION DU MODELE REDUIT

Le modèle réduit qui a fait l'objet de notre étude a été entièrement réalisé en plexiglas, est constitué des organes, (voir l'annexe)).

- 1- Un bassin d'alimentation
- 2- Une vanne coulissante
- 3- Un tranquillisateur
- 4- Un canal
- 5- Un débit-mètre à segment

#### -But et Fonctionnement des Organes

##### 1-Bassin d'Alimentation

Il joue le rôle d'une retenue, il alimente le canal qui est relié à ce bassin par un orifice triangulaire.

Dimensions:

Longueur = 59 cm

Largeur = 59 cm

Hauteur = 100 cm

Volume =  $0,348 \text{ m}^3 = 348 \text{ L}$

##### 2-Vanne Coulissante

Elle permet le réglage fin du débit en obturant plus ou moins l'entrée dans le canal.

Dimensions:

Longueur = 66,5 cm

Largeur = 47,5 cm

##### 3-Tranquillisateur

Il est constitué sous forme de filtre et il sert à tranquilliser l'eau du bassin.

#### 4-Canal

C'est un canal en forme diédrique réalisé en plexiglass.

Dimensions:

$$h = 19,8 \text{ cm}$$

$$\gamma = 90^\circ$$

$$\theta = 45^\circ$$

$$e = 39,6 \text{ cm}$$

$$l = 28 \text{ cm}$$

$$L = 315 \text{ cm}$$

#### 5-Débit - mètre à segment

Principe:

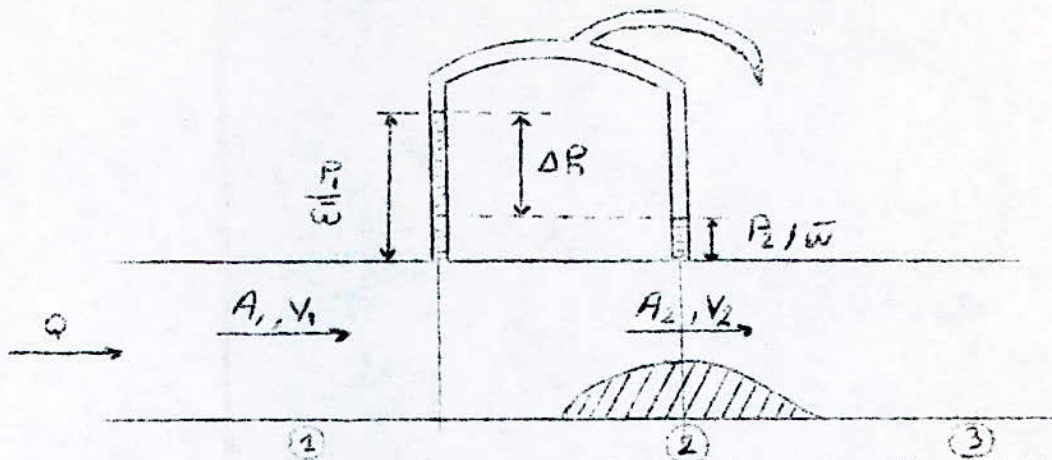
C'est un appareil déprimogène, il nous permet de déterminer le débit dans la conduite par la mesure d'une dépression provoquée par un rétrécissement en forme de segment. Si l'on mesure la pression avant et dans le rétrécissement, on obtient par application du théorème de Bernoulli (en négligeant les pertes de charges) et en faisant la différence, le terme:

$$\frac{v_1^2 - v_2^2}{2g}$$

dont on peut déduire le débit  $Q$  grâce à l'équation de conservation.

\*Canal théorique du débit passant dans un débit-  
mètre à segment.

Le débit-mètre comporte entre 1 et 2 une diminution de section et entre 2 et 3 un élément qui s'élargit graduellement (divergent).



Déterminons la relation qui existe entre le débit qui circule dans cette tuyauterie et la différence de pression entre 1 et 2.

La conduite circulaire a une section  $A_1$ .

Le rétrécissement a une section  $A_2$ .

En appliquant le théorème de Bernoulli aux sections 1 et 2, tout en négligeant les pertes de charges entre ces dernières, on peut écrire :

$$Z_1 + \frac{P_1}{\bar{\omega}} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\bar{\omega}} + \frac{V_2^2}{2g} \quad \text{avec } Z_1 = Z_2$$

on a donc

$$\frac{P_1}{\bar{\omega}} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\bar{\omega}} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\frac{P_1 - P_2}{\bar{\omega}} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}$$

En vertu de l'équation de continuité on a :

$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2 \implies V_1 = \frac{A_2}{A_1} \cdot V_2$$

$$\text{d'où } V_1^2 = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \cdot V_2^2$$

$$\text{donc: } \frac{P_1 - P_2}{\rho} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} = \frac{V_2^2}{2g} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^2 \right] = \frac{V_2^2}{2g} \left[ 1 - \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right]$$

$$\text{Sachant que : } \frac{P_1 - P_2}{\rho} = \Delta h$$

et le débit véhiculé par la conduite est:  $Q = A_2 \cdot V_2 \dots (I)$

$$\text{on peut écrire alors: } \Delta h = \frac{V_2^2}{2g} \left[ 1 - \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right]$$

$$\text{d'où } V_2 = \frac{\sqrt{2g}}{\sqrt{1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}}} \cdot \sqrt{\Delta h}$$

$$\text{Le débit sera égale à : } Q = A_2 \cdot \frac{\sqrt{2g} \cdot \sqrt{\Delta h}}{\sqrt{1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}}}$$

$$\text{en posant : } Cd = \frac{\sqrt{2g}}{\sqrt{1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}}}$$

La relation (I) devient :

$$Q = A_2 \cdot Cd \sqrt{\Delta H}$$

Cd: est appelé coefficient de débit

$\Delta h$ : différence des hauteurs piézométriques.

L'étalonnage du débit-mètre a permis de trouver l'équation de la courbe ajustée qui sera déterminée plus loin.

#### IV.6- Alimentation

/)otre installation est reliée au château d'eau du laboratoire par une prise qui nous donne un débit constant (la charge dans le château d'eau étant constante, environ  $H=4m$ ).

L'eau arrivant du château d'eau passe par un convergent placé à l'amont d'un débit-mètre à segment.

Ce convergent permet d'augmenter la vitesse de l'eau à l'entrée du débit-mètre en raison de la transformation de l'énergie potentielle en énergie cinétique.

L'eau arrive enfin dans le bassin d'alimentation par l'intermédiaire du débit-mètre à segment lequel est relié à un manomètre et rejoint le canal à travers un tranquillisateur.

CHAPITRE V

- MESURES EXPERIMENTALES ET  
ANALYSE DES RESULTATS

V.1- ETALONNAGE DU DEBIT-METRE A SEGMENT D=4,2 m

L'étalonnage a été effectué en faisant passer différents débits que nous avons déterminés par mesure volumétrique.

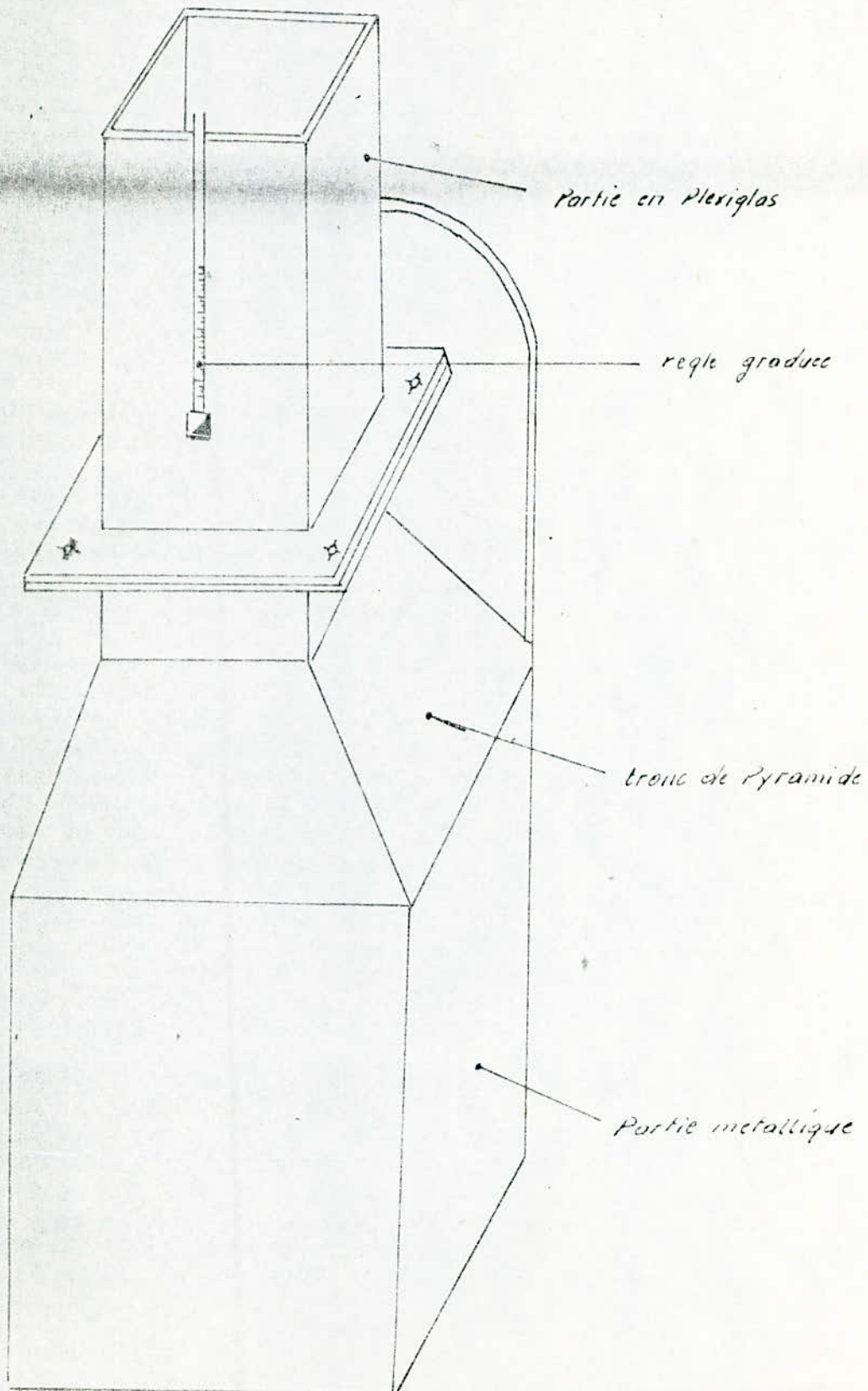
Le débit est donné par le quotient du volume d'eau recueilli dans une capacité jaugée par le temps de remplissage.

A chaque débit qui passe dans l'appareil correspond à une différence des hauteurs piézométriques  $\Delta h$ .

-TABLEAU D'ETALONNAGE-

| N° | Volume (l) | Temps (s) | Lectures Monométriques |            | Pression différentielle $h_{12}$ (cm) | Débit Correspondant $Q = \frac{V}{t}$ (l/s) | Débit Moyen (l/s) |
|----|------------|-----------|------------------------|------------|---------------------------------------|---|-------------------|
|    |            |           | $h_1$ (cm)             | $h_2$ (cm) |                                       |   |                   |
| 1  | 27,20      | 16,9      | 131,5                  | 117,5      | 14                                    | 1,609                                       | 1,604             |
|    | 27,70      | 17,0      |                        |            |                                       | 1,629                                       |                   |
|    | 28,35      | 18,0      |                        |            |                                       | 1,575                                       |                   |
| 2  | 28,20      | 21,0      | 115,8                  | 106        | 9,8                                   | 1,343                                       | 1,308             |
|    | 28,30      | 22,0      |                        |            |                                       | 1,286                                       |                   |
|    | 28,50      | 22,0      |                        |            |                                       | 1,295                                       |                   |
| 3  | 28,08      | 22,0      | 114,3                  | 104,7      | 9,6                                   | 1,276                                       | 1,287             |
|    | 28,55      | 22,0      |                        |            |                                       | 1,298                                       |                   |
|    | 29,60      | 23,0      |                        |            |                                       | 1,287                                       |                   |
| 4  | 27,36      | 23,0      | 108,8                  | 100,2      | 8,6                                   | 1,190                                       | 1,187             |
|    | 27,48      | 23,0      |                        |            |                                       | 1,195                                       |                   |
|    | 28,25      | 24,0      |                        |            |                                       | 1,177                                       |                   |
| 5  | 28,55      | 25,0      | 100,2                  | 92,8       | 7,4                                   | 1,142                                       | 1,116             |
|    | 28,60      | 26,0      |                        |            |                                       | 1,100                                       |                   |
|    | 28,75      | 26,0      |                        |            |                                       | 1,106                                       |                   |
| 6  | 28,53      | 27,0      | 96,3                   | 89,5       | 6,8                                   | 1,057                                       | 1,060             |
|    | 28,95      | 27,0      |                        |            |                                       | 1,072                                       |                   |
|    | 29,39      | 28        |                        |            |                                       | 1,050                                       |                   |

DESSIN D'ENSEMBLE DE LA JAUGE





V.1.1- étermination des coefficients de regression

V.1.1.1- justement linéaire

/)ous avons effectué une série de mesures.à

Les couples de valeurs  $(X_i, y_i)$  ont donné, à première vue, une ligne droite dans un système de coordonnées en prenant:

$$X_i = Q_i^2 \quad \text{et} \quad y_i = \Delta h_i$$

$$A = \frac{\sum X_i y_i - \frac{\sum X_i \sum y_i}{n}}{\sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n}}$$

$$B = \frac{\sum y_i}{n} - A \cdot \frac{\sum X_i}{n}$$

$$r^2 = \frac{\left[ \sum X_i y_i - \frac{\sum X_i \sum y_i}{n} \right]^2}{\left[ \sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n} \right] \left[ \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n} \right]} \quad *$$

\* Le coefficient de corrélation  $r$  mesure le degré de perfection de l'ajustement de la droite de regression

(Le calculs ont été effectués à l'aide d'une calculatrice;..)

VI. 66

On obtient:

$$A = 0,075$$

$$B = 0,553$$

$$r = 0,998$$

$$==== y = 0,075 X + 0,553$$

Soit  $Q^2 = 0,075 \Delta h + 0,553$  pour  $h = 0$  ===  $Q \neq 0$

ce qui est faux, nous allons alors procéder à un ajustement puissance.

V.1.2.2- Ajustement Puissance

On ajuste une fonction puissance  $y = a \cdot X^b$  ( $a > 0$ )

à un ensemble de points  $\{ (X_i, y_i) \}_{i=1,2,\dots,n}$   $X_i > 0, y_i > 0$

Si on linéarise cette équation en introduisant logarithme.  
On écrit alors:

$$\text{Log } y = b \cdot \text{Log } X + \text{Log } a$$

Le problème peut être résolu comme un problème d'ajustement linéaire avec:

$$X_i = \Delta h_i \quad \text{et} \quad y_i = Q_i$$

Les coefficients a et b dits de régression sont donnés par les formules ci-dessus en appliquant la méthode des moindres carrés.

$$b = \frac{\sum (\text{Ln } x_i)(\text{Ln } y_i) - \frac{(\sum \text{Ln } x_i)(\sum \text{Ln } y_i)}{n}}{\sum (\text{Ln } x_i)^2 - \frac{(\sum \text{Ln } x_i)^2}{n}}$$

$$a = \exp. \left[ \frac{\sum \text{Ln } y_i}{n} - b \cdot \frac{\sum \text{Ln } x_i}{n} \right]$$

$$r^2 = \frac{\left[ \sum (\text{Ln } x_i)(\text{Ln } y_i) - \frac{(\sum \text{Ln } x_i)(\sum \text{Ln } y_i)}{n} \right]^2}{\left[ \sum (\text{Ln } x_i)^2 - \frac{(\sum \text{Ln } x_i)^2}{n} \right] \left[ \sum (\text{Ln } y_i)^2 - \frac{(\sum \text{Ln } y_i)^2}{n} \right]}$$

avec  $n \in \mathbb{N}_+ \neq 1$

(Les calculs ont été effectués à l'aide d'une calculatrice programmable de genre T-I-66 effectuant les résultats directement

On obtient :

$$b = 0,576$$

$$a = 0,349$$

$$r = 0,998 \quad \text{l'ajustement est bon}$$

$$y = 0,349 x^{0,576}$$

Soit

$$Q = 0,349 \Delta h^{0,576}$$

Pour  $h = 0 \implies Q = 0$ , ce qui est cohérent.

V.2-INTERPRETATION DES RESULTATS

(Théoriques et Pratiques)

Données de départ:

- \* La rugosité absolue:  $\epsilon = 10^{-6} \text{ m}$
- \* Le coefficient de Manning-STRICKLER :  $n = 8,06 \cdot 10^{-3}$
- \* La viscosité cinématique:  $\nu = 10^{-6}$
- \* Distance entre les sections:  $-\Delta L_{0-1} = 53 \text{ cm}$   
 $-\Delta L_{i,i+1} = 38 \text{ cm}$  (avec  $i=1$ )  
 $-\Delta L_{7-8} = 34 \text{ cm}$

Pente Géométrique Horizontale

Canal Horizontale

Vanne Complètement Ouverte

$Q = 1,641 \text{ l/s}$

$I = 0$

| sections<br>(cm)<br>hauteurs | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     |
|------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Pratique                     | 7,00  | 6,95  | 6,90  | 6,80  | 6,65  | 6,49  | 6,30  | 5,65  |
| Graphique                    | 7,000 | 6,912 | 6,815 | 6,708 | 6,587 | 6,446 | 6,245 | 5,600 |
| Classique                    | 7,000 | 6,940 | 6,875 | 6,795 | 6,730 | 6,600 | 6,400 | 5,700 |

$h_c = 5,60 \text{ cm}$

$h_n = \infty$

$R = 3,5490 \cdot 10^4$

$h > h_c$  -----la courbe correspond au type H2

(Planche N° 1)

Pente Géométrique Adverse  
Canal Ascendant  
Vanne Complètement Ouverte

$Q = 1,672 \text{ l/s}$   
 $I = 0,025 \text{ (} I < 0 \text{)}$

| sections<br>(cm)<br>hauteurs | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6     | 7     | 8     |
|------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|
| Pratique                     | 14,56  | 13,86  | 12,94  | 11,88  | 10,75  | 9,50  | 8,25  | 5,64  |
| Graphique                    | 14,560 | 13,603 | 12,644 | 11,681 | 10,711 | 9,728 | 8,475 | 5,640 |
| Classique                    | 14,560 | 13,602 | 12,642 | 11,676 | 10,697 | 9,746 | 8,597 | 5,900 |

$h_c = 5,64 \text{ cm}$

$h_n = \infty$

$R = 2,1733 \cdot 10^4$

$h > h_c$  - La courbe correspond au type A2  
 (Planche N° 2)

## PENTE CRITIQUE

### \* // //) éthode d'hydrodynamique graphique

La pente critique dans un canal à section et rugosité constantes

on tire de l'équation de DARCY WEISBACH

$$JK = \frac{f}{8g} \cdot \frac{P_K Q_K^2}{A_K^3} \quad (1)$$

la condition de criticité

$$\frac{Q_K^2}{g} \frac{e_K}{A_K^3} = 1 \quad (2)$$

en éliminant  $A_K$  entre (1) et (2) on tire

$$JK = \frac{f}{8} \frac{P_K}{e_K} = \frac{F}{2 \frac{4}{PoK} e_oK} \quad (3)$$

équation ayant la validité générale pour tous les écoulements critique.

Pour une section trapézoïdale on a :

$$P_K = b + 2K \sqrt{1 + \mathcal{I}^2} \quad (4) \quad b = \text{largeur du canal}$$

$$\text{et } e_K = b + 2K \mathcal{I} \quad (5) \quad \mathcal{I} = \text{Inclinaison d'un talus}$$

on tire, en éliminant  $P_K$  et  $e_K$  entre (3), (4) et (5)

$$J_K = \frac{f}{8} \frac{b + 2K \sqrt{1 + \mathcal{I}^2}}{b + 2K}$$

si  $b=0$ , la section devient triangulaire (canal diédrique) et

$$\text{on a: } JK = \frac{f}{8} \frac{\sqrt{1 + \mathcal{I}^2}}{\mathcal{I}} \quad (7)$$

si  $b = \infty$ , l'écoulement devient bidimensionnel et on tire :

$$JK = \frac{f}{8} \quad (8)$$

### \* // //) éthode Classique

La profondeur critique  $h_c$  est constante puisqu'elle ne dépend que du débit mais la profondeur normale pour le débit considéré qui dépend à la fois du débit et de la pente va varier et diminuera si la pente du fond croit et inversement.

Pour une certaine valeur de la pente  $hn$  sera égale à  $hc$ .

Cette valeur particulière de la pente du fond du canal est appelée pente critique  $I_c$  (on l'appelle parfois aussi "pente limite".)

Bien entendu si, pour le débit considéré,

$$\begin{aligned} I > I_c & \text{ on a } hn < hc \\ \text{et} \quad I < I_c & \text{ on a } hn > hc \end{aligned}$$

La pente critique d'un canal uniforme pour un débit donné est donc la pente que devrait prendre ce canal pour que la profondeur normal du courant considéré soit égale à la profondeur critique, c'est-à-dire pour que le régime  $y$  soit à la fois uniforme et critique.

Pour calculer  $I_c$  on associera donc la relation du régime

uniforme:  $Q = V \cdot A = A \cdot C \sqrt{RI}$   
avec celle du régime critique:  $\frac{Q^2 L}{g A^3} = 1$

Au régime critique ces deux équation doivent être satisfaites pour une même valeur de la profondeur; en éliminant  $Q$  entre ces deux relations on obtiendra le résultats cherché.

-Section de forme quelconque:

L'élimination de  $Q$  entre les deux expressions précédentes

conduit à :

$$I_c = \frac{gA}{C^2 RL} = \frac{bgA}{RL} = \frac{bghm}{R} \quad (1)$$

avec:  $bc^2 = 1$

et  $hm = \frac{A}{L}$  (profondeur moyenne)

Les éléments  $b, c, R, A, hm$  figurant dans l'équation (1) sont bien entendu les éléments critique du canal, c'est-à-dire calculés à partir de la profondeur critique  $hc$  qui correspond au débit considéré.

Pente Géométrique Suave (Faible)

Canal Descendant

Vanne Complètement Ouverte

$$Q = 3,715 \text{ l/s}$$

$$I = 9,09 \cdot 10^{-4} \quad (I > 0)$$

$$I < I_c$$

| sections<br>(cm)<br>hauteurs | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     |
|------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Pratique                     | 8,70  | 8,65  | 8,55  | 8,45  | 8,35  | 8,25  | 8,05  | 7,80  |
| Graphique                    | 8,700 | 8,628 | 8,524 | 8,436 | 8,346 | 8,157 | 8,020 | 7,760 |
| Classique                    | 8,500 | 8,458 | 8,386 | 8,381 | 8,262 | 8,158 | 8,007 | 7,760 |

$$h_c = 7,76 \text{ cm}$$

$$h_{ncl} = 9,70 \text{ cm}$$

$$h_{ngr} = 10,06 \text{ cm}$$

$$I_{ccl} = 2,992 \cdot 10^{-3}$$

$$I_{cgr} = 3,974 \cdot 10^{-3}$$

$$R = 6,3139 \cdot 10^4$$

$h_n > h > h_c$  - La courbe correspond au type S2 (F2)

(Planche N° 3)

Pente Géométrique Prononcée (Forte)

Canal Descendant

Vanna Complètement Ouverte

$$Q = 1,352 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$I = 0,053 \text{ (I} > 0)$$

$I > I_c$

| sections<br>(cm)<br>hauteurs | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     |
|------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Pratique                     | 3,69  | 3,45  | 3,35  | 3,30  | 3,25  | 3,24  | 3,23  | 3,22  |
| Graphique                    | 3,690 | 3,471 | 3,363 | 3,347 | 3,275 | 3,256 | 3,240 | 3,237 |
| Classique                    | 3,690 | 3,412 | 3,287 | 3,250 | 3,204 | 3,169 | 3,148 | 3,120 |

$$h_c = 5,179 \text{ cm}$$

$$h_{nc1} = 3,10 \text{ cm}$$

$$h_{ngr} = 3,231 \text{ cm}$$

$$I_{ccl} = 3,424 \cdot 10^{-3}$$

$$I_{cgr} = 4,038 \cdot 10^{-3}$$

$$R = 5,6907 \cdot 10^4$$

$h_c > h > h_n$  - La courbe correspond au type P2 (T2)

(Planche N° 4)



Pente Géométrique Prononcée (Forte)

Canal Descendant

Ecoulement Passant Sous une Vanne de Fond

$Q = 1,352 \text{ l/s}$

$I = 0,053 \text{ (} I > 0 \text{)}$

$a = 2,70 \text{ cm}$

$I > I_c$

| sections<br>(cm)<br>hauteurs | 0     | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     |
|------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Pratique                     | 2,70  | 2,90  | 2,95  | 3,00  | 3,05  | 3,08  | 3,10  | 3,15  | 3,17  |
| Graphique                    | 2,700 | 2,900 | 2,980 | 3,040 | 3,060 | 3,091 | 3,144 | 3,160 | 3,185 |
| Classique                    | 2,700 | 2,893 | 2,968 | 3,005 | 3,030 | 3,053 | 3,077 | 3,086 | 3,095 |

$h_c = 5,179 \text{ cm}$

$h_{oc1} = 3,10 \text{ cm}$

$h_{og} = 3,20 \text{ cm}$

$h_{oc2} = 3,424 \cdot 10^{-3}$

$h_{ogr} = 3,915 \cdot 10^{-3}$

$R = 6,3127 \cdot 10^4$

$h_c > h_n > h$  - La courbe correspond au type P3 (T3)

(Planche N° 5)

# ESSAULT

## m/)/)éthode d'Hydrodynamique Graphique

### -Cas d'un ressaut hydraulique

Le changement du régime à l'aval de la section (t) se fait par un ressaut régi par la loi d'équilibre hydrodynamique; cet équilibre s'exprime par le théorème des quantités de mouvement.

En désignant par  $P_t$  la pression moyenne, par  $V_t$  la vitesse débitaire, par  $A_t$  l'aire de la section, mouillé au droit du débit du ressaut (dans la section initiale du ressaut) et par  $P_r$ ,  $V_r$ ,  $A_r$ , les éléments analogues relatifs à la section finale, on peut écrire:  $P_t.A_t + Q.V_t \rho = P_r.V_r + Q.V_r \rho$

$$\text{ou} \quad P_t.A_t - P_r.V_r = \rho Q (V_r - V_t)$$

en admettant que le facteur de correction de la quantité de mouvement est égal à l'unité.

En désignant par  $h_t$  la profondeur à l'amont d'un ressaut (profondeur initial) et par  $h_r$  la profondeur à l'aval d'un ressaut (profondeur finale), on tire de cette dernière équation:

$$\frac{\bar{\omega}}{3} \frac{h_t^3}{g} \mathcal{I} + \frac{\bar{\omega}}{g} \frac{Q^2}{h_t^2 \mathcal{I}} = \frac{\bar{\omega}}{3} \frac{h_r^3}{g} \mathcal{I} + \frac{\bar{\omega}}{g} \frac{Q^2}{h_r^2 \mathcal{I}}$$

En divisant par  $\bar{\omega}$  et en éliminant  $Q$  entre cette dernière et l'équation de la hauteur critique (K) on tire:

$$\frac{h_t^3}{3} + \frac{K^5}{2h_t^2} = \frac{h_r^3}{3} + \frac{K^5}{2h_r^2}$$

$$\text{en posant:} \quad h_r x = \frac{h_r}{K} \quad ; \quad h_t x = \frac{h_t}{K}$$

et en divisant (1) par  $K^{3/6}$  on peut écrire:

$$2 h_t^3 x + 3 h_t^{-2} x = Z = 2 h_r^3 x + 3 h_r^{-2} x$$

il est bien évident que la fonction  $Z = 2h_t^3 x + 3h_t^{-2} x$  est identique à la fonction  $Z = 2h_r^3 x + 3h_r^{-2} x$

En le représentant dans un système de coordonnées à division logarithmique (voir l'annexe figure 19), on peut constater qu'à chaque valeur déterminée de  $Z$  correspondant deux valeur  $y$  conjuguées de  $hx$  dont l'une est inférieur à 1 et l'autre est supérieur à 1.

à l'amont du ressaut :  $h = h_t < K$ , d'où :  $h_t x < 1$

à l'aval du ressaut :  $h = h_r > K$ , d'où :  $h_r x > 1$

Cette hypothèse a été confirmée par l'expérience qui a démontré que la valeur  $h_t = h_t x \cdot K$  donne effectivement la profondeur dans la section initiale du ressaut et que la valeur  $h_r = h_r x \cdot K$  donne respectivement la profondeur dans la section finale du ressaut.

-La perte de charge due au ressaut

La perte de charge correspond à l'énergie dissipée par le ressaut est :

$$H = h_t - h_r + \frac{v_t^2 - v_r^2}{2g}$$

en appliquant de l'équation de continuité :  $Q = V \cdot A$  et de  $V \cdot K = Q / \pi K^2$  cette dernière équation devient :

$$\Delta H = h_t - h_r + \frac{Q^2}{2g \gamma^2} \left( \frac{1}{h_t^4} - \frac{1}{h_r^4} \right)$$

En introduisant le paramètre dimensionnel de la perte de charge occasionnée par le ressaut

$$\Delta H_x = \frac{\Delta H}{K}$$

et en tenant compte de la condition de criticité après division par  $K$  on tire :

$$\Delta H_x = h_t x - h_r + \frac{1}{4} (h_t^{-4} x - h_r^{-4})$$

-Profondeur critique

$$K = \frac{2 (h_r^3 - h_t^3)}{3 (h_t^{-2} - h_r^{-2})}$$

\* // // éthode Classique

-Le ressaut hydraulique stationnaire

Le ressaut hydraulique stationnaire, plus simplement appelé "ressaut", est une brusque surélévation de la surface libre d'un courant permanent occupant une position fixe dans un lit uniforme.

Ce phénomène se produit lorsqu'un régime torrentiel devient fluvial sur une courte distance, les surfaces libres se situant nécessairement de part et d'autre du niveau critique.

Si l'exhaussement de la ligne d'eau est suffisamment important on observe un ou plusieurs rouleaux plus ou moins instables avec déferlement et turbulence important qui entraîne une dissipation d'énergie non négligeable.

-Relation fondamentale entre les profondeurs conjuguées

Le problème classique posé par le ressaut est de calculer l'une des profondeurs conjuguées en fonction de l'autre pour un débit et un canal donnés.

Section de forme quelconque

Le théorème d'Euler conduit à la relation suivante:

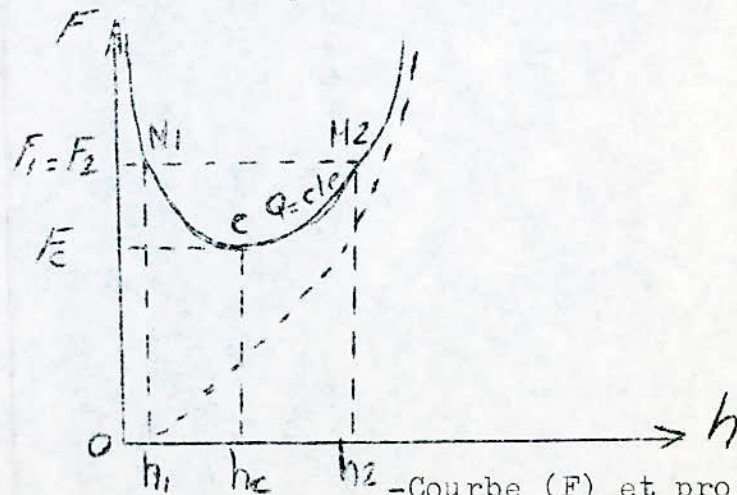
$$\frac{Q^2}{gA^3} + a_1 A_1 = \frac{Q^2}{gA^3} + a_2 A_2$$

ce qui revient à dire que la fonction F (impulsion totale)

$$F = \frac{Q^2}{gA} + a.A$$

conserve la même valeur de part et d'autre du ressaut (rappelons que a représente la profondeur du centre de gravité de la section)

Si on se reporte à la courbe (F) tracée pour le débit considéré, cette propriété se traduit par le fait qu'une sécante parallèle à l'axe des profondeurs coupe la courbe en deux points dont les abscisses mesurent les profondeurs conjuguées h1 et h2.



-Courbe (F) et profondeurs conjuguées.

-Perte de charge due au ressaut

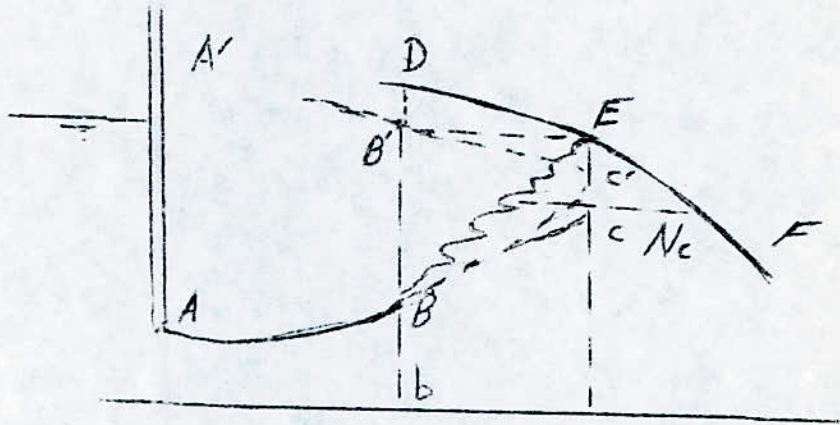
La perte de charge  $j$  sera mesurée par l'abaissement de la ligne d'énergie entre deux sections (soit: avec  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ )

$$j = H_1 - H_2 = \left( Z_1 + \frac{V_1^2}{2g} \right) - \left( Z_2 + \frac{V_2^2}{2g} \right)$$

$Z_1$  et  $Z_2$  étant les cotes des surfaces libres en ( $S_1$ ) et ( $S_2$ )

$V_1$  et  $V_2$  étant les vitesses moyennes dans ( $S_1$ ) et ( $S_2$ )

-Recherche de la position du ressaut



• Traçons la courbe A' B' C' des profondeurs conjuguées de la ligne d'eau amont. Cette courbe se trace par points, pour une section quelconque de profondeur Bb on calcule la profondeur conjuguée bB' qu'on porte sur le profil en long ou bien on lit la profondeur conjuguée sur la courbe (F).

• Cherchons une droite B' E parallèle au fond s'appuyant respectivement en B' sur A' B' C' et en E sur DEF et telle que sa longueur soit égale à celle du ressaut, soit environ 5 fois la profondeur dans la section aval du ressaut.

Le ressaut se situera approximativement entre les points B et E.

La longueur du ressaut étant faible on peut souvent la négliger par rapport aux courbes de remous amont et aval, ce qui revient à schématiser le ressaut par une ligne verticale.

Plusieur formules empiriques donnent la valeur de la longueur du ressaut (L) en fonction des autres éléments hydraulique du ressaut. En canal de section rectangulaire, voici quelques-unes des relations proposées:

$$L = 5 h_2$$

$$L = 9 h_1 \left( \frac{V_1}{gh_1} - 1,57 \right) \text{ (en m et s)}$$

$$L = 6(h_2 - h_1) \text{ (formule proposée par Smetana)}$$

En canal de section trapezique, Hsing et Pasey ont proposé la formule suivante (1938):

$$L = 5h_2 \left( 1 + \frac{4 \sqrt{L_2 - L_1}}{L_1} \right)$$

$L_1$  = largeur superficielle à l'amont

$L_2$  = largeur superficielle à l'aval.

Cette formule est valable pour des pentes de talus comprises entre 0,5 et 2.

Pente Géométrique Horizontale  
Canal Horizontale  
Ecoulement Passant Sous une Vanne de Fond

$Q = 1,07 \text{ m}^3/\text{s}$

$I = 0$

$a = 2,90 \text{ cm}$

| sections<br>(cm)<br>hauteurs | 0     | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     |
|------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Pratique                     | 2,90  | 3,10  | 3,40  | 3,70  | 4,00  | 5,55  | 5,50  | 5,35  | 4,80  |
| Graphique                    | 2,900 | 3,060 | 3,327 | 3,615 | 3,895 | 5,695 | 5,640 | 5,415 | 4,716 |
| Classique                    | 2,900 | 3,035 | 3,295 | 3,554 | 3,860 | 5,803 | 5,675 | 5,477 | 4,716 |

$h_c = 4,716 \text{ cm} \quad \Delta H = 0,134 \text{ cm}$

$h_n = \infty$

$R = 3,5596 \cdot 10^4$

$h_c > h$  - La courbe correspond au type H3

$h_c < h$  - La courbe correspond au type H2

(Planche N° 6)

Pente Géométrique Adverse

Canal Ascendant

Ecoulement Passant Sous une Vanne de Fond

$Q = 2 \text{ l/s}$

$I = 3,636 \cdot 10^{-3} \text{ (I < 0)}$

$a = 3,80 \text{ cm}$

| sect.<br>(cm)<br>haut. | 0     | 1     | 2     | 3     | 4     | RESSAUT | 5     | 6     | 7     | 8     |  |
|------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|---------|-------|-------|-------|-------|--|
| Prat.                  | 3,80  | 4,10  | 4,30  | 4,60  | 4,95  |         | 7,35  | 7,20  | 6,85  | 6,20  |  |
| Graph.                 | 3,800 | 4,004 | 4,151 | 4,542 | 4,806 |         | 7,578 | 7,375 | 7,006 | 6,060 |  |
| Class.                 | 3,800 | 4,001 | 4,140 | 4,448 | 4,789 | 7,750   | 7,537 | 7,103 | 6,060 |       |  |

$h_c = 6,06 \text{ cm}$

$\Delta H = 0,421 \text{ cm}$

$h_n = \infty$

$R = 5,1613 \cdot 10^4$

$h_c > h$  - La courbe correspond au type A3

$h > h_c$  - La courbe correspond au type A2

(Planche N° 7)



Pente Géométrique Suave (Faible)

Canal Descendant

Ecoulement Passant Sous une Vanne de Fond

$Q = 3,7 \text{ L/s}$

$I = 9,09 \cdot 10^{-4} \quad (I > 0)$

$a = 5,90 \text{ cm}$

$I < I_c$

| sections<br>(cm)<br>hauteurs | $I < I_c$ |       |       |       |       |         |       |       |       |
|------------------------------|-----------|-------|-------|-------|-------|---------|-------|-------|-------|
|                              | 0         | 1     | 2     | 3     | 4     |         | 6     | 7     | 8     |
| Pratique                     | 5,90      | 6,10  | 6,25  | 6,50  | 6,65  | RESSAUT | 8,65  | 8,40  | 7,800 |
| Graphique                    | 5,900     | 6,136 | 6,336 | 6,540 | 6,766 |         | 8,503 | 8,300 | 7,750 |
| Classique                    | 5,900     | 6,000 | 6,180 | 6,370 | 6,600 |         | 8,738 | 8,504 | 7,750 |

$h_c = 7,75 \text{ cm}$

$\Delta H = 0,106 \text{ cm}$

$h_{ncl} = 9,68 \text{ cm}$

$h_{ngr} = 9,94 \text{ cm}$

$I_{ccl} = 2,993 \cdot 10^{-3}$

$I_{cgr} = 3,666 \cdot 10^{-3}$

$R = 7,4445 \cdot 10^4$

$h_n > h_c > h$  - La courbe correspond au type S3 (F3)

$h_n > h > h_c$  - La courbe correspond au type S2 (F2)

(Planche N° 8)

Calcul des courbes de remous par la méthode de BAKHMETEFF.

Tableau de la fonction  $\vartheta = -\int_0^X \frac{dn}{n^X - 1}$

| $n$  | $X = 5,3$ | $n$  | $X = 5,3$ | $n$   | $X = 5,3$ |
|------|-----------|------|-----------|-------|-----------|
| 0,50 | 0,50225   | 0,77 | 0,80575   | 0,99  | 1,4995    |
| 0,52 | 0,52225   | 0,78 | 0,819     | 1,001 | 1,05925   |
| 0,54 | 0,54325   | 0,79 | 0,833     | 1,01  | 0,62775   |
| 0,56 | 0,56425   | 0,80 | 0,84725   | 1,02  | 0,501     |
| 0,58 | 0,5855    | 0,81 | 0,86225   | 1,03  | 0,4285    |
| 0,60 | 0,6065    | 0,82 | 0,8775    | 1,04  | 0,3775    |
| 0,61 | 0,6175    | 0,83 | 0,89275   | 1,05  | 0,3395    |
| 0,62 | 0,6285    | 0,84 | 0,909     | 1,06  | 0,309     |
| 0,63 | 0,63875   | 0,85 | 0,926     | 1,07  | 0,2835    |
| 0,64 | 0,64975   | 0,86 | 0,9435    | 1,08  | 0,262     |
| 0,65 | 0,66075   | 0,87 | 0,9625    | 1,09  | 0,2435    |
| 0,66 | 0,67275   | 0,88 | 0,982     | 1,10  | 0,227     |
| 0,67 | 0,68375   | 0,89 | 1,003     | 1,11  | 0,21275   |
| 0,68 | 0,695     | 0,90 | 1,0255    | 1,12  | 0,20025   |
| 0,69 | 0,707     | 0,91 | 1,04975   | 1,13  | 0,18875   |
| 0,70 | 0,71825   | 0,92 | 1,077     | 1,14  | 0,17775   |
| 0,71 | 0,73025   | 0,93 | 1,1065    | 1,15  | 0,1685    |
| 0,72 | 0,74225   | 0,94 | 1,14      | 1,16  | 0,16      |
| 0,73 | 0,7545    | 0,95 | 1,17875   | 1,17  | 0,152     |
| 0,74 | 0,76725   | 0,96 | 1,22475   | 1,18  | 0,14475   |
| 0,75 | 0,7795    | 0,97 | 1,28375   | 1,19  | 0,1375    |
| 0,76 | 0,79275   | 0,98 | 1,36425   | 1,20  | 0,13125   |

Programme de Calcul des Courbes de Remous dans  
un Canal Diédrique avec la Méthode d'Hydrodynamique  
Graphique Exécuté sur un Micro-Ordinateur de Type  
Oric-Atmos.

```

10 INPUT "Q,U,J,DL,H"; Q,U,J,DL,H
20 A = H↑2
30 P = H * SQR (8)
40 D = H * SQR (2)
50 R = (4 * Q)/(P * 1E - 6)
55 PRINT "R ="; R
60 E = 2 * H
70 F = 1/(LN (U/D) * (-.86) + 1.14)↑2
75 X = U/(3.7 * D) + 2.51/(R * F↑.5)
80 FL = 1/(LN(X) * (-.86))↑2
90 JN = F * Q * Q/D/A↑2/ 19.6
100 FD = ((FL/F) * .86) * F
110 /F ABS (FL - FD) <= 1E - 6 GOTO 140
120 DH = (J - JN)/(1 - Q * Q/9.81 * E/A↑3) * DL
130 PRINT "DH = "; DH
140 JT = JN * FL/F
150 DHT = (J - JT)/(1 - Q * Q/9.81 * E/A↑3) * DL
160 PRINT "DHT ="; DHT
170 G O T O 10

```

Données : Q- Débit. [m<sup>3</sup>/s]  
U- Rugosité [m]  
J- Pente du fond  
DL- Distance entre 2 sections [m]  
H- Profondeur [m] dans la 1er section.

Programme de Calcul des Courbes de Remous dans  
un Canal Diédrique avec la Méthode de BAKHMETEFF  
Exécuté sur un Micro-Ordinateur de Type Oric-  
Atmos.

```

1Ø INPUT "Q,DL,I,H1,H2,F1,F2,"; Q,DL,I,H1,H2,F1,F2
2Ø HN = ((Ø 1612 * Q)/(I ↑ (5))) ↑ (3/8)
3Ø PRINT "HN ="; HN
4Ø J = ((HN ↑ (1/3)) * I)/(1.2745858 ↑ E.3)
5Ø PRINT "J="; J
6Ø MG = I * DL/HN + H1/HN + (1-J) * F1
7Ø PRINT "MG ="; MG
8Ø MD = H2/HN + (1-J) * F2
9Ø PRINT "MD="; MD
1ØØ G O T O 1Ø

```

Données: Q-Débit (m<sup>3</sup>/s)  
DL-Distance entre 2 sections (m)  
I-Pente de Fond  
H1-Profondeur dans la Première section (m)  
H2-Profondeur dans la deuxième section (m)  
F1 et F2 sont des fonctions

Programme de Calcul des Courbes de Remous  
dans un Canal Diédrique avec la Méthode Classique  
pour une Pente du Fond Nulle Exécuté sur Micro-  
Ordinateur de Type Oric-Atmos.

```
1Ø INPUT "Q,DL,H1,H2";Q,DL,H1,H2
2Ø HC =(2 * Q * Q/9.81) ↑ .2
3Ø PRINT "HC =";HC
4Ø MG =( .008023709 * DL)/(HC ↑ (4/3))-(H1/HC) ↑ (19/3)
5Ø PRINT "MG =";MG
6Ø MD =(19/3)*(H1 ↑ (1/3) +H2 ↑ (1/3))*(H2-H1)/
(2 *(HC ↑ (4/3))) - (H2/HC) ↑ (19/3)
7Ø PRINT "MD =";MD
8Ø G O T O 1Ø
```

Données: Q-Débit (m<sup>3</sup>/s)  
DL-Distance entre 2 sections (m)  
H1-Profondeur dans la 1er section (m).  
H2-Profondeur dans la 2ème section (m).

Programme de Calcul des Courbes de Remous dans un  
Canal Diédrique avec la Méthode par Approximations  
Successives Exécuté sur Micro-Ordinateur Oric-Atmos.

```

1Ø INPUT "Q,DL,I,H1,H2";Q,DL,I,H1,H2
2Ø MG = I * DL - Q*Q/(19.62 * (H1 ↑ 4 ))
3Ø PRINT "MG=";MG
4Ø X =((.Ø Ø Ø Ø 57876 * Q * Q * DL)/((H1+H2) ↑ (1/3))) *
(2.28243/(H1 ↑ 5)+2.82843/(H1 ↑ 5))
5Ø Y = Q * Q/(19.62 * (H2/4))
6Ø MD = X - Y
7Ø PRINT "MD =";MD
8Ø G O T O 1Ø

```

Données:      Q-Débit      (m<sup>3</sup>/s)  
DL-Distance entre 2 sections (m)  
I-Pente du fond  
H1-Profondeur dans la 1er section  
H2-Profondeur dans la 2éme section

## C O N C L U S I O N

Le long de cette étude, nous permet de tracer les courbes de remous, ou plus précisément de donner les couples de valeurs permettant moyennant un choix d'échelle judicieux la représentation donc le tracé des courbes représentant les profils en long des surfaces libres des écoulements graduellement non-uniformes et ce en canaux bidimensionnels et diédriques, conformément à un classement déduit directement de l'étude des conditions aux limites d'une fonctions (équation différentielle).

Bien que traduisant une même fonction intégrale de l'équation différentielle de base, les diverses branches de courbes étudiées ne représentent pas, dans leur ensemble, une ligne d'eau réelle mais une réunion de divers cas possibles. Généralement une ligne d'eau réelle utilisera une seule des courbes obtenues ou, si elle en utilise plusieurs, ces courbes appartiendront à des classes distinctes, ce sera le cas lorsque la surface libre franchira le niveau critique.

Comme nous l'avons souligné dans notre exposé; deux (2) méthodes nous permettent de solutionner les problèmes relatifs aux écoulements à surfaces libre graduellement non-uniformes:

\* Méthode "Classique"

\* Méthode "d'Hydrodynamique graphique"

Alors que la méthode classique applicable aux profils à section constante, basé principalement sur la formule de Manning-Strickler et dont la séquence a été développé au chapitre II, nous permet d'étudier les courbes de remous suivant les différentes méthodes:

-Méthode de Bresse:

Applicable à un courant rectangulaire de largeur très grande. (Le débit est introduit par unité de largeur).

-Méthode de Bakhmeteff:

Applicable à une section transversable de forme quelconque pour une pente constante positive. Elle est assez longue à utiliser mais elle est précise à condition d'adopter des intervalles d'intégration suffisamment petits.

-Méthode par approximation successives:

Applicable à une section transversale de forme quelconque

Connaissant la profondeur d'une section, on procède aux calculs de la distance entre deux sections après avoir donnée une valeur de la profondeur dans l'autre section qui suivra, selon les résultats désirés qui sont donnés par les itérations successives.

L'utilisation de ces formules universelles pour les canaux artificiels rencontre bien des oppositions de la part de nombreux hydrauliciens qui leur préfèrent les formules de Bazin, Manning, Strickler, etc... Ils estiment en effet que l'emploi de ces formules universelles ne présentent guère d'avantages puisqu'en somme les coefficients  $\delta$  (Bazin),  $n$  (Manning) ou  $k$  (Strickler) des formules anciennes sont remplacés ici par  $\epsilon$  dont le choix et la détermination ne sont guère plus commodes.

Il faut cependant faire remarquer que ces formules nouvelles présentent une structure plus conforme aux lois de la mécanique que les formules empiriques souvent établies d'après les résultats d'expérience, faites dans un domaine assez limité et employées par la suite dans tous les cas possibles avec des extrapolations que ceux qui les utilisent ne soupçonnent même pas.

Quant à la méthode d'Hydrodynamique graphique applicable aux profils à section constante, basé principalement sur la théorie de la longueur fluidodynamique et dont la séquence a été développée au chapitre III, nous permet d'étudier les courbes de remous suivant les différentes méthodes:

-Méthode dite tronçon par tronçon:

o Connaissant les profondeurs d'eau dans deux sections on peut déterminer la longueur géométrique qui les sépare.

o Connaissant la longueur géométrique séparant deux sections et la profondeur d'eau dans l'une d'elles on peut déterminer la profondeur dans l'autre.

Cependant elle n'a pu échapper aux lourdeurs suscitées par les itérations, malgré l'amélioration apportée par la théorie de la longueur fluidodynamique et aux imprécisions naissantes du choix d'une profondeur moyenne.



-Méthode d'Intégration numérique; et ce pour un profil à section constante, connaissant les profondeurs d'eau dans deux sections, la longueur géométrique qui les sépare.

-Méthode de la théorie de la longueur fluidodynamique:

Applicable aux profils à section constante; elle ouvre un horizon plus large par l'élimination des erreurs systématiques par la rapidité des calculs, par la possibilité de solutionner rigoureusement les problèmes de remous connaissant deux paramètres sur trois.

o Soit une profondeur d'eau dans l'une des sections et la longueur géométrique, on détermine la profondeur dans l'autre

o Soit les profondeurs d'eau dans deux sections considérées on détermine la longueur géométrique.

Elle devient expéditive et représentable par une méthode graphique simplifiée par l'introduction de fonction implicite de  $\epsilon (hx, \frac{V}{g})$  et de constantes étroitement liées aux valeurs des produits adimensionnels discriminatoires.

## B I B L I O G R A P H I E

\* /)/).CARLIER : Edition Eyrols

-Hydraulique Générale et Appliquée-

\* /).CHABERT : Edition Eyrols

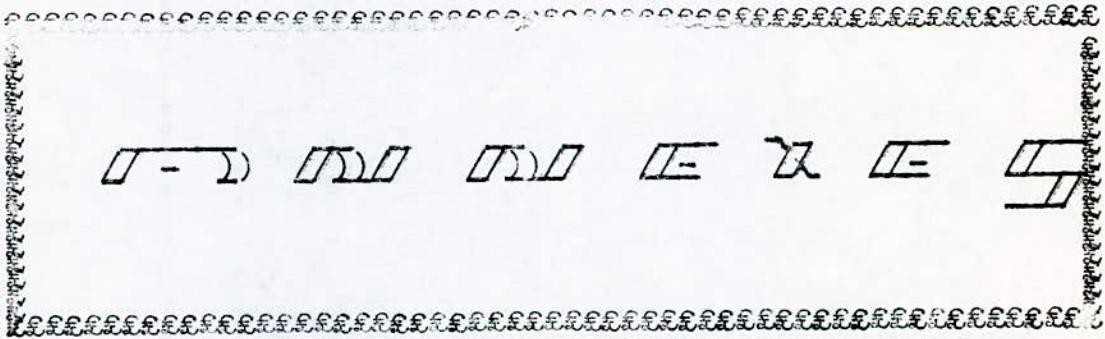
-Calcul des courbes de remous-

\* (̄).LAPRAY :

-Théorie de la Longueur Fluidodynamique-

\* /-).CRAUSSE : Edition Eyrols

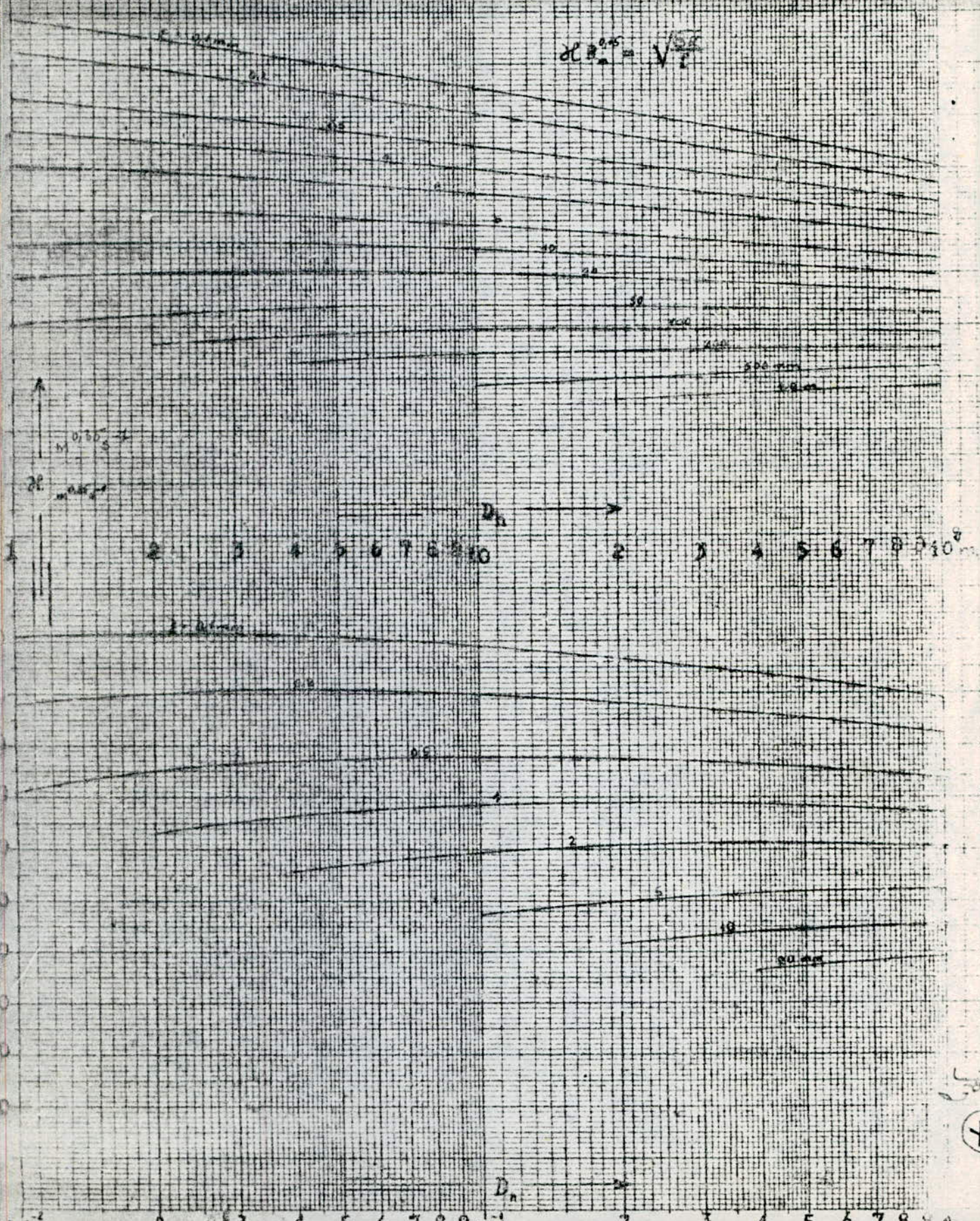
-Hydraulique des canaux découverts-

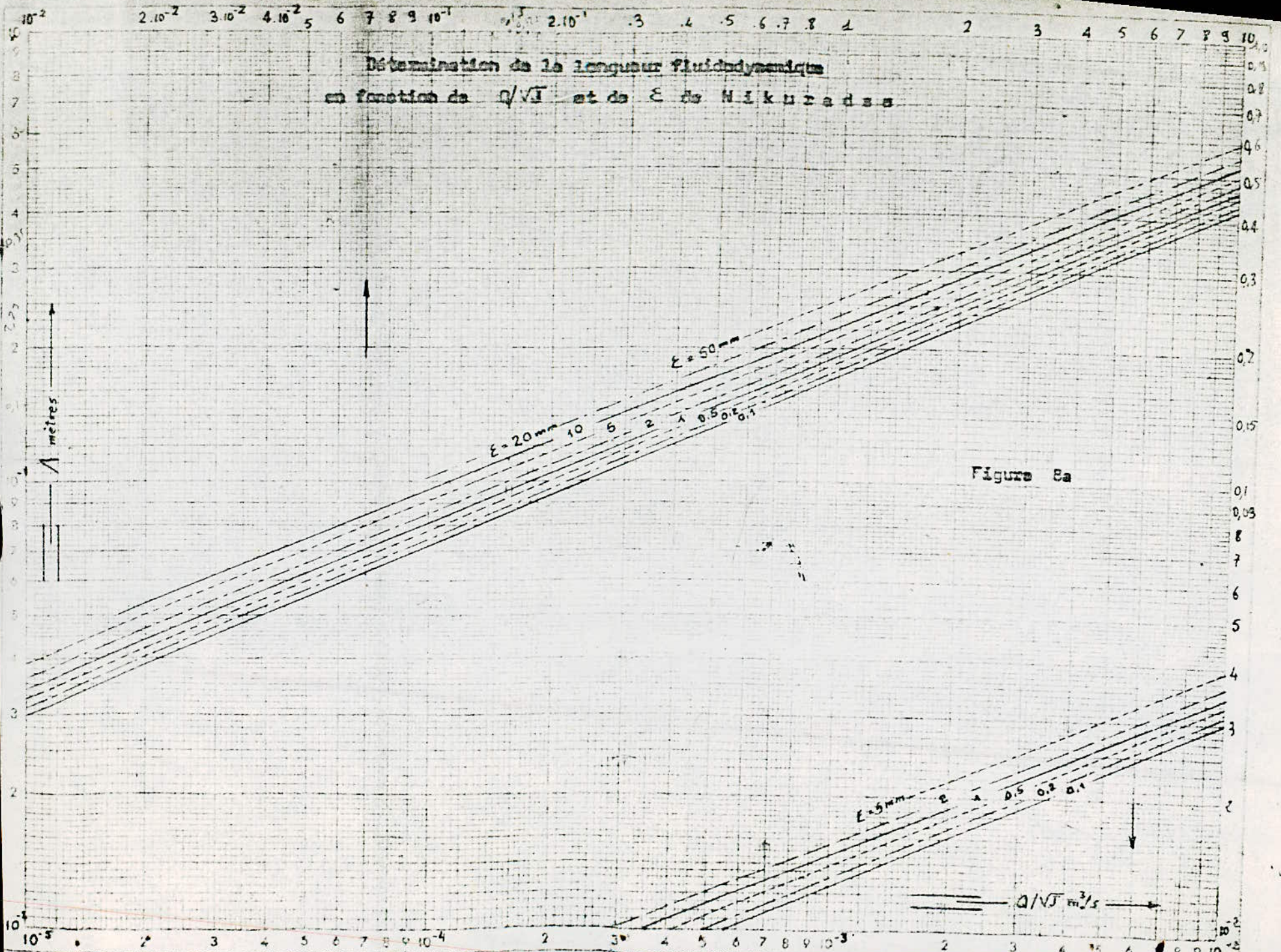


THEORIE DE LA LONGUEUR FLUIDODYNAMIQUE

Diagramme du coefficient  $\lambda$

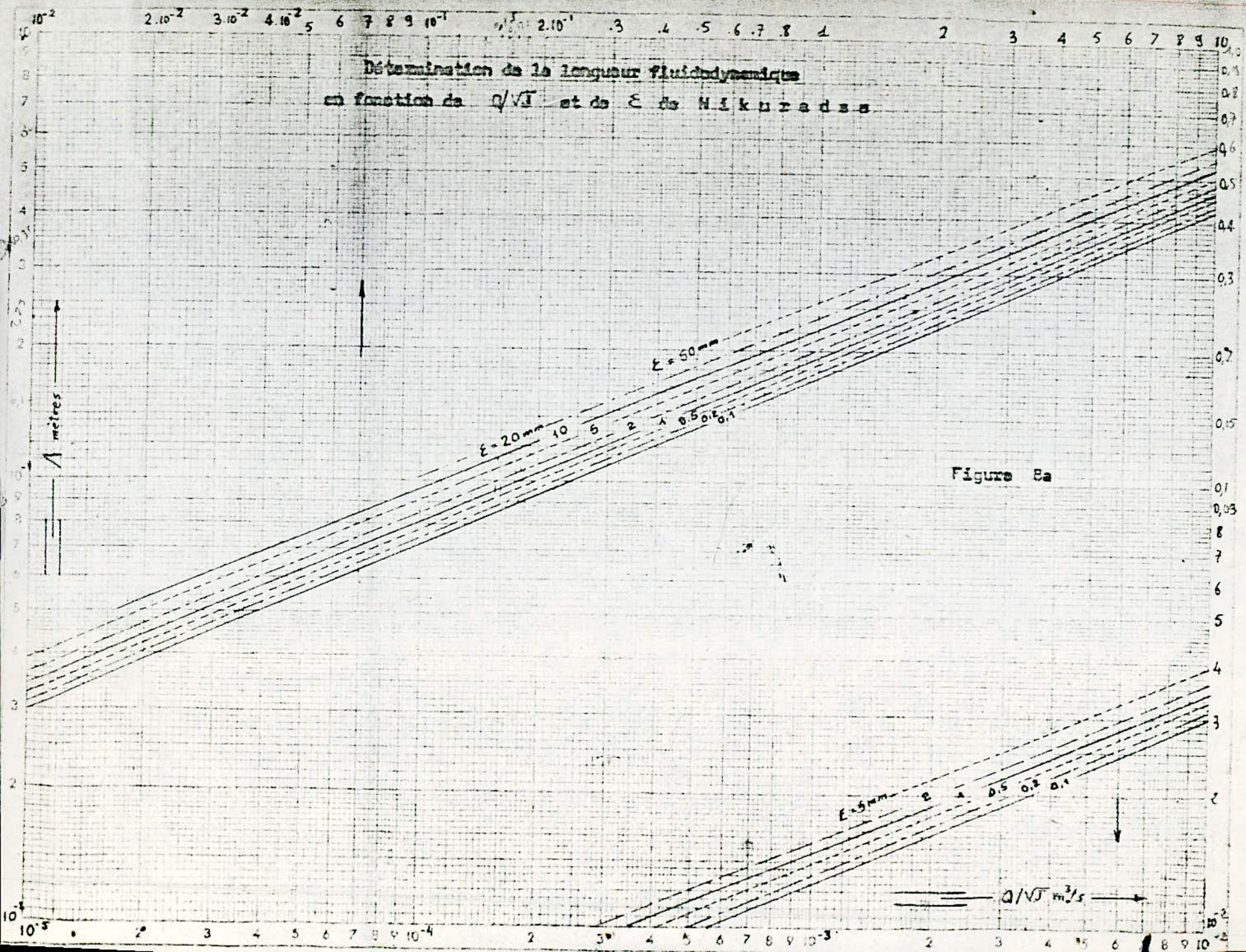
$$\lambda \approx \frac{0.06}{Re} = \frac{0.06}{V \cdot D}$$





The following table represents the data points estimated from the graph in Figure 8a. The x-axis is  $Q/\sqrt{J} \text{ m}^3/\text{s}$  and the y-axis is  $\lambda$  in meters.

| $Q/\sqrt{J} \text{ m}^3/\text{s}$ | $\epsilon = 20 \text{ mm}$ |                 | $\epsilon = 50 \text{ mm}$ |                 |
|-----------------------------------|----------------------------|-----------------|----------------------------|-----------------|
|                                   | $\lambda$ (m)              | $\epsilon$ (mm) | $\lambda$ (m)              | $\epsilon$ (mm) |
| $10^{-5}$                         | 0.003                      | 10              | 0.003                      | 50              |
| $10^{-4}$                         | 0.004                      | 6               | 0.004                      | 50              |
| $10^{-3}$                         | 0.005                      | 2               | 0.005                      | 50              |
| $10^{-2}$                         | 0.006                      | 1               | 0.006                      | 50              |
| $10^{-1}$                         | 0.007                      | 0.5             | 0.007                      | 50              |
| $10^0$                            | 0.008                      | 0.1             | 0.008                      | 50              |
| $10^1$                            | 0.009                      | 0.1             | 0.009                      | 50              |
| $10^2$                            | 0.010                      | 0.1             | 0.010                      | 50              |
| $10^3$                            | 0.011                      | 0.1             | 0.011                      | 50              |
| $10^4$                            | 0.012                      | 0.1             | 0.012                      | 50              |



détermination de la longueur hydrodynamique  
 en fonction de  $Q/\sqrt{J}$  et de  $\epsilon$  en NIKURADSE

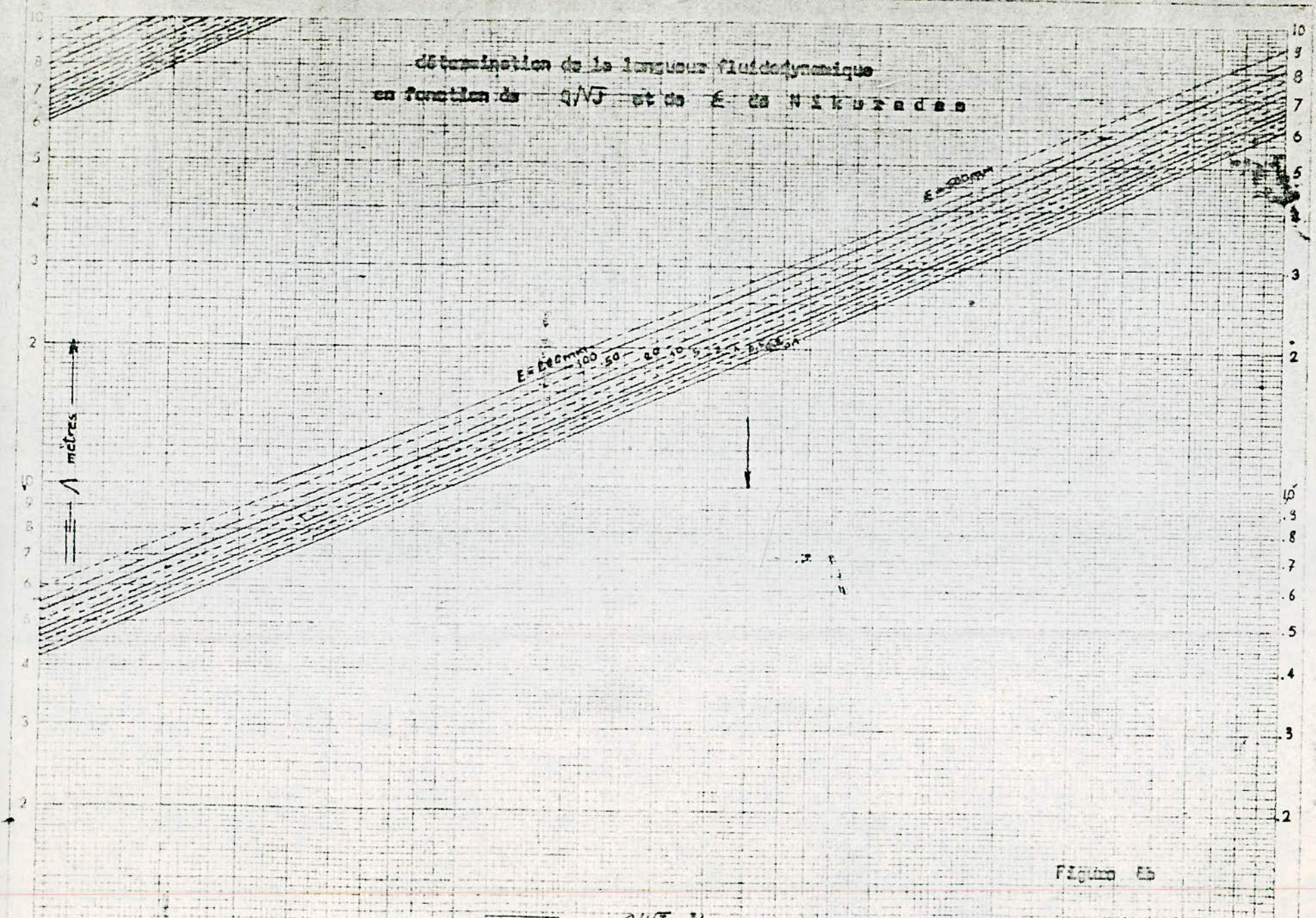


Figure 25

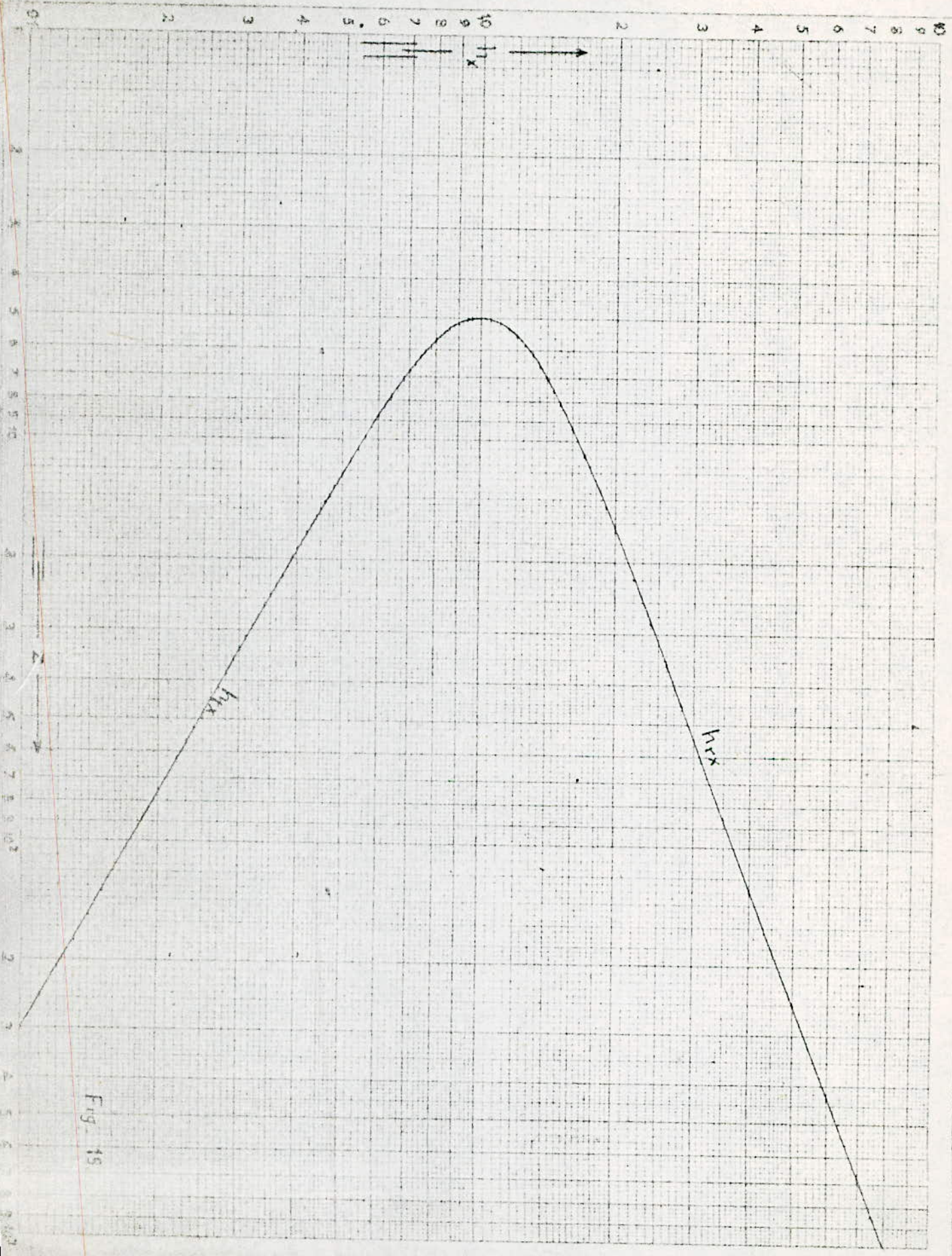


Fig. 15



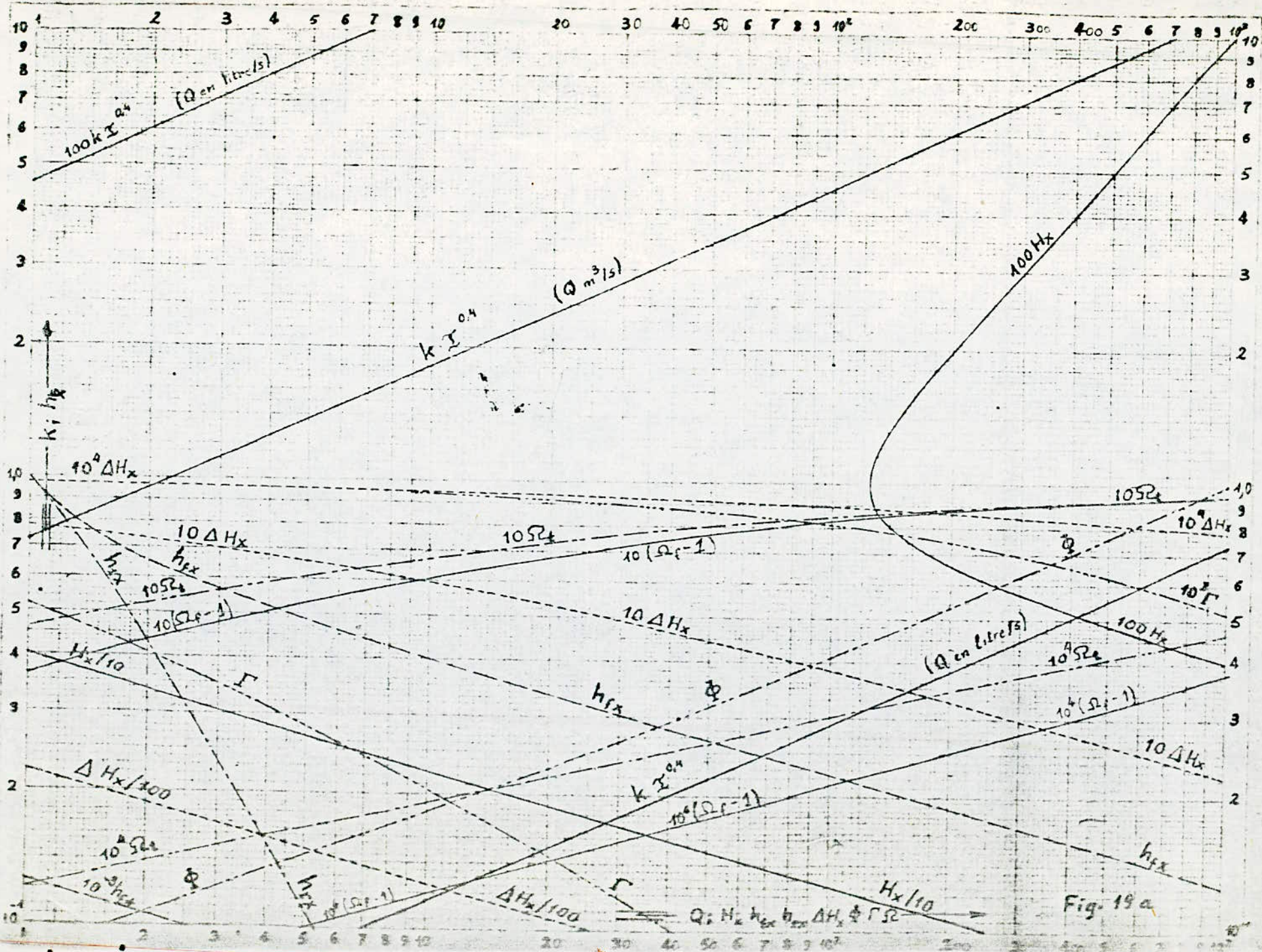
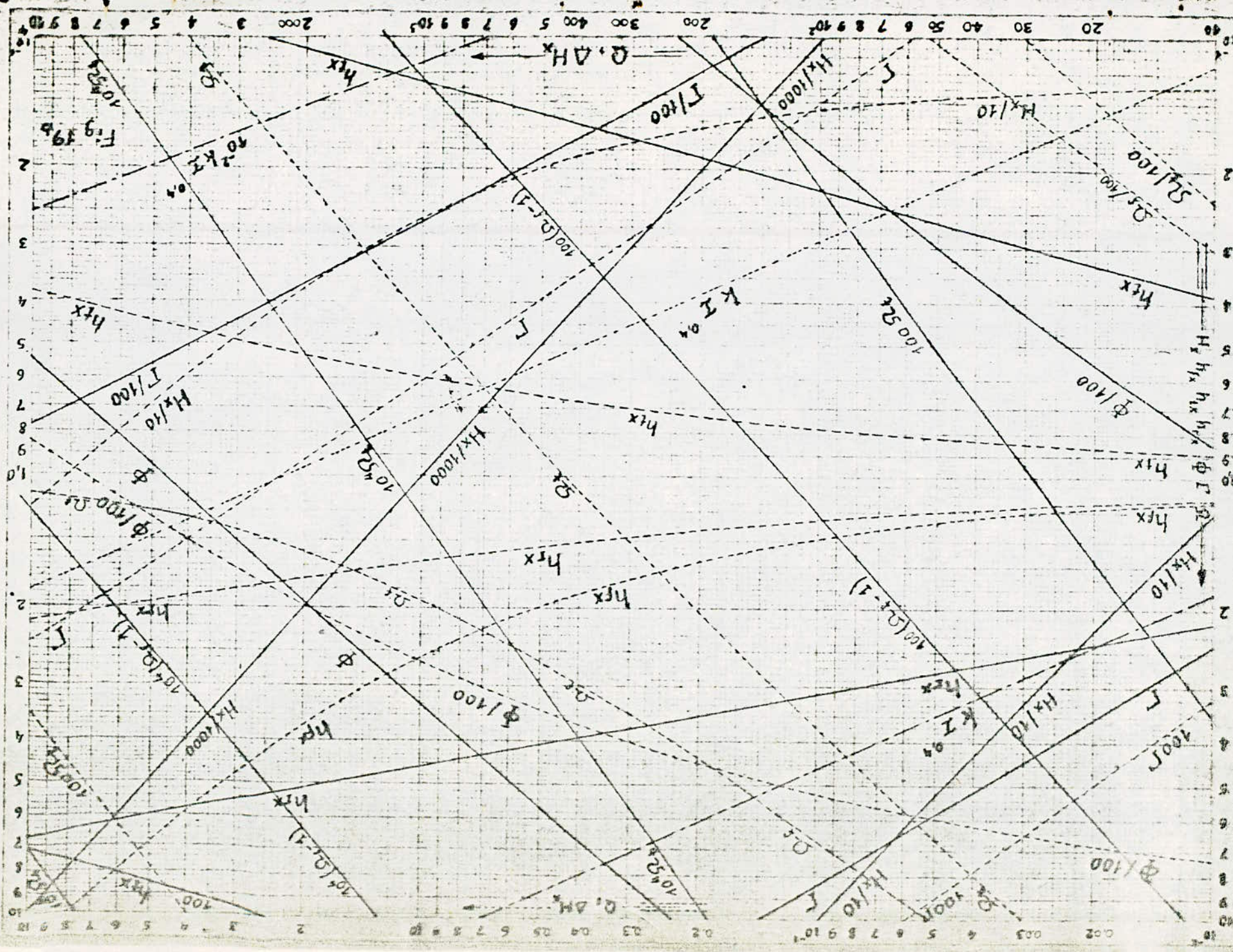
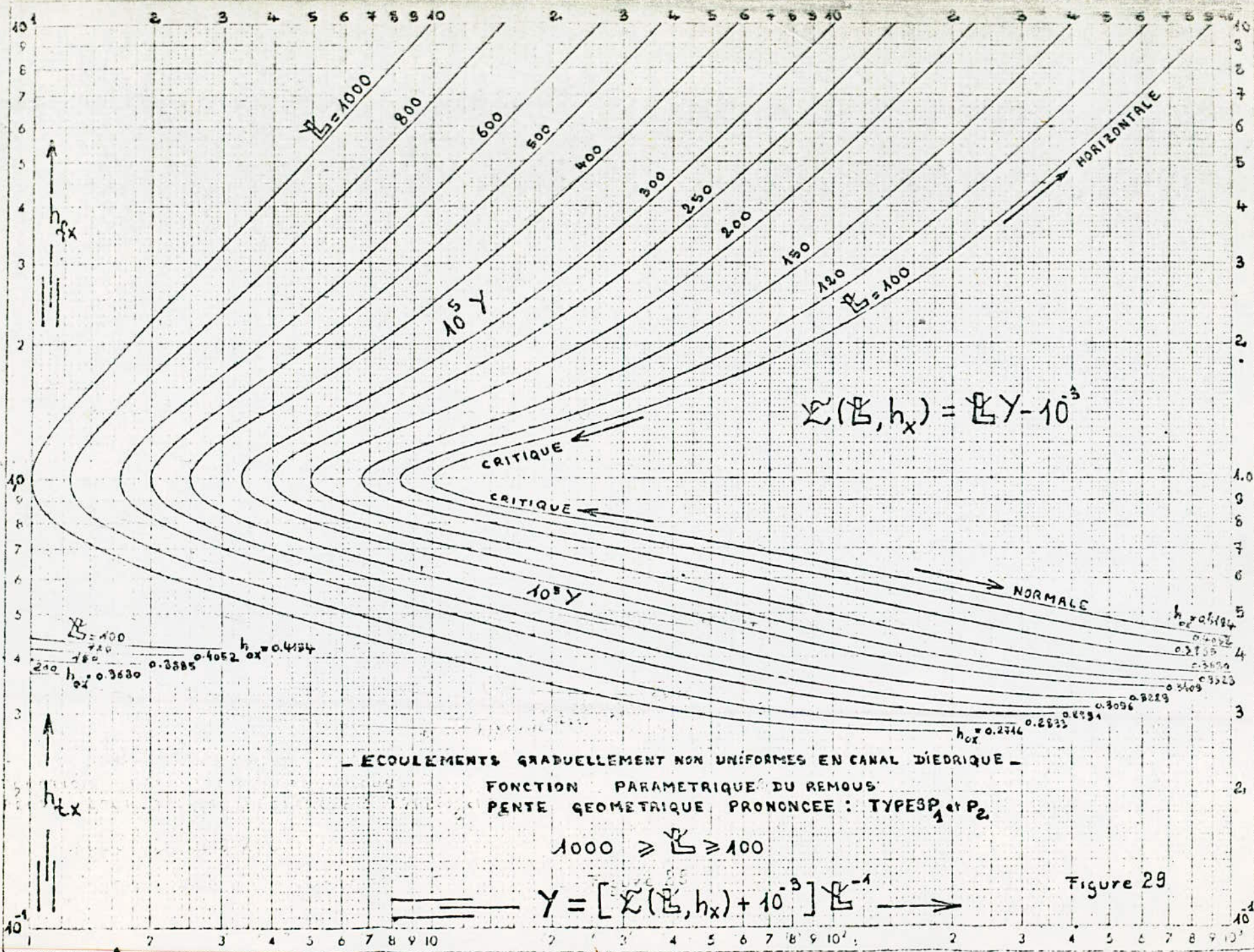


Fig. 19a





$$Y(B, h_x) = B Y - 10^3$$

$B = 100$   
 $h_x = 0.3680$   
 $h_x = 0.3585$   
 $h_x = 0.4052$   
 $h_x = 0.4134$

$h_x = 0.6184$   
 $0.6022$   
 $0.5859$   
 $0.5723$   
 $0.5609$   
 $0.5523$

$h_x = 0.2746$   
 $0.2623$   
 $0.2734$   
 $0.3096$   
 $0.3219$

— ECOULEMENTS GRADUELLEMENT NON UNIFORMES EN CANAL DIÉDRIQUE —

FONCTION PARAMÉTRIQUE DU REMOUS  
 PENTE GÉOMÉTRIQUE PRONONCÉE : TYPE  $P_1$  et  $P_2$

$$1000 \geq B \geq 100$$

$$Y = [ \mathcal{L}(B, h_x) + 10^3 ] B^{-1}$$

Figure 29

— ECOULEMENTS GRADUELLEMENT NON UNIFORMES EN CANAL DIEDRIQUE —

FONCTION PARAMETRIQUE DU REMOUS

PENTE GEOMETRIQUE PRONONCEE : TYPE P<sub>3</sub>

$$1000 \geq \mathcal{L} \geq 100$$

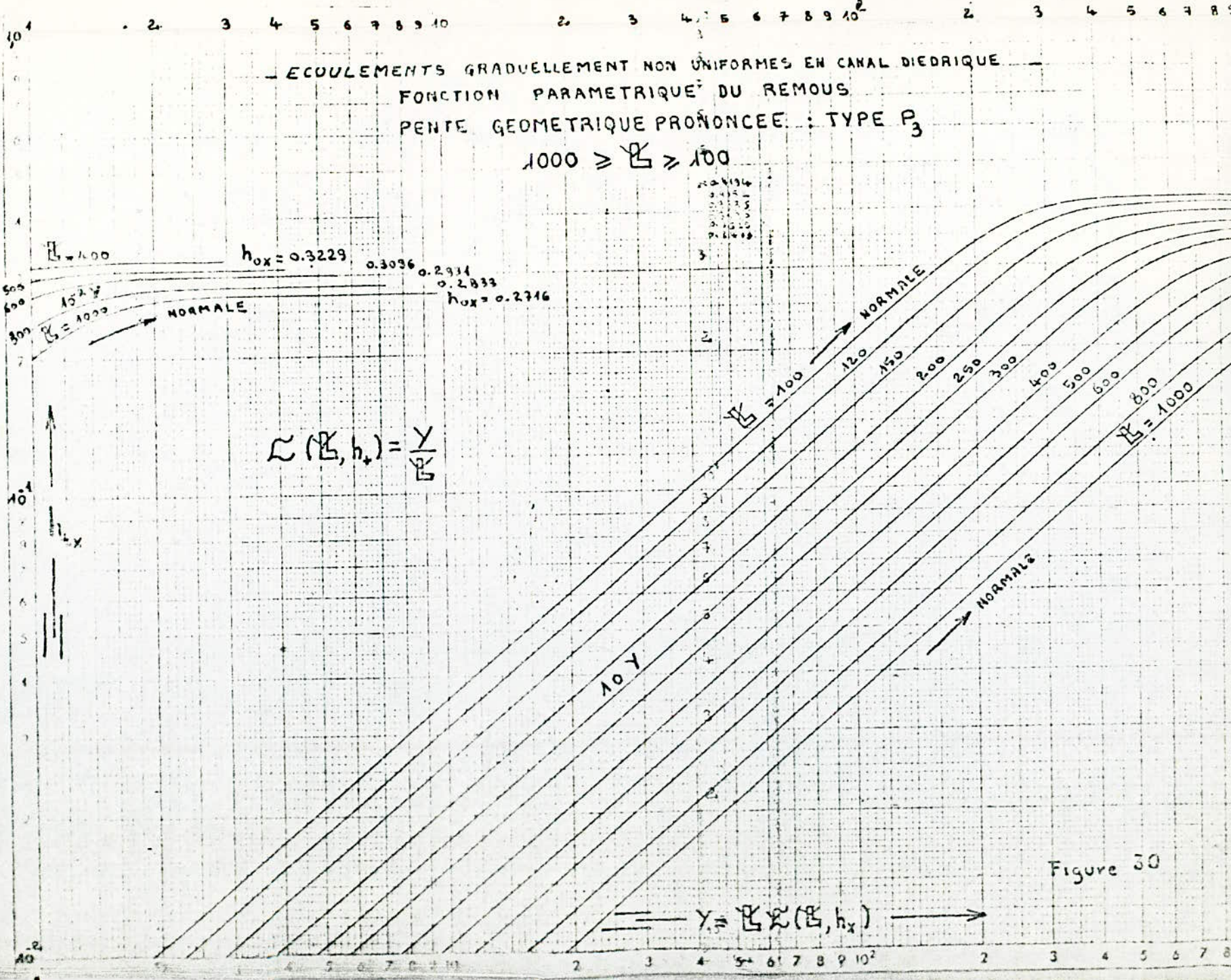


Figure 30

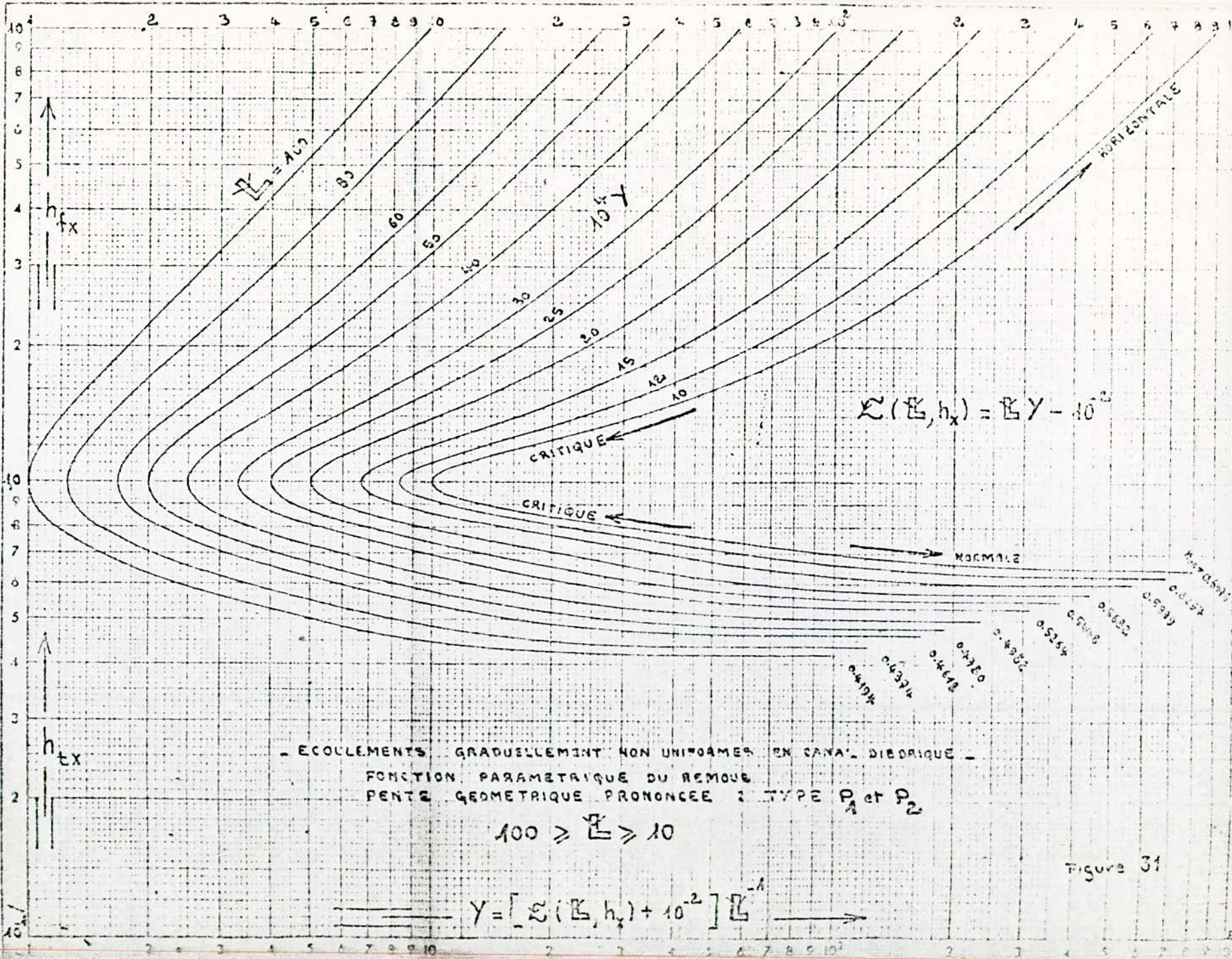


Figure 31

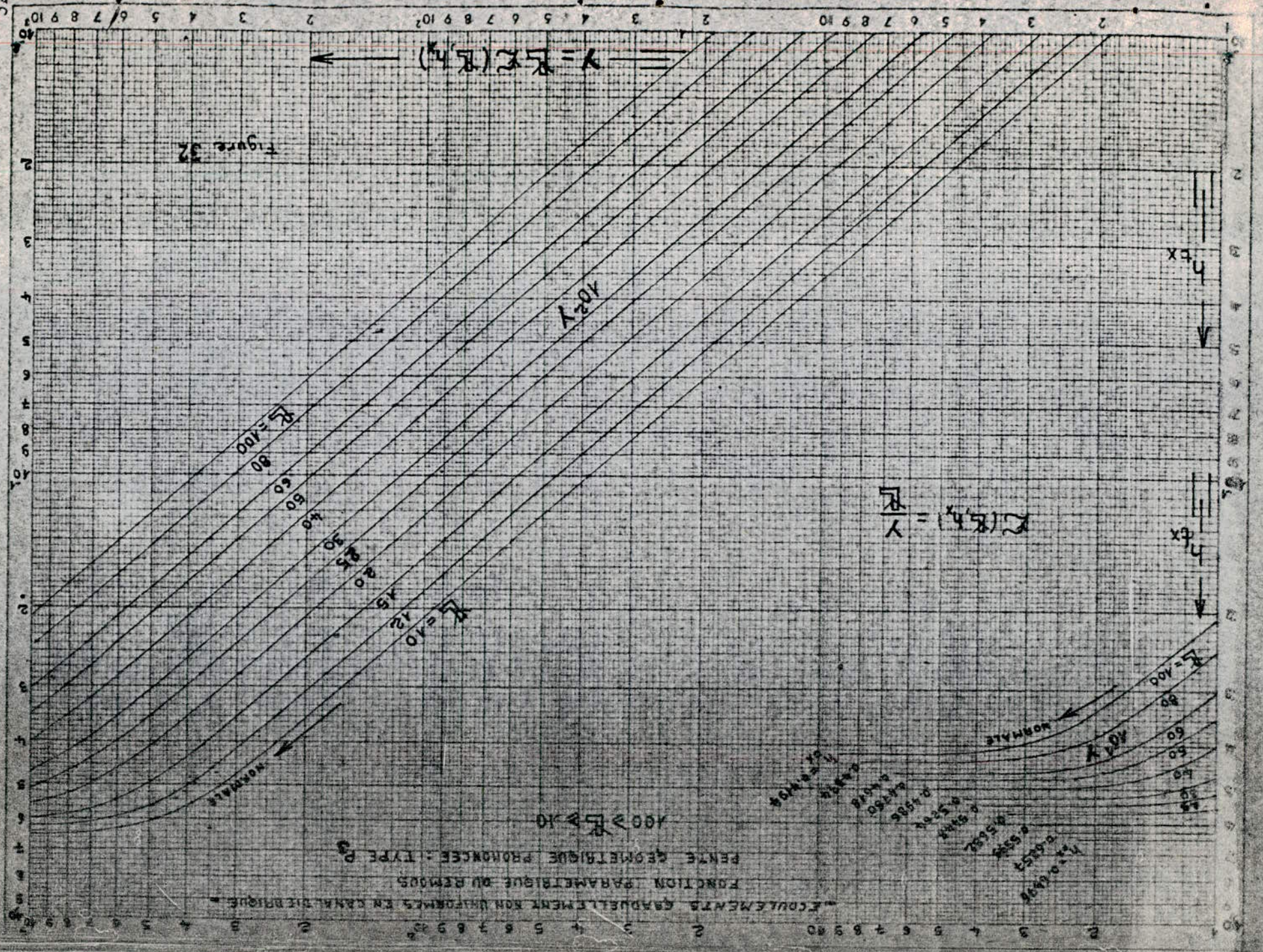


Figure 32

ECOULEMENTS GRADUELLEMENT NON UNIFORMES EN CANALIERE  
 FONCTION PARAMETRIQUE DU REMOUS  
 PENTE GEOMETRIQUE PROHONCEE - TYPE B

$100 > R > 10$

$C(R, h) = \frac{v}{R}$

$v = R C(R, h)$

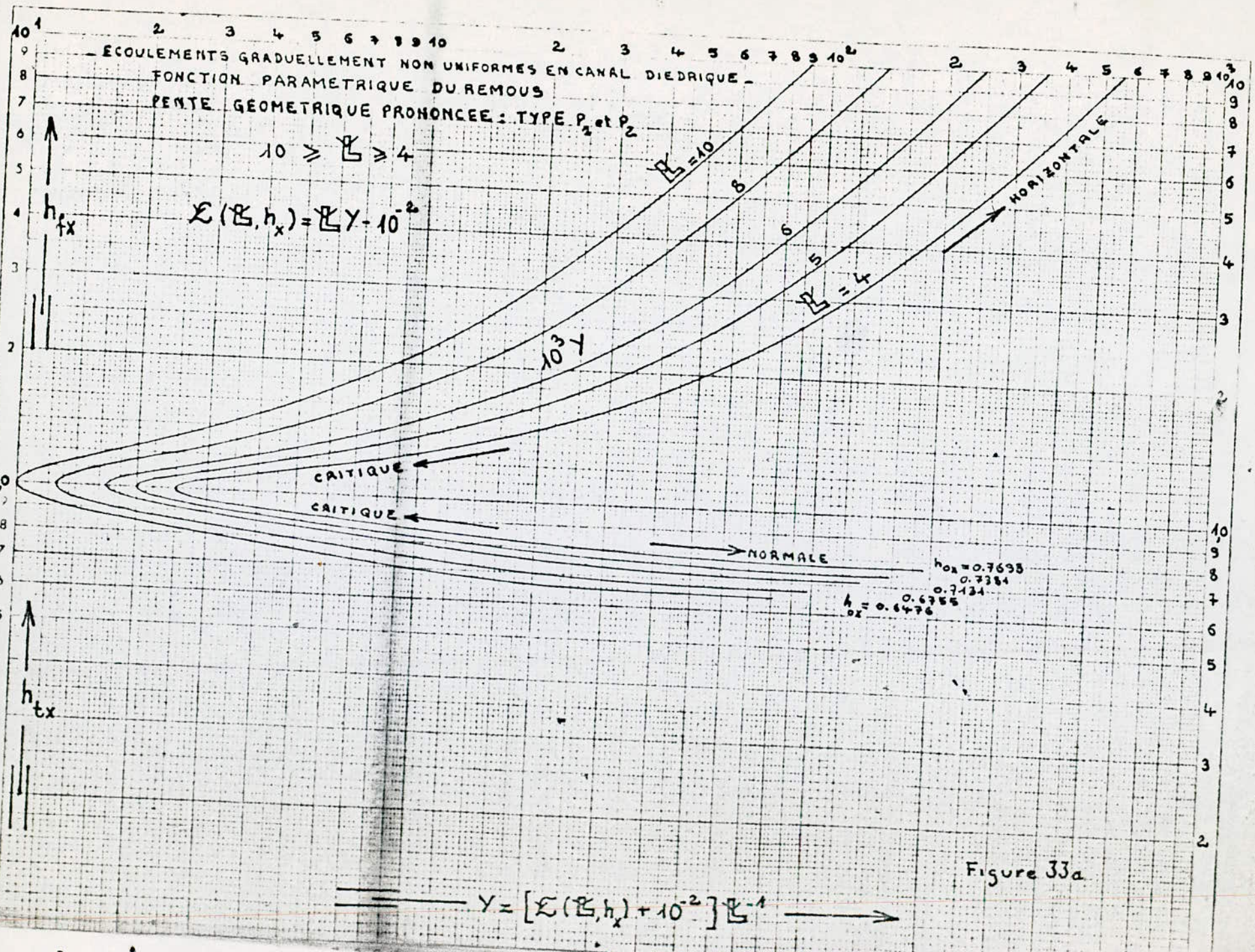
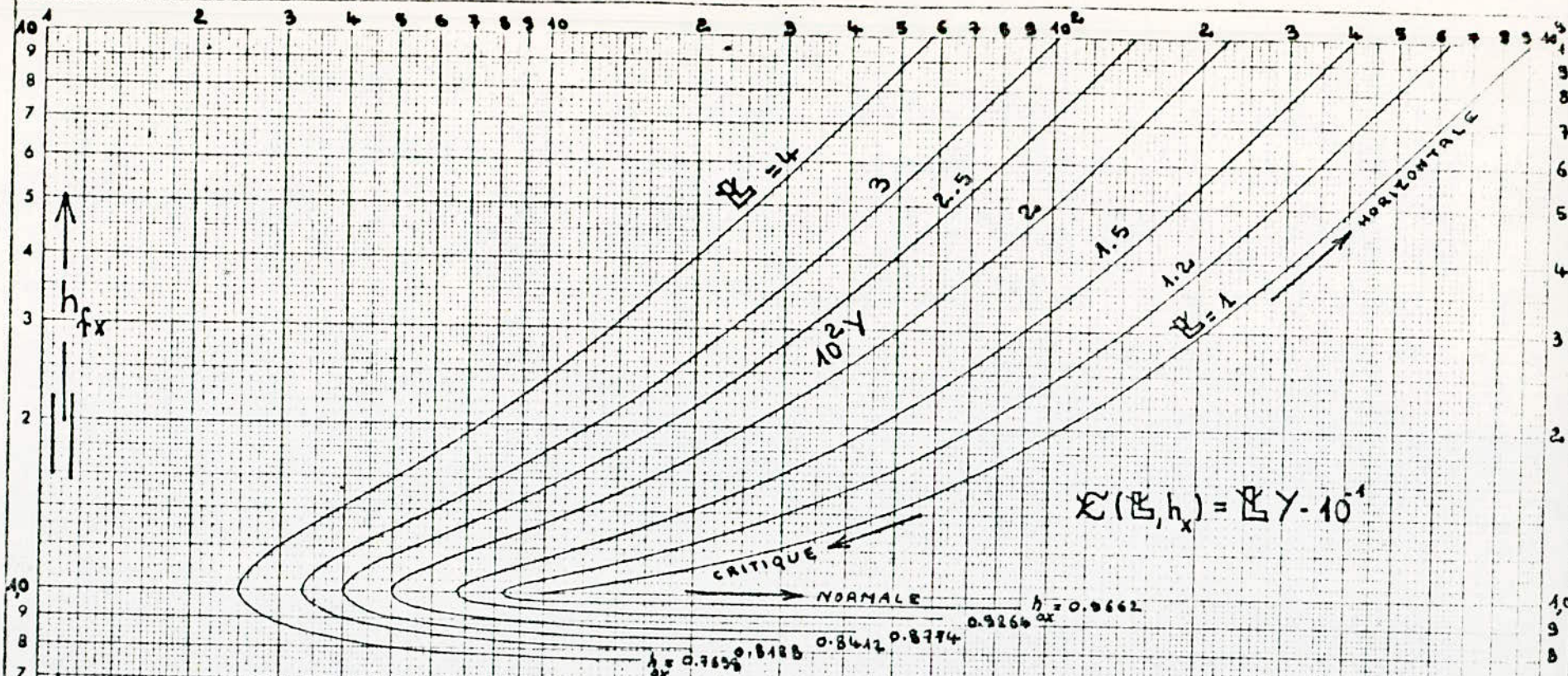


Figure 33a



$h_x = 0.7639$     $0.8188$     $0.8612$     $0.8774$     $0.9266$     $h_x = 0.9662$   
 $0.8774$

- ECOULEMENTS GRADUELLEMENT NON UNIFORMES EN CANAL DIEDRIQUE -  
 FONCTION PARAMETRIQUE DU REMOUS  
 PENTE GEOMETRIQUE PRONONCEE : TYPE  $P_1$  et  $P_2$ ,  $K_1$   
 $4 \geq P \geq 1$

Figure 33<sub>b</sub>

$$Y = [E(P, h_x) + 10^{-4}] P^{-1}$$



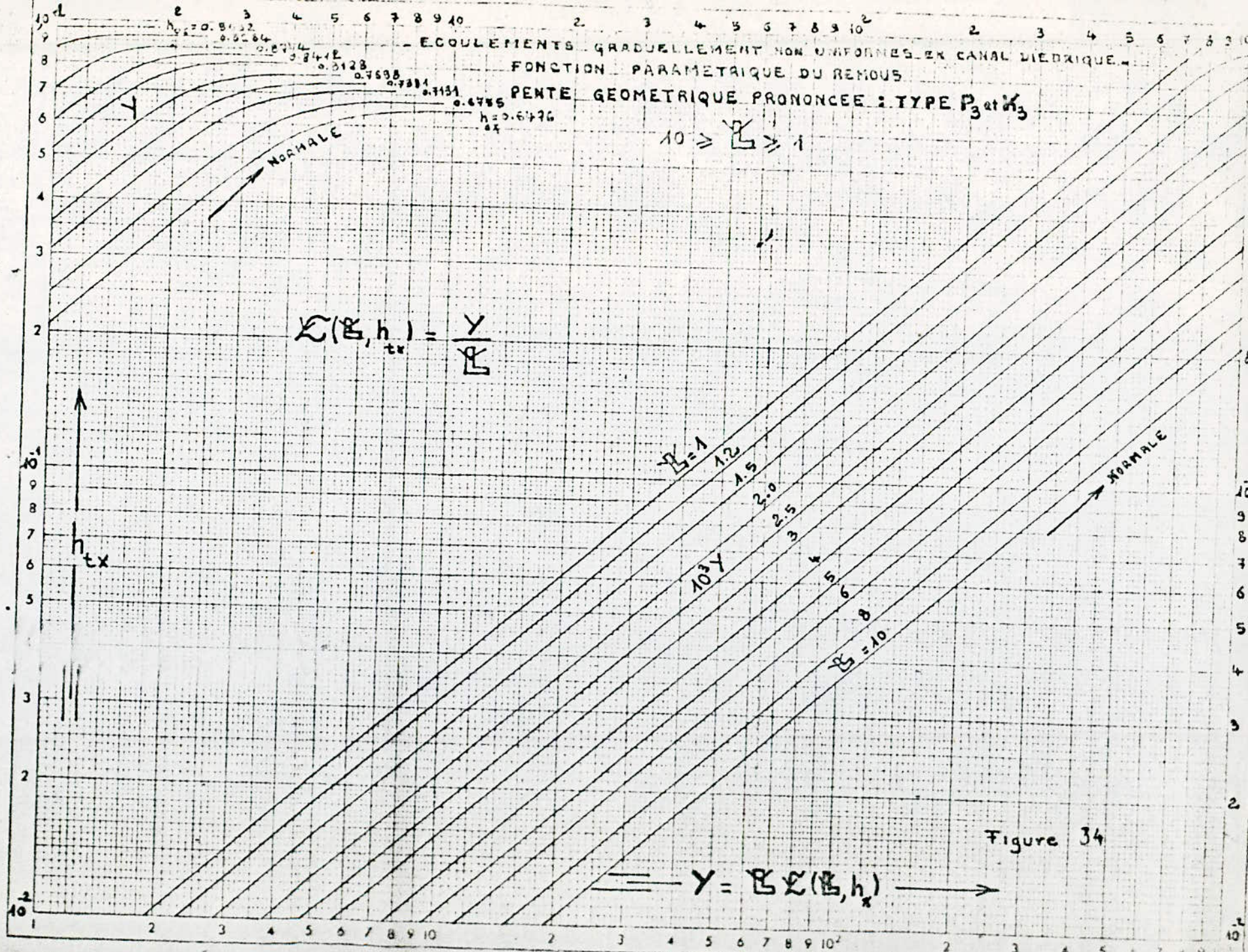


Figure 34

ÉCOULEMENTS GRADUELLEMENT NON UNIFORMES EN CANAL DIÉDRIQUE  
 FONCTION PARAMÉTRIQUE DU REMOUS  
 PENTE GÉOMÉTRIQUE SUAVE : TYPES  $S_1, K_1$

$1. \geq \mathcal{L} \geq 0.10$

$\mathcal{L}(\mathcal{L}, h_{fx}) = \frac{Y}{R^3}$

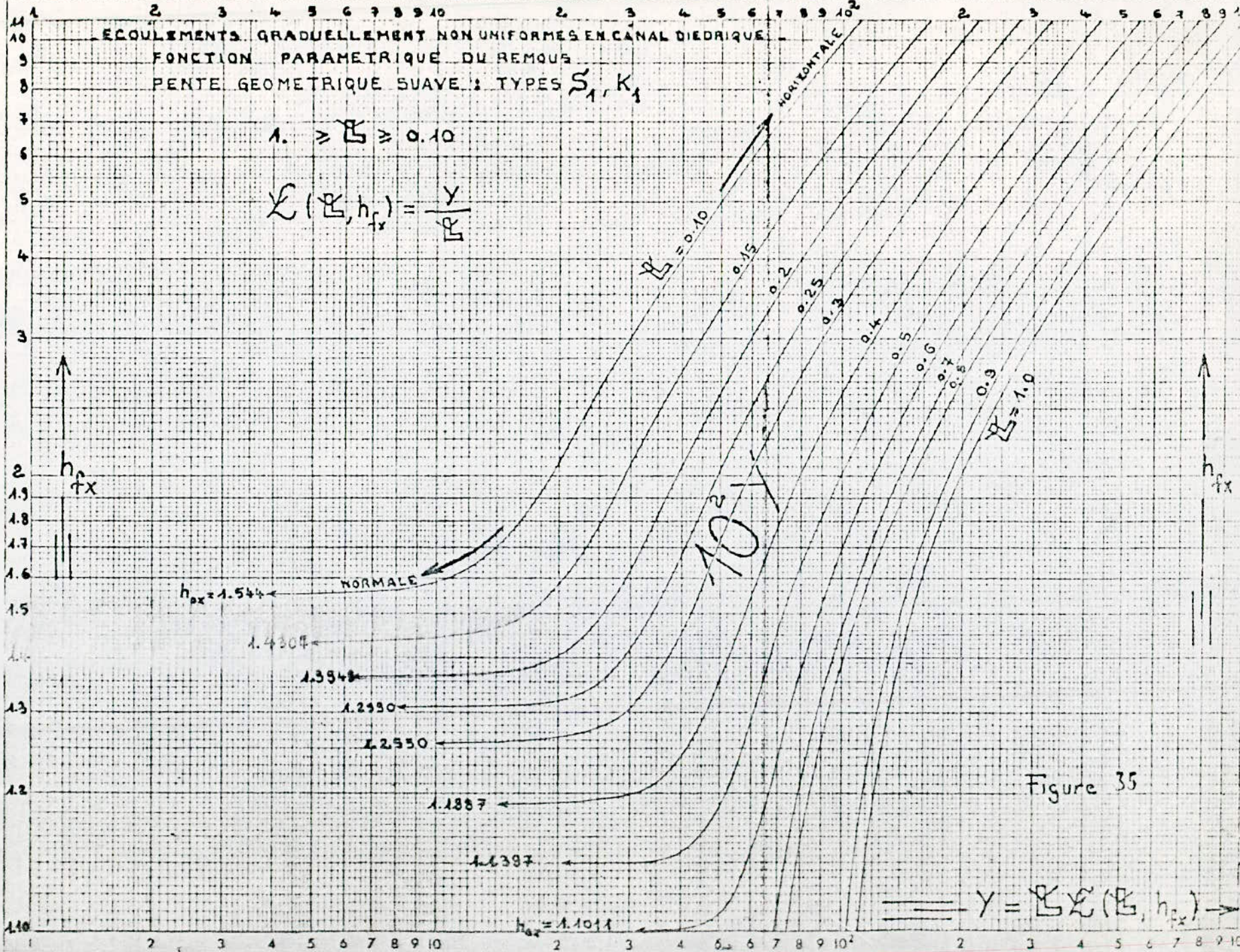
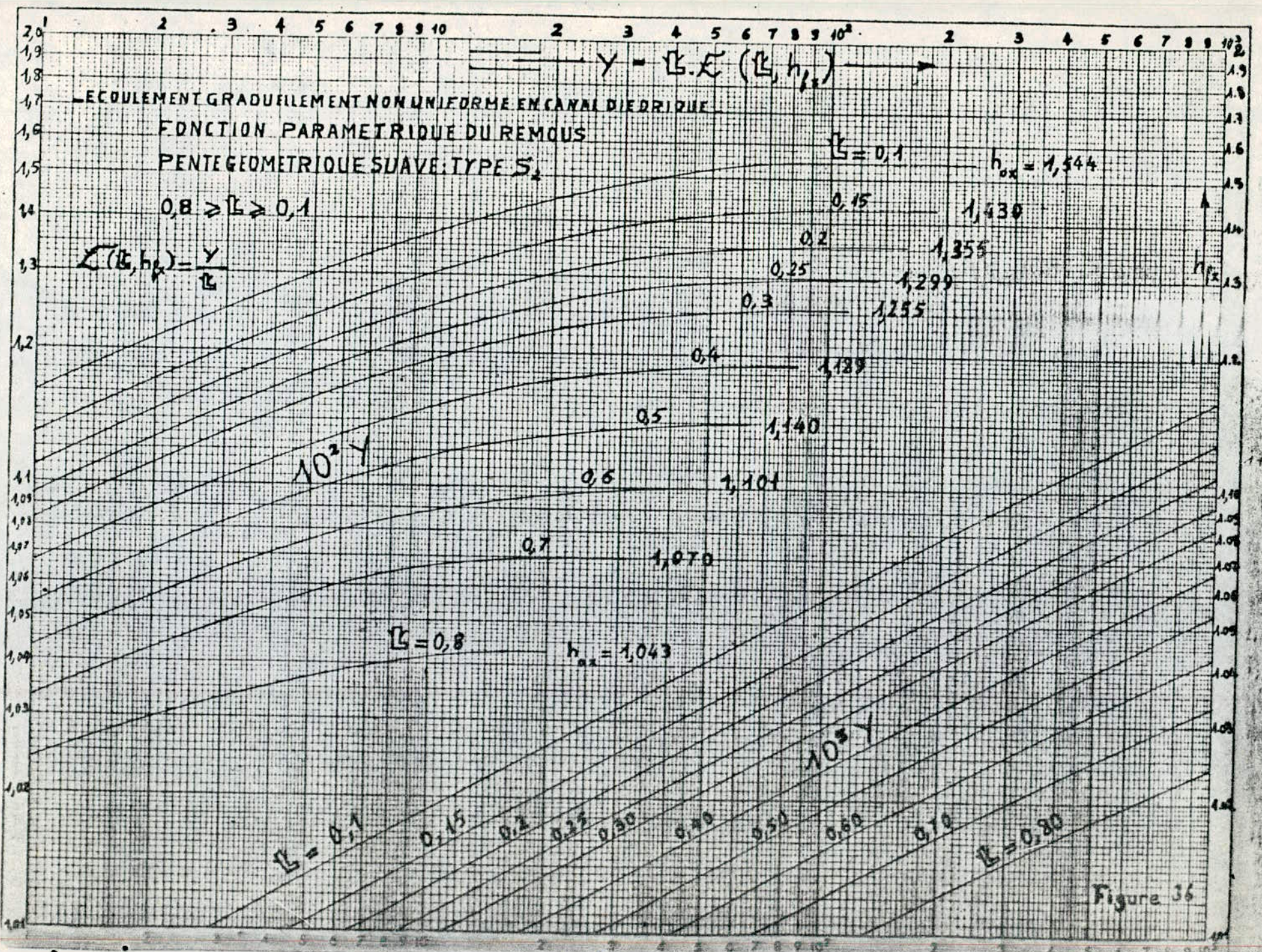


Figure 35

$Y = \mathcal{L} \mathcal{L}(\mathcal{L}, h_{fx})$



2 3 4 5 6 7 8 9 10

2 3 4 5 6 7 8 9 10<sup>2</sup>

2 3 4 5 6 7 8 9 10<sup>3</sup>

- ECOULEMENTS GRADUELLEMENT NON UNIFORMES EN CANAL DIEDRIQUE -  
FONCTION PARAMETRIQUE DU REMOUS  
PENTE GEOMETRIQUE SUAVE: TYPE S,  
 $0,1 \geq B \geq 0,01$

$$E(B, h_{fx}) = \frac{Y}{B}$$

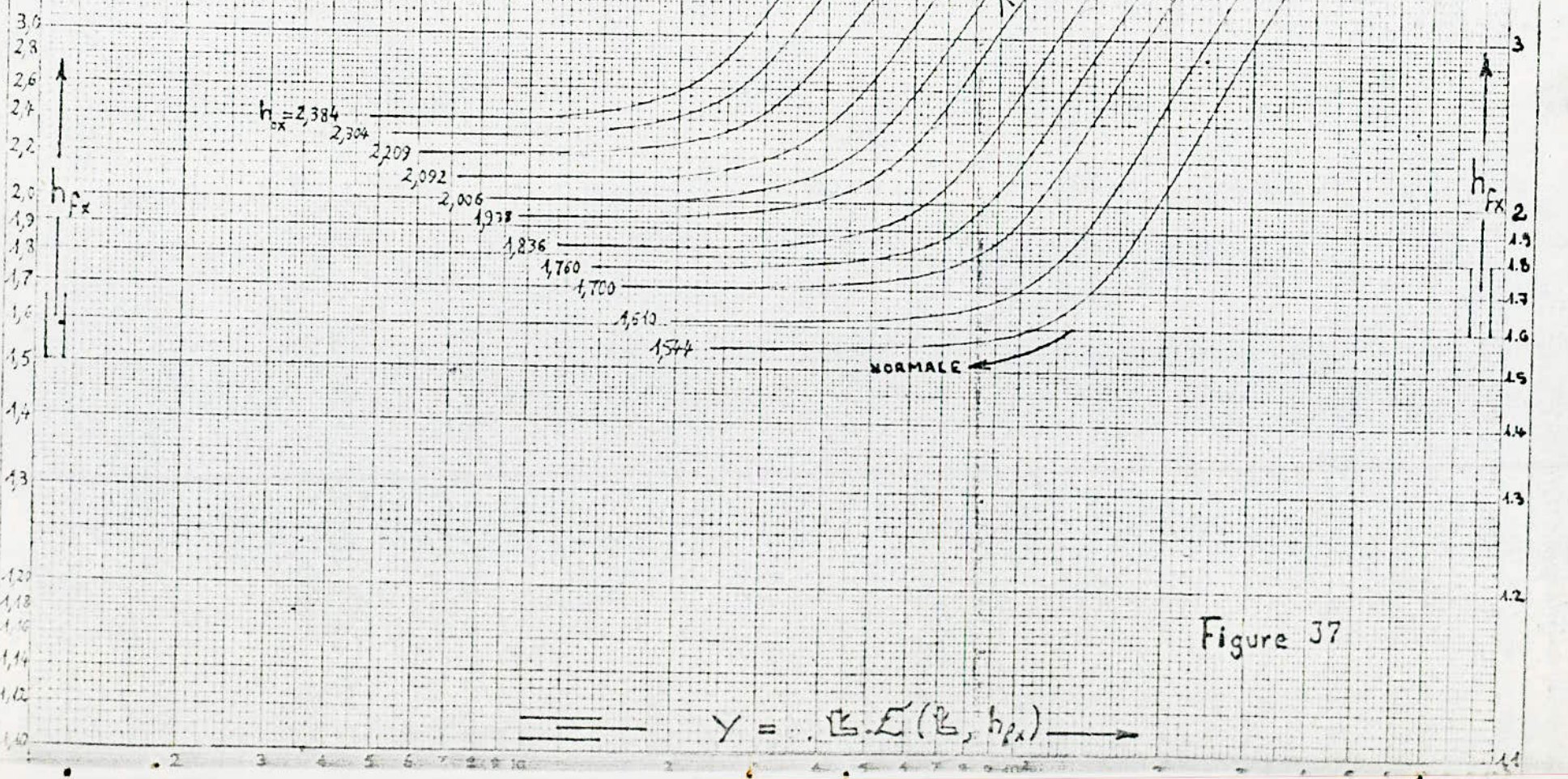


Figure 37

$$Y = B \cdot E(B, h_{fx})$$

ÉCOULEMENTS GRADUELLEMENT NON UNIFORMES EN CANAL DIÉDRIQUE  
 FONCTION PARAMÉTRIQUE DURCOURS  
 PENTE GÉOMÉTRIQUE SOUVE : TYPE  $S_2$

$$0.10 \geq \frac{Y}{L} \geq 0.01$$

$$\mathcal{L}(L, h, Y) = \frac{Y}{L}$$

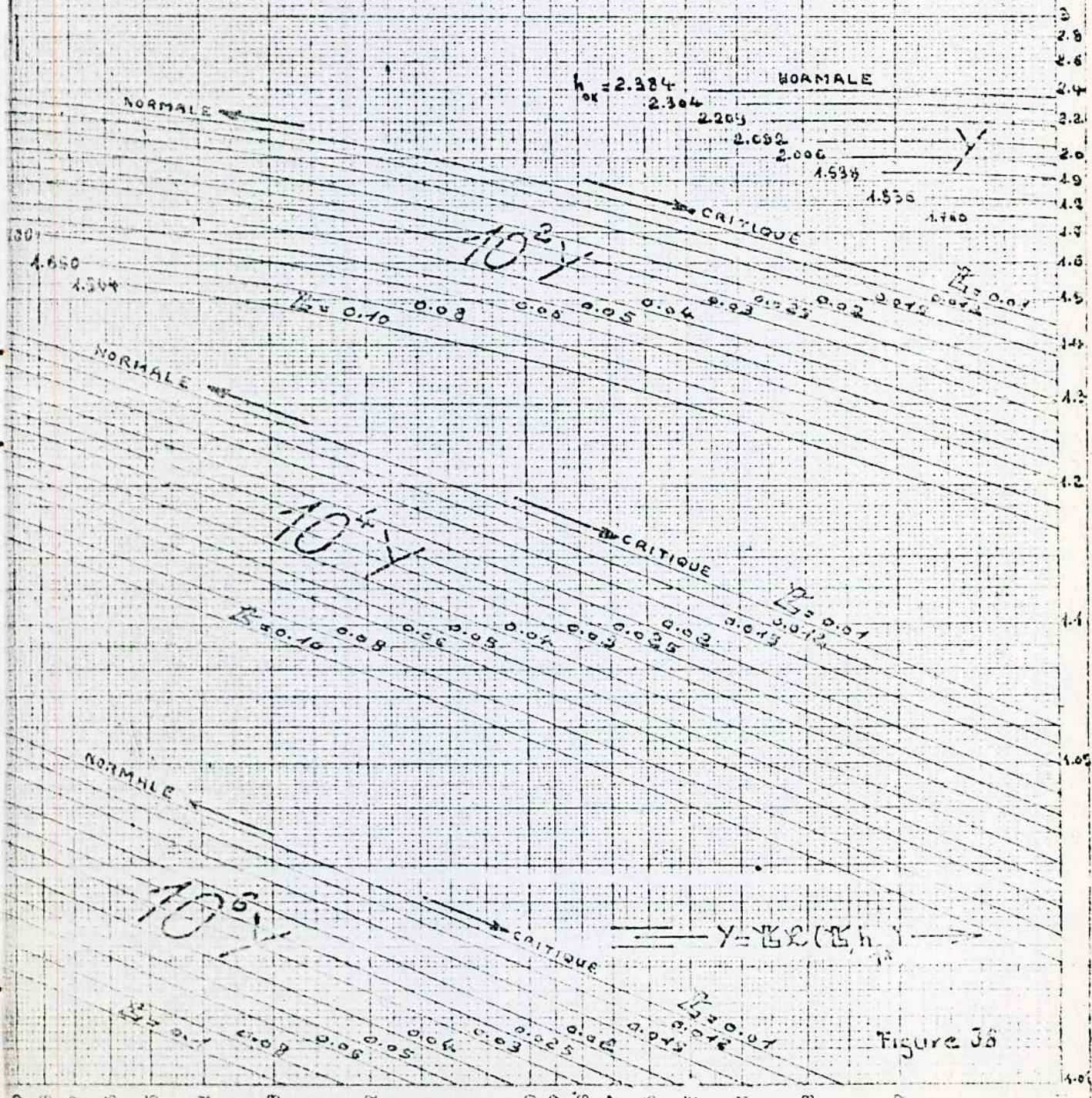


Figure 36

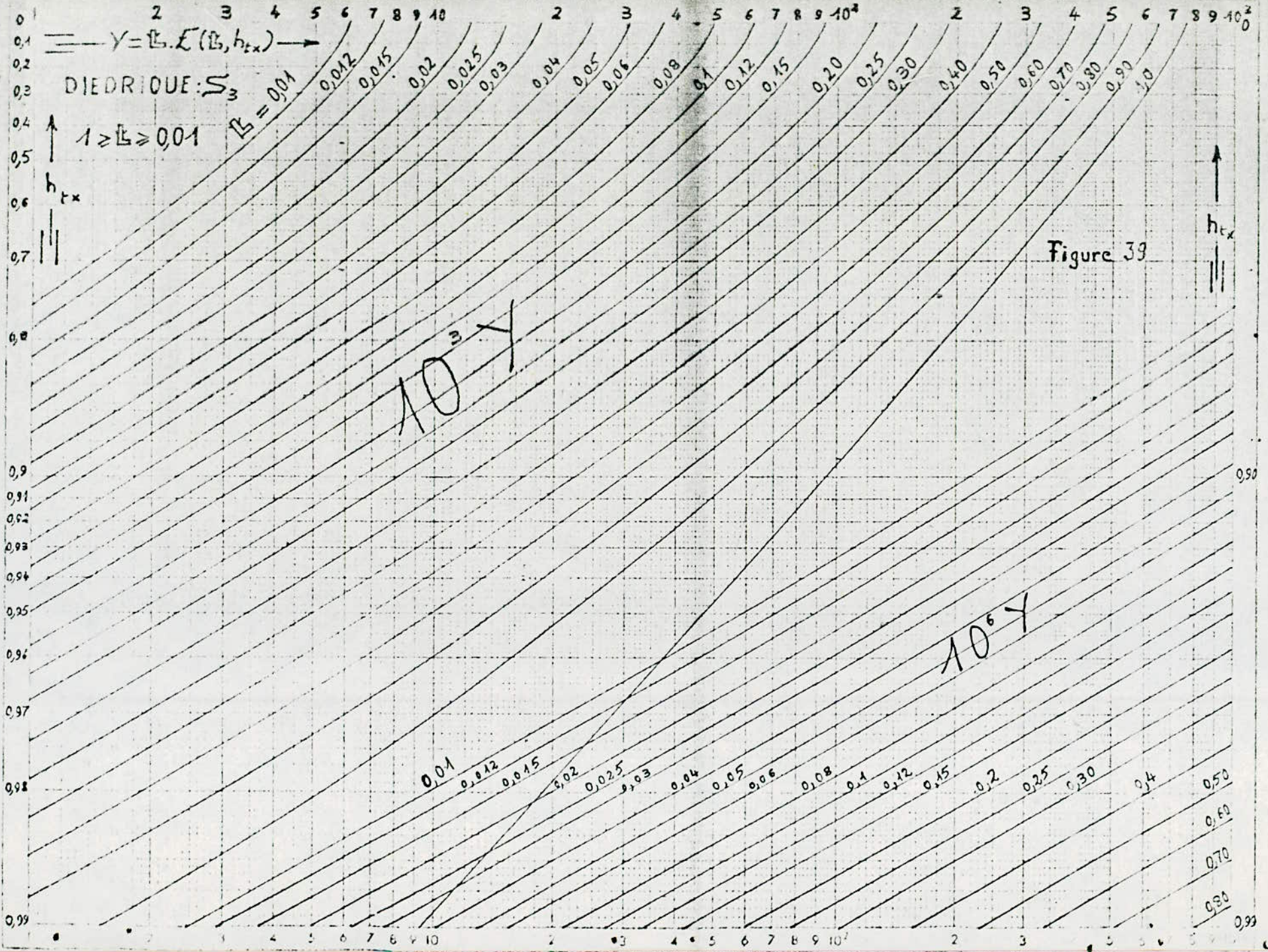


Figure 39

- ECOULEMENT GRADUELLEMENT NON UNIFORME EN CANAL CIRCULAIRE

FONCTION PARAMÉTRIQUE DU BERNIS

PENTE GÉOMÉTRIQUE HORIZONTALE : TYPE H<sub>3</sub>

$F = 0$

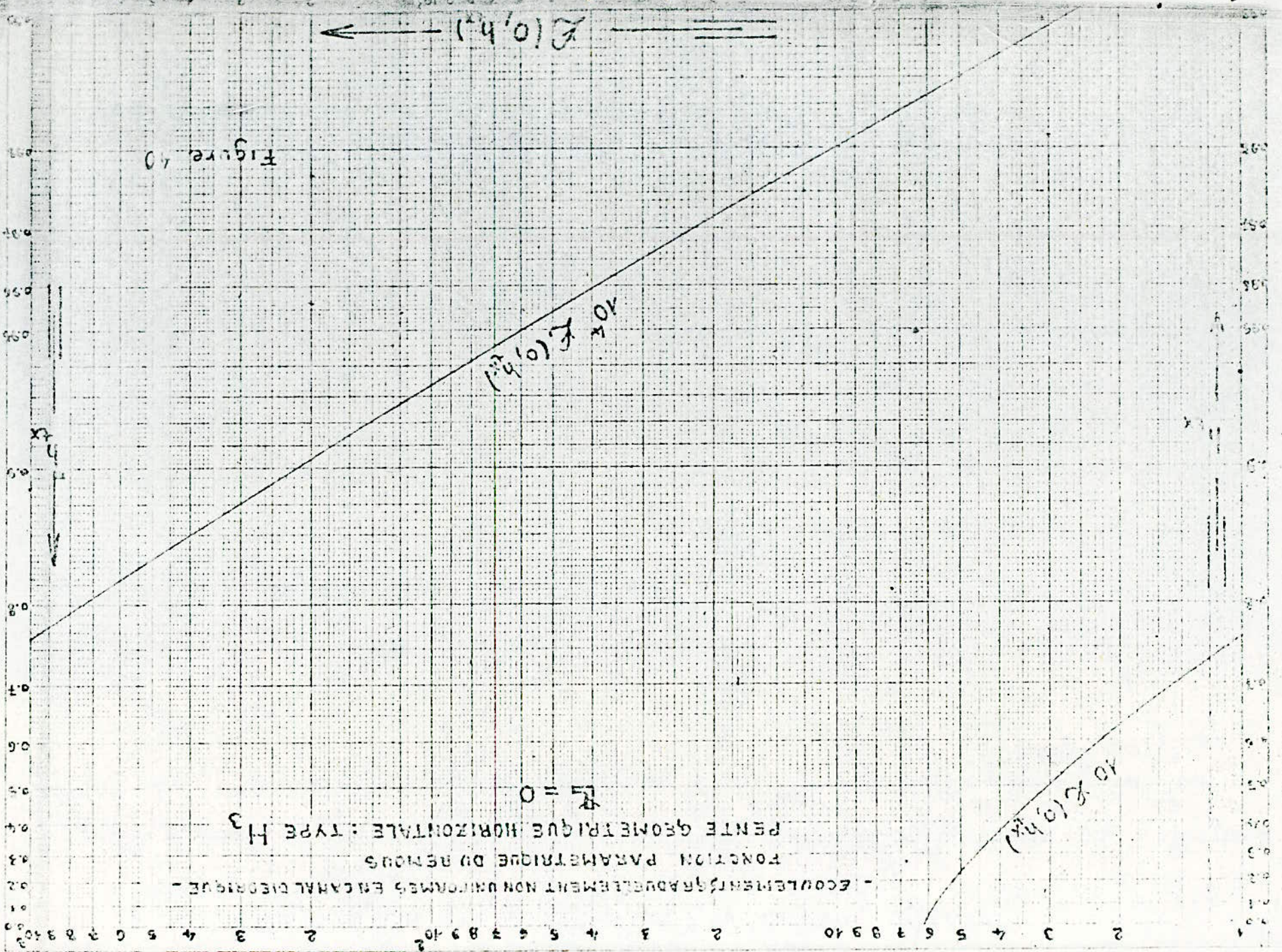
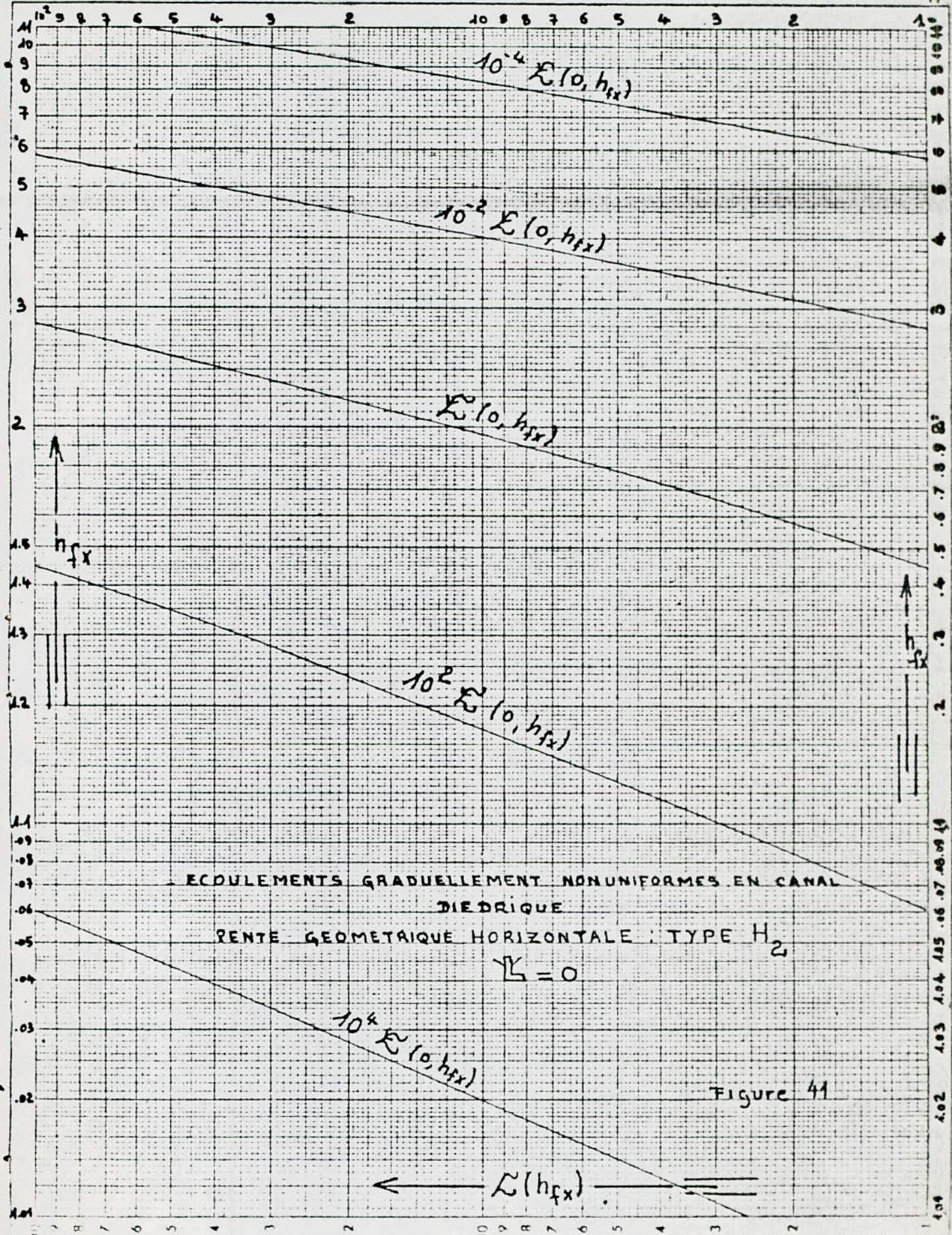


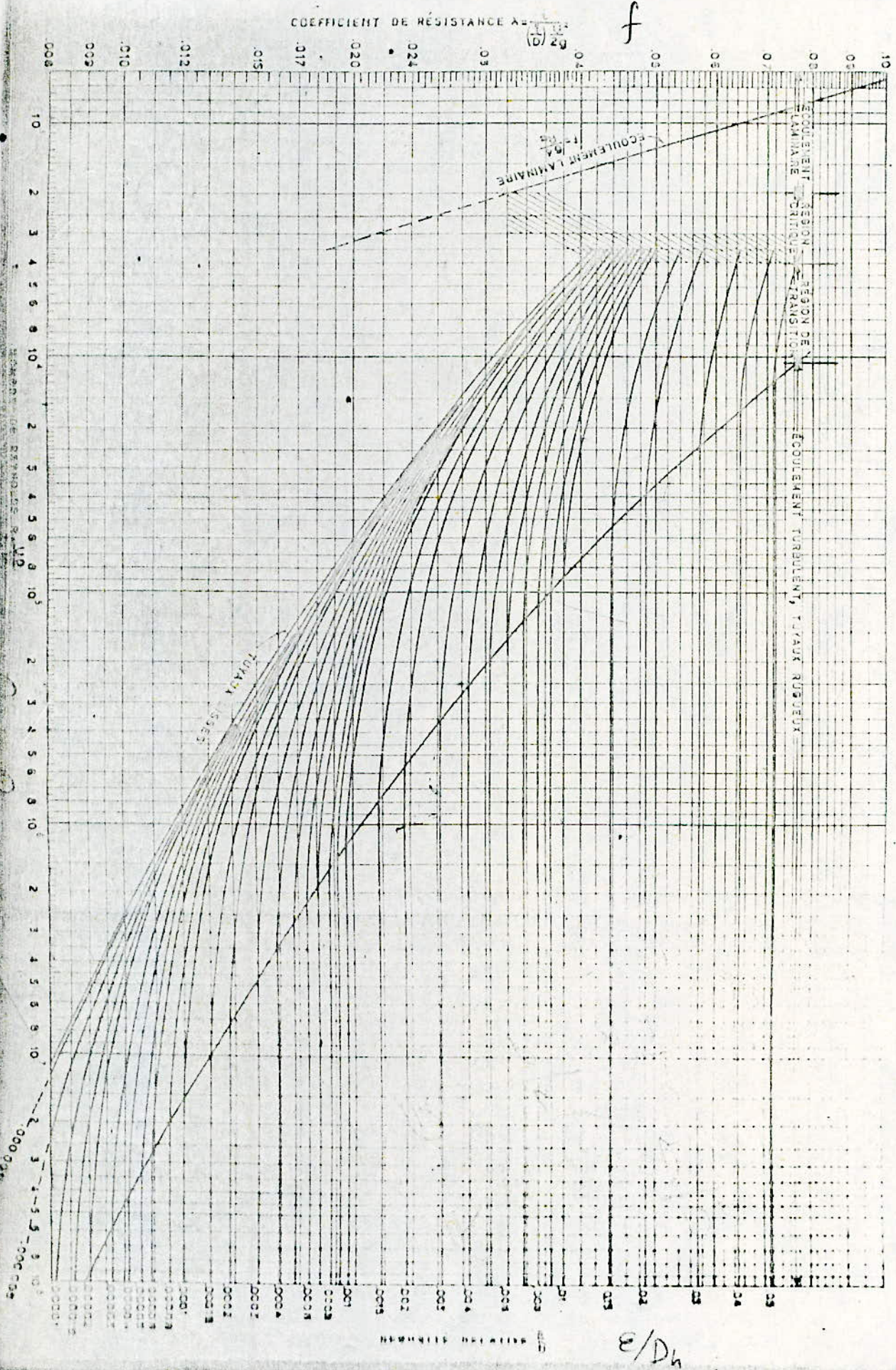
Figure 10





46 - Diagramme de Moody

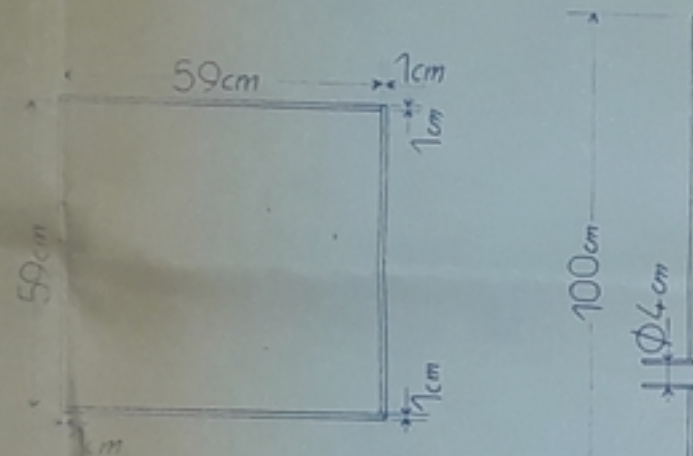
Pour déterminer  $Re$ , voir l'abaque 43 et 45, pour déterminer  $\frac{E}{D_h}$ , voir l'abaque 44 et 46.



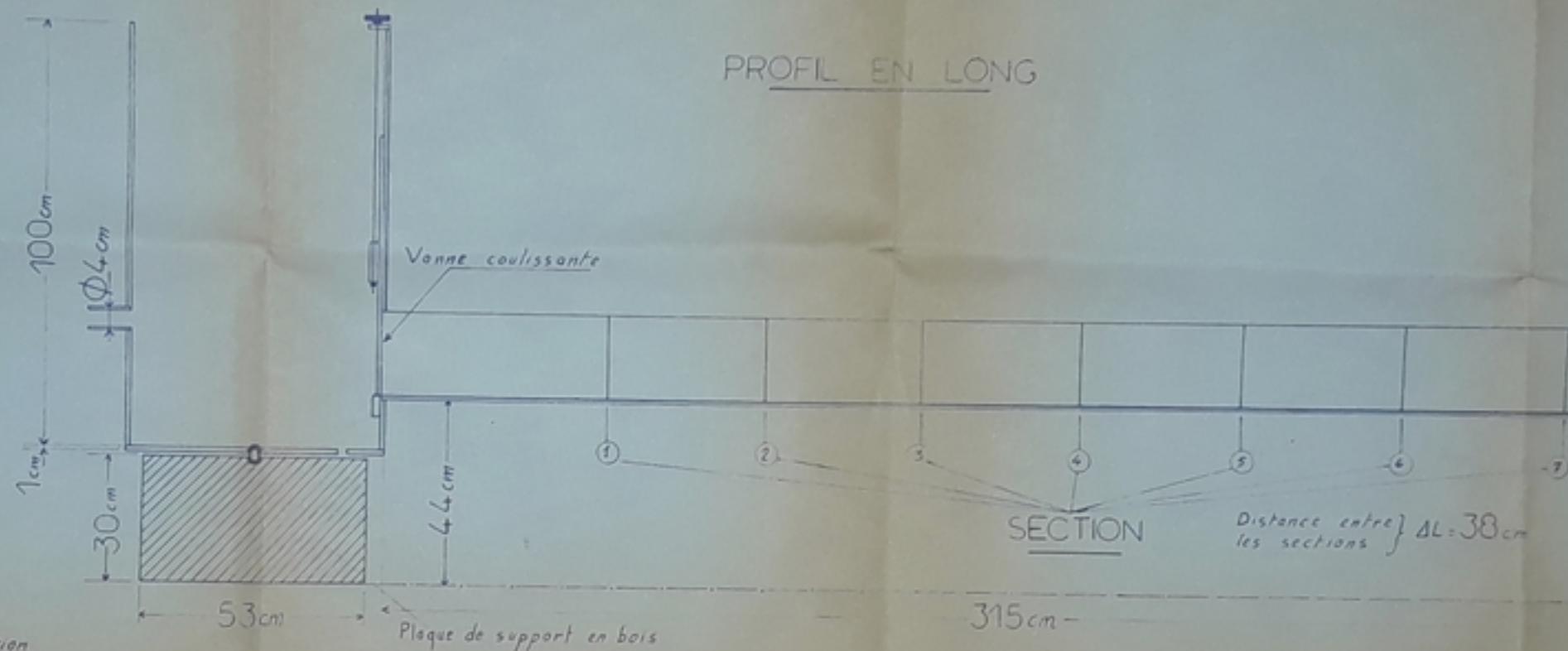
$E/D_h$

# SCHEMA DU MODELE REDUIT

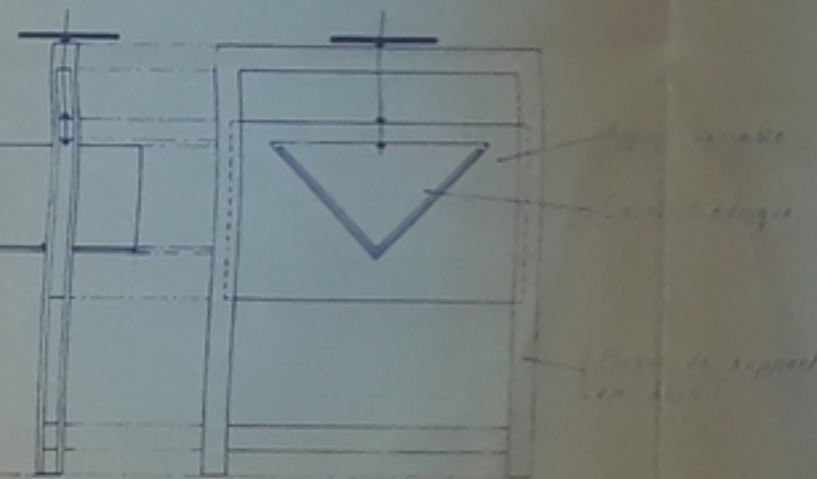
## BASSIN D'ALIMENTATION



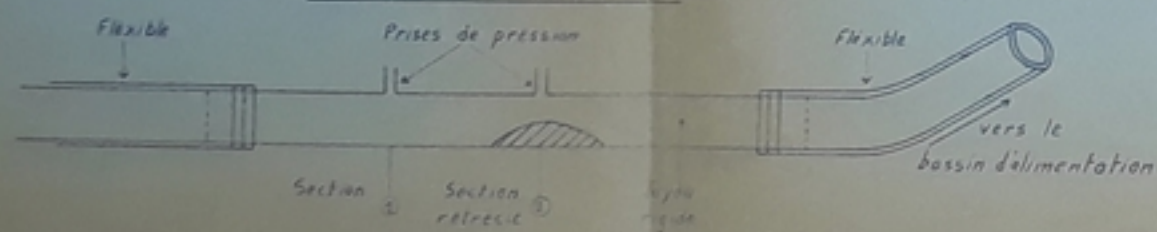
## PROFIL EN LONG



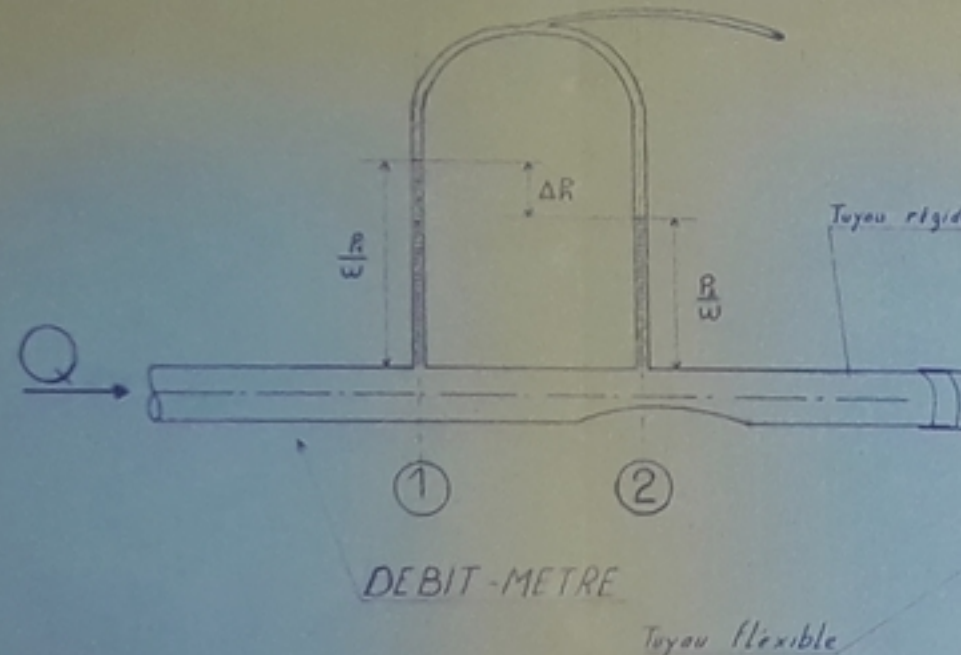
## COUPE TRANSVERSALE



## DEBIT-METRE A SEGMENT



{ ECHELLE (Par rapport au MODELE REDUIT) 1/10 }



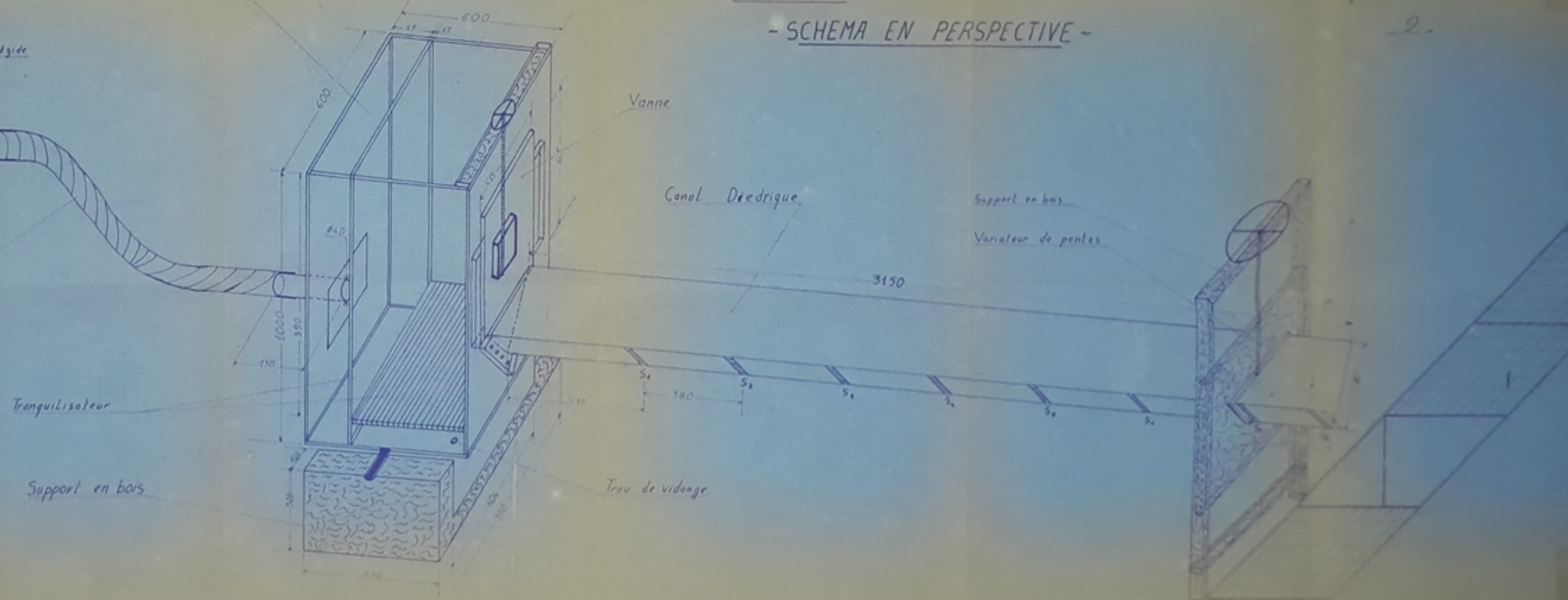
Bassin d'alimentation

- MODELE REDUIT -  
- EN PLEXIGLAS -

PH 00986

- 2 -

- SCHEMA EN PERSPECTIVE -



Calcul en mm

